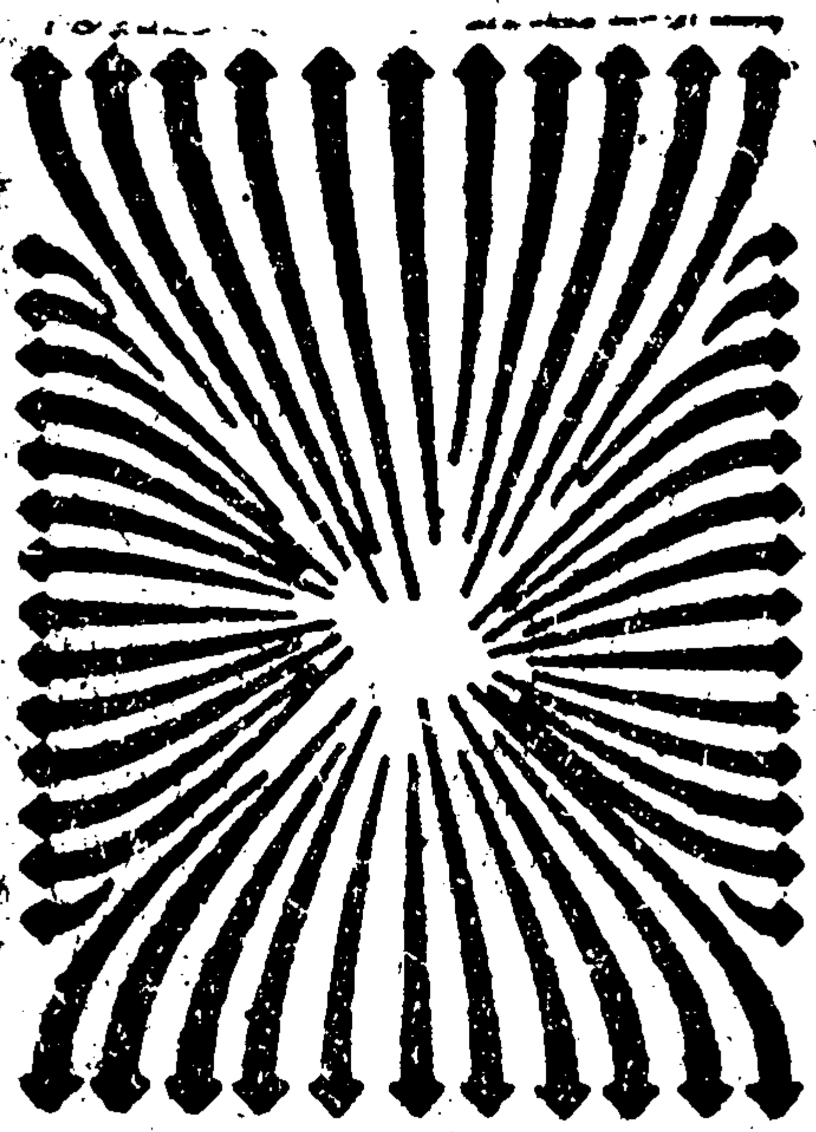
Ф. П. ДЕНИСОВ
С. И. ИЛЬИН
В. А. НИКИТЕНКО
А. П. ПРУНЦЕВ



Учебное пособие для поступающих в технические ВУЗы и учащихся физико-математических школ

ТЕОРИЯ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Ф. П. ДЕНИСОВ, С. И. ИЛЬИН,
В. А. НИКИТЕНКО, А. П. ПРУНЦЕВ

ТЕОРИЯ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

**Учебное пособие
для поступающих в технические вузы
и учащихся физико-математических школ**

МОСКВА 1993

УДК 621.3.01(075.8)

Д-р физ. мат. наук проф. Ф. П. Денисов, канд. физ. мат. наук доц. С. И. Ильин, д-р физ. мат. наук проф. В. А. Никитенко, канд. техн. наук доц. А. П. Прунцев. **Теория и решение задач по физике.** Учеб. пособие для поступающих в технические вузы и учащихся физико-математических школ. М.: МИИТ, 1993.— с. 280: ил. 165.

В учебном пособии изложен курс физики в объеме, соответствующем программе вступительных экзаменов в высшие технические учебные заведения. Значительная часть пособия посвящена решению типовых задач, аналогичных задачам письменных вступительных экзаменов по физике.

Предназначено для поступающих в технические вузы и учащихся физико-математических школ. Оно также будет полезным студентам 1-х и 2-х курсов технических вузов.

Отдавая себе отчет в том, что первое издание не лишено недостатков, авторы с благодарностью примут все пожелания и замечания; просим направлять их по адресу: Москва, ГСП-4, ул. Образцова, д. 15, физико-математическая школа МИИТа.

Рецензент — В. С. Спивак, канд. физ. мат. наук доц. кафедры «Физика—2» Московского энергетического института.

Редактор — канд. техн. наук доц. В. К. Калинин.

КАК ПОДГОТОВИТЬСЯ К ВСТУПИТЕЛЬНОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО ФИЗИКЕ, ИСПОЛЬЗУЯ ПРЕДЛАГАЕМОЕ УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Курс физики, изложенный в настоящем учебном пособии, может быть успешно использован для подготовки к вступительным экзаменам разной сложности. Объем и содержание теоретической части, подбор задач позволяют подготовиться к вступительным экзаменам по физике в МГУ, МИФИ, МЭИ, МИИТ и другие вузы. В учебное пособие вошли также задачи, включавшиеся в некоторые ранее опубликованные задачники, которые указаны в списке литературы.

Если абитуриент поступает на физические специальности технических вузов, на факультеты физический, вычислительной математики и кибернетики в МГУ, ему следует изучить весь теоретический курс. Нужно уметь правильно отвечать на вопросы, стоящие в конце каждого параграфа, выводить приведенные в пособии формулы. Следует научиться достаточно быстро решать задачи любой сложности из приведенных в книге.

Поступающим в технические вузы на факультеты с высоким конкурсом рекомендуется прорабатывать отдельные разделы теоретического курса и надежно усваивать этот материал. В экзаменационных билетах технических вузов, как правило, отсутствуют вопросы по теории, а если они есть, то относятся к определениям физических величин и к формулировке физических законов. Поэтому нет необходимости запоминать вывод формул. Параграфы, вопросы, формулы, помеченные звездочкой, можно опустить. Если формулу знать необходимо, но ее вывод может быть опущен, такая формула помечена крестом.

Если конкурс на интересующий Вас факультет невелик, ограничтесь формулировками основных понятий и законов, выделенных курсивом. Надо уметь решать легкие задачи и задачи средней трудности (в их число не входят задачи, помеченные звездочкой).

Глава 1. КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

§ 1.1. Предмет классической механики. Системы отсчета. Материальная точка

Классическая механика — наука о движении тел со скоростями, много меньшими скорости света. В процессе механического движения положение тел в пространстве с течением времени изменяется. Чтобы описать это движение, одно из тел условно считают неподвижным и относительно него находят движение других тел. С неподвижным телом связывают какую-либо систему координат, например, прямоугольную. *Тело, считающееся неподвижным, и связанные с ним система координат и прибор для измерения времени называются системой отсчета.*

В классической механике постулируется, что *время течет одинаково во всех системах отсчета.* Поэтому нет необходимости в каждой системе отсчета размещать прибор для измерения времени. Например, находясь на космическом корабле, время можно определять по изображению часов, передаваемому из телевизионного центра.

Механическое движение будем изучать на примере простейшего объекта — *материальной точки, т. е. тела, которое имеет массу, но размеры и внутреннее движение которого можно не учитывать.* Обозначать материальную точку будем также, как и ее массу, буквой m. С одной материальной точкой можно связать неограниченное число систем отсчета, ориентируя различным образом в пространстве систему координат. Единственную систему отсчета определяют, как минимум, три взаимно неподвижные материальные точки. В этом случае начало координат совмещают с одной из материальных точек, например с m_1 (рис. 1). Через m_2 проводят ось x, через m_1, m_2, m_3 — плоскость xy, через начало координат перпендикулярно xy — ось z.

Применяя законы механики, сформулированные для материальной точки, к движению тела конечных размеров, нужно учесть, чем отличается движение этого тела от движения материальной точки. При этом очевидное требование малости размеров тела по сравнению с расстоянием до него может оказаться недостаточным. Например, операторы центра связи с космическим аппаратом, удаленным от Земли на сотни миллионов километров, не могут считать его материальной точкой, так как для радиосвязи с ним его антенна должна быть ориентирована определенным образом.

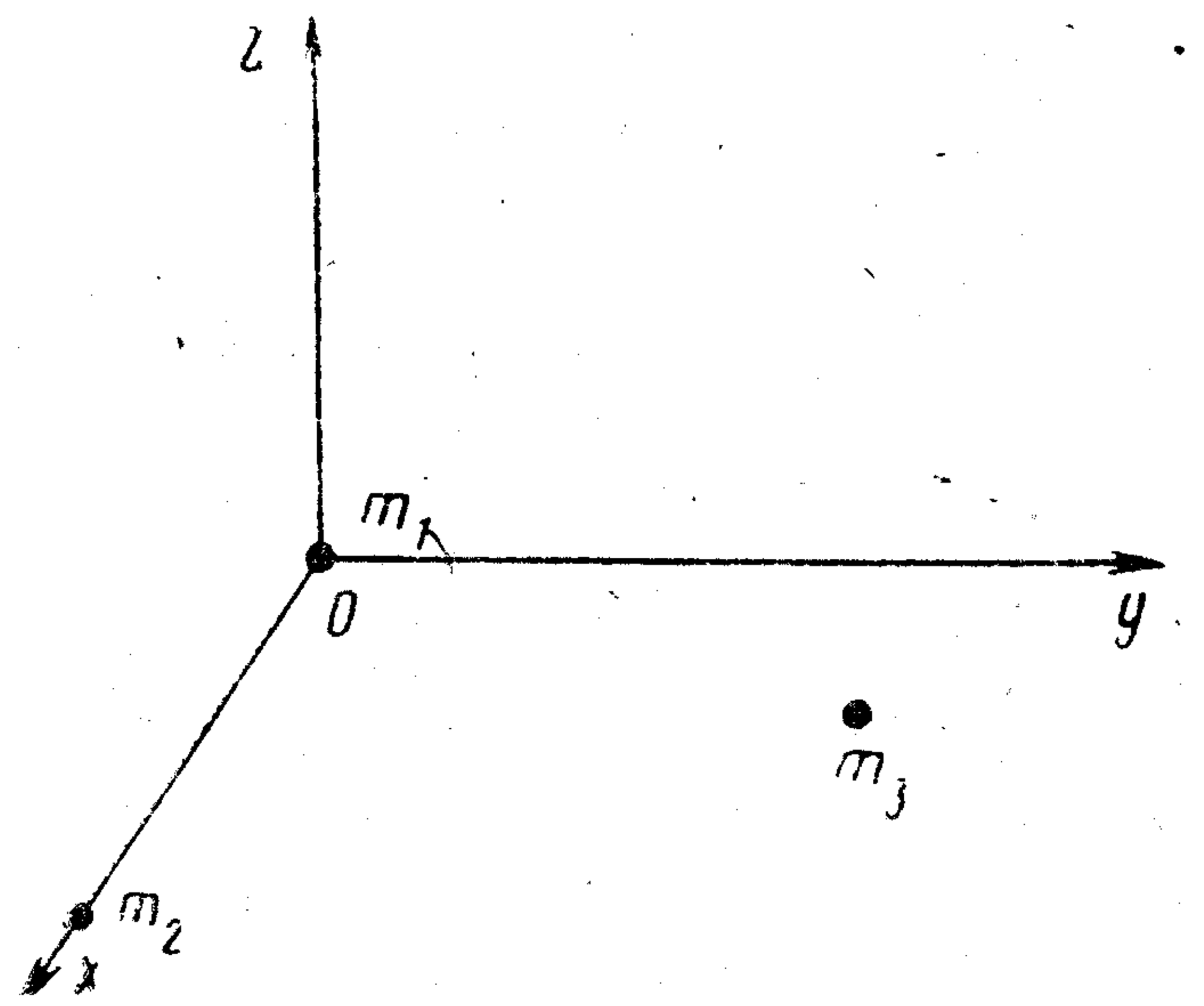


Рис. 1. Система отсчета, связанная с телами m_1, m_2 и m_3

Контрольные вопросы

1. Что является предметом классической механики?
2. Что такое система отсчета?
3. Как течет время в различных системах отсчета?
4. Что такое материальная точка?

§ 1.2. Кинематика материальной точки, основные характеристики движения

В кинематике механическое движение тел изучается без учета их взаимодействия. Положение материальной точки в пространстве в данный момент времени можно определить, задав, например, три координаты x, y, z в прямоугольной системе координат (рис. 2). *Следовательно, пространство в классической механике трехмерно. Три координаты материальной точки называют также степенями свободы. Материальная точка обладает тремя степенями свободы.* Движение материальной точки полностью определено, если известно как зависят ее координаты от времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. Положение материальной точки в данный момент времени можно также определить с помощью ее радиус-вектора $\vec{r}$, т. е. вектора, проведенного из начала координат к материальной точке. Зависимость $\vec{r}(t)$ также полностью определяет движение материальной точки. При записи общих законов механики удобно пользоваться радиус-вектором, а при решении конкретных задач — координата-

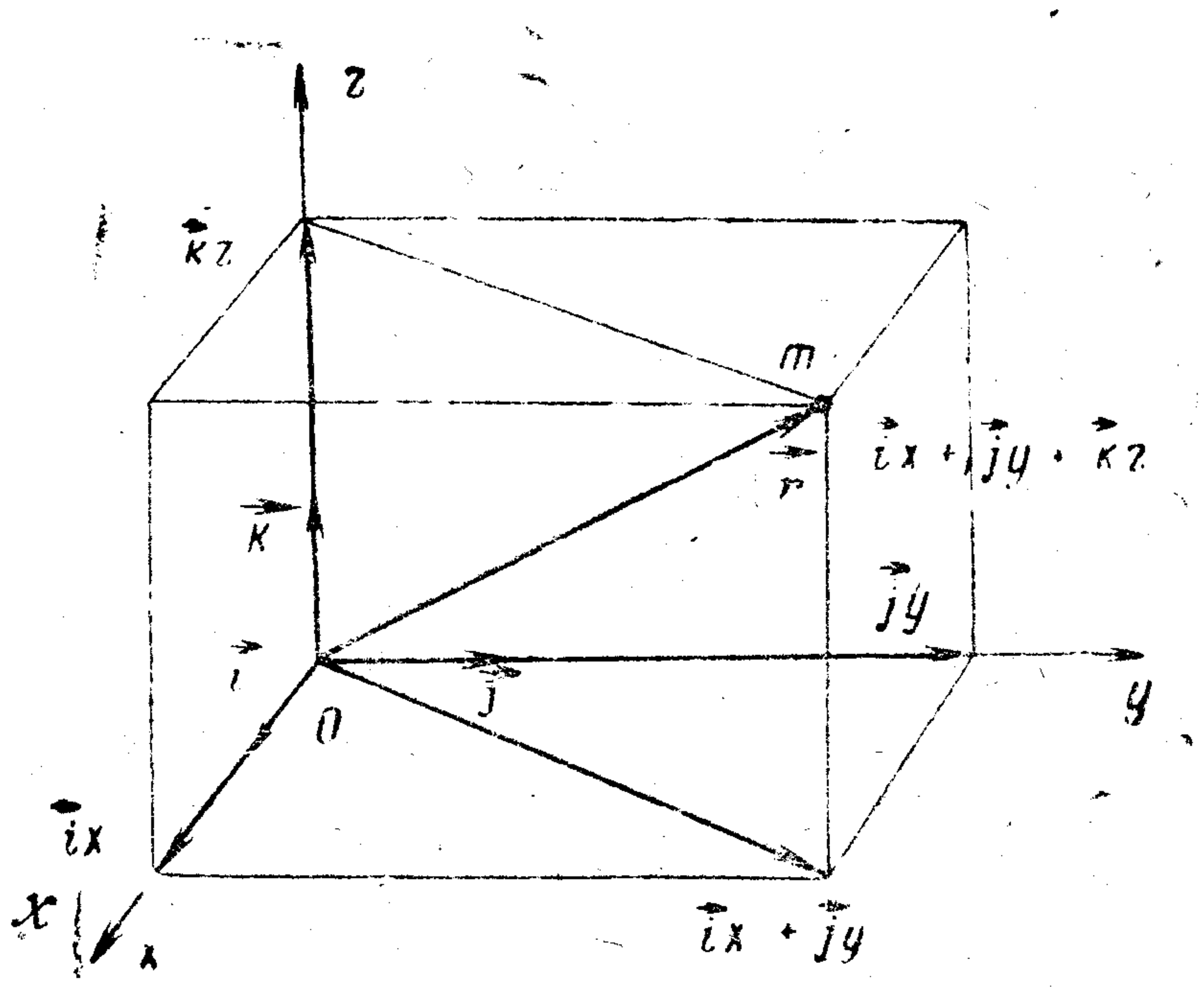


Рис. 2. Материальная точка в пространстве

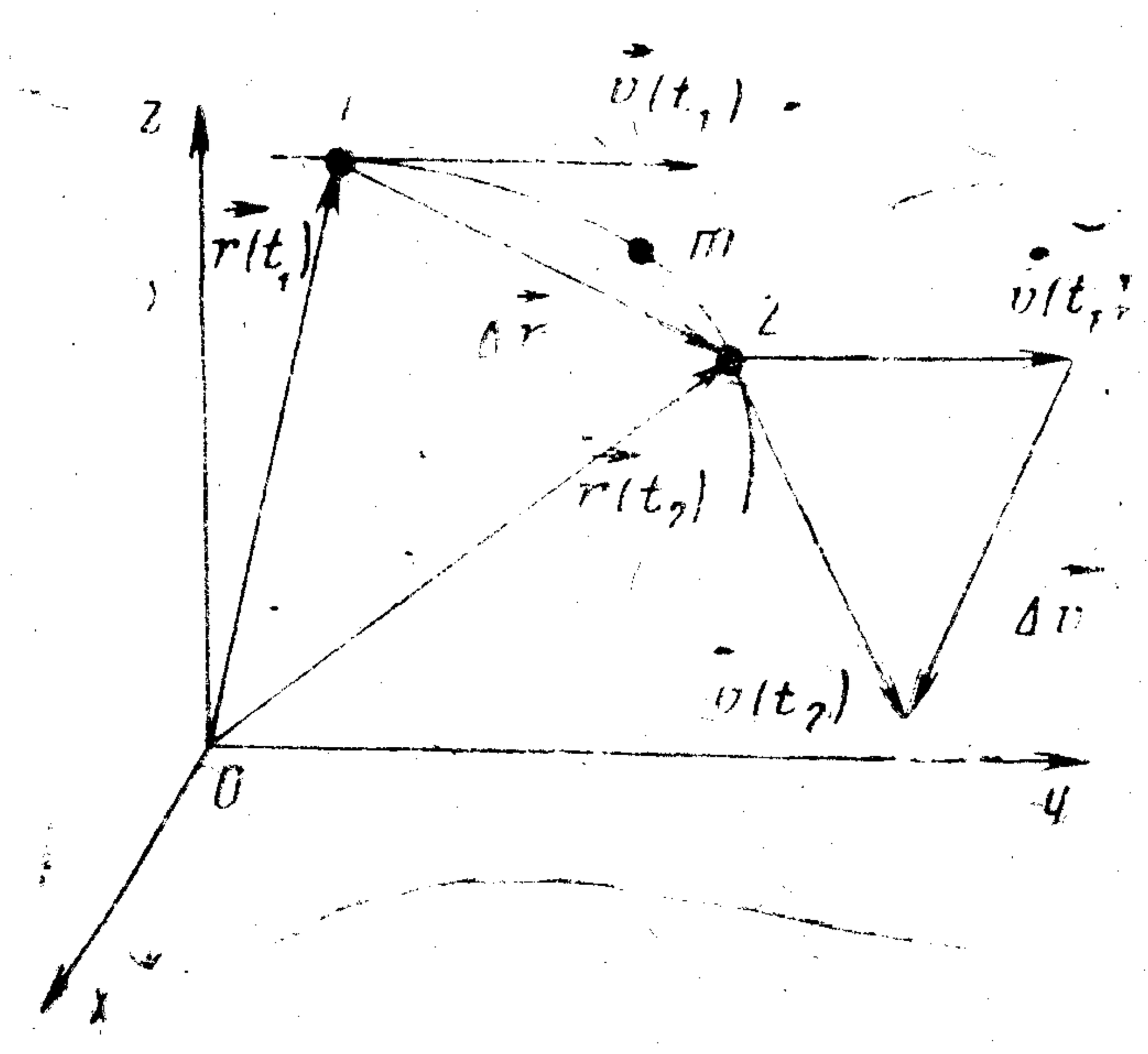


Рис. 3. Движение материальной точки

ми x, y, z. Из рис. 2 видно, что $\vec{r}$ следующим образом выражается через x, y, z:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z, \qquad (1.1)$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ — единичные векторы, направленные по осям x, y, z.

Определим основные понятия кинематики материальной точки. Пусть материальная точка m за время $\Delta t = t_2 - t_1$ переместилась из точки *1* в точку 2 (рис. 3). Ее радиус-вектор изменяется при этом от $\vec{r}(t_1)$ до $\vec{r}(t_2)$.

Траекторией материальной точки называют линию, по которой движется конец радиус-вектора. Путь — длина этой линии. Перемещение — вектор, проведенный из точки 1 в точку 2.

Используя правила сложения векторов, получим

$$\vec{r}(t_2) = \vec{r}(t_1) + \Delta\vec{r}. \qquad (1.2)$$

Откуда следует:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1), \qquad (1.3)$$

т. е. $\Delta\vec{r}$ — приращение радиус-вектора.

Если при $\Delta t \to 0$ $\Delta\vec{r}$ становится перпендикулярным $\vec{r}$, то $\vec{r}$ изменяется только по направлению. Если при том же условии $\Delta\vec{r}$ остается параллельным $\vec{r}$, то изменяется только длина $\vec{r}$. В остальных случаях изменяются и направление и длина $\vec{r}$.

Скорость материальной точки показывает, как быстро изменяется ее радиус-вектор. Она равна производной от радиус-вектора по времени:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{r}'_t. \qquad (1.4)$$

Поскольку при $\Delta t \to 0$ направление $\Delta \vec{r}$ стремится к направлению касательной к траектории, то из (1.4) следует, что скорость материальной точки направлена по касательной к ее траектории.

Для первой производной по времени принято также обозначение $\vec{r}'_t = \dot{\vec{r}}$. Это обозначение и будем в дальнейшем использовать:

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}}(t). \qquad (1.5)$$

Выразим скорость $\vec{v}$ через ее проекции на оси x, y, z. Для этого продифференцируем по времени выражение (1.1):

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \vec{i}\dot{x} + \vec{j}\dot{y} + \vec{k}\dot{z} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z. \qquad (1.6)$$

Скорость материальной точки может зависеть от времени. Пусть в моменты времени t_1 и t_2 она равна $\vec{v}(t_1)$ и $\vec{v}(t_2)$ (рис. 2). Изменение скорости найдем, перенося начало вектора $\vec{v}(t_1)$ в *точку 2*:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1). \qquad (1.7)$$

Ускорение материальной точки характеризует быстроту изменения скорости. Оно равно производной от скорости по времени:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta\vec{v}/\Delta t) = \vec{v}'_t = \dot{\vec{v}}. \qquad (1.8)$$

Обозначим вторую производную от радиус-вектора по времени $\vec{r}''_t$ через $\ddot{\vec{r}}$. Из (1.5) и (1.8) следует

$$\vec{a} = \vec{r}''_t = \ddot{\vec{r}}. \qquad (1.9)$$

Контрольные вопросы

1. Как изучается движение тел в кинематике?
2. Как определяется положение материальной точки в пространстве?
3. Чему равно число степеней свободы материальной точки?
4. Что такое радиус-вектор материальной точки и как он выражается через ее координаты?
5. Что такое траектория, путь, перемещение, скорость, ускорение?

§ 1.3. Движние материальной точки по окружности

Чтобы описать движение материальной точки по окружности, необходимо ввести новые характеристики движения — угловую скорость и угловое ускорение. Пусть радиус-вектор $\vec{r}$ материальной точки m, сохраняя свою абсолютную величину, за время $\Delta t = t_2 - t_1$ поворачивается на угол $\Delta\varphi$ (рис. 4). Тогда абсолютная величина угловой скорости равна:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \varphi'_t \ . \tag{1.10}$$

Угловая скорость является вектором. Чтобы найти направление этого вектора, введем понятие векторного произведения. Пусть заданы два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Совместим их начала (рис. 5), угол между ними обозначим через α. Вектор $\vec{c}$, являющийся векторным произведением $\vec{a}$ и $\vec{b}$, перпендикулярен к плоскости, содержащей $\vec{a}$ и $\vec{b}$, с его конца кратчайший поворот вектора $\vec{a}$ к вектору $\vec{b}$ виден против часовой стрелки, а модуль вектора $\vec{c}$

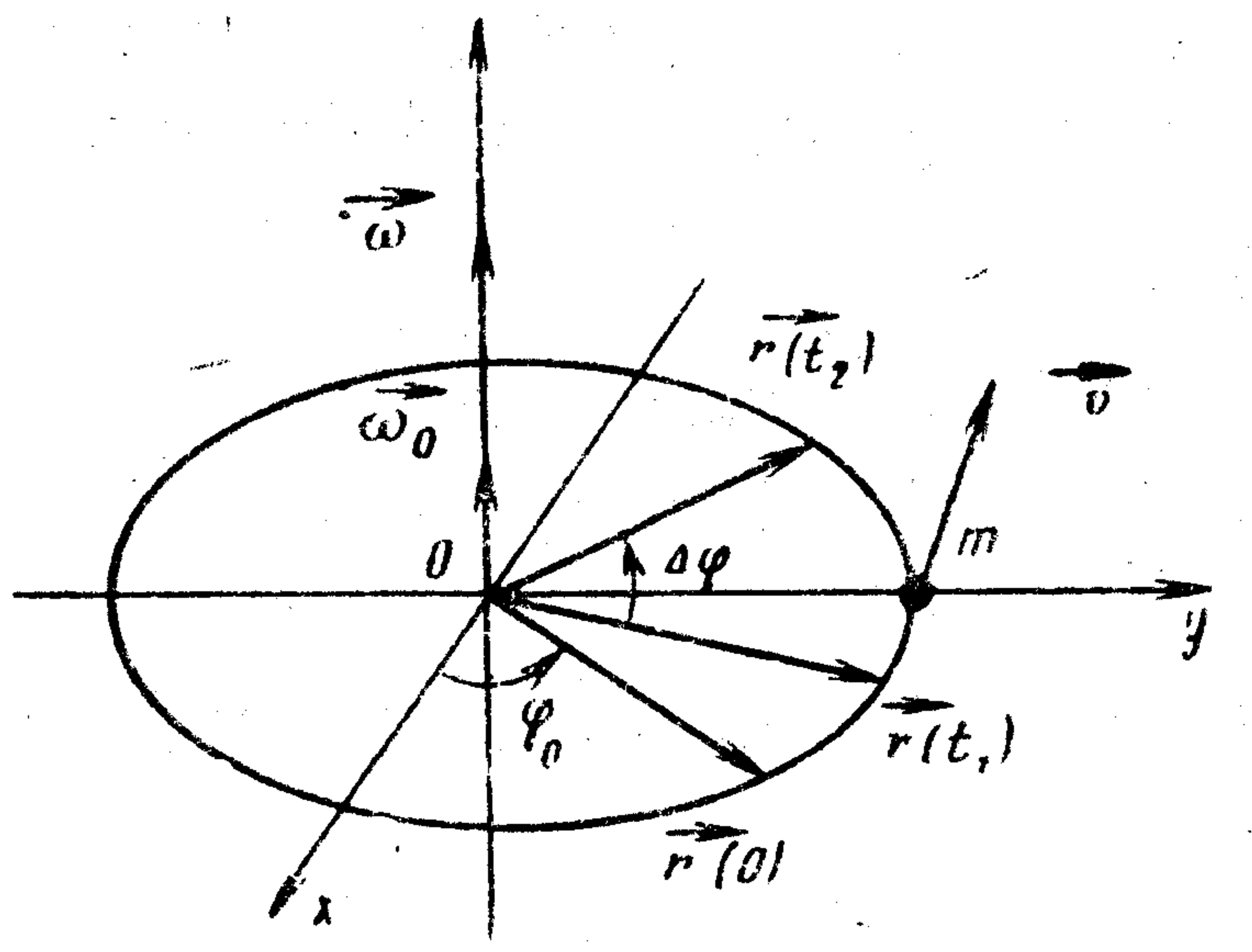


Рис. 4. Вращательное движение материальной точки

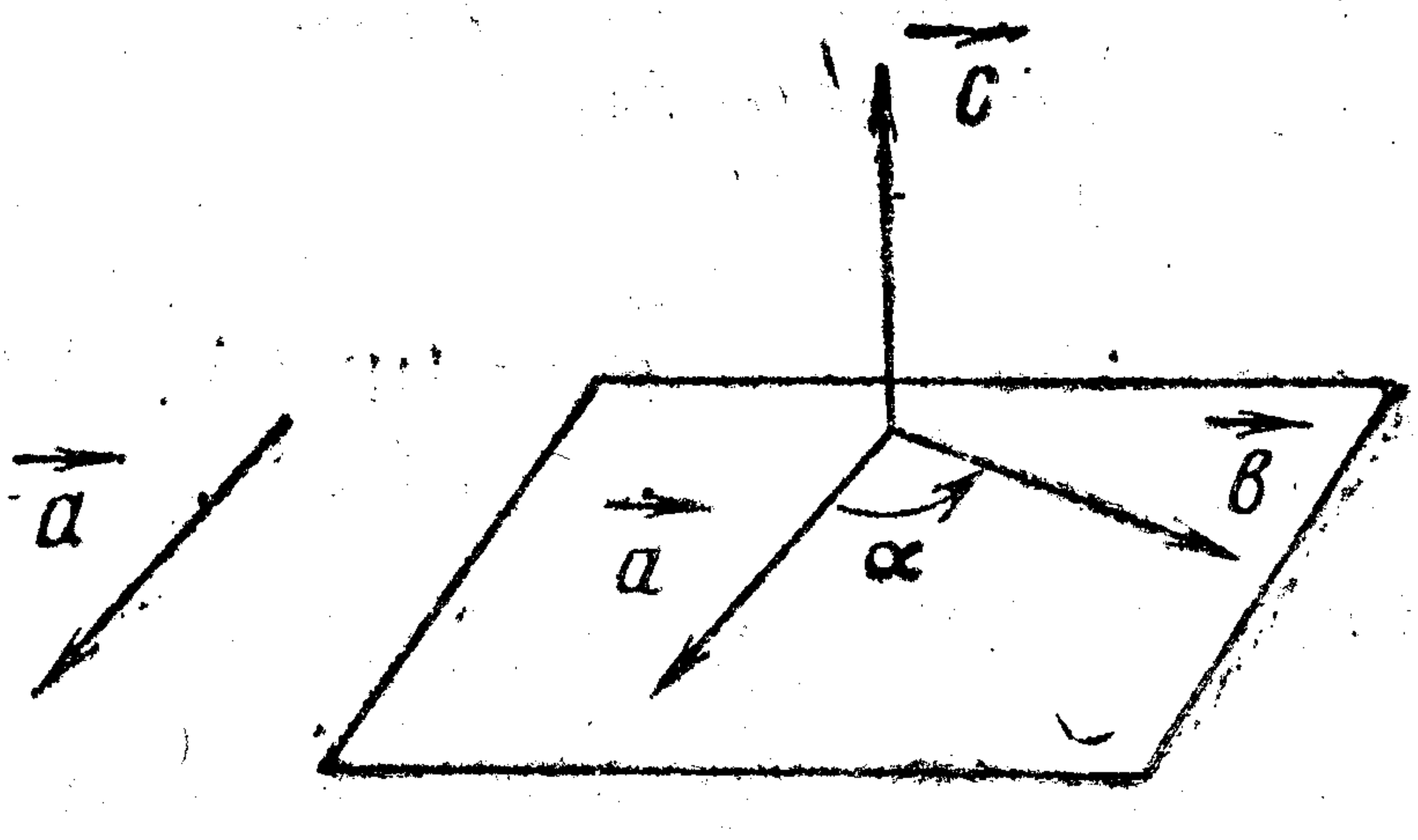


Рис. 5. Векторное произведение

равен $c = ab \sin \alpha$. Приняты следующие обозначения векторного произведения:

$$\vec{c} = [\vec{a}\vec{b}] = \vec{a} \times \vec{b}. \tag{1.11}$$

Понятие векторного произведения существенно упрощает запись многих физических законов и мы будем неоднократно пользоваться им в дальнейшем.

Направление угловой скорости как вектора совпадает с направлением векторного произведения векторов $\vec{r}(t_1)$ и $\vec{r}(t_2)$ (см. рис. 4). Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \vec{\omega}'_t. \tag{1.12}$$

Если угловая скорость растет, направления векторов $\vec{\varepsilon}$ и $\vec{\omega}$ совпадают. Если она уменьшается, направления этих векторов противоположны.

Найдем связь между абсолютными значением скорости материальной точки, движущейся по окружности и ее угловой скоростью (рис. 6). Вспомним, что угол $\Delta\varphi$, измеренный в радианах, равен отношению длины дуги окружности между точками *1* и *2* (обозначим ее через ΔL) к радиусу окружности:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta L}{r}.$$

Если $\Delta\varphi \ll 1$, то длина дуги мало отличается от длины соответствующей хорды: $\Delta L \approx \Delta r$. Поэтому $\Delta\varphi \approx \frac{\Delta r}{r}$ $\Delta r \approx r\Delta\varphi$. Поделив обе части последнего равенства на $\Delta t = t_2 - t_1$ и устремив Δt к нулю, получим

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = r\omega. \tag{1.13}$$

Пользуясь равенством (1.13) следует помнить, что вектор $\vec{v}$ направлен по касательной к окружности, а вектор $\vec{\omega}$ перпендикулярен к плоскости, содержащей окружность. Найдем ускорение материальной точки, движущейся по окружности с постоянной по абсолютной величине скоростью. В этом случае скорость изменяется

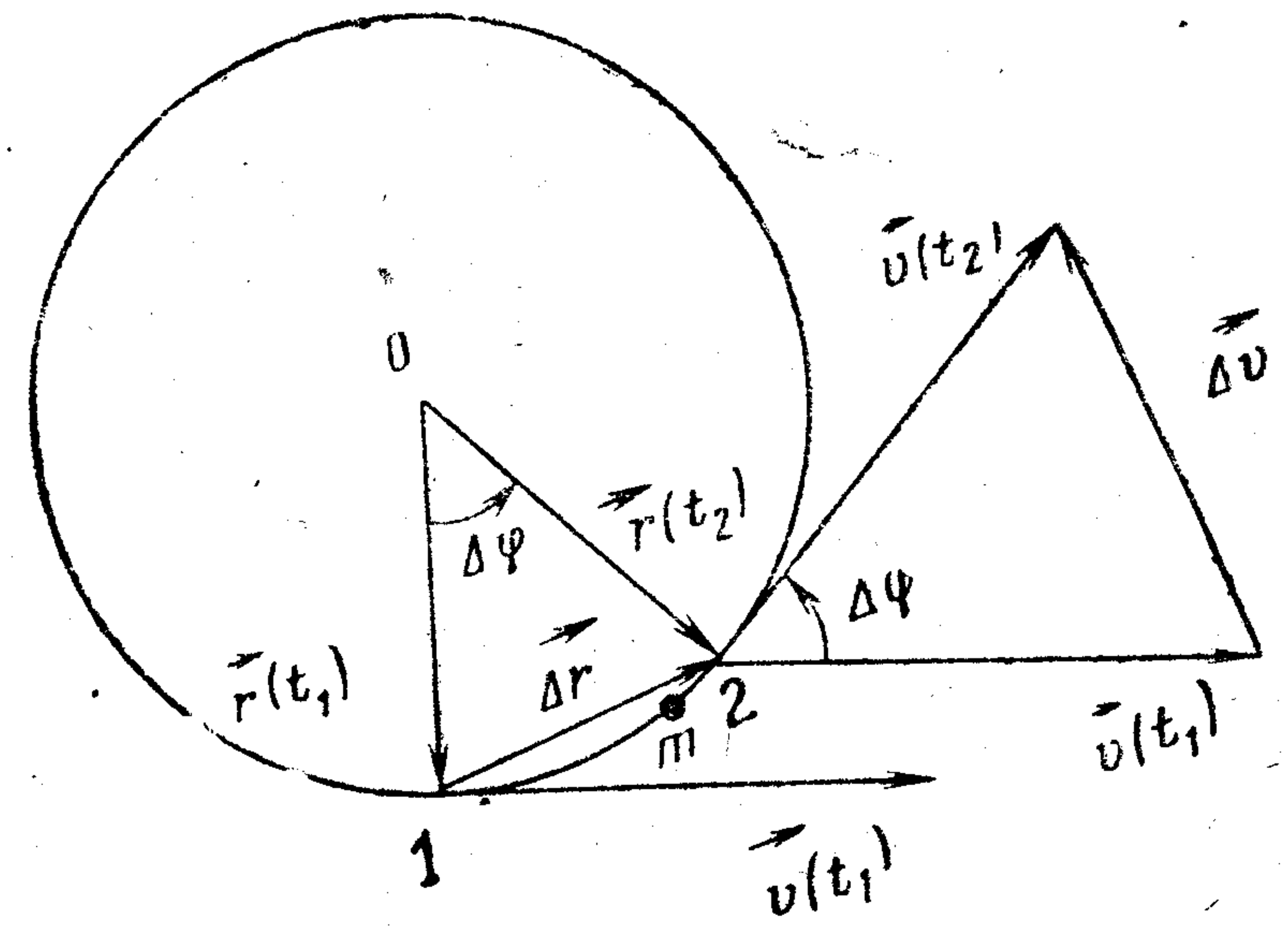


Рис. 6. Изменение радиус-вектора $\vec r(t)$ и скорости $\vec v(t)$ при движении по окружности

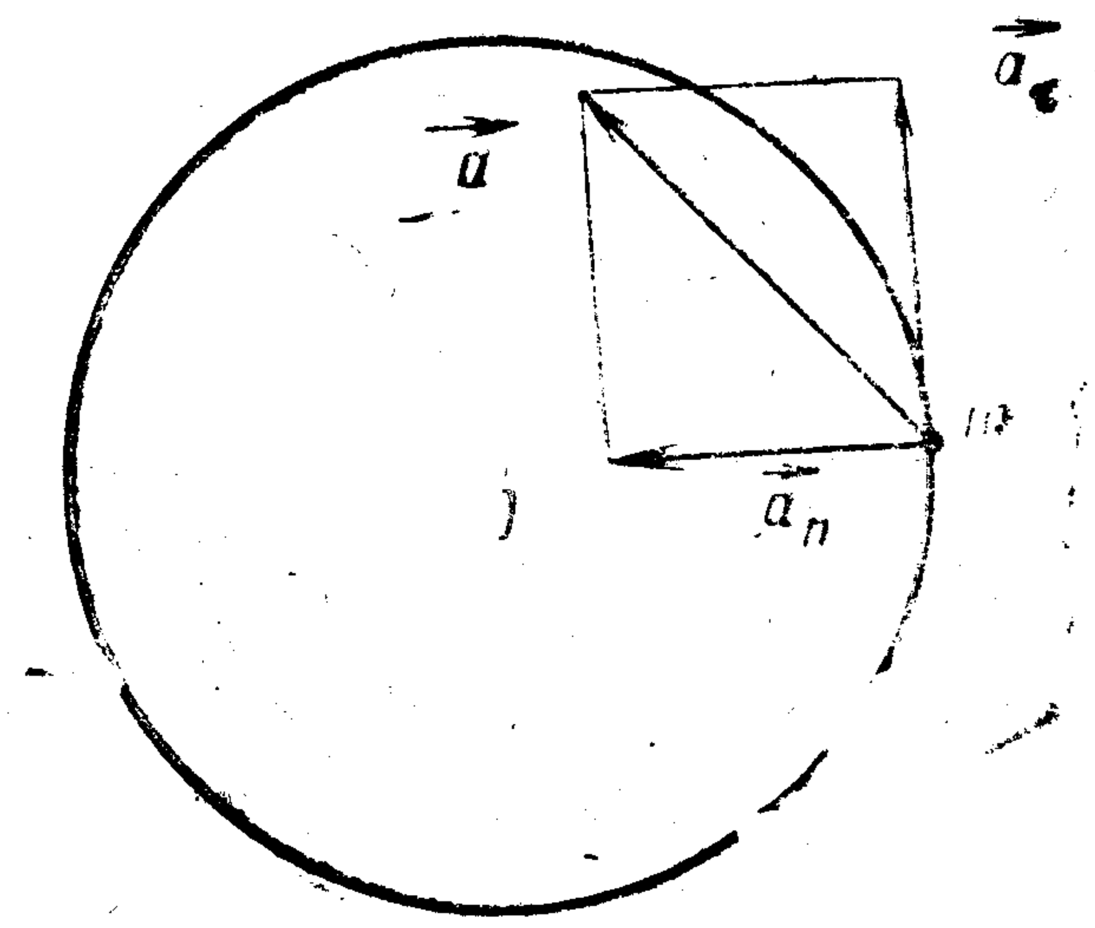


Рис. 7. Нормальное $(\vec a_n)$, тангенциальное $(\vec a_\tau)$ и полное $(\vec a)$ ускорения при движении по окружности

только по направлению. Изменение скорости за время $\Delta t = t_2 - t_1$ (см. рис. 6):

$$\Delta\vec v = \vec v(t_2) - \vec v(t_1). \tag{1.14}$$

Ускорение находим как предел отношения $\Delta\vec v$ к Δt при $\Delta t \to 0$:

$$\vec a = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec v}{\Delta t}. \tag{1.15}$$

При $\Delta t \to 0$ угол $\Delta\varphi \to 0$, а направление $\Delta\vec v$ приближается к направлению на центр окружности. Следовательно, вектор ускорения $\vec a$ направлен на центр окружности. Поэтому *ускорение называется центростремительным. Поскольку оно направлено перпендикулярно к скорости, его также называют нормальным ускорением и обозначают* $\vec a_n$.

Найдем абсолютную величину центростремительного ускорения. Проведем из точки *2* окружность радиусом v. Рассуждая так же, как и при расчете (1.13), получим

$$\Delta v \approx v\Delta\varphi;$$

$$a_n = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = v\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = v\omega.$$

Выражая с помощью (1.13) v через $r\omega$ или ω через v/r находим

$$a_n = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}. \qquad (1.16)$$

Таким образом, если скорость материальной точки изменяется только по направлению, она испытывает нормальное ускорение. Напротив, изменению скорости только по абсолютной величине соответствует ускорение, направление которого совпадает с направлением скорости или противоположно ему. Направление такого ускорения параллельно касательной к траектории. *Оно называется касательным (или тангенциальным)* и обозначается a_τ (рис. 7). Если $a_\tau \neq 0$, то полное ускорение

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \qquad (1.17)$$

Так как $\vec{a}_n$ перпендикулярно $\vec{a}_\tau$, то

$$a = \sqrt{a^2_\tau + a^2_n}. \qquad (1.18)$$

До сих пор мы рассматривали движение материальной точки по окружности. Однако небольшой участок произвольной криволинейной траектории можно приближенно рассматривать как дугу окружности. *Радиус этой окружности называют радиусом кривизны траектории на этом участке.* Следовательно, понятие тангенциального и нормального ускорений могут быть применены к материальной точке, движущейся по любой криволинейной траектории.

Контрольные вопросы

1. Чему равна и как направлена угловая скорость материальной точки, движущейся по окружности?
2. Чему равно векторное произведение?
3. Чему равно и как направлено угловое ускорение?
4. Как связаны скорость и угловая скорость?
5. Чему равно центростремительное ускорение и почему оно называется нормальным?
6. Какое ускорение называется касательным (тангенциальным)?
7. Как выражается полное ускорение материальной точки через нормальное и тангенциальное ускорение?

§ 1.4. Связь кинематических характеристик материальной точки, начальные условия

Если известно, как зависит от времени радиус-вектор материальной точки, то по правилам, сформулированным в § 1.2 и 1.3, можно найти другие характеристики движения — скорость и ускорение. Рассмотрим теперь обратную задачу — расчет скорости по известному ускорению и радиус-вектора по известным скорости и ускорению.

Если ускорение равно нулю, то как это следует из (1.8), скорость постоянна. Интегрируя по времени (1.5), получаем

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}t. \qquad (1.19)$$

Здесь $\vec{r}_0$ — постоянная интегрирования, равная радиус-вектору материальной точки в момент времени $t = 0$.

Величину $\vec{r}_0$ называют начальным радиус-вектором, а его проекции x_0, y_0, z_0 — начальными координатами материальной точки.

Пусть материальная точка движется с постоянным ускорением. Интегрируя по времени (1.8), находим

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \qquad (1.20)$$

где $\vec{v}_0$ — скорость в момент времени $t=0$ (начальная скорость).

Векторы $\vec{r}_0$ и $\vec{v}_0$ называют начальными условиями движения, или просто начальными условиями. Начальные условия движения материальной точки задают шестью числами — тремя проекциями радиус-вектора $\vec{r}_0$ — — x_0, y_0, z_0 и тремя проекциями $\vec{v}_0$ — v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}.

Чтобы найти зависимость радиус-вектора материальной точки от времени, проинтегрируем по времени выражение (1.20). Получим:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \qquad (1.21)$$

При решении конкретных задач кинематики уравнения (1.19)—(1.21) записывают в проекциях векторов на соответствующие оси координат. Например, проекции $v_x(t)$ и $x(t)$ записывают

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t; \qquad (1.22)$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (1.23)$$

Следует помнить, что в этой записи проекции x_0, v_{0x} и a_x могут быть, каждая в отдельности, равными нулю, положительными или отрицательными. Все зависит от того, как ориентированы в пространстве начальный радиус-вектор $\vec{r}_0$, начальная скорость $\vec{v}_0$ и ускорение $\vec{a}$.

Определяя проекции $\vec{v}_0$ удобно начало вектора совместить с началом системы координат, в которой осями являются проекции v_x, v_y, v_z. Аналогично проекции $\vec{a}$ определяются в системе, где осями являются проекции a_x, a_y, a_z. При определенном навыке знак проекций можно находить, не прибегая к дополнительным построениям. Для $\vec{r}_0$ и $\vec{v}_0$ (рис. 8) (материальная точка движется в плоскости xy) $x_0<0$, $y_0>0$; $v_{0x}<0$, $v_{0y}<0$.

Угол поворота радиус-вектора материальной точки, движущейся по окружности с постоянной угловой скоростью $\vec{\omega}_0$, найдем, проинтегрировав по времени выражение (1.10). Тогда

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_{0z} t. \qquad (1.24)$$

Здесь угол φ отсчитывается от оси x по часовой стрелке, $\varphi_0 = \varphi(0)$, ω_{0z} — проекция вектора $\vec{\omega}_0$ на ось z (см. рис. 4). Если материальная точка движется против часовой стрелки, $\omega_{0z}>0$, если же по часовой стрелке, то $\omega_{0z}<0$.

Для материальной точки, движущейся по окружности с постоянным угловым ускорением, выражение для угловой скорости найдем, проинтегрировав по времени (1.12)

$$\vec{\omega}(t) = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t. \qquad (1.25)$$

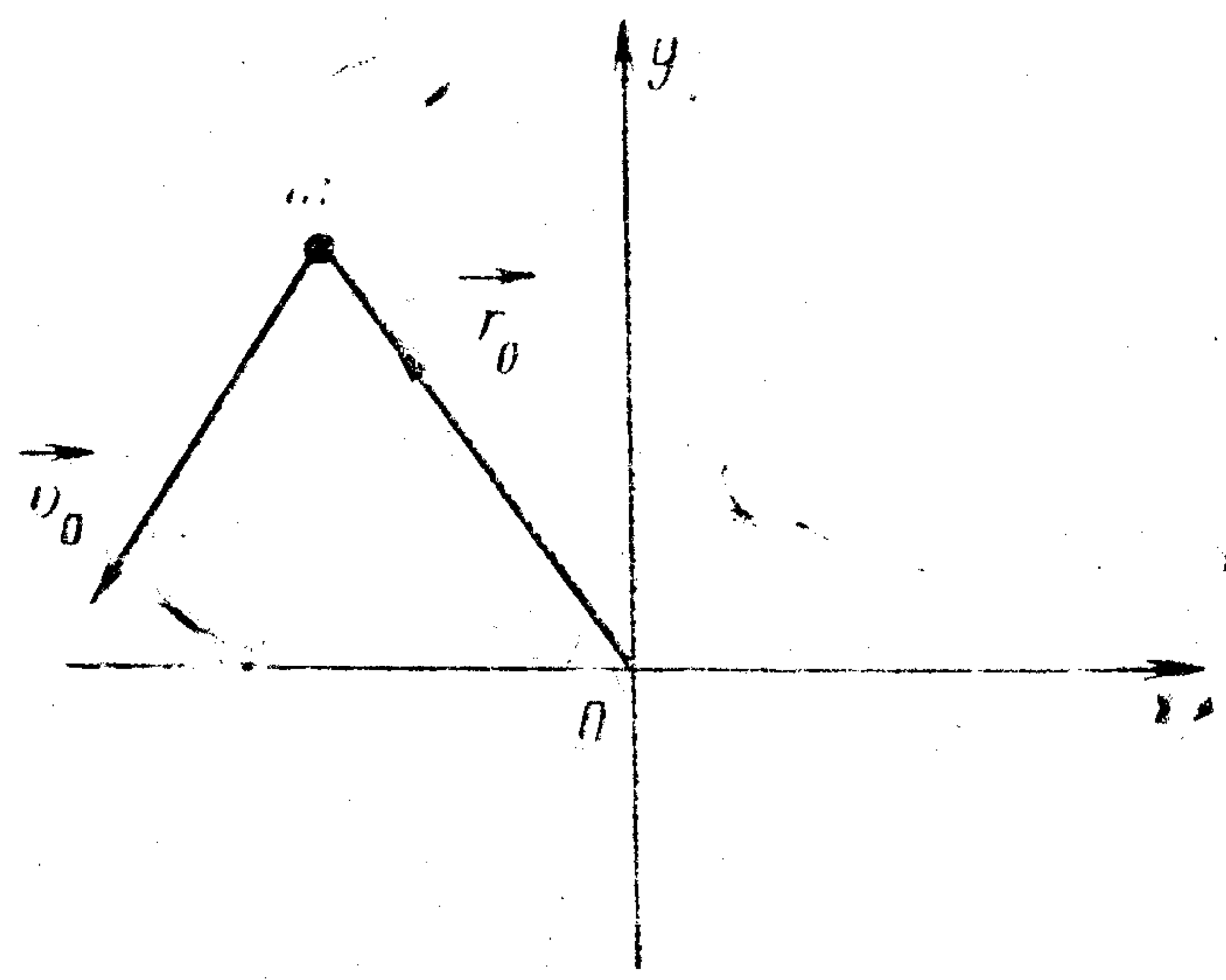


Рис. 8. Начальные условия ($\vec{r}_0$ и $\vec{v}_0$) материальной точки m

В выражении (1.25) $\vec{\omega}_0 = \vec{\omega}(0)$. Если векторы $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ направлены одинаково, угловая скорость растет, если они направлены противоположно, угловая скорость уменьшается.

Чтобы найти выражение для угла поворота $\varphi(t)$, запишем (1.25) в скалярном виде, учитывая, что $\vec{\omega}_0$ и $\vec{\varepsilon}$ направлены вдоль одной прямой (оси z),

$$\omega_z(t) = \omega_{0z} + \varepsilon_z t. \tag{1.26}$$

Проинтегрировав (1.26) по времени, получим

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_{0z} t + \frac{\varepsilon_z t^2}{2} \tag{1.27}$$

В выражениях (1.26) и (1.27) φ_0 и ω_{0z} имеют тот же смысл, что и в (1.24), и, следовательно подчиняются тем же правилам выбора знака. Чтобы найти знак при ε_z, надо, приравняв ω_{0z} нулю, определить направление движения материальной точки: если она начнет двигаться по часовой стрелке, то $\varepsilon_z < 0$, если против $\varepsilon_z > 0$.

Мы рассмотрели движение материальной точки с постоянной скоростью и с постоянным ускорением. Если же ускорение зависит от времени, то расчет движения усложняется. Однако возникающие при этом трудности не являются принципиальными, они носят расчетный характер. Пусть ускорение произвольным образом зависит от времени: $\vec{a} = \vec{a}(t)$. Тогда скорость материальной точки и ее радиус-вектор могут быть рассчитаны по формулам

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int \vec{a}(t)dt; \tag{1.28}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int \vec{v}(t)dt. \tag{1.29}$$

Следовательно, можно рассчитать любое движение материальной точки, если известны ее ускорение и начальные условия движения.

Контрольные вопросы

1. Как выражается радиус-вектор материальной точки через скорость и ускорение при движении с постоянной скоростью, с постоянным ускорением?
2. Как зависит скорость от времени при постоянном ускорении?

3. Как записываются в этих случаях выражения для проекций радиус-вектора и скорости?

4. Что такое начальные условия и как они задаются?

5. Как выражается угол поворота радиус-вектора через угловую скорость и угловое ускорение при движении материальной точки по окружности с постоянной угловой скоростью и с постоянным угловым ускорением?

6. Какие величины надо знать, чтобы рассчитать движение материальной точки?

§ 1.5. Динамика, инерциальные системы отсчета и первый закон Ньютона

В динамике механическое движение тел изучается с учетом их взаимодействия. Однако прежде чем изучать движение взаимодействующих тел, надо установить как движутся невзаимодействующие тела (эти тела также называют свободно движущимися).

Найти закон движения невзаимодействующих тел сложно потому, что таких тел в природе не существует. Однако из опыта известно, что взаимодействие тел зависит от расстояния между ними. Два из известных фундаментальных взаимодействий — сильное и слабое — проявляют себя лишь на очень малых расстояниях (меньших 10^{-14} м) и при изучении механического движения макроскопических (больших) тел этими взаимодействиями можно пренебречь.

Из двух других фундаментальных взаимодействий — электромагнитного и гравитационного — первое играет существенную роль лишь при непосредственном контакте тел (при этом возникают, например, силы упругости и силы трения). Таким образом, для удаленных друг от друга тел существенно лишь гравитационное взаимодействие. Это взаимодействие убывает с увеличением расстояния между телами. Поэтому, чтобы найти закон движения невзаимодействующих тел, следует изучать движение астрономических объектов, удаленных друг от друга на большие расстояния (звезд, галактик). Наблюдения показывают, что эти объекты, движутся друг относительно друга с практически постоянными скоростями. Например, ускорение ближайшей к нам звезды — Солнца — относительно других звезд очень мало — около 10^{-9} м/с^2. Таким образом, если с группой взаимно неподвижных звезд связать систему отсчета, то скорость всех других звезд в этой системе отсчета с большой степенью точности будет оставаться неизменной.

Систему отсчета, связанную с группой взаимно неподвижных невзаимодействующих тел, называют инерциальной. Опираясь на понятие инерциальной системы отсчета и обобщая наблюдения над движением невзаимодействующих тел, сформулируем закон движения этих тел — первый закон **Ньютона.**

Невзаимодействующие тела в инерциальных системах отсчета движутся с постоянной скоростью. Из первого закона Ньютона и определения инерциальной системы отсчета следует, что все *инерциальные системы отсчета движутся друг относительно друга с постоянными скоростями.*

Изучая движение взаимодействующих тел, мы будем в дальнейшем пользоваться инерциальными системами отсчета. Однако на практике трудно рассчитывать движение тел, обращаясь каждый раз к системам отсчета, максимально приближенным к инерциальным, например, связанным со звездами. Так поступают только в тех случаях, когда необходимо очень точно рассчитать движение тела (самолета, судна в море, космического аппарата). Во многих случаях, когда большой точности не требуется, в качестве системы отсчета выбирают какие-либо объекты на поверхности Земли. Максимальное ускорение такой системы отсчета относительно инерциальной, связанное с суточным вращением Земли, равно примерно $3 \cdot 10^{-2}$ м/с^2.

Контрольные вопросы

1. Как изучают движение тел в динамике?
2. Почему трудно найти закон движения невзаимодействующих тел?
3. На каких расстояниях проявляют себя сильное и слабое взаимодействия?
4. Какое взаимодействие существенно для тел удаленных друг от друга на большие расстояния и как они движутся?
5. Как формулируется первый закон Ньютона?
6. Какие системы отсчета являются инерциальными?
7. Какова неинерциальность систем отсчета, связанных с поверхностью Земли?

§ 1.6. Изменение кинематических характеристик движения при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую, преобразования Галилея

Рассмотрим две инерциальных системы отсчета — K и K' (рис. 9). Система K' движется относительно K со скоростью $\vec{v}_0$. Радиус-вектор, скорость и ускорение материальной точки m в K' известны и равны $\vec{r}'$, $\vec{v}'$ и $\vec{a}'$. Найдем, чему равны соответствующие характеристики движения материальной точки m в системе K. Из рис. 9 видно, что радиус-вектор m в системе K равен векторной сумме $\vec{r}'$ и вектора $\vec{r}_0$, соединяющего начало координат системы K с началом координат системы K', т. е.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'. \tag{1.30}$$

Продифференцируем (1.30) по времени, текущем в K и K' одинаково.

Тогда

$$\dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}_0 + \dot{\vec{r}}'. \tag{1.31}$$

В этом выражении $\dot{\vec{r}}_0 = \vec{v}_0$, $\dot{\vec{r}}' = \vec{v}'$, а $\dot{\vec{r}} = \vec{v}$ — скорость точки m в системе K

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'. \tag{1.32}$$

Дифференцируя (1.32) по времени и учитывая при этом, что $\vec{v}_0$ от времени не зависит, получаем $\dot{\vec{v}} = \dot{\vec{v}}'$, т. е. ускорение

$$\vec{a} = \vec{a}'. \tag{1.33}$$

Таким образом, скорость материальной точки m в системе K равна векторной сумме скорости точки m в K' и, скорости, с которой система K' движется относительно K. Ускорение материальной точки в системах K и K', а, следовательно, и во всех инерциальных системах отсчета, одинаково. Преобразования (1.30) называют преобразованиями Галилея. Пеобразования (1.32) и (1.30) — следствия из них.

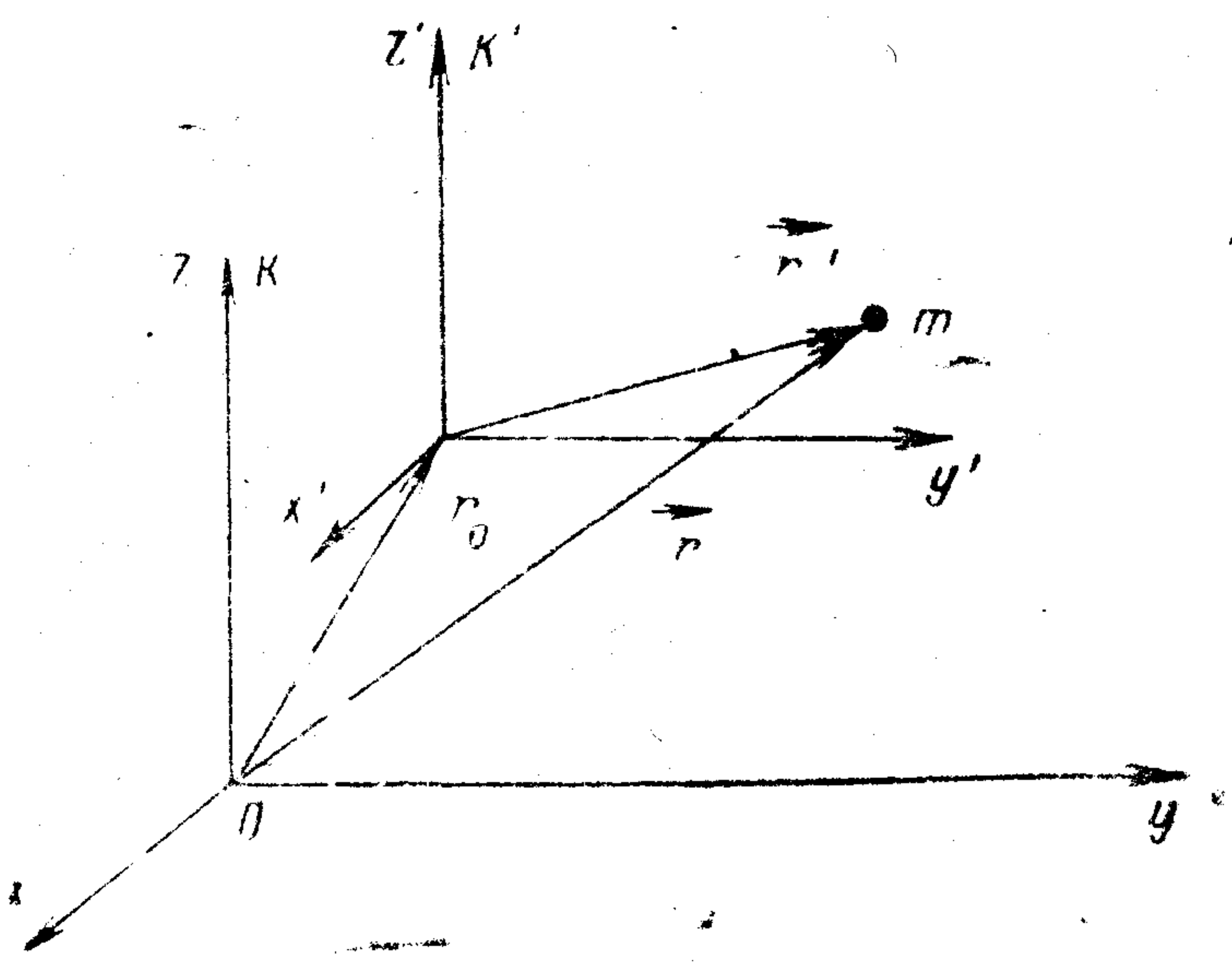


Рис. 9. Радиус-векторы материальной точки $\vec{r}$ и $\vec{r}'$ в системах отсчета K и K'

Контрольные вопросы

1. Как преобразуются радиус-вектор и скорость материальной точки при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую?

2. Изменяется ли при таком переходе ускорение материальной точки?

§ 1.7. Взаимодействующие тела, импульс тела, закон сохранения импульса

Невзаимодействующие тела в инерциальных системах отсчета движутся с постоянной скоростью. Взаимодействие тел, как показывает опыт, приводит к тому, что их скорости изменяются.

Существует, однако, такая характеристика движения, которая не изменяется при любых взаимодействиях. Это — импульс (количество движения) системы тел. Импульс системы тел складывается из импульсов отдельных тел (материальных точек). *Импульс материальной точки равен произведению скорости материальной точки на ее массу*, т. е.

$$\vec{p} = m\vec{v}. \tag{1.34}$$

Масса в классической механике обладает свойствами:

1) для материальной точки это постоянная положительная скалярная величина, не зависящая от скорости материальной точки и ее взаимодействия с другими точками;

2) масса системы материальных точек равна сумме масс всех входящих в нее материальных точек;

3) масса, как это следует из (1.34), играет роль коэффициента пропорциональности между скоростью материальной точки и ее импульсом;

4) при одной и той же скорости импульс тем больше, чем больше масса.

С другими свойствами массы мы познакомимся позже.

Рассмотрим *систему материальных точек, взаимодействующих друг с другом и не взаимодействующих с другими телами. Такую систему называют замкнутой.*

Импульс системы равен векторной сумме импульсов входящих в нее материальных точек:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i. \tag{1.35}$$

Из опыта следует закон сохранения импульса: *импульс замкнутой системы сохраняется*

$$\vec{P} = \text{const}. \qquad (1.36)$$

Закон сохранения импульса — универсальный закон природы. Он справедлив для всех тел, начиная с микрочастиц и кончая галактиками, и для всех видов взаимодействий между телами.

Контрольные вопросы

1. Какая характеристика движения тел изменяется при их взаимодействии?
2. Что такое импульс?
3. Какими свойствами обладает масса?
4. Какая система называется замкнутой?
5. Как формулируется закон сохранения импульса?

§ 1.8. Сила, момент силы, условия равновесия сил

Чтобы описать, как действуют на данное тело все другие взаимодействующие с ним тела, вводят понятие силы. В классической механике *сила — мера механического действия на данное тело других тел*. Она обладает следующими свойствами:

1) источником сил являются материальные тела. Эти тела создают силовое поле (поле тяготения, электрическое поле, магнитное поле), которое действует на другие тела.

2) изменение силового поля распространяется в пространстве мгновенно;

3) сила — векторная величина, имеющая точку приложения;

4) тело, на которое действует сила, изменяет свои размеры (деформируется), его скорость изменяется;

5) действие данной силы на тело (материальную точку) не зависит от действия других сил.

Действие сил на систему тел может быть таким, что взаимное расположение тел и их частей сохраняется. Про такую систему говорят, что она находится в равновесии. Для системы взаимно неподвижных материальных точек условием равновесия является равенство нулю действующих на материальные точки сил.

Для протяженных тел, обладающих возможностью внутреннего движения (например вращения), условия равновесия сил сложнее. Они изучаются в различных разделах физики. Условия равновесия систем, состоящих из абсолютно твердых (недеформируемых) тел изучаются в статике.

Чтобы записать условия равновесия таких систем, введем понятие момента силы. Момент силы относительно центра 0 равен векторному произведению вектора $\vec{r}$, проведенного из центра 0 к точке приложения силы, на силу $\vec{F}$ (рис. 10), т. е.

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}] = \vec{r} \times \vec{F}. \qquad (1.37)$$

Величину $d = r \sin\alpha$ называют плечом силы $\vec{F}$ относительно центра 0. Очевидно, плечо силы равно расстоянию от центра 0 до линии действия силы (на рис. 10 она показана штриховой линией).

Система из n абсолютно твердых тел находится в равновесии, если суммы действующих на эти тела сил и моментов сил равны нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0; \qquad (1.38)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0. \qquad (1.39)$$

Условия равновесия могут быть использованы для измерения неизвестных сил путем их сравнения с известными силами. Часто величину различных сил (тяготения, электростатических, магнитных) измеряют, сравнивая их с силой упругости. Например, силу тяжести, действующую на тело, можно определить по показаниям пружинного динамометра. Силы упругой деформации используют также в опытах по изучению сил кулоновского взаимодействия, взаимодействия электрических токов.

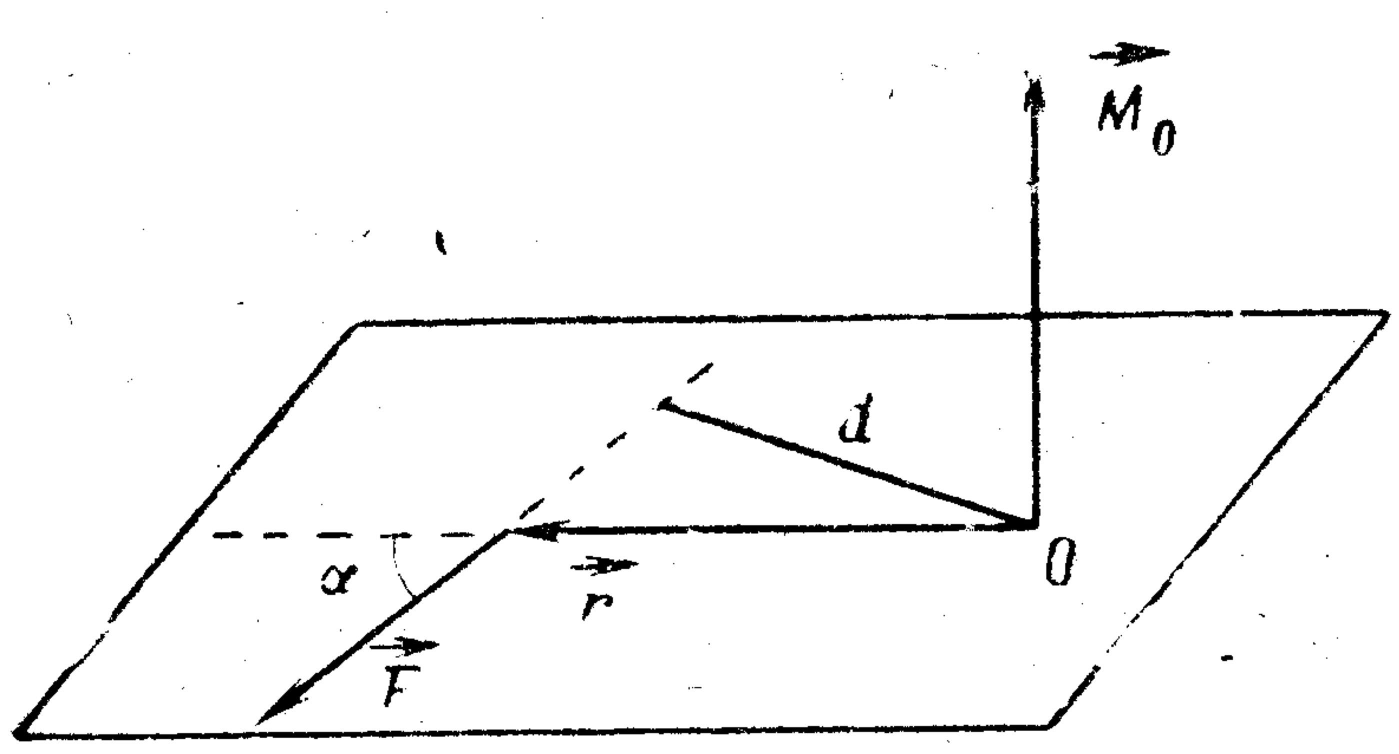


Рис. 10. Момент силы

Контрольные вопросы

1. Какими свойствами обладает сила?
2. Какие тела называют абсолютно твердыми?
3. Что изучают в статике?
4. Чему равен момент силы?
5. В каком случае система абсолютно твердых тел находится в равновесии?
6. Для чего используют условия равновесия?

§ 1.9. Изменение импульса материальной точки под действием силы, второй закон Ньютона, инертная масса, третий закон Ньютона

Сила, действующая на тело, может вызвать его деформацию, изменить состояние внутреннего движения (например, вызвать вращение тела), а также изменить импульс тела. Если же сила действует на материальную точку, то единственным результатом действия силы будет изменение импульса материальной точки. *Согласно второму закону Ньютона скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на* нее силе

$$\vec{p}\,'_t = \vec{F}. \qquad (1.40)$$

Подставляя в (1.40) выражение для импульса (1.34) и учитывая, что в классической механике масса материальной точки постоянна, получим эквивалентную запись второго закона Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}. \qquad (1.41)$$

— *произведение массы материальной точки на ускорение равно действующей на нее силе.*

Из второго закона Ньютона следует, что чем больше масса, тем меньше ускорение под действием данной силы получает материальная точка. *Это свойство массы называют инертностью. Массу, входящую во второй закон Ньютона, называют инертной.*

Используя второй закон Ньютона можно решить две основные задачи классической механики:

1) зная силы, действующие на материальную точку в данной области пространства, определить ускорение материальной точки, а затем рассчитать все остальные характеристики движения;

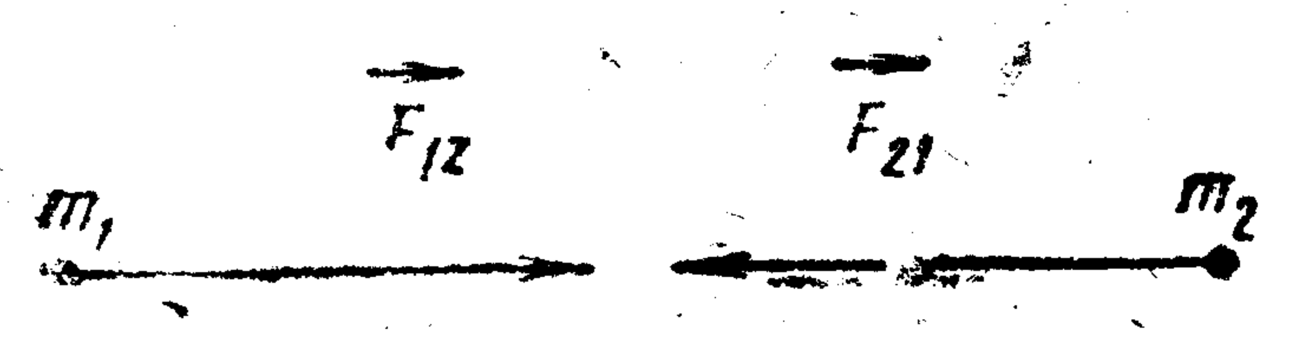


Рис. 11. Силы взаимодействия материальных точек

2) по измеренному ускорению определить силы, действующие на материальную точку.

Второй закон Ньютона во всех инерциальных системах отсчета записывают одинаково, так как все входящие в него величины — ускорение, масса и сила не зависят от выбора инерциальной системы отсчета.

Третий закон Ньютона показывает, что любое действие на данную материальную точку сопровождается обратным действием: *силы взаимодействия двух материальных точек равны по абсолютной величине и противоположны по направлению*, т. е.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \tag{1.42}$$

Применяя третий закон Ньютона, всегда следует помнить, что силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ приложены к разным материальным точкам.

Контрольные вопросы

1. Какая характеристика движения материальной точки изменяется под действием силы?
2. Как формулируется второй закон Ньютона и какая масса входит в запись этого закона?
3. Изменяются ли запись второго закона Ньютона и входящие в него физические величины при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую?
4. Какие задачи механики можно решить применяя второй закон Ньютона?
5. Как формулируется третий закон Ньютона?
6. К каким материальным точкам относят силы, фигурирующие в третьем законе Ньютона?

§ 1.10. Работа силы и кинетическая энергия

Работой силы $\vec{F}$, действующей на материальную точку m, на ее перемещении $d\vec{r}$ (рис. 12) называют скалярное произведение векторов силы и перемещения

$$dA = \vec{F}d\vec{r}. \tag{1.43}$$

Представим силу $\vec{F}$ в виде суммы двух сил: $\vec{F}_\tau$, направленной параллельно $d\vec{r}$, и $\vec{F}_n$, перпендикулярной $d\vec{r}$

$$\vec{F} = \vec{F}_n + \vec{F}_\tau, \qquad (1.44)$$

где $F_n = F\sin\alpha$; $F_\tau = F\cos\alpha$ (здесь α — угол между $d\vec{r}$ и $\vec{F}$).

Подставляя (1.44) в (1.43) и учитывая, что скалярное произведение взаимно перпендикулярных векторов равно нулю, получаем

$$dA = \vec{F}_\tau d\vec{r} = F_\tau dr, \qquad (1.45)$$

т. е. *работа совершается тангенциальной составляющей силы.* Нормальная составляющая силы работы не совершает. Из (1.45) следует, что $dA > 0$, если $\vec{F}_\tau$ и $d\vec{r}$ направлены одинаково $\left(\alpha < \frac{\pi}{2}\right)$, и $dA < 0$, если $\vec{F}_\tau$ и $d\vec{r}$ направлены противоположно $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha \leqslant \pi\right)$.

Пусть $\vec{F}$ — единственная сила, действующая на материальную точку. Так как сила $\vec{F}_\tau$ параллельна скорости материальной точки $\vec{v}$, то она может изменить скорость лишь по абсолютной величине. Поэтому *работа силы приводит к изменению абсолютной величины скорости материальной точки.* Чтобы найти величину этого изменения, представим в (1.45) dr в виде $dr = vdt$, а силу F_τ выразим, используя второй закон Ньютона, как $F_\tau = ma$. Учитывая, что $adt = dv$, получим

$$dA = mavdt = mvdv. \qquad (1.46)$$

Здесь $dv < 0$, если $a < 0$, и $dv > 0$, если $a > 0$. Пусть в точках *1* и *2* скорость материальной точки равна соответственно $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Тогда работа, совершаемая силой $\vec{F}$ на участке траектории между точками *1* и *2*, равна

$$A_{12} = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (1.47)$$

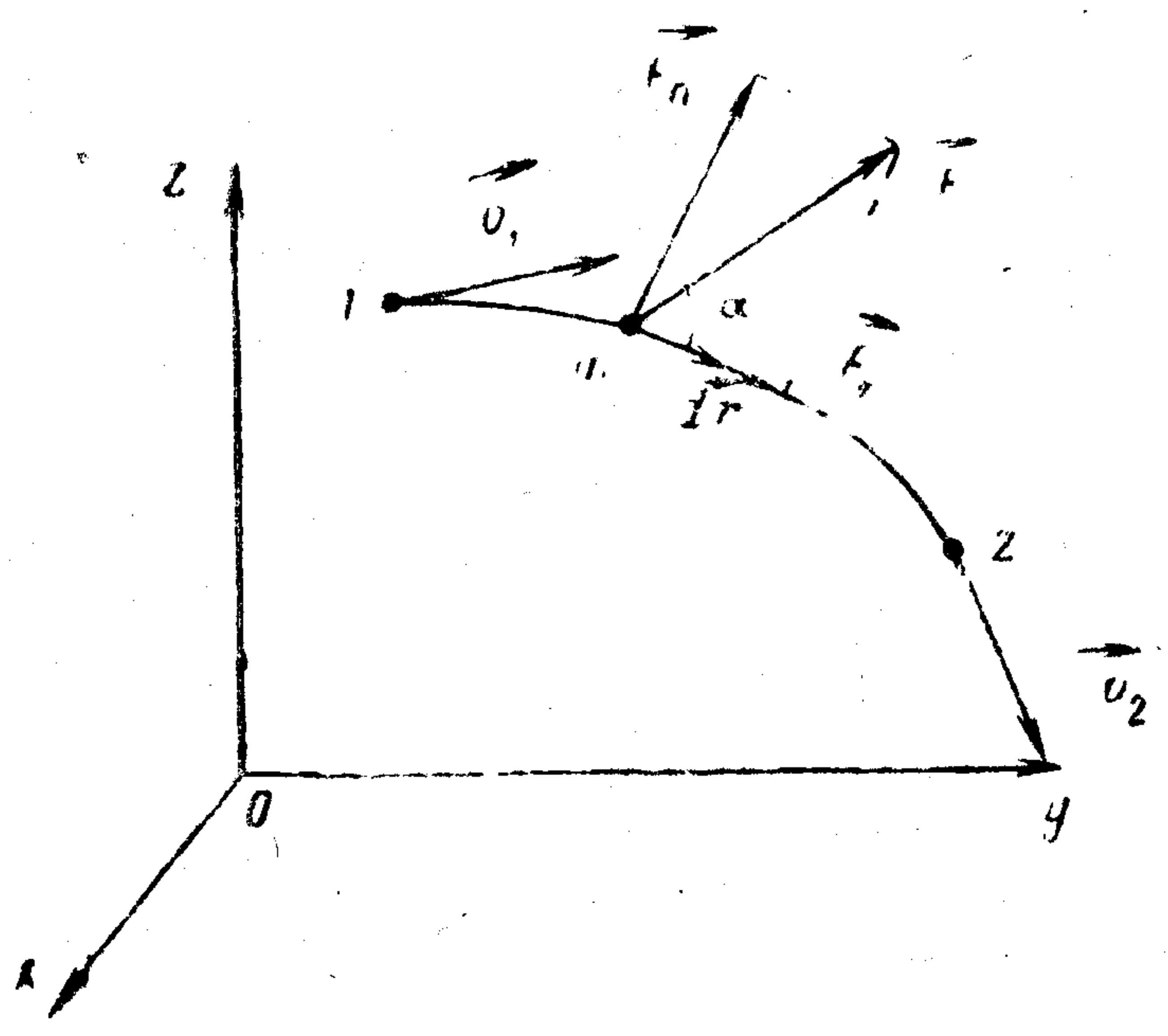


Рис. 12. К расчету работы, совершаемой силой $\vec{F}$

Введем важную характеристику движения материальной точки, называемую *кинетической энергией:*

$$E_к = \frac{mv^2}{2}. \quad (1.48)$$

Из (1.47) и (1.48) следует

$$A_{12} = E_{к2} - E_{к1}, \quad (1.49)$$

т. е. *работа силы на данном участке траектории равна изменению кинетической энергии материальной точки на этом участке.*

Контрольные вопросы

1. Чему равна работа силы?
2. Какой составляющей силы совершается работа?
3. К изменению какой характеристики материальной точки приводит работа силы?
4. Чему равна кинетическая энергия материальной точки?
5. Как связаны работа силы и изменение кинетической энергии?

§ 1.11. Консервативные силы, потенциальные поля сил, потенциальная энергия, закон сохранения механической энергии

Консервативными называют силы, работа которых между данными точками 1 и 2 не зависит от вида траектории (рис. 13). Поля консервативных сил являются потенциальными, т. е. работа в поле таких сил по замкнутой траектории равна нулю.

Легко убедиться, что работа сил при замкнутом движении по одной траектории L (рис. 14) равна нулю. Действительно, в этом случае данный участок траектории длиной dr материальная точка проходит дважды в противоположных направлениях. При движении от *1* к *2* работа на этом участке равна $dA = \vec{F}d\vec{r}$. При движении от *2* к *1* на этом участке совершается работа $dA' = \vec{F}(-d\vec{r}) = -dA$, т. е. $dA + dA' = 0$, а, следовательно, и

$$A_{12} + A_{21} = 0. \quad (1.50)$$

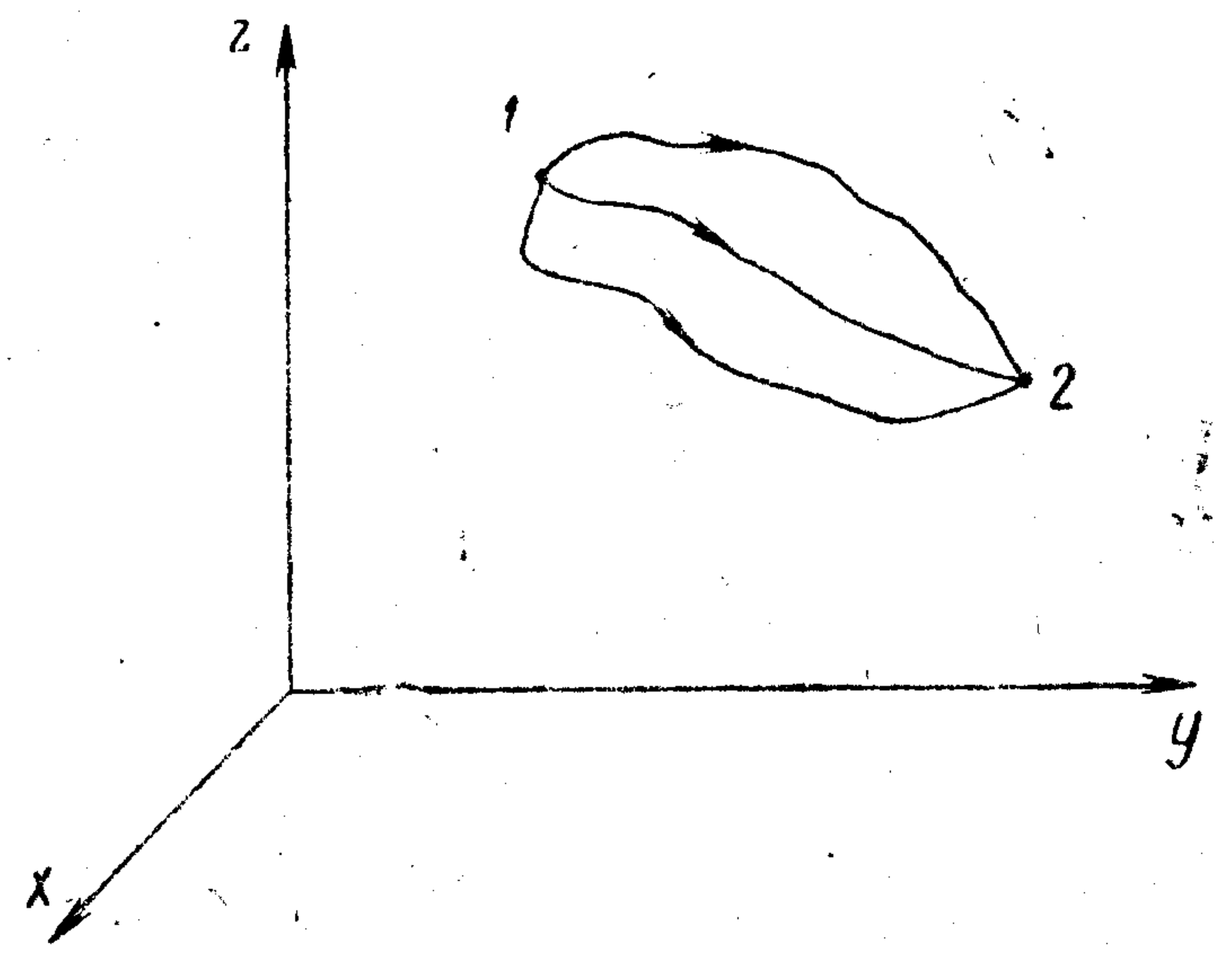


Рис. 13. Схема движения материальной точки под действием консервативных сил

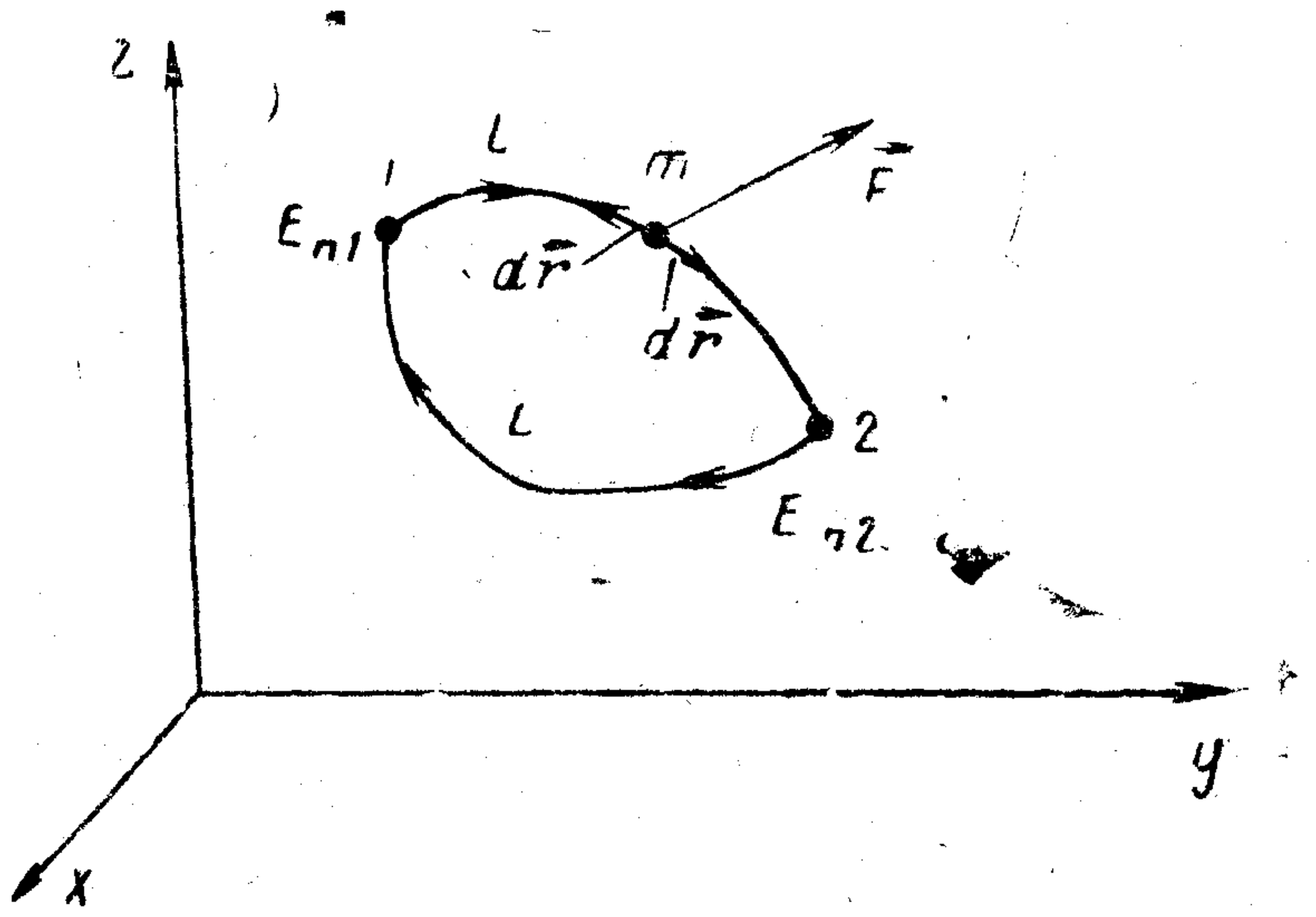


Рис. 14. Схема движения материальной точки в потенциальном поле сил по замкнутой траектории

Пусть теперь материальная точка от *1* к *2* движется по траектории L, а обратно по траектории L'. Так как силы консервативны, A'_{21} — работа при движении по траектории L' — равна A_{21}, работе при движении по траектории L от 2 к 1:

$$A'_{21} = A_{21}. \tag{1.51}$$

Из (1.50) и (1.51) следует, что

$$A_{12} + A'_{21} = 0. \tag{1.52}$$

Для материальной точки, движущейся в поле потенциальных сил, вводится важная характеристика — потенциальная энергия. *Потенциальная энергия материальной точки это такая зависящая от координат физическая величина, изменение которой при движении между произвольными точками пространства, взятое с обратным знаком, равно работе, совершаемой при движении между этими точками*, т. е.

$$-(E_{п2} - E_{п1}) = A_{12}. \tag{1.53}$$

Потенциальная энергия определена с точностью до произвольной константы, так как работа A_{12} не изменится, если к $E_{п1}$ и $E_{п2}$ прибавить одну и ту же постоянную величину E_0. Работу силы между точками *1* и *2* можно также выразить через изменение кинетической энергии (§ 1.10). Сравнивая равенства (1.49) и (1.53), получаем *закон сохранения механической энергии:*

$$E_{п1} + E_{к1} = E_{п2} + E_{к2}, \tag{1.54}$$

т. е. *сумма потенциальной и кинетической энергии материальной точки, движущейся в поле потенциальных сил, сохраняется.* Закон сохранения механической энергии существенно упрощает решение многих задач механики. Но для его применения надо быть уверенным, что поле сил, действующих на материальную точку, потенциально. Примеры потенциальных полей сил будут рассмотрены в следующем параграфе.

Контрольные вопросы

1. Какие силы называют консервативными?
2. Какие поля сил называют потенциальными?
3. Что такое потенциальная энергия?
4. Как формулируется закон сохранения механической энергии?

* § 1.12. Центральные силы. Работа центральных сил

Центральными называют силы, направлённые по линии, соединяющей материальные точки, и зависящие только от расстояния между ними. Доказем, что *центральные силы консервативны.*

Рассмотрим движение материальной точки m_2 по траектории L' в поле центральных сил, источником которых является m_1 (рис. 15). Пространство вокруг m_1 разобьем сферами, центры которых совпадают с m_1, а радиусы отличаются на dr. Работа силы $\vec{F}$ на участке траектории от $\vec{r}'$ до $\vec{r}' + d\vec{r}'$, заключенном между сферами радиусами r' и $r' + dr$, равна:

$$dA' = \vec{F}(\vec{r}')\,d\vec{r}' = F(r')\,dr'\cos\alpha, \tag{1.55}$$

где α угол между $\vec{F}(\vec{r}')$ и $d\vec{r}'$.

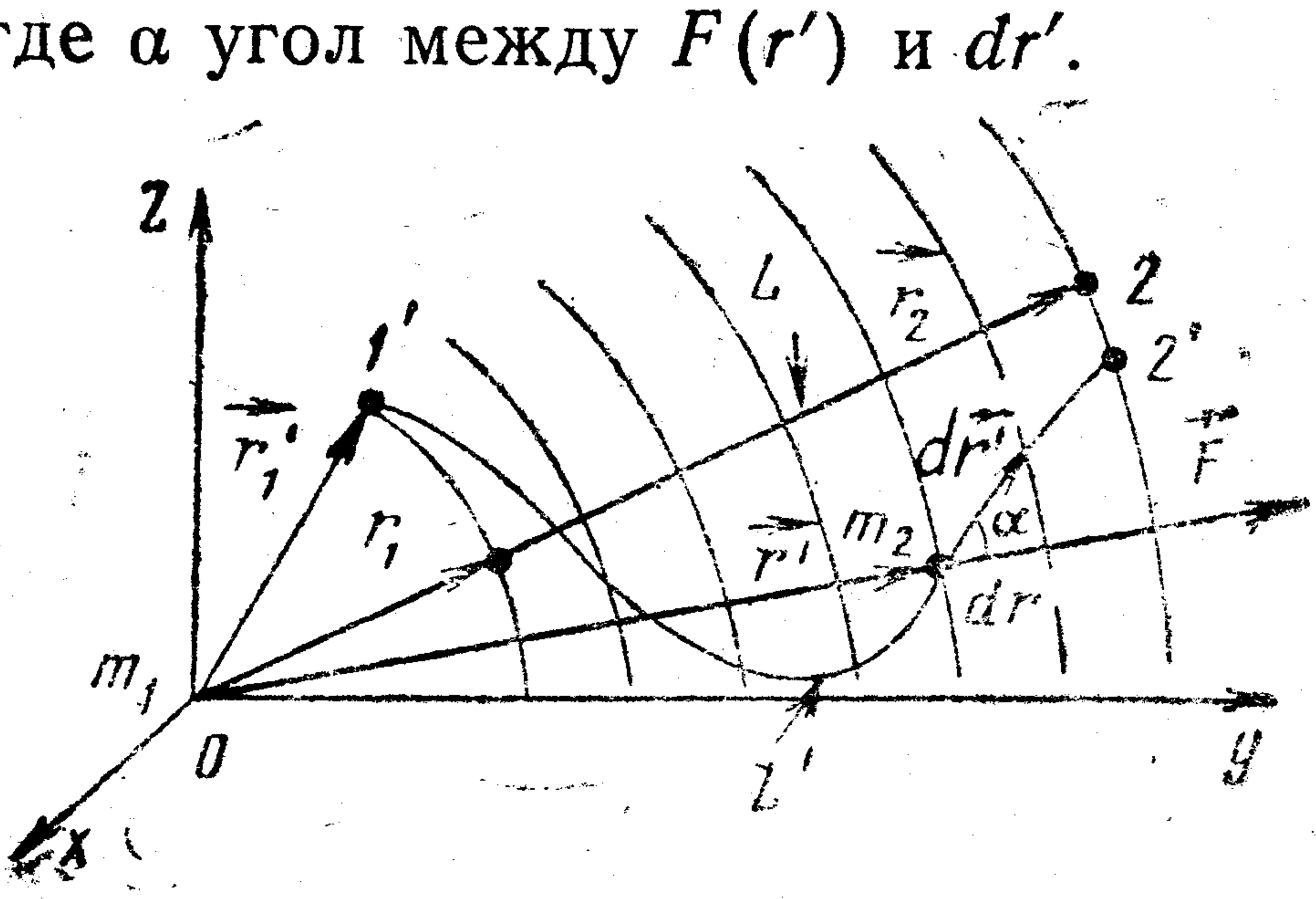


Рис. 15. Схема движения материальной точки в поле центральных сил

Будем считать: направление $\vec{F}(\vec{r}')$ совпадает с $\vec{r}'$ (силы отталкивания). Тогда $\alpha < \frac{\pi}{2}$, $dr' \cos\alpha = dr$; $dr > 0$, а работа с учетом (1.55) запишется в виде:

$$dA' = F(r')dr. \tag{1.56}$$

Эта работа одинакова для любых $\vec{dr}'$, расположенных между сферами с радиусами r' и $r' + dr$. Следовательно, работа A', совершаемая при движении по траектории L' из точки $1'$ в точку $2'$ и состоящая из элементарных работ dA', также не зависит от вида траекторий. Таким образом, мы доказали, что центральные силы консервативны.

Работа A' также не зависит от направления векторов $\vec{r}'_1$ и $\vec{r}'_2$ — при движении m_2 от $\vec{r}'_1$ к $\vec{r}_1$ по поверхности сферы сила $\vec{F}$ перпендикулярна элементарным перемещениям и работы не совершает. Поэтому *работа в поле центральных сил зависит только от начального и конечного расстояния материальной точки от центра сил.*

Это позволяет для расчета работы вместо сложной траектории L' использовать эквивалентную траекторию L, которая расположена на прямой, проходящей через центр сил. Если начальное и конечное расстояние от центра сил на этой траектории такие же, как и для траектории L' ($r_1 = r'_1$, $r_2 = r'_2$), то работа при движении по этим траекториям одинакова: $A_{12} = A'_{12}$. Работа при движении по траектории L для сил отталкивания равна:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr, \tag{1.57}$$

где $r_2 > r_1$.

Для сил притяжения ход рассуждений сохраняется, но в этом случае угол α между $\vec{F}$ и $\vec{dr}'$ $\pi \geqslant \alpha \geqslant \frac{\pi}{2}$ $\cos\alpha < 0$, $dA = -F(r)dr < 0$ и в выражении (1.57) перед знаком интеграла появится минус.

Пусть сила $\vec{F}$ равна сумме n центральных сил:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.$$

Работа каждой $\vec{F}_i$ между точками *1* и *2* не зависит от вида траектории. Следовательно, она не зависит от вида траектории и для суммы $\vec{F}_i$, т. е. $\vec{F}$ консервативна. Из (1.57) следует, что работа A_{12} в этом случае является суммой работ, совершаемых $\vec{F}_i$:

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n} A_{12i}. \qquad (1.58)$$

Потенциальная энергия m_2 в поле силы $\vec{F}$ также является суммой потенциальных энергий, соответствующих полям сил $\vec{F}_i$:

$$E_{\text{п}1} = \sum_{i=1}^{n} E_{\text{п}1i} \text{ и } E_{\text{п}2} = \sum_{i=1}^{n} E_{\text{п}2i}. \qquad (1.58)$$

Контрольные вопросы

1. Какие силы называют центральными?
2. Чему равна элементарная работа в поле этих сил?
3. Как рассчитать работу этих сил?
4. Является ли консервативной сумма центральных сил?

§ 1.13. Гравитационное поле Ускорение и потенциальная энергия тел в гравитационном поле

Гравитационное взаимодействие — одно из фундаментальных взаимодействий природы. В классической механике оно описывается ньютоновским законом всемирного тяготения, согласно которому *сила притяжения материальных точек с массами m_1 и m_2, разделенных расстоянием r, равна*

$$F_{\text{т}} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}. \qquad (1.59)$$

$G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг² — постоянная тяготения.

Массу, входящую в закон всемирного тяготения, называют гравитационной в отличие от массы инертной, входящей во второй закон Ньютона. Опытным путем было доказано, что эти массы пропорциональны друг другу. В системе СИ гравитационная и инертная массы одного и того же тела равны друг другу. Найдем ускорение тел в гравитационном поле. Массу m_1, здесь и в дальнейшем считаем источником поля и связываем с ней начало отсчета. Запишем второй закон Ньютона для массы m_2, движущейся в поле сил тяготения:

$$m_2 a(r) = G m_1 m_2 / r^2.$$

Откуда получаем

$$a(r) = \frac{m_1}{r^2} G \tag{1.60}$$

У поверхности Земли $a(R_З) = g = 9{,}81$ м/с^2. Если на материальную точку m_2, кроме силы притяжения Земли $\vec{F}_т$, действует сила $\vec{F}$, то ее ускорение $\vec{a}$ отличается от ускорения свободного падения $\vec{g}$. Второй закон Ньютона в этом случае записывается в виде

$$m_2\vec{a} = \vec{F}_т + \vec{F}. \tag{1.61}$$

Согласно третьему закону Ньютона m_2 действует на тело — источник силы $\vec{F}$ — с силой $\vec{P}' = -\vec{F}$. Записывая в (1.61) $\vec{F}_т$ в виде $m_2\vec{g}$, получим для $\vec{P}'$ выражение

$$\vec{P}' = m_2(\vec{g} - \vec{a}). \tag{1.62}$$

Если направления $\vec{a}$ и $\vec{g}$ совпадают

$$P' < m_2 g = F_т. \tag{1.63}$$

Если $\vec{a}$ и $\vec{g}$ направлены противоположно

$$P' > m_2 g = F_т. \tag{1.64}$$

Например, в лифте, ускоренно движущемся вверх, от центра Земли, пассажир лифта давит на пол лифта с силой, большей действующей на него силы тяжести.

Если же лифт ускоренно движется вниз (к центру Земли), сила давления меньше силы тяжести.

Ускорение материальной точки m_2, закрепленной на поверхности Земли почти целиком обусловлено вращением Земли вокруг оси: $a = a_З \approx \omega^2 r_0$ (здесь ω — угловая частота суточного вращения, r_0 — расстояние m_2 от оси вращения). В этом случае сила

$$\vec{P} = m_2(\vec{g} - \vec{a}_З) \tag{1.65}$$

называется весом тела. *Вес тела — это сила, с которой тело, закрепленное на поверхности Земли, действует на эту поверхность.* Из (1.65) следует, что вес тела в разных точках поверхности Земли различен. Вес тела тем меньше, чем дальше оно находится от центра Земли и чем ближе оно находится к экватору.

Состояние, при котором $P' = 0$, называют невесомостью. Если же $P' > mg$, то такое состояние называют перегрузкой.

Рассчитаем потенциальную энергию тел в поле сил тяготения. Так как гравитационные силы центральны, воспользуемся формулой (1.57). Подставляя F из (1.59) и учитывая, что F — сила притяжения, получим

$$A_{12} = -\int_{r_1}^{r_2} G\frac{m_1 m_2}{r^2}dr = Gm_1 m_2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Вспоминая связь между изменением потенциальной энергии и работой (см. 1.53), находим:

$$-(E_{п2} - E_{п1}) = Gm_1 m_2\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right). \qquad (1.66)$$

Принято считать, что гравитационная потенциальная энергия бесконечно удаленных тел равно нулю. Полагая в (1.66) $E_{п2} = 0$ и $r_2 = \infty$, получим выражение для потенциальной энергии материальной точки m_2, находящейся в гравитационном поле материальной точки m_1

$$E_{п1} = -G\frac{m_1 m_2}{r_1}. \qquad (1.67)$$

При решении многих задач, связанных с движением тел у поверхности Земли, принимают, что на поверхности Земли ($r_1 = R_З$) потенциальная энергия тела равна нулю $E_п(R_З) = 0$. Тогда, согласно (1.66), потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли на высоту $h \ll R_З$ равна:

$$E_п(R_З + h) = Gm_1 m_2\left(\frac{1}{R_З + h} - \frac{1}{R_З}\right) = \frac{Gm_1 m_2 h}{(R_З + h)R_З}.$$

Пренебрегая в первом сомножителе знаменателя h и вспоминая, что $(Gm_1/R^2_З) = g$ (см. 1.60), получим

$$E_п(R_З + h) = m_2 gh. \qquad (1.68)$$

Рассмотрим систему, состоящую из n материальных точек. Радиус-вектор i-ой точки равен $\vec{r}_i$, а ее масса равна m_i. Центром тяжести (центром масс) такой системы называется точка, радиус-вектор которой находится из выражения

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} m_i. \qquad (1.69)$$

Для симметричных тел центр масс совпадает с центром симметрии. Например, центр масс круга совпадает с его геометрическим центром.

Контрольные вопросы

1. Как записывается закон всемирного тяготения?
2. Чем отличаются друг от друга и как связаны масса гравитационная и масса инертная?
3. Чему равны ускорение и потенциальная энергия в поле тяготения?
4. В каком случае потенциальную энергию в поле сил тяготения можно записывать в виде mgh?
5. Что такое вес тела?
6. Когда возникает невесомость?
7. Как найти центр масс (центр тяжести)?

§ 1.14. Силы упругой и неупругой деформации. Сила трения

С силами упругости познакомимся на примере упругой пружины, которая связывает материальные точки m_1 и m_2. Точка m_1 закреплена, а m_2 может перемещаться вдоль оси x (рис. 16, *а*). Если пружина не деформирована, m_2 находится в начале координат. Перемещение m_2 на $\vec{x}$ (рис. 16, *б*) от начала координат приводит к деформации пружины на такую же величину и появлению действующей на m_2 упругой силы:

$$\vec{F}_y = -k\vec{x}, \qquad (1.70)$$

где k — жесткость пружины.

Упругая сила направлена противоположно деформации, а по абсолютной величине прямо пропорциональна ей. Она зависит только от расстояния между материаль-

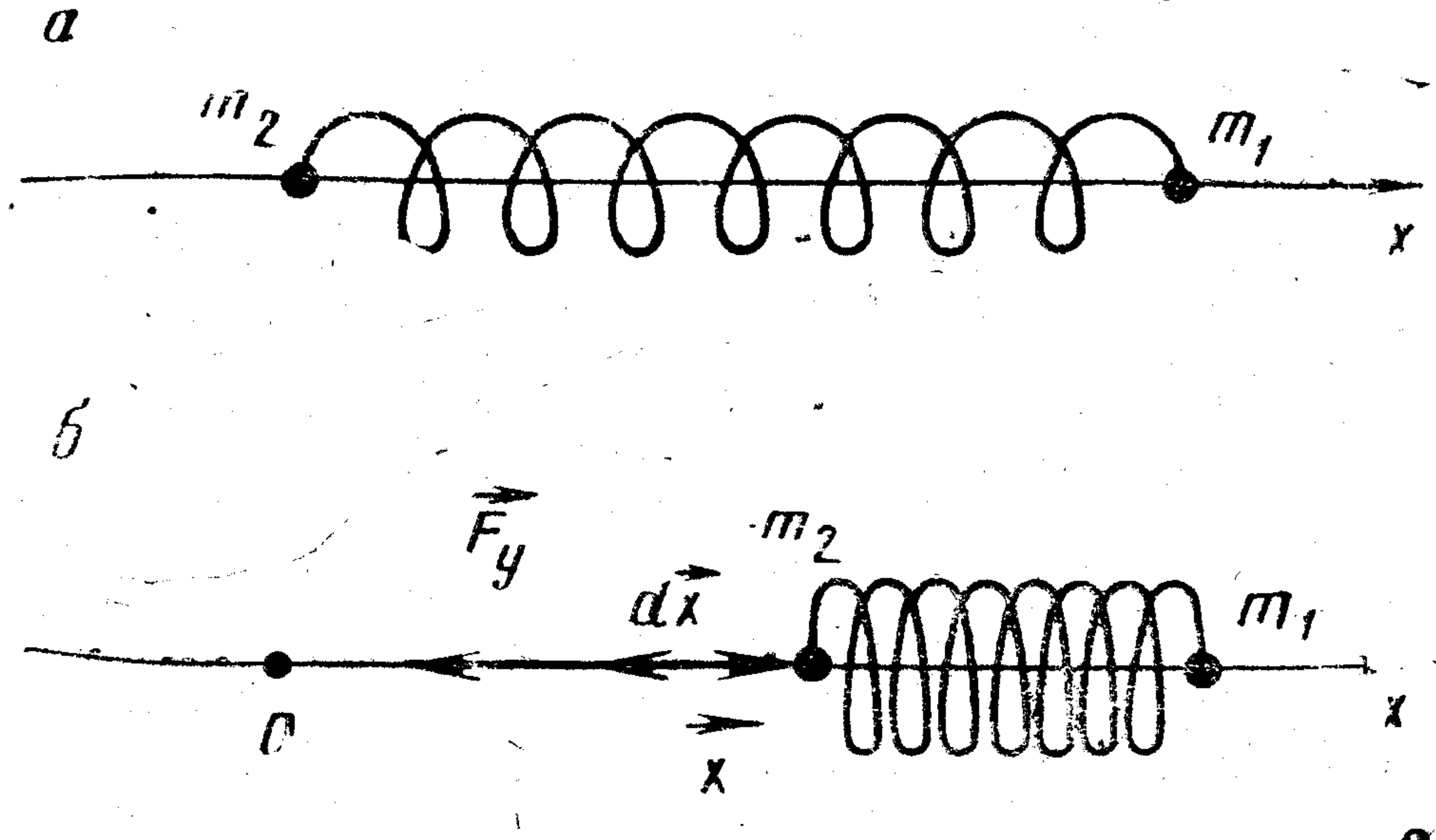


Рис. 16. Упругая сила $\vec{F}_y$, возникающая при сжатии пружины

ными точками и направлена по соединяющей их прямой. Следовательно, *сила упругости пружины центральна*. Совершаемая этой силой работа при перемещении из точки $x = x_1$ в точку $x = 0$ (см. (1.57) и ниже)

$$A(x_1, 0) = -A(0, x_1) = \int_0^{x_1} kx dx = \frac{kx^2_1}{2}. \quad (1.71)$$

Эта работа равна взятому с обратным знаком изменению потенциальной энергии:

$$-[E_п(0) - E_п(x_1)] = \frac{kx^2_1}{2}. \quad (1.72)$$

Принято считать, что потенциальная энергия недеформированной пружины равна нулю: $E_п(0) = 0$. Тогда

$$E_п(x_1) = \frac{kx^2_1}{2}. \quad (1.73)$$

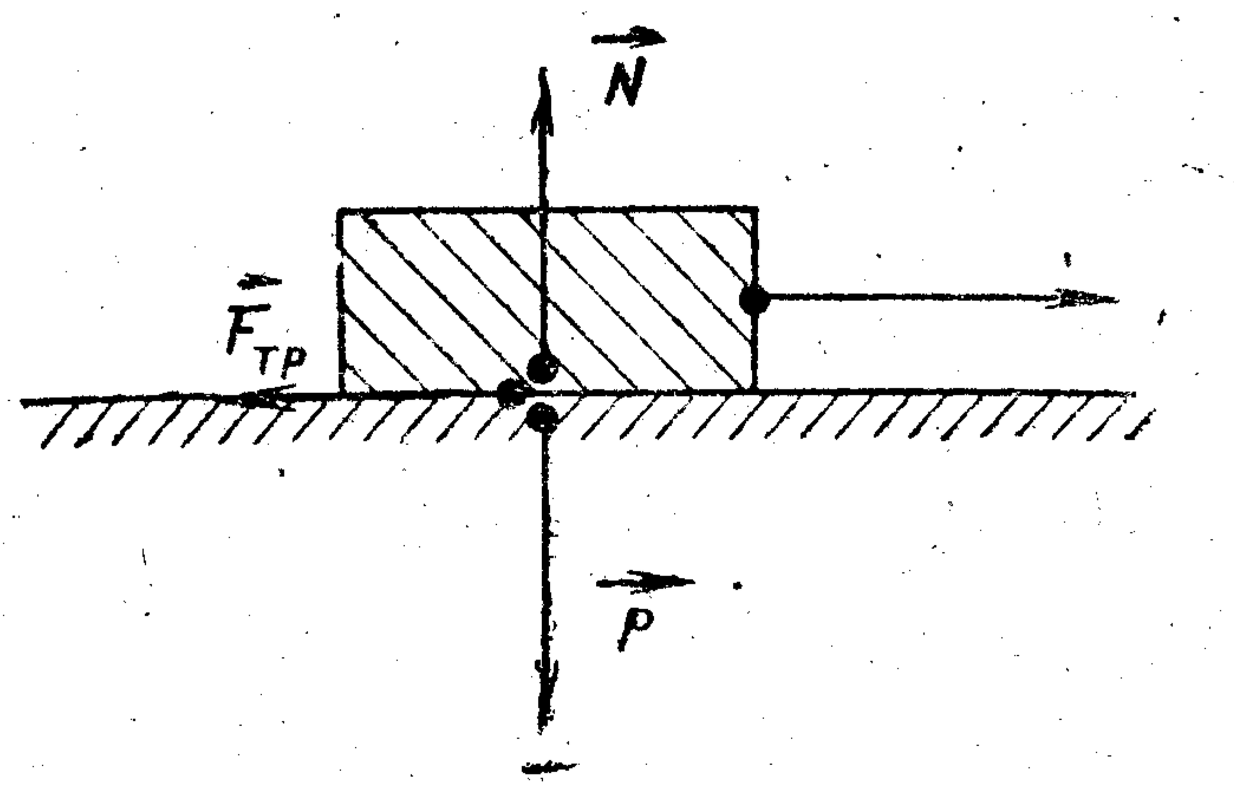
Силы неупругой (пластической) деформации не пропорциональны расстоянию между материальными точками. Неупруго деформированная пружина не возвращается в исходное состояние, она не обладает потенциальной энергией.

Неупругие силы не потенциальны и к ним неприменим закон сохранения механической энергии. Этот закон также не применим к силам трения. Силы трения возникают на соприкасающихся поверхностях тел. Эти силы противоположны элементарным перемещениям. Соответствующие элементарные работы отрицательны, а *сумма элементарных работ сил трения по замкнутой траектории не равна нулю.* Для расчета абсолютной величины силы трения скольжения пользуются формулой

$$F_{тр} = \mu N, \quad (1.74)$$

где N — сила реакции опоры, на которую давит тело, μ — коэффициент трения скольжения. Сила трения покоя принимает значения, лежащие в интервале от 0 до $F_{тр}$. На рис. 17 показаны силы $\vec{F}_{тр}$, $\vec{N}$, а также сила давления $\vec{P} = -\vec{N}$ и сила $\vec{F}$, перемещающая тело.

Рис. 17. Схема расположения сил $\vec{P}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{тр}$ и $\vec{F}$ при перемещении тела



Если в замкнутой системе действуют неупругие силы или силы трения, полная механическая энергия такой системы не сохраняется — она переходит в другие виды энергии, в частности, в тепловую.

Контрольные вопросы

1. Какая сила называется упругой?
2. Чему равна потенциальная энергия деформированной пружины?
3. Какая деформация называется неупругой?
4. Почему неупругие силы не потенциальны?
5. Чему равна сила трения?
6. Почему сила трения не потенциальна?
7. Выполняется ли в замкнутой системе закон сохранения механической энергии, если между телами действуют неупругие силы или силы трения?

§ 1.15. Гармонические механические колебания

Колебаниями называют процессы, при которых состояние системы повторяется через примерно равные промежутки времени. Колебания называются периодическими, если состояние повторяется через одинаковые промежутки времени. Наименьший промежуток времени, через который повторяется состояние системы, называют периодом. Перемещение материальной точки, совершающей гармоническое колебание вдоль оси x записывается в виде

$$\vec{x} = \vec{A}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right), \tag{1.75}$$

где A — амплитуда колебания (максимальное отклонение от положения равновесия);

$$\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0 = \varphi \text{ — фаза колебания;}$$

$$\varphi_0 \text{ — начальная фаза.}$$

Убедимся, что в такой записи состояние материальной точки повторяется через время T, равное периоду колебаний. Для этого найдем фазу колебания в момент $t + T$:

$$\varphi(t+T)=\frac{2\pi}{T}(t+T)+\varphi_0=\frac{2\pi}{T}t+\varphi_0+2\pi=$$
$$=\varphi(t)+2\pi.$$

Но при изменении фазы на 2π гармоническая функция не изменяется. Таким образом T — наименьшее время, через которое состояние (перемещение) материальной точки повторяется, т. е. период колебаний.

Для записи гармонического колебания вместо периода пользуются частотой $\nu = 1/T$ или циклической (угловой) частотой $\omega = 2\pi/T$.

В последнем случае

$$\vec{x}=\vec{A}\cos(\omega t+\varphi_0). \tag{1.76}$$

Найдем скорость материальной точки, совершающей гармоническое колебание

$$\vec{v}=\vec{x}'_t=\vec{A}\frac{d\cos\varphi}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt}=-\vec{A}\omega\sin\varphi, \tag{1.77}$$

и ее ускорение

$$\vec{x}''_t=\vec{v}'_t=-\vec{A}\omega\frac{d\sin\varphi}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt}=-\vec{A}\omega^2\cos\varphi. \tag{1.78}$$

Учитывая, что в последнем выражении произведение $\vec{A}\cos\varphi=\vec{x}$, получаем

$$\vec{x}''_t=-\omega^2\vec{x}. \tag{1.79}$$

Таким образом, ускорение гармонического колебания пропорционально его перемещению, а коэффициентом пропорциональности является квадрат циклической частоты. И обратно, если ускорение и перемещение материальной точки связаны соотношением $\vec{x}''_t=-\omega^2\vec{x}$, *это означает, что материальная точка совершает гармонические механические колебания с циклической частотой* ω.

Контрольные вопросы

1. Что такое колебания?
2. Какие колебания называются периодическими?
3. Как записывается перемещение материальной точки, совершающей гармонические колебания?
4. Что такое амплитуда, частота, циклическая частота, фаза, начальная фаза гармонического колебания?
5. Как записываются скорость и ускорение гармонического колебания?
6. Как связаны ускорение и перемещение в гармоническом колебании?

§ 1.16. Пружинный и математический маятники

Пружинным маятником называют материальную точку, совершающую колебания под действием упругой силы (см. § 1.14. рис. 16). Чтобы колебания начались, материальную точку с помощью внешней силы надо вывести из положения равновесия, а затем отпустить. Возвращаясь под действием упругой силы к положению равновесия, материальная точка ускоряется. Пройдя положение равновесия и замедляя движение, она деформирует пружину. В дальнейшем процесс повторятся. Использовав выражение (1.70) для упругой силы, запишем второй закон Ньютона для пружинного маятника $m\vec{x}''_t = -k\vec{x}$. Разделив обе части равенства на массу, получим

$$\vec{x}''_t = -\frac{k}{m}\vec{x}. \tag{1.80}$$

Сравнивая (1.80) и (1.79) приходим к выводу, что пружинный маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{1.81}$$

Кинетическую энергию пружинного маятника найдем, воспользовавшись (1.7):

$$E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2\sin^2\varphi}{2}.$$

Из (1.73), (1.76) и (1.81) следует, что потенциальная энергия равна:

$$E_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2\cos^2\varphi}{2} = \frac{mA^2\omega^2\cos^2\varphi}{2}.$$

Полная энергия маятника не зависит от времени

$$E = E_к + E_п = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \frac{kA^2}{2}.$$

Математический маятник — материальная точка, подвешенная на нити в поле сил тяготения (рис. 18). Нить считают нерастяжимой, а ее массу очень малой. В положении равновесия (рис. 18, *а*) сумма действующих на материальную точку сил — силы тяжести $\vec{F}_т$ и силы натяжения нити $\vec{F}_н$ равна нулю: $\vec{F}_т + \vec{F}_н = 0$. При

3*

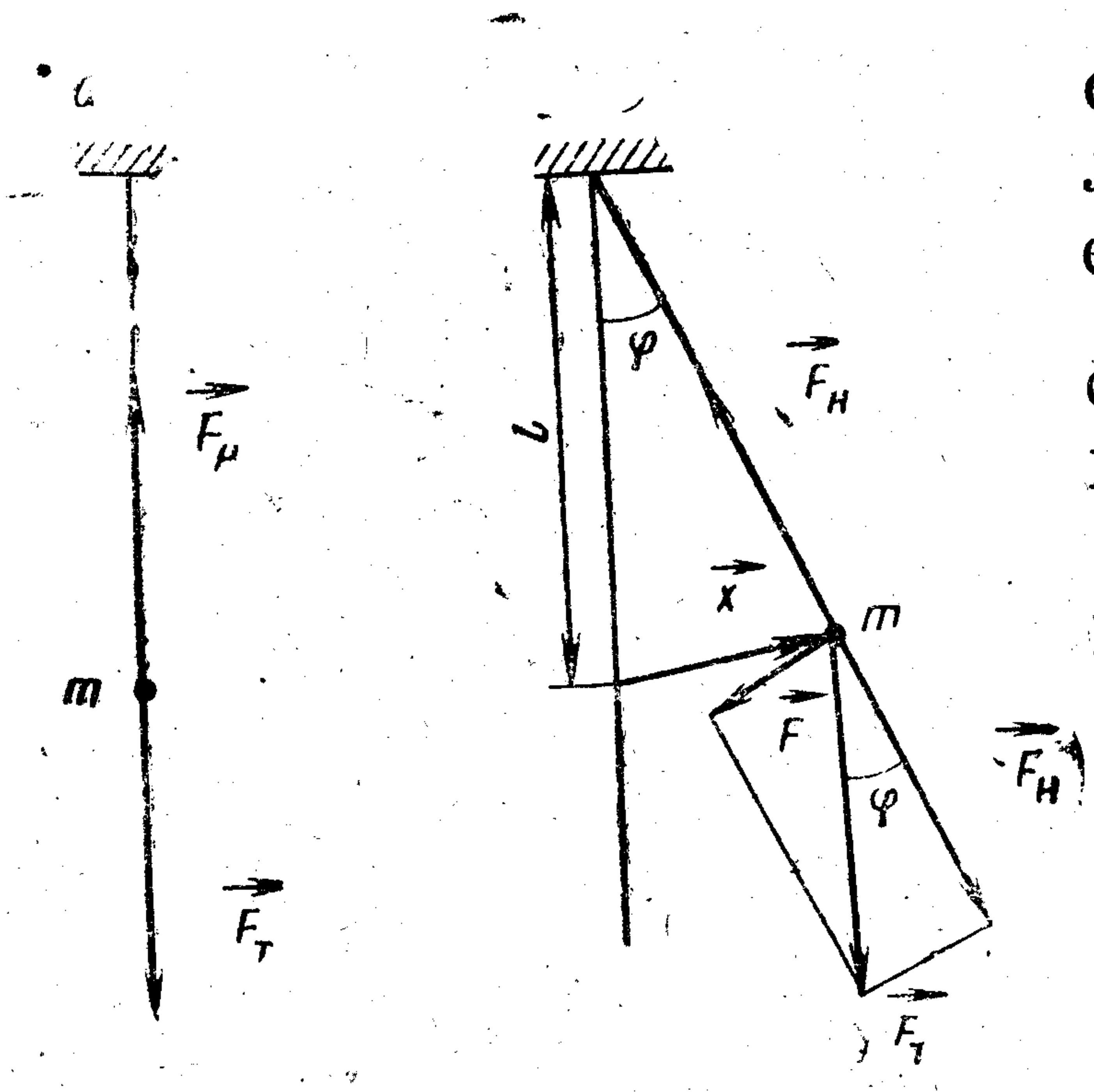


Рис. 18. Математический маятник в положении равновесия (*а*) и в отклоненном состоянии (*б*)

отклонении маятника от положения равновесия появляется равнодействующая этих сил $\vec{F}$, направленная к положению равновесия (рис. 18, *б*). Рассчитаем движение маятника при малых углах отклонения: $\varphi \ll 1$ (угол измеряется в радианах). В этом случае длина дуги, по которой движется материальная точка, мало отличается от длины хорды — модуля вектора перемещения x.

Поэтому

$$x = l\varphi, \tag{1.82}$$

где l — длина нити.

Найдем силу $\vec{F}$. Разложим для этого силу тяжести $\vec{F}_т$ на две составляющие: $\vec{F}_{т1}$, перпендикулярную нити и $\vec{F}_{т2}$, направленную вдоль нити. Сила $\vec{F}_{т2}$ компенсируется натяжением нити ($\vec{F}_{т2} = -\vec{F}_н$). Следовательно, $\vec{F} = \vec{F}_{т1}$. Из рис. 18, *б* видно, что $F_{т1} = F_т \sin\varphi$. При $\varphi \ll 1$ $\sin\varphi \cong \varphi$. Поэтому

$$F \cong mg\varphi. \tag{1.83}$$

Учитывая, что при $\varphi \ll 1$ векторы $\vec{x}$ и $\vec{F}$ практически параллельны друг другу (направление хорды мало отличается от направления к касательной) и направлены противоположно, из (1.82) и (1.83) получим

$$\vec{F} = -\frac{mg}{l}\vec{x}. \tag{1.84}$$

Запишем второй закон Ньютона для математического маятника

$$m\vec{x}_t'' = -\frac{mg}{l}\vec{x}. \tag{1.85}$$

Сократив на m и сравнивая с (1.79) приходим к выводу, что математический маятник при малых углах отклонения совершает гармонические колебания, циклическая частота и период которых равны

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Контрольные вопросы

1. Какой маятник называется пружинным и как записывается для него второй закон Ньютона?
2. Чему равна циклическая частота колебаний этого маятника?
3. Что такое математический маятник?
4. При каких углах отклонения изучается движение этого маятника?
5. Как возникает сила, возвращающая маятник к положению равновесия?
6. Как записывается второй закон Ньютона для математического маятника?
7. Чему равны циклическая частота и период колебаний этого маятника?

§ 1.17. Волны в однородной упругой среде

Волна — процесс распространения колебания в пространстве. Скорость волны $\vec{v}$ показывает, как быстро и в каком направлении переносится энергия, теряемая источником волн. Линии, касательные к которым параллельны скорости волны, называются лучами. Поверхности, перпендикулярные к лучам, получили название волновых фронтов.

В этом и следующем параграфах описаны волны, распространяющиеся в однородной изотропной упругой среде.

