

*Л. Аллен, Дж. Эберли*

*ОПТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС  
И ДВУХУРОВНЕВЫЕ  
АТОМЫ*

*Перевод с английского*

*Т. М. Ильиновой и М. С. Стрижевской*

*Под редакцией*

*В. Л. Стрижевского*

**Издательство «Мир»**

*Москва 1978*

В монографии рассматриваются закономерности взаимодействия квазимонохроматического импульсного лазерного излучения с двухуровневой системой в условиях, близких к точному резонансу. Это — первая и пока единственная монография, посвященная указанному вопросу. Изложение ведется в рамках формализма, который позволяет описать двухуровневую систему во внешнем электрическом поле аналогично спину  $1/2$  во внешнем магнитном поле, когда выбранные динамические переменные удовлетворяют оптическим уравнениям Блоха. Применение этих уравнений к решению обширного круга различных конкретных задач занимает значительную часть монографии.

Книга будет полезна широкому кругу читателей — физикам-теоретикам и физикам-экспериментаторам, инженерам, работающим в области квантовой оптики и радиофизики, а также преподавателям, аспирантам и студентам при изучении указанных вопросов.

*Редакция литературы по физике*

А  $\frac{20405-052}{041(01)-78}$  52-78

Copyright © 1975 John Wiley & Sons, Inc. Authorised translation from English language edition published by John Wiley & Sons, Inc.

© Перевод на русский язык, «Мир», 1978

## **ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА**

Что такое двухуровневый атом? Такого объекта в природе, строго говоря, не существует. Зато существует возможность реализовать достаточно острую настройку частоты воздействующего на атом внешнего электромагнитного излучения в резонанс с частотой перехода между определенной парой его уровней энергии. В этих условиях влияние остальных уровней гораздо менее существенно или даже пренебрежимо мало, и мы получаем возможность ограничиться рассмотрением только двух выделенных уровней. В итоге и возникает полезная модель двухуровневого атома. Ситуации такого рода реализуются очень часто и поэтому требуют специального анализа.

Подобный анализ уже довольно давно выполнен применительно к явлениям магнитного резонанса, т. е. к явлениям резонансного взаимодействия системы магнитных моментов атомов (молекул, ионов), помещенных в статическое (или квазистатическое) магнитное поле, с переменным электромагнитным полем. Соответствующая область частот отвечает радиодиапазону, а исследования магнитного резонанса составляют несколько обширных ветвей радиоспектроскопии. Приоритет магниторезонансных явлений обусловлен тем, что в радиодиапазоне давно уже существуют электронные генераторы достаточно мощного когерентного излучения. В оптическом же диапазоне такого рода генераторы мощного когерентного излучения появились только с созданием лазеров в 1960 г.

Использование лазерных источников позволило и в оптике реализовать ситуацию, когда двухуровневая система сильно возбуждается резонансным (или квазирезонансным) электромагнитным полем. Это дало возможность, в частности, наблюдать оптические аналоги многих явлений, ранее изучавшихся в случае магнитного резонанса: затухание свободной поляризации, оптическую нутацию, фотонное эхо и др. Следует, однако, подчеркнуть, что аналогия между явлениями оптического и магнитного резонанса носит ограниченный характер. Действительно, в оптическом случае возникают принципиально новые закономерности, обусловленные эффектами распространения волн, которые, как правило, отсутствовали в магнитном резонансе (длина волны оптического излучения в отличие от излучения радиодиапазона обычно значительно меньше размеров области взаимодействия поля с атомами). Систематическому анализу закономерностей, возникающих при взаимодействии мощного когерентного квазирезонансного оптического излучения с двухуров-

невыми системами, и посвящена предлагаемая советскому читателю монография известных зарубежных физиков Л. Аллена и Дж. Эберли «Оптический резонанс и двухуровневые атомы».

Книга посвящена в основном изложению идейно-теоретических основ рассматриваемых явлений. Экспериментальные результаты привлекаются, как правило, лишь в иллюстративных целях. Исключение составляют, пожалуй, лишь эксперименты по самоиндуцированной прозрачности для оптических импульсов, обсуждение которых (включая и методические аспекты) занимает большую часть гл. 5. Изложение материала характеризуется высоким научным уровнем и удачно в методическом отношении. Ценою разумного, вполне оправданного упрощения (но отнюдь не до примитивного уровня) в постановке задачи и конкретизации частных моделей авторам, как правило, удается четко выделить главные аспекты и избежать усложнений, обусловленных второстепенными обстоятельствами. Систематически дается качественная физическая трактовка основных результатов, что не только облегчает их понимание, но и способствует дальнейшим самостоятельным размышлениям читателя.

Изложению существа дела предпослана фактически вводная гл. 1, содержащая классическую теорию резонансных оптических явлений, которая основана на рассмотрении колебаний классического осциллятора под действием квазирезонансного электрического поля. Хотя последовательное, правильное описание резонансных явлений возможно только в рамках квантовой теории (классическая теория не позволяет учесть эффекты, связанные со значительным заселением возбужденного уровня, в частности эффекты насыщения), классический анализ ряда вопросов, которые затем обсуждаются с квантовомеханической точки зрения (оптическая теорема площадей, распространение сверхкоротких импульсов с малыми потерями и др.), безусловно, способствует более глубокому их пониманию. При этом классическая теория специально изложена в нестандартной форме, удобной для сравнения с квантовой теорией.

Центральное место в изложении общих основ квантовой теории оптического резонанса занимают гл. 2—4. В гл. 2 обоснован и изложен формализм оптических уравнений Блоха, позволяющих описывать двухуровневую систему в заданном внешнем квазирезонансном электрическом поле подобно спину  $1/2$  во внешнем квазирезонансном магнитном поле. Третья глава посвящена анализу важного случая постоянного резонансного поля, или поля в виде прямоугольных импульсов. Здесь впервые вводятся, в частности, важное понятие «площадь импульса» и феноменологические постоянные затухания, которые отвечают однородному и неоднородному уширению резонансной линии поглощения, а также релаксации инверсной заселенности; проанализи-

рованы эффекты затухания свободной поляризации, оптической нутации и адиабатического прохождения.

Гл. 4 посвящена эффектам распространения импульсов, специфичным для оптического случая. Центральное место здесь занимают нелинейная «теорема площадей» Мак-Колла — Хана и рассмотрение самоиндуцированной прозрачности для  $\pi$ -импульсов, распространяющихся в виде солитонов. Обсуждается также влияние фазовой модуляции импульсов и циркулярной поляризации падающего излучения. К гл. 4 примыкает по смыслу гл. 5, в которой анализируются результаты экспериментальных исследований самоиндуцированной прозрачности, а также обсуждаются эффекты вырождения энергетических уровней и (очень бегло)  $\pi$ -импульсы в лазерах с синхронизацией мод. обстоятельно сравниваются экспериментальные проявления самоиндуцированной прозрачности и некогерентного насыщения и обсуждаются возможные способы дискриминации этих эффектов. Теоретические аспекты некогерентного насыщения подробно изложены в гл. 6, в которой выполнен соответствующий предельный переход от оптических уравнений Блоха к кинетическим (скоростным) уравнениям, описывающим некогерентное насыщение, и аналогичный переход для уравнений поля. Здесь же проанализированы некоторые возможности нелинейной спектроскопии на основе некогерентного насыщения, в частности зондирование контура неоднородного уширения методом «выжигания дырок», а также эффекты распространения волны в насыщенной среде — ее ослабление или усиление, дисперсия и самофокусировка и др.

В гл. 2—6 квантовая механика применяется только для описания вещества, в то время как электромагнитное поле описывается в основном классически. В следующих двух главах рассматриваются интересные и важные эффекты, описание которых возможно лишь при квантовании также и электромагнитного поля, т. е. в рамках квантовой электродинамики. В частности, в гл. 7 проанализирована проблема Джейнса — Каммингса: взаимодействие (с учетом спонтанного излучения) одиночного двухуровневого атома с одной резонансной модой поля. Кроме того, в ней изложена теория спонтанного излучения такого атома, взаимодействующего с континуумом мод поля (т. е. теория радиационного затухания возбужденного состояния и лэмбовского сдвига линий излучения и поглощения для двухуровневого атома). Гл. 8 посвящена очень важной проблеме сверхизлучения Дике, т. е. кооперативного спонтанного излучения системы из  $N$  атомов, интенсивность которого пропорциональна  $N^2$ , а не  $N$ .

Наконец, заключительная, девятая глава посвящена чрезвычайно интересной и важной проблеме фотонного эха — аналога хорошо известного в радиоспектроскопии спинового эха. Авторы

подробно анализируют прежде всего качественную сторону дела, различные особенности временного поведения эха в газах и твердых телах, распространение импульсов эха, его экспериментальное наблюдение и т. д.; излагается также методика количественного описания фотонного эха на основе оптических уравнений Блоха.

Таким образом, в данной книге изложен весьма широкий круг вопросов, большинство которых находится сейчас на переднем крае современной квантовой электроники. Последнее обстоятельство особенно повышает актуальность книги Л. Аллена и Дж. Эберли. В соответствии с тем, что достаточно мощные импульсы лазерного излучения на практике являются и достаточно короткими, авторы, исследуя различные процессы резонансного взаимодействия двухуровневых систем с оптическим излучением, повсюду уделяют первостепенное внимание существенно нестационарному режиму протекания указанных процессов, когда длительность импульса сравнима с соответствующими временами релаксации или меньше их.

Следует отметить, что в монографии практически не отражен ряд важных вопросов, интенсивно исследуемых в последние годы и достаточно тесно связанных с содержанием книги. Сюда относятся, в первую очередь, вопросы резонансного взаимодействия мощных коротких импульсов с экситонными системами и с полупроводниками в области межзонных переходов, импульсные многофотонные резонансные процессы (резонансы двухфотонного поглощения, солитоны вынужденного комбинационного рассеяния света и др.), вопросы формирования сверхкоротких лазерных импульсов, различные аспекты практического применения рассматриваемых явлений (например, лазеры на сверхизлучении, резонансная динамическая голография, модуляционная эхоспектроскопия и т. д.), родственные эффекты для волн иного типа (например, акустических; поляризационное эхо в порошках пьезоэлектриков) и др. Цитируемая литература во многих случаях неполна и отражает, по-видимому, индивидуальные научные интересы авторов. Имеются лишь единичные ссылки на работы советских ученых, хотя среди них немало принципиально важных работ. Так, в гл. 9, посвященной фотонному эху, отсутствуют ссылки на работы советских исследователей Коппиллема и Нагибарова, которые фактически впервые предсказали в 1962 г. явление фотонного эха (см. [15\*] в гл. 9).

Чтобы в какой-то мере помочь читателю, мы существенно расширили список литературы, включив в него, в частности, работы по вопросам, перечисленным выше, и дополнили авторский текст соответствующими подстрочными примечаниями. Они предназначены прежде всего для ориентировки читателя в дополни-

тельной литературе (последняя помечена звездочкой) либо содержат некоторые уточнения и комментарии к тексту.

Необходимо отметить, что проблема резонансного возбуждения вещества мощным когерентным лазерным квазимонохроматическим излучением (в частности, в целях исследования вещества и процессов его взаимодействия с полем) в настоящее время уже очень обширна и имеет много различных направлений. Среди них имеются важные и уже хорошо развитые направления, которые, находясь, вероятно, относительно далеко от интересов авторов, почти не отражены в книге. Примерами могут служить резонансные когерентные нелинейно-оптические процессы преобразования частот в газах и конденсированных средах; резонансное селективное возбуждение вещества с целью активации различных процессов, в особенности стимулирования химических (например, для разделения изотопов) и биологических реакций; когерентная активная спектроскопия комбинационного рассеяния света на колебаниях молекул и кристаллов, а также на объемных и поверхностных поляритонах; спектроскопия сверхвысокого разрешения на основе квантовой интерференции состояний; спектроскопия сложных молекул, селективно возбуждаемых в полосе неоднородного уширения, и т. д. Этот перечень можно было бы продолжить, но естественно, что охватить все эти вопросы в рамках одной книги невозможно.

Книга Л. Аллена и Дж. Эберли написана в расчете на сравнительно широкий круг читателей. Она, безусловно, будет полезной физикам-исследователям (как теоретикам, так и экспериментаторам) и инженерам, работающим в области квантовой оптики и радиофизики, преподавателям, аспирантам и студентам при изучении указанных дисциплин. Хотя оптический резонанс как явление, связанное с внутренней природой атомов и молекул, носит фактически квантовый характер, основные уравнения его во многих случаях по форме не очень сильно отличаются от соответствующих классических уравнений, поэтому даже лица, сравнительно слабо знакомые с квантовой механикой, смогут в них разобраться.

Учитывая достоинства данной монографии, а также тот факт, что она является первой и пока единственной на данную тему, можно не сомневаться в том, что ее издание на русском языке принесет пользу широкому кругу советских читателей.

Гл. 1—3 переведены Т. М. Ильиновой, остальная часть книги — М. С. Стрижевской. Перевод данной книги на русский язык и ее издание в СССР осуществлены по инициативе академика Р. В. Хохлова, который выдвинул идею резонансного воздействия мощного когерентного излучения на вещество и внес значительный вклад в ее реализацию.

*В. Л. Стрижевский*

## **ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ**

В 1958 г. в мире физики произошло событие большой важности: Шавлов, Таунс и А. М. Прохоров сформулировали идею о том, что мазер может работать на оптических частотах. В течение последующего десятилетия успешное использование первых оптических мазеров, или лазеров, привело к появлению совершенно новых областей физики и нарастающей волны соответствующих технических применений. Лазерная физика проникла в столь различные области, как статистика фотонов и микросварка, измерение геометрических величин и двухфотонное поглощение. Теория стационарного режима лазеров интенсивно развивается на основе таких различных формализмов, как полуклассические кинетические уравнения и уравнения статистической квантовой электродинамики. Осуществляется экспериментальная проверка теории стационарного режима и одновременно развиваются практические методы повышения интенсивностей и укорочения лазерных импульсов.

Сейчас, в конце второго десятилетия существования лазерной физики, интерес к этой области продолжает нарастать, и научные журналы всего мира по-прежнему захлестывает поток статей, содержащих новые результаты как фундаментального, так и прикладного характера. Одним из наиболее важных достижений явилось создание лазеров на органических красителях, которые дают высокую мощность и узкие линии буквально во всем оптическом диапазоне. В настоящее время можно исследовать любой оптический резонанс в очень узком спектральном интервале. В непосредственной близости к резонансу у всех поглощающих диэлектриков обнаруживаются закономерности, совершенно чуждые классическим, лоренцевским представлениям. Некоторые из этих квазирезонансных оптических явлений имеют тесные аналоги в ядерном и электронном спиновом резонансах. Сюда относятся такие эффекты, как оптическая нутация, фотонное эхо и распад свободной поляризации. Вместе с тем многие другие эффекты, в частности связанные с распространением мощных импульсов излучения, специфичны для оптического диапазона частот.

Настоящая монография писалась с учетом всех этих эффектов. Мы ограничились рассмотрением резонансного и квазирезонансного взаимодействия когерентного света с двухуровневыми атомами. В той мере, в какой верно, что резонансное взаи-

модействие вызывает только один переход в атоме, последний можно считать имеющим только два уровня энергии, а лазерное излучение — монохроматическим. Несомненно, что эти два приближения являются очень хорошими для большинства лазеров и большинства атомов и вполне адекватны для понимания физической сути различных когерентных нестационарных явлений. Поэтому мы всюду используем двухуровневое приближение для атомов, а эффекты немонохроматичности учитываем только при обсуждении распространения импульсов, теоремы площадей и самоиндуцированной прозрачности.

При написании настоящей книги было целесообразно сосредоточиться на физической сущности резонансных явлений, поэтому мы не обсуждаем деталей большинства последних экспериментальных и теоретических работ в данной области. В наших целях отклик квазирезонансных атомов на внешнее поле адекватно описывают оптические уравнения Блоха с затуханием, введенным феноменологически. Аналогично для описания широкого класса эффектов поглощения и усиления оказывается вполне достаточно классического волнового уравнения Максвелла для электрического поля. По сути дела, речь идет о нахождении и анализе (без излишней софистики) решений взаимосвязанных уравнений Блоха и Максвелла.

Мы начнем с обсуждения элементов оптического резонанса, содержащихся в классической теории дисперсии. Такое обсуждение позволяет выработать основу для физической интерпретации соответствующих квантовомеханических уравнений, которые вводятся далее. Гл. 2 содержит описание полуклассической теории излучения и ее применения к двухуровневым атомам. В гл. 3 вводятся оптические уравнения Блоха, составляющие основу почти всего последующего анализа. В гл. 4 к оптическим уравнениям Блоха присоединяются уравнения Максвелла, что позволяет описывать эффекты распространения, а в гл. 5 дается обзор экспериментов по распространению когерентных импульсов. Связь между полностью когерентными связанными уравнениями Максвелла — Блоха и хорошо известными полуклассическими скоростными уравнениями устанавливается в гл. 6; она используется для обсуждения явлений насыщения. Квантование поля излучения привлекается впервые в гл. 7 при обсуждении проблемы Джейнса — Каммингса и одноатомных сдвига частоты и времени жизни. Многоатомные спонтанные кооперативные эффекты кратко рассматриваются в гл. 8, а гл. 9 посвящена полуклассическому анализу фотонного эха.

Ясно, что по оптическому резонансу и двухуровневым атомам очень скоро появятся новые важные результаты. Они пополнят материал, который так или иначе оказался за рамками данной книги. Тем не менее мы надеемся, что книга будет какое-то

время полезным вводным руководством, в частности, для лиц, начинающих исследования по квантовой оптике и нуждающихся в физической интерпретации основных закономерностей оптического резонанса.

Именно в расчете на таких читателей мы последовательно используем, когда необходимо, квантовомеханическое рассмотрение в представлении Гейзенберга, поскольку гейзенберговская картина схематически почти всегда ближе к классической физике, чем шредингеровская. Это связано с тем, что в представлении Гейзенберга используются непосредственно динамические переменные, а не амплитуды вероятностей и функции состояний. Полуклассические оптические уравнения Блоха, занимающие центральное место в теории резонансных явлений, возникают в представлении Гейзенберга прямо и естественно

Конечно, атомная физика и, следовательно, оптический резонанс являются квантовыми по самой природе. Поэтому уравнения, описывающие дипольные моменты, напряженности электрических полей, атомную инверсию, энергию поля и т. д., с которыми приходится иметь дело, существенным образом содержат постоянную Планка. Однако по форме эти уравнения обычно не очень сильно отличаются от уравнений, обычно встречающихся в классической физике, и поэтому часто могут рассматриваться как аналоги уравнений, известных, например, из лоренцевской теории диэлектриков или анализа нелинейных цепей. Мы надеемся, что даже читатели, относительно слабо знакомые с квантовой физикой, смогут без особых трудностей следить за обсуждением когерентных нестационарных процессов, нелинейного распространения когерентных импульсов, эффектов насыщения и явлений эха.

Вообще все книги обязаны своим появлением не только их авторам, но и широкому кругу других лиц. Мы очень признательны тем физикам, с которыми мы многократно обсуждали различные вопросы, отраженные в данной книге: Г. Джонсу, П. Найту, Л. Манделю, К. Страуду и Б. Вольфу. Мы глубоко признательны также всем тем, кто помог нам в проведении иллюстративных численных расчетов и в техническом оформлении книги.

Сассекс, Англия  
Рочестер, США, шт. Нью-Йорк  
Август 1974 г.

*Л. Аллен  
Дж. Эберли*

## Глава 1

# КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЗОНАНСНОЙ ОПТИКИ

### § 1. ВВЕДЕНИЕ

Классическую теорию линейного взаимодействия света с веществом создал в основном Г. А. Лоренц. Именно Лоренц последовательно развил идею о том, что оптические явления возникают вследствие движения элементарных зарядов и диполей, которые, будучи более или менее свободными, реагируют на электрические и магнитные поля световых волн. Эта точка зрения теперь общепринята и служит отправным пунктом любой современной теории оптических свойств диэлектриков.

На практике классическую теорию Лоренца и ее следствия требуется изменять только в наиболее экстремальных ситуациях. Так, классические формулы Рэлея и Томсона для оптического рассеяния приходится заменять квантовомеханической формулой Комптона только тогда, когда длина волны рассеиваемого света попадает в рентгеновский диапазон. Классические формулы Лоренца, описывающие дисперсию и поглощение, справедливы и при квантовомеханическом рассмотрении; впервые их вывели в рамках квантовой механики Крамерс и Гейзенберг, которые применили принцип соответствия. Только в очень интенсивных полях, когда становятся существенными внутриатомные нелинейности, возникают заметные отклонения от предсказаний дисперсионной теории Лоренца — Крамерса — Гейзенберга.

Считая, что читатель знаком с лоренцевским приближением осциллирующего электрона, мы приводим в последующих параграфах этой главы обзор теории Лоренца (в необычных, правда, обозначениях). Этот обзор нужен по двум причинам. Во-первых, полезно иметь классические формулы под рукой для сравнения с квантовомеханическими выражениями, которые выводятся в последующих главах. Такое сравнение позволяет выявить, в какой мере квантовым является тот или иной результат. Во-вторых, введение в чисто классическом контексте основных обозначений, квазирезонансного приближения и физических явлений, которые изучаются в дальнейшем квантовомеханически, облегчит понимание этих явлений. Поэтому в настоящей главе,

кроме показателя преломления и коэффициента поглощения, обсуждается так называемая проблема Раби, затухание свободной поляризации, теорема «площадей» и распространение ультракоротких импульсов.

## § 2. ЛИНЕЙНЫЙ ДИПОЛЬНЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Согласно Лоренцу [1], большинство оптических явлений можно объяснить взаимодействием связанных электрических зарядов с электромагнитным полем. В качестве отправной точки примем, что эти заряды содержатся в нейтральных атомах и осциллируют около определенных положений равновесия с малыми амплитудами. Иначе говоря, каждая электрон-ионная пара ведет себя как простой гармонический осциллятор, который взаимодействует с электромагнитным полем посредством своего электрического дипольного момента. Движение ансамбля таких дипольных осцилляторов, соответствующих газу или другой диэлектрической системе, определяется функцией Гамильтона

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} \sum_a (p_a^2 + \omega_a^2 m^2 r_a^2) - e \sum_a \mathbf{r}_a \cdot \mathbf{E}(t, \mathbf{r}_a), \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{p}_a$  и  $\mathbf{r}_a$  — канонические импульс и радиус-вектор диполя  $a$ , имеющего собственную частоту  $\omega_a$ ;  $\mathbf{E}(t, \mathbf{r}_a)$  — напряженность электрического поля вблизи атома  $a$  в момент времени  $t$ .

Уравнение движения для единственного атомного дипольного осциллятора очень простое. Его простейшая форма отвечает предположению, что данная компонента вектора  $\mathbf{r}_a$  связана только с соответствующей компонентой поля  $\mathbf{E}$ . Это позволяет заменить векторную задачу скалярной. Пусть скалярные величины  $x_a$  и  $E$  образуют пару связанных компонент. Канонические уравнения, записанные при помощи скобок Пуассона,

$$\dot{x}_a = \{x_a, \mathcal{H}\}, \quad \dot{p}_a = \{p_a, \mathcal{H}\}, \quad (1.2)$$

либо просто уравнения Гамильтона

$$\dot{p}_a = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_a}, \quad \dot{q}_a = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_a} \quad (1.3)$$

приводят к хорошо известному результату

$$\ddot{x}_a + \omega_a^2 x_a = \frac{e}{m} E(t, \mathbf{r}_a), \quad (1.4)$$

где в правой части учтена только электрическая часть силы Лоренца для нерелятивистского электрона. В релятивистском пределе магнитная сила  $(e/c)\mathbf{v}_a \times \mathbf{B}$  не является малой и должна быть включена в уравнение (1.4). В рассматриваемом нами нерелятивистском случае магнитной силой можно пренебречь.

Одним из самых существенных свойств дипольного осциллятора является то, что он излучает электромагнитную энергию. Поэтому даже при отсутствии во всей Вселенной других зарядов и токов, создающих поле  $\mathbf{E}$  в точке  $\mathbf{r}_a$ , существовало бы поле, обусловленное собственным излучением диполя. Осознав этот факт, Лоренц поставил важную задачу: самосогласованным образом учесть действие поля, создаваемого осциллятором, на его собственное движение. Один из простейших возможных путей состоит в использовании закона сохранения энергии: энергия, излучаемая в поле, должна быть равна энергии, теряемой осциллятором. Такой учет самосогласованной реакции излучения приводит к ряду важных следствий.

Поскольку масса нейтрального атома велика и он как целое движется медленно по сравнению с осциллирующим электроном, центр колебаний можно считать практически неподвижным. При этом закон сохранения энергии для системы электромагнитное поле — осциллятор можно представить в следующей локальной форме ([2], разд. 1.1.4):

$$\operatorname{div} \mathbf{S} + \frac{\partial U_{em}}{\partial t} + \frac{\partial U_{mat}}{\partial t} = 0, \quad (1.5)$$

где  $\mathbf{S}$  — вектор Пойнтинга,  $U_{em}$  — плотность энергии электромагнитного поля и  $U_{mat}$  — плотность энергии вещества. Интегрируя (1.5) по объему малой сферы с центром в осцилляторе, мы от уравнения для плотности энергии (1.5) переходим к уравнению для самой энергии:

$$\int_{\mathcal{V}} \mathbf{S} \cdot \mathbf{n} dA + \frac{\partial W_{em}}{\partial t} + \frac{\partial W_{osc}}{\partial t} = 0. \quad (1.6)$$

При получении (1.6) объемный интеграл  $\int_{\mathcal{V}} \operatorname{div} \mathbf{S} dV$  был преобразован в интеграл по поверхности сферы  $\mathcal{A}$ .

Как мы увидим далее, диполь теряет энергию на излучение относительно медленно: существенная потеря энергии происходит лишь на протяжении времени, большого по сравнению с  $2\pi/\omega_a$ . Отсюда вытекает, во первых, что количество электромагнитной энергии в малом объеме  $\mathcal{V}$  на протяжении длительного времени остается приблизительно постоянным. Это означает, что слагаемым  $\partial W_{em}/\partial t$  в (1.6) можно пренебречь. Во вторых, становится ясным, что колебания диполя почти гармонические, поэтому энергия  $a$ -го осциллятора приблизительно равна

$$W_a(t) = m\omega_a^2 \overline{x_a^2(t)}, \quad (1.7)$$

где черта означает усреднение по быстрым колебаниям с частотой  $2\omega_a$ .

Скорость излучения энергии диполем через сферу с центром на диполе хорошо известна из классической электродинамики ([2], разд. 2.2.3):

$$\int \mathbf{S}(t) \cdot \mathbf{n} dA = \frac{2e^2\omega_a^4}{3c^3} x_a^2(t). \quad (1.8)$$

С учетом (1.7) ее можно записать как

$$\int \mathbf{S}(t) \cdot \mathbf{n} dA = \frac{2e^3\omega_a^2}{3mc^3} W_a(t).$$

Другими словами, она пропорциональна энергии самого диполя. Таким образом, уравнение (1.6), выражающее закон сохранения энергии, эквивалентно простому уравнению для энергии диполя

$$\frac{\partial W_a}{\partial t} = -\frac{2}{\tau_0} W_a. \quad (1.9)$$

Ясно, что в пределах применимости указанных приближений колебания затухают экспоненциально,

$$W_a(t) = W_a(0) e^{-2t/\tau_0}, \quad (1.10)$$

причем относительная скорость затухания энергии равна

$$\frac{2}{\tau_0} = \frac{2e^2\omega_a^2}{3mc^3}.$$

Если диполь осциллирует с оптической частотой, то естественное время жизни  $\tau_0$ , предсказанное таким путем, будет порядка 0,1 мкс. Следовательно, для оптических частот неравенство  $1/\tau_0 \ll \omega_a$  выполняется, и исходное предположение о том, что осциллятор относительно медленно теряет свою энергию, обосновано.

Это медленное затухание амплитуды и энергии излучающего диполя, обусловленное реакцией излучения, удобно ввести непосредственно в уравнение движения диполя. При этом уравнение (1.4) для лоренцевых вынужденных колебаний примет вид

$$\ddot{x}_a + \frac{2}{\tau_0} \dot{x}_a + \omega_a^2 x_a = \frac{e}{m} E, \quad (1.11)$$

где  $E$  должно теперь рассматриваться как поле всех других зарядов и токов, действующее на диполь  $a$ . Легко проверить, что при  $E = 0$  из уравнения (1.11) действительно вытекает затухание амплитуды диполя со скоростью  $1/\tau_0$  и его энергии со скоростью  $2/\tau_0$ .

### § 3. КЛАССИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА РАБИ

Одним из самых простых и в то же время весьма важным является случай, когда внешнее поле колеблется с частотой  $\omega$ , близкой к собственной частоте  $\omega_a$  одного из диполей. Именно такая близость возбуждающей и собственной частот приводит к резонансным явлениям. Мы несколько видоизменим обычный подход к решению этой известной проблемы, рассматривая квазирезонансные эффекты, т. е. эффекты, возникающие в непосредственной близости к резонансу.

Запишем приложенное поле в виде

$$E = \mathcal{E} [e^{i\omega t} + \text{к. с.}], \quad (1.12)$$

где  $\mathcal{E}$  — постоянная амплитуда, а сокращение «к. с.» обозначает, как обычно, выражение, комплексно сопряженное предшествующему. Представим далее  $x_a$  в виде суммы двух слагаемых, одно из которых приблизительно синфазно с полем  $E$ , а другое сдвинуто по фазе относительно  $E$  приблизительно на  $90^\circ$  (т. е. является «квадратурным»):

$$x_a = x_0 [u_a \cos \omega t - v_a \sin \omega t]. \quad (1.13)$$

Здесь величину  $x_0$  можно рассматривать как постоянную амплитуду колебаний вблизи какого-то момента времени. Величины  $u_a$  и  $v_a$ , вообще говоря, не постоянны, так как собственная частота  $\omega_a$  для  $x_a$  отлична от частоты поля  $\omega$ . Однако  $u_a$  и  $v_a$  будут изменяться во времени очень медленно, если разность  $\omega - \omega_a$  мала. Фактически предполагается справедливость неравенств

$$|\dot{u}_a| \ll \omega |u_a|, \quad |\ddot{u}_a| \ll \omega^2 |u_a|, \quad |\dot{v}_a| \ll \omega |v_a|, \quad |\ddot{v}_a| \ll \omega^2 |v_a|, \quad (1.14)$$

которые гарантируют, что  $u_a$  и  $v_a$  являются огибающими (относительными амплитудами), медленно меняющимися по сравнению с  $\cos \omega t$  и  $\sin \omega t$ .

Эти предположения позволяют представить уравнение движения диполя (1.11) как пару уравнений для  $u_a$  и  $v_a$ :

$$\dot{u}_a = -\frac{1}{2\omega} (\omega_a^2 - \omega^2) v_a - \frac{u_a}{\tau_0} - \frac{1}{\omega\tau_0} \dot{v}_a, \quad (1.15)$$

$$\dot{v}_a = \frac{1}{2\omega} (\omega_a^2 - \omega^2) u_a - \frac{v_a}{\tau_0} - \frac{e}{m\omega x_0} \mathcal{E} + \frac{1}{\omega\tau_0} \dot{u}_a. \quad (1.16)$$

Поскольку  $\omega_a \approx \omega$ , можно положить здесь  $\omega_a^2 - \omega^2 \approx 2\omega(\omega_a - \omega)$  и для удобства обозначить разность частот через  $\Delta_a$ :

$$\Delta_a \equiv \omega_a - \omega. \quad (1.17)$$

Ввиду относительно малой скорости радиационного затухания (т. е. ввиду  $\omega\tau_0 \gg 1$ ) последним слагаемым в каждом из уравнений (1.15), (1.16) можно пренебречь.

В реальных физических ситуациях радиационное затухание — обычно не единственный фактор, приводящий к затуханию амплитуды диполя. Вследствие множества случайных некогерентных взаимодействий (столкновения и т. п.), которые не были включены в исходный гамилтониан, эффективное «время жизни» осциллятора обычно короче его чисто радиационного времени жизни  $\tau_0$ . Заменим поэтому  $\tau_0$  на  $T$ ; величина  $T$  зависит от конкретных условий, причем подразумевается, что полная скорость затухания  $1/T$  должна быть больше или по крайней мере равна чисто радиационной скорости  $1/\tau_0$ . При этих предположениях уравнения для синфазной и квадратурной амплитуд принимают соответственно вид

$$\dot{u} = -\Delta v - \frac{u}{T}, \quad (1.18a)$$

$$\dot{v} = \Delta u - \frac{v}{T} - \kappa \mathcal{E}, \quad (1.18б)$$

где

$$\kappa \equiv \frac{e}{m\omega x_0}. \quad (1.19)$$

Мы опустили индекс  $a$ , поскольку  $\Delta$  в равной мере характеризует атомы с различными резонансными частотами.

Уравнения (1.18a) и (1.18б) имеют простое решение:

$$u(t; \Delta) = [u_0 \cos \Delta t - v_0 \sin \Delta t] e^{-t/T} + \kappa \mathcal{E} \int_0^t dt' \sin \Delta(t-t') e^{-(t-t')/T}, \quad (1.20a)$$

$$v(t; \Delta) = [u_0 \sin \Delta t + v_0 \cos \Delta t] e^{-t/T} - \kappa \mathcal{E} \int_0^t dt' \cos \Delta(t-t') e^{-(t-t')/T}, \quad (1.20б)$$

где  $u_0 = u(0, \Delta)$  и  $v_0 = v(0; \Delta)$  — начальные значения огибающих  $u$  и  $v$ . С течением времени все начальные осцилляции затухают, и при  $t \gg T$  из решения (1.20a), (1.20б) получается известный результат

$$x_a(t) = \frac{e}{m} \mathcal{E} \left( \frac{e^{i\omega t}}{\omega_a^2 - \omega^2 + 2i\omega/T} + \text{к. с.} \right). \quad (1.21)$$

Следовательно, под действием внешнего поля диполь осциллирует с частотой поля, но не точно в фазе с полем.

Уравнения (1.18a) и (1.18б) являются классическими аналогами нелинейных квантовых уравнений для осцилляций атом-

ного диполя, которые будут важны в последующих главах. В дальнейшем мы именуем решение (1.20а), (1.20б) классическим решением Раби, поскольку решение квантовой задачи для рассмотренного здесь случая  $\mathcal{E} = \text{const}$  принадлежит Раби [3] и получено в его ранних исследованиях по магнитному резонансу (см. гл. 3)<sup>1)</sup>.

#### § 4. ФОРМА И ШИРИНА ЛИНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ

В реальном диэлектрике составляющие его диполи могут осциллировать с различными собственными частотами. Поэтому каждое вещество имеет множество линий излучения. Удельная поляризация среды  $P(t)$  фактически обусловлена осцилляциями диполей на всех этих частотах. К счастью, для большинства веществ, линии излучения и поглощения которых лежат в оптическом диапазоне или вблизи него, последние хорошо разрешаются, что позволяет ограничиться рассмотрением диполей, которые дают вклад в одну линию.

Спектральная ширина линии излучения зависит от многих факторов, так что вопрос о форме спектральной линии очень сложен. Для наших целей достаточно элементарного рассмотрения. Уже выражения (1.20а), (1.20б) показывают, что линия излучения одиночного диполя не является бесконечно узкой. Вследствие конечности времени жизни каждого возбужденного дипольного момента эффективная ширина линии излучения по частоте приблизительно равна  $1/T$ . Поскольку она одинакова для всех диполей, ее обычно называют однородной шириной спектральной линии. Обозначим ее через

$$\delta\omega_0 \sim \frac{1}{T}. \quad (1.22)$$

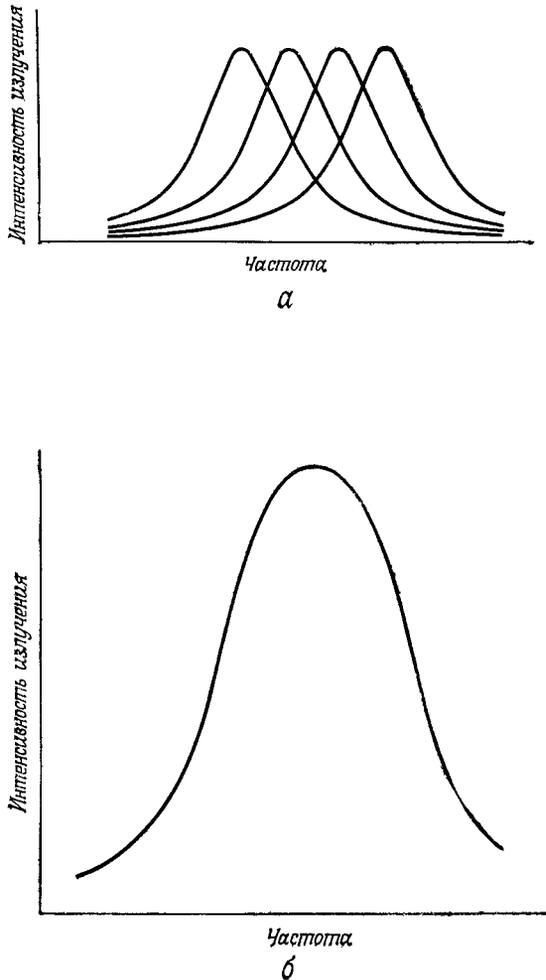
Так как затухание дипольного момента экспоненциальное, форма спектральной линии является лоренцевой.

К сожалению, эта упрощенная картина не всегда пригодна. Вследствие эффекта Доплера атомы газа, движущиеся с разными скоростями, имеют разные эффективные резонансные частоты, даже если они идентичны во всех других отношениях. Та же картина наблюдается и в твердых телах: слегка различные окружения атомов, как-то случайные дислокации, примеси, механические напряжения и т. п., также приводят к разным эффективным резонансным частотам для идентичных в других отношениях атомов.

---

<sup>1)</sup> Систематическое изложение теории магнитного резонанса содержится, например, в книге Абрагама [8\*]. — *Прим ред.*

Вследствие этого во многих случаях наблюдаемая линия излучения должна рассматриваться как суперпозиция большого



Фиг. 1.1. Возникновение неоднородного уширения.

*a* — отдельные лоренцевы линии излучения, которые отвечают различным атомным диполям, осциллирующим с четырьмя различными центральными частотами; *b* — результирующая линия излучения для диэлектрика, состоящего из таких атомов. Если отдельные линии плотно распределены в частотном диапазоне, большом по сравнению с их собственными индивидуальными ширинами, то результирующая линия называется неоднородно уширенной.

числа лоренцевых линий, каждая из которых имеет однородную ширину  $1/T$  и центральную частоту  $\omega_a$ . На фиг. 1.1 показан предельно простой случай, когда имеются только четыре различные

центральные частоты. Видно, что расстояние между наиболее удаленными центрами линий лучше передает ширину результирующей линии излучения, чем однородная ширина  $1/T$ . В такого рода случаях говорят, что полная линия уширена «неоднородно» значительно сильнее, чем она уширена «однородно». Термин «неоднородное уширение» относится, по сути, к уширению за счет окружающих неоднородностей, которые приводят к различию эффективных резонансных частот для идентичных в других отношениях осцилляторов.

Обычно неоднородное уширение можно удовлетворительно описать, вводя нормированную функцию неоднородного уширения  $G(\omega_0)$ , определенную так, что  $G(\omega_0)d\omega_0$  есть относительное число диполей, центральные резонансные частоты которых лежат в пределах  $d\omega_0$  около частоты  $\omega_0$ . Очевидное условие нормировки имеет вид

$$\int_0^{\infty} G(\omega'_0) d\omega'_0 = 1.$$

Мы будем чаще использовать для неоднородно уширенной линии функцию распределения *расстроек*  $g(\Delta)$ , полученную из  $G(\omega_0)$  путем сдвига исходной частоты  $\omega$  в начало координат. Таким образом,  $g(\Delta)d\Delta$  есть относительное число диполей в пределах интервала расстроек  $d\Delta$ , резонансная центральная частота  $\omega_0$  которых отстоит от частоты внешнего поля  $\omega$  на величину  $\Delta = \omega_0 - \omega$ . Условие нормировки будем использовать в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta') d\Delta' = 1, \quad (1.23)$$

считая величину  $g(\Delta')$  на фактическом нижнем пределе интегрирования  $\Delta' = -\omega$  (он отвечает  $\omega'_0 = 0$ ) настолько малой, что замена этого предела на  $-\infty$  не приводит к существенной ошибке. Заметим, что, вообще говоря, максимум функции неоднородного уширения  $G(\omega_0)$  *необязательно* совпадает с частотой приложенного поля  $\omega$ , так что  $g(\Delta)$  *необязательно* имеет максимум при нулевой расстройке. Однако для практически интересных квазирезонансных задач  $g(0) \approx g_{\text{макс}}$  и  $g(\Delta') \approx g(-\Delta')$ .

## § 5. ЗАТУХАНИЕ СВОБОДНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Физический смысл неоднородного уширения тесно связан с неоднородным «временем жизни». Рассмотрим ансамбль диполей, распределенных с постоянной плотностью  $\mathcal{N}$  в малой области.

Удельную поляризацию, связанную с этими диполями, можно записать так:

$$P(t) = \mathcal{N}ex_0 \int \operatorname{Re} \{u(t; \Delta') + iv(t; \Delta')\} e^{i\omega t} g(\Delta') d\Delta'. \quad (1.24)$$

Эта формула получена из выражения (1.13) с учетом формы линии  $g(\Delta')$  и атомной плотности  $\mathcal{N}$ . Излучение, обусловленное поляризацией  $P(t)$ , в качественном отношении будет одинаковым для любой плавной функции расстройки  $g(\Delta')$ . Для простоты мы выберем  $g(\Delta')$  в виде лоренцевой кривой с максимумом при  $\Delta' = \Delta$ , что соответствует максимуму функции формы линии  $G(\omega'_0)$  при  $\omega + \Delta$ :

$$g(\Delta') = \frac{\delta\omega_n}{\pi} \frac{1}{(\Delta' - \Delta)^2 + (\delta\omega_n)^2}. \quad (1.25)$$

Здесь  $\delta\omega_n$  — неоднородная полуширина (т. е. ширина на высоте, равной половине максимальной). Функции  $u(t; \Delta')$  и  $v(t; \Delta')$  возьмем из решения (1.20а), (1.20б), ограничившись собственными колебаниями ( $\mathcal{E} = 0$ ), при упрощающем предположении, что  $u_0$  и  $v_0$  не зависят от  $\Delta'$ . Тогда интеграл по  $\Delta'$  в (1.24) легко вычисляется. Результирующая удельная поляризация

$$P(t) = \mathcal{N}ex_0 \operatorname{Re} \{u_0 + iv_0\} e^{t(\omega + \Delta)t} e^{-t/T} e^{-\delta\omega_n t} \quad (1.26)$$

имеет ряд характерных особенностей. Во-первых,  $P(t)$  осциллирует с частотой  $\omega + \Delta$ , при которой частотная функция распределения имеет максимум. Во-вторых, осцилляции затухают вследствие «однородного времени жизни»  $T$ . Однако наиболее существенным новым моментом является наличие множителя  $\exp[-\delta\omega_n t]$ , который показывает, что полная скорость затухания увеличивается вследствие неоднородного уширения. Поскольку учет последнего не означает введения новых механизмов потерь, появление в решении нового фактора затухания требует объяснения.

Объяснение достаточно простое. Фактор затухания  $\exp[-\delta\omega_n t]$  обусловлен интерференцией всех диполей с частотами, распределенными в пределах неоднородной линии. Поэтому затухание из-за неоднородного уширения можно истолковать как процесс расфазировки, который подавляет только макроскопическую удельную поляризацию  $P(t)$ , в то время как каждый отдельный диполь продолжает осциллировать в течение времени  $T$ . Однако  $P(t)$  практически исчезает гораздо быстрее, а именно как только диполи полностью расфазировываются друг относительно друга.

Поскольку поле, излучаемое ансамблем диполей, определяется величиной  $P(t)$ , а не непосредственно характеристиками отдельных диполей, ансамбль может практически прекратить из-

лучение задолго до того, как они перестанут осциллировать, если  $\delta\omega_n \gg 1/T$ . Такое явление давно наблюдалось Ханом при изучении ядерного магнитного резонанса [4]<sup>1)</sup>. Его название — затухание свободной индукции<sup>2)</sup> — показывает, что свободные колебания диполей выглядят затухающими, а их поле излучения существует только на протяжении некоторой доли естественного времени жизни  $T$ . В гл. 3 обсуждаются недавние эксперименты Бруэ и Шумейкера [5] по наблюдению затухания квантовооптической свободной поляризации.

Из выражения (1.26) для  $P(t)$  ясно, что  $\delta\omega_n$  действительно выступает в роли обратного времени жизни. Для дальнейшего полезно определить «неоднородное время жизни»  $T^*$ , зависящее от максимального значения функции расстроек:

$$T^* = \pi g (\Delta')_{\text{макс}}. \quad (1.27)$$

Это определение, как ясно из (1.25), в точности отвечает соотношению  $\delta\omega_n = 1/T^*$  только тогда, когда неоднородно уширенная линия имеет лоренцеву форму. Иногда удобно также использовать полную эффективную ширину линии:  $\delta\omega_{\text{полн}} = \delta\omega_0 + \delta\omega_n$ . Как следует из (1.26), выражение

$$\frac{1}{T} + \frac{1}{T^*} = \frac{1}{\mathcal{T}} \quad (1.28)$$

пригодно для грубого определения «полной» скорости релаксации  $\mathcal{T}^{-1}$ .

## § 6. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Оптическая длина волны столь мала, что практически почти во всех оптических экспериментах мы имеем дело с распространением излучения через протяженную среду. Поэтому наше обсуждение необходимо обобщить, чтобы учесть зависимость величин  $E$  и  $P$  не только от времени, но и от пространственных координат. В связи с этим обратимся теперь к бегущим электромагнитным волнам. Предположим, что в диэлектрической среде, состоящей из осцилляторов типа рассмотренных в предыдущих параграфах, распространяется импульс электромагнитного излучения. Для простоты ограничимся плоскими волнами, которые распространяются в направлении положительной оси  $z$  вдали от входной поверхности диэлектрика. Эти условия нетрудно реализовать на практике.

<sup>1)</sup> Подробнее см., например, в [8\*]. — *Прим. ред.*

<sup>2)</sup> Употребляется также термин «затухание свободной прецессии» (имеется в виду прецессия вектора намагниченности). В оптическом случае более уместным представляется термин «затухание свободной поляризации». — *Прим. ред.*

Предметом обсуждения будут вопросы того же типа, что и в § 2. Необходимо знать, как влияют диполи на электромагнитное поле при его распространении и как поле возбуждает диполи. Задача остается, таким образом, самосогласованной. Однако речь теперь идет о непрерывном диэлектрике, а не об одиночном осцилляторе, причем размеры диэлектрика не ограничены. Здесь уже нельзя пренебрегать членом  $\partial W_{em}/\partial t$  в формуле (1.6), выражающей закон сохранения энергии.

Однако при описании излучения предпочтительнее использовать не уравнение переноса типа (1.6), а волновое уравнение Максвелла, рассматриваемое как часть самосогласованного анализа. Для наших целей достаточно записать его в одномерном виде

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] E(t, z) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(t, z), \quad (1.29)$$

где удельная поляризация задана выражением (1.24) при надлежащем обобщении с учетом зависимости от  $z$ :

$$P(t, z) = \mathcal{N}ex_0 \int d\Delta' g(\Delta') \operatorname{Re} \{ [u(t, z; \Delta') + iv(t, z; \Delta')] e^{i(\omega t - Kz)} \}. \quad (1.30)$$

Поле  $E(t, z)$  также обобщается по сравнению с (1.12):

$$E(t, z) = \mathcal{E}(t, z) [e^{i(\omega t - Kz)} + \text{к. с.}]. \quad (1.31)$$

При совместном решении уравнений для поля и диполей нужно определить волновой вектор  $K$ , а также огибающие функции (медленно меняющиеся амплитуды)  $\mathcal{E}(t, z)$ ,  $u(t, z; \Delta)$  и  $v(t, z; \Delta)$ .

Выражения (1.30) и (1.31) для  $P$  и  $E$  вместе с волновым уравнением Максвелла (1.29) приводят к «синфазному» и «квадратурному» уравнениям для  $\mathcal{E}$ ,  $u$  и  $v$ , если приравнять отдельно коэффициенты при  $\cos(\omega t - Kz)$  и  $\sin(\omega t - Kz)$ :

$$[K^2 - k^2] \mathcal{E} = 2\pi k^2 \mathcal{N}ex_0 \int ug(\Delta') d\Delta', \quad (1.32a)$$

$$2 \left[ K \frac{\partial}{\partial z} + k \frac{\partial}{\partial ct} \right] \mathcal{E} = 2\pi k^2 \mathcal{N}ex_0 \int vg(\Delta') d\Delta', \quad (1.32b)$$

где  $k \equiv \omega/c$  — волновой вектор в вакууме<sup>1)</sup>. При получении (1.32) мы существенно использовали квазирезонансное приближение и предположение о плавной зависимости всех амплитуд

<sup>1)</sup> Если речь идет об атомах в матрице, то влияние последней можно учесть, полагая  $k = (\omega/c)n$ , где  $n$  — показатель преломления матрицы — *Прим. ред.*

от обоих аргументов  $z$  и  $t$ . Это предположение подобно ранее использованному для  $u$  и  $v$  [см. (1.14)]:

$$\left| \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \right| \ll K |\mathcal{E}|, \quad \left| \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} \right| \ll \omega |\mathcal{E}|, \\ \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \ll K |u|, \dots \quad (1.33)$$

В уравнениях (1.32) мы удержали только наибольшие по величине слагаемые<sup>1)</sup>.

Вместе с дипольными уравнениями (1.18), которые остаются без изменения, уравнения (1.32) составят основу обсуждения в оставшейся части этой главы. В следующих параграфах мы применим все четыре уравнения, чтобы проанализировать классические характеристики оптического импульса с точки зрения «площади импульса», использование которой особенно плодотворно при квантовомеханическом рассмотрении в гл. 4.

В оставшейся части этого параграфа мы покажем, что используемые нами дипольные и полевые уравнения, записанные через медленно меняющиеся амплитуды, приводят к обычным классическим результатам. С этой целью мы найдем решение уравнений (1.18) и (1.32) по истечении времени, большего по сравнению с  $T$ , и убедимся, что оно ведет к обычному выражению для диэлектрической проницаемости и соответствующим дисперсионным соотношениям.

При  $t \gg T$  все переходные процессы в диполях прекращаются и величины  $u$ ,  $v$  и  $\mathcal{E}$  перестают зависеть от времени. Величины  $u$  и  $v$  определяются формулами (1.20) при  $t \rightarrow \infty$ . С учетом этого уравнение (1.32а) немедленно дает

$$K^2 - k^2 = k^2 \frac{\omega_p^2}{2\omega} \int \frac{\Delta' g(\Delta') d\Delta'}{\Delta'^2 + T^{-2}}, \quad (1.34a)$$

где  $\omega_p = [4\pi N e^2 / m]^{1/2}$  — так называемая плазменная частота диэлектрика. Уравнение же (1.32б) эквивалентно здесь простому соотношению

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \alpha_k \mathcal{E}, \quad (1.34б)$$

<sup>1)</sup> Приближенные уравнения для медленно меняющихся амплитуд, которые получаются из точных волновых уравнений путем отбрасывания в них малых слагаемых, содержащих вторые производные от амплитуд, называют обычно укороченными. Физические причины плавного изменения амплитуд могут быть различными (нелинейность, диссипация и др.) Плодотворность использования таких уравнений была впервые последовательно продемонстрирована (1961 г.) на примере теории ударных радио- и магнитогидродинамических волн и нелинейной акустики Хохловым [9\*], а также Солуяном и Хохловым [10\*, 11\*]. Укороченные уравнения широко используются в современной нелинейной оптике [12\*, 13\*]. — *Прим. ред.*

показывающему, что по мере распространения в диэлектрике  $\mathcal{E}$  затухает экспоненциально. Этот хорошо известный результат часто называют законом Бера<sup>1)</sup>.

Ясно, что классический коэффициент поглощения  $\alpha_k$  в законе Бера определяется и однородным и неоднородным уширением

$$\alpha_k = \frac{\omega_p^2}{2cT} \int \frac{g(\Delta')}{\Delta'^2 + T^{-2}} d\Delta', \quad (1.35a)$$

и имеет при резонансе две простые предельные формы. Если преобладает однородное уширение ( $T \ll T^*$ ), то  $g(\Delta') \approx \delta(\Delta' - \Delta)$  и

$$\alpha_k = \frac{\omega_p^2}{2c} \frac{1}{T} \frac{1}{\Delta^2 + T^{-2}}. \quad (1.35b)$$

Если же доминирует неоднородное уширение ( $T^* \ll T$ ), то

$$\alpha_k = \frac{\omega_p^2}{2c} \pi g(0) \approx \frac{\omega_p^2}{2c} T^*. \quad (1.35b)$$

Из соотношения (1.34б) с учетом условия  $|\partial\mathcal{E}/\partial z| \ll K\mathcal{E}$  [см. (1.33)] вытекает, что  $K \gg \alpha_k$ . Кроме того, симметрия подынтегральных выражений в (1.34а) и (1.35а), основанная на приближенной симметрии  $g(\Delta') \approx g(-\Delta')$  вблизи резонанса, приводит к тому, что  $\alpha_k \gg K - k$ , и потому  $K \gg K - k$ . Именно поэтому в выражениях (1.35) для  $\alpha_k$  мы положили  $K = k$ . Таким образом, главное воздействие диэлектрика на поле заключается в постепенном ослаблении поля по мере распространения. Гораздо более слабым эффектом является сдвиг его длины волны от  $2\pi/k$  до  $2\pi/K$ .

Обычно принята другая форма представления результатов для  $\alpha_k$  и  $K^2 - k^2$ . Чтобы прийти к ней, заметим, что поле (1.31) можно выразить через комплексный волновой вектор  $\tilde{K} = K - i\alpha_k/2$  и произвольную постоянную амплитуду  $\mathcal{E}_0$ :

$$E(t \gg T, z) = \mathcal{E}_0 [e^{i(\omega t - \tilde{K}z)} + \text{к. с.}]. \quad (1.36)$$

Вводя комплексную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon(\omega) \equiv \equiv (\tilde{K}c/\omega)^2$ , получаем

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon(\omega) = \tilde{K}^2 \approx K^2 - iK\alpha_k$$

в пренебрежении членом  $-\alpha_k^2$ , который лишь слегка изменяет вещественную часть. Отсюда непосредственно следует, что комп-

<sup>1)</sup> Употребляются также термины «закон Бугера» [14\*] и «закон Бугера — Ламберта — Бера». — *Прим. ред.*

лексную диэлектрическую проницаемость можно представить в виде

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega} \int \frac{g(\Delta') d\Delta'}{\Delta' + i/T}. \quad (1.37a)$$

Для обычно рассматриваемого предела, когда чисто однородно уширенная линия центрирована на атомной частоте  $\omega_a$  и  $g(\Delta') = \delta(\Delta' - \omega + \omega_a)$ , формула (1.37a) сводится к привычному дисперсионному соотношению

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_a^2 - \omega^2 + 2i\omega/T}, \quad (1.37b)$$

хорошо известному из классической теории дисперсии [ср. (1.21)].

### § 7. КЛАССИЧЕСКАЯ «ТЕОРЕМА ПЛОЩАДЕЙ»

Имея в виду квантовые проблемы последующих глав, целесообразно вновь обратиться к формализму § 3 и ввести понятие «площади» для огибающей импульса. Определим классическую безразмерную «площадь»  $A(t, z)$  интегралом

$$A(t, z) \equiv \kappa \int_{-\infty}^t dt' \mathcal{E}(t', z) \quad (1.38)$$

по времени от огибающей электрического поля, а  $\kappa \equiv e/m\omega x_0$ , как и прежде.

Иллюстрацией к нашему классическому анализу импульса служит фиг. 1.2, где показана зависимость амплитуды импульса от времени в точке  $z$  внутри диэлектрика. Термин «импульс» означает, что электрическое возмущение ограничено по длительности. Поглощение импульса будет проанализировано вблизи момента  $\bar{t}$  — некоторого момента после того, как импульс прошел через точку наблюдения  $z$ . Обозначим через  $t_0$  момент времени, когда поле импульса  $\mathcal{E}$  в точке  $z$  упало до нуля.

Если проинтегрировать уравнение (1.32б) по времени от некоторого момента до прихода импульса, когда  $\mathcal{E} = 0$ , до момента  $\bar{t}$ , когда опять  $\mathcal{E} = 0$ , то получится следующее уравнение для  $A(\bar{t}, z)$ :

$$2K \frac{\partial A}{\partial z} A(\bar{t}, z) = 2\pi k^2 \frac{\mathcal{N}e^2}{m\omega} \int_{-\infty}^{\bar{t}} \int v(t, z; \Delta') g(\Delta') d\Delta' dt. \quad (1.39)$$

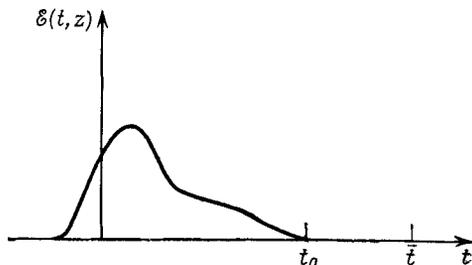
Поскольку, согласно (1.18),

$$v(t, z; \Delta) = \frac{-1}{\Delta^2 + T^{-2}} \left[ \Delta \dot{u} + \frac{1}{T} \dot{v} + \frac{1}{T} \dot{A} \right], \quad (1.40)$$

интеграл по времени в (1.39) тривиален. Результат таков:

$$2K \frac{\partial A}{\partial z} = -2\pi k^2 \frac{\mathcal{N}e^2}{m\omega} \int d\Delta' \frac{g(\Delta')}{\Delta'^2 + T^{-2}} \left[ \Delta' u + \frac{1}{T} v + \frac{1}{T} A \right]. \quad (1.41)$$

Все переменные взяты теперь в момент  $\bar{t}$ . Но импульс уже прошел через точку  $z$  в более ранний момент  $t_0$ , так что в интервале от  $t_0$  до  $\bar{t}$  диполи совершают свободные осцилляции. Следовательно, если мы положим  $\mathcal{E}$  равным нулю и заменим  $t$  на  $\bar{t} - t_0$ ,



Фиг. 1.2. Огибающая электрического поля как функция времени при фиксированном  $z$ .

Момент  $t_0$  есть конец импульса: при  $t_0$  и для всех более поздних моментов времени огибающая равна нулю

то функции  $u$  и  $v$ , фигурирующие в (1.41), определяются формулами (1.20). Под  $u_0$  и  $v_0$  здесь следует понимать  $u(t_0, z; \Delta')$  и  $v(t_0, z; \Delta')$ . В результате имеем

$$\begin{aligned} \Delta' u + \frac{1}{T} v = & u_0 \left[ \Delta' \cos \Delta(\bar{t} - t_0) + \frac{1}{T} \sin \Delta'(\bar{t} - t_0) \right] e^{-(\bar{t} - t_0)/T} + \\ & + v_0 \left[ \frac{1}{T} \cos \Delta(\bar{t} - t_0) - \Delta' \sin \Delta'(\bar{t} - t_0) \right] e^{-(\bar{t} - t_0)/T}. \end{aligned} \quad (1.42)$$

Чтобы использовать (1.42) при анализе (1.41), выделим два случая, которые для удобства назовем «классическим» и «современным». Они различаются соотношением трех времен:  $T$ ,  $\bar{t} - t_0$  и неоднородного времени жизни  $T^*$ . Первые два входят непосредственно, а  $T^*$  входит через  $g(\Delta')$  [см. 1.27]. В этих двух случаях анализ уравнения (1.41) облегчается использованием соотношения (1.42). Они определяются следующим образом:

$$\text{„классический“ случай: } \bar{t} - t_0 \gg T^* \gg T; \quad (1.43)$$

$$\text{„современный“ случай: } T \gg \bar{t} - t_0 \gg T^*. \quad (1.44)$$

«Классический» случай, справедливый для времен, столь больших, что переходный отклик каждого диполя затухает до нуля, обсуждался в предыдущем параграфе, хотя и в другом аспекте. Легко показать, что подход, связанный с «площадью» импульса, дает те же результаты. Поэтому мы сосредоточим

внимание на «современном» случае Рассмотрим столь короткие времена свободных осцилляций  $\bar{t} - t_0$ , что отклик ни одного из диполей еще не исчезнет (т. е.  $\bar{t} - t_0 \ll T$ ). Однако вследствие расфазировки диполей, возникающей за счет неоднородного уширения, макроскопическая поляризация полностью затухнет, если  $\bar{t} - t_0 \gg T^*$ .

Выражение (1.41), которое описывает изменение площади импульса с расстоянием, упрощается, если учесть, что два последних слагаемых при  $\bar{t} - t_0 \ll T$  взаимно уничтожаются. Это можно проверить, интегрируя уравнение (1.18б) для  $v(t, z; 0)$  в пределах короткого времени и используя представление

$$\frac{1}{T} \frac{v(\bar{t}, z; \Delta)}{\Delta'^2 + T^{-2}} = \pi \delta(\Delta') v(\bar{t}, z; 0), \quad (1.45)$$

справедливое, если функция  $T^{-1}[\Delta'^2 + T^{-2}]^{-1}$  имеет при интегрировании по  $\Delta'$  наиболее острый максимум. Последнее действительно имеет место с учетом неравенств (1.44).

Вычисление оставшегося члена в правой части (1.41) требует определенной аккуратности. Выписанный полностью с использованием  $\Delta'u$  из (1.42), этот член имеет вид

$$\int d\Delta' \frac{\Delta'^2 g(\Delta')}{\Delta'^2 + T^{-2}} \left[ u_0 \frac{\cos \Delta'(\bar{t} - t_0)}{\Delta'} - v_0 \frac{\sin \Delta'(\bar{t} - t_0)}{\Delta'} \right] e^{-(\bar{t} - t_0)/T}. \quad (1.46)$$

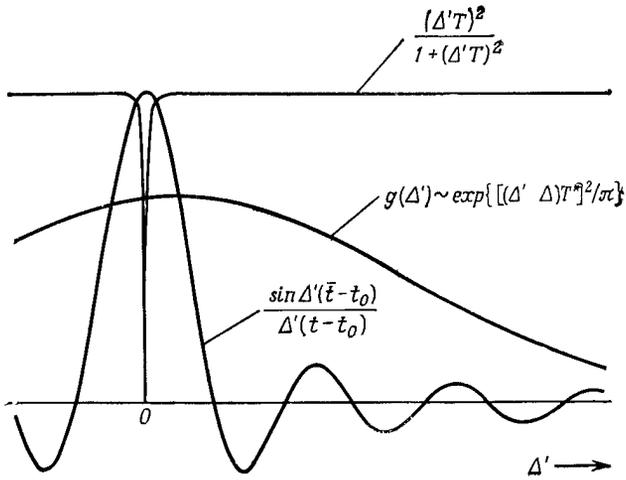
В пределе  $\bar{t} - t_0 \gg T^*$  тригонометрические функции достаточно быстро осциллируют, так что отличный от нуля вклад в интеграл может вносить лишь область вблизи  $\Delta' = 0$ . Второе слагаемое в (1.46) имеет хорошо известное формальное представление

$$\frac{\sin \Delta'(\bar{t} - t_0)}{\Delta'} \rightarrow \pi \delta(\Delta').$$

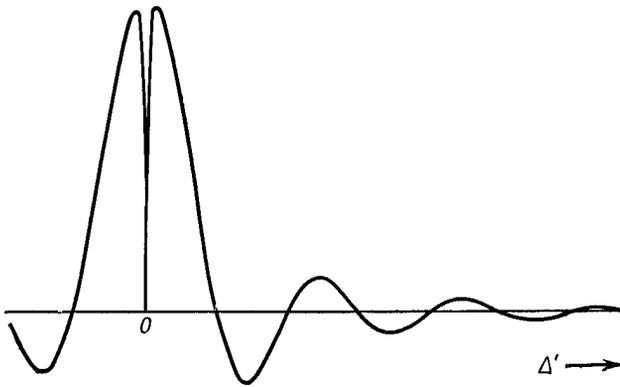
На первый взгляд может показаться, что указанное слагаемое вообще не дает вклада, так как  $\Delta'^2 \delta(\Delta') \equiv 0$ . Однако поскольку  $T \gg \bar{t} - t_0$ , функция  $\Delta'^2[\Delta'^2 + T^{-2}]^{-1}$  близка к нулю лишь в очень малой окрестности точки  $\Delta' = 0$ , и связанными с этим эффектами можно пренебречь. Итак,

$$\begin{aligned} - \int v_0 g(\Delta') \frac{\Delta'^2}{\Delta'^2 + T^{-2}} \frac{\sin \Delta'(\bar{t} - t_0)}{\Delta'} e^{-(\bar{t} - t_0)/T} d\Delta' = \\ = - \pi g(0) v(t_0, z; 0), \end{aligned} \quad (1.47)$$

где множитель  $\exp[-(\bar{t} - t_0)/T] \approx 1$  и заменен справа единицей. Данный результат, несколько неожиданный с формальной точки зрения, становится очевидным при тщательном учете всех временных неравенств (фиг. 1.3). Вклад первого слагаемого в (1.46) определить проще, и он оказывается равным нулю. Точнее говоря, первый член связан с главной частью интеграла от



*a*



*б*

Фиг 13. Поведение подынтегрального выражения в интеграле (1.47).

*a* — три существенные функции от  $\Delta'$ , *б* — их производные для гауссової линии  $g(\Delta')$  смещенной относительно  $\Delta' = 0$ . Из соотношения спектральных ширин этих трех функций ясно, что представлен «современный» случай  $T > (t - t_0) > T^*$ . Результирующая кривая *б* показывает, что вследствие узости «провала» вблизи  $\Delta' = 0$  он практически не влияет на величину площади под кривой. Поэтому интеграл от произведения пропорционален  $g(0)$ , хотя при  $\Delta' = 0$  подынтегральное выражение равно нулю.

$g(\Delta')/\Delta'$ , и потому он, грубо говоря, в  $T^*/T$  раз меньше, чем второе слагаемое [т. е. (1.47)], и им можно пренебречь.

Используя еще раз уравнение (1.186) для времен, коротких по сравнению с  $T$ , получаем следующий результат:

$$v(t_0, z; 0) = -A(t_0, z), \quad (1.48)$$

который связывает площадь импульса с резонансной диссипативной частью амплитуды диполя. Поскольку  $A(\vec{t}, z) \equiv A(t_0, z)$  [ведь  $\mathcal{E}(t, z) = 0$  для  $t > t_0$ ], можно записать (1.41) в виде

$$2K \frac{\partial}{\partial z} A(\vec{t}, z) = -k^2 \frac{\omega_p^2}{2\omega} \pi g(0) A(\vec{t}, z). \quad (1.49)$$

Соотношение (1.49) выражает классическую «теорему площадей».

Из «теоремы площадей» вытекают два важных следствия. Во-первых, видно экспоненциальное затухание  $A$  с расстоянием  $z$  по закону Бера

$$A(\vec{t}, z) = A(\vec{t}, z_0) e^{-1/2\alpha_k(z-z_0)}. \quad (1.50)$$

Это согласуется с (1.34б) и (1.36) в том же пределе  $T \gg T^*$ , как и ранее. Новым моментом является, однако, то, что результат не зависит от временной формы импульса конечной длительности, в то время как ранее предполагалось, что  $\mathcal{E}$  не меняется во времени. Во-вторых, поле теряет энергию в процессе распространения даже при отсутствии взаимодействия с диссипативной системой. Действительно, из (1.49) ясно, что, даже если скорость релаксации каждого диполя равна нулю ( $T = \infty$ ), диэлектрик тем не менее ослабляет поле, проходящее через него. Физическая причина этого уже отмечалась: диполи возбуждаются прошедшим импульсом за счет его энергии и затем осциллируют с частотой поля. Однако, после того как импульс прошел, восстанавливаются собственные колебания. В итоге в течение времени  $T^*$  диполи полностью расфазированы друг относительно друга и могут создавать лишь весьма малую макроскопическую удельную поляризацию. Диполи могут обмениваться друг с другом накопленной энергией, но возвращение энергии от системы диполей к полю уже невозможно.

Существование большого разрыва между  $T$  и  $T^*$ , который, например, в разреженных парах щелочных металлов составляет около 100 нс, стимулировало постановку в последнее десятилетие множества остроумных квантовооптических экспериментов по использованию энергии, накопленной как описано выше. Первым примером этого рода служит фотонное эхо. Наблюдались и другие эффекты: оптическая нутация, затухание свободной по-

ляризации, самоиндуцированная прозрачность, оптическая адиабатическая инверсия и др. Все эти эффекты обсуждаются в последующих главах.

### § 8. АНОМАЛЬНОЕ КЛАССИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ

Чтобы полностью оценить важность открытий, сделанных в последнее время в квантовой оптике, целесообразно указать на их неожиданно широкую применимость в классической области. В предыдущем параграфе мы выяснили условия, при которых «площадь» электрического поля уменьшается экспоненциально. Было бы неправильно полагать, что и энергия распространяющегося поля также затухает экспоненциально. Этот вопрос был изучен в работах [6, 7]. Дело в том, что изменение фазы электрического поля на  $\pi$  приводит к изменению знака огибающей  $\mathcal{E}$ . В результате интеграл от  $\mathcal{E}$ , т. е. площадь импульса, может оказаться равным нулю или очень малым, а энергия импульса, пропорциональная  $\mathcal{E}^2$ , — значительной.

Рассмотрение такого «аномального поглощения» для классических диэлектриков производится без особого труда. Используемые ранее обозначения мы слегка обобщим, чтобы учесть изменения фазы для огибающей. С этой целью здесь будем рассматривать огибающую как комплексную функцию

$$\mathcal{E}(t, z) = |\mathcal{E}(t, z)| e^{i\varphi(t, z)}. \quad (1.51)$$

Считая модуль и фазу гладкими функциями в пространстве и во времени, запишем электрическое поле в виде

$$E(t, z) = 2 \operatorname{Re} [\mathcal{E}(t, z) e^{i(\omega t - kz)}], \quad (1.52)$$

который является простым обобщением выражения (1.31). Отметим, что в экспоненте фигурирует волновой вектор  $k = \omega/c$  в вакууме, а не  $K$ . Истинное мгновенное значение волнового вектора здесь равно  $k - \partial\varphi/\partial z$ .

Уравнения, описывающие диполи, а также волновое уравнение Максвелла удобно представить в комплексной форме, используя комплексную амплитуду диполя

$$r = u + iv, \quad (1.53)$$

вместо  $u$  и  $v$  по отдельности. При этом уравнения движения (1.18а) и (1.18б) для дипольного момента объединяются в одно

$$\frac{\partial}{\partial t} r(t, z; \Delta) = \left( i\Delta - \frac{1}{T} \right) r(t, z; \Delta) - i\kappa \mathcal{E}(t, z), \quad (1.54)$$

и то же самое относится к укороченным уравнениям Максвелла (1.32а) и (1.32б):

$$-2ik \left[ \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial ct} \right] \mathcal{E}(t, z) = -2\pi k^2 \mathcal{N} e x_0 \times \\ \times \int d\Delta' g(\Delta') r(t, z; \Delta'). \quad (1.55)$$

Слагаемые, содержащие производные высших порядков от медленно меняющихся величин, опущены [см. неравенства (1.33)]

Простейший способ отыскания самосогласованного решения связанных уравнений для  $r(t, z; \Delta)$  и  $\mathcal{E}(t, z)$  состоит в предположении об одинаковой временной зависимости величин  $r$  и  $\mathcal{E}$ :

$$r(t, z; \Delta) = r(v, z; \Delta) e^{i\nu t}, \quad (1.56a)$$

$$\mathcal{E}(t, z) = e(v, z) e^{i\nu t} \quad (1.56b)$$

и подстановке этих выражений в уравнения (1.54) и (1.55). Исключая затем  $r$ , получаем дифференциальное уравнение первого порядка для  $e(v, z)$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} - i \frac{\nu}{c} + \mathcal{A}(\nu) \right] e(v, z) = 0. \quad (1.57)$$

Здесь

$$\mathcal{A}(\nu) = i \frac{\omega_p^2}{4} \int d\Delta' \frac{g(\Delta')}{\Delta' - \nu + i/T}. \quad (1.58)$$

Если для простоты считать, что функция  $g(\Delta')$  имеет лоренцеву форму с полушириной  $1/T^*$  и центрирована при расстройке  $\Delta' = \Delta$ , то выражение (1.58) упрощается:

$$\mathcal{A}(\nu) = \frac{\omega_p^2}{4} \frac{1}{1/\mathcal{T} - i(\Delta - \nu)}. \quad (1.59)$$

Как и в (1.28), через  $1/\mathcal{T} = 1/T + 1/T^*$  обозначена полная скорость затухания поляризации, близкая к полной эффективной ширине линии.

Решение для огибающей поля имеет простой экспоненциальный вид

$$e(v, z) = e(v, 0) e^{-i[\nu/c - i\mathcal{A}(\nu)]z}. \quad (1.60)$$

Важнее, однако, то, что линейность уравнений (1.54) и (1.55) позволяет сконструировать общее решение для  $\mathcal{E}(t, z)$  путем суммирования решений вида (1.60) с разными частотами  $\nu$ . Другими словами, если рассматривает  $e(v, 0)$  как фурье-компоненту поля при  $z = 0$ ,

$$e(v, 0) = \frac{1}{2\pi} \int dt' \mathcal{E}(t', 0) e^{-i\nu t'}, \quad (1.61)$$

то для поля получается следующее выражение:

$$\mathcal{E}(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int dv \int dt' \mathcal{E}(t', 0) e^{iv(t-t')} e^{-i(v-\mathcal{A})z/c}, \quad (1.62)$$

которое совпадает, по существу, с выражением, найденным впервые Криспом [6] при изучении импульсов с очень малой площадью, распространяющихся в квантовых поглотителях.

