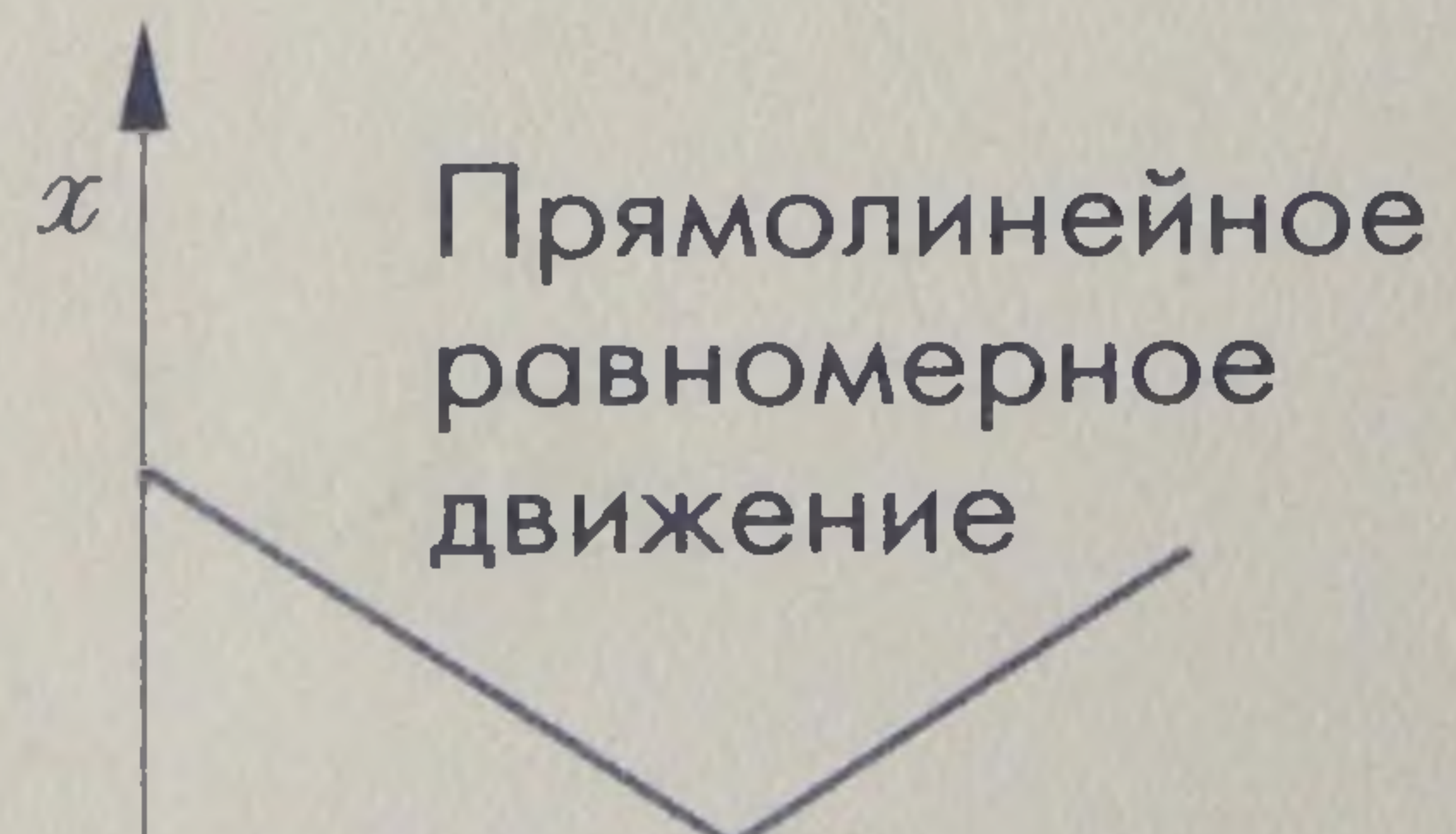
Профессиональная библиотека учителя

М. Е. БЕРШАДСКИЙ
Е. А. БЕРШАДСКАЯ

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

МЕХАНИКА



Прямолинейное равномерное движение

$$\vec{\upsilon}_{тп} = \vec{\upsilon}_{тн} - \vec{\upsilon}_{пн}$$
$$\vec{\upsilon}_{тн} = \vec{\upsilon}_{тп} + \vec{\upsilon}_{пн}$$
$$x = x_0 + \upsilon_x t$$

НАРОДНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
2001

«ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ БИБЛИОТЕКА УЧИТЕЛЯ»

М. Е. Бершадский,
Е. А. Бершадская

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Москва • «Народное образование» • 2001

УДК 373.167.1:53
Б 52
ББК 22.3.я721

Бершадский М.Е., Бершадская Е.А.

Б 52 Методы решения задач по физике. Механика. Кинематика. Прямолинейное равномерное движение. М.: Народное образование, 2001. 224 с.

ISBN 5-87953-157-0

В пособии на основе специально подобранной системы задач раскрывается содержание и структура каждого из методов решения физических задач, выделяется пооперационный состав действий, из которых оно состоит, организуется деятельность по многократному применению операционного состава действий в постепенно усложняющихся условиях. Это способствует овладению методами решения на уровне формирования в сознании схем умственной деятельности, обеспечивающих успешное решение весьма сложных задач (впрочем, уровень обучения можно выбрать самостоятельно).

Пособие предназначено школьникам, лицеистам, гимназистам, слушателям подготовительных отделений и курсов, студентам, изучающим физику. Книга будет полезна и учителям физики при проведении уроков решения задач. Некоторые фрагменты пособия выполнены в форме рабочей тетради, что позволяет применять его на различных этапах учебного процесса.

ББК 22.3.я721

ISBN 5-87953-157-0

ПРЕДИСЛОВИЕ

За долгие годы работы учителями и преподавателями вузов нам неоднократно доводилось выслушивать многочисленные жалобы на «непреодолимые» трудности, возникающие у учеников при попытках решить какую-либо физическую задачу. К сожалению, вынуждены признать, что затруднения действительно возникают. Можно выделить две основные причины этих затруднений. Первая из них весьма печальна и исторически неизбежна — это традиционная для российских школяров лень и удивительное в своём постоянстве стремление в процессе обучения не использовать «серое вещество» по его назначению. Вторая причина в самом деле имеет отношение к содержанию физической науки и в определённой степени оправдывает тех, кто не умеет решать задачи. Процесс поиска решения представляет собой весьма сложную интеллектуальную деятельность. В условии задачи описывается некая реальная, но несколько упрощённая, идеализированная ситуация, которая должна быть разрешена, рассчитана и объяснена на основе физических методов. Каждый метод имеет определённую структуру и состоит из отдельных действий или операций, применяемых последовательно в логическом порядке. В них раскрывается физический способ мышления о процессах, происходящих в реальном мире. Одна и та же ситуация может быть описана на языке поэта и художника, политика и экономиста, физика и биолога и т.д. Научиться решать задачи — это значит присвоить, сделать достоянием собственного интеллекта физический способ мышления. Он формируется только в деятельности по применению частных и общих методов науки. Методы отнюдь не сводятся к подбору формул, с помощью которых можно решить задачу. Овладеть методом можно только на основе знания и понимания его структуры, состоящей из определённых действий и операций, знания и понимания содержания каждого действия и операции. Многократно применяя их в различных ситуациях, можно постепенно научиться думать так, как думает физик, решая реальные проблемы науки. Может быть, это и самонадеянно, но нам хочется верить, что это пособие поможет вам овладеть физическими методами решения проблем.

Каждая из задуманных нами книг, в том числе и та, которую вы сейчас держите в руках, будет иметь одинаковую структуру, которая определяется психологическими закономерностями формирования интеллектуальных умений. В первой главе кратко рассматривается необходимый минимум теоретических сведений, достаточный для понимания физической информации, содержащейся в условии задач, и тех методов, которые используются для их решения. Этот материал нужно внимательно прочитать, обязательно добиваясь понимания прочитанного, а не пытаясь выучить наизусть формулы, рисунки и графики. Учтите, что информация, приведённая в первой главе, не является систематическим изложением школьного курса физики (мы не хотим писать новый учебник). Поэтому, если вы забыли выводы каких-либо формул или испытываете затруднения с пониманием смысла отдельных понятий, то надо обратиться к чтению школьных учебников.

Каждая из следующих глав пособия посвящена изучению отдельных методов решения задач по определённой теме, поэтому все они имеют одинаковую структуру. Сначала на примере достаточно простой задачи подробно, шаг за шагом описываются действия, которые необходимо совершить для её решения. Каждое действие раскладывается на операции, выполняемые в определённой последовательности. Для действий и операций даются образцы и возможные варианты их выполнения. В результате создаётся обобщённая схема применения физического метода решения определённого типа задач. Особое внимание уделено ориентировочной основе действия, в результате которой выбирается метод решения. Описание метода нужно прочитать очень внимательно, пытаясь понять последовательность выполнения действий, способ выполнения каждого действия и операции. Не нужно механически заучивать схему решения, важно добиться именно понимания процедуры применения метода.

Затем вам предлагается похожая задача, которую надо решить самостоятельно, отвечая на вопросы, приведённые в тексте. Эти вопросы составлены в соответствии со схемой применения метода и требуют от вас не только выполнения действий и операций, но и обоснования необходимости их выполнения. Если вы успешно справились с решением этой задачи, то достигли уровня понимания метода и составляющих его действий и операций.

Решая следующие тренировочные задачи, вам предстоит научиться выполнять действия в изменённых и постепенно усложняющихся условиях. При этом постарайтесь последовательно отвечать на поставленные вопросы, не пытаясь решать задачу в уме. Интуиция — «вещь» замечательная, но вы не сможете проконтролировать правильность интуитивно выполняемых действий. Лишь при многократном осознанном выполнении действий они превратятся в достижения вашего интеллекта.

Первые тренировочные задачи соответствуют обычному школьному уровню, последующие — рассматриваются в классах с углублённым изучением физики и предлагаются на вступительных экзаменах в институты и университеты. Уровень сложности задач вы можете выбрать самостоятельно. Не отчаивайтесь, если не сможете решить какую-либо задачу. Мы рекомендуем вам вернуться к её решению позже. Возможно, вы будете приятно удивлены, обнаружив, что задача не так сложна, как это представлялось вначале.

В конце каждой главы приведены задачи для самостоятельного решения, дифференцированные по уровню сложности.

Учитывая возможный предстоящий переход к обязательному тестированию, в конце каждой книги мы решили привести задания с выбором ответов по той теме, которая была в ней рассмотрена.

Надеемся, что в эпоху всеобщей экономической и юридической «лихорадки», охватившей молодые умы, найдутся хотя бы немногие, для которых овладение физическим стилем мышления доставит чувство глубокого интеллектуального удовлетворения. Были бы очень рады помочь вам испытать это чувство!

ГЛАВА 1

Информация, необходимая для решения задач на описание прямолинейного равномерного движения

1.1. Уравнения зависимости координаты и проекции скорости от времени

Прямолинейным равномерным движением называется такой вид механического движения, при котором тело за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.

Основной характеристикой прямолинейного равномерного движения является *скорость*. **Скоростью прямолинейного равномерного движения $\vec{\upsilon}$ называется отношение перемещения тела $\vec{S}$ к длительности промежутка времени t, за который это перемещение совершено.**

$$\vec{\upsilon} = \frac{\vec{S}}{t}. \qquad (1.1)$$

При прямолинейном равномерном движении скорость остаётся постоянной как по величине, так и по направлению. Так как направление скорости не изменяется, то для описания данного вида движения можно выбрать одномерную систему координат, направив ось 0X вдоль вектора перемещения (рис. 1.1). Положение тела в одномерной системе координат задаётся координатой — расстоянием от точки, в которой находится тело, до тела отсчёта, с

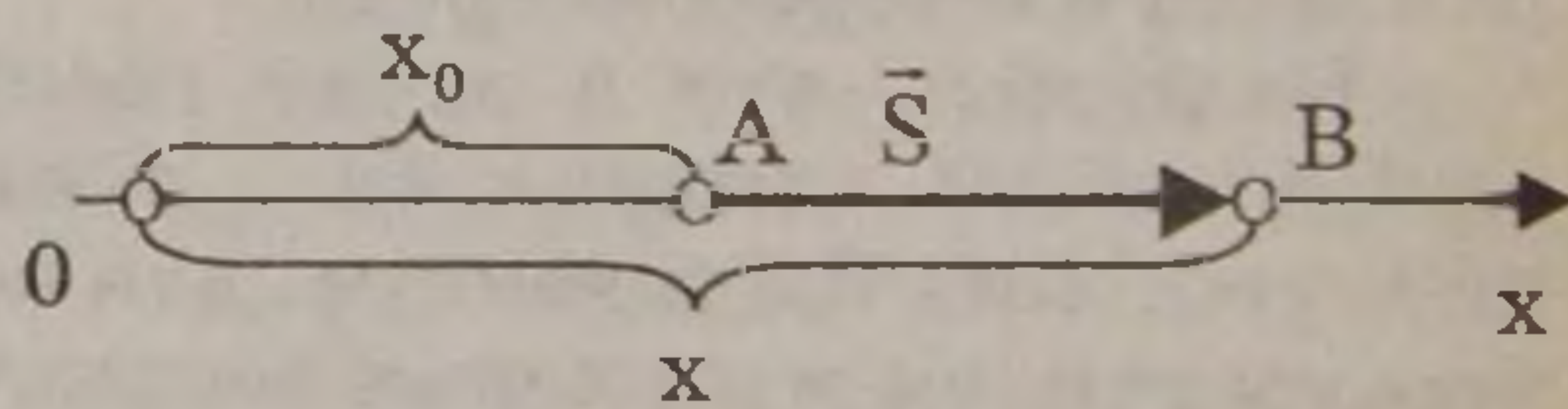


Рис. 1.1

которым связано начало координат. Тело отсчёта выбирается произвольно, исходя из соображений удобства (простоты записи уравнения движения). Пусть тело в начальный момент времени находится в точке А, тогда его положение определяется начальной координатой x_0 — расстоянием от точки А до начала координат. Совершив перемещение $\vec{S}$, тело оказывается в точке В. Её положение задаётся координатой x — расстоянием от точки В до начала координат. Тогда уравнение движения тела (уравнение зависимостей координаты от времени) будет иметь следующий вид:

$$x = x_0 + \upsilon_x t\ , \tag{1.2}$$

где υ_x — проекция вектора скорости тела на координатную ось 0X. При прямолинейном равномерном движении проекция вектора скорости остается постоянной и от времени не зависит.

Для построения проекции вектора скорости нужно опустить перпендикуляры из начала и конца вектора скорости на ось 0X (рис. 1.2). Отрезок между основаниями этих перпендикуляров (точками *a* и *b*) и является проекцией вектора скорости. Проекция скорости положительна, если вектор скорости сонаправлен с осью 0X. Если же вектор скорости противоположен по направлению оси 0X, то проекция отрицательна (рис. 1.3).

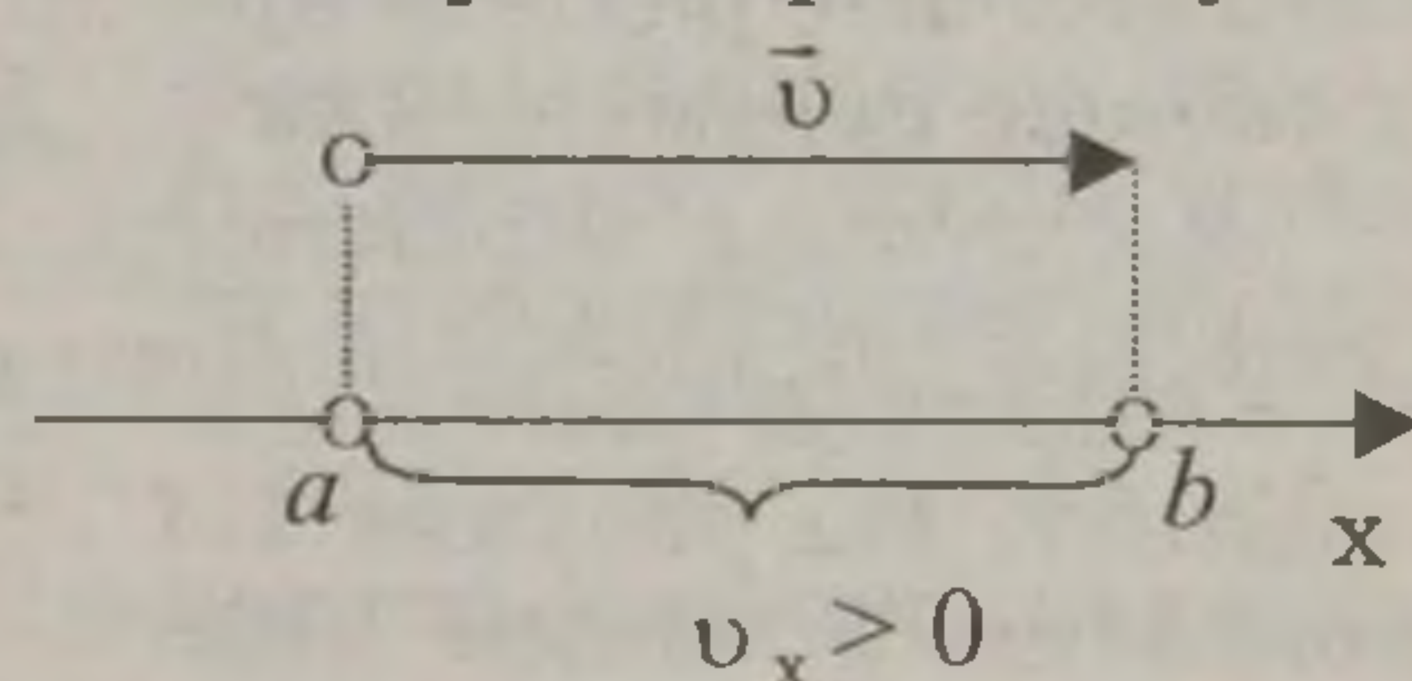


Рис. 1.2

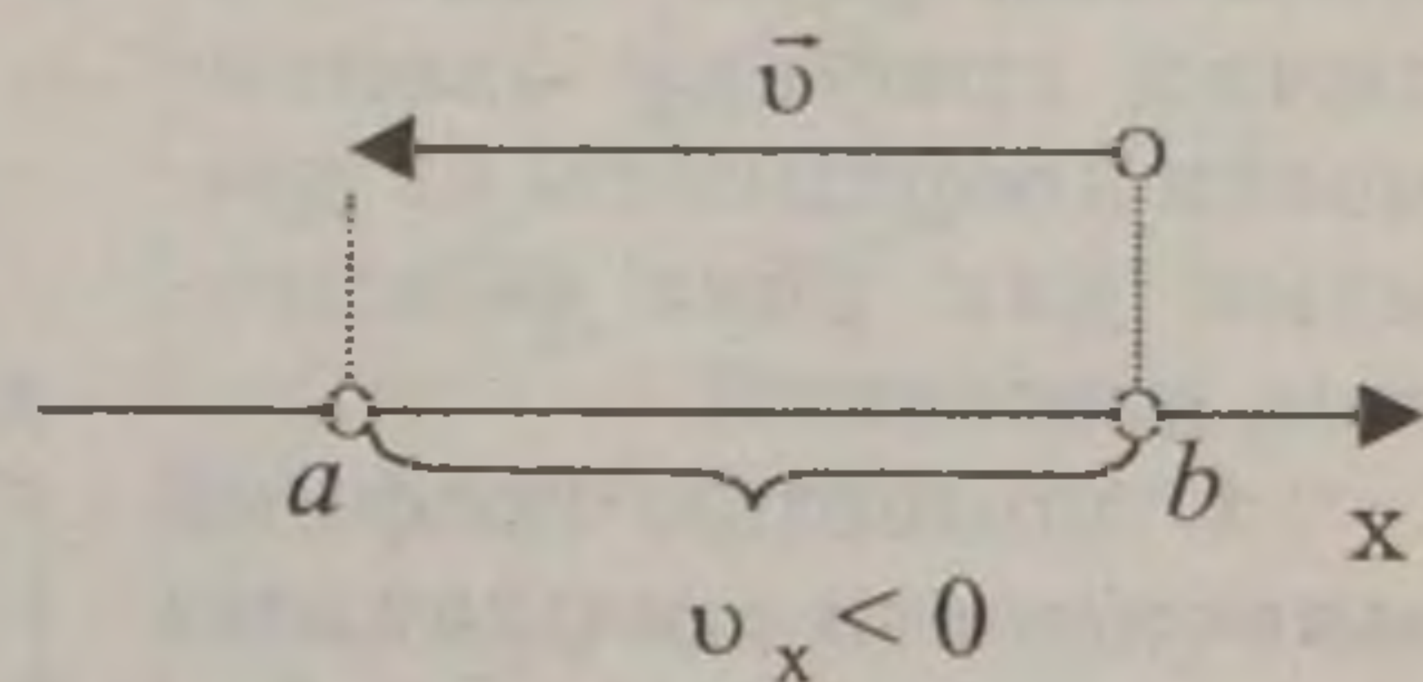


Рис. 1.3

Если известны начальная координата тела и проекция его скорости, то можно найти координату тела в любой момент времени, т. е. решить основную задачу механики для прямолинейного равномерного движения.

Зная конечную и начальную координаты тела и время изменения координаты, можно найти проекцию скорости тела на ось 0X:

$$\upsilon_x = \frac{x - x_0}{t}\ . \tag{1.3}$$

1.2. Графики зависимости координаты и проекции скорости от времени

Зависимости координаты и проекции скорости от времени можно задать графически.

С точки зрения математики уравнение (1.2) является уравнением *линейной зависимости* вида $y = kx + b$. Поэтому графиком функции $x = x_0 + \upsilon_x t$ является *прямая линия*. При $t = 0$ координата x равна начальной координате x_0, поэтому график зависимости координаты от времени начинается из точки A с координатой x_0 (рис. 1.4). Если проекция скорости тела положительна, то график направлен вверх. Если же проекция скорости отрицательна, то график опускается вниз. Таким образом, по графику зависимости координаты от времени можно определить направление скорости тела в заданной системе координат. На рисунке 1.4 показаны в общем виде без указания численных значений физических величин графики зависимости координаты от времени для двух различных движений.

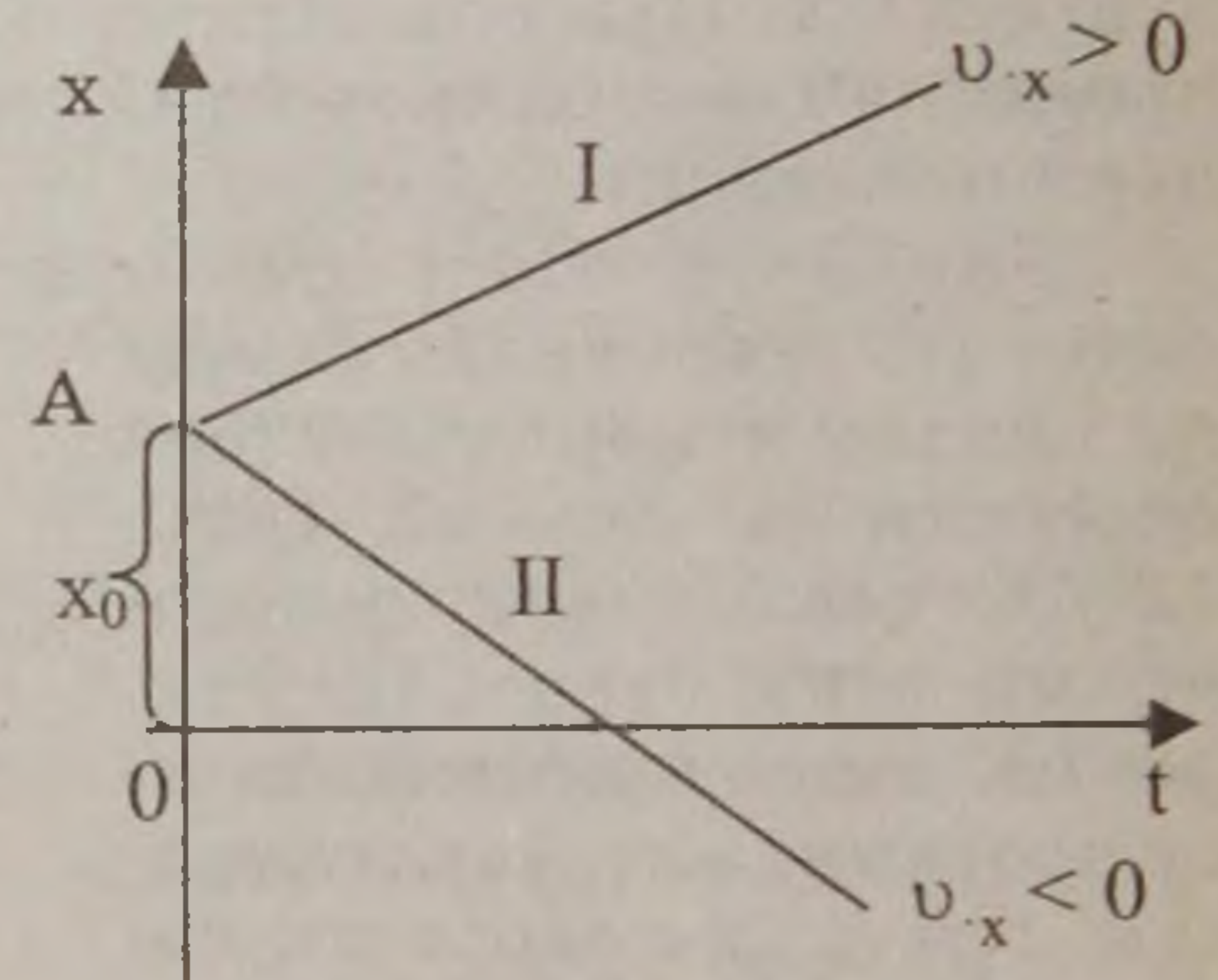


Рис. 1.4

С помощью графика зависимости координаты тела от времени можно определить и величину проекции скорости тела. Изобразим на рисунке 1.5 график зависимости координаты от времени для некоторого произвольного прямолинейного равномерного движения, происходящего в течение промежутка времени t. Пусть этот график образует угол α с положительным направлением оси времени. Выполним на рисунке допол-

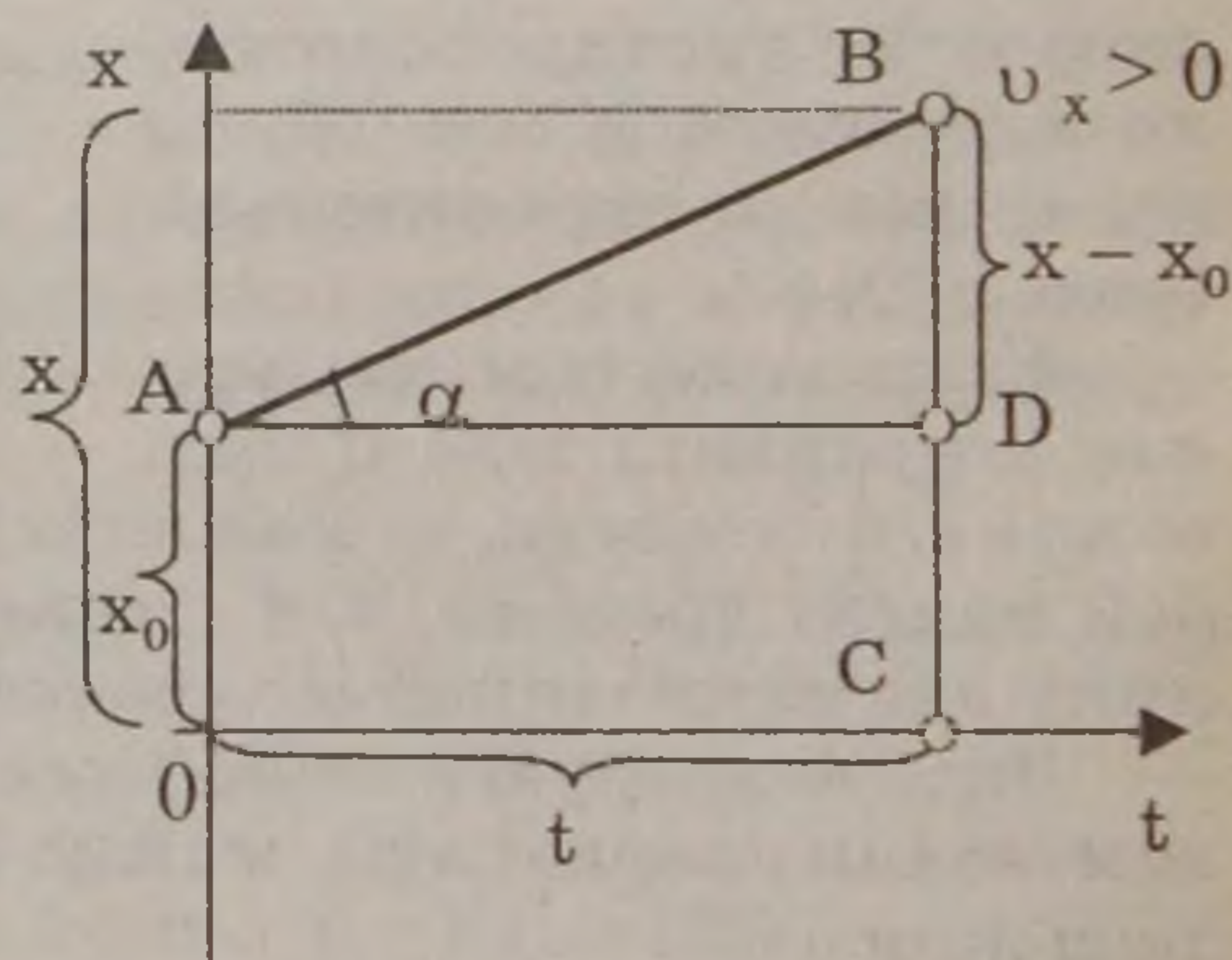


Рис. 1.5

нительные построения. Проведём вертикальный отрезок BC, ограничивающий время движения, и горизонтальный отрезок AD на уровне начальной координаты тела x_0. В результате получается прямоугольный треугольник ABD. В нём сторона BD равна изменению координаты тела $x-x_0$ ($BC = x$, $DC = x_0$), а сторона AD равна времени движения t. По определению тангенс угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему катету. Но противолежащим к углу катетом в треугольнике ABD является сторона BD, а прилежащим — сторона AD. Тогда $tg\alpha = \frac{BD}{AD}$. Подставляя вместо BD изменение координаты $x-x_0$, а вместо AD — время движения t, получим $tg\alpha = \frac{x - x_0}{t}$.
Сравнивая данную формулу с формулой (1.3), мы видим, что тангенс угла α численно равен проекции скорости движения тела. В этом состоит так называемый геометрический или графический смысл скорости: *проекция скорости при прямолинейном равномерном движении тела численно равна тангенсу угла наклона графика зависимости координаты от времени к положительному направлению оси времени.*

В первой координатной четверти тангенс является функцией возрастающей, поэтому чем больший угол образует график с осью времени, тем больше проекция скорости. Пользуясь данным выводом, можно выяснить, чем отличаются движения, графики которых изображены на рисунке 1.6. Прямые 1 и 2 идут вверх, поэтому проекции скоростей υ_{x_1} и υ_{x_2} положительны (тела движутся в направлении оси 0X). Прямая 1 образует бóльший угол наклона с положительным направлением оси времени, чем прямая 2, поэтому проекция скорости движения первого тела больше, чем второго: $\upsilon_{x_1} > \upsilon_{x_2}$. График движения третьего тела параллелен оси времени, угол наклона к оси t равен нулю, следовательно, равна ну-

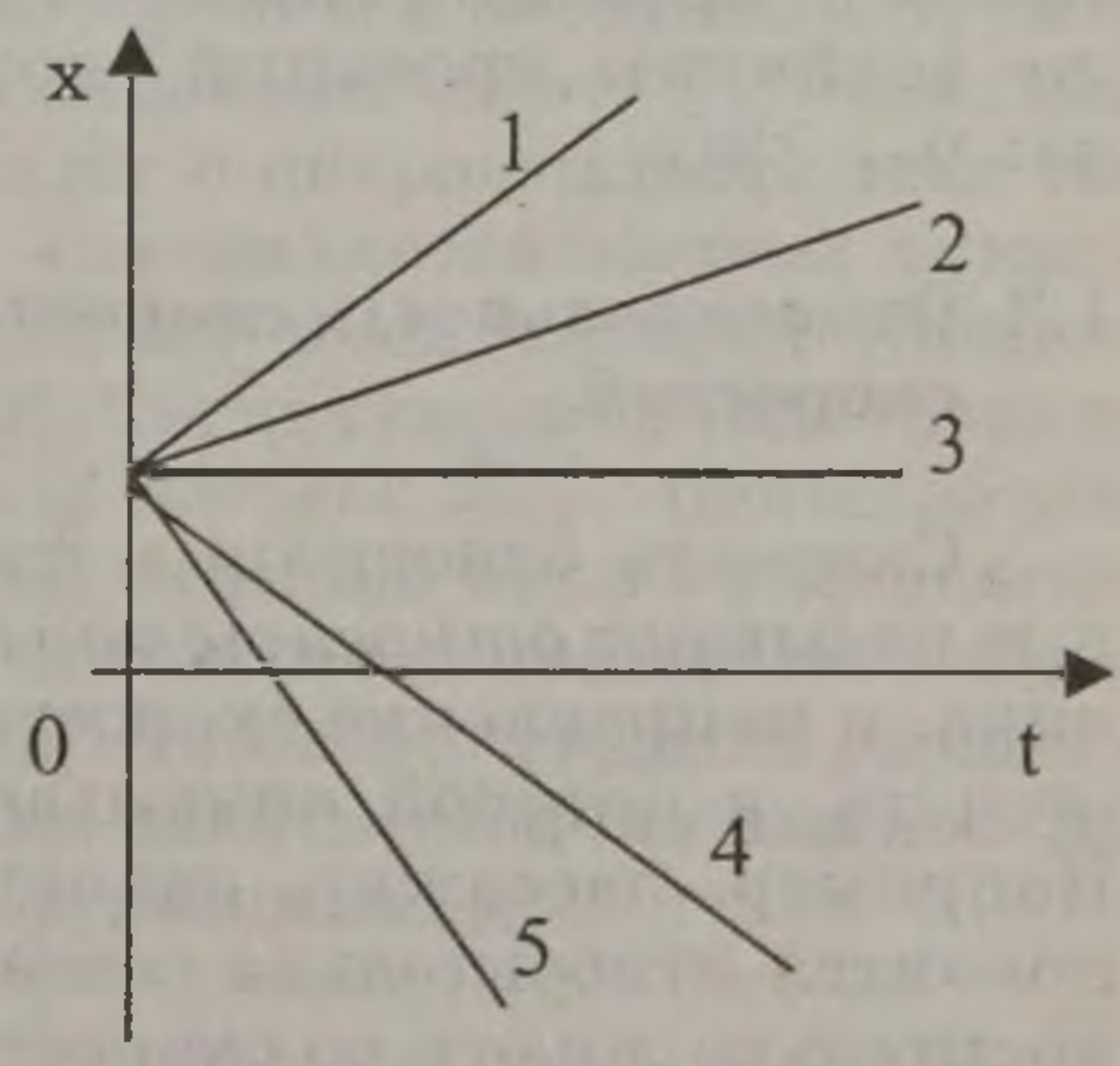


Рис. 1.6

лю и скорость движения. Прямые 4 и 5 идут вниз, поэтому проекции скоростей υ_{x4} и υ_{x5} отрицательны (тела движутся против оси 0X). Прямая 5 образует с положительным направлением оси времени бóльший по величине угол наклона, чем прямая 4, поэтому проекция скорости движения пятого тела по величине больше, чем четвёртого: $|\upsilon_{x5}| > |\upsilon_{x4}|$ (сравнивать нужно именно модули, т.е. величины проекций, так как сами проекции отрицательны).

На рисунке 1.7 изображены графики зависимости проекции скорости движения двух тел от времени. Так как скорости тел постоянны, то графики представляют собой отрезки прямых, параллельных оси времени. Если проекция скорости положительна, то график расположен выше оси времени, если проекция отрицательна, то — ниже. Чем больше величина проекции скорости, тем дальше от оси времени расположен график. Поэтому проекция скорости движения первого тела больше величины проекции скорости движения второго тела: $\upsilon_{x_1} > |\upsilon_{x_2}|$.

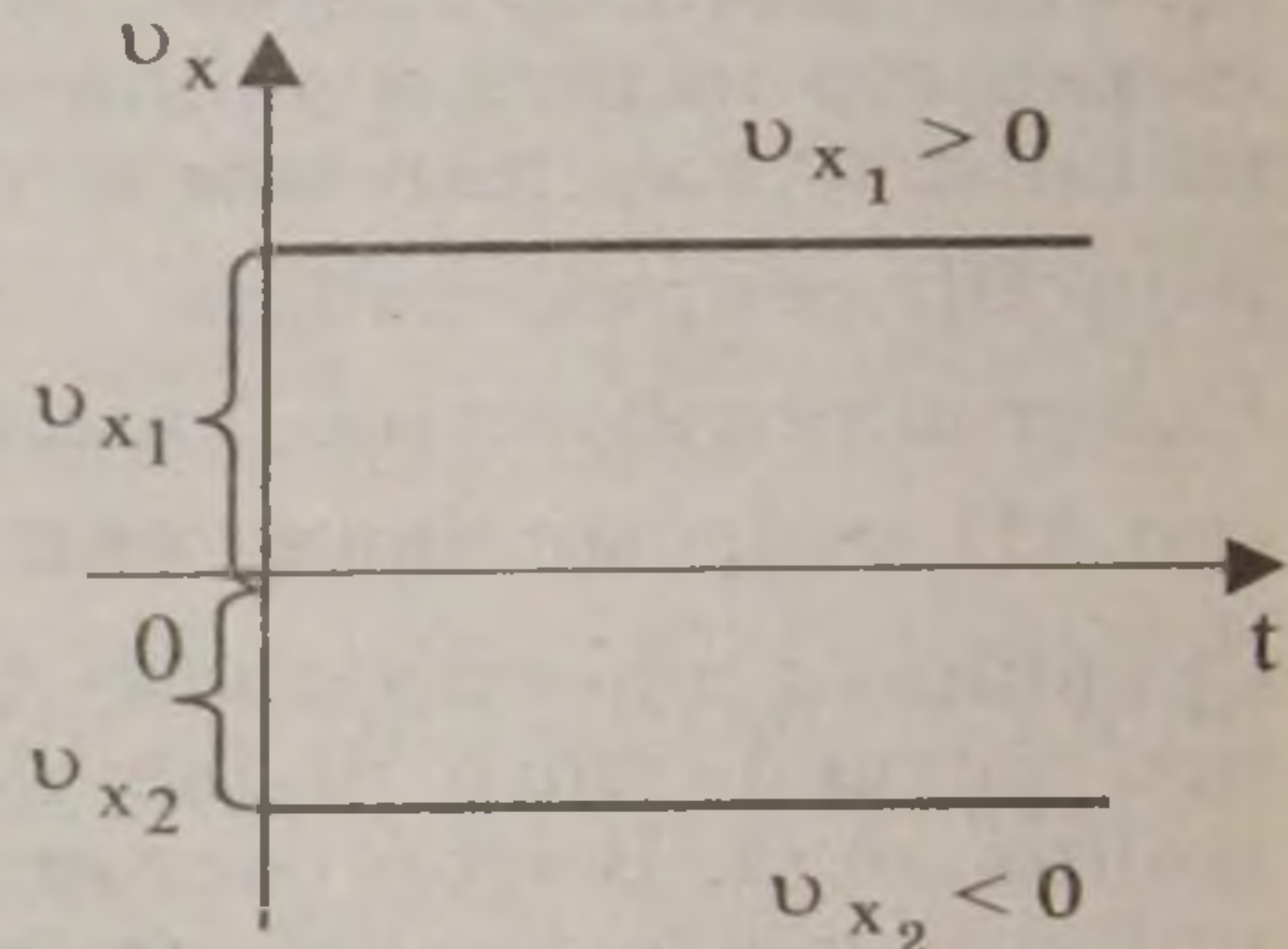


Рис. 1.7

1.3. Относительность скорости. Правило сложения скоростей

Скорость относится к физическим величинам, которые называют *относительными*. Это означает, что и величина, и направление скорости зависят от выбора системы отсчёта, в которой описывается исследуемое движение. Например, пассажир, сидящий в движущемся автобусе, покоится относительно самого автобуса, но движется относительно дороги со скоростью, равной скорости автобуса. Тот же пассажир может двигаться в направлении, обратном направлению движения автобуса относительно наблюдателя, находящегося в автомобиле, обгоняющем автобус. Таким образом, задавать вопрос о том, чему равна скорость какого-либо тела без указания системы отсчёта, в которой нужно найти скорость, не имеет смысла. Каждый наблюдатель имеет право выбрать любую инерциальную систему отсчёта для описания движения интересующего его тела. Делается это, как правило, на основании соображений удобства (простоты описания движения тела). В этой ситуации, чтобы разработать объективную теорию механического движения, не связанную с каким-либо избранным наблюдателем (системой отсчёта), необходимо найти правила, с помощью которых можно осуществить переход из одной инерциальной системы отсчёта в другую. В классической механике эти правила называются *преобразованиями Галилея.* Они связывают между собой координаты тела и время его движения (в классической механике предполагается, что время не зависит от движения системы) в двух различных системах отсчёта, движущихся равномерно друг относительно друга. Одним из следствий преобразований Галилея является *правило сложения скоростей.*

Пусть движение некоторого тела изучается в двух системах отсчёта. Одну из них условно назовём *подвижной*, а вторую — *неподвижной.* Например, при описании движения лодки, плывущей по реке, с берегом реки естественно связать неподвижную систему отсчёта, а с водой — подвижную систему. Пусть подвижная система отсчёта движется относительно неподвижной прямолинейно и равномерно со скоростью, которую мы обозначим буквой « $\vec{\upsilon}$ » с двойным буквенным индексом «пн» — « $\vec{\upsilon}_{пн}$ ». Индекс показывает, что речь идёт о скорости движения подвижной системы (индекс «п» является первой буквой слова *подвижная*) относительно неподвижной (индекс «н»— от слова *неподвижная*). Тогда скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта $\vec{\upsilon}_{тн}$ (двойной индекс «тн» образован первыми буквами слов *тело* и *неподвижная* система отсчета) связана со скоростью тела относительно подвижной системы отчёта $\vec{\upsilon}_{тп}$ (индекс расшифровывается по первым буквам слов *тело* и *подвижная* система отсчета) следующим соотношением:

$$\vec{\upsilon}_{тн} = \vec{\upsilon}_{тп} + \vec{\upsilon}_{пн} \ . \qquad (1.4)$$

Выражение (1.4) представляет собой математическую запись правила сложения скоростей. В этой форме оно используется при переходе от подвижной системы отсчета к неподвижной. Зная скорость тела относительно подвижной системы отсчёта, по формуле (1.4) можно найти скорость тела относительно неподвижной системы.

Если в формуле (1.4) выразить скорость тела относительно подвижной системы отсчёта, то мы получим обратное правило перехода от неподвижной системы отсчёта к подвижной:

$$\vec{\upsilon}_{\text{тп}} = \vec{\upsilon}_{\text{тн}} - \vec{\upsilon}_{\text{пн}}. \qquad (1.5)$$

Формула (1.5) позволяет найти скорость тела относительно подвижной системы отсчёта по известной скорости тела относительно неподвижной системы отсчёта. На самом деле формула (1.5) является простым следствием из выражения (1.4) и не имеет самостоятельного значения (или наоборот). Но при решении задач удобнее сразу использовать выражение (1.5), не прибегая каждый раз к трансформации формулы (1.4).

В некоторых учебниках для сокращения формы записи правил сложения скоростей авторы прибегают к следующим обозначениям: скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта обозначается через $\vec{\upsilon}$; скорость тела относительно подвижной системы отсчёта — через $\vec{\upsilon}\,'$; скорость подвижной системы отсчёта относительно неподвижной — через $\vec{u}$. Тогда обе формы записи правила сложения скоростей можно представить в виде простой системы уравнений:

$$\begin{cases} \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}\,' + \vec{u}, \\ \vec{\upsilon}\,' = \vec{\upsilon} - \vec{u}. \end{cases}$$

Данная форма записи является общеупотребительной, но для обучения она менее удобна, так как не содержит указаний на системы отсчёта, относительно которых измеряется скорость тела. Выражения (1.4) и (1.5) более громоздки, но они подскажут вам действия, которые нужно выполнить при решении задачи.

Прежде чем перейти к описанию отдельных методов решения задач на описание прямолинейного равномерного движения, выделим основные типы задач по данной теме:

- задачи на переход от координатного к графическому способу описания движения;
- задачи на применение координатного метода решения;
- задачи на применение графического метода решения;
- задачи на применение правила сложения скоростей;
- задачи на совместное применение правила сложения скоростей и координатного метода.

Каждому из этих методов будет посвящена отдельная глава книги.

ГЛАВА 2

Координатный и графический способы описания прямолинейного равномерного движения

В этой главе мы рассмотрим два способа описания прямолинейного равномерного движения — *координатный* и *графический*. Они связаны между собой, так как описывают одно и то же явление. Если задан один из способов описания, например координатный, то по заданному уравнению можно построить и графики зависимости координаты и проекции скорости от времени. Существует и обратная возможность записи уравнения движения по известным графикам зависимости координаты, и проекции скорости от времени. Взаимосвязь между различными способами описания прямолинейного равномерного движения изображена на рисунке 2.1.

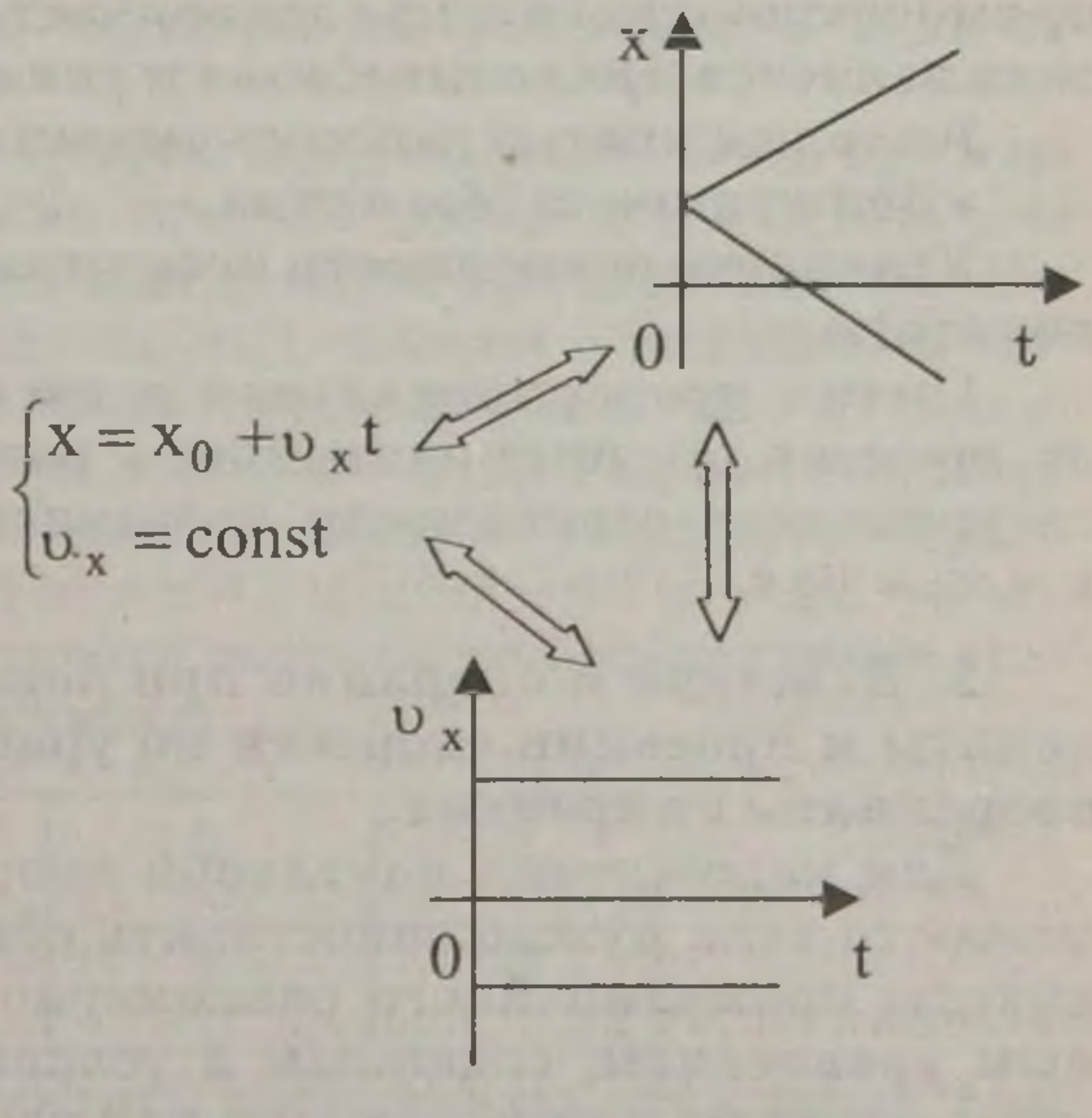


Рис. 2.1

2.1. Состав и содержание действий при переходе от координатного к графическому способу описания прямолинейного равномерного движения

Условие задачи 1. Движение тела описывается уравнением $x = 2 + 3t$, где все величины даны в СИ. Найти: начальную координату тела; проекцию скорости тела на ось 0X. Построить графики зависимостей координаты тела и проекции его скорости от времени.

1. Ориентировочная часть решения (поиск признаков, по которым можно определить объект, описанный в условии, и раздел физики, в котором изучается данный объект).

Ключевым словом в условии задачи является слово *движение*. Движение тел изучается физической теорией, которая называется *механикой*, поэтому наличие этого слова в условии сразу указывает на теорию, которую нужно применить для решения.

В условии дано уравнение зависимости координаты тела от времени. Эти уравнения для различных видов движений изучаются в разделе механики, который называется *кинематикой*.

Уравнение зависимости координаты от времени показывает, что между координатой и временем существует прямо пропорциональная зависимость, поэтому движение тела является *прямолинейным* и *равномерным*.

Выделим кратко цепочку умозаключений.

«Движение» $\Rightarrow$ Механика.

Уравнение зависимости координаты от времени $\Rightarrow$ Кинематика.

Прямо пропорциональная зависимость координаты от времени $\Rightarrow$ прямолинейное равномерное движение $\Rightarrow$ уравнение зависимости координаты от времени вида $x = x_0 + \upsilon_x t$.

2. Действия и операции при поиске начальной координаты и проекции скорости по уравнению зависимости координаты от времени.

Для нахождения начальной координаты и проекции скорости тела нужно сопоставить общее уравнение координаты прямолинейного равномерного движения с частным уравнением, заданным в условии задачи. Запишем эти уравнения в виде системы для удобства их сравнения.

$$\begin{cases} x = x_0 + \upsilon_x t, \\ x = 2 + 3t. \end{cases}$$

В частном уравнении физические величины должны иметь тот же смысл, что и в общем. Тогда цифра «2» в частном уравнении имеет смысл начальной координаты тела, выраженной в метрах: $x_0 = 2$ м.

Множитель, стоящий перед t, имеет смысл проекции скорости, поэтому для данного частного случая υ_x = 3 м/с. Перед проекцией скорости стоит знак «плюс», поэтому скорость тела сонаправлена с осью 0X.

Действие 1. Сопоставить общую и частную формы записи уравнения зависимости координаты от времени:

- свободный член в частной форме записи уравнений даёт начальную координату тела x_0;
- численный коэффициент, стоящий перед временем t в линейном члене в частной форме записи уравнения, задаёт величину проекции скорости;
- знак величины, стоящей перед временем t, определяет направление скорости по отношению к выбранной системе координат.

3. Действия и операции при построении графика зависимости координаты от времени по известному уравнению данной зависимости.

Построим график зависимости координаты тела от времени движения.

1) Мы знаем, что график представляет собой прямую линию. Для построения прямой необходимо задать две любые её точки. Точки выбираются произвольно, но для простоты расчётов одну из них свяжем с начальным моментом времени t = 0. Тогда из уравнения $x = 2 + 3t$ следует, что x_0 = 2 м (x = 2 м + 3 м/с · 0 = 2 м). Так как это координата в начальный момент времени, то её следует обозначить x_0. Пусть t = 2 с, тогда x = 8 м (x =2 м +3 м/с · 2 с = 8 м). Для удобства и наглядности расчёты координат точек графика можно занести в таблицу.

t, c	0	2
x, м	2	8

Действие 2. Рассчитать координаты двух точек графика с помощью уравнения $x = 2 + 3t$ путём подстановки в него двух различных моментов времени, один из которых принимается равным нулю.

2) Изобразим оси координат для построения графика. Вертикальная ось соответствует координате, измеренной в метрах, горизонтальная ось — времени, измеренному в секундах (рис. 2.2). Выберем масштаб осей координат. Пусть единичный отрезок на оси времени соответствует 1 секунде. Если единичному отрезку по оси координаты

будет соответствовать 1 метр, то график будет иметь бо́льшую протяжённость по вертикали, поэтому допустим, что единичный отрезок соответствует координате 2 м.

Действие 3. Изобразить оси координат и выбрать масштаб изображения координаты и времени.

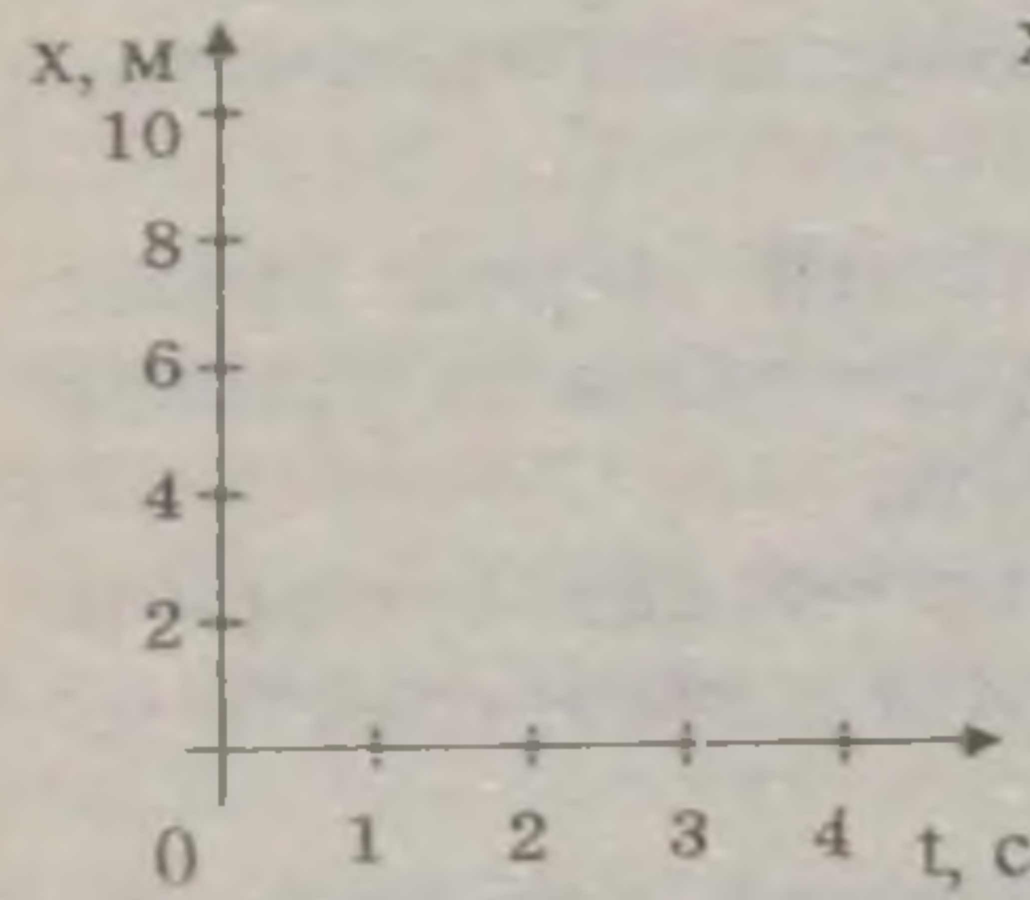


Рис. 2.2

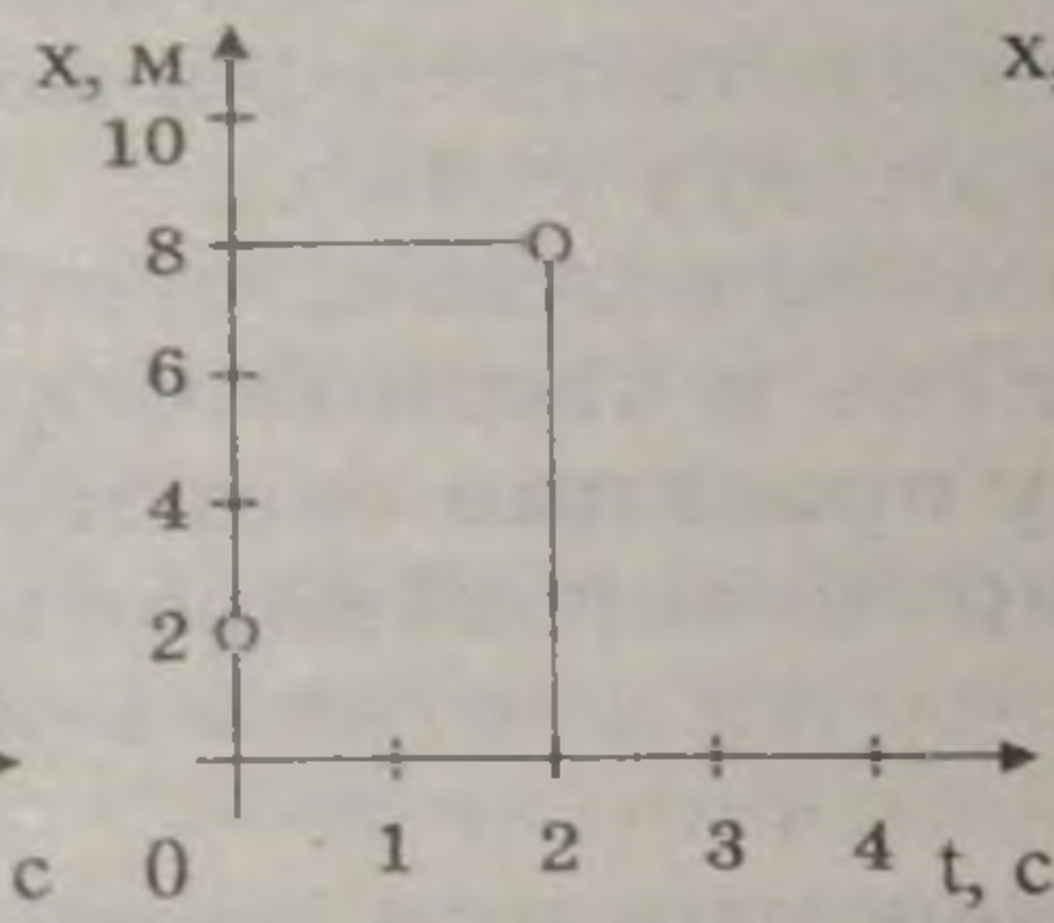


Рис. 2.3

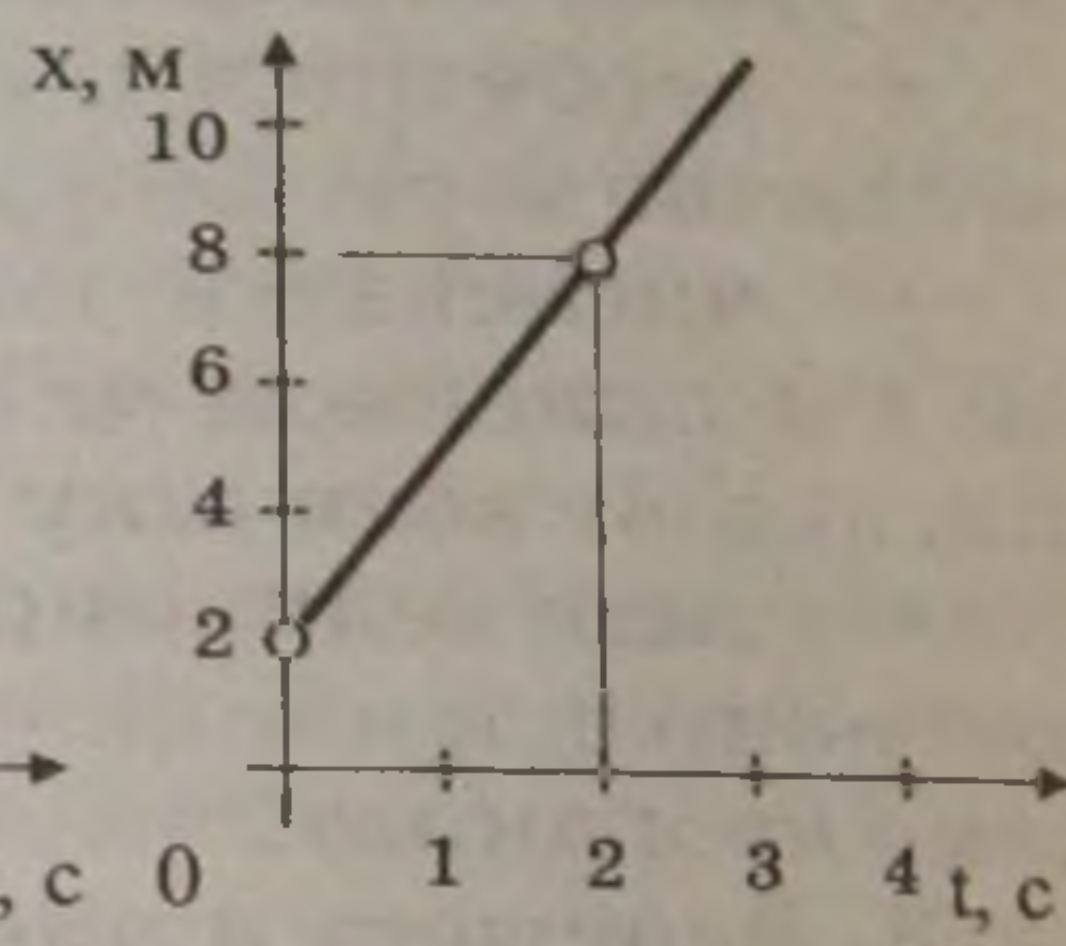


Рис. 2.4

3) **Действие 4. Изобразить на графике расчётные точки (рис. 2.3).**

4) **Действие 5. Провести через построенные точки прямую, которая и будет являться графиком зависимости координаты тела от времени (рис. 2.4).**

4. Действия и операции при построении графика зависимости проекции скорости от времени.

Построим график зависимости проекции скорости от времени.

1) Для построения графика необходимо знать проекцию скорости тела на координатную ось 0X. Эта часть задачи была решена нами ранее при сопоставлении общего и частного уравнений движения. Было найдено, что $\upsilon_x = 3$ м/с.

Действие 6. Найти величину и знак проекции скорости движения тела на основе сопоставления общего и частного уравнений движения.

2) Изобразим оси координат для построения графика. Вертикальная ось соответствует проекции скорости, измеренной в метрах в секунду, горизонтальная ось — времени, измеренному в секундах (рис. 2.5). Выберем масштаб осей координат. Пусть единичный отрезок на оси времени соответствует 1 секунде. Допустим, что единичный отрезок по вертикальной оси соответствует проекции скорости 1 м/с.

Действие 7. Изобразить оси координат и выбрать масштаб изображения проекции скорости и времени.

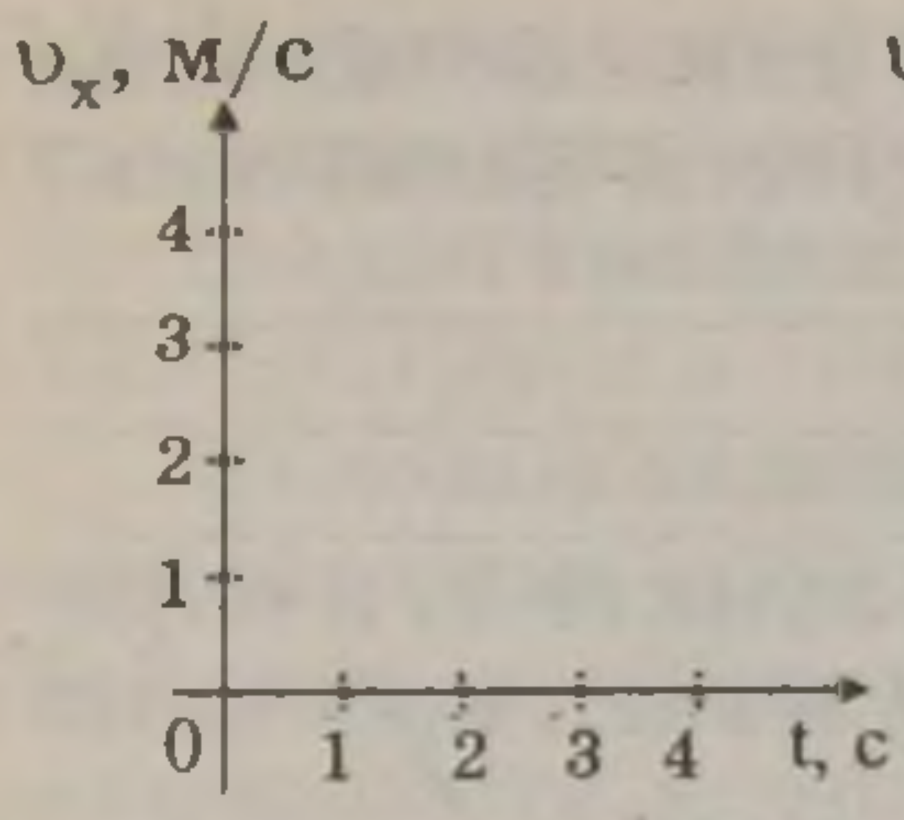


Рис. 2.5

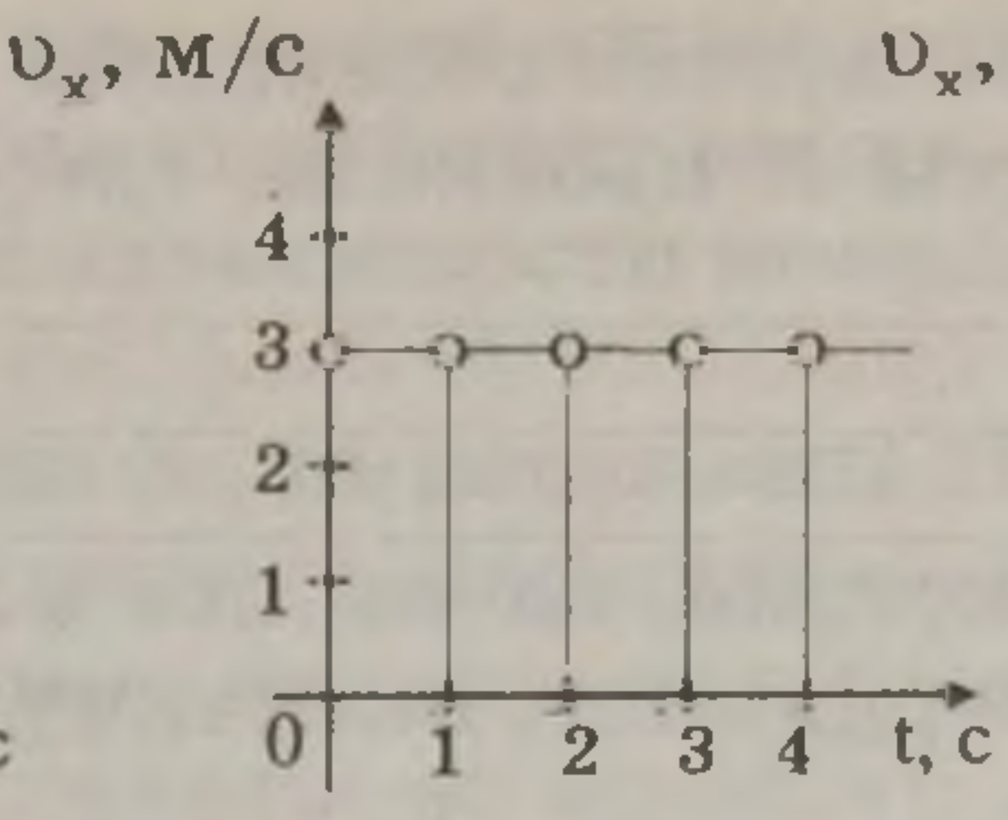


Рис. 2.6

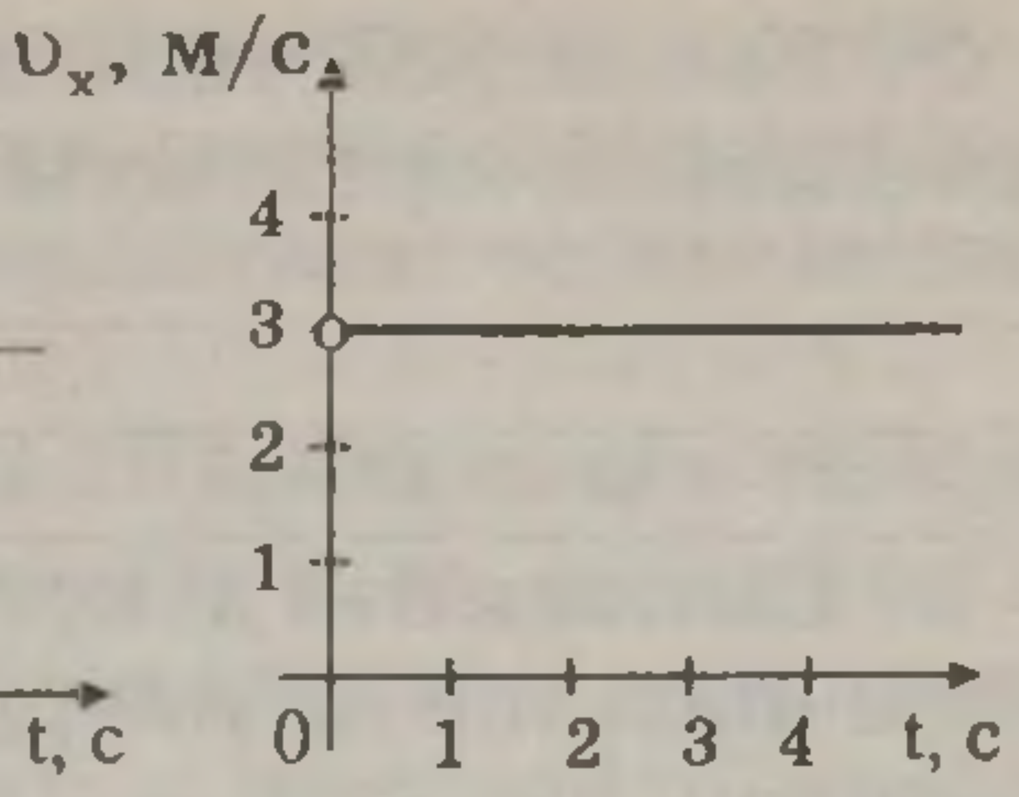


Рис. 2.7

3) Действие 8. Изобразить на вертикальной оси точку, соответствующую проекции скорости с учётом её знака (рис. 2.6).

Так как проекция скорости остаётся постоянной, то любым другим моментам времени будет соответствовать та же проекция скорости (рис. 2.6), поэтому график будет представлять собой прямую, параллельную оси времени. Это известное свойство графика функции, не зависящей от её аргумента, им можно пользоваться при решении задач и не изображать на графике точки, соответствующие различным моментам времени. Достаточно показать одну точку на вертикальной оси и провести через неё прямую, параллельную оси времени.

4) Действие 9. Провести через точку на вертикальной оси соответствующую величине и знаку проекции скорости прямую, параллельную оси времени (рис. 2.7) .

Таким образом, мы ответили на все вопросы, поставленные в условии задачи, и выделили последовательность действий по её решению и их содержание.

Пользуясь приведённым выше примером решения задачи, ответьте на вопросы и выполните указанные действия при решении следующей задачи.

Условие задачи 2. Зависимость координаты движущегося тела от времени выражается уравнением вида $x = 6-2t$. Найдите начальную координату и проекцию скорости движения данного тела, постройте графики зависимостей координаты и проекции скорости от времени.

1. По каким признакам, указанным в условии задачи, можно определить, что в условии описано прямолинейное равномерное движение? ______________________

____

____

____

____

2. Какое действие нужно совершить для нахождения начальной координаты и проекции скорости движения?

3. Выполните действие, названное в пункте 2, и определите начальную координату, величину и знак проекции скорости.

4. Перечислите действия, которые необходимо выполнить для построения графика зависимости координаты тела от времени.

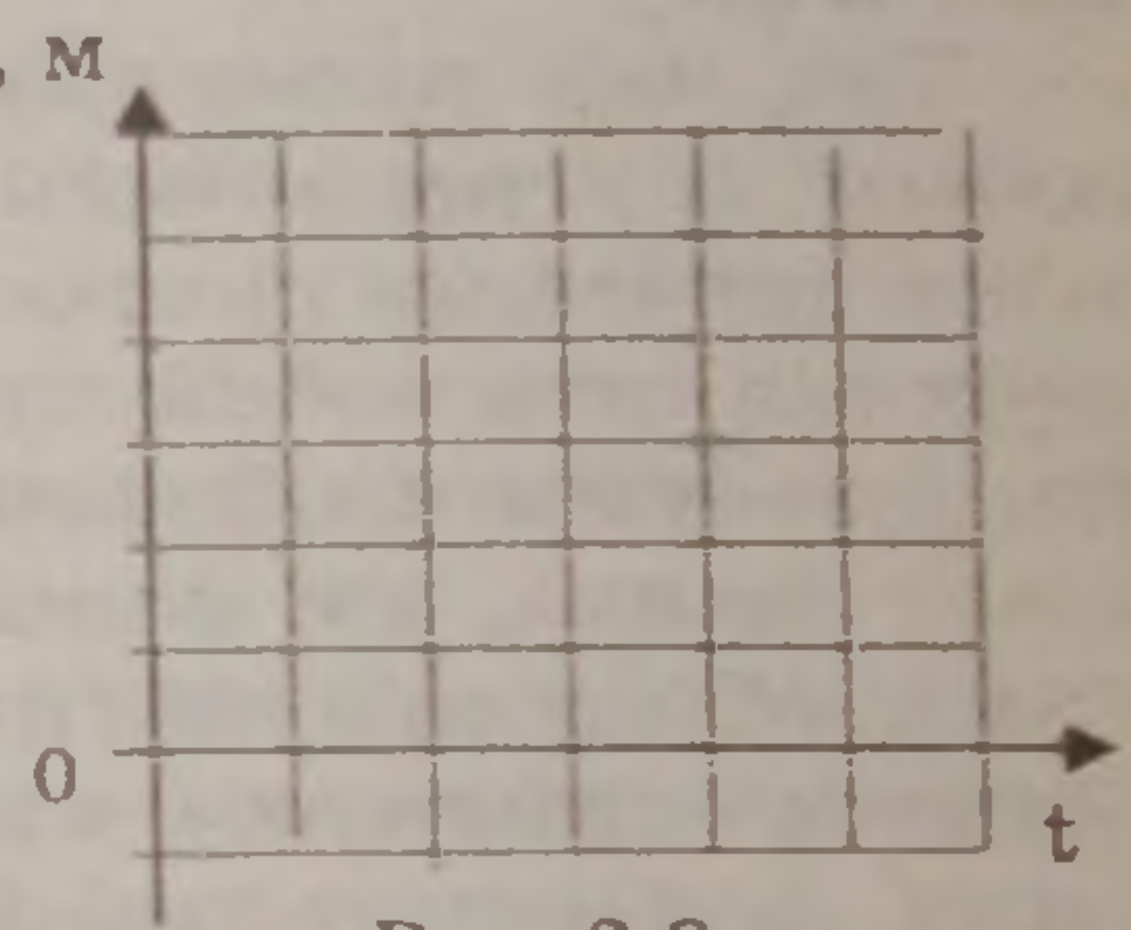


Рис. 2.8

5. Выполните действия, названные в пункте 4, и постройте на рисунке 2.8 график зависимости координаты от времени.

6. Перечислите действия, которые необходимо выполнить для построения графика зависимости проекции скорости тела от времени.

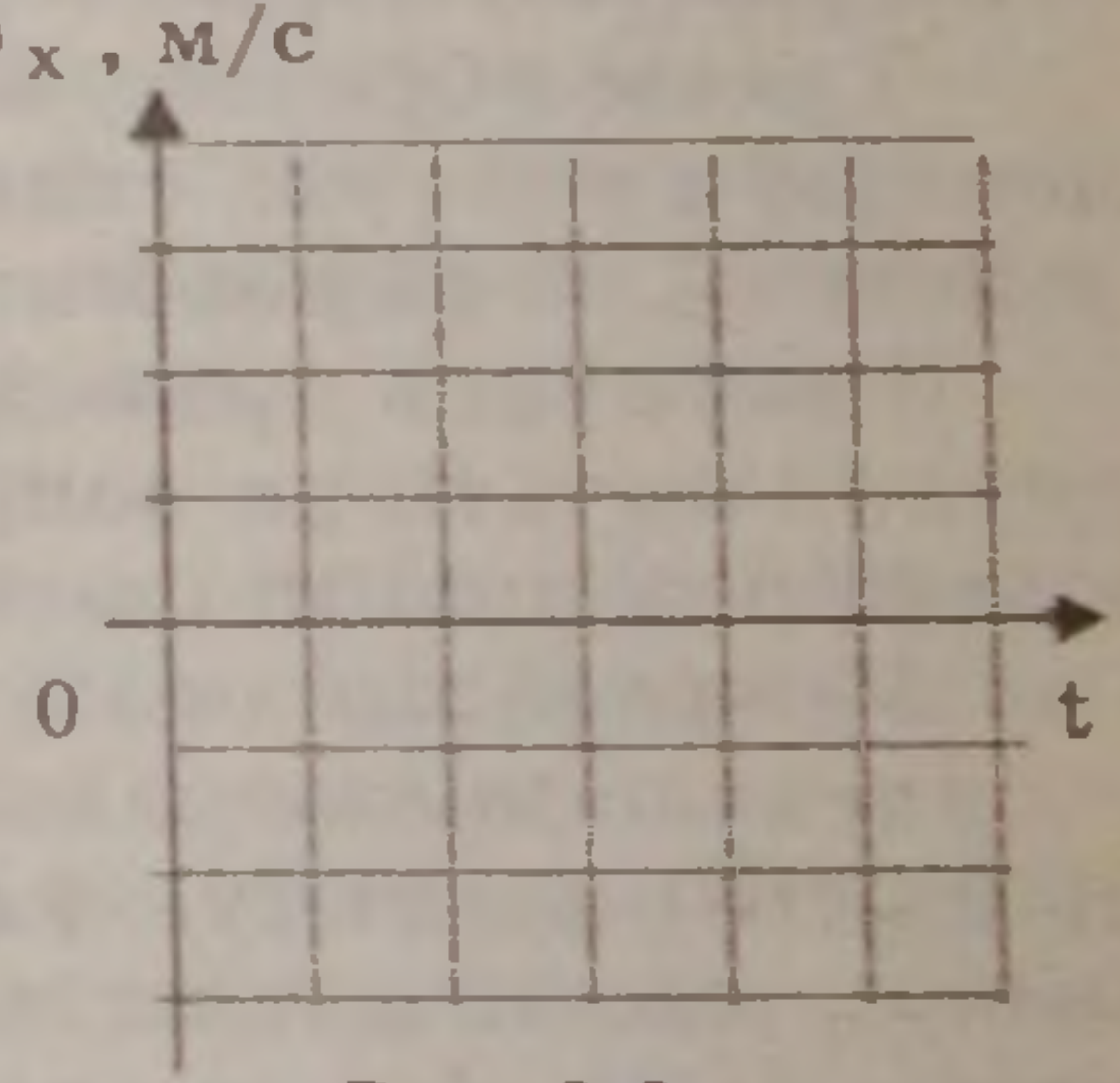


Рис. 2.9

7. Выполните действия, указанные в пункте 6, и постройте на рисунке 2.9 график зависимости проекции скорости от времени.

2.2. Переход от графического к координатному способу описания прямолинейного равномерного движения (задан график зависимости координаты от времени)

Условие задачи 3. На рисунке 2.10 изображён график зависимости координаты движущегося тела от времени. Найдите проекцию скорости тела, запишите уравнение зависимости координаты от времени и постройте график зависимости проекции скорости тела от времени.

1. Ориентировочная часть решения задачи.

На исходном рисунке изображён график зависимости координаты от времени, имеющий вид прямой линии. Отсюда следует, что между координатой и временем существует прямо пропорциональная зависимость. Данный вид зависимости выполняется только для прямолинейного равномерного движения, поэтому движение, описанное в условии задачи, подчиняется уравнению $x = x_0 + \upsilon_x t$.

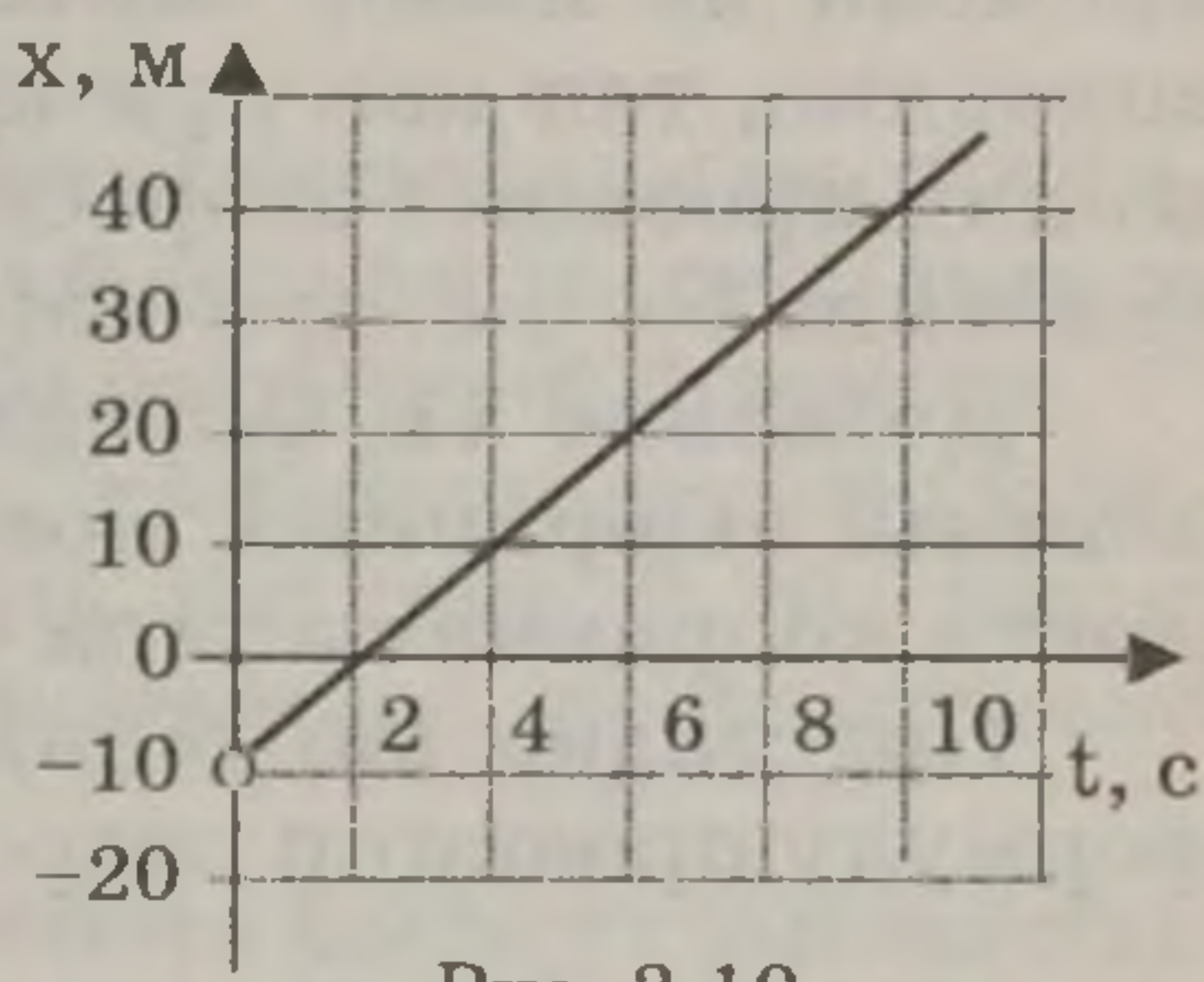


Рис. 2.10

«Движущееся тело» $\Rightarrow$ Механика.

«Зависимость x от t» $\Rightarrow$ Кинематика.

«Прямая зависимость x от t» $\Rightarrow$ Прямолинейное равномерное движение $\Rightarrow$ $x = x_0 + \upsilon_x t$.

2. Действия и операции, необходимые для расчёта проекции скорости и записи уравнения зависимости координаты от времени.

Для записи основного уравнения зависимости координаты тела от времени $x = x_0 + \upsilon_x t$ необходимо знать начальную координату тела x_0 и проекцию скорости тела υ_x на ось 0X.

Начальная координата тела определяется с помощью исходного графика, заданного в условии задачи. В начальный момент времени $t = 0$ тело находится в точке с координатой −10 м. Данная координата и является начальной координатой тела: $x_0 = -10$ м.

Действие 10. Определить начальную координату тела по графику зависимости координаты тела от времени.

Проекция скорости тела находится с помощью формулы (1.3). Эту формулу можно специально не запоминать, она следует из основного уравнения зависимости координаты от времени:

$$x = x_0 + \upsilon_x t \Rightarrow x - x_0 = \upsilon_x t \Rightarrow \upsilon_x = \frac{x - x_0}{t}.$$

Из формулы видно, что для расчёта проекции скорости необходимо знать начальную координату тела x_0 и координату тела x в произвольный момент времени t. Эту информацию можно получить из графика. Например, моменту времени $t = 2$ с соответствует координата $x = 0$ м, моменту времени $t = 4$ с соответствует координата $x = 10$ м, при $t = 6$ с $x = 20$ м и т.д. Выбор определённого момента времени не имеет значения, можно использовать любое значение, так как при прямолинейном равномерном движении проекция скорости от времени не зависит. Выберем значение $t = 4$ с, при котором $x = 10$ м.

Действие 11. Определить координату тела в определённый выбранный момент времени по графику зависимости координаты тела от времени.

Подставим найденные из графика значения x_0, x и t в формулу проекции скорости:

$$\upsilon_x = \frac{10\ \text{м} - (-10\ \text{м})}{4\ \text{с}} = \frac{20\ \text{м}}{4\ \text{с}} = 5\ \text{м/с}.$$

Проекция скорости положительна, поэтому тело движется в направлении оси 0X.

Действие 12. Рассчитать величину проекции скорости тела:

- записать формулу для расчёта величины проекции скорости $\upsilon_x = \frac{x - x_0}{t}$;
- подставить в формулу значения начальной координаты тела в момент времени $t = 0$ и координаты тела x в произвольно выбранный момент времени t (значения x и t найти по заданному графику зависимости координаты от времени);
- записать результат вычисления с учётом знака. Знак показывает направление скорости по отношению к выбранной оси координат.

Проекция скорости является физической величиной, поэтому одновременно с расчётом мы выполнили и проверку наименования скорости, подставив в формулу численные значения величин вместе с их наименованием.

В результате получилась единица м/с, что совпадает с единицей скорости в СИ. Совпадение единицы подтверждает, что расчётная формула записана правильно. В более громоздких формулах, содержащих большее число членов, действие по проверке наименования производится отдельно. При этом в расчётную формулу подставляются только наименования величин. Выполним проверку наименования проекции скорости в расчётной формуле:

$$[\upsilon_x]_{СИ} = \frac{[x - x_0]_{СИ}}{[t]_{СИ}} = м/с.$$

Эта единица совпадает с единицей проекции скорости.

Действие 13. Проверить наименование результата вычисления проекции скорости по расчётной формуле.

Итак, проекция скорости тела, движение которого задано графиком, изображённым на рисунке 2.10, равна 5 м/с. Проекция скорости положительна, поэтому тело движется в направлении оси 0X.

В ориентировочной части решения было установлено, что движение тела является прямолинейным и равномерным, поэтому оно описывается уравнением $x = x_0 + \upsilon_x t$. С помощью описанных выше действий мы нашли начальную координату $x_0 = -10$ м и проекцию скорости $\upsilon_x = 5$ м/с. Подставим полученные данные в уравнение зависимости координаты от времени: $x = -10 + 5t$. Это и есть уравнение, выражающее зависимость координаты от времени для движения, заданного графиком, изображённым на рисунке 2.10.

Действие 14. Подставить найденные значения начальной координаты и проекции скорости в общее уравнение зависимости координаты от времени $x = x_0 + \upsilon_x t$.

3. Действия и операции при построении графика зависимости проекции скорости от времени.

На данной стадии решения задачи нам известно уравнение зависимости координаты от времени и график данной зависимости, поэтому наши дальнейшие действия ничем не будут отличаться от действий 6–9, описанных при анализе решения первой задачи.

1. Перечислите действия, которые необходимо выполнить для построения графика зависимости проекции скорости тела от времени. ______________________________

____

____.

2. Выполните действия, указанные в пункте 1, и постройте на рисунке 2.11 график зависимости проекции скорости от времени. ______________________________
____
____
____
____
____
____.

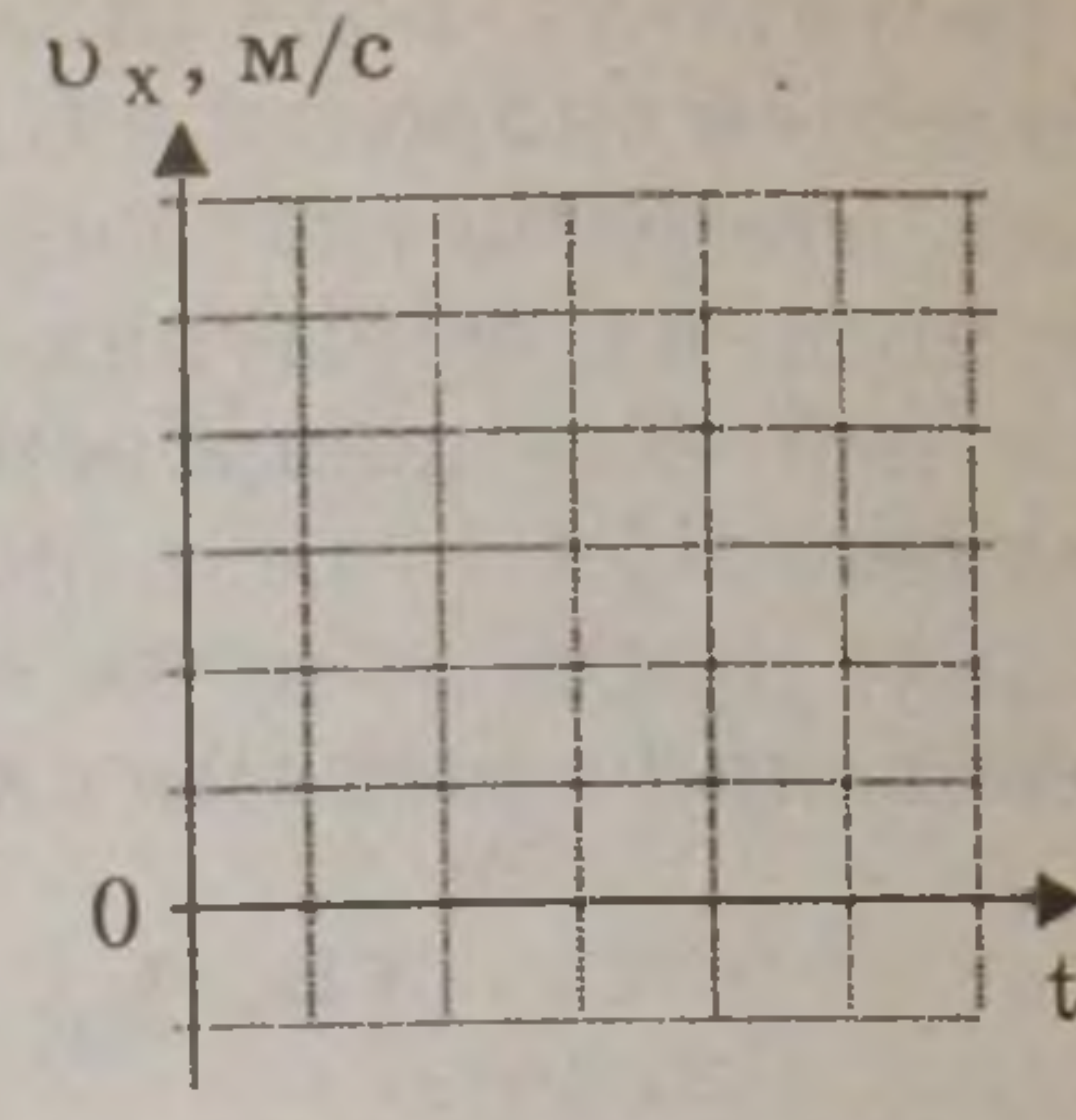


Рис. 2.11

2.3. Переход от графического к координатному способу описания прямолинейного равномерного движения (задан график зависимости проекции скорости от времени)

Условие задачи 4. На рисунке 2.12 изображён график зависимости проекции скорости движущегося тела от времени. Запишите уравнение зависимости координаты от времени и постройте график зависимости координаты данного тела от времени. Начальная координата тела 20 м.

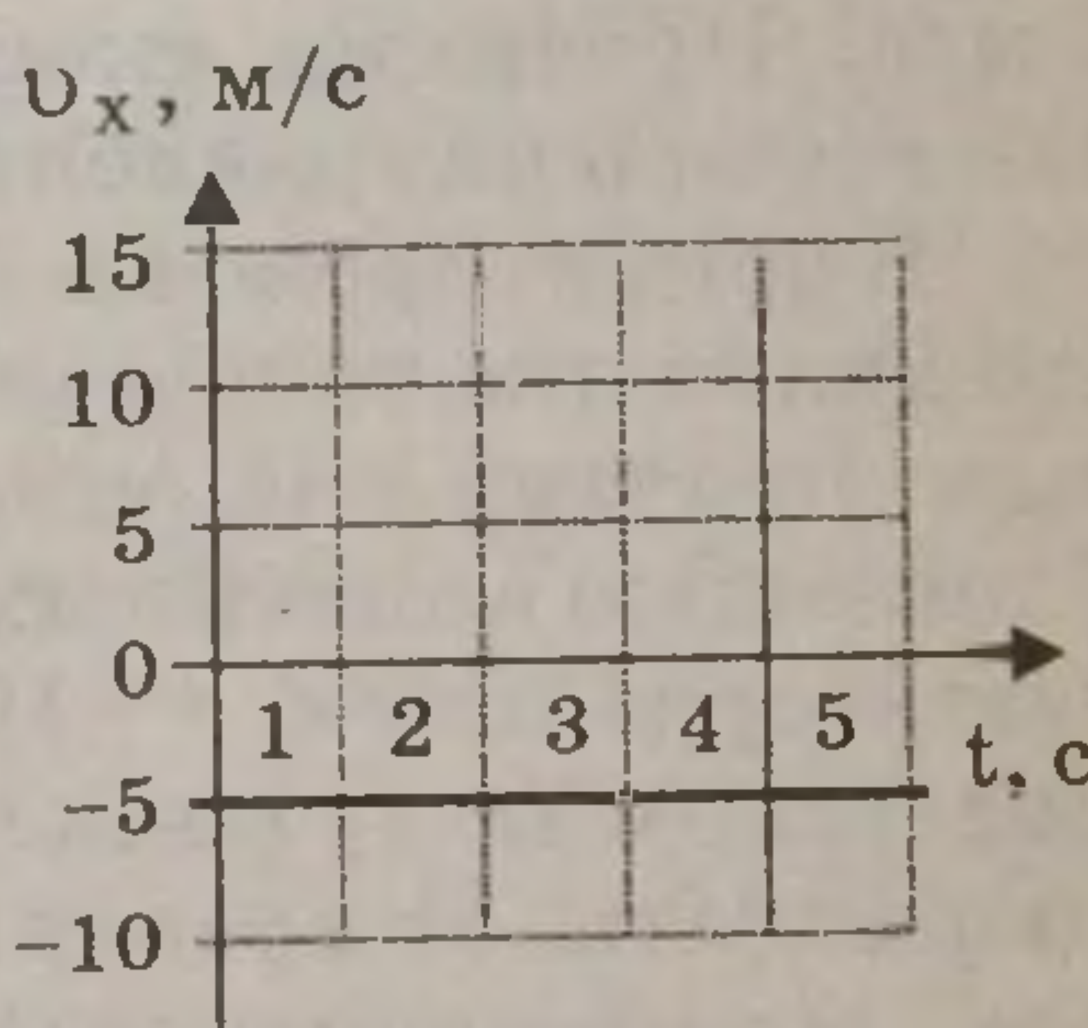


Рис. 2.12

1. Ориентировочная часть решения задачи.

На исходном рисунке изображён график зависимости проекции скорости от времени, имеющий вид прямой линии, параллельной оси времени. Отсюда следует, что проекция скорости тела не зависит от времени и остаётся постоянной. Данный вид зависимости выполняется только для прямолинейного равномерного движения, поэтому движение, описанное в условии задачи, подчиняется уравнению $x = x_0 + \upsilon_x t$.

«Движущееся тело» $\Rightarrow$ Механика.

«Зависимость υ_x от t» $\Rightarrow$ Кинематика.

«Постоянство υ_x» $\Rightarrow$ Прямолинейное равномерное движение $\Rightarrow x = x_0 + \upsilon_x t$.

2. Действия и операции при записи уравнения зависимости координаты от времени.

Для записи основного уравнения зависимости координаты тела от времени $x = x_0 + \upsilon_x t$ необходимо знать начальную координату тела x_0 и проекцию скорости тела υ_x на ось 0X.

Начальная координата тела прямо дана в условии задачи. Она равна 20 м: $x_0 = 20$ м.

Действие 15. Внимательно прочитать условие задачи и найти в нём величину начальной координаты тела.

Если начальная координата в условии не задана, то однозначно ответить на вопросы задачи нельзя. В этом случае получается множество уравнений движения и графиков, отличающихся значением начальной координаты. Однако обычно по умолчанию предполагают, что в этом случае начальная координата равна нулю.

Знак и величину проекции скорости можно определить с помощью графика, изображённого на рисунке 2.12.

Действие 16. Прочитать график, заданный в условии задачи, и определить с его помощью знак и величину проекции скорости движения тела.

В данном случае график расположен ниже оси времени, поэтому проекция скорости отрицательна. Её величина равна 5 м/с. В итоге можно записать, что проекция скорости тела $\upsilon_x = -5$ м/с.

Нам известны начальная координата тела и проекция скорости его движения. Выполните *действие 14* из решения предыдущей задачи и запишите уравнение зависимости координаты тела от времени. ____________________.

3. Действия и операции при построении графика зависимости координаты от времени.

На этой стадии решения задачи нам известно уравнение зависимости координаты от времени, поэтому наши дальнейшие действия ничем не будут отличаться от действий 2–5, описанных при анализе решения первой задачи.

1. Перечислите действия, которые необходимо выполнить для построения графика зависимости координаты тела от времени. ____
____
____
____
______________________________________.

2. Выполните действия, названные в пункте 1, и постройте на рисунке 2.13 график зависимости координаты от времени.
____
______________________________________.

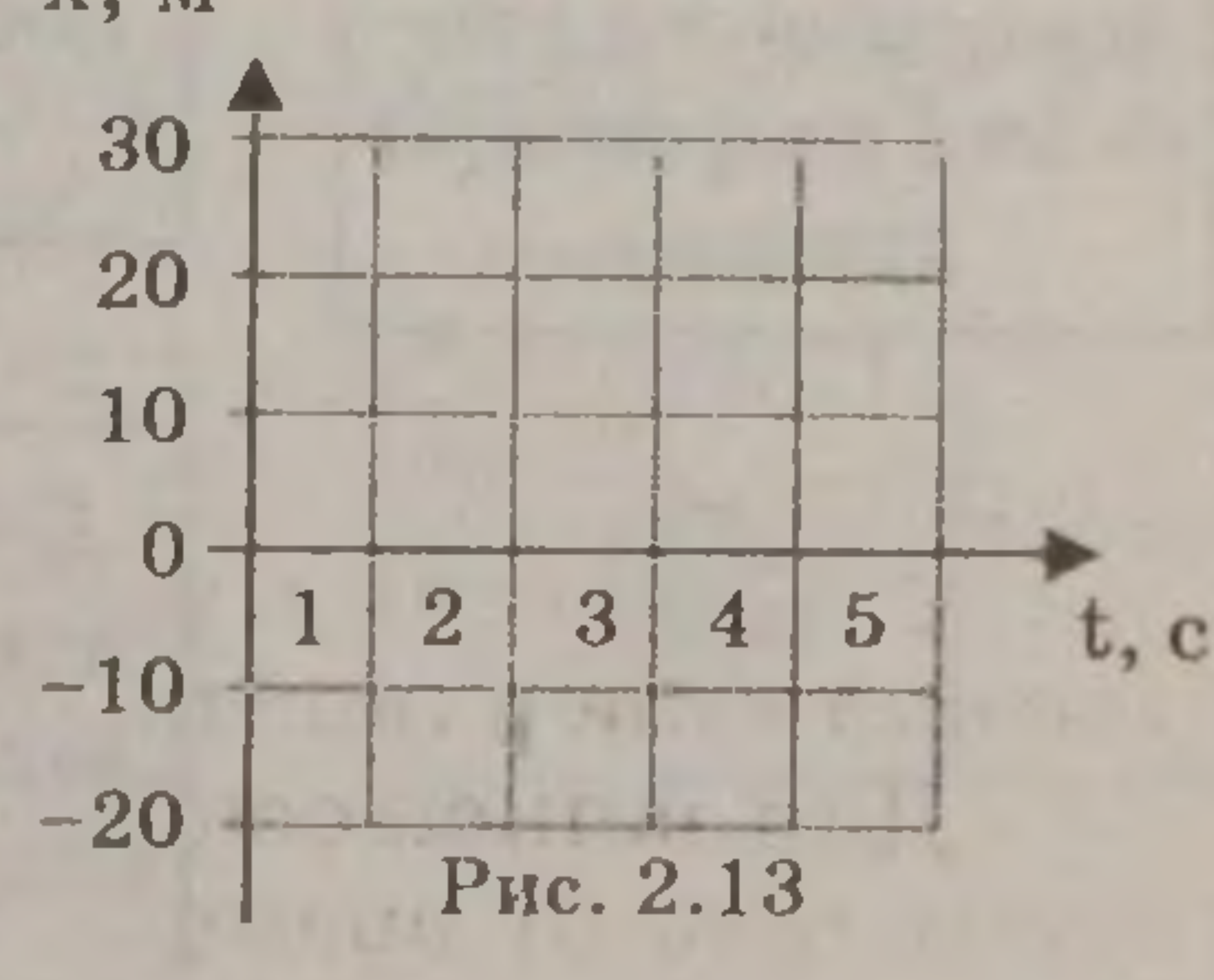
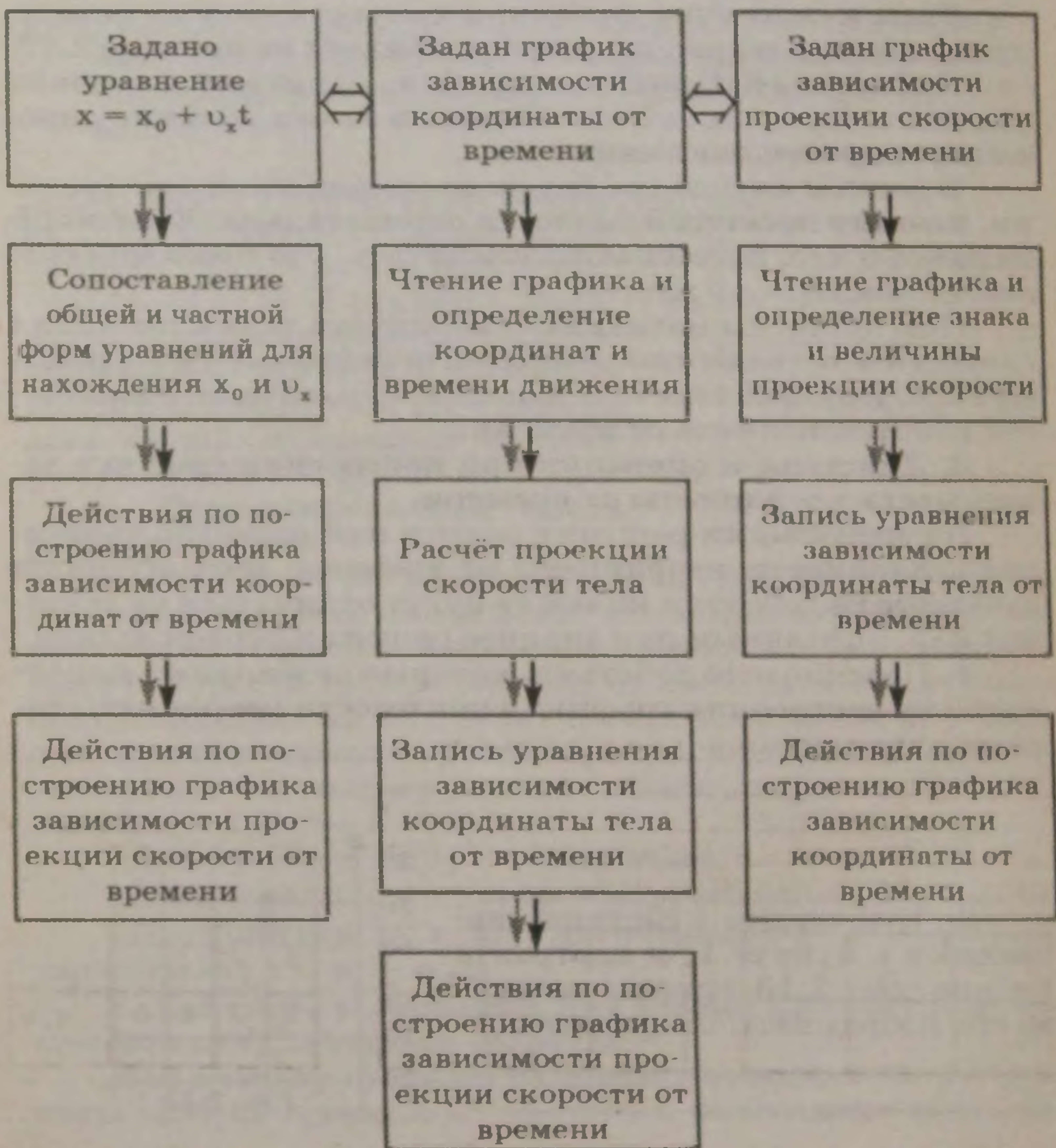


Рис. 2.13

Выводы

На примере решения четырёх задач вы познакомились с действиями, которые необходимо выполнить при переходе от координатного к графическому способу описания прямолинейного равномерного движения и при выполнении обратного перехода. Мы выяснили, что в основе решения лежат одни и те же действия, но выполняемые в различном порядке в зависимости от условия задачи. Изобразим соотношение между действиями на схеме.