Однородной и изотропной является среда, свойства которой во всех точках пространства и во всех направлениях одинаковы. Упругой называют среду, в которой на любую материальную точку (частицу среды), отклоненную от положения равновесия действует упругая сила (см. § 1.13). Свойствами однородности, изотропии и упругости обладают газы, жидкости и многие твердые тела. Точечный источник волн, совершающий малые колебания, излучает волны, лучи которых направлены по радиус-векторам, проведенным во всех направлениях из источника. Волновые фронты имеют вид концентричных

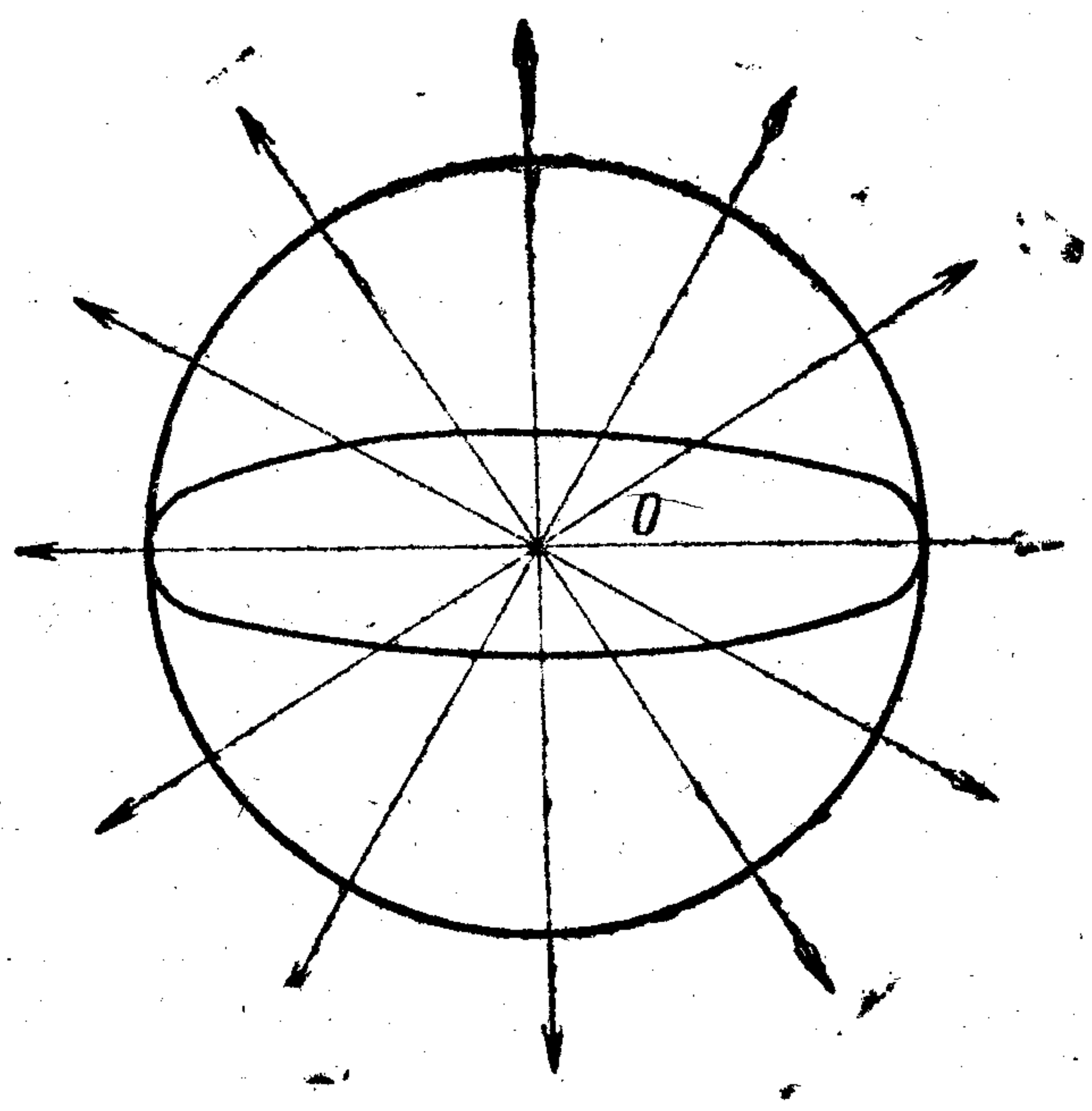


Рис. 19. Сферическая волна, распространяющаяся из точки O

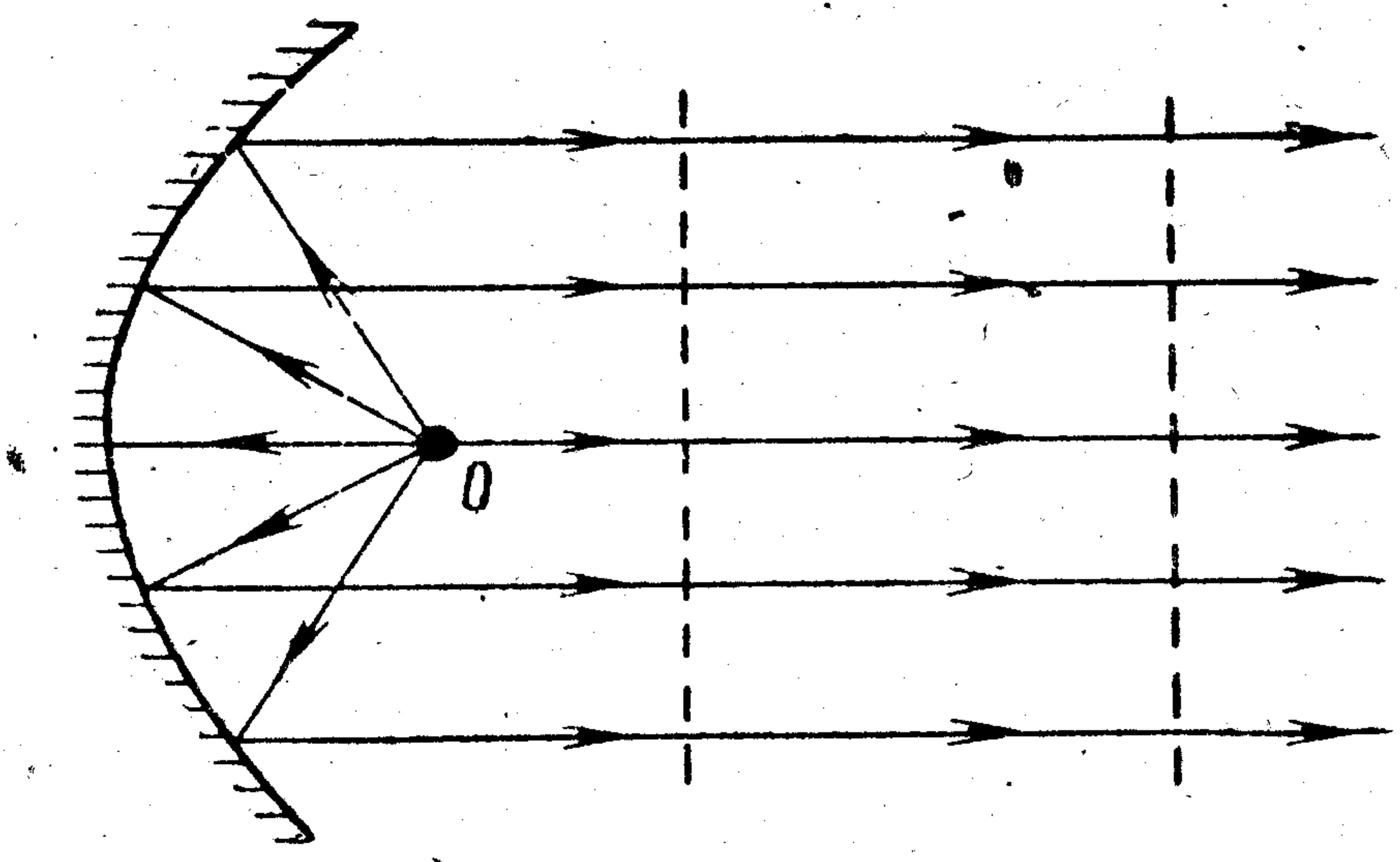


Рис. 20. Схема преобразования части сферической волны, излучаемой из точки O, в плоскую волну

сфер (рис. 19), поэтому такие волны называют сферическими.

С помощью отражателя сферические волны можно превратить в такие волны, лучи которых параллельны, а волновые фронты имеют вид параллельных плоскостей (рис. 20). Такие волны называют плоскими.

При распространении волны вещество среды не переносится в другие области пространства — каждая частица среды совершает колебание вблизи положения равновесия. *Если эти колебания параллельны скорости волны, волну называют продольной, если перпендикулярны — поперечной.*

Контрольные вопросы

1. Что такое волна?
2. Что такое лучи, фронт волны?
3. Какую среду называют однородной, изотропной, упругой?
4. Какие волны называют сферическими, плоскими?
5. Как колеблются частицы среды в продольной и поперечной волнах?

§ 1.18. Плоская монохроматическая волна

Волну называют монохроматической, если все частицы среды совершают гармонические колебания с одинаковой частотой. Рассмотрим плоскую монохроматическую волну, распространяющуюся вдоль оси x со скоростью v (рис. 21). Пусть при $x = 0$ в момент времени t_0

вектор перемещения частиц среды из положения равновесия равен:

$$\vec{S}_1(0,\ t_0) = \vec{A}\cos(\omega t_0 + \varphi_0). \qquad (1.86)$$

Передвигаясь со скоростью v, к моменту времени t это смещение переместится в точку

$$x = v(t - t_0).$$

Откуда находим

$$t_0 = t - x/v. \qquad (1.87)$$

Подставим в (1.86) вместо t_0 тождественно равное ему выражение (1.87), получим:

$$\vec{S}_1(x,\ t) = \vec{A}\cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right). \qquad (1.88)$$

Это выражение по самому способу его получения равно вектору перемещения частиц среды из положения равновесия в произвольной точке x в момент времени t. Поэтому оно является математической записью плоской волны, распространяющейся в направлении оси x.

Если волна движется в направлении, противоположном оси x, то

$$x = v(t_0 - t), \text{ а } t_0 = t + x/v$$

и уравнение волны запишется в виде

$$\vec{S}_2(x,\ t) = \vec{A}\cos\left(\omega\left(t + \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right). \qquad (1.89)$$

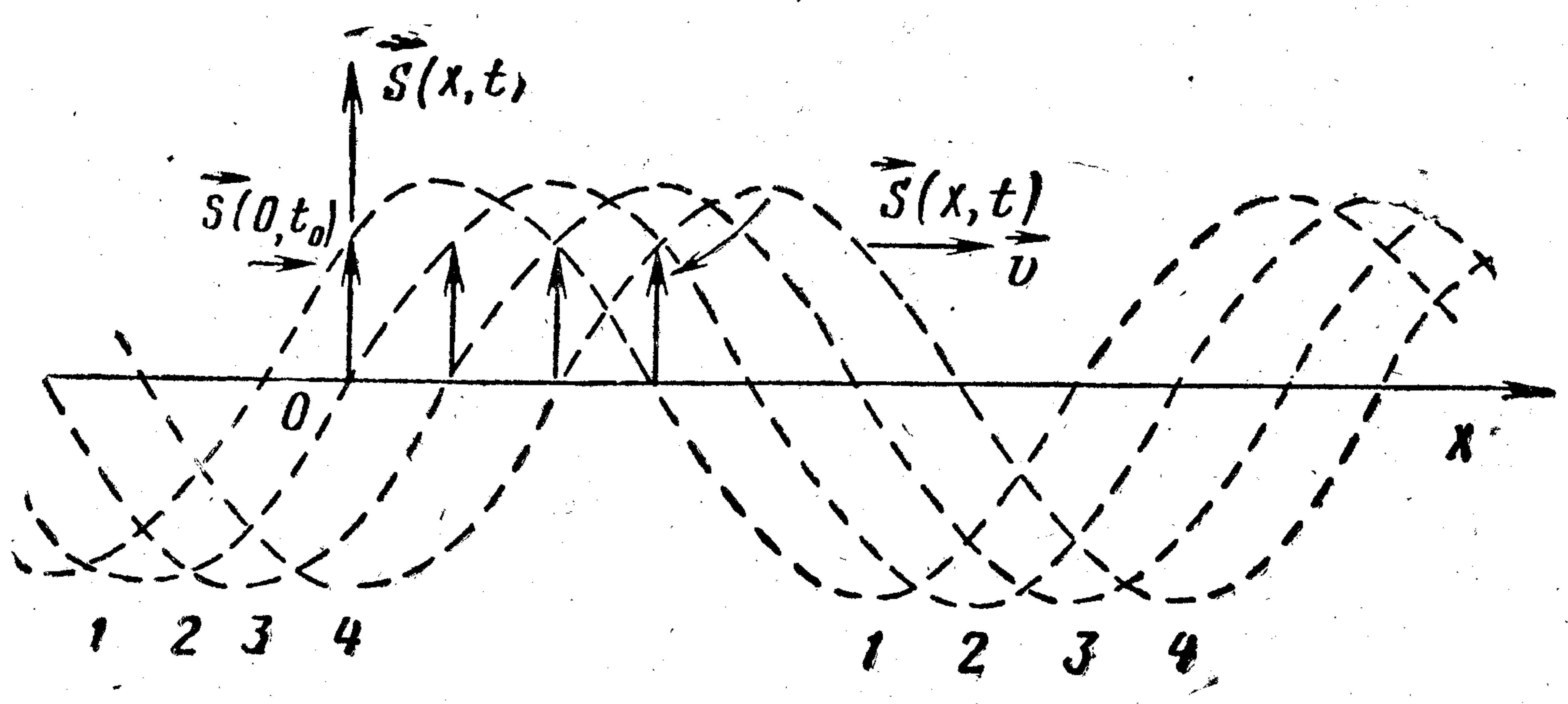


Рис. 21. Вектор перемещения в плоской монохроматической волне в различные моменты времени

Аргумент гармонической функции в (1.88) и (1.89)

$$\varphi = \omega\left(t \mp \frac{x}{v}\right) + \varphi_0 \tag{1.90}$$

называют фазой волны. Из (1.90) видно, что все частицы среды, имеющие одинаковое значение x колеблются в одинаковой фазе. Данному значению x соответствует плоскость, перпендикулярная оси x, т. е. волновой фронт плоской волны, распространяющейся вдоль оси x. *Следовательно, все частицы среды, находящейся на волновом фронте, колеблются в одной фазе.*

Перепишем выражение (1.90) в виде

$$\varphi = \omega t \pm \frac{\omega}{v}x + \varphi_0. \tag{1.91}$$

Второй член последнего выражения равен

$$\frac{\omega}{v}x = \frac{2\pi}{Tv}x. \tag{1.92}$$

Произведение периода колебаний на скорость волны назовем длиной волны

$$\lambda = Tv. \tag{1.93}$$

Длина волны — расстояние, которое проходит волна за время, равное периоду колебаний. Волновое число

$$k = 2\pi/\lambda. \tag{1.94}$$

Из (1.93) и (1.94) следует, что $\omega x/v = kx$, и выражение для фазы волны приобретает вид

$$\varphi = \omega t \mp kx + \varphi_0. \tag{1.95}$$

Убедимся, что при изменении x на λ фаза волны изменяется на 2π

$$\varphi(x + \lambda) = \omega t \mp (2\pi/\lambda)(x + \lambda) + \varphi_0 = \varphi(x) \mp 2\pi.$$

На длине волны ее фаза изменяется на 2π. При изменении фазы на 2π гармоническая функция не изменяется. Следовательно — *длина волны — это расстояние между двумя ближайшими частицами среды в направлении распространения волны, в которых величина гармонической функции, описывающей волну, одинакова.*

Контрольные вопросы

1. Какая волна называется монохроматической?
2. Как записывается эта волна?
3. Чем отличаются записи волн, распространяющихся в направлении оси **x** и в противоположном направлении?
4. Что такое фаза волны?
5. Как колеблются частицы, находящиеся на волновом фронте?
6. Что такое длина волны?
7. Чему равно волновое число?
8. Как изменяется фаза волны при изменении координаты **x** на длину волны?

* § 1.19. Сложение волн. Стоячая волна

Сложение волн называют также интерференцией. Найдем, как интерферируют две встречные плоские волны $\vec{S}_1 = \vec{A}\cos\varphi_1$ и $\vec{S}_2 = \vec{A}\cos\varphi_2$, фазы которых согласно (1.95) равны

$$\varphi_1 = \omega t - kx + \varphi_0; \tag{1.96}$$

$$\varphi_2 = \omega t + kx + \varphi_0. \tag{1.97}$$

Такие волны можно получить, поместив источник звука у отверстия цилиндра, закрытого с противоположной стороны (рис. 22). Опыт показывает, что при интерференции волн суммарное перемещение равно векторной сумме перемещений, вызванных каждой из этих волн (принцип суперпозиций):

$$\vec{S}_{1n} = \sum_{i=1}^{n} \vec{S}_i, \tag{1.98}$$

Поэтому суммарное колебание, вызванное сложением встречных волн $\vec{S}_1$ и $\vec{S}_2$ равно

$$\vec{S}_{12} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 = \vec{A}\cos\varphi_1 + \vec{A}\cos\varphi_2 = \\ = 2\vec{A}\cos\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\cos\frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}. \tag{1.99}$$

Подставляя в (1.99) значение фаз из (1.96) и (1.97), получим

$$\vec{S}_{12} = 2\vec{A}\cos kx \cos\omega t. \tag{1.100}$$

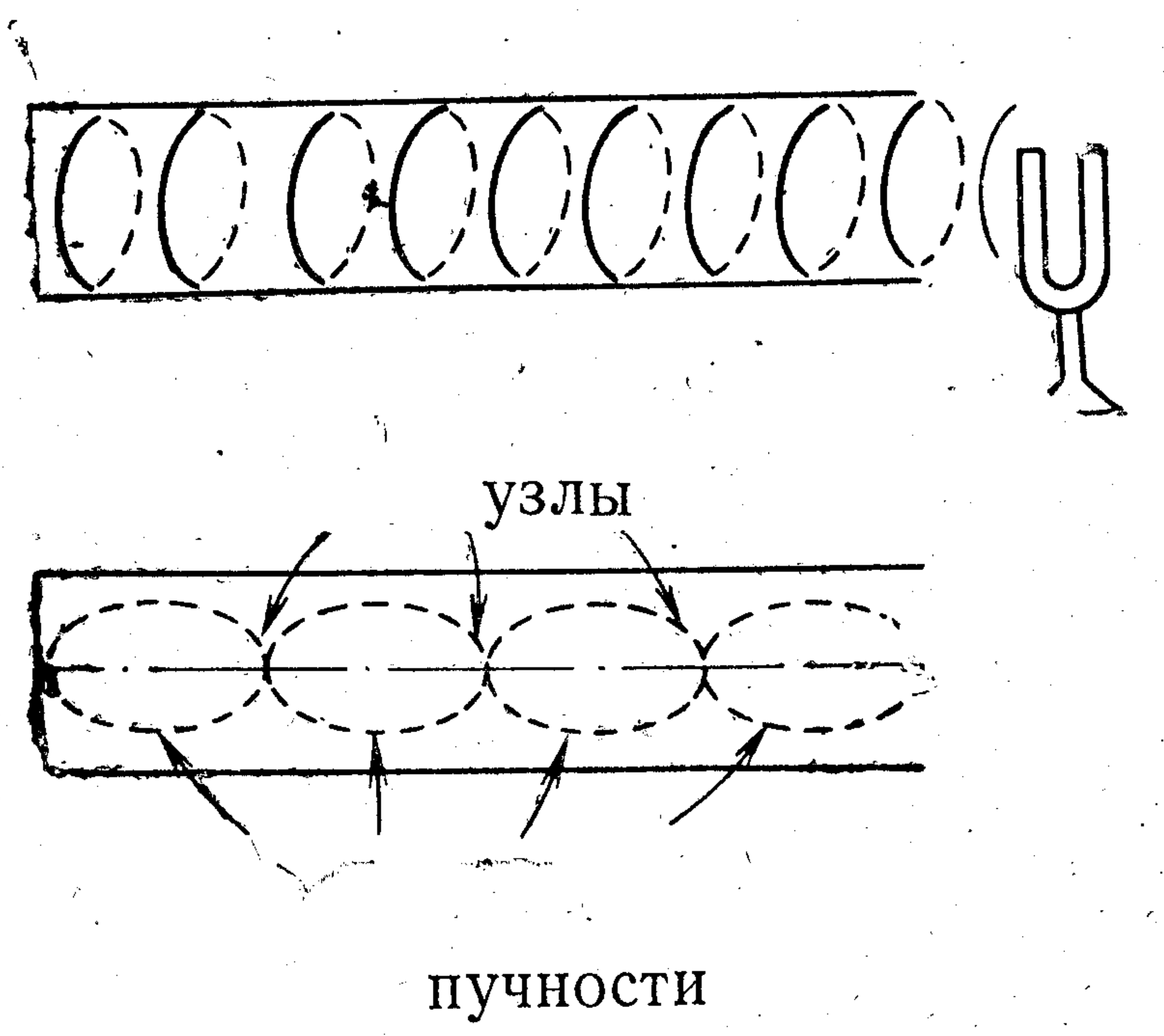


Рис. 22. Возникновение стоячей волны в стеклянной трубке (*а*) и распределение узлов и пучностей (*б*)

Колебание $\vec{S}_{12}$ называют стоячей волной. Роль амплитуды в этом колебании играет величина

$$A_{12} = 2A|\cos kx|.$$

Амплитуда A достигает максимума, когда

$$|\cos kx| = 1, \quad kx_{\max}(n) = n\pi, \qquad (1.101)$$

где $n=0, 1, 2, 3, ..., .$

Точки, расположенные при $x = x_{\max}$ называют пучностями стоячей волны. Амплитуда A_{12} минимальна, если

$$|\cos kx| = 0, \; kx_{\min}(n) = (2n+1)\pi/2. \qquad (1.102)$$

Точки, расположенные при $x = x_{\min}$ называются узлами стоячей волны.

Измеряя расстояние между пучностями (или узлами) стоячей волны можно определить длину волны соответствующих бегущих волн. Из (1.101) следует, что расстояние между n и $n+1$ пучностями равно половине длины волны:

$$l = x_{\max}(n+1) - x_{\max}(n) = \pi/k = \lambda/2. \qquad (1.103)$$

Одинаковые встречные бегущие волны переносят равную энергию в противоположных направлениях. В стоячей волне, являющейся суммой этих волн, энергия не переносится. Она лишь перераспределяется в пространстве и принимает максимальное значение в области пучностей и минимальное в области узлов.

Контрольные вопросы

1. Что такое интерференция?
2. Какое колебание возникает при сложении двух встречных плоских волн?

3. Где расположены узлы и пучности стоячей волны?

4. Как связана длина волны бегущих волн с расстоянием между пучностями (узлами) стоячей волны?

5. Переносится ли энергия стоячей волной?

§ 1.20. Сложение волн, испускаемых двумя когерентными источниками

Если разность фаз колебаний двух источников не изменяется со временем, их называют когерентными. Источники синхронны, если разность фаз равна нулю. Рассмотрим сложение волн, излучаемых двумя одинаковыми синхронными источниками (рис. 23), совершающими гармонические колебания. Будем считать, что размеры источников малы по сравнению с расстоянием d между ними, которое существенно меньше расстояния от источников до точки наблюдения $(d \ll l_1, l_2)$. Источники, находящиеся в однородной среде, излучают сферические волны. В небольшой области пространства вблизи точки наблюдения C лучи этих источников практически параллельны, т. е. в этой области волны, не совершая заметной ошибки, можно рассматривать как плоские и записать в виде

$$\vec{S}_1 = \vec{A}\cos\varphi_1;\quad \vec{S}_2 = \vec{A}\cos\varphi_2. \tag{1.104}$$

Здесь

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1 &= \omega t - kl_1 + \varphi_0;\\ \varphi_2 &= \omega t - kl_2 + \varphi_0.\end{aligned}\right\} \tag{1.105}$$

Сумма этих волн в точке наблюдения равна

$$\vec{S}_{12} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 = 2\vec{A}\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\cos\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2} =$$

$$= 2\vec{A}\cos\frac{k(l_2-l_1)}{2}\cos\left(\omega t + \varphi_0 - k\frac{(l_1+l_2)}{2}\right). \tag{1.106}$$

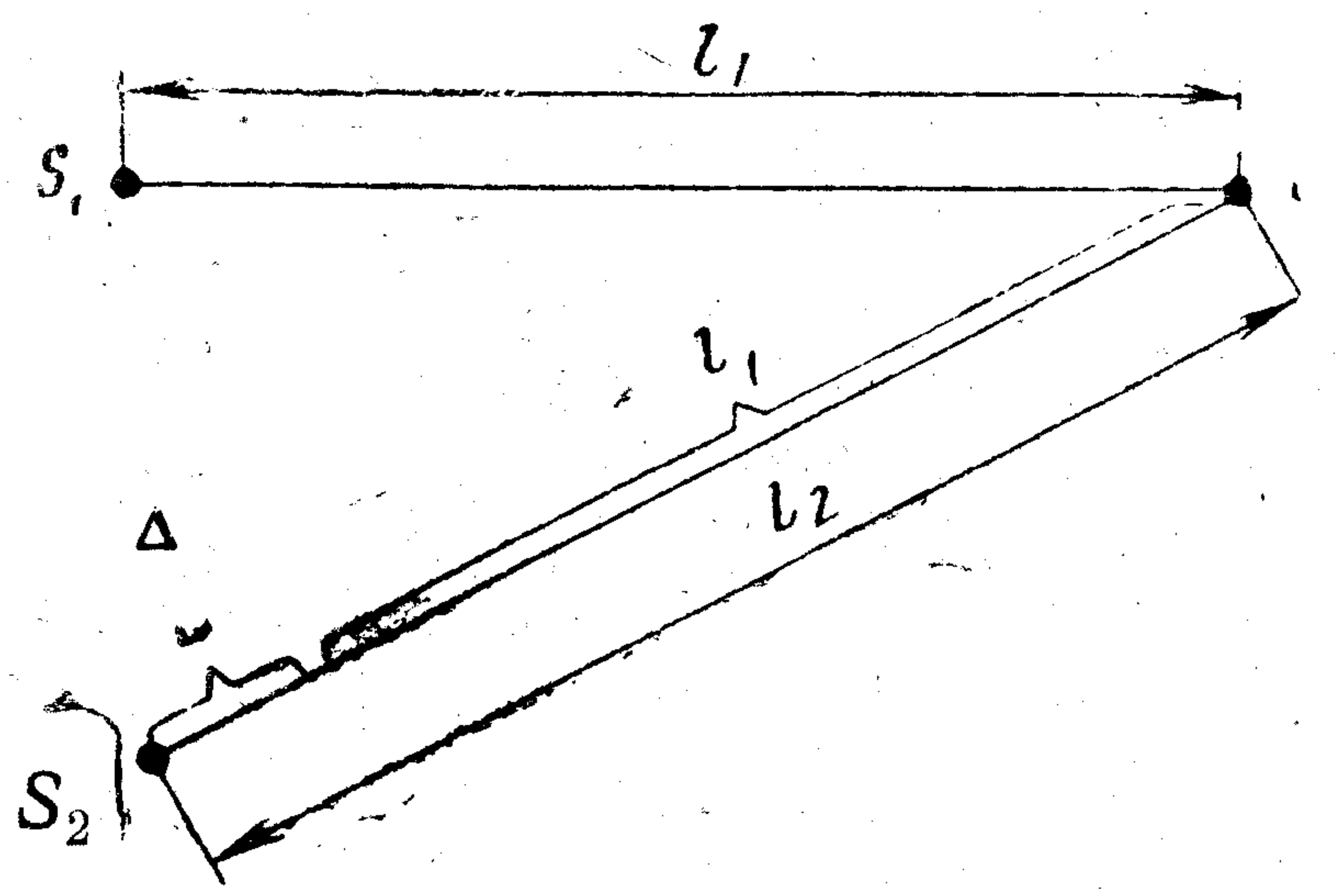


Рис. 23. Интерференция волн, испускаемых двумя когерентными источниками

Роль амплитуды в гармоническом колебании $\vec{S}_{12}$ играет величина

$$A_{12} = 2A\left|\cos\frac{k(l_2 - l_1)}{2}\right|.$$

Эта величина максимальна, когда

$$\left|\cos\frac{k(l_2 - l_1)}{2}\right| = 1 \qquad (1.107)$$

и минимальна при

$$\left|\cos\frac{k(l_2 - l_1)}{2}\right| = 0. \qquad (1.108)$$

Разность расстояний от источников до точки наблюдения называется разностью хода

$$\Delta = l_2 - l_1. \qquad (1.109)$$

Из (1.107) следует, что в точке C наблюдается максимум интерференции волн в том случае, когда

$$\frac{k\Delta}{2} = n\pi; \quad \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\Delta}{2} = n\pi; \quad \Delta = n\lambda. \qquad (1.110)^*$$

Минимуму интерференции соответствует (см. 1.108):

$$\frac{k\Delta}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}; \quad \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\Delta}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}; \quad \Delta = (2n+1)\times \times\frac{\lambda}{2}. \qquad (1.111)^*$$

Таким образом, *разности хода, равной целому числу длин волн, соответствует максимум интерференции, а минимум интерференции наблюдается в том случае, когда разность хода равна нечетному числу половин длин волн.*

Контрольные вопросы

1. Какие источники волн называют когерентными, синхронными?
2. Почему в малой области вблизи точки наблюдения волны, испускаемые источниками, можно считать плоскими?
3. Что такое разность хода?
4. При каких значениях разности хода наблюдаются максимумы и минимумы интерференции?

Глава 2. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

§ 2.1. Электрические заряд и поле. Электростатика. Закон Кулона. Напряженность электрического поля

Электромагнитное взаимодействие — одно из фундаментальных взаимодействий природы. Его свойства и законы изучают в разделе физики, который называют электромагнетизмом. *Источником электромагнитных сил является электрический заряд, который создает в пространстве силовое электромагнитное поле, действующее на другие заряды. Существует наименьший электрический заряд $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл, а также заряды двух типов — положительные и отрицательные. Одним из носителей наименьшего отрицательного заряда является элементарная частица — электрон. Алгебраическая сумма электрических зарядов в замкнутой системе сохраняется.*

Взаимодействие неподвижных электрических зарядов изучается в электростатике. *На опыте установлен основной закон электростатики — закон взаимодействия двух точечных электрических зарядов (закон Кулона).* Рассмотрим два точечных электрических заряда Q_1 и Q, находящихся в однородной изотропной среде. Положение заряда Q относительно Q_1 определяется вектором $\vec{r}_1$ (рис. 24).

Сила, с которой заряд Q_1 действует на заряд Q равна:

$$\vec{F}_1 = \frac{Q_1 Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2_1} \frac{\vec{r}_1}{r_1}. \tag{2.1}$$

В выражении (2.1) $\vec{r}_1/r_1$ — единичный вектор, направление которого совпадает с направлением $\vec{r}_1$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Нм}^2}$ (электрическая постоянная). *Величина ε — диэлектрическая проницаемость — характеристика сре-*

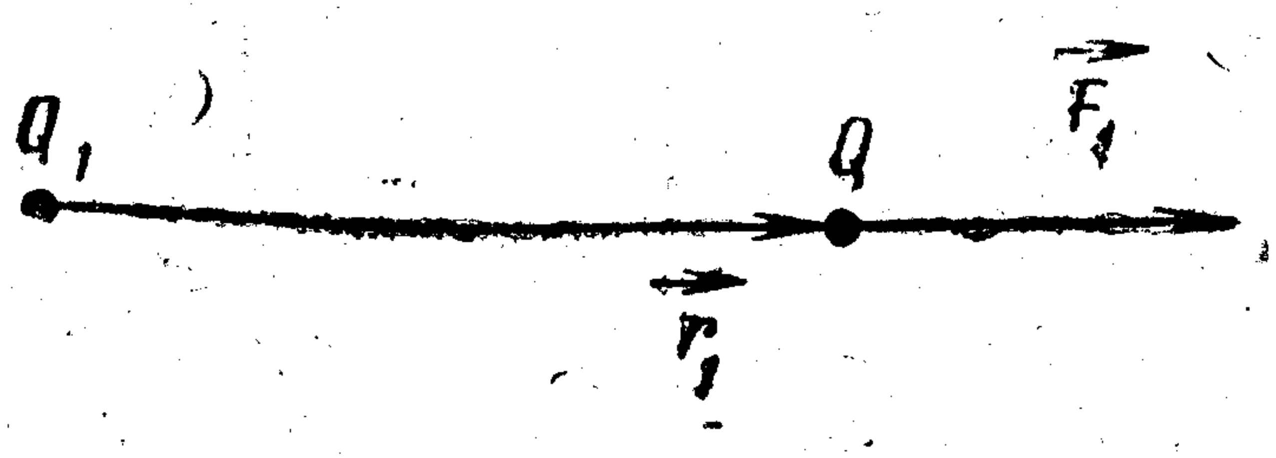


Рис. 24. Взаимодействие двух точечных электрических зарядов

ды, в которой находятся заряды. В вакууме $\varepsilon = 1$, *в среде* $\varepsilon > 1$, *т. е. в среде взаимодействие электрических зарядов уменьшается.*

Из (2.1) следует: если заряды Q_1 и Q одного знака, то направление $\vec{F}_1$ совпадает с направлением $\vec{r}_1$; если знаки зарядов Q_1 и Q различны, то $\vec{F}_1$ направлено противоположно $\vec{r}_1$. Следовательно, *одноименные заряды отталкиваются, а разноименные — притягиваются.*

Если заряд Q *взаимодействует с точечными зарядами* $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$, *то на него действует сила*

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i. \qquad (2.2)$$

Каждая из сил $\vec{F}_i$ определяется по формуле (2.1).

Сила $\vec{F}$, с которой электрическое поле действует на заряд Q, прямо пропорциональна его величине. Разделив F на Q, получим напряженность электрического поля, характеристику поля, не зависящую от Q:

$$\vec{E} = \vec{F}/Q. \qquad (2.3)$$

Напряженность электрического поля равна отношению силы, действующей на заряд, к величине этого заряда. Из (2.1) следует, что напряженность электрического поля точечного заряда Q_1, на расстоянии $\vec{r}$ от него равна

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}. \qquad (2.4)$$

Силовое поле — это область пространства, в каждой точке которого известна величина силы (например, силы, действующей на электрический заряд). Для наглядного изображения силового поля пользуются силовыми линиями. *Силовые линии обладают следующими свойствами: 1) в каждой области пространства число линий, проходящих через малую площадку, перпендикулярную к линиям, пропорционально величине силы; 2) направление силы параллельно касательной к силовой линии.*

Силовые линии точечного электрического заряда, находящегося на большом расстоянии от других зарядов,

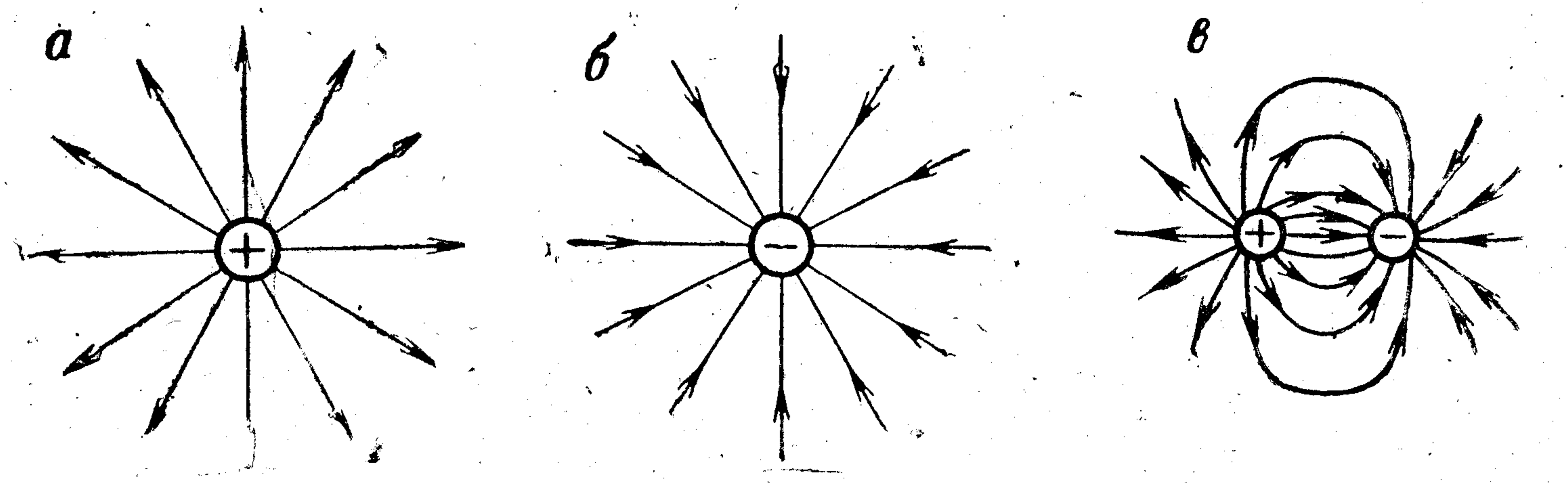
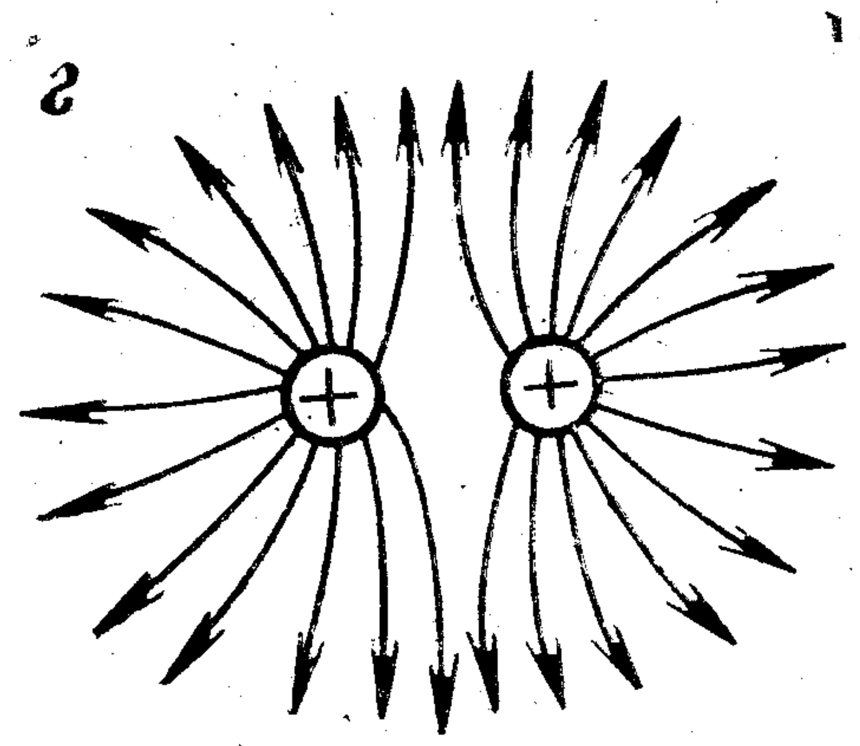


Рис. 25. Силовые линии электрического поля



а также одноименных и разноименных зарядов, показаны на рис. 25. Силовые линии электростатического поля начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.

Контрольные вопросы

1. Какими свойствами обладает электрический заряд и электрическое поле?
2. Как записывается закон Кулона?
3. Какой смысл имеет диэлектрическая проницаемость?
4. Что такое вектор напряженности электрического поля?
5. Какими свойствами обладают силовые линии?

§ 2.2. Поток вектора напряженности. Электрические поля плоскости, разноименно заряженных плоскостей, шара

Разместим в электрическом поле малую площадку Δs. Пусть в пределах этой площадки напряженность электрического поля практически не изменяется и равна $\vec{E}$ (рис. 26). Потоком вектора $\vec{E}$ через площадку Δs называется величина

$$\Delta\Phi_E = E\cos\alpha\,\Delta s = E_n\Delta s, \tag{2.5}$$

где α — угол между $\vec{E}$ и вектором $\vec{n}$, перпендикулярным к площадке, E_n — проекция $\vec{E}$ на направление $\vec{n}$. Вектор *$\vec{n}$ называют нормалью к площадке Δs.*

Подсчитаем поток вектора напряженности точечного положительного заряда Q через поверхность сферы радиуса r, центр которой совпадает с зарядом (рис. 27). Вектор $\vec{E}$ перпендикулярен к поверхности сферы, $E_n = E$. Кроме того, согласно (2.4) абсолютная величина напряженности поля во всех точках поверхности сферы одинакова. Поэтому поток вектора E через поверхность сферы

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^{N} E_n \Delta s_i = E \sum_{i=1}^{N} \Delta s_i,$$

где N — число малых площадок Δs_i, на которые разделена поверхность сферы;

$\sum\limits_{i=1}^{N} \Delta s_i = 4\pi r^2$ — площадь поверхности сферы радиусом r.

Кроме того, напряженность электрического поля на поверхности сферы (см. (2.4))

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$

Тогда

$$\Phi_E = E \cdot 4\pi r^2 = Q/\varepsilon\varepsilon_0. \qquad (2.6)$$

Таким образом, поток вектора напряженности электрического поля через поверхность сферы равен электри-

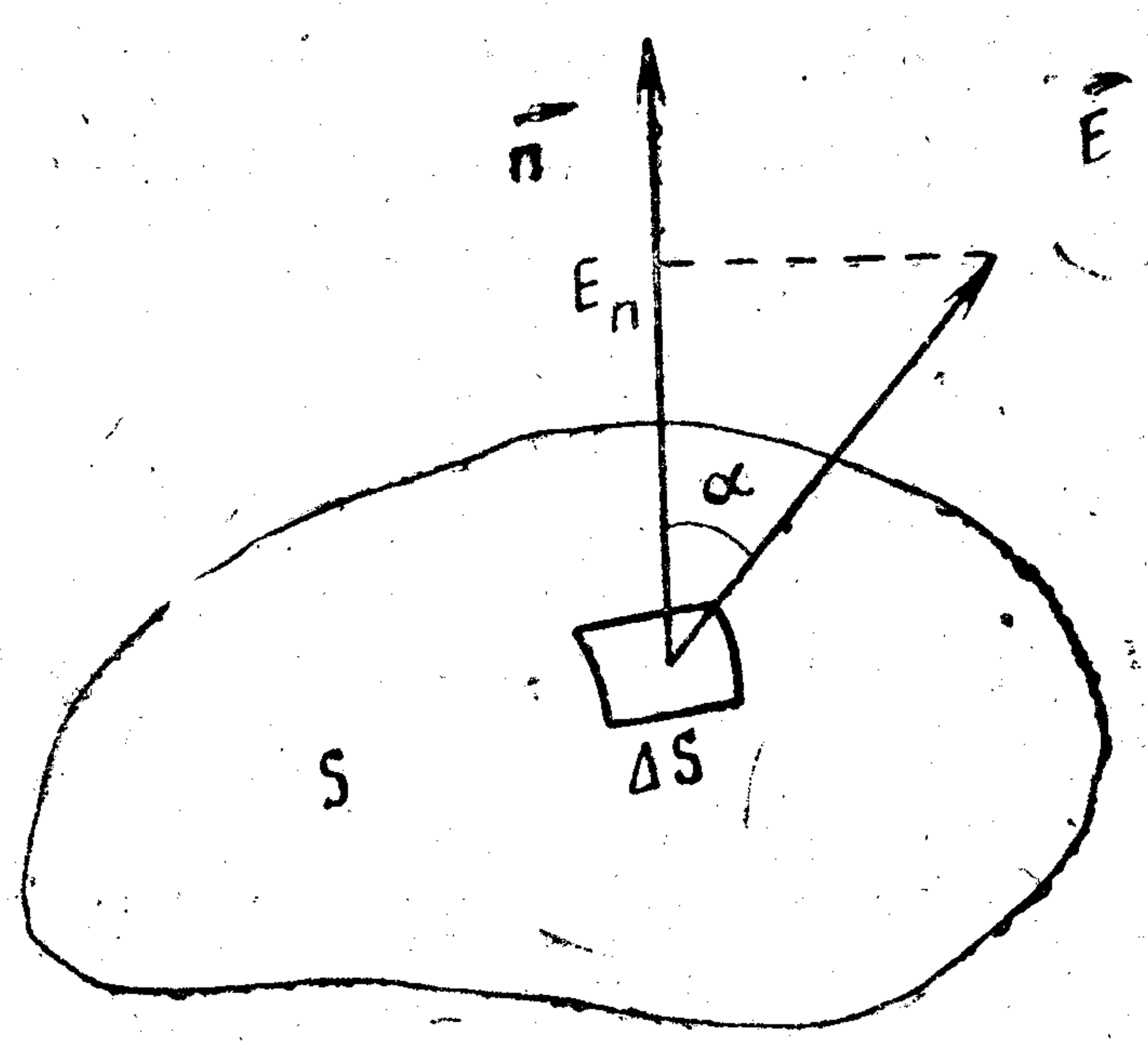


Рис. 26. К расчету потока вектора напряженности

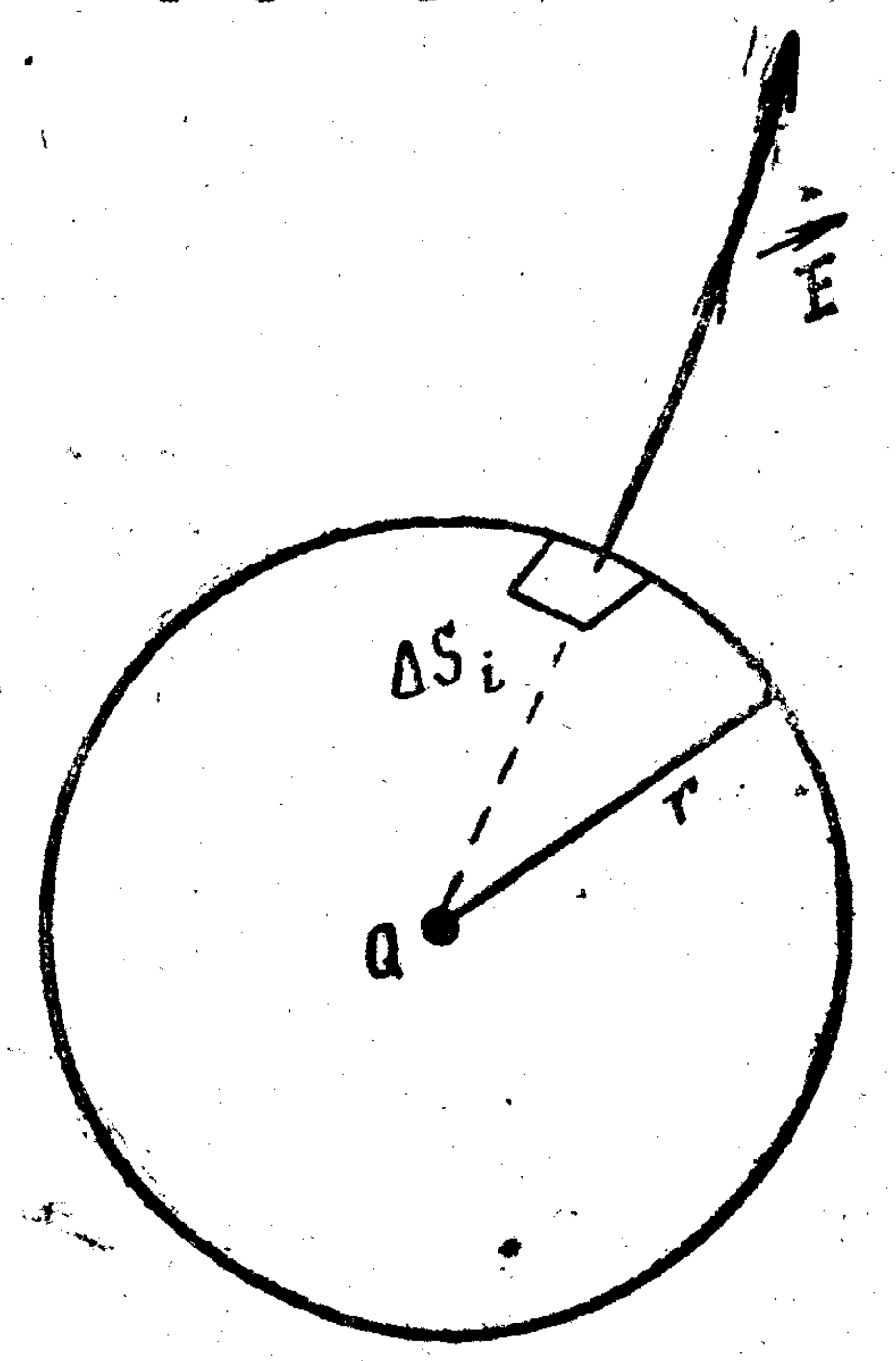


Рис. 27. К расчету потока вектора напряженности точечного положительного заряда

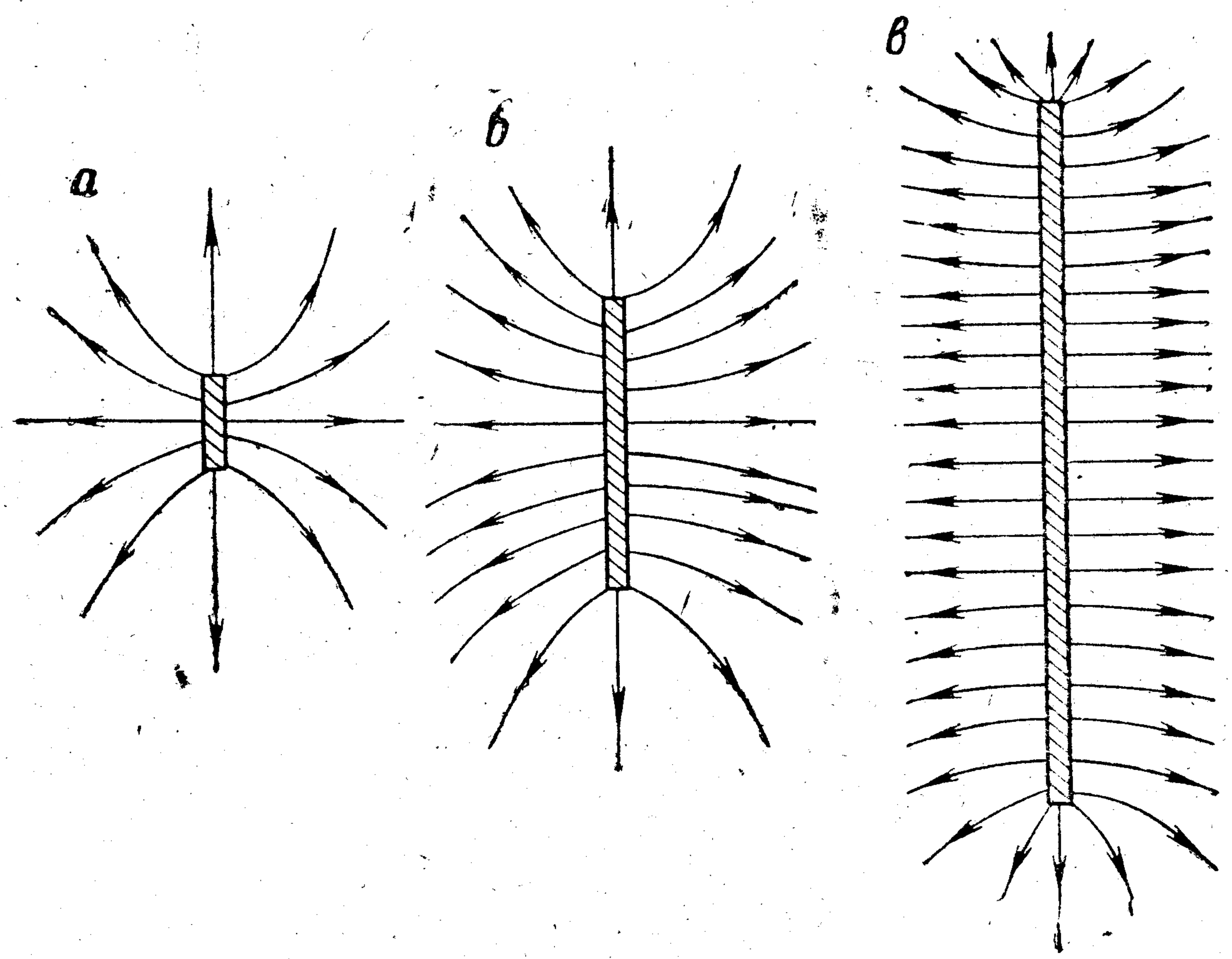


Рис. 28. Электрическое поле у плоской равномерно заряженной поверхности

ческому заряду, находящемуся в центре сферы, деленному на $\varepsilon\varepsilon_0$. Расчеты и опыт показывают, что это утверждение справедливо для любой замкнутой поверхности и любого размещения зарядов в пространстве, т. е. *поток вектора напряженности через замкнутую поверхность равен сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности, деленной на* $\varepsilon\varepsilon_0$.

Рассчитаем, пользуясь этим правилом, электрическое поле плоскости, равномерно заряженной положительным зарядом. Выберем на поверхности плоскости малую площадку Δs, на которой находится заряд ΔQ. Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta s}. \tag{2.7}$$

Поверхность заряжена равномерно, если поверхностная плотность заряда во всех областях одинакова. На рис. 28, *а, б* и *в* показано, как изменяется поле ограниченной плоской поверхности при увеличении ее размеров. Видно, что в удаленных от краев областях пространства густота силовых линий вблизи поверхности практически постоянна и направлены они перпендикулярно поверхности. Это позволяет заключить, что электрическое поле равномерно заряженной плоскости однородно, а его напряженность перпендикулярна к поверхности.

Пересечем плоскость перпендикулярным к ней цилиндром с площадью основания Δs (рис. 29). Поскольку боковая поверхность цилиндра параллельна силовым линиям, поток вектора напряженности через нее равен нулю. Так как напряженность перпендикулярна основаниям цилиндра, поток вектора $\vec{E}_{пл+}$ через основания

$$\Delta\Phi_E = E_{пл+} \cdot 2\Delta s. \qquad (2.8)^*$$

Заряд, находящийся внутри цилиндра

$$\Delta Q = \sigma \Delta s. \qquad (2.9)^*$$

Приравнивая, согласно (2.6), поток $\Delta\Phi_E$ заряду ΔQ, деленному на $\varepsilon\varepsilon_0$, получим

$$E_{пл+} \cdot 2\Delta s = \sigma \Delta s, \; E_{пл+} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (2.10)^+$$

Таким образом, вектор напряженности плоскости, равномерно заряженной положительным зарядом, ($\vec{E}_{пл+}$) одинаков во всем пространстве и направлен от плоскости, перпендикулярно к ней. Для параллельной плоскости, равномерно заряженной отрицательным зарядом направление вектора напряженности изменяется на противоположное: $\vec{E}_{пл-} \uparrow\downarrow \vec{E}_{пл+}$, $E_{пл-} = E_{пл+}$. Это позволяет сразу же найти напряженность электрического поля, создаваемого двумя параллельными разноименно заря-

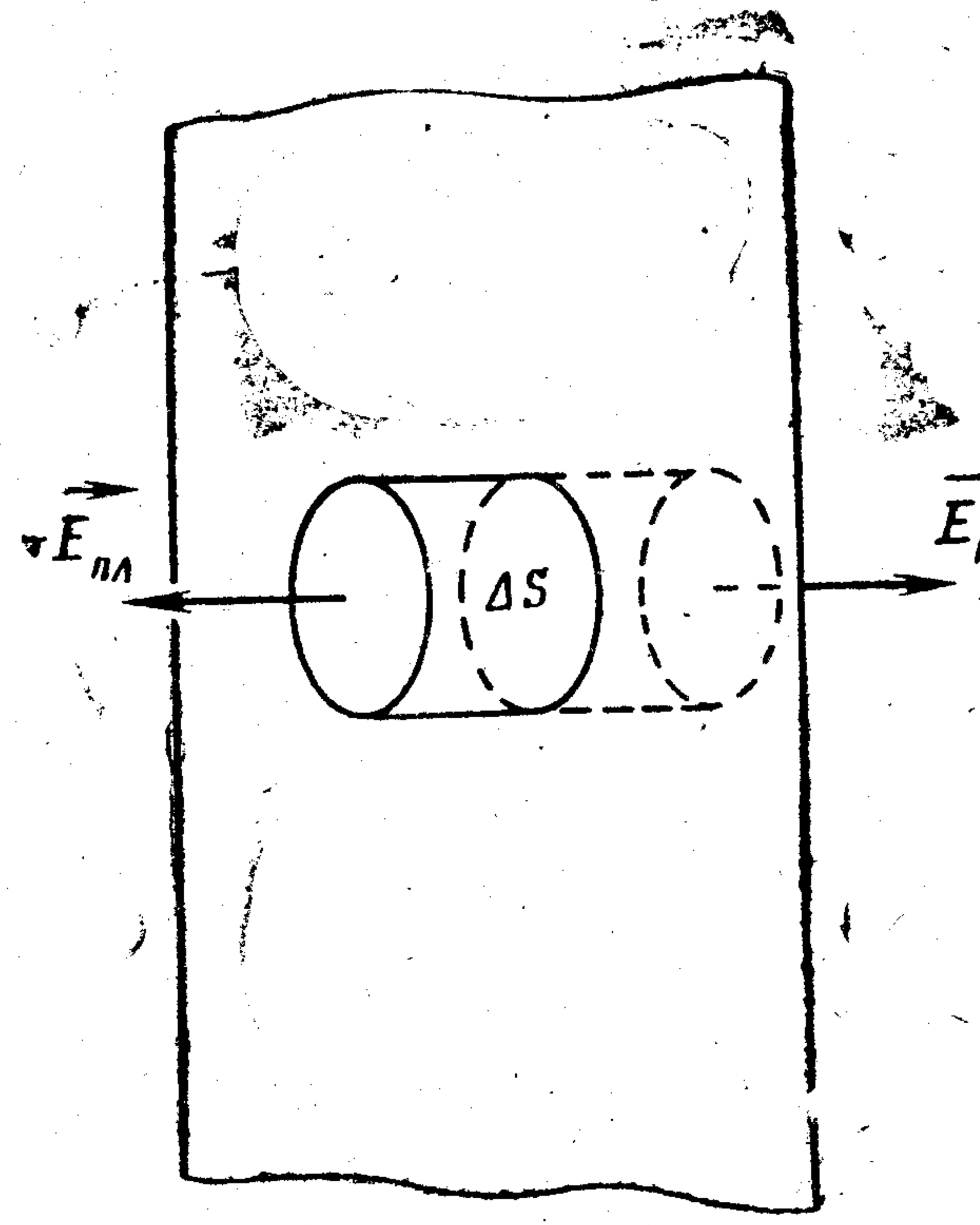


Рис. 29. К расчету потока вектора напряженности через основание цилиндра

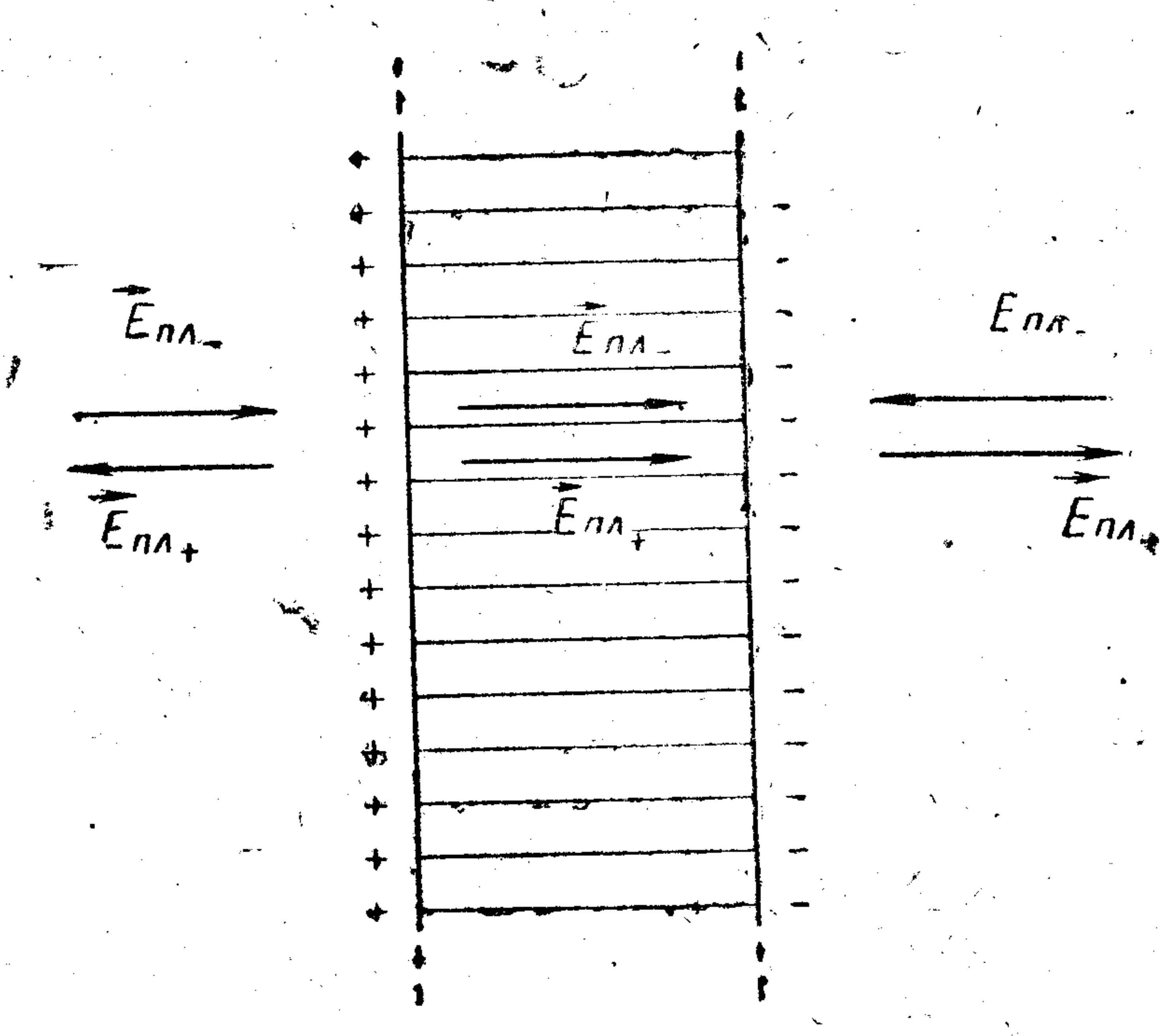


Рис. 30. К расчету напряженности между плоскостями

женными плоскостями с одинаковой по абсолютной величине поверхностной плотностью заряда (рис. 30). Вне зазора между плоскостями векторы $\vec{E}_{пл+}$ и $\vec{E}_{пл-}$ направлены противоположно и их сумма равна нулю: $\vec{E}_{пл+} + \vec{E}_{пл-} = 0$. Между плоскостями направления $E_{пл+}$ и $E_{пл-}$ совпадают и там напряженность равна

$$\vec{E}_{2пл} = \vec{E}_{пл+} + \vec{E}_{пл-} = 2\vec{E}_{пл+}. \qquad (2.11)$$

Абсолютная величина напряженности между плоскостями в соответствии с (2.10) и (2.11) равна

$$E_{2пл} = 2E_{пл+} = \sigma/\varepsilon\varepsilon_0. \qquad (2.12)$$

Рассчитаем электрическое поле вне равномерно заряженного шара, заряд которого положителен и равен Q. Поскольку электрический заряд в шаре распределен равномерно, при вращении шара вокруг его центра электрическое поле шара не изменяется. Значит, на данном расстоянии от центра шара напряженность его электрического поля одинакова по абсолютной величине, а ее направление совпадает с направлением вектора, проведенного от центра шара. Чтобы найти величину этой напряженности построим вокруг шара концентричную ему сферу радиусом r. Поскольку вектор напряженности перпендикулярен к соответствующим малым элементам поверхности сферы, его поток равен

$$\Phi_E = E_ш \cdot 4\pi r^2.$$

Пользуясь (2.6) и учитывая, что заряд шара равен Q, получим

$$E_ш \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad \vec{E}_ш = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \qquad (2.13)$$

Очевидно, что при изменении знака заряда Q, который мы считали положительным, направление $\vec{E}_ш$ изменится на противоположное. Сравнивая (2.13) с (2.1) видим, что поле вне однородно заряженного шара совпадает с полем точечного заряда такой же величины, находящегося в центре шара.

Таким же способом находится и электрическое поле равномерно заряженной сферы. Вне сферы оно совпадает с полем шара, имеющего тот же самый суммарный заряд.

Контрольные вопросы

1. Чему равен поток вектора?

2. Как связан поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность с величиной электрических зарядов, находящихся внутри этой поверхности?

3. Как определяют поверхностную плотность заряда?

4. Какую поверхность называют равномерно заряженной?

5. Как изменяется электрическое поле вблизи равномерно заряженной ограниченной плоской поверхности при изменении ее размеров?

6. Какой вид имеет электрическое поле равномерно заряженной плоскости?

7. Чему равна напряженность электрического поля этой плоскости?

8. Какой вид имеет электрическое поле двух параллельных разноименно заряженных плоскостей и чему равна напряженность этого поля в различных областях пространства?

9. Изменяется ли электрическое поле равномерно заряженного шара при его вращении?

10. Чему равна напряженность электрического поля вне этого шара?

11. Чему равна напряженность вне равномерно заряженной сферы?

§ 2.3. Потенциал электростатического поля

Любое распределение электрических зарядов в пространстве можно рассматривать как совокупность малых (в пределе точечных) зарядов. Так как сила взаимодействия двух точечных зарядов центральна, то электростатическое поле произвольной системы зарядов потенциально (см. § 1.12). Работа сил электростатического поля по перемещению заряда Q, например, между точками *1* и *2* равна изменению потенциальной энергии W этого заряда, взятому с обратным знаком:

$$A_{12} = -(W_2 - W_1) = W_1 - W_2. \qquad (2.14)$$

Определим потенциал электростатического поля как отношение потенциальной энергии заряда Q к величине этого заряда:

$$\varphi = W/Q. \qquad (2.15)$$

Поверхности равного потенциала называются эквипотенциальными. Они перпендикулярны к силовым линиям, ибо только в этом случае при движении заряда вдоль эквипотенциальных поверхностей силы электростатического поля работы не совершают.

На рис. 31 показаны эквипотенциальные поверхности точечного заряда и двух, равных по абсолютной величи-

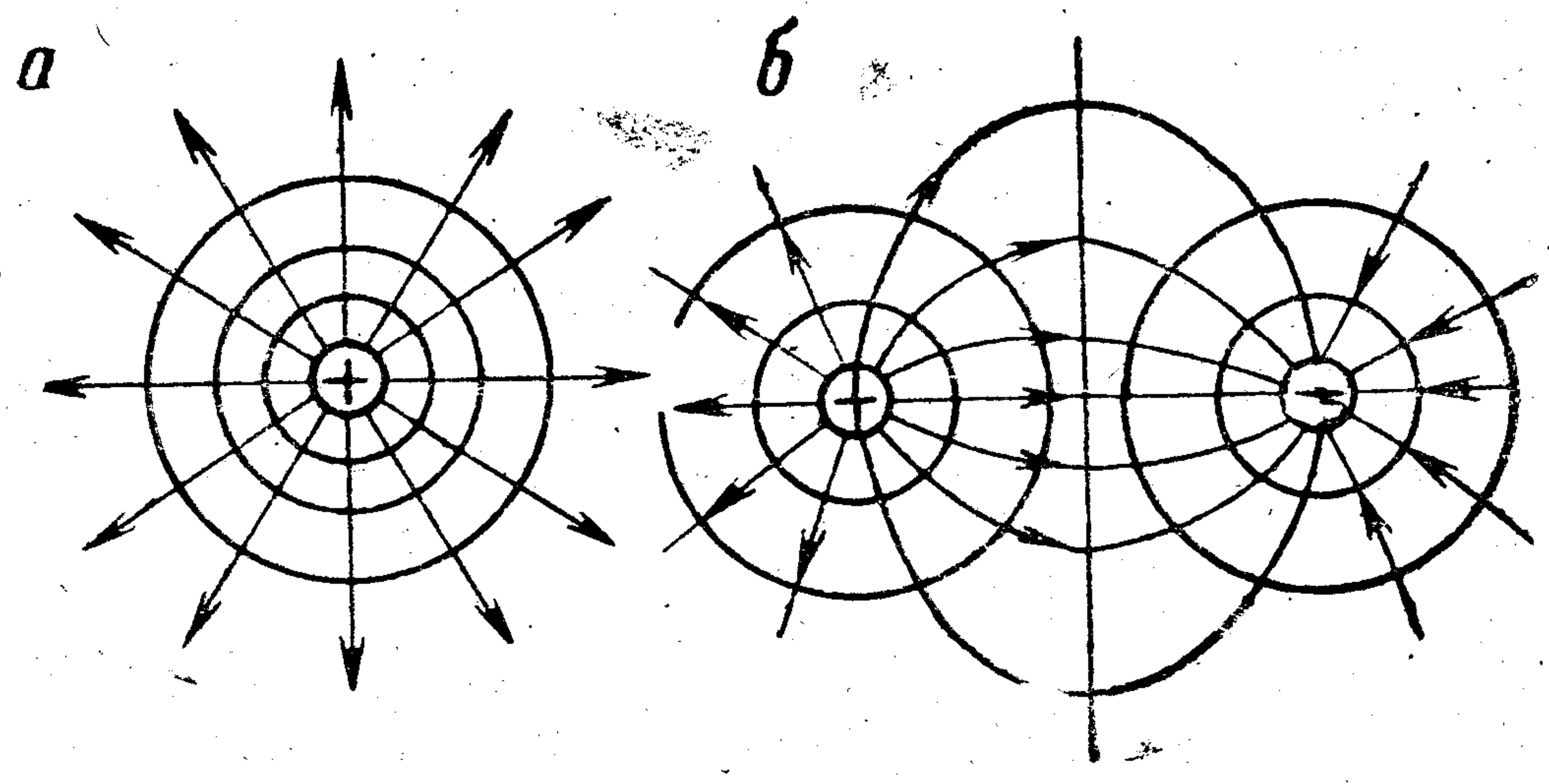


Рис. 31. Эквипотенциальные поверхности и силовые линии одного и двух точечных зарядов (*а* и *б*)

не, разноименных зарядов. Если заряд Q находится в электростатическом поле n зарядов (Q_1, Q_2, ..., Q_n), то его потенциальная энергия равна сумме потенциальных энергий взаимодействия с каждым из этих зарядов (см. 1.58) $W = \sum_{i=1}^{n} W_i$. Разделив обе части последнего равенства на Q, получим

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i \qquad (2.16)$$

— *потенциал электрического поля, созданного системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов электрических полей зарядов, входящих в эту систему. Следовательно, потенциал электростатического поля — скалярная величина.* Как и потенциальная энергия, *он определен с точностью до произвольной постоянной величины.* Выражая в (2.14) потенциальную энергию через произведение заряда на потенциал, получим

$$A_{12} = Q(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (2.17)$$

т. е. *работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда из точки 1 в точку 2, равна произведению этого заряда на разность потенциалов в этих точках.*

Найдем разность потенциалов точечного заряда Q_1 в точках, удаленных от него на r_1 и r_2. Используя (2.17), (1.57) и (2.1), получим:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{Q} = \frac{1}{Q}\int_{r_1}^{r_2} \frac{Q_1 Q dr}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Откуда следует, что потенциал точечного заряда Q_1, на расстоянии r_1 от него равен

$$\varphi_1(r_1) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1} + \varphi_0, \qquad (2.18)$$

где φ_0 — произвольная постоянная, которая обычно приравнивается нулю.

В однородном электростатическом поле работа по перемещению заряда Q в направлении вектора E между точками 1 и 2 на расстоянии l равна

$$A_{12} = Fl = QEl. \qquad (2.19)$$

подставляя (2.19) в (2.17), получаем связь между разностью потенциалов с напряженностью в однородном электростатическом поле

$$El = \varphi_1 - \varphi_2. \qquad (2.20)$$

Контрольные вопросы

1. Почему электростатическое поле потенциально и чему равен его потенциал?
2. Чему равен потенциал системы зарядов?
3. Как связана работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда, с разностью потенциалов?
4. Чему равен потенциал точечного заряда?
5. Как связаны напряженность и разность потенциалов однородного электростатического поля?

§ 2.4. Проводники — металлы. Накопление (конденсация) электрического заряда. Электроемкость. Плоский конденсатор

В проводниках — металлах часть электронов (электроны проводимости) обладает способностью направленно перемещаться под действием внешнего электрического поля. Ионизированные (положительно заряженные) атомы металла неподвижны, и перемещение части электронов из данного нейтрального объема металла приводит к тому, что в нем образуется нескомпенсированный положительный заряд. Разделение положительных и отрицательных зарядов проводника под действием внешнего электрического поля называют электростатической индукцией. Напряженность электрического поля индуцированных зарядов $\vec{E}_и$, как видно из рис. 32, направлена противоположно напряженности внешнего электрического поля $\vec{E}_0$. *Образование индуцированных зарядов и их движение в проводнике продолжается до тех пор, пока результирующая напряженность во всем объеме проводника не станет равной нулю:*

$$\vec{E}_и + \vec{E}_0 = 0$$

Рассуждая сходным образом, придем к выводу, что *напряженность результирующего электростатического поля у поверхности проводника направлена перпендикулярно к поверхности.* Действительно, электроны проводимости перемещаются вдоль поверхности проводника до тех пор, пока не станет равной нулю составляющая напряженности, параллельная поверхности. Так как напряженность результирующего поля перпендикулярна к поверхности проводника, при движении зарядов вдоль поверхности проводника, работа не совершается. Следовательно, поверхность проводника эквипотенциальна.

Внесенный на поверхность проводника дополнительный электрический заряд перераспределяется по его поверхности. Это позволяет накапливать (конденсировать) электрические заряды на проводниках. Способность накапливать заряд различна для различных проводников. Она зависит от того, как быстро увеличивается потенциал данного проводника при внесении на него электрического заряда. Когда потенциал становится слишком большим, может возникнуть пробой и электрический за-

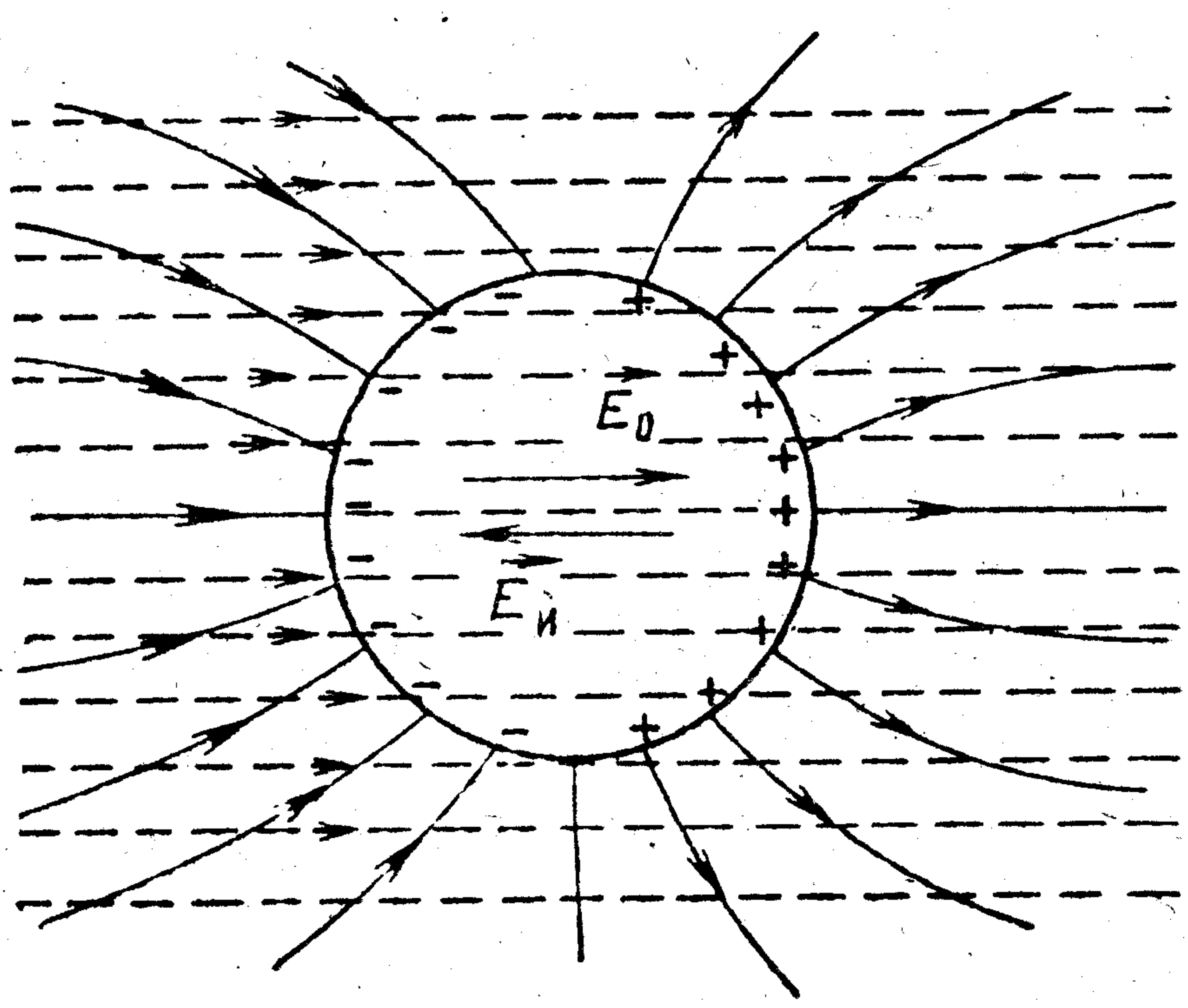


Рис. 32. Проводник в электростатическом поле

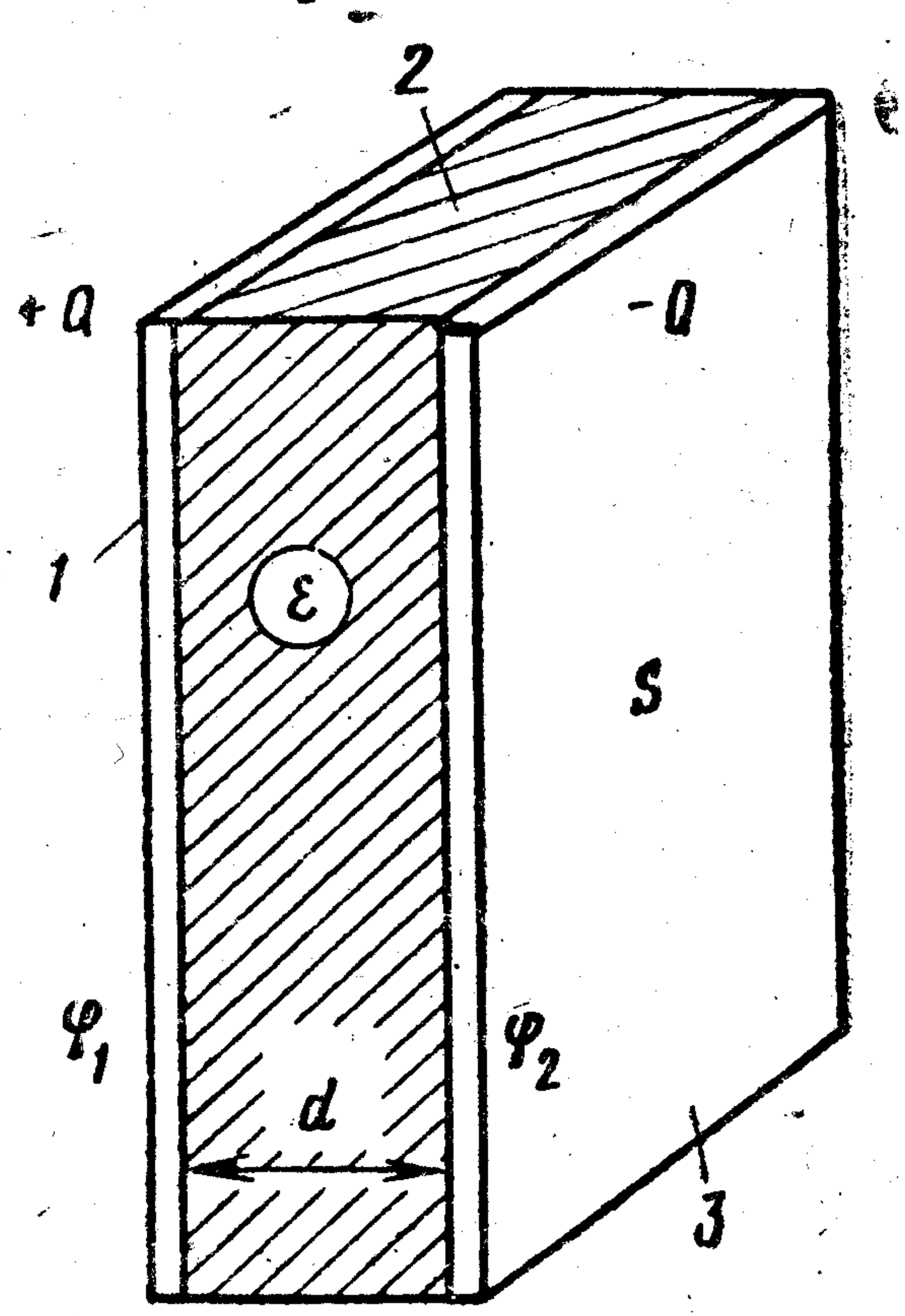


Рис. 33. Плоский конденсатор

ряд переместится на окружающие проводники. *Проводники, используемые для накопления зарядов, называют электрическими конденсаторами, а их способность накапливать электрический заряд — электрической емкостью.* Количественно *электроемкость равна отношению внесенного на проводник заряда* ΔQ *к соответствующему изменению потенциала* $\Delta\varphi$:

$$C = \Delta Q/\Delta\varphi. \tag{2.21}$$

Плоским конденсатором (рис. 33) называют две параллельные металлические пластины (обкладки), *1* и *3* заряжаемые равными по абсолютной величине разноименными зарядами $+Q$ и $-Q$ и изолированные друг от друга слоем *2* диэлектрика. При расчете электроемкости конденсатора в качестве ΔQ в формуле (2.21) следует взять заряд положительно заряженной пластины, а $\Delta\varphi$ приравнять разности потенциалов между пластинами:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \tag{2.22}$$

Выразим Q через поверхностную плотность заряда

$$Q = \sigma S \tag{2.23}$$

(S — площадь поверхности каждой пластины).

Если расстояние между пластинами d много меньше размеров пластин, поле между пластинами мало отличается от поля двух параллельных разноименно заряженных плоскостей. Из (2.12) следует, что в этом случае поверхностная плотность заряда σ и напряженность E связаны соотношением

$$\sigma = \varepsilon\varepsilon_0 E. \tag{2.24}$$

Считая поле между пластинами однородным, разность потенциалов (см. 2.20) запишем в виде

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed. \tag{2.25}$$

Подставляя (2.23)—(2.25) в (2.22) находим выражение для электроемкости плоского конденсатора

$$C = \frac{\sigma S}{Ed} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 ES}{Ed} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \tag{2.26}$$

Электрические конденсаторы можно соединять друг с другом. При параллельном соединении n конденсаторов соединяют общим проводником n пластин конденсаторов. Аналогично соединяют оставшиеся пластины. Заряжая параллельно соединенные конденсаторы, на n пластин, соединенных общим проводником, вносят заряд

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i.$$

Q_i — заряд пластины i-го конденсатора. Разделим обе части этого равенства на разность потенциалов между обкладками $\Delta\varphi$. Учитывая, что электроемкость i-го конденсатора равна $C_i = Q_i/\Delta\varphi$, а суммарная емкость равна $C = Q/\Delta\varphi$, получим

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i.$$

При последовательном соединении n конденсаторов образуется цепочка конденсаторов, в которой пластина данного конденсатора соединяется отдельным проводником с пластиной следующего конденсатора. Если такую цепочку заряжают, на соединенных общим проводником пластинах образуются разноименные заряды, равные друг другу по абсолютной величине. Суммарная разность потенциалов всех соединенных конденсаторов в этом случае равна сумме разностей потенциалов отдельных конденсаторов

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i,$$

а заряд каждой обкладки по абсолютной величине равен Q. Разделим обе части последнего равенства на Q. Поскольку $(\Delta\varphi/Q) = 1/C$ (C — электроемкость соединенных конденсаторов), а $(\Delta\varphi_i/Q) = 1/C_i$ (C_i — электроемкость i-го конденсатора), получаем

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

Контрольные вопросы

1. Что такое электростатическая индукция?
2. Как направлена напряженность электрического поля индуцированных зарядов по отношению к напряженности внешнего поля?
3. Чему равно электростатическое поле внутри проводника и как оно направлено на его поверхности?
4. Что такое электрический конденсатор и электроемкость и чему она равна?
5. Что такое плоский конденсатор и чему равна его электроемкость?
6. Чему равна электрическая емкость параллельно и последовательно соединенных конденсаторов?

§ 2.5. Энергия электрического конденсатора и электрического поля

При разрядке конденсатора силы его электростатического поля, перемещая электрические заряды, совершают работу. Следовательно, заряженный конденсатор обладает энергией. Подсчитаем энергию плоского конденсатора электроемкостью C, на пластинах которого находятся заряды $+Q$ и $-Q$. Рассмотрим один из моментов разрядки, когда на пластинах находится заряд q, а разность потенциалов между пластинами равна $\Delta\varphi = (q/C)$. При переносе заряда dq совершается работа (2.17)

$$dA = dq\Delta\varphi = \frac{q\,dq}{C}. \qquad (2.27)$$

Энергия конденсатора равна сумме элементарных работ, сопровождающих изменение заряда конденсатора от Q до 0

$$W = \int_0^Q \frac{q\,dq}{C} = \frac{Q^2}{2C} \qquad (2.28)$$

Эту энергию можно выразить, используя (2.22), через первоначальную разность потенциалов:

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}. \qquad (2.29)$$

Поскольку при выводе (2.28) и (2.29) не использовалось выражение для электроемкости плоского конденсатора, эти формулы могут быть применены для расчета энергии любого конденсатора. Энергию электрического поля конденсатора выразим через характеристику самого поля — его напряженность.

Подставляя (2.26) и (2.25) в (2.29), получим

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S E^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V, \qquad (2.30)$$

где $V = Sd$ — объем, в котором находится электрическое поле, равный объему между пластинами конденсатора.

Назовем плотностью энергии электростатического поля величину, равную отношению энергии, заключенной в объеме V, к величине этого объема

$$w = W/V. \quad (2.31)$$

Из (2.30) следует, что плотность энергии однородного электростатического поля равна

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \quad (2.32)$$

Опыт и расчеты показывают, что формула (2.32) справедлива для любого электрического поля, в том числе для неоднородного и переменного. Если поле неоднородно, объем, в котором рассчитывается плотность энергии, должен быть взят бесконечно малым.

Контрольные вопросы

1. Чему равна энергия заряженного конденсатора?
2. Как выражается эта энергия через заряд, разность потенциалов и электроемкость?
3. Что такое плотность энергии электрического поля, как она выражается через напряженность электрического поля?

§ 2.6. Электрический ток. Сила и плотность тока. Электродвижущая сила. Напряжение

Электрическим током называют упорядоченное движение электрических зарядов. Пусть за время dt через поперечное сечение проводника проходит заряд dQ, тогда сила электрического тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = Q'_t, \quad (2.33)$$

т. е. *это производная по времени от заряда, проходящего через поперечное сечение проводника.*

Плотность электрического тока — отношение силы тока к площади поперечного сечения

$$j = I/S. \quad (2.34)$$

Направление силы и плотности электрического тока совпадает с направлением движения положительных зарядов. В проводниках — металлах носителями электрического тока являются отрицательно заряженные электроны. Поэтому в металлах сила и плотность тока направлены противоположно скорости движения электронов.

Ток называют постоянным, если сила тока от времени не зависит. Ток, величина и направление которого *периодически зависят от времени; называют переменным.* Чтобы через проводники проходил постоянный или переменный электрический ток должны быть выполнены следующие условия.

1. Электрическая цепь проводников, по которым течет ток, должна быть замкнутой.

2. Внутри проводников должно существовать электрическое поле, направленно перемещающее заряды.

3. Кроме электростатических сил на заряды должны действовать другие, не электростатические силы, называемые сторонними.

Поясним последнее условие. При движении зарядов по замкнутой цепи работа потенциальных электростатических сил равна нулю. Однако из опыта известно, что движение зарядов в проводниках сопровождается потерями энергии (выделением тепла, излучением и пр.). *Для восполнения этих потерь необходимы внешние источники энергии,* которые могут иметь различную природу и устройство (химические источники тока, генераторы и др.).

Силы, с которыми эти источники действуют на электрические заряды, отличаются от электростатических и называются сторонними.

В сверхпроводниках электрические заряды движутся без потерь энергии. Поэтому возникший электрический ток в цепи может продолжаться бесконечно долго. Со сверхпроводимостью мы познакомимся в разделе, посвященном электрическим свойствам твердых тел. В настоящем и последующем параграфах рассматриваются обычные проводники.

Рассмотрим участок электрической цепи, на котором действуют электростатические и сторонние силы (рис. 34), а источником сторонних сил является химический элемент. При перемещении на этом участке заряда Q электростатические силы совершают работу $A_э$, а сторонние — $A_с$. Полная работа (сторонних и электростатических сил)

$$A = A_э + A_с. \tag{2.35}$$

Отношение работы сторонних сил, совершаемой на

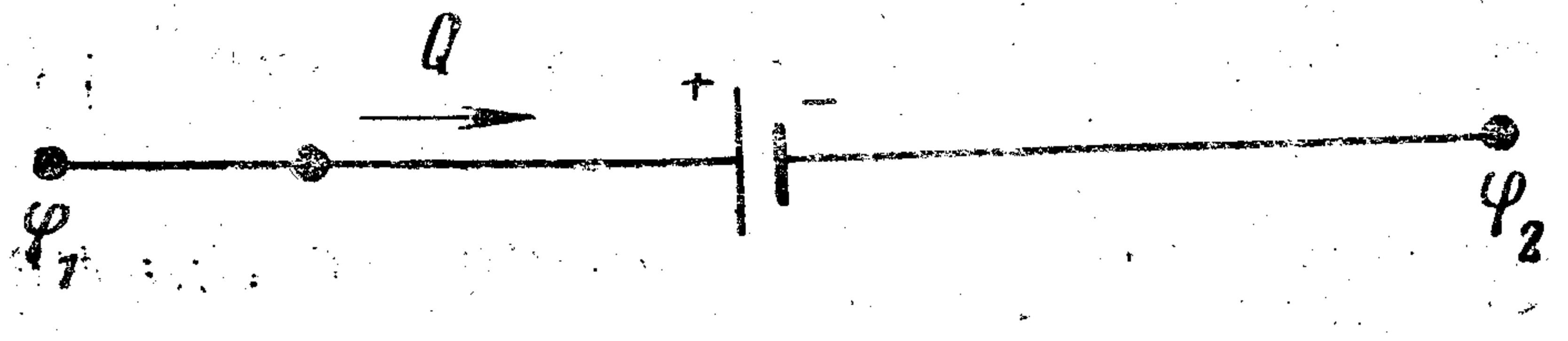


Рис. 34. **Участок электрической цепи, на котором действуют сторонние и электростатические силы**

участке цепи при переносе заряда Q, к величине этого заряда называют электродвижущей силой на этом участке цепи:

$$\mathscr{E} = A_c/Q. \qquad (2.36)$$

Отношение работы, совершаемой на участке цепи электростатическими и сторонними силами при переносе заряда Q, к величине этого заряда, называют напряжением на этом участке цепи:

$$U = A/Q. \qquad (2.37)$$

Напомним, что отношение $(A_э/Q)$ равна разности потенциалов на рассматриваемом участке цепи

$$\varphi_1 - \varphi_2 = A_э/Q. \qquad (2.38)$$

Разделив левую и правую части равенства (2.35) на Q и воспользовавшись выражениями (2.36)—(2.38), получим, что *напряжение на данном участке цепи равно сумме электродвижущей силы и разности потенциалов:*

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}. \qquad (2.39)$$

Разность потенциалов и электродвижущая сила, входящие в (2.39), могут быть как положительными, так и отрицательными. Знак разности потенциалов определяется величинами φ_1 и φ_2. Знак электродвижущей силы зависит от того, в каком направлении сторонние силы стремятся переместить заряд Q. Если оно совпадает с направлением, в котором его перемещает разность потенциалов, то знак $\mathscr{E}$ совпадает со знаком $\varphi_1 - \varphi_2$. В противном случае знаки $\mathscr{E}$ и $\varphi_1 - \varphi_2$ различны.

Рассмотрим замкнутую цепь. В этом случае $\varphi_1 = \varphi_2$ и

$$U = \mathscr{E}, \qquad (2.40)$$

т. е. *для замкнутой цепи напряжение равно электродвижущей силе.*

Контрольные вопросы

1. Что такое электрический ток?
2. Чему равны и как направлены сила и плотность электрического тока?
3. При каких условиях в металлах — проводниках возникает постоянный или периодически повторяющийся во времени электрический ток?
4. Какие силы, действующие в электрической цепи, называют сторонними?
5. Что такое электродвижущая сила?
6. Что такое напряжение?
7. Как определить знак электродвижущей силы?

§ 2.7. Закон Ома. Расчет разветвленных цепей. Работа и мощность источника электрической энергии

Опыты показывают, что в проводниках-металлах, а также в некоторых других проводниках, сила тока пропорциональна напряжению (закон Ома):

$$I = U/R. \tag{2.41}$$

Величину R называют электрическим сопротивлением цепи, а $1/R$ — проводимостью. Сопротивление проводника, площадь поперечного сечения которого на длине l постоянна и равна S, можно записать в виде:

$$R = \rho l/s, \tag{2.42}$$

где ρ — удельное сопротивление ($\sigma = 1/\rho$ — удельная проводимость).

Простейшая замкнутая электрическая цепь состоит из источника электродвижущей силы $\mathscr{E}$ и подсоединенного к нему проводника.

Сопротивление источника электродвижущей силы (r) называют внутренним, сопротивление проводника (R) — внешним. В этом случае $U = \mathscr{E}$, а сопротивление цепи — сумма $R + r$. Поэтому закон Ома записывается в виде

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}. \tag{2.43}$$

В рассматриваемой цепи падение напряжения на внешней части цепи равно $U_{вне} = IR$, а на внутренней — $U_{вну} = Ir (U_{вну} + U_{вне} = \mathscr{E})$. Если $r \gg R$, то $U_{вне}$ мало отличается от $\mathscr{E}$. Поэтому прибор для измерения напряжения, подключенный к разомкнутому источнику тока, показывает напряжение, близкое к $\mathscr{E}$.

Если n проводников с сопротивлением $R_1 \div R_n$ последовательно соединены друг с другом (рис. 35), а работа по переносу заряда Q на i-м проводнике равна A_i, то полная работа, совершаемая при переносе Q по всем проводникам

$$A = \sum_{i=1}^{n} A_i. \tag{2.44}$$

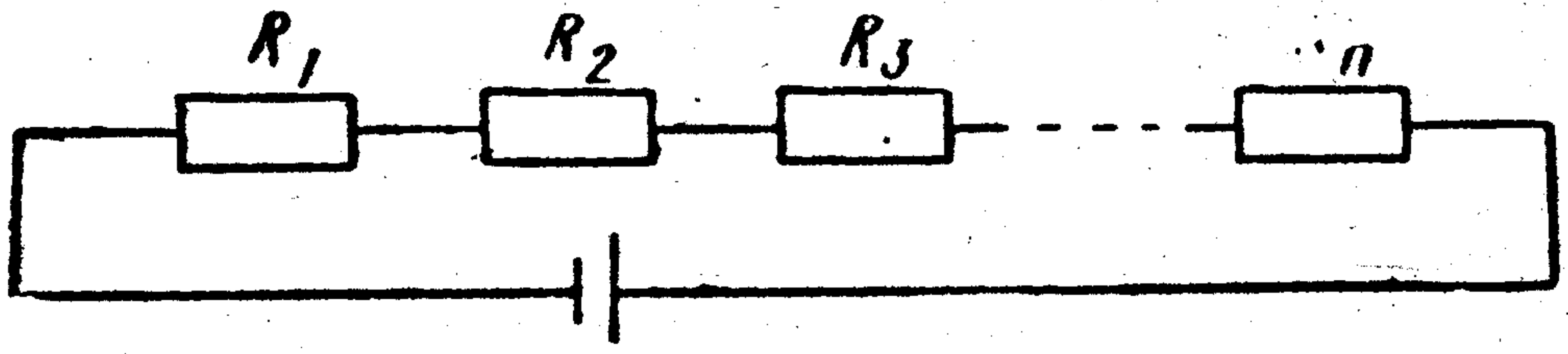


Рис. 35. Последовательное соединение проводников

Разделив обе части равенства (2.44) на Q, получим:

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i. \tag{2.45}$$

Сила тока в последовательно соединенных проводниках одинакова и связана с сопротивлением i-го проводника и напряжением на нем следующим выражением

$$I = \frac{U_i}{R_i}. \tag{2.46}$$

Подставляя в (2.45) $U_i = IR_i$ и $U = RI$, получим

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i \tag{2.47}$$

— *сопротивление последовательно соединенных проводников равно сумме их сопротивлений.*

Если n проводников соединены параллельно (рис. 36), то напряжение на любом из них одинаково и равно

$$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n. \tag{2.48}$$

Сила тока в i-м проводнике равна

$$I_i = U/R_i. \tag{2.49}$$

В точках ветвления цепи (узлах) — A и B электрический заряд не накапливается и не исчезает (закон сохранения электрического заряда). Поэтому сила тока, притекающего к точке ветвления, равна сумме сил токов, вытекающих из этой точки:

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i. \tag{2.50}$$

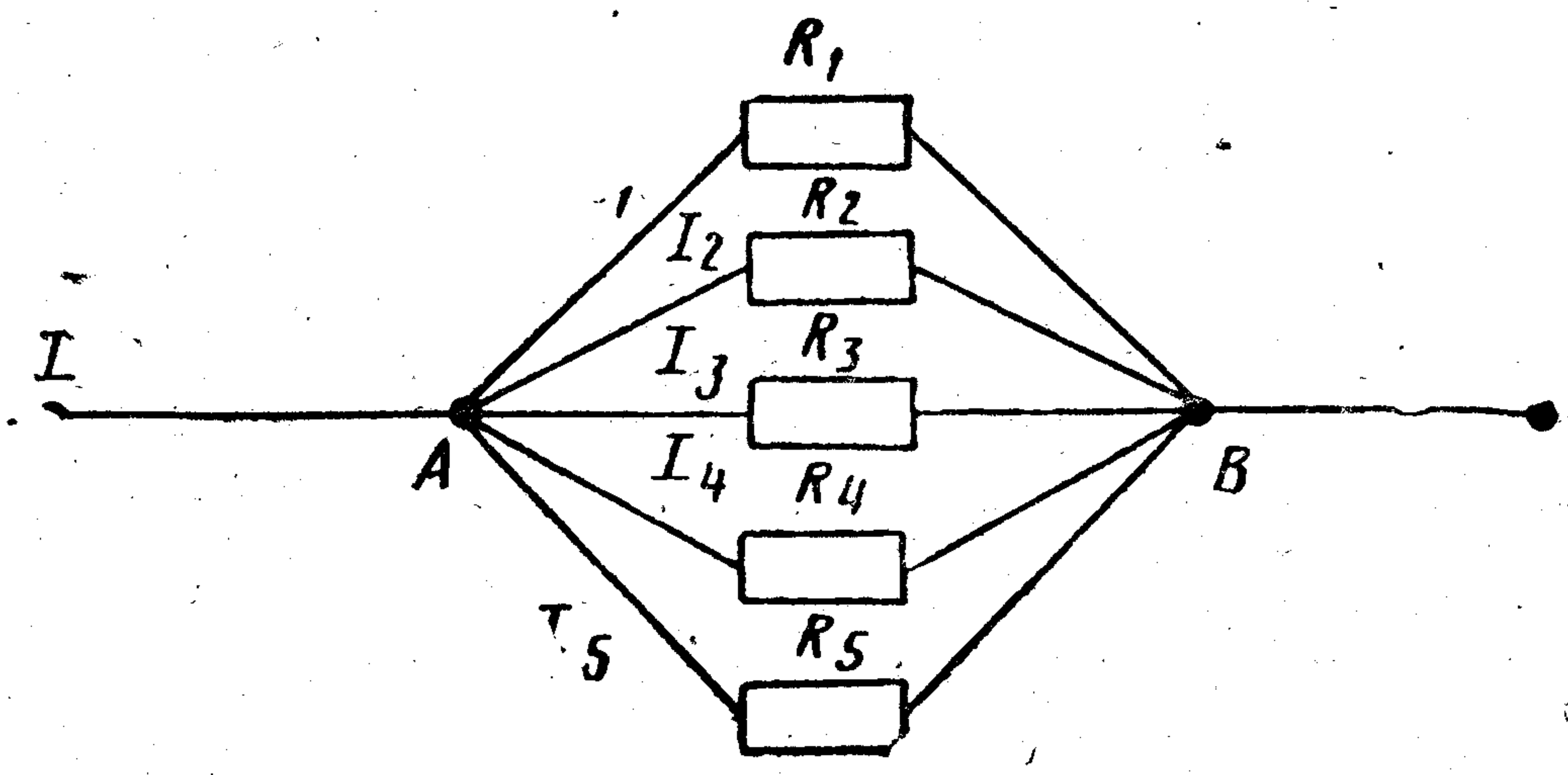


Рис. 36. Параллельное соединение проводников с сопротивлением $R_1 \div R_5$

Подставляя в (2.50) $I = U/R$ и $I_1, I_2, ..., I_n$ из (2.49) получим

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}, \qquad (2.51)$$

т. е. *проводимость параллельно соединенных проводников равна сумме их проводимостей.*

Если в электрической цепи проводники соединены и последовательно, и параллельно, то их следует разбить на группы, каждая из которых включает проводники, соединенные определенным способом. Определив сопротивление каждой группы, расчет продолжить по той же схеме до получения окончательного выражения.

Сложнее рассчитать ветвящиеся электрические цепи, включающие не только проводники с известным сопротивлением, но и электродвижущие силы. Как правило, величина электродвижущих сил и их полярность также задаются. Для расчета таких цепей, воспользуемся установленными ранее законами электрического тока. Во-первых, обобщим соотношение (2.50), выражающее закон сохранения электрического заряда. В этом выражении слева записана сила тока I, притекающего к узлу, а справа — силы токов I_i, вытекающих из узла. Все силы токов считаются положительными величинами.

Если узел входит в состав сложной электрической цепи, трудно заранее определить направление сил токов в проводниках, подсоединенных к узлу. Поэтому закон сохранения электрического заряда записывается в общем виде

$$\sum_{i=1}^{N_k} I_i = 0, \qquad (2.52)$$

где N_k — число проводников, подсоединенных к данному узлу.

На схеме рассчитываемой цепи направление сил токов задают произвольно. После чего силы токов, притекающих к данному узлу берут со знаком плюс, и силы токов, вытекающих из узла — со знаком минус. Если по завершении расчетов некоторые силы токов оказываются отрицательными величинами, это означает, что их направления были выбраны неправильно, и на схеме их следует заменить на токи, направленные противоположно.

Чтобы получить вторую группу уравнений, воспользуемся выражением (2.39) для напряжения на участке цепи, включающем проводник и источник электродвижущей силы. Для произвольно выбранного j-го участка цепи равенство запишется в виде:

$$U_j = \varphi_{1j} - \varphi_{2j} + \mathscr{E}_j. \qquad (2.53)$$

По закону Ома $U_j = R_j I_j$. Поэтому

$$R_j I_j = \varphi_{j1} - \varphi_{2j} + \mathscr{E}_j. \qquad (2.54)$$

Рассмотрим любую замкнутую цепь, входящую в состав сложной электрической цепи (рис. 37). Просуммируем для этой цепи левые и правые части выражения (2.54). Учитывая, что сумма разностей потенциалов для замкнутой цепи равна нулю, получим:

$$\sum_{j=1}^{N_m} R_j I_j = \sum_{j=1}^{N_m} \mathscr{E}_j. \qquad (2.55)$$

Здесь N_m — полное число проводников, входящих в рассматриваемую замкнутую цепь, некоторые $\mathscr{E}_j$ могут быть равны нулю, а в R_j включены внутренние сопротивления источников тока.

При записи уравнения (2.55) необходимо строго соблюдать правила выбора знаков перед $R_j I_j$ и $\mathscr{E}_j$. Например, выбрав направление обхода цепи, происходящим по часовой стрелке, все силы токов, направленные по часовой стрелке записать со знаком плюс, а направленные против часовой стрелки — со знаком минус. Аналогично, электродвижущие силы записывают со знаком плюс, если создаваемый ими ток был бы направлен по часовой стрелке. В противном случае их записывают со знаком минус.

Таким образом, метод расчета сложных электрических цепей, основанный на уравнениях (2.52) и (2.55) (Метод Кирхгофа), состоит в следующем:

1. На схеме цепи произвольным образом задаются направления электрических токов.

2. Для l узлов цепи записывается $l - 1$ уравнений (2.52).

3. Составляются уравнения (2.55) с учетом сформулированного выше правила знаков. Полное число уравнений (2.52) и (2.54) для нахождения N сил тока, очевидно не должно превышать N. Если уравнений оказы-

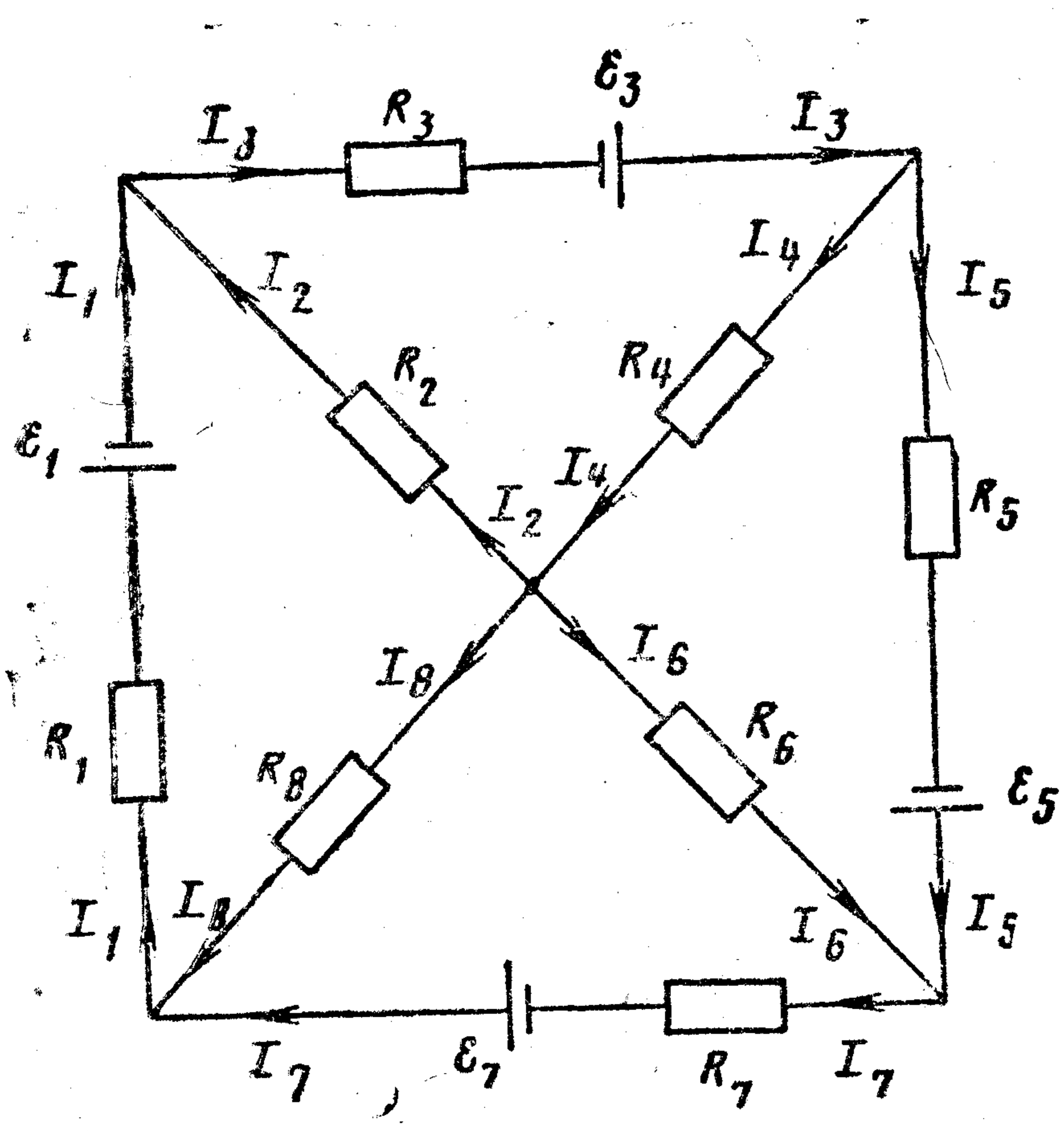


Рис. 37. Схема для расчета при последовательно-параллельном соединении проводников

вается больше, следует проверить, не является ли часть из них следствием других уравнений.

4. Уравнения (2.52) и (2.55) решаются совместно.

5. Если при решении системы часть сил тока оказывается отрицательной, это означает, что знаки при них в (2.52) и (2.55) а, следовательно, и их направления, были выбраны неправильно. Знаки и направления заменить на противоположные.

Приведем запись уравнений (2.52) и (2.55) для электрической цепи, схема которой показана на рис. 37.

Для пяти узлов следует записать четыре уравнения (2.52) в виде:

1. $I_1 - I_3 + I_2 = 0$;
2. $I_3 - I_4 - I_5 = 0$;
3. $I_4 - I_2 - I_6 - I_8 = 0$;
4. $I_5 + I_6 - I_7 = 0$.

Сложив левые части всех этих уравнений, легко убедиться, что получается уравнение для пятого узла $I_1 - I_8 - I_7 = 0$, т. е. оно является следствием предыдущих уравнений и записывать его не следует.

Уравнение (2.55) для четырех замкнутых цепей, имеющих вид треугольников с общими вершинами в точке пересечения диагоналей квадрата, запишутся в виде:

5. $I_1R_1 - I_2R_2 + I_8R_8 = -\mathscr{E}_1$;
6. $I_2R_2 + I_3R_3 + I_4R_4 = \mathscr{E}_3$;
7. $-I_4R_4 + I_5R_5 - I_6R_6 = \mathscr{E}_5$;
8. $I_6R_6 + I_7R_7 - I_8R_8 = \mathscr{E}_7$.

Для нахождения неизвестных восьми значений сил тока мы получили восемь независимых уравнений. Любые добавочные уравнения, как можно проверить, будут следствиями уже записанных уравнений.

Например, сложив поотдельности левые и правые части уравнений 5.—8., получим уравнение:

$$I_1R_1 + I_3R_3 + I_5R_5 + I_7R_7 = -\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_3 + \mathscr{E}_5 + \mathscr{E}_7.$$

Оно соответствует обходу цепи, которая составлена из сторон квадрата. Очевидно, это уравнение не является независимым и его вносить в систему не следует.

Найдем в заключение раздела, посвященного электрическому току, выражение для мощности электрического тока. Работа, совершаемая на участке цепи с напряжением U по переносу заряда dQ (см. 2.37)

$$dA = UdQ.$$

Выразим заряд dQ через силу тока I и время dt, за которое переносится этот заряд:

$$dQ = Idt. \tag{2.56}$$

Из (2.56) и закона Ома (2.41) следует, что мощность постоянного электрического тока равна:

$$\frac{dA}{dt} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2R. \tag{2.57}$$

В металлах — проводниках почти вся эта мощность расходуется на нагревание проводника. В других проводниках существенную роль могут играть также химические процессы, возбуждение и излучение атомов и др.

Контрольные вопросы

1. Как формулируют закон Ома?
2. Что такое сопротивление, проводимость?
3. Чему равно сопротивление проводника площадью поперечного сечения S и длиной l?
4. Как записывается закон Ома для замкнутой цепи, включающей источник электродвижущей силы и внешнее сопротивление?
5. Как рассчитать сопротивление группы последовательно или параллельно соединенных проводников?
6. По каким правилам следует рассчитывать сложные электрические цепи?
7. Чему равны работа и мощность электрического тока?

§ 2.8. Магнитное взаимодействие движущихся электрических зарядов и электрических токов

Неподвижные электрические заряды взаимодействуют по закону Кулона (§ 2.1). *Между движущимися электрическими зарядами возникает дополнительное вза-*

имодействие, называемое магнитным (рис. 38). Магнитное взаимодействие объясняется тем, что движущийся электрический заряд создает магнитное поле, которое действует на другие движущиеся электрические заряды. Характеристикой магнитного поля, через которую выражается сила, действующая на движущиеся электрические заряды, является магнитная индукция $\vec{B}$.

Чтобы записать магнитную индукцию заряда Q_i, движущегося со скоростью $\vec{v}_i$, проведем от заряда в точку наблюдения вектор $\vec{r}_i$ (рис. 39). Из опытов следует, *что создаваемая этим зарядом магнитная индукция пропорциональна величине заряда, его скорости, а также зависит от направления и величины* $\vec{r}_i$:

$$\vec{B}_i = \frac{\mu\mu_0[Q_i\vec{v}_i\vec{r}_i]}{4\pi r^3_i} = \frac{\mu\mu_0 Q_i[\vec{v}_i\vec{r}_i]}{4\pi r^3_i}, \qquad (2.58)^*$$

где $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Тл·с/Кл·м — магнитная постоянная (Тл — тесла — единица измерения магнитной индукции в СИ), а μ — магнитная проницаемость — характеристика вещества. В вакууме $\mu=1$. В веществе μ мало отличается от 1 (за исключением ферромагнетиков, для которых $\mu\gg1$).

Индукция магнитного поля, создаваемого n зарядами Q_1, Q_2, ..., Q_n, движущимися со скоростями $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, ..., $\vec{v}_n$, равна

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n}\vec{B}_i, \qquad (2.59)$$

где $\vec{B}_i$ рассчитывают по формуле (2.58).

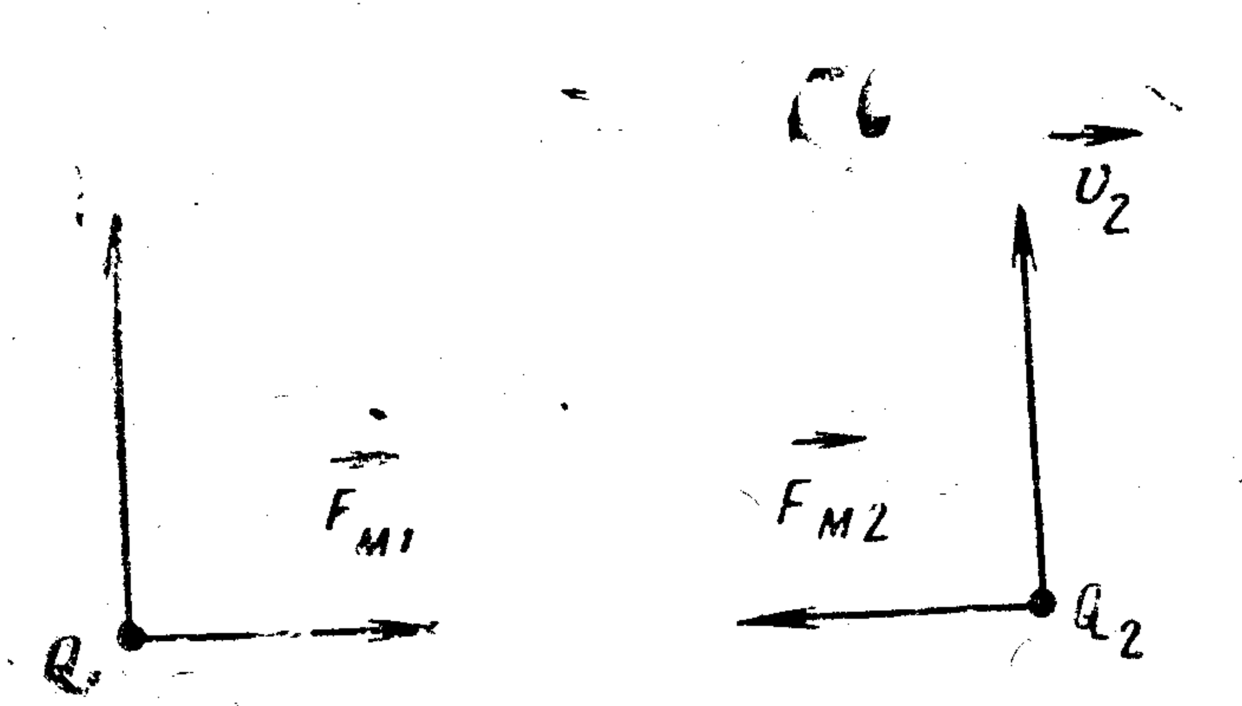


Рис. 38. Магнитное взаимодействие движущихся зарядов (*а* и *б*)

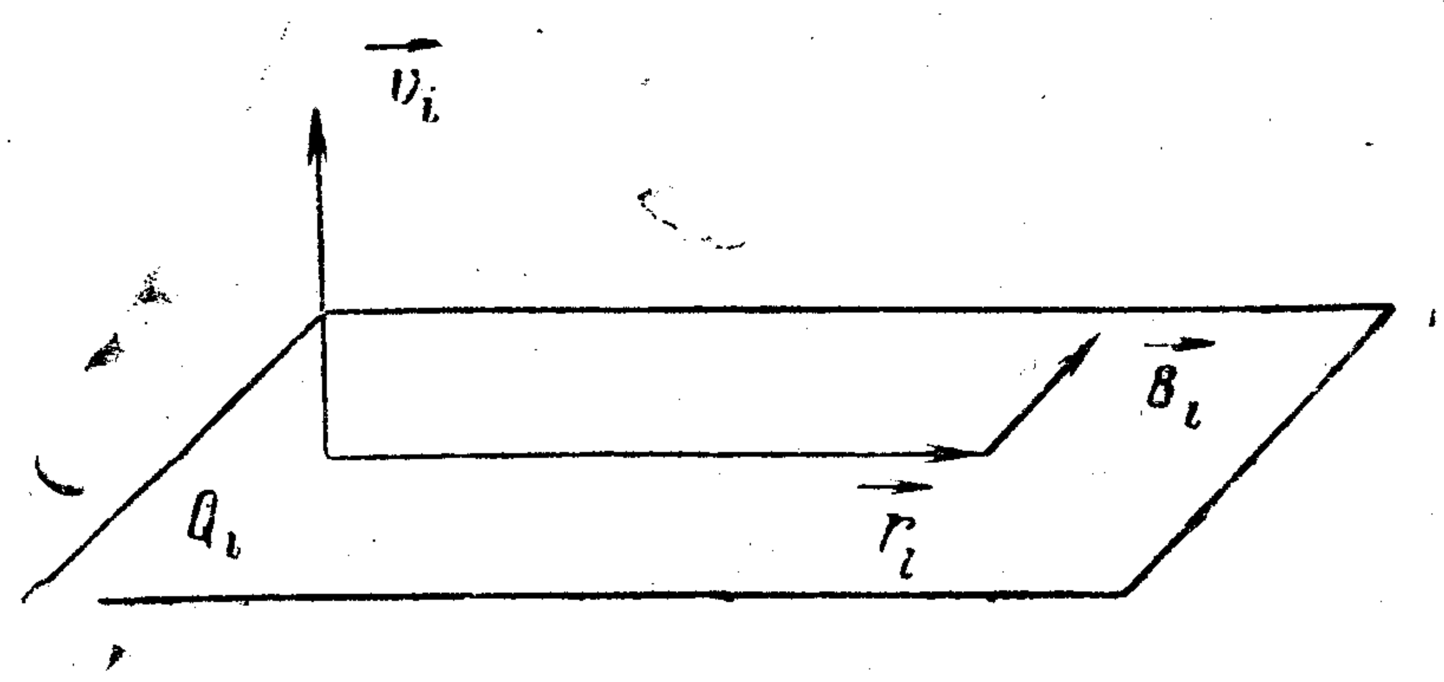


Рис. 39. Магнитная индукция движущегося заряда

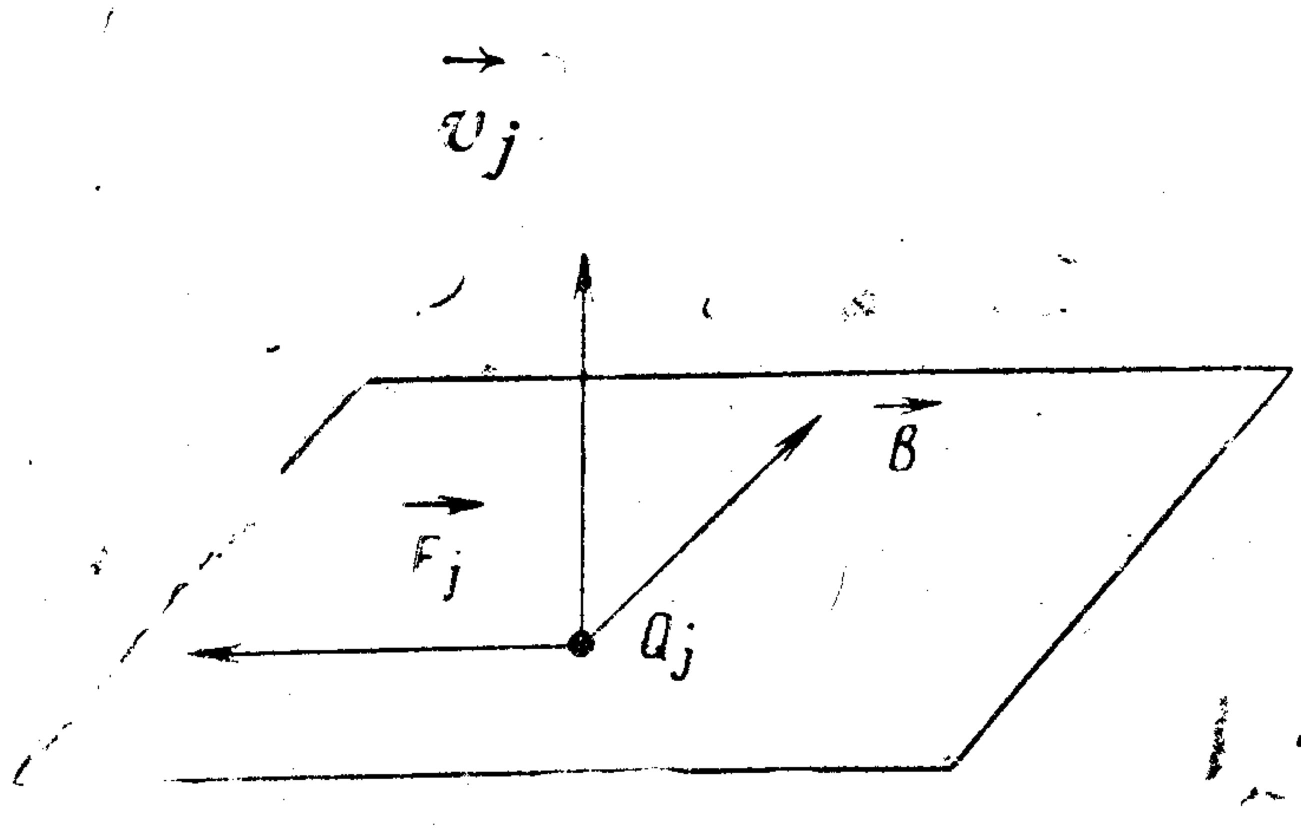


Рис. 40. Сила, действующая на электрический заряд в магнитном поле

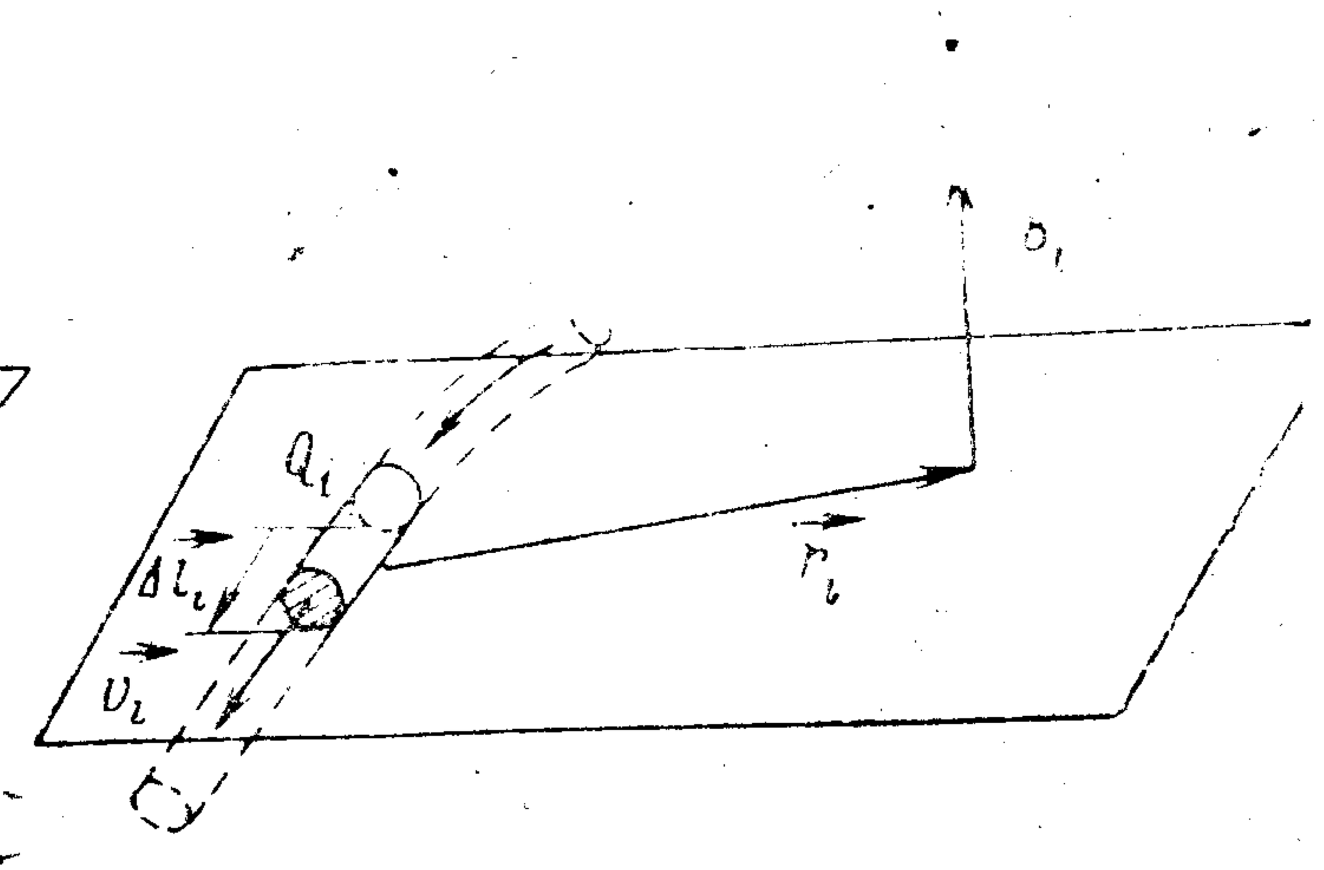


Рис. 41. К расчету элемента тока

Магнитное поле, индукция которого равна $\vec{B}$, на движущийся со скоростью $\vec{v}_j$ заряд Q_j действует с силой (сила Лоренца рис. 40)

$$\vec{F}_j = [Q_j\vec{v}_j\vec{B}] = Q_j[\vec{v}_j\vec{B}]. \qquad (2.60)$$

Законы магнитного взаимодействия электрических токов являются следствием соответствующих законов для движущихся зарядов. Чтобы получить эти законы, найдем связь между силой тока и скоростью направленного движения зарядов в проводниках. Рассмотрим для этого небольшой участок проводника длиной Δl_i, на котором находится движущийся со скоростью v_i заряд Q_i (рис. 41). Обозначим через $\Delta\vec{l}_i$ вектор, направление которого совпадает с направлением скорости $\vec{v}_i$. Заряд Q_i перетекает через поперечное сечение проводника за время:

$$\Delta t_i = \frac{\Delta\vec{l}_i}{\vec{v}_i}. \qquad (2.61)^*$$

Связанная с движением заряда Q_i сила тока равна

$$I_i = \frac{Q_i}{\Delta t_i} = \frac{Q_i\vec{v}_i}{\Delta\vec{l}_i}. \qquad (2.62)^*$$

Из (2.62) следует

$$Q_i\vec{v}_i = I_i\Delta\vec{l}_i = \Delta\vec{I}_i. \qquad (2.63)^*$$

Величину $\Delta\vec{I}_i = I_i\Delta\vec{l}_i$ называют элементом тока. Подставляя (2.63) в (2.58), получим, *что элемент тока* $\Delta\vec{I}_i$ *создает магнитное поле, индукция которого*

$$\vec{B}_i(\vec{r}_i) = \frac{\mu\mu_0[\Delta\vec{I}_i\vec{r}_i]}{4\pi r^3_i}. \qquad (2.64)^*$$

Индукцию магнитного поля проводника, состоящего из n элементов тока, рассчитывают по формуле (2.59). Силу, с которой магнитное поле индукцией $\vec{B}$ действует на элемент тока $\Delta\vec{I}_j$, найдем, подставляя в (2.60) вместо произведения $Q_j v_j$ равное ему выражение $I_j\Delta\vec{l}_j = \Delta\vec{I}_j$. Получим

$$\vec{F}_j = [I\Delta\vec{l}_j\vec{B}] = [\Delta\vec{I}_j\vec{B}], \ F_j = BI\Delta l_j \sin\alpha, \qquad (2.65)^*$$

где α — угол между направлением силы тока I и $\vec{B}$. Если проводник состоит из N элементов тока, то на него в магнитном поле действует сила

$$\vec{F} = \sum_{j=1}^{N} \vec{F}_j. \qquad (2.66)$$

Из (2.65) и (2.66) следует, что в однородном магнитном поле индукцией $\vec{B}$ на прямолинейный проводник длиной l, по которому течет ток силой I действует сила $F_A = IBl\sin\alpha$, называемая силой Ампера.

Используя выражения (2.65) и (2.66) можно доказать, что на рамку с замкнутым электрическим током силой I, охватывающим площадку S в однородном магнитном поле индукцией B действует момент сил, равный $M = ISB\sin\beta$, где β — угол между $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к площадке S. Нормаль при этом восстановлена так, что, если смотреть с ее конца, направление силы тока противоположно направлению движения стрелок в часах. Под действием момента M рамка с током стремится повернуться так, чтобы направления $\vec{n}$ и $\vec{B}$ совпали. Эти свойства рамки с током можно использовать для определения направления и величины индукции $\vec{B}$.