Характер поглощения импульса, описываемого фурье-преобразованием (1.62), зависит от соотношения между его длительностью  $\tau$  и временем  $\mathcal{T}$ . Поскольку  $1/\tau$  служит мерой спектральной ширины импульса, максимальные частоты, которые еще дают вклад в фурье-преобразование, будут порядка  $1/\tau$ . Следовательно, в «классическом» случае, когда  $\tau \gg \mathcal{T}$ , для всех существенных частот выполняется соотношение  $v\mathcal{T} \ll 1$ . При этом в хорошем приближении можно пренебречь зависимостью величины  $\mathcal{A}$  от  $v$  и положить  $\mathcal{A}(v) \approx \mathcal{A}_0$ , где

$$\mathcal{A}_0 \equiv i \frac{\omega_p^2}{4c} \frac{1}{\Delta + i/\mathcal{T}} \quad (1.63)$$

и не зависит от  $v$ . Результирующая огибающая

$$\mathcal{E}(t, z) = \mathcal{E}\left(t - \frac{z}{c}, 0\right) e^{-\mathcal{A}_0 z} \quad (1.64)$$

распространяется со скоростью света в вакууме, не меняя первоначальной формы, но затухая по закону Бера соответственно фактору  $\exp[-\mathcal{A}_0 z]$ .

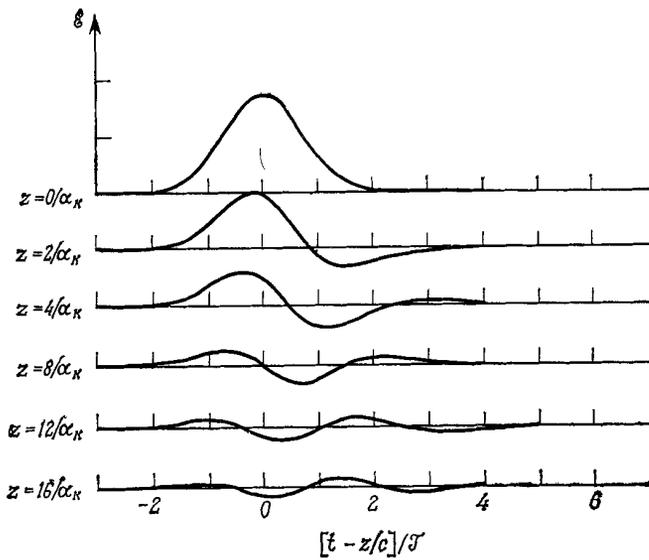
В чисто монохроматическом пределе неограниченно длинного импульса, когда  $e(v, 0) = \mathcal{E}_0 \delta(v - \omega)$ , выражение (1.64), как нетрудно показать, полностью эквивалентно (1.36). Соответствующая огибающей (1.64) комплексная диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega} \frac{1}{\Delta + i/\mathcal{T}} \quad (1.65)$$

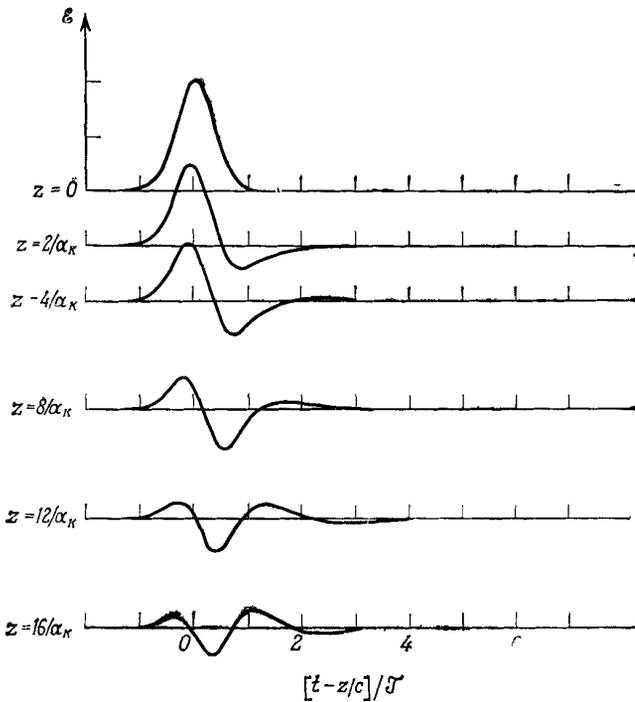
идентична (1.37а) при той же лоренцевой функции расстройки  $g(\Delta')$ . Очевидно, что для «классического» предела длинного импульса в его поведении нет никаких аномалий.

Хорошо выраженные аномалии возникают, однако, для импульсов, которые удовлетворяют «сверхсовременному» пределу  $\tau \leq \mathcal{T}$ , т. е. для импульсов короче обоих времен релаксации  $T$  и  $T^*$ . На фиг. 1.4 и 1.5 показаны заимствованные у Криспа [6] результаты численного интегрирования (1.62) в случае гауссовых входных импульсов

$$\mathcal{E}(t, 0) = \mathcal{E}_0 e^{-4t^2/\tau^2}$$

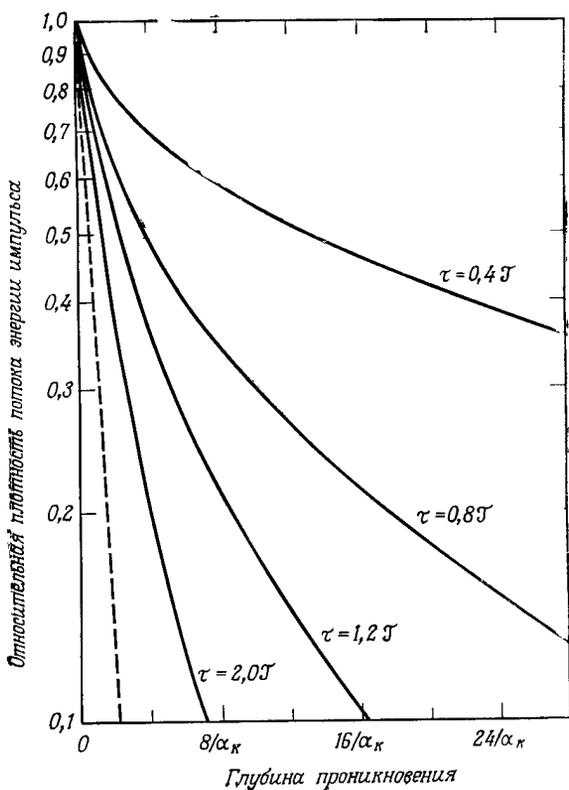


Фиг. 14. Распространение гауссова импульса с длительностью  $\tau = 2\mathcal{T}$  [6].  
 Глубина проникновения  $z$  измерена в длинах поглощения  $\alpha_K^{-1}$ , отвечающих закону Бера



Фиг. 15. Распространение гауссова импульса с длительностью  $\tau = \mathcal{T}$  [6].  
 Глубина проникновения  $z$  измерена в длинах поглощения  $\alpha_K^{-1}$ , отвечающих закону Бера.

с различными длительностями импульса  $\tau$ . Видно, что быстро развивающиеся отрицательные части огибающей  $\mathcal{E}(t, z)$  сводят площадь импульса до нуля. Однако, как ясно из фиг. 1.6, соответствующее поглощение энергии происходит гораздо медленнее.



Фиг. 1.6. Зависимость плотности потока энергии от глубины проникновения в поглотитель для гауссовых импульсов с различными длительностями  $\tau$  [6].

Наиболее простой способ объяснения этих аномалий заключается в следующем. Отклонения в поглощении энергии от закона Бера имеют место только для импульсов короче  $\mathcal{T}$ . Спектральные ширины таких импульсов превосходят полную ширину  $1/\mathcal{T}$  линии поглощения диэлектрика. Следовательно, большая часть энергии импульса сосредоточена в тех областях спектра, где нет поглощения. Именно за счет этих спектральных крыльев импульс может распространяться на большие расстояния. В этом

нет, конечно, никакого противоречия с законом Бера. Просто закон Бера с коэффициентом поглощения

$$\alpha_n = \frac{\omega_p^2 \mathcal{T}}{2c}$$

неприменим, если ширина линии поглощения  $1/\mathcal{T}$  уже спектральной ширины импульса. В квантовой области ситуация существенно иная. Здесь значительные отклонения от закона Бера имеют место даже для длинных импульсов, спектры которых лежат полностью внутри линии поглощения диэлектрика. Квантовое рассмотрение закона Бера и распространения импульса будет дано в гл. 4.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Lorentz H A, The Theory of Electrons, New York 1952, Ch 4 (См перевод Г. А. Лоренц Теория электронов, Гостехиздат 1956)
- 2 Born M, Wolf E, Principles of Optics, Elmsford N Y, 1970, 4th ed (См перевод М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики изд во «Наука», 1970)
- 3 Rabi I I, Phys Rev, 51, 652 (1937)
- 4 Hahn E L, Phys Rev, 77, 297 (1950)
- 5 Brewer R G, Shoemaker R L, Phys Rev, A6, 2001 (1972)
- 6 Crisp M D, Phys Rev, A1, 1604 (1970)
- 7 Hopf F A, Lamb G L Jr, Rhodes C K, Scully M O, Phys Rev A3, 758 (1971)
- 8\* Абрагам А. Ядерный магнетизм ИЛ 1963
- 9\* Хохлов Р В, Радиотехн и электр, 6, 917 (1961)
- 10\* Солюян С И, Хохлов Р В, ЖЭТФ 41, 534 (1961)
- 11\* Солюян С И, Хохлов Р В, Вестн МГУ, № 3, 52 (1961)
- 12\* Ахманов С А, Хохлов Р В, Проблемы нелинейной оптики Изд во АН СССР 1964
- 13\* Бломберген Н. Нелинейная оптика, изд во «Мир», 1966
- 14\* Ландсберг Г С. Оптика, Гостехиздат, 1952

# ОПТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ БЛОХА

### § 1. ВВЕДЕНИЕ

Точное описание взаимодействия ансамбля атомов со светом, конечно, невозможно. Более того, нельзя точно описать взаимодействие со светом даже одного атома. В данной главе сформулированы основные приближения, которые затем неоднократно используются в гл. 3—6. Главное приближение следующее: оптическое поле излучения почти монохроматично, а его частота близка к одной из частот атомных переходов. Двухуровневый атом — естественный продукт этих предположений.

Двухуровневый атом является, по сути, объектом того же рода, что и частица со спином  $1/2$  в магнитном поле. Основные динамические уравнения, которые следуют из уравнения Шредингера и описывают эволюцию переменных двухуровневого атома, практически совпадают с уравнениями, описывающими спины. Отсюда следует также, что формализм Блоха для вектора спина, развитый применительно к магнитному резонансу, может быть непосредственно перенесен на задачи оптического резонанса. Чтобы облегчить это, мы введем, как обычно, вспомогательный вектор фиктивного электрического спина, или вектор псевдоспина, компоненты которого связаны с дипольным моментом и инверсией атома. Временная эволюция этого вектора определяется уравнением Шредингера. Уравнения, которым подчиняются его компоненты, часто называют оптическими уравнениями Блоха.

Помимо приближения двухуровневого атома, мы будем использовать и другие приближения, типа обычно применяемых в теории магнитного резонанса. Наиболее распространенное из них — приближение вращающейся волны (ПВВ). Привлекательность ПВВ состоит в возможности пренебречь весьма сложными эффектами в динамике псевдоспина, которые связаны с осцилляциями на удвоенной оптической частоте. Эти очень быстрые осцилляции могут привести к секулярным эффектам, которые, по крайней мере, в принципе наблюдаемы. Мы кратко обсудим наиболее важный из них — частотный сдвиг Блоха — Сигерта и по-

кажем, что его роль в оптическом резонансе пренебрежимо мала.

Двухуровневый атом обладает важной особенностью — у него единственная резонансная частота, как у классического гармонического осциллятора. И экспериментальные факты свидетельствуют о том, что во многих случаях атомы ведут себя подобно гармоническим осцилляторам. В сущности, на этом зиждется вся классическая теория дисперсии. В § 4 и 5 данной главы мы покажем, что единственное качественное различие между взаимодействием излучения с двухуровневым атомом и с классическим гармоническим осциллятором заключается в том, что классический дипольный момент непосредственно взаимодействует с напряженностью электрического поля, в то время как атомный дипольный момент связан с полем параметрически. В последнем случае параметром связи является степень возбуждения атома относительно нижайшего уровня. В обычных условиях, когда степень возбуждения невелика, квантовомеханический атом подчиняется уравнениям движения, которые полностью совпадают с классическими.

## § 2. РЕАЛЬНЫЕ АТОМЫ И ДВУХУРОВНЕВЫЙ АТОМ

Энергетические уровни реального атома зависят от взаимодействия различных его электронов. Число электронов в атоме определяет его спектроскопические термы и соответствующие правила отбора, которые указывают, между какими уровнями возможны излучательные переходы. Обычно очень трудно вычислять абсолютные значения энергии этих уровней, и тем не менее для многих реальных атомов относительно расположение энергетических уровней в пределах определенного терма согласуется с предсказаниями теории. Например, для  $4F$ -терма интервалы между уровнями с  $J = 9/2, 7/2, 5/2$  и  $3/2$  относятся как  $9/2 : 7/2 : 5/2$ , если этот терм является идеальным примером  $LS$ -связи.

Мы не имеем возможности излагать здесь в деталях теорию атомных структур (по этому вопросу имеется обширная литература; см., например, [1, 10\*]), однако учет реальной энергетической структуры имеет первостепенное значение при анализе когерентных оптических взаимодействий. Для многих целей идеально подходил бы атом, обладающий только двумя энергетическими уровнями. Хотя такие атомы в действительности не существуют, для многих когерентных резонансных взаимодействий существенны лишь два из всех атомных уровней. Поэтому двухуровневая идеализация является зачастую хорошим первым приближением. В связи с этим целесообразно напомнить сначала

главные структурные характеристики простых атомов, чтобы заложить основу и выяснить возможные ограничения двухуровневого приближения. Для простоты мы рассмотрим атомы со связью Рассела — Саундерса.

Каждому электрону в атоме соответствуют квантовые числа  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$  и  $m_s$ . Некоторые группы электронов вследствие принципа Паули образуют замкнутые оболочки, отвечающие терму  $^1S_0$ , для которого  $L = 0$ ,  $S = 0$  и  $J = 0$ . Электроны вне этих оболочек, называемые валентными, образуют, взаимодействуя, множество термов, которые отвечают различным значениям  $L$  и  $S$ , получаемым путем векторного суммирования отдельных величин  $l_i$  и  $s_i$  для каждого из валентных электронов.

В качестве примера рассмотрим натрий, в спектре которого имеются характерные  $D$ -линии, известные не только спектроскопистам, но и всем физикам. Натрий имеет замкнутую оболочку  $1s^22s^22p^6$  и один валентный электрон, наиболее сильно связанный в атоме состояние которого есть  $3s$ . Уже небольшие порции энергии переводят его в состояния  $4s$ ,  $5s$ , ..., или  $3p$ ,  $4p$ , ..., или  $3d$ ,  $4d$ , ... . Уровни энергии этого электрона имеют дублетную структуру, которая отвечает ориентации его спина «вверх» или «вниз». Основное состояние натрия отвечает терму  $^2S_{1/2}$ , в то время как  $3p$ -электрон порождает уровни  $3p^2P_{1/2}$  и  $3p^2P_{3/2}$ . Разрешенные электрические дипольные переходы  $3p^2P_{3/2} - 3s^2S_{1/2}$  и  $3p^2P_{1/2} - 3s^2S_{1/2}$  отвечают  $D$ -линиям натрия с длинами волн 5890 и 5896 Å соответственно.

В нулевом приближении спектр поглощения в области  $D$ -линий имеет вид двух бесконечно узких линий, отстоящих друг от друга на 6 Å. Но, разумеется, каждая реальная линия не является бесконечно узкой. Всякая линия излучения или поглощения атома имеет конечную ширину вследствие конечности естественного радиационного времени жизни. Эффекты типа столкновений дополнительно укорачивают время жизни возбужденного состояния и тем самым еще больше уширяют линию. Следовательно, каждому переходу можно поставить в соответствие время жизни  $T'_2$  и однородную ширину линии  $\delta\omega_0 \sim 1/T'_2$ . Величина  $T'_2$  является аналогом времени  $T$ , которое использовалось в предыдущей главе. Причина введения штриха и индекса 2 станет ясна позднее.

Столкновения обычно важнее, нежели чисто радиационные эффекты, и в разреженном газе с плотностью  $10^{10} - 10^{13}$  атом/см<sup>3</sup> столкновительное время (т. е. время жизни, обусловленное столкновениями) порядка  $10^{-7}$  с. Спектральная линия имеет лорен-

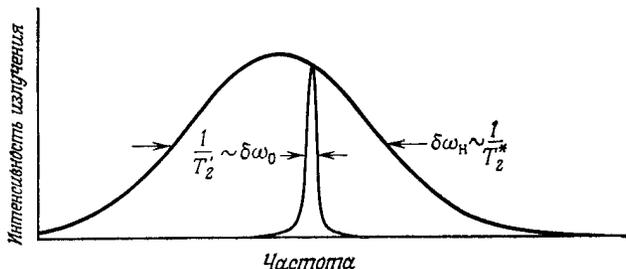
<sup>1)</sup> Здесь и далее употребляются общепринятые обозначения спектроскопических термов и одноэлектронных состояний в атомах (см. например, [1, 10\*]). — Прим. ред.

цеву форму и однородную ширину  $\delta\omega_0$  порядка  $10^8$  Гц. Соответствующая ширина в длинах волн равна

$$\delta\lambda_0 = \lambda \frac{\delta\omega_0}{\omega} \sim 10^{-3} \text{ \AA} \quad (2.1)$$

и, очевидно, очень мала по сравнению с разностью  $\lambda_{D_1} - \lambda_{D_2} \sim 6 \text{ \AA}$ .

Поскольку скорость каждого атома не меняется между столкновениями, лоренцева линия его излучения центрирована на определенной частоте  $\omega_0$ , которая, вообще говоря, отличается от



Фиг. 2.1. Кривая Лоренца, показывающая ширину линии, связанную с однородным радиационным и столкновительным затуханием для атомов газа.

Вследствие распределения скоростей атомов по Максвеллу — Больцману и эффекта Доплера результирующее распределение — гауссово и отвечает частотному диапазону, ширина которого гораздо больше ширины отдельной лоренцевой линии. Таким образом, при нормальных температурах и давлениях линии излучения и поглощения в газах обладают почти чисто неоднородным уширением, поэтому на фигуре  $\delta\omega_n \gg \delta\omega_0$ .

средней для всех атомов частоты перехода  $\bar{\omega}_0$ , потому что составляющая скорости атома  $v_z$  вдоль волнового вектора поля  $\mathbf{k} = \mathbf{z}(\omega/c)$  ( $|\mathbf{z}| = 1$ ), вообще говоря, отлична от нуля (эффект Доплера):

$$\omega_0 = \bar{\omega}_0 - \bar{\omega}_0 \left( \frac{v_z}{c} \right). \quad (2.2)$$

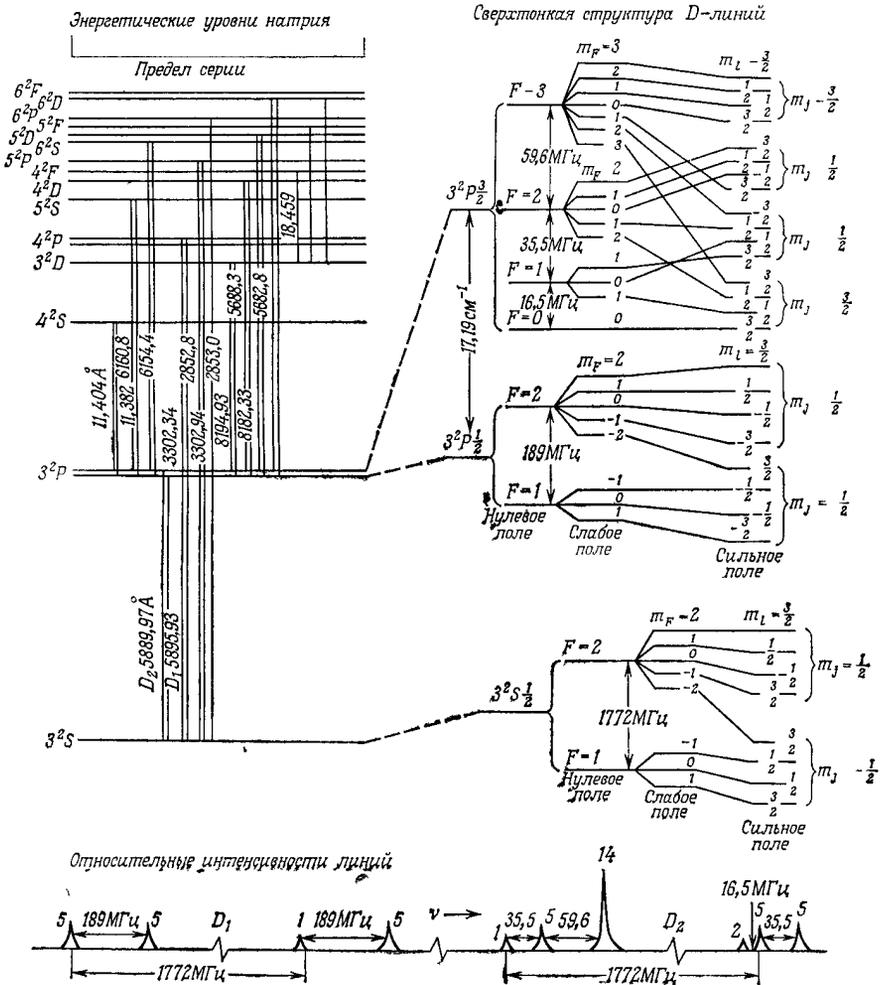
Если принять распределение Максвелла — Больцмана по скоростям, то ширина на полувысоте распределения центральных частот равна

$$\delta\omega_0 = 2\omega (2 \ln 2)^{1/2} \left( \frac{kT}{Mc^2} \right)^{1/2}, \quad (2.3)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура и  $M$  — масса одного атома газа. Результирующая форма спектральной линии гауссова, поскольку распределение скоростей является гауссовым. Сказанное иллюстрируется фиг. 2.1. Спектральное уширение, обусловленное эффектом Доплера, является неоднородным; в дальнейшем доплеровскую ширину обозначим через  $\delta\omega_n$ . В разреженных газах обычно  $\delta\omega_n$  много больше столкновительной ширины:

$$\delta\omega_n \sim 10 \text{ ГГц} \gg \delta\omega_0 \sim 100 \text{ МГц}. \quad (2.4)$$

Однако соответствующая неоднородная ширина в длинах волн все еще очень мала по сравнению с 6 Å. Следовательно, D-линии натрия могут быть порознь в резонансе или вне резонанса с при-



Фиг. 2.2. Немного упрощенная диаграмма энергетических уровней натрия. Сверхтонкая структура, связанная с D-линиями, изображена не в масштабе (в увеличенном виде)

ложенным полем, если только спектр поля не перекрывает обеих линий. Для когерентных квазимонохроматических полей только субпикосекундные импульсы имеют столь большую спектральную ширину.

Само собой разумеется, что наше рассмотрение приближенное. Ведь структура каждой из  $D$ -линий сложна, поскольку ядро атома натрия обладает спином  $I = 3/2$ . Ядерный спин складывается с моментом  $J$  для электрона, что приводит к сверхтонкой структуре. Уровни последней обозначаются через  $F$ , где  $F$  — векторная сумма величин  $J$  и  $I$ , и каждый  $F$ -уровень сам  $(2F + 1)$ -кратно вырожден. Это вырождение можно снять, приложив магнитное поле. Результирующая диаграмма энергетических уровней, соответствующая термам  $3p^2P$  и  $3s^2S$ , показана на фиг. 2.2.

Даже если магнитное поле отсутствует и уровни сверхтонкой структуры остаются вырожденными, двухуровневое приближение для атома натрия годится не при любых характеристиках возбуждающего импульса. Например, если речь идет об оптическом эксперименте с переходом между уровнем  $3p^2P_{3/2}$  ( $F = 2$ ) и основным состоянием  $3s^2S_{1/2}$  ( $F = 1$ ), то следует обеспечить, чтобы спектр оптического импульса не захватывал уровень  $3s^2S_{1/2}$  ( $F = 2$ ) или  $3p^2P_{3/2}$  ( $F = 1$ ). Следовательно, спектр должен быть уже чем 35,5 МГц. Это означает, что длительность импульса должна превышать примерно  $3 \cdot 10^{-8}$  с. С другой стороны, для того чтобы отсутствовали некогерентные возмущения, она должна быть меньше среднего времени свободного пробега атома, которое имеет порядок  $10^{-7}$  с.

Если такой импульс имеется [2] и его центральная частота находится в резонансе с переходом  $3p^2P_{3/2}$  ( $F = 2$ ) —  $3s^2S_{1/2}$  ( $F = 1$ ), то при анализе его взаимодействия с атомом последний можно считать двухуровневым. Но даже в такой ситуации (мы увидим это на примере самоиндуцированной прозрачности в § 2 и 3 гл. 5) магнитное вырождение следует принимать во внимание. Уместно также отметить, что детали когерентного взаимодействия по-прежнему могут зависеть от диссипативных процессов типа распада путем разрешенного спонтанного перехода с уровня  $3p^2P_{3/2}$  ( $F = 2$ ) на уровень  $3s^2S_{1/2}$  ( $F = 2$ ), который обуславливает дополнительный механизм обеднения верхнего уровня. Конечно, сверхтонкая структура имеется не у всех элементов, однако изложенные общие условия в любом случае будут служить основой для решения вопроса о том, можно ли в данном конкретном эксперименте считать атом двухуровневым.

### § 3. ДВУХУРОВНЕВЫЕ АТОМЫ И ПОЛУКЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

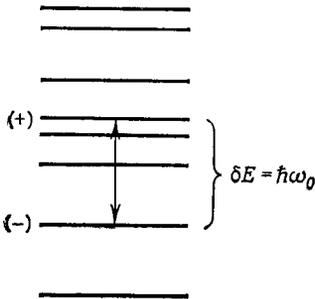
Полуклассическая теория взаимодействия излучения с веществом предшествует квантовой электродинамике. В резонансной квантовой оптике обычно используется полуклассическая теория. В данном параграфе мы сформулируем полуклассическую

теорию применительно к радиационным взаимодействиям изолированного двухуровневого атома

Интересующие нас электродипольные переходы атома, взаимодействующего с полем, можно описать следующим гамильтонианом:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{H}_A - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_0). \quad (2.5)$$

Здесь  $\mathbf{d}$  — оператор дипольного момента атома, а  $\mathbf{E}(\mathbf{r}_0)$  — оператор электрического поля в точке  $\mathbf{r}_0$  нахождения диполя. Конкретизация невозмущенной полем системы не требуется. Ее гамильтониан  $\hat{H}_A$  обладает некоторым дискретным спектром, часть которого схематически показана на фиг. 2.3. (Мы и далее будем отмечать «шляпкой»  $\wedge$  операторы.)



Фиг. 2.3. Энергетические уровни атома.

Показаны два уровня, связанные квазирезонансным переходом

Пусть имеется квазимонохроматическое электрическое поле, частота которого близка к частоте перехода, связывающего два энергетических уровня атома с энергиями  $W_+$  и  $W_-$  [они обозначены на фиг. 2.3 соответственно как  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$ ]. Принадлежащие этим энергиям собственные функции оператора  $\hat{H}_A$  обозначим через  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$ .

Нас будут интересовать только переходы между состояниями  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$ , поэтому достаточно рассматривать двумерное гильбертово пространство, натянутое на эти векторы. Укажем матричные элементы соответствующих атомных операторов:

$$\begin{aligned} \langle + | \hat{H}_A | + \rangle &= W_+, & \langle - | \hat{H}_A | - \rangle &= W_-, \\ \langle + | \hat{H}_A | - \rangle &= 0, & \langle - | \hat{H}_A | + \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

и

$$\begin{aligned} \langle + | \hat{\mathbf{d}} | + \rangle &= 0, & \langle - | \hat{\mathbf{d}} | - \rangle &= 0, \\ \langle + | \hat{\mathbf{d}} | - \rangle &= d_{+-}, & \langle - | \hat{\mathbf{d}} | + \rangle &= (d_{+-})^*. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Оператор  $\hat{H}_A$  не имеет недиагональных элементов, так как состояния  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  суть его собственные функции. С другой стороны, у оператора  $\hat{\mathbf{d}}$  диагональные элементы равны нулю, поскольку этот оператор нечетен, а состояния  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  считаются имеющими определенную четность. Для примера найдем матричные элементы  $d_{+-}$  в простом частном случае. Выберем в качестве  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  состояния (211) и (100) атома водорода [ука-

заны тройки квантовых чисел  $(n, l, m_l)$ . Тогда в координатном представлении элемент  $\mathbf{d}_{+-}$  имеет вид

$$\mathbf{d}_{+-} = \int \Psi_{211}^*(\mathbf{r}) e\hat{\mathbf{r}} \Psi_{100}(\mathbf{r}) d^3r. \quad (2.3)$$

Его можно представить как произведение радиального и углового интегралов. Если использовать известные функции состояний  $\Psi_{211}$  и  $\Psi_{100}$  для водорода, то указанные интегралы примут вид

$$\text{Радиальный интеграл} = \int \frac{1}{(2a_0^2)^{1/2}} e^{-r/2a_0} [er] \frac{2r}{a_0 \sqrt{3}} e^{-r/a_0} r^2 dr, \quad (2.9)$$

Угловой интеграл =

$$= \int Y_{11}^*(\theta, \varphi) (\mathbf{x} \sin \theta \cos \varphi + \mathbf{y} \sin \theta \sin \varphi + \mathbf{z} \cos \theta) Y_{00}(\theta, \varphi) d\Omega. \quad (2.10)$$

Оба интеграла легко вычисляются (это может быть проделано многими способами) и дают при перемножении

$$\mathbf{d}_{+-} = -\frac{2^7}{3^5} ea_0 (\mathbf{x} - i\mathbf{y}), \quad (2.11)$$

где  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  — единичные векторы, ортогональные выделенной оси квантования атома  $\mathbf{z}$  и друг другу. Каждая из волновых функций  $\Psi_{211}(\mathbf{r})$  и  $\Psi_{100}(\mathbf{r})$  определена, как известно, с точностью до произвольной постоянной фазы, поэтому и матричный элемент  $\mathbf{d}_{+-}$  имеет такую же неопределенность.

В общем случае дипольные матричные элементы являются комплексными векторами

$$\mathbf{d}_{+-} = \mathbf{d}_r + i\mathbf{d}_i, \quad \mathbf{d}_{-+} = \mathbf{d}_r - i\mathbf{d}_i, \quad (2.12)$$

где  $\mathbf{d}_r$  и  $\mathbf{d}_i$  — вещественные векторы, свои в каждом конкретном случае. Для приведенного выше примера

$$\mathbf{d}_r = -\frac{2^7}{3^5} ea_0 \mathbf{x}$$

и

$$\mathbf{d}_i = \frac{2^7}{3^5} ea_0 \mathbf{y}.$$

Эрмитов оператор  $\hat{\mathbf{d}}$  можно всегда представить как недиагональную матрицу в двумерном пространстве, обладающую матричными элементами (2.12):

$$\hat{\mathbf{d}} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{d}_r + i\mathbf{d}_i \\ \mathbf{d}_r - i\mathbf{d}_i & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Здесь целесообразно использовать известные двумерные матрицы Паули  $\hat{\sigma}_{1,2,3}$  [11\*]. Тогда оператор дипольного момента

запишется как

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}_r \hat{\sigma}_1 - \mathbf{d}_i \hat{\sigma}_2, \quad (2.14)$$

а оператор  $\hat{H}_A$  как

$$\hat{H}_A = \frac{1}{2}(W_+ + W_-)\hat{I} + \frac{1}{2}(W_+ - W_-)\hat{\sigma}_3, \quad (2.15)$$

где  $\hat{I}$  — единичный  $2 \times 2$ -оператор.

Динамику атома можно описать в представлении Шредингера или Гейзенберга (см. [11\*]). Простота коммутационных соотношений для матриц Паули

$$[\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2] = 2i\hat{\sigma}_3 \text{ и т. д. с циклической перестановкой} \quad (2.16)$$

делает расчет в представлении Гейзенберга в нашем случае исключительно простым. Теорию в представлении Шредингера развивали Фейнман, Вернон и Хелворт [3]. Уравнение Гейзенберга для любого оператора  $\hat{O}$ , не зависящего явно от времени, имеет следующий вид:

$$i\hbar\dot{\hat{O}} = [\hat{O}, \hat{\mathcal{H}}].$$

В нашем случае

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2}(W_+ + W_-)\hat{I} + \frac{1}{2}(W_+ - W_-)\hat{\sigma}_3 - \\ - (\mathbf{d}_r \cdot \hat{\mathbf{E}})\hat{\sigma}_1 + (\mathbf{d}_i \cdot \hat{\mathbf{E}})\hat{\sigma}_2. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Матричные операторы Паули будут удовлетворять в результате следующим трем уравнениям:

$$\dot{\hat{\sigma}}_1(t) = -\omega_0\hat{\sigma}_2(t) + \frac{2}{\hbar}[\mathbf{d}_i \cdot \hat{\mathbf{E}}(t)]\hat{\sigma}_3(t), \quad (2.18a)$$

$$\dot{\hat{\sigma}}_2(t) = \omega_0\hat{\sigma}_1(t) + \frac{2}{\hbar}[\mathbf{d}_r \cdot \hat{\mathbf{E}}(t)]\hat{\sigma}_3(t), \quad (2.18б)$$

$$\dot{\hat{\sigma}}_3(t) = -\frac{2}{\hbar}[\mathbf{d}_i \cdot \hat{\mathbf{E}}(t)]\hat{\sigma}_1(t) - \frac{2}{\hbar}[\mathbf{d}_r \cdot \hat{\mathbf{E}}(t)]\hat{\sigma}_2(t), \quad (2.18в)$$

где

$$\omega_0 = \frac{W_+ - W_-}{\hbar} \quad (2.19)$$

есть частота атомного перехода и оператор электрического поля записан в представлении Гейзенберга.

В рассматриваемом двумерном пространстве выполняются законы сохранения, которые автоматически следуют из свойств матриц Паули. Например,  $\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\sigma}_2^2 = \hat{\sigma}_3^2 = \hat{I}$ . Поучительно проверить, что матрицы Паули, рассматриваемые как зависящие от времени операторы, удовлетворяют им во все моменты времени. Свойства матричных коммутаторов позволяют легко проверить, что  $\hat{\sigma}_1(t)\hat{\sigma}_1(t) + \hat{\sigma}_1(t)\hat{\sigma}_1(t) = 0$ . Следовательно,

$$\frac{d}{dt}\hat{\sigma}_1^2(t) = 0, \text{ и потому } \hat{\sigma}_1^2(t) = \hat{\sigma}_1^2(0) = \hat{I}.$$

Вследствие операторной природы атомных и полевых переменных динамические законы, вытекающие из (2.18), весьма сложны, особенно если учесть к тому же операторные уравнения Максвелла для электрического поля. Общее решение проблемы неизвестно; некоторые частные случаи рассмотрены в гл. 7. Однако для многих приложений весьма полезны родственные уравнения, которые столь же сложны, но все переменные уже не являются операторами. Переход к ним производится в предположении, что квантовые корреляции между полем и атомом несущественны.

Если такими корреляциями можно пренебречь, то средние от произведения операторов типа  $\hat{\mathbf{E}}(t) \hat{\sigma}_3(t)$  факторизуются:

$$\langle \hat{\mathbf{E}}(t) \hat{\sigma}_3(t) \rangle = \langle \hat{\mathbf{E}}(t) \rangle \langle \hat{\sigma}_3(t) \rangle. \quad (2.20)$$

Определим полуклассическую теорию взаимодействия излучения с двухуровневыми атомами как теорию, базирующуюся на последовательном использовании такой факторизации в уравнениях (2.18). Если, кроме того, необходимо привлечь и уравнения Максвелла, чтобы учесть возможное обратное влияние атомов на поле  $\hat{\mathbf{E}}(t)$  путем переизлучения, то в полуклассической теории используются уравнения Максвелла для средних значений поля вместо операторных уравнений Максвелла. Величина  $\langle \hat{\mathbf{E}}(t, \mathbf{r}_0) \rangle$  здесь интерпретируется как чисто классическое электрическое поле. Существенным ограничением такой замены операторов является то, что полуклассическая теория не в состоянии правильно описать спонтанное излучение. Однако многие другие эффекты реакции излучения легко описываются ею (гл. 4).

При замене операторных уравнений (2.18) уравнениями для средних значений удобно ввести обозначение  $s(t) \equiv \langle \hat{\sigma}(t) \rangle$ , или

$$s_i(t) \equiv \langle \hat{\sigma}_i(t) \rangle, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.21)$$

Поскольку вплоть до гл. 7 операторные поля не будут рассматриваться, мы используем ради краткости обозначение  $\mathbf{E}(t, \mathbf{r}_0)$  вместо  $\langle \mathbf{E}(t, \mathbf{r}_0) \rangle$  для среднего значения электрического поля. Уравнения для трех компонент вектора  $\mathbf{s}(t)$  запишутся тогда в виде

$$\dot{s}_1(t) = -\omega_0 s_2(t) + \frac{2}{\hbar} [\mathbf{d}_l \cdot \mathbf{E}(t, \mathbf{r}_0)] s_3(t), \quad (2.22a)$$

$$\dot{s}_2(t) = \omega_0 s_1(t) + \frac{2}{\hbar} [\mathbf{d}_r \cdot \mathbf{E}(t, \mathbf{r}_0)] s_3(t), \quad (2.22б)$$

$$\dot{s}_3(t) = -\frac{2}{\hbar} [\mathbf{d}_l \cdot \mathbf{E}(t, \mathbf{r}_0)] s_1(t) - \frac{2}{\hbar} [\mathbf{d}_r \cdot \mathbf{E}(t, \mathbf{r}_0)] s_2(t). \quad (2.22в)$$

Эти уравнения и описывают взаимодействие двухуровневого атома с электрическим полем в полуклассической теории.

Уравнения (2.22) удовлетворяют закону сохранения, который подобен операторному соотношению  $\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 + \hat{\sigma}_3^2 = 3 \times \hat{I}$ . Умножая средние значения  $s_1, s_2, s_3$  соответственно на  $s_1, s_2, s_3$  и складывая результаты, мы легко покажем, что

$$s_1^2(t) + s_2^2(t) + s_3^2(t) = \text{const.} \quad (2.23)$$

Менее очевидно то, что постоянная здесь равна единице. Чтобы показать это, представим волновую функцию в общем виде

$$|\psi\rangle = a|+\rangle + b|-\rangle, \quad (2.24)$$

т. е. как произвольную суперпозицию состояний  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$ . Тогда, как легко убедиться,

$$s_1(0) = \langle\psi|\hat{\sigma}_1|\psi\rangle = a^*b + ab^*, \quad (2.25a)$$

$$s_2(0) = \langle\psi|\hat{\sigma}_2|\psi\rangle = -i(a^*b - ab^*), \quad (2.25б)$$

$$s_3(0) = \langle\psi|\hat{\sigma}_3|\psi\rangle = |a|^2 - |b|^2 \quad (2.25в)$$

и

$$s_1^2(0) + s_2^2(0) + s_3^2(0) = (|a|^2 + |b|^2)^2.$$

Однако  $|a|^2 + |b|^2 = \langle\psi|\psi\rangle = 1$ , чем и завершается доказательство того, что

$$s_1^2(t) + s_2^2(t) + s_3^2(t) = 1. \quad (2.26)$$

Смысл соотношения (2.26) состоит в сохранении во времени нормировки состояния, т. е. полной вероятности

Напомним физический смысл средних значений  $s_1(t), s_2(t)$  и  $s_3(t)$ . Из (2.21), (2.15) и (2.19) вытекает, что величину  $1/2\hbar\omega_0 s_3(t)$  можно интерпретировать как внутреннюю энергию атома, отсчитанную от средней энергии  $1/2(W_+ + W_-)$  двух рассматриваемых уровней. Обычно  $s_3(t)$  называют инверсией. Для простоты величину  $1/2(W_+ + W_-)$  можно выбрать за начало отсчета энергии и в дальнейшем опустить. Из соотношений же (2.21) и (2.14) вытекает, что величины  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$  связаны с дипольным моментом атома.

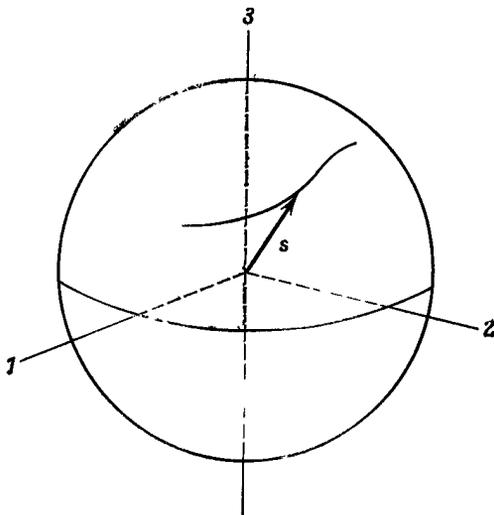
Во многих случаях разумно предположить, что состояния  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  связаны между собой переходом с  $\Delta m = 0$ . При этом удобно подобрать фазы этих состояний так, чтобы вектор  $\mathbf{d}$  был вещественным ( $\mathbf{d}_i = 0$ ); одновременно введем обозначение

$$\frac{2}{\hbar} \mathbf{d}_r \cdot \mathbf{E} \equiv \frac{2d}{\hbar} \mathbf{u}_d \cdot \mathbf{E} \equiv \kappa E, \quad (2.27)$$

т. е. скаляр  $E$  есть компонента поля  $\mathbf{E}$  вдоль единичного вектора  $\mathbf{u}_d$ , а постоянная  $\kappa$  определена тождеством

$$\frac{\hbar\kappa}{2} \equiv d; \quad (2.28)$$

$\mathbf{u}_d$  и  $d$  определяют направление и величину матричного элемента диполя. Переходы с  $\Delta m = \pm 1$  обсуждаются в § 7 гл. 4.



Фиг. 2.4. Вектор псевдоспина  $\mathbf{s}$ , вычерчивающий орбиту на единичной сфере.

Запишем полуклассические уравнения для атома в более простой форме:

$$\dot{s}_1(t) = -\omega_0 s_2(t), \quad (2.29a)$$

$$\dot{s}_2(t) = \omega_0 s_1(t) + \kappa E(t, \mathbf{r}_0) s_3(t), \quad (2.29б)$$

$$\dot{s}_3(t) = -\kappa E(t, \mathbf{r}_0) s_2(t). \quad (2.29в)$$

Результаты нескольких следующих глав базируются главным образом на их использовании. Это электродипольный аналог уравнений, которые описывают прецессию спинов при магнитном резонансе [4, 12\*], поэтому  $\mathbf{s}(t)$  можно назвать электродипольным вектором «псевдоспина»<sup>1)</sup>. Закон сохранения (2.26) означает, что  $\mathbf{s}(t)$  является единичным вектором. Следовательно, при взаимодействии двухуровневого атома с полем конец вектора псевдоспина  $\mathbf{s}(t)$  вычерчивает орбиту на единичной сфере. Часть такой орбиты показана на фиг. 2.4.

<sup>1)</sup> В этой связи употребляется также термин «энергетический спин» [13\*] — Прим ред.

#### § 4. ПРИБЛИЖЕНИЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ВОЛНЫ

Уравнения движения псевдоспина (2 29) можно проанализировать подобно соответствующим уравнениям теории магнитного резонанса [4, 5]. В частности, их можно представить так, как если бы мы имели дело с прецессией твердого тела под действием известного вращающего момента  $\Omega^F$  (индекс  $F$  относится к системе координат, образованной тремя неподвижными единичными векторами  $\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}$ ). Три уравнения (2 29) эквивалентны одному векторному

$$\frac{d}{dt} \mathbf{s}(t) = \Omega^F(t) \times \mathbf{s}(t), \quad (2.30)$$

причем вектор  $\mathbf{s}$  имеет компоненты  $s_1, s_2, s_3$ , а вектор «вращающего момента»  $\Omega^F(t)$  — компоненты

$$\Omega_1^F(t) = -\kappa E, \quad (2.31a)$$

$$\Omega_2^F(t) = 0, \quad (2.31b)$$

$$\Omega_3^F(t) = \omega_0. \quad (2.31в)$$

Ясно, что за прецессию псевдоспина ответственны первая и третья компоненты.

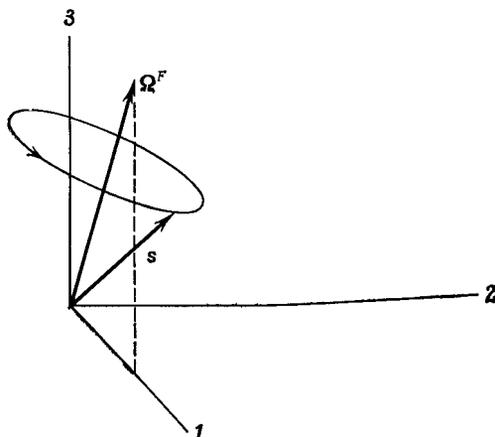
Оценим относительные величины компонент вектора  $\Omega^F$  для типичных значений поля  $E$  и частоты перехода  $\omega_0$ . С этой целью определим напряженность поля, при которой компоненты  $\Omega_{1,3}^F$  будут близки по абсолютной величине:  $\hbar\kappa E \approx \hbar\omega_0$ . Энергия оптических переходов будет порядка 1 эВ. Далее, дипольные моменты оптических переходов обычно не очень сильно отличаются от величины (2.11), поэтому с учетом (2 28) можно приближенно положить  $\hbar\kappa \approx ea_0$ , где  $a_0$  — боровский радиус. Таким образом, приближенное равенство  $\hbar\kappa E \approx \hbar\omega_0$  будет выполнено, если  $E \approx 1 \text{ В}/a_0$ , или  $E \approx 10^8 \text{ В}/\text{см}$ . Столь большие напряженности поля соответствуют плотностям мощности порядка  $10^{15} \text{ Вт}/\text{см}^2$ . Хотя такой уровень мощности и достигим с помощью современных лазеров, он на много порядков выше значений, обычно используемых в резонансных экспериментах.

К тому же в резонансных экспериментах в принципе нельзя использовать внешние поля, удовлетворяющие равенству  $\hbar\kappa E \approx \hbar\omega_0$ . В самом деле, для электродипольных переходов (даже между низко расположенными атомными уровнями) энергии переходов сравнимы с энергией ионизации. Например, для дипольных переходов между наинизшими уровнями, порождающих  $D$ -линии натрия, энергии возбуждения равны около 2 эВ, что составляет, грубо говоря,  $2/5$  энергии ионизации основного состояния  $3s^2S_{1/2}$ . Для водорода соответствующая доля равна  $3/4$ .

Поэтому можно приближенно положить

$$\hbar\omega_0 \approx \frac{e^2}{a},$$

где  $e^2/a$  есть примерно энергия ионизации одиночного валентного электрона на орбите радиусом  $a$  в поле однократно заряженного атомного остова, образованного ядром и электронами внутренних оболочек. В то же время  $\hbar\kappa E \approx eaE$ , поскольку величина



Фиг. 2.5. Прецессия единичного вектора псевдоспина  $s$  вокруг неподвижного вектора вращающего момента  $\Omega^F$ .

$ea$  порядка дипольного момента перехода того же электрона. Итак, соотношение  $\hbar\kappa E \approx \hbar\omega_0$  эквивалентно

$$E \approx \frac{e}{a^2}.$$

Другими словами, внешнее поле, достаточно сильное, чтобы удовлетворить равенству  $\kappa E \approx \omega_0$ , должно быть порядка связывающего поля  $e/a^2$ , которое удерживает электрон на орбите. В присутствии столь сильного внешнего поля атомы могут ионизоваться вместо того, чтобы совершать резонансные переходы. Следовательно, в большинстве практически интересных для нас ситуаций будет выполняться неравенство  $\kappa E \ll \omega_0$ .

Таким образом, вектор «вращающего момента»  $\Omega^F$  почти параллелен оси 3 с малым наклоном в направлении оси 1. Далее, как ясно из (2.30), вектор «псевдоспина» электрического диполя  $s(t)$  прецессирует вокруг момента  $\Omega^F(t)$  (фиг. 2.5). При графическом изображении прецессии на фиг. 2.5 подразумевается, что вектор, вокруг которого она происходит [в данном случае  $\Omega^F(t)$ ], изменяется во времени медленно по сравнению

с прецессирующим вектором  $\mathbf{s}(t)$ . В рассматриваемом случае этого, очевидно, нет. Действительно, компоненты вектора  $\mathbf{s}(t)$  изменяются во времени с частотой  $\omega_0$ , а внешнее поле

$$E(t) = \mathcal{E}(t) [e^{i\omega t} + \text{к. с.}] \quad (2.32)$$

— с частотой  $\omega$ , причем в интересном для нас случае резонанса  $\omega \approx \omega_0$ , так что вектор  $\mathbf{\Omega}^F(t)$  на самом деле изменяется не медленно, а быстро. Итак, фиг. 2.5 неадекватна в нашем случае, потому что «псевдоспин»  $\mathbf{s}(t)$  не успеет сделать полный оборот вокруг вектора «вращающего момента»  $\mathbf{\Omega}^F(t)$ , до того как вектор момента заметно сдвинется.

В теории магнитного резонанса разработан способ упрощения таких ситуаций: от неподвижной системы отсчета переходят к системе, которая вращается с частотой  $\omega$ . При этом число быстро изменяющихся переменных уменьшается, и вновь становится возможным наглядное изображение прецессии. Вектор  $\mathbf{\Omega}^F$  представляется тогда в виде суммы трех «вращающих моментов», один из которых, а именно  $\mathbf{\Omega}^0$ , направлен вдоль оси  $\mathbf{3}$ , а два других, гораздо меньших по величине, лежат строго в плоскости  $\mathbf{1}$ — $\mathbf{2}$ :

$$\mathbf{\Omega}^F = \mathbf{\Omega}^+(t) + \mathbf{\Omega}^-(t) + \mathbf{\Omega}^0, \quad (2.33)$$

где

$$\mathbf{\Omega}^0 = (0, 0, \omega_0), \quad (2.34a)$$

$$\mathbf{\Omega}^+ = (-\kappa\mathcal{E} \cos \omega t, -\kappa\mathcal{E} \sin \omega t, 0), \quad (2.34б)$$

$$\mathbf{\Omega}^- = (-\kappa\mathcal{E} \cos \omega t, +\kappa\mathcal{E} \sin \omega t, 0). \quad (2.34в)$$

Ясно, что с ростом  $t$  вектор  $\mathbf{\Omega}^+$  поворачивается, если смотреть с конца вектора  $\mathbf{3}$ , против часовой стрелки, а  $\mathbf{\Omega}^-$  — по часовой стрелке. Поскольку  $\omega_0 \gg \kappa\mathcal{E}$ , то естественная прецессия вектора  $\mathbf{s}$  происходит в основном вокруг оси  $\mathbf{3}$ . В системе координат, следующей за  $\mathbf{s}$  и вращающейся вокруг оси  $\mathbf{3}$  против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$  (подобно карусели), вектор  $\mathbf{\Omega}^+$  неподвижен, а вектор  $\mathbf{\Omega}^-$  вращается по часовой стрелке с угловой скоростью  $2\omega$ . В такой системе координат воздействие вектора момента  $\mathbf{\Omega}^+$  на спин непрерывно накапливается во времени. Воздействие же момента  $\mathbf{\Omega}^-$  реверсируется с частотой  $10^{15}$ — $10^{16}$  Гц и потому практически незаметно. Приближение «вращающейся волны» (ПВВ) заключается в пренебрежении влиянием вращающего момента  $\mathbf{\Omega}^-$  и замене вектора  $\mathbf{\Omega}^F$  в соответствующих уравнениях движения псевдоспина вектором  $\mathbf{\Omega}^+ + \mathbf{\Omega}^0$ . Тогда

$$\dot{s}_1 = -\omega_0 s_2 - \kappa\mathcal{E} s_3 \sin \omega t,$$

$$\dot{s}_2 = \omega_0 s_1 + \kappa\mathcal{E} s_3 \cos \omega t,$$

$$\dot{s}_3 = -\kappa\mathcal{E} [s_2 \cos \omega t - s_1 \sin \omega t].$$

Что же видит наблюдатель, вращающийся вместе с системой координат? Выяснить это можно по-разному Льюисел [5] применил для этой цели алгебру угловых моментов и квантовую теорию вращения. Другой метод, которым мы и воспользуемся, состоит в переходе при помощи соответствующей матрицы поворота от вектора  $\mathbf{s}$  к новому, квазистационарному вектору  $\rho$  с компонентами  $u, v, w$  во вращающейся системе координат:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t & 0 \\ -\sin \omega t & \cos \omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Уравнения движения для компонент псевдоспина  $\rho$  во вращающейся системе таковы:

$$\dot{u} = -(\omega_0 - \omega)v, \quad (2.36a)$$

$$\dot{v} = (\omega_0 - \omega)u + \kappa \mathcal{E} w, \quad (2.36b)$$

$$\dot{w} = -\kappa \mathcal{E} v. \quad (2.36v)$$

Если ввести во вращающейся системе вращающий момент

$$\mathbf{\Omega} \equiv (-\kappa \mathcal{E}, 0, \omega_0 - \omega), \quad (2.36r)$$

то скалярные уравнения (2.36) можно будет записать в виде единого векторного уравнения

$$\frac{d}{dt} \rho = \mathbf{\Omega} \times \rho. \quad (2.36d)$$

Уравнения (2.36) показывают, что в случае ПБВ во вращающейся системе координат все переменные изменяются во времени медленно, так как  $|\omega_0 - \omega| \ll \omega_0$ .

Физический смысл величин  $u, v$  и  $w$  можно выяснить, проследив их связь с основными операторами гамильтониана. Из результатов § 3 и того, что, согласно (2.35),  $w = s_3$ , вытекает, что величина  $1/2 \hbar \omega_0 w$  есть среднее значение невозмущенной энергии атома. Другими словами,  $w$  есть разность населенностей для одиночного атома<sup>1)</sup>; назовем ее инверсией. Далее, обращая преобразование (2.35), заключаем, что  $u$  и  $-v$  суть синфазная с полем  $E$  и квадратурная (сдвинутая по фазе на  $90^\circ$ ) компоненты атомного дипольного момента, выраженные в единицах момента перехода  $d$ . Уравнение (2.36v) подтверждает такую

<sup>1)</sup> Действительно, средняя энергия двухуровневого атома, отсчитанная от уровня энергии  $(W_+ + W_-)/2$ , есть, очевидно,  $(\hbar \omega_0/2) n'_+ - (\hbar \omega_0/2) n'_- = (\hbar \omega_0/2) (n'_+ - n'_-)$ , где  $n'_+, n'_-$  — населенности соответствующих уровней в расчете на один атом. Населенность уровня для одного атома есть полное число атомов на данном уровне энергии, отнесенное к общему их числу. — *Прим. ред.*

идентификацию, прямо указывая, что  $v$  есть компонента, которая определяет эффективность взаимодействия с полем, ответственного за изменение энергии. Другими словами,  $v$  есть абсорбционная компонента дипольного момента, а  $u$  — дисперсионная<sup>1)</sup>.

Поскольку преобразование (2.35) есть поворот системы координат, длины векторов при таком преобразовании не меняются. Поэтому соотношение (2.26), определяющее закон сохранения вероятности, можно представить в виде

$$u^2(t) + v^2(t) + w^2(t) = 1. \quad (2.37)$$

Легко показать, что это соотношение непосредственно согласуется с уравнениями движения (2.36) для вектора псевдоспина во вращающейся системе координат.

### § 5. АНАЛОГИЯ И РАЗЛИЧИЕ МЕЖДУ КЛАССИЧЕСКИМ И ПОЛУКЛАССИЧЕСКИМ ДИПОЛЬНЫМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ

Для развития физической интуиции полезно отметить сходство полуклассических уравнений во вращающейся системе координат с уравнениями гл. 1 для классического диполя. В частности, если в уравнениях (2.36) положить  $w = -1$ , то уравнения (2.36а) и (2.36б) станут идентичны уравнениям (1.18) для амплитуды классического диполя в отсутствие потерь.

Столь тесная связь между уравнениями квантового и классического диполей очень важна. Поскольку  $w(t)$  — инверсия одиночного атома, равенство  $w(t) \approx -1$  означает, что атом очень близок к своему основному состоянию. Итак, во всех случаях, когда атом практически не возбужден, он должен вести себя классически, подобно осциллятору Лоренца. Это объясняет, почему квантовомеханическая дисперсионная формула Крамерса — Гейзенберга (см. [6]) выглядит в точности, как дисперсионная формула Лоренца. Оптическая дисперсионная формула Крамерса — Гейзенберга найдена с помощью теории возмущения; следовательно, при ее выводе молчаливо принималось, что атомное состояние в задаче о дисперсии всегда близко к начальному состоянию, которым в задаче о дисперсии является, конечно, основное состояние.

Единственное различие между квантовым и классическим диполями связано с постоянной  $\kappa$ . Классическое  $\kappa$ , определенное равенством (1.19), фактически произвольно, так как амплитуда классического осциллятора  $x_0$  не ограничена. В полуклассической же теории постоянная  $\kappa$  определена через матричный эле-

<sup>1)</sup> Употребляются также термины «активная» и «релактивная» составляющие [14\*]. — Прим. ред.

мент атомного диполя  $d$  и потому ограничена. В этом смысле полуклассические уравнения (2.36) служат естественным обобщением чисто классических уравнений: величина  $d$  дает оценку того предельного значения, которое  $ex_0$  может принимать в классической теории, еще до обращения к квантовой теории.

Другое различие квантовой и классической теорий выявляется, если учесть, что величина  $u^2 + v^2$  есть квадрат безразмерной амплитуды дипольного момента в обеих теориях. Но только в квантовой теории существует соотношение

$$u^2 + v^2 = 1 - \omega^2,$$

из которого вытекает, что дипольный момент обращается в нуль при максимальной и минимальной энергиях диполя, когда  $\omega = \pm 1$  соответственно. Наиболее интересные когерентные резонансные эффекты происходят вдали от области применимости классической модели «гармонического осциллятора» для атомов — эффекты, которые наблюдаются при  $\omega$ , существенно отличающемся от  $-1$ .

## § 6. СДВИГ БЛОХА — СИГЕРТА

Рассуждения, которые приводят к приближению вращающейся волны, не вполне безупречны. Ведь, в конце концов, ПВВ — приближенный метод. В 1940 г. Блох и Сигерт показали [7], что вращающийся по часовой стрелке момент  $\Omega^-$ , которым в данном приближении пренебрегают, может привести к сдвигу резонансной частоты диполей. Они впервые нашли поправку к частоте  $\omega_0$ , обусловленную воздействием  $\Omega^-$ . Впоследствии Шерли [8] нашел более полное выражение для этой поправки. Мы следуем изложению Триси [9].

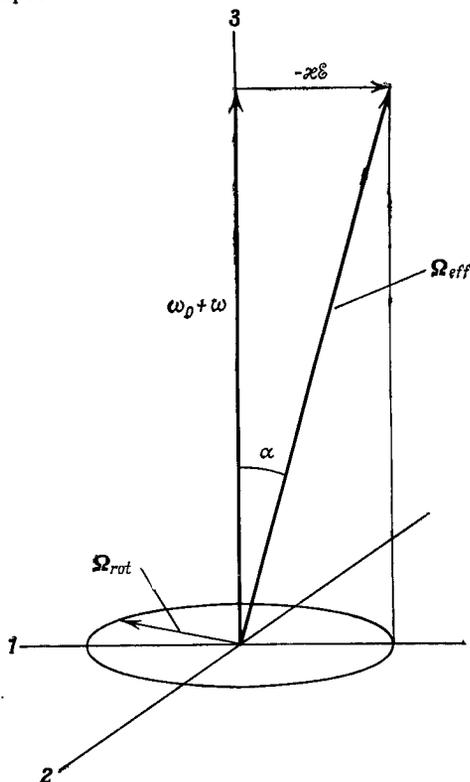
В случае ПВВ точный резонанс между возбуждающим полем и псевдоспином реализуется, когда частота поля  $\omega$  совпадает с частотой спинового перехода  $\omega_0$ . Для уточнения резонансной частоты по сравнению с ПВВ изучим влияние вращающегося момента  $\Omega^-$ . В системе координат, вращающейся против часовой стрелки вокруг оси  $Z$  с частотой  $\omega$ , точный вращающийся момент, включающий  $\Omega^-$ , равен

$$\Omega(+\omega) = [-\kappa\mathcal{E} - \kappa\mathcal{E} \cos 2\omega t, \kappa\mathcal{E} \sin 2\omega t, \omega_0 - \omega]. \quad (2.38)$$

В отличие от ПВВ здесь удержаны величины, осциллирующие с частотой  $2\omega$ ; пренебрежение ими ведет к уравнениям во вращающейся системе координат (2.36). Некоторые простые соображения, связанные с точным выражением для вращающегося момента (2.38), наводят на мысль о том, что возможно приближение, лучшее, чем ПВВ. Например, очевидно, что если частота поля  $\omega$  равна  $1/3\omega_0$ , то естественная прецессия около оси  $Z$ , определяемая постоянной составляющей  $\omega_0 - \omega$  вращающегося момента, будет происходить против часовой стрелки с частотой  $2/3\omega_0$ . В то же время момент  $\Omega^-$  приводит к вращению по часовой стрелке вокруг оси  $Z$  с той же частотой  $2/3\omega_0$ . Поэтому можно ожидать, что существует система координат, в которой собственная прецессия и вращающаяся часть момента имеют не только одинаковые частоты, но и одинаковые направления вращения.

Анализ выражений для компонент (2.38) точного вращающегося момента показывает, что если такая система координат существует, то она должна быть системой координат с вращением по часовой стрелке и  $\omega \approx -\omega_0$ , так как тогда в этой системе координат частота вращающейся части момента  $2\omega$

будет приблизительно равна собственной частоте прецессии  $\omega_0 - \omega \approx 2\omega_0$ . Конечно, в такой системе координат динамика спина будет непривычно сложной, но получение самих резонансных условий может оказаться достаточно простым. Составные части точного вращающего момента в системе координат, вращающейся по часовой стрелке, изображены на фиг. 2.6. Выражение для этого момента, который мы обозначим через  $\Omega(-\omega)$ , можно записать двумя способами:



Фиг. 2.6. Разложение результирующего вектора вращающего момента во вращающейся системе координат на статическую  $\Omega_{eff}$  и вращающуюся  $\Omega_{rot}$  составляющие, причем  $\Omega_{eff} \gg \Omega_{rot}$ .

Система координат вращается с угловой скоростью  $\omega_0$  по часовой стрелке.

частью момента  $\Omega(-\omega)$ . В данном случае у имеется также часть, параллельная  $\mathbf{u}_{eff}$ .

Для удобства можно ввести новые координатные оси вдоль единичных векторов  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$ , определенных так, что  $3' = \mathbf{u}_{eff}$  и  $2' = \mathbf{2}$ . Тогда вектор  $\mathbf{u}_{eff}$  послужит новой полярной осью, а оси  $1'$  и  $2'$  будут перпендикулярны ей; мы получаем

$$\begin{aligned} \Omega_{rot} = & -\kappa\mathcal{E} \sin \alpha \cos 2\omega t \{3'\} - \kappa\mathcal{E} \left( \frac{1 + \cos \alpha}{2} \right) \{1' \cos 2\omega t + 2' \sin 2\omega t\} - \\ & - \kappa\mathcal{E} \left( \frac{1 - \cos \alpha}{2} \right) \{1' \cos 2\omega t + 2' \sin 2\omega t\}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} \Omega(-\omega) = & [-\kappa\mathcal{E} (1 + \cos 2\omega t), \\ & -\kappa\mathcal{E} \sin 2\omega t, \omega_0 + \omega] \end{aligned} \quad (2.39a)$$

или

$$\Omega(-\omega) = \Omega_{eff} + \Omega_{rot}. \quad (2.39b)$$

Выражение (2.39a) показывает, что вращающаяся часть момента  $\Omega(-\omega)$  равна

$$\begin{aligned} \Omega_{rot} = & -1\kappa\mathcal{E} \cos 2\omega t - \\ & -2\kappa\mathcal{E} \sin 2\omega t. \end{aligned} \quad (2.40a)$$

Постоянная часть момента  $\Omega(-\omega)$  образует статический «эффективный» момент

$$\Omega_{eff} = u_{eff} \sqrt{(\kappa\mathcal{E})^2 + (\omega_0 + \omega)^2} \quad (2.40b)$$

Здесь единичный вектор

$$\mathbf{u}_{eff} = -1 \sin \alpha + 3 \cos \alpha, \quad (2.41)$$

а малый угол  $\alpha$  показан на фиг. 2.6.

Чтобы получить условие резонанса, необходимо далее лишь повторить то, что ранее было сделано в связи с выражениями (2.33). Следует расщепить переменное слагаемое  $\Omega_{rot}$  полного момента  $\Omega(-\omega)$  на две части, вращающиеся по направлению и против направления собственной прецессии, которая задается статический, которая задается статический

зависящего от времени момента

где каждая из фигурных скобок содержит единичный вектор. Последние две фигурные скобки представляют возбуждающие моменты перпендикулярные статическому моменту  $\Omega_{eff}$  и вращающиеся вокруг него с частотами  $\pm 2\omega$ . Итак имеются два резонансных условия

$$\pm 2\omega = |\Omega_{eff}| = \sqrt{(\kappa\mathcal{E})^2 + (\omega_0 + \omega)^2}, \quad (2.43)$$

и два решения

$$\omega = \omega_0 \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{\kappa\mathcal{E}}{\omega_0} \right)^2 + \dots \right] \quad (2.44a)$$

и

$$\omega = -\frac{1}{3} \omega_0 \left[ 1 + \frac{3}{4} \left( \frac{\kappa\mathcal{E}}{\omega_0} \right)^2 \right] \quad (2.44b)$$

При обычном условии  $\kappa\mathcal{E} \ll \omega_0$  которое принято нами в этих разложениях первое решение гораздо важнее так как оно соответствует моменту вращающемуся против часовой стрелки т.е. второму члену в выражении (2.42). Отношение амплитуды третьего члена вращающегося по часовой стрелке к амплитуде второго члена, вращающегося против часовой стрелки весьма мало

$$\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \approx \left( \frac{\alpha}{2} \right)^2 \approx \frac{1}{4} \left( \frac{\kappa\mathcal{E}}{\omega_0} \right)^2.$$

Второе решение и третий член в (2.42) соответствуют взаимодействию между атомом и полем на третьей субгармонике

Поправка к  $\omega_0$  в решении (2.44a) известна как сдвиг Блоха — Сигерта

$$\delta\omega_{B-S} = \frac{1}{4} \frac{(\kappa\mathcal{E})^2}{\omega_0}. \quad (2.45)$$

Величина этого сдвига на оптических частотах очень мала. Например  $\pi$  им. пультс длительностью в 1 нс вызывает сдвиг порядка

$$\delta\omega_{B-S} = \sim 10^{-10} \omega_0,$$

слишком малый для наблюдения. Интересно, что сдвиг Блоха — Сигерта представляет собой секулярный эффект, хотя и малый и возникает за счет вращающейся по часовой стрелке части  $\Omega^-$  полного момента  $\Omega^F$  [см выражение (2.33)]

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Woodgate G K, Elementary Atomic Structure, New York, 1970
- 2 Kuhn H G Atomic Spectra, 2nd ed London, 1971
- 3 Hansch T W, Shahin I S, Schawlow A L, Phys Rev Lett 27, 707 (1971)
- 4 Schuda F, Hercher M, Stroud C R Jr, Appl Phys Lett 22, 360 (1973)
- 5 Feynman R P, Vernon F L, Jr, Hellwarth R W, J Appl Phys 28, 49 (1957)
- 6 Bloch F, Phys Rev, 70, 460 (1946)
- 7 Louisell W, Quantum Statistical Properties of Radiation New York 1973, Sec 5.11
- 8 Heitler W, The Quantum Theory of Radiation London, 1954 (См перевод В Гаурлер Квантовая теория излучения ИЛ 1956)
- 9 Bloch F, Siegert A J F, Phys Rev 57, 522 (1940)
- 10 Stevenson A F, Phys Rev 58, 1061 (1940)

8. *Shirley J. H.*, Phys. Rev., **138**, 8979 (1965); см. также в J. Phys., **B6** (August 1973).  
*Cohen-Tannoudji et al.*, J. Phys., **B6** (August 1973).  
*Hannaford et al.*, J. Phys., **B6** (August 1973).  
*Stenholm*, J. Phys., **B6**, (August 1973).
9. *Treacy E. B.*, в книге The Physics of Quantum Electronics, 1969, Optical Sciences Center Technical Report 45, eds. J. B. Mandelbaum, S. F. Jacobs, University of Arizona, 1969, p. 169.
- 10\*. *Собельман И. И.*, Введение в теорию атомных спектров, Физматгиз, 1963.
- 11\*. *Давыдов А. С.*, Квантовая механика, Физматгиз, 1963.
- 12\*. *Абрагам А.*, Ядерный магнетизм, ИЛ, 1963.
- 13\*. *Файн В. М., Ханин Я. И.*, Квантовая радиофизика, изд-во «Сов. радио», 1965.
- 14\*. *Полуэктов И. А., Попов Ю. М., Ройтберг В. С.*, УФН, **114**, 97 (1974).

# ДВУХУРОВНЕВЫЕ АТОМЫ В СТАЦИОНАРНЫХ ПОЛЯХ

### § 1. ВВЕДЕНИЕ

Во многих случаях весьма плодотворным оказывается детальное изучение простейших взаимодействий, поскольку здесь наиболее рельефно выступают основные теоретические закономерности, присущие данному кругу явлений. Поэтому мы посвятим настоящую главу изучению взаимодействий, при которых амплитуда электрического поля постоянна во времени<sup>1)</sup> и в пространстве. При этом мы не накладываем никаких ограничений на величину напряженности поля, допуская, что она может быть очень большой. В рамках такого подхода удастся описать целый ряд классических явлений. В частности, можно без особых трудностей решить уравнения Блоха во вращающейся системе координат, выведенные в гл. 2, и найти осцилляции атомной инверсии при наличии расстройки и уширения, обусловленного интенсивным полем. Они аналогичны осцилляциям в явлениях магнитного резонанса, которые были описаны Раби еще более 30 лет назад.

В § 4 при изучении динамики двухуровневого атома учтены некогерентные взаимодействия, причем они могут быть и неэлектромагнитного происхождения. Это сделано путем введения феноменологических констант релаксации, подобно тому как Блох учел релаксационные эффекты в теории магнитного резонанса. Указанные константы должны учесть влияние столкновений, естественного спонтанного распада и других некогерентных процессов, уширяющих линию.

Решение уравнений Блоха с феноменологическими константами затухания впервые нашел Торри. Мы воспроизведем некоторые частные случаи его результатов и используем их для обсуждения недавних экспериментов по оптической нутации и

---

<sup>1)</sup> Точнее говоря, имеется в виду, что амплитуда электрического поля не зависит от времени на интервале между моментами включения  $t_1$  и выключения  $t_2$  поля (прямоугольные импульсы). В частности, может быть, конечно,  $t_1 = -\infty$ ,  $t_2 = \infty$ , т. е. амплитуда поля постоянна при любых  $t$ . — Прим. ред.

затуханию свободной поляризации. Здесь убедительно подтверждаются основные предсказания Раби об осцилляциях инверсии и их проявлениях.

## § 2. $\pi$ -ИМПУЛЬСЫ

Уже несколько десятилетий назад уравнения движения, выведенные в § 4 гл. 2, использовались для описания важного явления диссипации энергии спином во внешнем высокочастотном поле с постоянной амплитудой. Аналогичный расчет можно провести и для оптических частот, понимая теперь под «спином» вектор Блоха, изображающий двухуровневый атом. Обсудим сначала данное Раби [1] решение уравнений для вектора Блоха, поскольку оно служит простой основой для обобщения в целях учета более сложных взаимодействий, связанных с двухуровневыми атомами в стационарных полях.

Решение Раби выглядит наиболее просто при точном резонансе атома с лазерным полем. В этом случае нужно решать фактически только два из уравнений (2.36). Их решение соответствует вращению вокруг оси  $\mathbf{1}$  во вращающейся системе координат. Введем безразмерную величину  $\theta(t)$ :

$$\theta(t) = \int_{-\infty}^t \kappa \mathcal{E}(t') dt'. \quad (3.1)$$

Тогда решения уравнений (2.36) можно представить в виде

$$u(t; 0) = u_0, \quad (3.2a)$$

$$v(t; 0) = \omega_0 \sin \theta(t) + v_0 \cos \theta(t), \quad (3.2б)$$

$$w(t; 0) = -v_0 \sin \theta(t) + \omega_0 \cos \theta(t), \quad (3.2в)$$

где  $u_0 = u(0; 0)$  и т. д.<sup>1)</sup> Нулевое значение второго аргумента у  $v(t; 0)$  и  $w(t; 0)$  относится к частотной расстройке  $\Delta = \omega_0 - \omega$ . Очевидно, что величину  $\theta(t)$  можно интерпретировать как угол поворота «снизу вверх» вектора  $\rho$  для резонансного атома (фиг. 3.1).

