

МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ И ТЕОРИИ ХАОСА В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОНИКИ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ

Том I

СТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Под редакцией
А. А. КУРАЕВА и Д. И. ТРУБЕЦКОВА



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2009

УДК 537.5
ББК 22.333
М 54

Авторский коллектив:

Аксенчик А.В., Кравченко В.Ф., Кураев А.А., Лущицкая И.В.,
Навроцкий А.А., Попкова Т.Л., Рак А.О., Сеницын А.К.
Трубецков Д.И., Храмов А.Е., Яроменок С.И.,

**Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники
сверхвысоких частот. В 2 т. Т.1. Стационарные процессы** / Под ред.
А.А. Кураева, Д.И. Трубецкова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 288 с. —
ISBN 978-5-9221-1060-0.

Нелинейная динамика процессов взаимодействия электронных потоков с электромагнитными полями электродинамических систем является достаточно широкой и многоплановой областью исследований в современной физике. В этой области в последние годы получен ряд фундаментальных результатов, относящихся как к новым механизмам излучения релятивистских электронных потоков, так и к новым явлениям, сопровождающим взаимодействие электронных потоков с электромагнитными полями.

Новые явления и механизмы могут быть успешно использованы при создании усилителей и генераторов электромагнитного излучения с уникальными характеристиками.

Первый том посвящен стационарным процессам, для которых математические модели наиболее проработаны и математически обоснованы. Полученные для стационарных режимов результаты имеют широкий спектр и представляются интересными как с научной, так и с прикладной точек зрения.

Книги рассчитаны на специалистов в области СВЧ электроники и нелинейной динамики, а также на аспирантов и студентов старших курсов соответствующих специальностей.



ISBN 978-5-9221-1060-0

© ФИЗМАТЛИТ, 2009

© Коллектив авторов, 2009

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к первому тому	3
Глава 1. Гирорезонансные приборы: принцип действия, нелинейная теория, достижения и перспективы	
<i>В. Ф. Кравченко, А. А. Кураев, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов</i>	
Введение	5
1.1. Физические основы гирорезонансного взаимодействия электронов с электромагнитными волнами	6
1.2. Нелинейная теория гирорезонансного взаимодействия электронов с полями нерегулярных волноводов	25
1.3. Некоторые результаты нелинейной теории и оптимизации гирорезонансных приборов	53
1.4. Достижения в разработках гирорезонансных приборов	61
1.5. Перспективы повышения мощности коротковолновых гиротронов	66
Литература	75
Глава 2. Приборы СВЧ с дискретным взаимодействием	
<i>А. В. Аксенчик</i>	
Введение	82
2.1. Генераторы и усилители на волнообразно изогнутых прямоугольных волноводах	83
2.2. Оптимизация отражательных клистронов и монотронов сантиметрового и миллиметрового диапазона длин волн	104
Литература	117
Глава 3. Усилители на основе эффекта Вавилова–Черенкова с нерегулярными замедляющими системами	
<i>А. А. Кураев, А. А. Навроцкий, А. К. Синицын</i>	
Введение	119
3.1. Устройство и принцип действия ЛБВ-О	121
3.2. Физические предпосылки возможности повышения эффективности ЛБВ-О с нерегулярной замедляющей системой	123
3.3. Оптимизация по КПД ЛБВ-О со спиральной замедляющей системой	124

3.4. Минимизация нелинейных искажений в полосе частот в ЛБВ-О с оптимизированной нерегулярной спиральной системой	131
3.5. Гиротон бегущей волны на гофрированном волноводе	138
3.6. Оптимизированная по КПД нерегулярная ЛБВ с одноступенчатой рекуперацией	145
3.7. Исследование возбуждения высших гармонических составляющих в нерегулярной ЛБВ-О	149
3.8. Спиральная замедляющая система с нерегулярной навивкой для спутниковых ЛБВ	153
3.9. ЛБВ с авторегулировкой замедления	160
Литература	164

Глава 4. **Нерегулярные волноводы**

А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Синицын, А. О. Рак, С. И. Яроменок

4.1. Неортогональные координатные системы	167
4.2. Дифференциальные операторы	169
4.3. Продольно-азимутально нерегулярный волновод. Контравариантные компоненты уравнений Максвелла	170
4.4. Уравнение возбуждения произвольно-нерегулярного волновода сторонними токами	172
4.5. Самосогласованные нелинейные уравнения лампы бегущей волны О-типа с замедляющей системой в виде продольно-нерегулярного волновода	175
4.6. Уравнения возбуждения произвольно-нерегулярного коаксиального волновода	178
4.7. Уравнения возбуждения нерегулярных замедляющих систем	184
4.8. Нерегулярные волноводы с прямоугольным сечением. Теория и приложения	186
4.9. Т-функции для решения двухточечных задач в теории нерегулярных волноводов	202
Литература	211

Глава 5. **Релятивистские черенковские генераторы**

А. А. Кураев, И. В. Лущицкая, А. К. Синицын, Т. Л. Попкова

5.1. Оптимизация релятивистских черенковских генераторов на нерегулярных гофрированных волноводах с учетом критических мод	212
5.2. Заграждающий катодный фильтр многоволнового черенковского генератора	227

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ТОМУ

Нелинейная динамика процессов взаимодействия электронных потоков с электромагнитными полями электродинамических систем является достаточно широкой и многоплановой областью исследований в современной физике. В этой области в последние годы получен ряд фундаментальных результатов, относящихся как к новым механизмам излучения релятивистских электронных потоков, так и к новым явлениям, сопровождающим взаимодействие электронных потоков с электромагнитными полями. Эти результаты в совокупности образуют область новых физических знаний, представляющих новые разделы в курсах радиофизики, физической электроники, нелинейной динамики, теории оптимального управления.

Развитие теоретических исследований в указанной весьма сложной области потребовало разработки адекватных эффективных и сходящихся математических методов для решения возникающих задач: возбуждения произвольно-нерегулярных электродинамических систем непрямолинейными электронными потоками, взаимодействия неравномерно движущихся релятивистских электронов, учета омических и дифракционных потерь, оптимизации процессов взаимодействия, моделирования нестандартных и хаотических процессов взаимодействия.

Развитые математические методы (представляющие интерес и для прикладной математики) в сочетании с физическими моделями образуют базу для численного моделирования, исследования и оптимизации нелинейных процессов взаимодействия электронных потоков с электромагнитными полями. Возможность при таком подходе использовать строгие теоретические модели обеспечивает достоверность результатов исследований основанных на них физических выводов и предсказаний новых явлений и механизмов излучения. А эти новые явления и механизмы могут быть успешно использованы при создании усилителей и генераторов электромагнитного излучения с уникальными характеристиками.

Все указанные достижения в области нелинейной динамики связанных систем «электромагнитный поток — электромагнитная волна» опубликованы в основном в периодических изданиях, часто недоступных для широкого круга читателей. Поэтому систематизация полученных в этой области физических знаний, их целенаправленное изложение в коллективной монографии представляется своевременной и целесообразной.

Поскольку любой вид взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем реализуется в конкретном устройстве — электронном приборе, материалы монографии представлены по конкретным приборам: гиротронам, черенковским приборам, приборам с дискретным взаимодействием, пениотронам, гиротонам...

Первый том посвящен стационарным процессам — для них математические модели наиболее проработаны и математически обоснованы. Полученные для стационарных режимов результаты имеют широкий спектр и представляют интерес как с научной, так и с прикладной точек зрения.

Книги рассчитаны на специалистов в области СВЧ электроники и нелинейной динамики, а также на аспирантов и студентов старших курсов соответствующих специальностей.

Авторы благодарны РФФИ (Россия) и БелФФИ (Беларусь), без финансовой поддержки которых издание книги было бы невозможным.

Авторы

Глава 1

ГИРОРЕЗОНАНСНЫЕ ПРИБОРЫ: ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ, НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ, ДОСТИЖЕНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ

В. Ф. Кравченко, А. А. Кураев, Д. И. Трубецков,
А. Е. Храмов

Физические основы гирорезонансного взаимодействия электронов с электромагнитными волнами. Нелинейная теория гирорезонансного взаимодействия электронов с полями нерегулярных волноводов. Некоторые результаты нелинейной теории и оптимизации гирорезонансных приборов. Достижения в разработках гирорезонансных приборов. Перспективы повышения мощности коротковолновых гиротронов.

Введение

Создание гирорезонансных приборов, и особенно гиротрона, является одним из важнейших событий в области вакуумной электроники СВЧ. Этот прибор как по принципу действия, так и по уникальности характеристик и перспективам развития остается наиболее привлекательным для разработчиков, исследователей и пользователей в широкой области техники миллиметровых и субмиллиметровых волн. Заслуги в создании гиротрона всецело принадлежат академику А. В. Гапонову и его сотрудникам из ИПФАН СССР и Горьковского госуниверситета: В. К. Юлпатову, В. А. Флягину, И. И. Антакову, Ш. Е. Цимрингу и многим другим [1–14]. Часто обсуждается вопрос: кому принадлежит приоритет в открытии релятивистского индуцированного циклотронного излучения электронов: Твиссу [15], Гапонову [2], Железнякову, Шнейдеру [16] или Пантеллу [17, 18]? Эту цепочку вопросов можно продолжить, если вспомнить синхротронное излучение и, наконец, источник всего — релятивистское уравнение движения материальной точки, принадлежащее Г. Минковскому. На наш взгляд, этот вопрос не имеет отношения к созданию гиротрона: работы Твисса и Шнейдера не направлены на реализацию индуцированного циклотронного излучения в каком-либо устройстве, Пантелл же проводил эксперименты при таких низких токах и напряжениях,

когда гиротронный механизм крайне неэффективен. Он в определенной степени дискредитировал идею генератора на циклотронном резонансе, тем более, что сам неправильно понимал механизм работы прибора (основной фактор — релятивистской азимутальной группировки — им игнорировался). Обо всем этом, а также об истории становления гиротрона прекрасно написано в работе Хиршфилда и Гранатштейна [19]. Поэтому мы далее на истории гиротрона не останавливаемся.

Название прибору — «гиротрон» также было дано Гапоновым с сотрудниками. Вначале это название было узко специализированным: под гиротроном понимался монотрон-генератор на циклотронном резонансе с H_{011} (H_{0in}) колебанием в слабонерегулярном резонаторе. В настоящее время под классом приборов «гиротроны» понимают более широкий набор типов гирорезонансных приборов: монотрон с колебаниями H_{ni1} ($n \gg 1, i \gg 1$) слабонерегулярного полого или коаксиального резонатора, E_{ni1} и т. д.; гироклистрон (многорезонаторный гиротрон); гиро-ЛБВ, гиро-ЛОВ, гиро-твистрон. К настоящему времени по теме «гиротрон» насчитывается около 900 публикаций (не считая отчетов). Мы в обзоре, конечно, ограничились гораздо меньшим числом, обращая внимание читателя только на основные вопросы, представляющие интерес не только для узких специалистов. Среди гирорезонансных приборов особняком стоит пениотрон. Он не относится к классу гиротронов по принципу действия: фазовая группировка в нем не орбитальная, а дрейфовая (перемещается ведущий центр вращения электрона). Но пениотрон в определенных условиях является «конкурентом» гиротрона, поэтому ему тоже уделено внимание в нашем обзоре.

1.1. Физические основы гирорезонансного взаимодействия электронов с электромагнитными волнами

1.1.1. Циклотронный резонанс. Механизм взаимодействия в гирорезонансных приборах обеспечивается рядом условий и физических явлений. Среди них одним из основных является циклотронный резонанс. Рассмотрим это явление в простейшем случае, когда электроны движутся в однородном магнитном поле $\mathbf{B} = z_0 B_0$, а волна, с которой они взаимодействуют, имеет постоянную фазовую скорость U_ϕ . В этом случае условие циклотронного резонанса имеет вид

$$\omega(1 \mp v_{11}/v_\phi) = k\Omega. \quad (1.1)$$

Здесь $\Omega = eB_0/m$ — циклотронная частота вращения электрона в магнитном поле B_0 ; e, m — соответственно заряд и масса электрона; $\omega = 2\pi f$, f — частота электромагнитного поля; v_{11} — скорость дрейфа электрона в направлении z_0 (предполагается, что и волна распространяется в направлении $+z_0$ или $-z_0$; верхний знак в (1.1) относится

к первому случаю, нижний ко второму), k — целое число; $k\Omega$ — k -я гармоника циклотронной частоты Ω . Выполнение условия (1.1) приводит либо к орбитальному, либо к дрейфову синхронизму электронов с полем волны и вследствие этого к возникновению синхронных сил поля на первой и высших гармониках циклотронной частоты, действующих на электрон.

1.1.2. Синхронизм и синхронные силы на первой и высших гармониках циклотронной частоты. Анализ синхронизма начнем с поперечных синхронных сил. Рассмотрим по возможности простейший случай для такого анализа: поперечное взаимодействие винтового электронного пучка с Т-полем резонатора Фабри–Перо (рис. 1.1). Плоские зеркала резонатора параллельны друг другу и плоскости xz . Ось z направлена за чертеж. Таким же образом направлено и однородное магнитостатическое поле: $\mathbf{B}_0 = z_0 B_0$. Электрическое поле плоской стоячей волны ориентировано по x : $\mathbf{E} = \dot{A}x_0 \sin \frac{n\pi y}{L} \cos \omega t$, L — расстояние между зеркалами. Распределение этого поля изображено на рис. 1.1. Здесь же указаны характерные сечения 1, 2, в которых могут располагаться центры вращения электронов (ведущие центры электронной орбиты). Орбиты вращения электронов (по часовой стрелке) указаны здесь же. Поскольку $\mathbf{E} \neq f(z)$, в условии (1.1) $v_\phi \rightarrow \infty$, и оно приобретает простейший вид

$$\omega = k\Omega. \quad (1.2)$$

По этой же причине продольное смещение электронов не меняет их фазы относительно E_x и поэтому взаимодействие в рассматриваемой идеализированной схеме является чисто поперечным. Проанализируем различные ситуации, возникающие при движении электронов в поле резонатора (см. рис. 1.1) при выполнении (1.2).

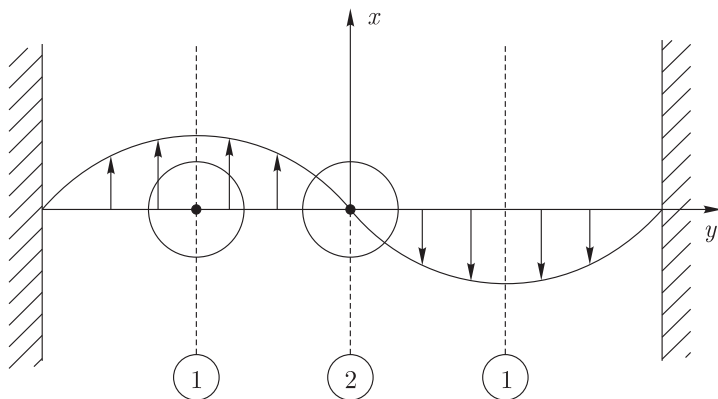


Рис. 1.1. Поперечное взаимодействие винтового электронного пучка с Т-полем резонатора Фабри–Перо

1. Первая гармоника циклотронной частоты, $k = 1$; сечение 1.

На рис. 1.2 изображены поля E_x и силы $F_x = -eE_x$, действующие на вращающиеся электроны в моменты времени $t = 0, T/4, T/2$ при выполнении (1.2) (при $k = 1$, T — период колебаний). В момент $t = 0$ на электрон \tilde{a} действует тормозящая сила F_x (она направлена против направления скорости вращающегося электрона), на электрон \tilde{b} соответственно действует ускоряющая сила. Электроны \tilde{c} и \tilde{d} находятся в нейтральных фазах (силы F_x нормальны к скорости их движения). При $t = T/4$ $E_x = 0$ и $F_x = 0$. В момент $t = T/2$ картина оказывается перевернутой относительно той, что была при $t = 0$, на π , но характер сил остался точно таким же: электрон \tilde{a} тормозится, электрон \tilde{b} ускоряется, электроны \tilde{c}, \tilde{d} — в нейтральных фазах поля. Далее картина периодически повторяется. Такая ситуация и называется синхронизмом: силы поля, действующие на электрон, если он не меняет частоты вращения, в среднем сохраняются неизменными. В рассматриваемом случае сохраняются *орбитальные силы*. Иначе говоря, при условии (1.2), $k = 1$ в сечении 1 возникают *синхронные орбитальные силы* F_0 , действующие на электрон. Это явление — орбитальный резонанс.

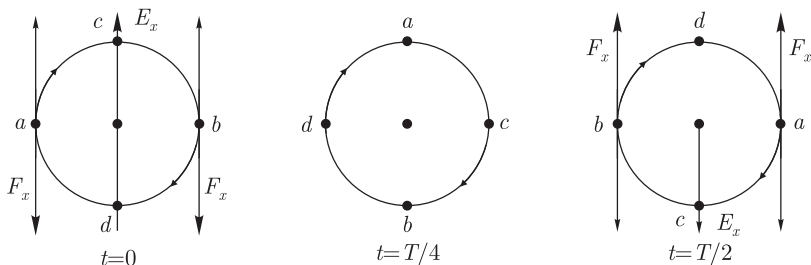


Рис. 1.2. Поведение поля E_x и силы $F_x = -eE_x$, действующих на вращающиеся электроны в моменты времени $t = 0, T/4, T/2$

2. Первая гармоника циклотронной частоты, $k = 1$; сечение 2.

На рис. 1.3 изображены, как и на рис. 1.2, три момента действия поперечных сил на электрон, но в сечении 2, на котором распределение E_x меняет знак. Теперь в среднем за период колебаний сохраняется *направление* действующих на электроны \tilde{a}, \tilde{b} сил: электрон \tilde{a} независимо от фазы вращения смещается вниз, \tilde{b} — вверх. Иначе говоря, возникают синхронные *дрейфовые* силы F_g , смещающие центр вращения электрона 1 вниз, электрона 2 — вверх. В рассматриваемой схеме такое смещение ведущего центра не приводит к фазовой сортировке электронных ротаторов, поскольку $E_x \neq f(x)$. Однако в более сложных полях дрейфовое смещение электронных ротаторов приводит к их фазировке в действующих на них полях. Такой эффект используется

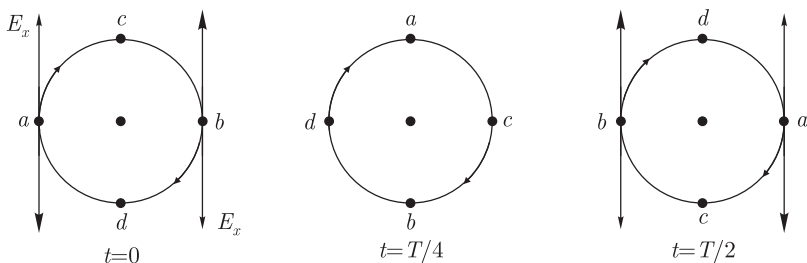


Рис. 1.3. Три момента действия поперечных сил на электрон (в сечении 2), на котором распределение E_x меняет знак

в пениотронах и будет подробно описан в соответствующих разделах. Пока установим главный итог: при $k=1$ в сечении 2 возникают синхронные дрейфовые силы \mathbf{F}_g , смещающие ведущий центр электронных ротаторов.

3. $k=2$, сечение 1. На рис. 1.4 изображены фазы движения электронов и действующих на них сил в моменты $t=0, T/2, T, 3T/2$ в этом случае. Из анализа представленных состояний следует: 1) в рассматриваемом случае возникают синхронные дрейфовые силы \mathbf{F}_g ; 2) такие силы действуют теперь не только на электроны \tilde{a}, \tilde{b} , но на \tilde{c}, \tilde{d} (эти силы противоположно направлены).

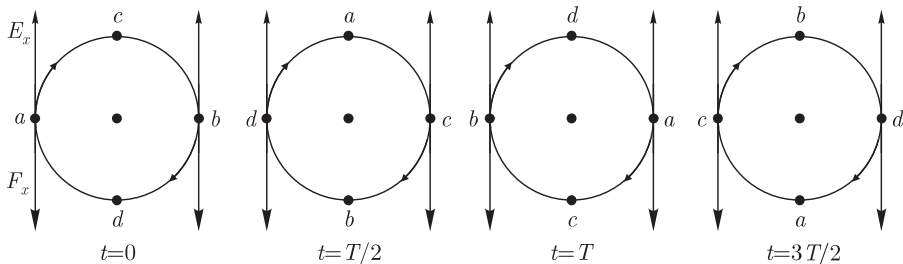


Рис. 1.4. Поведение фазы движения электронов и действующих на них сил в моменты $t=0, T/2, T, 3T/2$

4. $k=2$, сечение 2. Фазы движения электронов и действующие на них силы в этом случае изображены на рис. 1.5. Из их анализа можно сделать следующие выводы: 1) в сечении 2 при $k=2$ возникают синхронные орбитальные силы \mathbf{F}_0 , 2) эти силы имеют двойной период по орбите электронов: они существуют как для электронов \tilde{a}, \tilde{b} , так и для \tilde{c}, \tilde{d} . Последнее означает, что при $k=2$ на орбите будут формироваться два противофазных электронных сгустка в отличие от случая $k=1$. Противофазное в пределах орбиты распределение E_x в сечении 2 как раз благоприятно для возбуждения этого типа колебаний противофазными по орбите вращения электронов сгустками. Следует также

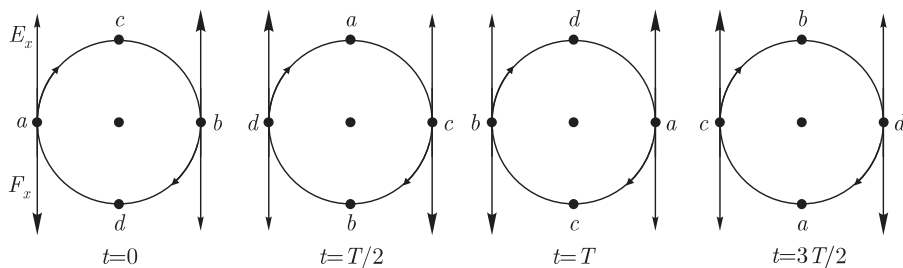


Рис. 1.5. Фазы движения электронов и действующие на них силы (в сечении 2 при $k = 2$)

обратить внимание на то, что и в промежуточных сечениях из-за неоднородности распределения $E_x(y)$ по орбите будет существовать тот же эффект, обращаясь в нуль только в сечении 1. Обобщая проведенный анализ на любые \tilde{k} и любые сечения, приходим к диаграммам для \mathbf{F}_0 и \mathbf{F}_g при четных и нечетных \tilde{k} , изображенным на рис. 1.6. Практически более интересны случаи H_{ni} или E_{ni} полей круглого волновода. Теория, развитая далее в разделе 1.3, дает следующие зависимости \mathbf{F}_g и \mathbf{F}_0 от радиуса ведущего центра r_0 :

$$\mathbf{F}_g \sim J_{n-1-k} \left(\frac{\omega}{c} r_0 \right), \quad \mathbf{F}_0 \sim J_{n-k} \left(\frac{\omega}{c} r_0 \right), \quad (1.3)$$

где $J_m(x)$ — функция Бесселя 1-го рода m -го порядка.

Из (1.3), в частности, следует, что при условии $n = k$ при $r_0 = 0$ имеет место чисто орбитальный резонанс ($\mathbf{F}_g = 0$, $\mathbf{F}_0 \Rightarrow \max$), а при

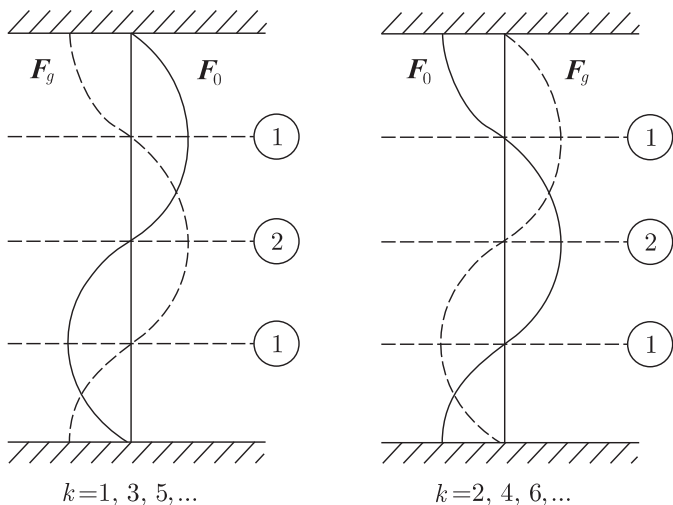


Рис. 1.6. Диаграммы для \mathbf{F}_0 и \mathbf{F}_g при четных и нечетных \tilde{k}

условии $n = k + 1$ — чисто дрейфовый резонанс ($\mathbf{F}_g \Rightarrow \text{тах}$, $\mathbf{F}_0 = 0$). Первое условие соответствует механизму гиротронов, второе — пениотронов.

1.1.3. Орбитальная релятивистская группировка электронов.

Определив синхронные поперечные силы, действующие на электроны при циклотронном резонансе, обратимся к изучению процессов группировки электронов под действием этих сил. Воспользуемся для этого интегралами движения электрона в полях с различными типами симметрии [20–27]. Начнем с простейших случаев, когда поля имеют трансляционную симметрию, т. е. $\mathbf{A}, \phi \neq f(z)$ [20–22, 25–27]. Такому условию приближенно удовлетворяют волны H -типа вблизи частоты отсечки и точно — поля E_{mn0} . В этих случаях имеет место интеграл движения

$$m = \dot{Z} - eA_z = \text{const}, \quad (1.4)$$

где $m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$ — масса электрона, движущегося в неподвижной системе отсчета, связанной со стенками волновода, со скоростью v ; m_0 — масса покоя электрона; A_z — z -составляющая векторного потенциала. Рассмотрим H -волны вблизи частоты отсечки. В этом случае $A_z = A_z^0 + \bar{A}_z^0 = 0$, если магнитостатическое поле B_0 азимутально-симметричное. Тогда из (1.4) следует

$$m\dot{Z} = \text{const}, \quad (1.5)$$

т. е. продольный механический импульс сохраняется.

Обратимся к рис. 1.7, поясняющему механизм взаимодействия в рассматриваемом случае. На рис. 1.7, *а* изображен участок круглого волновода на частоте отсечки для волны H_{01} . В этом случае фазовая скорость $v_\phi \rightarrow \infty$ и распределение компонентов поля не зависит от z . Винтовой электронный поток, формируемый продольным магнитостатическим полем с индукцией B_0 , взаимодействует с компонентами поля H_{01} . Траектория электрона в однородном продольном магнитном поле с индукцией B^0 имеет вид спирали, как это изображено на рис. 1.7, *а*. На рис. 1.7, *б* изображено поперечное вращение электрона в однородном магнитном поле.

Здесь a — радиус вращения электрона (радиус ларморовской орбиты); v_\perp — поперечная скорость электрона. Центробежная сила mv_\perp/a уравнивается центростремительной, в качестве которой выступает магнитная составляющая силы Лоренца eB^0v_\perp . Если считать, что круговое движение электрона не возмущается, то $v_\perp = a\Omega$, где Ω — угловая частота вращения электрона в магнитном поле B_0 . Из баланса сил следует: $\Omega = B^0e/m$. Эта формула показывает, что вращение электрона в постоянном магнитном поле неизохронно, т. е. угловая частота вращения Ω зависит от массы электрона m : с ростом массы при ускорении электрона его частота вращения уменьшается, а частота

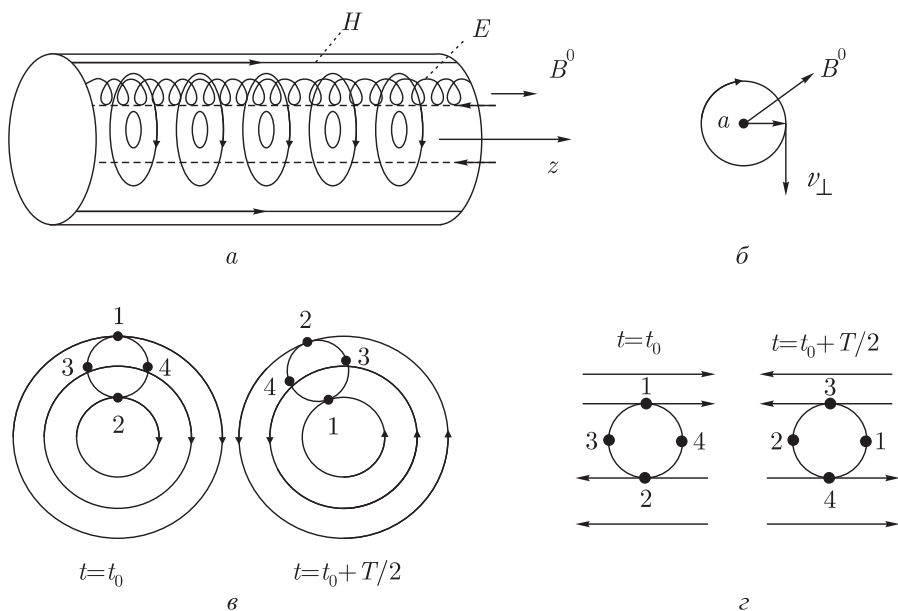


Рис. 1.7. Взаимодействия винтового электронного потока с волной H_{01} круглого волновода вблизи критической частоты: *а* — участок волновода; *б* — орбита электрона; *в*, *г* — различные фазы взаимодействия при $k=1$ и $k=2$

вращения тормозящегося электрона возрастает. За счет этого возможна релятивистская фазовая группировка электронов, лежащая в основе механизма взаимодействия в гирорезонансных приборах. Для накопления эффектов взаимодействия необходимо, чтобы фаза средней за период вращения силы электромагнитного поля, воздействующей на электрон, изменялась медленно во времени. Такое условие (называемое условием синхронизма) обеспечивается при $k\Omega \approx \omega$, где k — целое число.

На рис. 1.7, в показан случай для $k=1$. В момент t_0 электрическое поле достигает максимального значения: при этом электрон 1 оказывается в максимально тормозящей фазе поля (электрическая сила $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$ направлена противоположно вектору его скорости), электрон 2 — в максимальной ускоряющей фазе, электроны 3 и 4 «нейтральны»: воздействующие на них силы нормальны к траектории. Через полупериод в момент $t = t_0 + T/2$, как видно из рис. 1.7, в, относительные фазы электронов во внешнем поле не меняются: электрон 1 опять оказывается в тормозящей фазе, 2 — в ускоряющей, электроны 3 и 4 остаются «нейтральными». Очевидно, что с течением времени масса электрона 1 уменьшится, а электрона 2 увеличится. Изменение же частоты вращения будет обратным, за счет этого изменения электроны 1 и 2 сблизятся с электроном 4; произойдет, следовательно, фазовая группировка.

На рис. 1.7, *г* иллюстрируется случай, когда $\omega = 2\Omega$. При этом наиболее выгодным является положение ведущего центра орбиты электрона в узле распределения поперечной составляющей \mathbf{E} . Теперь электроны 1, 2 — тормозящиеся, 3, 4 — ускоряющиеся. Очевидно, что если электронный поток на входе области взаимодействия имеет равномерное по фазам вращения распределение электронов, то за счет фазовой группировки при $k=2$ возникают два фазовых сгустка: тормозящиеся электроны 1 сближаются с ускоряющимися электронами 4, а электроны 2 — с электронами 3. Вернемся теперь к интегралу движения (1.5). Как видно из структуры поля на рис. 1.7, *а*, осевые составляющие сил поля равны нулю, т.е. $d(mz)/dt = F_z = 0$, что соответствует интегралу (1.5). Интеграл (1.5) приводит к очевидному, но интересному с физической точки зрения выводу: тормозящийся электрон (масса которого уменьшается) ускоряется по направлению z (релятивистское ускорение).

Случай полей E_{mn0} (E_{mn} — волны на частоте отсечки). При этом условие $L \neq f(z)$ выполняется точно. Тогда получаем $A_z^0 = 0$, а

$$m\dot{z} - e\tilde{A}_z = \text{const.} \quad (1.6)$$

Рассмотрим опять случай гирорезонансного взаимодействия электронов, теперь уже с полем E_{mn0} . На рис. 1.8, *а* рассмотрено взаимодействие винтового электронного потока с полем E_{110} круглого резонатора. В отличие от предыдущего случая имеются синхронные составляющие как продольной магнитной, так и продольной электрической сил Лоренца. Образование синхронной составляющей силы $F_{ez} = -eE_z$ иллюстрирует рис. 1.8, *б*. Для существования этой составляющей достаточно поперечной неоднородности в распределении E_z . Наиболее ясна ситуация, когда ведущий центр электронной орбиты совпадает с узлом распределения E_z , как показано на рис. 1.8, *б*.

Обратимся теперь к интегралу (1.6). Положим, что выполняются условия резонансного взаимодействия на k -й гармонике циклотронной

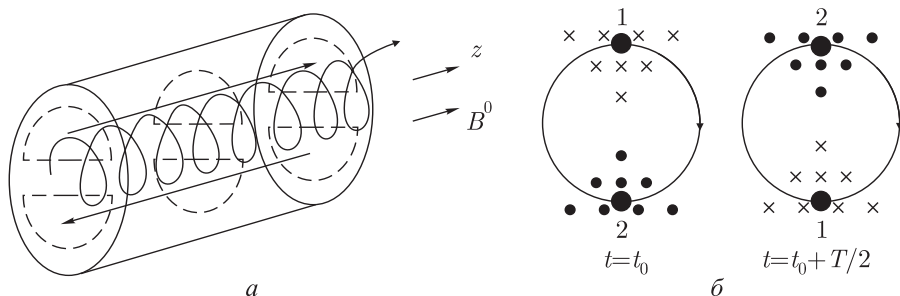


Рис. 1.8. Взаимодействие винтового электронного потока с полем E_{110} круглого резонатора: *а* — структура поля в резонаторе; *б* — механизм образования синхронной составляющей продольной силы

частоты (т.е. $\omega \approx k\Omega$). В этом случае эффекты взаимодействия носят кумулятивный характер и значительные изменения параметров движения электрона возможны в относительно слабом ВЧ-поле (в отличие от нерезонансного случая, когда для значительного изменения траектории электрона нужны сильные поля). Поэтому можно считать, что $|\overline{m\dot{z}}|^T \gg \gg \bar{A}_z^T$. При таком условии в первом приближении (1.6) дает $\overline{m\dot{z}}^T \approx \approx \text{const}$. Последнее обстоятельство приводит к далеко не очевидному заранее выводу: действие продольных магнитной и электрической сил в поле E_{mn0} при условии гирорезонанса взаимно компенсируется. Отбор энергии электрона в рассматриваемой схеме происходит весьма своеобразно: поперечная скорость ВЧ-магнитным полем преобразуется в продольную, причем так, что торможение электрона продольным электрическим полем компенсируется. Более того, с уменьшением энергии электрона (с уменьшением m) \dot{z} возрастает, поскольку $\overline{m\dot{z}} \approx \approx \text{const}$. Отсюда, в частности, приходим к выводу, что прямолинейный на входе в поле E_{mn0} пучок при условии гирорезонанса может только отбирать энергию поля, но не отдавать ее.

1.1.4. Взаимосвязь орбитальной релятивистской группировки электронов с продольной группировкой в бегущей волне. Гиротрон. Механизм взаимодействия в гирорезонансных приборах обеспечивается рядом условий и явлений. Рассмотрим основные из них.

Взаимодействие электронов с полем волны рабочего типа электродинамической системы осуществляется при условии циклотронного резонанса (1.1).

Основной вклад в фазовую группировку дает поперечная релятивистская группировка электронов, обусловленная релятивистской зависимостью массы электрона (следовательно, и Ω) от его полной скорости.

Частота ω близка к критической частоте ω_s волны рабочего (H) типа. В том случае, когда $v_\phi \rightarrow \infty$, условие (1.1) выполняется как для попутной, так и для встречной волн. Возбуждаемое в электродинамической системе поле представляет собой суперпозицию указанных волн. Поэтому далее при построении уравнений возбуждения поле с заданными поперечными индексами n, i не разделяется на попутную и встречную волны, а рассматривается как единый тип поля данной системы.

Благодаря условию $\omega \approx \omega_s$ достигаются сразу три цели: ослабляется (из-за уменьшения продольных сил) мешающая (противофазная поперечной) продольная группировка, повышается добротность рабочего типа колебаний и появляется возможность резко понизить добротность волн мешающих типов (слабые неоднородности волноводной системы на входе и выходе не препятствуют прохождению волн мешающих типов с низкими критическими частотами, но одновременно эффективно запирают рабочую волну на частоте, близкой к ее критиче-

ской); благодаря слабой неоднородности рабочего типа в продольном направлении снижается критичность эффективности взаимодействия к угловому разбросу скоростей электронов в пучке.

Механизм поперечной релятивистской группировки электронов винтового пучка в H -волне на частоте отсечки ($v_\phi \rightarrow \infty$) при $k = 1, 2$ описан в п. 1.3. Остановимся на взаимосвязи поперечной и продольной инерционных группировок в случае $v_{\phi s} < c^2/v_\parallel$ (напомним, что при $v_{\phi s} = c^2/v_\parallel$ продольная группировка в попутной волне отсутствует [25–27]). Как и ранее, считаем, что взаимодействие осуществляется с попутной H -волной, поэтому инерциальные поперечная и продольная группировки связаны соответственно с составляющими \mathbf{E}_\perp и \mathbf{H}_\perp (дрейфовую группировку, связанную со смещением ведущего центра вращения электрона, рассматривать не будем).

На рис. 1.9 изображена схема области взаимодействия гирорезонансного прибора, где A — трубчатый пучок, направляемый однородным магнитным полем \mathbf{B}_0 ; B — электродинамическая система (круглый волновод); C — ларморовская электронная трубка, состоящая из электронов, имеющих одинаковую траекторию ведущего центра и одинаковый радиус ларморовской орбиты (a) на входе области взаимодействия. Предполагается, что на входе ларморовской трубки электроны распределены равномерно по фазам вращения (равноперемешанный поток).

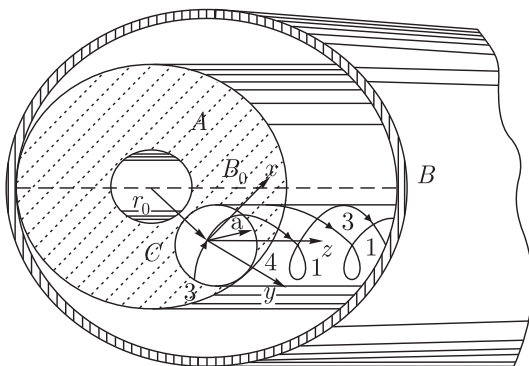


Рис. 1.9. Поперечное сечение области взаимодействия гирорезонансного прибора

Индивидуальная траектория электрона в пучке представляет собой спиральную линию; траектории характерных электронов 1, 3 ларморовской трубки указаны на рис. 1.9. На рисунке показаны сопровождающая система координат x, y, z , связанная с ведущим центром электронной орбиты, а также расстояние этого центра от оси системы r_0 . Проведем анализ инерциальной группировки входящих в ларморовскую электронную трубку электронов при следующих упрощающих условиях: 1) предполагаем точный синхронизм (т.е. (1.1) удовлетворяется

точно); 2) пренебрегаем неоднородностью поля в пределах ларморовской орбиты, а в условии (1.1) полагаем $k = 1$ (взаимодействие на первой пространственной гармонике поля); 3) не будем учитывать силовую группировку; 4) пренебрегаем несинхронными составляющими поля.

Обратимся к рис. 1.10. В связи с последним условием, а также вторым условием, в качестве поперечного поля, воздействующего в данном сечении трубки на электроны, можно взять только левополяризованную составляющую полного поля $\mathbf{E}_{\perp l}$, и $\mathbf{H}_{\perp l}$ (рис. 1.10, а). Эта составляющая в неподвижном сечении $z = \text{const}$ вращается в указанном на рисунке направлении с частотой ω , а в движущемся вдоль z со скоростью дрейфа электронов v_{\parallel} сечении — со скоростью $\omega'_s = \omega(1 - v_{\parallel}/v_{\phi s}) = \Omega$. Поэтому действие сил этой составляющей поля для электронов 1–4 (рис. 1.10) остается однонаправленным, пока они не изменят своих скоростей и координат. Составляющие электрических (\mathbf{F}_e) и магнитных (\mathbf{F}_m) сил указаны на рис. 1.10, б стрелками. Электрические силы не зависят от скорости электронов, и поэтому для всех электронов (1–4) величина и направление электрической силы \mathbf{F}_e одинаковы. Магнитные же силы зависят от величины и направления скорости электрона: $\mathbf{F}_m = -e[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$. Поскольку поперечные скорости электронов 1–4 имеют различное направление (продольные скорости всех электронов одинаковы в начальный момент), \mathbf{F}_m для всех электронов различны. Однако различие это касается продольных состав-

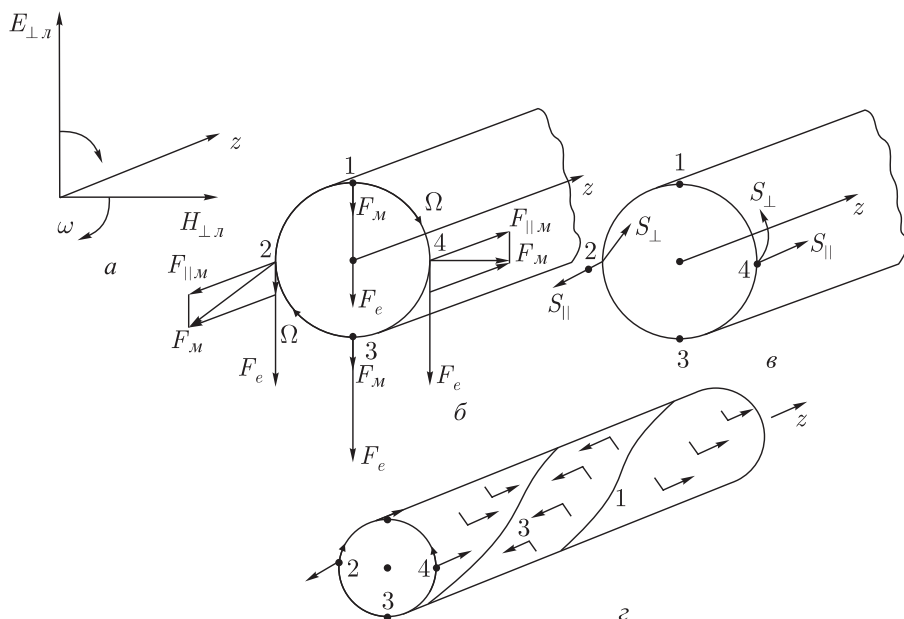


Рис. 1.10. Взаимосвязь поперечной и продольной группировок электронов в гирорезонансных приборах

ляющих \mathbf{F}_m , поперечные же составляющие $\mathbf{F}_{\perp m}$ для всех электронов одинаковы, причем $\mathbf{F}_{\perp m}$ и \mathbf{F}_e для рассматриваемого случая попутной волны складываются.

В соответствии со схемой рис. 1.2, б (при принятых условиях 1–4) для электронов 1, 3 силы $\mathbf{F}_e + \mathbf{F}_{\parallel m}$ направлены всегда нормально к траектории и не меняют их энергии. Они должны привести к изменению радиуса орбиты и частоты вращения электронов 1, 3 (у электрона 1 радиус должен уменьшиться, а частота возрасти, у электрона 2 — наоборот). В результате этого произойдут и фазовые перемещения: электрон 1 будет перемещаться вперед (по направлению вращения), электрон 3 — назад. Для упрощения последующего изложения не будем учитывать этот эффект, т.е. электроны 1, 3 считаем несмещающимися, «нейтральными» (это допустимо только тогда, когда $|\mathbf{F}_e + \mathbf{F}_{\perp m}|$ существенно малы по сравнению со статической центростремительной силой $e v_{\perp} B$). Электрон 2 тормозится как поперечными, так и продольными силами, а электрон 4 ускоряется. За счет действия указанных сил электроны получают смещения s_{\perp} и s_{\parallel} , как это изображено на рис. 1.10, в: тормозящийся электрон 2 вследствие уменьшения массы начинает вращаться быстрее и «догоняет» по азимуту электрон 1; ускоряющийся электрон 4 «отстает» и, увеличивая радиус орбиты вращения, также перемещается к электрону 1. Таким образом, смещения s_{\perp} потенциально могут привести к азимутальной группировке. Однако одновременно электроны расходятся из первоначального поперечного сечения (смещения s_{\parallel}), что ведет к продольной группировке.

Взаимосвязь поперечной и продольной группировок поясняет рис. 1.10, г. Здесь изображены отрезок электронной трубки длиной Λ (Λ — длина волны в волноводе), указаны мгновенные распределения фаз поля (винтовые линии) и электронных смещений. Поскольку волна вдоль направления z распространяется не мгновенно ($v_{\phi} \neq \infty$), определенным направлениям векторов $\mathbf{E}_{\perp \Lambda}$ и $\mathbf{H}_{\perp \Lambda}$ (и фазам электронов) будут соответствовать винтовые линии на поверхности электронной трубки. На рис. 1.10, г изображены две характерные винтовые линии: 1 соответствует электронам фазы 1; 3 соответствует электронам фазы 3. Одновременно показаны направления смещений группирующихся электронов по всей поверхности трубки. Как видно из рисунка, поперечная (азимутальная) группировка стремится образовать сгусток вдоль линии 1, продольная — вдоль линии 2, т.е. поперечная и продольная группировки противофазны. Нетрудно предвидеть ситуацию, когда оба механизма группировки будут взаимно нейтрализованы. В этом случае электроны 2, 4 смещаются строго вдоль винтовых линий 1, 3. При их смещении фаза сохраняется. Это имеет место для T -волны, когда $v_{\phi} = c$. В волноводе же $v_{\phi} > c$. Обычно в гирорезонансных приборах $v_{\phi} \gg c$. Тогда роль продольной группировки мала.

На рис. 1.11 представлены принципиальная схема гиротрона — гирорезонансного монофона и распределение продольной составляющей

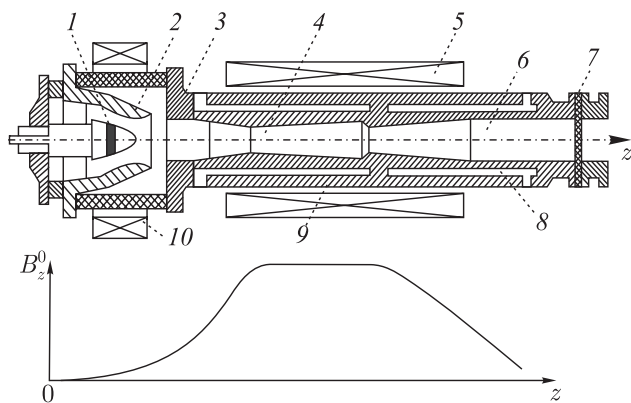


Рис. 1.11. Принципиальная схема гиротрона и распределение магнитостатического поля вдоль оси прибора

магнитостатического поля B_z^0 по оси прибора. Здесь 1 — кольцевой эмитирующий пояска катода, 2 — первый анод, 3 — второй анод, 4 — резонатор, 5 — основной соленоид, 6 — выходной волновод, 7 — вакуумно-плотное окно вывода энергии, 8, 9 — водяная рубашка коллектора электронов и резонатора соответственно, 10 — корректирующий соленоид. Электроны, эмитируемые с пояска 1, под действием суперпозиции электрического поля первого анода и магнитостатического поля (и то и другое имеет продольные и радиальные составляющие) движутся по квазивинтовым траекториям, вращаясь поперечно к силовым магнитным линиям и дрейфуя вдоль них. В области нарастания магнитного поля и дрейфовая скорость ускоренных полем второго анода электронов преобразуется в осцилляторную.

В области взаимодействия (открытый резонатор 4) магнитное поле достигает синхронного значения; здесь осуществляется взаимодействие трубчатого винтового потока электронов с колебаниями рабочих типов. Колебания рабочего типа образуются в результате отражений одной из H_{ni} -волн круглого волновода на частоте, близкой к частоте отсечки в центральной части трубки резонатора, от закритических концевых сужений этой трубки. Паразитные типы волн имеют меньшие критические частоты, и поэтому в рабочем частотном диапазоне беспрепятственно распространяются через концевые сужения трубки резонатора, не образуя высокодобротных колебаний.

Специальный профиль трубки резонатора обеспечивает распределение ВЧ-поля, близкое к оптимальному по КПД взаимодействия: на протяженном начальном закритическом участке поле медленно нарастает (участок группировки), в центральной части оно достигает максимума (участок отбора энергии), на коротком выходном участке (дифракционный вывод энергии) поле резко ослабляется, что приводит к прекращению взаимодействия отработавших электронов с электро-

магнитным полем. Далее ВЧ-энергия поступает в выходной волновод, служащий одновременно коллектором электронов: в понижающемся магнитном поле электроны, перемещаясь вдоль силовых магнитных линий, осаживаются на боковых стенках волновода.

Структуры полей наиболее распространенных колебаний рабочих типов в гиротронах приведены на рис. 1.12: H_{01} , H_{n1} — вращающееся поле в полом резонаторе, H_{n1} — вращающееся поле в коаксиальном открытом резонаторе. В последнем случае из-за аномальной дисперсии приграничного типа волн H_{n1} закритические сечения для него образуются в областях сужения внутреннего проводника. Таким образом, волновод, образующий высокодобротный открытый резонатор для волн H_{n1} , расширяется на концах и благодаря этому все мешающие объемные типы волн излучаются. Такой резонатор оказывается уникальным по своим селективным свойствам.

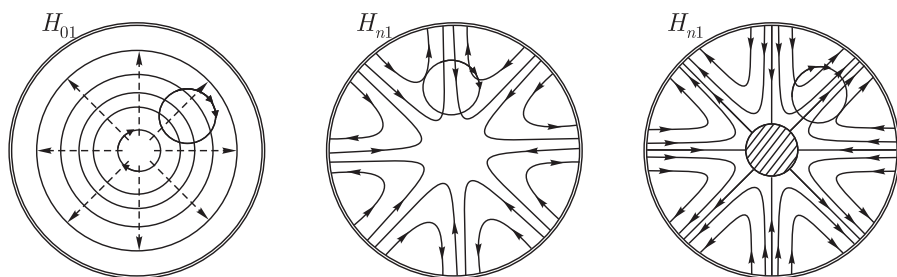


Рис. 1.12. Структуры электрического поля некоторых рабочих типов колебаний в гиротронах

Для повышения эффективности гирорезонансных приборов успешно используются методы, основанные на оптимизации профиля нерегулярной электродинамической системы и распределении магнитного поля в области взаимодействия. При относительно невысоких токах электронного пучка и соответственно выходной мощности поле электродинамической системы может быть задано в одномодовом приближении (резонансный тип колебаний фиксированной структуры). При повышенных мощностях необходимо использовать многомодовое приближение (имеются в виду волноводные моды с различной поперечной структурой, представляющие собой суперпозицию попутных и встречных волн волноводной системы), описывающее сложное распределение поля, меняющееся с изменением генерируемой мощности и уровня модуляции электронного пучка (поле нефиксированной структуры). Различные моды в этом случае оказываются связанными через электронный поток. В нерегулярной электродинамической системе дополнительная связь мод появляется на нерегулярностях. Таким образом, в общем случае (низкодобротные и нерегулярные электродинамические системы) необходимо использовать многомодовое приближение и само-

согласованное решение задачи о взаимодействии электронного потока с возбуждаемым им электромагнитным полем.

При повышенных напряжениях пучка ($U_0 > 30$ кВ) резко возрастают амплитуды высших пространственных гармоник (гармоник циклотронной частоты) действующих на электрон сил поля и поэтому их слабоборелятивистские представления становятся неверными. Кроме того, возникает возможность достаточно интенсивного возбуждения высших временных гармоник поля.

В настоящее время в связи с тенденцией повышения мощности гирорезонансных приборов повышаются как токи пучка ($I_0 \sim 10$ А), так и ускоряющие напряжения ($U_0 \approx 70$ кВ), а электродинамические системы этих приборов приближаются к нерезонансным (резонаторы с низкими дифракционными добротностями либо согласованные с одного конца отрезки волновода). Поэтому перечисленные факторы начинают проявляться, и их следует учитывать. По крайней мере, необходимо иметь возможность оценить их влияние на процессы взаимодействия в конкретных конструкциях гирорезонансных приборов.

Таким образом, общая формулировка нелинейной теории гирорезонансных приборов должна базироваться на волноводных уравнениях возбуждения, когда электродинамическая система прибора представляется в виде отрезка нерегулярного волновода с нефиксированным распределением электромагнитного поля, определяемым согласованием тока и поля. Частный случай фиксированного распределения поля может быть рассмотрен отдельно (в упрощенной форме) либо как предел в общей задаче, когда коэффициенты отражения в волноводном отрезке на одном типе волны приближаются к единице по модулю.

Кроме того, желательно получить и релятивистские выражения для силовых составляющих поля в усредненных уравнениях движения электрона и уравнений возбуждения. С учетом перечисленных требований далее развита нелинейная теория гирорезонансных приборов с нерегулярной волноводной системой кругового сечения.

1.1.5. Дрейфовая группировка электронных ротаторов. Пенитрон. Среди многообразия циклотронного взаимодействия электронов с электромагнитными полями особый интерес представляет взаимодействие электронов с вращающимися электромагнитными полями в условиях резонанса на одной из гармоник циклотронной частоты. К приборам, в которых осуществляются подобные виды взаимодействия, относится гиротрон и его модификации (гироклистрон, гиро-ЛБВ), пенитрон и гиротон. В гиротронах высокая эффективность взаимодействия обусловлена релятивистским механизмом орбитальной группировки; в двух последних схемах идеальные условия фазовой группировки достигаются благодаря дрейфовой группировке электронных ротаторов, обусловленной специальными механизмами перемещения (дрейфа) ведущих центров электронных ротаторов во вращающихся

ся электромагнитных полях. Во всех перечисленных случаях для правильного описания взаимодействия (и тем более для количественных оценок) необходимо корректное выделение уравнения дрейфа ведущего центра. Такое выделение может быть осуществлено в форме орбитально-дрейфового интеграла движения [23], который получается ввиду пространственно-временной симметрии вращающегося электромагнитного поля. Обратимся к формулировке уравнений движения электрона в форме Лагранжа [22, 25–27].

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial L}{\partial q_i}, \quad p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}, \quad \dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}. \quad (1.7)$$

Здесь p_i — обобщенный импульс; q_i — соответствующая обобщенная координата; L — функция Лагранжа, которая для электрона имеет вид

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2} - e\mathbf{A} + e\Phi, \quad (1.8)$$

где m_0, e — масса покоя и заряд электрона; \mathbf{v} — его скорость; \mathbf{A}, Φ — векторный и скалярный потенциалы полного поля. Полная энергия электрона в электромагнитном поле выражается как

$$\varepsilon = mc^2 - e\Phi = \sum_i q_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L, \quad (1.9)$$

где $m = m_0 \gamma = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$.

Используя (1.7)–(1.9), получаем необходимое для дальнейших преобразований тождество. Для этого продифференцируем (1.9) по времени t и учтем соотношения (1.7). Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\sum_i q_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L \right) = \frac{d}{dt} \left(\sum_i \dot{q}_i p_i - L \right) = \\ &= \sum_i \ddot{q}_i p_i + \sum_i \dot{q}_i \dot{p}_i - \frac{\partial L}{\partial t} - \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - \sum_i \frac{\partial L}{\partial q_i} \ddot{q}_i = -\frac{\partial L}{\partial t}. \end{aligned}$$

Таким образом, имеет место следствие (1.7), (1.9) вида

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{\partial L}{\partial t}. \quad (1.10)$$

Рассмотрим случай вращающегося электромагнитного поля, которое в частном случае может быть задано функцией Герца вида

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}^{e,m} &= A_m J_n(\mathcal{N}^{e,m} r) e^{j(\omega t \mp n\varphi)}, \\ \mathcal{N}^e &= \frac{\nu_{ni}}{b} [J_n(\nu_{ni}) = 0], \quad \mathcal{N}^m = \frac{\mu_{ni}}{b} [J'_n(\mu_{ni}) = 0], \end{aligned}$$

где b — радиус волновода.

Положим, что магнитостатическое поле направлено вдоль оси вращения поля, т. е. вдоль z . Тогда функция Лагранжа $L = L(r, z, \theta, r, z, \varphi)$,

где $\theta = \omega t \mp n\varphi$. Далее для упрощения записи положим $\theta = \omega t - n\varphi$, приписав знак числу n . Определим $\partial L/\partial t$ и $\partial L/\partial\varphi$:

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial\theta} \frac{\partial\theta}{\partial t} = \omega \frac{\partial L}{\partial\theta}, \quad \frac{\partial L}{\partial\varphi} = \frac{\partial L}{\partial\theta} \frac{\partial\theta}{\partial\varphi} = -n \frac{\partial L}{\partial\theta}. \quad (1.11)$$

Из (1.11) получаем

$$\frac{\partial L}{\partial t} + \frac{\omega}{n} \frac{\partial L}{\partial\varphi} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial L}{\partial t} + \frac{\omega}{n} \frac{dp_\varphi}{dt} = 0. \quad (1.12)$$

Заменяя в (1.12) $\partial L/\partial t$ на $d\varepsilon/dt$ в соответствии с (1.10), приходим к следующему интегралу движения:

$$\varepsilon - \frac{\omega}{n}(mr^2\dot{\varphi} - e r A_\varphi) = \text{const}$$

или

$$mc^2 - e\Phi - \frac{\omega}{n}r^2 m\dot{\varphi} + e \frac{\omega}{n} r A_\varphi = \text{const}. \quad (1.13)$$

Здесь $A_\varphi = A_\varphi^0 + \tilde{A}_\varphi$, причем в случае слабонеоднородного магнитостатического поля, направленного по z_0 , приближенно запишем

$$A_\varphi^0 = \frac{r}{2} \left[B_0^n(z) - \frac{r^2 B_0^n}{8} + \dots \right] \approx \frac{r B_0^n(z)}{2}. \quad (1.14)$$

Предположим, что $\tilde{A}_\varphi \ll A_\varphi^0$ (\tilde{H}_z можно пренебречь). Тогда, используя (1.14), вместо (1.13) получим

$$mc^2 - e\Phi - \frac{\omega}{n}r^2 m\dot{\varphi} + e \frac{\omega}{n} \frac{r^2}{2} B_0(z) = \text{const}. \quad (1.15)$$

Проведем в (1.15) усреднение по периоду вращения электрона. Введем обозначения a, r_0, Φ , как показано на рис. 1.13. Тогда

$$r^2 = a^2 + r_0^2 + 2ar_0 \cos \Phi, \quad r^2 \dot{\varphi} = \dot{\Phi} \left[r^2 - \frac{r^2 + r_0^2 - a^2}{2} \right], \quad \dot{\Phi} = \Omega. \quad (1.16)$$

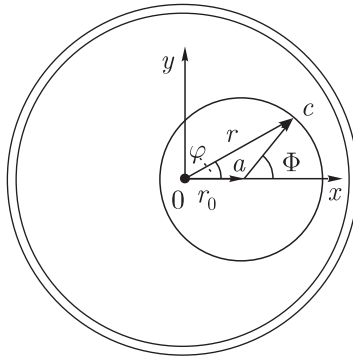


Рис. 1.13. Схема движения электрона в поперечной плоскости XY

Усредним величины r^2 и $r^2\dot{\varphi}$ по периоду вращения электрона:

$$\overline{r^2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r^2 d\Phi = a^2 + r_0^2, \quad \overline{r^2\dot{\varphi}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r^2 \dot{\varphi} d\Phi = \Omega a^2. \quad (1.17)$$

Учитывая (1.16), (1.17), а также то, что $\Omega = B^0 e/m$, из (1.15) получаем

$$nmc^2/e\omega - (B_0(z)/2)(a^2 - r_0^2) = \text{const}. \quad (1.18)$$

Преобразуем (1.18) к более удобному виду, выделив переменные одного порядка:

$$2n(m - m_0)c^2/m_0\Omega_0\omega - F(z)(a^2 - r_0^2) = \text{const}. \quad (1.19)$$

Здесь m_0 — масса покоя электрона; $F = B_0(z)/m_0B_0^0$, $B_0^0 = B_0(0)$, $\Omega_0 = (e/m_0)B_0^0$. Выражение (1.19) является общей формой усредненного орбитально-дрейфового интеграла движения, связывающего параметры орбитального движения m , a с изменением радиуса ведущего центра r_0 . Рассмотрим некоторые модификации полученного интеграла движения. В случае постоянного магнитного поля ($F = I$) положим, что в начальном сечении области взаимодействия ($z = 0$) выполняются условия синхронизма с попутной парциальной волной электромагнитного поля на k -й гармонике циклотронной частоты

$$\omega = k \frac{\Omega_I}{1 - \beta_{\parallel}/\beta_{\Phi}}.$$

Здесь $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$; $\beta_{\Phi} = v_{\Phi}/c$; $\Omega_I = \Omega_0 R_1$; $R_1 = \sqrt{1 - \beta_{\parallel}^2 - \beta_{\perp}^2}$; $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$; v_{\parallel}, v_{\perp} — значения v_z и v_t при $z = 0$. При перечисленных условиях из (1.19) получаем

$$r_0^2 + a^2 \left[\frac{2n}{k} \frac{1 - \beta_{\parallel}/\beta_{\Phi}}{R_1} \frac{R(1 - R)}{\beta_t^2} - 1 \right] = \text{const},$$

где $R = \sqrt{1 - \beta_t^2 - \beta_z^2}$, $\beta_z^2 = v_z^2/c^2$, $\beta_t^2 = a^2\Omega_0^2 R^2/c^2$.

Запишем также слабoreлятивистское приближение интеграла:

$$r_0^2 + a^2 \left\{ \frac{n}{k} \frac{(1 - \beta_{\parallel}/\beta_{\Phi})^2}{R_1} \left[1 + \frac{\beta_z^2}{\beta_t^2} - \frac{1}{4} \beta_z^2 \left(1 + \frac{\beta_z^2}{\beta_t^2} \right)^2 \right] - 1 \right\} = \text{const}. \quad (1.20)$$

Используя (1.20), получим нерелятивистское приближение орбитально-дрейфового интеграла для TE - и T -полей. В этом случае $\beta_z = \beta_{\parallel} \rightarrow 0$, $\beta_t = \beta_{\perp} \rightarrow 0$, $\beta_z^2/\beta_t^2 = \beta_{\parallel}^2 c^2/a^2 \Omega = \text{const}/a^2$, и из (1.20) следует

$$r_0^2 + a^2 \left(\frac{n}{k} - 1 \right) = \text{const}. \quad (1.21)$$

Рассмотрим теперь случай слабонеоднородного магнитостатического поля, причем на $F(z)$ наложим условие сохранения синхронизма по всей области взаимодействия для изофазной электронной трубки

$$\frac{F(z)}{m(1 - \beta_z/\beta_\Phi)} = \text{const.} \quad (1.22)$$

Тогда, комбинируя (1.19), (1.22), получаем

$$\frac{\beta_\Phi - \beta_z}{\beta_\Phi R} \left\{ r_0^2 + a^2 \left[\frac{2n}{k} \left(1 - \frac{\beta_z}{\beta_\Phi} \right) \frac{1 - R}{\beta_t^2} - 1 \right] \right\} = \text{const.} \quad (1.23)$$

В слаборелятивистском приближении (1.23) дает

$$\frac{\beta_\Phi - \beta_z}{\beta_\Phi R} \left\{ r_0^2 + a^2 \left[\frac{n}{k} \left(1 - \frac{\beta_z}{\beta_\Phi} \right) \left(1 + \frac{\beta_z^2}{\beta_t^2} \right) - 1 \right] \right\} = \text{const.}$$

Остановимся на анализе нерелятивистского орбитально-дрейфового интеграла, воспользовавшись приведенными в п. 1.1.2 данными о характере синхронных дрейфовых сил в полях H_{n1} круглого волновода. Представим, что спирализованный электронный поток, направляемый однородным магнитным полем, при $F = 1$ входит в область взаимодействия так, что $r_0(0) = 0$ (спирализованный электронный поток соосен с волноводом). Тогда, как следует из (1.3), при $n = k + 1$ дрейфовая сила \bar{F}_g , действующая на каждый электрон, максимальна, а орбитальная равна нулю. При том же условии $n = k + 1$ из интеграла движения (1.21) следует

$$r_0^2 + a^2/k = \text{const.} \quad (1.24)$$

Таким образом, приходим к следующему результату.

1. На все электроны, независимо от их фазы влета, действует одинаковая и максимальная по величине дрейфовая сила, сдвигающая ведущий центр электронов с оси. При этом согласно (1.3) возникает орбитальная резонансная сила (напомним, что речь идет о средних по периоду вращения электрона силах).

2. В соответствии с (1.24) увеличение r_0^2 может происходить только при таком же по величине уменьшении a^2/k , т.е. все электроны спирализованного пучка электронов, соосного с волноводом, независимо от фазы влета в область взаимодействия, отдают энергию вращающемуся H_{n1} полю круглого волновода.

Таким образом, просматривается идеальный механизм фазировки и энергообмена спирализованного электронного потока с вращающимися компонентами H_{n1} и T_{n1} полей круглых или азимутально-гофрированных волноводов, при котором принципиально возможно приближение кпд к 100%. Такой механизм взаимодействия используется в приборах миллиметрового диапазона: пениотронах, усилителях и генераторах.

Однако существует ряд факторов, разрушающих или осложняющих этот идеальный механизм, к которому мы пришли, вообще говоря, на основе упрощенного анализа.

Этот механизм становится идеальным только в нерелятивистском случае (интеграл (1.21) справедлив только в этом случае) и, кроме того, только для Т-волн. В других случаях конгруэнтность фазовых траекторий электронов, имеющих разные фазы влета, нарушается, а идеальный режим невозможен.

К такому же результату приводит гиротронный механизм с $p=k$ на встречной компоненте поля резонатора. В этом случае происходит селекция электронов по входным фазам (фазовая группировка), и конгруэнтность фазовых траекторий нарушается.

Взаимодействие электронов (силы пространственного заряда) также нарушают указанную конгруэнтность.

Эти и другие факторы рассматриваются далее в разделе 1.4.5, посвященном пениотрону.

1.2. Нелинейная теория гирорезонансного взаимодействия электронов с полями нерегулярных волноводов

Основы нелинейной теории гиротрона в простейшей постановке (заданное поле, одномодовый режим, кинематическое приближение) были заложены В.К. Юлпатовым [8] и В.А. Жураховским [28]. Существенным моментом в этих работах является использование метода усреднения для интегрирования уравнения движения релятивистского электрона в однородном магнитном поле и возмущающем это движение заданном высокочастотном поле.

Дальнейшее развитие нелинейной теории гирорезонансного взаимодействия электронов с полями нерегулярных электродинамических систем содержится в [21–26, 29–47]. Нелинейная теория гирорезонансных приборов рассматривается на основе [22, 25, 26, 29, 44–47].

