ЕВГЕНИЙ ГИК

СТО ПЯТЬДЕСЯТ СПОРТИВНЫХ ГОЛОВОЛОМОК

СПОРТ И МАТЕМАТИКА

Е. Я. Гик

Сто пятьдесят спортивных головоломок

Спорт и математика

Электронное издание

Москва
Издательство МЦНМО
2017

УДК 51(07)
ББК 22.1
Г46

Гик Е. Я.
Сто пятьдесят спортивных головоломок
Спорт и математика
М.: МЦНМО, 2017
128 + 16 с.
ISBN 978-5-4439-2335-2

В этой необычной книжке соединены две темы — математика и спорт. Автор собрал рекордное число (150!) спортивных задач и головоломок, привел их подробные решения. Расположены головоломки не по математическим темам, как принято, а по видам спорта: футбол, шахматы, теннис, легкая атлетика и т. д. Каждый раздел начинается с простых задач и задач-шуток, так что читателю помимо математических навыков понадобится и чувство юмора.

Любители поломать голову над задачками, в данном случае спортивными, познакомятся с некоторыми спортивными сюжетами, объединенными девизом «Число и спорт»: вундеркинды, самые быстрые на планете, рекорды-долгожители, крупный счет, рейтинг гроссмейстеров. Здесь, как и в спорте, доминируют «голы, очки, секунды», а это все цифры, цифры, цифры. Так что эту часть тоже можно считать математической...

Для широкого круга читателей.

Подготовлено на основе книги:
Гик Е. Я. Сто пятьдесят спортивных головоломок. Спорт и математика. — М.: МЦНМО, 2015. — 128 + 16 с., ил. — ISBN 978-5-4439-0277-7

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11,
тел. (499)–241–08–04.
http://www.mccme.ru

ISBN 978-5-4439-2335-2

Предисловие

Математика, как мы знаем, вторгается ныне во все сферы человеческой деятельности, спорт — не исключение. Строятся математические модели различных спортивных игр — футбола, хоккея, баскетбола, тенниса, — что позволяет решать те или иные практические вопросы. С помощью математических методов обрабатываются итоги соревнований, прогнозируются будущие результаты команд или отдельных спортсменов. Математика помогает в организации состязаний, в судействе, в создании спортивных классификаций. При этом используются многие математические дисциплины: теория вероятностей и математическая статистика, теория игр и теория графов, кибернетика, теория информации и ЭВМ, исследование операций и линейное программирование.

Наконец, математические задачи и головоломки со спортивным сюжетом весьма популярны в занимательной математике, то и дело встречаются в сборниках олимпиадных задач, в математических конкурсах, на занятиях математических кружков. Спортивным задачам и головоломкам в основном и посвящена данная книга. При работе над ней автор просмотрел большое число изданий по занимательной математике, всевозможные сборники задач.

В одной книжке имеется пара интересных спортивных головоломок, в другой — десяток, в третьей несколько десятков (самые «плодотворные» в этом отношении книги перечислены в списке литературы)... Автор, как и полагается спортсмену, решил пойти на рекорд — собрать вместе 150 (!) спортивных задач и головоломок разного типа. Правда, оказалось, что их гораздо больше (тем более, что книга содержит и ряд авторских находок), и пришлось даже ограничивать себя. Поэтому решено было отказаться от более сложных задач, требующих углубленных знаний из области комбинаторики, теории графов, теории вероятностей.

Большинство задач и головоломок в этой книге связано с проведением соревнований, а нюансы самих видов спорта (приемы, тактика, стратегия и т. д.) здесь не затрагиваются. Но необходимые правила спортивных игр — футбола, тенниса, хоккея, баскетбола и волейбола — приводятся довольно подробно.

В формулировке ряда задач описаны реальные спортивные события, упомянуты знаменитые спортсмены. Надеюсь, читатель не будет строго судить автора, если он кое-где перепутал «Спартак» с «Динамо» или Карпова с Каспаровым... В математическом плане эти перестановки не имеют значения. Зато в разделе «Число и спорт» вся информация достоверна на 100 процентов.

В сборниках, подобных нашему, обычно одна математическая тема следует за другой. Но в нашей спортивно-математической книге более естественно выглядит другой подход: головоломки сгруппированы по видам спорта, причем сами виды расположены по убыванию числа задач. Из всех видов спорта в литературе по занимательной математике традиционно лидируют футбол и шахматы. И у нас двум этим популярным играм посвящено около половины из полутора сотен задач и головоломок. Ряд разделов начинается с простых задач и задач-шуток. Тут читателю, помимо математических навыков, понадобится и чувство юмора...

Книга, как и задумывалось, называется «Сто пятьдесят спортивных головоломок», но в процессе работы над ней круг тем расширился и появился раздел «Число и спорт». Автор подумал, что любителям поломать голову над спортивными задачками будет интересно познакомиться и с некоторыми спортивными сюжетами, непосредственно не связанными с математикой. А любители спорта, наоборот, прочитав спортивные разделы, возможно, переключатся на полезное интеллектуальное занятие — возьмутся за решение задач про их любимый спорт...

Раздел «Число и спорт» тоже связан с математическими вычислениями. Вспомним, что в спорте популярно выражение «голы, очки, секунды», а это цифры, цифры, цифры. Раздел включает пять сюжетов: «Вундеркинды», «Самые быстрые на планете», «Рекорды-долгожители», «Крупный счет», «Рейтинг гроссмейстеров». Как мы увидим, цифры в них встречаются сплошь и рядом, так что разделы эти можно вполне считать математическими...

Герои первого сюжета — спортивные вундеркинды — в основном школьники, вам будет интересно узнать о своих сверстниках, выдающихся спортсменах. Во втором сюжете прослеживается история рекордов в стометровке — самом популярном виде легкой атлетики, королевы спорта. Это и главный вид спорта на занятиях физкультурой в школе (и в институте). В третьем сюжете речь идет о рекордах, которые держались более десяти лет; приводится таблица 50 мировых рекордов в легкой атлетике. В четвертом сюжете тоже много цифр, поскольку рассказывается о рекордах числа забитых голов в футбольных матчах. Наконец, в пятом сюжете на примере шахмат (автор как-никак шахматный мастер!) объясняется, как вычисляют индивидуальные коэффициенты (рейтинги) игроков, это важнейшая характеристика гроссмейстеров. Здесь без математики никак не обойтись.

Читатель найдет в книге много интересных спортивных фотографий. Прежде всего автор обязан ими Борису Долматовскому.

Евгений ГИК

Задачи

Футбол

Прежде чем перейти непосредственно к математическим задачам и головоломкам на футбольную тему, сделаем несколько важных замечаний — для тех, кто немного забыл правила. Выигрывает в футболе команда, которая забьет больше голов в ворота соперников. Напомним, что турниры проводятся по двум разным системам: круговой и кубковой (олимпийской).

Круговая более справедлива, так как все команды играют друг с другом. Обычно играют в два круга (на своем и чужом поле). Такой турнир требует много времени, и чемпионаты стран (в том числе России) длятся месяцами. Как и в любом виде спорта, турнир удобно изображать в виде графа, вершины которого соответствуют участникам (командам), а ребра — встречам между ними. Если матч результативный, то ребро снабжается стрелкой, направленной от победителя к побежденному. Графам турниров посвящено немало серьезных математических работ.

> Австралиец Питер МакКенна забивал, по крайней мере, один гол в каждом из 120 матчей в составе команды «Коллингвуд» с 1968 по 1974 гг.

Необходимо сказать о том, как начисляются очки в футболе. Раньше за победу команде давалось 2 очка, за ничью — 1, за поражение — 0 (такую систему мы называем старой). Но уже больше 20 лет используется новая система: за победу дается 3 очка, за ничью — 1, за поражение — 0. Такой подсчет стимулирует команду к более атакующим действиям, риску, что приветствуется и болельщиками — зрелищность матча повышается. Если раньше победа и поражение были равносильны двум ничьим, то теперь ценность победы возрастает: из двух матчей лучше один выиграть и один проиграть (в сумме 3 очка), чем сделать две ничьи (2 очка). Новое правило впервые было применено в 1981 году в чемпионате Англии. В 1994-м его ввели в чемпионатах мира, а в 1995-м — и в чемпионате России.

Все текущие результаты или итоги закончившегося кругового турнира заносятся в специальную таблицу. Читатель, конечно, знает, как она устроена. Но поскольку турнирные таблицы то и дело встречаются в нашей книге, стоит заострить на них внимание. В крайнем левом столбце сверху вниз идут номера всех n футбольных команд, участвующих в данном турнире. Если это не абстрактные команды, а реальные, то в следующем столбце указаны их названия. В верхней горизонтальной строке тоже могут стоять номера всех n команд; на пересечении i-й строки и j-го столбца записывается счет, с которым закончился матч между i-й и j-й командами ($1 \leqslant i,\ j \leqslant n$). Правее расположены ещё несколько столбцов: число игр (И), количество выигрышей (В), ничьих (Н) и поражений (П), общее соотношение забитых и пропущенных мячей (М), число набранных очков (О). В качестве примера приведена итоговая таблица 1 игр отборочной группы H на чемпионате мира в Бразилии-2014 ($n = 4$, очки начислялись по новой системе, победа — 3 очка). Как видим, сборная России выступила неудачно.

Таблица 1

№	Команда	1	2	3	4	И	В	Н	П	М	О
1	Бельгия	×	2:1	1:0	1:0	3	3	0	0	4–1	9
2	Алжир	1:2	×	1:1	4:2	3	1	1	1	6–5	4
3	Россия	0:1	1:1	×	1:1	3	0	2	1	2–3	2
4	Южная Корея	0:1	2:4	1:1	×	3	0	1	2	3–6	1

Иногда в окончательной таблице конкретные результаты матчей опускаются, а указывается только общее соотношение забитых и пропущенных мячей. В задачах и головоломках на футбольную тему в таблице может содержаться ещё какая-нибудь важная информация или, наоборот, может быть удалена ненужная.

«Золотой мяч» — одна из высших наград Международной федерации футбола (ФИФА) — вручается лучшему футболисту прошедшего года, набравшему больше всех голосов среди спортивных специалистов и журналистов. Максимальное число раз — 5 — «Золотым мячом» награжден Лионель Месси (Аргентина), последний раз на чемпионате мира в Бразилии-2014.

В турнире по олимпийской системе (Кубке) команда, проигравшая матч или уступившая по итогу двух, выбывает из борьбы — правило, действующее во всех спортивных играх. А в первенстве мира по футболу применяются обе системы вместе. Так, на финальной стадии встречаются 24 команды из разных стран (раньше было 16). Сначала проводятся 6 круговых турниров в группах из четырех команд, в результате по две команды проходят дальше, а в дополнительных матчах определяются ещё четыре. Эти 16 команд играют по олимпийской системе (плей-офф) — 1/8 финала, 1/4, полуфиналы и финал, победитель которого становится чемпионом мира. Если на этой стадии какой-то матч заканчивается вничью, то дается дополнительное время, а затем при необходимости игроки бьют пенальти.

В розыгрыше Кубка число команд n обычно представляет собой степень двойки, $n=2^k$, и он разыгрывается в k этапов: после каждого число соискателей сокращается вдвое. Например, как мы видели, в решающей стадии чемпионата мира участвуют 16 команд, и чемпиону надо выиграть 4 матча.

Пусть количество команд в турнире n не является степенью двойки, и $2^k < n < 2^{k+1}$. Тогда число этапов равно $k+1$, и победитель сыграет $k+1$ или k матчей (во втором случае ему повезло с жеребьевкой, команда без игры прошла во второй круг). В общем случае, если играет n команд, число туров равно $\lceil \log_2 n \rceil$ (скобки обозначают наименьшее целое число, большее или равное данному).

> Пенальти за нарушение правил придумал вратарь из Северной Ирландии Уильям Маккрам 125 лет назад, в 1890 г. Его предложение было принято сначала Ирландской ассоциацией футбола, а позднее одобрено на международном уровне и официально введено в 1891 г.

Олимпийскую систему можно считать объективной, если отношение между силами команд, как говорят математики, транзитивно: если А сильнее Б, а Б, в свою очередь, сильнее В, то и А сильнее В. При таком предположении система весьма справедлива — команда, одержавшая все победы, включая финал, действительно превосходит всех соперников.

Если не оговорено противное, то в рассматриваемых нами задачах предполагается, что футбольный турнир проходит по круговой системе с 3 очками за победу.

1. *Задача-шутка.* В каком случае можно предсказать счет матча до его начала?

2. *Задача-шутка.* а) Два брата играют в одной команде. Какова вероятность того, что они получат одинаковые номера на майках?

б) А теперь братья играют в разных командах. В каком случае вероятность того, что им достанутся одинаковые номера, наибольшая?

> Как способ определения победителя при ничьей пенальти появилось не так давно. Еще в 1968 г. судьбу двух крупных турниров решил жребий. Сборная СССР после ничьей с Италией не прошла в полуфинал чемпионата Европы, а Израиль не попал в полуфинал олимпийского турнира.

3. «Лужники» заполняются болельщиками футбола. Каждые 10 минут их число увеличивается вдвое. Через час после того, как зрителей начали пропускать на стадион, все места оказались заняты. А сколько времени прошло, пока «Лужники» заполнились наполовину?

4. Средний возраст 11 футболистов московского «Динамо» 22 года. Когда один из них получил травму и покинул поле, средний возраст оставшихся стал равен 21 году. Сколько лет игроку, покинувшему поле?

5. Таблица футбольного турнира 18 команд попала под сильный дождь, и сохранилась только ее часть с общим числом забитых и пропущенных мячей: 18 – 18, 17 – 1, 16 – 2, 15 – 3, ..., 1 – 17. Докажите, что в турнире была хотя бы одна ничья.

В финалах чемпионата мира послематчевые пенальти выполнялись дважды. В 1994 г. при счете 0:0 Бразилия победила Италию 3:2, а на чемпионате 2006 г. уже Италия при счете 1:1 выиграла у Франции 5:3.

6. В Лиге чемпионов УЕФА 2012/2013 гг. пятеро лучших бомбардиров забили вместе 46 мячей. Лидером стал Криштиану Роналду («Реал Мадрид», Испания) с 12 голами, а трое футболистов: Бурак Йылмаз («Галатасарай», Турция), Лионель Месси («Барселона», Испания) и Томас Мюллер («Бавария», Германия) провели одинаковое число мячей. Сколько голов забил занявший второе место нападающий «Боруссии» (Германия) Роберт Левандовски?

7. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя черными и тремя белыми. Сколько всего лоскутов белого цвета?

8. Один странный игрок из московского «Локомотива» каждый день выбирает одну из клеток своего любимого кожаного мяча, сшитого из 12 черных правильных пятиугольников и 20 белых правильных шестиугольников (рис. 1), и перекрашивает цвет всех ее соседей

Рис. 1

на противоположный. Он хочет, чтобы мяч в конце концов стал полностью черным. а) За какое наименьшее число дней игрок добьется этого? б) Может ли он, действуя так же, сделать мяч полностью белым?

9. Восемь команд сыграли между собой по четыре матча каждая. Турнирная таблица частично заполнена (табл. 2) — есть два результата и некоторые данные о количестве побед, ничьих, поражений и общем числе забитых и пропущенных мячей. Заполните таблицу полностью.

Таблица 2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	В	Н	П	М
1	×		0:0									3:
2		×										4:
3	0:0		×			1:1			0			:1
4				×								4:
5					×				1	1	2	2:2
6			1:1			×			0	1	3	1:4
7							×				3	0:3
8								×	0	0	4	:5

10. В турнире играло 5 команд, очки начислялись по старой системе (победа — 2 очка). Занявшая первое место команда (будем считать ее первой) не сделала ни одной ничьей, занявшая второе (то есть вторая команда) — не проиграла ни одного матча, занявшая четвертое место (четвертая команда) — наоборот, не выиграла ни одного матча. Все команды набрали разное число очков. Постройте турнирную таблицу.

Футбол и многие другие игры с мячом всегда пользовались популярностью у дам. В Китае игра ногами в мяч была распространена среди женщин еще 5000 лет до н. э., а в Европе, особенно во Франции, такие женские развлечения известны с начала 12 в. В конце 18 в. в Шотландии проводились ежегодные женские соревнования по футболу, а в 1892 г. в Глазго состоялся первый официальный матч. В 1894 г. англичанка Нетти Ханиболл организовала первую английскую команду — Британский дамский футбольный клуб.

11. а) В турнире по старой системе играло 6 команд, которые набрали разное число очков. Только один матч закончился вничью. Каждая команда, кроме победительницы, выиграла у одной из занявших более высокое место. Постройте турнирную таблицу.

б) Снова играло 6 команд по старой системе. Постройте турнирную таблицу такую, чтобы чемпион одержал меньше побед, чем любая другая команда.

12. В турнире по старой системе больше всех очков набрала команда, одержавшая меньше всех побед. При каком наименьшем числе команд это возможно?

Самая продуктивная серия пенальти для финалов крупных турниров зафиксирована в Кубке европейских чемпионов-1988 «Эйндховен» — «Бенфика». Было забито 11 послематчевых пенальти из 12 (победили голландцы). А рекорд, похоже, принадлежит матчу за третье место в Евро-1980: Чехословакия победила Италию по пенальти 9:8 — 17 из 18 мячей попали в ворота!

13. Ученики спортивной школы Артем, Александр, Андрей и Алексей гоняли на дворе мяч и нечаянно разбили окно. Стекло разлетелось вдребезги, и игра была остановлена. Виновники происшествия дали следующие «показания».

Артем. 1. В окно попал не я.
2. Это Алексей предложил играть на улице.
3. Андрей не виноват в том, что разбито окно.

Александр. 4. Мячом в окно угодил не я.
5. Это сделал Андрей.
6. Кстати, я играю лучше, чем Алексей.

Андрей. 7. Не я нанес последний удар по мячу.
8. Если бы я знал, чем все это кончится, не стал бы играть.
9. Артем не виноват.

Алексей. 10. Окно разбил не я.
11. Это на совести Андрея.
12. Когда я пришел, игра была в полном разгаре.

Нетрудно заметить, что футболисты иногда лукавили. Выяснилось, что каждый из них дал два правдивых показания и одно ложное. Кто же из них разбил окно?

Самый результативный футбольный матч на Олимпийских играх сыграли в Лондоне-1908 сборные Дании и Франции. Датчане одержали победу со счетом 17:1!

14. В решающем матче группового турнира в чемпионате мира в Бразилии-2014 Россия—Алжир тренеру нашей сборной Фабио Капелло предстояло сформировать надежную линию защиты в составе четырех игроков. Всего в его распоряжении было восемь защитников: Василий Березуцкий, Владимир Гранат, Андрей Ещенко, Сергей Игнашевич, Алексей Козлов, Дмитрий Комбаров, Андрей Семенов и Георгий Щенников. Выбрать игроков следовало с учетом следующих установленных ранее обстоятельств.

Семенов может играть с любым из своих партнеров. Березуцкий обязательно выступает в паре с Козловым. Козлова лучше не ставить вместе с Гранатом, так как они провели мало совместных тренировок. Но Гранат уверенно чувствует себя с остальными защитниками. Игнашевич предпочитает играть с Щенниковым.

Пару Игнашевич–Комбаров желательно ставить с Ещенко, а пара Козлов–Комбаров проверена только с Игнашевичем. Ещенко не совсем удачно играет с парой Березуцкий–Козлов. Не стоит его ставить и с Семеновым или Гранатом. Щенников успешно играет, когда на поле Березуцкий или Комбаров. Пара Щенников–Козлов хорошо смотрится лишь с Ещенко. Щенникова желательно не соединять ни с Семеновым, ни с Гранатом.

Сколько вариантов защиты мог заявить на игру Фабио Капелло?

Самый возрастной участник чемпионатов мира по футболу — Роже Милла (Камерун): в 1994 г. в возрасте 42 лет и 39 дней он вышел на поле против команды России и забил гол.

15. На чемпионате мира в Бразилии-2014 российская сборная в своей группе H, набрав 2 очка, не вышла в плей-офф (Бельгия — 9 очков, Алжир — 4, Россия — 2, Южная Корея — 1). А вот если бы Россия набрала 3 очка, то могла бы занять чистое второе место и выйти из группы?

16. В турнире по новой системе команда сыграла 38 матчей и набрала 80 очков. Какое наименьшее и наибольшее число раз она могла проиграть?

17. В чемпионате Москвы соревновалось 5 команд, но в связи с финансовыми трудностями некоторые матчи были отменены. В итоге оказалось, что все команды набрали разное число очков и ни одна не проиграла всех матчей. Какое наименьшее число матчей могло быть сыграно в таком турнире?

18. Шесть команд набрали в круговом турнире соответственно 12, 10, 9, 8, 7 и 6 очков. Сколько очков начислялось за победу? (Как обычно, ничья приносила 1 очко, поражение — 0).

19. Призеры турнира, который проходил по старой системе, набрали соответственно 7, 5 и 3 очка (при равенстве очков места определялись по разности забитых и пропущенных мячей). Сколько всего команд участвовало в турнире и сколько очков набрала занявшая последнее место?

Больше всего матчей на чемпионатах мира провел Лотар Маттеус (Германия): в 1982–1998 гг. он выходил на поле 25 раз. Маттеус участвовал в пяти финальных турнирах.

20. В студенческом первенстве играют 30 команд. Докажите, что в любой момент найдутся две команды, сыгравшие одинаковое число матчей.

21. В Мытищах шесть районов, первенство каждого разыграли 4 команды по круговой системе (2 очка за победу). Победители районов собрались на чемпионат города. Первое место заняла местная «Заря», которая набрала столько же очков, сколько и в первенстве района. Сколько очков у каждой из участниц первенства Мытищ?

Больше всего голов на чемпионатах мира — 15 — забил Роналдо (Бразилия) в 1994–2006 гг.

22. В чемпионате Москвы играли 25 команд по старой системе. После его окончания оказалось, что ни одна команда не забила в ворота соперника больше 4 голов. Какое самое низкое место мог занять «Спартак», забивший больше всех и пропустивший меньше всех голов?

23. В высшей лиге чемпионата страны участвуют 20 команд. Какое наименьшее число матчей должно быть проведено, чтобы среди любых трех команд нашлись две, сыгравшие друг с другом?

24. Может ли команда, занявшая в турнире первое место при подсчете очков по новой системе, оказаться последней при подсчете по старой системе?

25. Может ли команда, занявшая в турнире первое место при подсчете очков по новой системе, оказаться последней при подсчете по старой; и наоборот, последняя команда по старой системе, стать первой по новой (имеются в виду чистое первое место и строго последнее)?

26. В чемпионате страны участвовало 16 команд, причем все набрали разное число очков. Оказалось, что «Зенит» проиграл всем, у кого меньше очков, чем у него. Какой наилучший результат (самое высокое место) могла показать эта команда из Питера?

27. В турнире играют 6 команд; каждая из первых пяти набрала на 2 очка больше, чем последующая. Как сыграли между собой команды, занявшие третье и последнее место?

28. Если две команды в чемпионате спортивного лагеря набирают одинаковое число очков, то места определяются по соотношению забитых и пропущенных мячей. Каждая команда одержала хотя бы одну победу. Чемпион набрал 10 очков, второй призер — 7, третий — 5. Сколько очков у команды-аутсайдера?

Больше всего голов в одном финальном турнире — 13 — забил Жюст Фонтен (Франция) в 1958 г.

29. После завершения турнира для каждой из команд подсчитали отношение числа голов, забитых ею с пенальти, к числу пробитых ею; а также отношение числа голов, пропущенных ею с пенальти, к числу пробитых в ее ворота. Может ли у всех команд первый показатель быть ниже второго?

30. Назовем команду успешной в турнире, если она набрала хотя бы половину максимально возможного числа очков. В предстоящей суперлиге чемпионата страны будет участвовать 16 команд. Какое наибольшее количество успешных команд может в нем оказаться?

31. Первенство города разыграли n команд, и все набрали поровну очков. При каком наименьшем n не у всех команд будет одинаковое число побед, ничьих и поражений?

Больше всего голов в одном матче финального турнира — 5 — забил Олег Саленко (Россия) в 1994 г. в ворота Камеруна.

32. Играя за «Спартак» в одном давнем чемпионате СССР, знаменитые нападающие Игорь Нетто, Никита Симонян, Сергей Сальников и Борис Татушин вместе забили 70 голов, причем голы есть на счету у каждого из них. Симонян провел мячей больше всех, у Сальникова и Нетто 45 голов. Сколько забил Татушин?

33. В розыгрыше Кубка Москвы (по олимпийской системе) участвовали n команд. Предварительно прошли Кубки районов (в столице p районов с числом участников $n_1, n_2, \ldots, n_p$), и их победители уже вступили в борьбу за главный приз. На обоих этапах команды играли один матч, и проигравшая выбывала из борьбы (при ничьей решали пенальти). Сколько всего матчей было сыграно в Кубке?

34. Какое наименьшее число матчей достаточно провести в Кубке n команд, чтобы определить первого и второго призеров? Считается, что выполнено условие транзитивности: если «Спартак» выигрывает у «Динамо», а «Динамо» у ЦСКА, то «Спартак» побеждает и ЦСКА.

35. В турнире играло: а) 17 команд; б) 16 команд; в) 15 команд. Могло ли число побед у каждой из команд быть равно числу ничьих?

Наибольшее число зрителей на матче финального турнира было зафиксировано в 1950 г.: игру Бразилия – Уругвай на стадионе «Маракана» посмотрели 199 854 человека.

36. а) В турнире по старой системе все команды набрали разное число очков, при этом каждая выиграла хотя бы один матч. Каково наименьшее возможное количество команд?

б) Опять в турнире по старой системе все команды набрали разное число очков, но при этом аутсайдер выиграл у всех трех призеров. Могло ли в турнире участвовать 12 команд?

37. Можно ли расставить на футбольном поле четырех игроков «Спартака» так, чтобы попарные расстояния между ними равнялись 1, 2, 3, 4, 5 и 6 метрам?

Шахматы

Рассказ о правилах игры не входит в наши планы, другое дело — некоторые нюансы соревнований. Напомним, что за выигрыш партии игрок получает 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за поражение — 0 очков. В шахматных турнирах, как и в футбольных, наиболее популярна круговая система — все участники играют друг с другом. Турниры с небольшим числом игроков — 6 или 8 — часто проводятся в 2 круга (партнеры меняют цвет фигур). Однако в отличие от футбола, где чемпионаты длятся долго и матчи часто переносятся, в шахматах соблюдается строгий регламент, составляется, можно сказать, математически четкое расписание игры по турам. Порядок встреч и цвет фигур определяется номерами участников, которые они получают при жеребьевке, и указывается в специальных таблицах, составленных Й. Бергером. Укажем принцип их построения.

Сеанс одновременной игры – популярный вид шахмат. Здесь установлено множество любопытных рекордов. Так, гроссмейстер Властимил Горт в 1977 г. в Рейкьявике провел сеанс на 550 досках. После 24 часов игры на его счету было 477 побед, 63 ничьих и всего 10 поражений. Между столиками он прошел 35 км, сбросив 4 кг веса. После каждого часа игры делалась пятиминутная пауза, и за все время Горт выпил 20 л различных соков.

Пусть в турнире играет n участников. Установим, в каком туре встречаются и каким цветом играют двое из них при четном n. Если их номера отличны от n, сложим их и вычтем 1, если разность не превосходит n, и вычтем n в противном случае. Результат и есть номер тура. Если сумма нечетна, то белыми играет участник с меньшим номером, если четна — с большим. Например, при 10 участниках второй играет с пятым белыми в 6-м туре ($2+5=7$ — нечетное число, меньшее 10; $7-1=6$), а шестой с восьмым — черными в 4-м туре ($6+8=14$ — четное число, большее 10; $14-10=4$).

Расписание для последнего участника с номером n иное. С участником i он играет в $(2i-1)$-м туре, если $2i \leqslant n$, и в $(2i-n)$-м туре, если $2i > n$. С первой половиной номеров n-й играет черными, со второй — белыми. Так, при 10 участниках десятый номер встречается с третьим черными в 5-м туре ($2\times3-1=5$) и белыми с седьмым в 4-м туре ($2\times7-10=4$).

Если n нечетно, то вводится «фиктивный» участник с номером 1; встреча с ним означает, что в соответствующем туре шахматист свободен от игры. При четных n игроки первой половины таблицы играют на одну партию белыми больше (за счет игры белыми с n-м номером), и поэтому при жеребьевке шахматисты предпочитают вытягивать номера с 1 по $\frac{n}{2}$.

Как легко видеть, при четных n в первом туре участник 1 играет с участником n, участник 2 — с участником $(n-1)$ и т. д. (белые у игроков первой половины таблицы). Затем каждый участник, кроме n-го, тур за туром движется вдоль своей строки слева направо. Дойдя до самого себя, он «отвлекается» на n-й номер, затем продолжает движение. «Упершись» в крайнюю клетку, перескакивает на 1-й номер и далее снова идет вперед.

В 1951 г. чемпион Англии международный мастер Роберт Уэйд провел сеанс на 30 досках в Москве в Московском городском Дворце пионеров. Газеты всего мира сообщили о неожиданном результате сеанса как о своеобразном рекорде. Десять партий англичанин свел вничью, а остальные двадцать… проиграл. Но гость не потерял чувства юмора и, потерпев фиаско, заметил: «Если бы любой из этих пионеров давал сеанс против тридцати Уэйдов, то счет был бы гораздо лучше».

Круговая система используется в соревнованиях по многим видам спорта, но такое математически четкое расписание применяется только в шахматах. Как и в футболе, круговой турнир может быть изображен на таблице или в виде графа. В двухкруговом турнире партнеры играют одну партию белыми и одну черными.

Шахматная таблица кругового турнира похожа на футбольную, но в ней важны только результаты партий, понятие «забитые и пропущенные фигуры» здесь отсутствует…

В Кубке число участников n, как и в футболе, обычно представляет собой степень двойки, $n=2^k$, и он проводится в k этапов — после каждого число соискателей сокращается вдвое. Так, в 1998–2004 годах состоялось пять чемпионатов мира ФИДЕ, в которых участвовало 128 сильнейших игроков планеты, и за 7 этапов ($n=128=2^7$, $k=7$) определялся победитель. Ныне такое соревнование переименовано в Кубок мира, и два его победителя попадают в турнир претендентов.

Хотя в турнире по олимпийской системе (ее называют также нокаут-системой) содержится элемент случайности, чемпионом, как правило, становится самый достойный кандидат. Например, индийский гроссмейстер Виши Ананд в 2000 году выиграл чемпионат мира ФИДЕ по нокаут-системе, в 2007-м стал «классическим» королем в двухкруговом турнире, а в 2008, 2010 и 2012 годах подтвердил свой титул в традиционных матчах (соответственно с Крамником, Топаловым и Гельфандом), и лишь в 2013 году Ананд уступил Магнусу Карлсену.

Между прочим, автор книги в 1971 году завоевал первый Кубок Москвы. В нем стартовало 64 шахматиста, и для победы пришлось выиграть шесть матчей ($n=64=2^6$, $k=6$) — в каждом туре игралось по 2 партии, а в финале — 4.

В сеансах одновременной игры рекорд принадлежит третьему чемпиону мира Хосе Раулю Капабланке: в 1922 г. в Кливленде он сыграл одновременно 103 партии, из которых 102 выиграл и всего одну свел вничью. Капабланке принадлежит и другой рекорд — в течение 40 лет он провел 491 сеанс, сыграв в них 13 545 партий и набрав более 90 очков.

В шахматах помимо круговой и олимпийской системы применяются и другие: швейцарская, шевенингенская, матч-турнир. Каждая имеет свои математические особенности, и число задач и головоломок не меньше, чем в футболе. Если не оговорено противное, у нас имеется в виду, что турнир круговой.

Преимущество олимпийской системы состоит в большом числе участников, которые одновременно играют в турнире (точнее, стартуют в нем). Тем же свойством обладает и швейцарская система, но здесь проигравшие не выбывают, а играют до конца. После каждого тура участники разбиваются на группы с одинаковым числом очков (после первого образуются три группы: 1 очко, 0,5 и 0), в следующем встречаются игроки из одной группы (или соседних) и т. д. По этой системе обычно проводятся отборочные соревнования, и 9–11 туров вполне достаточно, чтобы определить самых достойных. Так, по «швейцарке» проходят все так называемые открытые турниры, в которых иногда собирается до 500 шахматистов.

Шевенингенская система применяется в матче-турнире. Составление расписания игр для него, как мы убедимся ниже, тоже носит математический характер.

Замечательный рекорд принадлежит Александру Алехину. С 1927 г. по 1933 г. он участвовал в 15 состязаниях, и ни в одном его никому не удалось опередить. При этом девять раз подряд Алехин брал чистое первое место (включая победы в матчах за шахматную корону).

1. *Задача-шутка.* Заядлые игроки сыграли пять партий, при этом выиграли и проиграли одинаковое число встреч, обошлось без ничьих. Как это получилось?

2. *Задача-шутка.* Может ли шахматист-любитель набрать очко, встречаясь с двумя экс-чемпионами мира Карповым и Каспаровым, играя одну партию белыми, а другую черными?

3. Докажите, что после окончания турнира всех его участников можно перенумеровать так, чтобы ни один не имел поражения от следующего.

4. Докажите, что если все игроки набрали в турнире разное число очков и при этом нет ничьих, то занявший первое место обыграл всех, занявший второе — всех, кроме первого, и т. д.

5. Каждый участник турнира выиграл белыми столько партий, сколько все остальные черными. Докажите, что все игроки одержали одинаковое число побед.

Уникальный рекорд в начале 1970-х гг. установил восьмой чемпион мира Михаил Таль. С июля 1972 г. по апрель 1973 г. он сыграл 86 партий и ни одной не проиграл. Попутно Таль выиграл пять крупных международных турниров. Когда Хосе Рауль Капабланка с февраля 1916 г. по март 1924 г. в 63 поединках подряд не потерпел ни одного поражения, им восхищались, а сам автор был объявлен непобедимым шахматистом. Рекорд великого кубинца держался почти 50 лет — редчайшее явление. Тем удивительнее, что Таль превзошел Капабланку более чем на двадцать партий.

6. Трое провели за доской целый день, причем каждая пара сыграла друг с другом одинаковое число партий, — получился многокруговой турнир. Стали думать, кто выступил лучше всех. Первый сказал: «У меня больше всех побед». Второй возразил: «А у меня меньше всех поражений». При этом оказалось, что третий набрал больше всех очков. Возможно ли такое?

7. В турнире 10 игроков. Могут ли какие-либо трое из них набрать на 4 очка больше, чем остальные семеро?

8. Какой наибольший разрыв может быть между двумя игроками, занявшими соседние места в турнире с n участниками?

9. В чемпионате города участвовали восемь гроссмейстеров, и все набрали разное число очков. У занявшего второе место очков столько же, сколько у четырех последних, вместе взятых. Как сыграли между собой бронзовый призер и игрок, занявший пятое место?

10. В турнире играли n гроссмейстеров и мастеров, и каждый набрал половину своих очков, играя с мастерами. Докажите, что n — квадрат целого числа.

11. В чемпионате Центрального шахматного клуба им. Ботвинника на Гоголевском бульваре сыграно 55 партий. И тут двое выбыли из него, причем один успел сыграть 10 партий, а другой всего одну. Встретились ли они между собой?

12. В турнире участвуют 11 человек. В данный момент среди любых трех есть двое, которые еще не встречались между собой. Докажите, что всего сыграно не больше 30 партий.

13. По окончании блиц-турнира пять его участников, последних чемпионов мира, расположились в следующем порядке: 1) Магнус Карлсен, 2) Гарри Каспаров, 3) Владимир Крамник, 4) Виши Ананд, 5) Анатолий Карпов. Во время банкета они делились впечатлениями:

— Не думал, что я один обойдусь без поражений, — удивлялся Каспаров.

— Лишь мне не удалось выиграть ни разу, — сокрушался Карпов.

Можно ли по этой информации восстановить турнирную таблицу?

В рекордах Капабланки и Таля победы чередовались с ничьими. А больше всех партий подряд выиграл первый шахматный король Вильгельм Стейниц, причем установил он его еще до того, как стал чемпионом мира. В течение почти десяти лет, с 1873 г. по 1882 г., никто из его соперников не сумел сделать с ним ни одной ничьей. За это время Стейниц одержал 25 побед.

14. В турнире вундеркиндов разных лет играли гроссмейстеры Сергей Карякин, Теймур Раджабов, Гата Камский, Руслан Пономарев, Этьен Бакро и Фабиано Каруана (в таком порядке они и расположились по жеребьевке). Карякин, как это часто с ним бывает, сыграл все партии вничью, Раджабов ни разу не проиграл, Камский обыграл победителя и сыграл вничью с Бакро, отставшим от Пономарева, а тот, в свою очередь, отстал от Каруаны. Кто сколько очков набрал и какое место занял?

15. В данный момент не менее $\frac{3}{4}$ всех партий кругового турнира закончились вничью. Докажите, что хотя бы два участника набрали одинаковое число очков.

16. В турнире играли n шахматистов, имеющих номера 1, 2, …, n. Первый сделал одну ничью, второй — две, …, $(n-1)$-й — $(n-1)$ ничью. Сколько ничьих у n-го участника?

17. В выходной день на даче вся семья в полном составе решила провести небольшой шахматный турнир, причем играли и родители и дети. Участники мужского и женского пола набрали поровну очков. Сколько в семье детей, если мужчин в 3 раза больше, чем женщин?

18. На турнире претендентов восемь гроссмейстеров боролись за право бросить перчатку чемпиону мира. Они набрали соответственно 7; 6; 4; 3,5; 3,5; 2; 1,5 и 0,5 очка. Сколько очков потеряли три призера в партиях с остальными игроками?