Контрольные вопросы

1. Какое, кроме электростатического, существует взаимодействие между движущимися электрическими зарядами?
2. Как возникает магнитное взаимодействие?
3. Чему равна индукция магнитного поля, создаваемого движущимися зарядами? *
4. Чему равна сила, действующая в магнитном поле на движущийся заряд?
5. Как связана сила тока с величиной и скоростью зарядов? *
6. Что такое элемент тока? *
7. Чему равна индукция магнитного поля, создаваемого элементом тока? *
8. Как рассчитывается сила, действующая на помещенный в магнитном поле проводник с током?

* § 2.9. Расчет магнитных полей. Закон полного тока. Магнитное поле бесконечно длинного прямого тока

Магнитное поле электрического тока можно рассчитать по формуле (2.64) и (2.59). Однако на практике расчеты оказываются сложными, так как приходится находить суммы большого числа малых векторов. Расчеты упрощаются, если воспользоваться законом, связывающим в общем виде электрические токи и создаваемые ими магнитные поля — законом полного тока.

Проведем в магнитном поле произвольную замкнутую линию (контур K, рис. 42). Восстановим к поверхности, охватываемый контуром нормаль $\vec{n}$. Выберем направление обхода контура таким, чтобы с конца нормали оно было видно происходящим против часовой стрелки. Разобъем контур на N малых элементов Δl_k. Каждому элементу контура придадим направление, совпадающее с направлением обхода контура. Составим скалярные произведения $\vec{B}_k \Delta \vec{l}_k$, где $\vec{B}_k$ — магнитная индукция в той области, где находится Δl_k. Согласно закону полного тока

$$\sum_{k=1}^{N} \vec{B}_\text{к} \Delta \vec{l}_\text{к} = \mu\mu_0 \sum_{j=1}^{n} I_j, \qquad (2.67)$$

где $\sum\limits_{j=1}^{n} I_j$ — сумма сил электрических токов, протекающих через ограниченную контуром площадь. При этом токи, направленные в ту же сторону, что и нормаль, сле-

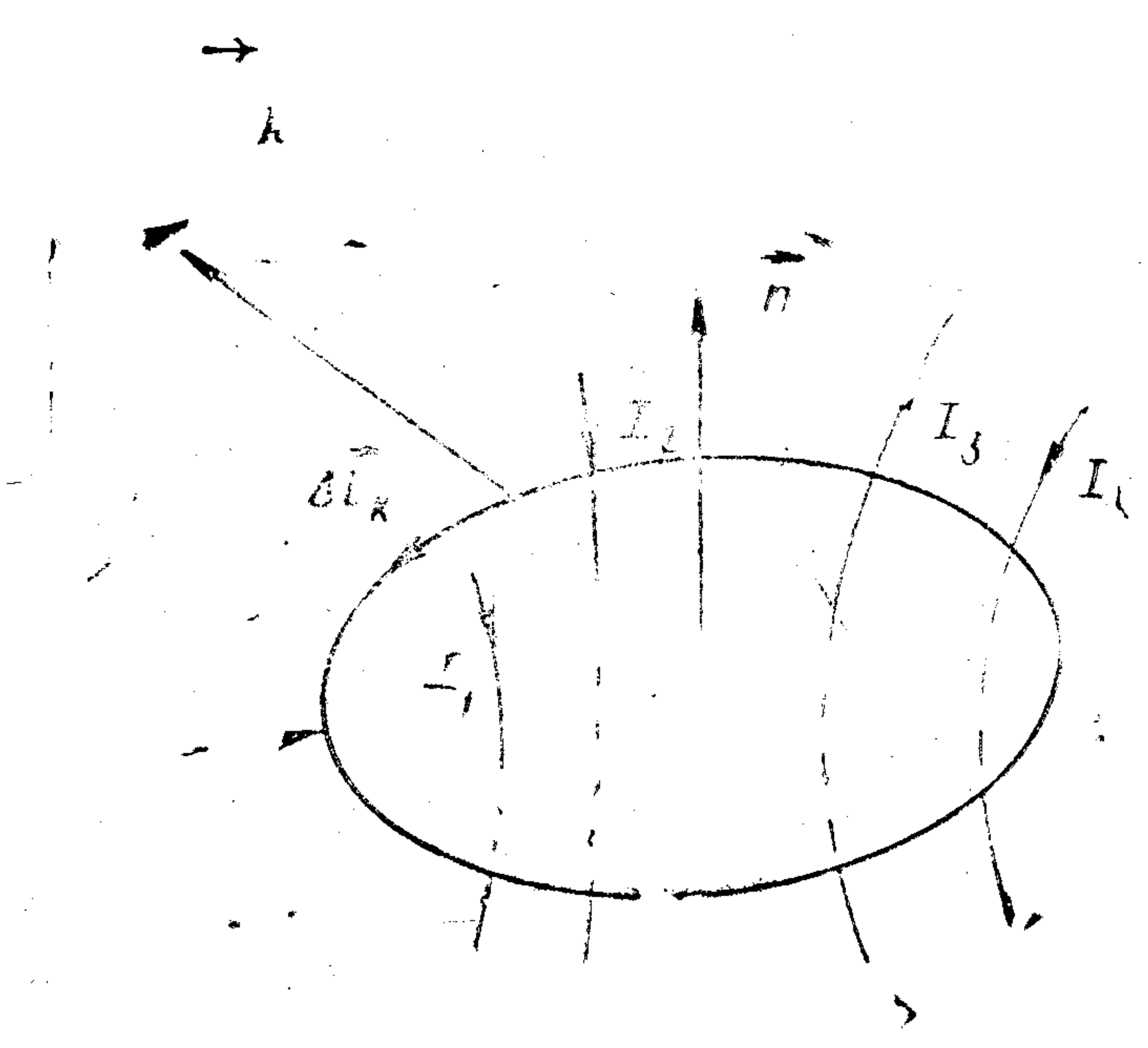


Рис. 42. К выводу закона полного тока

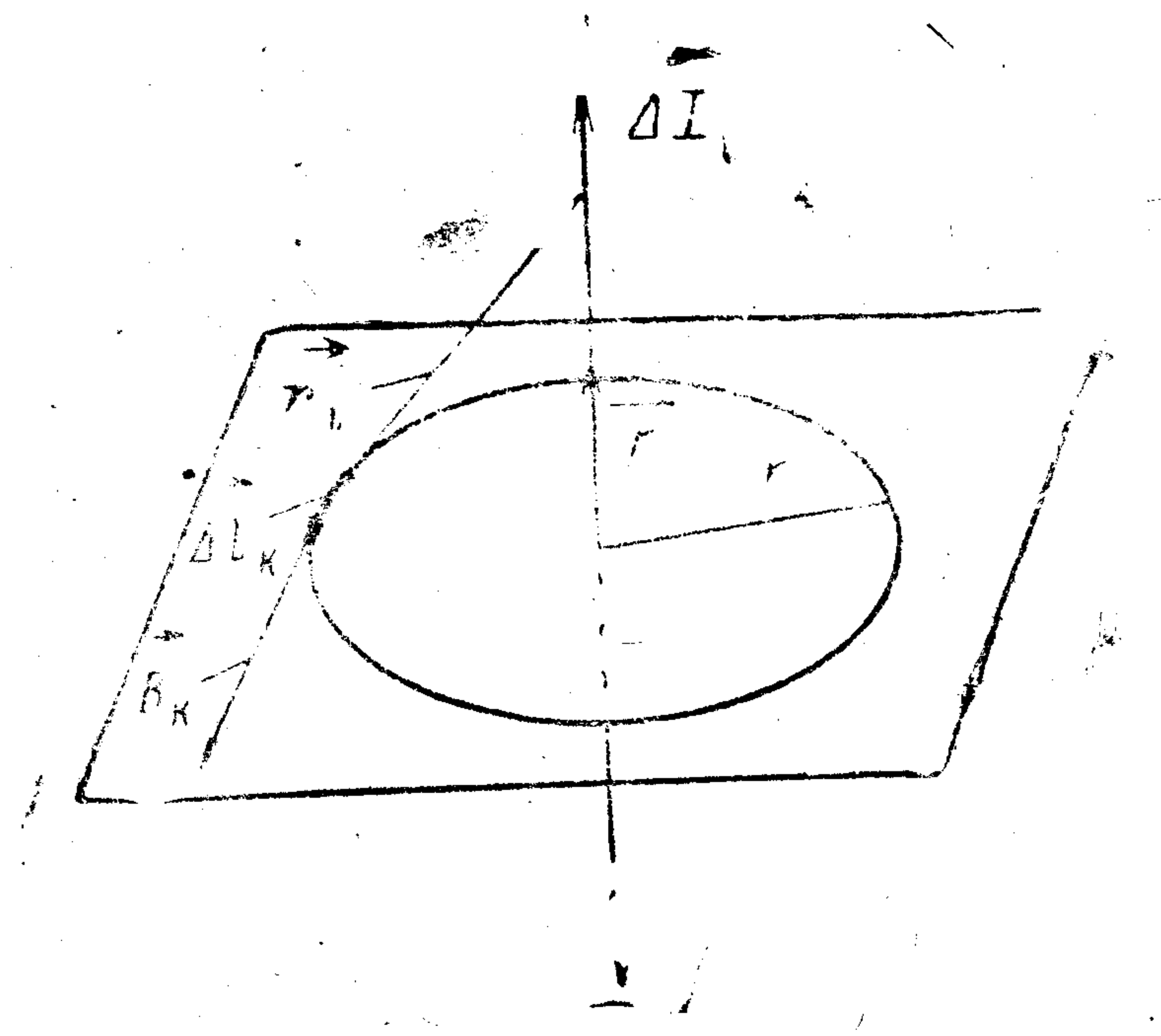


Рис. 43. К расчету магнитного поля прямого тока

дует брать со знаком плюс, а направленные противоположно — со знаком минус.

Рассчитаем с помощью закона полного тока магнитное поле бесконечно длинного прямолинейного тока (рис. 43). В качестве контура K возьмем окружность радиуса r, которая расположена в перпендикулярной к току плоскости. Направление нормали к соответствующему кругу совместим с направлением тока. В этом случае направление обхода контура совпадает с направлением индукции магнитного поля тока, рассчитанной для любого элемента тока по формуле (2.64). При вращении контура K вокруг своей оси, совпадающей с током, магнитное поле в каждой точке контура не изменится. Следовательно, магнитная индукция во всех точках контура равна по абсолютной величине $B_k = B(r)$ и направлена по касательной к окружности. Поэтому $\vec{B}_k\Delta\vec{l}_k = B(r)\Delta l_k$ и левая сумма в (2.67) равна

$$\sum_{k=1}^{N} \vec{B}_{к}\Delta\vec{l}_{к} = B(r) \sum_{k=1}^{N} \Delta l_{к} = B(r)2\pi r.$$

Так как круг, ограниченный контуром K, пересекается единственным током, закон полного тока записывается в виде

$$B(r)2\pi r = \mu\mu_0 I.$$

Откуда

$$B(r) = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}. \qquad (2.68)$$

Для наглядного изображения магнитного поля пользуются магнитными силовыми линиями. Они обладают теми же свойствами, что и силовые линии электрического поля, но в отличие от последних замкнуты сами на себя, т. е. имеют вид вихрей. Поэтому магнитное поле называют вихревым.

Контрольные вопросы

1. Почему затруднен расчет магнитного поля по формулам (2.64) и (2.59)?
2. Как связано направление обхода контура с направлением нормали к охватываемой им поверхности?
3. Как записывается закон полного тока?
4. Как выбирают знак перед силами электрических токов в этом законе?
5. Чему равна магнитная индукция бесконечно длинного прямолинейного тока?

* § 2.10. Закон взаимодействия параллельных токов. Поле бесконечно длинной катушки (соленоида)

Расположим параллельно бесконечно длинному прямолинейному проводнику, по которому течет ток силой I, другой проводник, по которому течек ток силой I' (см. рис. 44). Если проводники расположены на расстоянии r, то на каждый элемент тока $\Delta \vec{I'}_j$ второго проводника магнитное поле первого проводника согласно (2.68) и (2.65) действует с силой

$$\Delta F_j = \frac{\mu\mu_0 I I' \Delta l_j}{2\pi r}. \qquad (2.69)$$

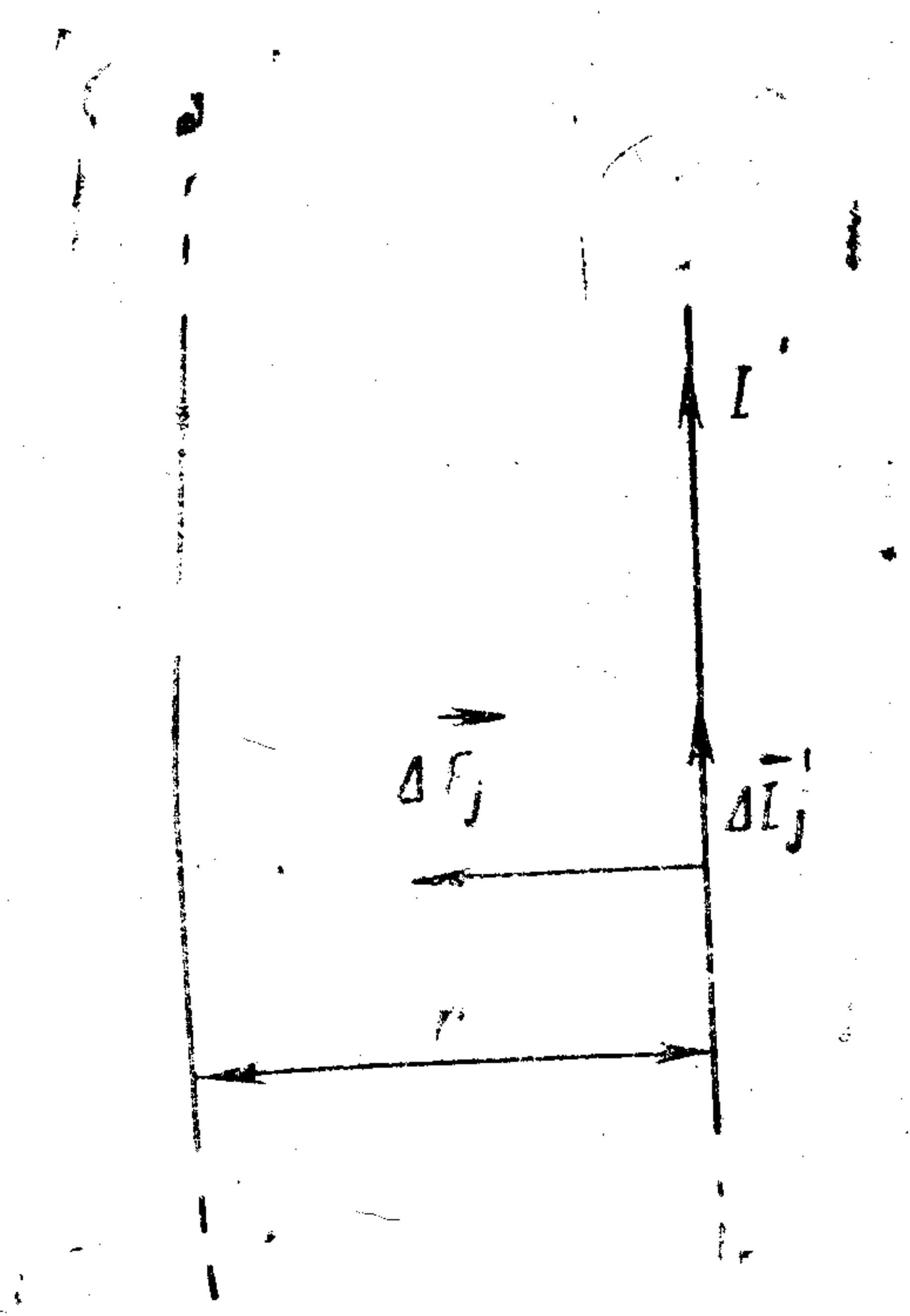


Рис. 44. Взаимодействие параллельных электрических токов

Выражение (2.69) называют законом Ампера для параллельных токов. Этот закон используют для установления единицы силы тока в системе СИ. Рассчитаем магнитное поле бесконечно длинной катушки (соленоида), в которой течет ток силой I. Результаты этих расчетов неоднократно будут использоваться в дальнейшем. Магнитное поле катушек различной длины показано на рис. 45. Из рис. 45 видно, что с

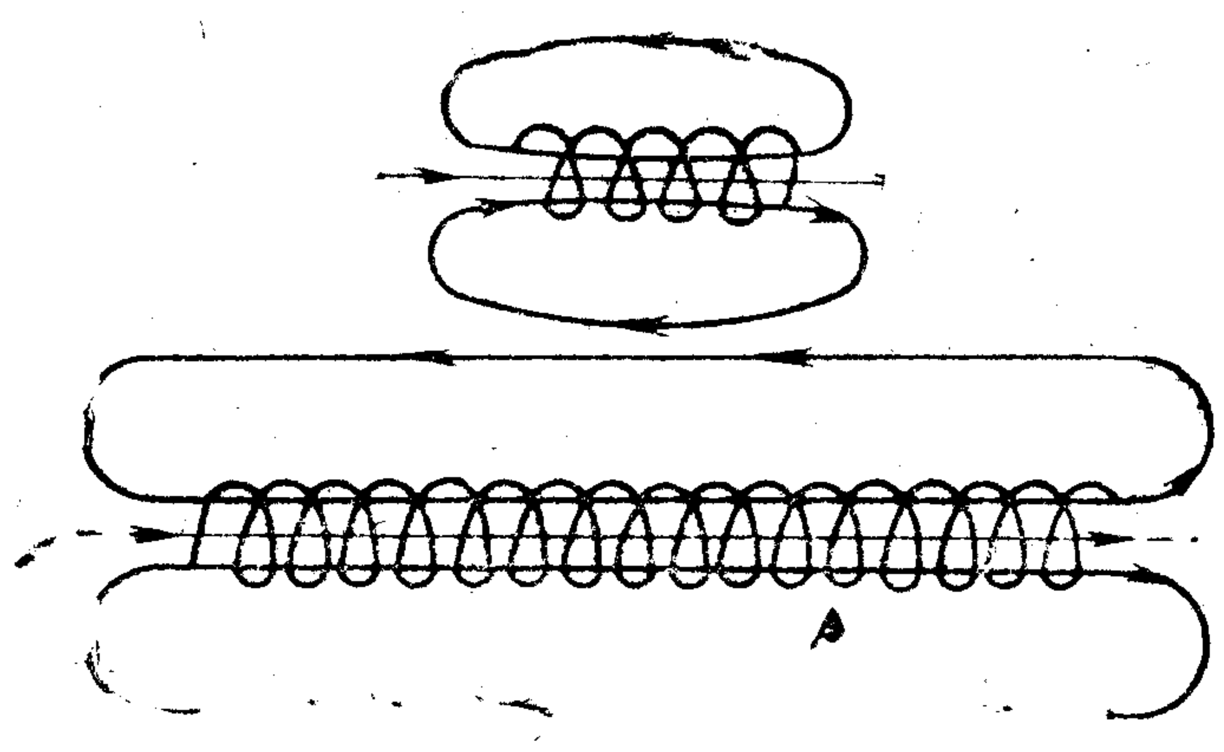


Рис. 45. Схемы магнитного поля соленоидов различной длины

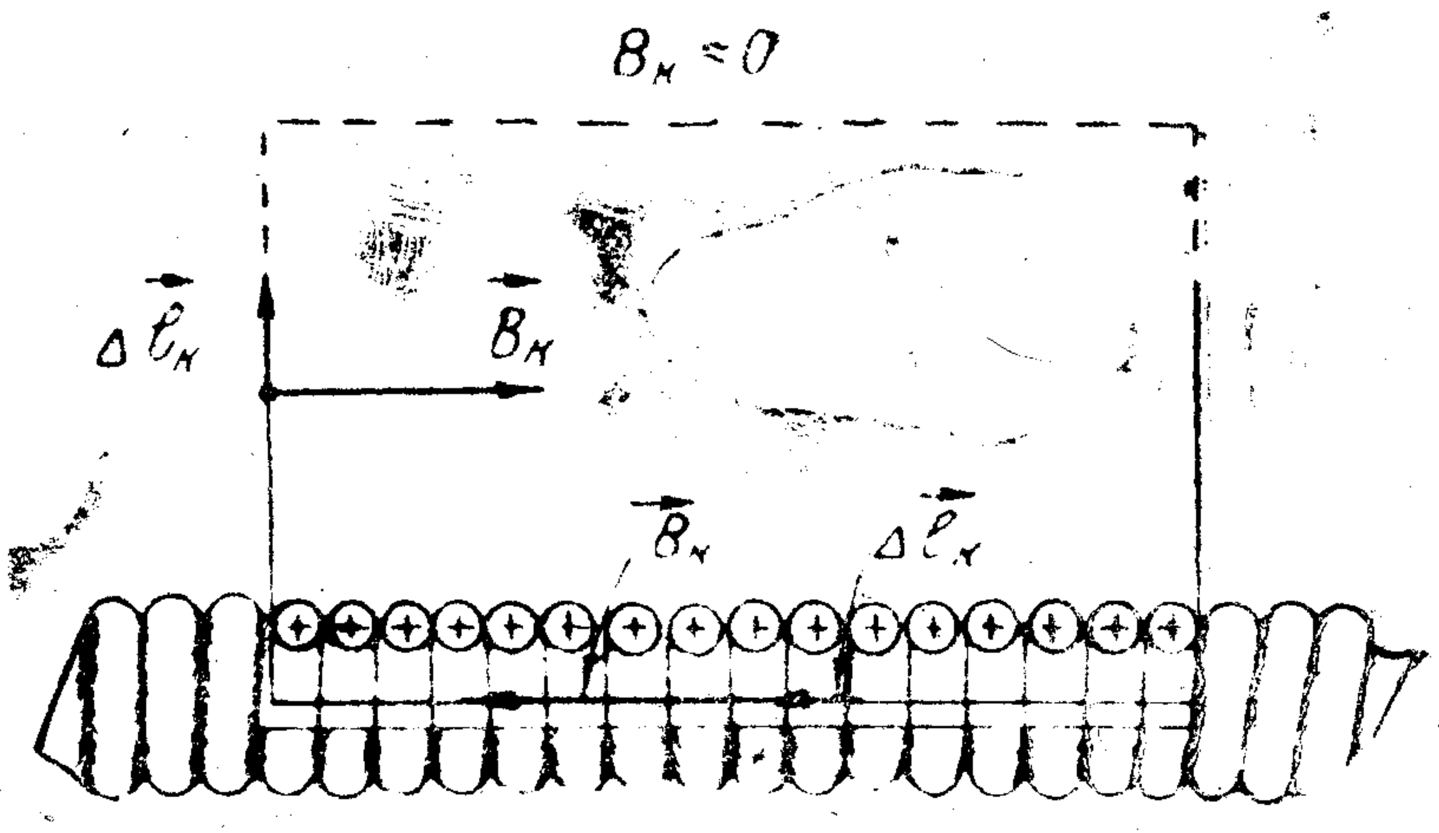


Рис. 46. К расчету магнитного поля бесконечно длинного соленоида

увеличением длины катушки силовые линии в значительной области пространства, удаленной от концов катушки, становятся практически параллельными оси катушки. Поэтому контур К (см. рис. 42), фигурирующий в законе полного тока, возьмем в виде прямоугольника и расположим его в плоскости, проходящей через ось соленоида (рис. 46). Для стороны прямоугольника, находящейся внутри соленоида и параллельной вектору индукции $\vec{B}$ левая часть выражения (2.67) запишется в виде

$$\sum_{k=1}^{N} \vec{B}_к \Delta \vec{l}_к = Bl. \tag{2.70}$$

Для двух других сторон, перпендикулярных $\vec{B}$, $\vec{B}_к \perp \perp \Delta \vec{l}_k$, т. е. $\vec{B}_k \Delta \vec{l}_k = 0$ для всех значений k.

Четвертую сторону контура, параллельную оси соленоида, проведем на таком расстоянии от оси, что $B_к \approx 0$. Обозначим число токов, пересекающих ограниченную контуром поверхность S через N. Так как каждый виток последовательно соединен с соседним, то полный ток, пересекающий поверхность S, равен NI. В итоге, из закона полного тока получаем

$$Bl = \mu\mu_0 IN; \; B = \mu\mu_0 nI, \tag{2.71}$$

где $n = (N/l)$ — число витков, приходящихся на единицу длины.

Контрольные вопросы

1. Как записывают закон Ампера для параллельных электрических токов?

2. Как изменяется магнитное поле катушки при увеличении ее длины?

3. Какой вид имеет контур, по которому совершается обход, при расчете магнитного поля соленоида?

4. Чему равна индукция магнитного поля соленоида?

§ 2.11. Поток магнитной индукции. Электрическое поле, возникающее при изменении потока магнитной индукции

Поток магнитной индукции определяется так же, как и поток напряженности электрического поля (см. § 2.2). Пусть в области малой площади ΔS_k магнитная индукция равна $\vec{B}_k$. Тогда поток индукции через ΔS_k равен

$$\Delta\Phi_{Bk} = B_{kn}\Delta S_k, \tag{2.72}$$

где $\vec{B}_{kn}$ — проекция $\vec{B}_k$ на направление нормали к площадке ΔS_k (рис. 47) Поток индукции через поверхность, ограниченную контуром K и состоящую из n площадок ΔS_k равен

$$\Phi_B = \sum_{k=1}^{n} \Delta\Phi_{Bk}. \tag{2.73}$$

Если проводник состоит из N витков, соединенных последовательно, суммарный магнитный поток, проходящий через этот проводник, равен

$$\Phi_B = \sum_{j=1}^{N} \Phi_{Bj}. \tag{2.74}$$

В том случае, когда витки одинаковы и через охватываемые ими площадки проходят одинаковые потоки магнитной индукции:

$$\Phi_B = N\Phi_{B0}. \tag{2.75}$$

где Φ_{B0} — магнитный поток через площадь, охватываемую одним витком.

На опыте установлено, что *изменение потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную контуром, приводит к появлению в этой области*

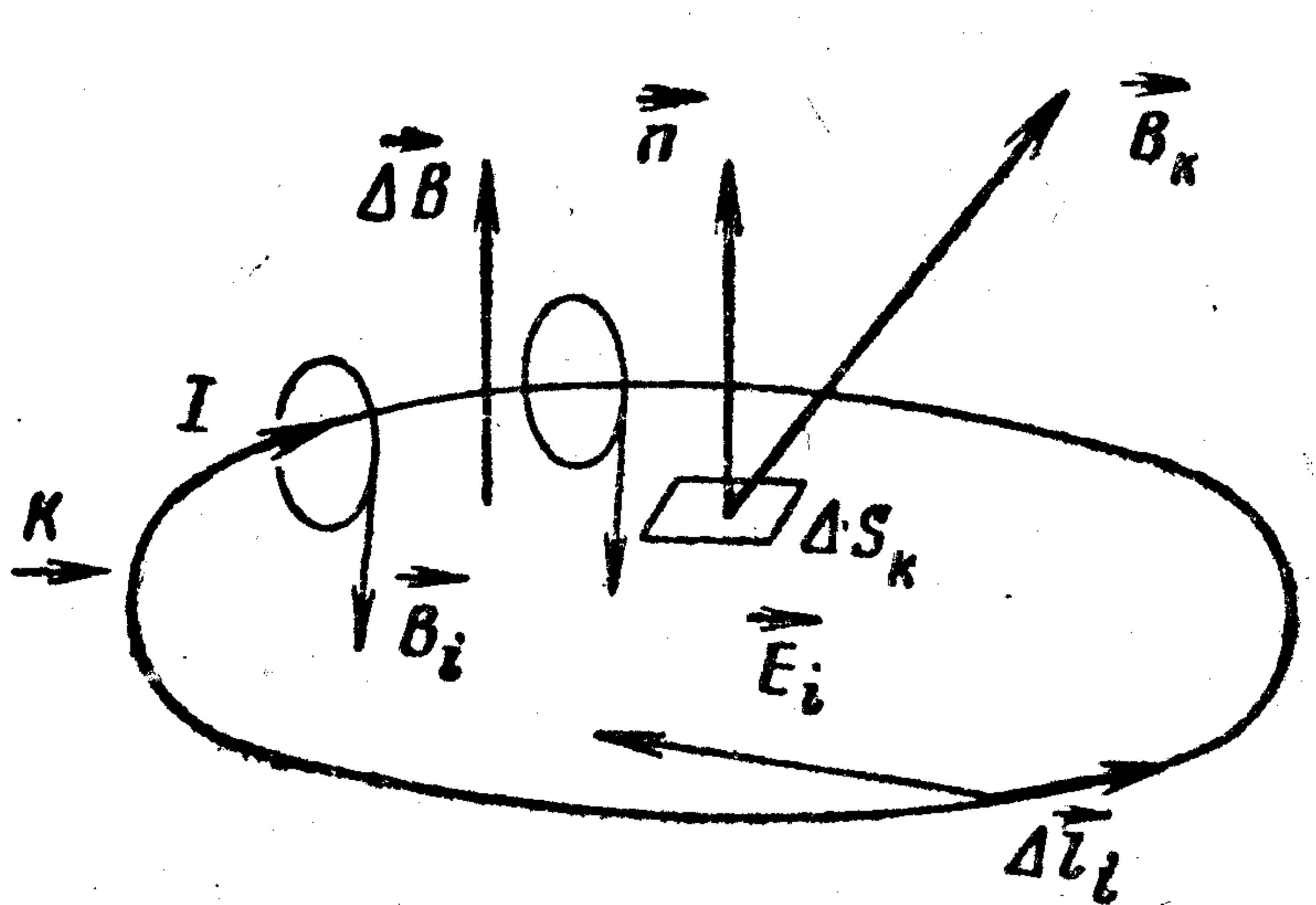


Рис. 47. К выводу формулы закона электромагнитной индукции

пространства электрического поля. От электростатического поля оно отличается тем, что его силовые линии замкнуты сами на себя, т. е. это поле вихревое. Напряженность этого поля связана со скоростью изменения магнитного потока. Чтобы записать эту связь, установим правило обхода контура K, а именно: будем считать, что с конца нормали к поверхности, ограниченной контуром, направление обхода видно происходящим против часовой стрелки. Разобьем контур K на J элементов $\Delta\vec{l}_j$. Для каждого элемента найдем $\vec{E}_j\Delta\vec{l}_j$. Тогда из опыта следует, что

$$\sum_{j=1}^{J} \vec{E}_j\Delta\vec{l}_j = -\dot{\Phi}_B. \qquad (2.76)^*$$

Если в изменяющемся магнитном поле поместить проводник, например, совпадающий с контуром K, то в нем возникает электродвижущая сила индукции $\mathscr{E}_i$. Работа $\vec{E}_j$ на участке $\Delta\vec{l}_j$ по переносу заряда Q равна $\Delta A_j = Q\vec{E}_j\Delta\vec{l}_j$. Полная работа при перемещении Q по замкнутому контуру

$$A = Q\mathscr{E}_j = Q \sum_{j=1}^{J} \vec{E}_j\Delta\vec{l}_j. \qquad (2.77)^*$$

Сравнивая (2.76) и (2.77), приходим к основному закону электромагнитной индукции

$$\mathscr{E}_i = -\dot{\Phi}_B = -(\Phi_B)'_t, \qquad (2.78)$$

т. е. электродвижущая сила индукции в витке равна взятой с обратным знаком скорости изменения потока магнитной индукции через площадь, охватываемую витком.

Когда проводник состоит из N последовательно соединенных витков, то, в соответствии с (2.74),

$$\mathscr{E}_i = \sum_{j=1}^{N} \mathscr{E}_{ij}, \qquad (2.79)$$

где $\mathscr{E}_{ij}$ — электродвижущая сила индукции в j-м витке.

Если витки одинаковы по размерам и через охватываемые ими площади проходит одинаковый поток магнитной индукции, то

$$\mathscr{E}_i = N\mathscr{E}_{i0} \quad (2.80)$$

($\mathscr{E}_{i0}$ — электродвижущая сила индукции в одном витке).

Отметим, что знак минус перед $(\Phi_B)'_t$ обусловлен сформулированным выше правилом обхода контура при заданном направлении нормали. Пользуясь этим же правилом, нетрудно найти направление $\mathscr{E}_i$ при заданном законе изменения Φ_B.

Пусть, например, изменение магнитной индукции $\Delta\vec{B}$ направлено снизу вверх (см. рис. 47). Так как нормаль к ограниченной контуром поверхности направлена также снизу вверх, то соответствующее изменение потока магнитной индукции положительно, т. е. $(\Phi_B)'_t > 0$. Из (2.78) следует, что $\mathscr{E}_i < 0$. Следовательно, электродвижущая сила индукции направлена противоположно направлению обхода контура, т. е. по часовой стрелке, если смотреть с конца нормали. Из рис. 47 видно, что магнитное поле возникающего при этом тока направлено противоположно изменению внешнего поля. *Поэтому для определения направления $\mathscr{E}_i$ можно пользоваться так называемым «правилом Ленца»: магнитное поле индукционного тока направлено противоположно изменению внешнего магнитного поля.*

Электродвижущая сила индукции может возникать также при движении проводника в постоянном магнитном поле. Хотя механизм возникновения $\mathscr{E}_i$ в этом случае другой (на заряды, находящиеся в проводнике, действует при их движении в магнитном поле сила Лоренца), формально закон, определяющий величину $\mathscr{E}_i$, можно записать в виде (2.78).

При этом, однако, под скоростью изменения потока магнитной индукции следует подразумевать отношение потока магнитной индукции через площадь, пересеченную при движении проводником, к времени, за которое эта площадь пересекается. Направление возникающей в этом случае электродвижущей силы совпадает с направлением силы Лоренца.

Контрольные вопросы

1. Чему равен поток магнитной индукции?
2. Какое поле возникает при изменении магнитного поля и чем оно отличается от электростатического?
3. Как обходится контур при заданном направлении нормали к охватываемой контуром поверхности?

4. Как записывается закон электромагнитной индукции?
5. Как находится направление электродвижущей силы (ЭДС) индукции?
6. Чему равна ЭДС индукции, возникающей при движении проводника в магнитном поле, и как она направлена?

§ 2.12. Индуктивность и самоиндукция

Рассчитывая магнитное поле электрического тока (см. § 2.9 и 2.10), мы убедились, что индукция магнитного поля пропорциональна силе тока. Поток магнитной индукции пропорционален индукции (2.12). Отсюда следует, что *поток магнитной индукции, создаваемый данным проводником и связанный с ним, пропорционален силе протекающего через него электрического тока*, т. е.

$$\Phi_B = LI. \tag{2.81}$$

Коэффициент пропорциональности между силой тока и магнитным потоком называют индуктивностью проводника.

Из (2.81) следует, что

$$L = \Phi_B/I, \tag{2.82}$$

т. е. индуктивность проводника равна отношению создаваемого им потока магнитной индукции к силе протекающего через него электрического тока.

Используя (2.71) и (2.75), поток магнитной индукции, проходящий через N витков участка бесконечно длинного соленоида запишем в виде

$$\Phi_B = N\Phi_{B0} = NSB = \mu\mu_0 NnIS.$$

Откуда следует, что участок соленоида, содержащий N витков, обладает индуктивностью

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \mu\mu_0 nNS. \tag{2.83 *}$$

Если сила тока в проводнике изменяется, то изменяется и создаваемый им поток магнитной индукции. Изменение этого потока в соответствии с законом электромагнитной индукции, приводит к появлению электродвижущей силы самоиндукции

$$\mathscr{E}_{si} = -(\Phi_B)'_t = -LI'_t. \tag{2.84}$$

Из (2.84) следует, что электродвижущая сила самоиндукции пропорциональна скорости изменения электрического тока. При резких изменениях силы тока она может достигать очень больших значений (например, при быстром размыкании электрической цепи). Правила определения направления электродвижущей силы самоиндукции такие же, как и для электродвижущей силы индукции.

Контрольные вопросы

1. Как связаны электрический ток и создаваемый им магнитный поток?
2. Что такое индуктивность?
3. Чему равна индуктивность участка бесконечно длинного соленоида? *
4. От чего зависит электродвижущая сила самоиндукции?

§ 2.13. Энергия магнитного поля

Изменение потока магнитной индукции через площадь, охватываемую проводником, приводит к появлению электродвижущей силы, которая может совершать работу. Следовательно, *магнитное поле обладает энергией.* Рассчитаем величину этой энергии. Рассмотрим для этого катушку с индуктивностью L последовательно с которой включен резистор сопротивлением R, а также источник внешней электродвижущей силы $\mathscr{E}$ (рис. 48). Первоначально разъединитель P замыкает цепь, в которой электродвижущей силой $\mathscr{E}$ создается ток I_0. Затем ключ переключается в другое положение, в котором источник электродвижущей силы отключен. После отключения сила тока $I(t)$ уменьшается, что приводит к появлению в катушке электродвижущей силы самоиндукции:

$$\mathscr{E}_{si} = -LI'_t.$$

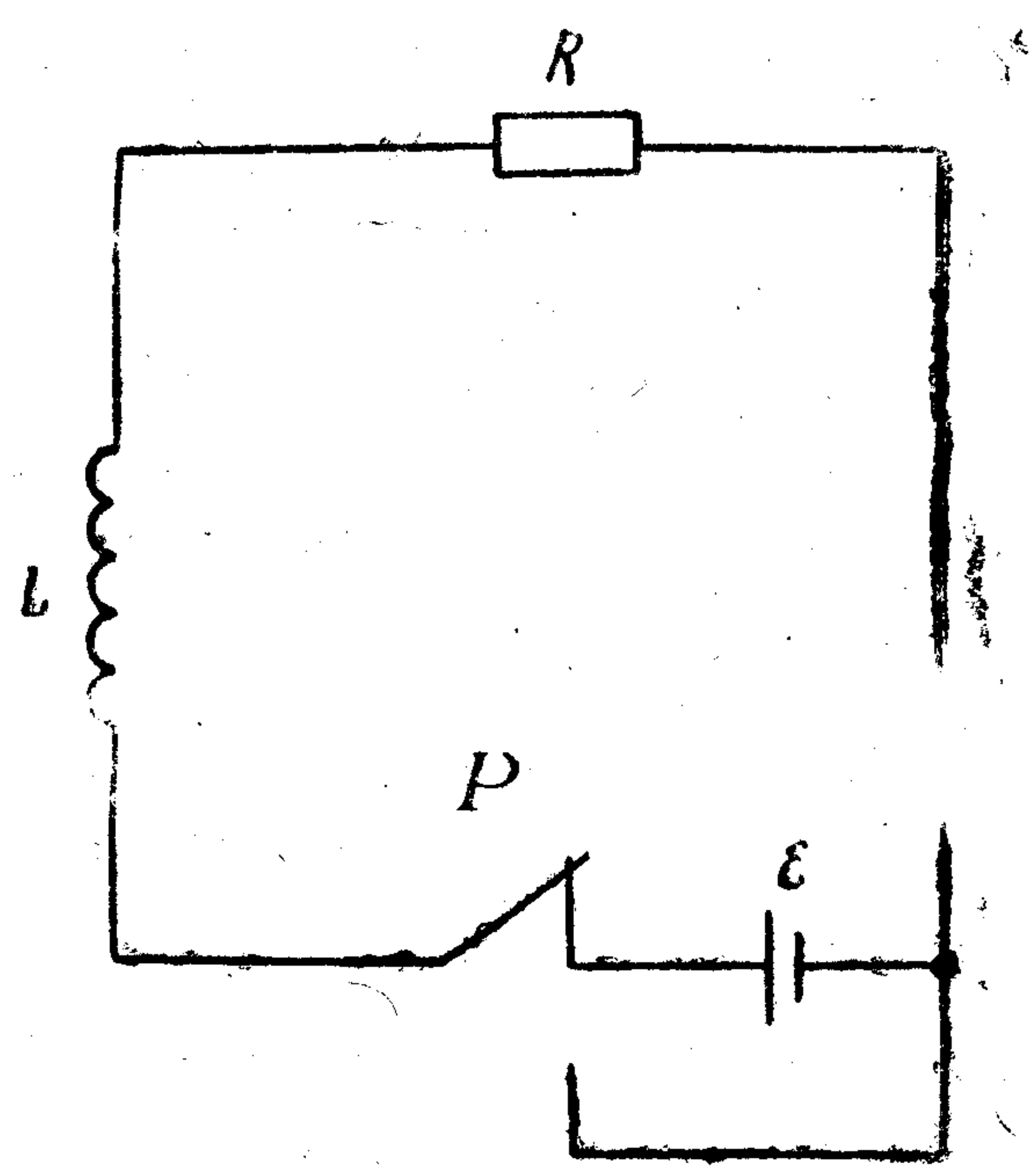


Рис. 48. Схема цепи с индуктивностью L и сопротивлением R

Работа, совершаемая этой электродвижущей силой в интервале времени $(t, t+dt)$, учитывая, что $dI = \dot{I}dt$, равна:

$$dA = \mathscr{E}Idt = -LI'_t\, dtI = -LIdI.$$

Вся работа, совершенная $\mathscr{E}_{si}$

$$A = \int_{I_0}^{0} (-LI)dI = LI^2_0/2. \qquad (2.85)$$

Таким образом, катушка, индуктивностью L, по которой течет ток I, обладает энергией

$$W_М = LI^2/2. \qquad (2.86)$$

Выразим эту энергию через индукцию магнитного поля. Считая катушку очень длинной подставим для этого в (2.86) L из (2.83). Учтем также, что $N = ln$ и что, согласно (2.71), $\mu\mu_0 nlI = B$. Получим:

$$W_В = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 nNSI^2}{2} = \frac{\mu^2\mu^2_0 n^2 I^2 lS}{2\mu\mu_0} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V, \qquad (2.87)+$$

где $V = lS$ — объем участка длиной l. Плотность энергии магнитного поля

$$w_В = \frac{W_В}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \qquad (2.88)+$$

Контрольные вопросы

1. Откуда следует, что магнитное поле обладает энергией?
2. Чему равна магнитная энергия катушки индуктивностью L, через которую течет ток силой I?
3. Как выражается эта энергия через магнитную индукцию?
4. Чему равна плотность энергии магнитного поля?

§ 2.14. Виток в магнитном поле. Взаимоиндукция. Трансформация напряжения

При вращении витка в магнитном поле магнитный поток, проходящий через площадь, ограниченную витком, изменяется, и, следовательно, появляется электродвижущая сила индукции. Найдем ее величину для витка, равномерно вращающегося в однородном магнитном поле. Из рис. 49 видно, что, если угол между нормалью к поверхности, охватываемой витком, и направлением магнитной индукции равен α, то поток индукции через площадь, ограниченную витком

$$\Phi_В = BS\cos\alpha.$$

В витке, вращающемся с угловой скоростью $\omega(\alpha = \omega t)$, возникает электродвижущая сила индукции

$$\mathscr{E}_i = -\dot{\Phi}_B = BS\omega \sin \omega t. \qquad (2.89)$$

Рассмотрим неподвижный виток, расположенный в изменяющемся со временем магнитном поле. Найдем связь между изменением магнитного потока через площадь, охватываемую витком и протекающим через поперечное сечение витка электрическим зарядом. Пусть сопротивление витка равно R. Тогда, согласно закону Ома, электродвижущая сила индукции приводит к возникновению индукционного тока силой

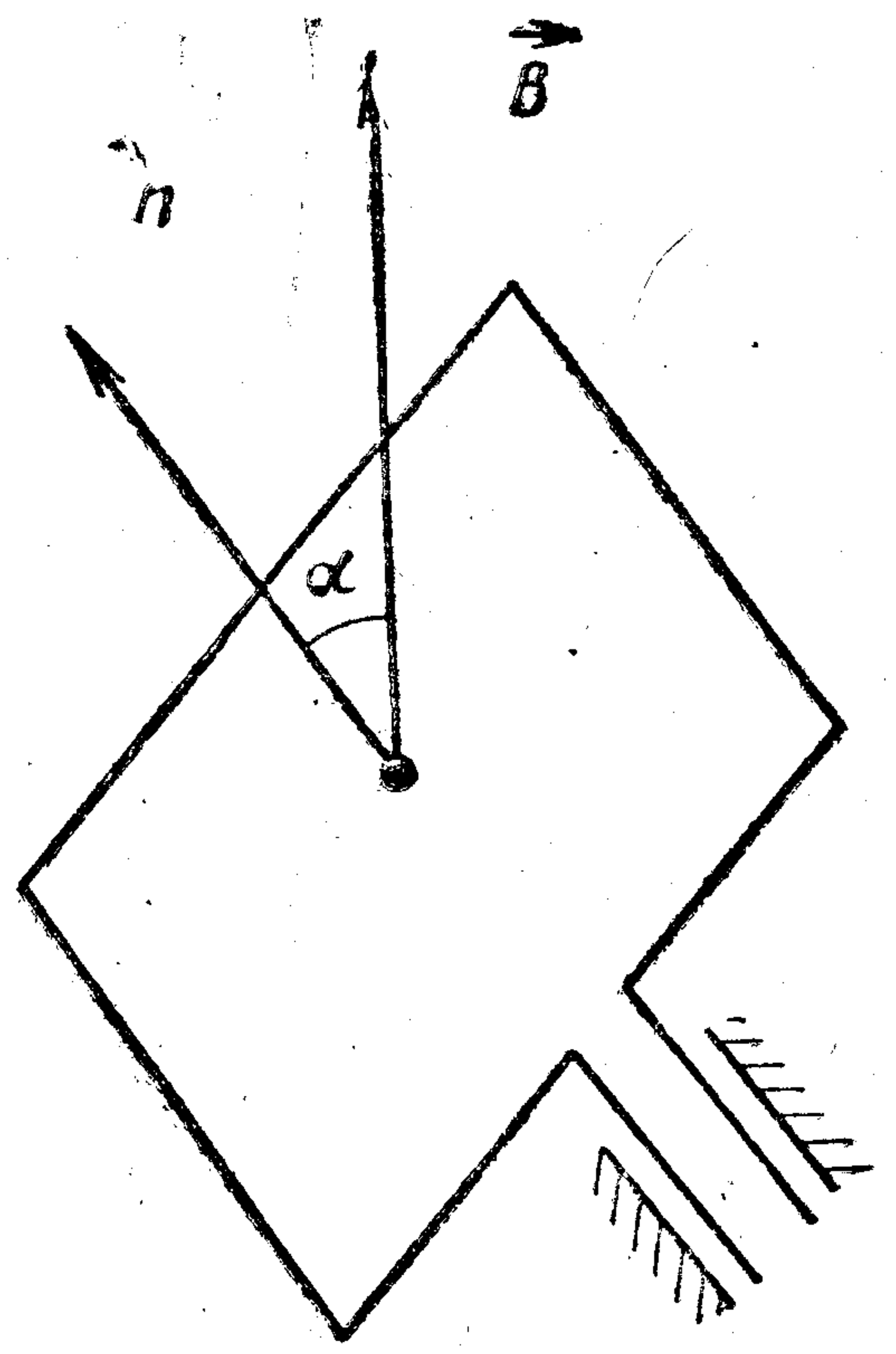


Рис. 49. Виток в магнитном поле

$$I = \mathscr{E}_i/R.$$

При изменении за интервал времени от 0 до t магнитного потока на $\Delta\Phi_B = \Phi_B(t) - \Phi_B(0)$ через поперечное сечение витка протекает заряд

$$\Delta Q = \int_0^t I(t')dt' = \frac{1}{R}\int_0^t \mathscr{E}_i(t')dt' = \frac{1}{R}\int_0^t \dot{\Phi}_B(t')dt' = \frac{\Delta\Phi_B}{R}. \qquad (2.90)\ *$$

Изучая явление электромагнитной индукции, мы считали магнитное поле данным, не интересуясь его конкретными источниками. Будем теперь считать, что источником магнитного поля является изменяющийся во времени электрический ток I_1, текущий в контуре K_1. Пусть этот ток в контуре K_2 создает магнитный поток с Φ_{B12} и ток I_2 (рис. 50). Если форма контуров и их взаимное расположение со временем не изменяются, то поток Φ_{B12} прямо пропорционален силе тока I_1:

$$\Phi_{B12} = L_{12}I_1. \qquad (2.91)$$

Коэффициент L_{12} называют взаимной индуктивностью контуров K_1 и K_2. Напротив, ток I_2, текущий в K_2 создает в K_1 магнитный поток

$$\Phi_{B21} = L_{21}I_2. \qquad (2.92)$$

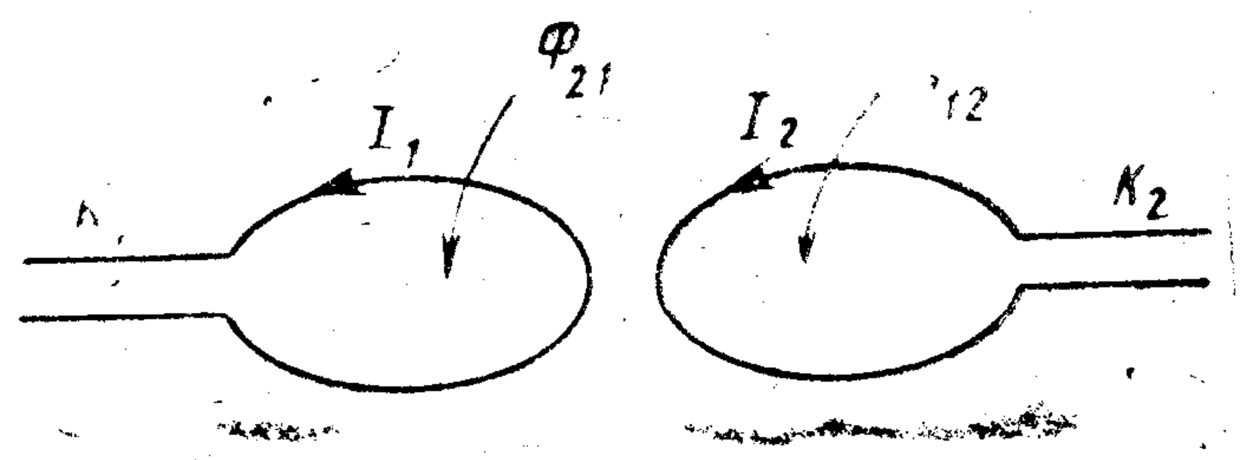


Рис. 50. К выводу формулы потока $Ф_{B12}$

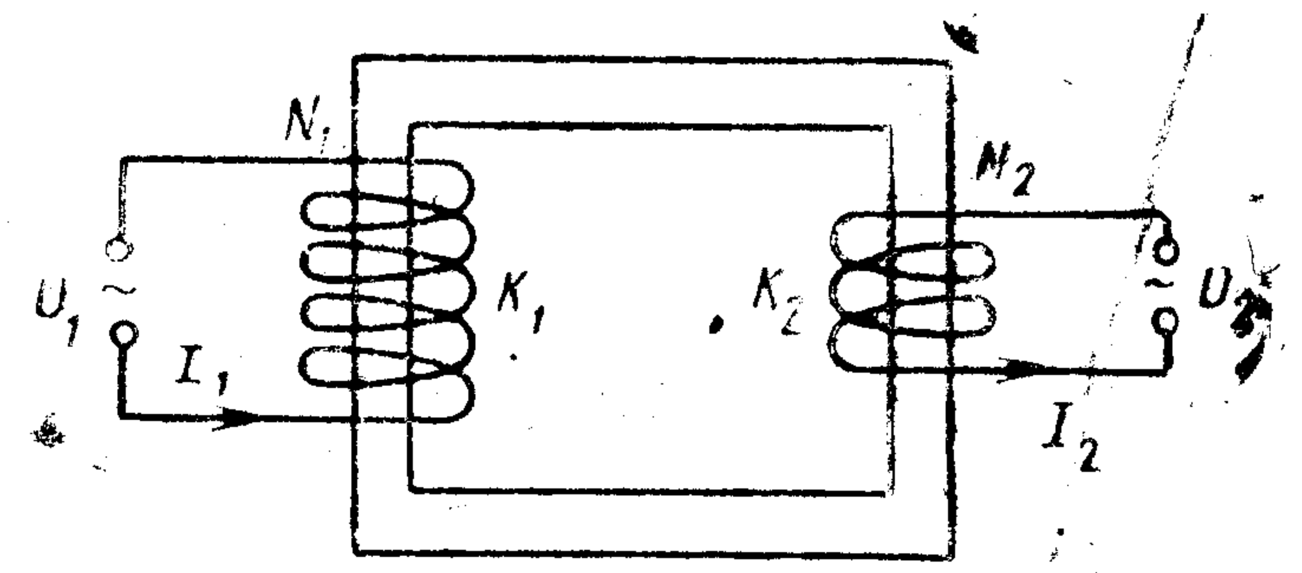


Рис. 51. Схема устройства трансформатора

На практике в качестве контуров K_1 и K_2 используются катушки, одетые на магнитопровод (сердечник). Такое устройство, позволяющее трансформировать (изменять) электродвижущую силу индукции называют трансформатором. Пусть катушка K_1 (рис. 51) состоит из N_1 одинаковых по размеру последовательно соединенных витков, а катушка K_2 из N_2 таких же витков. Поскольку в магнитном сердечнике сосредоточено практически все магнитное поле, электродвижущие силы индукции катушек K_1 и K_2 соответственно равны (см. 2.80)

$$\mathscr{E}_{i1} = N_1 \mathscr{E}_{i0}; \ \mathscr{E}_{i2} = N_2 \mathscr{E}_{i0},$$

где $\mathscr{E}_{i0}$ — электродвижущая сила индукции, возникающая в одном витке.

Отношение этих электродвижущих сил равно коэффициенту трансформации

$$\kappa = \frac{\mathscr{E}_{i1}}{\mathscr{E}_{i2}} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (2.93)$$

Источником магнитного поля может быть электрический ток, создаваемый одной из рассматриваемых катушек (обмоток). Такая обмотка называется первичной. Если омическое сопротивление первичной обмотки существенно меньше ее индуктивного сопротивления (см. § 2.15), то и отношение напряжений в первичной и вторичной обмотках как показывает расчет, также выражается по формуле, сходной с формулой (2.93). При этом мощность трансформированного тока, если не учитывать потери, равна мощности тока первичной обмотки

$$I_1 U_1 \cong I_2 U_2. \quad (2.94)$$

Отношение $\eta = U_2 I_2 / U_1 I_1$ называют коэффициентом полезного действия трансформатора.

Контрольные вопросы

1. Как изменяется магнитный поток при вращении витка в магнитном поле и чему равна возникающая при этом электродвижущая сила?

2. Какой электрический заряд протекает через виток при изменении в нем магнитного потока? *

3. В чем заключается явление взаимной индукции и что такое взаимная индуктивность?

4. Что такое трансформатор?

5. Чему равно отношение электродвижущих сил индукции, возникающих в первично йи вторичной обмотках трансформатора?

6. Чему равны коэффициент трансформации и коэффициент полезного действия трансформатора?

§ 2.15. Переменный электрический ток. Катушка и электрический конденсатор в цепи переменного тока

Если в цепи переменного тока находится резистор (активное сопротивление) с величиной сопротивления R, то напряжение на этом резисторе изменяется по гармоническому закону

$$U_{\sim} = U_m \cos \omega t. \tag{2.95}$$

Согласно закону Ома (см. 2.41) сила тока, текущего через резистор в каждый момент времени равна

$$I_{\sim} = \frac{U_{\sim}}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t. \tag{2.96}$$

Амплитуда силы тока равна амплитуде напряжения, деленной на сопротивление

$$I_m = U_m / R. \tag{2.97}$$

Мощность цепи переменного тока

$$N_{\sim} = U_{\sim}\ I_{\sim} = N_m \cos^2 \omega t, \tag{2.98}$$

где N_m — максимальное значение мощности:

$$N_m = U^2{}_m / R = I^2{}_m R. \tag{2.99}$$

Среднюю мощность цепи переменного тока рассчитывают усреднением всех мгновенных значений. За время, равное его периоду $T = 2\pi/\omega$, она равна:

$$\langle N_{\sim} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T N_{\sim}(t)\, dt = \frac{N_m}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t\, dt. \tag{2.100}$$

Пользуясь известной формулой $\cos^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega t)$, рассчитаем интеграл, входящий в (2.100)

$$\int_0^T \cos^2 \omega t\, dt = \int_0^T \frac{(1 + \cos 2\omega t)}{2} dt = \frac{t}{2}\Big|_0^T + \frac{1}{4\omega} \sin \frac{2\pi}{T} t \Big|_0^T = \frac{T}{2}.$$

Подставляя этот результат в (2.100), получим, что средняя мощность переменного тока равна половине ее максимального значения

$$<N_\sim> = N_m/2. \qquad (2.101)$$

Найдем напряжение и силу постоянного тока, мощность которого равна средней мощности данного переменного тока.

$$N_= = I_=U_= = I^2_=R = U_=^2/R = <N_\sim> = N_m/2. \qquad (2.102)$$

Выражая N_m из (2.99), получим

$$I_= = I_m/\sqrt{2}; \quad U_= = U_m/\sqrt{2}. \qquad (2.103)$$

Величины $(I_m/\sqrt{2})$ и $(U_m/\sqrt{2})$ называют действующими значениями силы переменного тока и переменного напряжения. Из способа получения этих величин следует, что за время, равное периоду тока T, постоянный ток с такими значениями силы тока (или напряжения) выделяет на резисторе такую же энергию, что и соответствующий переменный ток.

Рассмотрим катушку индуктивностью L, включенную в цепь переменного тока (рис. 52). Будем считать, что активное сопротивление катушки, подводящих проводов и источника внешней электродвижущей силы равно нулю. Так как для замкнутой цепи, показанной на рис. 52, разность потенциалов и напряжение равны нулю то выражение (2.39) запишется в виде

$$\mathscr{E} + \mathscr{E}_{si} = 0, \qquad (2.104)$$

где $\mathscr{E}_{si}$ — электродвижущая сила самоиндукции катушки:

$$\mathscr{E}_{si} = -LI'_t = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (2.105)$$

Будем считать, что внешняя электродвижущая сила $\mathscr{E}$ изменяется по гармоническому закону

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_m \cos \omega t. \qquad (2.106)$$

Подставляя (2.106) и (2.105) в (2.104), получим

$$\mathscr{E}_m \cos \omega t - L\frac{dI}{dt} = 0,$$

или

$$\frac{1}{L}\mathscr{E}_m dt \cos \omega t = dI. \qquad (2.107)$$

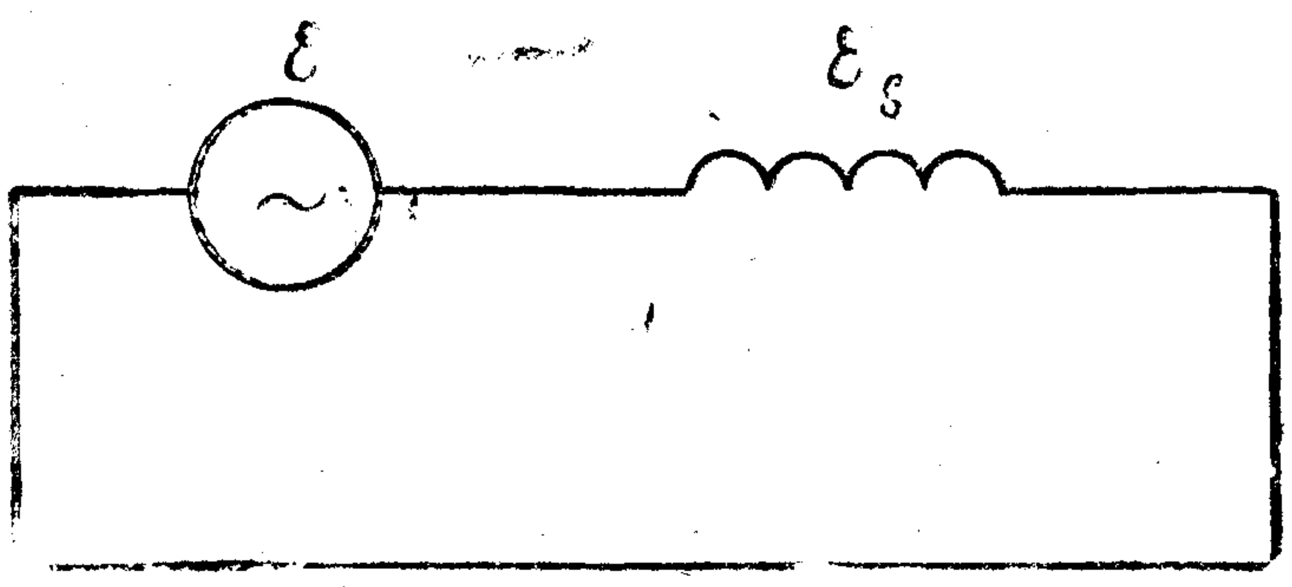


Рис. 52. Цепь переменного тока с катушкой индуктивности

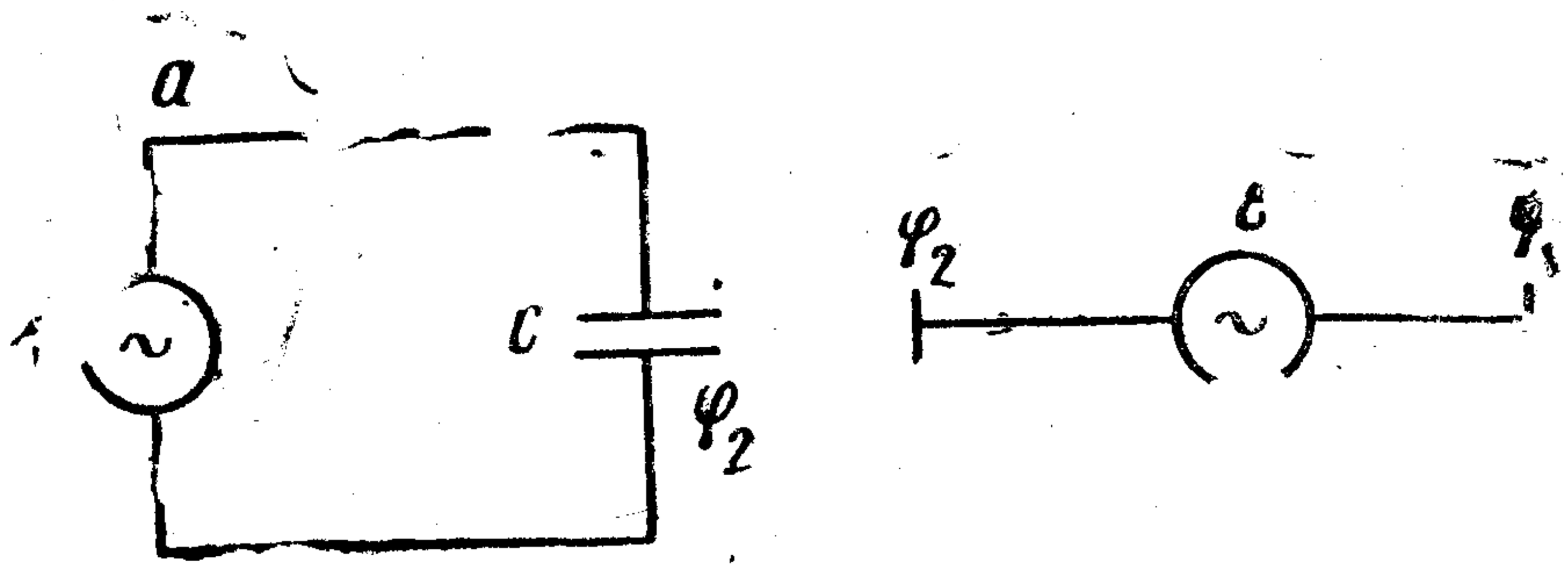


Рис. 53. Цепь переменного тока с конденсатором

Интегрируя левую и правую части последнего равенства, находим

$$\frac{\mathscr{E}_m}{\omega L}\sin\omega t = I + I_0, \qquad (2.108)$$

где I_0 — постоянная интегрирования, имеющая смысл постоянного тока.

Считая, что в рассматриваемой цепи $I_0=0$, получим

$$I = \frac{\mathscr{E}_m}{\omega L}\sin\omega t = I_m \sin\omega t, \qquad (2.109)$$

где I_m — амплитуда переменного тока

Амплитуда

$$I_m = (\mathscr{E}_m/\omega L) = \mathscr{E}_m/X_L. \qquad (2.110)$$

Последнее выражение совпадает по форме с законом Ома (2.41). Поэтому величину $X_L = \omega L$, которая играет такую же роль, как и активное сопротивление в (2.41), называют индуктивным сопротивлением.

Рассмотрим конденсатор емкостью C (рис. 53, *а*), находящийся в цепи переменного тока. Чтобы было легче понять, как применить в этом случае выражение (2.39), развернем пластины конденсатора, как это показано на рис. 53, *б*. Пренебрегая сопротивлением подводящих проводов и внутренним сопротивлением источника внешней электродвижущей силы, положим в (2.39) $R = 0$. Это означает, что напряжение рассматриваемого участка цепи равно нулю, а выражение (2.39) для этого участка следует записать в виде

$$\varphi_2 - \varphi_1 + \mathscr{E} = 0. \qquad (2.111)$$

Откуда получаем, что разность потенциалов на конденсаторе равна внешней электродвижущей силе

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \mathscr{E} = \mathscr{E}_m \cos\omega t. \qquad (2.112)$$

Заряд на конденсаторе изменяется по закону

$$Q = C(\varphi_1 - \varphi_2) = C\mathscr{E}_m \cos\omega t, \qquad (2.113)$$

а сила тока в подводящих проводах равна

$$I = \dot{Q} = -\omega C\mathscr{E}_m \sin\omega t = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (2.114)$$

Из (2.114) следует, что амплитудные значения силы тока и разности потенциалов на конденсаторе связаны выражением

$$I_m = \mathscr{E}_m \omega C = \frac{\mathscr{E}_m}{X_c}, \qquad (2.115)^{+}$$

где величина X_c емкостное сопротивление:

$$X_c = 1/(\omega C). \qquad (2.116)^{+}$$

Если цепь переменного тока содержит последовательно соединенные емкость C, индуктивность L и активное сопротивление R, то амплитудные значения силы тока I_m и электродвижущей силы E_m связаны выражением:

$$\mathscr{E}_m = I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.^{+}$$

Контрольные вопросы

1. Как изменяются напряжение и сила тока на резисторе (активном сопротивлении), находящемся в цепи переменного тока и как связаны амплитудные значения силы тока и напряжения в этом случае?

2. Как зависит от времени мощность цепи переменного тока и как связано максимальное значение этой мощности с амплитудными значениями силы тока и напряжения?

3. Чему равна средняя мощность переменного тока за время, равное его периоду?

4. Какой смысл имеют действующие значения силы тока и напряжения в цепи переменного тока?

5. Как записывается закон Ома для катушки индуктивностью L, включенной в цепь переменного тока?

6. Как связаны амплитудные значения электродвижущей силы самоиндукции на катушке и силы тока через нее?

7. Чему равно индуктивное сопротивление?

8. Как записывается закон Ома для конденсатора, включенного в цепь переменного тока?

9. Как связаны амплитудные значения разности потенциалов на конденсаторе и силы тока на подводящих проводах?

10. Чему равно емкостное сопротивление?

§ 2.16. Электромагнитные колебания в контуре, содержащем емкость и индуктивность

Рассмотрим контур, содержащий конденсатор емкостью C и катушку индуктивностью L (рис. 54). Зарядим конденсатор зарядом Q, а затем замкнем цепь контура. Разность потенциалов на конденсаторе

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Q/C, \qquad (2.117)$$

приведет к возникновению электрического тока. Этот ток приведет к уменьшению заряда на конденсаторе. Обозначим заряд на конденсаторе в момент времени t через $Q(t)$. Так как электрический ток в рассматриваемой цепи изменяется со временем, в катушке возникает электродвижущая сила самоиндукции

$$\mathscr{E}_{si} = -LI'_t. \qquad (2.118)$$

Схема рис. 54 отличается от схемы рис. 53 только тем, что вместо источника внешней электродвижущей силы в цепи находится катушка, создающая электродвижущую силу самоиндукции. Поэтому, по аналогии с (2.111) закон Ома запишем в виде

$$\varphi_2 - \varphi_1 + \mathscr{E}_{si} = 0, \qquad (2.119)$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \mathscr{E}_{si}. \qquad (2.120)$$

Поскольку

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Q/C, \qquad (2.121)$$

а

$$\mathscr{E}_{si} = -LI'_t = -LQ_t'', \qquad (2.122)$$

то подставляя (2.121) и (2.122) в (2.120), получим

$$-LQ_t'' = Q/C,$$

или

$$Q_t'' = -\frac{1}{LC}Q. \qquad (2.123)$$

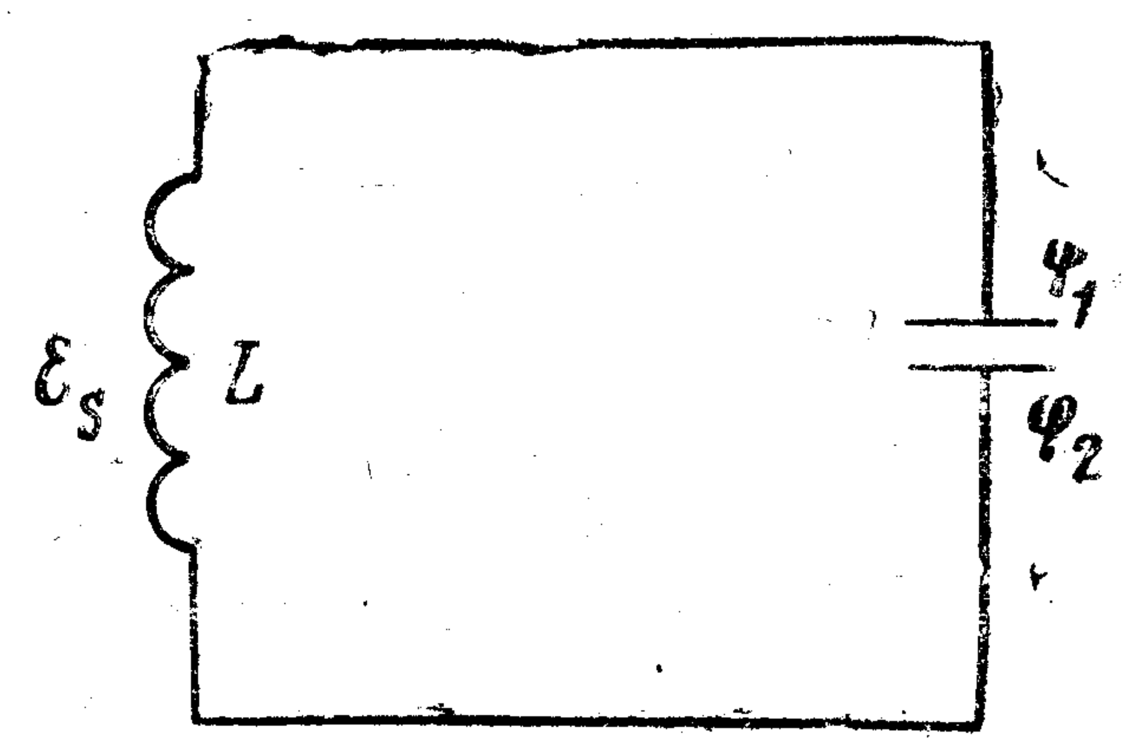


Рис. 54. Цепь тока с конденсатором и катушкой индуктивности

Сравнивая уравнение (2.123) с уравнением (1.79) приходим к выводу, что заряд в рассматриваемом колебательном контуре совершает колебания по гармоническому закону

$$Q = Q_0 \cos \omega t, \tag{2.124}$$

где

$$\omega = 1/\sqrt{LC}. \tag{2.125}$$

Период колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}. \tag{2.126}$$

Из (2.124) следует, что разность потенциалов на конденсаторе изменяется по закону

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C} \cos \omega t. \tag{2.127}$$

Сила тока в контуре равна

$$I = Q'_t = -Q_0 \omega \sin \omega t. \tag{2.128}$$

Электродвижущая сила самоиндукции

$$\mathscr{E}_{si} = -LI'_t = Q_0 L \omega^2 \cos \omega t. \tag{2.129}$$

Складывая (2.127) и (2.129) легко убедиться, что сумма разности потенциалов в цепи и электродвижущей силы самоиндукции (2.119) равна нулю

$$\varphi_2 - \varphi_1 + \mathscr{E}_{si} = -\frac{Q_0}{C} \cos \omega t + Q_0 L \omega^2 \cos \omega t =$$
$$= \left(-\frac{Q_0}{C} + \frac{Q_0 L}{LC}\right) \cos \omega t = 0$$

Контрольные вопросы

1. К чему приводит зарядка конденсатора в колебательном контуре?
2. К каким явлениям приводит электрический ток в цепи контура?
3. Как записывается закон Ома для колебательного контура?
4. К какому дифференциальному уравнению приводит выражение для закона Ома?
5. По каким законам изменяются заряд, разность потенциалов на конденсаторе, сила тока в контуре и электродвижущая сила самоиндукции катушки?

§ 2.17. Электромагнитное поле

Зависящее от времени магнитное поле приводит, как показывает явление электромагнитной индукции, к возникновению электрического поля. Опыт также показывает, что *изменяющееся со временем электрическое поле сопровождается появлением магнитного поля.* Например, между пластинами конденсатора, включенного в цепь переменной электродвижущей силы (рис. 55), кроме электрического поля, обнаруживается переменное магнитное поле.

Абсолютно неподвижных электрических зарядов нет, как и нет абсолютно постоянных электрических токов, следовательно не существуют отдельно, независимо друг от друга, электрическое и магнитное поля. Они существуют совместно в виде электромагнитного поля. Таким образом, *электромагнитное поле — это совокупность электрического и магнитного полей, взаимно зависимых, взаимно порождающих друг друга.*

Электромагнитные поля могут существовать и распространяться в пространстве независимо от создавших их зарядов и токов. *Распространяющиеся в пространстве изменения электромагнитного поля называют электромагнитной волной.* Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме равна скорости света.

Источником электромагнитных волн являются движущиеся с ускорением электрические заряды, или, что то же самое, переменные электрические токи. Рассмотрим простейший источник электромагнитных волн — два разноименных электрических заряда, совершающих гармонические колебания с угловой частотой ω (рис. 56). *Такую систему называют колеблющимся электрическим диполем, а соответствующее электромагнитное излуче-*

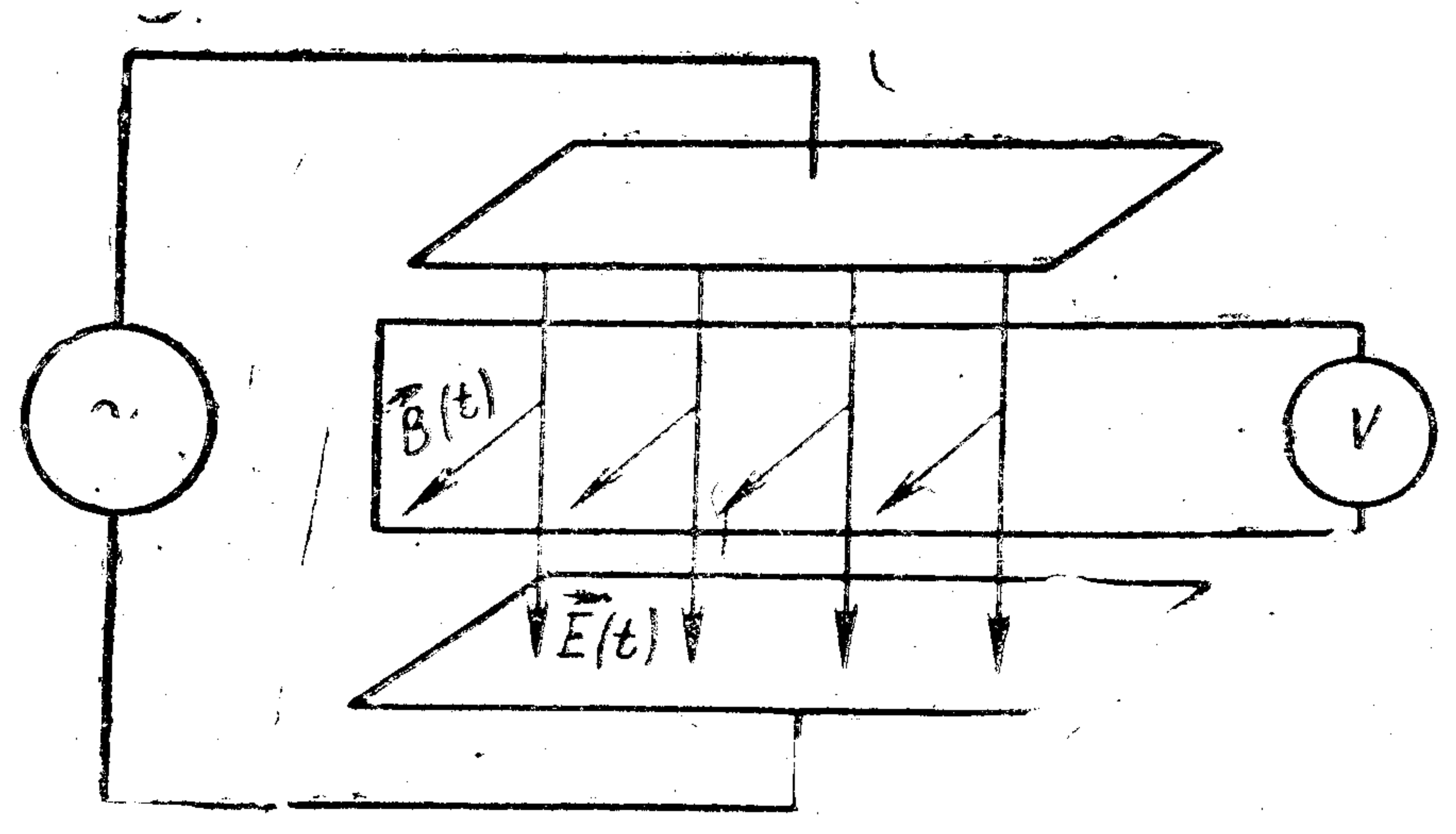


Рис. 55. Магнитное поле, возникающее при изменении электрического поля

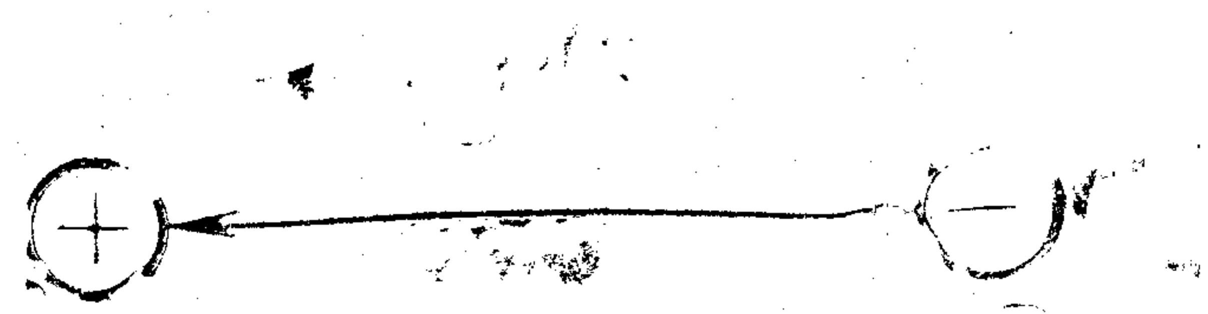


Рис. 56. Колеблющийся электрический диполь

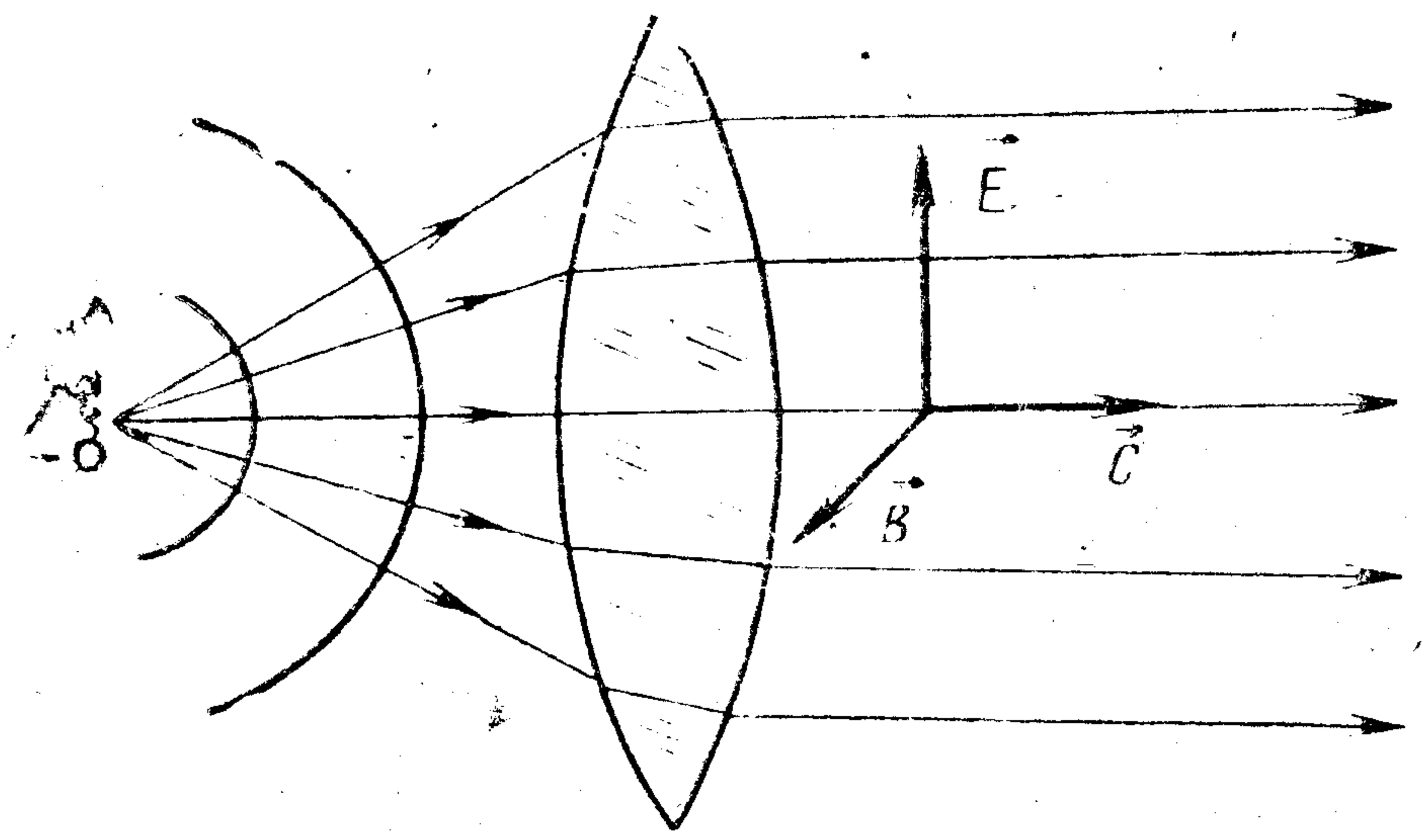


Рис. 57. Схема преобразования сферической электромагнитной волны в плоскую

ние — дипольным. Дипольное электромагнитное излучение наиболее часто встречается в природе и технике.

На большом расстоянии от диполя (значительно большем длины волны его излучения) электромагнитная волна диполя мало отличается от сферической. Сферическую волну можно преобразовать в плоскую, использовав для этого, например, линзу (рис. 57). Расчеты и опыт показывают, что в исходной сферической и полученной из нее плоской электромагнитной волне векторы напряженности электрического поля $\vec{E}$, индукции магнитного поля $\vec{B}$ и скорости волны $\vec{c}$ взаимно перпендикулярны, т. е. *электромагнитные волны поперечны.* Эти волны являются также монохроматическими, т. е. колебания в них происходят с частотой ω по гармоническому закону.

Напряженность электрического поля и индукции магнитного поля в плоской монохроматической волне, распространяющейся в направлении оси x

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos (\omega t - kx); \quad (2.130)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cos (\omega t - kx). \quad (2.131)$$

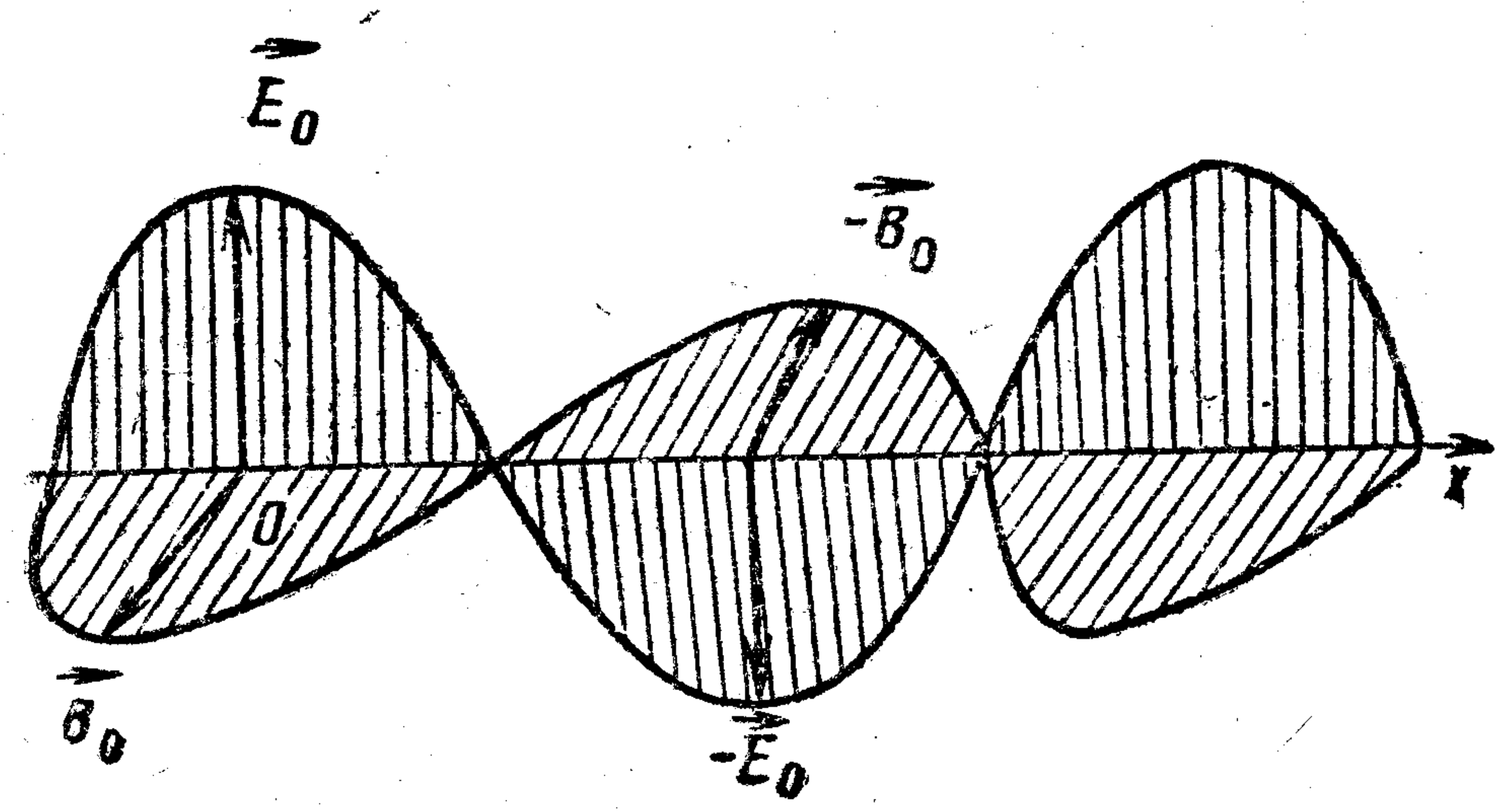


Рис. 58. Плоская монохроматическая электромагнитная волна

Здесь $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число ($\lambda = cT$ — длина волны, $T = 2\pi/\omega$ — период). На рис. 58 показано, как зависят $\vec{E}$ и $\vec{B}$ от x при $t=0$.

Контрольные вопросы

1. Какое поле возникает при изменении электрического поля?
2. Что такое электромагнитное поле?
3. Что такое электромагнитная волна?
4. Когда излучаются электромагнитные волны?
5. Что такое электрический диполь?
6. Какой вид имеет излучение диполя на большом расстоянии от него?
7. Как расположены векторы $\vec{E}$, $\vec{B}$ и скорости волны $\vec{c}$ в электромагнитной волне?
8. Как записывают плоскую монохроматическую электромагнитную волну, распространяющуюся в направлении оси x?

§ 2.18. Диапазоны электромагнитных волн. Поляризация

Свойства электромагнитных волн, особенно характер их взаимодействия с веществом, зависят от их частоты (длины волны). Основные диапазоны электромагнитных волн с указанием источников излучения приведены в табл. 1.

Поляризованной называют электромагнитную волну, в которой конец вектора напряженности электрического

Таблица 1

Название диапазона	Интервал длин волн, м	Основные источники волн данного диапазона
Радиоволны	10^3—10^{-3}	Передатчики радио и телестанций
Оптическое инфракрасное излучение	10^{-3}—10^{-6}	Атомы и молекулы вещества
Видимые глазом человека электромагнитные волны	$\sim 7\cdot 10^{-7}$—$4\cdot 10^{-7}$	То же
Оптическое ультрафиолетовое излучение	$3\cdot 10^{-7}$—10^{-9}	»
Жесткое излучение	$<10^{-9}$	Атомные ядра (гамма-излучение), тормозное излучение электронов, ускоренных в рентгеновских трубках и на ускорителях

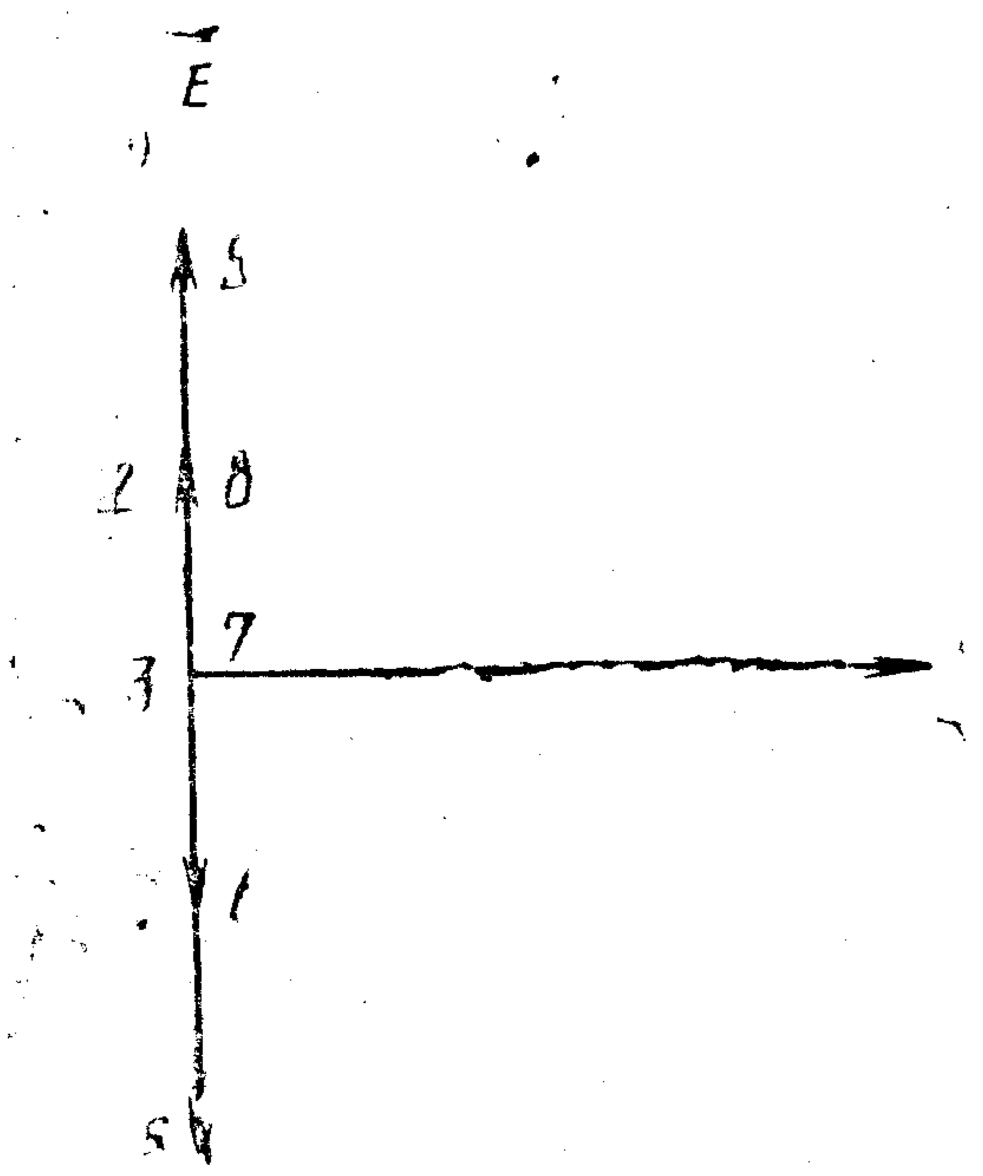


Рис. 59. Пример изменения величины и направления вектора напряженности электрического поля $\vec{E}(t)$ в поляризованной электромагнитной волне

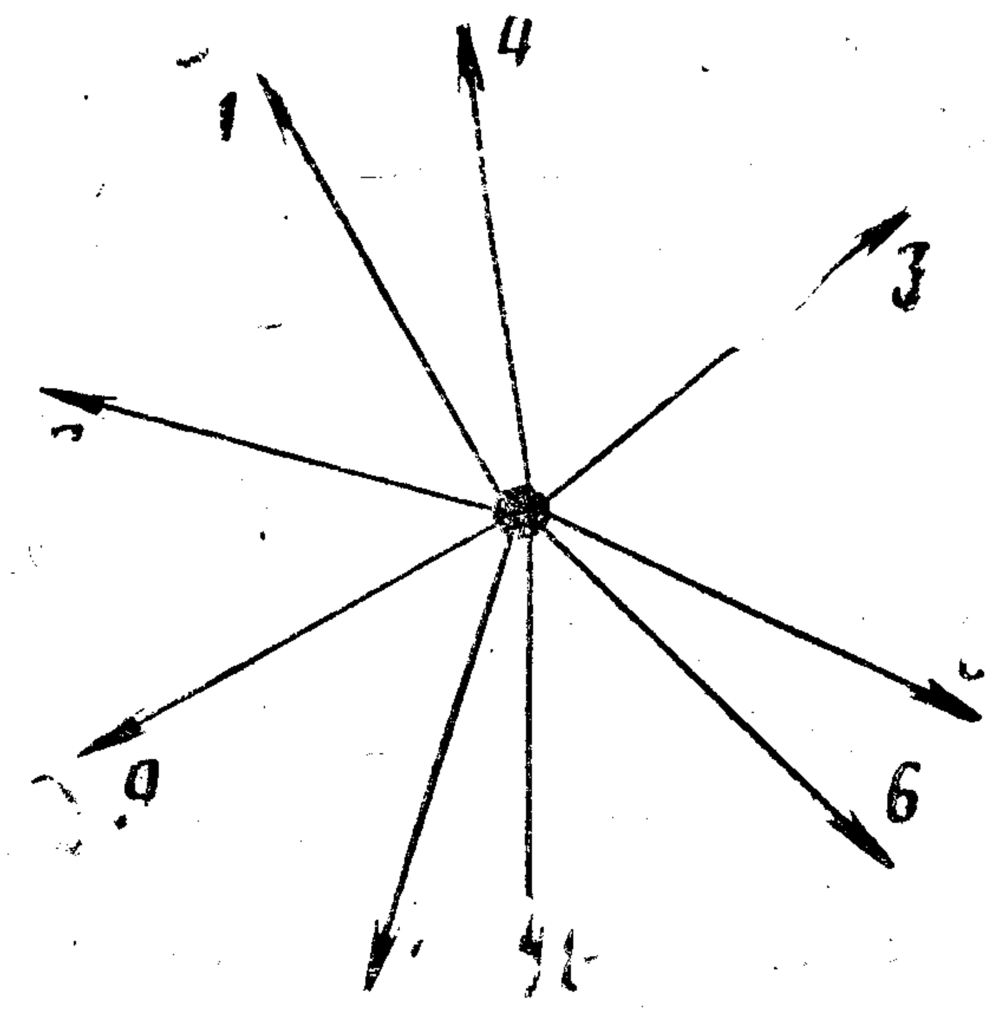


Рис. 60. Пример изменения направления вектора напряженности электрического поля $\vec{E}(t)$ в неполяризованной электромагнитной волне. Скорость волны перпендикулярна плоскости чертежа

поля в данной точке пространства движется по определенному закону. Наиболее распространенный вид поляризации — линейная. *В линейно поляризованной электромагнитной волне (ее также называют плоско-поляризованной) конец вектора напряженности совершает возвратно-поступательное движение вдоль прямой линии, перпендикулярной скорости (рис. 59).*

Определенным образом ориентированный электрический диполь излучает линейно поляризованные электромагнитные волны. Поэтому электромагнитные волны, излучаемые передающими станциями с помощью определенным образом ориентированных антенн-диполей, линейно поляризованы. Каждый атом вещества, не изменяющий ориентацию в процессе излучения, также испускает линейно поляризованную электромагнитную волну. Однако в данную точку пространства приходит излучение от большого числа случайно ориентированных атомов. Поэтому в данной точке пространства направление вектора напряженности электрического поля изменяется случайным образом (рис. 60). *Излучение, в котором направление вектора напряженности изменяется случайным образом, называют неполяризованным.*

Для получения поляризованного излучения из неполяризованного используются устройства, называемые поляризаторами. Когда такие же устройства применяют для анализа поляризованного света, их называют анализаторами. Эти приборы обладают важными общими свойствами:

1. Как бы ни был ориентирован вектор напряженности $\vec{E}$ на входе этого прибора ($\vec{E}_{вх}$) на выходе ($\vec{E}_{вых}$) он ориентирован определенным образом, а именно: он лежит в главной плоскости прибора (ГП) (рис. 61).

2. Если угол между вектором $\vec{E}_{вх}$ и главной плоскостью равен α, то на выходе прибора абсолютная величина напряженности равна

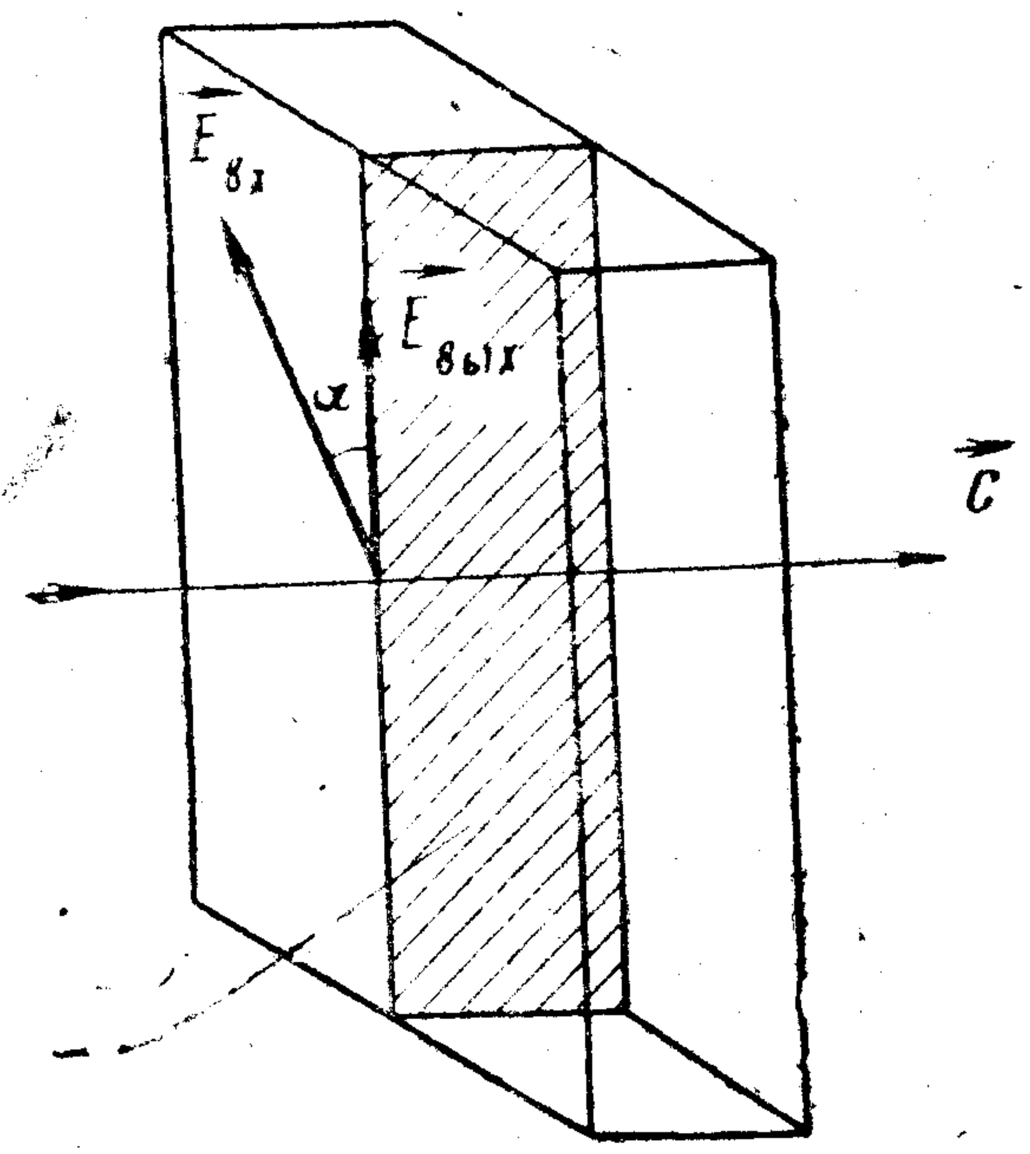


Рис. 61. Схема поляризатора

$$E_{вых} = E_{вх}\cos\alpha. \tag{2.132}$$

Из последнего выражения следует, что если $\alpha = 0$ ($\vec{E}_{вх} \parallel$ ГП), то проходит все излучение. Если же $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ($\vec{E}_{вх} \perp$ ГП), то излучение не проходит совсем.

Контрольные вопросы

1. Какие известны основные диапазоны электромагнитных волн?
2. Какая электромагнитная волна называется поляризованной, неполяризованной?
3. Как движется конец вектора напряженности электрического поля в линейно-поляризованной волне?
4. Почему излучение в оптическом диапазоне неполяризовано?
5. Какими свойствами обладают поляризаторы (анализаторы)?

§ 2.19. Распространение электромагнитных волн в веществе. Отражение и преломление на границе двух сред

В вакууме электромагнитные волны распространяются со скоростью света $c \cong 3 \cdot 10^8$ м/с. В веществе скорость волн уменьшается:

$$v = c/n, \tag{2.133}$$

где n — показатель преломления данной среды.

Показатель преломления показывает, во сколько раз скорость электромагнитных волн в среде меньше, чем в вакууме. Установлена связь между показателем преломления и диэлектрической (ε) и магнитной (μ) проницаемости среды:

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}. \tag{2.134}$$

Изменение скорости волн в среде приводит к изменению длины волны и волнового числа волны. Так как частота волны от среды не зависит (она равна частоте источника), то длина волны в среде связана с длиной волны в вакууме выражением

$$\lambda_{\text{ср}} = vT = (Tc/n) = \lambda/n, \tag{2.135}$$

т. е. длина волны в среде уменьшается. Поскольку волновое число обратно пропорционально длине волны, оно в среде возрастает

$$k_{\text{ср}} = (2\pi/\lambda_{\text{ср}}) = (2\pi n/\lambda) = kn. \tag{2.136}$$

Опыт показывает, что на границе двух сред с разными показателями преломления электромагнитная волна частично отражается, а частично проходит через границу, изменяя свое направление (преломляется). Так как теория этого явления весьма сложна, ограничимся, в основном, результатами опытов. Где это будет возможно, дадим необходимые пояснения. Плоскую волну, падающую на границу раздела, а также соответствующие отраженную и преломленные волны будем изображать с помощью лучей и перпендикулярных к ним волновых фронтов. Ход лучей и положение волновых фронтов падающей и преломленной волн в последовательные моменты времени показаны на рис. 62. Из рис. 62 видно, что все лучи на границе раздела ведут себя одинаково. К такому же выводу приводит построение для падаю-

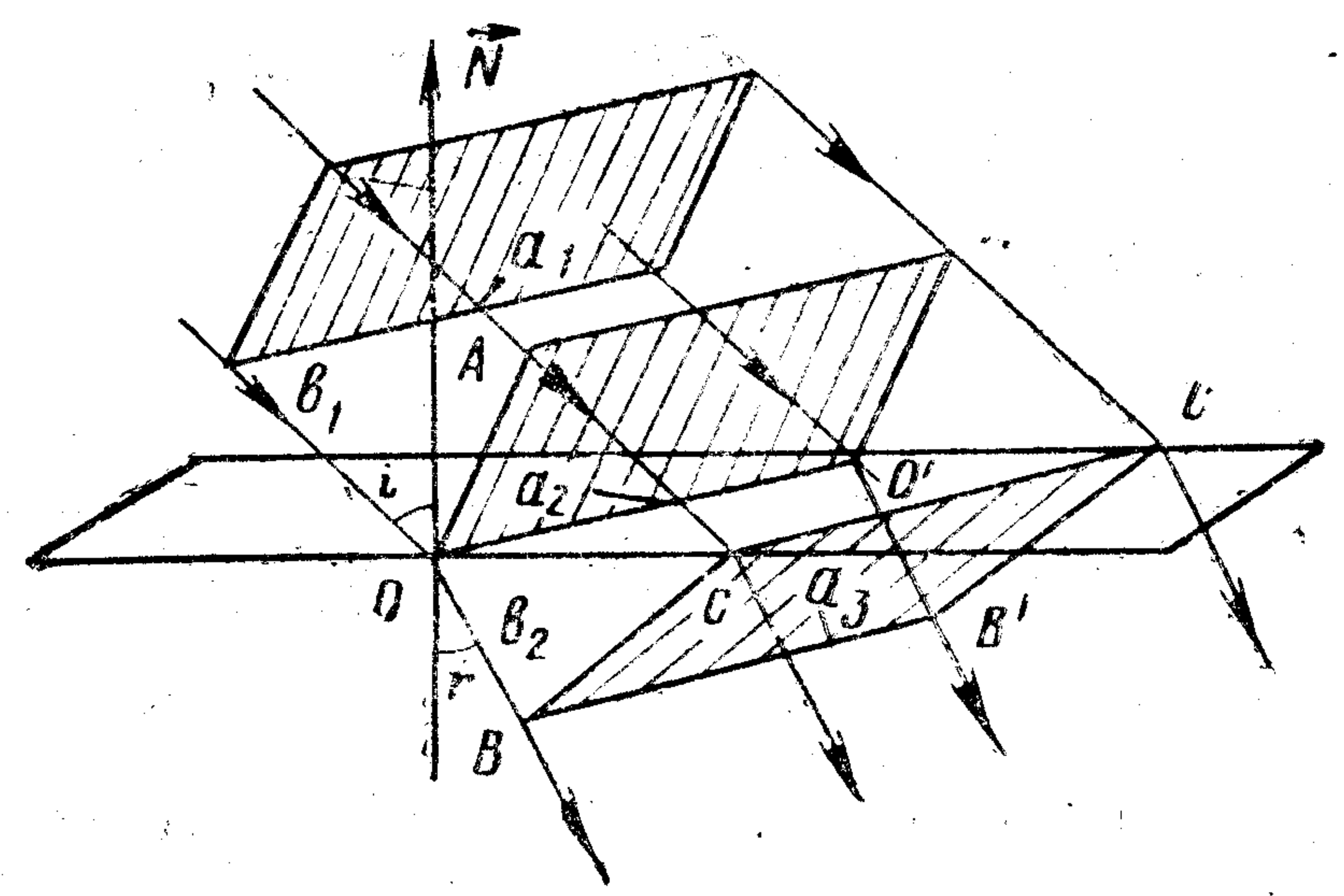


Рис. 62. Преломление и отражение электромагнитных волн

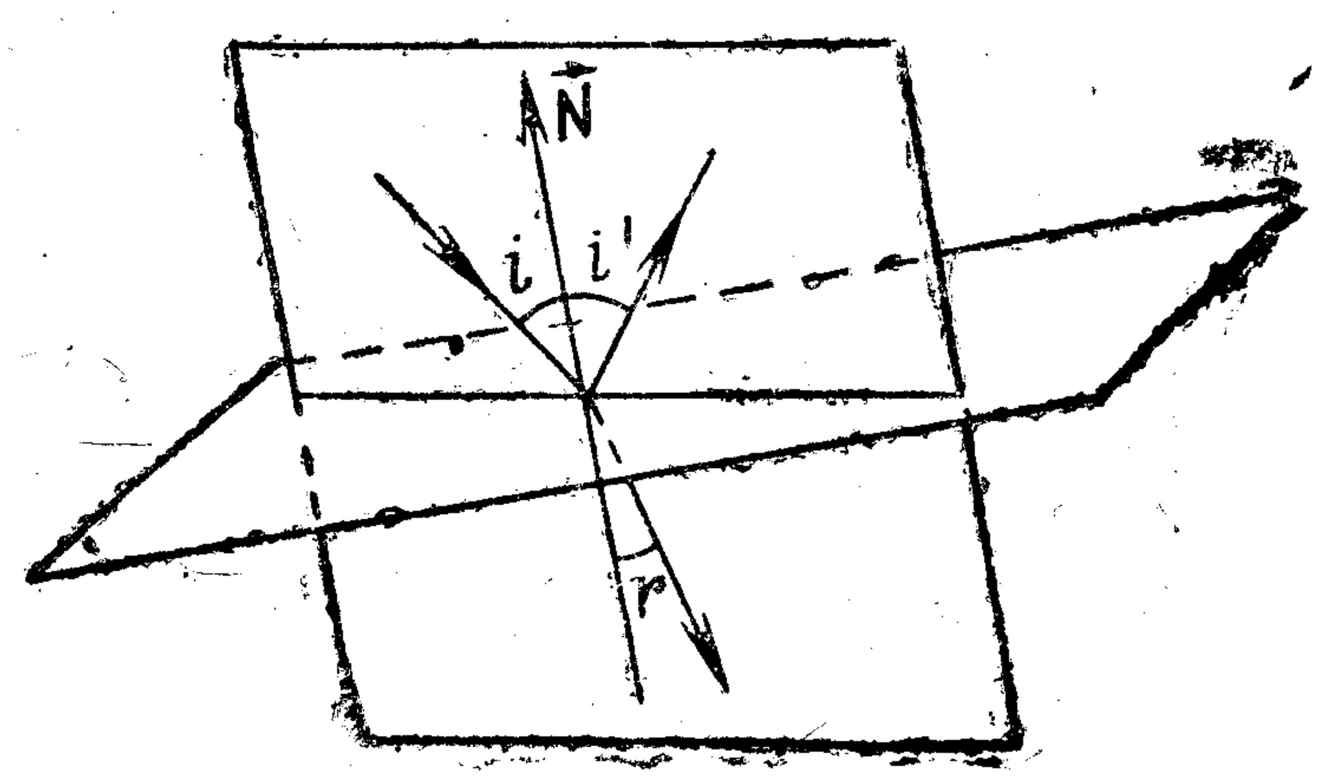


Рис. 63. Ход лучей при отражении и преломлении

щей и отраженной волн. Поэтому при формулировке законов отражения и преломления можно ограничиться одним из лучей (рис. 63). Из точки отражения (преломления) луча на границе двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 восстановим нормаль $\vec{N}$. Углами падения (i), отражения (i') и преломления (r) назовем углы между нормалью и соответствующими лучами. Используя эти понятия, сформулируем законы отражения и преломления:

1. *Лучи падающей, отраженной и преломленной волн лежат в одной плоскости с нормалью* $\vec{N}$.

2. *Угол падения равен углу отражения*

$$i = i'. \tag{2.137}$$

3. *Синус угла падения относится к синусу угла преломления также, как показатель преломления второй среды к показателю преломления первой*

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{2.138}$$

Если $r = \pi/2$, ($n_1 > n_2$), то преломленный луч направлен вдоль границы раздела двух сред (полное внутреннее отражение).

Поясним закон преломления (закон отражения объясняется сходным образом). Докажем сначала, что лучи падающей и преломленной волн лежат в одной плоскости с нормалью, проведенной к границе раздела из точки преломления. Обратимся для этого к рис. 62. Пересекающиеся в точке преломления прямые b_1 и b_2 (падающий и преломленный лучи) перпендикулярны к лежащей на волновом фронте прямой a_2. Эта прямая лежит в плоскости, разделяющей среды. Следовательно, она перпендикулярна к нормали $\vec{N}$. Все пересекающиеся прямые, перпендикулярные данной, лежат в одной плоскости. Поэтому падающий и преломленный лучи лежат в одной плоскости с нормалью $\vec{N}$.

Докажем теперь, что синусы углов падения и преломления относятся друг к другу также, как показатель преломления второй среды к показателю преломления первой. Движущаяся в среде электромагнитная волна вызывает колебания зарядов атомов вещества. Это приводит к образованию вторичных сферических электро-

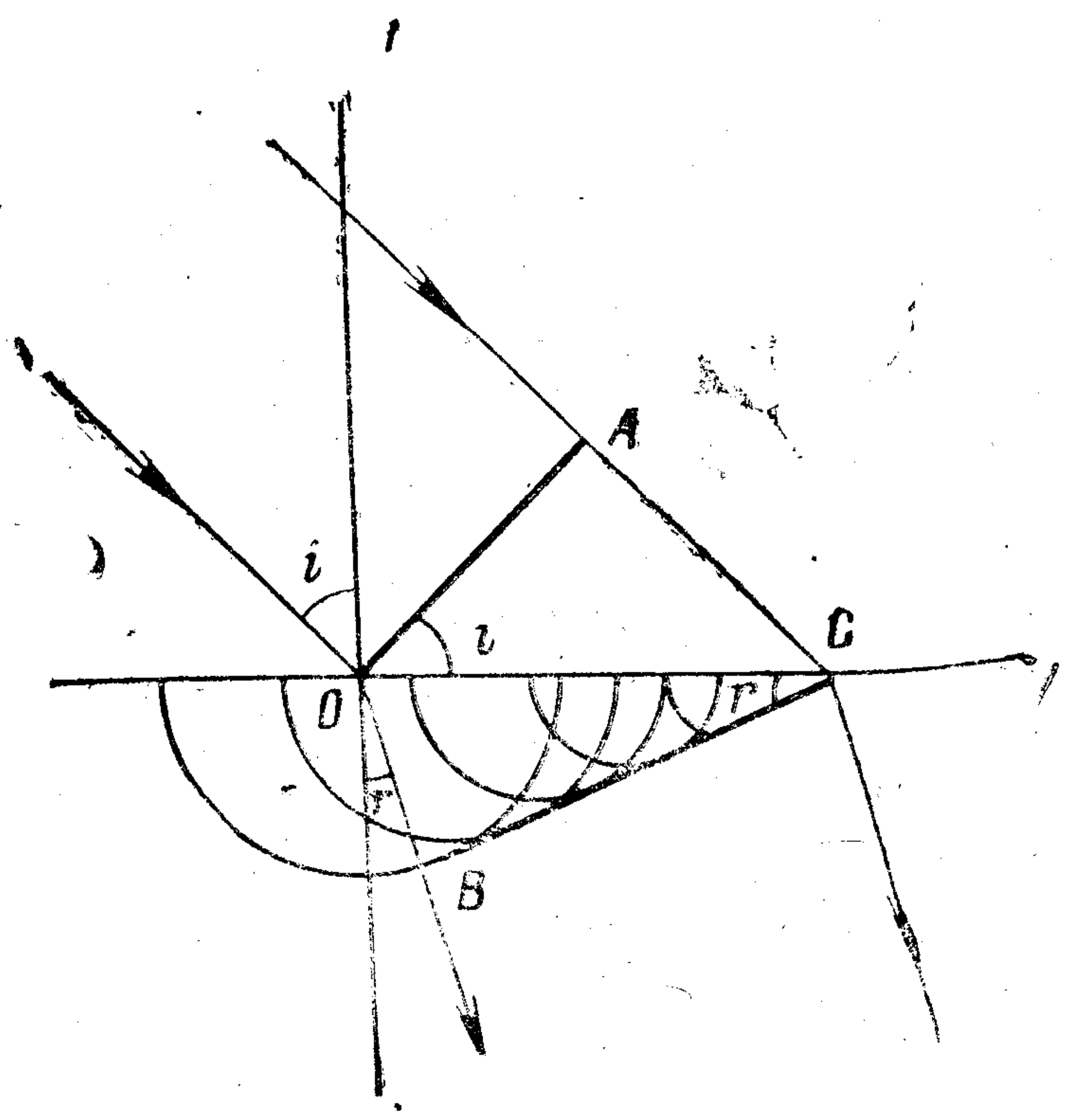


Рис. 64. К расчету преломления электромагнитных волн

магнитных волн. В средах с показателями преломления n_1 и n_2 скорости этих волн равны $v_1 = (c/n_1)$ и $v_2 = (c/n_2)$. Разные скорости волн приводят к тому, что на границе раздела двух сред направление распространения волны изменяется. Найдем количественное выражение для этого изменения. Вернемся для этого к рис. 62, из которого видно, что участок волнового фронта $OAA'O$ полностью переходит из первой среды во вторую за время

$$t = AC/v_1. \tag{2.139}$$

За время t из точек, расположенных на OO', во вторую среду распространяются вторичные волны на расстояние

$$R_2 = OB = v_2 t. \tag{2.140}$$

Для точек, расположенных между OO' и CC', эти расстояния заключены между R_2 и O. В проекции на плоскость, содержащую падающий и преломленный лучи и нормаль N, вторичные волны представляются окружностями постепенно уменьшающихся радиусов (рис. 64). Постулируем, что волновой фронт плоской преломленной волны совпадает с плоскостью, касательной к волновым фронтам вторичных сферических волн. На рис. 64 этот фронт совпадает с отрезком BC. Треугольники OAC и OCB прямоугольные с общей гипотенузой, равной

$$OC = \frac{AC}{\sin i} = \frac{OB}{\sin r}, \tag{2.141}$$

тогда

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{AC}{OB} = \frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{2.142}$$

Контрольные вопросы

1. Как изменяется скорость электромагнитных волн в среде по сравнению со скоростью в вакууме?
2. Что означает показатель преломления и как он связан с электрическими и магнитными свойствами среды?
3. Каз изменяются в среде частота, длина волны и волновое число электромагнитной волны?
4. Как формулируют законы преломления и отражения?
5. Как образуются вторичные волны при распространении электромагнитной волны в среде?

§. 2.20. Дисперсия

Дисперсией называют зависимость показателя преломления вещества от частоты электромагнитной волны. В широких интервалах частот электромагнитных волн показатель преломления растет с увеличением частоты. Такую дисперсию называют нормальной. Вблизи частоты, совпадающей с частотой собственных колебаний зарядов в атомах вещества зависимость от частоты становится иной — показатель преломления уменьшается при увеличении частоты. Такую дисперсию называют аномальной.

Нормальную дисперсию используют в оптических приборах для анализа частотного состава электромагнитных волн. Для этого параллельный пучок излучения направляется на призму (рис. 65). Испытав различное преломление, электромагнитные волны разной частоты отклоняются на различные углы относительно направления первоначального пучка.

Опыты с пучками излучения оптического диапазона показывают, что волны с большей частотой (синяя часть спектра) отклоняются на большие углы, чем волны меньшей частоты (красная часть спектра). Монохроматическая волна, отклоняясь в призме, изображается на экране в виде узкой полоски (спектральной линии). Оптические прибоы для анализа спектрального состава излучения называют монохроматорами, так как в этих приборах электромагнитная волна сложного состава разделяется на монохроматические волны различной частоты.

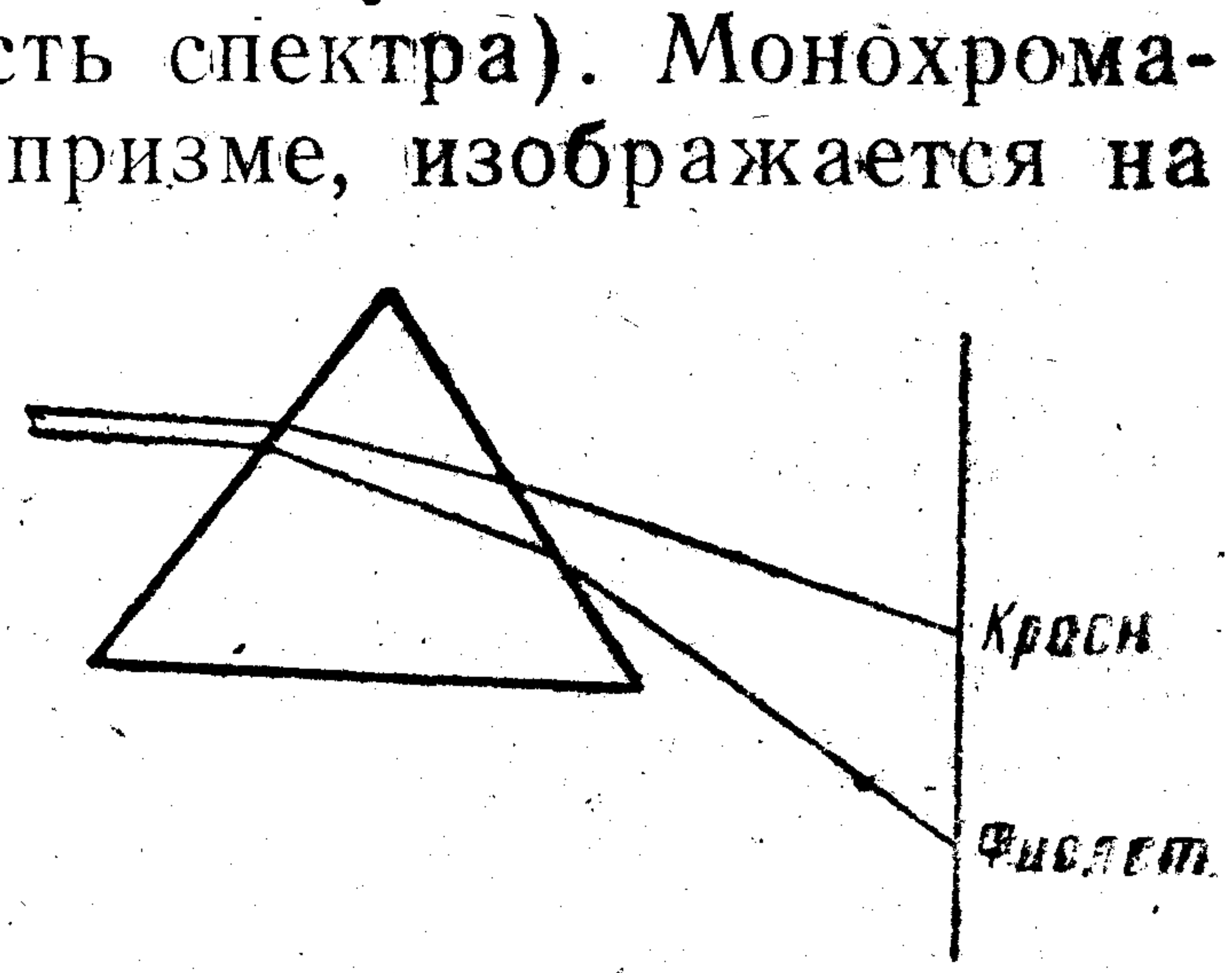


Рис. 65. Дисперсия электромагнитных волн

Контрольные вопросы

1. Что такое дисперсия?
2. Какую дисперсию называют нормальной и аномальной?
3. Как отклоняются призмой электромагнитные волны различной частоты?
4. Что такое монохроматор?

§ 2.21. Интерференция электромагнитных волн оптического диапазона

Как и другие волны, электромагнитные волны могут складываться, интерферировать. Однако, если интерференцию, например, морских волн легко наблюдать невооруженным глазом, то для наблюдения интерференции электромагнитных волн оптического диапазона необходимо использовать различные оптические инструменты. Это связано с тем, что различные атомы светящихся тел излучают некогерентные волны (исключением являются специальные физические приборы — лазеры). Складываясь в пространстве, эти волны дают картину интерференции, которая изменяется с огромной частотой — ($\nu \sim 10^{15}$ $с^{-1}$). Поэтому при наблюдении поверхность, освещенная некогерентными источниками (например, двумя электрическими лампами) представляется неизменяющейся во времени и не имеющей максимумов и минимумов интерференции.

Устройства, используемые в оптике для наблюдения интерференции, обладают общим свойством. В этих устройствах каждая электромагнитная волна разделяется на несколько электромагнитных волн. Очевидно, волны составляющие часть первоначальной волны, когерентны друг другу. Пройдя расстояния, величина которых определяется экспериментальным устройством, эти волны складываются друг с другом. Полученная таким образом картина интерференции не зависит от времени и может наблюдаться невооруженным глазом или с помощью приборов, увеличивающих изображение.