1.2.1. Общая постановка и схема решения задачи возбуждения нерегулярного волновода. Рассмотрим задачу возбуждения однородно заполненного нерегулярного волновода, боковая поверхность которого S_b отличается от регулярной цилиндрической поверхности, но является идеально проводящей. Эта задача сводится к решению системы уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \end{cases} \quad (1.25)$$

с граничными условиями

$$[\mathbf{E}, \mathbf{n}]|_{S_b} = 0 \quad (1.26)$$

и условиями излучения в начальном и конечном сечениях волновода. Плотность электрического тока \mathbf{J} определяется электронным потоком в приборе. Теория возбуждения нерегулярного волновода строится на основе метода преобразования координат Свешникова. Для решения задачи введем криволинейную систему координат (r, φ, s) , связанную с геометрией волновода (r, φ — полярные координаты в плоскости поперечного сечения волновода, s — длина дуги оси волновода). Схема нерегулярного волновода приведена на рис. 1.14. Здесь $\mathbf{t} = \mathbf{r}'/|\mathbf{r}'|$ — единичный вектор касательной к оси волновода, $(\mathbf{x}' = dx/ds)$, $\mathbf{n} = \mathbf{r}''/|\mathbf{r}''| = \frac{1}{k}\mathbf{r}''$ — единичная нормаль к поверхности; $\mathbf{b} = \mathbf{t} \times \mathbf{n}$ — бинормаль к оси волновода. Эти три величины связаны с помощью формул Френе–Серре

$$\mathbf{t}' = k\mathbf{n}, \quad \mathbf{n}' = -k\mathbf{t} + \tau\mathbf{b}, \quad \mathbf{b}' = -\tau\mathbf{n}, \quad (1.27)$$

где $k = 1/\rho_k = |\mathbf{r}''|$ — угловая скорость вращения касательной вокруг бинормали; ρ_k — радиус кривизны; $\tau = 1/\rho_\tau = \frac{1}{k}\mathbf{r}'\mathbf{r}''\mathbf{r}'''$ — угловая скорость вращения бинормали вокруг касательной; ρ_τ — радиус кручения. Декартовы прямоугольные координаты произвольной точки (x, y, z) внутри волновода связаны с введенными координатами (ρ, φ, s) соотношением

$$\mathbf{r}(\rho, \varphi, s) = \mathbf{R}(s) + \rho r_b(\varphi, s) \{ \mathbf{n}(s) \cos(\varphi) + \mathbf{b}(s) \sin(\varphi) \}, \quad (1.28)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор произвольной точки внутри волновода; $\mathbf{R}(s)$ — уравнение оси волновода в декартовой системе координат; $\mathbf{n}(s)$ и $\mathbf{b}(s)$ — единичные векторы главной нормали и бинормали оси волновода, определенные как функции ее длины:

$$\rho = r/r_b(\varphi, s); \quad (1.29)$$

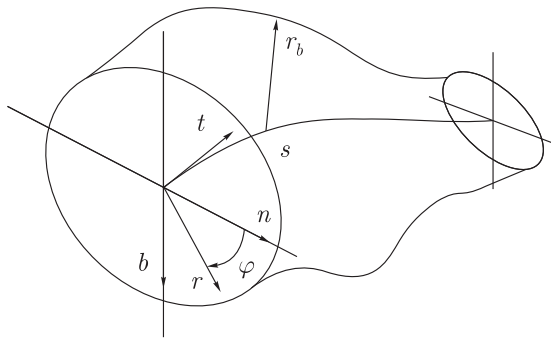


Рис. 1.14. Геометрия нерегулярного волновода

$r = r_b(\varphi, s)$ — уравнение контура поперечного сечения волновода в системе координат (r, φ, s) . Тогда в системе координат (ρ, φ, s) уравнение боковой поверхности рассматриваемого волновода принимает вид

$$\rho = 1. \quad (1.30)$$

В новой неортогональной системе координат выражение для первого уравнения оператора $\text{rot} \mathbf{H}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \left\{ \left(\frac{\partial H'_s}{\partial \varphi} - \frac{\partial H'_\varphi}{\partial s} \right) \mathbf{a}_\rho + \left(\frac{\partial H'_\rho}{\partial s} - \frac{\partial H'_s}{\partial \rho} \right) \mathbf{a}_\varphi + \left(\frac{\partial H'_\varphi}{\partial \rho} - \frac{\partial H'_\rho}{\partial \varphi} \right) \mathbf{a}_s \right\} = \\ = \varepsilon_0 \left\{ \frac{\partial E'_\rho}{\partial t} \mathbf{a}^\rho + \frac{\partial E'_\varphi}{\partial t} \mathbf{a}^\varphi + \frac{\partial E'_s}{\partial t} \mathbf{a}^s \right\} + \{ J'^E_\rho \mathbf{a}^\rho + J'^E_\varphi \mathbf{a}^\varphi + J'^E_s \mathbf{a}^s \}, \quad (1.31) \end{aligned}$$

где $(E'_\rho, E'_\varphi, E'_s)$, $(H'_\rho, H'_\varphi, H'_s)$, $(J'^E_\rho, J'^E_\varphi, J'^E_s)$ — ковариантные компоненты векторов \mathbf{E}' , \mathbf{H}' и \mathbf{J}' в данной системе координат, пропорциональные проекциям этих векторов на основные координатные векторы \mathbf{a}_ρ , \mathbf{a}_φ , \mathbf{a}_s . Контравариантные векторы \mathbf{a}^ρ , \mathbf{a}^φ , \mathbf{a}^s образуют взаимную систему. Аналогичным образом записывается и второе уравнение (1.25). Умножив (1.31) на взаимные векторы, получим ковариантную форму записи уравнений Максвелла в новой системе координат. Например, первое из уравнений запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial H'_s}{\partial \varphi} - \frac{\partial H'_\varphi}{\partial s} = \varepsilon_0 \sqrt{g} \left\{ g^{11} \frac{\partial E'_\rho}{\partial t} + g^{12} \frac{\partial E'_\varphi}{\partial t} + g^{13} \frac{\partial E'_s}{\partial t} \right\} + \\ + \left\{ g^{11} J'^E_\rho + g^{12} J'^E_\varphi + g^{13} J'^E_s \right\}, \quad (1.32) \end{aligned}$$

где g^{ik} — метрические коэффициенты.

Аналогичный вид будут иметь и остальные пять уравнений. Граничные условия (1.26) в новой системе координат имеют вид

$$E'_\varphi|_{\rho=1} = 0, \quad E'_s|_{\rho=1} = 0. \quad (1.33)$$

Это позволяет искать решение волновых уравнений (1.32) в виде разложений по системе базисных функций регулярного цилиндрического волновода. Например, можно искать решение (1.32) для электрической и магнитной напряженностей полей в виде

$$\begin{cases} \mathbf{E}'_{1t} = \text{Re} \sum_m \dot{E}_{1tm} e^{im\omega t}, \\ \mathbf{E}'_{1t} = \text{Re} \sum_m \dot{E}_{1tm} e^{im\omega t}, \end{cases} \quad (1.34)$$

где

$$\begin{cases} \mathbf{E}'_{l'm} = \sum_{i=1}^l \sum_{n=-N}^N \left(\dot{A}_{mni}^E \mathbf{e}_{ni}^E + \dot{A}_{mni}^M \mathbf{e}_{ni}^M \right), \\ \mathbf{E}'_{l'sm} = \sum_{i=1}^l \sum_{n=-N}^N \dot{C}_{mni} \varphi_{ni}, \\ \mathbf{H}_{l'm} = \frac{j}{m\omega\mu_0} g^{-1} \text{rot } \mathbf{E}_{l'm}, \end{cases} \quad (1.35)$$

а собственные функции регулярного волновода выражены следующими соотношениями:

$$\begin{cases} e_{rni}^E = J'_n(\nu_m \rho) e^{-jn\varphi}, & e_{rni}^M = -\frac{n}{\mu_{ni}\rho} J_n(\mu_m \rho) e^{-jn\varphi}, \\ e_{\varphi ni}^E = -\frac{jn}{\nu_{ni}\rho} J_n(\nu_{ni}\rho) e^{-jn\varphi}, & e_{rni}^M = jJ'_n(\mu_m \rho) e^{-jn\varphi}, \\ \varphi_m = J_n(\nu_m \rho) e^{-jn\varphi}. \end{cases} \quad (1.36)$$

Здесь m — номер гармоники основной частоты ω , n — азимутальный индекс, i — радиальный индекс, j — мнимая единица, ν_{ni} — корни функции Бесселя ($J_n(\nu_{ni}) = 0$), μ_{ni} — корни производной от функции Бесселя ($J'_n(\mu_{ni}) = 0$). Направляющие векторы новой (косоугольной) системы координат (ρ, φ, s) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_\rho &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \rho} = r_b(\varphi, s)(\mathbf{n}(s) \cos \varphi + \mathbf{b}(s) \sin \varphi) = r_b \mathbf{r}_0, \\ \mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_s &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} = \rho \frac{\partial r_b}{\partial s} (\mathbf{n}(s) \cos \varphi + \mathbf{b}(s) \sin \varphi) + \rho r_b \boldsymbol{\tau} + \\ &\quad + (-\mathbf{n}(s) \cos \varphi + \mathbf{b}(s) \sin \varphi) + \mathbf{t}(1 - k\rho r_b) = \\ &= \rho \frac{\partial r_b}{\partial s} \mathbf{r}_0 + \rho r_b \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\varphi}_0 + \mathbf{t}(1 - k\rho r_b \cos \varphi). \end{aligned} \quad (1.37)$$

Взаимная система контравариантных векторов записывается через основную:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^i &= \frac{[\mathbf{a}_{i+1}, \mathbf{a}_{i+2}]}{a_i} [\mathbf{a}_{i+1}, \mathbf{a}_{i+2}], \\ \mathbf{a}^1 = \mathbf{a}^\rho &= \frac{1}{r_b} \mathbf{r}_0 - \frac{1}{r_b^2} \frac{\partial r_b}{r_b^2 \partial \varphi} \boldsymbol{\varphi}_0 + \frac{\rho}{r_b h_4} \left(\frac{\partial r_b}{\partial \varphi} \boldsymbol{\tau} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right) \mathbf{t}, \\ \mathbf{a}^2 = \mathbf{a}^\varphi &= \frac{1}{\rho r_b} \boldsymbol{\varphi}_0 - \frac{\boldsymbol{\tau}}{h_4} \mathbf{t}, \quad \mathbf{a}^3 = \mathbf{a}^s = \frac{\mathbf{t}}{h_4}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Уравнения Максвелла (1.25) в новых координатах (ρ, φ, s) в ковари-

антной форме имеют вид

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{H}' &= \varepsilon_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \hat{g} \mathbf{J}', \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}' &= -\mu_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}.\end{aligned}\quad (1.39)$$

Здесь метрический тензор \hat{g} записывается как

$$\hat{g} = \sqrt{g} \begin{vmatrix} g^{11}/\rho & g^{12} & g^{13}/\rho \\ g^{21} & \rho g^{22} & g^{23} \\ g^{31}/\rho & g^{32} & g^{33}/\rho \end{vmatrix}, \quad (1.40)$$

где $g^{ij} = (\mathbf{a}^i, \mathbf{a}^j)$, $\sqrt{g} = \mathbf{a}^1[\mathbf{a}^2, \mathbf{a}^3] = \rho r_b^2 h_4$. Составляющие метрического тензора следующие:

$$\begin{aligned}g^{11} &= \frac{1}{r_b^2} + \frac{1}{r_b^4} \left(\frac{\partial r_b}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{\rho^2}{r_b^2 h_4} \left[\tau(s) \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right]^2, & g^{22} &= \frac{1}{r_b^2 \rho^2} + \frac{\tau^2(s)}{h_4^2}, \\ g^{12} &= -\frac{1}{r_b^3 \rho} \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\rho \tau(s)}{r_b h_4^2} \left[\tau(s) \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right], & g^{23} &= -\frac{\tau(s)}{h_4^2}, \\ g^{13} &= \frac{\rho}{r_b h_4^2} \left[\tau(s) \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right], & g^{33} &= \frac{1}{h_4^2},\end{aligned}\quad (1.41)$$

где $h_4 = 1 - \rho r_b(\varphi, s) k(s) \cos \varphi$, $k(s)u\tau(s)$ — соответственно кривизна и кручение оси волновода. Реальные физические векторы определяются через расчетные (штрихованные) следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= E'_\rho \mathbf{a}^1 + E'_\varphi \rho \mathbf{a}^2 + E'_s \mathbf{a}^3, \\ \mathbf{H} &= H'_\rho \mathbf{a}^1 + H'_\varphi \rho \mathbf{a}^2 + H'_s \mathbf{a}^3, \\ \mathbf{J} &= J'_\rho \mathbf{a}^1 + J'_\varphi \rho \mathbf{a}^2 + J'_s \mathbf{a}^3.\end{aligned}\quad (1.42)$$

Для улучшения сходимости решения уравнения (1.39) следует выделить отдельно электростатическую часть поля, содержащую разрыв E' . Общая задача решения (1.39) разделяется на две — электростатическую и динамическую. Представим напряженность электрического поля в виде двух слагаемых, определяющих соответственно электростатическую и динамическую части поля

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2, \quad (1.43)$$

где $\mathbf{E}'_2 = -\operatorname{grad} \Phi'$, причем $\operatorname{div} \mathbf{E}'_1 = 0$ и $\operatorname{rot} \mathbf{E}'_2 = 0$. Тогда электростати-

ческая задача имеет вид

$$\begin{cases} \nabla^2 \Phi' = -\frac{\rho_l}{\varepsilon_0}, \\ \Phi'|_{\rho=1} = 0, \\ \frac{\partial \rho_l'}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{J}', \end{cases} \quad (1.44)$$

а динамическая

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H}' = \varepsilon_0 \widehat{g} \frac{\partial \mathbf{E}'_1}{\partial t} + \widehat{g} \mathbf{J}'', \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}'_1 = -\mu_0 \widehat{g} \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}, \\ \mathbf{E}'_{1\varphi} = \mathbf{E}'_{1s}|_{\rho=1} = 0. \end{cases} \quad (1.45)$$

Здесь $\mathbf{J}'' = \mathbf{J}' - \operatorname{grad} \frac{\partial \Phi}{\partial t}$. Отметим, что \mathbf{E}'_1 — непрерывный на границе источников вектор. Решение задачи (1.44) для цилиндрической области известно. Ниже рассмотрим решение динамической задачи (1.45).

1.2.2. Решение динамической задачи. Для решения (1.45) воспользуемся методом Галеркина, который также называется методом ортогонализации и заключается в том, что коэффициенты разложений (1.35) определяются из условия ортогональности невязок уравнения (1.45) собственным векторам разложения (3.11) при любом s

$$\begin{cases} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left\{ \operatorname{rot}(\bar{g}^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{E}'_1) + \mu_0 \widehat{g} \left[\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}'_1}{\partial t^2} + \frac{\partial \mathbf{J}''}{\partial t} \right] \right\} \times \\ \times \mathbf{e}_{ni}^{E,M*} \rho d\varphi d\rho e^{-im\omega t} d\omega t = 0, \\ \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left\{ \operatorname{rot}(\bar{g}^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{E}'_1) + \mu_0 \widehat{g} \left[\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}'_1}{\partial t^2} + \frac{\partial \mathbf{J}''}{\partial t} \right] \right\}_s \times \\ \times \varphi_{ni} \rho d\varphi d\rho e^{-im\omega t} d\omega t = 0. \end{cases} \quad (1.46)$$

Это наиболее общее решение задачи возбуждения волновода произвольной формы имеет очень громоздкий вид. Для рассматриваемых осесимметричных волноводов с прямолинейной осью радиус кривизны ρ_k и радиус кручения оси волновода ρ_τ стремятся к ∞ , а угловая частота вращения касательной вокруг бинормали k и угловая частота вращения бинормали вокруг касательной τ стремятся к нулю. Соответственно изменятся выражения для направляющих ковариантных и контравариантных векторов (1.37), (1.38). Выражения для метрических

тензоров принимают вид

$$\widehat{g} = \begin{pmatrix} 1 + \rho^2 \left(\frac{\partial r_b}{\partial z} \right)^2 & 0 - \rho r_b \frac{\partial r_b}{\partial z} & \\ 0 & 1 & 0 \\ -\rho r_b \frac{\partial r_b}{\partial z} & 0 & r_b^2 \end{pmatrix}, \quad (1.47)$$

$$\widehat{g}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{\rho}{r_b} \frac{\partial r_b}{\partial z} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\rho}{r_b} \frac{\partial r_b}{\partial z} & 0 & \frac{1}{r_b^2} + \frac{\rho^2}{r_b^2} \left(\frac{\partial r_b}{\partial z} \right)^2 \end{pmatrix}. \quad (1.48)$$

Для коэффициентов разложения (1.35) решение уравнения (1.46) имеет вид

$$\begin{aligned} & -\frac{d\dot{A}_{mnp}^E}{dz} \nu_{np} e_{npp} + \dot{C}_{mnp} (\nu_{np}^2 - m^2 k^2 r_b^2) e_{npp} - \dot{A}_{mnp}^E m^2 k^2 \frac{e_{npp}}{\nu_{np}} r_b \frac{dr_b}{dz} + \\ & + \frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \sum_i \left\{ \dot{A}_{mni}^M \left(-1 + m^2 k^2 \frac{r_b^2}{\mu_{ni}^2} \right) \nu_{np} \gamma_{nip}^1 + \dot{A}_{mni}^E m^2 k^2 r_b^2 \frac{\nu_{np}}{\nu_{ni}} \gamma_{nip}^7 \right\} = \\ & = -jm\omega\mu_0 \int_0^1 (\widehat{g} J_m'')_z J_n(\nu_{np}\rho) \rho d\rho; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \dot{A}_{mnp}^E}{dz^2} e_{npp} + \dot{A}_{mnp}^E m^2 k^2 \left\{ e_{npp} + \left(\frac{dr_b}{dz} \right)^2 \gamma_{npp}^2 \right\} - \frac{d\dot{C}_{mnp}}{dz} \nu_{np} e_{npp} + \\ & + \dot{C}_{mnp} m^2 k^2 \frac{e_{npp}}{\nu_{np}} r_b \frac{dr_b}{dz} + \sum_i \left\{ \dot{A}_{mni}^E \left(mk \frac{dr_b}{dz} \right)^2 \gamma_{nip}^7 + \frac{d\dot{A}_{mni}^M}{dz} \frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \gamma_{nip}^1 + \right. \\ & \quad \left. + \dot{C}_{mni} m^2 k^2 r_b \frac{dr_b}{dz} \gamma_{nip}^7 \right\} + \\ & + \dot{A}_{mni}^M \left\{ \gamma_{nip}^1 \left(\frac{1}{r_b} \frac{d^2 r_b}{dz^2} - \left(\frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \right)^2 \right) - m^2 k^2 \frac{n}{\mu_{ni}} \gamma_{nip}^3 \left(\frac{dr_b}{dz} \right)^2 \right\} = \\ & = jm\omega\mu_0 \int_0^1 \left[(\widehat{g} J_m'')_\rho J_n'(\nu_{np}\rho) + j \frac{n}{\nu_{np}\rho} (\widehat{g} J_m'')_\varphi J_n(\nu_{np}\rho) \right] \rho d\rho; \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 \dot{A}_{mnp}^E}{dz^2} h_{npp} + \dot{A}_{mnp}^E m^2 k^2 \left\{ e_{npp} + \left(\frac{dr_b}{dz} \right)^2 \gamma_{npp}^2 \right\} - \frac{d\dot{C}_{mnp}}{dz} \nu_{np} e_{npp} +$$

$$\begin{aligned}
& + \dot{C}_{mnp} m^2 k^2 \frac{e_{npp}}{\nu_{np}} r_b \frac{dr_b}{dz} + \sum_i \left\{ \dot{A}_{mni}^E \left(m k \frac{dr_b}{dz} \right)^2 \gamma_{nip}^7 + \frac{d\dot{A}_{mni}^M}{dz} \frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \gamma_{nip}^1 + \right. \\
& + \frac{d^2 \dot{A}_{mnp}^M}{dz^2} h_{npp} + \dot{A}_{mnp}^M \left\{ h_{npp} \left[m^2 k^2 \left(1 + \left(\frac{dr_b}{dz} \frac{n}{\mu_{np}} \right)^2 - \frac{\mu_{np}^2}{r_b^2} \right) \right] - \right. \\
& \quad \left. \left. - \left(\frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \right)^2 \gamma_{npp}^5 + \frac{1}{r_b} \frac{d^2 r_b}{dz^2} \gamma_{npp}^5 \right\} \right\} - \\
& - \sum_i \left\{ \dot{C}_{mni} \left[1 - \left(\frac{m k r_b}{\mu_{np}} \right)^2 \right] \frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \gamma_{nip}^3 + \frac{d\dot{A}_{mni}^E}{dz} \frac{1}{\nu_{ni}} \gamma_{nip}^3 \frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} + \right. \\
& + \frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \frac{d\dot{A}_{mni}^M}{dz} \gamma_{nip}^4 + \dot{A}_{mni}^M \left[\left(\frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \right)^2 \gamma_{nip}^5 - \frac{1}{r_b} \frac{d^2 r_b}{dz^2} \gamma_{nip}^6 \right] - \\
& \quad \left. - \dot{A}_{mni}^E \left(\frac{dr_b}{dz} \right)^2 m^2 k^2 \gamma_{nip}^2 \frac{2\nu_{ni}}{(\nu_{ni}^2 - \mu_{ni}^2) \mu_{np}^2} \right\} = \\
& = -j m \omega \mu_0 \int_0^1 \left[\left(\widehat{g} J_m'' \right)_p \frac{n}{\mu_{np}} J_n(\mu_{np} p) + j p \left(\widehat{g} J_m'' \right)_\varphi J_n'(\mu_{np} p) \right] dp. \quad (1.49)
\end{aligned}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
h_{np} &= \frac{1}{2} J_n^2(\mu_{np}) \left[1 - \left(\frac{n}{\mu_{np}} \right)^2 \right]; \quad e_{npp} = \frac{1}{2} J_{n-1}^2(\nu_{np}); \\
\lambda'_{np} &= \frac{n \mu_{ni}}{\nu_{np}^2 - \mu_{ni}^2} J_{n-1}(\nu_{np}) J_n(\mu_{ni}); \quad \gamma_{nip}^2 = \frac{2(\nu_{ni}^2 + \nu_{np}^2)}{(\nu_{ni}^2 - \nu_{np}^2)^2} J_{n-1}(\nu_{ni}) J_{n-1}(\nu_{np}); \\
\gamma_{npp}^2 &= \frac{1}{6} J_{n-1}^2(\nu_{np}) \left[1 + \frac{4-n^2}{\nu_{np}^2} \right]; \quad \gamma_{nip}^3 = \frac{n \mu_{np} \nu_{ni}}{\nu_{ni}^2 - \mu_{np}^2} J_{n-1}(\nu_{ni}) J_n(\mu_{np}); \\
\gamma_{nip}^4 &= \frac{\left[2\mu_{ni} \mu_{np} - n^2 \left(\frac{\mu_{np}}{\mu_{ni}} + \frac{\mu_{ni}}{\mu_{np}} \right) \right]}{\mu_{ni}^2 - \mu_{np}^2} J_n(\mu_{ni}) J_n(\mu_{np}); \quad \gamma_{npp}^4 = 0; \quad (1.50) \\
\gamma_{nip}^5 &= \left[3\mu_{ni} \mu_{np} \left(\frac{n^2}{\mu_{np}^2} - 1 \right) + \frac{2\mu_{ni}^2 \mu_{np}}{(\mu_{ni}^2 - \mu_{np}^2)^2} \left[2 - \frac{n^2}{\mu_{np}^2} - \frac{n^2}{\mu_{ni}^2} \right] \right] J_n(\mu_{ni}) J_n(\mu_{np}); \\
\gamma_{npp}^5 &= \frac{1}{6} \left[\mu_{np}^2 + n^2 \left(1 - \frac{2n^2}{\mu_{np}^2} + \frac{5}{\mu_{np}^2} \right) \right] J_n^2(\mu_{np}); \\
\gamma_{nip}^6 &= \frac{\mu_{ni} \mu_{np}}{\mu_{ni}^2 - \mu_{np}^2} \left(\frac{n^2}{\mu_{np}^2} - 1 \right) J_n(\mu_{ni}) J_n(\mu_{np}); \quad \gamma_{npp}^6 = \frac{n^2}{2\mu_{np}^2} J_n^2(\mu_{np}); \\
\gamma_{nip}^7 &= \frac{\nu_{ni} J_{n-1}(\nu_{ni}) J_{n-1}(\nu_{np})}{\nu_{ni}^2 - \nu_{np}^2}; \quad \gamma_{npp}^7 = \frac{e_{npp}}{\nu_{np}}; \quad \gamma_{nip}^8 = \frac{2\nu_{np}^2}{\mu_{ni}^2 - \nu_{np}^2} J_n(\mu_{ni}) J_{n-1}(\nu_{np}).
\end{aligned}$$

Для получения выражений для коэффициентов (1.50) были использованы специальные (не табличные) интегралы от функций Бесселя. Система уравнений (1.49) является решением задачи возбуждения продольно-нерегулярного волновода сторонними источниками. В этой системе оказываются связанными E - и H -типы волн с одинаковым азимутальным индексом n , что обусловлено азимутальной симметрией волновода вдоль оси z . Следует, однако, иметь в виду, что все типы волн связаны через плотность стороннего потока \mathbf{J}'' , поскольку \mathbf{J}'' и ρ' формируются под действием суперпозиции всех волн.

1.2.3. Физические векторы электромагнитных полей. Физические векторы электромагнитных полей определяются по (1.42). В случае азимутальной симметрии выражения для компонент электрического и магнитного полей в системе координат $\mathbf{r}_0, \varphi_0, z_0$ имеют вид

$$\dot{E}_{1rm} = \frac{\dot{E}_{pm}}{r_b}; \quad \dot{E}_{1\varphi m} = \frac{\dot{E}_{\varphi m}}{r_b}; \quad \dot{E}_{1zm} = \dot{E}_{1sm} - \dot{E}_{1zm} \frac{p}{r_b} \frac{dr_b}{dz}; \quad \mathbf{H}_m = \frac{j}{m\omega\mu_0} \text{rot} \mathbf{E}_{1m}. \quad (1.51)$$

С учетом (1.34)–(1.36) выражения (1.51) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{E}_{tm} = E_{xm} + jE_{ym} = \frac{1}{2r_b} \sum_{i=1}^1 \sum_{n=-N}^N \left\{ \dot{A}_{mni}^E J_{n-1}(p_{Eni}) e^{-j[(n-1)\varphi - mT]} - \right. \\ \left. - \dot{A}_{mni}^{*E} J_{n-1}(p_{Eni}) e^{j[(n+1)\varphi - mT]} - \right. \\ \left. - \dot{A}_{mni}^M J_{n-1}(p_{Mni}) e^{-j[(n-1)\varphi - mT]} \dot{A}_{mni}^{*M} J_{n-1}(p_{Mni}) e^{j[(n+1)\varphi - mT]} \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{zm} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^1 \sum_{n=-N}^N \left\{ -J_n(p_{Eni}) [\dot{C}_{mni} e^{-j(n\varphi - mT)} + \dot{C}_{mni}^* e^{j(n\varphi - mT)}] - \right. \\ \left. - \frac{p}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \left[J'_n(p_{Eni}) [\dot{A}_{mni}^E e^{-j(n\varphi - mT)} + \dot{A}_{mni}^{*E} e^{j(n\varphi - mT)}] - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{n}{p_{Mni}} J_n(p_{Mni}) [\dot{A}_{mni}^M e^{-j(n\varphi - mT)} + \dot{A}_{mni}^{*M} e^{j(n\varphi - mT)}] \right] \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_{tm} = H_{xm} + jH_{ym} = \frac{1}{2r_b m\omega\mu_0} \sum_{i=1}^1 \sum_{n=-N}^N \left\{ \nu_{ni} [\dot{C}_{mni} J_{n-1}(p_{Eni}) e^{-j[(n-1)\varphi - mT]} + \right. \\ \left. + \dot{C}_{mni}^* J_{n-1}(p_{Eni}) e^{j[(n+1)\varphi - mT]}] - \frac{d\dot{A}_{mni}^E}{dz} J_{n-1}(p_{Eni}) e^{-j[(n-1)\varphi - mT]} - \right. \\ \left. - \frac{d\dot{A}_{mni}^{*E}}{dz} J_{n-1}(p_{Eni}) e^{j[(n+1)\varphi - mT]} + \frac{d\dot{A}_{mni}^M}{dz} J_{n-1}(p_{Mni}) e^{-j[(n-1)\varphi - mT]} - \right. \\ \left. - \frac{d\dot{A}_{mni}^{*M}}{dz} J_{n-1}(p_{Mni}) e^{j[(n+1)\varphi - mT]} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{r_b} \frac{dr_b}{dz} p_{Mni} J_n(p_{Mni}) [\dot{A}_{mni}^M e^{-j[(n-1)\varphi - mT]} + \dot{A}_{mni}^{*M} e^{j[(n+1)\varphi - mT]}] \Big\}; \\
H_{zm} = & \frac{1}{2r_b m \omega \mu_0} \sum_{i=1}^1 \sum_{n=-N}^N \{ \mu_{ni} J_n(p_{Mni}) [\dot{A}_{mni}^M e^{-j(n\varphi - mT)} + \dot{A}_{mni}^{*M} e^{j(n\varphi - mT)}] \}.
\end{aligned} \tag{1.52}$$

Здесь $p_{Eni} = \nu_{ni} \frac{r}{r_b}$; $p_{Mni} = \mu_{ni} \frac{r}{r_b}$.

Выражения (1.52) совместно с уравнениями возбуждения (1.49) определяют динамическую часть электрического поля, возбуждаемого заданной плотностью потока J'' . Полное же электрическое поле $\mathbf{E}' = \mathbf{E}'_1 + \mathbf{E}'_2$ определяется по (1.43), где \mathbf{E}_2 является решением электростатической задачи (1.44) и выражается через потенциал

$$E_{2r} = -\frac{1}{r_b} \frac{\partial \Phi'}{\partial r}; \quad E_{2\varphi} = -\frac{1}{rr_b} \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi}; \quad E_{2z} = -\frac{\partial \Phi'}{\partial z} + \frac{p}{r_b} \frac{dr_b}{dz} \frac{\partial \Phi'}{\partial r}. \tag{1.53}$$

В общем случае уравнения движения электронов в заданном электромагнитном поле имеют вид

$$\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{V}}{dt} &= -\eta_0 R \left\{ \mathbf{E} + [\mathbf{V} \times \mathbf{B}] - \frac{1}{c^2} \mathbf{V}(\mathbf{V}\mathbf{E}) \right\}; \\
\frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \mathbf{V},
\end{aligned} \tag{1.54}$$

где $\eta_0 = e/m_0$; e — модуль заряда электрона; m_0 — масса покоя электрона; c — скорость света; $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$; $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$; $R = \sqrt{1 - V^2/c^2} = \sqrt{1 - \beta^2}$; $\beta = |\mathbf{V}|/c$.

Поперечное движение электрона будем рассматривать в комплексной плоскости X, Y , т.е. $\dot{r} = x + jy$ (рис. 1.15). Введем нормированные параметры

$$\dot{\Pi} = (V_x + jV_y)/c; \quad \omega = V_z/c; \quad T = \omega t; \quad r = \frac{r_{[M]}\omega}{c}; \quad z = \frac{z_{[M]}\omega}{c}. \tag{1.55}$$

Тогда (1.54) запишем как

$$\begin{aligned}
\frac{d\dot{\Pi}}{dT} &= -\frac{\eta_0 R}{\omega c} \left\{ (E_x + jE_y) - j\dot{\Pi} c \mu_0 H_z + j\omega c \mu_0 (H_x + jH_y) - \right. \\
&\quad \left. - \dot{\Pi} \{ \text{Re}[(E_x + E_y)\dot{\Pi}^*] + \omega E_z \} \right\} = f; \\
\frac{d\dot{r}}{dT} &= \dot{\Pi}; \quad \frac{dz}{dT} = \omega.
\end{aligned} \tag{1.56}$$

1.2.4. Разделение движения электрона на дрейфовое и орбитальное. При движении электрона в продольном слабонеоднородном магнитостатическом поле можно произвести разделение полного движения на дрейфовое и орбитальное. Пусть радиус \dot{r}_0 определяет

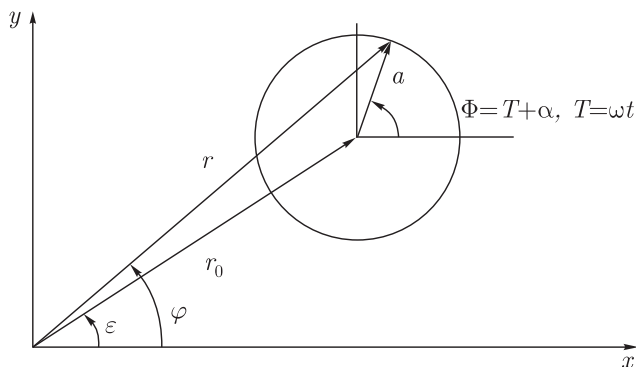


Рис. 1.15. Поперечное движение электрона в комплексной плоскости X, Y

относительно начала координат расстояние и азимут ведущего центра электронной орбиты и a — орбитальное движение электрона, т. е.

$$\dot{r} = r e^{j\varphi} = \dot{r}_0 + \dot{a} = \dot{r}_0 e^{j\varepsilon} + a e^{j\Phi} + O(e^{j2\Phi}). \quad (1.57)$$

Фазу орбитального движения Φ будем рассматривать как сумму $\Phi = T + \alpha$, где T — временная фаза и α — медленно изменяющееся во времени приращение фазы (см. рис. 1.15). Разделение движения электрона на дрейфовое и орбитальное приводит к увеличению числа уравнений почти в два раза, но позволяет осуществить усреднение уравнений по времени, исключить в правой части уравнений быстро осциллирующие члены и, как следствие, уменьшить численные ошибки при интегрировании дифференциальных уравнений движения электрона. Для нормированных скоростей электрона разделение движения может быть представлено следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{r}}{dT} &= \dot{\Pi} = \frac{d\dot{a}}{dT} + \frac{d\dot{r}_0}{dT} = \dot{\Pi}_1 + \dot{\Pi}_2; \\ \dot{\Pi}_1 &= \frac{d\dot{a}}{dT} = \dot{a} \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dT} + j \frac{d\Phi}{dT} \right) = \hat{\gamma}_1 e^{iT} = \hat{\gamma}_1 e^{j\Phi} = \hat{\gamma}_1 e^{j(T+\alpha)}; \\ \dot{\Pi}_2 &= \frac{d\dot{r}_0}{dT} = \dot{r}_0 \left(\frac{1}{r_0} \frac{dr_0}{dT} + j \frac{d\varepsilon}{dT} \right) = \hat{\gamma}_2 e^{j\varepsilon}; \\ \dot{\Pi} &= \hat{\gamma}_1 e^{j(T+\alpha)} + \hat{\gamma}_2 e^{j\varepsilon}. \end{aligned} \quad (1.58)$$

1.2.5. Усредненные уравнения движения. Введенные выше новые фазовые переменные r_0 , ε , a , α , $\hat{\gamma}_1$, $\hat{\gamma}_2$, а также $\frac{d\hat{\gamma}_1}{dT}$, $\frac{d\alpha}{dT}$, $\frac{d\hat{\gamma}_2}{dT}$, $\frac{d\varepsilon}{dT}$ считаем медленно изменяющимися во времени. Это позволит записать усредненные уравнения движения электрона в виде

$$\frac{d\hat{\gamma}_1}{dT} = -j\hat{\gamma}_1 \frac{\text{Im} \hat{\gamma}_1}{a} + \dot{F}_1; \quad \frac{d\omega}{dT} = F_3; \quad \frac{da}{dT} = \text{Re} \hat{\gamma}_1; \quad \frac{d\alpha}{dT} = \frac{\text{Im} \hat{\gamma}_1}{a} - 1;$$

$$\frac{d\dot{\gamma}_2}{dT} = -j\dot{\gamma}_2 \frac{\text{Im } \dot{\gamma}_2}{r_0} + \dot{F}_2; \quad \frac{dr_0}{dT} = \text{Re } \dot{\gamma}_2; \quad \frac{d\varepsilon}{dT} = \frac{\text{Im } \dot{\gamma}_2}{r_0}. \quad (1.59)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \dot{F}_1 &= \overline{\dot{f} e^{-j\Phi}}^T = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{f} e^{-j(T+\alpha)} dT; \quad \dot{F}_2 = \overline{\dot{f} e^{-j\varepsilon}}^T = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{f} e^{-j\varepsilon} dT; \\ \dot{F}_3 &= \overline{\dot{f}_1}^T = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{f}_1 dT. \end{aligned} \quad (1.60)$$

Вычисление интегралов (1.60) будем проводить в предположении, что магнитостатическое поле осесимметрично и слабо меняется вдоль продольной координаты z , т.е.

$$H_{z0}(r, z) \approx H_{z0}(0, z) = H_{s0} F; \quad H_{r0}(r, z) \approx -\frac{r}{2} \frac{dH_{z0}(0, z)}{dz} = -\frac{r}{2} H_{s0} \frac{dF}{dz}, \quad (1.61)$$

где $F = H_{z0}(0, z)/H_{s0}$; $H_{s0} = \frac{\omega m}{\eta_0 \mu_0}$; m — номер гармоники гирочастоты.

Высокочастотные электромагнитные поля в (1.60) представим в виде (1.44). При вычислении интегралов в (1.60) используем теорему сложения, записав ее в принятых здесь обозначениях в виде

$$e^{-jn\varphi} J_n(r_{E.M}) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-1)^l J_l(a_{E.M}) J_{n-1}(r_{0E.M}) e^{-j[\varepsilon(l-n)-j\Phi]}. \quad (1.62)$$

Окончательно выражения (1.60) после усреднения по времени примут вид

$$\begin{aligned} \dot{F}_1 &= -R \left\{ \frac{1}{2r_b'} \sum_{m,i,n} \left\{ \dot{\Phi}_l - j\hat{\gamma}_1 \frac{\mu_{ni}}{Mmr_b'} J_m(a_{Mni}) J_{n-m}(r_{Mni}^0) [\dot{A}_{mni}^{M0} e^{-j\psi_{mn}} + \dot{A}_{mni}^{M0*} e^{j\psi_{mn}}] + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + j \frac{\omega}{mM} \dot{\Phi}_2 - \frac{\hat{\gamma}_1 \hat{\gamma}_1^*}{2} \dot{\Phi}_1 - \frac{\hat{\gamma}_1 \hat{\gamma}_1}{2} \dot{\Phi}_1^* - \hat{\gamma}_1 \omega r_b' \dot{\Phi}_4 \right\} + jFR \left\{ \hat{\gamma}_1 + \frac{\omega a'}{2F} \frac{dF}{dz'} \right\} \right\}; \\ \dot{F}_2 &= -R \left\{ \frac{1}{2r_b'} \sum_{m,i,n} \left\{ [\dot{\Phi}_5^- (\dot{A}_{mni}^{E0}, r_{Eni}^0, a_{Eni}) - \dot{\Phi}_5^+ (\dot{A}_{mni}^{M0}, r_{Mni}^0, a_{Mni})] \left(1 - \frac{\hat{\gamma}_1 \hat{\gamma}_1^*}{2} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - j\hat{\gamma}_1 \frac{\mu_{ni}}{mr_b'} \dot{\Phi}_6 (\dot{A}_{mni}^{M0}, r_{Mni}^0, a_{Mni}) + j \frac{\omega}{m} \left[\nu_{ni} \dot{\Phi}_5^+ (\dot{C}_{mni}^0, r_{Eni}^0, a_{Eni}) - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \dot{\Phi}_5^- \left(\frac{\partial A_{mni}^{E0}}{\partial z'}, r_{Eni}^0, a_{Eni} \right) - \dot{\Phi}_5^- \left(\frac{\partial A_{mni}^{M0}}{\partial z'}, r_{Mni}^0, a_{Mni} \right) \right] + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{r'_b} \frac{dr'_b}{dz'} \left[a_{Mni} \dot{\Phi}_6 (A_{mni}^{M0}, r_{Mni}^0, a_{Mni}) + \right. \\
& + r_{Mni}^0 J_m(a_{Mni}) J_{n-m}(r_{Mni}^0) [\dot{A}_{Mni}^{M0} e^{-j\psi_{mn}} + \dot{A}_{Mni}^{M0*} e^{j\psi_{mn}}] \left. \right] - \\
& - \left\{ \frac{\hat{\gamma}_1 \hat{\gamma}_1}{2} [\dot{\Phi}_7^- (\dot{A}_{mni}^{E0}, r_{Eni}^0, a_{Eni}) - \dot{\Phi}_7^+ (\dot{A}_{mni}^{M0}, r_{Mni}^0, a_{Mni})] + \right. \\
& + \hat{\gamma}_1 \omega r'_b [\dot{\Phi}_6 (\dot{C}_{mni}^0, r_{Eni}^0, a_{Eni}) - \\
& - \frac{1}{r'_b} \frac{dr'_b}{dz'} [\Phi_S - \frac{n}{\mu_{mi}} \dot{\Phi}_6 (A_{mni}^{M0}, r_{Mni}^0, a_{Mni})] \left. \right] \left. \right\} + jFR \left(\dot{\gamma}_2 + \frac{\omega r'_b}{2F} \frac{dF}{dz'} \right); \\
F_3 = & -R \left\{ \frac{1}{2r'_b} \sum_{m,n,i} \left\{ r'_b \Phi_4 (1 - \omega^2) - \frac{j}{2} (\hat{\gamma}_1^* \dot{\Phi}_2 - \hat{\gamma}_1 \dot{\Phi}_2^*) - \frac{\omega}{2} (\hat{\gamma}_1^* \dot{\Phi}_1 - \hat{\gamma}_1 \dot{\Phi}_1^*) \right\} \right\} - \\
& - j \frac{R}{4} \frac{dF}{dz'} [r'_0 (\dot{\gamma}_2^* - \dot{\gamma}_2) + \dot{a} (\dot{\gamma}_1^* - \dot{\gamma}_1)]. \quad (1.63)
\end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\psi_{mn} = \varepsilon(n - m) + \alpha m;$$

$$\begin{aligned}
\dot{\Phi}_1 = & J_{n-m}(r_{Eni}^0) [\dot{A}_{mni}^{E0} J_{m-1}(a_{Eni}) e^{-j\psi_{mn}} - \dot{A}_{mni}^{E0*} J_{m+1}(a_{Eni}) e^{j\psi_{mn}}] - \\
& - J_{n-m}(r_{mni}^0) [\dot{A}_{mni}^{M0} J_{m-1}(a_{Mni}) e^{-j\psi_{mn}} - \dot{A}_{mni}^{M0*} J_{m+1}(a_{Mni}) e^{j\psi_{mn}}];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\Phi}_2 = & \nu_{ni} J_{n-m}(r_{Eni}^0) [\dot{C}_{mni}^0 J_{m-1}(a_{Eni}) e^{-j\psi_{mn}} + \dot{C}_{mni}^{0*} J_{m+1}(a_{Eni}) e^{j\psi_{mn}}] - \\
& - J_{n-m}(r_{Eni}^0) \left[\frac{\partial \dot{A}_{mni}^{E0}}{\partial z'} J_{m-1}(a_{Eni}) e^{-j\psi_{mn}} + \frac{\partial \dot{A}_{mni}^{E0*}}{\partial z'} J_{m-1}(a_{Eni}) e^{j\psi_{mn}} \right] + \\
& + J_{n-m}(r_{Eni}^0) \left[\frac{\partial \dot{A}_{mni}^{M0}}{\partial z'} J_{m-1}(a_{Mni}) e^{-j\psi_{mn}} + \frac{\partial \dot{A}_{mni}^{M0*}}{\partial z'} J_{m-1}(a_{Mni}) e^{j\psi_{mn}} \right] + \\
& + \frac{1}{r'_b} \frac{dr'_b}{dz'} \left\{ a_{Mni} J_m(a_{Mni}) J_{n-m}(r_{Mni}^0) [\dot{A}_{mni}^{M0} e^{-j\psi_{mn}} + \dot{A}_{mni}^{M0*} e^{j\psi_{mn}}] + \right. \\
& + r_{Mni}^0 [\dot{A}_{mni}^{M0} J_{m-1}(a_{Mni}) J_{n+1-m}(r_{Mni}^0) e^{-j\psi_{mn}} + \\
& + \dot{A}_{mni}^{M0*} J_{m+1}(a_{Mni}) J_{n-1-m}(r_{Mni}^0) e^{j\psi_{mn}}] \left. \right\};
\end{aligned}$$

$$\Phi_3 = J_{n-m}(r_{Eni}^0) J_m(a_{Eni}) [\dot{C}_{mni}^0 e^{-j\psi_{mn}} + \dot{C}_{mni}^{0*} e^{j\psi_{mn}}];$$

$$\Phi_4 = \Phi_3 - \frac{1}{r'_b} \frac{dr'_b}{dz'} \left\{ \dot{A}_{mni}^{E0} e^{-j\psi_{mn}} \left[J_{n-m}(r_{Eni}^0) \left[\frac{a_{Eni}}{\nu_{ni}} J_{m-1}(a_{Eni}) - \frac{n}{\nu_{ni}} J_m(a_{Eni}) \right] + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{r_{Eni}^0}{\nu_{ni}} J_m(a_{Eni}) J_{n+1-m}(r_{Eni}^0) \Big] + \\
& + \dot{A}_{mni}^{E0*} e^{j\psi_{mn}} \left[J_{n-m}(r_{Eni}^0) \left[\frac{a_{Eni}}{\nu_{ni}} J_{m-1}(a_{Eni}) - \frac{n}{\nu_{ni}} J_m(a_{Eni}) \right] + \right. \\
& + \frac{r_{Eni}^0}{\nu_{ni}} J_m(a_{Eni}) J_{n+1-m}(r_{Eni}^0) \Big] - \\
& \left. - \frac{n}{\mu_{ni}} J_m(a_{Eni}) J_{n-m}(r_{Eni}^0) [\dot{A}_{mni}^{E0} e^{-j\psi_{mn}} + \dot{A}_{mni}^{E0*} e^{j\psi_{mn}}] \right\}; \\
\Phi_5^\pm(\dot{A}, r, a) &= J_m(a) [\dot{A} J_{n-1-m}(r) e^{-j\psi_{mn}} \pm \dot{A}^* J_{n+1-m}(r) e^{j\psi_{mn}}]; \\
\Phi_6(\dot{A}, r, a) &= \dot{A} J_{m-1}(a) J_{n+m-1}(a) e^{-j\psi_{mn}} + \dot{A}^* J_{m-1}(a) J_{n+m-1}(r) e^{j\psi_{mn}}; \\
\Phi_7^\pm(\dot{A}, r, a) &= \dot{A}^* J_{m-2}(a) J_{n+m+1}(r) e^{j\psi_{mn}} \pm \dot{A} J_{m+2}(a) J_{n-m-1}(r) e^{-j\psi_{mn}}; \\
\Phi_8 &= \frac{1}{\nu_{ni}} \left\{ \dot{A}_{mni}^{E0} e^{-j\psi_{mn}} [-J_{n-m-1}(r_{Eni}^0) (a_{Eni} J_{m-2}(a_{Eni}) - n J_{m+1}(a_{Eni})) + \right. \\
& + r_{Eni}^0 J_{m+1}(a_{Eni}) J_{n-m}(r_{Eni}^0)] + \\
& + \dot{A}_{mni}^{E0*} e^{j\psi_{mn}} [J_{n-m-1}(r_{Eni}^0) (a_{Eni} J_{m-2}(a_{Eni}) - n J_{m-1}(a_{Eni})) + \\
& \left. + r_{Eni}^0 J_{m-1}(a_{Eni}) J_{n-m}(r_{Eni}^0)] \right\}; \\
\dot{A}_{mni}^{E0} &= \frac{\eta_0 \dot{A}_{mni}^E}{c^2}; \quad \dot{A}_{mni}^{M0} = \frac{\eta_0 \dot{A}_{mni}^M}{c^2}; \quad \dot{C}_{mni}^0 = \frac{\eta_0 \dot{C}_{mni}}{\omega c}; \quad r_{Mni}^0 = \frac{\mu_{ni} r_0}{r_b}; \\
a_{Mni} &= \frac{\mu_{ni} a}{r_b}; \quad r_{Eni}^0 = \frac{\nu_{ni} r_0}{r_b}; \quad a_{Eni} = \frac{\nu_{ni} a}{r_b}; \quad r_b' = r_b \frac{\omega}{c}; \quad z' = z \frac{\omega}{c}.
\end{aligned}$$

Совокупность этих уравнений движения электронов с уравнениями возбуждения образует самосогласованную нелинейную теорию гирорезонансных приборов с нерегулярной электродинамической системой.

1.2.6. Трехмерные поля пространственного заряда для гирорезонансных приборов с трубчатыми равноперемешанными спирализованными электронными потоками и азимутально-симметричными рабочими типами волн. В работах [35, 36, 39] построены двумерные нелинейные уравнения с учетом сил пространственного заряда для осесимметричных гирорезонансных приборов с трубчатыми равноперемешанными на входе в область взаимодействия электронными потоками. Эти уравнения могут быть использованы в случае, когда фазовая скорость рабочего вида поля заметно выше скорости света c , режим близок к синхронному, а магнито-статическое поле строго однородно, т.е. в случае, когда эффектами продольного группирования электронов можно пренебречь. Во многих случаях, однако, этого сделать нельзя, например, при взаимодействии электронного потока с полями волновода с сечением, не близким

к критическому, в схемах с неоднородным магнитостатическим полем. В последнем случае в связи с трансформацией поперечной модуляции в продольную эффекты продольной группировки приобретают важное значение, и продольная составляющая поля пространственного заряда может оказывать большее влияние на процесс взаимодействия, чем поперечная.

В настоящем разделе с использованием уравнений возбуждения, сформулированных в работе [36], получены выражения для полного поля пространственного заряда в осесимметричных гирорезонансных приборах с равноперемешанными трубчатыми потоками и на их основе построены соответствующие трехмерные нелинейные уравнения. Как и в предыдущих разделах, особое внимание уделялось операции выделения разрывной части поля, позволяющей, с одной стороны, резко ускорить сходимость рядов, представляющих решение, и, с другой стороны, избавляющей от необходимости оперировать с неравномерно сходящимися рядами, к которым неприменима операция почленного дифференцирования.

Расчет полного поля пространственного заряда. Для расчета полного поля пространственного заряда воспользуемся уравнениями возбуждения, полученными для скалярного $\hat{\varphi}$ и векторного \mathbf{A} потенциалов при кулоновской калибровке

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0. \quad (1.64)$$

В этом случае \mathbf{A} , $\hat{\varphi}$ определяются следующими уравнениями:

$$\nabla^2 \hat{\varphi} = -\frac{\rho_{CT}^e}{\varepsilon_0}, \quad \nabla^2 \mathbf{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \left(\mathbf{J}_{CT}^e - \varepsilon_0 \nabla \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \mathbf{J}', \quad (1.65)$$

где ρ_{CT}^e , \mathbf{J}_{CT}^e — сторонние плотность пространственного заряда и плотность электрического тока. Граничные условия для \mathbf{A} и $\hat{\varphi}$ на боковой поверхности S волновода в пренебрежении потерями могут быть записаны как

$$\hat{\varphi}|_S = 0, \quad [\mathbf{n}, \mathbf{A}]|_S = 0. \quad (1.66)$$

При такой постановке задачи поля \mathbf{E} , \mathbf{H} определяются так:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2, \quad \mathbf{E}_1 = -\nabla \hat{\varphi}, \quad \mathbf{E}_2 = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \mathbf{A}. \quad (1.67)$$

Показано, что решение задачи (1.25), (1.26) может быть представлено в следующем виде (используем сразу цилиндрическую систему координат r, φ, z):

$$\hat{\varphi} = \sum_{S=1}^{\infty} \varphi_s(z, t) \Phi_s^e(r, \varphi), \quad (1.68)$$

$$\varphi_s(z, t) = \frac{1}{2\varepsilon_0 \mathcal{N}_s^e N_s^e} \int_{-\infty}^{+\infty} R_s(z') e^{-\mathcal{N}_s^e |z-z'|} dz', \quad (1.69)$$

$$N_s^e = \int_{S_\perp} (\Phi_s^e)^2 dS_\perp, \quad R_s = \int_{S_\perp} \rho_{CT}^e(z') \Phi_s^e dS_\perp,$$

$$\mathbf{A} = \text{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{q=1}^3 \sum_{S=1}^{\infty} a_{sn}^{(q)}(z) \mathbf{A}_s^{(q)}(r, \varphi) e^{jn\omega t}, \quad (1.70)$$

$$\mathbf{A}_s^{(1)}(r, \varphi) = \mathbf{z}^0 \Phi_s^e(r, \varphi), \quad \mathbf{A}_s^{(2)}(r, \varphi) = \nabla_\perp \Phi_s^e(r, \varphi) / \mathcal{N}_s^e,$$

$$\mathbf{A}_s^{(3)}(r, \varphi) = [\nabla_\perp \Phi_s^m, \mathbf{z}^0] \text{big} / \mathcal{N}_s^m,$$

$$\frac{d^2 a_{sn}^{(1)}}{dz^2} + h_{sn}^2 a_{sn}^{(1)} = \frac{\mu_0}{N_s^e} \Pi_{sn}^{(1)} - \varepsilon_0 \mu_0 j n \omega \frac{d\varphi_{sn}}{dz}, \quad (1.71)$$

$$\frac{d^2 a_{sn}^{(2)}}{dz^2} + h_{sn}^2 a_{sn}^{(2)} = \frac{\mu_0}{N_s^e} \Pi_{sn}^{(2)} - \varepsilon_0 \mu_0 j n \omega \mathcal{N}_s^e \varphi_{sn},$$

$$\Pi_s = \int_{S_\perp} \mathbf{J}_{CT}^e \mathbf{A}_s^{(q)} dS_\perp, \quad \Pi_{sn}^{(q)} = \int_0^{2\pi} \Pi_s^{(q)} e^{-jn\omega t} d\omega t, \quad \varphi_{sn} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi_s e^{-jn\omega t} d\omega t,$$

$$h_{sn}^2 = (n\omega)^2 \varepsilon_0 \mu_0 - (\mathcal{N}_s^e)^2, \quad \gamma_{sn}^2 = (n\omega)^2 \varepsilon_0 \mu_0 - (\mathcal{N}_s^m)^2,$$

$$N_s^e = \int_{S_\perp} |\mathbf{A}_s^{(2)}|^2 dS_\perp, \quad N_s^m = \int_{S_\perp} |\mathbf{A}_s^{(3)}|^2 dS_\perp.$$

В рассматриваемом случае круглого волновода и азимутальной симметрии источников $\Phi_s^e = J_0((\nu_s/b)r)$, $\mathcal{N}_s^e = \nu_s/b$, где ν_s — s -й корень функции $J_0(x)$, $\Phi_s^m = J_0((\mu_s/b)r)$, $\mathcal{N}_s^m = \mu_s/b$, где μ_s — s -й корень функции $J_0(x)$, b — радиус волновода.

В случае приборов с незамедленными волнами и равноперемешанными потоками, взаимодействие в которых протекает при условиях, близких к синхронному на одной из гармоник циклотронной частоты, функции $R_s(t, z')$ и $\Pi_s^{(q)}(t, z')$ являются медленно изменяющимися по координате z' . В интегралах типа (1.69) их можно представить в виде разложения в ряд Тейлора в точке наблюдения z и ограничиться первыми членами, учитывая быструю сходимость интеграла по z' , обусловленную множителем типа $e^{-\mathcal{N}_s^e |z-z'|}$. Таким образом, получим

$$R_s(z', t) \cong R_s^0(t) + \left. \frac{\partial R_s}{\partial z'} \right|_{z=z'} (z - z') + O[(z' - z)^2], \quad (1.72)$$

$$\Pi_s^{(q)}(z', t) \cong \Pi_s^{(q)0}(t) + \left. \frac{\partial \Pi_s^{(q)}}{\partial z'} \right|_{z=z'} (z' - z) + O[(z' - z)^2].$$

Используя (1.72), закон сохранения заряда и предполагая электрон-

ный поток тонким по радиусам ведущего центра, из (1.69) и (1.70) получим для электрических полей

$$\varphi_s = \frac{I_0}{2\pi^2 \varepsilon_0 \nu_s^2 J_1^2(\nu_s)} \int_0^{2\pi} \frac{J_1\left(\frac{\nu_s}{b} r'\right)}{v_s} d\alpha_0, \quad \mathbf{A}_n = \mathbf{r}_0 A_{rn} + \boldsymbol{\varphi}_0 A_{\varphi n} + \mathbf{z}_0 A_{zn},$$

$$A_{rn} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi^3} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1((\nu_s/b)r)}{[\nu_s^2 - (nkb)^2] J_1^2(\nu_s)} \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{v_r}{v_z} J_1\left(\frac{\nu_s}{b} r'\right) e^{-jn\omega t} d\alpha_0 d\omega t + \right.$$

$$\left. + \frac{jn\omega b}{\nu} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} J_0\left(\frac{\nu_s}{b} r'\right) e^{-jn\omega t} d\alpha_0 d\omega t \right\} e^{jn\omega t}, \quad (1.73)$$

$$A_{\varphi n} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi^3} \sum_{s=m}^{\infty} \frac{J_1(\mu_s r/b)}{[\mu_s^2 - (nkb)^2] J_0^2(\mu_s)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{v_\varphi}{v_z} J_1\left(\frac{\mu_s}{b} r'\right) e^{-jn\omega t} d\alpha_0 d\omega t e^{jn\omega t}, \quad (1.74)$$

$$A_{zn} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi^3} \sum_{s=i}^{\infty} \frac{J_0(\nu_s r/b)}{[\nu_s^2 - (nkb)^2] J_1^2(\nu_s)} \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{v_r}{v_z} J_0\left(\frac{\nu_s}{b} r'\right) e^{-jn\omega t} d\alpha_0 d\omega t + \right.$$

$$\left. + \frac{jn\omega b^2}{\nu_s^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{v_z^2} \frac{d\nu_z}{dz} dz J_0\left(\frac{\nu_s}{b} r'\right) + \frac{\nu_s}{b} \frac{1}{v_z} \frac{dr'}{dz} J_1\left(\frac{\nu_s}{b} r'\right) e^{-jn\omega t} d\alpha_0 d\omega t \right\} e^{jn\omega t}.$$

Здесь I_p — ток пучка, $v_r(t, \alpha_0)$, $v_\varphi(t, \alpha_0)$, $v_z(t, \alpha_0)$ — составляющие скорости электрона в плоскости $z = z'$; $r' = r'(t, \alpha_0)$ — радиус электрона в той же плоскости, $\alpha_0 = \alpha - \omega t_0$ — относительная фаза вращения электрона в начальной плоскости (напомним, что $dt/dt_0|_{\alpha_0=\text{const}} = 1$), α — абсолютная фаза вращения электрона (геометрический угол, определяющий положение электрона на орбите) в начальной плоскости в момент $t = t_0$; $i(n)$ соответствует ν_i , при котором $\nu_i^2 - (nkb)^2 > 0$, $m(n)$ соответствует μ_m , а $\mu_m^2 - (nkb)^2 > 0$. Распространяющиеся волны соответствуют $s < i(n)$ (ТМ-волны) и $s < m(n)$ (ТЕ-волны) и описываются общими уравнениями возбуждения (1.71). Используя (1.63), определим поля пространственного заряда, выделяя в явном виде разрывные части E_p и H_p :

$$E_p = r_0(E_{1r} + E_{2r}) + z_0(E_{1z} + E_{2z}),$$

$$E_{1r} = -\frac{I_0}{8\pi^2 \varepsilon_0 r} \int_0^{2\pi} \frac{1}{v} [1 + \text{sign}(r - r')] d\alpha_0,$$

$$E_{1z} = -\frac{I_0}{8\pi^2\varepsilon_0 r} \int_0^{2\pi} \frac{1}{v_z} \left\{ \frac{dv_z}{dz} \left[\ln \frac{rr'}{b^2} + \text{sign}(r-r') \ln \frac{r}{r'} \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{r'} \frac{dr'}{dz} [1 - \text{sign}(r-r')] \right\} d\alpha_0,$$

$$E_{2r} = \frac{I_0 W^0 k}{2\pi^3} \sum_{s=S_0}^{\infty} \left\{ \frac{J_1\left(\frac{\nu_s}{b}r\right)}{[\nu_s^2 - (kb)^2]J_1^2(\nu_s)} \times \right. \\ \left. \times \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\omega t} \left[-j \frac{v_r}{v_z} J_1\left(\frac{\nu_s}{b}r'\right) + c(kb) \frac{1}{\nu_s v_z} J_0\left(\frac{\nu_s}{b}r'\right) d\alpha_0 d\omega t \right] \right\} e^{j\omega t}, \quad (1.75)$$

$$E_{2\varphi} = \frac{I_0 W^0 k}{2\pi^3} \sum_{s=S_0}^{\infty} \left[\frac{J_1\left(\frac{\mu_s}{b}r\right)}{[\mu_s^2 - (kb)^2]J_0^2(\mu_s)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\omega t} j \frac{v_\varphi}{v_z} J_1\left(\frac{\mu_s}{b}r'\right) d\alpha_0 d\omega t \right] e^{j\omega t},$$

$$E_{2z} = \frac{I_0 W^0 k}{2\pi^3} \sum_{s=S_0}^{\infty} \left\{ \frac{J_0\left(\frac{\nu_s}{b}r\right)}{[\nu_s^2 - (kb)^2]J_1^2(\nu_s)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\omega t} \left\{ j J_1\left(\frac{\nu_s}{b}r'\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\omega b^2}{\nu_s^2} \left[\frac{1}{\nu_s^2} \frac{dv_z}{dz} J_0\left(\frac{\nu_s}{b}r\right) + \frac{\nu_s}{b} \frac{1}{v_z} \frac{dr'}{dz} J_1\left(\frac{\nu_s}{b}r'\right) \right] \right\} d\alpha_0 d\omega t \right\} e^{j\omega t}.$$

Здесь

$$W_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad \mathbf{H}_{pt} = \mathbf{r}_0(H_{1r} + H_{2r}) + \boldsymbol{\varphi}_0(H_{1\varphi} + H_{2\varphi}),$$

$$H_{1\varphi} = \frac{I_0}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{r'}{r} + \frac{r}{r'} + \text{sign}(r-r') \left(\frac{r'}{r} - \frac{r}{r'} \right) \right] \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_r}{v_z} \right) - \frac{v_r}{v_z} \frac{1}{r'} \frac{dr'}{dz} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \left(1 + \frac{v_r}{v_z} \frac{dr'}{dz} \right) [1 - \text{sign}(r-r')] \right\} d\alpha_0,$$

$$H_{1r} = -\frac{I_0}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_\varphi}{v_z} \right) - \frac{v_\varphi}{v_z} \frac{1}{r'} \frac{dr'}{dz} \right] \left[\frac{r'}{r} + \frac{r}{r'} - 2 \frac{rr'}{b^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \text{sign}(r-r') \left(\frac{r'}{r} - \frac{r}{r'} \right) \right] + \frac{1}{b} \frac{dr'}{dz} \frac{v_\varphi}{v_z} \left(\frac{b}{r} - \frac{2r}{b} + \text{sign}(r-r') \frac{b}{r} \right) \right\} d\alpha_0,$$

$$H_{2\varphi} = \frac{I_0}{2\pi^3} \sum_{s=S_0}^{\infty} \left[\frac{(kb)^2 J_1\left(\frac{\nu_s}{b}r\right)}{[\nu_s^2 - (kb)^2]J_1^2(\nu_s)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\omega t} \left\{ \frac{1}{\nu_s^2} J_1\left(\frac{\nu_s}{b}r'\right) \times \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_r}{v_z} \right) - \frac{v_r}{v_z} \frac{1}{r'} \frac{dr'}{dz} \right] + \frac{1}{\nu_s b} J_0 \left(\frac{\nu_s}{b} r' \right) \left(1 + \frac{v_r}{v_z} \frac{dr'}{dz} \right) \Big\} d\alpha_0 d\omega t \Big] e^{j\omega t}, \\
H_{2r} = & \frac{I_0}{2\pi^3} \sum_{s=S_1}^{\infty} \left[\frac{(kb)^2 J_1 \left(\frac{\nu_s}{b} r \right)}{[\mu_s^2 - (kb)^2] J_0^2(\mu_s)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\omega t} \left\{ \frac{1}{\mu_s^2} J_1 \left(\frac{\mu_s}{b} r' \right) \times \right. \right. \\
& \times \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_\varphi}{v_z} \right) - \frac{v_\varphi}{v_z} \frac{1}{r'} \frac{dr'}{dz} \right] + \frac{1}{\mu_s b} J_0 \left(\frac{\mu_s}{b} r' \right) \left(1 + \frac{v_\varphi}{v_z} \frac{dr'}{dz} \right) \Big\} d\alpha_0 d\omega t \Big] e^{j\omega t}.
\end{aligned} \tag{1.76}$$

При записи выражений для полей (1.75) и (1.76) использовались следующие формулы суммирования рядов:

$$\begin{aligned}
\sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1 \left(\nu_s \frac{r}{b} \right) J_0 \left(\nu_s \frac{r'}{b} \right)}{\nu_s J_1^2(\nu_s)} &= \frac{b}{4r} [1 + \text{sign}(r - r')], \\
\sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1 \left(\nu_s \frac{r'}{b} \right) J_0 \left(\nu_s \frac{r}{b} \right)}{\nu_s J_1^2(\nu_s)} &= \frac{b}{4r'} [1 - \text{sign}(r - r')], \\
\sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_0 \left(\frac{\nu_s}{b} r \right) J_0 \left(\frac{\nu_s}{b} r' \right)}{\nu_s^2 J_1^2(\nu_s)} &= -\frac{1}{4} \left\{ \ln \frac{rr'}{b^2} + \text{sign}(r - r') \ln \frac{r}{r'} \right\}, \\
\sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1 \left(\frac{\nu_s}{b} r' \right) J_1 \left(\frac{\nu_s}{b} r \right)}{\nu_s^2 J_1^2(\nu_s)} &= \frac{1}{8} \left\{ \frac{r}{r'} + \frac{r'}{r} + \text{sign}(r - r') \left[\frac{r'}{r} - \frac{r}{r'} \right] \right\}, \\
\sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_0 \left(\frac{\mu_s}{b} r' \right) J_1 \left(\frac{\mu_s}{b} r \right)}{\mu_s^2 J_1^2(\mu_s)} &= \frac{1}{4} \left[\frac{b}{r} - \frac{2r}{b} + \text{sign}(r - r') \frac{b}{r} \right], \\
\sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1 \left(\mu_s \frac{r}{b} \right) J_1 \left(\mu_s \frac{r'}{b} \right)}{\mu_s^2 J_1^2(\mu_s)} &= \frac{1}{8} \left\{ \frac{r}{r'} - 2 \frac{rr'}{b^2} + \frac{r'}{r} - \text{sign}(r - r') \left[\frac{r'}{r} - \frac{r}{r'} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{1.77}$$

Напомним, что в (1.75) и (1.76) индекс 1 соответствует потенциальной части поля, индекс 2 — вихревой. В быстро сходящихся рядах, представляющих вихревую часть поля пространственного заряда, удержана только первая гармоника частоты ω , поскольку при построении усредненных уравнений движения вклад высших гармоник $n\omega$ имеет более высокий порядок по $\beta^2 = (v/c)^2$. В отличие от этого потенциальные члены поля, включающие разрывные части, содержат бесконечный ряд гармоник частоты ω .

Усредненные уравнения движения электрона в трубке дрейфа под действием полей пространственного заряда пучка. Положим, что $i = t = 1$ при $n = 1$, т.е. промодулированный электронный поток движется в трубке, закритической для полей ТЕ и ТМ частоты ω .