Изучив схему, можно выделить в ней 5 типов действий:

1. Сопоставление общей и частной форм записи уравнения зависимости координаты от времени.

2. Чтение графиков зависимостей координаты и проекции скорости от времени.

3. Расчёт проекции скорости.

4. Запись уравнения зависимости координаты от времени.

5. Построение графиков зависимостей координаты и проекции скорости от времени.

Если содержание каких-либо действий не совсем понятно, вы можете ещё раз обратиться к образцам решения задач, а затем перейти к выполнению заданий для самостоятельного решения.

2.4. Тренировочные задачи

Условие задачи 5. Даны уравнения движения трёх различных тел, заданные в одной и той же системе координат: $x_1 = -20 + 5t$; $x_2 = 10 - 4t$; $x_3 = 2t$. Все данные указаны в СИ.

Определите начальные координаты и проекции скоростей для каждого тела.

Постройте на рисунках 2.14 и 2.15 графики зависимости координаты и проекции скорости от времени для каждого из движущихся тел. Масштаб осей координат выберите самостоятельно.

1. Запишите значения начальных координат для каждого из тел.

x_{01}=______________; x_{02}=________________; x_{03}=____________.

2. Запишите значения проекций скоростей для каждого из тел с учётом знака проекций.

υ_{x1} =_____________; υ_{x2} =_______________; υ_{x3} =______________.

3. Заполните таблицы значений координат тел для двух выбранных моментов времени.

x_1, м		
t, c		

x_2, м		
t, c		

x_3, м		
t, c		

4. Нанесите на рисунке 2.14 напротив обозначенных делений координатных осей числовые обозначения физических величин в соответствии с выбранным вами масштабом.

5. Изобразите на рисунке 2.14 точки, координаты которых занесены в таблицы для каждого из тел.

6. Проведите на рисунке 2.14 через построенные точки графики зависимости координаты от времени для каждого из тел.

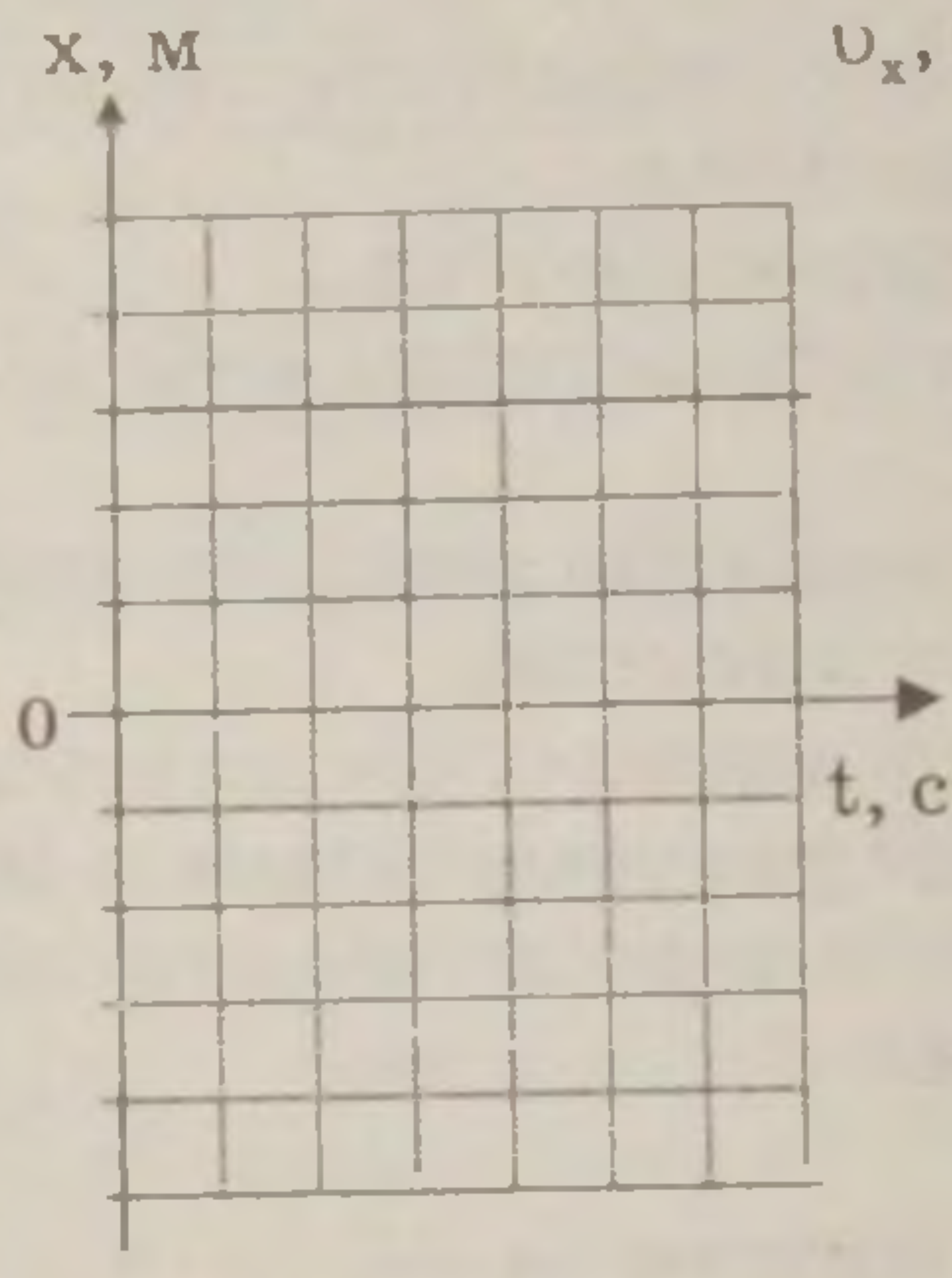


Рис. 2.14

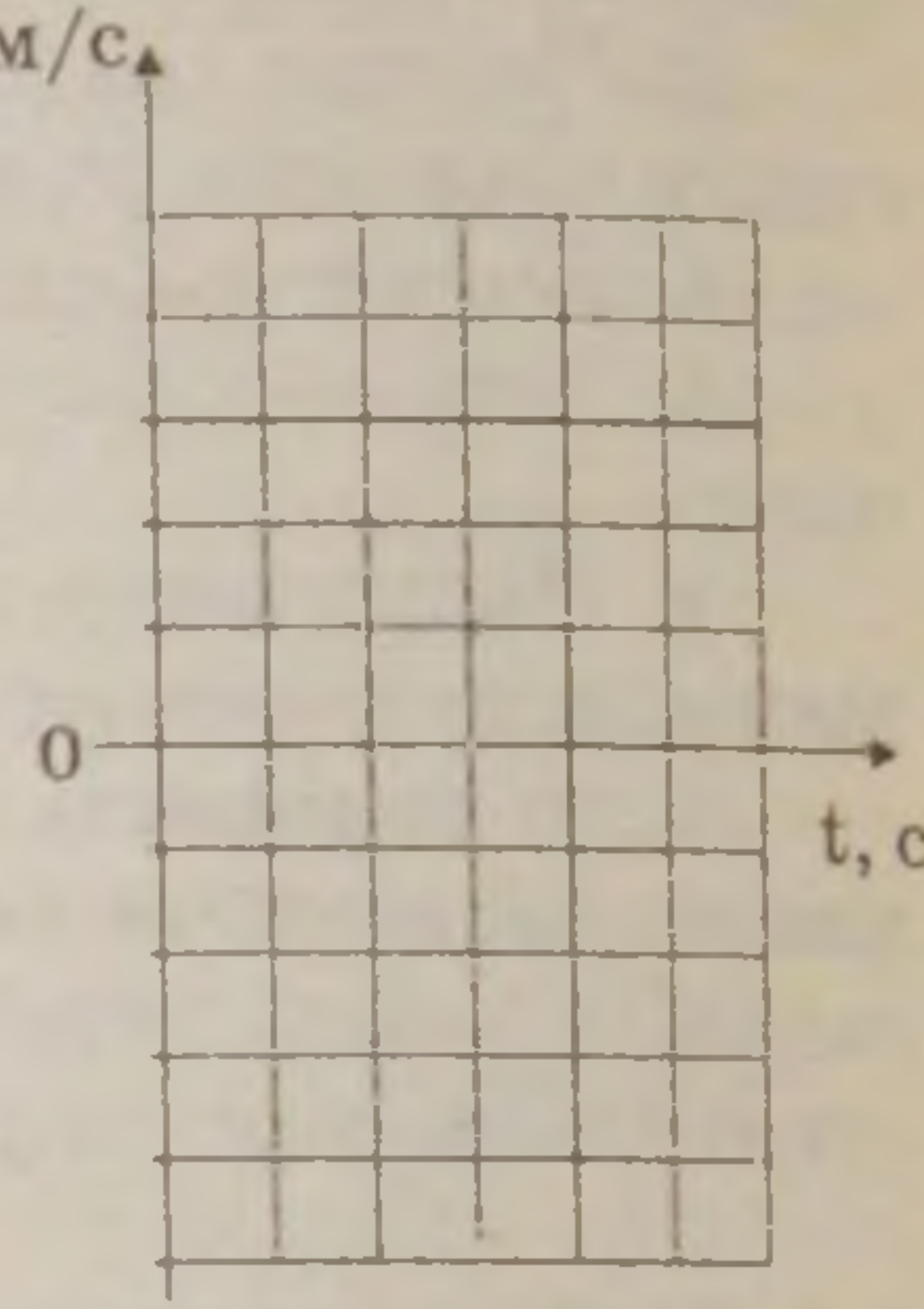


Рис. 2. 15

7. Пользуясь результатами нахождения проекций скоростей (пункт 2), выберите масштаб и нанесите на рисунке 2.15 напротив обозначенных делений числовые обозначения в соответствии с выбранным масштабом.

8. Изобразите на рисунке 2.15 точки, соответствующие проекциям скоростей тел.

9. Проведите на рисунке 2.15 через построенные точки графики зависимости проекции скорости от времени для каждого из тел.

Условие задачи 6. На рисунке 2.16 изображены три графика зависимости координаты от времени, построенные для трёх различных тел. Пользуясь данными графиками, выполните следующие задания:

- определите для каждого тела проекцию скорости;
- запишите для каждого тела уравнение зависимости координаты от времени;
- постройте для каждого тела график зависимости проекции скорости от времени.

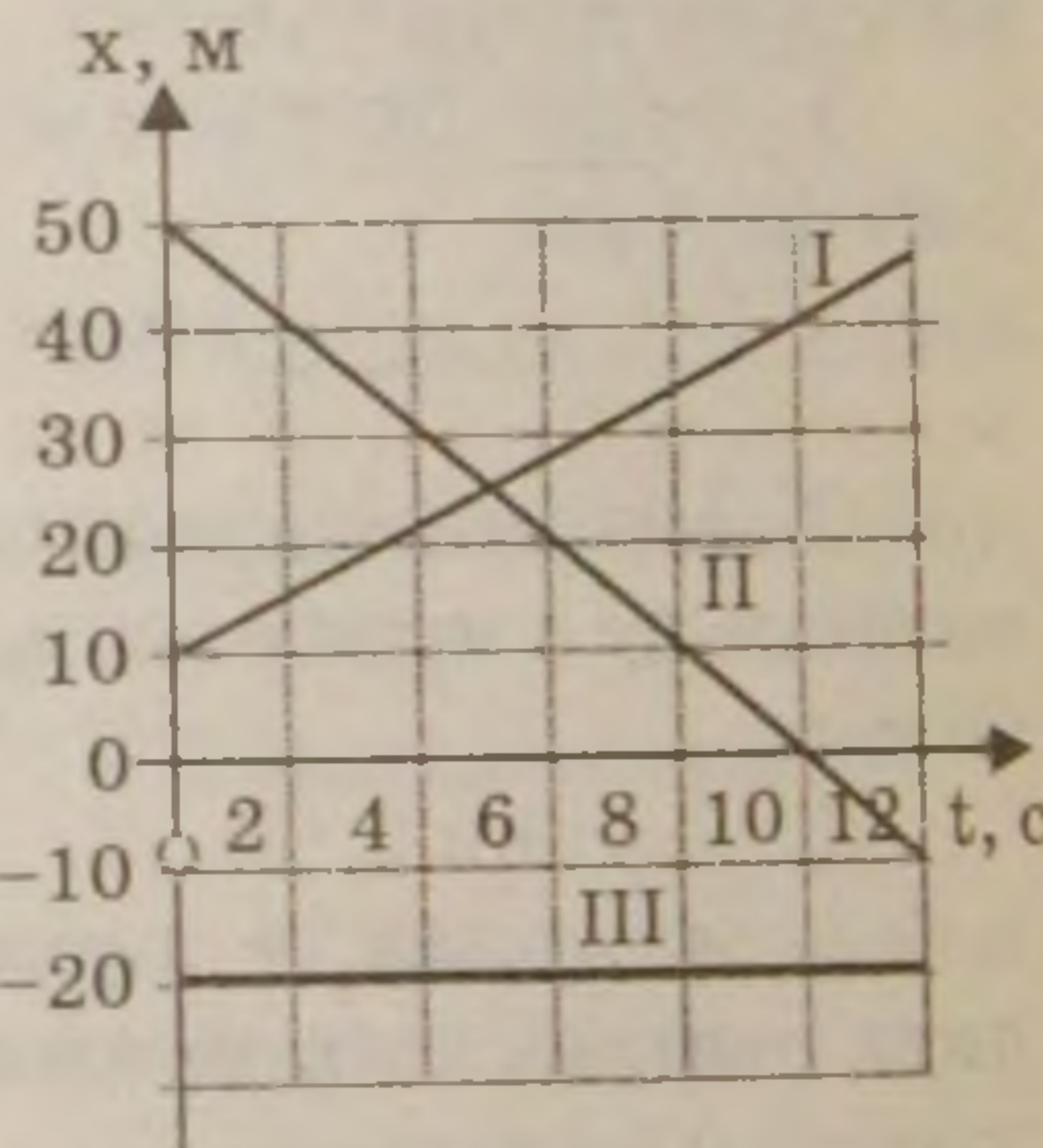


Рис. 2.16

1. Запишите формулу для расчёта проекции скорости тела. ________________. Какие физические величины

необходимо знать для расчёта проекции скорости тела?
____
____
____
____.

2. Определите по графикам зависимости координаты от времени начальные координаты каждого тела.

x_{01} = __________; x_{02} = __________; x_{03} = __________,

3. Выберите для каждого тела удобные моменты времени, для которых по графику зависимости координаты от времени можно определить координаты тел. Запишите найденные значения времён и координат для каждого тела.

t_1=____, x_1 = _____; t_2 = ____, x_2 = _____; t_3 = ____, x_3 = _____.

4. Подставьте найденные значения начальных координат, координат тел в выбранные моменты времени и промежутков времени, за которые произошли изменения координат, в формулу для расчета проекции скорости и вычислите проекции скорости для каждого тела.

υ_{x1} =____________; υ_{x2} =____________; υ_{x3} = __________.

5. Подставьте найденные значения начальных координат и проекций скоростей в уравнение зависимости координаты от времени и запишите данное уравнение для каждого движущегося тела.

x_1 = ___________; x_2 = ___________; x_3 = ___________.

6. Зная проекции скоростей тел, выберите удобный масштаб и нанесите на координатные оси (рис. 2.17) числовые обозначения в соответствии с выбранным масштабом.

7. Изобразите на вертикальной оси точки, соответствующие численным значениям и знаку проекций скоростей тел.

8. Проведите на рисунке графики зависимостей проекций скоростей тел от времени, учитывая постоянство проекций скоростей.

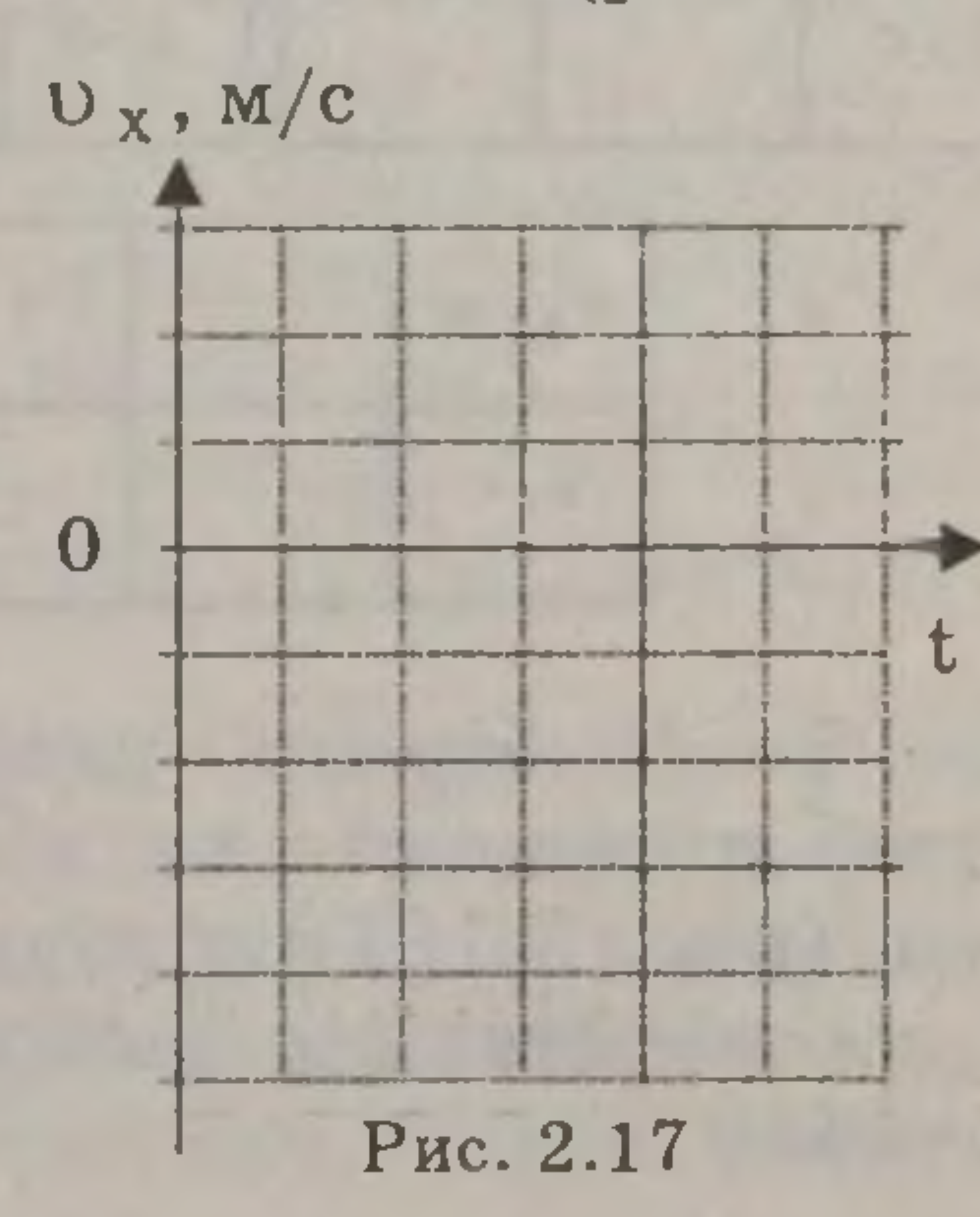


Рис. 2.17

Условие задачи 7. На рисунке 2.18 изображены графики зависимостей проекций скоростей трех движущихся тел от времени. Начальные координаты всех тел одинаковы и равны 2 м. Используя данное условие, выполните следующие задания:

- запишите для каждого тела уравнение зависимости координаты от времени;
- постройте для каждого тела график зависимости координаты от времени.

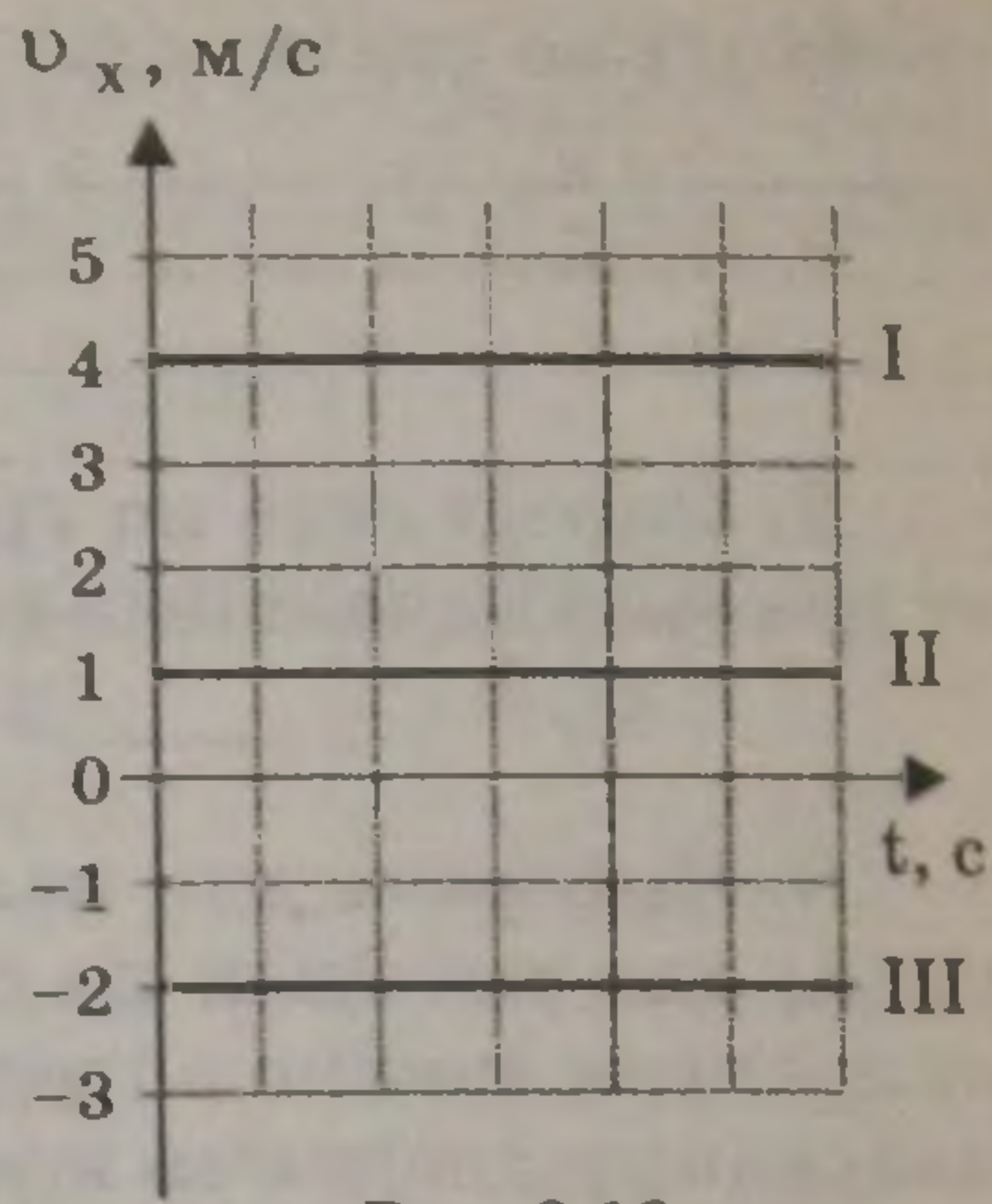


Рис. 2.18

1. Анализируя графики, изображённые на рисунке, определите проекции скоростей тел и запишите их значения с учётом знака.

υ_{x1} = __________; υ_{x2} = ______________; υ_{x3} = ____________.

2. Запишите в общем виде уравнение зависимости координаты от времени для прямолинейного равномерного движения. ____________________

3. Зная начальные координаты тел и проекции их скоростей, запишите для каждого тела уравнение зависимости координаты от времени.

x_1 = ____________; x_2 = ______________; x_3 = ______________.

4. Выберите для каждого тела два момента времени и вычислите координаты каждого тела в данные моменты времени. Занесите полученные величины в таблицы.

x_1, м		
t, с		

x_2, м		
t, с		

x_3, м		
t, с		

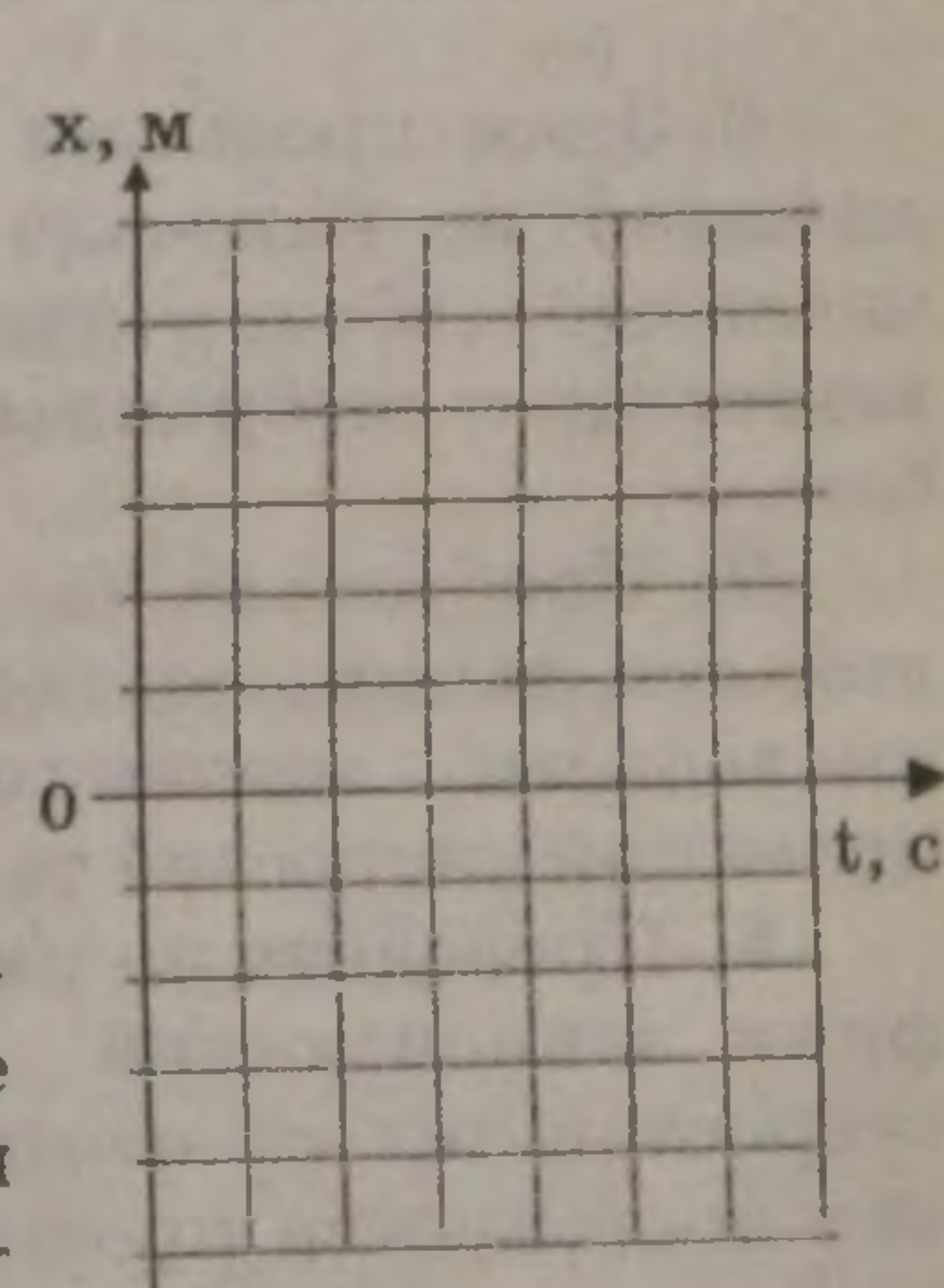


Рис. 2.19

5. Выберите удобный масштаб и нанесите на координатные оси (рис. 2.19) числовые значения в соответствии с выбранным масштабом.

6. Нанесите на рисунке 2.19 точки, координаты которых были вычислены в пункте 4.

7. Изобразите на рисунке 2.19 графики зависимостей координаты от времени для каждого тела.

2.5. Решение задач на описание движения тела с изменяющейся скоростью

Скорее всего, название данного параграфа вызвало у вас удивление. Как может изменяться скорость при прямолинейном равномерном движении? Надеемся, что недоумение исчезнет при взгляде на график, изображённый на рисунке 2.20. На нём представлен график зависимости координаты движущегося тела от времени. График имеет форму ломаной линии, состоящей из трёх отрезков. На каждом таком отрезке координата прямо пропорциональна времени, поэтому каждое отдельное движение на участках AB, BC и CD является прямолинейным и равномерным. Но эти движения происходят с разными по величине и направлению скоростями. Конечно, движение данного тела в целом на всём промежутке времени нельзя рассматривать как равномерное. Но в данной задаче нас и не интересует движение тела в целом. По условию этого типа задач необходимо для каждого отдельного участка движения найти проекцию скорости тела, записать уравнение зависимости координаты от времени и построить график зависимости проекции скорости от времени движения. Все перечисленные вопросы относятся к отдельным участкам, на которых тело движется прямолинейно и равномерно, поэтому этот вид задач и рассматривается при изучении прямолинейного равномерного движения.

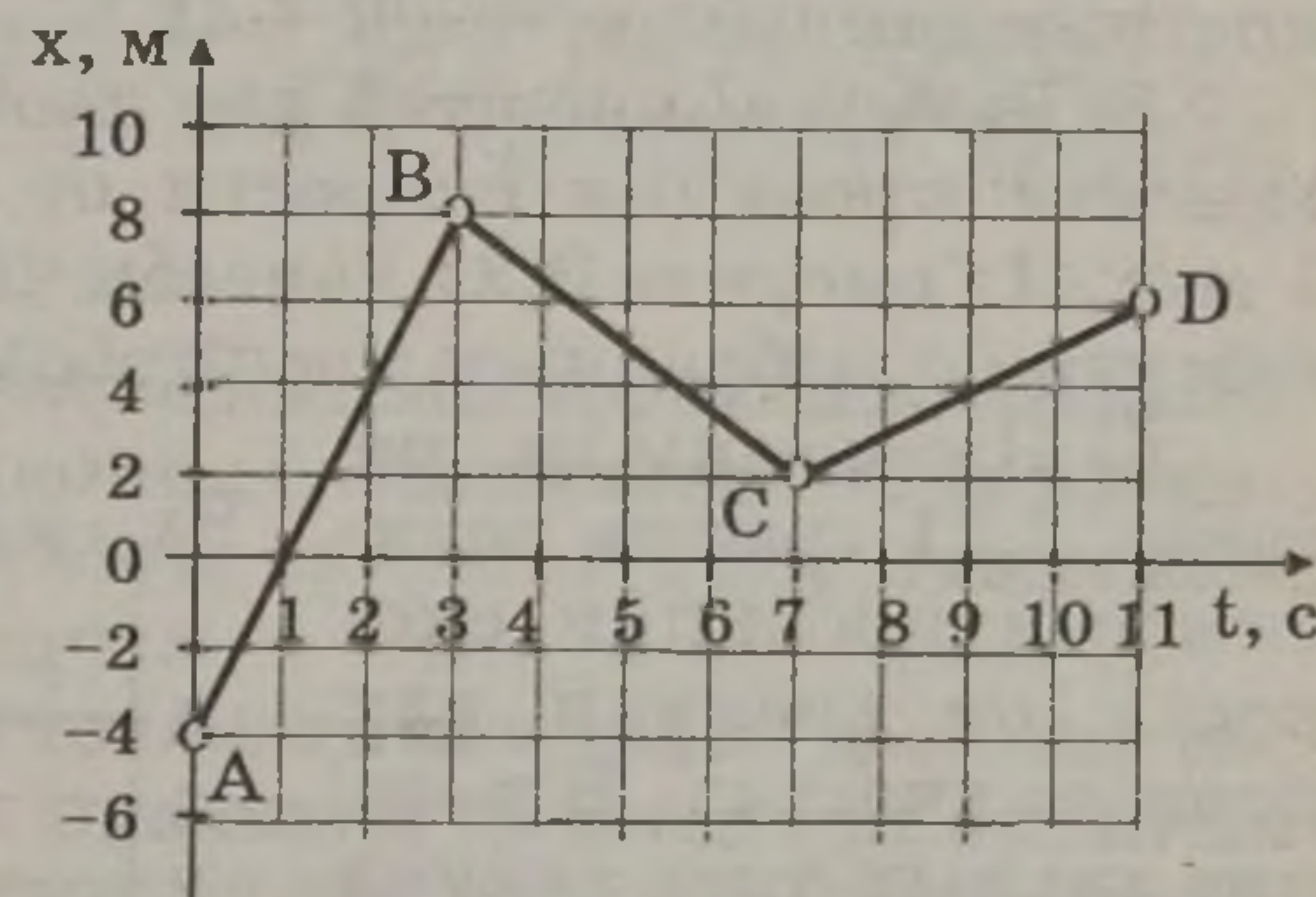


Рис. 2.20

Ответим на поставленные вопросы. Очевидно, что при решении нужно трёхкратно (для каждого отдельного участка) применить действия и операции, которые выполняются при решении задач на переход от графического к координатному способу описания движения. Такие задачи мы уже рассматривали, поэтому выполним действия без подробных объяснений.

Движение на участке АВ.

1) Начальная координата $x_0 = -4$ м.

2) Координата в момент времени $t = 3$ с, $x = 8$ м.

3) Проекция скорости вычисляется по формуле

$$\upsilon_x = \frac{x - x_0}{t}.$$

Подставим данные: $\upsilon_{x1} = \dfrac{8\text{ м} - (-4\text{ м})}{3\text{ с}} = 4$ м/с.

4) Запишем общую форму уравнения зависимости координаты от времени $x = x_0 + \upsilon_{x1} t$ и подставим в неё конкретные данные: $x_1 = -4 + 4t$.

5) Выберем масштаб для изображения графика зависимости проекции скорости от времени: 1 деление — 1 м/с. На рисунке 2.21 нанесём числовые значения в соответствии с выбранным масштабом.

6) Изобразим на рисунке 2.21 график зависимости проекции скорости от времени для первого участка. В течение первых трёх секунд тело движется с постоянной скоростью 4 м/с в направлении оси 0X.

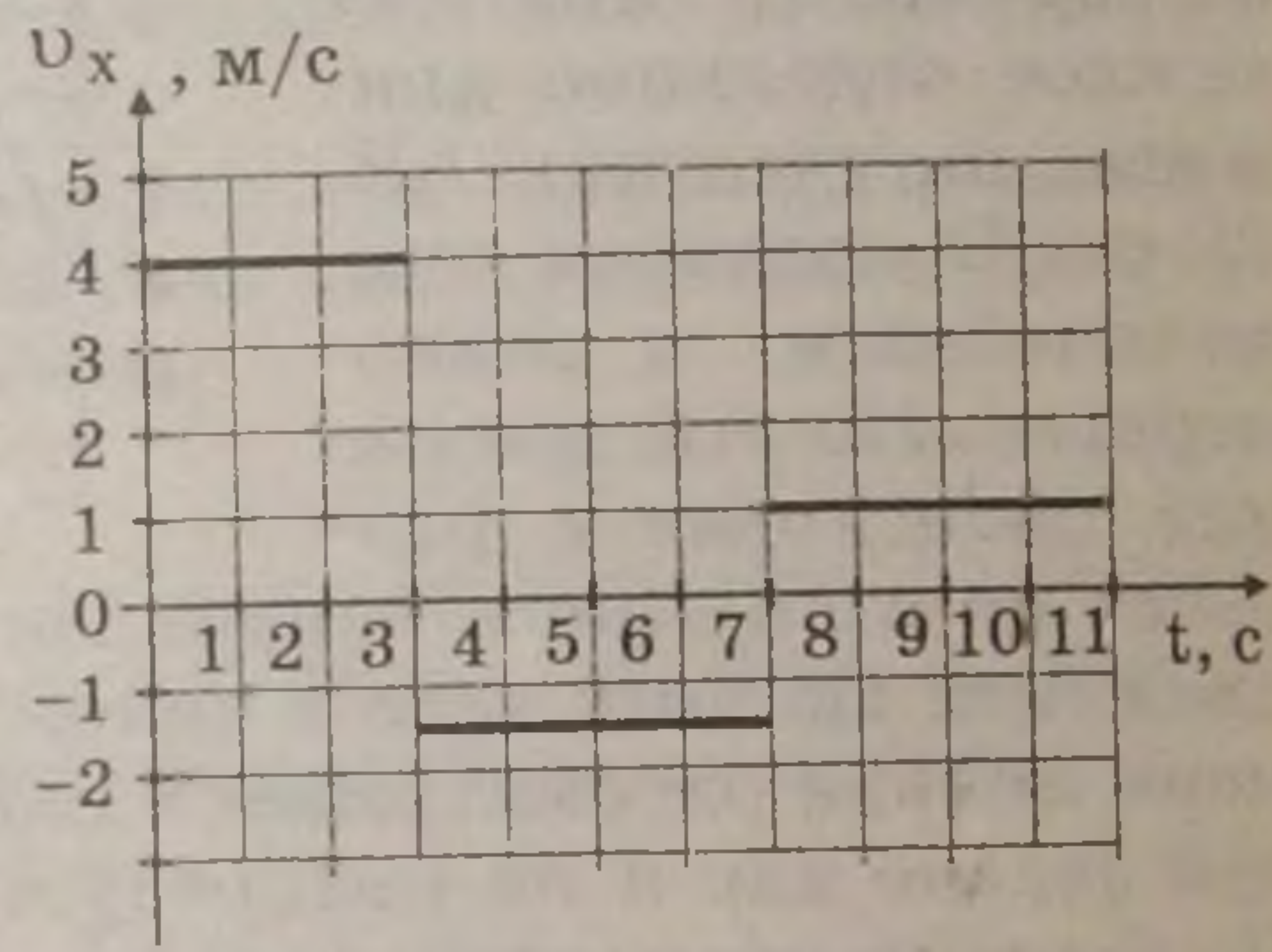


Рис. 2.21

Повторим действия для участка ВС.

1) $x_0 = 8$ м в момент времени $t = 3$ с.

2) $x = 2$ м в момент времени $t = 7$ с.

3) $\upsilon_x = \dfrac{2\text{ м} - 8\text{ м}}{7\text{ с} - 3\text{ с}} = -1{,}5$ м/с

(в знаменателе формулы $\upsilon_x = \dfrac{x - x_0}{t}$ стоит не момент времени t, соответствующий координате x, а промежуток времени, за который координата тела изменяется от x_0 до x. На участке ВС координата изменяется от 8 до 2 м за промежуток времени 7 с − 3 с = 4 с).

4) $x_2 = 8 - 1{,}5t$.

5) Изобразим график зависимости проекции скорости от времени. Проведём отрезок, параллельный оси времени, соответствующий проекции скорости −1,5 м/с в интервале времени от 3 до 7 с.

Повторим действия для участка CD.

1) $x_0 = 2$ м в момент времени $t = 7$ с.
2) $x = 6$ м в момент времени $t = 11$ с.

3) $\upsilon_x = \dfrac{6\text{ м} - 2\text{ м}}{11\text{с} - 7\text{ с}} = 1$ м/с (в знаменателе формулы

$\upsilon_x = \dfrac{x - x_1}{t}$ стоит промежуток времени, за который

координата тела изменяется от x_0 до x. На участке CD координата изменяется от 2 до 6 м за промежуток времени 11 с − 7 с = 4 с).

4) $x_3 = 2 + t$.

5) Изобразим график зависимости проекции скорости от времени. Проведём отрезок, параллельный оси времени, соответствующий проекции скорости 1 м/с в интервале времени от 7 до 11 с.

Обычно при решении данного типа задач графики зависимостей координаты и проекции скорости от времени изображают один под другим, чтобы подчеркнуть соответствие между графиками на каждом участке движения.

Уточним одну очень важную деталь. На графике зависимости проекции скорости от времени (рис. 2.21) видно, что одному моменту времени, например $t = 3$ с, соответствуют два различных значения скорости: 4 м/с и −1,5 м/с. Однако скорость тела мгновенно измениться не может. Поэтому условие задачи описывает не реальную, а упрощённую ситуацию. На самом деле скорость тела от 4 до −1,5 м/с изменяется постепенно и график проекции скорости представляет собой не вертикальную, а наклонную прямую (рис. 2.22). Однако если потребовать, чтобы тот промежуток времени t, за который происходит изменение скорости, был много меньше тех

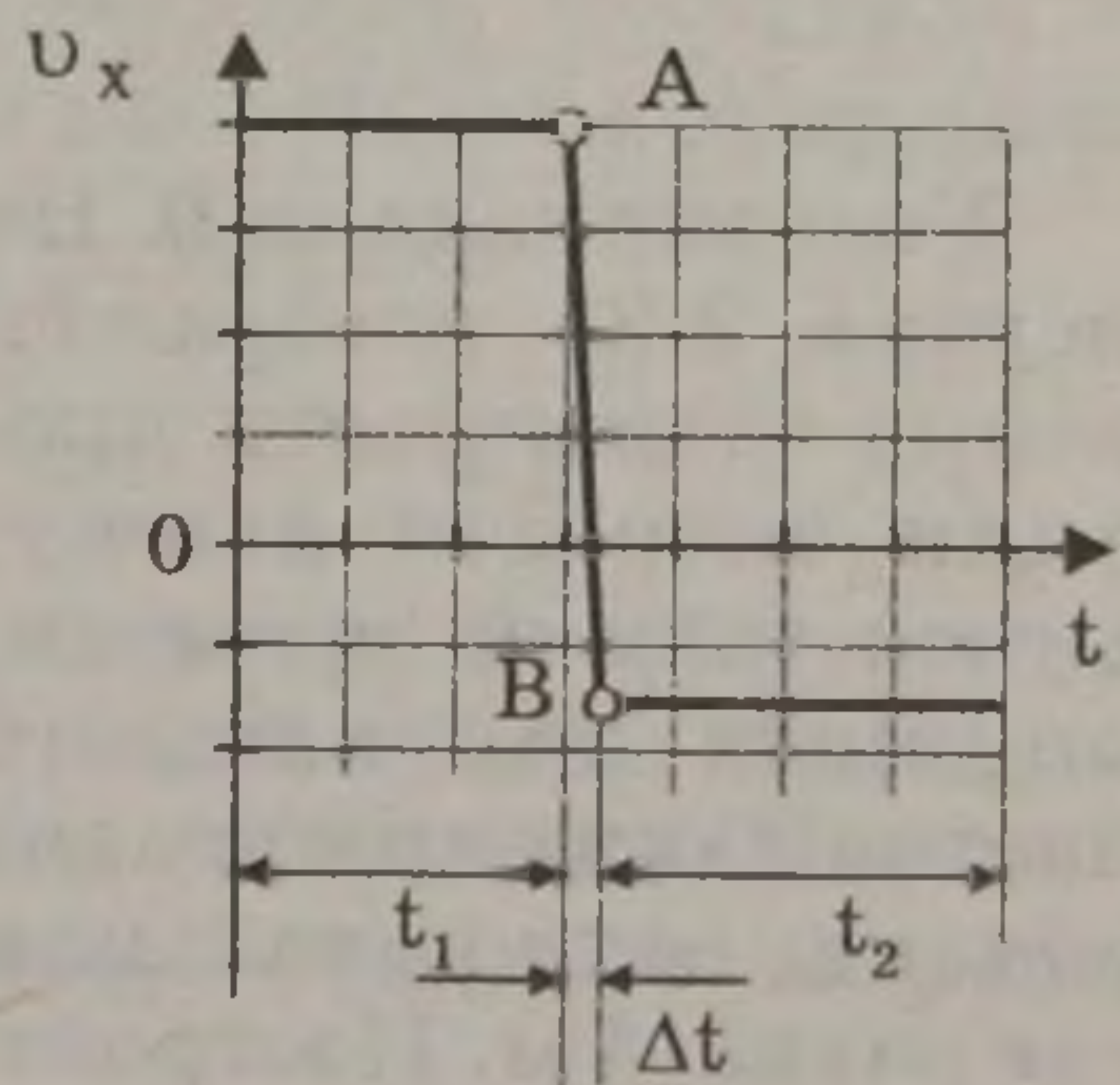


Рис. 2.22

промежутков времени t_1 и t_2, в течение которых скорость оставалась постоянной, то временем изменения скорости можно пренебречь и считать, что она изменилась мгновенно. Именно это и предполагается в рассмотренной выше задаче и задачах данного типа.

А теперь попробуйте самостоятельно решить аналогичные задачи.

Условие задачи 8. На рисунке 2.23 изображён график зависимости координаты движущегося тела от времени. Для каждого участка движения вычислите проекцию скорости, запишите уравнение зависимости координаты от времени и постройте на рисунке 2.24 график зависимости проекции скорости от времени.

1) $x_{01}=$ _____; $x_1=$ ______;
$t_1=$ _____. $\Rightarrow \upsilon_{x1}=$ ______.

2) $x_{02}=$ _____; $x_2=$ ______;
$t_2=$ _____. $\Rightarrow \upsilon_{x2}=$ ______.

3) $x_{03}=$ _____; $x_3=$ ______;
$t_3=$ _____. $\Rightarrow \upsilon_{x3}=$ ______.

4) $x_{04}=$ _____; $x_4=$ ______;
$t_4=$ _____. $\Rightarrow \upsilon_{x4}=$ ______.

$x_1=$ _____; $x_2=$ ______;
$x_3=$ _____; $x_4=$ ______.

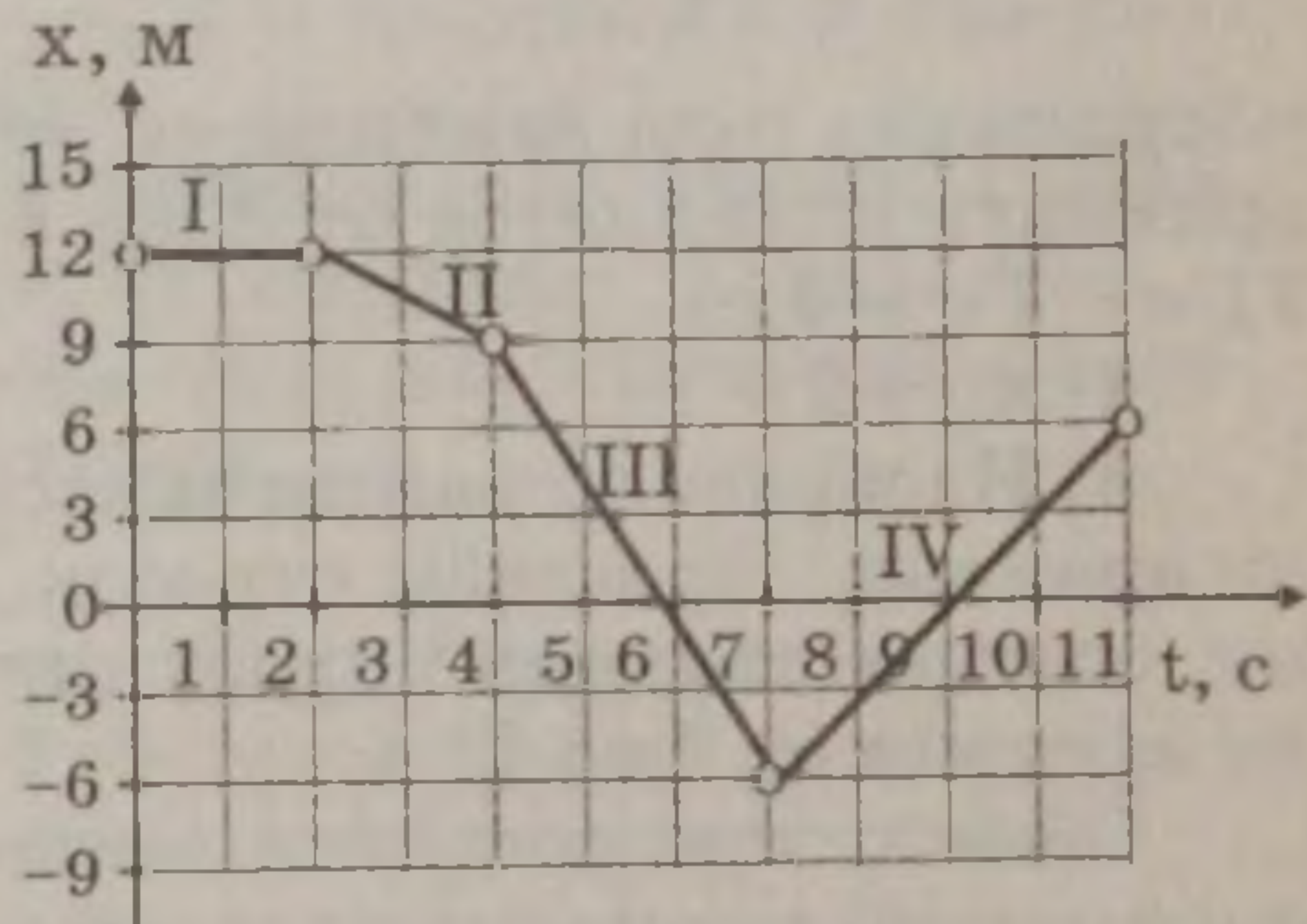


Рис. 2.23

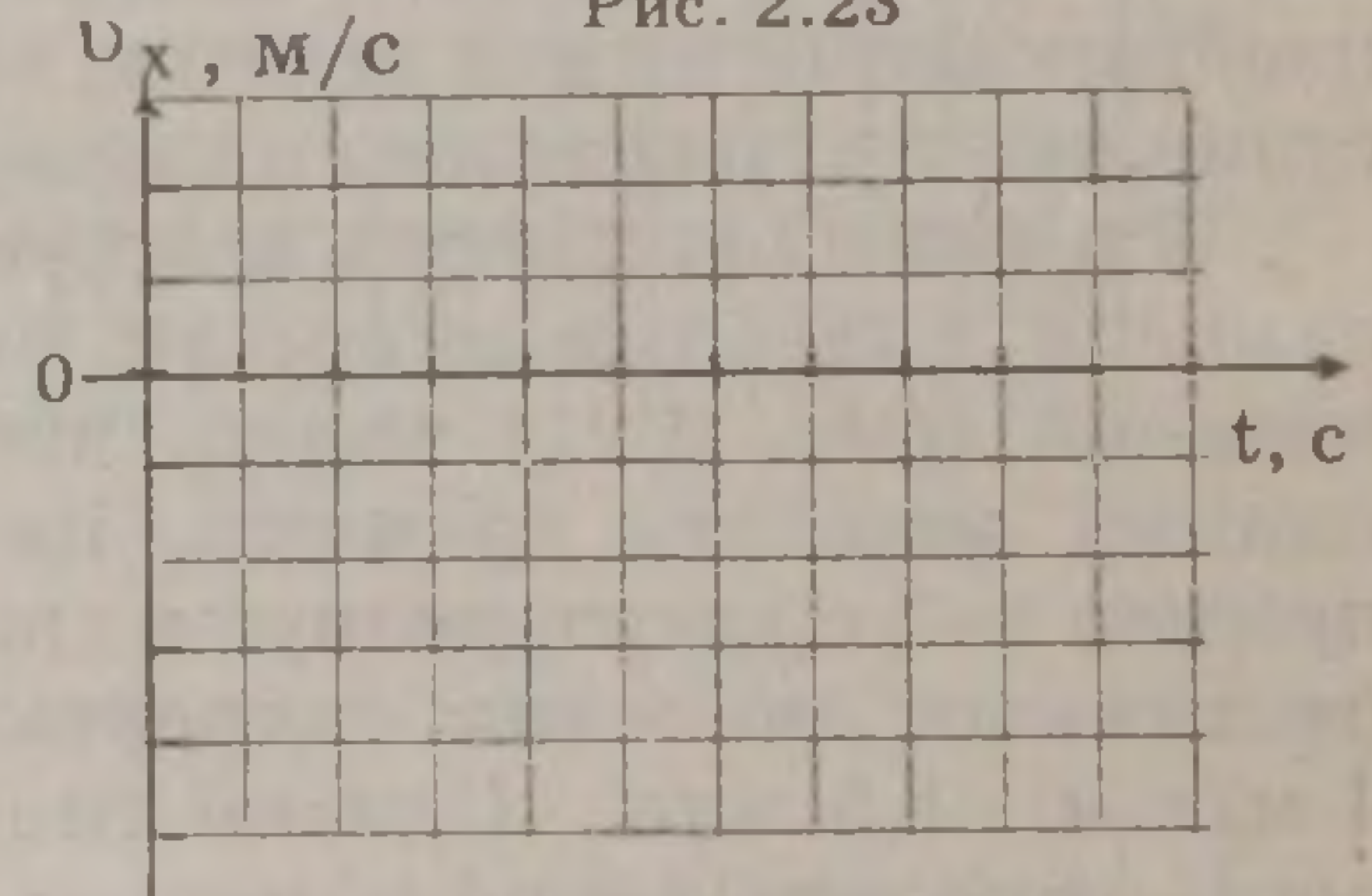


Рис. 2.24

Условие задачи 9. На рисунке 2.25 изображён график зависимости проекции скорости движущегося тела от времени. Запишите для каждого участка движения уравнение зависимости координаты от времени, если начальная координата тела на первом участке равна 4 м. Постройте на рисунке 2.26 график зависимости координаты от времени для всех участков движения.

Указание. Учтите, что начальная координата каждого следующего участка движения равна конечной координате предыдущего.

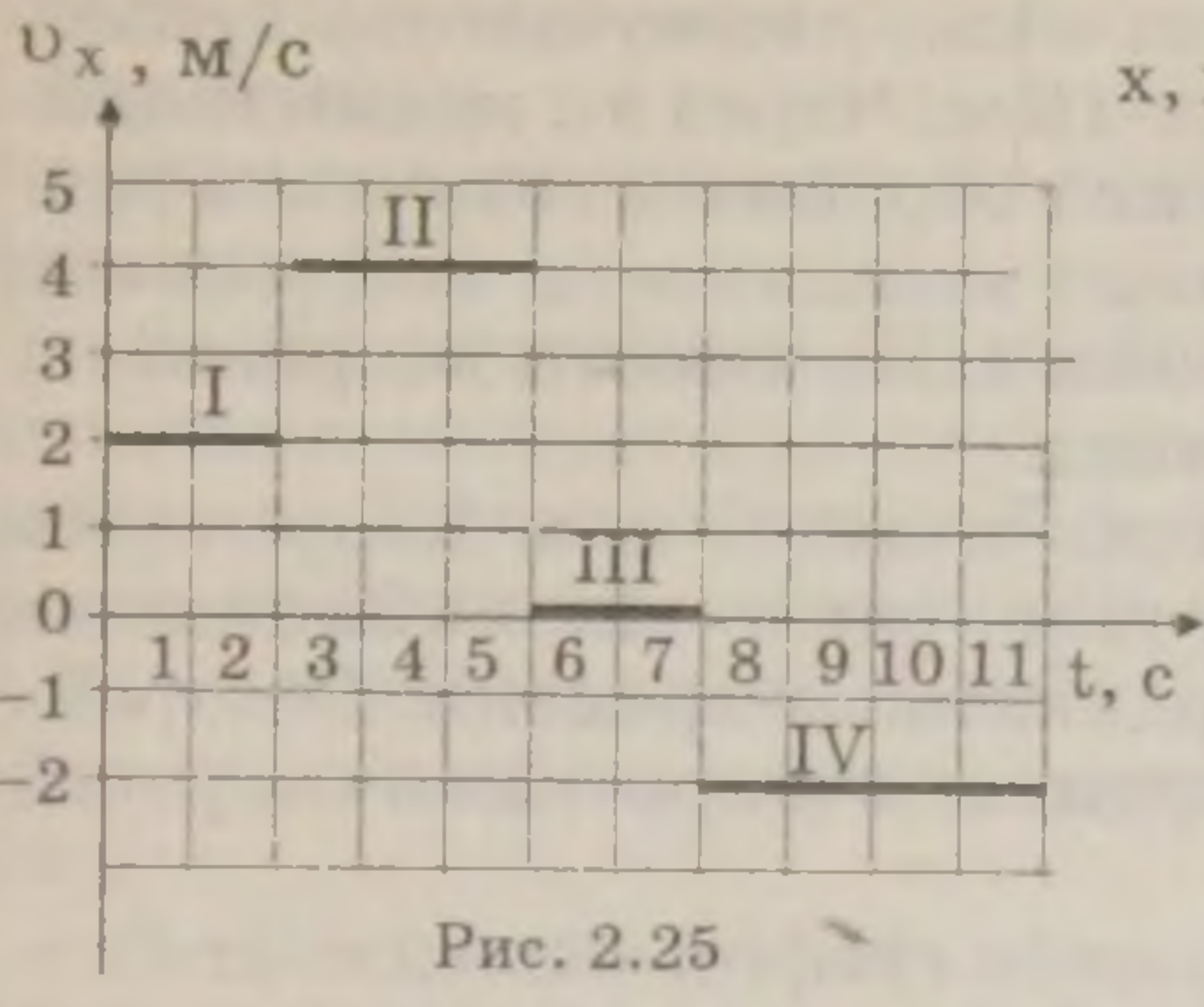


Рис. 2.25

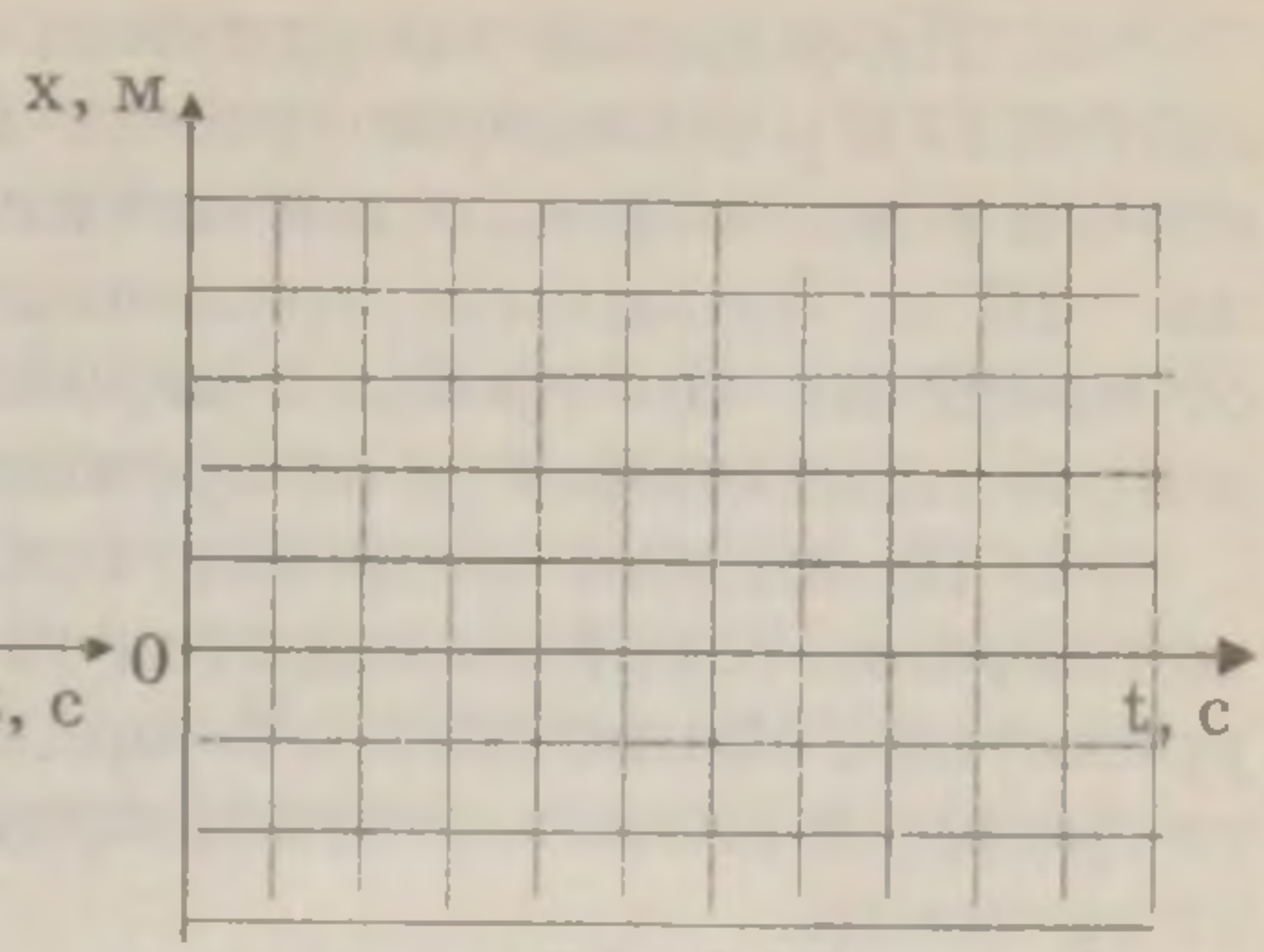


Рис. 2.26

1) x_{01}=_____; υ_{x1} =______; t_1=____. ⇒ x_1=_____; ⇒ уравнение зависимости координаты от времени на первом участке имеет вид x_1=__________________.

2) x_{02}=______; t_2=______. υ_{x2}=______. ⇒ x_2=______; ⇒ уравнение зависимости координаты от времени на втором участке имеет вид x_2= _______________.

3) x_{03}=______; t_3=______. υ_{x3} =_______. ⇒ x_3=_______; ⇒ уравнение зависимости координаты от времени на третьем участке имеет вид x_3= _____________.

4) x_{04}=_____; t_4=______. υ_{x4} =_______. ⇒ x_4=______; ⇒ уравнение зависимости координаты от времени на четвёртом участке имеет вид x_4= _____________.

5) Пользуясь полученными данными, постройте на рисунке 2.26 график зависимости координаты от времени на каждом участке движения.

2.6. Задачник

1. Начальная координата тела равна 3 м. Проекция скорости на координатную ось 0X равна −2 м/с. Запишите уравнение зависимости координаты от времени. Постройте графики зависимости координаты и проекции скорости от времени.

2. Начальная координата тела, движущегося прямолинейно и равномерно, равна −4 м. Спустя 6 с координата тела увеличилась на 24 м. Запишите уравнение зависимости координаты от времени. Постройте графики зависимости координаты и проекции скорости от времени.

3. Начальная координата тела, движущегося прямолинейно и равномерно, равна 10 м. Через 5 с прямолинейного и равномерного движения координата тела стала равна −20 м. Запишите уравнение зависимости координаты от времени. Постройте графики зависимости координаты и проекции скорости от времени.

4. Проекция скорости тела равна 0 м/с. Координата точки, в которой находится тело, равна −20 м. Запишите уравнение зависимости координаты от времени. Постройте графики зависимости координаты и проекции скорости от времени.

5. На рисунке 2.27 изображён график зависимости координаты тела от времени. Запишите уравнение зависимости координаты от времени. Постройте график зависимости проекции скорости от времени.

6. На рисунке 2.28 изображён график зависимости проекции скорости от времени. Запишите уравнение зависимости координаты от времени, если начальная координата тела равна 5 м. Постройте график зависимости координаты тела от времени.

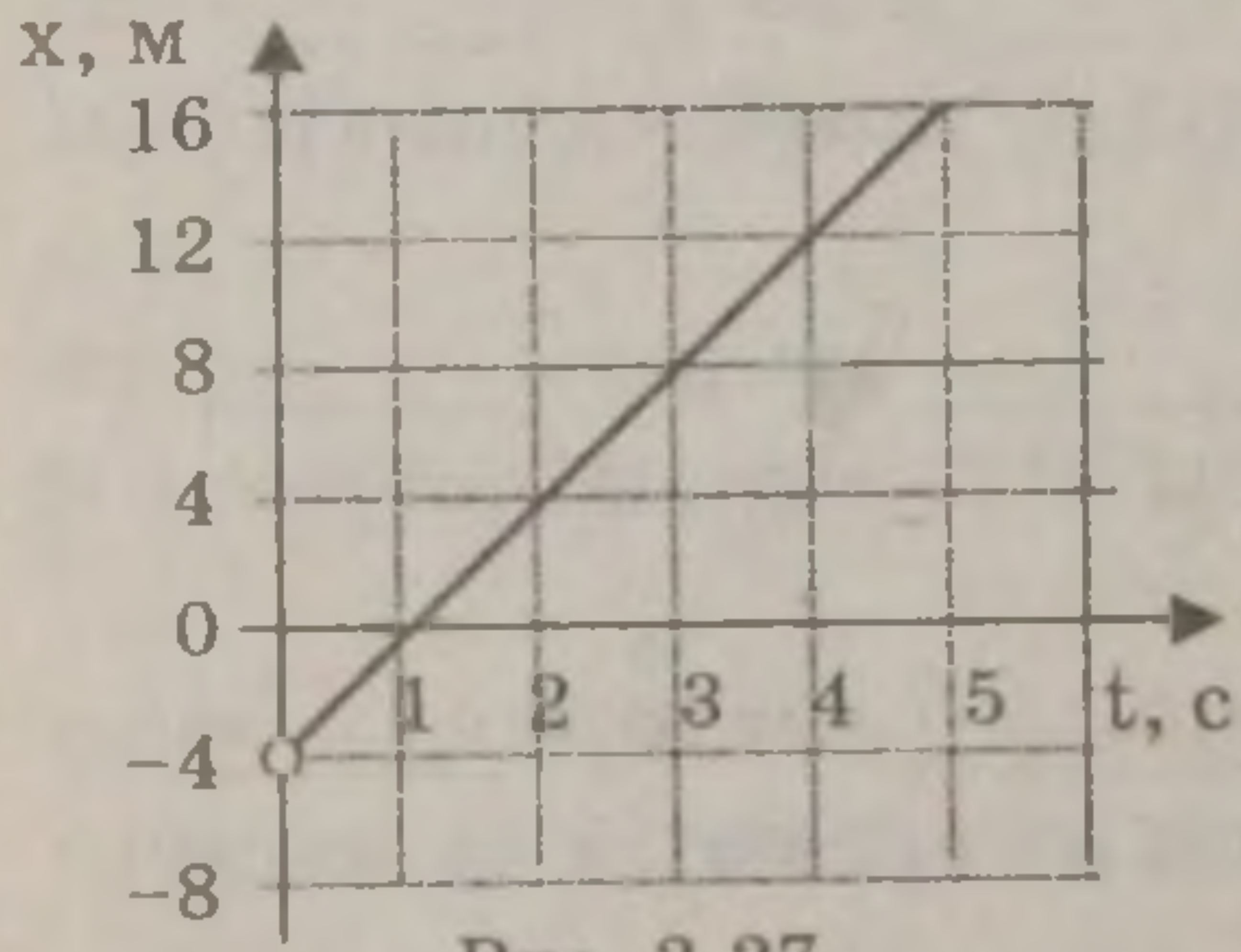


Рис. 2.27

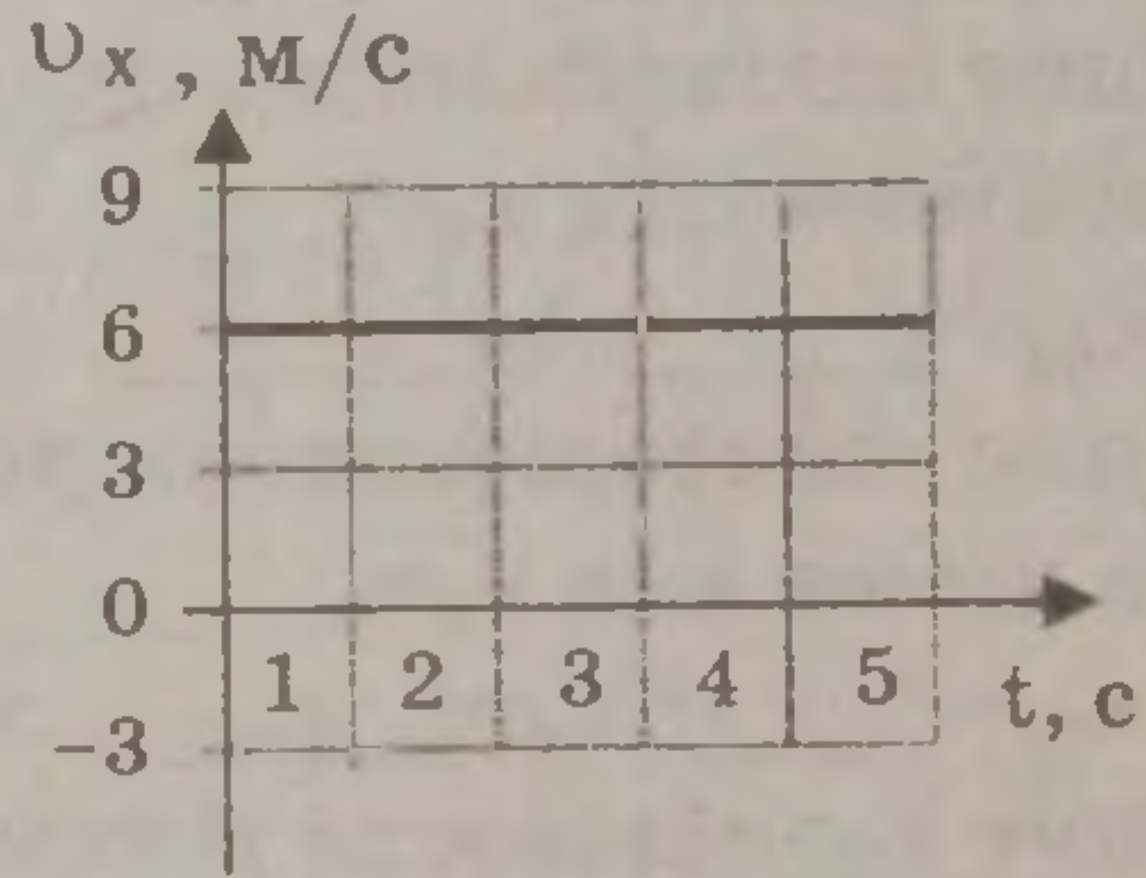


Рис. 2.28

7. На рисунке 2.29 изображён график зависимости координаты от времени. Изобразите график зависимости ко-

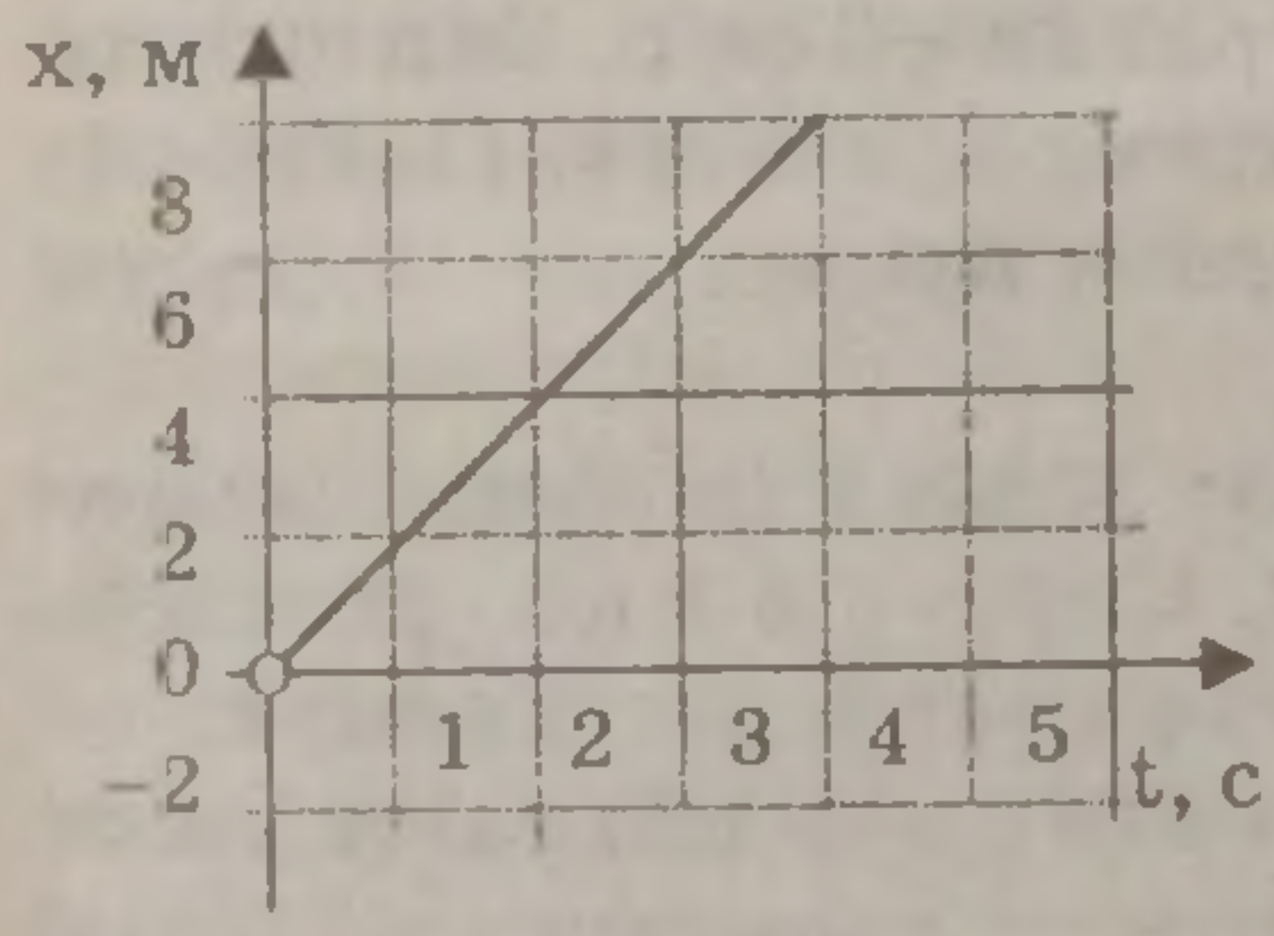


Рис. 2.29

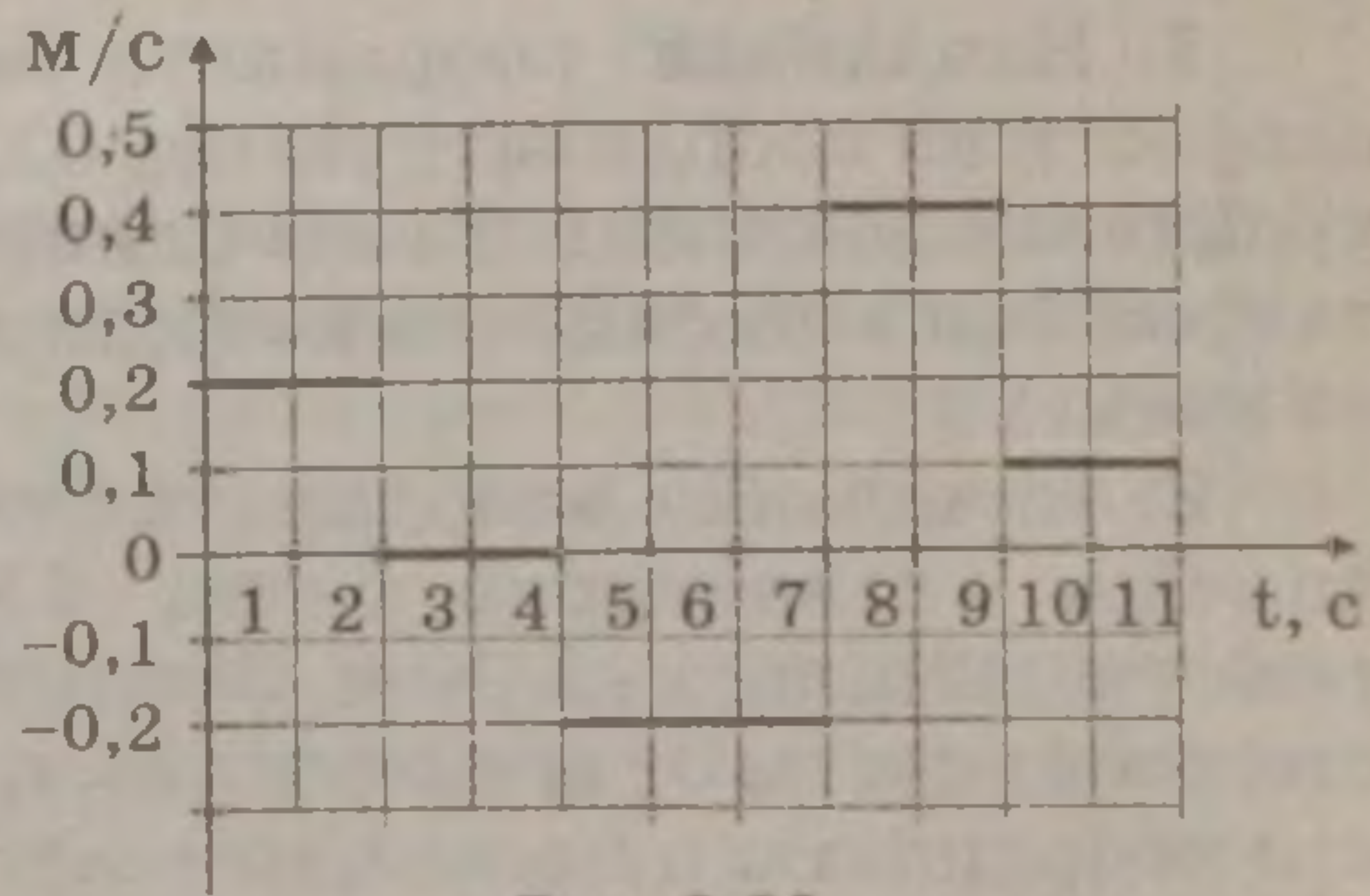


Рис. 2.30

ординаты от времени для тела, которое движется в том же направлении, но со скоростью вдвое меньшей. Запишите уравнение зависимости координаты от времени для этого движения.

8. На рисунке 2.30 изображён график зависимости проекции скорости движущегося тела от времени. Запишите для каждого участка движения уравнение зависимости координаты от времени, если начальная координата тела на первом участке равна 2 м. Постройте график зависимости координаты от времени для всех участков движения.

9. На рисунке 2.31 изображён график зависимости координаты движущегося тела от времени. Для каждого участка движения вычислите проекцию скорости, запишите уравнение зависимости координаты от времени. Постройте график зависимости проекции скорости от времени.

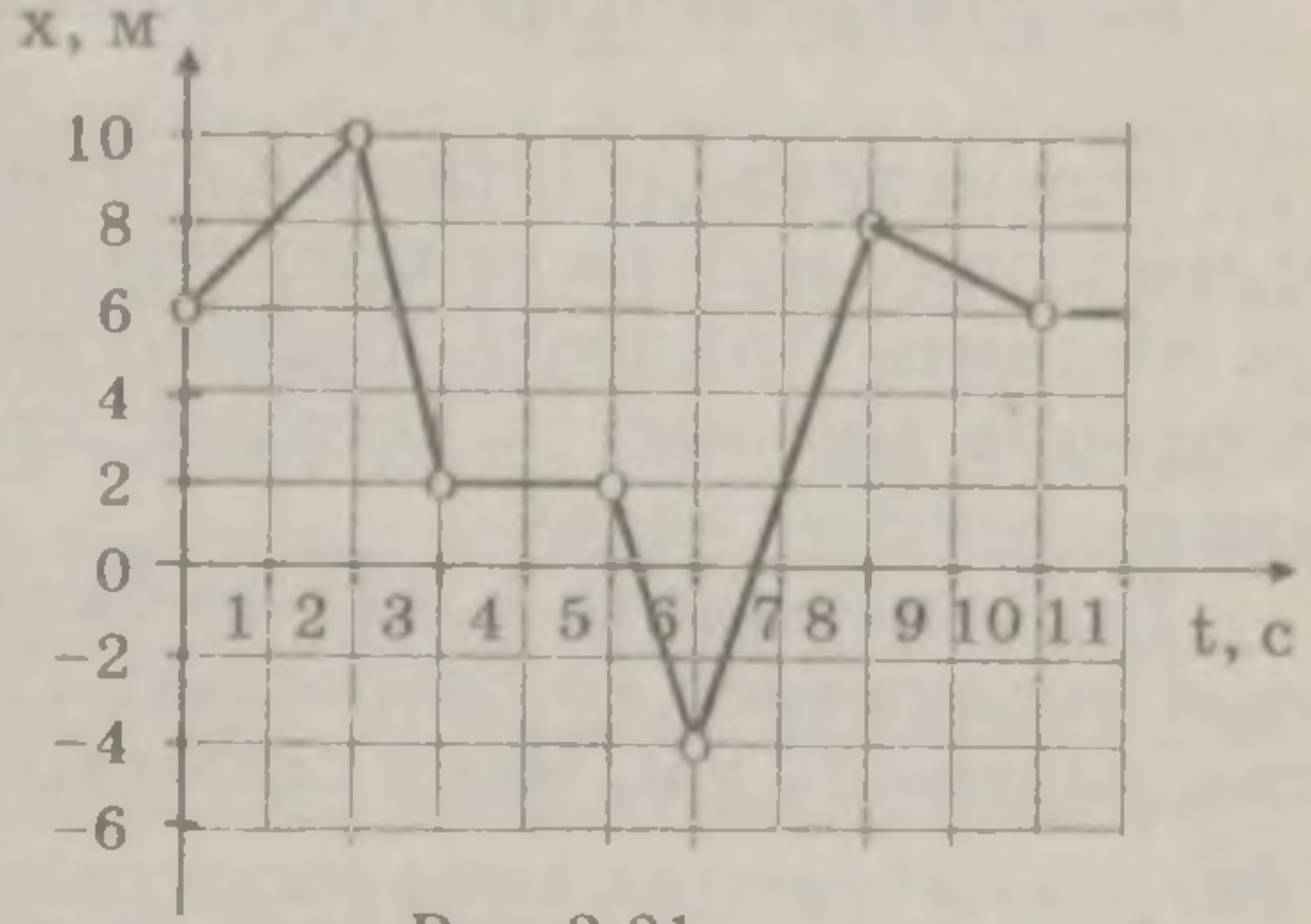


Рис. 2.31

10. В течение первых 2 с тело покоится в точке с координатой 20 м, а затем 5 с движется прямолинейно и равномерно в направлении оси 0X со скоростью 4 м/с. С какой скоростью должно двигаться тело в течение следующих 10 с, чтобы вернуться в начало координат? Для каждого участка движения запишите уравнение зависимости координаты от времени. Постройте графики зависимости координаты и проекции скорости от времени.

ГЛАВА 3

Координатный метод решения задач на описание прямолинейного равномерного движения

3.1. Состав и содержание действий при применении координатного метода решения задач

Рассмотрим действия и операции по применению координатного метода на примере очень простой задачи, чтобы выявить сущность данного метода, не вдаваясь в обсуждение множества деталей, неизбежное при решении более сложных задач.

Условие задачи 1. Автомобиль, двигаясь прямолинейно и равномерно со скоростью 72 км/ч, прошёл расстояние, равное 10 км. Чему равно время движения автомобиля?

Конечно, данная задача может быть решена с помощью одной формулы для величины скорости при прямолинейном равномерном движении: $\upsilon = \frac{S}{t}$. Отсюда следует, что искомое время движения равно: $t = \frac{S}{\upsilon}$. Так как расстояние, пройденное автомобилем, и скорость его движения известны, то задача решена. Данную задачу действительно можно решить таким образом, не прибегая к помощи координатного метода, но только для очень простых задач на применение одной формулы (задачу можно сформулировать относительно времени t, расстояния S и скорости υ). При решении более сложных задач вы неизбежно столкнётесь с трудностями, которые можно преодолеть только на основе применения координатного метода (или на основе развитой интуиции, которой обладают очень способные или талантливые люди. На самом деле они тоже применяют координатный метод, но выполняют отдельные действия и операции в уме, на уровне подсознания).

Вернёмся к условию задачи. Почему для её решения нужно применить координатный метод? Во второй главе мы уже обсуждали вопрос об анализе условия задачи и поиске в нём признаков, по которым можно определить метод её решения. Такие действия мы назвали *ориентировочными*. Особенно большое значение они имеют не при изучении определённой темы, когда учитель предлагает задачи известного типа, а при подготовке к экзаменам в условиях, когда тип предлагаемой задачи заранее не известен.

1. Ориентировочная часть решения (поиск признаков, по которым можно определить объект, описанный в условии, и раздел физики, в котором изучается данный объект).

Ключевым словом в условии задачи является слово *движение* (или его аналоги: *перемещается*, *летит*, *скользит*, *идёт*, *едет* и т.д.). Движение тел изучается физической теорией, которая называется *механикой*, поэтому наличие этого слова в условии сразу указывает на теорию, которую нужно применить для решения.

Движение в механике может быть описано с помощью уравнений зависимости координат и скорости от времени без выяснения причин, вызывающих данный вид движения. Так описывается движение в разделе механики, который называется *кинематикой*. Можно заинтересоваться причинами равномерного движения автомобиля и изучать его взаимодействие с окружающими телами (трение о землю, сопротивление воздуха и др.). Подобным описанием механического движения занимается раздел механики, называемый *динамикой*. В условии задачи даны кинематические величины — расстояние и скорость, причины равномерного движения автомобиля не заданы и их физические характеристики (коэффициент трения, коэффициент сопротивления, сила тяги двигателя) не являются искомыми. Поэтому для решения задачи следует применить кинематические уравнения движения.

В кинематике изучаются различные виды движения: равномерное, равноускоренное, криволинейное и т.д. По условию задачи автомобиль движется прямолинейно и равномерно, поэтому для решения нужно воспользоваться кинематическими уравнениями прямолинейного равномерного движения или графическим методом решения задач (см. следующую главу).

Выделим кратко цепочку умозаключений.

«Движение» $\Rightarrow$ Механика.

Причины движения не известны и их характеристики не являются искомыми $\Rightarrow$ Кинематика.

Тело движется прямолинейно и равномерно

⇓

Кинематика прямолинейного равномерного движения

⇓ ⇓

Координатный метод Графический метод

⇓

$x = x_0 + \upsilon_x t$

2. Действия и операции по применению координатного метода

Уравнение вида $x = x_0 + \upsilon_x t$ применимо к описанию любого прямолинейного равномерного движения в любой одномерной системе координат. При его применении к решению определенной задачи, условие которой содержит описание конкретной ситуации, необходимо выбрать вполне определенную одномерную систему координат, в которой было бы удобно рассматривать движение тела.

Изобразим на рисунке 3.1 траекторию движения тела, отметим на нём начальное и конечное состояния тела (точки А и В), покажем на рисунке вектор скорости и отметим, что нам известно расстояние, пройденное телом. В этих операциях отражено содержание первого действия.

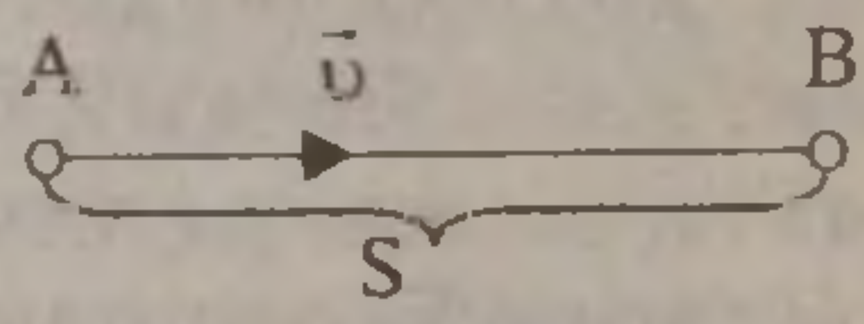


Рис. 3.1

Действие 1. Сделать рисунок, на котором показать траекторию движения тела или тел, описанных в условии задачи, векторы их скоростей, начальные и конечные положения, известные расстояния, пройденные телами.

Выберем систему координат для описания движения тела. Для задания одномерной системы координат необходимо выбрать одно направление в пространстве и связать его с определённым телом отсчёта. И тело отсчёта, и направление оси координат могут быть выбраны

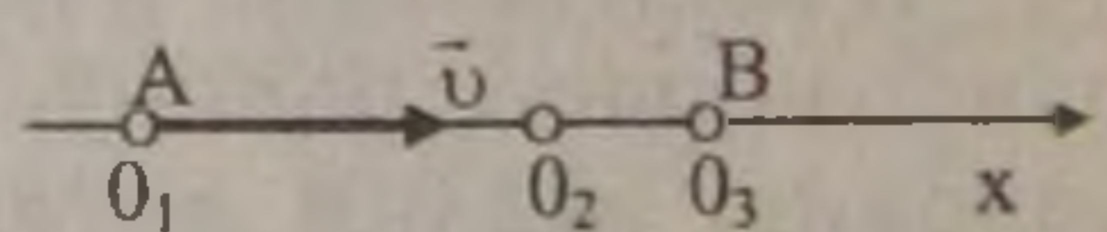


Рис. 3.2а

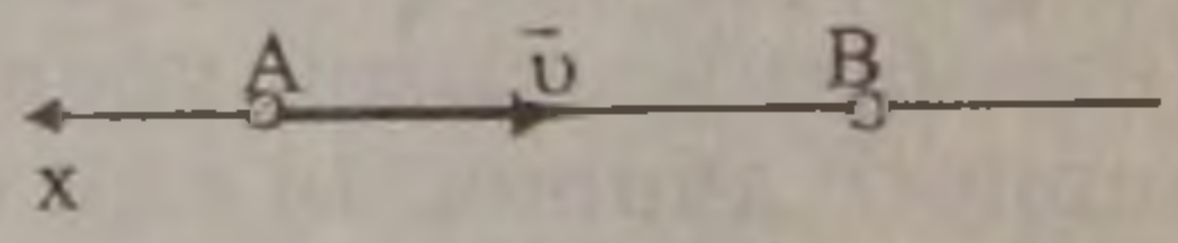


Рис. 3.2б

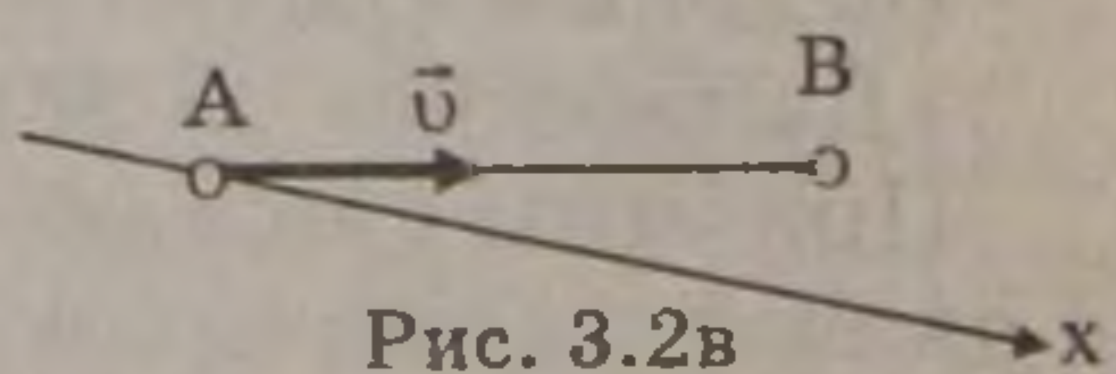


Рис. 3.2в

произвольно. Ось координат можно направить вправо (рис. 3.2а), можно — влево (рис. 3.2б), наконец, её можно ориентировать под произвольным углом к линии АВ (рис. 3.2в). Тело отсчёта можно расположить в любой точке оси координат (точки 0_1, 0_2 и 0_3 на рис. 3.2а для оси координат, направленной вправо).

Понятие удобства при выборе направления оси и тела отсчёта, конечно, является относительным. Однако представляется достаточно разумным выбрать направление оси по направлению вектора скорости (проще искать проекцию скорости тела), тело отсчёта 0 совместить с точкой А, в которой находилось тело в начальный момент времени (начальная координата обращается в ноль).

Действие 2. Выбрать одномерную систему координат для описания движения тела:

- выбрать направление оси координат (обычно ось направляется вдоль вектора скорости движения тела);
- выбрать тело отсчёта (обычно совмещается либо с начальным, либо с конечным положением тела для простоты нахождения начальной или конечной координаты тела).

Изобразим на рисунке 3.3 выбранную систему координат. Направим ось 0X вдоль линии АВ по вектору скорости, тело отсчёта 0 совместим с начальным положением тела в точке А.

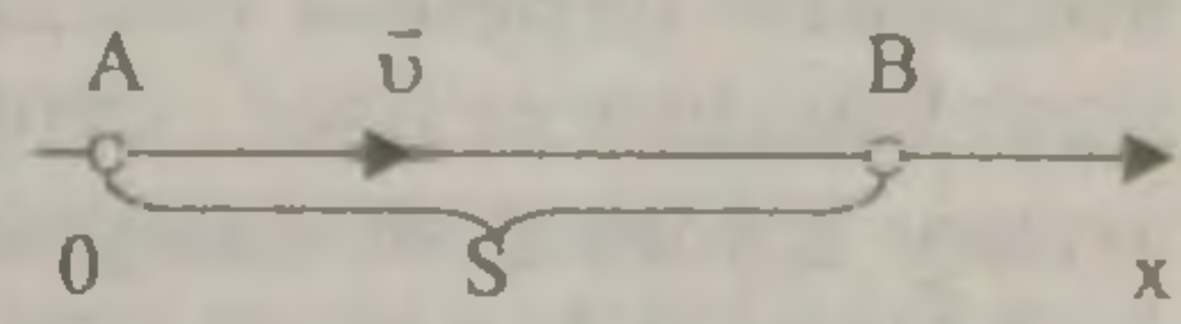


Рис. 3.3

Действие 3. Дополнить рисунок, на котором уже показаны траектория движения, начальное и конечное положения, вектор скорости и расстояние, пройденное телом, изображением оси координат и тела отсчёта.

Запишем уравнение движения тела в выбранной системе координат. Данное действие является центральным при применении координатного метода.

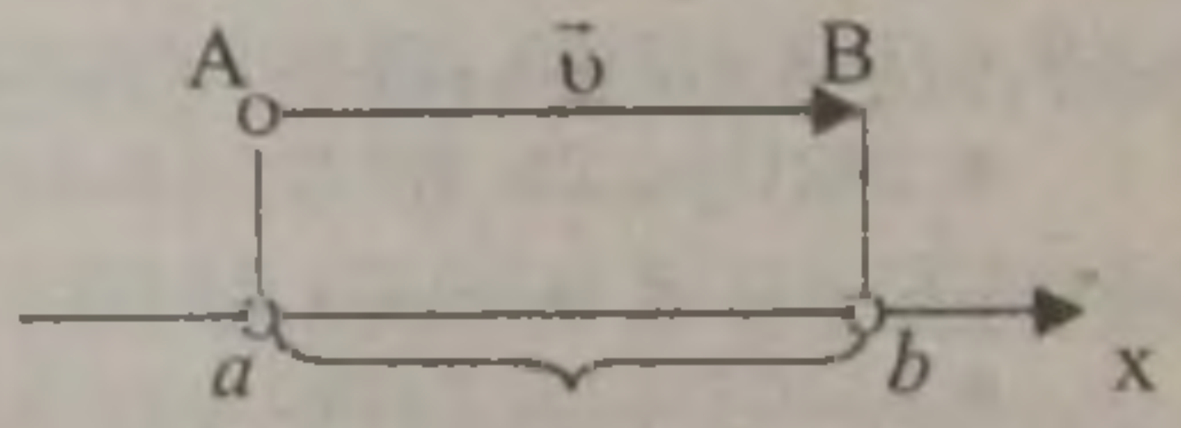
Общее уравнение имеет вид $x = x_0 + \upsilon_x t$. Для того чтобы записать его в определённой системе координат для заданного движения, нужно выполнить четыре операции.

- **Найти значение координаты тела x в момент времени t.** В нашем случае необходимо найти время, за которое будет пройдено расстояние S, поэтому в момент времени t тело находится в точке В. Координата данной точки равна расстоянию от неё до тела отсчёта (по определению координаты в одномерной системе координат), т.е. длине отрезка AB, которая равна S. Итак, координата x в момент времени t равна S.

▪ **Найти значение начальной координаты тела x_0.** В выбранной системе координат в начальный момент времени тело находится в точке A. В эту же точку мы поместили тело отсчёта, поэтому начальная координата тела равна нулю (расстояние от точки A до тела отсчёта равно нулю).

▪ **Найти знак проекции скорости.** Вектор скорости тела сонаправлен с осью 0X, поэтому проекция скорости положительна.

▪ **Найти величину проекции скорости.** В данной системе координат вектор скорости параллелен оси координат 0X. Построим проекцию вектора скорости на ось координат (рис. 3.4). Опустим перпендикуляры на ось координат из начала и конца вектора скорости. Отрезок, соединяющий проекцию начала вектора скорости с проекцией его конца, является проекцией вектора скорости на ось 0X. Из рисунка видно, что модуль вектора скорости равен длине отрезка AB, а величина проекции скорости равна длине отрезка *ab*. Длины данных отрезков равны как противоположные стороны прямоугольника AB = *ab*, поэтому проекция скорости υ_x по величине равна модулю скорости $|\vec{\upsilon}|$: $\upsilon_x = |\vec{\upsilon}|$. Для простоты записи обычно при решении задач вместо модуля вектора скорости пишут просто обозначение скорости υ , имея в виду величину (модуль) скорости, тогда $\upsilon_x = \upsilon$.



$\upsilon_x > 0$

Рис. 3.4

Изобразим операции по переходу от общей к конкретной форме записи уравнения движения в виде схемы:

$$x = x_0 + \upsilon_x t$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow$$

$$S = 0 + \upsilon t.$$

Итак, для данного движения в выбранной системе координат уравнение движения имеет вид $S = \upsilon t$.

Действие 4. Записать общее уравнение зависимости координаты от времени в выбранной системе координат:

- определить конечную координату x тела в момент времени t;
- определить начальную координату тела x_0;
- определить знак проекции скорости;
- выразить величину проекции скорости через величину скорости движения тела.

Прежде чем решать полученное уравнение относительно неизвестной величины t, необходимо проверить его на полноту, т.е. убедиться в том, что число неизвестных не превышает число уравнений. В данном случае мы имеем одно уравнение. В нём известно расстояние S, пройденное телом, и скорость движения υ. Неизвестной искомой величиной является время движения t. Одно уравнение содержит одну неизвестную величину, поэтому оно может быть разрешено относительно этой величины.

Действие 5. Проверка уравнения или системы уравнений на полноту.

Получим ответ задачи в общем виде. Из формулы $S = \upsilon t$ следует, что $t = \frac{S}{\upsilon}$ (S является произведением, υ и t — сомножителями. Чтобы найти сомножитель t, нужно произведение S разделить на второй сомножитель υ).

Действие 6. Решение задачи в общем виде.

Проверим правильность решения методом размерностей. Из формулы $t = \frac{S}{\upsilon}$ следует, что наименование времени равно отношению наименования расстояния к наименованию скорости. Запишем это утверждение в стандартной форме

$$[t]_{СИ} = \frac{[S]_{СИ}}{[\,\upsilon\,]_{СИ}} = \frac{м}{м/с} = \frac{м \cdot с}{м} = с.$$

Полученное наименование совпадает с наименованием времени в Международной системе единиц СИ (запись $[t]_{СИ}$ как раз и означает, что проверка наименования проводится в СИ — на это указывает индекс «СИ» у величины, обозначение которой заключено в квадратные скобки).

Действие 7. Проверка наименования искомой величины по полученной формуле в общем виде.

Убедившись в правильности полученного ответа, проведём вычисление искомой величины. Предварительно выразим численные значения известных физических величин в СИ.

$$S = 10 \text{ км} = 10 \cdot 10^3 \text{ м} = 10^4 \text{ м}.$$

$$\upsilon = 72 \text{ км/ч} = 72 \frac{10^3 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{72 \cdot 10^3 \text{ м}}{3{,}6 \cdot 10^3 \text{ с}} = 20 \text{ м/с}.$$

Действие 8. Перевод данных в СИ.

Вычислим искомое значение неизвестной физической величины.

$$t = \frac{10^4}{20} = \frac{100 \cdot 10^2}{20} = 5 \cdot 10^2$$

(наименование времени было уже проверено нами при выполнении действия 7, поэтому при вычислении подставляются только численные значения величин без наименования).

Действие 9. Вычисление искомого значения неизвестной физической величины.

Запишем ответ задачи: время движения автомобиля равно $5 \cdot 10^2$ с.

Подведём некоторые итоги. Нетрудно заметить, что среди перечисленных действий ключевое значение при применении координатного метода имеют действия по выбору системы координат и записи общего уравнения зависимости координаты от времени $x = x_0 + \upsilon_x t$ в выбранной системе координат. Остальные действия являются общими для задач самых различных типов. Еще раз внимательно изучите приведённый выше пример решения задачи и ответьте на следующие вопросы:

1. Почему для решения данной задачи применяется координатный метод? ____________________________________

____

____

____.

2. Почему для описания прямолинейного равномерного движения применяется одномерная система координат? ____________________________________

____

____

____

____

____.

3. Почему ось координат выбрана в направлении скорости движения автомобиля? ______________________
____
____
____.

4. Почему тело отсчёта помещено в ту точку, в которой находился автомобиль в начале движения? __________
____
____
____.

Для контроля за правильностью выполнения операций по записи уравнения зависимости координаты от времени в выбранной системе координат выполните следующие задания:

1. Запишите уравнение зависимости координаты автомобиля от времени в системе координат, изображённой на рисунке 3.5 (ось координат направлена вправо, тело отсчёта помещено в точку B). ______________.

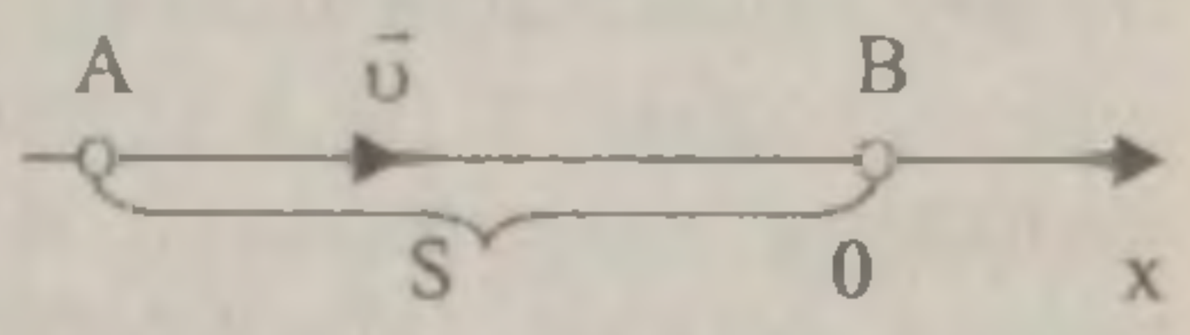


Рис. 3.5

2. Запишите уравнение зависимости координаты автомобиля от времени в системе координат, изображённой на рисунке 3.6 (ось координат направлена влево, тело отсчёта помещено в точку B). ______________________.