Две когерентные световые волны можно получить, направив плоскую монохроматическую волну на экран, в котором прорезаны параллельно друг другу две длинные узкие щели (опыт Юнга, рис. 66). Экран для наблюдения интерференции располагается на расстоянии, значительно превышающем расстояние между щелями: $L \gg d$. Будем также считать, что длина каждой щели

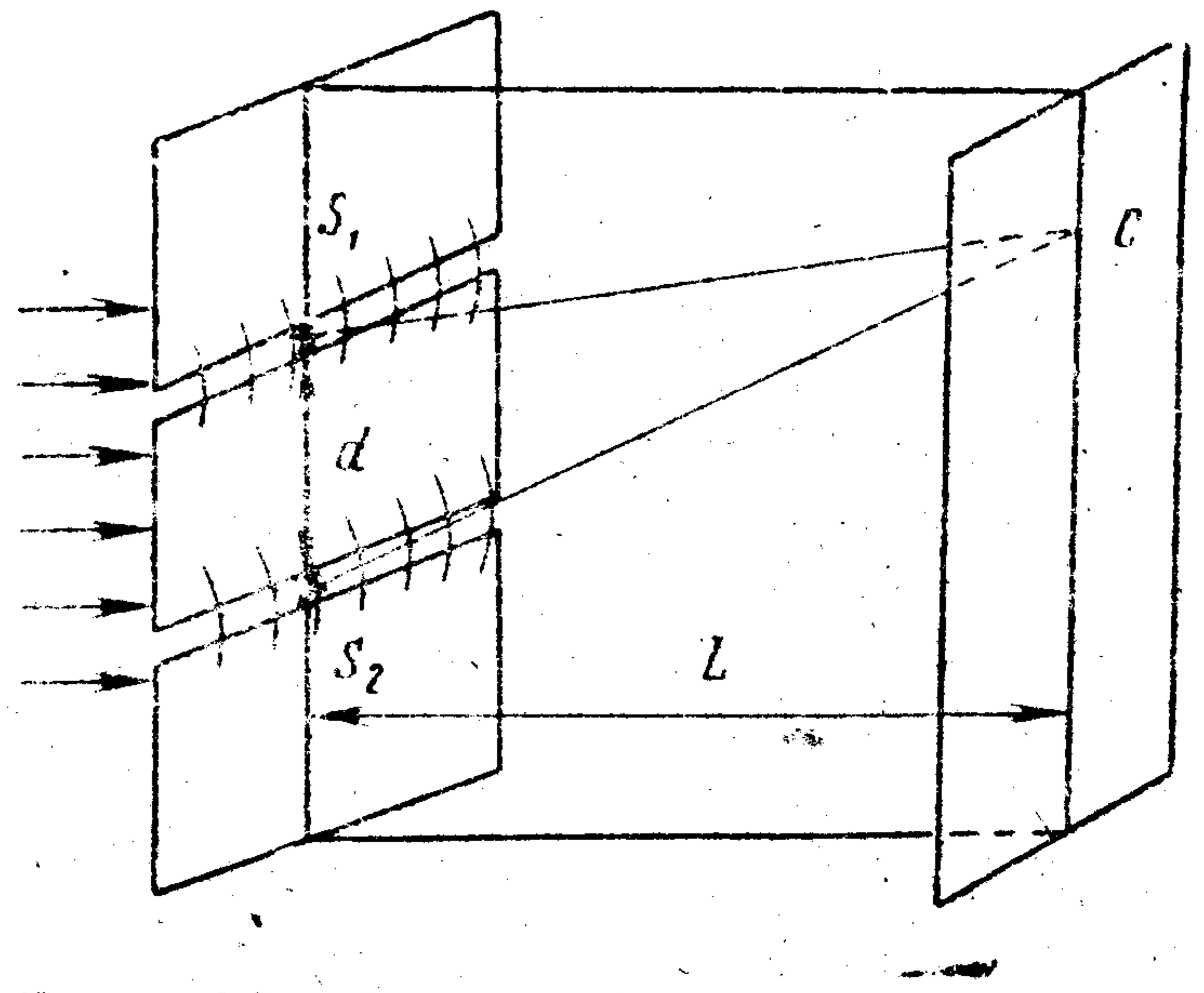


Рис. 66. Опыт Юнга

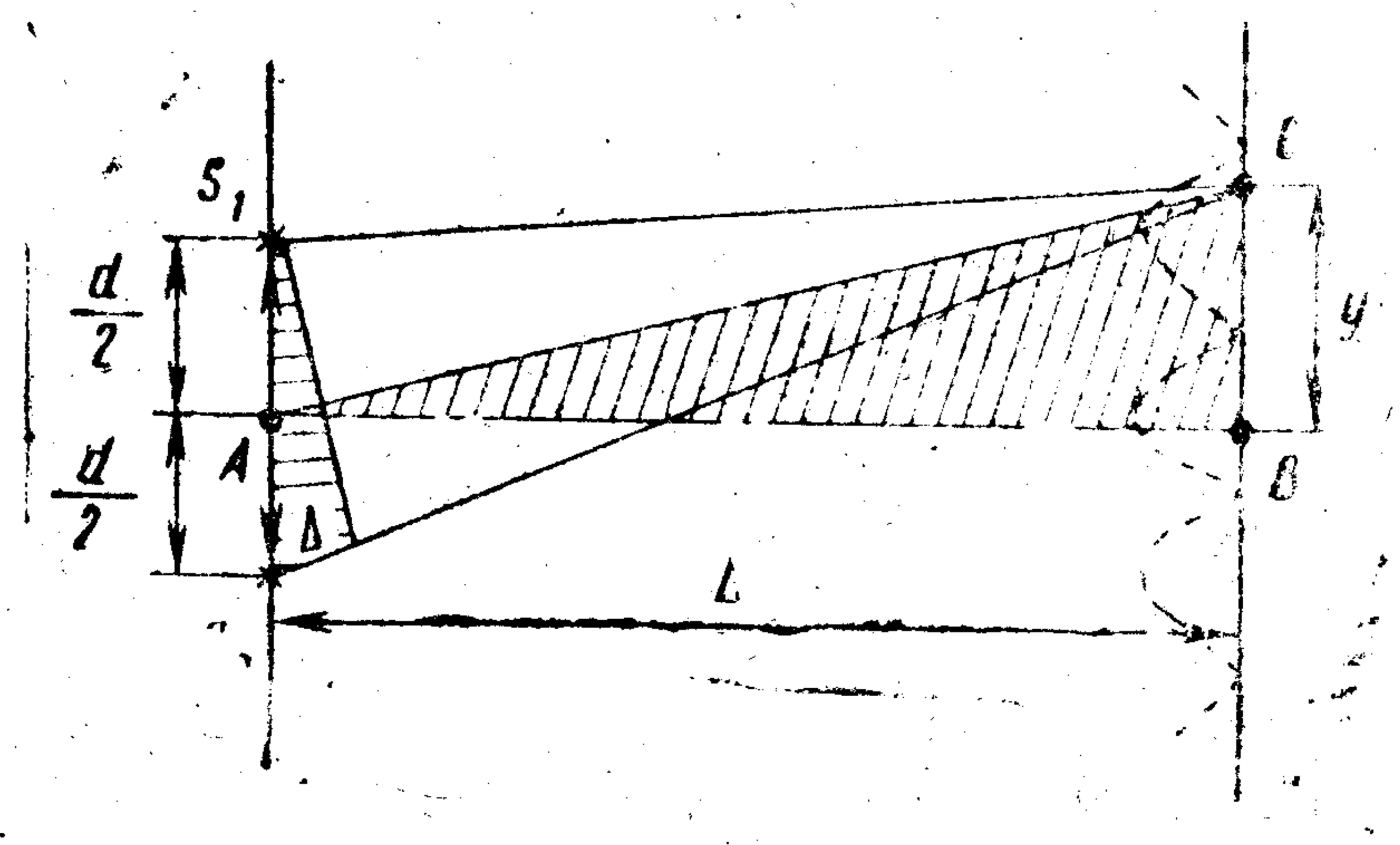


Рис. 67. К расчету интерференции в опыте Юнга

велика, а ширина, по сравнению с длиной очень мала. Это позволяет каждую щель считать длинным прямолинейным источником электромагнитных волн. Такой источник, как показывают расчеты, излучает волну, близкую к цилиндрической. Поэтому на любой из плоскостей, перпендикулярных к экранам картина интерференции одинакова и совпадает с рассмотренной в § 1.20 картиной интерференции двух точечных когерентных источников. Как было доказано в этом параграфе при разности хода $\Delta = k\lambda$ наблюдаются максимумы интерференции, а при $\Delta = (2k+1)\lambda/2$, $(k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$ — минимумы. Из рис. 67 видно, что при $L \gg d$ треугольники, выделенные горизонтальной и вертикальной штриховкой, практически подобны. Из подобия следует

$$\frac{\Delta}{d} = \frac{y}{L}, \quad y = \Delta\,\frac{L}{d}. \qquad (2.143)^*$$

При $\Delta=0$ и, следовательно $y=0$ наблюдается центральный максимум интерференции. Продвигаясь например, вверх по экрану, мы попадем в точку, для которой $\Delta = \lambda/2$. В этой точке расположен минимум интерференции. Продолжая рассуждения дальше и переходя к объемной картине, получим, что картина интерференции на экране имеет вид параллельных друг другу полос.

Интерференцию электромагнитных волн оптического диапазона можно также наблюдать, направляя плоскую монохроматическую волну на прозрачную пластинку (рис. 68). Первичная электромагнитная волна разделяется на внешней, по отношению к волне и наблюдателю поверхности на две волны — отраженную и прошедшую. На второй поверхности прошедшая волна также частич-

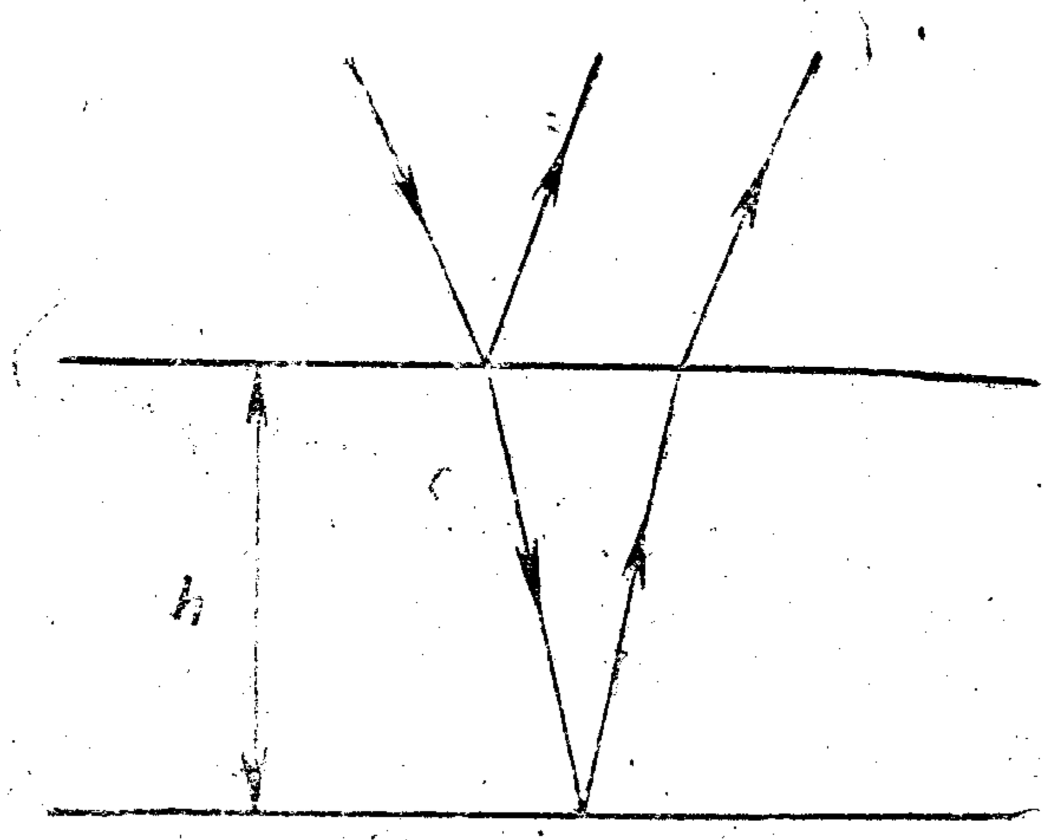


Рис. 68. Интерференция в прозрачной пластине

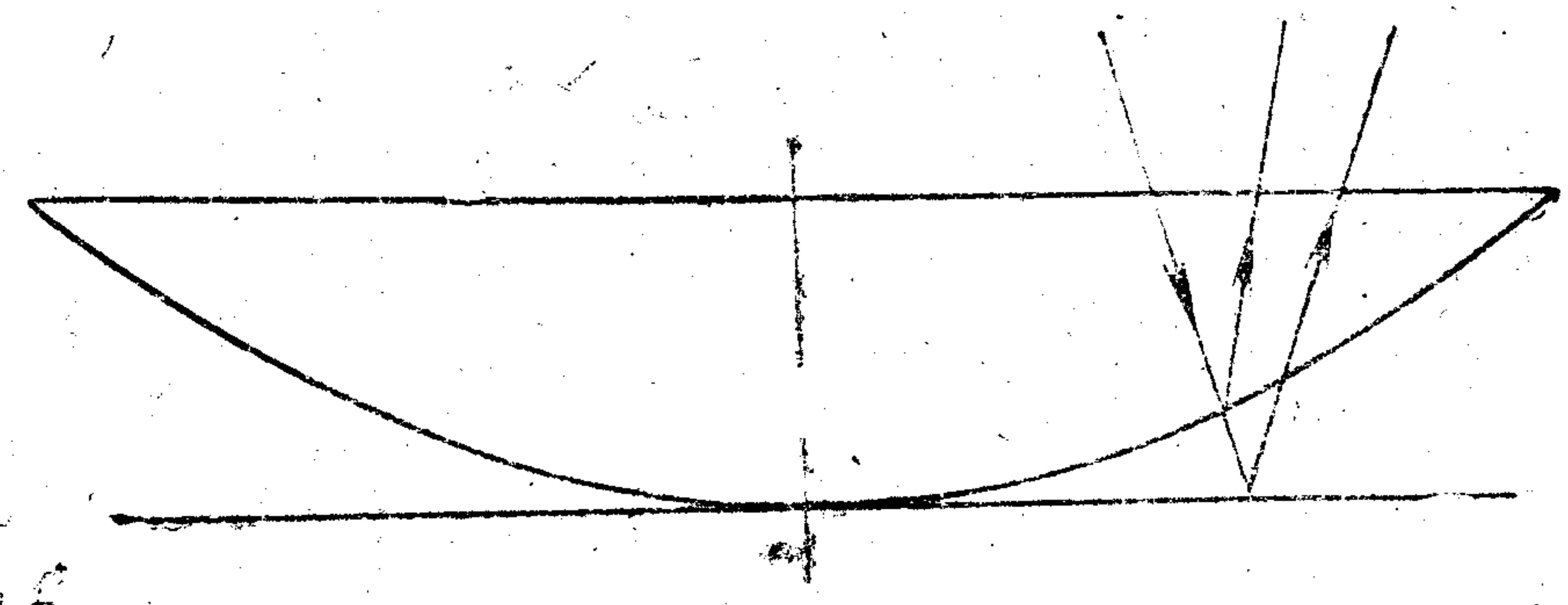


Рис. 69. Интерференция при образовании колец Ньютона

но отражается и частично проходит. Наблюдатель, находящийся по одну сторону с источником, видит волны, отраженные от верхней и нижней поверхностей пластины. Эти волны когерентны. Если они перпендикулярны к поверхности пластины, то, как показывает опыт, разность хода этих волн равна:

$$\Delta = 2hn + \lambda/2. \qquad (2.144)^*$$

Толщину пластины можно подобрать так, чтобы $\Delta = k\lambda$. Тогда пластина будет представляться наблюдателю ярко освещенной. Напротив, при $\Delta = (2k + 1)\lambda/2$ наблюдатель ее не увидит (пластина-невидимка).

Если падающая на пластину волна немонохроматична, то некоторые электромагнитные волны, длина волны которых, удовлетворяют условию (2.144) будут усиливаться. Волны с другой длиной волны будут усиливаться меньше или же ослабляться. Именно этим оптическим явлением обусловлены цвета тонких пленок (например, бензина) на поверхности волны.

Приложив плоскую пластину к линзе, можно также наблюдать устойчивую картину интерференции. В этом случае интерферируют волны, отраженные от нижней поверхности линзы и верхней поверхности пластины (рис. 69). На практике их лучи почти параллельны. Поскольку картина интерференции симметрична относительно перпендикуляра, восстановленного к пластине из точки касания с линзой, она имеет вид чередующихся кольцеобразных максимумов и минимумов (кольца Ньютона).

Контрольные вопросы

1. Почему нельзя наблюдать картину интерференции от некогерентных источников света?

2. Какова главная особенность оптических устройств, используемых для получения устойчивой картины интерференции от некогерентных источников света?

3. Какие волны образуются при падении плоской волны на две узкие длинные щели?

4. Какой вид имеет картина интерференции в опыте Юнга?

5. Интерференция каких волн наблюдается в опытах с плоской прозрачной пластиной?

6. Как наблюдать кольца Ньютона?

7. От каких поверхностей отражаются интерферирующие волны?

§ 2.22. Дифракция. Дифракционная решетка

Дифракция — огибание волнами препятствий. С этим явлением мы уже столкнулись, рассматривая опыт Юнга. Падающая на щель электромагнитная волна не давала на экране резкого изображения щели, а распространялась за пределы этого изображения (рис. 70). Опыты показывают, что при дифракции на длинной щели шириной b волна отклоняется от первоначального направления на угол

$$\theta \sim \lambda/b. \qquad (2.145)$$

Следовательно, *дифракцией на препятствии можно пренебречь, если размеры препятствия значительно больше длины волны излучения.* В этом случае можно считать, что волна распространяется прямолинейно.

Раздел оптики, в котором не учитываются дифракция и лучи электромагнитных волн имеют вид прямых линий, называют геометрической оптикой. Свойство дифракции широко применяют в различных оптических приборах. Одним из таких приборов является дифракционная решетка, которая состоит из большого числа параллельных щелей, расположенных друг от друга на

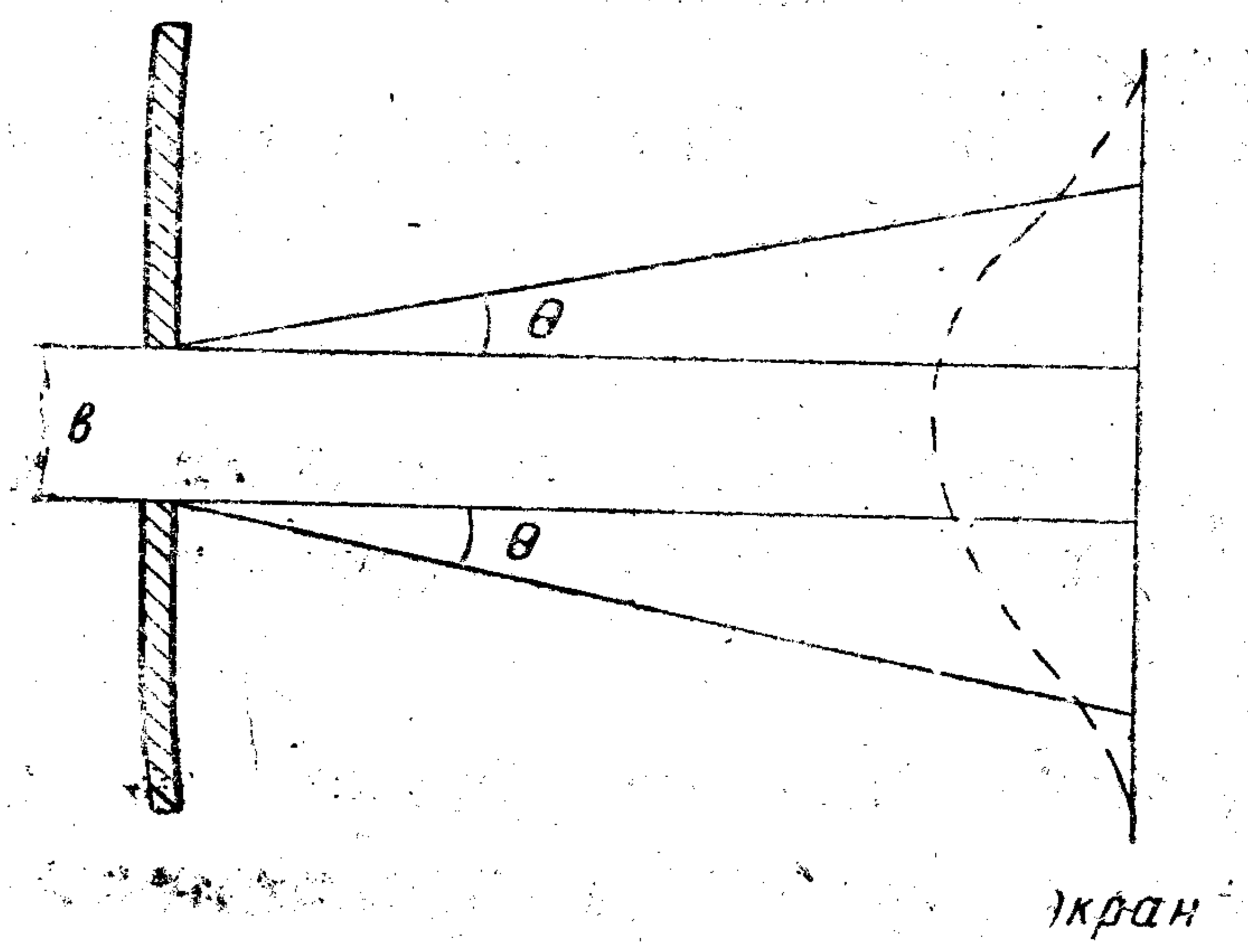


Рис. 70. Дифракция на щели

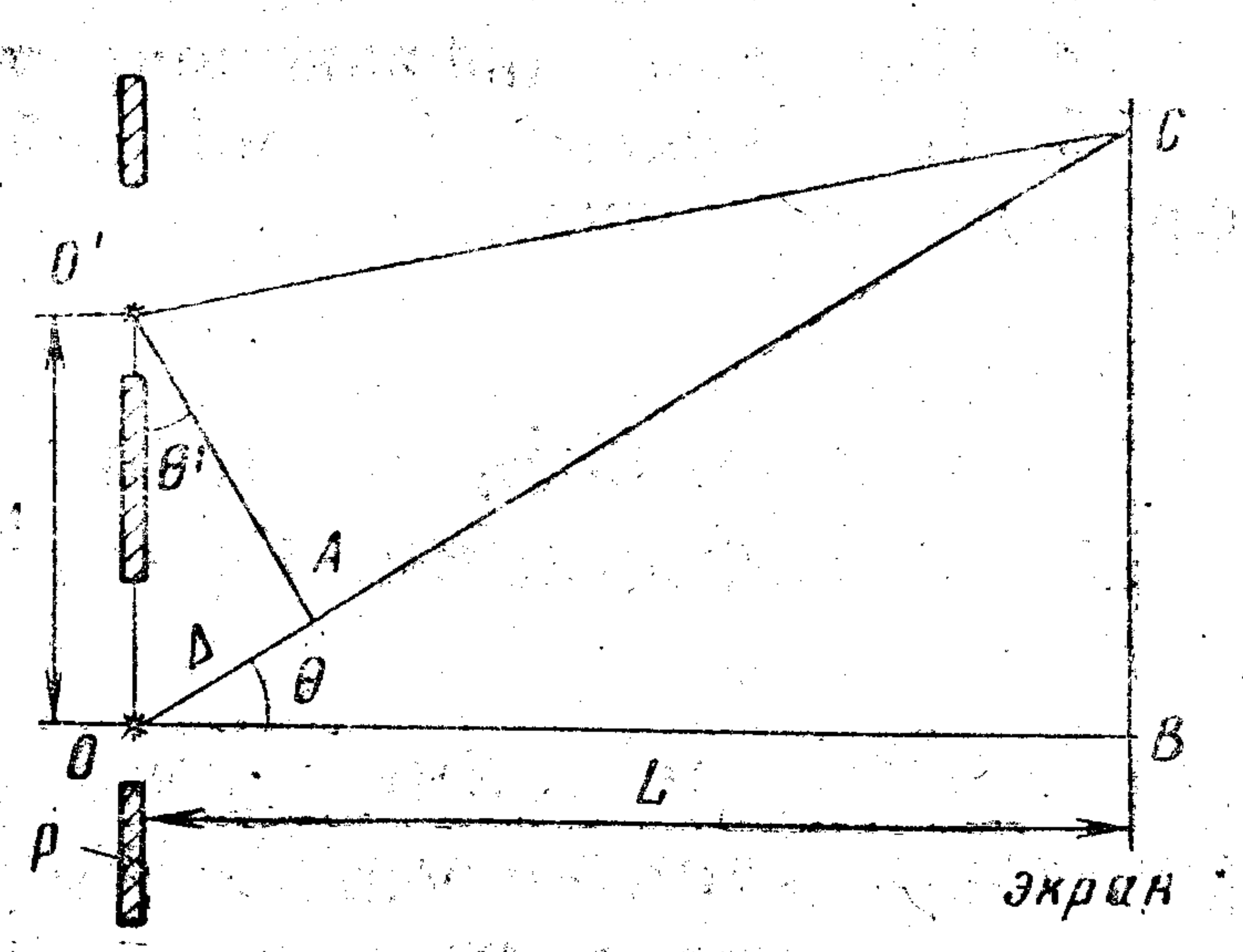


Рис. 71. К расчету дифракции на дифракционной решетке

одинаковых расстояниях. Наименьшее расстояние, на котором структура решетки повторяется, называют периодом (постоянной) решетки. Расчет полной картины дифракции на дифракционной решетке является сложной задачей. Мы ограничимся упрощенным расчетом, позволяющим определить направление главных максимумов дифракции. Рассмотрим для этого небольшую часть решетки P (рис. 71). Выберем в соседних щелях два точечных излучателя электромагнитных волн O и O', находящихся друг от друга на расстоянии, равном периоду решетки. Если постоянная решетки много меньше расстояния от решетки до экрана ($d \ll \mathrm{L}$), то, как видно из рис. 71, треугольники $OO'A$ и OCB можно считать подобными и $\theta \cong \theta'$, а

$$\Delta = d \sin \theta, \qquad (2.146)$$

где θ — угол, под которым, относительно первоначального направления, наблюдается на экране дифракция.

Источники O и O' когерентны. Поэтому максимумам интерференции волн, испускаемых этими источниками, соответствует разность хода $\Delta = k\lambda$ (здесь $k=0, 1, 2, \ldots$). Следовательно, максимумы интерференции наблюдаются под углами θ, удовлетворяющими соотношению

$$d \sin \theta = k\lambda. \qquad (2.147)$$

Эти максимумы дифракции называют главными.

Контрольные вопросы

1. Что такое дифракция?
2. На какой угол отклоняется волна от первоначального направления при дифракции на щели?
3. Что является предметом геометрической оптики?
4. Что такое дифракционная решетка?
5. Под какими углами наблюдаются главные максимумы дифракционной решетки?

§ 2.23. Общий метод описания интерференции и дифракции. Принцип Гюйгенса — Френеля

Точное решение даже самых простых задач по дифракции электромагнитных волн связано с применением сложных математических методов. Большие трудности возникают также при расчетах дифракции волн в твердых телах, жидкостях и газах. Однако качественно, а во многих случаях и количественно, картину дифракции можно объяснить, пользуясь упрощенным методом расчета, основанным на принципе Гюйгенса — Френеля. В методе используются общие свойства волновых процессов, независящие от природы волн и конкретного механизма их возникновения и распространения в среде. *Общие свойства волновых процессов, согласно принципу Гюйгенса — Френеля, состоят в следующем:*

1. *Каждая точка, до которой дошла волна, становится источником малых когерентных сферических волн. Эти волны называют элементарными.*

2. *Энергия, переносимая этими волнами, зависит от направления. Наибольшая энергия переносится в направлении первичной волны. В противоположном направлении энергия не переносится.*

3. *Новое положение волнового фронта первичной волны является огибающей элементарных волн.*

4. *Колебания, возбужденные в данной точке пространства различными волнами, складываются независимо, не возмущая друг друга.* Например, при сложении двух электромагнитных волн, напряженности электрического поля которых в точке $\vec{r}$ в момент времени t равны $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ и $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$, возникает колебание $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Пользуясь принципом Гюйгенса — Френеля, нетрудно объяснить, например, как распространяется плоская волна. Из рис. 72 видно, что огибающая элементарных волн является плоскостью, т. е. при распространении волны форма волнового фронта AB сохраняется. Видно также, что возникают две волны, одна из которых A_1B_1 распространяется в первоначальном направлении, а другая — A_2B_2 — в противоположном. Однако, из п. 2 прин-

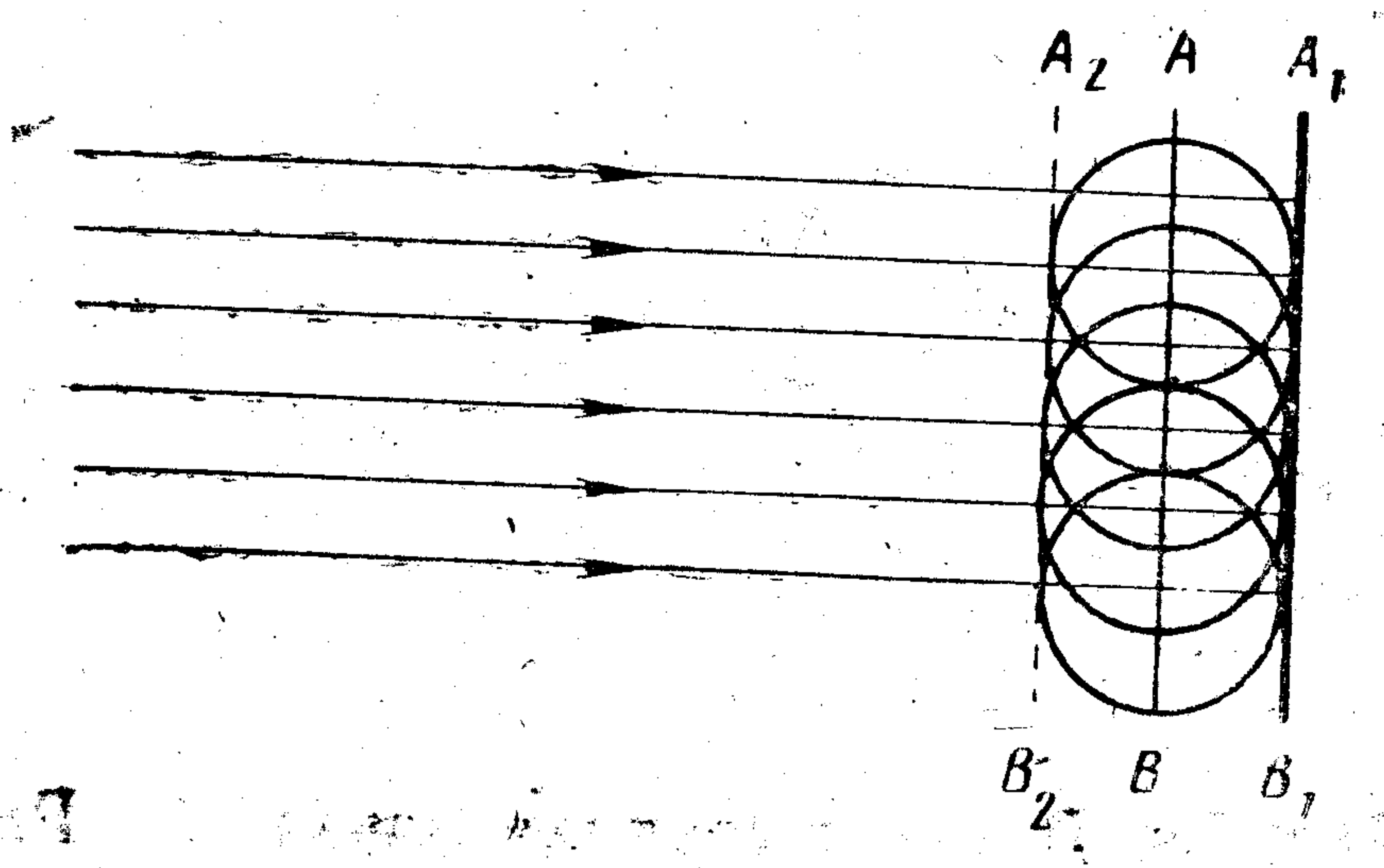


Рис. 72. Схема распространения плоской волны по принципу Гюйгенса — Френеля

ципа Гюйгенса — Френеля следует, что волна, распространяющаяся в противоположном направлении, энергии не переносит, и её можно не учитывать.

Контрольные вопросы

1. Какие волны согласно принципу Гюйгенса — Френеля возникают на волновом фронте первичной волны?
2. Какая энергия переносится элементарными волнами в различных направлениях?
3. Как находится новое положение волнового фронта первичной волны?
4. Как складываются колебания, вызванные различными элементарными волнами?
5. Почему, применяя метод Гюйгенса — Френеля, не следует учитывать волну, распространяющуюся противоположно первоначальной?

§ 2.24. Геометрическая оптика. Действительные изображения. Формула тонкой линзы

В геометрической оптике дифракцией пренебрегают, а лучи волн считают прямыми линиями. Геометрическая оптика используется для построения изображений в зеркалах и линзах. Если изображение объекта может быть получено на экране, то такое изображение называют действительным. Действительные изображения получают с помощью линз. Линза — оптический инструмент, изготовленный из оптически прозрачного материала, например стекла. *Объем, занимаемый линзой, ограничен двумя сферическими и одной цилиндрической поверхностями (рис. 73 и 74, где R_1 и R_2 радиусы сфер, а ρ — радиус прямого цилиндра). Линия, проходящая через центры сфер — главная оптическая ось. Если наибольшая толщина линзы много меньше радиусов сфер, линзу называют тонкой. Оптический центр линзы — точка, расположенная на главной оптической оси посередине между поверхностями линзы. Прямую, проходящую через*

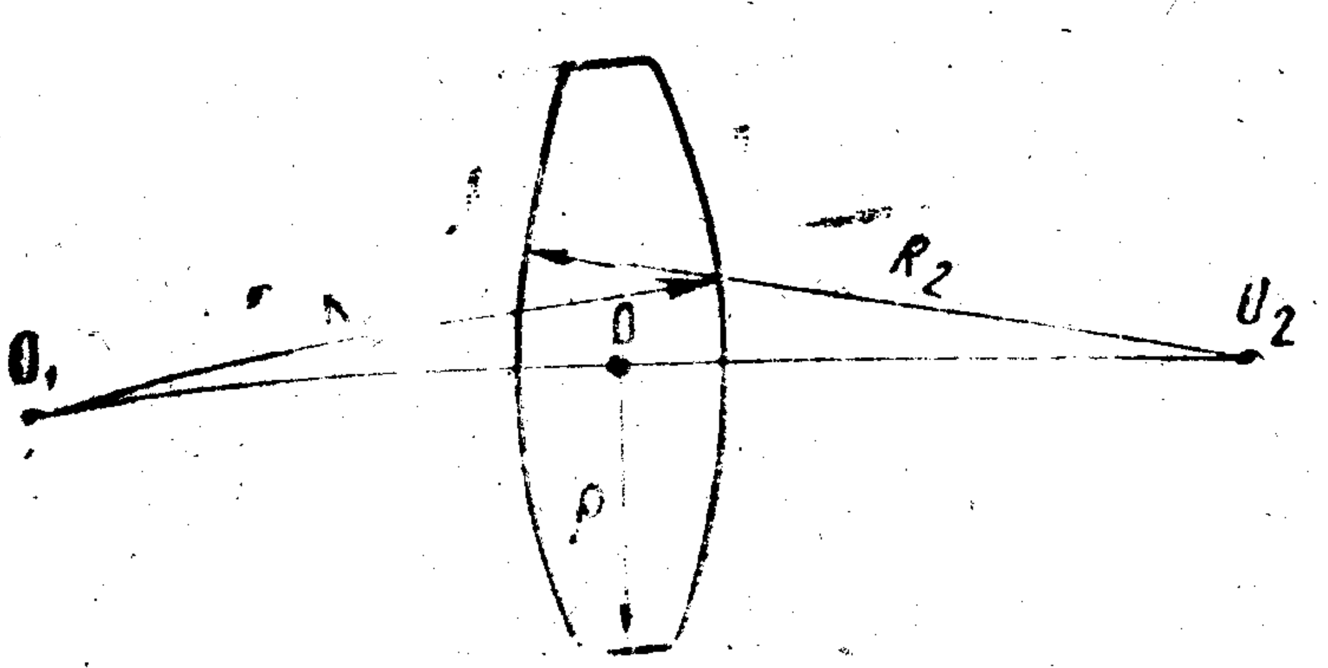


Рис. 73. Двояковыпуклая линза

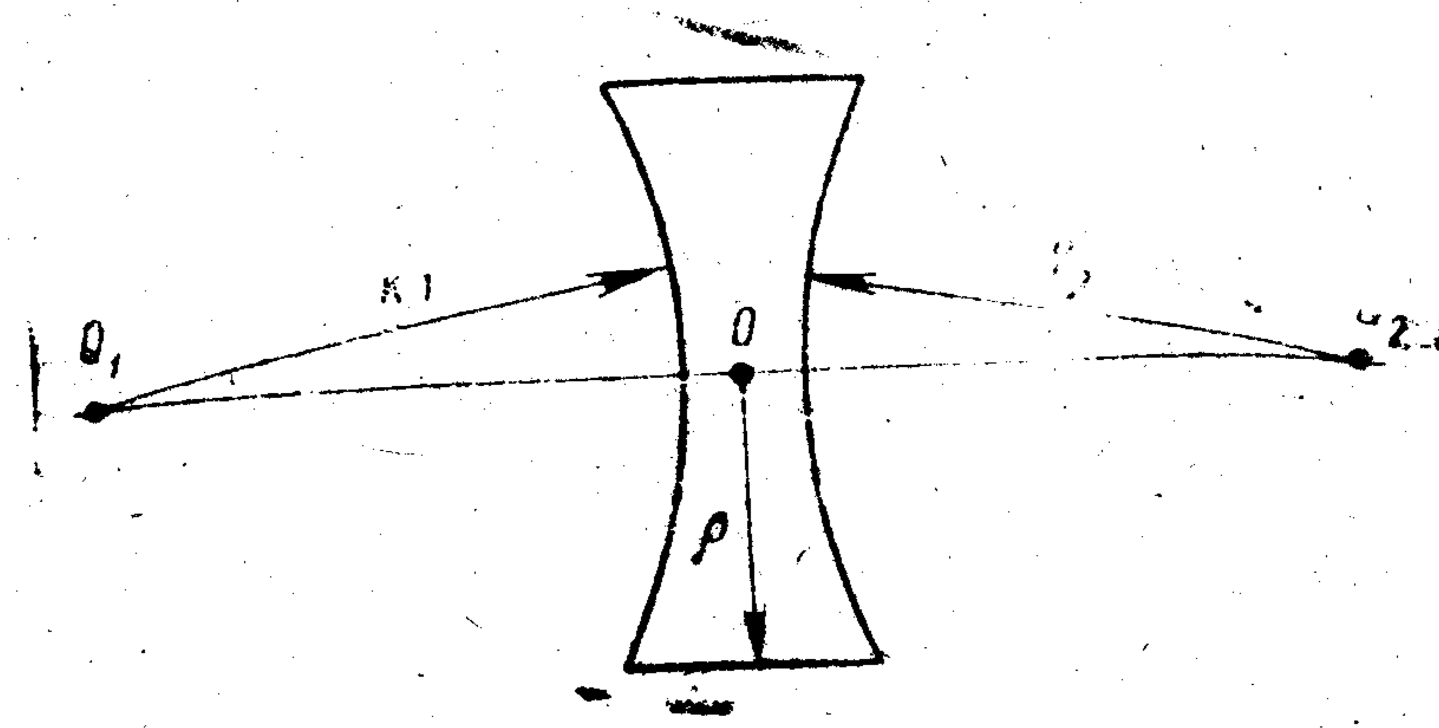


Рис. 74. Двояковогнутая линза

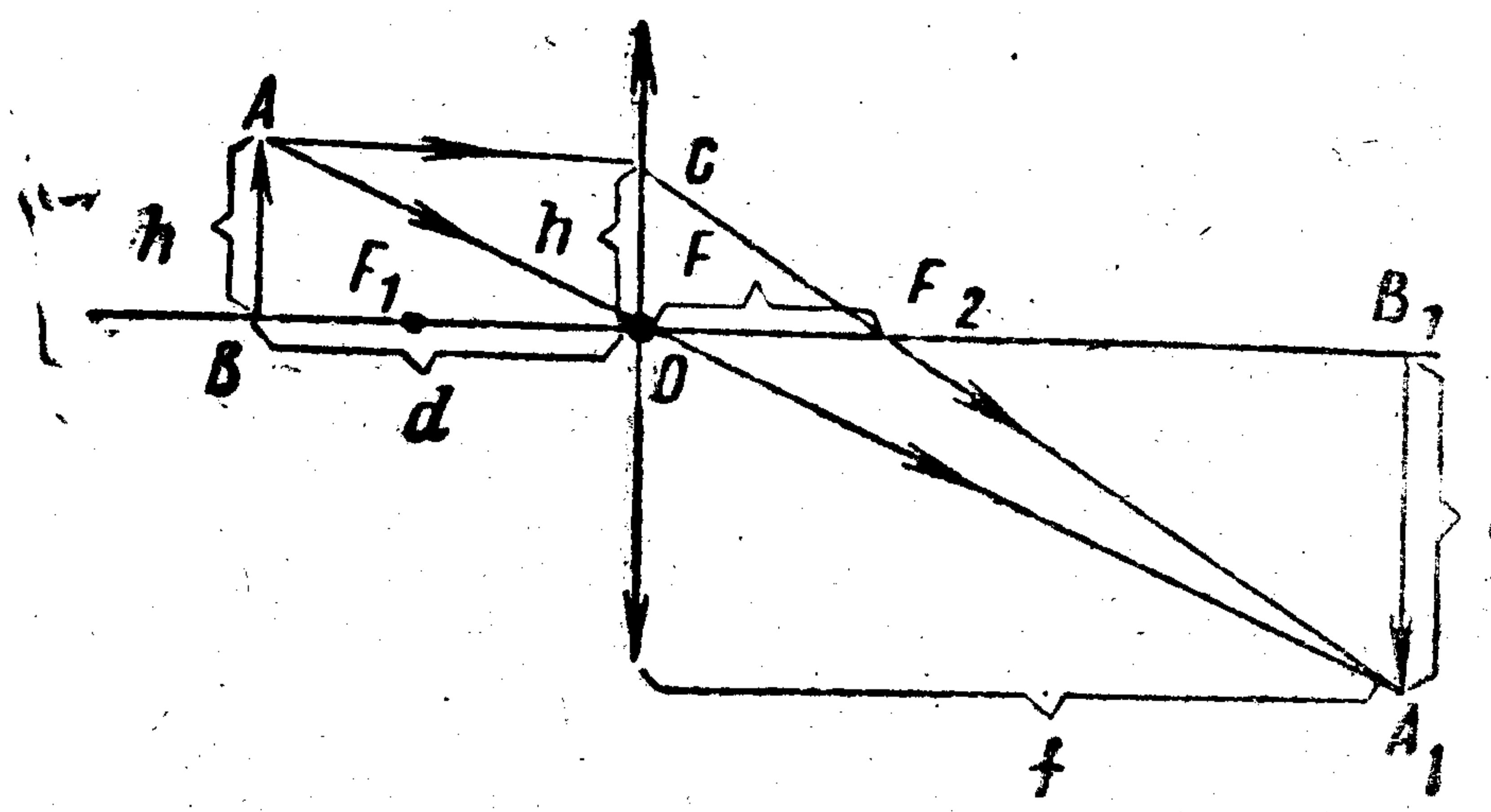


Рис. 75. Построение изображения, создаваемого выпуклой линзой

оптический центр и не совпадающую с главной оптической осью, называют побочной оптической осью.

Если линза в середине толще, чем на краях, ее называют выпуклой. Вогнутые линзы, напротив, на краю толще, чем в центральной части. Выпуклые линзы обладают, как показывает опыт, следующими свойствами:

1. Все лучи, параллельные главной оптической оси, собираются в точке, называемой фокусом линзы. Расстояние от оптического центра до фокуса называют фокусным;

2. Параллельные друг другу лучи собираются в одной точке на плоскости, содержащей фокус и перпендикулярной главной оптической оси. Эту плоскость называют фокальной;

3. Луч, проходящий через оптический центр, не преломляется.

При построении изображений, получаемых с помощью линз, руководствуются следующими правилами.

1. Один из лучей проводят параллельно оптической оси и далее через фокус.

2. Другой луч проводят через оптический центр линзы. Если этих лучей недостаточно, проводят также параллельные друг другу лучи, собирающиеся на фокальной плоскости.

На рис. 75 приведен пример построения изображения, создаваемого выпуклой линзой. Из построения видно, что если объект AB находится перед фокусом, то лучи, составляющие изображение, сходятся в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси и пересекающей ее в точке B_1. Если в этой плоскости расположить экран, то на нем можно наблюдать четкое изображение объекта. Из подобия треугольников AOB и A_1OB_1 следует, что отношение размеров изображения и объекта равно отношению соответствующих расстояний до экрана

$$\Gamma = (H/h) = f/d. \tag{2.148}$$

Из подобия треугольников OCF_2 и $A_1B_1F_2$ следует, что увеличение

$$\Gamma = \frac{f-F}{F}. \qquad (2.149)$$

Приравнивая (2.148) и (2.149), получаем

$$\frac{f}{d} = \frac{f-F}{F}.$$

Откуда следует формула тонкой выпуклой линзы для действительного изображения

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \qquad (2.150)$$

Величину $\frac{1}{F} = D$ называют оптической силой линзы.

Контрольные вопросы

1. Как распространяются электромагнитные волны в геометрической оптике?
2. Какое изображение называют действительным?
3. Что такое линза?
4. Какую линзу называют тонкой?
5. Что такое главная и побочные оптические оси, оптический центр линзы, фокус, фокальная плоскость?
6. Какие линзы называются выпуклыми, вогнутыми?
7. Какими свойствами обладают выпуклые линзы?
8. Каковы правила построения изображений в линзах?
9. Чему равно увеличение линзы?
10. Как записывается формула линзы?

§ 2.25. Мнимые изображения, получаемые в плоском зеркале, вогнутых и выпуклых линзах. Фотометрия

Каждая точка объекта испускает расходящиеся лучи и без оптических устройств действительное изображение объекта получить нельзя. Простейшим устройством такого рода является рассмотренная выше выпуклая линза. Если эту линзу поместить перед объектом на расстоянии, превышающем фокусное, то за линзой возникает действительное изображение. В глазу человека роль такой линзы играет специальное оптически прозрачное тело — хрусталик. Действительное изображение, создаваемое хрусталиком, проецируется на светочувствительную часть внутренней поверхности глаза — сетчатку.

С помощью выпуклой линзы изображение на экране (или на сетчатке глаза) может быть получено и для таких расходящихся лучей, которым в месте их пересечения не соответствует излучающая точка объекта. Такое изображение называют мнимым. Мнимое изображение объекта возникает при отражении лучей, испущенных объектом, от плоского зеркала *З*. Как видно из рис. 76, продолжения отраженных лучей пересекаются в точке, которая расположена за зеркалом симметрично относительно действительного источника излучения. Проведя аналогичные построения для всех точек объекта, приходим к выводу, что в зеркале получается мнимое равновеликое изображение объекта, симметричное относительно плоскости зеркала. Мнимое изображение можно также получить, расположив объект между выпуклой линзой и ее фокусом (рис. 77). Из подобия треугольников A_1B_1O и ABO следует, что увеличение

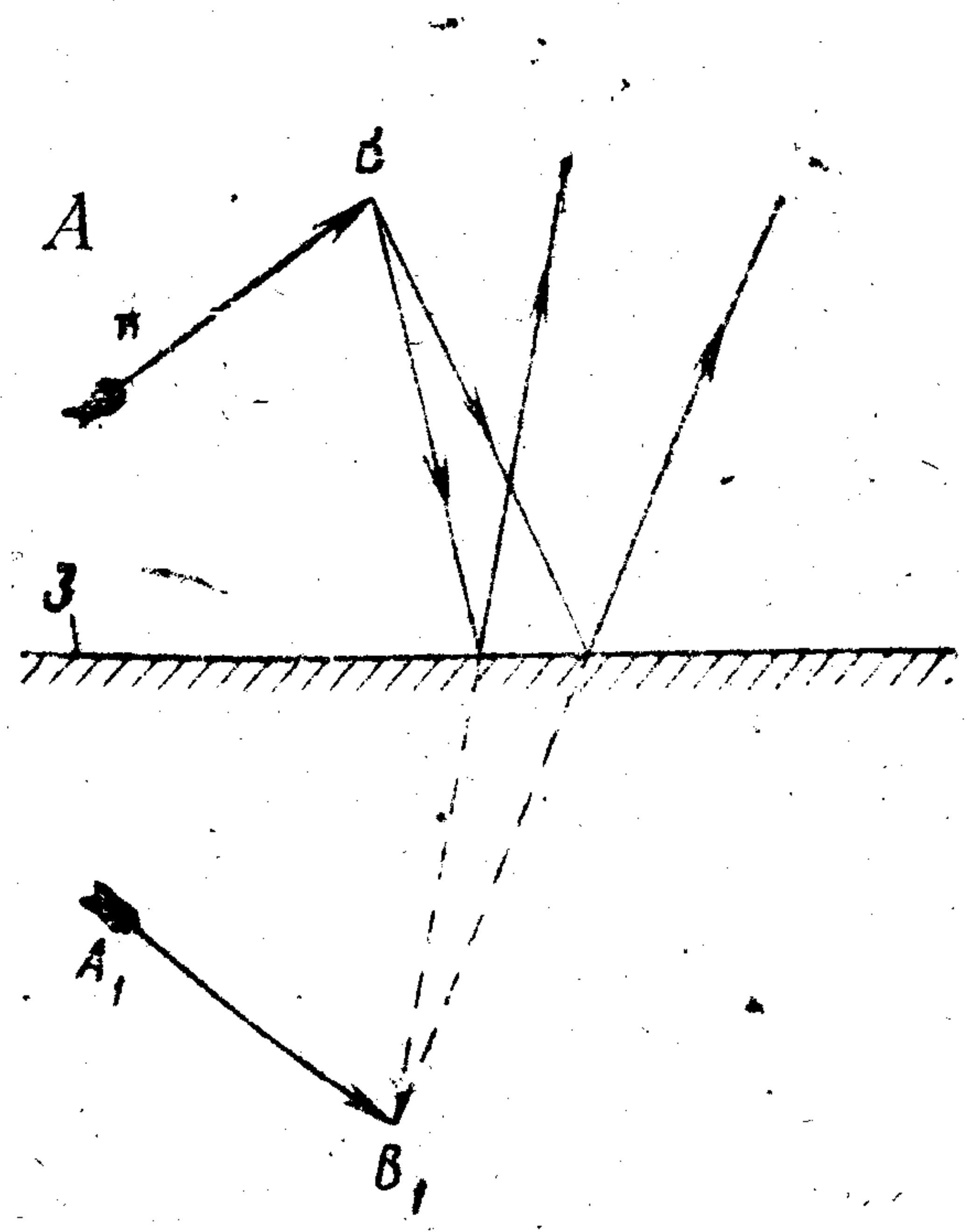


Рис. 76. Построение изображения, создаваемого зеркалом

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}. \tag{2.151}$$

Эта же величина, выраженная с помощью подобных треугольников $A_1B_1F_2$ и COF_2, равна

$$\Gamma = \frac{f+F}{F}. \tag{2.152}$$

Приравнивая (2.151) и (2.152) и преобразуя полученное выражение, находим формулу тонкой выпуклой линзы для мнимого изображения

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \tag{2.153}$$

Вогнутая линза обладает теми же свойствами, что и выпуклая (см. § 2.24), однако в фокусах и фокальных плоскостях линзы сходятся не сами лучи, а их продолжения. Поэтому фокусы вогнутой линзы называют мнимыми. Построения, аналогичные показанному на рис. 78, приводят к выводу, что изображение в вогнутой линзе

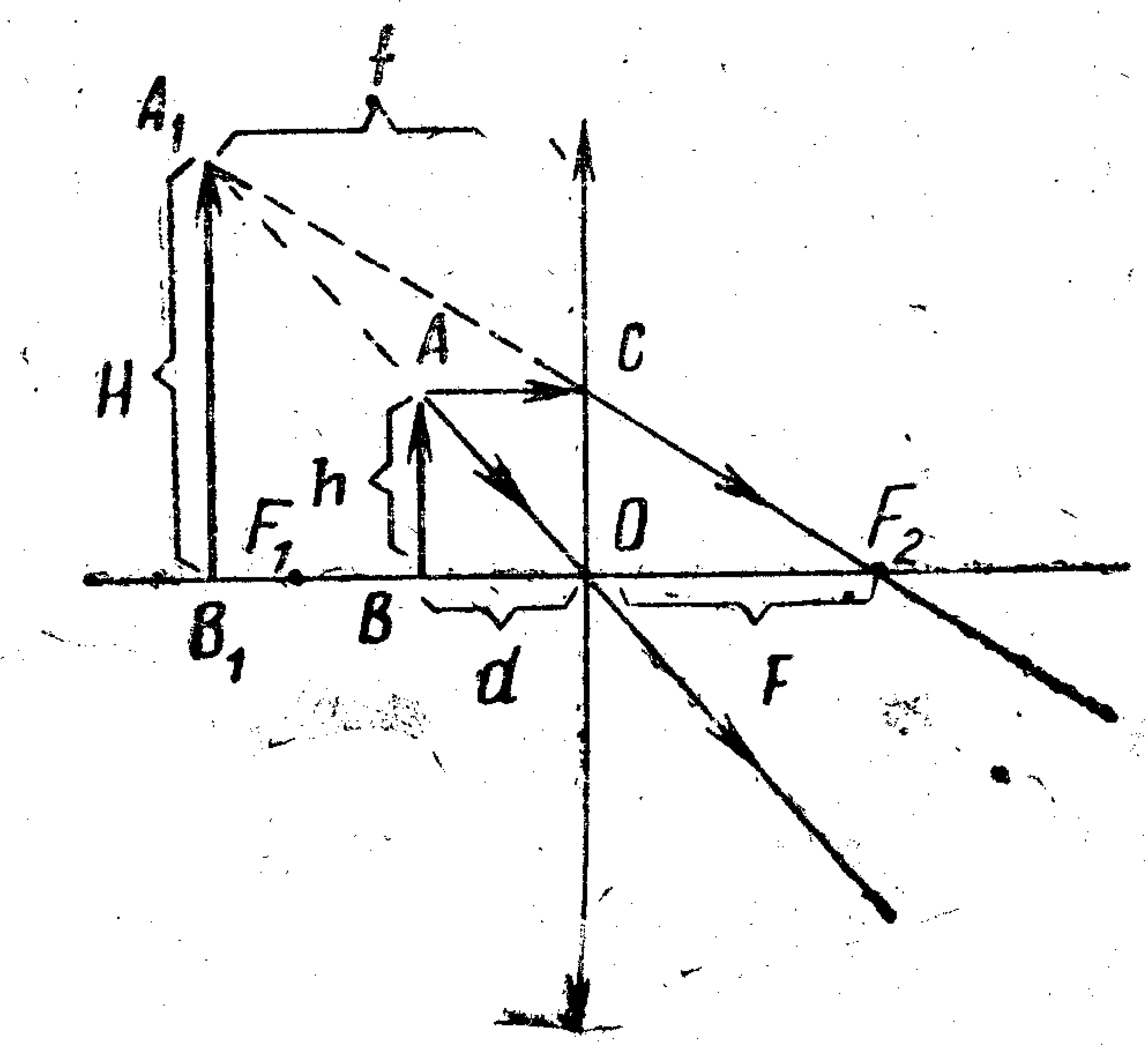


Рис. 77. Мнимое изображение, получаемое выпуклой линзой

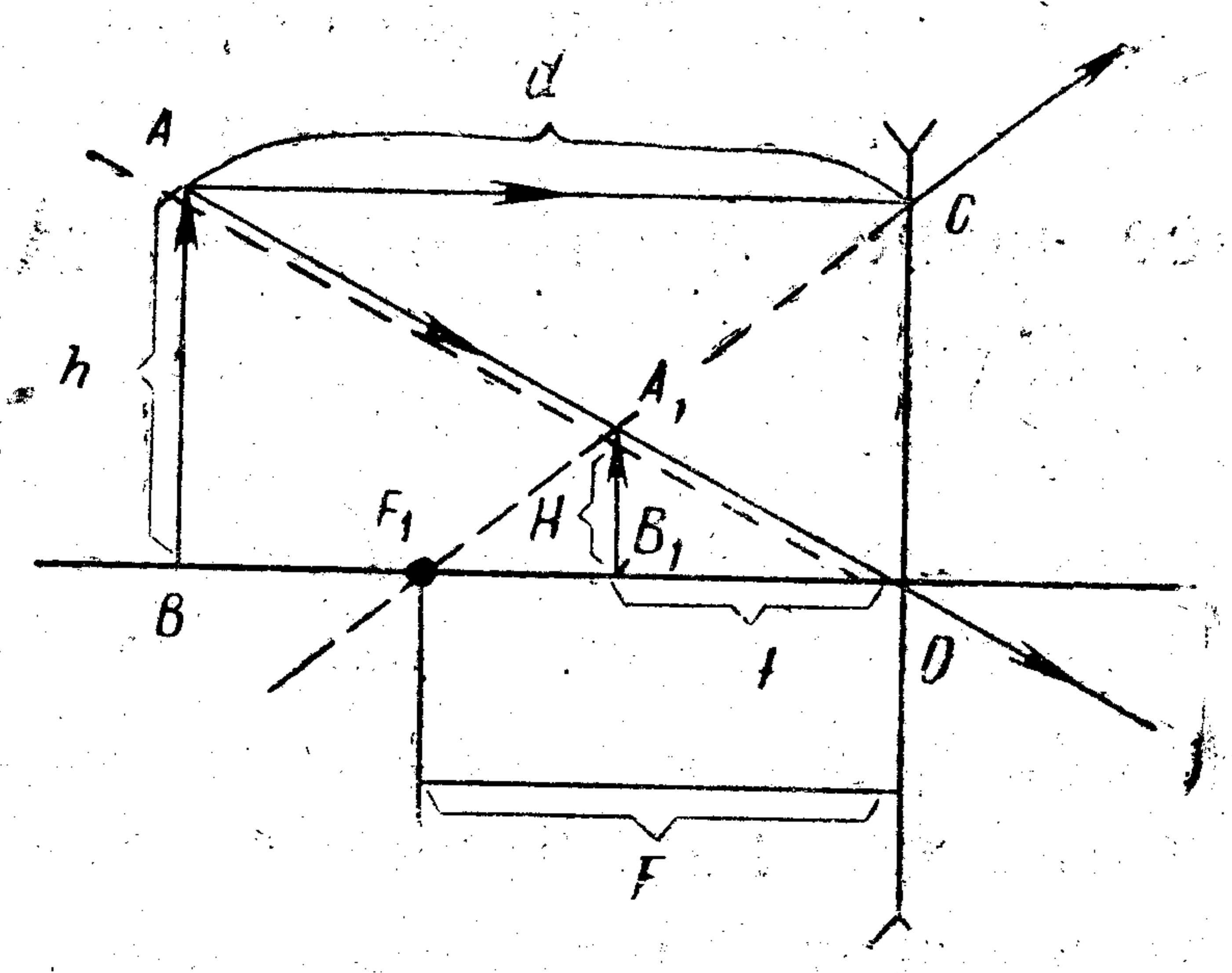


Рис. 78. Мнимое изображение, получаемое вогнутой линзой

получается мнимым, уменьшенным. Из подобия треугольников ABO и A_1B_1O следует, что отношение размеров изображения и объекта равно

$$\Gamma = H/h = f/d. \qquad (2.154)$$

А из подобия треугольников F_1CO и $F_1A_1B_1$ следует

$$\Gamma = (F - f)/F. \qquad (2.155)$$

Из (2.154) и (2.155) получаем формулу тонкой вогнутой линзы

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}. \qquad (2.156)$$

В фотометрии при измерении световой энергии используют следующие величины. Световой поток $\Phi = (d\mathscr{E}/dt)$ лм, $d\mathscr{E}$ — энергия, излучаемая за время dt. Сила света $I = (d\Phi/d\Omega)$ кд, $d\Phi$ — поток, излучаемый в телесном угле $d\Omega$. Освещенность $E = (d\Phi/dS)$ лк, $d\Phi$ — поток, падающий на площадку dS. 1 лм $=$ 1 кд$\cdot$1 ср, 1 лк $=$ 1лм/м^2.

Контрольные вопросы

1. Как получить действительное изображение светящейся точки, испускающей расходящиеся лучи?
2. Какова роль хрусталика в глазу человека?
3. Какое изображение называется мнимым?
4. Какое изображение получается в плоском зеркале?
5. Как получить мнимое изображение с помощью выпуклой линзы?
6. Как записывают формулу тонкой выпуклой линзы, если изображение является мнимым?
7. Какое изображение получается в вогнутой линзе и как записывают формулу линзы в этом случае?

Глава 3. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ. АТОМНЫЕ ЯДРА. АТОМЫ И МОЛЕКУЛЫ

§ 3.1. Фундаментальные взаимодействия и элементарные частицы

Известны четыре фундаментальных взаимодействия: сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное. Согласно современным представлениям, источником каждого фундаментального взаимодействия является соответствующий заряд. Заряд создает вокруг себя силовое поле, которое действует на другие заряды такого же рода.

С электромагнитным и гравитационным взаимодействиями мы уже познакомились выше. Источниками этих взаимодействий являются соответственно электрический заряд и масса. Электрический заряд большинства микрочастиц кратен элементарному заряду $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, а также может быть равен нулю. Сила взаимодействия двух точечных зарядов и масс обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Изучение механизма фундаментальных взаимодействий приводит к выводу, что *взаимодействие между зарядами осуществляется путем обмена микрочастицами — квантами соответствующих силовых полей.* Переносчиком электромагнитного взаимодействия является фотон (γ) — квант электромагнитного поля. Гравитационное взаимодействие, вероятно, переносится гравитоном (Г). Фотон и гравитон не могут быть представлены состоящими из других частиц. Поэтому фотон и гравитон являются элементарными частицами. Эти частицы всегда движутся со скоростью света.

Поля сильного и слабого взаимодействия создают соответствующие заряды. *Носителями заряда сильного взаимодействия являются микрочастицы — кварки.* Существуют три типа заряда сильного взаимодействия кварков, которые условно называют цветовыми и которым для наглядности сопоставляются цвета — желтый, красный, синий. В настоящее время известны шесть типов кварков, которые обозначаются буквами u, d, s, b, c, t. Кроме цветового заряда, каждый из кварков обладает электрическим зарядом, составляющим 2/3 (u, c, t) или —1/3 (d, s, b) элементарного заряда.

Взаимодействие между кварками осуществляется путем обмена микрочастицами — глюонами. Известно восемь глюонов (g_1, g_2, ..., g_8), причем каждый из глюонов является носителем одного из указанных выше цветовых зарядов. Поэтому (в отличие от электрически нейтральных фотонов) глюоны взаимодействуют друг с другом. Глюоны, как и кварки, на современном уровне развития физики рассматриваются как простейшие бесструктурные образования, т. е. кварки и глюоны — элементарные частицы.

Зарядом слабого взаимодействия обладают многие микрочастицы. Слабым взаимодействием обусловлены, в частности, процессы радиоактивного распада атомных ядер. Квантами поля слабого взаимодействия, переносящими это взаимодействие, являются промежуточные векторные бозоны — W^+, W^- и Z^0. Верхние индексы у символов микрочастиц показывают, скольким элементарным положительным или отрицательным зарядам кратен заряд микрочастицам. Например W^+ — бозон обладает единичным положительным элементарным электрическим зарядом, а электрический заряд Z^0 — бозона равен нулю. Промежуточные векторные бозоны в современной физике рассматриваются как бесструктурные образования, т. е. считаются элементарными частицами.

Чтобы завершить систематизацию элементарных частиц, необходимо перечислить еще шесть микрочастиц: электрон (e^-), мю — минус мезон (μ^-), тау — минус мезон (τ^-) и соответствующие им нейтрино: электронное (ν_e), мю — минус мезонное (ν_μ) и тау — минус мезонное (ν_τ). Таким образом, в настоящее время известны 25 элементарных частиц, из которых двенадцать (e^-, μ^-, τ^-, ν_e, ν_μ, ν_τ, u, d, s, b, c, t) являются носителями зарядов фундаментальных взаимодействий, пять (Г, γ, W^+, W^-, Z^0) — переносчиками взаимодействия, а восемь глюонов (g_1, g_2, ..., g_8) и переносчиками взаимодействия и носителями заряда сильного взаимодействия.

Основные сведения о фундаментальных взаимодействиях:

Тип взаимодействия	Относительная величина	Радиус взаимодействия
Сильное	1	$\approx 10^{-15}$ м
Электромагнитное	10^{-2}	Не имеет
Слабое	10^{-10}	$<10^{-18}$ м
Гравитационное	10^{-38}	Не имеет

Относительная величина взаимодействий приведена для расстояний между микрочастицами около 10^{-15} м, причем величина сильного взаимодействия принята за 1. Под радиусом взаимодействия подразумевается расстояние, на котором взаимодействие быстро убывает практически до нуля.

Контрольные вопросы

1. Какие известны фундаментальные взаимодействия?
2. Как осуществляется взаимодействие?
3. Какие микрочастицы являются переносчиками электромагнитного и гравитационного взаимодействий?
4. Какая микрочастица называется элементарной?
5. Какие микрочастицы являются носителями заряда сильного взаимодействия?
6. Какими частицами переносится взаимодействие между кварками?
7. В каких процессах проявляется слабое взаимодействие?
8. Какие частицы переносят слабое взаимодействие?
9. Какие известны элементарные частицы?

§ 3.2. Несиловые заряды микрочастиц. Античастицы. Кварковый состав адронов

Кроме зарядов, создающих силовые поля, *микрочастицы обладают несиловыми зарядами. Эти заряды показывают, к какой группе частиц с близкими свойствами принадлежит данная частица.* Как и силовые заряды, эти заряды подчиняются закону сохранения заряда. К несиловым зарядам относят лептонный и барионный заряды, а также заряды, обозначаемые буквами S, C, b.

Лептонным зарядом (обозначается буквой L) обладает группа частиц, называемых лептонами, а именно: e^-, μ^-, τ^-, ν_e, ν_μ и ν_τ. Существуют три разновидности лептонного заряда. Электронным зарядом $L_e = +1$ обладают e^- и ν_e. Носителями мю-мезонного заряда $L_\mu = +1$ являются μ^- и ν_μ. Наконец τ^- и ν_τ несут тау-мезонный заряд, равный $L_\tau = +1$. Барионным зарядом обладают кварки, а также состоящие из них частицы — барионы. Полагают, что барионный заряд каждого кварка равен $B = 1/3$.

Известны еще три несиловых заряда, которые обозначаются буквами S, C и b и которыми из элементарных частиц обладают только кварки, обозначенные такими же символами. Эти обозначения принято расшифровывать следующим образом. S — заряд называется странностью, а обладающие ими частицы — странными (от англ. strange). C — заряд носит название очарования, а соответствующие микрочастицы называются очарованными (от англ. charm). Наконец, b — заряд называют красотой, а обладающие им частицы — красивыми (от англ. beauty). Принято считать, что для c — кварка $C = +1$, для s — кварка $S = -1$, для b — кварка $b = +1$. Для остальных элементарных частиц, включая и другие кварки, $S = C = b = 0$.

Важным понятием физики микромира является понятие античастицы. Согласно современным представлениям, каждой данной микрочастице соответствует античастица. *Античастица и частица имеют одинаковые массы и размеры и некоторые другие характеристики, однако знаки их зарядов — электрического, лептонного, барионного и других — противоположны.* Античастицы принято обозначать другим знаком электрического заряда, или символом $\sim$ (тильда). Например позитрон, являющийся античастицей по отношению к электрону, обозначают символом e^+. Соответствующее e^+ электронное антинейтрино имеет символ $\tilde{\nu}_e$. Электронный заряд e^+ и $\tilde{\nu}_e$ равен $L_e = -1$. c — антикварк ($\tilde{c}$) обладает электрическим зарядом $Q = -2/3$, зарядом $C = -1$ и барионным зарядом $B = -1/3$. Из кварков и антикварков построены микрочастицы, называемые адронами (от греческ. hadrós — большой, сильный). Адроны делят на две большие группы: на мезоны (греч. mésos — средний) и барионы (греч. barýs — тяжелый).

Мезоны состоят из кварков и антикварков. Например π^+ мезон состоит из u кварка и $\tilde{d}$ — антикварка. Легко подсчитать электрический и барионный заряды мезона. Согласно закону сохранения заряда $Q_{\pi^+} = Q_u + Q_{\tilde{d}} = 2/3 + 1/3 = +1$, $B_{\pi^+} = B_u + B_{\tilde{d}} = 1/3 - 1/3 = 0$. Отметим, что барионный заряд всех мезонов равен нулю.

Мезоны — быстро распадающиеся (короткоживущие) частицы, например, время жизни π^+ и π^- мезонов равно $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ с. Они распадаются по схеме

$$\pi^{\pm} \to \mu^{\pm} + \nu_{\mu}\ (\tilde{\nu}_{\mu}).$$

Время жизни других мезонов (а их известно около двух десятков) на много порядков меньше.

Группа барионов включает более тридцати микрочастиц. Все они, за исключением протона (p) и нейтрона

(n), быстро распадаются. Время жизни большинства из них меньше 10^{-20} с.

Барионы состоят из трех кварков. Поскольку протон и нейтрон занимают особое место в иерархии вещества (из них состоят атомные ядра), укажем их кварковый состав: $p \to uud$, $n \to udd$. Пользуясь законами сохранения зарядов, легко подсчитать, что $Q_p = +1$, $Q_n = 0$, $B_p = B_n = 1$. Сильное взаимодействие протона с протоном, нейтрона с нейтроном одинаково. Близки и массы этих микрочастиц: $M_p = 1{,}672648 \cdot 10^{-27}$ кг, $M_n = 1{,}674954 \cdot 10^{-27}$ кг. Это дает основание объединить протон и нейтрон в группу частиц, называемых нуклонами. Кварковое строение адронов подтверждается многочисленными экспериментальными данными. Однако до сих пор не удалось обнаружить кварки вне адронов, в свободном виде. Это объясняется тем, что по мере удаления кварков друг от друга, силы их притяжения очень быстро растут, что и приводит к пленению, конфайнменту (confinement — плен, англ.) кварков в адронах.

Контрольные вопросы

1. Какие заряды называют несиловыми?
2. Какому общему закону подчиняются силовые и несиловые заряды?
3. Чему равен лептонный заряд различных лептонов?
4. Чему равен барионный заряд кварков?
5. Как расшифровывают заряды, обозначаемые буквами S, C, b?
6. Что такое античастица?
7. Почему барионный заряд мезонов равен нулю?
8. Из скольких кварков построены барионы?
9. Какова кварковая структура протона и нейтрона?
10. Почему кварки не существуют вне адронов?

§ 3.3. Атомные ядра

Атомные ядра состоят из нуклонов — нейтронов и протонов. Полное число нуклонов в ядре обозначают буквой A и называют массовым числом. Число протонов Z называют атомным номером ядра. Число нейтронов N не имеет специального названия. Очевидно

$$A = Z + N. \qquad (3.1)$$

$$R(A) = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \qquad (3.2)$$

Ядра с одинаковыми Z, но разными N называют изотопами. Форма большинства атомных ядер близка к шару, радиус которого равен:

где $r_0 \approx 1{,}2 \cdot 10^{-15}$ м.

Электрический заряд атомного ядра складывается из зарядов протонов:

$$Q(Z) = Ze. \tag{3.3}$$

Элементарные частицы, нуклоны, атомные ядра в процессе ядерных взаимодействий и под действием электрического поля на ускорителях частиц могут приобретать скорость v, сравнимую со скоростью света c. Для расчета движения таких частиц нельзя пользоваться классической механикой, пригодной лишь для скоростей $v \ll c$. Следует пользоваться релятивистской механикой — разделом специальной теории относительности А. Эйнштейна.

Специальная теория относительности исходит из опыта, показывающего, что физические явления происходят в инерциальных системах отсчета, движущихся друг относительно друга, одинаково. В частности, скорость электромагнитных волн (скорость света) во всех инерциальных системах отсчета одинакова. Одним из следствий специальной теории относительности является зависимость массы частицы от ее скорости: $m = m_0/\sqrt{1-(v/c)^2}$. Здесь m_0 — масса при $v = 0$, масса покоящейся частицы. Именно эта масса приводится в справочниках. Вместе с массой зависят от скорости полная энергия частицы $E = mc^2$ и ее импульс $p = mv$.

При образовании атомного ядра протоны и нейтроны связываются ядерными силами, сильным взаимодействием. Чтобы найти энергию связи нуклонов в атомном ядре, пользуются формулой теории относительности, согласно которой *полная энергия системы частиц пропорциональна ее массе.* Полная энергия невзаимодействующих неподвижных N нейтронов и Z протонов

$$E(N,\ Z) = (NM_n + ZM_p)c^2, \tag{3.4}$$

где M_n и M_p — массы нейтрона и протона. Полная энергия соответствующего атомного ядра

$$E_я(N,\ Z) = M(N,\ Z)c^2. \tag{3.5}$$

Разность полной энергии невзаимодействующих нуклонов и нуклонов, связанных в ядре, называют энергией связи ядра

$$E_{св}(N,\ Z) = E(N,\ Z) - E_я(N,\ Z). \tag{3.6}$$

Соответствующую разность масс, равную $\delta = E_{св}/c^2$, называют дефектом масс.

Энергию связи, приходящуюся на один нуклон, называют удельной энергией связи

$$\varepsilon = E_{св}/A. \quad (3.7)$$

Массы атомных ядер с большой точностью можно определить, изучая их движение в электрических и магнитных полях. По известным массам протонов, нейтронов и атомных ядер можно рассчитать удельные энергии связи. Расчеты приводят к выводу, что сильнее всего нуклоны связаны в ядрах среднего атомного веса (для $A \sim 50$, $\varepsilon \approx 8{,}6$ Мэв). В тяжелых ($A > 200$) и легких атомных ядрах ($A < 10$) нуклоны связаны слабее. Поэтому при делении тяжелых ядер, например ядер урана на два осколка, являющихся ядрами среднего атомного веса, а также при синтезе из легких ядер более тяжелых, например ядра гелия из ядер дейтерия, должна выделяться ядерная энергия. Эта энергия, превращенная в тепловую или в другие виды энергии, может быть использована для практических нужд.

Контрольные вопросы

1. Из каких частиц состоят атомные ядра?
2. Что показывает массовое число A и атомный номер Z?
3. Каковы размеры атомных ядер?
4. Какими силами связаны нуклоны в атомных ядрах?
5. Как изменяется полная энергия и масса нуклонов при образовании атомного ядра?
6. Чему равны энергия связи и удельная энергия связи атомного ядра?
7. Как зависит удельная энергия связи от атомного номера?
8. В каких ядерных реакциях выделяется ядерная энергия?

§ 3.4. Ядерные реакции. Радиоактивность

Ядерными реакциями называют превращения ядер, сопровождающие взаимодействия ядер друг с другом или с другими микрочастицами. Для осуществления ядерных реакций необходимы частицы, энергия которых сравнима с энергиями связи нуклонов в ядрах. Такие частицы получают на ускорителях частиц. При записи ядерных реакций пользуются следующими правилами: слева вверху от символа нуклона или химического элемента записывают массовое число, а в нижнем индексе — атомный номер: например, протон обозначают ${}^{1}_{1}p$ (или ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$), нейтрон ${}^{1}_{0}n$, ядро гелия ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ (α — частица) и т. п. Слева от стрелки, показывающей направление реакции, записывают исходные ядра, справа — конечные. В общем случае запись имеет вид:

$$ {}^{A_1}_{Z_1}S_1 + {}^{A_2}_{Z_2}S_2 \rightarrow {}^{A_3}_{Z_3}S_3 + {}^{A_4}_{Z_4}S_4, \quad (3.8)$$

где S_1, S_2, S_3, S_4 — символы химических элементов.

Из законов сохранения электрического заряда и числа нуклонов следует, что

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4; \qquad (3.9)$$

$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4. \qquad (3.10)$$

Например, одну из реакций ядерного синтеза записывают в виде

$${}_1^2H + {}_1^3H \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + {}_0^1n, \qquad (3.11)$$

где ${}_1^2H$ и ${}_1^3H$ — изотопы водорода, называемые дейтерием и тритием.

В процессе этой реакции выделяется энергия, равная 17,6 Мэв. Есть реакции, при которых энергия не выделяется, а поглощается. Энергию, выделяющуюся или поглощающуюся в ядерной реакции, находят по формуле

$$E_r = (M_1 + M_2 - M_3 - M_4)c^2, \qquad (3.12)$$

где M_1 и M_2 — исходные, а M_3 и M_4 — конечные массы продуктов реакции.

Наряду с ядерными реакциями, с ядрами могут происходить *самопроизвольные превращения, сопровождающиеся выбросом из ядра частиц, или электромагнитным излучением. Такого типа излучение называют радиоактивностью.* Известны следующие основные виды радиоактивности: альфа, бета (электронная и позитронная) и гамма — радиоактивность. Соответствующие ядерные превращения записывают в виде

$${}_Z^AS \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}S_1 + {}_2^4\mathrm{He}; \qquad (3.13)$$

$${}_Z^AS \rightarrow {}_{Z+1}^{A}S_1 + e^- + \tilde{\nu}_e; \qquad (3.14)$$

$${}_Z^AS \rightarrow {}_{Z-1}^{A}S_1 + e^+ + \nu_e; \qquad (3.15)$$

$${}_Z^AS \rightarrow {}_Z^AS + \gamma. \qquad (3.16)$$

Наименее проникающим является излучение альфа-частиц. Труднее защищаться от гамма-излучения. Оно, как правило, является наиболее опасным для здоровья человека.

Контрольные вопросы

1. Что такое ядерные реакции?
2. Какие частицы необходимы для осуществления ядерных реакций?

3. Как записывают ядерные реакции?

4. Как записывают законы сохранения электрического заряда и числа нуклонов в ядерных реакциях?

5. Чему равна энергия, выделяющаяся в ядерной реакции?

6. Что такое радиоактивность?

7. Какие известны основные виды радиоактивности?

§ 3.5. Атомы. Строение энергетических уровней. Атомные оболочки и их заполнение. Принцип Паули

Атомы состоят, кроме атома водорода, из атомных ядер и электронов. В атоме водорода роль атомного ядра играет протон. Число электронов атома равно атомному номеру ядра. Суммарный заряд электронов равен по абсолютной величине заряду атомного ядра и противоположен ему по знаку. Следовательно, атом электрически нейтрален. Размеры атомов существенно (примерно в 10^5 раз) больше размеров ядер. Для характеристики размеров атомов используют понятие атомного радиуса — такого расстояния от атомного ядра, на котором плотность вещества электронной оболочки примерно в 100 раз меньше, чем в центральной части атома. Радиусы большинства атомов заключены в интервале между $1{,}5 \cdot 10^{-10}$ и $2 \cdot 10^{-10}$ м.

Расчеты и опыт показывают, что полная энергия электронов в атомах может принимать лишь определенные, выделенные значения. Описывая это свойство энергии, говорят, что она квантуется. Каждое допустимое значение энергии электронов в атомах называют энергетическим уровнем.

Предположение о том, что атомная система может находиться лишь в особых стационарных квантовых состояниях, было впервые выдвинуто Н. Бором и носило название первого постулата Бора. В дальнейшем было доказано, что набор стационарных состояний является следствием волновых свойств микрочастиц, а величина энергий этих состояний получается при решении основного уравнения квантовой механики — уравнения Шрёдингера.

В настоящей главе рассматриваются свойства атомов, не связанных друг с другом (газ атомов). В этом случае энергии соседних атомных уровней отличаются друг от друга на величину от долей электронвольта до десятков электронвольт.

Энергетические уровни распределены неравномерно. Они сосредоточены в группах, которые называют оболочками (рис. 79). На первой оболочке, электроны которой ближе всего расположены к атомному ядру, имеется два уровня, на второй также два; на третьей — шесть, на четвертой снова два, на пятой — шесть, на шестой — десять, на седьмой снова два и т. п. *Заполнение оболочек электронами происходит в соответствии с принципом Паули: на каждом уровне оболочки может находиться не более одного электрона.*

Атомы с заполненными оболочками наиболее химически устойчивы — это инертные газы. Большую химическую активность обнаруживают атомы, у которых сверх заполненной оболочки имеется слабо связанный электрон (щелочные элементы) или же не хватает одного электрона до заполненной оболочки (галогены).

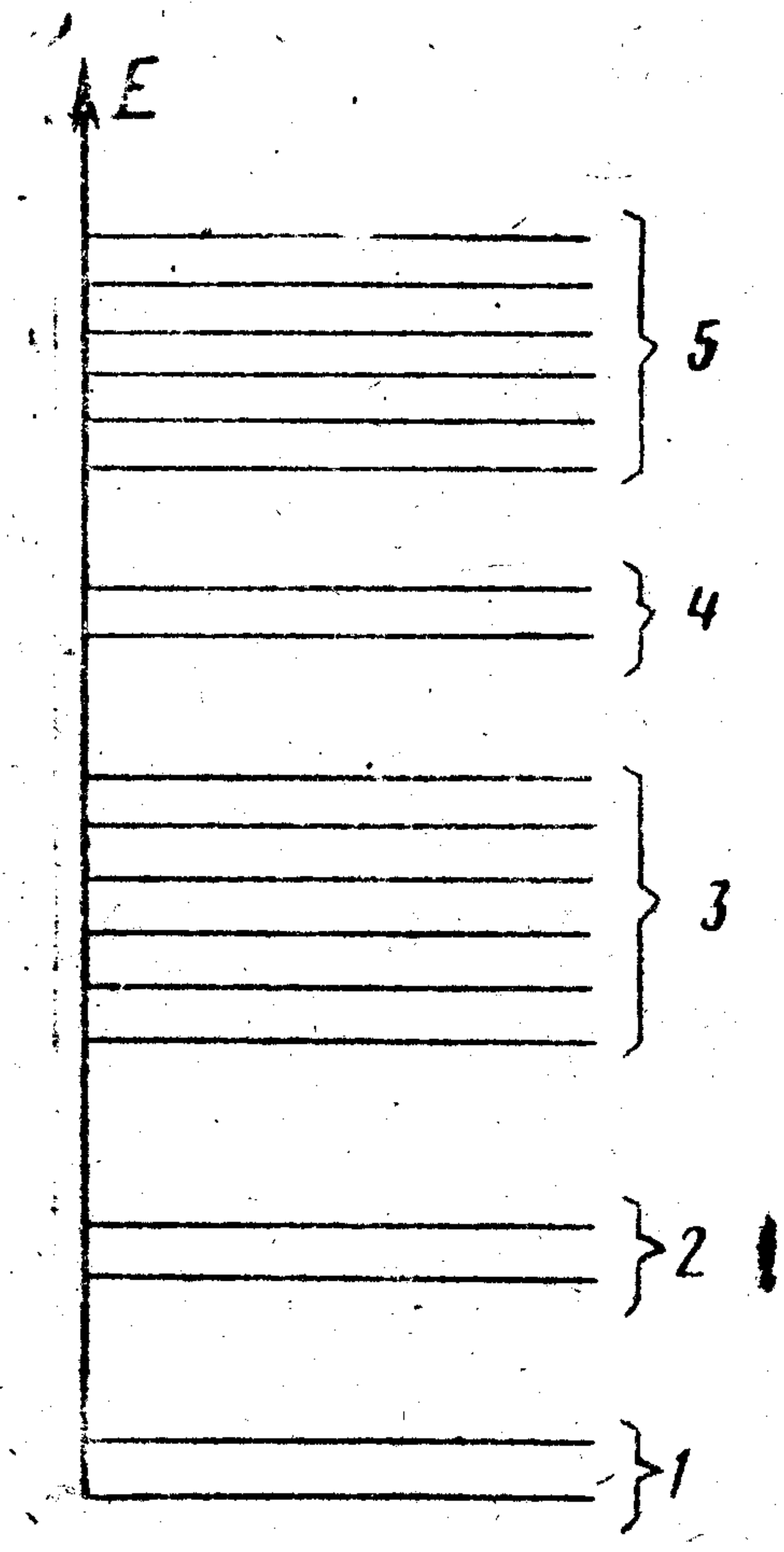


Рис. 79. Схема атомных электронных оболочек

Контрольные вопросы

1. Из каких частиц состоят атомы?
2. Каковы размеры атомов?
3. Что означает квантование энергии электронов в атомах?
4. Как распределены энергетические уровни атомов?
5. Как формулируется принцип Паули?
6. Как зависят химические свойства элементов от заполнения атомных оболочек электронами?

§ 3.6. Возбуждение и излучение атомов

Если атому не передавать энергию, то его электроны располагаются на уровнях с наименьшими значениями энергии. Такое состояние атома называют основным. При передаче электронам атома энергии они переходят на свободные уровни с бо́льшими значениями полной энергии (рис. 80). Такое состояние атома называют возбужденным. Если энергия, переданная электрону, достаточно велика, он может покинуть атом. Атом в таком случае становится положительно заряженным ионом — ионизируется.

Из возбужденного состояния с энергией E_n атом может самопроизвольно (спонтанно) или под действием внешних причин (вынужденно) перейти в состояние с

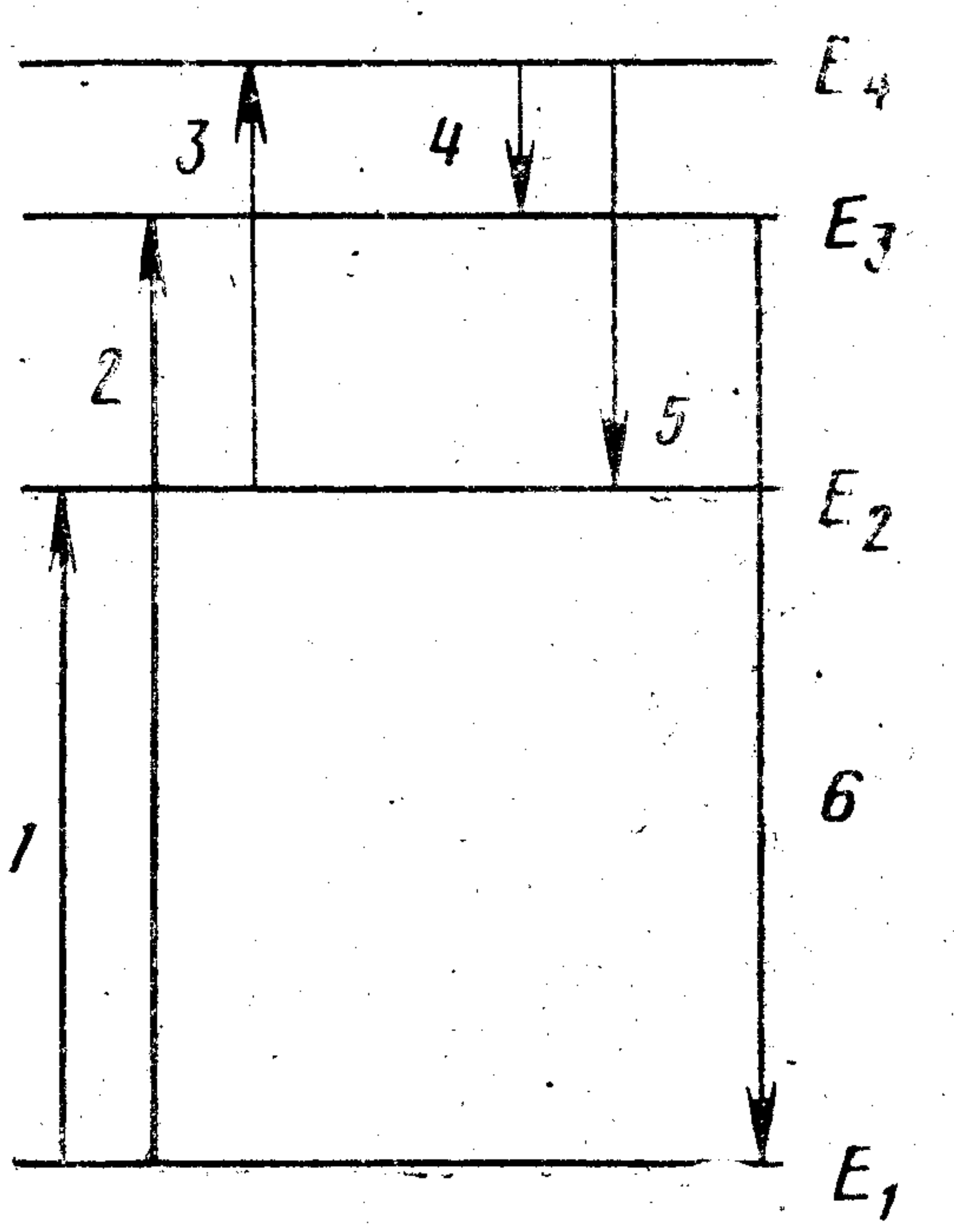


Рис. 80. Переходы между энергетическими уровнями. Цифрами *1, 2, 3* показаны переходы, при которых атом возбуждается. Цифры *4, 5, 6* показывают переходы, при которых атом излучает электромагнитные волны

меньшей энергией E_k, возбужденное или основное. Избыточная энергия при этом излучается в виде электромагнитных волн. Частота этих волн с разностью энергий E_n и E_k связана соотношением

$$h\nu_{nk} = E_n - E_k. \tag{3.17}$$

В этом выражении постоянная Планка $h = 6{,}6262 \times 10^{-34}$ Дж·с. Соотношение (3.17) было впервые записано Н. Бором и носит название второго постулата Бора.

Из выражения (3.17) следует, что *электромагнитные волны испускаются порциями. Каждая такая порция энергии сопоставляется частице — фотону.* Как частица, фотон обладает не только энергией, но и импульсом p и массой m

$$p = h\nu/c, \quad m = h\nu/c^2. \tag{3.18}$$

Фотон движется в том же направлении, что и электромагнитная волна, со скоростью, равной скорости света. Таким образом, излучение атомов свидетельствует о том, что электромагнитное излучение обладает двойственной природой. С одной стороны его можно рассматривать как электромагнитные волны, с другой — как поток частиц — фотонов.

Контрольные вопросы

1. Какое состояние атома называется основным и какие состояния — возбужденными?
2. В каком случае атом ионизируется?
3. В какой форме атомом испускается энергия при переходе между состояниями с разными значениями полной энергии?
4. Как связана частота электромагнитного излучения с излучаемой энергией?
5. Что такое фотон?
6. С какой скоростью движется фотон и чему равен его импульс?

§ 3.7. Спектр излучения атома водорода

Набор частот (или соответствующих длин волн) электромагнитного излучения атома называется спектральным составом излучения или просто спектром. Как это следует из формулы (3.17), набор частот является дискретным и целиком определяется строением энергетических уровней атомов. В оптических приборах для изучения спектров излучения электромагнитные волны определенных частот наблюдаются в виде отдельных спектральных линий. Поэтому спектры атомов называют линейчатыми. Самый простой набор энергетических уровней и спектр излучения имеет атом водорода. В квантовой механике доказывается, что в атоме водорода электрон может принимать только следующие значения энергии

$$E_n = -E_0/n^2, \tag{3.19}$$

где $E_0 = me^4/(8\varepsilon_0^2 h^2) = 13{,}60$ эВ (m и e — масса и заряд электрона); $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Из (3.17) и (3.19) следует, что допустимые частоты электромагнитного излучения атома водорода равны

$$\nu_{nk} = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \tag{3.20}$$

В формуле (3.20) k и n целочисленные, $n > k$, а постоянную $R = 3{,}288 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ называют постоянной Ридберга. Длина волны $\lambda_{nk} = c/\nu_{nk}$. Поэтому для расчета длин волн в формуле (3.20) следует вместо ν_{nk} подставить $1/\lambda_{nk}$, а постоянную Ридберга принять равной $R = 1{,}097\ 10^7$ м$^{-1}$. Отметим, что такую же формулу излучения атома водорода получил Н. Бор, исходя из представлений о движении электрона по орбитам вокруг атомного ядра и используя свои постулаты. Однако представление об орбитах электронов в атоме является ошибочным. Обладая корпускулярно — волновой природой (т. е. проявляя себя и как частица и как волна), электрон не может двигаться по классическим траекториям. *Согласно квантовой механике электрон в атоме водорода, как и в других атомах, может быть обнаружен с различной вероятностью на разных расстояниях от ядра. На расстоянии, превышающем $a_0 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м плотность электронного «облака» атома водорода быстро убывает, поэтому a_0 считают радиусом атома водорода.*

Контрольные вопросы

1. Что такое спектр излучения атома?
2. Каков спектр излучения невзаимодействующих атомов и чем он определяется?
3. Какие значения полной энергии может иметь электрон в атоме водорода и чему равны соответствующие частоты излучения?
4. Почему теория Н. Бора неприменима для объяснения свойств атома водорода?
5. Чему равен и из каких соображений определяется радиус атома?

§ 3.8. Молекулы. Обменная энергия. Степени свободы

Молекулой называют группу атомов, связанных силами химического взаимодействия. Химическое взаимодействие — одно из проявлений фундаментального электромагнитного взаимодействия. Его сложный механизм получил объяснение в квантовой механике. Например, при образовании молекул газов H_2, N_2, O_2 и т. д. основную роль играет обменное взаимодействие, возникающее при обмене атомов электронами. Решение основного уравнения квантовой механики — уравнения Шредингера для пары одинаковых атомов приводит к выводу, что дополнительно к обычно кулоновскому взаимодействию, появляется обменное взаимодействие с энергией связи, составляющей несколько электронвольт.

Атомы, составляющие молекулу, могут совершать друг относительно друга колебательное и вращательное движения. К энергетическим уровням, связанным с движением электронов, добавляются уровни, связанные с движением атомов. Поэтому система уровней молекул и соответствующий спектр излучения оказываются более сложными.

Важным понятием, характеризующим свойства атома и молекулы, является число степеней свободы. Чтобы определить положение системы частиц в пространстве, надо задать несколько координат, например прямоугольных. В § 1.1 уже говорилось о том, что положение материальной точки в пространстве определяется тремя координатами x, y, z. Т. е. материальная точка обладает тремя степенями свободы. Атомы, свободно движущиеся в газе, можно рассматривать как материальные точки. Поэтому они обладают тремя степенями свободы.

Двухатомные молекулы обладают бо́льшим числом степеней свободы. Например, атомы в молекулах O_2 и N_2 можно считать жестко связанными друг с другом. Чтобы определить положение такой молекулы в пространстве, надо задать три координаты одного из атомов и два угла, задающих направление на второй атом. Таким образом, молекулы O_2 и N_2 обладают пятью степенями свободы.

Контрольные вопросы

1. Что такое молекула?
2. Каково происхождение сил химического взаимодействия?
3. Какое взаимодействие называют обменным?
4. Какой вид имеет уровневая система двухатомных молекул?
5. Что такое число степеней свободы?
6. Чему равно число степеней свободы отдельного атома, двухатомной молекулы, атомы которой жестко связаны?

Глава 4. ГАЗЫ

§ 4.1. Газообразное состояние вещества. Термодинамические параметры. Давление. Температура

Вещество, состоящее из атомов или молекул, может находиться в различных агрегатных состояниях — газообразном, жидком и твердом. Переход из одного состояния в другое зависит от величины кинетической энергии молекул. Если эта энергия существенно меньше потенциальной энергии притяжения молекул, то вещество находится в твердом состоянии. Передавая телу тепловую энергию и увеличивая тем самым кинетическую энергию молекул, можно перевести вещество в жидкое состояние. В жидком состоянии сил притяжения достаточно, чтобы удержать молекулы на близких расстояниях, но уже недостаточно, чтобы обеспечить строгую взаимную ориентацию молекул, характерную для твердых тел.

В газах, в отличие от жидкостей и твердых тел, среднее расстояние между атомами и молекулами много больше радиуса действия межатомных и межмолекулярных сил. Поэтому, за исключением относительно малых интервалов времени столкновений молекул газа друг с другом или со стенками сосуда, они движутся свободно, не взаимодействуя друг с другом. Движение носит хаотический характер. Предоставленные сами себе молекулы газа неограниченно распространяются в открытое пространство. Для изучения свойств газа его обычно ограничивают сосудом с заданным объемом V.

Газ, в котором размеры молекул пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями между ними, а потенциальная энергия молекул много меньше кинетической, называют идеальным. В дальнейшем будут изучать свойства идеального газа.

На молекулу, соударяющуюся со стенкой сосуда, действует сила, направленная перпендикулярно к стенке. Пусть под действием этой силы импульс молекулы изменяется на $\Delta\vec{p}_i$ за время столкновения Δt_i. Тогда среднее значение силы, согласно второму закону Ньютона

$$\vec{f}_i = \Delta\vec{p}_i/\Delta t_i. \tag{4.1}$$

По третьему закону Ньютона на стенку сосуда действует равна и противоположно направленная сила $-\vec{f}_i$. Просуммировав по всем ΔN молекулам, соударяющимся в этот же интервал времени с площадкой ΔS, получим силу давления на эту площадку:

$$\Delta\vec{F} = \sum_{i=1}^{\Delta N} (-\vec{f}_i). \qquad (4.2)$$

Отнесенное к величине площадки абсолютное значение силы давления называют давлением газа

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}. \qquad (4.3)$$

Давления в СИ измеряются в Паскалях (Па = = Н/м^2).

Вид агрегатного состояния вещества, а также его свойства в данном состоянии зависят от давления и кинетической энергии молекул. Со средней кинетической энергией молекул связана важная характеристика состояния вещества, называемая температурой. Обозначим среднюю кинетическую энергию молекул через $\langle E_к \rangle$. Температура, измеряемая в Кельвинах, вводится как величина пропорциональная средней кинетической энергии молекул:

$$T = \frac{2}{ik_Б} \langle E_к \rangle. \qquad (4.4)$$

В этом выражении i — число степеней свободы молекулы, а $k_Б = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана. Из (4.4) при $i = 1$ следует, что на одну степень свободы приходится энергия

$$\langle E_{к1} \rangle = k_Б T/2. \qquad (4.5)$$

При измерении температуры пользуются также шкалой Цельсия (t, °С). Эта температура связана с температурой в Кельвинах, или абсолютной температурой, равенством $t = T - 273{,}15$ К (1 °С = 1 К).

Если нагреть часть объема, занимаемого газом, то температура этой части повысится. Однако обмен энергией при столкновениях между молекулами приведет к тому, что постепенно температура газа во всем объеме газа выровняется. Газ приходит в состояние теплового равновесия в результате теплообмена между частями объема с разной температурой. В этом состоянии в отсутствие внешнего воздействия газ может находиться неограниченно долго.

Раздел физики, в котором изучают тепловые явления, называют термодинамикой. Объем, давление и температура газа являются важными функциями термодинамики и носят название термодинамических параметров.

Контрольные вопросы

1. Какие известны агрегатные состояния вещества?
2. От чего зависит переход из одного агрегатного состояния в другое?
3. Как движутся молекулы в газах?
4. К чему приводит взаимодействие молекул газа со стенкой сосуда?
5. Чему равны сила давления и давление на стенку сосуда?
6. Как связаны температура газа и средняя кинетическая энергия движения молекул?
7. Какая энергия приходится на одну степень свободы?
8. Какое состояние называют состоянием теплового равновесия?
9. Как называют объем, занимаемый газом, его давление и температура в термодинамике?

§ 4.2. Связь термодинамических параметров: давления, объема и температуры. Уравнение состояния идеального газа

Опыт показывает, что давление идеального газа зависит от температуры газа, числа молекул в газе и занимаемого ими объема. Найдем эту зависимость. Для упрощения расчетов рассмотрим газ атомных частиц (число степеней свободы каждой частицы $i=3$), массы m и абсолютные значения скорости v которых одинаковы. Будем также считать, что по 1/6 части всех частиц движется в направлениях осей x, y, z и по 1/6 — в противоположных направлениях. Выберем систему координат таким образом (рис. 81), чтобы ось x была перпендикулярна стенке сосуда. Выделим вблизи стенки объем, содержащий N частиц. Объем

$$V = \Delta S v \Delta t, \tag{4.6}$$

где ΔS — площадка на поверхности сосуда, Δt — время.

За время Δt $\Delta N = N/6$ частиц, движущихся в направлении оси x, ударится о стенку. При этом импульс каж-

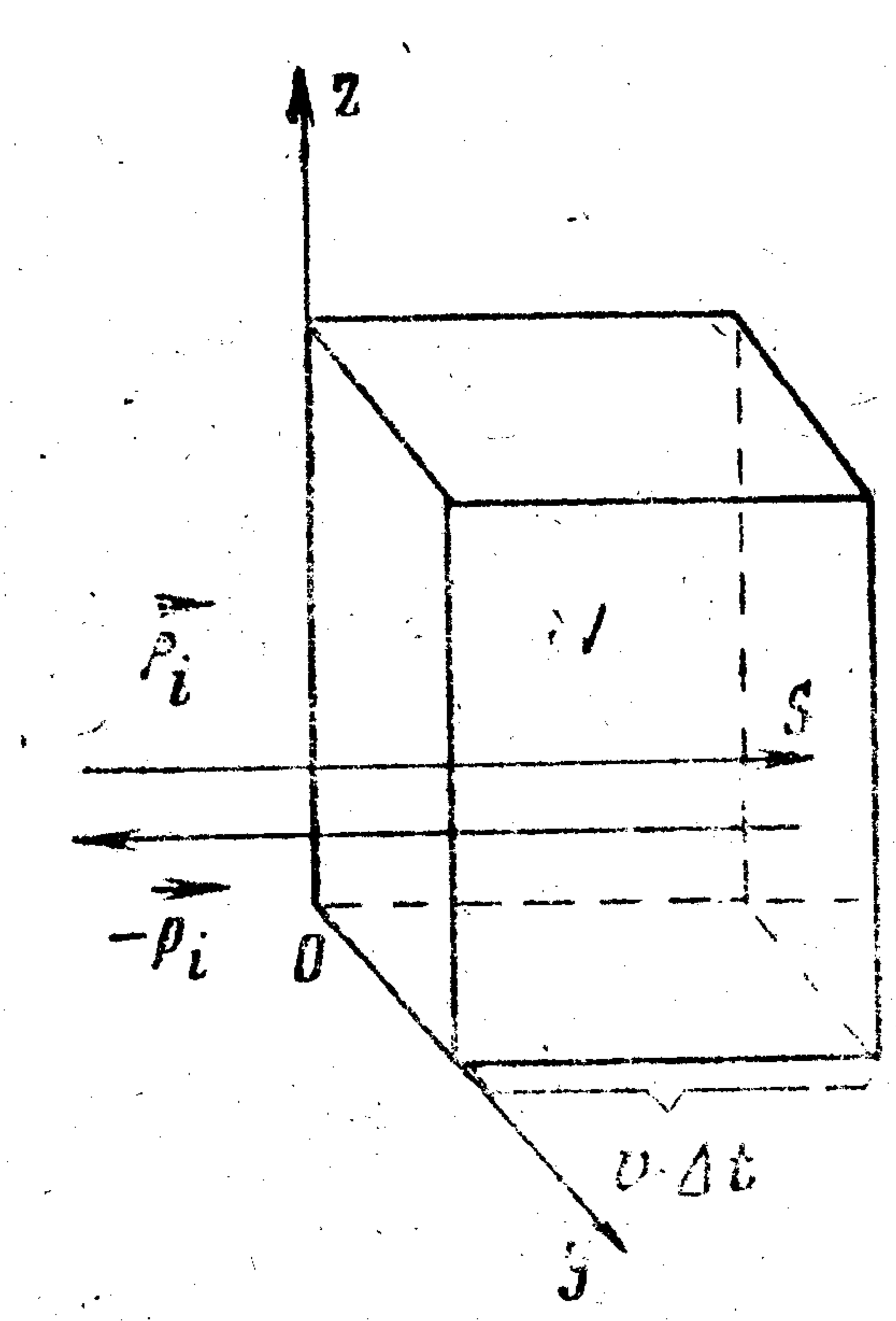


Рис. 81. К расчету давления идеального газа

дой частицы изменится на противоположный, т. е. изменение импульса

$$\Delta p_i = 2p = 2mv. \qquad (4.7)$$

Учитывая, что все частицы движутся в одном направлении (все $\Delta \vec{p}_i$ параллельны) и подставляя (4.6) и (4.7) в выражение для силы давления, получим (см. (4.1)—(4.3)):

$$\Delta F = \sum_{i=1}^{\Delta N} f_i = \sum_{i=1}^{\Delta N} \frac{\Delta p_i}{\Delta t} = $$

$$= \Delta N \frac{2p}{\Delta t} = \frac{N}{6}\frac{2mv}{\Delta t} = \frac{N}{3}\frac{mv}{\Delta t}. \qquad (4.8)$$

Поэтому давление, создаваемое газом (см. 4.6)

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{N}{3}\frac{mv}{\Delta t}\frac{v\Delta t}{V} = \frac{1}{3}\frac{N}{V}mv^2. \qquad (4.9)$$

Поскольку скорости всех частиц одинаковы, средняя кинетическая энергия равна кинетической энергии каждой частицы. Поэтому (см. (4.4) при $i=3$)

$$mv^2 = 2E_к = 2 < Ek_Б > = 3k_Б T. \qquad (4.10)$$

Подставляя (4.10) в (4.9), получим

$$p = \frac{N}{V}k_Б T, \qquad (4.11)$$

или

$$pV = Nk_Б T. \qquad (4.12)$$

Вводя концентрацию молекул $n = N/V$ в (4.11), получим уравнение состояния идеального газа

$$p = nk_Б T. \qquad (4.13)$$

Контрольные вопросы

1. От каких величин зависит давление газа?
2. Какие упрощения принимают при выводе уравнения состояния идеального газа?
3. Чему равна концентрация частиц?
4. Как записывают уравнение состояния идеального газа?

§ 4.3. Число Авогадро. Уравнение Менделеева — Клапейрона

Давление, создаваемое газом, зависит при данном объеме от числа частиц. Принято газовые законы записывать для числа частиц, содержащихся в одном моле газа. Это число — число Авогадро — находят экспериментально, подвергая электролизу один моль вещества и определяя прошедший через электроды заряд Q. Число Авогадро $N_А$ равно отношению заряда Q к элементарному заряду e. Из опыта следует, что $N_А = 6{,}022 \times 10^{23}$ моль$^{-1}$. Уравнение состояния идеального газа (см. 4.12) для одного моля запишется в виде

$$pV_\mu = N_А k_Б T. \qquad (4.14)$$

Произведение $N_А k_Б = R = 8{,}314$ Дж/(моль·К) называют газовой постоянной, а уравнение состояния одного моля газа — уравнением Менделеева — Клапейрона

$$pV_\mu = RT. \qquad (4.15)$$

При давлении $p = 101325$ Па и температуре 273,15 К (или 0 °С) объем одного моля любого газа, как это следует из (4.15), равен $V_\mu = 22{,}4$ л/моль.

Для массы газа m уравнение состояния записывают в виде

$$pV = RTm/\mu. \qquad (4.16)$$

(μ — масса одного моля).

Из (4.16) легко получить основные газовые законы (см. графики на рис. 82). *При постоянной температуре получаем закон изотермического процесса*

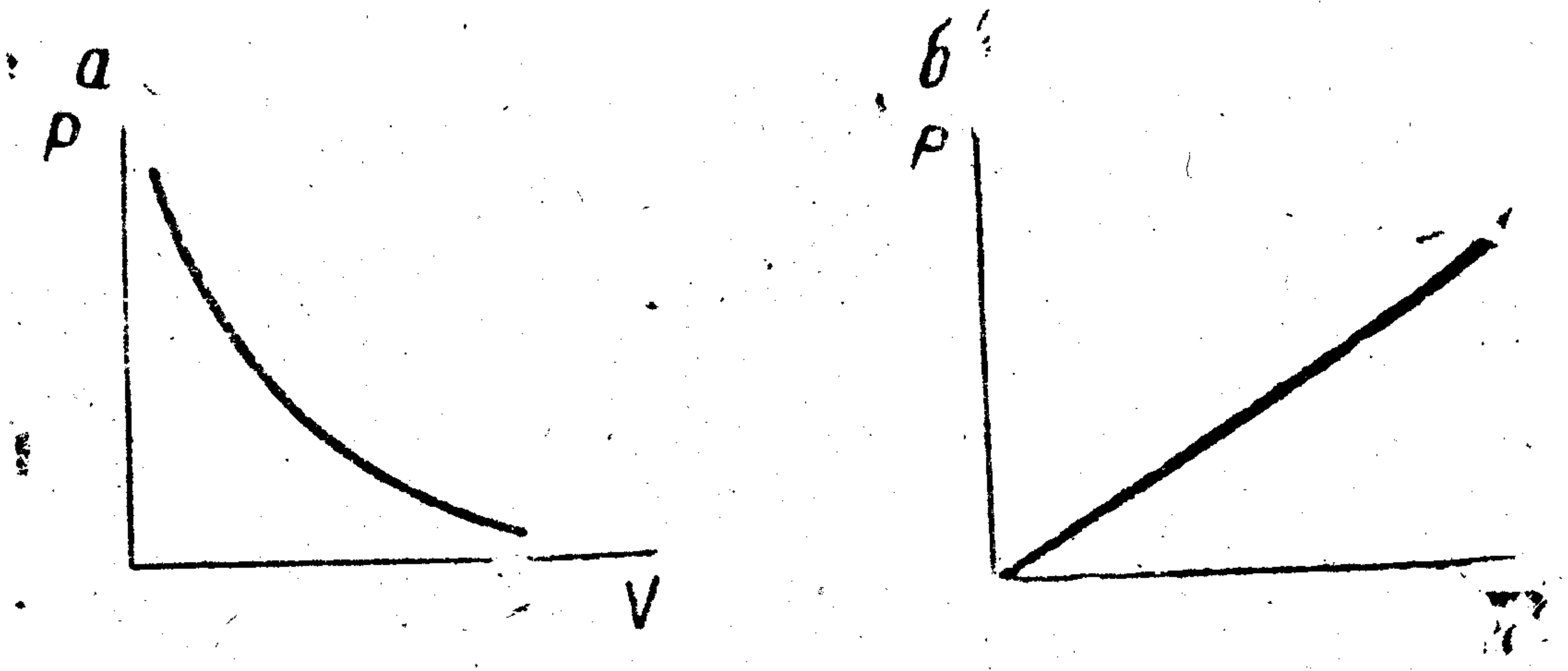
$$pV = C_1. \qquad (4.17)$$

где $C_1 = RTm/\mu$ — постоянная величина.

При постоянном давлении получаем уравнение изобарного процесса (закон Гей — Люссака)

$$V = \frac{m}{\mu}\frac{R}{p}T = C_2 T. \qquad (4.18)$$

Откуда следует, что объем пропорционален температуре. Если температуре T_1 соответствует объем V_1, а



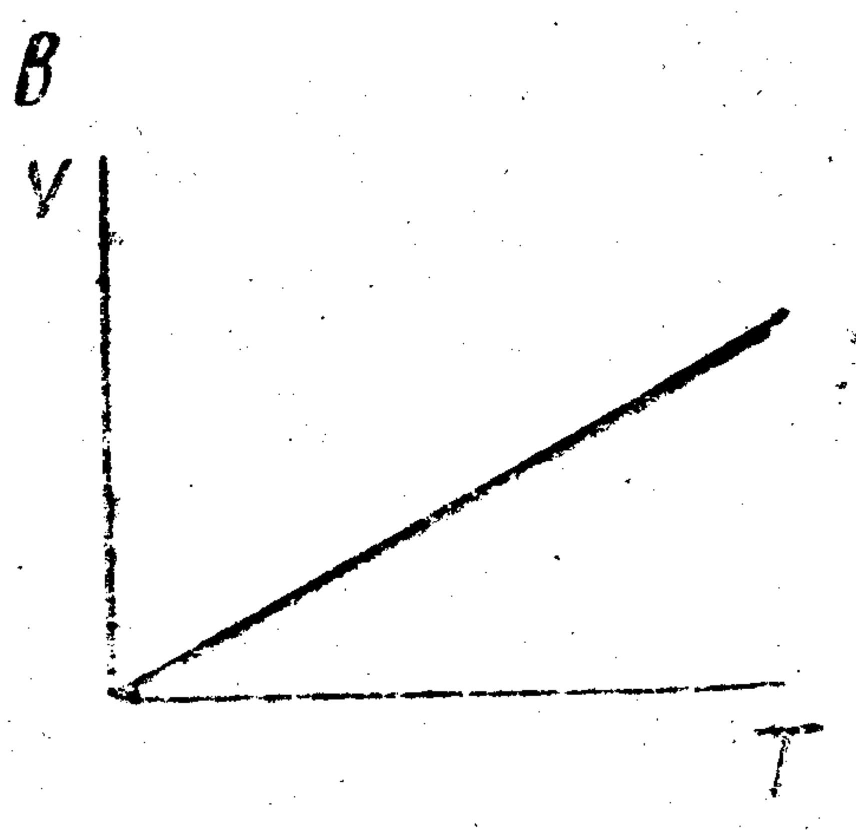


Рис. 82. Графики изотермического (*а*), изохорического (*б*) и изобарического (*в*) процессов

T_2 — объем V_2, то

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \tag{4.19}$$

Обозначим через V_0 объем газа при 273,15 К, а через V при температуре T:

$$V_0 = C_2 \cdot 273{,}15; \tag{4.20}$$

$$V = C_2 T. \tag{4.21}$$

Исключая из этих равенств C_2, получаем

$$V = \frac{V_0}{273{,}15} T = \alpha V_0 T, \tag{4.22}$$

где $\alpha = 1/(273{,}15\ \text{К})$ — коэффициент объемного расширения газов.

В шкале Цельсия закон изобарного расширения записывают в виде

$$V = \alpha V_0 (t + 273{,}15)) = V_0 (1 + \alpha t). \tag{4.23}$$

При постоянном объеме из (4.16) получается закон изохорного процесса (закон Шарля)

$$p = \frac{mR}{\mu V} = C_3 T. \tag{4.24}$$

Введя $\gamma = 1/273{,}15$ К — коэффициент термического расширения газа, равный коэффициенту объемного расширения, получим из (4.24) выражения, аналогичные (4.19), (4.22) и (4.23):

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}; \tag{4.25}$$

$$p = p_0\gamma T; \tag{4.26}$$

$$p = p_0(1 + \gamma t), \tag{4.27}$$

где p_0 — давление газа при $t=0$ °С.

Для реальных газов уравнение Менделеева — Клайперона выполняется лишь приблизительно и графики изопроцессов отличаются от приведенных на рис. 82. Отличие тем больше, чем меньше температура и выше давление газа.

Контрольные вопросы

1. Чему равны число Авогадро, газовая постоянная?
2. Как записывают уравнение Менделеева — Клапейрона?
3. Чему равен объем одного моля газа при нормальных условиях?
4. Как записывают законы изотермического, изобарического и изохорического процессов?

§ 4.4. Работа при расширении газа. Внутренняя энергия и теплоемкость газа. Первый закон термодинамики

При расширении газ совершает работу. Величину этой работы проще всего подсчитать для газа, поднимающего поршень в цилиндре (рис. 83). Подъем на высоту Δh сопровождается работой силы давления F, равной

$$\Delta A = F\Delta h. \tag{4.28}$$

Силу давления запишем в виде произведения давления на площадь поверхности поршня:

$$F = pS. \tag{4.29}$$

Подставляя (4.29) в (4.28) и учитывая, что произведение $S\Delta h = \Delta V$ равно изменению объема газа, получаем, что работа, совершаемая газом при увеличении объема на ΔV при давлении p равна

$$\Delta A = p\Delta V. \tag{4.30}$$

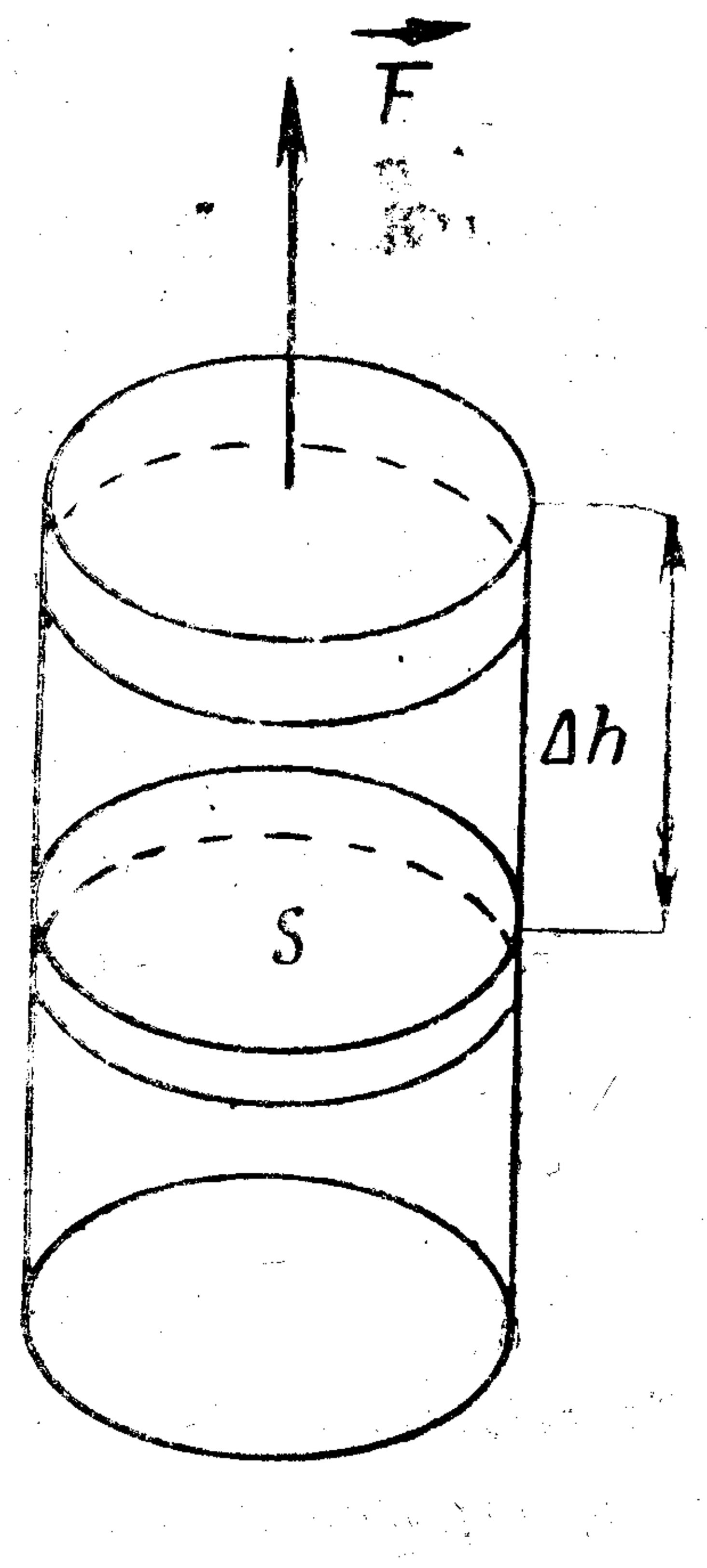


Рис. 83. Подъем поршня при расширении газа

При нагревании газа, как показывает опыт, энергия его молекул изменяется. Эту энергию называют внутренней энергией газа. Для идеального газа потенциальная энергия взаимодействия молекул очень мала и ее можно не учитывать. Поэтому *для идеального газа внутренняя энергия газа равна сумме кинетических энергий молекул:*

$$U_\mu = N_A \langle E_к \rangle. \qquad (4.31)$$

Поскольку $\langle E_к \rangle = ik_Б T/2$ (см. 4.4), получаем

$$U_\mu = iN_A k_Б T/2 = iRT/2. \qquad (4.32)$$

Теплоемкостью тел, в том числе и газообразных, называется отношение переданного телу тепла к соответствующему изменению температуры

$$C = \Delta Q/\Delta T. \qquad (4.33)$$

Если масса тела равна 1 кг, то теплоемкость называют удельной, а если количество вещества тела равно молю, то — молярной.

Теплоемкость газа зависит от условий, в которых ему передается тепловая энергия. При постоянном объеме вся тепловая энергия расходуется на изменение внутренней энергии: $\Delta Q = \Delta U$. Поэтому, подставляя (4.32) в (4.33), находим, что молярная теплоемкость при постоянном объеме $C_{v\mu}$ равна

$$C_{v\mu} = (\Delta U_\mu/\Delta T) = (iR\Delta T/(2\Delta T)) = iR/2. \qquad (4.34)$$

Теплоемкость газа при постоянном давлении и увеличивающемся объеме больше теплоемкости при постоянном объеме, так как в этом случае тепловая энергия расходуется не только на увеличение внутренней энергии газа, но и на работу газа против внешних сил.

При нагревании газа переданная ему тепловая энергия равна сумме изменения внутренней энергии ΔU и работы против внешних сил ΔA

$$Q = \Delta U + \Delta A. \qquad (4.35)$$

Это утверждение, носящее название первого закона термодинамики, справедливо не только для газов, но и для других тел. Оно является результатом большого числа исследований и представляет собой обобщение закона сохранения энергии на тепловые явления.

Контрольные вопросы

1. Чему равна работа, совершаемая газом при расширении?
2. Чему равна внутренняя энергия газа?
3. Как формулируют первый закон термодинамики?

§ 4.5. Адиабатный процесс. Тепловые двигатели, их коэффициент полезного действия

Адиабатным называют процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой. Для такого процесса в выражении (4.35) следует положить $Q=0$. Тогда

$$0=Q=\Delta U+\Delta A. \qquad (4.36)$$

Из (4.36) видно, что совершать работу против внешних сил газ может только уменьшая внутреннюю энергию (и температуру). Напротив, если внешние силы сжимают газ ($\Delta A<0$), внутренняя энергия и температура газа возрастают.

Тепловые двигатели предназначены для того, чтобы превращать тепловую энергию в механическую работу. Опыт создания таких двигателей показывает, что *нельзя совершать работу только нагревая газ.* Газ при работе двигателя также должен охлаждаться. Это означает, что получив от нагревателя тепловую энергию, равную Q_1, двигатель обязательно отдает охлаждающему устройству некоторое количество тепла Q_2, а на совершение работы расходуется энергия

$$A = Q_1 - Q_2. \qquad (4.37)$$

Отношение совершенной работы к энергии, затраченной на нагревание газа, называют коэффициентом полезного действия

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \qquad (4.38)$$

Можно доказать, что максимальное значение коэффициента полезного действия равно

$$\eta_{max} = (T_1 - T_2)/T_1, \qquad (4.39)$$

где T_1 и T_2 — температуры нагревателя и охлаждающего устройства.

Мощностью двигателя называют величину, характеризующую скорость совершения работы:

$N = A'_t$; $N_{\text{ср}} = (A/t)$ — средняя мощность.

Необходимую для работы тепловых двигателей энергию получают, как правило, при сгорании топлива. Удельная теплота сгорания $q = Q/m$, где Q — тепловая энергия, выделившаяся при полном сгорании топлива, масса которого m.

Контрольные вопросы

1. Какой процесс называют адиабатным?
2. Может ли работать тепловой двигатель, не передавая часть тепла охлаждающему устройству?
3. Чему равна работа, совершаемая тепловым двигателем?
4. Чему равен его коэффициент полезного действия?
5. Каково максимально возможное значение этого коэффициента? Чему равна мощность?

§ 4.6. Превращение газа в жидкость. Насыщенный пар

Полная энергия молекулы равна сумме положительной кинетической энергии, связанной с движением молекулы и отрицательной потенциальной энергии, связанной с притяжением молекул друг к другу. Пока полная энергия положительна, молекулы не связаны, их можно рассматривать как газ. Охлаждая газ и уменьшая тем самым кинетическую энергию, а также увеличивая вклад потенциальной энергии путем сжатия газа, можно добиться того, чтобы полная энергия стала отрицательной. В этом случае молекулы связываются друг с другом, вещество из газообразного состояния переходит в жидкое.

Одним из процессов, с помощью которого газ может быть превращен в жидкость, является изотермическое сжатие. Опыт, однако, показывает, что не при любой температуре.такое превращение возможно. *Температуру, ниже которой газ превращается в жидкость в изотермическом сжатии, и выше которой такое превращение невозможно, называют критической. Переход газа в жидкость (конденсация) сопровождается выделением тепловой энергии — теплоты конденсации. Очевидно, такое же количество энергии поглощается при превращении жидкости в газ.*

Количество тепловой энергии, необходимое для превращения при постоянной температуре 1 кг жидкости в газ называют удельной теплотой парообразования. На превращение в газ жидкости массой m с удельной теплотой парообразования r требуется тепловая энергия

$$Q = mr. \tag{4.40}$$

Превращая в изотермическом процессе газ в жидкость, можно убедиться, что после того, как началось образование жидкости, давление газа не изменяется. Если не изменять и объем газа, то объем жидкости также будет сохраняться: число молекул, покидающих жидкость, равно числу молекул газа, переходящих в жидкость. *Газ (пар) вещества, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называют насыщенным. Независящее от объема давление пара, при котором жидкость находится в равновесии со своим паром, называют давлением насыщенного пара.*

Поскольку при изменении объема или температуры насыщенного пара изменяется его масса, поведение насыщенного пара существенно отличается от поведения газа. Отметим, что масса насыщенного пара в изотермическом процессе изменяется прямо пропорционально объему. Поэтому его плотность не изменяется. Чтобы воспользоваться этим свойством, перепишем уравнение Менделеева — Клапейрона (4.16) в виде

$$p = \frac{m}{V}\frac{RT}{\mu} = \frac{R}{\mu}\rho T, \tag{4.41}$$

где $\rho = m/V$ — плотность насыщенного пара.

В изохорическом процессе давление обычного (ненасыщенного) пара растет прямо пропорционально температуре. Из (4.41) следует, что давление насыщенного пара зависит от температуры более быстро. Это связано с тем, что при увеличении температуры растет также и плотность пара. Интенсивный процесс парообразования по всему объему жидкости называют кипением. Кипение для данной жидкости наблюдается при определенной температуре — температуре кипения, зависящей от давления пара. При атмосферном давлении, равном 101325 Па температура кипения воды равна 100 °C.

Контрольные вопросы

1. Как перевести вещество из газообразного состояния в жидкое?
2. Какую температуру называют критической?
3. Что такое теплота, конденсация, теплота парообразования?
4. Как зависит давление насыщенного пара от температуры?
5. Что такое кипение?
6. Как зависит температура кипения от давления пара?

§ 4.7. Влажность воздуха

В атмосферном воздухе, кроме кислорода, азота, углекислого газа и ряда других газов, содержатся также и пары воды. *Согласно закону Дальтона, давление смеси идеальных газов равно сумме давлений, создаваемых каждым газом в отдельности. Давление, создаваемое водяным паром, называют упругостью водяного пара.* Важной характеристикой водяного пара является *относительная влажность — величина, равная отношению упругости p водяного пара при данной температуре, к давлению p_0 насыщенного пара при той же температуре.* Относительная влажность в процентах:

$$r = p/p_0 \cdot 100\ \%. \tag{4.42}$$

Абсолютной влажностью a называют количество водяного пара в г в 1 $м^3$ воздуха.

Охлаждение ненасыщенного пара при постоянном давлении может сделать его насыщенным. *Температуру, при которой водяной пар становится насыщенным, называют точкой росы.* При температурах ниже точки росы начинается конденсация пара.

Зная температуру пара t и его точку росы $t_р$, можно определить и влажность воздуха. Для удобства расчетов влажности составлены специальные таблицы, в которых приведены давления насыщенного пара при различных температурах. Пользуются таблицей следующим образом. По известной точке росы находят соответствующее значение давления насыщенного водяного пара — p. Поскольку при увеличении температуры пара от $t_р$ до t его давление не изменяется, то p и есть искомое давление водяного пара при температуре t. Далее из таблицы находят давление насыщенного пара при температуре t — p_0. Отношение p/p_0 и есть влажность воздуха при температуре t.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается закон Дальтона?
2. Чему равна относительная влажность?
3. Что такое точка росы?
4. Как, зная температуру водяного пара и его точку росы, найти относительную влажность?

§ 4.8. Ионизированный газ. Плазма. Электрический ток в газах

Получив извне энергию, электрон может покинуть атом. Образуется положительно заряженный ион атома и свободный электрон. Например,

$$N \to N^+ + e^-. \tag{4.43}$$

В дальнейшем электрон может присоединиться к нейтральному атому:

$$N + e^- \to N^-. \tag{4.44}$$

Могут возникать также многократно ионизированные атомы, потерявшие более одного электрона: N^{++}, O^{++} и т. п. Электрон может также присоединиться к положительно заряженному иону, нейтрализуя его

$$N^+ + e^- \to N. \tag{4.45}$$

Нейтрализуются и разноименно заряженные ионы

$$N^+ + N^- \to N + N. \tag{4.46}$$

Процесс нейтрализации в газе носит название рекомбинации. Газ, в котором имеются положительно и отрицательно заряженные ионы, а также свободные электроны, называют ионизированным. Как правило, ионизированный газ возникает из обычного, нейтрального. В дальнейшем *положительно и отрицательно заряженные частицы достаточно равномерно перемешиваются, так что даже малые объемы газа оказываются электрически нейтральными. Такой ионизированный газ называют плазмой.*

В ионизированном газе заряженные частицы могут передвигаться под действием внешнего электрического поля, т. е. может возникать электрический ток. *Электрический ток в газах называют разрядом.*

Существуют два вида разряда — самостоятельный и несамостоятельный. *Самостоятельный разряд поддерживается за счет энергии внешнего электрического поля.* При самостоятельном разряде свободные электроны ускоряются внешним полем, приобретая от него на расстоянии свободного пробега l между столкновениями кинетическую энергию

$$E_к = \frac{mv^2}{2} = Eel, \qquad (4.47)$$

где E — напряженность электрического поля; e и m — заряд и масса электрона.

Если энергия $E_к$ больше энергии связи электрона в атоме, с которым сталкивается ускоренный электрон, то атом ионизируется (ударная ионизация). Возникающий при этом дополнительный свободный электрон может также ионизировать другие атомы.