Будем также считать, что сечение трубки дрейфа не близко к критическому для TE -волн на частоте 2ω ($n\omega$), и возбуждением распространяющихся полей на гармониках ω можно пренебречь. В таком случае поле, действующее на электрон в дрейфующем потоке, определяется выражениями (1.75), (1.76). Используя методику, развитую в разд. 1.2.5, запишем усредненные уравнения движения электрона в слабонеоднородном магнитостатическом поле в следующей форме ($\omega \cong \Omega$):

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dt} = j(\Omega - \omega)\gamma + \frac{\eta_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} (jE_x - E_y - \mu_0 v_z H_x - j\mu_0 v_z H_y) e^{-j\omega t} d\omega t + \\ + \frac{\gamma}{2} \frac{dF}{dt} / F - j\Omega \frac{\gamma\gamma^* + v_z^2}{2c^2} \gamma, \end{aligned} \quad (1.78)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{\eta_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_z d\omega t - \frac{\eta_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} (v_x H_y - v_y H_x) d\omega t - \frac{1}{2} \frac{1}{v_z} \gamma\gamma^* \frac{dF}{dt} / F.$$

Здесь

$$\begin{aligned} F &= B^0(z, 0)/B_s^0, \quad \gamma = \omega e^{-j\omega t}(x + jy), \\ E_x &\cong -E_\varphi + E_r \frac{x}{r}, \quad E_y \cong E_r + E_\varphi \frac{x}{r}, \quad H_x \cong -H_\varphi H_r \frac{x}{r}, \quad H_y \cong -H_r + H_\varphi \frac{x}{r}, \\ v_x &\cong -v_\varphi + v_r \frac{x}{r}, \quad v_y \cong v_r + v_\varphi \frac{x}{r}, \\ v_x &= \frac{\gamma^* e^{-j\omega t} - \gamma e^{j\omega t}}{2j}, \quad v_y = \frac{\gamma e^{j\omega t} - \gamma^* e^{-j\omega t}}{2}, \\ x &= \frac{\gamma e^{j\omega t} + \gamma^* e^{-j\omega t}}{2\omega F}, \quad y = \frac{\gamma e^{j\omega t} - \gamma^* e^{-j\omega t}}{2j\omega F}, \quad \Omega = \eta_0 \mu_0 H_z^0. \end{aligned}$$

Подставив в (1.78) выражения для E_r, H_r (1.75), (1.76) и проведя интегрирование, получим в безразмерных переменных следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} W_m \frac{du_m}{dT} = \frac{S}{R} \frac{1}{N} \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq m}}^N \frac{v_m - v_k}{\sqrt{(u_m - u_k)^2 + (v_m - v_k)^2}} \frac{1}{W_k} + \frac{D_1(R)}{N} \sum_{k=1}^N \frac{v_k}{W_k} + \\ + \frac{D_2(R)W_m}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1}{W_k} \frac{du_k}{dT} + \frac{1}{2} \frac{dF}{dT} \frac{u_m W_m}{F} + \\ + v_m \left[-\Phi + \frac{2\mu}{\beta_\perp^2} (1 - F) + \mu(u_m^2 + v_m^2 + W_m^2 q^{-2})F \right] = f_{um}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_m \frac{dv_m}{dT} = & -\frac{S}{R} \frac{1}{N} \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq m}}^N \frac{u_m - u_k}{\sqrt{(u_m - u_k)^2 + (v_m - v_k)^2}} \frac{1}{W_k} - \frac{D_1(R)}{N} \sum_{k=1}^N \frac{u_k}{W_k} + \\
& + \frac{D_2(R)W_m}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1}{W_k} \frac{dv_k}{dT} + \frac{1}{2} \frac{dF}{dT} \frac{v_m W_m}{F} - \\
& - u_m \left[-\Phi + \frac{2\mu}{\beta_{\perp}^2} (1 - F) + \mu(u_m^2 + v_m^2 + W_m^2 q^{-2}) F \right] = f_{vm}, \\
W_m \frac{dW_m}{dT} = & -(S_0 \ln R + S_1) \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1}{W_k^2} \frac{dW_k}{dT} + \frac{1}{RN} \sum_{k \neq m}^N \frac{\frac{S_2}{W_k^2} (v_m u_k - u_m v_k)}{\sqrt{(u_m - u_k)^2 + (v_m - v_k)^2}} + \\
& + D_3(R) \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1}{W_k} \left[u_m \frac{du_k}{dT} + v_m \frac{dv_k}{dT} \right] - \frac{1}{2} q^2 \frac{dF/dT}{F} (u_m^2 + v_m^2) = f_{wm}, \\
\frac{dR}{dT} = & -\frac{1}{2} \frac{dF/dT}{F} R, \quad R(0) = 1, \quad m = 1, 2, \dots, N. \quad (1.79)
\end{aligned}$$

Здесь $u_m + jv_m = \gamma_m/v_{\perp}$, $W_m = v_m/v_{\parallel}$, v_{\perp}, v_{\parallel} — поперечная и продольная скорости электронов в начальной плоскости, $T = z/L$,

$$\Phi = \frac{\Omega - \omega}{v_{\parallel}} L, \quad \mu = \frac{1}{2} \Omega \beta_{\perp}^2 \frac{L}{v_{\parallel}},$$

$S = \frac{I_0 W^0}{4\pi^2 V_{\parallel} \beta_{\perp}} \frac{L}{r_0^0}$ — главный параметр пространственного заряда, $W^0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, r_0^0 — радиус ведущего центра электронной орбиты при $B_0(z) = B_s^0$, $V_{\parallel} = v_{\parallel}^2/2\eta_0$,

$$S_0 = S\pi q \frac{r_0^0}{L}, \quad S_1 = S\pi q \frac{r_0^0}{L} \ln \frac{r_0^0}{b}, \quad S_2 = S\beta_{\parallel} \frac{1}{kL}, \quad S_3 = S\beta_{\perp}^2,$$

$$D_1 = S\pi\beta_{\perp} k r_0^0 \Sigma_1, \quad D_2 = S\pi\beta_{\parallel} \beta_{\perp} \frac{r_0^0}{L} (kb)^2 [\Sigma_2 + \Sigma_3],$$

$$D_3 = S\pi q \beta_{\perp}^2 \frac{r_0^0}{L} \{ \Sigma_4 - (kb)^2 [\Sigma_2 + \Sigma_3] \},$$

$$\Sigma_1 = \sum_S \frac{J_1^2 \left(\frac{\nu_s}{b} r_0^0 R \right)}{[\mu_s^2 - (kb)^2] J_0^2(\mu_s)}, \quad \Sigma_2 = \sum_S \frac{J_1^2 \left(\frac{\nu_s}{b} r_0^0 R \right)}{\nu_s^2 [\nu_s^2 - (kb)^2] J_1^2(\nu_s)},$$

$$\Sigma_3 = \sum_S \frac{J_1^2 \left(\frac{\nu_s}{b} r_0^0 R \right)}{\mu_s [\mu_s^2 - (kb)^2] J_0^2(\mu_s)}, \quad \Sigma_4 = \sum_S \frac{J_1^2 \left(\frac{\nu_s}{b} r_0^0 R \right)}{[\nu_s^2 - (kb)^2] J_1^2(\nu_s)},$$

b — радиус трубки дрейфа.

В полученных уравнениях коэффициенты S_i определяют потенциальную часть сил пространственного заряда, D_i — вихревую часть. Главными коэффициентами являются S и D_1 , остальные отличаются

от них малыми множителями типа r_0^0/L , β_\perp , β_\perp^2 , $\beta_\parallel\beta_\perp$ и их комбинациями. При определенных условиях ($r_0^0/L \ll 1$, $\beta^2 \ll 1$, $dF/dT = 0$, W , $|dv/dT|$, $|du/dT| \sim 1$) в (1.79) можно положить равными нулю все коэффициенты S_i, D_i , кроме S и D_1 . В этом случае получим упрощенную систему уравнений. Проанализируем более подробно условия такого перехода. Одновременное выполнение условий ($r_0^0/L \ll 1$, $|dv/dT|$, $|du/dT| \sim 1$) означает, что длина трубки велика по сравнению с поперечными размерами пучка, а фазовая скорость процессов группировки вдоль z достаточно большая (условия синхронизма $\omega \cong \Omega$ почти точно выполняются). Кроме того, $dF/dT = 0$, т.е. магнитостатическое поле везде однородно, и, следовательно, упомянутые условия синхронизма выполняются по всей длине трубки дрейфа. При таких условиях элементарные электронные трубки ($\alpha_0 = \text{const}$) имеют малую деформацию вдоль z . Здесь z -группировка отсутствует. Продольное поле пространственного заряда, равно как и коррекция поперечного поля за счет деформации электронной трубки становятся очень малыми. Достаточно предположить, что $dF/dT \neq 0$, чтобы ситуация изменилась: тогда малые коэффициенты S_i, D_i умножаются на большие величины dv/dT , du/dT и т.д., поскольку в определяющих эти величины уравнениях появляются большие коэффициенты ($2\mu/\beta_\perp^2$)($F - 1$). С физической точки зрения даже слабая неоднородность магнитостатического поля сильно меняет фазовую скорость процесса группировки по z (из-за нарушения условия $\Omega = \omega$). В результате возникает существенная деформация элементарных трубок, приводящая к появлению заметных продольных сил пространственного заряда и коррекции поперечных сил. Таким образом, при $dF/dT \neq 0$ следует использовать полную систему уравнений (1.79).

Нелинейные уравнения для гирорезонансных приборов со слабо нерегулярным волноводом. Используя уравнения (1.79), а также результаты слаборелятивистской кинематической теории гирорезонансных приборов со слабо нерегулярными волноводами, нетрудно записать нелинейные уравнения волноводных гирорезонансных приборов с рабочей волной H_{01} , которые имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{du_m}{dT} + j \frac{dv_m}{dT} &= \left\{ \Pi(g, F) \frac{j\dot{B} + W_m \dot{d}}{g} + f_{mu} + j f_{mv} \right\} \frac{1}{W_m}, \\ \frac{dW_m}{dT} &= -\frac{q^2}{dT} \left\{ \Pi(g, F) \frac{\text{Re}(u_m + jv_m)\dot{d}}{\sigma} + f_{mW} \right\}, \quad \frac{d\dot{B}}{dT} = \frac{2\mu}{\beta_\perp^2} \dot{d}, \quad (1.80) \\ \frac{d\dot{d}}{dT} &= -\frac{2\mu}{q^2} \left(1 - \frac{1 + \frac{\mu_1^2 g^2}{6\mu} \left(\frac{dg}{dT} \right)^2}{g^2} \right) B + \Pi(g, F) \frac{A}{gN} \sum_{m=1}^N \frac{u_m + jv_m}{W_m}, \\ 0 &\leq T \leq 1, \quad m = 1, 2, \dots, N, \end{aligned}$$

где

$$\Pi(g, F) = J_1 \left(\frac{\mu_1}{b_{\text{cr}}} \frac{r_0^0}{g\sqrt{F}} \right) / J_1 \left(\frac{\mu_1}{b_{\text{cr}}} r_0^0 \right),$$

b_{cr} — критический радиус волновода для волны H_{01} ,

$$A = I_0 W^0 I_1^2 \left(\frac{\mu_1 r_0^0}{b_{\text{cr}}} \right) \frac{\beta_{\perp}}{2\mu} \left(\frac{L}{b_{\text{cr}}} \right)^2 \frac{L}{\lambda} / {}_0 W^0 I_1^2 \left(\frac{\mu_1 r_0^0}{b_{\text{cr}}} \right) \frac{\beta_{\perp}}{2\mu} \left(\frac{L}{b_{\text{cr}}} \right)^2 \frac{L}{\lambda} 2J_0^2(\mu_1) V_{\parallel}.$$

Следует учесть, что в коэффициентах D_i суммирование по S должно проводиться, в отличие от трубки дрейфа, начиная с $S = 2$. Начальные условия для u_m, v_m, W_m зададим в следующей форме: $W_m(0) = 1$, $u_m(0) + jv_m(0) = \rho(0)e^{j\vartheta_m(0)}$ при линейной однокаскадной предварительной модуляции $\rho(0) = 1$, $\vartheta_m(0) = \frac{2\pi m}{N} - X \cos \frac{2\pi m}{N}$.

При $dh_1/dT|_{T=0,1} = 0$ краевая задача для \dot{d}, \dot{B} может быть поставлена на следующем образом:

$$\begin{aligned} \frac{2\mu}{\beta_{\perp}^2} (1 + \dot{\Gamma}_1) \dot{d}(0) - j\theta(0)(1 - \dot{\Gamma}_1) \dot{B}(0) &= -j2\theta(0) \dot{a}_{10} g(0), \\ \frac{2\mu}{\beta_{\perp}^2} (1 + \dot{\Gamma}_2) \dot{d}(1) + j\theta(0)(1 - \dot{\Gamma}_2) \dot{B}(1) &= -j2\theta(1) \dot{a}_{20} g(1). \end{aligned} \quad (1.81)$$

Здесь $\dot{\Gamma}_1$ — коэффициент отражения E_i при $T = 0$, $\dot{\Gamma}_2$ — коэффициент отражения при $T = 1$; $\theta(T) = h_1(T)L$, $\dot{a}_{10} = 2v_{\perp} v_{\parallel} \dot{A}_{10} / \eta_0 L J_1(\mu_1 r_0^0 / b_{\text{cr}})$, \dot{A}_{10} — амплитуда волны, проходящей через сечение $T = 0$ слева, \dot{A}_{20} — амплитуда волны, проходящей через сечение $T = 1$ справа.

При решении краевой задачи (1.81) $\dot{d}(0)$ и $\dot{B}(0)$ можно рассматривать как поисковые параметры, при оптимальных значениях которых удовлетворяются условия ($T = 1$). В случае оптимизации выходной мощности физические параметры выбираются из условия максимума выходной мощности, которая рассчитывается по формуле

$$P_{\text{out}} = \text{Re} \left\{ -\frac{j}{2} \frac{\dot{d}(1) \dot{B}(1) 8\mu v_{\perp}^2 v_{\parallel}^2 \pi b^2 J_0^2(\mu_1)}{\beta_{\perp}^2 \eta_0^2 J_1^2(\mu_1 r_0^0 / b_{\text{cr}}) L^2} \right\}.$$

Оптимальный коэффициент ($\dot{a}_{20} = 0$) выражения $\dot{\Gamma}_2$ определяется соотношением $\dot{\Gamma}_2 = -\frac{2\mu \dot{d}(1) + j\beta_{\perp}^2 \theta(1) \dot{B}(1)}{2\mu \dot{d}(1) - j\beta_{\perp}^2 \theta(1) \dot{B}(1)}$.

1.2.7. Силы пространственного заряда при азимутально-несимметричных рабочих типах волн. Вычисление квазистатической части поля пространственного заряда в гирорезонансных приборах проведено выше для азимутально-симметричных рабочих типов волн. В этом случае квазистатические силы пространственного заряда приводят к ускорению и некоторому улучшению группировки благодаря фазовому перемещению электронов против направления сил поля пространствен-

ного заряда фазового сгустка к его центру. Такой характер фазового смещения электронов называют эффектом «отрицательной» массы. Он обусловлен тем, что тормозящие электроны (вращающиеся вслед за сгустком) увеличивают частоту вращения $\Omega = (e/m)B^0$ (e — заряд, m — масса электрона, B^0 — индукция магнитостатического поля) из-за уменьшения m , а ускоряющиеся электроны (вращающиеся впереди сгустка) уменьшают Ω вследствие роста m . Такой простой физический механизм влияния квазистатического поля пространственного заряда имеет место только в случае азимутально-симметричных рабочих типов волн и соосных с металлическим экраном (боковой стенкой волновода или трубкой дрейфа) трубчатых электронных потоков, когда изофазные электроны образуют заряженные трубки, также соосные с экраном. Следовательно, их поле экраном не искажается. В случае несимметричных типов волн (например, H_{11}) изофазные электроны образуют заряженные трубки, смещенные относительно оси волновода или трубки дрейфа. В этом случае за счет несимметрии наведенных на экране зарядов возникает дополнительный дипольный момент, существенно изменяющий механизм влияния пространственного заряда. Как показано ниже, это влияние в практических случаях существенно снижается по сравнению с тем, которое имеет место при азимутально-симметричных рабочих типах волн.

Здесь сформулирована нелинейная математическая модель физического процесса взаимодействия в гирорезонансных усилителях для несимметричного рабочего типа волн с учетом квазистатических сил поля пространственного заряда.

На рис. 1.16 представлена конфигурация области взаимодействия. Здесь I — металлический экран (боковая стенка волновода или трубки дрейфа), II — соосный с экраном трубчатый электронный поток. Движение отдельного электрона в поперечном сечении волновода можно представить в любой момент как вращение с мгновенными радиусом a и фазой Φ относительно ведущего центра с мгновенными координатами ρ, ε или, используя комплексную форму записи поперечных координат электрона:

$$\dot{r} = re^{j\varphi} = \rho e^{j\varepsilon} + ae^{j\Phi}.$$

Здесь r, φ, Φ — быстро изменяющиеся функции времени, ρ, ε, a — медленно изменяющиеся функции. Введем следующие упрощающие предположения.

1. Электронный поток равномерно перемешанный, т.е. плотность распределения электронов по фазам вращения Φ в начальный момент равномерна.

2. Разброс радиусов ведущих центров ρ в потоке очень мал.

3. Модуляция электронов (пусть в частном случае) осуществляется вращающимся полем H_{11} при условии основного циклотронного

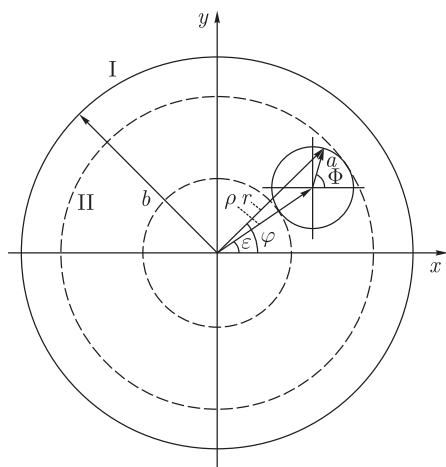


Рис. 1.16. Поперечное сечение области взаимодействия

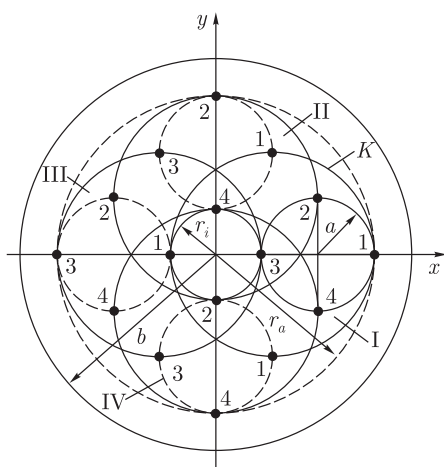


Рис. 1.17. Схема формирования четырех изофазных трубок

резонанса ($\omega \approx \Omega$), причем магнитостатическое поле будем считать однородным ($B^0 = \text{const}$).

В связи с последним предположением представим $\Phi = \omega t + \alpha$, где α — медленная функция t . При $\omega \approx \Omega$ и $B^0 = \text{const}$ фазовая скорость процесса группирования по z близка к бесконечности, поэтому деформация изофазных электронных трубок в z -направлении происходит медленно. В связи с этим без большой погрешности задачу расчета квазистатического (соответствующего мгновенному положению зарядов) поля изофазных электронных трубок можно поставить как двумерную (в текущем поперечном сечении).

Рассмотрим схему объединения электронов в изофазные трубки. На рис. 1.17 приведены четыре орбиты электронов (I, ..., IV). На них указаны положения электронов (1, ..., 4) с фазами вращения Φ : 1 — 0, 2 — $\pi/2$, 3 — π , 4 — $3\pi/2$. Изофазную трубку составляют электроны, имеющие одинаковую фазу вращения Φ . Таким образом, объединяя электроны с номерами 1 на всех орбитах, получаем изофазную трубку с $\Phi = 0$, электроны разных орбит с номерами 2 образуют изофазную трубку с $\Phi = \pi/2$ и т. д. Важным моментом является предположение 1, из которого следует, что заряды всех трубок одинаковы, а распределение заряда по азимуту в трубке равномерно. С учетом предположения 2 изофазную трубку в пределе (разброс ρ равен нулю) можно рассматривать как заряженную поверхность с постоянной по азимуту поверхностной плотностью заряда $\sigma = -\tau/2\pi\rho$, $\tau = I_{10}/v_z$ — линейная плотность заряда трубки, $I_{10} = I_0/N$, N — число введенных в рассмотрение фазовых трубок.

Следовательно, для расчета квазистатического поля изофазных электронных трубок необходимо решить следующую двумерную элек-

тростатическую задачу:

$$\begin{cases} \nabla^2 U = -(\tau/2\pi\rho)\delta(r_0 - r), \\ \left. \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right|_{r=b} = 0, \quad U|_{r=0} = \infty, \end{cases} \quad (1.82)$$

где r_0 — координаты контура сечения изофазной трубки (окружность K на рис. 1.17), r — координаты точки наблюдения. Для решения краевой задачи (1.82) достаточно построить, используя метод функции Грина, потенциал заряженной нити в экране радиусом b . Это решение имеет вид

$$\hat{U} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \begin{cases} -\ln(r/b) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos[n(\varphi - \varphi_0)] \left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^n - \left(\frac{r_0 r}{b^2}\right)^n \right], & r > r_0, \\ -\ln(r_0/b) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos[n(\varphi - \varphi_0)] \left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^n - \left(\frac{r_0 r}{b^2}\right)^n \right], & r < r_0. \end{cases} \quad (1.83)$$

Здесь q — линейная плотность заряда нити r_0, φ_0 и r, φ — соответственно полярные координаты источника и точки наблюдения ($r \leq b$). Используя (1.83), решение задачи (1.82) можно представить в виде

$$U = \frac{1}{\rho} \int_0^{2\pi} \hat{U} r_0 \frac{d\varphi_1}{d\varphi_0} d\varphi_0, \quad (1.84)$$

где φ_1 — азимут нити — источника в полярной системе координат, начало которой совпадает с осью изофазной трубки. Тогда

$$\begin{cases} \frac{d\varphi_1}{d\varphi_0} = \frac{r_0^2 + ar_0 \cos \varphi_0}{r_0^2 - 2r_0 a \cos \varphi_0 + a^2}, \\ r_0 = \rho - \frac{a^2}{2\rho^2} \sin^2 \varphi_0 + a \cos \varphi_0. \end{cases} \quad (1.85)$$

Для упрощения дальнейших расчетов положим, что $\rho \gg a$, $n = 1$ в (1.83). Используя (1.83)–(1.85), получим

$$U = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \begin{cases} -\ln\left(\frac{r}{b}\right) + \left(\frac{1}{r} - \frac{r}{b^2}\right) \frac{3}{2} a \cos \varphi, & r > r_0, \\ -\ln\left(\frac{\rho}{b}\right) + \left(\frac{a}{2\rho^2} - \frac{3}{2} \frac{a}{b^2}\right) r \cos \varphi, & r < r_0. \end{cases} \quad (1.86)$$

Рассчитывая $\mathbf{E} = -g \text{ grad } U$, запишем напряженность поперечного квазистатического электрического поля в комплексной форме следующим образом:

$$\dot{E}_{\text{тпз}} = E_x + jE_y = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{2r} [1 + \text{sign}(r - r_0)] \left(e^{j\varphi} + \frac{a}{r} e^{j^2\varphi} \right) + \frac{3}{2} \frac{a}{b^2} \right\}. \quad (1.87)$$

Подставляя полученные выражения (1.87) для $\dot{E}_{t_{\text{ПЗ}}}$ в релятивистское уравнение движения электрона и приводя усреднение правой части по периоду рабочей частоты $2\pi/\omega$, получаем после соответствующей нормировки переменных следующее уравнение для орбитального движения электрона:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{\gamma}_i}{dz_0} &= \left(-j\dot{\gamma}_i \frac{\text{Im}(\dot{\gamma}_i)}{a_{0i}} + \dot{F}_{1i} \right) / \Delta W_i, & \frac{dW_i}{dz_i} &= F_{3i}/W_i, \\ \frac{da_{0i}}{dz_0} &= \text{Re}(\dot{\gamma}_i)/W_i, & \frac{d\alpha_i}{dz_0} &= \left(\frac{\text{Im}(\dot{\gamma})}{a_{0i}} - 1 \right) / \Delta W_i, \\ i &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (1.88)$$

Начальные условия к системе (1.88) в отсутствие модуляции ($z_0 = 0$) задаются в виде

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_i(0) = j\beta_{\perp 0}, & W_i(0) = \beta_{z0}, & a_{0i}(0) = \frac{\beta_{\perp 0}}{F_0} R_i(0), \\ \alpha_i(0) = \frac{2\pi i}{N}. \end{cases} \quad (1.89)$$

При записи (1.88) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \gamma_i &= (\beta_{xi} + j\beta_{yi})e^{-j(T+\alpha_i)}, & W_i &= \beta_{zi}, & a_{0i} &= \frac{2\pi a_i}{\lambda} = \frac{\omega a_i}{c}, \\ R_i &= \sqrt{1 - (\dot{\gamma}_i \dot{\gamma}_i^* + W_i^2)}, & z_0 &= \frac{\omega z}{c}, & \alpha_i &= \Phi_i - T, \\ T &= \omega t, & F_0 &= \frac{\eta B_z^0}{\omega c}, \\ \dot{F}_{1i} &= -R_i \left\{ \frac{1}{2g} \left[\dot{\Phi}_{1i} \left(1 - \frac{\dot{\gamma}_i \dot{\gamma}_i^*}{2} \right) + \dot{\Phi}_{1i} \frac{\dot{\gamma}_i \dot{\gamma}_i^*}{2} - jW_i \dot{\Phi}_{2i} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + j\dot{\gamma}_i \frac{J_1(a_{Hi})J_0(r_H^0)}{g} (\dot{C}_0 e^{-j\alpha_i} + \dot{C}_0^* e^{j\alpha_i}) \right] - jF_0 \dot{\gamma}_i \right\} + \dot{F}_{1\text{ПЗ}i}, \\ \dot{F}_{3i} &= R_i \left\{ \frac{1}{2g} \left[(\dot{\gamma}_i^* \dot{\Phi}_{2i} - \dot{\gamma}_i \dot{\Phi}_{2i}^*) + \frac{W_i}{2} (\dot{\gamma}_i^* \dot{\Phi}_{1i} - \dot{\gamma}_i \dot{\Phi}_{1i}^*) \right] \right\} + \dot{F}_{3\text{ПЗ}i}, \\ \dot{\Phi}_{1i} &= -J_0(r_H^0) [\dot{C}_0 e^{-j\alpha_i} J_0(a_{Hi}) + \dot{C}_0^* e^{j\alpha_i} J_2(a_{Hi})], \\ \dot{\Phi}_{2i} &= J_0(r_H^0) \left[\frac{d\dot{C}_0}{dz_0} e^{-j\alpha_i} J_0(a_{Hi}) - \frac{d\dot{C}_0^*}{dz_0} e^{j\alpha_i} J_2(a_{Hi}) \right], \\ \dot{F}_{1\text{ПЗ}i} &= \frac{R_i}{r h_{00}} S \left[\left(1 - \frac{\dot{\gamma}_i \dot{\gamma}_i^*}{2} \right) e^{-j\alpha_i} \dot{f}_{\text{ПЗ}i} - \frac{\dot{\gamma}_i \dot{\gamma}_i^*}{2} e^{j\alpha_i} \dot{f}_{\text{ПЗ}i}^* \right], \\ F_{3\text{ПЗ}i} &= -\frac{R_i W_i S}{2r h_{00}} (\dot{\gamma}_i^* \dot{f}_{\text{ПЗ}i} + \dot{\gamma}_i \dot{f}_{\text{ПЗ}i}^*), \\ \dot{f}_{\text{ПЗ}i} &= \frac{j}{N} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{e^{j\psi_{ij}}}{W_j} + \frac{3}{2} \frac{\pi r h_{00}}{b_0^2} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a_{0j} \frac{e^{j\alpha_j}}{W_j}, & e^{j\psi_{ij}} &= \frac{B_{ij} + jA_{ij}}{\sqrt{B_{ij}^2 + jA_{ij}^2}}, \end{aligned} \quad (1.90)$$

$$A_{ij} = a_{0j} \cos \alpha_i - a_{0i} \cos \alpha_j, \quad B_{ij} = -a_{0j} \sin \alpha_j + a_{0i} \sin \alpha_i,$$

$$rho_0 = \frac{\omega p}{c}, \quad b_0 = \frac{\omega b}{c}, \quad a_{Hi} = \frac{a_{0i}}{g}, \quad r_H^0 = \frac{rho_0}{g}, \quad g = \frac{1}{\sqrt{1 - (\pi c / \omega L_M)^2}},$$

$$S = \frac{\eta_0 I_0}{2\pi^2 \varepsilon_0 c^3}, \quad \dot{C}_0 = \frac{\eta_0 \dot{E}_m(z_0)}{\omega c},$$

$\dot{E}_m(z_0)$ — распределение поперечной электрической составляющей электромагнитного поля волновода или резонатора. В трубке дрейфа $\dot{C}_0 = 0$; в коротком модулирующем резонаторе $\dot{C}_0 = \dot{C}_m^0 \sin(\pi z_0 / L_M)$, где L_M — нормированная длина области взаимодействия.

Остановимся на анализе силовой функции, определяемой полем пространственного заряда $\dot{f}_{ПЗ}$. Первый член в ней по структуре тождествен с силовой функцией для азимутально-симметричного и плоского случаев, когда металлический экран не изменяет поля изофазных электронных трубок. В рассматриваемом несимметричном случае поле смещенной относительно оси экрана изофазной заряженной трубки существенно им искажается. В результате в силовой функции появляется второй член, который, как будет показано ниже, в определенной степени компенсирует действие первого. Из полученной формулы следует, что возможна даже перекомпенсация при $\bar{a}_{0i}/b_0 \geq 0,3$ (если принять, что $rho_0 = b_0 - \bar{a}_{0i}$). Однако случай перекомпенсации выходит далеко за пределы основного приближения, в котором рассчитана $\dot{f}_{ПЗ}(a_{0i} \ll rho_0)$. Таким образом, в пределах применимости полученных уравнений перекомпенсация невозможна. Следует отметить, что в типичном случае, когда $b_0 = 1,7$, $rho_0 \sim b_0 - a_0$, влияние второго члена в $\dot{f}_{ПЗ}$ начинает сказываться при $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c \sim 0,1$. При этом он может достигать значения 0,4 от величины первого члена в $\dot{f}_{ПЗ}$. В общем случае для волны типа H_{ni} второй член в выражении для $\dot{f}_{ПЗ}$ в (1.90) имеет вид

$$\dot{f}_{ПЗ2} = \frac{n+2}{2} \pi \left(\frac{rho_0}{b_0} \right)^{2n} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{a_{0j}}{rho_0} e^{j\alpha_j} / \omega_j.$$

При больших n (моды шепчущей галереи) в предположении, что $rho_0 \sim b_0 - a_0$, $R_0 F_0 \sim 1$, $n \sim 2\pi b/\lambda$, можно считать $a_0 \sim \beta_{\perp}$, $a_0/rho_0 \approx \beta_{\perp}/n$, $rho_0/b_0 \approx 1 - \beta_{\perp}/n$. Тогда максимальное значение составляющей $\dot{f}_{ПЗ2}$ при идеальной группировке запишем как

$$|\dot{f}_{ПЗ2\max}| = \frac{\pi}{2} (1 - 2\beta_{\perp}) \beta_{\perp} / \beta_{\parallel}.$$

Из этого следует, что максимальное компенсирующее действие второй составляющей $\dot{f}_{ПЗ2}$ квазистатического поля пространственного заряда достигается при $\beta_{\perp} \sim 0,25$. В этом случае $|\dot{f}_{ПЗ2}|$ составляет $\sim 1/3$ основной составляющей $|\dot{f}_{ПЗ1}|$.

1.3. Некоторые результаты нелинейной теории и оптимизации гирорезонансных приборов

1.3.1. Оптимальное распределение полей в резонаторах гиротронов и гироклистронов. Синтез профиля резонатора для осесимметричных ТЕ-мод. Указанные оптимальные распределения полей и соответствующие им профили резонаторов найдены с использованием АУС-метода решения задач оптимального управления нелинейным динамическим процессом [48] в [37]. Искомое оптимальное распределение поля, одновременно определяющее и профиль резонатора для азимутально-симметричных ТЕ-полей, задано в [37] следующим образом.

Рассмотрим взаимодействие трубчатого электронного потока с азимутально-симметричными ТЕ-полями круглого резонатора. В этом случае электрическое поле в цилиндрической системе координат имеет одну составляющую $E_\varphi(r, z)$, удовлетворяющую следующему уравнению Гельмгольца:

$$\frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} E_\varphi + \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} + k^2 E_\varphi = 0, \quad (1.91)$$

$$k = \frac{\omega}{c} = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \omega.$$

Если область, занятая полем (область взаимодействия), имеет границы $0, l$ по оси z , то граничные условия к (1.91) могут быть заданы в виде

$$E_\varphi(r, 0) = E_\varphi(r, l) = 0. \quad (1.92)$$

Кроме того, поле на оси должно быть конечным:

$$E_\varphi(0, z) \neq \infty. \quad (1.93)$$

Решение (1.91) при граничных условиях (1.92), (1.93) имеет вид

$$E_\varphi = \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_1(\mathcal{N}_n r) \sin \pi n T, \quad T = \frac{z}{l}, \quad \mathcal{N}_n = \sqrt{k^2 - (\pi n/l)^2}. \quad (1.94)$$

Амплитудные коэффициенты в (1.94) легко определяются, если на некотором уровне r_0 (в дальнейшем будем считать радиусом ведущего центра электронной орбиты в трубчатом пучке) задано распределение либо $E_\varphi(r_0, z) = E_\varphi(r_0, T) = E_m g(T)$, либо $r_0[\partial E_\varphi(r_0, z)/\partial r_0] - E_\varphi(r_0, z) = E_m G(T)$. Действительно, используя ортогональность членов ряда (1.94), найдем

$$C_n = \frac{2E_m}{J_1(\mathcal{N}_n r_0)} - \int_0^1 g(T) \sin \pi n T dT, \quad (1.95)$$

или

$$c_n = -\frac{2E_m}{\mathcal{N}_n r_0 J_2(\mathcal{N}_n r_0)} \int_0^1 G(T) \sin \pi n T dT. \quad (1.96)$$

Профиль резонатора $r = b(z)$, в котором реализуется поле вида (1.94), определяется решением уравнения $E_\varphi(r, z) = 0$, что не представляет каких-либо трудностей при использовании простейших итерационных процедур. В дальнейшем будем считать, что $b(z)$ задан, если определены $g(T)$ или $G(T)$. Оптимальные распределения $Ag(T)$ (взаимодействие на первой гармонике циклотронной частоты) и $AG(T)$ (взаимодействие на второй гармонике, A — безразмерная амплитуда поля), найденные в [37], приведены на рис. 1.18 и 1.19 соответственно для гиротрона и отбирателя гироклистрона.

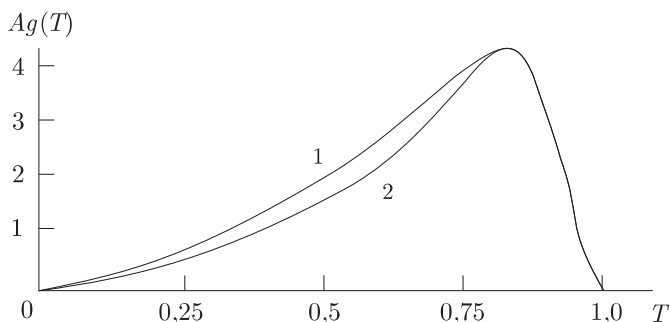


Рис. 1.18. Оптимальные распределения ВЧ-поля при взаимодействии на первой гармонике: 1 — $Ag^{\text{опт}}(T)$ для гиротрона; 2 — $Ag^{\text{опт}}(T)$ для отбирателя гироклистрона

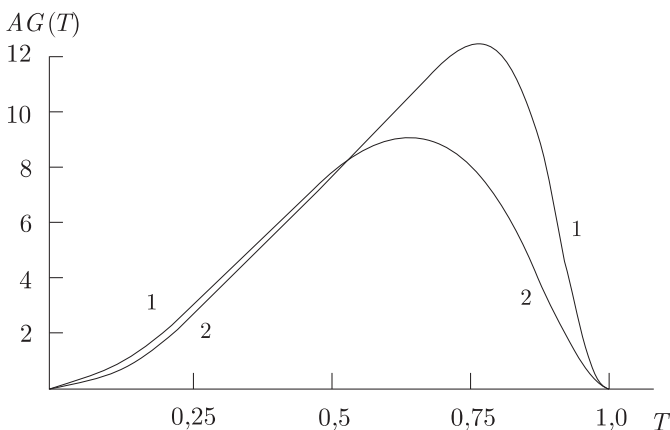


Рис. 1.19. Оптимальные распределения поля для взаимодействия на второй гармонике: 1 — $AG^{\text{опт}}(T)$ для гиротрона; 2 — $AG^{\text{опт}}(T)$ для отбирателя гироклистрона

Следует заметить, что задолго до выхода статьи [37] В. К. Юлпатов высказал мнение, что оптимальное распределение поля в гиротроне должно быть близко к треугольному. Строгое решение задачи оптимизации распределения поля в резонаторах слаборелятивистских гиротронов и гироклистронов подтвердило его гипотезу. Такое распределение отвечает достаточно простым физическим представлениям об оптимальном механизме взаимодействия: группировка должна происходить в относительно слабом поле с малым модуляционным разбросом энергий электронных ротаторов. Напротив, отбор энергии должен производиться интенсивно в относительно малом интервале времени, пока фазовый электронный пакет не распадется и не выйдет из тормозящей фазы поля. В [37] найдены следующие, близкие к предельным, оптимальные по «поперечному» кпд параметры гиротронов.

1. Взаимодействие на первой гармонике гирочастоты

$$\eta_{\perp}^{\max} = 1 - \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \frac{v_{tm}^2}{v_{\perp}^2} = 0,881, \quad \mu = \frac{\beta_{\perp}^2 \Omega_0 l}{2v_{\parallel}} = 28,55, \quad A = \frac{\eta_0 E_m l}{2v_{\perp} v_{\parallel}} = 4,25.$$

2. Взаимодействие на второй гармонике, $\omega \approx 2\Omega$:

$$\eta_{\perp}^{\max} = 0,9, \quad \mu = 22,35, \quad A = \frac{\eta_0 E_m l}{2v_{\perp} v_{\parallel}} \left(\frac{\beta_{\perp}}{\kappa r_0} \right) = 12,49.$$

Здесь l — длина области взаимодействия; v_{\perp} — начальная поперечная скорость электронов; $v_{tm}(l)$ — та же скорость m -го электрона в конце области взаимодействия, $m = 1, \bar{N}$, $N = 64$; $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$; $\Omega_0 = \eta_0 \beta_0 \left(1 - \frac{v_{\parallel}^2}{2c^2} \right)$; $\eta_0 = \frac{l}{m_0}$; l, m_0 — соответственно заряд и масса покоя электрона, B_0 — индукция магнитостатического поля; v_{\parallel} — начальная продольная составляющая скорости электрона; r_0 — радиус ведущего центра электронов трубчатого пучка; E_m — максимальное значение E_{φ} в резонаторе; $\kappa = \omega/c$.

Таким образом, взаимодействие на второй гармонике циклотронной частоты оказывается более эффективным по η_{\perp}^{\max} , чем взаимодействие на первой гармонике. Это обусловлено более благоприятными условиями отбора энергии у электронов на второй гармонике: силовое воздействие поля пропорционально радиусу ларморовской орбиты электрона. Поэтому эффект «обратного ускорения» отдавших энергию электронов при отборе энергии от ускоренных («неправильно-фазных») электронов в конце области взаимодействия выражен намного слабее, чем при взаимодействии на первой гармонике. В этом отношении энергетическая избирательность взаимодействия на гармониках циклотронной частоты представляется весьма ценным качеством гирорезонансных приборов, не имеющим аналога в классических приборах лучевого типа. Заметим также, что указанное свойство определило более простую форму $G^{\text{опт}}$ по сравнению с $g^{\text{опт}}$. В последнем случае необходим более резкий

выход электронов из взаимодействия для предотвращения «обратного ускорения» отдавших энергию электронов.

Конечно, это относится только к «электронному» кпд, т.е. относительной энергии, отдаваемой электронным потоком. Полный (или «технический» кпд) требует еще умножения электронного кпд на «кпд контура». Если это учесть, то полный кпд гиротрона на второй гармонике окажется ниже, чем на первой. Для достижения оптимальной по кпд амплитуды поля на второй гармонике нагруженная добротность резонатора должна быть намного больше при равной мощности, чем на первой (в $(12,49/4,25) \cdot \left(\frac{\kappa r_0}{\beta_{\perp}}\right)$ раз). Коэффициент полезного действия

контура будет меньше, что заметно понизит технический кпд.

В работе [38] найдены оптимальные профили выходных резонаторов гироклистронов, обеспечивающих повышенный запас устойчивости к самовозбуждению. На рис. 1.20 приведен один из вариантов профиля резонатора слаборелятивистского гироклистрона с $\eta_{\perp} = 90\%$.

Как видно из рис. 1.20, оптимальный резонатор является секционированным: он состоит из секций разного диаметра. Этим решаются две задачи: увеличивается пусковой ток и достигается селекция паразитных мод (по оценкам [38] для профиля, изображенного на рис. 1.20, б (пунктирная кривая) ближайшие паразитные типы колебаний отстоят от основного по частоте более, чем на 20%). В работе [41] выполнена оптимизация профилей резонаторов и распределений магнитостатического поля в гиротронах по кпд при обеспечении условий мягкого самовозбуждения. На рис. 1.21 представлен один из профилей гиротрона на первой гармонике циклотронной частоты с поперечным электронным кпд 62,5% при отношении рабочего тока к пусковому $I_0/I_{cm} = 2,9$. Длина закритической части резонатора $L_{зк}/\lambda = 3,75$.

Отметим, что в работе [49] представлены экспериментальные данные для гиротрона с профилем, идентичным изображенному на рис. 1.21. Параметры гиротрона: $f = 110$ ГГц, $P_{out} = 1,67$ МВт, $V_0 = 96,7$ кВ, $I_0 = 41,3$ А, полный кпд 42%. Если принять во внимание, что типичная магнетронно-инжекционная пушка гиротрона при указанных V_0 , I_0 формирует трубчатый поливинтовой электронный поток с $q = v_{\perp}/v_{\parallel} = 1,3, \dots, 1,5$, то поперечный кпд гиротрона из [49] $\eta_{\perp} = \eta(1 + 1/q^2) = 60\text{--}67\%$, что вполне соответствует оценке η_{\perp} в [41]. Оптимальный профиль позволил существенно повысить кпд по сравнению с предыдущей конструкцией. Этот профиль в [49] назван «профилем 2005 года» (V-2005 cavity profile).

1.3.2. Влияние поля пространственного заряда в гиротронах, гироклистромах и giro-ЛБВ. Действие пространственного заряда в гирорезонансных приборах в определенном смысле прямо противоположно его действию в приборах О-типа. Действительно, как показал качественный анализ поперечной (азимутальной) группировки в giro-

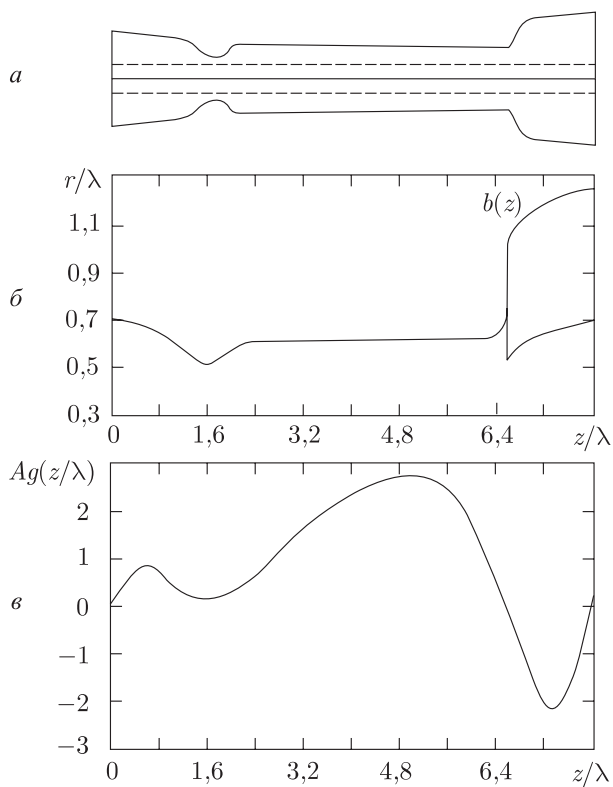


Рис. 1.20. Оптимизированные по кпд профили выходного резонатора: (а) общий вид одного из вариантов профиля резонатора; штриховые линии — уровень ведущего центра в пучке $r_0 = 0,3\lambda$; (б) два варианта профилей резонатора: сплошная кривая — гладкий профиль, пунктир — профиль с углами; (в) распределение $Ag(z/\lambda)$ при $r = r_0 = 0,3\lambda$, реализуемое в резонаторе

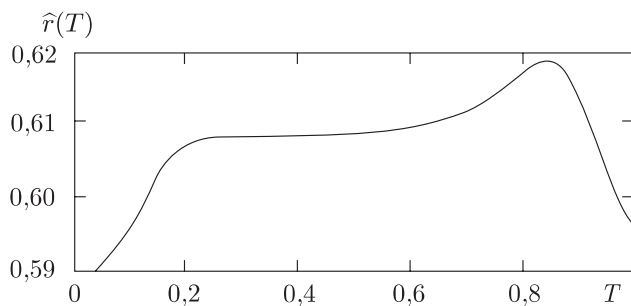


Рис. 1.21. Оптимизированный профиль резонатора гиротрона; $\hat{r}(T) = b(T)/\lambda$, $T = Z/L$

троне в разд. 1.1, тормозящийся внешним полем электрон вращается быстрее и по фазе вращения догоняет ускоренный тем же полем электрон, который вращается медленнее. Поэтому тормозящийся электрон, ускоряя своим электрическим полем вращающийся впереди ускоренный внешним ВЧ-полем электрон, тем самым приближает его к себе по азимуту; соответственно ускоренный электрон тормозит своим электрическим полем сзади вращающийся электрон, опять-таки приближая его к себе. Другими словами, электрические поля электронов в гиротронах приводят к усилению азимутальной группировки, сближая по азимуту электроны, а не расталкивая их, как это происходит при прямолинейной (трансляционной) группировке в приборах О-типа.

Влияние полного поля пространственного заряда (т.е. квазистатических и динамических составляющих) на процессы взаимодействия в гиротронах, гироклистронах и гиро-ЛБВ подробно представлено в [21, 22, 25, 26, 35–37, 39, 40, 44–46, 50–55]. Основные выводы этих исследований состоят в следующем.

А. Гиро-ЛБВ, гиротрон, волноводный отбиратель гироклистрона.

1. Поля пространственного заряда существенно улучшают η_{\perp} в схемах с недостаточной догруппировкой. Особенно большое влияние пространственного заряда обнаруживается в простейших, не оптимизированных по магнитному полю и профилю, электродинамических системах. Здесь η_{\perp} повышается вдвое по сравнению с кинематическими оценками, а процессы группировки качественно изменяют свой характер за счет действия сил пространственного заряда. Увеличение КПД связано не только с улучшением группировки, но и с ее ускорением по сравнению с кинематической. Последнее эквивалентно увеличению длины области взаимодействия, что также благоприятно для повышения эффективности энергообмена.

2. Поскольку поля пространственного заряда ускоряют процессы группировки, при заданной длине области взаимодействия оптимальный ток должен быть понижен относительно значения, полученного по кинематической оценке, приблизительно на 30%.

3. Проявление эффектов, связанных с трехмерностью поля пространственного заряда, существенно зависит от параметра q и длины области взаимодействия. Так, при $\mu = 5$ эти эффекты заметны только при $T_0 \sim 39$ А, а при $\mu = 8$ они сказываются уже при $I_0 = 6,4$ А. Это же следует сказать и про влияние пространственного заряда вообще: с увеличением длины области взаимодействия (и углового параметра q) оно резко возрастает и токи, при которых это влияние становится существенным, значительно понижаются.

4. Продольные силы пространственного заряда несколько улучшают η_{\perp} и ускоряют процессы группировки и энергообмена за счет торможения отдающих энергию электронов в осевом направлении; влияние продольных сил может проявляться уже при токах $I_0 \sim 13$ А.

В. Трубка дрейфа гироклистрона. В гироклистронах с рабочим типом волн H_{01} эта же волна является доминантной составляющей динамической части поля пространственного заряда. Поскольку она в закритической трубке имеет индуктивный характер импеданса, а квазистатическое поле — емкостный, их действие оказывается противофазным, и при определенном радиусе трубки дрейфа действие динамической составляющей может превосходить действие квазистатической, а фазовая группировка под действием поля пространственного заряда будет не улучшаться, а ухудшаться. Проведенное исследование влияния сил пространственного заряда на группирование электронов в трубке дрейфа гироклистрона позволяет сформулировать следующие выводы.

1. Важным фактором, определяющим уровень группировки электронов в трубке дрейфа, является правильный выбор геометрических размеров $g = b/b_{\text{сг}}$ и r_0/b , обеспечивающий достаточное снижение влияния динамических составляющих поля пространственного заряда.

2. В случае однородного магнитостатического поля двумерная теория дает правильные результаты вплоть до токов $I_0 \sim 13$ А.

3. В неоднородном магнитостатическом поле роль продольных сил пространственного заряда существенно усиливается и величины предельных токов, при которых еще может использоваться двумерная теория, значительно понижаются.

4. Фазовый сгусток электронов за счет действия сил пространственного заряда имеет сложную форму; существенно усиление динамического разброса скоростей электронов. В связи с этим при больших токах пучка аналитическая теория группирования оказывается неприменимой.

Для иллюстрации последнего на рис. 1.22 приведены фазовые диаграммы группировки в трубке дрейфа при $g = b/b_{\text{сг}} = 0,4$, $r_0/b = 0,4$, $\beta_{\perp} = 0,23$, $\beta_{\parallel} = 0,133$, $I_0 = 10$ А для различных сечений трубки дрейфа $T = 0,1; 0,2; \dots; 0,9; 1$. $T = 0,4$ соответствует оптимальной группировке. При перегруппировке в области $T = 0,6; \dots; 1$ образуется вихревой сгусток, благодаря чему даже при $T = 1$ сохраняется заметная группировка.

Как показано в [55], эффект перегруппировки фазового пакета в гироклистроне за счет действия квазистатической составляющей поля пространственного заряда может быть компенсирован путем замены последних резонаторов группирователя на основной частоте резонаторами на второй гармонике (при одновременной коррекции распределения магнитостатического поля). За счет действия поля на второй гармонике центр фазового пакета разгруппировывается, но одновременно фокусируются периферийные электроны сгустка, что в совокупности приводит к существенному улучшению группировки и кпд гироклистрона. В приведенном в [55] варианте трехрезонаторного гироклистрона при $V_0 = 425$ кВ, $I_0 = 160$ А, $q = v_{\perp}/v_{\parallel} = 1$, $\Delta v_{\perp}/v_{\parallel} = 6\%$ за счет замены

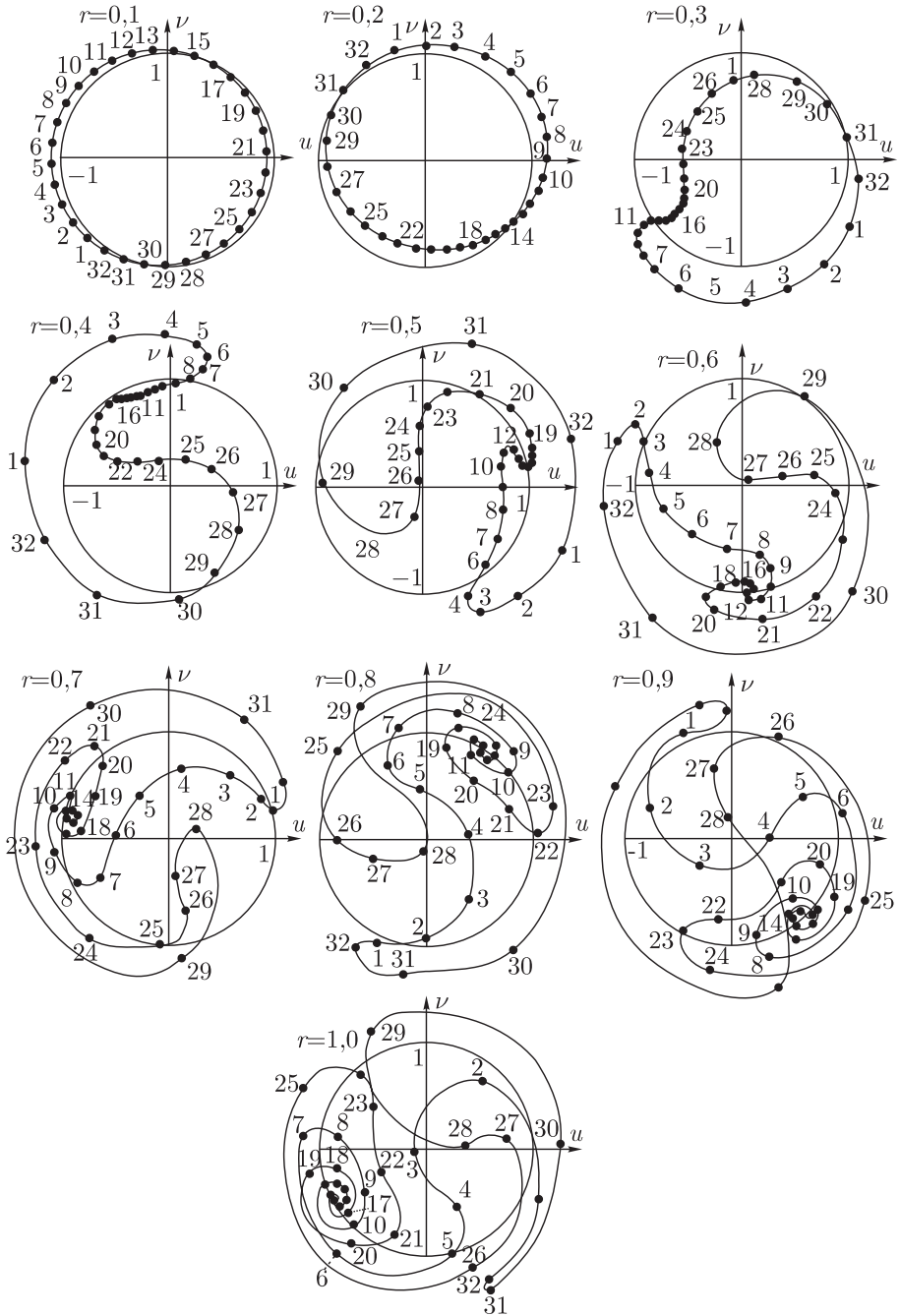


Рис. 1.22. Фазовые диаграммы группировки электронов в однородном магнитостатическом поле при различных значениях T , $u + jv = \Pi$

второго резонатора на ω резонатором на 2ω достигнуто улучшение кпд с 42 до 52%. Результаты [55] также показали возможность создания эффективного гироклистрона — удвоителя частоты. Авторами [55] по договоренности с сотрудниками Мэрилендского университета были выполнены в 1996 г. оптимизационные расчеты шестирезонаторного гироклистрона — удвоителя с параметрами пучка, приведенными выше [55]. Такой гироклистрон успешно реализован на $f = 8,568$ ГГц и $2f = 17,136$ ГГц с $P = 50$ МВт (на $2f$) при коэффициенте усиления 50 дБ [56].

1.4. Достижения в разработках гирорезонансных приборов

Как видно из последующих материалов, в разработках мощных гирорезонансных приборов по-прежнему лидирует ИПФ РАН-Гусом.

1.4.1. Гиротроны для промышленных применений. В табл. 1.1 сведены параметры промышленных гиротронов, разработанных в России, США и Японии [57].

Таблица 1.1. Параметры промышленных гиротронов

Параметры	Гусом Россия	CPI США	Mitsubishi Япония
Частота, ГГц	30	28	28
Выходная мощность, кВт	12–15	10	10
Электронный кпд, %	30–32	30–33	30–38
Напряжение, кВ	25	30	30–31
Ток пучка, А	1,5–2	1,1	1,1–1,23
Мода резонатора	H_{02}	H_{02}	H_{02}
Мощность питания магнита, кВт	13,7	5,0	0,05
кпд с учетом питания магнита, %	23	26–29	30–38
Длина гиротрона, мм	1000	630	1150
Диаметр магнита, мм	315	300	340
Вес гиротрона, кг	18	15,8	50
Вес магнита, кг	79	90	600

Как следует из приведенных данных, потенциал традиционной конструкции (рис. 1.11) в промышленных гиротронах далеко не исчерпан: частоты и выходные мощности далеки от предельных для такой конструкции; используется один из низших ТЕ-колебаний, проблема селекции мод решается достаточно просто.

1.4.2. Супергиротроны для нагрева термоядерной плазмы. К гиротронам этого класса предъявляются экстремальные требования. Действительно, по данным ITER (International Thermonuclear Experi-

Таблица 1.2. Параметры супергиротронов

Параметры	Гусом Россия			JAERTI Япония	EURO- COM- FZK Германия- Франция	ИПФ РАН Россия	ИПФ РАН ИНМ Россия- Германия (проект)
Частота, ГГц	110	140	170	170	140	140	170
Выходная мощность, МВт	0,9	0,96	0,74	0,9	1,0	1,1	5
Электронный кпд, %	38–42	40–45	30–35	48	30	30	—
Технический кпд (с рекуперацией)	—	—	—	—	50	50	—
Напряжение, кВ	70–75	70–75	75–80	75	80	90	—
Ток пучка, А	25–40	28–40	30–40	22–26	40	42	—
Мода резонатора	$H_{19,5,1}$	$H_{22,6,1}$	$H_{25,10,1}$	$H_{31,8,1}$	$H_{28,8}$	$H_{28,16}$	—
Тип резонатора	полный	полный	полный	полный	коакс.	коакс.	коакс.
Длина импульса, с	2	1,2	3	9,2	10	2	—

mental Reactor) для разогрева термоядерной плазмы нужны частоты между 140 и 200 ГГц и импульс длительностью порядка 1000 с с пиковой мощностью 100 МВт. Достигнутые к 2002 году параметры супергиротронов для ITER приведены в табл. 1.2 [57].

Приведенные данные относятся к предшествующему периоду разработок супергиротронов. В этих разработках использованы все последние научные, технические и технологические достижения в области электронной оптики, электродинамики и теплотехники. Электронная оптика позволяет формировать трубчатые электронные пучки с очень малой толщиной Δr_0 по ведущим центрам электронных ротаторов ($\Delta r_0 \ll \lambda$) и малым угловым разбросом скоростей электронов ($\Delta v_{\perp}/v_{\parallel} \lesssim 5\%$) при $V_0 = 70\text{--}90$ кВ и $I_0 = 40\text{--}90$ А.

Выходной квазиоптический трансформатор позволяет преобразовать волноводную моду в гауссовы волновые пучки (обычно — два пучка). На рис. 1.23 изображена схема двухпучкового волнового вывода энергии из [58].

На рис. 1.23 цифрами обозначены: 1 — двухщелевой срез резонатора; 2 — квазипараболические зеркала с дополнительной коррекцией; 3 — плоские поворотные зеркала; 4 — выходные вакуумноплотные окна выводов энергии, которые теперь изготавливаются из алмаза, что позволяет обеспечить высокий уровень плотности электромагнитной энергии, пропускаемой окном без разрушения в течение импульса. Наибольшие уровни достигнуты в коаксиальной конструкции гиротрона, схема которой представлена на рис. 1.24 [58].

Обозначения на рис. 1.24: 1 — эмитирующий пояска катода; 2 — трубчатый винтовой электронный поток; 3 — профилированный резонатор.

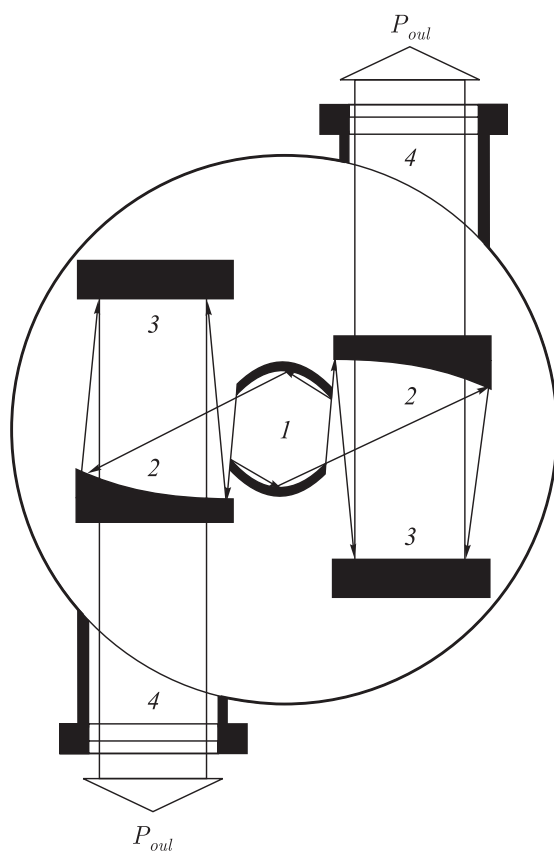


Рис. 1.23. Двухкаскадный трансформатор рабочей моды в два узконаправленных волновых пучка

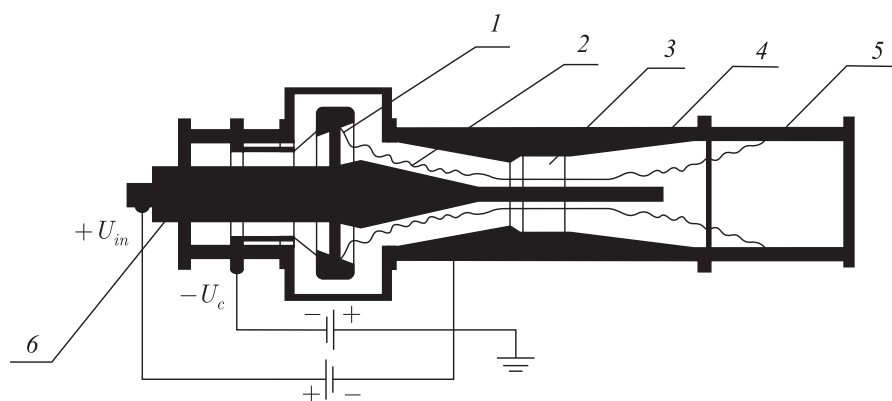


Рис. 1.24. Схема коаксиального гиротрона

натор; 4 — анод; 5 — коллектор; 6 — внутренний проводник коаксиала. Благодаря разделному питанию электродов 4 и 6 возможна эффективная рекуперация энергии электронов, повышающая полный кпд. Действительно, напряжение пучка $U_0 = U_{in} + U_c = 90$ кВ (рекуперация отсутствует) кпд 30% [58]. В конструкции используется «размазывание» электронного пучка по стенке коллектора за счет сканирующих вспомогательных магнитов, что позволяет значительно повысить уровень рассеиваемой на коллекторе энергии. Последние данные по супергиротронам, представленные на IVEC-2005 (Sixth International Vacuum Electronics Conference, 2005), не сильно меняют картину, приведенную в табл. 1.2. В работе [59] приведены данные коаксиального супергиротрона на 170 ГГц: рабочая мода $TE_{34,19}$, $U_0 = 90$ кВ, $U_c = -55$ кВ, кпд 45%, $P = 1,2$ МВт. В [60] сообщается о супергиротроне на 110 ГГц: тип колебаний $TE_{22,6,1}$, $V_0 = 96$ кВ, $I_0 = 41,3$ А, $\eta = 42\%$, $P = 1,67$ МВт. В [61] сообщается о супергиротронах с относительно большой длительностью импульса, испытанных в 2002–2004 гг.: $f = 140$ ГГц, $P = 0,7$ МВт, $\tau_u = 10$ с; $f = 170$ ГГц, $P = 0,7$ МВт при $\tau_u = 40$ с, $P = 0,9$ МВт при $\tau_u = 20$ с; $f = 105$ – 140 ГГц, $P = 1$ МВт при $\tau_u = 10$ с. Однако продвижение в область более высоких частот приводит к существенному ограничению мощности гиротрона традиционной конструкции [62]: $f = 300$ ГГц, мода $TE_{22,8}$, $P = 3,5$ кВт. Здесь уже остро проявляется известное противоречие, обусловленное традиционной конструкцией гиротрона: для повышения мощности электронного пучка при заданном ускоряющем напряжении следует увеличивать площадь его поперечного сечения при одновременном сохранении равномерно эффективного взаимодействия всех его слоев, что достижимо при $\Delta r_0 \ll \lambda$. Однако при этом условии площадь сечения пучка можно увеличить только за счет дальнейшего увеличения r_0 , что заставляет использовать очень высокие типы волн H_{ni} с $n \sim 30$, $i \sim 10$. Но использование таких высоких типов волн резко осложняет проблему селекции мод: для отстройки или подавления паразитных волн уже придется использовать составные резонаторы [33, 63] или холостые электронные пучки, нагружающие паразитные моды [63]. Данные в [62] указывают на то, что фактически потенциал традиционной конструкции гиротрона в отношении повышения рабочей частоты и выходной мощности исчерпан.

1.4.3. Супергироклистроны. Для ПВО и ПРО нового поколения наземного и морского базирования, для систем слежения за астероидами, а также для питания ускорителей разрабатываются релятивистские импульсные гироклистроны с пиковой мощностью в десятки МВт.

Типичные данные о параметрах разрабатываемых супергироклистронов приведены в табл. 1.3 [57].

В последние годы наметилась тенденция использовать супергироклистроны-удвоители [56], на возможность создания которых указано

Таблица 1.3. Параметры разрабатываемых супергироклистронов

Параметры	University of Maryland (UM), U.S.A.			UM, CPI, U.S.A.
Номер рабочей гармоники	1	1	2	1
Число резонаторов	2	3	2	4 (коакс.)
Напряжение, кВ	425	425	457	500
Ток пучка, А	190	195	244	300
Частота, ГГц	9,88	9,87	19,76	30
Импульсная мощность, МВт	24	27	32	50
КПД, %	30	32	29	45
Усиление, Дб	33	36	27	45
Длительность импульса, мс	1,2	1,2	0,8	1,2

в [55]. Данные [56] приведены в п. 1.3.2. Приведем также данные о разработке гироклистрона-удвоителя из [64]: рабочие моды TE_{01} и TE_{02} , частота входного сигнала 45,696 ГГц, выходного — 91,392 ГГц; $V_0 = 500$ кВ; $I_0 = 55$ А; $Q = 1,6$; $\eta = 38\%$, усиление 58 дБ, выходная мощность 10,5 МВт.

1.4.4. Гиро-ЛБВ. В работе [65] приведены данные для гиро-ЛБВ в диапазоне 30 ГГц: $\Delta f/f = 3\%$, $V_0 = 70$ кВ, $I_0 = 3,5$ А, $\eta = 20\%$, рабочая мода в отбирателе TE_{21} (работа на второй гармонике циклотронной частоты). В [66] приведены данные расчета для гиро-ЛБВ в диапазоне 94 ГГц: $\Delta f/f = 5\%$; $V_0 = 100$ кВ; $I_0 = 10$ А; $q = 1$; $\eta = 25\%$; усиление 45 дБ, рабочая мода TE_{01} . Эти данные достаточно хорошо коррелируют с данными расчета [44, 45] для регулярных гиро-ЛБВ.