Когда амплитуда приложенного поля отлична от нуля лишь на интервале между моментами времени  $t_1$  и  $t_2$  и равна на нем  $\mathcal{E}_0$ , интеграл (3.1) легко вычисляется:

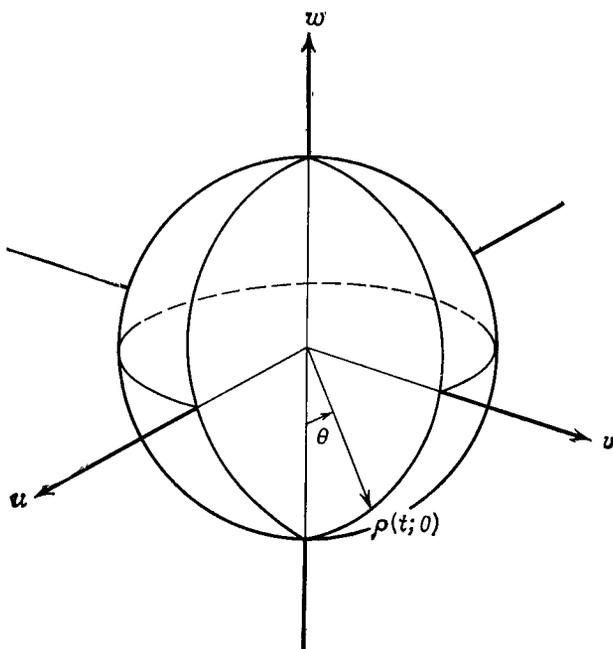
$$\theta = \kappa \mathcal{E}_0 (t_2 - t_1) = \Omega(0) (t_2 - t_1); \quad (3.3)$$

величина  $\Omega(0) = \kappa \mathcal{E}_0$  называется резонансной частотой Раби.

Частота Раби равна скорости, с которой когерентно возбуж-

<sup>1)</sup> Авторы неявно предполагают, что  $\theta(t=0) = 0$ . Практически наиболее важный относящийся сюда случай соответствует включению импульса при  $t \geq 0$ . — *Прим. ред.*

даются переходы между двумя атомными уровнями. Если первоначально атом находился в основном состоянии, так что  $w_0 = -1$  и  $v_0 = 0$ , то, как следует из выражения (3.2в), по истечению времени  $\delta t$ , такого, что  $\kappa \mathcal{E}_0 \delta t = \pi$ , инверсия будет равна



Фиг. 3.1. Вектор Блоха  $\rho(t; 0)$  повернут на угол  $\theta(t)$ , определенный выражением (3.1).

Введение угла  $\theta$  имеет прямой смысл лишь для тех атомов, которые находятся в точном резонансе с полем. Поэтому угол  $\theta$  лежит в плоскости  $v-w$ . Он считается положительным при повороте вокруг оси  $u$  против часовой стрелки.

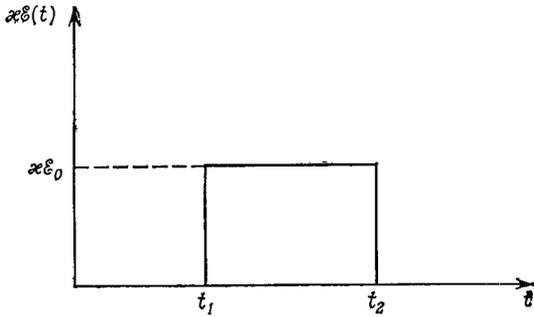
$w = +1$ , т. е. атом окажется в верхнем состоянии. Другими словами, когерентная световая волна в форме прямоугольного импульса, изображенного на фиг. 3.2, точно инвертирует атом из основного состояния, если  $\kappa \mathcal{E}_0(t_2 - t_1) = \pi$ . Такой импульс называют  $\pi$ -импульсом. Этот термин имеет буквальный смысл для истинного спина:  $\pi$ -импульс высокочастотного магнитного поля изменяет ориентацию спина с параллельной по отношению к статическому магнитному полю на противоположную.

Величина  $\kappa \mathcal{E}_0(t_2 - t_1)$ , определяющая полный угол поворота  $\theta$  под действием импульса, в точности равна площади под

кривой на фиг. 3.2 в согласии с определением площади импульса  $A(t)$ , данным в гл. 1,

$$A(t) = \kappa \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(t') dt' = \theta(t), \quad (3.4)$$

которое обобщается теперь на случай, когда  $\kappa$  вводится в квантовой форме. Итак, площадь под огибающей импульса непосредственно связана с наглядным атомным параметром — углом  $\theta$ ,



Фиг. 3.2. Огибающая прямоугольного импульса, умноженная на  $\kappa$ . Площадь под кривой является «площадью импульса»

на который импульс поворачивает вектор Блоха для атомов, находящихся в точном резонансе. Этот факт не только замечателен сам по себе, но и сильно помогает изобразить воздействие импульсов на атомы. Очевидно, что в теории особенно важны резонансные импульсы с площадями  $\pi$ ,  $2\pi$ ,  $3\pi$ , ..., так как они способны инвертировать атомную населенность соответственно 1, 2, 3, ... раз.

Можно привести более общее доказательство того, что решение (3.2) описывает вращение вокруг оси 1. С этой целью представим уравнения (2.36) во вращающейся системе координат как одно эквивалентное векторное уравнение прецессии для вектора  $\rho$ :

$$\frac{d\rho}{dt} = \Omega \times \rho. \quad (3.5)$$

Вектор Блоха  $\rho$  и вращающий момент  $\Omega$  имеют во вращающейся системе координат компоненты

$$\rho = (u, v, w), \quad (3.6)$$

$$\Omega = (-\kappa \mathcal{E}, 0, \Delta). \quad (3.7)$$

Уравнение (3.5) можно записать также в следующем развернутом виде:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta & 0 \\ +\Delta & 0 & \kappa \mathcal{E} \\ 0 & -\kappa \mathcal{E} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

В частном случае атомов, находящихся в точном резонансе,  $\Delta = 0$ , из (3.8) ясно, что прецессия происходит только вокруг оси 1.

### § 3. РЕШЕНИЕ РАБИ

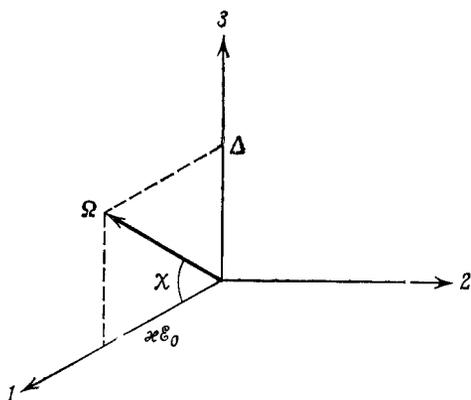
Решением уравнения (3.5) при произвольной расстройке  $\Delta$  также является вращение. Аналитически описать прецессию вокруг  $\Omega$  в наиболее общем случае не удастся. Однако если ограничиться случаем Раби, когда амплитуда  $\mathcal{E}$  равна постоянной величине  $\mathcal{E}_0$ , то решение в аналитическом виде найти нетрудно. Для нерезонансного случая Раби вектор  $\Omega$  во вращающейся системе координат постоянен и расположен в плоскости 1—3 (фиг. 3.3). В этом случае решение уравнений (2.36) или (3.5) выполняется путем двух последовательных поворотов<sup>1)</sup>. Первый — вокруг оси 2 на угол  $\chi$ , показанный на фиг. 3.3, причем

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0}. \quad (3.9)$$

Этот поворот совмещает  $\Omega$  с осью 1. Вектор Блоха  $\rho$ , конечно, тоже изменяется при повороте системы координат, становясь равным  $\rho' = (u', v', w')$ , причем

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \chi & 0 & \sin \chi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \chi & 0 & \cos \chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

<sup>1)</sup> Речь идет фактически о том, чтобы решить уравнение (3.5), выразив компоненты  $u, v, w$  вектора  $\rho$  через его компоненты в системе координат, которая вращается вокруг вектора  $\Omega$  с угловой скоростью  $\Omega(\Delta)$ , численно равной его длине (в этой системе, очевидно,  $\rho = \operatorname{const}$ ). Это можно сделать, совершая последовательно повороты, рассматриваемые в данном параграфе. — Прим. ред.



Фиг. 3.3. Вектор вращающего момента во вращающейся системе координат постоянен и лежит в плоскости 1—3. Угол  $\chi$  определен формулой (3.9).

С учетом этого соотношения уравнение (3.8) можно привести к виду

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Omega(\Delta) \\ 0 & -\Omega(\Delta) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Ясно, что псевдоспин  $\rho'$  прецессирует теперь около новой оси 1 с частотой

$$\Omega(\Delta) = \sqrt{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2}. \quad (3.12)$$

Величина  $\Omega(\Delta)$  есть частота Раби при произвольной расстройке  $\Delta$ . Второй поворот производим вокруг новой оси 1 против часовой стрелки на угол  $-\Omega(\Delta)t$ ; он ведет к системе координат, в которой вектор псевдоспина  $\rho'' = (u'', v'', w'')$  стационарен, причем

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ 0 & -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'' \\ v'' \\ w'' \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Связь вектора  $(u'', v'', w'')$  с вектором  $(u, v, w)$  для произвольного момента времени определяется формулами (3.10) и (3.13). При  $t = 0$  преобразование (3.13) принимает особенно простой вид и вектор  $\rho'' = (u'', v'', w'')$  становится возможным отождествить с начальным вектором Блоха  $(u_0, v_0, w_0)$  [с точностью до преобразования, обратного фигурирующему в (3.10)]:

$$u_0 \equiv u(0; \Delta), \quad v_0 \equiv v(0; \Delta), \quad w_0 \equiv w(0; \Delta).$$

Комбинируя это выражение для вектора  $(u'', v'', w'')$  с уравнениями (3.10) и (3.13), находим искомое решение, связывающее  $(u, v, w)$  и  $(u_0, v_0, w_0)$ :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \chi & 0 & \sin \chi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \chi & 0 & \cos \chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ 0 & -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \cos \chi & 0 & -\sin \chi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \chi & 0 & \cos \chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Фигурирующее здесь произведение преобразований эквивалентно одному очень сложному повороту:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\kappa \mathcal{E}_0)^2 + \Delta^2 \cos \Omega t}{\Omega^2} & -\frac{\Delta}{\Omega} \sin \Omega t & -\frac{\Delta \kappa \mathcal{E}_0}{\Omega^2} (1 - \cos \Omega t) \\ \frac{\Delta}{\Omega} \sin \Omega t & \cos \Omega t & \frac{\kappa \mathcal{E}_0}{\Omega} \sin \Omega t \\ -\frac{\Delta \kappa \mathcal{E}_0}{\Omega^2} (1 - \cos \Omega t) & -\frac{\kappa \mathcal{E}_0}{\Omega} \sin \Omega t & \frac{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2 \cos \Omega t}{\Omega^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Здесь  $\Omega$  — обобщенная частота Раби, определенная формулой (3.12). Можно прямо показать, что соотношение (3.15) описывает вращение, проверив, что длины начального и конечного векторов одинаковы:  $u^2 + v^2 + w^2 = u_0^2 + v_0^2 + w_0^2$ . Целесообразно привести явное выражение для инверсии:

$$\begin{aligned} \omega(t; \Delta) = & -u_0 \frac{\Delta \kappa \mathcal{E}_0}{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} [1 - \cos \sqrt{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} t] - \\ & - v_0 \frac{\kappa \mathcal{E}_0}{\sqrt{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2}} \sin \sqrt{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} t + \\ & + w_0 \frac{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2 \cos \sqrt{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} t}{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Естественно, что в пределе нулевой расстройки  $\Delta \rightarrow 0$  (3.16) переходит в найденное ранее выражение (3.2):

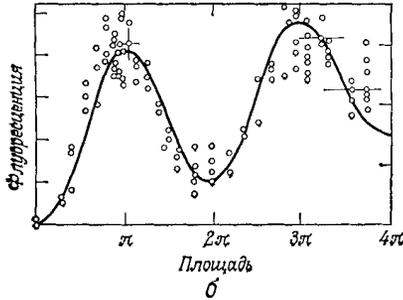
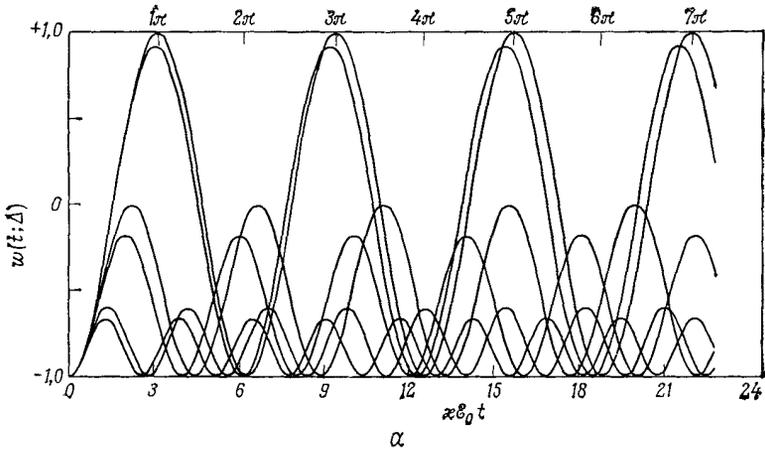
$$\omega(t; 0) = w_0 \cos(\kappa \mathcal{E}_0) t - v_0 \sin(\kappa \mathcal{E}_0) t. \quad (3.17)$$

Обычно инверсию (3.16) конкретизируют для случая атома, который первоначально находился в основном состоянии с  $u_0 = v_0 = 0$  и  $w_0 = -1$ :

$$\omega(t; \Delta) = -1 + \frac{2(\kappa \mathcal{E}_0)^2}{(\kappa \mathcal{E}_0)^2 + \Delta^2} \sin^2 \sqrt{(\kappa \mathcal{E}_0)^2 + \Delta^2} \frac{t}{2}. \quad (3.18)$$

Поведение инверсии при фиксированном  $\kappa \mathcal{E}_0$  для нескольких значений  $\Delta$  изображено на фиг. 3.4. Заметим, что если система достаточно близка к точному резонансу, так что  $\Delta < \kappa \mathcal{E}_0$ , то размах колебаний инверсии оказывается существенным<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Из формулы (3.18) особенно ясен физический смысл частоты Раби  $\Omega(\Delta)$  [см. уравнение (3.12)]: инверсия  $w$  осциллирует во времени, и  $\Omega(\Delta)$  есть частота этих осцилляций. — *Прим. ред.*



Фиг. 3.4. *a* — решение Раби для инверсии как функции времени при различных расстройках.

Наиболее высокая кривая отвечает точному резонансу; кривая, лежащая чуть ниже, — расстройке  $\Delta = -0,2\kappa\xi_0$  ( $\kappa\xi_0$  — резонансная частота Раби). Промежуточная пара кривых соответствует расстройкам  $\kappa\xi_0$  и  $1,2\kappa\xi_0$ . Наконец, для нижней пары кривых  $\Delta = 2,0\kappa\xi_0$  и  $\Delta = 2,2\kappa\xi_0$ . Видно, что изменение расстройки на  $0,2\kappa\xi_0$  сильнее сказывается при больших  $\Delta$ . Так, при  $\kappa\xi_0 t = 5\pi$  кривые нижней пары полностью расфазированы, в то время как кривые верхней пары сдвинуты лишь незначительно. При большом неоднородном уширении ( $1/T_2^* \gg \kappa\xi_0$ ) число атомов, достигающих полной инверсии или осгающихся в фазе друг с другом, относительно невелико. Атомы, находящиеся в точном резонансе, достигают полной инверсии, если площади возбуждающих импульсов равны нечетному числу  $\pi$ , т. е.  $\kappa\xi_0 t = \pi, 3\pi, 5\pi$  и т. д.

*b* — степень инверсии в системе атомов, совершающих осцилляции Раби, определенная по их флуоресценции.

Вспроизведен пример подобного рода, заимствованный из работы Гиббса [14], в котором интенсивность флуоресценции и, следовательно, инверсия сильно зависят от площади входного импульса.

## § 4. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ ЗАТУХАНИЯ

При обсуждении классических проблем, связанных с резонансными взаимодействиями импульса, важную роль играли различные времена релаксации диполя. Их целесообразно вводить и при квантовомеханическом рассмотрении. Это можно сделать почти тем же способом. В отсутствие возбуждающего поля колебания диполя должны затухать. Чтобы отразить это, можно следующим несложным образом модифицировать уравнения для средних значений во вращающейся системе координат:

$$\dot{u} = -\Delta v - \frac{u}{T_2'}, \quad (3.19a)$$

$$\dot{v} = \Delta u - \frac{v}{T_2'} + \kappa \mathcal{E} \omega, \quad (3.19б)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{\omega - \omega_{\text{равн}}}{T_1} - \kappa \mathcal{E} v. \quad (3.19в)$$

Это оптические аналоги полуфеноменологических уравнений, впервые предложенных Блохом [2] для ядерных спинов.

В § 4 гл. 2 уже отмечалось одно различие между уравнениями (3.19) и соответствующими классическими уравнениями (1.18), (1.19)—дополнительная переменная  $\omega$ , имеющая смысл инверсии. Вследствие релаксационных взаимодействий (столкновения в газе, рассеяние фононов в твердом теле и др.), которые возмущают дипольные осцилляции резонансного атома без изменения его энергии, инверсия  $\omega$  может затухать со скоростью, отличной от скорости затухания переменных  $u$  и  $v$ . Это обстоятельство, следуя Блоху, обычно учитывают, приписывая инверсии время затухания  $T_1$ , которое отлично от времени затухания  $T_2'$  для дипольного момента. Кроме того, наличие некогерентной накачки, обусловленной контактом с тепловым резервуаром при конечной температуре, широкополосной лампой-вспышкой, электронным разрядом или другими источниками, может поддерживать определенный уровень инверсии даже в отсутствие резонансного поля  $\mathcal{E}$ . Это учтено введением в уравнение (3.19в) равновесной величины  $\omega_{\text{равн}}$ , к которой релаксирует инверсия при  $\mathcal{E} = 0$ .

В теории магнитного резонанса времена  $T_1$  и  $T_2'$  называют соответственно продольным и поперечным однородными временами жизни, поскольку они определяют затухание компонент магнитного спина, параллельных и перпендикулярных статическому зеемановскому магнитному полю (его обычно считают ориентированным вдоль оси  $z$ ). Штрихованное время  $T_2'$  есть

поперечное время жизни дипольного момента, связанное с некогерентными взаимодействиями, которые однородно воздействуют на все атомы. Сюда относятся столкновения, радиационное затухание, «спиновый» обмен и т. п. Время  $T'_2$  следует отличать от времени жизни, обусловленного неоднородными эффектами, которое обозначим символом  $T_2^*$ . Обычным механизмом возникновения неоднородного времени жизни  $T_2^*$  в газах является эффект Доплера, который определяет для каждого атома индивидуальную эффективную резонансную частоту, зависящую от его скорости. В твердых телах неоднородное уширение связано со случайными полями локальных напряжений. Результирующее случайное распределение резонансных частот и обусловленная этим расфазировка моментов отдельных диполей в макроскопическом ансамбле атомов приводят к затуханию макроскопической поляризации (как и в случае классических осцилляторов) даже в отсутствие однородного затухания  $T_2$ -типа. Выражение

$$\frac{1}{T_2} \equiv \frac{1}{T'_2} + \frac{1}{T_2^*} \quad (3.20)$$

определяет полное поперечное время затухания  $T_2$ . Его классический аналог обозначался в гл. 1 через  $\mathcal{T}$ .

Добавление в уравнения Блоха членов, описывающих затухание, делает эти уравнения значительно более сложными, но в то же время и более реалистичными. В случае стационарного поля ( $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$ ) они остаются линейными уравнениями первого порядка с постоянными коэффициентами и допускают точное решение.

## § 5. РЕШЕНИЯ ТОРРИ

Решение уравнений (3.19) для случая стационарного поля было найдено в 1949 г. Торри [3] с использованием преобразований Лапласа. Оно имеет следующий вид:

$$\Gamma(t) = Ae^{-at} + \left( B \cos st + \frac{C}{s} \sin st \right) e^{-bt} + D, \quad (3.21)$$

где  $\Gamma$  означает  $u$ ,  $v$  или  $w$ . Разным компонентам отвечают различные постоянные коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , в то время как постоянные  $a$ ,  $b$  и  $s$ , зависят только от  $\Delta$ ,  $\kappa\mathcal{E}_0$ ,  $T_1$  и  $T'_2$ . Ясно, что незатухающие решения (3.15) содержатся в (3.21) как частный случай при  $a = b = 0$  и  $A + D = 0$ . Устанавливаемое при больших временах для каждой переменной стационарное

решение  $D$  можно найти, полагая  $\dot{u} = \dot{v} = \dot{w} = 0$  и решая соответствующие алгебраические уравнения. В результате получим

$$u(\infty; \Delta) = -w_{\text{равн}} \frac{(\Delta T'_2)(\kappa \mathcal{E}_0 T'_2)}{1 + (\Delta T'_2)^2 + T_1 T'_2 (\kappa \mathcal{E}_0)^2}, \quad (3.22a)$$

$$v(\infty; \Delta) = w_{\text{равн}} \frac{\kappa \mathcal{E}_0 T'_2}{1 + (\Delta T'_2)^2 + T_1 T'_2 (\kappa \mathcal{E}_0)^2}, \quad (3.22б)$$

$$w(\infty; \Delta) = w_{\text{равн}} \frac{1 + (\Delta T'_2)^2}{1 + (\Delta T'_2)^2 + T_1 T'_2 (\kappa \mathcal{E}_0)^2}. \quad (3.22в)$$

Отметим, что даже при очень больших временах релаксации  $T_1$  и  $T'_2$ , когда говорить об установившихся решениях уже не имеет смысла, сохраняется тем не менее некоторая связь выражений (3.22) с незатухающими решениями (3.15). Именно при  $T_1 = T'_2 = \infty$  и в отсутствие некогерентной накачки (т. е. при  $w_{\text{равн}} = -1$ ) выражения (3.22) совпадают с не зависящими от времени частями решений (3.15), если  $w_0 = -1$  и  $u_0 = v_0 = 0$ .

Установим далее некоторые характерные свойства решений Торри, найдем, в частности, секулярное уравнение, определяющее величины  $a$ ,  $b$  и  $s$ . Использование тождества

$$x(t) = x_0 + \int_0^t dt' \dot{x}(t'), \quad (3.23)$$

где  $x_0 \equiv x(0)$ , естественным образом приводит к преобразованию Лапласа. Обозначим через  $\mathcal{L}_\lambda[x]$  преобразование Лапласа от  $x(t)$  с параметром  $\lambda$ :

$$\mathcal{L}_\lambda[x] \equiv \int_0^\infty e^{-\lambda t} x(t) dt.$$

Подставляя сюда вместо  $x(t)$  выражение (3.23) и пользуясь тем, что  $\mathcal{L}_\lambda[1] = 1/\lambda$ , находим

$$\mathcal{L}_\lambda[x] = \frac{1}{\lambda} x_0 + \int_0^\infty dt e^{-\lambda t} \int_0^t dt' \dot{x}(t').$$

Меняя порядок интегрирований по  $t$  и  $t'$ , преобразуем второе слагаемое к виду

$$\int_0^\infty dt' \dot{x}(t') \int_{t'}^\infty dt e^{-\lambda t} = \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty dt' e^{-\lambda t'} \dot{x}(t'),$$

что есть в точности  $(1/\lambda)\mathcal{L}_\lambda[\dot{x}]$ . Итак, исходное тождество (3.23) эквивалентно следующему соотношению для преобразования Лапласа:

$$\lambda\mathcal{L}_\lambda[x] = x_0 + \mathcal{L}_\lambda[\dot{x}]. \quad (3.24)$$

Если, как в случае уравнений Блоха, речь идет о решении дифференциальных уравнений первого порядка, то тождество (3.24) позволяет свести задачу к алгебраической путем перехода к преобразованию Лапласа.

Подставляя в (3.24) вместо  $x$  поочередно  $u$ ,  $v$  и  $w$  и выражая  $\dot{u}$ ,  $\dot{v}$  и  $\dot{w}$  с помощью (3.19), приходим к трем алгебраическим уравнениям:

$$\lambda\mathcal{L}_\lambda[u] = u_0 - \frac{1}{T_2'}\mathcal{L}_\lambda[u] - \Delta\mathcal{L}_\lambda[v], \quad (3.25a)$$

$$\lambda\mathcal{L}_\lambda[v] = v_0 - \frac{1}{T_2'}\mathcal{L}_\lambda[v] + \Delta\mathcal{L}_\lambda[u] + \kappa\mathcal{E}_0\mathcal{L}_\lambda[w], \quad (3.25б)$$

$$\lambda\mathcal{L}_\lambda[w] = w_0 - \frac{1}{T_1'}\mathcal{L}_\lambda[w] + \frac{1}{T_1'}\frac{\omega_{\text{равн}}}{\lambda} - \kappa\mathcal{E}_0\mathcal{L}_\lambda[v]. \quad (3.25в)$$

Приравнивая нулю определитель системы уравнений (3.25), получаем секулярное уравнение, корни которого являются собственными частотами задачи и определяют кинетические постоянные Торри  $a$ ,  $b$  и  $s$ .

Секулярное уравнение имеет следующий вид:

$$\left(\lambda + \frac{1}{T_2'}\right) \left[ \left(\lambda + \frac{1}{T_2'}\right) \left(\lambda + \frac{1}{T_1'}\right) + (\kappa\mathcal{E}_0)^2 \right] + \Delta^2 \left(\lambda + \frac{1}{T_1'}\right) = 0. \quad (3.26)$$

В общем случае разложение на множители здесь невозможно и приходится решать кубическое уравнение.

Однако ситуация упрощается в следующих трех случаях, проанализированных Торри:

1. *Сильное влияние столкновений.* Если столкновения вызывают одновременно и сбой фазы диполей, и затухание энергии, то следует положить  $T_1' = T_2'$ . При этом корни уравнения (3.26) таковы:

$$\lambda = -\frac{1}{T_2'}, \quad -\frac{1}{T_2'} \pm i\sqrt{\Delta^2 + (\kappa\mathcal{E}_0)^2}.$$

В результате для величин  $a$ ,  $b$  и  $s$ , фигурирующих в (3.21), пользуясь известными свойствами преобразования Лапласа, получаем

$$a = b = \frac{1}{T_2'},$$

$$s = \sqrt{\Delta^2 + (\kappa\mathcal{E}_0)^2}.$$

Этот случай детально исследовался также Джейнсом [4], который использовал метод двумерных матриц, сильно упрощающий расчеты.

2. *Точный резонанс.* Если расстройка  $\Delta = 0$ , то кубическое уравнение (3.26) имеет следующие корни:

$$\lambda = -\frac{1}{T'_2}, \quad -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T'_2} \right) \pm i \sqrt{(\kappa \mathcal{E}_0)^2 - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T'_2} \right)^2}.$$

Отсюда вытекает, что

$$a = \frac{1}{T'_2}, \quad b = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T'_2} \right)$$

и

$$s = \sqrt{(\kappa \mathcal{E}_0)^2 - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T'_2} \right)^2}.$$

3. *Сильное внешнее поле.* Если внешнее поле достаточно сильное, так что  $\kappa \mathcal{E}_0 T'_2 \gg 1$ , то выполняется также неравенство  $\kappa \mathcal{E}_0 T_1 \gg 1$ <sup>1)</sup> и *a fortiori* справедливо условие  $\kappa \mathcal{E}_0 \gg (1/T'_2 - 1/T_1)$ . Обозначив временно через  $\gamma$  разность поперечной и продольной скоростей затухания,

$$\gamma \equiv \frac{1}{T'_2} - \frac{1}{T_1},$$

перепишем секулярное уравнение (3.26), введя в него  $T'_2$  и  $\gamma$ :

$$\left( \lambda + \frac{1}{T'_2} \right) \left[ \Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2 + \left( \lambda + \frac{1}{T'_2} \right)^2 - \gamma \left( \lambda + \frac{1}{T'_2} \right) \right] = \gamma \Delta^2. \quad (3.27)$$

Если  $\kappa \mathcal{E}_0$  очень велико по сравнению с  $\gamma$ , то (3.27) имеет корни двух видов. Корень первого вида получим, предположив, что величина  $(\lambda + 1/T'_2)^2$  мала по сравнению с  $\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2$ ; при этом уравнение (3.27) естественно преобразовать к виду

$$\lambda + \frac{1}{T'_2} = \frac{\gamma \Delta^2}{[\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2] \left[ 1 + \frac{(\lambda + 1/T'_2) [\lambda + (1/T'_2) - \gamma]}{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} \right]} \quad (3.28)$$

для решения методом итераций Соответствующий корень есть

$$\lambda \approx -\frac{1}{T'_2} + \gamma \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} + O \left[ \left( \frac{\gamma}{\kappa \mathcal{E}_0} \right)^3 \right].$$

Корни второго вида отвечают ситуации, когда величина  $(\lambda + 1/T'_2)^2$  порядка  $\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2$ , но противоположного знака,

<sup>1)</sup> Обычно  $T_1 > T'_2$ . — Прим. ред.

так что квадратная скобка в (3.27) мала и порядка  $\gamma$ . Тогда естественно другое преобразование:

$$\left(\lambda + \frac{1}{T_2'}\right)^2 + \Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2 = \gamma \left(\lambda + \frac{1}{T_2'}\right) \left[1 + \frac{\Delta^2}{(\lambda + 1/T_2')^2}\right].$$

С точностью до членов первого порядка по  $\gamma$  величину  $(\lambda + 1/T_2')^2$  в правой части можно заменить на  $-\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2$ . Это приводит к простому, квадратному уравнению относительно  $\lambda + 1/T_2'$ , решение которого дает второй и третий корень:

$$\lambda = -\frac{1}{T_2'} + \frac{1/2\gamma(\kappa \mathcal{E}_0)^2}{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} \pm i \sqrt{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} + O\left[\left(\frac{\gamma}{\kappa \mathcal{E}_0}\right)^2\right].$$

Итак, в случае сильного когерентного поля, удовлетворяющего условию

$$\kappa \mathcal{E}_0 \gg \gamma = \frac{1}{T_2'} - \frac{1}{T_1},$$

получаем следующие кинетические коэффициенты для решения Торри (3.21):

$$a = \frac{1}{T_2'} - \left(\frac{1}{T_2'} - \frac{1}{T_1}\right) \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} + O\left[\left(\frac{\gamma}{\kappa \mathcal{E}_0}\right)^3\right], \quad (3.29a)$$

$$b = \frac{1}{T_2'} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T_2'} - \frac{1}{T_1}\right) \frac{(\kappa \mathcal{E}_0)^2}{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} + O\left[\left(\frac{\gamma}{\kappa \mathcal{E}_0}\right)^3\right], \quad (3.29б)$$

$$s = \sqrt{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2} + O\left[\left(\frac{\gamma}{\kappa \mathcal{E}_0}\right)^2\right]. \quad (3.29в)$$

Представляет интерес перейти здесь к двум предельным ситуациям, рассмотренным ранее. В пределе сильного влияния столкновений  $\gamma \equiv 0$ , и первые слагаемые выражений для  $a$ ,  $b$  и  $s$  точно совпадают с корнями, найденными в случае 1. Далее, при точном резонансе, когда  $\Delta = 0$ , корни для сильного поля представляют собой начальные члены в разложениях соответствующих точных выражений, найденных в случае 2, по степеням  $\gamma$ .

Торри получил также явные выражения для коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$ , фигурирующих в (3.21). Однако они являются весьма сложными функциями параметров  $\Delta$ ,  $\kappa \mathcal{E}_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2'$  и  $\omega_{\text{равн}}$ , и мы их не будем здесь выписывать. Вместо того чтобы далее исследовать точные решения уравнений Блоха с затуханием, перейдем теперь к обсуждению результатов наблюдения ряда когерентных нестационарных эффектов, существование которых вытекает из решения (3.21).

## § 6. ОПТИЧЕСКАЯ НУТАЦИЯ

Даже в отсутствие затухания движение псевдоспина  $s$  под влиянием вращающего момента  $\Omega^0 + \Omega^+$  оказывается весьма сложным. [Это ясно из решения Раби (3.15) для вектора Блоха  $\rho = (u, v, w)$ , эквивалентного во вращающейся системе координат вектору  $s$ ] Однако вблизи резонанса вектор  $\rho$  совершает движение, которое относительно легко представить наглядно. В пределе  $\Delta \rightarrow 0$  решение (3.15) переходит в (3.2), откуда видно, что резонансные векторы  $\rho$  просто движутся вверх-вниз в плоскости 2—3 с частотой  $\omega \mathcal{E}_0$ . В исходной, невращающейся системе координат этому соответствует быстрая прецессия вектора  $s$  с частотой  $\omega$  вокруг оси 3, на которую накладывается гораздо более медленное движение вверх-вниз. В механике вращающихся волчков медленное движение прецессирующего вектора вверх-вниз называется нутацией.

Спиновая нутация уже давно наблюдалась в магнитном резонансе. Поскольку движение вверх-вниз в каждом периоде нутации частично выводит спин из основного состояния, его поглощательная способность то ослабляется, то восстанавливается с частотой  $\omega \mathcal{E}_0$ . Танг и Статц [5] первыми указали, что этот эффект должен проявляться и в случае оптических импульсов. Они рассуждали следующим образом. Ступенчатый световой импульс, распространяющийся в усиливающей среде, создает осцилляторную модулирующую интенсивности на своем переднем фронте, причем закон затухания соответствующей синусоиды доставляет информацию о процессах релаксации. Для наблюдения эффекта необходимо прежде всего, чтобы частота ожидаемых осцилляций, т. е. частота Раби, была порядка или больше ширины линии перехода.

Чтобы понять физический смысл происходящих при этом процессов, представим себе мощный когерентный световой импульс, который переводит резонансные атомы последовательно из нижнего состояния в когерентное суперпозиционное состояние, затем в верхнее состояние, далее обратно в когерентное суперпозиционное состояние с его большим электрическим дипольным моментом, наконец, вновь в нижнее состояние и т. д. Цикл повторяется, но из-за релаксационных процессов в среде затухает. Осцилляции разности населенностей, вызванные полем, в свою очередь воздействуют на него, что приводит к амплитудной модуляции поля. Нерезонансные атомы фактически не достигают верхнего состояния, но в остальном ведут себя аналогично. Именно такое поведение атомов обсуждалось в § 3 данной главы и было показано на фиг. 3.4. Частота наблюдаемой модуляции есть обобщенная частота Раби, определяемая

формулой (3.12):

$$\Omega(\Delta) = \sqrt{\Delta^2 + (\kappa\mathcal{E})^2}. \quad (3.30)$$

Конечно, необходимо по меньшей мере  $\Omega(\Delta) > 1/T'_2$ , с тем чтобы произошло хотя бы несколько осцилляций, прежде чем данный эффект затухнет. Отсюда легко оценить минимально необходимую величину поля. Кроме того, для наблюдения эффекта длительность импульса должна быть равна хотя бы нескольким периодам  $1/\kappa\mathcal{E}_0$  (т. е. площадь импульса должна во много раз превышать  $\pi$ ).

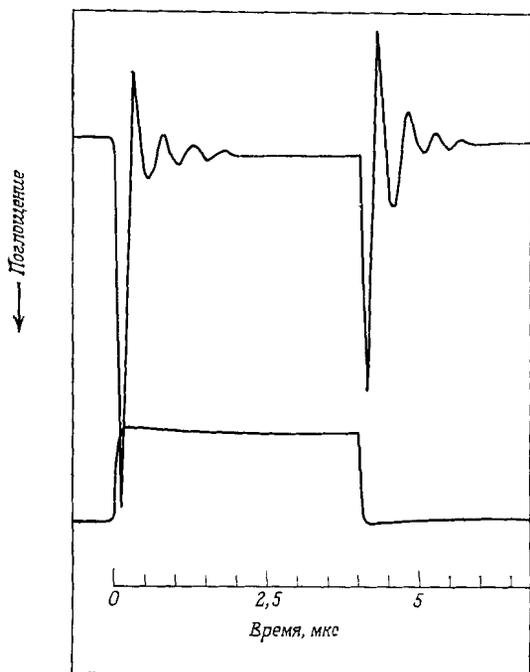
Хоккер и Танг [6] наблюдали оптическую нутацию<sup>1)</sup>, используя полосу поглощения в газообразном SF<sub>6</sub> и импульс от CO<sub>2</sub>-лазера с длиной волны 10,6 мкм. Амплитудная модуляция наблюдалась на переднем фронте импульса при достаточно высоком давлении газа SF<sub>6</sub>. Хотя модуляция не была синусоидальной, необходимый уровень мощности, составлявший около 200 Вт/см<sup>2</sup>, приблизительно согласовывался с теоретической величиной 160 Вт/см<sup>2</sup>. Позже Бруэ и Шумейкер [7], используя непрерывное излучение CO<sub>2</sub>-лазера, а также импульсный сдвиг Штарка для молекулярных переходов в C<sup>13</sup>N<sub>2</sub>F и NH<sub>2</sub>D, наблюдали различные нестационарные когерентные процессы, и в том числе оптическую нутацию.

Методика экспериментов Бруэ и Шумейкера относительно проста. Она применима для наблюдения широкого круга нестационарных процессов при оптическом резонансе, и потому целесообразно обсудить ее детальнее. Эксперимент обычно состоит из трех этапов. На первом этапе непрерывный лазер с очень узкой спектральной линией вызывает насыщение небольшой части неоднородно уширенной атомной линии поглощения. (Явление насыщения будет подробно обсуждаться в гл. 6.) На втором этапе скачкообразно включается постоянное электрическое поле, вызывающее штарковский сдвиг и (или) расщепление резонансной линии. Третий этап состоит в регистрации излучения, испускаемого насыщенным поглотителем со штарковским смещением. Обычно это осуществляется путем наблюдения биений при его смещении с излучением того же узкополосного, непрерывного лазера, который остается включенным на протяжении всего эксперимента.

В любом эксперименте такого типа можно выделить две различные группы молекул, которые играют главную роль. Моле-

<sup>1)</sup> Можно сказать, что оптическая нутация есть наложение колебаний инверсии с частотой Раби  $\Omega(\Delta)$  (3.12) на высокочастотные колебания с частотой внешнего поля  $\omega$ , т. е. модуляция наведенных полей величин (например, атомного дипольного момента) колебаниями инверсии. Хорошее изложение физических аспектов проблемы оптической нутации содержится, например, в обзоре Ораевского [15\*]. — *Прим. ред.*

кулы одной группы первоначально находятся в резонансе и насыщаются лазерным излучением, а затем выводятся из резонанса штарковским полем. Молекулы другой группы, которые первоначально далеки от резонанса и потому не возбуждаются, оказываются в резонансе после штарковского сдвига. Для них дело обстоит так, как если бы включение штарковского поля происходило одновременно с включением лазерного излучения.



Фиг. 3.5. Затухающие колебания оптической нутации, которые наблюдались Бруэ и Шумейкером [7] при включении и выключении штарковского поля.

Эти молекулы начинают, следовательно, поглощать лазерное излучение, а их векторы Блоха начинают вращаться в соответствии с решением Раби (3.15), в котором  $u_0 = v_0 = 0$  и  $\omega_0 = -1$ , поскольку в исходный момент они находились в основном состоянии. Другими словами, векторы Блоха начинают совершать нутацию, которая приводит к модуляции распространяющегося лазерного пучка, как показано на фиг. 3.5. После выключения штарковского поля лазерный пучок остается промодулированным — теперь уже вследствие нутации молекул первой группы, для которых скачкообразно восстанавливается резонанс. Конечно, модуляция, связанная с нутацией, затухает

в обоих случаях, так как однородные времена жизни  $T_1$  и  $T'_2$  ограничивают длительность нутации. Это ясно видно из формулы (3.21). Заключенный в скобки осциллирующий член затухает со скоростью  $b \neq 0$ .

### § 7. ЗАТУХАНИЕ СВОБОДНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Интересна эволюция молекул первой группы после включения штарковского поля. Первоначально они были возбуждены полем непрерывного лазера. С помощью (3.22в) найдем инверсию после длительного воздействия лазера. Если  $T_1 = T'_2$  и  $\omega_{\text{равн}} = -1$ , то инверсия такова:

$$\omega(t \gg T'_2; \Lambda) = - \frac{\Delta^2 + (1/T'_2)^2}{\Delta^2 + (\kappa \mathcal{E}_0)^2 + (1/T'_2)^2}. \quad (3.31)$$

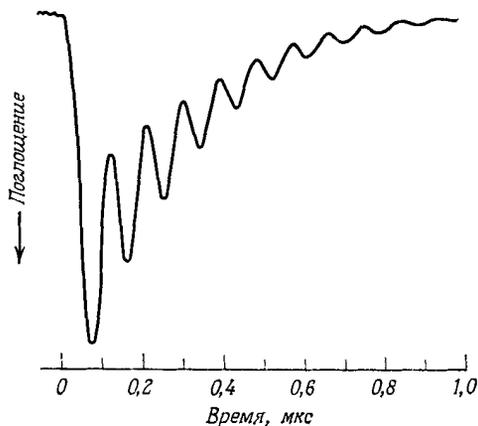
Она может существенно отличаться от  $-1$ , принимая значения, практически равные нулю (фиг. 6.3). Если  $\Delta = 0$  и стационарное лазерное поле  $\mathcal{E}_0$  сильное, то  $\kappa \mathcal{E}_0$  достаточно велико по сравнению с  $1/T'_2$ .

Если эти молекулы отведены штарковским полем достаточно далеко от резонанса, то они начинают свободно излучать внутри полосы частот с центром при  $\omega + \delta\omega_s$ , где  $\omega$  — лазерная частота, а  $\delta\omega_s$  — штарковский сдвиг. Ширина полосы излучения будет той же, что и первоначально созданная лазером ширина области возбуждения, которая гораздо меньше  $1/T_2^*$  и  $[(\kappa \mathcal{E}_0)^2 + (1/T'_2)^2]^{1/2}$ . Если, как в экспериментах Бруэ — Шумейкера, линия поглощения обладает в основном доплеровским уширением и  $\kappa \mathcal{E}_0 \gg 1/T'_2$ , так что возможна нутация, то возбужденная ширина полосы приблизительно равна  $\kappa \mathcal{E}_0$ . Следовательно, длительность сигнала, испускаемого ранее возбужденными молекулами, не будет превышать  $1/\kappa \mathcal{E}_0$ , так как по истечении этого времени молекулярные диполи внутри полосы  $\kappa \mathcal{E}_0$  будут полностью расфазированы и излучение практически прекратится. Такое затухание свободного излучения, обусловленное расфазировкой диполей, как уже отмечалось в гл. 1, называют затуханием свободной поляризации.

Бруэ и Шумейкер наблюдали этот эффект в газе  $\text{NH}_2\text{D}$ . Были обнаружены биения между лазерным и молекулярным излучением с частотой  $\delta\omega_s$ , изображенные на фиг. 3.6. Отметим, что биения затухают приблизительно за то же время, что и полный сигнал. Это согласуется с данным выше объяснением, поскольку затухание полного сигнала связано с модуляцией за счет нутации молекул второй группы, которая также происходит с частотой  $\kappa \mathcal{E}_0$ . Затухание самих биений представляет собой проявление затухания свободной поляризации, которое наблюдалось го-

раздо ранее при излучении магнитного резонанса [8]. И там и здесь причина ее состоит в расфазировке группы свободно прецессирующих диполей. Эта расфазировка происходит быстрее, чем затухания  $T_1$ - и  $T_2'$ -типа. В этом смысле затухание свободной поляризации происходит аномально быстро.

Наконец, отметим, что наличие магнитных аналогий для оптической нутации и для затухания свободной поляризации отнюдь не случайно. Нестационарные когерентные оптические про-



Фиг. 3.6. Затухание оптической свободной поляризации в газе  $\text{NH}_2\text{D}$  на длине волны 10,6 мкм при скачкообразном включении штарковского поля. (Из работы Бруэ и Шумейкера [7].)

цессы вполне аналогичны соответствующим магнитным процессам, поскольку те и другие описываются одинаковыми уравнениями Блоха. Поэтому решения проблемы Раби, полученные Торри [3] и использованные нами в предыдущем параграфе, оказываются адекватными и для оптического резонанса двухуровневых атомов в стационарных насыщающих лазерных полях. Нужно, однако, иметь в виду, что оптический резонанс перестает быть высокочастотной копией магнитного резонанса, когда становятся существенными эффекты *распространения* волн, которые изучаются в следующей главе.

## § 8. АДИАБАТИЧЕСКОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ

Мы уже отмсчали, что введение затухания в уравнения Блоха усложняет их, но одновременно и делает их более реалистичными. В § 5 обсуждались точные решения Торри для случая стационарной огибающей поля. При некоторых условиях можно

отказаться от ограничения, связанного с постоянством амплитуды  $\mathcal{E}$ , и найти приближенные решения для уравнений Блоха с затуханием. Эти решения пригодны, если  $\mathcal{E}$  изменяется достаточно медленно, в известном смысле «адиабатически». Термин «адиабатическое прохождение» можно использовать для описания совокупности соответствующих экспериментальных явлений [9].

Хотя для задачи об адиабатическом прохождении существуют аналитические решения, поучительно использовать сначала векторную модель для оптических уравнений Блоха в отсутствие затухания; это поможет уяснить физику рассматриваемые явления. Уже отмечалось, что при отсутствии потерь оптические уравнения Блоха можно записать в виде одного векторного уравнения [см. (3.5)]:

$$\frac{d\boldsymbol{\rho}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\rho}. \quad (3.32)$$

Здесь  $\boldsymbol{\rho}$  — вектор Блоха:

$$\boldsymbol{\rho} = (u, v, w), \quad (3.33a)$$

а вращающий момент  $\boldsymbol{\Omega}$  имеет компоненты

$$\boldsymbol{\Omega}(t) = (-\kappa\mathcal{E}(t), 0, \Delta). \quad (3.33b)$$

Уравнение прецессии допускает следующую интерпретацию: вектор  $\boldsymbol{\rho}$  прецессирует вокруг вектора вращающего момента с частотой прецессии  $\Omega(\Delta, t) = |\boldsymbol{\Omega}|$ :

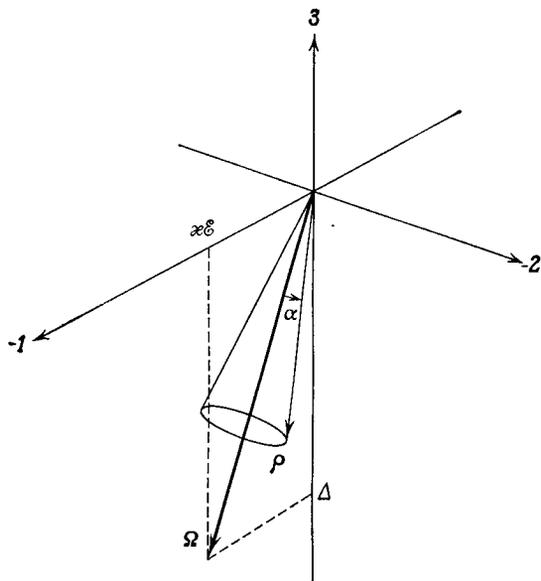
$$\Omega(\Delta, t) = \sqrt{(\kappa\mathcal{E}(t))^2 + \Delta^2}, \quad (3.34)$$

как показано на фиг. 3.7, где для определенности расстройка  $\Delta = \omega_0 - \omega$  выбрана отрицательной. Если расстройка  $|\Delta|$  достаточно велика, скажем порядка нескольких неоднородных ширин линии  $1/T_2^*$ , то в хорошем приближении можно считать, что  $\Omega(\Delta)$  существенно превышает скорость изменения амплитуды  $\mathcal{E}$ . Так, например, для газов при комнатной температуре время  $T_2^*$  порядка 0,1 нс, поэтому только в случае пикосекундных импульсов мы будем иметь дело с когерентными полями, амплитуды которых изменяются за времена порядка  $(1/2 \div 1/10) \cdot T_2^*$ . Конечно, для того чтобы движение вектора  $\boldsymbol{\rho}$  в приложенном поле  $\mathcal{E}(t)$  было когерентной прецессией, длительность полевого воздействия  $\tau$  должна быть малой по сравнению с временами релаксации  $T_1$  и  $T_2'$ , которые опущены в уравнении (3.32). В связи с этим наложим следующие условия на временные параметры задачи:

$$|\Delta|^{-1} < T_2^* < \tau < T_2', T_1. \quad (3.35)$$

Считая импульс плавным, мы приближенно определяем  $\tau$  согласно выражению  $\mathcal{E}/\tau \sim d\mathcal{E}/dt$ .

При выполнении этих условий вектор вращающего момента  $\Omega(t)$  очень медленно изменяет свое направление по сравнению со скоростью  $|\Omega|$  прецессии вектора  $\rho$  вокруг  $\Omega$ . Можно сказать, что при этом вектор Блоха будет адиабатически следовать за  $\Omega(t)$ . Если до прихода импульса резонансные атомы находились



Фиг. 3.7. Прецессия вектора Блоха  $\rho$  в узком конусе около вектора вращающего момента  $\Omega$  во вращающейся системе координат.

в своих основных состояниях, то вектор  $\rho$  для них будет направлен вниз, в отрицательном направлении оси 3. Поскольку расстройка  $|\Delta|$  по предположению велика, то первоначально вектор  $\Omega$  также почти вертикален. Итак, в хорошем приближении можно считать, что прецессирующий вектор Блоха остается приблизительно параллельным вращающему моменту  $\Omega$ , когда  $\Omega$  движется адиабатически. Малость угла  $\alpha$  на фиг. 3.7 позволяет провести простой геометрический расчет компонент вектора Блоха. В пределе  $\alpha = 0$  легко находим

$$u = \frac{-\kappa\mathcal{E}}{\sqrt{(\kappa\mathcal{E})^2 + \Delta^2}}, \quad (3.36a)$$

$$v = 0, \quad (3.36б)$$

$$w = \frac{\Delta}{\sqrt{(\kappa\mathcal{E})^2 + \Delta^2}}. \quad (3.36в)$$

Конечно, вектор  $\rho$  не может быть в точности параллелен вектору  $\Omega$  [хотя это вытекает из уравнений (3.36)], поскольку тогда  $\Omega \times \rho = 0$  и тождественно обращается в нуль производная  $d\rho/dt$ . Основным недостатком чисто геометрической картины адиабатического прохождения состоит в трудности получения конечных поправок порядка  $\alpha$  к решению (3.36б).

Первым примером адиабатического прохождения, который был изучен экспериментально, явилась адиабатическая инверсия, хорошо известная из магнитного резонанса [10]. Трисн [11] обратил внимание на то, что если адиабатически изменять расстройку  $\Delta = \omega_0 - \omega$  от большой отрицательной величины (скажем, от  $\omega \approx \omega_0 + 10/T_2^*$ ) до большой положительной величины (например, до  $\omega \approx \omega_0 - 10/T_2^*$ ), то инверсия  $w$  должна изменяться адиабатически от  $w \approx -1$  до  $w \approx +1$ . Иначе говоря, населенность основного состояния можно было бы адиабатически инвертировать. Расстройка  $\Delta$  меняется во времени, если частота поля  $\omega$  или атомная частота  $\omega_0$  зависит от времени. Недавно Лоу наглядно продемонстрировал оптическую адиабатическую инверсию [12], используя метод Бруэ — Шумейкера для модуляции частоты  $\omega_0$  в парах  $\text{NH}_3$ .

Более обстоятельный и систематический анализ адиабатического прохождения<sup>1)</sup> провел Крисп [13]. Исходя из уравнений Блоха (3.19) с феноменологическими членами затухания, Крисп объединил уравнения для  $u$  и  $v$  подобно тому, как это было сделано в классическом анализе § 7 гл. 1. При этом уравнения Блоха принимают вид

$$\frac{d}{dt}(u - iv) = -\left(\frac{1}{T_2} + i\Delta\right)(u - iv) - i\kappa \mathcal{E} w, \quad (3.37a)$$

$$\frac{d}{dt} w = -\frac{1}{T_1} (w - w_{\text{равн}}) - \kappa \mathcal{E} v. \quad (3.37b)$$

Уравнение (3.37a) является линейным дифференциальным уравнением первого порядка для комплексной дипольной амплитуды  $u - iv$ , и его можно проинтегрировать точно:

$$u(t) - iv(t) = \int_{-\infty}^t [-i\kappa \mathcal{E}(t')] w(t') e^{-[1/T_2 + i\Delta](t-t')} dt'. \quad (3.38)$$

Здесь мы предположили, что при  $t \rightarrow -\infty$  все атомы находились в основных состояниях, т. е.  $w(-\infty) = -1$ , а две другие ком-

<sup>1)</sup> Термин «адиабатическое прохождение», заимствованный из теории магнитного резонанса [10], обусловлен тем, что первичным для данного явления служит достаточно медленное прохождение расстройки  $\Delta$  через резонанс — *Прим ред.*

поненты равнялись нулю:  $u(-\infty) = 0$  и  $v(-\infty) = 0$ . Замена переменной  $s \equiv t - t'$  в (3.38) позволяет упростить решение:

$$u(t) - iv(t) = \int_0^{\infty} [i\kappa \mathcal{E}(t-s)] w(t-s) e^{-[1/T_2' + i\Delta]s} ds. \quad (3.39)$$

Далее используется предположение об адиабатическом прохождении, согласно которому огибающая  $\mathcal{E}(t)$  и компоненты вектора Блоха изменяются медленно за времена порядка  $\Delta^{-1}$ . Разлагая в ряд Тейлора функцию  $\kappa \mathcal{E}(t-s) w(t-s)$ :

$$\kappa \mathcal{E}(t-s) w(t-s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n s^n}{n!} \frac{d^n}{dt^n} [\kappa \mathcal{E}(t) w(t)],$$

Крисп [13] получил следующее выражение для интеграла (3.39):

$$u(t) - iv(t) = \frac{-i}{(1/T_2') + i\Delta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{[(1/T_2') + i\Delta]^n} \frac{d^n}{dt^n} [\kappa \mathcal{E}(t) w(t)]. \quad (3.40)$$

Хотя решение (3.40) найдено только в виде бесконечного ряда, можно думать, что оно окажется весьма полезным. Действительно, если приближение адиабатического прохождения законно, то величина  $\kappa \mathcal{E}(t) w(t)$  очень слабо изменяется за времена порядка  $|(1/T_2') + i\Delta|^{-1}$  и ряд сходится быстро.

В предположении быстрой сходимости адекватное решение для  $u(t)$  и  $v(t)$  имеет вид

$$u(t) - iv(t) = \frac{-i}{(1/T_2') + i\Delta} \left\{ \kappa \mathcal{E}(t) w(t) - \frac{1}{(1/T_2') + i\Delta} \frac{d}{dt} [\kappa \mathcal{E}(t) w(t)] \right\}. \quad (3.41)$$

При большой расстройке, когда величина  $|(1/T_2') + i\Delta|$  достаточно велика, можно удержать в (3.41) только первое слагаемое. Подстановка найденного таким образом выражения для  $v$  в уравнение (3.37б) приводит, как показал Крисп, к хорошо известному скоростному уравнению для инверсии:

$$\dot{w} = -\frac{1}{T_1} (w - w_{\text{равн}}) - \frac{(\kappa \mathcal{E})^2 T_2'}{1 + \Delta T_2'} w. \quad (3.42)$$

Мы вернемся к этому уравнению в гл. 6.

Ближе к резонансу, когда в (3.41) приходится удерживать и второй член, формулы (3.36) для компонент  $u$ ,  $v$  и  $w$ , используемых в векторной модели, получают в два этапа. Сначала используем уравнение (3.37б), которое с учетом неравенств адиа-

батического прохождения (3.35), позволяющих пренебречь слагаемыми, пропорциональными  $1/T_1$ , дает

$$\frac{d}{dt}(\kappa\mathcal{E}w) = -(\kappa\mathcal{E})^2 v + w \frac{d}{dt}(\kappa\mathcal{E}). \quad (3.43)$$

Этот результат вместе с решением (3.41) эквивалентен следующему:

$$u \cong - \left( \frac{\kappa\mathcal{E}}{\Delta} \right) w, \\ v \cong \left[ \frac{d}{dt}(\kappa\mathcal{E}) \right] [\Delta^2 + (\kappa\mathcal{E})^2]^{-1} w,$$

причем мы еще раз использовали неравенства (3.35), чтобы пренебречь  $1/T_2'$  в сравнении с  $\Delta$ . На втором шаге, используя неравенства (3.35), а также полученные выражения для  $u$  и  $v$ , заключаем, что  $u \gg v$  и  $u^2 + v^2 \approx 1$ . Это позволяет найти  $w$ , а затем  $u$  и  $v$ :

$$u = - \frac{\kappa\mathcal{E}}{\sqrt{\Delta^2 + (\kappa\mathcal{E})^2}}, \quad (3.44a)$$

$$v = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + (\kappa\mathcal{E})^2}} \frac{d(\kappa\mathcal{E})/dt}{\Delta^2 + (\kappa\mathcal{E})^2}, \quad (3.44б)$$

$$w = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + (\kappa\mathcal{E})^2}}. \quad (3.44в)$$

Результирующие выражения для  $u$  и  $w$  совпадают с найденными геометрически, а результат для  $v$  является новым. Как показал Гришковский [9], выражение для  $v$  можно получить и из геометрической картины, если первое уравнение Блоха (3.19a) решить относительно  $v$  при  $T_2' \rightarrow \infty$ , а затем использовать геометрический результат (3.36a) для нахождения  $\dot{u}$ .

Если в комплексной амплитуде диполя (3.40) необходимо учитывать члены более высокого порядка, то анализ резко усложняется, поскольку уже нельзя считать, что  $\rho$  адиабатически следует за  $\Omega$ . Адиабатическое прохождение можно рассматривать как режим когерентных взаимодействий, промежуточный между классической теорией линейной дисперсии, с одной стороны, и квантовооптической нелинейной теорией — с другой. В следующей главе мы обсудим некоторые существенно неклассические эффекты, которые предсказаны для случая, когда приближение адиабатического прохождения теряет силу ввиду того, что резонанс становится слишком острым, т. е. когда  $\omega$  попадает внутрь неоднородной ширины линии поглощения атомов.

Недавно возникшим интересом к режиму адиабатического прохождение мы почти целиком обязаны экспериментальным ра-

ботам Гришковского и др [9] Если читатель хочет получить представление о поставленных ими элегантных экспериментах, то он должен обратиться к статьям [9]

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 *Rabi I J*, Phys Rev, **51**, 652 (1937)
- 2 *Bloch F*, Phys Rev, **70**, 460 (1946)
- 3 *Torrey H C*, Phys Rev, **76**, 1059 (1949)
- 4 *Jaynes E T*, Phys Rev, **98**, 1099 (1955)
- 5 *Tang C L, Stalz H* Appl Phys Lett, **10**, 145 (1968)
- 6 *Hocker G B, Tang C L*, Phys Rev Lett, **21**, 591 (1969)
- 7 *Brewer R G, Shoemaker R L*, Phys Rev Lett, **27**, 631 (1971), Phys Rev, **A6**, 2001 (1972)
- 8 *Hahn E L* Phys Rev **77**, 297 (1950)
- 9 *Grischkowsky D*, Phys Rev Lett, **24**, 866 (1970)  
*Grischkowsky D, Armstrong J A*, Phys Rev, **A6**, 1566 (1972)  
*Grischkowsky D* Phys Rev **A7**, 2096 (1973)  
*Grischkowsky D, Courtens E, Armstrong J A*, Phys Rev Lett, **31**, 422 (1973)
- 10 *Abragam A*, The Principles of Nuclear Magnetism London, 1961, p 65—66 (См перевод *А Абрагам*, Ядерный магнетизм ИЛ 1963)
- 11 *Treacy E B* Phys Lett, **27A**, 421 (1968)  
*Treacy E B, DeMaria A J*, Phys Lett, **29A**, 369 (1969) (Окспериментальные результаты)
- 12 *Loy M M T* Phys Rev Lett **32**, 814 (1974).
- 13 *Crisp M D*, Phys Rev, **A8**, 2128 (1973)
- 14 *Gibbs H M* Phys Rev, **A8**, 446 (1973)
- 15\* *Ораевский А Н*, УФН, **91**, 181 (1973)

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСА

## § 1. ВВЕДЕНИЕ

Электродипольные переходы в атомах вызывают обычно излучение в оптической области спектра. Поэтому почти в каждом эксперименте с участием электрических диполей и излучения приходится учитывать распространение излучения через дипольную среду. Это не относится к магнитным переходам и магнитным резонансным явлениям, поскольку магнитное дипольное излучение обычно имеет длины волн порядка нескольких миллиметров, а подчас и намного больше. Ввиду этого в настоящей главе, посвященной распространению излучения, обсуждаются новые явления, не наблюдавшиеся в экспериментах по магнитному резонансу.

Центральное место занимает здесь нелинейная «теорема площадей» Мак-Колла — Хана. Теорема площадей обобщает и заменяет закон Бера для линейного поглощения, а также ведет к существованию таких эффектов, как распространение без потерь в поглощающей среде, хорошо выраженный распад длинных импульсов на более короткие и сжатие импульсов посредством когерентного поглощения<sup>1)</sup>.

## § 2. УРАВНЕНИЕ МАКСВЕЛЛА

Как и в классическом случае, считаем, что электрическое дипольное излучение распространяется вдоль оси  $z$ . Для рассмотрения широкого класса эффектов достаточно использовать одномерное волновое уравнение

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E(t, z) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(t, z). \quad (4.1)$$

Удельная поляризация определяется классически, за исключением того, что  $ex(t, z)$  следует заменить на  $d\langle \hat{\sigma}_1(t, z) \rangle$ :

$$P(t, z) = \mathcal{N} d \langle \hat{\sigma}_1(t, z) \rangle_{\text{ср.}}$$

---

<sup>1)</sup> Большинство вопросов, содержащихся в данной главе, изложено также в сжатой и ясной форме в обзорах [17\*, 18\*]. — Прим. ред.

Здесь  $[\ ]_{\text{ср}}$  обозначает усреднение по всем диполям в пределах интервала  $dz$  вблизи данного  $z$  в момент  $t$ . При наличии неоднородного уширения это среднее выражается уже знакомой нам формулой, которую мы запишем через медленно меняющиеся амплитуды  $u(t, z; \Delta)$  и  $v(t, z; \Delta)$ :

$$P(t, z) = \mathcal{N}d \int g(\Delta') [u \cos(\omega t - Kz) - v \sin(\omega t - Kz)] d\Delta'. \quad (4.2)$$

Это выражение отличается от классического (1.30) только заменой  $\epsilon x_0$  на  $d$ . Поле  $E(t, z)$  запишем в той же форме, что и в (1.31):

$$E(t, z) = \mathcal{E}(t, z) [e^{i(\omega t - Kz)} + \text{к. с.}]. \quad (4.3)$$

Подставляя (4.2) и (4.3) в волновое уравнение (4.1) и используя предположение о медленности изменения амплитуд, приходим вновь к классическим синфазному и квадратурному уравнениям:

$$(K^2 - k^2) \mathcal{E}(t, z) = 2\pi k^2 \mathcal{N}d \int u(t, z; \Delta') g(\Delta') d\Delta', \quad (4.4a)$$

$$2 \left( K \frac{\partial}{\partial z} + k \frac{\partial}{\partial ct} \right) \mathcal{E}(t, z) = 2\pi k^2 \mathcal{N}d \int v(t, z; \Delta') g(\Delta') d\Delta', \quad (4.4b)$$

согласующимся с интерпретацией  $E$  в полуклассической теории излучения как полностью классического поля.

Конечно, дальнейший анализ будет существенно отличаться от классического. Огибающие функции для квантового диполя удовлетворяют нелинейным оптическим уравнениям Блоха, введенным в гл. 3:

$$\dot{u} = -\Lambda v - \frac{u}{T_2'}, \quad (4.5a)$$

$$\dot{v} = \Lambda u - \frac{v}{T_2'} + \kappa \mathcal{E} \omega, \quad (4.5b)$$

$$\dot{\omega} = -\kappa \mathcal{E} v - \frac{\omega - \omega_{\text{равн}}}{T_1}, \quad (4.5в)$$

а  $u$ ,  $v$  и  $\omega$  существенно ограничены законом сохранения вероятности:

$$u^2 + v^2 + \omega^2 = \text{const},$$

который справедлив на протяжении временных интервалов, малых по сравнению с  $T_1$  и  $T_2'$ . Если  $T_1$  и  $T_2'$  велики по сравнению с характерной длительностью эксперимента, то загнухением можно пренебречь и представить закон сохранения вероятности в виде (2.37):

$$u^2 + v^2 + \omega^2 = 1. \quad (4.6)$$

Энергия макроскопической системы, состоящей из поглощающего диэлектрика и поля излучения, также сохраняется, если скорости затухания  $1/\Gamma_1$  и  $1/\Gamma'_2$  достаточно малы и ими можно пренебречь. В этом случае из квадратурного уравнения Максвелла (4.4б) и уравнения (4.5в) для атомной инверсии можно получить соотношение

$$\frac{c}{2\pi} \frac{\partial \mathcal{E}^2}{\partial z} + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \mathcal{E}^2}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial t} = 0, \quad (4.7)$$

где введена плотность энергии вещества

$$U = \mathcal{N} \frac{\hbar\omega}{2} \int d\Delta' g(\Delta') w(t, z; \Delta'). \quad (4.8)$$

Очевидно, что соотношение (4.7) представляет собой конкретизацию (1.5) и выражает закон сохранения энергии в терминах огибающих функций.

В § 5 гл. 2 [после вывода (2.36)] мы отмечали, что именно условие (4.6) выражает, по-видимому, наиболее существенное различие между классической и полуклассической теориями. Классический линейный осциллятор может колебаться с произвольной амплитудой, возрастающей с ростом накопленной им энергии, квантовомеханический же двухуровневый атом может запасать энергию только до  $\hbar\omega_0$ . Максимальное среднее значение дипольного момента для двухуровневого атома также ограничено. В результате полевые уравнения, начиная с (4.2), содержат вполне определенный параметр  $d$  вместо произвольной классической величины  $ex_0$ . Эти ограничения на диапазон изменения энергии и дипольного момента атома приводят, конечно, к прямым физическим последствиям, среди которых наиболее очевидны когерентный и некогерентный эффекты насыщения. В последующих параграфах мы приступим к исследованию явлений когерентного насыщения.

### § 3. ПОВЕДЕНИЕ ВЕКТОРА БЛОХА

При использовании лазеров с модуляцией добротности и синхронизацией мод относительно просто получить импульсы с длительностью порядка нескольких наносекунд или даже пикосекунд. Вместе с тем в случае разреженных газов или охлажденных твердых тел величина  $T'_2$  зачастую значительно превышает несколько наносекунд. При этом атом в кратковременном процессе его взаимодействия с наносекундным или пикосекундным импульсом практически не испытывает затухания. Благодаря этому динамическую эволюцию переменных диполя можно ис-

следовать так, как если бы затухание вовсе отсутствовало. Оптические уравнения Блоха принимают тогда следующий вид:

$$\dot{u} = -\Delta v, \quad (4.9a)$$

$$\dot{v} = \Delta u + \kappa \mathcal{E} \omega, \quad (4.9б)$$

$$\dot{\omega} = -\kappa \mathcal{E} v, \quad (4.9в)$$

и точно выполняется закон сохранения (4.6).

Прежде чем двигаться дальше, установим интервал длин импульсов, в котором справедливы сделанные приближения. Чтобы игнорировать затухание, должна быть достаточно малой длительность импульса:  $\tau < T_1, T_2'$ . С другой стороны, уравнения Максвелла (4.4) для медленно меняющихся огибающих законны, если длительность  $\tau$  достаточно велика:  $\tau \gg 1/\omega$ . Для широкого класса оптически резонансных веществ оба ограничения выполняются, если значения  $\tau$  лежат в интервале от  $10^{-8}$  до  $10^{-13}$  с. Итак, существует интервал величиной в пять порядков, в котором  $\tau$  может изменяться без нарушения справедливости наших основных уравнений.

В любом взаимодействии наиболее существенные эффекты наблюдаются обычно при точном резонансе. Поэтому прежде всего мы рассмотрим уравнения Блоха при точном резонансе, помня, что  $\mathcal{E}$  теперь зависит от времени. При наиболее простом начальном условии, когда все атомы при  $t = 0$  находятся в основном состоянии, получаем  $u(t, z, \Delta = 0) = 0$  для всех времен. В этом случае оптические уравнения Блоха сводятся к паре уравнений

$$\dot{v} = \kappa \mathcal{E} \omega, \quad (4.10)$$

$$\dot{\omega} = -\kappa \mathcal{E} v, \quad (4.11)$$

которые уже решались [см. (3.1)]:

$$v(t, z; 0) = -\sin \theta(t, z), \quad (4.12)$$

$$\omega(t, z; 0) = -\cos \theta(t, z), \quad (4.13)$$

причем «угол поворота» вектора Блоха по-прежнему эквивалентен «площади» импульса,

$$\theta(t, z) = \kappa \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(t', z) dt', \quad (4.14)$$

за исключением того, что в данном случае возможна дополнительная зависимость от положения  $z$ .

Пусть  $\Delta \neq 0$ . Поскольку поле  $\mathcal{E}(t, z)$  зависит теперь от времени, решения Раби, содержащиеся в гл. 3, вообще говоря, неприменимы. Однако разумно предположить, что нерезонансные диполи реагируют на поле  $\mathcal{E}$  так же, как и резонансные, но,

быть может, с меньшей амплитудой, зависящей от расстройки. Тем самым предполагается законность простой факторизации

$$v(t, z; \Delta) = v(t, z; 0) F(\Delta), \quad (4.15)$$

где величина  $F(\Delta)$  может быть названа дипольной «спектральной функцией отклика». Оказывается, что с помощью этого предположения о факторизации удастся решить уравнения Блоха полностью. Отметим прежде всего, что уравнение (4.9в) немедленно интегрируется, если заменить  $\kappa \mathcal{E}$  величиной  $\theta$  согласно (4.15) и выразить  $v$  через  $\theta$  при помощи (4.12) и (4.15). Результат гласит

$$w(t, z; \Delta) = -F(\Delta) \cos \theta + F(\Delta) - 1. \quad (4.16)$$

Нетрудно найти также и  $u(t, z; \Delta)$  как функцию  $\theta$ .

Выражая далее величину  $\Delta \dot{u}$  последовательно при помощи (4.9а) и (4.9б) и приравнявая найденные результаты, получаем уравнение для  $\theta$

$$\ddot{\theta} = \frac{\Delta^2 F(\Delta)}{1 - F(\Delta)} \sin \theta,$$

хорошо известное в теории физического маятника. Более того, можно утверждать, что коэффициент при  $\sin \theta$  не должен зависеть от  $\Delta$ , поскольку ни  $\ddot{\theta}$ , ни  $\sin \theta$  не зависят от  $\Delta$ . Этот коэффициент обозначаем как  $1/\tau^2$ , и уравнение принимает простой вид<sup>1)</sup>

$$\ddot{\theta} - \frac{1}{\tau^2} \sin \theta = 0. \quad (4.17)$$

Все решения  $\theta$  выражаются через полные эллиптические функции, характерные для задачи о маятнике [1]

Однако только одно из характерных для задачи о маятнике решений уравнения для угла поворота вектора Блоха может быть согласовано с граничными условиями, которые отвечают единичному импульсу  $I \mathcal{E}$ , и  $\mathcal{E}$  должны обращаться в нуль при  $t = \pm \infty$ , а вместе с ними и  $\dot{\theta}$ ,  $\theta$ . Эти ограничения отвечают неосциллирующему маятнику — ситуации, которая возможна, только если маятник был установлен в бесконечно далеком прошлом вертикально вверх, а затем начал падать<sup>2)</sup> и достигнет опять вертикального положения, двигаясь в одном направлении,

<sup>1)</sup> Формула (4.17) есть уравнение движения физического маятника, который выводится из верхнего неустойчивого состояния равновесия. — *Прим ред*

<sup>2)</sup> С нулевой начальной скоростью. В противном случае получаются периодические решения, которые не соответствуют одиночному импульсу — *Прим ред*

в бесконечном будущем Соответствующее решение для  $\theta$  таково.

$$\theta(t, z) = 4 \operatorname{arctg} \left[ \exp \left( \frac{t - t_0}{\tau} \right) \right], \quad (4.18)$$

а огибающая электрического поля, которая отвечает такому поведению  $\theta$ , представляет собой знаменитый импульс Мак-Колла — Хана [2] в форме гиперболического секанса:

$$\mathcal{E}(t, z) = \frac{2}{\kappa\tau} \operatorname{sech} \frac{t - t_0}{\tau}. \quad (4.19)$$

Зависимость  $\theta$  и  $\mathcal{E}$  от  $z$  неявно содержится пока в  $t_0$ . Параметр  $\tau$  определяет длительность импульса и является главной характеристикой решения. Дипольная спектральная функция отклика может быть выражена через длительность импульса и расстройку:

$$F(\Delta) = \frac{1}{1 + (\Delta\tau)^2} \quad (4.20)$$

и является, очевидно, лоренцевой.