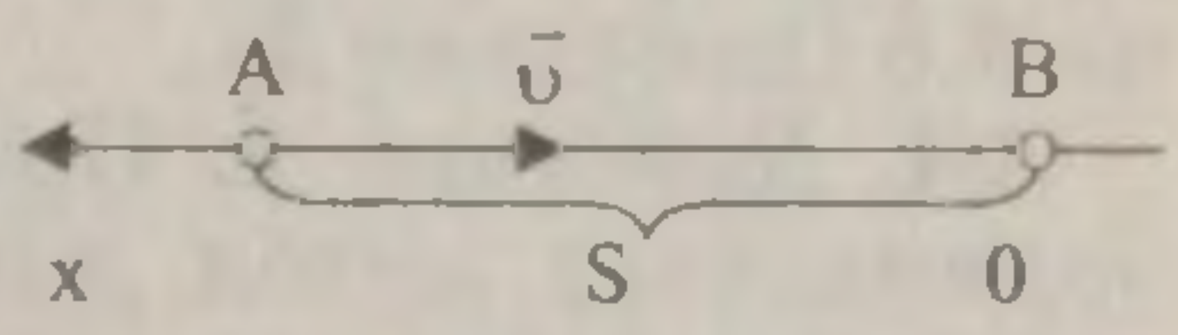


Рис. 3.6

3.2. Применение действий и операций при решении задач на описание прямолинейного равномерного движения с использованием координатного метода

Рассмотрим одну из типовых задач на данную тему, часто встречающуюся в сборниках задач для поступающих в вузы.

Условие задачи 2. Из двух пунктов A и B, расположенных на расстоянии S = 5 км друг от друга, одновременно навстречу друг другу начинают двигаться прямолинейно и равномерно два велосипедиста. Первый из них, выехавший из пункта A, движется со скоростью 18 км/ч. Второй, выехавший из пункта B, движется со скоростью 27 км/ч. Где и когда встретятся велосипедисты?

1. Ориентировочная основа действий. Выполните самостоятельно ориентировочную часть решения и докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться координатным методом решения задач на описание прямолинейного равномерного движения. ______________________________
____
____
____
____
____.

2. Действие 1. На рисунке покажем траектории движения тел, векторы скоростей, начальные и конечные состояния тел (рис. 3.7). Обозначим точку встречи тел — С.

3. Действие 2. Выберем одномерную систему координат для описания движения тел. Направим ось 0X по направлению скорости движения первого тела (в этом случае проекция скорости первого тела будет положительной). Начало отсчёта совместим с пунктом А (начальная координата первого тела равна нулю). Изобразим выбранную систему координат на рисунке 3.8 (действие 3).

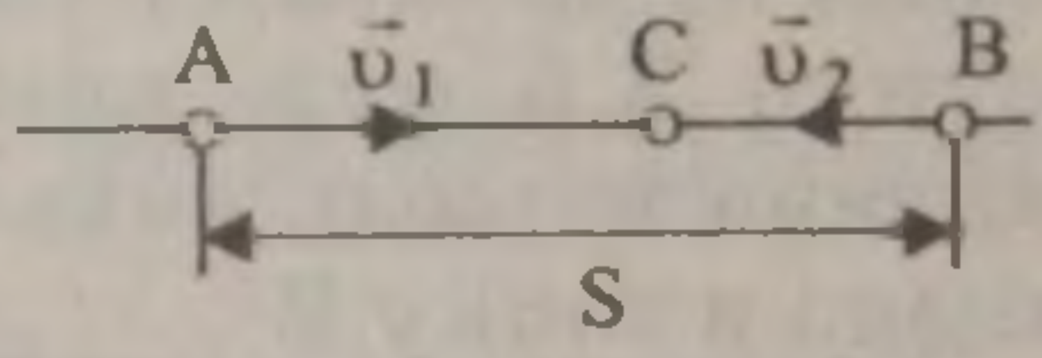


Рис. 3.7

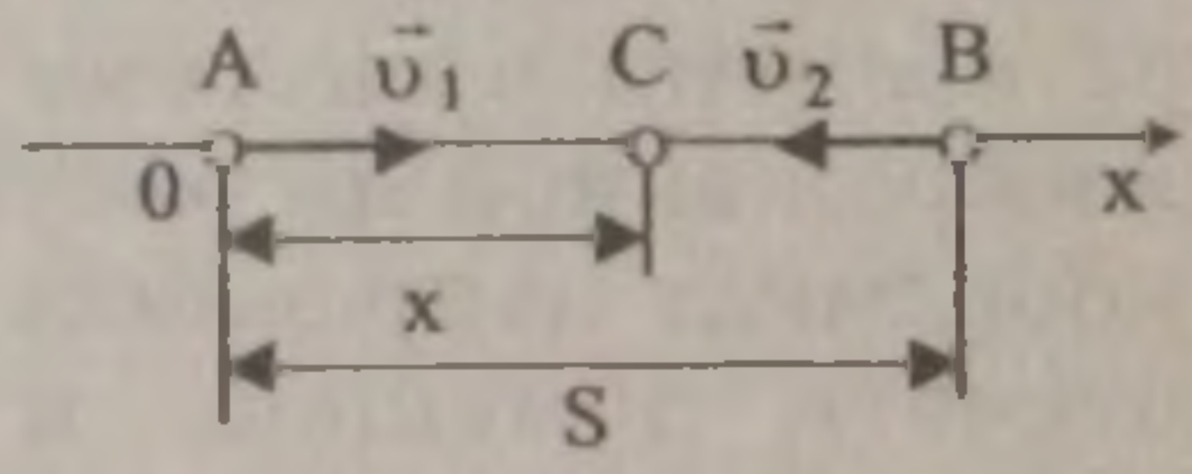


Рис. 3.8

4. Действие 4. Применим координатный метод для описания движения обоих тел, указанных в условии задачи (уравнение движения записывается для каждого из движущихся тел).

Уравнение движения первого тела

Общее уравнение движения имеет вид $x = x_0 + \upsilon_x t$. Запишем его для первого тела в выбранной системе координат в момент его встречи со вторым телом. Обозначим координату первого тела в этот момент времени через x (рис. 3.8). Начальная координата первого тела в выбранной системе координат равна 0 (тело отсчёта совмещено с точкой А, в которой находилось первое тело в момент начала движения). Проекция скорости первого тела положительна (вектор скорости сонаправлен с осью 0X) и равна величине скорости υ_1 (вектор скорости параллелен оси).Тогда уравнение движения первого тела имеет вид:

$$x = \upsilon_1 t.$$

$$x = x_0 + \upsilon_x t$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow$$

$$x = 0 + \upsilon_1 t.$$

Уравнение движения второго тела

Общее уравнение движения имеет вид $x = x_0 + \upsilon_x t$. Запишем его для второго тела в выбранной системе координат в момент его встречи с первым телом. Так как в момент встречи оба тела находятся в одной точке, то координата второго тела в момент времени t, соответствующий встрече, равна x. Обратим внимание на ошибку, которая, к сожалению, встречается достаточно часто. Многие полагают, что координата второго тела в момент встречи с первым равна $S - x$. Напомним, что **координатой в одномерной системе координат называется расстояние от точки, в которой находится тело, до тела отсчёта.** Поэтому координата второго тела при встрече с первым равна расстоянию от точки C (точка встречи на рис. 3.8) до тела отсчёта, т. е. длине отрезка AC. Эта длина равна x, как и для первого тела. Начальная координата второго тела в выбранной системе координат равна S (расстояние от точки B до тела отсчёта). Проекция скорости второго тела отрицательна (вектор скорости направлен противоположно оси 0X) и равна величине скорости υ_2 (вектор скорости параллелен оси). Тогда уравнение движения второго тела имеет вид: $x = S - \upsilon_2 t$.

$$x = x_0 + \upsilon_x t$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow$$

$$x = S - \upsilon_2 t.$$

Объединим уравнения движения обоих тел в систему:

$$\begin{cases} x = \upsilon_1 t, \\ x = S - \upsilon_2 t. \end{cases}$$

Действие 5. Проверим полученную систему уравнений на полноту. Первое уравнение содержит две неизвестные величины — координату точки встречи x и время встречи t. Второе уравнение содержит те же неизвестные величины x и t. Таким образом, мы имеем систему двух уравнений с двумя неизвестными. Из курса алгебры известно, что такая система может быть разрешена относительно обеих неизвестных величин.

Действие 6. Решим задачу в общем виде. Так как левые части обоих уравнений одинаковы, то равны и правые их части. Приравняем правые части обоих уравнений:

$$\upsilon_1 t = S - \upsilon_2 t \Rightarrow \upsilon_1 t + \upsilon_2 t = S \Rightarrow t(\upsilon_1 + \upsilon_2) = S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{S}{\upsilon_1 + \upsilon_2}.$$

В данном выражении расстояние между пунктами S и скорости движения обоих тел υ_1 и υ_2 известны, поэтому оно является ответом в общем виде на вопрос о времени встречи велосипедистов.

Подставим полученное выражение для времени в первое уравнение системы (можно подставить и во второе уравнение, но тогда математические преобразования будут более сложными).

$$x = \upsilon_1 t = \upsilon_1 \frac{S}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = \frac{\upsilon_1 S}{\upsilon_1 + \upsilon_2}.$$

В полученном выражении для координаты точки встречи велосипедистов известны расстояние между пунктами S и скорости движения обоих тел υ_1 и υ_2, поэтому данная формула является ответом в общем виде на вопрос задачи о месте встречи тел.

Действие 7. Проверим наименования искомых величин по полученным формулам.

$$[t]_{СИ} = \frac{м}{м/с + м/с} = \frac{м}{м/с} = \frac{м \cdot с}{м} = с;$$

$$[x]_{СИ} = \frac{\frac{м}{с} \cdot м}{м/с + м/с} = \frac{\frac{м}{с} \cdot м}{м/с} = \frac{м \cdot м \cdot с}{с \cdot м} = м.$$

Полученные наименования совпадают с единицами времени и координаты, поэтому мы правильно выполнили математические преобразования. При проверке наименования в знаменателе стоит сумма наименований скоростей первого и второго велосипедистов. Довольно часто встречается ошибочная запись вида: м/с + м/с=2 м/с. На самом деле сложение наименований означает, что каждое слагаемое измеряется в одинаковых единицах, поэтому и сумма измеряется в тех же единицах, т.е. в м/с. Исходя из сказанного, очевидно, что запись «м/с + м/с» вообще не имеет смысла; сумма скоростей измеряется в единицах скорости, поэтому в знаменателе выражения для проверки наименования можно сразу писать единицу м/с.

Действие 8. Переведём данные задачи в единицы СИ.

$$S = 5 \text{ км} = 5 \cdot 10^3 \text{ м};$$

$$\upsilon_1 = 18 \text{ км/ч} = 18 \frac{1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{180 \text{ м}}{36 \text{ с}} = 5{,}0 \text{ м/с}$$

(запись 5,0 означает, что вычисления следует производить с точностью до двух значащих цифр);

$$\upsilon_2 = 27 \text{ км/ч} = 27 \frac{1000 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = \frac{270 \text{ м}}{36 \text{ с}} = 7{,}5 \text{ м/с}.$$

Действие 9. Вычислим время и координату точки встречи велосипедистов, подставляя в ответы задачи, записанные в общем виде, численные значения физических величин.

$$t = \frac{5 \cdot 10^3}{5{,}0 + 7{,}5} = \frac{5}{12{,}5}\, 10^3 = 0{,}4 \cdot 10^3$$

(ответ записан с одной значащей цифрой «4», так как одно из данных — расстояние $S = 5 \cdot 10^3$ м — содержит только одну значащую цифру «5»).

$$x = \frac{5{,}0 \cdot 5 \cdot 10^3}{5{,}0 + 7{,}5} = \frac{25 \cdot 10^3}{12{,}5} = 2 \cdot 10^3.$$

Запишем ответ задачи: время движения велосипедистов до встречи $t = 0{,}4 \cdot 10^3$ с; встреча произошла на расстоянии $x = 2 \cdot 10^3$ м от пункта А.

3.3. Тренировочные задачи

Рассмотрим еще раз систему уравнений, описывающих движение велосипедистов:

$$\begin{cases} x = \upsilon_1 t, \\ x = S - \upsilon_2 t. \end{cases}$$

Данная система уравнений содержит пять физических величин: координату точки встречи x; время движения до встречи t; расстояние между пунктами, из которых начали двигаться тела, S; скорости обоих велосипедистов υ_1 и υ_2. В условии той задачи, которая была решена выше, неизвестными являлись координата и время движения до встречи. Однако эти величины могут быть заданы в условии задачи, неизвестными же тогда будут являться различные пары (система двух уравнений не может содержать более двух неизвестных, иначе она не может быть решена) других физических величин: координата точки встречи x и скорость первого тела (t, S и υ_2 известны); скорость первого тела и время движения до встречи (x, S и υ_2 известны): координата точки встречи и расстояние между пунктами A и B (υ_1, υ_2 и t известны) и т.д.

Все эти задачи решаются тем же методом, что и рассмотренная выше задача, так как в их условиях описана одна и та же ситуация. Часто школьник пытается решить задачу данного типа, написав формулу для расчёта искомой величины. Например, если в задаче нужно найти скорость одного из тел, то ученик пишет формулу $\upsilon = \frac{S}{t}$ и погружается в тягостные раздумья, пытаясь найти расстояние, пройденное телом, и время его движения. На самом деле, независимо от того, что необходимо найти по условию задачи, решение строится одинаково на основе применения координатного метода к каждому движущемуся телу, описанному в условии, и решению полученной системы уравнений относительно искомых величин. Различия в решении появляются только на стадии математических преобразований системы уравнений. Пользуясь данным указанием и образцом решения задачи, самостоятельно решите следующие две задачи.

Условие задачи 3. Из двух пунктов A и B, расположенных на расстоянии S = 800 м друг от друга, одновременно навстречу друг другу начинают двигаться прямолинейно и равномерно два пешехода. Первый из них, вышедший из пункта А, движется равномерно со скоростью 4,5 км/ч. С какой скоростью движется второй пешеход, вышедший из пункта В, если встреча пешеходов произошла через 6 мин после начала движения? На каком расстоянии от пункта А встретились пешеходы?

1. Ориентировочная основа действий. Выполните самостоятельно ориентировочную часть решения и докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться координатным методом решения задач на описание прямолинейного равномерного движения.____________________

____

____

____

____

____.

2. Дополните рисунок 3.9 необходимыми построениями и изобразите на нём обозначения нужных для решения физических величин.

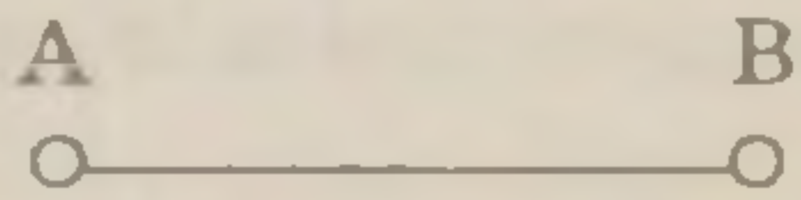


Рис. 3.9

3. Выберите систему координат для описания движения пешеходов и приведите обоснование сделанного выбора.

Координатную ось направим ____________________, так как ____

____

____.

Тело отсчёта поместим в точку ____, так как __________

____

____

____.

Изобразите выбранную систему координат на рисунке 3.9.____.

4. Запишите уравнение движения пешехода, вышедшего из пункта А (назовём его первым пешеходом), в выбранной системе координат. $x_1 =$ ____________.

Чему равна начальная координата первого пешехода?

____.

Чему равна конечная координата первого пешехода в момент встречи со вторым пешеходом? ________________.

Чему равна величина проекции скорости первого пешехода? ____

____.

Каков знак проекции скорости первого пешехода?

____.

5. Запишите уравнение движения второго пешехода, вышедшего из пункта В, в выбранной системе координат. $x_2 =$ ______________________________.

Чему равна начальная координата второго пешехода?

____.

Чему равна конечная координата второго пешехода в момент встречи с первым пешеходом? ____________________.

Чему равна величина проекции скорости второго пешехода? ____

____.

Каков знак проекции скорости второго пешехода?

____.

6. Составьте систему из уравнений движения обоих пешеходов с учётом того, что в момент встречи координаты пешеходов x_1 и x_2 одинаковы.

$$\begin{cases} \text{-----------} \\ \text{-----------} \end{cases}$$

7. Проанализируйте данную систему уравнений на полноту и покажите, что она может быть решена относительно неизвестных υ_2 и x. ______________________________

____

____

____.

8. Запишите ответ в общем виде для координаты точки встречи пешеходов. x = ________________.

9. Подставьте выражение для координаты точки встречи во второе уравнение системы и решите его относительно скорости второго пешехода. Запишите ответ в общем виде. ____

____

____.

10. Проверьте наименования искомых величин по полученным формулам. $[x]_{СИ}=$______________________________;
$[\upsilon_2]_{СИ}=$______________________________.

11. Переведите данные, приведённые в условии задачи в СИ, и выполните вычисления. x=________________;
$\upsilon_2 =$____.

Условие задачи 4. Из двух пунктов А и В, расположенных на расстоянии L друг от друга, одновременно в одном направлении начинают двигаться прямолинейно и равномерно два автомобиля (рис. 3.10). Первый из них, выехавший из пункта А, движется равномерно со скоростью $\upsilon_1 = 54$ км/ч. Второй, начавший движение из пункта В, едет равномерно со скоростью $\upsilon_2 = 45$ км/ч. Через сколько времени после начала движения первый автомобиль догонит второй, если это событие произойдёт в точке С, расположенной на расстоянии S =10 км от пункта В? Чему равно расстояние между пунктами А и В?

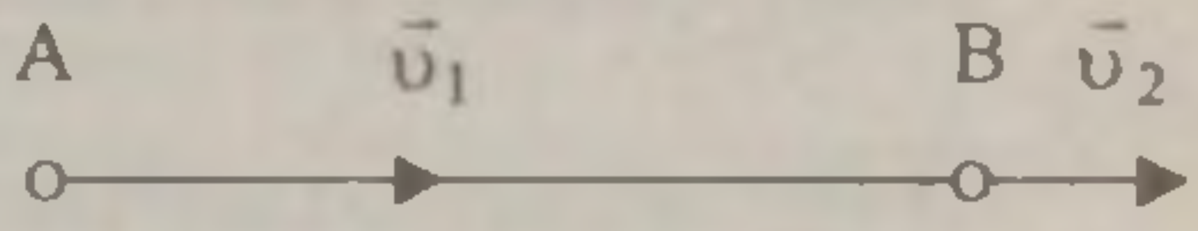


Рис. 3.10

1. Ориентировочная основа действий. Выполните самостоятельно ориентировочную часть решения и докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться координатным методом решения задач на описание прямолинейного равномерного движения. ____________________

____

____

____

____.

2. Дополните рисунок 3.10 необходимыми построениями и изобразите на нём обозначения нужных для решения физических величин.

3. Выберите систему координат для описания движения автомобилей и приведите обоснование сделанного выбора.

Координатную ось направим ________________, так как

____

____.

Тело отсчёта поместим в точку ____, так как

____

____.

Изобразите выбранную систему координат на рисунке 3.10.

4. Запишите уравнение движения первого автомобиля, выехавшего из пункта А, в выбранной системе координат. ____.

Чему равна начальная координата первого автомобиля? ________________.

Чему равна конечная координата первого автомобиля в момент встречи со вторым автомобилем? ______________

____.

Чему равна величина проекции скорости первого автомобиля? ______________________________.
______________________________.

Каков знак проекции скорости первого автомобиля?
______________________________.

5. Запишите уравнение движения второго автомобиля, выехавшего из пункта В, в выбранной системе координат. ______________________________.

Чему равна начальная координата второго автомобиля? ______________________________.

Чему равна конечная координата второго автомобиля в момент встречи с первым автомобилем? ______________
______________________________.

Чему равна величина проекции скорости второго автомобиля? ______________________________
______________________________.

Каков знак проекции скорости второго автомобиля?
______________________________.

6. Составьте систему из уравнений движения обоих автомобилей.

$$\begin{cases} \text{----------} \\ \text{----------} \end{cases}$$

7. Проанализируйте данную систему уравнений на полноту и покажите, что она может быть решена относительно неизвестных t и L. ______________________________
____
____
______________________________.

8. Запишите ответ в общем виде для момента времени, когда первый автомобиль догонит второй. t=____________.

9. Подставьте выражение для времени встречи в первое уравнение системы и решите его относительно расстояния L между пунктами А и В. Запишите ответ в общем виде. ______________________________
____
______________________________.

10. Проверьте наименования искомых величин по полученным формулам. $[t]_{СИ}$=______________________________; $[L]_{СИ}$=______________________________.

11. Переведите данные, приведённые в условии задачи в СИ, и выполните вычисления. t =____________________; L = ____________________.

3.4. Движение тел с раздельным стартом

В условиях задач, которые были рассмотрены выше, тела начинали движение одновременно. В большинстве сборников задач для поступающих в вузы аналогичные задачи более сложные — тела начинают двигаться не в один и тот же момент времени, а с интервалом времени Δt. Например, в условии предыдущей задачи автомобиль, выехавший из пункта В, начал движение на 10 мин позже, чем первый автомобиль. Это дополнение легко учитывается при записи уравнения движения тел. Обозначим через t время движения первого автомобиля. Тогда второй автомобиль, выехавший позже, движется в течение меньшего промежутка времени, поэтому в уравнении движения второго автомобиля следует записывать не время движения t, а время $t - \Delta t$. Можно поступить и наоборот. Если под t понимать время движения второго автомобиля, то первый, выехав раньше, будет двигаться дольше, поэтому время его движения будет равно $t + \Delta t$. При чтении условия задачи нужно быть внимательным и уяснить, что в условии задачи понимается под искомым или данным временем движения (время движения какого из тел) и какое тело начало движение раньше или позже.

Условие задачи 5. Из двух пунктов А и В, расположенных на расстоянии $S = 15$ км друг от друга, начинают в одном направлении двигаться прямолинейно и равномерно два велосипедиста. Первый из них, выехавший из пункта А, движется со скоростью 27 км/ч. Второй, выехавший из пункта В, начал движение на 30 мин позже и едет со скоростью 18 км/ч. Сколько времени должен двигаться первый велосипедист до того момента, когда он догонит второго велосипедиста?

1. Ориентировочная основа действий. Выполните самостоятельно ориентировочную часть решения и докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться координатным методом решения задач на описание прямолинейного равномерного движения.____________________

____

____

____.

2. Дополните рисунок 3.11 необходимыми построениями и изобразите на нём обозначения нужных для решения физических величин.

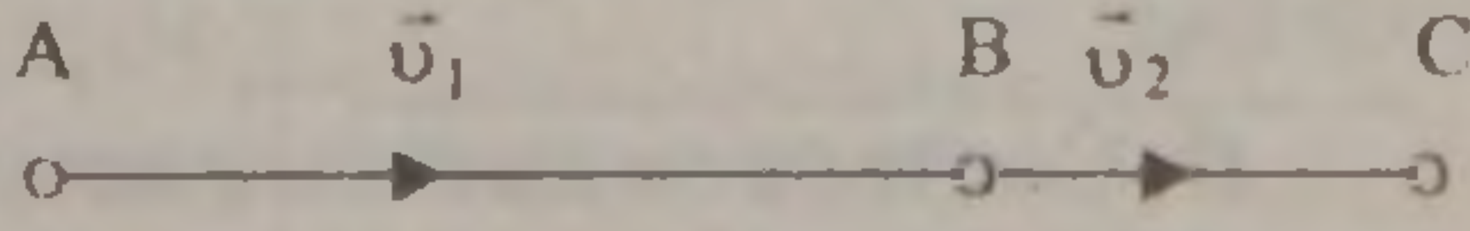


Рис. 3.11

3. Выберите систему координат для описания движения велосипедистов и приведите обоснование сделанного выбора.

Координатную ось направим ____________________, так как ____
____
____.

Тело отсчёта поместим в точку ____, так как __________
____
____
____.

Изобразите выбранную систему координат на рисунке 3.11.

4. Запишите уравнение движения первого велосипедиста, выехавшего из пункта А, в выбранной системе координат. ________________.

Чему равна начальная координата первого велосипедиста? ___________________.

Чему равна конечная координата первого велосипедиста в момент встречи со вторым велосипедистом? _________________________.

Чему равна величина проекции скорости первого велосипедиста? ____
____.

Каков знак проекции скорости первого велосипедиста? __________________.

5. Запишите уравнение движения второго велосипедиста, выехавшего из пункта В, в выбранной системе координат с учётом того, что он начал движение на промежуток времени Δt позже первого. _________________.

Чему равна начальная координата второго велосипедиста? _______________.

Чему равна конечная координата второго велосипедиста в момент встречи с первым велосипедистом? ______________________.

Чему равна величина проекции скорости второго велосипедиста? _______________________________________.
____.

Каков знак проекции скорости второго велосипедиста? _________________.

Каково время движения второго велосипедиста? ______________________.

6. Составьте систему из уравнений движения обоих велосипедистов.

$$\begin{cases} \text{------------} \\ \text{------------} \end{cases}$$

7. Проанализируйте данную систему уравнений на полноту и покажите, что она может быть решена относительно неизвестного t. ____
____
____
____.

8. Запишите ответ в общем виде для момента времени, когда первый велосипедист догонит второго. $t =$ ________.

9. Проверьте наименование искомой величины по полученной формуле. $[t]_{СИ} =$ ____________________.

11. Переведите данные, приведённые в условии задачи в СИ, и выполните вычисления. $t =$ ______________.

Условие задачи 6. Из двух пунктов А и В, расположенных на расстоянии S = 100 км, начинают навстречу друг другу двигаться прямолинейно и равномерно два автомобиля. Первый из них, выехавший из пункта А, движется со скоростью 54 км/ч. Второй, выехавший из пункта В, начал движение на промежуток времени Δt раньше первого и едет со скоростью 72 км/ч. На сколько раньше выехал второй автомобиль, если автомобили встретились на расстоянии S = 72,6 км от пункта В?

1. Ориентировочная основа действий. Выполните самостоятельно ориентировочную часть решения и докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться координатным методом решения задач на описание прямолинейного равномерного движения. ______________
____
____
____
____.

2. Дополните рисунок 3.12 необходимыми построениями и изобразите на нём обозначения нужных для решения физических величин.

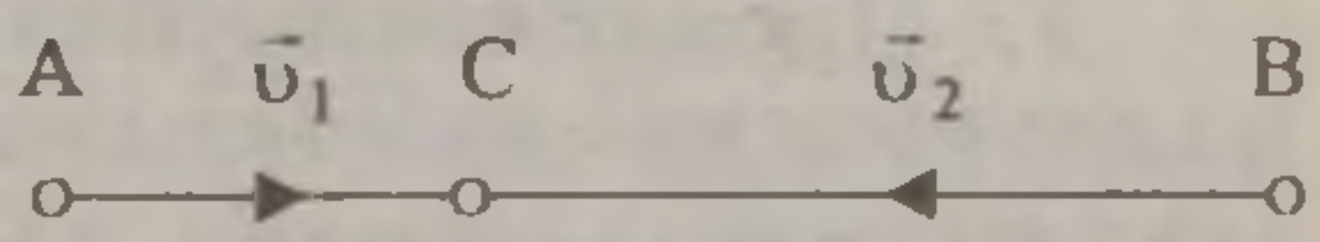


Рис. 3.12

3. Выберите систему координат для описания движения автомобилей и приведите обоснование сделанного выбора.

Координатную ось направим ______________, так как
____
____.

Тело отсчёта поместим в точку ____, так как ____.

Изобразите выбранную систему координат на рисунке 3.12.

4. Запишите уравнение движения автомобиля, выехавшего из пункта А, в выбранной системе координат. ____________________.

Чему равна начальная координата первого автомобиля? ________________.

Чему равна конечная координата первого автомобиля в момент встречи со вторым автомобилем? ____________.

Чему равна величина проекции скорости первого автомобиля?____.

Каков знак проекции скорости первого автомобиля? __________________.

5. Запишите уравнение движения второго автомобиля, выехавшего из пункта В, в выбранной системе координат с учётом того, что он начал движение на промежуток времени Δt раньше первого. _______________.

Чему равна начальная координата второго автомобиля? ________________.

Чему равна конечная координата второго автомобиля в момент встречи с первым автомобилем? _____________.

Чему равна величина проекции скорости второго автомобиля? ____.

Каков знак проекции скорости второго автомобиля? ____________________.

6. Составьте систему из уравнений движения обоих автомобилей.

$$\begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

7. Проанализируйте данную систему уравнений на полноту и покажите, что она может быть решена относительно неизвестного Δt. ____.

8. Решите полученную систему уравнений относительно искомой величины Δt и запишите ответ в общем виде. $\Delta t=$ ____

____

____.

9. Проверьте наименование искомой величины по полученной формуле. $[\Delta t]_{СИ}$ = ______________________________.

10. Переведите данные, приведённые в условии задачи в СИ, и выполните вычисления. $\Delta t =$ ____________________

____

____

____.

3.5. Задачник

Предлагаемые вам ниже задачи отличаются по уровню сложности. Задачи 1–4 относятся к более простым, которые обычно решаются на уроках физики в 9-м классе при изучении данной темы. Задачи 5–8 несколько сложнее, но также относятся к школьному, хотя и повышенному уровню. Задачи 9–12 рассматриваются в классах с углублённым изучением физики и используются на вступительных экзаменах в вузы.

1. Из одной точки одновременно в противоположные стороны начали двигаться два тела со скоростями 3,6 и 4,5 км/ч. Чему равно расстояние между телами через 10 минут движения? (Ответ: $S = 1{,}35$ км.)

2. Из одной точки одновременно в одном направлении начали двигаться два тела со скоростями 40 и 60 км/ч. Через какое время после начала движения тела будут находиться на расстоянии 10 км? (Ответ: $t = 0{,}5$ ч.)

3. Легковой автомобиль проехал мимо встречного автомобиля, но через 200 м после встречи был вынужден остановиться из-за прокола колеса. На каком расстоянии от места встречи в это время будет находиться встречный автомобиль, если он двигался со скоростью в 1,2 раза большей, чем первый автомобиль? (Ответ: 240 м.)

4. Два мальчика бегут дистанцию 60 м. Первый мальчик финишировал с временем 8,6 с. С какой скоростью бежал второй мальчик, если он прибежал к финишу на 0,2 с позже первого? (Ответ: $\upsilon_2 = 6{,}8$ м/с.)

5. Из двух точек А и В, расположенных на расстоянии 300 м, одновременно навстречу друг другу начали двигаться два пешехода. Первый, вышедший из точки А, идёт

со скоростью 3,6 км/ч. С какой скоростью должен двигаться второй пешеход, чтобы встретить первого на расстоянии 120 м от точки В? (Ответ: 2,4 км/ч.)

6. Пешеход проходит некоторую дистанцию за время t. На сколько быстрее пройдёт пешеход эту же дистанцию, двигаясь со скоростью в n раз большей, чем в первом случае?

(Ответ: на $\Delta t = \dfrac{t(n-1)}{n}$.)

7. Студент после занятий в институте медленно шёл к станции метрополитена. Неожиданно впереди на расстоянии 80 м около газетного киоска он увидел старого школьного товарища. Испугавшись, что товарищ затеряется в толпе у входа на станцию, студент побежал вперед со скоростью 5 м/с. В этот момент его товарищ, купив журнал, пошёл к входу на станцию со скоростью 1 м/с. Успеет ли студент догнать товарища, если киоск расположен на расстоянии 20 м от входа на станцию? (Ответ: успеет, так как студент и его товарищ достигнут входа на станцию одновременно.)

8. Грузовой автомобиль длиной 20 м движется по прямолинейному участку дороги со скоростью 54 км/ч. Легковой автомобиль, движущийся со скоростью 72 км/ч, догнал грузовой автомобиль и начал его обгонять. Сколько времени длится обгон, если длина легкового автомобиля 5,0 м? (Ответ: 5 с.)

9. Один из спортсменов на старте спринтерского забега на 100 м замешкался и начал бег на 0,10 с позже первого спортсмена. На сколько быстрее должен бежать спортсмен, чтобы догнать первого бегуна на финише? Скорость первого бегуна равна 9,0 м/с? (Ответ: на 0,082 м/с.)

10. Из двух пунктов А и В в одном направлении движутся два автомобиля. Первый, выехавший из пункта А, движется со скоростью 80 км/ч и догоняет второй автомобиль, выехавший из пункта В на 3 минуты позже первого, на расстоянии 10 км от пункта В. Чему равно расстояние между пунктами А и В, если скорость второго автомобиля в 1,4 раза меньше скорости первого? (Ответ: 8 км.)

11. Из двух пунктов А и В, расположенных на расстоянии 580 м, навстречу друг другу вышли два пешехода. Первый пешеход, вышедший из пункта А, движется со скоростью 4 км/ч и встречает второго пешехода через 6 минут. На сколько позже вышел второй пешеход из

пункта B, если его скорость на 10% меньше скорости первого пешехода? (Ответ: 3 мин.)

12. Автомобиль проезжает некоторое расстояние S со скоростью υ. Если автомобиль будет двигаться со скоростью на $\Delta\upsilon$ большей, то это же расстояние он проедет на промежуток времени Δt быстрее. На сколько быстрее, чем в первом случае, проедет автомобиль это же расстояние, двигаясь со скоростью ещё на $\Delta\upsilon$ большей?

(Ответ: на $\Delta t_1 = \dfrac{2S\Delta t}{S + \upsilon\Delta t}$.)

ГЛАВА 4

Графический метод решеиия задач на описание прямолинейного равномерного движения

4.1. Состав и содержание действий при применении графического метода решения задач

Прежде чем перейти к изучению графического метода решения задач, внимательно перечитайте параграф 1.2, в котором изложена необходимая теоретическая информация.

В предыдущей главе мы упоминали, что многие задачи на описание прямолинейного равномерного движения могут быть решены двумя методами — координатным и графическим. Поэтому в этой главе мы будем рассматривать практически те же задачи, которые ранее были решены нами координатным методом. Вы можете сравнить оба метода и применять в дальнейшем тот из них, который вам представляется более простым и эффективным.

Условие задачи 1. Из пункта А начинает прямолинейно и равномерно двигаться автомобиль со скоростью υ. За какое время автомобиль пройдёт расстояние S?

1. Ориентировочная часть решения (поиск признаков, по которым можно определить объект, описанный в условии, и раздел физики, в котором изучается данный объект).

Так как графический метод применяется при решении тех же задач, что и координатный метод, то ориентировочные действия при выборе обоих методов совпадают. Поэтому мы не будем полностью повторять рассуждения по обоснованию выбора координатного метода решения и приведём лишь краткую цепочку умозаключений.

«Движение» $\Rightarrow$ Механика.

Причины движения не известны и их характеристики не являются искомыми $\Rightarrow$ Кинематика.

Тело движется прямолинейно и равномерно

⇓

Кинематика прямолинейного равномерного движения

⇓ ⇓

Координатный метод Графический метод ⇒

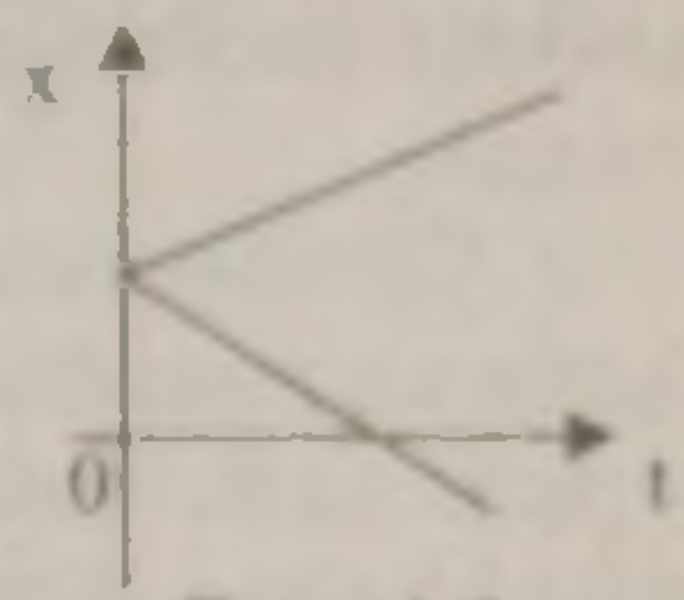


Рис. 4.1

⇓

$x = x_0 + \upsilon_x t$

2. Действия и операции по применению графического метода.

Вид графика зависимости координаты от времени для движения, описанного в условии задачи, зависит от выбора одномерной (движение прямолинейное) системы координат. При изменении тела отсчёта будет изменяться начальная координата тела. При изменении направления оси координат изменяется знак проекции скорости, поэтому график, идущий вверх в одной системе координат, будет опускаться вниз в системе, ось которой имеет противоположное направление. Поэтому при применении графического метода к решению определённой задачи, условие которой содержит описание конкретной ситуации, необходимо выбрать вполне определённую одномерную систему координат, в которой было бы удобно рассматривать движение тел.

Изобразим на рисунке 4.2 траекторию движения тела, отметим на нём начальное (точка A) и конечное (точка B) состояния тела, покажем на рисунке вектор скорости автомобиля и отметим известное расстояние S, пройденное автомобилем. В этих операциях отражено содержание первого действия.

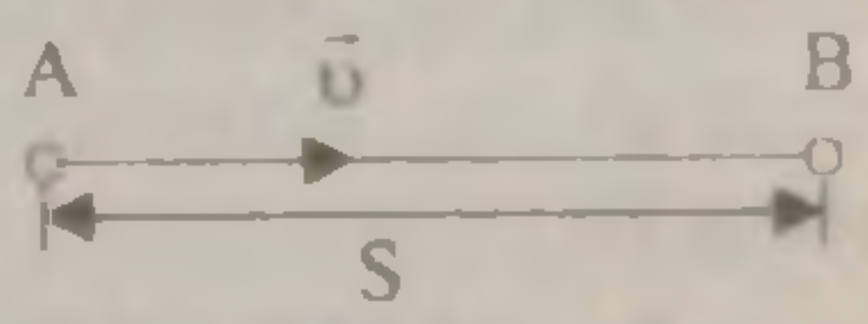


Рис. 4.2

Действие 1. Сделать рисунок, на котором показать траекторию движения тела или тел, описанных в условии задачи, векторы их скоростей, начальные и конечные положения, известные расстояния, пройденные телами.

Содержание действий и операций по выбору системы координат было подробно рассмотрено в предыдущей главе, поэтому приведём лишь окончательную формулировку без обоснования.

Действие 2. Выбрать одномерную систему координат для описания движения тела:

- выбрать направление оси координат (обычно ось направляется вдоль вектора скорости движения одного из тел);
- выбрать тело отсчёта (обычно совмещается либо с начальным, либо с конечным положением тела для простоты нахождения начальной или конечной координаты тела).

Совместим тело отсчёта с точкой A (начальная координата автомобиля будет равна нулю). Направим ось 0X в направлении движения автомобиля (проекция скорости его движения будет положительной). Изобразим на рисунке 4.3 выбранную систему координат.

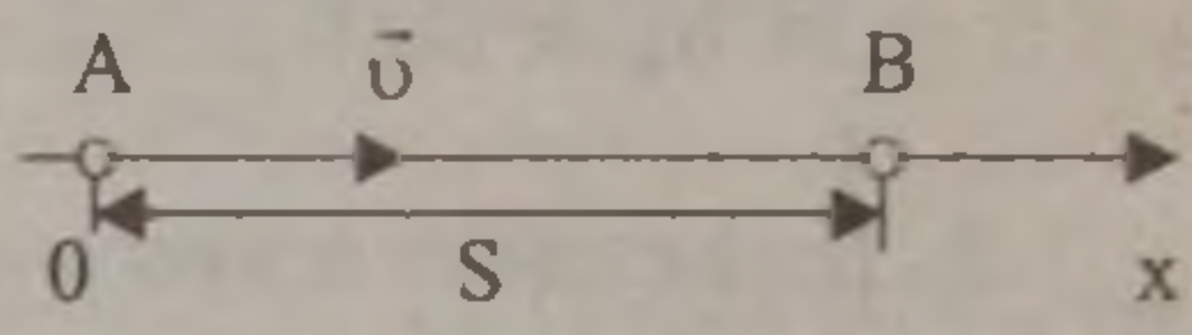


Рис. 4.3

Действие 3. Дополнить рисунок, на котором уже показаны траектория движения, начальное и конечное положения, вектор скорости и расстояние, пройденное телом, изображением оси координат и тела отсчёта.

Для построения графика зависимости координаты от времени для автомобиля выполним следующие подготовительные операции:

- изобразим оси координат для построения графика (рис. 4.4). Ось ординат 0X направим вертикально (ось 0X представляет собой ту же координатную ось 0X, которая изображена на рис. 4.3), ось времени t (ось абсцисс) — горизонтально;
- покажем на оси ординат точку A, из которой начал двигаться автомобиль, расстояние между пунктом A и конечной точкой движения B;

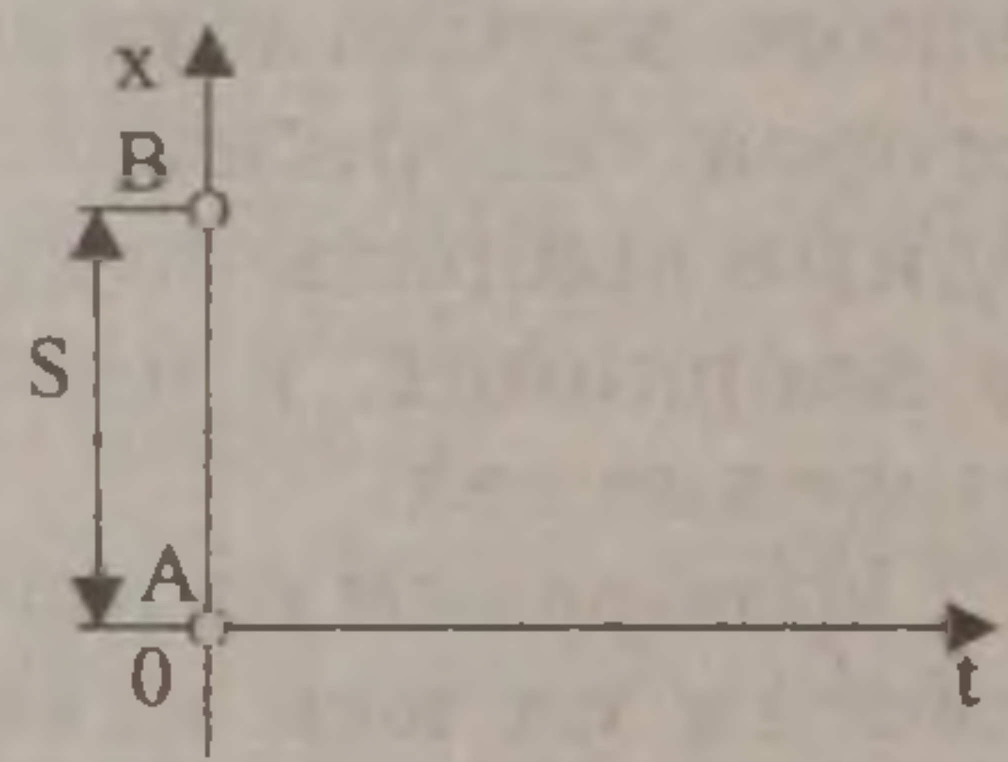


Рис. 4.4

- совместим начало отсчёта времени с тем моментом, когда автомобиль начал движение. Это требование не является обязательным, но оно позволяет упростить построение графика.

Действие 4. Изобразить оси координат для построения графиков. На вертикальной оси (ось координат, выбранная для описания движения тела при выполнении действия 2) показать точки, из которых начали двигаться тела, и известные расстояния. Выбрать начало отсчёта времени (как правило, совмещается с моментом начала движения тел).

Построим график движения автомобиля, выехавшего из пункта А (рис. 4.5), выполнив следующие операции:

- определим исходную точку графика. В начальный момент времени автомобиль находится в точке А. Данная точка совмещена с телом отсчёта, поэтому график движения автомобиля идёт из начала координат;

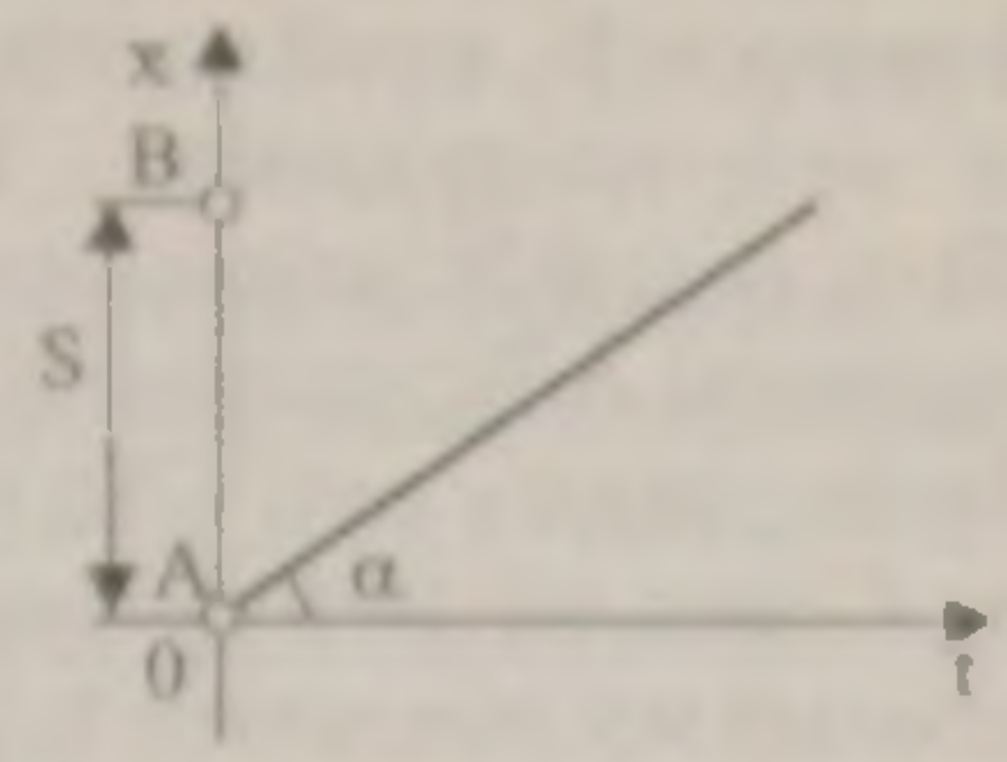


Рис. 4.5

- определим направление, в котором следует проводить график. Вектор скорости автомобиля сонаправлен с осью 0X, поэтому проекция его скорости положительна. Следовательно, график идёт вверх;
- определим угол наклона графика по отношению к положительному направлению оси времени t. Если бы в условии задачи были даны числовые значения скоростей, то можно было бы точно построить график, проведя его через определённую вычисленную точку (см. главу 2, в которой были рассмотрены действия по построению графика координаты). В нашем случае условие задано в общем виде, поэтому угол наклона выберем произвольно.

Действие 5. Построить график зависимости координаты от времени для каждого из тел, описанных в условии задачи:

- определить исходную точку графика в начальный момент времени;
- выбрать направление, в котором следует проводить график. Если проекция скорости положительна, то график идёт вверх. Если проекция скорости отрицательна, то график идёт вниз;
- выбрать угол наклона графика к положительному направлению оси времени t. Чем больше величина проекции скорости тела, тем больший угол образует график с осью t.

В отличие от координатного метода решения при графическом методе необходимые для нахождения искомых величин уравнения находятся не с помощью уравнения зависимости координаты от времени, а на основании геометрических соотношений между известными и неизвестными величинами. Для записи этих соотношений нужно на графике выделить геометрические фигуры, сторонами которых являются искомые и неизвестные величины. Данные фигуры образуются с помощью дополнительных построений, выполняемых на графике (рис. 4.6).

Из конечной точки графика C, соответствующей расстоянию S, пройденному телом, опустим перпендикуляры на оси координат. Перпендикуляр CB к оси 0X отсекает на данной оси отрезок AB, равный расстоянию S. Перпендикуляр CD к оси времени t отсекает на ней отрезок 0D, равный искомому времени t, за которое автомобиль проходит известное расстояние S. В результате построения образуется прямоугольный треугольник ACD. Его элементами являются: известная сторона S, искомое время t, угол α, образованный графиком с положительным направлением оси времени.

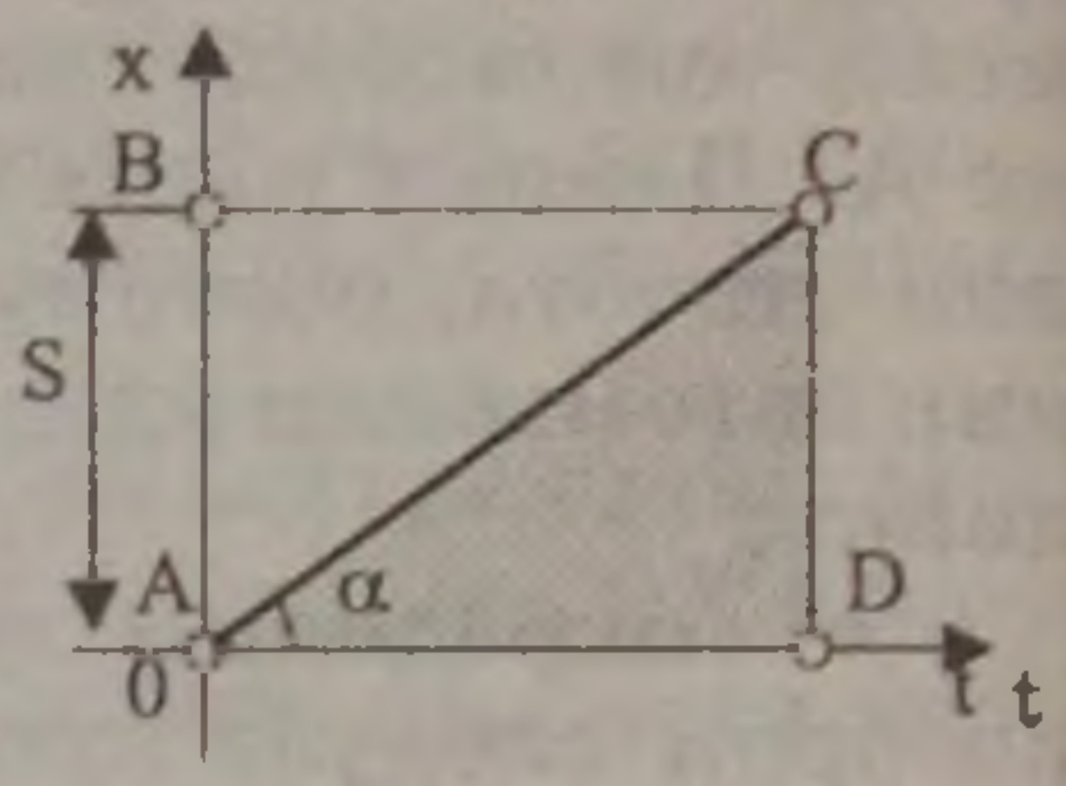


Рис. 4.6

Действие 6. Найти на графике точку с известным параметром (координатой или временем движения). Опустить из данной точки перпендикуляры на оси координат и изобразить на осях отрезки, задающие координату и время движения тела.

Действие 7. Выделить на графике геометрическую фигуру, сторонами которой являются известные и искомые величины. Обозначить угол наклона графика к положительному направлению оси времени.

Используем геометрический смысл проекции скорости. Как было показано в параграфе 1.2, проекция скорости численно равна тангенсу угла наклона графика зависимости координаты от времени к положительному направлению оси времени. Отсюда следует, что проекция скорости движения автомобиля $\upsilon_x = \mathrm{tg}\alpha$. Найдём тангенс угла наклона из выделенного треугольника ACD. Тангенс угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему. Из треугольника ACD получаем

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{CD}{AD} = \frac{S}{t}. \qquad (4.1)$$

Так как $\upsilon_x = \mathrm{tg}\alpha$, то полученное уравнение (4.1) можно переписать в виде

$$\upsilon_x = \frac{S}{t}. \qquad (4.2)$$

Ось 0X сонаправлена с вектором скорости автомобиля, поэтому проекция скорости равна её величине (модулю):

$\upsilon_x = \upsilon$. Заменив в формуле (4.2) проекцию скорости на её величину, получим

$$\upsilon = \frac{S}{t} . \qquad (4.3)$$

Действие 8. Найти тангенс угла наклона графика координаты к положительному направлению оси времени из геометрической фигуры, построенной в результате совершения действия 7. Заменить тангенс угла наклона графика на величину проекции скорости.

В результате совершения действия 8 получается аналитическое выражение, связывающее искомую и известные величины. Дальнейшие действия по решению задачи совпадают с общими действиями по решению задач любого вида.

Действие 9. Проверка уравнения или системы уравнений на полноту.

В уравнении (4.3) известны расстояние S, пройденное автомобилем, и скорость движения υ. Неизвестной величиной является время движения t. В одном уравнении содержится одна неизвестная величина, поэтому оно может быть разрешено относительно неизвестной.

Действие 10. Решение уравнения или системы уравнений относительно неизвестной величины.

Из уравнения (4.3) следует, что $t = \frac{S}{\upsilon}$. (4.4)

Действие 11. Проверка наименования искомой величины методом размерностей по полученной формуле в общем виде.

Проверим правильность решения методом размерностей. Из формулы (4.4) следует, что наименование времени равно отношению наименования расстояния к наименованию скорости. Запишем это утверждение в стандартной форме:

$$[t]_{СИ} = \frac{[S]_{СИ}}{[\upsilon]_{СИ}} = \frac{м}{м/с} = \frac{м \cdot с}{м} = с .$$

Полученное наименование совпадает с наименованием времени в Международной системе единиц СИ (запись $[t]_{СИ}$ как раз и обозначает, что проверка наименования проводится в СИ. На это указывает индекс «СИ» у величины, обозначение которой заключено в квадратные скобки).

Условие задачи задано в общем виде без указания численных значений физических величин, поэтому формула (4.4) является ответом задачи в общем виде. Вычисление результата проводить не нужно.

4.2. Применение действий и операций при использовании графического метода

Из приведённого образца решения задачи видно, что новыми для вас и основными действиями по применению графического метода являются действия 4–8:

- по построению графиков зависимости координаты от времени;
- выполнению дополнительных построений на графике;
- выделению геометрических фигур, с помощью которых могут быть найдены аналитические выражения, связывающие известные и искомые величины с тангенсами углов наклона графиков к положительному направлению оси времени.

Рассмотрим некоторые варианты выполнения данных действий на примере решения нескольких задач. В процессе решения основное внимание мы будем обращать именно на выполнение новых действий, уже известные действия будут выполняться без объяснений.

Условие задачи 2. Из пункта B в пункт A, расположенный на расстоянии L от пункта B, выехал велосипедист, двигаясь с постоянной скоростью υ. На каком расстоянии S от пункта A он окажется через время t после начала движения?

1. Ориентировочная основа действий. Выполните самостоятельно ориентировочную часть решения и докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться графическим методом. ______________________________
____
____.

2. Действие 1. Изобразим на рисунке 4.7 пункты A и B, между которыми движется велосипедист, вектор скорости велосипедиста, известное расстояние между пунктами A и B, искомое расстояние между точкой C, в которой находится велосипедист спустя время t после начала движения, и пунктом A.

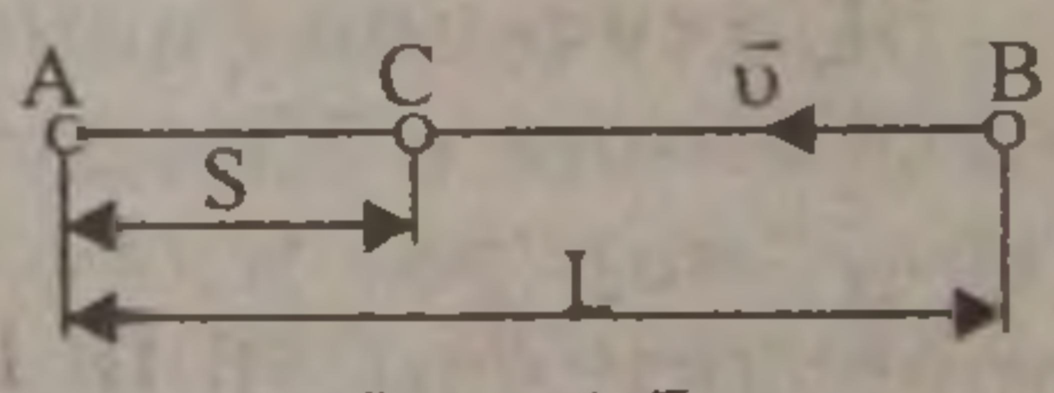


Рис. 4.7

3. Действие 2. Выберем систему координат для описания движения велосипедиста. Ось координат 0X направим вправо, тело отсчёта поместим в точку А. При таком выборе системы координат искомое расстояние S будет совпадать с конечной координатой тела — длиной отрезка АС.

4. **Действие 3.** Изобразим на рисунке 4.8 выбранную ось координат и тело отсчёта.

5. **Действие 4.** Изобразим оси координат для построения графика (рис. 4.9). Ось ординат направим вертикально (ось 0X представляет собой ту же координатную ось 0X, которая изображена на рис. 4.8), ось времени t (ось абсцисс) — горизонтально.

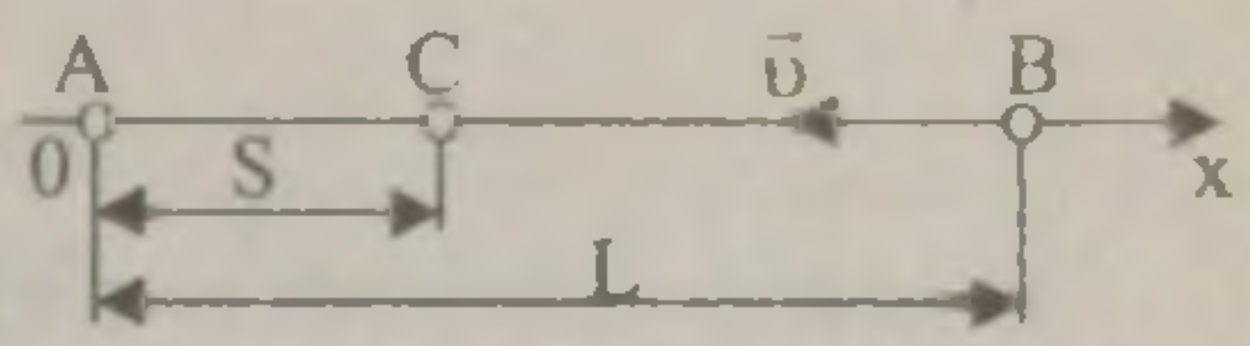


Рис. 4.8

Покажем на оси ординат точку В, из которой начало двигаться тело, расстояние S между пунктом А и конечной точкой движения С, расстояние L между пунктами В и А.

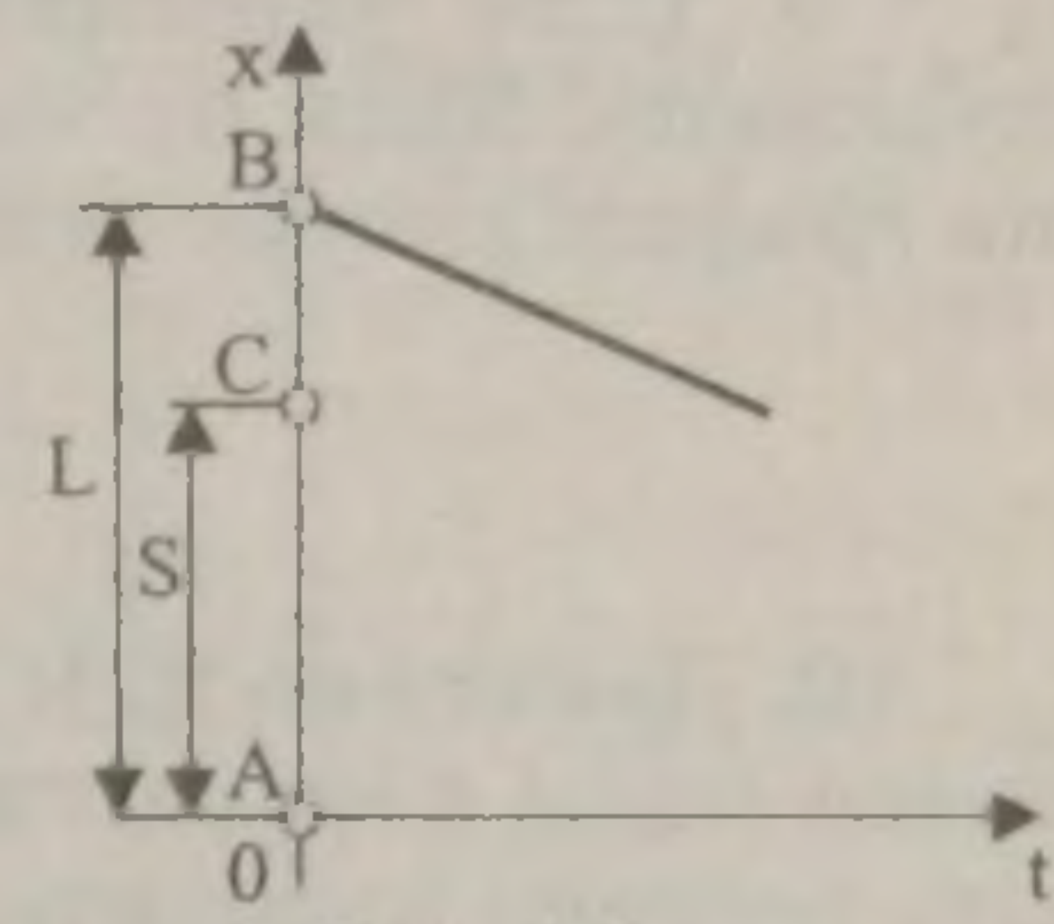


Рис. 4.9

Начало отсчёта времени совместим с тем моментом времени, когда тело начало движение.

6. **Действие 5.** Построим график зависимости координаты велосипедиста от времени (рис. 4.10).

В начальный момент времени велосипедист находился в точке В, поэтому данная точка является исходной точкой графика.

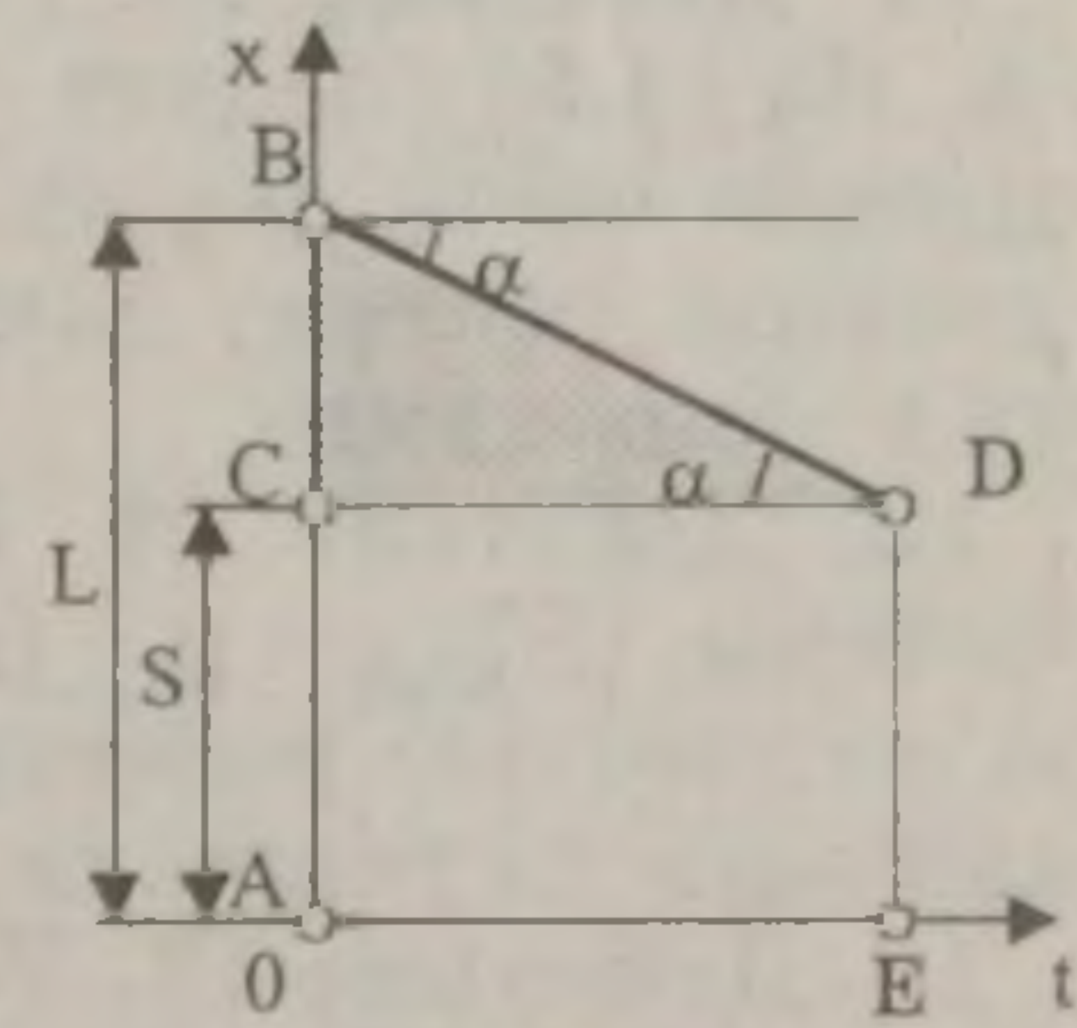


Рис. 4.10

Вектор скорости велосипедиста направлен против оси 0X, поэтому график идёт вниз.

Условие задачи задано в общем виде, поэтому угол наклона графика к положительному направлению оси времени выберем произвольно так, чтобы спустя время t после начала движения велосипедист оказался в точке С.

7. **Действие 6.** Выполним на рисунке 4.10 дополнительные построения. Из конечной точки графика D опустим перпендикуляры DC и DE на оси координат.

8. **Действие 7.** Рассмотрим треугольник BCD. В нём угол BDC равен углу α как внутренние накрест лежащие углы при двух параллельных и секущей. Катет ВС равен разности расстояний L – S и содержит искомую величину S. Катет CD равен известному времени движения t.

9. Действие 8. Запишем выражение для тангенса угла наклона графика к положительному направлению оси времени. Из треугольника BCD $tg\alpha = \frac{L - S}{t}$. Но тангенс угла наклона графика к оси времени равен проекции скорости движения тела $\upsilon_x = tg\alpha$, поэтому можно записать

$$\upsilon_x = \frac{L - S}{t} .$$

Вектор скорости параллелен оси, поэтому величина проекции скорости равна модулю (величине) скорости $\upsilon_x = \upsilon$ (для упрощения записи знаки модулей обычно опускают). Знак проекции скорости мы уже учли, направив график скорости вниз. Окончательно получаем

$$\upsilon = \frac{L - S}{t} . \qquad (4.5)$$

10. Действие 9. В полученном выражении (4.5) содержится одна неизвестная величина S, поэтому оно может быть решено относительно данной величины.

11. Действие 10. Решим уравнение (4.5) относительно S. Из (4.5) следует $\upsilon t = L - S$, откуда $S = L - \upsilon t$ (4.6). В правую часть формулы (4.6) входят только известные величины, поэтому данная формула является ответом задачи в общем виде.

12. Действие 11. Проверим наименование искомой величины. $[S]_{СИ}$ = м – (м/с) · с = м. Наименование совпадает с размерностью расстояния в СИ, что свидетельствует о правильности решения задачи.

13. Действие 12. Условие задачи задано в общем виде без указания численных значений физических величин, поэтому выражение (4.6) является ответом задачи в общем виде. Вычисление результата производить не нужно.

В более сложных задачах на данную тему обычно описывается движение двух тел. Рассмотрим пример решения такой задачи.

Условие задачи 3. Из двух пунктов A и B, расположенных на расстоянии L друг от друга, одновременно навстречу друг другу начинают двигаться прямолинейно и равномерно два велосипедиста. Первый из них, выехавший из пункта A, движется со скоростью υ_1. Второй, выехавший из пункта В, движется со скоростью $\upsilon_2 > \upsilon_1$. Где и когда встретятся велосипедисты?

1. Изобразим на рисунке 4.11 траекторию движения тел, отметим на нём начальное (точки А и В) и конечное состояния тел (точка С — точка встречи тел), покажем на рисунке векторы скоростей велосипедистов и отметим известное расстояние L между пунктами А и В.

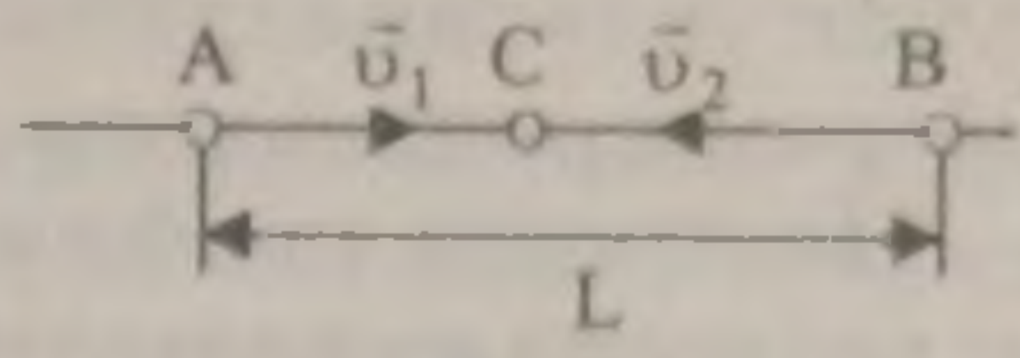


Рис. 4.11

2. Совместим тело отсчёта с точкой А (начальная координата первого тела будет равна нулю), направим ось 0X в направлении движения первого велосипедиста (проекция скорости его движения будет положительной). Изобразим на рис. 4.12 выбранную систему координат.

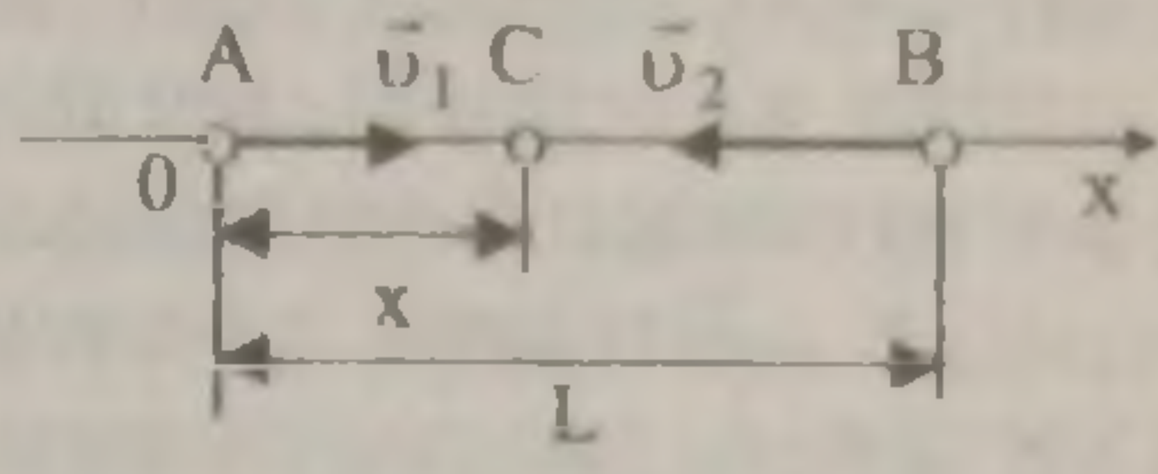


Рис. 4.12

3. Построим графики зависимости координаты от времени для обоих велосипедистов.

Изобразим оси координат для построения графиков (рис. 4.13). Ось ординат 0X (ось 0X на рис. 4.12) направим вертикально, ось времени — горизонтально.

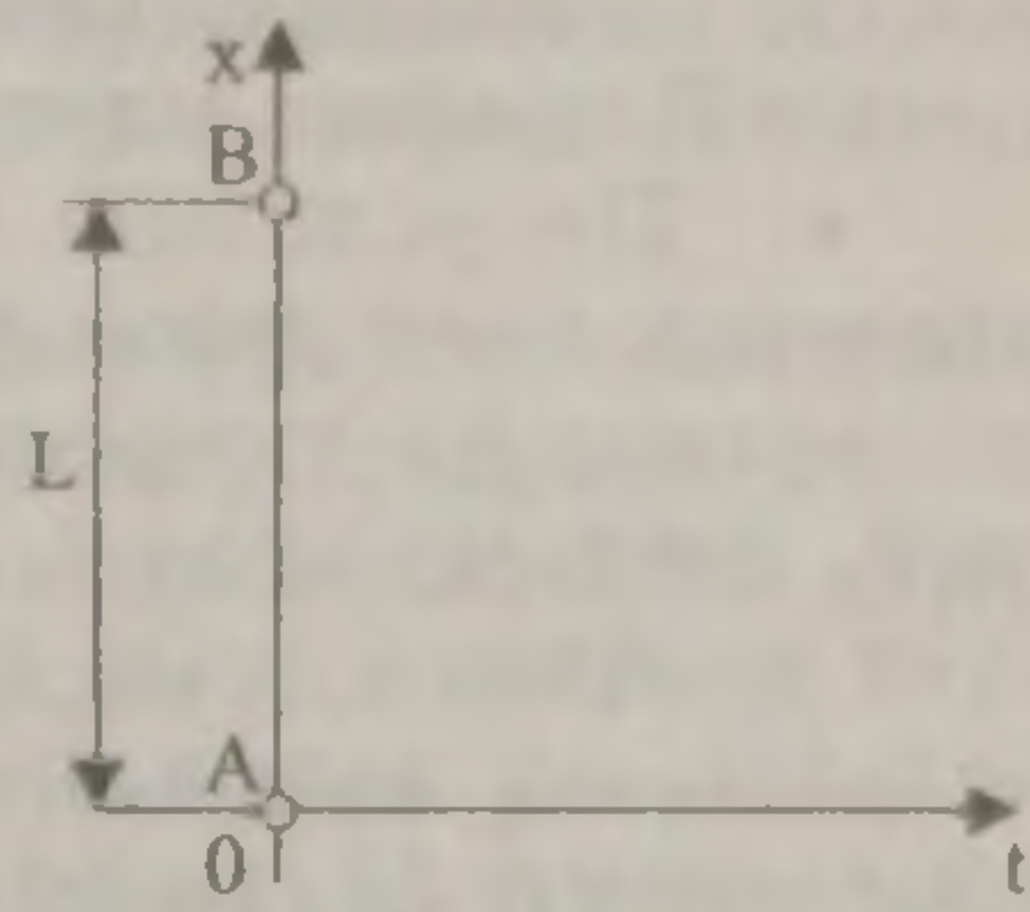


Рис. 4.13

Покажем на оси 0X точки А и В, из которых начали двигаться тела, расстояние L между пунктами А и В.

Начало отсчёта времени совместим с тем моментом времени, когда тела начали движение.

Построим график движения первого велосипедиста, выехавшего из пункта А (рис. 4.14).

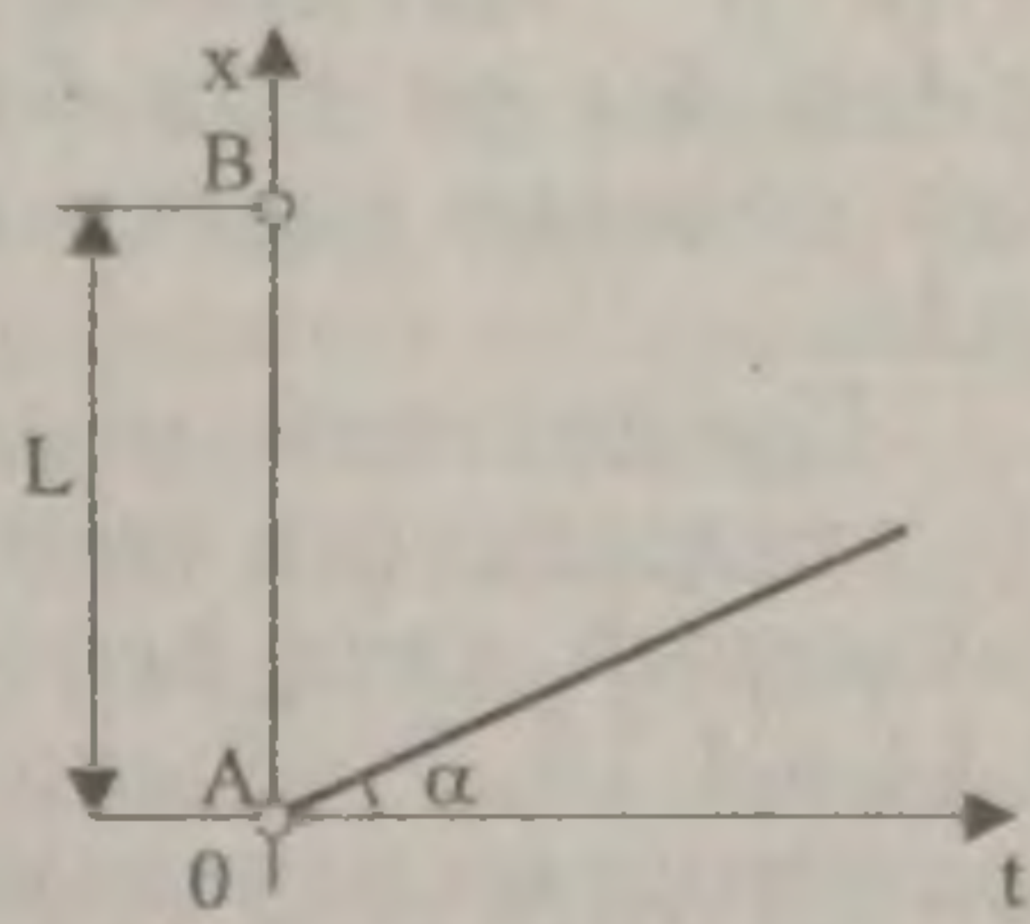


Рис. 4.14

- Определим исходную точку графика. В начальный момент времени первый велосипедист находится в точке А. Данная точка совмещена с телом отсчёта, поэтому график движения первого велосипедиста идёт из начала координат.
- Определим направление, в котором следует проводить график. Вектор скорости первого велосипедиста сонаправлен с осью 0X, поэтому проекция его скорости по-

ложительна. Следовательно, график скорости идёт вверх.

• Определим угол наклона графика по отношению к положительному направлению оси времени t. В нашем случае условие задано в общем виде, поэтому угол наклона выберем произвольно.

Построим график движения второго велосипедиста, выехавшего из пункта B (рис. 4.15).

• В начальный момент времени t = 0 второй велосипедист находится в точке B, расположенной на расстоянии L от начала координат.

• Второй велосипедист движется в направлении, противоположном оси 0X, проекция его скорости отрицательна, поэтому от точки B график идёт вниз.

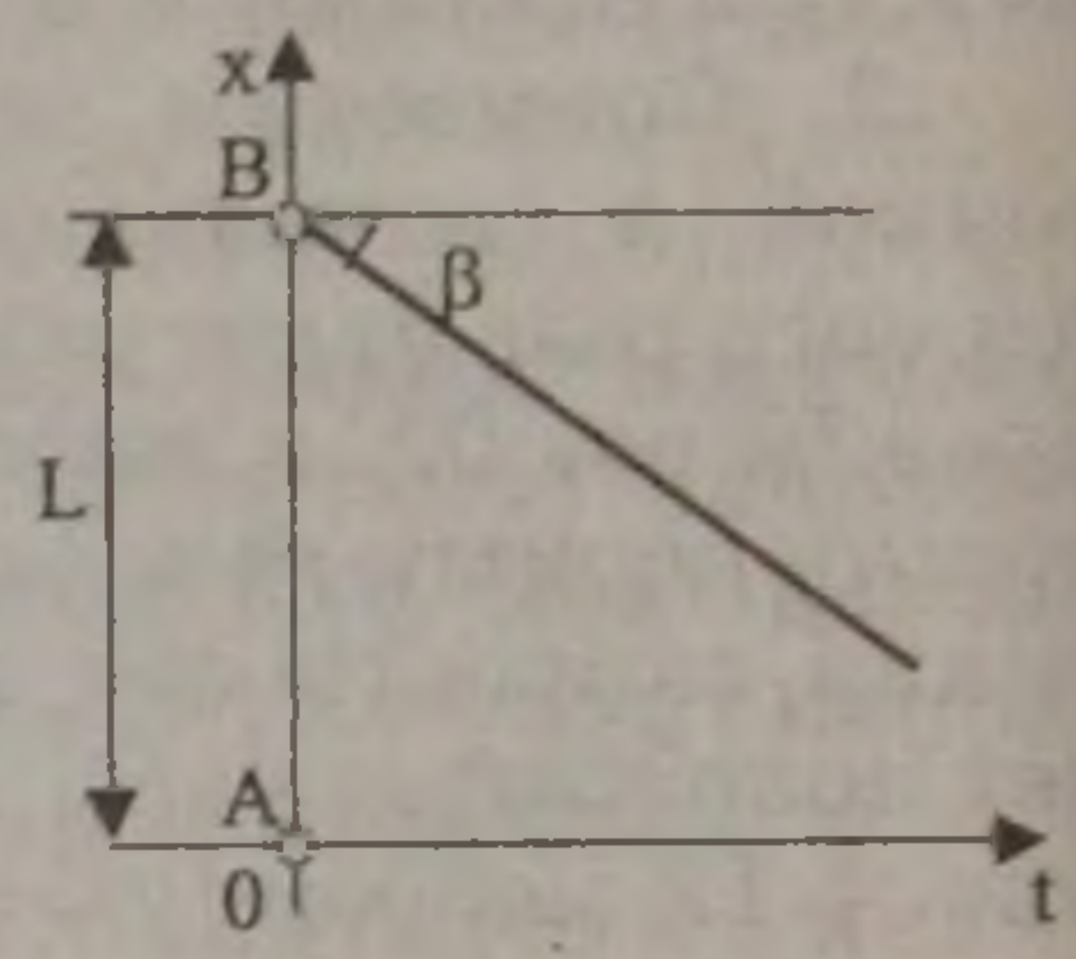


Рис. 4.15

• По условию задачи второй велосипедист движется с большей по величине скоростью, чем первый, поэтому угол β, который образует график с осью t, должен быть больше по величине, чем угол α, образованный графиком движения первого велосипедиста. Величину угла β выбираем произвольно (лишь бы он был больше α), так как условие задачи дано в общем виде.

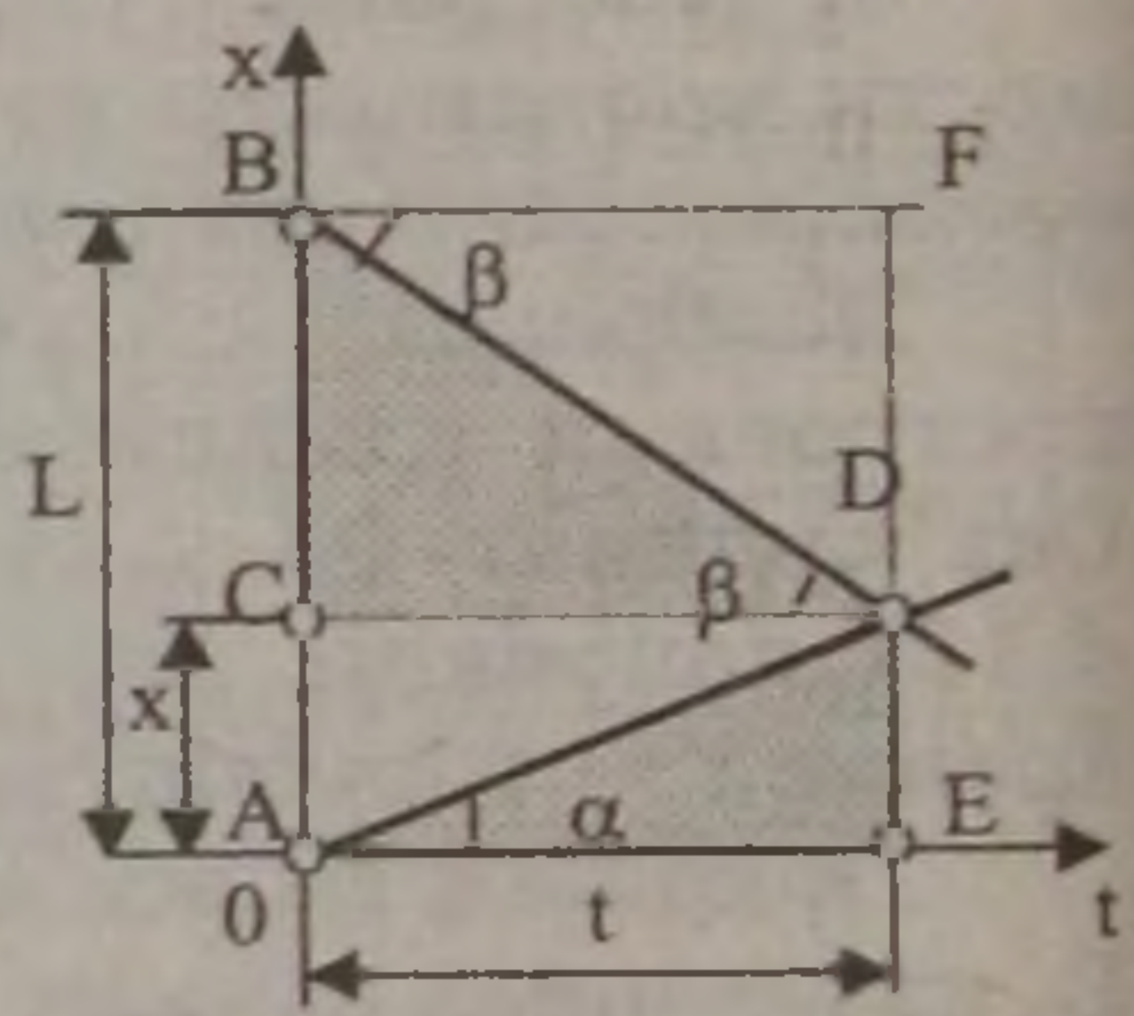


Рис. 4.16

Продолжим решение задачи. На предыдущих этапах решения мы изобразили графики движения двух велосипедистов на отдельных рисунках 4.14 и 4.15. Это было сделано только для наглядности изображения на начальной стадии изучения метода решения. На самом деле в процессе решения графики изображаются на одном рисунке в одних и тех же координатных осях. Результат выполнения этого действия изображён на рисунке 4.16.

4. Выполним на рисунке дополнительные построения. Покажем точку пересечения графиков — точку D. В данной точке в один и тот же момент времени координаты тел одинаковы, поэтому эта точка соответствует встрече тел. Опустим из точки D перпендикуляры DC и DE на оси координат. Отрезок DE (перпендикуляр, опущенный на ось

времени) отсекает на этой оси отрезок 0E, равный искомому времени t движения велосипедистов до встречи. Второй перпендикуляр DC отсекает на оси 0X отрезок AC = x, задающий расстояние от места встречи до начала координат.

Для записи соотношений между известными и искомыми величинами нужно на рисунке выделить геометрические фигуры, сторонами которых являются данные величины. Элементами этих фигур должны также являться углы α и β. Как видно из рисунка 4.16, такими фигурами являются треугольники 0DE и BCD. Треугольник BCD не содержит угол β в явном виде, но угол BDC равен углу β как внутренние накрест лежащие углы при двух параллельных BF и CD и секущей BD. Вместо треугольника BCD можно рассмотреть треугольник BFD, который получается, если продлить перпендикуляр, опущенный на ось времени t в обратном направлении до пересечения с горизонтальной прямой BF.

Катетом, прилежащим к углу β, в треугольнике BCD является отрезок CD, равный искомому времени движения велосипедистов до встречи. Противолежащий углу β катет равен отрезку BC, длина которого равна L – x.

В треугольнике 0DE противолежащий углу α катет DE равен искомому расстоянию x от пункта A до места встречи. Прилежащий к углу катет 0E представляет собой искомое время движения до встречи.

5. Используем геометрический смысл проекции скорости. Проекция скорости численно равна тангенсу угла наклона графика зависимости координаты от времени к положительному направлению оси времени t. Отсюда следует, что проекция скорости движения первого велосипедиста $\upsilon_{x1} = \mathrm{tg}\alpha$, а проекция скорости движения второго велосипедиста $\upsilon_{x2} = \mathrm{tg}\beta$. Найдем тангенсы соответствующих углов из выделенных треугольников BCD и 0DE. Тангенс угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему. Из треугольника BCD

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{BC}{CD} = \frac{L - x}{t}. \qquad (4.7)$$

Из треугольника 0DE

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{DE}{0E} = \frac{x}{t}. \qquad (4.8)$$

Так как $\upsilon_{x2} = tg\beta$, то уравнение (4.7) можно переписать в виде

$$\upsilon_{x2} = \frac{L - x}{t}.$$

Так как $\upsilon_{x1} = tg\alpha$, то уравнение (4.8) принимает вид

$$\upsilon_{x1} = \frac{x}{t}.$$

Векторы скоростей велосипедистов направлены вдоль оси 0X, поэтому величины проекций скоростей равны величинам (модулям) скоростей: $\upsilon_{x2} = \upsilon_2$; $\upsilon_{x1} = \upsilon_1$ (как и ранее для упрощения записи знаки модулей опущены).

Составим систему из двух полученных уравнений.

$$\begin{cases} \upsilon_2 = \dfrac{L - x}{t}, \\ \upsilon_1 = \dfrac{x}{t}. \end{cases}$$

6. Проверим систему на полноту. Скорости велосипедистов и расстояние L известны, искомыми являются две величины — координата точки встречи x и время встречи t. Система разрешима относительно искомых величин.

7. Решим систему. Выразим x из второго уравнения системы: $x = \upsilon_1 t$. Подставим полученное выражение в первое уравнение системы:

$$\upsilon_2 = \frac{L - \upsilon_1 t}{t}.$$

Откуда $\upsilon_2 t = L - \upsilon_1 t$. Перенесём $\upsilon_1 t$ в левую часть уравнения, вынесем t за скобки: $t(\upsilon_2 + \upsilon_1) = L$. Выразим из последнего соотношения искомое время движения велосипедистов до встречи:

$$t = \frac{L}{\upsilon_1 + \upsilon_2}. \qquad (4.9)$$

Подставив формулу (4.9) в уравнение $x = \upsilon_1 t$, получим ответ в общем виде для искомой координаты точки встречи:

$$x = \frac{L\upsilon_1}{\upsilon_1 + \upsilon_2}. \qquad (4.10)$$

8. Самостоятельно проверьте наименование времени и координаты точки встречи, используя ответы в общем виде (формулы (4.9) и (4.10)).

$[t]_{СИ}$ = ________________; $[x]_{СИ}$ = ________________.

Прежде чем переходить к решению тренировочных задач, рассмотрим ещё один возможный вариант в описании движения тел, который часто встречается в условиях задач на данную тему. Пусть тела, вышедшие из пунктов А и В, начинают двигаться не одновременно, а с каким-то интервалом времени Δt. Например, в условии предыдущей задачи велосипедист, выехавший из пункта В, начал движение на промежуток времени Δt позже велосипедиста, выехавшего из пункта А. Как это отразится на графике его движения? Так как все остальные данные в условии задачи остались прежними, то и выбор системы координат для описания движения тел, и выбор осей координат для построения графиков, и график движения велосипедиста, выехавшего из пункта А, не изменяются. Изменения коснутся лишь графика движения велосипедиста, начавшего двигаться из пункта В (назовём его условно вторым велосипедистом). Изобразим графики движения на рисунке 4.17.

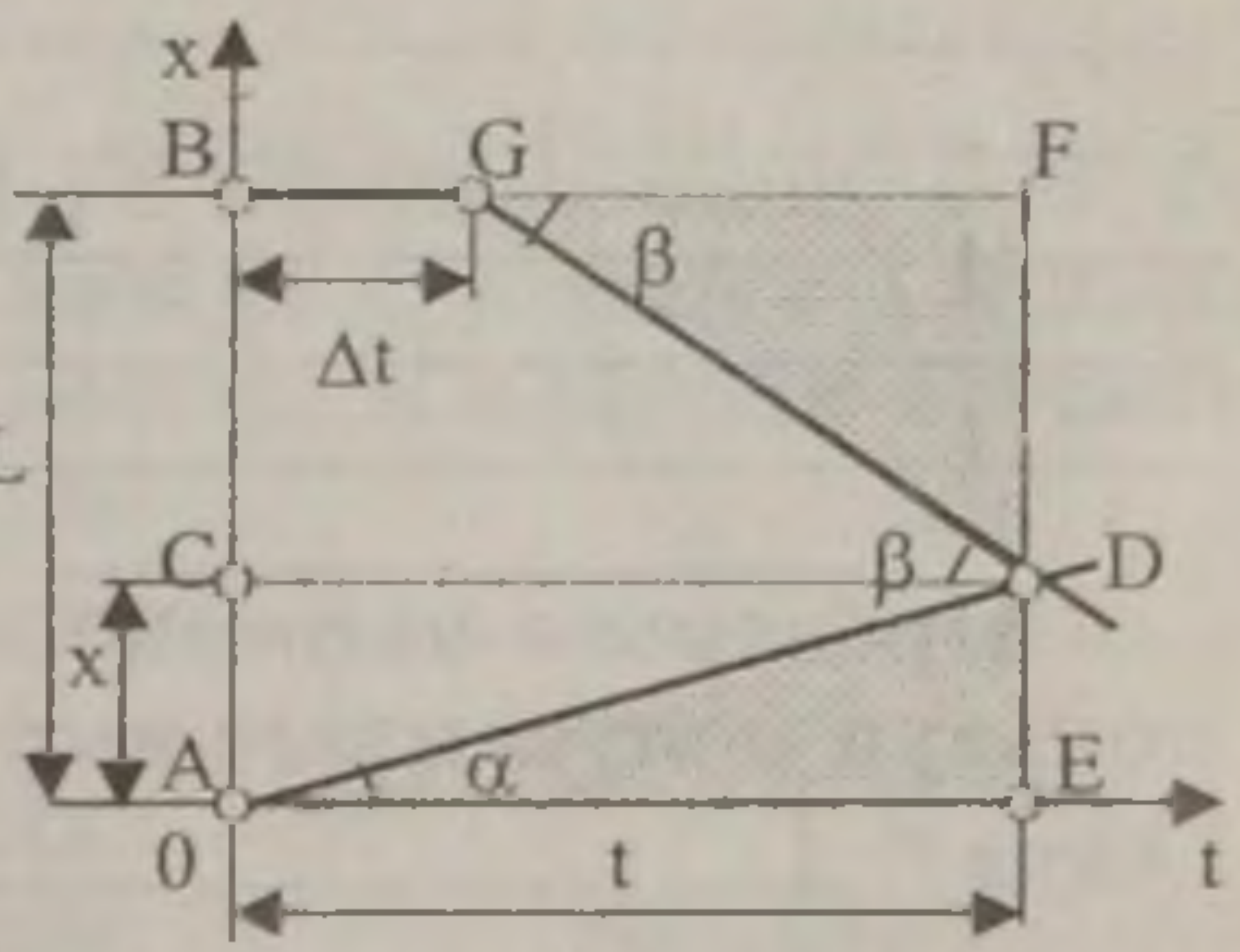


Рис. 4.17

В начальный момент времени второй велосипедист находится в пункте В. В течение промежутка времени Δt он покоится, его координата не изменяется, поэтому график его движения (покой является частным случаем движения) представляет собой отрезок прямой, параллельной оси времени (разным моментам времени в пределах промежутка Δt соответствует одинаковая координата точки В). После окончания времени Δt второй велосипедист начинает движение против оси 0X, поэтому график будет идти вниз, образуя угол β с осью времени.

Выделим треугольники DGF и ADE, содержащие углы наклона графиков к оси времени t. Из треугольника DGF

$$tg\beta = \frac{DF}{GF} = \frac{L - x}{t - \Delta t}. \qquad (4.11)$$

Из треугольника ADE

$$tg\alpha = \frac{DE}{AE} = \frac{x}{t}. \qquad (4.12)$$

Но $tg\beta = \upsilon_{x2}$, а $tg\alpha = \upsilon_{x1}$. Кроме этого, векторы скоростей велосипедистов направлены вдоль оси 0X, поэтому величины проекций скоростей равны величинам (модулям) скоростей: $\upsilon_{x1} = \upsilon_1$; $\upsilon_{x2} = \upsilon_2$. Заменяя в выражениях (4.11) и (4.12) $tg\alpha$ на υ_1 и $tg\beta$ на υ_2, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными x и t (система решается относительно данных неизвестных).

$$\begin{cases} \upsilon_2 = \dfrac{L - x}{t - \Delta t} \\ \upsilon_1 = \dfrac{x}{t}. \end{cases} \qquad (4.13)$$

Решите самостоятельно систему уравнений (4.13) и найдите выражения (ответы в общем виде) для координаты x точки встречи и времени встречи велосипедистов t.

____

____

____

____

____.

t = ____________________; x = _________________________.

Проверьте наименования времени и координаты, используя полученные выражения. $[t]_{СИ}$ = ________________; $[x]_{СИ}$ = _______________________.

Система уравнений (4.13) содержит 6 величин: скорости двух движущихся тел; расстояние между ними в начальный момент времени; координату точки встречи; время движения одного из тел; разность времени начала движения. В условиях различных задач каждая из этих величин может быть как известной, так и искомой величиной. Различия в решении задач на поиск разных величин появляются только на стадии решения системы уравнений. Исходные действия по выбору системы координат, построению графиков и записи уравнений для тангенсов углов наклона графиков к оси времени оказываются одинаковыми.

Пользуясь описанными выше образцами решения задач, попробуйте самостоятельно решить несколько похожих задач, последовательно отвечая на поставленные вопросы.

4.3. Тренировочные задачи

Условие задачи 4. Из двух пунктов A и B, расположенных на расстоянии L друг от друга, навстречу друг другу начинают двигаться прямолинейно и равномерно два пешехода. Первый из них, выехавший из пункта A, движется со скоростью υ_1. Второй, выехавший из пункта B на промежуток времени Δt раньше первого, встретился с ним на расстоянии S от пункта A. С какой скоростью двигался второй пешеход? Сколько времени он двигался до встречи с первым пешеходом?

1. Ориентировочная основа действий. Выполните самостоятельно ориентировочную часть решения и докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться графическим методом. ____

____

____

____

____.

2. Изобразите на рисунке 4.18 векторы скоростей пешеходов, известное расстояние между пунктами A и B, известное расстояние между точкой C, в которой встретились пешеходы спустя время t после начала движения второго пешехода, и пунктом A.

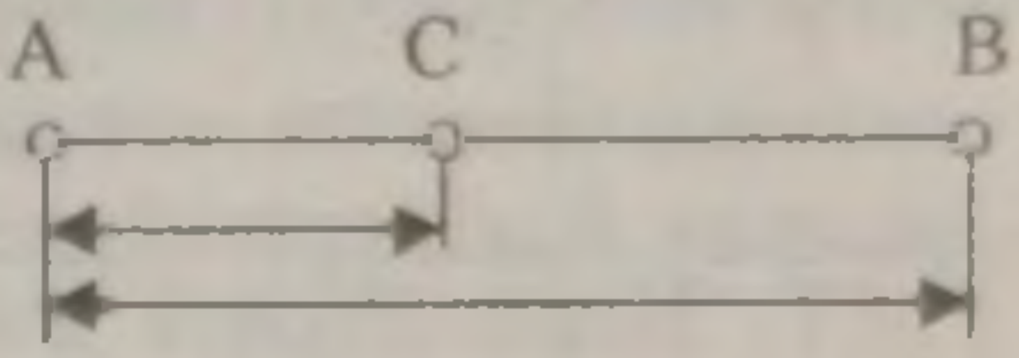


Рис. 4.18

3. Выберите систему координат для описания движения пешеходов. Изобразите ось координат и тело отсчёта на рисунке 4.18.

4. Покажите на осях координат, изображённых на рисунке 4.19 для построения графиков движения пешеходов, известные расстояния.

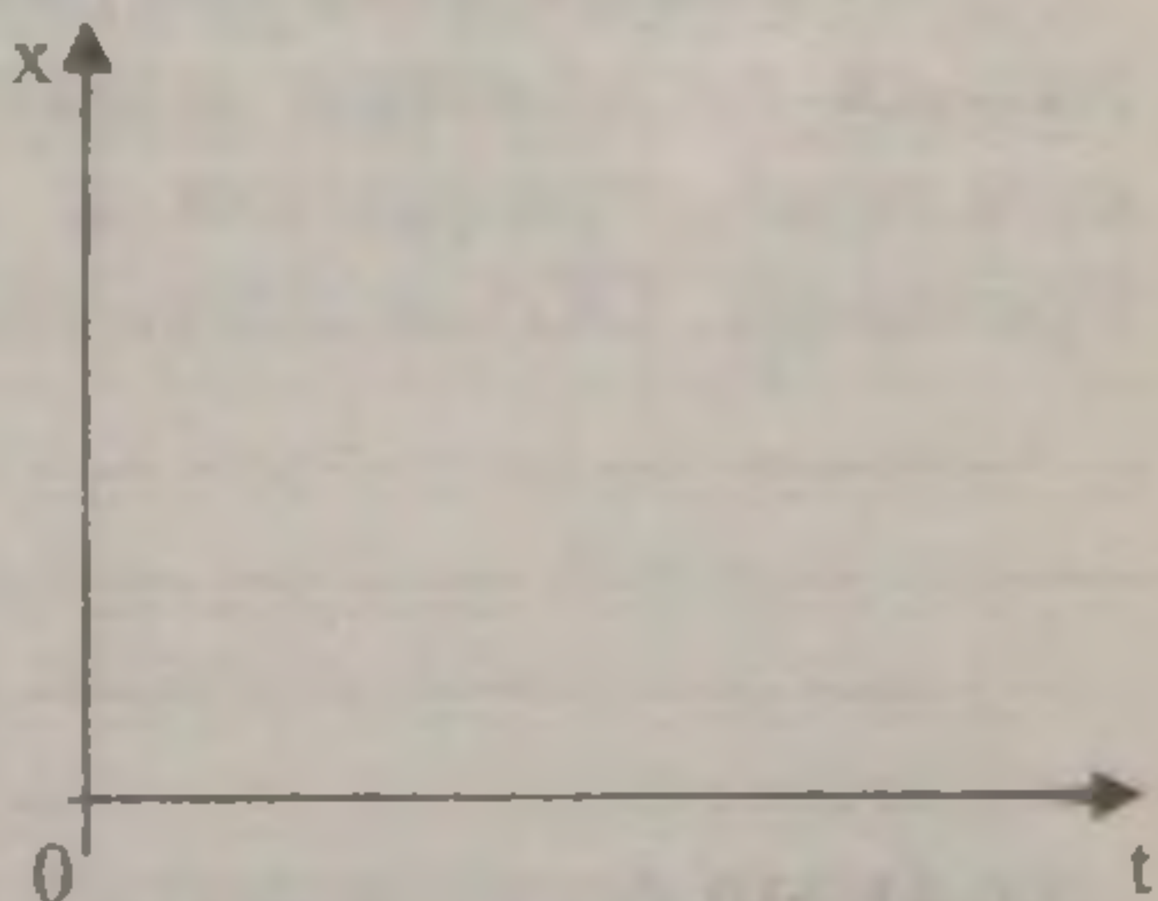


Рис. 4.19

5. Постройте на рисунке 4.19 график движения первого пешехода.

• В какой точке находился пешеход в начальный момент времени? ____
____.

• Как изобразить графически, что первый пешеход начал двигаться позже второго? ______________________
____
____
____
____.

• В каком направлении и почему нужно провести график (вверх или вниз)? ______________________________
____
____
____
____.

• Чем определяется угол наклона графика к положительному направлению оси времени? ______________
____
____.

6. Постройте на рисунке 4.19 график движения второго пешехода.

• В какой точке находился пешеход в начальный момент времени? ____
____.

• В каком направлении и почему нужно провести график (вверх или вниз)? ______________________________
____
____.

• Чем определяется угол наклона графика к положительному направлению оси времени? ______________
____
____.

7. Выполните на рисунке 4.19 необходимые дополнительные построения.

8. Выделите на рисунке 4.19 фигуры, элементами которых являются известные и искомые величины и углы наклона графиков к положительному направлению оси времени. Объясните выбор фигур. ______________________
____
____
____
____
____
____.

9. Запишите выражения для тангенсов углов наклона графиков движения пешеходов к положительному направлению оси времени. ________________________

____.

10. Замените тангенсы углов наклона графиков скоростями движения пешеходов и запишите систему уравнений для скоростей движения.

$$\begin{cases} \text{- - - - - - - - - - -} \\ \text{- - - - - - - - - - -} \end{cases}$$

11. Решите полученную систему уравнений относительно искомых величин и запишите ответы в общем виде для скорости движения второго пешехода и времени его движения. ________________________________

____

____

____.

$\upsilon_2 =$ ____________________; $t =$ ________________.

12. Проверьте наименования скорости и времени, используя полученные ответы в общем виде.

$[\upsilon_2]_{СИ} =$ ________________. $[t]_{СИ} =$ ________________.

Условие задачи 5. Из двух пунктов A и B, расположенных на расстоянии L друг от друга, в одном направлении движутся прямолинейно и равномерно два автомобиля. Первый из них, выехавший из пункта A, движется со скоростью υ_1. Второй, выехавший из пункта B с меньшей скоростью на промежуток времени Δt позже первого, встретился с ним через промежуток времени t после начала движения. С какой скоростью двигался второй автомобиль? На каком расстоянии S от пункта B первый автомобиль догонит второй?