1.4.5. Пениотроны. В работе [67] приведены экспериментальные результаты для пениотрона на основной моде в диапазоне 34 ГГц с рекуперацией энергии на коллекторе (за счет этого кпд повышен с 47 до 57%). Выходная мощность 170 кВт. На IVEC-2005 теми же авторами доложены те же результаты — пока улучшения параметров даже на основном режиме не получено. Следует констатировать, что пениотрон как высокоэффективный генератор миллиметрового диапазона и успешный конкурент гиротрона не состоялся. Несмотря на возможный идеальный механизм передачи энергии электронов ВЧ-полю в квази-ТЕМ-поле в пениотроне, потенциально приближающийся к кпд 100%, этого не происходит по ряду причин, подробно описанных в [68–70]. К этим причинам относятся: релятивизм, циклотронный резонанс на встречной парциальной составляющей поля резонатора, силы взаимодействия электронов, отступление поля резонатора от структуры ТЕМ, присутствие высших азимутальных гармоник в поле магнетронного или многоламельного резонатора. Все эти причины приводят к нарушению конгруэнтности фазовых траекторий электронов, в результате чего кпд пениотрона далек от 100%. Основным же фактором,

снижающем кпд пениотрона в миллиметровом диапазоне, является невозможность обеспечить необходимую величину тока моновинтового пучка при приемлемой нагруженной добротности резонатора (т.е. при приемлемом кпд контура) для достижения оптимального по кпд режима (оптимальной амплитуды поля в резонаторе). На частотах же порядка 1–3 ГГц эти требования выполнимы, и при специальной форме ламелей резонатора кпд пениотрона может достигать (без рекуперации на коллекторе) величин порядка 80% [71], т.е. здесь пениотрон вполне конкурентоспособен, но не в сравнении с гиротроном, а с обычным магнетроном. При использовании рекуперации на коллекторе его кпд может быть выше, чем у лучших магнетронов при выходной мощности 10 кВт в непрерывном режиме и $V_0 = 10$ кВ.

1.5. Перспективы повышения мощности коротковолновых гиротронов

Одной из главных проблем при решении задачи повышения мощности гиротронов в коротковолновом диапазоне является динамическое расслоение широкого (для достижения высокой мощности) электронного потока (ЭП) в поперечно-неоднородном поле резонатора. Эта проблема может быть решена в гироклинотроне, предложенном в 1969 г. в [73]. В этом приборе широкий спирализованный ЭП проходит наклонно (под углом α) относительно плоскостей зеркал двухзеркального открытого резонатора. Благодаря этому при оптимизированном α каждый слой ЭП при достаточной протяженности резонатора имеет в среднем одинаковые условия взаимодействия, и невзаимодействующих слоев (в узлах поля в обычном гиротроне) нет. Аналитический анализ и численные расчеты в [73] подтвердили это. Однако в [73] расчеты были проведены на основе упрощенной модели: 1) использовались усредненные слаборелятивистские уравнения; 2) поле между зеркалами предполагалось плоско-параллельным, дифракция не учитывалась. В 1969 г. проблема повышения мощности гиротронов в коротковолновой части миллиметрового диапазона не была столь актуальной, как в настоящее время. Поэтому необходимые уточнения модели и более тщательные исследования гироклинотрона в те годы не проводились. Теперь же они весьма актуальны, и здесь приведены их основные результаты.

В работе [74] предложено решение проблемы расслоения ЭП за счет использования резонаторов бегущей T -волны, образуемых четырехзеркальной (или более сложной) системой отражателей. В такой системе поперечная однородность поля в рабочей области обеспечивается независимостью компонент поля T -волны от поперечных (к направлению распространения) координат, а бегущая структура волны предопределяет независимость процесса фазовой группировки любого из слоев ЭП от места его входа в рабочую область резонатора. Там

же показано, что в гиротроне с поляризацией T -волны, при которой \mathbf{E} -составляющая ортогональна направлению спирализованного ЭП (вертикальная поляризация), достигим электронный кпд порядка 30% на основной гармонике и 20% на второй. Однако в таком приборе возможно использовать и T -волны с \mathbf{E} , параллельной направлению распространения ЭП (горизонтальная поляризация). В этом случае вектор \mathbf{E} параллелен плоскости зеркал и допустимая напряженность поля (по ВЧ-пробой в вакууме) значительно повышается, что существенно для мощных гиротронов в КВЧ-диапазоне. В [74] указывалось также на возможность наклонного прохождения ЭП через резонатор. Обе эти возможности представляются интересными для исследования.

Для повышения электронного кпд в рассматриваемых приборах эффективно использование каскадных схем генераторов типа гироклистрона-генератора (первый каскад с самовозбуждением). Ниже показано, что в двухкаскадных схемах возможно повышение кпд вдвое — до 60% на первой и до 53% на второй гармониках циклотронной частоты.

Схема гироклистрона представлена на рис. 1.25, где 1 — широкий спирализованный ЭП; 2 — плоские зеркала коробчатого резонатора; 3 — боковые неотражающие экраны; α — угол наклона ЭП относительно плоскостей зеркал; $\varphi = \pi/2 - \alpha$ — угол наклона ЭП относительно оси резонатора. На рисунке указаны также размеры резонатора: $2a$ по оси ξ , $2b$ по оси y , $2l$ по оси ζ . Система координат x, y, z — расчетная для ЭП, система координат ξ, y, ζ — расчетная для поля резонатора.

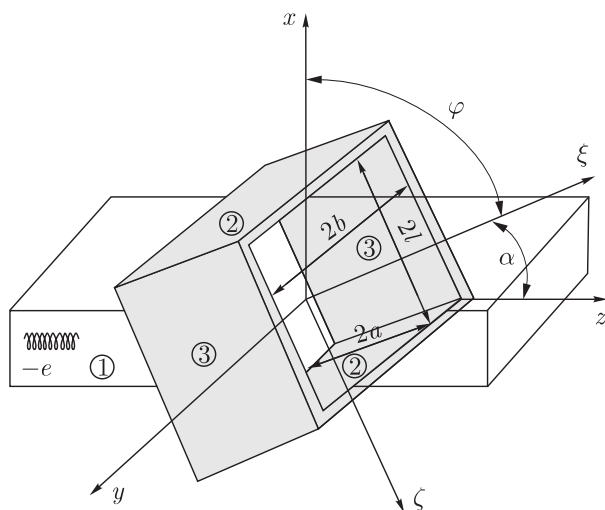


Рис. 1.25. Схема гироклистрона

Основное упрощение принятой в расчете математической модели — неучет сил пространственного заряда пучка. Как показано в [39], эти силы имеют по своей структуре граничный характер и внутри

«толстого» ЭП практически не играют роли, проявляясь только на его границах. Согласно теории, развитой в [75], поля \mathbf{E} и \mathbf{B} моды H_{10q} рассматриваемого резонатора в системе координат ξ, y, ζ могут быть записаны в виде

$$E_y = \operatorname{Re}\{E_0 \cos[(A + jB)\xi'] \cos(C\zeta')e^{j\theta}\},$$

$$B_\xi = \operatorname{Re}\{(E_0/c)i \cos[(A + jB)\xi'] \sin(C\zeta')e^{j\theta}\},$$

$$B_\zeta = \operatorname{Re}\{-(E_0/c)i(A + jB) \sin[(A + jB)\xi'] \cos(C\zeta')e^{j\theta}\}; \quad E_\xi, E_\zeta, B_y = 0,$$

где $\theta = \omega t$, $A + jB = \frac{\pi}{2a_r[1 + \beta_r(1 - j)/M_r]}$, $C = \frac{\pi q}{2l_r}$, $q = 1, 3, 5$, $\beta_r = 0,824$, $M_r = \sqrt{2a_r^2/l_r}$, $a_r = \frac{\omega}{c}a$, $b_r = \frac{\omega}{c}b$, $l_r = \frac{\omega}{c}l$, $(\xi', \zeta') = \frac{\omega}{c}(\xi, \zeta)$.

Дифракционная добротность резонатора Q_D рассчитывается как $Q_D = qM_r^3/2\pi\beta_r$. В системе x, y, z имеем $\xi = x \cos \varphi + (z - z_c) \sin \varphi$, $\zeta = -x \sin \varphi + (z - z_c) \cos \varphi$, z_c соответствует центру резонатора, $E_y = E_y$, $B_x = B_\xi \cos \varphi + B_\zeta \sin \varphi$, $B_y = B_\xi \sin \varphi + B_\zeta \cos \varphi$, $B_z = B_0 = \text{const}$.

Для расчетов использовались неусредненные трехмерные релятивистские уравнения движения электрона в заданном ВЧ-поле с граничными условиями, аналогичными [73]. Оптимизационные расчеты гироклинофона на основе сформулированной выше математической модели показали, что его средний по слоям оптимальный кпд η достигает 50% при следующих параметрах: $\lambda = 3$ мм, $\beta_0 = 0,5$ ($V_0 = 79$ кВ), питч-фактор $q_0 = v_\perp/v_\parallel = 1,4$, $F = eB_0/m_0\omega = 0,93$ (B_0 — направляющее магнитное поле), амплитуда ВЧ-поля $E_{0\max} = 100$ кВ/см, $a_r = 50$, $l_r = 80$, $b_r = 12$, $q = 53$, $M_r = 8$, $Q_D \cong 5000$, нагруженная добротность $Q_n = 500$, $\eta_{e\max} = 0,55$.

Разброс кпд по слоям достигает 9%. На рис. 1.26 представлена зависимость среднего по слоям кпд от угла наклона φ . По виду она близка к рассчитанной в [73] по упрощенной модели для $\beta_0 = 0,4$.

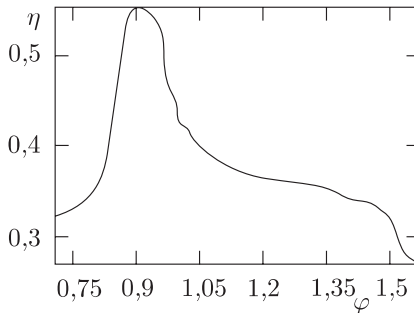


Рис. 1.26. Зависимость среднего по слоям кпд от угла наклона

Конструкция гироклинофона может быть цилиндрической с толстым трубчатым поливинтовым пучком: азимутально-симметричной (рис. 1.27, а) или винтовой (рис. 1.27, б), где l — рабочие зеркала

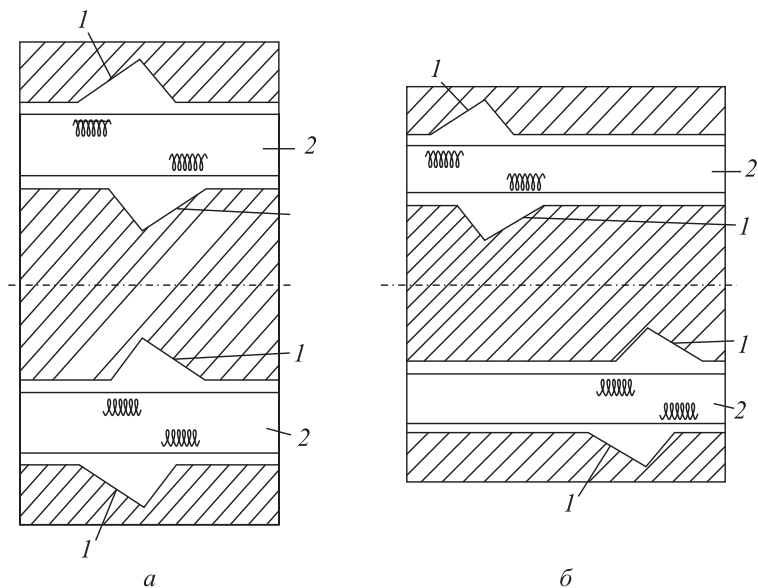


Рис. 1.27. Конструкция гироклинофона

резонатора, 2 — трубчатый электронный поток. Гироклинофон, изображенный на рис. 1.27, б, может использоваться как усилитель.

Схема двухпучкового гирорезонансного прибора с T -волной и ускоряющим электродом изображена на рис. 1.28: а — поперечное, б — продольное сечение прибора, в — наклонное прохождение пучка через поле резонатора в плоскости $y = \text{const}$.

На рис. 1.28: 1 — плоские полированные зеркала; 2 — широкие спирализованные ЭП; 3 — ускоряющий электрод с неотражающей поверхностью (поглощающей или шероховатой рассеивающей); 4 — неотражающие металлические экраны; 5 — катод; 6 — коллектор. Внешний коробчатый электромагнит не показан. Безразмерные трехмерные уравнения движения ансамбля из N_e крупных частиц, имитирующих поведение электронного потока в кинематическом приближении, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma_i \beta_i}{dz} &= -(\mathbf{E} - [\beta_i \mathbf{B}]) / \beta_{zi}; \\ \frac{d\mathbf{r}_{\perp i}}{dz} &= \frac{\beta_{\perp i}}{\beta_{zi}}; \quad \frac{d\theta_i}{dz} = \frac{W}{\beta_{zi}}. \end{aligned} \quad (1.97)$$

Начальные условия к (1.97) при $z=0$ могут быть заданы в виде $\theta_i = 0$, $\beta_{zi} = \beta_{z0}$, $\beta_{\perp i} = \beta_{i0} \psi_0$, $\mathbf{r}_{\perp i} = r_0 \mathbf{r}_0 + 2\pi(i-0,5)/Ne \psi_0 + y_0 \mathbf{y}_0$. Здесь приняты следующие безразмерные переменные: $0 \leq T = z'/L'_0 \leq 1$; L' — длина области взаимодействия $(x, y, z, L_0) = \omega_0/c(x', y', z', L'_0)$; (r_0, ψ_0) — орты цилиндрической системы координат; $W = \omega/\omega_0$, ω — рабочая частота, ω_0 — опорная частота; $\theta_i = \omega t$; $\beta_i = v_i/c$, c — скорость крупных

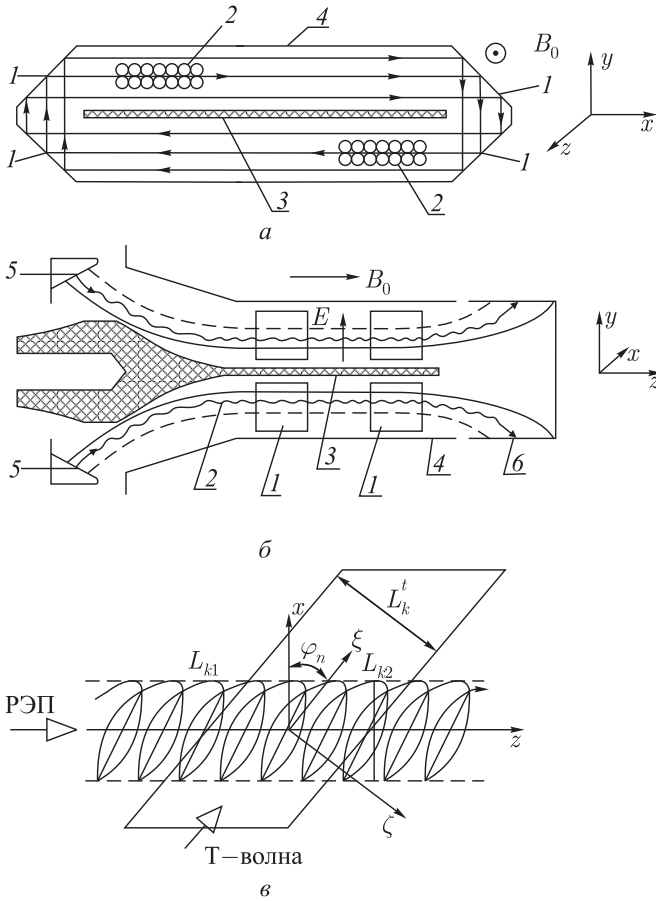


Рис. 1.28. Схема двухпучкового гирорезонансного прибора с T -волной и ускоряющим электродом

частиц; $\gamma_i = 1/\sqrt{1 - \beta_i^2}$ — релятивистский фактор; $\mathbf{E} = \mathbf{E}'/E_m$; $\mathbf{B} = \mathbf{B}'/E_m/c$, \mathbf{E}, \mathbf{B} — электрическая напряженность и магнитная индукция электромагнитного поля, $E_m = m_0 \omega c/e$; $A = E_m^T/E_m$, E_m^T — амплитуда волны в каждом резонаторе; $\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}'_0/E_m/c$, \mathbf{B}'_0 — индукция продольного магнитостатического поля; $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}'_0/E_m$, \mathbf{E}'_0 — напряженность электростатического поля.

Наклонное прохождение поливинтового электронного пучка в поле бегущей T -волны резонатора в плоскости $y = \text{const}$ иллюстрирует рис. 1.28, в. Здесь на электронный поток, движущийся в направлении z , падает под углом φ_n T -волна, распространяющаяся в направлении ξ . Взаимодействие электронов-частиц с волной k -го резонатора, имеющего ширину L_k^T , происходит в области

$$L_{k1} + x_i(z) \operatorname{tg} \varphi_n < z < L_{k2} + x_i(z) \operatorname{tg} \varphi_n,$$

где $L_k = L_{k2} - L_{k1} = L_k^T / \cos \varphi_n$, $x_i(x)$ — координата i -й частицы в сечении z . Для T -волны, распространяющейся в направлении ξ , будем рассматривать два варианта поляризации.

I. **Вертикальная поляризация.** В системе координат (ξ, y, ζ)

$$E_y^T = A \cos W(\theta - \xi), \quad B_\zeta^T = A \cos W(\theta - \xi).$$

В системе (x, y, z) $\xi = x \cos \varphi_n + z \sin \varphi_n$,

$$\begin{aligned} B_x^T &= -A \cos W(\theta - \xi) \sin \varphi_n; \\ B_z^T &= A \cos W(\theta - \xi) \cos \varphi_n; \\ E_x^T &= -A \cos W(\theta - \xi). \end{aligned} \quad (1.98)$$

II. **Горизонтальная поляризация.** В системе координат (ξ, y, ζ)

$$B_y^T = A \cos W(\theta - \xi), \quad E_\zeta^T = -A \cos W(\theta - \xi).$$

В системе (x, y, z) $\xi = x \cos \varphi_n + z \sin \varphi_n$,

$$\begin{aligned} B_y^T &= A \cos W(\theta - \xi); \\ E_x^T &= A \cos W(\theta - \xi) \sin \varphi_n; \\ E_z^T &= -A \cos W(\theta - \xi) \cos \varphi_n. \end{aligned} \quad (1.99)$$

Статические поля задавались как $\hat{\mathbf{B}}^0 = F \mathbf{z}_0$; $\mathbf{E}^0 = E^0 \mathbf{y}_0$. Параметры пучка на выходе следующие: величина полной скорости $\beta_0 = \sqrt{\beta_{z0}^2 + \beta_{t0}^2}$, питч-фактор $q_0 = \beta_{t0} / \beta_{z0}$, радиус $r_0 = \gamma_0 \beta_{t0} / F$, значение \mathbf{y}_0 выбиралось равным нулю ввиду независимости процесса от y , $\beta_{t0} = \sqrt{\beta_{x0}^2 + \beta_{y0}^2}$. Для оценки эффективности взаимодействия используем волновой КПД, представляющий отношение ВЧ-мощности к сумме мощности пучка на входе и мощности, переданной пучку из электростатического поля:

$$\eta = \frac{P_v}{P_0 + P_E} = \frac{\eta_v}{1 - \eta_E}, \quad (1.100)$$

$P_E > 0$ соответствует накачке энергии в электронный поток;

$$\begin{aligned} \eta_v &= \frac{A}{\gamma_0 - 1} \frac{1}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \int_0^z \frac{(\beta_i \mathbf{E}^T)}{\beta_{zi}} dz = \frac{P_v}{P_0}, \\ \eta_E &= \frac{1}{\gamma_0 - 1} \frac{1}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \int_0^z \frac{(\beta_i \mathbf{E}^0)}{\beta_{zi}} dz = -\frac{P_E}{P_0}. \end{aligned}$$

Заметим, что в соответствии с законом сохранения $\eta_v + \eta_E = \eta_e$, где

$\eta_e = \frac{1}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \frac{\gamma_0 - \gamma_i(z)}{\gamma_0 - 1}$ — величина электронного кпд, который используется для контроля точности расчетов. Оценку величины рабочего тока получаем из соотношения

$$\eta_{vk} \dot{I}_0 U_0 = \frac{\omega_0 \varepsilon_k}{Q_k} = \frac{\omega_0}{Q_k} \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{c^3}{\omega_0^3} E_m^2 A_k^2 V_k,$$

где ε_k — запасенная энергия каждого резонатора; Q_k — его добротность; $V_k = V'(2\pi/\lambda)^3$ — безразмерный объем, занятый T -волной; ε_0 — диэлектрическая постоянная; $\eta_{vk} = \eta_v(z_{k2}) - \eta_v(z_{k1})$. После преобразований имеем

$$\dot{I}_0 \cong \frac{A_k^2}{\eta_{vk}} \frac{679 V_k}{Q_k (\gamma_0 - 1)}. \quad (1.101)$$

Гиромонотрон с вертикальной поляризацией T -волны. Детальные расчеты такого гиромонотрона ($\varphi_n = 0$, вертикальная поляризация, отсутствует электростатическое поле $E^0 = 0$) показали, что максимальная его эффективность с кпд $\approx 30\%$ достигается при скоростях электронов $\beta \approx 0,45-0,6$ и $q_0 \approx 1,8-2,3$. Увеличение (уменьшение) β_0 приводит к снижению кпд, например, для $\beta_0 = 0,8$ величина кпд не превосходит 24%. Приведем характерные значения параметров оптимального варианта гиромонотрона на основной гармонике.

Вариант 1:

$$\beta_0 = 0,5 \quad (U_0 = 79 \text{ кВ}), \quad q_0 = 2, \quad F = 1,13, \quad L_0 = L_1 = 20,23, \\ A_1 = 0,015, \quad \eta = 0,33.$$

На рис. 1.29, *a* представлены зависимости: 1 — $\beta_t(T)$, 2 — $\beta_z(T)$, 3 — $\eta(T)$, $T = z/L'_0$. Отбор энергии происходит за счет понижения поперечной составляющей скорости электронного потока. Оценки для рабочей частоты, соответствующей $\lambda = 6$ мм и добротности $Q = 200$, показали, что рабочий режим с кпд 30% достигается при $B'_0 \approx 2$ Тл, $\dot{I}_0 \approx 60$ А, $E_m^T \approx 120$ кВ/см, ширина луча T -волны $L'_1 \approx 2$ см. Заметим, что значение E_m^T может быть понижено до любого требуемого уровня за

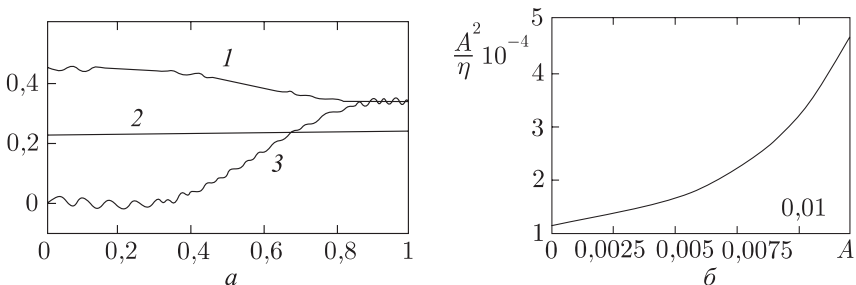


Рис. 1.29. Зависимости: (а) 1 — $\beta_t(T)$, 2 — $\beta_z(T)$, 3 — $\eta(T)$; (б) $\frac{A^2}{\eta}(A)$

счет увеличения L'_1 . При этом, однако, понижается предельно достижимый кпд. Например, в рассматриваемом варианте снижение E_m^T вдвое за счет соответствующего увеличения L'_1 до 4 см приводит к уменьшению предельного кпд до 21%.

Зависимость $\frac{A^2}{\eta}(A)$, определяющая в соответствии с (1.101) согласованный с A и Q ток, представлена на рис. 1.29, б. Характер этой зависимости указывает на «мягкий» режим возбуждения колебаний: $\frac{dI_0}{dA}$ везде положительна.

Вариант 2:

$$\beta_0 = 0,8 \quad (U_0 = 340 \text{ кВ}), \quad q_0 = 1,7, \quad F = 1,51, \quad L_0 = 20, \\ A_1 = 0,005, \quad \eta = 0,248.$$

Вариант 3:

$$\beta_0 = 0,25 \quad (U_0 = 20 \text{ кВ}), \quad q_0 = 2, \quad F = 1,00, \quad L_0 = 14,0, \\ A_1 = 0,005, \quad \eta = 0,248.$$

Наклонное прохождение пучка в гиромонотроне с вертикальной поляризацией (однопучковая конструкция). В рассматриваемых выше схемах ($\varphi = 0$) условие синхронизма на p -й гармонике $\gamma(1 \mp \beta_z/\beta_{\phi z}) = pF$ реализуется при $pF = \gamma$, так как $\beta_{\phi z} = \infty$. При $\varphi \neq 0$ величина продольной фазовой скорости принимает конечные значения $\beta_{\phi z} = 1/\sin \varphi_n$, и если учесть, что для парциальной H -волны имеет место интеграл движения $\gamma(1 \mp \beta_{\phi z}\beta_z) = \text{const}$ [25], то можно ожидать некоторого увеличения эффективности взаимодействия при одновременном выполнении условия синхронизма с попутной волной и условия полного отбора $\gamma(1 \mp \beta_{\phi z}\beta_z) = 1$. Несложный анализ показывает, что оба условия выполняются при $q_0 = \sqrt{\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1} \beta_{\phi z}^2 - 1}$ и $F = \gamma - \frac{\gamma - 1}{\beta_{\phi}^2}$.

В настоящее время начаты исследования такого варианта. Полученные пока результаты свидетельствуют об увеличении кпд при $\varphi_n = 0,6$ –1 лишь на 4–6%, что объясняется недостаточно хорошей группировкой в коротком резонаторе. Возможно, оптимизация всех параметров гиротрона приведет к существенному улучшению кпд.

Гиромонотрон с горизонтальной поляризацией T -волны.

Вариант 4 ($E_y^0 = 0$, $\varphi_n = 0$):

$$\beta_0 = 0,5, \quad q_0 = 2, \quad L_0 = 18,29, \quad F = 1,09, \quad A_1 = 0,005, \quad \eta = 0,32.$$

Вариант 5 ($\varphi_n = 0$, $E_y^0 \neq 0,05$):

$$\beta_0 = 0,5, \quad q_0 = 2, \quad L_0 = 19,2, \quad F = 1, \quad A_1 = 0,053, \quad \eta = 0,33.$$

В рассматриваемом случае \mathbf{E} -составляющая T -волны параллельна направлению дрейфа электронов спирализованного ЭП и, следовательно

но, непосредственно осуществляется продольный энергообмен. Однако одновременно за счет действия поперечной составляющей \mathbf{H} происходит преобразование энергии поперечного движения электронов в продольную, т. е. поперечная энергия электронов также меняется. Подробно этот механизм описан в [25]. Как показывают данные варианта 4, для осуществления оптимального режима при таком взаимодействии необходима в несколько раз большая амплитуда ВЧ-поля A , чем при вертикальной поляризации T -волны. Однако следует учесть, что уровень пробивной напряженности в случае горизонтальной поляризации повышается еще более значительно. Кроме того, амплитуду A можно понизить за счет увеличения L_0 .

Расчеты показали, что в каскадной схеме генератора, в котором первый резонатор работает в режиме автогенерации, эффективность можно увеличить вдвое по сравнению со схемой гиromонотрона. В оптимальных вариантах двухкаскадной схемы значения КПД достигают 60–62%. Интересно отметить, что в рассматриваемых вариантах в области дрейфа азимутальная группировка отсутствует. Действительно, приращение азимута i -го электрона $\Delta\varphi_i = \Omega_i \tau_i$. При этом $\Omega_i = \frac{e}{m_0} B_0 = \frac{e}{m_0} B_0 \frac{1}{\gamma_i}$, $\tau_i = \frac{L+d'}{v_{zi}}$, где L'_d — длина области дрейфа. В соответствии с интегралом движения электрона в поле с трансляционной системой [4] (такое поле имеется в первом каскаде) $v_{zi} m_i = v_{\parallel} m_0 \gamma_0$. Таким образом, $v_{zi} = \frac{v_{\parallel} \gamma_0}{\gamma_i}$. Соответственно $\Delta\varphi_i = \frac{L'_d}{v_{\parallel}} \frac{e}{m_0} \frac{B_0}{\gamma_0} \neq f(i)$. Продольная же группировка имеет место при $\frac{d\theta_i}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}} = \frac{\gamma_i}{\gamma_0} \frac{1}{\beta_{\parallel}}$. В приведенных ниже вариантах при оптимизации параметров амплитуды волн A_k и сдвиг фаз $\Delta\varphi_k$ в резонаторах ($\Delta\varphi_1 = 0$) и их ширина L_k подбирались так, чтобы обеспечивался примерно одинаковый отбор мощности. Рассматривалась вертикальная поляризация.

Вариант 6 (основная гармоника, двухкаскадная схема):

$$\beta_0 = 0,5, \quad q_0 = 2, \quad F = 1,013, \quad L_1 = 9, \quad A_1 = 0,015, \quad L_{d1} = 7,6, \\ L_2 = 9, \quad A_2 = 0,032, \quad \Delta\varphi_2 = -0,023, \quad \eta = 0,6.$$

Вариант 7 (вторая гармоника, двухкаскадная схема):

$$\beta_0 = 0,5, \quad q_0 = 2, \quad F = 0,498, \quad L_1 = 8, \quad A_1 = 0,048, \quad L_{d1} = 6,95, \\ L_2 = 8, \quad A_2 = 0,068, \quad \Delta\varphi_2 = -0,62, \quad \eta = 0,5.$$

Вариант 8 (основная гармоника, трехкаскадная схема):

$$\beta_0 = 0,485, \quad q_0 = 2, \quad F = 1,021, \quad L_1, L_2, L_3 = 9, \quad A_1 = 0,021, \\ L_{d1} \div L_{d2} = 5, \quad A_2 = 0,02, \quad \Delta\varphi_2 = 2,36, \quad A_3 = 0,02, \quad \Delta\varphi_3 = 2,6, \\ \eta_{\Sigma} = 0,636.$$

Литература

1. Гапонов А.В. Возбуждение линии передачи непрямолинейным электронным потоком // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. — 1959. — Т. 2, №3. — С. 443–450.
2. Гапонов А.В. К статье «Взаимодействие непрямолинейных электронных потоков с электромагнитными волнами в линиях передачи». Письмо в редакцию // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. — 1959. — Т. 2, №5. — С. 836–843.
3. Гапонов А.В. О неустойчивости системы возбужденных осцилляторов по отношению к электромагнитным возмущениям // ЖЭТФ. — 1960. — Т. 39, №2. — С. 326–331.
4. Гапонов А.В. Релятивистские дисперсионные уравнения для волноводных систем с винтовыми и трохоидальными электронными потоками // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. — 1961. — Т. 4, №3. — С. 547–560.
5. Гапонов А.В., Юлпатов В.К. Взаимодействие замкнутых электронных пучков с электромагнитным полем в полых резонаторах // Радиотехника и электроника. — 1962. — Т. 7, №4. — С. 631–642.
6. Юлпатов В.К. О дисперсионном уравнении для волноводов с непрямолинейными электронными потоками // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. — 1963. — Т.6, №1, с.104–111.
7. Антаков И.И., Гапонов А.В., Юлпатов В.К. Некоторые особенности взаимодействия винтовых электронных пучков, направляемых однородным магнитным полем, с электромагнитным полем волноводов // Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1. Электроника. — 1965. — №12. — С. 33–42.
8. Юлпатов В.К. Нелинейная теория взаимодействия непрямолинейного периодического электронного пучка с электромагнитным полем. Ч. I. Вывод основных уравнений // Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1. Электроника. — 1965. — №12. — С. 15–23.
9. Антаков И.И., Гапонов А.В., Малыгин О.В., Флягин В.А. Применение индуцированного циклотронного излучения электронов для генерирования и усиления электромагнитных колебаний большой мощности // Радиотехника и электроника. — 1966. — Т. 11, №12. — С. 2254–2267.
10. Гапонов А.В., Петелин М.И., Юлпатов В.К. Индуцированное излучение возбужденных классических осцилляторов и его использование в высокочастотной электронике // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. — 1967. — Т. 10, №9–10. — С. 1414–1453.
11. Гапонов А.В., Юлпатов В.К. Некоторые особенности взаимодействия винтовых электронных пучков с электромагнитным полем

- волноводов // Радиотехника и электроника. — 1967. — Т. 12, №4. С. 627–633.
12. Юлпатов В.К. Нелинейная теория взаимодействия периодического электронного пучка с электромагнитной волной // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. — 1967. — Т. 10, №6. — С. 846–856.
 13. Лыгин В.К., Цимринг Ш.Е. Расчет электронных траекторий в винтовых пучках // ЖТФ. — 1971. — Т. 41, №11. С. 2278–2287.
 14. Лыгин В.К., Цимринг Ш.Е. Формирование винтовых электронных пучков // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1971. — №6. — С. 59–77.
 15. Twiss R.Q. Radiation transfer and the possibility of negative absorption in radio astronomy // Austral. J. Phys. — 1958. — V. 11, №4. P. 567–579.
 16. Schneider J. Stimulated emission of radiation by relativistic electrons in a magnetic field // Phys. Rev. Lett. — 1959. — V. 2, №12. — P. 504–505.
 17. Pantell R.H. Backward-wave oscillations in an unloaded waveguide // Proc. IRE. — 1959. — V. 47, №6. — P. 1146.
 18. Chow K.K., Pantell R.H. The cyclotron resonance backward wave oscillator // Proc. IRE. — 1960. — V. 48, №11. — P. 1865–1870.
 19. Hirshfield J.L., Granatstein V.L. The electron cyclotron maser — a historical survey // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. — 1977. — MTT-25, №6. — P. 522–527.
 20. Ковалев И.С., Кураев А.А., Колосов С.В. Законы сохранения в приложении к теории и расчету электронных приборов // ДАН БССР. — 1973. — Т. 17, №7. — С. 621–624.
 21. Кураев А.А., Ковалев И.С., Колосов С.В. Численные методы оптимизации в задачах электроники СВЧ. — Минск: Наука и техника, 1975.
 22. Кураев А.А. Теория и оптимизация электронных приборов СВЧ. — Минск: Наука и техника, 1979.
 23. Кураев А.А. Релятивистский орбитально-дрейфовый интеграл движения электрона во вращающемся электромагнитном поле // Радиотехника и электроника. — 1982. — Т. 27, №4. — С. 794–798.
 24. Жураховский В.А., Кураев А.А. О точных и усредненных интегралах движения электронов в полях бегущих волн // Радиотехника и электроника. — 1984. — Т. 29, №7. — С. 1427–1429.
 25. Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ: Методы анализа и оптимизации параметров. — М.: Радио и связь, 1986.

26. Кураев А.А., Байбурин В.Б., Ильин Е.М. Математическое моделирование и методы оптимального проектирования СВЧ приборов. — Минск: Наука и техника, 1990.
27. Кураев А.А., Попкова Т.Л., Синицын А.К. Электродинамика и распространение радиоволн. — Минск: Бестпринт, 2004.
28. Жураховский В.А. Об использовании метода усреднения при интегрировании релятивистских нелинейных уравнений фазохронных приборов // Радиотехника и электроника. — 1964. — Т. 9, №8. — С. 1527–1530.
29. Кураев А.А. Возбуждение продольно-нерегулярных волноводов с круглым сечением // Изв. АН БССР. Сер. ФТН. — 1979. — №1. — С. 121–127.
30. Кураев А.А., Степухович В.А., Жураховский В.А. Индуцированное синхротронное излучение электронов в кусочно-однородном магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. — 1970. — Т. 11, №9. — С. 429–431.
31. Ковалев И.С., Кураев А.А., Демидович Е.М., Шевченко Ф.Г. Нелинейная теория синхротронного излучения трубчатого электронного потока в цилиндрическом волноводе // ДАН БССР. — 1971. — Т. 15, №8. — с. 692–694.
32. Ковалев И.С., Кураев А.А., Демидович Е.М., Шевченко Ф.Г. Гирорезонансные приборы с неоднородным магнитостатическим полем в пространстве взаимодействия // ДАН БССР. — 1971. — Т. 15, №10. — С. 896–899.
33. Ковалев И.С., Кураев А.А., Демидович Е.М., Шевченко Ф.Г. Оптимизированные по кпд секционированные гиросилители резонаторного типа // ДАН БССР. — 1971. — Т. 15, №12. — С. 1082–1084.
34. Кураев А.А. Сверхвысокочастотные приборы с периодическими электронными потоками. — Минск: Наука и техника, 1971.
35. Ковалев И.С., Колосов С.В., Кураев А.А. К расчету поперечных электрических полей пространственного заряда в осесимметричных гирорезонансных приборах с трубчатым электронным потоком // Радиотехника и электроника. — 1973. — Т. 18, №7. — С. 1525–1528.
36. Ковалев И.С., Кураев А.А., Слепян Г.Я. Поля пространственного заряда в приборах с незамедленными волнами. Формулировка уравнений возбуждения // Изв. АН БССР. Сер. ФТН. — 1973. — №4. — С. 87–93.
37. Колосов С.В., Кураев А.А. Сравнительный анализ взаимодействия на первой и второй гармониках циклотронной частоты в гирорезонансных приборах // Радиотехника и электроника. — 1974. — Т. 19, №10. — С. 2105–2115.

38. Кураев А.А., Шевченко Ф.Г., Шестакович В.П. Оптимизированные по кпд профили выходных резонаторов, обеспечивающие повышенный запас устойчивости гироклистронов // Радиотехника и электроника. — 1974. — Т. 19, №5. — С. 1046–1055.
39. Кураев А.А., Слепян Г.Я. К расчету влияния сил пространственного заряда в осесимметричных гирорезонансных приборах с равноперемешанными трубчатыми потоками конечной толщины // Радиотехника и электроника. — 1975. — Т. 20, №1. — С. 202–206.
40. Кураев А.А., Слепян Г.Я., Стекольников А.Ф. Трехмерные нелинейные уравнения с учетом сил пространственного заряда для осесимметричных гирорезонансных приборов с трубчатыми равноперемешанными электронными потоками // Радиотехника и электроника. — 1976. — Т. 21, №4. — С. 802–812.
41. Кураев А.А., Шестакович В.П. Оптимизация профилей резонаторов и распределений магнитостатического поля в гиромонотронах по кпд при условии мягкого самовозбуждения // Радиотехника и электроника. — 1977. — Т. 22, №2. — С. 415–417.
42. Жураховский В.А. Нелинейные колебания электронов в магнитонаправляемых потоках. — Киев: Наукова думка, 1972.
43. Жураховский В.А. К теории релятивистского гироприбора (последовательный учет и некоторые возможности корректного исключения уравнений поперечного дрейфа ведущих центров электронных ротаторов) // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. — 1978. — Т. 21, №12. — С. 1847–1852.
44. Колосов С.В., Кураев А.А., Шакирин А.И. Влияние квазистатической части поля пространственного заряда на процесс группирования в гирорезонансных усилителях с рабочим типом волн H_{ni} // Радиотехника и электроника. — 1987. — Т. 32, №11. — С. 2420–2447.
45. Колосов С.В., Кураев А.А., Шакирин А.И. Сравнительные характеристики оптимизированных по кпд в полосе частот гирорезонансных ламп с бегущей волной с рабочими видами волн круглого волновода H_{0i} и H_{1i} // Радиотехника и электроника. — 1989. — Т. 34, №3. — С. 562–570.
46. Kurayev A.A., Kolosov S.V., Stekolnikov A.F., Slepyan A.Ya., Slepyan G.Ya. TWT-gyrotrons: non-linear theory, optimization and analysis // Int. J. Electronics. — 1988. — V. 65, no. 3. — P. 437–462.
47. Колосов С.В., Кураев А.А. Нелинейная теория гирорезонансных приборов с нерегулярной электродинамической системой // ЭВ и ЭС. — 1998. — Т. 3, №4. — С. 35–44.

48. Кураев А.А., Колосов С.В. АУС-метод для оптимизации электронных приборов // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. — 1974. — №2. — С. 45–58.
49. Choi E.M., Sirigiri J.R., Shapiro M.A., Tetkin R.J. Recent results from the 1,5 MW, 110 GHz gyrotron experiment at MIT // Proc. WPP 246 «Sixth International Vacuum Electronics Conference IVEC-2005». — Netherlands, 20–22 April 2005. — P. 115–116.
50. Ковалев И.С., Кураев А.А., Демидович Е.М., Шевченко Ф.Г. Влияние полей пространственного заряда на кпд циклотронного взаимодействия трубчатого электронного потока с полем H_{0i} круглого волновода // ДАН БССР. — 1972. — Т. 16, №9. — С. 791–794.
51. Ковалев И.С., Кураев А.А., Колосов С.В., Слепян Г.Я. Влияние пространственного заряда в гирорезонансных приборах с тонкими равноперемешанными и аксиально-симметричными электронными потоками // Радиотехника и электроника. — 1974. — Т. 19, №5. — С. 1112–1115.
52. Кураев А.А., Стекольников А.Ф. Влияние пространственного заряда в гирорезонансных приборах волноводного типа // Радиотехника и электроника. — 1978. — Т. 23. — С. 1668–1677.
53. Кураев А.А., Стекольников А.Ф. Исследование полосовых свойств гирорезонансных приборов волноводного типа // Радиотехника и электроника. — 1979. — Т. 24, №2. — С. 362–370.
54. Кураев А.А., Стекольников А.Ф. Исследование влияния сил пространственного заряда на группирование электронов в трубке дрейфа гироклистрона // Радиотехника и электроника. — 1980. — Т. 25, №9. — С. 1928–1935.
55. Kolosov S.V., Kuraev A.A. Gyroklystron with a cavity operating at the second harmonic of working frequency in buncher // IEEE Electron Device Letters. — 1997. — V. 18, no. 6. — P. 254–257.
56. Lawson W., Hogan B., Stamation I.G., Tiwari S., Krumrine M. Experimental testing of a high-gain, high power gyroklystron // Proc. WPP 246 «Sixth International Vacuum Electronics Conference IVEC-2005». — Netherlands, 20–22 April 2005. — P. 419–420.
57. Еремка В.Д., Кураев А.А., Синицын А.К. Состояние и перспективы развития мощных коротковолновых гирорезонансных приборов // Матер. 13-й Международной Крымской конференции «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии» КрыМиКо-2003. — Севастополь, 8–12 сентября 2003 г. — С. 6–10.
58. Pavelyev A.B., Flyagin V.A., Khizhnyak V.I., Manuilov V.N., Zapevalov V.E. Investigations of advanced coaxial gyrotrons at IAP RAS // Proc. of MS MW'2001 Symposium. — Ukraine, Kharkov, 4–9 June 2001. — P. 507–512.

59. *Lievin C., Alberti S., Arnold A. et al.* Development of a 2-MW, CW coaxial gyrotron at 170 GHz for electron-cyclotron-resonance-heating in ITER // Proc. of IVEC-2005. — P. 21–24.
60. *Chu T.S., Blank M., Cahalan P., Cauffman S., Felch K., Jory H.* High Power testing of a 110 GHz gyrotron with a single-stage depressed collector // Proc. of IVEC-2005. P. 117–118.
61. *Denisov G.G., Litvak A.G., Myasikov V.E., Tai E.M.* Recent results in GYCOM/IAP development of high-power gyrotrons for fusion installation // Proc. of IVEC-2005. P. 497–500.
62. *Zapevalov V.E., Lygin V.K., Malygin O.V. et al.* Development of the 300 GHz/4 kW/CW gyrotron // Proc. of IVEC-2005. P. 121–122.
63. *Zapevalov V.E.* Problems and advanced of high power gyrotrons // Proc. of MSMW'201 Symposium. — Ukraine, Kharkov, 4–9 June 2001. — P. 117–122.
64. *Neilson J.M., Ives R.L., Read M. et al.* Development update of 10 MW, 91 GHz gyrokystron // Proc. of IVEC-2002. — Monterey, USA, 23–25 April 2002. — P. 89–90.
65. *Harriet S.B., Mc Dermott D.B., Luhmann N.C.* Construction of a large-orbit second-harmonic TE_{21} gyro-TWT amplifier // Proc. of IVEC-2005. P. 279–280.
66. *Guo-Jun Lai, Pu-Kun Liu, Yun-Feng Jia, Rui-Jian Yin.* The preliminary design of a W-band gyrotron travelling wave amplifier // Proc. of IVEC-2005. — P. 293–296.
67. *Dressman L.I., McDermott D.B., Luhmann N.C., Gallagher D.A., Spenser T.A.* K-band fundamental-mode peniotron with high device efficiency // Proc. of IVEC-2002. — P. 194–195.
68. *Кураев А.А., Матвеевко А.В., Сеницын А.К.* Влияние циклотронного взаимодействия электронного потока со встречной волной в резонансных пениотронах // Радиотехника и электроника. — 1994. — Т. 39, №10. — С. 1661–1666.
69. *Кураев А.А., Парамонов Б.М., Сеницын А.К.* Влияние поля пространственного заряда на процесс взаимодействия в пениотроне // Радиотехника и электроника. — 1995. — Т. 40, №1. — С. 102–107.
70. *Кураев А.А., Сеницын А.К.* Пениотрон: Факторы, ограничивающие максимально достижимые КПД в оптимальных режимах. Лекции по СВЧ электронике и радиофизике. 10-я зимняя школа-семинар. Книга 1(II). Саратов: ГУНЦ «Колледж», 1996. — С. 115–131.
71. *Kuraev A.A., Sinitsyn A.K., Sherbakov A.V.* Optimization peniotron in view of features of the T-wave near to oscillator wires // Proc. of IVEC-2005. — P. 287–289.

-
72. Кураев А.А., Синицын А.К. Перспективы повышения мощности коротковолновых гиротронов // Радиотехника. — 2004. — №9. — С. 48–53.
 73. Кураев А.А. МЦР — монотрон с широким электронным потоком и наклонным относительно оси резонатора магнитным полем // Радиотехника и электроника. — 1969. — Т.14, №9. — С. 1614–1622.
 74. Кураев А.А. Гирорезонансные приборы с четырехзеркальными резонаторами бегущей волны // ДАН БССР. — 1990. — Т. 34, №7. — С. 610–612.
 75. Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. — М.: Сов. радио, 1966.

Глава 2

ПРИБОРЫ СВЧ С ДИСКРЕТНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

А. В. Аксенчик

Генераторы и усилители на волнообразно изогнутых прямоугольных волноводах. Оптимизация отражательных клистронов и монотронов сантиметрового и миллиметрового диапазона длин волн.

Введение

Первым прибором, в котором осуществляется дискретное взаимодействие электронного потока и электромагнитной (ЭМ) волны, был пролетный клистрон, предложенный Д. А. Рожанским в 1932 г. и запатентованный Р. Варианом в 1937 г. Клистрон основан на преобразовании скоростной модуляции электронного потока в модуляцию по плотности с последующим отбором энергии от сгруппированных сгустков. В резонаторах клистрона происходит скоростная модуляция электронного потока за счет взаимодействия его с продольным ЭМ-полем зазора резонатора. Затем в трубках дрейфа скоростная модуляция преобразуется в модуляцию электронного потока по плотности.

Большой класс мощных приборов СВЧ — лампы бегущей (ЛБВ) и обратной (ЛОВ) волн, основан на использовании длительного взаимодействия замедленной электромагнитной волны и электронного потока. При этом для эффективной передачи энергии от электронного потока ЭМ-волне должно выполняться условие синхронизма, т.е. скорость электронов примерно равна скорости ЭМ-волны в замедляющей системе (ЗС). При использовании ЗС типа цепочек связанных резонаторов (ЦСР) взаимодействие с электромагнитной волной происходит дискретно — в зазорах резонаторов, составляющих ЗС. Процесс взаимодействия ЭМ-волны и электронов в ЛБВ на ЦСР очень похож на процессы взаимодействия в клистроне: имеются участки взаимодействия — зазоры резонаторов и участки, свободные от внешних ЭМ-полей, — трубки дрейфа. Таким образом, здесь появляется *дискретное взаимодействие* электронного потока с бегущей ЭМ-волной по ЦСР. Только в клистроне резонаторы никак не связаны и группировка обеспечивается механической настройкой возбужденных

сгустками резонаторов на нужную фазу. В ЛБВ на ЦСР все резонаторы связаны щелями связи и электронные сгустки (при правильном подборе параметров резонаторов, щелей связи и длин труб дрейфа) возбуждают в резонаторах ЗС замедленную ЭМ-волну в требуемой фазе, если будет выполняться условие синхронизма $v_\phi \approx v_0$. А если выполнить условие: $v_0 > v_\phi$, то одновременно с усилением группировки будет происходить передача энергии от электронного потока замедленной ЭМ-волне, и к концу ЦСР амплитуда поля в резонаторах будет нарастать, произойдет усиление входного сигнала. Надо обратить внимание, что процесс группировки и передачи энергии электронов ЭМ-волне происходит в каждом зазоре ЦСР. Это также отличает механизм взаимодействия ЛБВ от клистронного.

2.1. Генераторы и усилители на волнообразно изогнутых прямоугольных волноводах

Используя нерегулярную ЗС и оптимизируя ее параметры, можно получить ЛБВ и ЛОВ на ЦСР высокой эффективности, с кпд 40–80%, в том числе и в мм-диапазоне. Широкое применение получили ЛБВ со спиральными ЗС, однако их недостатками являются малая теплорассеивающая способность спирали, трудность изготовления и применения в мм-диапазоне волн. Основная область их применения — широкополосные усилители малой и средней мощности. ЗС на ЦСР позволяют значительно лучше организовать отвод тепла от ЗС, сделать конструкцию жесткой, повторяемой и продвинуться в диапазон больших мощностей. Однако ее недостатком при больших уровнях мощности является возможность ВЧ-пробоя в тонкостенных окнах связи. В литературе [1–4] отмечается возможность осуществить взаимодействие электронов с полем незамедленных волн типов ТЕМ, ТЕ, ТМ волнообразно изогнутого волновода.

На рис. 2.1 показана схема прибора, в котором осуществляется дискретное взаимодействие прямолинейного электронного потока с полем ТЕ-волны волнообразно изогнутого прямоугольного волновода.

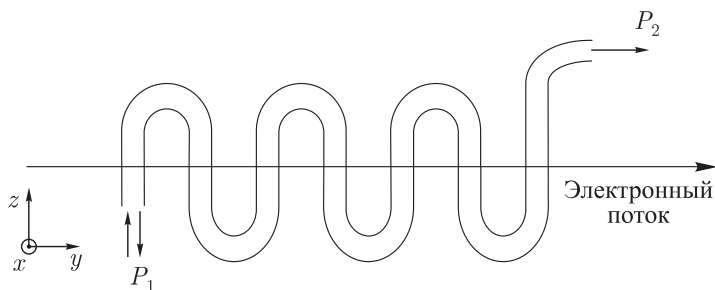


Рис. 2.1. Схема прибора

Назовем такой волновод WB-волноводом (wavy bending). Электронный поток проходит через отверстия в таком волноводе посередине широкой стенки (в максимуме поперечного электрического поля). Технологически такую конструкцию изготовить легче, чем ЗС на ЦСР. Приборы могут быть высокой и сверхвысокой мощности.

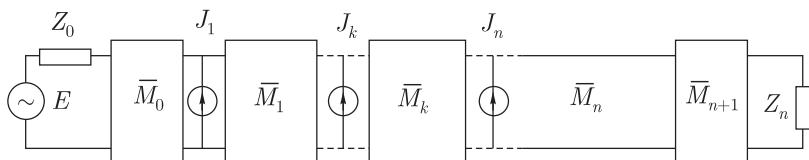
При работе прибора в режиме ЛБВ на вход волновода подается СВЧ сигнал мощностью P_1 (см. рис. 2.1). ЭМ-волна, проходящая по волноводу, модулирует в зазорах электронный пучок по скорости. При оптимальных длинах труб дрейфа и фазах поля в зазорах модуляция электронного потока усиливается за счет взаимодействия в последующих зазорах ЭМ-волны и сгруппированного электронного потока. Модуляция по скорости переходит в модуляцию по плотности и в последних зазорах происходит отбор энергии от сгруппированных сгустков. Таким образом, взаимодействие ЭМ-волны в волноводе и электронов происходит дискретно в волноводных зазорах и на выходе волновода появляется усиленный СВЧ сигнал мощностью P_2 . Для обеспечения синхронизма необходимо так подобрать длины отрезков волновода ℓ и длины труб дрейфа, чтобы электрон при движении вдоль оси Y , попадал бы в поле E_y ТЕ-волны одной и той же фазы.

Прибор может работать и в режиме лампы обратной волны (ЛОВ). При определенных длинах труб дрейфа и фазах поля в зазорах происходит не только увеличение модуляции электронного потока, но и за счет возбуждения обратной волны возникает положительная обратная связь и самовозбуждение прибора. Возбужденная обратная ЭМ-волна с увеличивающейся амплитудой от конца к началу прибора переносит преобразованную энергию электронного потока в начало области взаимодействия — на входной конец волновода в согласованную нагрузку (антенну и т. д.) поступает мощность P_1 (рис. 2.1).

В настоящей главе описана математическая модель и приведены результаты оптимизационных расчетов ЛБВ, ЛОВ О-типа на WB-волноводе (TWT WB, BWO WB) в СМ- и мм-диапазоне длин волн.

2.1.1. Математическая модель нерегулярных ЛБВ, ЛОВ на волнообразно изогнутом прямоугольном волноводе с использованием эквивалентных четырехполюсников. Описанный прибор (рис. 2.1) моделируется цепочкой эквивалентных четырехполюсников (рис. 2.2).

Один четырехполюсник моделирует одну полуволну волнообразно изогнутого прямоугольного волновода. На входе цепочки (слева) под-



ключен генератор входного сигнала \dot{E}_0 с внутренним сопротивлением Z_0 , равным эквивалентному сопротивлению волновода Z_w . Затем следует согласующий четырехполюсник M_0 , описывающий отрезок волновода до первого зазора. После последнего зазора (справа) подключен согласующий M_{n+1} четырехполюсник для согласования волновода с нагрузкой Z_n . Ввиду того, что четырехполюсники моделируют отрезки одного и того же волновода, они оказываются согласованными и при изменении частоты. Будем считать, что нагрузка с сопротивлением Z_n согласована с волноводом, имеющим эквивалентное сопротивление Z_w на опорной частоте.

Матрица передачи \dot{A} четырехполюсника, моделирующего отрезок волновода длиной ℓ , имеет следующий вид [5]:

$$\dot{A} = \begin{vmatrix} \text{ch}(j\dot{\Gamma}\ell) & Z_w \text{sh}(j\dot{\Gamma}\ell) \\ \frac{1}{Z_w} \text{sh}(j\dot{\Gamma}\ell) & \text{ch}(j\dot{\Gamma}\ell) \end{vmatrix}, \quad (2.1)$$

где $\dot{\Gamma} = \Gamma' - j\Gamma''$; j — постоянная распространения волны; $\Gamma' = K\sqrt{1 - \chi_{mn}^2/K^2}$ — продольное волновое число; $K = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$; $\chi^2 = \chi_{mn}^2 = (m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2$ — поперечное волновое число; $\Gamma'' = \frac{R_S [1 + \frac{2b}{a}(\lambda/\lambda_{cr})^2]}{Z_0 b \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{cr})^2}}$ — коэффициент затухания для волны TE_{10} в прямоугольном волноводе; λ_{cr} — критическая длина волны в волноводе, для волны $TE_{10} \lambda_{cr} = 2a$; $\lambda = c/f$ — длина волны входного сигнала, f — его частота, $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ — скорость света в вакууме; $Z_w = \frac{\pi}{2} \frac{b}{a} \frac{\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{cr})^2}}$ — эквивалентное сопротивление волновода для волны TE_{10} ; ε_0, μ_0 — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума; a — размер широкой стенки волновода; b — размер узкой стенки волновода; $R_S = \sqrt{\pi f \mu_0/g}$, $g = 57 \cdot 10^6$ сим/м — проводимость меди; $Z_0 = 120\pi$.

В случае, когда цилиндрическая трубка дрейфа проходит внутрь волновода (для уменьшения пролетного зазора), матрицу передачи (2.1) следует скорректировать с учетом реактивности, создаваемой круглым стержнем в волноводе [6, 7]. Поворот фазы напряженности поля в смежных зазорах за счет изгиба волновода учитывается в уравнениях движения и возбуждения.

Уравнения связи (с использованием коэффициентов матрицы передачи $\|\dot{A}\|$) между напряжениями и токами \dot{U}_k, \dot{I}_k на входе и $\dot{U}_{k+1}, \dot{I}_{k+1}$ на выходе пассивного четырехполюсника при передаче энергии слева направо и справа налево имеют вид [4]

$$\begin{cases} \dot{U}_{k+1} = \dot{U}_k (\dot{A}_{22}^k - \dot{A}_{12}^k / \dot{Z}_{\text{вх}1}^k), \\ \dot{I}_{k+1} = \dot{I}_k (-\dot{A}_{21}^k \dot{Z}_{\text{вх}1}^k + \dot{A}_{11}^k), \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{U}_k = \dot{U}_{k+1} (\dot{A}_{11}^k - \dot{A}_{12}^k / \dot{Z}_{\text{вх}2}^k), \\ \dot{I}_k = \dot{I}_{k+1} (-\dot{A}_{21}^k \dot{Z}_{\text{вх}2}^k + \dot{A}_{22}^k). \end{cases} \quad (2.2)$$

Здесь входные слева и справа сопротивления k -го четырехполюсника $\dot{Z}_{\text{BX}1}^k$ и $\dot{Z}_{\text{BX}2}^k$ рассчитываются по рекуррентным формулам

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{\text{BX}1}^k &= (\dot{A}_{11}^k \dot{Z}_{\text{BX}1}^{k+1} + \dot{A}_{12}^k) / (\dot{A}_{21}^k \dot{Z}_{\text{BX}1}^{k+1} + \dot{A}_{22}^k), & k = n+1, n, n-1, \dots, 0, \\ \dot{Z}_{\text{BX}2}^k &= (\dot{A}_{11}^k \dot{Z}_{\text{BX}2}^{k-1} + \dot{A}_{12}^k) / (\dot{A}_{21}^k \dot{Z}_{\text{BX}2}^{k-1} + \dot{A}_{22}^k), & k = 0, 1, \dots, n.\end{aligned}\quad (2.3)$$

Задаем сопротивление нагрузки \dot{Z}_n , тогда $\dot{Z}_{\text{BX}1}^{n+2} = \dot{Z}_n$ и сопротивление генератора \dot{Z}_0 , тогда $\dot{Z}_{\text{BX}2}^{-1} = \dot{Z}_0$. Условие согласования $\dot{Z}_{\text{BX}1}^k = \dot{Z}_{\text{BX}2}^{k-1} = \dot{Z}_k$, \dot{Z}_k — характеристическое сопротивление k -го четырехполюсника). Коэффициенты матрицы передачи $\|\dot{A}\|$ рассчитываются на заданной частоте ω .

А. Алгоритм расчета возбуждения цепочки четырехполюсников. Задачу возбуждения цепочки четырехполюсников решаем методом наложения, последовательно находя напряжения на зазорах, вызванные входным сигналом E и наведенными токами j_k [8–10]. Расчет проводится в такой последовательности.

1. Задавая напряжение сигнала генератора $\dot{E} = E_0 e^{j(\omega t + \varphi_0)}$, рассчитываем ток I_0^{0+} на входном четырехполюснике

$$I_0^{0+} = \dot{E} / (Z_0 + \dot{Z}_{\text{BX}1}^0) \quad (2.4)$$

Используя формулы передачи энергии слева направо (2.2), находим значения \dot{U}_k^{0+} , \dot{I}_k^{0+} на зазорах, возбужденные входным сигналом, $k = 1, \dots, N$.

2. Рассчитываем возбуждение попутной волны наведенными токами. Для полученного напряжения в m -м зазоре ($m = 1, 2, \dots, N$), используя расчетную процедуру, описанную ниже, определяем наведенный ток j_m и находим

$$U_m^{m+} = j_m \frac{Z_{\text{BX}1}^m Z_{\text{BX}2}^{m-1}}{Z_{\text{BX}1}^m + Z_{\text{BX}2}^{m-1}}; \quad I_m^{m+} = j_m \frac{Z_{\text{BX}2}^{m-1}}{Z_{\text{BX}1}^m + Z_{\text{BX}2}^{m-1}}. \quad (2.5)$$

После этого по формулам (2.2) передачи энергии слева направо находим $\dot{U}_k^{m+} \dot{I}_k^{m+}$, $k = m+1, \dots, N$. Результирующие напряжения на зазорах, возбужденные попутной волной получаются суммированием:

$$\dot{U}_k^+ = \sum_{m=0}^k \dot{U}_k^{m+}; \quad \dot{I}_k^+ = \sum_{m=0}^k \dot{I}_k^{m+}; \quad k = 1, \dots, N. \quad (2.6)$$

Таким образом, продвигаясь от зазора к зазору с попутной волной, находим все необходимые характеристики ЛБВ.

3. При учете встречной волны находим возбужденные наведенным током напряжения и токи слева от m -го зазора $\dot{U}_k^{m-} \dot{I}_k^{m-}$, $k = m-1, \dots, 0$ по формулам (2.2) передачи энергии справа налево. Результирующие напряжения на зазорах, созданные встречной волной, получаются суммированием

$$\dot{U}_k^- = \sum_{m=k+1}^N \dot{U}_k^{m-}, \quad \dot{I}_k^- = \sum_{m=k+1}^N \dot{I}_k^{m-}. \quad (2.7)$$

Далее следует для определения наведенного тока j_m найти суммарное напряжение на m -м зазоре $\dot{U}_m^+ + \dot{U}_m^-$. При этом необходимо учесть, что численный процесс установления суммарных напряжений на зазорах резонаторов очень неустойчив и следует использовать алгоритм, описанный в пунктах 4, 5.

4. По формуле последовательной нижней релаксации пересчитывается распределение встречной волны

$$\dot{U}_{k,s+1}^- = \omega_r \dot{U}_{k,s+1}^- + (1 - \omega_r) \dot{U}_{k,s}^-, \quad (2.8)$$

где ω_r — параметр релаксации, s — номер итерации.

5. Следующие итерации следует повторять с пункта 2, но при расчетах \dot{U}_k учитывать амплитуду встречной волны: $\dot{U}_k = \dot{U}_{k,s+1}^+ + \dot{U}_{k,s+1}^-$.

Итерации повторяются до установления напряжений на зазорах \dot{U}_k с заданной точностью

$$\varepsilon_{s+1} = \sum_{k=1}^n |\dot{U}_{k,s+1} - \dot{U}_{k,s}| / U_0 < \varepsilon_T,$$

где ε_T — заданная точность согласования.

Конвекционный ток сгруппированного электронного потока можно определить совместным решением уравнения движения и уравнения возбуждения волновода [11].

Б. Уравнение возбуждения волновода. Используем обычную для волноводов систему координат (рис. 2.1): ось Z направлена вдоль волновода, ось Y — перпендикулярна широкой стенке волновода и совпадает с направлением движения электронов, ось X — перпендикулярна узкой стенке волновода.

Представим возбужденное поле в виде суперпозиции полей свободных волн:

$$\dot{\vec{E}} = \sum_p C_{\pm p} \dot{\vec{E}}_{\pm p}, \quad \dot{\vec{H}} = \sum_p C_{\pm p} \dot{\vec{H}}_{\pm p}. \quad (2.9)$$

Здесь под индексом p понимаем два индекса, которые определяют тип поля в волноводе. Используя уравнения Максвелла, применяя лемму Лоренца, можно получить уравнение возбуждения волновода [11]. С учетом того что будем рассматривать возбуждение и распространение в прямоугольном волноводе волны поля TE_{mn} , уравнение возбуждения конвекционным током $\dot{\vec{J}}$ принимает вид

$$C_{\pm p} = N_p^{-1} \int_V \dot{\vec{J}} \dot{\vec{E}}_{\mp p} dV, \quad (2.10)$$

где знак «+» соответствует волнам, движущимся в положительном направлении оси Z , знак «-» в противоположном направлении;

$$N_p = \int_s \left\{ [\dot{E}_p, \dot{H}_{-p}] - [\dot{E}_{-p}, \dot{H}_p] \right\} \bar{i}_z dS \quad (2.11)$$

— обобщенная норма волны, пропорциональна мощности волны; $\dot{J} = j\omega \bar{i}_y$; $\dot{J}_\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{J}_m(t, y) e^{-jq\omega t} d\omega t$ — амплитуда гармоники конвекционного тока на частоте $q\omega$; q — номер гармоники; интеграл $\int_V \dot{J} \dot{E}_{\mp p} dV$ — пропорционален мощности, отдаваемой модулированным электронным потоком ЭМ-волне на частоте ω , и используется при расчете волнового кпд. Поля в волноводе представляем в виде (множитель $e^{j\omega t}$ временно опустим)

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\pm mn} = jH_0 \frac{\omega \mu_0 \chi_y}{\chi^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\Gamma Z} \bar{i}_x - \\ - jH_0 \frac{\omega \mu_0 \chi_x}{\chi^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\Gamma Z} \bar{i}_y; \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_{\pm mn} = \pm jH_0 \frac{\Gamma \chi_x}{\chi^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\Gamma Z} \bar{i}_x \pm \\ \pm jH_0 \frac{\Gamma \chi_y}{\chi^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\Gamma Z} \bar{i}_y + H_0 \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\Gamma Z} \bar{i}_z, \end{aligned} \quad (2.13)$$

где $\chi_x = \frac{m\pi}{a}$; $\chi_y = \frac{n\pi}{b}$; H_0 — амплитудный множитель, равный C_p .

Обобщенную норму волны (2.11) найдем, подставляя в (2.11) соответствующие компоненты векторов \dot{E} и \dot{H} из (2.12), (2.13) (индекс n может принимать значения 1 и 0):

$$N_p = \frac{\omega \mu_0 \Gamma a}{\chi^4} \left[\chi_y^2 \int_0^b \sin^2 \frac{n\pi y}{b} dy + \chi_x^2 \int_0^b \cos^2 \frac{n\pi y}{b} dy \right]. \quad (2.14)$$

Подставляем (2.14) и компоненту поля \dot{E}_y из (2.12) в (2.10):

$$C_{\pm mn} = -j\chi_x \chi^2 A \int_V j\omega \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{\pm j\Gamma Z} dV, \quad (2.15)$$

где $A = 1 / \left(\Gamma a \left[\chi_y^2 \int_0^b \sin^2 \frac{n\pi y}{b} dy + \chi_x^2 \int_0^b \cos^2 \frac{n\pi y}{b} dy \right] \right)$.

Интеграл в (2.15) вычисляется по объему, который занимает электронный луч, пересекающий волновод в центре широкой стенки. Пусть радиус луча r , $r^2 = (x - x_1)^2 + (z - z_1)^2$; x_1, z_1 — координаты центра

электронного луча. Координата y меняется от $y_1 = 0$, до $y_2 = b$, но если внутри волновода есть трубки дрейфа, то $y_1 = l'$, $y_2 = b - l'$, где l' — длина трубки дрейфа в волноводе. Тогда

$$C_{\pm mn} = -j\chi_x \chi^2 A \int_{y_1}^{y_2} j_\omega \cos \frac{n\pi y}{b} dy \int_{x_1-r}^{x_1+r} \sin \frac{m\pi x}{a} dx \int_{(z_1 - \sqrt{r^2 - (x-x_1)^2})}^{(z_1 + \sqrt{r^2 - (x-x_1)^2})} e^{\pm j\Gamma Z} dZ.$$

После интегрирования по координате Z получаем

$$C_{\pm mn} = -j\chi_x \chi^2 A \frac{e^{\pm j\Gamma Z_1}}{\pm j\Gamma} \int_{y_1}^{y_2} \cos \frac{n\pi y}{b} dy j_\omega \times \\ \times \int_{x_1-r}^{x_1+r} \sin \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sh} \left(\pm j\Gamma \sqrt{r^2 - (x-x_1)^2} \right) dx. \quad (2.16)$$

Последний интеграл рассчитаем численно, используя формулу Симпсона. Учитывая, что радиус луча много меньше λ_ω и размера a , и поле E_y в центре широкой стенки волновода на расстоянии r относительно центра луча ($x_1 = a/2, z_1$) меняется незначительно, получим

$$C_{\pm mn} = -j\chi_x \chi^2 A e^{\pm j\Gamma Z_1} \frac{4}{3} r \sin \left(\frac{m\pi x_1}{a} \right) \operatorname{sh}(\pm j\Gamma r) \int_{y_1}^{y_2} j_\omega \cos \left(\frac{n\pi}{b} y \right) dy. \quad (2.17)$$

В (2.17) входит j_ω — амплитуда первой гармоники плотности конвекционного тока, которая определяется так:

$$j_\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} j_m e^{-j\omega t} d\omega t, \quad (2.18)$$

С учетом закона сохранения заряда и предполагая, что плотность тока по сечению одинакова, получим

$$j_m(y) d\omega t = j_m(0) d\omega t_0,$$

где $j_m(y)$ — плотность тока в сечении y ; $j_m(0)$ — плотность тока в сечении $y = 0$.