Можно получить также точные аналитические решения для атомных переменных. Проще всего это сделать, используя соотношение  $\cos(\theta/2) = -\operatorname{th}[(t - t_0)/\tau]$ . В результате получаем [2]

$$u = \frac{2\Delta\tau}{1 + (\Delta\tau)^2} \operatorname{sech} \frac{t - t_0}{\tau}, \quad (4.21a)$$

$$v = \frac{2}{1 + (\Delta\tau)^2} \operatorname{sech} \frac{t - t_0}{\tau} \operatorname{th} \frac{t - t_0}{\tau}, \quad (4.21б)$$

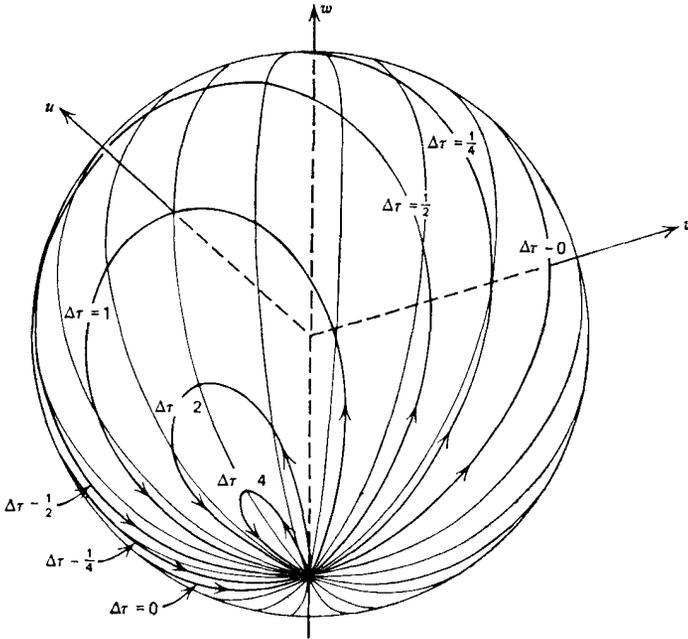
$$\omega = -1 + \frac{2}{1 + (\Delta\tau)^2} \operatorname{sech}^2 \frac{t - t_0}{\tau}. \quad (4.21в)$$

Легко проверить, что из (4.21) прямо вытекает закон сохранения вероятности  $u^2 + v^2 + \omega^2 = 1$ . Таким образом, решение для взаимосвязанных переменных Блоха  $u$ ,  $v$  и  $\omega$  определяется относительно просто. Траектория вектора Блоха на единичной сфере, которая соответствует этому решению, показана на фиг. 4.1. Разные кривые изображают векторы, отвечающие различным расстройкам  $\Delta$ . Только при точном резонансе ( $\Delta = 0$ ) проекции векторов на ось  $u$  обращаются в нуль в соответствии с тем, что здесь диполь колеблется точно в квадратуре с электрическим полем.

Однако значимость решения (4.19) для огибающей электрического поля этим не исчерпывается. Очень важно, что без использования в какой бы то ни было форме уравнений Максвелла найдена временная зависимость амплитуды электрического поля. Это свидетельствует о том, что нелинейности в уравнениях квантового диполя имеют определяющее значение для резонансных оптических явлений.

Возникает вопрос: каково соотношение между уравнениями Максвелла и единственным в своем роде решением (4.19) атом-

ных уравнений для одиночного импульса? Чтобы ответить на этот вопрос, можно было бы просто подставить (4 19) и (4 21) в уравнение Максвелла. Однако более плодотворный и глубокий подход состоит в том, чтобы решать уравнения Максвелла независимо и выяснить, какие вообще формы импульсов возможны



Фиг. 4.1. Траектории вектора Блоха на единичной сфере, соответствующие решениям уравнений Блоха, которые задаются формулами (4 21) [2]

Различные траектории отвечают векторам Блоха с различными расстройками указаны значения  $\Delta\tau$ . В каждом случае движение вектора Блоха определяется  $2\tau$  импульсом, который задается уравнением (4 19),  $\tau$  — длительность импульса

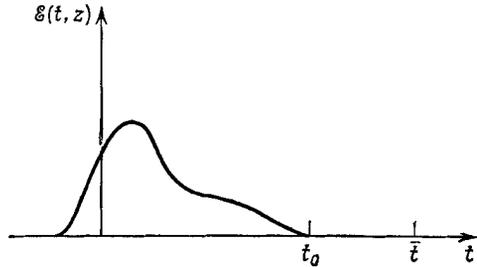
Такой подход непосредственно приводит к квантовомеханической «теореме площадей» Мак-Колла — Хана [2]

#### § 4. «ТЕОРЕМА ПЛОЩАДЕЙ» МАК-КОЛЛА — ХАНА

В § 6 гл. 1 было введено и использовано понятие «площади» огибающей электрического поля, в частности, для того, чтобы заново вывести закон Бера для поглощения электрического поля в диэлектрике. Более того, подход, связанный с введением «площади», оказался удобнее при переходе от стационарного случая к импульсу произвольной формы. В рамках этого подхода было показано, что экспоненциальный закон ослабления остается

справедливым даже тогда, когда время затухания отдельного диполя велико по сравнению со временем наблюдения (этот случай мы называли «современным»), но это ослабление возникает благодаря затуханию поляризации вследствие эффекта неоднородной дефазировки, а не вследствие затухания колебаний отдельных диполей.

Мы используем в данном параграфе эти наводящие классические представления и получим квантовомеханическую «теорему площадей», которая как в качественном, так и в количественном отношении отличается от классической теоремы. Изучаемая ситуация в идейном плане аналогична «современному» случаю в гл. 1. Чтобы подчеркнуть это, мы воспроизводим здесь еще раз фиг. 1.2 (см. фиг. 4.2).



Фиг. 4.2. Амплитуда электрического поля при данном  $z$  как функция времени.

Момент  $t_0$  обозначает конец импульса; при  $t > t_0$  поле равно нулю.

Вводя площадь огибающей согласно (1.38)

$$A(t, z) = \kappa \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(t', z) dt', \tag{4.22}$$

проинтегрируем квадратурное уравнение Максвелла (4.46) по времени от  $t = -\infty$  до некоторого момента  $t$  после прохождения импульса через точку наблюдения  $z$ . Квантовомеханический результат, аналогичный классическому выражению (1.39), таков:

$$\frac{\partial A(\bar{t}, z)}{\partial z} = \frac{\pi \mathcal{N}^2 \hbar \kappa^2}{2K} k^2 \int d\Delta g(\Delta) \int_{-\infty}^{\bar{t}} v(t, z; \Delta) dt.$$

Временной интеграл и интеграл по расстройке вычисляются точно так же, как в классическом случае. Несмотря на то что в квантовом уравнении для  $\dot{u}$  появляется  $\omega$ , мы получаем результат

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\pi \mathcal{N}^2 \hbar \kappa^2}{K} k' \pi g(0) v(t_0, z; 0), \tag{4.23}$$

который соответствует классическим соотношениям (1.48) и (1.49). Он получается, если импульс существенно короче  $T_2'$ . Для перехода к точному классическому результату достаточно

выполнить замену  $\kappa d \rightarrow e^2/m\omega$ , справедливую в классической области.

Однако теперь в наше рассмотрение вовлекаются квантовые нелинейности. В отличие от классической ситуации абсорбционная часть амплитуды резонансного диполя оказывается нелинейной функцией  $\theta$  и, следовательно, площади:

$$v(t_0, z; 0) = -\sin A(t_0, z). \quad (4.24)$$

Поскольку  $\mathcal{E}(t, z) = 0$  для всех  $t > t_0$ , то  $A(\bar{t}, z)$  точно совпадает с  $A(t_0, z)$ . «Теорема площадей», впервые полученная в 1967 г. Мак-Коллом и Ханом [2], вытекает сразу же из (4.23) и (4.24):

$$\frac{\partial}{\partial z} A(\bar{t}, z) = -\frac{1}{2} \alpha \sin A(\bar{t}, z). \quad (4.25)$$

Выражение для коэффициента поглощения  $\alpha$  приобретает вид

$$\alpha = \frac{4\pi^2 \mathcal{N} \omega d^2 g(0)}{\hbar c}, \quad (4.26)$$

если мы вспомним, что  $d = 1/2 \hbar \kappa$ , и пренебрежем небольшим различием между  $K$  и  $k$ . Следует отметить, что в литературе по оптическому резонансу нет общепринятого выражения для  $\alpha$ . Это обусловлено различием в определении дипольного момента  $d$ . К этому вопросу мы вернемся в § 7.

Часто  $\alpha$  называют обратной длиной поглощения Бера; она — квантовый аналог обратной длины поглощения  $\alpha_K$  из гл. 1. Действительно, если использовать в (4.26) тождество  $2d^2/\hbar = \kappa d$  и затем совершить «классический» переход  $\kappa d \rightarrow e^2/m\omega$ , то выражение для  $\alpha$  совпадет с таковым для  $\alpha_K$  [см. выражение (1.35в)]. Этого и следовало ожидать.

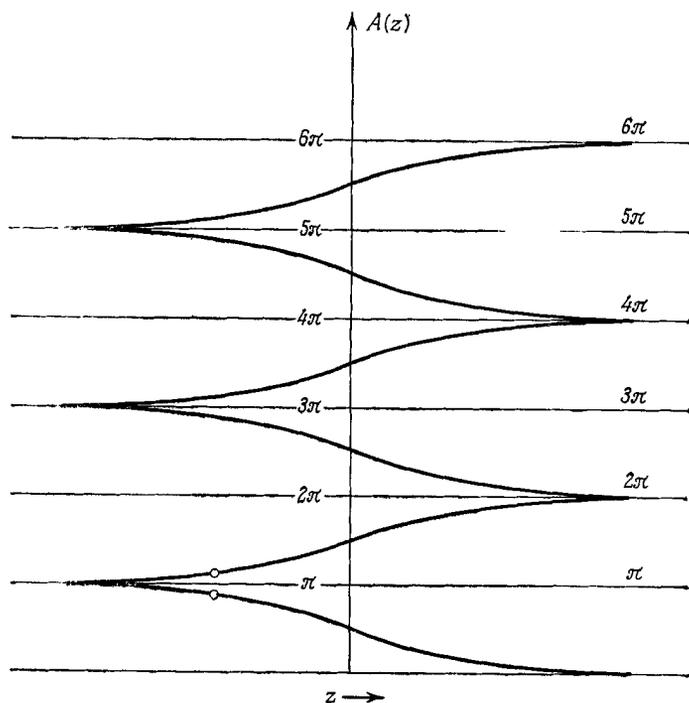
В пределе слабых полей площадь будет малой и  $\sin A \approx A$ , так что квантовая теорема площадей приводит к линейному соотношению

$$\frac{\partial}{\partial z} A(t, z) = -\frac{1}{2} \alpha A(t, z) \quad (\text{слабое поле}). \quad (4.27)$$

В то же время в данном пределе существенные возбуждения атома относительно его основного состояния отсутствуют. Как было показано в § 5 гл. 2, атом в состоянии, близком к основному, описывается чисто классическими уравнениями. Следовательно, коэффициент  $\alpha$  в квантовой теореме площадей должен быть тем же, что и коэффициент  $\alpha_K$  из гл. 1, поэтому классическую теорему площадей можно трактовать как предельный случай квантовой теоремы, отвечающий слабым полям.

Сравнение квантовой и классической теорем площадей [(4.25) и (4.27)] наглядно показывает, что при  $A \gtrsim \pi$  квантовое выражение содержит новые закономерности. Особенно важно, что при  $A = n\pi$ , где  $n$  — любое целое число, площадь под огибающей

импульса не уменьшается при его распространении, так как  $\partial A/\partial z = 0$ . При четных  $n$  площади устойчивее, чем при нечетных. Это видно из фиг. 4.3: по мере распространения в глубь поглощающей среды (т. е. с ростом  $z$ ) площадь стремится к  $n\pi$  с четным  $n$ .

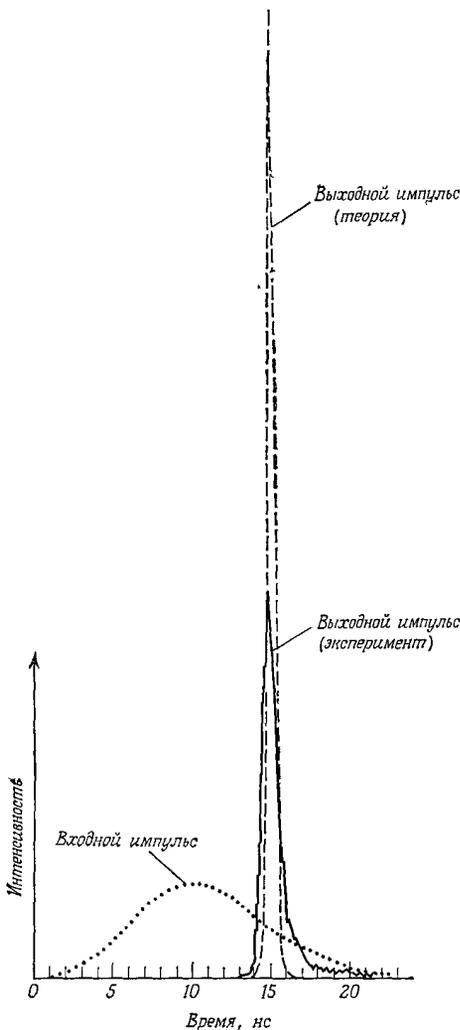


Фиг. 4.3. Квантовая оптическая теорема площадей Мак-Колла-Хана.

Показано несколько ветвей решения уравнения (4.25), которые определяют площадь огибающей как функцию пути, пройденного импульсом в среде. Значение  $z$ , которое отвечает входной плоскости резонансной среды, различно для импульсов с разной входной площадью. Положения входных плоскостей в случаях  $0,9\pi$ - и  $1,1\pi$ -импульсов показаны кружками на двух нижних кривых.

Гиббс и Слашер [3] успешно использовали наличие третьей ветви на фиг. 4.3 для сжатия и усиления мощных импульсов в *поглощающей* среде. Как видно из фиг. 4.3, мощный импульс с  $A = 3\pi$ , распространяясь в среде, деформируется так, что  $A \rightarrow 2\pi$ . Но для импульсов с длительностью, меньшей 10 нс (такие импульсы получить относительно несложно), существенные потери энергии отсутствуют, поскольку ни с какой группой атомов импульс не взаимодействует достаточно долго, чтобы сказались механизмы потерь энергии, связанные с  $T_1$  или  $T_2$ . Поэтому энергия импульса примерно сохраняется безотноситель-

но к его площади В обоснование этого приближения можно сослаться на Мак-Колла и Хана [2]; путем численных расчетов



Фиг. 4.4 Сжатие и пиковое усиление оптического импульса при его распространении в пассивном поглотителе [3].

Входной импульс имел площадь  $3,5\pi$

Поскольку площадь импульса и угол поворота диполя  $\theta$  эквивалентны, то  $2\pi$ -импульс есть просто импульс, который возвращает диполь точно в исходное состояние. Такой импульс

они показали, что эффективный коэффициент поглощения составляет для такого  $3\pi$ -импульса всего около  $1/10$  значения  $\alpha$  в теореме площадей и классическом законе Бера. Вследствие этого имеем для энергий  $W_{3\pi} \approx W_{2\pi}$ , причем

$$\begin{aligned} W_{3\pi} &\sim \mathcal{E}_{3\pi}^2 \tau_{3\pi}, \\ W_{2\pi} &\sim \mathcal{E}_{2\pi}^2 \tau_{2\pi}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

где  $\tau_{3\pi}$  и  $\tau_{2\pi}$  — соответственно длительности исходного  $3\pi$ -импульса и порожденного им в конце концов  $2\pi$ -импульса. Но для достаточно гладких импульсов  $(\kappa \mathcal{E}_{2\pi}) \tau_{2\pi} \approx 2\pi$  и  $(\kappa \mathcal{E}_{3\pi}) \tau_{3\pi} \approx 3\pi$  (для прямоугольных импульсов эти равенства являются точными). Поэтому, приравнивая энергии  $W_{3\pi}$  и  $W_{2\pi}$ , получаем

$$3\pi \mathcal{E}_{3\pi} = 2\pi \mathcal{E}_{2\pi},$$

а также

$$\tau_{2\pi} = 4/9 \tau_{3\pi}. \quad (4.29)$$

Последнее означает, что по мере превращения  $3\pi$ -импульса в  $2\pi$ -импульс он существенно сокращается и одновременно растет по амплитуде. Совершенно реальные практические возможности такого укорочения импульсов показаны на фиг. 4.4.

должен быть, конечно, устойчивым относительно возмущений, обусловленных взаимодействиями с атомами. Действительно, раз уж импульс возвращает диполь точно в исходное состояние, диполь не в состоянии отобрать у него энергию.

Отметим, наконец, что рассмотренные здесь устойчивые долгоживущие квантовые импульсы, существование которых следует из теоремы площадей, в корне отличаются от импульсов, обсуждавшихся в § 7 гл. 1. В самом деле, выведенная здесь теорема площадей базировалась на дефазировке атомных дипольных моментов в интервале от  $T_2^*$  до  $T_2'$ . Мы не предполагали здесь, что импульс предельно короткий, в то время как в гл. 1 использовались оба условия:  $\tau < T_2^*$  и  $\tau < T_2'$ .

### § 5. САМОИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ

Мак-Колл и Хан, численно решая связанные уравнения Максвелла и оптические уравнения Блоха, получили новое следствие нелинейного взаимодействия поля с резонансными атомами, которое было подтверждено ими и экспериментально [2]. Природу эффекта понять нетрудно. Из квантовомеханической теоремы площадей вытекает, что плавно изменяющиеся оптические импульсы с площадью, целой кратной  $2\pi$ , будут «устойчивыми». Мак-Колл и Хан на основании проведенных ими численных расчетов заключили, что и форма импульса сохраняется на пути в несколько длин поглощения, если только время распространения в среде еще не становится порядка  $T_1$  и  $T_2'$ . При указанных условиях импульсы ведут себя так, как если бы среда была прозрачной; Мак-Колл и Хан назвали данное явление «самоиндуцированной прозрачностью», подчеркивая тем самым, что речь идет об особом свойстве самого  $2\pi$ -импульса, который превращает среду в «прозрачную» для себя. Такое anomальное поведение импульса иллюстрируется фиг. 4.5.

Покажем теперь, что  $2\pi$ -импульс, устойчивый как по площади, так и по форме, является решением связанных уравнений Максвелла и оптических уравнений Блоха в отсутствие потерь. Сохранение формы импульса для любого наблюдателя позволяет назвать его стационарным. Простейший способ обеспечить стационарность состоит в требовании, чтобы огибающие поля и диполя зависели от временных и пространственных координат только через «локальное время»  $\xi = t - z/V$ , где  $V$  — постоянная скорость импульса. При этом в уравнении (4.46) частные производные превращаются в полные производные по  $\xi$ :

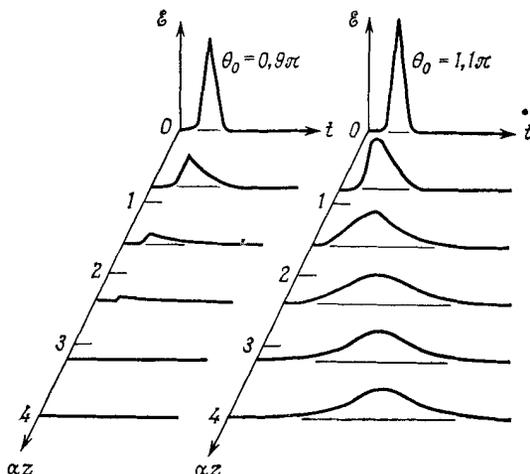
$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{d}{d\xi}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \rightarrow -\frac{1}{V} \frac{d}{d\xi}.$$

Если обозначить точкой дифференцирование по  $\zeta$ , то систему уравнений Максвелла можно будет представить в виде

$$(K^2 - k^2) \mathcal{E}(t, z) = + 2\pi k^2 \mathcal{N} d \int u(t, z; \Delta') g(\Delta') d\Delta', \quad (4.30a)$$

$$2 \left( \frac{K}{V} - \frac{k}{c} \right) \dot{\mathcal{E}}(t, z) = - 2\pi k^2 \mathcal{N} d \int v(t, z; \Delta') g(\Delta') d\Delta'. \quad (4.30б)$$

Решение уравнений (4.30) совместно с атомными уравнениями (4.9) без потерь можно получить различными способами.



Фиг. 4.5. Аномальное поведение площади импульса, предсказываемое теорией площадей [2].

Импульс с площадью, немного меньшей  $\pi$ , ослабляется, и его площадь стремится к нулю, в то время как импульс с входной площадью, немного большей  $\pi$  ослабляется относительно мало, и его площадь стремится к  $2\pi$ , а форма — к кривой, определяемой гиперболическим секансом

Обычно используется предположение о факторизации (4.15). Мы будем следовать здесь работе Матулика и Эберли [4].

Соотношение (4.7), выражающее закон сохранения энергии и вытекающее из (4.4б), для стационарных импульсов приобретает особенно простой вид, поскольку как левая, так и правая стороны уравнения (4.4б) становятся здесь полными производными по  $\zeta$ , что позволяет сразу же провести интегрирование. Используя факторизацию (4.15)<sup>1)</sup>, а также вводя обозначение

$$\frac{1}{\mu^2} \equiv \frac{\pi (\omega/c)^2 \mathcal{N} (d/\kappa)}{K/V - k/c} \int F(\Delta') g(\Delta') d\Delta', \quad (4.31)$$

<sup>1)</sup> Из условия факторизации (4.15), записанного применительно к величине  $v$ , сразу же вытекает аналогичная факторизация и для зависящих от поля слагаемых величин  $u$  и  $w$ . — Прим ред

получаем следующее соотношение между атомной инверсией  $w(\xi; \Delta)$  и потоком энергии поля  $\mathcal{E}^2(\xi)$ :

$$w(\xi; \Delta) = w_0(\Delta) + \frac{1}{2}\mu^2 F(\Delta) \mathcal{E}^2(\xi), \quad (4.32)$$

где  $w_0(\Delta)$  — значение инверсии в отсутствие поля. Нетрудно также получить другой интеграл уравнений Максвелла и оптических уравнений Блоха. Исключая  $v(\xi; \Delta)$  из (4.9а) и (4.9в), а также используя (4.32), находим

$$u(\xi; \Delta) = u_0(\Delta) + \frac{\Delta}{\kappa} \mu^2 F(\Delta) \mathcal{E}(\xi). \quad (4.33)$$

Это соотношение между  $\mathcal{E}$  и синфазной амплитудой диполя весьма похоже на классическое соотношение (1.20а).

Решения (4.32) и (4.33) становятся точными лишь в пределе  $T_1 \rightarrow \infty$  и  $T'_2 \rightarrow \infty$ . При конечных  $T_1$  и  $T'_2$  они дают ошибки порядка  $t/T_1$  и  $t/T'_2$ , где  $t$  — время интегрирования. Во всех случаях, представляющих интерес, время интегрирования  $t$  ограничено продолжительностью возбуждения, т. е. длительностью импульса  $\tau$ . Поэтому излагаемые результаты относятся к достаточно коротким импульсам, для которых  $\tau/T_1 \ll 1$  и  $\tau/T'_2 \ll 1$ .

Следующий шаг состоит в получении уравнения для самой огибающей поля. Дифференцируя (4.30б) по  $\xi$ , выражая затем  $\dot{v}$  как  $\Delta u + \kappa \mathcal{E} w$  из второго уравнения Блоха и используя условия сохранения (4.32) и (4.33), можно выразить  $u$  и  $w$  через  $\mathcal{E}$ . Результирующее уравнение имеет простой первый интеграл, который можно найти следующим образом. Если предположить, что атомы находятся первоначально в основных состояниях, то при  $\xi = -\infty$  будет  $u = v = 0$  и  $w = -1$ . Далее, для любого реального импульса  $\mathcal{E}(-\infty) = 0$  и  $\dot{\mathcal{E}}(-\infty) = 0$ . Используя эти начальные условия, получаем простейшую форму уравнения для огибающей

$$\dot{\mathcal{E}}^2 = \left(\frac{\kappa}{2}\right)^2 \mathcal{E}^2 (M^2 - \mathcal{E}^2), \quad (4.34)$$

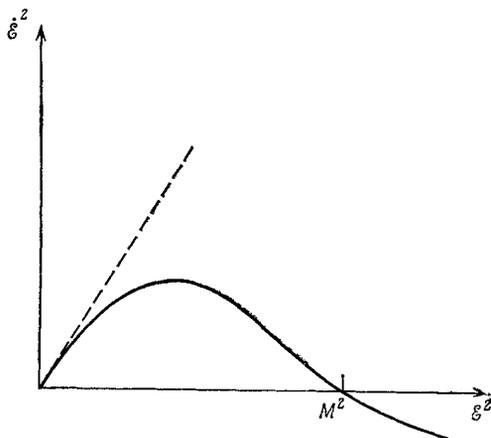
где

$$M^2 = \frac{4}{\kappa^2} \frac{\kappa^2}{\mu^2 F - \Delta^2}. \quad (4.35)$$

Хотя уравнение (4.34) можно проинтегрировать, целесообразно прибегнуть к графической иллюстрации, из которой станут ясны многие закономерности решения. В частности, выявляется физический смысл постоянной  $M$ .

На фиг. 4.6 показана зависимость  $\dot{\mathcal{E}}^2$  от  $\mathcal{E}^2$ . Физически допустимые значения  $\mathcal{E}^2$  лежат между 0 и  $M^2$ , поскольку величина  $\dot{\mathcal{E}}^2$  должна быть положительной. Следовательно,  $M$  — максимальное значение  $\mathcal{E}$ . Далее, ясно, что для очень слабых полей ( $\mathcal{E} \ll M$ ) из уравнения (4.34) вытекает экспоненциальный рост

$\mathcal{E}$  со скоростью  $\kappa M/2$ . Это значит, что величина  $M$  определяет не только максимальную конечную интенсивность импульса, но и скорость приближения к ней. Мы увидим, что эта двойственная роль  $M$  эквивалентна ограничению на площадь импульса. Скорость роста огибающей поля для слабых полей обозначают обычно через  $1/\tau$ . Поэтому  $M^2 = 4/\kappa^2\tau^2$ ; в результате, используя



Фиг. 4.6. Графическая иллюстрация на фазовой плоскости, относящаяся к уравнению (4.34), которое описывает огибающую стационарного импульса. Один и тот же параметр  $M$  определяет как максимальное значение огибающей, так и скорость роста  $\xi/\xi$  в слабых полях, чем фиксируется и площадь импульса. Угловой коэффициент пунктирной прямой равен  $(\tau M/2)^2$  [4].

определение (4.35) и условие  $F(0) = 1$ , находим отдельно  $F(\Delta)$  и  $\mu^2$ :

$$F(\Delta) = \frac{1}{1 + (\Delta\tau)^2} \quad (4.36)$$

и

$$\mu^2 = \kappa^2\tau^2. \quad (4.37)$$

Наконец, из этих параметрических расчетов либо прямым интегрированием уравнения (4.34) можно получить в явном виде решение для огибающей функции

$$\mathcal{E}(\xi) = \frac{2}{\kappa\tau} \operatorname{sech} \frac{\xi}{\tau}. \quad (4.38)$$

Легко показать, что площадь огибающей (4.38) есть  $2\pi$  при любых  $\kappa$  и  $\tau$ . Как уже указывалось, это следствие того факта, что и максимальная амплитуда  $2/\kappa\tau$ , и скорость роста в слабых полях  $1/\tau$  содержат  $\tau$  одинаковым образом.

Решение (4.38) для огибающей совпадает с полученным ранее, [см. (4.19)], правда, в роли переменной выступает теперь  $\xi = t - z/V$ . Найденное выражение для  $F(\Delta)$  также совпадает с полученным ранее. Нетрудно проверить, что и для  $u$ ,  $v$ ,  $w$  получаются выражения, совпадающие с (4.21). Следовательно, решение временных уравнений Блоха, полученное в § 3 данной главы, согласуется с найденным здесь решением взаимосвязанных уравнений Максвелла и Блоха, содержащих пространственную и временную зависимости, при условии, что импульс и связанное с ним взаимодействие распространяются с постоянной скоростью  $V^1$ ). Проанализируем детально выражение для скорости секансоидального  $2\pi$ -импульса (4.38). Из соотношения (4.37) и определения (4.31) получаем

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{c} + \frac{\pi N^2 \hbar \omega \kappa^2}{2c} \int \frac{g(\Delta') d\Delta'}{\Delta'^2 + (1/\tau)^2}.$$

Мы использовали здесь результат, который выведем ниже, а именно то, что в хорошем приближении  $K \approx k = \omega/c$ . Воспользовавшись выражением (4.26) для коэффициента поглощения  $\alpha$ , представим формулу для  $V$  в виде

$$\frac{1}{V} - \frac{1}{c} = \frac{\alpha}{2\pi g(0)} \int \frac{g(\Delta') d\Delta'}{\Delta'^2 + (1/\tau)^2}. \quad (4.39)$$

Если длительность импульса  $\tau$  существенно превышает  $T_2^* \approx \pi g(0)$ , то этот интеграл можно вычислить приближенно, предполагая, что функция  $g(\Delta')$  достаточно гладкая, и вынося ее из под знака интеграла при  $\Delta' = 0$ . Тогда

$$\frac{c}{V} = 1 + \frac{1}{2} \alpha \tau, \quad (4.40)$$

т. е. получается исключительно простое соотношение между длительностью импульса и скоростью его распространения. Поскольку  $\alpha \tau$  может быть порядка нескольких метров, т. е. гораздо больше, чем длина поглощения среды  $\alpha^{-1}$ , то скорость импульса в среде может оказаться значительно меньше  $c$ . Этот эффект проверен экспериментально и обсуждается в гл. 5. Из (4.40) вытекает, что задержка  $2\pi$ -импульса на длине  $L$ , обусловленная различием  $V$  и  $c$ , равна

$$\tau_3 = \frac{L}{V} - \frac{L}{c} = \frac{1}{2} (\alpha L) \tau. \quad (4.41)$$

Нетрудно также проверить, пользуясь уже найденными решениями для  $\mathcal{E}$  и  $u$ , что синфазное уравнение Максвелла (4.30а)

<sup>1</sup>) Решения в виде одиночных стационарных импульсов, распространяющихся с постоянной скоростью, называют часто «солитонами» [19\*]. — *Примеч.*

также удовлетворяется секансоидальным  $2\pi$ -импульсом (4.38), если текущий волновой вектор  $K$  удовлетворяет условию

$$\frac{K^2 - k^2}{2k} = \frac{\alpha}{2\pi g(0)} \int \frac{\Delta' g(\Delta') d\Delta'}{\Delta'^2 + (1/\tau)^2}.$$

Обычно  $g(\Delta')$  — гладкая функция, так что подынтегральное выражение здесь почти нечетно. Соответственно этому значение интеграла весьма мало, и с точностью до величин первого порядка малости дисперсионное соотношение для  $K$  сводится к следующему:

$$K - k = \frac{\alpha}{2\pi g(0)} \int \frac{\Delta' g(\Delta') d\Delta'}{\Delta'^2 + (1/\tau)^2}. \quad (4.42)$$

Выше, при получении (4.39), мы уже использовали условие  $K \approx k$ , которое, таким образом, теперь обосновано.

Суммируя, можно сказать следующее: явление самоиндуцированной прозрачности заключается в том, что короткие когерентные импульсы распространяются в резонансных поглощающих средах на аномально большие расстояния с аномально малыми скоростями. Интересно, что внешне данное явление во многом выглядит как классическое. Так, ни формула скорости (4.39), ни закон дисперсии (4.42) не содержат  $\hbar$  явно. И только из выражения (4.38) для огибающей импульса видна неклассическая и нелинейная сущность явления: постоянная  $\alpha$  имеет реальный смысл только в нелинейной квантовой теории дипольных осцилляторов.

До сих пор мы говорили лишь о стационарном  $2\pi$ -импульсе, в то время как в теореме площади нет существенного различия между  $2\pi$ -,  $4\pi$ - и другими  $2n\pi$ -импульсами, а также между стационарным и нестационарным импульсами. И действительно, можно показать [4], что, помимо секансоидального  $2\pi$ -импульса (4.38), других стационарных решений в виде одиночного импульса для поглотителя с неоднородным уширением не существует. Исследовались, однако, импульсы двух других типов. С одной стороны, Ареки и др. [5], Крип [6] и Эберли [7] показали, что возможны решения в виде бесконечной последовательности импульсов. Их площадь равна  $2\pi \infty$ , а форма огибающей определяется через эллиптические функции. Последнее естественным образом вытекает из того факта, что основное уравнение поля [в форме (4.17) или (4.34)] совпадает с уравнением маятника, решения которого в виде эллиптических функций хорошо известны. Физически такие решения соответствуют непрерывному обмену энергией между стационарной оптической волной и атомами, подобно тому как для маятника, способного совершать полные обороты вокруг точки подвеса, при вращении происхо-

дит непрерывное превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот.

Совершенно иной тип самоиндуцированной прозрачности для импульса исследовался впервые Г. Л. Лэмбом-младшим [8]. Методы Лэмба допускают аналитическое описание импульсов, распространяющихся без потерь, но с изменением формы. В его работе описаны импульсы с площадью, равной, например, 4л или 6л. При этом происходит разбиение импульса на дискретную последовательность  $2\pi$ -импульсов с различными длительностями, амплитудами и скоростями. Здесь возникает целая совокупность эффектов, и в том числе эффект «рассеяния» одного импульса другим, когда два импульса, распространяющихся с различными скоростями, проходят друг через друга.

На фиг. 4.7 процесс распадного типа показан, начиная с точки, в которой два импульса сливаются в один. Аналитическое выражение для их общей огибающей, согласно Лэмбу [8], таково:

$$\kappa \mathcal{E}(t, z) = \frac{\tau_1^2 - \tau_2^2}{\tau_1^2 + \tau_2^2} \times \frac{\frac{2}{\tau_1} \operatorname{sech} \frac{\xi_1}{\tau_1} + \frac{2}{\tau_2} \operatorname{sech} \frac{\xi_2}{\tau_2}}{1 - \frac{2\tau_1\tau_2}{\tau_1^2 + \tau_2^2} \left( \operatorname{th} \frac{\xi_1}{\tau_1} \operatorname{th} \frac{\xi_2}{\tau_2} - \operatorname{sech} \frac{\xi_1}{\tau_1} \operatorname{sech} \frac{\xi_2}{\tau_2} \right)}, \quad (4.43)$$

где  $\tau_1$  и  $\tau_2$  — длительности импульсов, а  $\xi_1 = t - z/V_1$  и  $\xi_2 = t - z/V_2$  суть соответствующие «локальные времена». Скорости  $V_{1,2}$  связаны с соответствующими длительностями импульсов выражениями типа (4.40). В процессе расхождения импульсов после столкновения происходит разбиение общей огибающей  $\mathcal{E}(t, z)$  на две отдельные стационарные огибающие площадью  $2\pi$  каждая:

$$\mathcal{E}(t, z) \rightarrow \frac{2}{\kappa\tau_1} \operatorname{sech} \left( \frac{\xi_1}{\tau_1} \pm \varphi \right) + \frac{2}{\kappa\tau_2} \operatorname{sech} \left( \frac{\xi_2}{\tau_2} \mp \varphi \right).$$

Относительная фаза  $\varphi$  сравнительно просто зависит от длительностей импульсов:

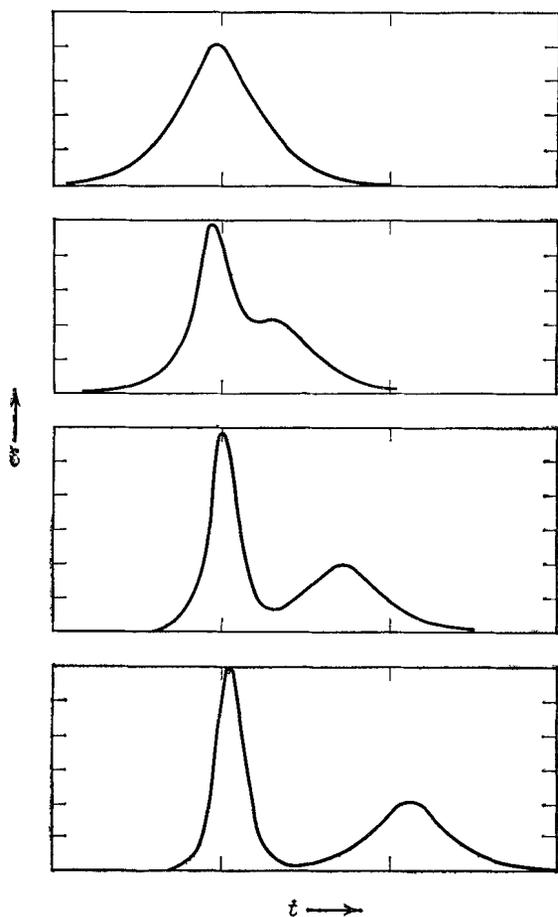
$$\varphi = 2 \left( \frac{\tau_2}{\tau_1} + \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^{-1}.$$

На фиг. 4.8 показано разбиение на три стационарных импульса по мере удаления от точки столкновения.

Следует отметить, что о процессах типа показанных на фиг. 4.7 и 4.8 говорят обычно не как о «соударениях», а как о примерах «разбиения», в данном случае  $4\pi$ - и  $6\pi$ -импульсов. Термин «разбиение» более созвучен обычной экспериментальной

практике. Такое разбиение изучали, в частности, Гиббс и Слэшер, результаты которых мы обсудим в следующей главе.

Интересно, что среди ряда возможных импульсов с нулевой площадью [8], называемых  $0\pi$ -импульсами, существует импульс,

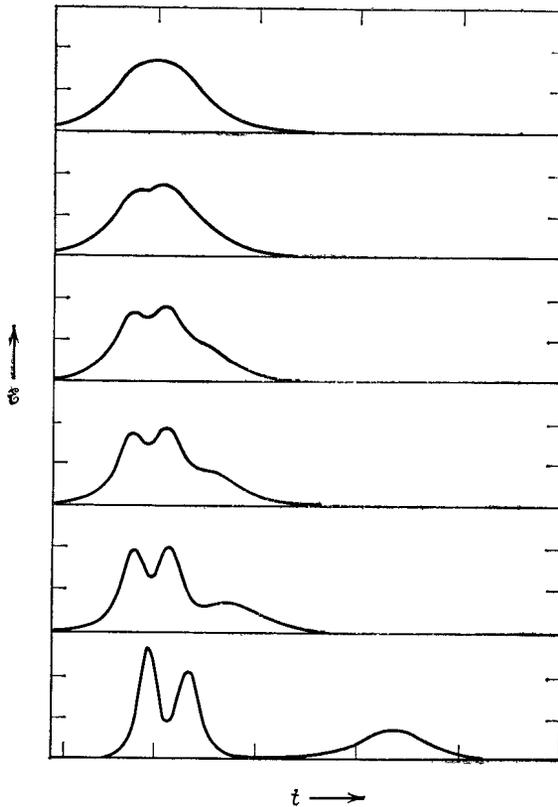


Фиг. 4.7. Разбиение  $4\pi$ -импульса на два  $2\pi$ -импульса.

Показана огибающая как функция времени для четырех различных положений. Отметим, что пиковое значение растет в процессе разбиения.

поведение которого, по-видимому, не может быть интерпретировано в терминах «столкновение» или «разбиение». На фиг. 4.9 показана временная эволюция такого импульса. Его можно назвать «связанным состоянием» двух устойчивых импульсов с площадями, скажем,  $+2\pi$  и  $-2\pi$ . Устойчивость такого «связан-

ного состояния», а также наблюдение квантованных площадей для других импульсов с  $A = \pm 2\pi l$  породили целый ряд умозрительных построений, касающихся нелинейных волновых уравнений частиц и возможности объяснить нелинейными фундаментальными взаимодействиями устойчивость элементарных частиц.



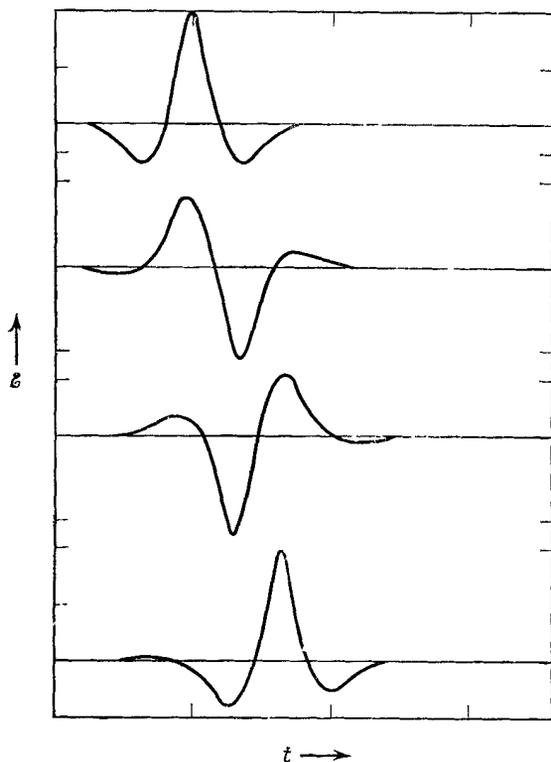
Фиг. 4.8. Разбиение  $6\pi$ -импульса на три  $2\pi$ -импульса [8].

Показана огибающая как функция времени для шести различных положений. Вновь отметим, что пиковое значение растет в процессе разбиения.

Обсуждение некоторых из этих вопросов можно найти в работе Рубинштейна [9], посвященной так называемому синус-уравнению Гордона.

Наконец, следует упомянуть, что в самое последнее время удалось получить нестационарные решения уравнений для медленно меняющихся оптических импульсов при произвольном числе  $N$   $2\pi$ -импульсов. Решение, предположенное Гиббоном и Эйлбеком [10], было затем подтверждено ими совместно с Кодри

и Булафом [11]. Интересны и открытые Абловитцем и др. [12] решения задач с начальными условиями применительно к широкому классу нелинейных динамических уравнений. Для нахождения этих решений использовался метод инверсного рассеяния.



Фиг. 4.9. «Связанное состояние» для Ол-импульса, которое не дает «разбиения» [8].

Существование единого метода, который позволяет успешно рассматривать такие нелинейные динамические уравнения, как уравнения Кортевега — де Вриза, синус-уравнение Гордона и уравнение Бенни — Нивелла, а также уравнение для оптических импульсов, свидетельствует о важной общности явлений в весьма различных областях физики, исследование которой еще только начинается, но дальнейший прогресс в этой области будет, несомненно, быстрым<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Некоторые из затронутых здесь вопросов, в частности уравнения Кортевега — де Вриза и их решения, обсуждаются в обзоре [19\*]. — Прим ред.

## § 6. ЭФФЕКТЫ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ

Если мы примем для поля более общее по сравнению с ранее использованным выражение вида

$$E(t, z) = \mathcal{E}(t, z) \{e^{i[\omega t - Kz + \varphi(t, z)]} + \text{к. с.}\}, \quad (4.44)$$

где  $\varphi(t, z)$  — фазовая функция, которая медленно меняется в том же смысле, что и  $\mathcal{E}(t, z)$ , то в теории возникают определенные модификации. Как и ранее, будем обозначать волновой вектор в вакууме  $\omega/c$  через  $k$ . Текущий вектор равен теперь  $K - \partial\varphi/\partial z$  и не обязательно постоянен. Можно также ввести мгновенную частоту поля

$$\omega(t) = \omega + \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t, z), \quad (4.45)$$

что позволяет дополнительно учесть эффекты частотной модуляции.

Основные уравнения Блоха остаются при этом без изменения, если пользоваться по-прежнему вращающейся системой координат. Обычно удобнее всего использовать систему, вращающуюся с мгновенной частотой поля. При этом в уравнениях Блоха во вращающейся системе появляются новые нелинейности:

$$\dot{u} = -(\Delta - \dot{\varphi})v, \quad (4.46a)$$

$$\dot{v} = (\Delta - \dot{\varphi})u + \kappa \mathcal{E}w, \quad (4.46b)$$

$$\dot{w} = -\kappa \mathcal{E}v, \quad (4.46в)$$

что, конечно, значительно усложняет анализ. Наличие частотно-модулированного поля не меняет, однако, закона сохранения вероятности для атома: как и прежде,  $u^2 + v^2 + w^2 = 1$ , что нетрудно проверить.

Помимо изменений в уравнениях Блоха, в волновом уравнении Максвелла (оно второго порядка) появляется более общая медленно меняющаяся синфазная часть. Нетрудно убедиться, что уравнения Максвелла приобретают вид

$$\mathcal{E} \left( K^2 - k^2 - 2K \frac{\partial \varphi}{\partial z} - 2k \frac{\partial \varphi}{\partial ct} \right) = 2\pi k^2 \mathcal{N}^2 d \int u g(\Delta') d\Delta', \quad (4.47)$$

$$\left( K \frac{\partial}{\partial z} + k \frac{\partial}{\partial ct} \right) \mathcal{E} = 2\pi k^2 \mathcal{N}^2 d \int v g(\Delta') d\Delta'. \quad (4.48)$$

Достаточно указать три проблемы, в которых фазовая модуляция играет роль. В первой из них речь идет о влиянии на атомы при точном резонансе сильного заданного внешнего поля. Это вариант проблемы Раби, когда нас интересует не излучение атомов, а лишь их отклик на приложенное поле. По-

этому достаточно использовать лишь уравнения (4.46) с  $\Delta = 0$  без привлечения уравнений Максвелла.

Не претендуя на общее исследование, просто укажем, что справедливо некоторое «естественное» решение, если огибающая внешнего поля задана в виде гиперболического секанса, а его частота изменяется по закону гиперболического тангенса. Если дано так много, то уже нетрудно построить полное решение. Обозначим величину смещения частоты через  $2\delta\omega$ . Тогда

$$\dot{\phi} = -\delta\omega \operatorname{th} \frac{t-t_0}{\tau}, \quad (4.49a)$$

$$u = \frac{-\delta\omega\tau}{\sqrt{1+(\delta\omega\tau)^2}} \operatorname{sech} \frac{t-t_0}{\tau}, \quad (4.49б)$$

$$v = \frac{-1}{\sqrt{1+(\delta\omega\tau)^2}} \operatorname{sech} \frac{t-t_0}{\tau}, \quad (4.49в)$$

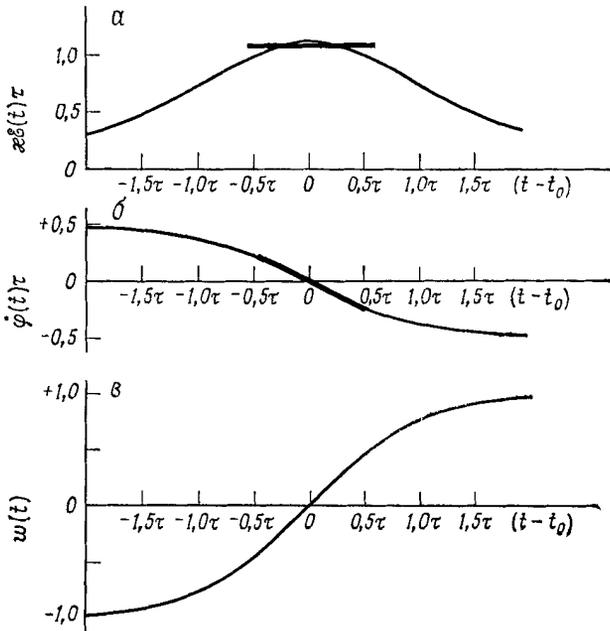
$$\omega = \operatorname{th} \frac{t-t_0}{\tau}, \quad (4.49г)$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\kappa\tau} \sqrt{1+(\delta\omega\tau)^2} \operatorname{sech} \frac{t-t_0}{\tau}. \quad (4.49д)$$

Интересно, что решения (4.49) позволяют получить аналитически точное обобщение известных приближенных результатов по адиабатической инверсии. То обстоятельство, что полученное решение должно иметь некоторое отношение к адиабатической инверсии, неудивительно. Последняя реализуется в случае магнитного резонанса путем медленного изменения составляющей постоянного магнитного поля вдоль оси  $Z$ , так что эффективное поле изменяет знак и все спины инвертируются. Однако из выражения (2.41) для вектора вращающего момента во вращающейся системе координат видно, что использовать частотную модуляцию приложенного поля, т. е. временную зависимость  $\omega$ , столь же эффективно, как и изменять  $\omega_0$ .

Адиабатические изменения, связанные с (4.49), иллюстрируются фиг. 4.10. В одной и той же временной шкале представлены атомная инверсия  $\omega$ , амплитуда внешнего поля  $\mathcal{E}(t, z)$  и мгновенная девиация частоты  $\dot{\phi}(t, z)$ . Жирные линии на графиках  $\mathcal{E}$  и  $\dot{\phi}$  отвечают уровню амплитуды постоянного поля и линейному свипированию частоты, что обычно предполагается в приближенных расчетах. Важно осознать, что аналитичность нашего точного решения исключает все ограничения, связанные с адиабатичностью. Дело в том, что диполи «приготавливаются» к приходу инвертирующего импульса областью его переднего фронта, где он еще крайне слаб, а изменение поля бесконечно плавное. Вследствие этого процесс инверсии оказывается фактически медленным: он начинается задолго до прихода максимума импульса, даже если этот максимум короткий и резкий. Это со-

ображение представляет интерес в экспериментальном плане, когда приходится преодолевать трудности, связанные с неоднородным уширением. Краткое обсуждение усложнений, обусловленных влиянием  $T_2^*$ , проведено Трисы [13]



Фиг. 4.10. Иллюстрация к решениям (4.49), демонстрирующая «неадиабатическую» инверсию частотно-модулированным импульсом в виде гиперболического секанса.

Полученные решения справедливы при произвольной малой частотной модуляции. Если  $\delta\omega \rightarrow 0$ , то  $\mathcal{E}$  превращается в обычный  $\pi$ -импульс. Площадь под огибающей, которая, согласно (4.49), в общем случае имеет вид

$$A = \int \kappa \mathcal{E}(t, z) dt = \pi \sqrt{1 + (\delta\omega\tau)^2},$$

при  $\delta\omega \rightarrow 0$  обращается в  $\pi$ . Естественно думать, что  $\pi$ -импульс инвертирует атомы. С другой стороны, если частотная модуляция достаточно велика, так что  $\delta\omega\tau = \sqrt{3}$ , то  $A = 2\pi$ . Здесь физика решений сложнее: мы обнаруживаем  $2\pi$ -импульс, который лишь инвертирует атомы, не возвращая их в основное состояние.

Качественно суть дела такова. При наличии частотной модуляции эквивалентность площади импульса и угла поворота диполя уже не имеет места. Наиболее существенным следствием этого является нарушение в принципе теоремы площадей. Какого-либо ее видоизменения для случая частотной модуляции получено не было. Возникает, таким образом, вторая проблема, связанная с частотной модуляцией.

Тот факт, что при наличии частотной модуляции теряет силу теорема площадей, может вызвать определенные сомнения в ценности решения (полученного в § 5) для самоиндуцированной прозрачности при распространении  $2\pi$ -импульса в отсутствие затухания. Может показаться, что такая ситуация представляет собой только математическую фикцию, относящуюся лишь к физически нереальному случаю, когда импульс полностью лишен частотной модуляции.

Показано [14], однако, что в рамках приближений § 5 никакая частотная модуляция для самосогласованного импульса, форма которого сохраняется, невозможна. Существенным приближением было отбрасывание членов со вторыми производными в уравнениях для медленно меняющихся огибающих, которые вытекают из общих уравнений Максвелла. В пределах ограничения, связанного с медленностью изменения, стационарное решение для поля возможно, как оказывается, лишь при  $\varphi(t, z) = \text{const}$ ; поэтому  $\dot{\varphi}$  тождественно обращается в нуль, и справедливость теоремы площадей обеспечивается. Покажем это.

Как и в предыдущем параграфе, производные по  $\xi = t - z/V$  будут отмечаться точкой. После перехода к переменной  $\xi$  продифференцируем синфазное уравнение Максвелла (4.47) еще раз. Производную  $\dot{\varphi}$ , которая появляется при дифференцировании, можно исключить, используя (4.46а), а для упрощения интегрирования по расстройкам  $\Delta'$  целесообразно использовать предположение о факторизации (4.15). В итоге получаем следующий результат:

$$2\dot{\xi}\dot{\varphi} + \mathcal{E}\ddot{\varphi} = \left(\bar{\Delta} - \frac{K-k}{V^{-1} - c^{-1}}\right)\dot{\xi}, \quad (4.50)$$

где мы использовали очень хорошее приближение  $(K^2 - k^2)/2K \cong K - k$  и обозначение

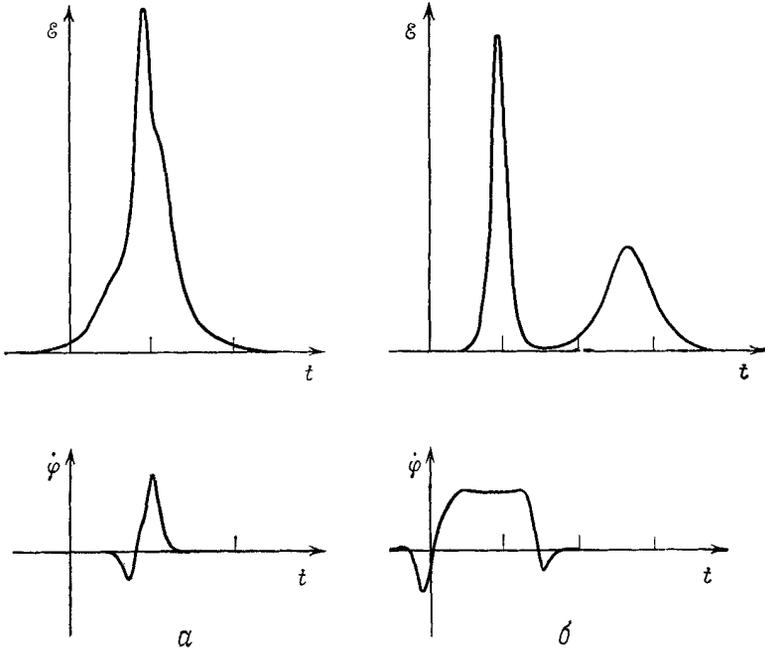
$$\bar{\Delta} \equiv \frac{\int \Delta' F(\Delta') g(\Delta') d\Delta'}{\int F(\Delta') g(\Delta') d\Delta'}. \quad (4.51)$$

Уравнение для фазы (4.50) является линейным уравнением первого порядка относительно  $\dot{\varphi}$ ; его интегрирующим множителем

служит  $\mathcal{E}$ . Из его решения

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{2} \left( \bar{\Delta} - \frac{K - k}{V^{-1} - c^{-1}} \right) \quad (4.52)$$

сразу же вытекает, что  $\dot{\varphi} = \text{const}$ . Естественно полагать, что сдвиг частоты импульса отсутствует при  $t = -\infty$ , когда импульса еще нет, т. е.  $\dot{\varphi}(-\infty) = 0$ . Но тогда из (4.52) следует,



Фиг. 4.11. Огибающая и скорость изменения фазы  $4\pi$ -импульса в исходном положении (а) и после прохождения некоторого пути в резонансной среде (б) [15].

Масштаб в каждом случае свой.

что  $\dot{\varphi}(\xi) = 0$  при любых  $\xi$ . Иначе говоря, в случае медленно меняющегося стационарного импульса какая-либо частотная модуляция невозможна. Отметим, что данный результат является более общим, чем это может показаться на первый взгляд. Если использовать условие  $\dot{\varphi} = 0$  в (4.52), то получим

$$\frac{K - k}{V^{-1} - c^{-1}} = \frac{\int \Delta' F(\Delta') g(\Delta') d\Delta'}{\int F(\Delta') g(\Delta') d\Delta'}, \quad (4.53)$$

что совпадает с отношением выражений (4.41) и (4.39) для  $K - k$  и  $1/V - 1/c$ .

Наконец, третья проблема (она возникла совсем недавно) связана с учетом влияния фазовой модуляции на распространение импульса. Лэмб [15] включил эффекты фазовой модуляции в уравнение для оптического импульса. Он показал в согласии с результатами Матулика [14], что медленно меняющийся  $2\pi$ -импульс не является частотно-модулированным, но что столкновение двух  $2\pi$ -импульсов, имеющих различные несущие частоты, приводит к возникновению  $4\pi$ -импульса, который может оказаться частотно-модулированным. Пример такого столкновения (или разбиения) показан на фиг. 4.11<sup>1)</sup>.

### § 7. ЦИРКУЛЯРНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ

Определенные выгоды при исследовании оптического резонанса может принести использование циркулярно-поляризованного света. Оптические уравнения Блоха (2.36) становятся тогда точными, и для их вывода приближение вращающейся волны уже не требуется. Однако при замене формул для линейно-поляризованного света соответствующими формулами для циркулярной поляризации нужна осторожность. Дело в том, что в литературе отсутствует общепринятое определение дипольного момента  $d$ . Этот вопрос детально обсуждали Слашер и Гиббс ([16], прилож. D).

Такой переход выполняется непосредственно, если последовательно соблюсти ряд простых правил. В качестве иллюстрации мы выведем уравнения Блоха и уравнения Максвелла для медленно меняющейся огибающей в случае циркулярно-поляризованного света применительно к переходу  $|\Delta M| = 1$ .

Огибающую для циркулярно-поляризованной световой волны удобно определить так:

$$\mathbf{E}_c(t, z) = (\sqrt{2}) \mathcal{E} [\mathbf{x} \cos(\omega t - Kz) + \mathbf{y} \sin(\omega t - Kz)]. \quad (4.54)$$

Множитель  $\sqrt{2}$  введен для того, чтобы энергия волны совпала с энергией линейно поляризованной волны, записанной

<sup>1)</sup> В связи с вопросом о влиянии фазовой модуляции существенно подчеркнуть, что достаточно мощный (с площадью, большей  $\pi$ ) одиночный входной импульс, не обладающий фазовой модуляцией, пройдя определенное расстояние в квазирезонансной среде, превращается в стационарный  $2\pi$ -импульс (переходный процесс удается исследовать лишь путем численных расчетов) [2, 18\*]. При наличии же фазовой модуляции возможны новые решения, которые отвечают бесконечной периодической последовательности импульсов. Интересное обсуждение дальнейших закономерностей, связанных с фазовой модуляцией (в том числе обусловленных конечностью времени релаксации, зависимостью показателя преломления от поля, наличием других уровней энергии и т. п.), содержится в обзоре [18\*] — Прим ред.

в виде (4.3):

$$\mathbf{E}(t, z) = \mathcal{E} \mathbf{x} [e^{i(\omega t - Kz)} + \text{к. с.}], \quad (4.55)$$

который мы последовательно используем в данной книге. Множитель  $\sqrt{2}$  заключен в круглые скобки, поскольку он не всегда вводится (см., например, [2]).

Точная форма уравнений Максвелла и оптических уравнений Блоха зависит от определения огибающей. Форма же уравнений Блоха зависит лишь от матричных элементов произведения  $\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$ . Для перехода с  $|\Delta M| = 1$  вектор  $\mathbf{d}_{+-}$  пропорционален вектору  $\mathbf{x} \pm iy$  (с числовым коэффициентом пропорциональности). Это видно, например, из (2.11). Мы определяем величину  $d$  для перехода с  $|\Delta M| = 1$  следующим образом:

$$\mathbf{d}_{+-} = d \frac{\mathbf{x} - iy}{(\sqrt{2})}. \quad (4.56)$$

Благодаря введению множителя 2 имеем  $\mathbf{d}_{+-} \cdot \mathbf{d}_{+-} = d^2$ , что согласуется с (2.27), (2.28) и с формулами оставшейся части книги. Вновь величина  $\sqrt{2}$  заключена в круглые скобки, потому что она вводится не всеми авторами. Ясно, что если в определении (4.54) и (4.56) одновременно опустить величины  $(\sqrt{2})$ , как это делают Мак-Колл и Хан [2], то произведение  $\mathbf{d}_{+-} \cdot \mathcal{E}$  не изменится; оно останется равным  $d \mathcal{E} \exp[-i(\omega t - Kz)]$ . Поэтому в любом случае получаем оптические уравнения Блоха, которые во вращающейся системе координат совпадают с уравнениями (2.29) при том же определении (2.28) для  $\kappa$ .

Иначе обстоит дело с уравнениями Максвелла, поскольку огибающая поля и дипольный момент стоят в разных сторонах уравнений. Удельная поляризация  $P(t, z)$  определяется через среднее значение оператора дипольного момента. Поскольку для перехода  $\Delta M = \pm 1$   $\mathbf{d}_{+-}$  комплексно, соответствующая операторная форма для  $\hat{\mathbf{d}}$  содержит операторы  $\hat{\sigma}_{1,2}$ , так что

$$\hat{\mathbf{d}} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{d}_{+-} \\ \mathbf{d}_{-+} & 0 \end{pmatrix} = \frac{d}{(\sqrt{2})} (\mathbf{x} \hat{\sigma}_1 + \mathbf{y} \hat{\sigma}_2). \quad (4.57)$$

Здесь использованы определение (4.56) и свойство эрмитовости  $\mathbf{d}_{-+} = (\mathbf{d}_{+-})^*$ . Итак, пользуясь определениями (2.21) и (2.25), находим

$$\langle \hat{\mathbf{d}} \rangle = \frac{d}{(\sqrt{2})} \{u [\mathbf{x} \cos(\omega t - Kz) + \mathbf{y} \sin(\omega t - Kz)] + v [-\mathbf{x} \sin(\omega t - Kz) + \mathbf{y} \cos(\omega t - Kz)]\}, \quad (4.58)$$

где  $u$  и  $v$  имеют тот же смысл, что и ранее:  $u$  есть амплитуда синфазной, а  $v$  — квадратурной относительно  $\mathbf{E}_0$  частей  $\langle \hat{\mathbf{d}} \rangle$ ,

Соответствующие уравнения Максвелла для медленно меняющихся величин с учетом записи (4.54) для  $\mathbf{E}_d$  и того, что  $\mathbf{P} = \mathcal{N} \langle \hat{\mathbf{d}} \rangle$  [где  $\langle \hat{\mathbf{d}} \rangle$  определяется формулой (4.58)], имеют следующий вид:

$$(K^2 - k^2)(\sqrt{2}) \mathcal{E}(t, z) = 4\pi k^2 \mathcal{N} \frac{d}{(\sqrt{2})} u(t, z; \Delta), \quad (4.59a)$$

$$2 \left( K \frac{\partial}{\partial t} + k \frac{\partial}{\partial ct} \right) (\sqrt{2}) \mathcal{E}(t, z) = 4\pi k^2 \mathcal{N} \frac{d}{(\sqrt{2})} v(t, z; \Delta). \quad (4.59b)$$

Эти уравнения идентичны уравнениям (4.4) (если забыть о неоднородном уширении), только если сохранены оба множителя  $(\sqrt{2})$ . В противном случае приходим к уравнениям в форме Мак-Колла — Хана. В физическом плане различия, конечно, несущественны, поскольку они возникают вследствие разных определений «огibaющей»  $\mathcal{E}$  и «дипольного момента»  $d$ . Эти различия необходимо, естественно, учигывать при сравнении результатов разных авторов, если они содержат в явном виде  $d$  или  $\mathcal{E}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Byrd P. F., Friedman M. D., Handbook of Elliptic Integrals, Berlin, 1954, p. 7, example V.
- 1a\*. Мак-Миллан, Динамика твердого тела, ИЛ, 1951.
2. McCall S L., Hahn E. L., Phys. Rev., **183**, 457 (1969); Phys. Rev. Lett., **18**, 908 (1967).
3. Gibbs H. M., Slusher R E., Appl. Phys. Lett, **18**, 505 (1971).
4. Matulic L., Eberly J. H., Phys. Rev., **A6**, 822, 1258E (1972).
- Marth R. A., Holmes D A., Eberly J H., Phys. Rev., **A9**, 2733 (1974)
5. Arecchi E T., DeGiorgio V., Someda C. G., Phys. Lett., **27A**, 588 (1968).
6. Crisp M D., Phys. Rev. Lett, **22**, 820 (1969)
7. Eberly J. H., Phys. Rev. Lett, **22**, 760 (1969)
8. Lamb G. L., Jr., Phys. Lett, **25A**, 181 (1967); Rev. Mod. Phys., **43**, 99 (1971).
- Barnard T. W., Phys. Rev, **A7**, 373 (1973). (Новейшие результаты.)
9. Rubenstein J., J. Math. Phys, **11**, 258 (1970).
10. Gibbon J. D., Eilbeck J C., J. Phys., **A5**, L122 (1972).
11. Caudrey P. J., Gibbon J. D., Eilbeck J. C., Bullough R. K., Phys. Rev. Lett., **30**, 237 (1973).
12. Ablowitz M. J., Kaup D. J., Newell A. C., Segur H., Phys. Rev. Lett, **31**, 125 (1973).
13. Treacy E B, в книге The Physics of Quantum Electronics, 1969, Optical Sciences Center Technical Report 45, ed. J. B Mandelbaum, S. F. Jacobs, University of Arisona, 1969, p. 183—187.
14. Matulic L, Optics Comm, **2**, 249 (1970).
15. Lamb G L, Jr, Phys. Rev. Lett, **31**, 196 (1973).
16. Slusher R E, Gibbs H M, Phys. Rev., **A5**, 1634 (1972).
- 17\*. Крюков П. Г., Летохов В. С., УФН, **99**, 169 (1969)
- 18\*. Подузтков И. А., Попов Ю. М., Ройтберг В. С., УФН, **114**, 97 (1974).
- 19\*. Кадомцев Б. Б., Карпман В. И., УФН, **103**, 193 (1971).

# ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО РАСПРОСТРАНЕНИЮ ИМПУЛЬСОВ

### § 1. ВВЕДЕНИЕ

Наблюдение Мак-Коллом и Ханом характерного явления самоиндуцированной прозрачности в рубине стимулировало постановку многих других родственных экспериментов. В данной главе мы упомянем некоторые из них и обсудим ряд осложняющих обстоятельств, которые возникают в реальных экспериментах с  $\pi$ -импульсами, но не учитывались в рамках идеализированного теоретического рассмотрения предыдущей главы. Сюда относятся: появление иногда третьего энергетического уровня, достаточно сильно взаимодействующего со светом; часто наблюдаемое вырождение уровней резонансной среды; неизбежное присутствие некогерентных релаксационных явлений, особенно связанных с  $T'_2$ , и др.

Если третий энергетический уровень близок к двум резонансным, то возникает сомнение в законности двухуровневой модели для атома, на которой базируется вся теория. В случае вырожденного поглотителя теряет силу теорема площадей (каких-либо ее обобщений получить не удалось), так что большинством преимуществ, которыми обладали все  $2\pi$ -импульсы в невырожденном случае, здесь будут обладать лишь  $0\pi$ -импульсы. Что касается времени  $T'_2$ , то его главное влияние сводится к нивелированию различий между когерентными явлениями, связанными с распространением  $\pi$ -импульсов, и некогерентным насыщением или просветлением.

### § 2. САМОИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ

Уже в своей исходной работе [1], в которой была изложена теория самоиндуцированной прозрачности, Мак-Колл и Хан привели экспериментальные результаты, подтверждающие существование эффекта. В их очень трудном, пионерском эксперименте пришлось идти на определенные компромиссы, так что не все экспериментальные параметры отвечали идеальной ситуации, рассматриваемой в теории. Мак-Колл и Хан понимали, что световые импульсы входят в образец с неоднородным поперечным

распределением интенсивности, однако предполагали, что для любой малой части волнового фронта на достаточно малых расстояниях реализуются предсказания модели плоских волн. Они предвидели также, что более (менее) интенсивным участкам луча будут отвечать меньшие (большие) задержки импульса. Фактически максимальные полученные задержки оказались эквивалентными увеличению оптической длины пути в среде примерно в 100 раз.

В эксперименте Мак-Колла и Хана в качестве резонансной среды использовался рубиновый стержень, охлажденный до температуры жидкого гелия, в который поступали короткие импульсы из рубинового лазера, работавшего в режиме модуляции добротности, с охлажденной до температуры жидкого азота активной средой. Лазер работал на переходе  $\bar{E}(2E) \rightarrow 4A_2(\pm^{3/2})$ , который благодаря тепловой подстройке был в резонансе с переходом  $4A_2(\pm^{1/2}) \rightarrow \bar{E}(2E)$  в охлажденной резонансной среде. Оказалось, что слабые (значительно ниже порога нелинейного пропускания) импульсы ослабляются в среде более чем в  $10^5$  раз, в то время как интенсивные импульсы света проходят через среду без ослабления. Эта самоиндуцированная прозрачность уменьшалась с ростом температуры и исчезала при температуре 40 К, при которой когерентные состояния атомов разрушались необратимыми релаксационными процессами, ввиду очень быстрой релаксации между уровнями  $2\bar{A}(2E)$  и  $\bar{E}(2E)$ , накладывавшей условие  $T_2' < \tau$ .

В свете известных результатов по насыщению поглощения для высокоинтенсивного лазерного излучения могут возникнуть сомнения в однозначности эксперимента в связи с возможностью истолкования наблюдаемого нелинейного пропускания как некогерентного «выжигания дырок», при котором профиль поглощения полностью насыщается передним фронтом импульса. Природа некогерентного насыщения детально обсуждается в § 4. Подчеркнем здесь, что наиболее убедительная экспериментальная демонстрация самоиндуцированной прозрачности достигается при использовании газообразных резонансных сред<sup>1)</sup>.

Пейтел и Слашер [2] впервые получили результаты для газообразной среды. Они наблюдали задержки в  $\text{SF}_6$  около 0,2 мкс и то, что выходные импульсы выглядят более симметричными по сравнению с входными импульсами  $\text{CO}_2$ -лазера. Они показали также, что интенсивность выходного импульса всегда превышала соответствующий максимум интенсивности «хвоста»

<sup>1)</sup> Трудности реализации данного эффекта в рубине связаны с малостью дипольного момента перехода ( $d \approx 5 \cdot 10^{-21}$  ед. СГСЭ) и времен релаксации, что обуславливает высокую пороговую интенсивность и необходимость глубокого охлаждения. — *Прим. ред.*

входного импульса в пределах большей части его длительности; это обстоятельство представлялось ими в качестве доказательства наблюдения самоиндуцированной прозрачности. По поводу данной работы были, однако, высказаны определенные сомнения, связанные с наличием в  $\text{SF}_6$  вырождения уровней, а также с возможным некогерентным насыщением [3]. В ответ Пейтел [4] показал, что оптическая задержка зависит от интенсивности и что с ростом давления она достигает максимума и затем убывает. Однако для наших целей точная интерпретация результатов распространения в  $\text{SF}_6$  не очень существенна, поскольку сейчас уже выполнены убедительные эксперименты, относящиеся к невырожденным системам; эффекты вырождения мы обсудим отдельно в § 3<sup>1)</sup>.

Гиббс и Слашер [5] детально описали эксперименты по распространению когерентных оптических импульсов в разреженных парах рубидия, в которых отсутствует вырождение. Источником оптических импульсов был  $^{202}\text{HgII}$ -лазер; его импульсы имели полностью когерентный частотный профиль, т. е. их спектральная ширина была обусловлена лишь длительностью импульса, а не флуктуациями фазы или частоты в пределах импульса. Отсутствовала также частотная модуляция импульсов. Импульсы пропускались через апертуру, которая обеспечивала достаточную близость волнового фронта к плоскому и однородное поперечное распределение интенсивности.

Лазерное излучение возбуждалось в разрядной трубке с полым катодом импульсным током с частотой 160 Гц. Из лазерного импульса общей длительностью 1 мкс при помощи ячейки Поккельса выделялся участок длительностью 5—10 нс; импульс излучения поступал в ячейку длиной 1—10 мм, наполненную парами  $^{87}\text{Rb}$  с плотностью  $10^{11}$ — $10^{13}$  атом/см<sup>3</sup>. В отсутствие магнитного поля длина волны соответствующей линии поглощения рубидия составляет 7947,64 Å. Слашер и Гиббс [5] использовали магнитное поле 74,5 кЭ для зеemanовской настройки перехода в резонанс с лазерным излучением, которое имело длину волны 7944,66 Å. В итоге уже слабая фокусировка лазерного излучения обеспечивала получение импульсов с площадью в несколько π.

Использование паров рубидия в качестве резонансной среды выгодно по ряду причин; одна из наиболее важных состоит в том, что магнитная настройка не только обеспечивает здесь резонанс с лазерным излучением, но и выделяет единственный переход между парой невырожденных магнитных подуровней, устраняя другие переходы, которые возникают при различных зна-

---

<sup>1)</sup> Эффект самоиндуцированной прозрачности наблюдался и в других молекулярных газах, в частности в трихлориде бора [24\*] и аммиаке [25\*]. — *Прим. ред.*

чениях  $M_F$ . Другими словами, магнитное поле обеспечивает невырожденный двухуровневый переход с единственным дипольным моментом.

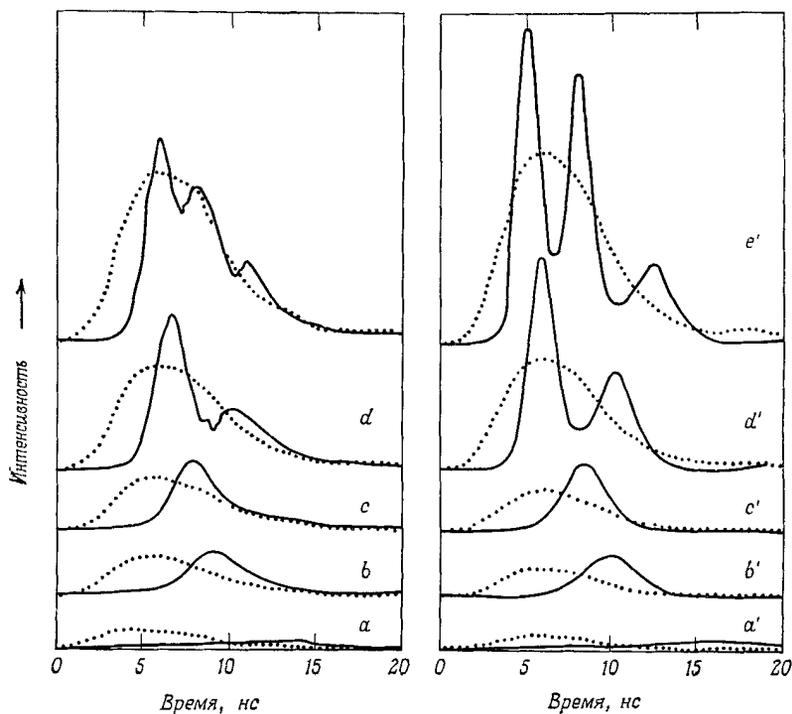
В экспериментах Слашера — Гиббса пары рубидия были однородно распределены по поглощающей ячейке и весьма высокий коэффициент поглощения достигался на очень малой длине. Обратная доплеровская ширина перехода составляла 0,8 нс, в то время как длительность импульса  $\tau$  была равна 7 нс, т. е. импульс был достаточно длинным, чтобы все его частотные компоненты поглощались одинаково. Естественное время жизни верхнего уровня существенно превышало  $\tau$  и составляло 28 нс.