1. **Ориентировочная основа действий.** Выполните самостоятельно ориентировочную часть решения и докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться графическим методом. ________________________

____

____

____

____

____.

2. Изобразите на рисунке 4.20 векторы скоростей автомобилей, известное расстояние между пунктами A и B,

искомое расстояние между точкой C, в которой первый автомобиль догнал второй спустя время t после начала движения второго автомобиля, и пунктом B.

3. Выберите систему координат для описания движения автомобилей. Изобразите ось координат и тело отсчёта на рисунке 4.20.

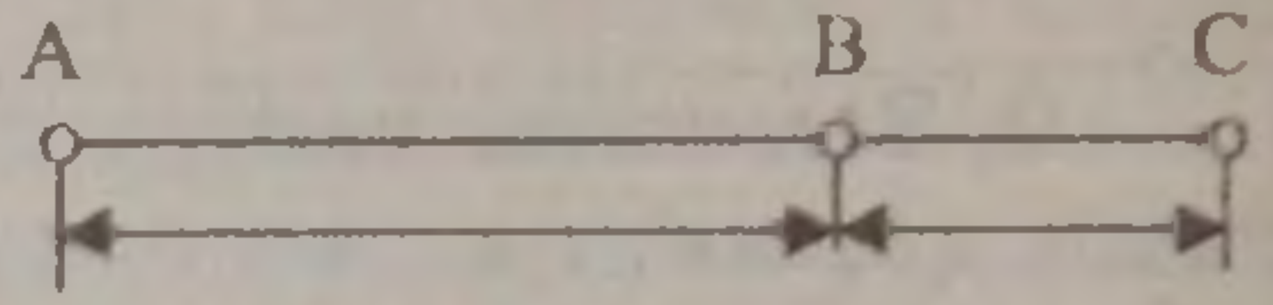


Рис. 4.20

4. Покажите на осях координат, изображённых на рисунке 4.21 для построения графиков движения автомобилей, известные и искомые расстояния.

5. Постройте на рисунке 4.21 график движения первого автомобиля.

- В какой точке находился автомобиль в начальный момент времени?

- В каком направлении и почему нужно провести график (вверх или вниз)?

- Чем определяется угол наклона графика к положительному направлению оси времени?

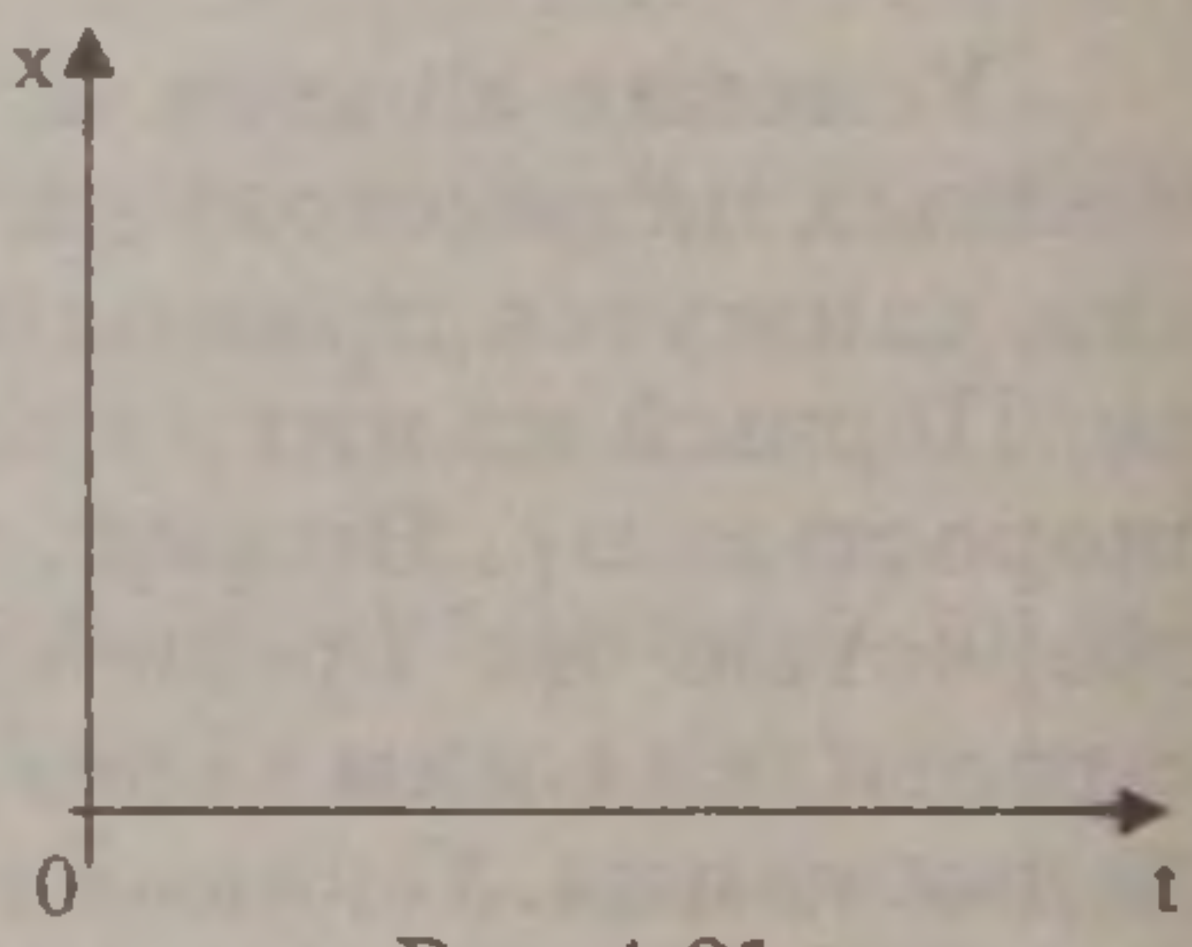


Рис. 4.21

6. Постройте на рисунке 4.21 график движения второго автомобиля.

- В какой точке находился автомобиль в начальный момент времени?

- Как изобразить графически, что второй автомобиль начал двигаться позже первого?

- В каком направлении и почему нужно провести график (вверх или вниз)?

• Чем определяется угол наклона графика к положительному направлению оси времени? ____________________
____
____.

7. Выполните на рисунке 4.21 необходимые дополнительные построения.

8. Выделите на рисунке 4.21 фигуры, элементами которых являются известные и искомые величины и углы наклона графиков к положительному направлению оси времени. Объясните выбор фигур. ____________________
____
____
____
____
____.

9. Запишите выражения для тангенсов углов наклона графиков движения автомобилей к положительному направлению оси времени. ____________________
____.

10. Замените тангенсы углов наклона графиков скоростями движения автомобилей и запишите систему уравнений для скоростей движения.

$$\begin{cases} \text{-----------} \\ \text{-----------} \end{cases}$$

11. Решите полученную систему уравнений относительно искомых величин и запишите ответы в общем виде для скорости движения второго автомобиля и искомого расстояния. ____________________
____
____.

υ_2 = ________________; S = ____________________.

12. Проверьте наименования скорости и расстояния, используя полученные ответы в общем виде.

$[\upsilon_2]_{СИ}$ = ________________. $[S]_{СИ}$ = ________________.

Условие задачи 6. Из двух пунктов А и В, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, в одном направлении начали двигаться прямолинейно и равномерно два пешехода. Первый из них, вышедший из пункта А, движется со скоростью υ_1 = 5,4 км/ч. Второй вышел из пункта В позже первого со скоростью υ_2 =3,6 км/ч. На сколько позже начал двигаться второй пешеход и чему равно расстояние между пунктами А и В, если известно, что первый пешеход догнал второго через 5 мин после начала своего движения на расстоянии 200 м от пункта В?

1. Изобразите на рисунке 4.22 условные обозначения величин, заданных в условии задачи, и выполните все необходимые дополнительные построения, связанные с выбором системы координат.

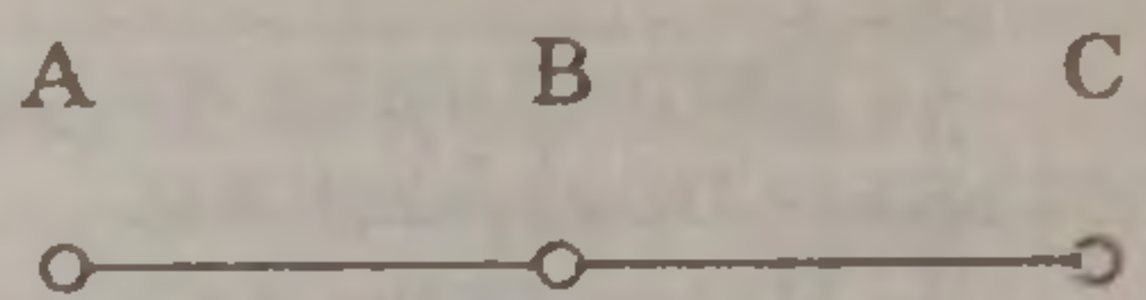


Рис. 4.22

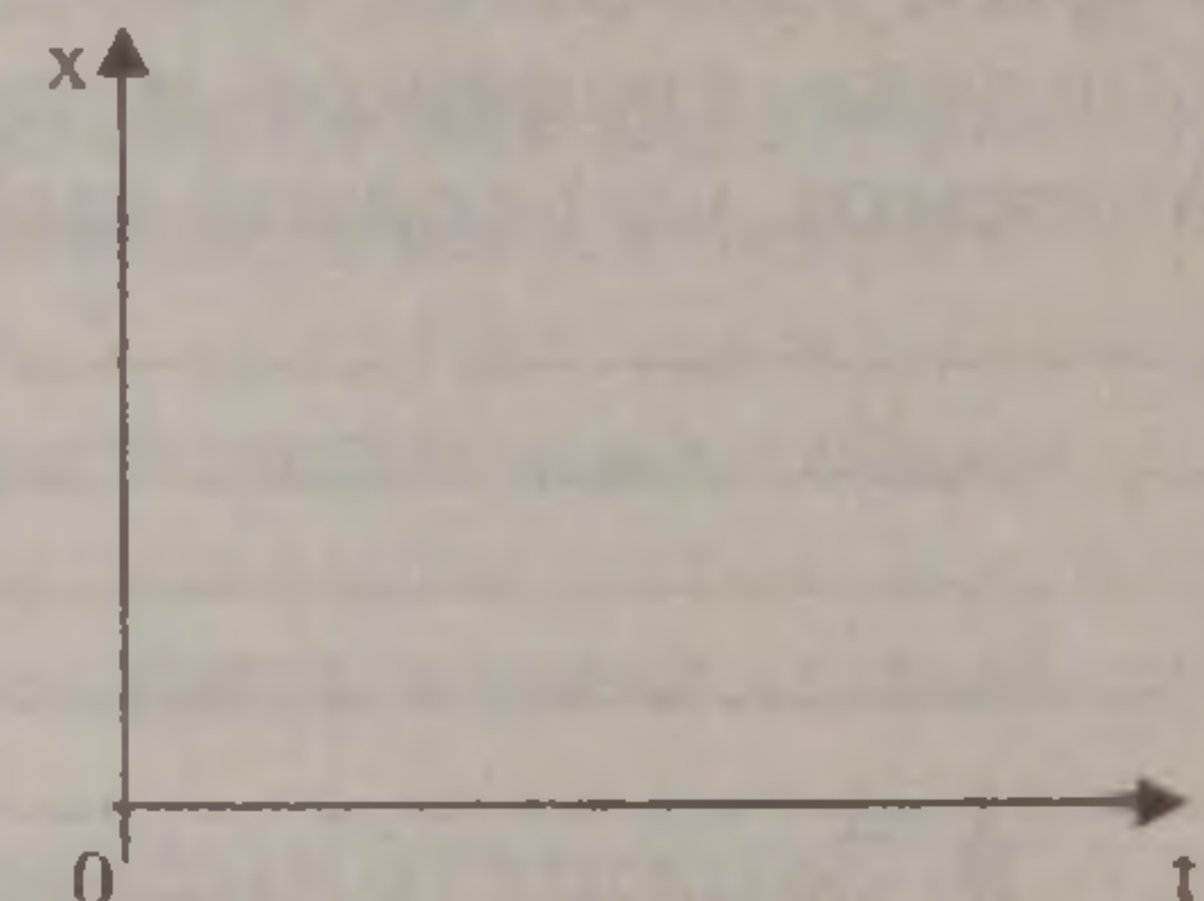


Рис. 4.23

2. Постройте на рисунке 4.23 графики движения обоих пешеходов в определённом масштабе, учитывая численные значения физических величин, данных в условии. Выполните на рисунке необходимые дополнительные построения и запишите выражения для тангенсов углов наклона графиков движения пешеходов к положительному направлению оси времени.

$tg\alpha$ = ______________; $tg\beta$ = ______________.

Замените тангенсы углов наклона графиков на скорости движения пешеходов и запишите систему уравнений для скоростей движения:

$$\begin{cases} \text{- - - - - - - - - - - -} \\ \text{- - - - - - - - - - - -} \end{cases}$$

3. Решите полученную систему уравнений относительно искомых величин и запишите ответы в общем виде для расстояния L между пунктами А и В и разницей во времени Δt между началом движения пешеходов. __________
____
____
____.

L = ____________________; Δt = ____________________.

4. Проверьте наименования расстояния и времени, используя полученные ответы в общем виде.

$[L]_{СИ}$ = __________________. $[\Delta t]_{СИ}$ = __________________.

5. Выполните перевод данных в СИ и необходимые вычисления искомых величин. ______________________________
____.

L = ____________________; Δt = ____________________.

Графический метод решения задач особенно удобен, когда в условии задачи описано движение большого числа тел. При аналитическом способе решения для каждого из тел нужно записать уравнение зависимости координаты от времени и затем решить систему, состоящую из большого числа уравнений со множеством неизвестных. При графическом методе графики зависимости координаты от времени для всех тел строятся в одних и тех же осях координат. Это даёт возможность сравнивать движения и делать простые выводы о взаимном расположении тел в пространстве в любой момент времени. Убедитесь в этом самостоятельно, решив графически следующую задачу.

Условие задачи 7. На одном берегу реки расположены два населённых пункта А и В на расстоянии 20 км друг от друга. Между ними курсирует катер. На путь от А к В по течению реки катер затрачивает 1 час. На путь обратно против течения — 2 часа. В каждом из пунктов катер делает остановку длительностью 30 мин. Сколько катеров нужно для обслуживания данной линии сообщения, если катера должны ходить с интервалом 1 час? Сколько катеров и на каком расстоянии от пункта А встретит первый катер во время своего первого рейса?

Для ответа на поставленные вопросы изобразите на рисунке 4.24 графики движения первого, второго, ... катеров (начав рисовать графики, вы быстро поймёте, сколько катеров нужно для обслуживания линии), считая движение катеров равномерным. Найдя точки пересечения графика движения первого катера с графиками движения остальных катеров, вы сможете ответить на второй вопрос.

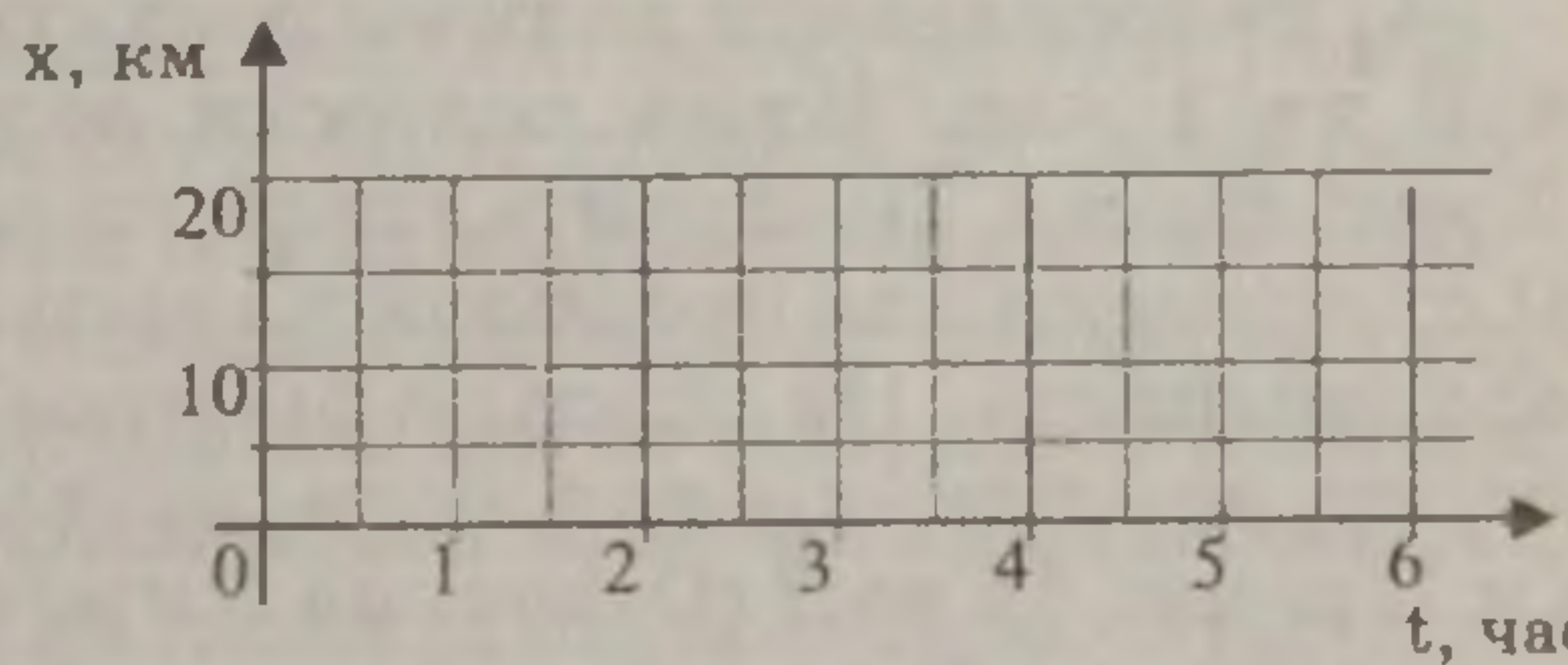


Рис. 4.24

Запишите ответы на вопросы задачи. ______________________________

____.

Надеемся, что вы испытали чувство удовлетворения от столь простого и изящного решения задачи.

4.4. Задачник

Предлагаемые ниже задачи отличаются по уровню сложности. Задачи 1–4 относятся к более простым, которые обычно решаются на уроках физики в 9-м классе при изучении данной темы. Задачи 5–8 несколько сложнее, но также принадлежат школьному, хотя и повышенному уровню. Задачи 9–11 рассматриваются в классах с углублённым изучением физики и встречаются на вступительных экзаменах в вузы.

1. На рисунке 4.25 изображён график зависимости координаты от времени для тела, движущегося из начала координат в направлении оси 0X. Постройте на рисунке графики движения для тела: 1) движущегося из начала координат в направлении оси 0X со скоростью в 2 раза большей; 2) движущегося из точки с начальной координатой 10 м с той же скоростью.

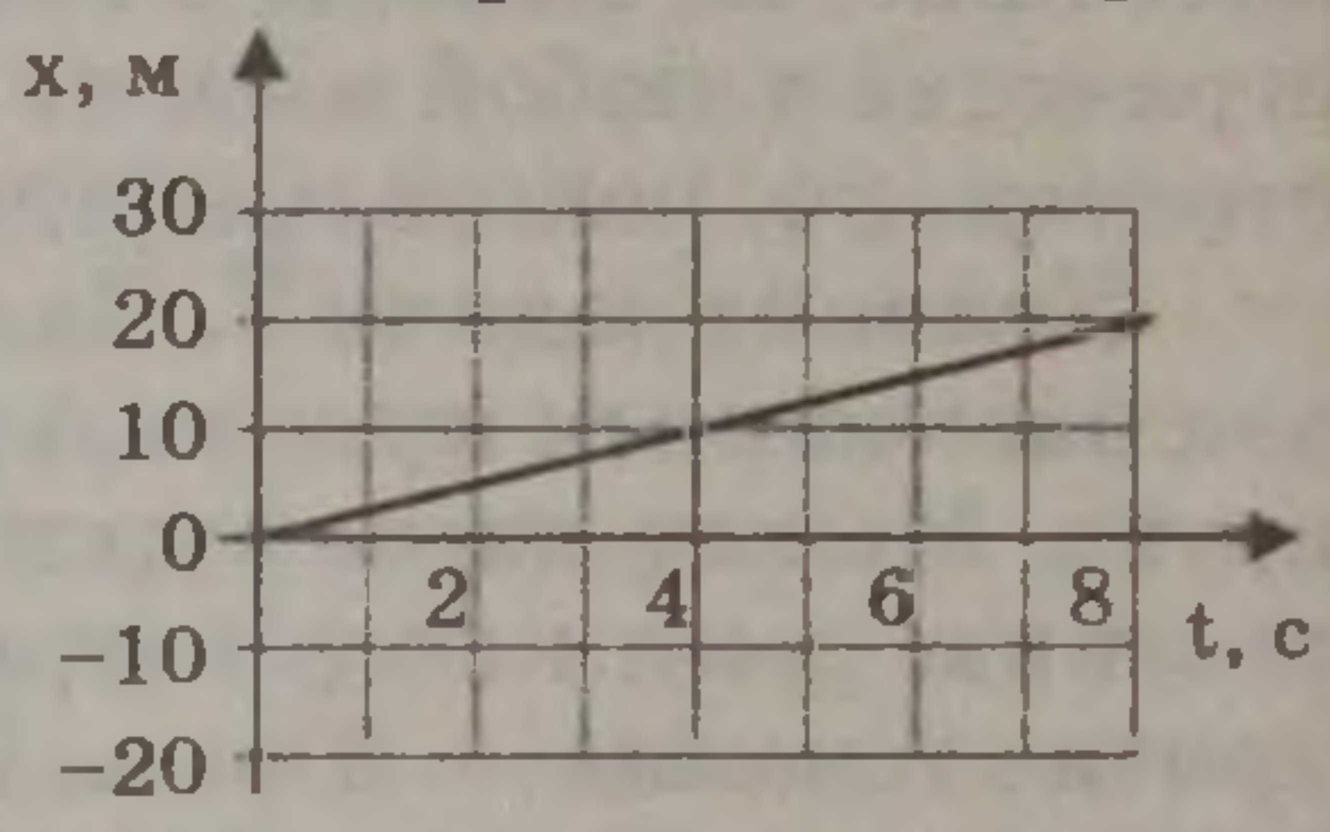


Рис. 4.25

2. Лодка вниз по течению реки проходит расстояние S между двумя пунктами, расположенными на одном берегу реки, за 1 час, а обратно — за 3 часа. Постройте график зависимости координаты лодки от времени в системе отсчёта, связанной с берегом. Во сколько раз отличаются скорости лодки, плывущей по и против течения реки? (Ответ: скорость лодки, плывущей по течению реки, в 3 раза больше скорости лодки, движущейся против течения.)

3. Первые 30 мин автомобиль ехал со скоростью 40 км/ч, а следующие 30 мин — со скоростью в 1,5 раза больше. Какое расстояние проехал автомобиль за 1 час? (Ответ: 50 км.)

4. Велосипедист должен доехать от пункта А до пункта В за 1 час. Из-за поломки велосипедист выехал на 15 мин позже. Постройте графики зависимости координаты от времени для предполагаемого и реального движения велосипедиста. На сколько быстрее должен ехать велосипедист, чем планировал, если расстояние между пунктами А и В равно 15 км? (Ответ: на 5 км/ч.)

5. Из одной точки в противоположных направлениях движутся два автомобиля. Один из них едет со скоростью 60 км/ч. С какой скоростью движется другой автомобиль, если через 15 мин расстояние между автомобилями равно 25 км? (Ответ: 40 км/ч.)

6. Два мальчика на соревнованиях бегут дистанцию 60 м. Первый закончил бег с результатом 9,0 с. На каком расстоянии от финиша в этот момент находится второй мальчик, если скорость его бега на 0,2 м/с меньше, чем у первого мальчика? (Ответ: 1,8 м.)

7. Пункт А, В и С расположены на одной прямой. Расстояние между пунктами А и С равно S. Два автомобиля

начинают одновременно двигаться из пунктов A и B в пункт C, прибывая в него в один и тот же момент времени. Чему равно расстояние L между пунктами A и B, если скорость автомобиля, выехавшего из пункта B, в n раз больше скорости другого автомобиля? (Ответ: $L = S(n \pm 1)$.)

8. Из одной точки в одном направлении движутся два велосипедиста с разными скоростями υ_1 и υ_2 ($\upsilon_1 > \upsilon_2$). Первый велосипедист через 10 мин остановился. Сколько времени ему придётся ждать второго велосипедиста, если скорость первого велосипедиста в 1,2 раза больше скорости второго? (Ответ: 2 мин.)

9. Из двух пунктов A и B, расположенных на расстоянии 22 км, навстречу друг другу движутся два велосипедиста. Скорость второго велосипедиста, выехавшего из пункта B, на 6 км/ч больше скорости первого велосипедиста, но он выехал на 10 мин позже. Чему равны скорости велосипедистов, если их встреча произошла через 30 мин после начала движения первого велосипедиста? (Ответ: $\upsilon_1 = 24$ км/ч, $\upsilon_2 = 30$ км/ч.)

10. Моторная лодка вниз по течению реки проходит расстояние S между двумя пунктами A и B, расположенными на одном берегу реки на расстоянии 12 км, за 1 час, а обратно — за 2 часа. В пункте B лодка делает остановку на 30 мин. Одновременно с лодкой из пункта A отплывает плот, который добирается до пункта B за 4 часа. На каком расстоянии от пункта A лодка встретит плот? (Ответ: 7 км.)

11. Предприятие, на котором вахтовым методом работает бригада, находится за городом. Каждый раз к приходу поезда на станцию приезжает автобус от предприятия, который доставляет бригаду на место работы. Однажды из-за изменения расписания поезд прибыл на станцию на 1 час раньше и бригада, не дожидаясь автобуса, пошла на предприятие пешком. По дороге бригаду встретил автобус, едущий на станцию. В итоге бригада прибыла на место работы на 10 мин раньше, чем обычно. Сколько времени бригада шла пешком до встречи с автобусом? (Ответ: 55 мин.)

ГЛАВА 5

Применение правила сложения скоростей при переходе от подвижной системы отсчёта к неподвижной

5.1. Состав и содержание действий при применении правила сложения скоростей. Переход от подвижной системы отсчёта к неподвижной

Существуют две формы записи правила сложения скоростей при переходе от подвижной системы отсчёта к неподвижной и обратно. Процедуры применения этих форм несколько отличаются, поэтому мы будем обсуждать их отдельно. В этой главе рассмотрен переход от подвижной системы отсчёта к неподвижной. Обратный переход будет описан в следующей главе.

Прежде чем перейти к изучению метода решения задач с применением правила сложения скоростей, внимательно перечитайте параграф 1.3, в котором изложена необходимая теоретическая информация.

Выясним состав действий и операций по применению правила сложения скоростей на примере одной из самых простых задач.

Условие задачи 1. Моторная лодка плывёт вниз по течению реки. Скорость лодки относительно воды 30 км/ч. Скорость течения воды относительно берега равна 4 км/ч. Чему равна скорость лодки относительно берега?

1. Ориентировочная часть решения (поиск признаков, по которым можно определить объект, описанный в условии, и раздел физики, в котором изучается данный объект).

Начальная фаза поисковой деятельности при решении задач данного типа совпадает на первых шагах с деятельностью по применению координатного и графического методов решения задач. Это не случайность, так как в задачах описывается один и тот же объект — прямолинейное равномерное движение. Поэтому повторяются и первые фазы умозаключений.

Определяющим словом в условии задачи является слово *движутся* (или его аналоги: *перемещается*, *летит*, *скользит*, *идёт*, *едет* и т.д.). Движение тел изучается физической теорией, которая называется *механикой*, поэтому наличие этого слова в условии сразу указывает на теорию, которую нужно применить для решения. В данной задаче автомобили движутся относительно Земли, т.е. участвуют в механическом движении.

Движение в механике может быть описано с помощью уравнений зависимости координат и скорости от времени без выяснения причин, вызывающих данный вид движения. Так описывается движение в разделе механики, который называется *кинематикой*. Можно заинтересоваться причинами равномерного движения автомобилей и изучать их взаимодействие с окружающими телами (трение о землю, сопротивление воздуха и др.). Подобным описанием механического движения занимается раздел механики, называемый *динамикой*. В условии задачи даны только кинематические величины (скорости лодки и воды), причины их равномерного движения не заданы и их физические характеристики (коэффициент трения, коэффициент сопротивления, сила тяги, развиваемая мотором лодки) не являются искомыми. Поэтому для решения задачи следует применить кинематические закономерности движения.

В кинематике изучаются различные виды движения: равномерное; равноускоренное, криволинейное и т.д. По условию задачи тела движутся прямолинейно и равномерно (скорости можно указать только для данного вида движения), поэтому для решения нужно воспользоваться закономерностями прямолинейного равномерного движения.

До сих пор мы практически повторяли умозаключения, приводящие к выбору кинематики прямолинейного равномерного движения как раздела механики, в котором следует искать те закономерности, с помощью которых можно найти ответ на поставленный вопрос. Однако по условию задачи нам не нужно искать ни расстояние, пройденное телами, ни время их движения. В условии заданы лишь скорость движения одного из тел (лодки) относительно другого (воды) и скорость этого второго тела (воды) относительно общего для обоих тел (лодки и воды) третьего тела — берега. Нужно найти скорость первого из тел относительно третьего.

Задание в условии в качестве искомых или известных величин скоростей двух тел относительно друг друга и относительно третьего тела является основным признаком, по которому можно определить, что для решения следует применить правило сложения скоростей.

Выделим кратко цепочку умозаключений.

«Движение»

⇓

Механика.
Причины движения не известны и их характеристики не являются искомыми

⇓

Кинематика

⇓

Тело движется прямолинейно и равномерно

⇓

Кинематика прямолинейного равномерного движения

⇓

В условии описано движение двух тел относительно друг друга и относительно третьего тела

⇓

Правило сложения скоростей

2. Действия и операции по применению правила сложения скоростей при переходе от подвижной к неподвижной системе отсчёта

В условии конкретной задачи отнюдь не содержится указания на применение той или иной формы записи правила сложения скоростей. Поэтому на первом этапе решения задачи нужно определить ту форму записи данного правила, которая соответствует условию задачи и позволяет ответить на поставленный вопрос.

В правиле сложения скоростей фигурируют: скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта $\vec{\upsilon}_{\text{тн}}$; скорость тела относительно подвижной системы отсчёта $\vec{\upsilon}_{\text{тп}}$; скорость подвижной системы отсчёта относительно неподвижной $\vec{\upsilon}_{\text{пн}}$. Какая из данных скоростей задана по условию задачи, а какая из них является искомой? Это зависит от выбора подвижной и неподвижной систем отсчёта и от того, какой из объектов, описанных в условии задачи, мы будем рассматривать как тело, скорость которого нужно определить. На последний вопрос ответить достаточно легко. По условию задачи нужно определить скорость лодки, поэтому именно она и является тем телом, которое фигурирует в правиле сложения скоростей. С какими объектами следует связать подвижную и неподвижную системы отсчёта? По условию задана скорость лодки относительно воды и нужно определить скорость лодки относительно берега. Поэтому на роль систем отсчёта, относительно которых измеряется скорость лодки, претендуют система отсчёта, связанная с водой, и система отсчёта, связанная с берегом. Какая из этих систем является подвижной, а какая — неподвижной? Вопрос лишён физического смысла, так как понятия покоя и движения относительны. Можно связать с водой подвижную систему отсчёта, а с берегом неподвижную (лодка движется относительно воды, а вода — относительно берега). Можно стать на точку зрения наблюдателя, связанного с водой (рыбак на дрейфующей по воде лодке). Тогда относительно покоящейся воды будут двигаться лодка и берег. С точки зрения физики оба выбора равноправны. В дальнейшем мы будем выбирать более естественную точку зрения, связывая с любым телом, неподвижным относительно Земли (берегом реки, дорогами, зданиями и т.д.), неподвижную систему отсчёта. Тогда с движущейся водой следует связать подвижную систему отсчёта.

Итак, лодка играет роль тела, скорость которого необходимо определить. С берегом реки мы свяжем неподвижную систему отсчёта, а с водой — подвижную систему отсчёта. В описанных выше операциях состоит первое действие по решению задачи.

Действие 1. Выделение движущихся объектов, описанных в условии задачи. Выбор тела, скорость которого подлежит определению. Выбор подвижной и неподвижной систем отсчёта (связывание их с объектами, относительно которых происходит движение тела).

Для наглядности решения используем краткие буквенные обозначения. При записи правила сложения скоростей в общей форме тело обозначалось буквенным индексом «т», неподвижная система отсчёта — индексом «н», подвижная система отсчёта — индексом «п». Тогда кратко результат выполнения первого действия можно представить в виде:

«т» — лодка;

«н» — берег;

«п» — вода.

Теперь мы сможем ответить на вопрос о выборе определённой формы записи правила сложения скоростей. В условии задачи дана скорость лодки относительно воды, но с водой по принятому нами соглашению связана подвижная система отсчёта. Поэтому нам известна скорость тела (лодки) относительно подвижной системы отсчёта (воды). Требуется найти скорость лодки относительно берега, с которым мы связали неподвижную систему отсчёта. Поэтому искомой величиной является скорость тела (лодки) относительно неподвижной системы отсчета (берега). Таким образом, для решения задачи нам необходимо воспользоваться правилом, позволяющим по известной скорости тела относительно подвижной системы отсчёта найти скорость этого же тела относительно неподвижной системы отсчёта. Поэтому правило сложения скоростей следует записать в виде формулы (1.4) $\vec{\upsilon}_{\text{тн}} = \vec{\upsilon}_{\text{тп}} + \vec{\upsilon}_{\text{пн}}$.

Действие 2. Выбор формы записи правила сложения скоростей.

Если в условии задачи задана скорость тела относительно подвижной системы отсчёта и нужно найти скорость тела относительно неподвижной системы, то правило сложения скоростей нужно записать в форме (1.4).

Если по известной скорости тела относительно неподвижной системы отсчёта нужно найти скорость тела относительно подвижной системы, то решение целесообразно начинать с записи правила в форме (1.5).

Выражение $\vec{\upsilon}_{\text{тн}} = \vec{\upsilon}_{\text{тп}} + \vec{\upsilon}_{\text{пн}}$ записано в общем виде как правило, применимое к любому телу, скорость которого задана в двух произвольных системах отсчёта. Нам необходимо применить это правило в конкретной ситуации, описанной в условии задачи. Для этого нужно выполнить несколько операций.

Перейдём от общих индексов «тп», «тн» и «пн» к более наглядным индексам, отвечающим конкретным объектам, заданным в условии. Так как телом является лодка, то индекс «т» заменим индексом «л» (по первой букве слова *лодка*). Подвижная система отсчёта связана с водой, поэтому заменим индекс «п» на индекс «в» (первая буква слова *вода*). Наконец, для задания неподвижной системы отсчёта используем вместо индекса «н» индекс «б» (первая буква слова *берег*). Тогда правило сложения скоростей можно записать в виде:

$$\vec{\upsilon}_{лб} = \vec{\upsilon}_{лв} + \vec{\upsilon}_{вб}, \tag{5.1}$$

т.е. скорость лодки относительно берега $\vec{\upsilon}_{лб} = \vec{\upsilon}_{тн}$ равна сумме скоростей лодки относительно воды $\vec{\upsilon}_{лв} = \vec{\upsilon}_{тп}$ и скорости воды относительно берега $\vec{\upsilon}_{вб} = \vec{\upsilon}_{пн}$[1].

Действие 3. Запись правила сложения скоростей с использованием буквенных индексов для обозначения тела, подвижной и неподвижной систем отсчёта, соответствующих объектам, описанным в условии задачи.

Для наглядности на данной стадии решения нужно выполнить поясняющий рисунок, на котором следует изобразить (условно) объекты, заданные в условии (лодку, воду и берег), и направления известных скоростей с соответствующими обозначениями (рис. 5.1).

Действие 4. Выполнение рисунка, на котором следует изобразить (условно) заданные по условию задачи объекты и векторы известных скоростей. С объектами нужно связать: тело, скорость которого нужно определить; подвижную и неподвижную системы отсчёта. Выделенные объекты снабжаются индексами «т», «п», «н».

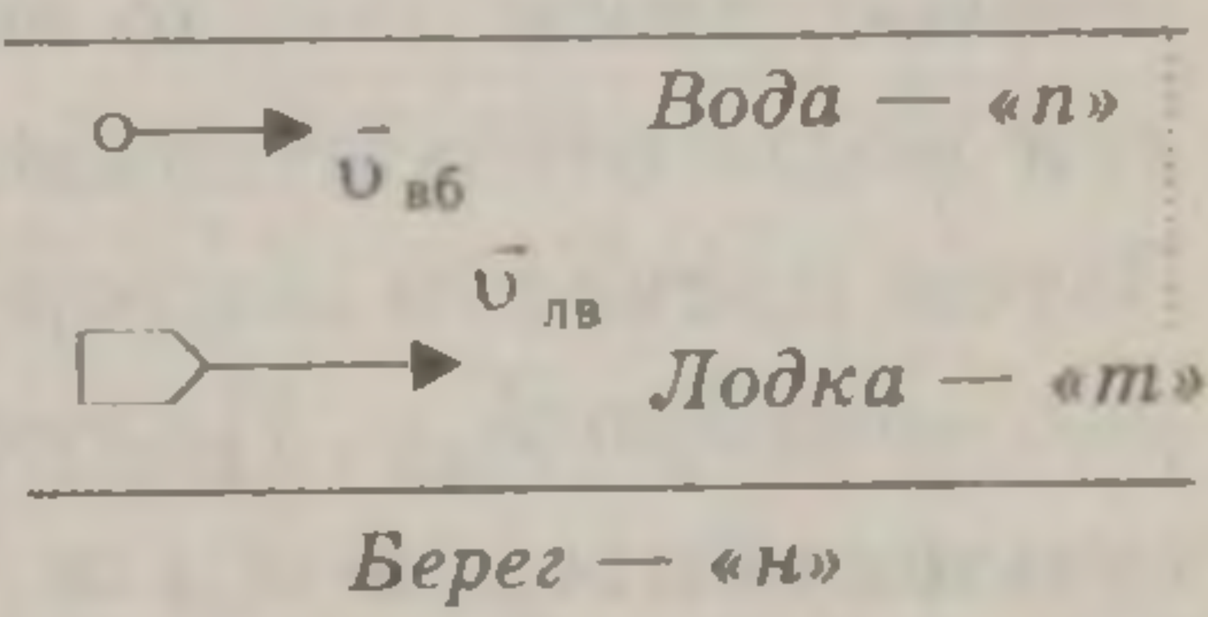


Рис. 5.1

С помощью формулы (5.1) нельзя производить вычислений, так как она записана в векторной форме. Поэтому в следующем действии нужно перейти от векторной к скалярной форме записи уравнения. В формуле (5.1) известны лишь два вектора и по величине, и по направлению — скорость лодки относительно воды и скорость воды относительно берега. Следовательно, следующим шагом решения будет построение вектора $\vec{\upsilon}_{лб}$ скорости лодки относительно берега. Для этого нужно выполнить ту математиче-

---

[1] Конечно, если вы хорошо понимаете смысл величин, входящих в формулу $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{u}$, то нет необходимости прибегать к длинной буквенной символике в виде индексов у обозначений скоростей относительно разных систем отсчёта. Однако наш учительский опыт говорит, что применение символов облегчает усвоение метода решения задачи по данной теме.

скую операцию, которая указана в формуле (5.1). Для построения вектора $\vec{\upsilon}_{\text{лб}}$ нужно сложить векторы $\vec{\upsilon}_{\text{лв}}$ и $\vec{\upsilon}_{\text{вб}}$ (при применении правила сложения скоростей в форме (1.5) векторы скоростей нужно вычитать, такие задачи будут рассмотрены в следующей главе). По правилу сложения векторов для построения вектора суммы нужно выполнить две операции:

- к концу вектора, являющегося первым слагаемым, присоединить начало вектора, задающего второе слагаемое;
- провести вектор суммы из начала первого вектора в конец второго.

Покажем на рисунке 5.2 результат сложения векторов скорости лодки относительно воды $\vec{\upsilon}_{\text{лв}}$ и вектора скорости воды относительно берега $\vec{\upsilon}_{\text{вб}}$. Изобразим вектор скорости лодки относительно воды $\vec{\upsilon}_{\text{лв}}$ и к его концу присоединим начало вектора скорости воды относительно берега $\vec{\upsilon}_{\text{вб}}$.

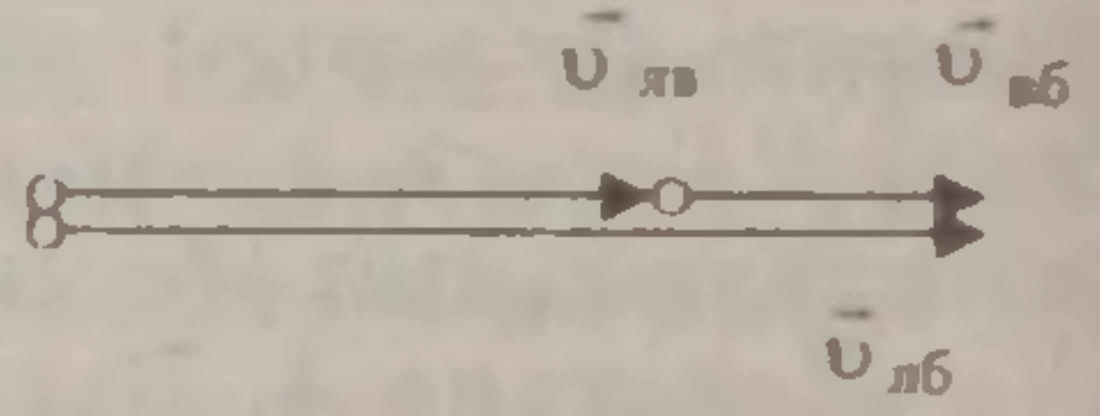


Рис. 5.2

Затем проведём вектор суммы из начала вектора $\vec{\upsilon}_{\text{лв}}$ в конец вектора $\vec{\upsilon}_{\text{вб}}$. Полученный вектор и является вектором суммы векторов $\vec{\upsilon}_{\text{лв}}$ и $\vec{\upsilon}_{\text{вб}}$, т.е. искомым вектором скорости воды относительно берега $\vec{\upsilon}_{\text{лб}}$. Оба слагаемых направлены вдоль одной прямой, поэтому и вектор их суммы направлен вдоль той же прямой[1].

Для наглядности на рисунке начало каждого вектора отмечено кружочком, чтобы вы яснее представили каждый вектор в отдельности и полученный вектор суммы.

Действие 5. Выполнить ту математическую операцию над векторами известных скоростей, которая указана в правиле сложения скоростей. При применении правила в форме (1.4) для нахождения скорости тела относительно неподвижной системы отсчёта нужно *сложить* вектор скорости тела относительно подвижной системы отсчёта

---

[1] Это создаёт определённые неудобства для зрительного восприятия вектора суммы, поэтому на рисунке 5.2 мы допустили вольность, сместив вектор суммы ниже, чтобы сделать его видимым. На экзаменах этого делать не следует. Пусть вектор суммы останется невидимкой для экзаменатора, но он не сможет обвинить вас в незнании правила сложения векторов.

и вектор скорости подвижной системы отсчёта относительно неподвижной.

Зная все три вектора в формуле (5.1), можно перейти от векторной к скалярной форме записи. Для векторов, направленных вдоль одной прямой, данное действие осуществляется с помощью проектирования на координатную ось, которая выбирается произвольно, исходя из соображений удобства (простоты записи уравнений в данной системе координат). Напомним, что при выборе оси координат нужно выбрать направление оси и положение тела отсчёта. Проведём ось 0X параллельно вектору $\vec{\upsilon}_{лб}$ в направлении этого вектора, так как нам нужно определить именно вектор скорости лодки относительно берега (рис. 5.3). При таком выборе оси проекция вектора скорости будет численно равна модулю вектора и положительна. При проецировании вектора скорости положение тела отсчёта не имеет значения. Движение лодки является равномерным, поэтому вектор скорости будет давать одинаковую проекцию независимо от выбора начала координат.

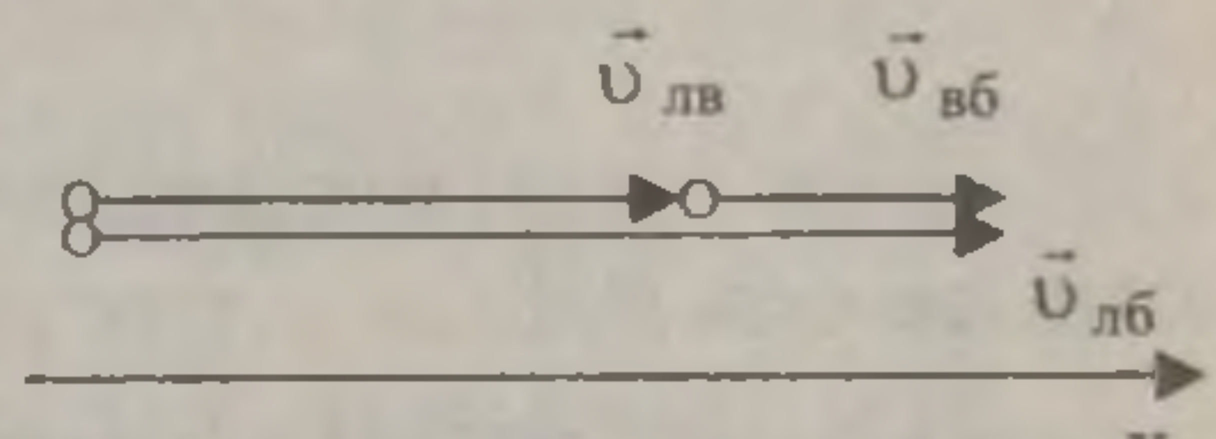


Рис. 5.3

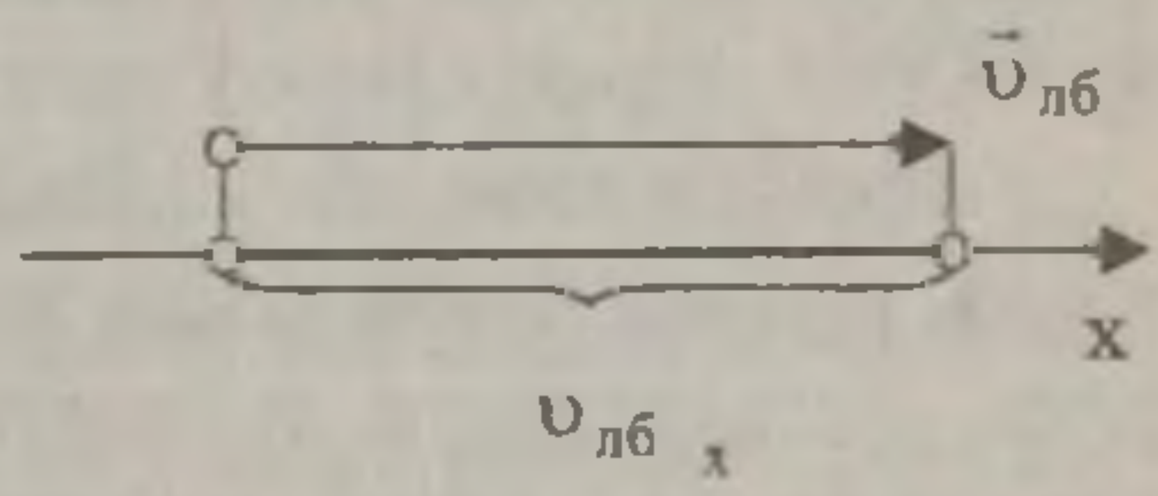


Рис. 5.4

Найдём проекции векторов $\vec{\upsilon}_{лб}$, $\vec{\upsilon}_{лв}$ и $\vec{\upsilon}_{вб}$ на ось 0X. Опишем эту операцию подробно для вектора $\vec{\upsilon}_{лб}$. Для определения проекции опустим перпендикуляры на ось 0X из начала и конца вектора (рис. 5.4). Отрезок, соединяющий полученные на оси точки (проекции начала и конца вектора), и является проекцией вектора на ось. Так как вектор сонаправлен с осью 0X, то проекция положительна $\upsilon_{лб_x} > 0$. Так как вектор параллелен оси, то проекция равна модулю скорости $\upsilon_{лб_x} = |\vec{\upsilon}_{лб}|$ (величина проекции и модуль скорости геометрически являются длинами противоположных сторон прямоугольника). Для упрощения формы записи опустим знак модуля и обозначим величину скорости лодки относительно берега через $\upsilon_{лб}$. Тогда $\upsilon_{лб_x} = \upsilon_{лб}$. Проецирование векторов $\vec{\upsilon}_{лв}$ и $\vec{\upsilon}_{вб}$ осуществляется аналогичным образом (рис. 5.5а и 5.5б) и приводит к следующим результатам: $\upsilon_{лв_x} = |\vec{\upsilon}_{лв}| = \upsilon_{лв}$; $\upsilon_{вб_x} = |\vec{\upsilon}_{вб}| = \upsilon_{вб}$ (оба вектора сонаправлены с осью 0X —

проекции положительны, векторы параллельны оси — проекции равны модулям векторов). Результат проецирования векторного уравнения (5.1) на ось 0X обычно записывается в следующем виде:

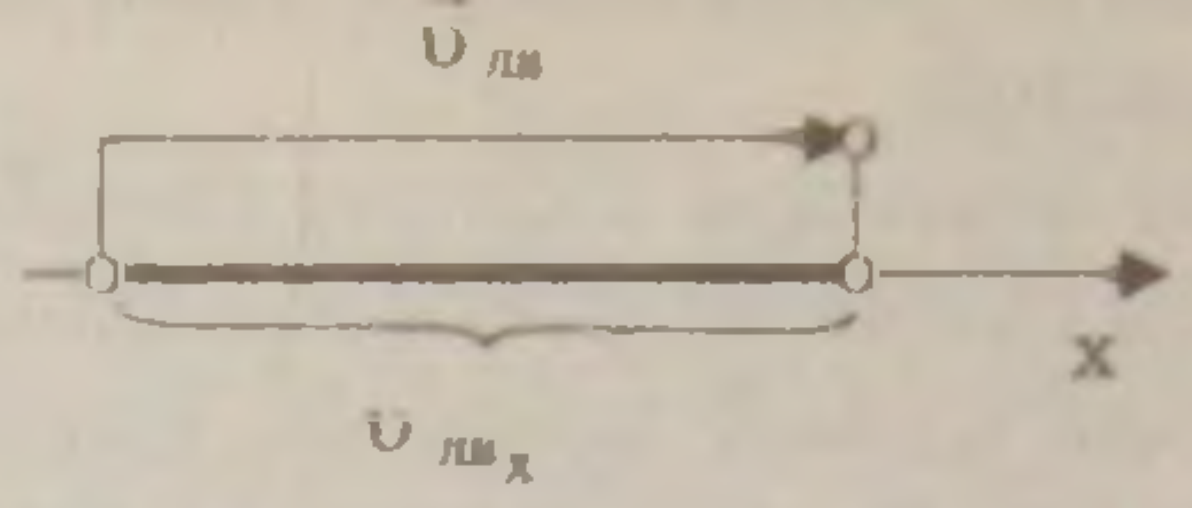


Рис. 5.5а

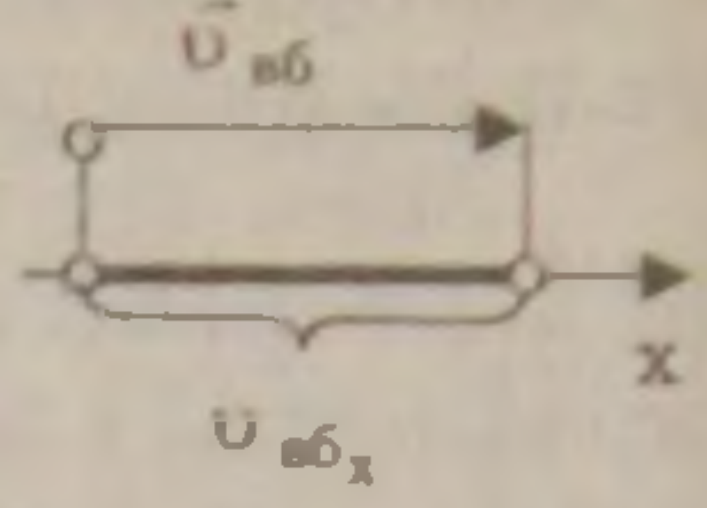


Рис. 5.5б

$$x:\ \upsilon_{лб} = \upsilon_{лв} + \upsilon_{вб}, \tag{5.2}$$

где знак «x:» показывает, что выполняется проецирование на ось 0X.

Мы показали выполнение операции проецирования отдельно для каждого вектора. Обычно это делается с помощью одного рисунка (рис. 5.6) и сразу записывается результат проецирования в виде формулы (5.2).

Действие 6. Выполнить проецирование векторов, входящих в выражение для правила сложения скоростей, записанного для решения данной конкретной задачи:

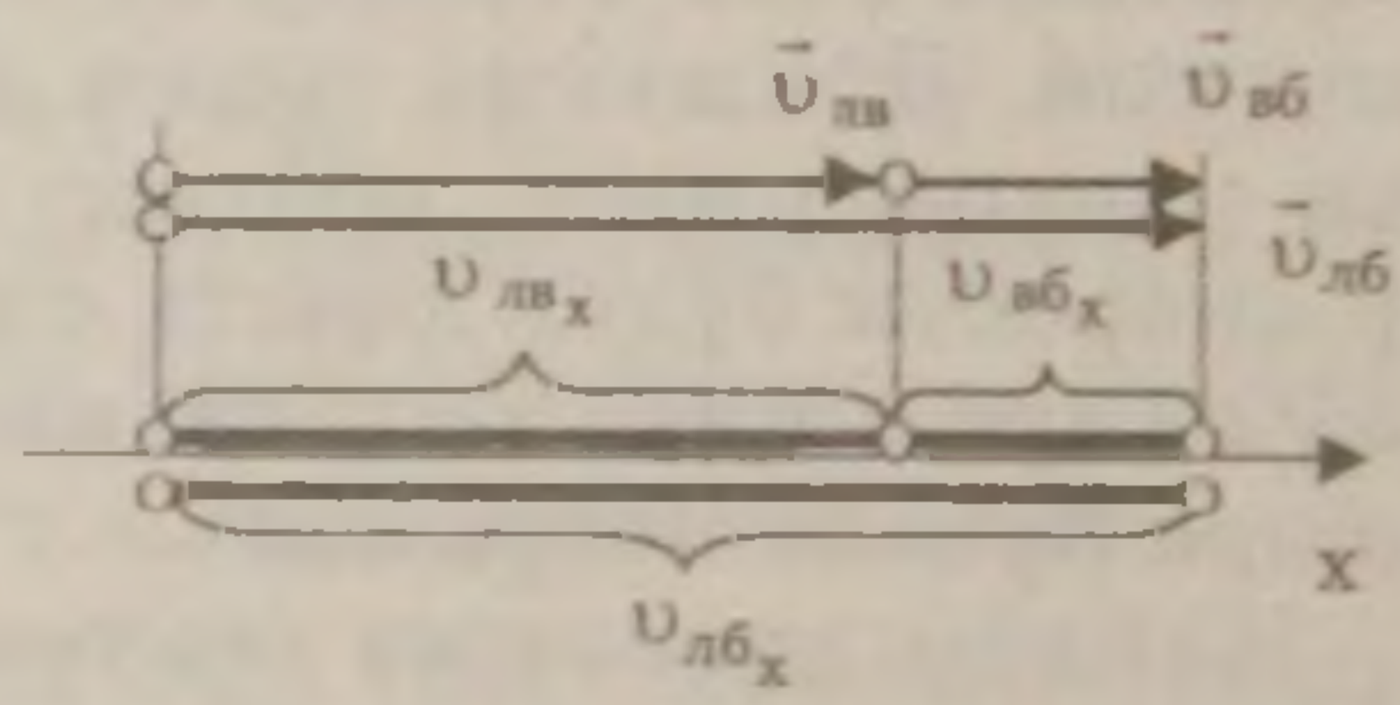


Рис. 5.6

- выбрать ось координат для проектирования векторов скоростей (как правило, выбирается в направлении того вектора, величину которого нужно определить);
- построить проекции каждого вектора скорости, входящего в формулу правила сложения скоростей;
- определить знак проекции скорости для каждого вектора;
- определить величину проекции скорости каждого вектора.

В формуле (5.2) нам известны оба слагаемых в правой части, поэтому данное выражение является ответом задачи в общем виде.

Так как ответ задачи в общем виде получен, то остальные действия будут общими для решения всех физических задач.

Действие 7. Проверка наименования искомой величины по полученной формуле в общем виде.

В формуле (5.2) для искомой величины присутствуют лишь однородные величины — скорости лодки относительно воды и воды относительно берега, поэтому нет необходимости перевода данных в СИ. Следовательно, проверку наименования можно провести, используя заданную единицу скорости — км/ч.

$[\upsilon_{лб}]$ = км/ч + км/ч = км/ч.

Полученная единица совпадает с единицей скорости, что подтверждает правильность решения.

Проведём вычисления. Обычно перед численным расчётом нужно перевести все данные в СИ, но в этой задаче по уже упомянутой выше причине этого делать не нужно. Однако отметим это действие, чтобы не забыть о необходимости его выполнения при решении большинства задач.

Действие 8. Перевод данных в СИ.

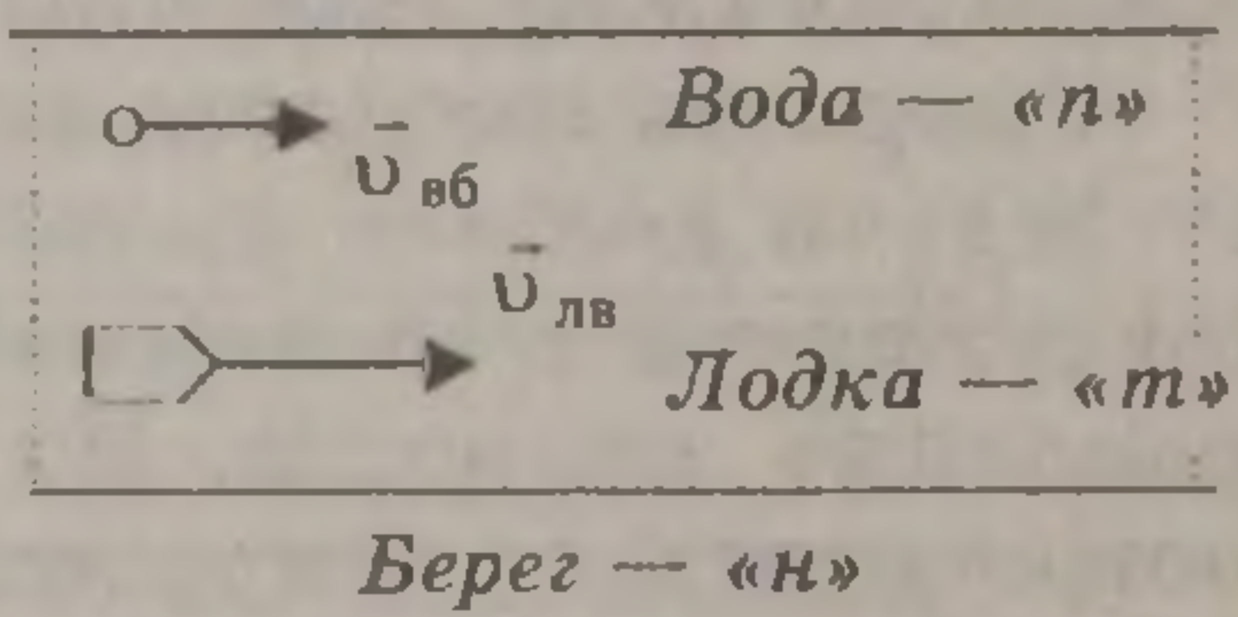
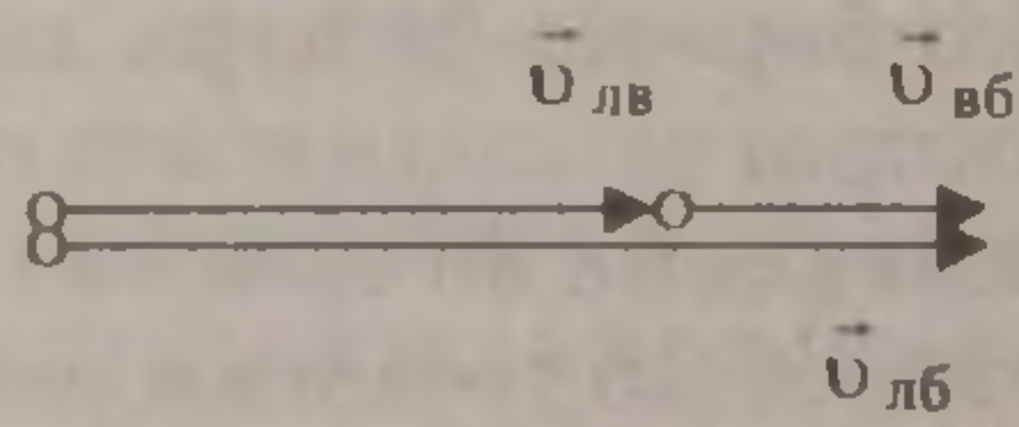
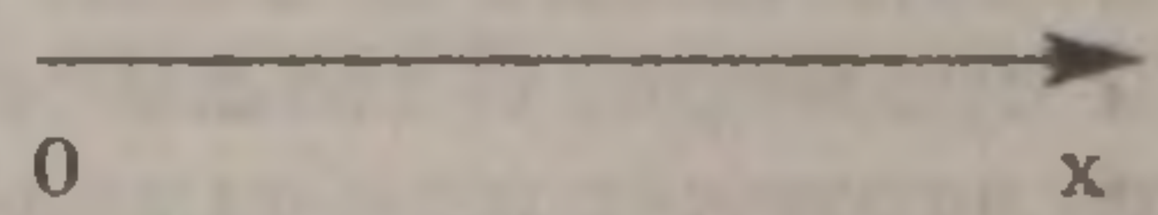
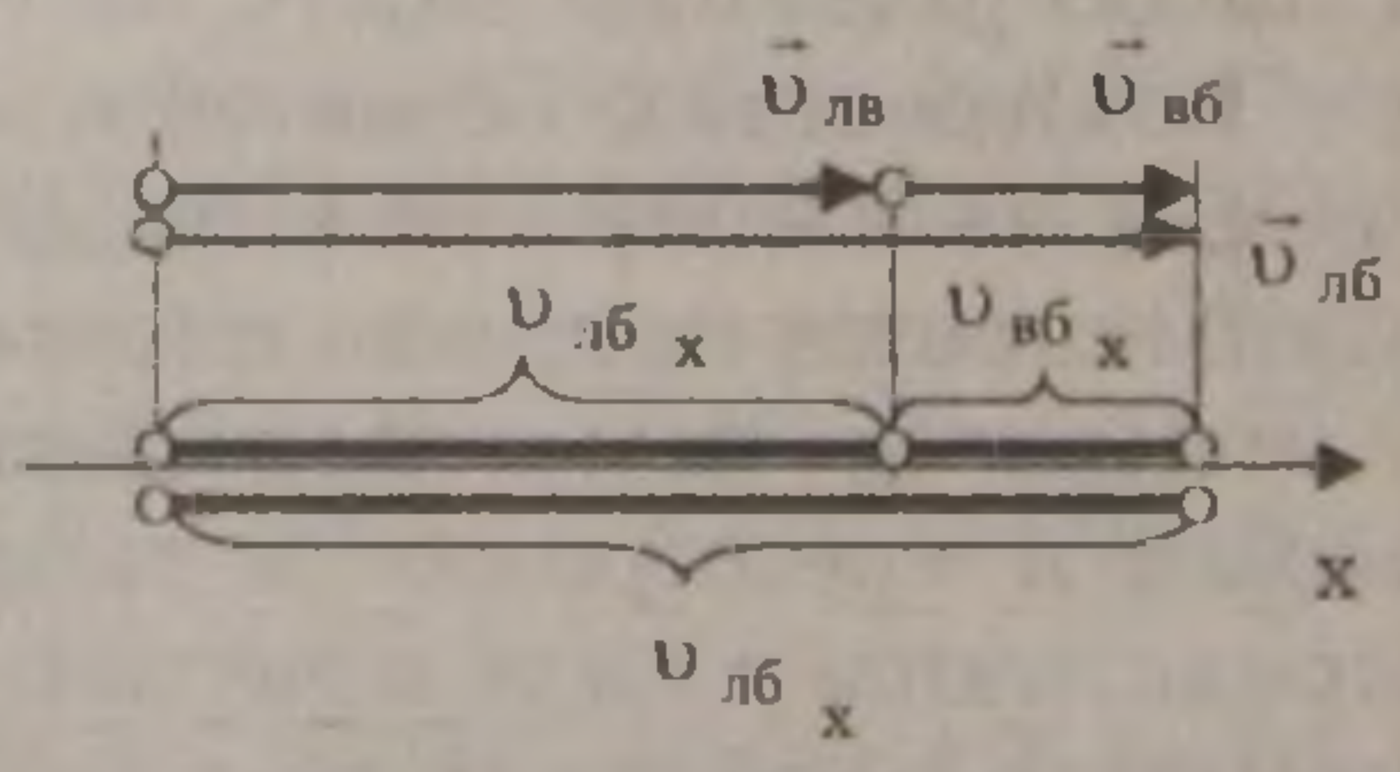
Действие 9. Вычисление значения неизвестной физической величины.

Подставляя численные значения известных скоростей в формулу (5.2), получим: $\upsilon_{лб} = 30 + 4 = 34$ (км/ч).

Скорость является векторной величиной, поэтому ответ задачи должен включать не только численное значение скорости с её наименованием, но и указание на направление скорости. Из рисунка 5.2, выполненного при построении вектора искомой скорости, видно, что вектор скорости лодки относительно берега сонаправлен с векторами скорости лодки относительно воды и воды относительно берега. Теперь можно сформулировать ответ задачи: скорость лодки относительно берега равна 34 км/ч и сонаправлена со скоростью лодки относительно воды (или со скоростью течения реки относительно берега).

В условии задачи в качестве движущихся объектов описаны лодка и вода. Данные объекты выбраны лишь для примера. С таким же успехом мы можем рассматривать вертолёт или самолёт, летящие по или против ветра, человека, идущего по эскалатору или вагону поезда и т.д. Способ решения задач на сложение скоростей не зависит от конкретных объектов, описанных в условии. Важно, чтобы за этими объектами вы увидели необходимость в применении правила сложения скоростей.

Прежде чем переходить к самостоятельному решению задач и тренировке в выполнении отдельных действий, представим в виде краткой схемы последовательность выполнения действий при решении задач на правило сложения скоростей.

Действия и операции		Результат выполнения действий и операций
1. Ориентировочная часть решения	⇒	Выбор правила сложения скоростей как метода решения задачи
2. Выделение объектов, описанных в условии задачи	⇒	Лодка — тело (индекс — «л»); вода — подвижная система отсчёта (индекс — «в»); берег — неподвижная система отсчёта (индекс — «б»)
3. Выбор способа записи правила сложения скоростей	⇒	$\vec{\upsilon}_{тн} = \vec{\upsilon}_{тп} + \vec{\upsilon}_{пн}$
4. Запись правила сложения скоростей для данной задачи	⇒	$\vec{\upsilon}_{лб} = \vec{\upsilon}_{лв} + \vec{\upsilon}_{вб}$
5. Выполнение поясняющего рисунка	⇒	 Рис. 5.7
6. Выполнение математического действия над векторами (сложение векторов скоростей)	⇒	 Рис. 5.8
7. Выбор оси для проектирования скоростей	⇒	 Рис. 5.9
8. Проектирование векторов скоростей на выбранную ось	⇒	 Рис. 5.10

9. Запись правила сложения скоростей в скалярной форме	⇒	x: $\upsilon_{лб} = \upsilon_{лв} + \upsilon_{вб}$
10. Проверка наименования искомой величины	⇒	$[\upsilon_{лб}]$ = км/ч + км/ч = км/ч
11. Перевод данных в СИ	⇒	В данной задаче не выполняется
12. Вычисление искомой величины	⇒	$\upsilon_{лб} = 30 + 4 = 34$ (км/ч)
13. Запись ответа	⇒	$\upsilon_{лб}$ равна 34 км/ч, сонаправлена со скоростью течения реки относительно берега

5.2. Применение действий и операций при решении задач на правило сложения скоростей (переход от подвижной системы отсчёта к неподвижной)

Из приведённого образца решения задачи видно, что новыми для вас и основными действиями по применению правила сложения скоростей являются действия 2–6.

Рассмотрим некоторые варианты выполнения данных действий и операций на примере решения нескольких задач. В процессе решения основное внимание мы будем обращать на выполнение новых действий, уже известные действия будут выполняться без объяснений.

Попробуйте самостоятельно, последовательно отвечая на поставленные вопросы, решить один из возможных вариантов описанной выше задачи.

Условие задачи 2. Катер плывёт вверх против течения реки со скоростью 30 км/ч. Скорость течения воды относительно берега равна 4 км/ч. Чему равна скорость катера относительно берега?

1. Ориентировочная часть решения. Докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться правилом сложения скоростей (используйте сокращённые обозначения и знак следования). ______________________
____
____
____
____.

2. Выделение объектов, описанных в условии задачи.

Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ____________________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — _________________________(индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ____________________________ (индекс — ______).

3. Выбор формы записи правила сложения скоростей.

Докажите, что для решения данной задачи необходимо применить правило сложения скоростей в форме, описывающей переход от подвижной к неподвижной системе отсчёта. ____
____
____
____.

Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____.

4. Запись правила сложения скоростей для данной задачи.

Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 2, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. ______________.

5. Выполнение поясняющего рисунка.

Дополните рисунок 5.11, показав на нём векторы известных скоростей и сделав поясняющие надписи. Укажите объекты и связанные с ними тело, подвижную и неподвижную системы отсчёта.

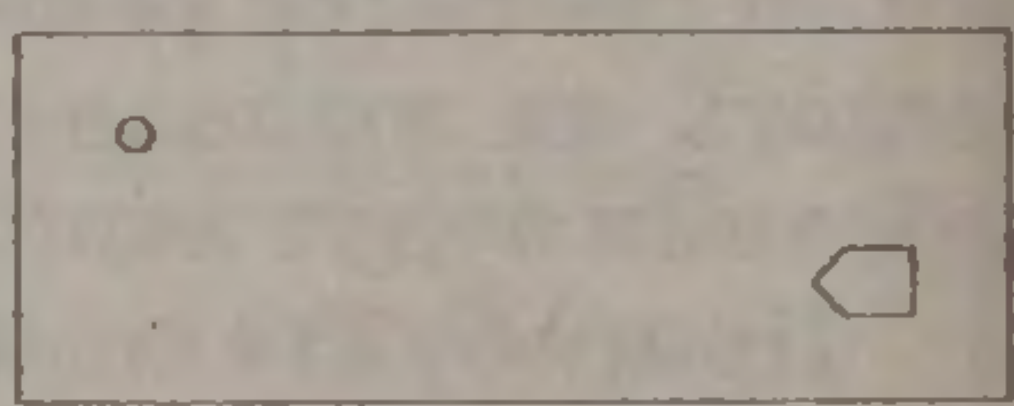


Рис. 5.11

6. Выполнение математического действия над векторами.

Запишите формулировку правила сложения векторов. ______________
____
____
____
____
____.

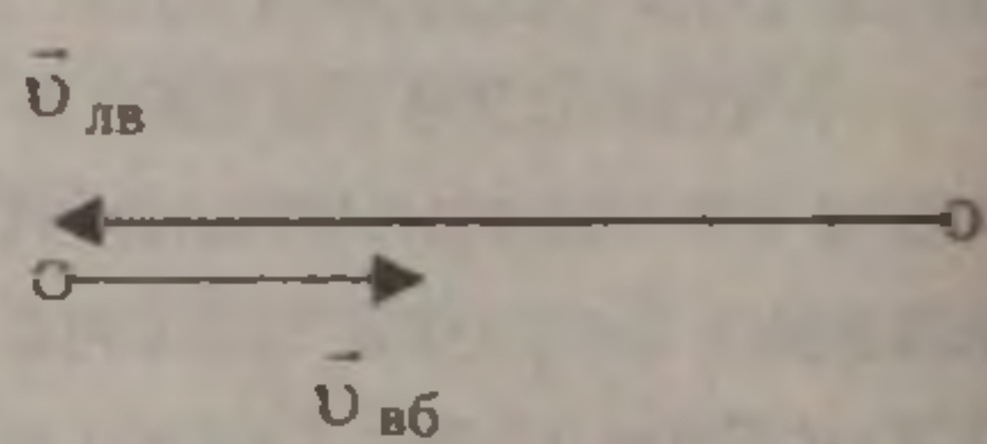


Рис. 5.12

Изобразите на рисунке 5.12 вектор искомой скорости лодки относительно берега как вектор суммы скорости лодки относительно воды и скорости воды относительно берега.

7. Выбор оси для проектирования векторов скоростей.

Запишите обоснование для выбора направления оси для проектирования векторов скоростей. ________________

____

____

____

____.

Изобразите на рисунке 5.13 ось, выбранную для проектирования векторов скоростей.

8. Проектирование векторов скоростей на выбранную ось.

Постройте на рисунке 5.13 проекции каждого из векторов скоростей на выбранную ось.

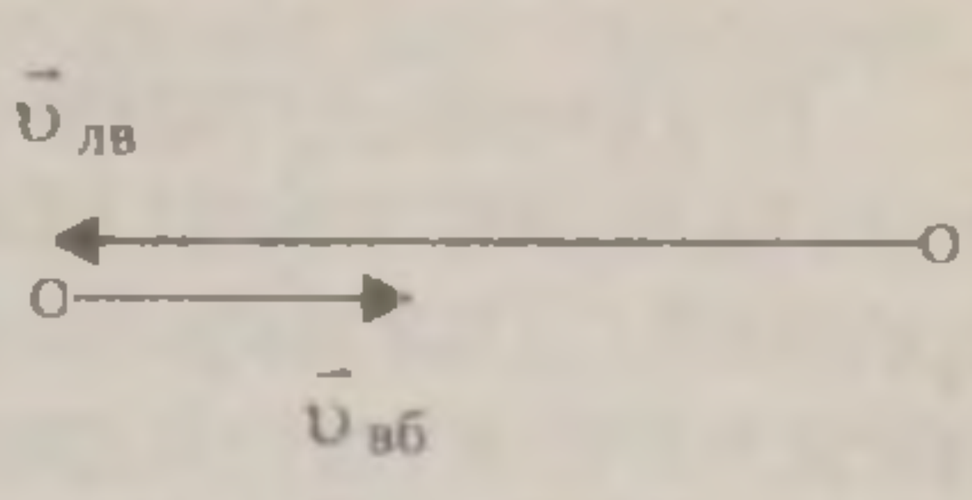


Рис. 5.13

9. Запись правила сложения скоростей в скалярной форме.

Запишите правило сложения скоростей в скалярной форме, проектируя векторы скоростей на выбранную ось.

____.

Объясните, как определяются знаки и величины проекций векторов скоростей на выбранную ось для каждого из векторов, изображённых на рисунке 5.13. ____________

____

____

____

____

____

____.

10. Проверка наименования искомой величины.

Выполните проверку наименования искомой скорости. ____

____.

11. Перевод данных в СИ.

Объясните, почему при решении этой задачи данное действие не является обязательным. ______________________

____

____

____.

12. Вычисление искомой величины.

Подставьте численные данные в ответ задачи в общем виде и найдите величину искомой скорости. ____________

____.

13. Запись ответа задачи.

Запишите результат вычисления искомой скорости с наименованием данной величины и укажите направление искомой скорости по отношению к какому-либо известному направлению (направлению скорости течения относительно берега или лодки относительно воды).

В предыдущих задачах мы рассмотрели ситуации, в которых векторы скоростей были направлены вдоль одной прямой. Для перехода от векторной к скалярной форме записи в этих ситуациях используется метод проецирования скоростей на выбранную ось. Рассмотрим возможные варианты выполнения действия по переходу от векторной к скалярной форме записи для ситуаций, в которых векторы скоростей **не направлены вдоль одной прямой.**

Условие задачи 3. Пловец переплывает реку, стремясь попасть из точки А в точку В, расположенную на противоположном берегу реки напротив А (рис. 5.14). Скорость пловца относительно течения реки υ, скорость течения реки относительно берега u. Под каким углом α к линии берега должен плыть пловец, чтобы попасть в точку В? Чему равна скорость пловца относительно берега?

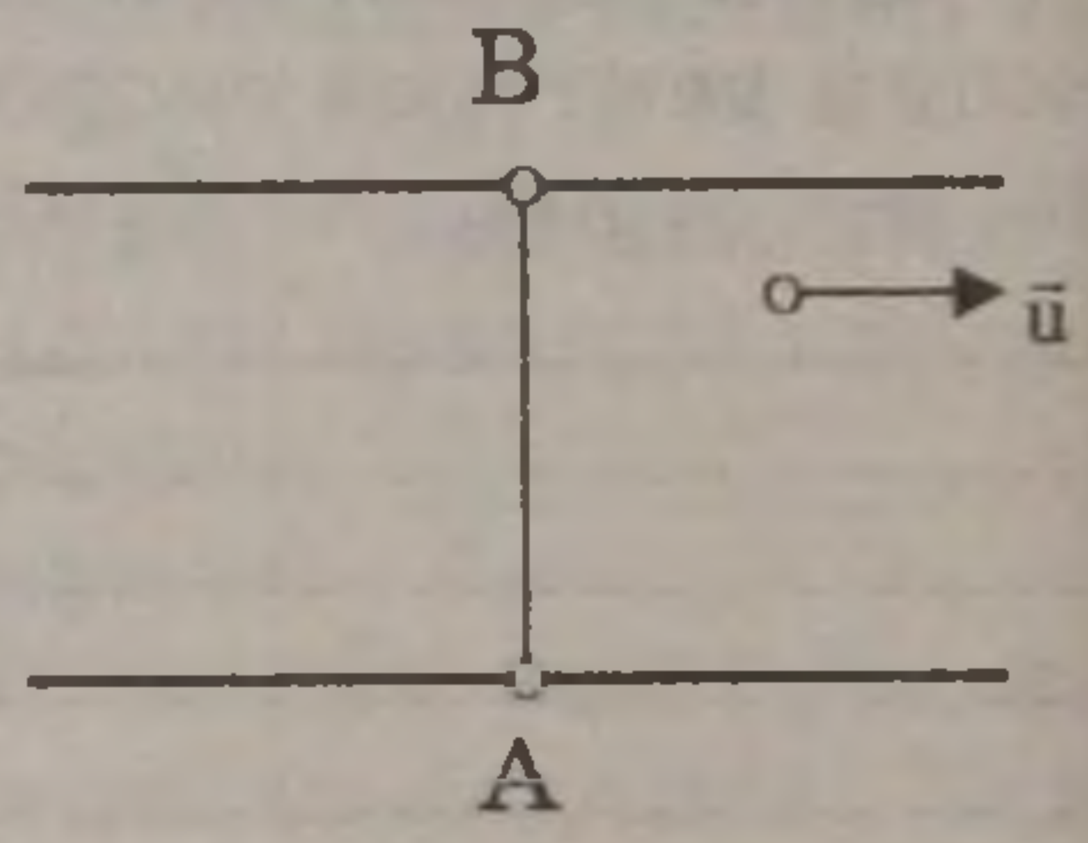


Рис. 5.14

Первые четыре действия выполните самостоятельно.

1.Ориентировочная часть решения. Докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться правилом сложения скоростей (используйте сокращённые обозначения и знак следования).

2. Выделение объектов, описанных в условии задачи.

Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ____________________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________(индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ____________________________(индекс — ______).

3. Выбор формы записи правила сложения скоростей.

Докажите, что для решения данной задачи необходимо применить правило сложения скоростей в форме, описывающей переход от подвижной к неподвижной системе отсчета. ____
____
____
____.

Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____
____.

4. Запись правила сложения скоростей для данной задачи.

Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 2, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. __________
____
____.

В результате выполнения действий 1–4 мы получили формулу

$$\vec{\upsilon}_{пб} = \vec{\upsilon}_{пв} + \vec{\upsilon}_{вб}, \qquad (5.3)$$

где $\vec{\upsilon}_{пв}$ — скорость пловца (тело) относительно воды (подвижная система отсчёта), $\vec{\upsilon}_{пб}$ — скорость пловца относительно берега (неподвижная система отсчёта), $\vec{\upsilon}_{вб}$ — скорость воды относительно берега.

По условию задачи скорость пловца относительно воды обозначена через $\vec{\upsilon}$, а скорость течения реки относительно берега — через $\vec{u}$. Тогда формула (5.3) примет вид

$$\vec{\upsilon}_{пб} = \vec{\upsilon} + \vec{u}. \qquad (5.4)$$

В отличие от предыдущих задач, в условии которых было задано направление скорости тела относительно подвижной системы отсчёта, в данной задаче направление движения пловца относительно воды не задано. Прежде чем выполнить операцию сложения векторов, сделаем поясняющий рисунок и попробуем представить с его помощью ситуацию, описанную в условии задачи.

5. **Выполнение поясняющего рисунка.**

По условию задачи пловец должен переплыть реку, двигаясь относительно неподвижной системы перпендикулярно линии берега. У некоторых школьников и студентов возникает соблазн направить вектор скорости пловца относительно воды перпендикулярно берегу. Интуитивно понятно, что это не даст желаемого результата, так как течение снесёт пловца и он не попадёт на противоположный берег напротив начальной точки. Представим эту ситуацию с помощью правила сложения скоростей. Мы предположили, что вектор скорости $\vec{\upsilon}$ пловца относительно воды направлен перпендикулярно линии берега (рис. 5.15а). Выполним операцию сложения скоростей $\vec{\upsilon}$ и $\vec{u}$, как предписывает формула (5.4). Перенесём вектор $\vec{u}$ и присоединим его начало к концу вектора $\vec{\upsilon}$, затем соединим начало вектора $\vec{\upsilon}$ и конец вектора $\vec{u}$. Полученный вектор и будет являться вектором суммы $\vec{\upsilon}+\vec{u}$ или вектором скорости пловца относительно берега $\vec{\upsilon}_{пб}$. Из рисунка видно, что данный вектор отнюдь не будет направлен перпендикулярно линии берега и пловец, двигаясь с этой скоростью, попадёт не в точку B, а в точку C ниже по течению.

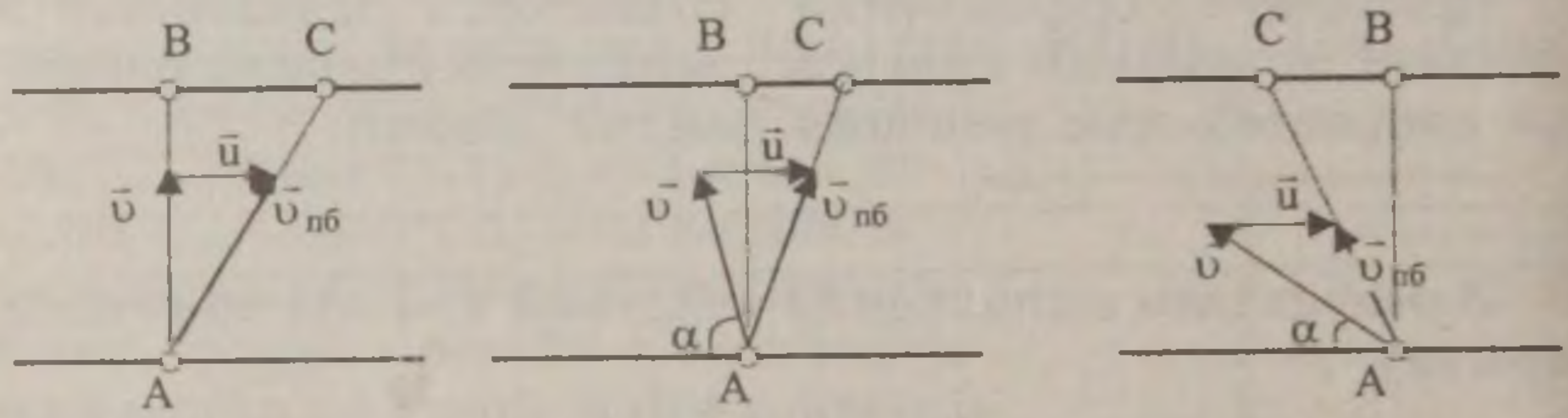


Рис. 5.15а Рис. 5.15б Рис. 5.15в

Ясно, что для попадания в точку B пловец должен плыть, забирая вверх против течения реки. При этом результат будет зависеть от того, какой угол α образует вектор $\vec{\upsilon}$ скорости пловца относительно воды с линией берега. Из рисунка 5.15б[1] видно, что при данной величине угла течение сносит пловца и он попадёт на противоположный берег ниже точки B. Если же пловец будет забирать круче вверх против течения, то он окажется в точке C выше по течению (рис. 5.15в).

[1] На рисунках 5.15б и 5.15в выполнена та же операция сложения векторов $\vec{\upsilon}$ и $\vec{u}$ для построения вектора скорости пловца относительно берега $\vec{\upsilon}_{пб}$, как и на рисунке 5.15а. При этом начало вектора $\vec{u}$ приставляется к концу вектора $\vec{\upsilon}$ и проводится вектор из начала первого слагаемого $\vec{\upsilon}$ в конец второго слагаемого $\vec{u}$.

6. Выполнение математического действия над векторами.

Очевидно, что существует единственный угол α, при котором скорость пловца относительно берега будет направлена перпендикулярно линии берега.

Выполним на рисунке 5.16 построение, соответствующее данной ситуации. В результате мы совершим действие 5 по построению искомого вектора, которое выполняется на шестом этапе решения задачи.

Из рисунка видно, что векторы скоростей образуют прямоугольный треугольник. По условию задачи нам необходимо найти величину скорости пловца относительно берега. Если использовать метод проецирования, то ось следует направить по искомой скорости. Но тогда вектор скорости $\vec{\upsilon}$ будет направлен под углом к оси и для расчёта его проекции необходимо знать угол α, который сам является искомой величиной. **Поэтому для описания тех ситуаций, когда векторы скоростей не направлены вдоль одной прямой, целесообразно использовать не метод проецирования, а применить геометрические теоремы, позволяющие найти стороны и углы треугольников.**

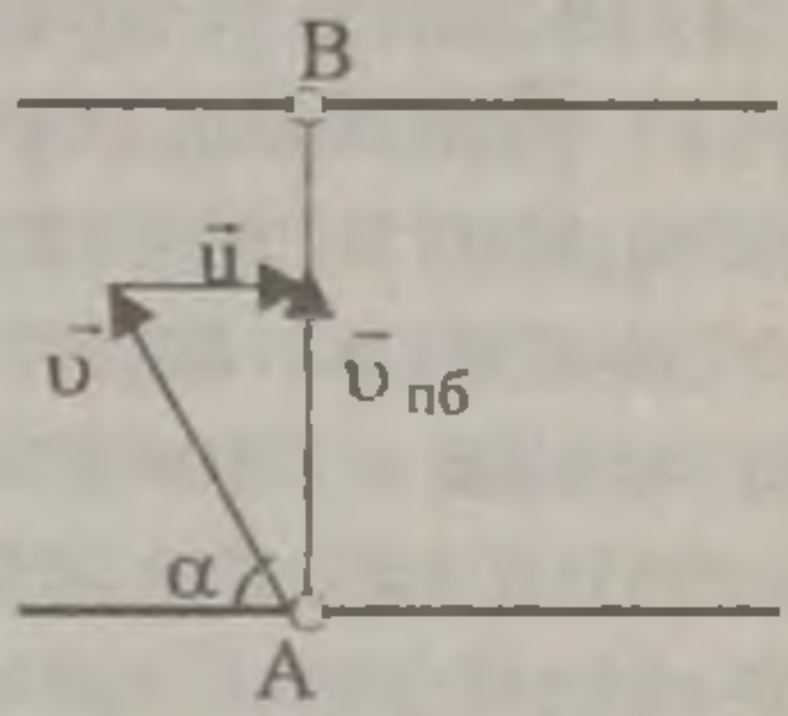


Рис. 5.16

Таким образом, содержание действия 6, которое выполняется на 7–9-м этапах решения, изменяется. Из рисунка 5.16 видно, что векторы искомой и известных скоростей образуют прямоугольный треугольник. В нём вектор скорости пловца относительно воды $\vec{\upsilon}$ является гипотенузой, вектор скорости течения реки относительно берега $\vec{u}$ является катетом. Искомая скорость пловца относительтельно берега $\vec{\upsilon}_{пб}$ — второй катет этого треугольника, поэтому величина искомой скорости может быть найдена с помощью теоремы Пифагора, согласно которой квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

$$\upsilon^2 = \upsilon_{пб}^2 + u^2 . \qquad (5.5)$$

Данное выражение связывает длины сторон треугольника, т. е. величины скоростей, поэтому оно записывается в скалярной, а не в векторной форме. Из формулы (5.5) следует, что искомая скорость пловца относительно берега равна:

$$\upsilon_{пб} = \sqrt{\upsilon^2 - u^2}. \qquad (5.6)$$

В формуле (5.6) известны величины скоростей, входящих в правую часть, поэтому она является ответом на один из вопросов задачи.

Итак, скалярная форма записи правила сложения скоростей получается в данном случае не с помощью метода проецирования, а путём применения одной из геометрических теорем — теоремы Пифагора.

Если бы в условии задачи была бы задана не величина скорости течения реки, а направление движения пловца относительно течения (угол α), то для расчёта скорости пловца относительно берега нужно использовать тригонометрические функции. В самом деле, в треугольнике скоростей угол между скоростями $\bar{\upsilon}$ и $\bar{u}$ равен α, как внутренние накрест лежащие углы при двух параллельных и секущей (см. рис. 5.16). Тогда искомая скорость пловца относительно берега будет являться противолежащим катетом по отношению к углу , а скорость $\bar{\upsilon}$ — гипотенузой. В этом случае противолежащий катет равен произведению гипотенузы на синус угла: $\upsilon_{пб} = \upsilon \cdot \sin\alpha$.

Треугольник скоростей может получиться и не прямоугольным, тогда для расчёта величины скорости нужно было бы воспользоваться не теоремой Пифагора, а теоремами синусов и косинусов. Поэтому, формулируя содержание действия 6, мы укажем лишь на необходимость применения той или иной геометрической теоремы или соотношения между сторонами и углами треугольника.

Действие 6. Запись соотношения между известными и искомой скоростями в скалярной форме на основе применения к треугольнику скоростей, построенному в результате совершения предыдущих действий, геометрических теорем и соотношений, с помощью которых можно рассчитать длины сторон и углы треугольника.

Отразим результат выполнения действия 6 в плане решения.

7. Запись соотношения между известными и искомой скоростями в скалярной форме.

Применяя для треугольника скоростей теорему Пифагора (треугольник прямоугольный), получим

$$\upsilon_{пб} = \sqrt{\upsilon^2 - u^2}.$$

8. Проверка наименования искомой величины.

Выполните проверку наименования искомой скорости. ____

____.

По условию задачи требуется определить направление скорости движения пловца относительно линии берега. Оно задаётся углом α (рис. 5.16). Данный угол находится как элемент треугольника скоростей (угол между скоростями $\vec{\upsilon}$ и $\vec{u}$ равен α, как внутренние накрест лежащие углы при двух параллельных и секущей). В треугольнике скоростей известны все три стороны, поэтому может быть найдена любая тригонометрическая функция этого угла. Если воспользоваться функциями синус или косинус, то ответ будет содержать противолежащий катет — скорость пловца относительно берега, который находится с помощью достаточно громоздкой формулы (5.6). Для простоты записи ответа используем функцию косинус. **Косинусом угла называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.** В треугольнике скоростей прилежащим к углу катетом является скорость течения реки относительно берега υ, а гипотенузой — скорость пловца относительно течения υ. Тогда по определению функции косинус $\cos\alpha = \frac{u}{\upsilon}$ (5.7). В правой части данной формулы известны обе скорости, поэтому полученное выражение является ответом на второй вопрос задачи.

Наименования обеих скоростей в числителе и знаменателе формулы (5.7) одинаковы, они сокращаются при проверке наименования, давая для косинуса угла безразмерную величину, что соответствует действительности.

Если бы в условии присутствовали численные данные, то их нужно было бы подставить в формулу (5.7), рассчитать значение $\cos\alpha$, а затем, используя микрокалькулятор, вычислить угол α. В нашем случае численные данные отсутствуют, поэтому ответ о направлении скорости пловца можно сформулировать так: скорость пловца относительно линии берега направлена под углом α, косинус которого равен отношению u к υ.

Условие задачи дано в общем виде, поэтому перевод данных в СИ и вычисления производить не нужно.

9. Запись ответа задачи. Запишите самостоятельно ответ задачи, используя формулы (5.6) и (5.7). ________________

____.

Итак, при выполнении **действия 6** при переходе от векторной к скалярной форме записи правила сложения скоростей используются два метода:

- если векторы известных скоростей и искомой скорости направлены вдоль одной прямой, то применяется метод проецирования на выбранную ось координат;
- если векторы известных и искомой скоростей образуют треугольник, то он рассчитывается с помощью геометрических теорем и соотношений между сторонами и углами треугольника (теорема Пифагора и определения тригонометрических функций углов — для прямоугольных треугольников; теоремы синусов и косинусов — для произвольных треугольников).

Изобразим на схеме различия в выборе способов совершения **действия 6** при различной взаимной ориентации векторов скоростей.

Схематичный рисунок

⇓

Выполнение сложения векторов скоростей

⇓ ⇓

Векторы скоростей направлены вдоль одной прямой

⇓

Метод проецирования

Векторы скоростей образуют:

⇓ ⇓

Прямоугольный треугольник

⇓

Теорема Пифагора, определения $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$, $\mathrm{ctg}\,\alpha$

Произвольный треугольник

⇓

Теоремы синусов и косинусов

⇓ ⇓

Расчёт величины и направления искомой скорости

Решите самостоятельно задачу, в которой векторы скоростей образуют прямоугольный треугольник.

Условие задачи 4. Пилот вертолёта держит курс на север, двигаясь относительно воздуха со скоростью 200 км/ч. В каком направлении и с какой по величине скоростью движется вертолёт относительно Земли, если во время полёта дует западный ветер со скоростью 30 км/ч относительно Земли (направление ветра показывает, откуда он дует).

1. Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ______________________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — __________________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ___________________________ (индекс — ______).

2. Докажите, что для решения данной задачи необходимо применить правило сложения скоростей в форме, описывающей переход от подвижной к неподвижной системе отсчёта. ____
____
____
____
____
____.

Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____.

3. Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 1, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. ______________
____
________________________________.

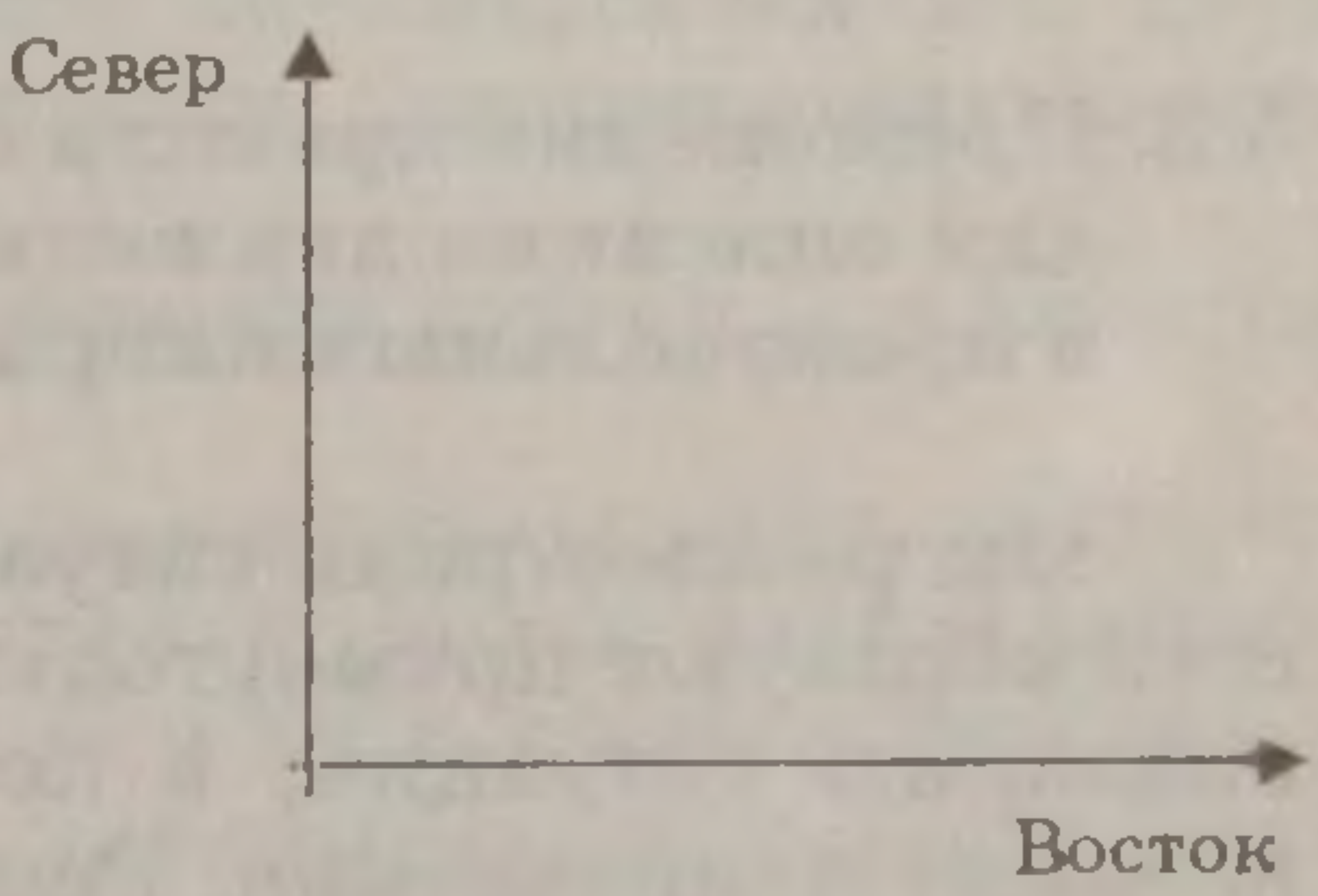


Рис. 5.17

4. Дополните рисунок 5.17, показав на нём векторы известных скоростей и сделав поясняющие надписи, указав объекты и связанные с ними тело, подвижную и неподвижную системы отсчёта.

5. Выполните математическую операцию сложения векторов скоростей и постройте вектор искомой скорости вертолёта относительно Земли.

6. Почему для решения данной задачи нецелесообразно пользоваться методом проецирования? ____.

7. Запишите для треугольника скоростей, построенного на рисунке 5.17, теорему Пифагора и решите полученное уравнение относительно искомой скорости вертолёта относительно Земли. ____.

8. С помощью какой величины можно указать направление вектора искомой скорости? ____.

Обозначьте на рисунке 5.17 искомый угол через α и запишите выражение для расчёта одной из его тригонометрических функций. ____.

9. Выполните проверку наименования для величины скорости и функции, задающей ее направление. ____.

10. Вычислите величину скорости вертолёта относительно Земли и угол, задающий её направление (через выбранную вами тригонометрическую функцию). ____.

11. Запишите ответ задачи, указав величину и направление искомой скорости. ____.

5.3. Применение правила сложения скоростей для описания движений, происходящих в произвольных направлениях

Мы рассмотрели ситуации, в которых векторы скоростей образуют прямоугольные треугольники. Перейдём к описанию ситуаций, в которых скорости имеют произвольные направления. Решение данных задач отличается только тем математическим аппаратом, который нужно применить для расчёта величины и направления скорости. В случае произвольных треугольников для этой цели применяются теоремы косинусов и синусов. Напомним их содержание. Пусть дан произвольный треугольник ABC со сторонами a, b, c (рис. 5.18). Пусть против этих сторон лежат углы α, β и γ соответственно. Тогда длину любой стороны, лежащей против определённого угла, например, длину стороны a, расположенной против угла α, можно найти с помощью теоремы косинусов:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}\ . \qquad (5.8)$$

Читается эта формула следующим образом: длина стороны a, лежащей против угла α, равна корню квадратному из суммы квадратов двух других сторон минус их удвоенное произведение на косинус угла между ними. Применительно к тем задачам, которые мы рассматриваем, теорема косинусов позволяет рассчитать искомую скорость по двум известным скоростям и углу между ними.

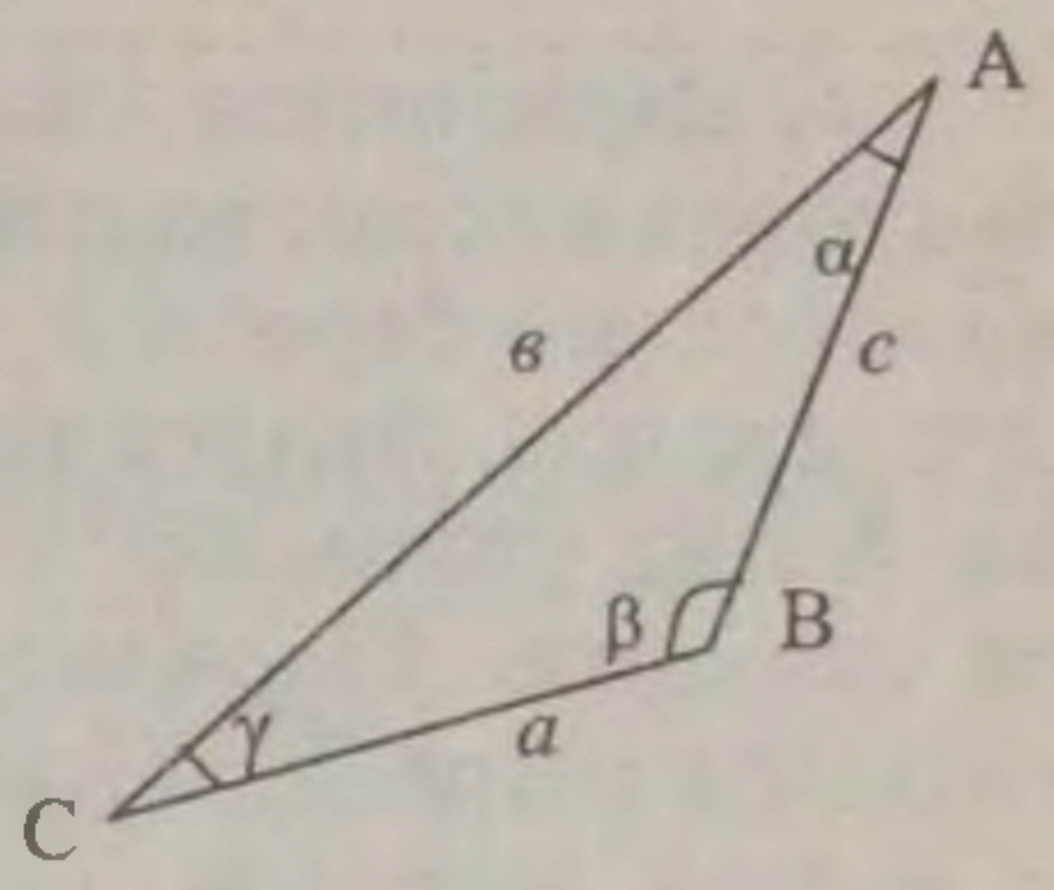


Рис. 5.18

Теорема синусов связывает длины сторон треугольника с синусами углов, против которых лежат данные стороны. Она утверждает, что отношение длины стороны к синусу угла, против которого лежит данная сторона, для всех трёх сторон треугольника есть величина постоянная. Поэтому можно записать:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}\ . \qquad (5.9)$$

Обычно при решении задач на применение правила сложения скоростей теорема синусов применяется при нахождении направления одной из скоростей по двум известным скоростям и известному направлению одной из них.

Рассмотрим изменённый вариант задачи 3, в которой пловец переплывает реку.

Условие задачи 5. Пловец переплывает реку, двигаясь со скоростью $\upsilon = 5$ м/с относительно воды, направленной под углом $\alpha = 60^0$ к линии берега вниз по течению реки. Чему равна скорость пловца относительно берега, если скорость течения реки относительно берега $u = 3{,}6$ км/ч?

1. Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ______________________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ______________________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ______________________ (индекс — ______).

2. Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____.

3. Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 1, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. ____________

____.

4. Выполним математическую операцию сложения векторов скорости пловца относительно воды $\vec{\upsilon}$ и воды относительно берега $\vec{u}$ (рис. 5.19). Направим вектор скорости пловца относительно воды из точки А под углом 60^0 к линии берега вниз по течению. Перенесём вектор скорости течения реки $\vec{u}$ и приставим его начало к концу вектора $\vec{\upsilon}$. Проведём вектор суммы из начала вектора $\vec{\upsilon}$ в конец вектора $\vec{u}$. Получим вектор скорости пловца относительно берега $\upsilon_{пб}$. Из рисунка видно, что искомый вектор ни по величине, ни по направлению не совпадает со скоростью пловца относительно воды.