Внешнее электрическое поле создается в газе электродами. Вещество электродов также играет существенную роль в процессах, вызывающих электрический разряд. Ускоренные электрическим полем ионы могут выбивать из электродов электроны. Этот процесс называют электронной эмиссией. Если в процессе разряда вещество электрода сильно разогревается (до $T \approx 1000$—2000 К), то передаваемая электронам тепловая энергия становится достаточной для вылета из электродов (термоэмиссия).

В процессе разряда атомы не только ионизируются, но и возбуждаются. Излучение возбужденных атомов также может приводить к эмиссии электронов из вещества электродов.

Известны следующие основные типы самостоятельного разряда.

1. Искровой (в природе — молния). Возникает при атмосферном давлении ($\sim 10^5$ Па) при очень больших напряженностях электрического поля ($E \approx 10^6$ В/м). Основную роль играет процесс ударной ионизации.

2. Коронный. Возникает вблизи проводников, создающих очень неоднородное электрическое поле. Для отрицательно заряженных проводников существенную роль играет эмиссия электронов из проводника. Во всех случаях существенна ударная ионизация.

3. Дуговой. Возникает при атмосферном давлении. Обусловлен термоэмиссией.

4. Тлеющий. Возникает при давлениях, много меньших атмосферного. Существенную роль играют ударная ионизация и эмиссия электронов.

Разряд называют несамостоятельным, если для его поддержания, кроме внешнего электрического поля, необходимы какие-либо другие внешние источники ионизации, например радиоактивное излучение.

Контрольные вопросы

1. Как возникают ионы в газе?
2. Что такое плазма?
3. Как называют электрический ток в газах?
4. Что такое ударная ионизация?
5. Что такое эмиссия электронов?
6. Какую роль играет в процессе разряда излучение атомов?
7. Какой разряд называют самостоятельным?
8. Какие известны основные виды самостоятельного разряда?
9. Какой разряд называют несамостоятельным?

Глава 5. ЖИДКОСТИ

§ 5.1. Свойства жидкости. Движение молекул в жидкости. Поверхностное натяжение

В жидкости молекулы связаны силами молекулярного притяжения. Величина этих сил настолько велика, что жидкости под действием внешнего давления сжимаются очень мало. В то же время межмолекулярное взаимодействие в жидкости не может обеспечить строгую взаимную ориентацию молекул. Упорядоченное расположение молекул в жидкости наблюдается лишь в небольших объемах, включающих несколько десятков молекул.

Молекулы жидкости могут под действием тепловой энергии перемещаться из одной области в другую, а под действием внешних сил отдельные части жидкости перемещаются друг относительно друга. Соответствующее трение называют внутренним трением. Оно, как правило, меньше трения сухих поверхностей твердых тел.

Многие особые свойства жидкостей связаны с действием сил поверхностного натяжения. Под действием сил поверхностного натяжения жидкое тело стремится уменьшить свою поверхность. Поскольку при данном объеме наименьшей поверхностью обладает шар, в отсутствии внешних сил жидкое тело приобретает форму шара. Поясним, как возникают силы поверхностного натяжения. На молекулу, находящуюся у поверхности жидкости, соседние с ней молекулы жидкости действуют с силой, направленной внутрь жидкости (рис. 84). Уход молекул с поверхности приводит к сокращению поверхности жидкости. Это сокращение поверхности рассматривают как действие сил поверхностного натяжения.

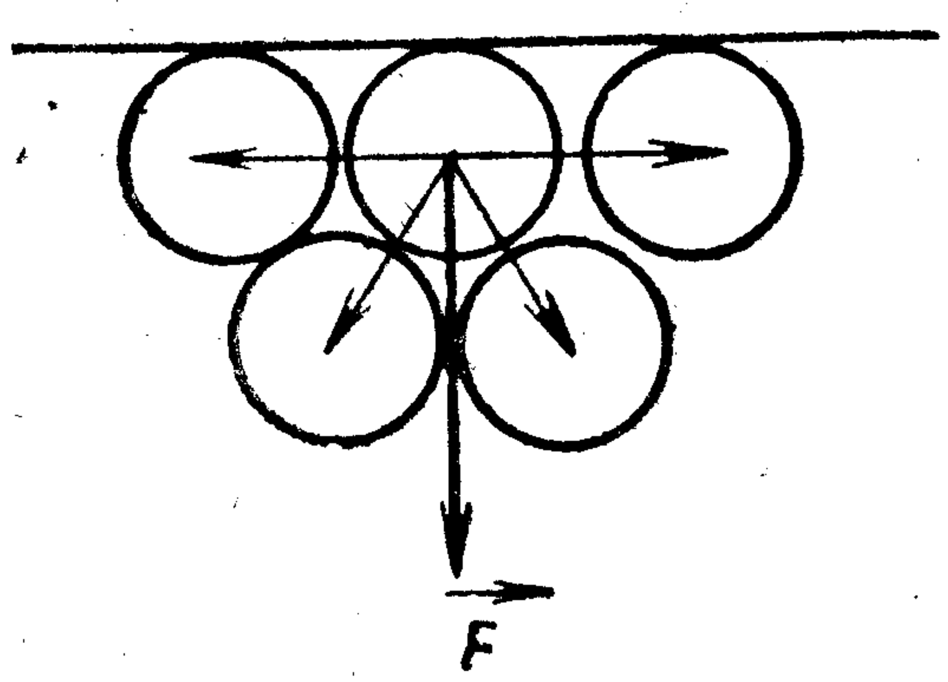


Рис. 84. Силы, действующие на молекулу, которая находится у поверхности жидкости (жирной линией показана равнодействующая сила $\vec{F}$)

Сила поверхностного натяжения, действующая на границу поверхности длиной l, равна:

$$F = \sigma l, \tag{5.1}$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения.

При уменьшении поверхности на $\Delta S = hl$ сила поверхностного натяжения совершает работу

$$\Delta A = Fh = \sigma \Delta S. \tag{5.2}$$

Работа этой силы сопровождается уменьшением числа молекул, находящихся на поверхности жидкости. Каждая из этих молекул, как уже говорилось, притягивается внутрь жидкости расположенными вблизи молекулами и, следовательно, обладает потенциальной энергией. Работа ΔA сопровождается уменьшением потенциальной энергии молекул, расположенных на поверхности ΔS

$$\Delta A = \Delta E_п. \tag{5.3}$$

Потенциальную энергию $\Delta E_п$ называют поверхностной энергией. Из (5.2) и (5.3) следует, что

$$\Delta E_п = \sigma \Delta S. \tag{5.4}$$

Контрольные вопросы

1. Почему жидкость мало сжимаема?
2. Как расположены и как движутся молекулы в жидкости?
3. Как возникает сила поверхностного натяжения?
4. Как изменяется потенциальная энергия жидкости при уменьшении ее поверхности?

§ 5.2. Капиллярные явления

На границе сосуда — твердого тела и жидкости на молекулы жидкости действуют силы как со стороны твердого тела, так и со стороны жидкости. *Если силы, действующие со стороны стенки сосуда больше, то жидкость поднимается вдоль стенки сосуда. Такую жидкость называют смачивающей. В противном случае жидкость вдоль стенки опускается и ее называют несмачиваемой.* Особенно ярко смачивание проявляется в тонких трубках — капиллярах. Поверхность абсолютно смачивающей жидкости в цилиндрическом капилляре радиусом r

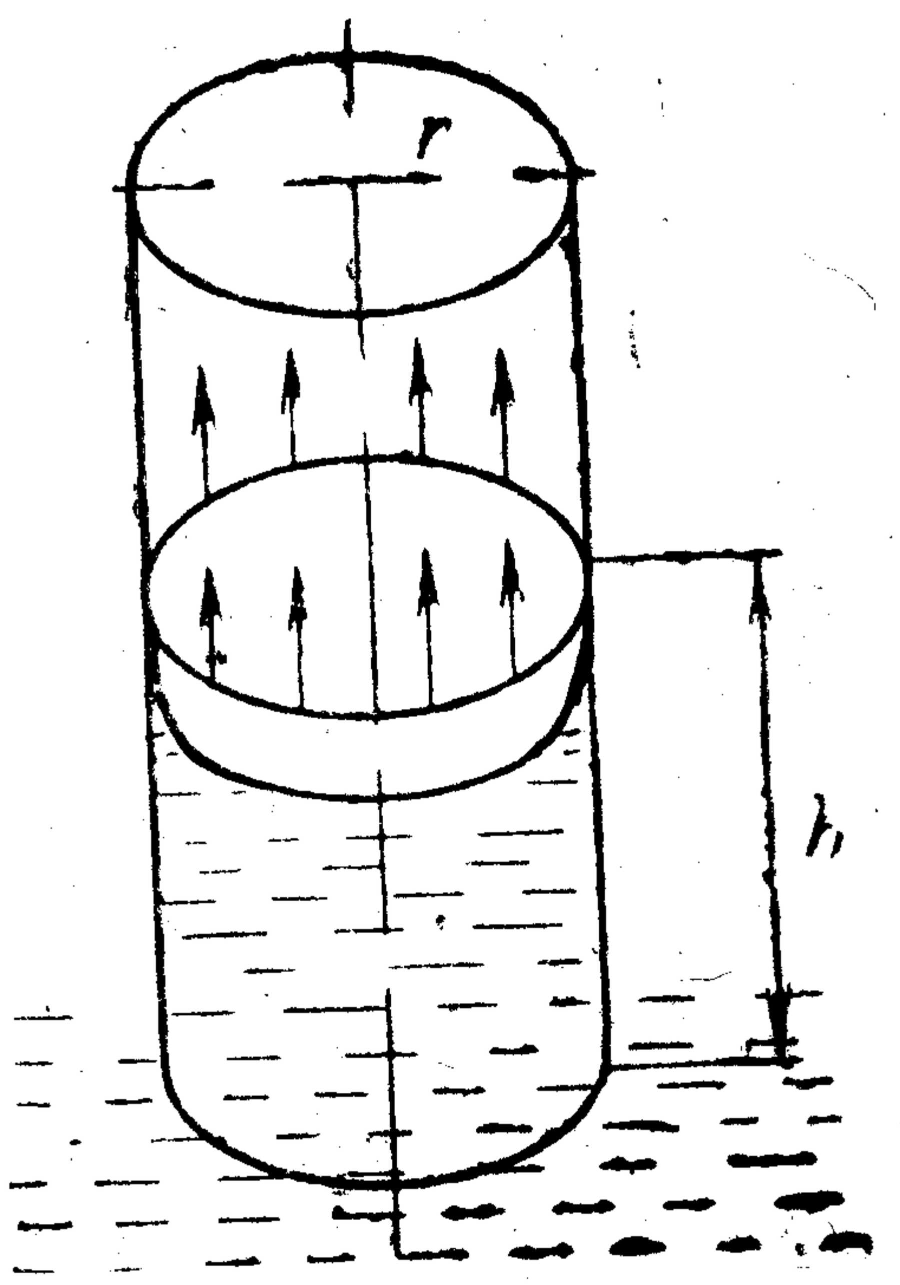


Рис. 85. Силы поверхностного натяжения, действующие на абсолютно смачивающую жидкость (показаны стрелками)

имеет форму полусферы (рис. 85). Вдоль границы полусферы, имеющей форму окружности, на жидкость действует сила поверхностного натяжения

$$F = \sigma l = \sigma \cdot 2\pi r. \qquad (5.5)$$

Эта сила уравновешивает силу тяжести, которая действует на поднятый над уровнем жидкости столб высотой h

$$F_т = mg = \rho V g = \rho S h g = \rho \pi r^2 h g, \qquad (5.6)$$

где ρ — плотность жидкости; m — масса поднятого силой поверхностного натяжения столба; V — объем столба.

Приравнивая F и $F_т$, находим высоту подъема жидкости в капилляре

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}. \qquad (5.7)$$

Если жидкость не смачивает капилляр, то h — глубина, на которую жидкость в капилляре опускается относительно первоначального уровня.

Контрольные вопросы

1. Какие силы действуют на молекулу, расположенную вблизи стенки сосуда?
2. Как ведут себя вблизи стенки сосуда смачивающая и несмачивающая жидкости?
3. На какую высоту поднимается столб смачивающей жидкости в цилиндрическом капилляре?

§ 5.3. Гидростатика. Закон Паскаля. Давление в жидкости, находящейся в поле сил тяжести. Закон Архимеда

Если на несжимаемую жидкость, находящуюся в закрытом сосуде, создать давление внешними силами, то это давление равномерно передается по всем направлениям. Это утверждение носит название закона Паскаля.

Открытый сверху столб жидкости высотой h создает давление (см. 5.6).

$$p = F_т/S = \rho g h. \qquad (5.8)$$

Поскольку давление p зависит от глубины, ясно, что на погруженное в жидкость тело снизу действует сила давления, которая больше силы давления, действующей сверху. Для простоты рассмотрим погруженный в жидкость прямоугольный параллелепипед, высота которого равна h, а площади верхней и нижней граней равны S. Силы, действующие на противоположные боковые грани, равны и направлены противоположно. Поэтому учитывать их не будем. На верхнюю грань параллелепипеда действует направленная вниз сила давления

$$\vec{F}_1 = \rho \vec{g} h_1 S, \qquad (5.9)$$

где h_1 — глубина, на которой находится верхняя грань.

На нижнюю грань действует направленная вверх сила

$$\vec{F}_2 = -\rho \vec{g}(h_1 + h)S. \qquad (5.11)$$

Результирующую силу, направленную вверх, называют выталкивающей. Она равна

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\rho \vec{g} h S = -\rho V \vec{g} = -m\vec{g}, \qquad (5.11)$$

где V — объем параллелепипеда, равный объему вытесненной им жидкости; m — масса этой жидкости; $m\vec{g}$ — действующая на жидкости сила тяжести, равная ее весу $(m\vec{g} = \vec{P})$.

Таким образом, *на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная по абсолютной величине весу вытесненной жидкости и направленная противоположно ему.* Мы пришли к хорошо известному закону Архимеда. Закон Архимеда справедлив не только для жидкостей, но и для газов.

Контрольные вопросы

1. Как формулируется закон Паскаля?
2. Какое давление создает столб жидкости плотностью ρ и высотой h?
3. Как возникает выталкивающая сила?
4. Как формулируют закон Архимеда?

§ 5.4. Электрический ток в жидкостях. Законы Фарадея

Некоторые жидкости, например растворы солей, обладают способностью проводить электрический ток. Рассмотрим механизм возникновения проводимости на примере раствора поваренной соли в воде. В молекуле $NaCl$ ион натрия заряжен положительно, а ион хлора — отрицательно. Молекулы воды, как показывает опыт, обладают большим (относительно молекул многих других жидкостей) дипольным моментом. Электрические поля диполей — молекул воды, группирующихся вокруг молекулы $NaCl$, приводят к тому, что молекула распадается на ионы:

$$NaCl \rightarrow Na^{+} + Cl^{-}. \tag{5.12}$$

Процесс распада молекул солей в воде на ионы называют электролитической диссоциацией, а образовавшийся раствор — электролитом. Как и в газах, разноименные ионы могут нейтрализовывать друг друга — рекомбинировать. Если внешние условия — температура, давление и пр. не изменяются, то благодаря динамическому равновесию между процессами диссоциации и рекомбинации, концентрация ионов в растворе поддерживается на определенном уровне.

Под действием внешнего электрического поля, которое можно создать, опустив в раствор положительно и отрицательно заряженные электроды — анод и катод, ионы начинают двигаться. Возникает электрический ток. В результате положительно заряженные ионы осаждаются, нейтрализуясь на катоде, а ионы другого знака — на аноде. *Процесс выделения на электродах веществ, входящих в состав электролита, называют электролизом.*

Экспериментально установлены следующие законы электролиза (*законы Фарадея*).

1. *Масса выделившегося на электроде вещества m пропорциональна протекшему через электролит заряду Q, т. е.*

$$m = kQ. \tag{5.13}$$

Коэффициент k называют электрохимическим эквивалентом данного вещества.

2. *Электрохимический эквивалент вещества пропорционален его химическому эквиваленту, т. е. отношению атомной массы A к числу валентных электронов n:*

$$k = \frac{1}{F}\frac{A}{n}, \qquad (5.14)$$

где F — постоянная Фарадея.

Подставляя (5.14) в (5.13), получаем:

$$m = \frac{1}{F}\frac{A}{n}\cdot Q$$

или

$$F = QA/nm. \qquad (5.15)$$

Из (5.15) следует, что в том случае, когда масса, выделившаяся на электродах численно равна химическому эквиваленту, постоянная Фарадея численно равна протекшему при этом через электролит заряду Q. В моле вещества, масса которого A кг, содержится число молекул, равное числу Авогадро — N_A, а в массе, равной A/n кг — N_A/n молекул. Если заряд иона, образовавшегося при диссоциации молекулы, равен $q_и$, то выделенной на электроде массе A/n кг соответствует прошедший через электролит заряд

$$Q = (N_A/n)q_и \text{ Кл/моль}. \qquad (5.16)$$

Опыт и расчеты по формуле (5.16) показывают, что $F = Q = 965\,000$ Кл/моль.

Контрольные вопросы

1. Какие жидкости проводят электрический ток?
2. Что такое электролитическая диссоциация?
3. В чем заключается электролиз?
4. Как формулируют законы Фарадея?
5. Чему равна и какой физический смысл имеет постоянная Фарадея?

Глава 6. ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

§ 6.1. Превращение жидкости в твердое тело. Кристаллы. Аморфные тела

В жидкости отсутствует строгая взаимная ориентация молекул. Более того, молекулы обладают способностью перемещаться из одного положения временного равновесия в другое. При переходе из жидкого состояния в твердое расстояние между молекулами уменьшается, силы взаимодействия молекул возрастают. Их величина становится достаточной для того, чтобы обеспечить строгую взаимную ориентацию молекул. *Молекулы твердого тела, в отличие от молекул жидкости, не перемещаются из одной части тела в другую, а лишь совершают тепловые колебания вокруг положений равновесия. Взаимная ориентация положений равновесия при неизменных внешних условиях сохраняется.* Чтобы переместить одну часть твердого тела относительно другой, требуются намного большие силы, чем для жидкости.

Твердые тела, в которых наблюдается строгая повторяемость расположения атомов во всех направлениях, называют кристаллами. Крупные кристаллы (монокристаллы) в природе встречаются редко, а их изготовление в технике связано с большими трудностями. Большинство веществ, используемых в технике, в том числе многие конструкционные материалы (сталь, алюминий и др.) являются поликристаллами, т. е. состоят из большого числа мелких кристаллов с различной ориентацией.

Вещества, в которых отсутствует повторяемость в расположении атомов, называют аморфными. К аморфным телам относят стекло, значительную часть пластмасс. Превращение жидкости в твердое тело сопровождается выделением тепловой энергии. Напротив, *чтобы превратить твердое тело в жидкость, необходимо затратить тепловую энергию, называемую теплотой плавления.* Эта энергия идет на увеличение кинетической и потенциальной энергии молекул, что приводит к увеличению расстояния между ними. *Плавление кристаллов (твердых тел) происходит при определенной температуре — температуре плавления. Температура кристаллизации равна температуре плавления.*

Тепловую энергию, необходимую для превращения 1 кг кристаллического вещества (твердого тела) в жидкость при температуре плавления, называют удельной теплотой плавления. Теплота плавления обозначается греческой буквой λ. Теплота, расходуемая на расплавление массы m, равна

$$Q = \lambda m. \tag{6.1}$$

Очевидно, теплота плавления одного и того же тела равна теплоте, выделяемой при отвердении (кристаллизации).

Контрольные вопросы

1. Как изменяется движение молекул вещества при переходе из жидкого состояния в твердое?
2. Какие вещества называют кристаллами, поликристаллами, аморфными?
3. Что такое удельная теплота плавления?

§ 6.2. Механические свойства твердых тел. Упругая деформация. Закон Гука

Положения, занимаемые молекулами в твердых телах, являются положениями устойчивого равновесия. Любая попытка вывести их из этого положения приводит к появлению силы, возвращающей к положению равновесия. Поэтому при изменении формы твердого тела под действием внешних сил (деформации) возникают внутренние силы, направленные противоположно внешним. По мере увеличения деформации внутренние силы растут до тех пор, пока не скомпенсируют внешние силы.

Деформацию твердого тела называют упругой, если после того, как прекращено действие внешних сил, тело восстанавливает свою первоначальную форму. Рассмотрим упругую деформацию на примере деформации растяжения однородного стержня. Приложим к стержню

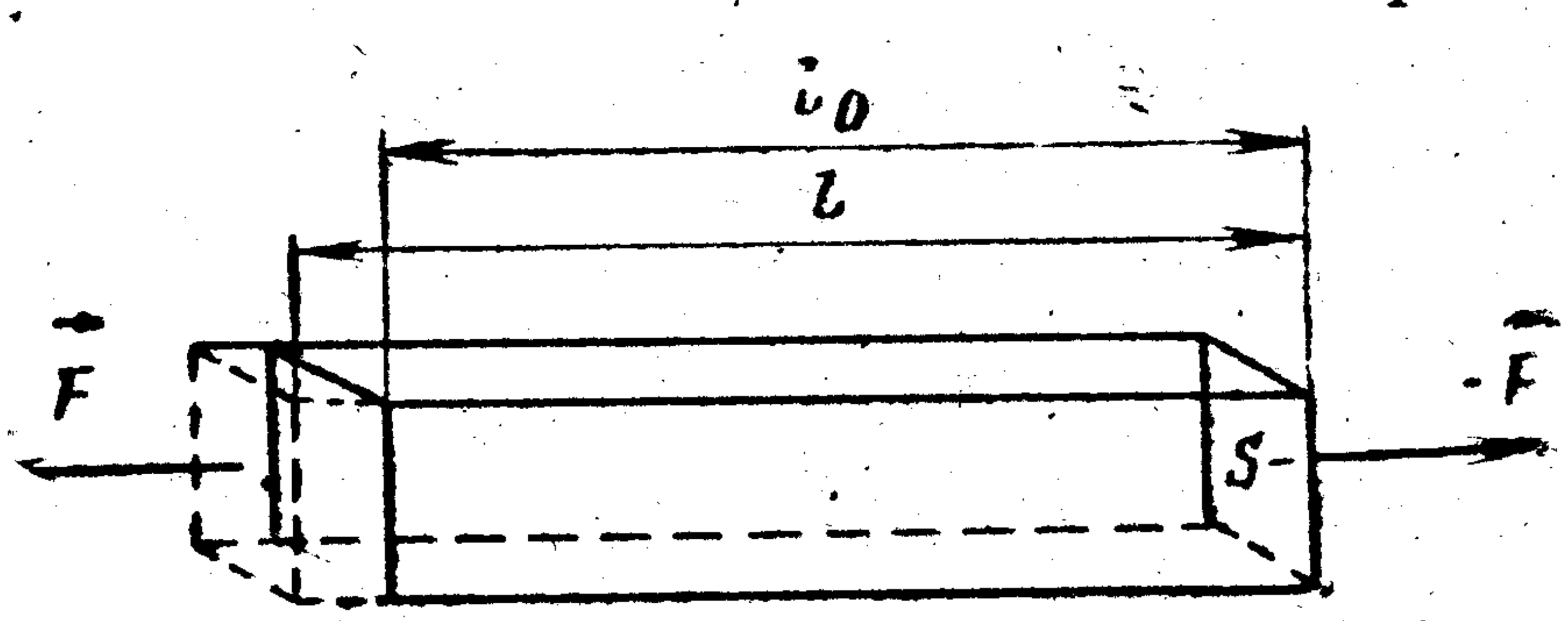


Рис. 86. Стержень, подвергающийся деформации растяжения

длиной l_0 две равные по модулю противоположно направленные силы F (рис. 86). Размеры стержня изменятся и станут равны l. Абсолютным удлинением стержня называют разность

$$\Delta l = l - l_0, \qquad (6.2)$$

а относительным удлинением отношение

$$\varepsilon = \Delta l / l_0.$$

Для упругих деформаций справедлив закон Гука

$$F = k|\Delta l|. \qquad (6.3)$$

Коэффициент

$$k = ES/l_0, \qquad (6.4)$$

где E — модуль упругости (модуль Юнга).

Подставляя выражение для k в (6.3) и вводя механическое напряжение $\sigma = (F/S)$, закон Гука запишем в виде

$$\sigma = F/S = |\varepsilon| E. \qquad (6.5)$$

Контрольные вопросы

1. Какие внутренние силы и почему возникают при действии внешних сил на твердое тело?
2. Какую деформацию называют упругой?
3. Как записывается закон Гука?
4. Что такое механическое напряжение?

§ 6.3. Пластичность, хрупкость, разрушение

Если после действия внешних сил форма тела изменяется, то такую деформацию называют пластической. Пластическая деформация возникает при механических напряжениях, превышающих предел упругости $\sigma_у$. При меньших напряжениях пластической деформацией можно пренебрегать.

Увеличивая напряжение, можно разрушить деформируемое тело. Напряжение $\sigma_{пр}$, *при котором наступает разрушение, называют пределом прочности.* По механическим свойствам тела условно делят на упругие, пластичные и хрупкие. Упругие тела подчиняются закону Гука вплоть до относительных деформаций $\varepsilon \sim 0{,}01$.

У пластичных тел пластическая деформация начинается при существенно меньших значениях напряжения. Тела называются хрупкими, если они разрушаются при небольших деформациях. Перед разрушением хрупкие тела практически не испытывают пластической деформации.

Контрольные вопросы

1. Какую деформацию называют пластической?
2. Что такое предел упругости, предел прочности?
3. Какие тела называют упругими, пластичными, хрупкими?

§ 6.4. Тепловые свойства твердых тел. Тепловое расширение. Теплоемкость. Закон сохранения энергии при тепловых превращениях

При увеличении температуры твердые тела (за небольшими исключениями) увеличивают свои размеры. Это связано с тем, что тепловые колебания молекул в веществе не являются в точности гармоническими и при увеличении температуры расстояние между положениями равновесия соседних атомов возрастает. Линейные размеры тела при тепловом расширении изменяются по закону:

$$l = l_0(1 + \beta t), \tag{6.6}$$

где β — коэффициент линейного расширения. Для большинства веществ $\beta \sim 10^{-5}$—10^{-6} K^{-1}; l_0 — размер при $t = 0$ °C.

Чтобы найти закон, по которому изменяется объем тела, рассмотрим куб с длиной ребра l. Его объем $V = l^3$. Подставляя вместо l выражение (6.6), получим

$$V = V_0(1 + 3\beta t + 3\beta^2 t^2 + t^3\beta^3), \tag{6.7}$$

где $V_0 = l^3_0$ — объем при температуре $t = 0$ °C. Поскольку $\beta \ll 1$, в выражении, записанном в круглых скобках, можно пренебречь слагаемыми с β^2 и β^3. Введя $\alpha = 3\beta$ — коэффициент объемного расширения, запишем закон объемного расширения тел:

$$V = V_0(1 + \alpha t). \tag{6.8}$$

Поскольку тепловое расширение твердых тел мало, работой при расширении можно пренебречь. Поэтому теплоемкости твердых тел при постоянном объеме и при постоянном давлении практически равны. В отличие от газов теплоемкости твердых тел существенно зависят от температуры, что необходимо учитывать в расчетах тепловых процессов.

Расчеты тепловых процессов основываются на законе сохранения энергии. При этом следует придерживаться следующих правил.

1. Определить систему тел, обменивающихся друг с другом тепловой энергией.

2. Записать для этих тел уравнение теплового баланса. В левую часть этого уравнения следует внести со знаком плюс выражения для процессов, в которых тепловая энергия выделяется и со знаком минус — для процессов, в которых тепло поглощается. Правую часть приравнять нулю.

3. Если из качественных соображений нельзя заранее определить, выделяется в данном процессе тепловая энергия или поглощается, можно записать соответствующее выражение с произвольным знаком. Решив уравнение теплового баланса, действительный знак выражения для данного процесса определить, подставляя в это выражение входящие в него величины.

Контрольные вопросы

1. Почему при нагревании твердые тела расширяются?
2. Как записывают законы линейного и объемного расширения?
3. Почему теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении твердых тел практически одинаковы?
4. Каких правил следует придерживаться при составлении уравнения теплового баланса?
5. Чему равны по величине коэффициенты линейного и объемного расширения?

§ 6.5. Превращение в твердых телах атомных оболочек в энергетические зоны. Газ электронов в твердом теле

Энергетические уровни изолированных друг от друга атомов (газ атомов) группируют в оболочки (см. § 3.5). Расстояние между уровнями внутри оболочки составляет доли электронвольта. При образовании твердого тела атомы сближаются и поэтому структура системы уровней существенно изменяется. Каждый энергетический уровень оболочки расщепляется на число уровней, равное числу атомов в твердом теле. *Атомные оболочки превращаются в области энергии с огромным числом уровней, эти области называют разрешенными энергетическими зонами.* Расстояние между уровнями в энергетических зонах очень мало — около 10^{-23} эв. *Между разрешенными зонами находятся области энергии, в которых нет энергетических уровней — запрещенные зоны.* Электроны верхних энергетических зон практически свободно движутся в веществе подобно частицам газа. Однако свойства газа электронов существенно отличаются от свойств обычных газов. Главное отличие заключается в том, что, изменяя свою энергию при столкновениях или под действием внешнего электрического поля, *электроны могут переходить только на такие энергетические уровни, которые не заняты другими электронами. Переход на уровень, занятый другим электроном, запрещен.* В этом случае на одном уровне оказалось бы два электрона, что противоречит принципу Паули.

Контрольные вопросы

1. Как изменяется строение атомных оболочек в твердых телах?
2. Что такое разрешенная и запрещенная энергетические зоны?
3. Как движутся электроны верхних энергетических зон?
4. На какие энергетические уровни может перейти электрон зоны при изменении его энергии?

§ 6.6. Проводники — металлы. Сверхпроводимость

Электроны верхних зон в твердых телах движутся хаотически. Это движение не приводит к возникновению электрического тока. *Чтобы возник электрический ток — направленное движение электронов — электроны твердого тела должны под действием внешнего электрического поля изменить свою энергию, т. е. перейти на другие энергетические уровни. В проводниках-металлах верхняя зона (валентная) заполнена*

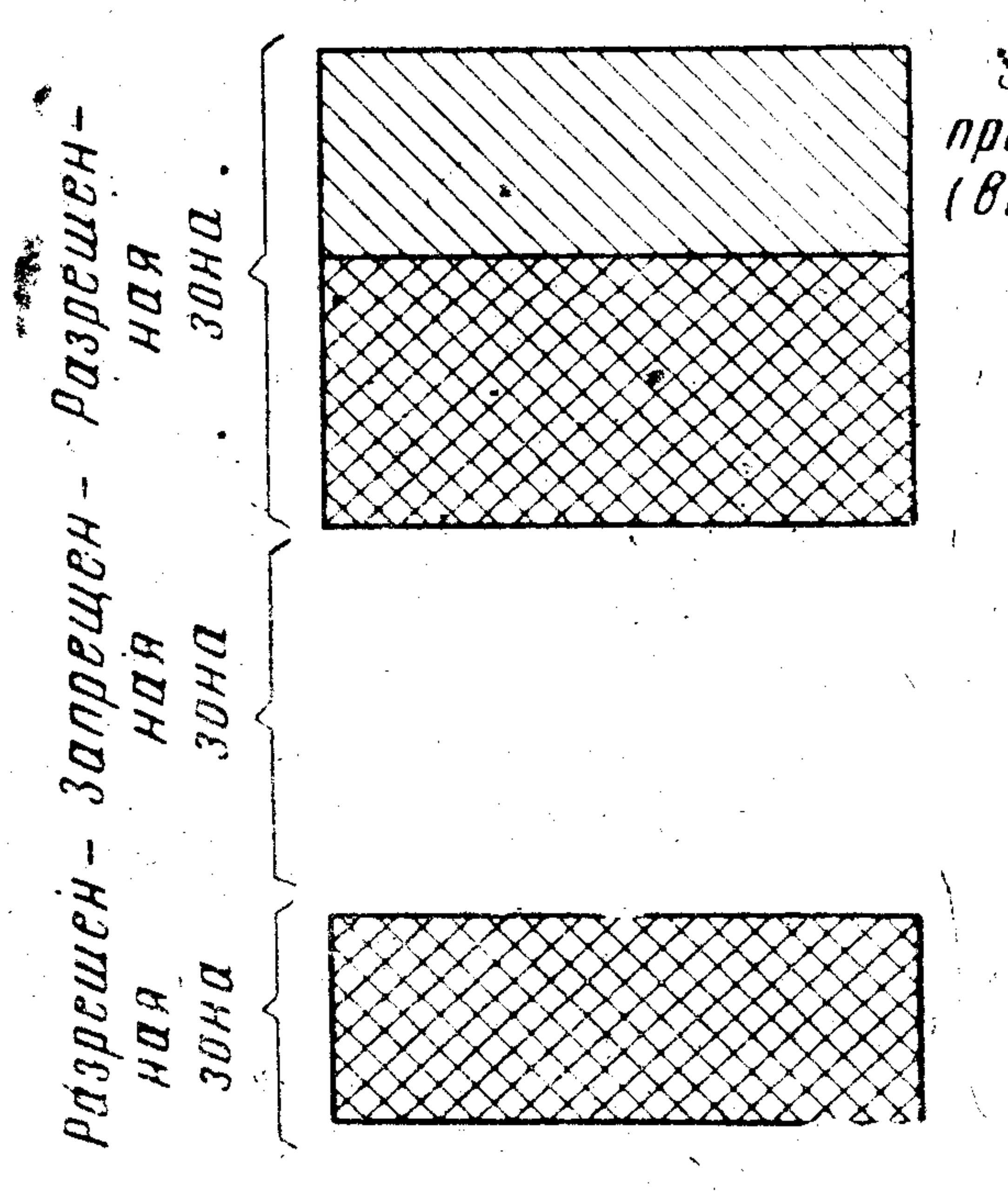


Рис. 87. Энергетические зоны в проводниках — металлах

электронами частично (рис. 87). Рядом с занятыми уровнями в этой зоне находятся свободные. Поэтому электроны валентной зоны (она называется также зоной проводимости) легко изменяют энергию под действием внешнего электрического поля и начинают двигаться направленно, т. е. возникает электрический ток.

Электропроводность металлов велика —$\sigma \approx 10^6$—10^7 Ом$^{-1}$м$^{-1}$. Для большинства металлов зависимость удельного сопротивления $\rho = 1/\sigma$ от температуры записывают в виде

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \tag{6.9}$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при $t = 0\,°C$; α — температурный коэффициент сопротивления.

Формула (6.9) справедлива лишь в ограниченном интервале температур. При понижении температуры некоторые вещества (металлы, металло-керамики) переходят в сверхпроводящее состояние, в котором удельное сопротивление равно нулю. В сверхпроводящем состоянии электроны, проводящие электрический ток, попарно объединяются. Из газообразного состояния они переходят в состояние сверхтекучей жидкости. Сверхтекучая жидкость пар электронов без потерь энергии неограниченно долго течет в сверхпроводнике.

Контрольные вопросы

1. Как движутся электроны верхних зон в отсутствии внешнего электрического поля?
2. Как изменяется энергия электрона под действием внешнего поля?
3. В каком случае внешнее поле может передать энергию электронам?
4. Как заполнена верхняя зона (зона проводимости) в металлах?
5. Как зависит сопротивление проводников — металлов от температуры?
6. Что такое сверхпроводимость?
7. Как изменяются свойства электронов проводимости при переходе в сверхпроводящее состояние?

§ 6.7. Диэлектрики. Электрическая прочность диэлектриков

В диэлектриках самой верхней зоной, в которой имеются электроны, является валентная. Эта зона и все ниже расположенные зоны целиком заполнены электрона-

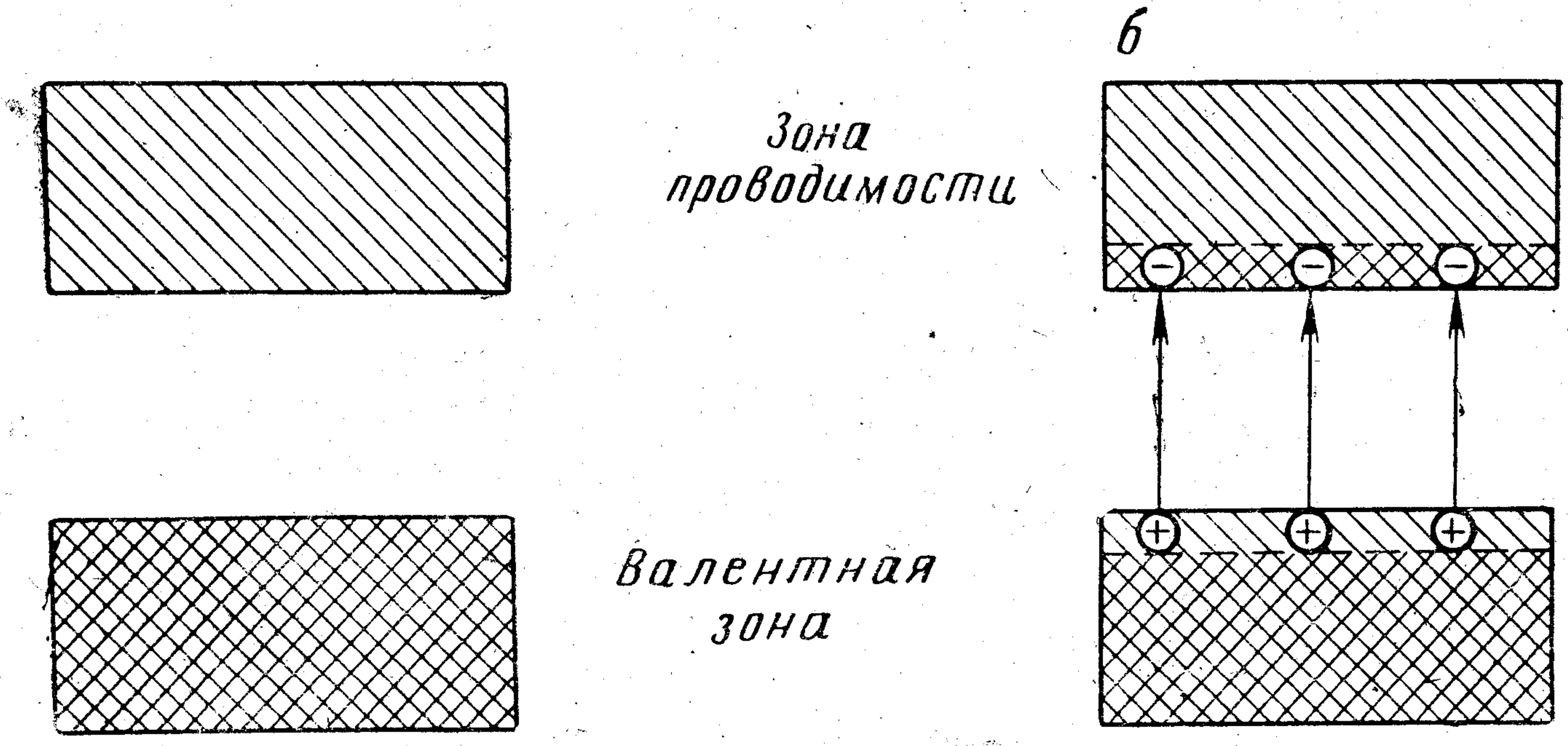


Рис. 88. Заполнение энергетических зон в диэлектриках: *а* — при температуре $T=0$; *б* — при $T>0$

ми (рис. 88, а). Поскольку рядом с заполненными уровнями нет свободных, электроны, хотя они и практически свободно движутся в веществе, не могут получить энергию от внешнего электрического поля и начать направленное движение. При не слишком высоких напряженностях этого поля диэлектрики практически не проводят электрический ток. Их электропроводность очень мала ($\sigma \sim 10^{-12}$—10^{-15} Ом$^{-1}$м$^{-1}$). *Однако существует напряженность внешнего поля, называемая электрической прочностью, при которой свойства диэлектрика резко изменяются — он начинает хорошо проводить электрический ток. Это явление называют пробоем диэлектрика.* Пробой диэлектрика связан с тем, что под действием внешнего поля, а также, получая тепловую энергию при разогреве диэлектрика, часть электронов переходит из валентной зоны в более высоко расположенную зону проводимости (рис. 88, *б*). Как только в этой зоне с большим числом свободных, не занятых ранее уровней появляются электроны, они становятся носителями электрического тока. Одновременно в валентной зоне образуются свободные уровни, и поэтому также возникает проводимость. *Однако в валентной зоне в отличие от зоны проводимости, электронов много, а свободных уровней мало.* Как показывают расчет и опыт, в *этом случае электрический ток следует рассматривать как движение положительно заряженных частиц — дырок. Таким образом, дырка — это положительно заряженная частица, сопоставляющаяся свободному уровню в валентной зоне. Поскольку дырки не обладают многими свойства-*

ми микрочастиц (их, в частности, нельзя вывести из кристалла), их принято называть квазичастицами.

Контрольные вопросы

1. Как заполнены разрешенные энергетические зоны в диэлектриках?
2. Почему электроны валентной и других заполненных зон диэлектрика не проводят электрический ток?
3. Что такое электрическая прочность диэлектрика?
4. Как возникает пробой диэлектрика?
5. Что такое дырки?

§ 6.8. Поляризация диэлектриков

Известны два типа диэлектриков — полярные и неполярные. В полярных диэлектриках центры положительных и отрицательных зарядов атомов не совпадают, т. е. атомы представляют собой электрический диполь. В неполярных диэлектриках центры положительных и отрицательных зарядов совпадают, однако под действием внешнего электрического поля эти заряды смещаются друг относительно друга и молекула становится диполем. Помещенные во внешнее электрическое поле, молекулы диэлектрика ориентируются таким образом, что напряженность создаваемого ими электрического поля оказывается направленной противоположно напряженности внешнего поля — диэлектрик поляризуется. Поскольку напряженность электрического поля диэлектрика направлена противоположно напряженности внешнего поля, суммарное поле в диэлектрике меньше внешнего поля. Чтобы учесть этот эффект в закон Кулона вводится постоянная — диэлектрическая проницаемость среды ε, показывающая, во сколько раз сила взаимодействия зарядов в диэлектрике меньше, чем в вакууме.

Контрольные вопросы

1. Какие диэлектрики называют полярными и какие неполярными?
2. Как ведут себя молекулы диэлектрика под действием внешнего поля?
3. Какой смысл имеет диэлектрическая проницаемость среды?

§ 6.9. Полупроводники

Существуют два класса полупроводников — собственные и примесные. Проводимость собственных полупроводников (кремния, германия и др.) обусловлена электронами собственных атомов полупроводника. Строение энергетических зон собственных полупроводников такое же, как и диэлектриков (§ 6.7). Однако ширина запрещенной зоны, разделяющей зону проводимости и валентную зону меньше. Поэтому под действием теплового движения уже при комнатных температурах некоторые электроны (малая доля всех электронов) из валентной зоны переходят в зону проводимости и становятся там носителями электрического тока. Одновременно в валентной зоне возникают положительно заряженные носители тока — дырки. С увеличением температуры число электронов, переходящих в зону проводимости, быстро растет. Поэтому проводимость собственных полупроводников быстро растет с увеличением температуры (напомним, что в металлах — проводниках проводимость с увеличением температуры уменьшается).

Поскольку строение энергетических зон собственных полупроводников и диэлектриков одинаково, то разделение веществ на диэлектрики и собственные полупроводники в значительной мере условно. Считают полупроводниками вещества, электропроводимость которых $\sigma > 10^{-10}$ Ом$^{-1}$м$^{-1}$. Вещества с $\sigma < 10^{-10}$ Ом$^{-1}$м$^{-1}$ считают диэлектриками. В то же время проводимость полупроводников меньше проводимости проводников — металлов. Поэтому они и получили название полупроводников.

Примесными называют полупроводники, проводимость которых обусловлена электронами атомов примеси. Существуют два типа примесных полупроводников — электронные (донорные) и дырочные (акцепторные). В электронных полупроводниках проводимость осуществляется электронами. Поскольку электроны несут отрицательный (negative) заряд, эти полупроводники называются также n-полупроводниками.

Валентность атомов донорных примесей на единицу больше, чем атомов полупроводника. Например, донорными примесями кремния и германия являются атомы фосфора, мышьяка, сурьмы. Во внешней электронной оболочке такого примесного атома имеется избыточный,

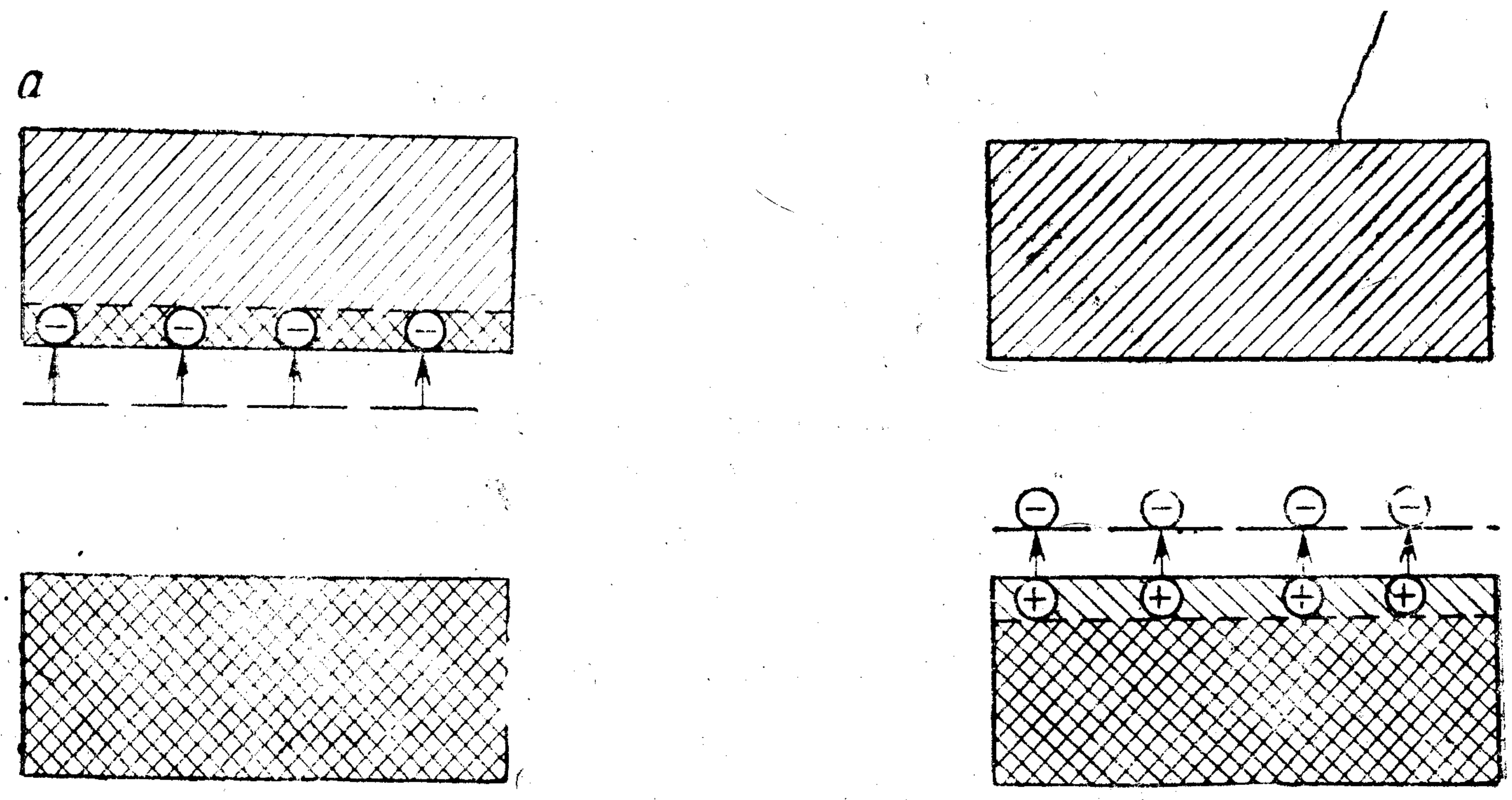


Рис. 89. Строение энергетических зон и положение примесных уровней в донорных (*а*) и акцепторных (*б*) полупроводниках. Символами — и + показаны носители электрического тока — электроны и дырки

по сравнению с атомом полупроводника, электрон. Избыточные электроны примесных атомов располагаются на энергетических уровнях, находящихся вблизи зоны проводимости и называемых донорными (рис. 89, *а*). Ширина энергетического интервала, разделяющего донорный уровень и ближайшие уровни зоны проводимости, существенно меньше ширины запрещенной зоны. Она составляет несколько сотых долей электронвольта, что близко к энергии теплового движения при комнатной температуре. Под действием теплового движения при $T \sim 300$ К практически все электроны примеси переходят в зону проводимости и становятся носителями электрического тока. При дальнейшем повышении температуры проводимость донорного полупроводника от температуры зависит слабо.

В акцепторных полупроводниках проводимость осуществляется дырками, имеющими положительный (positive) заряд. Поэтому такие полупроводники называют также p-полупроводниками. Валентность атомов акцепторных примесей меньше валентности атомов полупроводника. (В качестве акцепторных примесей кремния и германия обычно используют бор, алюминий, индий). Во внешней электронной оболочке этих атомов содержится на один электрон меньше, чем в атомах полупроводника. Поэтому примесные атомы захватывают электроны из валентной зоны полупроводника. В результате в валентной зоне образуются носители электрического тока — дырки.

Зонная схема акцепторного полупроводника показана на рис. 89, *б*. Уровень, на который захватываются примесными атомами электроны из валентной зоны, называется акцепторным. Его энергия всего лишь на несколько сотых долей электронвольта отличается от максимальной энергии электронов валентной зоны. Поэтому уже при комнатных температурах энергии теплового движения оказывается достаточно, чтобы переместить часть электронов из валентной зоны на этот уровень.

Контрольные вопросы

1. Какие полупроводники называются собственными?
2. Каково строение энергетических зон собственных полупроводников?
3. Как возникает проводимость в собственных полупроводниках?
4. Какие полупроводники называют примесными?
5. Какова валентность атомов донорных и акцепторных примесей?
6. Где расположены донорные и акцепторные уровни?

§ 6.10. Полупроводниковые приборы

Свойства собственных и примесных полупроводников используют для создания широкого класса приборов (терморезисторы, диоды, транзисторы, фоторезисторы и др.).

Термисторы, терморезисторы — приборы, в которых используется зависимость сопротивления полупроводника от температуры. Эти приборы могут использоваться для измерения температуры.

Фоторезисторы (фотосопротивления), фототранзисторы — приборы, работа которых основана на внутреннем фотоэффекте или фотогальваническом эффекте. Электроны валентной зоны полупроводника могут переходить в зону проводимости не только под действием теплового движения, но и поглощая кванты электромагнитного излучения — фотоны. Полупроводник, проводимость которого зависит от интенсивности электромагнитного излучения (светового облучения), называют фоторезистором. Фоторезистор одинаково проводит ток в обоих направлениях. Приборы со структурой *p-n*, работа которых основана на фотогальваническом эффекте, называют *фотодиодами*, а со структурой *n-p-n* или *p-n-p* — *фототранзисторами*.

Полупроводниковые диоды — приборы, служащие для выпрямления переменного тока (выпрямительные диоды), поддержания с высокой степенью точности напряжения на отдельных участках электрической цепи и др. (опорные диоды, ограничители напряжения, варикапы, тунельные диоды и др.). В полупроводниковом диоде используются особые свойства слоя, возникающего на границе p и n-полупроводников, p-n—перехода. В p-полупроводнике много дырок, но очень мало электронов (они появляются, в основном, за счет примесей). В n-полупроводнике много электронов и очень мало дырок. Поэтому, если внешнее электрическое поле направлено таким образом, что оно переносит дырки из p-полупроводника в n-полупроводник, а электроны из n-полупроводника в p-полупроводник, то возникает малое сопротивление и через цепь протекает большой электрический ток — ток основных носителей. В обратном направлении сопротивление (p-n-перехода велико и через переход протекает малый ток неосновных носителей — электронов из p-полупроводника и дырок из n-полупроводника.

Многопереходные полупроводниковые приборы. Многопереходными называют приборы, в которых имеется несколько последовательно соединенных p-n-переходов. Эти приборы обладают многими ценными свойствами. В частности, прибор с трехслойной p-n-p или n-p-n структурой обладает способностью усиливать электрические сигналы. Такой прибор называют транзистором.

Контрольные вопросы

1. Что такое термистор, фоторезистор, фототранзистор?
2. Почему p-n-переход выпрямляет электрический ток?
3. Какие полупроводниковые приборы называются многопереходными?

§ 6.11. Магнитные свойства твердых тел

Вещества, рассматриваемые в связи с их магнитными свойствами, называют магнетиками. Существуют три основных класса магнетиков: *парамагнетики, ферромагнетики и диамагнетики*. Свойства магнетиков связаны с магнитными свойствами их атомов. Движение электронов в атомах можно рассматривать как замкнутые электрические токи. Эти токи складываются. Суммарный ток в атомах диамагнетиков равен нулю, а в атомах пара и ферромагнетиков он нулю не равен. Атомы парамагнетиков в отсутствии внешнего магнитного поля ориентируются случайным образом. Текущие в них токи и соответствующие магнитные поля компенсируют друг друга. Магнитное поле парамагнетика равно нулю. Внешнее магнитное поле ориентирует атомы парамагнетика таким образом, что в веществе появляется собственное магнитное поле. Парамагнетик намагничивается. Направление индукции магнитного поля парамагнетика $\vec{B}_m$ совпадает с направлением индукции внешнего магнитного поля $\vec{B}_0$. Индукция суммарного поля

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m. \qquad (6.10)$$

Следовательно, в присутствии парамагнетика магнитное поле возрастает. Чтобы учесть этот эффект, вводят магнитную проницаемость вещества μ, показывающую, во сколько раз магнитная индукция в однородном и изотропном магнетике больше, чем в вакууме

$$\vec{B} = \mu\vec{B}_0. \qquad (6.11)$$

Для большинства парамагнетиков магнитная проницаемость близка к единице.

Ферромагнетики (железо, кобальт, никель и др.), как и диамагнетики, намагничиваются в направлении внешнего магнитного поля. Однако величина магнитной индукции собственного магнитного поля в ферромагнетиках очень велика. Она может в тысячи и десятки тысяч раз превышать индукцию внешнего магнитного поля. Отметим, что это свойство ферромагнетика сохраняется лишь при не слишком высоких температурах, меньших характерной для каждого ферромагнетика температуры (точки Кюри).

Особые свойства ферромагнетиков связаны с особенностями строения и взаимодействия их атомов. Поскольку ферромагнетики являются металлами — проводниками, электроны их внешних оболочек движутся хаотически, создаваемый ими суммарный ток равен нулю. Установлено, что ферромагнетизм обусловлен собственными магнитными полями электронов оболочки, предшествующей внешней. Поясним в связи с этим, что, кроме движения, аналогичного орбитальному движению планет, электрон совершает движение, аналогичное суточному вращению планет вокруг оси. Поскольку электрон обладает электрическим зарядом, ясно, что такое движение должно приводить к возникновению магнитного поля.

Атомы ферромагнетиков обладают также следующим важным свойством: силы взаимодействия ориентируют соседние атомы одинаково. В результате в ферромагнетике образуются области самопроизвольного (спонтанного) намагничения — домены. Размеры доменов составляют около 10^{-4} м, индукция магнитного поля в доменах достигает большой величины — до 10 Тл.

Внешнее магнитное поле действует на домены двояким образом. Во-первых, оно изменяет их размеры. Домены, направление магнитной индукции которых совпадает с направлением магнитной индукции внешнего поля, увеличивают свои размеры. Домены, поле которых противоположно внешнему полю, уменьшаются. Этот процесс обратим, т. е. после выключения внешнего поля размеры доменов становятся такими же, какими они были до его включения. Кроме того, домены поворачиваются в направлении внешнего поля. Этот процесс необратим. Он приводит к тому, что после выключения внешнего поля ферромагнетик остается намагниченным (остаточное намагничение). С вращением доменов связано явление гистерезиса — запаздывания изменения индукции магнитного поля ферромагнетика $B_ф$ при изменении индукции внешнего магнитного поля B_0 (рис. 90).

Особый класс магнетиков составляют диамагнетики. В атомах этих веществ в отсутствии внешнего магнитного поля суммарный ток электронов равен нулю. Включение внешнего поля приводит к возникновению в атомах индукционного тока. По правилу Ленца направле-

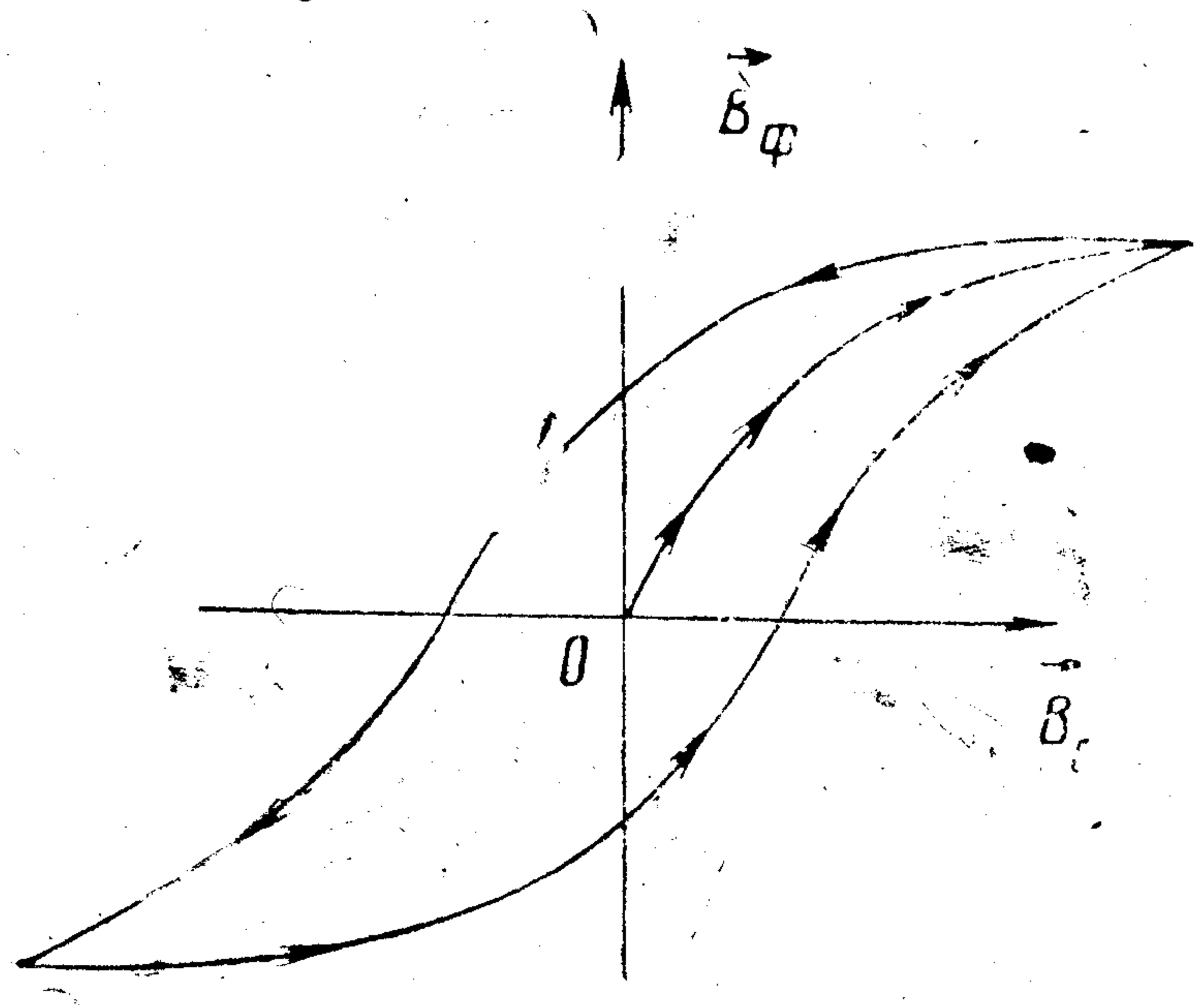


Рис. 90. Гистерезис в ферромагнетиках. По горизонтальной оси отложена индукция внешнего магнитного поля $\vec{B}_0$, по вертикальной — индукция магнитного поля в ферромагнетике $\vec{B}_ф$. В начале опыта ферромагнетик был не намагничен ($\vec{B}_ф=0$)

ние магнитного поля индуцированного тока противоположно направлению внешнего магнитного поля. Следовательно, диамагнетики намагничиваются противоположно внешнему магнитному полю, их магнитная проницаемость несколько меньше единицы.

Контрольные вопросы

1. Что такое магнетики?
2. Какие известны классы магнетиков?
3. Какую роль играют токи электронов в атомах в магнитных свойствах твердых тел?
4. Чем отличаются электронные токи в атомах диамагнетиков от токов в атомах парамагнетиков?
5. Как направлено магнитное поле парамагнетиков по отношению к внешнему полю?
6. Чему равна индукция суммарного поля?
7. Что показывает магнитная проницаемость?
8. Что такое точка Кюри?
9. Чему равна магнитная проницаемость для ферромагнетиков?
10. Что является источником магнитного поля в ферромагнетиках?
11. Что такое домены в ферромагнетиках и как они ведут себя под действием внешнего магнитного поля?
12. Что такое гистерезис в ферромагнетиках?
13. Почему диамагнетики намагничиваются противоположно внешнему полю?

§ 6.12. Излучение твердых тел

Электромагнитное излучение твердых тел возникает при переходах электронов между энергетическими уровнями твердых тел. Спектр этого излучения зависит как от структуры уровней, так и от способа перевода электронов в возбужденное состояние. Большую роль в излучении твердых тел играет их зонная структура. Передавая энергию электрону валентной зоны диэлектрика или полупроводника, его можно перевести в зону проводимости. При обратных переходах возникают зонные спектры — спектральные полосы, длины волн которых лежат в широком диапазоне от ультрафиолетового (λ меньше $0{,}3 \cdot 10^{-6}$ м) до инфракрасного (λ больше $0{,}8 \cdot 10^{-6}$ м) излучения.

Примесные атомы в кристаллах приводят к появлению в запрещенной зоне отдельных энергетических уровней. Переходы, связанные с этими уровнями, также играют существенную роль в излучении твердых тел. С ними, например, связан цвет многих кристаллов, в том числе драгоценных камней. Уровневая структура глубоко расположенных атомных оболочек при образовании кристалла практически не изменяется. Если электрону внутренней оболочки передать энергию, достаточную для вылета из атома, то на освободившийся энергетический уровень могут переходить электроны более высоко расположенных оболочек. При этом возникают линейчатые спектры излучения, напоминающие спектр излучения атома водорода (§ 3.7) и лежащие в рентгеновском диапазоне ($\lambda < 10^{-7}$ м). Поскольку каждый химический элемент обладает своим особым спектром излучения, это излучение называют характеристическим.

До сих пор мы рассматривали излучение твердых тел, источники энергии которого лежат, как правило, за пределами излучающих тел. *Если источником излучения является внутренняя энергия самого тела, то такое излучение называют тепловым.* Тепловое излучение различных тел имеет ряд общих особенностей. Энергия теплового излучения быстро растет с увеличением температуры ($\sim T^4$), область длин волн, в которой излучается основная часть энергии, при увеличении температуры сдвигается из инфракрасной в ультрафиолетовую часть спектра. Особым видом теплового излучения твердых тел является излучение абсолютно черного тела. Абсолютно черное тело поглощает все падающее на него излучение. Примером абсолютно черного тела является малое отверстие в полости, содержащей нагретые тела. Эти тела находятся в тепловом равновесии друг с другом и со стенками полости (т. е. их температура одинакова). Опыт показывает, что спектры излучения абсолютно черных тел не зависят от их состава и агрегатного состояния. Правильное объяснение спектра абсолютного черного тела можно получить лишь учитывая корпускулярные свойства электромагнитных волн.

Известны следующие основные виды излучений, отличающихся от теплового.

1. *Излучение при отражении и преломлении света.* Источником энергии является падающая волна. Атомы вещества, возбуждаясь этой волной, излучают электромагнитные волны, спектральный состав которых совпадает со спектральным составом падающей волны.

2. *Комбинационное рассеяние света.* Это рассеяние электромагнитных волн веществом, при котором изменя-

ется спектральный состав волн. Изменение спектрального состава связано с переходами между колебательными и вращательными уровнями молекул.

3. *Люминесценция.* Люминесцирующее вещество не сразу излучает поглощенную энергию. Между поглощением и излучением происходят различные промежуточные процессы, в которых может теряться часть поглощенной энергии. Поэтому при люминесценции энергия излучаемого фотона $E_{фи}$, как правило, меньше энергии поглощенного фотона $E_{фп}$. Пропорциональные энергии фотонов частоты излучаемой и поглощенной электромагнитных волн находятся в отношении: $\nu_{фи} < \nu_{фп}$ (Правило Стокса).

Контрольные вопросы

1. От чего зависят спектры излучения твердых тел?
2. Какой вид имеют зонные спектры?
3. Какую роль играют примесные уровни в излучении твердых тел?
4. Какое излучение называют характеристическим?
5. Какое излучение называют тепловым?
6. Какое тело называют абсолютно черным?
7. Зависит ли спектр абсолютно черного тела от его состава?
8. Как излучаются электромагнитные волны при отражении и преломлении?
9. Почему при комбинационном рассеянии света изменяется спектральный состав электромагнитных волн?

§ 6.13. Индуцированное излучение. Оптические квантовые генераторы (лазеры)

Возбужденный атом может излучать фотон как самопроизвольно, так и под действием внешних причин — индуцированно. Индуцированное излучение используют в оптических приборах — квантовых генераторах для создания мощных остро направленных пучков электромагнитного излучения. *Источником излучения в лазерах является специально подобранное вещество — активная среда.* Атомы активной среды обладают особой системой энергетических уровней, позволяющей накапливать значительное число атомов в возбужденном состоянии. Примером такой системы является набор из трех уровней (рис. 91). С помощью внешнего источника энергии

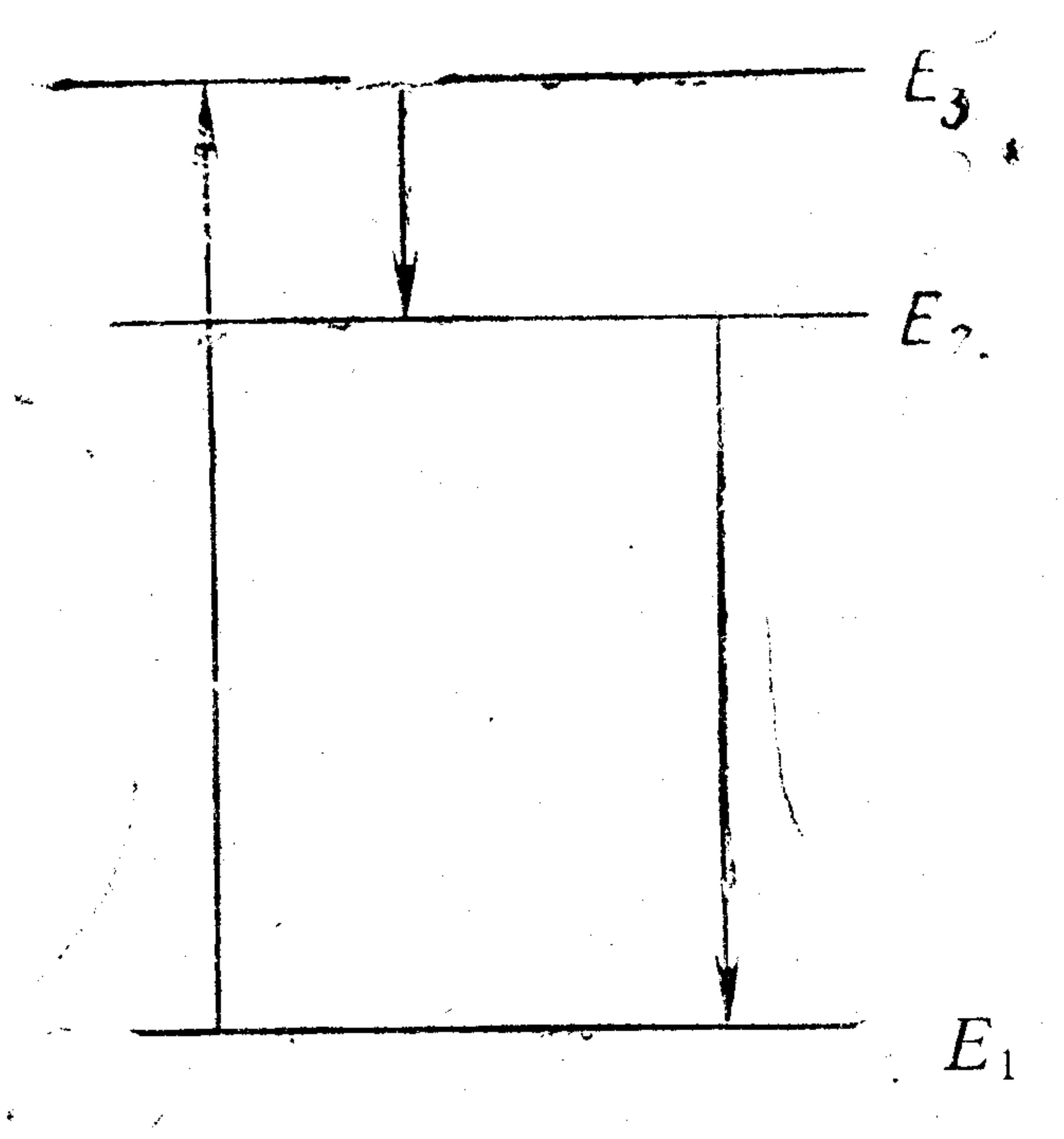


Рис. 91. Схема изменения состояния атома с энергиями E_1, E_2, E_2

атом переводится из основного состояния с энергией E_1 в возбужденное состояние с энергией E_3, из которого быстро переходит на уровень с энергией E_2 и значительное (по атомным меркам) время остается в этом состоянии. Уровень E_2 называют метастабильным.

Если процесс возбуждения атомов активной среды идет достаточно интенсивно, то число возбужденных атомов этой среды может оказаться больше числа невозбужденных. Такое состояние среды называют инверсным, а перевод активной среды в инверсное состояние — накачкой. Инверсная активная среда может стать источником мощного когерентного остро направленного электромагнитного излучения. Чтобы возбужденные атомы активной среды излучили за короткое время накопленную энергию, активную среду окружают двумя параллельными зеркалами *1* (рис. 92), одно из которых *3* для вывода излучения делается частично полупрозрачным.

Если возбужденный атом *4* самопроизвольно излучает фотон не перпендикулярно к зеркалам, такой фотон быстро уходит из активной среды *2*, находящейся в пространстве между зеркалами. Напротив, если скорость фотона почти перпендикулярна к зеркалам, то он, испытывая отражения, многократно проходит через активную среду, вызывая индуцированное излучение других атомов, например, атома *5*. Частота, направление

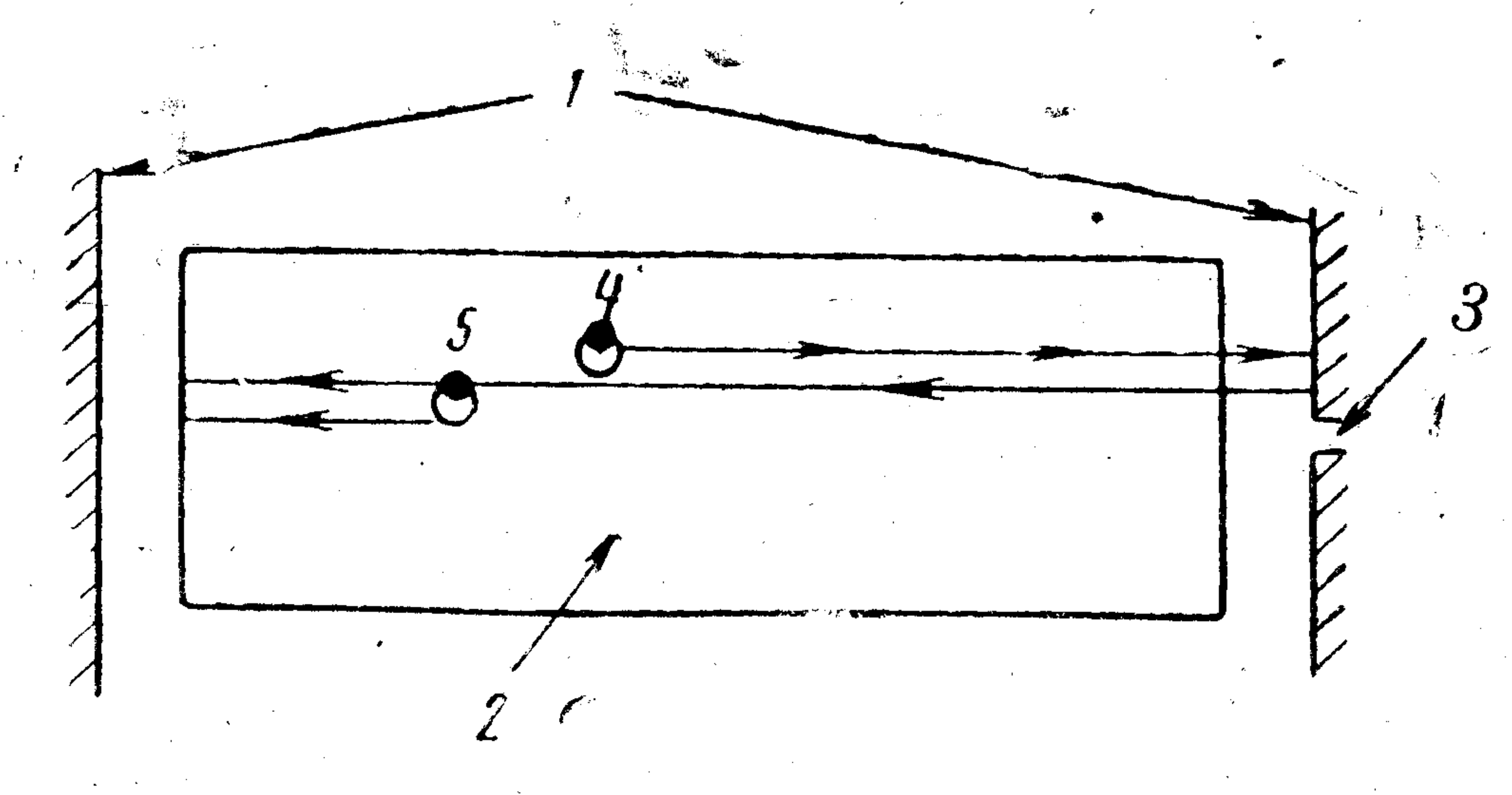


Рис. 92. Схема движения фотона через активную среду

поляризации и скорость возникающих при этом вторичных волн, такие же, как у первичной волны. Процесс излучения развивается лавинообразно. За короткий промежуток времени значительное число атомов переходит из возбужденного состояния в основное, а освободившаяся энергия излучается в виде мощного импульса когерентных электромагнитных волн. Активная среда может быть газом ($He + Ne$, CO_2) жидкостью (различные неорганические жидкости), твердым телом (рубин, стекло с примесью Nb).

Лазеры могут работать в непрерывном и импульсном режимах. В импульсном режиме при длительности импульса излучения около 10^{-9} с мощность лазера на стекле с примесью Nb может достигать 10^{12} Вт.

Контрольные вопросы

1. Какое излучение называют индуцированным?
2. Что является источником излучения в лазере?
3. Какой вид имеет трехуровневая система активной среды?
4. Какой уровень энергии называют метастабильным?
5. Как обеспечивается в лазере быстрое излучение накопленной возбужденными атомами энергии?
6. Какое состояние активной среды называют инверсным и что такое накачка?
7. Какие вещества используют в качестве активной среды?
8. Какова мощность лазеров в импульсном режиме?

§ 6.14. Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом. Фотоэффект. Эффект Комптона. Закон поглощения излучения

О взаимодействии излучения с веществом уже говорилось в предыдущей части курса. В частности, были рассмотрены отражение, преломление и рассеяние электромагнитных волн. В этом параграфе рассматриваются фотоэффект, эффект Комптона и общий закон поглощения излучения веществом.

При фотоэффекте энергия фотона целиком передается электрону вещества, а сам фотон исчезает. Фотоэффект называют внутренним, если получивший от фотона энергию электрон (фотоэлектрон) переходит из валентной зоны полупроводника или диэлектрика в зону проводимости. Если фотоэлектрон покидает твердое тело, фотоэффект называют внешним. Внешний эффект на-

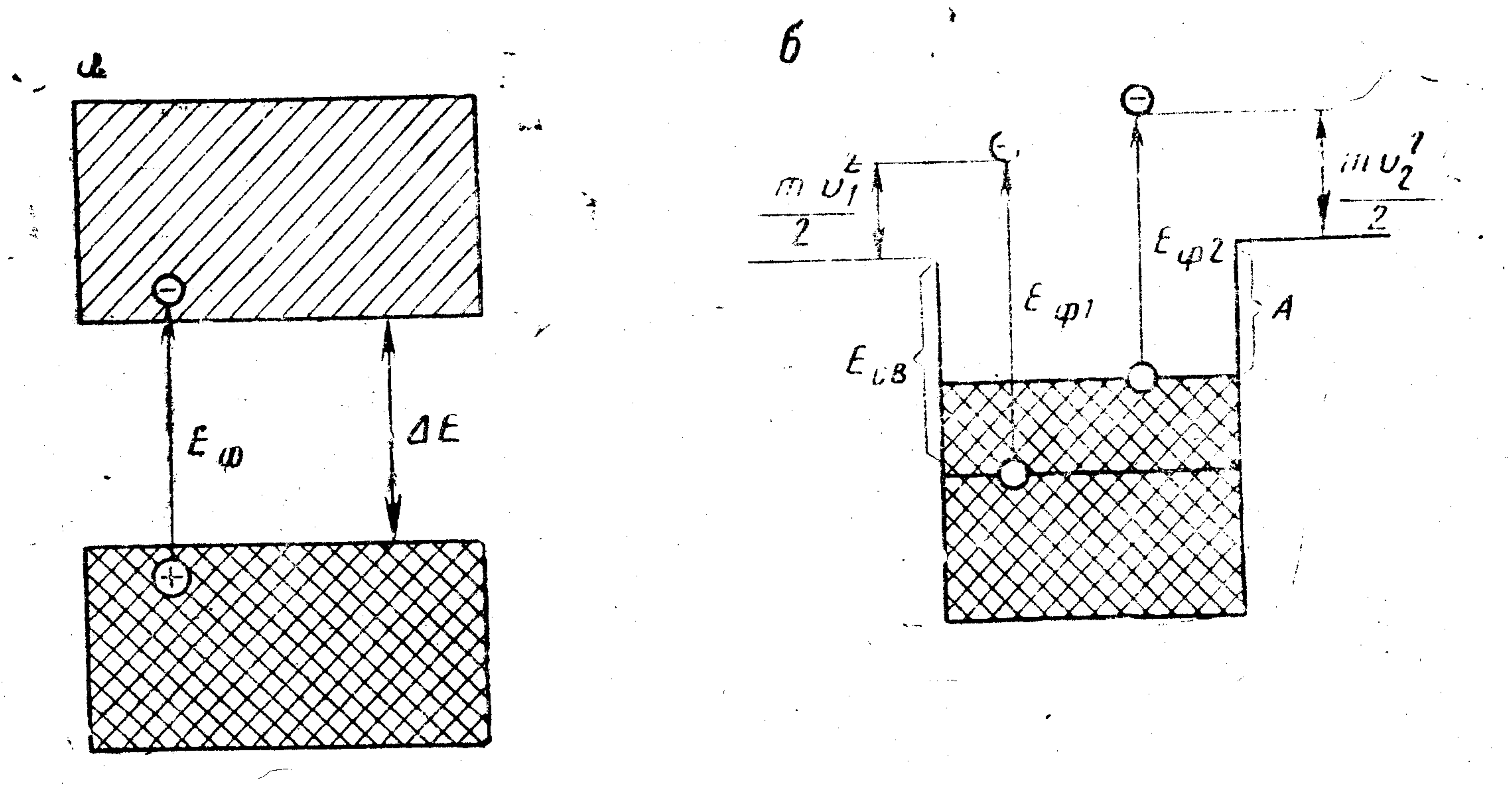


Рис. 93. Изменение энергии электрона при внутреннем (*а*) и внешнем (*б*) фотоэффекте

блюдается при облучении металлов. Внутренний фотоэффект возможен лишь в том случае, когда энергия фотона больше ширины запрещенной зоны ΔE (рис. 93, *а*), разделяющей валентную зону и зону проводимости, т. е. $E_ф > \Delta E$. Внутренний фотоэффект сопровождается появлением фотопроводимости. Определив граничную частоту, при которой появляется фотопроводимость, можно рассчитать ширину запрещенной зоны.

Экспериментально установлены следующие *законы внешнего фотоэффекта.*

1. *Число испущенных веществом фотоэлектронов $N_э$ прямо пропорционально поглощенной веществом энергии электромагнитной волны E.*

2. *Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов пропорциональна частоте падающего излучения ν.*

Эти законы легко объяснить, учитывая корпускулярную (фотонную) природу электромагнитных волн. Объясним первый закон фотоэффекта. По фотонной теории поглощенная энергия монохроматической электромагнитной волны E равна произведению числа поглощенных фотонов $N_ф$ на энергию каждого фотона $E_ф$, т. е.

$$E = N_ф E_ф. \qquad (6.12)$$

В фотоэффекте поглощается лишь часть фотонов

$$N_{фэ} = \alpha N_ф, \qquad (6.13)$$

где $\alpha < 1$. Остальные поглощаются в других процессах (например, возбуждают атомы вещества). Часть образовавшихся первоначально фотоэлектронов задерживается веществом. Поэтому число испущенных с поверхности фотоэлектронов $N_э$ меньше числа поглотившихся в фотоэффекте фотонов $N_{фэ}$:

$$N_э = \beta N_{фэ}, \qquad (6.14)$$

где $\beta < 1$ — доля испущенных с поверхности фотоэлектронов.

Из (6.12)—(6.14) следует первый закон фотоэффекта.

$$N_э = E\alpha\beta / E_ф. \qquad (6.15)$$

Второй закон фотоэффекта является следствием закона сохранения энергии. Как видно из рис. 93, *б*, в каждом акте возникновения фотоэлектрона энергия фотона расходуется на преодоление энергии связи электрона $E_{св}$ и кинетическую энергию:

$$E_ф = h\nu = E_{св} + mv^2{}_{max}/2. \qquad (6.16)$$

Если энергия фотона меньше энергии связи электронов, то фотоэффект невозможен. При увеличении энергии фотона (частоты электромагнитного излучения) фотоэффект сначала будет наблюдаться на наименее связанных электронах. *Наименьшую энергию связи электронов в веществе называют работой выхода электронов* и обозначают буквой A. Для наименее связанных электронов закон сохранения энергии записывается в виде

$$h\nu = A + mv^2{}_{max}/2. \qquad (6.17)$$

Из (6.14) получаем, что кинетическая энергия фотоэлектрона прямо пропорциональна частоте электромагнитных волн:

$$(mv^2/2) = h\nu - A. \qquad (6.18)$$

При эффекте Комптона фотон передает электрону вещества часть своей энергии. В результате образуется комптон-электрон, а фотон уменьшает свою энергию и изменяет направление движения. Фотоэффект и эффект Комптона играют существенную роль в поглощении жесткого электромагнитного излучения. Чтобы записать закон поглощения электромагнитного излучения, рассмотрим N_0 фотонов, падающих на поверхность твердого тела перпендикулярно к ней. Поглощение и рассеяние фотонов приводит к тому, что на глубине x от поверхности в первоначальном направлении будет двигаться меньшее число фотонов $N(x)$. Согласно закону поглощения излучения

$$N(x) = N_0 e^{-cx}. \qquad (6.19)$$

Коэффициент α в этом выражении зависит от частоты излучения.

Для оптического диапазона электромагнитных волн закон (6.19) называют зоконом Бугéра, а коэффициент α — показателем поглощения. Зависимость показателя поглощения от длины волны называют спектром поглощения веществ. Спектр поглощения изолированных атомов имеет вид узких линий, т. е. α имеет заметную величину лишь в узких интервалах длин волн. В молекулярных спектрах поглощения появляются узкие полосы, связанные с переходами между колебательными и вращательными уровнями молекул. В твердых телах полосы поглощения становятся широкими, что является следствием зонной структуры энергетических уровней твердых тел. Для жесткого электромагнитного излучения закон (6.19) называют законом поглощения проникающего излучения, а коэффициент $\alpha = \mu$ — линейным коэффициентом поглощения.

Контрольные вопросы

1. Что такое фотоэффект?
2. Какой фотоэффект называют внутренним и какой внешним?
3. Каковы законы внешнего фотоэффекта?
4. Как объясняют эти законы в фотонной теории?
5. Как записывают закон поглощения электромагнитного излучения?
6. Что такое показатель поглощения?
7. Что такое спектры поглощения?
8. Какой вид имеют спектры поглощения для изолированных атомов, молекул, твердых тел?
9. Что такое линейный коэффициент поглощения?

Глава 7. ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ ИХ РЕШЕНИЯ ПО МЕХАНИКЕ

7.1. Кинематика (теория изложена в §§ 1.1—1.4)

7.1. Тело, начальная скорость которого равна нулю, в течение времени $t_1=5$ с двигалось равноускоренно с ускорением $a=2$ м/с^2. Далее, путь $S_2=50$ м, тело двигалось равномерно. Определить среднюю скорость тела.

Решение. Средняя скорость тела $v_{ср}=S/t$ (S — путь, проходимый телом за время t). Разделим S на два участка: S_1 и S_2. На первом участке тело движется равноускоренно, а на втором — равномерно. Соответственно, $t=t_1+t_2$. Из уравнения равноускоренного движения $S_1=at^2{}_1/2$. На втором участке скорость тела $v_2=at_1$. Так как $S_2=v_2t_2=at_1t_2$, то $t_2=S_2/(at_1)$. Следовательно,

$$v_{ср}=S/t=\frac{S_1+S_2}{t_1+t_2}=\frac{at^2{}_1/2+S_2}{t_1+S_2/(at_1)}=\frac{(at^2{}_1+2S_2)at_1}{2(at^2{}_1+S_2)}=7{,}5\ \text{м/с}.$$

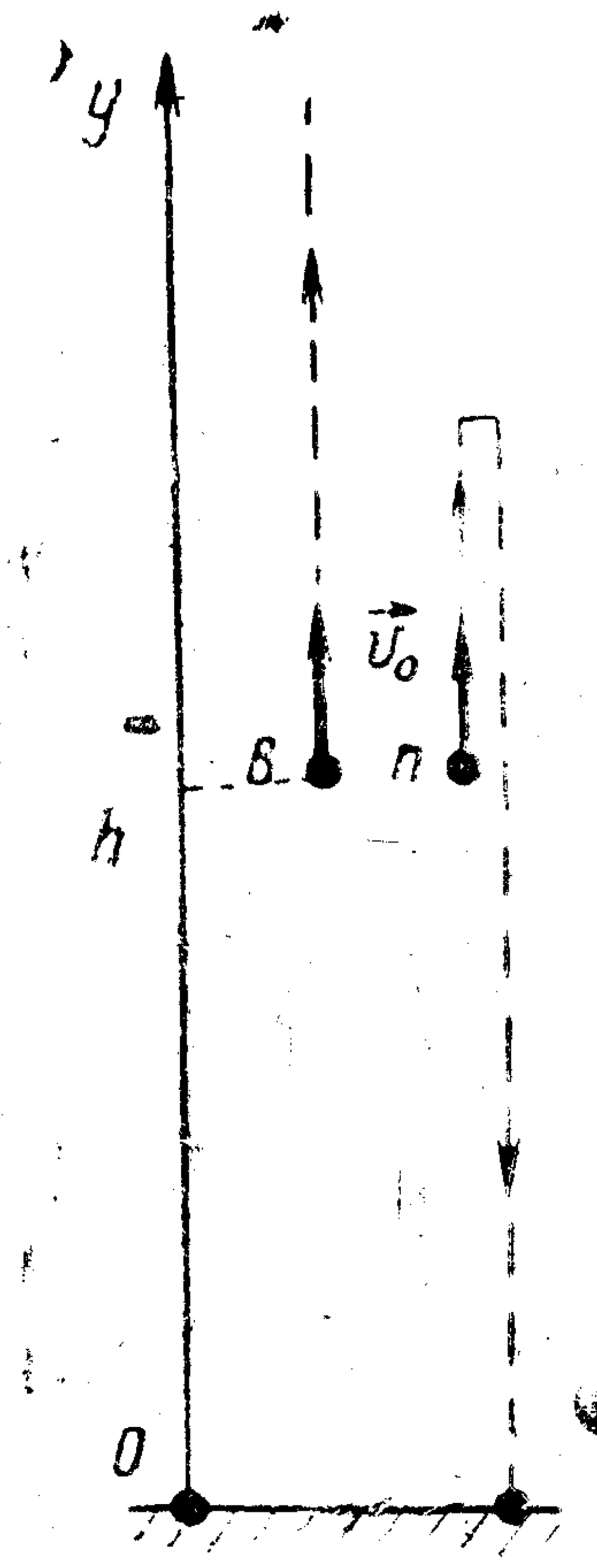
7.2. С воздушного шара, поднимающегося вертикально вверх с постоянной скоростью, для определения высоты шара, сброшен горизонтально грузик, который через $t_1=5$ с достиг Земли. Определить, на какой высоте H находился шар в момент достижения грузом Земли.

Решение. Направим ось y вертикально вверх (рис. 94), а начало отсчета выберем на поверхности Земли. Пусть v_0 — скорость шара, h — высота, на которой сброшен груз. Время отсчитываем с момента отделения груза от шара. Тогда уравнение движения шара имеет вид $y_ш=h+v_0t$, а груза $y_г=h+v_0t-gt^2/2$. (Начальная скорость груза равна скорости шара). По условию в момент $t=t_1$ $y_г(t_1)=0$, а $y_ш(t_1)=H$ — искомая величина. Следовательно,

$$H=h+v_0t_1;$$
$$0=h+v_0t_1-gt^2{}_1/2.$$

Решив систему уравнений находим, что $H=gt^2{}_1/2=$ $=123$ м.

7.3. Из точки, находящейся на высоте h над Землей тело бросили под углом α к горизонту с начальной ско-



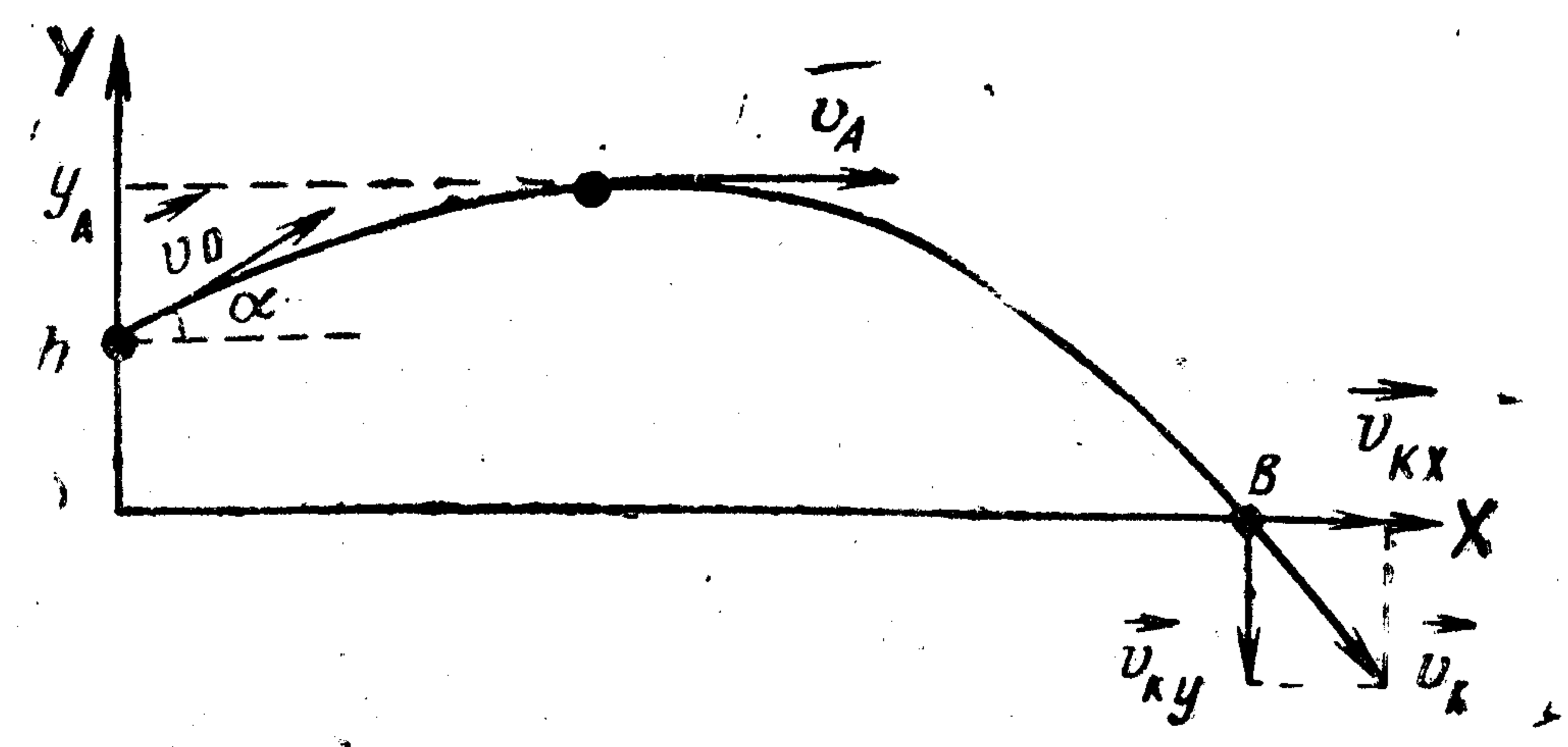


Рис. 95. К решению задачи 7.3

Рис. 94. К решению задачи 7.2

ростью v_0. Определить наибольшую высоту подъема тела над Землей H, дальность полета l и скорость в точке падения на Землю $v_к$.

Решение. Направим ось X горизонтально (рис. 95), ось $У$ — вертикально вверх. Запишем уравнения движения тела по осям X и $У$:

$$x = tv_0 \cos\alpha, \quad (1)$$
$$y = h + tv_0 \sin\alpha - gt^2/2. \quad (2)$$

Скорость движения тела по осям X и $У$

$$v_x = v_0 \cos\alpha; \quad (3)$$
$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt. \quad (4)$$

В точке наибольшего подъема тела (точка A — вершина параболы) скорость тела направлена горизонтально, т. е. $v_y = 0$. Полагая в (4) $v_y = 0$, определяем время подъема тела $t_A = v_0 \sin\alpha/g$.

Наибольшая высота подъема тела H соответствует $У$ — координате точки A. Подставив в (2) выражение для t_A получаем

$$H = y_A = y(t_A) = h + v_0^2 \sin^2\alpha/2g.$$

В точке падения тела на Землю (точка B) $y = 0$. Следовательно, из (2) можем определить время полета тела $t_в$, решив квадратное уравнение: $0 = h + v_0 \sin\alpha t_в - gt_в^2/2$,

$$t_в = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g}. \quad (5)$$

Используя (1) и (5) определяем дальность полета

$$l = t_в v_0 \cos \alpha.$$

Скорость тела в точке падения $v_к = \sqrt{v^2_{кх} + v^2_{ку}}$. Как видно из (3) $v_{кх} = v_х = v_0 \cos \alpha$. Из (4) и (5) находим

$$v_{ку} = v_0 \sin \alpha - g t_в.$$

$$v_к = \sqrt{v^2_0 \cos^2 \alpha + v^2_0 \sin^2 \alpha - 2 v_0 g t_в \sin \alpha + g^2 t^2_в} = \sqrt{v^2_0 + 2gh}.$$

Скорость тела в точке падения можно также определить, используя закон сохранения энергии.

7.4. Квадратная рама (рис. 96) равномерно вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости рамы и проходящей через одну из вершин A. Центростремительное ускорение вершины C, принадлежащей диагонали квадрата AC, $a = 2$ м/с^2, а линейные скорости двух других вершин составляют $v = 1$ м/с. Определить период вращения рамы T.

Решение. Пусть l — сторона квадрата. Тогда скорости точек B и D (рис. 96) $v = l \frac{2\pi}{T}$, а ускорение точки C $a = \omega^2 R = 4\pi^2 R / T^2$ (здесь $R = l\sqrt{2}$ — длина диагонали квадрата). Исключив из двух уравнений величину l имеем $v/a = T / (2\pi\sqrt{2})$. Или $T = 2\pi\sqrt{2} v/a = 4{,}44$ с.

7.5. Локомотив, двигаясь прямолинейно, проехал путь $S_1 = 3$ км, затем совершил поворот, описав четверть окружности радиусом $R = 1$ км, и проехал дальше еще $S_2 = 9$ км. Вычислить пройденный путь S и численное значение перемещения r.

7.6. Координата материальной точки изменяется по закону: $x = bt + ct^2$ ($b = 6$ м/с, $c = 1$ м/с^2). Найти начальную скорость точки v_0, ее скорость v через время $t = 2$ с, ускорение a.

7.7. Поезд проехал первую половину пути со скоростью v_1, а вторую половину пути со скоростью v_2 ($v_1 \neq v_2$). Найти среднюю скорость на всем пути. Показать,

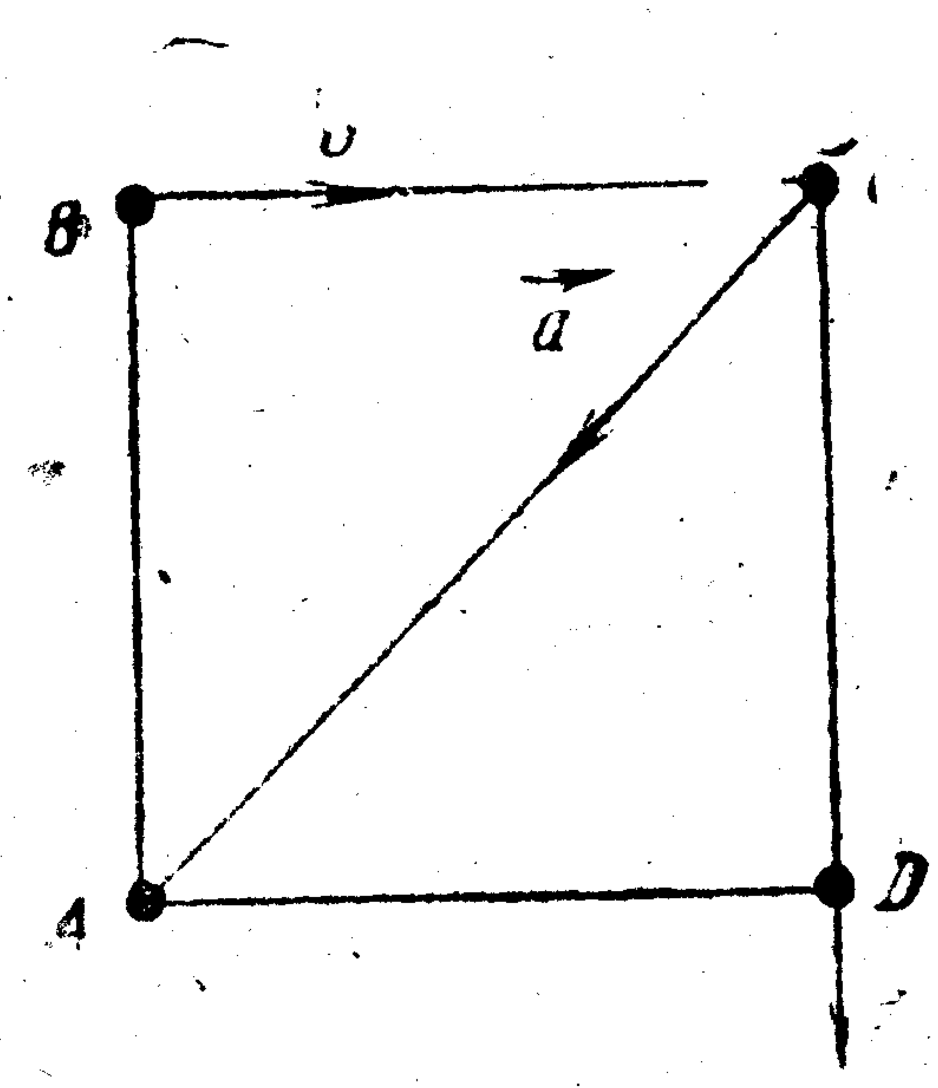


Рис. 96. К условию задачи 7.4.

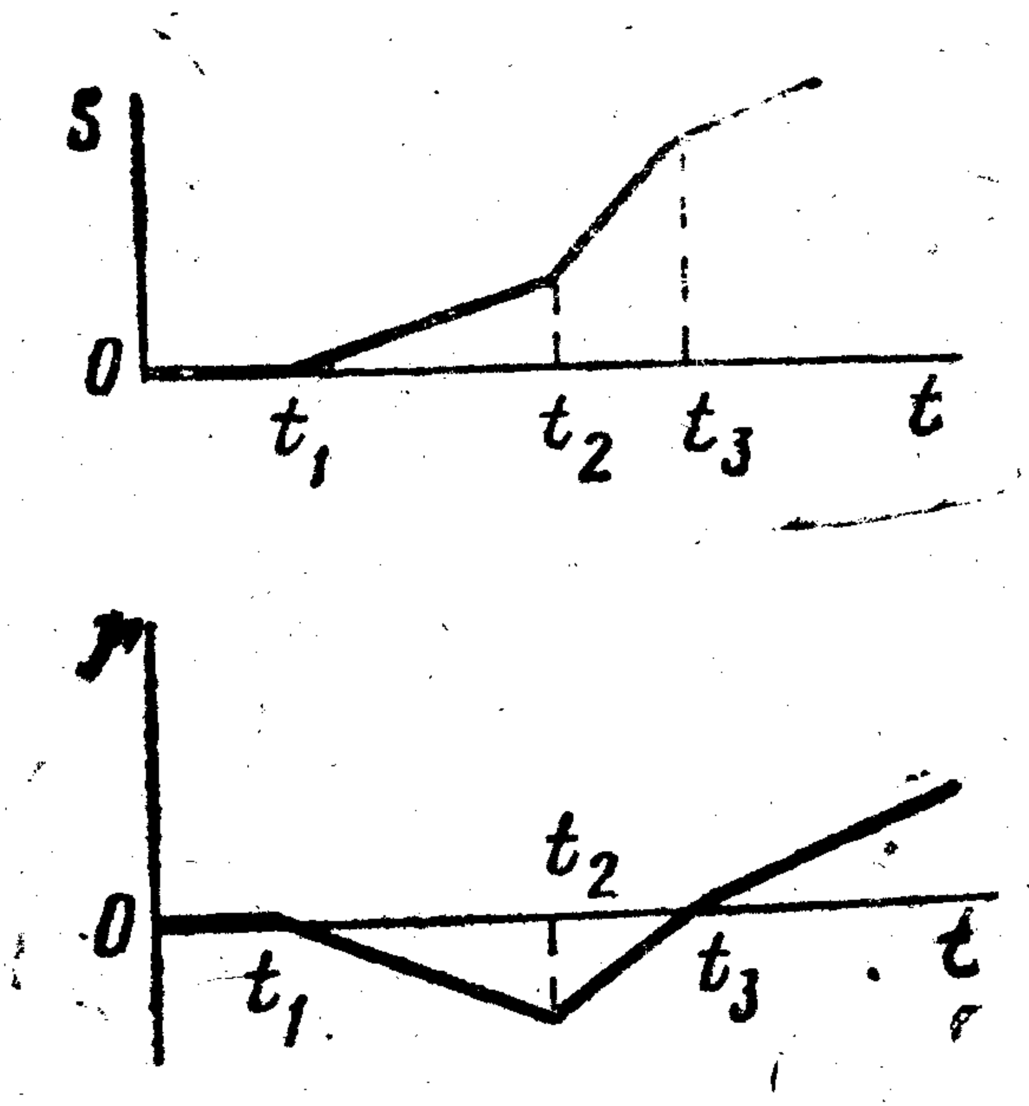


Рис. 97. К условию задачи 7.14

что средняя скорость $v_{ср}$ будет меньше среднего арифметического значений v_1 и v_2.

7.8. Дрезина первую половину времени двигалась со скоростью v_1, а вторую половину — со скоростью v_2. Показать, что средняя скорость $v_{ср}$ на всем пути будет равна среднему арифметическому значений v_1 и v_2.

7.9. Первую половину пути поезд шел со скоростью в $k = 1{,}5$ раза большей, чем вторую половину пути. Какова скорость на каждом участке пути, если средняя скорость прохождения всего пути равна $v_{ср} = 12$ м/с.

7.10. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 10$ м/с и $v_2 = 15$ м/с. Пассажир первого поезда замечает, что второй поезд проходит мимо него в течение $t = 3$ с. Какова длина второго поезда l.

7.11. Колонна солдат длиной $l = 2$ км движется со скоростью $v = 5{,}4$ км/ч. Мотоциклист за время $t = 10$ мин переместился от конца к началу колонны и обратно. Какова скорость мотоциклиста $v_м$?

7.12. Капли дождя, падающие отвесно, образуют на окне движущегося вагона полосы под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Какова скорость $v_к$ падения капель, если скорость поезда $v_п = 10$ м/с?

7.13. Расстояние $l = 200$ км туда и обратно вертолет в первый раз пролетел в безветренную погоду, а во второй раз при ветре, дующем со скоростью $v_в = 2$ м/с параллельно скорости вертолета. Скорость вертолета относительно воздуха в обоих случаях равна $v = 144$ км/ч.

Решая задачу в общем виде, показать, что полет туда и обратно в ветренную погоду всегда занимает больше времени, чем в безветренную. На какое время t движения в ветренную погоду в данном случае больше времени движения в безветренную погоду?

7.14. На рис. 97 показаны графики зависимости пути S и перемещения r материальной точки от времени t. Построить график зависимости скорости точки от времени.

7.15. На рис. 98 *а* и *б* показаны графики зависимости ускорения материальной точки от времени. Построить графики скорости v, пути S и перемещения r. Начальная скорость точки равна нулю.

7.16. По одному направлению одновременно начали двигаться два тела; первое из точки A равноускоренно с начальной скоростью $v_1 = 10$ см/с и с ускорением $a_1 = 8$ см/с^2. Второе из точки $Б$, отстоящей на расстоянии $l = 200$ см от точки A по направлению движения, равномерно со скоростью $v_2 = 30$ см/с. Через какое время тела встретятся?

7.17. Поезд, двигаясь со скоростью $v_0 = 54$ км/ч, останавливается за $t = 30$ с после выключения двигателя локомотива. На каком расстоянии l от остановки надо выключить двигатель? После выключения двигателя движение поезда считать равнозамедленным.

7.18. Тело, двигаясь прямолинейно с ускорением $a = 3$ м/с^2, достигло скорости $v = 15$ м/с, а затем двигаясь равнозамедленно, остановилось через $t = 25$ с. Определить путь, пройденный телом за все время движения. Начальная скорость равна нулю. Задачу решить графически и аналитически.

7.19. Во сколько раз скорость пули в середине ствола ружья v_c меньше, чем скорость при вылете $v_к$? Пуля движется равноускоренно.

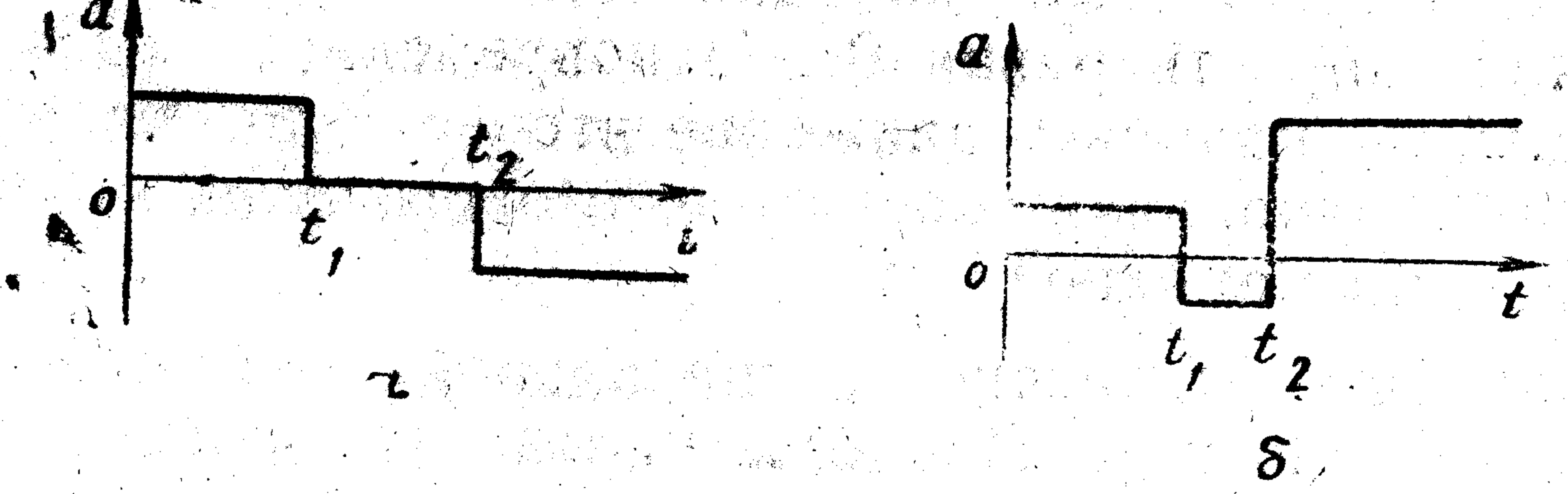


Рис. 98. К условию задачи 7.15

7.20. Тело падает с высоты $h = 125$ м с начальной скоростью, равной нулю. Какой путь проходит тело за предпоследнюю секунду?

7.21. При равноускоренном движении с начальной скоростью, равной нулю, тело за третью секунду прошло 15 см. Какой путь тело пройдет за шестую секунду?

7.22. Определить, на сколько путь S_n, пройденный свободно падающим телом в n-ю секунду, больше пути S_{n-1}, пройденного в предыдущую секунду?

7.23. Тело, двигаясь равноускоренно с начальной скоростью $v_0 = 2$ м/с, прошло за пятую секунду путь $s = 4{,}5$ м. Определить путь S, пройденный телом за 9 с.

*7.24. Поезд прошел путь между двумя станциями, двигаясь сначала в течение $t=1$ мин с ускорением $a = 0{,}3$ м/с^2, далее $k=0{,}9$ всего пути равномерно, а при подходе к конечной станции равнозамедленно. Определить среднюю скорость поезда.

7.25. Свободно падающее тело проходит последние $h_к=40$ м за время $t_к=0{,}5$ с. Определить высоту падения тела.

7.26. Какую начальную скорость v_0 надо сообщить камню при бросании его вертикально вниз с моста высотой $h=20$ м, чтобы он достиг поверхности воды через $t=1$ с?

7.27. Стрела, выпущенная вертикально вверх со скоростью $v_0=50$ м/с, попадает в цель через $t=2$ с. На какой высоте h находилась цель и какова была скорость v стрелы при попадании в цель?

7.28. Тело брошено вертикально вверх со скоростью v_0. На какой высоте модуль его скорости будет в k раза меньше v_0?

7.29. Первое тело свободно падает с высоты h_1 (начальная скорость равна 0). Одновременно с высоты h_2, большей h_1, начинает движение второе тело. Какой должна быть начальная скорость v_0 второго тела, чтобы они упали одновременно?

7.30. Тело брошено с начальной скоростью под углом к горизонту. Продолжительность полета $t = 2$ с. Найти наибольшую высоту подъема этого тела.

*7.31. Два тела брошены одновременно. Одно — горизонтально с высоты $h = 20$ м со скоростью v_0, а другое — вертикально вверх с поверхности Земли со скоростью $2v_0$ из точки, отстоящей по горизонтали на расстоянии l от точки бросания первого тела. Тела столкнулись. Найти l.

*7.32. Тело брошено под углом $\alpha=45°$ к горизонту с начальной скоростью $v_0=20$ м/с. На расстоянии $l=30$ м от точки бросания находится вертикальная стена. На какой высоте h произойдет столкновение тела со стеной? Какую скорость v имеет при этом тело?

7.33. Предмет, выпавший из окна идущего поезда, падает с высоты $h=4$ м, пролетев при этом расстояние по ходу поезда $l=20$ м. Определить скорость поезда.

*7.34. Тело бросили горизонтально. Через $t=2$ с его скорость увеличилась в $k=3$ раза. С какой скоростью v_0 бросили тело?

*7.35. Брошенное с поверхности Земли под углом $\alpha=30°$ тело побывало в двух точках, расположенных на одной и той же высоте $h=120$ м, с интервалом в $t=2$ с. Определить начальную скорость тела v_0 и расстояние l, на котором упало тело.

7.36. Вертолет летит горизонтально со скоростью $v_в = 36$ км/час на высоте $h = 5$ м. С вертолета сбрасывают груз, начальная скорость которого относительно вертолета равна нулю. С какой скоростью $v_г$ относительно вертолета и в каком направлении следовало бы сбросить груз, чтобы при ударе о землю скорость груза была в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем в первом случае?

*7.37. Воздушный шарик летел горизонтально с постоянной скоростью v. В него был брошен камень без упреждения, т. е. в момент броска скорость камня v_1 была направлена как раз на шарик под углом α к горизонту. На какой высоте H летел шарик, если камень все же попал в него?

7.38. Найти линейную скорость, обусловленную суточным вращением Земли, для точки с географической широтой $\alpha=60°$.

7.39. Минутная стрелка часов в четыре раза длиннее секундной. Найти отношение линейных скоростей концов названных стрелок.

7.40. С какой скоростью и в каком направлении должен лететь самолет над экватором на высоте $h=10$ км над Землей, чтобы Солнце казалось неподвижным, т. е. находилось все время на одной и той же высоте над горизонтом?

7.41. Волчок, вращаясь с частотой $\nu=20$ об/с, свободно падает с высоты $h=5$ м. Сколько оборотов N сделает он за время падения? Начальная скорость падения волчка равна нулю.

7.42. Две материальные точки движутся по окружностям радиусами R и $2R$. Сравнить их нормальные ускорения в случаях: а) равенства их линейных скоростей; б) равенства их угловых скоростей.

7.43. Определить радиус маховика R и нормальное ускорение a_n точек на его ободе, если при вращении скорость точек на ободе $v_0=6$ м/с, а точек, находящихся на $l=15$ см ближе к оси, $v=5{,}5$ м/с?

* *7.44*. Стержень длиной $l=1$ м вращается с частотой $\nu=1$ Гц вокруг оси, проходящей через стержень перпендикулярно ему. Центростремительное ускорение одного из концов стержня $a=16$ м/с^2. Определить линейную скорость другого конца.

7.2. Динамика (теория изложена в § 1.5—1.9)

7.45. В шахту равноускоренно опускается лифт, масса которого $m=300$ кг. В первые $t=5$ с он проходит $h=25$ м. Определить силу натяжения каната, к которому подвешен лифт.

Решение. На лифт действуют сила натяжения каната $\vec{T}$ (рис. 99) и сила тяжести $m\vec{g}$, под действием которых он движется с ускорением $\vec{a}$. Следовательно, по второму закону Ньютона

$$m\vec{g}+\vec{T}=m\vec{a}. \qquad (1)$$

Так как все силы направлены по вертикали, выберем вертикальную ось Y с положительным направлением по ускорению (вниз). Проецируем (1) на ось Y: $mg-T=ma$ или $T=m(g-a)$.

Из кинематики $h=at^2/2$. Следовательно, $T=m(g-2h/t^2)=2343$ Н.

7.46. Грузы, массы которых m_1 и m_2, связаны нитью, перекинутой через блок. Второй груз находится на наклонной плоскости с углом наклона α. Первый груз висит на нити. Система движется под действием силы F,

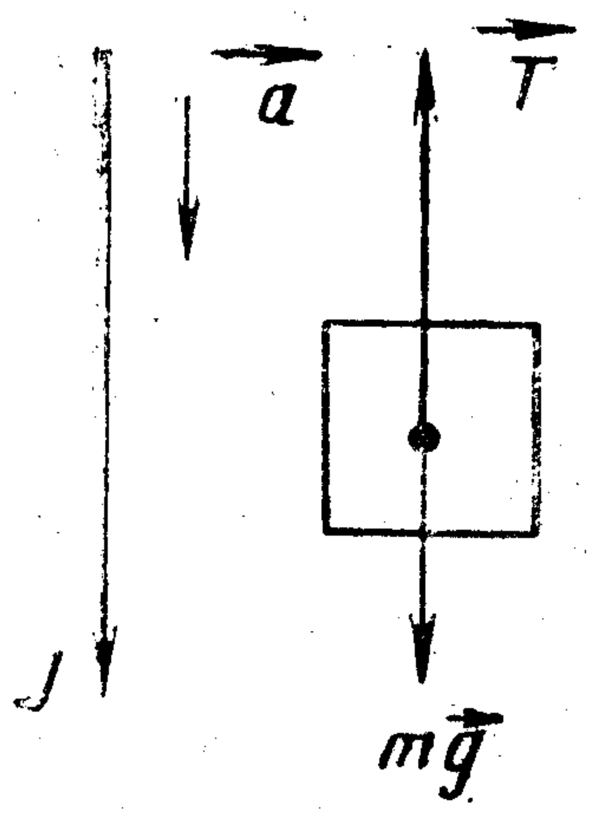


Рис. 99. К решению задачи 7.45

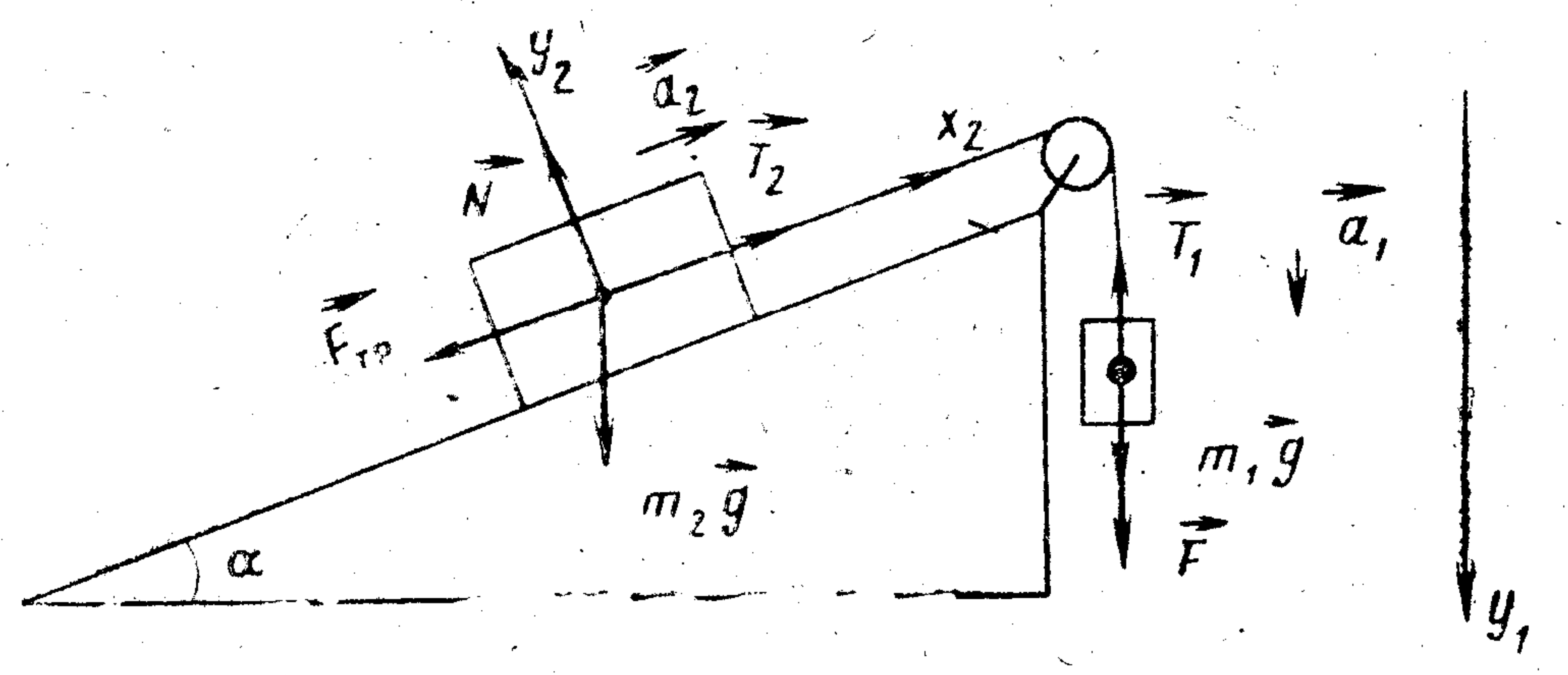


Рис. 100. К решению задачи 7.46

приложенной к первому грузу и направленной вертикально вниз. Коэффициент трения второго груза о плоскость равен μ. Определить ускорение системы.

Решение. Рассмотрим движение каждого груза отдельно. На первый груз действуют: m_1g — сила тяжести (рис. 100), F — внешняя сила, T_1 — сила натяжения нити. Ускорение a_1 направлено вниз. Второй закон Ньютона в проекции на ось y_1 имеет вид:

$$F + m_1g - T_1 = m_1a_1. \qquad (1)$$

На второе тело действуют: m_2g — сила тяжести, T_2 — сила натяжения нити, N — сила нормальной реакции плоскости, $F_{тр}$ — сила трения.

Ускорение второго тела направлено вдоль наклонной плоскости. Выбираем ось x_2, направленной по ускорению a_2, а ось y_2 — перпендикулярно оси x_2. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси x_2 и y_2:

$$T_2 - F_{тр} - m_2g\sin\alpha = m_2a_2; \qquad (2)$$

$$N - m_2g\cos\alpha = 0. \qquad (3)$$

Из (3) $N = m_2g\cos\alpha$. Следовательно, $F_{тр} = \mu N = \mu m_2g\cos\alpha$. Тогда уравнение (2) примет вид:

$$T_2 - m_2g\sin\alpha - \mu m_2g\cos\alpha = m_2a_2. \qquad (4)$$

Так как нить мы считаем нерастяжимой, то грузы движутся с одинаковым ускорением $a_1 = a_2 = a$. Невесомость нити означает, что натяжение нити на всех участках одинакова $T_1 = T_2 = T$.

Исключив из (1) и (4) T, получаем

$$a = \frac{F + m_1g - m_2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_1 + m_2}.$$

7.47. Мотоциклист в известном аттракционе движется по цилиндрической стене радиусом R. При каком коэффициенте трения μ между стеной и колесами мотоцикла возможно движение со скоростью v? На какой угол α от вертикали должен наклониться при этом мотоциклист?

Решение. На мотоциклиста и мотоцикл, суммарная масса которых равна m, действуют следующие силы: $m\vec{g}$ — сила тяжести (рис. 101), $\vec{N}$ — сила нормальной реакции стены, $\vec{F}_{тр}$ — сила трения. Равнодействующая $\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}$ должна проходить через центр тяжести системы мотоцикл — мотоциклист (момент равнодействующей силы относительно центра тяжести должен быть равен нулю). Следовательно,

$$\operatorname{tg}\alpha = N/F_{тр} = N/\mu N = 1/\mu. \qquad (1)$$

Для определения μ запишем второй закон Ньютона в проекциях на горизонтальную x и вертикальную y оси:

$$N = mv^2/R; \qquad (2)$$

$$F_{тр} = mg. \qquad (3)$$

Так как $F_{тр} = \mu N$, из (2) и (3) имеем $mg = \mu mv^2/R$, или $\mu = Rg/v^2$. Из (1) $\operatorname{tg}\alpha = v^2/Rg$.

7.48. Масса легкового автомобиля $m = 1$ т, грузового $M = 4$ т. Сила тяги грузовика $F_к$ в два раза больше, чем у легкового автомобиля $F_а$. Определить отношение ускорения автомобиля $a_а$ к ускорению грузовика $a_к$.

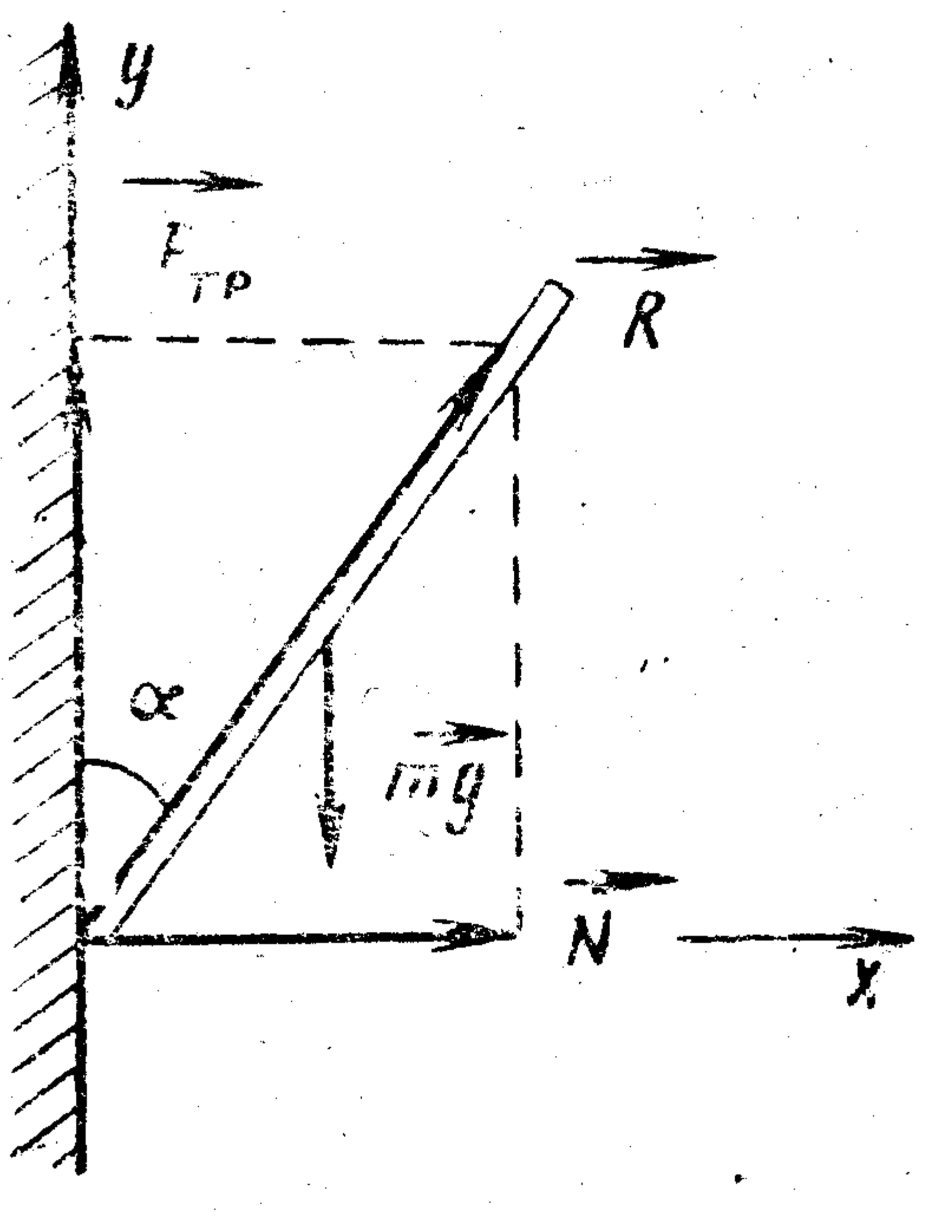


Рис. 101. К решению задачи 7.47

7.49. Масса первого вагона m_1 больше массы второго m_2 на $m = 5$ т. Каковы массы вагонов, если под действием одинаковых сил они приобретут ускорения $a_1 = 1$ м/с² и $a_2 = 1{,}1$ м/с².