Решим задачу в одномерном приближении, т. е. поперечное движение электронов учитывать не будем. Для моделирования электронного потока используем метод крупных частиц. Электронный поток представляем состоящим из N колец (или дисков), распределенных, при $z = 0$, равномерно на периоде $0 \div 2\pi$. Рассчитываем интеграл (2.18) численно, используя метод средних и допуская, что по сечению плотность

тока постоянна: $I_1 = J_m(0)\pi r^2$, получаем

$$\dot{J}_\omega = \frac{2I_1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} e^{-j\omega t_i}. \quad (2.19)$$

В данной модели волновод возбуждается поперечным током \dot{J}_ω , занимающим небольшой объем V (тонкий луч), коэффициенты $C_{\pm mn}$ вне этого объема от координаты z не зависят, постоянны. Обозначим амплитуду возбужденного поля: $\bar{E} = -jC_{\pm mn}\omega\mu_0\chi_x/\chi^2$. Подставляя (2.19) в (2.17), запишем \bar{E} в виде

$$\bar{E} = B e^{\pm j\Gamma Z_1} \frac{8}{3\pi\Gamma'r} \sin(\Gamma'r) \sin\left(\frac{m\pi x_1}{a}\right) \frac{I_1}{N_e} \int_{y_1}^{y_2} \sum_{i=1}^{N_e} e^{-j\omega t_i} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \varepsilon^0(y) dy, \quad (2.20)$$

где $B = \omega\mu_0\chi_x^2 A$; $\varepsilon^0(y)$ — весовая функция пространственного распределения поля зазора, рассчитывается методом сеток.

Учитывая, что интегрирование уравнений движения проводится по координате y , интеграл в (2.20) вычисляем численно, совместно с интегрированием уравнений движения электронов.

После интегрирования уравнение возбуждения (2.20) поля $\dot{\bar{E}}_y$ ЭМ-волны в волноводе запишется в следующем виде:

$$\dot{\bar{E}}_{y\pm mn} = \bar{E} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{\mp j\Gamma Z} e^{j\omega t} \dot{t}_y. \quad (2.21)$$

Для расчета возбуждения четырехполюсников (эквивалентных отрезкам волновода) электронным потоком потребуется знание наведенного тока и напряжения в заданном сечении волновода ($x = x_1$, $z = z_k$). Как отмечалось ранее, электронный луч проходит через отверстия в волноводе посередине широкой стенки (рис. 2.1). Взаимодействие электронного луча происходит с поперечной компонентой $\dot{\bar{E}}_y TE_{mn}$ -волны. В качестве длины d зазора будем считать: а) размер узкой стенки волновода; б) при малой длине волны возбуждающего сигнала внутрь волновода (для уменьшения угла пролета) могут встраиваться круглые трубки дрейфа небольшого диаметра, и длина зазора будет отсчитываться между торцами трубок дрейфа; в) при использовании Н-образных или П-образных волноводов расстояние между выступами в широкой стенке. В последнем случае вместо (2.21) следует воспользоваться соответствующими методиками работы [12].

Используя (2.21), введем напряжение $\dot{\bar{U}}_k$ на k -м зазоре

$$\dot{\bar{U}}_k = \bar{E} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \cos \frac{n\pi d}{b} e^{\mp j\Gamma Z_k + j\omega t} d. \quad (2.22)$$

Отметим, что задача возбуждения четырехполюсников, сформулированная выше, решается в одномодовом приближении для основной

(распространяющейся) волны в волноводе H_{10} , поэтому при расчете полей в выражениях (2.20)–(2.22) следует положить $m = 1$, $n = 0$. Как показано в [4], учет высших мод (H_{30} , H_{50} , ...) приводит к уточнению кпд в полосе частот в пределах 0,1–4%, что несущественно для качественных оценок потенциальных возможностей рассматриваемых приборов.

Наведенный в k -м зазоре ток с учетом безразмерных параметров вычисляется так:

$$j_k^* = \frac{2I_0 U_0}{\dot{U}_k} \frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0^2} \frac{\vartheta_0}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \int_{T_{0k}}^{T_{1k}} \varepsilon^0(T - T_{0k}) e^{j(u_i + \vartheta_0 T + \vartheta_k)} dT. \quad (2.23)$$

Безразмерные параметры, входящие в (2.23), описаны в следующем разделе.

В. Релятивистское уравнение движения i -й крупной частицы во внешнем электромагнитном поле без учета торможения излучением (т.е. до $v_0/c < 0,99$) в одномерном приближении имеет вид [13] (учтем, что движение электронов в данной математической модели происходит по координате Y)

$$\frac{dv}{dt} = -\eta_0 \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{3/2} \dot{E}_y, \quad (2.24)$$

где $\eta_0 = e/m_0$, e, m_0 — соответственно заряд и масса покоя электрона, v — продольная скорость электрона, c — скорость света в вакууме, v_0 — начальная скорость электронного потока.

Представим напряженность поля $\dot{E}_y = \dot{E}^0 + \dot{E}^p$, где $\dot{E}^0 = \text{Re}(E_m e^{j(\omega t + \vartheta_k)})$ — напряженность ВЧ-поля в зазоре волновода (2.21), \dot{E}^p — напряженность продольного поля пространственного заряда. Поле пространственного заряда \dot{E}^p рассчитываем исходя из моделирования электронного потока N_e крупными частицами. Введем следующие безразмерные переменные: $T = y/L$, $\vartheta = \omega t$, $\gamma_0 = \left(1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2\right)^{-1/2}$,

$$V_i = \frac{v_i}{v_0}, \quad u_i = \omega t_i - \omega y/v_0, \quad \vartheta_0 = \frac{L\omega}{v_0}, \quad \gamma_i = \left(1 - \left(\frac{v_i}{c}\right)^2\right)^{-1/2}, \quad \vartheta_k = \Gamma \ell_k,$$

$$\sigma_a = \frac{(\gamma_0 - 1)}{2\pi\beta_0} \frac{\lambda}{d}, \quad \xi_k = \sum_m \frac{\dot{U}_m^\pm}{U_0}, \quad \dot{U}_m^\pm = \dot{E}_{\pm mn} d, \quad \sigma_p = \frac{eI_0}{\omega^2 v_0 m_0 \varepsilon_0 r^2}, \quad (2.25)$$

$$T_{0k} = y_1/L, \quad T_{1k} = y_2/L,$$

где y — продольная координата электрона, L — длина ЛБВ, ℓ_k — длина отрезка волновода; r — радиус электронного луча, $d = y_2 - y_1$ — длина зазора, ω — опорная частота, ξ_k — относительное напряжение на зазоре, полученное с учетом прямых и обратных волн, возбуждаемых

электронным потоком в других зазорах, и рассчитывается по специальным алгоритмам, приведенным выше.

После нормировки (2.24) получим релятивистское уравнение движения электрона:

$$\frac{dV_i}{dT} = \frac{\vartheta_0}{\gamma_i^3 V_i} [-\sigma_a \operatorname{Re}(\xi_k e^{j(u_i + \vartheta_0 T + \vartheta_k)}) \varepsilon^0(T - T_{0k}) + \sigma_p F_p], \quad (2.26)$$

$$\frac{du_i}{dT} = \vartheta_0 \left(\frac{1}{v_i} - 1 \right) \quad (2.27)$$

где $F_p = \frac{1}{N_e} \sum_{j=1}^{N_e} \varepsilon_p \left(\frac{|u_i - u_j|}{\pi} \right) \operatorname{sign}(u_j - u_i)$, $\varepsilon^0(T - T_0)$ — весовая функция пространственного распределения поля зазора рассчитывалась методом сеток, $\varepsilon_p(y)$ — весовая функция распределения напряженности поля пространственного заряда, определяется с использованием периодизированных полей крупных частиц (дисков, колец) и подробно описана в работе [3].

Уравнения (2.23), (2.26), (2.27) образуют самосогласованную нелинейную систему уравнений ЛБВ, ЛОВ на WB.

После определения наведенных в зазорах волновода токов J_k используется алгоритм возбуждения цепочки четырехполюсников, описанный выше.

Заметим, что для выполнения условия синхронизма, т.е. постоянства фазы СВЧ поля при прохождении электронным сгустком зазоров в волноводе (рис. 2.1), использовалась оптимизация распределения коэффициентов фаз четырехполюсников (эквивалентных отрезкам волновода). В четырех-шести точках задавалось первое приближение распределения коэффициента фазы на всех четырехполюсниках, а затем для аппроксимации использовался аппарат атомарных функций [3, 15]. Приведенная модель позволяет рассчитывать приборы с синфазным и противофазным видом колебаний в смежных зазорах.

Описанная математическая модель является общей для ЛБВ и ЛОВ на WB волноводе. Реализация того или иного режима работы прибора осуществляется при оптимизации параметров конструкции — соответствующим выбором вида целевой функции, а также выбором начальных условий. Для ЛБВ доля мощности обратной волны, присутствующей на входе прибора, должна быть малой, а мощность ЭМ-волны на выходе волновода (P_2 , рис. 2.1) максимальной. Для ЛОВ мощность обратной волны на входе прибора должна быть максимальной (P_1 , рис. 2.1), а мощность ЭМ-волны на выходе волновода (P_2 , рис. 2.1) нулевой.

2.1.2. Результаты расчетов нерегулярных релятивистских ЛБВ, ЛОВ высокой и сверхвысокой мощности СМ-диапазона. Проведены расчеты релятивистских TWT WB с ускоряющим напряжением 500 кВ, $I_0 = 100$ А, длина волны входного сигнала $\lambda = 3$ см, размеры волновода $a = 3,5$ см, $b = d = 1$ см. Для числа зазоров $N = 33$ получен электрон-

ный кпд $\eta_e = 0,58$, коэффициент усиления $K_p = 23,8$ дБ. При числе зазоров $N = 31$ получен электронный кпд $\eta_e = 0,597$, коэффициент усиления $K_p = 17,4$ дБ.

Для длины волны входного сигнала $\lambda = 6$ см, ускоряющего напряжения 500 кВ, $I_0 = 100$ А, размеров волновода $a = 4,8$ см, $b = d = 1$ см, числа зазоров $N = 33$ получен расчетный электронный кпд $\eta_e = 0,718$, коэффициент усиления $K_p = 15,8$ дБ. На рис. 2.3, 2.4 приведены частотные характеристики этого варианта — кривые 1. Полоса усиления этого варианта составляет 20%.

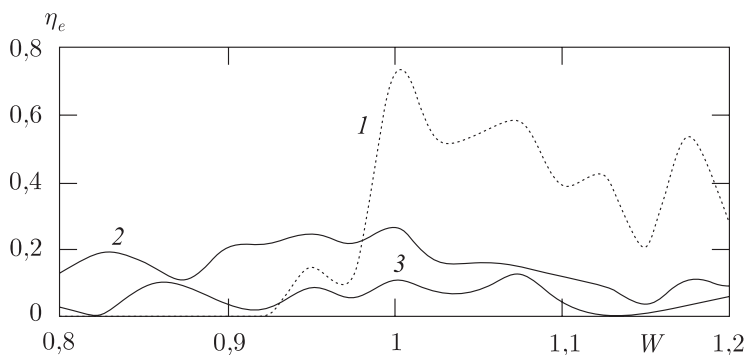


Рис. 2.3. Зависимости электронного кпд η_e от относительной частоты W : кривая 1 — релятивистская ЛБВ, кривая 2 — нерегулярная ЛБВ вариант Е2, кривая 3 — нерегулярная ЛБВ вариант Е3

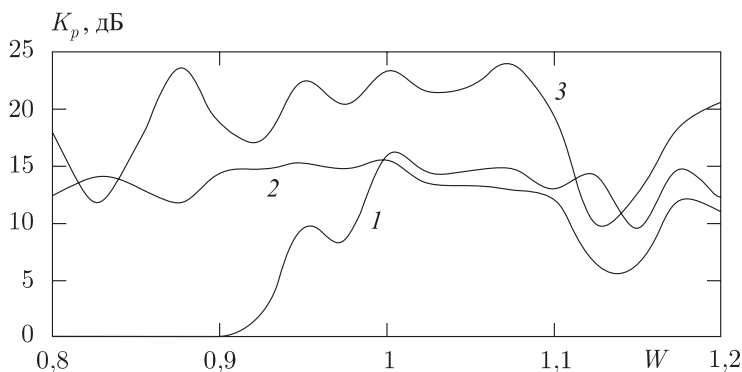


Рис. 2.4. Зависимости коэффициента усиления по мощности K_p от относительной частоты W : кривая 1 — релятивистская ЛБВ, кривая 2 — нерегулярная ЛБВ вариант Е2, кривая 3 — нерегулярная ЛБВ вариант Е3

Для расчета ЛОВ WB используется описанная выше математическая модель с соответствующими граничными условиями. Режим самовозбуждения на определенной частоте достигается, когда поле в конце волновода (на нагрузке Z_n , рис. 2.2) близко к нулю. При этом

Таблица 2.1

N	$I_0 = 250 \text{ A}$	$I_0 = 500 \text{ A}$	$I_0 = 800 \text{ A}$	$I_0 = 1000 \text{ A}$	$I_0 = 1400 \text{ A}$
9	$\eta_e = 0,402$	$\eta_e = 0,491$			
7		$\eta_e = 0,238$	$\eta_e = 0,307$	$\eta_e = 0,304$	
5			$\eta_e = 0,317$	$\eta_e = 0,365$	$\eta_e = 0,292$

Таблица 2.2

N	$I_0 = 1,7 \text{ kA}$	$I_0 = 2,0 \text{ kA}$	$I_0 = 2,5 \text{ kA}$	$I_0 = 3,0 \text{ kA}$
5	$\eta_e = 0,187$	$\eta_e = 0,166$	$\eta_e = 0,214$	$\eta_e = 0,291$

энергия сгруппированного электронного луча преобразуется, в основном, в энергию обратной волны (мощность ЭМ-волны P_1 , рис. 2.1). В расчетах ЛОВ WB использовался волновод с размерами $a = 4,6 \text{ см}$, $b = 1 \text{ см}$, радиус электронного луча $r = 0,6 \text{ см}$, длина волны генерации $\lambda = 6 \text{ см}$. В табл. 2.1 приведены значения электронного КПД η_e для оптимальных вариантов ЛОВ с разными токами луча I_0 и разным числом зазоров N (изогнутых секций волновода), ускоряющее напряжение $U_0 = 400 \text{ кВ}$.

В табл. 2.2 приведены значения электронного КПД η_e для оптимальных вариантов ЛОВ с разными токами луча, ускоряющее напряжение $U_0 = 800 \text{ кВ}$, $a = 4,6 \text{ см}$, $b = 2 \text{ см}$.

В варианте ЛОВ с $U_0 = 1000 \text{ кВ}$, $I_0 = 5,0 \text{ кА}$, $N = 5$, $a = 4,6 \text{ см}$, $b = 2 \text{ см}$ получен электронный КПД 0,14. На рис. 2.5 приведены зависимости от нормированной длины прибора T электронного КПД η_e и волнового КПД η_w для ускоряющего напряжения $U_0 = 400 \text{ кВ}$, тока луча $I_0 = 500 \text{ А}$, $N = 9$ (см. табл. 2.1).

Как показали расчеты, при увеличении тока электронного луча для увеличения эффективности взаимодействия между пучком и волной

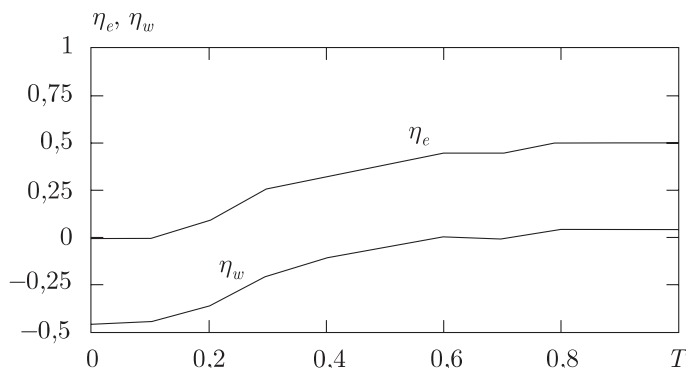


Рис. 2.5. Зависимости электронного КПД η_e и волнового КПД η_w от нормированной длины прибора T для ускоряющего напряжения $U_0 = 400 \text{ кВ}$, тока луча $I_0 = 500 \text{ А}$

и уменьшения влияния пространственного заряда необходимо уменьшать количество зазоров или длину прибора.

2.1.3. Результаты расчетов ЛБВ и ЛОВ для миллиметрового и субмиллиметрового диапазона длин волн. Размеры волновода для расчетов задавались таким образом, чтобы длина волны λ была близка к критической. Это позволяет увеличить эквивалентное сопротивление волновода Z_w и увеличить сопротивление связи электронного пучка и волны. Однако при этом увеличивается затухание волны в волноводе, что на высоких частотах (более 100 ГГц) приводит к значительным потерям. Поэтому здесь необходимо выбирать компромиссное решение.

В расчетах ЛБВ мм-диапазона были заданы следующие параметры: ускоряющее напряжение $U_0 = 30$ кВ, количество лучей $N_b = 6$, ток пучка электронов $I_0 = 2$ А, радиус луча $r = 0,015$ см, длина волны $\lambda = 0,8$ см, размеры волновода $a = 0,65$ см, $b = 0,05$ см, длина зазора $d = b = 0,05$ см, т.е. волновод без вставок. Вначале рассчитывалась регулярная ЛБВ, т.е. длины труб дрейфа и коэффициенты фаз эквивалентных четырехполюсников одинаковы, т.е. длины отрезков волновода (полуволн, рис. 2.1) между зазорами одинаковы. При числе зазоров $N = 15$ получен электронный КПД $\eta_e = 0,10$, коэффициент усиления $K_p = 11$ дБ, полоса частот усиления составляет 40% — вариант Е1.

Далее проводилась оптимизация по максимуму КПД распределений длин и фаз нерегулярной ЛБВ с размером волновода $a = 0,65$ см, $b = 0,15$ см, выбран волновод с ребрами [12], где $d = 0,05$ см. Увеличение размера волновода b и введение ребер (вставок) или продолжение труб дрейфа внутрь волновода позволило улучшить взаимодействие электронного пучка и ЭМ-волны. При тех же параметрах пучка, что в варианте Е1, и числе зазоров $N = 15$ электронный КПД $\eta_e = 0,268$, коэффициент усиления $K_p = 15$ дБ (вариант Е2). Оптимизация на максимум усиления варианта с такими же параметрами луча и волновода при числе зазоров $N = 15$ позволяет получить коэффициент усиления $K_p = 23$ дБ, расчетный электронный КПД $\eta_e = 0,11$ (вариант Е3).

На рис. 2.3, 2.4 приведены частотные характеристики: зависимости электронного КПД η_e (рис. 2.3) и коэффициента усиления по мощности $K_p = 10 \lg |P_{out}/P_{in}|$ (рис. 2.4) от относительной частоты $W = f/f_0$: кривая 2 — регулярная ЛБВ, вариант Е2; кривая 3 — нерегулярная ЛБВ, вариант Е3. Полоса усиления нерегулярных ЛБВ составляет 20–30%.

Проведены расчеты TWT WB на длине волны $\lambda = 0,8$ см с ускоряющим напряжением $U_0 = 12$ кВ, током электронного луча $I_0 = 0,15$ А, однолучевая, использовался волновод с размерами $a = 0,425$ см, $b = 0,07$ см, эквивалентное сопротивление волновода $Z_w = 367,5$ Ом, радиус трубки дрейфа $R = 0,025$ см, радиус электронного луча $r = 0,02$ см (вариант А1, табл. 2.3), число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 42$.

Получен коэффициент усиления по мощности $K_p = 18,7$ дБ, выход-

Таблица 2.3

λ , см	N , вар.	$a \times b$, см	R , см	r , см	η_e	K_p , дБ	P_{out} , Вт	φ , рад	Z_w , Ом
0,8	A1 TWT	$0,425 \times 0,07$	0,025	0,02	0,0076	18,7	10,1	7,514	367,5
	A2 TWT	$0,4125 \times 0,07$	0,025	0,02	0,029	25,3	46,5	1,231	523,7
	A3 TWT	$0,4125 \times 0,07$	0,02	0,015	0,043	26,9	67,1	1,544	523,7
	A4 BWO	$0,4125 \times 0,07$	0,02	0,015	0,0038	—	2,03	4,7534	523,7
0,6	B1 TWT	$0,31 \times 0,04$	0,02	0,015	0,006	16	5,4	7,141	386,1
	B2 TWT	$0,31 \times 0,04$	0,02	0,015	0,0098	25,4	15,6	1,1481	386,1
	B3 TWT	$0,31 \times 0,04$	0,02	0,015	0,034	20,6	51,6	1,1483	386,1
	B4 TWT	$0,31 \times 0,05$	0,02	0,015	0,009	25,2	14,9	1,1457	482,7
	B5 TWT	$0,31 \times 0,05$	0,02	0,015	0,033	20,6	51,6	1,1459	482,7
	B6 TWT	$0,31 \times 0,025$	0,01	0,008	0,15	16,1	215,9	1,152	241,3
	B7 TWT	$0,31 \times 0,04$	0,01	0,008	0,040	31,5	64,3	1,340	386,1
	B8 BWO	$0,31 \times 0,05$	0,01	0,008	0,04	—	23,9	4,403	482,7
	B9 BWO	$0,31 \times 0,04$	0,01	0,008	0,075	—	24,5	4,872	386,1
0,05	C1 TWT	$0,027 \times 0,005$	0,0025	0,002	0,0003	9,8	0,46	1,36	369,7
	C2 BWO	$0,027 \times 0,005$	0,0025	0,002	0,001	—	0,652	4,80	369,7
0,02	C3 TWT	$0,012 \times 0,0015$	0,0005	0,0004	0,0007	11,4	0,66	7,707	170,5
	C4 BWO	$0,011 \times 0,0015$	0,0005	0,0004	0,0002	—	0,042	4,927	246,8
0,015	C5 TWT	$0,008 \times 0,001$	0,0003	0,0002	0,0001	11,8	0,040	7,731	270,8
	C6 BWO	$0,009 \times 0,001$	0,0003	0,0002	0,001	—	0,380	4,702	151,5
0,012	C7 TWT	$0,0064 \times 0,0009$	0,0003	0,0002	0,001	8,1	0,12	7,85	304,7
	C8 BWO	$0,0064 \times 0,0009$	0,0003	0,0002	0,0011	—	0,046	4,831	304,7
0,01	C9 TWT	$0,006 \times 0,0005$	0,0002	0,00016	0,0006	13,6	0,62	2,62	113,6
	C10 TWT	$0,006 \times 0,0005$	0,0002	0,00016	0,0003	10,9	0,45	2,60	113,6
	C11 BWO	$0,006 \times 0,0005$	0,0002	0,00016	0,0002	—	0,047	4,743	113,6

ная мощность ЛБВ $P_{out} = 10,1$ Вт. При уменьшении размера широкой стенки волновода, $a = 0,4125$ см, эквивалентное сопротивление волновода увеличивается ($Z_w = 523,7$ Ом), однако затухание волны в волноводе увеличилось. Это привело к тому, что эффективность взаимодействия электронного луча и волны возросла незначительно: $K_p = 19,6$ дБ, выходная мощность $P_{out} = 12,3$ Вт. Для подтверждения значительного влияния затухания волны на процессы взаимодействия был уменьшен коэффициент фазы четырехполюсника φ : от значения $\varphi = 7,515$ (ЛБВ работает на 1-й пространственной гармонике), до значения $\varphi = 7,515 - 2\pi$ (работа ЛБВ на нулевой пространственной гармонике). Это привело к уменьшению длины изогнутого волновода и, следовательно, к уменьшению затухания волны. В результате эффективность взаимодействия значительно увеличилась: $K_p = 25,3$ дБ, выходная мощность $P_{out} = 46,5$ Вт (вар. A2, табл. 2.3).

Проведено исследование влияния размеров радиусов трубок дрейфа и электронного луча на процессы взаимодействия. Для варианта A2 (табл. 2.3) ($a = 0,4125$ см, $b = 0,07$ см) при уменьшении размеров

радиусов трубок дрейфа и луча, соответственно: $R = 0,02$ см, $r = 0,015$ см, получен $K_p = 26,9$ дБ, выходная мощность $P_{\text{out}} = 67,1$ Вт (вариант А3, табл. 2.3).

Для этих же размеров волновода и электронного луча проведена оптимизация и получен вариант ЛОВ (вар. А4, табл. 2.3). Выходная мощность ЛОВ $P_{\text{out}} = 2,03$ Вт, ЛОВ работает на -1 -й пространственной гармонике, $\varphi = 4,7534$. Небольшая выходная мощность объясняется значительным затуханием обратной волны в волноводе.

Проведены оптимизационные расчеты ЛОВ и ЛБВ на длине волны $\lambda = 0,6$ см ($f = 50$ ГГц), см. табл. 2.3. Ускоряющее напряжение $U_0 = 12$ кВ, ток электронного луча $I_0 = 0,15$ А, число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 42$. Выбраны размеры волновода $a = 0,31$ см, $b = 0,04$ см, эквивалентное сопротивление волновода $Z_w = 386,1$ Ом, радиус трубки дрейфа $R = 0,02$ см, радиус электронного луча $r = 0,015$ см (вариант В1, табл. 2.3). В результате оптимизации параметров ЛБВ получен коэффициент усиления по мощности $K_p = 16$ дБ, выходная мощность ЛБВ $P_{\text{out}} = 5,4$ Вт. Коэффициент фазы четырехполюсника $\varphi = 7,41$ обусловил большую длину изогнутого волновода и, следовательно, значительное затухание волны. Для оценки влияния затухания уменьшили коэффициент фазы четырехполюсника: $\varphi = 7,41 - 2\pi$ (работа ЛБВ на нулевой пространственной гармонике). Оптимизированный вариант ЛБВ (вар. В2, табл. 2.3) с таким коэффициентом фазы имеет усиление по мощности $K_p = 25,4$ дБ, выходную мощность $P_{\text{out}} = 15,6$ Вт, при входной мощности $P_{\text{in}} = 0,045$ Вт. Оптимизация варианта ЛБВ с такими же параметрами волновода и электронного пучка на максимум кпд (вар. В3, табл. 2.3) дает следующие результаты: $K_p = 20,6$ дБ, выходная мощность $P_{\text{out}} = 51,6$ Вт при фиксированной входной мощности $P_{\text{in}} = 0,45$ Вт.

Проведена проверка влияния изменения размера узкой стенки волновода на эффективность взаимодействия. Увеличивая размер узкой стенки волновода a (выбрав за основу вар. В3, табл. 2.3), задаем размеры волновода $a = 0,31$ см, $b = 0,05$ см, $Z_w = 482,7$ Ом. После оптимизации получены варианты ЛБВ на максимум усиления (вар. В4, табл. 2.3): $K_p = 25,2$ дБ, выходная мощность $P_{\text{out}} = 14,9$ Вт при входной мощности $P_{\text{in}} = 0,045$ Вт и максимум кпд при фиксированной входной мощности: (вар. В5, табл. 2.3): $K_p = 20,6$ дБ, выходная мощность $P_{\text{out}} = 51,6$ Вт при входной мощности $P_{\text{in}} = 0,45$ Вт.

Сравнивая варианты В3 и В5 следует отметить, что при увеличении размеров узкой стенки волновода b от $0,04$ до $0,05$ см возрастает эквивалентное сопротивление волновода до $Z_w = 482,7$ Ом, потери в волноводе уменьшаются, однако уменьшается и коэффициент взаимодействия M электронного пучка в зазоре с полем волны из-за увеличения длины зазора или угла пролета. В итоге эффективность прибора почти не изменилась. Конечно, при большем увеличении размера b эффективность взаимодействия будет падать. Расчеты показали, что

в описанных вариантах при увеличении размера b от 0,04 до 0,07 см коэффициент усиления K_p уменьшается от 31,3 до 26,5 дБ, а выходная мощность от 73,6 до 24,2 Вт.

Проведена проверка влияния размеров трубок дрейфа и электронного пучка на эффективность взаимодействия. По сравнению с предыдущими вариантами выбраны уменьшенные размеры трубок дрейфа $R = 0,01$ см и радиуса электронного луча $r = 0,008$ см. Заданы размеры волновода $a = 0,31$ см, $b = 0,025$ см, $Z_w = 241,3$ Ом. Ускоряющее напряжение $U_0 = 12$ кВ, ток электронного луча $I_0 = 0,15$ А, число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 42$. Получен оптимизированный на максимум кпд вариант ЛБВ (вар. В6, табл. 2.3) при фиксированной входной мощности: $K_p = 16,1$ дБ, выходная мощность $P_{out} = 215,9$ Вт, $P_{in} = 5,4$ Вт.

Для уточнения влияния размеров электронного пучка и трубки дрейфа зададим размеры волновода как в варианте В2: $a = 0,31$ см, $b = 0,04$ см, $Z_w = 482,7$ Ом. Размеры трубок дрейфа $R = 0,01$ см и радиуса электронного луча $r = 0,008$ см. После проведения оптимизации на максимум кпд, при фиксированной входной мощности, получен вариант ЛБВ (вар. В7, табл. 2.3): $K_p = 31,5$ дБ, выходная мощность $P_{out} = 64,3$ Вт, при $P_{in} = 0,045$ Вт. Как видно из сравнения вариантов В2 и В7 (см. табл. 2.3) выигрыш по мощности составляет 4 раза, увеличился и K_p — до 31,5 дБ. Повышение эффективности взаимодействия электронного пучка и волны в вариантах с меньшими размерами радиусов трубок дрейфа и пучка объясняется следующим. Обычно учитывается, что поле проникает внутрь трубки дрейфа на расстояние, равное $2,5R$. При этом спад поля внутри трубки дрейфа относительно центра зазора составляет 0,006–0,002. Поэтому при меньшем радиусе трубки дрейфа R за счет уменьшения провисания поля в трубке дрейфа уменьшается и угол пролета электронов в зазоре — эффективность взаимодействия увеличивается.

На рис. 2.6 для варианта В7 приведены зависимости функции группировки по первой гармонике F [3] и электронного кпд η_e от T .

На рис. 2.7 для варианта В7 приведены зависимости фазовых траекторий $T-\theta$ от T .

Для этой же длины волны $\lambda = 0,6$ см были оптимизированы и генераторы СВЧ колебаний — ЛОВ (BWO WB). Выбраны размеры волновода: $a = 0,31$ см, $b = 0,05$ см, $Z_w = 482,7$ Ом. Ускоряющее напряжение $U_0 = 12$ кВ, ток электронного луча $I_0 = 0,25$ А, число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 33$. Радиусы трубок дрейфа $R = 0,02$ см и электронного луча $r = 0,015$ см. После проведения оптимизации на максимум кпд получен вариант ЛОВ с выходной мощностью $P_{out} = 2,9$ Вт. При токе электронного луча $I_0 = 0,15$ А получена выходная мощность $P_{out} = 0,72$ Вт. Здесь коэффициент фазы четырехполюсника $\varphi = 4,724$, ЛОВ работает на -1 -й пространственной гармонике. Проведен расчет вариантов ЛОВ с уменьшенными радиусами трубок дрейфа

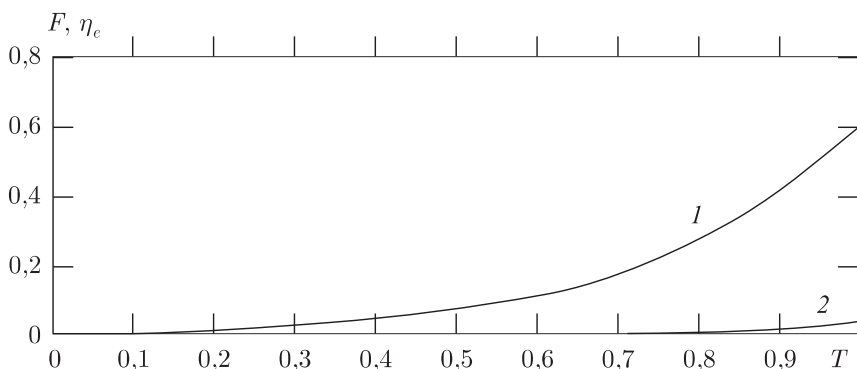


Рис. 2.6. Зависимости функции группировки по первой гармонике F (кривая 1) и электронного кпд η_e (кривая 2) от T для варианта В7

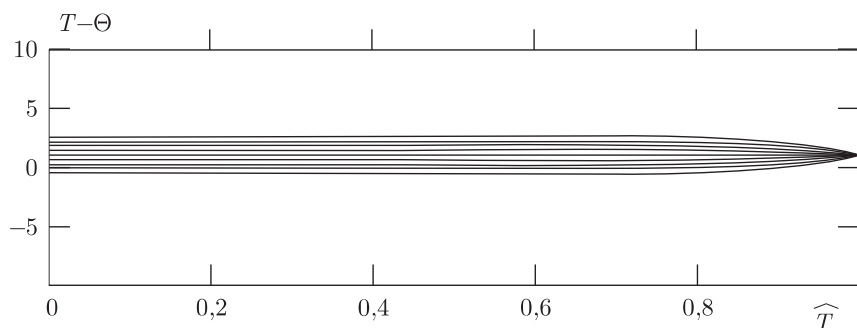


Рис. 2.7. Зависимости фазовых траекторий $T-\theta$ от T для варианта В7

и электронного луча: $R = 0,01$ см, $r = 0,008$ см. Ток электронного луча $I_0 = 0,15$ А. Заданы размеры волновода, как и в предыдущем варианте: $a = 0,31$ см, $b = 0,05$ см, число зазоров $N = 33$. Получен вариант ЛОВ (вар. В8, табл. 2.3) с выходной мощностью $P_{\text{out}} = 23,9$ Вт. Если сравнить с предыдущим вариантом, где $P_{\text{out}} = 0,72$ Вт, то выигрыш значителен.

На рис. 2.8 для варианта В8 приведены зависимости функции группировки по первой гармонике F [3] и электронного кпд η_e от T .

Можно отметить, что на рис. 2.8 функция группировки имеет характерный вид для ЛОВ. Как видно из рис. 2.8 несмотря на то, что при увеличении T от 0,7 до 1 функция группировки F (кривая 1) уменьшается, тем не менее электронный кпд η_e (кривая 2) растет, т.е. электроны отдают свою энергию ЭМ-волне в волноводе.

При уменьшении числа зазоров до $N = 27$ в варианте В8 и проведении оптимизации, получена выходная мощность $P_{\text{out}} = 0,11$ Вт. Проверка влияния числа зазоров в ЛОВ на процессы взаимодействия проведена и на варианте ЛОВ В9 (см. табл. 2.3). В этом варианте при числе зазоров $N = 42$ получена выходная мощность $P_{\text{out}} = 24,5$ Вт.

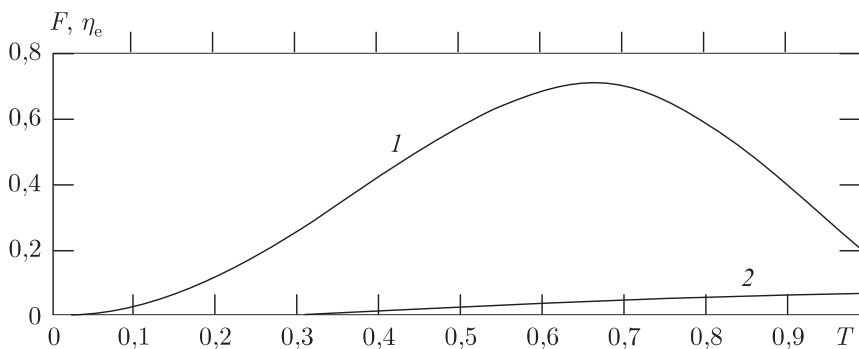


Рис. 2.8. Зависимости функции группировки по первой гармонике F (кривая 1), электронного КПД η_e (кривая 2) от T , для варианта В8

Уменьшение числа зазоров до $N = 33$ и последующая оптимизация позволяют получить лишь мощность $P_{\text{out}} = 0,216$ Вт.

Проведены оптимизационные расчеты ЛОВ и ЛБВ на длине волн $\lambda = 0,05$ см ($f = 600$ ГГц), см. табл. 2.3. Параметры пучка электронов: ток электронного луча $I_0 = 0,15$ А, ускоряющее напряжение $U_0 = 12$ кВ, число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 42$. Выбраны размеры волновода $a = 0,027$ см, $b = 0,005$ см, эквивалентное сопротивление волновода $Z_w = 369,7$ Ом, радиус трубки дрейфа $R = 0,0025$ см, радиус электронного луча $r = 0,002$ см (вар. С1, табл. 2.3). В результате оптимизации параметров ЛБВ получен коэффициент усиления по мощности $K_p = 9,8$ дБ, выходная мощность ЛБВ $P_{\text{out}} = 0,46$ Вт. Для этих же параметров волновода и электронного пучка рассчитан вариант ЛОВ (вар. С2, табл. 2.3), число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 33$. После оптимизации получена выходная мощность $P_{\text{out}} = 0,652$ Вт.

В таблице 2.3 приведены данные оптимальных вариантов для других длин волн. (Отметим, что для вариантов А1–А4, С1, С3, С5, С7 число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 42$, для вариантов С2, С4, С6, С8, С10, С11 — $N = 33$. Ток электронного луча $I_0 = 0,15$ А для всех вариантов, кроме С10, С11 — $I_0 = 0,2$ А).

Расчеты показали, что сильное влияние на процессы взаимодействия оказывает омическое сопротивление металла, из которого изготовлен волновод. В расчетах принимали, что волноводы изготавливались из меди с удельной проводимостью $\sigma = 57 \cdot 10^6$ сим/м. Выше было показано, влияние затухания волны в волноводе на частотах 37–50 ГГц. На более высоких частотах это влияние проявляется еще сильнее. В табл. 2.4 приведены результаты расчетов ЛБВ и ЛОВ на длине волн $\lambda = 0,01$ см для разных значений проводимости σ стенок волноводов для вариантов С9 и С11 из табл. 2.3.

Как видно из табл. 2.4, увеличение проводимости стенок оказывает большое влияние на выходную мощность приборов, особенно ЛОВ.

Таблица 2.4

σ , см/м		$57 \cdot 10^6$	$61,4 \cdot 10^6$	$70 \cdot 10^6$	$100 \cdot 10^6$	$57 \cdot 10^8$
ЛБВ Вар. С9	K_p , дБ	13,64	13,9	14,3	15,4	20,3
	P_{out} , Вт	0,62	0,66	0,73	0,94	2,89
ЛОВ Вар. С11	P_{out} , Вт	0,047	0,084	0,234	1,656	3,95

На рис. 2.9 для ЛБВ показано распределение амплитуд напряжений $U_k/30$ на зазорах в волноводе по длине прибора L : $\sigma = 57 \cdot 10^6$ (кривая 1), $\sigma = 57 \cdot 10^8$ (кривая 2).

Что характерно для ЛБВ — рост амплитуды попутной волны начинается в конце области взаимодействия, ближе к выходу. И поэтому потери в электродинамической системе ЛБВ оказываются заметно меньше, чем в ЛОВ.

На рис. 2.10 приведено распределение для ЛОВ по длине прибора L

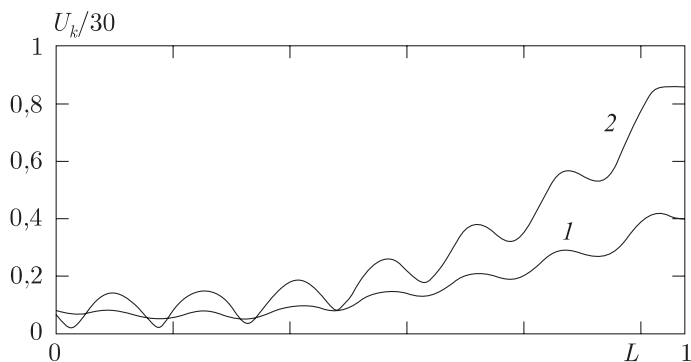


Рис. 2.9. Распределение амплитуд напряжений $U_k/30$ на зазорах в волноводе по длине L ЛБВ: $\sigma = 57 \cdot 10^6$ (кривая 1), $\sigma = 57 \cdot 10^8$ (кривая 2)

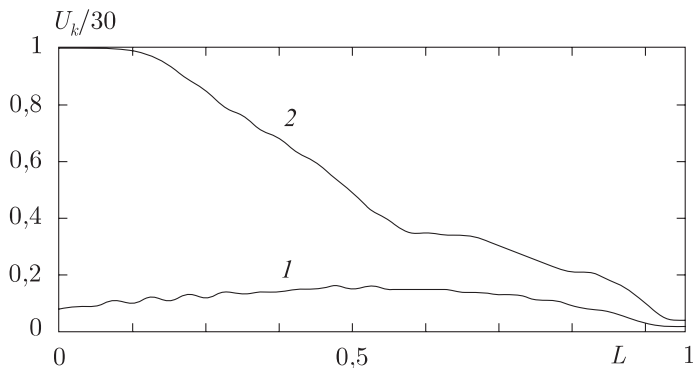


Рис. 2.10. Распределение амплитуд напряжений $U_k/30$ на зазорах в волноводе по длине L ЛОВ: $\sigma = 57 \cdot 10^6$ (кривая 1), $\sigma = 57 \cdot 10^8$ (кривая 2)

амплитуд напряжений $U_k/30$ на зазорах в волноводе: $\sigma = 57 \cdot 10^6$ (кривая 1), $\sigma = 57 \cdot 10^8$ (кривая 2).

В ЛОВ, как и ЛБВ, возбуждение волны (в данном случае встречной) происходит в конце области взаимодействия, где поток достаточно сгруппирован.

И возбужденная встречная ЭМ-волна проходит большое расстояние (см. рис. 2.10, кривая 1) от $L = 0,9$ до $L = 0$ — выхода ЛОВ. Это приводит к значительному затуханию встречной ЭМ-волны в волноводе и ведет к уменьшению выходной мощности. Из сравнения рис. 2.9 и 2.10 (кривые 1) видно, что амплитуды напряжений на зазорах в ЛОВ ниже, чем в ЛБВ. Это не дает возможности получить в ЛОВ такую же группировку электронов, как в ЛБВ, что также приводит к снижению выходной мощности. Эти факторы в целом и определяют большее влияние потерь в ЛОВ по сравнению с ЛБВ.

Для сравнения также рассмотрим случай, когда омические потери малы. На рис. 2.9 кривая 2 дает для ЛБВ распределение амплитуд напряжений на зазорах в волноводе по длине прибора L для $\sigma = 57 \cdot 10^8$. Видно, что амплитуда возбужденной прямой волны увеличивается почти экспоненциально и более чем в два раза превышает амплитуду волны в ЛБВ с большими потерями — рис. 2.9, кривая 1. Это значительно улучшает процессы взаимодействия электронов с ЭМ-волной и увеличивает выходную мощность ЛБВ (см. табл. 2.4).

На рис. 2.10 кривая 2 дает для ЛОВ распределение амплитуд напряжений $U_k/30$ на зазорах в волноводе по длине прибора L для $\sigma = 57 \cdot 10^8$. Из рис. 2.10 (кривая 2) видно, что в ЛОВ с малыми потерями имеет место существенное увеличение амплитуды встречной волны. Ее амплитуда даже несколько превышает амплитуду возбужденной попутной волны в ЛБВ (см. рис. 2.9, кривая 2). Таким образом, здесь процессы взаимодействия электронов со встречной ЭМ-волной протекают эффективнее, чем в ЛОВ с потерями (см. рис. 2.10, кривая 1), что видно по выходной мощности ЛОВ: она почти на два порядка больше, чем в ЛОВ с потерями (см. табл. 2.4). Как видно из табл. 2.4, при $\sigma = 57 \cdot 10^8$ сим/м (это практически сверхпроводящий металл) выходная мощность ЛОВ и ЛБВ примерно одного порядка.

Для увеличения выходной мощности можно использовать гибридные приборы, например ЛОВ–ЛБВ. Здесь первая секция прибора — ЛОВ используется для начальной группировки электронного пучка. Затем модулированный по плотности и по скорости электронный пучок поступает на вторую секцию — ЛБВ, которая по электромагнитному полю не связана с ЛОВ, а связана только по электронному пучку. Сгруппированный электронный пучок возбуждает ЭМ-волну в замедляющей системе ЛБВ, которая усиливается к концу прибора.

Проведены расчеты гибридного прибора для длины волны $\lambda = 0,6$ см. В качестве первой секции был выбран вариант ЛОВ с размерами волновода: $a = 0,31$ см, $b = 0,05$ см, $Z_w = 482,7$ Ом. Ускоряющее

напряжение $U_0 = 12$ кВ, ток электронного луча $I_0 = 0,15$ А, число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 27$. Радиусы трубок дрейфа $R = 0,01$ см и электронного луча $r = 0,008$ см. После проведения оптимизации на максимум кпд получен вариант ЛОВ с выходной мощностью $P_{\text{out}} = 0,113$ Вт. Вторая секция — ЛБВ имеет те же размеры волновода и пучка, число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 42$. После оптимизации на максимум кпд получена выходная мощность $P_{\text{out}} = 166$ Вт. Сравнение с похожим по параметрам вариантом ЛОВ (например, вар. В8, табл. 2.3, $P_{\text{out}} = 24,5$ Вт) показывает значительное преимущество гибридных приборов — генераторов СВЧ.

Выполнен расчет гибридного прибора на длине волны $\lambda = 0,01$ см. В первой секции использован вариант ЛОВ С11 (см. табл. 2.3). Ускоряющее напряжение $U_0 = 12$ кВ, ток электронного луча $I_0 = 0,2$ А, число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 33$. Радиусы трубок дрейфа $R = 0,0002$ см и электронного луча $r = 0,00016$ см, размеры волновода: $a = 0,31$ см, $b = 0,05$ см, $Z_w = 482,7$ Ом. Вторая секция — ЛБВ имеет те же размеры волновода и пучка, число зазоров (изогнутых секций волновода) $N = 33$ (см. вар. С10, табл. 2.3). На выходе второй секции — ЛБВ получена выходная мощность $P_{\text{out}} = 10,1$ Вт. Сравнение этого значения с выходными мощностями вариантов С10, С11 (табл. 2.3) также показывает преимущество гибридных приборов.

Результаты проведенных исследований позволяют сделать выводы, что в мм-диапазоне расчетный электронный кпд ЛБВ на WB может достигать 28%, коэффициент усиления по мощности 23 дБ, полоса усиления 20–30%. Однако распределение кпд в полосе усиления — неравномерно. Релятивистские ЛБВ с ускоряющим напряжением 500 кВ, током луча 100 А могут иметь расчетный электронный кпд 70%, коэффициент усиления по мощности 15 дБ, полосу усиления 15–20%.

Приведенные результаты оптимизации генераторов ЛОВ на WB показали, что возможно генерирование СВЧ колебаний сверхвысокой мощности с расчетным электронным кпд 14–50% для ускоряющих напряжений 400–1000 кВ при токах электронного луча 0,2–5 кА.

Следует остановиться также на важной для приборов большой мощности проблеме приближения рабочей напряженности поля в волноводе к предельной по величине ВЧ-пробоя в вакууме 200–1000 кВ/см [16]. В приведенных вариантах ЛБВ максимальная амплитуда напряженности ВЧ-поля E_{max} в зазоре составляла для вариантов Е2, Е3 — 40–60 кВ/см, варианта Е1 — 100 кВ/см.

Таким образом, во всех вариантах E_{max} не приближается к предельно допустимой для вакуума. Однако E_{max} во всех вариантах превышает допустимую для воздушного заполнения волновода величину 30 кВ/см. Это означает, что в конструкциях, реализующих указанные варианты, должен предусматриваться либо распределенный вывод энергии, либо лучевой (квазиоптический) со сверхразмерным сечением луча.

Исследованные в работе конструкции гибридных приборов ЛОВ-ЛБВ на WB показали их эффективность, и они с успехом могут использоваться в качестве мощных источников СВЧ колебаний сантиметрового, миллиметрового диапазонов для систем связи, радионавигации, радиолокации и в др. областях.

2.2. Оптимизация отражательных клистронов и монотронов сантиметрового и миллиметрового диапазона длин волн

Отражательные клистроны (ОК) находят применение в качестве генераторов СВЧ колебаний малой мощности в измерительной аппаратуре; в гетеродинах приемников СВЧ сигналов радиолокационных станций, радиотелескопов, спутниковых станций; в возбудителях передатчиков мощных СВЧ сигналов с электронной перестройкой частоты. В литературе [17–20] достаточно подробно развита теория отражательных клистронов в кинематическом приближении, изложены приближенные методы расчета. Ввиду использования в ОК достаточно низких напряжений (0,1–2 кВ) и небольших токов электронного пучка (0,01–0,05 А) вопрос о повышении кпд не ставился и реальный кпд таких клистронов достигал 0,01–3%. Теоретические оценки в кинематическом приближении, в режиме малых амплитуд напряжения в зазоре резонатора давали максимальный кпд для нулевой зоны генерации 25% и эта величина уменьшалась с увеличением номера зоны генерации. В настоящее время в связи с развитием миниатюризации аппаратуры, особенно бортовой — спутниковой, летательных аппаратов, вопросы снижения энергопотребления имеют важное значение. Продвижение в область миллиметровых и субмиллиметровых волн вызывает уменьшение размеров конструкций ОК настолько, что возникает проблема отвода тепла от конструктивных элементов ОК при относительно небольших выходных мощностях этих приборов. Поэтому вопросы получения максимального кпд таких приборов приобретают актуальное значение. Генераторы малой мощности на полупроводниковых приборах (диодах Ганна и др.) являются вроде бы конкурентами ОК, но в условиях повышенного радиационного фона (космические станции), повышенной тепловой нагрузки, работы на частотах свыше 10 ГГц электровакуумные приборы (в частности ОК, монотроны) остаются вне конкуренции.

В данной работе проведена оптимизация процессов взаимодействия электронного потока с электромагнитным (ЭМ) полем ВЧ-сигнала в ОК и монотронах, выявлены особенности оптимальных процессов на частотах 10, 50, 1000 ГГц при разных ускоряющих напряжениях, для сеточных и бессеточных зазоров. В математической модели учтены релятивизм, пространственный заряд, реальное распределение

поля в бессеточных зазорах. Проведены расчеты процессов взаимодействия для нескольких групп электронов, расположенных в нескольких периодах электронной длины волны по длине траектории движения электронов в ОК, что позволяет выявить правомерность использования в математической модели ОК периодизированных полей пространственного заряда.

2.2.1. Математическая модель. Релятивистское уравнение движения электронов в системе t, t_0 в одномерном приближении запишем в следующем виде:

$$\frac{dv_z}{dt} = -\eta_0 \left[1 - \left(\frac{v_z}{c} \right)^2 \right]^{3/2} \dot{E}_0 - \eta_0 \left[1 - \left(\frac{v_z}{c} \right)^2 \right]^{3/2} \dot{E}^p. \quad (2.28)$$

Здесь напряженность поля, действующего на электрон, представлена в виде двух составляющих: \dot{E}^0 — напряженность продольного ВЧ-поля в зазоре резонатора, в трубке дрейфа она равна нулю; \dot{E}^p — напряженность продольного поля пространственного заряда. Электронный поток моделировался методом крупных частиц. Для i -й крупной частицы уравнение движения (2.28) в безразмерных переменных переписывается следующим образом:

$$\frac{d^2 X_i}{d\theta^2} = -\frac{2R^0}{\beta_i^2} f_{1i} \dot{Z}_k \epsilon_k^0 e^{j\theta} + \sigma^2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \epsilon_i^p f_{1i}, \quad (2.29)$$

где

$$\begin{aligned} X_i &= \frac{\omega z_i}{v_0}; \quad \theta = \omega t; \quad R^0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2} - 1; \quad \eta_0 = \frac{e}{m_0}; \quad \beta_0 = \frac{v_0}{c}; \\ \sigma^2 &= \frac{\eta_0 I_0}{\pi \epsilon_0 a^2 v_0 \omega^2}; \quad f_{1i} = (1 - \beta_i^2)^{3/2}; \quad \beta_i = \frac{v_i}{c}; \quad \dot{A}_k = \frac{\dot{V}_k}{d_k}; \quad \dot{Z}_k = \frac{\dot{A}_k}{2\omega} \frac{v_0}{V_0}; \\ \dot{\xi} &= \frac{\dot{V}_k}{V_0}; \quad \dot{E}_k^0 = \dot{A}_k \epsilon_k^0 e^{j\theta}; \quad \dot{E}^p = \frac{-dq}{2\pi \epsilon_0 a^2} \epsilon^p; \quad \frac{dq}{dt} = I_0; \end{aligned}$$

N — число крупных частиц; d_k — ширина зазора k -го резонатора; a — радиус трубки дрейфа; ϵ^0 и ϵ^p описаны в [21] для продольной составляющей полей зазора резонатора и пространственного заряда соответственно.

Продольное электрическое поле зазора резонатора \dot{E}_k^0 , соответствующее его реальной конфигурации, рассчитывается методом сеток. Поле пространственного заряда крупной частицы \dot{E}^p рассчитывалось с учетом периодичности расположения частиц с периодом, равным электронной длине волны [3, 21].

Уравнение возбуждения резонатора [21] для одномерной однослойной модели с учетом введенных здесь безразмерных параметров запи-

сывается как

$$\frac{d\dot{Z}_k^*}{d\theta} = \frac{\beta_0}{120(d_k/a)} \rho_k Q_k \frac{1+j\varphi_k Q_k}{1+(\varphi_k Q_k)^2} \frac{\beta_0^2}{2R^0} \frac{\sigma^2}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\theta} \varepsilon^0 \frac{dX}{d\theta} d\theta_0. \quad (2.30)$$

Множитель $\rho_k Q_k \frac{1+j\varphi_k Q_k}{1+(\varphi_k Q_k)^2}$ представляет собой эквивалентное сопротивление контура; $\varphi_k = 2 \frac{\omega - \omega_{0k}}{\omega_{0k}}$, ω — опорная частота; ω_{0k} — резонансная частота k -го резонатора; Q_k — нагруженная добротность k -го резонатора.

Наведенный ток в зазоре k -го резонатора в нормированных переменных вычисляется следующим образом:

$$\dot{I}_k^* = \frac{\dot{A}_k^*}{\sigma^2 Y_a(d/a)}. \quad (2.31)$$

Электронный КПД k -го каскада клистрона рассчитывается по формуле

$$\eta_{ek} = \frac{1 - \sqrt{1 - \beta_0^2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [1 - (\beta_0 v_i)^2]^{-1/2}}}{1 - \sqrt{1 - \beta_0^2}}, \quad (2.32)$$

где $v_i = \frac{dX_i}{d\theta}$. Волновой КПД k -го каскада можно вычислить через наведенный ток и напряжение на зазоре резонатора:

$$\eta_{wk} = \operatorname{Re} \frac{\dot{Z}_k \dot{A}_k^*}{2\sigma^2}, \quad (2.33)$$

где \dot{A}_k^* рассчитывается при интегрировании уравнения возбуждения (2.30).

В тормозящем поле отражателя электроны движутся без воздействия ВЧ-переменных полей, поэтому здесь используем уравнения движения электронов в нормированных переменных в форме (2.29). Только вместо комплексной нормированной напряженности $\dot{Z}_k e^{j\theta}$, куда входит амплитуда переменного напряжения на зазоре резонатора \dot{V}_k , подставляем (согласно схеме включения отражательного клистрона [2–4]) вместо \dot{V}_k постоянное напряжение $V_{sk} = |V_0| + |V_r|$, где V_0 — ускоряющее напряжение, V_r — напряжение на отражателе. Интегрирование уравнений движения и возбуждения проводится до тех пор, пока все электроны при обратном движении не выйдут из области взаимодействия — из зазора резонатора.

Эти же уравнения использованы и при расчете процессов взаимодействия в монотронах, только рассматривался один зазор резонатора, а далее считаем, что электроны попадают на коллектор.

Расчет процессов взаимодействия электронного потока с ЭМ-полем в зазоре резонатора будем проводить в режиме заданного поля. Это позволит значительно ускорить решение задачи и выявить основные особенности процессов взаимодействия в ОК и монотронах.

2.2.2. Результаты расчетов отражательных клистронов и монотронов. По описанной математической модели составлена программа анализа и оптимизации процессов взаимодействия в ОК и монотронах. Проведены расчеты, позволяющие проверить адекватность описанной математической модели процессов взаимодействия реальным физическим процессам в указанных приборах.

Для проведения теоретических расчетов использовалась следующая конструкция ОК: с катода под действием ускоряющего напряжения V_0 поток электронов с начальной скоростью v_0 влетает в ВЧ-зазор цилиндрического (или тороидального) резонатора. Зазор может быть сеточным или бессеточным и образуется торцами внутренних трубок резонатора, составляющих канал пролета электронов. Принимаем, что внутренний радиус канала пролета резонатора равен радиусу трубки дрейфа, следующей за резонатором. По этой трубке дрейфа (она может иметь и нулевую длину) электронный поток движется к следующему зазору с тормозящим электрическим полем. Этот второй зазор может быть сеточным или бессеточным. По этой же трубке дрейфа электронный поток будет и возвращаться после изменения знака скорости в ВЧ-зазор резонатора.

В [2, 4] приведены некоторые технические данные промышленных ОК различных диапазонов частот. Для проверки модели на частоте $f = 3$ ГГц выбран ОК К-12. Для начала расчетов по разработанной программе заданы следующие данные: радиус канала пролета внутри резонатора и радиус трубы дрейфа $R = 0,4$ см, внешний радиус электронного потока $r = 0,35$ см. Зазор резонатора — сеточный, его длина $d_1 = 0,1$ см, длина второго зазора с тормозящим полем $d_2 = 0,3$ см. Принимаем длину трубки дрейфа $\ell = 0,003$ см, равной толщине сетки. Ускоряющее напряжение $U_0 = 250$ В, ток электронного луча $I_0 = 0,02$ А. В работе [2] приведен расчет коэффициента токопрохождения сеток, образующих зазор резонатора, и он равен 0,61. С учетом этого принимаем для расчетов процессов взаимодействия $I_0 = 0,61 \cdot 0,02 = 0,0122$ А. Напряжение на отражателе V_r для частоты $f = 3$ ГГц положим равным -50 В. Для частоты $f = 3,03$ ГГц — $V_r = -180$ В. Согласно схеме включения ОК [2, 4] задаем тормозящее напряжение на втором зазоре $V_{s2} = |V_0| + |V_r| = 300$ В. Задаем относительную амплитуду переменного напряжения на зазоре резонатора $U_1 = \frac{\tilde{U}}{V_0} = 0,15$, что соответствует работе прибора в режиме небольших амплитуд. Относительное тормозящее напряжение на втором зазоре $V_2 = \frac{V_{s2}}{V_0} = 1,2$. После оптимизации фазы переменного напряжения на зазоре резонатора ($\varphi_1 = 1,293$ рад.)

получен электронный кпд $\eta_e = 0,041$, волновой кпд $\eta_w = 0,0365$. Волновому кпд $\eta_w = 0,0365$ соответствует выходная мощность 110 мВт. В технических данных на К-12 указана выходная мощность 100 мВт. Таким образом расчетные данные близки к экспериментальным.

На частоте $f = 3,03$ ГГц и при тормозящем напряжении на зазоре $V_2 = 1,7$ получен расчетный электронный кпд $\eta_e = 0,051$, волновой кпд $\eta_w = 0,0465$, что соответствует выходной мощности 140 мВт, что также близко к техническим данным клистрона К-12.

ОК К-27 предназначен для генерирования СВЧ колебаний на частоте $f = 10$ ГГц. Для начала расчетов задаем следующие исходные данные: ускоряющее напряжение $V_0 = 300$ В, ток электронного луча, с учетом коэффициента токопрохождения сеток $I_0 = 0,61 \cdot 0,03 = 0,0183$ А, радиус трубы дрейфа $R = 0,15$ см, внешний радиус электронного потока $r = 0,13$ см, длины зазоров $d_1 = 0,1$ см, $d_2 = 0,3$ см, относительные напряжения на зазорах $U_1 = 0,13$, $V_2 = 1,2$ соответствует 6-й зоне генерации [2, 4]. После оптимизации фазы напряжения на зазоре резонатора ($\varphi_1 = 3,834$ рад) получен расчетный электронный кпд $\eta_e = 0,00518$, волновой кпд $\eta_w = 0,0042$. Это соответствует выходной мощности 23 мВт, что близко к техническим данным клистрона К-27 (20 мВт).

Для выявления предельных возможностей этого клистрона проведена полная оптимизация процессов взаимодействия на максимум кпд, оптимизировались U_1 , V_2 , φ_1 . Получены оптимальные значения: $U_1 = 0,31$, $V_2 = 5,23$ (соответствует примерно первой зоне генерации), $\varphi_1 = 4,418$, электронный кпд $\eta_e = 0,138$, волновой кпд $\eta_w = 0,127$. Видим, что в оптимальных процессах взаимодействия кпд прибора значительно выше. На рис. 2.11 приведены графики зависимостей от $T = \omega t / T_{\max}$, $T_{\max} = 18,6$: *a* — электронного кпд η_e (кривая 1), функции группировки F (кривая 2), *б* — фазовых траекторий ($X = \omega z / v_0 / X_{\max}$, $X_{\max} = 3,7$).

Проведено изучение влияния длины трубки дрейфа на процессы взаимодействия в этом варианте клистрона. Трубка дрейфа длиной ℓ введена между зазором резонатора и зазором с тормозящим полем. Оптимизация U_1 , V_2 , φ_1 , ℓ позволяет получить электронный кпд $\eta_e = 0,237$, волновой кпд $\eta_w = 0,233$ для следующих значений оптимальных параметров: $U_1 = 0,504$, $V_2 = 5,3$, $\varphi_1 = 4,38$, $\ell = 0,122$ см (вариант К1). Электронная длина волны — $\lambda_e = 0,103$ см. На рис. 2.12 для варианта К1 приведены графики изменения от $T = \omega t / T_{\max}$, $T_{\max} = 33,4$: *a* — электронного кпд η_e (кривая 1), функции группировки F (кривая 2), *б* — фазовых траекторий $X = \omega z / v_0 / X_{\max}$, $X_{\max} = 10,7$.

Трубка дрейфа оптимальной длины ℓ значительно улучшает группировку и процессы взаимодействия, что видно из сравнения соответствующих графиков на рис. 2.11 и 2.12. На рис. 2.12, *a* функция группировки после $T = 0,7-0,8$ достигает значений 0,2–0,35, что значительно больше, чем на рис. 2.11, *a*. На графиках фазовых траек-

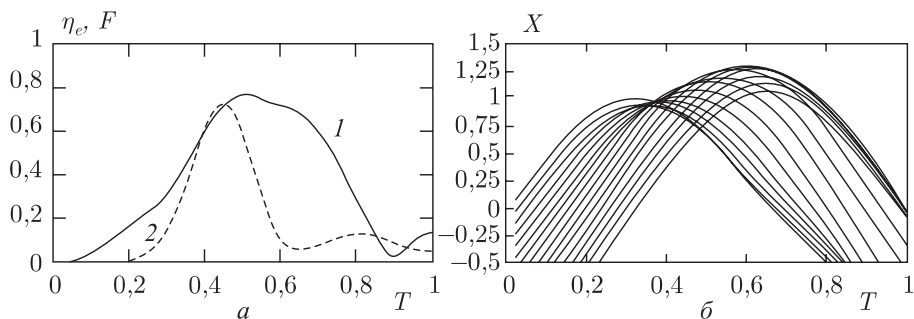


Рис. 2.11. Графики зависимостей от $T = \omega t/T_{\max}$, $T_{\max} = 18,6$: (а) электронного кпд η_e (кривая 1) и функции группировки F (кривая 2); (б) фазовых траекторий $X = \omega z/v_0/X_{\max}$, $X_{\max} = 3,7$

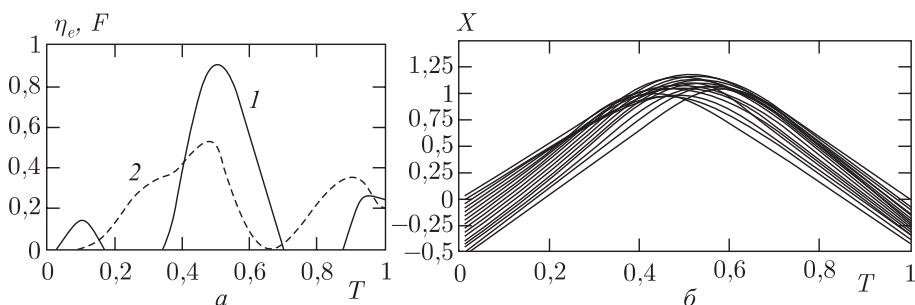


Рис. 2.12. Графики зависимостей от $T = \omega t/T_{\max}$, $T_{\max} = 33,4$: (а) электронного кпд η_e (кривая 1) и функции группировки F (кривая 2); (б) фазовых траекторий $X = \omega z/v_0/X_{\max}$, $X_{\max} = 10,7$

торий рис. 2.12, б видно, что после $T = 0,7-0,8$ большое количество электронов слетается в плотный сгусток перед входом в зазор резонатора (плоскость $X = 0$), т.е. происходит группировка электронов, как в приборах типа «О». Это значительно повышает эффективность взаимодействия электронного пучка и ЭМ-поля в зазоре резонатора — кпд повышается.

Для проверки максимально достижимых кпд на частоте $f = 10$ ГГц в ОК с ускоряющим напряжением $V_0 = 300$ В, с сеточными зазорами, были заданы следующие параметры клистронов: ускоряющее напряжение $V_0 = 300$ В, ток электронного луча $I_0 = 0,03$ А, радиус трубы дрейфа $R = 0,15$ см, внешний радиус электронного потока $r = 0,08$ см, длины зазоров — $d_1 = 0,02$ см, $d_2 = 0,3$ см, $\ell = 0,2$ см. Оптимизированный вариант имел следующие параметры (вариант К2): $U_1 = 0,55$, $V_2 = 4,7$, $\varphi_1 = 2,8$, $\ell = 0,069$ см. Электронный кпд $\eta_e = 0,27$, волновой кпд $\eta_w = 0,263$.