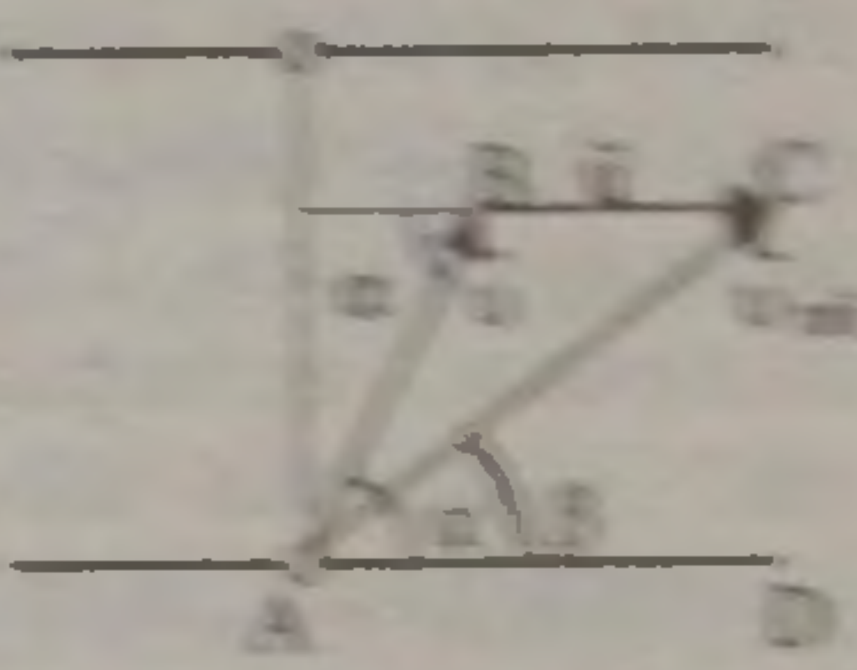


Рис. 5.19

5. Найдём величину искомой скорости $\upsilon_{пб}$ пловца относительно берега. Рассмотрим полученный треугольник ABC (рис. 5.19). В нём известны: длина стороны AB — скорость пловца относительно воды υ; длина стороны BC — скорость течения реки относительно берега u. Угол ABC равен углу $180^0 - \alpha$, так как в сумме ABC и угол α (углы при двух параллельных BC и AD и секущей AB) равны 180^0. Тогда в треугольнике ABC известны две стороны AB и BC и угол между ними. Нужно найти третью сторону AC, равную искомой скорости пловца относительно берега $\upsilon_{пб}$, лежащую против известного угла $180^0 - \alpha$. Эту задачу позволяет решить теорема косинусов (формула 5.8):

$$\upsilon_{пб} = \sqrt{\upsilon^2 + u^2 - 2\upsilon \cdot u \cdot \cos(180^0 - \alpha)} =$$

$$= \sqrt{\upsilon^2 + u^2 + 2\upsilon \cdot u \cdot \cos\alpha}. \qquad (5.10)$$

При записи последней формулы мы учли, что $\cos(180^0 - \alpha) = -\cos\alpha$. Формула (5.10) является ответом на часть вопроса, поставленного в задаче. С её помощью можно найти величину искомой скорости пловца относительно-но берега. Но скорость является векторной величиной, поэтому необходимо найти ещё и направление искомой скорости. Это направление можно задать углом, который вектор искомой скорости образует с каким-либо известным направлением, например, углом β по отношению к линии берега (рис. 5.19). Обозначим на рисунке 5.19 угол β. Тогда угол АСВ в треугольнике АВС равен углу β, как внутренние накрест лежащие углы при двух параллельных и секущей. Применим к треугольнику АВС теорему синусов:

$$\frac{\upsilon_{\text{пб}}}{\sin(180^0 - \alpha)} = \frac{\upsilon}{\sin\beta}.$$

Так как $\sin(180^0 - \alpha) = \sin\alpha$, то полученную формулу можно переписать в виде

$$\frac{\upsilon_{\text{пб}}}{\sin\alpha} = \frac{\upsilon}{\sin\beta}, \text{ откуда } \sin\beta = \frac{\upsilon\sin\alpha}{\upsilon_{\text{пб}}}.$$

Подставим в данную формулу выражение (5.10) для величины скорости пловца относительно берега:

$$\sin\beta = \frac{\upsilon\sin\alpha}{\sqrt{\upsilon^2 + u^2 + 2\upsilon\cdot u\cdot\cos\alpha}}. \qquad (5.11)$$

В последнюю формулу входят только известные величины, поэтому она является ответом в общем виде на вопрос о направлении скорости. Учащиеся старших классов, абитуриенты и студенты должны записать ответ в виде:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\upsilon\sin\alpha}{\sqrt{\upsilon^2 + u^2 + 2\upsilon\cdot u\cdot\cos\alpha}}\right). \qquad (5.12)$$

Учащиеся девятого класса могут написать в ответе, что скорость пловца относительно берега направлена под углом β к линии берега, синус которого вычисляется по формуле (5.12).

В полном ответе к задаче нужно обязательно указать обе формулы (5.10) и (5.11) (или (5.12)) и для расчёта величины, и для расчёта направления скорости.

6. Выполните проверку наименования для величины скорости и функции, задающей её направление.__________
____.

7. Переведите данные в СИ.____________________
____.

8. Вычислите величину скорости пловца относительно берега и угол, задающий её направление (через выбранную вами тригонометрическую функцию). ____.

9. Запишите ответ задачи, указав величину и направление искомой скорости. ____.

А теперь попробуйте решить самостоятельно следующую задачу.

Условие задачи 6. Вертолёт относительно воздуха развивает скорость 200 км/ч. Во время полёта дует южный ветер, поэтому для полёта на юго-запад под углом 45^0 к меридиану пилот держит курс на юго-запад под углом 30^0 к меридиану. Чему равна скорость ветра относительно Земли?

1. Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ____________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______).

2. Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____________________.

3. Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 1, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. ____________________.

4. Дополните рисунок 5. 20, показав на нём векторы известных скоростей и сделав поясняющие надписи, указав объекты и связанные с ними тело, подвижную и неподвижную системы отсчёта.

5. Выполните математическую операцию сложения векторов скоростей и постройте на рисунке 5.20 вектор скорости вертолёта относительно Земли.

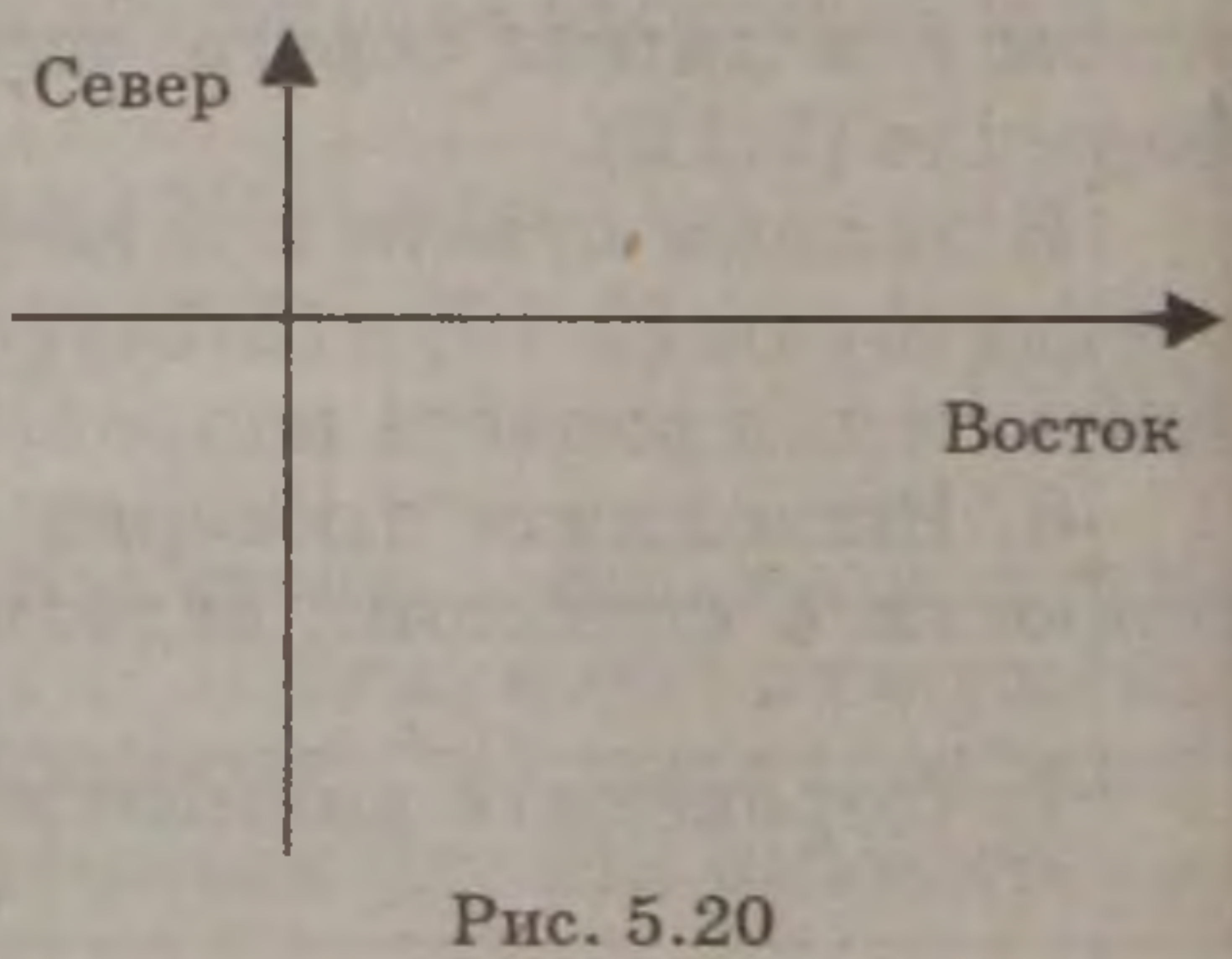


Рис. 5.20

6. Выполните анализ полученной на рисунке 5.20 фигуры. Запишите известные элементы этой фигуры. ____.

Какой элемент фигуры подлежит определению? ____.

7. Какой теоремой и почему нужно воспользоваться для определения искомой скорости ветра относительно Земли? ____.

Запишите математическую формулировку данной теоремы и решите полученное уравнение относительно искомой скорости. ____.

8. Почему в данной задаче не нужно находить направление искомой скорости? ____.

9. Выполните проверку наименования для величины скорости. ____.

10. Вычислите величину скорости ветра относительно Земли. ____.

11. Запишите ответ задачи, указав величину искомой скорости. ____.

5.4. Задачник

Предлагаемые ниже задачи отличаются по уровню сложности. Задачи 1–4 относятся к более простым, которые обычно решаются на уроках физики в 9-м классе при изучении данной темы. Задачи 5–8 несколько сложнее, но также принадлежат школьному, но чуть повышенному уровню. Задачи 9–12 рассматриваются в классах с углублённым изучением физики и встречаются на вступительных экзаменах в вузы.

1. Вниз по течению реки движется моторная лодка со скоростью 25 км/ч относительно берега. Чему равна ско-

рость течения относительно берега, если скорость лодки относительно воды равна 20 км/ч? (Ответ: 5 км/ч.)

2. Автомобиль обгоняет поезд, идущий со скоростью 60 км/ч. Чему равна скорость автомобиля относительно дороги, если его скорость относительно поезда равна 20 км/ч? (Ответ: 80 км/ч.)

3. Вертолёт обгоняет воздушный шар, дрейфующий по ветру со скоростью 30 км/ч относительно Земли. Чему равна скорость вертолёта относительно Земли, если его скорость относительно воздушного шара равна 180 км/ч? (Ответ: 210 км/ч.)

4. По прямолинейному участку дороги навстречу друг другу движутся два автомобиля. Скорость второго автомобиля относительно первого равна 150 км/ч. Чему равна скорость второго автомобиля относительно дороги, если скорость первого автомобиля относительно дороги равна 60 км/ч? (Ответ: 90 км/ч.)

5. Вертолёт относительно воздуха развивает скорость 250 км/ч. В каком направлении относительно воздуха должен лететь вертолёт, чтобы относительно Земли двигаться на юг, если во время полёта дует восточный ветер со скоростью 25 км/ч? (Ответ: под углом $5{,}7^0$ к меридиану на юго-восток.)

6. Катер относительно воды может двигаться со скоростью 20 км/ч. Чему равна и как направлена скорость катера относительно берега во время рейса, в котором катер переплывает реку перпендикулярно течению? Скорость течения реки 7 км/ч. (Ответ: 21 км/ч, направлена под углом 71^0 к линии берега.)

7. К перекрёстку двух взаимно перпендикулярных дорог подъезжают два автомобиля. Первый автомобиль движется относительно Земли со скоростью 40 км/ч. Второй автомобиль движется относительно первого со скоростью 50 км/ч. Чему равна скорость второго автомобиля относительно Земли? (Ответ: 30 км/ч.)

8. Вертолёт относительно воздуха развивает скорость 300 км/ч. Во время полёта дует южный ветер, поэтому для полёта точно на запад пилот держит курс на юго-запад под углом 80^0 к меридиану. Чему равна скорость ветра относительно Земли? (Ответ: 52 км/ч.)

9. Вертолёт относительно воздуха развивает скорость 250 км/ч. В каком направлении относительно воздуха должен лететь вертолёт, чтобы относительно Земли двигаться на юг, если во время полёта дует юго-восточный ве-

тер со скоростью 25 км/ч относительно Земли под углом 30^0 к меридиану? (Ответ: под углом $2,9^0$ к меридиану на юго-восток.)

10. К перекрёстку двух дорог, пересекающихся под углом 60^0, подъезжают два автомобиля. Первый автомобиль движется относительно Земли со скоростью 60 км/ч. Второй автомобиль движется относительно первого со скоростью 80 км/ч. Чему равна скорость второго автомобиля относительно Земли? (Ответ: 89 км/ч или 29 км/ч.)

11. По морю пересекающимися под углом 30^0 курсами плывут два корабля. Рулевой второго корабля держит курс на восток со скоростью 30 км/ч относительно воды. Скорость первого корабля относительно второго направлена на юго-восток под углом 60^0 к меридиану. Чему равна скорость первого корабля относительно воды? (Ответ: 52 км/ч.)

12. Моторная лодка переправляется на противоположный берег реки, двигаясь относительно воды со скоростью 25 км/ч под углом 60^0 к скорости течения реки, забирая вниз по течению. В каком направлении будет двигаться лодка относительно берега, если скорость течения относительно берега равна 4 км/ч? (Ответ: под углом 53^0 к линии берега вниз по течению реки).

ГЛАВА 6

Применение правила сложения скоростей при переходе от неподвижной системы отсчёта к подвижной

6.1. Состав и содержание действий при применении правила сложения скоростей. Переход от неподвижной системы отсчёта к подвижной

В предыдущей главе был рассмотрен переход от подвижной системы отсчёта к неподвижной. В этой главе мы специально рассмотрим обратный переход, так как процедуры применения двух форм записи правила сложения скоростей несколько отличаются.

Как и ранее, выясним состав действий и операций по применению правила сложения скоростей на примере одной из самых простых задач.

Условие задачи 1. По прямолинейному участку шоссе навстречу друг другу движутся два автомобиля. Первый из них движется со скоростью $\upsilon_1 = 60$ км/ч, второй — со скоростью $\upsilon_2 = 80$ км/ч[1]. Чему равна скорость первого автомобиля относительно второго?

1. Ориентировочная часть решения (поиск признаков, по которым можно определить объект, описанный в условии, и раздел физики, в котором изучается данный объект).

Определяющим словом в условии задачи является слово *движутся*. Движение тел изучается физической теорией, которая называется *механикой*, поэтому наличие этого слова в условии сразу указывает на теорию, которую нужно применить для решения. В данной задаче автомобили движутся относительно Земли, т.е. участвуют в механическом движении.

Движение в механике может быть описано с помощью уравнений зависимости координат и скорости от времени

---

[1] Если в условии задачи специально не указывается система отсчёта, относительно которой задана скорость тела, то следует считать, что эта скорость указана относительно Земли.

без выяснения причин, вызывающих данный вид движения. Так описывается движение в разделе механики, который называется *кинематикой*. Можно заинтересоваться причинами равномерного движения автомобилей и изучать их взаимодействие с окружающими телами (трение о землю, сопротивление воздуха и др.). Подобным описанием механического движения занимается раздел механики, называемый *динамикой*. В условии задачи даны только кинематические величины (скорости автомобилей), причины их равномерного движения не заданы и их физические характеристики (коэффициент трения, коэффициент сопротивления, сила тяги двигателя) не являются искомыми. Поэтому для решения задачи следует применить кинематические закономерности движения.

В кинематике изучаются различные виды движения: равномерное; равноускоренное, криволинейное и т.д. По условию задачи автомобили движутся прямолинейно и равномерно (скорости можно указать только для данного вида движения), поэтому для решения нужно воспользоваться закономерностями прямолинейного равномерного движения.

До сих пор мы практически повторяли умозаключения, приводящие к выбору кинематики прямолинейного равномерного движения как раздела механики, в котором следует искать те закономерности, с помощью которых можно найти ответ на поставленный вопрос. Однако по условию задачи нам не нужно искать ни расстояние, пройденное телами, ни время их движения. В условии заданы лишь скорости движения двух тел (двух автомобилей) относительно общего для них третьего тела — Земли, а нужно найти скорость одного из тел относительно другого (первого автомобиля относительно второго). Задание в условии в качестве искомых или неизвестных величин скоростей двух тел относительно друг друга и относительно третьего тела является основным признаком, по которому можно определить, что для решения следует применить правило сложения скоростей.

Выделим кратко цепочку умозаключений.

«Движение»

$\Downarrow$

Механика.

Причины движения не известны и их характеристики не являются искомыми

$\Downarrow$

$\Downarrow$

Кинематика

$\Downarrow$

Тело движется прямолинейно и равномерно

$\Downarrow$

Кинематика прямолинейного равномерного движения

$\Downarrow$

В условии описано движение двух тел относительно друг друга и относительно третьего тела

$\Downarrow$

Правило сложения скоростей

2. Действия и операции по применению правила сложения скоростей при переходе от неподвижной системы отсчёта к подвижной

В условии конкретной задачи отнюдь не содержится указания на применение той или иной формы записи правила сложения скоростей. Поэтому на первом этапе решения задачи нужно определить ту форму записи данного правила, которая соответствует условию задачи и позволяет ответить на поставленный вопрос.

В правиле сложения скоростей фигурируют: скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта $\vec{\upsilon}_{тн}$; скорость тела относительно подвижной системы отсчёта $\vec{\upsilon}_{тп}$; скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной $\vec{\upsilon}_{пн}$. Какая из данных скоростей задана по условию задачи, а какая из них является искомой? Это зависит от выбора подвижной и неподвижной систем отсчёта и от того, какой из объектов, описанных в условии задачи, мы будем рассматривать как тело, скорость которого нужно определить. Ответ на последний вопрос прямо содержится в условии задачи. Необходимо определить скорость первого автомобиля (относительно второго), поэтому первый автомобиль и является тем телом, скорость которого необходимо определить. С какими объектами следует связать подвижную и неподвижную системы отсчёта? По условию задана скорость первого автомобиля относительно Земли, нужно определить его скорость относительно второго автомобиля. Поэтому на роль систем отсчёта, относительно которых рассматривается движение первого автомобиля, претендуют система отсчёта, связанная с Землей, и система отсчёта, связанная со вторым автомобилем. Какая из этих систем является подвижной, а какая — неподвижной? Вопрос лишён физического смысла, так как понятия *покоя* и *движения* относительны. При решении большинства задач выбирается более естественная точка зрения, согласно которой неподвижная система отсчёта связывается с Землёй (или каким-либо объектом, неподвижным относительно Земли). Тогда со вторым автомобилем следует связать подвижную систему отсчёта.

Итак, первый автомобиль играет роль тела, скорость которого необходимо определить. Со вторым автомобилем свяжем подвижную систему отсчёта, с Землёй — неподвижную систему отсчёта. В описанных выше операциях состоит первое действие по решению задачи.

Действие 1. Выделение движущихся объектов, описанных в условии задачи. Выбор тела, скорость которого подлежит определению. Выбор подвижной и неподвижной систем отсчёта (связывание их с объектами, относительно которых происходит движение тела).

Для наглядности решения используем краткие буквенные обозначения. При записи правила сложения скоростей в общей форме тело обозначалось буквенным индексом «т», неподвижная система отсчёта — индексом «н», подвижная система отсчёта — индексом «п». Тогда кратко результат выполнения первого действия можно представить в виде:

«т» — первый автомобиль;
«н» — Земля;
«п» — второй автомобиль.

Теперь мы сможем ответить на вопрос о выборе определённой формы записи правила сложения скоростей. В условии задачи дана скорость тела (первого автомобиля) относительно Земли, но с Землёй по принятому нами соглашению связана неподвижная система отсчёта. Поэтому нам известна скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта. Требуется найти скорость тела относительно второго автомобиля, с которым мы связали подвижную систему отсчёта. Поэтому искомой величиной является скорость тела (первого автомобиля) относительно подвижной системы отсчёта (второго автомобиля). Таким образом, для решения задачи нам необходимо воспользоваться правилом, позволяющим по известной скорости тела относительно неподвижной системы отсчёта найти скорость этого же тела относительно подвижной системы отсчета. Поэтому правило сложения скоростей следует записать в виде формулы (1.5) $\vec{\upsilon}_{тп} = \vec{\upsilon}_{тн} - \vec{\upsilon}_{пн}$.

Действие 2. Выбор формы записи правила сложения скоростей.

Если в условии задачи задана скорость тела относительно подвижной системы отсчёта и нужно найти скорость тела относительно неподвижной системы, то правило сложения скоростей нужно записать в форме (1.4).

Если по известной скорости тела относительно неподвижной системы отсчёта нужно найти скорость тела относительно подвижной системы, то решение целесообразно начинать с записи правила в форме (1.5).

Выражение $\vec{\upsilon}_{тп} = \vec{\upsilon}_{тн} - \vec{\upsilon}_{пн}$ записано в общем виде как правило, применимое к любому телу, скорость которого задана в двух произвольных системах отсчёта. Нам необходимо применить это правило в конкретной ситуации, описанной в условии задачи. Для этого нужно выполнить несколько действий.

Перейдём от общих индексов «тп», «тн» и «пн» к более наглядным индексам, отвечающим конкретным объектам, заданным в условии. Так как телом является первый автомобиль, то индекс «т» заменим индексом «1». Подвижная система отсчёта связана со вторым автомобилем, поэтому заменим индекс «п» на индекс «2». Наконец, для задания неподвижной системы отсчёта используем вместо индекса «н» индекс «3» (Земля). Тогда правило сложения скоростей можно записать в виде: $\vec{\upsilon}_{12} = \vec{\upsilon}_{13} - \vec{\upsilon}_{23}$, т.е. скорость первого автомобиля относительно второго $\vec{\upsilon}_{12} = \vec{\upsilon}_{тп}$ равна разности скоростей первого автомобиля относительно Земли $\vec{\upsilon}_{13} = \vec{\upsilon}_{тн}$ и скорости второго автомобиля относительно Земли $\vec{\upsilon}_{23} = \vec{\upsilon}_{пн}$[1]. По условию задачи скорость первого автомобиля относительно Земли обозначена через $\vec{\upsilon}_1$, а скорость второго автомобиля относительно Земли — через $\vec{\upsilon}_2$, поэтому выражение (1.5) можно переписать в более простой форме $\vec{\upsilon}_{12} = \vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_2$ (6.1).

---

[1] Конечно, если вы хорошо понимаете смысл величин, входящих в формулу $\vec{\upsilon}' = \vec{\upsilon} - \vec{u}$, то нет необходимости прибегать к длинной буквенной символике в виде индексов у обозначений скоростей относительно разных систем отсчёта. Однако наш учительский опыт говорит, что применение символов облегчает усвоение метода решения задачи по данной теме.

Действие 3. Запись правила сложения скоростей с использованием буквенных индексов для обозначения тела, подвижной и неподвижной систем отсчёта, соответствующих объектам, описанным в условии задачи.

Для наглядности на данной стадии решения нужно выполнить поясняющий рисунок, на котором следует изобразить (схематично) объекты, заданные в условии (первый и второй автомобили, дорогу, как объект, связанный с Землей), направления известных скоростей с соответствующими обозначениями (рис. 6.1).

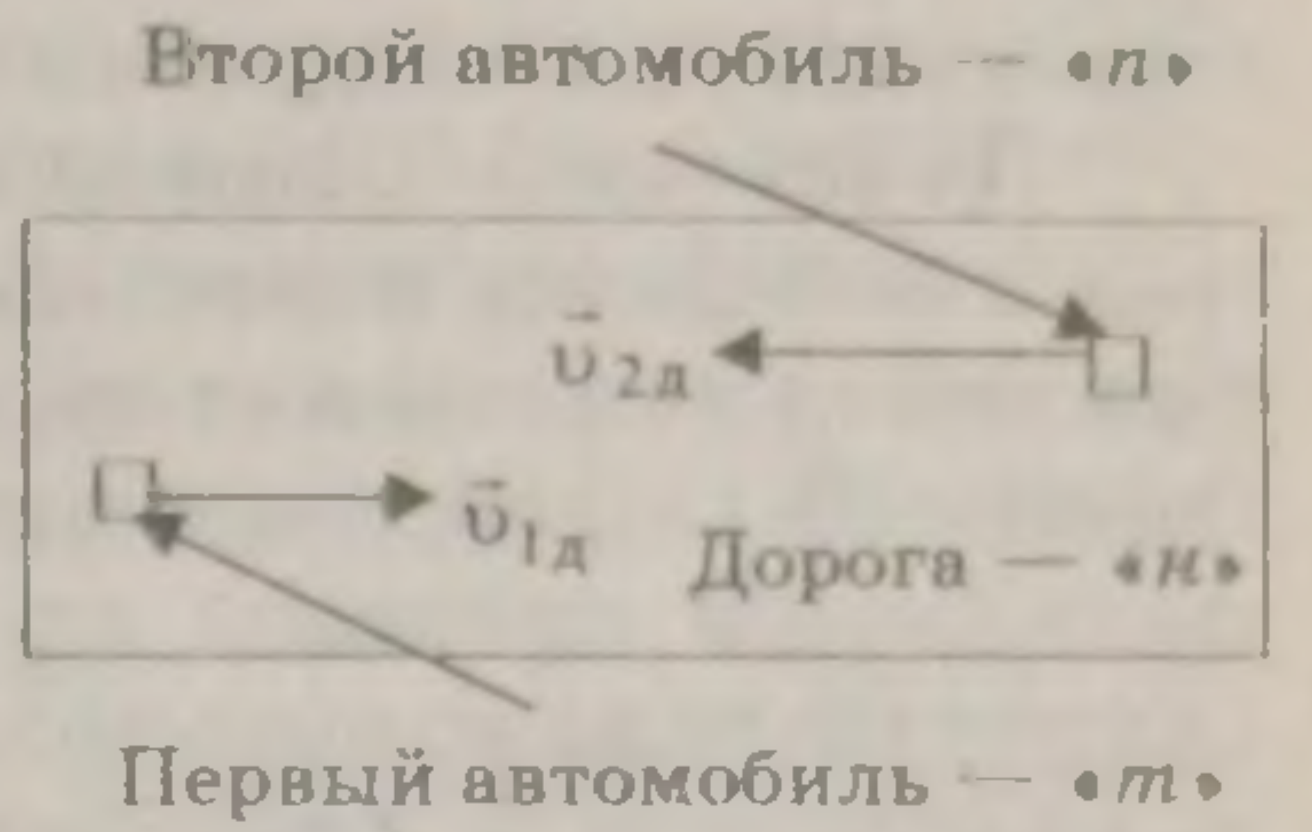


Рис. 6.1

Действие 4. Выполнение рисунка, на котором следует изобразить (условно) заданные по условию задачи объекты и векторы известных скоростей. С объектами нужно связать: тело, скорость которого нужно определить; подвижную и неподвижную системы отсчёта. Выделенные объекты снабжаются индексами «т», «п», «н».

С помощью формулы (6.1) нельзя производить вычислений, так как она записана в векторной форме. Поэтому в следующем действии нужно перейти от векторной к скалярной форме записи уравнения. В формуле (6.1) известны лишь два вектора и по величине, и по направлению — скорость первого автомобиля относительно Земли и скорость второго автомобиля относительно Земли. Следовательно, следующим шагом решения будет построение вектора $\vec{\upsilon}_{12}$ первого автомобиля относительно второго. Для этого нужно выполнить ту математическую операцию, которая указана в формуле (6.1). Для построения вектора $\vec{\upsilon}_{12}$ нужно вычесть из вектора $\vec{\upsilon}_1$ вектор $\vec{\upsilon}_2$ (при применении правила сложения скоростей в форме (1.4) векторы скоростей нужно складывать, такие задачи были рассмотрены в предыдущей главе). По правилу вычитания векторов для построения вектора разности нужно выполнить две операции:

- оба вектора (уменьшаемое $\vec{\upsilon}_1$ и вычитаемое $\vec{\upsilon}_2$) отложить из одной точки;
- провести вектор разности $\vec{\upsilon}_{12}$ из конца вычитаемого $\vec{\upsilon}_2$ в конец уменьшаемого $\vec{\upsilon}_1$.

Покажем на рисунке 6.2[1] результат вычитания векторов скорости первого автомобиля относительно Земли $\vec{\upsilon}_1$ и вектора скорости второго автомобиля относительно Земли $\vec{\upsilon}_2$. Для наглядности на рисунке начало каждого вектора отмечено кружочком, чтобы вы яснее представили каждый вектор в отдельности и полученный вектор разности.

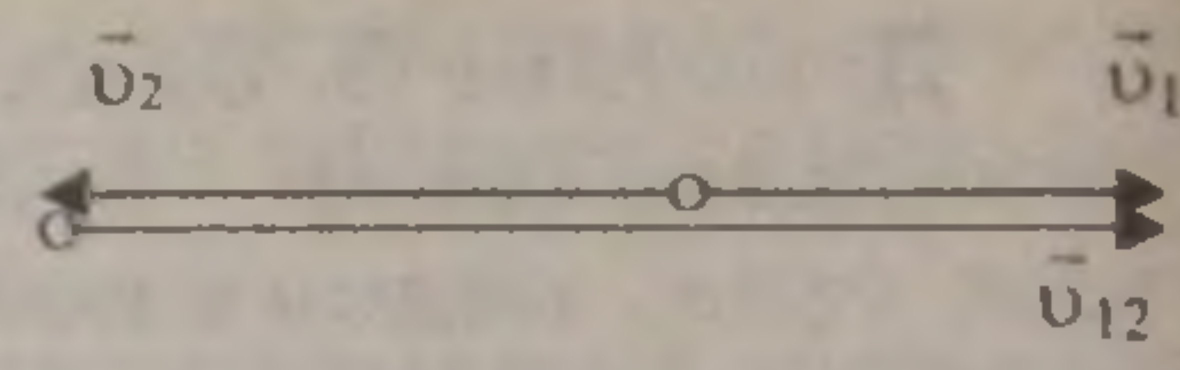


Рис. 6.2

Действие 5. Выполнить ту математическую операцию над векторами известных скоростей, которая указана в правиле сложения скоростей. При применении правила в форме (6.1) для нахождения скорости тела относительно подвижной системы отсчёта нужно вычесть из вектора скорости тела относительно неподвижной системы отсчёта скорость тела относительно подвижной системы отсчёта.

Зная все три вектора в формуле (6.1), можно перейти от векторной к скалярной форме записи. Для векторов, направленных вдоль одной прямой, данное действие осуществляется с помощью проектирования на координатную ось, которая выбирается произвольно, исходя из соображений удобства (простоты записи уравнений в данной системе координат). Напомним, что при выборе оси координат нужно выбрать направление оси и положение тела отсчёта. Проведём ось 0X в направлении вектора скорости $\vec{\upsilon}_{12}$, так как именно её нам и нужно определить (рис. 6.3). При проецировании вектора скорости положение тела отсчёта не имеет значения. Движение первого автомобиля является равномерным, поэтому вектор скорости будет давать везде одинаковую проекцию независимо от выбора начала координат. Найдём проекции векторов $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{\upsilon}_{12}$ на ось 0X. Опишем эту операцию подробно для вектора $\vec{\upsilon}_1$. Для определения проекции опустим перпендикуляры на ось 0X из

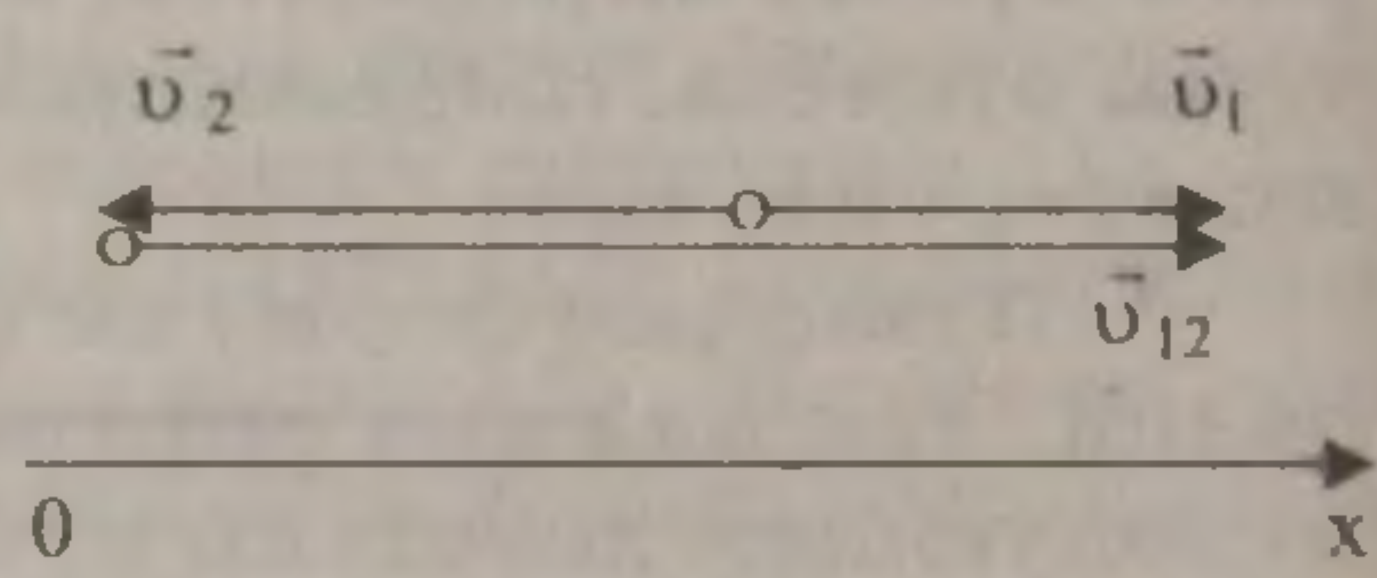


Рис. 6.3

[1] В математике принято все три вектора (уменьшаемое, вычитаемое и разность) изображать вдоль одной прямой. Но тогда на рисунке вектор разности сольё тся с векторами уменьшаемого и вычитаемого. Поэтому на рисунке мы сместили вектор разности вниз, чтобы сделать его наблюдаемым. На экзаменах этого делать не следует.

начала и конца вектора (рис. 6.4). Отрезок, соединяющий полученные на оси точки (проекции начала и конца вектора) и является проекцией вектора на ось. Так как вектор сонаправлен с осью 0X, то проекция положительна $\upsilon_{1x} > 0$. Так как вектор параллелен оси, то проекция равна модулю скорости $\upsilon_{1x} = |\vec{\upsilon}_1|$ (величина проекции и модуль скорости геометрически являются длинами противоположных сторон прямоугольника). Для упрощения формы записи опустим знак модуля и обозначим величину скорости первого автомобиля относительно Земли через υ_1. Тогда $\upsilon_{1x} = \upsilon_1$. Проецирование векторов $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{\upsilon}_{12}$ осуществляется аналогичным образом (рис. 6.5а и 6.5б) и приводит

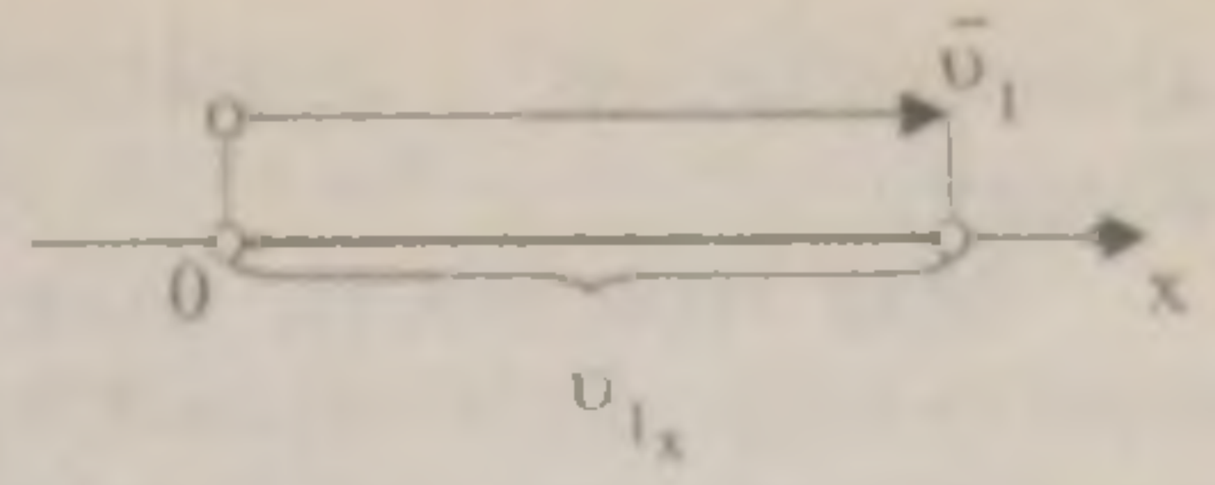


Рис. 6.4

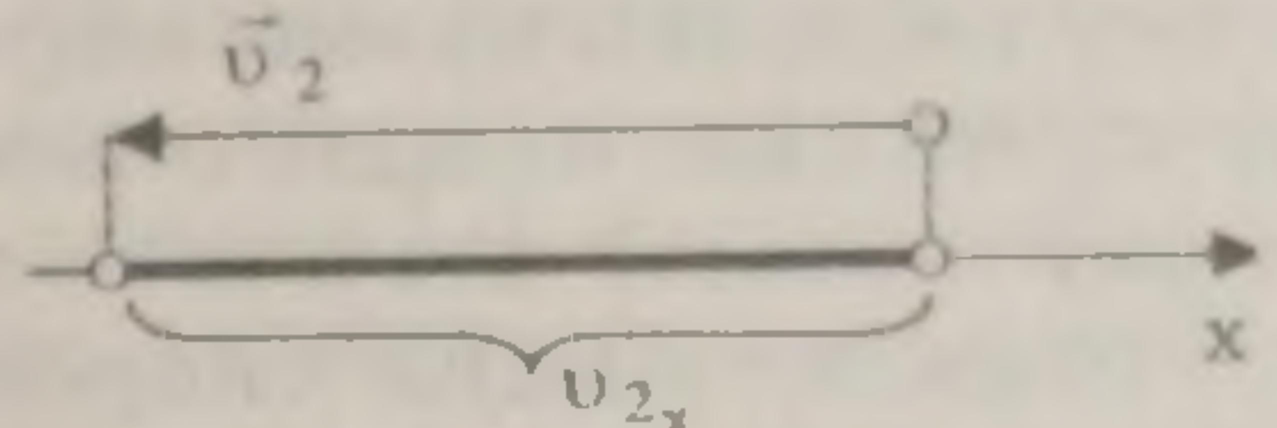


Рис. 6.5а

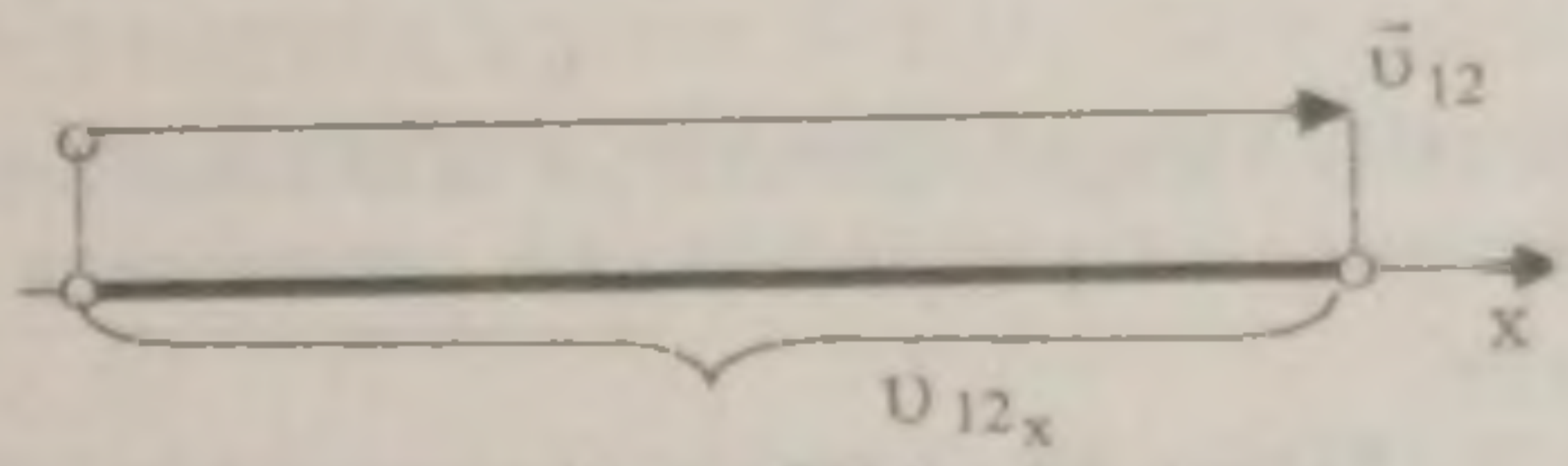


Рис. 6.5б

к следующим результатам: $\upsilon_{2_x} = -|\vec{\upsilon}_2| = -\upsilon_2$ (знак «минус» показывает, что вектор $\vec{\upsilon}_2$ направлен противоположно оси 0X); $\upsilon_{12_x} = |\vec{\upsilon}_{12}| = \upsilon_{12}$. Результат проецирования векторного уравнения (6.1) на ось 0X обычно записывается в следующем виде:

$$x\colon \upsilon_{12} = \upsilon_1 - (-\upsilon_2) = \upsilon_1 + \upsilon_2\,, \qquad (6.2)$$

где знак «x:» показывает, что выполняется проецирование на ось 0X. В промежуточной записи формулы (6.2) первый знак «минус» следует из векторной формы записи уравнения (6.1), второй знак «минус» указывает, что проекция скорости второго автомобиля отрицательна. В результате величина скорости второго автомобиля относительно первого равна сумме величин скоростей обоих автомобилей относительно Земли.

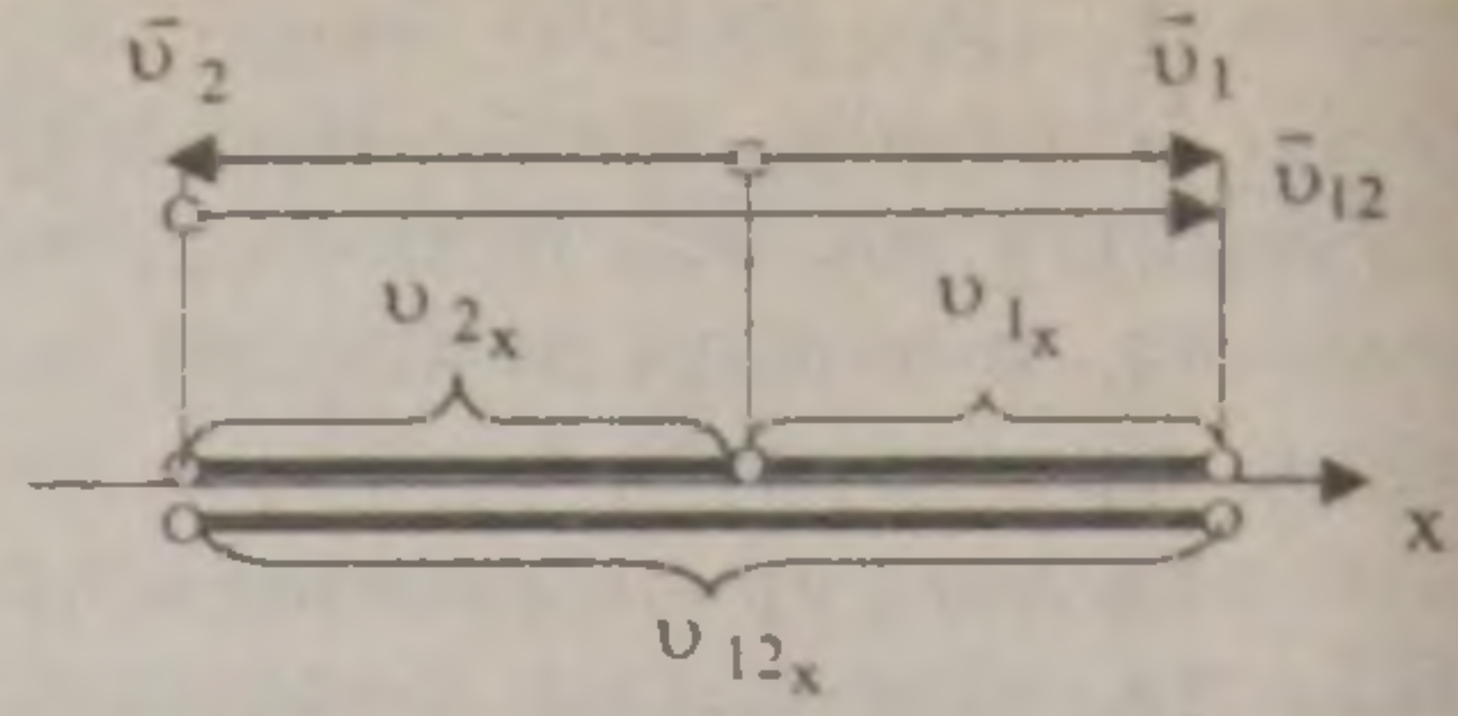


Рис. 6.6

Мы показали выполнение операции проецирования отдельно для каждого вектора. Обычно это делается с помощью одного рисунка (рис. 6.6) и сразу записывается результат проецирования в виде формулы (6.2).

Действие 6. Выполнить проецирование векторов, входящих в выражение для правила сложения скоростей, записанного для решения данной конкретной задачи:

- выбрать ось координат для проектирования векторов скоростей (как правило, выбирается в направлении того вектора, величину которого нужно определить);
- построить проекции каждого вектора скорости, входящего в формулу правила сложения скоростей;
- определить знак проекции скорости для каждого вектора;
- определить величину проекции скорости каждого вектора.

В формуле (6.2) нам известны оба слагаемых в правой части, поэтому данное выражение является ответом задачи в общем виде.

Действие 7. Проверка наименования искомой величины по полученной формуле в общем виде.

В формуле (6.2) для искомой величины присутствуют лишь однородные величины — скорости обоих автомобилей относительно Земли, поэтому нет необходимости перевода данных в СИ. Следовательно, проверку наименования можно провести, используя заданную единицу скорости — км/ч.

$$[\upsilon_{12}] = \text{км/ч} + \text{км/ч} = \text{км/ч}.$$

Полученная единица совпадает с единицей скорости, что подтверждает правильность решения.

Проведем вычисления. Обычно перед численным расчётом нужно перевести все данные в СИ, но в этой задаче по уже упомянутой выше причине этого делать не нужно. Однако отметим это действие, чтобы не забыть о необходимости его выполнения при решении большинства задач.

Действие 8. Перевод данных в СИ.

Действие 9. Вычисление значения неизвестной физической величины.

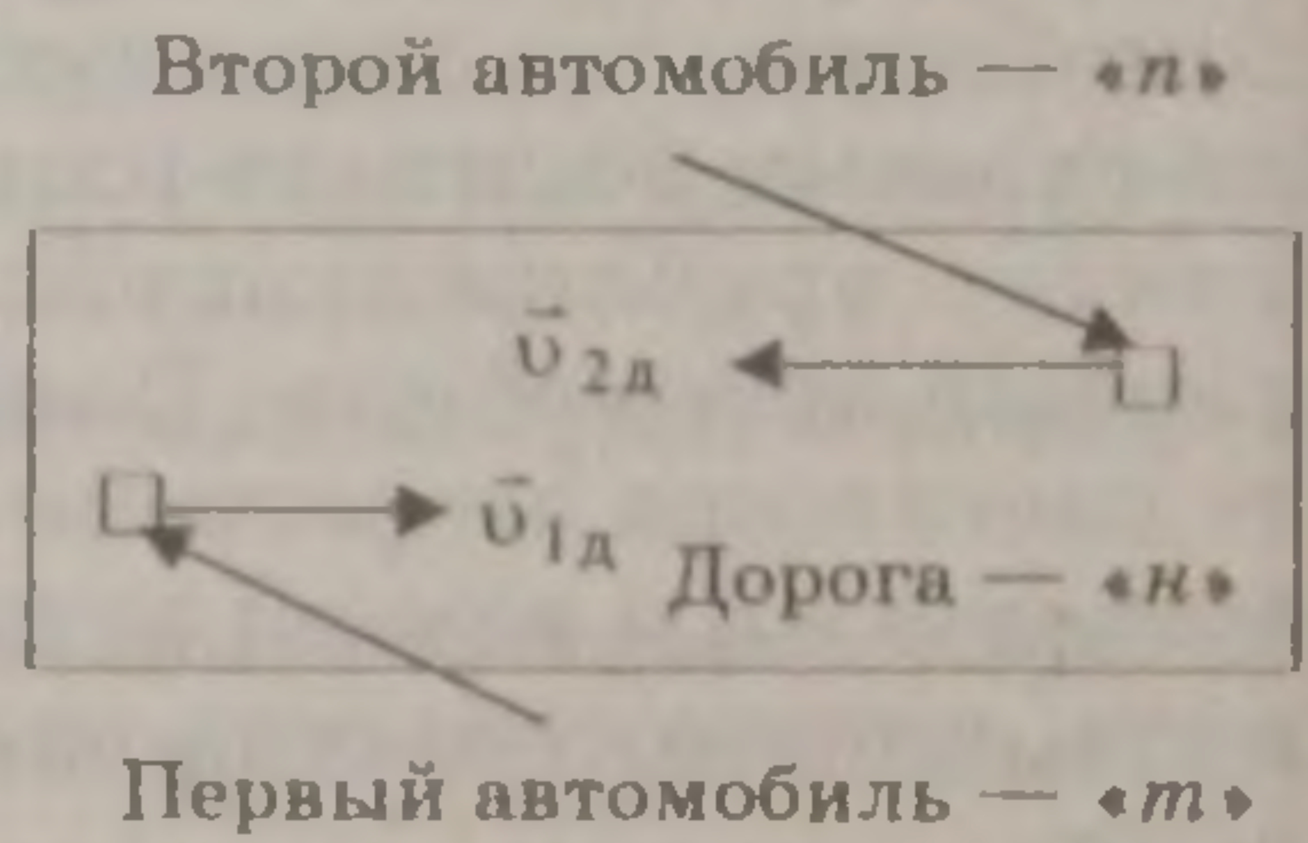
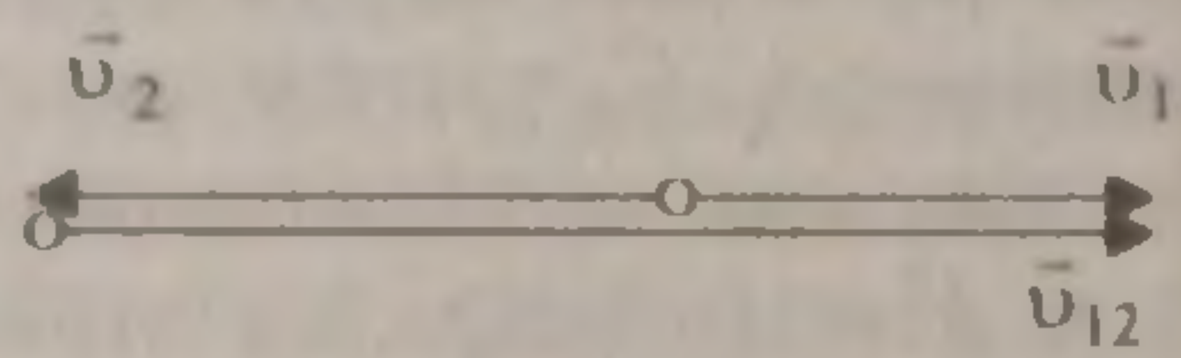
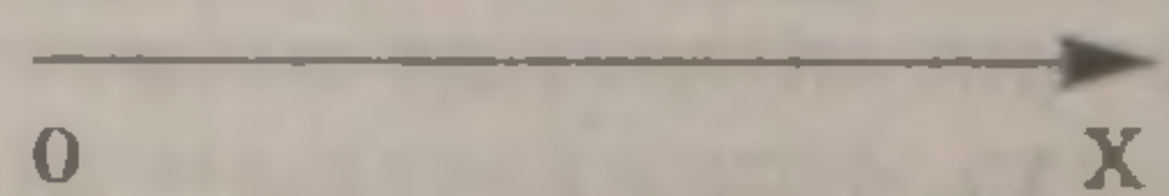
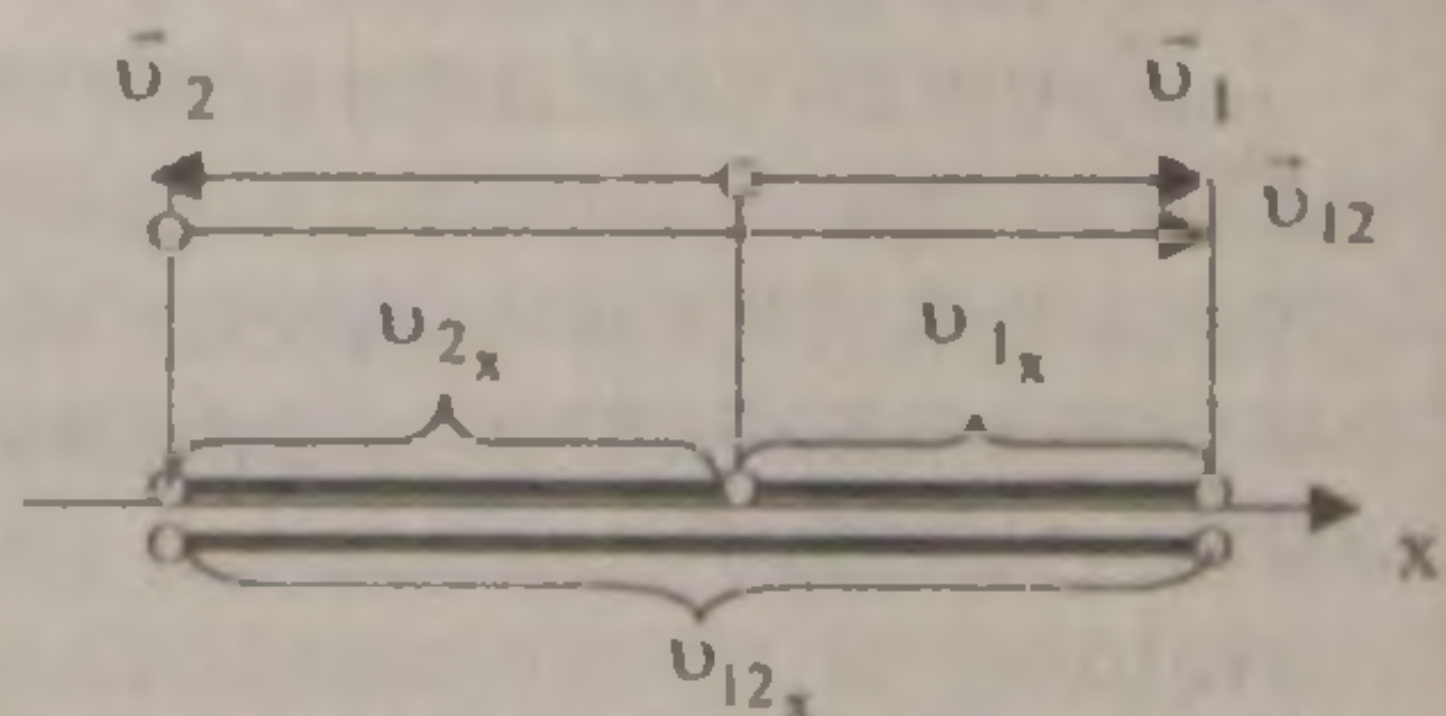
Подставляя численные значения известных скоростей в формулу (6.2), получим: $\upsilon_{12} = 60 + 80 = 140$ (км/ч).

Скорость является векторной величиной, поэтому ответ задачи должен включать не только численное значение скорости с ее наименованием, но и указание на направление скорости. Из рисунка 6.3, выполненного при построении вектора искомой скорости, видно, что вектор скорости первого автомобиля относительно второго сонаправлен с вектором первого автомобиля относительно Земли. Теперь можно сформулировать ответ задачи: скорость первого автомобиля относительно второго равна 140 км/ч и сонаправлена со скоростью этого же автомобиля относительно Земли.

Чтобы понять смысл полученного ответа, нужно мысленно перейти в систему отсчёта, связанную со вторым автомобилем, т.е. взглянуть на движение первого автомобиля глазами водителя или пассажира второй машины. Они увидят приближающийся к ним со скоростью 140 км/ч первый автомобиль. Попробуйте представить себя на месте пассажира второго автомобиля, смотрящего на приближающуюся к вам по встречной полосе машину, и вы поймёте, какую скорость мы находили в решении данной задачи.

В условии задачи в качестве движущихся объектов описаны два автомобиля. Эти объекты выбраны лишь для примера. С таким же успехом мы можем рассматривать движение пешеходов, самолётов, вертолётов, кораблей и т.д. Например, в условии задачи можно попросить найти скорость одного из двух друзей, спешащих на встречу друг с другом, относительно второго. Способ решения задач на сложение скоростей не зависит от конкретных объектов, описанных в условии. Важно, чтобы за этими объектами вы увидели необходимость в применении правила сложения скоростей.

Прежде чем переходить к самостоятельному решению задач и тренировке в выполнении отдельных действий, представим в виде краткой схемы последовательность выполнения действий при решении задач на правило сложения скоростей.

Действия и операции		Результат выполнения действий и операций
1. Ориентировочная часть решения	⇒	Выбор правила сложения скоростей как метода решения задачи
2. Выделение объектов, описанных в условии задачи	⇒	Первый автомобиль — тело (индекс — 1); второй автомобиль — подвижная система отсчёта (индекс — 2); Земля — неподвижная система отсчёта (без индекса)
3. Выбор способа записи правила сложения скоростей	⇒	$\vec{\upsilon}_{тп} = \vec{\upsilon}_{тв} - \vec{\upsilon}_{пв}$
4. Запись правила сложения скоростей для данной задачи	⇒	$\vec{\upsilon}_{12} = \vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_2$
5. Выполнение поясняющего рисунка	⇒	 Рис. 6.7
6. Выполнение математического действия над векторами (вычитание векторов скоростей)	⇒	 Рис. 6.8
7. Выбор оси для проектирования скоростей	⇒	 Рис. 6.9
8. Проектирование векторов скоростей на выбранную ось —	⇒	 Рис. 6.10

9. Запись правила сложения скоростей в скалярной форме ⇒ x: $\upsilon_{12} = \upsilon_1 - (-\upsilon_2) = \upsilon_1 + \upsilon_2$

10. Проверка наименования искомой величины ⇒ $[\upsilon_{12}]$ = км/ч + км/ч = км/ч

11. Перевод данных в СИ ⇒ В данной задаче не выполняется

12. Вычисление искомой величины ⇒ $\upsilon_{12} = 60 + 80 = 140$ (км/ч)

13. Запись ответа ⇒ Скорость первого автомобиля относительно второго υ_{12} равна 140 км/ч и сонаправлена со скоростью этого же автомобиля относительно Земли

6.2. Применение действий и операций при решении задач на правило сложения скоростей (переход от неподвижной системы отсчёта к подвижной)

Из приведённого образца решения задачи видно, что новым для вас (по сравнению с задачами на переход от подвижной системы отсчёта к неподвижной) является **действие 6**, так как при переходе от неподвижной системы отсчёта к подвижной нужно выполнить не сложение векторов скоростей, а их вычитание.

Рассмотрим некоторые варианты выполнения действий и операций на примере решения нескольких задач. Попробуйте самостоятельно, последовательно отвечая на поставленные вопросы, решить один из вариантов описанной выше задачи.

Условие задачи 2. По прямолинейному участку шоссе в одном направлении движутся два автомобиля. Первый из них движется со скоростью $\upsilon_1 = 90$ км/ч, второй — со скоростью $\upsilon_2 = 60$ км/ч. Чему равна скорость второго автомобиля относительно первого?

1. Ориентировочная часть решения. Докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться правилом сложения скоростей (используйте сокращённые обозначения и знак следования). ______________________________
____.

2. Выделение объектов, описанных в условии задачи.

Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ______________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ______________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ______________________ (индекс — ______).

3. Выбор формы записи правила сложения скоростей.

Докажите, что для решения данной задачи необходимо применить правило сложения скоростей в форме, описывающей переход от неподвижной к подвижной системе отсчёта. ____
____
____
____
____
____.

Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____.

4. Запись правила сложения скоростей для данной задачи.

Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 2, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. ______________
____.

5. Выполнение поясняющего рисунка.

Дополните рисунок 6.11, показав на нём векторы известных скоростей и сделав поясняющие надписи, указав объекты и связанные с ними тело, подвижную и неподвижную системы отсчёта.

6. Выполнение математического действия над векторами.

Запишите формулировку правила вычитания векторов. ______________________
____
____
____
____
____
______________________.

Рис. 6.11

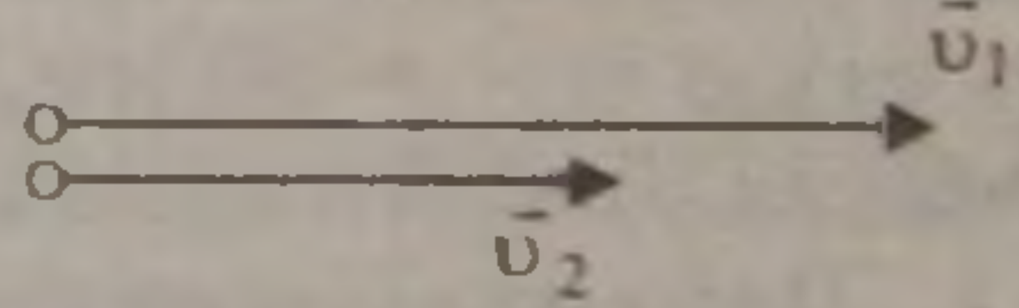


Рис. 6.12

Изобразите на рисунке 6.12 вектор искомой скорости второго автомобиля относительно первого как вектор разности скорости второго автомобиля относительно Земли и скорости первого автомобиля относительно Земли.

Рис. 6.13

7. Выбор оси для проектирования векторов скоростей.

Запишите обоснование для выбора направления оси для проектирования векторов скоростей. ______________________________

____

____

____

____.

8. Проектирование векторов скоростей на выбранную ось.

Изобразите на рисунке 6.13 вектор искомой скорости, ось, выбранную для проектирования векторов скоростей, и постройте проекции каждого из векторов скоростей на выбранную ось.

9. Запись правила сложения скоростей в скалярной форме.

Запишите правило сложения скоростей в скалярной форме, проектируя векторы скоростей на выбранную ось.

____.

Объясните, как определяются знаки и величины проекций векторов скоростей на выбранную ось для каждого из векторов, изображённых на рисунке 6.13. ______________

____

____

____

____

____

____.

10. Проверка наименования искомой величины.

Выполните проверку наименования искомой скорости. ____

____.

11. Перевод данных в СИ.

Объясните, почему при решении этой задачи данное действие не является обязательным. ______________________

____

____

____

____

____.

12. Вычисление искомой величины.

Подставьте численные данные в ответ задачи в общем виде и найдите величину искомой скорости.______________
____.

13. Запись ответа задачи.

Запишите результат вычисления искомой скорости с наименованием данной величины и укажите направление искомой скорости по отношению к какому-либо известному направлению (направлению скоростей первого или второго автомобилей относительно Земли).________________
____
____
____
____.

В предыдущих задачах мы рассмотрели ситуации, в которых векторы скоростей были направлены вдоль одной прямой. Для перехода от векторной к скалярной форме записи в этих ситуациях используется метод проецирования скоростей на выбранную ось. Рассмотрим возможные варианты выполнения действия по переходу от векторной к скалярной форме записи для ситуаций, в которых векторы скоростей не направлены вдоль одной прямой.

Условие задачи 3. Два пешехода движутся к перекрёстку двух улиц, пересекающихся под прямым углом, со скоростями $\upsilon_1 = 3$ км/ч и $\upsilon_2 = 4$ км/ч. Чему равна скорость второго пешехода относительно первого?

Первые четыре действия выполните самостоятельно.

1. Ориентировочная часть решения. Докажите, что для решения задачи необходимо воспользоваться правилом сложения скоростей (используйте сокращённые обозначения и знак следования).______________________
____
____
____
____.

2. Выделение объектов, описанных в условии задачи.

Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ______________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ______________________ (индекс — ______).

3. Выбор формы записи правила сложения скоростей.

Докажите, что для решения данной задачи необходимо применить правило сложения скоростей в форме, описывающей переход от неподвижной к подвижной системе отсчёта. ____

____

____

____

____

____

____.

Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____.

4. Запись правила сложения скоростей для данной задачи. ____

Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 2, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. ______

____.

В результате выполнения действий 1–4 вы получили формулу

$$\vec{\upsilon}_{21} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1, \tag{6.3}$$

где $\vec{\upsilon}_{21}$ — скорость второго пешехода (тело) относительно первого (подвижная система отсчёта), $\vec{\upsilon}_2$ — скорость второго пешехода относительно Земли (неподвижная система отсчёта), $\vec{\upsilon}_1$ — скорость первого пешехода относительно Земли. Для построения искомого вектора скорости $\vec{\upsilon}_{21}$ выполним поясняющий рисунок.

5. Выполнение поясняющего рисунка.

Покажем на рисунке 6.14 (условно) перекрёсток двух дорог и обоих пешеходов, приближающихся к нему со скоростями $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{\upsilon}_1$.

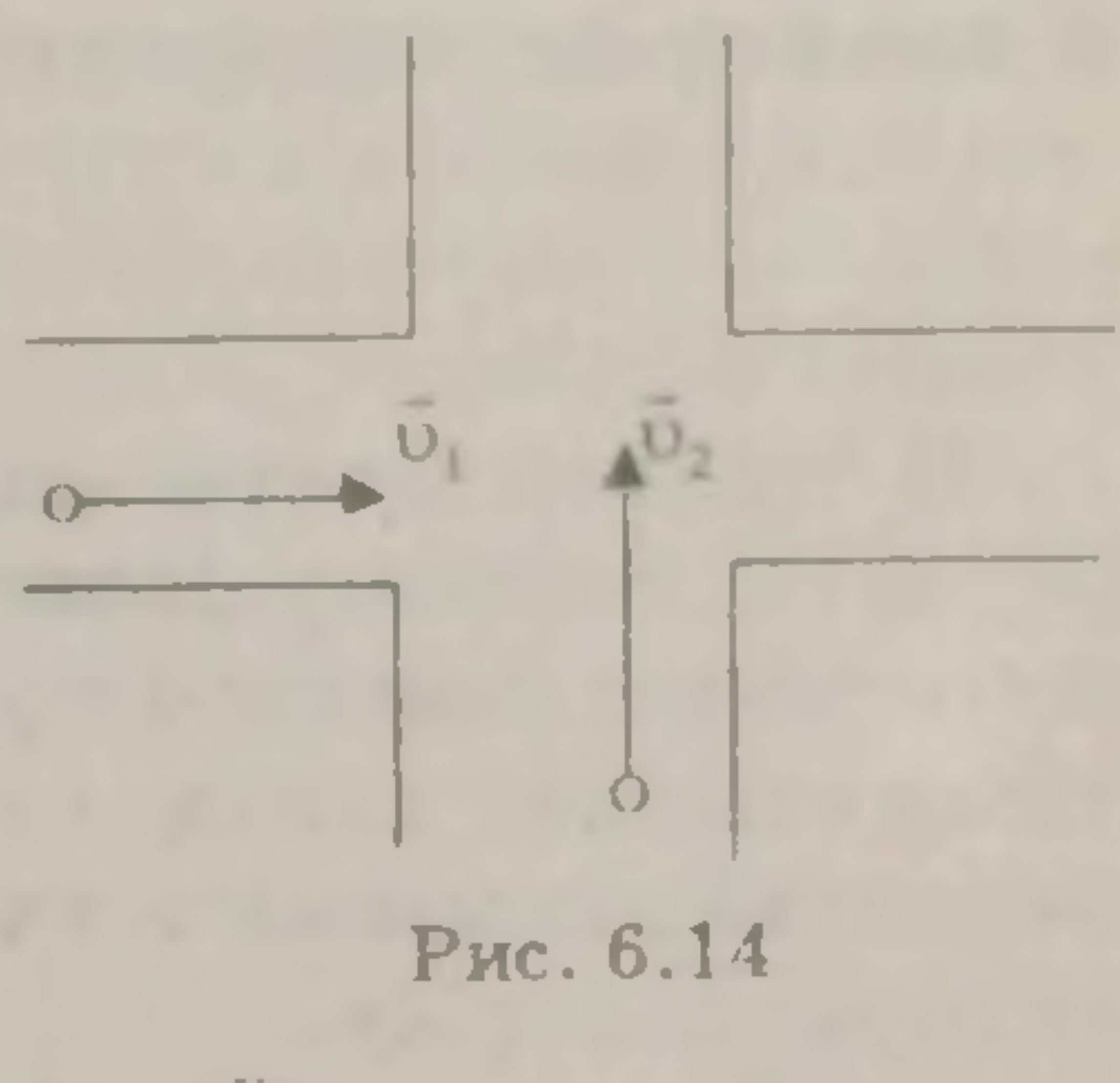


Рис. 6.14

Укажите на рисунке объекты и связанные с ними тело, подвижную и неподвижную системы отсчёта.

6. Выполнение математического действия над векторами.

В соответствии с правилом вычитания векторов перенесём векторы $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{\upsilon}_1$ и отложим их из одной точки (рис. 6.15).

Выполните на рисунке вычитание векторов и постройте вектор искомой скорости $\vec{\upsilon}_{21}$.

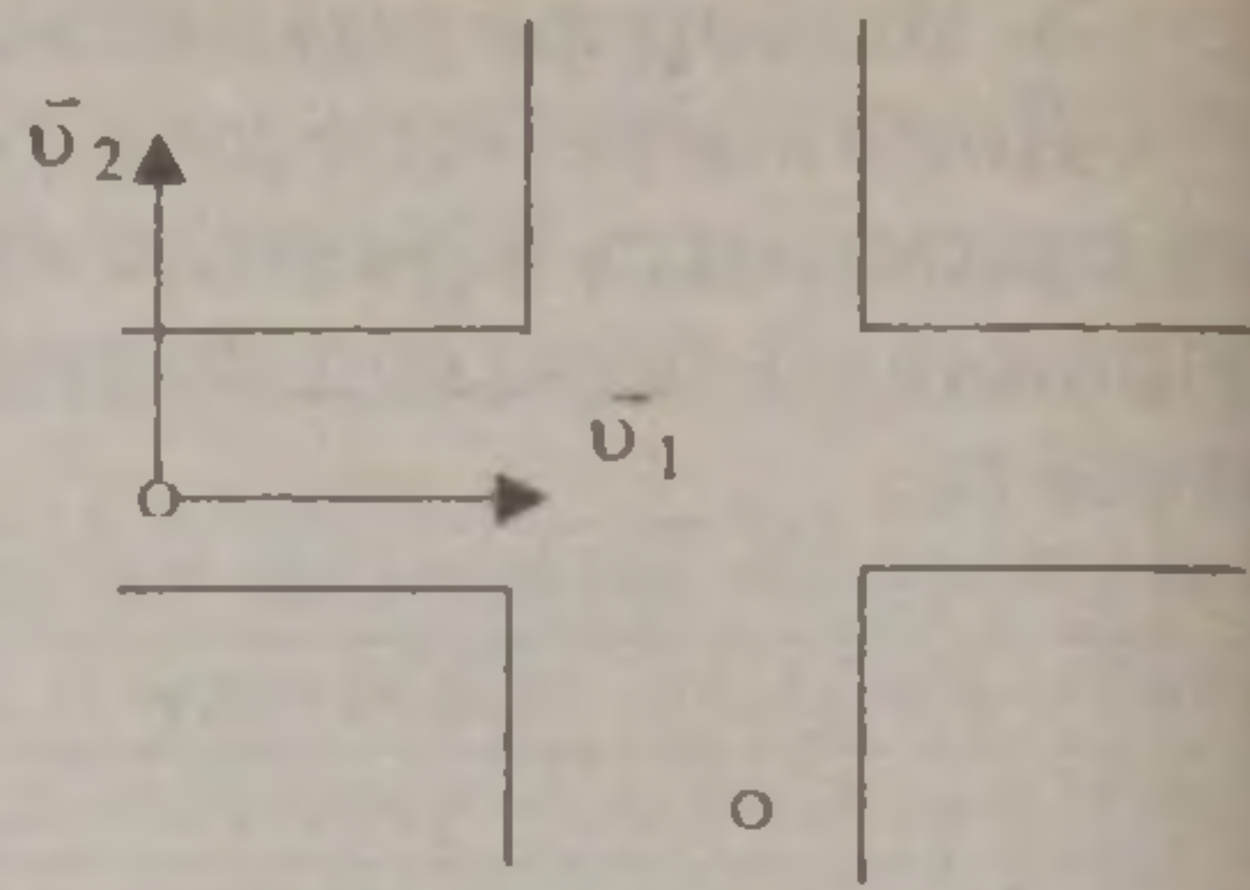


Рис. 6.15

Из рисунка видно, что векторы скоростей образуют прямоугольный треугольник. По условию задачи нам необходимо найти величину скорости второго пешехода относительно первого. Если использовать метод проецирования, то ось следует направить вдоль искомой скорости. Но тогда векторы скоростей $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{\upsilon}_1$ будут направлены под разными углами к оси и для расчёта их проекций нужно будет сначала найти эти углы, а затем уже рассчитать проекции. Это вряд ли является рациональным, поэтому в **тех задачах, в которых векторы известных и искомой скоростей не направлены вдоль одной прямой и образуют треугольник, целесообразно использовать не метод проецирования, а геометрические теоремы, позволяющие находить стороны и углы треугольников.**

Таким образом, содержание действия 6, которое выполняется на 7–9-м этапах решения, изменяется. Из рисунка 6.15 видно, что векторы искомой и известных скоростей образуют прямоугольный треугольник. В нём вектор искомой скорости второго пешехода относительно первого является гипотенузой, а векторы известных скоростей пешеходов относительно Земли — катетами. Поэтому искомая скорость может быть найдена по теореме Пифагора как корень квадратный из суммы квадратов катетов:

$$\upsilon_{21} = \sqrt{\upsilon_2^2 + \upsilon_1^2}\,. \qquad (6.4)$$

В правой части полученной формулы известны обе скорости, поэтому формула (6.4) является ответом на один из вопросов задачи о величине скорости. Данное выражение связывает длины сторон треугольника, т.е. величины скоростей, поэтому оно записывается в скалярной, а не в векторной форме.

Итак, скалярная форма записи правила сложения скоростей получается в данном случае не с помощью метода проецирования, а путём применения одной из геометрических теорем — теоремы Пифагора.

Если бы в условии задачи были заданы не скорости обоих пешеходов относительно Земли, а скорость одного из них и направление скорости второго пешехода относительно первого по отношению к какому-либо известному направлению (направлению движения первого или второго пешеходов относительно Земли), то для расчёта величины искомой скорости нужно было бы использовать не теорему Пифагора, а тригонометрические функции. Например, пусть в треугольнике скоростей (рис. 6.15) известна скорость υ_2 второго пешехода относительно Земли и угол α, который образует искомый вектор $\vec{\upsilon}_{21}$ скорости второго пешехода относительно первого с направлением вектора скорости этого же пешехода относительно Земли (обозначьте этот угол на рисунке 6.15). Тогда искомая скорость второго пешехода относительно первого будет являться гипотенузой треугольника, а скорость второго пешехода относительно Земли — катетом, прилежащим к углу α. Прилежащий к углу катет и гипотенуза связаны функцией косинус, поэтому по определению функции косинус можно записать, что

$\cos\alpha = \dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_{21}}$. Откуда искомая скорость равна $\upsilon_{21} = \dfrac{\upsilon_2}{\cos\alpha}$.

Треугольник скоростей может получиться и не прямоугольным, тогда для расчёта величины скорости нужно было бы воспользоваться не теоремой Пифагора, а теоремами синусов и косинусов. Поэтому, формулируя содержание **действия 6**, мы укажем лишь на необходимость применения той или иной геометрической теоремы или соотношения между сторонами и углами треугольника.

Действие 6. Запись соотношения между известными и искомой скоростями в скалярной форме на основе применения к треугольнику скоростей, построенному в результате совершения предыдущих действий, геометрических теорем и соотношений, с помощью которых можно рассчитать длины сторон и углы треугольника.

Отразим результат выполнения **действия 6** в плане решения.

7. Запись соотношения между известными и искомой скоростями в скалярной форме.

Применяя для треугольника скоростей теорему Пифагора (треугольник прямоугольный), $\upsilon_{21} = \sqrt{\upsilon_2^2 + \upsilon_1^2}$.

8. Проверка наименования искомой величины.

Выполните проверку наименования искомой скорости.

____.

Формула (6.4) даёт лишь величину искомой скорости, но скорость является величиной векторной, поэтому необходимо найти ещё и направление скорости второго пешехода относительно первого. Это направление можно задать углом, который образует вектор искомой скорости с одним из известных направлений движения первого или второго пешеходов относительно Земли. Пусть искомый угол является углом между направлением скорости υ_{21} второго пешехода относительно первого и скорости этого же пешехода υ_2 относительно Земли (см. рис. 6.15, на котором вы уже обозначили искомый угол). В треугольнике скоростей известны все стороны, поэтому может быть найдена любая тригонометрическая функция данного угла. Если воспользоваться функциями косинус или синус, то в ответ будет входить гипотенуза, которая вычисляется по достаточно громоздкой формуле (6.4). Поэтому для простоты записи ответа воспользуемся функцией тангенс. **Тангенсом угла называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.** В треугольнике скоростей противолежащим катетом по отношению к углу является скорость первого пешехода υ_1 относительно Земли, а прилежащим — скорость второго пешехода υ_2 относительно Земли. Тогда по определению функции тангенс можно записать

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}. \qquad (6.5)$$

В правой части формулы (6.5) известны обе скорости, поэтому она является ответом на второй вопрос задачи о направлении искомой скорости.

Наименования обеих скоростей в числителе и знаменателе формулы (6.5) одинаковы, они сокращаются при проверке наименования независимо от единиц, давая для тангенса угла безразмерную величину, что соответствует действительности.

9. Перевод данных в СИ.

Объясните, почему при решении этой задачи данное действие не является обязательным.________________

____

____.

10. Вычисление искомой величины.

Подставьте численные данные в ответ задачи в общем виде, найдите величину искомой скорости и тангенс угла, задающего её направление.________________________

____.

11. Запись ответа задачи.

Запишите результат вычисления искомой скорости с наименованием данной величины и укажите направление скорости, используя найденное значение величины угла или его тангенса. ____

____.

Итак, при выполнении **действия 6** при переходе от векторной к скалярной форме записи правила сложения скоростей используются два метода:

- если векторы известных скоростей и искомой скорости направлены вдоль одной прямой, то применяется метод проецирования на выбранную ось координат;
- если векторы известных и искомой скоростей образуют треугольник, то он рассчитывается с помощью геометрических теорем и соотношений между сторонами и углами треугольника (теоремы Пифагора и определений тригонометрических функций углов — для прямоугольных треугольников; теорем синусов и косинусов — для произвольных треугольников).

Изобразим на схеме различия в выборе способов совершения **действия 6** при различной взаимной ориентации векторов скоростей.

Схематичный рисунок

⇓

Выполнение вычитания векторов скоростей

⇓ ⇓

Векторы скоростей направлены вдоль одной прямой	Векторы скоростей образуют:	
⇓	⇓	⇓
Метод проецирования	Прямоугольный треугольник	Произвольный треугольник
	⇓	⇓
	Теорема Пифагора, определения $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$	Теоремы синусов и косинусов
	⇓	⇓

Расчёт величины и направления искомой скорости

Решите самостоятельно задачу, в которой векторы скоростей образуют прямоугольный треугольник.

Условие задачи 4. В открытом море движутся теплоход и катер. Теплоход плывёт на север, двигаясь относительно воды со скоростью 30 км/ч. Катер движется на восток со скоростью 20 км/ч относительно воды. Определите величину и направление скорости теплохода относительно катера.

1. Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ______________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ______________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ______________________ (индекс — ______).

2. Докажите, что для решения данной задачи необходимо применить правило сложения скоростей в форме, описывающей переход от неподвижной к подвижной системе отсчёта.____

____

____

____

____

____.

Запишите правило сложения скоростей в общем виде.____.

3. Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 1, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. ______

____.

4. Дополните рисунок 6.16, показав на нём векторы известных скоростей и сделав поясняющие надписи, указав объекты и связанные с ними тело, подвижную и неподвижную системы отсчёта.

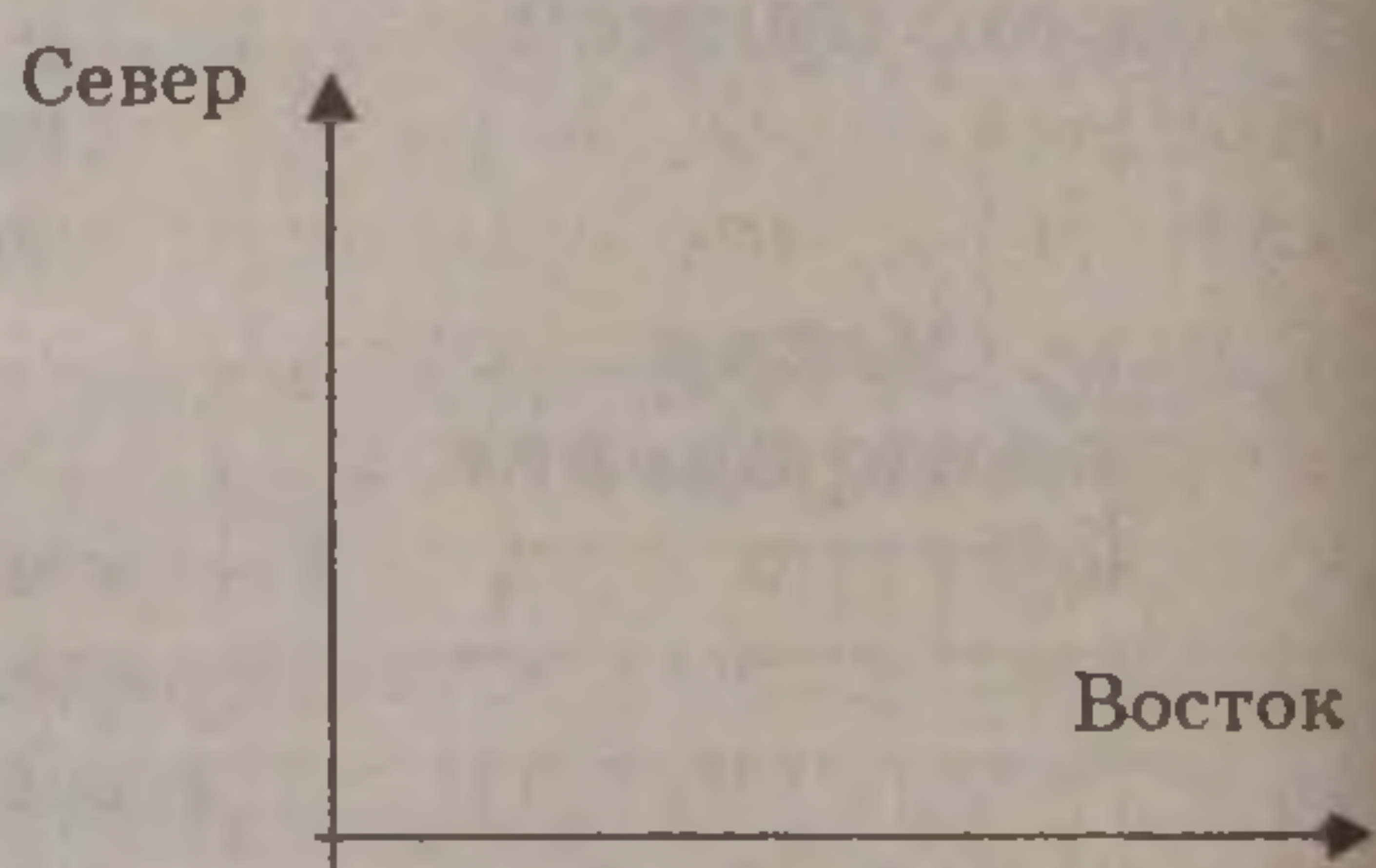


Рис. 6.16

5. Выполните математическую операцию вычитания векторов скоростей и постройте вектор искомой скорости теплохода относительно катера.

6. Почему для решения данной задачи не целесообразно пользоваться методом проецирования?______________

____.

7. Запишите для треугольника скоростей, построенного на рисунке 6.16, теорему Пифагора и решите полученное уравнение относительно искомой скорости теплохода относительно катера. ______________________________

____

____.

8. С помощью какой величины можно указать направление вектора искомой скорости? ______________________

____

____.

Обозначьте на рисунке 6.16 искомый угол через α и запишите выражение для расчёта одной из его тригонометрических функций. ______________________________________

____.

9. Выполните проверку наименования для величины скорости и функции, задающей её направление. ________

____

____.

10. Вычислите величину скорости теплохода относительно катера и угол, задающий её направление (через выбранную вами тригонометрическую функцию). __________

____

____.

11. Запишите ответ задачи, указав величину и направление искомой скорости. _____________________________

____

____.

Мы рассмотрели ситуации, в которых векторы скоростей образуют прямоугольные треугольники. Перейдём к описанию ситуаций, в которых скорости имеют произвольные направления. Решение этих задач отличается только тем математическим аппаратом, который нужно применить для расчёта величины и направления скорости. В случае произвольных треугольников для этой цели применяются теоремы косинусов и синусов (формулировки теорем приведены в предыдущей главе).

Обычно при решении задач на применение правила сложения скоростей теорема синусов применяется при нахождении направления одной из скоростей по двум известным скоростям и известному направлению одной из них.

Рассмотрим вариант задачи 5, в которой изменено направление скорости теплохода.

Условие задачи 5. В открытом море движутся теплоход и катер. Теплоход плывёт на север, двигаясь относительно воды со скоростью 30 км/ч. Катер движется на юго-восток со скоростью 20 км/ч относительно воды под углом 30^0 к меридиану. Определите величину и направление скорости теплохода относительно катера.

1. Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ____________________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ____________________________ (индекс — ______).

2. Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____________________________.

3. Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 1, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. ____________________________
____
____________________________.

4. Изобразим на рисунке 6.17 векторы скоростей теплохода и катера относительно воды.

5. Выполним математическую операцию вычитания векторов скоростей и построим вектор искомой скорости теплохода относительно катера. Для этого проведём вектор из конца вектора скорости катера относительно воды в конец вектора скорости теплохода относительно воды.

6. Найдём величину искомой скорости теплохода относительно катера. Рассмотрим полученный треугольник ABC (рис. 6.17). В нём известны: длина стороны AB — скорость теплохода относительно воды $\upsilon_{тв}$; длина стороны BC — скорость катера относительно воды $\upsilon_{кв}$. Угол ABC равен углу 180^0 — α, так как в сумме $\angle ABC$ и угол α равны 180^0. Тогда в треугольнике ABC известны две стороны и угол между ними. Нужно найти третью сторону AC, равную искомой скорости теплохода относительно катера $\upsilon_{тк}$, лежащую против известного угла $180^0 - \alpha$. Эту задачу позволяет решить теорема косинусов (формула 5.8):

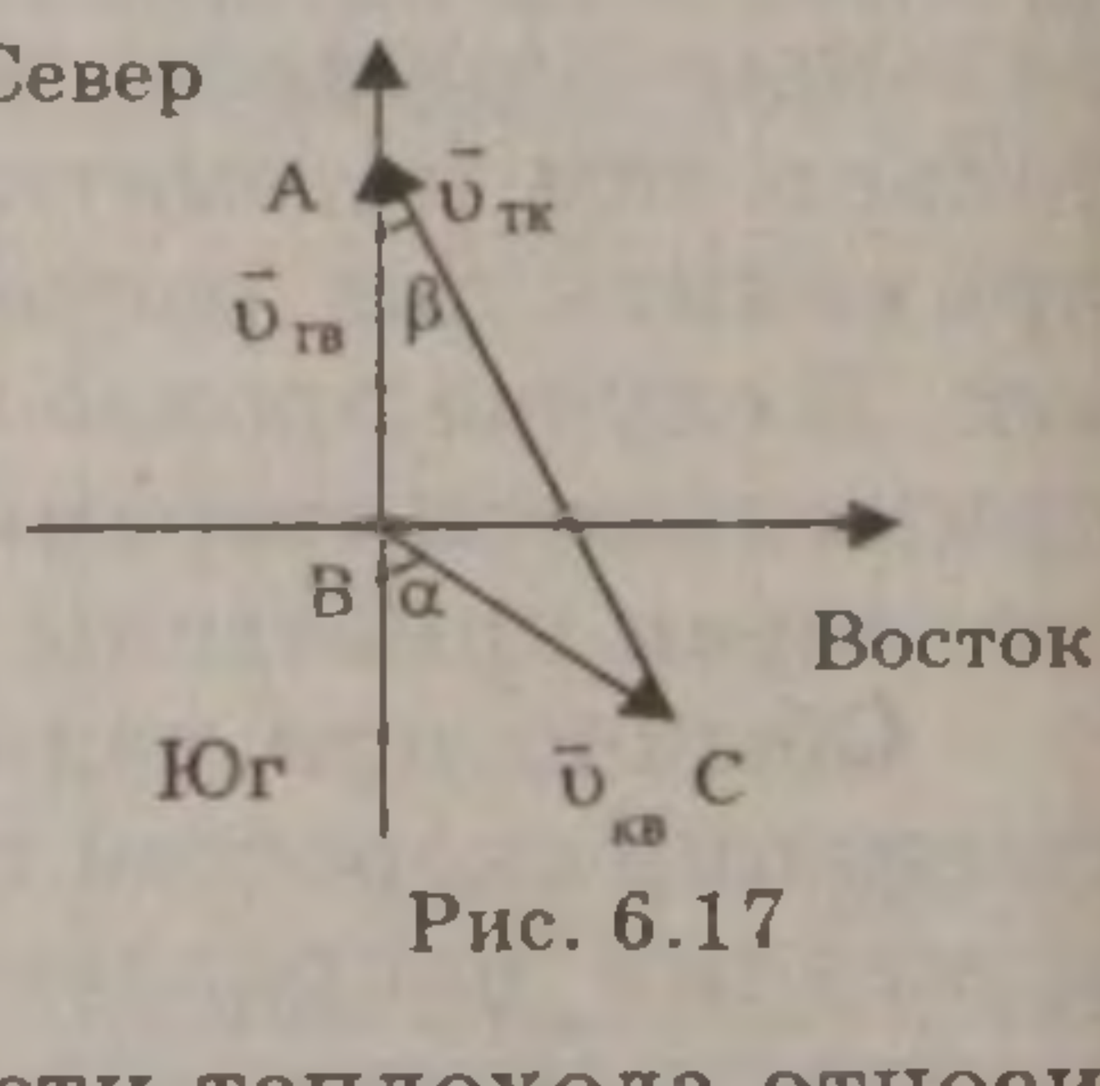


Рис. 6.17

$$\upsilon_{тк} = \sqrt{\upsilon^2_{тв} + \upsilon^2_{кв} - 2\upsilon_{тв}\upsilon_{кв}\cos(180^0 - \alpha)} =$$

$$= \sqrt{\upsilon^2_{тв} + \upsilon^2_{кв} + 2\upsilon_{тв}\upsilon_{кв}\cos\alpha}\ . \qquad (6.6)$$

При записи последней формулы мы учли, что $\cos(180^0 - \alpha) = -\cos\alpha$. Формула (6.6) является ответом на часть вопроса, поставленного в задаче. С её помощью можно найти величину искомой скорости теплохода относительно катера. Но скорость является векторной величиной, поэтому необходимо найти ещё и направление искомой скорости. Это направление можно задать углом, который вектор искомой скорости образует с меридианом. Обозначим на рисунке 6.17 этот угол через β. Применим к треугольнику АВС теорему синусов:

$$\frac{\upsilon_{тк}}{\sin(180^0 - \alpha)} = \frac{\upsilon_{кв}}{\sin\beta}\ .$$

Так как $\sin(180^0 - \alpha) = \sin\alpha$, то полученную формулу можно переписать в виде

$$\frac{\upsilon_{тк}}{\sin\alpha} = \frac{\upsilon_{кв}}{\sin\beta}\ ,\ \text{откуда}\ \sin\beta = \frac{\upsilon_{кв}\sin\alpha}{\upsilon_{тк}}\ .$$

Подставим в данную формулу выражение (6.6) для скорости теплохода относительно катера:

$$\sin\beta = \frac{\upsilon_{кв}\sin\alpha}{\sqrt{\upsilon^2_{тв} + \upsilon^2_{кв} + 2\upsilon_{тв}\upsilon_{кв}\cos\alpha}}\ . \qquad (6.7)$$

В последнюю формулу входят только известные величины, поэтому она является ответом в общем виде на вопрос о направлении скорости. Учащиеся старших классов, абитуриенты и студенты должны записать ответ в виде

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\upsilon_{кв}\sin\alpha}{\sqrt{\upsilon^2_{тв} + \upsilon^2_{кв} + 2\upsilon_{тв}\upsilon_{кв}\cos\alpha}}\right)\ . \qquad (6.8)$$

Учащиеся девятого класса могут написать в ответе, что скорость теплохода относительно катера направлена под углом β, синус которого вычисляется по формуле (6.7).

В полном ответе к задаче нужно обязательно указать обе формулы (6.6) и (6.7) (или (6.8)) и для расчёта величины, и для расчёта направления скорости.

7. Выполните проверку наименования для величины скорости и функции, задающей её направление.________
____
____.

8. Вычислите величину скорости теплохода относительно катера и угол, задающий её направление (через выбранную вами тригонометрическую функцию).__________
____
____.

9. Запишите ответ задачи, указав величину и направление искомой скорости. ______________________________
____
____.

А теперь попробуйте решить самостоятельно следующую задачу.

Условие задачи 6. По двум пересекающимся под углом 60^0 дорогам движутся два автомобиля, приближаясь к перекрёстку. Первый едет со скоростью 60 км/ч относительно Земли, второй — со скоростью 80 км/ч. Найдите величину и направление скорости второго автомобиля относительно первого.

1. Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ____________________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ________________________ (индекс — ______).

2. Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____.

3. Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 1, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи.______________
____
____.

4. Дополните рисунок 6. 18, показав на нём векторы известных скоростей и сделав поясняющие надписи, указав объекты и связанные с ними тело, подвижную и неподвижную системы отсчёта.

5. Выполните математическую операцию вычитания векторов скоростей и постройте на ри-

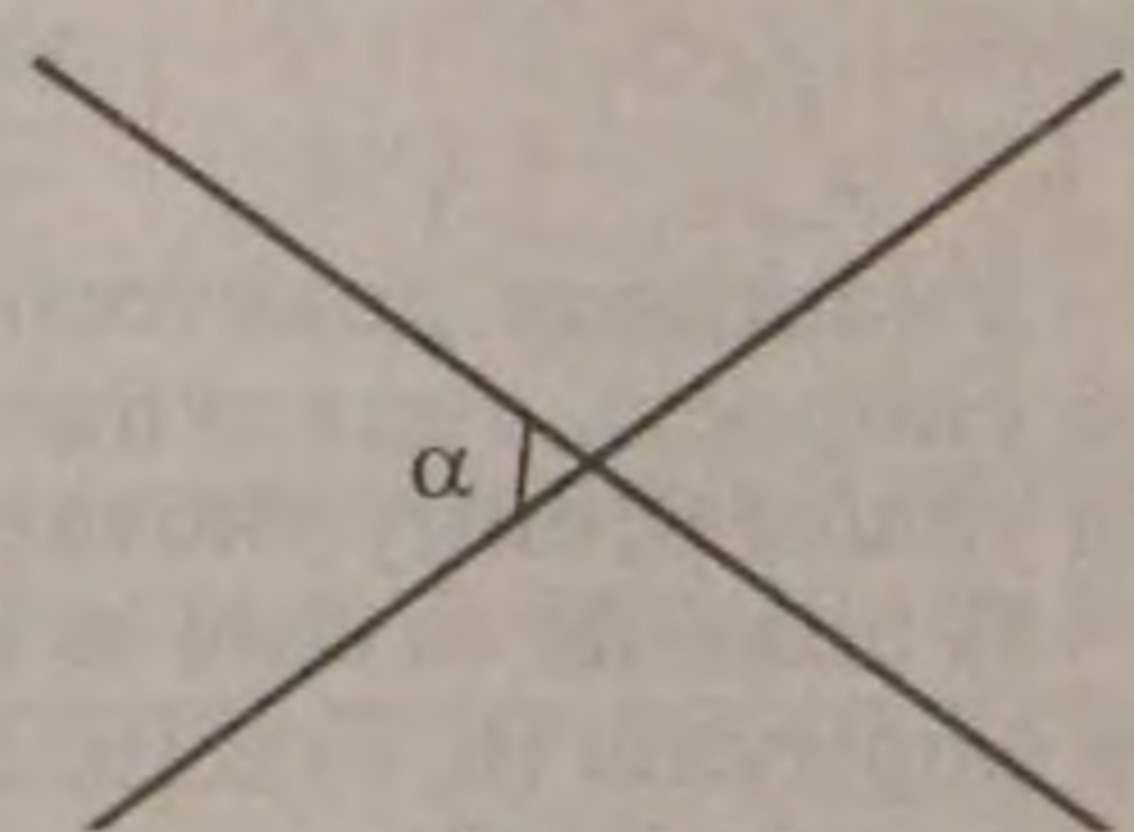


Рис. 6.18

сунке 6.18 вектор искомой скорости второго автомобиля относительно первого.

6. Выполните анализ полученной на рисунке 6.18 фигуры. Запишите известные элементы этой фигуры.________
____
____.

Какой элемент фигуры подлежит определению?
____
____.

7. Какой теоремой и почему нужно воспользоваться для определения искомой скорости второго автомобиля относительно первого? ______________________________
____
____.

Запишите математическую формулировку данной теоремы и решите полученное уравнение относительно искомой скорости. ____
____.

8. Какой теоремой и почему нужно воспользоваться для нахождения направления искомой скорости?
____
____.

Обозначьте на рисунке 6.18 угол, задающий направление искомой скорости. Запишите математическую формулировку выбранной теоремы. ___________________________
____
____.

Решите полученное уравнение относительно искомой величины. ____
____.

9. Выполните проверку наименования для величины скорости и функции, задающей её направление.________
____
____.

10. Вычислите величину скорости второго автомобиля относительно первого и угол, задающий её направление (через выбранную вами тригонометрическую функцию).
____
____
____.

11. Запишите ответ задачи, указав величину и направление искомой скорости. ________________________________
____
____.

6.3. Дополнительные приёмы решения задач с применением правила сложения скоростей

В более сложных задачах на правило сложения скоростей, которые обычно рассматриваются в классах с углублённым изучением физики или предлагаются на вступительных экзаменах в институты, применяются дополнительные приёмы решения.

Рассмотрим один из часто встречающихся способов усложнения условия задачи. Его можно назвать методом удвоения условия. Суть этого метода состоит в том, что путём однократного применения правила сложения скоростей нельзя решить задачу, так как полученное уравнение содержит две неизвестные величины. Приведём пример одной из наиболее простых задач данного типа, в условии которой описаны движения, происходящие вдоль одной прямой.

Условие задачи 7. По прямолинейному участку шоссе навстречу друг другу движутся два автомобиля. При этом скорость первого автомобиля относительно второго равна 140 км/ч. Чему будет равна скорость первого автомобиля относительно второго, если автомобили будут двигаться в одном направлении с такими же по величине скоростями, что и в первом случае (первый автомобиль движется вслед за вторым)? Скорость первого автомобиля относительно Земли равна 60 км/ч.

Очевидно, что в условии задачи описаны две ситуации — движение автомобилей вдоль одной прямой навстречу друг другу и в одном направлении. Обе ситуации были рассмотрены нами при решении задач 1 и 2. Поэтому, не повторяя решения, приведём уравнения для скорости первого автомобиля относительно второго. Начать следует с записи уравнения для второй ситуации, когда автомобили движутся в одном направлении, так как это уравнение будет содержать искомую величину υ'_{12} (скорость первого автомобиля относительно второго при движении автомобилей в одном направлении). Применив правило сложения скоростей к этой ситуации, получим $\upsilon'_{12} = \upsilon_1 - \upsilon_2$ (6.9)[1]. В полученной формуле известна скорость первого автомобиля относительно Земли, скорость второго автомо-

[1] Если вы не чувствуете себя достаточно уверенно при применении правила сложения скоростей, рекомендуем ещё раз для тренировки вывести формулу (6.9).

биля относительно Земли не известна, поэтому уравнение содержит две неизвестные величины υ'_{12} и υ_2.

В подобном случае всегда применяется следующая логика рассуждений. Если одного уравнения недостаточно для решения, то нужно написать ещё одно уравнение, связывающее те же неизвестные величины. Это уравнение может быть получено только на основе данных, приведённых в условии задачи. Поэтому следует ещё раз обратиться к условию и посмотреть, какие данные не были использованы.

В условии задана скорость первого автомобиля относительно второго при движении автомобилей навстречу друг другу. Применив правило сложения скоростей для этой ситуации, получим уравнение $\upsilon_{12} = \upsilon_1 + \upsilon_2$ (6.10) (см. задачу 1). Объединим уравнения (6.9) и (6.10) в систему:

$$\begin{cases} \upsilon'_{12} = \upsilon_1 - \upsilon_2, \\ \upsilon_{12} = \upsilon_1 + \upsilon_2. \end{cases}$$

В данной системе известны скорости υ_{12} и υ_1, а скорости υ'_{12} и υ_2 не являются известными. Система двух уравнений с двумя неизвестными может быть разрешена относительно обеих неизвестных величин. Решим её. Можно использовать стандартный математический метод исключения одной неизвестной из одного уравнения и подстановки в другое. В нашем случае нужно исключить скорость υ_2, так как она не является искомой. Однако проще сложить уравнения системы, тогда сумма υ_2 и $-\upsilon_2$ даст ноль.

$$+\begin{cases} \upsilon'_{12} = \upsilon_1 - \upsilon_2 \\ \upsilon_{12} = \upsilon_1 + \upsilon_2 \end{cases}$$

$$\overline{\upsilon'_{12} + \upsilon_{12} = 2\upsilon_1} \qquad (6.11)$$

Уравнение (6.11) содержит лишь одну неизвестную искомую величину υ'_{12}. Решив его относительно данной величины, получим $\upsilon'_{12} = 2\upsilon_1 - \upsilon_{12}$ (6.12). Формула (6.12) является ответом задачи в общем виде. Разность скоростей имеет наименование скорости, поэтому математические преобразования исходных уравнений были выполнены правильно.

Подставив данные, получим $\upsilon'_{12} = 120$ км/ч − 140 км/ч= = — 20 км/ч. Знак «минус» говорит о том, что вектор скорости первого автомобиля относительно второго направлен противоположно оси 0X. Но ось сонаправлена с векторами скоростей $\bar{\upsilon}_1$ и $\bar{\upsilon}_2$ автомобилей относительно Земли, поэтому относительно наблюдателя во втором автомобиле первый автомобиль движется в обратном направлении по сравнению с направлением его скорости относительно Земли. Это возможно в том случае, если скорость второго автомобиля относительно Земли больше скорости первого автомобиля относительно Земли (рис. 6.19). Этот вывод можно подтвердить, вычислив с помощью уравнения (6.10) скорость второго автомобиля относительно Земли: $\upsilon_2 = \upsilon_{12} - \upsilon_1 = 140$ км/ч — 60 км/ч = 80 км/ч. В ответе, как и всегда, нужно указать величину и направление искомой скорости. Предлагаем вам сделать это самостоятельно.______________________________

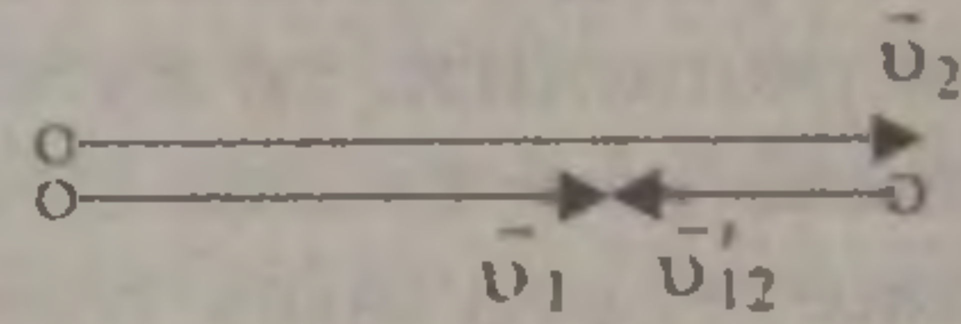


Рис. 6.19

____

____

____

____

____.

В рассмотренной выше задаче оба автомобиля двигались в обеих ситуациях вдоль одной прямой. Однако это отнюдь не является обязательным требованием задачи. В одной из ситуаций автомобили (или любые другие тела) могут двигаться по взаимно перпендикулярным или произвольным направлениям. Пусть, например, во второй части условия задачи 7 автомобили движутся по взаимно перпендикулярным направлениям.