7.50. Молот, масса которого $m = 1$ т, свободно падает с высоты $h = 0{,}8$ м на наковальню. Длительность удара $t = 0{,}01$ с. Определить среднее значение силы удара F.

7.51. Лифт, на полу которого лежит предмет, поднимается с ускорением $a = 1{,}2$ м/с^2. Какова сила давления предмета на пол лифта? Масса предмета $m = 3$ кг.

7.52. Поезд трогается на горизонтальном участке пути, развивая силу тяги $F_т = 4 \cdot 10^5$ Н. Определить силу сопротивления $F_с$ движению поезда (масса $m = 10^6$ кг), если он за $t = 1$ мин набирает скорость $v = 54$ км/ч.

7.53. Груз, масса которого $m = 20$ кг, придавливается к вертикальной стене с силой $F_1 = 100$ Н. Коэффициент трения груза о стену $\mu = 0{,}3$. Какая сила F необходима, чтобы: а) удержать груз в покое? б) равномерно тянуть груз вертикально вверх?

**7.54.* Тело (масса $m = 10$ кг) движется горизонтально под действием постоянной силы $F = 50$ Н, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Коэффициент трения скольжения $\mu = 0{,}1$. Определить ускорение тела a, если сила F действует: а) снизу вверх; б) сверху вниз.

7.55. В вагоне, движущемся горизонтально с ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2, висит на шнуре груз, масса которого $m = 300$ г. Найти натяжение шнура T и угол отклонения шнура от вертикали α.

7.56. Камень при падении с высоты $h = 25$ м имел скорость в момент падения $v = 20$ м/с. Чему равна средняя сила сопротивления $F_с$ воздуха при падении камня? Масса камня $m = 1$ кг.

7.57. Грузовик на канате везет по горизонтальной дороге неисправный автомобиль. При равномерном движении натяжение каната было $T_0 = 10^3$ Н. Определить натяжение каната T при движении с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2. Масса автомобиля $m = 2000$ кг.

**7.58.* Тело (масса $m = 1$ кг) брошено под углом к горизонту. В наивысшей точке траектории его ускорение равнялось $a = 11$ м/с^2. Какая сила сопротивления $F_с$ действовала на тело в этот момент?

7.59. Тело равномерно скользит по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$. Определить коэффициент трения μ тела о плоскость.

**7.60.* Тело, масса которого $m = 1$ кг, движется вниз по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ под действием силы $F_2 = 2$ Н, направленной горизонтально. Определить ускорение тела a, если коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0{,}2$.

7.61. Тело движется вверх по вертикальной стене под действием силы $F = 20$ Н, направленной под углом $\alpha = 30°$ к вертикали. Коэффициент трения тела о стену $\mu = 0{,}4$, масса тела $m = 1$ кг. Найти ускорение тела a.

**7.62.* Воздушный шар опускается с постоянной скоростью. Какую массу балласта m нужно выбросить, чтобы шар поднимался с той же скоростью? Выталкивающая сила $F = 20$ кН, масса шара $M = 2100$ кг.

7.63. К концам нити, перекинутой через блок, прикреплены грузы, массы которых $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 1$ кг. Первоначально грузы находились на одном уровне. Определить на какое расстояние S по вертикали разойдутся грузы через $t = 1$ с после начала движения. Найти силу натяжения нити T.

7.64. Три груза (масса каждого $m = 1$ кг), связаны нитью и движутся по горизонтальному столу без трения под действием силы тяжести такого же четвертого груза, соединенного с ними с помощью нити, перекинутой через неподвижный блок. Определить ускорение системы грузов a и натяжение нити T, перекинутой через блок.

**7.65.* К потолку ускоренно движущегося лифта на нити подвешена гиря. К этой гире привязана другая нить, на которой подвешена вторая гиря. Найти натяжение верхней нити T_1, если натяжение нити между гирями $T_2 = 10$ Н, а массы гирь $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг.

* *7.66.* Система из двух грузов, массы которых m_1 и m_2, расположена на наклонной плоскости с углом при основании α (рис. 102). Наклонная плоскость находится на гладкой поверхности. При каком соотношении масс наклонная плоскость придет в движение, если коэффициент трения между грузом m_1 и плоскостью равен μ.

7.67. Расстояние между центрами Земли и Луны равно $k_1 = 60$ земным радиусам, а масса Луны в $k_2 = 81$ раз меньше массы Земли. В какой точке прямой, соединяющей их центры, тело будет находиться в равновесии. Ответ выразить в радиусах Земли и отсчитывать от центра Луны.

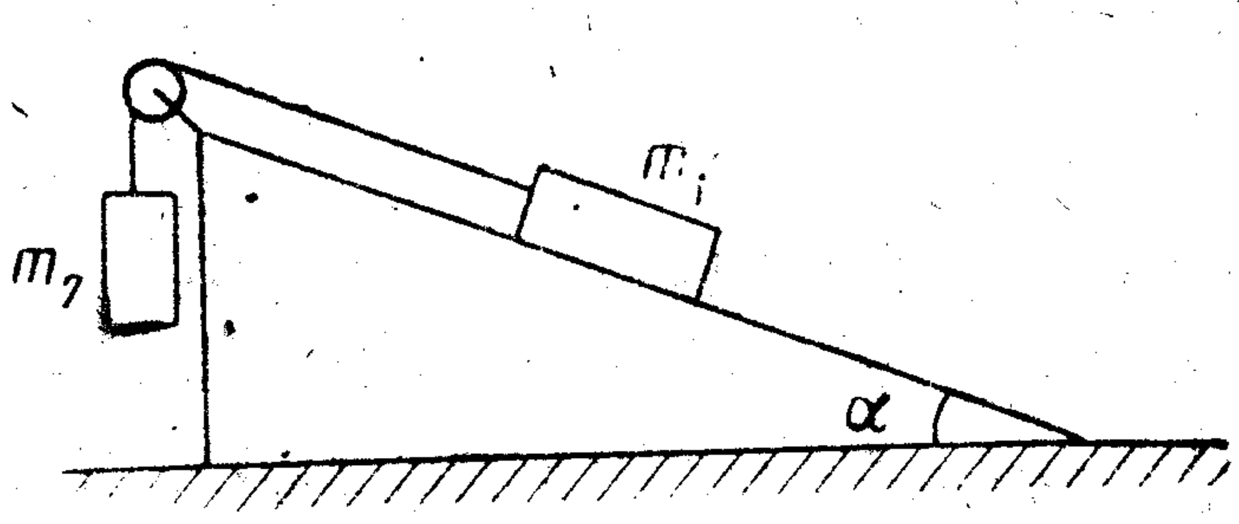


Рис. 102. К условию задачи 7.66

7.68. На какой высоте h над поверхностью Земли сила тяжести будет в два раза меньше, чем на поверхности Земли?

7.69. К потолку вагона прикреплен на нити шар. Вагон идет со скоростью $v=54$ км/ч по закруглению радиусом $R=300$ м. На какой угол наклонится при этом нить с грузом?

7.70. На сколько следует поднять наружный рельс над внутренним на пути с радиусом $R=400$ м, чтобы при скорости движения $v=36$ км/ч сила давления поезда на рельсы была перпендикулярна к ним? Ширина железнодорожной колеи равна $l=152{,}4$ см.

7.71. Шар, масса которого m, равномерно вращается на стальном стержне в вертикальной плоскости. На сколько сила, растягивающая стержень в месте крепления шара, больше при прохождении гири через нижнюю точку, чем через верхнюю.

7.72. Средняя высота спутника над поверхностью Земли равна $h=1700$ км. Определить его скорость v и период обращения T.

7.73. Автомашина, имеющая массу m, движется со скоростью v по выпуклому мосту с радиусом кривизны R. С какой силой давит автомашина на мост в точке, на которую направление от центра кривизны моста составляет с вертикалью угол α.

7.74. Груз, подвешенный к потолку на нити, движется в горизонтальной плоскости по окружности, отстоящей от потолка на расстоянии h (конический маятник). Найти период обращения маятника T.

* *7.75.* Мотоциклист движется со скоростью $v=12$ м/с по окружности радиусом $R=50$ м. На какой угол от вертикали он должен наклониться, чтобы сохранить равновесие?

7.76. Шарик на нити вращается в вертикальной плоскости. Его ускорение на уровне центра вращения равно $a=g\sqrt{2}$. Чему равна скорость шарика в нижней точке траектории? Длина нити l.

**7.77.* Определить плотность планеты, продолжительность суток на которой равна T, если известно, что на экваторе планеты вес тела составляет $k=1/3$ силы тяготения.

7.3. Импульс, работа, энергия, законы сохранения в механике (теория изложена в § 1.7, 1.10—1.14)

7.78. Снаряд, летящий со скоростью $u=16$ м/с, разорвался на два осколка, массы которых $m_1=6$ кг и $m_2=10$ кг. Скорость первого осколка $v_1=12$ м/с и направлена под углом $\alpha_1=60°$ к скорости гранаты. Найти величину скорости второго осколка v_2 и ее направление α_2 (рис. 103).

Решение. Закон сохранения импульса в данном случае запишется в виде:

$$(m_1+m_2)\vec{u}=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2.$$

Проведем ось X в направлении движения гранаты, а ось Y — перпендикулярно оси X и запишем закон сохранения импульса в проекциях на оси X и Y соответственно:

$$(m_1+m_2)u=m_1v_1\cos\alpha_1+m_2v_2\cos\alpha_2; \qquad (1)$$

$$0=m_2v_2\sin\alpha_2-m_1v_1\sin\alpha_1. \qquad (2)$$

Из уравнения (2) имеем $\sin\alpha_2=\frac{m_1v_1}{m_2v_2}\sin\alpha_1$, или $\cos\alpha_2=\sqrt{1-\left(\frac{m_1v_1}{m_2v_2}\right)^2\sin^2\alpha_1}$. Подставив это выражение в (1) получим

$$(m_1+m_2)u-m_1v_1\cos\alpha_1=\sqrt{(m_2v_2)^2-(m_1v_1)^2\sin^2\alpha_1}.$$

Возводя полученное уравнение в квадрат выразим скорость второго тела v_2:

$$v_2=\sqrt{(m_1+m_2)^2u^2+m_1^2v_1^2-2m_1(m_1+m_2)uv_1\cos\alpha_1}/m_2=$$
$$=22{,}9 \text{ м/с}.$$

Значение угла α_2 выразим из уравнения (2)

$$\sin\alpha_2=\frac{m_1v_1}{m_2v_2}\sin\alpha_1=0{,}272,\quad \alpha_2=15{,}8°.$$

7.79. Мощность двигателя подъемного крана $N=7{,}5$ кВт, его коэффициент полезного действия $\eta=80\%$. Определить массу груза, который можно поднять равноускоренно на высоту $H=25$ м за время $t=25$ с.

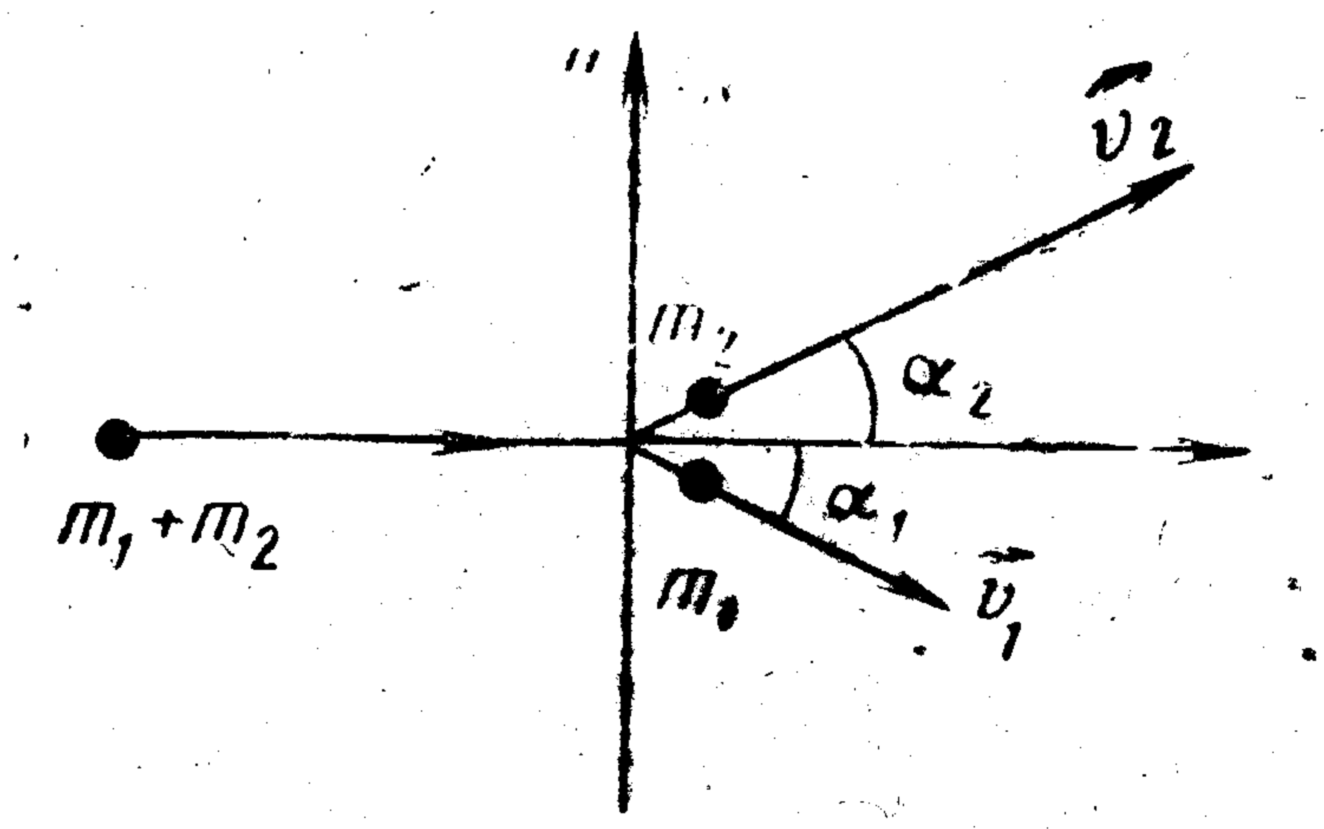


Рис. 103. К условию задачи 7.78

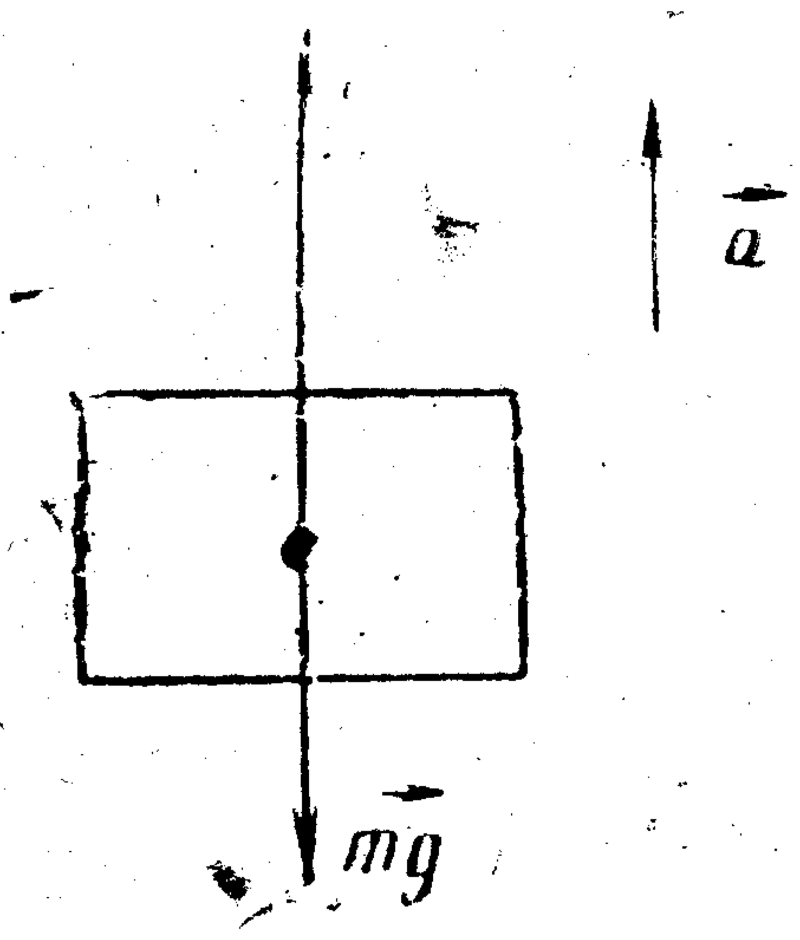


Рис. 104. К решению задачи 7.79

Решение. Работу силы натяжения троса крана F (рис. 104) запишем в виде $A = FH\cos\alpha$ (здесь $\alpha = 0°$ — угол между направлением силы F и перемещением H). Величину силы F определим исходя из второго закона Ньютона, записанного для груза:

$$F - mg = ma, \text{ или } F = m(g + a).$$

Из уравнения равноускоренного движения $H = at^2/2$ определяем величину ускорения $a = 2H/t^2$.

Следовательно, $F = m(g + 2H/t^2)$, $A = m(g + 2H/t^2)H$.

Работу $A_з$, затраченную краном, выражаем через мощность двигателя:

$$A_з = Nt.$$

По определению коэффициент полезного действия:

$$\eta = A/A_з \cdot 100\%, \text{ или } Nt\eta = m\left(g + \frac{2H}{t^2}\right)H \cdot 100\%.$$

Отсюда $m = \dfrac{Nt^3\eta}{(gt^2 + 2H)H} = 607$ кг.

7.80. Тело бросили с поверхности Земли под некоторым углом к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 15$ м/с (рис. 105). На какой высоте h его кинетическая энергия составляет $k = 1/3$ от первоначальной?

Решение. Используем закон сохранения механической энергии тела. В момент бросания тело обладает только кинетической энергией

$$E_{к0} = mv_0^2/2.$$

На искомой высоте h (точка 1) тело обладает потенциальной энергией $E_{п1} = mgh$ и некоторой кинетической энергией $E_{к1}$.

По закону сохранения энергии:

$$E_{к0} = E_{п1} + E_{к1}. \qquad (1)$$

По условию задачи

$$E_{к1} = kE_{к0} = kmv^2_0/2.$$

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$mv^2_0/2 = mgh + kmv^2_0/2.$$

Отсюда $h = (1 - k)v^2_0/(2g) = 7{,}65$ м.

7.81. На нити длиной $l = 1$ м висит тело, масса которого $M = 0{,}2$ кг (рис. 106). В тело попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $u = 200$ м/с, и застревает в нем. Тело совершает полный оборот в вертикальной плоскости. Определить натяжение нити T в верхней точке траектории.

Решение. Запишем закон сохранения импульса при взаимодействии тела с пулей:

$$mu = (M + m)v_0, \qquad (1)$$

где v_0 — скорость тела с пулей после соударения (в нижней точке траектории).

Для определения скорости тела с пулей в верхней точке траектории v запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{(M+m)v^2_0}{2} = \frac{(M+m)v^2}{2} + (M+m)g\cdot 2l. \qquad (2)$$

Второй закон Ньютона для тела с пулей в верхней точке траектории имеет вид:

$$T + (M+m)g = \frac{(M+m)v^2}{l}. \qquad (3)$$

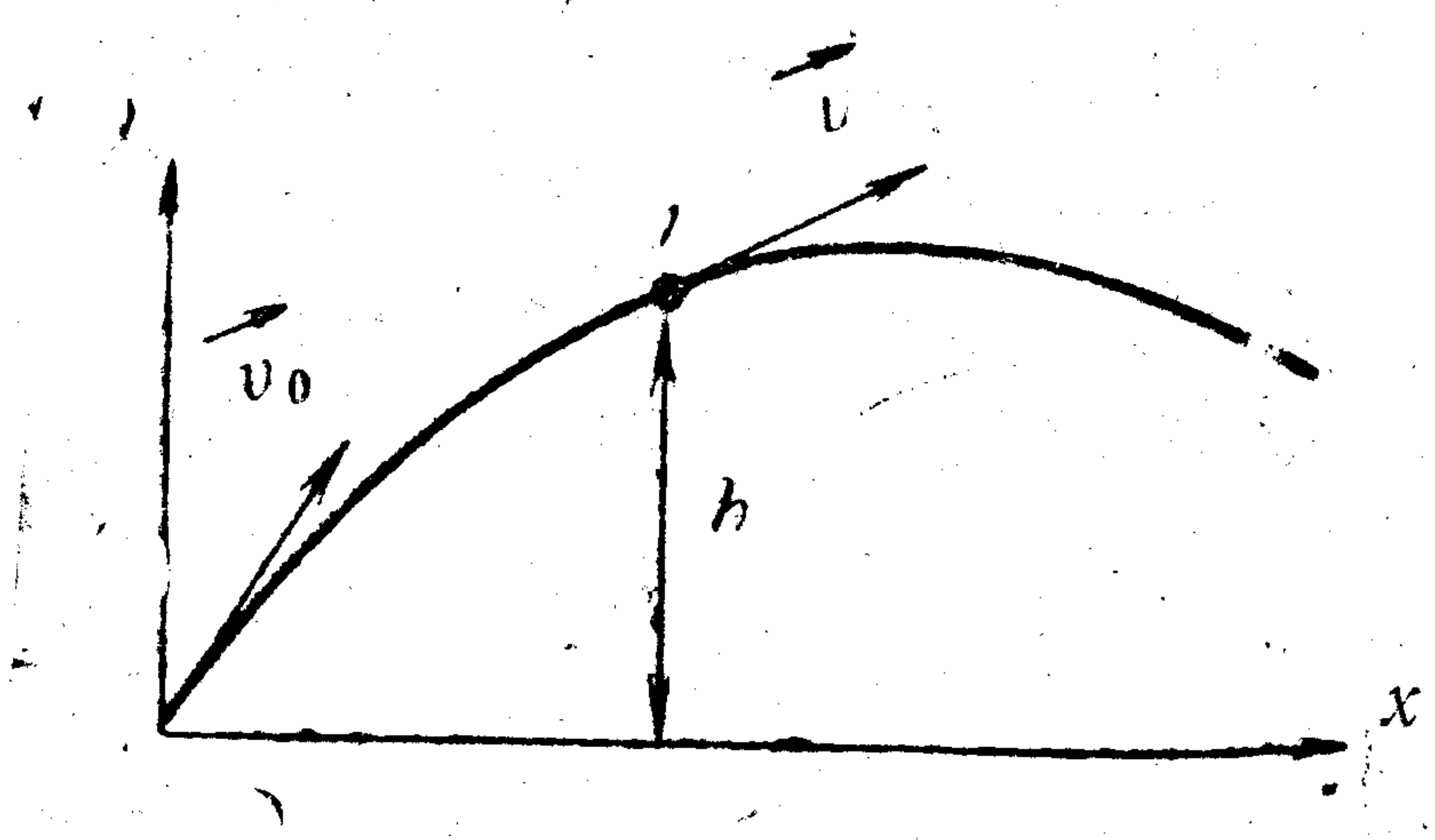


Рис. 105. К решению задачи 7.80

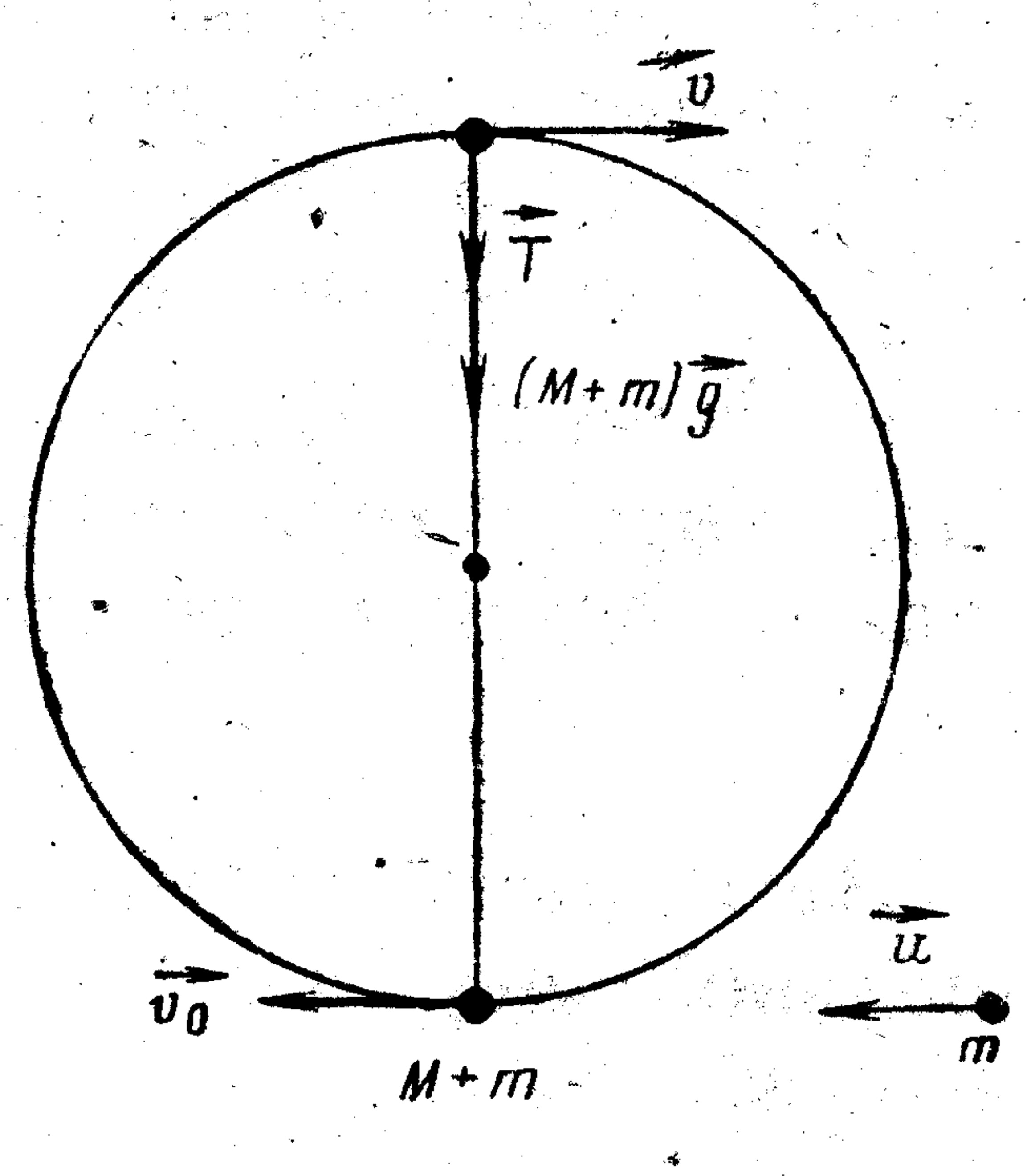


Рис. 106. К решению задачи 7.81

Исключив из уравнений (1—3) величины v_0 и v, определим $T = \frac{m^2u^2 - 5g(M+m)^2l}{(M+m)l} = 8{,}74$ Н.

7.82. Тело, начальная скорость которого $v_0 = 10$ м/с, движется с ускорением $a = 1{,}5$ м/с^2. Во сколько раз изменится импульс тела при прохождении им пути $S = 100$ м?

7.83. Два тела (их массы $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг) движутся равномерно в взаимно перпендикулярных направлениях. Скорость первого тела $v_1 = 3$ м/с, а второго $v_2 = 2$ м/с. Определить импульс данной системы тел.

* *7.84.* Материальная точка, масса которой $m = 1$ кг, двигаясь равномерно по окружности, описывает четверть окружности радиусом $R = 1$ м в течение $t = 2$ с. Найти модуль изменения импульса материальной точки за это время.

7.85. С железнодорожной платформы, движущейся со скоростью u, выстрелили из пушки. Общая масса платформы с пушкой, закрепленной на ней, и снарядами M, масса снаряда m, его начальная скорость v. Какова скорость платформы u_1, если направление выстрела: а) совпадает с направлением движения платформы; б) противоположно; в) перпендикулярно ему; г) составляет с направлением движения платформы угол α.

* *7.86.* Человек, масса которого $m = 70$ кг, стоит на корме лодки, находящейся на озере. Длина лодки $l = 5$ м, ее масса $M = 280$ кг. Человек переходит на нос лодки. На какое расстояние S передвинется человек относительно дна озера? Сопротивлением воды пренебречь.

7.87. Под действием взаимно перпендикулярных сил, равных $F_1 = 3$ Н и $F_2 = 4$ Н, тело перемещается в направлении равнодействующей этих сил на расстояние $S = 0{,}5$ м. Чему равна работа каждой из этих сил?

7.88. Вычислить работу A, совершаемую при равноускоренном подъеме груза на высоту $h = 4$ м за время $t = 2$ с. Масса груза $m = 100$ кг.

* *7.89.* Тело равномерно перемещается по горизонтальной поверхности под действием силы, направленной под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Работа этой силы на пути $S = 6$ м равна $A = 20$ Дж. Масса тела $m = 2$ кг. Найти коэффициент трения тела с поверхностью μ.

7.90. Сила тяги локомотива $F=250$ кН, мощность $N=3000$ кВт. За какое время поезд пройдет $S=10{,}8$ км, если он движется равномерно?

7.91. Какую массу воды можно поднять из шахты глубиной $h=150$ м в течение $t=1$ ч, если мощность установки $N=7{,}5$ кВт.

7.92. Тепловоз (масса $m=60$ т) равномерно поднимается в гору с уклоном $\alpha=4°$. Коэффициент трения $\mu=0{,}03$. Определить развиваемую тепловозом мощность N при скорости движения $v=36$ км/ч.

7.93. Прямолинейное движение материальной точки описывается формулой $x=(8+6t-2t^2)$ м. Найти кинетическую энергию точки $E_к$ через $t=1$ с от начала движения. Масса материальной точки $m=0{,}2$ кг.

7.94. Определить полную механическую энергию тела E относительно поверхности Земли, если на расстоянии $h=4$ м от поверхности Земли его скорость составляет $v=6$ м/с. Масса тела $m=2$ кг.

7.95. Определить массу тела, если его кинетическая энергия $E_к=2$ Дж, а импульс $p=4$ кг·м/с.

7.96. Тело, масса которого m, равномерно скользит с вершины холма и останавливается у основания. Высота холма h. Какую работу надо совершить, чтобы поднять тело на вершину холма по тому же пути?

7.97. Какой путь пройдут санки по горизонтальной поверхности после спуска с начальной скоростью равной нулю, с горы высотой $h=15$ м, имеющей уклон $\alpha=30°$? Коэффициент трения скольжения равен $\mu=0{,}2$.

7.98. Пуля, имеющая массу $m=10$ г, подлетает к доске толщиной $d=0{,}04$ м со скоростью $v_1=600$ м/с и, пробив доску, вылетает со скоростью $v_2=400$ м/с. Найти среднюю силу сопротивления $F_с$ доски.

7.99. Какую работу надо совершить, чтобы заставить тело массой $m=1$ кг увеличить свою скорость с $v_1=$ $=3$ м/с до $v_2=5$ м/с.

7.100. Камень при падении с высоты $h=10$ м с начальной скоростью равной нулю имел скорость в момент падения $v=12$ м/с. Чему равна средняя сила сопротивления воздуха $F_с$ при падении камня? Масса камня $m=1$ кг.

7.101. Найти среднюю мощность N, развиваемую пороховыми газами при выстреле из винтовки с длиной ствола $l=1$ м. Масса пули $m=10$ г, а ее скорость при вылете $v=400$ м/с.

7.102. Тело брошено горизонтально со скоростью v_0. Найти кинетическую энергию $E_к$ через время t после начала движения. Масса тела m.

7.103. Камень брошен с поверхности Земли под углом к горизонту со скоростью v_0. Определить, на какой высоте h скорость камня уменьшится вдвое. Сопротивлением воздуха пренебречь.

7.104. Тело брошено с начальной скоростью v_0 под углом к горизонту с поверхности Земли. На какой высоте h его кинетическая энергия равна потенциальной? Сопротивлением воздуха пренебречь.

7.105. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне, и застревает в нем. При этом шар по дуге окружности поднимается на высоту $h = 0{,}8$ м. Определить скорость пули v, если масса пули $m = 10$ г, а масса шара $M = 1$ кг.

7.106. Пуля попадает в тело, масса которого M, (рис. 107) и застревает в нем. На сколько сожмется пружина с жесткостью k, удерживающая тело, если масса пули m, а скорость v.

* *7.107.* Клин, масса которого M, находится на гладкой горизонтальной поверхности. На клине лежит брусок, масса которого m, и который под действием силы тяжести может скользить по клину без трения. В начальный момент система покоилась. Найти скорость клина v в тот момент, когда брусок с высоты h (рис. 108) соскользнет на плоскость.

7.108. Движущееся тело ударяется о неподвижное. Удар считать центральным и неупругим, а скорость тел

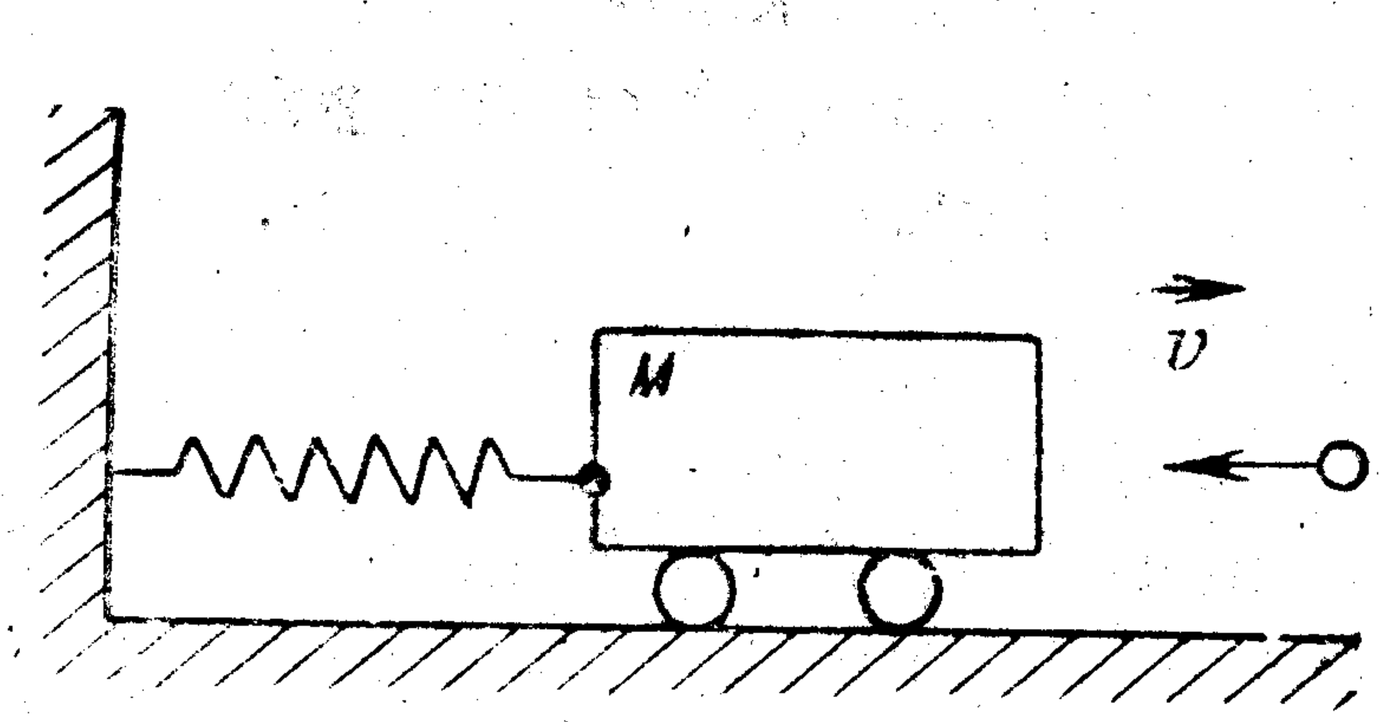


Рис. 107. К условию задачи 7.106

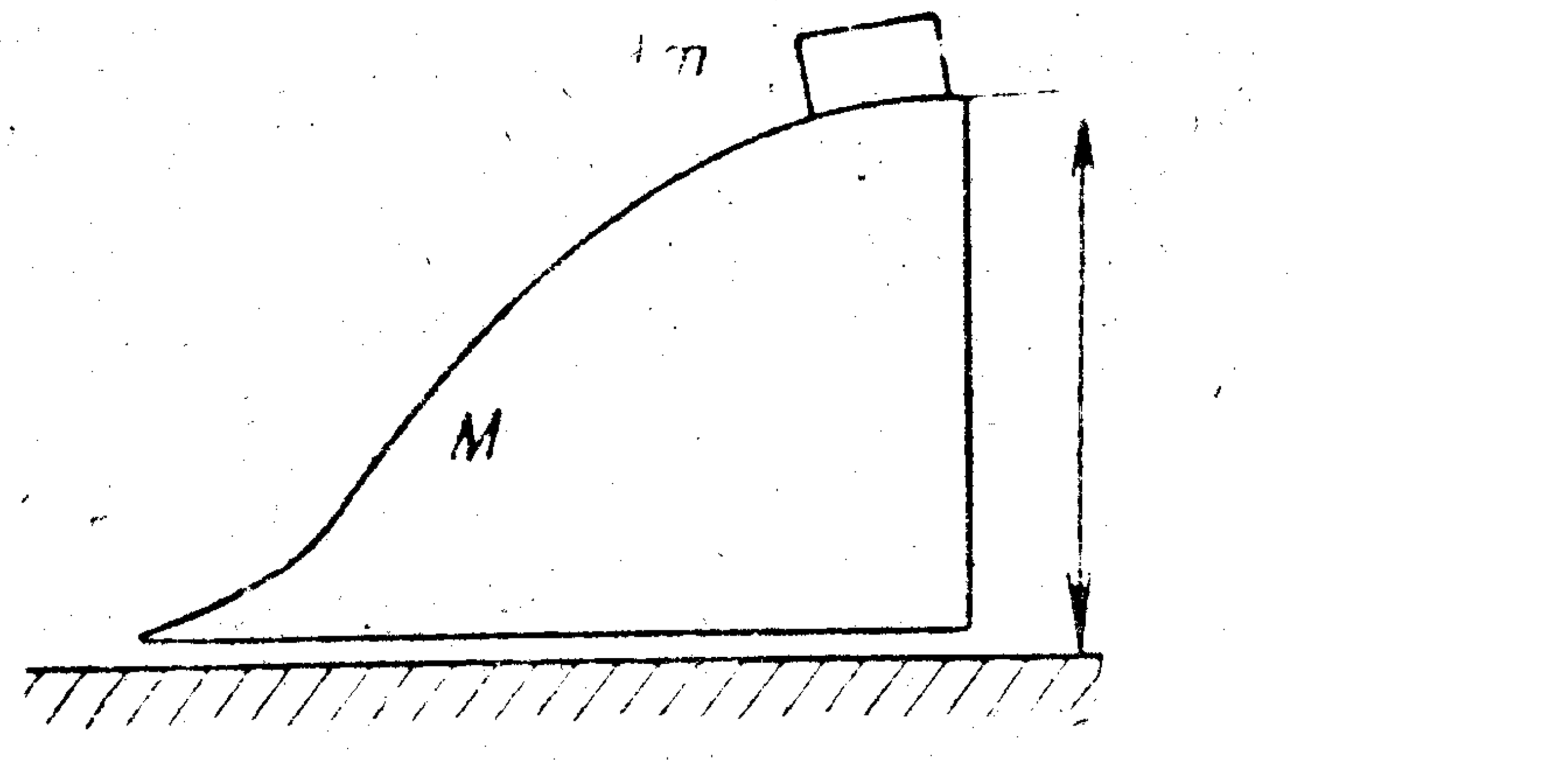


Рис. 108. К условию задачи 7.107

после соударения равной $u = 4$ м/с. Определить энергию E_1 первого тела до соударения. Массы тел: $m_1 = 2$ кг (движущееся) и $m_2 = 1$ кг (неподвижное).

7.109. При разрыве неподвижной гранаты на два осколка, летящих вдоль одной прямой, выделилась механическая энергия $E = 1350$ Дж. Известно, что масса первого осколка в $k = 3$ раза больше массы второго. Найти скорость первого осколка, если масса гранаты $m = 1$ кг, а масса пороховых газов мала.

7.110. Два тела, скорости которых взаимно перпендикулярны и равны $v_1 = 4$ м/с, $v_2 = 3$ м/с, а масса каждого $m = 0{,}4$ кг, сталкиваются, образуя тело с массой $M = 0{,}8$ кг. Определить кинетическую энергию тела.

* *7.111.* Шар, лежащий на горизонтальной поверхности, ударяет шар, движущийся со скоростью v_1. Между шарами происходит упругий центральный удар. Определить скорости шаров u_1 и u_2 после удара. Массы шаров: m_2 — неподвижного, m_1 — движущегося.

7.112. Люстра висит на цепи. Цепь может выдерживать нагрузку $T = 10^3$ Н. Масса люстры $m = 50$ кг. Люстру отклонили на небольшой угол и отпустили, благодаря чему она начала раскачиваться. Определить, на какой наибольший угол α можно отклонить люстру без разрыва цепи во время колебаний.

**7.113.* На нити длиной l висит шарик. Какую минимальную скорость v_0 в горизонтальном направлении необходимо сообщить шарику, чтобы он сделал полный оборот в вертикальной плоскости.

* *7.114.* Шарик соскальзывает без трения по наклонному желобу, образующему «мертвую петлю» радиусом R. С какой высоты h шарик должен начать движение, чтобы не оторваться от желоба в верхней точке петли?

* *7.115.* Небольшое тело без трения скользит с вершины сферы радиусом R. На какой высоте h от вершины тело оторвется от поверхности сферы?

7.4. Статика. Гидростатика (теория изложена в § 1.8, 5.1—5.3)

7.116. Однородный стержень AB (рис. 109), длина которого $l = 2$ м и масса $m = 6$ кг, может вращаться вокруг оси 0, отстоящей от конца A стержня на расстоянии $l_1 = 0{,}4$ м. К точке A подвешен груз, масса которого $m_1 = 12$ кг. Какую горизонтальную силу F надо приложить к точке B, чтобы стержень в условии равновесия составлял с горизонтом угол $\alpha = 30°$.

Решение. На стержень AB действуют силы: $\vec{mg}$ — сила тяжести стержня, приложенная к середине стержня, $m_1\vec{g}$ — сила тяжести груза, $\vec{N}$ — реакция оси, $\vec{F}$ — внешняя сила.

Для вычисления моментов сил определим плечи h_3, h_2 и h_1 относительно оси 0. Как видно из рисунка:

$$h_1 = (l/2 - l_1)\cos\alpha;$$
$$h_2 = l_1\cos\alpha;$$
$$h_3 = (l - l_1)\sin\alpha.$$

Плечо силы N, а следовательно, и момент этой силы, равны нулю. Таким образом, условие равновесия стержня записывается в виде:

$$F(l - l_1)\sin\alpha + mg(l/2 - l_1)\cos\alpha - m_1 g l_1 \cos\alpha = 0,$$

или $$F = \frac{g\left[m_1 l_1 - m\left(\frac{l}{2} - l_1\right)\right]\cos\alpha}{(l - l_1)\sin\alpha} = 12{,}7 \text{ Н}.$$

7.117. Определить центр тяжести однородной прямоугольной пластины шириной $a = 8$ см и длиной $b = 16$ см (рис. 110), из которой вырезан круг радиусом $r = 3$ см. Центр круга находится на оси пластины на расстоянии $c = 4$ см от края.

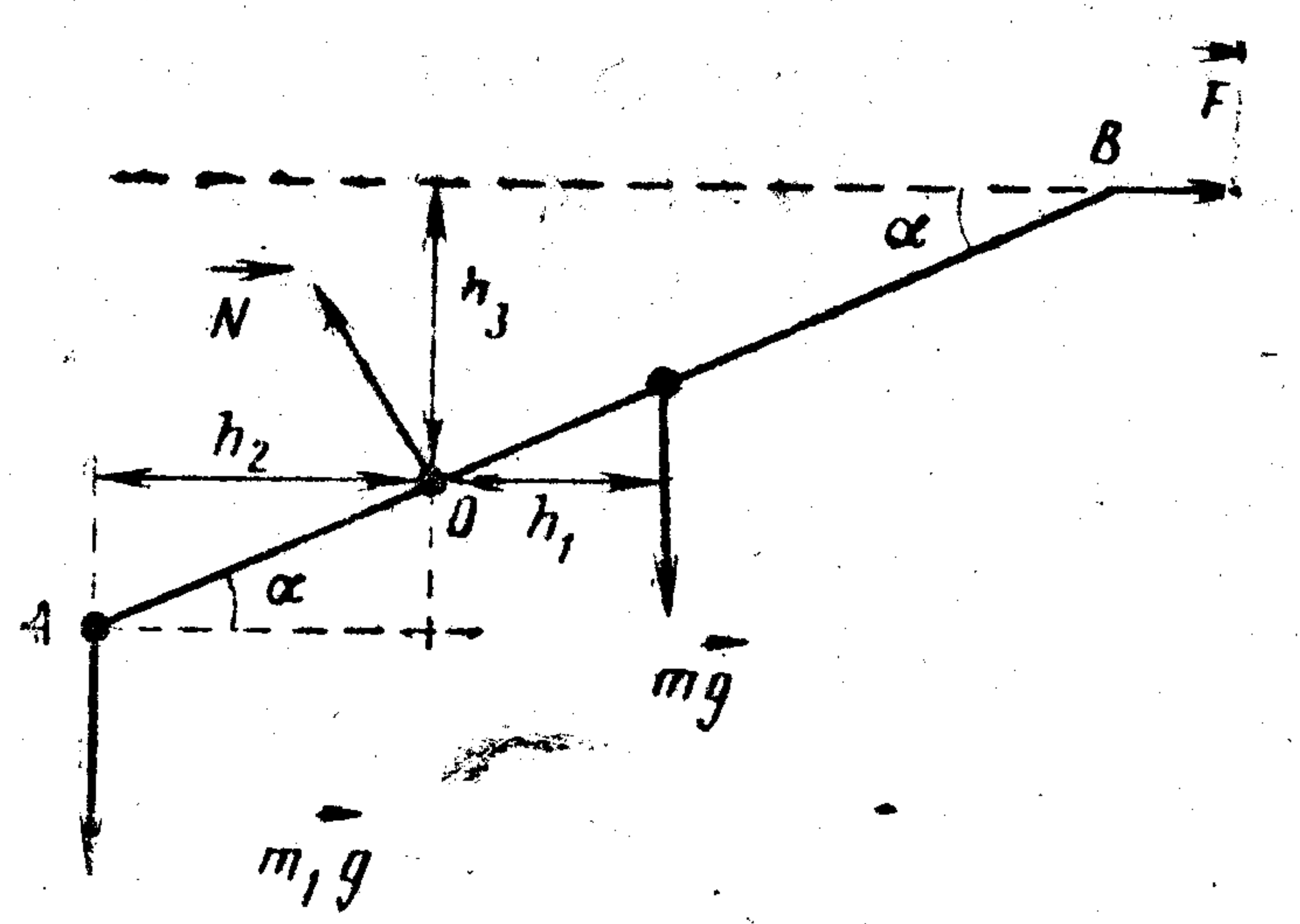


Рис. 109. К решению задачи 7.116

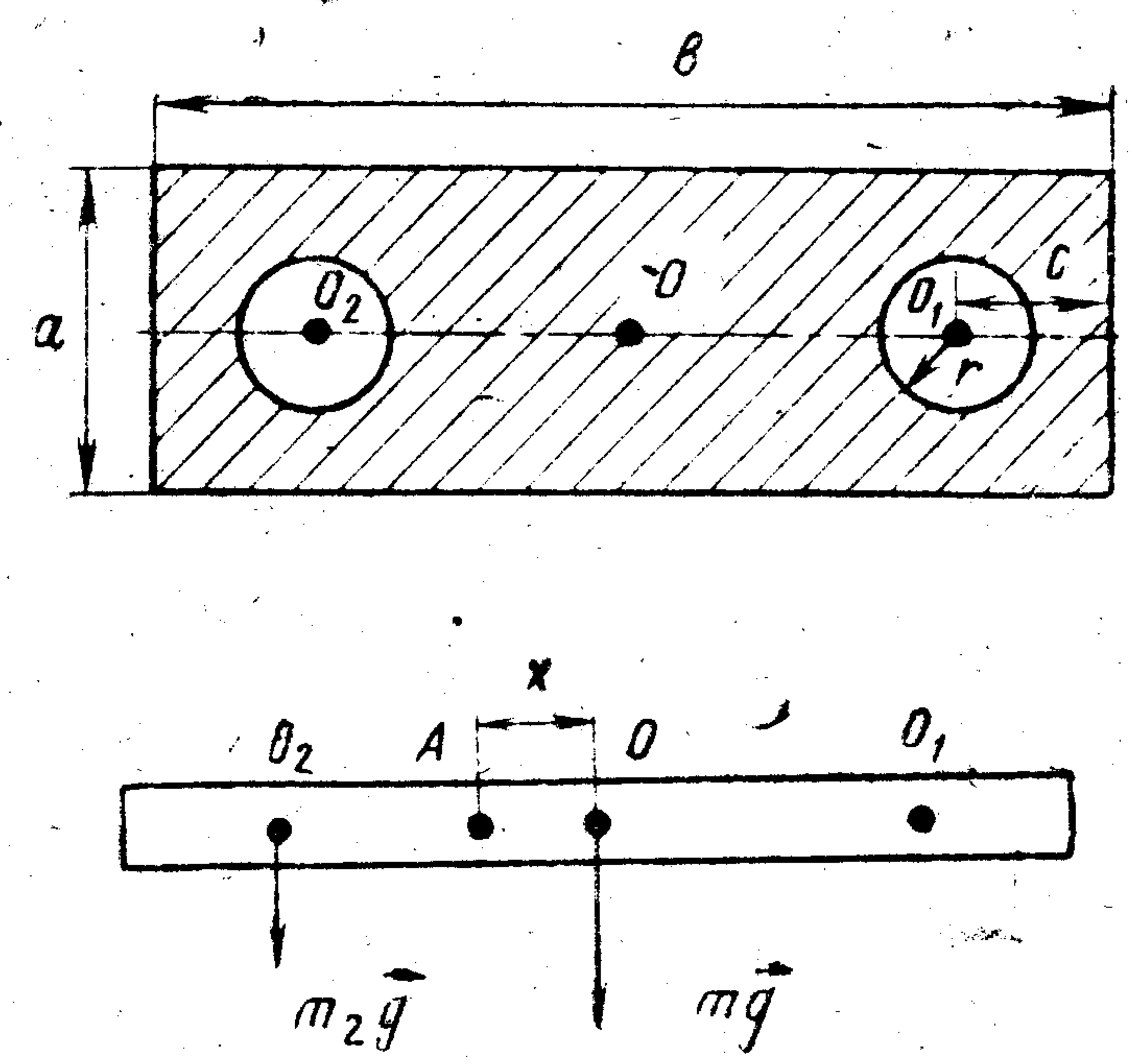


Рис. 110. К решению задачи 7.117

Решение. Пусть O — центр целой пластины, O_1 — центр вырезанного круга. Тогда центр тяжести пластины без круга лежит в точке A на линии OO_1, расположенной на некотором расстоянии x левее от точки O.

Представим, что наша фигура состоит из двух частей: круга радиуса r, центр тяжести которого O_2 лежит на линии OO_1 на расстоянии c от левого края пластины, с массой $m_2 = \rho h \pi r^2$ и пластины, из которой вырезаны два круга, центр тяжести которой находится в точке O и ее масса $m = \rho h(ab - 2\pi r^2)$ (из массы целой пластины вычли массы двух кругов). Здесь ρ — плотность материала пластины, h — ее толщина.

Так как точка A является центром тяжести данной пластины, для масс m_2 и m, которые составляют массу пластины, можем записать условие равновесия относительно точки A

$$mgAO - m_2gAO_2 = 0. \qquad (1)$$

Из рис. 110 ясно, что $AO = x$, $AO_2 = b/2 - c - x$. Тогда условие (1) примет вид:

$$\rho h(ab - 2\pi r^2)x = \rho h \pi r^2 (b/2 - c - x).$$

Решив уравнение, находим

$$x = \frac{\pi r^2((b/2) - c)}{ab - \pi r^2} = 1{,}13 \text{ см}.$$

7.118. В цилиндрический сосуд налиты равные по массе количества ртути и воды. Общая высота столба жидкостей h (рис. 111). Чему равно суммарное давление жидкостей на дно сосуда? Плотность ртути $\rho_р$ и воды $\rho_в$ считать известными.

Решение. Суммарное гидростатическое давление жидкостей

$$p = \rho_р g h_р + \rho_в g h_в, \qquad (1)$$

где $h_р$ и $h_в$ высоты столбов ртути и воды соответственно, причем $h = h_р + h_в$. По условию задачи массы жидкостей равны, т. е. $\rho_в g h_в S = \rho_р g h_р S$ (здесь S — площадь дна сосуда). Итак, имеем систему

$$\begin{cases} h = h_р + h_в; \\ \rho_в h_в = \rho_р h_р, \end{cases}$$

решив которую определяем:

$$h_р = h\frac{\rho_в}{\rho_р + \rho_в}; \quad h_в = h\frac{\rho_р}{\rho_р + \rho_в}.$$

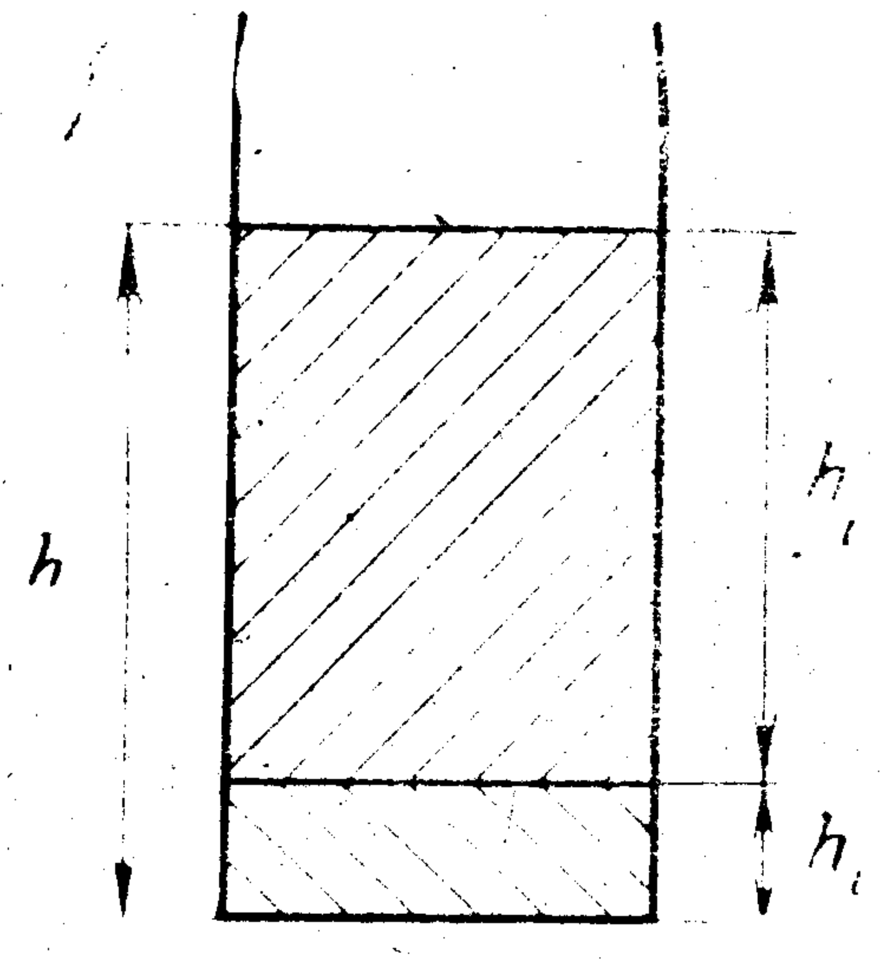


Рис. 111. К решению задачи 7.118

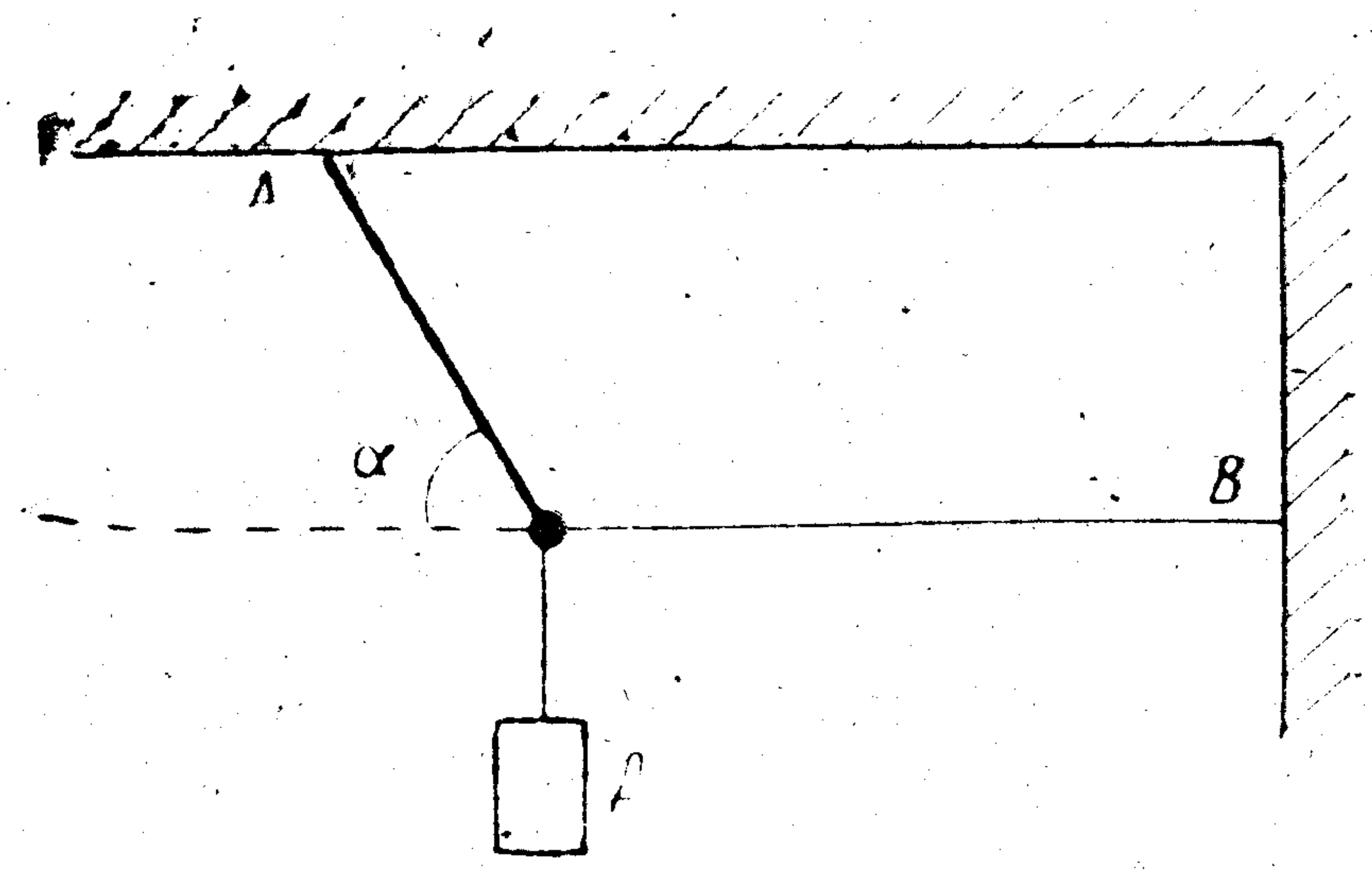


Рис. 112. К условию задачи 7.122

Следовательно, из (1)

$$p = \frac{2\rho_р\rho_в}{\rho_р + \rho_в} gh.$$

7.119. Надводная часть айсберга имеет объем $V_н = 500$ м^3. Определить объем айсберга, если плотность льда $\rho_л = 920$ кг/м^3, плотность морской воды $\rho_в = 1030$ кг/м^3.

Решение. По условию плавания тел сила тяжести айсберга $mg = \rho_л V g$ равна силе Архимеда. Сила Архимеда равна силе тяжести воды, вытесненной айсбергом: $F_А = \rho_в g V_п$ (здесь $V_п = V - V_н$ — подводная часть айсберга). Тогда

$$\rho_л V g = \rho_в g (V - V_н),$$

или

$$V = V_н \rho_в / (\rho_в - \rho_л) = 4682 \text{ м}^3.$$

7.120. Две силы по $F_1 = 10$ Н каждая приложены к одной точке под углом $\alpha_1 = 90°$. Под каким углом α_2 друг к другу нужно приложить две силы по $F_2 = 8$ Н, чтобы они уравновесили первые две?

7.121. Брусок, масса которого $m = 2$ кг, лежит на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 60°$. Коэффициент трения $\mu = 0{,}4$. С какой силой F нужно прижимать брусок к наклонной плоскости, чтобы он оставался на ней в покое?

7.122. Груз (масса $m = 20$ кг) висит на тросах (рис. 112). Угол $\alpha = 60°$. Определить силы T_1, T_2, T_3, растягивающие тросы *СД*, *АС* и *СВ*.

7.123. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ лежит цилиндр. Цилиндр удерживается в состоянии покоя с помощью огибающей его нити, один конец которой закреплен на наклонной плоскости, а другой натянут вертикально с силой F. Определить силу F. Масса цилиндра $m = 3$ кг.

7.124. Рабочий удерживает за один конец бревно так, что бревно образует с горизонтом угол α. С какой силой F, направленной перпендикулярно бревну, удерживает рабочий бревно в этом положении? Масса бревна равна m.

* *7.125.* Стержень AB прикреплен к вертикальной стенке следующим образом: нижний конец B скреплен со стеной шарнирно, а верхний конец A связан со стеной невесомой и нерастяжимой нитью. Углы, образованные нитью и стержнем с вертикальной стеной, равны $\alpha = 30°$. Масса стержня $m = 1$ кг. Найти силу натяжения нити T.

7.126. На концах однородного стержня, масса которого $m = 1$ кг и длина $l = 0{,}6$ м, подвешены грузы. На каком расстоянии x от точки подвеса второго груза надо подпереть стержень, чтобы он находился в равновесии? Массы грузов: первого $m_1 = 1$ кг, второго $m_2 = 2$ кг.

7.127. Труба, масса которой $m = 40$ кг и длина $l = 6$ м лежит на опоре, находящейся на расстоянии $l_1 = 1$ м от конца трубы. Она удерживается в горизонтальном положении с помощью некоторой силы F, приложенной к другому концу трубы и составляющей угол $\alpha = 30°$ с трубой. Определить величину этой силы.

* *7.128.* Дверь, высота которой $H = 2$ м, ширина $l = 1$ м и масса $m = 32$ кг, подвешена на двух петлях, находящихся на расстоянии $a = 20$ см от верхнего и нижнего краев двери. С какой силой F дверь тянет верхнюю петлю в горизонтальном направлении?

* *7.129* Высота ящика, стоящего на горизонтальной поверхности, $h = 2$ м, площадь квадратного дна $l^2 = 1$ м^2, масса $m = 100$ кг. Что будет с ящиком при действии ветра, производящего давление $p = 300$ Н/м^2, если коэффициент треня равен а) $\mu_1 = 0{,}5$; б) $\mu_2 = 0{,}7$. Направление ветра перпендикулярно к боковой грани ящика.

* *7.130.* Лестница длиной $l = 3$ м приставлена к гладкой стене под углом $\alpha = 60°$ к полу. Максимальная сила трения между лестницей и полом $F_{тр} = 200$ Н. На какую высоту может подняться человек, масса которого $m = 60$ кг, прежде чем лестница начнет скользить?

Массой лестницы пренебречь.

7.131. Найти положение центра тяжести однородной пластины, размеры которой указаны на рис. 113.

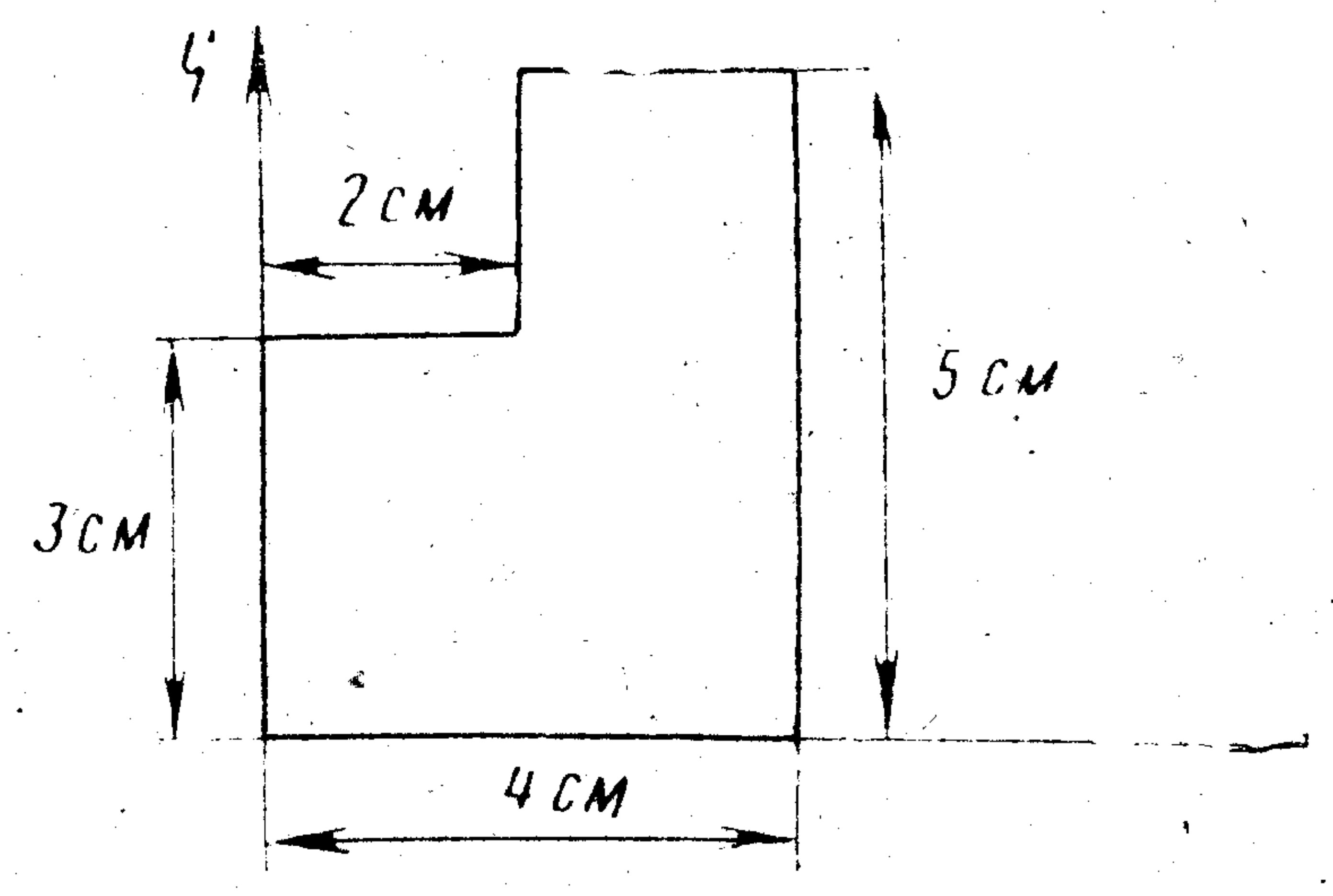


Рис. 113. К условию задачи 7.131

7.132. Два шара одинакового радиуса $R = 10$ см, стальной и алюминиевый, скреплены в точке касания. На каком расстоянии от центра стального шара находится центр тяжести? Плотность стали и алюминия принять равными $\rho_ж = 8,1$ г/см^3 и $\rho_а = 2,7$ г/см^3.

* *7.133.* Из однородной круглой пластины, радиус которой R, вырезан круг вдвое меньшего радиуса, касающийся первого круга. На какое расстояние x сместится положение центра тяжести?

* *7.134.* Из однородной круглой пластины, радиус которой $R = 10$ см вырезан квадрат со стороной $a = 8$ см. Середина одной из сторон квадрата совпадает с центром круга. Определить положение центра тяжести полученной фигуры (отсчет вести от центра тяжести круга).

7.135. Сосуд кубической формы с ребром a до краев наполнен водой. Определить силу давления воды на дно $F_д$ и на боковую грань $F_б$?

7.136. Две трубки диаметрами $d = 4$ см представляют собой сообщающийся сосуд. В одно колено сосуда наливают воду с $V = 0,25$ л воды, а в другое $V = 0,25$ л ртути. Какова будет высота жидкостей в обоих коленах? Объемом изогнутой части пренебречь. Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, ртути $\rho_р = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

* *7.137.* В сообщающийся сосуд, диаметр одной трубки которого в k раз больше диаметра второй трубки, налита ртуть. В сосуд меньшего диаметра сверху налили воды высотой h. На сколько изменится уровень ртути в сосуде большего диаметра. Плотность воды $\rho_в$ и ртути $\rho_р$ известны. Считать, что ртуть остается и в трубке меньшего диаметра.

7.138. Определить наименьшую площадь плоской льдины толщиной $d = 50$ см, способной удержать на воде двух человек. Плотность льда $\rho_л = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Масса каждого человека $m = 75$ кг.

7.139. Кусок стекла падает в воде с ускорением $a = 6$ м/с^2. Найти плотность стекла $\rho_с$. Трением стекла о воду пренебречь.

7.140. Пробковый спасательный круг имеет массу $m = 4$ кг. Определить подъемную силу $F_л$ этого круга в воде. Плотность пробки $\rho_п=200$ кг/м^3.

7.141. Полый цинковый шар, наружный объем которого $V=200$ см^3, плавает в воде так, что $k=3/4$ его объема погружается в воду. Найти объем полости $V_п$ шара. Плотность цинка $\rho_ц=7{,}15\cdot10^3$ кг/м^3.

* *7.142.* Тело, подвешенное на нити и полностью погруженное в жидкость, плотность которой ρ_1, натягивает нить с силой F_1. Если же использовать жидкость с плотностью ρ_2, сила натяжения станет равна F_2. Вес тела P. Выразить ρ_2 через ρ_1, F_1, F_2, P.

* *7.143.* Тело кубической формы плавает на поверхности ртути так, что в ртуть погружена $k=0{,}25$ его объема. Какая часть тела k_1 будет погружена в ртуть, если поверх нее налить слой воды, полностью закрывающий тело? Плотность ртути $\rho_р=13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.

* *7.144.* Тонкая однородная палочка шарнирно закреплена за верхний конец. Нижняя часть палочки погружена в воду. Равновесие достигается, когда палочка расположена наклонно и в воде находится $k=1/2$ часть длины. Определить плотность материала ρ, из которого сделана палочка.

* *7.145.* Тело всплывает с постоянной скоростью в жидкости, плотность которой в $k=4$ раза больше плотности материала тела. Каково отношение силы сопротивления $F_с$, действующей на всплывающее тело, к силе тяжести mg.

Глава 8. ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ ИХ РЕШЕНИЯ ПО МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ И ТЕПЛОВЫМ ЯВЛЕНИЯМ

8.1. Основы молекулярно-кинетической теории (теория изложена в главе 4)

8.1. Найти количество вещества, концентрацию молекул и плотность газообразного кислорода, находящегося в объеме $V = 100$ м³. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль. Масса кислорода $m = 2$ кг.

Решение. В Международной системе единиц количество вещества ν выражается в молях, следовательно $\nu = m/\mu = 62{,}5$ моль. Общее число молекул кислорода равно $N = N_A\nu$ (здесь N_A — постоянная Авогадро), откуда концентрация молекул определяется как $n = N_A\nu/V = 3{,}76 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$.

Плотность газообразного кислорода $\rho = m/V = 0{,}02$ кг/м³.

8.2. Поршень выдвигается из цилиндра с постоянной скоростью v. Молекула газа, масса которой m, летит перпендикулярно к поршню со скоростью $u > v$ и упруго ударяется о него. На сколько изменится кинетическая энергия и импульс молекулы? Как меняется температура газа?

Решение. В системе отсчета, связанной с поршнем скорость молекулы равна $(u - v)$. После упругого удара она равна $-(u - v)$. Возвращаясь в неподвижную относительно стенок цилиндра систему отсчета имеем скорость молекулы после удара равную $-(u - 2v)$.

В результате находим изменение кинетической энергии молекулы (газ охлаждается)

$$\Delta E_к = mu^2/2 - m(u - 2v)^2/2.$$

Изменение импульса молекулы $|\Delta\vec{p}| = mu - \{-m(u - 2v)\} = 2m(u - v)$.

8.3. Цилиндрический замкнутый сосуд, заполненный газом, разделен на две части непроницаемым горизонтальным поршнем, масса которого $m = 1$ кг. Первоначально сосуд покоится на подставке, затем подставку резким ударом выбивают из-под сосуда и он начинает двигаться с ускорением $1{,}2g$ (здесь g — ускорение свободного падения). Определить массу сосуда M, трением между стенками сосуда и поршнем пренебречь.

Решение. Из первоначального условия равновесия определим связь давления газа в верхней p_1 (рис. 114) и нижней p_2 части сосуда

$$(p_2 - p_1)S = mg. \qquad (1)$$

После выбивания подставки, согласно второму закону Ньютона, имеем

$$Mg + p_2S - p_1S = Ma, \qquad (2)$$

откуда с учетом соотношения (1) $M = mg/(a - g) = 5$ кг.

8.4. Вычислить массу одной молекулы углекислого газа CO_2. Молярная масса углекислого газа $\mu = 0{,}044$ кг/моль.

8.5. Найти концентрацию молекул газа n при нормальных условиях.

8.6. За время $t_1 = 1$ ч полностью испарилась вода, масса которой $m = 10$ г. Сколько вылетело молекул с поверхности воды за время $t_2 = 2$ с? Молярная масса воды $\mu = 0{,}018$ кг/моль.

8.7. В объеме $V = 9$ м^3 находится газ при давлении $p = 100$ кПа. Вычислить среднюю квадратичную скорость молекул. Масса газа $m = 2$ кг.

8.8. Водород с концентрацией молекул $n = 10^{20}$ м$^{-3}$ находится при давлении $p = 10$ кПа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул. Молярная масса водорода $\mu = 0{,}002$ кг/моль.

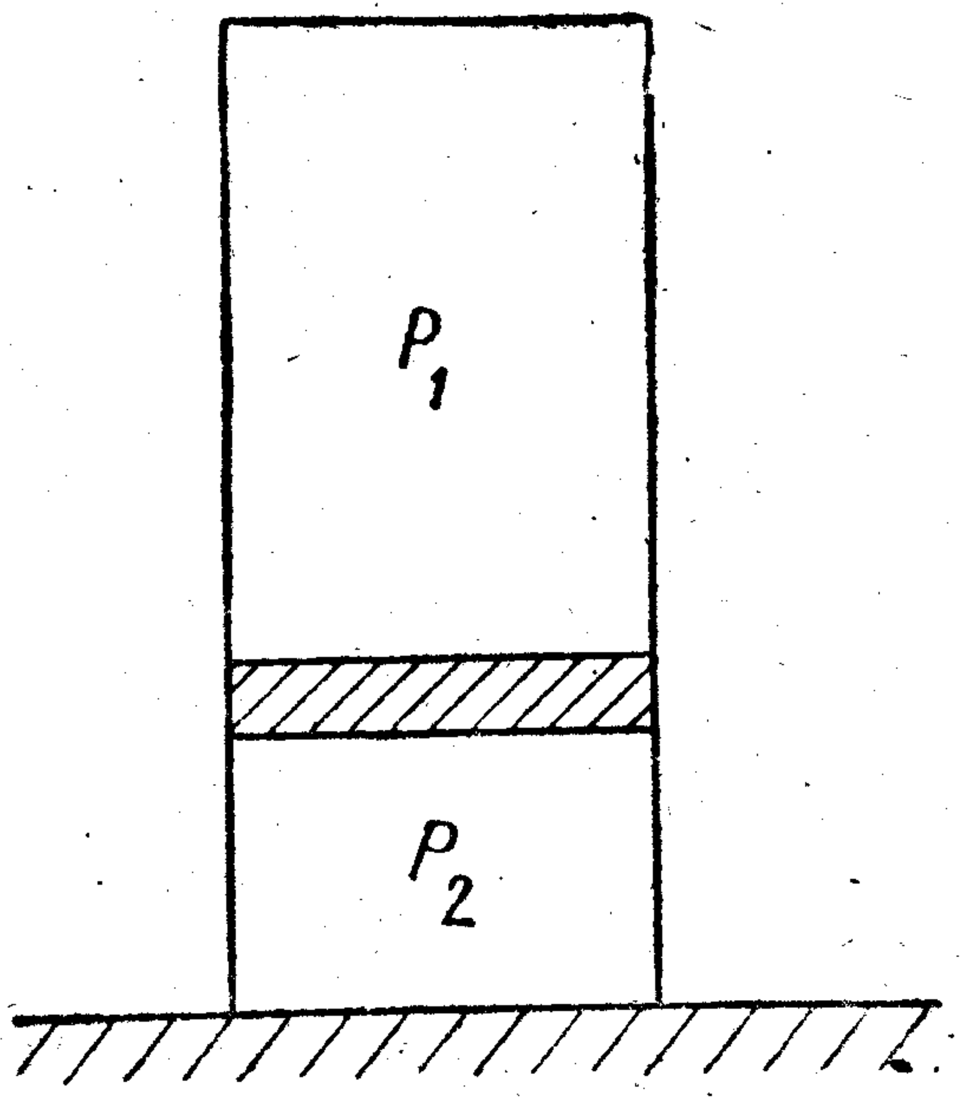


Рис. 114. К решению задачи 8.3

8.9. Молекула кислорода, летящая под углом $\alpha = 30°$ к плоской стенке сосуда со скоростью $v = 500$ м/с испытывает при столкновении абсолютно упругий удар. Найти изменение импульса молекулы. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль.

8.10. Молекулярный пучок направлен перпендикулярно к плоской «зеркальной» стенке. Определить давление, оказываемое на стенку, если скорость молекул в пучке $v=10^3$ м/с, масса молекулы $m=5{,}3\cdot10^{-26}$ кг, их концентрация $n=10^{17}$ м$^{-3}$. Рассмотреть два варианта: 1) стенка неподвижна; 2) стенка движется навстречу молекулам со скоростью $u=40$ м/с.

* *8.11.* Определить толщину слоя серебра d, нанесенного на стеклянную подложку за время $t=25$ мин, при использовании для этой цели атомарного пучка с плотностью потока атомов $j=3{,}9\cdot10^{20}$ с$^{-1}$м$^{-2}$. Молярная масса серебра $\mu=0{,}108$ кг/моль, плотность $\rho=10{,}5\cdot10^3$ кг/м^3.

* *8.12.* В опыте Ламмерта ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии $l=0{,}5$ м друг от друга, вращается с частотой $\nu=1600$ об/мин. Молекула, летящая вдоль оси попадает в прорези дисков, смещенные друг относительно друга на угол $\varphi=12°$. Найти скорость молекулы.

8.2. Уравнение состояния идеального газа. Газовые законы (теория изложена в § 4.1—4.3)

8.13. Газообразный кислород, находящийся под давлением $p_1=2\cdot10^5$ Па при температуре $T_1=283$ К, после нагревания при постоянном давлении занял объем $V_2=0{,}01$ м^3. Определить изменение объема, плотности и температуры газа. Молярная масса кислорода $\mu=0{,}032$ кг/моль, газовая постоянная $R=8{,}31$ Дж/моль·К. Масса кислорода $m=0{,}01$ кг.

Решение. Запишем уравнение состояния идеального газа до расширения

$$p_1V_1 = RT_1m/\mu,$$

откуда $V_1 = mRT_1/(\mu p_1) = 3{,}67\cdot10^{-3}$ м^3 и $\Delta V = V_2 - V_1 = 6{,}33\cdot10^{-3}$ м^3.

Плотность до расширения $\rho_1 = m/V_1 = 2{,}72$ кг/м^3, плотность после расширения $\rho_2 = m/V_2 = 1$ кг/м^3, поэтому $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2 = 1{,}72$ кг/м^3.

Согласно изобарическому процессу $V_1/V_2 = \dfrac{T_1}{T_2}$, в результате $T_2 = \dfrac{V_2T_1}{V_1} = 771$ К и $\Delta T = T_2 - T_1 = 488$ К.

8.14. Под невесомым поршнем в цилиндрическом сосуде находится газ при температуре $T_1=320$ К, образуя

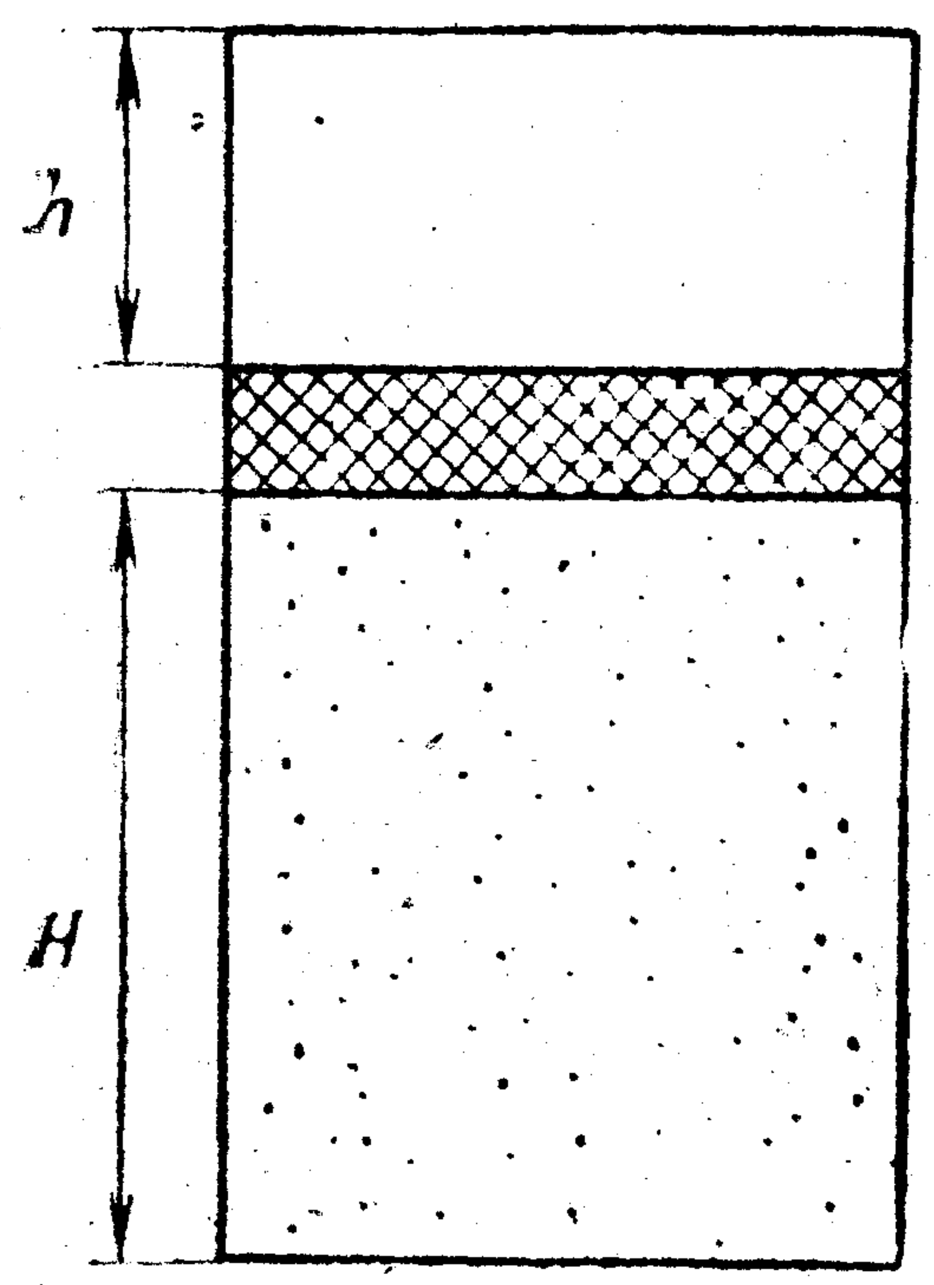


Рис. 115. К решению задачи 8.14

столб высотой $H=0{,}4$ м (рис. 115). Над поршнем, герметично прилегающим к гладким стенкам цилиндра, до краев сосуда налита ртуть. Толщина слоя ртути $h=0{,}2$ м. На сколько градусов следует медленно изменить температуру газа под поршнем, чтобы ртуть из цилиндра вылилась. Атмосферное давление $p_0=10^5$ Па, плотность ртути $\rho=1{,}36\cdot10^4$ кг/м^3.

Решение. Начальной ситуации, изображенной на рис. 115, соответствует давление газа под поршнем $p_1=p_0+\rho gh$. Когда ртуть выльется в результате нагревания газа под поршнем, его давление p_2 станет равным атмосферному давлению p_0, т. е. $p_2=p_0$.

Применяя уравнение Клапейрона $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$, имеем $p_1H/T_1 = p_0(H+h)/T_2$, откуда

$$T_2 = \frac{T_1p_0(H+h)}{H(p_0+\rho gh)}.$$

Изменение температуры

$$\Delta T = \frac{T_1p_0(H+h)}{H(p_0+\rho gh)} - T_1 = 59\ \text{К}.$$

8.15. Два сосуда, заполненных воздухом при давлениях $p_1=0{,}8$ МПа и $p_2=0{,}6$ МПа, соединяют тонкой трубкой, объемом которой можно пренебречь по сравнению с объемами сосудов. Найти во сколько раз объем второго сосуда V_2 больше первого V_1, если установившееся давление p в сосудах равно 0,675 МПа. Температуру считать постоянной.

Решение. В результате соединения сосудов воздух из каждого сосуда распространится по объему двух сосудов. Этот процесс можно описать с помощью закона Бойля-Мариотта:

$$\left.\begin{aligned} p_1V_1 &= p'_1(V_1+V_2);\\ p_2V_2 &= p'_2(V_1+V_2);\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где p'_1 и p'_2 — парциальное давление газа из каждого сосуда.

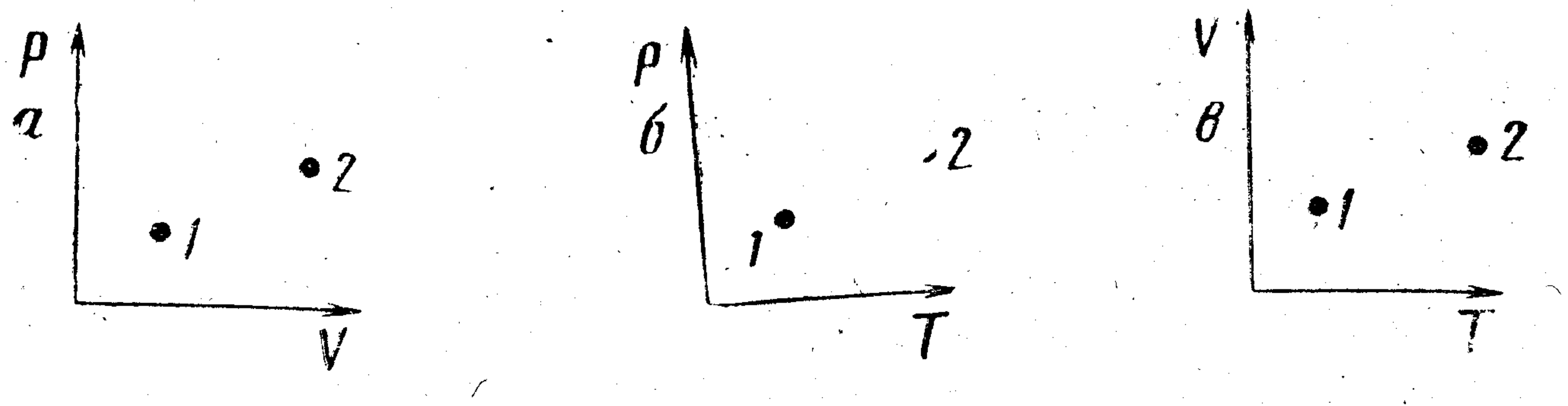


Рис. 116. К условию задачи 8.16

По закону Дальтона установившееся давление $p = p'_1 + p'_2$.

Таким образом, объединяя уравнения (1) имеем

$$p(V_1 + V_2) = p_1 V_1 + p_2 V_2.$$

Искомое отношение объемов

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1 - p}{p - p_2} = 1{,}67.$$

8.16. Точки *1* и *2* на рис. 116*а*, *б* и *в* изображают состояние одинаковой массы идеального газа. Выяснить, в каком из указанных состояний (*1* или *2*) больше давление, объем, температура.

8.17. Цикл, показанный на рис. 117 в координатах p от V для некоторой массы газа, изобразить в координатах V, T и p, T. Процесс *1*→*2* — изотерма.

8.18. Дан цикл в координатах p, V (рис. 118), построить его в координатах V, T и p, T. Определить положительную или отрицательную работу совершает газ при выполнении цикла.

8.19. В малом и большом сосудах поочередно нагревают одинаковую массу газа. Будут ли отличаться графики зависимости давления от температуры? Зависят ли указанные графики от типа газа?

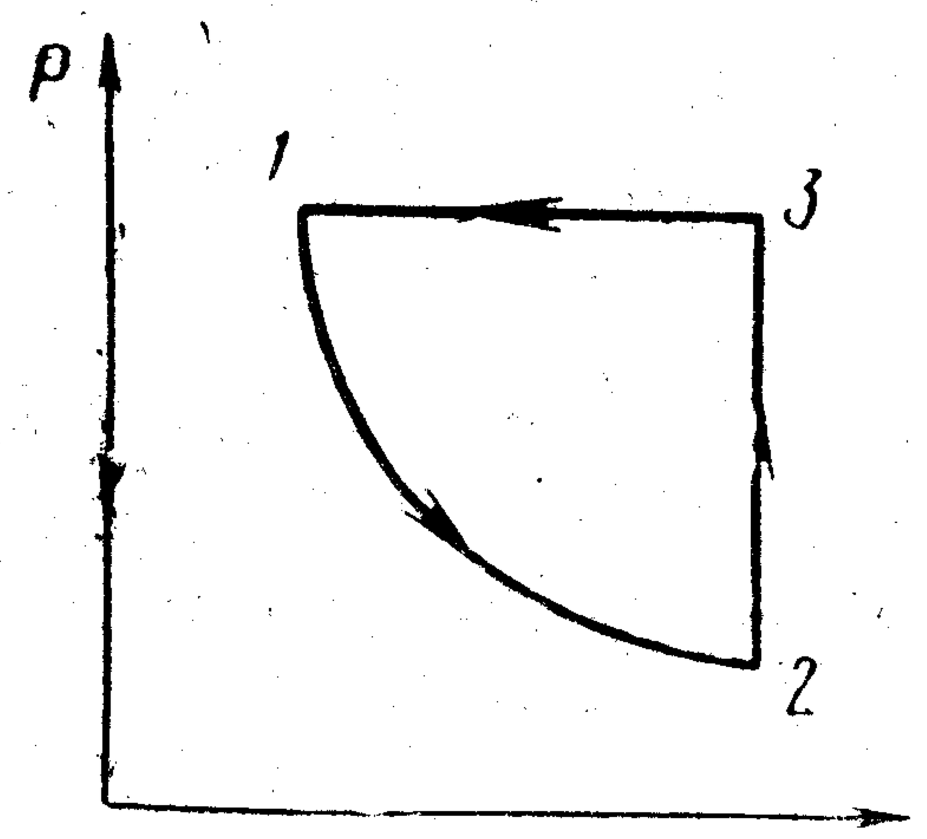


Рис. 117. К условию задачи 8.17

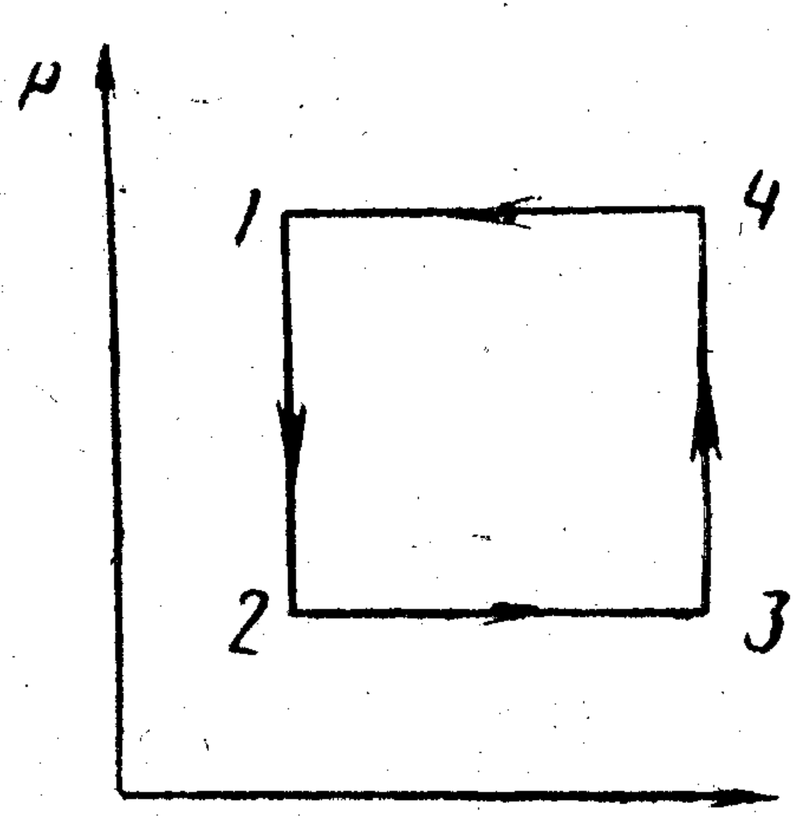


Рис. 118. К условию задачи 8.18

8.20. При какой температуре кислород ($\mu = 0{,}032$ кг/моль) имеет плотность $\rho = 1{,}2$ кг/м^3. Давление газа принять равным $p = 0{,}2 \cdot 10^6$ Па.

* *8.21.* Горизонтально расположенный цилиндрический сосуд делится на две части подвижным поршнем. Каково отношение объемов цилиндра, разделенных поршнем, если одну часть сосуда заполнили кислородом, а другую часть такой же массой водорода (температура $T = \mathrm{const}$)? При каких температурах кислорода T_1 и водорода T_2 поршень будет делить цилиндр на равные части? Молярные массы кислорода и водорода соответственно $\mu_1 = 0{,}032$ кг/моль, $\mu_2 = 0{,}002$ кг/моль.

8.22. В герметичной оболочке воздушного шара находится водород массой $m_н$. Определить подъемную силу шара. Считать, что оболочка сделана из неупругого материала и может свободно растягиваться. Молярная масса воздуха $\mu_в$, водорода $\mu_н$. Массой оболочки пренебречь.

* *8.23.* Определить давление в сосуде объемом $V_1 = 0{,}004$ м^3, в который нагнетают воздух в результате $n = 50$ качаний поршневого насоса. При каждом качании насос захватывает из атмосферы объем воздуха $V_2 = 2 \cdot 10^{-4}$ м^3. Первоначально давление воздуха в сосуде равно атмосферному давлению $p_0 = 10^5$ Па.

8.24. Открытую стеклянную трубку длиной $l = 1$ м наполовину погружают в ртуть. Затем трубку закрывают пальцем и вынимают. Какой длины столбик ртути останется в трубке? Атмосферное давление $p = 10^5$ Па, плотность ртути $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

* *8.25.* Посередине откачанной до давления $p = 50$ кПа и запаянной с обоих сторон горизонтально расположенной трубки длиной $L = 1$ м находится столбик ртути длиной $h = 0{,}2$ м. Если трубку поставить вертикально, столбик ртути смесится на расстояние $l = 0{,}1$ м. Определить плотность ртути.

8.26. Сосуд, имеющий объем $V = 10$ см^3, закрыт поршнем. Масса поршня $m = 0{,}7$ кг, его площадь $S = 50$ см^2. Какой объем займет воздух в сосуде, если на поршень положить гирю массой $M = 10$ кг. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Н/м^2.

* *8.27.* В сосуде при температуре T_1 находится газ под давлением $p_1 = 1{,}6 \cdot 10^6$ Па. Определить давление газа в

сосуде после того, как три четверти массы газа выпущено из сосуда, а температура возросла в 2 раза ($T_2 = 2T_1$).

8.28. На какой глубине пузырьки воздуха имеют диаметр вдвое меньший чем у поверхности воды, если атмосферное давление на уровне воды $p = 10^5$ Па. Температуру воды на любой глубине считать постоянной.

* *8.29.* Определить долю H_2 в смеси H_2 и N_2, если известно, что эта смесь при температуре T и давлении p имеет плотность ρ.

* *8.30.* В цилиндре, закрепленном под углом $\alpha = 30°$ к горизонту может без трения, герметично прилегая к стенкам цилиндра, передвигаться поршень массой $m = 0{,}5$ кг и площадью $S = 6$ см^2. Верхний конец цилиндра открыт, а нижний закрыт, под поршнем находится воздух. Поршень выдвигают так, чтобы объем воздуха, находящегося под ним, увеличился вдвое, и отпускают. Определить ускорение поршня в этот момент. Атмосферное давление $p_0 = 101$ кПа. Температура воздуха постоянна, ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

8.31. Сосуд цилиндрической формы опускают в воду отверстием вниз на глубину $H = 20$ м. На сколько поднимется вода в сосуде, если его высота $h = 0{,}6$ м. Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление $p = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па. Температуру воды и воздуха считать одинаковой.

8.32. Определить плотность воздуха ρ при стандартных условиях $p_0 = 10^5$ Па и $T = 273$ К. Молярная масса воздуха $\mu = 0{,}029$ кг/моль, газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/моль$\cdot$К.

8.33. Сколько молекул воздуха вылетает из помещения объемом $V = 60$ м^3, если температура в нем повысилась от $T_1 = 288$ К до $T_2 = 298$ К? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

8.34. Вычислить давление рабочей смеси, которое установится в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания к концу такта сжатия. В начале процесса давление $p_1 = 10^5$ Па, температура повысилась с $T_1 = 330$ К до $T_2 = 660$ К, объем уменьшился от $V_1 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м^3 до $V_2 = 0{,}25 \cdot 10^{-3}$ м^3.

8.35. Сколько потребуется гелия для наполнения воздушного шара, чтобы он мог поднять груз, масса которого $m = 100$ кг. Молярные массы воздуха и гелия равны $\mu_B = 0{,}029$ кг/моль, $\mu_{He} = 0{,}004$ кг/моль. Массой оболочки и объемом груза пренебречь.

8.3. Внутренняя энергия. Количество теплоты. Теплоемкость вещества. Работа в термодинамике. Первый закон термодинамики. Тепловые двигатели (теория изложена в § 4.4—4.6, 6.4)

8.36. Кислород находится в вертикальном цилиндре под тяжелым поршнем. Какое количество теплоты Q необходимо сообщить кислороду для повышения его температуры от $T_1 = 303$ К до $T_2 = 313$ К (удельная теплоемкость кислорода при постоянном давлении $c_p = 917$ Дж/кг·К). Определить работу A, совершаемую газом при расширении, увеличение его внутренней энергии ΔU и удельную теплоемкость кислорода при постоянном объеме c_v. Поршень в любой момент времени находится в равновесии, то есть процесс происходит при постоянном давлении. Масса кислорода $m = 0{,}32$ кг.

Решение. Определим количество теплоты Q, сообщенное системе:

$$Q = c_p m \Delta T = 2934 \text{ Дж}.$$

Работа расширения кислорода при постоянном давлении p определяется как $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1)$ (здесь V_1 и V_2 — начальный и конечный объем).

Используя уравнение состояния идеального газа $pV = RTm/\mu$ можем записать, что $A = R\Delta T m/\mu = 831$ Дж. Согласно первому началу термодинамики

$$\Delta U = Q - A = 2103 \text{ Дж},$$

Найдем удельную теплоемкость кислорода при постоянном объеме

$$c_v = \Delta U/(m\Delta T) = 657 \text{ Дж/кг·К}.$$

Для нахождения c_v можно также воспользоваться и известным соотношением

$$c_p = c_v + R/\mu.$$

8.37. Воду, имеющую температуру $T_1 = 283$ К, помещают в холодильник. Найти отношение времени превращения воды в лед ко времени охлаждения воды до $T_2=273$ K. Удельная теплоемкость воды $c=4{,}2$ кДж/кг·К. удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}34\cdot10^5$ Дж/кг.

Решение. Количество тепла Q, которое отбирает холодильник в единицу времени у воды в процессе ее охлаждения и замерзания одинаково, поэтому

$$Q = \frac{cm(T_1 - T_2)}{\tau_1} = \frac{\lambda m}{\tau_2},$$

где m — масса воды; τ_1 — время охлаждения воды до температуры T_2; τ_2 — время превращения воды в лед. Имеем

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{\lambda}{c(T_1 - T_2)} = 7{,}95.$$

8.38. Кусок льда (масса $m_1 = 5$ кг) при температуре $t_1 = -20$ °С опустили в воду (масса $m_2 = 20$ кг). Температура воды до помещения в нее льда $t_2 = 50$ °С. Когда весь лед растает, при нормальном давлении впускается водяной пар, масса которого $m_3 = 1$ кг, температура $t_3 = 120$ °С. Какая температура воды установится в сосуде (влиянием изменения температуры стенок сосуда пренебречь)? Удельная теплоемкость льда $c_1=2{,}1$ кДж/кг·К, удельная теплота плавления льда $\lambda=0{,}33$ МДж/кг, удельная теплоемкость воды $c_2=4{,}2$ кДж/кг·К, удельная теплоемкость пара $c_3=1{,}97$ кДж/кг·К, удельная теплота парообразования $r=2{,}26$ МДж/кг.

Решение. Уравнение теплового баланса при помещении куска льда в воду имеет вид $m_1c_1(0\,°\mathrm{C} - t_1) + m_1\lambda + m_1c_2\theta_1 = m_2c_2(t_2 - \theta_1)$, где слева от знака равенства стоят слагаемые, соответствующие количеству теплоты, полученному льдом при его нагревании до 0 °С и при таянии льда, а также количеству теплоты, сообщенному талой воде при ее нагревании до установившейся температуры θ_1 (масса талой воды равна массе льда). Справа — количество теплоты, отданное водой, находящейся в сосуде. Находим температуру θ_1 воды после того, как лед растает

$$\theta_1 = \frac{m_1\lambda - m_1c_1t_1 - m_2c_2t_2}{-m_1c_2 - m_2c_2} = 22{,}3\ °\mathrm{C}.$$

Уравнение теплового баланса после впуска пара запишется как

$$m_3c_3(t_3-t_4)+m_3r+m_3c_2(t_4-\theta_2)=$$
$$=(m_1+m_2)c_2(\theta_2-\theta_1)$$

и отражает: количество теплоты, отданное паром при его охлаждении до температуры конденсации и при конденсации, количество теплоты, отданное сконденсированной водой при ее охлаждении до температуры θ_2 и количество теплоты, полученное водой, имевшейся в сосуде, и талой водой при ее нагревании до температуры θ_2; $t_4=100°$ С. Тогда, находим окончательно установившуюся температуру воды

$$\theta_2=\frac{m_3c_3(t_3-t_4)+m_3r+m_3c_2t_4+(m_1+m_2)c_2\theta_1}{(m_1+m_2)c_2+m_3c_2}=46,3\ °\mathrm{C}.$$

8.39. В печке с коэффициентом полезного действия $\eta=0,2$, в результате сгорания $m_1=22$ кг дров, из снега (масса $m_2=100$ кг, температура $t_1=-10$ °С), получена вода с температурой $t_2=20$ °С. Определить удельную теплоту сгорания дерева q. Удельная теплоемкость воды $c_1=4,2$ кДж/кг·К, удельная теплоемкость льда $c_2=2,1$ кДж/кг·К, удельная теплота плавления льда $\lambda=0,33$ МДж/кг.

8.40. Свинцовая пуля имела скорость $v_0=300$ м/с. Пробив доску, она нагрелась на $\Delta t=50$ °С. Какова скорость пули после вылета из доски, если считать, что все выделенное количество теплоты израсходовано на нагревание пули? Удельная теплоемкость свинца $c=120$ Дж/кг·К.

8.41. С какой скоростью летела свинцовая пуля, если при ударе о стенку она расплавилась наполовину. Температура пули до удара $T_1=400$ К, во внутреннюю энергию пули превращается $\eta=0,8$ ее кинетической энергии. Удельная теплоемкость свинца $c=130$ Дж/кг·К, удельная теплота плавления свинца $\lambda=2,4\cdot10^4$ Дж/кг, температура плавления $T_2=600$ К.

8.42. Паровой молот падает с высоты $h=3$ м на латунную болванку. Сколько раз n он должен упасть, чтобы температура болванки поднялась на $\Delta T=20$ К? На нагревание болванки расходуется 60 % теплоты ($\eta=0,6$), выделенной при ударах. Удельная теплоемкость латуни $c=400$ Дж/кг·К. Масса молота $M=5$ т, масса болванки $m=200$ кг.

8.43. С какой высоты h падает вода, если в результате падения она нагревается на $\Delta T = 0{,}02$ К. Считать, что только 30% ($\eta = 0{,}3$) кинетической энергии падающей воды превращается в ее внутреннюю энергию. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2$ кДж/кг·К.

* *8.44*. В сосуд с водой с общей теплоемкостью $c = 1670$ Дж/К при температуре $t_1 = 20$ °С поместили $m = 0{,}1$ кг льда при температуре $t_2 = -8$ °С. Какая температура t_c установится в сосуде? Удельная теплоемкость воды и льда соответственно составляет $c_в = 4200$ Дж/кг·К и $c_л = 2100$ Дж/кг·К, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг.

* *8.45*. В калориметр с водой при температуре $T_0 = 273$ К вливается расплавленный алюминий, масса которого $m = 1$ кг, а температура равна температуре плавления $T_1 = 933$ К. При этом температура воды в калориметре повышается до $T_2 = 278$ К, а часть ее выкипает. Определить массу выкипевшей воды M_1, если вначале в калориметре находилось $M = 10$ кг воды. Теплоемкостью калориметра пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4{,}2$ кДж/кг·К, удельная теплоемкость алюминия $c_2 = 0{,}9$ кДж/кг·К, удельная теплота плавления алюминия $\lambda = 0{,}38$ МДж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}2$ МДж/кг, температура кипения воды $T_3 = 373$ К.

* 8.46. Температура сосуда с водой $t_0 = 30$ °С. В сосуд наливают кружку воды при температуре $t = 100$ °С. При этом температура воды в сосуде повысилась до $t_1 = 40$ °С. Какой станет температура воды t_2, если в сосуд налить еще одну кружку воды при температуре 100 °С?

8.47. На электроплите мощностью $N = 600$ Вт, имеющей коэффициент полезного действия 45 % ($\eta = 0{,}45$) нагрели $m = 1{,}5$ кг воды, взятой при $t_1 = 10$ °С до кипения и 5 % ($\eta_1 = 0{,}05$) ее обратили в пар. Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}2$ МДж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2$ кДж/кг·К. Найти время процесса.

* *8.48*. Вода в чайнике, поставленном на электроплитку, закипает через время $\tau_1 = 5$ мин. За какое время τ_2 она полностью испарится, если первоначальная температура воды $t = 20$ °С. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2$ кДж/кг·К, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}2$ МДж/кг.

8.49. Термометр с теплоемкостью $c=2$ Дж/К показывает температуру помещения $t_1=10$ °С. При погружении термометра в воду массой $m=0{,}1$ кг, он показал температуру $t_2=31$ °С. Определить действительную температуру воды t_3. Теплоемкостью сосуда пренебречь, удельная теплоемкость воды $c_1=4{,}2$ кДж/кг·К.

* *8.50.* Кислород массы $m=0{,}02$ кг, находящийся при давлении $p=600$ кПа и температуре $T_1=283$ К, нагревается при постоянном давлении и занимает после нагревания объем $V=10$ л. Определить увеличение температуры газа, количество теплоты Q, полученное газом, изменение Δu его внутренней энергии и работу A, совершенную газом при расширении. Молярная масса кислорода $\mu=0{,}032$ кг/моль, удельная теплоемкость кислорода при постоянном давлении $c_p=917$ Дж/кг·К, газовая постоянная $R=8{,}31$ Дж/К·моль.

* *8.51.* Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает за цикл от нагревателя количество теплоты $Q_1=2$ кДж. Температура нагревателя $T_1=500$ К, холодильника — $T_2=300$ К. Определить работу A, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

* *8.52.* Один моль идеального газа изохорически перевели из состояния 1 в состояние 2, при этом давление уменьшилось в $n=1{,}5$ раза. Затем газ изобарически нагрели до первоначальной температуры $T_1=300$ К. Какую работу совершил газ в результате проведенных переходов?

8.53. В цилиндре компрессора при адиабатическом сжатии одноатомного идеального газа за один ход поршня температура газа поднялась на $\Delta T=20$ К. При этом была совершена работа $A=750$ Дж. Определить количество вещества в газе.

8.54. Определить мощность N двигателя автомобиля с КПД $\eta=0{,}3$, если при скорости $v=20$ м/с двигатель потребляет объем $V=10$ л бензина на пути $S=100$ км. Удельная теплота сгорания бензина $q=44$ МДж/кг, его плотность $\rho=7\cdot10^2$ кг/м^3.

8.55. Двигатель дизельного трактора с КПД $\eta=60$ % при движении со скоростью $v=36$ км/ч развивает силу тяги $F=60$ кН. Определить расход топлива за время

$t=1$ ч работы. Удельная теплота сгорания топлива $q=$ $=4,2\cdot10^7$ Дж/кг.

8.56. В цилиндре под поршнем массы $M=60$ кг находится кислород. Какое количество теплоты надо подвести, чтобы поршень поднялся на $h=0,5$ м. Процесс происходит при постоянном давлении, теплоемкостью цилиндра и атмосферным давлением пренебрегаем. Удельная теплоемкость кислорода при постоянном давлении $c_p=917$ Дж/кг·К, молярная масса кислорода $\mu=$ $=0,032$ кг/моль, газовая постоянная $R=8,31$ Дж/моль·К.

8.57. При изотермическом расширении идеальный газ совершил работу $A=25$ Дж. Какое количество теплоты Q сообщено газу?

* *8.58.* Будет ли изменяться внутренняя энергия воздуха в комнате с открытой форточкой, если включить нагреватель?

8.4. Влажность воздуха, поверхностное натяжение жидкостей, капиллярные явления, свойства твердых тел, упругие деформации (теория изложена в § 4.6, 4,7, 5.2, 6.1—6.3)

8.59. **Относительная влажность воздуха в закрытом сосуде при температуре $t_1=20$ °С равна $\varphi_1=0,3$. Определить относительную влажность воздуха при температуре $t_2=8$ °С. При t_1 давление насыщенных паров воды $p_{н1}=2,33$ кПа, при t_2 оно равно $p_{н2}=1,07$ кПа.**

Решение. Из выражения для относительной влажности воздуха $\varphi = p/p_{н1}$, имеем

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{\varphi_1 p_{н1}}{\varphi_2 p_{н2}},$$

откуда, воспользовавшись законом Шарля, получаем

$$\varphi_2=\frac{p_{н1}T_2}{p_{н2}T_1}\varphi_1=0,63.$$

8.60. Температура воздуха $T_1=293$ К, точка росы $T_2=281$ К. Определить абсолютную и относительную влажность воздуха a и φ, если давление насыщенных паров при T_1 равно $p_{н1}=2,33$ кПа и при T_2 оно равно $p_{н2}=1,07$ кПа.

Решение. Абсолютная влажность воздуха равна влажности насыщенного пара при температуре точки росы. Воспользовавшись уравнением Менделеева — Клапейрона, получаем

$$a = m/V = (p_{н2}\mu/RT_2) = 8{,}2\cdot 10 \text{ г/м}^3,$$

где μ — молярная масса воды (0,018 кг/моль);
R — газовая постоянная.

Давление насыщенных паров воды в точке росы равно парциальному давлению водяного пара при температуре T_1, поэтому

$$\varphi = \frac{p_{н2}}{p_{н1}} 100\,\% = 46\,\%.$$

8.61. Какая совершается работа при надувании мыльного пузыря диаметром $d=4$ см? Коэффициент поверхностного натяжения мыльной пленки $\sigma=0{,}04$ Н/м.

Решение. Поверхностная энергия u определяется из выражения $u=2\sigma S$, здесь $S = \pi d^2$ (площадь поверхности шара). Учитывая малую толщину мыльной пленки в сравнении с диаметром мыльного пузыря, считаем внутреннюю и внешнюю сферическую поверхность пузыря одинаковой. Тогда окончательно получаем

$$A = u = 2\sigma\pi d^2 = 4\cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

8.62. В запаянном сосуде объемом $V=0{,}6$ л находится водяной пар под давлением $p_1=2$ кПа при температуре $T_1=293$ К. Сколько водяного пара конденсируется на стенках сосуда при охлаждении воды до температуры $T_2=275$ К? Давление насыщенных паров воды при $T_2=275$ К равно $p_{н2}=0{,}704$ кПа, молярная масса воды $\mu=0{,}018$ кг/моль.

8.63. Воздух при температуре $T_1=293$ К имел относительную влажность $\varphi=0{,}6$. Сколько воды в виде росы выделится из каждого кубического метра воздуха, если температура понизится до $T_2=275$ К? Давление насыщенных паров воды при T_1 равно $p_{н1} = 2{,}33$ кПа, при T_2 равно $p_{н2} = 0{,}704$ кПа. Молярная масса воды $\mu = 0{,}018$ кг/моль.

8.64. В закрытом помещении объемом $V=4$ м^3 находится воздух при температуре $T_1 = 293$ К с относительной влажностью $\varphi_1 = 0{,}55$. Сколько воды надо дополнительно испарить в помещении, чтобы относительная влажность стала $\varphi_2=0{,}8$. Появится ли роса, если воздух в помещении охладить до $T_2=283$ К? Плотность насыщенных паров воды при T_1 равна $\rho_{н1}=17{,}3\cdot10^{-3}$ кг/м^3, при T_2 равна $\rho_н = 9{,}4\cdot10^{-3}$ кг/м^3.

8.65. Определить массу воды, поднявшейся по капиллярной трубке с внутренним диаметром $d=0{,}4$ мм. Коэффициент поверхностного натяжения воды принять равным $\sigma=7{,}2\cdot10^{-2}$ Н/м.

8.66. В дне бака с водой, изготовленного из несмачивающегося материала, имеется отверстие. Каким должен быть наибольший радиус отверстия при высоте столба воды $h=14{,}6$ см, чтобы вода не выливалась из бака? Плотность воды $\rho=10^3$ кг/м^3, ее коэффициент поверхностного натяжения $\sigma=7{,}2\cdot10^{-2}$ Н/м. Давлением атмосферного воздуха пренебречь.

8.67. Две одинаковые химические пипетки заполнены до одного уровня водой: одна холодной, другая — горячей. Пипетки опорожняют, считая при этом капли. Из какой пипетки упадет больше капель за одинаковое время?

8.68. Найти радиус алюминиевой проволоки, если она, имея длину $l=4$ м, под действием силы $F=20$ Н удлиняется на $\Delta l=2$ мм. Модуль Юнга для алюминия $E=7\cdot10^{10}$ Па.

8.69. Две линейки из меди и железа соединены последовательно. Определить коэффициент линейного расширения α полученной линейки, если известно, что при температуре 0 °С медная линейка в $k=2$ раза длиннее железной. Коэффициенты линейного расширения меди и стали соответственно составляют $\alpha_м=18\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$, $\alpha_ж=12\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$.

8.70. Какой должен быть оставлен зазор между рельсами, уложенными при температуре $t_1=-30$ °С, если максимальная летняя температура $t_2=40$ °С? Длина рельса при 0 °С определяется как $l=12{,}5$ м, коэффициент линейного расширения $\alpha=1{,}1\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$.

* *8.71.* Диаметр стеклянной пробки, застрявшей в горлышке пузырька $d=60$ мм. Чтобы вынуть пробку, горлышко нагрели на $\Delta t_1=120$ °С. При этом сама пробка нагрелась на $\Delta t_2=20$ °С. Определить размеры зазора

между пробкой и горлышком Δ. Коэффициент линейного расширения стекла $\alpha=9\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$.

* *8.72.* Концы стального перекрытия площадью поперечного сечения $S=150$ см^2 наглухо закреплены в двух опорах, препятствующих удлинению балки. На сколько должна повыситься температура балки, чтобы сила давления на опору не превысила $F=1,6\cdot10^6$ Н. Модуль Юнга стали $E=2,2\cdot10^{11}$ Н/м^2, коэффициент линейного расширения стали $\alpha=1,2\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$.

Глава 9. ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ ИХ РЕШЕНИЯ ПО ЭЛЕКТРИЧЕСТВУ И МАГНЕТИЗМУ

9.1. Электростатика (теория изложена в § 2.1—2.5)

9.1. Заряды, равные по абсолютной величине $|q| = 10$ нКл, расположены в вершинах правильного треугольника со стороной $a=20$ см. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре треугольника, если $q_1 = q_2 = -q_3$.

Решение. Напряженность поля в центре треугольника (рис. 119) является векторной суммой напряженностей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3,$$

где $E_1 = E_2 = E_3 = k|q|/r^2 = k\cdot 3|q|/a^2$ $\left(k = 9\cdot 10^9 \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}\right.$; расстояние от заряда до центра треугольника $r = a/\sqrt{3}$, так как треугольник равносторонний, то есть $\alpha=60°$).

Результирующая напряженность $\vec{E}$ направлена по биссектрисе угла между сторонами треугольника и составляет с этими сторонами углы $\alpha/2=30°$. Ее модуль $E = 2E_1 = k\dfrac{6|q|}{a^2} = 13{,}5$ кВ/м. Потенциал в центре треугольника равен алгебраической сумме потенциалов,

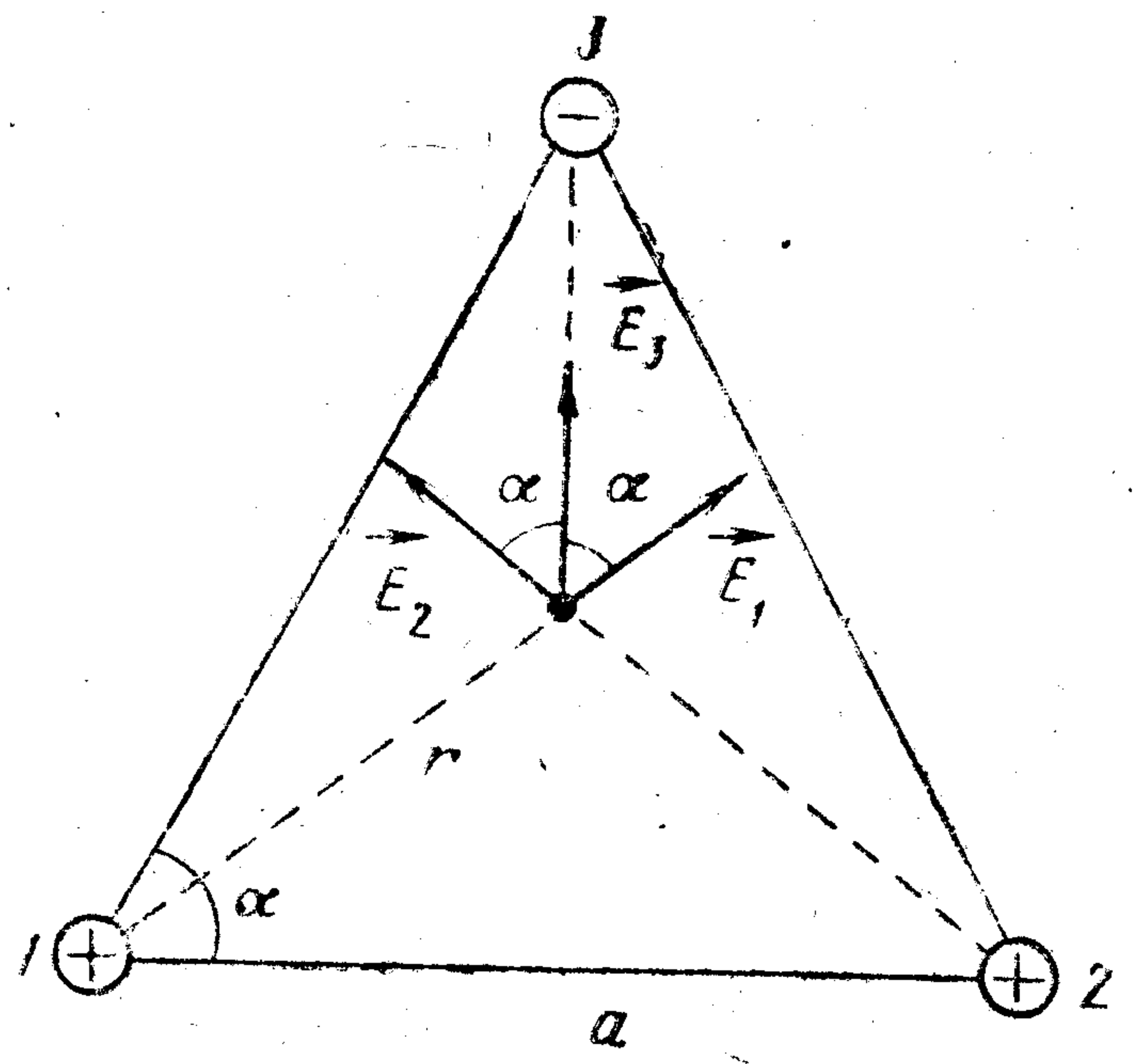


Рис. 119. К решению задачи 9.1

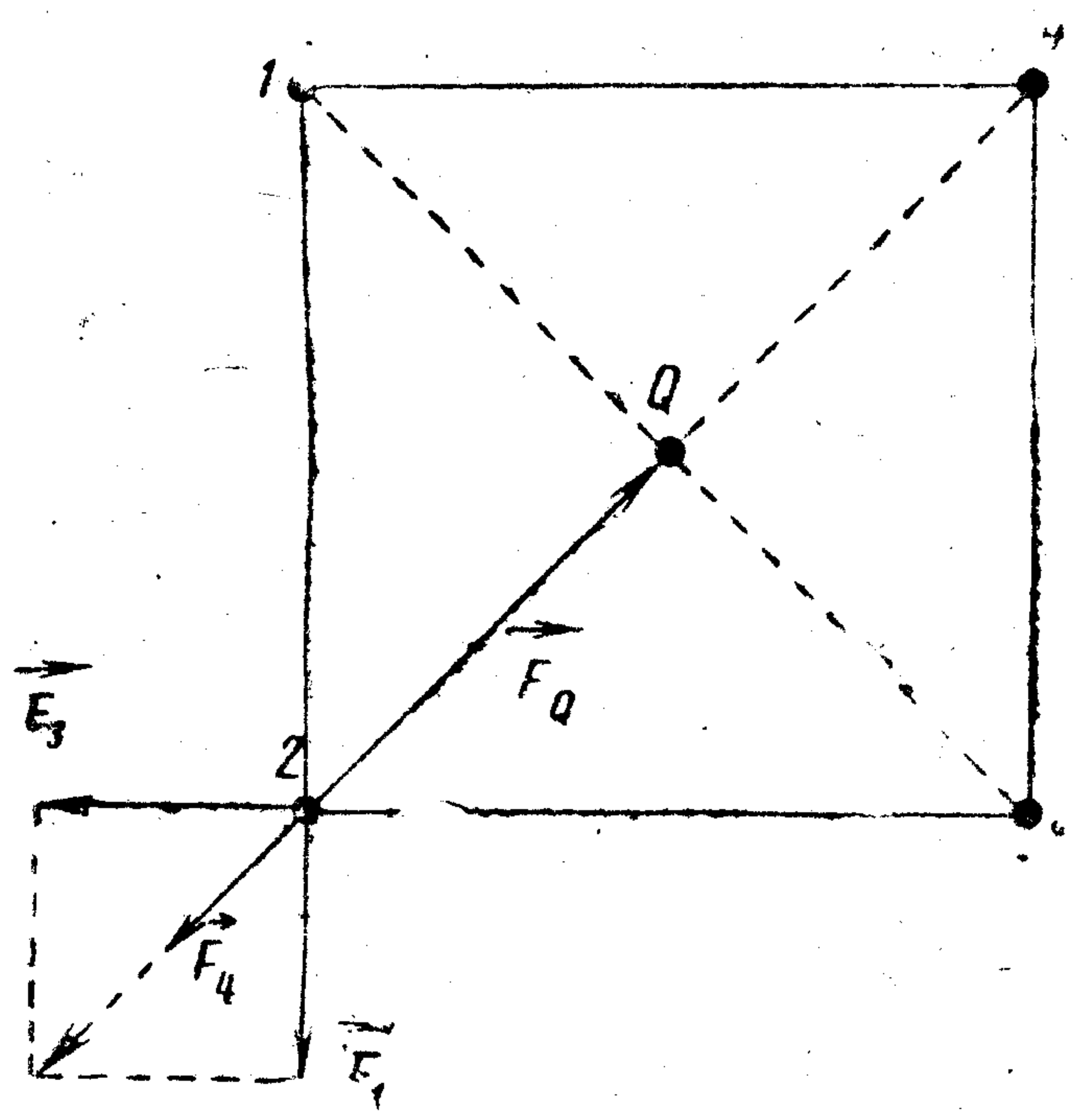


Рис. 120. К решению задачи 9.2

создаваемых всеми зарядами системы в рассматриваемой точке:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = (q_1 + q_2 + q_3)k/r = (q_1 + q_2 + q_3)\sqrt{3}k/a = 779\ \text{В}.$$

9.2. В вершинах квадрата расположены одинаковые положительные заряды $q = 10$ нКл. Какой заряд Q противоположного знака надо поместить в центр квадрата, чтобы вся система зарядов находилась в равновесии?

Решение. Рассмотрим все кулоновские силы, действующие на один из зарядов q, помещенный в вершине квадрата (рис. 120). В равновесной ситуации

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_Q + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0,$$

где $\vec{F}_1$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$, $\vec{F}_Q$ — силы взаимодействия рассматриваемого заряда (2) с зарядами, обозначенными на рисунке как *1*, *3*, *4* и Q.

Рассмотренное условие равновесия перепишем в виде проекции на направление диагонали квадрата.

$$F_1\sqrt{2} + F_4 = F_Q,$$

где $F_1\sqrt{2} = \sqrt{F^2{}_1 + F^2{}_3}.$

Обозначим сторону квадрата через a, тогда предыдущее равенство приобретет вид

$$k\sqrt{2}q^2/a^2 + kq^2/(2a^2) = k|q||Q|2/a^2,$$

откуда $|Q| = q/4(2\sqrt{2} + 1) = 9{,}6$ нКл или с учетом знака $Q = -9{,}6$ нКл.

9.3. Определить минимальное расстояние R, на которое приблизится к первоначально покоившемуся ядру кислорода α — частица, имеющая кинетическую энергию $W_{\text{к1}} = 1{,}15 \cdot 10^{-15}$ Дж. Относительные атомные массы гелия и кислорода: A_1 (гелий) $= 4$, A_2 (кислород) $= 16$; порядковые номера $Z_\alpha = 2$, $Z_0 = 8$. Взаимодействием α-частицы с электронами атома кислорода пренебречь. Считать, что в момент наибольшего сближения ядра и α-частицы их скорости будут одинаковыми и равны v.