Именно при такой почти идеальной удачной комбинации параметров импульса и среды Слашер и Гиббс наблюдали нелинейное пропускание. Для их  $2\pi$ -импульсов пропускание было меньше 100%, по-видимому, только ввиду того, что форма входных импульсов не соответствовала гиперболическому секансу, и они должны были сначала надлежащим образом сформироваться в среде. Наблюдались большие задержки импульсов, что отвечает уходу энергии из импульса, когерентному возбуждению атомов и обратному высвечиванию в области заднего фронта импульса без потерь, но с задержкой, обусловленной временным когерентным сохранением энергии импульса в атомах. Наблюдаемые задержки хорошо согласовывались с предсказанными по формуле (4.41) и соответствовали скоростям импульса, на три порядка меньшим  $c$ . Очень часто наблюдалось также разбиение импульса в согласии с предсказаниями теоремы площадей (фиг. 5.1).

«Провал» между  $2\pi$  и  $3\pi$  на кривой зависимости выходной интенсивности от входной (фиг. 5.2) можно отнести за счет влияния  $4\pi$ -импульсов, которые дважды когерентно возбуждают и девозбуждают атомы. Иначе говоря, часть импульса поглощается, а затем, несколько позже, переизлучается. Из полученных данных видно также, что в некоторых случаях пиковые выходные интенсивности превышают пиковые входные интенсивности, хотя полная выходная энергия, конечно, меньше, чем входная. И опять-таки это удастся объяснить лишь в рамках когерентного взаимодействия между светом и атомными диполями; в теории некогерентного насыщения подобные результаты заведомо отсутствуют.

Путем изменения величины магнитного поля можно было расстраивать рубидиевый поглотитель, удаляясь от резонанса. Оказалось, что форма пропускаемых импульсов совпадает с таковой для резонансного случая, если плотность атомов поднята до уровня, при котором величина  $\alpha L$  имела то же значение, что и при резонансе. Сколько-нибудь существенного затягивания нерезонансных  $2\pi$ -импульсов к центру линии поглощения не на-

блюдалось. Сдвиг наблюдался лишь при наименьших входных площадях; вследствие более высокого поглощения частотных компонент вблизи резонанса он составлял 10—20 МГц в направлении от резонанса. Последние результаты исследования



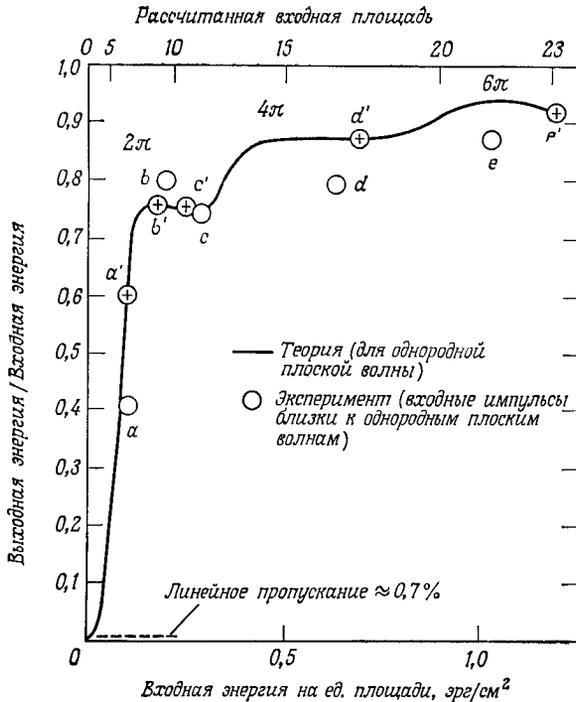
Фиг. 5.1. Экспериментальные и теоретические результаты для формы входных и выходных импульсов [5].

Кривые из точек отвечают входным импульсам, а сплошные кривые — соответствующим выходным импульсам после прохождения ими пути, равного пяти длинам поглощения. Экспериментальные кривые *a—e* соответствуют точкам вида  $\oplus$  на фиг. 5.2 и относятся к импульсам с площадями: несколько меньше  $2\lambda$  (кривая *a*), между  $2\lambda$  и  $3\lambda$  (кривые *b, c*), несколько меньше  $5\lambda$  (кривая *d*) и примерно  $6\lambda$  (кривая *e*). Теоретические кривые *a'—e'* отвечают точкам вида  $\circ$  на фиг. 5.2 и относятся к входным импульсам в виде гиперболического секанса с площадями 6,28, 8,7, 10,5, 17,5 и 23 соответственно. По-видимому, указанные площади были несколько меньше площадей реальных импульсов в эксперименте, поскольку длинные «хвосты» импульсов не объяснены. Тем не менее ясно видно, что факт разбиения импульсов с площадями, большими  $3\lambda$ , и отсутствия разбиения при меньших площадях полностью согласуются с предсказаниями теории.

затягивания частоты опубликованы недавно Дилсом и Ханом [6].

В соответствии с расчетами Мак-Колла и Хана импульс с площадью, несколько меньшей  $3\lambda$ , преобразовывался благодаря эффекту самоиндуцированной прозрачности в распространяющийся импульс с площадью  $2\lambda$  с усиленным пиковым значе-

нием и меньшей шириной. Это явление обсуждалось полуколичественно в конце § 4 гл. 4. Для увеличения интенсивности в  $2\pi$ -импульсе можно использовать фокусировку, при которой уменьшается диаметр пучка и увеличивается до  $3\lambda$  площадь импульса.



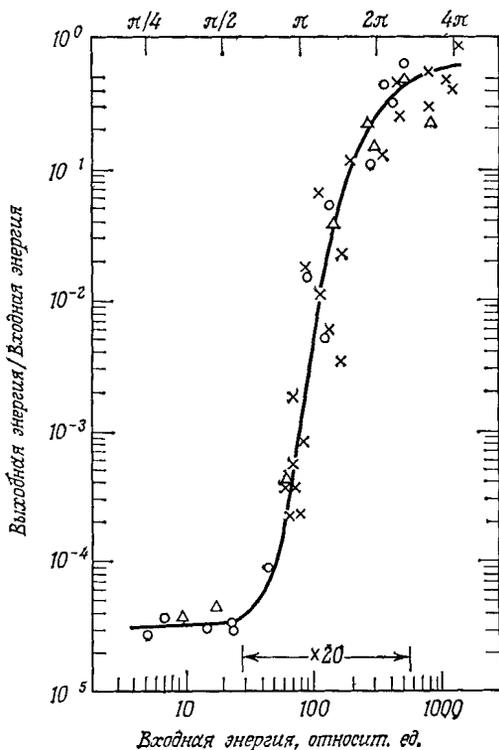
Фиг. 5.2. Нелинейное пропускание при самоиндуцированной прозрачности в парах рубидия [5].

Точки  $\oplus$  и  $\circ$  отвечают импульсам, показанным на фиг. 5.1. Теоретическое пропускание не является полным даже при площадях  $2\pi$ ,  $4\pi$  и  $6\pi$ , поскольку при численных расчетах принимались во внимание столкновительное и излучательное затухания, которые присутствуют в парах рубидия.

Используя вторую поглощающую ячейку, можно еще более сжать  $2\pi$ -импульс и увеличить его пиковое значение интенсивности. Гиббс и Слэшер [7] сообщают о сжатии импульса на порядок.

Прекрасные экспериментальные исследования Гиббса и Слэшера убедительно подтверждают разработанную Мак-Коллом и Ханом теорию когерентного взаимодействия между когерентным импульсом и дипольными моментами ансамбля атомов. Существенное значение имели также результаты Эшера и Скали [8], которые исследовали влияние на самоиндуцированную проз-

рачность времени фазовой релаксации  $T'_2$ , нагревая рубиновый образец от 5 до 60 К. При приближении в процессе нагревания  $T'_2$  к  $\tau$  пропускание и задержка уменьшались, особенно для импульсов, близких к  $\pi$ -импульсам; для импульсов же с площадью больше  $2\pi$  эффект был значительно меньшим. Эти результаты



Фиг. 5.3. Отношение выходной энергии к входной как функция энергии на входе при распространении импульса в рубине [8].  
 Виден существенно нелинейный пороговый характер явления самондущированной прозрачности. Кривая проведена по экспериментальным точкам.

также хорошо согласуются с численными расчетами. На фиг. 5.3 показаны полученные в [8] результаты зависимости энергетического выигрыша от входной энергии, из которых хорошо виден быстрый переход от линейного поглощения к почти полной прозрачности. Вблизи порога прозрачности  $\pi$ -импульсов изменение входной энергии в 20 раз приводит к росту пропускания на четыре порядка.

Описанные выше экспериментальные результаты относятся к так называемому пределу широких линий, когда неоднород-

ная спектральная ширина среды гораздо больше, чем ширина спектра входного импульса, т. е.  $(T_1, T_2') > \tau > T_2^*$ . Существует также предел резкой линии, когда  $(T_1, T_2', T_2^*) > \tau$ . Здесь импульс в виде гиперболического секанса остается еще стационарным решением, даже если резкая линия выходит из резонанса с центральной частотой импульса. Дело в том, что стационарное решение в виде гиперболического секанса остается таковым для каждой однородной компоненты безотносительно к ее расстройке  $\Delta$ ; именно это приводит к тому, что для полной неоднородно уширенной линии импульс в виде гиперболического секанса также является стационарным решением. Предел резкой линии исследовали Гиббс и Слашер [9], которые использовали атомный пучок рубидия, перпендикулярный направлению распространения оптического импульса. Доплеровская ширина для рубидия составляла всего около 30 МГц, в то время как частотная ширина входного импульса была равной 120 МГц. Для входных площадей в интервале от  $\pi$  до  $6\pi$  наблюдались как разбиение, так и изменение формы импульсов<sup>1)</sup>.

### § 3. ЭФФЕКТЫ ВЫРОЖДЕНИЯ

В экспериментах типа описанных в данной главе вырождение двух типов может маскировать или ослаблять самоиндуцированную прозрачность. Импульс обладает четко определенной площадью только при одном значении дипольного момента резонансной среды. Это ясно из той роли, которую играет параметр  $\kappa = 2d/\hbar$  в определении (4.40):

$$A(t, z) = \kappa \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(t', z) dt' = \frac{2d}{\hbar} \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(t', z) dt'. \quad (5.1)$$

Если бы среда обладала вырождением в том смысле, что несколько линий поглощения перекрывались, причем каждой отвечало бы собственное значение дипольного момента, то возникновение самоиндуцированной прозрачности стало бы почти

<sup>1)</sup> В последние годы в исследованиях самоиндуцированной прозрачности появились новые принципиально важные направления. случай двухфотонного резонанса [26\*], самопросветление при одно- и двухфотонных межзонных переходах в полупроводниках [27\*], самопросветление в области экситонных переходов [28\*], солитоны вынужденного комбинационного рассеяния света [29\*] и др. Следует также отметить, что самоиндуцированная прозрачность существует не только для электромагнитных, но и для полей другой природы, в частности для ультразвуковых импульсов [1, 30\*]. Обсуждение многих аспектов перечисленных вопросов можно найти в обзоре [31\*]. В обзорной статье [32\*] анализируются также важные вопросы распространения импульсов в резонансно усиливающих средах. — *Прим. ред.*

невероятной случайностью: нужно чтобы отношение соответствующих дипольных моментов было целым числом

Известно, однако, что в отсутствие магнитного поля уровень с данным  $J$  всегда  $(2J + 1)$ -кратно вырожден. Речь идет о пространственном вырождении, которое обусловлено квантованием  $z$ -компоненты углового момента.  $M = J, J - 1, J - 2, \dots, -J$ . Такое вырождение отсутствует при ядерном магнитном резонансе, поскольку там оно снимается магнитным полем. В случае же оптических переходов пространственное вырождение, несомненно, может служить препятствием для простой интерпретации экспериментов по распространению резонансных импульсов. Ведь расщепление индивидуальных переходов на величину, превышающую неоднородную ширину, требовало бы здесь нереально больших магнитных полей.

При наличии пространственного вырождения матричные элементы электрического диполя удобно записывать, указывая соответствующее магнитное квантовое число:

$$\mathbf{d}_{M+} = \langle +, J' M' | \hat{\mathbf{d}} | -, JM \rangle. \quad (5.2)$$

Правила отбора электродипольных переходов, как известно, гласят

$$\Delta J = J' - J = -1, 0, 1. \quad (5.3)$$

Если возбуждающее электрическое поле линейно поляризовано вдоль оси квантования, то дополнительно

$$\Delta M = M' - M = 0, \quad (5.4)$$

так что реализуются только  $\pi$ -переходы. Соответствующие отличные от нуля матричные элементы таковы:

$$\langle +, J + 1, M | \hat{\mathbf{d}}_z | -, J, M \rangle = \sqrt{\frac{(J + 1)^2 - M^2}{(J + 1)^2}} \|\hat{\mathbf{d}}_{J+1, J}\|, \quad (5.5a)$$

$$\langle +, J, M | \hat{\mathbf{d}}_z | -, J, M \rangle = \frac{M}{J} \|\hat{\mathbf{d}}_{J, J}\|, \quad (5.5b)$$

$$\langle +, J - 1, M | \hat{\mathbf{d}}_z | -, J, M \rangle = \sqrt{\frac{J^2 - M^2}{J^2}} \|\mathbf{d}_{J-1, J}\|, \quad (5.5в)$$

где символ  $\|\dots\|$  относится к «приведенным» матричным элементам дипольного момента, не зависящим от  $M$ . Отсюда сразу же вытекает, что определенные переходы будут проявляться так, как если бы вырождение отсутствовало. Например, при  $J = 0$  и  $J' = 1$  число  $M$  может равняться лишь нулю и

$$\langle +, 1, 0 | \hat{\mathbf{d}} | -, 0, 0 \rangle = \sqrt{\frac{1^2 - 0^2}{1^2}} \|\hat{\mathbf{d}}_{1, 0}\| = \|\hat{\mathbf{d}}_{1, 0}\|.$$

Аналогично, если  $J = 1$  и  $J' = 0$ , то  $M$  вновь может равняться только нулю и

$$\langle +, 0, 0 | \mathbf{d} | -, 1, 0 \rangle = \|\hat{\mathbf{d}}_{0,1}\|.$$

Из всех других переходов такое «счастливое» сочетание обстоятельств осуществляется только для переходов с  $J = J' = 1$ , хотя для всех переходов с  $\Delta J = 0$  дипольные моменты относятся как целые числа. Аналогичное исследование соответствующих дипольных моментов показывает, что переходы

$$J = 1/2 \Rightarrow 1/2, \quad J = 3/2 \Rightarrow 1/2, \quad J = 1/2 \Rightarrow 3/2$$

имеют  $\pi^g$ -компоненты, которые ведут себя как в двухуровневом атоме. Конечно, все  $\sigma$ -переходы должны быть исключены посредством тщательного выбора поляризации входного импульса.

Существует еще одна ситуация, в которой вырождение уровней не играет роли. Вернемся к теореме площадей и примем во внимание возможность вырождения. Подобно тому, как классическая удельная поляризация была обобщена на случай зависимости от  $z$  наряду с  $t$  и благодаря введению функции формы линии  $g(\Delta)$  стала описывать неоднородное уширение, так и выражение (4.2) для удельной поляризации среды может быть обобщено и на случай вырожденных уровней. Это достигается простым суммированием поляризации по всем электродипольным переходам между магнитными состояниями двухуровневого атома:

$$P(t, z) = \mathcal{N} \sum_M d_M \int g(\Delta'_M) [u_M \cos(\omega t - Kz) - v_M \sin(\omega t - Kz)] d\Delta'_M. \quad (5.6)$$

Соответствующее обобщение квадратурного уравнения Максвелла (4.6) имеет вид

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \pi k \mathcal{N} \sum_M d_M \int v_M g(\Delta'_M) d\Delta'_M, \quad (5.7)$$

откуда сразу же получается и обобщение теоремы площадей (4.25). Если возможных значений  $d$  несколько, то в соответствии с (5.1) полезно ввести величины  $\kappa_M = 2d_M/\hbar$  и использовать вместо площади как главной переменной следующую величину:

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(t', z) dt'.$$

Она удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \Phi(z)}{\partial z} = \frac{\pi^2 \mathcal{N}^2 \hbar \omega g(0)}{2c} \sum_M \kappa_M \sin(\kappa_M \Phi), \quad (5.8)$$

которое включает в себе теорему площадей (4.25) как частный случай. Однако суперпозиция различных значений  $\kappa_M$  не позволяет выбрать такое  $\varphi$ , для которого производная  $d\varphi/dz$  для вырожденной системы обращалась бы в нуль. Исключением является лишь случай  $\varphi = 0$ . При этом правая часть уравнения (5.8) обращается в нуль независимо от значений отдельных величин  $\kappa_M$  и интеграл по времени от  $\mathcal{E}(t, z)$  не изменяется при распространении в среде. Таким образом, в неоднородно уширенной вырожденной резонансной среде импульсы также будут распространяться на аномально большие расстояния, несмотря на недействительность теоремы площадей, если электрическое поле  $E$  один или несколько раз меняет фазу на противоположную, так что  $\mathcal{E}$  достаточно часто изменяет знак и соответствующий временной интеграл обращается в нуль.

Поучительно рассмотреть теперь распространение импульсов в вырожденных средах в случае однородного уширения. В таких средах площадь импульса может удовлетворять очень сложным ограничениям. Однако в случае достаточно длинных импульсов интеграл от огибающей убывает по закону Бера:

$$\varphi(z) = \varphi(0) \exp(-1/2 \alpha z).$$

Не обязательно, чтобы и энергия импульса убывала по закону Бера. Если мы введем в качестве меры энергии импульса величину

$$S(z) = \frac{c}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}^2(t, z) dt, \quad (5.9)$$

то, как нетрудно убедиться, при точном резонансе и однородном уширении величина  $S(z)$  будет изменяться в результате взаимодействия с атомами по следующему закону:

$$\frac{\partial}{\partial z} S(z) = -N^0 \frac{\hbar\omega}{2} \sum_M \{1 - \cos[\kappa_M \varphi(z)]\}. \quad (5.10)$$

Он непосредственно вытекает из выражения (4.7) для потока энергии, если проинтегрировать его по времени, используя для инверсии при точном резонансе формулу (4.13). Вновь видно, что если реверсирование фаз допускает  $\varphi = 0$  при  $\mathcal{E} \neq 0$ , то распространение происходит без убывания энергии. Данный результат существенно отличается от соответствующего классического результата, полученного в § 7 гл. 1. Действительно, здесь мы не предполагали, что длительность импульса гораздо меньше  $T'_2$  и  $T_2^*$ .

К сожалению, в выполненных до настоящего времени экспериментах по распространению импульсов  $\text{CO}_2$ -лазера в парах

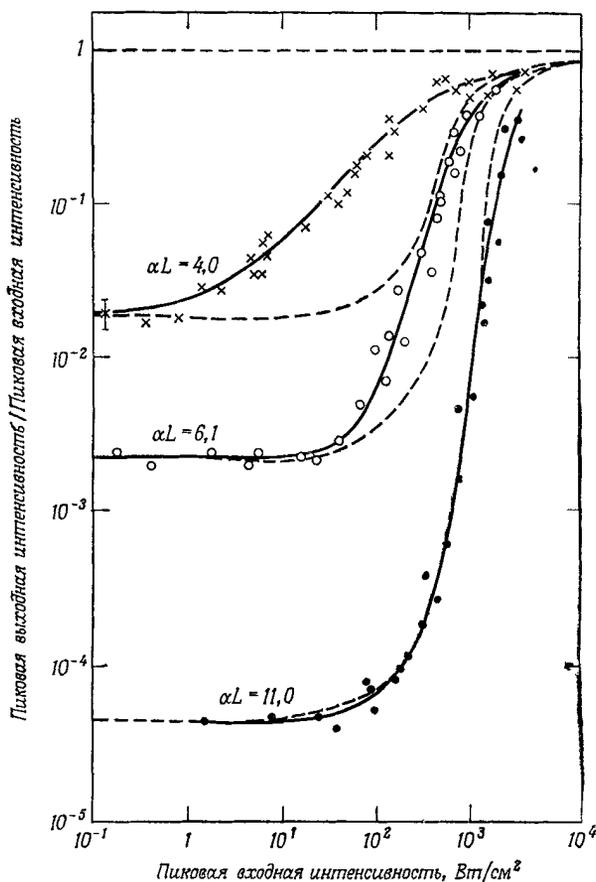
$SF_6$  (в молекуле  $SF_6$  имеется многократное вырождение) использовались только импульсы в существенно ограниченном диапазоне площадей, и интерпретация экспериментальных данных является неоднозначной. Хотя и наблюдались зависящие от интенсивности задержки импульсов, а также их сжатие и изменение формы, остается не ясным, было ли это обусловлено лишь самоиндуцированной прозрачностью или также и процессами некогерентного насыщения. Этот вопрос детально обсуждался рядом исследователей [10]. Совсем недавно сообщалось [11] о наблюдении просветления для  $0\pi$ -импульсов и об исследовании эффектов вырождения с использованием лазеров на красителях непрерывного действия и атомарных резонансных сред.

#### § 4. НЕКОГЕРЕНТНОЕ НАСЫЩЕНИЕ И ЗАДЕРЖКА ИМПУЛЬСОВ

В предыдущих параграфах мы упоминали об опасности того, что за самоиндуцированную прозрачность можно принять проявления некогерентного насыщения. Такая опасность существует, поскольку в реальных ситуациях достаточно сильные некогерентные импульсы могут привести к переводу около половины всех атомов на верхний уровень и насыщению линии поглощения под действием передней части импульса. Оставшаяся часть импульса пройдет без ослабления, как если бы среда была прозрачной. Прошедший импульс также будет задержан, поскольку «выедание» переднего фронта импульса, энергия которого расходуется на насыщение среды, приводит к смещению центра тяжести импульса назад. Естественно, что соответствующие эффекты, связанные с когерентной самоиндуцированной прозрачностью, качественно выглядят аналогично.

Имея это в виду, Смит и Аллен [10] исследовали экспериментально прохождение импульсов через пары свинца и проанализировали полученные результаты с точки зрения теории как когерентных, так и некогерентных взаимодействий. Оказалось (фиг. 5.4), что пропускание лазерных импульсов ячейкой с парами свинца резко возрастает (на несколько порядков) от малых значений при низких входных интенсивностях до значений, близких к 100%, когда входная интенсивность достигает определенного порога и превышает его. При этом в пользу явления самоиндуцированной прозрачности свидетельствует, казалось бы, не только форма кривой пропускания, но и слабая зависимость наблюдаемых задержек импульса от  $\alpha L$  и входной интенсивности (фиг. 5.5). Эти результаты на первый взгляд можно рассматривать как качественное подтверждение наличия самоиндуцированной прозрачности. Однако возможно и полуколичественное сравнение полученных данных с теорией самоиндуцированной прозрачности. Ее порог в парах свинца должен составлять

около  $1,4 \text{ Вт/см}^2$  для использованных импульсов длительностью 12 нс, в то время как из фиг. 5.4 вытекает, что порог равен примерно  $250 \text{ Вт/см}^2$ . Кроме того, задержка импульса, обусловлен-

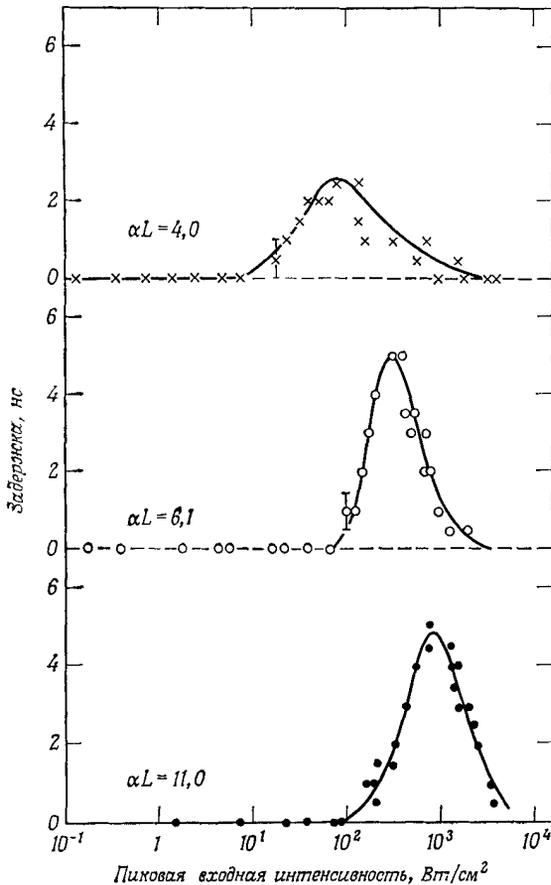


Фиг. 5.4. Отношение пиковых интенсивностей выходного и входного сигналов как функция пиковой интенсивности входного сигнала после прохождения импульсом расстояния, равного 4,0, 6,1 и 11,0 длинам поглощения в парах свинца [10].

Сплошные линии проведены по экспериментальным точкам, пунктирные — отвечают теории Селдена [12].

ная самоиндуцированной прозрачностью, должна быть значительно больше, чем на фиг. 5.5; например, при  $\alpha L = 11,0$  задержка должна составлять около 65 нс, а не 5 нс, как наблюдалось фактически.

Известно, что распространение импульса в определенной мере можно описывать кинетическими (скоростными) уравнениями, которые не учитывают эффектов когерентности при взаимодей-



Фиг. 5.5. Задержка импульсов, наблюдавшаяся при прохождении ими расстояния, равного 4,0 6,1 и 11,0 длинам поглощения в парах свинца, как функция входной пиковой интенсивности [10].

Сплошные кривые соответствуют экспериментальным данным.

ствии между импульсом и средой. Речь идет об уравнениях вида

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = -\sigma(n_2 - n_1)\mathcal{I}(t, z) - \frac{n_2}{T_1}, \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{I}}{\partial z} = \sigma(n_2 - n_1)\mathcal{I}(t, z), \quad (5.12)$$

где  $\mathcal{J}(t, z)$  — нормированный поток фотонов,  $n_2$  и  $n_1$  — плотности атомов, находящихся на нижнем и верхнем уровнях, и  $\sigma$  — поперечное сечение поглощения в расчете на один атом. Эти уравнения полностью описывают эффекты некогерентного насыщения. Связь скоростных уравнений с оптическими уравнениями Блоха обсуждается в гл. 6, здесь же мы будем использовать эти физически понятные уравнения без дополнительного их обоснования.

Некогерентное оптическое насыщение в резонансной среде рассматривали на основе кинетических уравнений Жира и Комбо [12]; Селден [12] решил эти уравнения с учетом зависимости пропускания от времени. Из теории, основанной на кинетических уравнениях, вытекает, что насыщение вызывает искажения и задержку импульсов, которые сначала увеличиваются с ростом входной интенсивности, достигая максимальных значений, а при дальнейшем росте входной интенсивности начинают убывать. Импульсы очень высокой интенсивности слабо искажаются и ослабляются, однако импульсы с промежуточной интенсивностью испытывают, кроме ослабления, также уменьшение ширины и задержку.

Смит и Аллен применили «некогерентную теорию» к экспериментальным данным по распространению импульсов в парах свинца. Хотя теория развивалась в предположении однородного уширения линии (в случае свинца уширение неоднородно), при наибольших значениях  $\alpha L$  согласие теории и эксперимента очень хорошее. С уменьшением  $\alpha L$  оно ухудшается. Дело здесь, по видимому, в том, что при высоких интенсивностях, необходимых для просветления в случае  $\alpha L = 11,0$ , «выжигание дырок» оказывается столь значительным, что различие между однородным и неоднородным насыщением становится несущественным. Теория некогерентного насыщения поглотителей предсказывает, что ширина импульса на выходе составляет примерно 0,5 ее входного значения, а задержка — около 4 нс, в то время как соответствующие экспериментальные данные составляют 0,6 и 3—5 нс.

Может показаться, что между проявлениями некогерентного просветления и самоиндуцированной прозрачности в действительности не должно быть большого различия. Однако экспериментальные результаты по свинцу однозначно указывают на преобладающую роль некогерентного насыщения (соударения со свободными электронами в ячейке с плазмой свинцового поглотителя резко уменьшают время когерентности поглотителя). Конечно, возможны ситуации, когда различие между когерентными и некогерентными процессами гораздо меньше. Причины, приводящие к такому уменьшению различий, обсуждаются ниже.

Порог некогерентного просветления отсчитывает условиям, когда скорость поглощения  $\mathcal{J}\sigma$  становится равной скорости некоге-

рентного распада  $1/T_1$ . Соответствующее пороговое значение плотности мощности составляет

$$\mathcal{P}_{\text{неког}} = \hbar\omega\mathcal{I}_{\text{неког}} \approx \frac{\hbar\omega}{\sigma T_1}. \quad (5.13)$$

Порог же *когерентного* просветления, т. е. самоиндуцированной прозрачности, достигается, когда площадь когерентного импульса приближается к  $\pi$ . Иначе говоря, если  $\tau$  — длительность когерентного импульса, то порог отвечает условию  $\kappa\mathcal{E}\tau \approx \pi$ . Соответственно для пороговой плотности мощности получаем

$$\mathcal{P}_{\text{ког}} = \frac{c}{2\pi} \mathcal{E}_{\text{ког}}^2 \approx \frac{\pi c}{2\kappa^2\tau^2}. \quad (5.14)$$

Если использовать связь между плотностью атомов среды  $\mathcal{N}$ , коэффициентом поглощения (4.26) и величиной  $\sigma$

$$\mathcal{N}\sigma = \alpha, \quad (5.15)$$

то можно получить формулу

$$\mathcal{I}_{\text{неког}} = \frac{\tau^2}{T_1 T_2^*} \mathcal{P}_{\text{ког}}. \quad (5.16)$$

(Мы опустили множитель порядка единицы.)

Поэтому можно утверждать, что порог некогерентного насыщения будет сравним с порогом самоиндуцированной прозрачности или меньше его, если  $T_1, T_2^* \gg \tau$ . В связи с этим становится понятно, что результаты типа показанных на фиг. 5.4 (форма кривой пропускания и ее положение относительно входной интенсивности) не являются достаточным показателем наличия самоиндуцированной прозрачности. Единственным неоспоримым доводом в пользу самоиндуцированной прозрачности является существование достаточно больших задержек импульсов, изменяющихся как  $1/2\alpha L\tau$ , и ясно выраженного разбегания импульса на отдельные  $2\pi$ -импульсы либо пиковое усиление  $3\pi$ -импульсов (§ 4 гл. 4).

Куртенс и Шёке [13] дали элегантный вывод ряда закономерностей, относящихся к задержкам импульсов. Они показали, что при большой расстройке, когда несущая оптическая частота  $\omega$  сильно удалена от частоты резонанса  $\omega_0$ , групповая скорость импульса и волновой вектор при самоиндуцированной прозрачности сводятся к таковым для линейной теории дисперсии. Если  $(\delta\mathcal{E}/\mathcal{E})(\tau_3/\tau) > 1$ , где  $\tau_3$  — задержка импульса, то его ослабление выражено ярче, чем задержка, и форма огибающей остается без изменения. Только когда знак этого неравенства становится противоположным, максимум импульса после прохождения достаточно большого расстояния в среде отстает от входного «хвоста». Куртенс и Шёке вычислили малую постоянную поглощения сигнала вдали от резонанса и установили, что

$(\delta\mathcal{E}/\mathcal{E})(\tau_3/\tau) = \tau/T'_2$ . Но условие  $\tau/T' < 1$  как раз совпадает с условием прозрачности. Поэтому наблюдение такой задержки импульса, в результате которой он оказывается за пределами «хвоста» входного импульса, не является достаточным свидетельством просветления. Наконец, Мак-Колл и Хан [1], а также Хопф и Скалли [14] исследовали зависимость времени задержки от площади импульса в когерентном случае и показали, что конечность времен  $T_1$  и  $T'_2$  приводит к уменьшению задержки. В целом можно сказать, что некогерентное насыщение и соответствующая задержка импульсов ограничивают когерентные явления; при сближении величин  $T'_2$  и  $\tau$  интенсивности, отвечающие этим эффектам, становятся сравнимыми, а задержки сопоставимыми.

## § 5. $\pi$ -ИМПУЛЬСЫ В ЛАЗЕРАХ С СИНХРОНИЗАЦИЕЙ МОД

С газовыми лазерами непрерывного действия связан другой пример переплетения когерентных и некогерентных явлений. Основные лазерные процессы разумно описываются скоростными уравнениями, и точно предсказывается при этом порог лазерной генерации. Однако согласия с тщательными экспериментальными исследованиями удается достигнуть только при тщательном учете атомной когерентности. Первый пример такой теории оптических импульсов в инвертированной среде был представлен Ареки и Бонифацио [15].

В случае непрерывного газового лазера, работающего в режиме свободной генерации, частоты аксиальных мод смещены по отношению к резонансам пассивного объемного резонатора вследствие эффектов межмодовой конкуренции и дисперсионных характеристик активной среды. При определенных условиях между фазами отдельных мод возникают простые соотношения; при этом говорят, что моды синхронизованы [16]. Выходное излучение лазера тогда уже не непрерывно, а состоит из последовательности импульсов с периодом  $c/2L$ , где  $L$  — длина резонатора, и с шириной импульса  $nc/2L$ , где  $n$  — число «синхронизованных» (в указанном смысле) продольных мод.

Фокс и Смит [17] предположили, что лазерный импульс, образованный синхронизованными модами, двигаясь туда-обратно в резонаторе, вполне может превратиться в  $\pi$ -импульс. В самом деле, если бы длительность импульса была больше, чем время перехода возбужденных активных центров в невозбужденное состояние, то среда усиливала бы начальную часть импульса и ослабляла его конец, тем самым укорачивая импульс. И наоборот, если бы импульс был короче указанного промежутка времени, то он удлинялся бы. Самосогласованный импульс, усили-

ваемый без искажений, должен поэтому иметь интенсивность и длительность, близкие к таковым для  $\pi$ -импульса.

Из (3.18) видно, что влияние когерентного возбуждающего поля на атомы сводится к изменению инверсии согласно соотношению

$$w = 1 - \frac{2(\kappa \mathcal{E})^2}{(\kappa \mathcal{E})^2 + \Delta^2} \sin^2 \left( \frac{1}{2} \sqrt{(\kappa \mathcal{E})^2 + \Delta^2} t \right), \quad (5.17)$$

если предположить, что при  $t = 0$  атом находился на верхнем уровне и что  $t$  мало в сравнении с характерным временем любого некогерентного процесса. При этом импульс падающего излучения с длительностью

$$\tau = \pi [(\kappa \mathcal{E})^2 + \Delta^2]^{-1/2} \quad (5.18)$$

будет вызывать наибольшее изменение населенности. Если  $\mathcal{E}$  известно из эксперимента, то, пользуясь формулой (5.18), можно предсказать длительность  $\pi$ -импульса. Фокс и Смит показали, что при  $\Delta/2\pi \approx 275$  МГц имеет место хорошее согласие между экспериментом и теорией. Авторы считают, что система ведет себя так, как если бы все атомы были отстроены по частоте на некоторую среднюю величину от резонанса с полем. В действительности импульс является, конечно, результатом взаимодействия ряда мод, так что вышеуказанная одномодовая теория является весьма приближенной.

Далее, при помещении в резонатор He — Ne-лазера неоновой поглощающей ячейки возникала непрерывная последовательность оптических импульсов [18]. Объяснение может заключаться в том, что для любой поглощающей ячейки наступает просветление, и в результате реализуются пульсации того же типа, как и в насыщающихся красителях внутри резонатора твердотельного лазера с синхронизацией мод<sup>1)</sup>, а именно:  $\pi$ -импульс, поступающий в ячейку, инвертирует поглощающую среду, отражается от зеркала, вновь инвертирует поглощающую среду и в итоге выходит без потерь. Это говорит о том, что  $\pi$ -импульс может без потерь проходить через поглотитель или усилитель, или по меньшей мере о том, что за счет действия усиливающей среды потери импульса могут быть практически сколь угодно малы.

Найдено также [19], что частота повторения импульсов, которая для резонатора с длиной  $L$  должна быть порядка  $c/2L$ , изменяется как  $I^{-1/3}$ , где  $I$  — пиковая интенсивность импульса, и что при изменении  $c/2L$  длительность импульса также изменяется приблизительно как  $I^{-1/3}$ ; это говорит о том, что величина  $I\tau^3$  остается постоянной, по крайней мере в некоторых режимах.

<sup>1)</sup> См., например, обзоры [33\*, 34\*]. — Прим. ред.

К тому же измеренная частота  $c/2L$  отличается от значения, вычисленного по длине резонатора; это свидетельствует о том, что эффективная скорость импульса меньше, чем  $c$ , т. е. имеет место задержка импульса. Мак Колл и Хан [20] показали, что их теория когерентных импульсов, описанная в гл. 4, может быть применена к лазерным усилителям бегущей волны. Можно думать, что если интенсивности импульсов достаточно малы, так что разбиение импульсов почти не происходит, то работа [20] отвечает настоящему случаю; и действительно, теория согласуется количественно с экспериментальными данными [18, 19]<sup>1)</sup>.

Интересно отметить, что и теория Лэмба [21] лазерной генерации может быть использована для обсуждения  $\pi$ -импульсов и синхронизации мод. Аллен и др. [22] показали, что в рамках теории Лэмба может быть строго решена задача о синхронизации трех аксиальных мод и решения вполне согласуются с экспериментальными данными для He—Ne-лазеров с излучением как 6328 Å, так и 1,15 мкм. Однако какое-либо предпочтительное значение площади импульса  $\theta$  для импульсов с синхронизацией трех мод у этих лазеров отсутствует [23]. Аналогично  $I\tau^3$  значительно изменяется с  $c/2L$ . Но при переходе от одного режима синхронизации к другому при постоянном  $c/2L$  (посредством небольшого сдвига центра кривой усиления по отношению к резонансной моде) ни площадь  $\theta$ , ни произведение  $I\tau^3$  почти не изменяется, что согласуется с вышеупомянутыми результатами. Тот факт, что в трехмодовом случае  $\pi$ -импульсы, по-видимому, не возникают, не совсем неожиданный. Длительность импульса в такой системе будет значительно превышать соответствующие времена релаксации диполей. В других экспериментальных работах, которые здесь цитируются, длительность импульсов была порядка  $10^{-10}$  с, так что вполне возможно говорить о  $\pi$ -импульсах. Думается, однако, что  $\pi$ -импульсы не являются неизбежным следствием синхронизации мод. Это тоже неудивительно. Ведь в реальном лазере площадь импульса ни в коей мере не сохраняется. Поперечное сечение пучка и, следовательно, поле изменяются вдоль резонатора в соответствии с формой моды, так что реализовать единое значение площади не удается.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. McCall S. L., Hahn E. L., Phys. Rev. Lett., **18**, 908 (1967); Phys. Rev., **183**, 457 (1969).
2. Patel C. K. N., Slusher R. E., Phys. Rev. Lett., **19**, 1019 (1967)

<sup>1)</sup> В последние годы получены новые интересные экспериментальные результаты по когерентным эффектам при усилении коротких световых импульсов (см., например, работу [35\*], в которой изучалось усиление таких импульсов в неоновой среде). — *Прим. ред.*

- 3 Rhodes C K, Szoke A, Javan A, Phys Rev Lett **21**, 1151 (1968)
- 4 Patel C K N, Phys Rev, **A1**, 979 (1970)
- 5 Gibbs H M, Slusher R E, Phys Rev Lett, **24**, 638 (1970)  
Slusher R E, Gibbs H M, Phys Rev, **A5**, 1634 (1972), **A6**, 1255E (1972)  
(Erratum)  
Sluscher R E, в книге Progress in Optics, ed E Wolf, vol 12 Amsterdam, 1974
- 6 Diels J C, Hahn E L, Phys Rev, **A8**, 1084 (1973)
- 7 Gibbs H M, Slusher R E, Appl Phys Lett, **18**, 505 (1971)
- 8 Asher I M, Phys Rev, **A5**, 349 (1972)
- 9 Asher I M, Scully M O, Optics Comm **3**, 395 (1971)
- 9 Gibbs H M, Slusher R E, Phys Rev, **A6**, 2326 (1972)
- 10 Gordon J P, Wang C H, Patel C K N, Slusher R E, Tomlinson W J, Phys Rev, **179**, 294 (1969)  
Rhodes C K, Szoke A, Phys Rev, **184**, 25 (1969)  
Cheo P K, Wang C H, Phys Rev, **A1**, 225 (1970)  
Hopf F A, Lamb G I, Jr, Rhodes C K, Scully M O, Phys Rev, **A3**, 758 (1971)  
Lamb G L, Jr, Rev Mod Phys **43**, 99 (1971)  
Zembrod A, Gruhl Th, Phys Rev Lett, **27**, 287 (1971)  
Smith K W, Allen L, Optics Comm **8**, 166 (1973)
- 11 Grieneisen H P, Goldhar J, Kurnit N A, Javan A, Appl Phys Lett **21**, 559 (1972)  
Salamo G J, Gibbs H M, Churchill G G, Phys Rev Lett, **33**, 273 (1974)
- 12 Gires F, Combaud F, J de Phys **26**, 325 (1965)  
Selden A C, Brit J Appl Phys, **18**, 743 (1967)
- 13 Courtens E, Szoke A, Phys Lett, **28A**, 296 (1968)
- 14 Hopf F A, Scully M O, Phys Rev, **B1**, 50 (1970)
- 15 Arecchi F T, Bon facio R, IEEE J Quantum Electronics **1**, 169 (1965)  
Armstrong J A, Courtens E, там же, **4**, 411 (1968), **5**, 249 (1969)
- 16 Allen L, Jones D G C, в книге Progress in Optics, ed E Wolf vol 9, Amsterdam 1971 p 181
- 17 Fox A G, Smith P W, Phys Rev Lett, **18**, 826 (1967)
- 18 Fox A G, Schwarz S E, Smith P W, Appl Phys Lett, **12**, 371 (1968)
- 19 Froya A, Duguay M A, Garret C G B, McCall S L, J Appl Phys, **40**, 3969 (1969)
- 20 McCall S L, Hahn E L, Phys Rev, **A2**, 861 (1970)
- 21 Lamb W E, Jr, Phys Rev, **134**, 1429 (1964)
- 22 Jones D G C, Sayers M D, Allen L, J Phys, **A2**, 95 (1969)  
Sayers M D, Allen L, Phys Rev, **A1**, 1730 (1970)
- 23 Allen L, Phys Rev Lett, **27**, 1115 (1971)
- 24\* Алимпуев С С, Карлов Н В, ЖЭТФ **61**, 1778 (1971)
- 25\* Grieneisen H P et al, Appl Phys Lett **21**, 559 (1972)  
David C D, Jr, Clark W M, Jr, Int Conference on Quantum Electronics (Montreal, 1972) Digest of Technical Papers p 72  
Hamadani S M, Goldhar J, Kurnit N A, Javan A, Appl Phys Lett, **25**, 160 (1974)
- 26\* Воропаев В Д, Ораевский А Н, Препринт ФИАН СССР, М 1966  
Беленов Э М, Полуэктов И А, ЖЭТФ, **56**, 1407 (1969)  
Takatsyi M, Phys Rev, **A4**, 808 (1971)  
Полуэктов И А, Попов Ю М, Ройтберг В С, Квант элект, **2**, 2621 (1975)
- 27\* Гварджаладзе Т Л, Грасюк А З, Зубарев И К, Крюков П Г, Шап берашвили О Б, Письма ЖЭТФ **13**, 159 (1971)  
Гварджаладзе Т Л, Грасюк А З, Коваленко В А, ЖЭТФ, **64**, 446 (1973)

- Лисовец Ю П Полуэктов И А Попов Ю М Ройтберг В С*, в сб «Квант электр», вып 5, изд во «Сов радио» 1971, стр 28  
*Александрян А Г Полуэктов И А Попов Ю М* Препринт ФИАН СССР, № 169 М, 1972
- Полуэктов И А, Попов Ю М Ройтберг В С* в сб «Квант электр» вып 4 изд во «Сов радио» 1972 стр 111  
*Гварджаладзе Т Л, Полуэктов И А Ройтберг В С*, Кр сообщ физ (ФИАН СССР) № 3, 7 (1973)  
*Полуэктов И А, Попов Ю М Ройтберг В С* ФТП, 7, 2114 (1973)  
*Брюкнер Ф, Днепровский В С Кошуг Д Г, Хаммитов В У*, Письма ЖЭТФ, 18, 27 (1973)
- 28\* *Самарцев В В, Сиразиев А И Шейбут Ю В* Изв АН СССР, сер физ, 37, 2175 (1973) Spectr Lett, 6, 659 (1973)  
*Naken H, Schenzle A*, Zs fur Phys 258, 231 (1973) 262, 119 (1973)  
*Агранович В М Рупасов В И* ФТТ 18, 801 (1976)  
*Бардецкий П И Москаленко С А Шмиглюк Н И* Изв АН СССР, сер физ 40, 1876 (1976)  
*Samartsev V V Sheibut U E Ivanov U S*, Spectr Lett, 9, 57 (1976)
- 29\* *Махвиладзе Т М Сарычев М Ф Шелепин Л А* ЖЭТФ 69, 499 (1975)  
*Махвиладзе Т М Сарычев М Е* ЖЭТФ 71, 896 (1976)
- 30\* *Shuren N S* Phys Rev, B2, 2471 (1970)  
*Самарцев В В Смоляков Б П Шарипов Р З* Письма ЖЭТФ, 20, 644 (1974)
- 31\* *Полуэктов И А Попов Ю М Ройтберг В С* УФН 114, 97 (1974).  
32\* *Крюков П Г Легохов В С* УФН 99, 169 (1969)  
33\* *Зельдович Б Я, Кузнецова Т И*, УФН 106, 47 (1972)  
34\* *Laubereau A Kaiser W* Opto Electronics 6, 1 (1974)  
35\* *Одинцов А И Якунин В П*, Письма ЖЭТФ 20, 233 (1974)

# ЯВЛЕНИЯ НАСЫЩЕНИЯ

### § 1. ВВЕДЕНИЕ

Когерентные эффекты типа оптической нутации и самоиндуцированной прозрачности можно наблюдать только тогда, когда длительность взаимодействия резонансного поля излучения с атомами меньше атомных времен релаксации  $T_1$  и  $T'_2$ . Однако интересные и важные резонансные взаимодействия существуют и вне рамок этого ограничения. В настоящей главе мы изучим вопрос о некогерентных резонансных явлениях, длящихся гораздо дольше, чем  $T'_2$ , или даже чем большее из времен  $T'_2$  и  $T_1$ .

Обычно некогерентные оптические эффекты описываются простыми кинетическими уравнениями детального равновесия, подобными уравнениям §4 гл. 5. Мы покажем, что такие уравнения есть просто частный случай когерентных уравнений Блоха, получив их из уравнений Блоха в квазистационарном пределе. В том же пределе волновое уравнение Максвелла также сводится к кинетическому уравнению.

При точном (а не по теории возмущений) решении уравнений Блоха в стационарном пределе ясно видно влияние насыщения на поглощение. Естественным следствием такого влияния является возможность «выжигания дырки» и ее использования в спектроскопии высокого разрешения. В стационарном пределе легко исследуются также эффекты распространения и усиления поля. Из полевого кинетического уравнения видно, что в процессе усиления имеют место последовательно экспоненциальный рост, линейный рост и, наконец, насыщение. Мы кратко обсуждаем дисперсионные эффекты, присущие усилителям, а также самофокусировку и существование фазовой скорости, большей, чем  $c$ .

### § 2. ПРИБЛИЖЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Многие проблемы физической оптики могут быть непосредственно проанализированы на основе кинетических уравнений. Хотя почти любые дифференциальные уравнения могут быть названы «кинетическими» или «скоростными», данный термин

обычно используется для уравнений первого порядка, которые возникают из простых соображений баланса. Так, Эйнштейн в своем знаменитом выводе функции распределения Планка использовал скоростные уравнения; в данном случае соотношения Эйнштейна вытекают из идеи о том, что при тепловом равновесии числа поглощающих и излучающих атомов уравновешиваются. Лэмб [1] продемонстрировал, что для лазеров существенно выше порога кинетические уравнения ведут к результатам, не очень сильно отличающимся от тех, которые получаются в рамках более сложной теории. Кинетические уравнения описывают как усиленное спонтанное излучение, так и коллективные атомные явления [2, 3]; их часто привлекают и для анализа эффектов насыщения<sup>1)</sup>.

Кинетические уравнения, часто используемые для описания двухуровневого атома, таковы:

$$\dot{n}_2 = -R(n_2 - n_1) - \frac{n_2}{T_1}, \quad (6.1)$$

$$\dot{n}_1 = +R(n_2 - n_1) + \frac{n_2}{T_1}, \quad (6.2)$$

где  $R$  — скорость вынужденного излучения и поглощения приложенного поля, а  $n_1$  и  $n_2$  — плотности населенностей уровней. Эти уравнения имеют прозрачный смысл. Первое уравнение означает, что населенность верхнего уровня изменяется по трем причинам и с тремя различными скоростями: со скоростью  $-Rn_2$  вследствие вынужденного излучения, со скоростью  $Rn_1$  вследствие поглощения излучения атомами, находящимися на нижнем уровне, и со скоростью  $-n_2/T_1$  вследствие естественного распада, не зависящего от поля. Сумма этих величин должна равняться полной скорости  $dn_2/dt$ . Аналогичное рассуждение ведет ко второму уравнению при одном, правда, изменении. Слагаемое  $n_2/T_1$  представляет увеличение населенности первого уровня вследствие распадных переходов со второго уровня. В то же время отсутствует слагаемое, описывающее распад из первого уровня, поскольку в двухуровневой модели предполагается, что других уровней, лежащих ниже первого, нет. В реальном атоме нижний уровень рассматриваемой системы из двух резонансных уровней зачастую не является основным уровнем атома, так что в действительности имеются уровни, лежащие ниже первого резонансного уровня, и возможны распады с переходами на них.

<sup>1)</sup> Хорошее обсуждение вопроса об использовании в задачах квантовой электроники уравнений различных видов, отвечающих различным приближениям, можно найти, например, в монографиях [16\*—18\*]. — *Прим. ред.*

Неучет таких процессов распада представляет собой один из недостатков двухуровневой модели резонансных взаимодействий.

Приближение «замкнутой системы», в котором атомы остаются в пределах двухуровневой структуры, отражается в методе кинетических уравнений в виде простого закона сохранения. Суммируя уравнения (6.1) и (6.2), получаем  $n_1 + n_2 = \text{const}$ . Этот «закон сохранения атомов» эквивалентен сохранению вероятности. Как и ранее, постоянная полная плотность  $n_1 + n_2$  резонансных атомов будет обозначаться рукописной буквой  $\mathcal{N}$ . Разность плотностей населенности  $n_2 - n_1$  именуют обычно атомной плотностью инверсии; одноатомная инверсия  $w$  связана с ней соотношением  $n_2 - n_1 = \mathcal{N}w$ . Благодаря этому с помощью формул

$$n_1 = \frac{\mathcal{N}}{2} (1 - w), \quad (6.3a)$$

$$n_2 = \frac{\mathcal{N}}{2} (1 + w) \quad (6.3b)$$

можно перейти от исходных кинетических уравнений (6.1) и (6.2) к единому уравнению для инверсии

$$\dot{w} = -2Rw - \frac{w + 1}{T_1}. \quad (6.4)$$

Возникает вопрос, в каком отношении находится последнее уравнение с полученным ранее из уравнений Гейзенберга для атома инверсионным уравнением (3.19в)

$$\dot{w} = -\frac{w - w_{\text{равн}}}{T_1} - \kappa \mathcal{E} v.$$

Уравнения Гейзенберга и, следовательно, уравнения Блоха называют часто когерентными уравнениями, имея в виду, что в них содержится детальная информация о взаимодействии атомов с полем, зависящем от фаз диполей и напряженности электрического поля. Уравнения же типа (6.4), содержащие лишь величину момента диполя, атомную инверсию и интенсивность поля, называют некогерентными. Мы покажем теперь, что при некоторых обстоятельствах избыточная фазовая информация, содержащаяся в уравнениях Блоха, теряется или становится несущественной, в результате чего уравнения Блоха сводятся к некогерентным кинетическим уравнениям. Однако сначала целесообразно получить выражение для постоянной  $R$ , определяющей скорость индуцированного перехода и фигурирующей в кинетических уравнениях.

### § 3. СКОРОСТЬ ИНДУЦИРОВАННОГО ПЕРЕХОДА В МОНОХРОМАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Вероятность индуцированного перехода под влиянием почти монохроматического поля с частотой  $\omega$  определяется, как известно [4, 5, 19\*], выражением

$$p = \frac{2\pi\omega}{\hbar\mathcal{V}^2} n(\omega) |\mathbf{e} \cdot \mathbf{d}_{+-}|^2 \frac{\sin^2 [1/2 (\omega_0 - \omega) t]}{[1/2 (\omega_0 - \omega)]^2}, \quad (6.5)$$

где  $n(\omega)$  — число фотонов с частотой  $\omega$ ,  $\mathbf{e}$  — вектор поляризации поля и  $\mathcal{V}$  — объем области взаимодействия (области цикличности). Однако в реальном атоме частота перехода  $\omega_0$  обладает неопределенностью в пределах однородной ширины линии, обусловленной соударениями и другими причинами уширения. Следовательно, необходимо усреднить (6.5) по всем частотам  $\omega_0$  вблизи центра линии  $\bar{\omega}_0$ .

Для лоренцевой линии плотность состояний дается выражением

$$\rho(\omega_0) = \frac{1}{\pi T_2'} \frac{1}{(\omega_0 - \bar{\omega}_0)^2 + (1/T_2')^2}.$$

Для суммирования по состояниям воспользуемся тем, что при достаточно больших  $t$

$$\frac{\sin^2 [1/2 (\omega_0 - \omega) t]}{(\omega_0 - \omega)^2} \rightarrow \frac{\pi}{2} t \delta(\omega_0 - \omega). \quad (6.6)$$

Наконец, предположим для простоты, что частота поля совпадает с центром однородной линии:  $\omega = \bar{\omega}_0$ . Тогда скорость индуцированных переходов можно представить в виде

$$R = \int \frac{dp}{dt} \rho(\omega_0) d\omega_0 = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} \frac{\hbar\omega n(\omega)}{\mathcal{V}^2} |\mathbf{e} \cdot \mathbf{d}_{+-}|^2 \frac{T_2'}{\pi}. \quad (6.7)$$

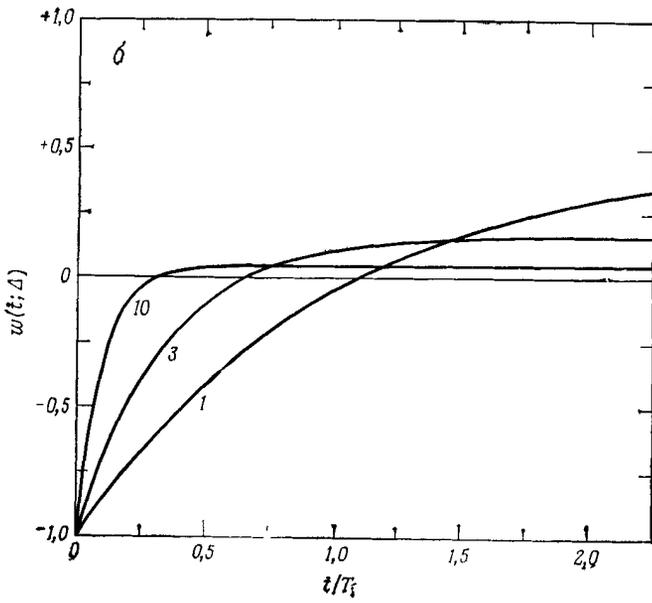
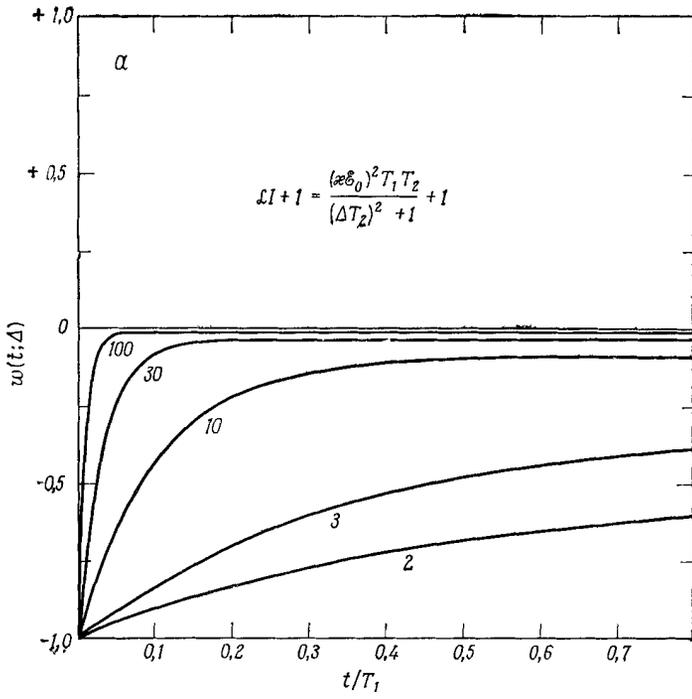
Выражение (6.7) для скорости переходов обычно записывают не через  $n(\omega)$ , а через  $\mathcal{E}$ . Связь  $\mathcal{E}$  и  $n$  такова<sup>1)</sup>:

$$\frac{\hbar\omega n(\omega)}{\mathcal{V}^2} \Rightarrow \frac{2\mathcal{E}^2}{4\pi} \quad (6.8)$$

(здесь каждая сторона есть плотность энергии поля). Итак, скорость индуцированных переходов выражается через амплитуду поля  $\mathcal{E}$  следующим образом:

$$R = \frac{T_2' (\kappa \mathcal{E})^2}{2}. \quad (6.9)$$

<sup>1)</sup> При записи различных выражений, нелинейных по полю, которые систематически встречаются в данной книге, и их сравнении с аналогичными выражениями у других авторов следует учитывать принятую нормировку амплитуд поля. Так, если представлять напряженность электрического поля линейно поляризованной плоской монохроматической волны в виде  $\mathcal{E}(z, t) = \mathcal{E} \{\exp[i(kz - \omega t)] + \text{к. с.}\}$  или  $E(z, t) = \mathcal{E}' \cos(kz - \omega t)$ , то будет  $\mathcal{E}' = 2\mathcal{E}$  и т. п. — Прим. ред.



#### § 4. ПРЕДЕЛЬНЫЙ ПЕРЕХОД ОТ УРАВНЕНИЙ БЛОХА К КИНЕТИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЯМ

Полученное выражение для  $R$  позволяет записать кинетическое уравнение для инверсии (6.4) в виде

$$\dot{\omega} = -\frac{I\omega}{T_1} - \frac{\omega + 1}{T_1}, \quad (6.10)$$

где использована «безразмерная интенсивность»

$$I = (\kappa \mathcal{E})^2 T_1 T_2'. \quad (6.11)$$

Нетрудно показать, что при некоторых предположениях уравнение (6.10) можно получить и из оптических уравнений Блоха (3.19):

$$\dot{u} + \frac{u}{T_2'} = -\Delta v, \quad (6.12a)$$

$$\dot{v} + \frac{v}{T_2'} = \Delta u + \kappa \mathcal{E} \omega, \quad (6.12б)$$

$$\dot{\omega} + \frac{\omega - \omega_{\text{равн}}}{T_1} = -\kappa \mathcal{E} v. \quad (6.12в)$$

Если  $T_2'$  очень мало, то  $u$  и  $v$  быстро достигают квазистационарных значений [они получаются, если в (6.12a) и (6.12б) положить  $\dot{u} = \dot{v} = 0$ ]:

$$u = -\kappa \mathcal{E} T_2' \frac{\Delta T_2'}{1 + (\Delta T_2')^2} \omega, \quad (6.13a)$$

$$v = \kappa \mathcal{E} T_2' \frac{1}{1 + (\Delta T_2')^2} \omega. \quad (6.13б)$$

При этом инверсия удовлетворяет простому уравнению

$$\dot{\omega} = -\frac{\mathcal{L}I\omega}{T_1} - \frac{\omega - \omega_{\text{равн}}}{T_1}, \quad (6.13в)$$

Фиг. 6.1. Временная зависимость инверсии в расчете на один атом согласно формуле (6.15) в случае атома в основном состоянии помещенного в стационарное когерентное внешнее поле, в пределе кинетических уравнений:  $T_1 \gg T_2'$ ,  $|d(u, v)/dt| \ll |(u, v)/T_2'|$ .

Инверсия зависит от нагруженности поля и расстройки через параметр  $\mathcal{L}I + 1$ , значения которого указаны на кривых.  $a$  — некогерентной накачки нет,  $\omega_{\text{равн}} = -1$ . При весьма сильном когерентном поле значение  $\omega \rightarrow 0$ .  $b$  — некогерентная накачка столь сильна, что  $\omega_{\text{равн}} = +1/2$ . Здесь при слабом когерентном поле  $\omega$  приближается к  $+1/2$ , но при сильном поле, как и в случае  $a$ ,  $\omega \rightarrow 0$ .

где  $\mathcal{L}$  — фактор Лоренца:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{1 + (\Delta T_2')^2}, \quad (6.14)$$

а  $I$  определено формулой (6.11). Как показывает сравнение квазистационарного уравнения Блоха (6.13в) с кинетическим уравнением (6.10), в резонансе ( $\Delta = 0$ ) они идентичны, если поле излучения является единственным источником подводимой энергии, так что  $w_{\text{равн}} = -1$ . Следовательно, кинетическое уравнение можно рассматривать как частный случай оптических уравнений Блоха в пределе очень частых сбоев фазы диполей, когда  $T_2'$  меньше всех времен некогерентной релаксации.

Общее кинетическое уравнение (6.13в) очень сходно с уравнением движения для разности населенностей, которое используется в полуклассической теории лазера<sup>1)</sup>. Оно без труда решается, если  $I$  не зависит от времени:

$$w(t; \Delta) = \frac{w_{\text{равн}}}{\mathcal{L}I + 1} + \left[ w(0; \Delta) - \frac{w_{\text{равн}}}{\mathcal{L}I + 1} \right] \exp\left(-\frac{\mathcal{L}I + 1}{T_1} t\right), \quad (6.15)$$

где  $w(0; \Delta)$  — начальное значение  $w(t; \Delta)$ . Решение показано графически на фиг. 6.1, из которого видны его характерные особенности. На скорость распада влияют как расстройка, так и напряженность поля, и она может быть существенно больше  $1/T_1$ , особенно для атомов вблизи точного резонанса. При достаточном удалении от резонанса  $w(t; \Delta)$  не зависит от  $I$ . Стационарное значение  $w$  отличается от  $w_{\text{равн}}$ , причем различие зависит от  $\Delta$  и  $I$ . Некоторые следствия этой зависимости обсуждаются в § 6.

## § 5. ПРЕДЕЛЬНЫЙ ПЕРЕХОД ОТ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА К КИНЕТИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЯМ

В общем случае интенсивность поля  $I$  не является, конечно, константой, а удовлетворяет соответствующему уравнению движения. Оно должно в конечном итоге получаться из уравнений Максвелла, однако его выражают обычно в форме некоторого кинетического уравнения. Например, из кинетического уравнения Жира — Комбо (5.12) вытекает, что интенсивность удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{\partial \mathcal{I}}{\partial z} = \mathcal{N} \sigma \mathcal{I} w. \quad (6.16)$$

Интересно проследить, каким образом кинетическое уравнение вытекает из уравнений Максвелла, в частности из абсорбционного уравнения (4.4б), которое мы получили прямо из волнового уравнения Максвелла (4.1).

<sup>1)</sup> См., например, [16\*—18\*] — Прим ред.

В предположении квазистационарности (см. § 4) в уравнение Максвелла (4.4б) можно подставить  $v$  в виде (6.13б). Умножая обе стороны (4.4б) на  $\kappa^2 T_1 T_2' \mathcal{E}$ , чтобы перейти к безразмерной интенсивности  $I$ , получаем

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) I(t, z) = -\alpha(t, z; \omega) I(t, z), \quad (6.17)$$

где  $\alpha(t, z, \omega)$  — обобщенный квантовомеханический коэффициент поглощения, зависящий от инверсии:

$$\alpha(t, z; \omega) = -\frac{4\pi^2 \mathcal{N} \omega d^2}{\hbar c} \int \frac{1}{\pi T_2'} \frac{g(\Delta')}{(\Delta')^2 + (1/T_2')^2} \omega(t, z; \Delta') d\Delta'. \quad (6.18a)$$

Как и в классическом выражении (1.35a), мы полагали здесь, что  $K = k$ .

Можно указать несколько интересных частных случаев формулы (6.18a). Простейший из них отвечает классическому выражению (1.35a), к которому можно перейти, совершая предельный переход  $2d^2/\hbar = \kappa d \rightarrow e^2/m\omega$  и ограничиваясь слабым возбуждением среды, так что  $\omega(t, z; \Delta) \rightarrow -1$ . Ясно, что в квантовое выражение для  $\alpha$ , как и в классическом случае, вносят вклады как однородный, так и неоднородный механизмы уширения.

Другой выделенный частный случай реализуется, если доминирует неоднородное уширение и если  $\mathcal{L}I \leq 1$ , так что  $\omega$  не очень сильно зависит от  $\Delta'$ . При этом лоренциан в (6.18a) ведет себя подобно  $\delta$ -функции, что позволяет приближенно вычислить интеграл:

$$\alpha(t, z; \omega) \xrightarrow{T_2^* \ll T_2'} -\frac{4\pi^2 \mathcal{N} \omega d^2}{\hbar c} g(0) \omega(t, z; 0). \quad (6.18б)$$

Если  $\omega = -1$ , то (6.18б) сводится к выражению (4.26) для коэффициента поглощения, которое использовалось в теореме площадей.

Наконец, если доминирует однородное уширение, то в роли функции с острым максимумом выступает функция  $g(\Delta')$ , которую можно рассматривать теперь при вычислении интеграла в формуле (6.18a) как  $\delta$ -функцию. Если  $g(\Delta')$  центрировано при значении расстройки, равном  $\Delta$ , то

$$\alpha(t, z; \omega) \xrightarrow{T_2' \ll T_2^*} -\frac{4\pi^2 \mathcal{N} \omega d^2}{\hbar c} \frac{1}{\pi T_2'} \frac{1}{\Delta^2 + (1/T_2')^2} \omega(t, z; \Delta), \quad (6.18в)$$

откуда видно, что величина  $-\alpha(t, z; \omega)$  сводится к произведению  $\mathcal{N}\omega$  на одноатомное внерезонансное поперечное сечение поглощения  $\sigma(\Delta)$ :

$$\sigma(\Delta) = \frac{4\pi^2 \omega d^2}{\hbar c} \frac{1}{\pi T_2'} \frac{1}{\Delta^2 + (1/T_2')^2}. \quad (6.19)$$

Теперь ясно, что основное кинстическое уравнение для интенсивности (6.17) представляет собой простое обобщение резонансного уравнения Жира — Комбо (6.16). При точном резонансе и полной стационарности, когда  $\Delta = 0$  и  $\partial I/\partial t = 0$ , уравнения (6.16) и (6.17) идентичны.

Таким образом, с полевыми уравнениями Максвелла мы приходим к тому же, что и с атомными уравнениями Блоха (см. § 4): они не обеспечивают каких-либо преимуществ перед обычными кинетическими уравнениями, если однородное время релаксации  $T'_2$ , обусловленное соударениями или другими некогерентными сбоями фаз диполей, существенно меньше, чем все остальные времена отклика и релаксации.

## § 6. НАСЫЩЕНИЕ И НЕЛИНЕЙНАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ

Для широкого класса экспериментов особый интерес представляют установившиеся после затухания всех временных колебаний значения величин  $u$ ,  $v$  и  $w$ . Пусть речь идет об эксперименте, в котором  $\mathcal{E}(t, z)$  достигает установившегося значения  $\mathcal{E}_0(z)$  по истечении времени, гораздо большего, чем  $T_1$  или  $T'_2$ . В оптическом диапазоне последнее нетрудно обеспечить, поскольку здесь  $T_1$  и  $T'_2$  обычно короче 1 мкс. Для анализа таких экспериментов можно использовать уравнения Блоха. Установившееся асимптотическое значение инверсии непосредственно получается из выражения (6.15):

$$w(\infty; \Delta) = \frac{\omega_{\text{равн}}}{1 + \mathcal{L}I}. \quad (6.20)$$

Соответствующие решения для дисперсной и абсорбционной частей дипольного момента (они нам понадобятся ниже) даются формулами (3.22). Они могут быть выведены вновь, если заметить  $w$  в уравнениях (6.13а) и (6.13б) асимптотикой  $w(\infty; \Delta)$ ; это дает

$$u(\infty; \Delta) = -\omega_{\text{равн}} \Delta T'_2 \frac{\mathcal{L}}{1 + \mathcal{L}I} \times \mathcal{E}_0 T'_2 \quad (6.21а)$$

и

$$v(\infty; \Delta) = \omega_{\text{равн}} \frac{\mathcal{L}}{1 + \mathcal{L}I} \times \mathcal{E}_0 T'_2. \quad (6.21б)$$

Эти решения для  $u$  и  $v$  идентичны установившимся классическим решениям (1.20а) и (1.20б), отличаясь от них лишь множителем  $-\omega_{\text{равн}}/(1 + \mathcal{L}I)$ . Поскольку интенсивность  $I$  пропорциональна  $\mathcal{E}_0^2$ , этот множитель вносит в решения важную нелинейность. Ее влияние на инверсию ясно видно из фиг. 6.1. Чем сильнее поле, тем вероятнее, что инверсия обратится в нуль. Иначе говоря, действующее поле обуславливает в каждом атоме

столь быстрые переходы между двумя его энергетическими уровнями, что эффективная энергия атома равна среднему значению величин  $+\hbar\omega_0/2$  и  $-\hbar\omega_0/2$ , т. е. обращается в нуль<sup>1)</sup>. Можно сказать, что взаимодействие поле — атом насыщается.

В отсутствие некогерентной накачки  $\omega_{\text{равн}} = -1$  и установившаяся инверсия с учетом (6.14) равна

$$\omega(\infty; \Delta) = -\frac{1 + (\Delta T_2')^2}{1 + (\Delta T_2')^2 + I}. \quad (6.22)$$

Это выражение показывает, как энергия, запасенная в системе, зависит от интенсивности падающего излучения. При фиксированной расстройке инверсия возрастает при увеличении  $I$ . Ширина на половине высоты  $\delta(\omega_{1/2})$  профиля  $\omega$  как функции  $\Delta$  также увеличивается с ростом  $I^2$ :

$$\delta(\omega_{1/2}) = \frac{1}{T_2'} (1 + I)^{1/2} = \frac{1}{T_2'} [1 + T_1 T_2' (\kappa \mathcal{E}_0)^2]^{1/2}, \quad (6.23)$$

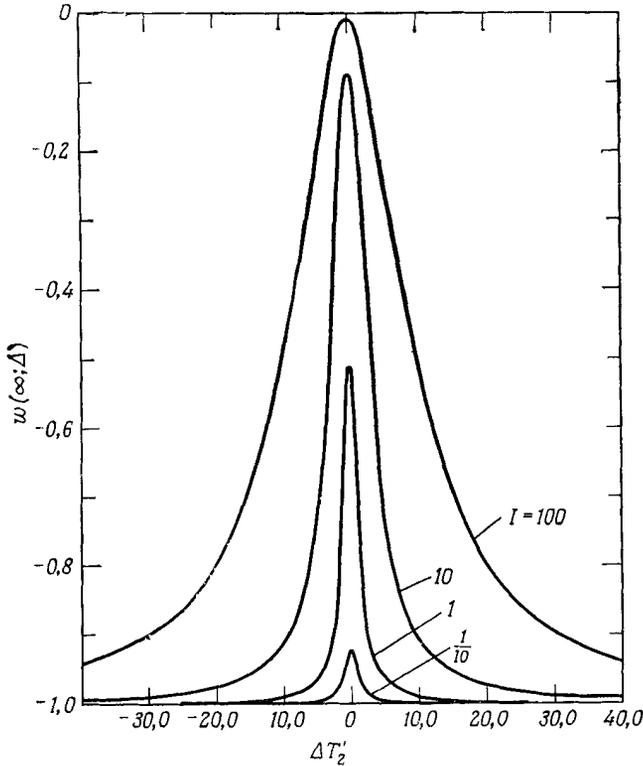
что означает индуцированное уширение. На фиг. 6.2 показана зависимость  $\omega(\infty; \Delta)$  от  $\Delta T_2'$  для нескольких значений  $I$ . Наконец, необходимо отметить, что  $\omega$  отрицательно для всех конечных значений  $\mathcal{E}_0$ , т. е. некогерентно насыщающее поле не может привести к образованию положительной инверсии.