19. Каждый участник турнира половину очков набрал с занявшими последние три места. Сколько всего человек играло?

20. Все 10 участников турнира набрали разное число очков. При этом два победителя не проиграли ни одной партии и у них на 10 очков больше, чем у третьего призера. У занявшего четвертое место столько же очков, сколько у четырех аутсайдеров вместе. Сколько очков набрали участники, занявшие места с первого по шестое?

21. Командные соревнования района проходили всего на двух досках, в каждой команде было по два основных игрока и одному запасному, который мог заменить любого из основных. Места в микротурнирах (на первой доске, на второй и среди запасных) определялись по проценту набранных очков. Могло ли так случиться, что все три участника одной команды заняли первое место на своей доске, а турнир выиграла другая команда?

Здесь имеется в виду не физическая доска, просто как бы отдельно проводится командный турнир, а также турниры среди первых игроков, вторых и запасных.

22. В двухкруговом турнире все *n* участников набрали одинаковое число очков. Докажите, что найдутся хотя бы двое, которые выиграли одинаковое число партий белыми.

23. В Москве гроссмейстеров намного больше, чем на всей остальной территории страны. Российская шахматная федерация по случаю своего юбилея решила провести турнир с участием всех обладателей высшего звания, причем в городе, для которого общее расстояние переездов гроссмейстеров будет наименьшим. Москвичи утверждают, что этому условию удовлетворяет столица, а вот петербуржцы настаивают на проведении соревнования в городе, находящемся в «центре тяжести» всех игроков. Где на самом деле должен состояться турнир?

> Множество рекордов установили 12-й и 13-й чемпионы мира Анатолий Карпов и Гарри Каспаров, вот самый уникальный из них. В 1984–1990 гг. они провели между собой подряд пять матчей на первенство мира, сыграв в них в общей сложности 144 партии. Их первый матч 1984/85 гг. продолжался пять месяцев (48 партий) и так и не был завершен (президент ФИДЕ прервал его при счете 5:3 в пользу Карпова).

24. Квалификационный турнир юношей собрал 30 человек. Первый разряд присваивался всем, кто набрал не меньше 60 % очков. Какому наибольшему числу игроков мог быть присвоен разряд?

25. В Осло прошли подряд три круговых супертурнира по быстрым шахматам с одним и тем же составом участников (Карлсен, Ананд, Крамник и др.). Любые двое сыграли все три свои партии одинаково: одержали по одной победе, одну проиграли и одну встречу закончили ничью. Как ни странно, чемпион мира Магнус Карлсен в каждом из первых двух турниров набрал меньше всех очков. Какое место он занял в последнем турнире?

26. Две супружеские пары: россиянин Александр Грищук, один из сильнейших шахматистов мира, и Наталья Жукова, олимпийская чемпионка, а также гроссмейстеры Бартош и Моника Сочко из Польши сыграли в турнире три партии. При этом:

1) только в первой партии игроки состояли в браке друг с другом;

2) мужчины выиграли две партии, а женщины — одну;

3) семья Грищук и Жуковой выиграла больше партий, чем семья Сочко;

4) проигравший не участвовал в следующих партиях.

Кто не проиграл ни одной партии?

Сеансы против любителей нередко заканчиваются стопроцентной победой мастера или гроссмейстера. Впрочем, Гарри Каспаров в сеансах с часами умудрялся побеждать с разгромным счетом даже сборные стран: Швейцарию — 5,5:0,5 (1987), Германию — 3:1 (1992), Аргентину — 9:3 (1992), Израиль — 7:1 (1998), Чехию — 5,5:2,5 (2001).

27. В круговом турнире один участник заболел и выбыл из него, не доиграв всех партий. В результате состоялось 24 встречи. Сколько шахматистов участвовало в турнире и сколько сыграл выбывший?

28. Два участника выбыли из турнира, причем: а) оба не сыграли половины партий; б) каждый из них сыграл не меньше половины партий. Всего состоялось 94 встречи. Сколько было участников?

29. Три участника заболели и выбыли в первой половине турнира. Всего состоялось 130 партий. Сколько было шахматистов?

30. Назовем участника турнира странным, если он выиграл у всех, кто набрал больше очков, чем он, и проиграл всем, кто набрал меньше очков, чем он. С теми, кто набрал столько же очков, странный игрок мог сыграть как угодно. Докажите, что у всех странных участников одинаковое число очков.

31. а) Может ли странный игрок (см. предыдущую задачу) разделить первое место в турнире? А последнее?

б) Могут ли первое или последнее место разделить только странные игроки?

32. В розыгрыше Кубка мира участвовали n мастеров и гроссмейстеров (n четно). Для судейства Кубка пригласили ряд арбитров, причем на каждую партию был назначен ровно один из них. Ответственность арбитра, который судит финал, столь высока, что на предыдущих этапах он отдыхал и был лишь зрителем. Докажите, что найдутся еще хотя бы два арбитра, которые также судили одну партию.

33. В грандиозном матче между Москвой и Питером с каждой стороны участвовало 1996 игроков. Организаторы (среди них были математики) решили, что система, при которой первый играет с первым, второй со вторым и т. д., немного устарела, и предложили разбить игроков на пары иначе: сумма номеров в каждой паре должна равняться квадрату какого-нибудь числа. Удалось ли им добиться такого разбиения?

34. Международный мастер Альберт Капенгут до того, как он переключился на тренерскую работу, блистал на отечественной шахматной арене. Однажды даже установил своеобразный рекорд. В небольшом турнире в Вильнюсе, в котором кроме него играли три знаменитых гроссмейстера — Михаил Таль, Пауль Керес и Леонид Штейн, — Капенгут вышел победителем, причем умудрился обогнать соперников на 2 очка. Сколько возможно вариантов завершения этого турнира?

35. Две команды, состоящие из n игроков, встречаются по шевенингенской системе: каждый участник одной играет с каждым участником другой (всего n туров), т. е. вместе с матчем проходит и личный турнир. Требуется придумать расписание шевенингенского турнира для $n=6$ такое, чтобы все участники играли поровну партий белыми и черными.

> Сеансы одновременной игры проводятся в самых экзотических условиях, даже в тюрьме. Роберт Фишер однажды давал сеанс в тюрьме города Денвера. Когда он подошел к одной из досок, то обнаружил, что его партнер украл у него ладью. «Если вы не поставите ладью на место, — строго сказал шахматный король, — то я сообщу вашему начальству, и за такие махинации вам увеличат срок!» — «Зря пугаете, — огрызнулся его соперник. — Я приговорен к пожизненному заключению».

36. В приведенном расписании все участники играют одинаковое число партий белыми и черными, что само по себе справедливо. Однако обе команды в каждом туре все партии играют одном цветом, что нельзя признать удачным. Хорошо бы составить такое расписание, которое бы удовлетворяло трем условиям:

1) все участники играют поровну белыми и черными;

2) в каждом туре обе команды играют поровну белыми и черными;

3) в каждом туре игроки меняют цвет фигур.

Если все участники команды в каждом туре играют одним цветом, то условие 3) выполняется, а условие 2) — нет. Условия 2) и 3) одновременно выполняться не могут. Действительно, из 2) следует, что уже в первом туре найдутся два представителя разных команд, играющие одним цветом. А из 3) — что они в каждом туре меняют цвет, т. е. никогда не встретятся между собой. Будем считать условие 2) более важным и ради него откажемся от 3). Сформулируем наконец задачу.

Для каких n существует расписание матча-турнира, удовлетворяющее условиям 1) и 2)?

Теннис

Среди математических головоломок, посвященных теннису (его называют также большим теннисом, в отличие от настольного), не так много связанных с проведением соревнований. Тем не менее, напомним правила игры в общих чертах. Задача игрока — послать ракеткой мяч так, чтобы он приземлился на территории соперника, а тот не смог перебросить мяч обратно. В этом случае игрок получает очко. Матч состоит из сетов, а сеты из геймов. Чтобы победить в гейме, нужно выиграть четыре розыгрыша мяча. По традиции первый выигрыш дает 15 очков, второй — 30, третий — 40, и только четвертый приносит победу. Тот, кто первым выигрывает 6 геймов, побеждает в сете. Обычно в матче играются три сета, в крупных соревнованиях — 5. Ничьих в теннисе не бывает.

Скорость мяча в самой быстрой подаче в теннисе у мужчин составляет 251 км/ч. Рекорд установил хорватский спортсмен Иво Карлович. У женщин рекорд принадлежит одной из сестер-американок Винус Уильямс – 207,5 км/час.

1. *Задача-шутка.* Чтобы попасть на стадион и посмотреть теннисный матч на Кубок Дэвиса, двум папам и двум сыновьям хватило всего трех билетов. Неужели они обманули контролера?

2. Алексей, Борис и Вадим учатся в разных классах: 5А, 5Б, 5В. Все трое играют в чемпионате школы. В первом туре Алексей встречался с учеником из 5А. Во втором Борис играл с учеником из 5В, а Алексей отдыхал. Кто в каком классе учится?

3. Уимблдон, самый популярный турнир «Большого шлема», всегда проходит по олимпийской системе. Сколько теннисистов участвовало в турнире 2014 года, если по окончании его выяснилось, что 32 игрока выиграли матчей больше, чем проиграли?

4. Лучшие российские теннисистки XXI века Мария Шарапова, Елена Дементьева, Вера Звонарева, Мария Кириленко и Светлана Кузнецова встретились, чтобы вспомнить свои былые победы, и немного поиграть парами, причем для экономии времени каждая пара девушек провела с каждой другой ровно один сет. Елене не повезло: она проиграла 12 раз, а Вера — 6. Сколько раз выиграла Светлана?

5. Кубок города разыгрывают 8 участников по олимпийской системе. Жеребьевка определяет их положение в турнирной таблице (рис. 2). Предполагается, что лучший игрок всегда побеждает второго по силе, а тот в свою очередь обыгрывает всех остальных. Победителю вручается Кубок, а проигравший в финале занимает второе место. Какова вероятность того, что на нем окажется второй по силе игрок?

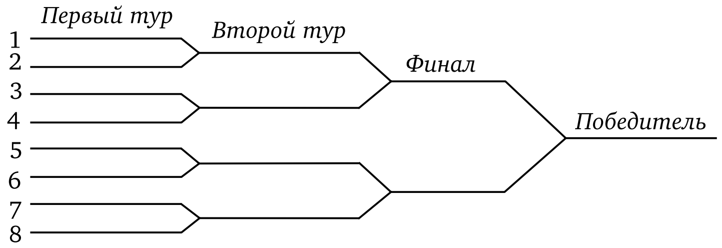

Рис. 2

6. Чтобы подбодрить сына, делающего первые успехи в большом теннисе, отец пообещал ему награду, если тот выиграет подряд хотя бы две партии против отца, а также чемпиона их теннисного клуба, играя по одной из схем по выбору сына: отец — чемпион — отец или чемпион — отец — чемпион. Надо сказать, что чемпион играет лучше отца. Какую схему следует выбрать сыну?

7. После жеребьевки женского турнира каждая из его 11 участниц получила номер от 1 до 11. Марат Сафин спросил у своей сестры Динары: «Какой у тебя номер?» — «Если количество участниц с меньшим номером, чем у меня, умножить на количество участниц с большим, то результат будет таким же, как если бы мой номер был на два больше», — улыбнулась Сафина. Какой номер был у Динары?

8. Трое знаменитых российских теннисистов — Андрей Чесноков, Евгений Кафельников и Николай Давыденко участвовали в показательных играх на вылет. В первой партии Чесноков выиграл у Кафельникова, а в последней проиграл Давыденко. В конце междоусобицы выяснилось, что Андрей в общей сложности сыграл 24 партии, Евгений — 28 и Николай — 38. Сколько партий выиграл Кафельников?

9. Всё те же трое опять играют на вылет. В итоге Чесноков выиграл 10 партий, Кафельников — 12, Давыденко — 14. Сколько матчей провел каждый?

Рекордное число побед в Большом шлеме в одиночном разряде — 17 — у швейцарца Роджера Федерера: 7 раз он выигрывал Уимблдон, 5 раз — Открытый чемпионат США, 4 раза — Открытый чемпионат Австралии и один раз — Открытый чемпионат Франции. Среди женщин наибольшее число побед — 24 — у австралийки Маргарет Корт: 11 в Австралии, 5 во Франции, 5 в США и 3 на Уимблдоне. На втором месте Штеффи Граф — 22 победы.

10. В Кубке города по теннису участники, как обычно, разбиваются на пары, победители снова разбиваются на пары и так до тех пор, пока не определяется победитель. Для каждой встречи организаторы должны подготовить упаковку новеньких теннисных мячей. Но вся проблема в том, что если в каком-нибудь туре окажется нечетное число игроков, то некоторые пройдут вперед без игры. Это условие усложняет подсчет числа встреч, и соответственно труднее определить, сколько упаковок мячей нужно заказать. Как помочь организаторам, если известно, что число участников n?

11. На турнир съехались 10 видных мастеров тенниса. Первый одержал x_1 побед и потерпел y_1 поражений, у второго x_2 побед и y_2 поражений, и т. д. Докажите, что

$$x_1^2+\ldots+x_{10}^2=y_1^2+\ldots+y_{10}^2.$$

12. В финале чемпионата МГУ участвовали студенты и аспиранты, причем студентов было втрое больше. Студенты и аспиранты одержали одинаковое число побед. Докажите, что победителем вышел аспирант.

13. В Кубке мехмата по олимпийской системе участвуют 25 игроков. За какое наименьшее время можно определить победителя, если в спортивном зале установлено только четыре теннисных стола, и на каждый матч, включая разминку и отдых, отводится 1 час?

14. Женская сборная России в составе Марии Шараповой, Марии Кириленко и Веры Звонаревой пришла на корт потренироваться и обсудить дела с тренером Шамилем Тарпищевым. Он запаздывал, и девушки решили подобрать хорошие теннисные мячи. Им принесли три сумки с мячами, к одной была пришпилена этикетка «Белые», к другой — «Желтые», а к третьей — «Белые и желтые». Однако теннисисток предупредили, что на всех сумках надписи перепутаны. Когда опытный тренер пришел, он, ухмыльнувшись, вынул мяч из одной сумки и, не заглядывая в остальные, правильно пришпилил все три этикетки. Как, достав всего один мяч, Тарпищев определил, где какие мячи лежат?

15. Мяч олимпийской чемпионки Елены Дементьевой угодил прямо в норку кролика, которую тот вырыл на загородном корте. Норка оказалась столь глубокой, а изгиб столь причудливый, что достать мяч с помощью палки никак не получалось. Однако смышленая теннисистка быстро сообразила, как справиться с этой неожиданной проблемой. Как ей удалось извлечь мяч, не перекапывая при этом весь корт?

Стрелковый и конный спорт, фехтование

Все три вида спорта, представленные в этом разделе, — стрелковый, конный и фехтование — относятся к глубокой древности.

1. *Задача-шутка.* Стрелок попал в самый центр мишени. Победитель определялся по лучшему выстрелу, а наш стрелок проиграл. Почему?

2. На чемпионате мира по стрельбе из лука во Франции-2014 российская сборная в составе Бэлигто Цынгуева, Гаслана Базаржапова и Александра Кожина заняла пятое место. В финале каждый из них получил 6 стрел, и спортсмены поражали мишень, изображенную на рис. 3. Попадание в «яблочко» оценивалось в 40 очков, а в следующие от центра кольца — соответственно в 39, 24, 23, 17 и 16 очков. Результаты оказались такими: Цынгуев — 120 очков, Базаржапов — 110, Кожин — 100. Все 18 стрел попали в цель, но в «яблочко» — только одна. Куда именно попали российские стрелки?

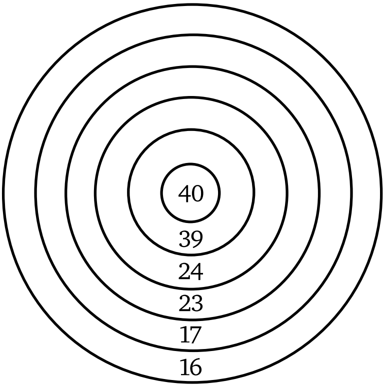

Рис. 3

3. Капитану сборной России по стрелковому спорту для победы необходимо было выбить 72 очка. После очередного выстрела, чтобы отвлечь своего соперника, он сказал ему: «Если Вы сложите возраст трех моих дочерей, то получите результат последнего выстрела, а если перемножите, то получите как раз 72». Соперник был неплохим математиком, и невольно возразил: «Но мне этого недостаточно, чтобы узнать возраст каждой». — «Кстати, моя старшая дочь тоже мастер по стрелковому спорту», — добавил капитан. «Ну что ж, тогда все ясно, — сказал соперник. — Но перестаньте меня отвлекать». Сколько лет дочерям капитана?

4. На Олимпийских играх в соревнованиях по стрельбе из мелкокалиберной винтовки участвовало 30 спортсменов. Первый набрал 80 очков, второй — 60, третий — среднее арифметическое очков первых двух, четвертый — среднее арифметическое первых трех и т. д., каждый последующий выбивал среднее арифметическое всех предыдущих. Сколько очков набрал последний спортсмен?

5. Двое соревнуются в точности стрельбы (точность определяется отношением числа успешных выстрелов к числу использованных патронов). Каждому спортсмену выдается ровно 20 патронов, и состязание проходит в два этапа: на любом из них стрелок использует любую часть своих патронов (отличную от нуля). Может ли случиться так, что на каждом из этапов точность стрельбы первого спортсмена выше, чем второго, а по общему результату ниже?

6. Перед 50-м чемпионатом мира по спортивной стрельбе в Мюнхене российские стрелки, члены сборной страны Александр Блинов, Сергей Поляков и Владимир Исаков, призеры Олимпийских игр в Лондоне-2012, решили провести тренировочный сбор и испытали свои силы на специальной мишени (рис. 4). Каждый произвел по 6 выстрелов. Места попадания в мишень отмечены точками. Когда подсчитали результаты, оказалось, что каждый из спортсменов набрал по 71 очку. При этом из 18 выстрелов только один раз попадание произошло в центральный круг (50 очков). Первые два выстрела принесли Блинову 22 очка; первый выстрел Исакова дал ему только 3. Кто из спортсменов попал в центральное яблоко мишени?

7. Сильнейшие российские стрелки Алексей Алипов и Павел Гуркин (стендовая стрельба) сделали в тире по пять выстрелов и выбили на мишени следующее количество очков: 10, 9, 9, 8, 8, 5, 4, 4, 3, 2. Первыми тремя выстрелами они выбили в сумме одинаковое число, а последними тремя Алипов выбил в три раза больше, чем Гуркин. Куда попал каждый из них третьим выстрелом?

8. *Задача-шутка.* На соревнованиях по конному спорту один из спонсоров, решив показать свою щедрость, пообещал вручить «утешительный» приз — 100 тыс. долларов — наезднику, чья лошадь на скачках придет последней. Организаторы поначалу растерялись, ведь

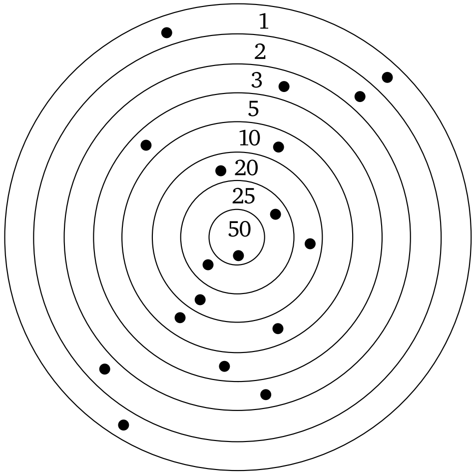

Рис. 4

спортсмены будут придерживать своих лошадей, что не очень красиво. Но выход в конце концов был найден, и заезд прошел абсолютно честно. Что придумали организаторы?

9. В Кубке Московского ипподрома среди наездниц стартовали девять участниц, но лошадь под номером 1 потеряла подкову и сошла с дистанции. Таким образом, до финиша дошли лошади с номерами от 2 до 9. Занятное совпадение: сумма номеров скакунов-призеррв оказалась равна сумме номеров всех отставших, причем из трех призеров первой пришла лошадь с наименьшим номером, а третьей — с наибольшим. Какие номера у скакунов-победителей?

10. В соревновании участвуют три лошади: Соли, Тагира и Фелиция. Ставки на них принимаются в отношении 1:1, 1:2 и 1:6 соответственно. Это значит, что если любитель скачек поставит на Соли и она придет первой, то он останется «при своих» (в противном случае его деньги пропадают). Если он поставит на Тагиру, и она победит, то игрок получит в 2 раза больше, чем поставит. Наконец, если он сделает ставку на Фелицию и победит именно эта лошадь, касса выдаст болельщику в 6 раз больше. У него в кармане всего 205 долларов. Может ли он гарантированно выиграть какую-либо сумму?

11. Фехтовальный турнир только начинался, как появилось еще несколько спортсменов, опоздавших из-за пробок. Причина была признана уважительной, и «новые» участники тоже были допущены к соревнованиям. Правда, пришлось менять расписание турнира, чтобы распланировать 26 дополнительных схваток. Сколько было «старых» фехтовальщиков и сколько «новых»?

Зимние виды спорта

В этом разделе читатель найдет задачи про зимние виды спорта: лыжный, конькобежный, биатлон и фигурное катание. Ниже речь пойдет ещё и о хоккее.

1. На Олимпийских играх в Сочи–2014 российские лыжники, стартующие на 50 км, волновались, и тренер, чтобы немного отвлечь их, предложил следующую головоломку про их любимый инвентарь. Можно ли положить три пары лыж так, чтобы они образовали восемь правильных треугольников? Первым справился с головоломкой Александр Легков. Не удивительно, что он и стал олимпийским чемпионом. Как Легков расположил лыжи?

2. Два лыжника бежали наперегонки от одной станции до другой и обратно, преодолев расстояние 16 км. Первый двигался в оба конца с одинаковой скоростью 8 км/ч. Второй бежал в один конец на 2 км/ч медленнее, зато обратно на 2 км/ч быстрее. Кто из них пришел первым?

3. В день тренировки спортсмен планирует прибыть на лыжную базу к обеду в полдень. Стартуя из дома, он прикидывает, что при скорости 10 км/ч он на час опоздает на обед, а при скорости 15 км/ч — придёт на час раньше. С какой скоростью лыжнику надо бежать, чтобы прибыть на базу ровно в полдень?

4. Юный горнолыжник отправляется на тренировку и обратно на автобусе. На этом маршруте действует строгое правило: запрещено перевозить предметы длиной более 120 см. А длина лыж 150 см. Как лыжнику удается не нарушать правила?

5. Соревнования по биатлону, которые должны были начаться в 10 часов утра, отложили из-за сильного тумана. С какой вероятностью биатлонисты стартуют ровно через 40 часов?

6. Знаменитый норвежский биатлонист Уле-Эйнар Бьёрндален завоевал на Олимпиаде в Сочи две золотые медали, а всего у него 13 олимпийских наград: 8 золотых, 4 серебряных и 1 бронзовая. Если он сложит все свои медали в коробку и потом будет доставать их по одной не глядя, то сколько медалей ему надо достать, чтобы среди них наверняка оказались две золотые?

7. Девушке-волонтёру требовалось перевезти по канатной дороге из Сочи в Красную поляну лыжника, горнолыжника и сноубордиста. Кресло подъемника рассчитано на двоих (сам волонтер не в счет). Проблема состояла в том, что лыжник недолюбливал горнолыжника, а тот — сноубордиста, и оставлять любую из этих пар без присмотра небезопасно. Хорошо еще что лыжник и сноубордист общались друг с другом вполне нормально. Как волонтёру удалось перевезти всех троих в Красную поляну и обойтись без инцидентов?

8. Конькобежец пробежал 500 м и еще $\frac{3}{4}$ дистанции. Какая была дистанция?

9. Тренер по конькобежному спорту и его ученик готовились к соревнованиям на круговой ледовой дорожке. Время от времени тренер обгонял ученика. А когда юноша побежал в противоположном направлении, они стали встречаться в 5 раз чаще. Во сколько раз скорость тренера выше, чем скорость ученика?

> Первым российским олимпийским чемпионом стал Николай Коломенкин, выступавший на Олимпиаде 1908 года в Лондоне под псевдонимом Панин. Золотую медаль он выиграл в фигурном катании на коньках. Однако Коломенкин-Панин был разносторонним спортсменом: играл в теннис, футбол, был отличным гребцом и яхтсменом, выдающихся успехов добился и в стрельбе.

10. На первенстве мира по фигурному катанию 2007 года выступления пар в танцах на льду оценивались 7 судьями. Каждый выставлял свою оценку (от 0 до 10), худшая и лучшая отбрасывались и находилось среднее арифметическое. По окончании соревнований главный арбитр установил, что если бы средняя оценка выводилась по всем 7 судьям, то все пары — уникальный случай! — расположились бы строго в обратном порядке, занявшая последнее место стала чемпионом. Какое наибольшее число танцевальных пар могло участвовать в первенстве?

11. В одиночном катании на коньках участвовало десять фигуристок, а судей было трое. Каждый распределял между спортсменками оценки от 1 до 10, и победительницей объявлялась фигуристка, набравшая наименьшую сумму. Какое наибольшее значение может принимать сумма оценок победительницы нашего турнира?

Легкая атлетика и гимнастика

Легкую атлетику часто называют «королевой спорта», ведь она, как и гимнастика, — один из самых популярных видов. Им и посвящен данный раздел.

> Американский легкоатлет Карл Льюис — обладатель рекордного числа золотых олимпийских медалей, восьмикратный чемпион мира и рекордсмен в беге на 100, 200 м, в эстафете 4×100 м, прыжках в длину.

1. *Задача-шутка.* Бегун обогнал трех соперников, а еще двух почти догнал, но обогнать не сумел. Как получилось, что он занял первое место?

2. *Задача-шутка.* Спринтер торопился на соревнования и опаздывал на поезд. До его отхода оставалось 2 минуты, а путь до вокзала — 2 км. Если первый километр спортсмен бежал со скоростью 30 км/час, то с какой скоростью он должен бежать второй?

3. *Задача-шутка.* На тренировке бегуны преодолевают круг по стадиону по часовой стрелке за 80 с. А против часовой стрелке пробегают его за 1 мин 20 с. В чем здесь дело?

4. Знаменитый стайер, олимпийский чемпион Владимир Куц перед важными стартами тренировался в течение пяти дней: в общей сложности пробегал 100 км, причем каждый день на 6 км больше, чем в предыдущий. Сколько пробегал спортсмен в каждый из дней?

5. В летнем легкоатлетическом лагере в первый день все 28 спортсменов участвовали в соревнованиях по прыжкам в длину, в высоту и с шестом. Каждый выступил по крайней мере в двух видах. 20 спортсменов состязались в прыжках в длину. В прыжках в длину и в высоту участвовало на 3 больше, чем в прыжках в высоту и с шестом. В длину и в высоту прыгало столько же, сколько с шестом. Сколько всего спортсменов выступало во всех трех видах?

6. Древние Олимпийские игры в Афинах состояли из ряда состязаний по легкой атлетике. Однажды возник спор, кто победил в метании диска. Разобраться попросили Сократа, крупнейшего мыслителя того времени и знатока формальной логики. Метод философа заключался в искусстве анализировать разные мнения, в том числе ложные, и в конце концов приходить к правильному выводу.

Чтобы определить победителя, Сократ опросил всех четырех претендентов на золото. Каждый из олимпийцев, великих чемпионов древности, — Геродор, Диомед, Милон и Нестор — сделал три высказывания, причем Сократ сразу понял, что они лукавили и допустили ложные заявления (каждый разное число):

Геродор.
1. Диомед и Милон не победили в метании диска.
2. Мой результат был вторым.
3. Мы с Милоном тренировались вместе.

Диомед.
1. Победителем стал Геродор.
2. Я был вторым и показал почти такой же результат, как чемпион.
3. Мы с Милоном тренировались вдвоем.

Милон.
1. Победителем вышел Диомед.
2. Я тренировался самостоятельно.
3. Мне удалось занять второе место.

Нестор.
1. Геродор не был победителем.
2. Диомед был вторым.
3. Мы с Милоном готовились вместе.

Изучив все ответы, Сократ быстро «вычислил» олимпийского чемпиона по метанию диска. Кто же он?

7. На рубеже XX и XXI веков три знаменитых спринтера, мировые рекордсмены в беге на 100 м Асафа Пауэлл, Усейн Болт (оба с Ямайки) и Джастин Гэтлин (США) остро конкурировали между собой. По окончании очередного сезона выяснилось, что в большинстве соревнований Болт опережал Пауэлла, Пауэлл, в свою очередь, Гэтлиба, а Гэтлиб — Болта. Как такое могло случиться?

Предел человеческих возможностей в настоящее время компенсируется достижениями технического прогресса. Результаты прыгунов с шестом в эпоху бамбука были намного ниже показателей эры фибергласса. Схожая ситуация наблюдалась и в секторе для метания копья. После того как спортсмен из ГДР Уве Хон с такой силой метнул снаряд, что тот, пролетев более 100 м, едва не попал на противоположную трибуну, пришлось всерьез заняться конструкцией спортивного копья. Его заметно утяжелили, сместили центр тяжести, после чего результаты «пришли в норму», достигнув максимума на отметке 86 м.

8. В чемпионате МГУ по легкой атлетике участвовали три факультета: мехмат, физфак и химфак. В каждом виде от факультета выступал только один спортсмен. Катя, студентка физфака, сидела на трибуне и болела за своего однокурсника, рекордсмена по толканию ядра. Когда она пришла домой, отец поинтересовался, как выступил их факультет.

— Мы заняли первое место по толканию ядра, — гордо ответила дочь, — но в турнире победил мехмат, который набрал 22 очка. А у нас всего 9, как и у химиков.

— Как начислялись очки? — спросил отец.

— Точно не помню, — сказала Катя, — но за второе место давали меньше, чем за первое, а за третье еще меньше. При этом во всех состязаниях количество очков за те же места было одинаковое.

— Сколько всего проходило состязаний?

— Папа, я не знаю, ведь я смотрела только толкание ядра...

— А были ли прыжки в высоту, мой любимый вид легкой атлетики? — Катя кивнула.

— И кто же их выиграл?

Увы, Катя не знала и этого. Но, как ни странно, имеющейся информации вполне достаточно, чтобы ответить на этот вопрос. Так какой же факультет победил в прыжках в высоту?

9. В гимнастическом зале стоит несколько одинаковых по длине скамей. Если гимнасты попытаются сесть по 6 человек на скамью, то одна окажется незаполненной: на ней усядутся лишь трое. Если же гимнасты попытаются сесть по 5 человек на скамью, то четырем из них места вообще не хватит. Сколько спортсменов и сколько скамей в зале?

Советская гимнастка Лариса Латынина вошла в историю как автор уникального рекорда — в общей сложности на трех Олимпиадах она завоевала 18 олимпийских наград, в том числе 9 золотых. Это достижение занесено в книгу рекордов Гиннесса. Только на Олимпиаде в Лондоне-2012 ее рекорд побил американский пловец Майкл Фелпс, которого Латынина лично поздравила. У него также 9 золотых медалей чемпионатов мира и 7 — чемпионатов Европы.

10. Одним из любимых упражнений олимпийской чемпионки Светланы Хорькиной на тренировках была ритмичная ходьба с пружинящими наклонами. В спортивном зале она выполняла это упражнение на дорожке длиной 30 м, в начале и в конце которой стояли флагштоки. Схема была такая: два шага вперед, наклон, шаг назад, два шага вперед, наклон, шаг назад и т. д. Сколько шагов делала Хорькина от флагштока до флагштока, если каждый ее шаг равен 50 см?

Тяжелая атлетика и борьба

В этом разделе объединены три родственных вида спорта — тяжелая атлетика, борьба и бокс.

WBA (Всемирная боксерская ассоциация). Получила свое название в 1952 г., до этого была национальной ассоциацией США. Первый чемпион – американец Джек Демпси (1921), победивший француза Карапентье.

1. *Задача-шутка.* В 1988 году тяжелоатлет Леонид Тараненко установил мировой рекорд, который держится больше четверти века. Поднятая им штанга весила 133 кг плюс половина ее веса. Каков был рекордный вес?

WBC (Всемирный боксерский Совет). Первый чемпион – американец Сонни Листон (1963). Чемпионами WBA+WBC (одновременно по двум версиям) были американцы Мохаммед Али, Джо Фрезер, Джордж Форман, Леон Спинкс. Другие ассоциации в те времена еще не существовали, и этих боксеров с полным правом называли себя абсолютными чемпионами мира среди профессионалов.

2. *Задача-шутка.* Три тяжелоатлета были наказаны за применение допинга. Первый получил 2 года дисквалификации, второй — 8 лет, а третий попался уже второй раз и был дисквалифицирован пожизненно. Однако новый глава антидопингового агентства решил смягчить наказание, уменьшив срок дисквалификации вдвое. Понятно, что первый спортсмен вернется на соревнования через 1 год, второй — через 4 года. А что же делать с третьим?

3. В спортивном клубе тренируется группа тяжелоатлетов разных весовых категорий. На какое наименьшее число команд их можно разбить так, чтобы ни в одной команде не было двух спортсменов, один из которых вдвое тяжелее другого?

IBF (Международная боксерская федерация). Первый чемпион — американец Ларри Холмс (1983). В начале 1990-х трое — Майк Тайсон, Джеймс Дуглас и Эвандер Холифилд — были чемпионами одновременно во всех трех существовавших на тот момент ассоциациях (WBA, WBC, IBF).

4. В соревновании участвуют 100 борцов, все разной силы. Более сильный всегда побеждает более слабого. Борцы разбились на пары и провели поединки. Затем разбились на другие пары и снова провели поединки. Призы полагались тем, кто одолел обоих соперников. Каково наименьшее возможное число призеров?

5. В Кубке Москвы по классической борьбе, проходящем по олимпийской системе, участвуют 20 борцов. За какое наименьшее время можно определить обладателя Кубка, если в спортивном зале только три борцовских ковра, а на каждую схватку, включая разминку и отдых, отводится час?

6. В поединках любых девяти борцов разной силы всегда побеждает сильнейший. Можно ли разбить всех на три команды по трое так, чтобы во встречах между собой первая по числу побед одержала верх над второй, вторая над третьей, а третья над первой?

WBO (Всемирная боксерская организация). Первый чемпион —- итальянец Франческо Дамиани (1989).

7. Американец Макс Тайсон, один из величайших боксеров всех времен, вошел в историю не только своими победами, но и многочисленными скандалами. Дело дошло до того, что в 1997 году он покусал другого видного американского супертяжеловеса Эвандера Холифилда, за что был дисквалифицирован. Столь суровое наказание последовало за повторный укус; за первый Тайсон получил предупреждение, но продолжив бой, откусил у соперника кусок уха. Только тогда рефери остановил схватку.

Вот еще один пример неспортивного поведения. В многодневном чемпионате США, где за приз в 5 миллионов долларов бились 100 боксеров разной силы, каждые двое проводили между собой один бой, получая за победу очко. И тут один жуликоватый спортсмен подговорил нескольких боксеров в одном из боев положить себе в перчатку свинцовую подкову, тем самым гарантируя победу (но если подкова у обоих соперников, то верх берет действительно сильнейший). В итоговой таблице нашлись три боксера, выигравшие больше боев, чем трое сильнейших. Каким могло быть наименьшее число заговорщиков?

IBO (Международная боксерская организация). Первый чемпион — американец Пинклон Томас (1992). Единственным чемпионом в четырех ассоциациях — WBA, WBC, IBF, IBO, — причем одновременно, был Леннокс Льюис (Великобритания). Чемпионами в трех ассоциациях (чаще не одновременно), кроме перечисленных, становились Хасим Рахман (WBC, IBF, IBO), Владимир Кличко (IBF, WBO, IBO), Майкл Мурер и Риддик Боу (WBA, IBF, WBO).

8. В турнире по боксу участвуют 64 спортсмена разной силы. Можно ли за 70 схваток выявить двух сильнейших?

Баскетбол и волейбол

В баскетболе цель игры — забросить мяч в кольцо соперников, чем больше, тем лучше. Попадание приносит 2 очка, 3 (с далекого расстояния) или 1 (штрафной бросок). Победа в матче приносит 2 турнирных очка, поражение — 0. Ничьих в баскетболе не бывает, при равном счете назначается дополнительное время. Исключение — парные встречи в соревновании по олимпийской системе. Тогда первая может закончиться вничью, и победитель определится во второй.

В волейболе цель игры — ударить по мячу так, чтобы он, перелетев сетку, приземлился на территории противника. В этом случае команда завоевывает очко. Для победы в партии надо набрать 25 очков (при счете 24:24 игра продолжается до разницы в 2 очка). При счете по партиям 3:0 или 3:1 выигравшая команда завоевывает 2 очка, проигравшая — 0. При счете 2:2 после четырех партий в решающей пятой партии для победы надо набрать 15 очков. В этом случае выигравшая команда завоевывает 1 очко, проигравшая — 0. Ничьих в волейболе не бывает.

1. *Задача-шутка.* В баскетбольной команде полтора игрока забрасывают в кольцо 22,5 мяча за полтора матча. Если все игроки равноценны, сколько очков наберет команда (5 игроков) за матч? (Считайте, что 1 заброшенный мяч — 2 очка).

2. В баскетбольном турнире 18 команд провели 8 туров — каждая сыграла с восемью разными командами. Докажите, что найдутся три команды, еще не сыгравшие между собой ни одного матча.