Решение. Запишем закон сохранения импульса для нашей системы

$$m_\alpha v_\alpha = (m_\alpha + m_0)v. \quad (1)$$

С другой стороны выполняется и закон сохранения энергии, который с учетом энергии электростатического взаимодействия имеет вид

$$W_{\text{к}1} = m_\alpha v^2_\alpha/2 = (m_\alpha + m_0)v^2/2 + kq_\alpha q_0/R, \qquad (2)$$

где $m_\alpha = A_1 m'$ (m' — атомная единица массы); $m_0 = A_2 m'$; $q_\alpha = Z_\alpha |e|$; $q_0 = Z_0|e|$ (e — заряд электрона); $k = 9\cdot 10^9$ Н·м²/Кл².

Из соотношений (1) и (2) находим

$$R = \frac{kZ_\alpha Z_0 e^2 (A_1 + A_2)}{A_2 W_{\text{к}1}} = 4\cdot 10^{-12} \text{ м}.$$

9.4. Точечный заряд $q = 2$ нКл находится на расстоянии $r_1 = 45$ см от поверхности шара радиусом $R = 5$ см, заряженного до потенциала $\varphi = 2400$ В. Какую работу надо совершить, чтобы заряд q располагался от поверхности шара на расстоянии $r_2 = 25$ см.

Решение. Работа по перемещению заряда q в электрическом поле шара

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Потенциал поля, созданного заряженным шаром определяется таким же образом как и потенциал поля точечного заряда, расположенного в центре шара и численно равного заряду шара Q:

$$\varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(R + r_1)}; \quad \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(R + r_2)},$$

где $Q = \varphi C_\text{ш} = \varphi\cdot 4\pi\varepsilon_0 R$ ($C_\text{ш}$ — емкость шара).

Тогда имеем

$$A = q\varphi R[1/(R + r_1) - 1/(R + r_2)] = -3{,}2 \text{ мкДж}.$$

Знак минус указывает, что электрическая сила препятствует перемещению заряда.

9.5. Сколько (n) одинаковых заряженных капель воды радиусом $r = 1$ мм и зарядом $q = 2\cdot 10^{-10}$ Кл смогут образовать одну большую каплю с потенциалом $\varphi = 3{,}74$ кВ? Найти потенциал малых капель.

Решение. Выражение для потенциала большой капли имеет вид

$$\varphi = Q/(4\pi\varepsilon_0 R), \qquad (1)$$

где $Q = nq$; R — радиус большой капли.

Из закона сохранения массы $M = nm$ запишем: $\pi R^3 \rho \cdot 4/3 = \pi r^3 \rho n \cdot 4/3$, откуда $R = r^3\sqrt{n}$ (ρ — плотность воды). В результате уравнение (1) примет вид $\varphi^3 = n^2 q^3/(4\pi\varepsilon_0 r)^3$ и можно рассчитать число капель

$$n = \sqrt{\frac{\varphi^3 (4\pi\varepsilon_0 r)^3}{q^3}} = 3.$$

Потенциалы малых капель равны

$$\varphi_0 = q/(4\pi\varepsilon_0 r) = 1{,}8 \text{ кВ}.$$

9.6. К пластинам плоского конденсатора, расположенным на расстоянии $d=6$ мм друг от друга, приложена разность потенциалов $\Delta\varphi=120$ В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка стекла ($\varepsilon_1=7$), толщиной $d_1=2$ мм. Определить напряженности E_1 и E_2 электрического поля в воздухе и стекле. Линейный размер пластин намного превышает зазор между ними.

Решение. Поле двух параллельных бесконечных плоскостей, образующих конденсатор и заряженных разноименно с одинаковой по величине постоянной поверхностной плотностью σ, можно найти как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. Поэтому результирующая напряженность в стеклянном и воздушном зазоре равна соответственно

$$E_1 = \sigma/(\varepsilon_1\varepsilon_0),\ E_2 = \sigma/(\varepsilon_2\varepsilon_0), \text{ откуда } \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2, \text{ где } \varepsilon_2 = 1.$$

С другой стороны разность потенциалов между обкладками

$$\Delta\varphi = E_1 d_1 + E_2 (d - d_1)$$

Объединяя записанные выражения имеем

$$E_1 = \frac{\Delta\varphi}{\varepsilon_1 d + (1-\varepsilon_1) d_1} = 4 \text{ кВ/м и } E_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_1 = 28 \text{ кВ/м}.$$

9.7. Два заряженных шарика, находящихся в вакууме, на расстоянии $r_1=4$ см, отталкиваются друг от друга с некоторой силой. На каком расстоянии r_2 сила взаимодействия уменьшится в $k=8$ раз, если их поместить в керосин. Диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon=2$.

9.8. Два одинаковых проводящих шарика с зарядами $q_1=20$ нКл и $q_2=-4$ нКл соприкоснулись и разошлись на расстояние $r=2$ см. Найти заряд каждого шарика после соприкосновения и силу взаимодействия между ними в вакууме.

9.9. Электрон вращается в вакууме по круговой орбите радиуса r вокруг частицы с положительным зарядом q. Определить скорость и период вращения электрона.

* *9.10.* В вершинах правильного треугольника помещены положительные точечные заряды $q_1 = q_2 = q_3 = q$. Какой отрицательный заряд Q надо поместить в центре треугольника, чтобы вся система находилась в равновесии?

9.11. Три одинаковых точечных заряда q расположены в вершинах равностороннего треугольника. На каждый заряд действует сила F. Найти длину a стороны треугольника.

* *9.12.* Два противоположно заряженных точечных заряда величиной q расположены на оси x на расстоянии $2a$ друг от друга. Получить выражение для расчета величины напряженности E электрического поля вдоль оси x и построить график зависимости $E(x)$.

* *9.13.* Два шарика с плотностью материала $\rho=1{,}6\times\times10^3$ кг/м^3, имеющие одинаковые массы, радиусы и заряды, подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины и опущены в керосин ($\rho_к = 0{,}8\cdot10^3$ кг/м^3). Определить диэлектрическую проницаемость керосина, если угол расхождения нитей в воздухе и керосине одинаков.

* *9.14.* Шарик массой m с зарядом $+q$, подвешенный на нити длиной l, равномерно вращается в однородном электростатическом поле напряженностью E, линии напряженности которого направлены вертикально вниз. Угол отклонения нити от вертикали равен α. Определить силу натяжения нити и скорость вращения шарика.

9.15. Около заряженной вертикальной бесконечной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma=$ $= 10$ мкКл/м^2 находится шарик с массой $m=0{,}4$ г и зарядом $q=7$ нКл. Определить угол α, который образует с плоскостью нить, на которой висит шарик.

9.16. В одну из вершин квадрата помещен точечный заряд. Напряженность его поля в центре квадрата $E_0=$ $=8$ В/м. Определить напряженность поля в трех остальных вершинах квадрата.

9.17. На расстоянии $r=5$ см друг от друга в вакууме расположены противоположные по знаку заряды величиной $|q| = 7$ нКл. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a=3$ см от положительного заряда и в $b=4$ см от отрицательного заряда.

* 9.18. На расстоянии r = 30 см от поверхности Земли находится точечный заряд $q=1\cdot10^{-3}$ Кл, который индуцирует в ней заряды противоположного знака. Определить силу электрического притяжения заряда к Земле.

* 9.19. Вычислить отклонение луча на экране электронного осциллографа S в случае, если ускоряющее анодное напряжение $U_a=900$ В, напряжение на отклоняющих пластинах $U=100$ В, их длина $l=5$ см, расстояние между пластинами $d=1$ см, расстояние от рассмотренных пластин до экрана $L=10$ см.

9.20. Поток электронов, получивших скорость в результате прохождения разности потенциалов $U_0=$ $=5$ кВ, влетает в середину между пластинами плоского конденсатора параллельно им. Длина пластин конденсатора $l = 5$ см, напряжение на нем $U = 400$ В. Каково должно быть расстояние между пластинами конденсатора d, чтобы электроны не вылетали из него.

* 9.21. Определить зависимость вращательного момента сил M, действующих на диполь, помещенный в однородное электрическое поле от величины напряженности поля $\vec{E}$, зарядов образующих диполь q, расстояния между зарядами l и угла α между направлением $\vec{E}$ и осью диполя.

* 9.22. Металлическое кольцо радиусом $R=1$ см имеет заряд $q=10$ нКл. Определить напряженность E и потенциал φ электрического поля в центре кольца и на расстоянии $x=1$ см от центра вдоль оси, перпендикулярной к плоскости кольца.

9.23. Шарик с массой $m=5$ г и зарядом $q=10^{-5}$ Кл бросили под углом α к горизонту. Напряженность горизонтально направленного электрического поля $E=5\cdot10^3$ В/м. Найти α, если в верхней точке траектории кинетическая энергия шарика равна нулю.

* 9.24. Два шарика радиусом $R_1=5$ см и $R_2=10$ см, имеющие каждый заряд равный $q = 20$ нКл, соединяют

проволокой. В каком направлении перемещаются заряды? Каков общий потенциал φ и заряды шаров q_1 и q_2 после соединения? Шары расположены далеко друг от друга.

9.25. Рассчитать электрическую емкость воздушного плоского конденсатора, площадь пластин которого $S = 0{,}1$ м^2, а расстояние между ними $d = 1$ мм.

* *9.26.* Вывести формулу для расчета емкости C сферического конденсатора в зависимости от радиусов внутренней R_1 и внешней R_2 сферы, а также площади пластин S и расстояния между обкладками d при условии $d \ll R_1, R_2$.

* *9.27.* Электрическое поле создается зарядом q, находящимся на проводящем шаре радиуса R. Построить график зависимости напряженности E и потенциала φ электрического поля от расстояния r от центра шара.

* *9.28.* Металлический шар радиусом $R_1 = 5$ см, заряженный до потенциала $\varphi = 2400$ В, окружают концентрической сферической проводящей оболочкой радиусом $R_2 = 10$ см. Каким станет потенциал φ_1 шара после того, как он будет на короткое время соединен проводником с оболочкой.

9.29. Пространство между пластинами плоского конденсатора с зарядом $q = 10$ нКл и площадью $S = 0{,}04$ м^2 заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 8$. Определить работу, затраченную на удаление диэлектрика из конденсатора, если расстояние между пластинами равно $d = 0{,}004$ м. Силой трения диэлектрика о пластины конденсатора пренебречь.

9.30. Источник постоянного напряжения подсоединен к плоскому конденсатору, имеющему небольшое расстояние между протяженными пластинами. Будет ли меняться напряженность электрического поля внутри конденсатора, если заполнить пространство между обкладками диэлектриком?

9.31. Определить заряд, который необходимо сообщить двум параллельно соединенным конденсаторам с емкостями $C_1 = 2$ мкф и $C_2 = 3$ мкф, чтобы зарядить их до разности потенциалов $U = 30$ В. Какой будет разность потенциалов U' на конденсаторах, если отключить источник постоянного напряжения и пространство между пластинами второго конденсатора заполнить парафином (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 2$)?

* 9.32. Два последовательно соединенных конденсатора с емкостями $C_1=0{,}1$ мкФ, $C_2=0{,}2$ мкФ и расстоянием между обкладками $d=1$ мм подключены к источнику тока с напряжением $U=20$ В. Найти напряжение (U_1, U_2) и напряженность (E_1, E_2) электрического поля в конденсаторах.

9.33. Площадь пластин заряженного плоского конденсатора увеличили в 3 раза. Во сколько раз изменится заряд на обкладках q, разность потенциалов U, напряженность электрического поля в диэлектрике E и запасенная энергия W? Рассмотреть случаи, когда конденсатор: а) отключен от источника постоянного напряжения; б) присоединен к источнику постоянного напряжения.

9.34. Определить количество теплоты, выделяющейся при заземлении шара радиусом $R=10$ см, обладающего зарядом $q=26$ нКл, если вся запасенная в заряженном шаре энергия расходуется на нагревание.

9.35. Вычислить энергию, которой обладает плоский заряженный конденсатор, заполненный диэлектриком с объемом $V=0{,}005$ м^3 и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=5$. Напряженность электрического поля в диэлектрике $E=10^5$ В/м.

* 9.36. Конденсатор емкостью $C_1=6$ мкф, заряженный до разности потенциалов $U_1=200$ В, соединяют параллельно одноименно заряженными пластинами с конденсатором емкостью $C_2=4$ мкФ, разность потенциалов между обкладками которого $U_2=400$ В. Определить емкость соединенных конденсаторов, разность потенциалов на ее зажимах и запасенную в них энергию.

9.37. Имеются два конденсатора емкостью C. Один из них заряжен до разности потенциалов U, другой не заряжен. Определить изменение энергии системы после параллельного соединения конденсаторов.

* 9.38. Два удаленных изолированных сферических проводника емкостью C_1 и C_2 заряжены до потенциалов φ_1 и φ_2 соответственно. Чему равно изменение энергии системы после их соединения тонким проводником?

9.2. Постоянный электрический ток (теория изложена в § 2.6, 2.7)

9.39. На два последовательно соединенных плоских слюдяных (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon=6$, удельное сопротивление $\rho=10^{11}$ Ом·м) конденсатора общей емкостью $C=0{,}02$ мкФ подают постоянное напряжение $U=100$ В. Определить силу тока утечки через конденсаторы при подключенном источнике постоянного напряжения.

Решение. Емкость C и сопротивление R двух последовательно соединенных конденсаторов определяется как

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S_1S_2}{S_1d_2+S_2d_1}, \tag{1}$$

$$R=R_1+R_2=\rho\frac{S_1d_2+S_2d_1}{S_1S_2}, \tag{2}$$

где C_1, C_2; R_1, R_2; d_1, d_2; S_1, S_2 — соответственно емкости, сопротивления, расстояния между обкладками и площади пластин первого и второго конденсаторов.

Умножая (1) на (2), получим:

$$R=\frac{\varepsilon_0\varepsilon\rho}{C},$$

откуда ток утечки $I=U/R=\dfrac{UC}{\varepsilon_0\varepsilon\rho}=0{,}4$ мкА.

9.40. Вычислить силу тока, создаваемого вращением электрона вокруг ядра в атоме водорода, если радиус его основной орбиты равен $r=0{,}053$ нм.

Решение. Сила тока определяется выражением $I=ev=ev/(2\pi r)$ (здесь e — заряд электрона, v — его скорость). Скорость находим из второго закона Ньютона, в котором роль центростремительной силы играет кулоновская сила взаимодействия электрона с ядром $mv^2/r=e^2/(4\pi\varepsilon_0r^2)$. В результате $I=e^2/(4\pi r\sqrt{\pi\varepsilon_0 rm})=$ $=1{,}1$ мА.

9.41. Параллельно амперметру, имеющему сопротивление $R_A=1$ Ом, включен медный провод (шунт) длиной $l=20$ см и диаметром $d=1$ мм. Определить величину тока в цепи, если амперметр показывает силу тока $I_A=0{,}2$ А. Удельное сопротивление меди $\rho=0{,}017$ мкОм·м.

Решение. Падения напряжения на шунте и амперметре равны, т. е.

$$I_A R_A = I_1 \rho l/S.$$

Ток шунта $I_1 = I_A R_A \pi d^2/(4\rho l)$ и ток в цепи $I = I_A + I_1 = I_A + I_A R_A \pi d^2/(4\rho l) = 46{,}4$ А.

9.42. По медному проводу с площадью поперечного сечения $S = 20$ мм^2 течет ток $I = 5$ А. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов, полагая, что на каждый атом меди приходится один электрон проводимости. Плотность и молекулярную массу меди принять равными $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, $\mu = 63{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

9.43. По проводнику длиной $l = 1$ м течет ток силой $I = 2$ А. Чему равен суммарный импульс p электронов в проводнике?

9.44. Найти общее сопротивление цепи (рис. 121).

* *9.45.* Определить сопротивление R проволочной сетки, относительно точек AB (рис. 122), если каждый ее элемент имеет сопротивление r.

* *9.46.* Шесть элементов с ЭДС $\mathscr{E} = 1{,}25$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}15$ Ом каждый включены в батарею как показано на рис. 123. Определить силу тока во внешней цепи, если ее сопротивление $R = 2{,}4$ Ом.

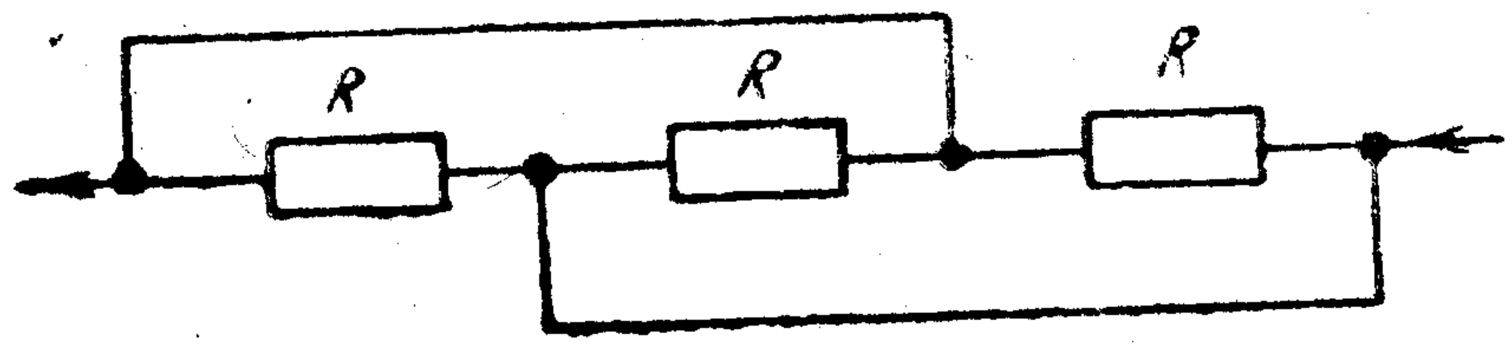
9.47. Два элемента с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 1{,}5$ В и $\mathscr{E}_2 = 2$ В, с внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 1{,}5$ Ом соединены как показано на рис. 124 и подключены к внешнему сопротивлению $R = 1$ Ом. Определить силу тока во внешней цепи и тепловую мощность, выделяемую на резисторе R.

* *9.48.* Два источника тока с ЭДС $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2$ и внутренним сопротивлением $r_1 = 5$ Ом и $r_2 = 4$ Ом соединяют последовательно и замыкают на внешнее сопротивление. Определить величину внешнего сопротивления R, при котором разность потенциалов на зажимах первого элемента будет равна нулю.

* *9.49.* Два элемента с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 2$ В и $\mathscr{E}_2 = 3$ В и с внутренними сопротивлениями $r_1 = 1{,}0$ Ом и $r_2 = 1{,}5$ Ом соединены согласно рис. 125. Чему равна разность потенциалов U_{AB}.

* *9.50.* Пять одинаковых источников с ЭДС $\mathscr{E}$ и внутренним сопротивлением r включены в батарею как по-

Рис. 121. К условию задачи 9.44



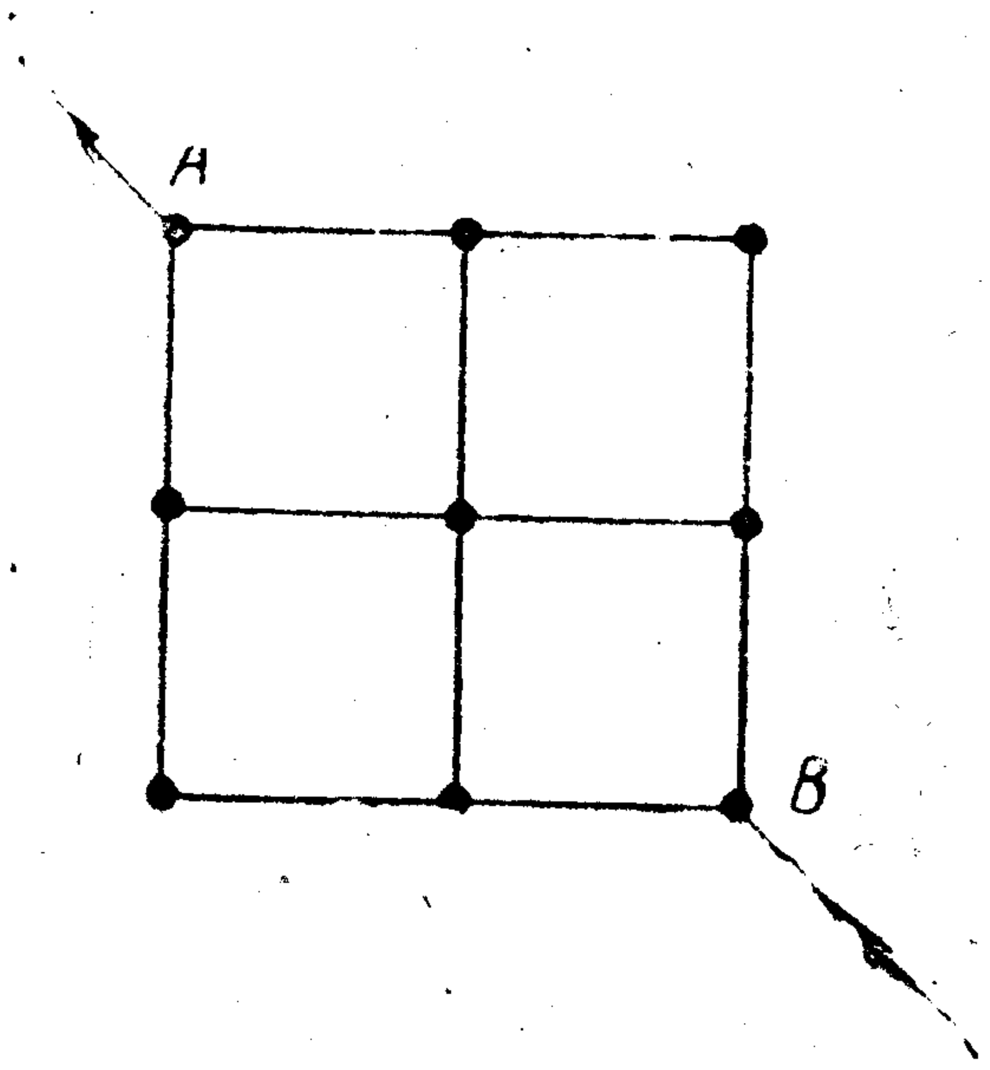


Рис. 122. К условию задачи 9.45

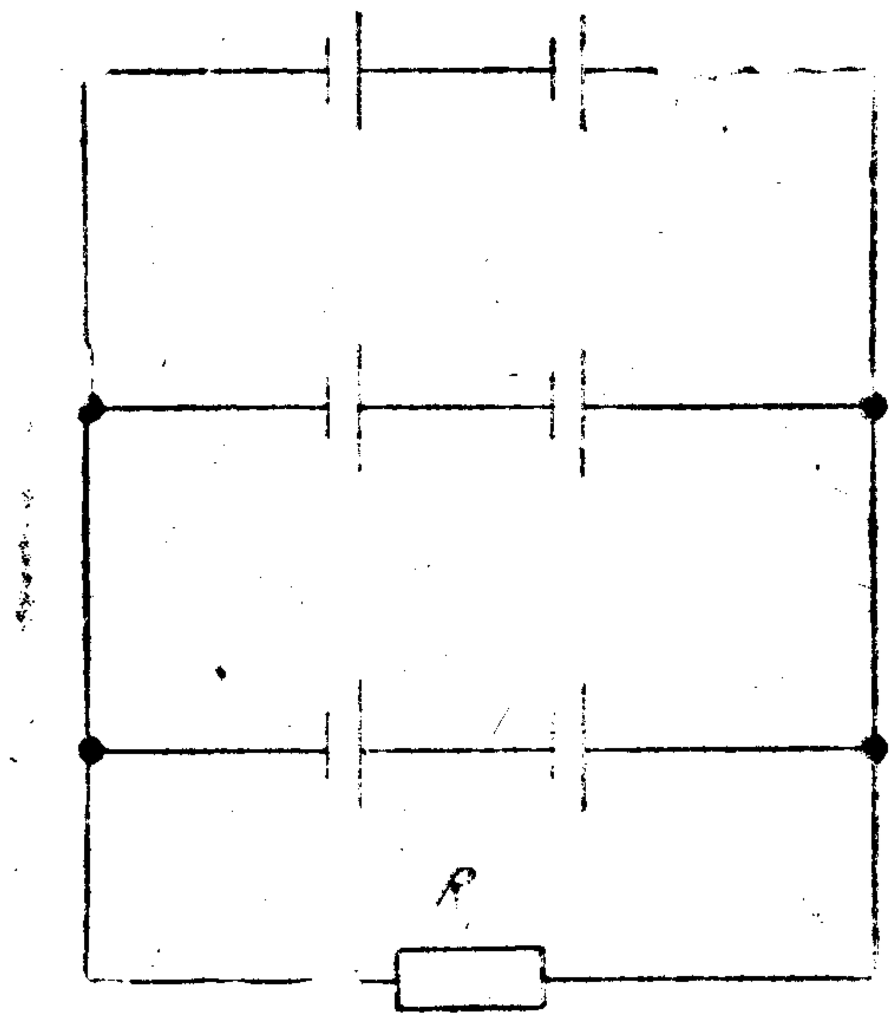


Рис. 123. К условию задачи 9.46

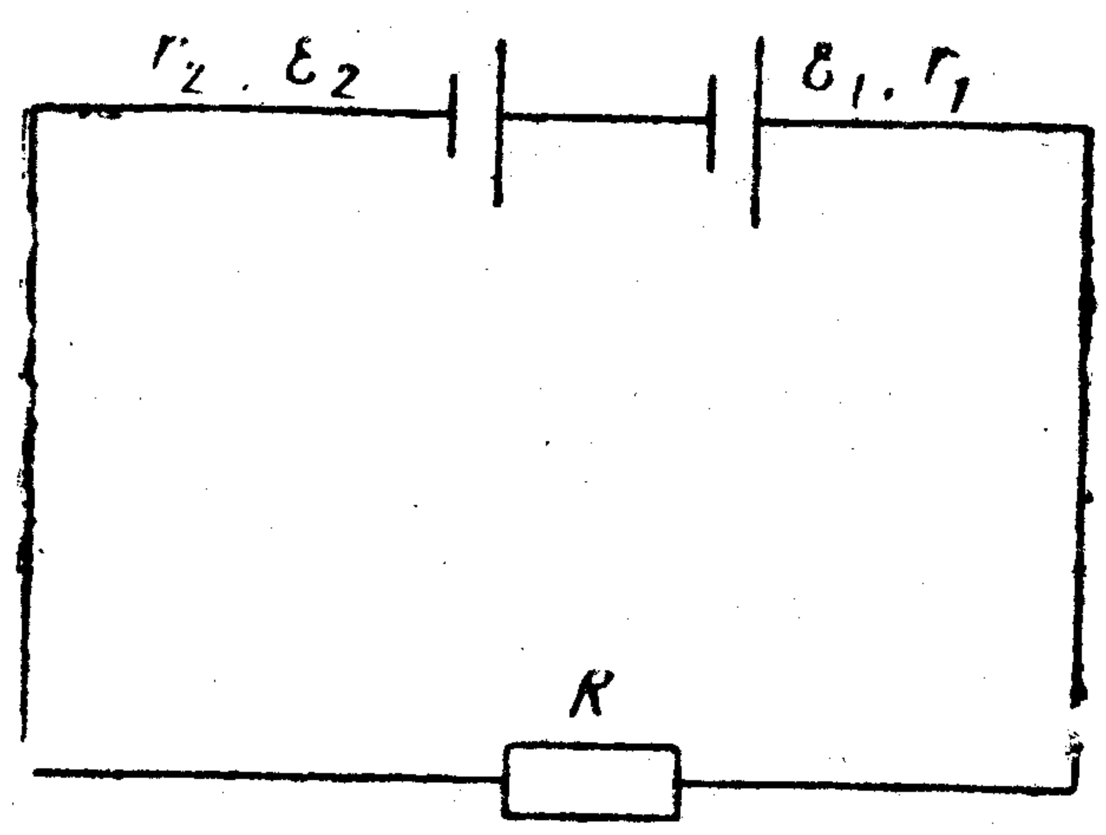


Рис. 124. К условию задачи 9.47

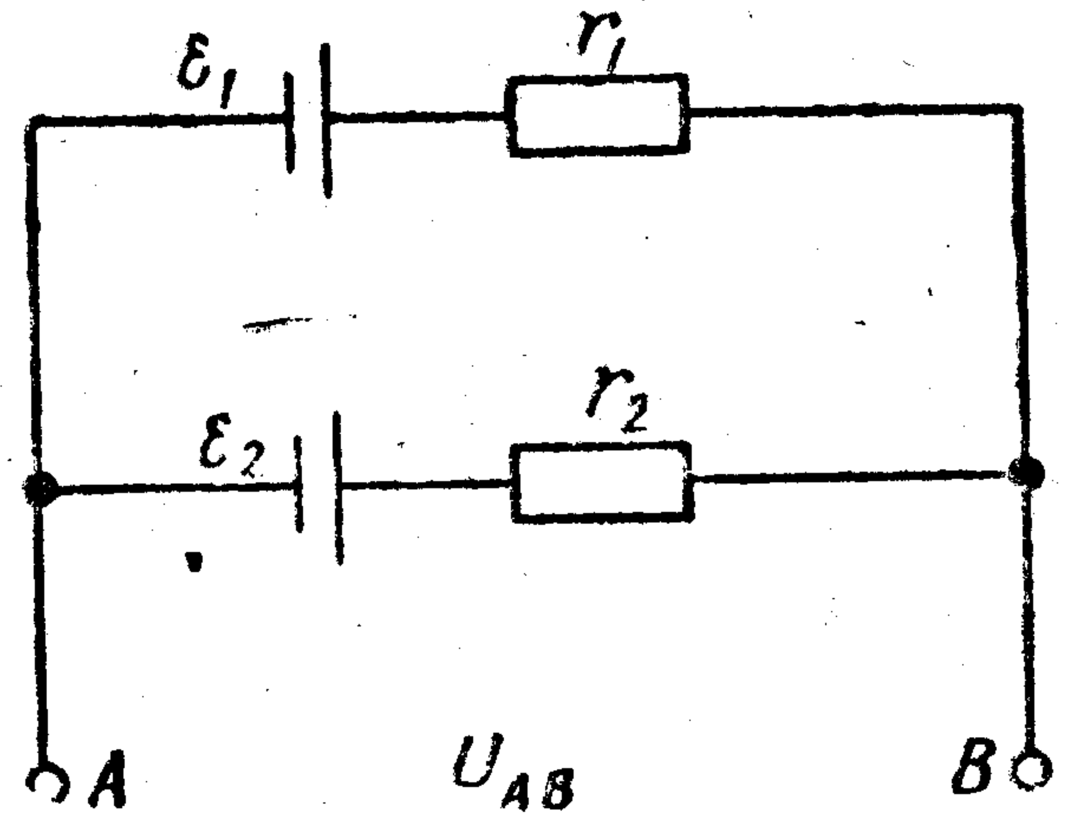
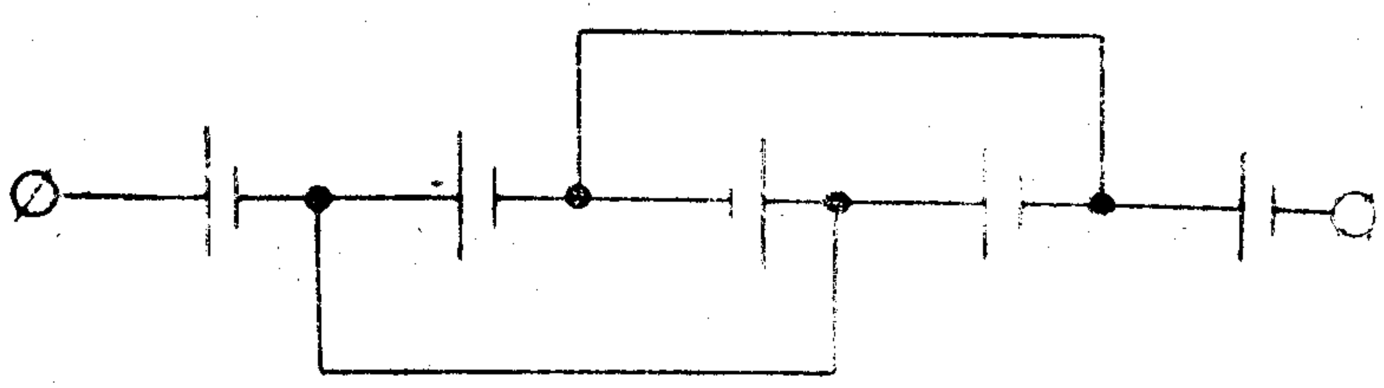


Рис. 125. К условию задачи 9.49

Рис. 126. К условию задачи 9.50



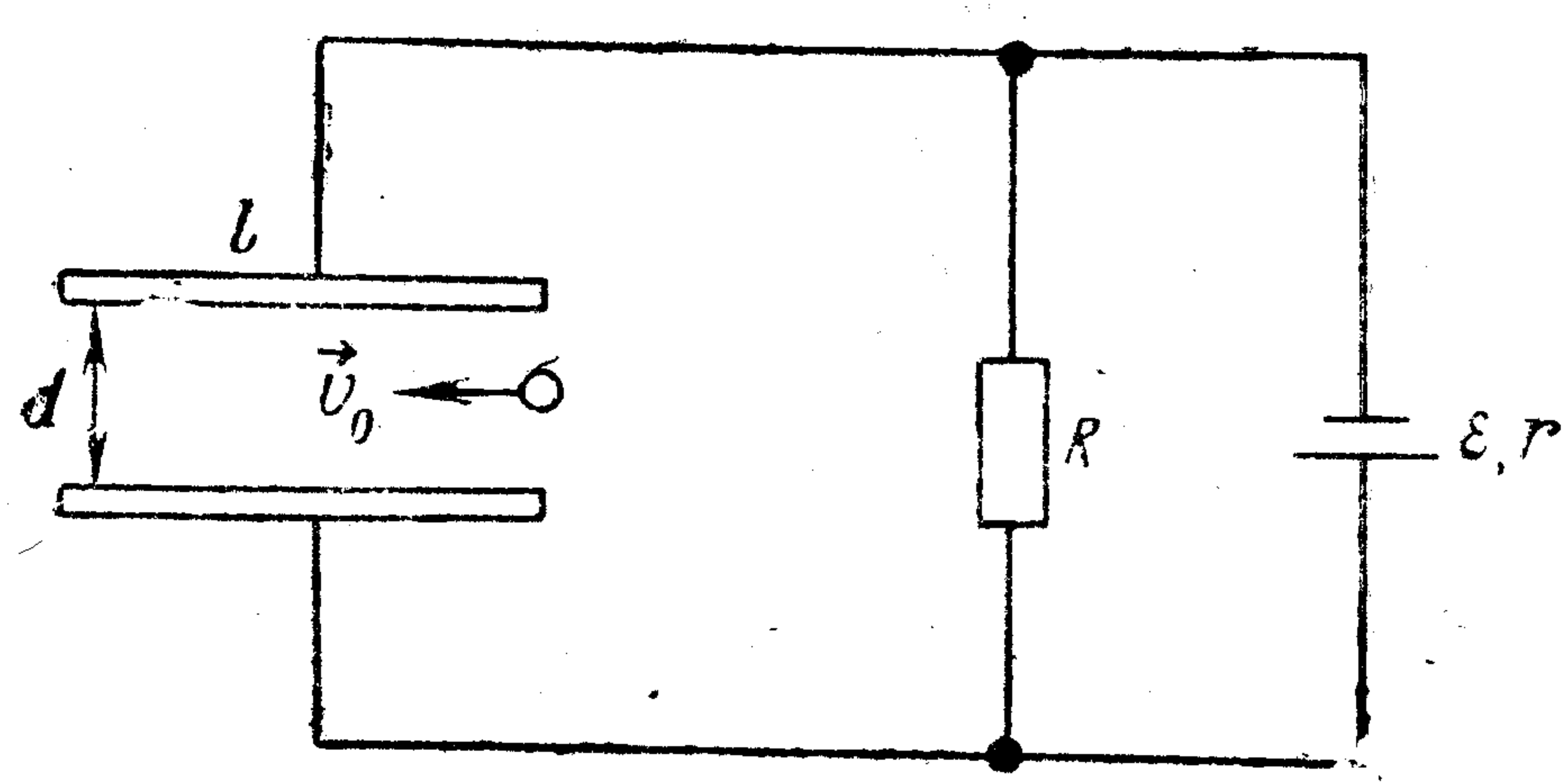


Рис. 127. К условию задачи 9.52

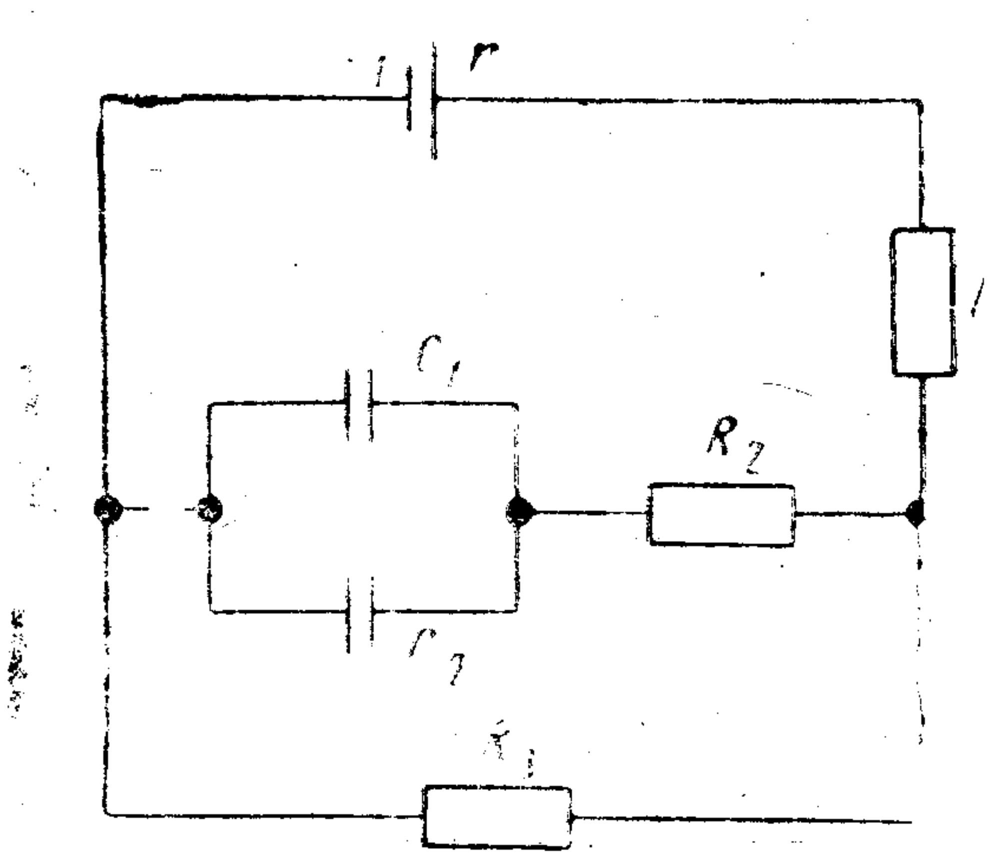


Рис. 128. К условию задачи 9.53

казано на рис. 126. Определить ЭДС батареи $\mathscr{E}_б$ и ее внутренне сопротивление $r_б$.

9.51. К источнику тока с напряжением U через сопротивление r подсоединены десять лампочек, соединенных параллельно. Найти напряжение на каждой лампочке, если сопротивление каждой из них равно R.

* *9.52.* Плоский конденсатор включен в цепь постоянного тока, как показано на рис. 127. Длина пластин конденсатора l, расстояние между пластинами d, ЭДС источника $\mathscr{E}$, внутреннее сопротивление источника r. В конденсатор параллельно пластинам посередине влетает электрон со скоростью v_0. Какое сопротивление должен иметь резистор R, подключенный параллельно конденсатору, чтобы электрон не вылетел из конденсатора?

* *9.53.* В представленной на рис. 128 схеме известны: ЭДС источника $\mathscr{E}$, его внутреннее сопротивление r, внешние сопротивления R_1, R_2, R_3 и емкости конденсаторов C_1 и C_2. Найти заряды на обкладках конденсаторов.

9.54. На рис. 129 изображена электрическая цепь, состоящая из источника с ЭДС $\mathscr{E}=5$ В и внутренним сопротивлением $r=1$ Ом, резистора сопротивлением $R=4$ Ом и четырех одинаковых конденсаторов емкостью $C=3$ мкФ. Определить заряд q на обкладках каждого конденсатора.

* *9.55.* В электрической цепи $\mathscr{E}=12$ В, $R_1=5$ Ом, $R_2=$ $=15$ Ом, $R_3=5$ Ом, $C_1=1$ мкФ, $C_2=4$ мкФ. Определить напряжения U_1, U_2 на обкладках конденсаторов C_1, C_2 (рис. 130). Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

* *9.56.* Плоский конденсатор с квадратными обкладка-

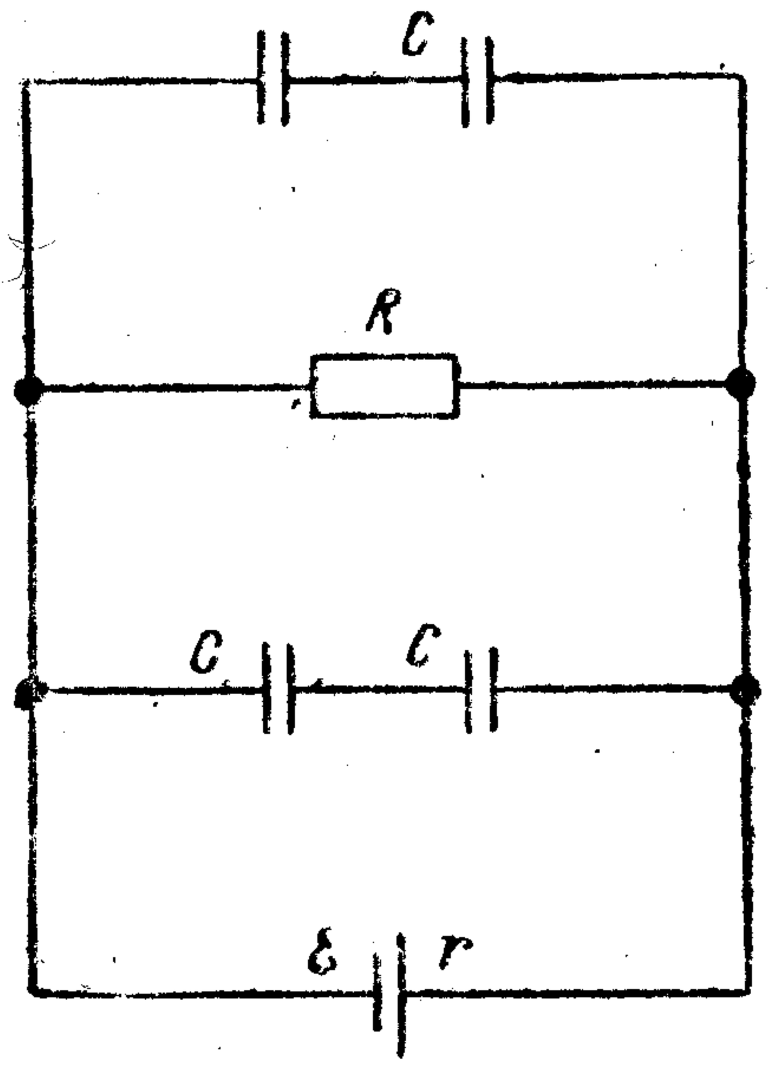


Рис. 129. К условию задачи 9.54

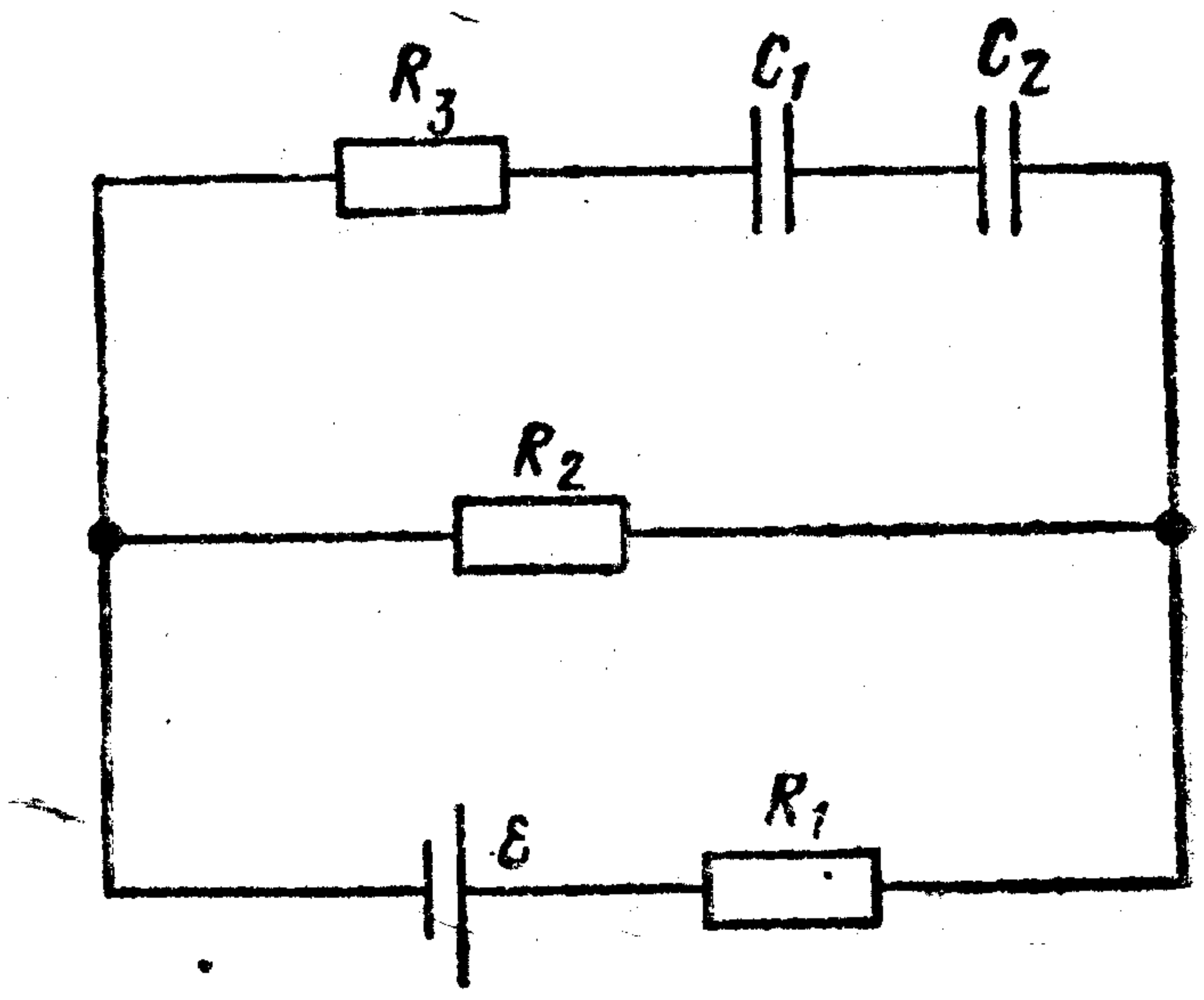
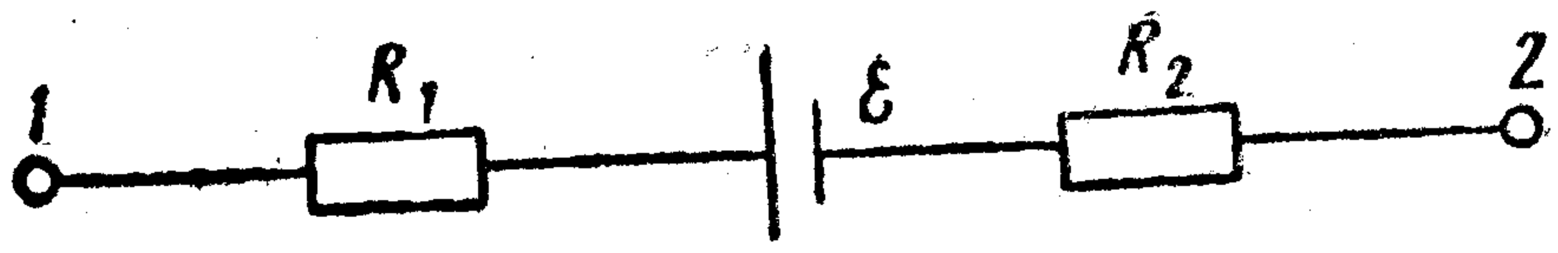


Рис. 130. К условию задачи 9.55

Рис. 131. К условию задачи 9.59



ми подсоединен к источнику постоянного напряжения $U=100$ В. Из зазора между обкладками в направлении перпендикулярном одной из сторон квадрата с постоянной скоростью $v=0{,}03$ м/с выдвигают пластину диэлектрика с проницаемостью $\varepsilon=6$. Толщина пластины равна зазору между обкладками и в $n=100$ раз меньше стороны квадрата. Определить силу тока, текущего по соединительным проводам.

* *9.57.* В электронно-лучевой трубке сила тока в электронном пучке $I=600$ мкА, ускоряющее напряжение $U=10$ кВ. Определить силу давления электронного пучка на экран трубки, считая, что электроны поглощаются экраном.

9.58. Провод, имеющий сопротивление $R_1=49$ Ом, разрезали на несколько одинаковых частей, которые соединили параллельно. Общее сопротивление параллельного соединения проводов $R_2=1$ Ом. На сколько частей разрезали провод?

* *9.59.* Участок цепи состоит из источника с ЭДС $\mathcal{E}=4$ В (рис. 131) с внутренним сопротивлением $r=0{,}3$ Ом, а также двух резисторов $R_1=10$ Ом и $R_2=20$ Ом. Разность потенциалов между точками *1* и *2* $\Delta\varphi=1$ В. Найти силу тока I?

9.60. Чему равно внутреннее сопротивление источника ЭДС, если при замыкании его на внешнее сопротивление R_1 и R_2 количество теплоты выделяющееся в них оказывается одинаковым?

9.61. Электрическая лампочка мощностью $N=60$ Вт, рассчитанная на напряжение $U=110$ В, подключена к источнику с ЭДС $\mathcal{E}=120$ В и внутренним сопротивлением $r=60$ Ом. Рассчитать сопротивление лампочки и выяснить будет ли она гореть полным накалом при таком включении.

9.62. В цепь включена лампочка, сопротивление которой $R_л = 100$ Ом (рис. 132). Найти мощность лампочки, если ЭДС источника тока $\mathcal{E}= 120$ В, его внутреннее сопротивление $r = 2$ Ом. Внешнее сопротивление $R_1 = 50$ Ом.

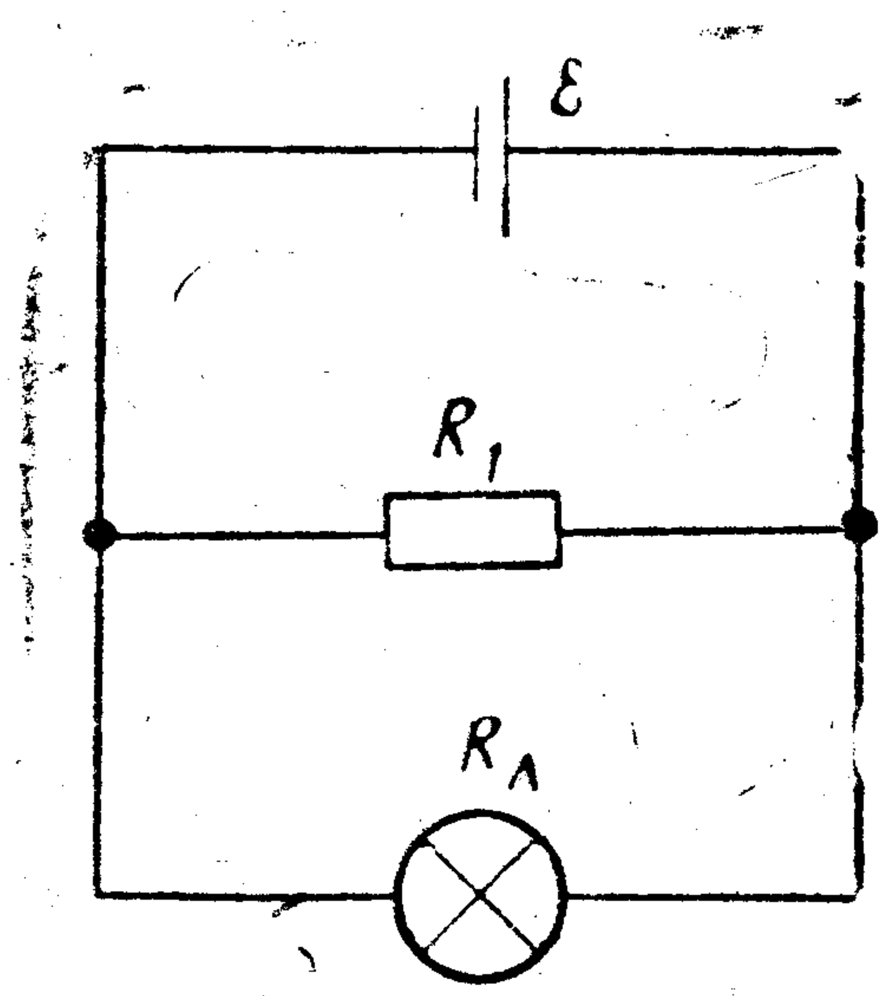


Рис. 132. К условию задачи 9.62

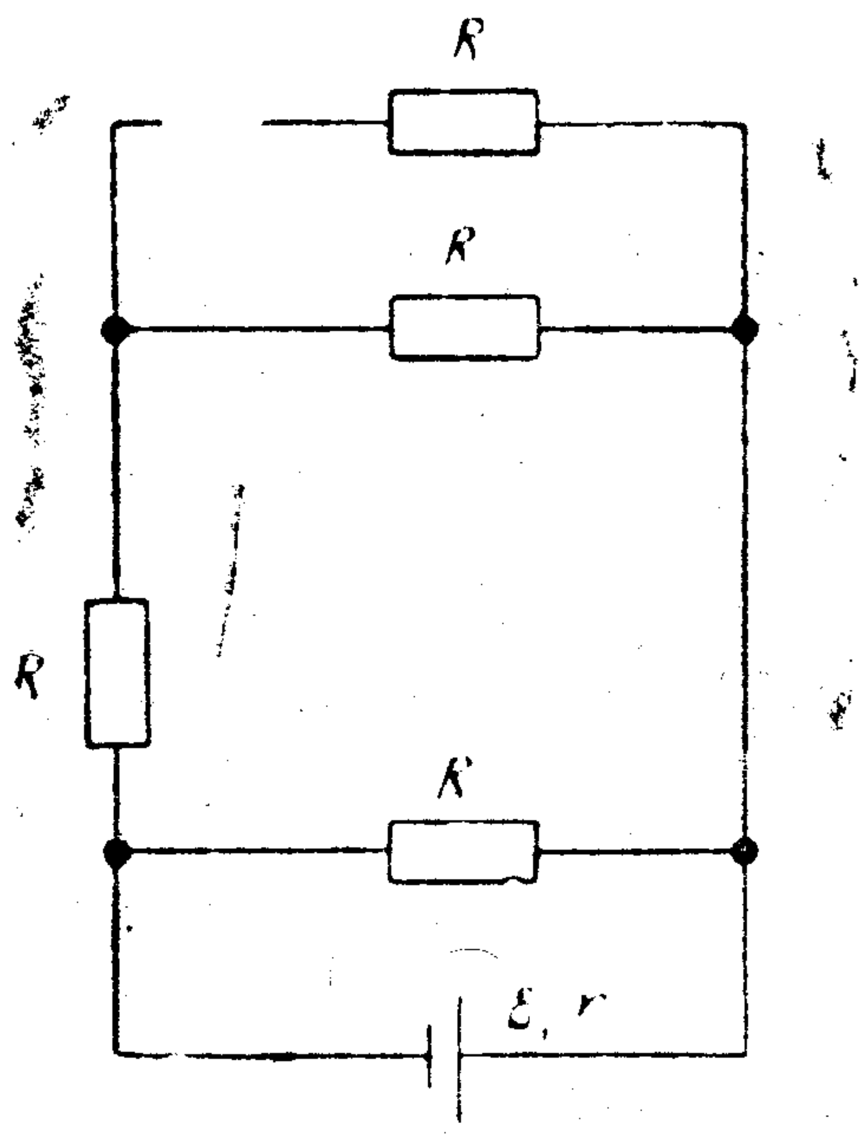


Рис. 133. К условию задачи 9.67

9.63. Какое количество теплоты выделилось в реостате, сопротивление которого $R=6{,}0$ Ом, если за время $t=10$ мин через него прошел электрический заряд $q=600$ Кл?

9.64. Электрическая плитка с КПД $\eta=0{,}86$ включена в цепь генератора с ЭДС $\mathcal{E}=120$ В и внутренним сопротивлением $r=60$ Ом. Амперметр, включенный последовательно с плиткой, показывает силу тока $I=0{,}2$ А. За какое время t на этой плитке можно вскипятить воду с массой $m=0{,}2$ кг и начальной температурой $t_0=20\,°$C. Удельная теплоемкость воды $c_в=4{,}2\cdot10^3$ Дж/кг·К.

9.65. Два резистора сопротивлениями $R=100$ Ом каждый подключаются к источнику ЭДС сначала последовательно, а затем параллельно. В обоих случаях тепловая мощность, выделяемая на каждом резисторе, оказывается одинаковой. Найти ЭДС источника $\mathcal{E}$, его внутреннее сопротивление r, если сила тока, протекающего в цепи при последовательном включении резисторов, $I_1=1$ А.

9.66. Электрический нагреватель имеет две обмотки. При включении одной из них вода в чайнике закипает через $t_1=30$ мин., а при включении другой — через $t_2=10$ мин. Через какое время закипит вода при включении этих обмоток последовательно и параллельно?

9.67. Несколько одинаковых резисторов соединены в комбинацию показанную на рис. 133. ЭДС источника $\mathcal{E}=100$ В, внутреннее сопротивление $r=36$ Ом, КПД $\eta=0{,}5$. Найти величину сопротивления R и полезную мощность N.

9.68. Сопротивление линии $R_л$. Какое постоянное напряжение U следует приложить к концам линии, чтобы при передаче по этой линии к потребителю мощности N потери в линии составили η передаваемой мощности?

9.69. Сила сопротивления движению электромобиля при скорости $v=30$ км/час равна $F=1200$ Н, при этом двигатель потребляет ток $I=140$ А от аккумуляторной батареи с напряжением $U=120$ В. Определить КПД двигателя η.

9.70. Какова сила тяги тепловоза при скорости движения $v = 36$ км/час, если его двигатель, имеющий КПД $\eta = 0,6$, работает при напряжении $U = 1$ кВ и силе тока $I = 500$ А.

9.71. В электролитической ванне с раствором нитрата серебра течет ток $I=4$ мА. Сколько атомов выделится на катоде за $t=1$ с.

9.72. Систематическая ошибка в показании амперметра, включенного последовательно с электролитической ванной составляет $\Delta I=0,2$ А. Какой ток покажет амперметр, если за время $t=20$ мин на катоде выделилось $m=0,6$ г меди? Электрохимический эквивалент меди $k= =3,3\cdot10^{-7}$ кг/Кл.

9.73. Аэростат вместимостью $V=300$ м^3 нужно заполнить водородом при $t=27\,°C$ и давлении $p=0,2$ МПа. Какое количество электричества нужно пропустить через раствор серной кислоты, чтобы получить требуемую массу водорода? Электрохимический эквивалент водорода $k = 1,044\cdot10^{-8}$ кг/Кл.

9.74. Электролизом получено $m_1=2$ кг серебра. Какую массу меди m_2 можно получить, если количество электричества, пропущенное через электролит не изменилось? Электрохимический эквивалент серебра $k_с= =1,118\cdot10^{-6}$ кг/Кл, электрохимический эквивалент меди $k_м=3,3\cdot10^{-7}$ кг/Кл.

9.75. Вычислить наименьшую скорость электрона, необходимую для ионизации атомов гелия. Потенциал ионизации атома гелия $\varphi=24,5$ В.

* *9.76.* Плотность тока насыщения в газоразрядной трубке $j_н = 0,64$ пА/м^2, расстояние между электродами $l=10$ см. Какова концентрация одновалентных ионов,

возникающих ежесекундно для поддержания заданной плотности тока.

* *9.77.* Аккумулятор заряжается от сети с напряжением $U=24$ В. Внутреннее сопротивление аккумулятора $r=1$ Ом. Какова ЭДС этого аккумулятора, если при зарядке через него проходит ток силой $I=1$ А?

9.3. Магнетизм (теория изложена в § 2.8—2.14)

9.78. На прямой проводник длиной $l=0{,}5$ м, расположенный перпендикулярно индукции $\vec{B}$ однородного магнитного поля, при протекании по нему электрического тока действует сила $F=0{,}15$ Н. Найти величину максимального момента сил M, действующего на круговой контур, изготовленный из рассмотренного провода, при протекании по нему аналогичного тока.

Решение. Исходя из определения магнитной индукции имеем:

$$B = F/(Il) = M_{max}/(IS)$$

(здесь S — площадь контура).

Откуда $M_{max} = \dfrac{FS}{l} = \dfrac{Fl}{4\pi} = 6 \cdot 10^{-3}$ Н·м.

9.79. Проводящий стержень массой $m=300$ г находится на горизонтальных рельсах, расстояние между которыми $l=1$ м. Вся система расположена в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, направленной вертикально ($B=0{,}5$ Тл), стержень перпендикулярен рельсам. При пропускании по стержню тока $I=4$ А, он движется поступательно с ускорением $a=6$ м/с^2. Определить коэффициент трения μ между стержнем и рельсами.

Решение. Используя второй закон Ньютона при движении тела в горизонтальном направлении, закон сухого трения и закон Ампера имеем: $F_A - F_{тр} = ma$, $F_{тр} = \mu mg$ (так как нормальная реакция со стороны рельс $N=mg$), $F_A = BIl$.

В результате:

$$\mu = \frac{BIl - ma}{mg} = 0{,}07.$$

9.80. Квадратная рамка помещена в однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B=0{,}08$ Тл. Нормаль к плоскости рамки составляет с линиями индукции магнитного поля угол $\alpha=60°$. Определить длину стороны a рамки, если в рамке при исчезновении поля в течение времени $\Delta t=0{,}02$ с индуцируется ЭДС $\mathscr{E}=6$ мВ.

Решение. Начальный поток через рамку $\Phi_1 = BS\cos\alpha$ (здесь $S = a^2$ — площадь рамки). Конечный поток $\Phi_2=0$. Изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -BS\cos\alpha$. Тогда

$$\mathscr{E} = -\Delta\Phi/(\Delta t) = Ba^2\cos\alpha/(\Delta t).$$

В результате $a = \sqrt{\dfrac{\mathscr{E}\Delta t}{B\cos\alpha}} = 5{,}5$ см.

9.81. В сверхпроводящем соленоиде, индуктивность которого $L = 5$ Гн, течет электрический ток силой I_1. Соленоид замыкают на один час на сопротивление R. Это приводит к уменьшению индукции магнитного поля B в соленоиде на величину $k = 0{,}05$. Найти сопротивление R. Неоднородностью магнитного поля в соленоиде пренебречь.

Решение. Энергия соленоида равна $W = (B^2V/2\mu_0) = (LI^2/2)$, где V — объем соленоида. Следовательно, B и I пропорциональны и через время $t=1$ час сила тока в соленоиде станет равна $I_2 = (I - k)I_1$. Введем среднюю силу тока $I_{ср} = (I_1 + I_2)/2$. Из выражений для I_2 и $I_{ср}$ следует $I_1 - I_2 = 2kI_{ср}/(2-k)$. Изменение энергии соленоида за время t

$$\Delta W = (LI^2{}_1/2) - (LI^2{}_2/2) = \frac{L}{2}(I_1 - I_2)(I_1 + I_2) = \frac{2kLI^2{}_{ср}}{(2-k)}$$

равно выделившейся на сопротивлении R тепловой энергии $Q = I^2{}_{ср}Rt$. Сравнивая два последних выражения, находим

$$R = \frac{2kL}{t(2-k)} = 7{,}12\ 10^{-5}\ \text{Ом}.$$

9.82. Квадратная рамка с током помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B=10^{-2}$ Тл так, что две стороны рамки перпендикулярны к направлению $\vec{B}$, а нормаль к плоскости рамки образует с направлением $\vec{B}$ угол $\alpha = 30°$. Длина стороны рамки $l = 1$ см, момент сил, действующих на рамку $M = 10^{-7}$ Н·м. Найти силу тока в рамке.

* *9.83.* Два параллельных проводника длиной $l = 5$ м каждый расположены на расстоянии $b = 10$ см друг от друга. По проводникам пропускают одинаковые токи силой $I = 30$ А. Определить силу взаимодействия проводников.

* *9.84.* Проводящий стержень массой m скользит без трения по горизонтальным рельсам, расстояние между которыми l. Вся система находится в магнитном поле, индукция которого $\vec{B}$ направлена вертикально, стержень перпендикулярен рельсам. К концам рельсов подключают конденсатор емкостью C, заряженный до напряжения U. Какую скорость приобретает стержень к моменту полного разряда конденсатора? Какое количество тепла выделится при этом в цепи?

* *9.85.* Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см равномерно заряжено электрическим зарядом. Кольцо равномерно вращается с частотой $\nu = 1200$ об/мин вокруг оси, проходящей через центр кольца перпендикулярно его плоскости. Определить заряд на кольце, если в центре кольца индукция магнитного поля $B = 3{,}8 \cdot 10^{-9}$ Тл.

9.86. Проводник длиной $l = 0{,}2$ м и массой $m = 1$ кг подвешен на двух пружинах. В окружающем проводник пространстве создается магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ ($B = 1$ Тл), перпендикулярной проводнику. Определить силу тока через проводник, при которой он не будет растягивать пружины.

9.87. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл перпендикулярно направлению поля перемещается с постоянной скоростью $v = 10$ см/с проводник длиной $l = 10$ см. По проводнику течет ток силой $I = 2$ А. Учитывая, что направление перемещения проводника перпендикулярно к $\vec{B}$ определить работу перемещения проводника за $t = 5$ с движения и мощность, затрачиваемую при перемещении.

* *9.88.* Квадратная рамка со стороной $a = 10$ см находится в однородном магнитном поле индукцией $B = 0{,}2$ Тл и может вращаться вокруг оси OO' (рис. 134). По контуру течет постоянный ток $I = 3$ А. Определить работу, совершенную магнитным полем при повороте рамки на 180°, если вначале плоскость рамки была перпендикулярна индукции магнитного поля и расположена так, как показано на рис. 134.

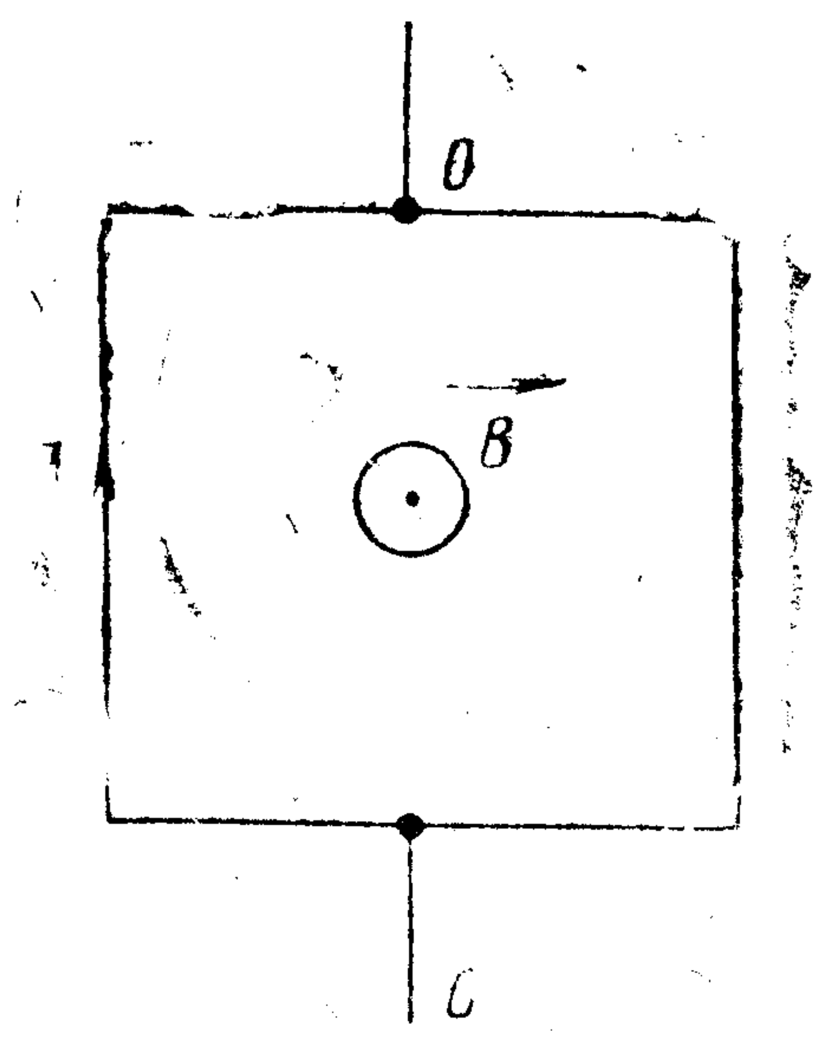


Рис. 134. К условию задачи 9.88

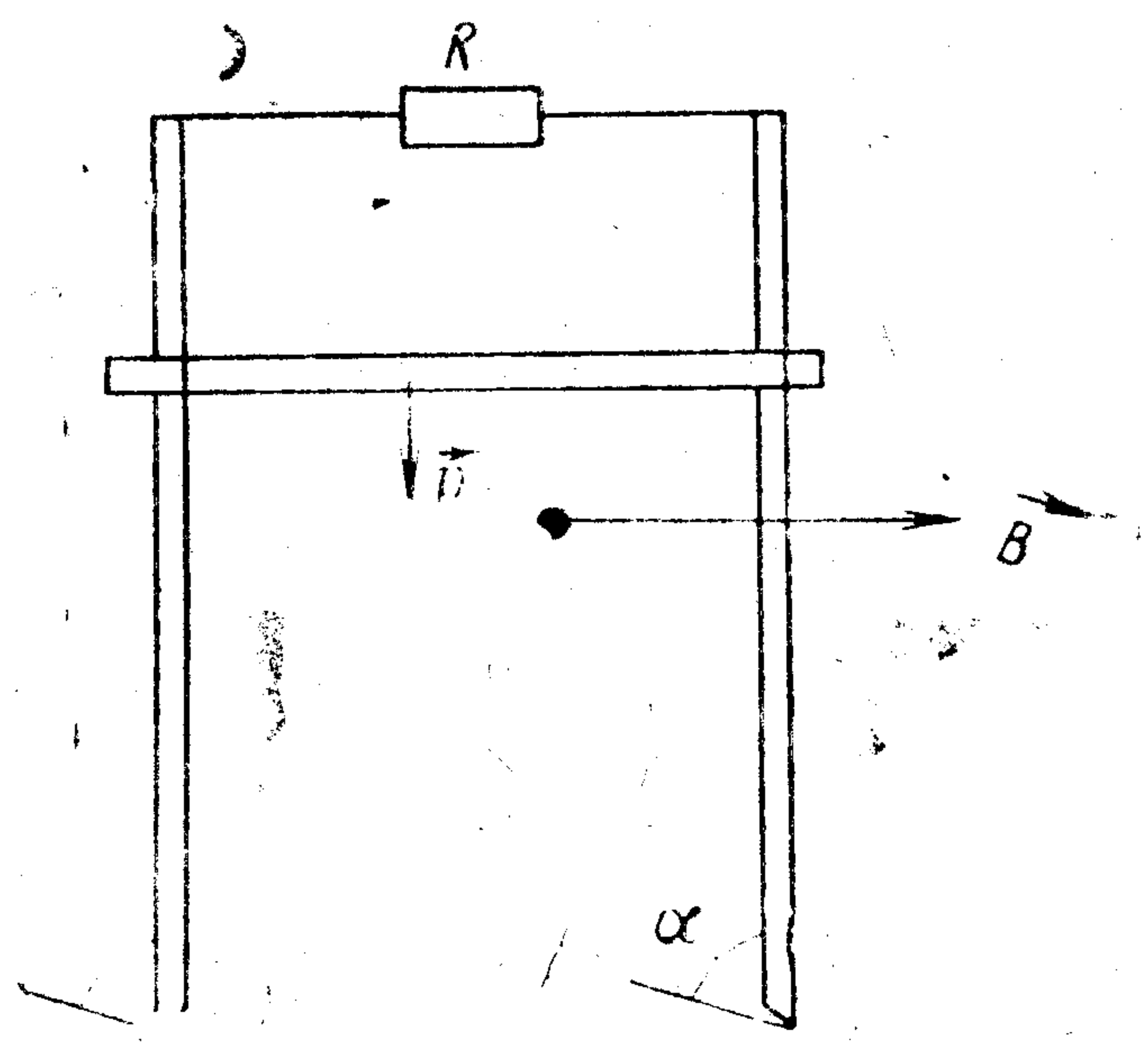


Рис. 135. К условию задачи 9.92

* *9.89.* В разрыв проволочного кольца радиусом $R = 12$ см включен конденсатор емкостью $C = 12$ мкФ. Кольцо расположено в однородном магнитном поле, силовые линии которого перпендикулярны плоскости кольца. Индукция магнитного поля равномерно изменяется со скоростью $(\Delta B/\Delta t) = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл/с. Определить максимальный заряд конденсатора.

* *9.90.* В магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл помещена катушка, содержащая $n = 200$ витков проволоки и имеющая сопротивление $R = 30$ Ом. Площадь сечения катушки $S = 12$ см^2. Катушка помещена так, что ее ось составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 60°$. Какое количество электричества q протечет по катушке при исчезновении магнитного поля.

9.91. Квадратная проводящая рамка площадью $S = 75$ см^2 за время $t = 5$ мс вносится в магнитное поле, индукция которого $\vec{B}$ ($B = 10^{-3}$ Тл) перпендикулярна плоскости рамки. Сопротивление рамки $R = 1$ Ом. Определить среднюю силу индукционного тока, возникающего в рамке.

* *9.92.* По двум медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести медный брусок массы m. В окружающем шины пространстве создано однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, перпендикулярной к плоскости, в которой перемещается брусок. Вверху шины зашунтированы сопротивлением R (рис. 135). Найти установившееся значение скорости бруска v. Коэффициент трения между

шинами и бруском μ, $\mu<\operatorname{tg}\alpha$, расстояние между шинами l. Сопротивлением шин пренебречь.

* *9.93.* В магнитном поле, индукция которого равна $B=0,2$ Тл, вращается с постоянной частотой стержень длиной $l=10$ см. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна силовым линиям магнитного поля. Найти частоту вращения ν стержня, если на его концах возникает ЭДС $|\mathscr{E}|=0,01$ В.

9.94. Найти угловую скорость обращения электрона по окружности, которую он описывает в однородном магнитном поле с индукцией $B=2\cdot10^{-2}$ Тл. Отношение заряда электрона к его массе $e/m=1,76\cdot10^{11}$ Кл/кг.

9.95. Частица с зарядом $q=1,6\cdot10^{-19}$ Кл движется в магнитном поле по окружности со скоростью $v=20$ м/с. Индукция магнитного поля $B=0,3$ Тл. Радиус окружности $R=10$ см. Найти энергию частицы. Векторы $\vec{B}$ и $\vec{v}$ перпендикулярны.

9.96. Однородное электрическое поле напряженностью $E=200$ В/см перпендикулярно к однородному магнитному полю индукцией $B=2\cdot10^{-2}$ Тл. В эти поля влетает электрон, вектор скорости которого перпендикулярен векторам $\vec{B}$ и $\vec{E}$. Определить начальную скорость электрона, при которой он будет двигаться прямолинейно в этих полях.

* *9.97.* Электрон влетает в однородное магнитное поле со скоростью $v=10^6$ м/с под углом $\alpha=30°$ к индукции $\vec{B}$, $B=10^{-3}$ Тл. Найти радиус R и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

* *9.98.* Электрон с начальной скоростью, равной нулю ускоряется в однородном электрическом поле. Через время $t=10$ мс он попадает в магнитное поле с индукцией $\vec{B}=10^{-7}$ Тл. Индукция $\vec{B}$ перпендикулярна напряженности электрического поля $\vec{E}$. Определить отношение нормального и тангенциального ускорений для указанного момента времени.

* *9.99.* В цепи имеется участок, содержащий сопротивление $R=1$ Ом (рис. 136) и индуктивность $L=0,1$ Гн. Ток изменяется по закону $I=2tA$. Найти разность потенциалов между точками А и Б.

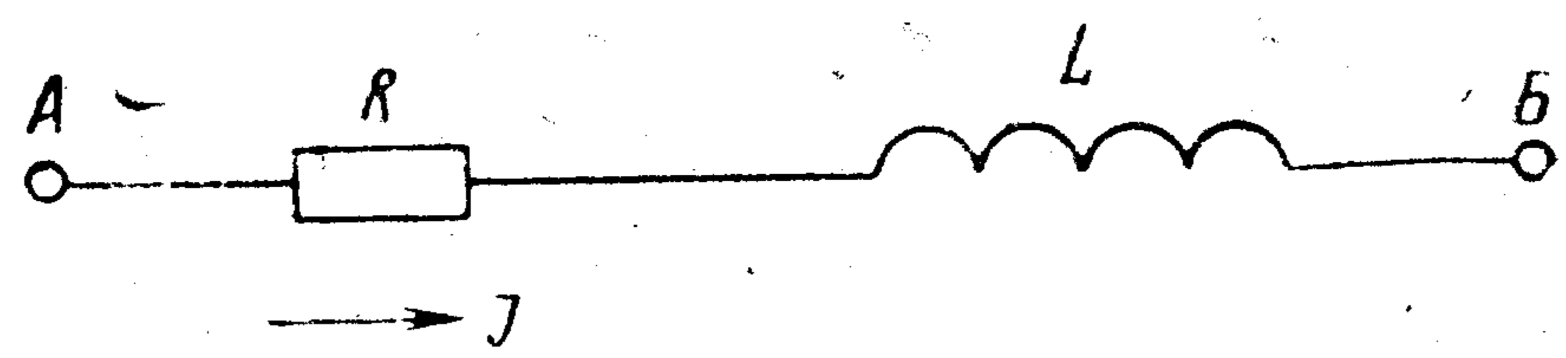


Рис. 136. К условию задачи 9.99

9.100. Конденсатор емкостью $C = 2 \cdot 10^{-5}$ Ф, заряженный до $U = 500$ В, разряжается через катушку с индуктивностью $L = 4$ мГн и сопротивлением $R = 1$ Ом Через некоторое время конденсатор разрядился до напряжения $U_1 = 200$ В, а ток в катушке достиг $I_1 = 10$ А. Какое количество теплоты Q выделилось к этому времени в катушке? Чему равна мощность выделения тепла в конце процесса?

9.101. По цилиндрической катушке, имеющей $N = 120$ витков, течет ток $I = 10$ А. При этом магнитный поток через один виток $\Phi = 0{,}005$ Вб. Определить энергию магнитного поля в катушке.

9.102. Определить индуктивность соленоида, в котором при равномерном изменении силы тока на $\Delta I = 4$А энергия магнитного поля изменяется на $\Delta W = 0{,}1$ Дж. Средняя сила тока в катушке $I = 10$ А.

Глава 10. ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ ИХ РЕШЕНИЯ ПО КОЛЕБАНИЯМ И ВОЛНАМ

10.1. Механические колебания и волны (теория изложена в § 1.15—1.18)

10.1. На нерастяжимом стержне длиной l подвешен шар массой M, который может совершать колебания вокруг положения равновесия. В неподвижный шар попадает пуля, скорость которой $v = 550$ м/с и масса $m = M/n$ ($n = 1000$), и застревает в нем. Попадание пули приводит к отклонению шара от положения равновесия на угол $\alpha = 10°$. Найти частоту колебаний шара. Размерами шара, трением в подвесе и сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. При ударе пули о шар выполняется закон сохранения импульса: $mv = (M + m)u$ (u — скорость шара). Откуда $u = v/(n + 1)$.

Удар пули о шар приводит к изменению высоты шара на величину h, которую можно найти из закона сохранения энергии:

$$\frac{(m + M)u^2}{2} = (m + M)gh.$$

Используя оба закона, получаем $h = v^2/((n + 1)^2 2g)$. Из геометрии следует (нарисуйте чертеж), что длина стержня $l = (h/(1 - \cos\alpha)) = v^2/((n + 1)^2(1 - \cos\alpha)2g)$. Считая шар со стержнем математическим маятником, находим частоту колебаний:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{g(n + 1)\sqrt{1 - \cos\alpha}}{\pi v\sqrt{2}} = 0{,}5 \text{ с}^{-1}.$$

10.2. Монохроматическая поперечная волна с длиной волны $\lambda = 18$ м распространяется в направлении оси x. Период колебания частиц в волне $T = 1$ с, амплитуда $A = 4$ см. При $x = 0$ и $t = 0$ фаза и перемещение волны равны нулю. Найти скорость распространения волны, фазу и перемещение точки, отстающей на $x = 40$ м от источника колебаний, в момент времени $t = 3$ с.

Решение. Уравнение монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси x имеет вид

$$y = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Скорость волны $v = \lambda/T = 18$ м/с, а фаза

$$\varphi = \omega(t - x/v) = 2\pi/T(t - x/v) = 4{,}88 \text{ рад}.$$

Перемещение заданной точки $y = 4\cdot10^{-2}\sin 4{,}88 = -3{,}94\cdot10^{-2}$ м.

10.3. Маятник представляет собой дырявое ведро, наполненное водой и прикрепленное к концу веревки. Будет ли меняться период колебаний маятника по мере вытекания воды? Массой ведра, его размерами, а также массой и деформацией веревки пренебречь.

10.4. Два математических маятника, длины которых отличаются на $\Delta l = 16$ см, совершают в одном и том же месте за некоторое время один $n_1 = 10$ колебаний, другой — $n_2 = 6$. Найти длины маятников.

10.5. Найти период полного колебания математического маятника длиной l (рис. 137), если точка перегиба нити расположена на одной вертикали с точкой подвеса, на расстоянии $l/2$ от нее.

10.6. Как изменится период колебаний математического маятника при переносе его с Луны на Землю? Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли, а радиус Земли в 3,7 раза больше радиуса Луны.

10.7. Шарик массы m, имеющий положительный заряд q, подвешен на тонкой нити длиной l внутри плоского конденсатора с горизонтально ориентированными пластинами. Напряженность электрического поля конденсатора равна E, силовые линии направлены вниз. Найти период колебаний такого маятника.

10.8. Два математических маятника одновременно начи-

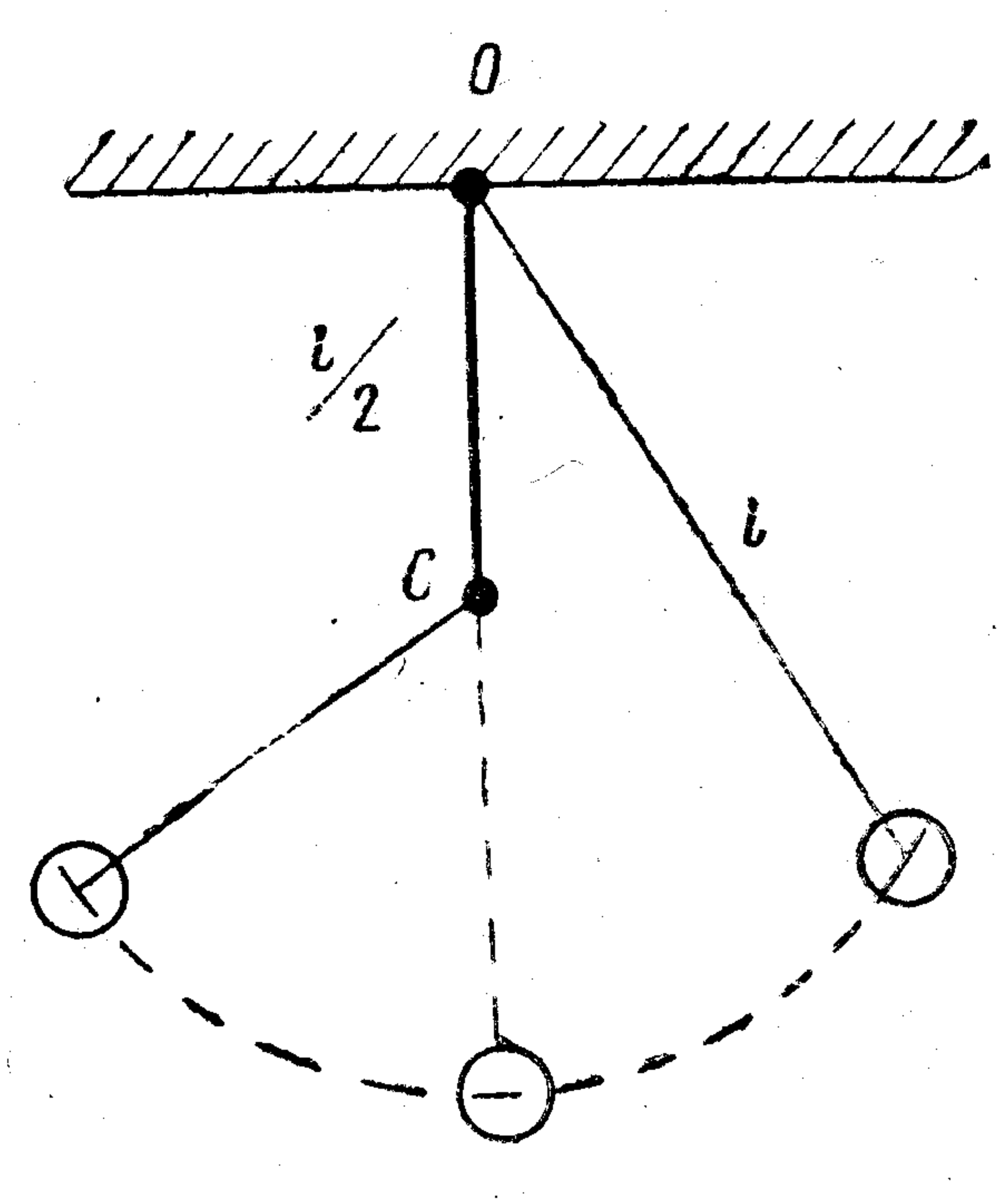


Рис. 137. К условию задачи 10.5

нают совершать колебания. При этом за время первых 20 колебаний первого маятника второй маятник сделает только 10 колебаний. Найти отношение длин этих маятников.

10.9. К потолку вагона на нити длиной $l_1 = 1$ м подвешен небольшой шарик. При какой скорости вагона маятник сильнее всего раскачивается под действием ударов колес о стыки рельсов? Длина рельса $l = 12,5$ м.

10.10. Латунный маятник при температуре $t_0 = 0\,°C$ имеет период колебаний T_0. На сколько времени τ отстанут такие часы за сутки при температуре окружающей среды $t_1 = 30\,°C$. Коэффициент линейного расширения латуни $\alpha = 0,000019$ град$^{-1}$.

10.11. Запишите выражение для перемещения материальной точки, совершающей гармонические колебания, если максимальная сила, действующая на точку $F_m = 2$ мН, ее полная энергия $E = 4 \cdot 10^{-5}$ Дж, период колебания $T = 2$ с и начальная фаза $30°$.

10.12. Запишите выражение для перемещения материальной точки, совершающей колебания с амплитудой $A = 10$ см, если за время $t = 1$ мин совершается 60 колебаний и начальная фаза колебаний $\varphi = \pi/4$. Начертите график этого движения.

10.13. Амплитуда незатухающих колебаний точки $A = 0,5$ мм, частота $\nu = 1$ кГц. Какой путь S пройдет точка за время $t = 1$ мин?

10.14. К пружине подвешен груз массой $m = 5$ кг. Учитывая, что под влиянием силы $F = 5$ Н пружина растягивается на $l = 4$ см, найти период T вертикальных колебаний груза.

10.15. Максимальная кинетическая энергия пружинного маятника $E_{кт} = 2$ Дж. Амплитуда колебаний $A = 4$ см. Найти коэффициент жесткости пружины.

* *10.16.* Во сколько раз изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному их соединению?

10.17. Шарик массой m подвешен на двух последовательно соединенных пружинах с коэффициентом упругости k_1 и k_2. Найти период колебаний данного пружинного маятника.

* *10.18.* Цилиндр, масса которого $m = 10$ кг и площадь основание $S = 0,01$ м^2, свободно плавает в воде (плот-

ность $\rho = 10^3$ кг/м^3). Его погрузили ниже положения равновесия и отпустили. Определить период свободных колебаний цилиндра. Сопротивлением среды пренебречь.

* *10.19.* В сквозной туннель, прорытый через центр Земли, бросили тело массой m. За какое время это тело достигнет противоположной точки Земли. Радиус Земли — $R_з = 6{,}37 \cdot 10^6$ м, плотность Земли считать постоянной, сопротивлением воздуха пренебречь.

10.20. Дорожный мастер, приложив ухо к рельсу, услышал звук начавшегося движения поезда, а через две секунды до него донесся гудок локомотива при отправлении. На каком расстоянии от станции отправления находился путейский мастер? Скорость звуковых волн в воздухе и стали принять равными соответственно $v_1 = 330$ м/с, $v_2 = 5000$ м/с.

10.21. Определить длину звуковой волны в стальном рельсе, вызываемой источником колебаний с частотой $\nu = 200$ Гц, если скорость звука в стали равна $v = 5000$ м/с.

10.22. Монохроматическая волна распространяется со скоростью $v = 6$ м/с при частоте, равной $\nu = 5$ Гц. Чему равна разность фаз двух точек, отстоящих друг от друга на $l = 20$ см.

10.23. Поперечная монохроматическая волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v = 15$ м/с. Период колебаний точек шнура $T = 1{,}2$ с, амплитуда колебаний $A = 2$ см. Найти длину волны, фазу и перемещение точки y, отстоящей от $x = 45$ м от источника колебаний, через $t = 4$ с. При $x = 0$ и $t = 0$ $y = 0$.

10.2. Электромагнитные колебания и волны, передача электроэнергии (теория изложена в § 2.15—2.17).

10.24. К батарее с напряжением $U = 250$ В подсоединен конденсатор емкостью $C = 600$ пФ, затем его мгновенно отсоединяют и подключают к катушке с индуктивностью $L = 75$ мГн. Найти начальный заряд конденсатора, максимальную силу тока в контуре, частоту и период колебаний, полную энергию колебаний.

Решение. Начальный заряд конденсатора $q_0 = CU = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ Кл. При подключении конденсатора к катушке заряд на нем меняется с течением времени по закону $q = q_0 \cos \omega t$.

Сила тока также совершает гармонические колебания:

$$i = q'_t = -\omega q_0 \sin \omega t = i_0 \cos(\omega t + \pi/2),$$

поэтому максимальное значение силы тока

$$i_0 = \omega q_0 = q_0/\sqrt{LC} = 22{,}4 \text{ мА}.$$

Согласно формуле Томсона период колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC} = 42{,}1$ мкс, а частота колебаний $\nu = 1/T = 23{,}7$ кГц.

Полная энергия колебаний соответствует максимальной энергии электрического поля, сосредоточенного внутри конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = 1{,}87 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

10.25. В сеть переменного тока, с частотой $\nu = 100$ Гц включены последовательно конденсатор емкостью 50 мкФ, катушка индуктивности $L = 200$ мГн и активное сопротивление $R = 4$ Ом. Найти действующее напряжение в сети, если амплитуда силы тока $i_0 = 1{,}65$ А. При какой частоте сила тока достигнет максимального значения?

Решение. По закону Ома амплитуда напряжения $U_0 = i_0\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$, поэтому, с учетом связи между действующим и амплитудным значением напряжения $U_д = U_0/\sqrt{2}$ и соотношения $\omega = 2\pi\nu$, имеем

$$U_д = \frac{i_0\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/(2\pi\nu C))^2}}{\sqrt{2}} = 109{,}6 \text{ В}.$$

Сила тока достигнет максимального значения при резонансе:

$$\nu_р = 1/(2\pi\sqrt{LC}) = 50{,}3 \text{ Гц}.$$

10.26. В колебательном контуре без активного сопротивления индуктивность катушки увеличили в $n_1 = 8$ раз, емкость конденсатора уменьшили в $n_2 = 2$ раза. Как изменилась частота электромагнитных колебаний контура?

10.27. Действующее напряжение на конденсаторе колебательного контура $U_д = 80$ В, а его емкость $C = 20$ пФ. Определить максимальные значения электрической и магнитной энергии в контуре (наличием активного сопротивления пренебречь).

10.28. Сила тока в колебательном контуре изменяется со временем по закону $I=0{,}01\cos 1000t$ А. Найти индуктивность контура и максимальное значение заряда на обкладках конденсатора, если его емкость $C=2\times10^{-5}$ Ф.

10.29. Входной контур радиоприемника состоит из катушки, индуктивность которой $L=2{,}0$ мГн, и плоского слюдяного конденсатора, площадь пластин которого $S=15$ см^2. Расстояние между пластинами $d=2$ мм. Диэлектрическая проницаемость слюды $\varepsilon=7{,}5$. На какую частоту настроен радиоприемник?

* *10.30.* Определить длину волны, на которую настроен входной контур радиоприемника, если амплитуда заряда на обкладках конденсатора равна $q_0=10^{-12}$ Кл, а амплитуда силы тока в контуре составляет $I_0=10^{-5}$ А.

* *10.31.* К катушке сопротивлением $R=2$ Ом и индуктивностью $L=0{,}4$ Гн приложено напряжение: а) $U=100$ В постоянного тока; б) $U=100$ В (действующее значение) переменного тока с частотой $\nu=50$ Гц. Найти силу тока в катушке.

10.32. Последовательный контур — RCL, имеющий $R=20$ Ом, $L=40$ мГн и $C=12$ мкф, подключен к источнику переменного напряжения $U=100$ В (действующее значение) с частотой $\nu=500$ Гц. Рассчитайте силу тока в цепи и показания вольтметра на каждом элементе цепи.

10.33. Электропечь, имеющая сопротивление $R=20$ Ом, подключена к генератору переменного тока. Найти количество теплоты, выделяемое печью за $t=2$ ч, если амплитуда силы тока $I_0=10$ А.

* *10.34.* В сеть переменного тока с действующим напряжением $U=100$ В подключен кипятильник. При температуре $t_0=20$ °С сопротивление спирали $R=25$ Ом. Какая масса кипящей воды превращается в пар за время $\tau=1$ мин? Удельная теплота парообразования воды $r=2{,}3$ МДж/кг. Температурный коэффициент сопротивления спирали $\alpha=2\cdot10^{-2}$ К$^{-1}$.

10.35. Эффективное напряжение в сети переменного тока равно $U_д=120$ В. Найти время, в течение которого горит неоновая лампа в каждый полупериод, если лампа зажигается и гаснет при напряжении $U=84$ В.

10.36. В первичной обмотке трансформатора сила тока $I_1 = 1$ А, напряжение на ее концах $U_1 = 220$ В. Сила тока во вторичной обмотке трансформатора $I_2 = 10$ А, напряжение на ее концах $U_2 = 20$ В. Найти η — КПД трансформатора.

* *10.37*. К первичной обмотке понижающего трансформатора с коэффициентом трансформации $k = 6$ приложено переменное напряжение $U_1 = 240$ В. Сопротивление вторичной обмотки $r = 1$ Ом, ток в ней $I = 4$ А. Найти напряжение U_2 на зажимах вторичной обмотки и КПД трансформатора.

10.38. Первичная обмотка трансформатора имеет $\omega_1 = 10\,000$ витков провода и включена в сеть переменного тока с напряжением $U_1 = 100$ В. Найти число витков вторичной обмотки, если ее сопротивление $r = 1$ Ом, напряжение на концах $U_2 = 4$ В, а сила тока в ней $I = 1$ А.

* *10.39*. К первичной обмотке понижающего трансформатора подключен источник переменного напряжения с $U_1 = 200$ В. Напряжение на зажимах вторичной обмотки $U_2 = 16$ В, ее сопротивление $r = 1$ Ом, ток в ней $I = 4$ А. Найти КПД трансформатора η и коэффициент трансформации k.

1040. Найти частоту зеленого излучения с длиной волны $\lambda = 500$ нм.

10.41. Электромагнитная волна распространяется в однородной среде со скоростью $v = 1{,}5 \cdot 10^8$ м/с. Какую длину волны λ имеют электромагнитные колебания в этой среде, если их частота $\nu = 1$ МГц?

Глава 11. ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ ИХ РЕШЕНИЯ ПО ОПТИКЕ И СТРОЕНИЮ ВЕЩЕСТВА

11.1. Оптика (теория изложена в § 2.18—2.25, 6.13, 6.14)

11.1. Построить изображение светящейся точки O в системе из двух взаимноперпендикулярных плоских зеркал (рис. 138).

Решение. Воспользуемся законом отражения света и найдем точки пересечения отраженных лучей. В результате получим три мнимых изображения точки O (рис. 139).

11.2. На нижнюю грань плоскопараллельной стеклянной пластины толщиной $d=7{,}5$ см нанесена царапина. На каком расстоянии от верхней грани пластинки h видит эту царапину наблюдатель, глядя на пластину сверху? Абсолютный показатель преломления стекла $n=1{,}5$.

Решение. Царапина расположена в точке A (рис. 140) нижней поверхности стеклянной пластинки. Построим изображение точки A, которое видит наблюдатель. Из построения можно сделать вывод, что точка $Б$ будет мнимым изображением точки A.

Тогда $d \operatorname{tg} \alpha = a = h \operatorname{tg} \beta$.

Следовательно, $h = d \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \beta$ или с учетом малых углов $h = d \sin \alpha / \sin \beta = d/n$.

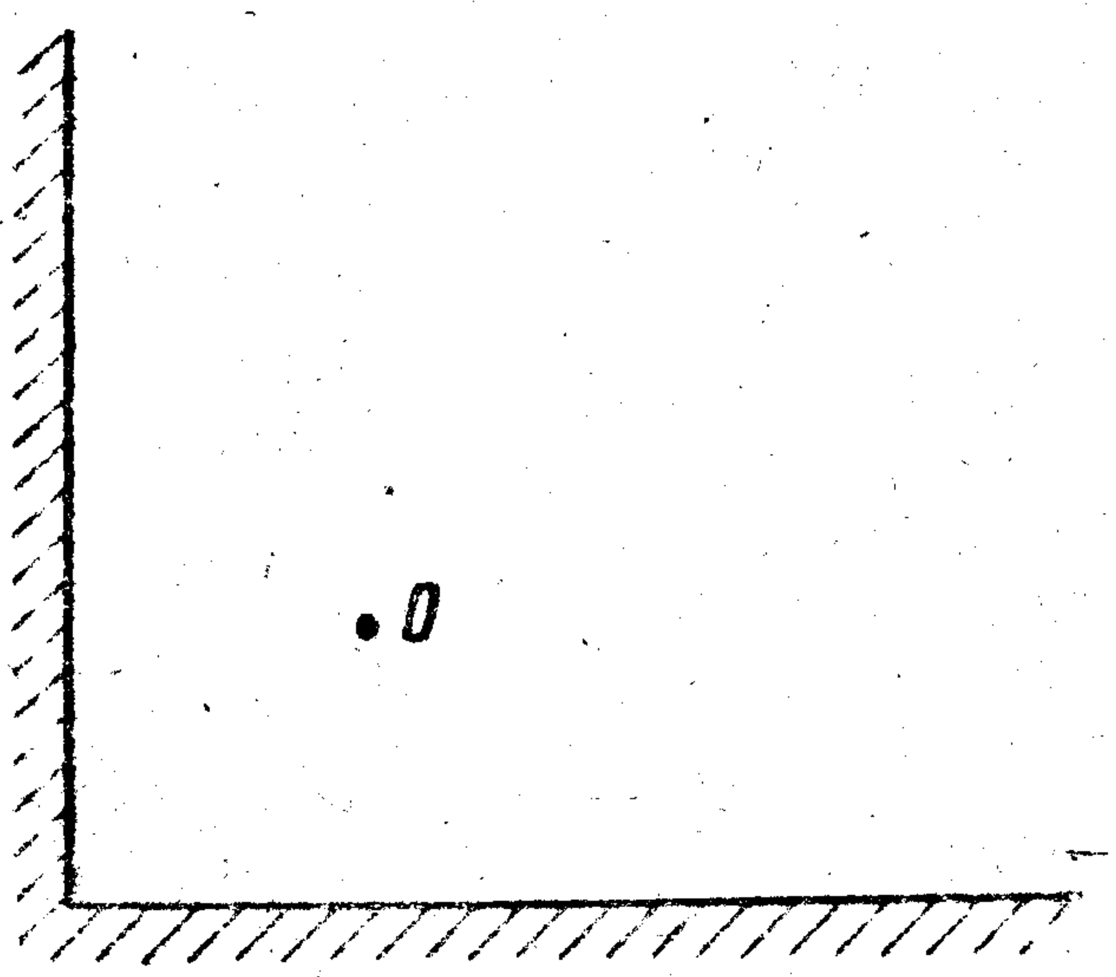


Рис. 138. К условию задачи 11.1

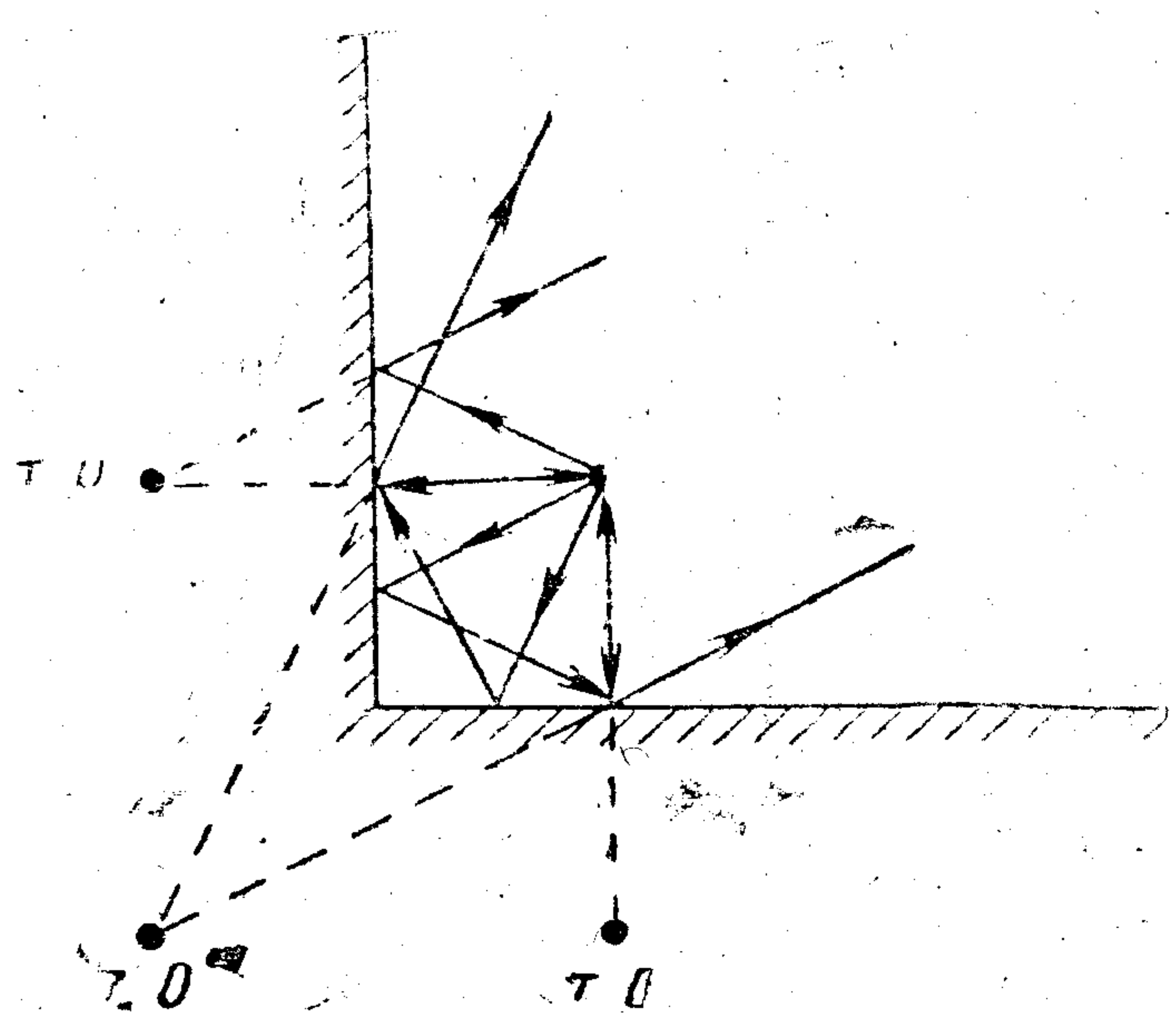


Рис. 139. К решению задачи 11.1

В результате $h = \frac{7,5}{1,5}$см = 5 см.

* *11.3.* Лупа, ограниченная сферическими поверхностями радиусами $R_1=5,9$ см и $R_2=8,2$ см, «отодвигает» рассматриваемый предмет на $l=2$ см. Во сколько раз она его увеличивает? Показатель преломления стекла линзы $n=1,6$.

Решение. Определим фокусное расстояние лупы

$$1/F = (n-1)(1/R_1 + 1/R_2),$$

или

$$F=\frac{R_1R_2}{(n-1)(R_1+R_2)} = 5,7 \text{ см}.$$

Согласно формуле линзы $1/F = 1/d - 1/f$.

Откуда, учитывая $f = d + l$, находим $F = d(d + l)/l$ или $d^2 + dl - Fl = 0$.

После расчетов имеем $d = 2,5$ см и $f = 4,5$ см, а, следовательно $k = f/d = 1,8$.

11.4. Человек смотрит на себя в зеркало, верхний край которого расположен на уровне его темени. Какова должна быть минимальная высота зеркала, чтобы человек видел себя во весь рост, равный $L=180$ см?

11.5. Плоское зеркало вращается вокруг горизонтальной оси, лежащей в плоскости зеркала. Луч света падает на зеркало под углом α к нормали к плоскости зеркала и оси вращения. Падающий луч и нормаль находятся в плоскости, перпендикулярной оси вращения. На какой угол повернется отраженный луч, если зеркало повернется на угол β.

11.6. Плоское зеркало равномерно вращается вокруг оси, лежащей в плоскости зеркала. Вокруг той же оси, в ту же сторону, что и зеркало вращается некоторый предмет. Угловая скорость вращения предмета вдвое больше скорости вращения зеркала. Как движется изображение предмета в зеркале?

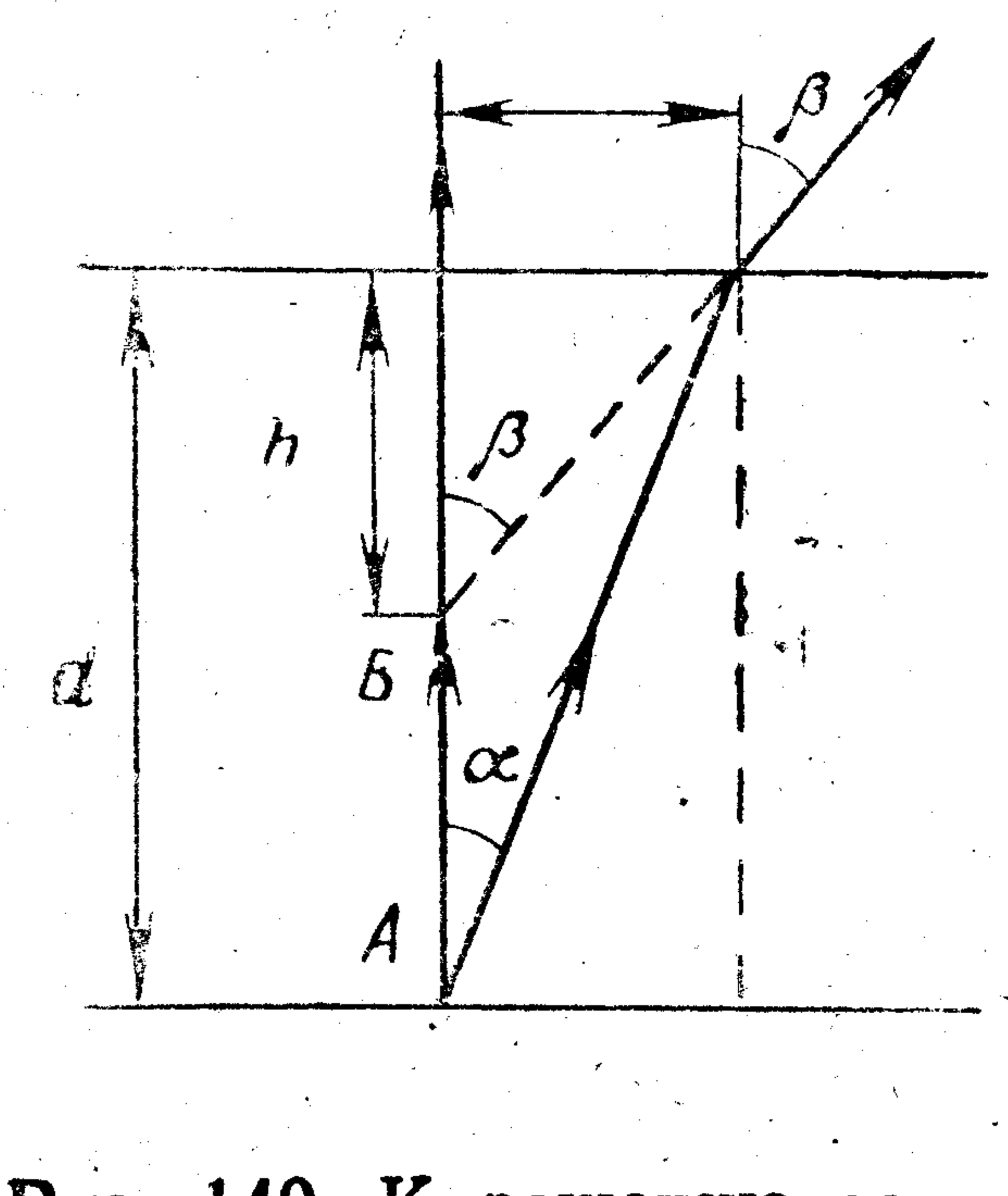


Рис. 140. К решению задачи 11.2

11.7. Плоское зеркало со столом образует двугранный угол $\alpha=30°$. На столе, на расстоянии $l=20$ см от ребра двугранного угла лежит маленький предмет. Определить расстояние x между предметом и его изображением.

11.8. Человек, стоящий перед плоским зеркалом, висящим на стене, отошел от него на расстояние $l=1$ м. На сколько изменится расстояние между человеком и его изображением?

* *11.9.* Увидит ли человек свое изображение в ситуации, показанной на рис. 141.

11.10. Луч, направленный горизонтально, падает на вертикальный экран. Когда на пути луча поместили небольшое зеркало, то светлое пятно на экране сместилось вверх на расстояние, равное расстоянию от зеркала до экрана. Найти угол падения луча на зеркало.

* *11.11.* На главной оптической оси вогнутого сферического зеркала расположена светящаяся точка на расстоянии $1{,}5F$ от зеркала. Определить положение изображения точки. Решение сопроводить чертежом.

* *11.12.* Предмет находится на расстоянии $d=0{,}5$ м от сферического вогнутого зеркала. Зеркало дает действительное изображение предмета с уменьшением $k=4$. Найти радиус кривизны R зеркала. Решение сопроводить чертежом. Постройте изображение предмета при замене вогнутого зеркала на выпуклое сферическое зеркало, затем на плоское зеркало.

* *11.13.* Вогнутое сферическое зеркало с радиусом кривизны $R=1$ м дает мнимое изображение предмета, расположенное на расстоянии $f=4$ м от зеркала. Определить расстояние предмета от зеркала.

* *11.14.* Радиус вогнутого сферического зеркала $R=0{,}4$ м. На главной оптической оси этого зеркала расположен точечный источник света S на расстоянии $d=0{,}3$ м от зеркала. На каком расстоянии от вогнутого зеркала надо поставить плоское зеркало, чтобы лучи, отраженные вогнутым, а затем плоским зеркалом, вернулись в точку S?

* *11.15.* Выпуклое сферическое зеркало с фокусным расстоянием $F=0{,}3$ м дает мнимое изображение предмета с уменьшением $k=0{,}5$. На каком расстоянии d от

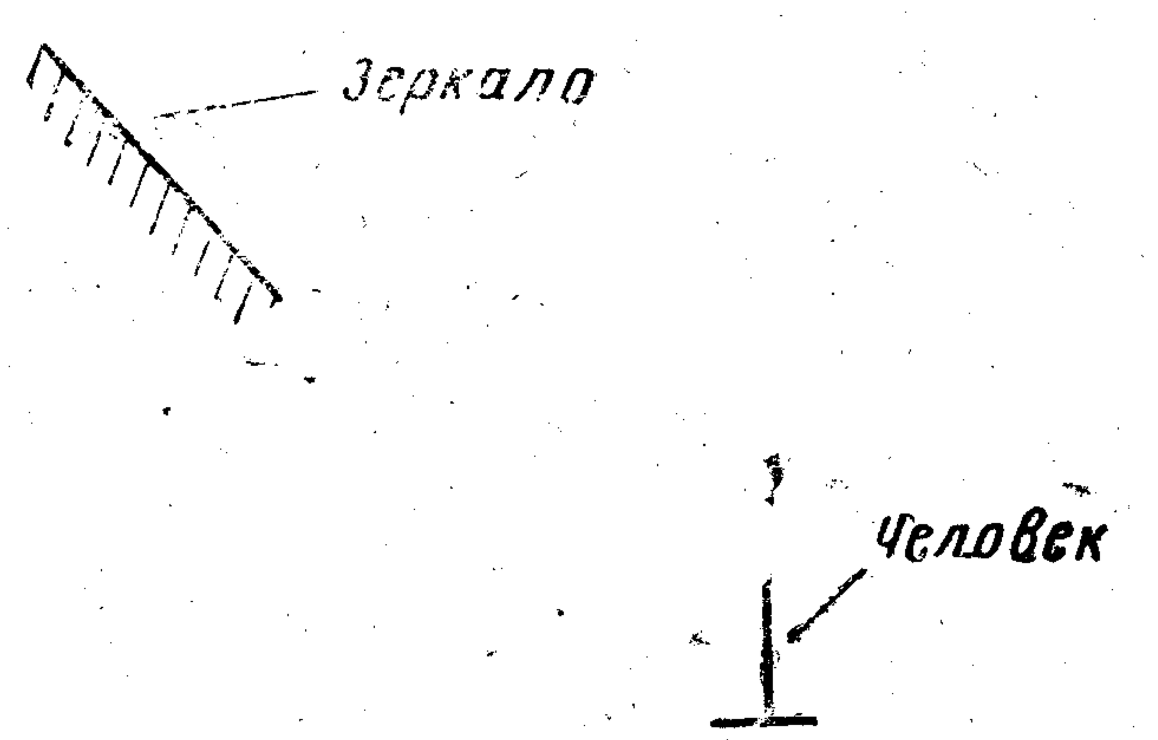


Рис. 141. К условию задачи 11.9

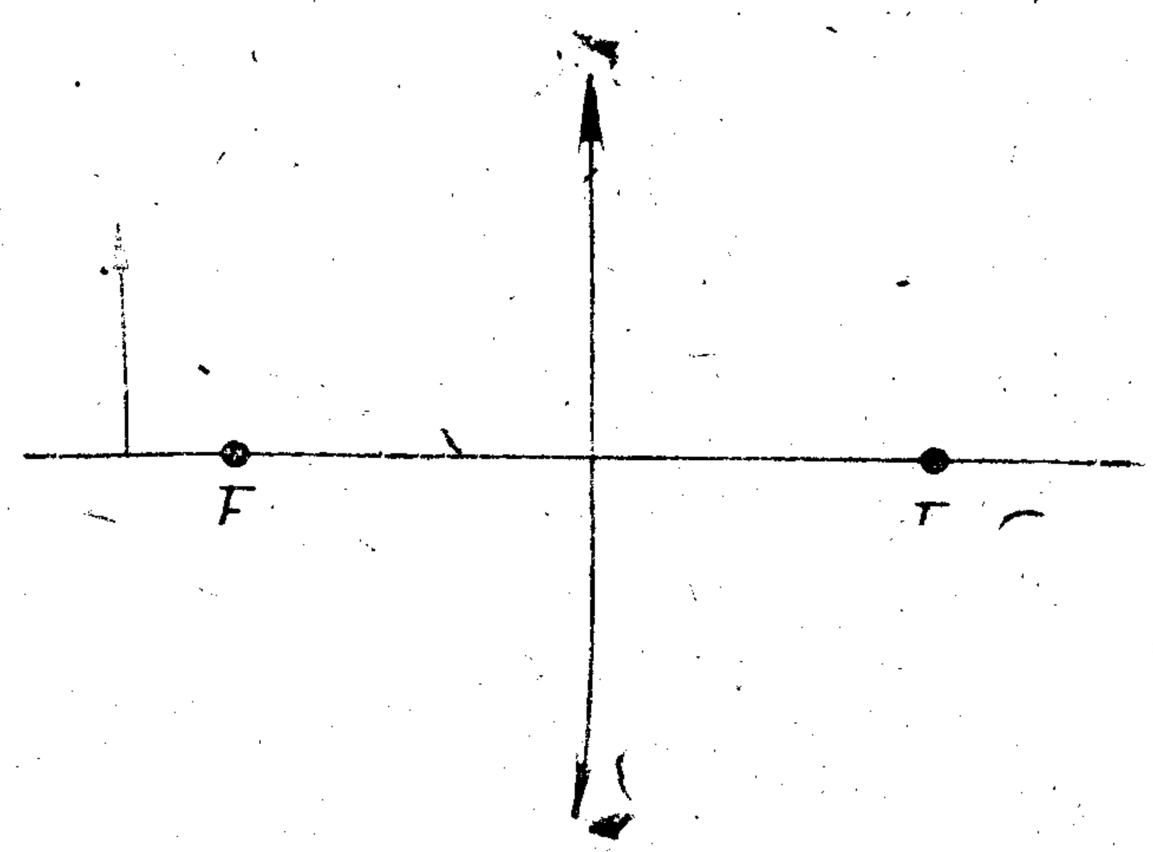


Рис. 142. К условию задачи 11.16

зеркала находится предмет? Решение сопроводить чертежом.

11.16. Построить изображение предмета в собирающей линзе (рис. 142). Что произойдет, если половину линзы закрыть непроницаемым экраном?

11.17. Построить изображение точки S (рис. 143).

11.18. На главной оптической оси собирающей линзы между фокусом и линзой расположен светящийся предмет. Определить построением положение изображения этой точки. Расположение главных фокусов линзы задано (рис. 144).

11.19. На собирающую линзу падает световой луч не параллельный главной оптической оси. Определить построением ход луча после линзы. Положение главных фокусов задано (рис. 145).

* *11.20.* Построить направление луча AA_1 после его прохождения сквозь собирающую линзу. Известен ход некоторого другого луча в этой линзе (луч $ББ_1Б_2$ на рис. 146)

11.21. Построить изображение предмета (рис. 147).

11.22. Определить построением положение главных фокусов собирающей (рис. 148, *а*) и рассеивающей (рис. 148, *б*) линз.

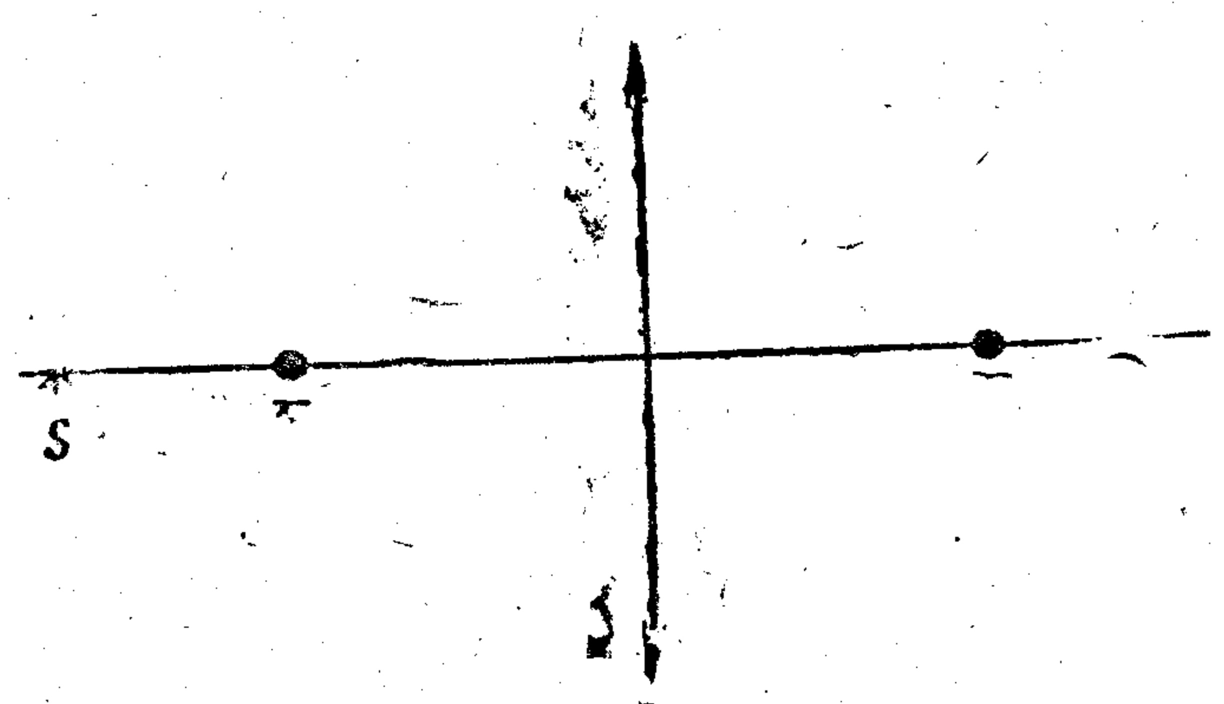


Рис. 143. К условию задачи 11.17

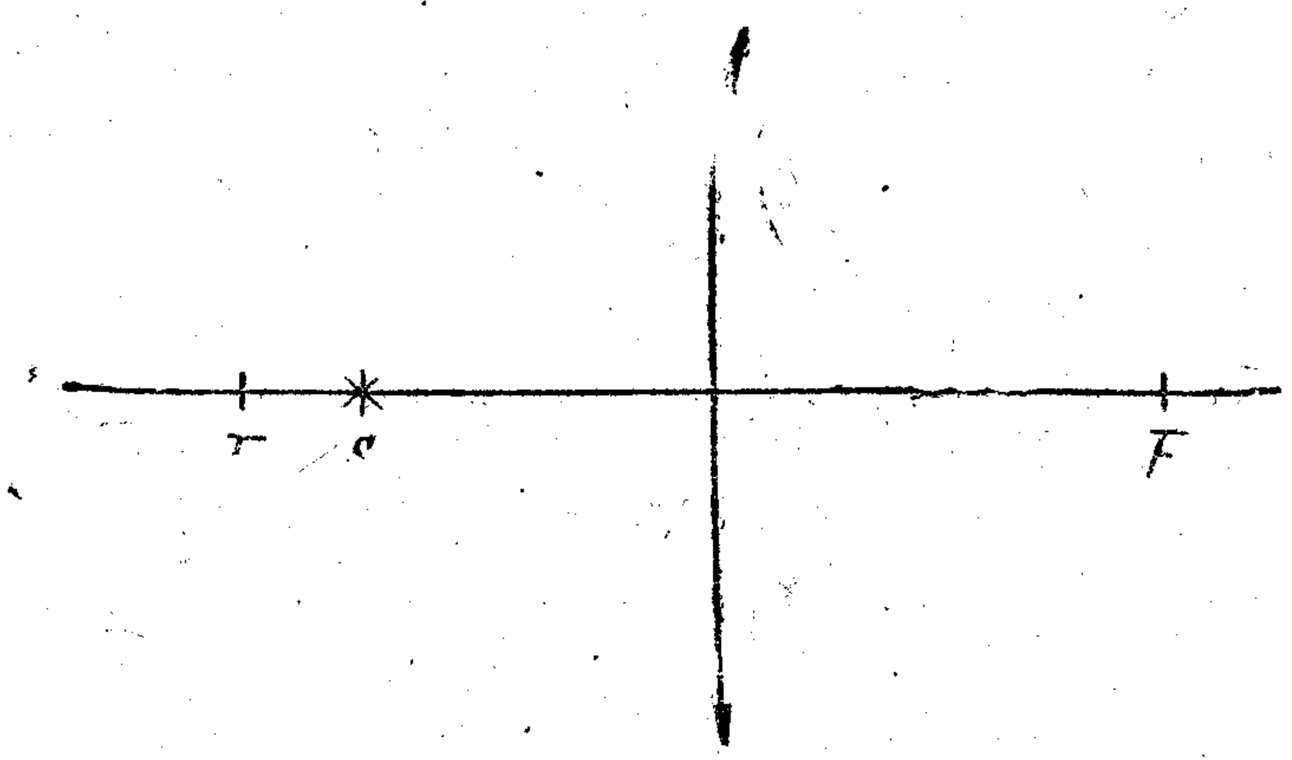


Рис. 144. К условию задачи 11.18

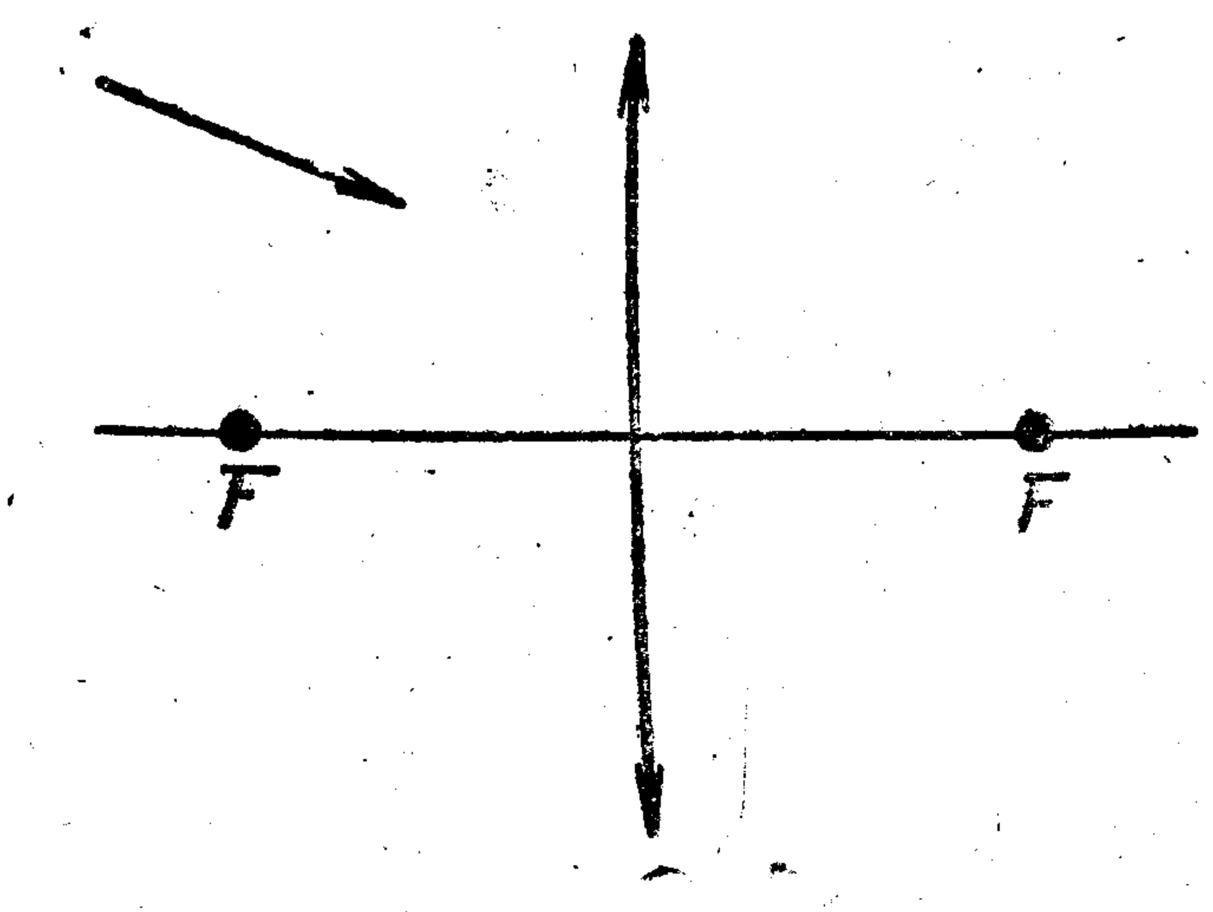


Рис. 145. К условию задачи 11.19

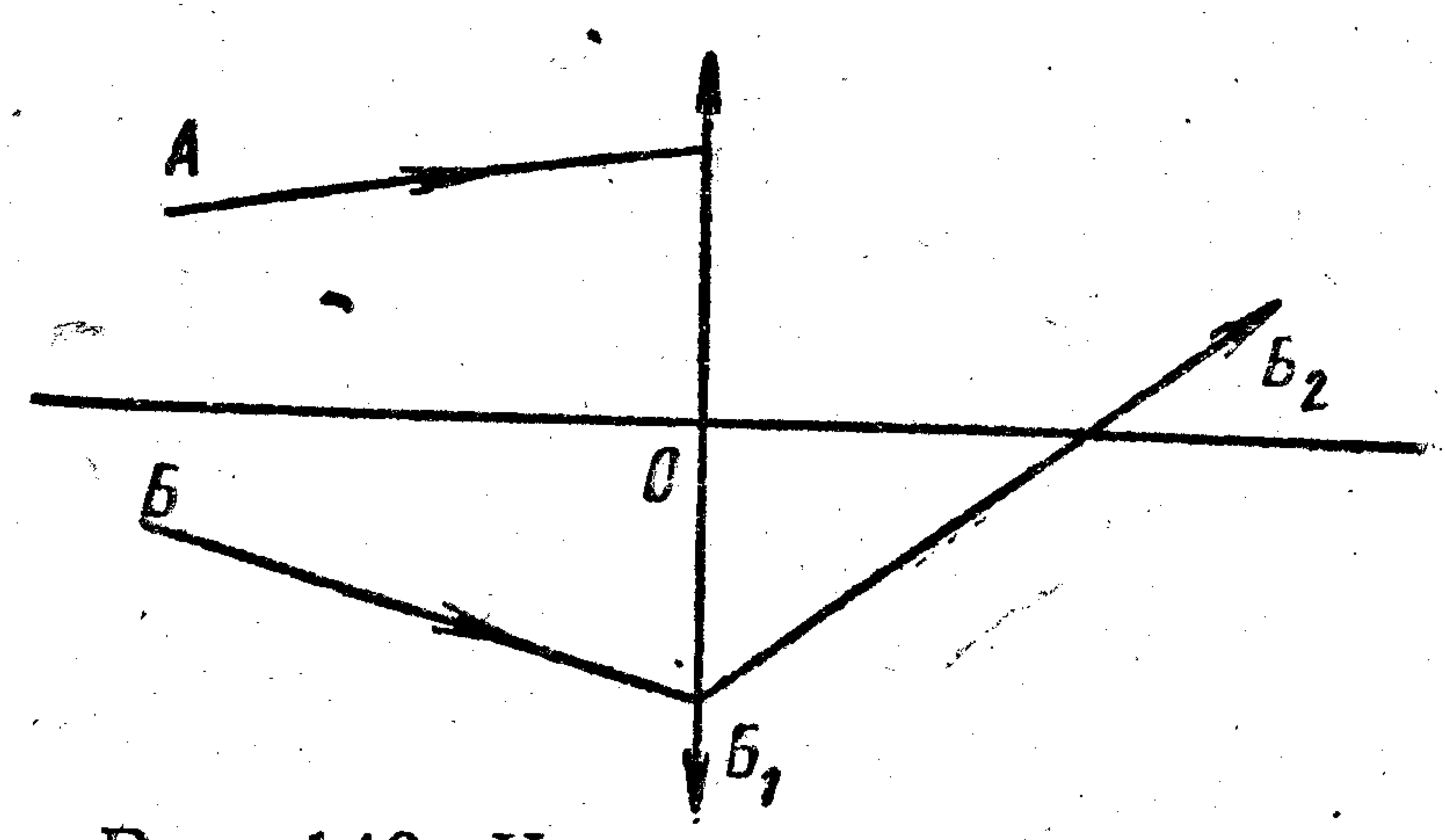


Рис. 146. К условию задачи 11.20

11.23. На рассеивающую линзу падает световой луч не параллельный главной оптической оси. Определить построением ход луча после линзы. Положение главных фокусов задано (рис. 149).