Из (6.22) вытекает, что атомы, близкие к резонансу со стационарным внешним полем  $\mathcal{E}_0$ , не являются чисто поглощающими, поскольку они частично выводятся полем  $\mathcal{E}_0$  из основного состояния [ $\omega(\infty; \Delta) > -1$ ]. Это приводит к весьма важному следствию в случае неоднородно уширенной линии поглощения: сканирующий линию слабый зондирующий луч будет испытывать аномально низкое поглощение в окрестности частоты насыщающего поля (см. фиг. 6.3). Фактически насыщающее поле «выжигает дырку» в линии поглощения. Как видно из (6.23), ширина дырки зависит от времен релаксации  $T_1$  и  $T_2'$ . Измеряя ее, можно, следовательно, получить информацию об однородной ширине линии, которая обычно полностью маскируется гораздо большей неоднородной шириной. Особенно интересные аспекты нелинейной спектроскопии возникают при использовании пере-

<sup>1)</sup> Напомним, что за начало отсчета энергии выбран уровень  $(W_+ + W_-)/2$ , т. е. средняя энергия двух рассматриваемых атомных уровней (гл. 2). — Прим. ред.

<sup>2)</sup> Величина  $\delta(\omega_{1/2})$  определяется как  $(\Delta' - \Delta'')$ , где  $\Delta'$  и  $\Delta''$  ( $\Delta' > \Delta''$ ) — корни уравнения  $1/2[\omega(\infty, 0) - (-1)] = \omega(\infty, \Delta) - (-1)$ , которое выражает условие убывания вдвое максимального превышения  $\omega(\infty; \Delta)$  над уровнем  $-1$ . — Прим. ред.

страиваемого насыщения и лазерных зондирующих источников. Так, например, Хенш, Шаин и Шавлов [6] на основе данной методики насыщения оптического поглощения измерили лэмбов-



Фиг. 6.2. Установившаяся инверсия атома в стационарном внешнем когерентном поле как функция расстройки в пределе кинетических уравнений.

На кривых указаны значения безразмерной интенсивности  $I$ :  $1/10$ , 1, 10, 100. Расчеты проводились по формуле (6.22).

ский сдвиг в водороде. Обширное теоретическое обсуждение с большим числом ссылок на ранние работы провел Шерли [7]<sup>1)</sup>.

## § 7. НАСЫЩЕННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ

Вычислим далее поглощаемую средней мощностью насыщающего поля. Работа, выполняемая действующим полем над ато-

<sup>1)</sup> Превосходное обсуждение проблем нелинейной лазерной спектроскопии внутри доплеровски уширенных переходов содержится в монографии Летохова и Чеботаева [20\*]. — Прим ред.

мами, в расчете на единицу объема и за время  $dt$  такова:

$$dU = E \frac{dP}{dt} dt. \quad (6.24a)$$

Используя (6.24a), а также (4.2) и (4.3), находим выражение для мощности, поглощаемой единицей объема:

$$\frac{dU}{dt} = -2\mathcal{E}_0 \mathcal{N} \omega d \int d\Delta' g(\Delta') [u(t, z; \Delta') \cos(\omega t - Kz) \sin(\omega t - Kz) + v(t, z; \Delta') \cos^2(\omega t - Kz)], \quad (6.24b)$$

причем мы пренебрегли малыми слагаемыми, содержащими  $\dot{u}$  и  $\dot{v}$ , по сравнению со слагаемыми, содержащими  $\omega u$  и  $\omega v$ .

Хотя два слагаемых в (6.24b) дают, грубо говоря, одинаковые вклады в мгновенную скорость поглощения энергии, только для второго среднее значение отлично от нуля (при усреднении за время, большее, чем оптический период). Таким образом, систематическое поглощение, как и следовало ожидать, определяется только квадратурной, или абсорбционной, частью дипольного момента. Используя для  $v(t, z; \Delta')$  выражение (6.21) и учитывая, что усреднение  $\cos^2(\omega t - Kz)$  дает  $1/2$ , запишем среднее значение поглощаемой мощности в расчете на один атом в форме

$$\mathcal{P} = -\frac{\hbar\omega}{2} \frac{\omega_{\text{равн}}}{T_1} \int d\Delta' g(\Delta') \frac{\mathcal{I}I}{1 + \mathcal{I}I}. \quad (6.25a)$$

Видно, что если атом действительно является поглощающим, т. е. если  $\omega_{\text{равн}} < 0$ , то поглощаемая мощность положительна.

Для магнитного резонансного поглощения выражение, эквивалентное (6.25a), получил Блох [8] в пределе нулевого неоднородного уширения. Соответствующий оптический аналог получается, если заменить  $g(\Delta')$  на  $\delta(\Delta - \Delta')$ :

$$\mathcal{P} \xrightarrow{t'_2 \ll T_2^*} -\frac{\hbar\omega}{2} \frac{\omega_{\text{равн}}}{T_1} \frac{T_1 T_2' (\chi \mathcal{E}_0)^2}{1 + (\Delta T_2')^2 + T_1 T_2' (\chi \mathcal{E}_0)^2}.$$

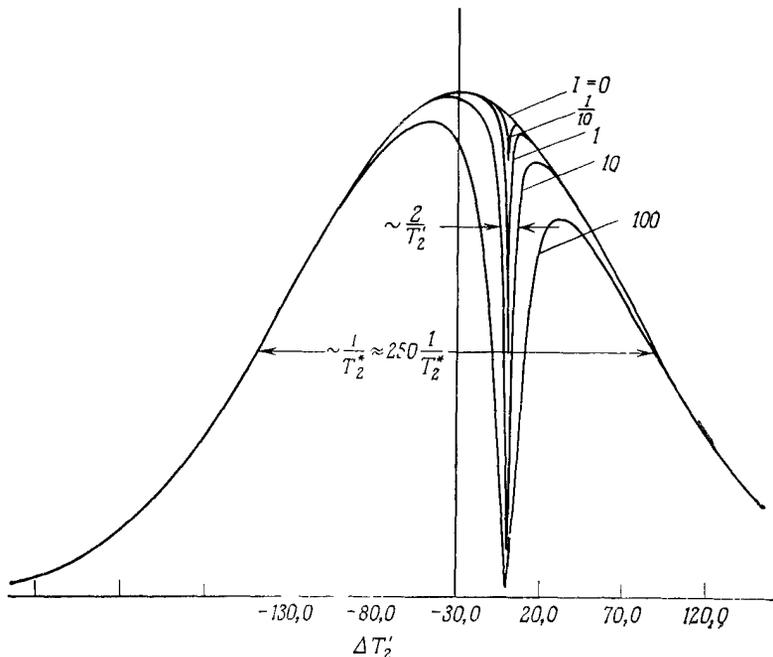
Как и в случае магнитного резонанса, здесь естественно возникает индуцированное уширение. Для достаточно сильных полей, когда  $T_1 T_2' (\chi \mathcal{E}_0)^2 \gg 1 + (\Delta T_2')^2$ , максимальное поглощение определяется лишь мощностью  $\hbar\omega/T_1$  спонтанного излучения одного атома и равновесным уровнем инверсии. Наибольшее поглощение достигается, конечно, при наименьшей инверсии, когда  $\omega_{\text{равн}} = -1$ .

В формуле (6.25a) отражен также эффект «выжигания дырок», упоминавшийся в § 6. Это становится ясным, если выде

лить в виде множителя плотность потока энергии падающего насыщающего пучка, равную  $c\mathcal{E}_0/2\pi$ :

$$\mathcal{P} = \frac{c\mathcal{E}_0^2}{2\pi} \int \sigma(\Delta') \frac{-\omega_{\text{рагн}}}{1 + \mathcal{L}I} g(\Delta') d\Delta'. \quad (6.256)$$

Здесь  $\sigma(\Delta')$  — поперечное сечение поглощения для одного атома, определяемое формулой (6.19). Из (6.256) видно то важное об-



Фиг. 6.3. «Выжигание дырки» (т. е. эффективное уменьшение числа поглощающих атомов) когерентным внешним полем различной интенсивности при неоднородно уширенной линии поглощения.

На кривых указаны значения безразмерной интенсивности  $I$ : 0,  $1/10$ , 1, 10 и 100.

стоятельство, что мощность поглощения прямо определяется поперечным сечением  $\sigma(\Delta')$  одноатомного поглощения только тогда, когда для описания неоднородного уширения используется функция насыщенной неоднородной формы линии:

$$g_{\text{нас}}(\Delta') = (-\omega_{\text{рагн}}) \frac{g(\Delta')}{1 + \mathcal{L}I}. \quad (6.26)$$

При этом доля атомов, имеющих расстройку  $\Delta'$  в интервале  $d\Delta'$ , составляет  $g_{\text{нас}}(\Delta')d\Delta'$ , т. е. меньше, чем  $g(\Delta')d\Delta'$ , за счет фактора  $-\omega_{\text{рагн}}(1 + \mathcal{L}I)^{-1}$ .

Это эффективное уменьшение числа резонансных атомов, обусловленное насыщением, показано на фиг. 6.3. Конечно, полное число резонансных атомов в окрестности «дырки» на фиг. 6.3 фактически не уменьшается. Атомы, находящиеся в точном резонансе с внешним полем, для которых  $\Delta = 0$ , не вносят существенного вклада в поглощение, поскольку они часто оказываются в возбужденном состоянии и излучают вместо поглощения. Наоборот, атомы, далекие от резонанса, для которых  $\Delta \gg 1/T_2$ , возбуждаются редко и ведут себя как обычные поглотители.

## § 8. ОСЛАБЛЕНИЕ И УСИЛЕНИЕ РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ВОЛНЫ

Чтобы описать ослабление и усиление волны, необходимо найти решение уравнений Максвелла совместно с уравнениями Блоха. Простейшая и наиболее близкая к классическому случаю ситуация возникает, если амплитуда поля существенно изменяется лишь на протяжении времен, гораздо больших  $T_1$  и  $T_2'$ , которые, в свою очередь, гораздо короче  $T_2^*$ . В этом случае скоростное уравнение для интенсивности (6.17) существенно упрощается. Производная по времени в левой части может быть опущена, а для  $\alpha(t, z; \omega)$  используем выражение (6.18в). Инверсию можно заменить ее асимптотическим пределом (6.20). При этом уравнение, описывающее ослабление импульса, принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial z} I(z) = \alpha(\Delta) \frac{w_{\text{равн}}}{1 + \mathcal{L}I(z)} I(z), \quad (6.27)$$

где  $\alpha(\Delta)$  — одноатомный коэффициент поглощения слабого сигнала, равный  $N\sigma(\Delta)$ :

$$\alpha(\Delta) = \frac{4\pi^2 N \omega d^2}{\hbar c} \frac{1}{\pi T_2'} \frac{1}{\Delta^2 + (1/T_2')^2}. \quad (6.28)$$

Если перейти в (6.27) к пределу слабого поля ( $\mathcal{L}I \ll 1$ ) и предположить, что некогерентная накачка отсутствует ( $w_{\text{равн}} = -1$ ), то из уравнения (6.27) получим классическую формулу поглощения для случая однородного уширения (закон Бера)

$$\frac{\partial}{\partial z} I(z) = -\alpha(\Delta) I(z)$$

в полном соответствии с (1.34б).

В обычном поглотителе  $w_{\text{равн}} = -1$ , и потому интенсивность убывает с ростом  $z$ . Однако если каким-либо образом резонансные атомы возбуждены, так что вероятность обнаружения их в возбужденном состоянии больше, чем в основном, то  $w_{\text{равн}} > 0$

и  $I(z)$  растет по мере углубления в среду: световая волна усиливается.

Уравнение (6.27) при  $\omega_{\text{равн}} > 0$  предсказывает произвольно высокое усиление. На практике среда (матрица), в которую помещены двухуровневые резонансные атомы, всегда в определенной мере взаимодействует с полем. Это взаимодействие обычно существенно нерезонансное и слабое, так что в хорошем приближении оно может быть учтено введением простого линейного поглощения. Соответственно уравнением, которое будет реалистично описывать электромагнитное поле в усиливающей резонансной среде, послужит простое обобщение уравнения (6.27):

$$\frac{\partial}{\partial z} I(z) = -\beta I(z) + \alpha(\Delta) \frac{\omega_{\text{равн}}}{1 + \mathcal{L}I(z)} I(z), \quad (6.29)$$

где  $\beta$  — коэффициент линейного поглощения среды, в которую помещены резонансные атомы. Обычно интересны только случаи, когда в (6.29)  $\beta \ll \alpha(\Delta)$ , поскольку лишь при этом условии возможно существенное усиление. Конечно,  $\alpha(\Delta) \rightarrow 0$  при  $\Delta \gg \gg 1/T_2'$ , так что большое усиление импульса при расстройке на много ширин линии поглощения от резонанса очень маловероятно.

Однако даже при  $\alpha(\Delta) \gg \beta$  интенсивность  $I(z)$  в конце концов насыщается. Предельное значение интенсивности, определяемое условием  $\partial I/\partial z = 0$ , находится легко:

$$I(\infty) = \left[ \frac{\omega_{\text{равн}} \alpha(\Delta)}{\beta} - 1 \right] [1 + (\Delta T_2')^2]. \quad (6.30)$$

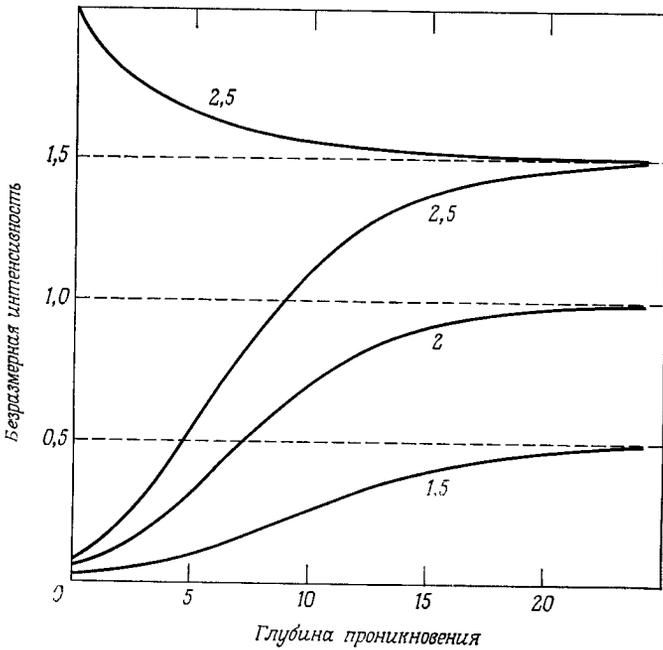
Иксевги и Лэмб [9] проинтегрировали уравнение (6.29), впрочем общее поведение  $I(z)$  ясно и без обращения к этому уравнению. На фиг. 6.4 изображены кривые зависимости интенсивности от расстояния. Отчетливо выделяются три области роста интенсивности. Сначала  $I(z)$  мало, и величинами  $\mathcal{L}I$ ,  $\beta I$  можно пренебречь. Здесь рост интенсивности экспоненциальный, а скорость роста равна  $\omega_{\text{равн}} \alpha(\Delta)$ . Далее (особенно вблизи резонанса) становится существенной величина  $\mathcal{L}I$ , а слагаемым  $-\beta I$  все еще можно пренебречь. На этой стадии рост  $I(z)$  только линейный со скоростью  $\omega_{\text{равн}} \alpha(\Delta)/\mathcal{L}$ . Наконец, третья стадия отвечает насыщению. При достаточно большой интенсивности  $I(z)$  необходимо учитывать и  $-\beta I$ ; при этом скорость роста постепенно убывает до нуля. Распространение импульса в глубине среды приводит лишь к переходу энергии инверсии от резонансных атомов к матрице вследствие линейной диссипации энергии, определяемой коэффициентом поглощения  $\beta$ .

Полезно ввести безразмерный коэффициент усиления  $r$  как отношение коэффициента усиления  $\omega_{\text{равн}} \alpha(\Delta)$  к коэффициенту

поглощения  $\beta$

$$r \equiv \frac{w_{\text{равн}} \alpha (\Delta)}{\beta}. \quad (6.31)$$

Из формулы (6.30) ясно, что усиление невозможно, если  $r < 1$ , т. е. значение  $r = 1$  определяет пороговую величину инверсии  $w_{\text{равн}}$ , необходимую для перехода к режиму усиления.



Фиг. 6.4. Усиление непрерывного сигнала распространяющегося в усиливающей среде при различных значениях параметра  $r$  [9].  
Указаны некоторые возможные значения входной интенсивности.

Иксевги и Лэмб [9] заметили, что в рамках теории возмущений можно получить аналог уравнения (6.29), которое мы вывели посредством интегрирования уравнений Блоха без теории возмущений. Результат в третьем порядке теории возмущений соответствует разложению (при слабом сигнале) в уравнении (6.29) по степеням  $\mathcal{L}I$

$$\frac{\partial}{\partial z} I = [w_{\text{равн}} \alpha (\Delta) - \beta] I - w_{\text{равн}} \alpha (\Delta) \mathcal{L}I^2. \quad (6.32)$$

Это укороченное уравнение не лишено физического смысла. Оно также предсказывает насыщение со следующим установившимся значением  $I$ :

$$I_{\text{возм}}(\infty) = \frac{1}{r} (r - 1) [1 + (\Delta T_2')^2]; \quad (6.33)$$

это меньше точного значения (6.30), но лишь за счет множителя  $1/r$ , который вблизи порога равен 1.

Можно исследовать усиление и в гораздо более общем случае. Если распространяющаяся волна представляет собой импульс, длительность которого мала по сравнению с  $T_1$  и  $T_2'$ , то все атомные и полевые переменные начинают существенно зависеть от времени. Обсуждение усиления в многочисленных возможных ситуациях содержится в цитированной выше работе Иксеви и Лэмба [9]. Обзоры Ареки и др. [10], а также Лэмба [11]<sup>1)</sup> содержат ссылки на многие ранние работы.

## § 9. ДИСПЕРСИЯ В НАСЫЩЕННОЙ СРЕДЕ И САМОФОКУСИРОВКА

Дисперсионные характеристики среды, в которой распространяется излучение, в отличие от абсорбционных характеристик можно изучать на основе синфазного уравнения Максвелла. Если мы вновь предположим для простоты, что речь идет об однородной линии с расстройкой  $\Delta$  относительно стационарного поля частоты  $\omega$ , то дисперсионное соотношение

$$K^2 - k^2 = 2\pi k^2 \mathcal{N} d \frac{u(z; \Delta)}{\mathcal{E}_0(z)}, \quad (6.34)$$

которое вытекает из уравнения (4.4а), в пределе  $g(\Delta') \rightarrow \delta(\Delta' - \Delta)$  будет содержать зависимость от  $z$ . Его можно представить в более привычном виде, если исключить  $u(z; \Delta)/\mathcal{E}_0(z)$  при помощи (6.21а):

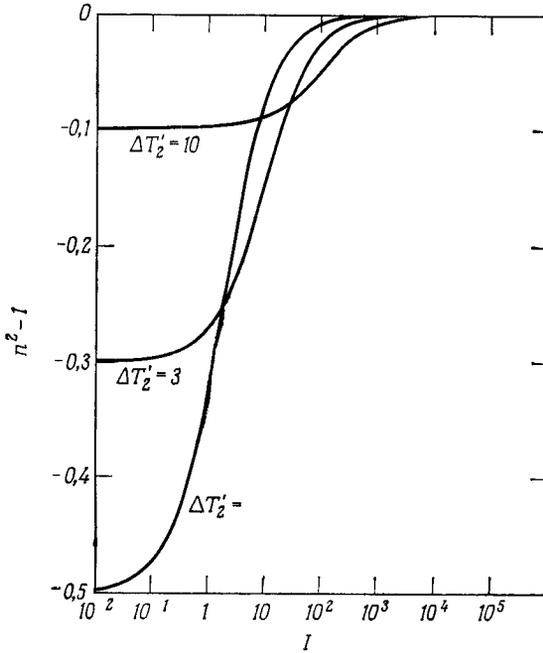
$$K^2 - k^2 = k^2 \frac{4\pi \mathcal{N} d^2}{\hbar} \frac{\Delta}{\Delta^2 + (1/T_2')^2} \left[ \frac{-\omega_{\text{равн}}}{1 + \mathcal{L}I(z)} \right]. \quad (6.35)$$

Сравним (6.35) с его классическим аналогом. За исключением последнего множителя в квадратных скобках, формула (6.35) идентична классическому соотношению (1.34а), если, как обычно, сделать замену  $kd \rightarrow e^2/m\omega$ .

Однако именно последний множитель в дисперсионном соотношении (6.35) сейчас интересен, поскольку он зависит от  $z$  через  $I(z)$ . Эта зависимость волнового вектора  $K$  от координаты  $z$  и интенсивности  $I$  есть одно из проявлений нелинейности от-

<sup>1)</sup> Превосходное обсуждение вопросов распространения светового импульса в резонансно усиливающей среде содержится в обзоре [21\*]. — Прим. ред.

клика квантовых диполей на приложенное поле. Тот факт, что эта нелинейность существенна лишь при относительно высоких интенсивностях, совершенно естествен. (Слабо возбужденный квантовый диполь, как показано в § 4 гл. 2, ведет себя полностью классически; при этом  $n$  строго пропорционально  $\mathcal{E}_0$ .)



Фиг. 6.5 Показатель преломления усиливающей среды как функция  $I$ . Кривые построены по формуле (6.36) и показывают, что  $n^2$  монотонно стремится к единице с ростом  $I$  в процессе усиления. Видно также, что с ростом расстройки зависимость от  $I$  ослабляется.

В пределе слабого сигнала, когда  $\mathcal{L}I \ll 1$ , зависимость от  $z$  исчезает.

Однако если  $\omega_{\text{равн}} > 0$  и интенсивность растет по мере распространения поля, то зависимость  $K$  от  $z$  может привести к качественно новым эффектам. Удобно ввести локальную фазовую скорость  $v_{\text{ф}} = \omega/K$  и локальный показатель преломления  $n(z) = c/v_{\text{ф}}(z)$ . Последний определяется выражением

$$n^2(z) = 1 + \frac{4\pi \mathcal{N} d^2}{\hbar} \frac{\Delta}{\Delta^2 + (1/T'_2)^2} \frac{-\omega_{\text{равн}}}{1 + \mathcal{L}I(z)}. \quad (6.36)$$

Взаимосвязь  $n(z)$  и  $I$  проиллюстрирована на фиг. 6.5. Для усиливающей среды показатель преломления всегда меньше еди-

ницы (это ясно из фиг. 6.5) и фазовая скорость волны больше, чем скорость света в вакууме (данный вопрос неоднократно обсуждался в последнее время [9, 11, 21\*]). Это не означает, однако, какого-либо противоречия с принципом причинности специальной теории относительности. Так, согласно Да-Коста [12], любая структурная особенность импульса (например, начало переднего фронта или разрыв его амплитуды), могущая переносить информацию, будет распространяться со скоростью, не превышающей  $c$ .

Келли и Джаван [13, 14] показали, что одним из возможных следствий зависимости  $n$  от  $I$  вида (6.36) является самофокусировка. Как и в абсорбционном соотношении (6.29), в выражении (6.36) можно провести разложение по степеням  $\mathcal{L}I$

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi\mathcal{N}d^2}{\hbar} \frac{\Delta}{\Delta^2 + (1/T_2')^2} (-w_{\text{равн}})(1 - \mathcal{L}I + \dots). \quad (6.37)$$

Самофокусировка может возникать из-за того, что интенсивность светового пучка обычно больше на его оси, чем у краев. Вследствие этого в среде с показателем преломления вида

$$n = n_0 + \delta n, \quad (6.38)$$

где  $\delta n$  пропорционально  $I$ , показатель преломления будет больше, а фазовая скорость меньше на оси пучка, чем у его краев. Поэтому среда ведет себя как собирающая линза. В результате возникает постепенное схождение пучка к оси. Количественный анализ [13] показывает, что пучок с входным диаметром  $D$  фокусируется на расстоянии  $Z_f$ :

$$Z_f = \frac{1}{4} D \left( \frac{n_0}{\delta n} \right)^{1/2}. \quad (6.39)$$

В рассматриваемом случае, когда зависимость  $n$  от  $I$  обусловлена насыщением резонансного перехода, из (6.37) вытекает, что

$$n_0^2 = 1 + \frac{\alpha(\Delta)\lambda}{2\pi} (-w_{\text{равн}}) \Delta T_2' \quad (6.40)$$

и

$$2n_0 \delta n = - \frac{\alpha(\Delta)\lambda}{2\pi} \frac{-w_{\text{равн}} \Delta T_2'}{1 + (\Delta T_2')^2} I. \quad (6.41)$$

Мы ввели здесь длину волны перехода  $\lambda = 2\pi c/\omega$  и использовали выражение (6.28) для коэффициента поглощения  $\alpha(\Delta)$  в слабом поле при однородном уширении

$$\alpha(\Delta) = \frac{4\pi\mathcal{N}\omega d^2}{\hbar c} \frac{T_2'}{1 + (\Delta T_2')^2}.$$

Из (6.41) вытекает, что  $dl$  положительно только тогда, когда положительна величина  $\omega_{\text{равн}}\Delta$ . Следовательно, самофокусировка реализуется, если световой пучок насыщает усиливающую среду ( $\omega_{\text{равн}} > 0$ ), резонансная частота которой больше частоты света ( $\Delta > 0$ ), или если световой пучок насыщает поглощающую среду ( $\omega_{\text{равн}} < 0$ ), резонансная частота которой меньше частоты света ( $\Delta < 0$ ). Во всех других случаях происходит дефокусировка.

В разреженных газовых поглотителях нелинейный коэффициент  $dl$  может быть весьма значительным, это приводит к самофокусировке в пределах 10—100 см при диаметре входного пучка 10—100 мкм. В недавних экспериментах с использованием паров натрия и перестраиваемого лазера Бьеркхольм и Эшкин [15] наблюдали самофокусировку, закономерности которой согласуются с теоретическим анализом Джавана — Келли, относящимся к стационарному режиму<sup>1)</sup>.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Lamb W E Jr, Phys Rev, **134**, 1429 (1964)
- 2 Allen L Peters G I, Phys Rev **A8**, 2031 (1973)
- 3 Eberly J H, Amer J Phys, **40**, 1374 (1972)
- 4 Schüff L I, Quantum Mechanics New York, 1968 (См перевод более раннего издания Л Шифф Квантовая механика ИЛ 1959)
- Louisell W, Radiation and Noise in Quantum Electronics, New York, 1964 (См перевод У Люиселл Излучение и шумы в квантовой электронике изд во «Наука» 1972)
- 5 Louisell W, Quantum Statistical Properties of Radiation, New York, 1973, Sec 5.2 case 1
- 6 Hansch T W, Shahin I S, Schawlow A I Nature, **235**, 63 (1972)
- Hansch T W, Shahin I S, Schawlow A L, Phys Rev Lett, **27**, 707 (1971)
- Hansch T W, Nayfeh M H, Lee S A, Curry S M, Shahin I S Phys Rev Lett **32**, 1336 (1974)
- 7 Shurley J H, Phys Rev, **A8**, 347 (1973)
- 8 Bloch F, Phys Rev **70**, 460 (1946)
- 9 Pake G E, Amer J Phys, **18**, 438 (1950)
- 9 Icsevgi A Lamb W E, Jr Phys Rev, **185**, 517 (1969)
- 10 Aracchi F T, Masserini G L, Schwendiman P, Rev Nuov Cim, **1**, 181 (1969)
- Lamb G L Jr Rev Mod Phys, **43**, 99 (1971)
- 11 Басов Н Г, Амбарцумян Р В, Зуев В С, Крюков П Г, Летохов В С, ЖЭТФ **51**, 23 (1966)
- Басов Н Г и др, ДАН СССР **10**, 1039 (1966)
- Нопф F A, Scully M O, Phys Rev, **179**, 399 (1969)
- 12 DaCosta R C T, J Math Phys, **11**, 2799 (1970)
- 13 Kelley P T, Phys Rev Lett **15**, 1005 (1965)
- 14 Javan A, Kelley P L, IEEE J Quant Electron, **2**, 470 (1966)

<sup>1)</sup> Различные теоретические и экспериментальные аспекты проблемы самофокусировки подробно обсуждаются, например, в обзорах [22\*] — *Прич ред*

- 15 *Bjorkholm J E, Ashkin A*, Phys Rev Lett, **32**, 129 (1974)
- 16\* *Ханин Я И* Динамика квантовых генераторов изд во «Сов радио», 1975
- 17\* *Пантел Р Путхоф Г*, Основы квантовой электроники, изд во «Мир», 1972
- 18\* *Микаэлян А Л Тер Микаэлян М Л Турков Ю Г* Оптические генераторы на твердом теле изд во «Сов радио» 1967
- 19\* *Давыдов А С* Квантовая механика, Физматгиз, 1963
- 20\* *Летохов В С Чебогаев В П* Принципы нелинейной лазерной спектроскопии изд во «Наука» 1975
- 21\* *Крюков П Г Летохов В С* УФН, **99**, 169 (1969)
- 22\* *Ахманов С А Сухоруков А П Холлов Р В*, УФН **93**, 19 (1967).  
*Луговой В Н Прохоров А М* УФН **111**, 205 (1973)  
*Аскаръян Г А* УФН **111**, 249 (1973)  
*Shen Y R* Progr Quant Electr, **4**, 1 (1975)  
*Marburger J. H*, Progr Quant Electr, **4**, 35 (1975).

# КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

### § 1. ВВЕДЕНИЕ

Оптические явления большей частью нечувствительны к наиболее тонким деталям электромагнитного поля. Возможность того, что квантование поля излучения имеет важные последствия, обычно игнорируется как в экспериментальной, так и в теоретической работе. Существуют, однако, две ситуации, в которых квантование поля игнорировать нельзя. С первой приходится сталкиваться, когда обнаруживается оптическая задача (почти безотносительно к тому, насколько идеализированно она сформулирована), которая может быть точно решена в рамках квантовой теории поля. Такие задачи достаточно замечательны, чтобы быть важными сами по себе, в сущности, безотносительно к их соответствию с возможной экспериментальной работой. Вторая ситуация возникает, когда оптическое взаимодействие обуславливает наблюдаемый эффект, который невозможно количественно описать без привлечения теории квантованного поля.

В настоящей главе мы обсудим задачи обоих типов. Лучший пример первого типа приведен Джейнсом и Камминсом, которые показали, что одиночный двухуровневый атом, взаимодействующий с одномодовым квантованным полем излучения, описывается разрешимыми уравнениями движения. В этом случае результаты интересны, в частности, ввиду их связи с полуклассической проблемой Раби, обсуждавшейся в гл. 3. Задачи второго типа возникают при рассмотрении спонтанного излучения, особенно в связи с радиационным сдвигом, связанным с излучением. Те и другие задачи обсуждаются в последующих параграфах после краткого обзора элементов квантовой электродинамики<sup>1)</sup>. Подход, которой мы исследовали в первых шести главах, где использовались, насколько возможно, сами динамические переменные, а не амплитуды вероятности, легко распространяется и на описание квантованных полей. Поскольку в

---

<sup>1)</sup> Хорошее изложение ее основ содержится, например, в монографии [11]. — *Прим. ред.*

квантовой электродинамике амплитуда электрического поля становится оператором, необходимо следить за порядком расположения операторов и коммутационными соотношениями. В целях сравнения с обычным подходом к радиационному сдвигу частоты на основе теории возмущений последний параграф посвящен стандартному расчету того же лэмбовского сдвига, который вычисляется методом уравнений Гейзенберга в § 4.

## § 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Взаимодействие одиночного электрона с электромагнитным полем излучения описывается нерелятивистским гамильтонианом

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2m} \left( \hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c} \hat{\mathbf{A}} \right)^2 + \Phi(\mathbf{r}) + \sum_{\lambda} \hbar \omega_{\lambda} \hat{a}_{\lambda}^{\dagger} \hat{a}_{\lambda}. \quad (7.1)$$

Потенциал  $\Phi(\mathbf{r})$  связывает электрон с ядром. Свойства изолированного (т. е. в отсутствие поля) атома описываются оператором

$$\hat{H}_A = \frac{1}{2m} \hat{p}^2 + \Phi(\mathbf{r}), \quad (7.2)$$

который мы назовем просто атомным гамильтонианом. Выберем калибровку потенциалов, при которой векторный потенциал  $\hat{\mathbf{A}}$  — чисто поперечный, и предположим также, что все продольные электрические поля уже включены в  $\Phi(\mathbf{r})$ .

Гамильтониан поля

$$\hat{H}_F = \sum_{\lambda} \hbar \omega_{\lambda} \hat{a}_{\lambda}^{\dagger} \hat{a}_{\lambda} \quad (7.3)$$

записан в стандартной форме с отброшенной посредством подходящего выбора начала отсчета нулевой энергией. В представлении Гейзенберга фотонные операторы рождения и уничтожения  $\hat{a}_{\lambda}$  и  $\hat{a}_{\lambda}^{\dagger}$  удовлетворяют каноническим коммутационным соотношениям при одинаковых временах, характерным для бозонов:

$$[\hat{a}_{\lambda}(t), \hat{a}_{\lambda'}^{\dagger}(t)] = \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (7.4)$$

Введем далее обычные состояния с определенным числом фотонов как собственные состояния оператора числа фотонов при  $t = 0$ . Свойства этих состояний можно суммировать следующим образом:

$$\hat{a}_{\lambda}(0) |n_{\lambda}\rangle = \sqrt{n_{\lambda}} |n_{\lambda} - 1\rangle; \quad \hat{a}_{\lambda}^{\dagger}(0) |n_{\lambda}\rangle = \sqrt{n_{\lambda} + 1} |n_{\lambda} + 1\rangle. \quad (7.5)$$

Векторный потенциал  $\mathbf{A}$ , связывающий атом и поле, можно выразить через операторы  $\hat{a}_\lambda$  и  $\hat{a}_\lambda^\dagger$ :

$$\hat{\mathbf{A}}(t, \mathbf{r}) = \sum_\lambda \left( \frac{2\pi\hbar c^2}{\omega_\lambda \mathcal{V}} \right)^{1/2} [\mathbf{u}_\lambda(\mathbf{r}) \hat{a}_\lambda(t) + \mathbf{u}_\lambda^*(\mathbf{r}) \hat{a}_\lambda^\dagger(t)],$$

причем индекс  $\lambda$  нумерует как поляризацию, так и волновой вектор  $\mathbf{k}_\lambda$   $\lambda$ -й моды;  $\mathbf{u}_\lambda(\mathbf{r})$ , как обычно, — некоторая полная система функций мод, соответствующих области, в пределах которой поле квантуется. Функции мод ортонормированы в ее объеме  $\mathcal{V}$ :

$$\int_{\mathcal{V}} \mathbf{u}_\lambda(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{u}_{\lambda'}^*(\mathbf{r}) d^3r = \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (7.6)$$

Они являются также соленоидальными, или «поперечными»:  $\text{div } \mathbf{u}_\lambda(\mathbf{r}) = 0$ . Во многих обычно встречающихся случаях физически выделенной области квантования в действительности нет и функции  $\mathbf{u}_\lambda$  берутся просто как функции мод, отвечающие воображаемому большому кубическому ящику объемом  $\mathcal{V}$  при периодических граничных условиях. В таких случаях

$$\mathbf{u}_\lambda(\mathbf{r}) = \mathcal{V}^{-1/2} \mathbf{e}_\lambda e^{i\mathbf{k}_\lambda \cdot \mathbf{r}} \quad (7.7)$$

(где  $\mathbf{e}_\lambda$  — любой из двух единичных векторов поляризации, перпендикулярных  $\mathbf{k}_\lambda$ ), и векторный потенциал приобретает известный вид

$$\hat{\mathbf{A}}(t, \mathbf{r}) = \sum_\lambda \mathbf{g}_\lambda [\hat{a}_\lambda(t) e^{i\mathbf{k}_\lambda \cdot \mathbf{r}} + \hat{a}_\lambda^\dagger(t) e^{-i\mathbf{k}_\lambda \cdot \mathbf{r}}]; \quad (7.8)$$

здесь для удобства введено обозначение

$$\mathbf{g}_\lambda \equiv \sqrt{\frac{2\pi\hbar c^2}{\omega_\lambda \mathcal{V}}} \mathbf{e}_\lambda. \quad (7.9)$$

При получении уравнений движения Гейзенберга для атомных электронов мы ограничимся квазирезонансными ситуациями, в которых можно учитывать только один атомный переход. Следствия этого ограничения те же, что и в гл. 2. Пространство состояний атома становится двумерным, и атомные операторы могут быть представлены комбинациями  $2 \times 2$ -матриц Паули. Удобно слегка изменить здесь подход, использовавшийся в § 3 гл. 2. Первое изменение заключается в том, что в гамильтониане (7.1) опускается слагаемое  $(e^2/2mc^2)\hat{\mathbf{A}}^2$ <sup>1)</sup> и в качестве гамильтониана взаимодействия используется лишь  $-(e/mc)\hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{p}}$  [гамильтонианы взаимодействия  $-\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}$  и  $-(e/mc)\hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{p}}$  +

<sup>1)</sup> Это допустимо в дипольном приближении. — Прим ред.

$+(e^2/mc^2)\hat{A}^2$  отличаются в дипольном приближении преобразованием калибровки] Превосходное обсуждение этих вопросов провели Пауэр и Зинау [1]<sup>1)</sup>.

Второе изменение заключается в том, чтобы, следуя Дике [2], использовать операторы  $\hat{R}_i = 1/2\hat{\sigma}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) для представления атомных операторов. Это есть просто способ обозначений, напоминающий, что мы имеем дело с электрическими, а не магнитными дипольными переходами. Множитель  $1/2$  позволяет записать коммутаторы для величин  $\hat{R}$  в удобном виде, как для компонент углового момента:

$$[\hat{R}_1, \hat{R}_2] = i\hat{R}_3.$$

Эффективный двухуровневый гамильтониан можно теперь представить как

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar\omega_0\hat{R}_3 + 2\frac{\omega_0 d}{c}\hat{R}_2 A + \sum_{\lambda} \hbar\omega_{\lambda}\hat{a}_{\lambda}^{\dagger}\hat{a}_{\lambda}. \quad (7.10)$$

Мы использовали здесь известные соотношения между матричными элементами импульса и координаты

$$\langle + | \frac{e\hat{p}}{m} | - \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle + | [\hat{H}_A, e\mathbf{r}] | - \rangle = i\omega_0 \hat{\mathbf{d}}_{+-}. \quad (7.11)$$

Как и в гл. 2,  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  обозначают верхнее и нижнее состояния нашего атома,  $\omega_0$  — частота перехода между ними и  $\hat{\mathbf{d}}_{+-} = \langle + | e\mathbf{r} | - \rangle$  — матричный элемент дипольного момента. Кроме того, мы выбрали фазы состояний так, что  $\hat{\mathbf{d}}_{+-} = d\mathbf{u}_d$ , где  $d$  вещественно, а  $\mathbf{u}_d$  — единичный вектор в направлении  $\hat{\mathbf{d}}_{+-}$ . Наконец, скаляр  $\hat{A}$  обозначает скалярное произведение  $\hat{A}$  и  $\mathbf{u}_d$ :

$$\hat{A} = \hat{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{u}_d = \sum_{\lambda} g_{\lambda} (\hat{a}_{\lambda} e^{i\mathbf{k}_{\lambda} \cdot \mathbf{r}_0} + \hat{a}_{\lambda}^{\dagger} e^{-i\mathbf{k}_{\lambda} \cdot \mathbf{r}_0}), \quad (7.12)$$

где  $\mathbf{r}_0$  — радиус-вектор, определяющий положение диполя, и

$$g_{\lambda} \equiv \mathbf{g}_{\lambda} \cdot \mathbf{u}_d = \sqrt{\frac{\lambda\pi\hbar c^2}{\omega_{\lambda} V}} \mathbf{e}_{\lambda} \cdot \mathbf{u}_d. \quad (7.13)$$

Нетрудно получить гейзенберговские уравнения для атомных операторов

$$\dot{\hat{R}}_1 = -\omega_3 \hat{R}_2 + 2\frac{\omega_0 d}{\hbar c} \hat{A} \hat{R}_3, \quad (7.14a)$$

$$\dot{\hat{R}}_2 = \omega_0 \hat{R}_1, \quad (7.14б)$$

$$\dot{\hat{R}}_3 = -2\frac{\omega_0 d}{\hbar c} \hat{A} \hat{R}_1. \quad (7.14в)$$

<sup>1)</sup> См. также [16\*, 17\*]. — Прим. ред.

Операторные уравнения (7.14) не так сильно отличаются от уравнений (2.29) (которые мы вывели из  $\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}$ -взаимодействия), как это может показаться на первый взгляд. Действительно, введем в (7.14)  $\kappa = 2d/\hbar$  и совершим каноническое преобразование  $\hat{R}_1 \rightarrow -\hat{R}_2$ ,  $\hat{R}_2 \rightarrow \hat{R}_1$ ,  $\hat{R}_3 \rightarrow \hat{R}$ . Тогда идентификация  $-(\omega_0/c) \hat{\mathbf{A}}$  с  $\mathbf{E}$  (она справедлива вблизи резонанса) показывает, что результирующие уравнения для  $\hat{R}_{1, 2, 3}$  в точности совпадают с уравнениями для  $\hat{\sigma}_{1, 2, 3}$  (2.29).

В настоящей главе поле излучения полностью описывается операторами. Декорреляционное приближение (типа использованного в гл. 2 для перехода к полуклассической теории) здесь не привлекается. Операторы полевых мод удовлетворяют уравнениям

$$\dot{\hat{a}}_\lambda = -i\omega_\lambda \hat{a}_\lambda - 2i \frac{\omega_0 d}{\hbar c} g_\lambda^*(\mathbf{r}_0) \hat{R}_2, \quad (7.15)$$

где

$$g_\lambda(\mathbf{r}_0) = g_\lambda e^{i\mathbf{k}_\lambda \cdot \mathbf{r}_0}. \quad (7.16)$$

В качестве поучительного упражнения предоставляем читателю вернуться от (7.12) и (7.15) к привычному волновому уравнению Максвелла (см. [3])

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \hat{\mathbf{A}}(t, \mathbf{r}) = -\frac{4\pi}{c} \hat{\mathbf{J}}^\perp(t, \mathbf{r}), \quad (7.17)$$

где  $\hat{\mathbf{J}}^\perp(t, \mathbf{r})$  — поперечная часть плотности тока  $\hat{\mathbf{J}}(t, \mathbf{r})$ , возникающего вследствие осцилляций квантового диполя в точке  $\mathbf{r}_0$ :

$$\hat{\mathbf{J}}(t, \mathbf{r}) = -2d\mathbf{u}_d \omega_0 \hat{R}_2(t) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \quad (7.18)$$

Наконец, уместно сделать следующее замечание относительно порядка операторов в (7.10) и (7.14). Полевые операторы коммутируют со всеми атомными операторами, если взять их в один и тот же момент времени, поскольку полевые и атомные операторы относятся к различным степеням свободы системы. Поэтому произведения операторов вида  $\hat{\mathbf{A}}(t, \mathbf{r}_0) \hat{R}_3(t)$  могут быть записаны несколькими эквивалентными способами. Сказанное иллюстрируется соотношениями

$$\begin{aligned} \sum_\lambda g_\lambda (\hat{a}_\lambda + \hat{a}_\lambda^\dagger) \hat{R}_3 &= \sum_\lambda g_\lambda (\hat{a}_\lambda \hat{R}_3 + \hat{R}_3 \hat{a}_\lambda^\dagger) = \\ &= \sum_\lambda g_\lambda \hat{R}_3 (\hat{a}_\lambda + \hat{a}_\lambda^\dagger) = \sum_\lambda g_\lambda (\hat{a}_\lambda^\dagger \hat{R}_3 + \hat{R}_3 \hat{a}_\lambda), \end{aligned}$$

которые справедливы, если временные аргументы всех операторов одинаковы.

В последующих параграфах мы будем использовать для удобства «нормальный» порядок полевых операторов: начиная

любые расчеты, мы представляем операторные произведения таким образом, что все полевые модовые операторы уничтожения расположены в правой части произведения, а все полевые модовые операторы рождения — в левой. Например, только последнее из четырех приведенных выше расположений является «нормальным» по отношению к  $\hat{a}_\lambda$  и  $\hat{a}_\lambda^\dagger$ . Естественно, что свобода выбора порядка в промежуточных расчетах ограничена, поскольку временные аргументы различных операторов могут различаться и поскольку взаимодействие поля с атомом может затруднить разделение различных степеней свободы в моменты времени, отличные от начального. Ясно, что вначале можно принять любой порядок. Второй способ расположения из приведенных выше называют часто «антинормальным» по отношению к  $\hat{a}_\lambda$  и  $\hat{a}_\lambda^\dagger$ ; его, равно как и любой другой, можно использовать последовательно без изменения результатов.

### § 3. ОСЦИЛЛЯЦИИ АТОМНОЙ ИНВЕРСИИ И КВАНТОВОЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА РАБИ

Взаимодействие одиночного диполя с монохроматическим полем излучения представляет собой важную теоретическую задачу электродинамики. Она нереалистична в том смысле, что в экспериментах не имеют дела с единичным атомом или отдельной модой поля. Однако в качестве модели для реальной задачи атом — поле она весьма полезна, особенно если учесть, что здесь существует точное решение. В § 3 гл. 1 и § 2 гл. 3 мы показали, что точные решения возможны в случаях классического лоренцевского осциллятора и квантомеханического двухуровневого атома, взаимодействующих с монохроматическим классическим полем излучения.

В настоящем параграфе мы покажем, что даже в квантовой электродинамике, где поле квантуется, точное решение возможно. Это интересно и важно по ряду причин. Очевидно, точное решение любой нетривиальной задачи само по себе представляет теоретический интерес. Однако в данном случае квантовоэлектродинамическое решение допускает к тому же редкое и прямое сравнение с соответствующим полуклассическим решением. Кроме того, наличие в квантовой теории спонтанного излучения привносит в задачу новые элементы.

Основной гамильтониан задается формулой (7.10). После исключения всех полевых мсд, кроме одной, и переобозначения постоянной взаимодействия его можно представить в виде

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar\omega_0 R_3 + \hbar\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{i}{2} \hbar q (\hat{R}_+ - R_-) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger). \quad (7.19)$$

Мы заменили  $\hat{R}_2$  соответствующей комбинацией обычных атомных операторов возбуждения и девозбуждения

$$\hat{R}_{\pm} \equiv \hat{R}_1 \pm i\hat{R}_2 \quad (7.20)$$

и поместили единичный атом в начало координат. Постоянная взаимодействия  $q$  имеет, очевидно, размерность частоты и дается выражением

$$q = -2 \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \left( \frac{2\pi\hbar c^2}{\omega \gamma^2} \right)^{1/2} \mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_d. \quad (7.21)$$

Уместно далее построить квантовоэлектродинамический эквивалент приближения вращающейся волны (ПВВ), использованного в гл. 2. Оно состоит в отбрасывании слагаемых, осциллирующих с частотами, которые, грубо говоря, вдвое выше наиболее высоких частот, представляющих интерес (в данном случае это  $\omega$  и  $\omega_0$ ). В отсутствие взаимодействия между атомом и полем временное поведение операторов, фигурирующих в (7.19), было бы таково:

$$\begin{aligned} \hat{R}_3(t) &= \hat{R}_3(0), & \hat{a}(t) &= \hat{a}(0) e^{i\omega t}, \\ \hat{R}_{\pm}(t) &= \hat{R}_{\pm}(0) e^{\pm i\omega_0 t}, & \hat{a}^{\dagger}(t) &= \hat{a}^{\dagger}(0) e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (7.22)$$

Поскольку электромагнитное взаимодействие поле — диполь является слабым, можно ожидать, что при его учете эти временные зависимости лишь слегка модифицируются. Поэтому слагаемые, содержащие произведения операторов типа  $\hat{R}_+ \hat{a}^{\dagger}$  и  $\hat{R}_- \hat{a}$ , которые осциллируют с частотами  $\pm(\omega_0 + \omega)$ , в случае ПВВ следует опустить, что приводит к эффективному гамильтониану

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{ПВВ}} = \hbar\omega_0 \hat{R}_3 + \hbar\omega \hat{a}^{\dagger} \hat{a} + \frac{1}{2} \hbar q (\hat{R}_+ \hat{a} - \hat{a}^{\dagger} \hat{R}_-). \quad (7.23)$$

Решение квантовоэлектродинамической задачи, обусловленной гамильтонианом ПВВ (7.23), впервые проводилось Джейнсом [4], а также Джейнсом и Каммингсом [5]. Мы используем существенно иной, возможно, более прямо ведущий к цели подход, применяя представление Гейзенберга.

Гамильтониан (7.23) содержит лишь комбинации операторов, которые описывают обмен единицей возбуждения между атомом и полем. Например,  $\hat{R}_+ \hat{a}$  уменьшает число фотонов на единицу и одновременно повышает энергию атома путем его перевода в возбужденное состояние. Следовательно, число возбуждений в системе постоянно, и оператор числа возбуждений  $\hat{N} = \hat{R}_3 + \hat{a}^{\dagger} \hat{a}$  должен коммутировать с  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{ПВВ}}$ , что легко проверяется. Очевидно, сам оператор  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{ПВВ}}$  в ПВВ постоянен.

В свете этих замечаний полезно записать  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{ПВВ}}$  следующим образом:

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{ПВВ}} = \frac{1}{2} \hbar \bar{\omega} \hat{N} + \frac{1}{2} \hbar \Delta (\hat{R}_3 - \hat{a}^\dagger \hat{a}) + \frac{i}{2} \hbar q (\hat{R}_+ \hat{a} - \hat{a}^\dagger \hat{R}_-), \quad (7.24)$$

где

$$\bar{\omega} \equiv \omega_0 + \omega \quad \text{и} \quad \Delta \equiv \omega_0 - \omega. \quad (7.25)$$

Теперь легко получить гейзенберговское уравнение для энергии атома

$$\ddot{\hat{R}}_3 = -\frac{1}{2} q^2 (2\hat{N} + 1) \hat{R}_3 + 2iq\Delta (\hat{R}_+ \hat{a} - \hat{a}^\dagger \hat{R}_-).$$

После некоторых выкладок с учетом (7.24) оно приводится к простому уравнению

$$\left( \frac{d^2}{dt^2} + \hat{\Omega}^2 \right) \hat{R}_3(t) = \Delta [\hat{\omega}_{\text{ПВВ}} - \frac{1}{2} \hat{N} (\bar{\omega} - \Delta)], \quad (7.26)$$

где  $\hbar \hat{\omega}_{\text{ПВВ}} = \hat{\mathcal{H}}_{\text{ПВВ}}$  и частота осцилляций энергии  $\hat{\Omega}$  такова:

$$\hat{\Omega}^2 = \Delta^2 + q^2 (\hat{N} + \frac{1}{2}). \quad (7.27)$$

Ясно, что  $\hat{\Omega}$  представляет собой квантовоэлектродинамическое выражение для частоты Раби. Она определяет скорость осцилляций атомной инверсии.

В правой части уравнения (7.26) фигурируют только постоянные операторы, так что его решение находится без труда. Чтобы сравнить квантовоэлектродинамическое решение с полуклассическим (3.18), мы усредним сначала уравнение (7.26) по состоянию  $|n, m\rangle$ , которое является собственным состоянием как  $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ , так и  $\hat{R}_3$  при  $t = 0$ :

$$\hat{a}^\dagger(0) \hat{a}(0) |n, m\rangle = n |n, m\rangle \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\hat{R}_3(0) |n, m\rangle = m |n, m\rangle, \quad m = +\frac{1}{2} \text{ или } -\frac{1}{2}.$$

Тогда с учетом того, что  $\langle \hat{\omega}_{\text{ПВВ}} \rangle = m\omega_0 + n\omega$  и  $\langle \hat{N} \rangle = n + m$ , решение можно записать в виде

$$\langle \hat{R}_3(t; \Delta) \rangle = \langle \hat{R}_3(0; \Delta) \rangle \left[ 1 - \frac{2q^2 (n + m + \frac{1}{2})}{\Delta^2 + q^2 (n + m + \frac{1}{2})} \sin^2(\frac{1}{2} \Omega_{nm} t) \right], \quad (7.28)$$

где

$$\Omega_{nm}^2 \equiv \Delta^2 + q^2 (n + m + \frac{1}{2}). \quad (7.29)$$

В присутствии  $n$ -фотонного поля атом переходит из основного состояния в состояние, которое является суперпозицией основного и возбужденного состояний, и обратно. Лишь при точном резонансе ( $\Delta = 0$ ) атомы фактически достигают возбужденного состояния. Это качество согласуется с поведением двухуровневого атома во внешнем квазирезонансном поле постоян-

ной амплитуды в рамках полуклассической теории. Интересно отметить, что (7.28) даже количественно практически идентично полуклассическому результату (3.18). Среднее значение  $\hat{E}^2$  в выбранном исходном состоянии в первом приближении равно

$$\frac{1}{4\pi} \langle \hat{E}^2 \rangle = \frac{n\hbar\omega}{\gamma}, \quad (7.30a)$$

в то время как соответствующее классическое усреднение дает

$$(E^2)_{\text{ср}} = [(2\mathcal{E}_0 \cos \omega t)^2]_{\text{ср}} = 2\mathcal{E}_0^2. \quad (7.30b)$$

Следовательно, соотношение между параметрами полуклассического и квантованного полей таково:

$$(\kappa\mathcal{E}_0)^2 \leftrightarrow nq^2. \quad (7.31)$$

Близость выражений (3.18) и (7.28) становится особенно ясной, если вспомнить, что инверсия  $\omega(t; \Delta)$  связана с оператором энергии  $\hat{R}_3(t; \Delta)$  соотношением  $\omega(t) = \langle \hat{\sigma}_3 \rangle = 2\langle \hat{R}_3 \rangle$ .

Формула (7.28) свидетельствует о важности спонтанного излучения в квантовой теории поля, если начальное состояние атома не является основным. Если атом был первоначально возбужден, так что  $\langle \hat{R}_3(0; \Delta) \rangle = +1/2$ , и если исходное поле представляло собой вакуум ( $n = 0$ ), то, согласно квантовоэлектродинамическому решению (7.28), энергия атома осциллирует с частотой Раби  $(\Delta^2 + q^2)^{1/2}$ :

$$2\langle \hat{R}_3(t; \Delta) \rangle \Big|_{\substack{m=1/2 \\ n=0}} = 1 - \frac{2q^2}{\Delta^2 + q^2} \sin^2 \left( \sqrt{\Delta^2 + q^2} \frac{t}{2} \right). \quad (7.32)$$

С другой стороны, соответствующий нулевому полю полуклассический результат [который можно получить из (3.18), если положить там  $\mathcal{E}_0 = 0$  и  $\omega_0 = +1$ ] вовсе не является осциллирующим:

$$\omega(t; \Delta) = \omega_0 = +1. \quad (7.33)$$

И наконец, если в начальном состоянии ни атом, ни поле не были возбуждены ( $m = -1/2$ ,  $n = 0$ ), то осцилляций, естественно, не будет ни в квантовой, ни в полуклассической теории.

Чтобы сравнить (7.28) с результатом, впервые найденным Джейнсом и Каммингсом, учтем, что соотношение  $p_{+-}(t) = 1/2 - \langle \hat{R}_3(t) \rangle_{n=1/2}$  определяет связь между средней энергией и вероятностью  $p_{+-}$  того, что атом совершит переход из верхнего состояния в нижнее. Следовательно, (7.28) эквивалентно

$$p_{+-}(t) = \frac{(n+1)q^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + (n+1)q^2} \sin^2 \left( \sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + q^2} \frac{t}{2} \right), \quad (7.34)$$

что точно совпадает с результатом вышеупомянутых авторов.

Наконец, сделаем несколько попутных замечаний относительно гамильтониана  $\mathcal{H}_{\text{ПВВ}}$  и решения Джейнса — Каммингса для квантовоэлектродинамической задачи Раби. Прежде всего отметим, что если возбуждена только одна мода поля, то атом и мода просто периодически обмениваются энергией. Это с очевидностью вытекает из осциллирующего решения (7.28) для  $\hat{R}_3$  и того факта, что  $\hat{R}_3 + \hat{a}^\dagger \hat{a}$  есть константа. Однако в рамках ПВВ почти гочно решается и многомодовая одноатомная задача. Она образует основу теории спонтанного излучения и естественного уширения линии, восходящей к работе Вайскопфа и Вигнера [6]. Аналогично «противоположная» задача, когда имеется много атомов и одна мода поля, может служить основой для квантовоэлектродинамической модели усилителя поля ([7], разд. 7.1—7.3; [8]), если атомов с различными резонансными частотами достаточно, чтобы обеспечить широкую непрерывную линию поглощения.

Ряд работ был выполнен также применительно к ситуациям, когда конечное число атомов взаимодействует с одномодовым квантованным полем. Главные трудности в этом случае — чисто расчетные, хотя алгоритмы получения точных решений известны [9]<sup>1</sup>). Наконец, укажем на принципиально важное различие между квантовоэлектродинамическим [см. (7.28)] и полуклассическим [см. (3.18)] результатами. Последовательно квантовое рассмотрение автоматически учитывает реакцию излучения: если атом приобретает энергию, то поле должно ее терять и наоборот. Эта закономерность отсутствовала в рассмотрении гл. 3 Джейнса и Каммингса [5] получили также полуклассическое решение, которое учитывает реакцию излучения. Вместо тригонометрических осцилляций, фигурирующих в (3.57) и (7.28), они получили эллиптические. Эти различия подробно обсуждаются в [5].

#### § 4. СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЕДИНИЧНОГО АТОМА

Применим теперь операторные уравнения Гейзенберга (7.14) и (7.15) к простейшей многомодовой квантовоэлектродинамической задаче при наличии атомного источника тока, а именно рассмотрим один двухуровневый атом, находящийся на верхнем уровне, считая, что все моды поля не заполнены. Известно, что атом будет спонтанно излучать фотон с затуханием возбужденного состояния. Поскольку имеется континуум мод поля, можно думать, что происходит реальный распад возбужденного состояния в противоположность случаю Джейнса — Каммингса,

<sup>1</sup>) В работах [9а] обсуждается интересный вопрос о термодинамических фазовых переходах в системе из  $N$  двухуровневых атомов.

рассмотренному в предыдущем параграфе, когда атом просто периодически обменивался энергией с одной модой поля.

Надлежащая теория спонтанного излучения должна дать скорость распада (или время жизни) возбужденной системы и соответствующее радиационное уширение линии. Такая теория была впервые построена Вайскопфом и Вигнером [6]. В ней получены правильные выражения для времени жизни и формы линий, однако отсутствуют адекватные результаты для сдвига линий, сопровождающего распад. Мы используем иной подход [10], устраняющий этот недостаток

Уравнение (7.15) для  $\hat{a}_\lambda(t)$  проще, чем атомные уравнения (7.14), поскольку оно не содержит произведений операторов. Формальное интегрирование приводит к следующему результату:

$$\hat{a}_\lambda(t) = \hat{a}_\lambda^v(t) - \frac{\omega_0 d}{\hbar c} g_\lambda^*(\mathbf{r}_0) \int_0^\infty dt' [\hat{R}_+(t') - \hat{R}_-(t')] G_\lambda(t - t'), \quad (7.35)$$

где  $\hat{a}_\lambda^v(t)$  отвечает свободному полю или «вакуумной части» решения

$$\hat{a}_\lambda^v(t) = \hat{a}_\lambda(0) e^{-i\omega_\lambda t}, \quad (7.36)$$

а  $G_\lambda(t, t')$  — запаздывающая функция Грина

$$G_\lambda(t, t') = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \begin{cases} 0, & \text{если } t < t', \\ e^{-i(\omega_\lambda - i\varepsilon)(t-t')}, & \text{если } t > t'. \end{cases} \quad (7.37)$$

Поскольку указание конкретного значения  $\mathbf{r}_0$ , определяющего положение атома, не имеет особого смысла, мы примем далее, что атом находится в начале координат.

Получить точное решение уравнений Гейзенберга (7.14) и (7.15) невозможно. Однако, поскольку речь идет об атоме, учтем далее, что спонтанный радиационный распад является очень медленным процессом, который происходит обычно на протяжении многих миллионов периодов колебаний диполя. Для этого предположим, что операторы  $\hat{R}_\pm(t)$  могут быть представлены в виде  $\hat{R}_\pm(t) = \hat{S}_\pm(t) \exp(\pm i\omega_0 t)$ , где  $\hat{S}_\pm(t)$  — неизвестные операторы, временная зависимость которых является достаточно медленной по сравнению с  $\exp(\pm i\omega_0 t)$ , так что они могут быть вынесены из под знака интеграла в (7.35). После этого интегрирование производится без труда. Например, последнее слагаемое в (7.35) дает

$$\begin{aligned} & \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \hat{S}_-(t) e^{-i(\omega_\lambda - i\varepsilon)t} \frac{e^{i(\omega_\lambda - \omega_0 - i\varepsilon)t} - 1}{i(\omega_\lambda - \omega_0 - i\varepsilon)} = \\ & = \hat{R}_-(t) \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \frac{1 - e^{-i(\omega_\lambda - \omega_0 - i\varepsilon)t}}{i(\omega_\lambda - \omega_0 - i\varepsilon)}. \end{aligned} \quad (7.38)$$

По истечении достаточно большого времени получаем простое предельное выражение

$$\frac{1}{i(\omega_\lambda - \omega_0 - i\epsilon)} = -i \frac{P}{\omega_\lambda - \omega_0} + \pi \delta(\omega_\lambda - \omega_0) \equiv -i \xi^*(\lambda_\lambda - \omega_0). \quad (7.39)$$

Здесь  $P$  и  $\delta$  обозначают, как обычно, интегрирование в смысле главного значения и дельта-функцию;  $\xi$  — функция определена, следуя Гайтлеру [11]. Эти сокращенные обозначения оказываются весьма полезными.

Оператор уничтожения для  $\lambda$ -й моды удобно представить в виде

$$\hat{a}_\lambda(t) = \hat{a}_\lambda^v(t) + \hat{a}_\lambda^s(t), \quad (7.40)$$

где «вакуумная часть»  $\hat{a}_\lambda^v(t)$  определена в (7.36), а «часть, связанная с источниками», т. е.  $\hat{a}_\lambda^s(t)$ , определяется с учетом приближенного вычисления интеграла в (7.35) выражением

$$\hat{a}_\lambda^s(t) = i \frac{\omega_0 d}{\hbar c} g_\lambda^* [\hat{R}_+(t) \xi^*(\omega_\lambda + \omega_0) - \hat{R}_-(t) \xi^*(\omega_\lambda - \omega_0)]. \quad (7.41)$$

Термин «часть, связанная с источниками» для  $\hat{a}_\lambda^s(t)$  подчеркивает, что вклад второго слагаемого в (7.35) является аналогом вклада от источников, отражаемого хорошо известным запаздывающим потенциалом [18\*]

$$\mathbf{A}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int \frac{[\mathbf{J}^\perp(t, \mathbf{r}') ]_{\text{зан}}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 r', \quad (7.42)$$

представляющим собой решения уравнения Максвелла (7.17).

Выражение (7.41) может быть названо также полем марковских источников<sup>1)</sup>, поскольку приближение, использованное при его получении, приводит к оператору  $\hat{a}_\lambda^s(t)$ , зависящему лишь от атомных операторов с тем же временным аргументом  $t$ . Это означает, что память системы о прошлых временах  $t' < t$  в интеграле (7.35) очень слаба. Отметим, что будущие времена  $t' > t$  исключены выбором запаздывающего временного решения:  $G_\lambda(t - t')$  обращается в нуль, если  $t' > t$ .

Чтобы полностью описать поведение атома при спонтанном излучении, следовало бы далее проинтегрировать уравнения (7.14а)—(7.14в) для атомных операторов. Однако сделать это точно весьма трудно. К счастью, интересно только первое приближение для времени жизни, формы и сдвига линии атомного перехода, так что интегрировать атомные уравнения в операторной форме нет необходимости.

<sup>1)</sup> О марковских случайных процессах см., например, в [19\*].— *Прим. ред.*

Для целей настоящей главы достаточно найти вакуумное среднее операторов дипольного момента, вместо того чтобы находить сами операторы. При этом следует проявить осторожность, чтобы избежать приближения декорреляции, аналогичного тому, которое ведет к полуклассической теории. Найдём сначала произведения операторов  $\hat{A}\hat{R}_3$  и  $\hat{A}\hat{R}_1$ , которые фигурируют в атомных уравнениях.

Выражая  $\hat{A}$  через  $\hat{a}_\lambda$  и  $\hat{a}_\lambda^\dagger$  с учетом того, что произведения операторов должны быть представлены в нормально упорядоченной форме, и приближенно интегрируя уравнение для  $\hat{a}_\lambda$ , приходим к следующим громоздким формулам:

$$\hat{A}\hat{R}_1 = \sum_\lambda g_\lambda (\hat{a}_\lambda^{v+}\hat{R}_1 + \hat{R}_1\hat{a}_\lambda^v) + \frac{\pi}{2} \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \sum_\lambda g_\lambda^2 [\delta(\omega_\lambda - \omega_0) - \delta(\omega_\lambda + \omega_0)] + \\ + \pi \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \sum_\lambda g_\lambda^r [\delta(\omega_\lambda - \omega_0) + \delta(\omega_\lambda + \omega_0)] \hat{R}_3 \quad (7.43)$$

и

$$\hat{A}\hat{R}_3 = \sum_\lambda g_\lambda (\hat{a}_\lambda^{v+}\hat{R}_3 + \hat{R}_3\hat{a}_\lambda^v) + \\ + \frac{i}{2} \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \sum_\lambda g_\lambda^2 [\zeta^*(\omega_\lambda + \omega_0) - \zeta(\omega_\lambda - \omega_0)] \hat{R}_+ + \\ + \frac{i}{2} \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \sum_\lambda g_\lambda^2 [\zeta^*(\omega_\lambda - \omega_0) - \zeta(\omega_\lambda + \omega_0)] \hat{R}_-. \quad (7.44)$$

Мы использовали здесь соотношения

$$\hat{R}_3(t)\hat{R}_\pm(t) = \pm 1/2 \hat{R}_\pm(t), \quad \hat{R}_\pm(t)\hat{R}_\mp(t) = 1/2 \pm \hat{R}_3(t) \quad (7.45)$$

и

$$\xi(x) - \zeta^*(x) \pm [\xi(y) - \zeta^*(y)] = -2\pi i [\delta(x) \pm \delta(y)], \quad (7.46)$$

упрощающие запись правых частей.

Отметим, что первые слагаемые в выражениях для  $\hat{A}\hat{R}_3$  и  $\hat{A}\hat{R}_1$  представлены строго нормально упорядоченными. Это необходимо (поскольку мы уже приняли нормальное упорядочение), так как вакуумная часть поля и часть, связанная с полем, не коммутируют отдельно с  $\hat{R}_1$  или  $\hat{R}_3$ , несмотря на то что полные операторы мод  $\hat{a}_\lambda$  и  $\hat{a}_\lambda^\dagger$ , как и само поле  $\hat{A}$ , коммутируют (при одинаковых временах) со всеми атомными операторами.

Определив точно  $\hat{A}\hat{R}_1$  и  $\hat{A}\hat{R}_3$  [в рамках аппроксимации, отвечающей (7.41)], выполним далее вакуумное усреднение уравнений (7.14). Под вакуумным усреднением, обозначаемым посредством  $\langle \dots \rangle$ , подразумевается усреднение по состоянию  $|\psi\rangle = |\text{вакуум}\rangle |\Phi\rangle$ , где  $|\Phi\rangle$  — произвольное состояние двухуровне-

вого атома и  $|\text{вакуум}\rangle$  — состояние, в котором нет фотонов. Говоря точнее,  $|\text{вакуум}\rangle$  удовлетворяет соотношению  $\hat{a}_\lambda^v(0)|\text{вакуум}\rangle = 0$ . Для энергетического уравнения находим

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{R}_3(t) \rangle = -\frac{1}{\tau_1} \left( \frac{1}{2} + \langle \hat{R}_3(t) \rangle \right), \quad (7.47)$$

где  $1/\tau_1$  — произведение коэффициентов, фигурирующих в (7.43) и (7.14в),

$$\frac{1}{\tau_1} = 2\pi \left( \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \right)^2 \sum_{\lambda} g_{\lambda}^2 [\delta(\omega_{\lambda} - \omega_0) \pm \delta(\langle \omega_{\lambda} + \omega_0 \rangle)]. \quad (7.48)$$

На примере перехода от уравнения (7.14в) к (7.47) видно преимущество нормального упорядочения операторов.

Вакуумное среднее слагаемых, содержащих вакуумные части полевых операторов, равно нулю вследствие одного только упорядочения и безотносительно к какой-либо декорреляции. Используя лишь свойства операторов свободного поля  $\hat{a}_\lambda^v(t)|\text{вакуум}\rangle = 0$  и  $\langle \text{вакуум} | \hat{a}_\lambda^{v\dagger}(t) = 0$ , вытекающие из (7.5) и (7.36), получаем<sup>1)</sup>

$$\langle \hat{a}_\lambda^{v\dagger}(t) \hat{R}_1(t) \rangle = \langle \hat{R}_1(t) \hat{a}_\lambda^v(t) \rangle = 0. \quad (7.49)$$

Величина  $1/\tau_1$ , которая, согласно (7.47), представляет собой скорость распада энергии атома, может быть просто выражена в континуальном пределе для модового суммирования. Замена

$$\frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{\lambda} \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \sum_{\text{по поляризациям}} \quad (7.51)$$

<sup>1)</sup> Отметим, что уравнение (7.49) не выполнялось бы при каком-либо другом способе упорядочения операторов. Например, антинормальное упорядочение ведет к выражению

$$\langle \Phi | \text{вакуум} | \hat{R}_1 \hat{a}_\lambda^{v\dagger} | \text{вакуум} \rangle | \Phi \rangle = \langle \Phi | \text{вакуум} | \hat{R}_1 | 1_\lambda \rangle | \Phi \rangle e^{i\omega_\lambda t}. \quad (7.50a)$$

Однако их невозможно использовать для дальнейших расчетов, поскольку правая часть (7.50a) не сводится к

$$\langle \text{вакуум} | 1_\lambda \rangle \langle \Phi | \hat{R}_1 | \Phi \rangle e^{i\omega_\lambda t}, \quad (7.50b)$$

так как при  $t \neq 0$   $\hat{R}_1(t)$  нельзя вынести за знак фотонного матричного элемента [при  $t \neq 0$  величина  $\hat{R}_1(t)$  уже не является чисто атомным оператором ввиду наличия в (7.14a) слагаемого  $(2\omega_0 d/\hbar c) \hat{A} \hat{R}_3$ , которое превращает оператор атомного дипольного момента  $\hat{R}_1(t)$  при  $t > 0$ , по крайней мере частично, в фотонный оператор]. Конечно, если использовать антинормальное упорядочение как для частей, связанных с источниками, так и для вакуумных частей, то компенсирующие изменения в членах источников приведут в конечном итоге к тому же уравнению (7.47). Это можно проверить точными расчетами [12, 13].

превращает суммирование по модам в интегрирование по волновым векторам плюс суммирование по поляризациям. Если использовать тождество

$$\sum_{\text{поляриз.}} [\mathbf{e}(k) \cdot \mathbf{u}_d]^2 = 1 - (\mathbf{u}_k \cdot \mathbf{u}_d)^2, \quad (7.52)$$

то угловой интеграл легко вычисляется:

$$\int [1 - (\mathbf{u}_k \cdot \mathbf{u}_d)^2] d\Omega(k) = \frac{8\pi}{3}. \quad (7.53)$$

Остающийся интеграл по частотам тривиально вычисляется с учетом свойств  $\delta$ -функции, что ведет в конечном итоге к выражению

$$\frac{1}{\tau_1} = \frac{4}{3} \frac{\omega_0^3 d^2}{\hbar c^3}. \quad (7.54)$$

Итак,  $1/\tau_1$  точно совпало с коэффициентом Эйнштейна  $A$ , как и следовало ожидать. Индекс 1 у  $\tau$  имеет двойкий смысл. Во-первых, феноменологическим аналогом  $\tau_1$  является величина  $T_1$ , фигурировавшая в гл. 3—6. Во-вторых,  $\tau_1$  отвечает распаду единичного атома; соответствующий многоатомный аналог  $\tau_N$  обсуждается в гл. 8.

Распад энергии атома во времени происходит, очевидно, экспоненциально. Действительно, интегрируя уравнение (7.47), получаем

$$\langle \hat{R}_3(t) \rangle = -1/2 + \{ \langle \hat{R}_3(0) \rangle + 1/2 \} e^{-t/\tau_1}, \quad (7.55)$$

где  $\langle \hat{R}_3(0) \rangle$  — произвольное начальное возбуждение. Как и следовало ожидать, при любом начальном значении величины  $\langle \hat{R}_3 \rangle$  в конечном итоге монотонно достигается основное состояние со значением  $-1/2$ . Экспоненциальный характер затухания отвечает лоренцевой форме линии с полушириной  $1/\tau_1$ . Детальный расчет формы линии с использованием дипольной корреляционной функции  $\langle \hat{R}_+(t+\tau) \hat{R}_-(t) \rangle$  проведен в [10] и приводит к аналогичному результату.