Американскому баскетболисту Уилту Чемберлену принадлежит множество уникальных рекордов, вот самый известный из них. В матче, состоявшемся в 1962 г., его «Филадельфия Уорриорз» победила «Нью-Йорк Никс» с невероятным счетом 169:147. При этом Чемберлен с игры попал в корзину 36 раз (72 очка) и забросил 28 штрафных (28 очков). Таким образом, на его счету оказалось 100 очков!

3. В двухкруговом турнире (все команды встречаются между собой дважды) по волейболу единоличный победитель набрал 13 очков. Последнее место разделили две команды с 10 очками. Сколько всего команд участвовало в турнире?

4. В волейбольном турнире играли 10 команд. Докажите, что если команда, занявшая n-е место, набрала x_n очков ($n=1, \ldots, 10$), то $x_1+2x_2+\ldots+10x_{10} \geqslant 165$.

5. После окончания волейбольного чемпионата (в один круг) оказалось, что каждая команда выиграла столько же матчей, сколько все побежденные ею команды вместе взятые (победа — 1 очко, поражение — 0). Сколько всего команд участвовало в первенстве?

6. В чемпионате Физтеха по волейболу приняло участие несколько команд. Команда A считается сильнее B, если либо A выиграла у B, либо имеется команда C, у которой A выиграла, а при этом C выиграла у B. Докажите, что если команда T стала чемпионкой института, то она сильнее всех остальных.

7. В круговом волейбольном турнире 20 % всех команд не одержали ни одной победы. Сколько команд в нем участвовало?

Мото, вело и автоспорт

В этом разделе объединены разные виды спорта «на колесах» — мотоциклетные, велосипедные и автомобильные гонки.

1. *Задача-шутка.* Два мотоциклиста стартуют одновременно. Один проходит каждый круг за 1 мин, а второй за 1 мин 5 с. Через сколько кругов второй гонщик догонит первого и в каком месте круга?

2. Один из организаторов мотогонок по гаревой дорожке сам вынужден был пропустить чемпионат Ростова, но узнал от своих коллег, что гонщиков было столько же, сколько заездов; в каждом заезде, как обычно, стартовало четверо, причем каждый имел возможность помериться силами с любым другим гонщиком лишь в одном заезде. Сколько всего было гонщиков?

3. По случаю Дня физкультурника в Москве и Санкт-Петербурге прошел массовый заезд велосипедистов. Из обоих городов навстречу друг другу выехали группы спортсменов (лидеры команд двигались со скоростью 35 км/час). Вместе с московской группой со скоростью 60 км/час вылетела муха. Она долетела до петербуржцев, повернула обратно, долетела до москвичей и снова развернулась. И так муха резвилась с велосипедистами, пока они не встретились, только тут она успокоилась. Сколько километров пролетела муха?

4. Два велосипедиста с места старта двинулись в противоположных направлениях по треку, второй на 5 мин позже первого. Первый преодолевает круг за 12 мин, второй — за 10 мин. Когда велосипедисты встретятся?

5. Две наши известные велосипедистки Анна Конкина и Надежда Кибардина отправились в спортивный клуб, расположенный в 20 км от Москвы. Но после того как они проехали 4 км, велосипед Анны сломался, и ей пришлось его оставить. Опаздывая на заседание секции, девушки думали, как ускорить свое движение. У них был выбор: обеим идти пешком (со скоростью 4 км/час) или одной идти, а другой ехать на оставшемся велосипеде (со скоростью 8 км/час). Велосипедистки составили простой план, который позволил им добраться до базы меньше чем за 4 часа. Какую комбинацию ходьбы и езды они использовали?

6. Один из этапов автогонки Париж–Дакар чрезвычайно опасен. Начинается он с маленького и узкого моста, где один из пяти автомобилей обычно падает в воду. Затем следует ужасный крутой вираж, на котором три машины из десяти сваливаются в кювет. Далее на пути встречается настолько темный и извилистый туннель, что одна из десяти машин попадает в ДТП. А последний участок пути проходит по песчаной дороге, где два автомобиля из пяти безнадежно увязают в песке. Какой общий процент машин сходит с дистанции во время этого неприятного этапа автогонки?

Хоккей

Хоккей с шайбой — зимний вид спорта, весьма популярная игра. Ее цель — забросить клюшкой как можно больше шайб в ворота соперника. В турнире по круговой системе матч может закончиться вничью. За победу присуждается 2 очка, за ничью — 1, за поражение — 0. Но в соревнованиях по олимпийской системе ничьих не бывает, при равном числе очков проводится овертайм — дополнительное время, причем игра идет до первой забитой шайбы. Если несколько овертаймов не принесли результата, то назначаются буллиты (хоккейные пенальти).

1. *Задача-шутка.* Матч между московскими командами «Спартак» и ЦСКА в чемпионате страны закончился крупной победой «Спартака» 16:13. В один момент он уже забросил столько шайб, сколько ЦСКА еще оставалось забросить. Сколько к этому моменту было заброшено обеими командами вместе?

2. В круговом турнире участвуют 8 команд, 4 из которых выходят в финал. Какое наименьшее число очков должна набрать команда, чтобы обеспечить себе место в финале?

3. В чемпионате Континентальной хоккейной лиги (КХЛ) играло шесть команд: «Барыс», «Динамо», «Донбасс», «Локомотив», «Металлург», «Салават Юлаев». Известно, что «Барыс» отстал от «Динамо» на три места, «Донбасс» оказался между «Локомотивом» и «Металлургом», «Салават Юлаев» опередил «Динамо», но отстал от «Металлурга». Какое место заняла каждая из команд?

4. В чемпионате мира по хоккею с шайбой одновременно проводится и чемпионат Европы. Среди 20 команд k европейских, результаты встреч между ними в чемпионате мира идут в зачет чемпионата Европы. При каком наибольшем k может оказаться, что команда, ставшая чемпионом Европы (набрала наибольшее число очков), занимает последнее место в чемпионате мира (набрала наименьшее число очков)?

5. Три команды НХЛ «Монреаль», «Нью Джерси» и «Каролина» провели три матча между собой. Счет всех матчей содержал числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разница между наибольшим числом забитых шайб «Монреалем» и «Нью Джерси» на единицу больше разницы между наименьшим число шайб, забитых «Нью Джерси» и «Каролиной». Наибольшая сумма забитых шайб (во всех матчах) у команды, проигравшей наибольшее число матчей. Какая команда забила больше всех шайб?

6. Знаменитый вратарь Владислав Третьяк присутствовал на чемпионате мира по хоккею, а когда вернулся, узнал, что его снова избрали президентом Российской федерации хоккея, причем за него было подано больше 68, но меньше 69 процентов голосов. Какое наименьшее число специалистов по хоккею могло участвовать в голосовании?

Водные виды спорта

В последнем разделе содержится несколько задач про водные виды спорта.

1. Если великий американский пловец Майкл Фелпс отдаст нашей легендарной гимнастке Ларисе Латыниной две из своих олимпийских медалей, у них будет поровну. А если Латынина отдаст Фелпсу восемь своих наград, у него станет в три раза больше, чем у нее. Сколько всего медалей у Фелпса?

2. Олимпийский чемпион по гребле на каноэ в Пекине-2008 Максим Опалев перед важными соревнованиями тренируется то на реке, то на озере. Ему требуется 2 часа, чтобы спуститься на каноэ вниз по реке, и 3 часа, чтобы вернуться обратно. А сколько времени потребуется ему, чтобы пройти по озеру то же расстояние, которое по реке он преодолевает за 5 часов?

3. В бассейне МГУ проходили соревнования по четырёхборью, в котором пловцы соревновались в плавании кролем, брассом, баттерфляем и на спине. Среди других спортсменов в нём участвовали четверо мастеров: Долматовский, Ешанов, Левнер и Разумовский. Звали их Александр, Евгений, Игорь и Борис. В первый день соревнований каждый выступал только в одном из видов плавания, успели они и поболеть за своих коллег. Долматовский и Левнер сидели на трибуне во время заплыва баттерфляем, в котором отличился Александр. Евгений расстроился, что ему не хватило всего 1 секунды для рекорда в брассе. Борис и Евгений уговорили Александра поболеть с ними, когда в заплыве кролем будет выступать Разумовский. Определите фамилии, имена и виды плавания всех четырёхборцев.

Число и спорт

Вундеркинды: клюшкой по мячу в один год

В спорте установлены сотни и тысячи самых разных рекордов. Особый интерес представляют, с одной стороны, юные спортсмены, совсем рано добившиеся выдающихся успехов, — спортивные вундеркинды, а с другой, «вундеркинды наоборот» — великовозрастные спортсмены, до преклонных лет показывающие результаты мирового уровня. Можно считать, что и те, и другие имеют прямое отношение к нашей книге, поскольку обе категории спортсменов характеризуются любопытными цифровыми показателями. В этом разделе речь пойдет о вундеркиндах в спорте, а в конце его будет дана краткая информация по великовозрастным чемпионам.

Хрестоматийный пример вундеркиндов всех времен и народов — великий композитор Вольфганг Амадей Моцарт. Свои первые сочинения он написал в 4 года, в 7 лет уже выступал с концертами в Париже и Лондоне, в 12 создал первые оперы. Недаром талантливые спортсмены юного возраста часто удостаиваются титула «Моцарт» — Моцарт тенниса, Моцарт шахмат и т. д. Немало известно и вундеркиндов-математиков, вот несколько самых знаменитых имен: Карл Фридрих Гаусс, Джон фон Нейман, Блез Паскаль, Эварист Галуа, Андре Мари Ампер, Сергей Мергелян и др.

Но, конечно, в нашей «математико-спортивной» книге нас больше интересуют вундеркинды спорта. Если сейчас возраст участников соревнований часто ограничен 15 годами, то раньше этого не было и вундеркинды могли проявить свой талант в более раннем возрасте, причем на самом высоком уровне, включая Олимпийские игры.

Теннис

Звезды тенниса Моника Селеш, Мартина Хингис и Дженнифер Каприати уже в 15–16 лет выигрывали турниры Большого шлема. Уникальная судьба у американки Дженнифер Каприати. К счастью, Дженнифер не «сгорела» в ранней юности, хотя предпосылки для этого были. Сверходаренная девочка прогрессировала семимильными шагами и в профессиональном туре дебютировала в 14 лет. А меньше чем через год, в 14 лет и 235 дней, оказалась самой молодой теннисисткой, вошедшей в Топ-10 мирового рейтинга. Каприати дошла до полуфиналов Уимблдона и открытого чемпионата США, в 16-летнем возрасте выиграла «золото» Олимпиады в Барселоне-1992. На восходящую звезду обрушилась бешеная популярность, но столь пристального внимания к своей персоне Дженнифер не выдержала и покатилась по наклонной. После ряда неудач в теннисе 17-летняя Каприати прервала карьеру на неопределенный срок. Начала употреблять марихуану, за хранение которой была арестована, лечилась в наркологических клиниках. Ее также уличили в краже дешевой безделушки в ювелирном магазине. Но надо отдать Дженнифер должное — она преодолела психологический кризис и вернулась в большой спорт, причем в 25 лет добилась феноменальных успехов — выиграла Открытый чемпионат Австралии и Ролан Гаррос, став первой ракеткой мира. Из-за травм свой последний профессиональный матч Каприати сыграла в 2004 году в возрасте 28 лет.

Давным-давно, в 1887 г., победительницей одного из первых Уимблдонов стала 15-летняя Шарлота Додд. Но и 17-летнюю россиянку Марию Шарапову, выигравшую этот престижный турнир почти 120 лет спустя, в 2004 г., можно отнести к вундеркиндам. Самым юным победителем турнира Большого Шлема в 1985 году стал Борис Беккер, покоривший Уимблдон в 17 лет и 7 месяцев. Но вскоре его рекорд побил Майкл Чанг, выигравший Открытый чемпионат Франции в 17 лет и 3 месяца.

Легкая атлетика

Самые молодые олимпийские чемпионы–девушки: 15-летняя американка Барбара Перл Джоунс в Хельсинки-1952 победила в эстафетном беге 4 × 100 м, а немка Ульрика Мейфарт в 16 лет на Олимпиаде в Мюнхене-1972 стала первой в прыжках в высоту.

Гимнастика

Спортивная гимнастика — один из самых «молодых» видов спорта, особенно женская. Знаменитые чемпионки Надя Комэнечи и Даниэла Силиваш из Румынии, советские гимнастки Нелли Ким, Ольга Бичерова, Ольга Корбут выигрывали престижные соревнования в 13–15 лет. Суперрекордсменкой, конечно, была Комэнечи — в 14 лет на Олимпиаде в Монреале-1976 она завоевала пять медалей, в том числе три золотых, стала первой гимнасткой, получившей на Играх высшую оценку — 10 баллов. Через год Надя выиграла чемпионат Европы, опередив советскую гимнастку Нелли Ким, а также завоевала звание абсолютной чемпионки мира. Выступления юной Комэнечи всегда отличала необыкновенная сложность. Она редко ошибалась и никогда не делала себе поблажек. На следующей Олимпиаде, в Москве-1980 Надя выиграла еще два «золота» в отдельных видах многоборья. В конце 1980-х перебралась в США, где ее назвали лучшей гимнасткой XX века.

Надо сказать, что сейчас в гимнастике, как и во многих других видах спорта, введены строгие ограничения — большая физическая и нервная нагрузка в раннем возрасте могут быть очень вредны. На крупные соревнования не допускаются спортсмены моложе 16 лет (на самом деле, 15 — смотрят по году рождения), и поэтому успехи вундеркиндов теперь менее заметны, они выступают на отдельных молодежных соревнованиях. С женской гимнастикой дело обстоит непросто. За коротким периодом расцвета у девочек следует связанный с ростом спад, который часто оказывается необратимым. Неудивительно, что этот вид лидирует по числу возрастных скандалов.

Первый конфликт в 1980-е годы как раз затронул румынских гимнасток. Даниэла Силиваш выиграла молодежный чемпионат Румынии в 9 лет, на чемпионате мира 1985 года официально в 15, а на самом деле в 13, стала чемпионкой в упражнениях на бревне. Скандал разразился после того, как обнаружилось, что спортивные чиновники завысили ее возраст на два года, но, к счастью для Даниэлы, на Олимпиаде в Сеуле-1988 ей уже исполнилось 16. Тогда же юную гимнастку ждал выдающийся успех — ей достались медали во всех видах программы, три из них золотые. «Мне просто вручили новые документы и проинформировали, что я стала на два года старше», — вспоминала впоследствии Даниэла. На чемпионате мира 1989 года она опять стала трехкратной победительницей. Однако юный организм все же не выдержал сверхнагрузок. Уже в 17 лет Силиваш получила тяжелую травму ноги, и вскоре гимнастка закончила спортивную карьеру. Как и Комэнечи, она уехала в Америку, где работает тренером.

В один ряд с румынками можно поставить украинку Татьяну Гуцу, которая в Барселоне-1992 в 15 лет завоевала два олимпийских «золота», «серебро» и «бронзу». Гван Сук Ким (Северная Корея) победила в чемпионате мира в упражнениях на брусьях в 1991 году, показав сложную комбинацию. Но на Олимпиаде в Барселоне-1992 последовал скандал с выяснением ее возраста. Год рождения гимнастки так и не удалось установить точно, но, скорее всего, она стала чемпионкой в 11 лет! К Играм ее не допустили, наказали и всю команду, но золотую чемпионскую медаль не отобрали.

После Олимпиады в Пекине-2008 аналогичный скандал с возрастом китайских девушек завершился благополучно — доказательством соблюдения возрастных норм. Но тут же последовало новое разбирательство — в излишней молодости были заподозрены китайские участницы Олимпиады в Сиднее-2000. Выяснилось, что Донг Фансяо в момент выступлений было всего 14 лет, и почти через десятилетие сборная Китая была лишена бронзовых медалей в командном первенстве.

Осталось вспомнить, что вундеркиндский рекорд на все времена установил на первой современной Олимпиаде в Афинах-1896 «ребенок» Димитриос Лундрас. Выступая за Грецию, он завоевал «бронзу» в командных соревнованиях на брусьях… в 10 лет! Рекорд, который никогда не будет побит.

Плавание

Галина Прозуменщикова, первая советская олимпийская чемпионка в брассе, в 16 лет выиграла 200 м на Олимпиаде в Токио-1964. Лина Качюшите в 14 лет, тоже на 200 м брассом, победила на чемпионате мира, а в 15 стала олимпийской чемпионкой а Москве-1980. В таком же возрасте первой была в брассе и Рута Мейлутите (Литва), олимпийская чемпионка в Лондоне-2012.

Майкл Фелпс добился феноменальных успехов на Олимпиадах в Афинах-2004, Пекине-2008 и Лондоне-2012, побив все медальные рекорды; он один из самых знаменитых вундеркиндов. В 15 лет участвовал в своей первой Олимпиаде в Сиднее-2000, был самым молодым пловцом в сборной США за всю историю. А начиная со следующих Игр, на него полил золотой дождь… Секрет Фелпса в том, что в детстве ему поставили модный в Америке диагноз «гиперактивность с дефицитом внимания» и посоветовали заняться плаванием. И вот результаты: в общей сложности у него 22 олимпийские медали, 18 из них — золотые. Он на 4 медали побил рекорд Ларисы Латыниной, державшийся почти полвека.

А вундеркиндский рекорд принадлежит Инге Серенсен (Дания) — на Олимпиаде в Берлине-1936 она завоевала «бронзу» брассом, когда ей было всего 12 лет.

Прыжки в воду

Фу Минся успела выиграть олимпийское «золото» в Барселоне-1992 до введения возрастных ограничений, ей было всего 13 лет. Китаянка — обладательница четырех золотых медалей на трех Олимпиадах. А самой молодой чемпионкой мира в истории в прыжках с 10-метровой вышки она стала еще раньше — в 12 лет. Через десять лет она добилась в спорте всего, что только можно, и потеряла к нему интерес. Еще две 13-летние девушки (обе из США), чуть старше китаянки, побеждали на Олимпиадах: в Берлине-1936 — Марджори Гестринг, а спустя двадцать лет в Мельбурне-1956 Патрисия Маккормик завоевала сразу два «золота».

Тяжелая атлетика

Штангист Наим Сулейманов (Сулейманоглу), выступавший за Болгарию, а затем за Турцию, в 15 и 16 лет побил два мировых рекорда. Уникальное достижение, если учесть, что этим видом спорта обычно только начинают заниматься в более позднем возрасте! Юный тяжелоатлет, прозванный за свой миниатюрный рост (147 см) Карманным Геркулесом, мог одержать победу еще на Олимпиаде в Лос-

Анджелесе-1984, но в том году социалистические страны бойкотировали Игры. Приняв турецкое гражданство, Наим завоевал «золото» на Олимпиаде в Сеуле-1988. Причем за право его выступления на этих соревнованиях Турции пришлось заплатить Болгарии миллион долларов отступных. Экс-вундеркинд несколько раз бросал спорт, а потом снова возвращался. В итоге покинул помост в ранге семикратного чемпиона мира и трехкратного олимпийского.

Гольф

Лучший гольфист на планете американец Тайгер Вудс поражал всех чуть ли не с пеленок. Ему было около года, когда он первый раз ударил клюшкой по мячу, в два годика мог сыграть несколько лунок, в 7 обыгрывал соперников вдвое старших себя, а в 16 уже вышел на мировой уровень.

Еще один вундеркинд в гольфе, тоже из США, — Мишель Ви. Родившаяся на Гавайях, дочь южнокорейских эмигрантов впервые взяла клюшку в 4 года и быстро заставила говорить о себе весь мир. Уже в 10-летнем возрасте она установила рекорд: стала самой юной участницей женского любительского турнира. В 11 лет Ви выигрывала крупные взрослые состязания, а в 13 (и этот рекорд не побит до сих пор) завоевала титул на турнире Американской ассоциации гольфа. Огромный талант и яркие внешние данные быстро превратили девочку-подростка в самую раскрученную гольфистку планеты. Мишель выиграла два профессиональных турнира, мечтала обыграть своего кумира Тайгера Вудса, но на мужских турнирах многого не добилась.

Футбол

В тех видах, где требуется недюжинная физическая сила, можно несколько снизить требования, например, футболистов, хоккеистов и баскетболистов, ставших звездами первой величины в 17 лет, тоже считать вундеркиндами. Конечно, в футболе вундеркинд номер 1 — бразилец Пеле, который в 15 лет играл за «Сантос», а уже через два года стал чемпионом мира, выступая за сборную своей страны.

Два примера из отечественного футбола. Эдуард Стрельцов в 16 лет выступал за московское «Торпедо», а через полтора года — за команду СССР. Спустя почти полвека вратарь ЦСКА Игорь Акинфеев в 17 лет стал чемпионом России и сразу попал в сборную страны. Вскоре он завоевал другие почетные титулы: обладатель Кубка УЕФА, Кубка и Суперкубка России.

Самым настоящим вундеркиндом футбола был английский малыш Сонни Пайк. Еще в 7 лет его по одаренности сравнивали с Марадоной и даже заключили (с разрешения родителей) контракт с амстердамским «Аяксом». Так Сонни стал самым юным профессиональным футболистом в истории. Популярность мальчика взлетела до небес, его постоянно приглашали на телешоу, в начале 1990-х он превратился в медийную звезду. Из-за такого прессинга Пайк лишился не только детства, но и возможности развивать свои футбольные таланты. Сонни не оправдал завышенные ожидания и уже в 16 лет понял, что на супервысоком уровне ему играть не суждено, несмотря на светлую голову и отличную технику. Поиграв несколько сезонов за любительские клубы, Пайк бесследно исчез из футбола.

Хоккей

Среди хоккеистов выделялся легендарный советский вратарь Владислав Третьяк: уже в 16 лет он защищал ворота команды мастеров. А женский вундеркиндский рекорд долгое время принадлежал голкиперу сборной Швеции — Ким Мартин. На Олимпиаде в Солт-Лейк-Сити-2002 в 15-летнем возрасте она помогла своей команде впервые в истории завоевать олимпийскую бронзу. В Сочи-2014 самой юной хоккеисткой была 15-летняя швейцарка Алина Мюллер. И в сборной России есть два вундеркинда. Вратарю Анне Пруговой на Олимпиаде в Ванкувере-2012 было 16 лет, и она была самой молодой хоккеисткой. А в Сочи-2016 в нападении играла 16-летняя Анна Шохина.

Фигурное катание

Норвежская фигуристка Соня Хени впервые участвовала в Олимпийских играх в 11 лет, а в 15, в Амстердаме-1928, выиграла свое первое «золото» в женском одиночном катании. Соня Хени не только достигла невиданных успехов в спорте, но и стала самой высокооплачиваемой актрисой Голливуда 30-40-е гг. Благодаря ей фигуристки сменили тяжёлые чёрные одежды на яркие маленькие платьица; в них девушки выступают на льду и сегодня.

Соня Хени — трёхкратная олимпийская чемпионка (1928-1936 гг.), десятикратная — мира, шестикратная — Европы. В 1936 г. Хени отправилась покорять Америку. В Нью-Йорке в Медисон-сквер-гарден она выступала с собственной программой, напоминавшей современные профессиональные шоу. Славу кинозвезды Хени принес фильм «Серенада Солнечной долины» (1941 г.), в котором она сыграла главную роль и продемонстрировав свое мастерство и на льду, и на снегу (в горных лыжах). Картина с успехом обошла все экраны мира. Прошло почти восемьдесят лет, а она до сих пор представляет собой яркий пример соединения искусства и спорта.

Только спустя семь десятилетий, в Нагано-1998, вундеркиндский рекорд Сони Хени побила американка — Тара Липински, завоевавшая золотую медаль, будучи на два месяца моложе Хени. Таре немного не хватало артистизма, но зато удавались сложные прыжки. В 13 лет она дебютировала на чемпионате мира, а уже на следующий год победила в нем. Столь юной чемпионки в фигурном катании уже никогда не будет, поскольку Международный союз конькобежцев ввел тогда возрастные ограничения, а Тара успела проскочить и вслед за первенством мира одержала победу на Олимпиаде в Нагано. Таким образом, 15-летняя Липински – самая юная чемпионка зимних Игр в индивидуальных видах за всю историю. Спустя пару лет Тара победила на первенстве планеты среди профессионалов, но затем ее беспокоить застарелая травма бедра, в 19 лет после падения во время шоу «Звезды на льду» в Сент-Луисе случился очередной рецидив, и Липински покинула спорт.

И вот совсем недавно, спустя 16 лет, на Олимпиаде в Сочи-2014 рекорд Липински — на неделю! — превзошла почти ее однофамилица российская фигуристка Юлия Липницкая. Тара стала олимпийской чемпионкой в 15 лет 255 дней, а Юлия — в 15 лет 249 дней! Правда, «золото» ей досталось не в личном, а в командном первенстве.

Еще один американский вундеркинд: Мишель Кван в 13 лет — призер чемпионата США, а в 16 — чемпионка мира (ныне уже пятикратная).

Первой из фигуристок СССР в одиночном женском катании, призером чемпионата Европы, стала Елена Водорезова, уже в 12 лет она уверенно выступала в чемпионатах страны. Украинка Оксана Баюл занялась фигурным катанием в 3 года, в 15 стала чемпионкой мира, в 16 выиграла Олимпийские игры.

В XXI веке в России появились новые юные звезды. Взрослый чемпионат России 2009 года выиграла 12-летняя Аделина Сотникова, второе место тоже заняла 12-летняя фигуристка Лиза Туктамышева. А спустя пять лет, в Сочи-2014, великолепная Сотникова завоевала золотую олимпийскую медаль, первую в истории женского одиночного катания для нашей страны. Вот так — экс-вундеркинд Елена Водорезова вырастила современного вундеркинда Аделину Сотникову!

Стоит вспомнить и парное катание. В этом виде рекорд принадлежит Макси Гербер (Германия). В Гармиш-Партенкирхене-1936 она стала олимпийской чемпионкой в 15 лет.

Конькобежный спорт

Если считать командные соревнования, то рекордсменкой в зимних видах является Ким Юн Ми из Южной Кореи — на Олимпиаде в Лиллехаммере-1994 в 13 лет 85 дней она стала чемпионкой в шорттреке — эстафете на 3000 м.

Лыжный спорт

Советская конькобежка Мария Исакова в 16 установила мировые рекорды сразу на трех дистанциях.

Шахматы

Это одновременно и зимний и летний вид спорта. Шахматы всегда были «рассадником» вундеркиндов. Это и понятно — игра содержит в себе элементы науки и искусства, а именно в этих областях особенно часто рождаются гении. Самые первые вундеркинды — Хосе Рауль Капабланка (Куба) и Сэмюэль Решевский (США), талант которых проявился в начале XX века. Будущий чемпион мира Капабланка в 13 лет стал чемпионом своей страны, а будущий претендент Решевский в 9 лет разъезжал по столицам Европы, а затем по Америке с сеансами одновременной игры.

Особый интерес вызывают шахматисты, которые еще в школьные годы добились гроссмейстерского титула (когда Капабланка и Решевский были юными, это звание еще не существовало). Первый такой корифей — Бобби Фишер, он стал гроссмейстером в 15 лет, в этом же возрасте норму мужского гроссмейстера выполнила и венгерская чудо-девушка Юдит Полгар, сильнейшая шахматистка на планете за всю историю шахмат. В дальнейшем, не достигнув совершеннолетия, высший титул завоевывали многие шахматисты, самые знаменитые из них — чемпионы мира Борис Спасский, Гарри Каспаров, Владимир Крамник (Россия) и нынешний король Магнус Карлсен (Норвегия), ставший гроссмейстером в 13 лет. В наше время число вундеркиндов заметно возросло, причем все чаще отличаются 13- и 14-летние игроки, абсолютный рекорд принадлежит Сергею Карякину (Россия) — гроссмейстер в 12 лет! В 2014 году он участвовал в турнире претендентов на шахматную корону в Ханты-Мансийске и занял второе место, уступив только Ананду.

Вот самые известные шахматисты, ставшие гроссмейстерами в 14 лет: вице-чемпион мира Петер Леко (Венгрия), экс-чемпион мира ФИДЕ Руслан Пономарев (Украина), претендент Теймур Раджабов (Азербайджан), французские гроссмейстеры Этьен Бакро и Максим Вашье-Лаграв, голландец Аниш Гири, чемпионка мира Хоу Ифань (как и Полгар, она мужской гроссмейстер), итальянец Фабиано Каруана, самый юный гроссмейстер в России Даниил Дубов. А в 13 лет высшего титула добились чемпион мира Магнус Карлсен (Норвегия), Сянжи Бу (Китай), Паримарьян Неги (Индия) и др.

Одна из причин массового появления выдающихся шахматистов в столь раннем возрасте — безусловно, доступность мощных шахматных программ для обучения и совершенствования.

Бильярд

Рекордсмен-вундеркинд еще в одном летне-зимнем спорте — москвичка Диана Миронова. Когда отец привел Диану в бильярдный клуб в первый раз, она даже не доставала до края стола. Но уже в 12 лет на взрослом чемпионате мира среди женщин по русскому бильярду Диана завоевала «серебро» и с тех пор побеждает на всех турнирах, в которых участвует — чемпионатах страны, первенствах мира и Европы среди девушек и среди взрослых. Впрочем, по словам девушки, останавливаться на достигнутом она не собирается. Миронова собирается на равных сражаться в русском бильярде с мужчинами, а затем освоить более популярный во всем мире пул.

Великовозрастные чемпионы

Восхищение вызывают не только юноши и девушки, быстро взошедшие на вершину, — спортивные вундеркинды, но и люди в возрасте, которые, не взирая на годы, продолжают показывать выдающиеся результаты. Если вундеркинды, основные герои этого раздела, — в основном школьники, то для великовозрастных спортсменов диапазон цифр значительно шире. В зависимости от вида спорта, это может быть и 30 лет, и 50, и 70. Увы, у каждого чемпиона наступает пора, когда в силу естественных причин ему приходится оставить большой спорт. Однако некоторые из корифеев продолжают удивлять болельщиков и долго держатся на мировом уровне. Для полноты картины в рассказе о спортивных вундеркиндах стоит упомянуть и самых известных великовозрастных спортсменов.

Футбол

Начнем с короля игры Пеле, трехкратного чемпиона мира в составе сборной Бразилии. Этот легендарный нападающий был, как мы помним, вундеркиндом, и спортивную карьеру завершил не рано для футболиста — в 38 лет. Один из лучших вратарей на планете за всю историю Лев Яшин выступал за сборную СССР тоже до 38 лет, а за московское «Динамо» даже до 41. Среди советско-российских ветеранов рекордсмен — Анатолий Давыдов из «Зенита», закончивший карьеру в 43 года. Уникальное достижение, которое может стать вечным, совсем недавно, на чемпионате мира в Бразилии-2014, установил голкипер из Колумбии Фарид Мондрагон. Он вышел на поле защищать ворота своей сборной (и удержал их) в 43 года и 3 дня — в таком возрасте на мировых чемпионатах не играл еще никто. Предыдущий рекорд нападающего Камеруна Роже Милла держался 20 лет! В 1994 г. он не только играл, но и забивал в возрасте «всего лишь» 42 года и 39 дней.

Легкая атлетика

Легендарный спринтер Мерлин Отти в 48 лет рассчитывала участвовать в своей восьмой Олимпиаде в Пекине, но, к сожалению, не попала в команду. За свою карьеру она завоевала 9 олимпийских медалей — 3 серебряных и 6 бронзовых, на ее счету также 14 наград в чемпионатах мира. В 1998 году Отти перебралась с Ямайки в Словению и с тех пор представляла эту страну. Восемь наград у Мерлин было уже после Атланты-1996. Интересно происхождение девятой медали в 2007 году за Олимпиаду в... Сиднее-2000!

Дело в том, что известная бегунья Мэрион Джонс призналась в применении допинга и была лишена всех наград. В результате произошли изменения в олимпийской статистике, и в беге на 100 м Отти переместилась с четвертого места на третье, то есть пополнила свою коллекцию еще одной «бронзой». Попутно она стала самым возрастным призером Олимпиад за всю историю легкой атлетики.

А среди мужчин лидирует англичанин Теббс Джонсон, который в 48 лет на Олимпиаде в Лондоне-1948 получил «бронзу» в ходьбе на 50 км.

Американка Милдред Дидриксон, двукратная олимпийская чемпионка, — одна из самых разносторонних спортсменок. В 14 лет ее прозвали Бейб за успехи в бейсболе (по имени известного бейсболиста Бейба Рута), в 15 лет играла за команду своего города в баскетбол. На Олимпиаде в Лос-Анджелесе-1932 она выиграла бег на 80 м с барьерами и метание копья, установив два мировых рекорда, а в прыжках в высоту завоевала «серебро», тоже улучшив высшее достижение. После этого Дидриксон ушла из легкой атлетики и много лет играла в гольф, была признана лучшей гольфисткой мира, в 40 лет — она самая высокооплачиваемая спортсменка, выиграла больше 30 турниров. Увы, спортивное долголетие Милдред не означало долгой жизни — спортсменка рано умерла.

Плавание

В Пекине-2008 самым возрастным призером среди женщин стала американка Дара Торрес — олимпийское «серебро» в трех видах плавания в 41 год. Здесь был установлен и рекорд по разнице возраста призеров, участвующих в одном заплыве — четверть века: «серебро» у Торрес, а «бронза» у 16-летней австралийки Кейт Кэмпбелл. В коллекции Дары 12 олимпийских наград — по 4 золотые, серебряные и бронзовые. Готовилась она и к Олимпиаде в Лондоне-2012, и ей не хватило всего 0,009 сек, чтобы попасть в команду.

Велосипедный спорт

Самая титулованная гонщица в истории — француженка Жанни Лонго, единственная участница всех олимпийских состязаний на шоссе до 2008 года. В коллекции Лонго золотые медали и многочисленные рекорды 13 чемпионатов мира. Жанни — олимпийская чемпионка Атланты-1996 и обладательница еще трех наград. В Пекине-2008, на своей седьмой Олимпиаде подряд, она заняла четвертое место, лишь 2 секунды уступив бронзовому призеру. «Бабушка велосипедного спорта», как ее ласково называют, обогнала многих соперниц, которые были моложе ее в два, а то и в три раза. А ведь вскоре после Игр Лонго исполнилось 50 лет! Жанни собиралась и в Лондон, ее планам помешал не возраст, а, как это сейчас часто случается, неприятная допинговая история.

Стрельба

Настоящий суперрекорд давным-давно установлен в стрелковом спорте. Швед Оскар Сван в 64 года 258 дней на Олимпиаде в Стокгольме-1912 завоевал золотую медаль в стрельбе по мишени «бегущий олень». А на Олимпиаде в Антверпене-1920 получил «серебро» в этом же виде в возрасте 72 лет 10 месяцев.

Конный спорт

Здесь не требуется большая сила и выносливость, но очень важен опыт. Советский мастер выездки Иван Кизимов в 44 года стал олимпийским чемпионом в Мюнхене-1972. Самый возрастной наездник Иван Калита завоевал золотую медаль в 45 лет.

Хоккей

Самые возрастные хоккеисты — Бела Ордоди (Венгрия) и Альфред Штейнка (Германия); на Олимпиаде в Санкт-Морице-1928 им обоим было по 48 лет.

В хоккее современный ветеран номер 1 — финн Селянне Тему. Сочи-2014 была его шестой Олимпиадой, 43-летний Селянне сыграл решающую роль в победе Финляндии над Россией и завоевал «бронзу». А знаменитому чеху Яромиру Ягру в Сочи исполнилось 42. Российский ветеран Вячеслав Фетисов, 2-кратный олимпийский чемпион, 7-кратный чемпион мира, завершил карьеру в 1998 году в 40 лет. В декабре 2009-го в 51 год он сыграл в официальном матче за ЦСКА, жаль, что только один раз.

Рекордсмен-ветеран хоккея, а, похоже, и всех игровых командных видов — канадец Горди Хоу, нападающий «Детройт Ред Уингз» и обладатель четырех Кубков Стэнли. Он успешно выступал до 52 лет, а в 1997 г., в 69, снова вышел на ледовую площадку, став единственным за всю историю спортсменом, участвовавшим в профессиональных соревнованиях в 40-е, 50-е, 60-е, 70-е, 80-е и 90-е годы!

Лыжный спорт

Советская лыжница Раиса Сметанина, участница пяти Олимпиад и пятикратная чемпионка мира, свое последнее «золото» завоевала в 1992 году в 40 лет.

Санный спорт

Анни Абернати, американка с Виргинских островов, на Олимпиаде в Турине-2006 в 52 года стала самой возрастной участницей зимних Олимпиад. А советский саночник Альберт Демченко на своей седьмой Олимпиаде в Сочи-2014 в 42 года дважды завоевал серебряную медаль — в одиночных соревнованиях и в эстафете.

Шахматы

В шахматы играют и зимой, и летом. Здесь физические кондиции менее важны, и на мировом уровне гроссмейстеры часто выступают и в 50 лет, и в 60, и старше. Но три рекорда стоит выделить особо. Василий Смыслов потерял корону в 1958 году, потом четверть века показывал стабильные результаты, а нового триумфа достиг в 62 года — в 1983 г. году он вышел в финальный матч претендентов, где уступил молодому Гарри Каспарову, вскоре ставшему шахматным королем.

Михаил Ботвинник в 1961 году в 50 лет в матче на первенство мира взял реванш у гениального Михаила Таля, который был вдвое моложе патриарха. Феноменально выступал Виктор Корчной, в 1981 году он близок к тому, чтобы завоевать корону: в Багио в матче с Карповым, который моложе Корчного на 20 лет, счет был равный 5:5, но в 32-й партии Карпов взял верх. Уступил Корчной и в следующем матче, Мерано-1981, ему было уже 53 года. В 2011 г. Корчному исполнилось 80 лет, а он продолжает активно участвовать в сильных турнирах.