На этом варианте проведена проверка правомерности использования периодизированных полей пространственного заряда для расчета

процессов взаимодействия электронного потока с ЭМ-полями в ОК. В пространство взаимодействия вводились одна за другой несколько групп электронов, расставленных равномерно на нескольких периодах электронных длин волн 2π . Для каждой группы электронов и каждого периода рассчитывался электронный и волновой КПД, когда соответствующая группа выходила из пространства взаимодействия (при обратном движении, после прохождения замедляющего поля, выходила из первого зазора — зазора резонатора), дальнейшее ее движение не учитывалось. Таким образом, при движении по траектории к отражателю и обратно группы электронов проходят друг через друга, взаимодействуя через поля пространственного заряда. При шести группах (по 16 электронов на 1 периоде) электронный КПД распределился по группам так: 0,248; 0,21; 0,234; 0,265; 0,281; 0,299. Средний электронный КПД $\eta_{es} = 0,256$. На рис. 2.13 показано распределение электронного КПД по группам для шести групп электронов в зависимости от нормированного времени пролета $T = \omega t / T_{\max}$, $T_{\max} = 64,8$.

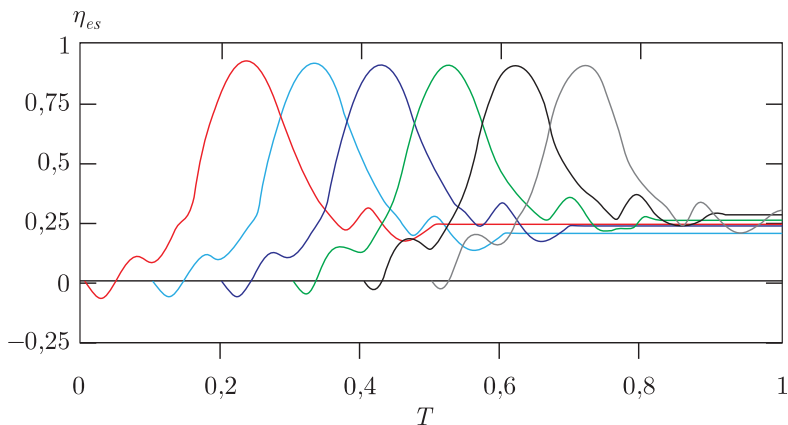


Рис. 2.13. Распределение электронного КПД по группам для шести групп электронов в зависимости от нормированного времени пролета $T = \omega t / T_{\max}$, $T_{\max} = 64,8$

Для восьми групп электронов средний электронный КПД $\eta_{es} = 0,253$, для трех — 0,243. При использовании в расчетах одной группы электронов электронный КПД $\eta_{es} = 0,27$. Видно, что абсолютная ошибка не превышает 2%.

Проверялась возможность работы ОК на частоте $f = 10$ ГГц с бессеточными зазорами. Заданы следующие параметры: ускоряющее напряжение $V_0 = 300$ В, ток электронного луча $I_0 = 0,02$ А, радиус трубы дрейфа $R = 0,025$ см, внешний радиус электронного потока $r = 0,02$ см, длины зазоров $d_1 = 0,005$ см, $d_2 = 0,3$ см, $\ell = 0,3$ см. В результате оптимизации U_1 , V_2 , φ_1 , ℓ получен электронный КПД $\eta_e = 0,22$, волновой КПД $\eta_w = 0,215$ для следующих значений оптимальных параметров: $U_1 =$

$= 0,80$, $V_2 = 7$, $\varphi_1 = 2$, $\ell = 0,132$ см (вариант К3). В бессеточных зазорах учтено провисание электрического поля.

Проведены расчеты ОК, работающих на частоте 50 ГГц. Заданы следующие значения: $V_0 = 100$ В, $I_0 = 0,5$ А, радиус трубы дрейфа $R = 0,25$ см, внешний радиус электронного потока $r = 0,2$ см, сеточные зазоры, длины зазоров $d_1 = 0,005$ см, $d_2 = 0,15$ см, $\ell = 0,15$ см. После оптимизации получены следующие значения параметров (вариант К4): $U_1 = 0,606$, $V_2 = 2,6$, $\varphi_1 = 1$, $\ell = 0,1225$ см, электронный кпд $\eta_e = 0,2298$, волновой кпд $\eta_w = 0,2293$.

Вариант К5 — ОК с бессеточным зазором, имел следующие значения параметров: $V_0 = 300$ В, $I_0 = 0,1$ А, радиус трубы дрейфа $R = 0,025$ см, внешний радиус электронного потока $r = 0,02$ см, длины зазоров — $d_1 = 0,002$ см, $d_2 = 0,15$ см, $\ell = 0,15$ см. После оптимизации получены следующие значения оптимальных параметров: $U_1 = 1,3$, $V_2 = 4,2$, $\varphi_1 = 3,5$, $\ell = 0,074$ см, электронный кпд $\eta_e = 0,028$, волновой кпд $\eta_w = 0,027$.

Вариант К6 — ОК с бессеточным зазором, заданы значения параметров: $V_0 = 1$ кВ, $I_0 = 0,1$ А, $R = 0,025$ см, $r = 0,02$ см, $d_1 = 0,002$ см, $d_2 = 0,15$ см, $\ell = 0,123$ см. После оптимизации получены следующие значения оптимальных параметров: $U_1 = 1,79$, $V_2 = 5,01$, $\varphi_1 = 4,39$, $\ell = 0,074$ см, электронный кпд $\eta_e = 0,095$, волновой кпд $\eta_w = 0,092$.

Вариант К7 — ОК с бессеточным зазором, заданы: $V_0 = 3$ кВ, $I_0 = 0,1$ А, $R = 0,025$ см, $r = 0,02$ см, $d_1 = 0,01$ см, $d_2 = 0,15$ см, $\ell = 0,15$ см. Оптимальные параметры: $U_1 = 0,97$, $V_2 = 2,6$, $\varphi_1 = 5,33$, $\ell = 0,17$ см, электронный кпд $\eta_e = 0,152$, волновой кпд $\eta_w = 0,149$.

На рис. 2.14 для варианта К7 приведены графики фазовых траекторий — зависимости $X = \omega z/v_0/X_{\max}$, $X_{\max} = 27,3$, от $T = \omega t/T_{\max}$, $T_{\max} = 72,3$.

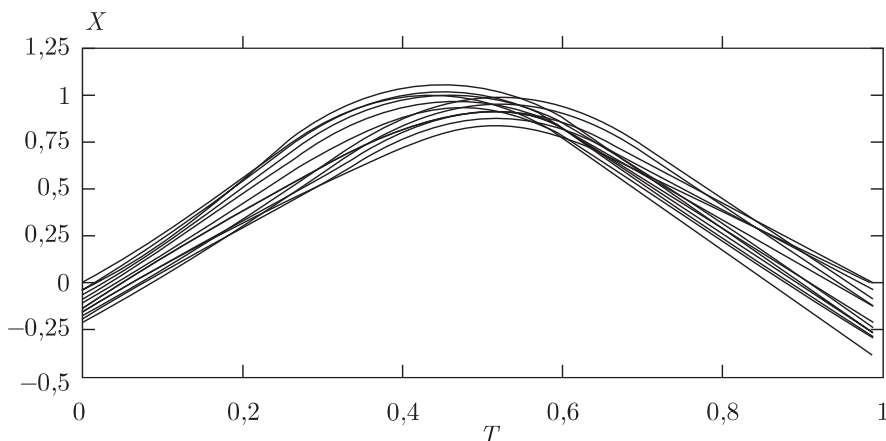


Рис. 2.14. Графики фазовых траекторий — зависимости $X = \omega z/v_0/X_{\max}$, $X_{\max} = 27,3$, от $T = \omega t/T_{\max}$, $T_{\max} = 72,3$ — вариант К7

На рис. 2.15 для варианта К7 приведены графики изменения относительных скоростей электронов $V_i = v_i/v_0$ от $T = \omega t/T_{\max}$, $T_{\max} = 72,3$.

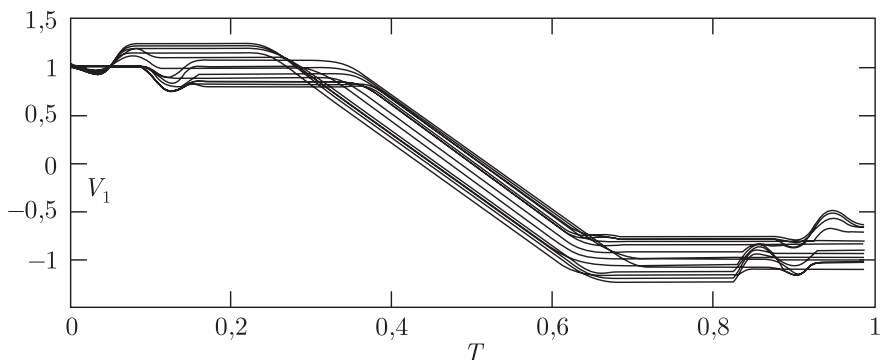


Рис. 2.15. Графики изменения относительных скоростей электронов $V_i = v_i/v_0$ от $T = \omega t/T_{\max}$, $T_{\max} = 72,3$ — вариант К7

Проведена оптимизация ОК, работающих на частоте 1000 ГГц с разными ускоряющими напряжениями.

Вариант С1 — с сеточным зазором, $V_0 = 300$ В. После оптимизации получен электронный кпд $\eta_e = 0,0181$, волновой кпд $\eta_w = 0,0177$ для следующих оптимальных параметров: $I_0 = 0,05$ А, $R = 0,015$ см, $r = 0,01$ см, $d_1 = 0,008$ см, $d_2 = 0,1$ см, $\ell = 0,215$ см, $U_1 = 0,936$, $V_2 = 6,6$, $\varphi_1 = 3,47$.

Вариант С2 — с сеточным зазором, $V_0 = 1$ кВ. Оптимизация позволяет получить электронный кпд $\eta_e = 0,022$, волновой кпд $\eta_w = 0,021$ и следующие оптимальные параметры: $I_0 = 0,5$ А, $R = 0,25$ см, $r = 0,2$ см, $d_1 = 0,005$ см, $d_2 = 0,1$ см, $\ell = 0,05$ см, $U_1 = 0,84$, $V_2 = 3,394$, $\varphi_1 = 4,989$.

Вариант С3 — с бессеточным зазором, $V_0 = 100$ В. Получен электронный кпд $\eta_e = 0,0016$, волновой кпд $\eta_w = 0,0014$, оптимальные параметры: $I_0 = 0,03$ А, $R = 0,015$ см, $r = 0,01$ см, $d_1 = 0,005$ см, $d_2 = 0,05$ см, $\ell = 0,023$ см, $U_1 = 2,75$, $V_2 = 5,405$, $\varphi_1 = 4,4334$.

Анализ этих данных свидетельствует о том, что на частоте 1000 ГГц возможна работа ОК, однако из-за больших углов пролета можно получить приемлемые кпд только при больших амплитудах напряжения на зазоре резонатора и при работе ОК в зонах генерации с небольшими номерами — 0, 1, 2.

Надо также отметить, что ОК с бессеточными зазорами резонаторов на частотах больше 10 ГГц имеют более низкие кпд, чем ОК с сеточными зазорами из-за провисания поля в бессеточных зазорах, что в несколько раз увеличивает эффективную длину зазора, соответственно возрастают углы пролета электронов в бессеточных зазорах и эффективность взаимодействия электронов с ЭМ-полями в зазорах резонаторов падает.

Проведена оптимизация генераторов, использующих моноотронный эффект, — монотронов. Моноотрон представляет собой резонатор, в зазор которого влетает со скоростью v_0 немодулированный электронный поток под действием ускоряющего напряжения U_0 . Рассмотрим вначале установившийся режим в некоторый момент времени t , когда на зазоре резонатора имеется переменное напряжение с частотой ω . Если угол пролета зазора электронами мал, то происходит только модуляция электронов по скорости, а средняя энергия, поступающая от электронного потока в резонатор, равна нулю, так как число ускоренных электронов равно числу замедленных за период изменения напряжения на зазоре резонатора. С увеличением длины зазора замедленные электроны дольше остаются в зазоре, чем ускоренные, поэтому они в течение большего времени находятся под действием тормозящего поля. Следовательно, они больше энергии отдают полю и изменение их скорости больше, чем у ускоренных электронов.

Рассмотрим процессы взаимодействия в монотроне, проводя анализ графиков изменения фазовых траекторий (рис. 2.16, *а*) и относительных скоростей электронов $V_i = v_i/v_0$ (рис. 2.16, *б*) от нормированного времени пролета $T = \omega t/T_{\max}$, $T_{\max} = 22,8$. Графики рассчитаны для варианта М1, описанного ниже.

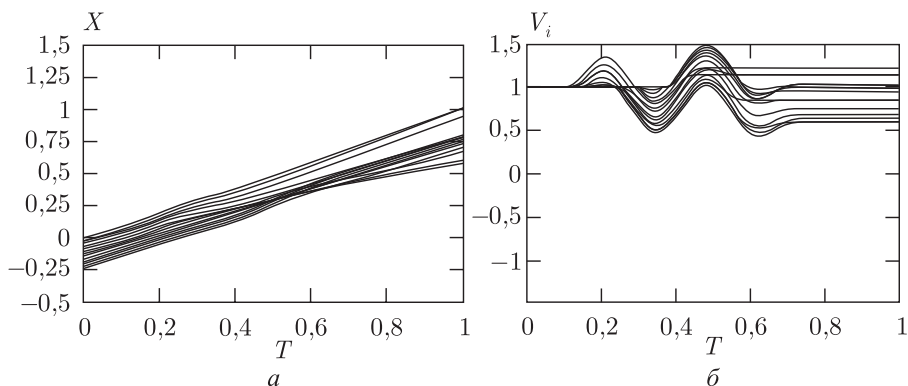


Рис. 2.16. Графики изменения: *а* — фазовых траекторий, *б* — относительных скоростей электронов — от нормированного времени пролета T для варианта М1

Пусть электроны равномерно расположены на периоде электронной длины волны. Электроны первого полупериода электронной длины волны, влетающие в зазор, попадают под действие ускоряющего полупериода ЭМ-поля в зазоре резонатора, и скорость их увеличивается. Со временем, по мере уменьшения этого поля скорости электронов после $T = 0,2$ (рис. 2.16, *б*) начинают уменьшаться — электроны вначале отобрали энергию у ЭМ-поля резонатора, а затем отдают ее. Так как их средняя скорость больше v_0 , то они продвигаются в зазоре на большее

расстояние за определенный отрезок времени, чем замедленные. Когда в зазоре резонатора поле становится тормозящим, в зазор начинают влетать электроны второго полупериода электронной длины волны. И, как видно из рис. 2.16, б, при $T = 0,3$ все электроны находятся под действием тормозящего поля и их скорости уменьшаются — они отдают энергию ЭМ-полю резонатора. С увеличением времени T тормозящее поле в зазоре уменьшается, проходит через ноль и становится опять ускоряющим. Так как электроны все еще находятся в зазоре, то все электроны увеличивают скорость, забирая энергию от ЭМ-поля резонатора ($T = 0,5$, рис. 2.16, б). Как можно увидеть на рис. 2.16, а, б, первые электроны, которые вначале ускорялись, первыми достигают конца зазора и выходят из области взаимодействия. Остальные электроны группируются в достаточно плотный сгусток, что видно на рис. 2.16, а при $T = 0,55$ и $X = 0,4$. К моменту изменения поля в зазоре на тормозящее ($T = 0,55$, рис. 2.16, б) большинство электронов сгустка приближаются к концу зазора и под действием тормозящего поля значительно уменьшают свою скорость, отдавая кинетическую энергию ЭМ-полю в зазоре резонатора. При $T = 0,65-0,7$ (рис. 2.16, б), они выходят из области взаимодействия.

Проведен расчет моноотрона, генерирующего СВЧ колебания на частоте 10 ГГц. Ускоряющее напряжение V_0 для пучка электронов выбрано 10 кВ, ток пучка электронов $I_0 = 0,1$ А. Длина зазора резонатора (бессеточный зазор) выбиралась так, чтобы угол пролета был равен примерно $5\pi/2$. Радиус канала пролета в зазоре резонатора $R = 0,15$ см, внешний радиус электронного потока $r = 0,08$ см. После оптимизации относительного напряжения на зазоре резонатора $U = \bar{U}/V_0$ и длины зазора резонатора d получены следующие параметры (вариант М1): $U = 4,295$, $d = 0,58$ см, электронный кпд $\eta_e = 0,1474$, волновой кпд $\eta_w = 0,1470$, наведенный ток в зазоре резонатора $I = 0,284I_0$. Проверено влияние пространственного заряда на процессы взаимодействия в моноотроне при больших токах электронного луча: при $I_0 = 1$ А электронный кпд $\eta_e = 0,1467$; при $I_0 = 1,5$ А $\eta_e = 0,1456$; при $I_0 = 2$ А $\eta_e = 0,1383$. Графики, иллюстрирующие процессы взаимодействия, приведены на рис. 2.16.

Проведена оптимизация моноотрона с такими же параметрами луча, но с бóльшим углом пролета ($> 4\pi$) — с длинным зазором. Получены следующие оптимальные параметры, вариант М2: $U = 3,91$, $d = 1,2$ см, электронный кпд $\eta_e = 0,123$, волновой кпд $\eta_w = 0,1223$, наведенный ток в зазоре резонатора $I = 0,148I_0$. Проверка влияния пространственного заряда на процессы взаимодействия в этом варианте моноотрона дала следующие результаты: при $I_0 = 1$ А электронный кпд $\eta_e = 0,1293$; при $I_0 = 1,5$ А $\eta_e = 0,1073$; при $I_0 = 2$ А $\eta_e = 0,078$. Как видим, в протяженных зазорах пространственный заряд сильнее влияет на процессы взаимодействия. На рис. 2.17 приведены графики изменения

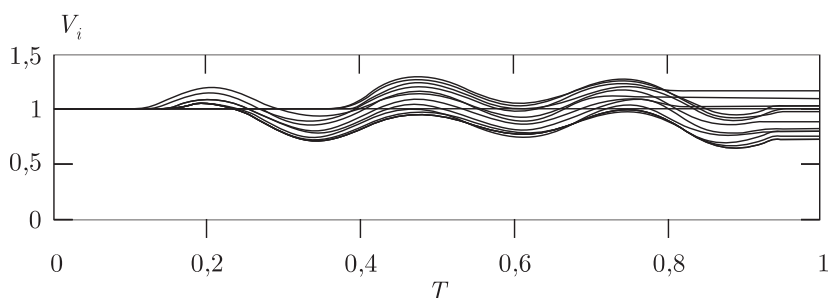


Рис. 2.17. Графики изменения относительных скоростей электронов $V_i = v_i/v_0$ от $T = \omega t/T_{\max}$, $T_{\max} = 23,1$ — вариант М2

относительных скоростей электронов $V_i = v_i/v_0$ от $T = \omega t/T_{\max}$, $T_{\max} = 23,1$, для варианта М2 с длинным зазором.

Проведены оптимизационные расчеты конструкций монотронов, генерирующих колебания на частоте 50 ГГц. Заданы следующие параметры (вариант М3): $V_0 = 3$ кВ, $I_0 = 0,1$ А, бессеточный зазор, радиус канала пролета внутри резонатора $R = 0,025$ см, внешний радиус электронного потока $r = 0,02$ см. Получены следующие значения оптимальных параметров: $U = 5,74$, $d = 0,065$ см, электронный кпд $\eta_e = 0,1047$, волновой кпд $\eta_w = 0,1038$, наведенный ток в зазоре резонатора $I = 0,394I_0$. Проверено влияние пространственного заряда на процессы взаимодействия в монотроне при больших токах электронного луча: при токе $I_0 = 0,5$ А $\eta_e = 0,094$; при $I_0 = 1$ А $\eta_e = 0,0736$. Как видно, при токе 1 А уже заметно ухудшается энергообмен между ЭМ-полем и электронным пучком. Поэтому проверена многолучевая конструкция монотрона: задано число электронных лучей $N_B = 5$, общий ток лучей $I_0 = 1$ А электронный кпд $\eta_e = 0,1027$. При $N_B = 7$, $I_0 = 1$ А $\eta_e = 0,1034$. Этот результат показывает, что в многолучевой конструкции удается существенно ослабить влияние пространственного заряда на процессы группировки.

Можно оценить требуемые параметры резонатора для работы монотрона на частоте 50 ГГц, вариант М3. Пусть ток электронного пучка $I_0 = 1$ А в семилучевой конструкции. Наведенный ток в зазоре резонатора $I = 0,394I_0 = 0,394$ А. Амплитуда напряжения на зазоре резонатора: $\tilde{U} = 5,74$, $V_0 = 17,22$ кВ. Тогда эквивалентное сопротивление резонатора без учета нагрузки должно быть $Z_W = \tilde{U}/I = 43,6$ кОм. Если задать волновое сопротивление резонатора $\rho = 100$ Ом, то требуемая добротность Q резонатора должна быть 436. Выбирая количество лучей, ток пучка электронов, можно изменить Z_w , ρ , Q в требуемую сторону.

Проверена возможность работы монотрона на частоте 1000 ГГц. Особенностью здесь является то, что на этих частотах при технологически приемлемых минимальных размерах зазоров углы пролета

электронов через зазор являются очень большими — десятки радиан. Для проведения расчетов заданы следующие параметры, вариант М4: $V_0 = 3$ кВ, $I_0 = 0,1$ А, бессеточный зазор, радиус канала пролета внутри резонатора $R = 0,025$ см, внешний радиус электронного потока $r = 0,02$ см. После оптимизации получены следующие значения оптимальных параметров: $U = 12,7$, $d = 0,024$ см, электронный кпд $\eta_e = 0,0132$, волновой кпд $\eta_w = 0,0131$, наведенный ток в зазоре резонатора $I = 0,065I_0$. При заданном токе пучка электронов $0,1$ А $\eta_e = 0,0132$ соответствует выходной мощности ЭМ-колебаний примерно 3 Вт.

На рис. 2.18 приведены зависимости от нормированного времени T : a — функции группировки F (кривая 1), электронного кпд η_e (кривая 2); b — относительных скоростей электронов, вариант М4.

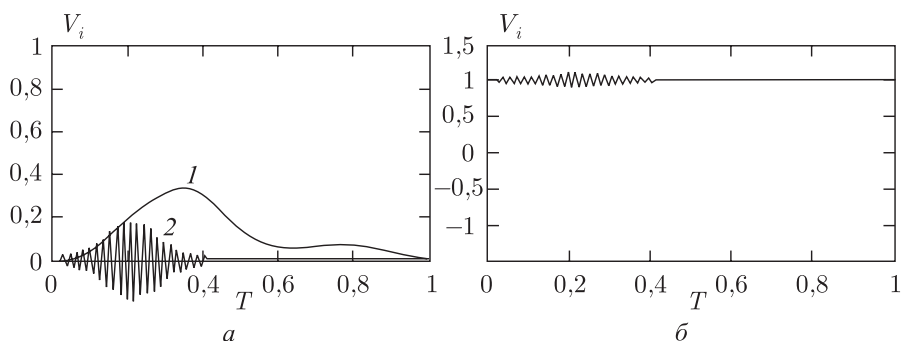


Рис. 2.18. Зависимости от нормированного времени T : a — функции группировки F (кривая 1), электронного кпд η_e (кривая 2); b — относительных скоростей электронов, вариант М4

Проверено влияние пространственного заряда на процессы взаимодействия в данном варианте монотрона: при токе $I_0 = 0,5$ А $\eta_e = 0,01284$; при $I_0 = 1$ А $\eta_e = 0,0122$; при $I_0 = 2$ А $\eta_e = 0,01207$; при $I_0 = 5$ А $\eta_e = 0,0085$. В многолучевой конструкции монотрона: число электронных лучей $N_B = 5$, общий ток лучей $I_0 = 5$ А электронный кпд $\eta_e = 0,01221$; при $N_B = 7$, $I_0 = 5$ А $\eta_e = 0,01284$. Здесь также очевидно преимущество многолучевой конструкции.

Результаты проведенных исследований позволяют сделать вывод, что в оптимальных конструкциях ОК кпд может быть значительно повышен, особенно эффективно влияет на процессы взаимодействия введение между зазором резонатора и отражателем трубки дрейфа оптимальной длины. Проведенный анализ работы различных конструкций ОК с сеточными и бессеточными зазорами, с различными ускоряющими напряжениями для пучка электронов от 0,1 до 3 кВ и для различных частот показал, что на частоте 10 ГГц ОК с сеточными зазорами имеет расчетный электронный кпд 27%, с бессеточными — 22%. На частоте 50 ГГц с бессеточными зазорами, с ускоряющими

напряжениями 0,3, 1, 3 кВ расчетный электронный КПД составляет соответственно 2,8, 9,5, 15,2%. На частоте 1000 ГГц ОК с сеточными зазорами, с ускоряющими напряжениями 0,3 и 1 кВ расчетный электронный КПД соответственно равен 1,8, 2,2%, с бессеточными зазорами при $V_0 = 0,1$ кВ $\eta_e = 0,124\%$. Отмечены причины более низких КПД ОК с бессеточными зазорами. Описаны физические процессы в монофонах, особенности оптимальных процессов на различных частотах. Показано, что монофоны на частотах 10, 50 и 1000 ГГц в конструкциях с бессеточными зазорами имеют расчетный электронный КПД соответственно 11,3, 10,4, 1,3%.

Литература

1. *Lyon D.B., Theiss A.J.* Litton folded-waveguide high-power millimeter-wave TWTs // IEDM. — 1994. — P. 918–920.
2. *Seong-Tae Han, Jung-II Kim, Gun-Sik Park.* Synthesis of folded waveguide TWT // Third IEEE International Vacuum Electronics Conference 2002. — DoubleTree Hotel Monterey, California, April 23–25, 2002. — P. 94–95.
3. *Аксенчик А.В., Кураев А.А.* Мощные приборы СВЧ с дискретным взаимодействием (теория и оптимизация). — Минск: Бестпринт, 2003.
4. *Аксенчик А.В., Кураев А.А.* Электродинамический расчет нерегулярной ЛБВ на волнообразно изогнутом прямоугольном волноводе // Радиотехника. — 2005. — №3. — С. 19.
5. *Атабеков Г.И.* Теоретические основы электротехники. Ч. 1. — М.: Энергия, 1964.
6. *Мошинский А.В., Березовский В.К.* Строгое решение задачи о рассеянии волны H_{10} на круглой цилиндрической неоднородности в прямоугольном волноводе // Радиотехника и электроника. — 1977. — Т. 22, №7. — С. 1350.
7. *Дробот С.В., Березовский В.К., Мошинский А.В.* Электродинамический расчет аксиально-неоднородных держателей активных элементов в прямоугольном волноводе // Матер. 3-й Междунар. Крымской микроволновой конф. (КрыМиК'93). — 1993. — Т. 4. — С. 499.
8. *Гаврилов М.В., Трубецков Д.И., Фишер В.П.* Теория цепочек активных многополюсников с электронным возбуждением (модель взаимодействия электронного пучка с полями связанных резонаторов) // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (5-я зимняя школа-семинар). — Изд-во Саратовского ун-та, 1981. — С. 173–195.

9. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Сеницын А.К. Высокоэффективные нерегулярные ЛБВ на ЦСР // Матер. 9-й Междунар. Крымской микроволновой конф. (КрыМиК'о 99). — 1999. С. 125.
10. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Навроцкий А.А., Сеницын А.К. Оптимизация ЛБВ-О на нерегулярной цепочке связанных резонаторов // ЭВ и ЭС. — 2000. — Т. 5, №2. — С. 28.
11. Кураев А.А. Теория и оптимизация электронных приборов СВЧ. — Минск: Наука и техника, 1979.
12. Заргоно Г.Ф., Ляпин В.П., Михалевский В.С. и др. Волноводы сложных сечений. — М.: Радио и связь, 1986.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. — М.: Наука, 1967.
14. Аксенчик А.В., Кураев А.А., Сеницын А.К. Оптимизация нерегулярных ламп обратной волны О-типа на цепочках связанных резонаторов // Радиотехника и электроника. — 2005. — Т. 50, №5. — С. 632–637.
15. Аксенчик А.В., Кравченко В. Ф., Кураев А.А., Сеницын А.К. Оптимизация нерегулярных ЛБВ на цепочке связанных резонаторов мм-диапазона с использованием атомарных функций // ЭВ и ЭС. — 2001. — Т. 6, №1. — С. 43–47.
16. Кухаркин Е.С., Сестрорецкий Б.В. Электрическая прочность волноводных устройств. — М.: Высшая школа, 1963.
17. Гайдук В.И., Палатов К.И., Петров Д.М. Физические основы электроники сверхвысоких частот. — М., Советское радио, 1971.
18. Кацман Ю.А. Приборы сверхвысоких частот. Теория, основы расчета и проектирования электронных приборов. Т. II. — М.: Высшая школа, 1973.
19. Бунин Г.Г., Васенькин В.А. Отражательные клистроны. — М.: Советское радио, 1966.
20. Лебедев И.В. Техника и приборы сверхвысоких частот. Т. II. Электровакуумные приборы СВЧ / Под ред. Н. Д. Девяткова. — М.: Высшая школа, 1972.
21. Аксенчик А.В., Кураев А.А. Математическое моделирование и оптимизация по КПД процессов взаимодействия в мощных многорезонаторных клистродах // Успехи современной радиоэлектроники. — 1997. — №4. — С. 45–58.

Глава 3

УСИЛИТЕЛИ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ВАВИЛОВА–ЧЕРЕНКОВА С НЕРЕГУЛЯРНЫМИ ЗАМЕДЛЯЮЩИМИ СИСТЕМАМИ

А. А. Кураев, А. А. Навроцкий, А. К. Синицын

Устройство и принцип действия ЛБВ-О. Физические предпосылки возможности повышения эффективности ЛБВ-О с нерегулярной замедляющей системой. Оптимизация по кпд ЛБВ-О со спиральной замедляющей системой. Минимизация нелинейных искажений в полосе частот в ЛБВ-О с оптимизированной нерегулярной спиральной системой. Гиротон бегущей волны на гофрированном волноводе. Оптимизированная по кпд нерегулярная ЛБВ с одноступенчатой рекуперацией. Исследование возбуждения высших гармонических составляющих в нерегулярной ЛБВ-О. Спиральная замедляющая система с нерегулярной навивкой для спутниковых ЛБВ. ЛБВ с авторегулировкой замедления.

Введение

Эффектом Вавилова–Черенкова, как известно, называется излучение света при движении заряженных частиц в веществе в случае, когда их скорость превышает фазовую скорость распространения световых волн в этой среде [1]. Такой же эффект имеет место и при движении заряженных частиц (например электронов) в искусственной квазипериодической среде, образованной в рассматриваемых далее случаях квазипериодическими электродинамическими структурами. В качестве такой структуры может использоваться волновод с квазипериодической границей. Эффект излучения имеет место при скорости движения электронов, превышающей фазовую скорость пространственной гармоники возбужденного в электродинамической структуре поля. Этот эффект лежит в основе механизмов генерации и усиления электромагнитных волн электронными потоками в лампах бегущей волны (ЛБВ) и лампах обратной волны (ЛОВ) — «черенковских» усилителях и генераторах. Следовало бы, конечно, назвать эти приборы «вавилowo-черенковскими», но вместо такого громоздкого термина в международной научной

литературе утвердился более простой — «черенковский». Процессы усиления и генерации в этих приборах обусловлены когерентным излучением сгруппированных в фазовые сгустки электронов под действием возбужденного в электродинамической системе поля. Существенно отметить, что за счет реактивной составляющей взаимодействия фазовая скорость синхронной волны уменьшается, и поэтому в отличие от классического случая черенковское излучение возникает и при скорости движения электронов, меньшей «холодной» фазовой скорости волны в системе (фазовой скорости в отсутствие электронного потока). Этот фактор естественным образом учитывается в самосогласованной нелинейной теории ЛБВ.

Разность холодной фазовой скорости и средней скорости электронов в электронном потоке является управляющим процессом взаимодействия в ЛБВ фактором: изменение его вдоль области взаимодействия позволяет существенно менять условия фазовой группировки электронов и условия энергообмена электронных сгустков с возбужденным в электродинамической системе полем. Изменение же локального значения холодной фазовой скорости вдоль области взаимодействия определяется соответствующим изменением профиля электродинамической структуры. Таким образом, для реализации управления процессом взаимодействия эта структура должна быть нерегулярной. Оптимизация профиля электродинамической структуры ЛБВ по критерию максимальной эффективности может быть осуществлена с использованием одного из методов решения нелинейных задач оптимального управления. Приведенные результаты получены на базе эффективного вариационно-итерационного метода.

В ЛБВ предполагается прямолинейное (одномерное) движение электронов, которое реализуется при достаточно интенсивных продольных фокусирующих магнитных полях. При конечных полях возможен резонанс циркулярно поляризованных составляющих электромагнитных волн с циклотронными колебаниями в электронном пучке в условиях нормального эффекта Доплера. При этом начально прямолинейный электронный поток получает азимутальную развертку и при определенных условиях все электроны пучка имеют конгруэнтные фазовые траектории. Осуществляется гиротонный механизм взаимодействия, эффективность которого при тонких (по сравнению с длиной волны) пучках приближается к 100% [2–4]. При увеличении толщины пучка, однако, эффективность быстро падает. При определенных условиях в «толстых» пучках возможно комбинированное черенковско-гиротонное взаимодействие, при котором эффективность сохраняется на достаточно высоком уровне. В конце главы рассмотрена такая возможность.

3.1. Устройство и принцип действия ЛБВ-О

Лампы с бегущей волной типа О со времени их изобретения Компфнером в 1943 г. нашли весьма широкое применение в системах радиолокации, радионавигации и связи в качестве широкополосных усилителей малой, средней и большой мощностей. Полоса усиления ЛБВ-О средней мощности со спиральной замедляющей системой достигает одной-двух октав при выходной мощности порядка 100 Вт. Современные ЛБВ-О перекрывают диапазон частот от 50 МГц до 500 ГГц при уровнях выходной мощности от милливатт до мегаватт.

Схема устройства ЛБВ-О изображена на рис. 3.1. Электронная пушка 1 формирует прямолинейный электронный поток, проходящий по оси лампы. Входной волновод 2 через штырь 3 согласован со спиральной замедляющей системой 4. Фокусировка электронного пучка осуществляется магнитной системой 5. Выходной волновод 6 согласован со спиральной замедляющей системой с помощью штыря 7. Отработанный электронный поток собирается на коллекторе 8.

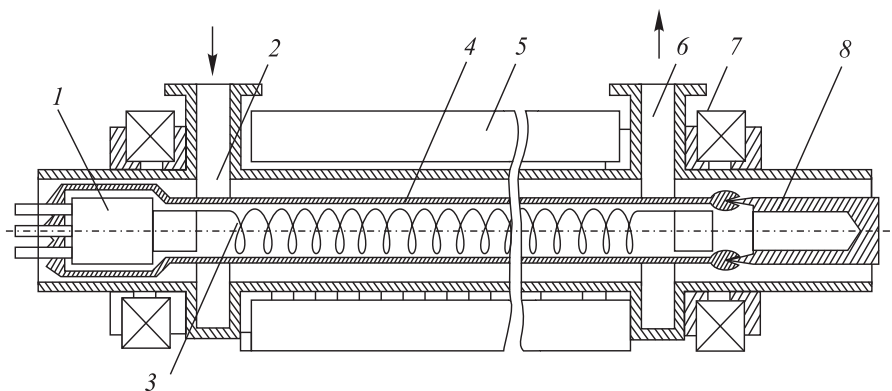


Рис. 3.1. Схема ЛБВ-О

Механизм усиления ЛБВ-О основан на взаимодействии дрейфующего электронного потока с полем замедленной электромагнитной волны. Такое взаимодействие оказывается эффективным при выполнении условий синхронизма, т. е. приближенного равенства фазовой скорости волны v_ϕ и начальной скорости осевого дрейфа электронов v_e . В этом случае фаза действующих на электрон сил поля и фаза образовавшихся под их действием электронных сгустков медленно за время пролета электронов через всю замедляющую систему. В результате группировка электронов и мощность возбужденного электронными сгустками в замедляющей системе вторичного поля непрерывно (до появления нелинейных эффектов) накапливаются, т. е. при $v_e \approx v_\phi$ имеют место кумулятивные эффекты взаимодействия.

На рис. 3.2 качественно иллюстрируется процесс взаимодействия в ЛБВ при точном синхронизме, т.е. при $v_e \approx v_\phi$. На рис. 3.2, а изображены распределения E_z, I_z и положение отдельных электронов в начале области взаимодействия ($t = t_0$). Поскольку предварительной группировки электронов в потоке нет, они расположены равномерно вдоль оси z и $I_z = \text{const}$. Соответственно равномерно распределены они и по фазам распространяющейся на входе волны E_1 . Силы, действующие на электроны, определяются фазой поля, в которой они находятся (направления сил указаны стрелками): на электроны 1, 6, 11 поле волны не оказывает действия (они расположены в узлах E_z); электроны 2–5 ускоряются, а электроны 7–10 тормозятся полем волны, причем ускоряющие и тормозящие силы различны по величине в зависимости от положения электрона.

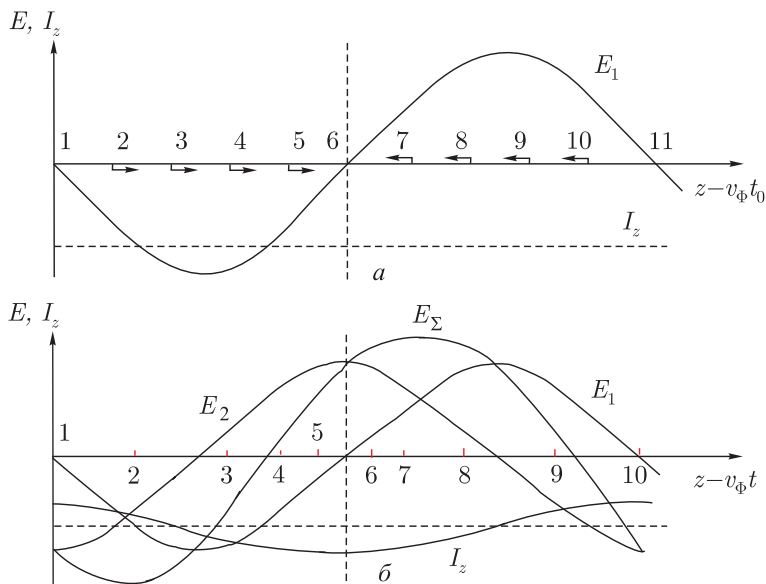


Рис. 3.2. Процесс взаимодействия в ЛБВ

Под действием этих сил электроны с течением времени начинают смещаться и в некоторый момент $t > t_0$ распределение электронов примет вид, изображенный на рис. 3.2, б: электроны группируются вблизи электрона 6. За счет этого распределение заряда по длине пучка становится неравномерным и появляется переменная составляющая тока I_z . Эта составляющая возбуждает в замедляющей системе поле E_Σ , сдвинутое по фазе относительно «первичного» поля входного сигнала E_1 на $-\pi/2$. Теперь на поток, перемещаясь вместе с ним, действует уже суммарное поле E_Σ , имеющее большую, чем E_1 , амплитуду и имеющее некоторое смещение по фазе. Поскольку в режиме слабых сигналов (малые смещения электронов) группировка нарас-

тает пропорционально амплитуде поля, а изменение амплитуды поля пропорционально сгруппированному току, можно ожидать, что для изменения амплитуды поля волны вдоль z имеет место закон, близкий к экспоненциальному.

3.2. Физические предпосылки возможности повышения эффективности ЛБВ-О с нерегулярной замедляющей системой

Чем же ограничиваются рост мощности волны в ЛБВ и, что особенно важно для мощных ламп, кпд? При увеличении длины области взаимодействия или входного сигнала начинают проявляться нелинейные эффекты, ограничивающие мощность. Основные нелинейные эффекты, приводящие к насыщению мощности в ЛБВ: 1) перегруппировка электронов, составляющих сгусток, и связанное с этим уменьшение первой гармоники тока в пучке; 2) торможение электронных сгустков и выход их из синхронизма при отдаче энергии (происходит переход сгустков из тормозящей фазы поля в ускоряющую). Оба эффекта (особенно второй) приводят к существенному ограничению кпд широкополосных ЛБВ-О, который обычно не превышает 20–30%.

На самых ранних стадиях исследования ЛБВ-О в работах Пирса [5], Слетера [6] и др. был предложен способ повышения эффективности энергообмена в ЛБВ-О за счет компенсации второго эффекта путем увеличения замедления волны к выходу лампы. Этот способ привлек внимание исследователей, и позднее были выполнены нелинейные расчеты эффективности ЛБВ-О с изменяющейся к концу области взаимодействия фазовой скоростью волны по закону $v_{\phi}(Z) \approx v_e(Z)$. Такие ЛБВ-О были названы изохронными. Подробные исследования изохронных ЛБВ, однако, показали, что если ЛБВ работает в режиме максимального кпд, то применение различных законов изохронности практически не приводит к дальнейшему росту кпд.

Несколько другая идея повышения кпд ЛБВ-О состоит в создании в конце области взаимодействия условий изофазности: разность фаз первой гармоники тока пучка и напряженности поля волны Δ_{φ} должна поддерживаться примерно равной π или выбираться каким-то разумным образом. Расчеты показали, что закон изменения фазовой скорости в изофазной ЛБВ оказывается весьма сложным (резкие изменения v_{ϕ} , необходимы дополнительные скачки фазы). Повышение же кпд в изофазной ЛБВ по сравнению с однородной при достаточно больших значениях параметра усиления ε оказывается незначительным ($\eta_{\text{изоф}}/\eta_{\text{одн}} \sim 1,15$).

Таким образом, оба способа не приводят к существенному повышению кпд ЛБВ-О и тем более не приближают его к 100%. Дело в том, что предложенные способы компенсации выхода из тормозящей фазы

сгустка одновременно несколько ухудшают условия группировки и фокусировки сгустка, что в конечном итоге приводит к его относительно быстрому «рассыпанию».

Очевидно, задачу оптимизации ЛБВ-О по кпд необходимо решать комплексно, т. е. одновременно с улучшением условий отбора энергии необходимо улучшать и условия группирования. Действительно, изменение фазовой скорости приводит к изменению условий синхронизма, что может быть использовано для улучшения условий как группирования электронов (основной эффект — секционирование области взаимодействия), так и отбора энергии (дополнительный эффект — создание условий изохронности, изофазности и т. д.). С другой стороны, преобразование и отражение попутной и встречной волн на нерегулярностях могут создавать оптимальное для взаимодействия в некоторой полосе частот распределение ВЧ-поля.

Таким образом, использование оптимальной нерегулярной замедляющей системы с широкомасштабным изменением фазовой скорости по всей длине области взаимодействия (а не только в конце, как в изофазных ЛБВ) может привести к существенному повышению кпд ЛБВ-О. Приводимые далее результаты подтверждают это предположение.

Для полного использования указанных возможностей при оптимизации ЛБВ-О необходимо построить соответствующую математическую модель процесса взаимодействия, прежде всего уравнения возбуждения нерегулярной замедляющей системы, вывод которых в импедансном приближении и без учета потерь приведен в [7, 8, 9]. Система уравнений с учетом распределенных потерь в нерегулярной замедляющей системе приведена в [10].

3.3. Оптимизация по кпд ЛБВ-О со спиральной замедляющей системой

В работах [11, 12] впервые на основе прямой оптимизации был найден и исследован оптимальный по кпд закон изменения холодной фазовой скорости в ЛБВ-О с ограниченной длиной и различными параметрами усиления ε . Оптимальный закон предполагает довольно значительное увеличение фазовой скорости на протяженном участке области взаимодействия, примыкающем к входному. В [7, 8, 10–12] отмечалось, что в области повышения v_ϕ энергообмен незначителен, однако реактивное взаимодействие велико, что сильно изменяет горячую фазовую скорость $v_{\phi r}$; группировка же на этом участке, предшествующем изохронному участку энергоотбора, существенно улучшается по сравнению со случаем регулярной ЛБВ. К сожалению, этот эффект не получил в указанных работах исчерпывающего физического объяснения.

В работе [13] исследован автофазный режим работы ЛБВ-О, в котором захваченные бегущей волной электроны, совершая колебания

вблизи узла электрической напряженности волны, медленно отдают свою энергию, что позволяет при достаточном увеличении длины области взаимодействия существенно повысить кпд.

При исследовании нелинейных процессов взаимодействия в ЛБВ-О методом крупных частиц в [14] использовалась несколько преобразованная и упрощенная система самосогласованных одномерных уравнений (3.18) из [7], имеющая вид

$$\begin{aligned}\frac{d\beta_i}{dT} &= -\varepsilon\theta_0\frac{\beta_0^2}{\beta_i}(1-\beta_i^2)^{3/2} [\sqrt{\rho}A\cos(u_i+\vartheta-\Phi)-F_i], \\ \frac{du_i}{dT} &= \frac{\theta_0}{\varepsilon} \left(\frac{\beta_0}{\beta_i} - 1 \right), \\ \frac{dA}{dT} &= \sqrt{\rho}\frac{2\theta_0}{N} \sum_{i=1}^N \cos(u_i+\vartheta-\Phi) - k_{\Sigma}\frac{\theta_0}{\varepsilon} S_T(T)A, \\ \frac{d\vartheta}{dT} &= -\sqrt{\rho}\frac{2\theta_0}{NA} \sum_{i=1}^N \sin(u_i+\vartheta-\Phi),\end{aligned}$$

с граничными условиями

$$u_i(0) = \frac{2\pi i}{N} - \frac{\pi}{2}; \quad A(0) = A_0; \quad \vartheta(0) = 0; \quad \beta_i(0) = \beta_0.$$

Здесь приняты обозначения, введенные в [7]: $u_i = \omega t - \omega t_{0i} - h_e z$, $i = \overline{1, N}$ — номер фазовой траектории электрона, ω — рабочая частота, t — время прохождения электроном сечения z , t_{0i} — момент влета в область взаимодействия i -го электрона, $h_e = k/\beta_0$, $k = \omega/c$, $\beta_0 = u_0/c$, c — скорость света, u_0 — начальная скорость электронов; $T = z/L$, L — полная длина области взаимодействия; $\theta_0 = \varepsilon h_e L$, $\varepsilon = (R_s(0)I_0 e/2m_0\omega^2)^{1/3}$ — параметр усиления, определенный во входном сечении; $R_s(T)$ — удельное сопротивление связи, I_0 — полный ток электронного пучка, e и m_0 — соответственно заряд и масса покоя электрона $\rho = R_s(T)/R_s(0)$; $\beta_i = v_i(T)/c$, $v_i(T)$ — скорость i -го электрона;

$$\dot{A} = A e^{i\vartheta} = \frac{e \dot{E} e^{i\vartheta_0 T/e}}{m_0 \sqrt{\rho \varepsilon^2 \omega c \beta_0}},$$

A, ϑ — безразмерная амплитуда и фаза «горячей» волны; \dot{E} — усредненная по сечению пучка продольная составляющая электрического поля попутной волны;

$$\begin{aligned}F_i &= \frac{s}{N} \left\{ e^{\alpha_i u_i} \sum_{j, u_j > u_i}^{u_j < u_i + \pi} e^{-\alpha_j u_j} - e^{-\alpha_j u_j} \sum_{j, u_j \geq u_i - \pi}^{u_j < u_i} e^{\alpha_j u_j} \right\}, \\ s &= 2\varepsilon p e^{2x_0} / (b/a)^2 \pi \chi_0^3, \quad p = h_e a, \quad x_0 = \chi_0 a,\end{aligned}$$

χ_0 — поперечное волновое число во входном сечении, a — радиус спирали замедляющей системы, b — радиус электронного потока, $\alpha_j = = 2a/pb(1 - \beta_j^2)^{1/2}$, $\alpha_i = 2a/pb(1 - \beta_i^2)^{1/2}$; Φ — набег фазы, определяемый холодной расстройкой фазовой скорости $v_\Phi(T)$ и начальной скорости электронов v_0 ; в рассматриваемой задаче $\Phi(T)$ — функция управления процессом взаимодействия;

$$S_T(T) = \frac{x^2(T)}{\rho^2 \beta_0} \frac{0,1205}{W_0} \sqrt{f} \text{ [ГГц]},$$

где $W_0 = 337$ — волновое сопротивление вакуума, k_Σ — коэффициент, описывающий материал спирали: $k_\Sigma =$ для идеально гладкой поверхности провода медной спирали; в реальном случае $k_\Sigma > 1$ (в расчетах полагалось, что $k_\Sigma = 2$).

В используемых переменных электронный кпд η_e и волноводный кпд η_W могут быть записаны в виде

$$\eta_e(T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1 - R_0/R_i(T)}{1 - R_0}, \quad \eta_W(T) = \frac{\varepsilon [A^2(T) - A_0^2] \beta_0^2 R_0}{4(1 - R_0)},$$

$$R_i(T) = \sqrt{1 - \beta_i^2(T)}, \quad R_0 = \sqrt{1 - \beta_0^2}.$$

При наличии распределенных потерь в замедляющей системе ($S_T \neq 0$) волновой кпд η_W оказывается меньше электронного η_e .

Группировку электронов удобно оценивать функцией

$$\text{Gr}(T) = \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos \psi_i(T) \right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin \psi_i(T) \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Нулевое значение Gr соответствует отсутствию группировки, Gr = 1 — полной группировке.

Результаты приведенных в [14] исследований были получены при следующих заданных параметрах: длина волны $\lambda = 10$ см, $\beta_0 = 0,1$ ($V_0 = 2,57$ кВ), $k_\Sigma = 2$ (потери порядка 0,24 дБ/см в регулярной спирали), радиус спирали $a = 0,31$ см, радиус пучка $b = 0,15$ см, $n = 2$.

Основные итоги проведенных оптимизационных расчетов состоят в следующем.

1. Если не учитывать затухание ($S_T(T) = 0$), то с увеличением θ_0 и уменьшением ε (т. е. с увеличением длины области взаимодействия L) кпд ЛБВ-О монотонно увеличивается и при $\varepsilon < 0,08$ превышает 90%. Механизм взаимодействия при этом приобретает типичный автофазный характер [13]. На начальном участке холодная фазовая скорость v_Φ увеличивается, обеспечивая удержание центра фазового сгустка электронов вблизи узла поля горячей волны, т. е. горячая фазовая скорость $v_{\Phi g}$ равна начальной скорости электронов v_0 . После эффективной груп-

пировки электронов начинается протяженный энергоотбор автофазного типа, т.е. захваченные волной электроны, совершая ограниченные фазовые колебания относительно фазы синхронного электрона, медленно тормозятся в среднем вместе с ним. Учет затухания, однако, показывает, что в таких предельных режимах волновой кпд резко понижается и приближается к нулю: при наличии потерь автофазный режим неэффективен.

2. Результаты расчетов кпд оптимизированных по $\beta_{\Phi}(T)$ ЛБВ-О при $\theta_0 = 10$ и различных ε приведены на рис. 3.3 в виде зависимостей $\eta_e(\varepsilon)$ (1), $\eta_b(\varepsilon)$ (2), $A_0^{\text{опт}}(\varepsilon)$ (5), $L^{\text{опт}}(\varepsilon)$ (3) и $T_m(\varepsilon)$ (4), где T_m — точка, в которой достигается первый максимум функции группировки $G_r(T)$ (см. [13]).

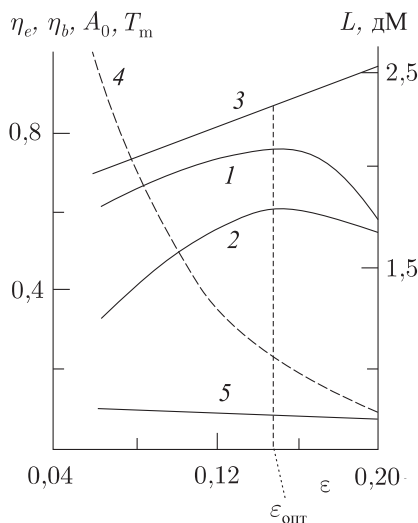


Рис. 3.3. Зависимость характеристик ЛБВ от ε

Как следует из приведенных данных, при заданных параметрах $\theta_0, k_{\Phi}, \lambda$ существуют оптимальные значения ε и L , при которых достигается максимум η_b : $\varepsilon_{\text{опт}} = 0,16$, $L^{\text{опт}} = 1,05$ дМ. При меньших значениях ε резко возрастает общая длина области взаимодействия L , а расстояние, на котором достигается первый максимум функции группировки T_m , уменьшается. В результате влияние потерь в замедляющей системе существенно возрастает. Так, при $\varepsilon = 0,06$; $L = 2,6$ дМ; $T_m = 0,69$ и волновой кпд η_b оказывается вдвое меньше электронного η_e , т.е. половина отданной электронным потоком мощности теряется в замедляющей системе. При $\varepsilon > \varepsilon_{\text{опт}}$ сказывается ограничение длины L : T_m , при котором достигается максимум группировки, приближается к единице. Так, при $\varepsilon = 0,2$; $T_m = 0,95$ различия η_b и η_e уже незначительны, однако η_e не достигает высокого уровня. При высоких значениях ε метод синхронного электрона уже не может описать близкие к оптимальным

по кпд режимы ЛБВ-О. Здесь следует использовать прямые методы оптимизации, которые дают лучшие результаты [7, 8, 10–12].

На рис. 3.4 приведены характеристики ЛБВ-О $\eta_e(T)$, $A(T)$, $Gr(T)$, $\beta_\phi(T)$ и $\beta_{\phi g}(T) = v_{\phi g}(T)/c$ ($v_{\phi g}$ — фазовая скорость усиливаемой волны — горячая фазовая скорость) при оптимальном значении $\varepsilon_{\text{опт}}$ (η_e (1), A (2), Gr (3), β_ϕ (4), $\beta_{\phi g}$ (5)) и при $\varepsilon = 0,16$, $\theta_0 = 10$, $A_0 = 0,072$, $L = 0,99$ дм. Эти зависимости указывают на то, что режим взаимодействия в этом случае не является автофазным: η_e и $A(T)$ возрастают монотонно, $Gr(T)$ имеет один максимум, область отбора энергии сравнительно невелика. Существенно, что на большей части области взаимодействия $T = 0-0,6$, где функция группировки достигает большой величины (т.е. фазовый сгусток достаточно сгруппирован), активного энергообмена нет (η_e близок к нулю). В этой части происходит сильное реактивное взаимодействие, и для удержания сгустка электронов в синхронизме с возбуждаемой волной оказывается необходимым значительно (почти в 2 раза) увеличить холодную фазовую скорость волны в замедляющей системе. В то же время, как следует из графика $\beta_{\phi g}(T)$, горячая фазовая скорость возбуждаемой волны остается постоянной и равной β_0 — синхронной скорости на всем протяжении участка $T = 0-0,6$. Анализ фазовых траекторий электронов указывает на то, что в области отбора энергии не наблюдается фазовых колебаний электронов, которые характерны для автофазного режима.

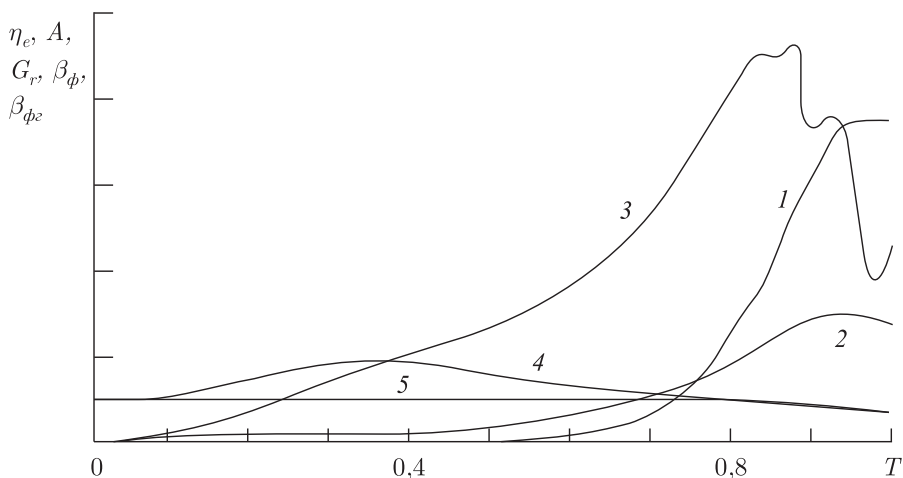


Рис. 3.4. Изменение характеристик ЛБВ

Наоборот, при $\varepsilon_0 = 0,06$ такой же анализ показывает, что найденный по методу синхронного электрона режим оказывается типично автофазным: в области отбора энергии захваченные полем волны электроны совершают два-три полных колебания по фазе.

На рис. 3.5 представлено влияние параметра θ_0 на оптимальные

характеристики ЛБВ; η_e (1), η_B (2), $\varepsilon_{\text{опт}}$ (3), $A_0^{\text{опт}}$ (4). Следует заметить, что в диапазоне изменения $0 \leq T \leq 1 = 7-15$ длина области взаимодействия почти постоянна: $L = 10-11$ см. Эта стабилизация длины L обусловлена заданным коэффициентом затухания. Снижение η_e и η_B при $\theta_0 < 10$ связано с уже упоминавшейся выше причиной: при малых θ_0 метод синхронного электрона не дает удовлетворительного решения задачи оптимизации режима ЛБВ-О по КПД.

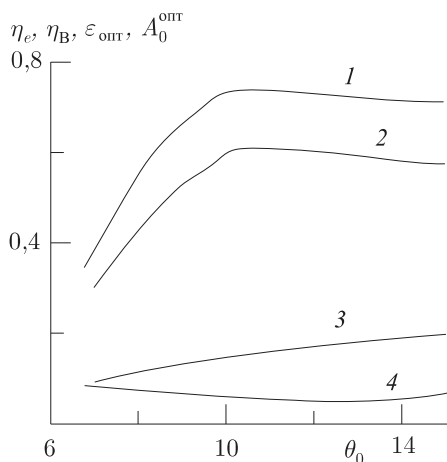


Рис. 3.5. Зависимость характеристик ЛБВ от θ_0

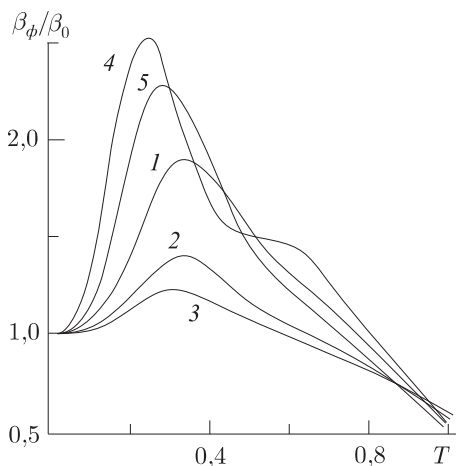


Рис. 3.6. Зависимость β_ϕ от ε

На рис. 3.6 приведены характерные оптимальные по КПД зависимости относительной холодной фазовой скорости β_ϕ/β_0 для различных ε и θ_0 : $\varepsilon = 0,16$ (1); $\varepsilon = 0,0866$ (2); $\varepsilon = 0,06$, $\theta_0 = 10$ (3); $\varepsilon = 0,28$, $\theta_0 = 15$ (4); $\varepsilon = 0,19$, $\theta_0 = 12,5$ (5).

Не приведенные здесь зависимости β_ϕ/β_0 имеют стандартный характер, подобный тому, что представлен на рис. 3.4: $\beta_{\phi T}/\beta_0 = 1$ на всем протяжении области группирования, затем в области отбора энергии $\beta_{\phi T}(T)/\beta_0$ монотонно понижается. Как видно из приведенных зависимостей, для поддержания такого закона изменения $\beta_{\phi T}(T)/\beta_0$ холодная фазовая скорость $\beta_\phi(T)$ должна довольно значительно повышаться в области группирования, причем уровень этого повышения существенно зависит от параметра усиления ε : при $\varepsilon = 0,06$ максимальное увеличение β_ϕ/β_0 достигает 1,22, а при $\varepsilon = 0,21$; составляет уже 2,5. Это связано с резким ростом влияния электронного пучка на характеристики возбуждаемой волны, в том числе на фазовую скорость при увеличении параметра усиления ε . При $\varepsilon < 0,19$ зависимости $\beta_\phi(T)/\beta_0$ имеют однотипный характер, изменения происходят только при $\varepsilon = 0,19-0,21$, когда резко усиливается интенсивность взаимодействия.

На рис. 3.7 приведена динамическая характеристика оптимизиро-

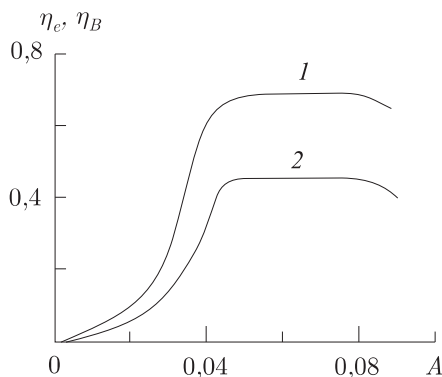


Рис. 3.7. Амплитудная характеристика ЛБВ

ванной ЛБВ-О при $\varepsilon = 0,0866$ и $\theta_0 = 10$, которая указывает на то, что в достаточно большом диапазоне изменения амплитуды входного сигнала $A_0 = 0,04-0,08$ этот вариант ЛБВ-О работает как ограничитель сигнала η_e (1) и η_v (2).

Приведенные в [14] результаты исследований оптимальных по КПД режимов ЛБВ-О на основе метода синхронного электрона позволяют сделать следующие выводы в отношении физических закономерностей оптимальных по КПД процессов взаимодействия в ЛБВ-О.

Оптимальный процесс группирования осуществляется при выполнении двух условий: горячая фазовая скорость волны равна (в общем случае [7, 8, 10–12] близка) синхронной v_0 ; центр сгустка расположен вблизи узла поля E_z -волны, в начале тормозящей фазы. При выполнении этих условий электронный фазовый сгусток длительное время движется при идеальных условиях для фазовой фокусировки — вблизи узла фокусирующих сил. Для обеспечения же этих условий оказывается необходимым на участке группирования увеличение холодной фазовой скорости волны в замедляющей системе. Это увеличение, более сильное при больших параметрах усиления ε , компенсирует фазовый сдвиг полного поля волны, вызываемый возбужденной электронными сгустками компоненты поля в замедляющей системе (напомним, что они движутся вблизи узла полного поля).

Отбор энергии происходит при условиях, близких к изофазным; горячая фазовая скорость полного поля волны монотонно понижается на участке отбора. При этом возможно формирование двух качественно различающихся режимов: режима монотонного отбора энергии, происходящего сравнительно быстро, при котором электроны не совершают фазовых колебаний (этот режим характерен для вариантов ЛБВ-О с относительно высокими ε , приведенными, например, в [7, 8, 10–12]), и автофазного режима, связанного с захватом электронов фазового сгустка, колеблющихся в потенциальной яме горячей волны и медленно тормозящихся в среднем по мере замедления этой волны [13].

Если принять во внимание распределенное затухание в замедляющей системе, то, как показали расчеты, автофазный режим становится неэффективным из-за слишком больших потерь на увеличенном (в этом режиме) участке отбора энергии. Иначе говоря, затухание в замедляющей системе снимает двухрежимное «вырождение» на участке отбора: эффективным оказывается только первый режим, при котором происходит быстрый и монотонный отбор энергии от сгустка.

3.4. Минимизация нелинейных искажений в полосе частот в ЛБВ-О с оптимизированной нерегулярной спиральной системой

Из-за нелинейности процесса группирования электронов в спектре выходного сигнала ЛБВ-О присутствуют гармоники входного сигнала. Изучению нелинейных искажений сигнала в ЛБВ посвящен ряд работ, результаты которых отражены в монографиях [15, 16], где исследовано влияние на значение и характер возбуждения высших гармонических составляющих (ВГС) в регулярной ЛБВ отношения сопротивлений связи на основной и высших гармониках, дисперсии, параметра рас-синхронизма.

В регулярных ЛБВ нелинейные искажения возрастают с улучшением группировки электронов и соответственно с увеличением кпд ЛБВ. При использовании нерегулярной спирали с оптимальным законом изменения шага электронный кпд ЛБВ может достигать значения более 70% [7, 8]. Естественно было бы ожидать, что в таких ЛБВ возрастают и нелинейные искажения. Однако, как показывают исследования [17, 18], в оптимизированных нерегулярных ЛБВ доля высших гармонических составляющих в спектре выходного сигнала значительно (в 2–3 раза) ниже, чем в аналогичных регулярных. Эти исследования, однако, были выполнены для той частоты входного сигнала ω_0 , на которой произведена оптимизация шага нерегулярной спирали.

При отстройке частоты входного сигнала от положения ω_0 максимумы амплитуд высших гармоник могут перемещаться вдоль области взаимодействия, что может привести к изменению гармонического состава сигнала на выходе. Для исследования этих эффектов на основе усовершенствованной математической модели нерегулярной спиральной ЛБВ разработан пакет программ, позволяющий производить оптимизацию закона изменения шага спирали по максимуму кпд и минимуму коэффициента нелинейных искажений в полосе частот.

В результате математического моделирования исследовано влияние возбуждения высших гармоник на эффективность усиления оптимизированных нерегулярных ЛБВ в полосе частот. Полученные характерные зависимости коэффициента нелинейных искажений K_n от частоты для регулярной и нерегулярной ЛБВ указывают на эффективность

использования нерегулярных ЗС для снижения нелинейных искажений в полосе частот.

Для исследования нелинейных искажений ЛБВ при одночастотном (ω) входном сигнале в установившемся режиме представим возбуждаемое поле в каждом сечении z суммой гармонических составляющих $m\omega$. В соответствии с общей теорией возбуждения нерегулярных волноводов, описанной в [7, 8, 17], усредненная по поперечному сечению электронного пучка продольная электрическая составляющая волнового поля (рассматриваются только попутные волны с нормальной дисперсией) представляется в виде

$$E_{sz} = \sum_{m=1}^M E_m(z) \sqrt{\rho_{sm}(z)} \cos \left(m\omega t - \int_0^z \frac{m\omega}{v_{\Phi m}(z)} dz + \vartheta_m(z) \right), \quad (3.1)$$

где E_m — амплитуда; ϑ_m — набег фазы («горячей»), определяемый полем формирующегося сгустка электронов; $v_{\Phi m}(z)$ — фазовая скорость («холодная») собственной волны на частоте $m\omega$ регулярного волновода сравнения, соответствующая сечению z нерегулярного волновода; $\rho_{sm} = \frac{R_{sm}}{R_{s0}^0}$; $R_{sm} = R_s(z, m\omega)$ — удельное сопротивление связи [Ом/м²] собственной волны регулярного волновода сравнения в сечении z на частоте $m\omega$; $R_{sm}^0 = R_s(0, m\omega)$; $z=0$ соответствует началу области взаимодействия. В этом случае самосогласованные уравнения, описывающие движение имитирующих электронный поток крупных частиц в поле возбуждаемой волны без учета затухания, запишутся в виде

$$\frac{dV_i}{dT} = -\frac{\varepsilon\theta_0}{V_i\gamma_i^3} \left\{ \sum_{m=1}^M \left[\sqrt{\rho_{sm}(T, W)} (A_{m\text{Re}} \cos \psi_{mi} - A_{m\text{Im}} \sin \psi_{mi}) \right] - S_q(W) F_q \right\};$$

$$\frac{du_i}{dT} = W \frac{\theta_0}{\varepsilon} \left(\frac{1}{V_i} - 1 \right); \quad \psi_{mi} = m \left[u_i - W \frac{\theta_0}{\varepsilon} \int_0^T \left(\frac{1}{V_{\Phi m}(T, W)} - 1 \right) dT \right];$$

$$\frac{dA_{m\text{Re}}}{dT} = 2\theta_0 \frac{R_{sm}^0(W)}{R_{s0}} \left[\sqrt{\rho(T, W)} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos \psi_{mi} \right]; \quad (3.2)$$

$$\frac{dA_{m\text{Im}}}{dT} = -2\theta_0 \frac{R_{sm}^0(W)}{R_{s0}} \left[\sqrt{\rho_{sm}(T, W)} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos \psi_{mi} \right];$$

$$i = 1, \dots, N; \quad m = 1, \dots, M; \quad V_i(0) = 1; \quad u_i(0) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi \frac{i-0,5}{N};$$

$$A_{i\text{Re}}(0) = A_0; \quad A_{m\text{Re}}(0) = 0; \quad A_{m\text{Im}}(0) = 0; \quad m \geq 2.$$

Здесь приняты следующие обозначения: $W = \omega/\omega_0$ — относительная частота сигнала; ω_0 — частота, на которой производится оптимизация параметров; $T = z/L$, $0 \leq T \leq 1$; L — длина области взаимо-

действия; $V_i = v_i/v_0$; v_i — скорость крупных частиц; ν_0 — средняя скорость электронов на выходе в ЗС; $\gamma_i = 1/\sqrt{1 - \beta_i^2}$; $\beta_i = v_i/c$; c — скорость света; $u_i = \omega t - \frac{\omega}{\nu_0} z$ — фаза частицы; $V_{\Phi m} = \nu_{\Phi m}(z, m\omega)/\nu_0$; $\theta_0 = \varepsilon L \omega_0/\nu_0$ — параметр длины; $A_{m \text{ Re}} = \text{Re}(A_m e^{j\theta m})$; $A_{m \text{ Im}} = \text{Im}(A_m e^{j\theta m})$; $A_m = e E_m(z)/(m_0 \omega_0 \nu_0 \varepsilon^2)$ — безразмерная амплитуда; $\varepsilon = (e I_0 R_{s0}/(2 m_0 \omega_0^2))^{1/3}$ — параметр усиления; e, m_0 — заряд и масса покоя электрона; I_0 — ток пучка; $R_{s0} = R_s(0, \omega_0)$ — сопротивление связи на опорной частоте в начале ЗС; $S_q = 2 \varepsilon W \omega_0^2/(\pi \varepsilon_0 c R_{s0} c^2 \beta_0^3) = 239,67 \varepsilon W \omega_0^2/(\beta_0^3 R_{s0} c^2)$ — параметр пространственного заряда; ε_0 — диэлектрическая постоянная.