Рассмотрим далее уравнение для величины  $\hat{R}_+ = \hat{R}_1 + i\hat{R}_2$ , т. е. для «положительно-частотной» части оператора дипольного момента  $\hat{R}_1$ . Уравнение для  $\hat{R}_+$  после вакуумного усреднения приобретает вид

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{R}_+(t) \rangle = i\omega_0 \langle \hat{R}_+(t) \rangle + 2 \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \langle \hat{A}(t) \hat{R}_3(t) \rangle. \quad (7.56)$$

Подставляя для  $\hat{A}\hat{R}_3$  выражение (7.44) и пользуясь тем, что нормально упорядоченные вакуумные средние обращаются в нуль, получаем относительно простое уравнение

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{R}_+(t) \rangle = i \left( \omega_0 + \delta + \frac{i}{2\tau_1} \right) \langle \hat{R}_+(t) \rangle - i \left( \delta - \frac{i}{2\tau_1} \right) \langle \hat{R}_-(t) \rangle. \quad (7.57)$$

Время жизни  $\tau_1$  определяется выражениями (7.48) и (7.54), а фигурирующий здесь параметр  $\delta$  в континуальном пределе равен

$$\delta = -\frac{8\pi}{3\hbar c} \left(\frac{\omega_0 d}{2\pi c}\right)^2 \int_0^{Kc} \left(\frac{P}{\omega - \omega_0} - \frac{1}{\omega + \omega_0}\right) \omega d\omega, \quad (7.58)$$

где  $P$  — обозначает, что интеграл берется в смысле главного значения, и введен условный верхний предел  $Kc$ , устраняющий ультрафиолетовую расходимость.

Второе слагаемое в правой части уравнения (7.57) можно учесть, найдя сначала уравнение для  $\langle \hat{R}_- \rangle$ , аналогичное (7.57), и решая затем точно два связанных линейных уравнения первого порядка. Однако в первом приближении влияние  $\langle \hat{R}_- \rangle$  в уравнении (7.57) пренебрежимо мало, и его можно полностью игнорировать. В результате находим следующее решение, описывающее динамическое поведение дипольного среднего значения:

$$\langle \hat{R}_+ \rangle(t) = \langle \hat{R}_+ \rangle(0) e^{i(\omega_0 + \delta)t} e^{-t/2\tau_1}. \quad (7.59)$$

Вещественной и мнимой частями выражения (7.59) служат, естественно,  $\langle \hat{R}_1 \rangle(t)$  и  $\langle \hat{R}_2 \rangle(t)$ .

Как видно из (7.59), амплитуда осциллирующий диполя медленно затухает, как и следовало ожидать. Появляется, однако, новый момент, связанный с  $\delta$ . Роль величины  $\delta$  сводится, очевидно, к сдвигу центра линии перехода. Такой сдвиг при вакуумном состоянии поля может быть вызван лэмбовским сдвигом двухуровневого атома. Выражение (7.58) для  $\delta$  имеет ряд интересных особенностей. Во-первых, оно не согласуется с результатом, который получается на основе теории Вайскофа — Вигнера (см. [7], разд. 5.6) спонтанного излучения. Это обусловлено наличием в подынтегральном выражении слагаемого  $1/(\omega_1 + \omega_0)$ . Во-вторых, по той же причине главная расходимость  $\delta$  не является линейной по параметру обрезания  $K$ , а сводится к логарифмической, как это и должно быть в правильном нерелятивистском расчете. В-третьих,  $\delta$  есть не что иное, как полностью массово-перенормированный частотный сдвиг, который может быть вычислен во втором порядке нерелятивистской теории возмущений. Иначе говоря, техника операторов Гейзенберга приводит в первом приближении к правильному результату для всех трех характеристик: времени жизни, формы линии и сдвига линии.

Кроме того, полученные результаты показывают, что обычное «объяснение» спонтанного распада, которое заключается в том, что вакуумные флуктуации «стимулируют» атом спонтанного излучать, не является обязательным. Действительно, вакуумная часть поля  $d_\lambda^{\nu}(t)$  не играет явной или исключительной роли при определении как частотного сдвига  $\delta$ , так и скорости распада  $1/\tau_1$ .

Предпочтительнее естественная интерпретация, основанная на старой идее реакции излучения, вместо вакуумных флуктуаций. Действительно, если проследить переход от уравнений (7.14) через (7.43) и (7.44) к (7.55) и (7.59), то мы увидим, что лэмбовский сдвиг и скорость затухания полностью обусловлены не вакуумной частью поля, а частью, связанной с источниками поля, возникающими при взаимодействии с атомом. Если говорить на классическом языке, то какие либо вакуумные поля отсутствуют, а имеется лишь поле, созданное самим диполем как источником, и именно оно модифицирует характеристики атома так, что возникает конечная скорость затухания и сдвиг собственной частоты перехода.

Однако выбор интерпретации почти полностью дело вкуса. Сеницкий [12] и Милонни, Акерхольт и Смит [13] показали, что интерпретация расчетов, которая кажется наиболее естественной, в большой мере предопределяется используемым правилом упорядочения. Например, нормальное упорядочение подчеркивает роль реакции поля атомных источников и исключает вакуумные флуктуации. Симметричное же упорядочение приводит к тому, что лэмбовский сдвиг  $\delta$  возникает только вследствие вакуумных флуктуаций. Файн и Ханин [14] подчеркивают, однако, что не существует упорядочения, при котором время жизни  $\tau_1$  возникало бы лишь за счет вакуумных флуктуаций. Это связано с тем, что в любом случае необходимы атомные нулевые флуктуации<sup>1)</sup>, чтобы компенсировать процессы спонтанного поглощения. Выше мы показали, что при нормальном упорядочении как за время жизни  $\tau_1$ , так и за сдвиг  $\delta$  ответственна лишь реакция излучения.

## § 5. КВАНТОВОЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

В целях полноты мы закончим данную главу кратким обзором традиционного рассмотрения радиационных сдвигов уровней в рамках теории возмущений<sup>2)</sup>. Чтобы сравнить результаты теории возмущений с результатами, полученными путем интегрирования уравнений Гейзенберга, рассмотрим опять тот же воображаемый двухуровневый атом.

---

<sup>1)</sup> То есть нулевые колебания дипольного момента. Согласно [14], нулевые колебания поля индуцируют половину спонтанного излучения возбужденного атома в то время как другая половина связана с нулевыми колебаниями дипольного момента. В невозбужденном же состоянии атома нулевые колебания поля вызывают «спонтанное поглощение», которое как раз компенсирует излучение, обусловленное нулевыми колебаниями дипольного момента — *Прим ред*

<sup>2)</sup> Основные сведения о радиационном сдвиге изложены в монографиях [3, 11, 15]

Во втором порядке стационарной теории возмущений сдвиг энергии состояния  $|a\rangle$ , вызванный возмущением  $\hat{V}$  в гамильтониане, таков:

$$\delta E_a = - \sum_{b \neq a} \frac{\langle a | \hat{V} | b \rangle \langle b | \hat{V} | a \rangle}{E_b - E_a}. \quad (7.60)$$

В нашем случае возмущение обусловлено взаимодействием атома с квантованным полем излучения. Как вытекает из (7.10),

$$\hat{V} = 2 \frac{\omega_0 d}{c} \hat{R}_2(0) A(0), \quad (7.61)$$

где операторы  $\hat{R}_2(0)$  и  $\hat{A}(0)$  теперь не зависят от времени, как это должно быть в представлении Шредингера. Состояние  $|a\rangle$  является одним из двух атом-фотонных состояний

$$|\text{вакуум}\rangle |\pm\rangle,$$

в то время как  $|b\rangle$  есть одно из состояний

$$|1_\lambda\rangle |\pm\rangle.$$

Мы ищем сдвиги энергии  $\delta E_\pm$  атома в верхнем (+) и нижнем (-) состояниях при вакуумном состоянии поля.

Рассмотрим, например, величину  $\delta E_+$ . Она определяется следующим выражением:

$$\delta E_+ = - \left( \frac{\omega_0 d}{c} \right)^2 \sum_{\lambda} \frac{|\langle + | \hat{R}_+(0) | - \rangle|^2 \langle \text{вакуум} | g_\lambda \hat{a}_\lambda(0) | 1_\lambda \rangle|^2}{\hbar (\omega_\lambda - \omega_0)}, \quad (7.62)$$

которое после суммирования по поляризациям и интегрирования по углам сводится к

$$\delta E_+ = - \frac{8\pi}{3c} \left( \frac{\omega_0 d}{2\pi c} \right)^2 \int_0^{Kc} \frac{1}{\omega - \omega_0} \omega d\omega. \quad (7.63)$$

Интеграл расходится линейно по  $K$  при  $K \rightarrow \infty$ . Однако в такого рода случаях обычно считают, что следует выделить главный вклад в интеграл, не зависящий от  $\omega_0$  и, следовательно, от сил, которые связывают электрон и порождены атомом, и затем опустить этот вклад. Основанием служит то, что отбрасываемая величина выражает внутреннее свойство свободного электрона, а не какую-либо характеристику связанной системы. Чтобы провести эту процедуру, можно использовать тождество

$$\frac{\omega d\omega}{\omega - \omega_0} \equiv \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega - \omega_0} \right) d\omega \quad (7.64)$$

и затем опустить 1. Остающийся интеграл расходится «только» логарифмически, что представляет собой «неопасный» вид рас-

ходимости, присущий нерелятивистским расчетам для связанных состояний [15]. Отбрасывание линейно расходящегося вклада в интеграл может быть оформлено как перенормировка массы электрона, которая не влияет на наблюдаемые эффекты.

Энергия нижнего атомного состояния  $|-\rangle$  также испытывает сдвиг, обусловленный  $\mathcal{V}$ . Отметим, что он вызван наличием в  $\mathcal{V}$  противоположно вращающихся слагаемых — результат, соотносящийся с результатом § 6 гл. 2, где наличие противоположно вращающейся волны вело к частотному сдвигу Блоха — Зигерта. Сдвиг энергии нижнего состояния равен

$$\delta E_- = -\frac{8\pi}{3c} \left( \frac{\omega_0 d}{2\pi c} \right)^2 \int_0^{Kc} \frac{\omega d\omega}{\omega + \omega_0}, \quad (7.65)$$

и он также должен быть перенормирован путем вычитания части интеграла, не зависящей от  $\omega_0$ .

Однако атом, обладающий только двумя уровнями энергии, — столь нереалистично простой объект, что необходимость перенормировки фактически отпадает. Единственный наблюдаемый аспект сдвигов энергетических уровней (7.63) и (7.65) связан со сдвигом резонансной частоты атома, который получается при вычитании выражений (7.63) и (7.65). При этом линейно расходящиеся вклады  $\delta E_+$  и  $\delta E_-$  аннулируются и остается лишь собственно логарифмическая расходимость

$$\frac{\delta E_+ - \delta E_-}{\hbar} = -\frac{8\pi}{3\hbar c} \left( \frac{\omega_0 d}{2\pi c} \right)^2 \int_0^{Kc} \left( \frac{P}{\omega - \omega_0} - \frac{1}{\omega + \omega_0} \right) \omega d\omega. \quad (7.66)$$

Полученный результат совпадает с (7.58). Итак, теория возмущений и интегрирование уравнений Гейзенберга марковского типа, как и следовало ожидать, дают в первом приближении одинаковый частотный сдвиг.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Power E. A., Zienau S., Phil. Trans. Roy. Soc., **251**, 427 (1959).  
Fried Z., Phys. Rev., **A8**, 2835 (1974).  
Davidovich L., Ph. D. Thesis University of Rochester (1975).
2. Dicke R. H., Phys. Rev., **93**, 99 (1954).
3. Louisell W. H., Quantum Statistical Properties of Radiation, New York, 1973, Sec. 4.9.
4. Jaynes E. T., Microwave Laboratory Report No. 502, Stanford University, 1958.
5. Jaynes E. T., Cummings F. W., Proc. IEEE, **51**, 89 (1963).
6. Weisskopf V., Wigner E., Zs. Phys., **63**, 54 (1930).
7. Louisell W. H., Radiation and Noise in Quantum Electronics, New York, 1964. (См. перевод: У. Люселл, Излучение и шумы в квантовой электронике, изд-во «Наука», 1972.)
8. Mollow B. R., Phys. Rev., **168**, 1896 (1968).

- 9 *Tavis M Cummings F W* Phys Rev **170**, 379 (1968), **188**, 692 (1969)
- 9a *Hepp K Lieb E* Ann Phys **76**, 360 (1973)
- Wang Y K Hioe F T* Phys Rev, **A7**, 831 (1973)
- Narducci L M Orszag M Tuft R A* Collect Phen, **1**, 113 (1973)
- Mallory W R*, Phys Rev A **11**, 1088 (1975)
- 10 *Ackerhalt J R Knight P L, Eberly J H*, Phys Rev Lett, **30**, 456 (1973)
- Ackerhalt J R Eberly J H*, Phys Rev **D10**, 3350 (1974)
- Dirac P A M*, Phys Rev, **139**, 684 (1965)
- 11 *Heitler W*, The Quantum Theory of Radiation 3rd ed London, 1954, Sec 8 (См перевод *В Гауглер* Квантовая теория излучения ИЛ 1956)
- 12 *Senitzky I R* Phys Rev Lett, **31**, 954 (1973)
- 13 *Milonni P W Ackerhalt J R Smith W A* Phys Rev Lett, **31**, 958 (1973)
- Milonni P R, Smith W A*, Phys Rev, **A11**, 814 (1975)
- 14 *Файн В М Ханин Я И*, Квантовая радиофизика, изд во «Сов радио», 1965
- Гинзбург В Л* ДАН СССР **24**, 130 134 (1939)
- Agarwal G S* Phys Rev **A10**, 717 (1974)
- 15 *Bethe H A, Salpeter E E*, Quantum Mechanics of One and Two Electron Atoms Berlin 1957, Sec 19 (См перевод *Г Бете, Э Солпитер* Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами Физматгиз 1960)
- Power E A*, Introductory Quantum Electrodynamics London 1964 Ch 9
- Vjorken J D, Drell S D* Relativistic Quantum Mechanics, New York 1965, Sec 44 87
- 16 *Goerpert Mayer M* Ann Phys, **9**, 273 (1931)
- 17\* *Бломберген Н*, Нелинейная оптика, изд во «Мир» 1966 гл 2
- 18\* *Тамм И Е* Основы теории электричества изд во «Наука», 1976
- 19\* *Рытов С М* Введение в статистическую радиофизику, ч 1, изд во «Наука», 1976

## МНОГОАТОМНОЕ СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И СВЕРХИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЙ РАСПАД

### § 1. ВВЕДЕНИЕ

Выяснение Эйнштейном важности спонтанных вкладов в процесс излучения света атомами ознаменовало начало создания квантовой электродинамики. Проведенное позже Дираком квантование переменных поля излучения явилось естественным дальнейшим шагом, поскольку оно позволило, в частности, получить правильные выражения для коэффициентов Эйнштейна  $A$  и  $B$ . Традиционный взгляд на спонтанное излучение связан с представлением о том, что оно придает хаотический и некогерентный, стохастический характер процессу излучения. В настоящей главе мы обсудим вопрос о когерентном спонтанном излучении, возникающем при коллективном излучении многих атомов. Обычно предполагают, что интенсивность флуоресценции пропорциональна числу излучающих атомов  $N$ . Дике первый подчеркнул, что даже при некогерентном квантовоэлектродинамическом спонтанном излучении может возникать флуоресценция, пропорциональная не  $N$ , а  $N^2$ . Это явление, названное сверхизлучением, имеет классический и полуклассический аналоги. В последующих параграфах производится полуколичественное рассмотрение сверхизлучения в рамках методики предыдущей главы. В последних двух параграфах подчеркиваются некоторые ограничения, обусловленные малостью оптической длины волны по сравнению с размерами реальных образцов.

### § 2. МНОГОАТОМНЫЕ ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ И РЕШЕНИЕ ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ ПОЛЯ

Когда рассматриваемая квантовая система содержит несколько или много атомов, основной квантовоэлектродинамический гамильтониан (7.10) следует модифицировать. Если не учитывать (по крайней мере временно) возможности неоднородного уширения, то соответствующий  $N$ -атомный гамильтониан можно представить в виде

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{l=1}^N \left( \hbar\omega_0 \hat{R}_{l3} + 2 \frac{\omega_0 d}{c} \hat{A}_l \hat{R}_{l2} \right) + \sum_{\lambda} \hbar\omega_{\lambda} \hat{a}_{\lambda}^{\dagger} \hat{a}_{\lambda}. \quad (8.1)$$

Как видно,  $\mathcal{H}$  есть просто сумма гамильтонианов поля,  $N$  отдельных атомов и взаимодействий; индекс  $l$  нумерует атомы

Векторный потенциал  $\hat{A}_l$ , действующий на  $l$ -й атомный диполь, зависит, вообще говоря, от координаты  $l$ -го атома  $\mathbf{r}_l$ :

$$\hat{A}_l = \sum_{\lambda} [g_{\lambda}(\mathbf{r}_l) \hat{a}_{\lambda} + g_{\lambda}^*(\mathbf{r}_l) \hat{a}_{\lambda}^{\dagger}]. \quad (8.2)$$

Функция  $g_{\lambda}(\mathbf{r}_l)$ , согласно (7.13) и (7.16), имеет вид

$$g_{\lambda}(\mathbf{r}_l) = \sqrt{\frac{2\pi\hbar c^2}{\omega_{\lambda}^3}} \mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_d e^{i\mathbf{k}_{\lambda} \cdot \mathbf{r}_l}. \quad (8.3)$$

Положения атомов по отношению друг к другу произвольны.

Многоатомные уравнения, которые служат обобщением одноатомных уравнений (7.14) и (7.15), прямо вытекают из гамильтониана (8.1):

$$\hat{R}_{l+}(t) = i\omega_0 \hat{R}_{l+}(t) + 2 \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \hat{R}_{l3}(t) \hat{A}_l(t), \quad (8.4)$$

$$\hat{R}_{l-}(t) = - \frac{\omega_0 d}{\hbar c} [R_{l+}(t) + \hat{R}_{l-}(t)] A_l(t), \quad (8.5)$$

$$\dot{\hat{a}}_{\lambda} = -i\omega_{\lambda} \hat{a}_{\lambda} - \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \sum_{l=1}^N g_{\lambda}^*(\mathbf{r}_l) [R_{l+}(t) - \hat{R}_{l-}(t)]. \quad (8.6)$$

В этих уравнениях очевидным образом отражена реакция излучения: на каждый атом действует полное поле  $\hat{A}$  и каждая мода поля возбуждается всей совокупностью дипольных моментов. Это означает, что каждый атом испытывает самовоздействие, поскольку на него действует созданное им же поле; кроме того, действуют поля, созданные остальными атомами, а также внешнее поле. В случае нулевого приложенного поля внешнее поле совпадает с вакуумным полем.

Вклад источников в  $\hat{a}_{\lambda}(t)$  такой же, как и в одноатомном случае, за исключением того, что в (7.41) следует теперь провести суммирование по всем атомам:

$$\hat{a}_{\lambda}^s(t) = i \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \sum_{l=1}^N g_{\lambda}^*(\mathbf{r}_l) [R_{l+}(t) \zeta^*(\omega_{\lambda} + \omega_0) - \hat{R}_{l-}(t) \zeta^*(\omega_{\lambda} - \omega_0)], \quad (8.7)$$

где  $\zeta$ -функция определена согласно (7.39). Вклад вакуумного поля в  $\hat{a}_{\lambda}(t)$  не изменился:

$$\hat{a}_{\lambda}^v(t) = \hat{a}_{\lambda}(0) e^{-i\omega_{\lambda} t}, \quad (8.8)$$

поскольку он совершенно не связан с атомами,

§ 3. МНОГОАТОМНОЕ СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

В отсутствие приложенных полей каждый возбужденный атом ансамбля атомов будет спонтанно распадаться с переходом в основное состояние. Однако было бы неправильно основываться лишь на выводах § 4 гл. 7, где показано, что распад одиночного атома происходит монотонно и по экспоненциальному закону в направлении основного состояния. Это не обязательно справедливо для ансамбля атомов, поскольку, как отмечалось в предыдущем параграфе, каждый возбужденный атом может испытывать существенное воздействие в процессе распада со стороны полей, созданных всеми другими атомами.

Проявления многоатомных эффектов нетрудно исследовать, по крайней мере полуколичественно, рассматривая зависящую от времени скорость, с которой нарастает вследствие атомного излучения число фотонов в данной моде. Оператор числа фотонов для моды  $\lambda$  есть

$$\hat{n}_\lambda(t) = \hat{a}_\lambda^\dagger(t) \hat{a}_\lambda(t), \tag{8.9}$$

причем в соответствии с (7.40) оператор  $\hat{a}_\lambda(t)$  содержит «вакуумную» часть и часть, «связанную с источниками»:

$$\hat{a}_\lambda(t) = \hat{a}_\lambda^v(t) + \hat{a}_\lambda^s(t). \tag{8.10}$$

Далее, используя (8.6)–(8.8) и квантовое приближение вращающейся волны, получаем

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{n}_\lambda(t) = & \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \sum_l [g_\lambda(\mathbf{r}_l) (\hat{R}_{l+} - \hat{R}_{l-}) \hat{a}_\lambda^v + \text{э. с.}] + \\ & + i \left( \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \right)^2 \sum_l \sum_m g_\lambda(\mathbf{r}_l) g_\lambda^*(\mathbf{r}_m) \{ \hat{R}_{l+} \hat{R}_{m-} [\zeta(\omega_\lambda - \omega_0) - \zeta^*(\omega_\lambda - \omega_0)] + \\ & + \hat{R}_{l-} \hat{R}_{m+} [\zeta(\omega_\lambda + \omega_0) - \zeta^*(\omega_\lambda + \omega_0)] \}, \end{aligned} \tag{8.11}$$

где символ э. с. обозначает слагаемое, эрмитово сопряженное с предыдущим. Два основных вклада в  $\dot{\hat{n}}_\lambda$  имеют различное физическое происхождение. Первый описывается однократной суммой по атомам в (8.11) и определяет усиление или потери энергии вследствие обычного дипольного взаимодействия возбуждающего внешнего поля с  $N$  атомами. Второй вклад более интересен, поскольку он содержит произведения операторов различных атомов под знаком двойной суммы в (8.11). Такие произведения описывают влияние одних атомов на процессы излучения другими.

Скорость изменения числа фотонов, которую можно было бы сравнивать с экспериментом, определяется, естественно, усреднением уравнения (8.11). Простейшие ситуации сводятся всегда

к одному из двух вариантов: внешние поля столь сильны, что полностью доминирует первое слагаемое  $\dot{n}_\lambda$ , и внешние поля столь слабы, что необходим учет вакуумных средних. Имея в виду обсуждение скорости чисто спонтанного распада, мы предположим, что реализуется последний случай. Вновь при нормальном упорядочении вакуумное усреднение всех слагаемых  $\dot{n}_\lambda$ , содержащих  $\hat{a}_\lambda^v$  и  $\hat{a}_\lambda^{v\dagger}$ , приводит к нулевому результату. Итак, как и следовало ожидать, для спонтанного излучения изменение числа фотонов обусловлено только источниками

$$\langle \dot{n}_\lambda \rangle = 2\pi \left( \frac{\omega_0 d}{\hbar c} \right)^2 \sum_l \sum_m g_\lambda(\mathbf{r}_l) g_\lambda^*(\mathbf{r}_m) \delta(\omega_\lambda - \omega_0) \langle \hat{R}_{l+} \hat{R}_{m-} \rangle; \quad (8.12)$$

здесь символом  $\langle \dots \rangle$  вновь обозначено среднее значение по мультипликативному состоянию

$$|\Psi\rangle = |\text{вакуум}\rangle |\Phi_N\rangle, \quad (8.13)$$

представляющему вакуум поля и произвольное  $N$ -атомное состояние.

От изменения числа фотонов в данной моде целесообразно перейти к более показательной величине, например к потоку энергии в данный телесный угол. Это нетрудно сделать, если учесть, что число мод на единичный телесный угол с частотой  $\omega_\lambda$  в интервале  $d\omega_\lambda$  равно

$$\rho(\omega_\lambda) d\omega_\lambda = \frac{V}{(2\pi c)^3} \omega_\lambda^2 d\omega_\lambda.$$

Поэтому можно записать следующее выражение для дифференциального потока энергии в направлении  $\mathbf{u}_k$ :

$$d\mathcal{P}(\mathbf{k}_\lambda, t) = \hbar\omega_\lambda \langle \dot{n}_\lambda \rangle \frac{V}{(2\pi c)^3} \omega_\lambda^2 d\omega_\lambda d\Omega(\mathbf{k}_\lambda). \quad (8.14)$$

Обычно величину  $d\mathcal{P}(\mathbf{k}, t)/d\Omega(\mathbf{k})$ , просуммированную по всем поляризациям и частотам  $\omega_\lambda$ , называют интенсивностью, излученной в направлении вектора  $\mathbf{k}$  в пределах телесного угла  $d\Omega(\mathbf{k})$ :

$$I_N(\mathbf{k}, t) = \frac{V}{(2\pi c)^3} \sum_{\text{поляриз.}} \int \hbar\omega_\lambda \langle \dot{n}_\lambda \rangle \omega_\lambda^2 d\omega_\lambda. \quad (8.15)$$

Пользуясь (8.12), можно представить интенсивность излучения в виде

$$I_N(\mathbf{k}, t) = I_1(\mathbf{k}, 0) \sum_l \sum_m e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_m)} \langle \hat{R}_{l+} \hat{R}_{m-} \rangle, \quad (8.16)$$

где  $I_N$  — интенсивность  $N$ -атомного спонтанного излучения, а

$$I_1(\mathbf{k}, 0) \equiv \frac{\omega_0^4 d^2}{(2\pi c)^3} \sum_{\text{поляриз}} |\mathbf{e}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{u}_d|^2 \quad (8.17)$$

— ее одноатомный аналог.

Полезной проверкой правильности этих соотношений служит уравнение (7.47). А именно применим последнее при  $t = 0$  к одному атому, находящемуся в полностью возбужденном состоянии, так что  $\langle \hat{R}_3 \rangle = 1/2$ . Тогда для первоначальной скорости потери энергии атомом получаем

$$\frac{d}{dt} [\hbar\omega_0 \langle \hat{R}_3 \rangle]_{t=0} = -\frac{\hbar\omega_0}{\tau_1}, \quad (8.18)$$

где величина  $1/\tau_1$  (коэффициент Эйнштейна  $A$ ) определена в (7.54). Но эта скорость изменения энергии одного атома должна с точностью до знака совпадать с потоком энергии от одного атома к полю, просуммированным по всем частотам, поляризациям и телесным углам, т. е.

$$\int I_1(\mathbf{k}, 0) d\Omega(\mathbf{k}) = \frac{\hbar\omega_0}{\tau_1}. \quad (8.19)$$

Последнее соотношение легко получается прямым интегрированием (8.17).

В представлении Гейзенберга от времени зависят динамические переменные, а вектор состояния является константой. Состояние атомов, нужное для проведения вакуумного усреднения, можно конкретизировать только для одного момента времени, в качестве которого обычно выбирают исходный момент  $t = 0$ . Прежде чем продолжить расчет  $N$ -атомной интенсивности излучения (8.16), следует конкретизировать способ приготовления атомов. Для простоты предположим, что все атомы были возбуждены одинаково квазимонохроматическим накачивающим импульсом излучения с «площадью»  $\pi$ . Отсюда сразу же вытекает, что начало отсчета времени для различных диполей изменяется в соответствии с их положением по отношению к волновому фронту импульса накачки. Мы учтем это различие, вводя в дипольные операторы  $\hat{R}_{l+}$  и  $\hat{R}_{m-}$  факторы  $\exp(-i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_l)$  и  $\exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_m)$  соответственно, где  $\mathbf{k}_0$  — волновой вектор  $\pi$ -импульса, так что начальные моменты времени для  $\hat{R}_{l+}$  и  $\hat{R}_{m-}$  могут считаться одинаковыми [1].

Другое важное следствие сделанного предположения об исходном состоянии заключается в том, что все средние  $\langle \hat{R}_{l+} \hat{R}_{m-} \rangle$  не зависят от индексов  $l$  и  $m$ <sup>1)</sup>. Вследствие этого, если разде-

<sup>1)</sup> Строго говоря, следует различать два случая.  $l = m$  и  $l \neq m$  — Прим ред.

лить выражение (8.16) на две части — с  $m \neq l$  и  $m = l$ , можно будет представить интенсивность следующим образом:

$$I_N(\mathbf{k}, t) = I_1(\mathbf{k}, 0) \left\{ N \langle \hat{R}_{a+} \hat{R}_{a-} \rangle + N^2 \left[ \Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) - \frac{1}{N} \right] \langle \hat{R}_{a+} \hat{R}_{b-} \rangle \right\}, \quad (8.20)$$

где

$$\Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) = \left| \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{r}_l} \right|^2 \quad (8.21)$$

и атомы  $a, b$  выбраны произвольно в роли  $l$ -го и  $m$ -го атомов при усреднении. Соотношения, эквивалентные (8.20) и (8.21), были впервые получены Дике [1] при исследовании  $N$ -атомного спонтанного излучения.

Множитель  $\Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)$  можно интерпретировать как квадрат среднего от  $\exp[i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{r}]$ , взятого по всем возможным положениям  $\mathbf{r}$  для атомов

$$\sum_{l=1}^N e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{r}_l} = \int_V d^3r \mathcal{N}(\mathbf{r}) e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{r}}, \quad (8.22)$$

$\mathcal{N}(\mathbf{r})$  — плотность атомов и  $V$  — объем, в котором они находятся. Следовательно,  $\Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)$  учитывает интерференцию падающей ( $\mathbf{k}_0$ ) и излученной ( $\mathbf{k}$ ) волн. Если ансамбль атомов занимает достаточно большой макроскопический объем, то ясно, что усиливающая интерференция имеет место только для направления вперед. Если область движения атомов достаточно мала (ее размеры меньше длины волны излученного света), то  $\Gamma \approx 1$  для всех направлений.

Далее, известно [2], что если линия излучения уширена неоднородно и каждый атом характеризуется расстройкой от центра линии  $\Delta_l$ , то следует ввести в  $\Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)$  еще фактор  $H(t)$ , который отражает интерференцию другого типа<sup>1)</sup>,

$$H(t) = \left| \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N e^{i\Delta_l t} \right|^2. \quad (8.23)$$

Интерференция, связанная с  $H(t)$ , обусловлена дефазировкой отдельных атомных осцилляторов, что учитывается нормированной функцией неоднородной расстройки  $g(\Delta)$ :

$$H(t) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta) e^{i\Delta t} d\Delta \right|^2. \quad (8.24)$$

<sup>1)</sup> Более детальное исследование влияния неоднородного уширения на многоатомное когерентное излучение проведено в работе [2а].

Если  $g(\Delta)$  имеет лоренцеву форму с полушириной  $1/T_2^*$ , то получаем удобное конкретное выражение для  $H(t)$

$$H(t) = e^{-2|t|/T_2^*} \tag{8.25}$$

В итоге с учетом соотношения  $\hat{R}_{a+}\hat{R}_{a-} = 1/2 + \hat{R}_{a3}$  получаем следующее выражение, в котором отражены конечность объема, занимаемого  $N$  атомами, и наличие неоднородного уширения:

$$I_N(\mathbf{k}, t) = I_1(\mathbf{k}, 0) \left\{ N(1/2 + \langle \hat{R}_{a3} \rangle) + N^2 \left[ \Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) H(t) - \frac{1}{N} \right] \langle \hat{R}_{a+}\hat{R}_{b-} \rangle \right\}. \tag{8.26}$$

Оно качественно отличается от выражения для одноатомного случая. Первое слагаемое, пропорциональное  $N$ , совпадает с одноатомной интенсивностью, умноженной на  $N$ . Однако имеется еще второе слагаемое, которое при  $N = 1$  обращается в нуль, поскольку здесь  $\Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) = 1$  и  $H(t) = 1$ ; второе слагаемое вносит главный вклад в  $I_N$ , если  $N$  достаточно велико.

Возникновение в интенсивности излучения слагаемого, пропорционального  $N^2$ , а не  $N$ , свидетельствует о когерентности излучающих осцилляторов. Такая когерентность неожиданна в спонтанном излучении; ее существование было впервые установлено Дике [1] в 1954 г. Когерентное спонтанное излучение многоатомных систем называют сверхизлучением.

#### § 4. СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ <sup>1)</sup>

Для детального анализа многоатомного спонтанного излучения необходимо привлечь, вообще говоря, всю совокупность уравнений (8.4) — (8.7). Впрочем, адекватное полуквантовое описание когерентного спонтанного излучения, или сверхизлучения, может быть достигнуто и более простым путем. Предварительно уточним, однако, смысл термина «сверхизлучение», поскольку он употребляется в литературе по отношению к различным эффектам.

Слагаемое в (8.26), пропорциональное  $N^2$ , указывает на наличие неожиданно большой, на первый взгляд, степени когерентности в квантовомеханическом спонтанном излучении. В действительности пропорциональность  $N^2$  свидетельствует просто о появлении хорошо известного классического эффекта  $N$  фази-

<sup>1)</sup> Начиная с 1967 г. было выполнено большое число теоретических работ по когерентному, или коллективному, многоатомному спонтанному излучению (на основе как полуклассического, так и квантовоэлектродинамического подходов). Ссылки на них можно найти в обзорах [4]. В данном параграфе мы следуем работе [4].

рованных излучателей: их поля интерферируют с усилением друг друга, в результате чего скорость излучения пропорциональна  $N^2$ . Эта закономерность обнаруживается во многих явлениях, в частности в распаде свободной поляризации, оптической нутации и фотонном эхе.

Однако когерентность волновых пакетов, излучаемых  $N$  источниками в случае затухания свободной поляризации, оптической нутации и фотонного эха, носит пассивный индуцированный характер в том смысле, что она обусловлена внешним агентом, воздействие которого приводит к тому, что  $N$  источников излучают синхронно; она не возникает самопроизвольно в процессе коллективного излучения.

Единственным механизмом, приводящим к тому, что для  $N$  источников может возникать коллективная и активная когерентность, является реакция излучения. Это означает, что существование сверхизлучения можно трактовать как результат существенного отклика каждого диполя на поля, созданные всеми другими диполями. При этом сверхизлучение сопровождается значительными потерями энергии *каждым диполем*. В этом отношении сверхизлучение существенно отличается, например, от свободнопроцессирующей дефазировки, характерной для явления затухания свободной поляризации. Эти соображения близки к тому, что подчеркивал Дике в исходной работе [1]. Например, согласно Дике, можно говорить о естественном уширении линии при сверхизлучательном распаде, только если значительны потери энергии *каждым диполем*.

По сути дела, речь идет сейчас об определении сверхизлучения. Как всегда в таких случаях, оно не может быть правильным или неправильным. Оно необходимо, однако, для того, чтобы избежать путаницы. Укажем, что, поскольку затухание свободной поляризации и фотонное эхо, как их обычно понимают, не связаны со значительной потерей энергии *каждым атомом*, мы не будем относить их к сверхрадиационным эффектам (хотя интенсивность излучения здесь и пропорциональна  $N^2$ )<sup>1)</sup>. Эхо и свободная поляризация обсуждаются в следующей главе.

Возвращаясь к количественному описанию сверхизлучения, отметим сначала, что выбор атомной части волновой функции в

---

<sup>1)</sup> Здесь необходимо отметить, что в последние годы все же сложилась и преобладает тенденция понимать под сверхизлучением коллективное спонтанное излучение с интенсивностью, пропорциональной квадрату числа излучателей, безотносительно к его конкретному проявлению. В частности, к сверхизлучению принято относить такие эффекты, в которых обнаруживается указанная закономерность, как фотонное (световое) эхо, самоиндуцированная прозрачность, оптическая нутация и др. Отличное обсуждение этих вопросов, в особенности светового эха, можно найти, например, в обзорах Самарцева [15\*, 16\*] — *Прим ред.*

мультипликативном состоянии (8.13), необходимом для вакуумного усреднения величин, фигурирующих в выражении (8.26) для  $I_N$ , до известной степени произволен. Руководствуясь интуитивными полуклассическими соображениями, мы используем следующий выбор:

$$|\Phi\rangle = \prod_{l=1}^N |\theta, \varphi\rangle_l. \quad (8.27)$$

Здесь фигурирует произведение одноатомных состояний, определенных параметрами  $\theta$  и  $\varphi$ . Чтобы определить  $|\theta, \varphi\rangle_l$ , выберем  $\theta$  как угол поворота вектора псевдоспина, который фигурировал в гл. 3 и 4 при обсуждении решения Раби и распространения коротких интенсивных импульсов. При этом

$$|\theta, \varphi\rangle_l = \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\varphi/2} |+\rangle_l + \cos \frac{\theta}{2} e^{i\varphi/2} |-\rangle_l, \quad (8.28)$$

где  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  — верхнее и нижнее состояния  $l$ -го атома.

Далее мы используем (без строгого обоснования)  $N$ -атомное состояние (8.27) для расчета средних, фигурирующих в (8.26), при любом  $l$ . Это следует рассматривать как аппроксимацию, поскольку в представлении Гейзенберга состояние может быть выбрано только один раз (обычно при  $t=0$ ). Смысл данной аппроксимации обсуждался Релером и Эберли [4]. Далее, состояния  $|+\rangle$  и  $|-\rangle$  будем выбирать как собственные состояния  $\hat{R}_3(t)$  для любого момента времени (а не только при  $t=0$ ). В результате нетрудно найти величины, которые нужны для расчета  $I_N(\mathbf{k}, t)$ . Например,

$$\langle \hat{R}_{13}(t) \rangle = -1/2 \cos \theta(t), \quad (8.29)$$

$$\langle \hat{R}_{1+}(t) \rangle = 1/2 \sin \theta(t) e^{i\varphi(t)}, \quad (8.30)$$

$$\langle \hat{R}_{1-}(t) \rangle = 1/2 \sin \theta(t) e^{-i\varphi(t)}. \quad (8.31)$$

Важно также, что фигурирующие здесь углы легко интерпретировать полуклассически. Вектор  $\mathbf{s}_l$ , показанный на фиг. 8.1 и определенный согласно

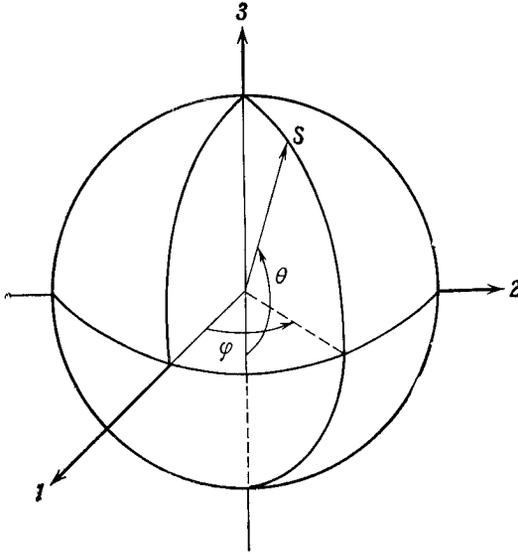
$$1/2 \mathbf{s}_l = (\langle \hat{R}_{11} \rangle, \langle \hat{R}_{12} \rangle, \langle \hat{R}_{13} \rangle), \quad (8.32)$$

является, очевидно, аналогом единичного вектора  $\mathbf{s}$  на фиг. 2.4.

После этого получаем для  $I_N(\mathbf{k}, t)$  следующий относительно простой результат:

$$I_N(\mathbf{k}, t) = I_1(\mathbf{k}, 0) \left\{ \frac{N}{2} [1 - \cos \theta(t)] + \left( \frac{N}{2} \right)^2 \sin^2 \theta(t) \left[ \Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) H(t) - \frac{1}{N} \right] \right\}, \quad (8.33)$$

из которого непосредственно виден ряд характерных закономерностей. Например, из (8.21) и (8.22) ясно, что функция  $\Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)$  обладает очень резким максимумом, если объем системы  $\mathcal{V}$  весьма велик. Поэтому, если угол  $\theta$  не очень близок к 0 или  $\pi$ , интенсивность и направление излучения будут определяться в основном фактором  $N^2\Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)$ . Кроме того, как и следовало



Фиг. 8.1. Вектор псевдоспина для  $l$ -го атома.

ожидать, фазовый угол диполя  $\varphi(t)$  оказывается несущественным, по крайней мере в приближении вращающейся волны.

Временную зависимость угла  $\theta$  можно найти при помощи уравнения (8.5), т. е. учета реакции излучения. Безразмерная полная энергия  $N$ -атомной системы определяется как среднее от  $\hat{R}_{l3}$ , просуммированное по всем атомам:

$$W_N \equiv \sum_{l=1}^N \langle \hat{R}_{l3} \rangle = -1/2 N \cos \theta(t). \quad (8.34)$$

Далее, производная по времени от величины  $\hbar\omega_0 W_N$  совпадает, очевидно, с величиной  $-I_N(\mathbf{k}, t)$ , проинтегрированной по всем телесным углам. Это условие позволяет получить диф-

ференциальное уравнение для  $\theta$  или следующее простое уравнение для  $W_N$ <sup>1)</sup>:

$$-\frac{d}{dt} W_N(t) = \frac{\mu}{\tau_1} \left( \frac{N}{2} + W_N \right) \left( \frac{N}{2} - W_N + \frac{1}{\mu} \right). \quad (8.35)$$

Параметр  $\mu$  отражает эффекты интерференции, связанные с конечными размерами и формой области, в которой расположены источники:

$$\mu \equiv \frac{\int I_1(\mathbf{k}, 0) \left[ \Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) H(t) - \frac{1}{N} \right] d\Omega(\mathbf{k})}{\int I_1(\mathbf{k}, 0) d\Omega(\mathbf{k})}. \quad (8.36)$$

Если неоднородным уширением можно пренебречь ( $T_2^* \rightarrow \infty$  и  $H(t) \rightarrow 1$ ), уравнение (8.35) имеет следующее решение:

$$W_N(t) = -\frac{N}{2} \left[ \left( 1 + \frac{1}{N\mu} \right) \text{th} \left( \frac{t-t_0}{2\tau_N} \right) - \frac{1}{N\mu} \right]. \quad (8.37)$$

Здесь  $\tau_N$  и  $t_0$  выражаются через  $\tau_1$  и  $N\mu$

$$\frac{1}{\tau_N} \equiv (N\mu + 1) \frac{1}{\tau_1}, \quad t_0 \equiv \tau_N \ln(N\mu). \quad (8.38)$$

Фактор формы  $\mu$  был приближенно вычислен Релером [4а] для различных макроскопических ситуаций. Для круглого цилиндра (фиг. 8.2) хорошей аппроксимацией служат выражения

$$\mu \equiv \begin{cases} \frac{3}{8\pi} \frac{\lambda^2}{A}, & A \gg \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2, \quad L < \frac{A}{\lambda}, \\ \frac{3}{8} \frac{\lambda}{L}, & L \gg \frac{\lambda}{2\pi}, \quad A \ll \lambda L. \end{cases} \quad (8.39)$$

Кроме того, были найдены выражения для  $\mu$  в случаях сферы [4а] и прямоугольного параллелепипеда [6]. При использовании геометрий, определяемых лазерным пучком,  $\Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)$  обладает резким максимумом на оси системы и  $\mu$  оказывается малым (фиг. 8.3). Из (8.39) ясно, что телесный угол излучения также мал, т. е. излучение можно рассматривать как существенно однодородное. Полезность такого исходного ограничения в теории сверхизлучения была продемонстрирована в работе [7]<sup>2)</sup>, авторы которой исключили атомные декорреляции, отраженные

<sup>1)</sup> Справедливость уравнения (8.35) может вызывать сомнения в связи с тем, что оно опирается на соотношения (8.27) и (8.28). Этот вопрос был исследован в работе [5], где показано, что (8.35) справедливо с точностью до членов порядка  $1/N$ , которые в рассматриваемых нами случаях пренебрежимо малы.

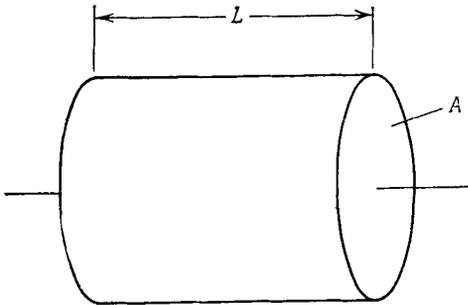
<sup>2)</sup> Детальное обсуждение вопроса об основных уравнениях теории сверхизлучения см. также в работах [3, 5].

в нашем предположении о том, что средние значения не изменяют свою форму со временем.

Зависимость от времени интенсивности излучения по всем направлениям можно найти путем дифференцирования величины (8.37) и умножения на  $\hbar\omega_0$ :

$$I_N(t) = \frac{\hbar\omega_0}{4\mu\tau_N} (N\mu + 1)^2 \operatorname{sech}^2 \frac{t - t_0}{2\tau_N}. \quad (8.40)$$

Эта зависимость показана на фиг. 8.4 для нескольких больших значений  $N_\mu$ . Как видно, проявляются обе особенности, присущие сверхизлучению: высокая максимальная интенсивность, которая может значительно превышать интенсивность некогерентного  $N$ -атомного излучения  $N\hbar\omega_0/\tau_1$ , и сокращение радиационного времени жизни.



Фиг. 8.2. Модель круглого цилиндра для сверхизлучающей области.

Предполагается, что активные атомы однородно распределены по объему цилиндра.

Существование когерентности спонтанного излучения, которая проявляется в том, что интенсивность излучения пропорциональна не  $N$ , а  $N^2$ , воспринимается многими авторами как совершенно неожиданное.

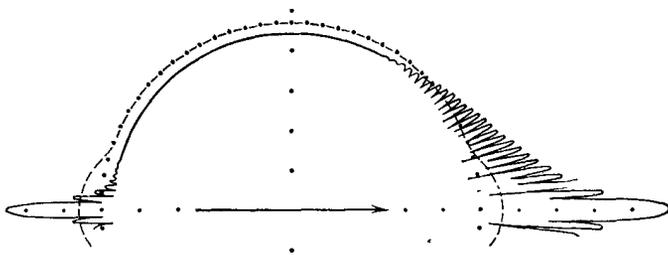
Можно предложить несколько качественных толкований

этого явления различной степени «тонкости». В чисто классической теории ([4], разд. 2) существует следующая простая интерпретация. Классический диполь излучает со скоростью, пропорциональной квадрату дипольного момента. Соответственно  $N$  классических диполей излучают со скоростью, пропорциональной квадрату их полного дипольного момента. Если диполи коррелированы по фазе (как, например, в случае антенны), то мощность их излучения пропорциональна  $N^2$ .

Примерно то же можно сказать и при любом полуклассическом рассмотрении сверхизлучения, таком, как в [3]. Здесь спонтанное излучение обычно отсутствует, хотя реакция излучения возможна. Именно, полуклассическая теория предсказывает отсутствие излучения вообще, если атомы находятся точно в верхних состояниях, в которых средний дипольный момент равен нулю. Однако если первоначально дипольный момент отличен от нуля, то обусловленное им излучение может обратно воздействовать на систему, увеличивая скорость высвечивания и приводя к тому, что мощность излучения будет пропорциональна  $N^2$ .

Строгое объяснение всех тонких закономерностей сверхизлучения возможно лишь в рамках квантовой электродинамики. И если сверхизлучение связано со спонтанным излучением в строгом смысле, как и реакция излучения, возможна только квантовоэлектродинамическая трактовка.

Формула (8.33) содержит интерпретацию сверхизлучения, которая дает частичный ответ на следующий основной вопрос: мо-



Фиг. 8.3. Картина сверхизлучения в случае двух круглых цилиндров, для каждого из которых число Френеля  $A/L\lambda$  равно 500, а плотность активных атомов составляет 61,2 в расчете на куб с ребром, равным длине волны [4]. Сплошная линия показывает, согласно формуле (8.33), нормированную интенсивность  $i(\Phi, t) = (8\pi^3) I_N(k, t) / NI_1(k, 0)$  в моменты, когда скорость излучения максимальна, для цилиндра с объемом  $V = 10^6 \lambda^3 / 8\pi^2$ . Разрывная линия отвечает  $i(\Phi, t)$  для меньшего цилиндра с объемом  $V = 10\lambda^3 / 8\pi^2$ . Линия из точек передает случай полностью некогерентного излучения для каждого из цилиндров в начальный момент времени, когда все атомы возбуждены. Стрелкой показано направление возбуждающего импульса, который распространяется вдоль оси цилиндра,  $\Phi$  — полярный угол на фигуре, т. е. угол между осью цилиндра и направлением  $\mathbf{k}$  излучения. Шкала — радиально-логарифмическая, каждая точка вдоль координатных осей указывает порядок величины. Видно, что излучение большого цилиндра, представленное сплошной линией, более чем на 4 порядка превосходит по интенсивности в направлении вперед излучение меньшего цилиндра

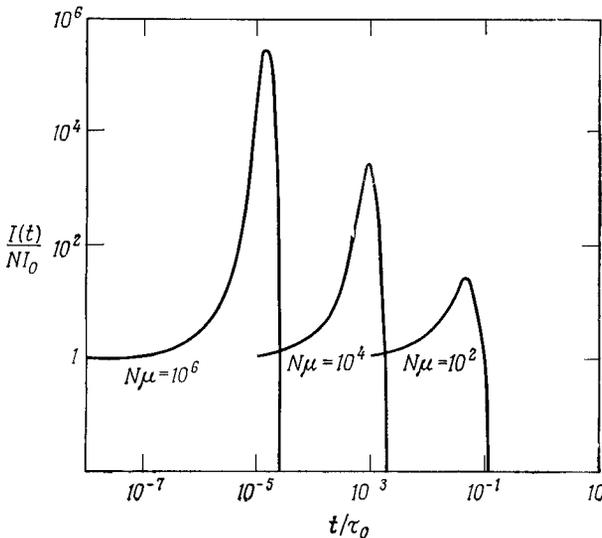
жет ли первоначально некогерентный ансамбль атомов, возбужденных в верхнее состояние с нулевым дипольным моментом, приобрести когерентность, приводящую к тому, что мощность излучения становится пропорциональной  $N^2$ , и если может, то как это происходит? Из (8.33) видно, что излучение сначала некогерентно: если  $\theta \approx \pi$ , то  $I_N \approx NI_1$ . При некогерентных потерях энергии атомные векторы Блоха типа показанных на фиг. 8.1 начинают изменять свое направление. При этом  $\theta$  слегка отклоняется от  $\pi$ , и доминирующим становится слагаемое  $1/4 N^2 \sin^2 \theta$ . Наконец, из (8.30), (8.31) видно, что

$$\left[ \sum_{l=1}^N \langle R_{l1} \rangle \right]^2 + \left[ \sum_{l=1}^N \langle R_{l2} \rangle \right]^2 = 1/4 N^2 \sin^2 \theta. \tag{8.41}$$

Преобладающий вклад слагаемого  $1/4 N^2 \sin^2 \theta$  в (8.33), по сути, означает просто, что излучение становится по своим характеристикам полностью классическим, а излучаемая мощность — про-

порциональной квадрату среднего значения осциллирующего полного дипольного момента  $N$ -атомной системы.

Поэтому можно было бы сказать, что единственной интересной закономерностью сверхизлучения является способ перехода от первоначальной некогерентности к  $N^2$ -когерентности в процессе излучения Природа этого перехода, обладающего определенными пространственными, временными и статистическими



Фиг. 8.4 Зависимость от времени интенсивности сверхизлучения, вычисленная согласно (8.40), для нескольких больших значений эффективного полного числа атомов  $N\mu$ .

проявлениями, полностью не ясна. Его закономерности связаны с еще более глубокими особенностями, о которых мы не говорили и которые оказались вне нашего рассмотрения при упрощенном выборе состояний (8.27) и (8.28). В действительности должны применяться более общие состояния.

Одна из возможностей выбора последних была использована Дике [1] в 1954 г. Состояния Дике обладали тем свойством, что средние значения всех дипольных моментов обращаются в нуль в любые моменты времени даже при наибольшем излучении. Тем не менее эти состояния приводят к тому, что  $I_N \sim N^2 I_1$ . Это обстоятельство отрицает классическое «объяснение» пропорциональности  $N^2$ , основанное на существовании излучающих дипольных моментов. Можно было бы попытаться сохранить классическую интерпретацию, считая, что существен не сам дипольный момент, а его квадрат. Однако утверждение о том, что обыч-

ный классический источник может иметь нулевой дипольный момент и вместе с тем ненулевой квадрат момента, означало бы введение ad hoc в классическую теорию стохастических элементов с закономерностями частично квантовомеханического характера. В конечном итоге так или иначе оказывается, что для полного описания сверхизлучения существенны квантовые представления. Эффект  $N^2$ -когерентности должен при этом рассматриваться как проявление атом-атомной корреляции, которая в простом мультипликативном состоянии (8.27), очевидно, отсутствует. Дальнейшее обсуждение этих аспектов содержится в работах Дике [1, 8], а также в работе [9], в которой использовались обобщенные атомные когерентные состояния, предложенные в работе [10]<sup>1)</sup>.

### § 5. АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ

В предыдущих параграфах предполагалось, что ансамбль сверхизлучающих атомов возбуждался плосковолновым оптическим импульсом с площадью, близкой к  $\pi$ , так что все атомы переводились в состояние, близкое к верхнему. Если область, в которой находятся атомы, обладает размерами, по всем направлениям большими, чем длины волн, то могут оказаться существенными эффекты запаздывания возбуждающего импульса и импульса сверхизлучения [11].

Простейшее соотношение, связывающее сверхизлучение с эффектами распространения, было получено весьма наглядным путем Фридбергом и Хартманом [12]. Эти авторы показали, что существует тесная связь между временем жизни сверхизлучения  $\tau_N$ , неоднородным временем жизни  $T_2^*$  и длиной  $L$  образца, отнесенной к длине поглощения  $\alpha^{-1}$ . Соотношение Фридберга — Хартмана получается при учете соответствия между коэффициентом поглощения Бера  $\alpha$  и величиной  $1/\tau_N$ , если выразить  $\tau_N$  через плотность двухуровневых атомов  $\mathcal{N}$  вместо полного их числа  $N$ . Рассмотрим для определенности цилиндрическую область типа показанной на фиг. 8.2, предполагая, что возбуждающий импульс распространяется вдоль ее оси и что  $A \geq \lambda L$ , т. е. каждый из торцов образца для точек на поверхности противоположного торца является апертурой с большим числом Френеля. Коэффициент поглощения, согласно гл. 4, определяется формулой

$$\alpha = \frac{4\pi^2 \mathcal{N} \omega d^2}{\hbar c} g(0), \quad (8.42)$$

<sup>1)</sup> Необходимо отметить, что вопрос о механизме перехода из первоначального некогерентного в сверхизлучательное состояние все еще остается недостаточно изученным — *Прим ред*

а одноатомная скорость спонтанного распада  $1/\tau_1$ , согласно (7.54), — формулой

$$\frac{1}{\tau_1} = \frac{4}{3} \frac{\omega^3 d}{\hbar c^3}. \quad (8.43)$$

Отсюда вытекает, что

$$\alpha = \frac{3}{4} \frac{N^2 \lambda^3}{\tau_1} g(0). \quad (8.44)$$

Сравнивая выражение для  $\alpha$  с выражением для  $1/\tau_N$ , вытекающим из (8.38) и (8.39) в предположении, что  $N_\mu \gg 1$  (при этом в соответствии с условием  $A \gtrsim \lambda L$  следует использовать первое из двух альтернативных выражений для  $\mu$ , содержащихся в (8.39)), а именно

$$\frac{1}{\tau_N} = \frac{3}{8\pi} \frac{N^2 \lambda^2}{\tau_1} L, \quad (8.45)$$

и отождествляя  $\pi g(0)$  с  $T_2^*$ , получаем формулу Фридберга — Хартмана

$$\alpha L = 2 \frac{T_2^*}{\tau_N}. \quad (8.46)$$

Интерпретируя ее, можно сказать, что если только размеры области, занятой атомами, не превосходят по меньшей мере в 2 раза длину поглощения (т. е. если не выполнено условие  $\alpha L > 2$ ), то сверхизлучение практически отсутствует, так как сверхизлучательный распад происходит гораздо медленнее, чем свободно-прецессионная дефазировка ( $T_2^* < \tau_N$ ). Фридберг и Хартман предпочитают говорить, что «сверхизлучательное» затухание пренебрежимо мало ( $\tau_N \gg T_2^*$ ), если только поглощение пренебрежимо мало ( $\alpha L \ll 1$ )».

Соотношение (8.48) следует рассматривать, конечно, лишь как ориентировочное, поскольку при его выводе не учитывались такие потенциально важные факторы, как возможное отличие показателя преломления матрицы от 1, и то обстоятельство, что отождествление  $\pi g(0)$  с  $T_2^*$  может оказаться незаконным, если неоднородное уширение не является преобладающим или формальный отличается от лоренцевой. Следует также иметь в виду, что большое значение  $\alpha L$  не обязательно означает большое поглощение возбуждающего импульса, поскольку из теоремы площадей вытекает, в частности, что в случае импульса с площадью, достаточно близкой к  $\pi$ , последняя мало изменяется при его распространении на протяжении нескольких первых длин поглощения.

Другое следствие эффектов запаздывания было указано Ареки и Куртеном [11]. Взаимовлияние  $N$  сверхизлучающих

атомов исчезает, если атомы слишком далеки друг от друга. Действительно, конечность скорости света определяет, очевидно, верхний предел расстояния, которое свет, излученный некоторым атомом, может пройти за время  $\tau_N$ . Следовательно, размеры области взаимовлияния атомов ограничены. Для определения этого верхнего предела для образца толщиной  $L$  мы воспользуемся соображениями самосогласованности, основанными на выражении (8.45) для длительности сверхизлучения  $\tau_N$ . Если обозначить через  $L_{кр}$  предельное (критическое) значение  $L$ , при котором свет, излученный вблизи одного края рабочей области, еще может достигнуть другого ее края до того, как закончится процесс сверхизлучения, то

$$L_{кр} = c\tau_N, \quad (8.47)$$

причем данная формула является фактически уравнением относительно  $L_{кр}$ , поскольку  $\tau_N$  есть функция  $L$ . Величина  $L_{кр}$ , а также соответствующее значение  $(1/\tau_N)_{кр}$  таковы:

$$L_{кр}^2 = \frac{8\pi}{3} \frac{c\tau_1}{N^2\lambda^2}, \quad (8.48)$$

$$\left(\frac{1}{\tau_N}\right)_{кр} = c \sqrt{\frac{3}{8\pi} \frac{N^2\lambda^2}{c\tau_1}}. \quad (8.49)$$

Как видно, максимально возможная скорость распада сверхизлучательного состояния не зависит от полного числа излучающих атомов, а определяется лишь их плотностью, точнее говоря, корнем квадратным из плотности.

Следует помнить, что  $L$  ограничено также асимптотическим выражением для  $\mu$  в связи с предположением о больших числах Френеля:  $L \leq A/\lambda$ . Интересно выяснить, какое из ограничений на  $L$  более жесткое. Ограничение, связанное с конечностью скорости света и задаваемое (8.48), сильнее ограничения, связанного с большими числами Френеля, если

$$\frac{8\pi}{3} \frac{c\tau_1}{N^2\lambda^2} < \left(\frac{A}{\lambda}\right)^2. \quad (8.50)$$

Имеется еще одно ограничение, относящееся ко всему, что говорилось ранее о кооперативном излучении. Предполагалось, что  $N$  — полное число двухуровневых атомов в рабочей области. Однако это справедливо не для всех экспериментальных ситуаций, особенно при возбуждении образца когерентным оптическим импульсом. В таких случаях следует учитывать только те атомы, резонансные частоты поглощения которых расположены в пределах спектральной ширины импульса. Для того чтобы возбуждающий импульс воздействовал на все атомы, его спектральная ширина должна быть не меньше, чем полная ширина атомной линии  $1/T^*$  (в случае неоднородного уширения). Иначе

говоря, когерентный возбуждающий импульс должен иметь длительность порядка или меньше  $T_2^*$ .

Если же спектральная ширина  $\tau_{\text{возб}}^{-1}$  возбуждающего импульса меньше, чем  $(T_2^*)^{-1}$ , в предыдущие формулы необходимо внести некоторые изменения. Именно, следует уменьшить эффективную плотность атомов, вводя фактор  $T_2^*/\tau_{\text{возб}}$ . Формула (8.45), например, приобретает вид

$$\frac{1}{\tau_N} = \frac{3}{8\pi} \frac{\mathcal{N}\lambda^2}{\tau_1} \left( \frac{T_2^*}{\tau_{\text{возб}}} \right) L. \quad (8.51)$$

Однако одновременно аналогично изменяется и  $\alpha L$  [см. (8.44)], поэтому соотношение (8.46) сохраняется без изменения. Соответствующего изменения требуют выражения (8.48) и (8.49), в то время как (8.50) приобретает вид

$$\frac{8\pi}{4} \frac{\sigma\tau_1}{\mathcal{N}\lambda^2} \left( \frac{\tau_{\text{возб}}}{T_2^*} \right)^2 < \left( \frac{A}{\lambda} \right)^2. \quad (8.52)$$

Суммируем практические ограничения на сверхизлучение, указав конкретные параметры образца, нужные для того, чтобы эксперимент по сверхизлучательному распаду носил «классический» характер в том смысле, что эффекты распространения относительно мало существенны по сравнению с динамикой распада. Это нетрудно сделать, по крайней мере с точностью до порядка величины. Прежде всего желательно располагать когерентными возбуждающими  $\pi$ -импульсами, длительность которых порядка или меньше  $T_2^*$ .

Далее, полезно, чтобы  $\sigma\tau_1$  было как можно больше; благоприятным примером является в этом отношении рубин как резонансный поглотитель и излучатель, для которого  $\tau_1 \sim 10^{-3}$  с. Резонансная длина волны рубина около 7000 Å. Чтобы избавиться от ограничений на длину образца, связанных с конечностью скорости света, можно взять образец рубина малых размеров и формы, близкой к цилиндрической, для которого  $L \sim 10^3\lambda \approx 0,7$  мм и  $A \sim 10^5\lambda^2 \approx (0,2 \text{ мм})^2$ .

Необходимо также надлежащим образом выбрать  $N$ . Для рубина  $T_2^* \sim 10^{-10}$  с, поэтому должно быть  $\tau_N < 10^{-10}$  с, чтобы затухание, связанное со сверхизлучением, превалировало над свободно-прецессионной дефазировкой. При указанных выше значениях параметров это условие удовлетворяется, если взять  $N \sim 10^{13}$ , при этом  $\tau_N \approx 0,8 \cdot 10^{-10}$  с. Необходимая для достижения таких  $N$  плотность примесных ионов  $\text{Cr}^{3+}$  в рубине составляет лишь  $3 \cdot 10^{17}$  см $^{-3}$ , что вполне приемлемо.

Нетрудно убедиться, что при таких значениях параметров длина образца меньше, чем критическая длина  $L_{кр}$ , а также существенно меньше, чем  $A/\lambda$ :

$$L^2 \approx 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2, \quad (8.53a)$$

$$L_{кр}^2 \approx 16 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2, \quad (8.53б)$$

$$\left(\frac{A}{\lambda}\right)^2 \approx 5000 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2. \quad (8.53в)$$

Ограничения Фридберга — Хартмана также снимаются, поскольку  $\alpha L$  равно примерно 2.

Конечно, в предположенном нами эксперименте не учитываются реальные экспериментальные трудности. Нелегко получить надежные  $\pi$ -импульсы с длительностью  $\sim 10$  пс, а также ввести их в образец с площадью поперечного сечения лишь  $\sim 5 \cdot 10^{-4}$  см<sup>2</sup>. Мы не обсуждаем также проблему детектирования. Например, может оказаться весьма трудной задача дискриминации выходного импульса на фоне распространяющегося края возбуждающего импульса. По этим и другим причинам должен выполняться эксперимент чисто распадного типа<sup>1)</sup>.

Тем не менее сообщалось [13] о многих экспериментах, претендующих на определенное отношение к сверхизлучению<sup>2)</sup>. Когерентность фаз излучающих атомных диполей автоматически ведет к  $N^2$ -зависимости интенсивности излучения безотносительно к вопросу о конкретном квантовоэлектродинамическом механизме возникновения фазовой когерентности. Первые наблюдения  $N^2$ -излучения на оптических частотах связаны с фотонным эхом (гл. 9). Эта особенность проявляется в любом варианте затухания свободной поляризации [14]<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Полезное обсуждение экспериментальных аспектов регистрации сверхизлучения содержится, например, в статье Торопова [15\*] (стр. 121), и в ряде других статей, содержащихся в указанном сборнике. Отметим также возникающую в последние годы интересную проблему сверхизлучения на экситонных уровнях кристаллов, которая анализируется, в частности, Самарцевым и Шейбутом [15\*] (стр. 338). — *Прим. ред.*

<sup>2)</sup> О наблюдении сверхизлучения Дике сообщалось также в работах [17\*, 18\*]. — *Прим. ред.*

<sup>3)</sup> В последние годы обсуждается также проблема лазера на сверхизлучении. Так, в работах [19\*] со сверхизлучением связывается зернистая структура поперечного сечения лазерного пучка; в работе [20\*] изучается вопрос о временном формировании одномодового лазерного сверхизлучения и др. Наконец, отметим существенный прогресс в исследовании оптической нутации, прежде всего в направлении учета обратной реакции среды на когерентный импульс света и вызываемой ею модуляции (см., например, [21\*, 22\*]). — *Прим ред*

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 *Dicke R H* Phys Rev **93**, 99 (1954)
- 2 *Eberly J H* Acta Phys Pol, **A39**, 633 (1971)
- 2a *Jodoin R Mandel L*, Phys Rev **A9** 873 (1974)
- 3 *Eberly J H Amer J Phys*, **40**, 1374 (1972)  
*Stenholm S* Phys Reports, **6**, 1 (1973), Sec 4
- 4 *Rehler N E Eberly J H*, Phys Rev, **A3**, 1735 (1971)
- 4a *Rehler N E* Ph D Dissertation University of Rochester, 1972
- 5 *Agarwal C S* Phys Rev, **A4**, 1791 (1971)
- 6 *Abella I D Kurnit N A, Hartmann S R* Phys Rev, **141**, 391 (1966), App C
- 7 *Bonifacio R Schwendimann P, Haake F* Phys Rev, **A4**, 302 854 (1971).
- 8 *Dicke R H* в книге Quantum Electronics III eds P Grivet N Bloembergen Columbia University Press New York, 1964, p 35
- 9 *Narducci L M, Coulter C A, Bowden C M*, Phys Rev, **A9**, 829 (1974)
- 10 *Radcliffe J M*, J Phys **A4**, 313 (1971)  
*Arecchi F T, Courtens E, Gilmore R Thomas H*, Phys Rev, **A6**, 2211 (1973)
- 11 *Arecchi F T, Courtens E* Phys Rev, **A2**, 1730 (1970)
- 12 *Friedberg R Hartmann S R*, Phys Lett, **37A**, 285 (1971)
- 13 *Compaan A Abella I D*, Phys Rev Lett, **27**, 23 (1971)  
*Shoemaker R L, Brewer R C*, Phys Rev Lett **28**, 1430 (1972)  
*Skrabanowitz N Herman I P MacGillivray J C, Feld M S*, Phys Rev Lett **30**, 309 (1973)
- 14 *Liao P F Hartmann S R* Phys Lett, **44A**, 361 (1973)
- 15\* «Электромагнитное сверхизлучение» изд Физико технического института Казанского филиала АН СССР, Казань 1975
- 16\* *Самарцев В В* УФН в печати (1977)
- 17\* *Skrabanowitz N, Herman I P MacGillivray Feld M S* Phys Rev, **14A**, 1169 (1976)
- 18\* *Flusberg A Massberg T Hartmann S R* Phys Lett **58A**, 373 (1976)
- 19\* *Соколов И В Трифонов Е Д* ЖЭТФ **65**, 74 (1973) **67**, 451 (1974)
- 20\* *Емельянов В И, Климонтович Ю А* Опт и спектр **41**, 913 (1976)
- 21\* *Захаров С М Манькин Э А* Изв АН СССР сер физ, **37**, 2179 (1973)
- 22\* *Бурштейн А И, Пусен А Ю*, ЖЭТФ, **69**, 1927 (1975)

## ФОТОННОЕ ЭХО

## § 1. ВВЕДЕНИЕ

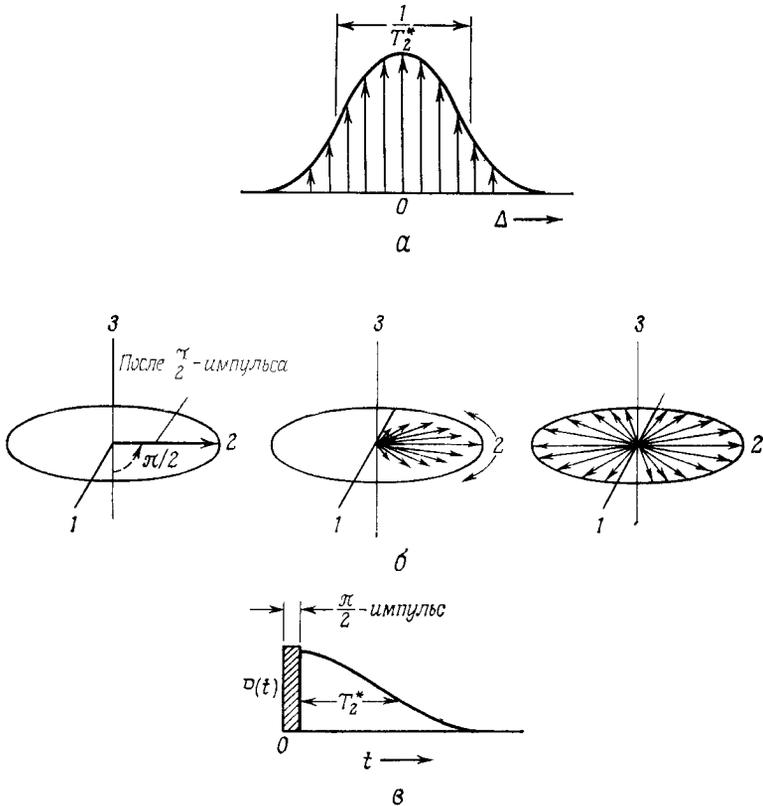
Необратимость и затухание — могущественные партнеры, доминирующие в большинстве физических задач многих тел. В предыдущих главах мы постоянно сталкивались с множеством явлений, обуславливающих затухание: спонтанным излучением, мягкими и жесткими соударениями, фоновым рассеянием в твердых телах, дипольной дефазировкой и др. В уравнениях Блоха и Максвелла систематически использовались три основных феноменологических времени затухания, а именно  $T_1$ ,  $T_2'$  и  $T_2^*$ , отражающих упомянутые процессы распада.

В настоящей главе мы используем весьма неожиданную идею о том, что не все процессы затухания являются необратимыми. Открытие в 1950 г. Ханом [1, 2] спинового эха показало, в частности, что свободно-индукционное затухание легко обращается, причем даже по истечению времени, значительно превышающего необходимое для полного затухания сигнала свободной индукции. Следовательно, сигнал эха, в котором возрождается сигнал свободной индукции, обладает магическим свойством: нечто появляется из «ничего». Конечно, ничего магического в принципах, на которых базируется эхо, нет. Как мы увидим, возможность эха связана с тем, что атом сохраняет свою собственную резонансную частоту, отличную от всех других возможных резонансных частот в пределах неоднородного уширения линии  $1/T_2^*$ , на протяжении времен, больших по сравнению с  $T_2^*$ .

## § 2. КАЧЕСТВЕННОЕ РАССМОТРЕНИЕ

В ряде предыдущих глав мы сталкивались с тем фактом, что неоднородное уширение приводит к затуханию макроскопической удельной поляризации  $P$  со скоростью  $1/T_2^*$ . В § 4 гл. 1 было показано, что такое затухание *не* связано с процессами энергетических потерь, которые ведут к деградации или сбоям колебаний отдельных атомов. В § 6 гл. 1 и § 4 гл. 4 при доказательстве классической и квантовой теорем площадей мы видели, что не-

однородное уширение позволяет резонансной среде влиять на распространение импульса в течение времени, гораздо меньшего, чем время однородной релаксации.



Фиг. 9.1. *а* — схематическое представление неоднородно уширенного спектра векторов Блоха со спектральной шириной  $1/T_2^*$ . *б* — после возбуждения 90-градусным импульсом различные псевдоспины начинают прецессировать (во вращающейся системе координат) вокруг оси 3 с частотами, которые определяются значениями расстроек согласно (2.36) при  $\mathcal{E} = 0$ . В конечной стадии для времени, большего  $T_2^*$ , векторы Блоха однородно распределены в плоскости 1—2. *в* — быстрое убывание удельной поляризации  $P$  и, следовательно, сигнала, излученного атомными диполями, вследствие дефазировки их векторов Блоха. Время жизни сигнала равно приблизительно  $T_2^*$ .

Затухание поляризации вследствие  $T_2^*$ -процессов обусловлено дефазировкой индивидуальных дипольных моментов по всему образцу. Соответствующая дефазировка поперечных компонент векторов Блоха во вращающейся системе координат показана

на фиг. 9.1 [1]. Возникает естественный вопрос: может ли энергия, запасенная дефазированными моментами, восстанавливать свою величину за счет какого-либо когерентного механизма? Если да, то восстановление должно происходить в интервале между  $T_2^*$  и  $T_2'$ , после которого каждый отдельный диполь будет релаксировать в основное состояние.

На первый взгляд кажется, что восстановление когерентного излучения от дефазированных диполей вообще невозможно. В самом деле, расфазировка обусловлена различием частот колебаний отдельных диполей, и поэтому с течением времени она должна нарастать. Конечно, любые два диполя, частоты которых отличаются, скажем, на величину  $\delta\omega$ , возвратятся в исходное фазированное состояние по истечении времени  $\delta t = 2\pi/\delta\omega$ . Однако для любого реального ансамбля атомов распределение частот колебаний или распределение  $g(\Delta)$  расстройке относительно фиксированной частоты является гладким и непрерывным. Поэтому в окрестности каждой фиксированной частоты имеется много других частот с расстройкой  $\delta\omega$ , стремящейся к нулю. Это означает, что для любой реальной совокупности диполей можно ожидать возврата в исходное фазированное состояние лишь по истечении времени  $\delta t \rightarrow \infty$ .