Немолод для современных шахмат и индийский гроссмейстер, многократный чемпион мира 45-летний Виши Ананд. В 2013 году он уступил свой титул норвежскому экс-вундеркинду Магнусу Карлсену, и, казалось, сошел со сцены. Однако всего через полгода он уверенно выиграл турнир претендентов и получил право снова сразиться с Карлсеном, правда, уже в роли экс-чемпиона.

Самые быстрые на планете

Хронология рекордов на стометровке

Фактор времени — один из важнейших в спорте. Во многих видах его идет сражение за минуты и секунды — бег в легкой атлетике, лыжные или автомобильные гонки, конькобежный и велосипедный спорт, плавание и т. д. Секунда часто решает судьбу футбольного или хоккейного матча, может спасти от нокаута или мата на доске. Но в легкой атлетике, особенно в беге на короткие дистанции, цена секунды, даже сотой доли ее, возрастает многократно...

Спринт, прежде всего стометровка, — одна из самых престижных дисциплин в легкой атлетике. Обладатели рекордов развивают максимальную для человека скорость и поэтому считаются самыми быстрыми людьми на планете. Ни один рекорд в легкой атлетике не привлекает столько внимания, не приносит его автору столько славы, сколько в коротком спринте. Когда-то победа в беге на 100 м имела даже политическое значение. Так, Гитлер на Олимпиаде в Берлине-1936 мечтал о триумфе представителя арийской расы на этой дистанции, но получил настоящую пощечину от темнокожего американца, легендарного Джесси Оуэнса, завоевавшего золотую олимпийскую медаль.

Бег на короткие дистанции был популярен еще в древности, причем носил ритуальный характер — в Древней Греции в VIII в. до н.э. участники с факелами в руках мчались к алтарю бога-покровителя, но только победителю выпадала честь зажечь жертвенный огонь.

В наши дни на открытых стадионах спринтеры бегут 100 м по прямой сразу по восьми дорожкам. Спортсмены используют стартовые колодки и весь короткий путь проносятся на одном дыхании, причем буквально, — им хватает всего двух вдохов-выдохов.

На международных соревнованиях сейчас применяются современные колодки — сложные электронные устройства, передающие сигнал (его слышат все бегуны одновременно) и регистрирующие время старта с точностью до одной тысячной секунды.

Уже в 1862 году время измеряли с точностью до 0,2 с. А хронофотография — прообраз современного фотофиниша — появилась в 1887 г., когда французский врач-физиолог Этьен Жюль Марей (многие считают его отцом кинематографа) изобрел систему, объединяющую измерение времени и фиксацию изображения — хронофотограф. В 1894 г. он же придумал систему замедленной съемки, работающую со скоростью 700 кадров в секунду.

История мировых рекордов

Первым чемпионом современных Олимпийских игр на стометровке стал американец Томас Берк — в Афинах-1896 он пробежал ее за 12 с и опередил второго призера, немца Фрица Хофмана, на несколько сантиметров. Третье место заняли двое — фотофиниша тогда еще не было. Через 12 лет на Олимпиаде в Лондоне-1908 Реджинальд Уолкер из Южной Африки преодолел 11-секундный рубеж — 10,8 с.

Впервые электромеханическая система регистрации финиша была применена на Играх в Стокгольме-1912, именно тогда мировые рекорды стали регистрироваться официально. Список открыл Дональд Липпинкот (США) — 10,6 с. Через девять лет на две десятых результат улучшил другой американец Чарльз Пэддок — 10,4 с. Прошло еще 9 лет, пока в 1930 г. канадец Перси Вильямс не сбросил с рекорда одну десятую — 10,3 с. И Пэддок, и Уильямс становились олимпийскими чемпионами.

В 1928 г. был создан ручной механический хронограф-секундомер, фиксирующий время с точностью до одной сотой секунды. В соревнованиях первые такие камеры появились в 1930 г., они использовались на Олимпийских играх в Лос-Анджелесе-1932, официальным хронометражистом была фирма Omega. Победителя на 100 м определили по фотографиям — американцы Эдди Толэн и Ральф Мэткалф показали одинаковое время — 10,38 с, но повезло Толэну.

В 1936 году Джесси Оуэнс установил мировой рекорд 10,2 с, который продержался двадцать лет! Правда, за эти годы его повторили еще пятеро спринтеров. Только в 1956 г. Вилли Вильямс (США) показал 10,1 с. Это рекордное время поддалось еще четверым, а в 1960 г. немец Армин Хари первым нарушил «монополию» чернокожих спортсменов, пробежав дистанцию с очередным потрясшим мир результатом — 10,0 (в Риме-1960 он стал олимпийским чемпионом).

На Олимпийских играх в Токио-1964 рекордное время Хари повторил американец Бобби Хэйес, который установил и своеобразный неофициальный рекорд — в эстафете 4 × 100 м он пробежал свой этап за 8,90 с! Хотя Хэйесу предрекали великое будущее и долгую гегемонию на беговой дорожке, он неожиданно переквалифицировался на американский футбол и здесь тоже проявил уникальный талант. За 11 сезонов трижды участвовал в матчах «Всех звезд», а в 1971 г. в составе команды «Даллас ковбойс» стал обладателем Суперкубка и золотого перстня.

В 1960-е годы результат 10,0 показали и два спортсмена СССР — в 1968 г. белорус Владислав Сапея и в 1969 г. украинец Валерий Борзов. Сапея выступил на Олимпиаде в Мехико-1968 неудачно, а Борзов выиграл Игры в Мюнхене-1972. Любопытно, что цифры 10,0 и спустя 40 с лишним лет остаются рекордом Беларуси и Украины. А официальный рекорд России — 10,10, его установил в 1986 г. Николай Юшманов.

Движение рекорда, начиная с исторической отметки 10,0, показано в табл. 3. На Олимпиаде в Мехико-1968 результаты бегунов впервые фиксировались при помощи нового электронного секундомера с точностью до 0,001 с, однако в официальной статистике ИААФ (Международная федерация легкой атлетики) тысячные доли округлялись в большую сторону до сотых.

Первым рекордсменом в новом «масштабе» стал олимпийский чемпион Джим Хайнс — 9,95. Фактически он уточнил свой же рекорд 9,90 четырехмесячной давности, когда использовался ручной секундомер и сотые еще не учитывались. Хайнсу способствовали благоприятные погодные условия — пониженное атмосферное давление

Рекордсмены мира в беге на 100 м

Таблица 3

Время	Спринтер	Дата	Место
10,0	Армин Хари (Германия)	21 июня 1960 г.	Цюрих
9,90	Джим Хайнс (США)	20 июня 1968 г.	Сакраменто
9,95	Джим Хайнс (США)	14 октября 1968 г.	Мехико
9,93	Кэлвин Смит (США)	3 июля 1983 г.	Колорадо-Спрингс
9,92	Карл Льюис (США)	24 сентября 1988 г.	Сеул
9,90	Лерой Баррел (США)	14 июня 1991 г.	Нью-Йорк
9,86	Карл Льюис (США)	25 августа 1991 г.	Токио
9,85	Лерой Баррел (США)	6 июля 1994 г.	Лозанна
9,84	Донован Бейли (Канада)	17 июля 1996 г.	Атланта
9,79	Морис Грин (США)	16 июня 1999 г.	Афины
9,78	Тим Монтгомери (США)	14 сентября 2002 г.	Париж
9,77	Асафа Пауэлл (Ямайка)	14 июня 2005 г.	Афины
9,74	Асафа Пауэлл (Ямайка)	9 сентября 2007 г.	Риети
9,72	Усейн Болт (Ямайка)	31 мая 2008 г.	Нью-Йорк
9,69	Усейн Болт (Ямайка)	16 августа 2008 г.	Пекин
9,58	Усейн Болт (Ямайка)	16 августа 2009 г.	Берлин

высокогорья и попутный ветер, который дул со скоростью 1,6 м/с — на грани допустимой 2 м/с. Его рекорд держался 15 лет, только в 1983 г. Кальвин Смит пробежал на две сотые секунды быстрее — 9,93.

Конечно, когда речь идет о стометровке, имеет значение любая деталь: ветер, одежда и обувь спортсмена, подача стартового сигнала. Кстати, 0,02 с соответствуют расстоянию 2 см (а 0,01 с — 1 см). Вспышка света такой продолжительности незаметна глазу человека.

В 1987 г. Карл Льюис повторил результат Смита, а на Олимпиаде в Сеуле-1988 установил новый рекорд — 9,92. В финальном забеге он финишировал лишь вторым вслед за канадцем Беном Джонсоном, но при допинг-контроле у Бена обнаружились следы запрещенного препарата — анаболического стероида станозолола, и впервые в истории спортсмен был лишен золотой олимпийской медали и рекорда. Результат Джонсона 9,79 был аннулирован, а самого бегуна дисквалифицировали. В итоге победителем и рекордсменом был объявлен Льюис, который впоследствии признался, что в тот злополучный год и сам попался на допинге, но его «помиловал» Олимпийский Комитет США. А результат Джонсона только спустя 11 лет повторил Морис Грин.

Последующие 6 лет прошли под знаком соперничества Карла Льюиса и Лероя Баррелла. В 1991 г. Баррелл установил новый рекорд — 9,90. Этот забег в Нью-Йорке стал одним из величайших в истории спринта: сразу шесть атлетов «выбежали» из 10 секунд. Через два месяца Баррелл уступил пальму первенства Льюису — 9,86, но в 1994 г.

вновь улучшил рекорд — 9,85. В 1996 году он передал титул самого быстрого спринтера Доновану Бэйли, который выиграл потрясающим финишным рывком — 9,84. В середине дистанции был пятым, а вырвался вперед только за 10 м до ленточки.

В 1999 г. такое же время, как у неудачника Бена Джонсона — 9,79, — стало рекордом Мориса Грина. Он доминировал 3 года, пока Тим Монтгомери не показал 9,78. Впоследствии Мотгомери признался, что ради того, чтобы обогнать Грина, он начал применять допинг, и его рекорд был отменен. Но произошло это уже после того, как в 2005 г. двадцатидвухлетний спринтер из Ямайки Асафа Пауэлл продвинулся еще на одну сотую — 9,77. Этот рекорд был установлен им на Гран-при ИААФ на том же стадионе, где шесть лет назад Грин показал 9,79. Впервые о могучем парне (рост 188 см, вес — 87 кг) заговорили на чемпионате мира в Париже-2003, где Асафа вместе с несколькими коллегами пал жертвой новой системы дисквалификации за фальстарт. Любопытно, что он начал заниматься спринтом лишь в 2000 году, в семнадцать лет, а до этого успешно играл в футбол.

Пауэлл был фаворитом еще на Олимпиаде в Афинах-2004, но в финале неожиданно занял пятое место. До этого он не проиграл ни одного старта и десять раз (больше, чем кто-либо) «выбегал» из 10 с. На Олимпиаду Пауэлл приехал как главный претендент на медаль, но не выдержал психологического давления и перед финалом перегорел. Побив спустя год мировой рекорд, он был счастлив, что добился триумфа именно в Афинах, где ему так не повезло на Играх.

Олимпиаду в Афинах выиграл Джастин Гэтлин из США — 9,85, а «бронзу» завоевал рекордсмен мира пятилетней давности Морис Грин. Не прошло и двух лет, как Гэтлин «почти» улучшил мировой рекорд. Дело происходило так. В 2006 г. на этапе серии Гран-при ИААФ в Дохе, столице Катара, олимпийский чемпион и двукратный чемпион мира 24-летний Гэтлин на одну сотую побил казавшийся вечным рекорд ямайца Пауэлла.

Итак, новое мировое достижение 9,76? Увы, спустя пять дней ИАФФ аннулировала этот суперрекорд. Дело в том, что электронный секундомер на финише остановился на отметке 9,766 с. Как мы знаем, по правилам результат округляется до сотых долей в сторону увеличения, т. е. следовало зафиксировать результат 9,77. Но представители фирмы Tissot Timing, осуществляющей хронометраж, ошибочно произвели округление в сторону уменьшения, откуда и появились «неточные» цифры. В итоге американец был объявлен лишь соавтором рекорда Пауэлла, что тоже неплохо. Загадкой остается, почему ИААФ понадобилось целых пять дней, чтобы пересмотреть секунды Гэтлина...

Увлекательная интрига! Весь спортивный мир с нетерпением ждал новых дуэлей Гэтлина и Пауэлла, заочных, а еще больше — очных. Однако после одного из соревнований с участием Гэтлина у него обнаружили повышенное содержание анаболических стероидов. Несмотря на попытки доказать, что запрещенный препарат попал в организм случайно вместе с прописанным врачами лекарством, Гэтлин был дисквалифицирован. Так что его совместный забег с Пауэллом так и не состоялся.

В июне 2006-го на Гран-при в Великобритании в отсутствие Гэтлина ямайский спринтер третий раз повторил свой рекорд. Побить его он обещал на чемпионате мира в Осаке в 2007 г., но в финальном забеге пробежал всего за 9,96 секунд и оказался только третьим, уступив американцам Тайсону Гэю и Деррику Аткинсу. А Гэй преодолел дистанцию за 9,85 секунд (он же стал чемпионом мира на 200 м, а третье «золото» завоевал в эстафетном беге 4 × 100 м).

Прошло меньше месяца, и на Гран при ИААФ в итальянском городе Риети Асафа улучшил свой собственный рекорд, причем сразу на три сотых — 9,74! Суперрезультат он показал в полуфинальном забеге, а финал выиграл скромнее — 9,78.

Еще через 9 месяцев в Нью-Йорке другой ямайский бегун 21-летний Усейн Болт по прозвищу Молния установил новый рекорд — 9,72! Не было еще случая, чтобы выдающимся результатом на стометровке блеснул спортсмен в столь юном возрасте. Примечательно и то, что за всю электронную эру никто не бил рекорд за два месяца до начала Игр, — спортсмены раньше срока не раскрывают свои карты. Но 196-сантиметровый гигант, видимо, не счел нужным утаивать силу...

Спустя всего три месяца рекорд Болта чуть снова не был улучшен, да еще сразу на 0,04 с. В чемпионате США по легкой атлетике, отборочном к Олимпиаде в Пекине, чемпион мира в беге на 100 и 200 м Тайсон Гэй пробежал с лучшим результатом в истории — 9,68. Однако в качестве мирового рекорда время не было зафиксировано из-за сильного попутного ветра, скорость которого составляла 4,1 м/с.

Кстати, если пренебречь погодными условиями, то американец Обадели Томпсон еще в 1996 году преодолел дистанцию быстрее 9,7 — «всего» за 9,69 секунды. Но тогда скорость попутного ветра была еще больше — 5,7 м/с, то есть Томпсон мчался чуть ли не под парусами...

На Олимпиаде в Пекине-2008 все с нетерпением ждали дуэль двух спринтеров из Ямайки, двух рекордсменов мира — предыдущего Асафы Пауэлла (9,74) и нынешнего Усейна Болта (9,72). Предполагалось, что в финальном забеге легендарные спортсмены окончательно выяснят свои отношения (до сих пор они побеждали попеременно) — кто из них золотой, а кто — серебряный. Однако битва между ними по сути не состоялась. Удивительно, но Болт умудрился продемонстрировать огромное преимущество и установил новый феноменальный рекорд, улучшив собственное достижение сразу на три сотых — 9,69! (уже без помощи ветра). Забавно, что еще метров за 10 до финиша Усейн обеспечил себе золотую медаль и добегал дистанцию, опустив руки и с улыбкой поглядывая по сторонам. Впечатление было такое, будто Болт решил немного посмеяться над соперниками и публикой, а при желании мог бы улучшить рекорд еще на полсекунды.

Серебряный призер Ричард Томпсон (Тринидад и Тобаго) показал 9,89, а завоевавший «бронзу» американец Уолтер Дикс — 9,91. А где же Пауэлл? Увы, он безнадежно отстал, показал лишь пятый результат — 9,95 (а чемпион мира Тайсон Гэй вообще не попал в финал).

Напомним, что Болт стал настоящим героем пекинской Олимпиады — он победил в двух самых престижных видах легкой атлетики — беге на 100 и 200 м — и там, и там с уникальными мировыми рекордами — 9,69 и 19,30 (прежнее мировое достижение 19,32 было установлено на Олимпиаде в Атланте-1996 Майклом Джонсоном). Третье «золото» и третий мировой рекорд принесла ему эстафета 4 × 100 м — 37,1.

Следующий суперфеноменальный результат (все труднее подбирать эпитеты для результатов бесподобного Болта!) ямайский гений спринта показал год спустя после Пекина на чемпионате мира по легкой атлетике в Берлине. Впервые мировой рекорд был улучшен сразу на 0,11 с — 9,58! В финальном забеге участвовали все герои последних лет: «золото» досталось Болту (он пробежал стометровку со скоростью 37,151 км/час), «серебро» завоевал Гэй (9,71, рекорд США), «бронзу» — Пауэлл (9,84). А вот и другая новинка чемпионата: впервые сразу пятеро бегунов дружно преодолели символическую цифру 10,0. Усейн в очередной раз покорил зрителей на редкость красивым, элегантным бегом, а на финише вновь не забыл посмотреть по сторонам, проверить, как идут (вернее, бегут) дела...

Бег на 200 м по популярности уступает стометровке. Но техника преодоления обеих дистанций сходна, и не случайно уже девять спортсменов стали двукратными олимпийскими чемпионами, выиграв обе дистанции. Последней двойной победы, как мы знаем, добился Усейн Болт. Примечательно, что на чемпионате мира в Берлине-2009 история со стометровкой повторилась и на дистанции 200 м. И здесь Болт установил суперрекорд — 19,19, побив свое пекинское достижение сразу на 0,11 с. Когда он пересек финишную ленточку, его соперникам предстояло еще бежать и бежать...

Достиг ли Усейн своего потолка? Вполне вероятно, что еще нет. В конце 2009-го Болт «усыновил» в Кении маленького гепарда (взяв на себя все расходы по его содержанию) и заявил, то ли в шутку, то ли всерьез, что собирается использовать самое быстрое животное на земле в качестве спарринг-партнера. Действительно, у Болта старт пока «слабое место» и, значит, есть дополнительный ресурс скорости. А гепарды как раз славятся своим мощным стартом... Конечно, на совместных тренировках надо побеспокоиться о безопасности легендарного спортсмена. Если он обгонит своего спарринг-партнера, то как бы разъяренное животное не набросилось на рекордсмена...

Скорость и реакция

При выстреле стартового пистолета старой модели звук раньше достигал первой беговой дорожки, а до восьмой доходил в последнюю очередь. В зависимости от места нахождения судьи разница составляла от 0,025 до 0,052 с, что при фиксации рекордов с точностью до 0,01 с весьма существенно.

Теперь же применяется стартовый пистолет японской конструкции Seiko, оснащенный системой «электронного звука», которая запускает отсчет времени одновременно со срабатыванием пистолета. Сигнал передается на колодки, снабженные динамиками, и все бегуны слышат хлопок одновременно. Электронное устройство с помощью сенсоров фиксирует изменение давления ноги бегуна (мышечного усилия) на опору и строит графики, на которых обозначены моменты стартового сигнала, начального реагирования, когда давление становится меньше, и полного отрыва ноги. Специальные колодки используются на крупных международных состязаниях с 2002 года. Независимо от того, снабжены ли они электроникой, колодки состоят из двух алюминиевых оснований с синтетическими накладками для исключения проскальзывания. Центральная часть имеет восемнадцать позиций для крепления оснований. Две оцинкованные металлические пластины в передней и задней частях центрального основания содержат двенадцать установочных шипов для надежного сцепления с беговой дорожкой.

Наименьшее время реакции человека на звук (в том числе стартовый выстрел) составляет 0,1 с, и более быстрый старт — это уже угадывание момента выстрела. Хотя данный вопрос до сих пор вызывает споры, движение с места раньше, чем на одну десятую после выстрела по правилам ИААФ является фальстартом.

Рекорд по самому быстрому допустимому времени старта принадлежит канадцу Бруни Сурену, олимпийскому чемпиону в Атланте-1996 — 0,101 с. Медленный старт (около 0,16 с) был слабым местом Карла Льюиса. На первых десятках метров он обычно проигрывал своему сопернику Лерою Барреллу, но, обладая прекрасной техникой, потом наверстывал упущенное.

Как известно, при фальстарте бегуны возвращаются на исходные позиции. Раньше при втором фальстарте спортсмена дисквалифицировали только в том случае, если он же был виновником первого. Но по новым правилам, действующим с 2003 года, при повторном фальстарте участник, допустивший его, автоматически покидает беговую дорожку. Так, на чемпионате мира того же года был дисквалифицирован будущий рекордсмен Асафа Пауэлл, среагировавший на выстрел за 0,086 с. А снятие тогда же американца Джона Драммонда до сих пор вызывает споры — специалистам не понравилось, что спортсмен слишком быстро прошел стадию от первого движения до полного отрыва ноги от колодки (обычно она занимает 0,3 с). Вопрос о методе оценки стартового времени по-прежнему обсуждается, и, возможно, в технике отрыва ноги от колодки лежит резерв будущих рекордов.

Дамы догоняют кавалеров

У женщин отсчет мировых рекордов ведется с 1922 года. География их гораздо шире, чем у мужчин: в список входят представительницы многих стран, в том числе России. На Олимпиаде в Москве-1980 Людмила Кондратьева победила с результатом 10,87. Почти за девяносто лет рекорд продвинулся с 12,8 до 10,49. Последний из них в 1988 г. установила легендарная американская бегунья Флоренс Гриффит-Джойнер. Прошло уже более четверти века, а к ее «вечному» рекорду никто даже не приблизился. Флоренс принадлежит и мировой рекорд в беге на 200 м — 21,34. Любопытно, что в Пекине все медали на стометровке завоевали представительницы Ямайки — олимпийской чемпионкой стала Шелли-Энн Фрейзер, 2 и 3 места разделили Керрон Стюарт и Шерон Симпсон. Да, теперь уже нет сомнений, что самые быстрые люди на планете живут на Ямайке!

Необычные рекорды

На стометровой дистанции известны разные необычные рекорды, например, достижения долгожителей. В 2005 году пал мировой рекорд для спортсменов в возрасте… от 95 до 100 лет. Японец Кодзо Харагучи пробежал 100 м за 18,4, причем в одиночку — достойных соперников-старичков ему не нашлось. Предыдущее достижение, принадлежащее ему же — 22,04, герой побил почти на четыре секунды.

В возрасте старше 100 лет мировой рекорд установил 101-летний южноафриканец Филип Рабинович — 30,86. В 2004 г. он превзошел результат австрийца Эрвина Яскульского на пять секунд. Рекордсмен дожил до 104 лет. Его рекорд мог побить 105-летний китаец Го Цайжу, но его достижение официально не зафиксировали.

А вот несколько совсем экзотических достижений. Мировой рекорд на стометровке на моноцикле (одноколесном велосипеде) принадлежит американцу Питеру Розенталю — 12,11. А англичане Сара Саха и Саймон Рингшелл пробежали 100 м за 18,43 вдвоем... в костюме лошади. Наконец, немка Юлия Плехер показала рекордное время 14,2, причем бежала, как и полагается девушке, на... шпильках!

Что дальше?

Прогнозы в беге на 100 м являются темой многих научных исследований. С помощью методов математического моделирования специалисты определяют рост рекордов, пытаясь найти человеческий предел, если он вообще существует (в крайнем случае, можно перейти на тысячные доли секунды). Так, французские математики Ф. Перонэ и Ж. Тибо в 1989 году подсчитали, что предельный результат равен 9,37. Чарли Фрэнсис, тренер печально знаменитого Бена Джонсона, считает, что время 9,48 будет показано только через 500 лет.

Позднее была построена другая математическая модель, позволившая рассчитать потенциально возможное время пробега 100 м — 9,01 с. Наука считает это время абсолютным пределом человеческих возможностей, и покорение этого результата может стать новым заветным рубежом атлетов. Но люди генетически предрасположены к преодолению непреодолимых препятствий, и вполне вероятно, что этот барьер тоже будет взят. Значит, реальная цель — 8,99 с.

А вот Эндрю Тейтем из Оксфордского университета, проанализировав данные о мировых рекордах для мужчин и женщин, поставленных на Олимпийских играх, пришел к выводу, что на Играх 2156 года быстрее всех стометровку пробежит... женщина, которая покажет время 8,079, а ее конкурент-мужчина отстанет — 8,098 с. Жаль только, что никто из современников по объективным причинам скорее всего не сможет присутствовать на стадионе и не увидит эти сказочные забеги.

Морис Грин спустя 10 лет после установления своего рекорда 9,79 заявил, что Усейн Болт способен существенно улучшить свой результат и пробежать стометровку за 9,5. Грин знает, что говорит, ведь он первый человек, который выиграл бег на 100 и 200 м на одном чемпионате мира.

С одной стороны, человеческие возможности ограничены, а с другой — еще не до конца использованы резервы, заложенные в методиках подготовки. А некоторые ученые опасаются, что современный спорт высших достижений скоро вступит в эпоху генного допинга, который позволит выращивать сверхбыстрых бегунов-мутантов. Впрочем, пока это из области фантастики.

Рекорды-долгожители

Мировой рекорд, который держится очень долго, всегда вызывает повышенный интерес. Спортсмены мечтают его побить, болельщики внимательно за ним следят. Все пытаются разгадать секрет долголетия рекорда. Время жизни мировых рекордов может быть разным. Некоторые, например, держатся меньше часа, на одном и том же соревновании улучшаются два и более раз. Вот, скажем, один яркий пример с участием российских спортсменов — мировой рекорд в эстафете 4 × 50 м комплексным плаванием на чемпионате мира 2008 г. в Риеке (Хорватия). В предварительном заплыве рекордное время команды России оказалось лучше, чем у итальянцев — тоже рекордное, но показанное чуть раньше. Но в финале итальянцы вернули себе рекорд — выходит, он был установлен трижды за один день! В данной книге автор решил ограничиться только летними видами спорта. И, разумеется, главное действующее лицо — опять цифры...

Легкая атлетика

Пожалуй, здесь больше всего рекордов-долгожителей, причем во всех трех направлениях: бег, прыжки и метания. Вполне возможно, что какие-то из этих рекордов человек уже вообще не в состоянии побить! Для полноты картины в конце раздела приведем таблицу мировых рекордов в легкой атлетике — королеве спорта.

Бег. Герой Олимпиады в Берлине-1936 американец Джесси Оуэнс на стометровке установил уникальный для того времени мировой рекорд — 10,2 с, который продержался двадцать лет. Правда, за это время его сумели повторить пять спринтеров. В 2006 г. десятилетие отметили несколько рекордов, самый известный из них — Майкла Джонсона (США) на 200 м — 19,32 с. Новый рекорд продержался еще 2 года, и на Олимпиаде в Пекине-2008 гениальный Усейн Болт побил его на две сотые.

Рекорд англичанина Колина Джексона в барьерном беге на 110 м, установленный им в 1993 г. — 12,91 с, — держался 13 лет. В Афинах-2004 его повторил китаец Лю Ксианг, ставший первым в истории китайской легкой атлетики олимпийским чемпионом. В 2006 г. он же установил следующий рекорд — 12,88 с. А у женщин рекорды великой Флоренс Гриффит-Джойнер (США) на 100 м — 10, 49 с и на 200 м — 21,34 с — никто не может побить уже четверть века.

Резкое улучшение результатов в беге на средние и длинные дистанции отмечено в 80-90-е годы. Здесь установлено много рекордов-долгожителей. В 1997 г. американец Уилсон Кипкетер установил мировой рекорд в беге на 800 м, который не уступал 13 лет — в 2010 г. его побил кениец Дэвид Рудиша. С 1992 г. не падает установленный на Олимпиаде в Барселоне рекорд в беге на 400 м с барьерами американца Кевина Янга. На этой же «гладкой» дистанции уже 15 лет держится рекорд американца Майкла Джонсона. В 1985 г. немецкая бегунья Марита Кох установила и ныне действующий рекорд на 400 м — 47,60 с. Рекорд чешки Ярмилы Кратохвиловой в беге на 800 м — на два года старше.

Прыжок в высоту. В 2006 г. шведка Кьяса Бергквист прыгнула на 2,08 м, отобрав мировой рекорд у немки Хайке Хенкель, который принадлежал ей 14 лет. А рекорд болгарки Стефки Костадиновой — 2,09 м, установленный ею в 1987 г., уже давно отметил четверть века.

У мужчин рекорд 2,45 м принадлежит кубинцу Хавьеру Сотомайеру и тоже является активным долгожителем, отметил свое двадцатилетие.

Прыжок с шестом. Первый рекорд-долгожитель был установлен, как только появились бамбуковые шесты. Американец Бен Уормерд в 1942 г. взлетел на 4,47 м. Результат продержался 15 лет, и только когда появились фиберглассовые шесты, дело сдвинулось с места. В 1963 г. мировой рекорд улучшался десять раз и вырос на 25 см. А феноменальный прыжок Сергея Бубки (Украина), который он продемонстрировал в 1994 году — 6,14 м, — казалось, будет жить вечно. Но спустя 20 лет рухнул и он, причем француз Рено Лавиллени прыгнул на 2 см выше в закрытом помещении — редчайший случай!

Долго могли бы держаться и рекорды россиянки Елены Исинбаевой в прыжках с шестом, но она сама то и дело улучшала их и в 2009 г. установила свой 27-й (!) мировой рекорд — 5,05 м.

Прыжок в длину. Герой Олимпиады в Берлине-1936 Джесси Оуэнс годом раньше установил за 45 минут четыре мировых рекорда, один из которых — прыжок в длину на 8,13 м — продержался четверть века. В 1968 г. другой американец Боб Бимон совершил «прыжок в XXI век» — 8,90 м. Побить рекорд безнадежно мечтали 23 года, и все-таки он был взят в XX веке — еще один американец Майкл Пауэлл улетел дальше — на 8,95 м. И этот рекорд скоро отметит четверть века, причем, судя по всему, не собирается сдаваться. Долгожитель и рекордный прыжок россиянки Галины Чистяковой — 7,52 м, он установлен еще раньше, более четверти века назад — в 1988 г.

Тройной прыжок. Первый зарегистрированный в 1911 г. рекорд принадлежал американцу Дэну Ахерну и держался 20 лет. Рекорд бразильца Карлоса Оливейра — 17,89 м — вдвое меньше (с 1975 по 1985), а нынешний рекорд англичанина Джонатана Эдвардса — 18,29 м — тоже долгожитель, установлен в 1995 г. В том же году родился и очередной женский рекорд — украинка Инесса Кравец прыгнула на 15,50 м.

Метания. Рекорды немца Юргена Шульта в метании диска — 74,08 м — и советского спортсмена Юрия Седых в метании молота — 86, 74 м — держатся с 1986 г., почти 30 лет. А рекорд чеха Яна Железны в метании копья — 98,48 м — на 10 лет моложе. Упорное сопротивление оказывают рекорды в толкании ядра (мужчины) и метании диска (женщины). А вот удивительный пример, как авторами рекордов-долгожителей стала семейная пара: Юрий Седых (метание молота) и его жена Наталья Лисицкая (толкание ядра).

Другие дисциплины. В прыжках с места вне конкуренции в начале прошлого века был американец Рей Юри: в длину 3,47 м и в высоту 1,65 м. Он победил на трех Олимпиадах (1900, 1904, 1908), а его рекорды так и остались вечными, поскольку прыжки с места были исключены из программы.

Заглянув в таблицу мировых рекордов в конце этого раздела, вы убедитесь, что добрая половина из них (большинство дисциплин — олимпийские) давно отметили 10-летний юбилей, а многие приближаются к 30-летию. Результаты на суперспринтерских дистанциях 50 и 60 м среди мужчин и женщин, видимо, улучшать некуда, как и рекорды в других современных беговых дисциплинах.

Тяжелая атлетика

Из-за проблем с допингом в этом виде неоднократно менялись весовые категории и отменялись все установленные ранее рекорды. В 1988 г. начался очередной отсчет. А рекорды в самом тяжелом весе остались следующие: рывок — 216 кг, болгарин Антонио Крастев (1987); толчок — 266 кг, советский атлет Леонид Тараненко (1988) и его же сумма в двоеборье — 475 кг. Впрочем, новые достижения вплотную приблизились к старым: рывок — 214 кг, толчок — 263 кг, двоеборье — 472 кг. Кстати, рекорды в толчке и двоеборье установлены более 10 лет назад, соответственно в 2004 г. и 2000 г. иранцем Хуссейном Резазадехом.

Плавание

Рекордов-долгожителей здесь немного. Больше всего — на коротких дистанциях, а если сравнивать стили, то вольным стилем. В 1912–1922 гг. рекордсменом на стометровке был гаваец Дюк Каханамоку, дважды улучшивший свой результат. Затем настала эра американца Джонни Вейсмюллера, который в 1924 г. показал время 57,4 с, и его не могли побить десять лет. Мэтт Бионди, завоевавший на трех Олимпиадах (1984, 1988, 1992) в общей сложности 11 медалей (из них 8 золотых), был рекордсменом мира на стометровке вольным стилем почти 10 лет (1985–1994). Более 10 лет держались и мировые рекорды на 1500 м шведа Арне Борга (1926–1938) и японца Томикацу Амано (1938–1949).

Важное место в истории занял чемпионат мира по водным видам в Риме-2009. Было разрешено использование новых полиуретановых комбинезонов, в которых пловцы стали показывать выдающиеся результаты: было установлено 43 мировых рекорда, а рекорды чемпионатов мира были побиты в 38 из 40 видов! Вскоре новые костюмы запретили, а рекорды остались, и нет сомнений, что многие из них пополнят список долгожителей.

Из недавних рекордов дольше всего продержались результаты американки Джаннет Эванс в вольном стиле. Рекорд выдающейся пловчихи на 400 м, установленный в 1988 г., только в 2006 г. побила француженка Лора Маноду. Еще один ее рекорд — на 800 м — был установлен в 1989 г. и продержался 19 лет, на Олимпиаде в Пекине-2008 его побила англичанка Ребекка Адлингтон. А третий выдающийся рекорд Джаннет — на 1500 м — был неприступен 20 лет (1988–2007), пока его не побила другая американка, — Кейт Зиглер.

Бокс

Первым профессионалом, удерживающим позицию сильнейшего на мировой арене 10 лет, был Джеймс Джеффрис (выступал без поражений в 1896–1906 гг.), чемпион мира, он покинул ринг непобежденным. Джо Луис по прозвищу Черный бомбардир защищал чемпионское звание в тяжелом весе 21 раз в течение 12 лет, начиная с 1937-го. Ветеран бокса Арчи Мур, прозванный Каннибалом, господствовал на мировой арене десять лет; он лишился титула в 1952 г., когда ему стукнуло 48!

Вольная борьба

В первой половине XX в. американец Эд Левис в течение 20 лет удерживал звание чемпиона мира в тяжелом весе. Он разработал собственную методику тренировок, отрабатывал с деревянным манекеном захват головы противника. Этот захват стал его коронным приемом, принесшим ему прозвище Душитель.

Шахматы

Абсолютный рекорд — среди всех видов спорта — принадлежит Эмануилу Ласкеру, он удерживал корону 27 лет (1894–1921). Во второй половине XX века, в связи с созданием ФИДЕ, чемпион уже не мог избегать встреч с сильнейшими противниками и «тянуть время», и рекорд установил Гарри Каспаров — он восседал на троне 15 лет подряд с 1985 г., когда победил Карпова, до 2000 г., когда уступил Крамнику.

Шашки

Первым официальным чемпионом мира был француз Анри Дюссо, он владел титулом 10 лет (1885–1895). Француз Исидор Вейс был шашечным королем на три года больше (1899–1912). Голландец Герман Гоогланд тоже держался на троне 13 лет (1912–1925). Наконец, француз Морис Райхенбах был сильнейшим на планете 12 лет (1933–1945).

В таблице 4 представлено 50 мировых рекордов — по 25 среди мужчин и женщин, учтены почти все индивидуальные олимпийские дисциплины легкой атлетики, отсутствуют только некоторые эстафеты, но это, скорее, командный вид спорта. Впрочем, сделано одно исключение для эстафеты 4 × 100 м, все-таки стометровка — самый популярный вид бега независимо от того, бежит ли спортсмен-одиночка или команда. Тем более, что единственный на сегодня трехкратный рекордсмен мира Усейн Болт блистает как раз на 100 м.