* *11.24.* Светящаяся точка *A* расположена перед рассеивающей линзой (рис. 150), положение оптического центра O которой известно. Известен ход одного из лучей *ABC*. Построить ход другого луча *АД*.

11.25. На сколько необходимо изменить расстояние между объективом фотоаппарата и фотопластинкой при переходе от съемки очень удаленных предметов к съемкам объекта, расположенного на расстоянии *d* от объектива? Главное фокусное расстояние объекта *F*.

11.26. Предмет расположен в фокальной плоскости рассеивающей линзы. Во сколько раз линза уменьшает размеры предмета?

11.27. Определить увеличение диапозитива *k* с помощью проекционного фонаря с фокусным расстоянием объектива *F*, если экран удален от объектива на расстояние *f*.

* *11.28.* На рассеивающую линзу падает сходящийся пучок лучей. После прохождения через линзу лучи пе-

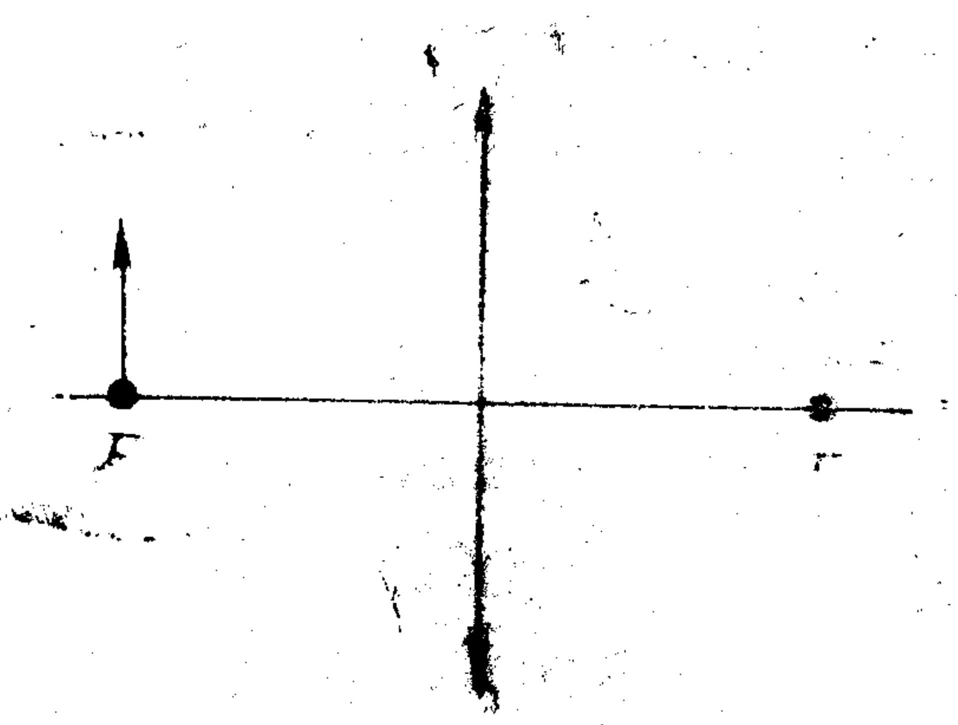


Рис. 147. К условию задачи 11.21

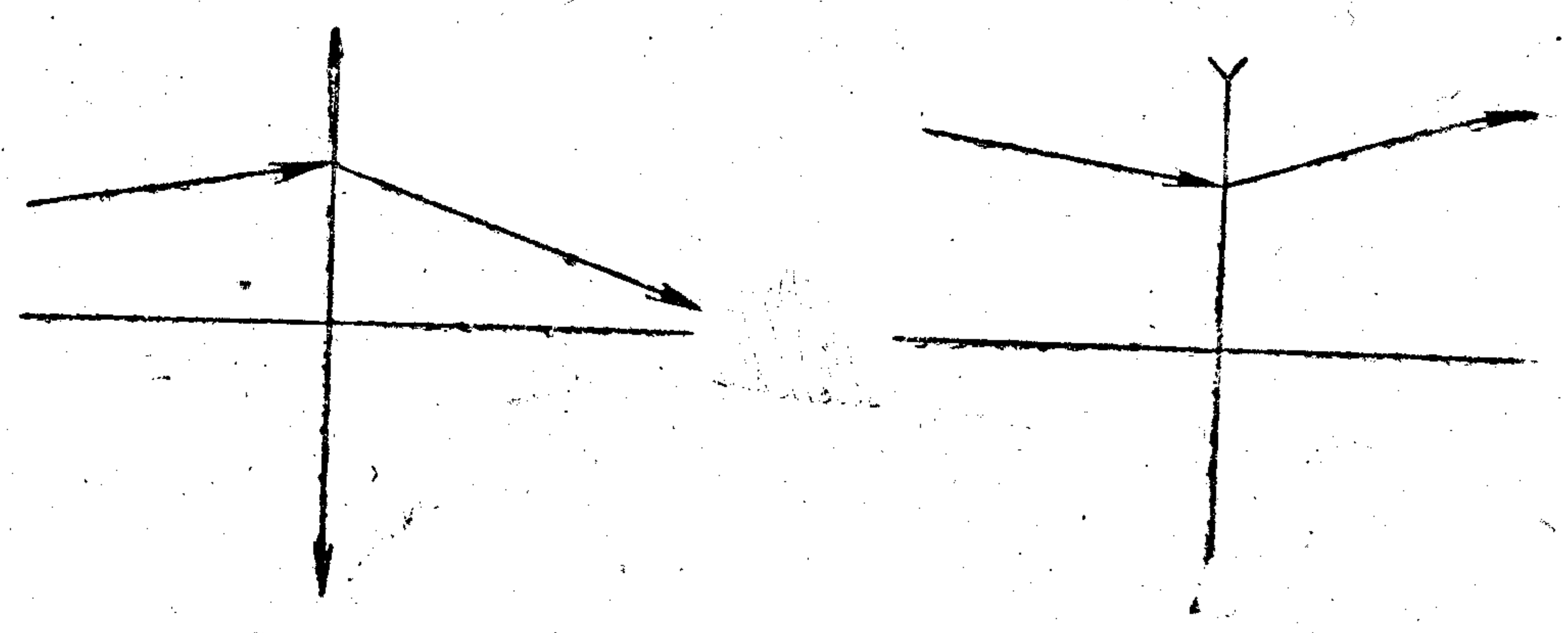


Рис. 148. К условию задачи 11.22

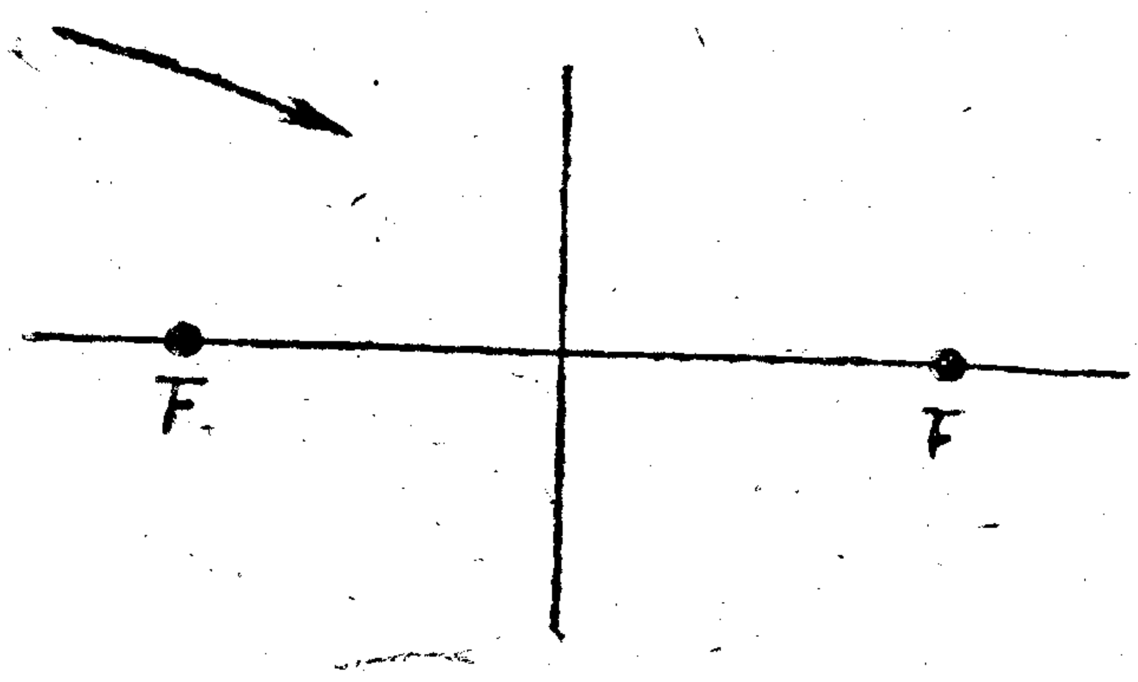


Рис. 149. К условию задачи 11.23

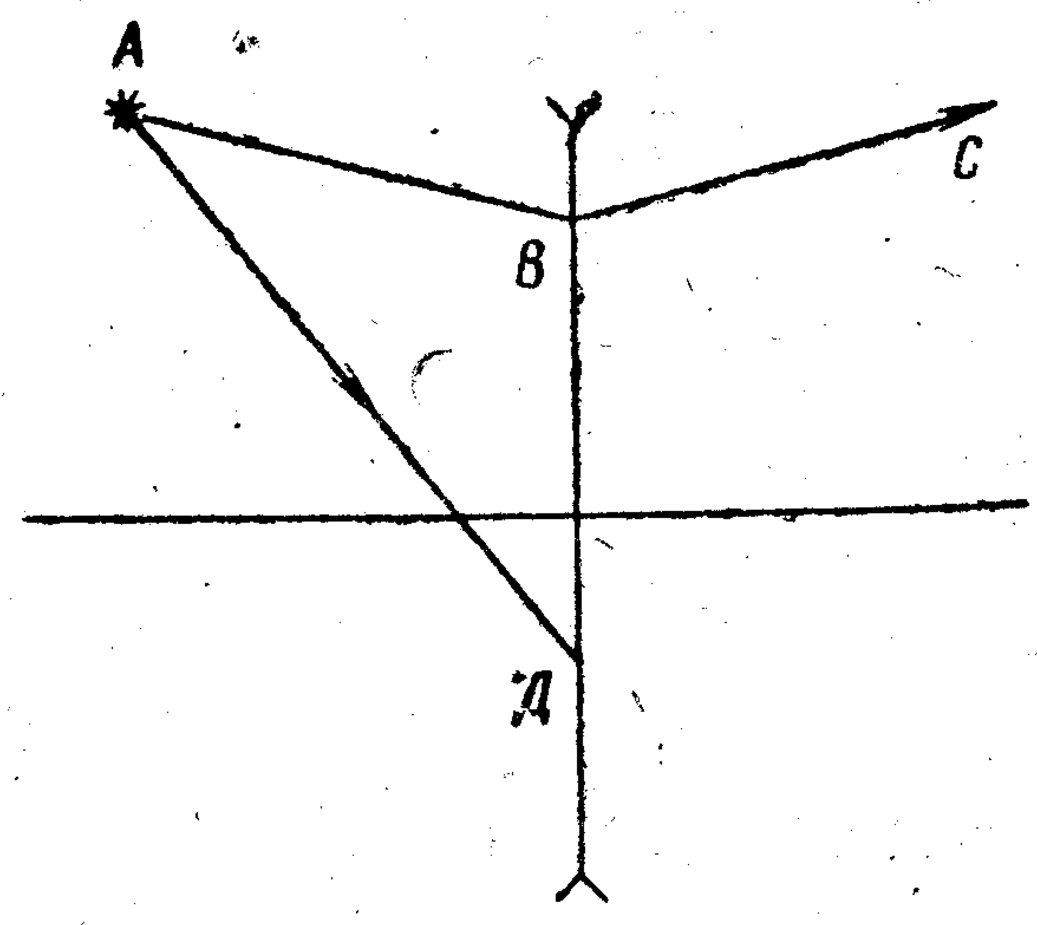


Рис. 150. К условию задачи 11.24

ресекаются в точке, лежащей на главной оптической оси на расстоянии $a=15$ см от линзы. Если линзу убрать, то точка пересечения лучей приблизится на $l=5$ см к линзе. Определить оптическую силу линзы.

* *11.29.* Цилиндрический пучок лучей падает на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси, имея диаметр $D=5$ см. Пройдя через линзу, пучок дает на экране пятно диаметром $D_1=7$ см. Каков будет диаметр светлого пятна D_2, если рассеивающую линзу заменить собирающей с тем же фокусным расстоянием?

* *11.30.* Расстояние от предмета до экрана $l=105$ см. Тонкая линза, помещенная между ними, дает на экране увеличенное изображение предмета. Если линзу переместить на $x=32$ см, то на экране появляется уменьшенное изображение. Найти фокусное расстояние F линзы.

11.31. Стеклянная линза имеет в воздухе оптическую силу D. Найти фокусное расстояние F этой же линзы, погруженной в воду. Показатель преломления стекла и воды соответственно $n_с$ и $n_в$.

* *11.32.* Точечный источник света расположен на расстоянии $d_1=2$ м от собирающей линзы. Вплотную к линзе приложили насадочную линзу с оптической силой $D=5$ диоптрий. На каком расстоянии от линзы необходимо поместить источник, чтобы положение изображения не изменилось?

* *11.33.* Две тонкие одинаковые собирающие линзы с общей главной оптической осью и фокусным расстоянием $F=10$ см расположены на расстоянии $a=35$ см. Предмет находится на расстоянии $d=30$ см от первой линзы. Найти положение изображений относительно линз и линейное увеличение системы.

11.34. Фотоаппарат, имеющий объектив с главным фокусным расстоянием $F=5$ см, заряжен фотопленкой с размером кадра 3×4 см^2. Требуется фотографировать чертеж, имеющий размеры 30×30 см^2. На каком расстоянии от объектива следует поместить чертеж? Найти линейное уменьшение чертежа на фотопленке.

11.35. Найти оптичскую силу очков, ликвидирующих недостаток глаз дальнозоркого человека с расстоянием наилучшего зрения $l=1$ м (расстояние наилучшего зрения нормального глаза $d=0{,}25$ м).

11.36. Солнечный луч падает на окно с двойными стеклами под углом $\beta=60°$ к поверхности. Считая показатель преломления стекла $n=1{,}5$, рассчитать угол преломления луча в первом и втором стекле. С чем связана неточность в определении угла преломления?

11.37. Луч света падает на стеклянную пластинку с параллельными гранями толщиной $d=5$ см и показателем преломления $n=1{,}5$. Определить величину смещения луча, вышедшего из пластины. Угол падения $\alpha=30°$.

* *11.38.* Банка лежит в воде (показатель преломления $n=1{,}33$) на глубине $H=1$ м. Будем смотреть на нее сверху по вертикали. На какой глубине мы увидим банку?

11.39. Найти преломляющий угол α призмы из стекла с показателем преломления $n=1{,}6$, если луч, падающий нормально на одну из ее граней, выходит вдоль другой.

11.40. Как относятся показатели преломления двух жидкостей со слоями толщиной $d_1=1{,}2$ см и $d_2=1$ см, если время распространения луча в них одинаково?

* *11.41.* Часть столба, вбитого в реку, возвышается над водой $h_1=1{,}5$ м. Определить длину тени столба на поверхности и на дне реки, если высота солнца над горизонтом $\alpha=40°$, а глубина реки $h_2=3$ м.

* *11.42.* Пучок параллельных лучей света шириной $b=10$ см из стеклянной пластины выходит в воздух через ее плоскую грань. Определить ширину пучка d в воздухе, если угол падения лучей на границу стекло — воздух $\alpha=30°$, а показатель преломления стекла $n=1{,}5$.

* *11.43.* На шар радиусом R, изготовленный из материала с меньшим показателем преломления n_2, чем по-

казатель преломления n_1 окружающей среды, падает пучок параллельных лучей. Определить радиус светового пучка r, который может проникнуть в шар.

11.44. На дне озера, имеющего глубину $H=4$ м, находится точечный источник света. Найти минимальный радиус пенопластового диска, плавающего на поверхности воды над источником, чтобы при аэросъемках нельзя было обнаружить этот источник света. Показатель преломления воды $n=1{,}33$.

* *11.45.* При контактном способе печатания фотографии лампа располагалась на расстоянии $r_1=60$ см от снимка, а экспозиция длилась $t_1=16$ с. Найти время экспозиции t_2, если заменить лампу с силой света I_1 на другую с силой света I_2, втрое меньшей, и поместить ее на расстоянии $r_2 = 45$ см от снимка.

11.46. Рассчитайте минимальную толщину пленки (показатель преломления $n = 1{,}3$), покрывающей оптические стекла, с целью устранения отражения зеленого света с длиной волны $\lambda = 520$ нм (просветление оптики).

* *11.47.* На прозрачную плоскопараллельную тонкую пластинку толщиной d под углом α к поверхности пластины падает плоская световая волна с длиной λ. Получите условие максимума при интерференции лучей, отразившихся от верхней и нижней поверхности пластины. Показатель преломления равен n.

11.48. Найти число штрихов N, приходящихся на единицу длины дифракционной решетки, если зеленая линия ртути ($\lambda=546{,}1$ нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi=19°8'$.

11.49. Определить наибольший порядок k спектра для линии излучения с $\lambda=589$ нм, если постоянная дифракционной решетки $d=2$ мкм.

* *11.50.* Определить угол полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого $n=1{,}6$.

11.51. Энергия фотона равна кинетической энергии электрона, имевшего начальную скорость $v_0=10^6$ м/с и ускоренного разностью потенциалов $U=4$ В. Найти длину волны фотона.

11.52. Определить наибольшую длину волны света, при которой может происходить фотоэффект для цезия. Работа выхода электронов из цезия $A=2$ эВ.

11.53. Определить работу выхода электронов из катода фотоэлемента A, если известно, что кинетическая энергия фотоэлектронов $E=5\cdot10^{-19}$ Дж, а энергия кванта света, вырвавшего фотоэлектрон, на 50 % больше работы выхода электронов из металла.

* *11.54.* При какой разности потенциалов между электродами прекратится электрический ток электронов, если катод освещается излучением с длиной волны $\lambda=0{,}4$ мкм? Работа выхода электронов из катода $A=3{,}2\cdot10^{-19}$ Дж. Определить полярность приложенной к электродам разности потенциалов.

11.2. Строение вещества (теория изложена в § 3.3—3.7)

11.55. Определить при какой скорости масса электрона в $k=3$ раза больше массы покоящегося электрона.

Решение. Релятивистская масса электрона

$$m = m_0/\sqrt{1-(v/c)^2},$$

где m_0 — масса покоя электрона; v — скорость электрона; $c=3\cdot10^8$ м/с — скорость света. По условию $m = km_0$.

Следовательно,

$$km_0 = m_0/\sqrt{1-(v/c)^2},$$

$$v^2/c^2 = 1-1/k, \text{ или } v = c\sqrt{\frac{k-1}{k}} = 2{,}45\cdot10^8 \text{ м/с}.$$

11.56. При переходе электрона в атоме водорода с четвертой стационарной орбиты на вторую излучается зеленая линия спектра. Определить длину волны этой линии.

Решение. Воспользуемся формулой для определения длины волны света λ, излучаемого атомом водорода при переходе электрона из одной орбиты на другую:

$$1/\lambda = R(1/n^2_1 - 1/n^2_2),$$

где $R=1{,}097\cdot10^7$ м$^{-1}$ — постоянная Ридберга; n_1 — номер орбиты, на которую переходит электрон, n_2 — номер орбиты, с которой переходит электрон.

В нашей задаче $n_1=2$, $n_2=4$. Следовательно,

$$\lambda = \frac{1}{R(1/n^2_1 - 1/n^2_2)} = \frac{1}{1{,}097\cdot10^7(1/4-1/16)} = 4{,}86\cdot10^{-7} \text{ м}.$$

11.57. Определить неизвестный элемент, образующийся при бомбардировке ядер изотопов алюминия $^{27}_{13}Al$ α-частицами, если известно, что один из продуктов реакции нейтрон.

Решение. Запишем ядерную реакцию:

$$^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n.$$

По закону сохранения массовых чисел: $27+4=A+1$. Отсюда массовое число неизвестного элемента $A=30$. Аналогично по закону сохранения зарядов $13+2=Z+0$ и $Z=15$.

Из таблицы Менделеева находим, что это изотоп фосфора $^{30}_{15}P$.

11.58. Определить на сколько увеличится масса электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U=900$ В.

11.59. Солнце ежесекундно излучает энергию равную $E=3{,}6\cdot10^{26}$ Дж. На сколько уменьшается масса Солнца за сутки в результате излучения энергии?

* *11.60.* Лазер мощностью $P=10$ Вт испускает $n=10^{20}$ фотонов в секунду. Определить длину волны излучения λ и массу фотона m.

11.61. При переходе электрона с некоторой орбиты n_2 на вторую $(n_1=2)$ атом водорода испускает свет с длиной волны $\lambda=4{,}34\cdot10^{-7}$ м. Найти номер неизвестной орбиты.

11.62. Найти дефект массы ядра изотопа лития $^{7}_{3}Li$. Масса ядра лития $m=11{,}6505\cdot10^{-27}$ кг, масса протона $m_p=1{,}67265\cdot10^{-27}$ кг, масса нейтрона $m_n=1{,}67495\cdot10^{-27}$ кг.

11.63. Найти энергию связи ядра изотопа $^{20}_{10}Ne$. Масса ядра изотопа $m=33{,}1988\cdot10^{-27}$ кг. Массы протона и нейтрона смотри в условии задачи 11.62.

11.64. Чем отличаются ядра изотопов хлора $^{35}_{17}Cl$ и $^{37}_{17}Cl$?

* *11.65.* Написать реакцию β — распада изотопа тория $^{234}_{90}Th$.

11.66. $^{145}_{56}Ba$ — один из осколков, образующихся при делении урана $^{235}_{92}U$. Найти другой осколок, если при делении испускается еще три нейтрона.

ОТВЕТЫ

Числовые значения ответов совпадают с истинными в пределах приведенных значащих цифр, последняя из которых получена округлением. Нули, следующие за значащими цифрами, не указаны. Ускорение свободного падения взято равным $g = 9{,}81$ м/с^2. При округлении g до 10 м/с^2 ответы могут отличаться на несколько процентов.

МЕХАНИКА

7.5. $S = S_1 + 2\pi R \cdot 1/4 + S_2 = 13{,}6$ км;

$r = \sqrt{(S_1 + R)^2 + (S_2 + R)^2} = 10{,}8$ км.

7.6. $v_0 = b = 6$ м/с, $v = x'_t = b + 2ct = 10$ м/с;
$a = 2c = 2$ м/с^2.

7.7. $v_{ср} = 2v_1v_2/(v_1 + v_2)$.

7.8. $v_{ср} = (v_1 + v_2)/2$.

7.9. $v_1 = v_c \cdot (1 + k)/2 = 15$ м/с; $v_2 = v_c \cdot (1 + k)/(2k) = 10$ м/с.

7.10. $l = (v_1 + v_2)t = 75$ м.

7.11. $v_м = l/t + \sqrt{(l/t)^2 + (v^2)} = 25{,}2$ км/ч.

7.12. $v_к = v_п \operatorname{tg} \alpha = 17{,}3$ м/с.

7.13. $\Delta t = (2l/v) \dfrac{v^2_в}{v^2 - v^2_в} = 25{,}1$ с.

7.14.

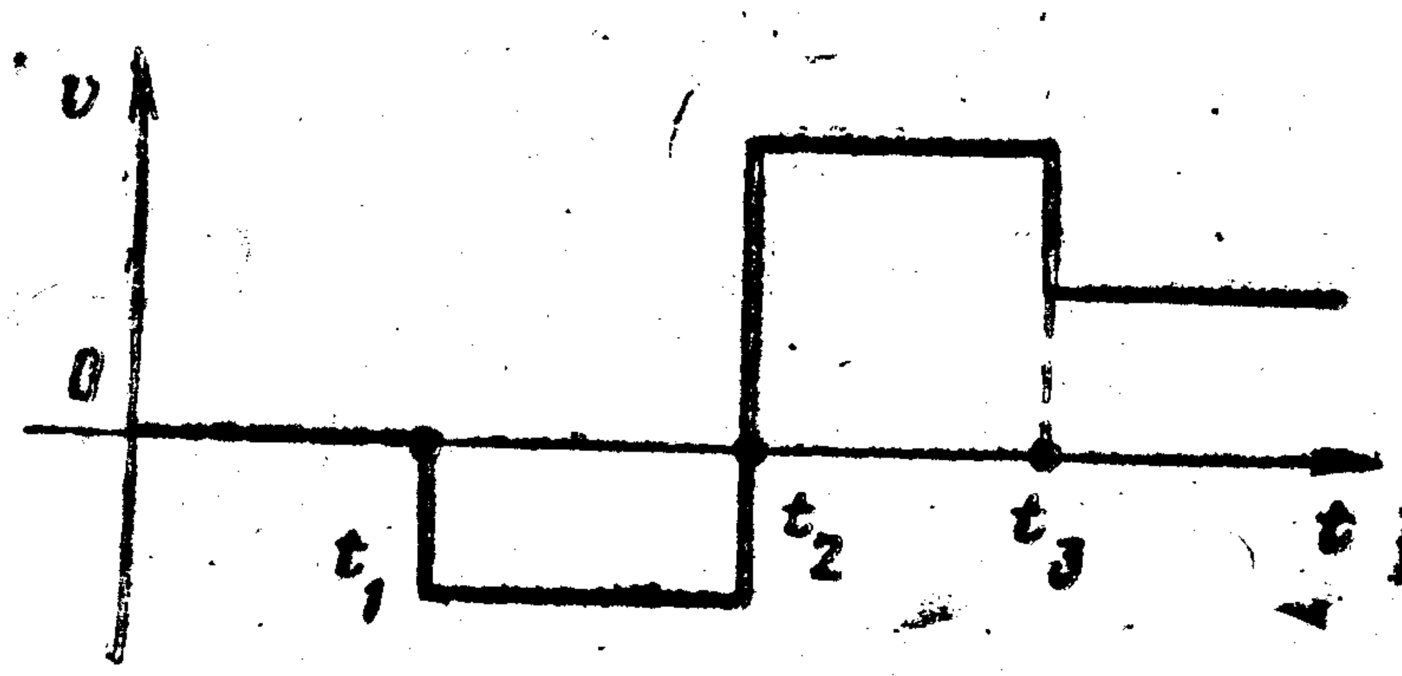


Рис. 151. К решению задачи 7.14

7.15.

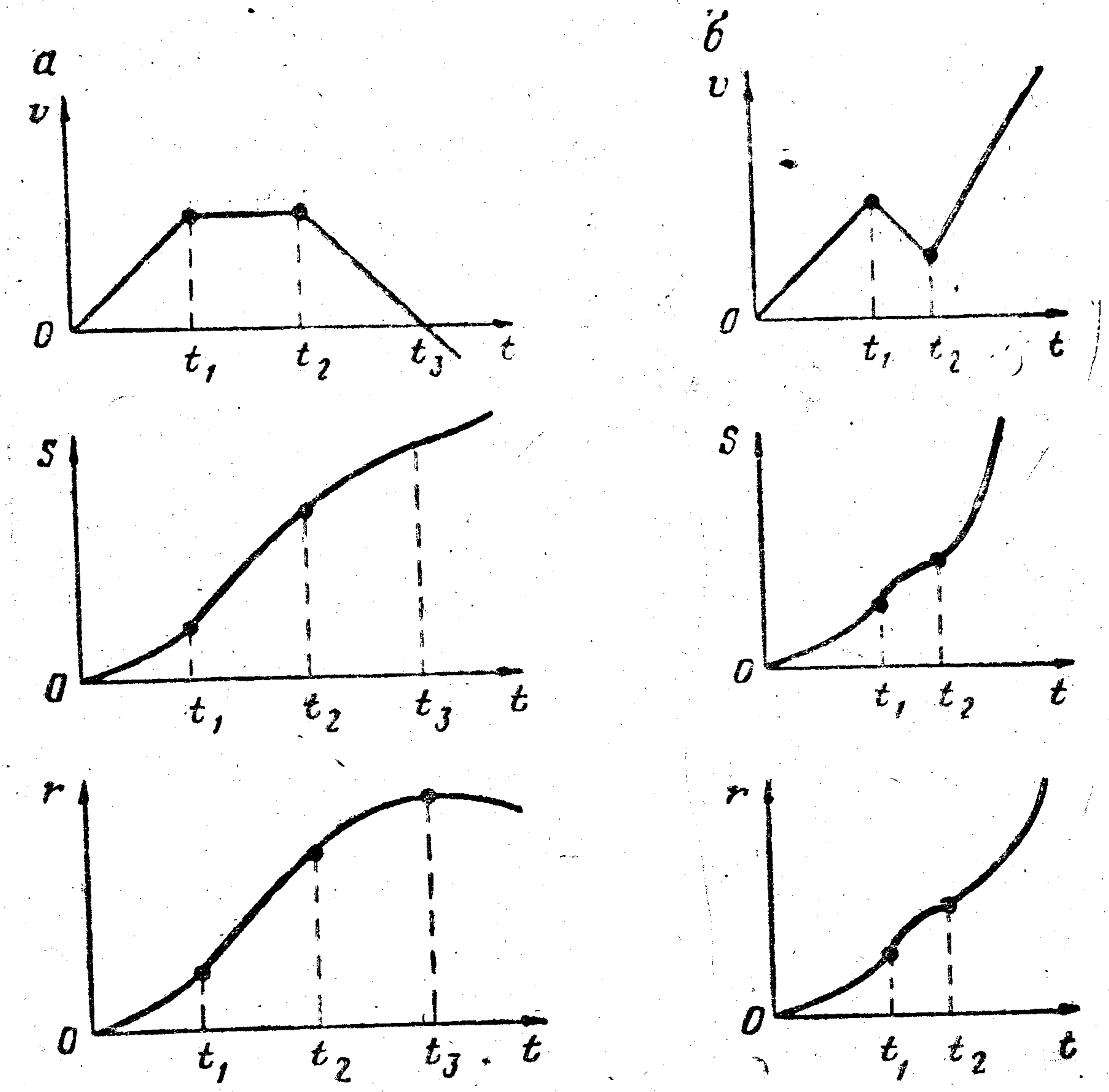


Рис. 152. К решению задачи 7.15

7.16. $t = \frac{v_2 - v_1}{a_1}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2a_1 l}{(v_2 - v_1)^2}}\right] = 10$ с.

7.17. $l = v_0 t/2 = 225$ м.

7.18. а) путь пройденный телом, равен площади фигуры под графиком скорости от времени (рис. 153).

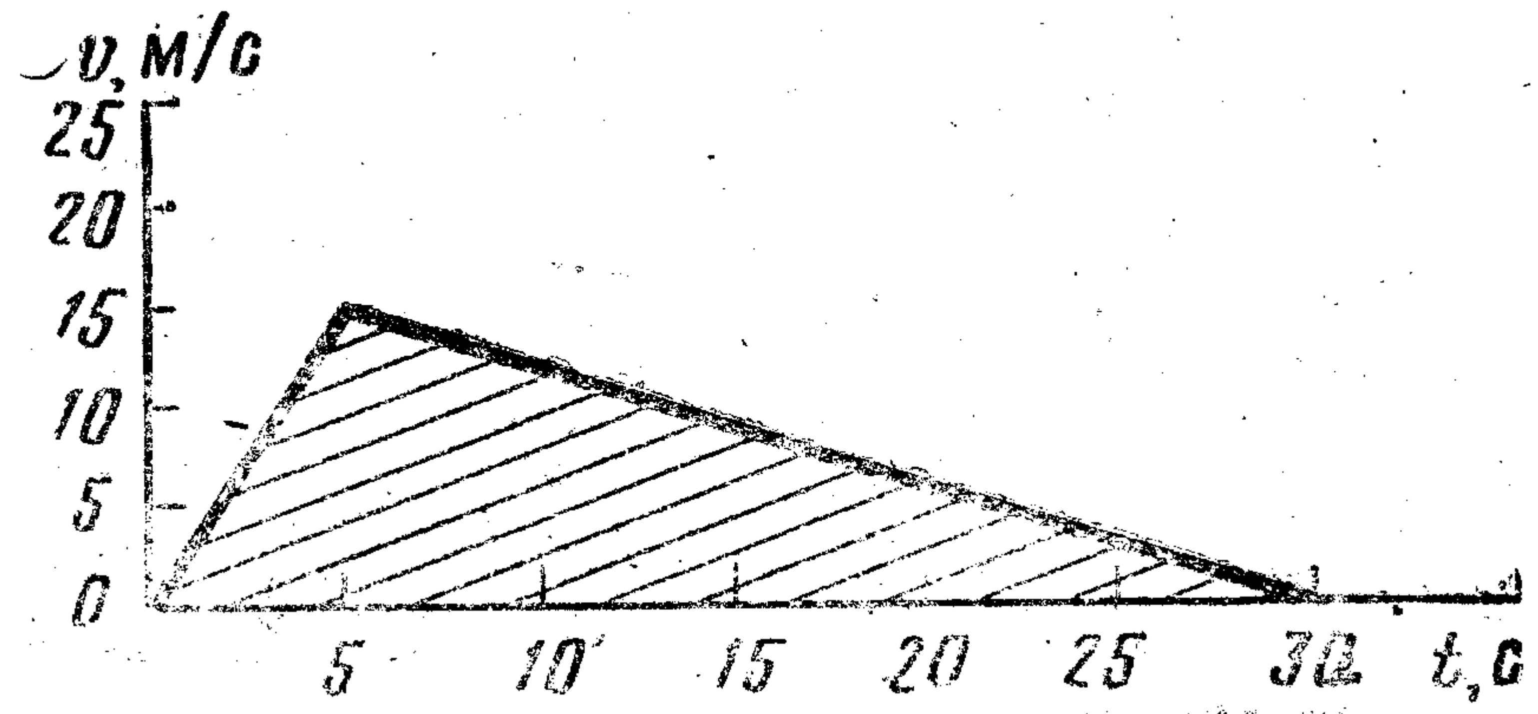


Рис. 153. К решению задачи 7.18

Следовательно, вычислив площадь треугольника, определим путь $S = (v/a + t)v/2 = 225$ м.

б) $S = S_1 + S_2 = v^2/2a + [vt - (v/t)(t^2/2)] = v^2/2a + vt/2 = 225$ м.

7.19. $v_к/v_с = \sqrt{2}$;

7.20. $S = g/2 \cdot [(\sqrt{2h/g} - 1)^2 - (\sqrt{2h/g} - 2)^2] = 34{,}3$ м.

7.21. $S = 0{,}33$ м.

7.22. $S_n - S_{n-1} = g \cdot 1\ \text{с}^2 = 9{,}81$ м.

7.23. $S = 40{,}5$ м.

7.24. $v_{\text{ср}} = at/(2-k) = 16{,}4$ м/с.

7.25. $h = g[t_{\text{к}}/2 + h_{\text{к}}/(gt_{\text{к}})]^2/2 = 336{,}3$ м.

7.26. $v_0 = (2h - gt^2)/(2t) = 15$ м/с.

7.27. $h = 80{,}4$ м; $v = 30{,}4$ м/с.

7.28. $h = [(k^2-1)/k^2]\,(v^2_0/2g)$.

7.29. $v_0 = [(h_2 - h_1)/(2h_1)]\sqrt{2gh_1}$.

7.30. $h = gt^2/8 = 4{,}9$ м.

7.31. $l = h/2 = 10$ м.

7.32. $h = l[\operatorname{tg}\alpha - gl/2v^2_0\cos^2\alpha] = 7{,}93$ м;

$$v = \sqrt{v^2_0 + \frac{g^2l^2}{v^2_0\cos^2\alpha} - 2gl\operatorname{tg}\alpha} = 14{,}6 \text{ м/с}.$$

7.33. $v = l\sqrt{\dfrac{g}{2h}} = 22{,}2$ м/с.

7.34. $v_0 = \dfrac{gt}{\sqrt{k^2-1}} = 6{,}94$ м/с.

7.35. $v_0 = \dfrac{\sqrt{8gh + g^2t^2}}{2\sin\alpha} = 99{,}3$ м/с; $l = \dfrac{8h + gt^2}{2\operatorname{tg}\alpha} = 866$ м.

7.36. $\vec{v}_{\text{г}} = -\vec{v}_{\text{в}}$

7.37. $H = \dfrac{2v}{g}(v_1\cos\alpha - v)\operatorname{tg}^2\alpha$.

7.38. $v = \dfrac{2\pi}{T}R_{\text{з}}\cos\alpha = 233$ м/с; $T = 24$ ч.

7.39. $v_{\text{с}}/v_{\text{м}} = 15$.

7.40. $v = \dfrac{2\pi(R_{\text{з}} + h)}{T} = 462$ м/с; $T = 24$ ч. Направление полета с востока на запад.

7.41. $N = \nu\sqrt{2h/g} = 20$ об.

7.42. а) $a_1/a_2 = 2$; б) $a_1/a_2 = 0{,}5$.

7.43. $R = \dfrac{v_0 l}{v_0 - v} = 1{,}8$ м; $a_п = \dfrac{v_0(v_0 - v)}{l} = 20$ м/с^2.

7.44. $v = \dfrac{4\pi^2\nu^2 l - a}{2\pi\nu} = 3{,}73$ м/с.

7.48. $\dfrac{a_а}{a_к} = \dfrac{F_а M}{F_к m} = 2$.

7.49. $m_1 = m\dfrac{a_2}{a_2 - a_1} = 55$ т; $m_2 = m\dfrac{a_1}{a_2 - a_1} = 50$ т.

7.50. $F = \dfrac{m\sqrt{2gh}}{t} = 4\cdot 10^5$ Н.

7.51. $F = m(g + a) = 33$ Н.

7.52. $F_с = F_т - mv/t = 1{,}5\cdot 10^5$ Н.

7.53. а) $F = mg - \mu F_1 = 166$ Н; б) $F = mg + \mu F_1 = 226$ Н.

7.54. а) $a = \dfrac{F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)}{m} = 3{,}6$ м/с^3; б) $a = \dfrac{F\cos\alpha - \mu(mg + F\sin\alpha)}{m} = 3{,}1$ м/с^2.

7.55. $T = m\sqrt{g^2 + a^2} = 3{,}03$ Н; $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{a}{g} = 1{,}2°$.

7.56. $F_с = m[g - v^2/(2h)] = 1{,}81$ Н.

7.57. $T = T_0 + ma = 2\cdot 10^3$ Н.

7.58. $F_с = m\sqrt{a^2 - g^2} = 5$ Н.

7.59. $\mu = \operatorname{tg}\alpha = 0{,}58$.

7.60. $a = \dfrac{F\cos\alpha + mg\sin\alpha - \mu(mg\cos\alpha - F\sin\alpha)}{m} = 5{,}1$ м/с^2.

7.61. $a = \dfrac{F\cos\alpha - mg - \mu F\sin\alpha}{m} = 3{,}3$ м/с^2.

7.62. $m = 2(M - F/g) = 122$ кг.

7.63. $S = g\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot t^2 = 5$ м; $T = \dfrac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 14{,}4$ Н.

7.64. $a = g\cdot 1/4 = 2{,}45$ м/с^2; $T = mg\cdot 3/4 = 7{,}34$ Н.

7.65. $T_1 = T_2\dfrac{m_1 + m_2}{m_2} = 15$ Н.

7.66. $m_2/m_1 \neq \sin\alpha - \mu\cos\alpha$.

7.67. $x = \dfrac{k_1 R_3}{\sqrt{k_2} + 1} = 6R_3$.

7.68. $h = R_з(\sqrt{2} - 1) = 2{,}64 \cdot 10^6$ м.

7.69. $\operatorname{tg}\alpha = v^2/(Rg) = 0{,}076$, $\alpha = 4{,}4°$.

7.70. $h = l\dfrac{v^2}{\sqrt{v^4 + R^2g^2}} = 3{,}9$ см.

7.71. $T_н - T_в = 2mg$.

7.72. $v = R_з\sqrt{\dfrac{g}{R_з + h}} = 7{,}05$ км/с; $T = 2\pi\dfrac{R_з + h}{R_з} \times$

$\times\sqrt{\dfrac{R_з + h}{g}} = 1{,}99$ ч.

7.73. $P = m\,(g\cos\alpha - v^2/R)$.

7.74. $T = 2\pi\sqrt{h/g}$.

7.75. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{v^2}{Rg} = 0{,}294$; $\alpha = 16{,}4°$.

7.76. $v = \sqrt{3lg}$

7.77. $\rho = \dfrac{3}{(1-k)}\dfrac{\pi}{GT^2}$.

7.82. $p/p_0 = \dfrac{\sqrt{v^2_0 + 2aS}}{v_0} = 2$.

7.83. $p = \sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2} = 5$ кг·м/с.

7.84. $\Delta p = \sqrt{2}m\pi R/(2t) = 1{,}1$ кг·м/с.

7.85. $u_1 = \dfrac{Mu - m(v\cos\alpha + u)}{M - m}$, а) $\alpha = 0$, б) $\alpha = \pi$, в) $\alpha = \pi/2$.

7.86. $S = \dfrac{Ml}{m + M} = 4$ м.

7.87. $A_1 = \dfrac{F^2{}_1S}{\sqrt{F^2{}_1 + F^2{}_2}} = 0{,}9$ Дж. $A_2 = \dfrac{F^2{}_2S}{\sqrt{F^2{}_1 + F^2{}_2}} = 1{,}6$ Дж.

7.88. $A = m(g + 2h/t^2)h = 4724$ Дж.

7.89. $\mu = \dfrac{A}{mgS - A\operatorname{tg}\alpha} = 0{,}2$.

7.90. $t = \dfrac{F_тS}{N} = 900$ с.

7.91. $m = (Nt/gh) = 18{,}3$ т.

7.92. $N = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)v = 587$ кВт.

7.93. $E_к = 0{,}4$ Дж.

7.94. $E = m(gh + v^2/2) = 114$ Дж.

7.95. $m = p^2/(2E_к) = 4$ кг.

7.96. $A = 2mgh$.

7.97. $S = h(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)/\mu = 45{,}6$ м.

7.98. $F = (v^2{}_1 - v^2{}_2)m/(2d) = 2{,}5 \cdot 10^4$ Н.

7.99. $A = (v^2{}_2 - v^2{}_1)m/2 = 8$ Дж.

7.100. $F_c = m[g - v^2/(2h)] = 2{,}64$ Н.

7.101. $N = mv^3/4l = 160$ кВт.

7.102. $E_к = m(v^2{}_0 + g^2t^2)/2$.

7.103. $h = (3/8) \cdot (v^2{}_0/g)$.

7.104. $h = v^2{}_0/4g$.

7.105. $v = \dfrac{M + m}{m}\sqrt{2gh} = = 396$ м/с.

7.106. $x = mv/\sqrt{k(M + m)}$.

7.107. $v = m\sqrt{\dfrac{2gh}{M(M + m)}}$.

7.108. $E_1 = \dfrac{(m_1 + m_2)^2u^2}{2m_1} = 36$ Дж.

7.109. $v_1 = \sqrt{\dfrac{2E}{mk}} = 30$ м/с.

7.110. $E = m(v^2{}_1 + v^2{}_2)/4 = 2{,}5$ Дж.

7.111. $u_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$; $u_2 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$.

7.112. $\cos \alpha = \dfrac{3mg - T}{2mg}$; $\alpha = 60°$.

7.113. $v_0 = \sqrt{5gl}$.

7.114. $h = R \cdot 5/2$.

7.115. $h = R/3$.

7.120. $\cos(\alpha_2/2) = (F_1/F_2)\cos(\alpha_1/2)$; $\alpha_2 = 56°$.

7.121. $F = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)/\mu = 32{,}7$ Н.

7.122. $T_1 = mg = 200$ Н, $T_2 = (mg/\sin \alpha) = 27$ Н,
$T_3 = mg \operatorname{ctg} \alpha = 113$ Н.

7.123. $F = mg\sin \alpha/(1 + \sin \alpha) = 9{,}81$ Н.

7.124. $F = (mg\cos \alpha)/2$.

7.125. $T = (mg/4\cos\alpha) = 2{,}83$ Н.

7.126. $x = l\,\dfrac{2m_1 + m}{2(m_1 + m + m_2)} = 22{,}5$ см.

7.127. $F = mg\,\dfrac{(l - 2l_1)}{2(l - l_1)\sin\alpha} = 314$ Н.

7.128. $F = mgl/[2\cdot(H - 2a)] = 98{,}1$ Н.

7.129. а) $F = phl < \mu_1 mg$; $Fh/2 > mgl/2$ — ящик опрокидывается;

б) $F = phl > \mu_2 mg$ — ящик движется по горизонтали равноускоренно.

7.130. $h \leqslant \dfrac{F_{\text{тр}} l}{mg}\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha = 1{,}53$ м.

7.131. $x_C = 2{,}25$ см; $y_C = 2{,}125$ см.

7.132. $x = 2R\rho_a/(\rho_ж + \rho_a) = 5$ см.

7.133. $x = R/6$.

7.134. $x = \dfrac{a^3}{2(\pi R^2 - a^2)} = 1{,}02$ см.

7.135. $F_д = \rho a^3 g$; $F_б = \rho a^3 g/2$.

7.136. $h_1 = \dfrac{2V(3\rho_р - \rho_в)}{\pi d^2 \rho_р} = 29{,}3$ см; $h_2 = \dfrac{2V(\rho_р + \rho_в)}{\pi d^2\rho_р} = 10{,}7$ см.

7.137. $x = \dfrac{\rho_в h}{(1 + k^2)\rho_р}$.

7.138. $S = 2m/(\rho_в - \rho_л)\cdot d = 3$ м^2.

7.139. $\rho_c = \rho_в\,\dfrac{g}{g - a} = 2{,}57\cdot 10^3$ кг/м^3.

7.140. $F_п = mg\left(\dfrac{\rho_в}{\rho_п} - 1\right) = 157$ Н.

7.141. $V_п = V\dfrac{\rho_ц - k\rho_в}{\rho_ц} = 179$ см^3.

7.142. $\rho_2 = \rho_1\dfrac{P - F_2}{P - F_1}$.

7.143. $k_1 = \dfrac{\rho_р k - \rho_в}{\rho_р - \rho_в} = 0{,}19$.

7.144. $\rho = \rho_в k(2 - k) = 750$ кг/м^3.

7.145. $F_c/mg = k - 1 = 3$.

8.4. $m = \mu/N_A = 7{,}3\cdot 10^{-26}$ кг.

8.5. $n = N_A/V_\mu = 2{,}7\cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

8.6. $N = mt_2N_A/(t_1\mu) = 2\cdot 10^{20}$.

8.7. $v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{3pV/m} = 1160$ м/с.

8.8. $v_{\text{ср.кв}} = \sqrt{3pN_A/(n\mu)} = 3\cdot 10^5$ м/с.

8.9. $|\Delta\vec{p}| = v\sin\alpha\cdot 2\mu/N_A = 2{,}7\cdot 10^{-23}$ кг$\cdot$м/с.

8.10. $p_1 = 2mv^2n = 1{,}1\cdot 10^{-2}$ Н/м^2; $p_2 = 2m(v+u)^2n = 1{,}15\cdot 10^{-2}$ Н/м^2.

8.11. $d = j\mu t/(\rho N_A) = 10$ мкм.

8.12. $v = l\cdot 2\pi\nu/\varphi = 400$ м/с.

8.16. а) $P_2 > P_1$, $V_2 > V_1$, $T_2 > T_1$;
б) $P_2 > P_1$, $V_2 > V_1$, $T_2 > T_1$;
в) $P_2 > P_1$, $V_2 > V_1$, $T_2 > T_1$.

8.17.

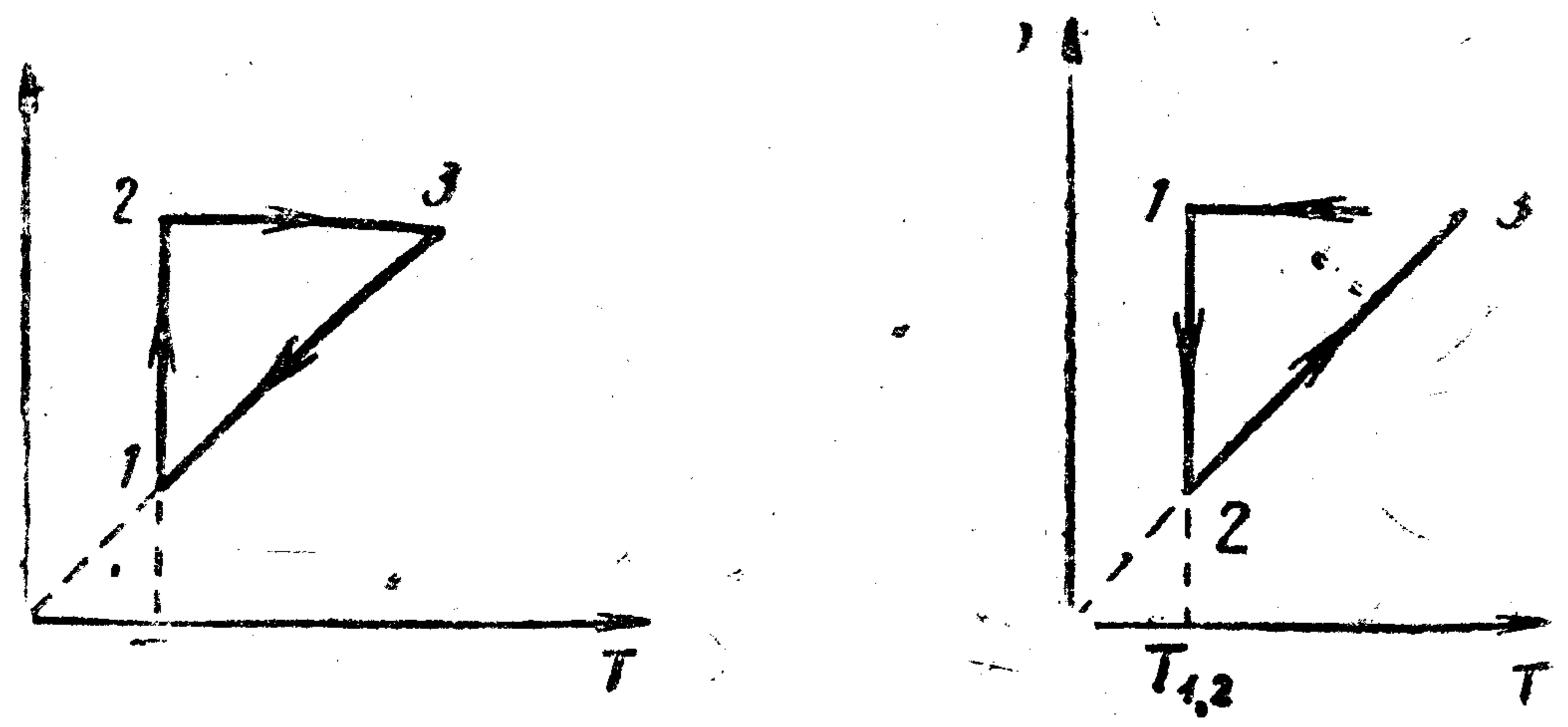


Рис. 154. К решению задачи 8.17

8.18.

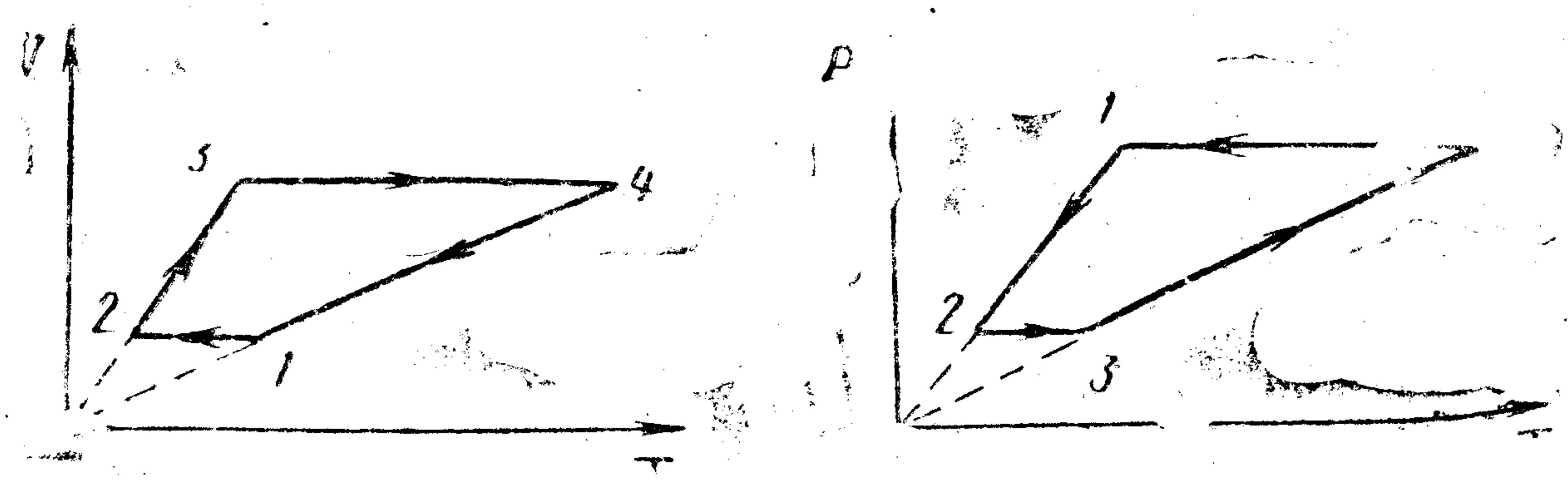


Рис. 155. К решению задачи 8.18

Работа отрицательна.

8.19. В случае малого сосуда линейный график зависимости $p = f(T)$ будет иметь большой наклон. Рассмотренный график зависит от μ, а значит и от типа газа.

8.20. $T = p\mu/(R\rho) = 642$ К.

8.21. Объем цилиндра, занятого водородом в 16 раз больше объема, заполненного кислородом. При любых температурых, когда выполняется условие $T_1/T_2=16$, поршень делит цилиндр на равные части.

8.22. $F = m_н g \left(\frac{\mu_в}{\mu_н} - 1\right)$.

8.23. $p = p_0 + \frac{nV_2 p_0}{V_1} = 3{,}5\cdot 10^5$ Па.

8.24. $x = \frac{(p + \rho g l) - \sqrt{p^2 + (\rho g l)^2}}{2\rho g} = 0{,}25$ м.

8.25. $\rho = \frac{4pl(L-h)}{gh[(L-h)^2 - 4l^2]} = 1{,}36\cdot 10^4$ кг/м³.

8.26. $V_1 = V\frac{p_0 S + mg}{p_0 S + (M+m)g} = 8{,}38$ см³.

8.27. $p_2 = \frac{P_1 T_2}{4T_1} = 8\cdot 10^5$ Па.

8.28. $h = \frac{7p}{\rho g} = 70$ м.

8.29. $x = \left[\frac{p\mu_N\mu_н}{RT\rho} - \mu_н\right]\frac{1}{\mu_N - \mu_н}$.

8.30. $a = (g/2)\cdot(\sin\alpha + p_0 S/mg) = 63$ м/с².

8.31. $x = \rho g H h/(p + \rho g H) = 0{,}4$ м.

8.32. $\rho = p_0\mu/(RT) = 1{,}29$ кг/м³.

8.33. $N = p_0 V(T_2 - T_1)N_A/(RT_1T_2) = 5\cdot 10^{25}$.

8.34. $p_2 = p_1 V_1 T_2/V_2 T_1 = 1{,}2$ МПа.

8.35. $m_{He} = \frac{m\mu_{He}}{\mu_в - \mu_{He}} = 16$ кг.

8.39. $q = [c_2 m_2(0°C - t_1) + \lambda m_2 + c_1 m_2(t_2 - 0°C)]/(\eta m_1) = 9{,}9$ МДж/кг.

8.40. $v = \sqrt{v_0^2 - 2c\Delta T} = 279$ м/с.

8.41. $v = \sqrt{[2c(T_2 - T_1) + \lambda]/\eta} = 308$ м/с.

8.42. $n = cm\Delta T/(Mgh\eta) = 18$.

8.43. $h = c\Delta T/(\eta g) = 28{,}6$ м.

8.44. Так как $c_л m(0\,°C - t_2) + \lambda m > ct_1 > c_л(0\,°C - t_2)m$, $t_c = 0\,°C$.

8.45. $M_1 = \frac{m\lambda + mc_2(T_1 - T_2) - Mc_1(T_2 - T_0)}{c_1(T_3 - T_0) + r - c_1(T_2 - T_0)} = 0{,}29$ кг.

8.46. $t_2 = \dfrac{2t_1t - t_0(t + t_1)}{t + t_1 - 2t_0} = 47{,}5\,°\mathrm{C}$.

8.47. $\tau = \dfrac{cm(100\,°\mathrm{C} - t_1) + \eta_1 mr}{N\eta} = 45$ мин.

8.48. $\tau_2 = \dfrac{r\tau_1}{c(100°C - t)} = 32{,}7$ мин.

8.49. $t_3 = \dfrac{c(t_2 - t_1) + c_1mt_2}{c_1m} = 31{,}1\,°\mathrm{C}$.

8.50. $\Delta T = \dfrac{Vp\mu}{mR} - T_1 = 872{,}2$ К; $Q = mc_p\Delta T = 15{,}97$ кДж;

$A = \dfrac{m}{\mu}R\Delta T = 4{,}53$ кДж; $\Delta u = Q - A = 11{,}44$ кДж.

8.51. $A = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}Q_1 = 0{,}8$ кДж; $Q_2 = Q_1 - A = 1{,}2$ кДж.

8.52. $A = RT_1(1 - 1/n) = 0{,}83$ кДж.

8.53. $\nu = \dfrac{m}{\mu} = \dfrac{2A}{3R\Delta T} = 3$.

8.54. $N = \dfrac{\eta\rho Vqv}{S} = 18{,}5$ кВт.

8.55. $m/t = Fv/(q\eta) = 85$ кг/час.

8.56. $Q = \dfrac{Mgh\mu c_p}{R} = 1040$ Дж.

8.57. $Q = \Delta U + A = A = 25$ Дж, т. к. при $T = \mathrm{const}$ $\Delta U = 0$.

8.58. Не будет.

8.62. $m = (\mu V/R)\cdot(p_1/T_1 - p_{н2}/T_2) = 5{,}54$ мг.

8.63. $m = \left[\varphi p_{н1}\mu/(RT_1) - \dfrac{p_{н2}\mu}{RT_2}\right]V = 4{,}8\cdot10^{-3}$ кг, $V = 1$ м^3.

8.64. $m = \rho_{н1}(\varphi_2 - \varphi_1)V = 1{,}73\cdot10^{-2}$ кг. Роса появится.

8.65. $m = \sigma\pi d/g = 9{,}2$ мг.

8.66. $R = \dfrac{2\sigma}{\rho gh} = 0{,}1$ мм.

8.67. Из пипетки с горячей водой.

8.68. $R = \sqrt{Fl/(E\Delta l\pi)} = 0{,}43$ мм.

8.69. $\alpha = (k\alpha_м + \alpha_ж)/(k + 1) = 16\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$.

8.70. $\Delta l = \alpha l(t_2 - t_1) \simeq 0{,}96$ см.

8.71. $\Delta = \alpha d(\Delta t_1 - \Delta t_2)/2 = 27$ мкм.

8.72 $\Delta T = F/(ES\alpha) = 40$ K.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

9.7. $r_2 = r_1\sqrt{\dfrac{k}{\varepsilon}} = 8$ см.

9.8. $q = \dfrac{q_1 + q_2}{2} = 8$ нКл; $F = \dfrac{(q_1 + q_2)^2}{16\varepsilon_0 \pi r^2} = 1{,}44 \cdot 10^{-3}$ Н.

9.9. $v = \sqrt{\dfrac{eq}{4\pi\varepsilon_0 mr}}$; $T = \dfrac{2\pi r}{v} = 2\pi r\sqrt{\dfrac{4\pi\varepsilon_0 mr}{eq}}$.

9.10. $|Q| = \dfrac{q}{\sqrt{3}}$.

9.11. $a = q\sqrt{\dfrac{\cos(\alpha/2)}{2\pi\varepsilon_0 F}}$, $\alpha = 60°$.

9.12.

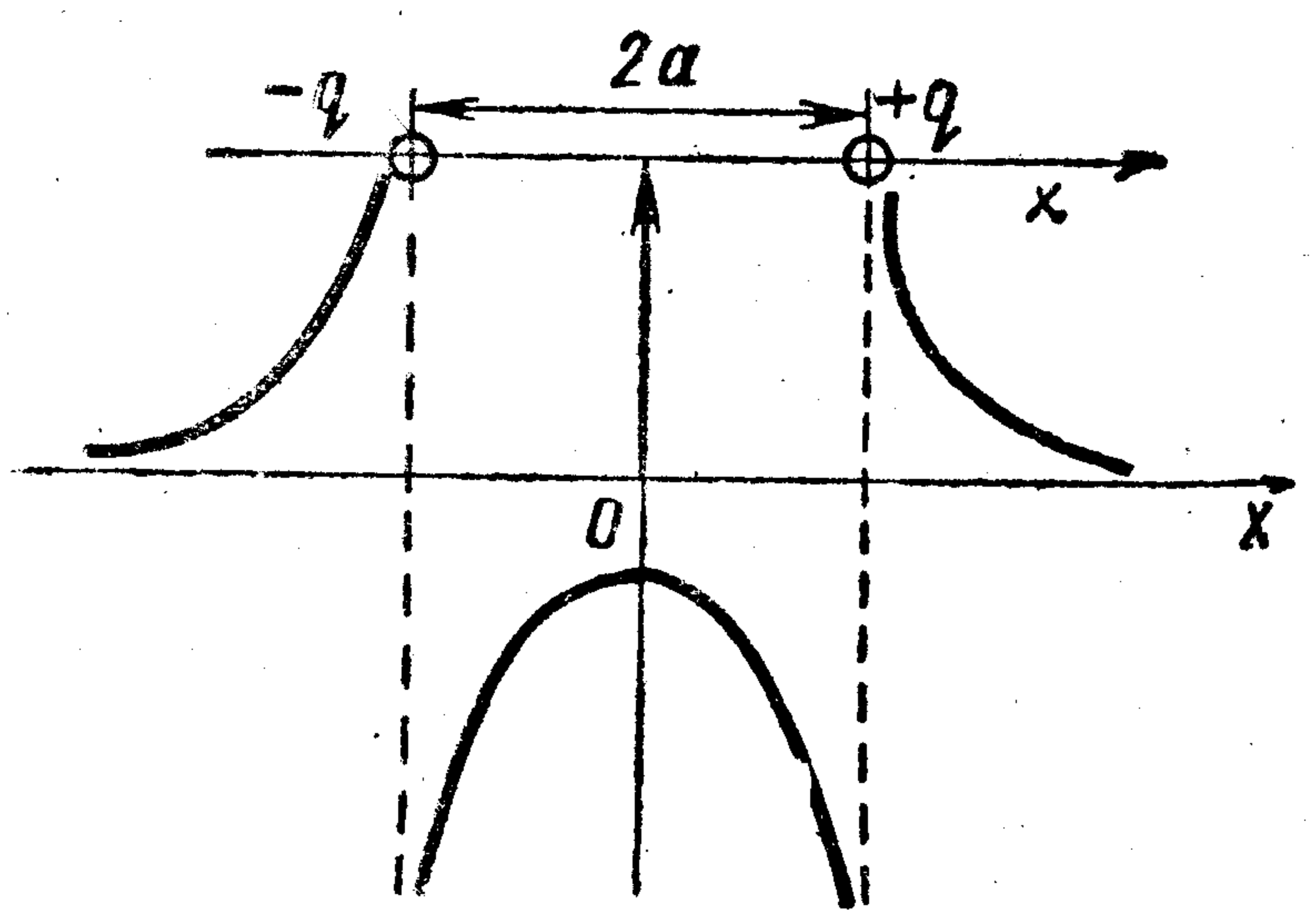


Рис. 156. К решению задачи 9.12

Если $x > a$, то $E = k\dfrac{4qax}{(x^2 - a^2)^2}$.

При $0 < x < a$ $E = -\dfrac{2kq(a^2 + x^2)}{(a^2 - x^2)^2}$.

Для $x < 0$ картина симметрична.

9.13. $\varepsilon = \dfrac{\rho}{\rho - \rho_к} = 2$.

9.14. $v = \sqrt{\dfrac{l\sin^2\alpha(mg + Eq)}{m\cos\alpha}}$; $F_н = \dfrac{mg + Eq}{\cos\alpha}$.

9.15. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sigma q}{2\varepsilon_0 mg} = 1$; $\alpha = 45°$.

9.16. $E_1 = E_3 = E_0/2 = 4$ В/м;

$E_2 = E_0/4 = 2$ В/м.

9.17. $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\dfrac{q^2}{a^4} + \dfrac{q^2}{b^4}} = 80{,}3$ кВ/м.

9.18. $F = k\dfrac{q^2}{4r^2} = 2{,}5\cdot 10^4$ Н.

9.19. $S = \dfrac{Ul(l+2L)}{4dU_a} = 3{,}5$ см.

9.20. $d = l\sqrt{\dfrac{U}{2U_0}} = 1$ см.

9.21. $M = qEl\sin\alpha$.

9.22. В центре кольца: $E = 0$, $\varphi = k\dfrac{q}{R} = 9$ кВ.

На оси: $E = k\dfrac{qx}{(x^2+R^2)^{3/2}} = 3\cdot 10^5$ В/м.

$$\varphi = k\frac{q}{(x^2+R^2)^{1/2}} = 6365 \text{ В}.$$

9.23. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{mg}{Eq} = 1$ $\alpha = 45°$.

9.24. Заряды перемещаются от шара с $R_1 = 5$ см к шару с $R_2 = 10$ см. $q_1 = \dfrac{2qC_1}{C_1 + C_2} = 13{,}3$ нКл; $q_2 = \dfrac{2qC_2}{C_1 + C_2} = 26{,}7$ нКл. $\varphi = \dfrac{q_1}{C_1} = 2400$ В.

9.25. $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d} = 885$ пФ.

9.26. $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1R_2}{R_2 - R_1}$; при $d \ll R_1, R_2$ считаем $R_1 \simeq R_2$ и $C = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$.

9.27.

При условии $0 \leqslant r < R$: $E(r) = 0$, $\varphi(r) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$.

При условии $r \geqslant R$ имеем $\varphi(r) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.

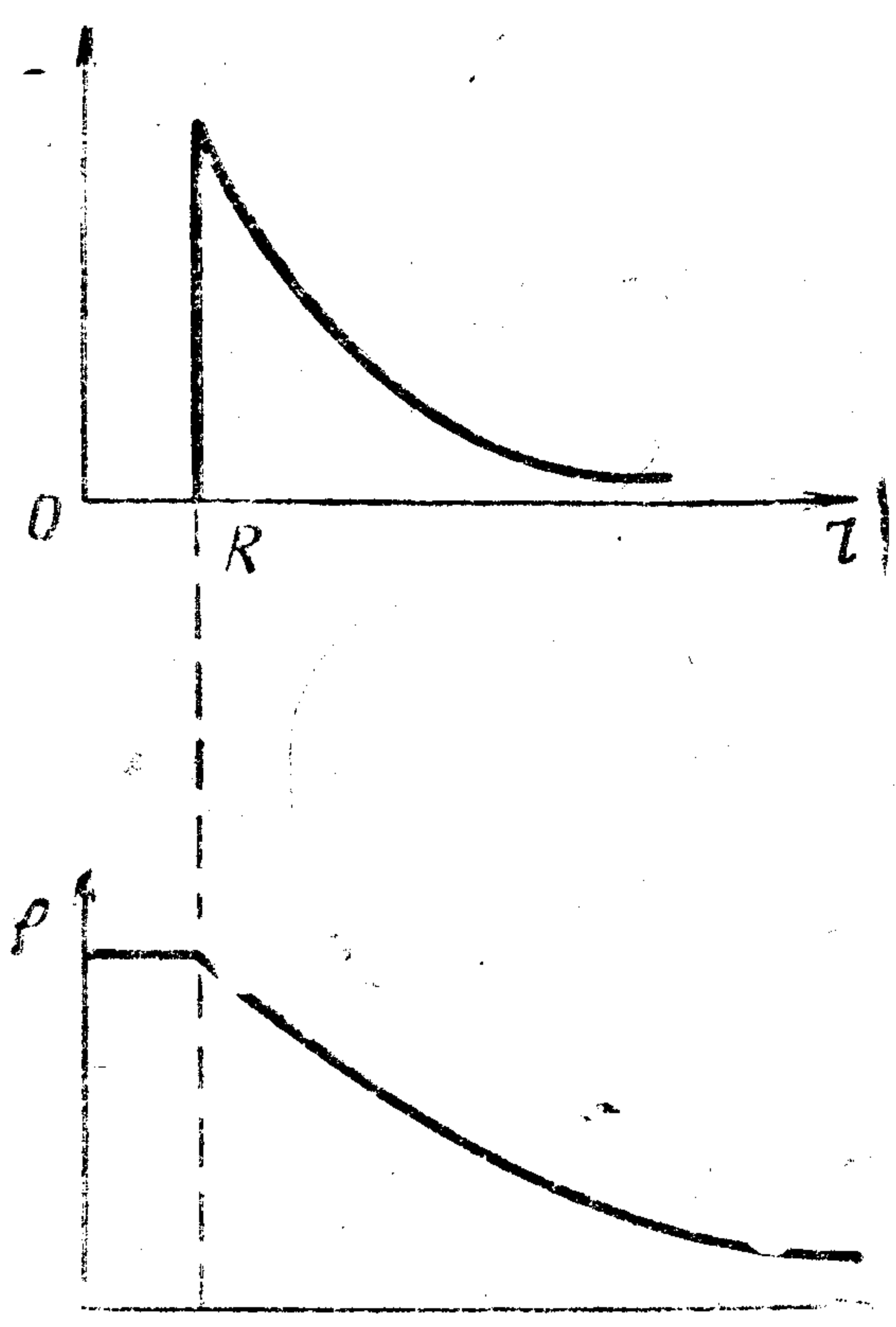


Рис. 157. К решению задачи 9.27

9.28. $\varphi_1 = \varphi\,\dfrac{R_1}{R_2} = 1200$ В.

9.29. $A = \dfrac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S}\left(1 - \dfrac{1}{\varepsilon}\right) = 5\cdot 10^{-7}$ Дж.

9.30. Не будет.

9.31. $q = (C_1 + C_2)U = 1{,}5\cdot 10^{-4}$ Кл; $U' = \dfrac{(C_1 + C_2)U}{(C_1 + \varepsilon C_2)} =$ $= 18{,}75$ В.

9.32. $U_1 = \dfrac{C_2 U}{C_1 + C_2} = 13{,}3$ В; $U_2 = \dfrac{C_1 U}{C_1 + C_2} = 6{,}7$ В.

$E_1 = \dfrac{U_1}{d} = 1{,}33\cdot 10^4$ В/м; $E_2 = \dfrac{U_2}{d} = 6{,}7\cdot 10^3$ В/м.

9.33. а) $q = \mathrm{const}$; U, E, W — уменьшается в три раза; б) $U = \mathrm{const}$, $E = \mathrm{const}$ W, q — увеличится в три раза.

9.34. $W = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R} = 30$ мкДж.

9.35. $W = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 V E^2}{2} = 1{,}1\cdot 10^{-3}$ Дж.

9.36. $C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 = 10$ мкф; $U_{\text{общ}} = \dfrac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2} =$ $= 280$ В, $W = \dfrac{C_{\text{общ}} U^2_{\text{общ}}}{2} = 0{,}4$ Дж.

9.37. $\Delta W = -\dfrac{CU^2}{4}$.

9.38. $\Delta W = \dfrac{C_1 C_2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$.

9.42. $v = \dfrac{I}{S}\,\dfrac{\mu}{N_a \rho e} = 1{,}86\cdot 10^{-5}$ м/с.

9.43. $p = \dfrac{mIl}{e} = 1{,}14\cdot 10^{-11}\ \dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.

9.44. $R_{\text{об}} = R/3$.

9.45. $R = 1{,}5r$.

9.46. $I = \dfrac{\mathscr{E}_{\text{общ}}}{R + r_{\text{общ}}} = 1$ А, где $r_{\text{общ}} = 2r/3$, $\mathscr{E}_{\text{общ}} = 2\mathscr{E}$.

9.47. $I = \dfrac{\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2}{r_1 + r_2 + R} = 1$ А, $N = I^2 R = 1$ Вт.

9.48. $R = r_1 - r_2 = 1$ Ом.

9.49. $U_{АБ} = \mathscr{E}_2 - \frac{\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1}{r_1 + r_2} r_2 = 2{,}4$ В.

9.50. $\mathscr{E}_б = 3\mathscr{E}$; $r_б = 7r/3$.

9.51. $U_л = \frac{UR}{10\left(r + \frac{R}{10}\right)}$.

9.52. $R = \frac{rmd^2v^2_0}{(el^2\mathscr{E} - md^2v^2_0)}$.

9.53. $q_1 = \frac{\mathscr{E}R_3C_1}{r + R_1 + R_3}$; $q_2 = \frac{\mathscr{E}R_3C_2}{r + R_1 + R_3}$.

9.54. $q = \frac{\mathscr{E}RC}{(R + r)2} = 6 \cdot 10^{-6}$ Кл.

9.55. $U_1 = \frac{\mathscr{E}R_2C_2}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)} = 7{,}2$ В; $U_2 =$
$= \frac{\mathscr{E}R_2C_1}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)} = 1{,}8$ В.

9.56. $I = U\varepsilon_0(\varepsilon - 1)nv = 13$ нА.

9.57. $F = I\sqrt{\frac{2Um_e}{e}} = 2 \cdot 10^{-7}$ Н.

9.58. $n = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = 7$.

9.59. $I = \frac{\mathscr{E} - \Delta\varphi}{r + R_1 + R_2} = 9{,}9 \cdot 10^{-2}$ А.

9.60. $r = \sqrt{R_1R_2}$.

9.61. Не будет; $R = \frac{U^2}{N} = 202$ Ом.

9.62. $N = \frac{\mathscr{E}^2(R_1R_л)^2}{(R_1 + R_л)^2\left(r + \frac{R_1R_л}{R_1 + R_л}\right)^2 R_л} = 128$ Вт.

9.63. $Q = \frac{q^2R}{t} = 3{,}6$ кДж.

9.64. $\tau = \frac{cm(t_{кип} - t_0)}{I(\mathscr{E} - Ir)\eta} = 3617$ с.

9.65. $r = R = 100$ Ом; $\mathscr{E} = I_1(2R + r) = 300$ В.

9.66. $t_{посл} = t_1 + t_2 = 40$ мин., $t_{пар} = \frac{t_1t_2}{t_1 + t_2} = 7{,}5$ мин.

9.67. $N = \frac{\mathscr{E}^2}{4r} = 70$ Вт; $R = \frac{5}{3}\frac{r\eta}{1-\eta} = 60$ Ом.

9.68. $U = \sqrt{\frac{\eta N}{R_л}\left(R_л + \frac{R_л}{\eta}\right)}$

9.69. $\eta = \frac{Fv}{IU} = 0{,}6$.

9.70. $F = \frac{IU\eta}{v} = 3\cdot10^4$ Н.

9.71. $N = \frac{It}{e} = 2{,}5\cdot10^{16}$.

9.72. $I = \frac{m}{kT} + \Delta I = 1{,}7$ А при завышении показаний,

$I = \frac{m}{kT} - \Delta I = 1{,}3$ А при их занижении.

9.73. $q = \frac{pV\mu}{RTk} = 4{,}8\cdot10^9$ Кл.

9.74. $m_2 = m_1\frac{k_м}{k_с} = 0{,}6$ кг.

9.75. $v = \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}} = 2{,}9\cdot10^6$ м/с.

9.76. $n = \frac{j_н}{el} = 40$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$.

9.77. $\mathscr{E} = U - Ir = 23$ В.

9.82. $I = \frac{M}{Bl^2 \sin\alpha} = 0{,}2$ А.

9.83. $F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi b} = 9\cdot10^{-3}$ Н.

9.84. $v = \frac{BlCU}{m}$; $Q = \frac{CU^2}{2} - \frac{mv^2}{2}$.

9.85. $q = \frac{2BR}{\mu_0 \nu} = 2{,}8\cdot10^{-5}$ Кл.

9.86. $I = \frac{mg}{Bl} = 49$ А.

9.87. $A = IBlvt = 0{,}02$ Дж; $N = IBlv = 4\cdot10^{-3}$ Вт.

9.88. $A = 2BIa^2 = 0{,}012$ Дж.

9.89. $q_{\max} = \left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|\pi R^2 C = 2{,}7\cdot10^{-8}$ Кл.

9.90. $q = \frac{BSn\cos\alpha}{R} = 1{,}2\cdot 10^{-3}$ Кл.

9.91. $I = \left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right| \frac{S}{R} = 1{,}5$ мА.

9.92. $v = \frac{Rmg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{B^2 l^2}$.

9.93. $\nu = -\frac{\mathscr{E}}{B\pi l^2} = 1{,}6$ $с^{-1}$.

9.94. $\omega = \frac{e}{m}B = 3{,}52\cdot 10^9$ рад/с.

9.95. $W = \frac{evBr}{2} = 4{,}8\cdot 10^{-20}$ Дж.

9.96. $v = \frac{E}{B} = 10^6$ м/с.

9.97. $R = \frac{mv\sin\alpha}{eB} = 2{,}84$ мм, $h = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{eB} = 3{,}1$ см.

9.98. $\frac{a_n}{a_\tau} = \frac{eBt}{m} = 176$.

9.99. $\varphi_A - \varphi_B = IR + L\frac{\Delta I}{\Delta t} = (2t + 0{,}2)$ В.

9.100. $Q = \frac{1}{2}(CU^2 - CU^2{}_1 - LI^2{}_1) = 1{,}9$ Дж,

$N = I^2{}_1 R = 100$ Вт.

9.101. $W = \frac{N\Phi I}{2} = 3$ Дж.

9.102. $L = \frac{\Delta W}{I\Delta I} = 2{,}5\cdot 10^{-3}$ Гн.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

10.3. Период колебаний будет увеличиваться, так как в процессе вытекания воды увеличивается расстояние от точки подвеса маятника до центра тяжести ведра с водой.

10.4. $l_1 = \frac{n^2{}_2\Delta l}{n^2{}_1 - n^2{}_2} = 9$ см; $l_2 = \frac{n^2{}_1\Delta l}{n^2{}_1 - n^2{}_2} = 25$ см.

10.5. $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}(1 + \sqrt{0{,}5})$.

10.6. $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_з}{g_л}} = \sqrt{\frac{M_з R^2{}_л}{M_л R^2{}_з}} = 2{,}46$.

10.7. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g + \dfrac{Eq}{m}}}$.

10.8. $\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{n^2{}_2}{n^2{}_1} = 0{,}25$.

10.9. $v = \dfrac{l}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l_1}} = 6{,}2$ м/с.

10.10. $\tau = \tau_0(\sqrt{1 + \alpha t_1} - 1) = 24{,}6$ с, где $\tau_0 = 86\,400$ с.

10.11. $x = \dfrac{2E}{F_m}\sin\left(\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right) = 4\cdot 10^{-2}\sin\left(\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ м.

10.12. $x = 10\sin\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ см.

10.13. $S = 4A\nu t = 120$ м.

10.14. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{ml}{F}} = 1{,}26$ с.

10.15. $k = \dfrac{2E_{\text{к}m}}{A^2} = 2500$ Н/м.

10.16. Уменьшится в два раза.

10.17 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_1} + \dfrac{m}{k_2}}$.

10.18. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{gS\rho}} = 2$ с.

10.19. $t = \pi\sqrt{\dfrac{R}{g}} = 42$ мин. 12 с.

10.20. $S = \dfrac{v_1 v_2}{v_2 - v_1}\, t = 706{,}6$ м.

10.21. $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = 25$ м.

10.22. $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi l}{\lambda} = \dfrac{\pi}{3}$.

10.23. $\lambda = vT = 18$ м; $\varphi = \dfrac{2\pi}{T}\left(t - \dfrac{x}{v}\right) = 5{,}25$ рад;

$y = A\sin\omega\left(t - \dfrac{x}{v}\right) = 2\cdot 10^{-2}\,\sin 5{,}25 = -1{,}83\cdot 10^{-2}$ м.

10.26. Уменьшилась в два раза.

10.27. В случае максимальных значений $W_э = W_м = CU^2_д = 0{,}128$ мкДж.

10.28. $L = \dfrac{T^2}{4\pi^2 C} = 0{,}05$ Гн; $q_0 = \dfrac{I_0}{\omega} = 10^{-5}$ Кл.

10.29. $\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}}} = 504$ кГц.

10.30. $\lambda = \dfrac{2\pi c q_0}{I_0} = 188$ м (c — скорость света).

10.31. а) $I = \dfrac{U}{R} = 50$ А; б) $I_д = \dfrac{U}{2\pi\nu L} = 0{,}8$ А, т. к. $2\pi\nu L \gg R$.

10.32. $I_д = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \dfrac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}} = 0{,}99$ А; $U_R = I_д R = 19{,}8$ В. $U_L = I_д \cdot 2\pi\nu L = 125{,}7$ В, $U_C = I_д \dfrac{1}{2\pi\nu C} = 26{,}5$ В.

10.33. $Q = \left(\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 Rt = 7{,}2$ МДж.

10.34. $m = \dfrac{U^2\tau(1 + \alpha t_0)}{rR(1 + \alpha t)} = 4{,}87$ г, где $t = 100\,°C$.

10.35. $\Delta t = T/3$ (здесь T период переменного тока).

10.36. $\eta = \dfrac{I_2 U_2}{I_1 U_1} = 0{,}91$.

10.37. $U_2 = \dfrac{U_1}{k} - Ir = 36$ В, $\eta = \dfrac{U_2 k}{U_1} = 0{,}9$.

10.38. $\omega_2 = \dfrac{(U_2 + Ir)\omega_1}{U_1} = 500$.

10.39. $\eta = \dfrac{U_2}{U_2 + Ir} = 0{,}8$; $k = \dfrac{U_1}{U_2 + Ir} = 10$.

10.40. $\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Гц.

10.41. $\lambda = 150$ м.

ОПТИКА. СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

11.4. $l = 90$ см.

11.5. 2β.

11.6. Изображение останется на месте.

11.7. $x = 2l\sin\alpha = 20$ см.

11.8. $\Delta = 2l = 2$ м.

11.9. Не увидит (постройте изображение человека в плоском зеркале).

11.10. $\alpha = 67°30'$.

11.11. $f = 3F$.

11.12. $R = \dfrac{2d}{k+1} = 0{,}2$ м.

11.13. $d = \dfrac{fR}{2f+R} = 0{,}44$ м.

11.14. $x = \dfrac{d^2}{2d-R} = 0{,}45$ м.

11.15. $d = F\left(\dfrac{1}{k} - 1\right) = 0{,}3$ м.

11.16.

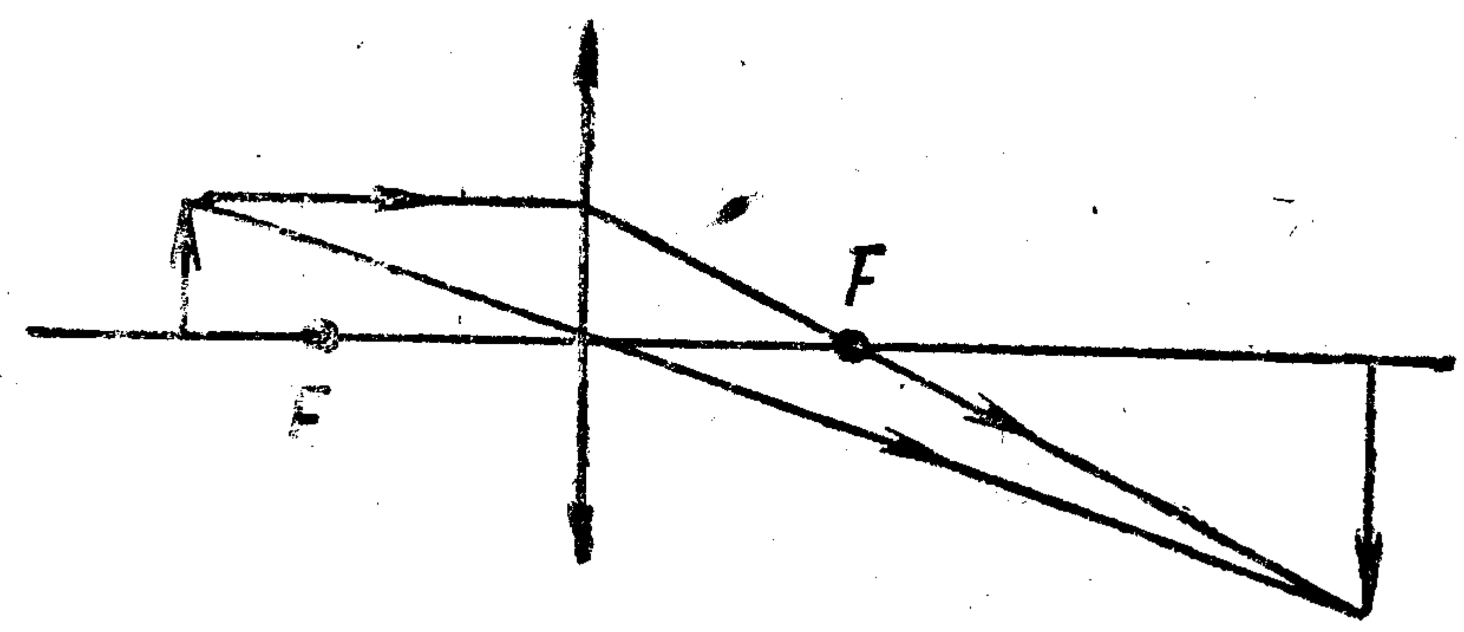


Рис. 158. К решению задачи 11.16

При наличии экрана яркость изображения уменьшится в два раза.

11.17.

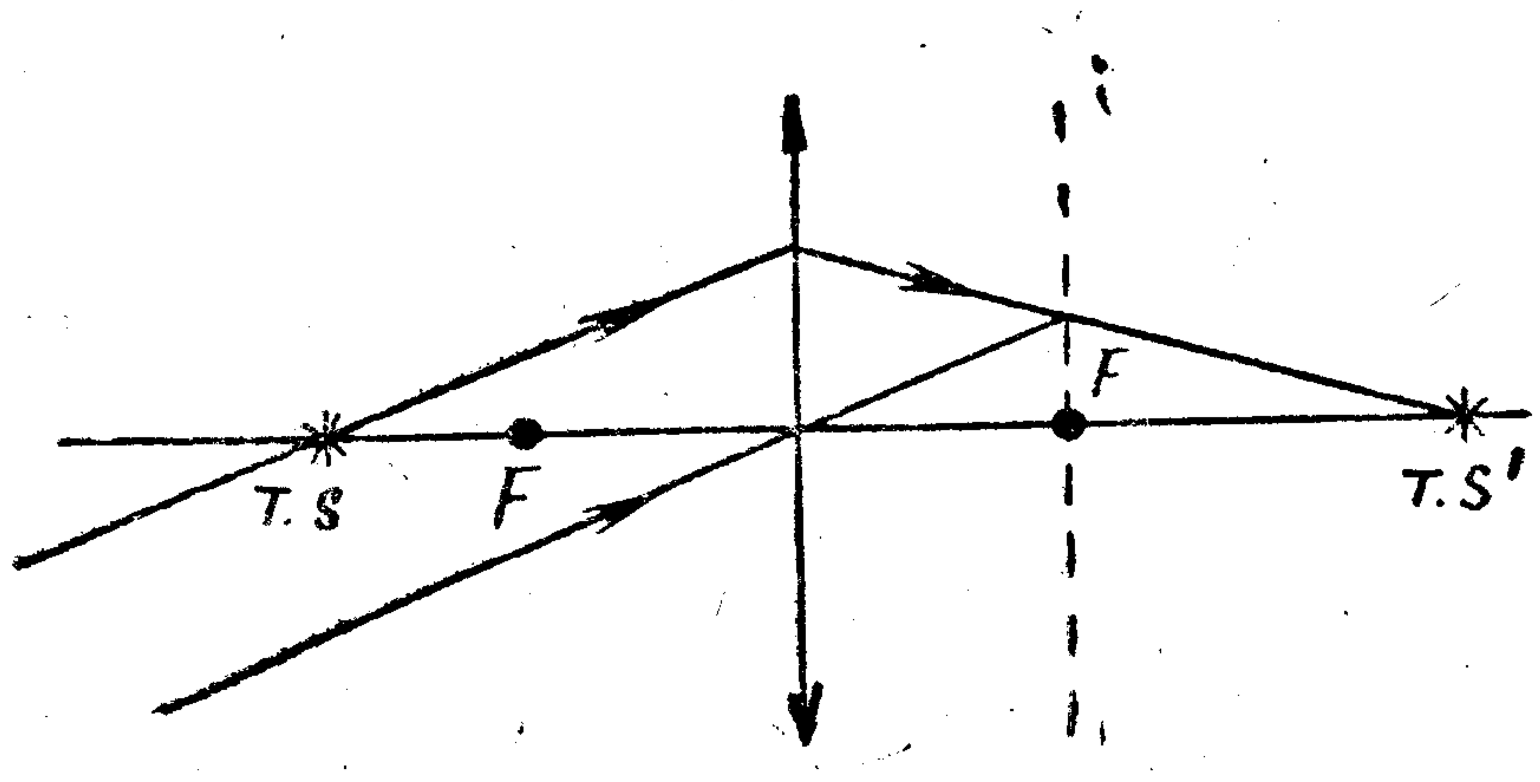


Рис. 159. К решению задачи 11.17

11.18.

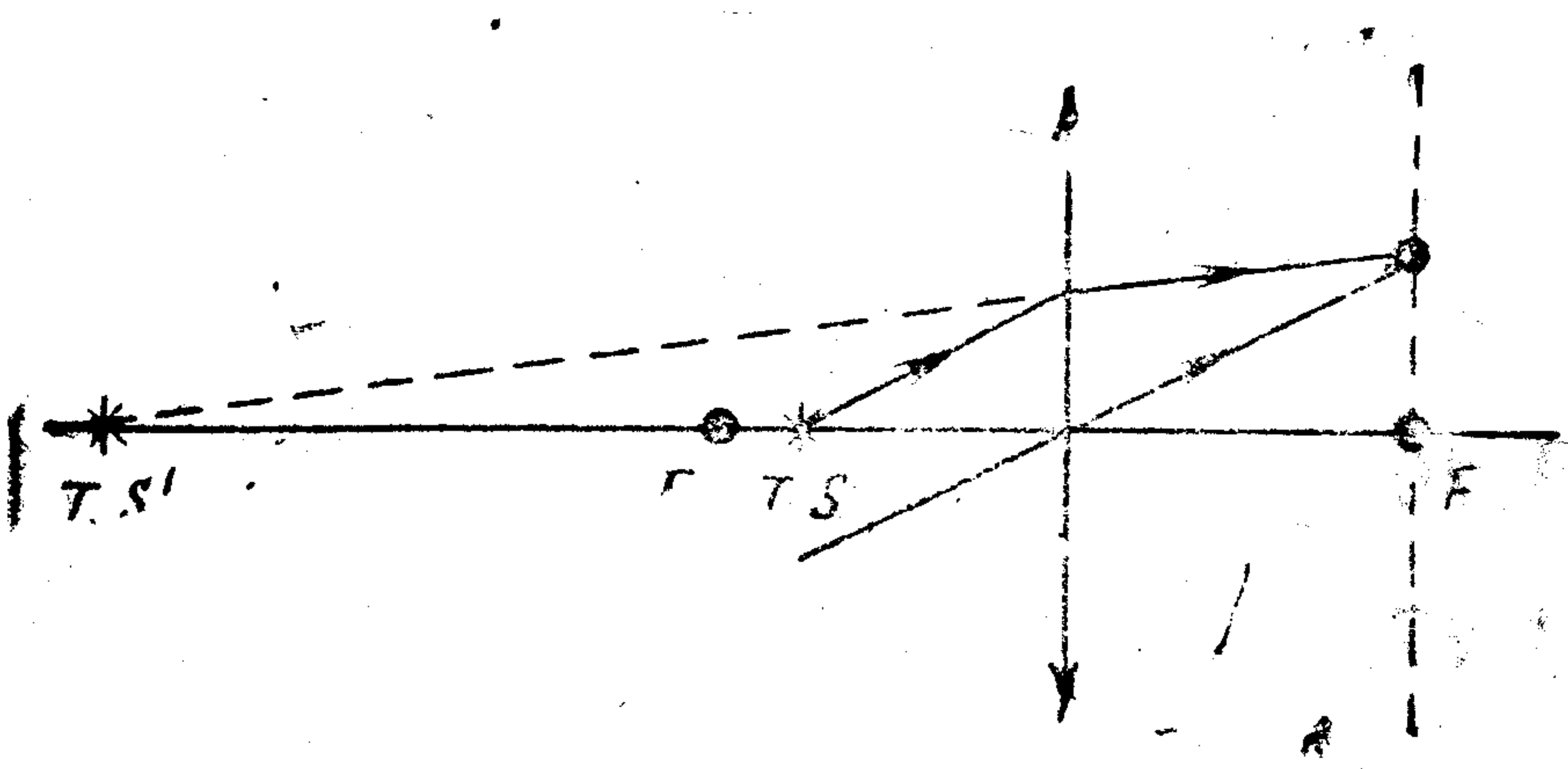


Рис. 160. К решению задачи 11.18

11.19.

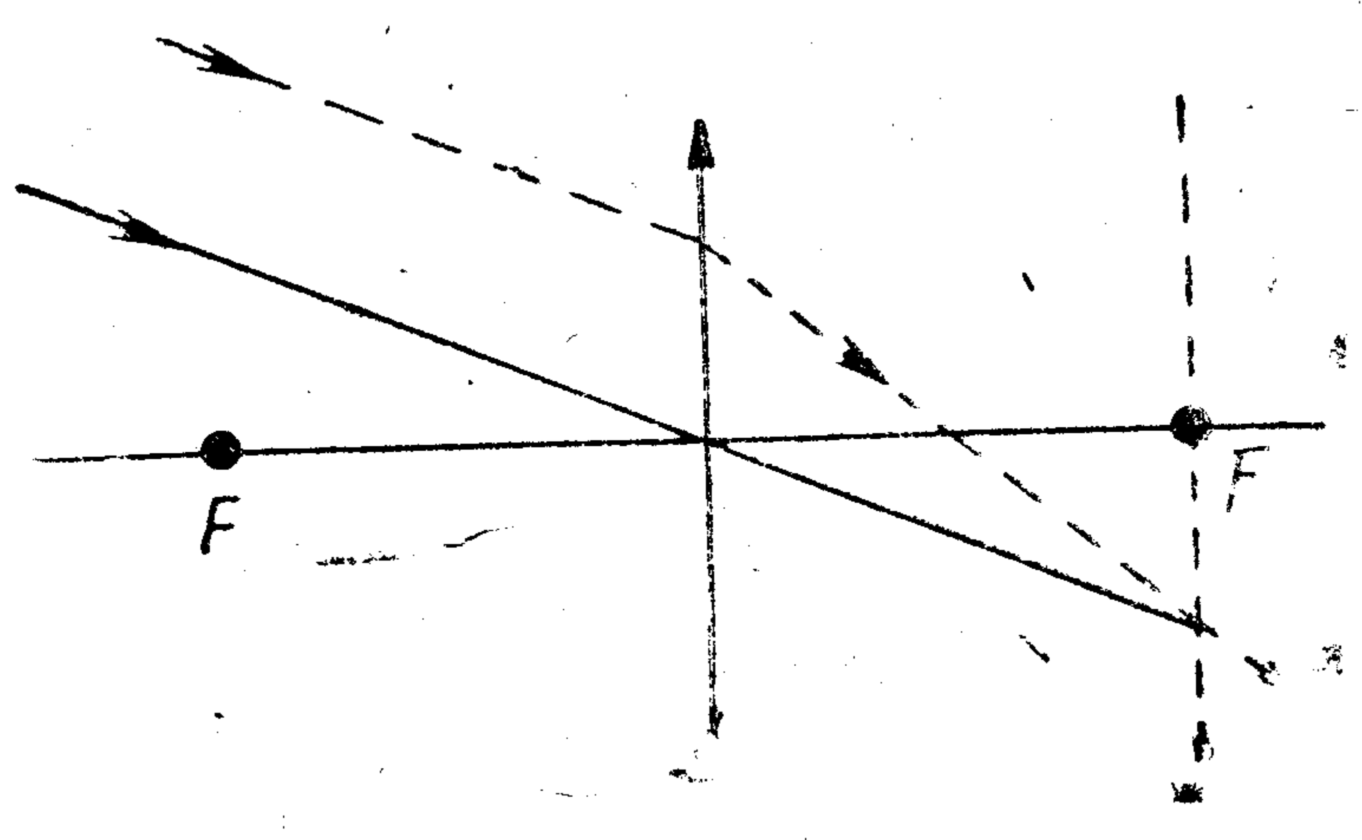


Рис. 161. К решению задачи 11.19

11.20.

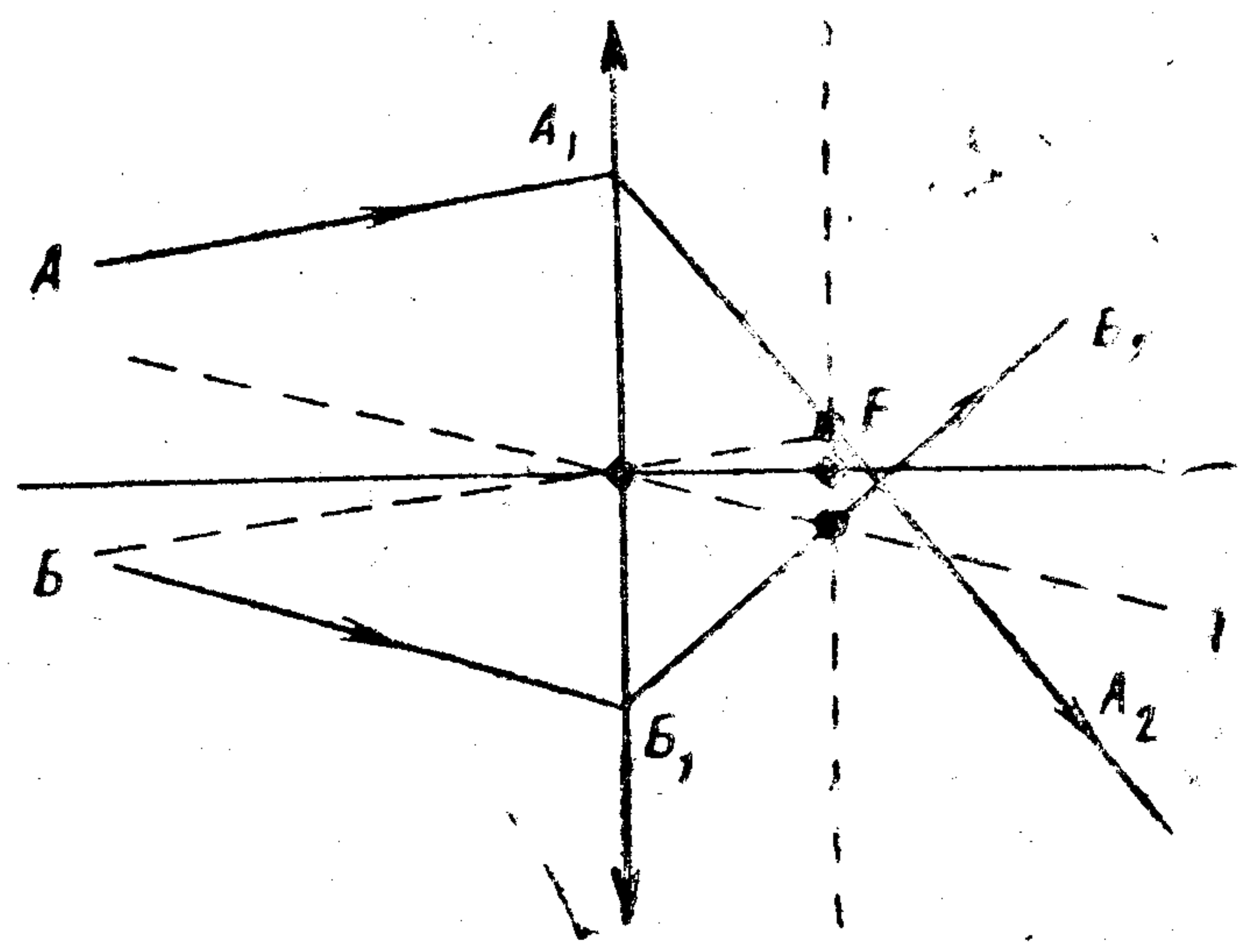


Рис. 162. К решению задачи 11.20

11.21. Изображения не будет.

11.22.

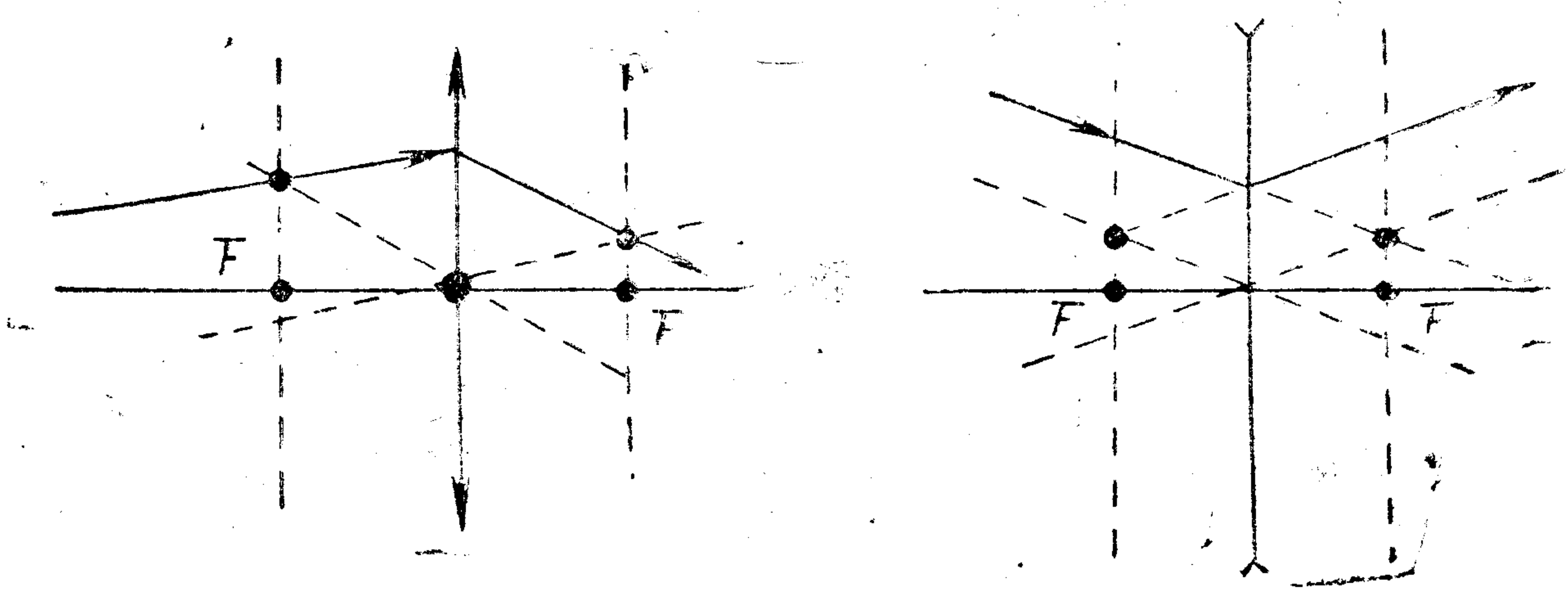


Рис. 163. К решению задачи 11.22

11.23.

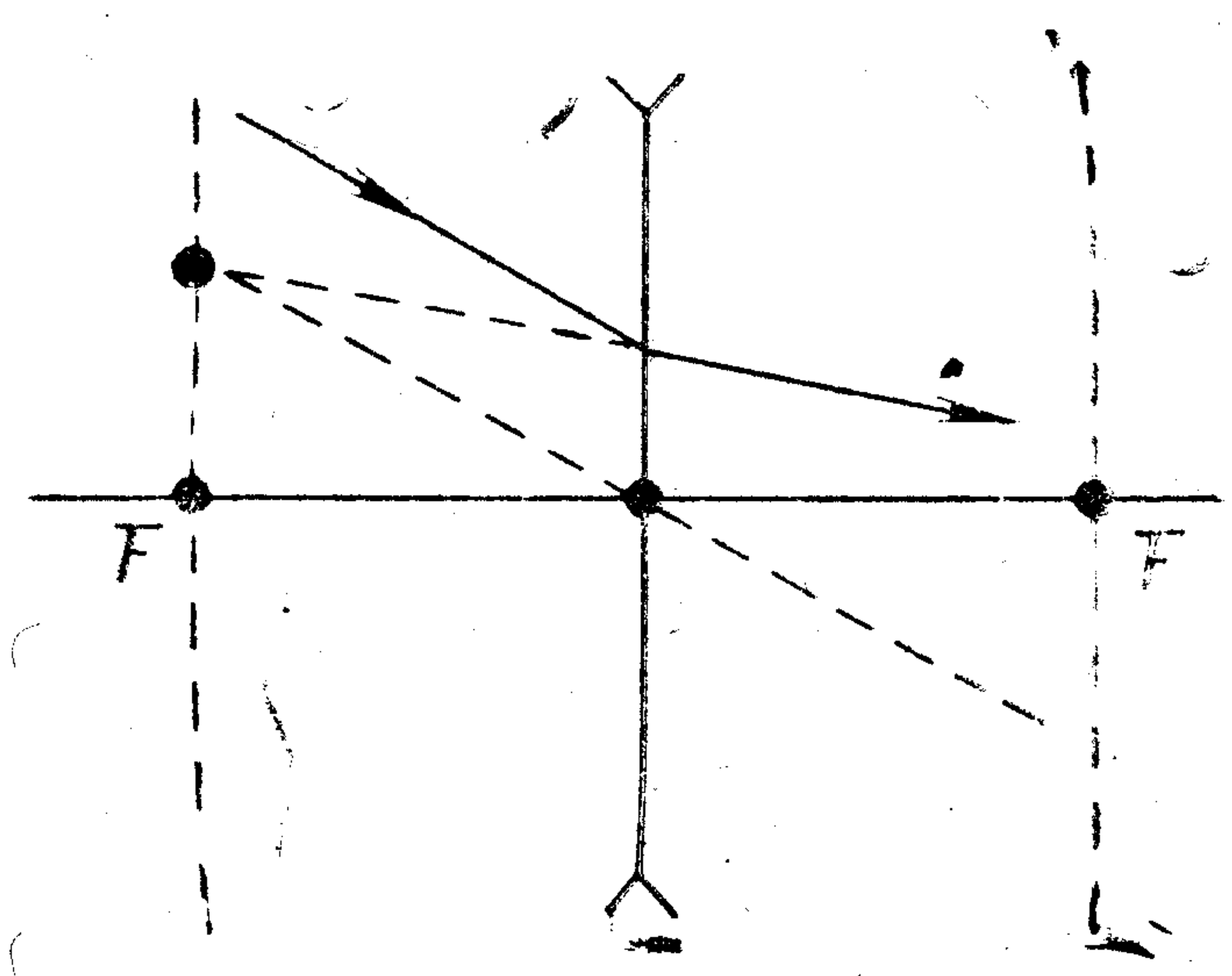


Рис. 164. К решению задачи 11.23

11.24.

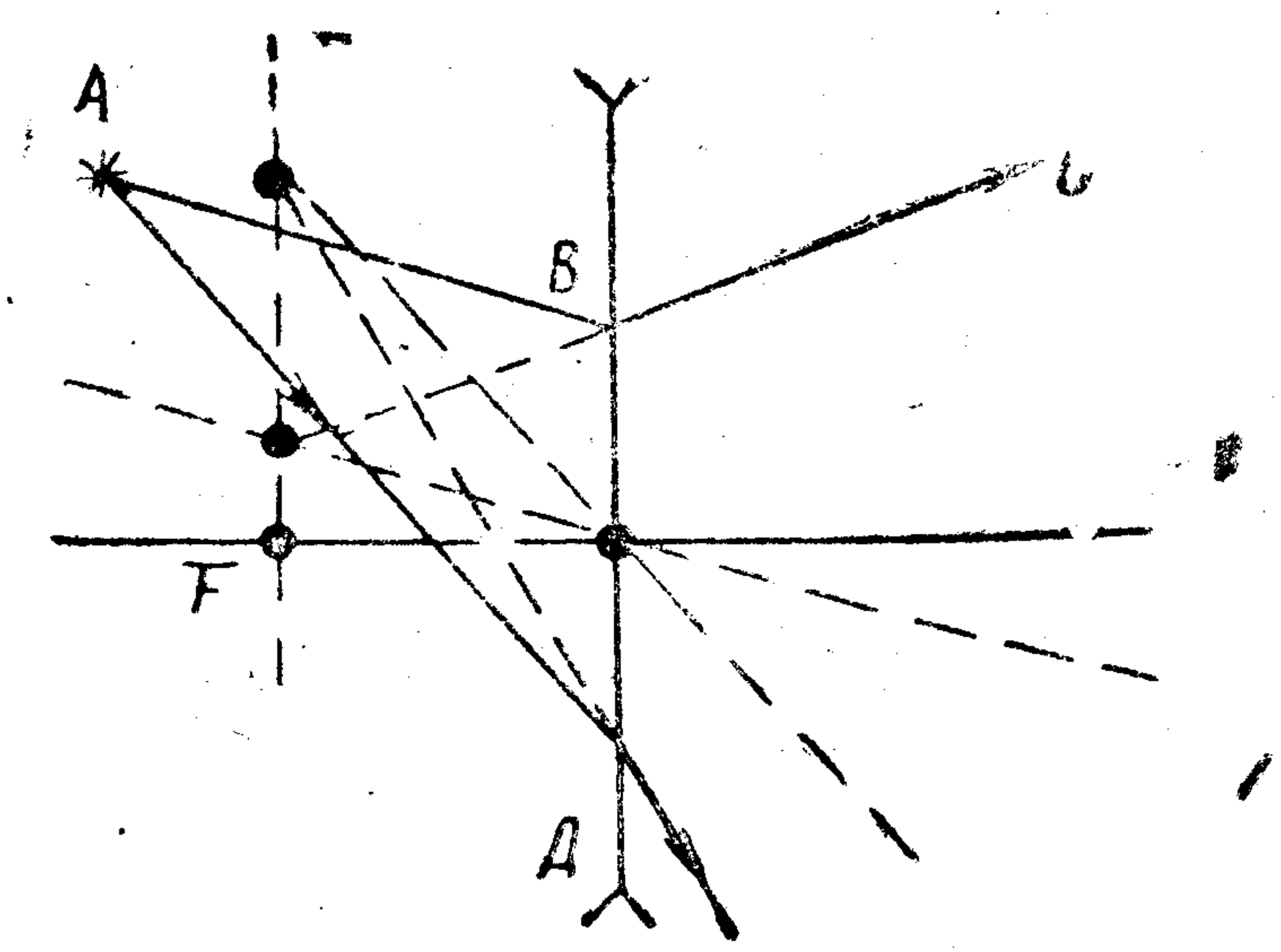


Рис. 165. К решению задачи 11.24

11.25. $\Delta = \dfrac{F^2}{d - F}$.

11.26. $k = 2$.

11.27. $k = \dfrac{f}{F} - 1$.

11.28. $D = -\dfrac{l}{a(a-l)} = -3{,}3$ дптр.

11.29. $D_2 = |2D - D_1| = 3$ см.

11.30. $F = \dfrac{l^2 - x^2}{4l} = 24$ см.

11.31. $F = \dfrac{n_в(n_с - 1)}{D(n_с - n_в)}$.

11.32. $d_2 = \dfrac{d_1}{1 + d_1 D} = 0{,}18$ м.

11.33. $f_1 = \dfrac{dF}{d - F} = 15$ см; $f_2 = \dfrac{(a - f_1)F}{a - f_1 - F} = 20$ см; $k =$
$= \dfrac{f_1}{d} \times \dfrac{f_2}{(a - f_1)} = \dfrac{1}{2}$.

11.34. $k = 0{,}1$; $d = \dfrac{F(k+1)}{k} = 55$ см.

11.35. $D = \dfrac{1}{d} - \dfrac{1}{l} = 3$ дптр.

11.36. $\gamma_1 = \gamma_2 = 19{,}47°$; неточность в определении угла преломления связана с дисперсией света.

11.37. $h = d \sin\alpha \left[1 - \dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right] = 0{,}97$ см.

11.38. $h = \dfrac{H}{n} = 0{,}75$ м.

11.39. $\alpha = \arcsin\dfrac{1}{n} = 38{,}68°$.

11.40. $\dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{d_1}{d_2} = 1{,}2$.

11.41. $l_1 = h_1 \operatorname{ctg}\alpha = 1{,}79$ м; $l_2 = h_1 \operatorname{ctg}\alpha + h_2 \operatorname{tg}\beta = 3{,}9$ м, где $\sin\beta = \dfrac{\cos\alpha}{n} = 0{,}576$; $\beta = 35°10'$.

11.42. $d = \dfrac{b\sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha}}{\cos\alpha} = 7{,}64$ см.

11.43. $r = R\dfrac{n_2}{n_1}$.

11.44. $R = \dfrac{H}{\sqrt{n^2 - 1}} = 4{,}56$ м.

11.45. $t_2 = \dfrac{I_1}{I_2}\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^2 t_1 = 27$ с.

11.46. $h = \dfrac{\lambda}{4n} = 100$ нм.

11.47. $2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (2m + 1)\dfrac{\lambda}{2}$, где $m =$
$= (0, 1, 2, 3, ...)$.

11.48. $N = \dfrac{\sin\varphi}{\lambda} = 600$ мм$^{-1}$.

11.49. $k = 3$.

11.50. $\alpha = 58°$.

11.51. $\lambda = \dfrac{2hc}{mv^2_0 + 2eU} = 1{,}8 \cdot 10^{-7}$ м.

11.52. $\lambda = \dfrac{hc}{A} = 6{,}2 \cdot 10^{-7}$ м.

11.53. $A = 10^{-18}$ Дж.

11.54. $U = \dfrac{hc - \lambda A}{\lambda e} = 1{,}1$ В.

11.58. $\Delta m = \dfrac{eU}{c^2} = 1{,}6 \cdot 10^{-33}$ кг.

11.59. $\Delta m = \dfrac{E}{c^2} 86400\ c = 3{,}456 \cdot 10^{14}$ кг.

11.60. $\lambda = \dfrac{nhc}{P} = 2 \cdot 10^{-6}$ м, $m = \dfrac{P}{nc^2} = 1{,}1 \cdot 10^{-36}$ кг.

11.61. $n_2 = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{n^2_1} - \dfrac{1}{\lambda R}}} = 5$.

11.62. $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m = 6{,}725 \cdot 10^{-29}$ кг.

11.63. $E = [Zm_p + (A - Z)m_n - m]c^2 = 2{,}49 \cdot 10^{-11}$ Дж.

11.64. Числом нейтронов.

11.65. ${}^{234}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + {}^{234}_{91}\mathrm{Pa}$.

11.66. ${}^{87}_{36}\mathrm{Kr}$.

ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН В СИ

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н (кг·м/с^2)
Давление	паскаль	Па (Н/м^2)
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж (Н·м)
Мощность	ватт	Вт (Дж/с)
Частота колебаний	герц	Гц (1/с)
Термодинамическая температура, разность температур	моль кельвин	К
Теплота (количество теплоты)	джоуль	Дж
Количество вещества		моль
Электрический заряд	кулон	Кл (А·с)
Сила тока	ампер	А

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В (Вб/с)
Напряженность	вольт на метр	В/м
Электрическая емкость	фарад	Ф (Кл/В)
Электрическое сопротивление	ом	Ом (В/А)
Электрическая проводимость	сименс	См (А/В)
Магнитная индукция	тесла	Тл (Н/А·м)
Магнитный поток	вебер	Вб (Тл·м^2)
Индуктивность	генри	Гн (Вб/А)
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк (лм/м^2)
Поток излучения	ватт	Вт
Доза излучения (поглощенная доза излучения)	грей	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

Приложение 2

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ВНЕСИСТЕМНЫМИ ЕДИНИЦАМИ И ЕДИНИЦАМИ СИ

Единицы пространства и времени. Единицы механических величин. Единицы величин молекулярной физики и термодинамики.

Длина	1 ангстрем (Å) $= 10^{-10}$ м $= 10^{-8}$ см
Время	1 сут = 86 400 с
	1 год = 365,25 сут = $3{,}16 \cdot 10^{7}$ с
Плоский угол	$1° = (\pi/180)$ рад $= 1{,}75 \cdot 10^{-2}$ рад
	$1' = (\pi/108) 10^{-2}$ рад $= 2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад
	$1'' = (\pi/648) 10^{-3}$ рад $= 4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад
Объем, вместимость	1 л $= 10^{-3}$ м$^3 = 10^3$ см^3
Масса	1 т $= 10^3$ кг
	1 а. е. м. $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Сила	1 кгс $= 9{,}81$ Н
Работа, энергия	1 кгс·м $= 9{,}81$ Дж
	1 Вт·ч $= 3{,}6 \cdot 10^3$ Дж
	1 эВ $= 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Мощность	1 л. с. $= 736$ Вт
Давление	1 кгс/см$^2 = 9{,}81 \cdot 10^4$ Па
	1 мм рт. ст. $= 133$ Па
	1 бар $= 10^5$ Па
	1 атм $= 1{,}01 \cdot 10^5$ Па
Напряжение (механическое)	1 кгс/мм$^2 = 9{,}81 \cdot 10^6$ Па
Частота вращения	1 об/с $= 1$ с$^{-1}$
	1 об/мин $= 1/60$ с$^{-1}$
Концентрация частиц	1 см$^{-3} = 10^6$ м$^{-3}$
Теплота (количество теплоты)	1 кал $= 4{,}19$ Дж
	1 ккал $= 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж

Приложение 3

ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Гравитационная постоянная	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/кг·с^2
Постоянная Авогадро	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	8,31 Дж/К·моль
Стандартный объем/молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$22{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль
Постоянная Больцмана	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Фарадея	$9{,}65 \cdot 10^4$ Кл/моль
Элементарный заряд	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса протона	$1{,}672648 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса нейтрона	$1{,}674954 \cdot 10^{-27}$ кг
Атомная единица массы	$1{,}6605655 \cdot 10^{-27}$ кг
Скорость света в вакууме	$3{,}00 \cdot 10^8$ м/с
Постоянная Стефана — Больцмана	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2·К^4
Постоянная закона смещения Вина	$2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Электрическая постоянная	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

Приложение 4

НЕКОТОРЫЕ АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Радиус Земли	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95 \cdot 10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
То же до центра Луны	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ м
Период вращения Луны вокруг Земли . . .	27,3 сут$=2{,}36 \cdot 10^{6}$ с

Приложение 5

СКОРОСТЬ ЗВУКА

Вода	1450 м/с
Воздух (сухой, при нормальных условиях) .	332 м/с

Приложение 6

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ НЕКОТОРЫХ ТЕЛ

Вода	81
Масло трансформаторное	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Фарфор	5,0
Эбонит	3,0

Приложение 7

ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Алмаз	2,42
Вода	1,33
Масло коричное	1,60
Сероуглерод	1,63
Стекло	1,50

Приложение 8

РАБОТА ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ МЕТАЛЛА

Металл	А, Эв	А, 10^{-19} Дж	Металл	А, Эв	А, 10^{-19} Дж
Калий	2,2	3,5	Платина	6,3	10,1
Литий	2,3	3,7	Серебро	4,7	7,5
Натрий	2,5	4,0	Цинк	4,0	6,4

МНОЖИТЕЛИ И ПРИСТАВКИ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ, КРАТНЫХ И ДОЛЬНЫХ ЕДИНИЦ И ИХ НАИМЕНОВАНИЙ

Множитель	Приставка		Пример	Множитель	Приставка		Пример
	Наименование	Обозначение			Наименование	Обозначение	
10^{18}	экса	Э	эксаметр Эм	10^{-1}	деци	д	дециметр дм
10^{15}	пэта	П	пэтагерц ПГц	10^{-2}	санти	с	сантиметр см
10^{12}	тера	Т	тераджоуль ТДж	10^{-3}	милли	м	миллиампер мА
10^{9}	гига	Г	гиганьютон ГН	10^{-6}	микро	мк	микровольт мкВ
10^{6}	мега	М	мегаом МОм	10^{-9}	нано	н	нанометр нм
10^{3}	кило	к	километр км	10^{-12}	пико	п	пикофарад пФ
10^{2}	гекто	г	гектоватт гВт	10^{-15}	фемто	ф	фемтограмм фг
10^{1}	дека	да	декалитр	10^{-18}	атто	а	аттокулон кКл

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гурский И. П. Элементарная физика с примерами решения задач. М., Наука, 1989.
2. Бендриков Г. А., Буховцев Б. Б. и др. Задачи по физике для поступающих в вузы. М., Наука, 1987.
3. Гольдфарб Н. И. Сборник вопросов и задач по физике. М., Высшая школа, 1973.
4. Мясников С. П., Осанова Т. Н. Пособие по физике. М., Высшая школа, 1988.
5. Светозаров В. В., Руденко А. И., Архипов В. И. Сборник задач по физике. М., МИФИ, 1986.
6. Гофман Ю. В. Законы, формулы, задачи по физике. Киев, «Наукова думка», 1977.
7. Тарасов Л. В., Тарасова А. Н. Вопросы и задачи по физике. М., Высшая школа, 1990.
8. Буховцев Б. Б., Кривченков В. Д. и др. Сборник задач по элементарной физике. М., Наука, 1974.
9. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. М., Наука, 1985.
10. Орир Дж. Физика. М., Мир, 1981.
11. Воробьев И. И., Зубков П. И. и др. Задачи по физике. М., Наука, 1988.
12. Павленко Ю. Г. Начала физики. М., МГУ, 1988.
13. Яворский Б. М., Селезнёв Ю. А. Справочное руководство по физике. М., Наука, 1979.
14. Ландау Л. Д., Ахиезер А. И., Лифшиц Е. М. Курс общей физики. М., Наука, 1969.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Сдано в набор 25.12.92. Подписано в печ. 12.04.93.
Объем 17,5 п. л. Формат $84 \times 108^1/_{32}$. Зак. 413. Тираж 5000 экз.

Московская типография № 8 «Росбланкиздат»
107078, Москва, Каланчевский туп., 3/5