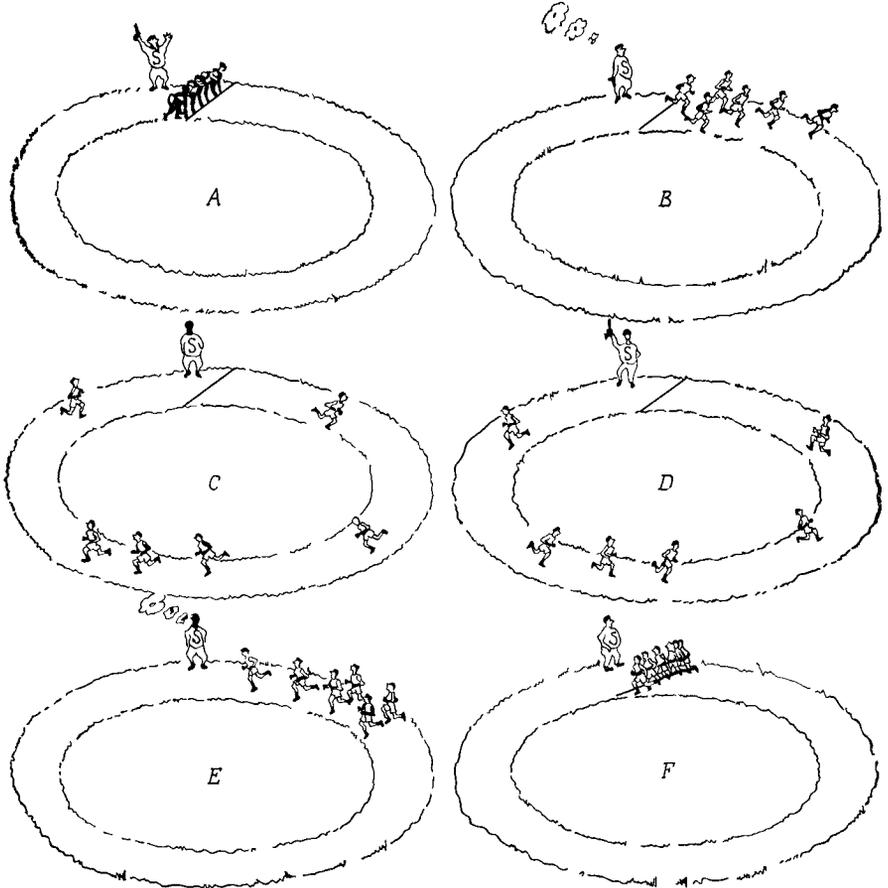
И тем не менее существует путь, который может обеспечить возврат к фазированному состоянию. Он заключается в том, чтобы вместо пассивного ожидания крайне маловероятного возврата в исходное фазированное состояние, попытаться воздействовать на колебания по истечении некоторого времени  $t$ , чтобы обратить процесс расфазирования и тем самым обеспечить неизбежное восстановление фазировки к моменту времени  $2t$ . На фиг. 9.2 идея такого способа иллюстрируется на примере из другой области — спортивного состязания бегунов.

Но как найти «демона Максвелла», который выполнял бы применительно к атомным диполям ту же функцию, что и спортивный судья на фиг. 9.2, подающий команды бегунам? Эта трудность была преодолена Ханом [2] в 1950 г., который открыл ядерное спиновое эхо, первый из резонансных эхо-эффектов в физике. Фотонное эхо является электродипольным аналогом спинного эха. Фотонное эхо впервые наблюдалось Курни и др. [3] в 1964 г.<sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> Явление светового (фотонного) эха было теоретически предсказано советскими учеными Копвиллемом и Нагибаровым в 1962 г. [15\*]. Физические особенности формирования светового эха по сравнению со спиновым и другие относящиеся сюда вопросы детально обсуждаются, например, в обзорах [16\*—19\*]. Современное состояние теоретических и экспериментальных исследований по проблеме светового эха и перспективам различных его применений хорошо отражено в недавно опубликованном обзоре Самарцева [19\*] — *Прим ред.*

Обратить дефазлируемые векторы моментов, показанные на фиг. 9.1, таким же образом, как бегунов, невозможно, поскольку направление вращения каждого вектора фиксировано его расстройкой. Однако векторы обладают степенью свободы, которой



Фиг. 92 Дефазировка и реверсирование направления бега на треке с последующим восстановлением когерентности и возникновением «эха» исходной конфигурации (Phys. Today, ноябрь 1953, обложка.)

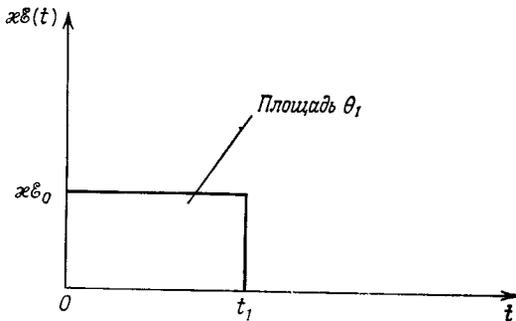
нет у бегунов: они не привязаны к горизонтальной плоскости. Легко видеть (особенно из рассмотрения стадики 2 частичной дефазировки на фиг. 9.1), что поворот всех векторов вокруг оси 1 на  $180^\circ$  приводит к восстановлению фазировки моментов и неизбежно к макроскопической поляризации той же амплитуды, но противоположного знака. Излучение, обусловленное этой вос-

становленной поляризацией, естественно, полностью когерентно, поскольку все излучающие диполи находятся в фазе.

Поворот атомных дипольных моментов на  $180^\circ$  вокруг оси 1 в принципе легко осуществить. Как вытекает из результатов гл. 3, исходное расположение вдоль оси 2 в стадии *a* фиг. 9.1 должно быть, конечно, также подготовлено посредством поворота векторов Блоха на  $90^\circ$  от их равновесной ориентации вертикально вниз. Следовательно, эксперимент с эхо может основываться на последовательном применении  $\pi/2$ - и  $\pi$ -импульсов. В следующем параграфе мы наметим количественное описание дипольного излучения при явлении эха на основе изложенных здесь простых идей.

### § 3. СВОБОДНОЕ ЗАТУХАНИЕ

Из фиг. 9.1, *b* видно, что удельная поляризация затухает вследствие дефазировки векторов Блоха в поперечной плоскости на протяжении времени, равного  $T_2^*$ . Характер этого затухания



Фиг. 9.3. Импульс с площадью  $\theta_1$ .

существен для последующего эха. Пусть на среду действует импульс с площадью  $\theta_1$  между моментами  $t = 0$  и  $t = t_1$ , как показано на фиг. 9.3. Вычислим удельную поляризацию

$$P(t_2) = \mathcal{N}d \int d\Delta' g(\Delta') \operatorname{Re} \{ (u + iv) e^{i\omega\Delta' t_2} \} \quad (9.1)$$

для произвольного момента времени  $t_2 > t_1$ .

Поперечные компоненты  $u$  и  $v$  векторов Блоха, подверженные сначала действию  $\theta_1$ -импульса в интервале от 0 до  $t_1$  и затем свободно затухающие в интервале от  $t_1$  до  $t_2$ , легко вычисляются в момент  $t_2$ . Достаточно дважды применить формулу (3.15). На первом этапе считаем, что атомы находятся в основном состоянии:  $u_0 = v_0 = 0$ ,  $\omega_0 = -1$ . Удобно предположить,

что амплитуда поля удовлетворяет условию  $\kappa \mathcal{E}_0 > 1/T_2^*$ , так что в хорошем приближении можно полагать  $\kappa \mathcal{E}_0 > \Delta$  и пренебрегать всеми вкладками во вращение вектора Блоха порядка  $(\Delta/\kappa \mathcal{E}_0)^2$  и выше. На втором этапе рассматриваем свободную прецессию вектора Блоха (полагая  $\mathcal{E}_0 = 0$ ). Объединяя оба этапа, получаем

$$\begin{bmatrix} u(t_2) \\ v(t_2) \\ w(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Delta(t_2 - t_1) & -\sin \Delta(t_2 - t_1) & 0 \\ \sin \Delta(t_2 - t_1) & \cos \Delta(t_2 - t_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} \sin \theta_1 & -\frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} (1 - \cos \theta_1) \\ \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ -\frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} (1 - \cos \theta_1) & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (9.2)$$

В итоге приходим к следующему результату:

$$\begin{bmatrix} u(t_2) \\ v(t_2) \\ w(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} (1 - \cos \theta_1) \cos \Delta t_{21} + \sin \theta_1 \sin \Delta t_{21} \\ \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} (1 - \cos \theta_1) \sin \Delta t_{21} - \sin \theta_1 \cos \Delta t_{21} \\ -\cos \theta_1 \end{bmatrix}, \quad (9.3)$$

откуда непосредственно следует

$$u(t_2) + iv(t_2) = -i \sin \theta_1 e^{i\Delta s} e^{i\Delta t_{21}}, \quad (9.4)$$

где  $t_{21} = t_2 - t_1$  и параметр  $s$  определен соотношением

$$e^{i\Delta s} \equiv 1 + i \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}. \quad (9.5)$$

Поскольку мы пренебрегли слагаемыми порядка  $(\Delta/\kappa \mathcal{E}_0)^2$  и выше, то (9.5) эквивалентно

$$s = (\kappa \mathcal{E}_0)^{-1} \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}. \quad (9.6)$$

Величину  $P(t)$  в момент  $t_2$  можно найти, подставляя (9.4) в (9.1) и проводя интегрирование. В газах и во многих твердых телах при низких температурах распределение  $g(\Delta')$  является гауссовым. Если центр линии поглощения отвечает расстройке  $\Delta$ , то

$$g(\Delta') = \frac{T_2^*}{\pi} e^{-(\Delta - \Delta')^2 (T_2^*)^2 / \pi}. \quad (9.7)$$

В формуле (9.7) было использовано принятое в гл. 1 определение  $T_2^* \equiv \pi g_{\text{макс}}$ ; величина  $(T_2^*)^{-1}$  (с точностью до множителя порядка единицы) определяет полуширину функции  $g$ . Результат расчета величины  $P(t_2)$  таков:

$$P(t_2) = \mathcal{N}d \sin(\omega + \Delta)t_2 \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{t_{21} + s}{T_2^*}\right)^2\right]. \quad (9.8)$$

Это означает, что поляризация  $P(t_2)$  существенно отлична от нуля, а ее амплитуда примерно равна величине  $\mathcal{N}d$ , отвечающей полной фазировке, на протяжении интервала  $t_2 \pm T_2^*$  вблизи момента  $t_2$ , для которого  $t_{21} + s = 0$ , т. е.  $t_2 = t_1 - s$ .

Однако, поскольку  $t_2 > t_1$  и  $\theta_1 \approx \pi/2$ , момент  $t_2 = t_1 - s$  фактически не может быть достигнут. Тем не менее выражение (9.8) можно интерпретировать, утверждая, что удельная поляризация ведет себя на протяжении свободного затухания так, как если бы ее максимум достигался на величину  $s$  раньше конца  $\theta_1$ -импульса. По этой причине избыточная задержка  $s$ , которая не предсказывается простыми соображениями § 2 данной главы, будет возникать и в любом последующем импульсе эха. Величина этой избыточной задержки непосредственно связана с длительностью  $t_1\theta_1$ -импульса. Поскольку  $\theta_1 \approx \pi/2$ , соотношение (9.6) показывает, что

$$s \approx \frac{2}{\pi} t_1. \quad (9.9)$$

Блум [4] отметил, что если  $\theta_1 \ll 1$ , то, поскольку  $\text{tg}(\theta_1/2) \approx \theta_1/2$ , получим  $s = t_1/2$ . Существование избыточной задержки подтвердилось в первых же экспериментах по фотонному эху [3]<sup>1)</sup>.

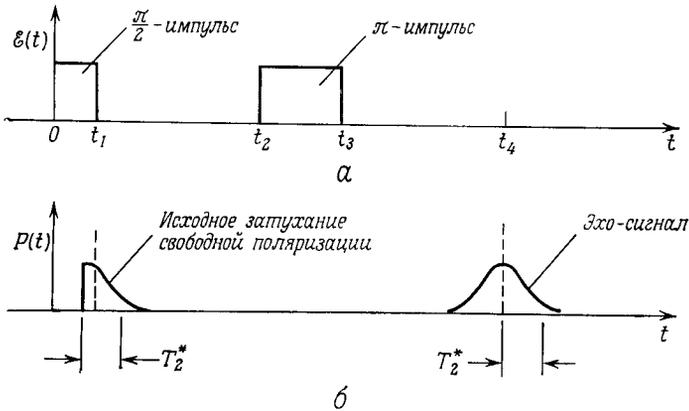
#### § 4. ВРЕМЕННÓЕ ПОВЕДЕНИЕ ЭХА

Пусть два импульса подходящей интенсивности с площадями  $\pi/2$  и  $\pi$  действуют на среду во временнóй последовательности, показанной на фиг. 9.4,  $a^2$ ). В соответствии с упрощенным анализом § 2 в некоторый момент  $t_4$  после действия  $\pi$ -импульса векторы Блоха резонансных атомов восстанавливают в экваториальной плоскости сферы Блоха свое исходное фазированное рас-

<sup>1)</sup> См также [20\*, 21\*]. Эхо, задержанное вследствие конечной длительности возбуждающего импульса, было названо в [22\*] аномальным. — *Прим ред.*

<sup>2)</sup> Возможно возбуждение эха и большим числом импульсов, что приводит к новым интересным эффектам. Например, последовательное воздействие тремя  $\pi/2$ -импульсами, поданными в моменты времени 0,  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , вызывает серию из четырех эхо импульсов так называемого «стимулированного» эхо-импульса в момент  $\tau_1 + \tau_2$  и трех «вторичных» импульсов [23\*]. — *Прим ред.*

положение, и в этот момент излучается импульс «эха» (фиг. 9.4, б). В процессе первоначальной дефазировки после  $\pi/2$ -импульса поляризация свободно затухает, что также отражено на фиг. 9.4, б.



Фиг. 9.4. Временная последовательность в случае фотонного эха.

а — два внешних входных импульса с площадями  $\pi/2$  и  $\pi$ . б — в той же временной шкале — макроскопическая удельная поляризация  $P(t)$ , которая приводит к появлению двух выходных импульсов свободной поляризации каждый со временем жизни, примерно равным  $T_2^*$ . Второй выходной импульс есть эхо-сигнал.

Определим далее положение во времени сигнала эха и его форму. Для этого достаточно вычислить макроскопическую поляризацию

$$P(t_4) = N^2 d \int d\Delta' g(\Delta') \operatorname{Re} \{ [u(t_4; \Delta) + iv(t_4; \Delta)] e^{i\omega t_4} \}. \quad (9.10)$$

Как и в случае свободного затухания, значения компонент вектора Блоха после возбуждения в течение времени  $t$  полем с огибающей  $\mathcal{E}_0$  задаются последовательными применениями формулы (3.15). Будем по-прежнему предполагать, что  $\kappa\mathcal{E}_0 > 1/T^*$  (а следовательно, в хорошем приближении  $\kappa\mathcal{E}_0 > \Delta$ ), и опускать все вклады порядка  $(\Delta/\kappa\mathcal{E}_0)^2$  и выше.

До любого момента  $t_4 > t_3$  вектор Блоха каждого атома поглотителя испытал следующие воздействия: сначала действовал  $\pi/2$ -импульс длительностью  $t_2 - t_1$ , затем следовал интервал  $(t_1, t_2)$  свободной прецессии, далее на интервале  $(t_2, t_3)$  действовал  $\pi$ -импульс и, наконец, в области  $t_4 > t_3$  вновь имела место

свободная прецессия. Применяя для всех четырех временных интервалов уравнение (3.15), получаем

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} u(t_4) \\ v(t_4) \\ w(t_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Delta(t_4 - t_3) & -\sin \Delta(t_4 - t_3) & 0 \\ \sin \Delta(t_4 - t_3) & \cos \Delta(t_4 - t_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ & \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Delta(t_2 - t_1) & -\sin \Delta(t_2 - t_1) & 0 \\ \sin \Delta(t_2 - t_1) & \cos \Delta(t_2 - t_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ & \times \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} & -\frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} \\ \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} & 0 & 1 \\ -\frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (9.11) \end{aligned}$$

Пренебрегая по-прежнему слагаемыми порядка  $(\Delta/\kappa \mathcal{E}_0)^2$  и выше, можно непосредственно привести эту последовательность поворотов вектора Блоха к следующему преобразованию:

$$\begin{bmatrix} u(t_4) \\ v(t_4) \\ w(t_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \Delta(t_{43} - t_{21}) + \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} \cos \Delta(t_{41} - t_{21}) \\ \cos \Delta(t_{43} - t_{21}) + \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} \sin \Delta(t_{41} - t_{21}) \\ -2 \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0} \sin \Delta t_{21} \end{bmatrix}, \quad (9.12)$$

где  $t_{43} = t_4 - t_3$  и  $t_{21} = t_2 - t_1$ . Наконец, нетрудно получить следующее выражение для величины  $u + iv$ :

$$u(t_4; \Delta) + iv(t_4; \Delta) = ie^{i\Delta s} e^{i\Delta(t_4 - t_{21})}. \quad (9.13)$$

Фазовый угол  $\Delta s$  определяется условием

$$e^{i\Delta s} = 1 - i \frac{\Delta}{\kappa \mathcal{E}_0},$$

которое с точностью до членов порядка  $(\Delta/\kappa \mathcal{E}_0)^2$  эквивалентно

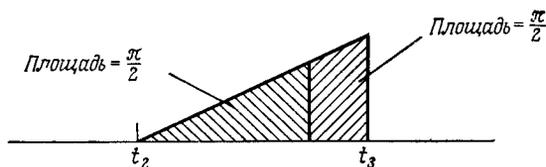
$$s = -\frac{1}{\kappa \mathcal{E}_0}. \quad (9.14)$$

В итоге, пользуясь (9.7), (9.10), (9.13) и (9.14), находим  $P(t_4)$  при  $t_4 > t_3$

$$P(t_4) = -\mathcal{N} d \sin(\omega + \Delta)t_4 \exp \left[ -\frac{\pi}{4} \left( \frac{t_{43} - t_{21} - 1/\kappa \mathcal{E}_0}{T_2^*} \right)^2 \right]. \quad (9.15)$$

Как видно из (9.15), поляризация существенно отлична от нуля с амплитудой, примерно равной макроскопической величине  $\mathcal{N}d$ , в пределах интервала величиной  $2T_2^*$  вокруг момента  $t_{43} = t_{21} + (\kappa\mathcal{E}_0)^{-1}$ . Вне указанного интервала  $P(t_4) \approx 0$ . На фиг. 9.4, б показано, что атомная удельная поляризация в период времени, значительно позже того, как затухание свободной поляризации полностью завершилось, возрастает от нуля до макроскопической величины, а затем вновь затухает до нуля.

Точное положение во времени максимума  $P$  зависит от степени неоднородного уширения, поскольку может нарушиться



Фиг. 9.5. Гипотетический асимметричный  $\pi$ -импульс, при котором возникает дополнительная временная задержка импульса эха, отсутствующая, если  $\pi$ -импульс симметричен, как в случае фиг. 9.4.

наше предположение о том, что  $(\Delta/\kappa\mathcal{E}_0)^2 \ll 1$ , и от длительностей двух внешних импульсов. Если первый внешний импульс имеет площадь  $\pi/2$ , то  $\kappa\mathcal{E}_0 t_1 = \pi/2$ , и максимум наблюдается при

$$t_4 - t_3 = t_2 - t_1 + \frac{2}{\pi} t_1. \quad (9.16)$$

Иначе говоря, интервал свободной прецессии после  $\pi$ -импульса должен равняться интервалу свободной прецессии до  $\pi$ -импульса плюс часть ширины исходного  $\pi/2$ -импульса. Последняя совпадает с избыточной задержкой, которая предсказывалась в предыдущем параграфе при обсуждении кажущегося начала исходного свободного затухания после  $\pi/2$ -импульса.

Интересно отметить, что ясная связь избыточной задержки в появлении эха с  $\pi/2$ -импульсом подтверждает важный аспект качественной теории эха, изложенной в § 2 данной главы. Именно эхо есть отображение первоначальной упорядоченной конфигурации, связанной с первым импульсом, а не возникновение каких-то новых особенностей, обусловленных действием  $\pi$ -импульса. Отсутствие дополнительных малых задержек или других влияний на эхо со стороны  $\pi$ -импульса легко объяснимо. На протяжении первой половины  $\pi$ -импульса векторы Блоха продолжают расфазироваться со скоростью  $1/T_2^*$ . На протяжении второй половины импульса происходит восстановление фазировки с той же скоростью, так что после полного поворота на  $180^\circ$  векторы Блоха расфазированы лишь в той мере, в которой фази-

ровка была нарушена до начала вращения, т. е. до момента  $t_2$ .

Последнее будет, очевидно, несправедливо, если  $\pi$ -импульс несимметричен во времени относительно точки, отвечающей половине площади. Рассмотрим, например, импульс треугольной формы, показанной на фиг. 9.5. Площадь  $\pi/2$  отвечает здесь примерно 70% его длины  $t_3 - t_2$ . Вторая половина площади соответствует примерно в два раза более короткому интервалу времени. Векторы Блоха при воздействии такого импульса будут дефазироваться в области первых  $90^\circ$  существенно больше, чем фазироваться на протяжении вторых  $90^\circ$ . Вследствие этого в ожидаемый момент прихода эха должна быть введена новая избыточная задержка, составляющая около 40%  $t_3 - t_2$ . Этот эффект, по-видимому, не был зафиксирован экспериментально.

### § 5. НАПРАВЛЕННЫЙ ХАРАКТЕР ЭХА

В гл. 8 обсуждались направленные свойства спонтанного излучения. Для любого макроскопического излучателя с размерами, гораздо большими длины волны, имеют место хорошо выраженные максимум и минимум в пространственной картине излучения (фиг. 8.3), поскольку дифракционная функция  $\Gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)$ , фигурирующая в (8.20) и (8.33), обладает резким максимумом. Этого же следует ожидать и для фотонного эха, поскольку излучение всегда обусловлено ансамблем когерентных диполей.

Как и в случае сверхизлучения, степень фазировки определяется конечностью скорости света. Плоская световая волна может быть, очевидно, в фазе со всеми диполями, расположенными на каком-либо волновом фронте, но не с диполями, которые лежат на расстоянии порядка длины волны впереди или позади волнового фронта. Эти соображения отпадают в случае спинового эха, поскольку длины волн при магнитном резонансе сравнимы или даже существенно превосходят размеры излучающего образца. Все спины автоматически расположены в пределах длины волны для каждого из них.

Чтобы учесть влияние конечности скорости света на эхо, нужно заменить в (9.13) времена  $t_1, \dots, t_4$  соответствующими запаздывающими значениями. Если мы вспомним, что эти времена связаны с приходом и уходом двух внешних импульсов и импульса эха, становится ясным, что каждый момент времени и каждый временной интервал зависят от выбранного атома. Для  $l$ -го атома с радиус-вектором  $\mathbf{r}_l$  соответствующая замена такова:

$$\begin{aligned} t_4 \rightarrow t_{4l} &= t_{40} + \mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{r}_l}{c}, & t_3 \rightarrow t_{3l} &= t_{30} + \mathbf{n}_2 \cdot \frac{\mathbf{r}_l}{c}, \\ t_2 \rightarrow t_{2l} &= t_{20} + \mathbf{n}_2 \cdot \frac{\mathbf{r}_l}{c}, & t_1 \rightarrow t_{1l} &= t_{10} + \mathbf{n}_1 \cdot \frac{\mathbf{r}_l}{c}. \end{aligned} \quad (9.17)$$

Здесь  $t_{40}$  есть время, необходимое для того, чтобы импульс эха достиг воображаемого атома, расположенного в начале координат. Аналогично  $t_{30}$ ,  $t_{20}$  и  $t_{10}$  — соответствующие времена для первого, второго и эхо-импульсов. Единичные векторы  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$  и  $\mathbf{n}$  указывают направления распространения первого второго и эхо-импульсов.

Вследствие зависимости этих времен от положений атомов необходимо обобщить выражения (1.24) или (4.3а) для удельной поляризации, поскольку указание расстройки для атома недостаточно теперь для его правильной идентификации. Вернемся к основному определению (4.2) и проведем усреднение не только по расстройкам, но и по положениям атомов. Тогда вместо (4.3а) получим

$$P(t) = \mathcal{N}d \int d\Delta' g(\Delta') \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \operatorname{Re} \{ [u_l(t; \Delta') + i v_l(t; \Delta')] e^{i\omega t} \}. \quad (9.18)$$

Это выражение с помощью (9.13) и (9.17) можно привести к следующему виду:

$$P(t_4) = \mathcal{N}d \int d\Delta' g(\Delta') \operatorname{Re} \left\{ e^{i\Delta'(t_4 - t_{21})} \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N e^{i(\omega/c)[(n - n_2) - (n_2 - n_1)] \cdot \mathbf{r}_l} \right\}. \quad (9.19)$$

Здесь во второй экспоненте  $\omega_l$  заменено величиной  $\omega$ , чтобы исключить для простоты весьма малую избыточную зависимость расстройки, а  $t_{43} = t_{40} - t_{30}$ , ...; малую задержку  $(\kappa \mathcal{E}_0)^{-1}$  мы опустили.

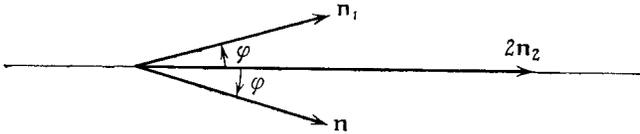
Как видно из (9.19),  $P(t_4)$  факторизуется на два множителя, один из которых связан с атомными расстройками, а другой — с положениями атомов. Такое отсутствие корреляций между расстройками и положениями атомов получилось не случайно — оно является следствием сделанных приближений. Можно было бы отнести расстройки к положениям атомов. Для микросистем это в наибольшей мере верно в случае резонансных атомов в твердых телах, где расстройки в значительной степени определяются локальным электрическим полем в том месте, которое занимает атом в матрице. Сделанное нами предположение, которое позволяет игнорировать эту сильную корреляцию между положением и расстройкой, основано на том, что взаимодействующее поле излучения не способно дискриминировать различные атомы, расположенные на его волновом фронте. Иначе говоря, мы неявно предположили, что всегда имеется столь большое число атомов с любыми «эффективными» положениями, при котором для каждого положения  $\mathbf{r}_l$  существует другое положе-

ние  $\mathbf{r}_m$ , такое, что оба они эффективно эквивалентны, например для  $\pi/2$ -импульса [т. е.  $\mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_m) = 0$ ], и что расстройки для этих атомов могут быть учтены при усреднении посредством плавной функции  $g(\Delta)$ , так что нет необходимости рассматривать их по отдельности.

Наконец, представим поляризацию в момент времени  $t_4$  в виде

$$P(t_4) = -\mathcal{N}d \sin(\omega + \Delta) t_4 e^{-(\pi/4) [(t_{43} - t_{21})/T_2]^2} \gamma(\mathbf{n} - 2\mathbf{n}_2 + \mathbf{n}_1), \quad (9.20)$$

где функция  $\gamma$  есть квадратный корень из функции  $\Gamma$ , определяемой согласно (8.21), если начало координат расположено



Фиг. 9.6. Направление распространения  $\mathbf{n}$  импульса эха по отношению к направлениям  $\mathbf{n}_1$  и  $\mathbf{n}_2$   $\pi/2$ - и  $\pi$ -импульсов.

симметрично, так что сумма по всем атомам в (9.19) вещественна. В любом случае  $\gamma(\mathbf{m})$  обладает резким максимумом вблизи  $\mathbf{m} = 0$ . Это свидетельствует о том, что импульс эха, который происходит в момент  $t_4$ , определяемый, как и прежде, условием  $t_{43} = t_{21}$ , является высоко направленным и достигает максимума при коллинеарных векторах  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$  и  $\mathbf{n}$ .

С экспериментальной точки зрения крайне нежелательно, чтобы импульс эха изучался в том же направлении, что и внешние сильные  $\pi/2$ - и  $\pi$ -импульсы. Ввиду этого Хартман и др. [3] применили схему со слегка непараллельным возбуждением, как показано на фиг. 9.6. Если  $\mathbf{n}_1$  образует малый угол  $\varphi$  ( $3^\circ$  в работе [3]) с  $\mathbf{n}_2$ , то вектор  $\mathbf{n}$  с точностью до членов порядка  $\varphi^2$  удовлетворяет условию  $\mathbf{n} - 2\mathbf{n}_2 + \mathbf{n}_1 = 0$ , если он лежит в плоскости векторов  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$  и образует такой же угол  $\varphi$  с  $\mathbf{n}_2$  по другую сторону.

В экспериментальном плане удобнее, чтобы угол  $\varphi$  был больше. Установим в этой связи предельное значение  $\varphi$ . Для того чтобы  $\gamma(\mathbf{n} - 2\mathbf{n}_2 + \mathbf{n}_1)$  было порядка единицы, все слагаемые в сумме (9.19) должны давать близкие по величине вклады. Это означает, что для всех  $\mathbf{r}_l$  в пределах образца показатель степени в экспоненте должен изменяться менее, чем на  $2\pi$ . Если длина образца  $L$  и главная ось параллельна  $\mathbf{n}_2$ , то данное ограничение выразится неравенством

$$\frac{\omega}{c} (2\mathbf{n}_2 - \mathbf{n}_1 - \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}_2 L \ll 2\pi. \quad (9.21)$$

Если учесть, что  $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_2 = \cos \varphi$  и  $2\pi c/\omega = \lambda$ , а также приближение  $4 \sin^2(\varphi/2) \approx \varphi^2$ , справедливое при малых  $\varphi$ , то условие (9.21) можно представить в следующем виде, впервые полученном Хартманом и др. [3]:

$$\varphi^2 \ll \frac{\lambda}{L}. \quad (9.22)$$

## § 6. ФОТОННОЕ ЭХО В ГАЗАХ

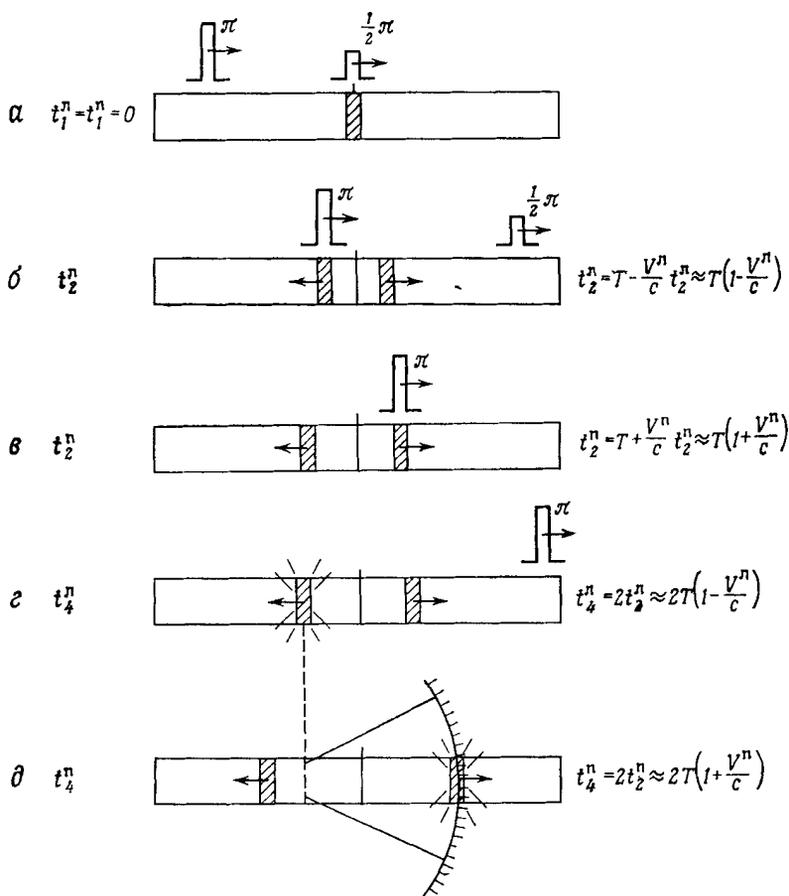
Движение атомов в газах дополнительно усложняет проявления эха. Из (9.19) видно, что если положение атома  $r_l$  будет хаотически изменяться хотя бы на  $1/4$  длины волны на протяжении времени  $t_{41}$  между первым приложенным импульсом и сигналом эха, то направление  $\mathbf{n}$ , в котором атомы излучают макроскопический импульс эха, отсутствует. Однако при температурах порядка комнатных смещения атомов газа на протяжении типичных временных задержек фотонного эха  $\sim 100$  нс составляют 10 и более длин волн. Поэтому можно было бы на первый взгляд ожидать, что оптическое эхо в газах вообще не может существовать. Так действительно считалось некоторое время после опубликования исходных работ, относящихся к твердым телам.

Более тщательный анализ показывает, что дефазировка, обусловленная движением атомов, точно компенсируется в процессе развития эха. На это указали Скалли и др. [5] в 1968 г.<sup>1)</sup> и независимо Пейтел и Слашер [6] в том же году выполнили эксперимент по фотонному эху в газообразной резонансной среде.

Не прибегая к количественному описанию, использованному в двух предыдущих параграфах, мы обсудим здесь непосредственно компенсирующие эффекты в случае процесса эха в газах. С этой целью рассмотрим вспомогательную модель газа, атомы которого движутся лишь с двумя скоростями, а именно с  $V_L$  влево или с  $V_D$  вправо, т. е. соответственно против и вдоль направления распространения  $\pi/2$ - и  $\pi$ -импульсов на фиг. 9.7. Далее будем рассматривать только определенную группу атомов, которые расположены в плоскости волнового фронта  $\pi/2$ -импульса в момент  $t_1 = 0$ , когда  $\pi/2$ -импульс достигает середины образца.

Как показано на фиг. 9.7, последующий  $\pi$ -импульс встречает атомы, движущиеся влево, и начинает восстанавливать фазы их моментов несколько раньше, чем он догонит атомы, движущиеся вправо, и начнет восстанавливать их фазы. Обозначим соответствующие моменты времени через  $t_2^L$  и  $t_2^D$ . Если длительность

<sup>1)</sup> Вопрос о возможности фотонного эха в газах обсуждался также Нагибаровым и Самарцевым [24\*]. — Прим. ред.



Фиг. 9.7. Схематическое объяснение влияния движения атомов в газообразной резонансной среде на фотонное эхо.

$a$  — группа атомов в заштрихованной области в центре среды облучается  $\pi/2$ -импульсом.  $b$  —  $\delta$  — в последующие моменты времени рассматриваются только те атомы из исходной группы, скорости которых близки к  $V^n$  (движение влево) или  $V^n$  (движение вправо). Момент времени  $t_1$ , отвечающий  $\pi/2$ -импульсу (фиг. 9.4), совпадает для двух групп атомов.  $b$  — к моменту  $t_2^n$ , отвечающему встрече  $\pi$ -импульса с атомами, которые движутся влево, оба набора атомов смещаются из их исходного положения.  $\gamma$  — к моменту  $t_2^n$ , когда  $\pi$ -импульс догонит атомы, движущиеся вправо, группы атомов разделяются еще больше.  $\epsilon$  — в некоторый еще более поздний момент времени  $t_4^n$  векторы Блоха атомов, движущихся влево, восстановят фазировку вследствие предшествующего действия  $\pi$ -импульса и излучат импульс эха.  $\delta$  — наконец, в момент  $t_4^n$  векторы Блоха атомов, движущихся вправо, также восстановят фазировку, и эти атомы излучат импульс эха. В предположении, что  $\pi/2$  и  $\pi$ -импульсы обладают очень малой длительностью, так что  $t_2 = t_1$  (в обозначениях фиг. 9.4), все различные моменты времени в последовательности  $a$  —  $\delta$  выражаются с точностью до членов первого порядка по  $V/c$  через интервал  $T$  между двумя внешними импульсами

$\pi$ -импульса пренебрежимо мала, то для атомов, движущихся влево и вправо, фазы будут восстановлены в моменты соответственно  $t_4^n = 2t_2^n$  и  $t_4^n = 2t_2^n$ .

Атомы, движущиеся налево, восстанавливают фазы после того, как они пройдут путь  $V_n t_4$ , который, как ясно из фиг. 9.7, равен  $D_n = 2V_n T(1 - V_n/c)$ , где  $T$  — интервал между  $\pi/2$ - и  $\pi$ -импульсами. Атомы, движущиеся вправо, восстанавливают фазы, пройдя путь  $D_n = 2V_n T(1 + V_n/c)$ . Расстояние между точками, в которых две рассматриваемых группы атомов восстанавливают фазы, таково:

$$D = 2(V_n + V_n)T, \quad (9.23)$$

если не учитывать вклады, пропорциональные  $V^2$ . Оказывается, что данное расстояние точно совпадает с расстоянием, которое проходит свет на протяжении соответствующего временного интервала. Иначе говоря, справедливо соотношение

$$D = c(t_4^n - t_4^n). \quad (9.24)$$

Другими словами, импульс эха от атомов, движущихся налево, происходит во времени раньше и догоняет атомы, движущиеся направо, как раз в тот момент, когда их векторы Блоха восстановили фазы и излучают свой импульс эха. Очевидно, далее импульсы эха распространяются совместно.

Простая аргументация, изложенная выше, является достаточно общей. Действительно, поскольку выводы не зависят от фактических значений  $V_n$  и  $V_n$ , они применимы к атомам с любыми возможными скоростями. Более того, если атом движется под углом к вектору  $\mathbf{n}_2$ , то его скорость можно разложить на составляющие вдоль  $\mathbf{n}_2$  и перпендикулярно ему, причем перпендикулярная составляющая, которую мы не учитывали в обсуждении, приведенном выше, несущественна, так как она не приводит к какому-либо дополнительному времени пролета и не порождает фазовых сдвигов. Конечно, импульсы эха от различных групп скоростей перекрываются и распространяются совместно только вдоль оси образца, т. е. вдоль направления  $\pi/2$  и  $\pi$ -импульсов. Допустимые отклонения друг от друга направлений  $\pi/2$ - и  $\pi$ -импульсов ясны из рассмотрения, проведенного в предыдущем параграфе. Краткое обсуждение вкладов в эхо в газах слагаемых порядка  $V^2/c^2$  и соударений содержится в работе [5].

## § 7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ ФОТОННОГО ЭХА

Курни и др. [3] в 1964 г. наблюдали фотонное эхо в рубине, охлажденном до температуры жидкого гелия. В то время наиболее короткие доступные импульсы обладали длительностью

около 10 нс. Это задавало нижний предел для временной шкалы эксперимента около 50 нс. В рубине ширина линии флуоресценции  $R_1$  возрастает от  $0,1 \text{ см}^{-1}$  при 77 К до  $12 \text{ см}^{-1}$  при комнатной температуре ввиду индуцированных фононами переходов на уровни  ${}^2E(\bar{E})$ . При температуре жидкого гелия эффективное время релаксации порядка микросекунд. Линии  $R_1$  и  $R_2$  рубина смещаются с изменением температуры, поэтому посредством температурного управления лазерным излучением можно добиться перекрытия линии лазерной генерации с линией поглощения образца. Однако использовать рубиновый лазер при гелиевой температуре активной среды затруднительно, поэтому существенно, что сдвиг линии  $R_1$  в области ниже 77 К очень мал. Благодаря этому при использовании лазера, работающего при температуре жидкого азота, имело место значительное перекрытие  $R_1$ -линий образца и лазера, как это было обнаружено МакКоллом и Ханом в первых опытах по самоиндуцированной прозрачности, которые обсуждались в гл. 5.

В первых экспериментах использовались образцы с весовой концентрацией  $\text{Cr}^{3+}$ , равной 0,005%, а рубиновый лазер работал в режиме модуляции добротности с ячейкой Керра. При низких температурах трудно было получить гигантские импульсы ввиду тенденции к возникновению слабо выраженной лазерной генерации вследствие френелевского отражения от любой поверхности внутри резонатора. Однако путем использования связанных с ячейкой Керра скрещенных поляризационных призм высвечивание удавалось предотвратить.

Два импульса, необходимых для возбуждения образца, получались путем деления пучка при помощи расщепителя и оптической задержки одной из компонент прежде, чем она направлялась в образец. В первых экспериментах угол между двумя пучками выбирался близким к  $3^\circ$ . Апертурный ограничитель пропускал к фотоумножителю эхо, излученное под углом  $6^\circ$  по отношению к первому импульсу, как показано на фиг. 9.6; это позволяет избежать насыщения, обусловленного первыми двумя импульсами.

Фотонное эхо наблюдалось в условиях, которые в значительной мере согласуются с теорией, изложенной в предыдущих параграфах. Нестандартной особенностью данной ранней работы было, однако, то, что для наблюдения эха нужно было использовать магнитное поле, приложенное вдоль оптической оси образца. Эта закономерность, присущая рубину, обусловлена зависящим от времени магнитным полем в месте расположения иона  $\text{Cr}^{3+}$ , возникающим вследствие прецессии соседних ядер алюминия. Аналогичная ситуация наблюдалась в случае спинового эха в рубине и в работе [7], где отклонение магнитного поля от оптической оси уже на угол около  $3^\circ$  приводило к исчезнове-

нию эха. Этот эффект не связан с природой самого фотонного эха, и обсуждать его более подробно нет необходимости.

Было найдено, что максимум эха отвечает моменту времени  $t = 2T + s$  после первого импульса, где  $T$  — задержка между двумя возбуждающими импульсами, а  $s = 5$  нс — избыточная задержка, которая довольно хорошо согласуется со значением, ожидаемым согласно теории § 3. Сигнал эха распространялся в достаточно широком угловом интервале, а его максимум отвечал предсказанному углу  $2\varphi \approx 6^\circ$ . При выкипании жидкого гелия эхо могло наблюдаться на протяжении нескольких минут до тех пор, пока некогерентные процессы релаксации в нагреваемом образце не приводили к его исчезновению. Поскольку эхо не удавалось наблюдать в интервале температур от температуры жидкого водорода до 14 К, можно, по-видимому, заключить, что критическое время релаксации отвечает температуре, попадающей в интервал от 4,2 до 14 К.

Исследовалась также поляризационная зависимость эха. Лазерное излучение было обычно плоскополяризованным. При помощи волновых пластинок и линейных поляризаторов можно было изменять относительную поляризацию каждого импульса и исследовать поляризацию эха. При параллельных поляризациях обоих возбуждающих импульсов сигнал эха был поляризован в том же направлении. Однако, если направление поляризации второго импульса образует угол  $\chi_0$  с поляризацией первого, интенсивность эха как функция угла  $\chi$  установки анализатора хорошо описывалась формулой:

$$I = I_0 \cos^2(\chi - 2\chi_0). \quad (9.25)$$

Этот результат можно интерпретировать с учетом того, что переход в рубине есть  $J = 1/2 \rightarrow 1/2$ . Здесь лево- и право-циркулярно поляризованные переходы могут рассматриваться как независимые; результирующая выходная поляризация комбинируется из компонент поляризации для этих переходов. Как показано в § 3 гл. 5, при  $\Delta J = 0$  переходы с  $\Delta M = 0$  отсутствуют<sup>1)</sup>.

Пейтел и Слашер [6] наблюдали фотонное эхо в газе SF<sub>6</sub>, используя импульсы с длиной волны 10,6 мкм от двух различных CO<sub>2</sub>-лазеров. В отличие от рубина CO<sub>2</sub>-лазер допускает одночастотный режим, что вместе с высокой частотой повторения позволило наблюдать гораздо более яркие проявления эха и суще-

<sup>1)</sup> Важное значение имела также реализация светового эха в кристаллах CaWO<sub>4</sub>:Nd<sup>3+</sup>, YAG:Nd<sup>3+</sup> и LaF<sub>3</sub>:Nd<sup>3+</sup>, Pr<sup>3+</sup> с острой резонансной настройкой путем изменения частоты генерации задающих лазеров на красителях [25\*]. Применение перестраиваемых лазеров позволило значительно усовершенствовать технику экспериментов по наблюдению светового эха. Другой эффективный метод его экспериментального исследования связан с использованием техники штарковских импульсов [10] (см. ниже). — *Прим. ред.*

ственно повысить точность измерений. Длительность использованных импульсов составляла 200 нс и ограничивала минимальное расстояние между ними до 0,5 мкс (несмотря на то что расстояние между импульсами могло непрерывно изменяться от 0 до 10 мкс). Как и в предыдущих работах, сигнал эха отвечал  $t = 2T + s$  в согласии с теорией. При изменении интенсивностей возбуждающих импульсов амплитуда эха также менялась, причем сигнал эха исчезал, когда площадь входного импульса составляла около  $\pi/10$ .

Авторы [6] обнаружили, что поляризация эха была параллельной поляризации второго возбуждающего импульса, а интенсивность — пропорциональной  $\cos^2 \chi$ , где  $\chi$  — угол между направлениями поляризации полей  $E_1$  и  $E_2$ . Это отличается от первоначальных результатов по рубину, где наблюдалось изменение поляризации, равное  $2\chi$ , а интенсивность не зависела от  $\chi$ . Пейтел и Слэшер предполагают, что это различие обусловлено пространственным и связанным с перекрытием вырождением (которое обсуждалось в гл. 5 в связи с вопросом о самоиндуцированной прозрачности), поскольку циркулярно поляризованные компоненты линейно поляризованных импульсов в случае  $SF_6$  не являются независимыми.

Алексеев и Евсеев [8] независимо показали, что для переходов  $J = 0 \rightarrow 1$  или  $J = 1 \rightarrow 1$  поляризация эха совпадает с таковой для второго импульса, а его амплитуда пропорциональна  $\cos \chi$ . Кроме того, было показано, что в согласии с работами по рубину для перехода  $J = 1/2 \rightarrow 1/2$  интенсивность не зависит от  $\chi$ , а вектор поляризации образует угол  $2\chi$  по отношению к направлению поляризации первого импульса. В дальнейшем Гордон и др. [9] провели обстоятельные теоретическое и экспериментальное исследования применительно к  $SF_6$ , излучив, в частности, влияние вырождения уровней и поляризацию эха.

Бревер и Шумейкер [10], используя методику штарковских импульсов, описанную в § 6 гл. 3 применительно к экспериментам по наблюдению оптической нутации и затухания свободной поляризации, исследовали фотонное эхо в  $C^{13}H_3F$  и  $NH_2D$ . Здесь также использовался лазер в непрерывном режиме, а возбуждающие  $\pi/2$ - и  $\pi$ -импульсы получались посредством небольшого штарковского сдвига для молекул вблизи резонанса. Наблюденное эхо отличалось по форме от такового в других работах, которые здесь обсуждались, поскольку частота была смещена относительно лазерной. Идентичность групп скоростей, возбуждаемых двумя импульсами, сохранялась; частоты переходов были разными при отсутствии и наличии штарковского поля. В результате возникал сигнал биений между лазерным полем и полем эха, частота которого определялась штарковским сдвигом; этот сигнал и детектировался. Поскольку лазерный сигнал был силь-

нее сигнала биений, возникал импульсный гетеродинный сигнал, и чувствительность детектора значительно повышалась. Найдено, что возрастание амплитуды штарковского импульса увеличивало частоту биений, как и должно быть, а зависимость амплитуды эха от плотности молекул  $N$ , экстраполированная к  $T = 0$ , была линейной, т. е. интенсивность эха была пропорциональной  $N^2$  <sup>1)</sup>.

## § 8. РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ЗАТУХАНИЕ ФОТОННОГО ЭХА

Дефазировка дипольных моментов резонансных атомов в возбужденной резонансной среде является процессом, по существу, детерминированным, а не стохастическим. Это означает, что если имеются два атома, резонансные частоты которых различаются на  $\delta\omega$ , то по истечении некоторого времени  $\delta t$  между их дипольными моментами определенно возникнет разность фаз  $\delta\phi = \delta\omega\delta t$ , обусловленная просто различием частот. В конечном итоге именно детерминированная природа этой дефазировки позволяет восстановить фазировку и получить сигнал эха.

До сих пор при обсуждении эха мы пренебрегали эффектами стохастичности или некогерентным затуханием дипольных моментов. В полуклассической теории, согласно Блоху, такое некогерентное затухание каждого дипольного момента атома происходит со скоростью  $1/T_2'$ . Если эта скорость существенно меньше скорости дефазировки  $1/T_2^*$ , то некогерентные процессы не окажут существенного влияния на образование эха.

<sup>1)</sup>Поскольку параметры импульсов светового эха несут важную информацию о среде, возникает возможность создания оптической эхо-спектроскопии, которая довольно интенсивно развивается в последние годы. Так, анализ модуляции интенсивности сигнала эха позволяет исследовать сверхтонкие и суперсверхтонкие расщепления уровней энергии, замаскированные неоднородным уширением (модуляционная эхо спектроскопия) [19\*, 26\*, 27\*]; эта методика оказалась особенно эффективной при использовании двойного резонанса — оптического и радиочастотного (световое эхо при импульсной резонансной радиочастотной накачке ядер) [28\*]. Перспективы оптической эхо-спектроскопии в исследовании релаксационных процессов в газах обсуждаются в работах [29\*]. В работах [30\*] теоретически исследуются закономерности экситонной эхо-спектроскопии (экситонное световое эхо в молекулярном кристалле наблюдалось авторами работ [31\*]). В работе [32\*] анализируются некоторые возможности наблюдения светового эха в полупроводниках в случае резонанса с межзонными электронными переходами. В [33\*] обсуждаются проявления светового эха в нелинейных оптических процессах, в частности в вынужденном комбинационном рассеянии света и т. д. В обзорах [17\*, 19\*] обсуждаются также перспективы технических применений светового эха (оптические ЭВМ, линии задержки, динамическая голография, системы записи информации, лазерные затворы, точные расходомеры и др.). Отметим еще очень интересное и важное явление электрического (на частотах порядка 10—100 МГц) эха в пьезоэлектрических порошках [34\*—36\*]; стимулированное эхо обладает здесь уникально большой памятью (недели и месяцы) [37\*, 38\*]; природа данного явления еще не вполне ясна. — *Прим. ред.*

Однако задержку между двумя внешними импульсами, которые предшествуют эху, легко можно сделать и гораздо большей, чем  $T'_2$ . При этом амплитуда эха существенно упадет. Действительно,  $T'_2$ -затухание приводит к тому, что амплитуда каждого дипольного момента монотонно убывает, пока происходят дефазировка и восстановление фазировки, приводящее к возникновению эха. Поэтому полный дипольный момент к моменту восстановления фазировки уже не будет равен  $\mathcal{N}d$ . Нетрудно понять, что его убывание определяется фактором  $\exp(-2T/T'_2)$ , где  $2T$  — время между первоначальным  $\pi/2$ -импульсом и сигналом эха. Это вытекает из прямого интегрирования уравнений (4.5а) и (4.5б) на протяжении интервалов дефазировки и восстановления фаз, когда приложенные поля отсутствуют. При этом уравнения упрощаются и принимают вид

$$\frac{d}{dt}(u + iv) = -\left(\frac{1}{T'_2} - i\Delta\right)(u + iv), \quad (9.26)$$

а решение, очевидно, таково:

$$(u + iv)_{2T} = (u + iv)_0 e^{2i\Delta T} e^{-2T/T'_2}. \quad (9.27)$$

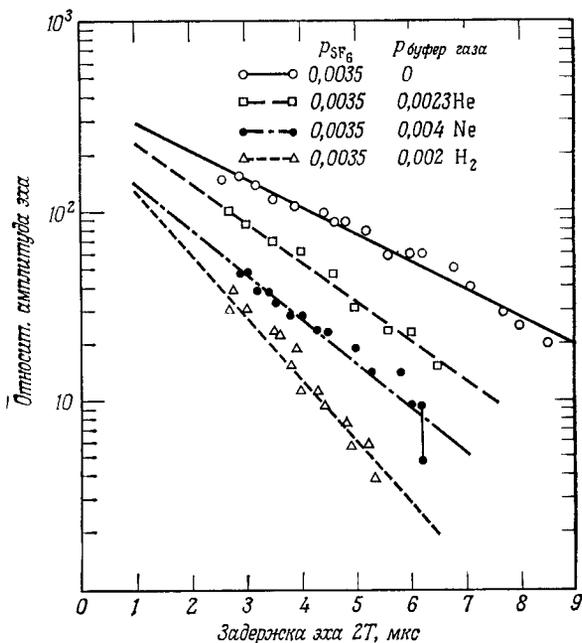
Соответственно уменьшается и удельная поляризация среды [см. выражение (9.15)].

Еще при первом обсуждении спинового эха Хан [2] отмечал, что экспоненциальное убывание его амплитуды доставляет естественный способ измерения  $T'_2$  во многих веществах. Принципиальное преимущество по сравнению с другими методами связано с наличием задержки  $T$  между последним приложенным импульсом и измеряемым эхом. Ввиду этой задержки засветка детектора возбуждающим импульсом может быть существенно понижена или исключена. На фиг. 9.8 показаны результаты проведенных Пейтелом и Слашером [6] измерений  $T'_2$  методом фотонного эха. Наблюдалось экспоненциальное убывание интенсивности эха с ростом  $T$ , что и позволило измерить  $T'$  для колебательно-вращательных уровней  $\text{SF}_6$  при возбуждении излучением  $\text{CO}_2$ -лазера. Величина  $T'_2$  изменялась при смешивании  $\text{SF}_6$  с буферными газами — He, Ne или  $\text{H}_2$  — при различных давлениях. Как видно из фиг. 9.8, зависимость амплитуды эха от  $2T$  в полулогарифмическом масштабе хорошо отвечает прямым линиям.

Детальное рассмотрение на основе уравнений Блоха поведения диполя во время внешних импульсов [4, 11] и после них показывает, что простая картина затухания, описанная выше, не является полной. Например, Хан [2] при обсуждении спинового эха указывал, что некоторые обстоятельства позволяют измерять не только  $T'_2$ , но и  $T_1$ . Хотя и обсуждались возможные эксперименты по измерению  $T_1$  для оптических переходов с ис-

пользованием эха, однако о реализации какого-либо из них не сообщалось.

В свете обсуждения сверхизлучения в § 4 и 5 гл. 8 естественно рассмотреть возможное влияние явления эха на кооперативное спонтанное излучение. Можно привести простую аргументацию в пользу того, что сверхизлучательное затухание, возрас-



Фиг. 9.8. Зависимость амплитуды эха от интервала  $2T$  между  $\pi/2$ -импульсом и импульсом эха в парах  $SF_6$ , из которой виден экспоненциальный характер затухания [6].

Приведены четыре кривые, которые отвечают чистому  $SF_6$  и добавлению буферных газов He, Ne и  $H_2$ .

тающее с ростом плотности резонансных атомов, приводит к убыванию амплитуды эха [12]. Длительность сигнала эха при низких плотностях резонансных атомов в среде определяется величиной  $T^*$ , как это разъяснялось в § 2 и 3. Однако если плотность достаточно велика, так что потери энергии на сверхизлучение происходят быстрее, чем свободно-прецессионная дефазировка, то вектор Блоха каждого атома будет отклоняться в экваториальной плоскости сферы Блоха значительно дальше от положения, в котором он был первоначально фиксирован  $\pi/2$ -импульсом. Но при отклонении на угол, соответствующий поте-

рям энергии на сверхизлучение, амплитуды каждого из векторов Блоха  $u$  и  $v$  автоматически убывают. Поскольку, как видно из (9.10), именно величина  $u + iv$  определяет макроскопическую удельную поляризацию и тем самым амплитуду эха, ясно, что, если сверхизлучение вызывает значительные потери энергии каждым атомом поглотителя в процессе дефазировки после исходного  $\pi/2$ -импульса, амплитуда последующего эха должна уменьшаться.

Однако эта упрощенная аргументация игнорирует ряд важных моментов, так что необходим более тщательный анализ. В частности, фотонное эхо наблюдается обычно в достаточно длинных образцах, так что существенны эффекты распространения света. Такие эффекты специально минимизировались в ходе обсуждения сверхизлучения в гл. 8. Хотя Компаан и Абелла [12] сообщают об экспериментальном подтверждении соображений, изложенных выше, не следует исключать возможности другой интерпретации их результатов. Так, Хан и др. [13], а также Фридберг и Хартман [13а] показали, что последовательное применение теоремы площадей к трем импульсам, участвующим в эхо-эксперименте, также может привести к тому, что амплитуда эха в конечном итоге убывает с ростом плотности поглотителя.

Представляется поучительным очень кратко рассмотреть поведение эха согласно анализу, выполненному в работах [13, 13а]. Главное внимание в них уделялось распространению сигнала эха через протяженную среду, а время появления или форма эха специально не исследуются. Применялась теорема площадей, особенно полезная в тех случаях, когда положение импульса во времени и его форма не являются важными. Площади первого, второго и эхо-импульсов  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и  $\theta_3$ , согласно [13], удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\frac{d\theta_1}{dz} = -1/2 \alpha \sin \theta_1(z), \quad (9.28a)$$

$$\frac{d\theta_2}{dz} = -1/2 \alpha \cos \theta_1(z) \sin \theta_2(z), \quad (9.28б)$$

$$\frac{d\theta_3}{dz} = \frac{\alpha}{2} [\sin \theta_1 (1 - \cos \theta_3 \cos \theta_2) + \cos \theta_1 \sin \theta_2 (1 - \cos \theta_3) - \sin \theta_3 \cos (\theta_1 + \theta_2)]. \quad (9.28в)$$

Наиболее сложное последнее уравнение нетрудно получить, принимая во внимание тот факт, что полная площадь  $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3$  должна удовлетворять тому же уравнению, что и  $\theta_1$ . Интерпретация второго уравнения также почти очевидна. Эффективный коэффициент ослабления для второго импульса уменьшен с учетом инверсии, образованной первым [в соответствии, например, с (6.186)].

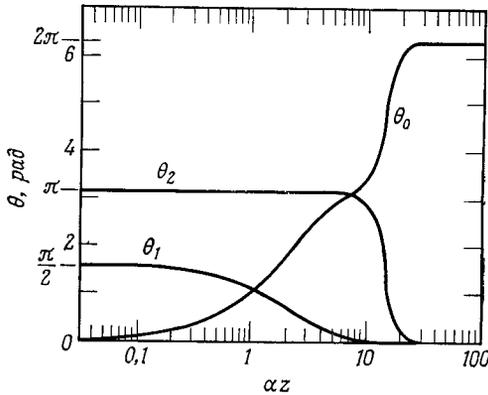
Для приближенного анализа зависимости интенсивности эха от  $\mathcal{N}$  учтем при интегрировании уравнений (9.28), что величины  $\theta_1(0)$  и  $\theta_2(0)$  малы, а  $\theta_3(0) = 0$ . При этом уравнения (9.28) упрощаются:

$$\frac{d\theta_1}{dz} \approx -\frac{\alpha}{2} \theta_1(z), \quad (9.29a)$$

$$\frac{d\theta_2}{dz} \approx -\frac{\alpha}{2} \theta_2(z), \quad (9.29б)$$

$$\frac{d\theta_3}{dz} \approx \frac{\alpha}{4} \theta_1(z) [\theta_2(z)]^2 - \frac{\alpha}{2} \theta_3(z). \quad (9.29в)$$

Первые два из них выражают просто закон Бера и легко интегрируются. После подстановки результата интегрирования в



Фиг. 9.9. Изменение с расстоянием площадей  $\pi/2$ - и  $\pi$ - и эхо-импульсов в типичном эхо-эксперименте [13].

В соответствии с теоремой площадей как  $\pi/2$ -импульс, так и (слегка медленнее) л-импульс убывает до нуля. Однако полная площадь, превышающая  $\pi$ , проявляется в импульсе эха и вырастает для него в конечном итоге до  $2\pi$ .

уравнение для  $\theta_3$  получаем

$$\frac{d\theta_3}{dz} = -\frac{\alpha}{2} \theta_3(z) + \frac{\alpha}{4} \theta_1(0) \theta_2^2(0) e^{-\gamma/2 \alpha z}. \quad (9.30)$$

Это уравнение также можно проинтегрировать точно, поскольку оно первого порядка и линейно по  $\theta_3$ . В результате имеем [13]

$$\theta_3(z) = 1/2 \theta_1(0) \theta_2^2(0) e^{-\alpha z} \operatorname{sh} \frac{\alpha z}{2}. \quad (9.31)$$

Если отождествить  $\theta_3^2(z)$  с интенсивностью эха, детектируемого в экспериментах [12], то из найденного решения (9.31) можно получить два следствия. Во-первых, при  $\alpha z \ll 1$  ясно, что детектируемая интенсивность пропорциональна  $\alpha^2$ , а следо-

вательно,  $\mathcal{N}^2$ ; это и наблюдалось Во-вторых, поскольку из (9.31) вытекает, что  $\theta_0(z)$  имеет максимум при  $\alpha z = \ln 3$  и затем убывает с ростом  $\alpha$  (т. е. с ростом плотности  $\mathcal{N}^2$ ), привлечь сверхизлучение, помимо теоремы площадей, для объяснения того, что интенсивность эха может изменяться с  $\mathcal{N}^2$  при достаточно больших  $\mathcal{N}^2$  слабее, чем  $\mathcal{N}^2$ , нет необходимости.

Последний вывод качественно ясен даже без помощи упрощенных уравнений (9.29). Очевидно, что величина  $\theta_0'$  должна в конечном итоге убывать с ростом  $\alpha z$  уже вследствие предположения о малости величин  $\theta_1(0)$  и  $\theta_2(0)$ . Из него вытекает, что полная площадь была первоначально гораздо меньше  $\pi$ , что и предопределяет асимптотическое затухание с ростом  $z$  до нуля, как и должно быть в случае импульсов, расположенных на первой ветви кривых для площадей на фиг. 43

Интересно выяснить, что будет при отказе от предположения о малости исходных площадей. Соответствующее исследование путем приближенного аналитического решения уравнений для площадей, подобных уравнениям (9.28), провел Лэмб [14], а Хан и др. [13] проинтегрировали эти уравнения численно для  $\theta_1(0) = \pi/2$  и  $\theta_2(0) = 0,99\pi$ . Их результаты показаны на фиг. 9.9. Оба входных импульса в конечном итоге затухают. Конечная площадь импульса эха равна  $2\pi$  в согласии с предсказанием теоремы площадей о том, что импульс с площадью в интервале от  $\pi$  до  $2\pi$  развивается в  $2\pi$ -импульс, а не в  $0\pi$ -импульс.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Hahn E L, Friday the 13th Evening Discourse of the Royal Institution, February 1970, in Proc Roy Inst G B, 44, No 203, 26—52 (1970).
- 2 Hahn E L, Phys Rev, 80, 580 (1950)
- 3 Kurnit N A, Abella I D, Hartmann S R, Phys Rev Lett, 13, 567 (1964).  
Abella I D, Kurnit N A, Hartmann S R, Phys Rev, 141, 391 (1966).  
Abella I D, в книге Progress in Optics, Vol 7, ed E Wold, Amsterdam, 1969 (обзор)
- 4 Bloom A L, Phys Rev, 98, 1105 (1955)
- 5 Scully M O, Stephen M J, Burnham D C, Phys Rev, 171, 213 (1968).
- 6 Patel C K N, Slusher R E, Phys Rev Lett, 20, 1087 (1968)  
Bolger B, Diels J C, Phys Lett, 28A, 401 (1968)
- 7 Grischkowsky D, Hartmann S R, Phys Rev Lett, 20, 41 (1968).
- 8 Алексеев А И, Евсеев И В, ЖЭТФ 29, 1133 (1969)
- 9 Gordon J P, Wang C H, Patel C K N, Slusher R E, Tomlinson W. J., Phys Rev, 179, 294 (1959)
- 10 Brewer R G, Shoemaker R L, Phys Rev Lett, 27, 631 (1971).
- 11 Jaynes E T, Phys Rev, 98, 1099 (1955)
- 12 Compaan A, Abella I D, Phys Rev Lett, 27, 23 (1971)
- 13 Hahn E L, Shuren N S, McCall S L, Phys Lett, 37A, 265 (1971)
- 13a Friedberg R, Hartmann S R, Phys Lett, 37A, 285 (1971)
- 14 Lamb G L, Jr, Phys. Lett, 28A, 548 (1969), Rev Mod Phys, 43, 99 (1971).

- 15\* *Копвиллем У Х, Нагибаров В Р* Материалы 9 го Всесоюзного совещания по физике низких температур (26 июня — 2 июля 1962 г, Ленинград), *Физика металлов и металловедение* **15**, 313 (1963)
- 16\* *Оравский А Н, УФН*, **91**, 181 (1967)
- 17\* Сб «Электромагнитное сверхизлучение» изд Физико технического института Казанского филиала АН СССР, Казань 1975
- 18\* *Копвиллем У Х* Изв АН СССР, сер физ **37**, 2010 (1973)
- 19\* *Самарцев В В* УФН в печати (1977)
- 20\* *Копвиллем У Х, Нагибаров В Р, Пирожков В А Самарцев В В, Усманов Р Г* Письма ЖЭТФ **20**, 139 (1974)  
*Пирожков В А, Усманов Р Т* Изв АН СССР сер физ **37**, 2107 (1973)
- 21\* *Самарцев В В, Шагидуллин А Г*, см [17], стр 10
- 22\* *Шагидуллин А Г* в сб «Световое эхо» изд КГПИ, Казань, 1973 стр 107  
*Самарцев В В, Шагидуллин А Г*, ФТТ **17**, 3078 (1975)
- 23\* *Kirrit N A, Hartmann S R*, Bull Amer Phys Soc, **11**, 112 (1966)  
*Hu P, Leigh R, Hartmann S R*, Phys Lett, **40A**, 164 (1972)  
*Liao P F, Hu P, Leigh R, Hartmann S R* Phys Rev, **9A**, 332 (1974)  
*Ершов Г М* см [17] стр 63 ЖЭТФ **72**, 130 (1977)
- 24\* *Нагибаров В Р, Самарцев В В* Труды Всесоюзного семинара по вопросу уширения спектральных линий излучения конденсированных веществ сред ОКГ (Киев 1968 г) изд ИД АН СССР 1969 стр 96  
*Самарцев В В* УФЖ **14**, 1045 (1969)
- 25\* *Chandra S, Takeuchi N, Hartmann S R*, Phys Lett, **41A**, 91 (1972)  
*Takeuchi N, Chandra S, Chen J C, Hartmann S R*, Phys Lett **46A**, 97 (1972)  
*Takeuchi N, Szabo A*, Phys Lett **50A**, 361 (1974)  
*Самарцев В В, Усманов Р Г, Хадыев И Х* Письма ЖЭТФ **22**, 32 (1975)  
*Samartsev V V, Usmanov R G, Khadiev I Kh, Kustov E F, Baranov M N* Phys Stat Sol **76(b)**, 56 (1976)  
*Самарцев В В, Усманов Р Г* ФТТ **18** 1544 (1976)  
*Chen J C, Hartmann S R*, Phys Lett **58A**, 201 (1976)
- 26\* *Grischkowsky D, Hartmann S R* Phys Rev **2B**, 60 (1970)
- 27\* *Lambert L Q* Phys Rev, **7B**, 1834 (1973)
- 28\* *Liao P F, Hu P, Leigh R, Hartmann S R* Phys Rev **9A** 333 (1974)
- 29\* *Brewer R G* Science, **178**, 247 (1972)  
*Алексеев А И, Евсеев И В*, Изв АН СССР сер физ **37**, 2037 (1973)  
*Schoemaker R L* Laser Application to Optics and Spectroscopy, eds S F Jacobs, M O Scully, M Sargent, London — Amsterdam, vol 2, 1975 p 453
- 30\* *Самарцев В В*, Изв АН СССР, сер физ **36**, 1037 (1972), **37**, 2155 (1973)  
*Гадомский О Н, Самарцев В В*, ФТТ **13** 2806 (1871)  
*Korvillem U Kh, Samartsev V V, Sheibut U E*, Phys Stat Sol, **70(b)**, 799 (1975)
- 31\* *Aartsma T J, Wiersma D A*, Phys Rev Lett, **36**, 1360 (1976), Chem Phys Lett, **42**, 520 (1976)
- 32\* *Захаров С М, Маныкин Э А*, Изв АН СССР, сер физ, **37**, 2175 (1973)
- 33\* *Махвиладзе Т М, Сарычев М Е*, ЖЭТФ **69**, 1594 (1975)
- 34\* *Кессель А Р, Сафин И А, Гольдман А М*, ФТТ **12**, 3070 (1976)
- 35\* *Асадуллин Л Я, Березов В М, Корепанов В Д, Романов В С* см [17], стр 205
- 36\* *Гуревич И Л, Зельдович С А, Кессель А Р*, см [17], стр 242
- 37\* *Попов С Н, Крайник Н Н, Смоленский Г А* Письма ЖЭТФ **21**, 543 (1975)
- 38\* *Асадуллин Л Я, Березов В М, Корепанов В Д, Ромачов В С* Письма ЖЭТФ **22**, 285 (1975)

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода . . . . .	5
Предисловие авторов . . . . .	10
<b>Глава 1. Классическая теория резонансной оптики . . . . .</b>	<b>13</b>
§ 1. Введение . . . . .	13
§ 2. Линейный дипольный осциллятор . . . . .	14
§ 3. Классическая проблема Раби . . . . .	17
§ 4. Форма и ширина линий излучения . . . . .	19
§ 5. Затухание свободной поляризации . . . . .	21
§ 6. Распространение электромагнитной волны . . . . .	23
§ 7. Классическая «теорема площадей» . . . . .	27
§ 8. Аномальное классическое поглощение . . . . .	32
Литература . . . . .	37
<b>Глава 2. Оптические уравнения Блоха . . . . .</b>	<b>38</b>
§ 1. Введение . . . . .	38
§ 2. Реальные атомы и двухуровневый атом . . . . .	39
§ 3. Двухуровневые атомы и полуклассическая теория излучения . . . . .	43
§ 4. Приближение вращающейся волны . . . . .	50
§ 5. Аналогия и различие между классическим и полуклассическим дипольными взаимодействиями . . . . .	54
§ 6. Сдвиг Блоха — Сигерта . . . . .	55
Литература . . . . .	57
<b>Глава 3. Двухуровневые атомы в стационарных полях . . . . .</b>	<b>59</b>
§ 1. Введение . . . . .	59
§ 2. $\pi$ -импульсы . . . . .	60
§ 3. Решение Раби . . . . .	63
§ 4. Феноменологические постоянные затухания . . . . .	67
§ 5. Решения Торри . . . . .	68
§ 6. Оптическая нутация . . . . .	73
§ 7. Затухание свободной поляризации . . . . .	76
§ 8. Адиабатическое прохождение . . . . .	77
Литература . . . . .	83
<b>Глава 4. Распространение импульса . . . . .</b>	<b>84</b>
§ 1. Введение . . . . .	84
§ 2. Уравнение Максвелла . . . . .	84
§ 3. Поведение вектора Блоха . . . . .	86
§ 4. «Теорема площадей» Мак-Колла — Хана . . . . .	90
§ 5. Самоиндуцированная прозрачность . . . . .	95
§ 6. Эффекты фазовой модуляции . . . . .	105
§ 7. Циркулярно-поляризованный свет . . . . .	110
Литература . . . . .	112

<b>Глава 5. Эксперименты по распространению импульсов</b>	113
§ 1 Введение	113
§ 2 Самоиндуцированная прозрачность	113
§ 3 Эффекты вырождения	120
§ 4 Некогерентное насыщение и задержка импульсов	124
§ 5 $\pi$ -импульсы в лазерах с синхронизацией мод	129
Литература	131
<b>Глава 6. Явления насыщения</b>	134
§ 1 Введение	134
§ 2 Приближение кинетических уравнений	134
§ 3 Скорость индуцированного перехода в монохроматическом поле	137
§ 4 Предельный переход от уравнений Блоха к кинетическим уравнениям	139
§ 5 Предельный переход от уравнений Максвелла к кинетическим уравнениям	140
§ 6 Насыщение и нелинейная спектроскопия	142
§ 7 Насыщенное поглощение	144
§ 8 Ослабление и усиление распространяющейся волны	147
§ 9 Дисперсия в насыщенной среде и самофокусировка	150
Литература	153
<b>Глава 7. Квантовая электродинамика и спонтанное излучение</b>	155
§ 1 Введение	155
§ 2 Основные уравнения движения	156
§ 3 Осцилляции атомной инверсии и квантовоэлектродинамическая проблема Раби	160
§ 4 Спонтанное излучение единичного атома	164
§ 5 Квантовоэлектродинамическая теория возмущений	171
Литература	173
<b>Глава 8 Многоатомное спонтанное излучение и сверхизлучательный распад</b>	175
§ 1 Введение	175
§ 2 Многоатомные операторные уравнения и решение для операторов поля	175
§ 3 Многоатомное спонтанное излучение	177
§ 4 Сверхизлучение	181
§ 5 Анализ некоторых ограничений	189
Литература	194
<b>Глава 9 Фотонное эхо</b>	195
§ 1 Введение	195
§ 2 Качественное рассмотрение	195
§ 3 Свободное затухание	199
§ 4 Временное поведение эха	201
§ 5 Направленный характер эха	205
§ 6 Фотонное эхо в газах	208
§ 7 Экспериментальное наблюдение фотонного эха	210
§ 8 Распространение и затухание фотонного эха	214
Литература	219

ИБ № 1045

Л. Аллен, Дж. Эберли

ОПТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС И ДВУХУРОВНЕВЫЕ АТОМЫ

Редактор В. В. Рабин  
Художественный редактор В. И. Шаповалов  
Технический редактор Н. И. Борисова  
Корректор М. А. Смирнов

---

Издательство «Мир»  
Москва, 1-й Рижский пер., 2

---

Ордена Трудового Красного Знамени  
Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой  
Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета  
Министров СССР по делам издательств, полиграфии  
и книжной торговли.  
198052, Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29.