Условие задачи 8. По прямолинейному участку шоссе навстречу друг другу движутся два автомобиля. При этом скорость первого автомобиля относительно второго равна 140 км/ч. Чему будет равна скорость первого автомобиля относительно второго, если автомобили будут двигаться к перекрёстку двух перпендикулярных дорог с такими же по величине скоростями, что и в первом случае? Скорость первого автомобиля относительно Земли равна 60 км/ч.

Применив правило сложения скоростей для описания движения автомобилей по перпендикулярным дорогам, получим (см. решение задачи 3 и рисунок 6.20):

$$\upsilon'_{12} = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2} \quad (6.13) \text{ и } \operatorname{tg}\alpha = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} \quad (6.14).$$

В обоих уравнениях содержатся по две неизвестные величины: υ'_{12} и υ_2 в уравнении (6.13); угол α и υ_2 в уравнении (6.14). Применяя логику, описанную в решении предыдущей задачи, определяем, что нужно обратиться к анализу условия и найти данные, которые ещё не были использованы в процессе решения. Такой величиной является скорость первого автомобиля относительно второго в первой ситуации движения вдоль одной прямой. Применив правило сложения скоростей, получим ещё раз уравнение (5.15) $\upsilon_{12} = \upsilon_1 + \upsilon_2$.

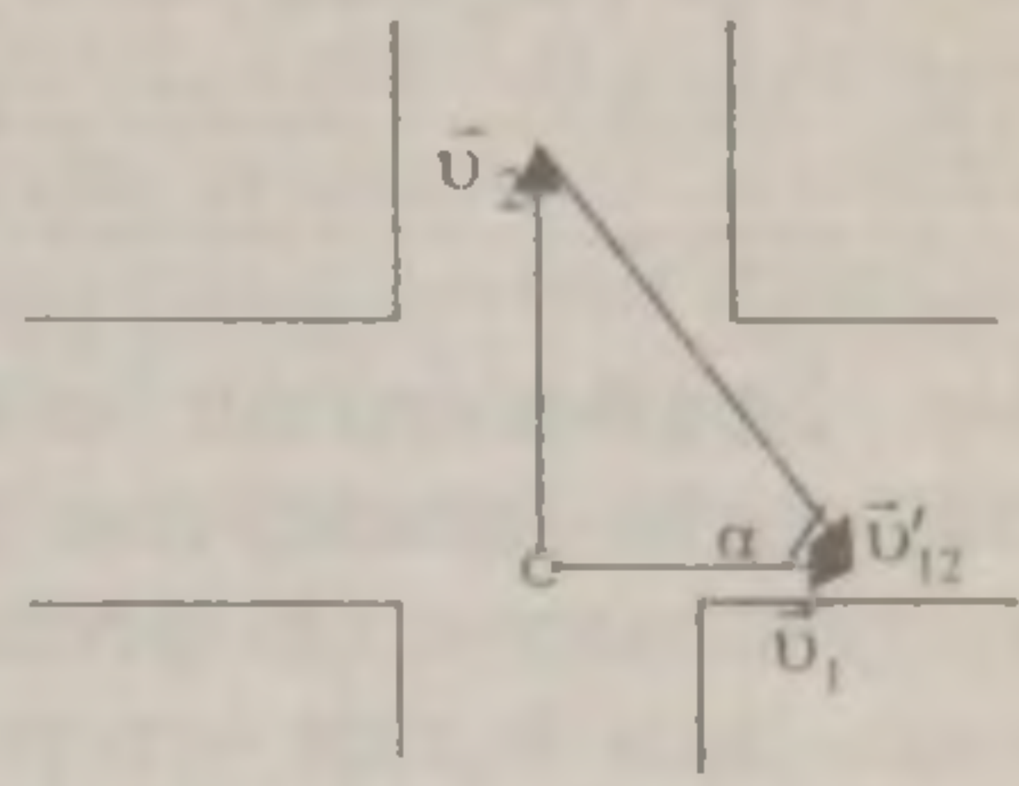


Рис. 6.20

Объединим уравнения (6.13), (6.14) и (6.10) в систему:

$$\begin{cases} \upsilon'_{12} = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}, \\ \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1}, \\ \upsilon_{12} = \upsilon_1 + \upsilon_2. \end{cases}$$

Данная система трёх уравнений содержит три неизвестные величины: угол α, υ'_{12}, υ_2. Поэтому она разрешима относительно каждой из них. Исключим υ_2 из третьего уравнения системы $\upsilon_2 = \upsilon_{12} - \upsilon_1$ и подставим полученное выражение в первое и второе уравнения. Получим

$$\upsilon'_{12} = \sqrt{\upsilon_1^2 + (\upsilon_{12} - \upsilon_1)^2} \qquad (6.15)$$

и $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\upsilon_{12} - \upsilon_1}{\upsilon_1} = \frac{\upsilon_{12}}{\upsilon_1} - 1. \qquad (6.16)$$

В правые части формул (6.15) и (6.16) входят только известные величины, поэтому они являются ответом задачи в общем виде.

Выполните проверку наименования величины скорости и величины, задающей её направление в формулах (6.15) и (6.16). ____
____
____.

Выполните необходимые вычисления. ____.

Сформулируйте ответ задачи. ____.

Если в одной из ситуаций, описанных в условии задачи, тела движутся по произвольным направлениям, то треугольник скоростей в этом случае оказывается произвольным и для его расчёта нужно применить теоремы синусов и косинусов. Причём это может относиться не только к одной из ситуаций, а к обеим. Например, в условии задачи можно задать относительную скорость автомобилей, когда они движутся по дорогам, пересекающимся под углом β, и попросить найти относительную скорость при движении по дорогам, пересекающимся под углом β. Как и ранее, задана скорость одного из автомобилей относительно Земли. Условие подобной задачи приведено в последнем параграфе главы.

Рассмотрим ещё один способ усложнения условия, который часто встречается в задачах, предлагаемых на вступительных экзаменах в вузы. В этом случае требуется найти такие параметры движения тел, при которых тела встречаются друг с другом. Вернёмся к задаче 3, в которой было описано движение двух пешеходов к перекрёстку двух взаимно перпендикулярных улиц. В задаче нужно было найти скорость одного из пешеходов относительно другого. Пусть исходная ситуация останется прежней, а вопрос сформулируем иначе.

Условие задачи 9. Два пешехода движутся к перекрёстку двух улиц, пересекающихся под прямым углом. Один из пешеходов идёт со скоростью $\upsilon_1 = 3$ км/ч. В начальный момент времени прямая, соединяющая пешеходов, образует угол 30^0 с направлением движения второго пешехода (рис. 6.21). С какой скоростью должен идти второй человек, чтобы на перекрёстке произошла встреча пешеходов?

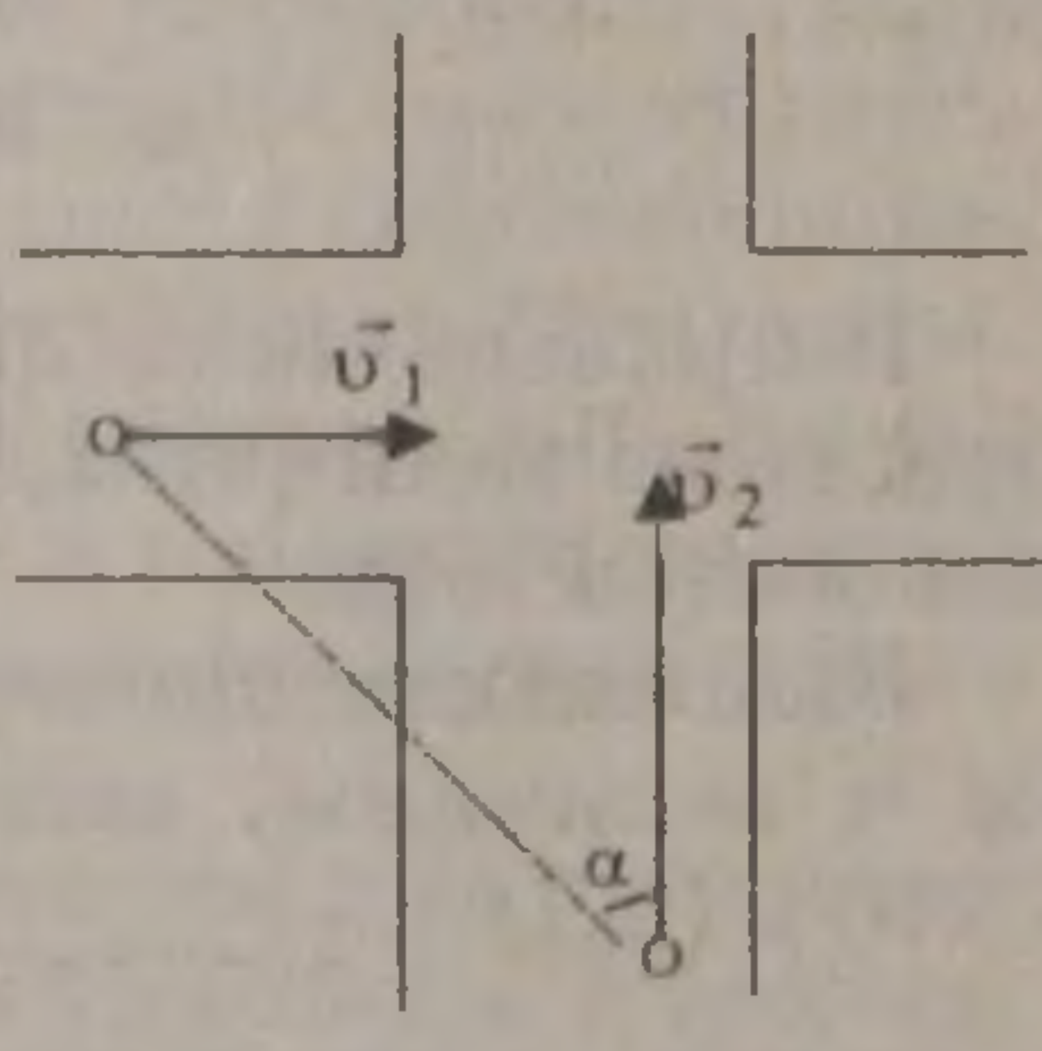


Рис. 6.21

По внешним признакам к решению задачи необходимо применить правило сложения скоростей, так как в условии описано равномерное прямолинейное движение двух тел, динамические характеристики движения не указаны и не являются искомыми. В условии также не даны расстояния, проходимые телами, и время движения. Однако в условии ничего не говорится и об относительном движении тел, поэтому применение правила сложения скоростей для решения отнюдь не является очевидным. Возможно, именно по этой причине задачи этого типа и относятся к чуть более сложным задачам по данной теме. Попробуем применить правило сложение скоростей.

1. Пусть телом является второй пешеход (индекс «т» заменим на индекс «2»). Подвижную систему отсчёта свяжем с первым пешеходом (индекс «п» заменяем на индекс «1»), неподвижную систему — с Землёй (индекс «н» переходит в индекс «3»).

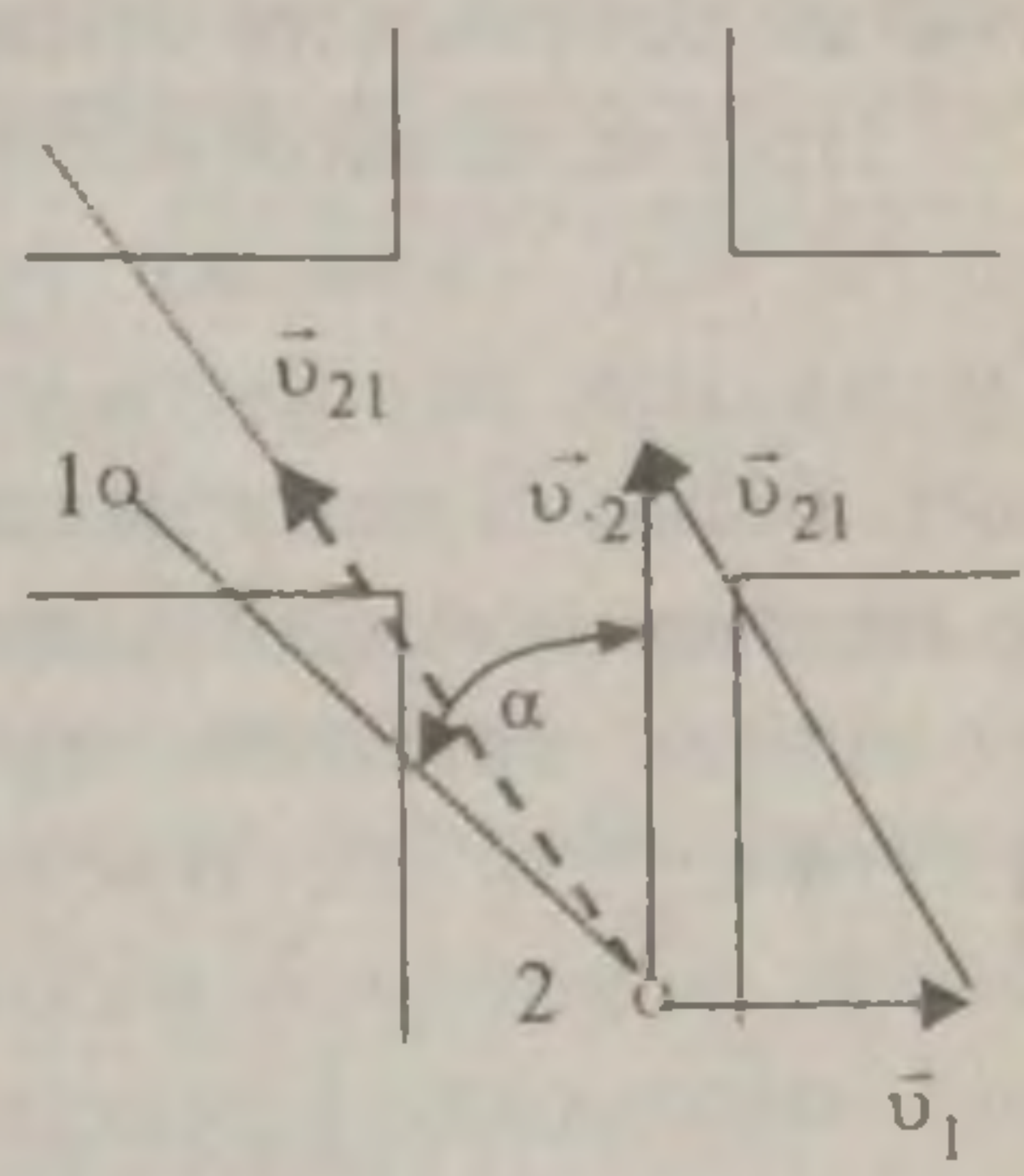


Рис. 6.22

2. Воспользуемся правилом сложения скоростей в форме $\vec{\upsilon}_{тп} = \vec{\upsilon}_{тн} - \vec{\upsilon}_{пн}$ (необходимость использования именно этой формы станет ясной из дальнейшего изложения). С учётом обозначений, введённых в пункте 1, запишем правило сложения скоростей в виде $\vec{\upsilon}_{21} = \vec{\upsilon}_{2} - \vec{\upsilon}_{1}$, где $\vec{\upsilon}_{21}$ — скорость второго пешехода относительно первого, $\vec{\upsilon}_{2}$ и $\vec{\upsilon}_{1}$ — скорости второго и первого пешеходов, соответственно, относительно Земли.

3. Выполним на рисунке 6.22 вычитание векторов и построим вектор скорости $\vec{\upsilon}_{21}$. Для этого перенесём вектор $\vec{\upsilon}_{1}$ и отложим его из одной точки с вектором $\vec{\upsilon}_{2}$. Затем проведем вектор $\vec{\upsilon}_{21}$ из конца вычитаемого $\vec{\upsilon}_{1}$ в конец уменьшаемого $\vec{\upsilon}_{2}$. На рисунке длины векторов $\vec{\upsilon}_{2}$ и $\vec{\upsilon}_{1}$ были выбраны произвольно, поэтому и полученный вектор $\vec{\upsilon}_{21}$ имеет произвольное направление. Выясним смысл этого направления. Мы связали подвижную систему отсчёта с первым пешеходом. Это означает, что мы смотрим на окружающие тела, в том числе и на второго пешехода, глазами первого пешехода. Что же он видит? Очевидно, что относительно себя самого первый пешеход неподвижен. Второй же пешеход движется относительно первого в

направлении, которое и указывает вектор $\vec{\upsilon}_{21}$. Перенесём на рисунке 6.22 вектор $\vec{\upsilon}_{21}$ и отложим его из той точки, в которой находится второй пешеход (перенесённый вектор изображён пунктиром). Тогда становится очевидным, что при выбранных произвольно длинах векторов $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{\upsilon}_1$ продолжение вектора скорости $\vec{\upsilon}_{21}$ не пересечёт точку, в которой находится покоящийся в данной системе отсчёта первый пешеход, т.е. второй пешеход пройдёт мимо первого и их встреча не произойдёт.

При заданной величине скорости $\vec{\upsilon}_1$ направление скорости $\vec{\upsilon}_{21}$ зависит только от величины скорости $\vec{\upsilon}_2$. Уменьшим скорость $\vec{\upsilon}_2$ и еще раз выполним построение (рис. 6.23). В данном случае встреча пешеходов опять не может состояться, так как продолжение вектора $\vec{\upsilon}_{21}$ не проходит через точку, в которой находится первый пешеход. Отсюда ясно, что существует единственное значение скорости $\vec{\upsilon}_2$ второго пешехода относительно Земли, при котором вектор $\vec{\upsilon}_{21}$ будет направлен точно на точку, в которой находится первый пешеход (рис. 6.24). Другими словами, покоящийся в данной системе первый пешеход видит, что второй пешеход идёт прямо по направлению к нему, поэтому они обязательно встретятся.

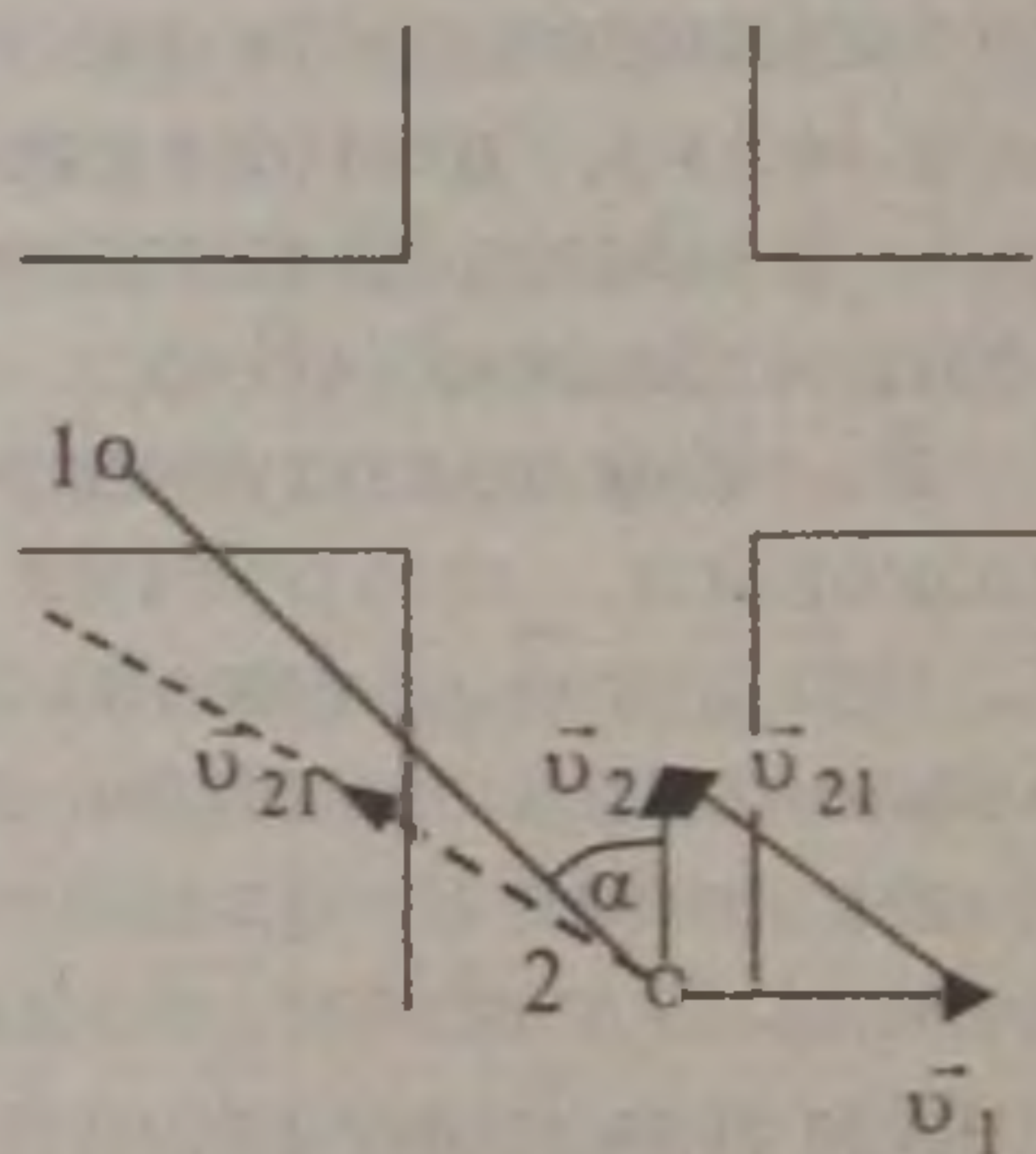


Рис. 6.23

Таким образом, с точки зрения применения правила сложения скоростей встреча двух движущихся тел означает, что относительная скорость любого из них относительно другого тела направлена вдоль прямой, соединяющей тела.

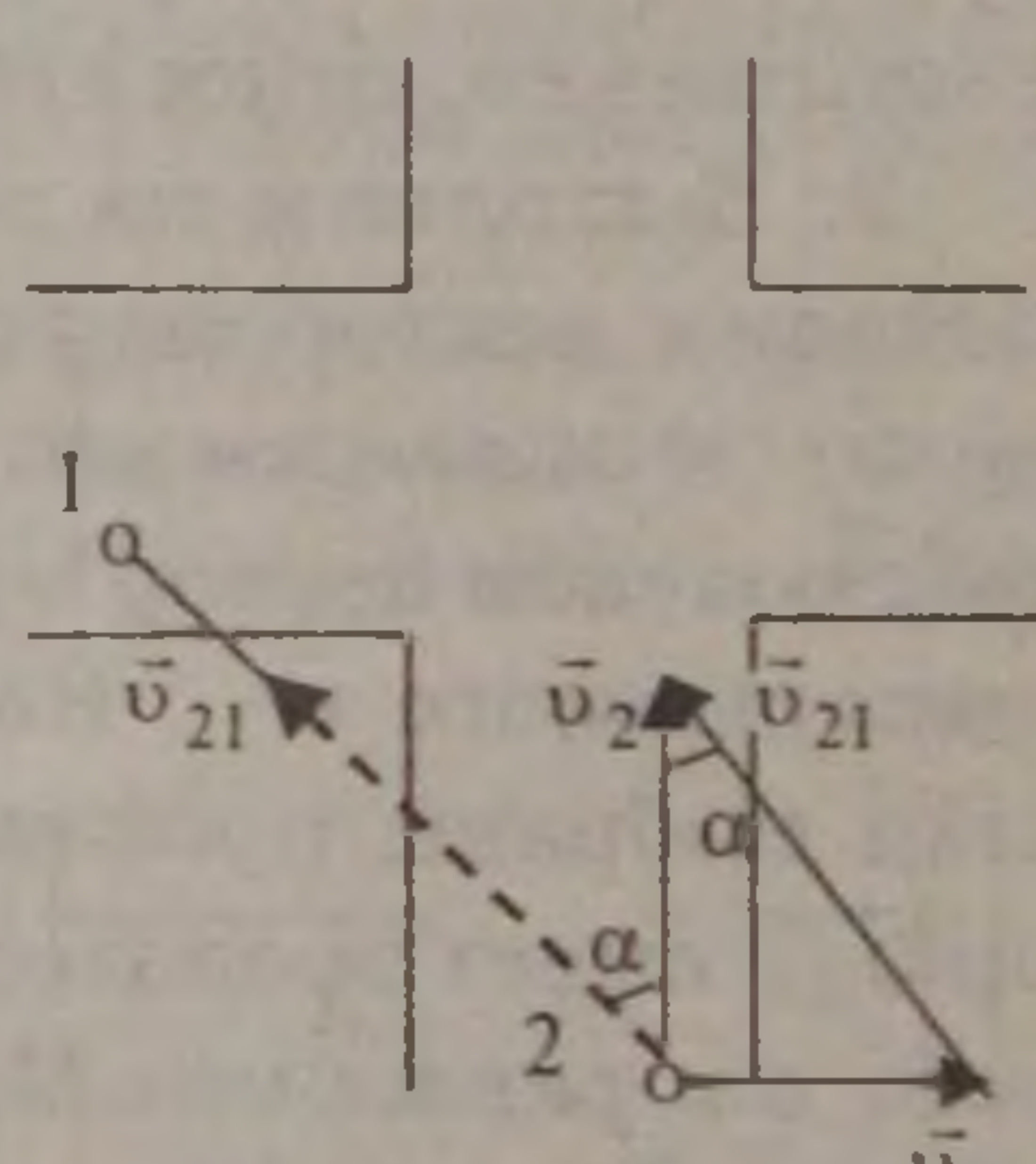


Рис. 6.24

4. Найдём величину искомой скорости. Так как векторы скоростей не направлены вдоль одной прямой, то для расчёта нужно применить геометрические теоремы и три-

гонометрические функции. Из рисунка 6.24 видно, что угол между векторами $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{\upsilon}_{21}$ в треугольнике скоростей равен заданному углу между отрезком, соединяющим пешеходов, и направлением скорости второго пешехода (внутренние накрест лежащие углы при двух параллельных и секущей). Тогда в треугольнике скоростей известен противолежащий катет υ_1 и угол α. Нужно найти прилежащий катет υ_2. Противолежащий и прилежащий катеты связаны функциями тангенс и котангенс. Чтобы записать ответ в более компактном виде, воспользуемся функцией котангенс. По определению котангенсом угла называется отношение прилежащего катета к противолежащему. Тогда $\mathrm{ctg}\,\alpha = \dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$, откуда $\upsilon_2 = \upsilon_1 \mathrm{ctg}\alpha$ (6.17). В правую часть формулы (6.17) входят только известные величины, поэтому она является ответом на вопрос задачи.

Выполните проверку наименования величины скорости в формуле (6.17).____________________________
____.

Выполните необходимые вычисления.____________
____
____
____.

Сформулируйте ответ задачи.__________________
____
____
____
____________________________.

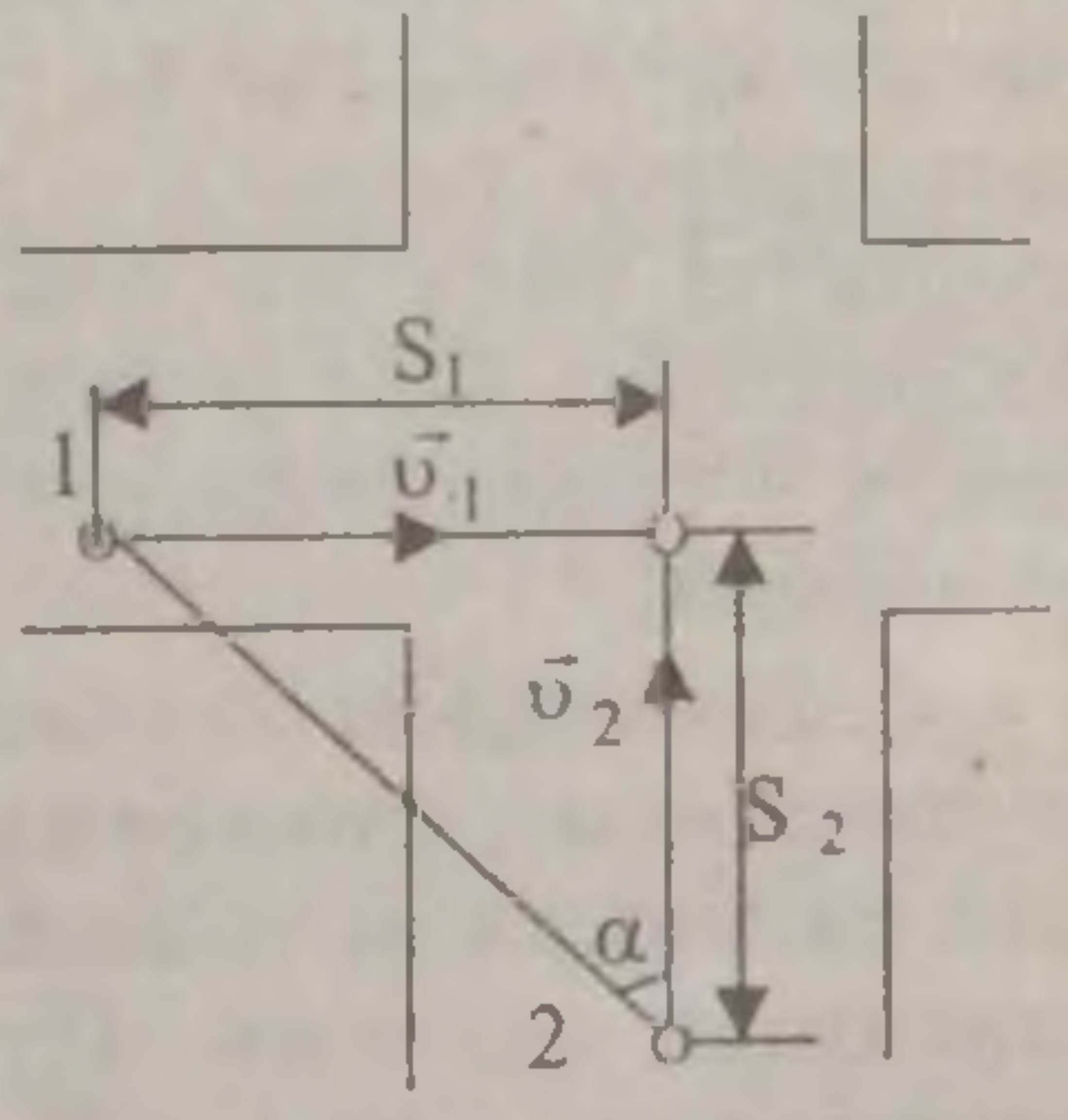


Рис. 6.25

В условии данной задачи иногда вместо угла α задают расстояния S_1 и S_2 от пешеходов до предполагаемой точки встречи (рис. 6.25). Решение задачи практически не изменяется, а котангенс угла можно найти из треугольника расстояний как отношение прилежащего катета S_2 к противолежащему катету S_1: $\mathrm{ctg}\alpha = \dfrac{S_2}{S_1}$. Подставив данное выражение в формулу (6.17), получим $\upsilon_2 = \upsilon_1 \dfrac{S_2}{S_1}$ (6.18).

В формулу (6.18) входят четыре физические величины, поэтому задача может быть сформулирована относительно каждой из них. Например, задав скорости обоих пешеходов и расстояние от второго пешехода до места встречи, можно попросить найти расстояние, на котором должен находиться от точки встречи первый пешеход, чтобы пешеходы встретились на перекрёстке.

Заметим, что данную задачу можно решить и координатным методом, не прибегая к правилу сложения скоростей (этот метод часто выбирают, когда в условии задан не угол, а расстояния). Подробно состав действий и операций по применению координатного метода был изложен в главе 3, поэтому приведём решение без подробных объяснений.

1. Так как в задаче описано прямолинейное движение двух тел по различным направлениям, то необходимо выбрать две одномерные системы координат. Направим оси координат по направлениям скоростей пешеходов (ось 0X по скорости первого пешехода, ось 0Y — по скорости второго пешехода). Начало координат совместим с теми точками, в которых находились пешеходы в начальный момент времени (рис. 6.26).

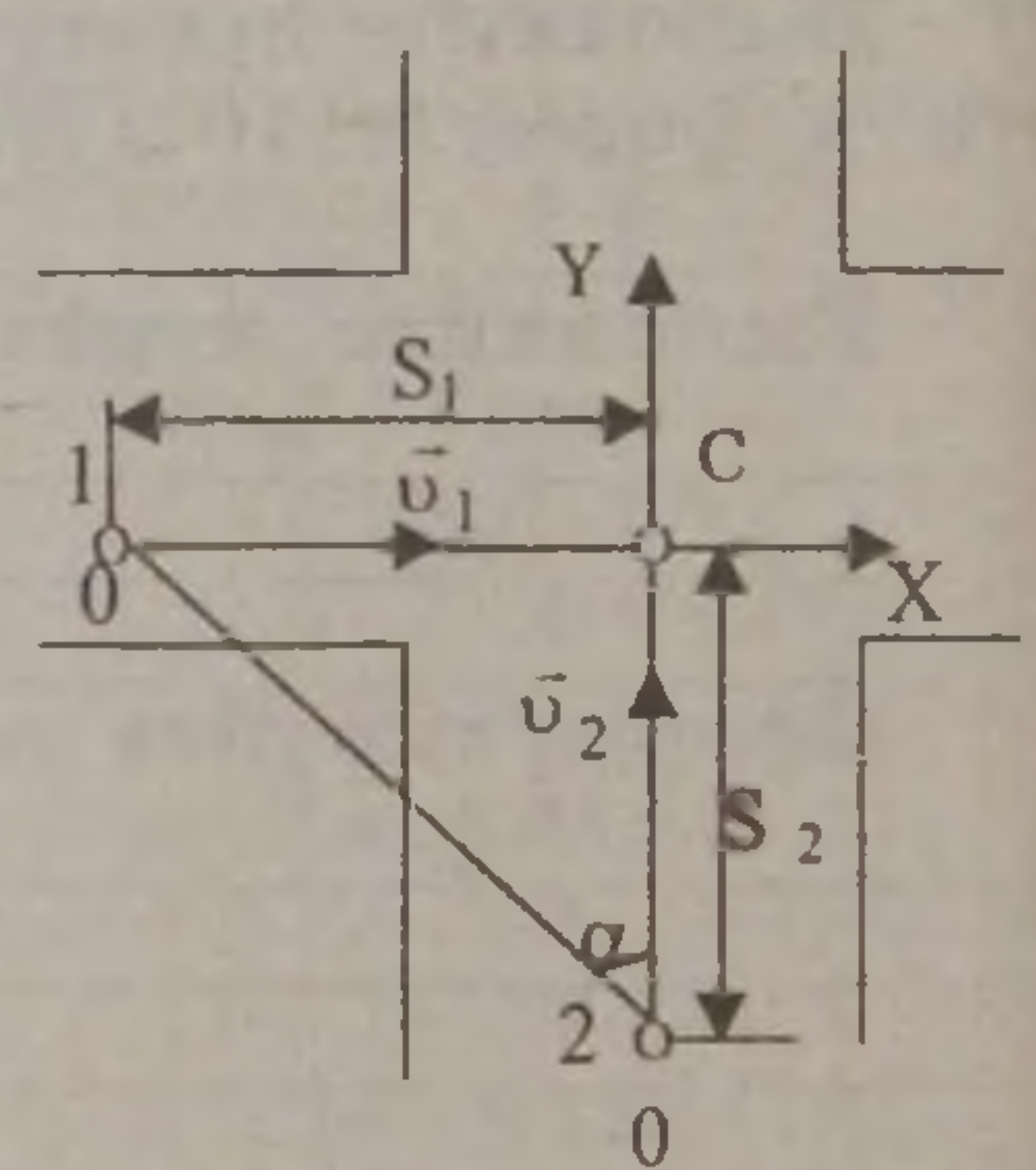


Рис. 6.26

2. Оба пешехода движутся равномерно, поэтому для описания движения следует выбрать уравнение $x=x_0+\upsilon_x t$, где x_0 — начальная координата тела, υ_x — проекция скорости тела на ось координат, выбранную для описания движения, x — координата тела в момент времени t.

3. Перейдём от общей к конкретной форме записи этого уравнения для обоих движущихся пешеходов в выбранных системах координат с учётом известных начальных и конечных условий. Пусть в момент времени t пешеходы встретились в точке С. Тогда конечная координата первого пешехода равна S_1, его начальная координата равна нулю. Проекция скорости первого пешехода на ось 0X положительна (вектор сонаправлен с осью) и равна по величине модулю вектора: $\upsilon_{1x}=\upsilon_1$. Тогда уравнение $x=x_0+\upsilon_x t$ для первого пешехода принимает вид $S_1=\upsilon_1 t$. Аналогичным образом в силу тех же рассуждений для второго пешехода получим $S_2=\upsilon_2 t$.

4. Полученные уравнения движения образуют систему уравнений с двумя неизвестными υ_2 и t, следовательно, система разрешима. С целью исключения t разделим второе уравнение на первое. Получим $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$, откуда $\upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{S_2}{S_1}$, что совпадает с ответом, полученным с помощью правила сложения скоростей. Так как отношение расстояний $\frac{S_2}{S_1}$ равно $\mathrm{ctg}\alpha$, то ответу можно придать вид $\upsilon_2 = \upsilon_1 \mathrm{ctg}\alpha$, т.е. расстояния могут являться вспомогательными величинами, не заданными в условии задачи.

В задачах, в которых описана встреча тел, движения могут происходить по произвольным направлениям. Рассмотрим один из вариантов подобной задачи.

Условие задачи 10. В открытом море движутся корабль и подводная лодка. Скорость корабля равна 50 км/ч и направлена под углом 30^0 к прямой, соединяющей корабль и подводную лодку (рис. 6.27). Торпеда развивает относительно воды скорость 80 км/ч. В каком направлении (под каким углом к прямой, соединяющей лодку и корабль) нужно выпустить торпеду, чтобы она попала в корабль?

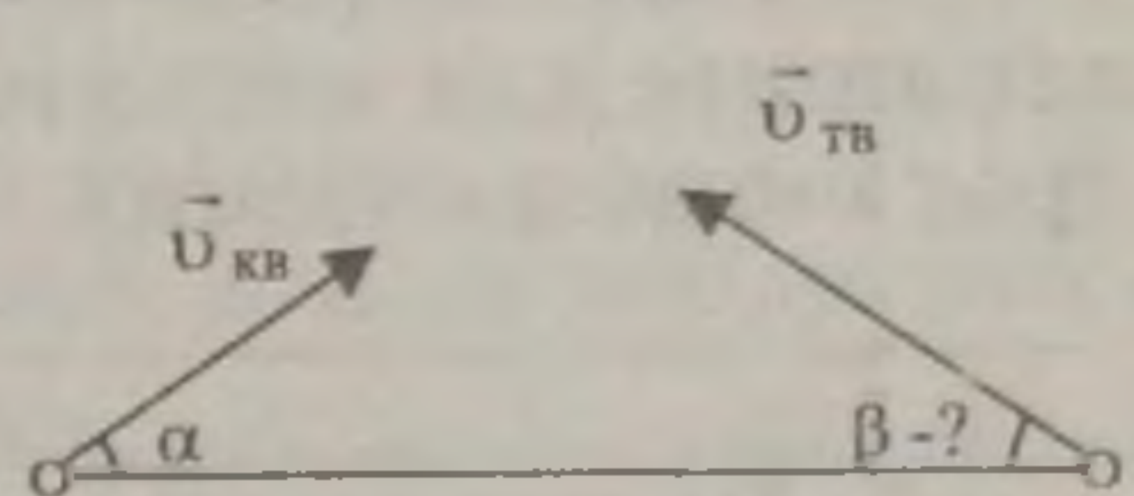


Рис. 6.27

1. Запишите названия объектов, с которыми связываются: тело, скорость которого необходимо определить; подвижная система отсчёта; неподвижная система отсчёта.

Тело — ____________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______).

2. Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____
____.

3. Используя обозначения объектов, выделенных в пункте 1, и заменяя индексы, запишите правило сложения скоростей для решения данной задачи. ________
____
____.

4. Дополните рисунок 6.27, указав объекты, описанные в условии задачи, и связав с ними тело, подвижную систему отсчёта, неподвижную систему отсчёта.

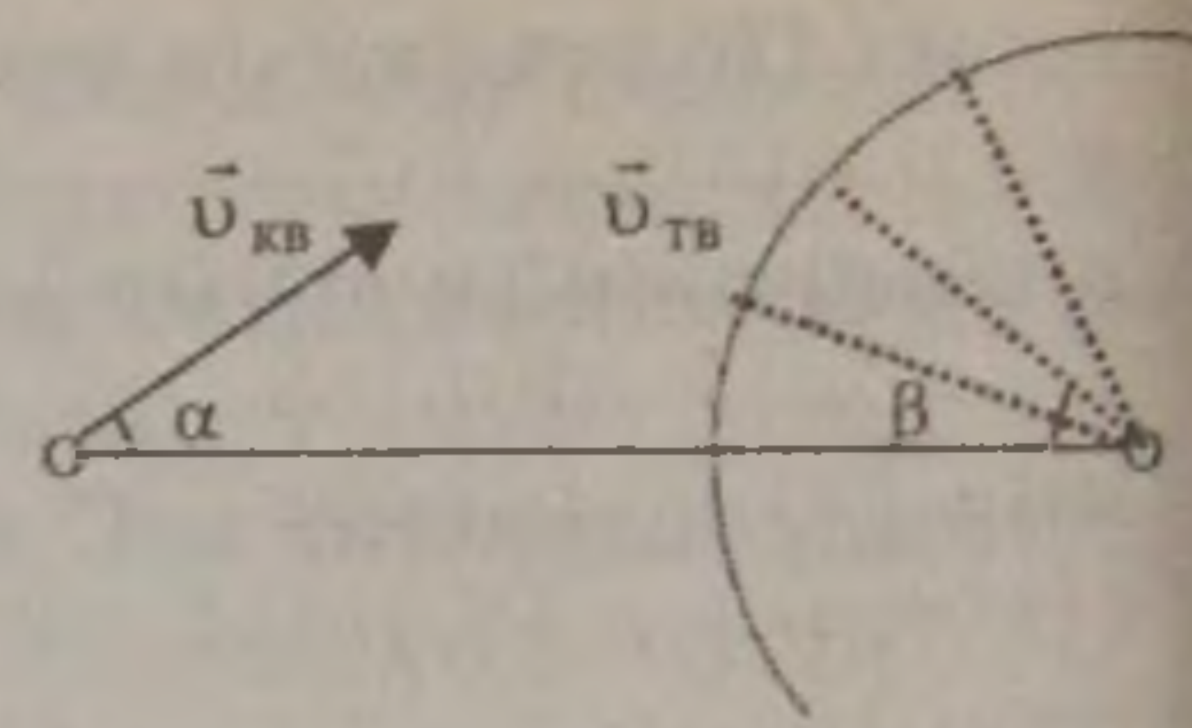


Рис. 6.28

5. Выполните на рисунке 6.28 вычитание векторов и постройте вектор скорости торпеды относительно корабля. Направление вектора скорости торпеды относительно воды выберите самостоятельно с учётом того, что торпеда должна попасть в корабль (на рисунке пунктиром показано, что торпеда может двигаться по любому из направлений, при этом вектор ее скорости описывает окружность с центром в точке, из которой начинает двигаться торпеда). Как должна быть направлена скорость торпеды относительно корабля, чтобы она могла попасть в цель? ____
____
____.

6. Рассмотрите полученный треугольник скоростей и запишите для него теорему, позволяющую найти одну из тригонометрических функций угла β. ______________________
____
____.

7. Решите полученное уравнение относительно искомой величины. ______________________________________
____.

8. Проверьте наименование искомой величины. ____.

9. Почему в данной задаче не обязательно переводить данные в СИ? ______________________________________
____
____.

10. Проведите необходимые вычисления. ____________
____.

11. Запишите ответ задачи. ______________________
____
____.

Решите эту же задачу координатным методом.

1. Изобразите на рисунке 6.29 две одномерные системы координат 0X и 0Y для описания движения корабля и торпеды, направив оси координат по векторам скоростей корабля и торпеды относительно воды. Начала координат

поместите в те точки, в которых находились корабль и торпеда в начальный момент времени.

2. Запишите общее уравнение зависимости координаты от времени для равномерного движения.____________________________

____.

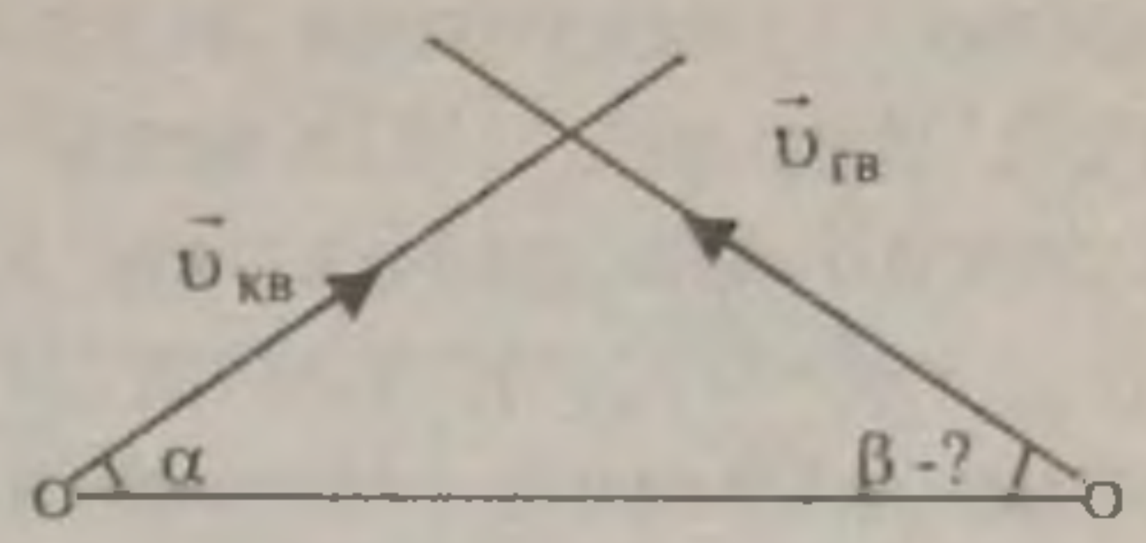


Рис. 6.29

3. Выберите в качестве конечного момента времени тот момент, когда торпеда попала в корабль. Покажите на рисунке 6.29 положение корабля и торпеды в данный момент времени. Покажите на рисунке координаты S_1 корабля и S_2 торпеды в выбранных системах координат.

4. Запишите уравнения движения корабля и торпеды в данный момент времени с учётом значений их начальных и конечных координат, величин и знаков проекций скоростей на выбранные оси координат.

S_1 =__________________; S_2 =______________________.

5. Рассмотрите полученный треугольник расстояний и запишите для него теорему, позволяющую найти одну из тригонометрических функций угла. ____________________

____

____.

6. Решите полученное уравнение относительно искомой величины. ____

____.

7. Сравните ответы, полученные различными методами решения. ____.

Мы сознательно не просили вас вычислить искомую величину, так как при этом получаются несколько неожиданные результаты. Подставьте данные в полученную вами формулу для вычисления искомого угла, под которым должна быть запущена торпеда.____________________

____.

В результате вычислений вы получили для синуса угла величину 0,8. Этому значению синуса отвечают два угла $\beta_1 = 53^0$ и $\beta_2 = 127^0$. Следовательно, задача допускает два решения, т.е. существуют два возможных направления, двигаясь по которым торпеда попадёт в корабль. Поясним этот результат.

По правилу сложения скоростей скорость торпеды относительно корабля $\vec{\upsilon}_{тк}$ равна разности скорости торпеды относительно воды $\vec{\upsilon}_{тв}$ и скорости корабля относительно воды $\vec{\upsilon}_{кв}$. Для наглядности рассуждений используем правило вычитания векторов в другой форме. Разность $\vec{\upsilon}_{тв} - \vec{\upsilon}_{кв}$ можно представить как сумму $\vec{\upsilon}_{тв} + (-\vec{\upsilon}_{кв})$, т.е. для нахождения разности векторов $\vec{\upsilon}_{тв} - \vec{\upsilon}_{кв}$ нужно к вектору скорости торпеды относительно воды $\vec{\upsilon}_{тв}$ прибавить вектор $-\vec{\upsilon}_{кв}$, т.е. вектор, противоположный по направлению вектору скорости корабля относительно воды. Именно эта операция и изображена на рисунке 6.30. К концу вектора скорости торпеды относительно воды $\vec{\upsilon}_{тв}$ присоединено начало вектора $-\vec{\upsilon}_{кв}$, противоположного скорости корабля относительно воды. Затем начало вектора $\vec{\upsilon}_{тв}$ соединено с концом вектора $-\vec{\upsilon}_{кв}$. В результате получен вектор скорости торпеды относительно корабля $\vec{\upsilon}_{тк}$. Каков смысл направления этого вектора? В подвижной системе отсчёта, связанной с кораблём, корабль покоится. Наблюдатель, находящийся на корабле, видит торпеду, движущуюся именно с относительной скоростью $\vec{\upsilon}_{тк}$. Если этот вектор направлен вдоль прямой AB, соединяющей корабль и торпеду, то она попадёт в корабль. В противном случае торпеда пройдёт мимо корабля. На рисунке 6.30 изображён случай, когда вектор скорости торпеды относительно корабля не направлен вдоль прямой AB, поэтому торпеда не попадёт в корабль. Так как торпеда может быть выпущена в произвольном направлении, то вектор скорости торпеды относительно воды описывает в пространстве окружность. Вращая вектор скорости торпеды относительно воды $\vec{\upsilon}_{тв}$ и прибавляя к нему вектор $-\vec{\upsilon}_{кв}$, мы получаем множество векторов скорости торпеды относительно корабля $\vec{\upsilon}_{тк}$ (на рис. 6.31 выполнено построение для двух направлений вектора $\vec{\upsilon}_{тв}$).

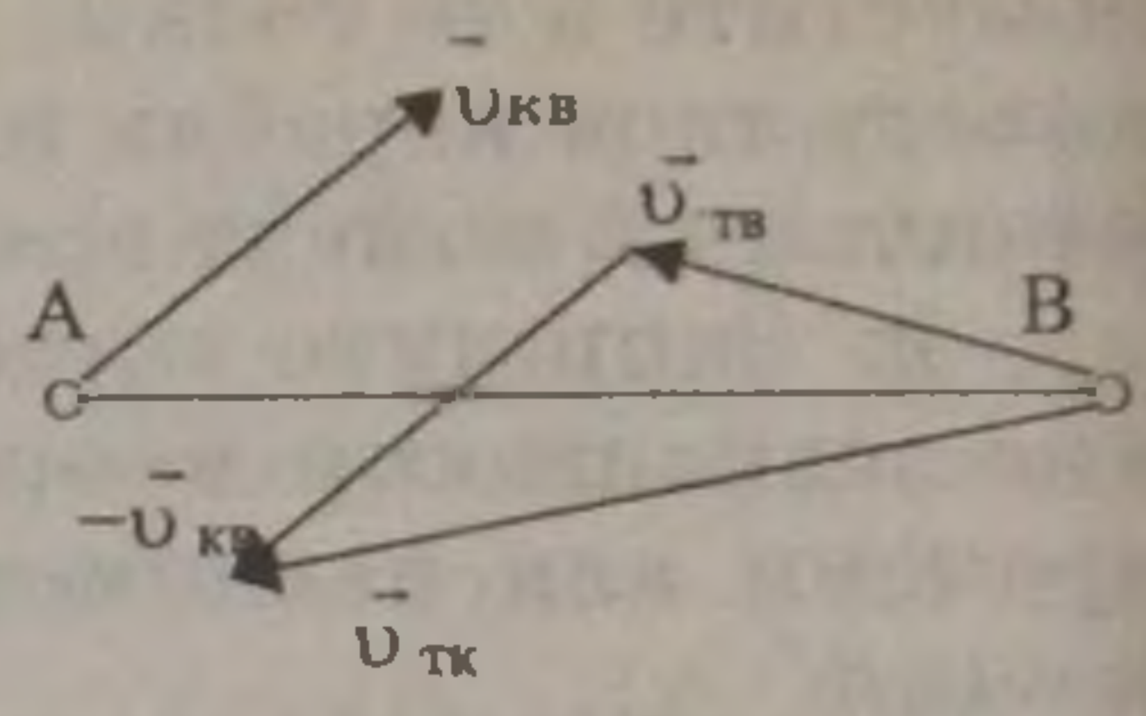


Рис. 6.30

Как найти те направления, двигаясь по которым торпеда попадёт в корабль? Положение конца вектора $\vec{\upsilon}_{тк}$ определяется положением конца вектора $-\vec{\upsilon}_{кв}$, который не изменяет своей ориентации в пространстве при изменении направления

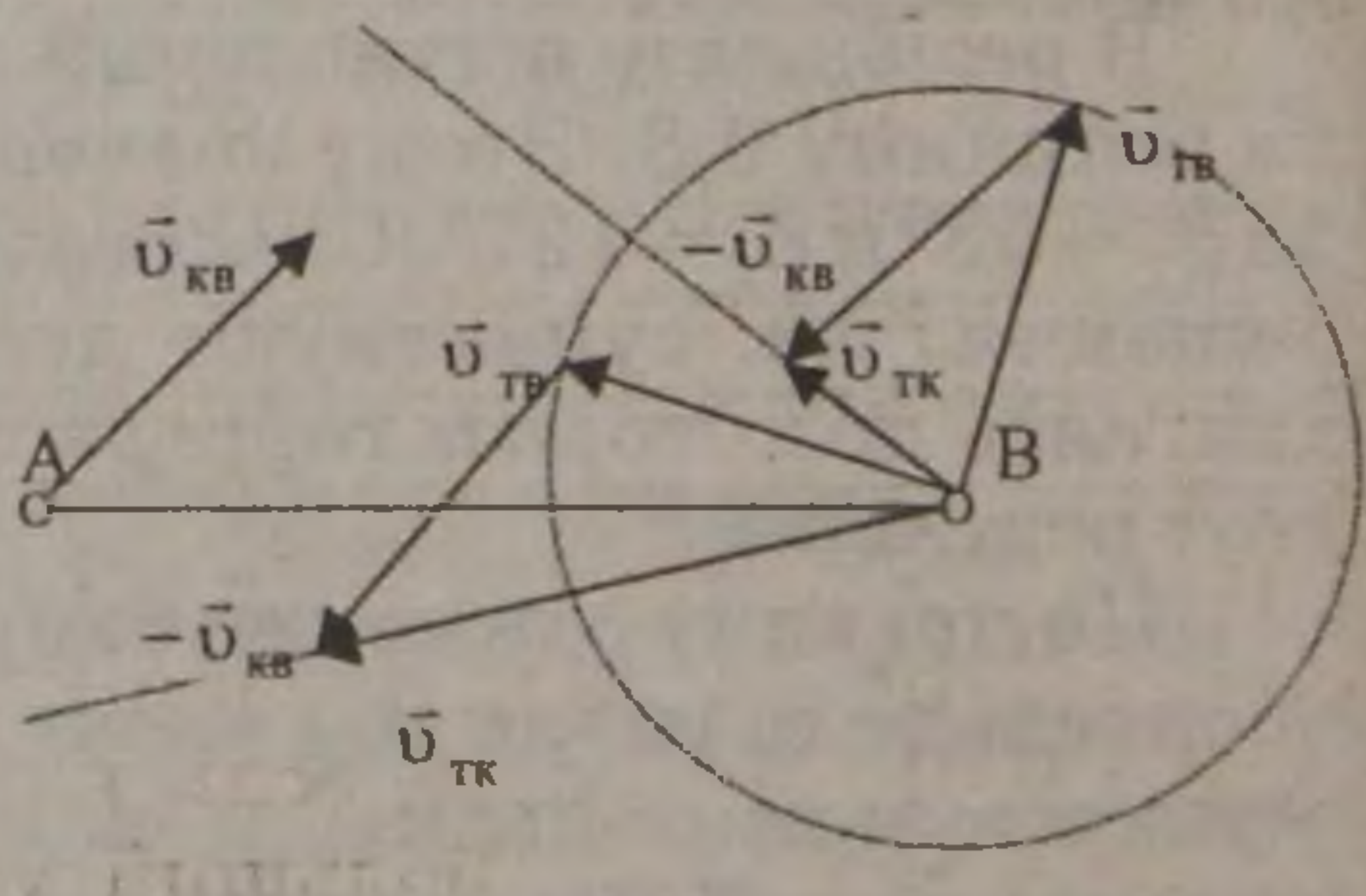


Рис. 6.31

скорости торпеды относительно воды $\vec{\upsilon}_{тв}$. Чтобы торпеда попала в цель, вектор скорости торпеды относительно корабля должен быть направлен вдоль прямой AB. На рисунке 6.32 показаны три случая построения вектора скорости торпеды относительно корабля при различных значениях и направлениях скорости торпеды относительно воды. В каждом из этих случаев торпеда попадает в корабль. Видно, что при любом построении происходит параллельный перенос вектора $-\vec{\upsilon}_{кв}$, при этом его начало перемещается по линии, параллельной AB. Построение на рисунке 6.32 выполнено для разных по величине скоростей торпеды. В нашем же случае скорость торпеды может изменяться лишь по направлению, описывая в пространстве окружность (рис. 6.31). Эта окружность пересекает линию возможных начал вектора $-\vec{\upsilon}_{кв}$ (конец вектора $\vec{\upsilon}_{тв}$) в двух точках (рис. 6.33), которые и определяют два возможных направления, двигаясь по которым торпеда попадает в цель. Двигаясь под меньшим углом CBA = β_1 к линии AB по направлению BC, торпеда развивает относительно корабля бóльшую скорость и достигнет его раньше. Если же торпеда будет выпущена в направлении BD под углом DBA=β_2, то она будет двигаться относительно корабля с меньшей скоростью и достигнет его позже.

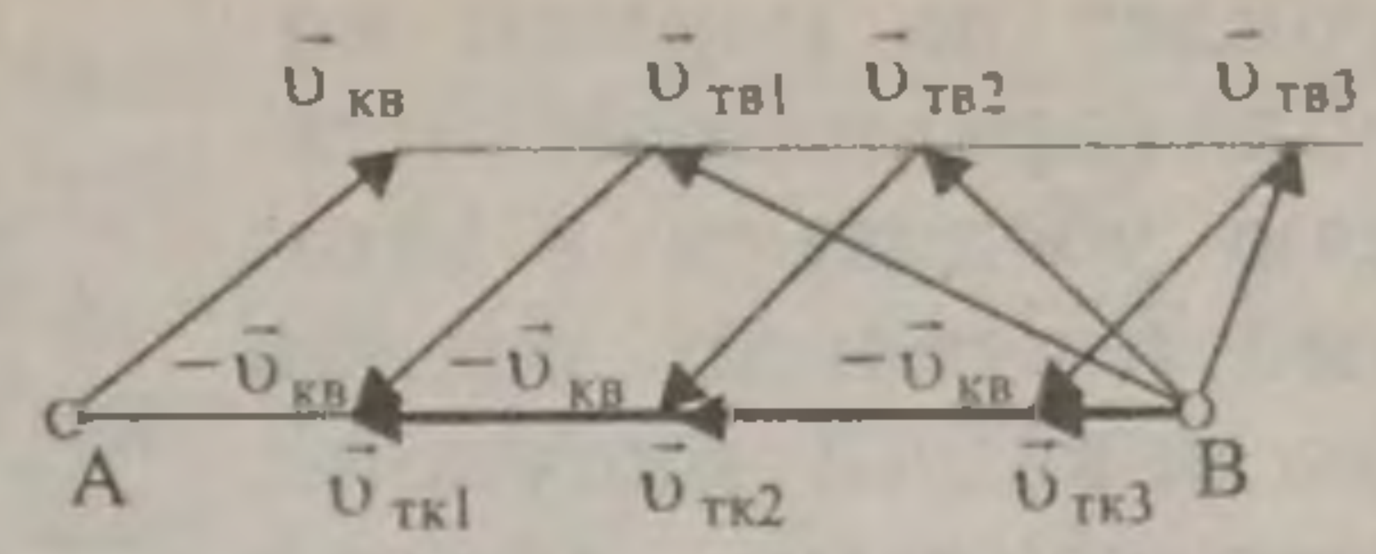


Рис. 6.32

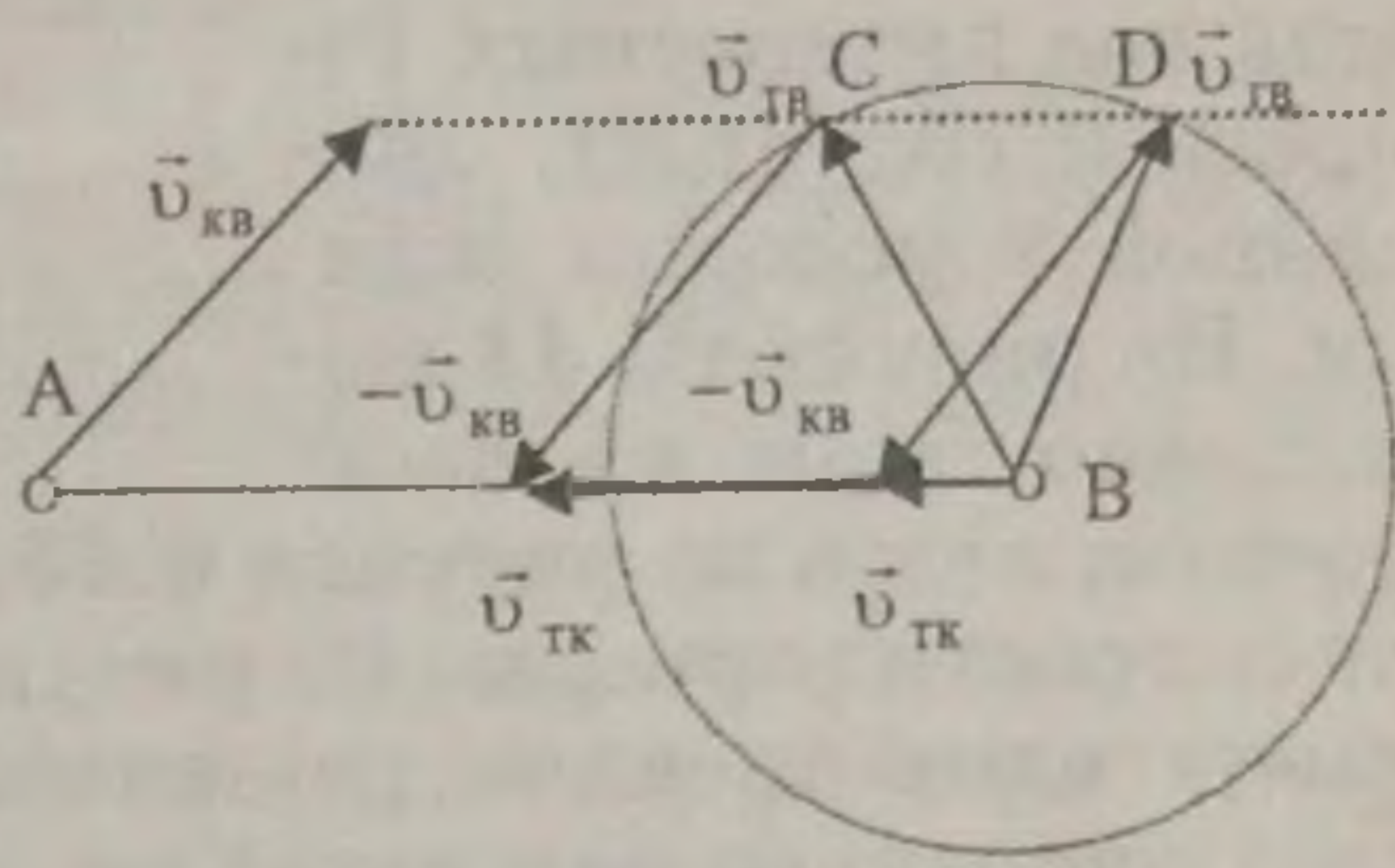


Рис. 6.33

Если угол, под которым выпущена торпеда, будет меньше угла CBA, то вектор скорости торпеды относительно корабля будет направлен мимо корабля и торпеда пройдёт за его кормой. Если торпеда бу[illegible]ыпущена по любому из направлений в пределах угла между отрезками CB и DB, то она опять пройдёт мимо корабля, но перед его носом. Оба описанных случая как раз и изображены на рисунке 6.31. Наконец, если направление движения торпеды составит угол, больший угла DBA, то торпеда снова

пройдёт за кормой корабля (предлагаем читателю убедиться в этом самостоятельно, сделав поясняющий рисунок). Проведённый анализ позволяет поставить ещё два интересных вопроса к ситуации, описанной в условии задачи. На рисунке 6.34 выполнено такое же построение, как и на рисунке 6.33, но при большей по величине скорости торпеды. Из рисунка видно, что задача теперь имеет единственное решение, так как вектор скорости $\vec{\upsilon}_{тк2}$ направлен не к кораблю, а от него. Следовательно, существует некая наибольшая скорость торпеды, при которой задача ещё имеет два решения. Найдите эту скорость (по величине и направлению). Для этого изобразите на рисунке 6.35 несколько окружностей разных радиусов с центром в точке B, которые соответствуют различным скоростям торпеды относительно воды. Проанализируйте полученный рисунок. Наверняка вас осенит идея решения. Изложите её. ______________________________
____
____
____
______________________________.

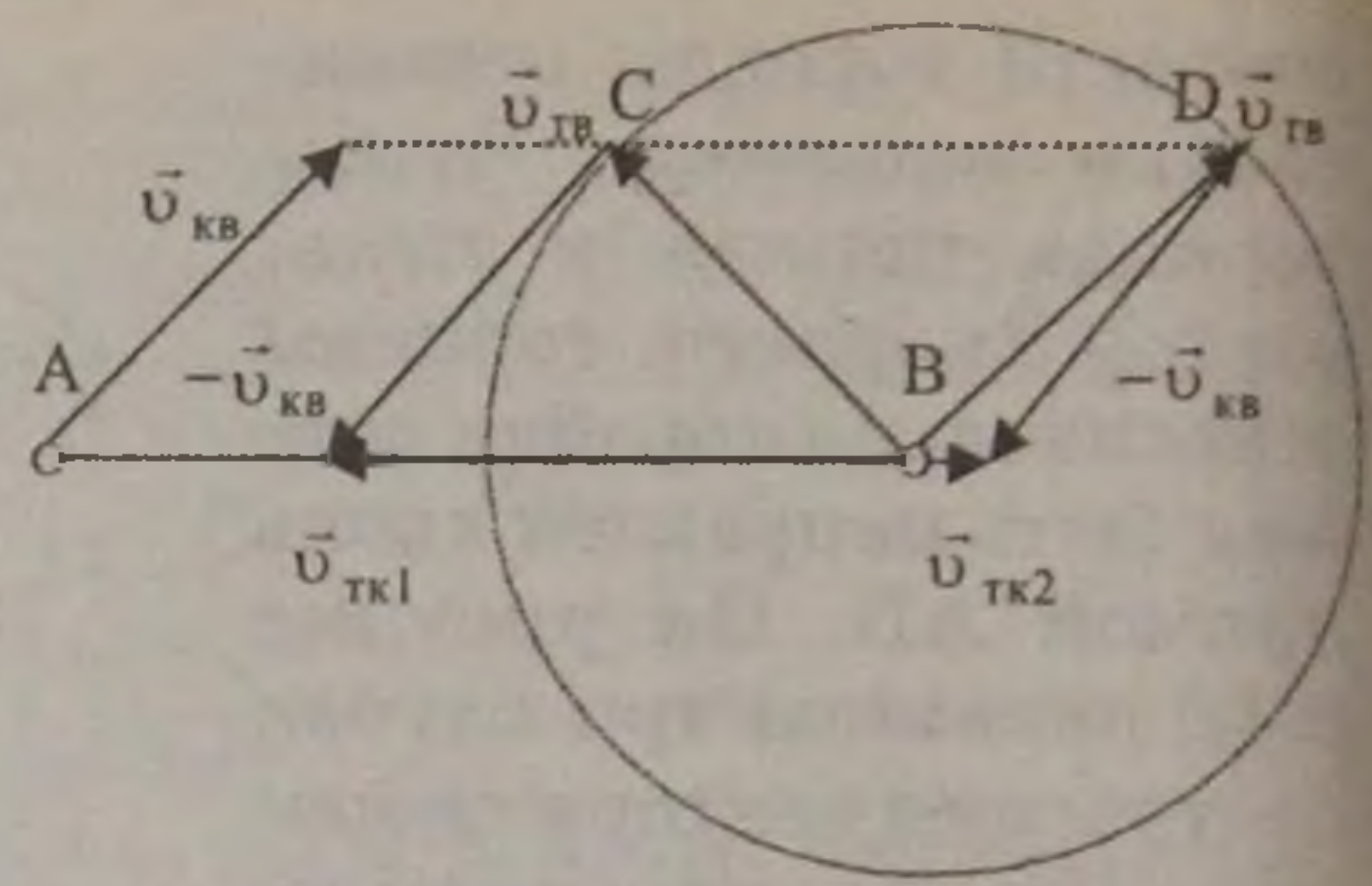


Рис. 6.34

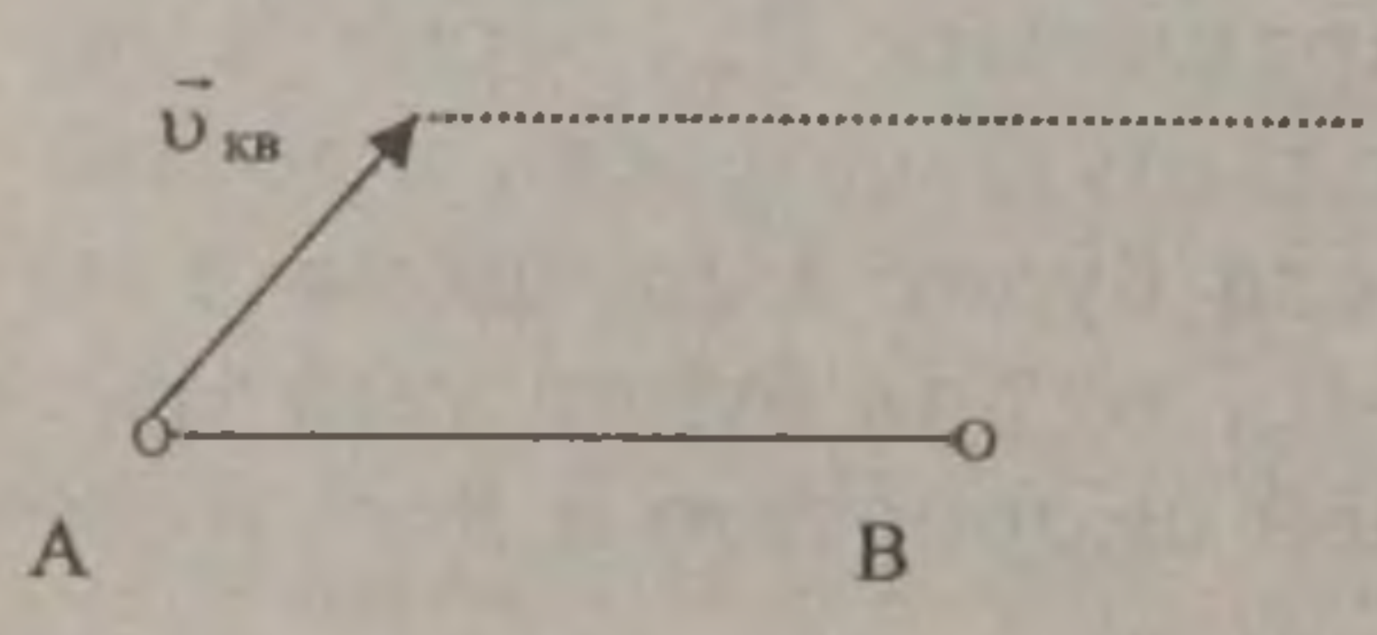


Рис. 6.35

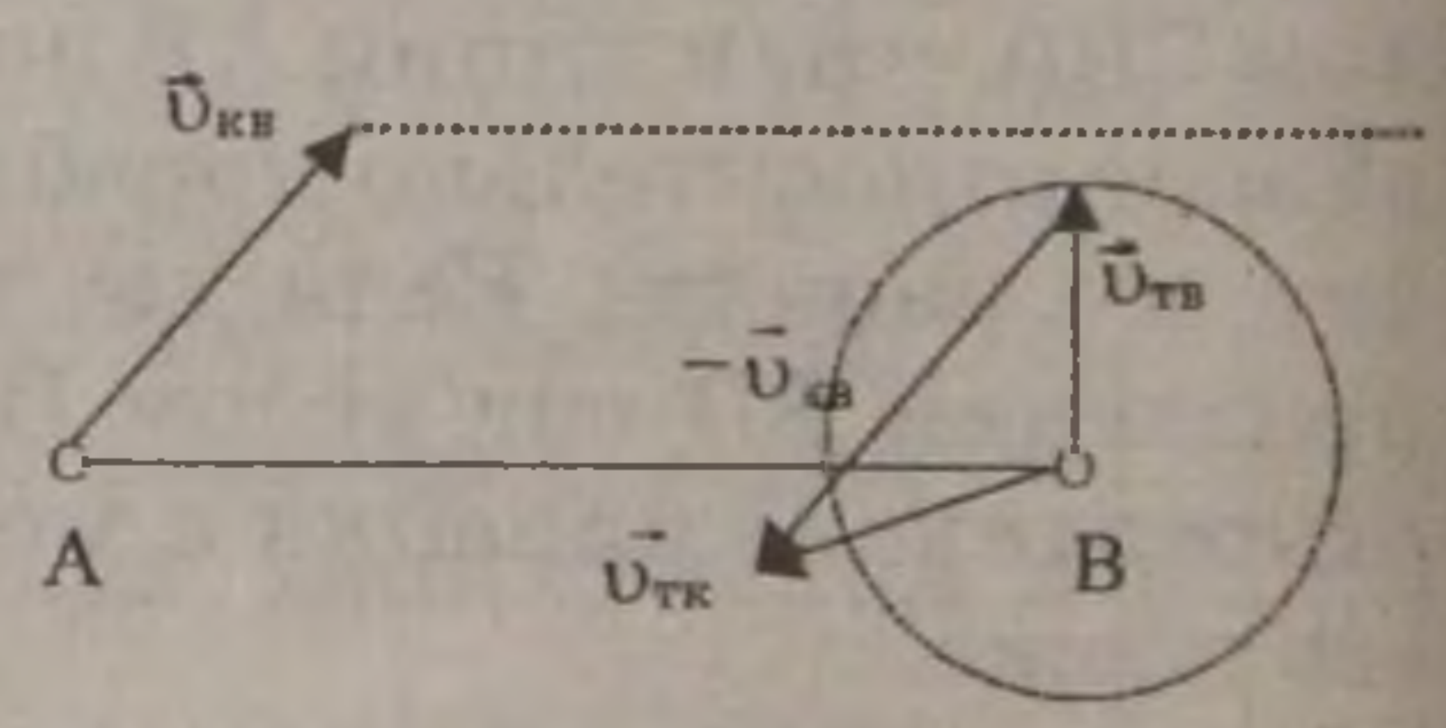


Рис. 6.36

Задача может иметь два решения, может иметь одно. А может ли она вообще не иметь решения? Очевидно, что да! На рисунке 6.36 изображено построение для настолько малой скорости торпеды относительно воды, что ни при одном из возможных направлений вектора скорости торпеды относительно воды вектор скорости торпеды относительно корабля не может быть направлен вдоль линии AB.

Следовательно, существует наименьшая скорость торпеды, при которой она может попасть в цель. Найдите величину и направление этой скорости. Ещё раз изобразите на рисунке 6.37 окружности с центром в точке B с постепенно уменьшающимися радиусами, соответствующими уменьшению скорости торпеды относительно воды. Проанализируйте рисунки и выделите тот, который соответствует поставленному вопросу. Сформулируйте идею решения. ____

____

____

____

____.

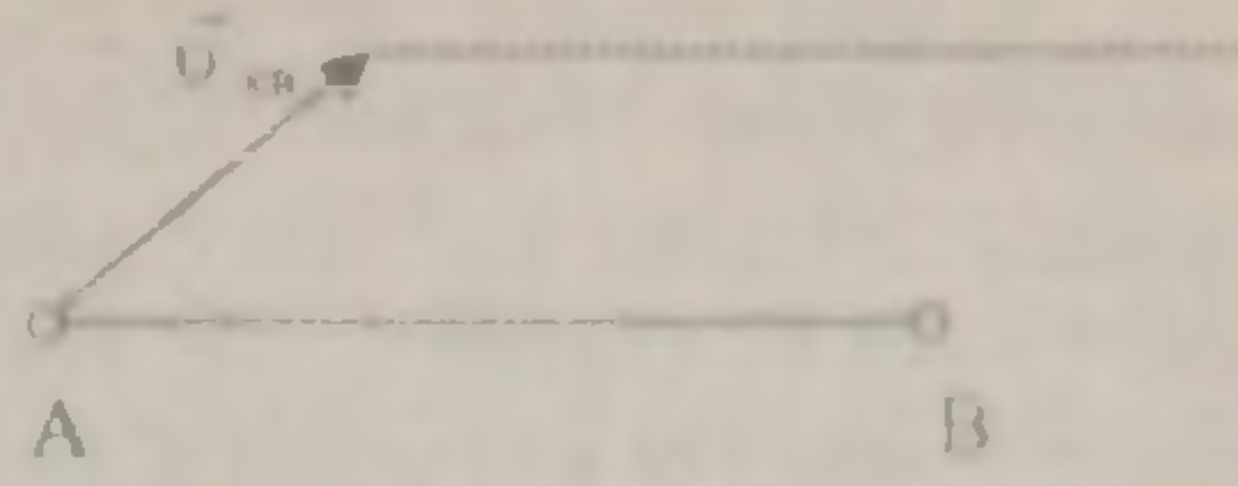


Рис. 6.37

Выполните необходимые вычисления и запишите ответ. ____

____

____.

Задачи подобного типа встречаются достаточно часто. В них фигурируют различные объекты (пешеходы, спешащие на проходящий мимо автобус, лодки, пытающиеся доставить пассажиров на проплывающий теплоход, и т.д.). Различные названия объектов не должны вводить вас в заблуждение, на самом деле все эти задачи решаются на основе одной и той же идеи.

6.4. Задачник

Предлагаемые вам ниже задачи отличаются по уровню сложности. Задачи 1–4 относятся к более простым, которые обычно решаются на уроках физики в 9-м классе при изучении данной темы. Задачи 5–8 несколько сложнее, но также принадлежат школьному, хотя и повышенному уровню. Задачи 9–14 рассматриваются в классах с углублённым изучением физики и встречаются на вступительных экзаменах в вузы.

1. Два пешехода равномерно движутся вдоль одной прямой навстречу друг другу со скоростями $\upsilon_1 = 4$ км/ч и $\upsilon_2 = 5$ км/ч относительно Земли. Чему равна скорость второго пешехода относительно первого? (Ответ: 9 км/ч, сонаправлена со скоростью второго пешехода относительно Земли.)

2. Вертолёт летит по ветру со скоростью 120 км/ч относительно Земли. Скорость ветра относительно Земли равна 30 км/ч. Чему равна скорость ветра относительно вертолёта? (Ответ: 90 км/ч, направлена в сторону, противоположную скорости ветра относительно Земли.)

3. Два автомобиля движутся по прямолинейному участку дороги в одном направлении со скоростями $\upsilon_1 = 80$ км/ч и $\upsilon_2 = 60$ км/ч относительно дороги. Чему равна и как направлена: 1) скорость первого автомобиля относительно второго; 2) скорость второго относительно первого? (Ответ: 1) 20 км/ч, сонаправлена со скоростью первого автомобиля относительно Земли; 2) 20 км/ч, направлена в сторону, противоположную скорости второго автомобиля относительно Земли.)

4. Во время шоссейной велогонки по дороге движутся два велосипедиста. Первый едет впереди со скоростью 35 км/ч. Второй, пытаясь догнать первого, движется со скоростью 37 км/ч. С какой скоростью второй велосипедист приближается к первому? (Ответ: 2 км/ч.)

5. Лодка должна пересечь реку и достичь противоположного берега точно напротив точки старта. При этом лодочник направляет лодку под углом 70^0 к линии берега. Чему равна скорость лодки относительно воды, если скорость течения реки равна 4,0 км/ч? (Ответ: 12 км/ч.)

6. Во время полёта самолёта дует западный ветер со скоростью 30 км/ч относительно Земли. В каком направлении и с какой по величине скоростью должен лететь самолёт, чтобы относительно Земли двигаться на юг со скоростью 200 км/ч? (Ответ: под углом $8{,}5^0$ к меридиану в направлении на юго-запад со скоростью 202 км/ч.)

7. По двум пересекающимся дорогам движутся два автомобиля со скоростями $\upsilon_1 = 30$ км/ч и $\upsilon_2 = 40$ км/ч относительно Земли. Под каким углом пересекаются дороги, если скорость второго автомобиля относительно первого равна 50 км/ч? (Ответ: 90^0.)

8. При движении автомобилей навстречу друг другу скорость первого автомобиля относительно второго равна 140 км/ч. Если же первый автомобиль догоняет второй (относительно Земли оба автомобиля движутся с прежними по величине скоростями), то его скорость относительно второго автомобиля равна 20 км/ч. Чему равна скорость первого автомобиля относительно дороги? (Ответ: 80 км/ч.)

9. Капли вертикально идущего дождя оставляют дождевые полосы на боковом стекле автомобиля под углом 60^0 к горизонту при скорости автомобиля 40 км/ч. Каким бу-

дет угол наклона дождевых полос при скорости автомобиля 60 км/ч? (Ответ: 49^0.)

10. При движении автомобилей навстречу друг другу скорость первого автомобиля относительно второго равна 120 км/ч. Если же автомобили движутся с прежними по величине скоростями по взаимно перпендикулярным дорогам, то скорость первого автомобиля относительно второго направлена под углом 30^0 к дороге, по которой едет первый автомобиль. Чему равна скорость первого автомобиля относительно дороги? (Ответ: 76 км/ч.)

11. Два мальчика, двигаясь по взаимно перпендикулярным улицам, приближаются к перекрёстку. Первый мальчик в начальный момент времени находится на расстоянии S_1=100 м от перекрёстка и идёт со скоростью 4 км/ч. С какой скоростью должен идти второй мальчик, чтобы встретиться с первым на перекрёстке, если в начальный момент времени он находится от точки встречи на расстоянии S_2 = 150 м? Решите задачу координатным методом и с помощью правила сложения скоростей. (Ответ: 6 км/ч.)

12. В открытом море идут теплоход и танкер. Теплоход движется на восток со скоростью 40 км/ч. Танкер идёт на север. При какой скорости танкера существует опасность столкновения, если в начальный момент времени капитан танкера видит теплоход в направлении на северо-запад под углом 60^0 к меридиану? (Ответ: 23 км/ч.)

13. Человек находится в 20 м от шоссе и видит автобус, движущийся по шоссе со скоростью 20 км/ч. В начальный момент времени автобус находится на расстоянии 60 м от человека. В каком направлении должен бежать человек, чтобы успеть на автобус, если скорость бегущего человека относительно Земли равна 8 км/ч? При какой наименьшей скорости бегущий человек может успеть на автобус? В каком направлении он при этом должен бежать? (Ответ: 1) под углами 56^0 и 124^0 к линии, соединяющей человека и автобус; 2) 6,7 м/с; 3) перпендикулярно линии, соединяющей человека и автобус.)

14. В открытом море на расстоянии 300 м друг от друга находятся корабль и подводная лодка. В начальный момент времени корабль движется со скоростью 30 км/ч под углом 45^0 к линии, соединяющей его с лодкой. С лодки выпускают торпеду со скоростью 80 км/ч под углом 30^0 к этой же линии. На каком минимальном расстоянии от корабля пройдёт торпеда? (Ответ: на расстоянии 61 м перед носом корабля.)

ГЛАВА 7

Совместное применение координатного метода и правила сложения скоростей

7.1. Состав и содержание действий при совместном применении координатного метода и правила сложения скоростей

Как и ранее, рассмотрим операционный состав действий и операций при решении задач данного типа на примере одной из наиболее простых задач. Поскольку действия и операции по применению координатного метода и правила сложения скоростей были подробно рассмотрены в главах 3, 5 и 6, то соответствующие им действия будут выполняться без развёрнутых объяснений.

Условие задачи 1. Вниз по течению реки плывёт лодка, развивающая относительно воды скорость 25 км/ч. За какое время лодка пройдёт расстояние 60 км между двумя пунктами A и B, расположенными на одном берегу реки, если скорость течения относительно берега 5 км/ч?

1. Ориентировочная часть решения. Признаки, по которым можно определить, что для решения данной задачи необходимо применить координатный метод, были подробно описаны в главе 3. Поэтому здесь лишь кратко повторим цепочку умозаключений, приводящих к данному выводу.

В условии задачи говорится о движении лодки, поэтому метод решения следует искать в механике как в физической теории, описывающей механическое движение. В условии не даны динамические характеристики движущихся тел (масса, импульс, коэффициенты трения и сопротивления и т.д.) и они не являются искомыми, поэтому для решения следует применить кинематические закономерности движения. В кинематике рассматриваются прямолинейное равномерное и равноускоренное движения, криволинейное движение. В данном случае тела (лодка и вода) движутся с постоянными скоростями, поэтому для решения следует применить методы, используемые для описания прямолинейного равномерного движения. Для решения задач по кинематике прямолинейного равномерного движения применяют: координатный метод; графический метод, правило сложения скоростей. В условии задачи дано расстояние, пройденное телом, необходимо найти время движения. Данные величины могут быть найдены с помощью уравнения зависимости координаты от времени (либо графически), поэтому для решения задачи следует применить координатный или графический методы. Воспользуемся координатным методом, основанном на применении уравнения $x = x_0 + \upsilon_x t$.

Процедура применения данного метода:

1. Выберем систему координат для описания движения лодки. Так как её движение является прямолинейным, то достаточно выбрать одномерную систему координат. Ось направим по вектору скорости лодки (проекция скорости будет положительной), начало координат поместим в ту точку, в которой находилась лодка в начальный момент времени (начальная координата будет равна нулю, что упрощает запись уравнения). Однако в отличие от тех задач на координатный метод, которые были рассмотрены в главе 3, в данном случае этим двум условиям выбора отвечают две возможные системы координат: тело отсчёта можно связать с берегом с пунктом А (ось 0X на рис. 7.1), а можно связать с водой (точка $0'$ воды, в которой находилась лодка в начальный момент времени). И в том, и в другом случае есть свои плюсы и минусы. В системе отсчёта, связанной с берегом, нам известно расстояние, пройденное лодкой, но не известна её скорость. Наоборот, в системе отсчёта, связанной с водой, известна скорость, но не известно расстояние. Вопрос о выборе системы отсчёта мы подробно обсудим чуть позже и покажем, что существуют задачи, которые могут быть решены как относительно каждой из систем отсчёта (подвижной и неподвижной), так и те, для решения которых нужно привлекать обе системы одновременно. Пока же отдадим предпочтение неподвижной системе отсчёта 0X, связанной с берегом, так как в этой системе отсчёта известно расстояние, пройденное лодкой, а её скорость можно найти, применяя правило сложения скоростей.

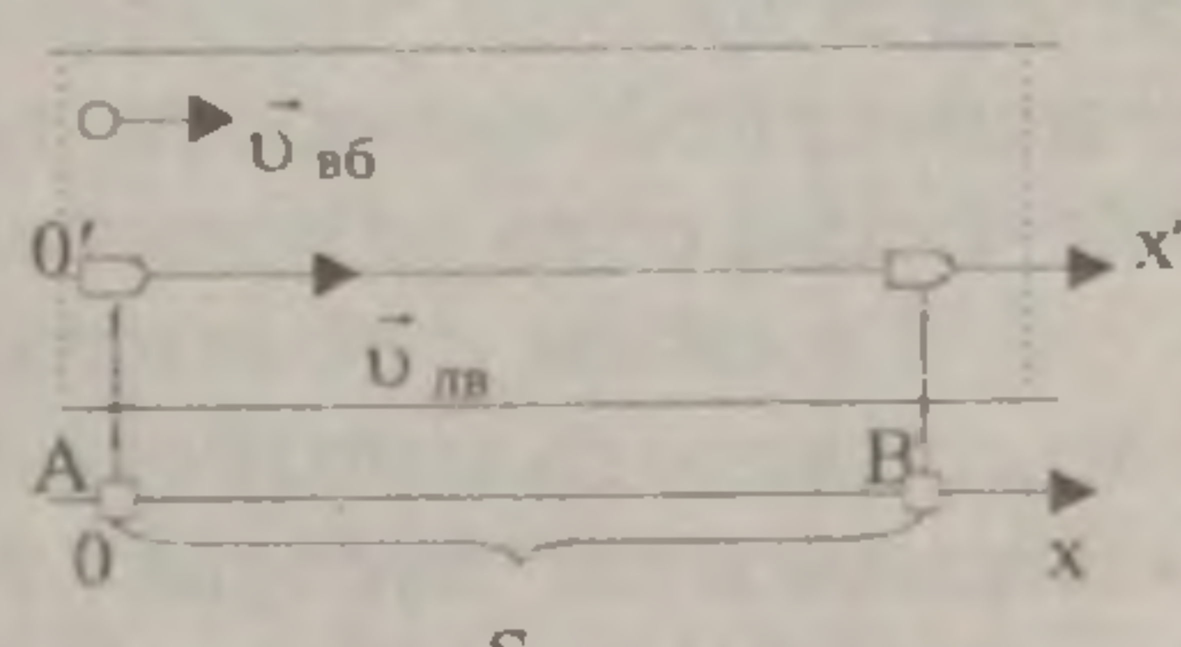


Рис. 7.1

2. Перепишем общее уравнение равномерного движения $x = x_0 + \upsilon_x t$ в выбранной системе координат. В начальный момент времени лодка находится в точке А, с которой связано начало координат, поэтому начальная координата x_0 равна нулю. В интересующий нас момент времени t лодка находится в точке В на расстоянии S от начала координат, поэтому её конечная координата $x=S$ (координата в одномерном случае равна расстоянию от точки, в которой находится тело, до начала координат). Так как система отсчёта связана с берегом (неподвижная система отсчёта), то в уравнение $x = x_0 + \upsilon_x t$ входит проекция скорости лодки относительно именно этой системы отсчёта, т.е. проекция скорости лодки относительно берега $\upsilon_{лб_x}$. Тогда уравнение $x = x_0 + \upsilon_x t$ в выбранной системе отсчёта для заданных начального и конечного состояний примет вид $S = \upsilon_{лб_x} t$ (7.1).

3. В уравнении (7.1) известно S, для нахождения t нужно знать скорость лодки относительно берега. По условию задачи известна скорость лодки относительно воды. Как было показано в главе 5, эта задача решается применением правила сложения скоростей.

4. По условию задачи задана скорость тела (лодки) относительно подвижной системы отсчёта (воды). Нужно найти скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта. Этому переходу отвечает правило сложения скоростей в форме уравнения $\vec{\upsilon}_{тн} = \vec{\upsilon}_{тп} + \vec{\upsilon}_{пн}$, позволяющее по известной скорости тела в подвижной системе отсчёта найти скорость относительно неподвижной системы.

5. Свяжем с объектами, заданными в условии задачи, тело, скорость которого нужно определить, подвижную и неподвижную систему отсчёта (рис. 7.2). Тело — лодка (индекс «т» заменяем на индекс «л»), подвижная система отсчёта — вода (индекс «п» заменяем на индекс «в»), неподвижная система отсчёта — берег (индекс «н» заменяем на индекс «б»). Напомним, что буквенные индексы являются первыми буквами соответствующих слов.

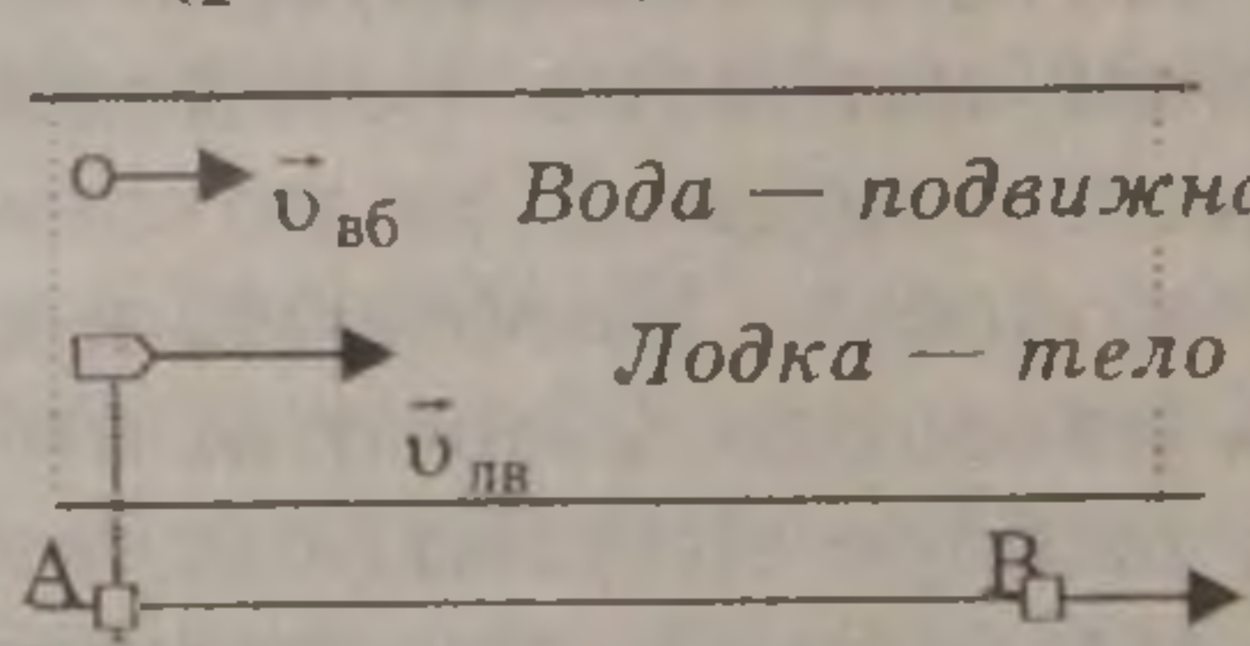


Рис. 7.2

6. Перейдём от общей формы записи правила сложения скоростей к частной, соответствующей объектам, выбранным в пункте 5. Получим $\vec{\upsilon}_{лб} = \vec{\upsilon}_{лв} + \vec{\upsilon}_{вб}$ (7.2), т.е.

скорость лодки относительно берега $\vec{\upsilon}_{лб}$ равна сумме скорости лодки относительно воды $\vec{\upsilon}_{лв}$ и скорости воды относительно берега $\vec{\upsilon}_{вб}$.

7. Выполним на рисунке 7.3 сложение векторов $\vec{\upsilon}_{лв}$ и $\vec{\upsilon}_{вб}$. Для этого перенесём вектор $\vec{\upsilon}_{лв}$ и отложим его из конца вектора $\vec{\upsilon}_{вб}$, а затем проведём вектор суммы из начала вектора $\vec{\upsilon}_{вб}$ в конец вектора $\vec{\upsilon}_{лв}$. Получим искомый вектор $\vec{\upsilon}_{лб}$ скорости лодки относительно берега.

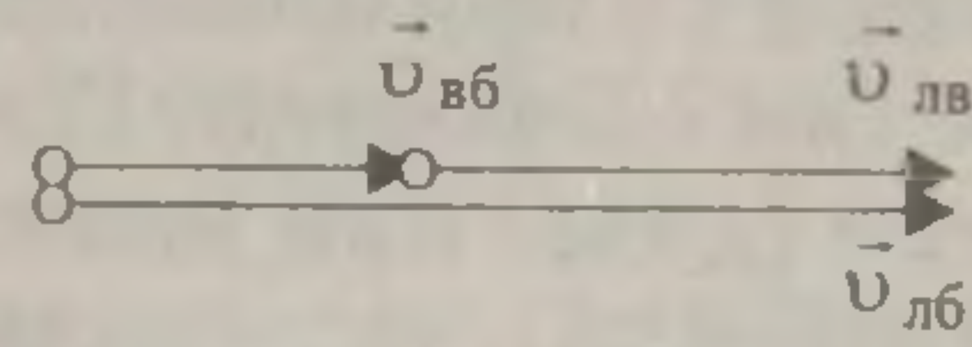


Рис. 7.3

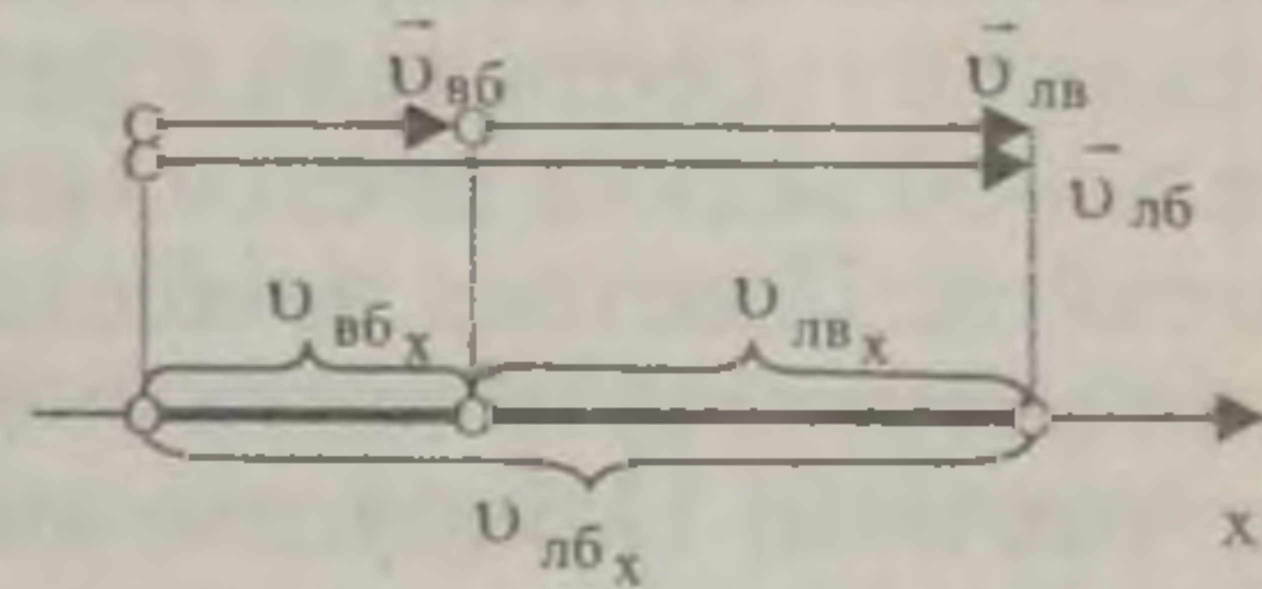


Рис. 7.4

8. Для перевода векторной формы записи в скалярную выберем метод проецирования, так как векторы направлены вдоль одной прямой. Ось 0X уже выбрана, она сонаправлена со скоростью лодки относительно берега. Спроектируем векторы скоростей на ось 0X. Для этого опустим перпендикуляры из начала и конца каждого вектора на ось (рис. 7.4). Так как векторы параллельны оси, то проекции по величине равны модулям векторов как противоположные стороны прямоугольников. Так как векторы сонаправлены с осью 0X, то все проекции положительны. В результате проецирования векторов, входящих в векторное уравнение (7.2), получим скалярное уравнение $\upsilon_{лб} = \upsilon_{лв} + \upsilon_{вб}$ (7.3). На этом процедура применения правила сложения скоростей завершается и мы возвращаемся к координатному методу.

9. Подставим формулу (7.3) в уравнение (7.1). Получим $S = (\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб})t$ (7.4). Уравнение (7.4) содержит лишь одну неизвестную величину — искомое время t. Выразив её, получим формулу

$$t = \frac{S}{\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб}},$$

которая и является ответом задачи в общем виде.

10. Проверим наименование:

$$[t]_{СИ} = \frac{м}{м/с} = \frac{м \cdot с}{м} = с.$$

Наименование искомой величины совпадает с единицей времени, что подтверждает правильность ответа.

11. В данной задаче можно вычислить время движения в часах, не переводя данные в СИ. Подставив численные данные, получим $t = 2$ ч.

Итак, подробный анализ приведённого решения показывает, что оно состоит из уже известных вам действий и операций по применению координатного метода и правила сложения скоростей. По внешним признакам, заданным в условии (даны или являются искомыми расстояние и время движения), определяется, что для решения необходимо воспользоваться координатным методом. При его применении обнаруживается, что в уравнение координаты входит скорость тела в неподвижной системе отсчёта, а по условию задачи даётся скорость тела в подвижной системе отсчёта. Поэтому необходимо применить правило сложения скоростей и найти скорость тела в неподвижной системе отсчёта. Найденное значение подставляется в уравнение координаты, которое затем решается относительно искомой величины. Изобразим последовательность решения на схеме.

Признаки $\Rightarrow$ координатный метод $\Rightarrow x = x_0 + \upsilon_x t \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_x = \upsilon_{\text{тн}_x} = ? \Rightarrow$ правило сложения скоростей $\Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{\upsilon}_{\text{тн}} = \vec{\upsilon}_{\text{тп}} + \vec{\upsilon}_{\text{пн}} \Rightarrow \upsilon_{\text{тн}_x} \Rightarrow x = x_0 + \upsilon_{\text{тн}_x} t \Rightarrow$

$\Rightarrow$ решение полученного уравнения относительно искомой величины.

Последовательность решения не зависит от того, какую именно величину нужно найти. Сначала выводится уравнение движения, описывающее данную ситуацию (уравнение 7.4), и только затем оно решается относительно искомой величины. Например, задав время движения лодки и обе скорости $\upsilon_{\text{лв}}$ и $\upsilon_{\text{вб}}$, можно попросить найти расстояние, пройденное лодкой. Тогда формула (7.4) и будет являться ответом задачи. Если заданы S, $\upsilon_{\text{лв}}$ и t, то искомой можно сделать скорость воды относительно берега. Еще раз подчеркнём, что все эти задачи решаются одинаково вплоть до вывода уравнения (7.4) и только потом из него следует выразить искомую величину.

Таким образом, мы описали некоторую типовую ситуацию. В ней совсем не обязательно должна фигурировать лодка, плывущая по реке. С таким же успехом можно описать движение самолёта или вертолёта, летящих по или против направления ветра, или движение человека, идущего по эскалатору, и т.д.

Попробуйте теперь самостоятельно решить один из вариантов рассмотренной выше задачи.

Условие задачи 2. Вверх против течения реки плывёт лодка, развивающая относительно воды скорость 25 км/ч. За какое время лодка пройдёт расстояние 60 км между двумя пунктами А и В, расположенными на одном берегу реки, если скорость течения относительно берега равна 5 км/ч?

1. Докажите, что для решения задачи необходимо применить координатный метод. ______________________________
____
____
____
____.

2. Запишите в общем виде уравнение зависимости координаты от времени для данного вида движения.
____.

3. Выберите систему координат для описания движения лодки. Изобразите её на рисунке 7.5.

1) Почему целесообразно выбрать одномерную систему координат? ______________________
____
____
____
________________________________.