50 мировых рекордов королевы спорта

Таблица 4

Мужчины				
Дисциплина	**Рекорд**	**Спортсмен**	**Страна**	**Дата**
50 м	5,56 с	Донован Бейли	Канада	9.2.1996
60 м	6,39 с	Морис Грин	США	3.2.1998
100 м	9,58 с	Усейн Болт	Ямайка	16.8.2009
200 м	19,19 с	Усейн Болт	Ямайка	20.8.2009
400 м	43,18 с	Майкл Джонсон	США	26.8.1999
800 м	1:40,91	Дэвид Рудиша	Кения	9.8.2012
1500 м	3:26,00	Хишам Эль-Герруж	Марокко	14.7.1998
5 000 м	12:37,35	Кенениса Бекеле	Эфиопия	26.8.2005
10 000 м	26:17,53	Кенениса Бекеле	Эфиопия	26.8.2005
Марафон	2:03:23	Уилсон Кипсанг	Кения	29.9.2013
3000 м с препятствиями	7:53,63	Саиф Шахин	Катар	3.9.2004
110 м с барьерами	12,80	Арис Мерритт	США	7.9.2012
400 м с барьерами	46,78	Кевин Янг	США	6.8.1992
Ходьба на 20 км	1:17:16	Владимир Канайкин	Россия	29.9.2007
Ходьба на 50 км	3:34:14	Денис Нижегородов	Россия	11.5.2008
Прыжок в высоту	2,45 м	Хавьер Сотомайер	Куба	27.7.1993
Прыжок с шестом	6,16 м	Рено Лавиллени	Франция	15.2.2014
Прыжок в длину	8,95 м	Майк Пауэлл	США	20.8.1991
Тройной прыжок	18,29 м	Джонатан Эдвардс	Великобритания	7.8.1995
Толкание ядра	23,12 м	Рэнди Барис	США	20.5.1990
Метание диска	74,08 м	Юрген Шульт	ГДР	6.6.1986
Метание молота	86,74 м	Юрий Седых	СССР	30.8.1986
Метание копья	98,48 м	Ян Железны	Чехия	25.5.1996
Десятиборье	9039 очков	Эштон Итон	США	28.6.2012
Эстафета 4×100 м	36,84 с		Ямайка	11.8.2012

Таблица 4. *Продолжение*

Женщины				
Дисциплина	**Рекорд**	**Спортсмен**	**Страна**	**Дата**
50 м	5,96 с	Ирина Привалова	Россия	9.2.1995
60 м	6,92 с	Ирина Привалова	Россия	11.2.1993
100 м	10,49 с	Флоренс Гриффит-Джойнер	США	16.7.1988
200 м	21,34 с	Флоренс Гриффит-Джойнер	США	29.9.1988
400 м	47,6 с	Марита Кох	ГДР	6.10.1988
800 м	1:53,28	Ярмила Кратохвидова	Чехословакия	26.7.1983
1000 м	2:28,98	Светлана Мастеркова	Россия	23.8.1996
1500 м	3:50,46	Цюй Юнься	Китай	11.9.1993
5000 м	14:11,15	Тирунеш Дибаба	Эфиопия	6.6.2008
10 000 м	29:31,78	Ван Цзюнься	Китай	8.9.1993
Марафон	2:15:25	Пола Рэдклиф	Великобритания	13.4.2003
3000 м с препятствиями	8:58,81	Гульнара Самитова-Галкина	Россия	17.8.2008
100 м с барьерами	12,21 с	Йорданка Донкова	Болгария	20.8.1988
400 м с барьерами	52,34 с	Юлия Печенкина	Россия	8.8.2003
Ходьба на 20 км	1:25:02	Елена Лашманова	Россия	11.8.2012
Прыжок в высоту	2,09 м	Стефка Костадинова	Болгария	30.8.1987
Прыжок с шестом	5,06 м	Елена Исинбаева	Россия	28.8.2009
Прыжок в длину	7,52 м	Галина Чистякова	СССР	11.6.1988
Тройной прыжок	15,50 м	Инесса Кравец	Украина	10.8.1995
Толкание ядра	22,63 м	Наталья Лисовская	СССР	7.6.1987
Метание диска	76,80 м	Габриэла Райнш	ГДР	19.7.1988
Метание молота	79,42 м	Бетти Гайдлер	Германия	21.5.2011
Метание копья	72,28 м	Барбора Шпотакова	Чехия	13.9.2008
Эстафета 4×100 м	40,82 с		США	10.8.2012
Семиборье	7291 очко	Джекки Джойнер-Керси	США	24.9.1988

В таблице отсутствуют редкие и старинные виды, например, прыжки с места, но зато попали две спринтерские дистанции, соревнования по которым проводятся только в закрытом помещении — на 50 и 60 м. Дело в том, что эти дистанции входят в школьную программу по физкультуре и, значит, ученикам, которых, надеемся, много среди читателей, надо знать, к каким цифрам стремиться...

Крупный счет

Какая боль!

Чем крупнее счет, тем больше удовольствия получают болельщики и тем лучше запоминается матч. Иначе говоря, крупный счет, убедительная победа — всегда яркое зрелище. Конечно, в каждом виде спорта свои представления о крупном счете и свои рекорды. Расскажем о наиболее известных матчах, в основном футбольных, закончившихся разгромом одной из команд с крупным счетом. Больших цифр будет много...

Победа английского «Ливерпуля» в групповом этапе Лиги чемпионов 2007 г. над турецким «Бешикташем» со счетом 8:0 — рекорд для нового формата Лиги, которая проводится с 1992 года. Абсолютный же рекорд, если считать и ее предшественника — Кубок европейских чемпионов, — принадлежит «Динамо» (Бухарест): 11:0 в матче с «Крусадерс» (Белфаст) в 1973 г.

Если перейти от популярного европейского турнира к чемпионату Европы, то вспоминается уникальный случай, произошедший в 1984 г. во Франции. Для того чтобы выйти в финал (обойти Голландию), Испании необходимо было обыграть Мальту с астрономическим счетом 12:1. Мальтийцы, конечно, слабее испанцев, но не настолько же... Однако, когда матч закончился, на табло красовались требуемые цифры — 12:1. Все были в шоке, махинация не вызывала сомнений, но восторжествовал известный принцип: не пойман — не вор! Хорошо еще, что в финале Франция обыграла Испанию, и этот футбольный позор в европейском масштабе был несколько стерт.

Увы, российской сборной тоже принадлежит один печальный антирекорд. На Евро-2004 она потерпела жестокое поражение 1:7 в матче с Португалией.

А каковы рекорды чемпионатов мира? Крупнейший счет в отборочных матчах был зафиксирован в 2001 году — Австралия обыграла Самоа 31:0. А у нашей команды есть рекорд по числу голов, забитых одним футболистом в одном матче. В 1994 г. Россия расправилась с Камеруном 6:1, причем Олег Саленко забил 5 мячей!

В 1978 году, в Аргентине, в последнем туре второго этапа чемпионата мира, решалось, кто выйдет в финал из второй группы — Аргентина или Бразилия (у них было по 3 очка). Когда начался второй тайм матча Аргентина — Перу, по стадиону объявили о победе бразильцев над поляками 3:1. Это означало, что хозяевам поля необходима победа с разницей в 4 мяча. И они даже перевыполнили план! Результат 6:0 вызвал немало кривотолков, но опять доказать ничего не удалось. Тем более что аргентинцы, обыграв в финале Голландию, стали чемпионами мира, и сомнительный инцидент был забыт.

Что касается финальной части чемпионатов мира, то рекордной является разница в 9 мячей. В разные годы такое редкое событие случилось в трех матчах: Венгрия — Южная Корея (1954 г.) — 9:0, Югославия — Заир (1974 г.) — 9:0 и Венгрия — Сальвадор (1982 г.) — 10:1.

Один пример, когда крупный счет, возможно, сыграл негативную роль. Перед чемпионатом мира 1954 года Венгрия дважды разгромила Англию: в Лондоне — 6:3 и Будапеште — 7:1. И на финальном этапе в Берне все шло как по маслу — много голов команда Пушкаша забила не только корейцам, но и ФРГ — 8:3. На пути к финалу венгры смели две лучшие команды предыдущего чемпионата — Уругвай и вице-чемпиона — Бразилию. И в финале уже после 8 минут Венгрия вела с немцами 2:0. Однако явное превосходство на том давнем чемпионате, в том числе разгром ФРГ в групповом турнире, усыпили бдительность фаворитов, и решающий матч они уступили 2:3.

Конечно, в коллекции крупных счетов матчи с пятью безответными голами выглядят несколько наивно. Но победа Аргентины над Ямайкой в 1998 г. «всего» 5:0 стала исторической, поскольку вдохновила группу «Чайф» на создание трогательной песни, не утратившей популярность и поныне.

Сегодня солнце зашло за тучи,
Сегодня волны бьют так больно,
Я видел, как умирает надежда Ямайки —
Моя душа плачет.

Зачем ты стучишь в мои барабаны?
Зачем ты танцуешь под мои барабаны?
Зачем ты поешь мою песню?
Мне и так больно.

Какая боль! Какая боль!
Аргентина–Ямайка — 5:0.

В 2010 году на чемпионате мира в ЮАР почти с таким же счетом, только наоборот — 0:4 — Аргентина уступила Германии. Видимо, к огромной радости болельщиков с Ямайки… Самый же крупный счет — 7:0 — был зафиксирован в матче групповой стадии между Португалией и Северной Кореей. Для сборной КНДР дело закончилось печально, в духе советских времен середины прошлого века. Ее главный тренер Ким Чон Хон был уволен и исключен из рядов Трудовой партии Кореи (высшее наказание!), к тому же еще и приговорен к принудительным работам по 14 часов ежедневно (члены команды отделались строгим выговором по партийной линии).

На Олимпийских играх рекорд крупного поражения почти 100 лет назад установила Россия, в 1912 году в Стокгольме в матче утешительного турнира она пропустила 16 безответных голов от Германии. Но надо сказать, что немецкая команда была тогда очень сильной и в этот турнир попала по недоразумению, проиграв Австрии из-за того, что в те времена не разрешалось менять травмированного вратаря.

Что касается финальной стадии, то рекорд установлен в Амстердаме в 1928 г., в матче за третье место Италия разгромила Египет 11:3.

В женском футболе крупный счет — довольно редкое явление. Чемпионаты мира проводятся с 1991 г., и пока ни разу в финале не зафиксировано преимущество одной из команд больше чем в два мяча. Для игры за третье место серьезный счет — 4:0 (Швеция — Германия, 1991), но зато в групповой части достигнут рекордный результат — 11:0 (Германия — Аргентина, 2007).

До сих пор мы учитывали только международный уровень. Если же обратиться к чемпионатам разных стран, то может сложиться впечатление, что счет 8:0 встречается не реже, чем 1:0. Так, даже в чемпионатах Англии, родоначальницы футбола, дважды фиксировался счет 13:0. А рекорд современной премьер-лиги принадлежит «Манчестер Юнайтед» — 9:0 в матче с «Ипсвич Таун» в 1995 году.

И в наших отечественных чемпионатах в активе многих клубов есть победы с суперразгромным счетом. Взять, к примеру, московские команды. «Спартак» в 1939 г. разбил одесское «Динамо» 8:0, «Динамо» обыграло в 1945 г. «Крылья Советов» 10:0, ЦСКА в 1964 г. расправился с ярославским «Шинником» 10:2, а «Локомотив» в 2000 г. учинил разгром элистинскому «Уралану» 9:0. Наконец, «Зенит» отличился в 2008 г., сокрушив владивостокский «Луч-Энергию» 8:1.

А вот один любопытный пример матча и матча-реванша, закончившихся с одинаково крупным счетом. Речь идет о двух встречах московских команд «Динамо» и «Локомотив» в чемпионате СССР. Первая игра состоялась в 1956 г. Началось все как положено: минут через 15 динамовцы открыли счет. Но «Локомотив» сравнял его, забил еще, а потом еще и еще... 1:4! И это был не конец — еще гол и опять в ворота «Динамо». Бедный Лев Яшин, наш великий вратарь, уже не метался в воротах, а просто стоял, почти безучастно наблюдая за происходящим. Иногда зажмуривал глаза, может быть, надеясь, что этот кошмар ему приснился... Нет, это был ужас наяву, и счет «выглядывал» из двух окошек табло — 1:7! Еще минут за 10 до финального свистка чуть ли не все динамовские болельщики уныло побрели к выходу. Без ругани, без злых выкриков — в глубокой тишине. Было впечатление, что двигалась траурная процессия.

Но «Динамо» оказалось очень «злопамятной» командой и через три года отыгралось по полной программе. На этот раз все сидели до последней секунды как прикованные. «Локомотив» ни за что не хотел проигрывать крупно, отбивался изо всех сил. А «Динамо» напоминало человека, страстно желающего вернуть старый долг. И это удалось. Ошеломляющий реванш состоялся — 7:1!!

А следующий необычный случай, произошедший в Англии, войдет в историю футбола и, возможно, станет хорошим примером для подражания. В 2009 году игроки клуба «Уиган» решили вернуть деньги зрителям, посетившим 22 ноября их матч с «Тоттенхэмом». Эта игра завершилась поражением «Уигана» с разгромным счетом 1:9. Хорошо еще, что это был выездной матч, на котором присутствовало всего около 1000 болельщиков опозорившейся команды. У себя дома им бы не поздоровилось. Но все равно, футболистам пришлось раскошелиться на пятизначную сумму...

В других игровых видах — баскетболе, хоккее, гандболе — крупный счет на высоком уровне совсем не редкость. И здесь установлены свои суперрекорды. Так, в баскетбольной встрече между «Детройт Пистонз» и «Денвер Наггетс» в 1983 г. после трех овертаймов матч завершился со счетом... 186:184. А самая убедительная победа в финале НБА одержана в 1998 г. — «Чикаго Буллз» разгромил «Юту Джаз» с отрывом в 42 очка — 96:54.

Есть в командных видах спорта и личные рекорды, особенно впечатляют они в баскетболе. Так, американский игрок Уилт Чемберлен, один из лучших центровых за всю историю, обладатель двух золотых перстней чемпиона НБА, много раз завоевывал 70 и более очков в одной игре в составе команды «Филадельфия Уорриорс». Фантастический рекорд Чемберлен установил в 1962 г., когда его команда победила «Нью-Йорк Никс» со счетом 167:147, а Уилт набрал 100 очков: с игры попал в кольцо 36 раз, остальные 28 забросил со штрафных. В сезоне 1967–1968 гг. Чемберлен установил еще один рекорд — отдал 702 результативные передачи.

Что касается хоккея, рекорд НХЛ составляет 21 гол в одном матче. В 1920 г. «Монреаль Канадиенс» выиграл у «Торонто Сент-Патрикс» 14:7. Этот рекорд удалось повторить, но не превзойти только в 1985 г., когда «Эдмонтон Ойлерс» выиграл у «Чикаго Блэк Хоукс» 12:9. Рекорд олимпийских хоккейных турниров установлен в Ванкувере-2010: женская сборная Канады — будущие чемпионки — обыграла команду Словакии 18:0.

Крупный счет встречается и в теннисе, хотя редко. Рекорд финалов «Большого шлема» установлен в 1988 г. В Открытом чемпионате Франции Наталья Зверева всухую уступила Штеффи Граф — 0:6, 0:6 (этот финал стал и рекордно коротким — 32 минуты). В том же году на Уимблдоне Зверева в паре с Ларисой Савченко пыталась взять реванш у Штеффи и Габриэллы Сабатини, девушки боролись до конца, но в решающей партии уступили 10:12.

Главной сенсацией Уимблдона стал суперрекорд, который установили в 2010 г. американец Джон Иснер и француз Николя Майю. Они провели на корте 11 час. 5 мин. в течение трех дней и завершили пятый сет, длившийся 8 часов 11 минут, со счетом 70:68 в пользу Иснера.

В заключение один забавный случай, имеющий отношение к шахматам. В 1986 году на чемпионате мира по футболу в Мексике в групповом турнире команда СССР разгромила Венгрию 6:0. В это же время в Ереване шел крупный шахматный турнир, и Марк Тайманов поинтересовался у одного из участников, чем закончилась игра в Мехико (по ереванскому времени матч игрался ночью). Тот уже собрался порадовать гроссмейстера, что счет 6:0 в нашу пользу, но в последний момент осекся... Ведь неправдоподобный результат совпадал с фиаско, которое потерпел сам Тайманов в знаменитом претендентском поединке с Робертом Фишером — 0:6, и он мог быть воспринят им как злая насмешка! На выручку пришел Михаил Таль, который всегда отличался особым тактом. Он сказал, что после 3:0 они потеряли интерес к игре и пошли спать, так и не узнав окончательного счета...

Когда эта книга уже находилась в производстве, в Бразилии завершился чемпионат мира по футболу, благодаря которому в последний момент нам удалось пополнить данный раздел феноменальным примером. Дело в том, что в полуфинале мундиаля команда Германии — будущий чемпион — нанесла сокрушительное и унизительное поражение пятикратному чемпиону мира сборной Бразилии, самое крупное в истории — с немыслимым счетом 7:1. При этом Мирослав Клозе стал лучшим бомбардиром в истории чемпионатов — он забил в этом матче свой 16-й гол, затмив легендарного Роналдо.

Рейтинг гроссмейстеров

Восьмисотники

Рейтинг — цифровой показатель, отражающий силу спортсмена, его уровень. В разных видах спорта существует своя система расчета рейтингов, иногда довольно сложная и запутанная. Но в шахматах она, пожалуй, самая прозрачная и четкая. В этом мы сейчас убедимся. Действительно, разработан специальный математический метод, позволяющий расставить всех шахматистов по рейтингам (или, иначе, индивидуальным коэффициентам), которые учитывают каждый турнир.

Немного истории. В те далекие времена (начало прошлого века), когда в мире было всего несколько десятков маэстро (звание гроссмейстера еще не присваивалось), сравнивать их силу было нетрудно. Они часто встречались в турнирах, и если один регулярно опережал другого, то он и был сильнее. В случае необходимости между ними устраивался матч.

Теперь же в крупных состязаниях участвуют десятки тысяч шахматистов, нередко они проходят одновременно в разных странах или в нескольких городах одной страны. Если в легкой атлетике, плавании, других видах спорта результат спортсмена (например, прыжок в высоту за 2 м 30 см!) говорит сам за себя, то сопоставлять силу шахматных игроков стало гораздо труднее, и, естественно, возникла идея подойти к этой проблеме математически.

Первые попытки построить систему оценок силы шахматистов относятся к середине XX века, когда прошли практические испытания ряда систем, основанных на том, что шахматисту присваивается определенный рейтинг (коэффициент), который в дальнейшем меняется в зависимости от показанных им результатов. После многолетнего обсуждения в начале 1970-х ФИДЕ официально приняла систему коэффициентов, разработанную американским профессором Арпадом Эло, в основе которой лежит теория вероятностей и математическая статистика.

Покажем, как ведется расчет рейтингов по системе Эло. Перед стартом турнира определяется ожидаемое число очков $N_{\text{ож}}$ для каждого участника (как именно, показано ниже). Пусть $K_{\text{исх}}$ — его исходный рейтинг (если шахматист впервые попадает в рейтинговый турнир, то получает коэффициент 2200). Новый рейтинг $K_{\text{нов}}$ после окончания турнира определяется по формуле

$$K_{\text{нов}} = K_{\text{исх}} + 10(N - N_{\text{ож}}),$$

где N — число набранных очков. Если результат совпадает с ожидаемым, $N = N_{\text{ож}}$, то игрок, очевидно, остается «при своих». Если же он набирает больше (меньше) очков, чем планировалось, то его рейтинг растет (падает). Из формулы видно, что одно очко в турнире равноценно 10 единицам рейтинга.

Осталось определить $N_{\text{ож}}$. Начнем с матча. Пусть рейтинг $K_{\text{исх}}$ данного игрока совпадает с рейтингом $K'_{\text{исх}}$ его соперника. Тогда следует ожидать, что матч закончится вничью, т. е. $N_{\text{ож}}$ составляет 50 % очков. Если рейтинг $K_{\text{исх}}$ выше (ниже), чем у соперника, то он должен набрать больше (меньше) 50 %. Необходимый процент (математическое ожидание) находится по табл. 5, построенной Эло на основе того, что ожидаемые результаты подчиняются вероятностным законам (нормальное распределение).

В табл. 5 с $K = |K_{\text{исх}} - K'_{\text{исх}}|$ — абсолютное значение разности рейтингов игроков. При этом $h_{\text{б}}$ — ожидаемый процент в случае $K_{\text{исх}} \geqslant K'_{\text{исх}}$, и $h_{\text{м}}$ — в случае $K_{\text{исх}} < K'_{\text{исх}}$ ($h_{\text{б}} + h_{\text{м}} = 100$). Процент h меняется от строки к строке на единицу, пока не попадет в зону «насыщения», а $N_{\text{ож}}$ округляется до десятых долей.

В турнире вместо $K'_{\text{исх}}$ для данного игрока надо взять среднее арифметическое $K_{\text{ср}}$ рейтингов всех его партнеров и округлить до целого числа. Теперь с $K = |K_{\text{исх}} - K_{\text{ср}}|$ и для определения $N_{\text{ож}}$ следует снова воспользоваться табл. 5.

Расчет рейтингов шахматистов

Таблица 5

сK	$h_б$	$h_м$	сK	$h_б$	$h_м$	сK	$h_б$	$h_м$	сK	$h_б$	$h_м$
0–3	50	50	92–98	63	37	198–206	76	24	345–357	89	11
4–10	51	49	99–106	64	36	207–215	77	23	358–374	90	10
11–17	52	48	107–113	65	35	216–225	78	22	375–391	91	9
18–25	53	47	114–121	66	34	226–235	79	21	392–411	92	8
26–32	54	46	122–129	67	33	236–245	80	20	412–432	93	7
33–39	55	45	130–137	68	32	246–256	81	19	433–456	94	6
40–46	56	44	138–145	69	31	257–267	82	18	457–484	95	5
47–53	57	43	146–153	70	30	268–278	83	17	485–517	96	4
54–61	58	42	154–162	71	29	279–290	84	16	518–559	97	3
62–68	59	41	163–170	72	28	291–302	85	15	560–619	98	2
69–76	60	40	171–179	73	27	303–315	86	14	620–735	99	1
77–83	61	39	180–188	74	26	316–328	87	13	свыше 735	100	0
84–91	62	38	189–197	75	25	329–344	88	12			

На практике для удобства вместо $K_{ср}$ иногда берется коэффициент турнира $K_т$ — среднее арифметическое всех его участников; $K_т$ мало отличается от $K_{ср}$ для каждого из участников, но зато вычисляется только один раз). Конечно, в турнире по швейцарской или кубковой системе, а также в командных соревнованиях, где противники данного игрока заранее неизвестны, его $N_{ож}$ и $K_{ср}$ ($K_т$) можно вычислить только после окончания турнира.

В XXI веке престижным считается рейтинг выше 2750. По аналогии с альпинистами–восьмитысячниками, покорившими горный пик высотой 8000 м, гроссмейстеров, достигших такой шахматной высоты, называют соответственно семисотниками или восьмисотниками — две тысячи единиц не в счет...

В качестве примера рассмотрим чемпионат мира в Мехико-2007 (табл. 6) — двухкруговой турнир, в котором впервые поднялся на трон индийский гроссмейстер Виши Ананд. Турнир не самый сильный на сегодня по рейтингу, но это последний «круговик», где был объявлен шахматный король.

Для каждого из 8 участников, расположенных в таблице в порядке убывания исходного рейтинга, здесь указаны $K_{исх}$, $N_{ож}$, N и $K_{нов}$. Трое набрали больше очков, чем прогнозировалось, и немного увеличили свой рейтинг, четверо уменьшили, у Леко коэффициент не изменился. У завоевавшего корону Ананда 9 очков из 14 вместо планируемых 7,9, и он прибавил 11 единиц — единственный, кто в итоге превзошел рубеж 2800.

Чемпионат мира в Мехико-2007

Таблица 6

№	Участники	$K_{исх}$	$N_{ож}$	N	$K_{нов}$
1	В. Ананд	2792	7,9	9,0	2803
2	В. Крамник	2769	7,4	8,0	2775
3	А. Морозевич	2758	7,1	6,0	2747
4	П. Леко	2751	7,0	7,0	2751
5	Л. Аронян	2750	7,0	6,0	2740
6	П. Свидлер	2735	6,6	6,5	2734
7	Б. Гельфанд	2733	6,6	8,0	2747
8	А. Грищук	2726	6,4	5,5	2717

Хотя Крамник и Гельфанд набрали в чемпионате одинаковое число очков, второй из них прибавил к рейтингу на восемь единиц больше, поскольку его соперники были сильнее (среди них Крамник!), $K_{ср}$ выше и $N_{ож}$ ниже — вот Гельфанд и отличился.

Итак, в основе расчета лежит табл. 5, остановимся на ней подробнее. Построим график зависимости h от $\Delta K = K_{исх} - K_{ср}$ — разности между рейтингом данного игрока и средним рейтингом его соперников, которая может иметь любой знак. Если числа совпадают, то $\Delta K = 0$ и надо ожидать, что игрок наберет 50 %. Поэтому график проходит через точку с координатами $\Delta = 0$, $h = 50$. Естественно считать график центрально симметричным относительно этой точки (рис. 5). Если рейтинг игрока выше среднего, то мы попадаем в зону $h_б$, а если ниже — в зону $h_м$. Поскольку h меняется от 0 до 100, график асимптотически стремится к прямой $h = 100$ при $\Delta \to +\infty$ и к оси абсцисс при $\Delta \to -\infty$.

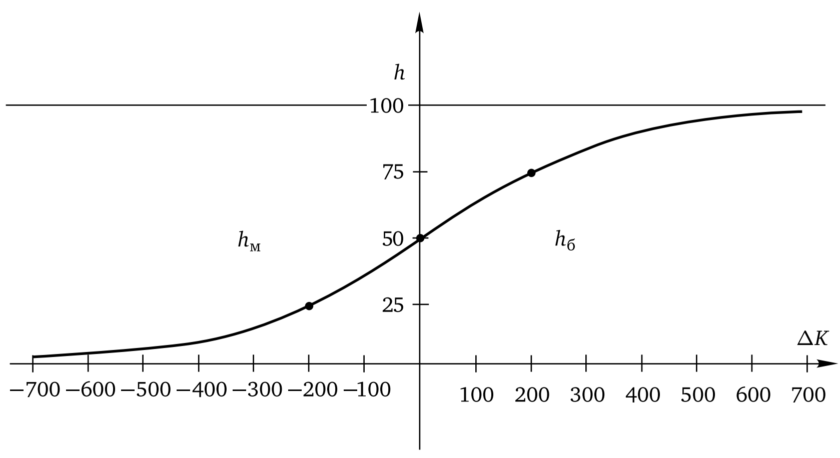

Рис. 5

Традиционно считают, что если один игрок сильнее другого на разряд, то в среднем набирает против него 75% очков. Это обстоятельство Эло учел следующим образом: положив, что разница между двумя ступенями в шахматной иерархии составляет 200 единиц рейтинга, он провел график через точки с координатами $\Delta = 200$, $h = 75$ и соответственно $\Delta = -200$, $h = 25$.

Важной характеристикой турнира, прежде всего кругового, является коэффициент турнира $K_т$ — среднее арифметическое рейтингов всех его участников (о нем уже шла речь выше). В зависимости от $K_т$ турниры делятся по категориям (табл. 7) — после каждых 25 единиц рейтинга категория увеличивается на 1. Соревнования невысокой категории обычно проводятся по швейцарской системе (опен-турниры). «Швейцарку» часто оценивают по ее «верхушке», например, участие нескольких семисотников свидетельствует о ее высоком уровне.

Категории турниров

Таблица 7

Категория	$K_т$	Категория	$K_т$
1	2251–2275	13	2551–2775
2	2276–2300	14	2576–2600
3	2301–2325	15	2501–2625
4	2326–2350	16	2626–2650
5	2351–2375	17	2651–2675
6	2376–2400	18	2676–2700
7	2401–2425	19	2701–2725
8	2426–2450	20	2726–2750
9	2451–2475	21	2751–2775
10	2476–2500	22	2776–2800
11	2501–2525	23	2801–2825
12	2526–2550	24	2826–2850

Напомним, что в рассмотренном чемпионате мира, Мехико-2007, участвовали только семисотники, $K_т = 2752$, т. е. турнир имел 21-ю категорию. Той же категории был и поединок за шахматную корону Ананд–Гельфанд (Москва-2012) с коэффициентом турнира 2759. А вот коэффициент следующего матча на первенство мира Ананд–Карлсен (Ченнай, 2013) из-за супервысокого рейтинга норвежца впервые в истории шахмат превзошел 2800 и составил 2818, это 23-я категория. Почти вошел в эту, 23 категорию круговой супертурнир в Цюрихе-2014, $K_т = 2799$, — самый сильный турнир в истории шахмат.

Рейтинги очень важны при квалификации шахматистов и формировании отборочных турниров. С их учетом устанавливаются нормы для получения того или иного звания. Чтобы стать международным мастером, требуется достичь рейтинга 2400, гроссмейстера — 2500. В последние годы двое гроссмейстеров с наивысшим рейтингом автоматически попадают в турнир претендентов (в Лондоне-2014 это были россияне В. Крамник и С. Карякин).

В 1960-е годы Эло, создавая свою систему, провел интересный эксперимент: вычислил рейтинги всех великих игроков на наилучшем пятилетнем отрезке их карьеры. В число лидеров (рейтинг выше 2600) тогда попали 23 гроссмейстера (табл. 8), тогда коэффициенты Эло округлялись до 10.

Шахматные корифеи прошлого

Таблица 8

Шахматисты	Рейтинг
Эм. Ласкер, Х. Р. Капабланка, М. Ботвинник	2720
М. Таль	2700
П. Морфи (за три года выступлений)	2690
А. Алехин, В. Смыслов	2680
Д. Бронштейн, П. Керес	2670
С. Решевский, Р. Файн	2660
В. Стейниц, И. Болеславский, М. Найдорф	2650
А. Рубинштейн, М. Эйве, С. Глигорич	2640
А. Котов, С. Флор	2620
Е. Боголюбов, Г. Мароци, А. Нимцович, З. Тарраш	2610

За последующие полвека произошла заметная инфляция рейтингов (сейчас уже более сотни игроков имеют рейтинг выше 2650, около пятидесяти — выше 2700. Для сравнения силы прошлых чемпионов и нынешних к цифрам табл. 8 следовало бы прибавить 100–150 единиц. А сам список следует пополнить еще несколькими десятками выдающихся шахматистов. В первую очередь в него войдут все чемпионы мира: Петросян, Спасский, Фишер, Карпов, Каспаров, Крамник, Ананд, Карлсен, а также претенденты на корону разных лет.

Раньше ФИДЕ публиковала рейтинги раз в год, а ныне официальный рейтинг-лист играющих шахматистов с учетом всех соревнований дается раз в месяц. А неофициально коэффициенты вычисляются сразу после окончания турнира. Поскольку рейтинги теперь вычисляются для тысяч игроков, расчеты полностью доверены компьютеру, человеку уследить за всеми взлетами и падениями гроссмейстеров уже нереально...

В табл. 9 приведен список 15 гроссмейстеров, рейтинг которых на 1 января 2015 года превышает 2750.

Лидеры современных шахмат

Таблица 9

Шахматист	Страна	Рейтинг
Карлсен Магнус	Норвегия	2862
Каруана Фабиано	Италия	2829
Грищук Александр	Россия	2810
Топалов Веселин	Болгария	2800
Аронян Левон	Армения	2797
Ананд Вишванатан	Индия	2793
Накамура Хикара	США	2775
Карякин Сергей	Россия	2773
Крамник Владимир	Россия	2769
Гири Яниш	Нидерланды	2768
Мамедьяров Шахрияр	Азербайджан	2765
Со Весли	США	2762
Вашье-Лаграв Максим	Франция	2758
Адамс Майкл	Англия	2758
Домингес Леньер	Куба	2751

Чуть ниже расположились Б. Гельфанд (Израиль), П. Свидлер (Россия), П. Леко (Венгрия), В. Иванчук (Украина) и др. Ю. Полгар (Венгрия) более четверти века лидирует по рейтингу среди шахматисток, но совсем близко к ней подошла чемпионка мира Хоу Ифань (Китай). С 2012 года отдельно вычисляют коэффициенты по быстрым шахматам (рапиду) и блицу. Для сравнения заметим, что рейтинг сильнейших компьютеров ныне заметно превосходит 3000.

Хотя Роберт Фишер, завоевав в 1972 году корону, навсегда оставил шахматы, он еще почти два десятилетия держался на недосягаемой тогда высоте 2780, и только в 1989 г. его обошел Гарри Каспаров, рейтинг которого поднялся до 2800. По нынешней терминологии тринадцатый чемпион стал первым восьмисотником на планете. В 1999 г., спустя десять лет, продолжая победное шествие, Каспаров достиг фантастического тогда уровня 2851 (в конце своей спортивной карьеры Гарри чуть снизил рейтинг).

В 2000 г., выиграв матч за корону у Каспарова, прыжок за 2800 совершил и Владимир Крамник. В 2005 г. чемпион мира ФИДЕ Веселин Топалов стал третьим восьмисотником. Пятнадцатый чемпион Ананд — четвертый гроссмейстер, преодолевший суперрубеж.

Пятый восьмисотник и постоянный претендент на корону Левон Аронян долгое время находился в лидирующей тройке. Шестой восьмисотник, шестнадцатый чемпион мира Магнус Карлсен, под Новый 2013 год обогнал Каспарова и взлетел на небывалую высоту 2861.

Поздравляя Карлсена, тринадцатый чемпион мира остроумно заметил: «Мог ли мой рейтинговый рекорд длиться сколько-либо ещё, кроме 13 лет? Это всегда было «моё» число. И возраст 22 был удачным для меня» (норвежцу исполнилось 22, и как раз в этом возрасте Каспаров впервые взошёл на престол).

В 2014 году Карлсен ещё увеличил свой коэффициент, а Крамник, который при установлении рекорда норвежца был вторым, пошутил по этому поводу: «Вообще-то я не второй, а первый, поскольку Карлсен имеет заоблачный рейтинг, и его уже можно не брать в расчёт. Он где-то в космосе, а вот среди людей первый — я...»

Седьмым восьмисотником стал Каруана, в последние годы стабильно выступающий в супертурнирах. В 2014 г., показав в Сент-Луисе удивительный результат 8,5 очков из 10 (и выиграв семь партий подряд!), он обогнал Карлсена на 3 очка и сделал огромный скачок, вплотную приблизившись к нему. На шахматном Олимпе возникла новая интрига. Наконец, восьмым владельцем престижного рейтинга совсем недавно стал Александр Грищук.

Увы, Каспаров уже не играет, Ананд, Аронян и Крамник несколько сдали, и поэтому в данный момент в таблицу входит лишь квартет восьмисотников.

По правилам ФИДЕ, если в течение трех лет шахматист не участвует в турнирах, то он исключается из рейтинг-листа и переходит в «запас», но при возвращении в шахматы ему возвращается прежний рейтинг. Так, с 2008 года в списке отсутствует Каспаров (свой последний турнир он сыграл в 2005 г.), однако если включится в турнир, то получит свои последние цифры 2812.

Лучшее подтверждение эффективности системы Эло — достоверность прогнозов. Поскольку результат партии в какой-то степени случаен, все предсказания носят вероятностный характер. Но статистика показывает, что расхождения между предсказанными и реальными результатами не выходят за рамки так называемой стандартной ошибки.

Система коэффициентов долгое время вызывала бурные дискуссии, скептики полагали, что в вопросах шахматного творчества, как и вообще в искусстве, цифровой подход неуместен. Но по сравнению с другими видами искусства, где оценки более субъективны, шахматы обладают объективным критерием. Можно спорить, убедительна победа или нет, но влияние ее на спортивный результат обсуждению не подлежит.

В шахматный обиход прочно вошел термин «перфоманс» — как бы мгновенная сила шахматиста в данном турнире, т. е. понятие более близкое к физике, чем к математике (вспомним термин «мгновенная скорость движения»). Чтобы объяснить, что это такое, снова обратимся к табл. 6 и рассмотрим цифры Ананда. Будущий чемпион мира набрал 9 очков из 14, то есть $\approx 64\%$ очков. Решим обратную задачу: каким рейтингом должен обладать игрок, чтобы показать такой результат?

Согласно табл. 5 данному проценту очков соответствует $\Delta K \approx 103$, а поскольку средний коэффициент соперников Ананда $K_{\text{ср}} = 2746$, его выступление отвечает рейтингу $K_{\text{исх}} = 2746 + 103 = 2849$! Это и есть перфоманс Ананда, его мгновенная сила в Мехико — она оказалась на 50 с лишним единиц выше исходного коэффициента. На самом деле, как мы знаем, Ананд прибавил только 11 единиц (набрал на 1,1 очка больше, чем ожидалось) — это, можно сказать, его долговременная прибавка.

Иногда перфоманс игроков буквально зашкаливает. В табл. 10 приведены все победители по доскам на Всемирной шахматной олимпиаде в Стамбуле-2012.

Перфоманс

Таблица 10

Доска	Гроссмейстер	Рейтинг	Очки	Число партий	Процент	Прогноз
1	Л. Аронян	2816	7,0	10	70,0	2849
2	Д. Навара	2691	9,5	11	86,4	2869
3	Ш. Мамедьяров	2729	8,5	10	85,0	2880
4	В. Ткачев	2651	6,5	8	81,2	2750
Запасные	Д. Яковенко	2724	7,0	9	78,8	2783

Из элитных шахматистов супервысокий перфоманс часто показывали Каспаров, Ананд, Топалов, Иванчук, Морозевич — игроки, которые независимо от турнирной ситуации всегда стремятся к максимальному результату.

Решения задач

Футбол

1. До начала матча счет всегда 0:0.

2. а) Вероятность равна 0, так как в одной команде такое невозможно. б) Если братья — вратари, то скорее всего у обоих на майках будет стоять номер 1.

3. Начнем с конца. Если стадион полон, значит, 10 минут назад он был полон наполовину. А произошло это через $1\,\text{час} - 10\,\text{мин} = 50\,\text{мин}$ с того момента, как стали пускать болельщиков.

4. Сумма возрастов всех игроков была равна $22 \times 11 = 242$, а после того, как один из них вышел из игры, она стала равна $21 \times 10 = 210$. Значит, футболисту, которому не повезло, 32 года.

5. У первой команды в ее 17 матчах в ворота забито 36 голов, значит, хотя бы одном из матчей было забито не меньше 3 голов. Рассмотрим команду, которая сыграла с ней этот матч. У нее забито и пропущено в сумме 18 мячей, следовательно, на 16 остальных матчей приходится не более 15 мячей. Но тогда в каком-то из ее матчей забитых и пропущенных голов не было, т. е. он должен был закончиться нулевой ничьей.