Безразмерная силовая составляющая поля пространственного заряда, действующая на i -ю частицу со стороны соседних частиц:

$$F_{qi} = \frac{1}{N} \sum_{k, |u_i - u_k| \leq \pi} E_q \left(\frac{u_i - u_k}{\pi} \right) \text{sign}(u_i - u_k),$$

где $E_q(x)$, $0 \leq x \leq 1$ — безразмерная силовая составляющая поля заряда, действующего на i -ю частицу со стороны всех частиц электронного потока, отстоящих от нее на расстояниях $x = \frac{\lambda \omega}{2} \pm l \lambda \omega$, $l = 0, 1, 2, \dots$; $\lambda \omega = 2\pi \nu_0/\omega$ — электронная длина волны. Функция $E_q(x)$ на частоте ω для заданной геометрии замедляющей системы рассчитывалась по методу сеток.

Эффективность взаимодействия определяется волновым кпд:

$$\eta_m = 0,25 \varepsilon [A_m^2(T) - A_m^2(0)] \frac{R_{s0}}{R_{sm}^0(W)} \frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0^2}; \quad \eta_\Sigma = \sum_m \eta_m; \quad \gamma_0 = 1/\sqrt{1 - \beta_0^2}. \quad (3.3)$$

Интенсивность возбуждения ВГС будем оценивать коэффициентом ВГС (КВГС) $K_n = \sum_{m=2}^M \eta_m/\eta_1$, который характеризуется отношением паразитной мощности к мощности основного сигнала на выходе ЛБВ.

Относительные амплитуды гармоник тока на частотах $m\omega$ в сгруппированном электронном пучке удобно характеризовать функцией группировки

$$G_{rm}(T) = \frac{1}{N} \left[\left(\sum_{i=1}^N \cos m u_i(T) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N \sin m u_i(T) \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (3.4)$$

Для проведения расчетов по (3.1) для каждой гармоники требуется задать зависимость от z «холодной» фазовой скорости $\nu_{\Phi m}(z)$ на частоте $m\omega$ и соответствующие конкретной замедляющей системе зависимости сопротивления связи $R_s(z, m\omega)$.

В (3.1) везде явно указана зависимость параметров от относительной частоты W . Эти зависимости также должны быть заданы для конкретной замедляющей системы при расчете полосовых характеристик.

Для выяснения основных закономерностей возбуждения ВГС воспользуемся моделью спирально проводящего цилиндра. В этом случае все требуемые частотные характеристики определяются из известных дисперсионных соотношений [19]

$$x^2 \frac{I_0(x)K_0(x)}{I_l(x)K_l(x)} = \left(\frac{\omega}{c} R_{s0} \operatorname{ctg} \chi \right)^2; \quad \frac{\omega^2}{\nu_\Phi^2} = \frac{\omega^2}{c^2} + x^2, \quad (3.5)$$

где χ — угол намотки; R_{s0} — радиус спирали; $x = k_r R_0$; k_r — поперечное волновое число.

Упростив это дисперсионное уравнение, используя известные соотношения для функций Бесселя [20], справедливые при $x > 1$, $\theta = 0$, $z = 0$, $\beta_z(0) = \beta_\parallel$, $\beta_x(0) = \beta_\perp - \cos \psi_p$; $\beta_y(0) = \beta_\perp - \sin \psi_p$; $x(0) = 0$, $y(0) = 0$, получим удобное для расчетов дисперсионное уравнение

$$x^2 \frac{64x^2 - 1}{64x^2 - 9} = \left(\frac{\omega}{c} R_0 \operatorname{ctg} \chi \right)^2. \quad (3.6)$$

Сопротивление связи на частоте ω выражается через фазовую скорость по формуле

$$R_s(\nu_\Phi, \omega) \approx 183 \frac{\omega^2}{c^2} \beta_{\Phi\omega} k_r^4 e^{-2(\omega/c)k_r R_0} \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} I_0^2 \left(\frac{\omega}{c} k_r r \right) r dr. \quad (3.7)$$

Здесь $\beta_{\Phi\omega} = \nu_\Phi(z, \omega)/c$; $k_r = \sqrt{\frac{1}{\beta_{\Phi\omega}^2} - 1}$; r_0 — радиус электронного пучка.

Интеграл в (3.7) вычислим по приближенной формуле Симпсона:

$$\frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} I_0^2(ar) r dr \approx \frac{1}{3} [I_0^2(ar_0) + 2I_0^2(ar_0/2)]; \quad a = \frac{\omega}{c} k_r.$$

Соотношения (3.6), (3.7) однозначно определяют для заданного закона изменения угла намотки спирали $\chi(z)$ требуемые в модели (3.2) зависимости $\nu_{\Phi m}(z)$, $\rho_{sm}(z)$. В расчетах вместо закона $\chi(z)$ удобно задавать закон изменения относительной фазовой скорости на опорной частоте $V_\Phi(z) = \nu_\Phi(z, \omega_0)/\nu_0$. С помощью (3.6), (3.7) функция $\chi(z)$, а также необходимые для расчета (3.2) зависимости $\nu_{\Phi m}(z, m\omega)$, $R_s(z, m\omega)$ выражаются через $V_\Phi(z)$. В результате имеем замкнутую систему дифференциальных уравнений, описывающую процесс усиления в ЛБВ с учетом возбуждения ВГС.

Задача оптимального управления состоит в нахождении закона $V_\Phi(T)$, обеспечивающего максимум кпд $\max \eta_l(1)$ основного сигнала при минимальном значении K_n . Оптимальный закон $V_\Phi(T)$ находим по

описанной выше методике. Для найденного оптимального закона $V_\Phi(T)$ рассчитывались зависимости выходных характеристик η_m , K_n от W . Следует отметить, что описанная методика расчетов может быть легко распространена и на более сложные модели ЗС, для которых получены зависимости $V_{\Phi m}(V_\Phi(T))$, $R_{sm}(V_\Phi(T))$.

Все расчеты производились, как и в [18], для напряжения электронного пучка $U_0 = 5086$ В ($\beta_0 = 0,14$) и частоты сигнала $f_0 = 3$ ГГц, соответствующей длине волны $\lambda_0 = 10$ см. В этом случае при заданных значениях R_0 применима модель спирально проводящего цилиндра. Как показали расчеты [19], в оптимальных режимах значение коэффициента нелинейных искажений K_n при одинаковой длине области взаимодействия L в основном определяется соотношением сопротивлений связи на выходе ЛБВ ($R_{sm} = R_{sm}^0/R_{s0}$). При этом прослеживается также уменьшение кпд основной гармоники при возрастании K_n , хотя суммарный кпд η_Σ уменьшается незначительно. Значения R_{sm} для спиральной ЗС определяются параметрами R_0 , r_0 , $\nu_\Phi(0)$. Сравнение оптимальных вариантов регулярной и нерегулярной ЛБВ с приблизительно одинаковыми значениями R_{sm} и L показало, что в нерегулярной ЛБВ коэффициент K_n вдвое меньше, чем в регулярной.

Для сравнения полосовых характеристик регулярной и нерегулярной ЛБВ были выбраны оптимальные варианты для опорной частоты $f_0 = 3$ ГГц с учетом возбуждения трех паразитных гармоник ($M = 4$):

— для регулярной ЛБВ $R_0 = 0,22$ см; $r_0 = 0,18$ см; $\theta_0 = 7,52$ см; $\varepsilon_0 = 0,150$; $L = 11,1$ см; $A_1(0) = 0,018$; $I_0 = 0,30$ А; $V_\Phi = \text{const} = 0,856$; $\eta_\Sigma = 0,32$; $\eta_m = 0,238$; $0,050$; $0,017$; $0,009$; $R_{sm} = 1$; $0,808$; $0,553$; $0,821$; $K_n = 0,321$; $K_u = 40,81$;

— для нерегулярной ЛБВ — $R_0 = 0,25$ см; $r_0 = 0,20$ см; $\theta_0 = 9,98$ см; $\varepsilon_0 = 0,173$; $L = 12,7$ см; $A_1(0) = 0,115$; $I_0 = 0,62$ А; $V_\Phi = \text{var}$; $\eta_\Sigma = 0,70$; $\eta_m = 0,632$; $0,042$; $0,009$; $0,016$; $R_{sm} = 1$; $0,806$; $0,536$; $0,370$; $K_n = 0,107$; $K_u = 27,98$.

Параметры подобраны таким образом, чтобы длина L соответствовала первому максимуму мощности полезного сигнала.

Полосовые характеристики этих вариантов получались в виде зависимостей $\eta_m(W)$, $K_m(W)$ при фиксации всех параметров и закона $V_\Phi(z)$, полученных для $W = 1$ и параметров, приведенных выше.

На рис. 3.8 и 3.9 приведены полученные полосовые характеристики для регулярной и нерегулярной ЛБВ соответственно. Кривые 1–4 соответствуют $\eta_1(W)$ – $\eta_4(W)$, кривая 5 — $\eta(F_0)$. Кривая 6 отображает зависимость $K_n(W)$, кривая 7 — коэффициент усиления основного сигнала $K_u(W) = 20 \lg A_1(1)/A_1(0)$.

Анализ приведенных зависимостей показывает, что полоса усиления нерегулярной ЛБВ шире, чем регулярной, причем значение кпд для основного сигнала у нее в 3 раза больше. Для регулярной ЛБВ характерен монотонный спад значений η_m к краям полосы. Максимум мощности m -й гармоники смещается в область низких частот по мере

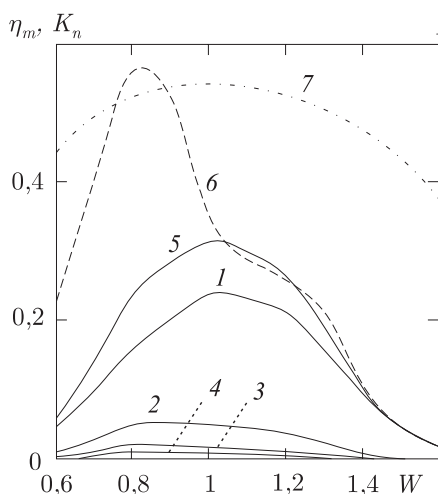


Рис. 3.8. Полосовые характеристики регулярной ЛБВ

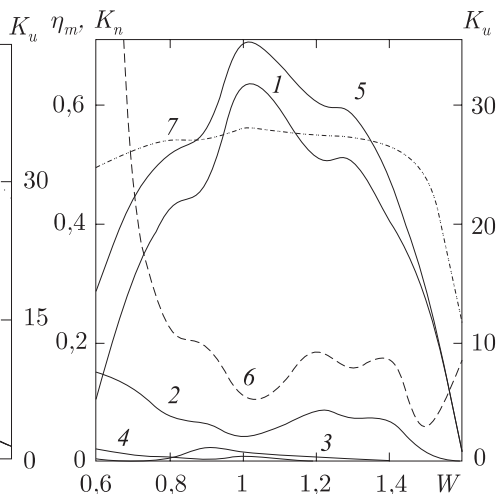


Рис. 3.9. Полосовые характеристики нерегулярной ЛБВ

увеличения номера m . В результате коэффициент нелинейных искажений K_n возрастает почти вдвое при $W = 0,8$.

В нерегулярной ЛБВ наблюдается колебательный характер зависимостей $\eta_m(W)$, $m \geq 2$. В результате на значительном участке $0,8 \leq W \leq 1,5$ величина K_n колеблется около значения $K_n \approx 0,15$. Только на низкочастотном краю полосы усиления наблюдается быстрое монотонное увеличение K_n и резкое снижение мощности полезного сигнала. При этом значение η_2 возрастает и даже превосходит η_1 . Причину возрастания K_n на левом краю полосы усиления объясняет характер зависимостей $R_{sml}(W)$, представленных на рис. 3.10 и 3.11 для регулярной и нерегулярной ЛБВ соответственно. Кривые 1–4 соответствуют $R_{s11}(W) - R_{s41}(W)$, пунктирная кривая 5 изображает $K_n(W)$. Параметры спирали у обоих вариантов подобраны таким образом, что эти зависимости практически одинаковы. При $W > 1$ сопротивление связи основной гармоники остается на одном уровне, а сопротивления связи паразитных гармоник монотонно понижаются. Этим объясняется уменьшение K_n на высокочастотном краю полосы. Иная картина при $W < 1$. Здесь с убыванием W сопротивление связи основной гармоники убывает, а паразитных возрастает и даже превосходит R_{s11} , в результате K_n возрастает. Однако если в нерегулярной ЛБВ K_n монотонно возрастает вплоть до W , при котором η_1 падает почти до нуля, то в регулярной K_n достигает максимального значения, после чего монотонно уменьшается.

На рис. 3.12 показан характер изменения относительных сопротивлений связи $\eta(F_0)$ вдоль области взаимодействия нерегулярной ЛБВ при различных значениях W из полосы усиления. Заметим, что в ре-

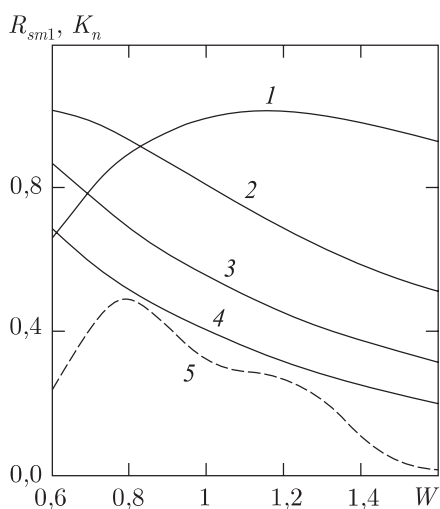


Рис. 3.10. Полосовые характеристики регулярной ЛБВ

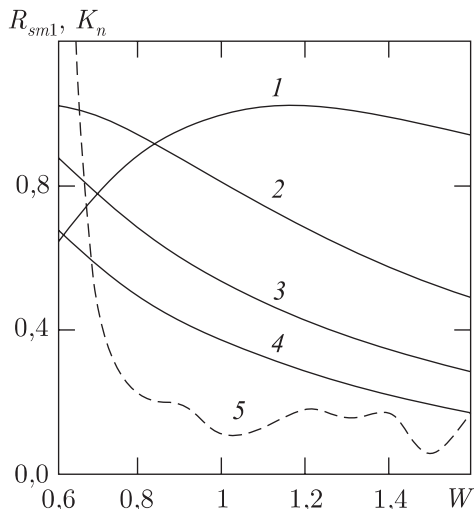


Рис. 3.11. Полосовые характеристики нерегулярной ЛБВ

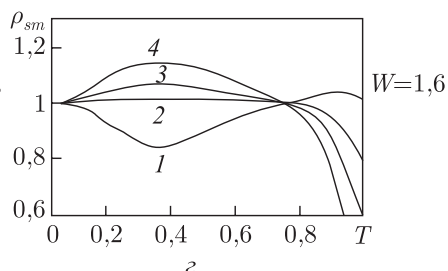
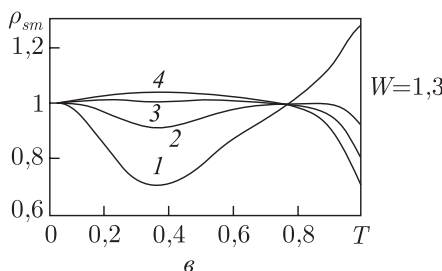
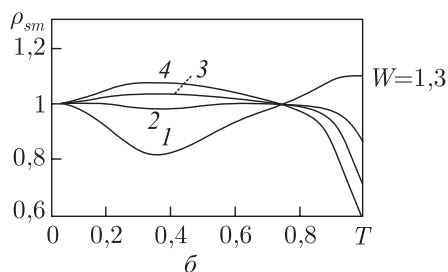
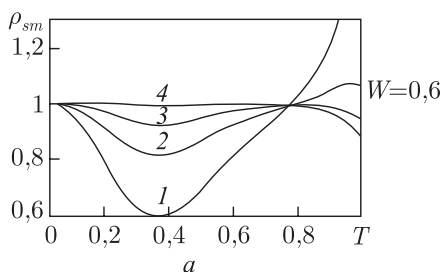


Рис. 3.12. Изменения сопротивлений связи ρ_{sm} вдоль ЛБВ

гулярной ЛБВ $\rho_{sm}(T) = 1 = \text{const}$. Анализ этих кривых показывает, что изменение шага спирали обеспечивает в конце ЛБВ, где осуществляется основное преобразование энергии электронного пучка в энергию волны, увеличение сопротивления связи основной волны и одновременное уменьшение его для гармоник.

При $W > 1$ разница сопротивлений связи основной и паразитных гармоник меняется слабо. При уменьшении W в области $W < 1$ эта

разница резко возрастает, сопротивление связи основной волны в конце ЛБВ превосходит сопротивление паразитных гармоник, несмотря на то что в начале оно уменьшается (см. рис. 3.9). Этим эффектом объясняется стабилизация величины K_n при $\eta(q)$ в нерегулярной ЛБВ.

На основании выполненных расчетов можно сделать вывод, что в нерегулярной спиральной ЛБВ в полосе частот возбуждение ВГС подавляется в 2–5 раз эффективнее по сравнению с регулярной благодаря характеру дисперсионной зависимости простейшей спиральной ЗС.

3.5. Гиротон бегущей волны на гофрированном волноводе

Гиротон резонансного типа [2, 3] представляет собой многокаскадный усилитель на предварительно прямолинейном релятивистском электронном потоке (РЭП), в котором модуляция (круговая развертка) РЭП осуществляется во вращающихся полях типов H_{1in} , E_{1in} , или $E_{1ю}$, возбуждаемых в каскадно расположенных входных резонаторах с теми же видами колебаний, но в отличие от модулятора при условиях циклотронного резонанса электронов со стоячим вращающимся полем резонатора или с его попутной компонентой. Существенным элементом конструкции резонансного гиротона является область преобразования продольной скорости РЭП в поперечную (модуляционную) компоненту в нарастающем до гирорезонансного уровня магнитостатическом поле. Этот процесс в большой степени предопределяет критичность механизма преобразования энергии в резонансном гиротоне по отношению к толщине РЭП. Из-за этого эффективность гиротона при заданном диаметре РЭП достаточно быстро понижается с увеличением рабочей частоты [3].

В гиротоне бегущей волны (ГБВ) [4, 21] магнитостатический преобразователь отсутствует, а сохранение гиротонного механизма фазировки (без фазовой группировки — все осевые электроны «правильно-фазные», их фазовые траектории конгруэнтны) обеспечивает высокую эффективность. Поэтому следует ожидать, что ГБВ окажется менее чувствительным к толщине РЭП и, следовательно, более «высокочастотным» сверхмощным релятивистским усилителем.

В работе [21] исследован и оптимизирован ГБВ на гофрированном волноводе в предположении, что рабочей является вращающаяся EH_{11} -волна, а связанная с ней волна HE_{11} подавляется специальными электродинамическими способами: продольными щелями или продольными канавками четвертьволновой глубины. Однако эти способы требуют дополнительного исследования и могут оказаться неэффективными. Кроме того, они могут повлиять и на фазовые характеристики EH_{11} -волны. Поэтому в настоящем разделе исследован ГБВ при взаимодействии РЭП одновременно с HE_{11} и EH_{11} связанными волнами гоф-

рированного волновода. Показано, что идеальный (для тонкого пучка) гиротонный механизм сохраняется и в этой ситуации (т. е. электронный кпд приближается к 100%). Кроме того, обнаружено, что периферийные электроны «толстого» РЭП имеют комбинированный механизм взаимодействия с полем HE_{11} и EH_{11} гофрированного волновода: гиротонный и черенковский. Поэтому при сохранении относительно высоких кпд в ГБВ возможно использование значительно более «толстых» РЭП, чем в обычном гиротоне. Причем это достигается в простейших конструкциях с однородным магнитным полем и регулярным гофрированным волноводом.

Введем следующие упрощения: поля пространственного заряда, закритические EH_{1i} - и HE_{1i} -поля, а также поля на гармониках ω учитывать не будем. Тогда в соответствии с общей теорией возбуждения продольно-нерегулярных волноводов с круговым сечением [7, 8] уравнения возбуждения связанных вращающихся волн HE_{11} и EH_{11} можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{d\dot{V}_{11}}{dz} &= \frac{1}{e_{11}} \left\{ \dot{A}_{11}^m \left[-\frac{1}{B^2} \left(\frac{dB}{dz} \right)^2 + \frac{1}{B} \frac{d^2B}{dz^2} \right] + \frac{dA_{11}^m}{dz} \frac{1}{B} \frac{dB}{dz} \right\} \gamma_{111}^4 - \\
 &\quad - \frac{1}{e_{11}} \left\{ \dot{A}_{11}^e e_{11} - \left(\frac{dB}{dz} \right)^2 \dot{A}_{11}^m \gamma_{111}^5 \right\} - \\
 &\quad - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\left(\beta_{ri} - \rho_i \beta_{zi} \frac{dB}{dz} \right) J_1'(\nu_{11} \rho_i) + j \frac{1}{\nu_{11} \rho_i} J_1(\nu_{11} \rho_i) \beta_{\varphi i} \right] \frac{e^{j(\varphi_i - T_i)}}{\beta_{zi}}; \\
 \frac{d\dot{A}_{11}^e}{dz} &= \dot{V}_{11} \left(1 - \frac{\nu_{11}^2}{B^2} \right) - \frac{1}{b} \frac{dB}{dz} \frac{\nu_{11}}{e_{11} B^2} \dot{A}_{11}^m \gamma_{111}^3 - \frac{\nu_{11}}{B e_{11}} \frac{dB}{dz} \dot{A}_{11}^m \gamma_{111}^{-3} - \\
 &\quad - j \frac{\sigma \nu_{11}}{e_{11} \pi b^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_1(\nu_{11} \rho_i) e^{j(\varphi_i - T_i)}; \\
 \frac{d\dot{P}_{11}}{dz} &= -\dot{A}_{11}^m \left\{ \left(1 + \left(\frac{dB}{dz} \right)^2 \right) - \frac{\mu_{11}^2}{B^2} - \frac{\gamma_{s11}^5}{B^2} \left(\frac{dB}{dz} \right)^2 + \frac{1}{B} \frac{d^2B}{dz^2} \gamma_{11}^6 \right\} + \dot{P}_{11} \frac{1}{B} \frac{dB}{dz} \gamma_{11}^6 - \\
 &\quad - \left\{ -\frac{d\dot{A}_{11}^e}{dz} \gamma_{111}^{10} \frac{1}{B} \frac{dB}{dz} + \dot{C}_{11} \frac{1}{B} \frac{dB}{dz} \gamma_{111}^{11} - \left[\dot{A}_{11}^e \left(\frac{dB}{dz} \right)^2 \gamma_{111}^5 - \dot{C}_{11} B \frac{dB}{dz} \gamma_{111}^{12} \right] \right\} / h_{11} - \\
 &\quad - \frac{j\sigma}{h_{11} \pi B} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[-\left(\beta_{ri} - \rho_i \frac{dB}{dz} \beta_{zi} \right) \frac{1}{\mu_{11} \rho_i} J_1(\mu_{11} \rho_i) - j \beta_{\varphi i} J_1'(\mu_{11} \rho_i) \right] \frac{e^{j(\varphi_i - T_i)}}{\beta_{zi}}; \\
 \frac{d\dot{A}_{11}^m}{dz} &= \dot{P}_{11}.
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Здесь приняты следующие обозначения: $z = \frac{\omega_0}{c} z' = \frac{2\pi}{\lambda_0} z'$ — нормированная длина, z' — размерная длина, ω_0 — опорная частота, c — скорость света в вакууме, $\dot{A}_{11}^e = \dot{E}_{1m}^e / m_0 c^2$, \dot{E}_{1m}^e — комплексная амплитуда

поперечной составляющей электрической напряженности волны E_{11} ; e, m_0 — соответственно заряд и масса покоя электрона, $\dot{C}_{11} = \dot{E}_{em}^e / \omega_0 c$, \dot{E}_{em}^e — комплексная амплитуда продольной составляющей электрической напряженности волны; $\dot{A}_{11}^m = \dot{E}_{tm}^m / m_0 c^2$, \dot{E}_{tm}^m — комплексная амплитуда поперечной составляющей электрической напряженности волны H_{11} ;

$$\begin{aligned} \dot{V}_{11} &= \frac{d\dot{A}_{11}^e}{dz} - \nu_{11}\dot{C}_{11}; \quad \dot{P}_{11} = \frac{d\dot{A}_{11}^m}{dz}; \\ \gamma_{111}^3 &= \frac{\mu_{11}\nu_{11}J_0(\nu_{11})J_1(\mu_{11})}{\nu_{11}^2 - \mu_{11}^2}; \quad \gamma_{111}^{-3} = \frac{\nu_{11}J_1(\mu_{11})J_0(\nu_{11})}{\mu_{11}(\mu_{11}^2 - \nu_{11}^2)}; \\ \gamma_{11}^4 &= \frac{\mu_{11}J_1(\mu_{11})J_0(\nu_{11})}{\mu_{11}^2 - \nu_{11}^2}; \quad \gamma_{11}^5 = \frac{2\nu_{11}^2 J_1(\mu_{11})J_0(\nu_{11})}{\mu_{11}(\mu_{11}^2 - \nu_{11}^2)^2}; \\ \gamma_{s11}^5 &= J_1^2(\mu_{11}) \left[\frac{1}{6} - \frac{1}{3\mu_{11}^2} + \frac{\mu_{11}^2}{6} + \frac{5}{6\mu_{11}^2} \right]; \quad \gamma_{11}^6 = \frac{1}{h_{11}} \frac{1}{\mu_{11}^2} J_1^2(\mu_{11}); \\ \gamma_{111}^{10} &= \frac{\mu_{11}}{\nu_{11}^2 - \mu_{11}^2} J_0(\nu_{11})J_1(\mu_{11}); \quad \gamma_{111}^{11} = \mu_{11}\nu_{11} \frac{J_0(\nu_{11})J_1(\mu_{11})}{\nu_{11}^2 - \mu_{11}^2}; \\ \gamma_{111}^{12} &= \frac{\nu_{11}}{\mu_{11}(\mu_{11}^2 - \nu_{11}^2)} J_0(\nu_{11})J_1(\mu_{11}); \\ e_{11} &= \frac{1}{2}J_0^2(\nu_{11}), \quad h_{11} = \frac{1}{2}J_1^2(\mu_{11})\left(1 - \frac{1}{\mu_{11}^2}\right); \quad B(z) = \frac{\omega_0}{c}b(z), \end{aligned}$$

$b(z)$ — внутренний радиус волновода; $\sigma = |I_0|e\mu_0/cm_0 = 0,73723 \cdot 10^{-3}|I_0|$ А, $|I_0|$ — ток пучка по модулю; $\varphi_i(z)$ — азимут i -й частицы в сечении z ; $T_i(z) = \frac{\omega_0}{c}t_i(z)$, $t_i(z)$ — время пролета i -й частицей текущего сечения z ; $\rho_i(z) = r_i(z)/B(z)$, $\beta_{ri}(z) = V_{ri}(z)/c$, $\beta_{\varphi i}^{(z)} = V_{\varphi i}(z)/c$, $\beta_{zi}(z) = V_{zi}(z)/c$ — соответственно радиальная фазовая и продольная нормированные скорости электронов; $J_1(\nu_{11}) = 0$, ν_{11} — первый корень $J_1(x)$; $J_1'(\mu_{11}) = 0$, μ_{11} — первый корень $J_1'(x)$; i — номер фазовой траектории частицы, $i = \overline{1, N}$.

Начальные условия к (3.8) имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}\{\dot{A}_{11}^e(0)\} &= 0, \quad \operatorname{Re}\{\dot{A}_{11}^e(0)\} = \left| K_{\text{in}} \frac{(1-R_0)\sigma\chi_{e11}}{\pi m R_0 e_{11}} \right|^{1/2}; \quad K_{\text{in}} = P_{\text{in}}/(V_0|I_0|); \\ \operatorname{Im}\{\dot{A}_{11}^m(0)\} &= 0, \quad \operatorname{Re}\{\dot{A}_{11}^m(0)\} = 0, \end{aligned}$$

P_{in} — входная мощность,

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{\dot{V}_{11}(0)\} &= 0, \quad \operatorname{Im}\{\dot{V}_{11}(0)\} = -\frac{1}{\chi_{e11}} \operatorname{Re}\dot{A}_{11}^e(0); \\ \operatorname{Re}\{\dot{P}_{11}(0)\} &= 0, \quad \operatorname{Im}\{\dot{P}_{11}(0)\} = 0; \\ \chi_{m11}^2 &= 1 - \mu_{11}^2/B^2(0); \quad \chi_{e11}^2 = 1 - \nu_{11}^2/B^2(0), \quad R_0 = \sqrt{1 - \beta^2(0)}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Коэффициент отражения на правом конце определяется как

$$\dot{\Gamma}^e = -\frac{\frac{d\dot{A}_{11}^e(z_0)}{dz} + \chi_{e11}\dot{A}_{11}^e(z_0)}{\frac{d\dot{A}_{11}^e(z_0)}{dz} - \chi_{e11}\dot{A}_{11}^e(z_0)}, \quad \dot{\Gamma}^m = -\frac{\frac{d\dot{A}_{11}^m(z_0)}{dz} + \chi_{m11}\dot{A}_{11}^m(z_0)}{\frac{d\dot{A}_{11}^m(z_0)}{dz} - \chi_{m11}\dot{A}_{11}^m(z_0)}. \quad (3.10)$$

Уравнения движения i -й заряженной частицы в поле E_{11} - и H_{11} -волн нерегулярного волновода и в неоднородном магнитостатическом поле имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_{xi}}{dz} &= -\frac{R_i}{\beta_{zi}} [\bar{E}_{xi} + \beta_{yi}(F + H_{zi}) - \beta_{zi}(\bar{H}_{yi} + F_{yi}) - \\ &\quad - \beta_{xi}(\beta_{xi}\bar{E}_{xi} + \beta_{yi}\bar{E}_{yi} + \beta_{zi}\bar{E}_{zi})]; \\ \frac{d\beta_{yi}}{dz} &= -\frac{R_i}{\beta_{zi}} [\bar{E}_{yi} - \beta_{xi}(F + H_{zi}) + \beta_{zi}(\bar{H}_{xi} + F_{xi}) - \\ &\quad - \beta_{yi}(\beta_{xi}\bar{E}_{xi} + \beta_{yi}\bar{E}_{yi} + \beta_{zi}\bar{E}_{zi})]; \\ \frac{d\beta_{zii}}{dz} &= -\frac{R_i}{\beta_{zi}} [\bar{E}_{zi} + \beta_{xi}(\bar{H}_{yi} + F_{yi}) - \beta_{yi}(\bar{H}_{xi} + F_{xi}) - \\ &\quad - \beta_{zi}(\beta_{xi}\bar{E}_{xi} + \beta_{yi}\bar{E}_{yi} + \beta_{zi}\bar{E}_{zi})]; \\ \frac{dx_i}{dz} &= \beta_{xi}/\beta_{zi}, \quad \frac{dy_i}{dz} = \beta_{yi}/\beta_{zi}, \quad \frac{dT_i}{dz} = 1/\beta_{zi}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} R_i &= \sqrt{1 - \beta_{xi}^2 - \beta_{yi}^2 - \beta_{zi}^2}; \\ F(z) &= \frac{\mu_0 \eta_0 H_z^0(z)}{\omega_0}; \quad F_{xi} = -\frac{r_i}{2} \frac{dF}{dz} \cos \varphi_i; \quad F_{yi} = -\frac{r_i}{2} \frac{dF}{dz} \sin \varphi_i; \\ r_i &= \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \quad \varphi_i = \arctg \frac{y_i}{x_i}; \\ \bar{E}_{xi} + j\bar{E}_{yi} &= \frac{1}{2B} [\dot{A}_{11}^e J_0(\nu_{11}\rho_i) e^{iT_i} - \dot{A}_{11}^{e*} J_2(\nu_{11}\rho_i) e^{j(2\varphi_i - T_i)} - \\ &\quad - \dot{A}_{11}^m J_0(\mu_{11}\rho_i) e^{T_i} - \dot{A}_{11}^{m*} J_2(\mu_{11}\rho_i) e^{j(2\varphi_i - T_i)}]; \\ \bar{E}_{zi} &= \frac{1}{2} \left[J_1(\nu_{11}\rho_i) (\dot{C}_{11} e^{-j(\varphi_i - T_i)} + \dot{C}_{11}^* e^{j(\varphi_i - T_i)}) - \right. \\ &\quad - \frac{\rho_i}{B} \frac{dB}{dz} (J_1'(\nu_{11}\rho_i) (\dot{A}_{11}^e e^{-j(\varphi_i - T_i)} + \dot{A}_{11}^{e*} e^{j(\varphi_i - T_i)}) - \\ &\quad \left. - \frac{1}{\mu_{11}\rho_i} J_1(\mu_{11}\rho_i) (\dot{A}_{11}^m e^{-j(\varphi_i - T_i)} + \dot{A}_{11}^{m*} e^{j(\varphi_i - T_i)})) \right]; \\ \bar{H}_{xi} + j\bar{H}_{yi} &= \frac{1}{2B} \left[(\nu_{11} (\dot{C}_{11} J_0(\nu_{11}\rho_i) e^{iT_i} + \dot{C}_{11}^* J_2(\nu_{11}\rho_i) e^{j(2\varphi_i - T_i)}) - \right. \\ &\quad - \frac{d\dot{A}_{11}^e}{dz} J_0(\nu_{11}\rho_i) e^{iT_i} - \frac{d\dot{A}_{11}^{e*}}{dz} J_2(\nu_{11}\rho_i) e^{j(2\varphi_i - T_i)}) + \dot{P}_{11} J_2(\mu_{11}\rho_i) e^{j(2\varphi_i - T_i)} + \end{aligned}$$

$$\left. + \frac{1}{B} \frac{dB}{dz} \mu_{11} \rho_i J_1(\mu_{11} \rho_i) (A_{11}^m e^{-j(\varphi_i - T_i)} + A_{11}^{m*} e^{j(\varphi_i - T_i)}) \right];$$

$$\dot{H}_{zi} = \frac{1}{B^2} \mu_{11} J_1(\mu_{11} \rho_i) (\dot{A}_{11}^m e^{-j(\varphi_i - T_i)} + \dot{A}_{11}^{m*} e^{j(\varphi_i - T_i)}).$$

Начальные условия к системе уравнений (3.11) при отсутствии начальной модуляции РЭП могут быть заданы в виде

$$\varphi_i(0) = 0, \quad \beta_{xi} = 0, \quad \beta_{yi}(0) = 0, \quad \beta_{zi}(0) = 0, \quad \beta_{z0} = \frac{\beta_0}{\sqrt{1+q^2}},$$

$$x_i(0) = r_{vc}, \quad y_i(0) = 0, \quad T_i(0) = \frac{2\pi}{N}(i-1). \quad (3.12)$$

«Электронный» кпд в использованных обозначениях определяется как

$$\eta_e(z) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1 - R_0/R_i(z)}{1 - R_0}. \quad (3.13)$$

«Волновой» кпд соответственно рассчитывается как

$$\eta_e(z) = \frac{\pi R_0 e_{11}}{(1 - R_0)\sigma} \operatorname{Im}(\dot{A}_{11}^e \dot{V}_{11}^*); \quad \eta_H(z) = \frac{\pi R_0 h_{11}}{(1 - R_0)\sigma} \operatorname{Im}(\dot{A}_{11}^m \dot{P}_{11}^*). \quad (3.14)$$

На основе сформулированной выше математической модели были получены и проанализированы варианты оптимальных по кпд ГБВ с однородным магнитным полем и периодическим гофрированным волноводом. Профиль волновода задавался как

$$B(z) = g_1 + g_2 \sin^2 \left(g_3 \pi \frac{z}{z_0} \right).$$

Вариант 1. ГБВ с тонким электронным потоком ($r_{vc} = 0$):

$$\beta_0 = 0,8; \quad F = 0,696; \quad k_{in} = 0,005; \quad g_1 = 4,338; \quad g_2 = 1,127; \quad g_3 = 35;$$

$$Z_0 = 31,14; \quad \sigma = 1,121; \quad \text{кпд} = \eta = \eta_e = \eta_H = 0,97.$$

На рис. 3.13 приведены интегральные характеристики этого варианта: $\beta_z(Z)$, $\eta(Z)$, $\eta_e(Z)$, $\eta_H(Z)$, а также профиль волновода $B(Z)$.

На рис. 3.14 приведены траектории электронов в поперечном сечении с разными номерами i (или разными фазами влета в область взаимодействия ($\omega t_{i0} = 2\pi i/N$)).

Анализ приведенных результатов указывает на следующее.

1. Общий кпд $\eta(Z_0)$ ГБВ с комбинированным взаимодействием предварительно прямолинейного РЭП со связанными вращающимися модами EH_{11} и HE_{11} периодически гофрированного волновода приближается к 100%, как и в одномодовом ГБВ [21]. С другой стороны, создание выходного конвертора, преобразующего составляющую EH_{11} в HE_{11} , не составляет проблемы (в [8] приведен пример расчета такого конвертора).

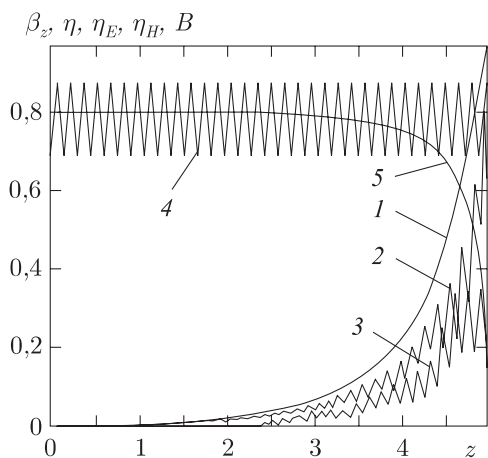


Рис. 3.13. Интегральные характеристики гиротона

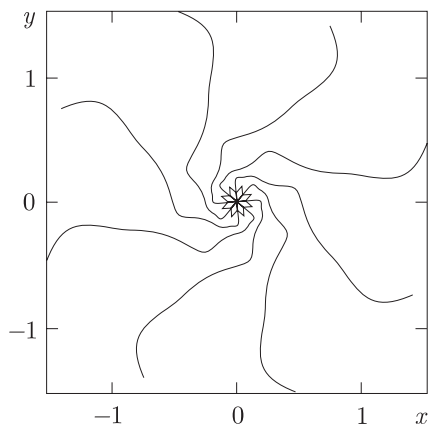


Рис. 3.14. Траектории электронов в поперечном сечении

2. Поперечные фазовые траектории электронов (см. рис. 3.14) конгруэнтны, как и в одномодовом ГВВ [21]. Это указывает на сохранение идеального механизма фазировки электронов (независимость от фазы влета) и в двухмодовом ГВВ.

3. Как видно из характера зависимостей $\eta_E(Z)$, $\eta_H(Z)$ (см. рис. 3.13), EH_{11} периодически частично преобразуется в HE_{11} и обратно. Во взаимодействии с РЭП для тонкого электронного потока основную роль играет волна EH_{11} , которая преобразуется потом в волну HE_{11} . Если выключить из рассмотрения волну HE_{11} , то кпд практически не изменится. Немного изменятся только ток и значение магнитостатического поля в связи с тем, что в гофрированном волноводе фазовые скорости волн EH_{11} и HE_{11} существенно разные. Если для EH_{11} -волны замедление довольно существенно, то для волны HE_{11} оно незначительно, так как радиус волновода для этой волны существенно превышает критический.

Вариант 2. ГВВ с широким РЭП ($r_{vc} = 1$):

$$\beta_0 = 0,8; \quad F = 0,541; \quad g_1 = 4,263; \quad g_2 = 0,969; \quad g_3 = 35; \\ Z_0 = 31,14; \quad \sigma = 1; \quad k_{in} = 0,0008877; \quad \text{кпд} = \eta = \eta_e = \eta_E + \eta_H = 0,58.$$

Для расчета ГВВ с широким электронным потоком с постоянной плотностью тока электронный поток разбивался на слои с радиусами ведущих центров, соответствующими одинаковым площадям электронных колец. Число колец задавалось от 3 до 7.

На рис. 3.15 приведены интегральные характеристики и $B(Z)$ этого варианта, на рис. 3.16 — фазовые траектории центрального и периферийных электронов РЭП в поперечном сечении.

Приведенные данные позволяют сделать следующий вывод.

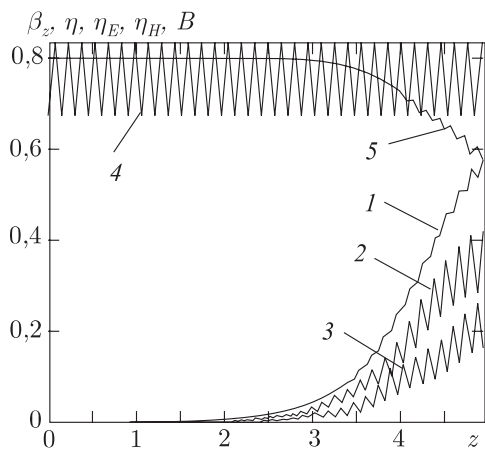


Рис. 3.15. Интегральные характеристики гиротона

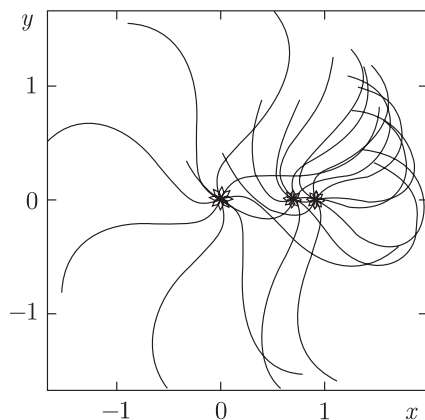


Рис. 3.16. Траектория электронов в поперечном сечении

1. Характер интегральных зависимостей $\beta_z(Z)$, $\eta(Z)$, $\eta_E(Z)$, $\eta_H(Z)$ остается тем же, что и в случае тонкого РЭП, хотя эффективность взаимодействия снижается.

2. Как видно из рис. 3.16, поперечные траектории периферийных электронов РЭП в отличие от центрального оказываются зависимыми от фазы влета.

3. КПД взаимодействия при этом снижается несравненно меньше, чем в резонансных гиротонах [2, 3]. Следовательно, ГБВ является существенно более высокочастотным прибором, чем резонансный гиротон. Например, если исходить из диаметра РЭП $d = 2,6$ мм, то для $r_{vc} = 1$ рабочая длина волны будет соответствовать $\lambda = 8$ мм.

Причиной такого превосходства ГБВ является то, что для периферийных электронов вступает в действие дополнительный вид взаимодействия — черенковский, подобный тому, который имеет место в обычной ЛБВ-О на гофрированном волноводе. Это подтверждает фазовая диаграмма, приведенная на рис. 3.17. Она указывает на четко выраженную продольную группировку электронов. Такого механизма, естественно, нет в резонансных гиротонах. Таким образом, в ГБВ на гофрированном волноводе для периферийных электронов имеет место комбинированный механизм взаимодействия — черенковско-гиротонный, благодаря чему поддерживается весьма высокая эффективность прибора.

Вариант 3. Релятивистский ГБВ с широким РЭП ($r_{vc} = 1$):

$$\beta_0 = 0,9672; \quad F = 1,063; \quad g_1 = 4; \quad g_2 = 0,866; \quad g_3 = 35; \\ Z_0 = 31,14; \quad \sigma = 1,06; \quad k_{in} = 0,005; \quad \text{КПД} = \eta = \eta_e = \eta_E + \eta_H = 0,78.$$

Как видно из этого варианта ГБВ, КПД прибора существенно возрос:

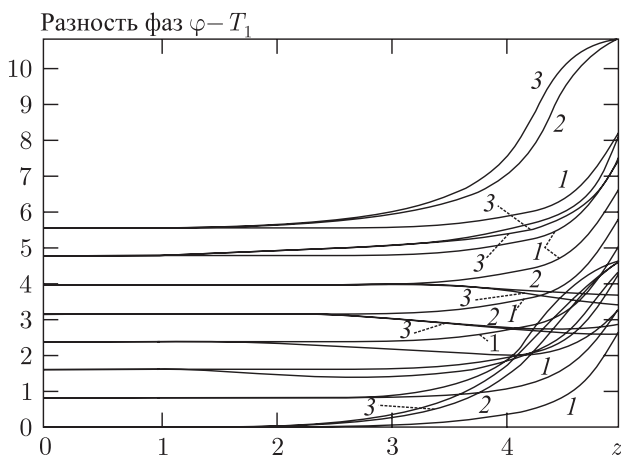


Рис. 3.17. Фазовые диаграммы

с 58 до 78% для одного и того же радиуса электронного потока. Следует отметить, что увеличение радиуса электронного потока с $r_{vc} = 1$ до $r_{vc} = 3$ уменьшает кпд всего до 52%. Другими словами, даже в случае когда электронный поток заполняет почти все поперечное сечение волновода ($r_{\text{мах волн}} = 3,8$), кпд не падает ниже 50%.

3.6. Оптимизированная по кпд нерегулярная ЛБВ с одноступенчатой рекуперацией

В основу математической модели положена нелинейная теория ЛБВ-О со спиральной нерегулярной замедляющей системой, различные аспекты которой развиты в работах [7, 10–12]. В модели учтены следующие существенные для ее полноты факторы: релятивизм; силы взаимодействия крупных частиц, моделирующих электронный поток (используется одномерная модель), включая самодействие крупной частицы; распределенные и сосредоточенные потери в системе; диэлектрические опоры спирали; толщина провода спирали; влияние высших гармонических составляющих сигнала; используются строгие уравнения возбуждения нерегулярной спиральной замедляющей системы. Используемые в модели основные безразмерные параметры приведены ранее [17]; $W = f/f_0$ — приведенная частота, f_0 — опорная частота; $\beta_0 = v_0/c$, v_0 — начальная скорость электронов, c — скорость света в пустоте; $V_\phi(z) = v_\phi(z)/v_0$, v_ϕ — фазовая скорость волны в замедляющей системе на первой гармонике сигнала; z — продольная координата частицы — электрона; $\rho_s(z) = R_s(z)/R_s(0)$ — относительное удельное сопротивление связи при $W = 1$, $R_s(z)$ — текущее значение R_s , $R_s(0)$ — значение при $z = 0$; $\varepsilon = \left(\frac{eI_0 R_s(0)}{8m_0 \pi^2 f_0^2} \right)^{1/3}$ — параметр усиления,

где e, m_0 — заряд и масса покоя электрона; $S_q = \frac{8\pi f_0^2 W \varepsilon}{\varepsilon_0 v_0 R_s(0)}$ — параметр пространственного заряда; ε_0 — диэлектрическая проницаемость; $S_z = K_{\mathcal{E}} \frac{1,75 \cdot 10^{-4} \beta_{\Phi}(0)(1 - \beta_{\Phi}^2(0))}{\beta_{\Phi}^2(T)(1 - \beta_{\Phi}^2(T))} \sqrt{\frac{W f_0}{c}}$ — параметр затухания в спирали на 1-й гармонике сигнала, $\beta_{\Phi} = v_{\Phi}/c$; $K_{\mathcal{E}}$ — для идеально гладкой спирали, в реальных конструкциях $K_{\mathcal{E}} = 2-5$.

Остановимся на особенностях задачи оптимизации ЛБВ с нерегулярной спиральной замедляющей системой и одноступенчатой рекуперацией по кпд. Пусть мощность электронного пучка, встраиваемого в область взаимодействия $P_0 = I_0 V_0$ (I_0 — ток пучка, А; V_0 — ускоряющее напряжение, В). Напряжению V_0 соответствует кинетическая энергия электрона $\varepsilon_0 = m_0 c^2 (\gamma_0 - 1)$, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$. При одноступенчатой рекуперации мощность от источника определяется как $P_u = I_0 V_u$. Здесь V_u — напряжение на коллекторе, которое определяется из условия неотражения от коллектора крупной частицы с минимальной скоростью β_{\min} .

$$\text{Тогда } P_u = P_0 \frac{\gamma_0 - \gamma_{\min}}{\gamma_0 - 1}, \quad \gamma_{\min} = (1 - \beta_{\min}^2)^{-1/2}.$$

Собственно электронный кпд η_e , рассчитанный по исходной мощности пучка P_0 , определяется как

$$\eta_e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\gamma_0 - \gamma_i(L)}{\gamma_0 - 1},$$

где n — число крупных частиц, принятое в расчете, L — длина области взаимодействия.

Технический кпд η_T при одноступенчатой рекуперации тогда должен рассчитываться как

$$\eta_T = \eta_e \frac{P_0}{P_u} = \frac{\eta_e (\gamma_0 - 1)}{\gamma_0 - \gamma_{\min}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\gamma_0 - \gamma_i(L)}{\gamma_0 - \gamma_{\min}}.$$

Структура η_T указывает на то, что непосредственно η_T не может служить целевой функцией в процедуре оптимизации: без дополнительных условий (весов) мы получим тривиальное решение: $\eta_e \rightarrow 0$, $\gamma_{\min} \rightarrow \gamma_0$, $\eta_T \rightarrow 1$.

Для придания смысла решению следует усилить вес η_e . Тогда целевая функция может быть задана в следующей форме:

$$F = \eta_T + \alpha \eta_e,$$

где α — выбираемый при оптимизации вес (значимость) η_e .

При параметрической оптимизации целевой функции F использовались градиентные методы с переменной метрикой [22].

Описанные модель и процедура оптимизации ЛБВ с нерегулярной

спиральной замедляющей системой реализованы в программе STOKS (Spiral Twt Optimization program of Kurayev and Sinitsyn). Эта программа использовалась для решения поставленной выше задачи.

Решение задачи оптимизации найдено при следующих заданных параметрах: $\lambda_0 = 6$ см ($f_0 = 5$ ГГц), $\beta_0 = 0,14$ ($V_0 = 5,083$ кВ). Ток пучка I_0 ограничивался значением 0,45 А (длинноимпульсный режим).

Параметры найденного оптимального варианта: $\eta_T = 83\%$, $\eta_e = 72\%$, $L = 14,9$ см, $I_0 = 0,42$ А. $P_{out} = 1461$ Вт, $K_y = 32$ дБ, $\varepsilon = 0,117$, $S_q = 2,63$, $S_z = 0,256$ в области поглотителя, на других участках $S_z = 0$. Затухание в локальном поглотителе 32 дБ, он расположен в промежутке $T = 0,54-0,64$.

На рис. 3.18 приведены оптимальные зависимости $V_\phi(z)$ и $\rho_s(z)$ рассматриваемого варианта.

На рис. 3.19 приведены необходимые для анализа зависимости $\eta_e(z)$ и функция фазовой группировки электронов на первой гармонике $G(z)$ при $W = 1$ [14]:

$$G(z) = \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos u_i \right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin u_i \right)^2 \right]^{1/2},$$

где $u_i = 2\pi f_0(t_i - z/v_i)$ — относительная фаза i -й частицы в сечении z , имеющей скорость v_i в момент t_i пересечения этого сечения.

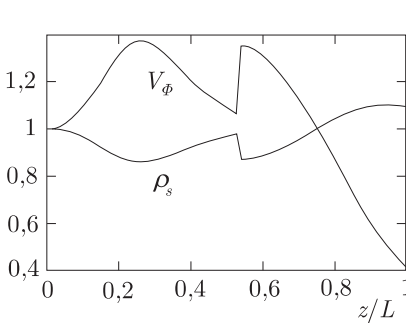


Рис. 3.18. Изменение V_ϕ и ρ_s вдоль ЛБВ

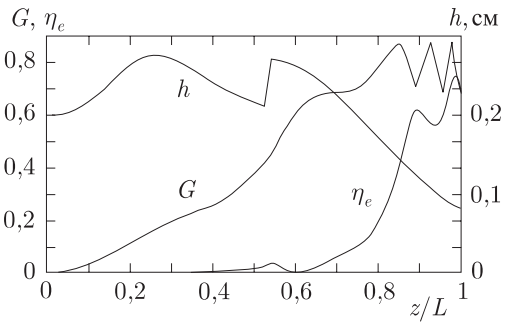


Рис. 3.19. Изменение h , G , η_e вдоль ЛБВ

На том же рисунке приведена зависимость $h(z)$ — шага спирали, рассчитанная по $V_\phi(z)$ с использованием методики работы [23] для следующей конструкции ЛБВ: радиус спирали $a = 0,22$ см, радиус электронного потока $b = 0,18$ см; диаметр провода спирали $d = 0,035$ см; диэлектрические опоры спирали представляют собой три диэлектрические трубки диаметром $D = 0,6$ см с $\varepsilon_r = 4$ [23].

Проанализируем зависимости, приведенные на рис. 3.18 и 3.19. Характерен ход оптимальных зависимостей $V_\phi(z)$, $h(z)$: вплоть до ло-

кального поглотителя ($z/L = 0,54$) повторяется типичный для режима захвата электронного сгустка вид $V_\phi(z)$ [14]. После локального поглотителя поле в спирали возбуждается вновь в соответствии с фазой хорошо сгруппированного сгустка (G здесь достаточно велика), который нужно «передвинуть» из тормозящей фазы ближе к центру фокусирующих сил поля, иначе при отдаче энергии он быстро распадется. Поэтому в области поглотителя происходит скачок V_ϕ и h , при этом после поглотителя $V_\phi > V_{\phi \text{ синхр}}$, чем и обеспечивается сопровождение сгустка с дальнейшим его уплотнением в поле фокусирующих сил [14]. Функция группировки G растет вплоть до $z/L = 0,85$, где уже начинается интенсивный отбор энергии при сопровождении сгустка в тормозящей фазе поля — $\eta_e(z)$ начинает быстро расти. Этому способствует повышение $\rho_s(z)$ на первой гармонике сигнала в этой области за счет уменьшения $h(z)$.

На рис. 3.20 приведена гистограмма энергетического распределения электронов на выходе области взаимодействия рассматриваемого варианта 2. Это распределение указывает на возможность заметного повышения технического кпд за счет рекуперации: на выходе имеются достаточно большие высокоэнергетические фракции электронного потока в диапазоне $V = 4000\text{--}6500$ В.

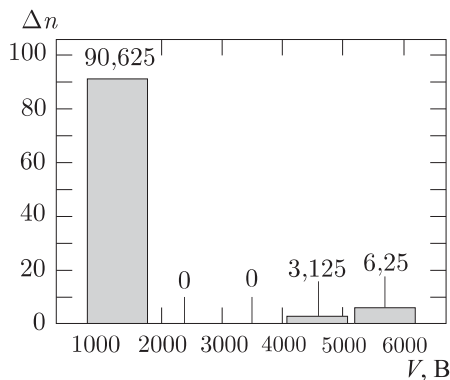


Рис. 3.20. Распределение электронов по энергиям на выходе ЛБВ

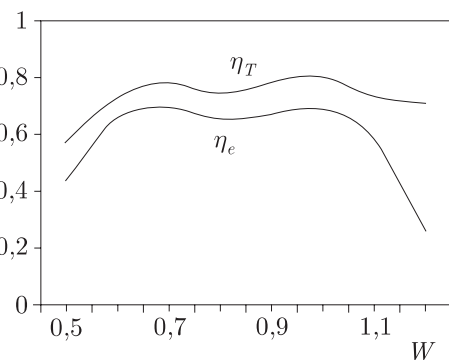


Рис. 3.21. Частотная характеристика ЛБВ

На рис. 3.21 приведена частотная характеристика оптимизированного варианта. Интересно отметить, что рекуперация позволяет заметно выровнять эту характеристику за счет подъема $\eta_T(z)$ в области низких и особенно высоких частот.

3.7. Исследование возбуждения высших гармонических составляющих в нерегулярной ЛБВ-О

Ввиду особенностей процессов усиления в широкополосных ЛБВ на спиральной ЗС создаются благоприятные условия для возбуждения наряду с усиливаемой волной на рабочей частоте ω волн кратной частоты $m\omega$, $m = 2, 3, 4 \dots$. Расчеты показывают, что в спектре тока сгруппированного электронного пучка амплитуды высших гармоник вплоть до $m \cong 10$ оказываются сравнимы с амплитудой основной. При этом фазовые скорости волн высших гармонических составляющих (ВГС) в спиральной ЗС различаются незначительно.

Основным селективным механизмом, позволяющим подавить в этих условиях возбуждение ВГ, выступает различие сопротивлений связи гармоник. Как показывает анализ, при уменьшении коэффициента заполнения $b = r_0/R_0$ (r_0 — радиус пучка, R_0 — внутренний радиус спирали) отношение R_{sm}/R_{s1} (R_{sm} — удельное сопротивление связи на m -й частоте) заметно уменьшается с ростом m и для обычно используемых геометрий спиралей и коэффициентов заполнения существенными оказываются лишь первые одна-три высшие гармоники ($m = 2, 3, 4$).

Уменьшая коэффициент заполнения b и увеличивая R_0 , можно в принципе подавить все ВГС, однако при этом уменьшается выходная мощность из-за уменьшения тока пучка, увеличивается длина и снижается кпд лампы из-за уменьшения сопротивления связи на основной частоте.

Поэтому задача подавления возбуждения ВГС при сохранении основных выходных характеристик ЛБВ (т.е. при реальных r_0 , R_0) является актуальной.

В регулярной спиральной ЛБВ основным управляющим фактором, кроме тех, которые изменяют соотношение сопротивлений связи, является величина рассинхронизма между скоростью электронов v_e и фазовой скоростью v_ϕ усиливаемой волны [15, 16]. Как показано в [16], за счет оптимального выбора рассинхронизма можно добиться некоторого минимального уровня отношения суммарной мощности ВГС к мощности основного сигнала $K_n = P_n/P_1$ при достижении насыщения основного сигнала на выходе ЛБВ.

Значительно большие возможности управления подавлением ВГС имеются в ЛБВ с ЗС в виде нерегулярной спирали. В этом случае при изменении шага спирали, обеспечивающем требуемый закон фазовой скорости $v_\phi(z)$ вдоль ЗС, изменяется и отношение R_{sm}/R_1 , что позволяет осуществлять поиск оптимального закона $v_\phi(z)$, обеспечивающего минимум K_n .

При использовании нерегулярной ЗС с оптимальным по кпд законом $v_\phi(z)$ обеспечивается более высокий уровень группирования по сравне-

нию с регулярной ЛБВ [17]. При этом возрастают и амплитуды высших гармоник, что способствует их более интенсивному возбуждению.

В работе [18] было показано, что в режиме «длинной» ЛБВ на сравнительно протяженном участке отбора энергии процесс взаимодействия электронного потока с полем волны на удвоенной частоте носит асинхронный характер, амплитуда этой волны с изменением z совершает колебания между нулем и некоторым значением, соизмеримым по величине с амплитудой основной волны. Поэтому в принципе можно подобрать условия так, что на удвоенной частоте выходной сигнал отсутствует. Однако при изменении этих условий максимум амплитуды второй гармоники может передвинуться к выходу ЛБВ. Поэтому, например, на амплитудной и частотной характеристиках будут наблюдаться колебания. Не ясна также и ранее не исследовалась роль более высоких гармоник, возбуждаемых в нерегулярной ЛБВ волн.

В настоящей работе на основе модели многочастотной нерегулярной спиральной ЛБВ выполнено исследование процессов усиления сигнала с учетом возбуждения волн кратных частот вплоть до $m = 4$. Особое внимание уделено режиму «коротких» ЛБВ, в которых отбор энергии происходит сразу после формирования сгустка на короткой длине области взаимодействия, поэтому затухание в спирали не учитывалось. Проведено сравнение интенсивности ВГС регулярной и нерегулярной ЛБВ.

За основу примем модель нерегулярной ЛБВ-О (3.1)–(3.7), описанную в разд. 3.4. Все расчеты проводились для $\beta_0 = 0,14 (U_0 \cong 5086 \text{ В})$.

Влияние возбуждения ВГС на процесс усиления основного сигнала. Как показали расчеты, учет влияния возбуждаемых ВГС приводит к заметному уменьшению кпд.

Так, в результате расчета по одночастотной модели был получен оптимальный вариант закона $V_\phi(z)$, обеспечивающий $\eta_1 = 0,73$ при $R_0 = 0,25$ см, $g_0 = 0,2$ см, $\theta_0 = 11,7$ см, $\varepsilon = 0,12$, $L = 21,7$ см, $I_0 = 0,2$ А, $A_0 = 0,051$, $K \cong 37$ дБ. Если при этих условиях учесть влияние возбуждения высших гармоник, то суммарный кпд снижается до $\eta_\Sigma = 0,69$, а кпд возбуждаемых волн распределяется следующим образом: $\eta_1 = 0,561$; $\eta_2 = 0,071$; $\eta_3 = 0,056$; $\eta_4 = 0,002$, т.е. кпд усиливаемой волны снижается на 17%, при этом $\approx 19\%$ выделяемой СВЧ мощности приходится на ВГС.

Как видим, мощности 2-й и 3-й гармоник примерно одинаковы, 4-й же гармоники — на порядок ниже. Более высокие гармоники практически не возбуждаются. Такое примерно соотношение наблюдалось во всех рассматриваемых здесь вариантах, поэтому в расчетах учитывались только три высшие гармоники.

Интенсивность возбуждения высших гармоник будем оценивать величиной $K_H = \frac{\eta_2 + \eta_3 + \eta_4 + \dots}{\eta_1} = \frac{P_M}{P_1}$ (коэффициент высших гармонических составляющих (КВГС)). Так, в приведенном варианте ко-

эффицент ВГС достаточно большой: $K_H = 0,23$. При нахождении оптимального закона $V_\phi(z)$ в качестве целевой функции выбиралась $\eta_{\max}[\eta_1(1) - \alpha K_H(1)]$, т.е. при максимизации кпд основного сигнала минимизировался K_H , α — весовая функция.

Анализ показывает, что в оптимальном режиме величина K_H при одинаковых ε, θ_0 в основном определяется соотношением сопротивлений связи на входе $R_{sm1} = R_{sm}^0/R_{s1}^0$, которые входят как параметры в уравнения (3.16). В приведенном варианте $R_{sm1} = 1; 0,8; 0,53; 0,37$.

Соотношения R_{sm1} определяются величиной соотношения $R_0, r_0, v_\phi(0)$. Влияние значений R_{sm1} на величину K_H можно видеть на примере следующих четырех вариантов, полученных при $\varepsilon = 0,13, \theta_0 \cong 10, K \cong 35$.

Вариант 1: $R_0 = 0,3; r_0 = 0,15; R_{sm1} = 1; 0,37; 0,098; 0,025; \eta_m = 0,64; 0,017; 0,002; 0,002; K_H = 0,032$.

Вариант 2: $R_0 = 0,25; r_0 = 0,125; R_{sm1} = 1; 0,53; 0,178; 0,056; \eta_m = 0,59; 0,06; 0,001; 0,000; K_H = 0,103$.

Вариант 3: $R_0 = 0,2; r_0 = 0,1; R_{sm1} = 1; 0,77; 0,31; 0,133; \eta_m = 0,517; 0,083; 0,005; K_H = 0,18$.

Вариант 4: $R_0 = 0,25; r_0 = 0,2; R_{sm1} = 1; 0,807; 0,530; 0,369; \eta_m = 0,528; 0,058; 0,030; 0,013; K_H = 0,19$.

Оптимальное распределение $V_\phi(z)$ для всех вариантов приблизительно одинаково и имеет типичный для оптимизированных по методу синхронного электрона ЛБВ-О вид [17].

С увеличением сопротивления связи гармоник их интенсивность возрастает. Прослеживается также уменьшение кпд основной гармоники при возрастании K_H . Типичное изменение характеристик взаимодействия вдоль нерегулярной ЛБВ представлено на рис. 3.22 для варианта 4. Характерный оптимальный закон изменения фазовой скорости, как видно на рис. 3.22, в, повторяется для всех гармоник. Сопротивление связи основной волны возрастает, а высших волн понижается к концу лампы, что способствует уменьшению K_H (рис. 3.22, г).

Интенсивность высших гармоник тока в сгруппированном электронном потоке достигает максимума несколько раньше, чем интенсивность основной (рис. 3.22, б). Амплитуды возбуждаемых ВГС, достигая некоторого максимального значения, либо стабилизируются, либо совершают колебания между нулем и этим значением.

Сравнительная характеристика возбуждения ВГС в регулярной и нерегулярной ЛБВ. Расчеты регулярной ЛБВ показали, что возбуждаемые высшие гармоники также приводят к заметному снижению кпд основной волны, а доля паразитных волн в спектре выходного сигнала больше, чем в нерегулярной.