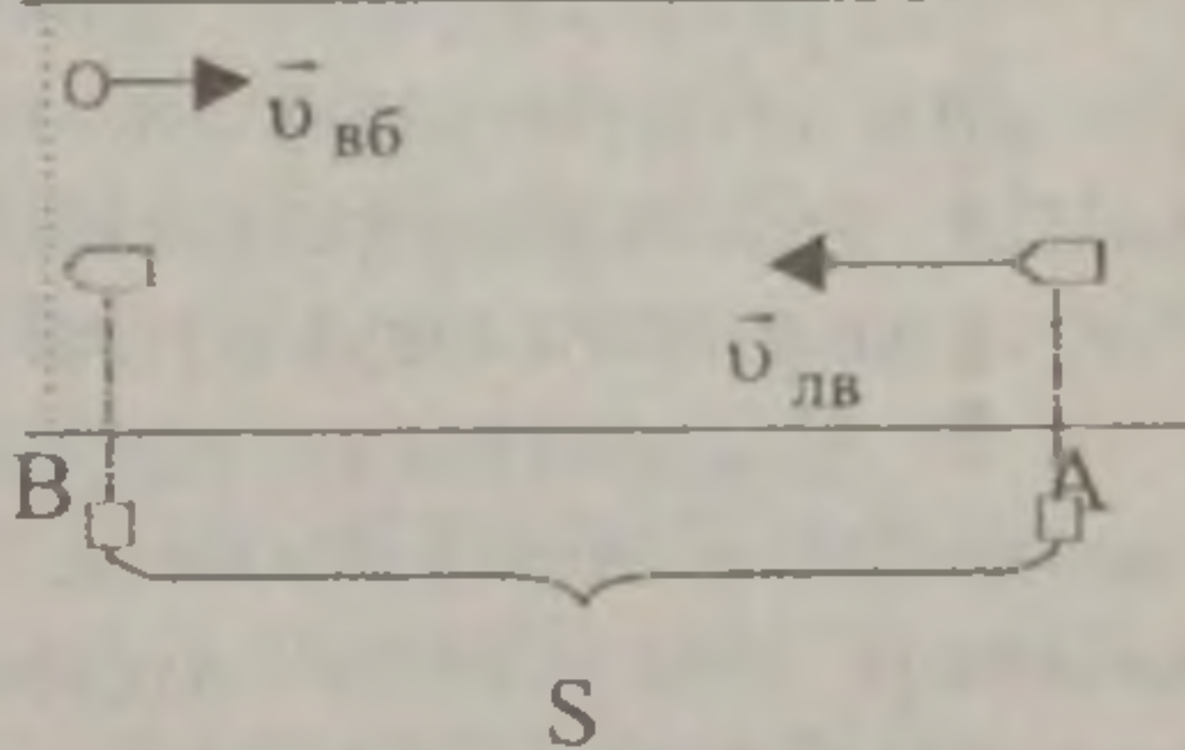


Рис. 7.5

2) В каком направлении и почему удобно направить ось координат? ____
____
____.

3) В какую точку и почему удобно поместить начало координат? ____
____.

4) С каким объектом — водой или берегом — удобнее связать тело отсчёта? ______________________________
____
____.

4. Запишите уравнение зависимости координаты от времени для данной ситуации в выбранной системе координат с учётом известных начальных и конечных параметров лодки. ______________________________________.

Можно ли из полученного уравнения найти искомую величину?______________________. Почему?__________

____________________________. Почему на данной стадии решения нужно применить правило сложения скоростей? ____
____.

5. Свяжите с объектами, заданными в условии задачи, тело, подвижную и неподвижную системы отсчёта. Тело — ___________________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ______________________ (индекс — ______).

6. Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ________________________________. Почему для решения задачи нужно применить правило перехода от подвижной к неподвижной системе отсчёта? __________
____
____.

7. Запишите правило сложения скоростей для данной задачи с учётом обозначений, введённых в пункте 5.
____.

8. Дополните рисунок 7.6, указав объекты, с которыми связаны тело, подвижная и неподвижная системы отсчёта.

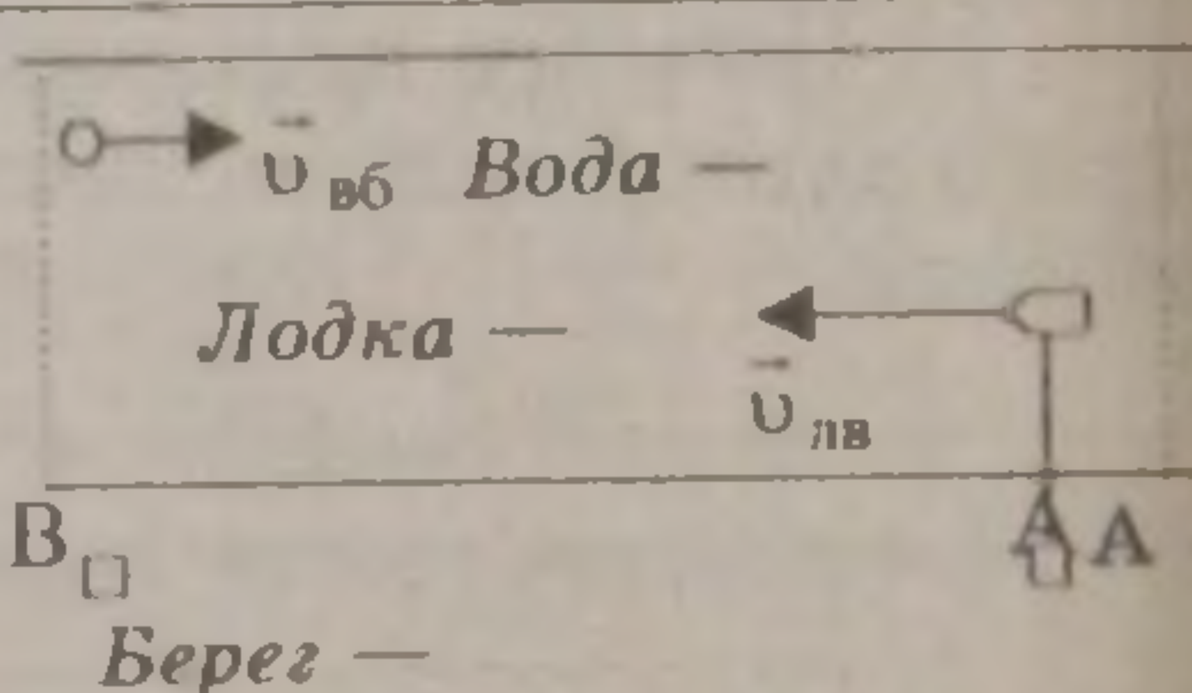


Рис. 7.6

9. Выполните на рисунке 7.7 сложение векторов и постройте вектор скорости лодки относительно берега.

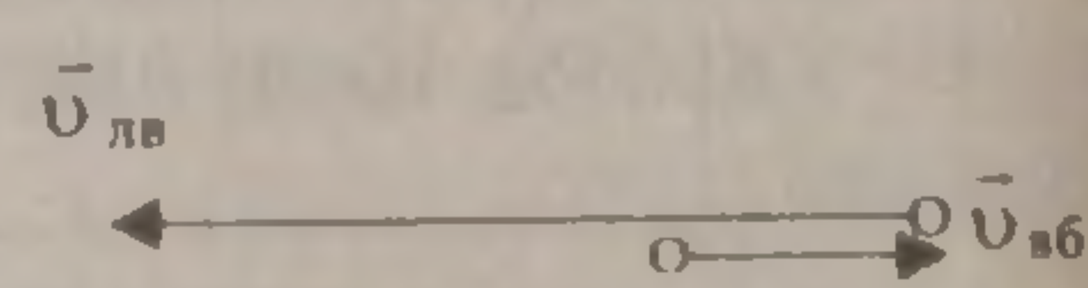


Рис. 7.7

Какой метод и почему следует применить для перехода к скалярной форме записи правила сложения скоростей? ________________
____
____
________________________________.

10. Выполните на рисунке 7.8 проектирование векторов, входящих в правило сложения скоростей. Запишите его в скалярной форме. ____________________________

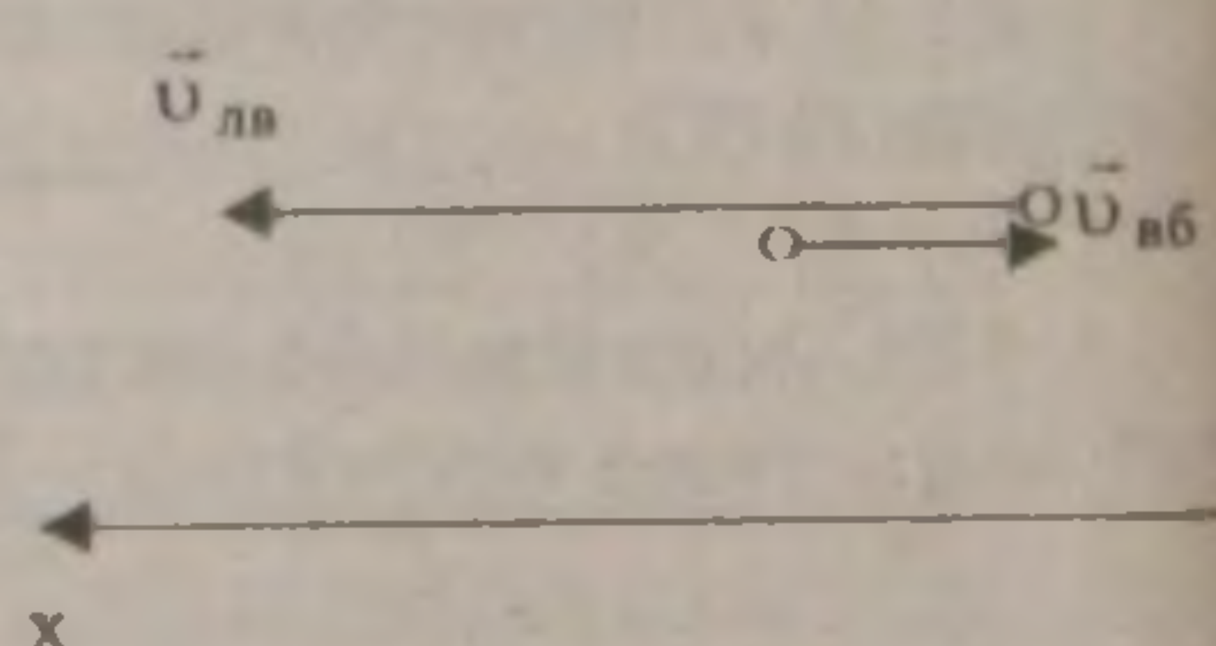


Рис. 7.8

__________________________. Объясните выбор знаков проекций скоростей. ______________________________
____.

Почему величина проекции равна модулю вектора? _____
____.

11. Подставьте полученную вами формулу для скорости лодки относительно берега в уравнение координаты (пункт 4).__________________________.

12. Решите полученное уравнение относительно искомой величины.__________________________

______________________________________.

13. Проверьте наименование искомой величины. ____

______________________________________.

14. Выполните вычисления. ____________________

______________________________________.

15. Запишите ответ задачи. __________________.

Таким образом, мы практически рассмотрели решение восьми типовых задач на совместное применение координатного метода и правила сложения скоростей (4 задачи можно сформулировать на уравнение $S=(\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб})\,t$ и 4 задачи на уравнение $S=(\upsilon_{лв} - \upsilon_{вб})\,t$, которое вы получили при решении последней задачи). Перейдём теперь к решению более сложных задач по данной теме.

7.2. Задачи на двукратное совместное применение координатного метода и правила сложения скоростей

В результате решения двух предыдущих задач мы получили два уравнения $S=(\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб})\,t_1$ и $S=(\upsilon_{лв} - \upsilon_{вб})\,t_2$, где t_1 — время движения лодки по течению реки и t_2 — время движения лодки против течения. Объединим их в систему

$$\begin{cases} S = (\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб})\,t_1 \\ S = (\upsilon_{лв} - \upsilon_{вб})\,t_2 . \end{cases} \qquad (7.5)$$

Данная система содержит пять переменных величин: S, $\upsilon_{лв}$, $\upsilon_{вб}$, t_1 и t_2. Любая пара из них может быть неизвестной (следует говорить именно о двух неизвестных, так как система уравнений (7.5) состоит из двух уравнений). Например, лодка может курсировать между пунктами A и B, плывя от A к B по течению и обратно. Нужно найти времена t_1 и t_2 движения лодки по известным расстоянию S и обеим скоростям $\upsilon_{лв}$ и $\upsilon_{вб}$. Или по известным расстоянию S и обоим временам движения лодки туда и обратно необходимо найти скорости лодки и воды. Рассмотрим последний пример более подробно.

Условие задачи 3. Моторная лодка курсирует между двумя пунктами А и В, расположенными на одном берегу реки на расстоянии 12 км. Вниз по течению реки лодка доплывает от пункта А до пункта В за 20 мин, а возвращается обратно за 40 мин. Чему равна скорость лодки относительно воды и скорость течения реки?

Конечно, решение данной задачи отнюдь не начинается с записи системы уравнений (7.5). Оно развивается по тому сценарию, который был описан выше. По известным признакам вы опознаете задачу, которую надо решить совместным применением координатного метода и правила сложения скоростей. Применяя эти методы к описанию движения лодки по течению реки от пункта А к пункту В, вы получаете уравнение $S = (\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб})\, t_1$, которое содержит две неизвестные величины (обе скорости), поэтому его решить нельзя. Это означает, что следует еще раз вернуться к изучению условия задачи и попытаться найти дополнительную информацию, которую вы ещё не использовали на первой стадии решения. Такой информацией является время движения лодки против течения реки. Поэтому координатный метод и правило сложения скоростей следует применить ещё раз для описания движения лодки против течения. В результате получается ещё одно уравнение, описывающее движение лодки против течения $S = (\upsilon_{лв} - \upsilon_{вб})\, t_2$. Объединив полученные уравнения в систему (7.5), следует проверить её на полноту. В данной задаче не известны скорости $\upsilon_{лв}$ и $\upsilon_{вб}$. Система двух уравнений с двумя неизвестными разрешима относительно обеих неизвестных величин, следовательно, мы использовали всю имеющуюся в условии информацию и можно приступать к математической части решения.

Таким образом, мы имеем дело с типичной задачей, в которой усложнение достигается методом удвоения (метод нужно применить дважды), о котором уже говорилось в предыдущей главе. Ещё раз подчеркнём, что при решении задач не следует сразу пытаться подобрать формулу для расчёта искомой величины. Решение задачи — это не подбор формул, а процесс применения метода к определённой ситуации, описанной в условии задачи. Метод применяется столько раз, сколько движений описано в условии. В результате многократного применения метода получается система уравнений зависимости координаты от времени. Затем эта система решается математическими методами относительно искомых величин.

Вернёмся к решению задачи. Применив дважды координатный метод и правило сложения скоростей, мы получили систему уравнений (7.5). В ней известны S, t_1 и t_2. Величины $\upsilon_{лв}$ и $\upsilon_{вб}$ являются искомыми. Система двух уравнений с двумя неизвестными разрешима. Для нахождения скоростей можно поступить стандартным образом: выразить из одного уравнения одно из неизвестных через другое и подставить полученное выражение во второе уравнение. Но можно предложить и более изящное решение. Выразим из первого уравнения системы (7.5) сумму скоростей, а из второго — их разность. Получим систему уравнений (7.6). Сложим левые и правые части уравнений.

$$+\begin{cases} \upsilon_{лв} + \upsilon_{вб} = \dfrac{S}{t_1} \\ \upsilon_{лв} - \upsilon_{вб} = \dfrac{S}{t_2} \end{cases}$$

$$\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб} + \upsilon_{лв} - \upsilon_{вб} = \frac{S}{t_1} + \frac{S}{t_2} \qquad (7.6)$$

Левая часть полученного уравнения даёт $2\upsilon_{лв}$, в правой части вынесем S за скобки и приведём дробь $\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}$ к общему знаменателю $\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{t_2 + t_1}{t_1 t_2}$. В результате сумма уравнений примет вид $2\upsilon_{лв} = S \cdot \frac{t_2 + t_1}{t_1 t_2}$, откуда $\upsilon_{лв} = S \cdot \frac{t_2 + t_1}{2t_1 t_2}$ (7.7). В формуле (7.7) в правой части известны все величины, поэтому она является ответом в общем виде для скорости лодки относительно воды. Для проверки правильности выполнения математических действий выполним проверку наименования в формуле (7.7):

$$[\upsilon_{лв}]_{СИ} = м \, \frac{с}{с \cdot с} = \frac{м}{с},$$

что совпадает с наименованием скорости.

Вычтем из первого уравнения системы второе.

$$
-\begin{cases} \upsilon_{лв} + \upsilon_{вб} = \dfrac{S}{t_1} \\ \upsilon_{лв} - \upsilon_{вб} = \dfrac{S}{t_2} \end{cases}
$$

$$
\overline{\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб} - \upsilon_{лв} + \upsilon_{вб} = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2}}. \qquad (7.8)
$$

В левой части получим $2\upsilon_{вб}$, а в правой части вынесем S за скобки и приведём дробь $\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}$ к общему знаменателю $\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}$. Тогда разность уравнений примет вид $2\upsilon_{вб} = S \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}$, откуда $\upsilon_{вб} = S \cdot \frac{t_2 - t_1}{2t_1 t_2}$ (7.9). В формуле (7.9) в правой части известны все величины, поэтому она является ответом в общем виде для скорости воды относительно берега (скорости течения реки). Проверим наименование (впрочем, этого можно и не делать. Формулы (7.7) и (7.9) отличаются только знаком, который не влияет на наименование величин — сумма времени и их разность измеряются в единицах времени) в формуле (7.9):

$[\upsilon_{вб}]_{СИ} = м\frac{с}{с \cdot с} = \frac{м}{с}$, что совпадает с наименованием скорости.

Подставив численные данные, получим, что скорость лодки относительно воды равна 7,5 м/с, а скорость течения реки равна 2,5 м/с.

Можно придумать достаточно много задач на систему уравнений (7.5), так как она содержит 5 переменных величин, которые могут попарно объединяться в неизвестные. Приведём ещё один пример задачи подобного типа. Для тренировки попробуйте ещё раз вывести уравнения движения тел, описанных в условии задачи.

Условие задачи 4. Вертолёт, двигаясь по ветру, долетает от пункта А до пункта В за 1 час. Какое время понадобится вертолёту на обратный путь, если скорость вертолёта относительно ветра 120 км/ч, а скорость ветра относительно Земли 30 км/ч?

I. Докажите, что для решения задачи необходимо применить координатный метод. ______________________________

____.

II. Запишите общее уравнение зависимости координаты от времени для данного вида движения. __________

____.

III. Опишите движение вертолёта из пункта В в пункт А.

1. Выберите систему координат для описания движения вертолёта из пункта В в пункт А (решение обычно начинают с вывода уравнения для ситуации, в математическое описание которой входит искомая величина). Изобразите её на рисунке 7.9.

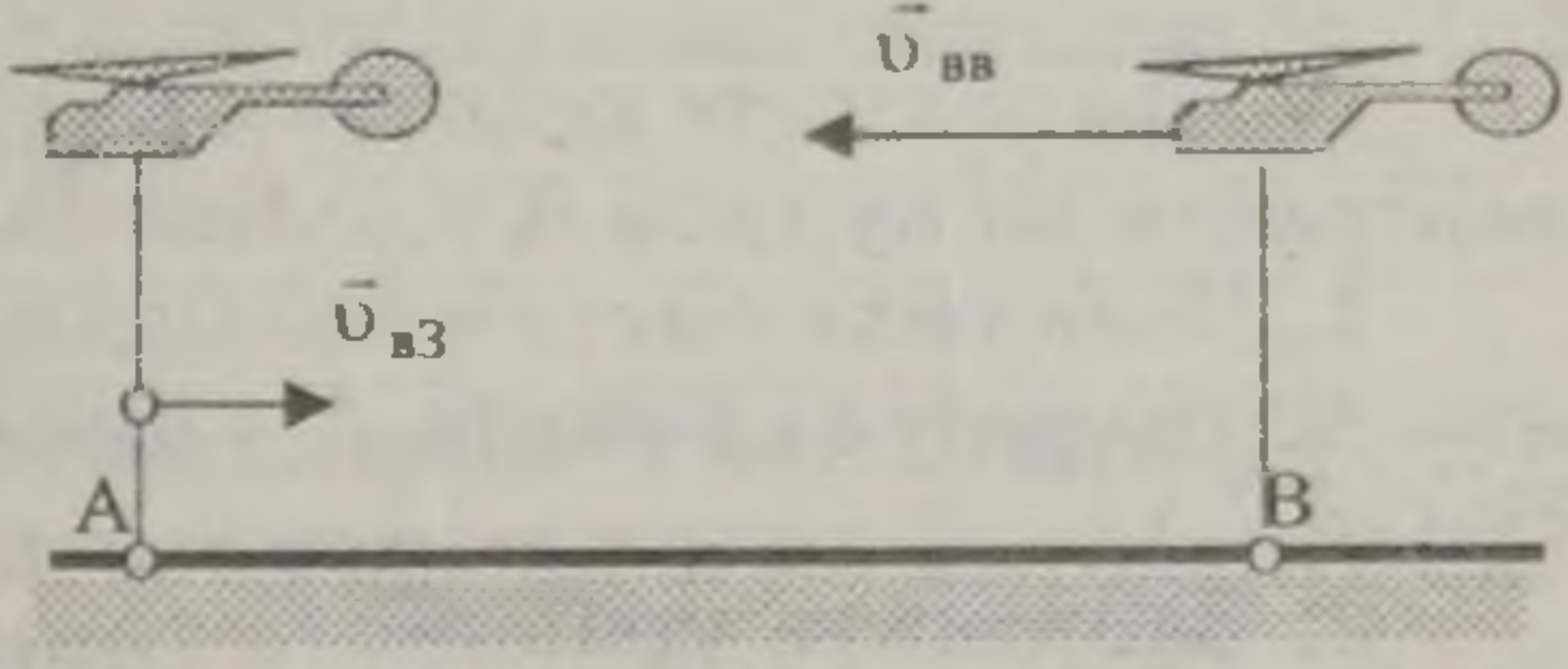


Рис. 7.9

2. Запишите уравнение зависимости координаты от времени для данной ситуации в выбранной системе координат с учётом того, что в начальный момент времени вертолёт находился в пункте В, а в конечный — в пункте А. ______________________________

____.

3. Свяжите с объектами, заданными в условии задачи, тело, подвижную и неподвижную системы отсчёта. Тело — ____________________ (индекс — ___); подвижная система отсчёта — ______________________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______).

4. Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____

____.

5. Запишите правило сложения скоростей для данной задачи с учётом обозначений, введённых в пункте 3.

____

____

____.

6. Дополните рисунок 7.9, указав тело, подвижную систему отсчёта, неподвижную систему отсчёта.

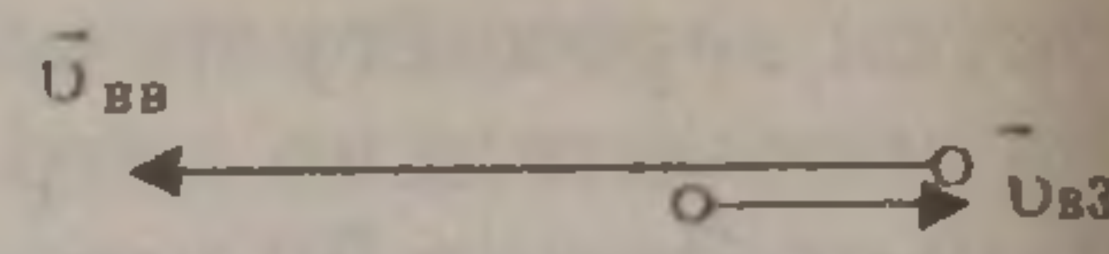


Рис. 7.10

7. Выполните на рисунке 7.10 сложение векторов скорости вертолёта относительно воздуха и скорости ветра относительно Земли. Постройте вектор скорости вертолёта относительно Земли.

8. Изобразите на рисунке 7.10 ось 0X и спроектируйте на неё векторы, входящие в правило сложения скоростей. Запишите правило в скалярной форме ____________________.
____.

9. Подставьте полученную формулу для скорости вертолёта относительно Земли в уравнение координаты (пункт 4). ____.

Сколько неизвестных содержит полученное уравнение? ____.

Какое действие нужно предпринять, чтобы найти недостающие данные? ______________________________________
____
____.

IV. Выполните действия 8–11 для описания движения вертолёта из пункта A в пункт B.

1. Выберите систему координат для описания движения вертолёта из пункта A в пункт B. Изобразите её на рисунке 7.11.

2. Запишите уравнение зависимости координаты от времени для данной ситуации в выбранной системе координат с учётом того, что в начальный момент времени вертолёт находился в пункте A, а в конечный — в пункте B. ______________________________
______________________________.

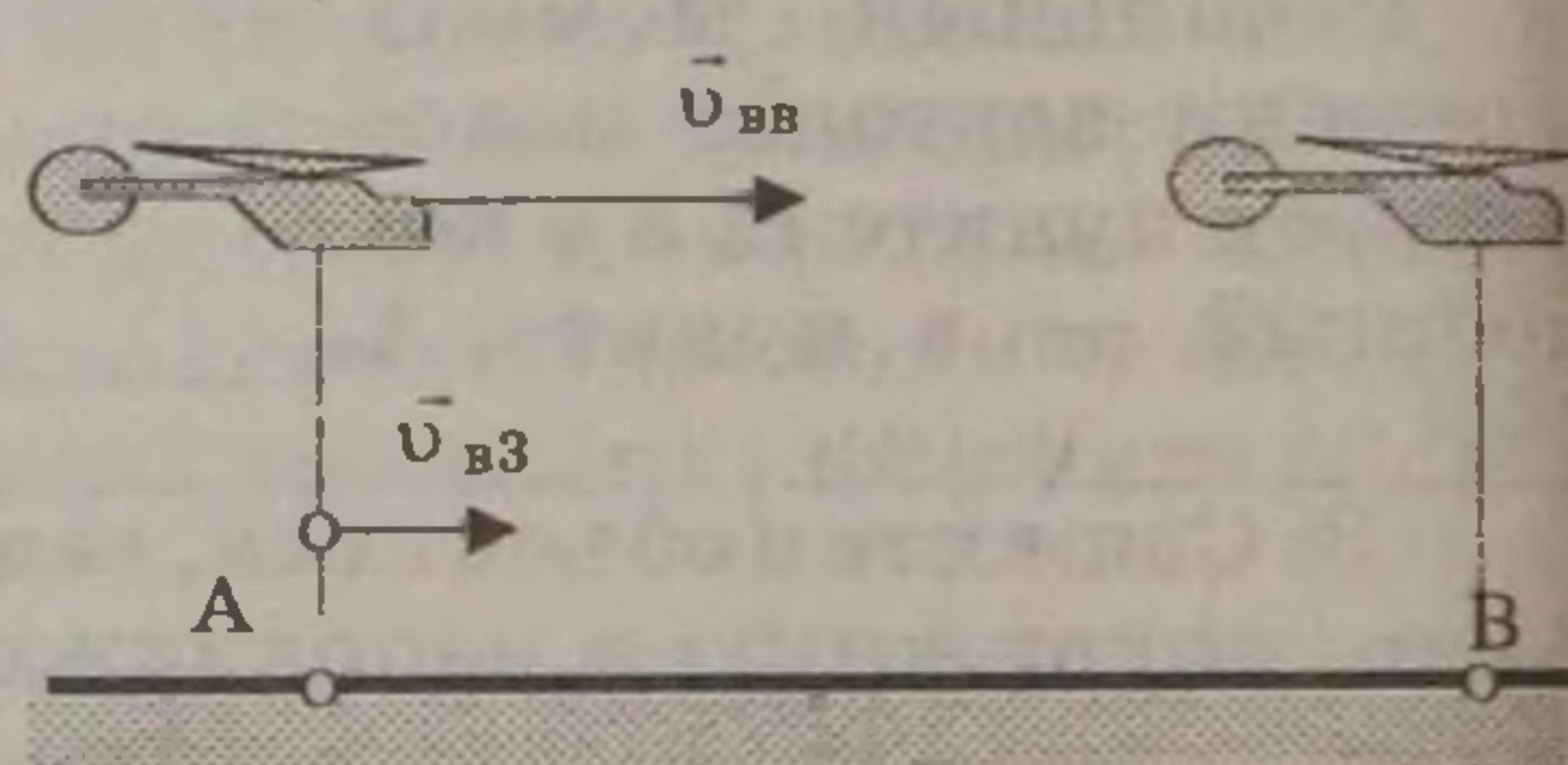


Рис. 7.11

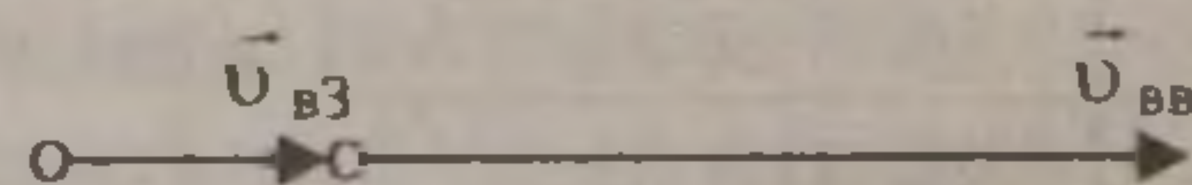


Рис. 7.12

3. Запишите правило сложения скоростей для данной задачи с учётом тех обозначений, которые вы ввели, описывая движение вертолёта из пункта B в пункт A.
____.

4. Выполните на рисунке 7.12 сложение векторов скорости вертолёта относительно воздуха и скорости ветра относительно Земли. Постройте вектор скорости вертолёта относительно Земли.

5. Изобразите на рисунке 7.12 ось 0X и спроектируйте на неё векторы, входящие в правило сложения скоростей. Запишите правило в скалярной форме. ____________
____.

6. Подставьте полученную формулу для скорости вертолёта относительно Земли в уравнение координаты (пункт 2). _________________________________.

V. Вы описали движение вертолёта в обоих направлениях и получили два уравнения координаты. Запишите их в виде системы.

$$\begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

Сколько неизвестных содержит эта система?_______
____.

Решите полученную систему уравнений относительно искомой величины, исключив неизвестное расстояние между пунктами А и В. ______________________
____
____.

Проверьте наименование искомой величины. _______.

Выполните необходимые вычисления. ______________.

Запишите ответ задачи. _________________________.

В различных задачниках часто встречается ещё один вариант задачи на данную типовую ситуацию.

Условие задачи 5. Между двумя пунктами А и В, расположенными на одном берегу реки на расстоянии S=20 км, курсирует катер. Сколько времени затрачивает катер на путь из А в В по течению реки и обратно, если скорость катера в стоячей воде 30 км/ч, а скорость течения реки 5 км/ч?

Очевидно, что задача является одним из вариантов уже решённой нами типовой задачи, поэтому не будем тратить время на вывод основных уравнений и запишем сразу систему уравнений, описывающих движение катера по и против течения.

$$\begin{cases} S = (\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб})\, t_1, \\ S = (\upsilon_{лв} - \upsilon_{вб})\, t_2. \end{cases} \qquad (7.5)$$

Из первого уравнения найдём время движения катера по течению реки

$$t_1 = \frac{S}{\upsilon_{кв} + \upsilon_{вб}}.$$

Из второго уравнения найдём время возвращения катера из пункта В в пункт А против течения реки

$$t_2 = \frac{S}{\upsilon_{кв} - \upsilon_{вб}}.$$

Очевидно, что полное время рейса катера туда и обратно равно сумме данных времён: $t = t_1 + t_2$. Подставляя формулы для t_1 и t_2 и приводя к общему знаменателю, получим:

$$t = \frac{S}{\upsilon_{кв} + \upsilon_{вб}} + \frac{S}{\upsilon_{кв} - \upsilon_{вб}} = S\frac{\upsilon_{кв} - \upsilon_{вб} + \upsilon_{кв} + \upsilon_{вб}}{(\upsilon_{кв} + \upsilon_{вб})(\upsilon_{кв} - \upsilon_{вб})} =$$

$$= \frac{2S\upsilon_{кв}}{\upsilon^2_{кв} - \upsilon^2_{вб}}. \qquad (7.10)$$

Правая часть формулы (7.10) содержит только известные величины, поэтому она является ответом задачи в общем виде.

Проверьте наименование в полученной формуле. ____.

Переведите данные в СИ и вычислите ответ. ____.

Формулу (7.10) можно записать в общем виде для произвольного тела, движущегося относительно подвижной системы отсчёта в двух противоположных направлениях:

$$t = \frac{2S\upsilon_{тп}}{\upsilon^2_{тп} - \upsilon^2_{пн}}. \qquad (7.11)$$

Полученная формула описывает типовую ситуацию для полного времени движения некоторого тела в противоположных направлениях. В приведённом примере было известно S, скорость тела относительно подвижной системы отсчёта и скорость подвижной системы отсчёта относительно неподвижной. Всего уравнение (7.11) содержит четыре переменных, поэтому можно сформулировать четыре задачи по данной типовой ситуации. Одну из них мы уже описали, в трёх других нужно найти S по известным t и обеим скоростям $\upsilon_{\text{тп}}$ и $\upsilon_{\text{пн}}$ или каждую из скоростей по известной другой скорости и заданным S и t. Кстати, по отношению к скорости $\upsilon_{\text{тп}}$ тела относительно подвижной системы отсчёта уравнение (7.11) является полным квадратным уравнением и его нужно решать через дискриминант. Попробуйте решить уравнение (7.11) относительно данной скорости и проверить наименование полученного результата. ____

____

____

____

____.

Дальнейшее усложнение условия связывают обычно либо с увеличением количества движений, описанных в условии (дальше утроения обычно дело не идёт), либо с изменением направления скоростей, которые могут образовывать прямой (в более простых задачах) или произвольный угол.

7.3. Многократное совместное применение координатного метода и правила сложения скоростей для произвольного направления скоростей

В качестве примера задачи на многократное применение координатного метода и правила сложения скоростей рассмотрим следующую задачу.

Условие задачи 6. Моторная лодка на путь по течению реки между двумя пунктами A и B, расположенными на одном берегу реки, затрачивает 3 часа. А на обратный путь против течения реки — 6 часов. За какое время из пункта A в пункт B доплывёт плот?

В задаче описано три движения: 1) моторная лодка движется по течению реки из пункта A в пункт B; 2) моторная лодка возвращается обратно против течения реки из пункта B в пункт A; 3) из пункта A в пункт B плывёт плот. Следовательно, необходимо трижды повторить процедуру вывода уравнения движения. Мы уже неоднократно описывали движение лодки по и против течения, поэтому сразу напишем уравнения $S = (\upsilon_{\text{лв}} + \upsilon_{\text{вб}})\, t_1$ и $S = (\upsilon_{\text{лв}} - \upsilon_{\text{вб}})\, t_2$, где S — расстояние между пунктами A и B, $\upsilon_{\text{лв}}$ — скорость лодки относительно воды, $\upsilon_{\text{вб}}$ — скорость воды относительно берега, t_1 — время движения лодки по течению, t_2 — время движения лодки против течения.

Выведем уравнение движения плота из пункта А в пункт В.

Свяжем систему отсчёта с берегом, ось 0X направим по скорости течения реки, начало отсчёта поместим в точку А (рис. 7.13). Тогда начальная координата плота равна нулю. В искомый момент времени t плот будет находиться в пункте В на расстоянии S от пункта А, т.е. конечная координата плота равна S. В данной системе отсчёта плот движется со скоростью $\upsilon_{вб}$, т.е. со скоростью воды относительно берега. Тогда уравнение $x = x_0 + \upsilon_x t$ для движения плота принимает вид $S = \upsilon_{вб} t$, где t — искомое время. В отличие от лодки плот неподвижен относительно воды, поэтому правило сложения скоростей для плота применять не нужно.

Объединим три уравнения в систему:

$$\begin{cases} S = (\upsilon_{лв} + \upsilon_{вб})\, t_1, \\ S = (\upsilon_{лв} - \upsilon_{вб})\, t_2, \\ S = \upsilon_{вб}\, t. \end{cases}$$

Данная система трех уравнений содержит четыре неизвестные величины: расстояние S, обе скорости $\upsilon_{лв}$ и $\upsilon_{вб}$, время движения плота t. Ранее мы неоднократно подчёркивали, что в подобной ситуации необходимо ещё раз обратиться к анализу условия и попытаться найти в нём дополнительную информацию. Однако в данном случае мы описали все движения, заданные в условии, и не можем написать ещё одного дополнительного уравнения. Тем не менее ситуация не так безнадёжна, как кажется на первый взгляд. Посмотрите внимательно на третье уравнение системы. Искомая величина t выражается через отношение расстояния к скорости, при этом само расстояние S и скорость $\upsilon_{вб}$ могут быть и неизвестны. В самом деле, решим первые два уравнения системы относительно скорости $\upsilon_{вб}$. Для этого воспользуемся уже описанным ранее методом — выразим из этих уравнений сумму и разность скоростей и вычтем полученные уравнения. В результате получим для скорости $\upsilon_{вб}$ выражение

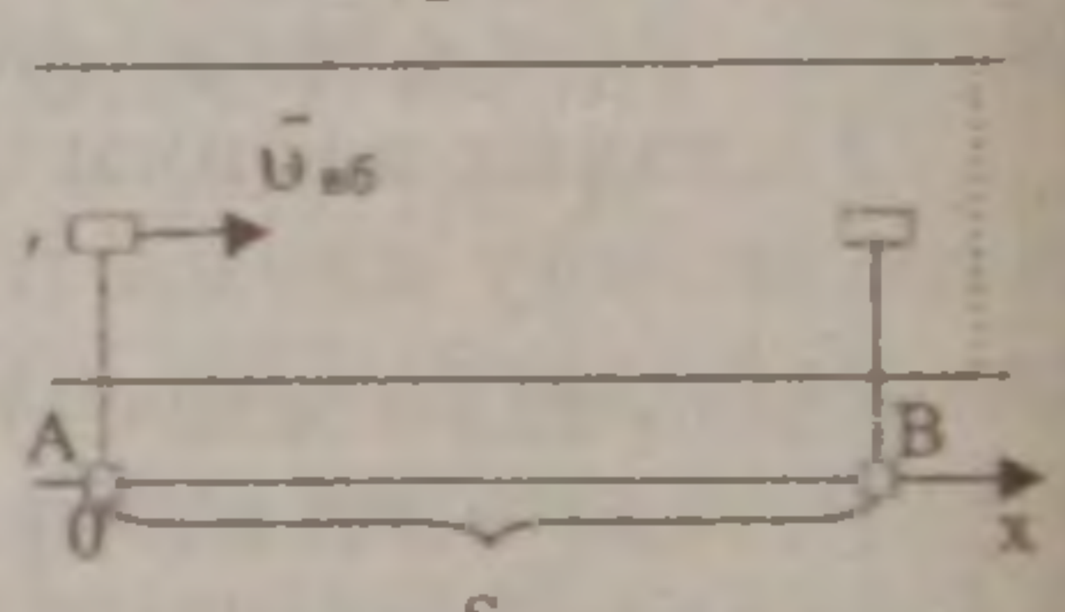


Рис. 7.13

$$\upsilon_{вб} = S \cdot \frac{t_2 - t_1}{2t_1t_2}.$$

Подставим его в третье уравнение системы:

$$S = S \cdot \frac{t_2 - t_1}{2t_1t_2} t,$$

откуда после сокращения на S окончательно получим

$$t = \frac{2t_1t_2}{t_2 - t_1}.$$

Данная формула и является ответом задачи, так как времена t_1 и t_2 известны. Проверка наименования

$$[t]_{СИ} = \frac{с \cdot с}{с} = с$$

подтверждает правильность полученной формулы. Вычисления дают для искомого времени t= 2 ч.

Окончательная формула содержит три переменные величины t, t_1 и t_2, поэтому на данную типовую ситуацию можно сформулировать три задачи на расчёт каждого из времён по известным двум другим временам.

Перейдём теперь к анализу тех задач, в которых скорости тел не направлены вдоль одной прямой.

Условие задачи 7. Лодочник должен переправиться через реку шириной 100 м, двигаясь перпендикулярно линии берега, за 1 мин. Какую скорость должна развивать лодка относительно воды, если скорость течения реки 5 км/ч?

1. Так как тела, описанные в условии задачи, движутся равномерно и в задаче даны расстояние и время движения, то для решения нужно применить координатный метод, т.е. воспользоваться уравнением зависимости координаты от времени вида $x = x_0 + \upsilon_x t$.

2. Запишем это уравнение для лодки, переправляющейся на противоположный берег. Для этого выберем одномерную систему координат (движение прямолинейное), тело отсчёта свяжем с той точкой берега, от которой начала движение лодка, так как расстояние, пройденное лодкой, дано относительно неподвижной системы отсчёта. Ось координат направим перпендикулярно берегу, так как известно, что относительно неподвижной системы отсчёта лодка движется именно в этом направлении (рис. 7.14). Тогда в выбранной системе отсчёта начальная координата

лодки равна нулю, конечная координата лодки, переправившейся на противоположный берег и находящейся в точке В, равна S, проекция скорости лодки относительно берега положительна и равна по величине модулю вектора скорости. Следовательно, уравнение движение лодки имеет вид $S = \upsilon_{лб} t$ (7.12).

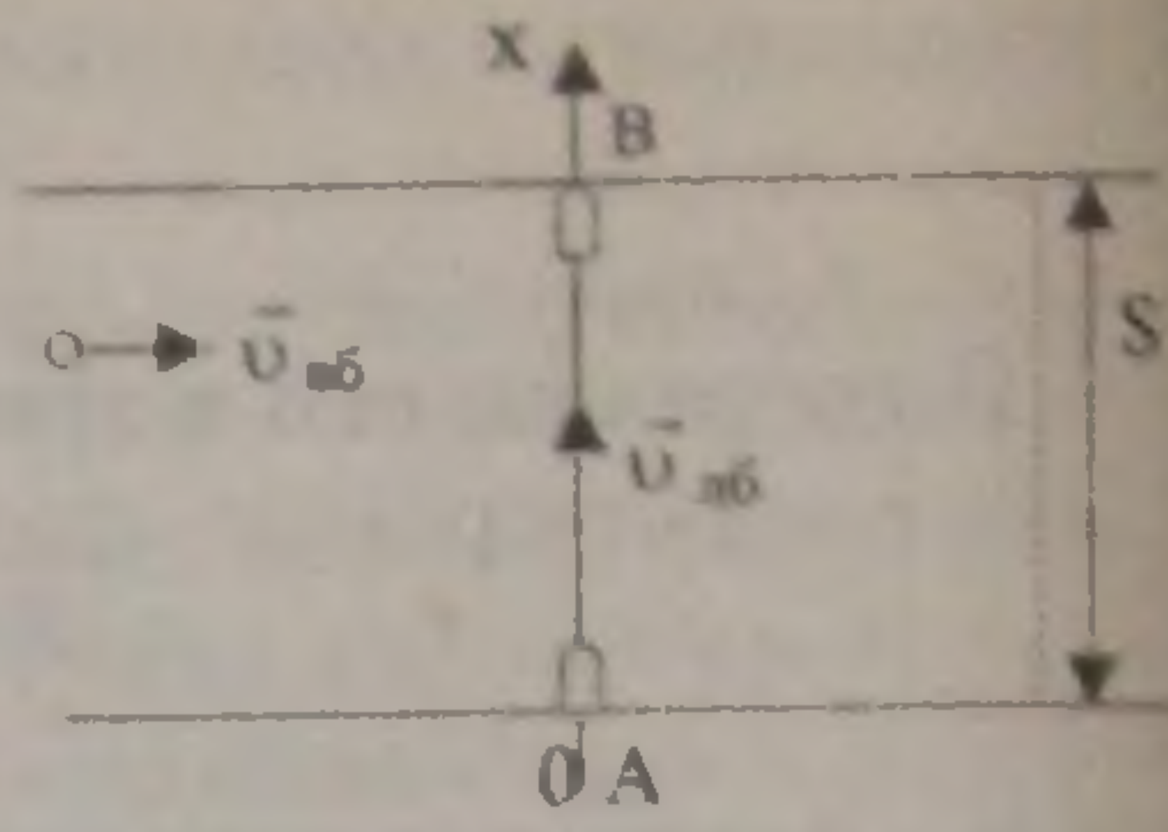


Рис. 7.14

3. В уравнение (7.12) входит скорость лодки относительно берега (неподвижной системы отсчёта). По условию задачи необходимо найти скорость лодки относительно воды (подвижной системы отсчёта). Эти две скорости связаны между собой правилом сложения скоростей.

Чтобы найти скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта, нужно сложить скорость тела относительно подвижной системы отсчёта и скорость подвижной системы отсчёта относительно неподвижной $\vec{\upsilon}_{тн} = \vec{\upsilon}_{тп} + \vec{\upsilon}_{пн}$. Свяжем тело с лодкой (индекс «т» заменим на индекс «л»), подвижную систему отсчёта свяжем с водой (индекс «п» заменим на индекс «в»), неподвижную систему отсчёта свяжем с берегом (индекс «н» заменим на индекс «б»). Получим частную форму записи правила сложения скоростей для данной задачи $\vec{\upsilon}_{лб} = \vec{\upsilon}_{лв} + \vec{\upsilon}_{вб}$, т.е. скорость лодки относительно берега равна сумме скоростей лодки относительно воды и воды относительно берега. Выполним на рисунке 7.15 операцию сложения векторов $\vec{\upsilon}_{лв}$ и $\vec{\upsilon}_{вб}$. Направление вектора $\upsilon_{лв}$ скорости лодки относительно воды по условию задачи нам не задано, но известно, что в сумме с вектором $\upsilon_{вб}$ скорости воды относительно берега он даёт вектор, направленный перпендикулярно берегу. Этому условию отвечает только одно направление вектора $\vec{\upsilon}_{лв}$, изображённое на рисунке 7.15 (начало вектора $\upsilon_{вб}$ совмещено с концом вектора $\vec{\upsilon}_{лв}$, а затем проведён вектор $\vec{\upsilon}_{лб}$ из начала вектора $\vec{\upsilon}_{лв}$ в конец вектора $\vec{\upsilon}_{вб}$)[1]. Так как векторы не направлены

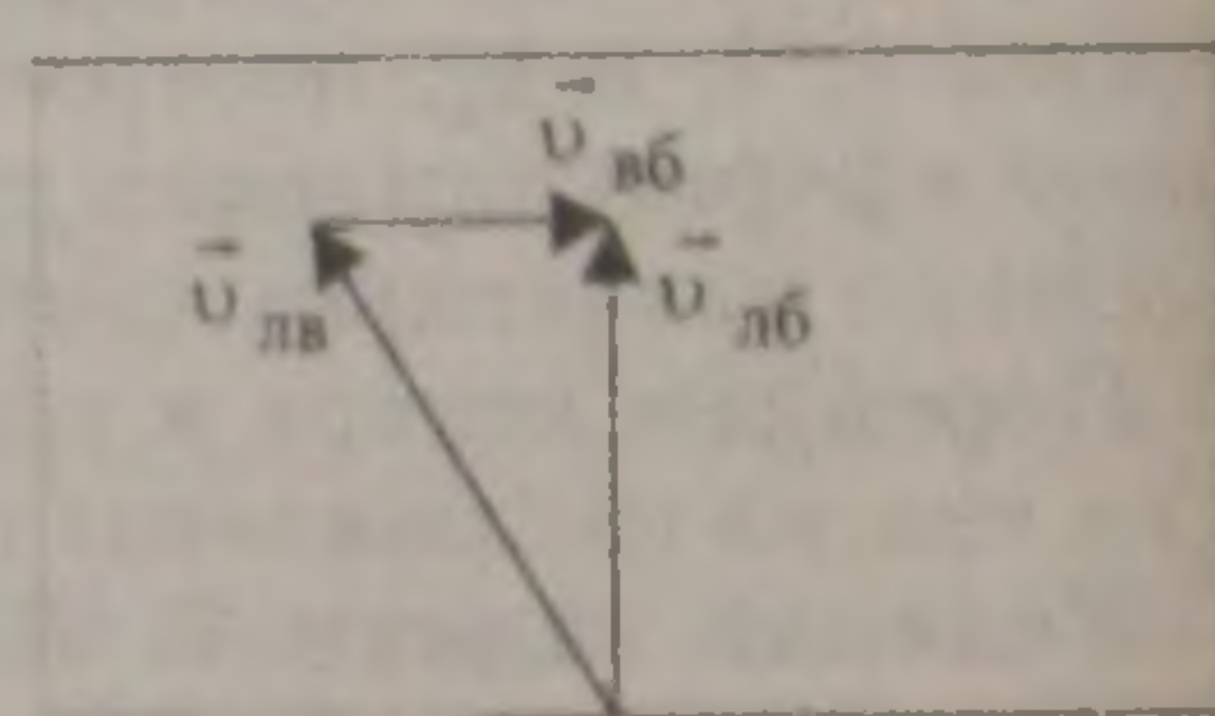


Рис. 7.15

[1] Подробный анализ этой ситуации проведён в главе 5 для различных направлений вектора $\vec{\upsilon}_{лв}$.

вдоль одной прямой, то нужно применить не метод проецирования, а одну из геометрических теорем, связывающих длины сторон треугольника скоростей. В данном случае треугольник прямоугольный, поэтому для расчёта величины скорости применим теорему Пифагора

$$\upsilon_{лб} = \sqrt{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2}\,. \qquad (7.13)$$

4. Подставим формулу (7.13) в уравнение движения лодки (7.12), получим

$$S = \sqrt{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2} \cdot t\,.$$

В последнем уравнении известны все величины кроме скорости лодки относительно воды. Так как неизвестная величина находится под знаком квадратного корня, то обе части уравнения возведём в квадрат $S^2 = (\upsilon^2_{лв} - \upsilon^2_{вб})\, t^2$.

Откуда $$\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2 = \frac{S^2}{t^2}\,.$$

Перенося известную величину скорости воды относительно берега вправо и извлекая квадратный корень из обеих частей уравнения, получим

$$\upsilon_{лв} = \sqrt{\upsilon_{вб}^2 + \frac{S^2}{t^2}}\,. \qquad (7.14)$$

Правая часть формулы (7.14) содержит только известные величины, поэтому она является ответом задачи в общем виде.

Проверим наименование искомой величины:

$$[\upsilon_{лв}]_{СИ} = \sqrt{\frac{м^2}{с^2} + \frac{м^2}{с^2}} = \sqrt{\frac{м^2}{с^2}} = \frac{м}{с}\,.$$

Полученное наименование совпадает с единицей скорости, поэтому математические преобразования выполнены правильно.

Переведём данные в СИ и вычислим результат:

$$\upsilon_{лв} = \sqrt{\left(\frac{5000}{3600}\right)^2 + \frac{100^2}{60^2}} = 2{,}2 \text{ (м/с)}.$$

В данной задаче векторы скоростей образовали прямоугольный треугольник. В общем случае векторы скоростей могут образовывать произвольный треугольник. Это повлияет лишь на процедуру расчёта величины скорости тела относительно неподвижной системы отсчёта. Вместо теоремы Пифагора необходимо воспользоваться теоремой косинусов или синусов (см. главы 5 и 6, в которых подробно рассмотрено применение этих теорем). Операционный состав действий при решении задач остаётся прежним.

Рассмотрим один из возможных вариантов задачи данного типа.

Условие задачи 8. Самолёт должен перелететь из пункта А в пункт В, расположенный севернее пункта А на 300 км, за 2 часа. Во время полёта дует северо-западный ветер под углом 30^0 к меридиану. Чему равна скорость ветра, если скорость самолёта относительно воздуха 160 км/ч?

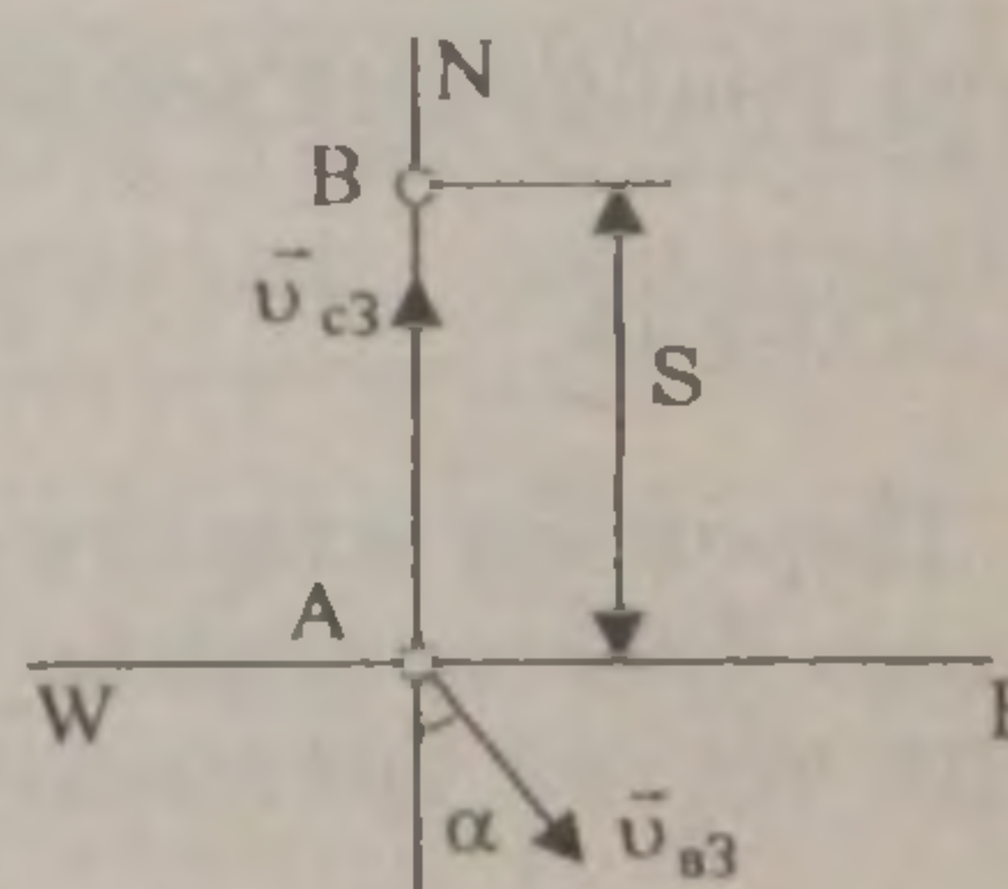


Рис. 7.16

1. Выберите систему координат для описания движения самолёта из пункта А в пункт В и изобразите её на рисунке 7.16.

2. Запишите уравнение зависимости координаты от времени для данной ситуации в выбранной системе координат с учётом того, что в начальный момент времени самолёт находится в пункте А, а в конечный — в пункте В.
____.

3. Свяжите с объектами, заданными в условии задачи, тело, подвижную систему отсчёта и неподвижную систему отсчёта. Тело — ____________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ____________________________ (индекс — ______).

4. Запишите правило сложения скоростей в общем виде. ____.

5. Запишите правило сложения скоростей для данной задачи с учётом обозначений, введённых в пункте 3.
____.

6. Выполните на рисунке 7.17 операцию сложения векторов скорости $\vec{\upsilon}_{св}$ самолёта относительно воздуха и скорости $\vec{\upsilon}_{вз}$ ветра относительно Земли с учётом того, что вектор суммы является вектором $\vec{\upsilon}_{сз}$ скорости самолёта относительно Земли, направленным на север.

Какой теоремой и почему нужно воспользоваться для расчёта скорости самолёта относительно Земли? ________________________________
____
____
____
_______________________________________.

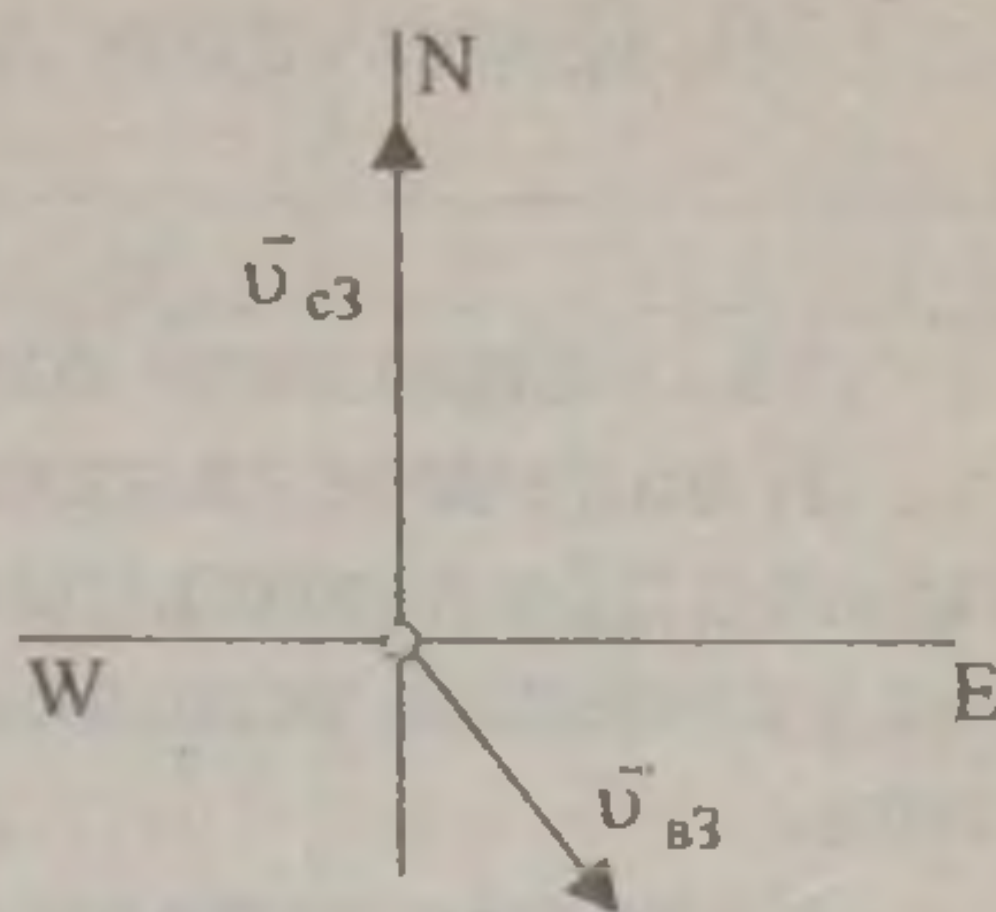


Рис. 7.17

7. Запишите выбранную вами теорему для треугольника скоростей.
____
____.

8. Запишите в виде системы уравнение зависимости координаты от времени (пункт 2) и уравнение геометрической теоремы для треугольника скоростей.

$$\begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

В данном случае нецелесообразно решать эту систему так, как мы это делали в предыдущих случаях, подставляя выражение для скорости тела в неподвижной системе координат в уравнение координаты. Для этого придётся решить квадратное уравнение относительно скорости самолёта относительно Земли. Затем после подстановки полученного выражения в уравнение координаты придётся ещё раз решать квадратное уравнение, но уже относительно скорости ветра относительно Земли. Поэтому поступите следующим образом:

Выразите скорость самолёта относительно Земли из уравнения координаты. ____________________________.
Подставьте полученное выражение в теорему косинусов.
____
____
____.

Решите полученное уравнение как квадратное относительно искомой скорости ветра относительно Земли.
____
____
____
____.

9. Проверьте наименование искомой величины. ______
____
____.

10. Переведите данные в СИ и выполните вычисления.

____
____.

11. Запишите ответ задачи. ______________________.

К задачам данного вида, когда скорости тел направлены под произвольным углом, также можно применить метод удвоения условия. Рассмотрим пример задачи данного типа.

Условие задачи 9. Два пункта A и C расположены на одном берегу реки, а пункт B — на противоположном берегу напротив пункта A (рис. 7.18). Моторная лодка плывёт по течению реки из пункта A в пункт C и возвращается обратно, затрачивая на всю поездку время t_1. Затем лодка плывёт из пункта A в пункт B и обратно, затрачивая на эту поездку время t_2. Во сколько раз скорость лодки относительно воды больше, чем скорость воды относительно берега, если $t_1 = nt_2$, а ширина реки равна расстоянию между пунктами A и C?

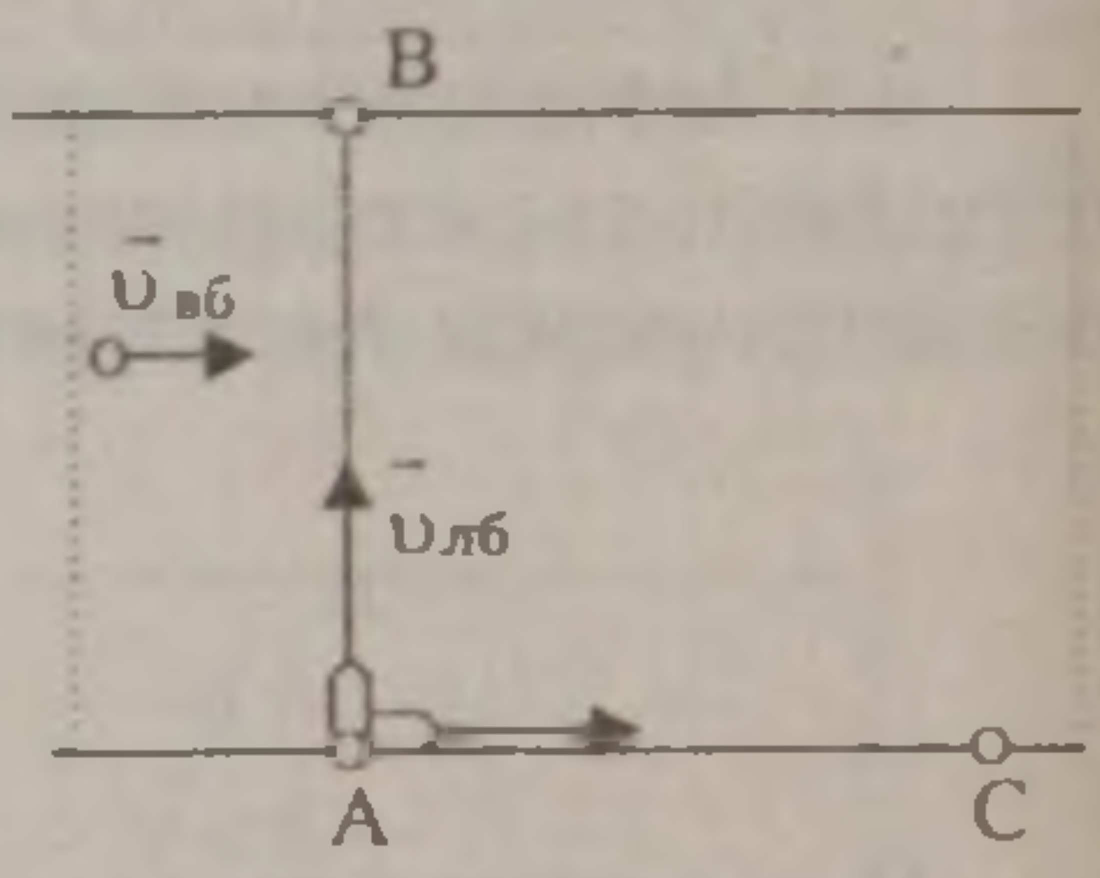


Рис. 7.18

В условии задачи описаны четыре движения: 1) по течению реки из пункта A в пункт C; 2) против течения реки из пункта C в пункт A; 3) перпендикулярно течению реки из пункта A в пункт B; 4) перпендикулярно течению реки из пункта B в пункт A.

Выше в задачах 1 и 2 мы уже подробно описали движение лодки по и против течения, а в задаче 5 нашли полное время движения лодки, плывущей сначала по течению реки, а затем возвращающейся обратно. В результате была получена формула

$$t_1 = \frac{2S\upsilon_{лв}}{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2}. \qquad (7.10)$$

В задаче 7 было описано движение лодки, переплывающей реку перпендикулярно течению, и получено уравнение $S = \sqrt{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2} \cdot t_3$, где t_3 — время движения лодки из пункта A в пункт B.

Осталось описать движение лодки из пункта B в пункт A.

Выберем систему координат с телом отсчёта в точке B, направленную перпендикулярно линии берега от B к A (рис. 7.19). Запишем уравнение движения лодки в выбранной системе координат с учётом того, что в начальный момент времени лодка находится в точке B и её начальная координата равна нулю, а в искомый момент времени t_4 лодка оказывается в точке A с координатой S. Тогда $S=\upsilon_{лб}t_4$.

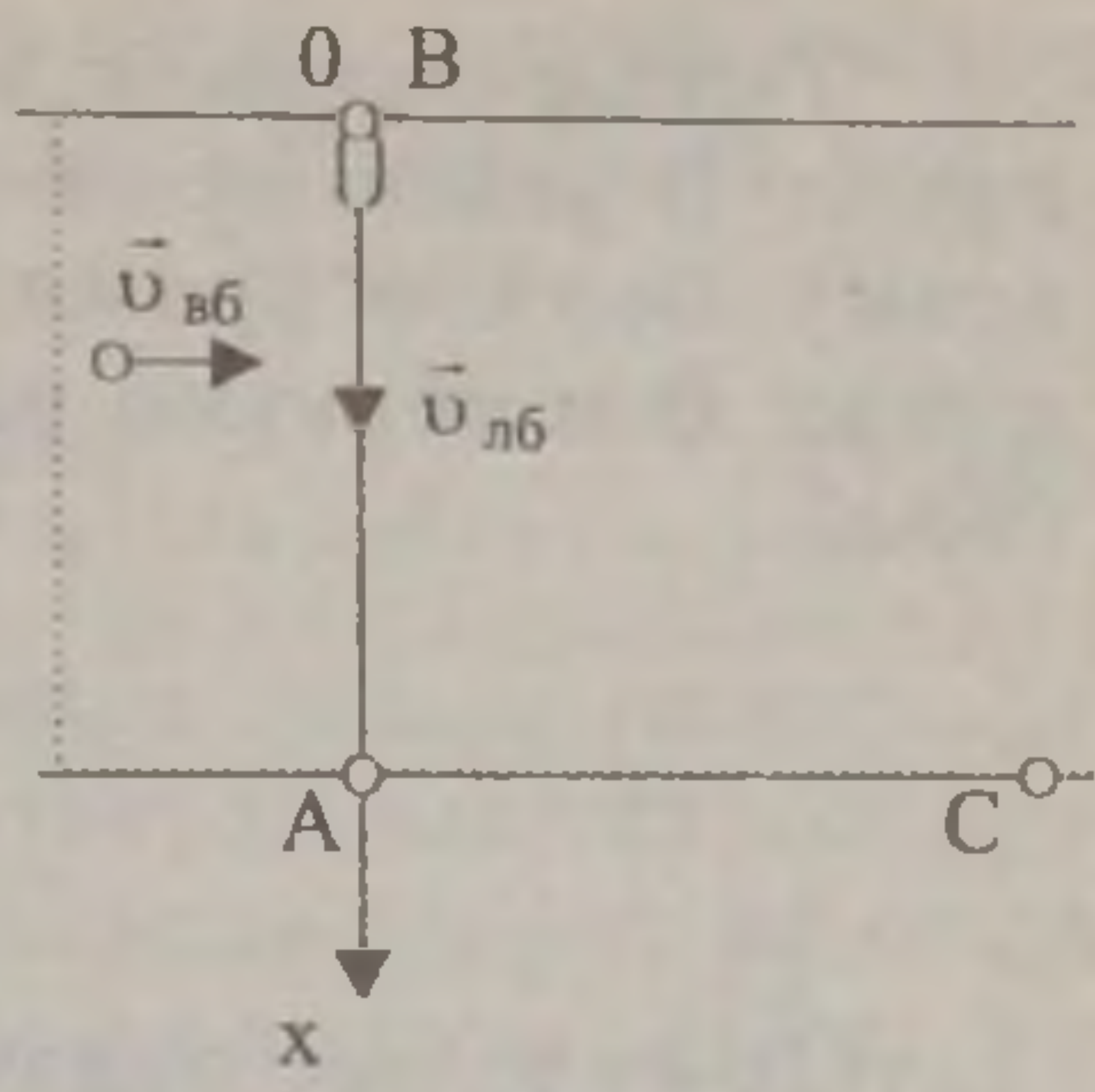


Рис. 7.19

Скорость лодки относительно берега найдём, применяя правило сложения скоростей в форме $\vec{\upsilon}_{тн}=\vec{\upsilon}_{тп}+\vec{\upsilon}_{пн}$. Рассматривая лодку как тело, воду — как подвижную систему отсчёта, а берег — как неподвижную систему отсчёта, получим $\vec{\upsilon}_{лб}=\vec{\upsilon}_{лв}+\vec{\upsilon}_{вб}$. Выполним на рисунке 7.20 сложение векторов скорости лодки относительно воды $\vec{\upsilon}_{лв}$ и воды относительно берега $\vec{\upsilon}_{вб}$ с учётом того, что скорость лодки относительно берега должна быть направлена перпендикулярно линии берега. Так как векторы скоростей образуют прямоугольный треугольник, то для расчёта величины скорости воспользуемся теоремой Пифагора:

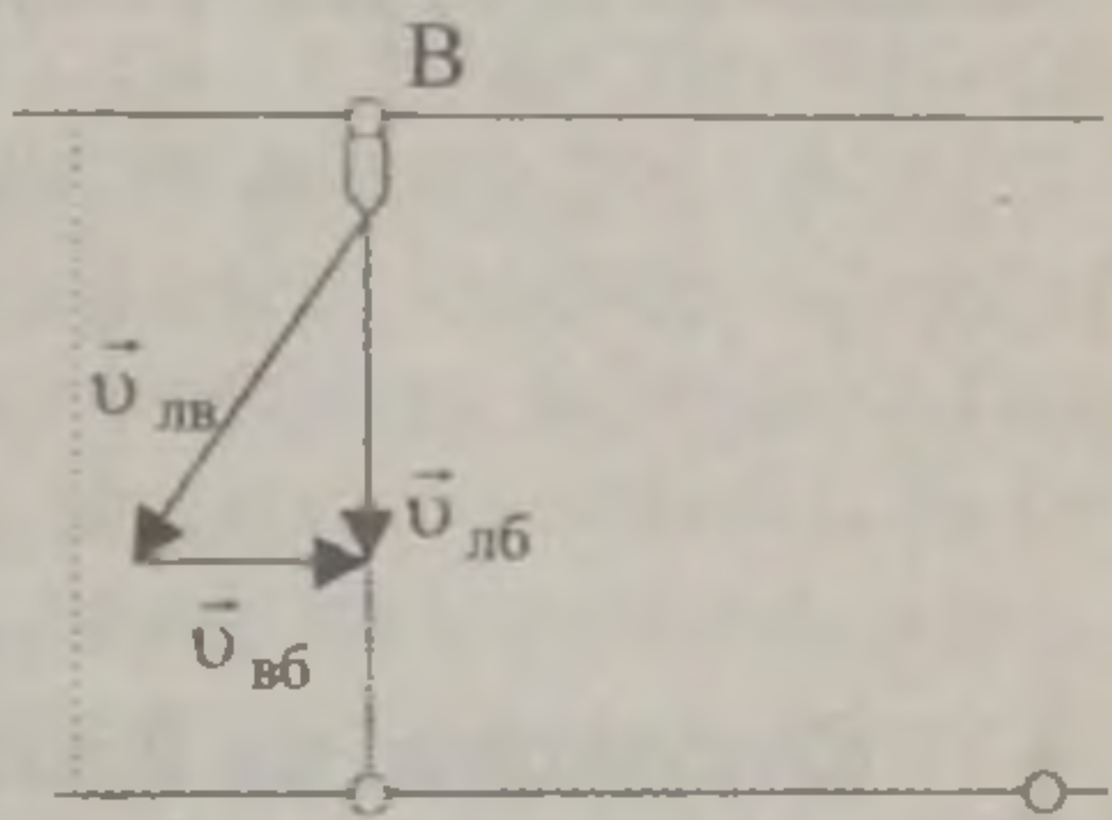


Рис. 7.20

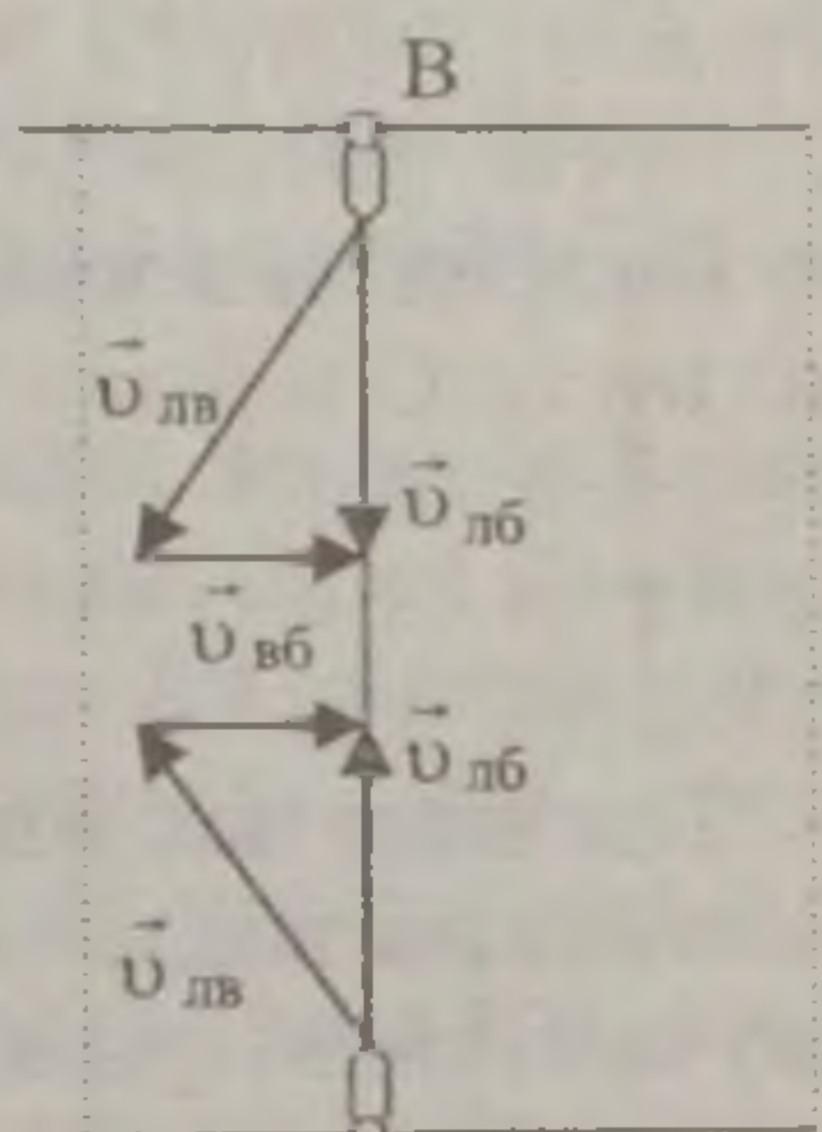


Рис. 7.21

$$\upsilon_{лб}=\sqrt{\upsilon_{лв}^2-\upsilon_{вб}^2}\ .$$

Подставляя полученное выражение в уравнение движения лодки, получим

$$S=\sqrt{\upsilon_{лв}^2-\upsilon_{вб}^2}\cdot t_4\ ,$$

что совпадает с уравнением движения лодки из пункта A в пункт B. Этот результат, конечно, не случаен. Многие из вас уже давно догадались, что скорость лодки, переплывающей реку, изменяется только по направлению, но не по величине (рис. 7.21).

Таким образом, время движения лодки из пункта A в пункт B равно времени обратного движения: $t_3 = t_4$. Поэтому полное время t_2 движения лодки из пункта A в пункт B и обратно равно удвоенному времени t_3 или t_4 и равно

$$t_2 = \frac{2S}{\sqrt{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2}}. \tag{7.15}$$

По условию задачи задано соотношение между временами t_1 и t_2: $t_1 = nt_2$. Подставляя в это соотношение выражения (7.10) и (7.15), получим

$$\frac{2S\upsilon_{лв}}{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2} = n\frac{2S}{\sqrt{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2}}.$$

Сокращая на $2S$ и на $\sqrt{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2}$, приходим к выражению

$$\frac{\upsilon_{лв}}{\sqrt{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2}} = n.$$

Возведём в квадрат обе части уравнения

$$\frac{\upsilon_{лв}^2}{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2} = n^2.$$

Так как нас интересует отношение скорости лодки относительно воды к скорости воды относительно берега, то полученное выражение приведём к виду

$$\frac{\upsilon_{лв}^2 - \upsilon_{вб}^2}{\upsilon_{лв}^2} = \frac{1}{n^2}$$

и в левой части почленно разделим числитель на знаменатель:

$$1 - \frac{\upsilon^2_{вб}}{\upsilon^2_{лв}} = \frac{1}{n^2}.$$

Откуда $$\left(\frac{\upsilon_{вб}}{\upsilon_{лв}}\right)^2 = 1 - \frac{1}{n^2}.$$

Извлекая квадратный корень из обеих частей уравнения, получим искомое соотношение между скоростями

$$\frac{\upsilon_{лв}}{\upsilon_{вб}} = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}}. \qquad (7.16)$$

Правая часть формулы (7.16) содержит только известную величину n, поэтому она является ответом задачи в общем виде. Как следует из формулы, отношение скоростей является безразмерной величиной. Условие задачи сформулировано в общем виде, поэтому формула (7.16) является окончательным ответом.

Хотим ещё раз обратить ваше внимание на то, что решение всех проанализированных выше задач достигается не путём подбора формул для вычисления искомой величины, а с помощью применения физических методов (координатного метода и правила сложения скоростей). В результате получается система уравнений движения, которая затем решается математическими методами относительно искомой величины. Мы были бы очень рады, если бы вы усвоили именно этот метод решения физических задач, так как именно в нём отражается физический стиль мышления, всегда пытающийся найти единую теоретическую основу, единый метод описания определённого класса явления действительности.

В заключение рассмотрим ещё один весьма важный вопрос о выборе системы отсчёта для описания движения тела. В предыдущих задачах мы связывали систему отсчёта с неподвижным объектом, аргументируя это тем, что именно в этой системе отсчёта известны координаты тел. Однако подобный выбор отнюдь не является абсолютным и в ряде случаев целесообразно выбирать подвижную систему отсчёта.

7.4. Выбор системы отсчёта для описания движения тела при совместном применении координатного метода и правила сложения скоростей

Рассмотрим пример задачи, решение которой может быть получено как в подвижной, так и в неподвижной системе отсчёта.

Условие задачи 10. Скорый поезд длиной 1200 м движется по прямолинейному участку дороги со скоростью 72 км/ч. Автомобиль едет по шоссе, параллельному железнодорожному полотну, со скоростью 90 км/ч. Сколько времени автомобиль будет обгонять поезд?

По внешним признакам (даны кинематические характеристики прямолинейного равномерного движения тел — длина и скорости) определяем, что для решения задачи нужно применить координатный метод.

Выберем систему координат для описания движения тел. Так как движение прямолинейное, то достаточно выбрать одномерную систему координат. И автомобиль, и поезд движутся в одном направлении, поэтому вопрос о выборе направления оси координат не возникает — ось направляем по векторам скоростей движения обоих тел. С каким объектом следует связать тело отсчёта? Ранее мы связывали его с неподвижным объектом, мотивируя это тем, что в условиях задач были даны расстояния, пройденные телами относительно неподвижной системы отсчёта. Однако в данном случае расстояние, пройдённое автомобилем относительно неподвижной системы отсчёта отнюдь не равно известному расстоянию — длине поезда. Поэтому и возникает проблема выбора системы отсчёта. Решить её можно двумя способами. Тело отсчёта можно связать с неподвижным объектом — дорогой, поместив начало координат в ту точку, в которой автомобиль начал обгонять поезд (рис. 7.22). Такой выбор имеет свои плюсы. В этой системе отсчёта нам известны скорости обоих тел — и автомобиля относительно дороги $\upsilon_{ад}$, и поезда относительно дороги $\upsilon_{пд}$. Но не известны конечные координаты обоих тел в тот момент времени, когда автомобиль обгонит поезд.

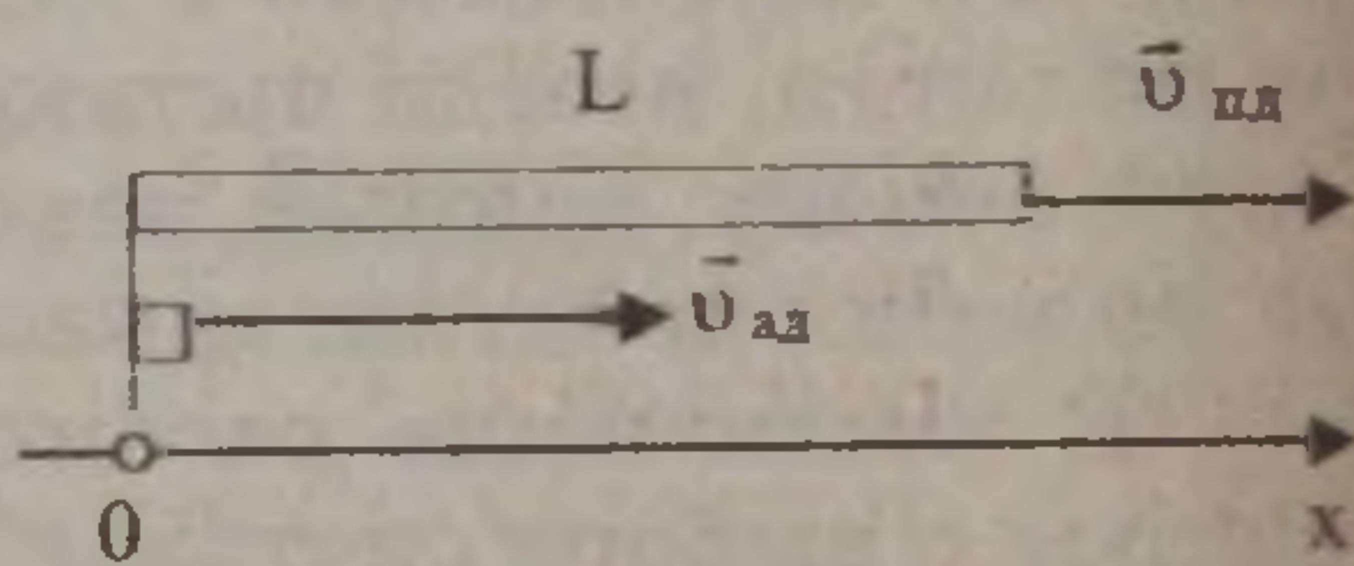


Рис. 7.22

Систему отсчёта можно связать и с движущимся поездом, поместив начало отсчёта в конечную точку поезда (рис. 7.23). В этом выборе также есть свои плюсы и минусы. С одной стороны, в данной системе отсчёта поезд покоится, поэтому автомобиль проходит относительно поезда расстояние, равное длине поезда L. С другой стороны, скорость автомобиля относительно поезда нам не известна и её необходимо найти.

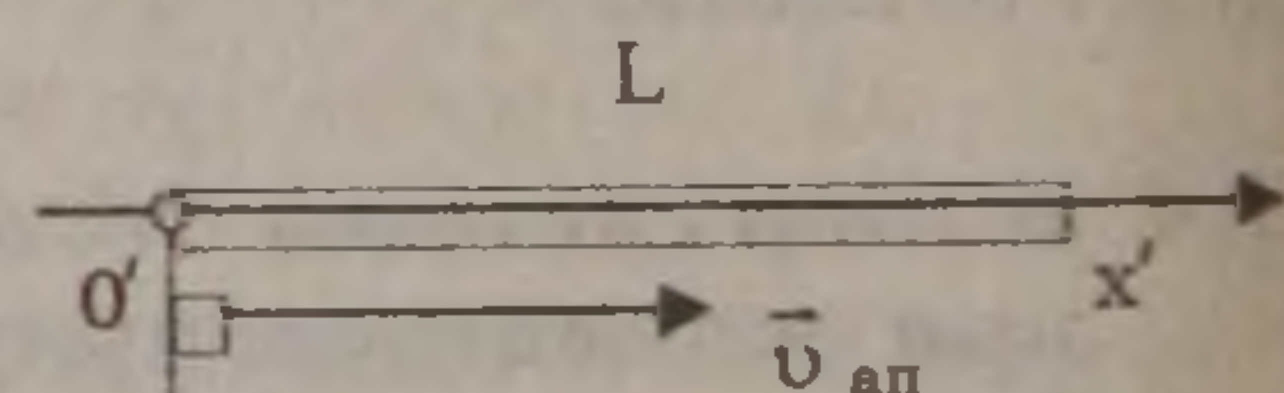


Рис. 7.23

Итак, при любом выборе системы отсчёта для решения задачи нужно совершить дополнительные действия по нахождению либо координаты (в неподвижной системе отсчёта), либо скорости (в подвижной системе отсчёта). Что лучше? Вопрос лишён смысла, так как понятие простоты решения (а именно из соображений простоты предпочтение отдаётся тому или иному методу) является достаточно субъективным. Впрочем, у вас появится возможность судить об этом после того, как мы рассмотрим оба пути решения. Начнём с неподвижной системы отсчёта.

Решение относительно неподвижной системы отсчёта

1. В неподвижной системе отсчёта движутся два тела — поезд и автомобиль. Поэтому уравнение движения (уравнение зависимости координаты от времени) нужно написать дважды. Для записи уравнения необходимо знать конечную координату тел в тот момент времени, когда автомобиль обгонит поезд.

Сделаем поясняющий рисунок (рис. 7.24), на котором покажем начальные и конечные состояния поезда и автомобиля. За время обгона поезд успевает переместиться и его начало оказывается в некоторой точке C. Тогда конечная координата начальной точки поезда и конечная координата автомобиля будут совпадать. Обозначим координату точки через x.

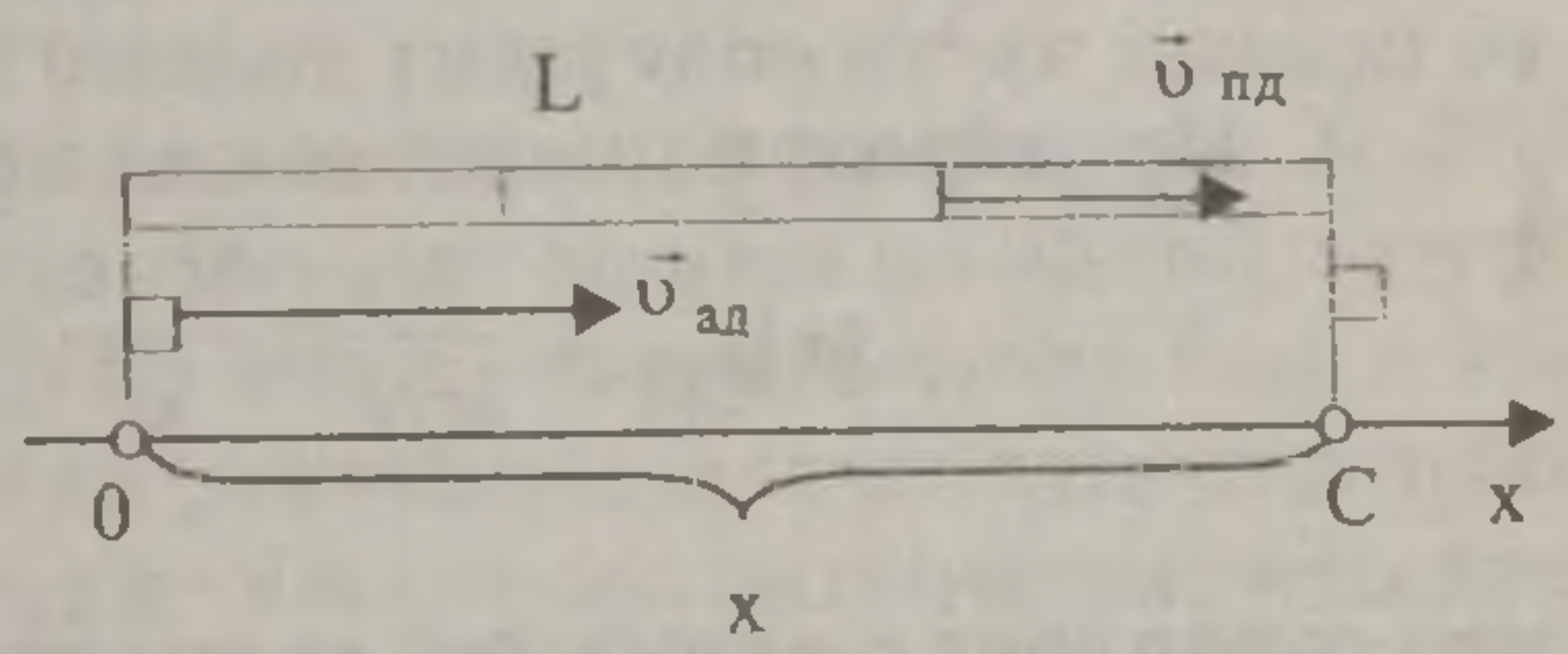


Рис. 7.24

2. Перепишем общее уравнение прямолинейного равномерного движения $x = x_0 + \upsilon_x t$ для автомобиля. Начальная координата равна нулю. Проекция скорости положительна и равна модулю скорости $\upsilon_x = \upsilon_{ад}$. Тогда уравнение движение имеет вид $x = \upsilon_{ад} t$ (7.17).

Поезд не является материальной точкой. Различные его точки имеют разные координаты. Поэтому нужно выбрать точку поезда, для которой следует записать уравнение движения. Эта точка может быть произвольной, но чтобы решить уравнения движения поезда и автомобиля совместно, выберем начальную точку поезда. Тогда конечные координаты этой точки и автомобиля будут одинаковыми. Начальная координата начальной точки поезда равна длине поезда L. Проекция скорости положительна и равна модулю скорости $\upsilon_x = \upsilon_{пд}$. Тогда уравнение движения начальной точки поезда имеет вид $x = L + \upsilon_{пд} t$ (7.18).

3. Решим совместно уравнения (7.17) и (7.18).

$$\begin{cases} x = \upsilon_{ад} t, \\ x = L + \upsilon_{пд} t. \end{cases}$$

Эта система уравнений содержит две неизвестные величины — x и t. Исключим x, приравняв правые части уравнений. Получим $\upsilon_{ад} t = L + \upsilon_{пд} t$. Соберём члены, содержащие неизвестное t, в левую часть уравнения и вынесем t за скобку как общий множитель: $t(\upsilon_{ад} - \upsilon_{пд}) = L$. Тогда искомое время обгона находится по формуле

$$t = \frac{L}{\upsilon_{ад} - \upsilon_{пд}}, \tag{7.19}$$

которая и является ответом задачи в общем виде, так как её правая часть содержит только известные величины.

4. Проверим наименование искомой величины:

$$[t]_{СИ} = \frac{м}{м/с} = \frac{м \cdot с}{м} = с,$$

что совпадает с единицей скорости.

5. Переведём данные в СИ и вычислим результат:

$$t = \frac{1200}{\frac{90 \cdot 1000}{3600} - \frac{72 \cdot 1000}{3600}} = \frac{1200}{25 - 20} = 2{,}4 \cdot 10^2 \text{ (с)} = 4 \text{ (мин)}.$$

Решение относительно подвижной системы отсчёта

1. Свяжем систему отсчёта с движущимся поездом (рис. 7.25). Тогда в этой системе отсчёта поезд покоится, а автомобиль движется со скоростью $\upsilon_{ад}$ автомобиля относительно дороги. Начало координат 0 поместим в конечную точку поезда.

2. Запишем уравнение движения автомобиля в выбранной системе отсчета. Начальная координата автомобиля равна нулю. Конечная координата автомобиля в искомый момент времени t равна L, проекция скорости положительна и равна модулю скорости $\upsilon_{ап}$ автомобиля относительно поезда. Тогда уравнение движения принимает вид $L = \upsilon_{ап} t$ (7.20).

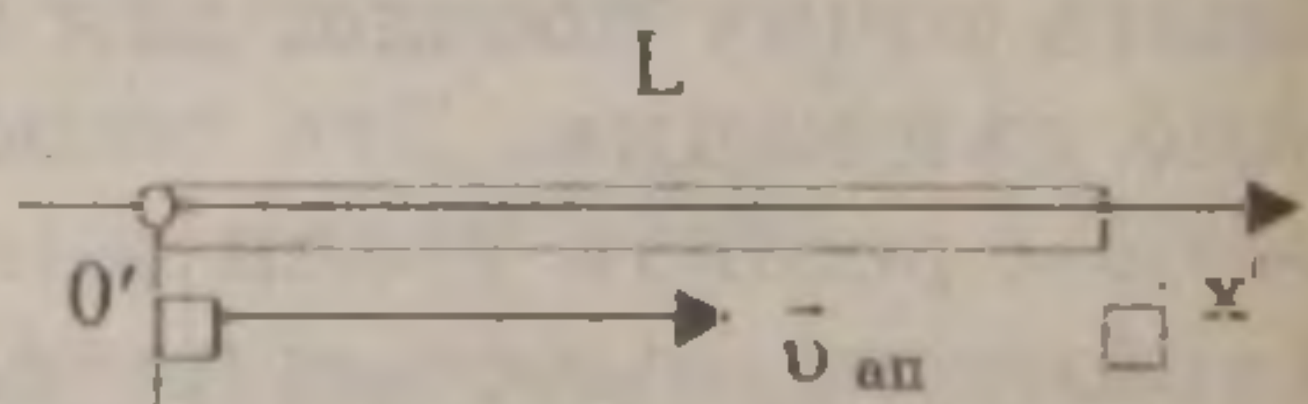


Рис. 7.25

3. В полученном уравнении не известна скорость автомобиля относительно поезда. Воспользуемся правилом сложения скоростей. Так как поезд является подвижной системой отсчёта, то нам нужно найти скорость тела относительно подвижной системы отсчёта. Поэтому правило сложения скоростей применим в форме $\vec{\upsilon}_{тп} = \vec{\upsilon}_{тн} - \vec{\upsilon}_{пн}$.

4. Перейдём к записи правила сложения скоростей для данной задачи. Телом, скорость которого нужно найти, является автомобиль (индекс «т» заменим на индекс «а»), подвижная система отсчёта связана с поездом (индекс «п» теперь будет являться первой буквой слова «поезд»), неподвижная система отсчёта связана с дорогой (индекс «н» заменим на индекс «д»). Тогда правило сложения скоростей запишется в виде $\vec{\upsilon}_{ап} = \vec{\upsilon}_{ад} - \vec{\upsilon}_{пд}$ (7.21), т.е. скорость автомобиля относительно поезда равна разности скорости автомобиля относительно дороги и скорости поезда относительно дороги.

5. Построим вектор разности скоростей (рис. 7.26). Для этого оба вектора $\vec{\upsilon}_{ад}$ и $\vec{\upsilon}_{пд}$ отложим из одной точки, а затем проведём вектор из конца вычитаемого $\vec{\upsilon}_{пд}$ в конец уменьшаемого $\vec{\upsilon}_{ад}$ (на рисунке для наглядности изображён параллельный сдвиг векторов; напомним, что при выполнении самостоятельных, контрольных работ и на экзаменах этого делать не нужно).

6. Спроектируем векторы, входящие в правило сложения скоростей, на координатную ось 0X (рис. 7.27). Все три вектора скоростей сонаправлены с осью, поэтому все проекции положительны и равны модулям векторов. Следовательно, в проекции векторного уравнения (7.21) на ось 0X получим $\upsilon_{ап} = \upsilon_{ад} - \upsilon_{пд}$ (7.22). Знак «минус» в этой формуле имеет векторное «происхождение», проекция вектора $\vec{\upsilon}_{пд}$ положительна, но перед этим вектором стоит знак «минус», который и остаётся после проектирования.

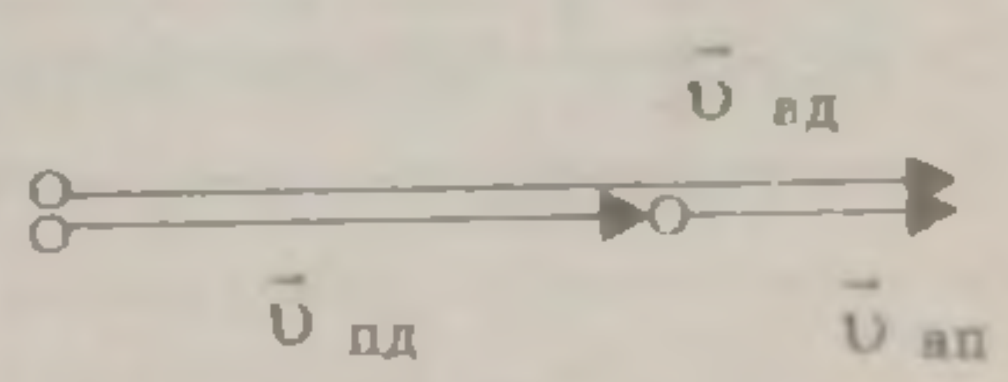


Рис. 7.26

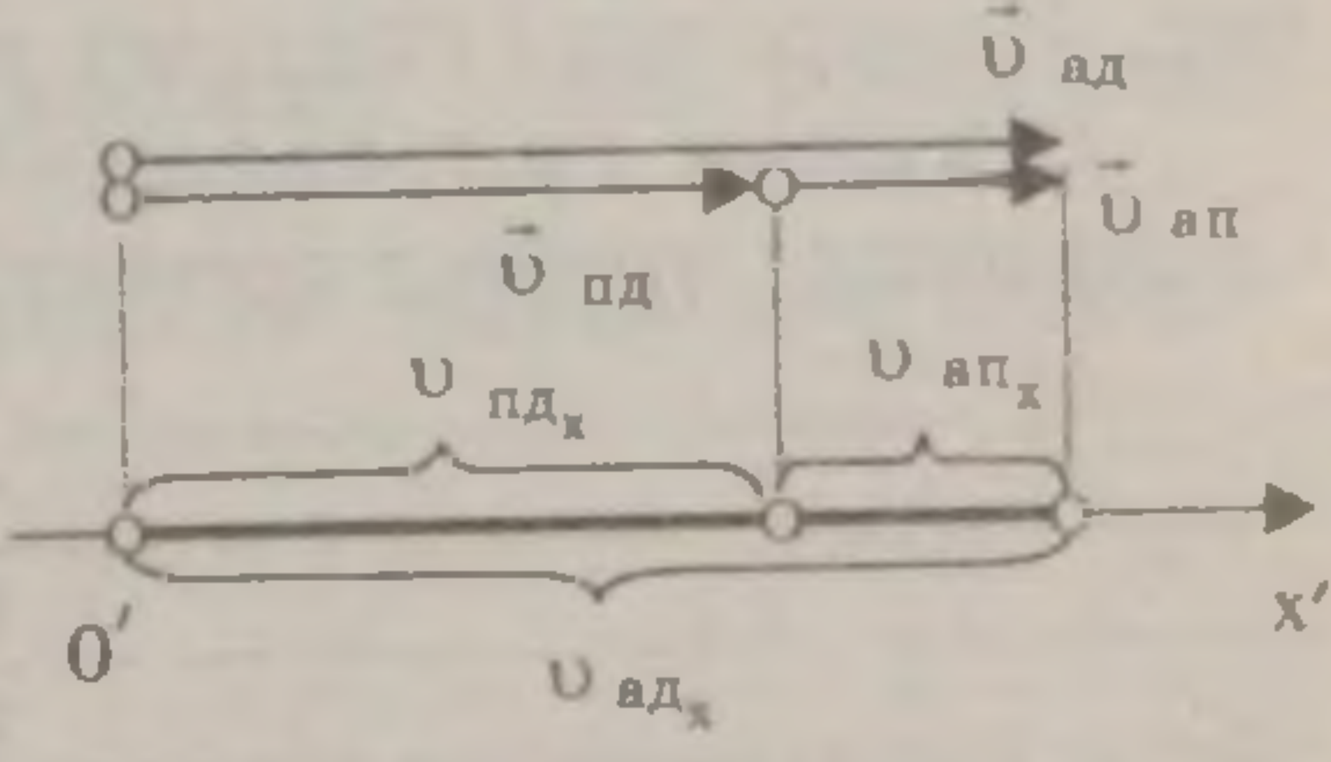


Рис. 7.27

7. Подставим формулу (7.22) в уравнение движения автомобиля (7.20). Получим $L = (\upsilon_{ад} - \upsilon_{пд})t$. Откуда искомое время

$$t = \frac{L}{\upsilon_{ад} - \upsilon_{пд}},$$

что совпадает с ответом (7.19), полученным в неподвижной системе отсчёта.

Какой способ решения понравился вам больше? ____________

____.

Для тренировки решите самостоятельно один из вариантов данной задачи, в которой поезд и автомобиль движутся навстречу друг другу.

Пример задачи 11. Скорый поезд длиной 1200 м движется по прямолинейному участку дороги со скоростью 72 км/ч. Навстречу поезду по шоссе, параллельному полотну железной дороги, едет автомобиль со скоростью 90 км/ч. В течение какого времени автомобиль будет проезжать мимо поезда?

1. С какими телами можно связать системы отсчёта для описания движения тел? ______________________________

____.

Перечислите «плюсы и минусы» выбора подвижной и неподвижной систем отсчёта. ______________________________

____

____

____

____

____

____.

Решение в неподвижной системе отсчёта

1. Выберите систему отсчёта для описания движения тел. Изобразите систему координат на рисунке 7.28.

В каком направлении целесообразно ориентировать ось?

____

____

____

______________________________.

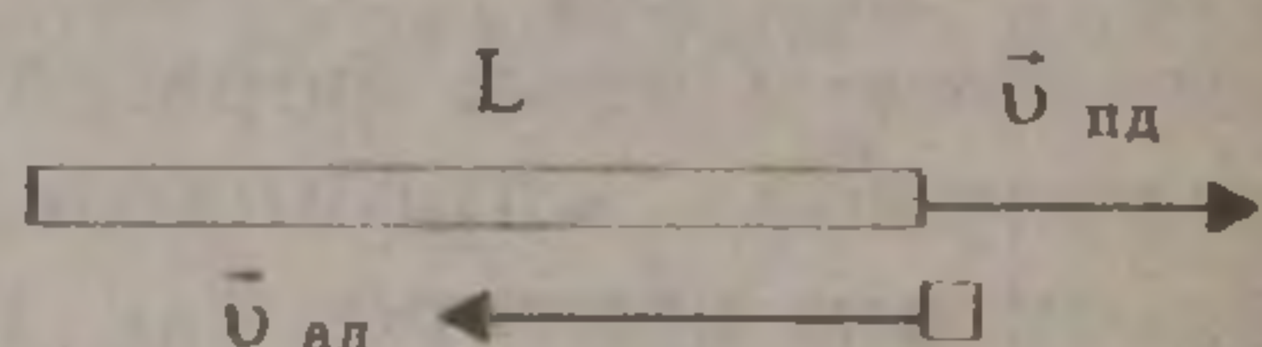


Рис. 7.28

В какую точку и почему удобно поместить тело отсчёта? ______________________________

____

____

____.

2. Изобразите на рисунке 7.28 конечные состояния автомобиля и поезда в тот момент времени, когда автомобиль доедет до конца поезда. Обозначьте на рисунке конечную координату автомобиля в выбранной системе координат.

3. Запишите уравнение движения автомобиля. ______________________________.

Чему равна начальная координата автомобиля? ______________________________.

Чему равна конечная координата автомобиля в искомый момент времени t? ______________________________.

Каковы знак проекции скорости автомобиля и её величина? ______________________________
______________________________.

4. Какую точку поезда целесообразно выбрать для записи уравнения движения? ______________________________
____
______________________________.

Запишите уравнение движения для выбранной точки. ______________________________.

Чему равна конечная координата выбранной точки в искомый момент времени t? ______________________________
______________________________.

Каковы знак проекции скорости поезда и её величина? ______________________________
______________________________.

5. Запишите систему уравнений движения поезда и автомобиля.

$$\begin{cases} \text{- - - - - - - - - - -} \\ \text{- - - - - - - - - - -} \end{cases}$$

Сколько неизвестных содержит эта система? ______________________________.

6. Решите систему относительно искомого времени t. ______________________________
____
____
______________________________.

7. Проверьте наименование искомой величины. ______________________________.

8. Переведите данные в СИ и выполните вычисления. ______________________________
______________________________.

9. Запишите ответ задачи. ______________________________

____

____.

Решение в подвижной системе отсчёта

1. Выберите подвижную систему отсчёта для описания движения автомобиля. Изобразите систему координат на рисунке 7.29.

В каком направлении целесообразно ориентировать ось координат? ______________________________

____

____

______________________________.

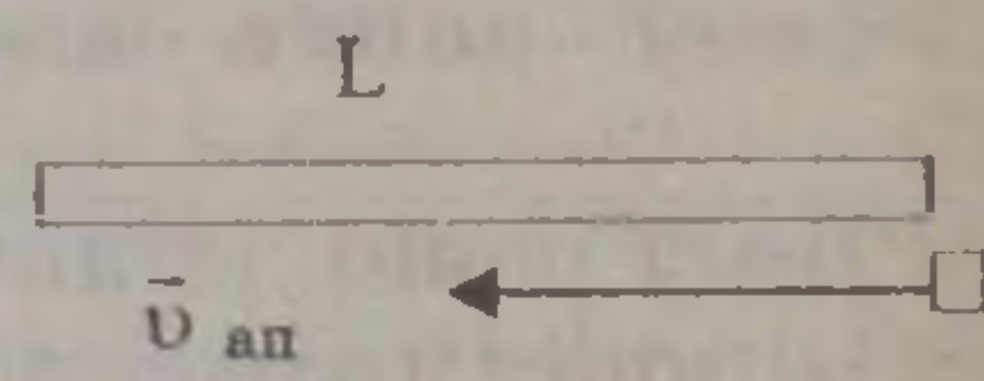


Рис. 7.29

В какую точку и почему удобно поместить тело отсчёта? ____

____

____

2. Изобразите на рисунке 7.29 конечное состояние автомобиля в искомый момент времени, когда автомобиль доедет до конца поезда.

3. Запишите уравнение движения автомобиля. ____.

Чему равна начальная координата автомобиля? ____.

Чему равна конечная координата автомобиля в искомый момент времени? ______________________________.

Каковы знак проекции скорости автомобиля и её величина? ____

____.

4. Почему для решения данной задачи в подвижной системе отсчёта нужно применить правило сложения скоростей? ____

____.

В какой форме и почему именно в этой форме нужно применить правило сложения скоростей? ________________

____

____

____.

Запишите правило сложения скоростей в выбранной вами форме. ____

____.

5. Свяжите с объектами, заданными в условии задачи, тело, подвижную систему отсчёта и неподвижную систему

отсчёта. Тело — ________________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ______________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ________________________ (индекс — ______).