6. На четверых приходится $46 - 12 = 34$ гола. Это число надо представить в виде двух целых чисел, одно из которых делится на 3. Варианты $1 + 33$, $4 + 30$, $7 + 27$ не подходят, поскольку Левандовски на втором месте и забил больше трех остальных. Остается вариант $10 + 24$: Левандовски забил 10 голов, а трое остальных по 8. Другие варианты не годятся, потому что у Левандовски окажется больше голов, чем у Роналду.

7. Если белых лоскутов x, то, поскольку каждый белый граничит с тремя черными, имеется $3x$ границ между белыми и черными. Черных лоскутов $32 - x$. Поскольку каждый из них граничит с 5 белыми, можно еще раз подсчитать границы и получить уравнение $5(32 - x) = 3x$. Отсюда $x = 20$.

8. а) Если странный игрок будет последовательно выбирать 12 черных пятиугольников и менять цвет их соседей, то каждый шестиугольник изменит цвет трижды и в итоге через 12 дней мяч станет полностью черным.

Докажем, что 12 — наименьшее возможное число дней. Предположим противное: футболист не перекрашивал соседей одного из черных пятиугольников, обозначим его через A. Положим мяч на плоскость p так, чтобы пятиугольник A оказался внизу. Возьмем точку O чуть выше мяча и спроецируем из нее поверхность мяча на плоскость p (рис. 6). Выберем любую клетку, кроме A, и перекрасим всех ее соседей. При этом четность числа черных клеток среди отмеченных буквой B на рис. 7 не изменится. Значит, если футболист не выбирает A, он не сможет добиться даже того, чтобы все клетки B стали черными. Противоречие.

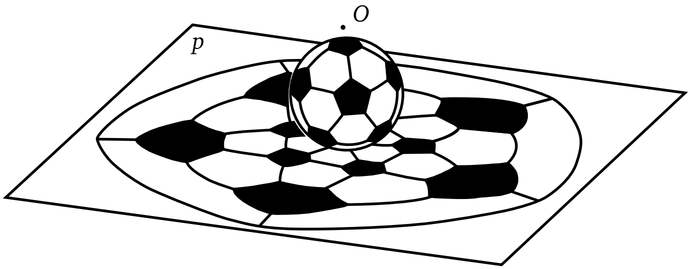

Рис. 6

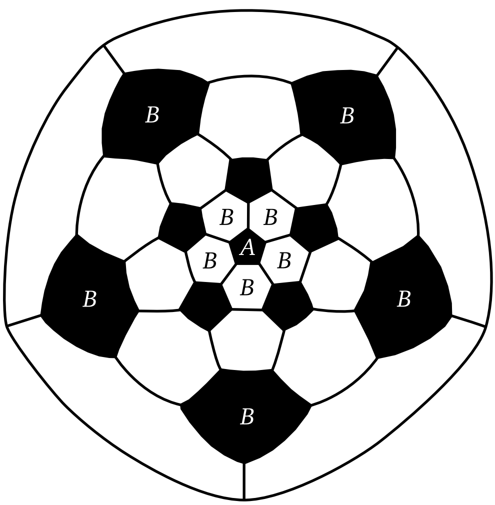

Рис. 7

б) Достаточно сначала сделать мяч полностью черным, а затем последовательно выбирать шестиугольники. При этом каждый пятиугольник поменяет цвет пять раз, а каждый шестиугольник — три раза. В результате мяч станет полностью белым. На это уйдет 32 дня.

9. Небольшой, но внимательный перебор показывает, что таблицу можно заполнить единственным образом (табл. 11). Своеобразное футбольное судоку!

Таблица 11

№	1	2	3	4	5	6	7	8	В	Н	П	М
1	×		0:0			1:0	1:0	1:0	3	1	0	3:0
2		×			1:0	1:0	1:0	1:0	4	0	0	4:0
3	0:0		×		0:0	1:1	0:0		0	4	0	1:1
4				×	1:0	1:0	1:0	1:0	4	0	0	4:0
5		0:1	0:0	0:1	×			2:0	1	1	2	2:2
6	0:1	0:1	1:1	0:1		×			0	1	3	1:4
7	0:1	0:1	0:0	0:1			×		0	1	3	0:3
8	0:1	0:1		0:1	0:2			×	0	0	4	0:5

10. Вторая команда, по условию, выиграла у первой. В остальных матчах первая команда победила, так как иначе она набрала бы меньше 6 очков, т. е. не более 4 из 8 возможных, и не заняла бы первое место. Так как у нее 6 очков, остальные набрали соответственно не более 5, 4, 3 и 2 очков. При этом ни одна из них не может набрать меньше соответственно 5, 4, 3, 2 очков. Действительно, в противном случае все 5 команд вместе имели бы меньше $6+5+4+3+2=20$ очков, в то время как они сыграли $\frac{5\times 4}{2}=10$ матчей и, следовательно, набрали ровно 20 очков.

Поскольку вторая команда один матч (у первой) выиграла и ни одного не проиграла, остальные 3 матча она свела вничью. Четвертая команда набрала 3 очка и не выиграла ни одного матча. Так как она проиграла победительнице и сделала ничью со второй командой, то с третьей и пятой командами сыграла вничью. Третья набрала 4 очка. При этом она проиграла чемпиону и сделала ничьи со второй и четвертой командами. Значит, выиграла у четвертой. Итоги можно подвести, взглянув на табл. 12.

Таблица 12

№	1	2	3	4	5	Очки
1	×	0	2	2	2	6
2	2	×	1	1	1	5
3	0	1	×	1	2	4
4	0	1	1	×	1	3
5	0	1	0	1	×	2

11. а) Табл. 13, а; б) табл. 13, б.

Таблица 13

№	1	2	3	4	5	6	Очки
1	×	0	2	2	2	2	8
2	2	×	0	2	1	2	7
3	0	2	×	0	2	2	6
4	0	0	2	×	0	2	4
5	0	1	0	2	×	0	3
6	0	0	0	0	2	×	2

а

№	1	2	3	4	5	6	Очки
1	×	1	1	1	1	2	6
2	1	×	2	0	0	2	5
3	1	0	×	0	2	2	5
4	1	2	2	×	0	0	5
5	1	2	0	2	×	0	5
6	0	0	0	2	2	×	4

б

12. Пусть n — число матчей, выигранных победителем, m — число ничьих, всего он набрал $2n+m$очков. По условию каждая из остальных команд одержала не менее $n+1$ побед, т. е. набрала не менее $2(n+1)$ очков. У чемпиона больше всех очков, и $2n+m>2n+2$, отсюда $m>2$. Значит, найдется команда, с которой победитель сыграл вничью, она набрала не меньше $2(n+1)+1$ очков, поэтому $2n+m>2n+3$, и $m>3$.

Победитель выиграл хотя бы один матч. В противном случае он набрал бы не более $s-1$ очков, где s — общее число команд. Любая другая набрала бы меньше $s-1$, а все вместе меньше $s(s-1)$ очков. Приходим к противоречию с тем, что всего в турнире разыгрывается ровно $s(s-1)$ очков, так как в каждой игре распределяются два очка, а всего матчей $\frac{s(s-1)}{2}$.

Итак, $m>3$, $n>0$, и победитель сыграл не менее 5 матчей. Значит, общее число команд (вместе с победителем) не меньше 6. В предыдущей задаче приведена таблица (табл. 13, б) турнира с участием 6 команд, удовлетворяющая условиям задачи. Следовательно, наименьшее число команд равно 6.

13. Показания Артема противоречат показаниям Алексея — высказывания 3 и 11 имеют противоположный смысл. Следовательно, одно из них ложно, а другое истинно. Иначе обстоит дело с высказываниями 2 и 12 — по крайне мере одно из них ложно. Таким образом, из четырех высказываний 2, 3, 11, 12 — не меньше двух заведомо ложны. Однако поскольку каждый футболист дал лишь одно ложное показание, в этих четырех показаниях Артема и Алексея допущено по одному ложному. Значит, все остальные показания истинны. Итак, утверждения 1 и 10 истинны: ни Артем, ни Алексей не виноваты. С другой стороны, если высказывание 5 истинно, то 4 тоже истинно.

Если же 5 ложно, то 4 тем не менее истинно, поскольку Александр солгал лишь один раз. Таким образом, высказывание 4 истинно в любом случае: окно разбил не Александр. Из двух полученных выводов следует заключение: окно разбил Андрей.

Осталось проверить, нет ли противоречий. Если окно действительно разбил Андрей, то:

в показаниях Артема высказывание 1 истинно, а 3 ложно;
в показаниях Александра высказывания 4 и 5 истинны;
в показаниях Андрея высказывание 7 ложно, а 9 истинно;
в показаниях Алексея высказывания 10 и 11 истинны.

Выходит, условия задачи выполняются, если высказывания 2 и 8 истинны, а 6 и 12 ложны. Поскольку оба предположения допустимы (ни одно не приводит к противоречию), все условия выполнены. Итак, следствием установлено, что окно действительно разбил Андрей.

14. Обозначим игроков начальными буквами их фамилий. Прежде всего выпишем все условия задачи и пронумеруем их.

1) С хорошо играет с любым партнером;
2) Б всегда успешен в паре с Коз;
3) дуэт Коз–Г нежелателен;
4) Г уверенно играет с остальными футболистами;
5) И предпочитает видеть на поле игрока Щ;
6) пару И–Ком удачно дополняет Е;
7) пара Коз–Ком хороша только с И;
8) Е не сочетается с дуэтом Б–Коз;
9) Е нежелательно ставить также с С или Г;
10) Щ успешно действует с Б или Ком;
11) пара Щ–Коз надежна лишь в присутствии Е;
12) Щ нельзя ставить ни с С, ни с Г.

Теперь займемся умозаключениями. Согласно условию 2) Б должен играть с Коз. Зафиксируем эту пару. По условию 3) Г нельзя ставить с Коз, а по условию 8) Е не может играть с парой Б–Коз, т. е. с ней играет кто-нибудь из квартета: С, И, Ком, Щ. Рассмотрим все возможные варианты с участием Б.

1. Б–Коз–С–И
2. Б–Коз–С–Ком
3. Б–Коз–С–Щ
4. Б–Коз–И–Ком
5. Б–Коз–И–Щ
6. Б–Коз–Ком–Щ

По условию 5) И предпочитает играть с Щ. Поэтому четверки 1 и 4 не подходят. По условию 11) пару Щ–Коз можно ставить на игру только с Е. Значит, четверки 3 и 5 тоже не годятся.

Учитывая 7), пару Коз–Ком следует выпускать на поле только с И, и, следовательно, составы 2 и 6 неприемлемы. Итак, нельзя заявлять на матч ни один из шести квартетов с участием Б.

Принимая во внимание условие 5), рассмотрим пару защитников И–Щ. По условию 12) с Щ нельзя привлекать к игре ни С, ни Г. Тогда остается, что с этой парой могут играть двое из трех: Е, Коз, Ком. Выпишем соответствующие варианты.

1. И–Щ–Е–Коз 2. И–Щ–Е–Ком 3. И–Щ–Коз–Ком

По условию 10) Щ стоит выпускать на поле только с Б или Ком. Значит, вариант 1 отпадает. Ввиду 11) пару Щ–Г можно поставить на игру только вместе с Е, т. е. вариант 3 тоже не подходит. Проверяя 12 условий, убеждаемся, что вариант 2 удовлетворяет им всем.

Установим теперь, есть ли еще подходящие составы защитников. Ранее рассмотрены все варианты с участием Б и И. Остается провести анализ вариантов с Г, С, Е, Коз, Ком и Щ.

По условию 12) с Щ не может играть ни С, ни Г и с Щ возможен единственный вариант Е–Коз–Ком–Щ. Так как пара Ком–Коз надежна только с И (условие 7), этот вариант тоже неприемлем.

По условию 3) Коз нельзя ставить вместе с Г. Поэтому четверка защитников может выглядеть так: С–Е–Коз–Ком. Опять принимая во внимание 7), обнаруживаем, что и такой состав не подходит. Не рассмотрен лишь один вариант: С–Г–Е–Ком. Однако он не годится, так как не выполняется условие 9).

Таким образом, защита в составе Игнашевич, Щенников, Ещенко и Комбаров — единственное правильное решение.

Увы, итальянский специалист Фабио Капелло заявил на матч Россия–Алжир иной квартет защитников: Березуцкий, Игнашевич, Козлов и Комбаров. В итоге наша команда пропустила гол, матч закончился вничью 1:1, и сборная России выбыла из чемпионата. Вот как важно футбольному тренеру иметь хорошую математическую подготовку.

15. Три очка можно набрать двумя способами: сделать три ничьи или один матч выиграть и два проиграть. Второй вариант невозможен, так как одно из поражений России нанесла бы команда, стоящая в таблице ниже, и набравшая не меньше 3 очков. Значит, наша сборная сыграла бы во всех трех матчах вничью. Третья и четвертая команды тоже разошлись бы мирно (в противном случае одна из них набрала бы больше 3 очков). Наконец, поскольку у обеих не больше 2 очков, обе проиграли первой.

Вот как могли расположиться команды в таблице:

Бельгия — 7 очков, Россия — 3, Алжир — 2, Южная Корея — 2.

Впрочем, большой радости это нашим болельщикам не принесло бы: они выходили на сборную Германии, которая, как мы помним, разгромила саму Бразилию со счетом 7:1. Страшно подумать, каким разгромом мог бы закончиться матч России с «немецкой футбольной машиной»...

16. Команда могла не проиграть ни разу, победив в 21 матче и сделав 17 ничьих. А вот наибольшее число поражений равно 10, при этом команда должна 26 раз победить при двух ничьих.

17. В турнире разыграно не менее

$$1+2+3+4+5=15$$

очков, а поскольку в каждом матче команды в сумме набирали не более 3 очков, то сыграно не менее 5 матчей. Но ровно столько быть не могло — тогда все они закончились бы чьей-то победой, и не было бы команды, набравшей 1 очко. Значит, ответ — 6 матчей. Например, команды 1 и 2, 2 и 5, 4 и 5 сыграли вничью, а 3, 4 и 5 выиграли у 1.

18. Обозначим искомое число буквой x, оно целое. Всего 6 команд сыграли 15 матчей и набрали 52 очка. Имеем уравнение

$$x(15-n)+2n=52,$$

где n — число матчей, закончившихся вничью. Перебирая все возможные варианты n от 0 до 15, находим, что в целых числах это уравнение имеет только два решения: $x=4$ (при $n=4$) и $x=24$ (при $n=14$). Надо полагать, что за победу присуждалось 4 очка, — немного больше, чем обычно — поскольку 24 совсем неправдоподобно. Нас устраивает таблица 14.

Таблица 14

№	1	2	3	4	5	6	Очки
1	×	4	0	0	4	4	12
2	0	×	4	4	1	1	10
3	4	0	×	0	1	4	9
4	4	0	4	×	0	0	8
5	0	1	1	4	×	1	7
6	0	1	0	4	1	×	6

19. Обозначим число команд через n. Всего в турнире сыграно $\frac{n(n-1)}{2}$ матчей и набрано $n(n-1)$ очков. Так как у призеров 15 очков, то $n(n-1)\geqslant 15$, откуда $n\geqslant 5$. Команды, занявшие места с третьего по последнее, набрали не более чем по 3 очка, то есть

$$n(n-1)\leqslant 3(n-2)+12,$$

откуда $(n-2)^2 \leqslant 10$ и $n \leqslant 5$. Значит, $n=5$, $n(n-1)=20$. Командам, занявшим два последних места, досталось 5 очков, 3 — предпоследней и 2 — последней. Искомой является табл. 15. Две команды разделили 3–4 места с 3 очками, а призер определился по разнице забитых и пропущенных мячей.

Таблица 15

№	1	2	3	4	5	Очки
1	$\times$	1	2	2	2	7
2	1	$\times$	1	1	2	5
3	0	1	$\times$	1	1	3
4	0	1	1	$\times$	1	3
5	0	0	1	1	$\times$	2

20. Докажем это от противного. Предположим, что в некоторый момент все команды сыграли разное количество матчей. Присвоим каждой номер, равный количеству сыгранных ею матчей плюс 1. Номер может быть любым целым числом от 1 до 30. Так как команд 30 и никакие две не имеют одинаковых номеров, найдется команда с номером 30, т. е. сыгравшая все 29 матчей, в том числе с командой номером 1. Но команда с таким номером в данный момент не сыграла ни одного матча. Противоречие.

21. У «Зари» не меньше 6 очков (при 5 она не стала бы единоличным победителем). А как чемпион района она набрала не больше 6 очков $\left(\frac{4\times 3}{2}\right)$. По условию, в районе и в городе у «Зари» одинаковое число очков, т. е. в обоих случаях по 6.

Всего в первенстве города было сыграно $\frac{6\times 5}{2}=15$ матчей и разыграно 30 очков, из них чемпиону достались 6. Посмотрим, как распределились остальные 24. Никакая команда, кроме чемпиона, не могла набрать более 5 очков. Из неравенства

$$5\times 5 = 25 > 24$$

видно, что одно очко лишнее, очевидно, его потерял аутсайдер. Таким образом, у чемпиона 6 очков, у команды, занявшей последнее место, — 4, а у всех остальных — по 5.

22. Как ни странно, «Спартак» мог занять последнее место (см. табл. 16). У команды, занявшей первое место, 25 очков, у занявших места со 2-го по 24-е, — 24. А у «Спартака», оставшегося на последнем, 25-м месте, 23 очка. Ни одна из команд не забила больше 4 голов, а «Спартак» забил больше всех и пропустил меньше всех.

Таблица 16

№	1	2 … 12	13	14 … 24	25
1	×	2:1	1:1	1:2	4:0
2 ⋮ 12	1:2	$\begin{matrix}\times & & 1{:}1\\ & \ddots & \\ 1{:}1 & & \times\end{matrix}$	1:1	1:1	1:0
13	1:1	1:1	×	1:1	1:1
14 ⋮ 24	2:1	1:1	1:1	$\begin{matrix}\times & & 1{:}1\\ & \ddots & \\ 1{:}1 & & \times\end{matrix}$	0:4
25	0:4	0:1	1:1	4:0	×

23. Пусть среди любых трех команд имеются две, сыгравшие между собой, и наименьшее число матчей (обозначим его k) провело «Динамо». Каждая из k команд, уже сыгравших с «Динамо», как и оно само, сыграла не меньше k матчей. Из $(19-k)$ команд, не сыгравших с «Динамо», каждая сыграла со всеми остальными $(18-k)$ командами — иначе нашлась бы тройка команд, среди которых никакие две не встретились между собой. Таким образом, для удвоенного числа всех матчей — его можно получить, сложив число игр, сыгранных всеми командами, — имеем оценку:

$$k^2+k+(19-k)(18-k)=2k^2-36k+18\times 19=2(k-9)^2+180\geqslant 180.$$

Пример ситуации, когда сыграно ровно 90 матчей и удовлетворяются условия задачи, дает разбиение всех команд на две группы по 10, в каждой из которых все сыграли друг с другом, но ни одна не встречалась с командой из другой группы.

24. Пусть в турнире участвовало 13 команд. «Спартак» выиграл 5 матчей, 7 проиграл, а все остальные встречи в турнире закончились вничью. По новой системе у «Спартака» $5\times 3=15$ очков, а у каждой из остальных команд не более чем $3+11=14$ очков, и «Спартак» — чемпион! А вот по старой системе у «Спартака» $5\times 2=10$ очков, а у остальных не менее 11, т. е. он замкнул турнирную таблицу.

25. По сравнению с предыдущей задачей здесь есть важное дополнительное требование, поэтому она серьезно усложняется. Новая ситуация может произойти лишь при достаточно большом числе команд. Пусть, например, оно равно 65. И пусть «Локомотив» одержал 30 побед, все остальные матчи проиграл, а «Торпедо» выиграло 5 матчей и сделало 60 ничьих. Остальные 63 команды, встречаясь друг с другом, одержали 21 победу и сделали 21 ничью (соответственно имеют 21 поражение). Подсчитаем число очков по новой системе. У «Локомотива» $30\times 3=90$, у «Торпедо» $5\times 3+60=75$. Остальные команды, играя друг с другом, набрали по $3\times 21+21=84$ очка. Значит, в турнире команда могла набрать максимум $84+3+1=88$ очков. Итак, по новой системе «Локомотив» — чемпион, «Торпедо» на последнем месте. Подсчитаем теперь очки по старой системе. У «Локомотива» 60, у «Топедо» 70, у остальных команд от 63 до 66 очков. Выходит, по старой системе чемпион — «Торпедо», а «Локомотив» на последнем месте.

На практике расположение команд в таблице при подсчете по двум разным системам, как правило, отличается незначительно. Но математически, как мы видим, имеются парадоксальные ситуации. Читателям предлагается построить пример с наименьшим количеством команд.

26. Пусть «Зенит» занял k-е место, набрав m очков. Очевидно,

$$m \leqslant 3(k-1), \tag{1}$$

поскольку команда могла получить очки, лишь играя с занявшими места с 1-го по $(k-1)$-е. Оценим общее число очков q, набранных командами, занявшими места с $(k+1)$-го по 16-е. С одной стороны,

$$q \leqslant (m-1)+(m-2)+\ldots+(m-(16-k)) = m(16-k)-\frac{1}{2}(16-k)(17-k).$$

А с другой,

$$q \geqslant 3(16-k)+(16-k)(15-k),$$

ведь все эти команды выиграли у занявшей k-е место, и в каждом матче друг с другом $\left(\text{а таких матчей } \frac{1}{2}(16-k)(15-k)\right)$ они набрали в сумме не менее 2 очков. Итак,

$$3(16-k)+(16-k)(15-k) \leqslant q \leqslant m(16-k)-\frac{1}{2}(16-k)(17-k).$$

Отсюда получаем

$$m \geqslant \frac{1}{2}(53-3k). \tag{2}$$

Из неравенств (1) и (2) следует

$$\frac{1}{2}(53-3k) \leqslant m \leqslant 3(k-1),$$

откуда $9k \geqslant 59$, $k \geqslant 7$. Таким образом, «Зенит» не мог занять место выше седьмого. Пример, показывающий, что седьмое место команда занять могла, приведен в табл. 17.

Таблица 17

№	Команда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	О
1	…	×	3	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	42
2	…	0	×	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	39
3	…	0	0	×	3	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	36
4	…	0	0	0	×	3	3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	33
5	…	0	0	0	0	×	3	0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30
6	…	0	0	0	0	0	×	0	3	1	3	1	3	3	3	3	3	23
7	Зенит	3	3	3	3	3	3	×	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
8	…	0	0	0	0	0	0	3	×	1	1	1	1	1	3	3	3	17
9	…	0	0	0	0	0	1	3	1	×	1	1	1	1	1	3	3	16
10	…	0	0	0	0	0	0	3	1	1	×	1	1	1	1	3	3	15
11	…	0	0	0	0	0	1	3	1	1	1	×	1	1	1	1	3	14
12	…	0	0	0	0	0	0	3	1	1	1	1	×	1	1	1	3	13
13	…	0	0	0	0	0	0	3	1	1	1	1	1	×	1	1	1	11
14	…	0	0	0	0	0	0	3	0	1	1	1	1	1	×	1	1	10
15	…	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	1	1	1	1	×	1	8
16	…	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	1	1	1	×	6

27. Всего сыграно 15 матчей, в каждом разыграно 2 или 3 очка. Значит, команды в сумме набрали от 30 до 45 очков. Если у последней k очков, то общее число очков равно

$$k+(k+2)+(k+4)+(k+6)+(k+8)+(k+10) = 6k+30.$$

Очевидно, $0 \leqslant k \leqslant 2$. Рассмотрим все три случая.

а) Пусть $k=0$. Тогда команды набрали 30 очков, т. е. все матчи закончились вничью, у всех поровну очков. Противоречие.

б) Пусть $k=1$. Набрано 36 очков. Если из 15 матчей n закончились вничью, то имеем уравнение $2n+3(15-n)=36$, откуда $n=9$. Три последних команды сыграли 12 матчей — 3 между собой и 9 против остальных. Поскольку результативных матчей 6, то не менее 6 из этих 12 матчей закончились вничью. Значит, не менее 3 из этих ничьих добыты в матчах против первой тройки. Но так как команды набрали в сумме 9 очков, то в трех матчах между собой — не более 6! При этом все матчи между собой они закончили вничью, что невозможно, так как последняя команда набрала всего одно очко, в то время как две ничьи против 4-й и 5-й команд принесли бы ей как минимум 2 очка. Опять противоречие.

в) Пусть $k=2$. Теперь $6k+30=42$, и, рассуждая аналогично предыдущему случаю, получаем, что вничью сыграно ровно 3 матча из 15. Как эти три ничьи могли распределиться между командами, набравшими 2, 4, 6, 8, 10 и 12 очков? Поскольку в результативных матчах число очков кратно трем, то у последней и третьей команд не менее двух ничьих, а у второй и пятой — не менее одной. Этим количеством «лимит на ничьи» исчерпан, так что у последней и третьей команд — ровно две ничьи, у второй и пятой — ровно одна, у первой и четвертой ничьих нет. Если бы матч между третьей и последней командами был результативным, то каждая из них сыграла вничью со второй и с пятой, но тогда у тех двух было бы по две ничьи, что невозможно. Значит, третья и шестая команды сыграли между собой вничью. Одна из возможностей представлена в табл. 18.

Таблица 18

№	1	2	3	4	5	6	О
1	×	3	0	3	3	3	12
2	0	×	1	3	3	3	10
3	3	1	×	3	0	1	8
4	0	0	0	×	3	3	6
5	0	0	3	0	×	1	4
6	0	0	1	0	1	×	2

28. Пусть в чемпионате участвовало n команд. В зависимости от исхода матча в нем разыгрывалось 2 или 3 очка. Значит, всего в чемпионате было разыграно от $n(n-1)$ до $\frac{3n(n-1)}{2}$ очков. На долю трех призеров приходится 22 очка, на долю остальных участников — не менее $n(n-1)-22$ очков.

Пусть команда, занявшая i-е место, набрала d_i очков. Тогда

$$n(n-1)-22 \leqslant d_4+d_5+\ldots+d_n.$$

Каждая из $(n-3)$ команд, не ставших призерами, набрала 5 или меньше очков. Поэтому

$$n(n-1)-22 \leqslant 5(n-3).$$

Решая неравенство, получаем $n \leqslant 6$. Поскольку число команд нечетно, в чемпионате участвовало 3 или 5 команд. В первом случае они могли набрать самое большее 9 очков. Следовательно, играло 5 команд.

Команда, набравшая 5 очков, сыграла два матча вничью, и в чемпионате было разыграно не более $\frac{3\times5\times4}{2}-2=28$ очков. На долю двух последних приходится не более 6 очков. Поскольку команда-аутсайдер одержала победу, у нее не меньше 3 очков. Поэтому команды, занявшие четвертое и пятое места, набрали по 3 очка. Таблица 19 показывает, что такое распределение очков возможно.

Таблица 19

Места	1	2	3	4	5	Очки
1	×	3	1	3	3	10
2	0	×	1	3	3	7
3	1	1	×	3	0	5
4	0	0	0	×	3	3
5	0	0	3	0	×	3

29. Может. Пусть, например, играло 3 команды. Первая пробила каждой из двух других по 5 пенальти и забила по 2, вторая и третья били первой по 2 пенальти и забили 1, а друг другу били по 2 пенальти, не забив ни одного. Тогда у первой команды доля забитых пенальти равна $\frac{2}{5}$, пропущенных — $\frac{1}{2}$, а у второй и третьей доля забитых — $\frac{1}{4}$, пропущенных — $\frac{2}{7}$.

30. Каждая команда проведет 15 игр и сможет набрать максимум $15\times3=45$ очков. Значит, чтобы стать успешной, ей надо будет набрать не менее 23 очков. Пусть в чемпионате участвует n успешных команд. Тогда общее число набранных ими очков не меньше $23n$. С другой стороны, в каждом матче разыгрывается не больше 3 очков и всего в $\frac{16\times15}{2}$ матчах не больше

$$\frac{3\times16\times15}{2}=360$$

очков. Значит, $23n\leqslant360$, откуда $n\leqslant15$, наибольшее количество успешных команд может быть 15.

Осталось убедиться, что именно столько команд и смогут быть успешными в суперлиге. Пронумеруем все 16 участниц чемпионата. Пусть всем остальным проиграла команда с номером 16. Номера с 1 по 15 расположим по кругу так, чтобы каждая из пятнадцати команд обыграла следующие 7 по кругу (а остальным проиграла). Тогда команды с этими номерами выиграли по 8 матчей и набрали по 24 очка.

31. Если не у всех команд поровну побед, ничьих и поражений, то найдутся такие, которые выиграли больше матчей, чем проиграли, и такие, которые проиграли больше матчей, чем выиграли. Предположим, что в каждой из этих групп число побед и поражений отличается на 1, т. е. в одной группе команды одержали x побед, потерпели $x-1$ поражений и $n-2x$ матчей завершили вничью, а в другой эти числа равны соответственно $y-1$, y и $n-2y$. Тогда приравнивая набранные очки, получаем $x=y-3$. Значит, $n-2x\geqslant6$, и, так как $x\geqslant1$, имеем $n \geqslant 8$. Если имеются команды, у которых разность между числом побед и поражений по модулю больше 1, аналогично находим, что какие-то команды завершили вничью по крайней мере 9 матчей, так что неравенство $n \geqslant 8$ выполняется в любом случае.

Пример турнира 8 команд, разделивших все места с одинаковым числом очков 9, приведен в табл. 20. Одна команда выиграла 3 матча, шесть — 2 матча и одна — 1 матч.

Таблица 20

№	1	2	3	4	5	6	7	8	О	В	П	Н
1	×	1	1	1	1	1	1	3	9	1	0	6
2	1	×	3	0	3	1	1	0	9	2	2	3
3	1	0	×	3	1	3	1	0	9	2	3	2
4	1	3	0	×	1	1	3	0	9	2	2	3
5	1	0	1	1	×	3	0	3	9	2	2	3
6	1	1	0	1	0	×	3	3	9	2	3	2
7	1	1	1	0	3	0	×	3	9	2	2	3
8	0	3	3	3	0	0	0	×	9	3	0	0

32. Симонян и Татушин вместе забили $70-45=25$ голов. Такое возможно только в одном случае: у Симоняна 24 гола, у Нетто и Сальникова — 23 и 22 (или наоборот). Получается, что Татушин забил всего один гол.

33. Решение, как ни странно, короче формулировки. После каждого матча из Кубка выбывает ровно одна команда, а поскольку в конце концов его покинула $n-1$ команда — все, кроме победителя, — в общей сложности был сыгран $n-1$ матч. Ответ не зависит ни от числа районов в городе, ни от распределения команд в них.

34. Как мы знаем из предыдущей задачи, для определения победителя Кубка достаточно $n-1$ матчей. Серебряным призером обычно объявляется тот, кто уступает в финале. Но гораздо объективнее выбирать его из всех, кого победил чемпион. Таковых не больше $\lceil \log_2 n \rceil$, и розыгрыш микро-кубка среди них позволит установить второго призера Кубка. Значит, понадобится еще $\lceil \log_2 n \rceil - 1$ матчей, а для определения двух призеров надо провести $n + \lceil \log_2 n \rceil - 2$ матчей.

35. а) В таком турнире ровно треть матчей закончилось вничью. Поскольку число матчей $C_{17}^2 = \dfrac{17 \times 16}{2}$ не делится на 3, ответ отрицательный.

б) Можно. Расположим 16 команд по кругу так, чтобы по часовой стрелке за каждой из них следовало бы 5, у которых она выиграла; затем 5, с которыми сыграла вничью, и еще 5, которым проиграла.

в) Разобьем 15 команд на 5 троек, пусть в каждой первая и вторая команды сыграли между собой вничью и обе обыграли третью. Во встречах команд из разных троек первые с первыми, вторые со вторыми и третьи с третьими сыграли вничью, первые выиграли у вторых, а третьи у первых. Полученное разбиение удовлетворяет нашим требованиям.

36. а) Двух команд быть не могло (не выиграли же они друг у друга). Трех команд тоже мало (равное число очков для них возможно только в случае, если А выиграла у Б, Б у В и В у А). Предположим, что играло четыре команды. Тогда у занявшей последнее место не меньше 2 очков, а у всех команд в сумме не меньше

$$2+3+4+5 = 14$$

очков. Но в турнире сыграно $\frac{4\times 3}{2}=6$ матчей и разыграно 12 очков — противоречие. Итак, наименьшее число команд — 5. Один из вариантов показан на рис. 8 (стрелка ведет от победителя к проигравшему, цифры — число набранных очков; из 6 матчей — пять результативных и одна ничья).

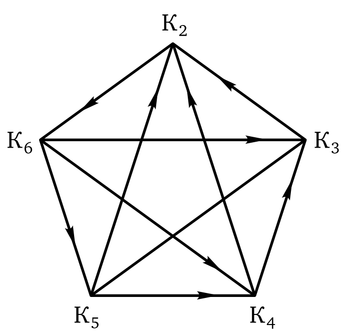

Рис. 8

б) Предположим, что команд именно 12. Общее число очков равно

$$\frac{12\times 11}{2}\times 2 = 132.$$

У занявшей последнее место команды не меньше 6 очков (отобранных у призеров), у предпоследней не меньше 7, и т. д. Значит, общее число очков не меньше

$$6+7+\ldots+17 = 138 > 132$$

— противоречие.

37. Пусть спартаковцы стоят перед своими воротами на одной прямой (как бы образуют «стенку» при штрафном ударе противника) так, что расстояние между первым и вторым — 2 м, между вторым и третьим — 3 м, между третьим и четверым — 1 м (рис. 9). Тогда расстояние между вторым и четвертым будет 4 м, между первым и третьим — 5 м и между первым и четвертым — 6 м.

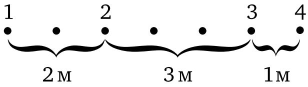

Рис. 9

Шахматы

1. Не сказано, что шахматисты играли между собой. На самом деле они встречались с двумя другими партнерами. По три партии выиграли и по две проиграли, так что ничего удивительного нет.

2. Легко. Это известный юмористический парадокс. Для достижения цели любителю надо первый ход белых, например, Карпова, сделать против Каспарова. Ответ Каспарова черными воспроизвести против Карпова, ход того белыми опять повторить против Каспарова, и т. д. Если один из гроссмейстеров очередным ходом объявит мат, то точно так же наш шахматист поставит мат в другой партии, и очко завоевано. Ничейный исход в обеих встречах (скажем, пат) также его устраивает.

3. Докажем это методом математической индукции. Для турнира с двумя участниками утверждение очевидно. Пусть теперь оно верно для любого турнира с k участниками. Покажем, что в этом случае нужным образом можно расположить и $k+1$ участников. Пусть в нужном порядке расположены любые k из них (по предположению, это можно сделать), и посмотрим, как $(k+1)$-й сыграл с первым. Если он выиграл у него или сыграл вничью, поставим его на первое место, а если проиграл, то посмотрим, как сыграл со вторым, и т. д. Если в конце концов среди упорядоченных k участников найдется такой, у которого $(k+1)$-й выиграл (а предыдущему проиграл), то поставим его перед ним, в противном случае он займет последнее место. В результате все $k+1$ участников расположатся как надо.

4. Если в турнире n участников и не было ничьих, то они набрали от 0 до $n-1$ очка. Очевидно, если у игрока $n-1$ очко, то он выиграл у всех и стал первым. Если игрок имеет $n-2$ очка, то он выиграл у всех, кроме первого, и т. д.

5. Добавим к обеим частям равенства, заключенного в условии задачи, число партий, выигранных данным участником черными. Тогда получим другое утверждение: каждый участник выиграл (белыми и черными) столько партий, сколько все вместе (в том числе и он) — черными, т. е. у всех участников одинаковое число побед, что и требовалось доказать.

6. Ситуация выглядит неправдоподобной, но ответ положительный. Таблицу составить несложно, а еще проще нарисовать граф — рис. 10 (в случае результативной партии стрелка идет от победителя к побежденному). Здесь каждые два игрока провели по семь партий. Первый у второго две партии выиграл и столько же проиграл. У третьего он три выиграл и четыре ему проиграл, все остальные встречи закончились вничью. Итак, у первого больше всех побед (5) и 6,5 очков. У второго меньше всех поражений (2) и 7 очков, у третьего 4 победы и 3 поражения, но больше всех очков — 7,5, он и вышел победителем.

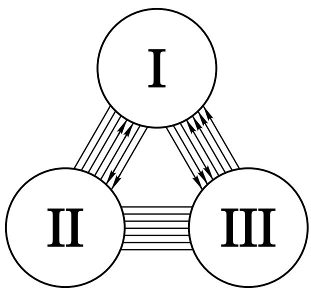

Рис. 10

7. Трое могут набрать самое большее 24 очка (3 между собой и $3\times7=21$ с остальными); семеро, проведя между собой $\frac{7\times6}{2}=21$ партий, наберут вместе не меньше 21 очка. Итак, отрыв в 4 очка невозможен.

8. Пусть наибольший разрыв имеют игроки, занявшие места s и $s+1$. Первые s сыграли между собой $\frac{s(s-1)}{2}$ партий и набрали столько же очков. Кроме того, они сыграли $s(n-s)$ партий с игроками, занявшими места $s+1$, $s+2$, …, n и набрали с ними не больше $s(n-s)$ очков. Итак, число очков у первых s игроков не превосходит

$$\frac{s(s-1)}{2}+s(n-s)=\frac{s(2n-s-1)}{2}.$$

Поскольку участник с номером s среди первых s игроков занял последнее место, то он набрал не более $\frac{s(2n-s-1)}{2s}=\frac{2n-s-1}{2}$ очков.

Участники $s+1$, …, n сыграли между собой $\frac{(n-s)(n-s-1)}{2}$ партий и набрали столько же очков. Занявший $(s+1)$-е место стал первым среди последних $n-s$ игроков и набрал не менее $\frac{(n-s)(n-s-1)}{2(n-s)}=$ $=\frac{n-s-1}{2}$ очков.

Итак, разрыв между игроками s и $s+1$ не превосходит $\frac{2n-s-1}{2}-$ $-\frac{n-s-1}{2}=\frac{n}{2}$. Он достигается, например, если победитель обыграл всех соперников и набрал $n-1$ очко, а остальные закончили между собой все партии вничью и набрали по $\frac{n-2}{2}=\frac{n}{2}-1$ очков. При этом победитель оторвался от остальных на $(n-1)-\left(\frac{n}{2}-1\right)=\frac{n}{2}$ очков.

В крупных соревнованиях такой разрыв маловероятен. Правда, известны случаи (например в практике Гарри Каспарова), когда победитель набирал большой «плюс», а все остальные участники турнира оказывались в «минусе».

9. Серебряный призер набрал не больше 6 очков, ведь у него меньше, чем у победителя (если чемпион набрал 7 очков, то он обыграл второго). У занявших четыре последних места не меньше 6 очков (столько они набрали, встречаясь друг с другом). Таким образом, у второго призера ровно 6 очков, а четыре аутсайдера ничего не отобрали у занявших более высокие места. Отсюда следует, что бронзовый призер обыграл занявшего пятое место! А восстанавливать турнирную таблицу совсем не обязательно.

10. Пусть — число мастеров, а b — гроссмейстеров. Мастера разыграли между собой $\frac{a(a-1)}{2}$ очков, а так как это половина их очков, столько же они набрали и с гроссмейстерами. Аналогично, гроссмейстеры, как между собой, так и с мастерами, набрали по $\frac{b(b-1)}{2}$ очков. Значит, в играх мастеров с гроссмейстерами набрано $\frac{a(a-1)}{2}+\frac{b(b-1)}{2}$ очков. С другой стороны, число партий между старшими и младшими по званию равно ab, столько очков между ними и разыгрывалось. Итак, $\frac{a(a-1)}{2}+\frac{b(b-1)}{2}=ab$, или, после упрощений, $a+b=(a-b)^2$. Так как $n=a+b$, то n — квадрат целого числа.

11. Пусть n — число участников, тогда $n-2$ из них (те, что довели турнир до конца), сыграли между собой $\frac{(n-2)(n-3)}{2}$ партий. А два интересующих нас соперника провели либо 10, либо 11 встреч — в зависимости от того, состоялась ли их собственная партия. Таким образом, надо рассмотреть два квадратных уравнения:

$$\frac{(n-2)(n-3)}{2}+10=55,\qquad \frac{(n-2)(n-3)}{2}+11=55.$$

Решение в целых числах имеет лишь первое из них ($n=12$), значит, партия состоялась.

12. Рассмотрим участника А, который провел наибольшее число партий — k. Никакие двое из k его соперников не играли между собой (ведь в одной тройке с А они уже сыграли две партии). Значит, каждый из этих k шахматистов провел не более $10-(k-1)=11-k$ партий. Любой из остальных $10-k$ участников сыграл не более k партий. Поэтому общее число партий не превосходит

$$\frac{1}{2}(k+k(11-k)+(10-k)k) = k(11-k) = -\left(k-\frac{11}{2}\right)^2+\frac{121}{4},$$

что при целых k не больше 30.

13. Типичная логическая задача, в которой по неполным данным надо разобраться в ситуации. Всего в турнире чемпионов разыгрывалось $\frac{5\times 4}{2}=10$ очков. Карлсен набрал не более 3 (у него есть поражение), но и не менее 3, иначе порядок мест был бы таким: Карлсен — 2,5, Каспаров — 2, Крамник — 1,5, Ананд — 1, Карпов — 0,5, а сумма очков была бы равна 7,5, а не 10. Значит, правильный вариант другой: Карлсен — 3, Каспаров — 2,5, Крамник — 2, Ананд — 1,5, Карпов — 1, что в сумме дает 10 очков.

Карлсен сыграл четыре партии и одну из них проиграл, выходит, три остальные выиграл. Каспаров не проиграл ни разу, а выиграл одну, т. е. как раз одолел Карлсена. В остальных партиях он набрал 1,5 очка — сделал три ничьи.

Крамник против Ананда и Карпова набрал 1,5 очка. Возможны два варианта.

1. Крамник выиграл у Карпова и сыграл вничью с Анандом. Тогда у Ананда с Карповым мирный исход, и у Ананда нет побед. Но это противоречит признанию Карпова, и вариант отпадает.

2. Крамник выиграл у Ананда и сыграл вничью с Карповым. Тогда Ананд выиграл у Карпова и набрал 1,5 очка (табл. 21).

Таблица 21

№	Участники	1	2	3	4	5	О	М
1	Карлсен	×	0	1	1	1	3	I
2	Каспаров	1	×	0,5	0,5	0,5	2,5	II
3	Крамник	0	0,5	×	1	0,5	2	III
4	Ананд	0	0,5	0	×	1	1,5	IV
5	Карпов	0	0,5	0,5	0	×	1	V

14. Еще одна логическая задача, про более молодых шахматистов. Определим прежде всего победителя турнира. Это не Карякин (все ничьи), не Камский (он обыграл победителя), не Раджабов (ни разу не проиграл), не Пономарев (отстал от Каруаны), не Бакро (его обогнал Пономарев). Значит, турнир выиграл итальянский вундеркинд Фабиано Каруана, хотя он и уступил Камскому.

Как сыграли между собой Раджабов и Каруана? Раджабов не выиграл (иначе у Каруаны было бы 2,5 очка, и он не стал бы первым), но и не проиграл (нет поражений) — ничья.

Чтобы стать победителем, Каруана должен был набрать не менее 3 очков — больше, чем Карякин, — значит, он выиграл у Пономарева и Бакро. Раджабов обошелся без поражений, и у него не меньше 2,5 очков, но и не больше, иначе он догнал бы победителя. Значит, ровно столько — все ничьи.

Камский проиграл Пономареву, иначе у него было бы больше 2,5 очков. Так как Пономарев обогнал Бакро, француз не выиграл у него (иначе имел бы 2,5 очка, а Пономарев — 2). Но и Пономарев не взял верх над Бакро (тогда он догнал бы победителя). Ничья, и таблица готова (табл. 22). Хотя играли молодые гроссмейстеры, турнир получился довольно миролюбивым.

Таблица 22

№	Участники	1	2	3	4	5	6	О	М
1	Карякин	×	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2,5	II–V
2	Раджабов	0,5	×	0,5	0,5	0,5	0,5	2,5	II–V
3	Камский	0,5	0,5	×	0	0,5	1	2,5	II–V
4	Пономарев	0,5	0,5	1	×	0,5	0	2,5	II–V
5	Бакро	0,5	0,5	0,5	0,5	×	0	2	VI
6	Каруана	0,5	0,5	0	1	1	×	3	I

15. Для удобства будем пользоваться такой системой подсчета: 1 за победу, 0 за ничью, -1 за поражение (эта система эквивалентна обычной). Пусть n — число участников турнира, положим $k=\frac{n}{2}$ при четном n, $k=\frac{n-1}{2}$ при нечетном.

Предположим, что все участники набрали разное число очков. Тогда среди них найдутся либо k с положительным результатом, либо k с отрицательным. Достаточно рассмотреть первый случай. Поскольку эти k шахматистов набрали разное число очков, а у каждого оно не меньше числа выигранных партий, общее число побед не меньше $1+2+\ldots+k=\frac{k(k+1)}{2}$. Число всех партий в турнире $\frac{n(n-1)}{2}$, поэтому доля результативных к данному моменту не меньше

$$\frac{k(k+1)}{(n-1)n} > \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

т. е. доля ничьих меньше $\frac{3}{4}$, что противоречит условию. Таким образом, предположение неверно.

16. Участник с номером $(n-1)$ сыграл вничью со всеми остальными. Так как первый сделал лишь одну ничью, значит, только с $(n-1)$-м. Участник $n-2$ не сыграл вничью лишь с одним, и это первый игрок. Значит, второй сыграл вничью с $(n-1)$-м и $(n-2)$-м (при $n>4$). Так как у второго всего две ничьи, больше ни с кем такого результата у него нет. Из сказанного следует, что $(n-1)$-й и $(n-2)$-й сыграли вничью с n- м, а второй — нет. Продолжая аналогично, получаем, что при $i\leqslant\frac{n-1}{2}$ участник i сыграл вничью с $n-1,\ldots,n-i$ (не считая себя), участник $n-i$ — с участниками от i до n (не считая себя). Итак, для нечетных n все ясно: с n-м участником вничью сыграли $\frac{n-1}{2}=\left[\frac{n}{2}\right]$ шахматистов. При четных n осталось рассмотреть участника с номером $\frac{n}{2}$. Из сказанного следует, что участники с меньшими номерами не играли с ним вничью. Так как всего у него было $\frac{n}{2}$ ничьих, он сыграл вничью со всеми участниками с бóльшими номерами, включая n-го. Это означает, что у n-го участника тоже $\frac{n}{2}=\left[\frac{n}{2}\right]$ ничьих.

17. Пусть x — число игроков женского пола в семье, тогда $3x$ — число игроков мужского пола, а всего $4x$ человек. При этом сыграно $\frac{4x(4x-1)}{2}=2x(4x-1)$ партий и разыграно столько же очков.

Каждый член семьи мог набрать максимум $4x-1$ очков — в случае, если бы выиграл все партии. Женщины набрали половину очков — $x(4x-1)$, и получается, что они выиграли все свои партии. Если их хотя бы две, то в партии между собой они обе выиграли, что нереально. Значит, они не играли друг с другом, а это возможно только при условии, что в турнире участвовала одна женщина — мать семейства.

Следовательно, играли трое мужчин — отец и два сына. А вот и ответ на поставленный вопрос: в семье двое детей.

18. Пятеро аутсайдеров сыграли между собой $\frac{5\times4}{2}=10$ партий, столько же очков — 10 — они и набрали, играя друг с другом. С другой стороны, складывая все их очки, получаем 11, т. е. у призеров они отобрали всего 1 очко.

19. Пусть x — число участников. Три аутсайдера сыграли между собой три партии и набрали при этом 3 очка. Значит, всего у них

6 очков. Остальные $x-3$ игрока (более удачные) провели между собой $\frac{(x-3)(x-4)}{2}$ партий, и это тоже половина их очков, т. е. всего у них $(x-3)(x-4)$ очков. С другой стороны, всего в турнире сыграно $\frac{x(x-1)}{2}$ партий и набрано столько же очков. Итак,

$$6+(x-3)(x-4) = \frac{x(x-1)}{2}.$$

Упрощая, получаем квадратное уравнение $x^2-13x+36=0$, или $(x-4)(x-9)=0$, откуда $x=4$ или 9. Первый вариант не подходит — единственный удачный игрок (победитель) мог взять очки только против трех последних, а это должно составлять половину его очков. Остается $x=9$, и всего играло 9 человек. Соответствующий пример — табл. 23.

Таблица 23

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	×	0	0	1	1	1	1	1	1
2	1	×	0	0	1	1	1	1	1
3	1	1	×	0	0	1	1	1	1
4	0	1	1	×	0	0	0	1	1
5	0	0	1	1	×	0	1	0	1
6	0	0	0	1	1	×	1	1	0
7	0	0	0	1	0	0	×	0,5	0,5
8	0	0	0	0	1	0	0,5	×	0,5
9	0	0	0	0	0	1	0,5	0,5	×

20. Встреча между двумя победителями закончилась вничью, так как оба ни разу не проиграли. Значит, у первого не более 8,5 очков, а у второго не более 8 очков. Четверо аутсайдеров сыграли между собой шесть партий и набрали не менее 6 очков. Следовательно, и участник, занявший четвертое место, набрал не менее 6 очков, а занявший третье не мог набрать 7 или больше — в противном случае у двух победителей вместе не менее 17 очков, что невозможно. Далее, у участника, занявшего третье место, 6,5 очка, а у занявшего четвертое — 6. Два первых призера набрали вместе 16,5 очка (на 10 больше, чем третий), значит, у победителя 8,5, а у второго призера 8 очков. Все 10 участников сыграли 45 партий и набрали столько же очков. Из них у шести последних $45-8{,}5+8+6{,}5+6=16$ очков, а у квартета аутсайдеров — 6. У занявших пятое и шестое места 10 очков, они могут распределиться единственным способом: соответственно 5,5 и 4,5 очков.

21. Такая ситуация возможна. Например, если участвуют 11 команд, т. е. каждая играет 10 матчей по 2 партии, всего 20 партий. В команде A первый номер сыграл все 10 партий и набрал 6,5 очков (65 %), а второй и запасной — по 5 партий, и каждый набрал 4,5 очка (90 %). Итого, команда A набрала 15,5 очков.

В команде B первый номер набрал 2,5 очка из 4 (62,5 %), а второй и запасной — 7 из 8 (87,5 %). В результате у команды B 16, 5 очков, и она выиграла турнир.

22. Всего в турнире было сыграно $n(n-1)$ партий, столько же и набрано очков. Поскольку у всех очков поровну, участники набрали по $n-1$ очку. Каждый сыграл белыми $n-1$ партию, и число выигранных им белыми равно одному из n чисел: 0, …, $n-1$. Предположим, что утверждение задачи неверно: все участники выиграли разное число партий белыми. Тогда реализованы все возможные варианты от 0 до $n-1$. Рассмотрим двух участников турнира: A, выигравшего $n-1$ партию белыми, и B, не выигравшего ни одной такой партии. Выясним, как сыграл A против черными. С одной стороны, A набрал $n-1$ очко белыми, значит, все черными, в том числе и эту, проиграл. С другой стороны, B не выиграл белыми ни одной, значит, не мог выиграть и эту. Противоречие.

23. Обозначим московских гроссмейстеров $N_1, N_2, \ldots, N_k$, а остальных $O_1, O_2, \ldots, O_t$. Так как в Москве находится больше половины участников, $k>t$. Если рассмотреть пары игроков (N_1, O_1), (N_2, O_2), …, (N_t, O_t), то гроссмейстеры-москвичи $N_{t+1}, N_{t+2}, \ldots, N_k$ не попадут ни в одну из пар.

Возьмем теперь первую пару (N_1, O_1). При любом выборе места игры эти двое проедут расстояние не меньше, чем N_1O_1 по прямой, соединяющей их города. А все вместе проедут не меньше, чем

$$S = N_1O_1 + N_2O_2 + \ldots + N_tO_t.$$

Если турнир состоится в Москве, то S и будет суммой расстояний (остальные гроссмейстеры уже на месте). А если он пройдет в другом городе, то t пар игроков проедут не меньше S, а сумма расстояний для игроков $N_{t+1}, N_{t+2}, \ldots, N_k$ только увеличит общую сумму. Следовательно, москвичи правы: их город — наилучшее место для поведения юбилейного турнира.

24. Всего было сыграно $\frac{30\times 29}{2} = 435$ партий и набрано столько же очков. У участника, получившего разряд, не менее $0{,}6\times 29 = 17{,}4$ очка, точнее, не меньше 17,5. Поэтому выполнивших норму не больше чем $\frac{435}{17{,}5} < 25$ человек. Поучить разряд могли ровно 24 участника, если сыграли между собой все партии вничью, а у остальных выиграли — у каждого будет тогда как раз 17,5 очков.

25. Очевидно, по сумме трех турниров все гроссмейстеры набрали одинаковое число очков. Поскольку Карлсен в двух первых набрал меньше всех, то в последнем он стал победителем.

26. По условиям 2) и 3) возможны следующие варианты:

I. Александр, Бартош и Наталья выиграли по одной партии;
II. Грищук выиграл две партии, Жукова одну;
III. Грищук выиграл две партии, Моника одну.

Если верен вариант I, то по условиям 1 и 4 Грищук победил свою жену в первой партии. Тогда по условию 4 только Бартош мог проиграть Александру или Наталье во второй партии. Отсюда по условиям 1 и 4 следует, что победитель первой партии не мог участвовать в последней партии. Таким образом, вариант I неверен.

Вариант II не подходит по условиям 1 и 4.

Следовательно, верен вариант III. Если Моника выиграла первую партию, то она победила своего мужа (по условию 1). Однако тогда Грищук должен был играть третью партию с супругой, что противоречит условию 1. Поэтому Александр выиграл первую партию у жены (согласно условию 1). Тогда по условию 4 он победил Бартоша во второй партии. И наконец, по условию 4 Моника победила Александра в третьей партии. Таким образом, только Моника не проиграла ни одной партии.

27. Проведем небольшой перебор. Если в турнире участвовало 8 человек, то они должны были сыграть $\frac{8\times7}{2}=28$ партий при условии, что никто не выбыл. Если участвовало 7 человек, то они должны были сыграть $\frac{7\times6}{2}=21$ партию — слишком мало. Значит, в турнире играло 8 человек, а выбывший провел всего три партии.

28. а) При 16 участниках число партий не больше $\frac{16\times15}{2}=120$, при 15 — 105, при 14 — 91. Поэтому в турнире было 16 или 15 участников. Во втором случае 13 игроков провели между собой 78 партий, двое выбывших — 16, значит, кто-то из них или оба — больше половины. В первом случае 14 закончивших турнир сыграли между собой $\frac{14\times13}{2}=91$ партию, а выбывшие провели 3 встречи. Итак, всего было 16 участников.

б) При 15 участниках выбывшие, как мы знаем, провели 16 встреч. Так как каждый должен встретиться с 14 соперниками, половину составляют 7 туров. Если выбывшие провели по 8 партий, то они покинули турнир во второй половине. Поэтому всего было 15 участников.

29. При 16 участниках число партий не превосходит $\frac{16\times15}{2}=120$. Поэтому играло больше 16 шахматистов. Рассмотрим четыре случая.

а) В турнире стартовало 17 участников. Тогда 14 из них, закончивших турнир, провели между собой $\frac{14\times13}{2}=91$ партию, а выбывшие — 39, значит, кто-то из них провел больше половины турнира.

б) Стартовало 18 участников. Тогда 15 из них, закончивших турнир, провели между собой $\frac{15\times14}{2}=105$ партий, а выбывшие — 25. Однако они выбыли в первой половине турнира и не могли сыграть больше $8\times3=24$ партий.

в) Стартовало 19 участников. Тогда 16 из них, закончивших турнир, сыграли между собой $\frac{16\times15}{2}=120$ партий, а выбывшие — 10. Каждый мог выбыть в первой половине турнира.

г) Стартовало 20 участников. Тогда 17 из них, закончивших турнир, сыграли между собой $\frac{17\times16}{2}=136$ партий, т. е. больше, чем все игроки вместе сыграли по условию.

Таким образом, нас устраивает только вариант в). Всего в турнире играло 19 шахматистов.

30. Предположим, что Таль и Каспаров — странные игроки в данном турнире, Михаил Таль проиграл Гарри Каспарову, но обошел его по очкам. Очевидно, с каким-то третьим игроком (и не с одним) Таль сыграл лучше, чем с Каспаровым, скажем, с Карповым (иначе Таль не мог бы обогнать Каспарова). Если у Карпова меньше очков, чем у Таля, то Карпов выиграл у него (Михаил — странный игрок!). Если же у Карпова не меньше очков, чем у Таля, то Карпов набрал больше Каспарова, и тогда Каспаров (как странный игрок!) выиграл у Карпова. Значит, Таль ни с кем не сыграл лучше, чем Каспаров, что также противоречит предположению.

31. а) Пусть в турнире 6 участников. Первые трое сыграли между собой вничью, четвертый с пятым — также вничью, причем они проиграли первым трем, а шестой выиграл у первых трех и уступил четвертому и пятому. Тогда шестой разделил первое место с первыми тремя игроками, набрав три очка из пяти, и при этом является странным. Чтобы поместить странного игрока на последнее место, достаточно поменять результаты на противоположные.

б) Предположим, что первое место разделили только странные игроки и их число равно m. Любой из них поиграл всем, кто ниже его, и поэтому набрал не больше $m-1$ очков. Игрок, не занявший первое место, выиграл у всех странных и поэтому набрал не меньше m очков — противоречие. Значит, первое место не может принадлежать только странным игрокам. Аналогичные рассуждения применимы и для последнего места.

32. Первый тур судили $\frac{n}{2}$ арбитров. Если предположить, что утверждение неверно, то все арбитры первого тура (кроме одного) судили не меньше двух партий. Тогда арбитры первого тура за время турнира судили не меньше $2\times\left(\frac{n}{2}-1\right)+1=n-1$ партий. Вместе с финалом получаем не меньше n партий, однако, как мы знаем, в Кубке с n участниками всего играется $n-1$ партий — противоречие.

33. Вот какое хитрое расписание придумали организаторы. Для $1\leqslant k\leqslant 15$ игрок номер k играет с игроком номер $16-k$; для $16\leqslant k\leqslant 20$ номер k играет с номером $36-k$; для $21\leqslant k\leqslant 28$ номер k играет с номером $49-k$; наконец, для $29\leqslant k\leqslant 1996$ номер k играет с номером $45^2-k=2025-k$. Таким образом, сумма номеров каждой пары равна квадрату одного из чисел — 4, 6, 7 или 45.

34. Капенгут выиграл все партии и набрал сто процентов очков — три из трех. В самом деле, четверо участников сыграли $\frac{4\times 3}{2}=6$ партий и набрали 6 очков, и если Капенгут набрал меньше 3, то каждый из трех остальных, отставших на 2 очка, набрал не больше 0,5 очка, а все вместе не больше $2{,}5+3\times 0{,}5=4<6$ — противоречие. Итак, трое отставших гроссмейстеров набрали по 1 очку (иначе сумма всех очков тоже меньше 6), причем возможны три случая: 1) все гроссмейстеры сыграли между собой вничью; 2) Таль выиграл у Кереса, тогда Керес выиграл у Штейна, а Штейн у Таля; 3) Таль выиграл у Штейна, тогда Штейн выиграл у Кереса, а Керес у Таля. Реально в этом микротурнире случился второй вариант, хотя с точки зрения математики это уже не имеет значения.

35. Возможное расписание представлено в табл. 24.

Таблица 24

I \ II	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	3	4	5	6	1
3	3	4	5	6	1	2
4	4	5	6	1	2	3
5	5	6	1	2	3	4
6	6	1	2	3	4	5

Строки таблицы соответствуют участникам первой команды, столбцы — участникам второй. Номер тура, в котором играют партнеры, стоит на пересечении строки и столбца, а цвет фигур (для игрока первой команды) определяется цветом этой клетки.

Заметим, что в каждом столбце и в каждой строке выделенного квадрата присутствуют все числа от 1 до 6. В общем случае в квадрате стоят числа от 1 до n, и он называется латинским квадратом порядка n. (Эйлер, исследовавший такие квадраты, вместо чисел использовал латинские буквы, чем и объясняется название.) Очевидно, всякий латинский квадрат порядка n, клетки которого окрашены в черный и белый цвета, дает расписание матча-турнира для двух команд с n игроками.

36. Очевидно, надо рассматривать только четные n, в противном случае нарушаются оба условия. Вернемся к латинским квадратам порядка n. Предположим, что клетки одного из них раскрашены так, что одновременно выполняются два условия:

а) в каждом столбце и в каждой строке одинаковое число белых и черных клеток;

б) половина всех клеток, в которых записано одно и то же число, раскрашена в белый цвет, а половина — в черный.

Раскрашенный таким способом латинский квадрат дает расписание, удовлетворяющее условиям 1) и 2) для двух команд из n игроков. Действительно, из а) следует 1), а из б) — 2). Возникает следующая задача. При каких n существует латинский квадрат порядка n, клетки которого можно раскрасить в черный и белый цвета так, чтобы одновременно выполнялись условия а) и б)?

Здесь нам понадобится еще одно понятие, связанное с латинскими квадратами. При наложении одного из таких квадратов на другой (оба порядка n) получаем n^2 пар чисел, стоящих на одинаковых местах — одно число из первого квадрата, другое — из второго (при разном порядке чисел пары разные). Два латинских квадрата порядка n называются ортогональными, если все n^2 пар чисел, возникающих при наложении, отличаются друг от друга. Например, два латинских квадрата четвертого порядка в таблице 25 а, б ортогональны, так как при наложении квадрата на квадрат все $n^2=16$ пар чисел различны (табл. 25, в).

Таблица 25

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2

а

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

б

1, 1	2, 2	3, 3	4, 4
4, 2	3, 1	2, 4	1, 3
2, 3	1, 4	4, 1	3, 2
3, 4	4, 3	1, 2	2, 1

в

Если существуют два ортогональных латинских квадрата порядка n (n четно), то каждый из них можно раскрасить так, чтобы выполнялись условия а) и б). Возьмем один из квадратов в качестве исходного и закрасим в черный цвет все клетки, на которые при наложении второго квадрата попадают клетки с четными числами (остальные клетки будут белые). Убедимся, что раскрашенный квадрат удовлетворяет условиям а) и б). Так как в каждой строке и в каждом столбце половина чисел четна, а половина нечетна (при четном n), условие а) выполняется. Ввиду ортогональности квадратов каждым n одинаковым числам исходного соответствует половина четных и половина нечетных чисел второго, то есть условие б) тоже выполняется.

В качестве примера рассмотрим два уже знакомых латинских квадрата четвертого порядка (табл. 25, а–в). Применив описанную процедуру, получаем таблицу, раскраска которой дает расписание турнира для двух команд из четырех игроков (табл. 26).

Таблица 26

I \ II	**1**	**2**	**3**	**4**
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	2	1	4	3
4	3	4	1	2

Итак, задача о расписании турнира неожиданно привела нас к увлекательному разделу комбинаторики — теории латинских квадратов! Проблема существования ортогональных латинских квадратов в общем случае не поддавалась около 200 лет, и лишь в середине прошлого столетия было, наконец, доказано, что такие квадраты существуют для всех n, отличных от 2 и 6. Выходит, для любой пары команд с четным числом игроков, не равным 2 или 6, имеется расписание турнира, удовлетворяющее условиям 1) и 2).

Для $n=2$ и $n=6$ нельзя утверждать, что расписание имеется, но и нет оснований считать обратное. Простой перебор показывает, что для $n=2$ необходимое расписание отсутствует. А для случая $n=6$ пришлось обратиться к компьютеру, который раскрасил все латинские квадраты шестого порядка и неожиданно обнаружил раскраски, удовлетворяющие условиям а) и б), стало быть, и искомое расписание турнира. Одно из них показано на табл. 27. Это расписание примечательно еще и тем, что никто из игроков не играет более двух партий подряд одним цветом. Поскольку полного чередования цветов, как мы знаем, добиться невозможно, данное расписание можно считать идеальным.

Таблица 27

I \ II	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	3	6	5	1	4
3	3	6	2	1	4	5
4	4	1	5	2	6	3
5	5	4	1	6	3	2
6	6	5	4	3	2	1

Интересно, что в 70-е годы прошлого века организаторы одного из матчей СССР–Югославия пытались найти хорошее расписание для мужских команд, состоящих как раз из шести гроссмейстеров каждая, но сделать это не смогли. Вот тогда-то математики и увлеклись проблемой составления расписания для матча-турнира.

Теннис

1. Нет, они прошли честно. Просто это были дедушка, отец и сын.

2. Алексей не учится в 5А, так как не может играть сам с собой. Борис по той же причине не учится в 5В. Алексей не учится в 5В, так как не может играть с Борисом и в то же время отдыхать. Значит, Алексей из 5Б, Вадим — из 5В, а Борису остается 5А.

3. Для того, чтобы побед в турнире было больше, чем поражений, надо пройти как минимум в третий тур. Участники третьего тура составляют четверть от общего числа спортсменов. Следовательно, в турнире стартовало 128 теннисистов.

4. Каждая из звезд тенниса играла в паре с четырьмя другими, причем в составе той или иной пары ровно три встречи. Значит, всего теннисистки провели по 12 микроматчей. Как мы знаем, Дементьева проиграла все 12 встреч. Остальные девушки сыграли по 6 раз против нее, т. е. Шарапова, Звонарева, Кириленко и Кузнецова во встречах против Елены и ее партнерши одержали 6 побед. Другие свои микроматчи Звонарева проиграла — 3 в паре с Дементьевой, еще 3 (без участия Елены) закончились так:

Звонарева с Кириленко проиграли Кузнецовой с Шараповой,
Звонарева с Кузнецовой проиграли Кириленко с Шараповой,
Звонарева с Шараповой проиграли Кириленко с Кузнецовой.

Поскольку каждый матч Кузнецова играла либо с Дементьевой, либо против нее; либо со Звонаревой, либо против нее, учтены все ее матчи. Из чего следует, что Светлана выиграла 8 матчей.

5. Второй игрок займет второе место лишь в том случае, если он попал не в ту половину таблицы, где находится первый (в этом случае выбудет из борьбы раньше и не дойдет до финала). Решим более общую задачу при условии, что в Кубке участвуют 2^n теннисистов. В той половине таблице, где отсутствует первый игрок, у второго 2^{n-1} исходных положений, а в полной таблице — 2^n-1 (любое, кроме занятого сильнейшим). Таким образом, в турнире с 2^n игроками второй по силе занимает второе место с вероятностью $\frac{2^{n-1}}{2^n-1}$. Для нашего случая получаем ответ $\frac{4}{7}$.

6. Поскольку чемпион играет сильнее отца, сыну следовало бы играть с ним меньше партий. С другой стороны, вторая партия — основная, так как нельзя выиграть дважды подряд, не одержав победу в ней. Пусть *Ч* — чемпион, *О* — отец, *W* и *L* — выигрыш и проигрыш сына. Пусть, далее, *ч* — вероятность того, что сын обыграет чемпиона, а *о* — отца. В табл. 28 приведены возможные результаты и их вероятности.

Таблица 28

Схема *ОЧО*

О	*Ч*	*О*	Вероятность
W	W	W	о*ч*о
W	W	L	*ч*о(1-о)
L	W	W	(1-о)*ч*о

Общая вероятность: $оч(2-о)$

Схема *ЧОЧ*

Ч	*О*	*Ч*	Вероятность
W	W	W	*ч*о*ч*
W	W	L	*ч*о(1-*ч*)
L	W	W	(1-*ч*)о*ч*

Общая вероятность: $оч(2-ч)$

Так как чемпион сильнее отца, $ч<о$ и $2-ч>2-о$, т. е. сыну следует выбрать вариант *ЧОЧ*. Например, если $ч=0{,}4$, $о=0{,}8$, то вероятность получить приз при схеме *ОЧО* равна 0,384, а при схеме *ЧОЧ* — 0,512. Таким образом, бóльшая вероятность выигрыша второй партии перевешивает невыгоды от двух партий с чемпионом.

7. Можно легко обойтись без уравнений. Просто догадаться, что у Динары был номер 5. Четыре участницы имели меньший номер: 1, 2, 3, 4; шесть — больший: 6, 7, 8, 9, 10, 11. Произведение 4 на 6 дает 24. Тот же самый ответ был бы при номере 7; тогда у шести участниц был бы номер, меньший семи, и у четырех — больший.

8. Всего теннисисты сыграли $\frac{24+28+38}{2}=45$ партий. Игрок пропускает партию после каждого проигрыша, а Давыденко не играл еще и первую. Следовательно, из первых 44 партий Чесноков проиграл 21, Кафельников — 17 и Давыденко — 6. Итак, Кафельников проиграл 17 партий, а выиграл 11.

9. Всего сыграно $(10+12+14)\times 2=72$ матча. Пусть Андрей сыграл x партий, Евгений — y, Николай — z, тогда $x+y+z=72$. Заметим, что все партии с участием Чеснокова, кроме, быть может, самой первой, состоялись вслед за проигрышем Евгения или Николая, а все партии, в которых один из этих двоих проиграл, кроме, быть может, самой последней, предшествовали партии, в которой участвовал Андрей. Поэтому x отличается от $(y-12)+(z-14)$ не больше чем на единицу. Но поскольку $x+y+z$ четно, $x=(y-12)+(z-14)$. Аналогично получаем, что $y=(x-10)+(z-14)$ и $z=(x-10)+(y-12)$. Полученная система трех уравнений с тремя неизвестными имеет единственное решение: $x=23$, $y=24$, $z=25$. Итак, Чесноков сыграл 23 партии, Кафельников — 24, Давыденко — 25.

10. Прежде всего забудем, что после каких-то туров число продолжающих борьбу за Кубок может быть нечетным. Вместо того, чтобы подсчитывать число встреч тур за туром, посмотрим на турнир в целом и заметим, что в каждом поединке выбывает ровно один участник. Ровно один — победитель Кубка — останется и после финального матча, а $n-1$ игрок выбудет. Таким образом, организаторам надо провести в общей сложности $n-1$ встречу и, стало быть, позаботиться об $n-1$ упаковке мячей.

P.S. С подобной задачей мы уже встречались в футболе. Но решение столь простое и неожиданное, что мы решили предложить ее и в другой спортивной игре.

11. Имеем:

$$x_1+y_1=x_2+y_2=\ldots=x_{10}+y_{10}=9,$$
$$x_1+x_2+\ldots+x_{10}=y_1+y_2+\ldots+y_{10}.$$

Поэтому

$$x_1^2+x_2^2+\ldots+x_{10}^2-y_1^2-y_2^2-\ldots-y_{10}^2=$$
$$=9(x_1+\ldots+x_{10}-y_1-y_2-\ldots-y_{10})=0.$$

12. Пусть аспирантов было k, тогда студентов — $3k$. Число побед, одержанных студентами, не меньше, чем $\frac{3k(3k-1)}{2}$, а число побед, одержанных аспирантами, не больше, чем $\frac{k(k-1)}{2}+3k^2$. Отсюда

$$\frac{3k(3k-1)}{2}\leqslant\frac{k(k-1)}{2}+3k^2.$$

После упрощений получаем $k^2\leqslant k$. Следовательно, $k=1$ — аспирант был один, и он обыграл всех трех студентов.

13. Построив соответствующую таблицу, нетрудно убедиться, что обладатель Кубка будет известен через 8 часов.

14. Тарпищев достал мяч из сумки с этикеткой «Белые и желтые». Пусть мяч оказался желтым. Тогда тренер повесил на эту сумку этикетку «Желтые». Затем на сумку, где только что были «Белые», пришпилил «Белые и желтые» (эта сумка должна была поменять этикетку), а вместо «Желтые» появились «Белые», и все стало на свои места. Мария Шарапова и ее подруги с восхищением следили за манипуляциями своего тренера и спарринг-партнера. Аналогично, если бы первый вынутый мяч оказался белым, тренер повесил бы на эту сумку «Белые», этикетку «Желтые» — на место «Белые» и «Белые и желтые» — на место «Желтые».

15. Елена просто подозвала дежурного по кортам и попросила его наполнить норку водой, после чего мяч выплыл оттуда сам. Если вы тоже догадались до этого способа, то сет, гейм и игра – ваши!

Стрелковый и конный спорт, фехтование

1. Он выстрелил точно, но в чужую мишень.

2. Потребуется небольшой перебор. Александр Кожин получил 4 раза по 17 очков, 2 раза по 16 и всего, как мы знаем, 100. Гаслан Базаржапов выбил дважды по 23 очка, 4 раза по 16 и всего 110. У Бэлиго Цынгуева 1 раз 40 очков, 5 раз по 16, итого 120. Теоретически он мог бы набрать свои 120 очков и другими способами, если бы не было известно, что «яблочко» поразила только одна стрела.

3. Три возраста дочерей являются множителями числа 72. Все возможные комбинации возрастов дочерей спортсмена указаны в табл. 29 (справа стоит их сумма, т. е. возможный результат стрельбы).

Таблица 29

Возраст			Сумма
72	1	1	74
36	2	1	39
24	3	1	28
18	2	2	22
18	4	1	23
12	6	1	19
12	3	2	17
9	8	1	18
9	4	2	15
8	3	3	14
6	6	2	14
6	4	3	13

Так как соперник видел результат стрельбы нашего капитана, он мог определить возраст его дочерей. Но он их не назвал, потому что было набрано 14 очков, и существовало два варианта: 8, 3 и 3 и 6, 6 и 2, которые давали одинаковые суммы. А когда он узнал, что одна из дочерей его конкурента была старшей, ситуация сразу определилась: возрасты дочерей — 8 лет, 3 года и 3. Еще одна классическая головоломка в спортивной интерпретации.

4. Легко убедиться, что прибавление к нескольким числам их среднего арифметического приводит к группе чисел с тем же средним арифметическим. Поэтому все спортсмены, начиная с третьего, выбивали по 70 очков.

5. Может. Если, например, распределение числа успешных выстрелов и числа патронов по этапам будет таким, как в табл. 30.

Таблица 30

Стрелок	Число	I этап	II этап
I	успешных выстрелов	6	5
	патронов	14	6
II	успешных выстрелов	4	8
	патронов	10	10

И правда, $\frac{6}{14} > \frac{4}{10}$ и $\frac{5}{6} > \frac{8}{10}$, но $\frac{11}{20} < \frac{12}{20}$. Вот такой парадокс!