6. Запишите правило сложения скоростей для данной задачи с учётом обозначений, введённых в пункте 5. ____.

7. Выполните на рисунке 7.30 операцию вычитания векторов скоростей и постройте вектор скорости автомобиля относительно поезда.

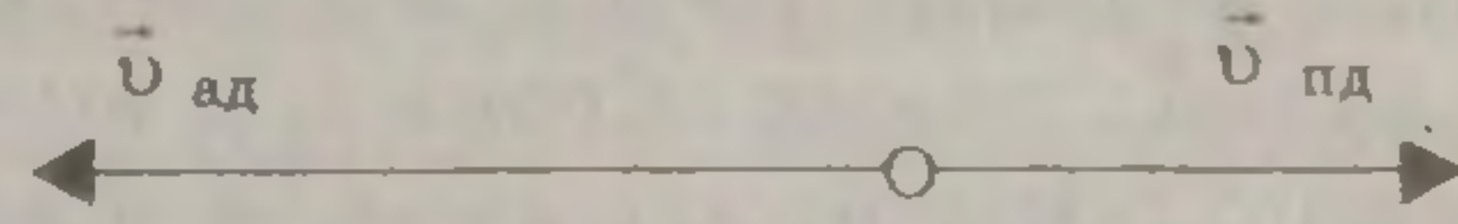


Рис. 7.30

8. Проведите на рисунке 7.30 ось для проецирования векторов. Спроектируйте векторы на ось. Запишите правило сложения скоростей в скалярной форме с учётом знаков проекций скоростей. ____________________ ____.

9. Подставьте выражение, полученное для скорости автомобиля относительно поезда, в уравнение движения автомобиля. ____.

10. Решите полученное уравнение относительно искомой величины. ____ ____ ____.

Сравните ответы, полученные в разных системах отсчёта. ____ ____ ______________________.

В результате решения двух предыдущих задач мы получили уравнения $L = (\upsilon_{ад} - \upsilon_{пд})\,t_1$ для движения автомобиля, обгоняющего поезд, и $L = (\upsilon_{ад} + \upsilon_{пд})\,t_2$ при движении автомобиля навстречу поезду. Из уравнений видно, что для каждой ситуации можно сформулировать по четыре задачи на нахождение длины поезда L, скорости автомобиля относительно дороги $\upsilon_{ад}$, скорости поезда относительно дороги $\upsilon_{пд}$ и времён t_1 или t_2, в течение которых автомобиль проходит мимо поезда. Таким образом, можно сформулировать 8 задач на данную типовую ситуацию.

Кроме этого, весьма часто встречаются задачи с удвоением условия, в котором описываются два движения — и обгон, и движение тел навстречу друг другу. Например, в описанной выше задаче автомобиль сначала обгоняет поезд, а затем мгновенно разворачивается и возвращается обратно к концу поезда. Очевидно, что в процессе решения нужно последовательно описать оба движения. В результате получается следующая система уравнений:

$$\begin{cases} L = (\upsilon_{ад} - \upsilon_{пд})\, t_1, \\ L = (\upsilon_{ад} + \upsilon_{пд})\, t_2. \end{cases}$$

Эта система содержит пять переменных величин. Для её решения необходимо, чтобы какая-либо пара из этих пяти величин не была известной. Например, задав длину поезда L, время обгона t_1 и время возвращения обратно t_2, можно определить скорости автомобиля и поезда относительно дороги. Или, задав оба времени и одну из скоростей, попросить найти длину поезда и скорость второго тела. С точки зрения физики и процедуры применения физических методов все эти задачи эквивалентны. Физическая часть решения сводится к выводу системы уравнений движения. Затем в зависимости от поставленного вопроса система решается математическими методами относительно тех или иных величин. Очевидно, что в задаче совсем не обязательно должны фигурировать именно автомобиль и поезд. Во многих задачниках часто встречается задача на колонну войск, идущую по дороге, вдоль которой от головы колонны к её хвосту и обратно движется велосипедист или мотоциклист. Весьма часто вдоль плывущего теплохода движется катер. Встречаются и другие объекты, но нужно понимать, что названия конкретных тел не являются существенными и не влияют на выбор метода решения и последовательность его применения.

В задачах данного типа часто встречается вопрос о нахождении полного времени движения одного тела вдоль другого в двух противоположных направлениях. Нетрудно понять, что полное время равно сумме времён обгона и возвращения назад. Складывая времена t_1 и t_2 , получим

$$t = \frac{L}{\upsilon_{тн} - \upsilon_{пн}} + \frac{L}{\upsilon_{тн} + \upsilon_{пн}}\,.$$

Приведём дроби к общему знаменателю:

$$t = L\,\frac{\upsilon_{тн} + \upsilon_{пн} + \upsilon_{тн} - \upsilon_{пн}}{(\upsilon_{тн} - \upsilon_{пн})\,(\upsilon_{тн} + \upsilon_{пн})}\,.$$

Откуда $$t=\frac{2L\upsilon_{тн}}{\upsilon^2_{тн}-\upsilon^2_{пн}}. \qquad (7.23)$$

При выводе формулы (7.23) мы перешли к общим обозначениям скорости произвольного тела относительно неподвижной системы отсчёта (автомобиля относительно дороги, катера относительно воды, велосипедиста относительно Земли и т.д.) и скорости подвижной системы отсчёта относительно неподвижной (поезда относительно дороги, колонны относительно Земли, теплохода относительно воды и т.д.). Формула (7.23) содержит 4 переменные величины, поэтому на данную типовую ситуацию можно сформулировать 4 задачи на нахождение длины того тела, вдоль которого происходит движение, скорости этого тела, скорости тела, осуществляющего обгон, полного времени обгона и возвращения.

В задачах с выбором системы отсчёта скорости тел не обязательно должны быть направлены вдоль одной прямой. Рассмотрим пример такой задачи, в которой скорости взаимно перпендикулярны.

Условие задачи 12. Вагон шириной 2,4 м, движущийся горизонтально со скоростью 10 м/с, пробивает пуля, летящая в горизонтальной плоскости перпендикулярно направлению движения вагона. При этом отверстия в передней и задней (по отношению к направлению полета пули) боковых стенках вагона оказались смещены на 6 см. Определите скорость полёта пули.

1. По внешним признакам (даны расстояния, пройденные телами при равномерном движении) делаем вывод о применении координатного метода для решения задачи.

2. Для применения координатного метода нужно выбрать систему отсчёта для описания движения тел. Эту систему можно связать с неподвижным объектом — Землёй. Тогда относительно этой системы будут двигаться два тела — пуля и вагон. Систему отсчёта можно связать и с движущимся вагоном, тогда в данной системе вагон будет покоиться, а пуля будет двигаться со скоростью пули относительно вагона. Рассмотрим оба варианта решения.

Решение в неподвижной системе отсчёта

1. Так как относительно неподвижной системы отсчёта движутся два тела, причём движутся по взаимно перпендикулярным направлениям, то для описания этих дви-

жений необходимо выбрать двумерную систему координат X0Y (см. рис. 7.31, на котором изображён вид сверху). Ось 0X направим по вектору скорости вагона относительно Земли, ось 0Y — по вектору скорости пули относительно Земли. Начало координат поместим в ту точку пространства, в которой пуля пробила переднюю стенку (точка A на рис. 7.31). Подчеркнём, что тело отсчёта связано с Землёй, поэтому начало координат на рисунке не перемещается.

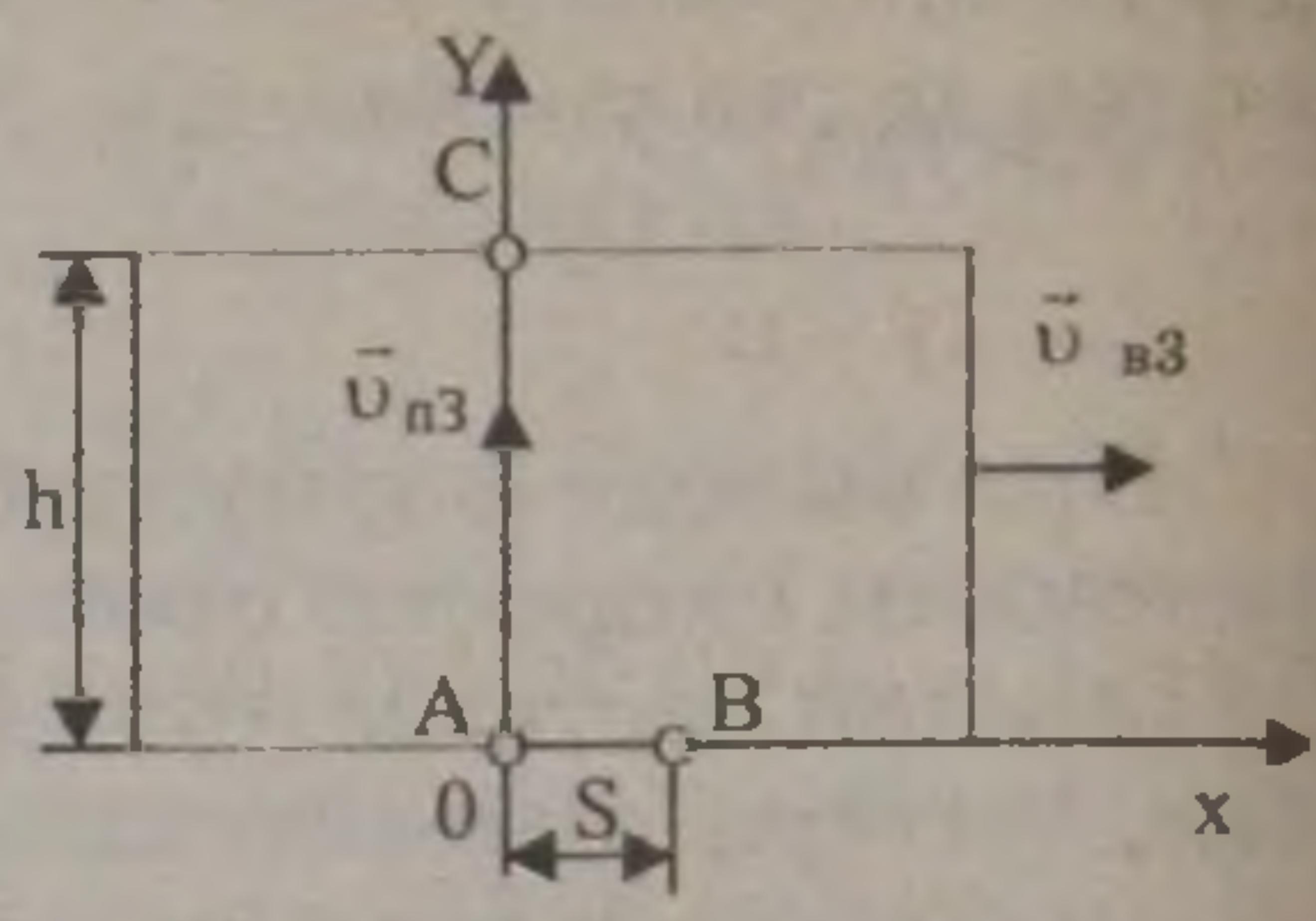


Рис. 7.31

2. Запишем уравнение движения вагона в данной системе координат. Вагон не является материальной точкой, поэтому нужно выбрать ту точку вагона, для которой мы будем писать уравнение. Для простоты (начальная координата будет равна нулю) выберем ту точку вагона, в которой пуля пробила отверстие в передней стенке (точка A на рисунке 7.31). Тогда в конечный момент времени, когда пуля пробьёт заднюю стенку в точке C, отверстие в передней стенке переместится вместе с вагоном и попадёт в точку B. Расстояние AB равно известному смещению между отверстиями в передней и задней стенках. Обозначим его через S. Расстояние от точки B до точки A представляет собой конечную координату выбранной точки вагона. Тогда уравнение $x = x_0 + \upsilon_x t$ для вагона примет вид $S=\upsilon_{вз} t$, где $\upsilon_{вз}$ — проекция скорости вагона относительно Земли, равная модулю этой скорости (вектор параллелен оси).

3. Запишем уравнение движения пули. Начальная координата пули равна нулю. В момент времени t, когда пуля пробьёт заднюю стенку, она будет находиться в точке C на расстоянии, равном ширине вагона h, от начала координат. Проекция скорости пули относительно Земли положительна и равна модулю этой скорости. Тогда уравнение $x = x_0 + \upsilon_x t$ для пули примет вид $h=\upsilon_{пз} t$, где $\upsilon_{пз}$ — проекция скорости пули относительно Земли.

4. Объединим оба уравнения движения в систему:

$$\begin{cases} S = \upsilon_{вз} t, \\ h = \upsilon_{пз} t. \end{cases}$$

Эта система содержит две неизвестные величины — время движения тел t (оно одинаково для обоих тел) и искомую скорость пули относительно Земли. Исключим время, разделив уравнения.

Получим $\frac{S}{h} = \frac{\upsilon_{вЗ}}{\upsilon_{пЗ}}$, откуда искомая скорость пули относительно Земли равна $\upsilon_{пЗ} = \upsilon_{вЗ} \frac{h}{S}$.

В правой части полученной формулы известны все величины, поэтому мы получили ответ в общем виде.

5. Проверим наименование искомой величины:

$$[\upsilon_{пЗ}]_{СИ} = \frac{м}{с} \cdot \frac{м}{м} = \frac{м}{с}.$$

6. Переведём данные в СИ и вычислим результат.

$$\upsilon_{пЗ} = 10 \cdot \frac{2,4}{0,06} = 4 \cdot 10^2 \text{ (м/с)}.$$

Решение в подвижной системе отсчёта

1. Свяжем подвижную систему отсчёта с вагоном (рис. 7.32). В этой системе отсчёта вагон покоится, а пуля движется со скоростью пули относительно вагона. Найдём эту скорость.

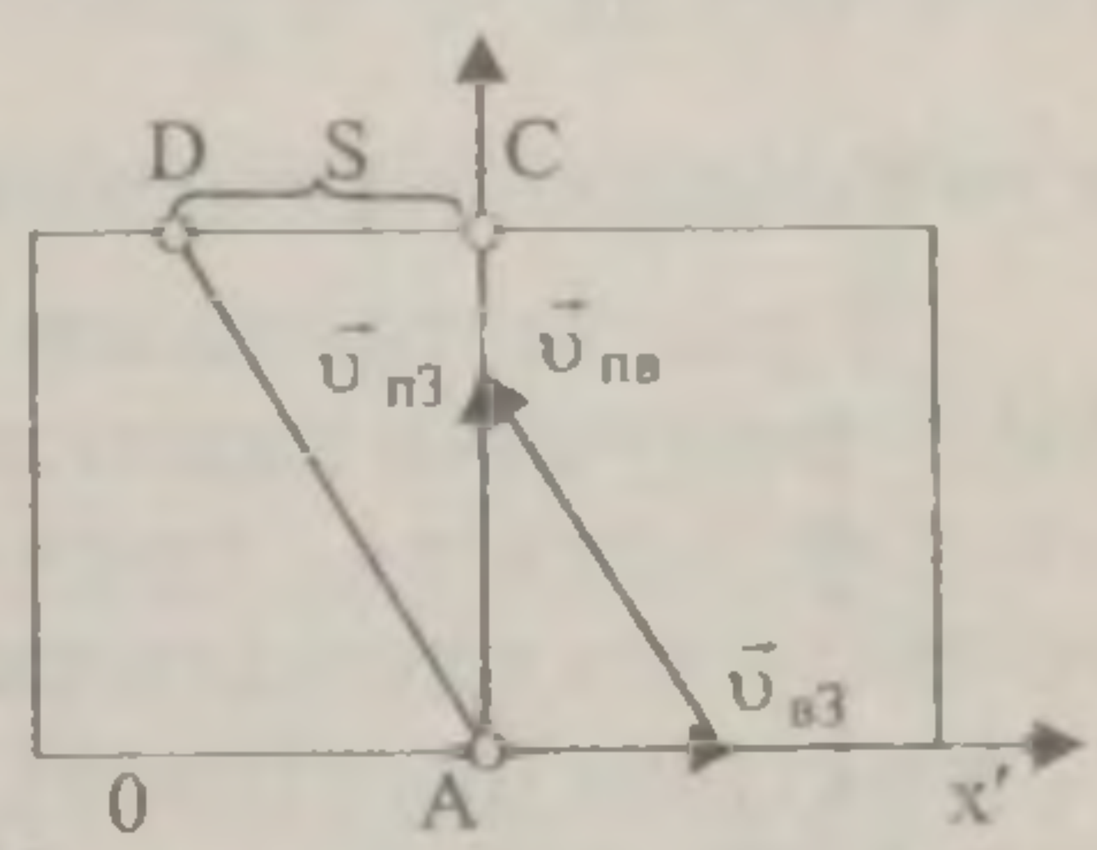


Рис. 7.32

2. Скорость тела относительно подвижной системы отсчёта находится с помощью правила сложения скоростей в форме $\vec{\upsilon}_{тп} = \vec{\upsilon}_{тн} - \vec{\upsilon}_{пн}$.

3. Телом, скорость которого нужно определить, является пуля (индекс «т» изменим на индекс «п»). Подвижная система отсчёта связана с вагоном (индекс «п» заменим на индекс «в»), неподвижная система отсчёта — с Землёй (индекс «н» заменяем на индекс «З»). Тогда для данной ситуации правило сложения скоростей запишется в виде $\vec{\upsilon}_{пв} = \vec{\upsilon}_{пЗ} - \vec{\upsilon}_{вЗ}$, т.е. скорость пули относительно вагона равна разности скорости пули относительно Земли и скорости вагона относительно Земли.

4. Выполним на рисунке 7.32 вычитание векторов. Отложим векторы $\vec{\upsilon}_{пЗ}$ и $\vec{\upsilon}_{вЗ}$ из одной точки и проведём вектор из конца вычитаемого $\vec{\upsilon}_{вЗ}$ в конец уменьшаемого $\vec{\upsilon}_{пЗ}$.

Получим вектор $\vec{\upsilon}_{пв}$ скорости пули относительно вагона, направление которого указывает направление полёта пули относительно вагона. Из рисунка видно, что относительно вагона пуля движется не перпендикулярно стенкам, а под углом к ним в направлении линии AD. Поэтому пуля пробивает противоположную стенку в точке, смещённой относительно точки A вдоль вагона на расстояние S, равное длине отрезка CD.

5. В отличие от предыдущих случаев, когда мы использовали координатный метод для записи уравнения движения, в данной задаче проще применить другой приём. Посмотрите на рисунок 7.32 и сравните треугольник скоростей и треугольник расстояний ACD. Они являются подобными, так как сторона AD параллельна по построению вектору $\vec{\upsilon}_{пв}$ и оба треугольника прямоугольны. Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{AC}{CD} = \frac{\upsilon_{пз}}{\upsilon_{вз}}\text{, но } AC = h\text{, а } CD = S\text{. Тогда } \frac{h}{S} = \frac{\upsilon_{пз}}{\upsilon_{вз}}\text{,}$$

откуда $\upsilon_{пз} = \upsilon_{вз}\dfrac{h}{S}$, что совпадает с ответом, полученным в неподвижной системе отсчёта.

В рассмотренных выше задачах 10–12 решение могло быть получено как в подвижной, так и в неподвижной системах отсчёта, причём эти решения примерно эквивалентны по сложности. Однако в некоторых задачах эта симметрия нарушается.

Условие задачи 13. На одном берегу реки на расстоянии S друг от друга расположены два пункта A и B (B — ниже по течению). Из пункта A в пункт B одновременно начинают двигаться моторная лодка и плот. Лодка, доплыв до пункта B за время t, мгновенно разворачивается и плывёт обратно. На расстоянии S_1 от пункта A она встречает плот. Найти скорость лодки относительно воды и скорость течения реки.

Попробуйте решить часть задачи по выводу уравнений движения самостоятельно.

1. Докажите, что для решения задачи нужно совместно использовать координатный метод и правило сложения скоростей. ____

____.

2. Почему в данной задаче целесообразно связать систему отсчёта с неподвижным объектом — берегом? ____.

3. Изобразите на рисунке 7.33 систему координат для описания движения лодки и плота.

1) В какую сторону и почему целесообразно направить ось координат? ____.

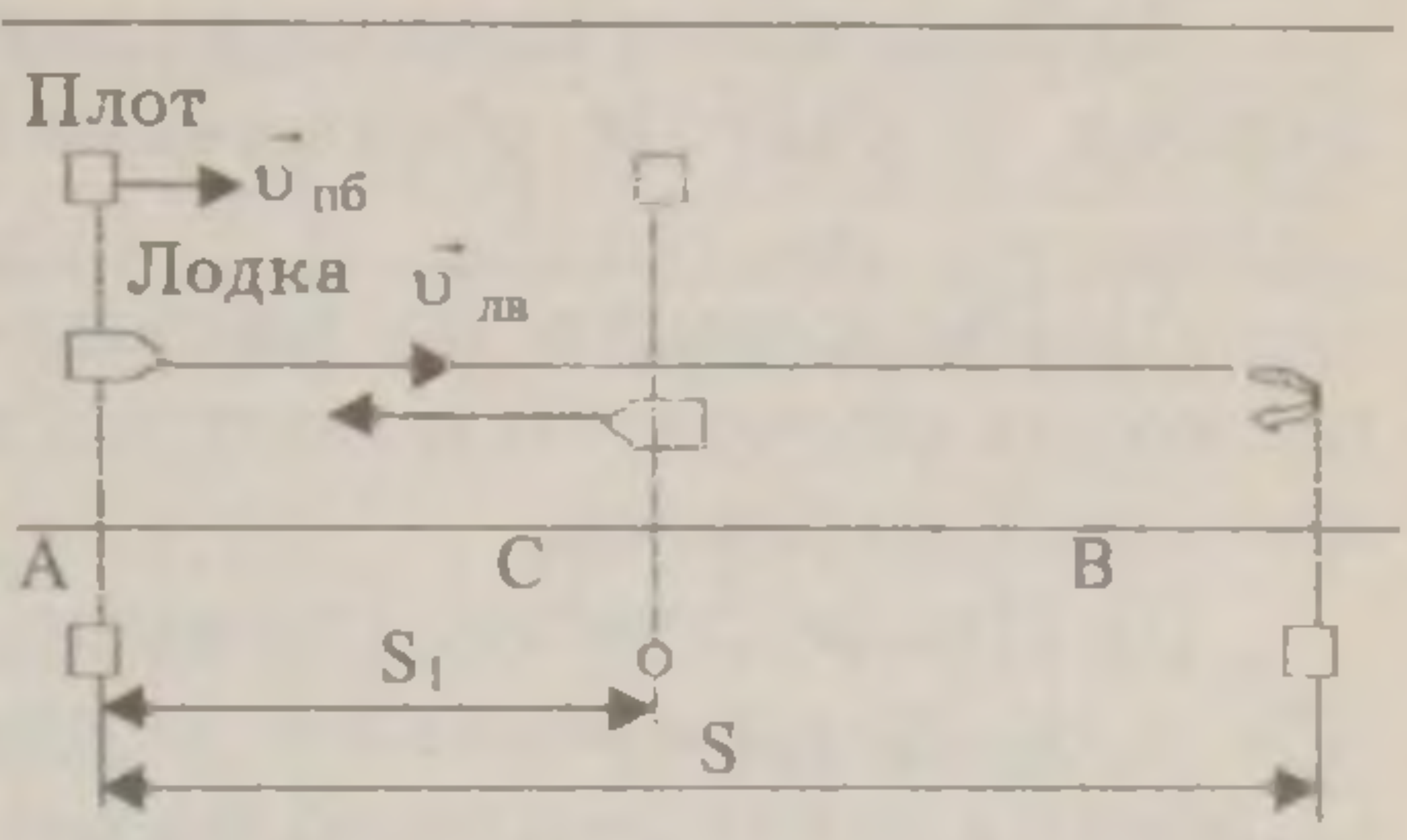


Рис. 7.33

2) В какую точку и почему удобно поместить тело отсчёта? ____.

4. Сколько движений описано в условии задачи? ______________________.

Сколько раз нужно записывать уравнение движения? ______________________.

Движение лодки из пункта А в пункт В

1. Запишите уравнение движения лодки из пункта А в пункт В. ______________________.

1) Чему равна начальная координата лодки в выбранной системе координат? ______________________.

2) Чему равна конечная координата лодки в заданный момент времени t, когда лодка окажется в пункте В? ______________________.

3) Каков знак и величина проекции скорости лодки в выбранной системе отсчёта? ______________________.

2. Почему на данной стадии решения необходимо применить правило сложения скоростей? ______________________.

1) Запишите правило сложения скоростей в общей форме с учётом того, что нужно найти скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта. ______________________.

2) Свяжите с объектами, заданными в условии задачи, тело, подвижную систему отсчёта и неподвижную систему отсчёта. Тело — ____________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______).

3) Запишите правило сложения скоростей для данной задачи с учётом обозначений, введённых в пункте 2). ______________________________.

4) Выполните на рисунке 7.34 операцию сложения векторов скоростей и постройте вектор скорости лодки относительно берега.

5) Проведите на рисунке 7.34 ось для проецирования векторов. Спроектируйте векторы на ось. Запишите правило сложения скоростей в скалярной форме с учётом знаков проекций скоростей. ______________________________.

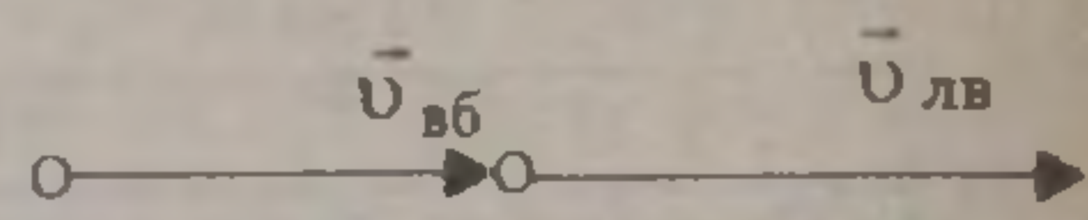


Рис. 7.34

3. Подставьте выражение, полученное для скорости лодки относительно берега в уравнение движения лодки, плывущей из пункта А в пункт В. ______________________________
______________________________.

Движение лодки из пункта В в точку встречи с плотом С

1. Запишите уравнение движения лодки из пункта В в точку С. ______________________________
______________________________.

1) Чему равна начальная координата лодки в выбранной системе координат? ______________________________
______________________________.

2) Чему равна конечная координата лодки в тот момент времени t_1 (t_1 — время движения лодки от пункта В до точки встречи С), когда лодка окажется в точке С? ______________________________.

3) Каков знак и величина проекции скорости лодки в выбранной системе отсчёта? ______________________________
____
______________________________.

2. Почему на данной стадии решения необходимо применить правило сложения скоростей? ______________________________
____
____
____
______________________________.

1) Запишите правило сложения скоростей в общей форме с учётом того, что нужно найти скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта. ______________________________________.

2) Запишите правило сложения скоростей для данной задачи с учётом обозначений, введённых при описании движения лодки из пункта А в пункт В. ______________________________________.

3) Выполните на рисунке 7.35 операцию сложения векторов скоростей и постройте вектор скорости лодки относительно берега.

4) Проведите на рисунке 7.35 ось для проецирования векторов. Спроектируйте векторы на ось. Запишите правило сложения скоростей в скалярной форме с учётом знаков проекций скоростей. ______________________________________.

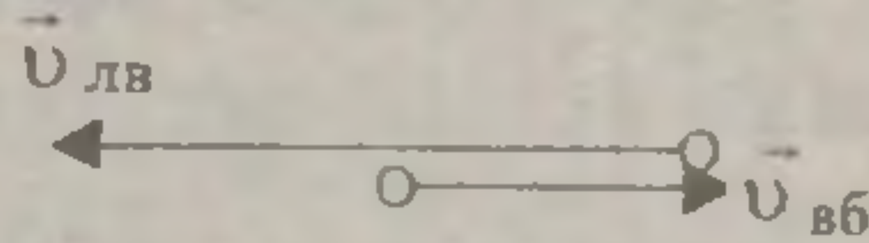


Рис. 7.35

3. Подставьте выражение, полученное для скорости лодки относительно берега, в уравнение движения лодки, плывущей из пункта В в точку встречи С. ______________________________________.

Движение плота

1. Запишите уравнение движения плота из пункта А в точку С. ______________________________________.

1) Чему равна начальная координата плота в выбранной системе координат? ______________________________________.

2) Чему равна конечная координата плота в момент времени $t+t_1$ (время движения плота равно общему времени движения лодки из пункта А в пункт В и обратно в точку С), когда он окажется в точке С? ____________.

3) Каков знак и величина проекции скорости плота в выбранной системе отсчёта? ______________________________________.

4) Почему для плота не нужно использовать правило сложения скоростей? ______________________________________.

Вернёмся в общую часть решения задачи.

5. Запишите систему трех уравнений для каждого из движений, описанных в условии.

______ (Движение лодки из пункта А в пункт В)
______ (Движение лодки из пункта В в точку С)
______ (Движение плота из пункта А в точку С)

Сколько неизвестных содержит система? ______
______.

Можно ли решить систему относительно этих неизвестных? ______
______
______.

Какую неизвестную величину и почему именно её нужно исключить в первую очередь? ______
______
______
______.

Давайте на короткое время отвлечёмся от этого увлекательного занятия — решения системы из трёх уравнений с тремя неизвестными. Наш опыт общения со школьниками показывает, что её решение занимает целый урок, да и не все ученики справляются с математическими преобразованиями, которые в итоге приводят к квадратному уравнению. Тем не менее прежде чем читать эту главу дальше, мы советуем вам попробовать самостоятельно решить эту систему (естественно, что в книге мы не будем оставлять для этого несколько пустых страниц — работайте в своей тетради). Затем с чувством выполненного долга вы можете вернуться к чтению.

6. Давайте рассмотрим ситуацию, заданную в условии, с точки зрения подвижной системы отсчёта, связанной с плотом (рис. 7.36). В этой системе отсчёта плот (и вода) покоится, а лодка движется относительно плота со скоростью $\upsilon_{лв}$, которая **не зависит** от направления движения лодки (в этой системе отсчёта лодка плавает в стоячей воде).

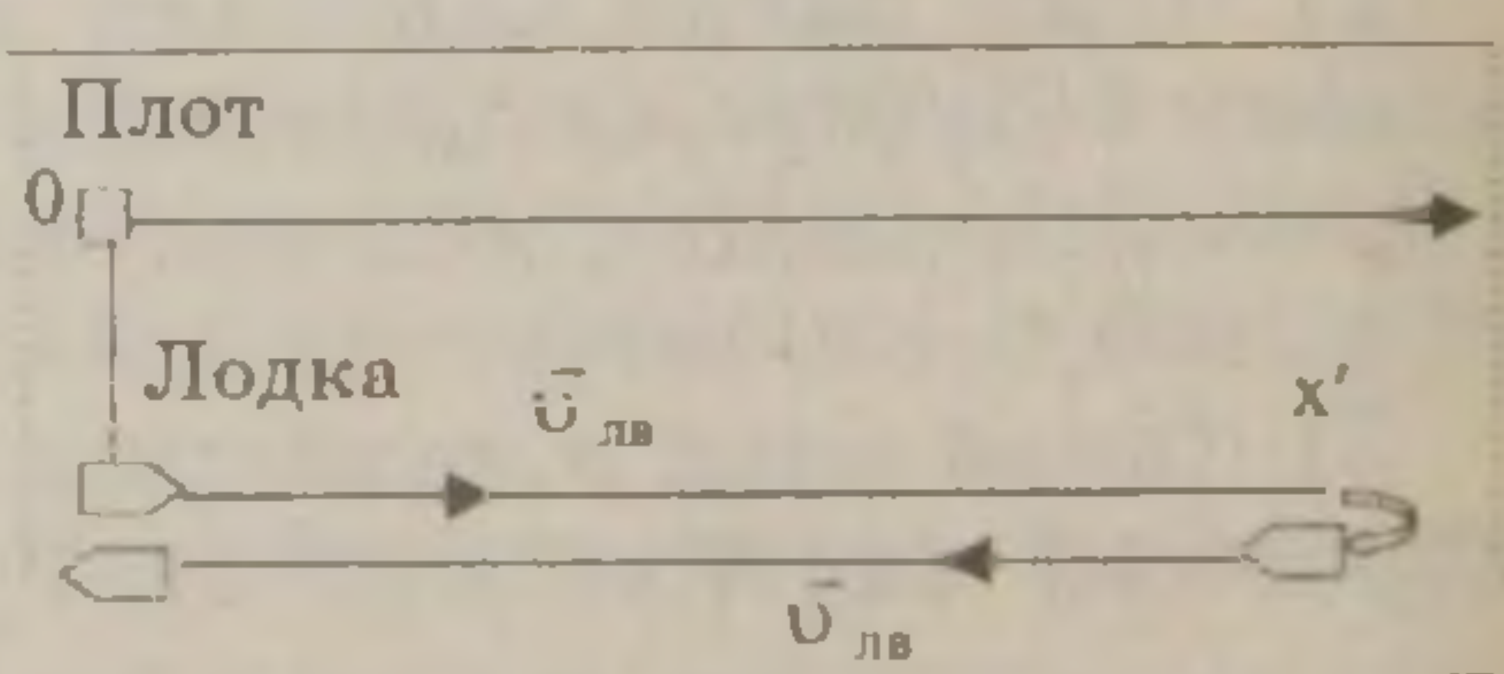


Рис. 7.36

Тогда с точки зрения наблюдателя, сидящего на плоту, движение лодки будет выглядеть так. Сначала лодка удаляется от плота со скоростью $\upsilon_{лв}$, а затем разворачивается и с той же скоростью плывёт к плоту. Расстояния, пройденные лодкой при удалении и приближении, одинаковы (лодка плавает в стоячей воде), скорости удаления и приближения одинаковы.

Какой вывод следует из этого рассуждения? ____________
____
____
________________. Конечно, время удаления лодки t равно времени её возвращения к плоту t_1! Если вас чем-либо смущает этот вывод, то можете представить, что вы с постоянной скоростью идёте по движущемуся вагону от одного тамбура до другого, а затем возвращаетесь обратно с той же скоростью относительно вагона. Одинаковое ли время вам понадобится для обоих путешествий?

Итак, находясь в подвижной системе отсчёта, мы доказали, что время t движения лодки из пункта А в пункт В равно времени t_1 её движения из пункта В в точку встречи С. Так как время t нам известно по условию задачи, то мы можем найти общее время движения лодки и плота: $t+t_1=2t$. Продолжая находиться в подвижной системе отсчёта, мы не сможем найти искомые скорости, так как в этой системе отсчёта нам не известна координата точки поворота лодки. Но время в классической механике считается величиной абсолютной, не зависящей от выбора системы отсчёта. Поэтому мы можем использовать факт равенства времён в неподвижной системе отсчёта. Тогда из третьего уравнения системы, записанного для плота, следует, что скорость воды относительно берега (скорость течения реки) равна $\upsilon_{вб} = \dfrac{S_1}{2t}$. Проверка наименования подтверждает правильность решения $[\upsilon_{вб}]_{СИ}$ = м/с.

7. Подставьте формулу скорости воды относительно берега в первое уравнение системы, написанное для лодки, движущейся из пункта А в пункт В, и решите полученное уравнение относительно скорости лодки относительно воды. ____
____.

Проверьте наименование полученной величины.
____.

Итак, в приведённом примере вы убедились, что решения задачи в разных системах отсчёта не всегда являются равноценными. Более того, данная задача не решается только в подвижной системе отсчёта. Однако обращение к подвижной системе отсчёта позволяет получить дополнительную информацию о движении (равенство времён), что значительно упрощает решение в неподвижной системе отсчёта.

Мы очень надеемся, что идея решения вам понравилась и вызвала интеллектуальное удовлетворение своим изяществом и простотой.

Таким образом, решая задачи по данной теме, вы должны уметь применять ещё одну интеллектуальную операцию — выбирать систему отсчёта для описания движения тел.

Если решение в какой-либо системе отсчёта оказывается очень сложным или полученная система уравнений не является полной и не хватает данных для её решения, то это является признаком того, что для решения следует перейти в другую систему отсчёта.

Рассмотрим последний пример задачи, в которой применяется эта идея.

Условие задачи 14. Вертолёт, летящий по ветру, обгоняет воздушный шар. Через 30 минут вертолёт разворачивается и летит обратно навстречу воздушному шару. Чему равна скорость ветра относительно Земли, если вертолёт встретил воздушный шар на расстоянии 30 км от места первой встречи?

1. Докажите, что для решения задачи необходимо применить совместно координатный метод и правило сложения скоростей. ______________________________

____

____

____

____.

2. Почему в этой задаче целесообразно связать систему отсчёта с неподвижным объектом — Землёй? ____________

____

____.

3. Изобразите на рисунке 7.37 систему координат для описания движения вертолёта и воздушного шара.

1) В какую сторону и почему целесообразно направить ось координат? ____

____

____

____

____

____

____

____

____

___________________.

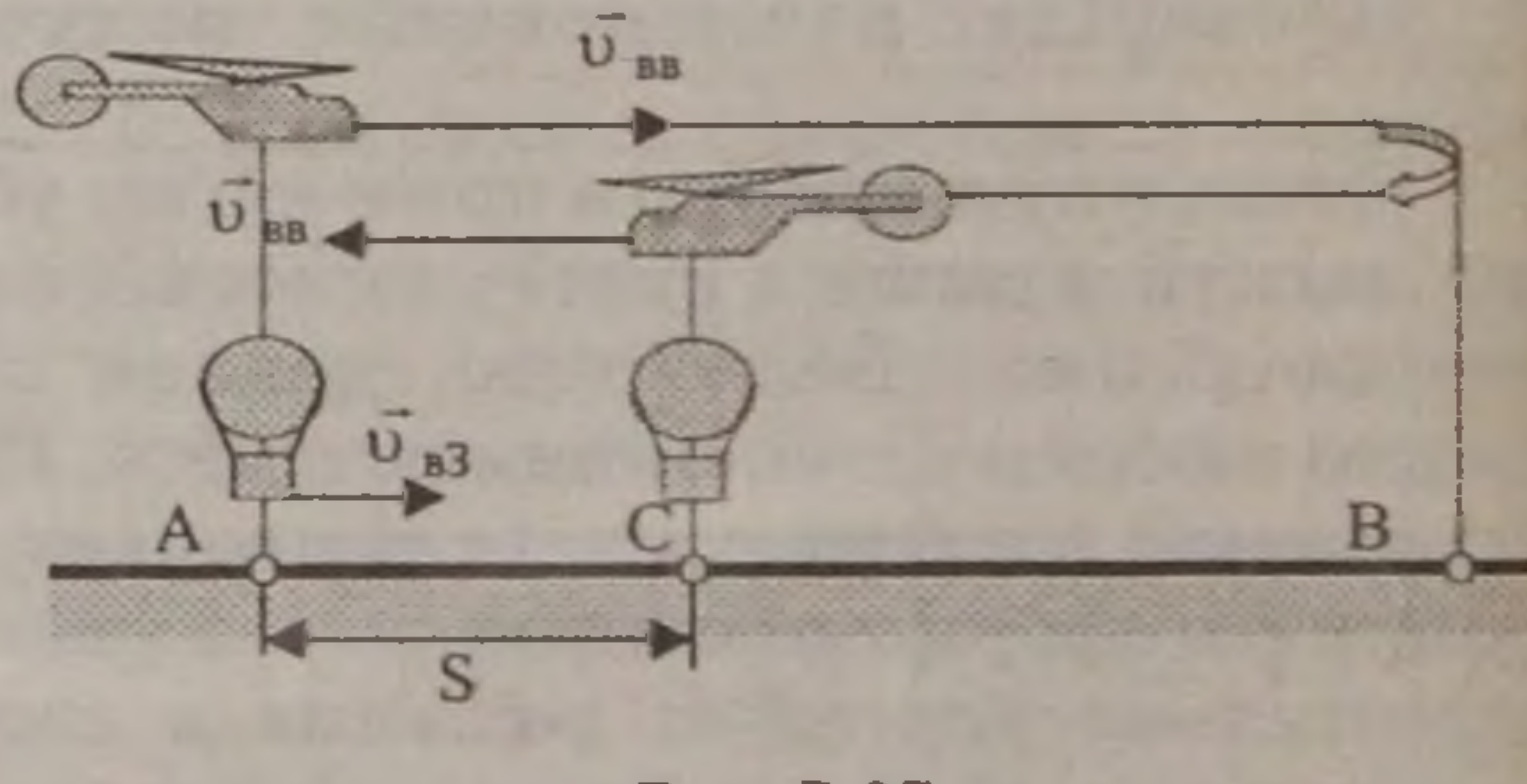


Рис. 7.37

2) В какую точку и почему удобно поместить тело отсчёта? ____

____.

4. Сколько движений описано в условии задачи? ____.

Сколько раз нужно записывать уравнение движения? ____.

Движение вертолёта из точки А в точку В

1. Запишите уравнение движения вертолёта из точки А в точку В. ________________________________.

1) Чему равна начальная координата вертолёта в выбранной системе координат? ______________________.

2) Чему равна конечная координата вертолёта в заданный момент времени t, когда он окажется в точке В? ______________________. Введите для неё обозначение и покажите её на рисунке.

3) Каков знак и величина проекции скорости вертолёта в выбранной системе отсчёта? ______________________

____.

2. Почему на данной стадии решения необходимо применить правило сложения скоростей? ______________________

____

____.

1) Запишите правило сложения скоростей в общей форме с учётом того, что нужно найти скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта. ______________

____.

2) Свяжите с объектами, заданными в условии задачи, тело, подвижную систему отсчёта и неподвижную систему отсчёта. Тело — ____________________ (индекс — ______); подвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______); неподвижная система отсчёта — ____________________ (индекс — ______).

3) Запишите правило сложения скоростей для данной задачи с учётом обозначений, введённых в пункте 2. ______________________________.

4) Выполните на рисунке 7.38 операцию сложения векторов скоростей и постройте вектор скорости вертолёта относительно Земли.

5) Проведите на рисунке 7.38 ось для проецирования векторов. Спроектируйте векторы на ось. Запишите правило сложения скоростей в скалярной форме с учётом знаков проекций скоростей. ____.

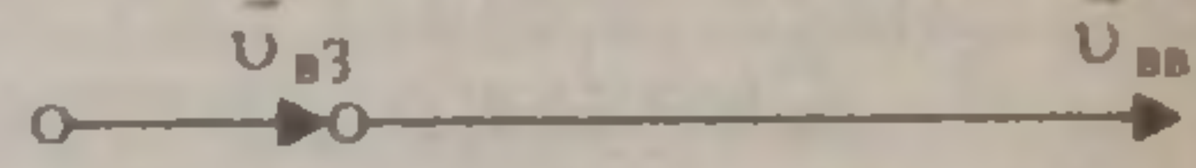


Рис. 7.38

3. Подставьте выражение, полученное для скорости вертолёта относительно Земли, в уравнение движения вертолёта, летящего из точки А в точку В. ____.

Движение вертолёта из точки В в точку встречи с шаром С

1. Запишите уравнение движения вертолёта из точки В в точку С. ____.

1) Чему равна начальная координата вертолета в выбранной системе координат? ____ (используйте обозначение, введённое вами в первой части решения).

2) Чему равна конечная координата вертолёта в тот момент времени t_1 (t_1 — время движения вертолета от точки В до точки встречи С), когда он окажется в точке С? ____.

3) Каков знак и величина проекции скорости вертолёта в выбранной системе отсчёта? ____.

2. Почему на данной стадии решения необходимо применить правило сложения скоростей? ____.

1) Запишите правило сложения скоростей в общей форме с учётом того, что нужно найти скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта. ____.

2). Запишите правило сложения скоростей для данной задачи с учётом обозначений, введённых при описании движения вертолёта из точки А в точку В. ____.

3). Выполните на рисунке 7.39 операцию сложения векторов скоростей и постройте вектор скорости вертолёта относительно Земли.

5). Проведите на рисунке 7.39 ось для проецирования векторов. Спроектируйте векторы на ось. Запишите правило сложения скоростей в скалярной форме с учётом знаков проекций скоростей. ________

____

____

________________________________.

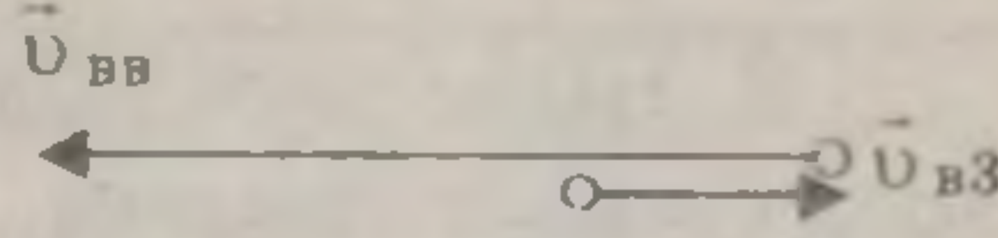


Рис. 7.39

3. Подставьте выражение, полученное для скорости вертолёта относительно Земли, в уравнение движения вертолёта, летящего из точки B в точку встречи C. ________________________________.

Движение воздушного шара

1. Запишите уравнение движения воздушного шара из точки A в точку C. ________________________________.

1) Чему равна начальная координата воздушного шара в выбранной системе координат? ____________________.

2) Чему равна конечная координата воздушного шара в момент времени $t+t_1$ (время движения шара равно общему времени движения вертолёта из точки A в точку B и обратно в точку C), когда он окажется в точке C? __________

________________________________.

3) Каковы знак и величина проекции скорости воздушного шара в выбранной системе отсчёта? ____________

____

________________________________.

4) Почему для воздушного шара не нужно использовать правило сложения скоростей? ____________________

____

________________________________.

Вернёмся в общую часть решения задачи.

5. Запишите систему трёх уравнений для каждого из движений, описанных в условии.

__________ (Движение вертолёта из точки A в точку B)
__________ (Движение вертолёта из точки B в точку C)
__________ (Движение воздушного шара из точки A в точку C)

Сколько неизвестных содержит система? __________.

Можно ли решить систему относительно этих неизвестных? ________________________________

____

____

________________________________.

Какой идеей нужно воспользоваться для преодоления возникших затруднений? ______________________
____
____.

6. Выберите подвижную систему отсчёта, связанную с воздушным шаром. Изобразите систему координат на рисунке 7.40.

Какую скорость развивает вертолёт относительно шара? Зависит ли она отнаправления движения вертолёта?
____
____
____

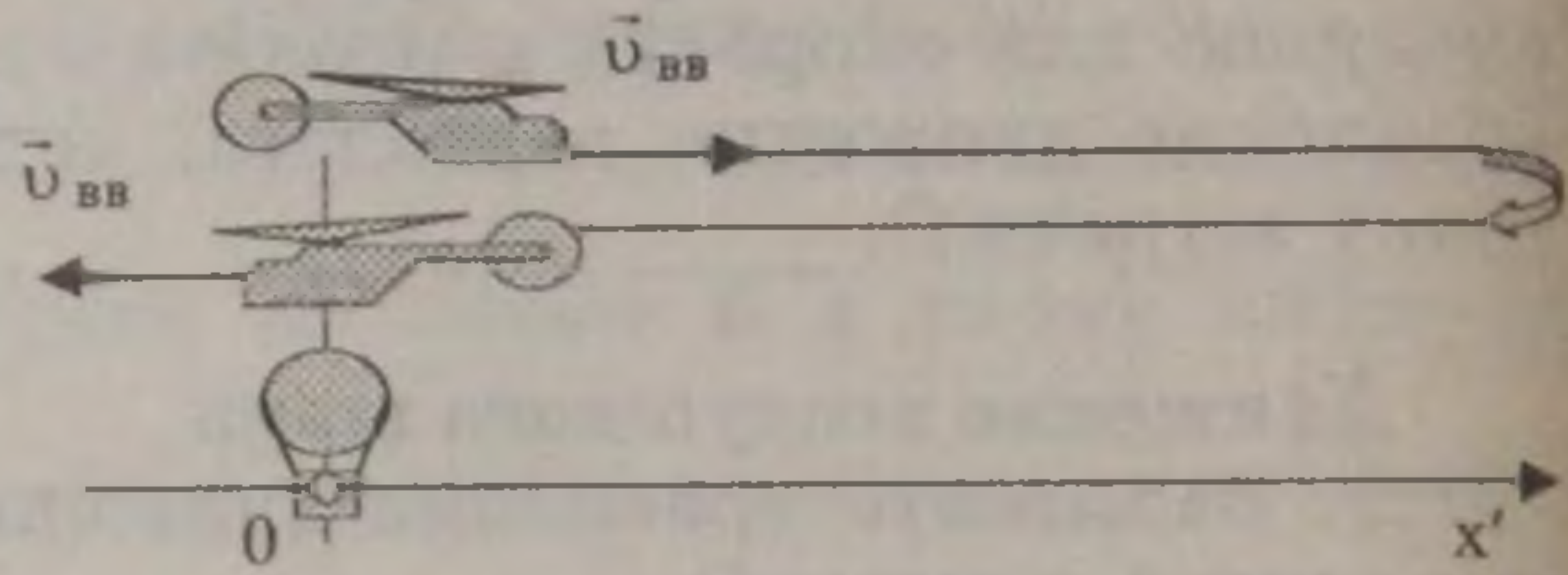


Рис. 7.40

____
____.

Докажите, что время удаления вертолёта от воздушного шара равно времени их сближения. ____________
____
____
____
____.

Чему равно полное время движения воздушного шара? ______________________________________
____.

7. Внимательно изучите систему уравнений движения. Можно ли теперь решить эту систему? ________
____.

8. Используя уравнение движения воздушного шара, найдите выражение для искомой скорости воздушного шара относительно Земли (скорость ветра). ________
____.

9. Проверьте наименование искомой величины.
____.

10. Вычислите искомую величину. ________________
____.

Если вы умеете прогнозировать результаты выполнения действий в уме, то решение сводится к записи уравнения движения воздушного шара $S=\upsilon_{шз}(t_1+t)$ и доказательству (в подвижной системе отсчёта) того, что $t=t_1$. Откуда $\upsilon_{шз}=\dfrac{S}{2t}$. Очевидно, что уравнения движения вертолёта не нужны, так как они лишь вводят две дополнительные неизвестные величины — расстояние, пройденное вертолётом до поворота, и скорость вертолёта относительно воздуха. Но подобное предвидение, конечно, не возникает само по себе как некое озарение. На самом деле в результате многократного применения действий и операций по совместному применению координатного метода и правила сложения скоростей эти действия как бы сворачиваются, переходят в умственный план, совершаются в подсознании. На поверхности остаётся результат в виде двух простых уравнений. Это и есть высший уровень овладения умениями решать задачи по данной теме. Надеемся, что нам удалось помочь вам приблизиться к этому уровню.

7.5. Задачник

Предлагаемые вам ниже задачи отличаются по уровню сложности. Задачи 1–4 относятся к более простым, которые обычно решаются на уроках физики в 9-м классе при изучении данной темы. Задачи 5–8 несколько сложнее, но также принадлежат школьному, хотя и повышенному уровню. Задачи 9–14 рассматриваются в классах с углублённым изучением физики и встречаются на вступительных экзаменах в вузы.

1. Расстояние 100 км между двумя пунктами, расположенными на одном берегу реки, вниз по течению теплоход проходит за 4 часа. Чему равна скорость теплохода относительно воды, если скорость течения реки равна 3 км/ч? (Ответ: 22 км/ч.)

2. Моторная лодка развивает в стоячей воде скорость 20 км/ч. Чему равно расстояние между двумя пунктами, расположенными на одном берегу реки, если, двигаясь против течения, лодка проплывает это расстояние за 20 минут? Скорость течения реки равна 2 км/ч. (Ответ: 6 км.)

3. Всадник на коне обгоняет толпу беженцев, растянувшуюся по дороге на 2 км. С какой скоростью движется толпа, если всадник обгоняет её за 10 минут? Скорость всадника относительно дороги равна 15 км/ч. (Ответ: 3 км/ч.)

4. С носа корабля длиной 20 м к корме отправлен звуковой сигнал, распространяющийся в воздухе со скоростью 330 м/с. С какой скоростью движется корабль, если звуковой сигнал достигает кормы через 0,059 с? (Ответ: 9 м/с.)

5. По шоссе идёт колонна войск длиной 120 м со скоростью 4,5 км/ч. Какую скорость относительно дороги должен развивать велосипедист, чтобы доехать от хвоста колонны до её головы и вернуться обратно за 0,5 минуты? (Ответ: 8,2 м/с.)

6. Человек, идущий вниз по эскалатору длиной 60 м, спускается за 48 с. Если человек будет идти вдвое быстрее, то он спустится за 36 с. С какой скоростью шёл человек по эскалатору в первый раз? (Ответ: 0,42 м/с).

7. Вертолёт пролетает некоторое расстояние по ветру, а затем возвращается обратно к точке старта. Во сколько раз отличаются времена движения вертолёта по и против ветра, если скорость вертолёта относительно воздуха в 3 раза больше скорости ветра? (Время полёта против ветра в 2 раза больше.)

8. Капли дождя падают вертикально со скоростью 5 м/с. С какой наименьшей скоростью нужно перемещать в горизонтальном направлении вертикальную трубу длиной 5 м и диаметром 40 см, чтобы капли дождя не могли упасть на её нижнее основание? (Ответ: 0,4 м/с.)

9. Моторная лодка проходит расстояние между двумя пунктами, расположенными на одном берегу реки, за 1 час, а плот — за 4 часа. За какое время лодка проплывет это же расстояние против течения реки? (Ответ: 2 ч.)

10. Самолёт сельскохозяйственной авиации облетает квадрат со стороной 20 км, развивая относительно воздуха скорость 150 км/ч. Во время полёта дует северо-восточный ветер под углом 30^0 к меридиану со скоростью 30 км/ч относительно Земли. Сколько времени занимает весь полёт, если первая сторона квадрата ориентирована вдоль меридиана? (Ответ: 0,54 ч.)

11. Катер обгоняет плот, плывущий вниз по течению реки. Через 30 минут, проплыв относительно берега 14 км, катер разворачивается, плывёт против течения и встречает плот. Какое расстояние относительно берега успел проплыть плот за время движения катера, если скорость катера относительно воды постоянна и равна 25 км/ч? (Ответ: 3 км.)

12. На одном берегу реки на расстоянии S друг от друга расположены два пункта A и B. Пункт C расположен на противоположном берегу напротив пункта A. При какой ширине реки время движения моторной лодки из пункта A в пункт B и обратно будет равно времени плавания из пункта A в пункт C и обратно? Скорость лодки от-

носительно воды в три раза больше скорости течения реки.

(Ответ: $\frac{3S\sqrt{2}}{4}$.)

13. Автомобиль, движущийся со скоростью υ, сталкивается с упругим резиновым мячиком, лежащим на дороге. С какой скоростью относительно Земли будет двигаться мячик после удара об автомобиль? (Ответ: 2υ.)

14. С борта лодки, движущейся вверх против течения реки, выпал некий предмет. Через 15 минут, проплыв относительно берега 4 км, на лодке заметили пропажу, развернулись и догнали выпавший предмет. Какое расстояние (относительно берега) проплыла лодка от момента разворота до того места, где она достигла предмет? Скорость лодки относительно воды 20 км/ч. (Ответ: 6 км.)

8. Зак. 1678

ПРИЛОЖЕНИЕ

Задания с выбором ответа по теме «Прямолинейное равномерное движение»

В последнее время всё чаще контроль знаний учащихся на уроках физики, на выпускных и вступительных экзаменах в различные учебные заведения проводится в форме заданий с выбором ответов (иногда задания данного вида не совсем точно называют *тестами*). Для того чтобы предоставить вам возможность тренировки в выполнении подобных заданий и учитывая возможный предстоящий переход к проведению выпускных и вступительных экзаменов в тестовой форме, мы решили предложить вам задания с выбором ответов для контроля знаний по пройденной теме. Различные задания не одинаковы по уровню сложности — он постепенно возрастает. Первые 10 заданий контролируют усвоение темы на уровне обязательного минимума, остальные задания соответствуют требованиям, предъявляемым к учащимся классов с углублённым изучением физики. Учащиеся 9-х классов основной школы выполняют работу на одном уроке, учащиеся классов с углублённым изучением физики — на двух уроках.

Вариант 1

1. Уравнение зависимости координаты движущегося тела от времени имеет вид $x = 10 - 2t$ (все величины в уравнении приведены в СИ). Чему равна начальная координата тела?

А. – 2 м; Б. 2t м; В. 10 м; Г. – 10 м; Д. 2 м.

2. Уравнение зависимости координаты движущегося тела от времени имеет вид $x = -4 + 6t$ (все величины в уравнении приведены в СИ). Чему равна проекция скорости движения тела на ось 0X?

А. – 4 м/с; Б. 6t м/с; В. 4 м/с; Г. 6 м/с; Д. – 6 м/с.

3. На рисунке 8.1 изображён график зависимости координаты движущегося тела от времени. Какое уравнение правильно описывает зависимость координаты от времени?

А. $x = 18 - 3t$; Б. $x = 2 + 3t$; В. $x = -6 + 3t$; Г. $x = 6 - 3t$; Д. $x = 18 + 2t$.

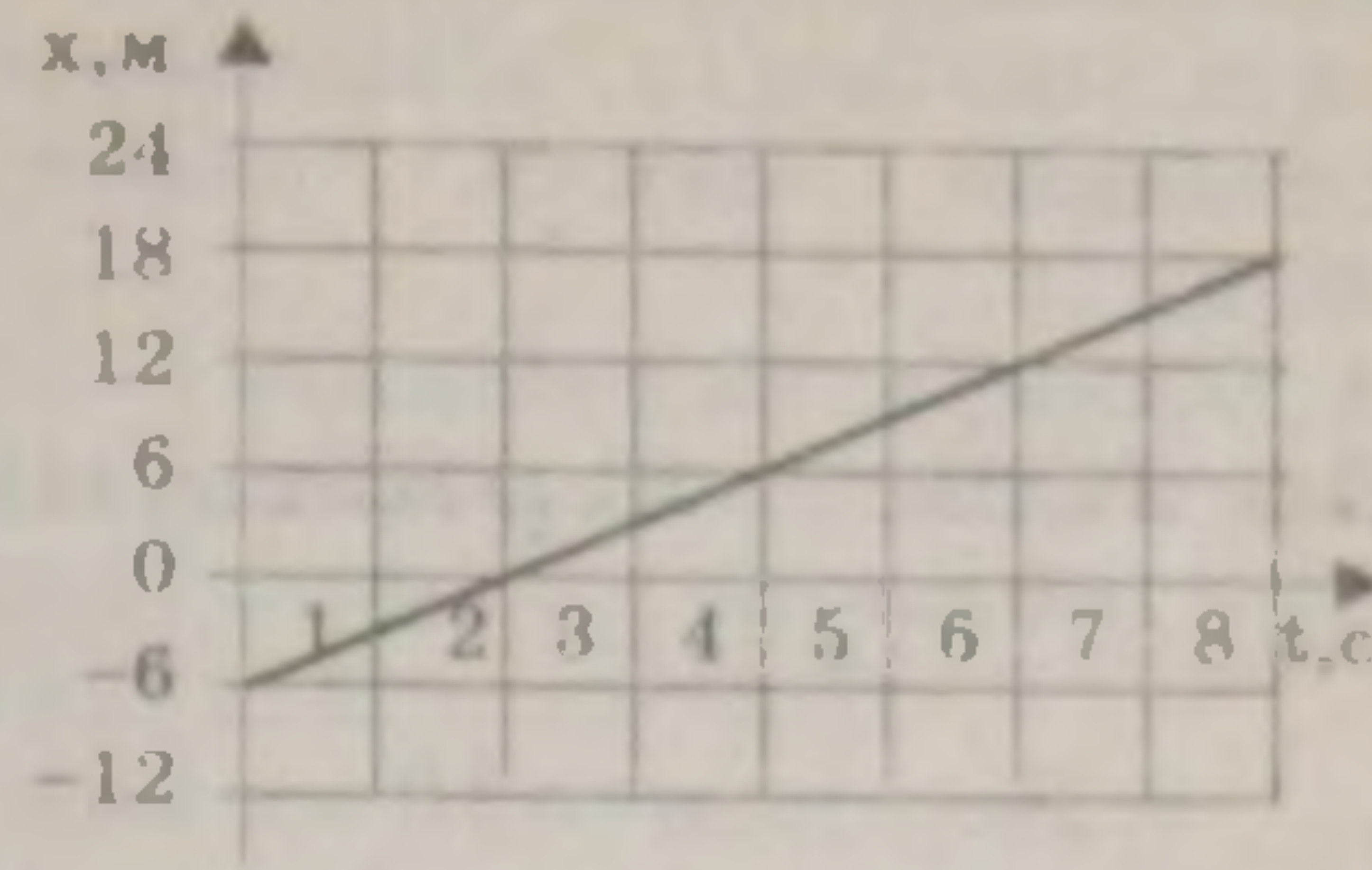


Рис. 8.1

4. На рисунке 8.2 изображён график зависимости координаты движущегося тела от времени. В каком интервале времени тело двигалось с наибольшей по модулю скоростью?

А. $0 - t_1$; Б. $t_4 - t_3$; В. $t_2 - t_1$; Г. $t_5 - t_4$; Д. $t_3 - t_2$.

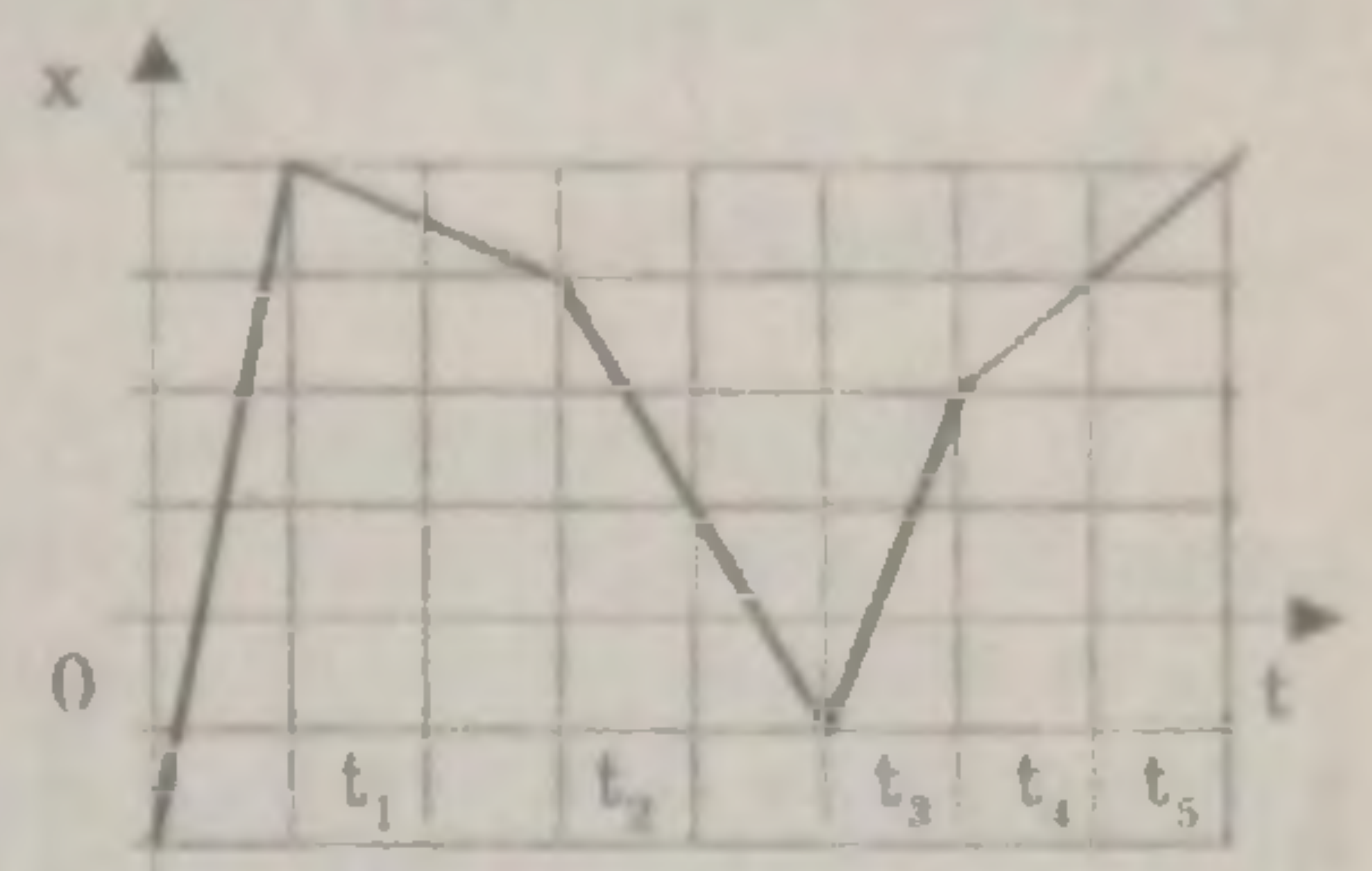


Рис. 8.2

5. На рисунке 8.3 изображён график зависимости проекции скорости движущегося тела от времени. За какой интервал времени тело прошло наименьшее расстояние?

А. $0 - t_1$; Б. $t_3 - t_2$; В. $t_2 - t_1$; Г. $t_4 - t_3$; Д. $t_5 - t_4$.

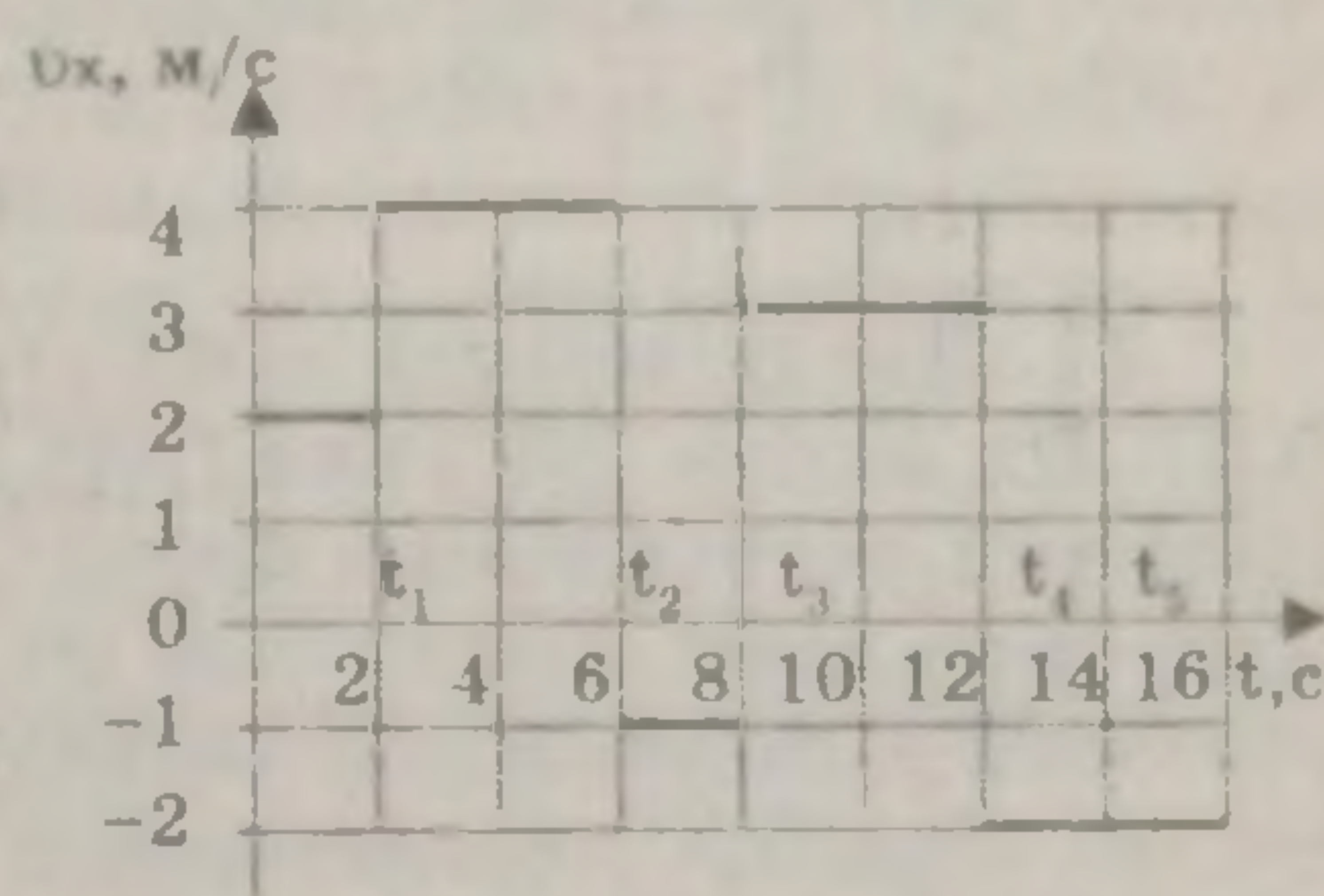


Рис. 8.3

6. Пользуясь графиком, изображённым на рисунке 8.3, определите изменение координаты тела за всё время движения.

А. 16 м; Б. 0 м; В. 22 м; Г. −22 м; Д. −12 м.

7. Каково уравнение зависимости координаты от времени в интервале времени $t_4 - t_3$, если координата тела в момент времени $t = 0$ равна − 4 м (рис. 8.3)?

А. $x = 3t$; Б. $x = 14 - 3t$; В. $x = 22 + 3t$; Г. $x = 14 + 3t$; Д. $x = -3t$.

8. Два автомобиля движутся навстречу друг другу (рис. 8.4). При этом проекция скорости первого автомобиля относительно второго равна 100 км/ч. Чему равна про-

екция скорости (с учётом знака) второго автомобиля относительно Земли, если скорость первого автомобиля относительно Земли равна 40 км/ч?

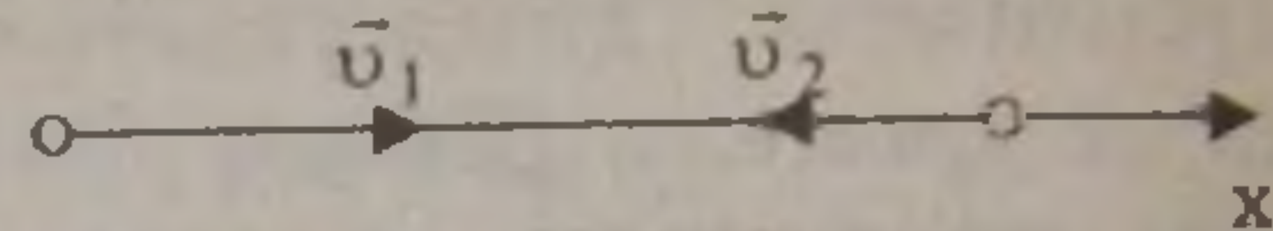


Рис. 8.4

А. 60 км/ч; Б. 140 км/ч;
В. – 40 км/ч; Г. – 60 км/ч;
Д. – 140 км/ч.

9. Расстояние 10 км между двумя пунктами, расположенными на одном берегу реки вниз по течению, лодка проходит за 40 минут. Чему равна скорость течения реки, если скорость лодки относительно воды равна 12 км/ч?

А. 15 км/ч; Б. 27 км/ч; В. 3,0 км/ч; Г. 1,2 км/ч;
Д. 33 км/ч.

10. Из двух пунктов А и В, расположенных на расстоянии S, одновременно навстречу друг другу начали двигаться два автомобиля. Скорость второго автомобиля, выехавшего из пункта В, в 2 раза больше скорости первого. На каком расстоянии от пункта А встретятся автомобили?

А. $\frac{S}{4}$; Б. $\frac{S}{5}$; В. $\frac{S\sqrt{2}}{2}$; Г. $\frac{S}{2}$; Д. $\frac{S}{3}$.

11. Два пешехода движутся навстречу друг другу (рис. 8.5). На каком рисунке (рис. 8.6) правильно изображены графики зависимости проекции скоростей пешеходов от времени в подвижной системе отсчёта 0′X′, связанной с первым пешеходом?

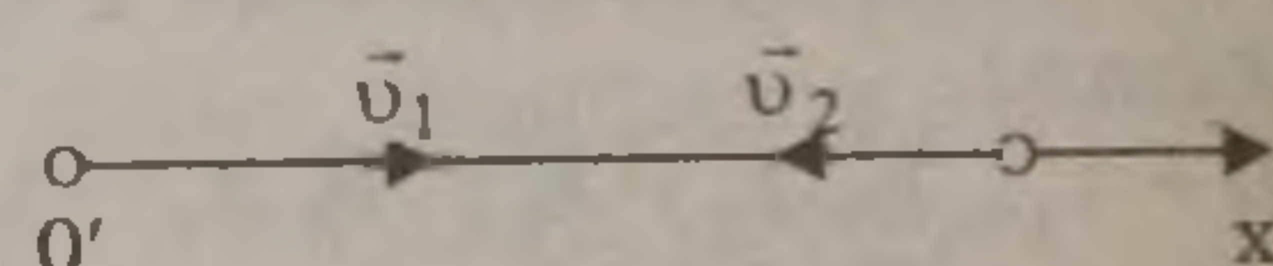


Рис. 8.5

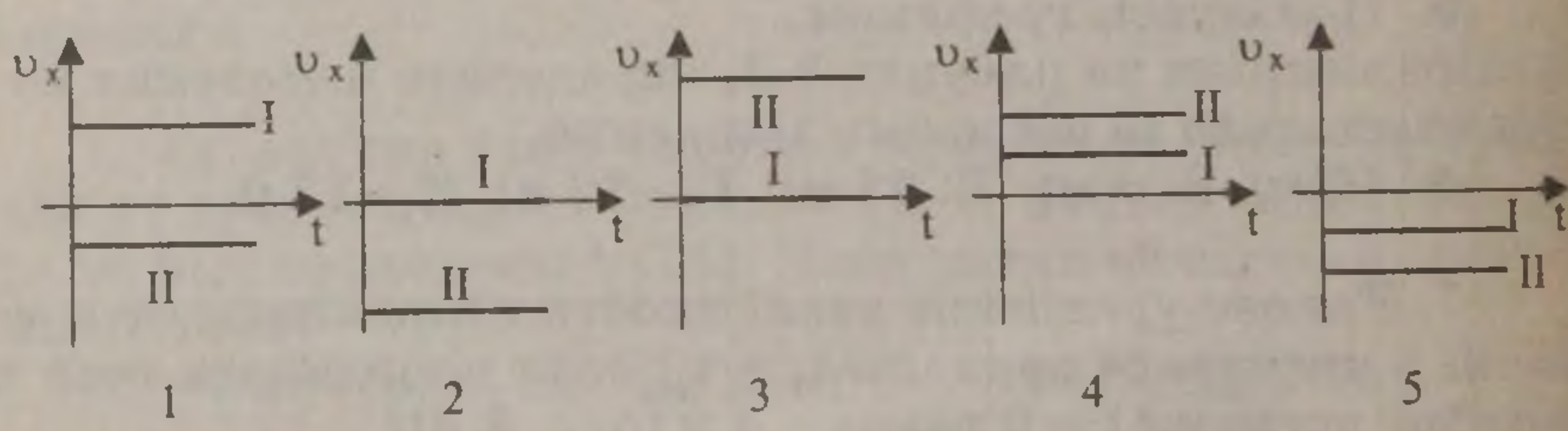


Рис. 8.6

12. Между двумя пунктами А и В, расположенными на одном берегу реки, курсирует лодка. Чему равно отношение скорости лодки относительно воды к скорости тече-

ния реки, если время движения против течения в два раза больше времени движения по течению?

А. 4; Б. 3; В. 2; Г. 8; Д. 9.

13. Моторная лодка развивает относительно воды скорость υ. Скорость течения реки u. Под каким углом к линии берега должна плыть лодка, чтобы переправиться на противоположный берег за наименьшее время?

А. 0^0; Б. 90^0; В. Под углом, косинус которого равен $\frac{u}{\upsilon}$. Г. Под углом, тангенс которого равен $\frac{u}{\upsilon}$. Д. Под любым углом, так как время движения не зависит от направления скорости.

14. Упругий шарик движется со скоростью υ по гладкой горизонтальной поверхности между двумя большими вертикальными стальными плитами. Линия, по которой движется шарик, перпендикулярна поверхностям обеих плит. Одна из плит начинает приближаться к другой со скоростью $0{,}1\,\upsilon$. Сколько раз шарик должен столкнуться с подвижной плитой, чтобы его скорость увеличилась в 2 раза?

А. 2; Б. 10; В. 9; Г. 4; Д. 5.

15. К перекрёстку двух перпендикулярных дорог приближаются два пешехода со скоростями υ_1 и $\upsilon_2 = \sqrt{3}\,\upsilon_1$. Расстояние от первого пешехода до перекрёстка в $\sqrt{3}$ раз больше расстояния от второго пешехода до перекрёстка. На каком наименьшем расстоянии друг от друга пройдут пешеходы, если в начальный момент времени они находятся на расстоянии S?

А. S;

Б. $\sqrt{2}\,S$;

В. $\sqrt{3}S$; Г. $\frac{S}{2}$; Д. $\frac{S\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 2

1. Уравнение зависимости координаты движущегося тела от времени имеет вид $x = 10 + 3t$ (все величины в уравнении приведены в СИ). Чему равна начальная координата тела?

А. – 10 м; Б. 3 м; В. 3t м; Г. – 3 м; Д. 10 м.

2. Уравнение зависимости координаты движущегося тела от времени имеет вид $x = 8 - 4t$ (все величины в уравнении приведены в СИ). Чему равна проекция скорости движения тела на ось 0X?

А. – 8 м/с; Б. 4t м/с; В. 8 м/с; Г. – 4 м/с; Д. – 4t м/с.

3. На рисунке 8.7 изображён график зависимости координаты движущегося тела от времени. Какое уравнение правильно описывает зависимость координаты от времени?

А. $x = 16 - 3t$; Б. $x = 8 + 3t$; В. $x = 5{,}5 + 3t$; Г. $x = 16 + 3t$; Д. $x = 16 - 8t$.

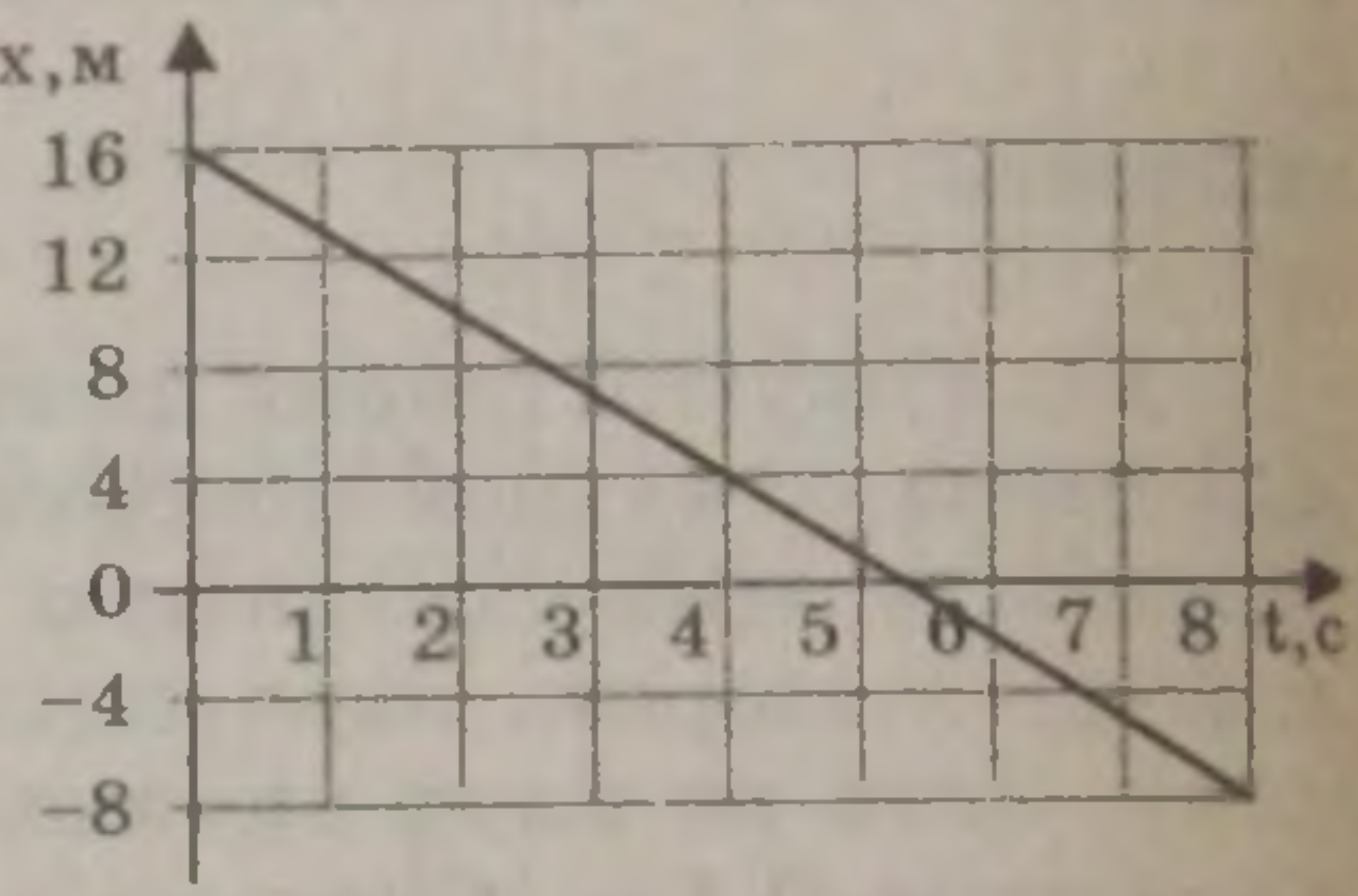


Рис. 8.7

4. На рисунке 8.8 изображён график зависимости координаты движущегося тела от времени. В каком интервале времени тело двигалось с наименьшей по модулю скоростью?

А. $0 - t_1$; Б. $t_4 - t_3$; В. $t_2 - t_1$; Г. $t_5 - t_4$; Д. $t_3 - t_2$.

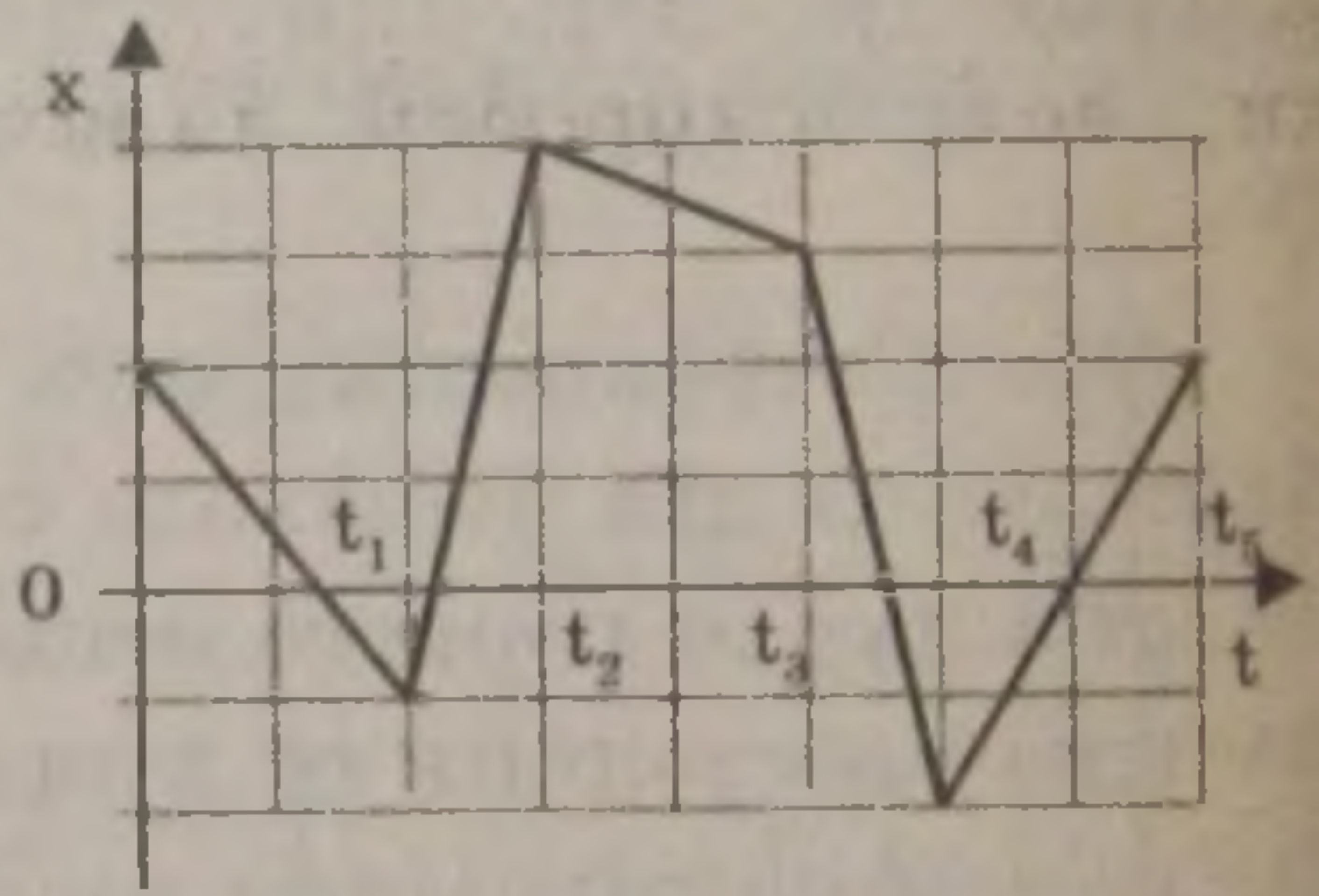


Рис. 8.8

5. На рисунке 8.9 изображен график зависимости проекции скорости движущегося тела от времени. За какой интервал времени тело прошло наименьшее расстояние?

А. $0 - t_1$; Б. $t_5 - t_4$; В. $t_2 - t_1$; Г. $t_3 - t_2$; Д. $t_4 - t_3$.

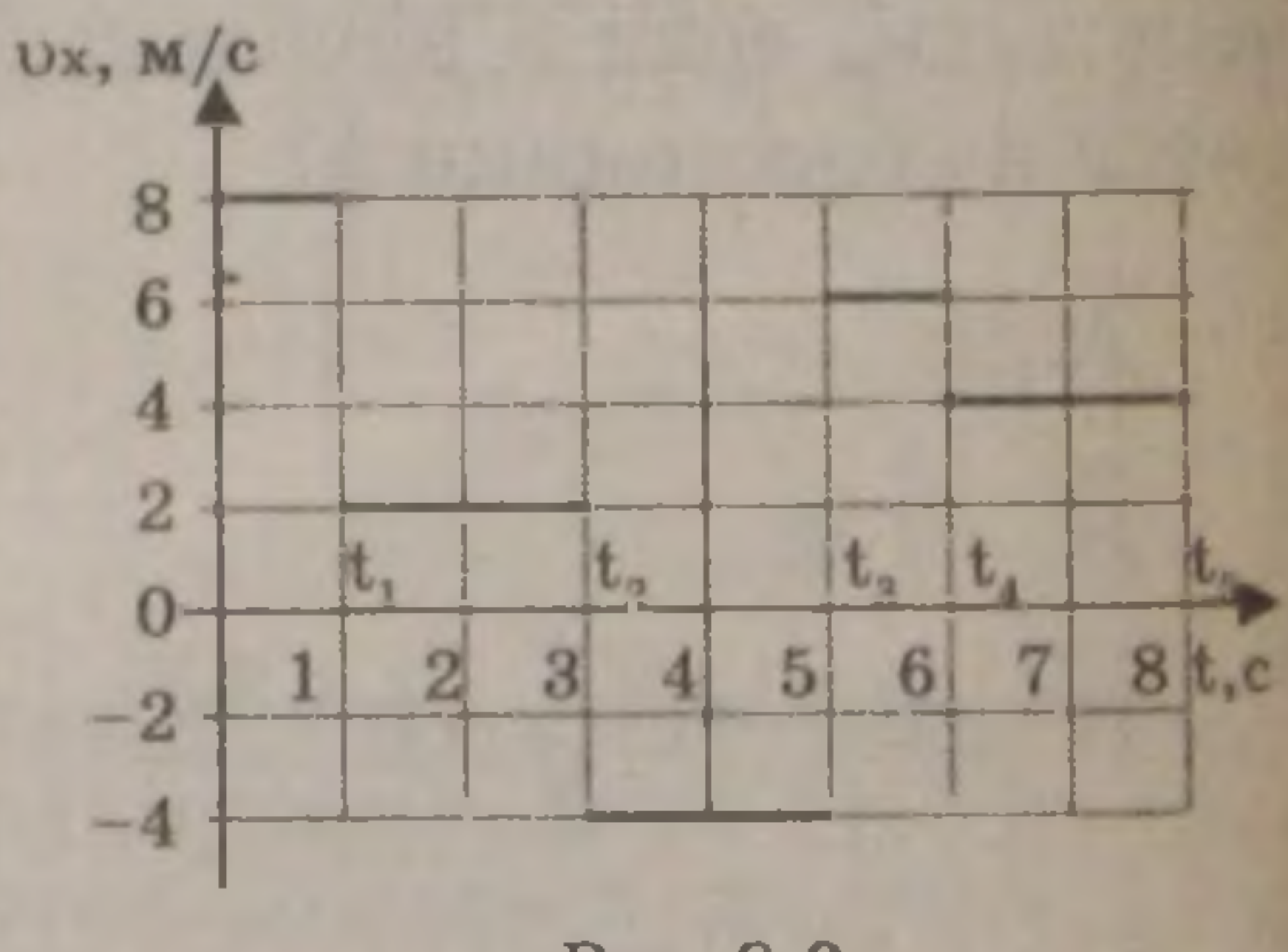


Рис. 8.9

6. Пользуясь графиком, изображённым на рисунке 8.9, определите расстояние, пройденное телом за всё время движения.

А. 34 м; Б. 18 м; В. –34 м; Г. 18 м; Д. 0 м.

7. Каково уравнение зависимости координаты от времени в интервале времени $t_3 - t_2$, если координата тела в момент времени $t = 0$ равна -6 м (рис. 8.9)?

А. $x = -6 + 4t$; Б. $x = 18 - 4t$; В. $x = 12 + 4t$;
Г. $x = 18 + 4t$; Д. $x = 6 - 4t$.

8. Два поезда движутся в одном направлении (рис. 8.10). При этом проекция скорости второго поезда относительно первого равна — 20 км/ч. Чему равна проекция скорости (с учётом знака) первого поезда относительно Земли, если скорость второго поезда относительно Земли равна 50 км/ч?

Рис. 8.10

А. – 30 км/ч; Б. 20 км/ч; В. – 50 км/ч; Г. – 70 км/ч; Д. 70 км/ч.

9. Расстояние 10 км между двумя пунктами, расположенными на одном берегу реки вверх против течения, лодка проходит за 40 минут. Чему равна скорость течения реки, если скорость лодки относительно воды равна 18 км/ч?

А. 1,8 км/ч; Б. 33 км/ч; В. 15 км/ч; Г. 3,0 км/ч; Д. 21 км/ч.

10. Из двух пунктов А и В, расположенных на расстоянии S, одновременно в одном направлении начали двигаться два автомобиля. Скорость второго автомобиля, выехавшего из пункта В, в 2 раза меньше скорости первого. На каком расстоянии от пункта А первый автомобиль догонит второй автомобиль?

А. 2S; Б. 3S; В. $S\sqrt{2}$; Г. $\frac{S}{2}$; Д. $\frac{S}{4}$.

11. Два велосипедиста движутся навстречу друг другу (рис. 8.11). На каком рисунке (рис. 8.12) правильно изображены графики за-

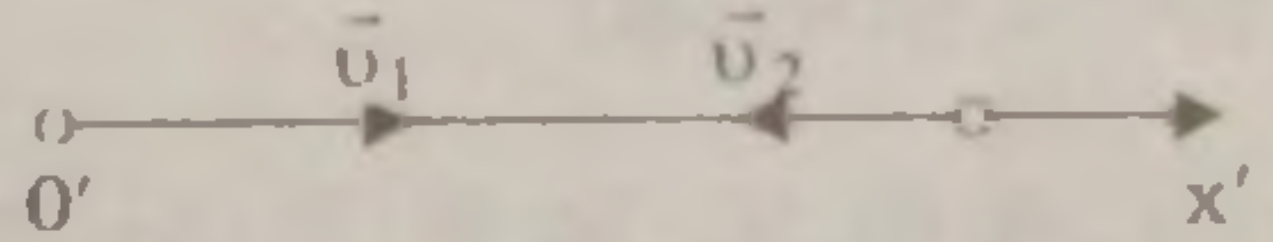


Рис. 8.11

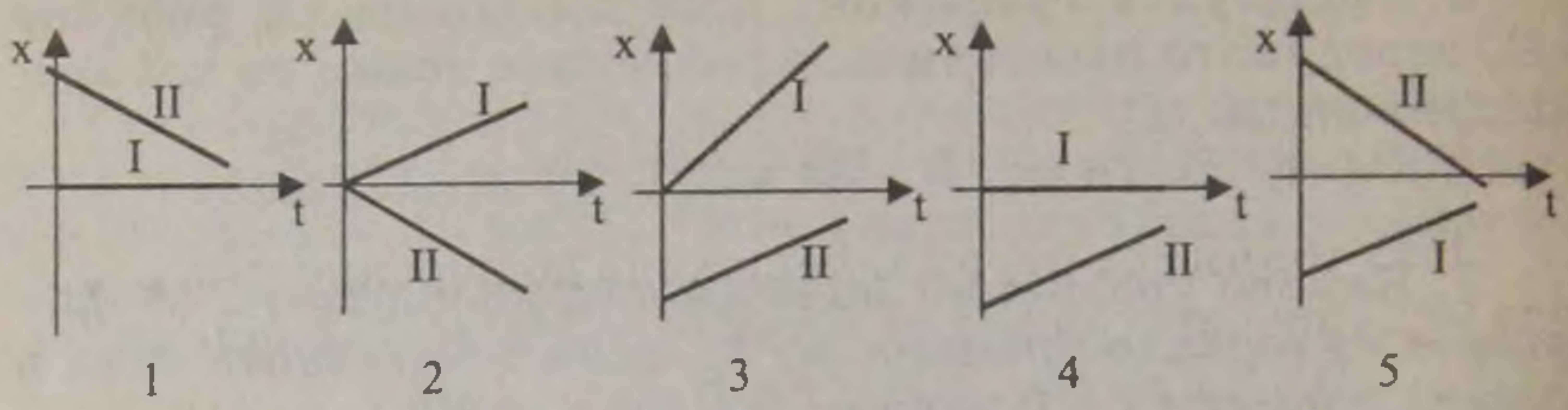


Рис. 8.12

висимости координаты велосипедистов от времени в подвижной системе отсчёта 0X, связанной с первым велосипедистом?

12. Между двумя пунктами А и В, расположенными на одном берегу реки, курсирует лодка. Чему равно отношение времени движения против течения к времени движения по течению, если скорость лодки относительно воды в 4 раза больше скорости течения реки?

А. 2; Б. 4; В. 3/5; Г. 5; Д. 5/3.

13. Моторная лодка развивает относительно воды скорость υ . Скорость течения реки u. Под каким углом к линии берега должна плыть лодка, чтобы переправиться на противоположный берег, проплыв наименьшее расстояние?

А. 90^0. Б. Под углом, косинус которого равен u/υ . В. 0^0. Г. Под любым углом, так как расстояние не зависит от направления скорости. Д. Под углом, тангенс которого равен υ/u.

14. Упругий шарик движется со скоростью υ по гладкой горизонтальной поверхности между двумя большими вертикальными стальными плитами. Линия, по которой движется шарик, перпендикулярна поверхностям обеих плит. Одна из плит начинает удаляться от другой со скоростью $0{,}1\,\upsilon$. Сколько раз шарик сможет столкнуться с подвижной плитой?

А. 10; Б. 4; В. 9; Г. 5; Д. 4.

15. К перекрёстку двух перпендикулярных дорог приближаются два пешехода со скоростями υ_1 и $\upsilon_2 = \frac{\upsilon_1\sqrt{3}}{3}$.

Расстояние от первого пешехода до перекрёстка в $\sqrt{3}$ раз меньше расстояния от второго пешехода до перекрёстка. На каком наименьшем расстоянии друг от друга пройдут пешеходы, если в начальный момент времени они находятся на расстоянии S?

А. $\sqrt{3}S$; Б. $\frac{S}{2}$; В. S; Г. $\sqrt{2}S$; Д. $\frac{S\sqrt{3}}{3}$.

Содержание

Предисловие 3

Глава 1. Информация, необходимая для решения задач на описание прямолинейного равномерного движения 6

1.1. Уравнения зависимости координаты и проекции скорости от времени 6

1.2. Графики зависимости координаты и проекции скорости от времени 8

1.3. Относительность скорости. Правило сложения скоростей . 10

Глава 2. Координатный и графический способы описания прямолинейного равномерного движения 13

2.1. Состав и содержание действий при переходе от координатного к графическому способу описания прямолинейного равномерного движения 13

2.2. Переход от графического к координатному способу описания прямолинейного равномерного движения (задан график зависимости координаты от времени) 19

2.3. Переход от графического к координатному способу описания прямолинейного равномерного движения (задан график зависимости проекции скорости от времени) 22

2.4. Тренировочные задачи 25

2.5. Решение задач на описание движения тела с изменяющейся скоростью 29

2.6. Задачник 33

Глава 3. Координатный метод решения задач на описание прямолинейного равномерного движения 36

3.1. Состав и содержание действий при применении координатного метода решения задач 36

3.2. Применение действий и операций при решении задач на описание прямолинейного равномерного движения с использованием координатного метода 43
3.3. Тренировочные задачи 48
3.4. Движение тел с раздельным стартом 53
3.5. Задачник 57

Глава 4. Графический метод решения задач на описание прямолинейного равномерного движения 60
4.1. Состав и содержание действий при применении графического метода решения задач .60
4.2. Применение действий и операций при использовании графического метода 66
4.3. Тренировочные задачи 75
4.4. Задачник 81

Глава 5. Применение правила сложения скоростей при переходе от подвижной системы отсчёта к неподвижной 84
5.1. Состав и содержание действий при применении правила сложения скоростей. Переход от подвижной системы отсчёта к неподвижной 84
5.2. Применение действий и операций при решении задач на правило сложения скоростей (переход от подвижной системы отсчёта к неподвижной) .95
5.3. Применение правила сложения скоростей для описания движений, происходящих в произвольных направлениях 106
5.4. Задачник 111

Глава 6. Применение правила сложения скоростей при переходе от неподвижной системы отсчёта к подвижной 114
6.1. Состав и содержание действий при применении правила сложения скоростей. Переход от неподвижной системы отсчёта к подвижной 114
6.2. Применение действий и операций при решении задач на правило сложения скоростей (переход от неподвижной системы отсчёта к подвижной) 125

6.3. Дополнительные приёмы решения задач с применением правила сложения скоростей 140
6.4. Задачник 155

Глава 7. Совместное применение координатного метода и правила сложения скоростей 158

7.1. Состав и содержание действий при совместном применении координатного метода и правила сложения скоростей 158
7.2. Задачи на двукратное совместное применение координатного метода и правила сложения скоростей 165
7.3. Многократное совместное применение координатного метода и правила сложения скоростей для произвольного направления скоростей 173
7.4. Выбор системы отсчёта для описания движения тела при совместном применении координатного метода и правила сложения скоростей 183
7.5. Задачник 207

Приложение. Задания с выбором ответа по теме «Прямолинейное равномерное движение» 210

Вариант 1 210
Вариант 2 214

М.Е. Бершадский, Е.А. Бершадская

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Редактор канд. филос. наук *Т.В. Абрамова*

Корректор *Л.В. Дорофеева*

Компьютерная вёрстка *Г.О. Нефёдовой*

Лицензия на издательскую деятельность
ЛР № 040515 от 14.01.98 г.

Подписано в печать 28.06.2001. Печать офсетная. Бумага газетная.
Формат 84×108/32. Печ. л. 7,0. Усл. печ. л. 11,76. Тираж 5000 экз.
Заказ № 1678.

Редакция «Народное образование».
109144, Москва, а/я 48.

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленных
диапозитивов в ФГУП "Издательство
и типография газеты "Красная звезда"
123007, Москва, Хорошевское шоссе, д. 38

В.В. Гузеев

Педагогическая техника в контексте образовательной технологии

Даже самые точные и детальные описания процедур образовательной технологии не могут быть одинаково восприняты и интерпретированы разными учителями. Есть очень много психологических моментов, особенностей окружающей обстановки и прочих неалгоритмизируемых факторов, которые не позволяют надеяться на гарантированные результаты обучения, что снижает ценность технологии. Но, с другой стороны, здесь имеется немало возможностей для творческого учителя, проявления его индивидуального мастерства. За счёт этих элементов эффективность одной и той же технологии у разных учителей может значительно отличаться. В книге при минимуме теоретических рассуждений собрано множество приёмов, делающих работу учителя интересной, красивой, привлекательной и увлекательной.

В.В. Гузеев

Теория и практика интегральной образовательной технологии

Интегральная образовательная технология спроектирована для эффективного обучения подростков. В книге детально описаны теоретические основания, механизмы реализации и практический опыт применения интегральной технологии. Изложение построено как многоуровневая система — от сугубо научного текста до абсолютно ясного практического руководства и анализа опыта.

Е.А. Михайлычев

Дидактическая тестология

В книге изложена научно обоснованная авторская технология разработки и апробации дидактических тестов для многоэтапного контроля знаний на основе зарубежного и отечественного опыта тестирования в образовании. Научно-методическое пособие предназначено для учителей школ, преподавателей, студентов и аспирантов высших учебных заведений, руководителей органов образования.

Серия
«Самосовершенствование личности»

Весь курс «Самосовершенствование личности» включает семь разделов, каждому из которых соответствует своё пособие:
V — «Познай себя» (самопознание);
VI — «Сделай себя сам» (самовоспитание);
VII — «Научи себя учиться» (самообучение);
VIII — «Утверждай себя» (самоутверждение);
IX — «Найди себя» (самоопределение);
X — «Управляй собой» (саморегуляция);
XI — «Реализуй себя» (самоактуализация).

Книги серии написаны как пособия для учащихся, но это и материал для работы учителя, классного руководителя, социального педагога. Пособия представляют интерес и для широкого круга читателей, интересующихся проблемами развития и самосовершенствования личности.

Л.И. Шрагина
Логика воображения

В учебном пособии классифицированы приёмы развития воображения теории решения изобретательских задач (ТРИЗ), разработаны новые приёмы, а также обобщены способы интеллектуальной деятельности в форме нежёстких алгоритмов, моделирующих творческий процесс и формирующих навыки управляемого воображения.

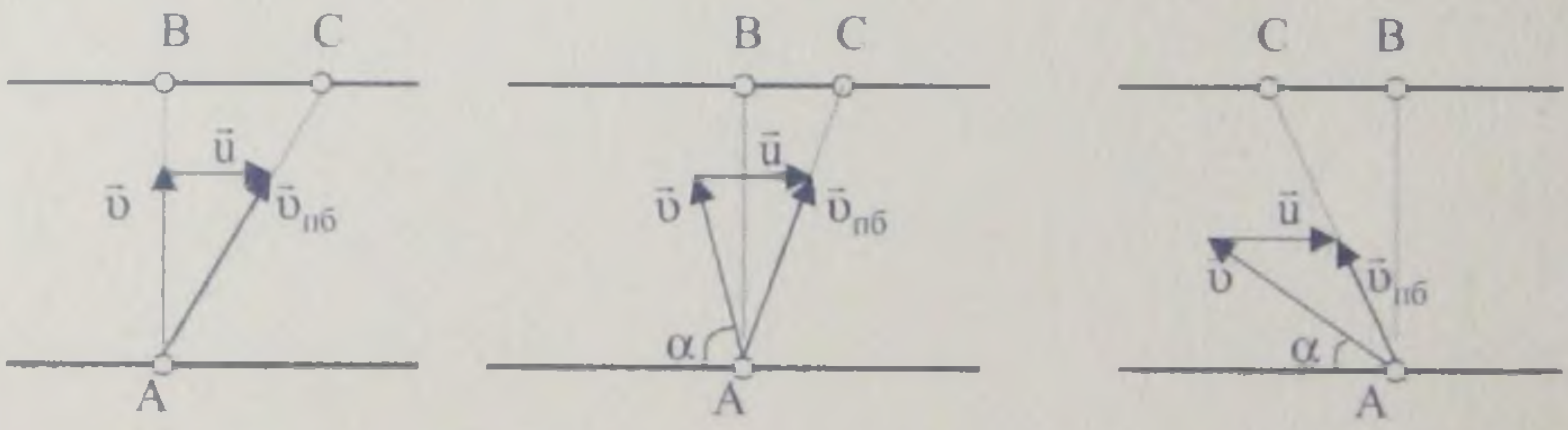
Книга предназначена для методистов и преподавателей-предметников начальной и средней школы, практических психологов, студентов педагогических училищ и институтов, родителей, занимающихся развитием своего ребёнка.

412=

Профессиональная библиотека учителя

индекс: 47242

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ



НАРОДНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ 2001