6. Выпишем оценки (числа очков) всех 18 выстрелов и распределим их в три ряда по 6 выстрелов так, чтобы сумма очков в каждом ряду давала 71 очко. Возможен только один-единственный вариант такого распределения:

$$\begin{array}{rrrrrr} 25, & 20, & 20, & 3, & 2, & 1; \\ 25, & 20, & 10, & 10, & 5, & 1; \\ 50, & 10, & 5, & 3, & 2, & 1. \end{array}$$

Так как Блинову первые два выстрела принесли 22 очка, его оценки — в первом ряду, поскольку лишь в нем имеются два числа, дающих в сумме 22. Исакову первый выстрел дал 3 очка, значит, его ряд — третий, только в нем находится число 3. В этом же ряду и число 50. Следовательно, в центральное яблоко мишени попал Исаков. А второй ряд, очевидно, принадлежит Полякову.

7. Тремя последними выстрелами Алипов мог выбить не больше 28 очков, а тогда Гуркин не больше $28:3=9\frac{1}{3}$, т. е. не больше 9 очков. Но и меньше, чем $2+3+4=9$ очков он выбить не мог. Таким образом, Гуркин выбил ровно 9 очков указанным набором. Тогда Алипов выбил 27, и это мог быть только набор 8, 9, 10. Третьим выстрелом Алипов в любом случае выбил больше Гуркина, разность заключена между числами $8-4=4$ и $10-2=8$. Значит, первыми двумя выстрелами Гуркин выбил больше Алипова, причем разность такая же. На первые два выстрела обоих остались очки 4, 5, 8, 9, и возможные положительные разности равны $9+8-5-4=8$ или $9+5-8-4=2$. Совпадают только разности 8. Отсюда следует, что Гуркин выбил третьим выстрелом 2 очка, а Алипов 10.

8. Лошади распределялись по жребию (как в современном пятиборье), и выбирать можно было любую, кроме своей. Понятно, что участники мчались вперед изо всех сил! (Еще одна классическая головоломка в необычном оформлении).

9. Небольшой перебор показывает, что призерами стали лошади с номерами 6, 7 и 9.

10. Пусть зритель поставит a, b и c долларов соответственно на Соли, Тагиру и Фелицию. Если Соли придет первой, выигрыш составит $a-b-c$ долларов. Если победит Тагира, то зритель заработает $2b-a-c$, наконец, если выиграет забег Фелиция, то выигрыш составит $6c-a-b$ долларов. Приравнивая возможные выигрыши, имеем

$$2a-(a+b+c) = 3b-(a+b+c) = 7c-(a+b+c)$$

или

$$2a = 3b = 7c.$$

Кроме того,

$$a+b+c = 205.$$

Решая систему трех уравнений с тремя неизвестными, находим $a=105$, $b=70$, $c=30$. Распределяя ставки так, азартный игрок получит прибыль $105-30-70=5$ долларов независимо от того, какая лошадь придет первой. Немного, конечно, но зато гарантировано.

11. Пусть x — количество «старых» участников, а y — «новых». Вначале планировалось $\frac{x(x-1)}{2}$ схваток, а после увеличения числа участников предстояло провести $\frac{(x+y)(x+y-1)}{2}$ схваток. При этом

$$\frac{(x+y)(x+y-1)}{2} - \frac{x(x-1)}{2} = 26.$$

Упрощая, получаем:

$$y(2x+y-1) = 52.$$

Так как x и y — целые положительные числа, таким же является и число $(2x+y-1)$. Из уравнения следует, что y — делитель числа 52, т. е. $y=1$, 2, 4, 13, 26 или 52. Если $y=1$, то в формулировке задачи не упоминалось бы «несколько» новых участников. Если $y=13$, 26 или 52, то x — отрицательное число. Если $y=2$, то $x=12{,}5$ (дробное число). Значит, единственный вариант $y=4$, отсюда $x=5$. Итак, к 5 «старым» участникам фехтовального турнира добавилось еще четыре «новых».

Зимние виды спорта

1. См. рис. 11.

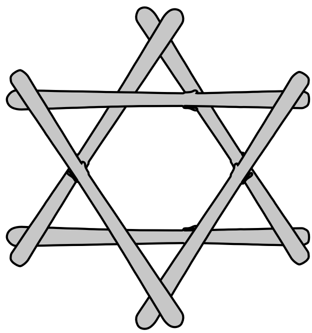

Рис. 11

2. Можно составить уравнение, а можно просто посчитать: первый лыжник прошел весь путь на 8 мин быстрее.

3. Кажется, что искомая скорость v есть среднее арифметическое двух указанных — 12,5 км/ч, — но это не так. Пусть s км — расстояние между домом и лыжной базой. Из условий следует, что $\frac{s}{10}-\frac{s}{v}=1$ и $\frac{s}{v}-\frac{s}{15}=1$.

Решая эту систему двух уравнений, получаем, что лыжнику надо бежать со скоростью $v=12$ км/ч.

4. Самый строгий блюститель правил не придерётся, если упаковать лыжи крестообразно. Диагональ прямоугольника 150 см, а его стороны могут быть равны 120 см и 90 см ($120^2+90^2=150^2$).

5. Вероятность близка к нулю, потому что это 2 часа ночи следующего дня.

6. Если Бьёрндален вынет семь медалей, то среди них будут две золотых. При меньшем числе может оказаться, что он достанет только одну золотую или вообще ни одной.

7. Читатель наверняка узнал популярную задачу о волке, козе и капусте, которых перевозчику необходимо переправить с одного берега реки на другой так, чтобы волк не съел козу, а коза — капусту. Иные действующие лица не меняют сути задачи. Организовать перевозку спортсменов несложно. Волонтёру сначала надо перевезти горнолыжника из Сочи в Красную поляну, оставив лыжника и сноубордиста внизу. Потом вернуться, забрать одного из двоих (например, лыжника), его одного перебросить в Красную поляну и тут же с горнолыжником спуститься в Сочи. Теперь перевезти одного сноубордиста и отправиться вниз за горнолыжником. Осталось подняться наверх с горнолыжником. Все в целости и сохранности собрались на месте соревнований.

8. Поскольку пройденные 500 м составляют $\frac{1}{4}$ часть дистанции, длина всей дистанции 2000 м.

9. Пусть длина дорожки d, скорости тренера и ученика соответственно $v_т$ и $v_у$, t — время, которое проходит между обгонами (тренер обгонял ученика при движении в одном направлении по кругу). За это время тренер пробегал на d больше ученика, а при встречном движении они за время $\frac{t}{5}$ вместе пробегали d, значит,

$$t(v_т - v_у) = d,$$
$$\frac{t}{5}(v_т + v_у) = d.$$

Разделив первое уравнение на второе, получаем

$$\frac{5(v_т - v_у)}{(v_т + v_у)} = 1.$$

Отсюда $2v_т = 3v_у$, т. е. тренер бегает в полтора раза быстрее своего ученика (сами скорости конькобежцев нас не интересуют).

10. При 5 парах фигуристов такое изменение мест вполне возможно. Пусть они получили на соревнованиях следующие оценки:

0 0 0 0 0 0 10, 0 0 0 0 0 1 8, 0 0 0 0 1 1 6, 0 0 0 1 1 1 4, 0 0 1 1 1 1 2.

При отбрасывании крайних оценок средние арифметические пар идут в возрастающем порядке: 0, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$. А если худшую и лучшую оценки не отбрасывать, фигуристы расположатся в убывающем порядке: $\frac{10}{7}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{6}{7}$.

Предположим теперь, что танцевальных пар 6 или больше. Пусть A, a, S_A — соответственно лучшая оценка, худшая оценка и сумма всех 5 неотброшенных оценок победителей, а B, b, S_B — то же для последней пары. Расставим танцоров по сумме всех баллов и по сумме всех, кроме крайних. Из условия следует, что пары идут в обратном порядке. Так как танцевальных пар больше 5, выполняются неравенства $S_A - S_B \geqslant 5$ и $(B+b+S_B)-(A+a+S_A) \geqslant 5$. Складывая эти неравенства, получаем $B+b-A-a \geqslant 10$. Отсюда $b \geqslant A+a+(10-B) \geqslant A$, т. е.

худшая оценка последней пары не меньше лучшей оценки победителей. Но тогда у последней пары каждая оценка не меньше, чем у победителей, т. е. $S_B \geqslant S_A$. Противоречие.

Заметим, что число судей несущественно, лишь бы их было не меньше трёх.

11. Общая сумма оценок равна $3(1+2+\ldots+10)=165$. Если предположить, что сумма оценок чемпионки не меньше 16, то у каждой из девяти остальных она не меньше 17. Но $16+9\times 17>165$ — противоречие. В таблице 31 дан пример, в котором единоличная победительница набрала 15 баллов — каждый из судей поставил ей «пятерку».

Таблица 31

Судья	Участница									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	5	10	6	1	8	2	7	3	9	4
II	5	6	1	10	2	7	8	9	4	3
III	5	1	10	6	7	8	2	4	3	9

Легкая атлетика и гимнастика

1. Спортсмены бежали по кругу. Победитель обогнал аутсайдеров почти на круг (но не всех).

2. Первый километр спортсмен пробежал за две минуты, и поезд ушел. Так что теперь он может не спешить, все равно опоздал.

3. Как ни странно, 80 секунд это и есть 1 мин 20 с.

4. Несложный перебор показывает, что в течение пяти тренировочных дней Куц пробегал соответственно 8, 14, 20, 26 и 32 км.

5. В прыжках в длину (Д), в высоту (В) и с шестом (Ш) приняли участие 6 спортсменов. Нагляднее всего убедиться в этом, воспользовавшись так называемыми диаграммами Венна (рис. 12).

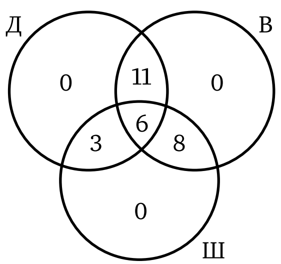

Рис. 12

6. Участники Олимпийских игр сделали разное число ложных заявлений — кто-то солгал трижды, кто-то — дважды, кто-то — один раз, а кто-то ни разу (пример приведен в табл. 32, здесь И означает истинное утверждение, а Л — ложное).

Таблица 32

Олимпиец	Утверждение		
	1	2	3
Геродор	И	И	Л
Диомед	Л	Л	Л
Милон	И	И	И
Нестор	И	Л	Л

Предположим, что олимпийским чемпионом стал Геродор. В этом предположении у каждого героя, кроме Диомеда, имеются ложные высказывания, и, значит, все три его заявления верны (три И), т. е. он завоевал серебро, а тренировался вдвоем с Милоном. Получается, что все высказывания Милона ложны, как и третьи Геродора и Нестора. Выходит, Геродор и Нестор лишь однажды сказали правду, что невозможно. Итак, Геродор не победитель.

Пусть чемпионом стал Милон. Тогда все три высказывания Нестора истинны (у других олимпийцев уже первые высказывания ложны). Значит, Диомед занял второе место, а Милон и Нестор тренировались вместе. При этом все три высказывания Геродора и Милона ложны — противоречие. Значит, и Милон не победитель.

Может быть, первым стал Нестор? Тоже не выходит. Пусть, например, он говорил одну правду. Тогда Диомед занял второе место, а Милон и Нестор тренировались вместе. Получается, что Геродор и Диомед сказали правду по одному разу, что опять невозможно. Убедимся, что победителем вышел Диомед. Действительно, Милон не солгал ни разу, Геродор стал серебряным призером, а Милон тренировался в гордом одиночестве. Все сходится (табл. 32). Правда, остается один вопрос — зачем олимпийскому чемпиону понадобилось так много лгать, неужели от волнения?

7. Рассмотрим три забега, в которых наши бегуны пересекали финишную ленточку в таком порядке: Болт — Пауэлл — Гастин, Пауэлл — Гастин — Болт и Гастин — Болт — Пауэлл. В двух забегах (первом и третьем) Болт опередил Пауэлла, в двух (первом и втором) Пауэлл — Гастина и в двух (втором и третьем) Гастин опередил Болта. Таким образом, если на протяжении всего сезона результаты соревнований были примерно такими же, как в трех рассмотренных забегах, указанные условия выполняются.

8. Покажем без лишних подробностей, что в состязаниях трех факультетов прыжки высоту выиграл мехмат. В каждом состязании за первое, второе и третье место присуждалось разное число очков — за первое минимум 3. Мы знаем, что было по крайней мере два состязания и физфак, победивший в толкании ядра, набрал 9 очков. Поэтому за первое место не могло присуждаться больше 8 очков. А ровно 8? Тоже нет, потому что в этом случае в турнире только два состязания, и мехмат не мог бы набрать 22 очка. Количество очков за первое место не равно и 7 — в этом случае проходило не больше трех соревнований, а этого тоже недостаточно, чтобы набрать 22 очка. Подобными рассуждениями исключаются и числа очков 6, 4 и 3. Единственно возможным остается 5.

Если за первое место присуждается 5 очков, то в турнире не меньше 5 состязаний (меньшего недостаточно, чтобы мехмат набрал 22 очка, а при большем физфак наберет больше 9). У физфака 5 очков в толкании ядра, т. е. за каждое из четырех остальных состязаний он получил по 1. В таком случае мехмат может получить 22 очка двумя способами: 4, 5, 5, 5, 3 или 2, 5, 5, 5, 5. Первый вариант отпадает, потому что у химфака выходит 17 очков, хотя на самом деле у него всего 9. А последняя возможность нас устраивает. В результате число очков, набранное каждым факультетом, восстанавливается однозначно (табл. 33).

Таблица 33

Факультеты	Состязания					Очки
	1	2	3	4	5	
Мехмат	2	5	5	5	5	22
Физфак	5	1	1	1	1	9
Химфак	1	2	2	2	2	9

Мехмат выиграл все состязания, кроме толкания ядра, и, значит, он победил и в прыжках в высоту. Читатели, возможно, найдут более короткое решение задачи.

9. Пусть x — число скамей и y — число гимнастов. Тогда получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$6(x-1)+3=y,$$
$$5x+4=y.$$

Отсюда

$$6(x-1)+3=5x+4,$$

и получаем $x=7$, $y=39$. Итак, в гимнастическом зале занимаются 39 спортсменов и расставлено 7 скамей.

10. За 3 шага гимнастка продвигалась вперед на 50 см. Следовательно, сделав $2\times3\times29=174$ шага, она оказывалась на расстоянии 29 м от старта. Сделав еще 2 шага, достигала второго флагштока и заканчивала упражнение. Итак, всего Светлана делала 176 шагов.

Тяжелая атлетика и борьба

1. Поскольку 133 кг — половина веса, значит, вся штанга весит 266 кг. Действительно, именно таков был рекорд Тараненко. (Задача напоминает другую известную шутку: кирпич весит 1 кг и еще полкирпича; сколько весит кирпич?)

2. Выход в этой немного мрачной задаче есть! Один год любитель допинга участвует в соревнованиях, потом один год отбывает дисквалификацию, и т.д. до конца жизни (ну, или до конца спортивной карьеры).

3. Можно считать, что все атлеты имеют разный вес (наличие спортсменов одного веса упрощает дело, так как всех их можно отправить в одну команду). Пусть каждые два штангиста, один из которых вдвое тяжелее другого, возьмутся за руки. Получим ряд цепочек спортсменов. В каждой из них попросим атлетов попеременно надеть майки двух цветов. Теперь сформируем две команды атлетов с одноцветными майками. Спортсмены с майками одного цвета не брались за руки, поэтому никакие два из них не будут отличаться по весу в два раза. Таким образом, всех тяжелоатлетов можно распределить на две команды.

4. Самый сильный обязательно станет призером. Покажем, что он может быть единственным. Для этого пронумеруем борцов по возрастанию силы от 1 до 100. В первом туре проведем такие поединки:

$$1\text{–}2,\quad 3\text{–}4,\quad \ldots,\quad 99\text{–}100,$$

а во втором такие:

$$100\text{–}1,\quad 2\text{–}3,\quad \ldots,\quad 98\text{–}99.$$

Легко убедиться, что все, кроме сильнейшего, проиграют в одном из туров (а самый слабый — в обоих).

5. Одна из возможных схем проведения Кубка показана на рис. 13. Нетрудно убедиться, что имя победителя будет известно уже через 7 часов.

Эта задача похожа на задачу о теннисе, только там вместо трех борцовских ковров фигурировали четыре теннисных стола.

6. Пронумеруем борцов по их силе (чем больше номер, тем сильнее борец). Тогда команды (3,4,8), (2,6,7) и (1,5,9) удовлетворяют условиям. Все три матча закончились со счетом 2:1.

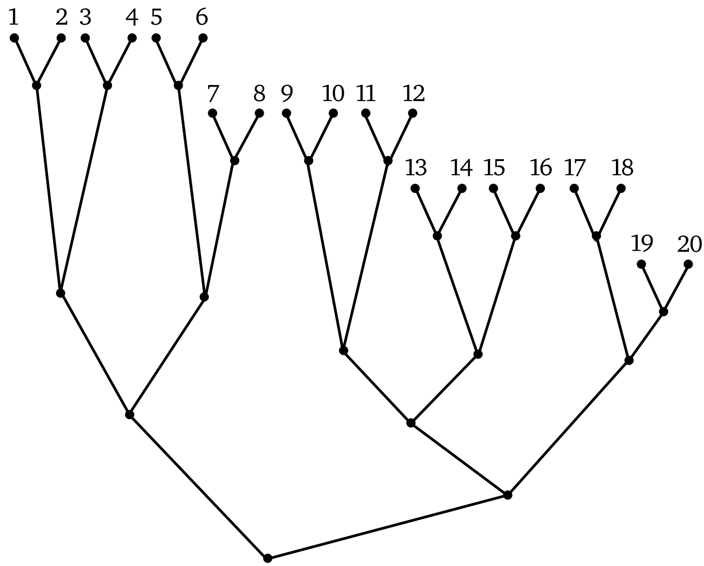

Рис. 13

7. Занумеруем боксеров в порядке убывания их силы. Рассмотрим трех, которые в итоге набрали больше очков, чем трое сильнейших. Номер одного из них не менее, чем шестой. Если он не пользовался свинцовой подковой, то мог выиграть не более чем у 94 соперников, т. е. даже подложив себе подкову, он мог набрать не более 95 очков. Значит, каждый из троих сильнейших набрал не более 94 очков. В честных боях эти трое набрали бы 99, 98 и 97 очков. Таким образом, из-за жульничества они должны были потерять как минимум 5, 4 и 3 очка соответственно. Следовательно, заговорщиков было не менее $5+4+3=12$.

Вот пример, показывающий, что заговорщиков могло быть ровно 12. Пусть боксеры с 4-го по 15-й являются заговорщиками: пять из них выиграли при помощи подковы у 1-го боксера, четверо — у 2-го и трое — у 3-го. Трое сильнейших набрали по 94 очка и проиграли 4-му, 5-му и 6-му.

8. Сначала проходит турнир по олимпийской системе. Как мы знаем, 63 боксера выбывают в 63 боях. При этом победитель проводит 6 схваток и одерживает верх над 6 боксерами. Второй по силе — среди этих шести, так как никому другому он проиграть не мог. Для выявления второго следует организовать еще один небольшой турнир по олимпийской системе среди этой шестерки — 5 боев. А всего достаточно $63+5=68$ схваток.

Баскетбол и волейбол

1. Перейдем к привычным целым числам. Три игрока забросят за полтора матча $22{,}5\times 2=45$ мячей, а за три матча — $45\times 2=90$ мячей. Значит, один игрок забросит за три матча 30 мячей, а за один — 10. Команда из 5 игроков забросит 50 мячей и наберет 100 очков. Все в игроки в целости и сохранности...

2. Для любой команды найдутся 9 других, с которыми она еще не встретилась, а среди этих девяти — две, которые за 8 туров не сыграли между собой (в каждом туре одна команда из этих девяти свободна, и сыграть друг с другом за 8 туров они не могут). Вот три необходимые команды и найдены.

3. Пусть всего играли n команд. В двухкруговом турнире они в среднем набирают по $n-1$ очку. По условию среднее больше 10, но меньше 12 (это ясно видно, если победитель «подарит» по очку двум аутсайдерам). Значит, $n-1=11$ и команд было 12.

4. Имеет место следующее равенство:

$$x_1+2x_2+\ldots+10x_{10} = (x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{10})+ \\ +(x_2+x_3+\ldots+x_{10})+\ldots+(x_9+x_{10})+x_{10}.$$

Для любого $k=1,2,\ldots,10$ число $x_k+x_{k+1}+\ldots+x_{10}$ — это число очков, набранных вместе k-й, $(k+1)$-й, ..., 10-й командами; оно не меньше числа матчей, сыгранных ими друг с другом. Между собой эти $10-k+1$ команд сыграли $\dfrac{(10-k+1)(10-k)}{2}$ матчей. Следовательно,

$$x_k+x_{k+1}+\ldots+x_{10} \geqslant \frac{(10-k+1)(10-k)}{2}.$$

Складывая полученные неравенства при $k=1,2,\ldots,10$, получаем

$$x_1+2x_2+\ldots+10x_{10} \geqslant 10\cdot\frac{9}{2}+9\cdot\frac{8}{2}+8\cdot\frac{7}{2}+\ldots+3\cdot\frac{2}{2}+2\cdot\frac{1}{2}+1\cdot\frac{0}{2} = \\ = 45+36+28+21+15+10+6+3+1+0 = 165.$$

5. Рассмотрим команду, одержавшую наибольшее число побед, пусть этих побед m. Тогда m команд, побежденных ею, провели между собой $\dfrac{m(m-1)}{2}$ матчей и набрали вместе не меньше $\dfrac{m(m-1)}{2}$ очков. Значит, $\dfrac{m(m-1)}{2}\leqslant m$, откуда $m\leqslant 3$. Как нетрудно убедиться, для каждого $m=1,2,3$ имеется единственный вариант таблицы (табл. 34). Следовательно, в турнире играло 3 или 4 команды. Из таблиц видно, что играло 3 команды — a, b, c или 4 — a, b, c, d.

Таблица 34

	a	b	c
a	×	1	0
b	0	×	1
c	1	0	×

а

	a	b	c	d
a	×	1	0	1
b	0	×	1	1
c	1	0	×	1
d	0	0	0	×

б

	a	b	c	d
a	×	1	1	1
b	0	×	1	0
c	0	0	×	1
d	0	1	0	×

в

6. Допустим, что команда выиграла у n команд. Если какая-то команда S не входит в их число, а также не проиграла ни одной из этих n команд, то она набрала не меньше $n+1$ очков, что противоречит тому, что T — чемпионка института. Следовательно, S проиграла либо самой T, либо одной из команд, у которой T выиграла, а тогда чемпионка сильнее S.

7. Разгадка в том, что в волейбольном турнире не может быть более одной команды, не имеющей в своем активе побед. Если предположить, что таких команд хотя бы две, то возникает противоречие, ведь в их встрече между собой кто-то одержал победу (ничьих в волейболе не бывает!). Итак, единственная команда-аутсайдер составляет 20 % от общего числа участников турнира. Значит, всего играло 5 команд.

Мото, вело и автоспорт

1. Второй гонщик никогда не догонит первого, который движется с большей скоростью.

2. Пусть n — число гонщиков. По условиям задачи заездов было также n и в каждом участвовало 4 гонщика. Значит, полное число «гонщико-заездов» $4n$. Поскольку все гонщики стартовали одинаковое число раз, количество заездов каждого — $\frac{4n}{n}=4$. В любом из своих 4 заездов гонщик состязался с тремя соперниками (каждый раз с другими). Следовательно, всего было 13 гонщиков (12+он сам) и 13 заездов.

Итак, информации, полученной организатором гонок, было вполне достаточно, чтобы установить, что участников и заездов было 13. Однако этих сведений мало, чтобы определить состав отдельных заездов. Действительно, перенумеруем гонщиков последовательными числами от 1 до 13. Тогда есть два варианта заездов с участием всех 13 гонщиков, они показаны в табл. 35.

Таблица 35

Заезд	Участники	
	I вариант	II вариант
I	1, 2, 3, 4	1, 2, 5, 8
II	1, 5, 6, 7	1, 3, 6, 9
III	1, 8, 9, 10	1, 4, 7, 10
IV	1, 11, 12, 13	1, 11, 12, 13
V	2, 5, 10, 12	2, 3, 10, 12
VI	2, 6, 8, 13	2, 6, 4, 13
VII	2, 7, 9, 11	2, 9, 7, 11
VIII	3, 5, 9, 13	5, 3, 7, 13
IX	3, 6, 10, 11	5, 6, 10, 11
X	3, 7, 8, 12	5, 9, 4, 12
XI	4, 5, 8, 11	8, 3, 4, 11
XII	4, 6, 9, 12	8, 6, 7, 12
XIII	4, 7, 10, 13	8, 9, 10, 13

3. Хочется заняться сложными расчетами, но делать этого не стоит. Расстояние между Москвой и Питером 700 км. Значит, группы велосипедистов до встречи между собой проехали $700:70=10$ часов. Ровно столько времени летала и муха, и, значит, она всего преодолела $60\times10=600$ км.

P.S. Наверно, читатель встречал эту неугомонную муху в головоломках о разных соревнованиях — по бегу и ходьбе. Ну что ж, пусть теперь полетает между велосипедистами.

4. Обозначим длину круга через l, а время, когда велосипедисты встретятся (после старта первого), — через t. Скорость первого $\frac{l}{12}$, скорость второго $\frac{l}{10}$. Первый проедет до встречи $\frac{l}{12}\times t$ в одном направлении, а второй $\frac{l}{10}(t-5)$ в противоположном. Так как они проедут полный круг, получаем уравнение

$$\frac{l}{12}\times t+\frac{l}{10}(t-5)=l.$$

Сокращая на l, приходим к линейному уравнению относительно t. Решая его, находим, что велосипедисты встретятся через $t=\frac{82}{11}$ мин после старта.

5. Вот простейшая схема. Анна Конкина поехала на велосипеде и за час продвинулась на 8 км, затем оставила его на обочине и прошла оставшиеся 8 км до клуба за 2 часа. Надежда Кибардина через два часа ходьбы добралась до этого велосипеда и часом позже прибыла в клуб одновременно с Анной. Общее время, которое понадобилось изобретательным спортсменкам для преодоления последних 16 км, — 3 часа.

6. Чтобы автомобиль благополучно закончил автопробег, он не должен попасть в аварию ни на мосту (что происходит в 4 случаях из 5), ни на вираже (7 из 10), ни в туннеле (9 из 10), ни, наконец, на песчаной дороге (3 из 5). Таким образом, вероятность того, что все закончится благополучно, составляет

$$\frac{4\times7\times9\times3}{5\times10\times10\times5}=0{,}302.$$

Следовательно, с дистанции сходит

$$100-(100\times0{,}302)\approx70$$

процентов машин. Конечно, в этой несложной арифметике предполагается, что все указанные неприятности на дороге независимы друг от друга и могут произойти с каждым. Да, надо признать, что ситуация немного странная: успех гонщика определяется не его искусством вождения свою машины, а высшими силами...

Хоккей

1. Пусть «Спартак» забросил x шайб, а ЦСКА — y. Поскольку $x=13-y$, обе команды вместе в данный момент забили $x+y=13$ шайб (а сколько всего забросил «Спартак», не имеет значения).

2. Если команда наберет 11 очков, то она наверняка займет одно из четырех первых мест. А 10 еще не гарантируют выход в финал. Например, пять команд все матчи сыграли между собой вничью и выиграли у трех последних. Все они набрали по 10 очков и потребуются дополнительные встречи.

3. Итак, нужно упорядочить множество, стоящее из шести элементов. Из первого и последнего условий следует, что команды «Барыс», «Динамо» и «Металлург» расположились так: впереди «Металлург», за ним «Динамо», а за «Динамо» «Барыс» (рис. 14). Далее, «Салават

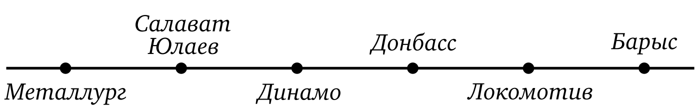

Рис. 14

Юлаев» опередил «Динамо», но отстал от «Металлурга», значит, находится между «Металлургом» и «Динамо».

Остается выяснить расположение «Донбасса» и «Локомотива». Так как «Барыс» отстал от «Динамо» на три места, команды «Донбасса» и «Локомотива» должны оказаться между «Динамо» и «Барысом». Так как «Донбасс» находится между «Локомотивом» и «Динамо», команда «Донбасса» идет после «Динамо», но впереди «Барыса».

4. Рассмотрим общий случай n команд — участников чемпионата мира. Сразу укажем ответ: $k=n-2$, если $n\geqslant 3$ (при $n=20$ получаем $k=18$).

Общее число очков, разыгрываемых в чемпионате мира, равно $n(n-1)$, а в чемпионате Европы — $k(k-1)$.

Пусть x — число очков, набранное чемпионом Европы в мировом первенстве, а y — в европейском, $x\geqslant y$. Каждая из остальных команд набрала в чемпионате мира не меньше, чем $x+1$ очко. Тогда

$$x+(n-1)(x+1)\leqslant n(n-1),$$

или $x\leqslant n-2+\frac{1}{n}$, а так как n — целое число, то $x\leqslant n-2$.

Каждая из остальных европейских команд набрала не больше $y-1$ очков в чемпионате Европы и поэтому

$$y+(y-1)(k-1)\geqslant k(k-1),$$

или $y\geqslant k-\frac{1}{k}$, а поскольку y — целое число, $y\geqslant k$. Итак,

$$k\leqslant y\leqslant x\leqslant n-2,$$

т. е. $k\leqslant n-2$.

В табл. 36 приведен пример, показывающий, что чемпион Европы (третья команда) может занять чистое последнее место в чемпионате мира.

Таблица 36

№	1	2	3	4	5	6	…			n
1	×	1	2	1	1	1				1
2	1	×	2	0	1	1				1
3	0	0	×	2	1	1				1
4	1	2	0	×	1	1				1
5	1	1	1	1	×	1				
6	1	1	1	1	1	×				
⋮										⋮
										1
n	1	1	1	1	1		…		1	×

Чуть более сложная задача возникает, если рассматривать чемпионаты мира и Европы не по хоккею, а по волейболу (ничьих здесь не бывает). Предлагаем читателям самостоятельно разобраться в этом случае.

5. Поскольку каждая команда сыграла два матча, наибольшее число поражений — 2. Значит, команда, проигравшая наибольшее число матчей, не могла забить 6 шайб (наибольшее число), а также в двух матчах 4 и 5 шайб. Наибольшая сумма забитых и пропущенных шайб у этой команды больше 7 (забившая 6 шайб в другом матче забила бы минимум 1). Значит, данная команда забила 5 и 3 шайб, в сумме 8 — проиграла со счетом 5:6, а потом со счетом 3:4. А третий матч закончился со счетом 1:2, причем 6 и 1 шайб забила одна и та же команда. Обозначим команды X, Y и Z и подведем итоги:

$$Z-Y \quad 1:2, \qquad X-Y \quad 3:4, \qquad X-Z \quad 5:6.$$

Анализ показывает, что любые два наибольших числа забитых шайб различаются минимум на 1 и максимум на 2; любые два наименьших числа тоже различаются минимум на 1 и максимум на 2. Следовательно, разница лучших результатов «Монреаля» и «Нью Джерси» равна 2, а разница худших результатов «Нью Джерси» и «Каролины» —1. Поэтому «Монреаль» — это команда Z, «Нью Джерси» — Y, «Каролина» — X. Итак, «Каролина» забила наибольшее число шайб, но проиграла оба матча.

6. Пусть n — искомое число, а m — число проголосовавших за Третьяка. Тогда

$$\frac{68}{100} < \frac{m}{n} < \frac{69}{100}.$$

Перевернем все дроби:

$$\frac{100}{69} < \frac{n}{m} < \frac{100}{68} = \frac{25}{17}.$$

Отнимем от всех частей неравенства по единице:

$$\frac{31}{69} < \frac{n-m}{m} < \frac{8}{17}.$$

Снова проделаем те же операции, только теперь целая часть дробей равна 2, ее и отнимем:

$$\frac{17}{8} < \frac{m}{n-m} < \frac{69}{31}, \qquad \frac{1}{8} < \frac{3m-2n}{n-m} < \frac{7}{31}.$$

Значит,

$$\frac{31}{7} < \frac{n-m}{3m-2n} < 8.$$

Поскольку $3m-2n \geqslant 1$, получаем, что $n-m \geqslant 5$, откуда $n \geqslant 16$. Таким образом, в голосовании могло участвовать 16 человек, из них 11 за Третьяка.

Водные виды спорта

1. Пусть у Фелпса x медалей, у Латыниной — y. Составим систему уравнений:

$$x-2=y+2,$$
$$x+8=3(y-8).$$

Решая ее, получаем: $y=18$, $x=22$.

У Ларисы Латыниной 18 олимпийских медалей. Это было рекордом до 2012 г., когда Фелпс установил новый рекорд — 22 награды. И Лариса Латынина лично поздравила его!

2. Пусть V — скорость Опалева относительно воды, v — скорость течения и l — расстояние, которое он проходит по реке в одну сторону. Тогда $\frac{l}{V+v}=2$ и $\frac{l}{V-v}=3$, или $\frac{V+v}{l}=\frac{1}{2}$ и $\frac{V-v}{l}=\frac{1}{3}$. Складывая, получаем $\frac{2V}{l}=\frac{5}{6}$. Отсюда $\frac{2l}{V}=\frac{24}{5}$.

Итак, чтобы пройти по озеру расстояние, равное тому, которое Опалев проплывает по реке в обе стороны, ему потребуется 4 часа 48 минут.

3. На соревнованиях по баттерфляю присутствовали Долматовский и Левнер, плыл Александр, а Разумовский готовился к старту кролем. Значит, мастер по баттерфляю Александр Ешанов. Разумовский участвовал в заплыве кролем, т. е. его зовут Игорем.

Осталось разобраться с Левнером и Долматовским. По условию, Борис тоже смотрел заплыв Разумовского кролем. Отсюда, Левнер не может быть Борисом. Значит, его зовут Евгением, и он мастер брасса, а Борис Долматовский непобедим в плавании на спине.

Литература

1. *Абдрашитов Б., Абдрашитов Т., Шлихунов В.* Учитесь мыслить нестандартно. — М.: Просвещение, 1996.
2. *Агаханов Н., Богданов И., Кожевников П., Подлипский О., Терешин Д.* Всероссийские олимпиады школьников по математике. 1993-2006. Окружной и финальный этапы. — М.: МЦНМО, 2007.
3. *Беррондо М.* Занимательные задачи. — М.: Мир, 1983.
4. *Васильев Н., Егоров А.* Задачи Всесоюзных математических олимпиад. — М.: Наука, 1988.
5. *Васильев Н., Савин А., Егоров А.* Избранные олимпиадные задачи. Библиотечка «Квант», вып. 100. — М.: Бюро Квантум, 2007.
6. *Виленкин А., Виленкин П.* Комбинаторика. — М.: ФИМА, 2006.
7. *Володкевич В.* Сборник логических задач. — М.: Дом педагогики, 1998.
8. *Гарднер М.* Новые математические развлечения. — М.: Астрель, 2009.
9. *Гик Е.* Политические головоломки. — М.: Астрель, 2000.
10. *Гик Е.* Интеллектуальные головоломки, задачи, игры. — М.: Эксмо, 2010.
11. *Гик Е.* Шахматы. Математика. Компьютеры. — М.: Издатель Андрей Ельков, 2013.
12. *Гик Е., Миньков А.* Любимые головоломки. — М.: Издатель Андрей Ельков, 2013.
13. *Горбачев Н.* Сборник олимпиадных задач по математике. — М.: МЦНМО, 2006.
14. *Дьюдени Г.* 520 головоломок. — М.: Мир, 1975.
15. *Евдокимов М.* От задачек к задачам. — М.: МЦНМО, 2014.
16. *Заславский А., Френкин Б.* Математика турниров. — М.: МЦНМО, 2009.
17. *Заславский А., Френкин Б., Шаповалов А.* Задачи о турнирах. — М.: МЦНМО, 2013.
18. *Зеленцов Б., Тутынина О.* Теория вероятностей в познавательных и забавных задачах. — М.: URSS, 1983.
19. *Лихтарников Л.* Задачи мудрецов. — М.: Просвещение, 1996.
20. Математическая олимпиада им. Г. П. Кукина. — Омск, 2007–2010. — М.: МЦНМО, 2011.
21. Математические турниры имени А. Савина. Составители А. Спивак, С. Токарев. — М.: Бюро Квантум, 2003.
22. *Медников Л., Шаповалов А.* Турнир городов. Мир математики в задачах. — М.: МЦМНО, 2012.
23. *Мельников О.* Теория графов в занимательных задачах. — М.: URSS, 2008.
24. Петербургские математические олимпиады 1961–1993. Под редакцией Д. Фомина, К. Кохася. — С.-Пб: Лань, 2007.
25. *Попов С., Голованов А., Храбров А.* и др. Задачи по математике. Международная олимпиада «Туймаада» 1994–2012. — М.: МЦНМО, 2013.
26. *Спивак А.* Математический праздник. Библиотечка «Квант», вып. 88. — М.: Бюро Квантум, 2004.
27. *Толпыго А.* 130 нестандартных задач. Библиотечка «Квант», вып. 124. — М.: МЦНМО, 2012.
28. *Федоров Р., Канель-Белов А., Ковальджи А., Ященко И.* Московские математические олимпиады 1993–2005 г. — М.: МЦНМО, 2006.
29. *Шаповалов А., Медников Л.* Как готовиться к математическим боям. 400 задач турниров имени А. П. Савина. — М.: МЦНМО, 2014.
30. *Штейнгауз Г.* Задачи и размышления. — М.: Мир, 1974.

Содержание