При фиксированных $\theta_0, \varepsilon, \beta_0$ основным параметром, влияющим на кпд и K_H , в регулярной ЛБВ является рассинхронизм между скоростью электронов и фазовой скоростью волны, который в рассматриваемой модели описывается величиной $V_\phi = \text{const} \neq 1$. От величины V_ϕ даже

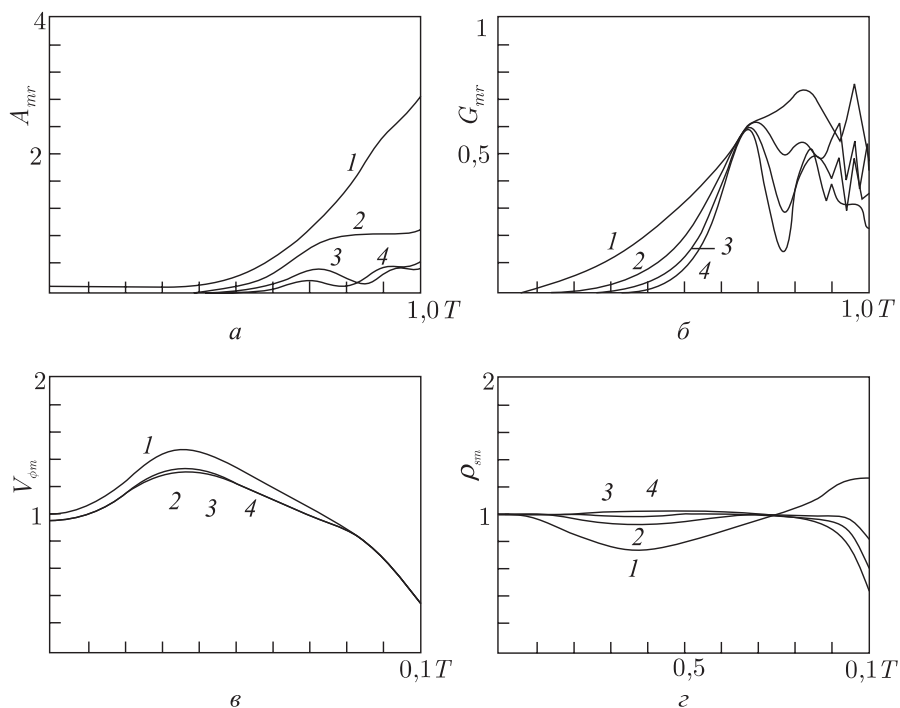


Рис. 3.22. Изменение характеристик взаимодействия вдоль нерегулярной ЛБВ

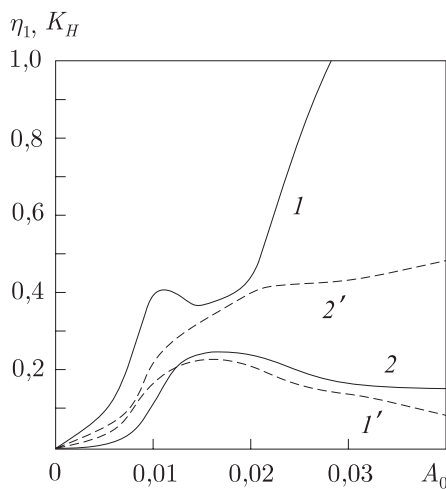


Рис. 3.23. Амплитудные характеристики регулярной и нерегулярной ЛБВ

при фиксированных R_0 и r_0 зависит соотношение сопротивлений связи спирали (R_{sm1}).

Для сравнения был подобран оптимизированный вариант регулярной ЛБВ, в котором соотношения R_{sm1} , а также ток пучка и коэффициент усиления примерно соответствуют варианту 4 нерегулярной ЛБВ.

Вариант 5: $\theta_0 = 7,5$; $\varepsilon_0 = 0,148$; $R_0 = 0,22$; $r_0 = 0,18$; $V_\phi = 0,9$; $R_{sm1} = 1$; $0,825$; $0,545$; $0,381$; $I_0 = 0,273$ А; $\eta_m = 0,224$; $0,050$; $0,021$; $0,012$; $K_H = 0,37$.

На рис 3.23 приведены амплитудные характеристики: варианта 5 — кривые 1,1' и варианта 4 (нерегулярная) — кривые 2,2'. Пунктирные кривые соответствуют кпд основной волны η_1 , сплошные — K_H .

При A_0 , соответствующих режиму насыщения основной гармоники, наблюдается минимум КВГС, после которого продолжается его монотонный рост и при некотором A_0 доля ВГС в спектре сравнима с энергией основной волны.

Кривые $K_H(A_0)$ для регулярной ЛБВ даже на линейном участке проходят значительно выше, чем для нерегулярной.

Таким образом, можно заключить, что использование нерегулярной спиральной ЗС является эффективным способом подавления возбуждения высших гармоник.

3.8. Спиральная замедляющая система с нерегулярной навивкой для спутниковых ЛБВ

Проблема повышения кпд спутниковых ЛБВ со спиральными замедляющими системами (ЗС) является весьма актуальной: как подсчитано в [24], повышение кпд ЛБВ в 54 космических ретрансляторах на 1% дает доход в 35 млн долл. в год. В работах [7, 8, 10–12] показана возможность увеличения электронного кпд от 40 до 70–80% за счет оптимизации нерегулярной спиральной ЗС. Однако в указанных работах использовались уравнения возбуждения, основанные на импедансном приближении [9], что приводит к дополнительной проблеме синтеза адекватного найденному оптимальному распределению фазовой скорости закона навивки спирали вдоль ЛБВ. Эта проблема осложняется еще и тем, что понятие фазовой скорости в нерегулярной линии приобретает локальный смысл.

В настоящем разделе развита строгая теория возбуждения волновода с постоянным радиусом спирали и произвольно меняющейся вдоль оси навивкой. На основе операции отображения исходного пространства в пространство, где спираль оказывается регулярной, и с использованием затем проекционной процедуры получены строгие уравнения возбуждения. Благодаря полученной модели, при решении задач оптимизации ЛБВ можно непосредственно оптимизировать функцию

навивки спирали, т.е. проблема синтеза нерегулярной оптимальной спиральной замедляющей системы снимается.

Рассмотрим спиральный волновод постоянного радиуса a' с нерегулярной навивкой в экране радиуса b' , возбуждаемый трубчатым электронным потоком, соосным с волноводом.

Поля в таком волноводе определяются уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}' = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \mathbf{J}'; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}' = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}, \quad (3.15)$$

где \mathbf{H}' , \mathbf{E}' — векторы напряженности магнитного и электрического полей, ε_0 и μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемость пустоты, $\mathbf{J} = -\sum_i \rho_i \mathbf{v}_i$ — плотность тока; \mathbf{v}_i — скорость электронов, ρ_i — плотность заряда i -й крупной частицы.

Движение i -й крупной частицы описывается уравнением

$$\frac{d\gamma \mathbf{v}_i}{dt} = \frac{e}{m_0} \left(\mathbf{E}' + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_i, \mathbf{B}'] \right), \quad (3.16)$$

где $\mathbf{B}' = \mu_0 \mathbf{H}'$ — индукция магнитного поля; e и m_0 — заряд и масса электрона; c — скорость света в пустоте; $\gamma = 1/\sqrt{1 - v_e^2/c^2}$.

Уравнения (3.15), (3.16) с соответствующими граничными условиями представляют самосогласованную систему, описывающую процессы генерации и усиления электромагнитных волн электронным потоком в нерегулярном спиральном волноводе.

При решении системы (3.15), (3.16) удобно перейти к следующим безразмерным переменным (ниже размерные переменные, имеющие одинаковое написание с безразмерными, помечены штрихом):

$$(r, x, y, z, b) = (r', x', y', z', b') \omega_0 / c, \quad \omega_0 t = \theta,$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}' / E_m, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}' / E_m, \quad \boldsymbol{\delta} = \mathbf{J} / (\varepsilon_0 \omega_0 E_m), \quad E_m = m_0 \omega_0 c / e,$$

где ω_0 — опорная частота. Безразмерные уравнения Максвелла принимают вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \theta} + \boldsymbol{\delta}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \theta}. \quad (3.17)$$

Граничные условия

$$\text{при } r = b: \quad [\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{E}] = 0;$$

$$\text{при } r = a: \quad E_z(a^-) = E_z(a^+); \quad E_\varphi(a^-) = E_\varphi(a^+); \quad (3.18)$$

$$E_z(a^\pm) + E_\varphi(a^\pm) \operatorname{ctg} \psi_s(z) = 0;$$

$$B_z(a^-) - B_z(a^+) + [B_\varphi(a^-) - B_\varphi(a^+)] \operatorname{ctg} \psi_s(z) = 0.$$

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом преобразования координат [5, 6], позволяющим трансформировать исходную задачу к задаче с регулярной спиралью, но в неоднородном и анизотропном пространстве.

Пусть в исходной системе координат (r, φ, z) навивка спирали определяется уравнением

$$\varphi = \int_0^z f(z) dz; \quad r = a. \quad (3.19)$$

Угол навивки $\psi_s(z)$ связан с функцией $f(z)$ следующим образом ($d\ell$ — элемент длины дуги спирали):

$$\frac{1}{\sin \psi_s} = \frac{d\ell}{dz} = \sqrt{1 + a^2 f^2(z)}, \quad \text{или} \quad \text{ctg} \psi_s = a f(z). \quad (3.20)$$

Преобразуем пространство, введя новую систему координат (ρ, φ, ζ) , связанную с исходной следующим образом:

$$r = \rho; \quad \varphi = \frac{\varphi}{f(0)z} \int_0^z f(z) dz = h(z)\varphi; \quad z = \zeta. \quad (3.21)$$

Ввиду того что $r = \rho$ и $z = \zeta$, ниже будем пользоваться r и z вместо ρ, ζ , где это не приводит к недоразумению. В новой системе координат навивка спирали регулярна:

$$\varphi = f_0 z; \quad r = a, \quad \psi_s^0 = \psi_s(0) = \text{const}.$$

Учитывая (3.20), радиус-вектор точки и его приращение в новой системе координат задаются как

$$\mathbf{r} = r \cos(h\varphi) \mathbf{x}_0 + r \sin(h\varphi) \mathbf{y}_0 + z \mathbf{z}_0, \quad d\mathbf{r} = dr \mathbf{a}_1 + d\varphi \mathbf{a}_2 + dz \mathbf{a}_3.$$

Определим основную систему векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ косоугольной системы координат (r, φ, z) :

$$\mathbf{a}_1 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial r} = \mathbf{r}_0; \quad \mathbf{a}_2 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} = r h \varphi_0; \quad \mathbf{a}_3 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z} = \mathbf{z}_0 + r \varphi h' \varphi_0.$$

Соответственно взаимная система векторов имеет вид

$$\mathbf{a}^1 = \frac{[\mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3]}{V} = \mathbf{r}_0; \quad \mathbf{a}^2 = \frac{[\mathbf{a}_3 \mathbf{a}_1]}{V} = \frac{\varphi_0 - r \varphi h' \mathbf{z}_0}{hr}; \quad \mathbf{a}^3 = \frac{[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2]}{V} = \mathbf{z}_0;$$

$$V = \mathbf{a}_1 [\mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3] = rh; \quad h' = \frac{dh}{dz}.$$

В принятой системе представим векторы $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \boldsymbol{\delta}$ (на примере \mathbf{E}) в виде

$$\mathbf{E} = E_1 \mathbf{a}^1 + E_2 \mathbf{a}^2 + E_3 \mathbf{a}^3 = E_r \mathbf{r}_0 + E_\varphi \varphi_0 + E_z \mathbf{z}_0. \quad (3.22)$$

Запишем теперь уравнения Максвелла (3.17) в новой системе координат:

$$\frac{1}{V} \left\{ \left(\frac{\partial B_3}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_2}{\partial z} \right) \mathbf{a}_1 + \left(\frac{\partial B_1}{\partial z} - \frac{\partial B_3}{\partial r} \right) \mathbf{a}_2 + \left(\frac{\partial B_2}{\partial r} - \frac{\partial B_1}{\partial \varphi} \right) \mathbf{a}_3 \right\} =$$

$$= \frac{dE_1}{d\theta} \mathbf{a}^1 + \frac{dE_2}{d\theta} \mathbf{a}^2 + \frac{dE_3}{d\theta} \mathbf{a}^3 + \delta_1 \mathbf{a}^1 + \delta_2 \mathbf{a}^2 + \delta_3 \mathbf{a}^3; \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \left\{ \left(\frac{\partial E_3}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_2}{\partial z} \right) \mathbf{a}_1 + \left(\frac{\partial E_1}{\partial z} - \frac{\partial E_3}{\partial r} \right) \mathbf{a}_2 + \left(\frac{\partial E_2}{\partial r} - \frac{\partial E_1}{\partial \varphi} \right) \mathbf{a}_3 \right\} = \\ = - \left(\frac{\partial B_1}{\partial \theta} \mathbf{a}^1 + \frac{\partial B_2}{\partial \theta} \mathbf{a}^2 + \frac{\partial B_3}{\partial \theta} \mathbf{a}^3 \right). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Используя далее свойство ортогональности основной и взаимной системы векторов $\mathbf{a}_i \mathbf{a}^j = \delta_{ij}$ и умножая скалярно уравнение (3.23) последовательно на $\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2, \mathbf{a}^3$, а уравнение (3.24) на $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ получим систему уравнений для компонент. После этого введем замену переменных (на примере E)

$$E_1 = E_\rho; \quad E_2 = r E_\varphi; \quad E_3 = E_\zeta$$

и вспомогательные векторы $\mathbf{E}^s, \mathbf{B}^s, \delta^s$:

$$\mathbf{E}^s = E_\rho \mathbf{r}_0 + E_\varphi \boldsymbol{\varphi}_0 + E_\zeta \mathbf{z}_0.$$

Связь между вспомогательными и физическими векторами имеет вид

$$E_r = E_\rho; \quad E_\varphi = E_\varphi / h; \quad E_z = E_\zeta - E_\varphi r \varphi h' / h. \quad (3.25)$$

Получим для них преобразованные уравнения Максвелла вида

$$\text{rot } \mathbf{B}^s = \hat{g} \left(\frac{\partial \mathbf{E}^s}{\partial \theta} + \delta^s \right), \quad \check{g} \text{rot } \mathbf{E}^s = - \frac{\partial \mathbf{B}^s}{\partial \theta}; \quad (3.26)$$

$$\hat{g} = V \begin{bmatrix} (\mathbf{a}^1 \mathbf{a}^1) & (\mathbf{a}^1 \mathbf{a}^2) & (\mathbf{a}^1 \mathbf{a}^3) \\ (\mathbf{a}^2 \mathbf{a}^1) & r(\mathbf{a}^2 \mathbf{a}^2) & (\mathbf{a}^2 \mathbf{a}^3) \\ (\mathbf{a}^3 \mathbf{a}^1) & (\mathbf{a}^3 \mathbf{a}^2) & (\mathbf{a}^3 \mathbf{a}^3) \\ \hline \frac{1}{r} & & \frac{1}{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1+(r\varphi h')^2}{h} & -r\varphi h' \\ 0 & -r\varphi h' & h \end{bmatrix};$$

$$\check{g} = \hat{g}^{-1} = \frac{1}{V} \begin{bmatrix} r(\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_1) & (\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2) & r(\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_3) \\ (\mathbf{a}_2 \mathbf{a}_1) & \frac{(\mathbf{a}_2 \mathbf{a}_2)}{r} & (\mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3) \\ r(\mathbf{a}_3 \mathbf{a}_1) & (\mathbf{a}_3 \mathbf{a}_2) & r(\mathbf{a}_3 \mathbf{a}_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f r 1 h & 0 & 0 \\ 0 & h & r\varphi h' \\ 0 & r\varphi h' & \frac{1+(r\varphi h')^2}{h} \end{bmatrix}.$$

Покомпонентная запись (3.26) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial B_\zeta}{\partial \varphi} - \frac{\partial r B_\varphi}{\partial z} \right) &= h \left(\frac{\partial E_\rho}{\partial \theta} + \delta_\rho \right); \\ \frac{\partial B_\rho}{\partial z} - \frac{\partial B_\zeta}{\partial r} &= \frac{1+(r\varphi h')^2}{h} \left(\frac{\partial E_\varphi}{\partial \theta} + \delta_\varphi \right) - r\varphi h' \left(\frac{\partial E_\zeta}{\partial \theta} + \delta_\zeta \right); \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r B_\varphi}{\partial r} - \frac{\partial B_\rho}{\partial \varphi} \right) &= -r\varphi h' \left(\frac{\partial E_\varphi}{\partial \theta} + \delta_\varphi \right) + h \left(\frac{\partial E_\zeta}{\partial \theta} + \delta_\zeta \right); \\ \frac{1}{hr} \left(\frac{\partial E_\zeta}{\partial \varphi} - \frac{\partial r E_\varphi}{\partial z} \right) &= - \frac{\partial B_\rho}{\partial \theta}; \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned}
 h \left(\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_\zeta}{\partial r} \right) + \varphi h' \left(\frac{\partial r E_\varphi}{\partial r} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} \right) &= -\frac{\partial B_\varphi}{\partial \theta}; \\
 r \varphi h' \left(\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_\zeta}{\partial r} \right) + \frac{1 + (r \varphi h')^2}{hr} \left(\frac{\partial r E_\varphi}{\partial r} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} \right) &= -\frac{\partial B_\zeta}{\partial \theta}.
 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Граничные условия (регулярные)

$$\begin{aligned}
 \text{при } r = b: \quad E_\zeta &= 0; \quad \frac{\partial B_\zeta}{\partial r} = 0; \\
 \text{при } r = a: \quad E_\zeta(a^-) &= E_\zeta(a^+); \quad E_\varphi(a^-) = E_\varphi(a^+); \\
 E_\zeta(a^\pm) + E_\varphi(a^\pm) a f(0) &= 0; \\
 B_\zeta(a^-) - B_\zeta(a^+) + [B_\varphi(a^-) - B_\varphi(a^+)] a f(0) &= 0.
 \end{aligned} \quad (3.29)$$

При решении (3.26)–(3.29) полагаем режим установившимся на рабочей частоте $\omega = W\omega_0$.

Представим искомое решение в системе (r, φ, z) в виде

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}^s &= \text{Re} \left[\sum_m (\dot{\mathbf{E}}_{tm} + \dot{\mathbf{E}}_{\zeta m}) e^{jmW\theta} \right]; \quad \mathbf{B}^s = \text{Re} \left[\sum_m (\dot{\mathbf{B}}_{tm} + \dot{\mathbf{B}}_{\zeta m}) e^{jmW\theta} \right]; \\
 \dot{\mathbf{E}}_{tm} &= \sum_n \dot{A}_{mn}(z) \mathbf{e}_{mn}; \quad \dot{\mathbf{B}}_{tm} = \sum_n \dot{B}_{mn}(z) \mathbf{h}_{mn}; \\
 \dot{\mathbf{E}}_{\zeta m} &= \sum_n \dot{C}_{mn}(z) \boldsymbol{\varphi}_{mn}; \quad \dot{\mathbf{B}}_{\zeta m} = \sum_n \dot{D}_{mn}(z) \boldsymbol{\psi}_{mn}.
 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Система базисных функций $\mathbf{e}_{mn}, \boldsymbol{\varphi}_{mn}, \mathbf{h}_{mn}, \boldsymbol{\psi}_{mn}$ для регулярной спирали с постоянной навивкой $\varphi = f(0)z$ и радиусом a в экране радиуса b , возбуждаемой на частоте mW , известна [19]:

$$\boldsymbol{\varphi}_{mn} = \varphi_{mn}^0(r) e^{-jn\varphi} \mathbf{z}_0, \quad \boldsymbol{\psi}_{mn} = \psi_{mn}^0(r) e^{-jn\varphi} \mathbf{z}_0, \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_{mn} &= [j e_{\rho mn}^0 \mathbf{r}_0 + e_{\varphi mn} \boldsymbol{\varphi}_0] e^{-jn\varphi} = \\
 &= \left[j \left(\frac{d\varphi_{mn}^0}{dr} - \alpha_{mn} n W m \frac{\psi_{mn}^0}{r} \right) \mathbf{r}_0 + \left(n \frac{\varphi_{mn}^0}{r} - \alpha_{mn} W m \frac{d\psi_{mn}^0}{dr} \right) \boldsymbol{\varphi}_0 \right] \frac{L_{zmn} e^{-jn\varphi}}{\chi_{mn}^2}; \\
 \mathbf{h}_{mn} &= [h_{\rho mn}^0 \mathbf{r}_0 + j h_{\varphi mn} \boldsymbol{\varphi}_0] e^{-jn\varphi} = \left[\left(-n W m \frac{\varphi_{mn}^0}{r} + \alpha_{mn} K_{zmn}^2 \frac{d\psi_{mn}^0}{dr} \right) \mathbf{r}_0 + \right. \\
 &\quad \left. + j \left(W n \frac{d\varphi_{mn}^0}{dr} - \alpha_{mn} n K_{zmn}^2 \frac{\psi_{mn}^0}{r} \right) \boldsymbol{\varphi}_0 \right] \frac{e^{-jn\varphi}}{\chi_{mn}^2}; \\
 \varphi_{mn}^0 &= \begin{cases} I_n(\chi_{mn} r), & 0 \leq r \leq a; \\ I_n(\chi_{mn} r) = I_n(\chi_{mn} a) \frac{I_n(\chi_{mn} r) K_n'(\chi_{mn} b) - I_n(\chi_{mn} b) K_n'(\chi_{mn} r)}{I_n(\chi_{mn} a) K_n'(\chi_{mn} b) - I_n(\chi_{mn} b) K_n(\chi_{mn} a)}, & a \leq r \leq b; \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\varphi_{mn}^0 = \begin{cases} I_n(\chi_{mn}r), & 0 \leq r \leq a; \\ iB_n(\chi_{mn}r) = I'_n(\chi_{mn}a) \frac{I_n(\chi_{mn}r)K'_n(\chi_{mn}b) - I'_n(\chi_{mn}b)K_n(\chi_{mn}r)}{I'_n(\chi_{mn}a)K'_n(\chi_{mn}b) - I'_n(\chi_{mn}b)K_n(\chi_{mn}a)}, & a \leq r \leq b; \end{cases}$$

$$K_{zmn} = W \frac{m}{\beta_{\varphi mn}}; \quad \chi_{mn} = \sqrt{K_{zmn}^2 - (Wm)^2};$$

$$\alpha_{mn} = \frac{I_n(\chi_{mn}a)}{I'_n(\chi_{mn}a)Wm} \left(\frac{\chi_{mn}}{af(0)K_{zmn}} + \frac{n}{\chi_{mn}a} \right).$$

Величины $\beta_{\varphi mn}$, а следовательно, K_{zmn} , χ_{mn} находятся из дисперсионного уравнения, обеспечивающего выполнение граничных условий при $r = a$:

$$\frac{Wmaf(0)}{\chi_{mn}} = \alpha_{mn}K_{zmn} \frac{I_{B_n}(\chi_{mn}a) - I_n(\chi_{mn}a)}{I'_{E_n}(\chi_{mn}a) - I'_n(\chi_{mn}a)} \left(1 + \frac{nK_{zmn}}{a} \right). \quad (3.32)$$

Амплитуды $\dot{A}(z)$, $\dot{C}_{mk}(z)$, $\dot{B}_{mk}(z)$, $\dot{D}_{mk}(z)$ ($m = 1, 2, \dots$; $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) компонент возбуждаемого поля (3.30) находятся из следующих проекционных соотношений:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^b \left\{ \text{rot}(\dot{\mathbf{B}}_{tm} + \dot{\mathbf{B}}_{\zeta m}) - jWm\hat{g}(\dot{\mathbf{E}}_{tm} + \dot{\mathbf{E}}_{\zeta m}) \right\} \left[\frac{\mathbf{e}_{mk}^*}{\varphi_{mk}^*} \right] r dr d\varphi = \\ = \int_0^{2\pi} \int_0^b \hat{g} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \delta^s e^{-jmW\theta} dW\theta \left[\frac{\mathbf{e}_{mk}^*}{\varphi_{mk}^*} \right] r dr d\varphi; \quad (3.33) \end{aligned}$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^b \left\{ \hat{g} \text{rot}(\dot{\mathbf{E}}_{tm} + \dot{\mathbf{E}}_{\zeta m}) + jWm(\dot{\mathbf{B}}_{tm} + \dot{\mathbf{B}}_{\zeta m}) \right\} \left[\frac{\mathbf{h}_{mk}^*}{\psi_{mk}^*} \right] r dr d\varphi = 0.$$

Используя закон сохранения заряда, токовые интегралы в (3.33) в предположении тонкого пучка преобразуем к виду

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^b \hat{g} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \delta^s e^{-jmW\theta} dW\theta \left[\frac{\mathbf{e}_{mk}^*}{\varphi_{mk}^*} \right] r dr d\varphi = \\ = -\frac{G_0}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \left[(a^1 f_{ri} + a^2 r_i f_{\varphi i} + a^3 f_{zi}) \frac{\beta_i}{\beta_{zi}} e^{-jWm\theta_i} \right]. \quad (3.34) \end{aligned}$$

Здесь $G_0 = \frac{I_0 \omega_0}{\pi \varepsilon_0 c^2 E_m}$, I_0 — ток пучка, $\mathbf{f}_i = \left[\frac{\mathbf{e}_{mk}^*}{\varphi_{mk}^*} \right]$, $\beta_i = \mathbf{v}_{ei}/c$, — относительные скорости Ne крупных частиц, которые описываются безразмерными уравнениями движения, полученными усреднением уравне-

ний (3.16):

$$\frac{d\gamma\beta_i}{dz} = -\frac{\mathbf{E} + [\beta_i\mathbf{B}] + [\beta_i\mathbf{F}] + S_q\mathbf{E}_q}{\beta_{zi}}; \quad \frac{d\mathbf{r}_{ti}}{dz} = \frac{\beta_{ti}}{\beta_{zi}}; \quad \frac{dW\theta_i}{dz} = \frac{W}{\beta_{zi}}, \quad (3.35)$$

где \mathbf{E}, \mathbf{B} — векторы возбуждаемого волнового поля в исходной системе, S_q — параметр пространственного заряда, \mathbf{F} — магнитостатическое фокусирующее поле.

Исходя из проекционных соотношений (3.33), (3.34), получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд в решении (3.30):

$$\dot{C}_{mk} = \frac{1}{I_{mk}^{11}} \left(\dot{B}_{mk} \frac{I_{mk}^{12}}{Wmh} + \frac{h'}{h} \sum_n \dot{A}_{mn} \dot{S}_{nk}^1 I_{mnk}^{13} + \frac{j_{mk}^c}{2\pi j Wmh} \right); \quad (3.36)$$

$$j_{mk}^c = -\frac{G_0}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \varphi_{mk}^0(r_i) e^{-j(Wm\theta_i - n\varphi_i)};$$

$$\frac{d\dot{A}_{mk}}{dz} = \frac{-j}{I_{mk}^{21}h - I_{mk}^{22}/h} \left[\dot{C}_{mk} \left(hI_{mk}^{23} - \frac{k}{h} I_{mk}^{24} \right) + \dot{B}_{mk} Wm I_{mk}^{25} + h' \sum_n \dot{A}_{mn} \dot{S}_{nk}^1 I_{mnk}^{26} \right]; \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \dot{D}_{mk} = \frac{-j}{Wm I_{mk}^{31}} & \left[\dot{A}_{mk} \frac{I_{mk}^{32}}{h} + \frac{h'^2}{h} \sum_n \dot{A}_n \dot{S}_{mnk}^2 I_{mnk}^{33} - \right. \\ & \left. - jh' \sum_n \left(\frac{d\dot{A}_{mn}}{dz} I_{mnk}^{34} + j\dot{C}_{mn} I_{mnk}^{35} \right) \dot{S}_{mnk}^1 \right]; \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{B}_{mk}}{dz} = \frac{1}{I_{mk}^{41}} & \left[\dot{D}_{mk} I_{mk}^{42} + jWm \dot{A}_{mk} (hI_{mk}^{43} + I_{mk}^{44}/h) + \right. \\ & \left. + jWm \left(\frac{h'^2}{h} \sum_n \dot{A}_{mn} \dot{S}_{mnk}^2 I_{mnk}^{45} - h' \sum_n \dot{C}_{mn} \dot{S}_{mnk}^1 I_{mnk}^{46} \right) + \frac{j_{mk}^B}{2\pi} \right]; \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$j_{mk}^B = \frac{-G_0}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \left[-j e_{\rho mk}^0(r_i) \frac{\beta_{ri}}{\beta_{zi}} + \frac{e_{\varphi mn}^0(r_i)}{h} \left(\frac{\beta_{\varphi i}}{\beta_{zi}} - r_i \varphi_i h' \right) \right] e^{-j(Wm\theta_i - n\varphi_i)}.$$

Здесь

$$\dot{S}_{nk}^1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi e^{j(k-n)\varphi} d\varphi;$$

$$\dot{S}_{nk}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi^2 e^{j(k-n)\varphi} d\varphi;$$

$$I_{mk}^{11} = \int_0^b (\varphi_{mk}^0)^2 r dr;$$

$$I_{mk}^{12} = \int_0^b \left[\frac{d}{dr} (r h_{\varphi mk}^0) + k h_{\rho mk}^0 \right] \varphi_k^0 dr;$$

$$\begin{aligned}
I_{mnk}^{13} &= \int_0^b e_{\varphi mn}^0 \varphi_{mk}^0 r^2 dr; & I_{mk}^{21} &= \int_0^b e_{\rho mk}^0 h_{\varphi mk}^0 r dr; \\
I_{mk}^{22} &= \int_0^b e_{\varphi mk}^0 h_{\rho mk}^0 r dr; & I_{mk}^{23} &= \int_0^b \frac{d\varphi_{mk}^0}{dr} h_{\varphi}^0 r dr; \\
I_{mk}^{24} &= \int_0^b \varphi_{mk}^0 h_{\rho mk}^0 dr; & I_{mk}^{25} &= \int_0^b (h_{\rho mk}^0)^2 (h_{\varphi mk}^0)^2 r dr; \\
I_{mnk}^{26} &= \int_0^b \left(ne_{\rho mn}^0 - \frac{dr e_{\varphi mn}^0}{dr} \right) h_{\varphi mk}^0 r dr; & I_{mk}^{31} &= \int_0^b (\psi_k^0)^2 r dr; \\
I_{mk}^{32} &= \int_0^b \left(ne_{\rho mk}^0 - \frac{dr e_{\varphi mk}^0}{dr} \right) \psi_{mk}^0 dr; & I_{mnk}^{33} &= \int_0^b \left(ne_{\rho mn}^0 - \frac{dr e_{\varphi mn}^0}{dr} \right) \psi_{mk}^0 r^2 dr; \\
I_{mk}^{41} &= \int_0^b (h_{\rho mk}^0 e_{\varphi mk}^0 - h_{\varphi mk}^0 e_{\rho mk}^0) r dr; & I_{mk}^{42} &= \int_0^b \left(\frac{d\psi_{mk}^0}{dr} e_{\varphi mk}^0 r + n \psi_{mk}^0 e_{\rho mk}^0 \right) dr; \\
I_{mk}^{43} &= \int_0^b (e_{\rho mk}^0)^2 r dr; & I_{mk}^{44} &= \int_0^b (e_{\varphi mk}^0)^2 r dr; \\
I_{mnk}^{45} &= \int_0^b e_{\varphi mn}^0 e_{\varphi mk}^0 r^3 dr; & I_{mnk}^{46} &= \int_0^b \varphi_{mn}^0 e_{\varphi mk}^0 r^2 dr.
\end{aligned}$$

3.9. ЛБВ с авторегулировкой замедления

Анализ различных способов повышения кпд в ЛБВ-О за счет изменения фазовой скорости волны вдоль области взаимодействия [7, 8, 10–12] указывает на то, что, несмотря на их различие в физических принципах и конечных результатах, общим для них всех является замедление холодной фазовой скорости волны в области отбора энергии от фазового сгустка электронов пучка.

Такие условия можно реализовать в ЛБВ с гипотетической замедляющей системой (ЗС), в которой фазовая скорость v_ϕ в сечении z полностью определяется амплитудой усиливаемого сигнала в том же сечении. Можно предположить, например, что в спиральную ЗС введены магнито-диэлектрические стержни из материала, электрические и магнитные свойства которого меняются при воздействии на него СВЧ поля, и это приводит к зависимости $v_\phi(E_m)$, где E_m — амплитуда СВЧ поля. Анализ характера $v_\phi(z)$ и $E_m(z)$ в вариантах оптимальных

ЛБВ-О с нерегулярной ЗС [7, 8] показывает, что до режима насыщения наблюдается монотонное возрастание E_m и одновременно убывание v_ϕ к концу области взаимодействия. Следовательно, нужно подбирать закон $v_\phi(E_m)$, при котором v_ϕ убывает с ростом E_m . Заметим, что для некоторых диэлектриков диэлектрическая проницаемость возрастает с увеличением E_m^2 , что приводит к замедлению волн.

В настоящей работе выполнены расчеты ЛБВ-О с ЗС, в которой принят закон $v_\phi = v_{\phi 0} - \alpha E_m^2(z)$. Получены оптимальные значения параметров $v_{\phi 0}$ и α , при которых реализуется кпд до 67%. Проведено сравнение характеристик такой ЛБВ-О и соответствующих характеристик регулярной ЛБВ-О с линейной ЗС.

Эффективность взаимодействия оценивается величиной волнового кпд η_v . Качество группировки оценивается функцией группировки G_g , представляющей нормированную амплитуду основной гармоники тока.

За основу в первом приближении примем модель нерегулярной ЛБВ-О, описанную в [17]. Будем рассматривать только усиление основной волны на рабочей частоте ω в нерегулярном волноводе (без учета встречной волны и полей гармоник $n\omega$) и запишем

$$E_{sz} = E_m(z) \sqrt{\rho_s(z, \omega)} \cos \left(\omega t - \int_0^z \frac{\omega}{v_\phi(z)} dz + \vartheta(z) \right). \quad (3.40)$$

Здесь E_m — амплитуда; ϑ — набег фазы (горячей), определяемый полем формирующегося сгустка электронов; $v_\phi(z)$ — фазовая скорость («холодная») собственной волны регулярного волновода сравнения, соответствующего сечению z нерегулярного волновода; $\rho_s = R_s(z, \omega)/R_{s0}$, $R_s(z, \omega)$ — удельное сопротивление связи [ом/м²] собственной волны регулярного волновода сравнения, $R_{s0} = R_s(0, \omega_0)$; ω_0 — опорная частота, выбранная для обезразмеривания, $z=0$ соответствует началу области взаимодействия.

В этом случае без учета затухания самосогласованные уравнения ЛБВ-О могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \frac{dV_i}{dT} &= -\frac{\varepsilon \theta_0}{V \gamma_i^3} \left[\sqrt{\rho_s(T)} A(T) \cos \psi_i - S_q F_{qi} \right]; \\ \frac{du_i}{dT} &= W \frac{\theta_0}{\varepsilon} \left(\frac{1}{V} - 1 \right); \quad \psi_i = u_i - W \frac{\theta_0}{\varepsilon} \int_0^T \frac{1 - V_\phi(T, W)}{V_\phi(T, W)} dT + \vartheta(T); \\ \frac{dA}{dT} &= 2\theta_0 \sqrt{\rho_s(T, W)} \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos \psi_i; \\ \frac{d\vartheta}{dT} &= -2\theta_0 \sqrt{\rho_s(T, W)} \frac{1}{AN} \sum_{i=1}^N \sin \psi_i; \quad i = 1, Ne; \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$V_i(0) = 1; \quad u_i(0) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi \frac{i-0,5}{Ne}; \quad A(0) = A_0; \quad v(0) = 0.$$

Здесь приняты следующие обозначения: $V_i = v_i/v_0$, v_i — скорости крупных частиц, v_0 — средняя скорость электронов на входе в ЗС; $u_i = \omega t - \frac{\omega}{v_0}z$ — фаза частицы; $V_\phi = v_\phi(z, \omega)/v_0$, $v_\phi(z, \omega)$ — закон изменения холодной фазовой скорости вдоль замедляющей системы; $W = \omega/\omega_0$; $T = z/L$, L — длина области взаимодействия ($0 \leq T \leq 1$); $\theta_0 = \varepsilon L \omega_0/v_0$ — параметр длины; $A = \frac{eE_m(z)}{m_0 \omega_0 v_0 \varepsilon^2}$ — безразмерная амплитуда,

$\varepsilon = \left(\frac{eI_0 R_{s0}}{2m_0 \omega_0^2} \right)^{1/3}$ — параметр усиления; e, m_0 — заряд и масса покоя

электрона; I_0 — ток пучка; $S_q = \frac{2\varepsilon W \omega_0^2}{\pi \varepsilon_0 c R_{s0} c^2 \beta_0^3} = 239,67 \frac{\varepsilon W \omega_0^2}{\beta_0^3 R_{s0} c^2}$ — параметр пространственного заряда, ε_0 — диэлектрическая постоянная, c — скорость света. Силовая функция F_{qi} рассчитывается по методу сеток.

Эффективность взаимодействия оценивается величиной волнового КПД

$$\eta_v = 0,25\varepsilon (A^2(T) - A_0^2) \frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0^2}.$$

Качество группировки удобно характеризовать функцией группировки

$$\text{Gr} = \frac{1}{N_e} \left[\left(\sum_{i=1}^{N_e} \cos \psi_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{N_e} \sin \psi_i \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Для исследования процессов в рассматриваемой ЛБВ зависимость сопротивления связи от фазовой скорости на частоте ω зададим такой же, как и для спирально проводящего цилиндра [19], и в выбранных переменных запишем его в виде

$$R_s(v_\phi, \omega) \cong 183 \frac{\omega^2}{c^2} \beta_{\phi\omega} \left(\frac{1}{\beta_{\phi\omega}^2} - 1 \right)^2 e^{-2(\omega/c)R_0 \sqrt{1/\beta_{\phi\omega}^2 - 1}} \times \\ \times \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} I_0^2 \left(\frac{\omega}{c} r \sqrt{\frac{1}{\beta_{\phi\omega}^2} - 1} \right) r dr. \quad (3.42)$$

Здесь $\beta_{\phi\omega} = \frac{v_\phi(z, \omega)}{c}$, v_ϕ — фазовая скорость собственной волны регулярного волновода сравнения в сечении z , R_0 — радиус спирали, r_0 — радиус электронного пучка.

Используя (3.42), получаем выражение для ρ_s :

$$\rho_s(z, W) = W^2 \frac{\beta_{\phi\omega}}{\beta_{\phi 0}} \frac{k_r^4}{k_{r0}^4} e^{-2(\omega_0/c)R_0(Wk_r - k_{r0})} \cdot \frac{\int_0^{r_0} I_0^2 \left(Wk_r \frac{\omega_0}{c} r \right) r dr}{\int_0^{r_0} I_0^2 \left(k_{r0} \frac{\omega_0}{c} r \right) r dr}. \quad (3.43)$$

Здесь $k_r = \sqrt{1/\beta_{\phi\omega}^2 - 1}$; $k_{r0} = \sqrt{1/\beta_{\phi0}^2 - 1}$; $\beta_{\phi0} = \beta_{\phi}(0, \omega_0)$. Интервалы в (3.42), (3.43) будем вычислять по приближенной формуле Симпсона:

$$\frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} I_0^2(dx) x dx \approx \frac{1}{3} \left(I_0^2(dr_0) + 2I_0^2\left(\frac{dr_0}{2}\right) \right), \quad d = \frac{\omega}{c} k_r.$$

Соотношения (3.40)–(3.43) представляют собой замкнутую систему уравнений, позволяющих рассчитывать характеристики нерегулярной ЛБВ-О в полосе частот.

При расчете ЛБВ с нелинейной ЗС положим, что значение фазовой скорости зависит от амплитуды волны по закону

$$V_{\phi} = V_{\phi0} - \alpha A^2(z). \quad (3.44)$$

Частотную зависимость можно учесть, если задать $V_{\phi0}(W)$, $\alpha(W)$. В настоящем предварительном исследовании, однако, ограничимся $V_{\phi0} = \text{const}$, $\alpha = \text{const}$. При расчете частотных характеристик учтем зависимости $\rho_s = (T, W)$, $S_q(W)$, $\psi(W)$.

При оптимизации ЛБВ-О с авторегулировкой замедления в качестве исходных были заданы $\beta_0 = 0,14$ ($u_0 = 5086,2$ В), $r_0 = 0,17$, $\lambda = 6 - ??$, $R_0 = 0,2$, $\theta_{0/E} = 75 \dots$. Другие параметры оптимизировались, и для них получены следующие значения: $I_0 = 0,368$ А ($S_q = 2,245$), $V_{\phi} = 1,08233$, $\alpha = 0,05824$, $\varepsilon = 0,11827$. При таких параметрах максимальный $\eta = 67\%$, $K_y = 38$ дБ.

Одновременно оптимизировались параметры аналогичной ЛБВ-О с линейной ЗС. Для нее найдено: $I_0 = 0,398$ А; $V_{\phi} = 1,081426$; $\alpha = 0$; $\varepsilon = 0,13116$. При таких параметрах максимальный $\eta = 40\%$, $K_y = 35$ дБ.

Сравнительные амплитудные характеристики этих ЛБВ приведены на рис. 3.24. Жирная кривая соответствует ЛБВ с авторегулировкой замедления, тонкая — обычной ЛБВ с линейной ЗС. Видно, что при любых входных сигналах ЛБВ с автоподстройкой замедления имеет преимущество в кпд перед обычной ЛБВ. Выигрыш в максимальных кпд в насыщении весьма существенен. При меньших входных сигналах этот выигрыш еще более высок (2 и более).

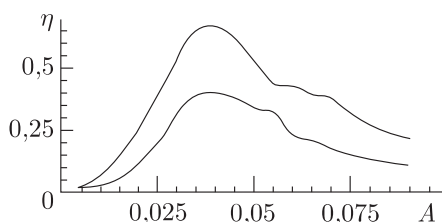


Рис. 3.24. Амплитудная характеристика

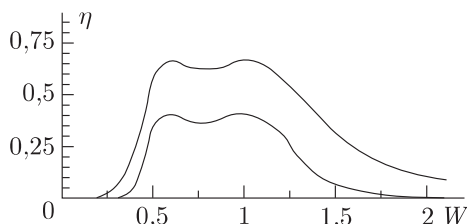


Рис. 3.25. Частотная характеристика

На рис. 3.25 приведены частотные характеристики ЛБВ с авторегулировкой замедления (верхняя кривая) и обычной оптимизированной регулярной ЛБВ (нижняя кривая). Очевиден выигрыш в полосе усиляемых частот (хотя и небольшой) в ЛБВ с авторегулировкой.

Различие процессов в той и другой ЛБВ поясняет рис. 3.26.

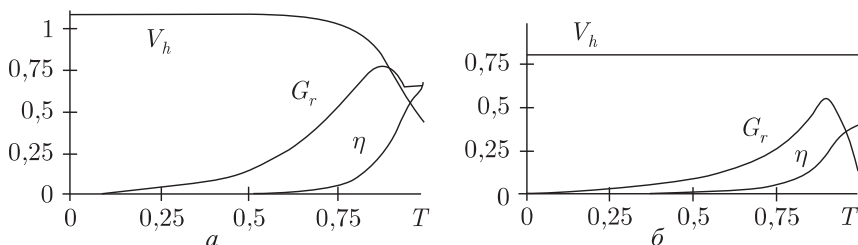


Рис. 3.26. Изменение характеристик вдоль ЛБВ

Здесь приведены зависимости $V_{\phi}''(T)$, $\rho_{s/2}(T)$, $G_r(T)$, $\eta(T)$ для обычной ЛБВ (рис. 3.26, а) и ЛБВ с авторегулировкой замедления при $A = 0,4$. Если в обычной ЛБВ V_{ϕ} остается постоянной и имеет уровень 0,81426, который соответствует оптимуму отбора энергии от электронного сгустка, то в ЛБВ с авторегулировкой усиления ситуация иная: начальное значение V_{ϕ} существенно выше, что способствует удержанию фазового сгустка электронов в центре фокусирующих сил поля; за счет этого группировка G_r значительно лучше, чем в обычной ЛБВ. Затем на участке отбора V_{ϕ} в нелинейной ЗС уменьшается и тормозящая фаза волны сопровождает отдающий энергию фазовый пакет электронов. Кроме того, несколько повышается и $\rho_s(T)$, что также способствует улучшению энергоотбора и увеличению кпд.

Таким образом, можно сделать вывод, что регулярная ЛБВ-О с оптимально подобранными нелинейными включениями (также регулярными) в ЗС в принципе может быть существенно эффективнее обычной регулярной ЛБВ с линейной ЗС и в определенной мере конкурентоспособной по кпд в сравнении с оптимизированной ЛБВ с нерегулярной ЗС.

Литература

1. Зрелов В.П. Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий. Кн. 1, 2. — М.: Атомиздат, 1968.
2. Кураев А.А. К расчету усилителя на релятивистском электронном потоке с магнитным модулятором // Радиотехника и электроника. — 1982. — Т. XXVII, №6. — С. 1231–1234.
3. Kurayev A.A., Sinitsyn A.K., Slepyan A.YA. Gyrotron // Int. J. Electronics. — 1996. — Vol. 80, №4. — P. 603–610.

4. Гуляев Ю.В., Кравченко В.Ф., Кураев А.А. Усилители на основе эффекта Вавилова–Черенкова с нерегулярными электродинамическими структурами // УФН. — 2004. — Т. 174, №6. — С. 639–655.
5. Пирс Дж. Лампа с бегущей волной. — М.: Сов. радио, 1952.
6. Слэтер Дж. Электроника сверхвысоких частот. — М.: Сов. радио, 1948.
7. Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. — М.: Радио и связь, 1986.
8. Кураев А.А., Байбурин В.Б., Ильин Е.М. Математические модели и методы оптимального проектирования СВЧ приборов. — Минск: Наука и техника, 1990.
9. Кураев А.А., Слепян Г.Я. К задаче оптимизации ЛБВ-О // Радиотехника и электроника. — 1983. — Т. 28, №7. — С. 1339–1346.
10. Кураев А.А., Соловей М.П., Слепян Г.Я. Характеристики оптимизированной по КПД ЛБВ-О с нерегулярной замедляющей системой // Радиотехника и электроника. — 1986. — Т. 31, №1. — С. 118–126.
11. Кураев А.А., Соловей М.П. Оптимизация ЛБВ-О с нерегулярной замедляющей системой // Радиотехника и электроника. — 1982. — Т. 27, №6. — С. 1234–1236.
12. Кураев А.А., Соловей М.П. Исследование оптимизированной по КПД ЛБВ-О с нерегулярной замедляющей системой // Радиотехника и электроника. — 1983. — Т. 28, №7. — С. 1019–1029.
13. Кураев А.А., Сеницын А.К. Автофазный режим лампы бегущей волны О-типа // Радиотехника и электроника. — 1989. — Т. 34, №6. — С. 1264–1279.
14. Кураев А.А., Сеницын А.К. Физические закономерности оптимальных по КПД процессов взаимодействия в лампах с бегущей волной О-типа // Радиотехника и электроника. — 1989. — Т. 34, №10. — С. 2166–2172.
15. Кац А.М., Ильина Е.М., Манькин Н.А. Нелинейные явления в СВЧ приборах О-типа с длительным взаимодействием. — М.: Сов. радио, 1975.
16. Кац А.М., Кудряшов В.П., Трубецков А.И. Сигнал в лампах с бегущей волной. — Саратов: СГУ, 1984.
17. Кураев А.А., Сеницын А.К. Математическое моделирование и проблема оптимизации по КПД ЛБВ-О // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. — 1997. — №1. — С. 61–71.
18. Кураев А.А., Кураев Н.А., Сеницын А.К. Влияние возбуждения второй гармоники в ЛБВ-О с нерегулярной замедляющей систе-

- мой // Радиотехника и электроника. — 1994. — Т. 39, №2. — С. 296–303.
19. Тараненко З.И., Трохименко Я.К. Замедляющие системы. — К.: Наука, 1965.
 20. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. — М.: Наука, 1964.
 21. Колосов С.В., Кураев А.А., Сеницын А.К. Гиротон бегущей волны: Теория и оптимизация // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2000. — Т. 5, №1. — С. 18–23.
 22. Кураев А.А., Ковалев И.С., Колосов С.В. Численные методы оптимизации в задачах электроники СВЧ. — Минск: Наука и техника, 1975.
 23. Навроцкий А.А., Сеницын А.К. // Радиотехника и электроника. — 1995. — Т. 40, №11. — С. 1696–1701.
 24. Abrams R.H., Levush B., Mondelli A.A., Parker R.K. Vacuum Electronics for the 21th century // IEEE Microwave Magazine. — 2001. — Vol. 2, №3. — P. 61–72.

Глава 4

НЕРЕГУЛЯРНЫЕ ВОЛНОВОДЫ

А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Синицын,
А. О. Рак, С. И. Яроменок

Неортогональные координатные системы. Дифференциальные операторы. Продольноазимутально нерегулярный волновод. Контравариантные компоненты уравнений Максвелла. Уравнение возбуждения произвольно-нерегулярного волновода сторонними токами. Самосогласованные нелинейные уравнения лампы бегущей волны О-типа с замедляющей системой в виде продольно-нерегулярного волновода. Уравнения возбуждения произвольно-нерегулярного коаксиального волновода. Уравнения возбуждения нерегулярных замедляющих систем. Нерегулярные волноводы с прямоугольным сечением. Теория и приложения. Т-функции для решения двухточечных задач в теории нерегулярных волноводов.

4.1. Неортогональные координатные системы

Пусть в заданной области $V(S)$ введены обобщенные криволинейные координаты u^1, u^2, u^3 так, что любая точка $P \in V$ определяется однозначно набором значений u^1, u^2, u^3 . В точке P определены три координатные поверхности

$$u^1 = \text{const}, \quad u^2 = \text{const}, \quad u^3 = \text{const}. \quad (4.1)$$

Пересечение двух поверхностей образует координатную кривую, вдоль которой меняется только одна координата.

Положение точки P определяется радиус-вектором \mathbf{r} , проведенным из начала отсчета. Как и точка P , \mathbf{r} является функцией криволинейных координат u^1, u^2, u^3 :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u^1, u^2, u^3). \quad (4.2)$$

Приращение вектора \mathbf{r} в соответствии с (4.2) определяется как

$$d\mathbf{r}(p) = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u^1} du^1 + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u^2} du^2 + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u^3} du^3. \quad (4.3)$$

Частные производные $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u^1}$ представляют собой приращение \mathbf{r} вдоль

касательных к координатным кривым в точке P

$$\mathbf{a}_1 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u^1}, \quad \mathbf{a}_2 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u^2}, \quad \mathbf{a}_3 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u^3}. \quad (4.4)$$

Длина и размерность координатных векторов зависят от характера криволинейных координат u^1, u^2, u^3 . Смешанные произведения базисных векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ дают объем V координатного параллелепипеда:

$$V = \mathbf{a}_1[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3] = \mathbf{a}_2[\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1] = \mathbf{a}_3[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2].$$

Взаимную систему векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ определим как

$$\mathbf{a}^1 = \frac{1}{V}[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3], \quad \mathbf{a}^2 = \frac{1}{V}[\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1], \quad \mathbf{a}^3 = \frac{1}{V}[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2]. \quad (4.5)$$

В соответствии с (4.5) \mathbf{a}^1 перпендикулярен плоскости, определяемой парой $(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$, \mathbf{a}^2 — парой $(\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1)$, \mathbf{a}^3 — парой $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$. Из определения (4.5) следует

$$\mathbf{a}^i \mathbf{a}_j = \delta_{ij}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j; \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (4.6)$$

Основная система векторов выражается через взаимную аналогично (4.5):

$$\mathbf{a}_1 = V[\mathbf{a}^2, \mathbf{a}^3], \quad \mathbf{a}_2 = V[\mathbf{a}^3, \mathbf{a}^1], \quad \mathbf{a}_3 = V[\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2]. \quad (4.7)$$

Дифференциал $d\mathbf{r}$ во взаимной системе записывается через приращения du_1, du_2, du_3 в направлении взаимных векторов:

$$d\mathbf{r} = \mathbf{a}^1 du_1 + \mathbf{a}^2 du_2 + \mathbf{a}^3 du_3. \quad (4.8)$$

Дифференциалы du_1, du_2, du_3 могут быть неполными в неортогональных системах. Приравнявая (4.3) (с учетом (4.4)) и (4.8), имеем

$$d\mathbf{r} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{a}_i du^i = \sum_{j=1}^3 \mathbf{a}^j du_j. \quad (4.9)$$

Используя (4.6) и умножая (4.9) скалярно на \mathbf{a}^i и затем на \mathbf{a}_j , получим

$$du_j = \sum_{i=1}^3 \mathbf{a}_j \mathbf{a}_i du^i; \quad du^i = \sum_{j=1}^3 \mathbf{a}^i \mathbf{a}^j du_j. \quad (4.10)$$

Обозначим скалярные произведения основных и взаимных векторов, входящие в (4.10):

$$g_{ij} = \mathbf{a}_i \mathbf{a}_j = g_{ji}, \quad g^{ij} = \mathbf{a}^i \mathbf{a}^j = g^{ji}. \quad (4.11)$$

Тогда компоненты $d\mathbf{r}$ в основной и взаимной базисных системах будут связаны следующим образом:

$$du_j = \sum_{i=1}^3 g_{ji} du^i; \quad du^i = \sum_{j=1}^3 g^{ij} du_j. \quad (4.12)$$

Любой вектор \mathbf{F} , как и $d\mathbf{r}$, может быть разложен на компоненты как в основной, так и во взаимной базисных системах:

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^3 f^i \mathbf{a}_i = \sum_{j=1}^3 f_j \mathbf{a}^j, \quad (4.13)$$

где $f^i = \mathbf{F} \mathbf{a}^i$, $f_j = \mathbf{F} \mathbf{a}_j$. Последнее поясним:

$$\mathbf{F} \mathbf{a}^i = \sum_{j=1}^3 f_j \mathbf{a}_j \mathbf{a}^i = f^i \quad (\text{с учетом (4.6)}), \quad \mathbf{F} \mathbf{a}_j = \sum_{i=1}^3 f^i \mathbf{a}^i \mathbf{a}_j = f_j. \quad (4.14)$$

Аналогично (4.10) связи f_j и f^i выражаются в виде

$$f_j = \sum_{i=1}^3 q_{ji} f^i, \quad f^i = \sum_{j=1}^3 q^{ij} f_j. \quad (4.15)$$

Итак, можно записать

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^3 (\mathbf{F} \mathbf{a}^i) \mathbf{a}_i = \sum_{j=1}^3 (\mathbf{F} \mathbf{a}_j) \mathbf{a}^j. \quad (4.16)$$

Проекции f_i называются *ковариантными* компонентами вектора \mathbf{F} , f^i — *контравариантными*.

Введем безразмерные единичные векторы \mathbf{I}_i :

$$\mathbf{I}_i = \frac{\mathbf{a}_i}{\sqrt{\mathbf{a}_i \mathbf{a}_i}} = \frac{1}{\sqrt{g_{ii}}} \mathbf{a}_i. \quad (4.17)$$

Тогда

$$\mathbf{F} = F_1 \mathbf{I}_1 + F_2 \mathbf{I}_2 + F_3 \mathbf{I}_3, \quad (4.18)$$

где $F_i = \sqrt{g_{ii}} f^i$ — физические компоненты вектора \mathbf{F} , имеющие ту же размерность, что и сам вектор \mathbf{F} .

4.2. Дифференциальные операторы

Приведем без доказательства формулы основных дифференциальных операторов электродинамики.

Градиент скалярной функции $\varphi(u^1, u^2, u^3)$ в точке P

$$\text{grad } \varphi = \sum_{i=1}^3 \mathbf{a}^i \frac{\partial \varphi}{\partial u^i}. \quad (4.19)$$

Здесь градиент записан с использованием взаимной системы базисных векторов. Естественно, \mathbf{a}^i могут быть выражены через \mathbf{a}_i путем преобразования

$$\mathbf{a}^i = \sum_{j=1}^3 g^{ij} \mathbf{a}_j. \quad (4.20)$$

Дивергенция векторной функции $\mathbf{F}(u^1, u^2, u^3)$ в точке P :

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial u^i} (f^i \sqrt{g}). \quad (4.21)$$

Здесь f^i — контравариантные проекции \mathbf{F} , $f^i = \mathbf{F} \mathbf{a}^i$,

$$g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix}, \quad \sqrt{g} = \mathbf{a}_1[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3] = V.$$

Ротор вектора \mathbf{F}

$$\operatorname{rot} \mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{g}} \left\{ \left(\frac{\partial f_3}{\partial u^2} - \frac{\partial f_2}{\partial u^3} \right) \mathbf{a}_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial u^3} - \frac{\partial f_3}{\partial u^1} \right) \mathbf{a}_2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial u^1} - \frac{\partial f_1}{\partial u^2} \right) \mathbf{a}_3 \right\}. \quad (4.22)$$

Здесь $f_i = \mathbf{F} \mathbf{a}_i$ — ковариантные проекции \mathbf{F} .

Оператор Лапласа от скалярной функции $\varphi(u^1, u^2, u^3)$

$$\Delta \varphi = \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial u^i} \left(g^{ij} \sqrt{g} \frac{\partial \varphi}{\partial u^j} \right). \quad (4.23)$$

4.3. Продольно-азимутально нерегулярный волновод. Контравариантные компоненты уравнений Максвелла

Рассмотрим произвольно нерегулярный прямолинейный волновод (продольно-азимутально нерегулярный волновод). Пусть внутренняя граница такого волновода задается следующей произвольной гладкой функцией:

$$b = b(\varphi, z). \quad (4.24)$$

Введем $\rho = r/b$, тогда радиус-вектор внутренней точки P может быть задан как

$$\mathbf{r}(\rho, \varphi, z) = z \mathbf{z}_0 + \rho b (\mathbf{x}_0 \cos \varphi + \mathbf{y}_0 \sin \varphi). \quad (4.25)$$

В соответствии с (4.4) имеем

$$\mathbf{a}_1 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \rho} = b \mathbf{r}_0; \quad \mathbf{a}_2 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} = \varphi_0 \rho b + \mathbf{r}_0 \rho \frac{\partial b}{\partial \varphi}; \quad \mathbf{a}_3 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z} = \mathbf{z}_0 + \mathbf{r}_0 \rho \frac{\partial b}{\partial z}. \quad (4.26)$$

Соответственно $V = \mathbf{a}_1[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3] = \mathbf{a}_2[\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1] = \mathbf{a}_3[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2] = b^2\rho$. Тогда в соответствии с (4.5) система взаимных векторов имеет вид

$$\begin{aligned}\mathbf{a}^1 &= \frac{1}{b^2} \left(\mathbf{r}_0 b - \varphi_0 \frac{\partial b}{\partial \varphi} - z_0 \rho b \frac{\partial b}{\partial z} \right), \\ \mathbf{a}^2 &= \varphi_0 \frac{1}{b} \rho, \quad \mathbf{a}^3 = \mathbf{z}_0.\end{aligned}\quad (4.27)$$

Запишем первое уравнение Максвелла, используя основную (4.26) и взаимную (4.27) системы векторов. При этом для сохранения привычных выражений для компонент $\text{rot } \mathbf{H}$ в цилиндрической системе координат введем «расчетные» (со штрихом) компоненты векторов $\mathbf{H} = H'_\rho \mathbf{a}^1 + \rho H'_\varphi \mathbf{a}^2 + H'_z \mathbf{a}^3$ (т.е. ковариантные проекции векторов связаны с расчетными как $H_2 = \mathbf{H} \mathbf{a}_2 = \rho H'_\varphi$, $H'_\rho = H_1$, $H'_z = H_3$), $\mathbf{E} = E'_\rho \mathbf{a}^1 + \rho E'_\varphi \mathbf{a}^2 + E'_z \mathbf{a}^3$ и т.д. Тогда

$$\begin{aligned}\text{rot } \mathbf{H} &= \\ &= \frac{\rho}{\sqrt{g}} \left\{ \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial H'_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H'_\varphi}{\partial z} \right) \mathbf{a}_1 + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial H'_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H'_z}{\partial \rho} \right) \mathbf{a}_2 + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho H'_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial H'_\rho}{\partial \varphi} \right) \mathbf{a}_3 \right\} = \\ &= \varepsilon_a \left\{ \frac{\partial E'_\rho}{\partial t} \mathbf{a}^1 + \frac{\partial(\rho E'_\varphi)}{\partial t} \mathbf{a}^2 + \frac{\partial E'_z}{\partial t} \mathbf{a}^3 \right\} + \delta'_\rho \mathbf{a}^1 + \rho \delta'_\varphi \mathbf{a}^2 + \delta'_z \mathbf{a}^3.\end{aligned}\quad (4.28)$$

Умножая обе части (4.28) скалярно последовательно на взаимные векторы $\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2, \mathbf{a}^3$, получаем контравариантные проекции уравнений Максвелла в следующей форме:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho} \frac{\partial H'_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H'_\varphi}{\partial z} &= \\ &= \frac{\sqrt{g}}{\rho} \left\{ \varepsilon_a \frac{\partial}{\partial t} (g^{11} E'_\rho + g^{12} \rho E'_\varphi + g^{13} E'_z) + g^{11} \delta'_\rho + g^{12} \rho \delta'_\varphi + g^{13} \delta'_z \right\}; \\ \frac{\partial H'_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H'_z}{\partial \rho} &= \\ &= \sqrt{g} \left\{ \varepsilon_a \frac{\partial}{\partial t} (g^{21} E'_\rho + g^{22} \rho E'_\varphi + g^{23} E'_z) + g^{21} \delta'_\rho + g^{22} \rho \delta'_\varphi + g^{23} \delta'_z \right\}; \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho H'_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial H'_\rho}{\partial \varphi} &= \\ &= \frac{\sqrt{g}}{\rho} \left\{ \varepsilon_a \frac{\partial}{\partial t} (g^{31} E'_\rho + g^{32} \rho E'_\varphi + g^{33} E'_z) + g^{31} \delta'_\rho + g^{32} \rho \delta'_\varphi + g^{33} \delta'_z \right\}.\end{aligned}\quad (4.29)$$

В векторной форме уравнение (4.29) можно теперь записать в виде

$$\text{rot } \mathbf{H}' = \varepsilon_a \hat{g} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \hat{g} \boldsymbol{\delta}', \quad (4.30)$$

где

$$\hat{g} = \sqrt{g} \begin{pmatrix} \frac{g^{11}}{\rho} & g^{12} & \frac{g^{13}}{\rho} \\ g^{21} & \rho g^{22} & g^{23} \\ \frac{g^{31}}{\rho} & g^{32} & \frac{g^{33}}{\rho} \end{pmatrix};$$

$$\sqrt{g} = V = b^2 \rho, \quad g^{11} = \frac{1}{b^4} \left(b^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial \varphi} \right)^2 + \rho^2 b^2 \left(\frac{\partial b}{\partial z} \right)^2 \right); \quad g^{22} = \frac{1}{(b\rho)^2},$$

$$g^{33} = 1, \quad g^{12} = -\frac{1}{b^3 \rho} \frac{\partial b}{\partial \varphi} = g^{21}; \quad g^{13} = -\frac{\rho}{b} \frac{\partial b}{\partial z} = g^{31}, \quad g^{23} = g^{32} = 0.$$

Аналогичные преобразования приводят к следующей форме второго уравнения Максвелла:

$$\text{rot } \mathbf{E}' = -\mu_a \hat{g} \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t} - \hat{g} \boldsymbol{\delta}'^M. \quad (4.31)$$

С учетом формул (4.17), (4.18) физические компоненты векторов \mathbf{H} , \mathbf{E} , $\boldsymbol{\delta}$, $\boldsymbol{\delta}'^M$ могут быть записаны как (выпишем только \mathbf{H} , остальные записи идентичны)

$$H_r = \frac{H'_\rho}{b}; \quad H_\varphi = \frac{H'_\varphi}{b} - \frac{H'_\rho}{b^2} \frac{\partial b}{\partial \varphi}; \quad H_z = H'_z - H'_\rho \frac{\rho}{b} \frac{\partial b}{\partial z}. \quad (4.32)$$

В новой системе координат ρ , φ , z внутренняя граница произвольно-нерегулярного волновода $b(\varphi, z)$ преобразуется в границу регулярного цилиндра с внутренней границей $\rho = 1$. Таким образом, граничные условия для уравнений (4.30), (4.31) в новой системе координат в случае идеальной проводимости стенок приобретают простейший вид

$$[\rho_0, \mathbf{E}']|_{\rho=1} = 0. \quad (4.33)$$

4.4. Уравнение возбуждения произвольно-нерегулярного волновода сторонними токами

Прежде чем переходить к решению (4.30), (4.31), (4.33), целесообразно для улучшения его сходимости выделить в (4.30), (4.31) электростатическую часть поля, содержащую разрыв первой производной \mathbf{E}' , и магнитостатическую, содержащую разрыв \mathbf{H}' .

При этом динамическая задача имеет вид

$$\text{rot } \mathbf{H}_1 = \varepsilon_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} + \hat{g} \boldsymbol{\delta}_1, \quad \text{rot } \mathbf{E}_1 = -\mu_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{H}_1}{\partial t} - \hat{g} \boldsymbol{\delta}_1^M; \quad (4.34)$$

$$[\mathbf{n}', \mathbf{E}_1]|_{\rho=1} = 0. \quad (4.35)$$

Здесь

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\delta}_1 &= \boldsymbol{\delta}' - \varepsilon_0 \text{grad} \left(\frac{\partial \Phi'_e}{\partial t} \right), & \mathbf{E}_1 &= \mathbf{E}' + \text{grad} \Phi'_e, \\ \boldsymbol{\delta}_1^M &= \boldsymbol{\delta}'^M - \mu_0 \text{grad} \left(\frac{\partial \Phi'_M}{\partial t} \right), & \mathbf{H}_1 &= \mathbf{H}' + \text{grad} \Phi'_M.\end{aligned}$$

Существенно, что $\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1$ — непрерывные на границе источников векторы. Остановимся на решении задачи (4.34), (4.35). Представим

$$\mathbf{E}_{1t} = \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{tm} e^{jm\omega t}, \quad \mathbf{E}_{1z} = \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{zm} e^{jm\omega t},$$

где

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{E}}_{tm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \left(\dot{A}_{mni}^e(z) \mathbf{e}_{ni}^e + \dot{A}_{mni}^M(z) \mathbf{e}_{ni}^M \right), & \dot{\mathbf{E}}_{zm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \dot{C}_{mni}(z) \varphi_{ni} \mathbf{a}^3, \\ \mathbf{H}_{1t} &= \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{H}}_{tm} e^{jm\omega t}, & \mathbf{H}_{1z} &= \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{H}}_{zm} e^{jm\omega t}, \\ \dot{\mathbf{H}}_{tm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \left(\dot{B}_{mni}^e(z) \mathbf{h}_{ni}^e + \dot{B}_{mni}^M(z) \mathbf{h}_{ni}^M \right), & \dot{\mathbf{H}}_{zm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \dot{H}_{mni}(z) \psi_{ni} \mathbf{a}^3.\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}\varphi_{ni} &= J_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}, & \psi_{ni} &= J_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}; \\ \mathbf{e}_{ni}^e &= \rho_0 \nu_{ni} J'_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi} + \varphi_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}; \\ \mathbf{e}_{ni}^M &= \rho_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi} - \varphi_0 \mu_{ni} J'_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}; \\ \mathbf{h}_{ni}^e &= -\rho_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi} + \varphi_0 \nu_{ni} J'_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}; \\ \mathbf{h}_{ni}^M &= \rho_0 \mu_{ni} J'_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi} + \varphi_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}, \\ J_n(\nu_{ni}) &= 0, & J'_n(\mu_{ni}) &= 0.\end{aligned}$$

Амплитуды $\dot{A}_{mni}^e(z), \dot{A}_{mni}^M(z), \dot{B}_{mni}^e(z), \dot{B}_{mni}^M(z), \dot{C}_{mni}(z), \dot{H}_{mni}(z)$ определим из следующих проекционных равенств, эквивалентных (4.34):

$$\begin{aligned}\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) - jm\omega \varepsilon_0 \hat{g}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) \} \mathbf{e}_{-ni}^e \rho d\rho d\varphi = \\ = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^1 \hat{g} \boldsymbol{\delta}_1 \mathbf{e}_{-ni}^e e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t; \quad (4.36)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) - jm\omega\varepsilon_0 \hat{g}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) \} \mathbf{e}_{-ni}^M \rho d\rho d\varphi = \\
= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta_1 \mathbf{e}_{-ni}^M e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t; \quad (4.37)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) - jm\omega\varepsilon_0 \hat{g}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) \} \varphi_{-ni} \mathbf{a}^3 \rho d\rho d\varphi = \\
= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta_1 \mathbf{a}^3 \varphi_{-ni} e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t; \quad (4.38)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) \} \mathbf{h}_{-ni}^e \rho d\rho d\varphi = \\
= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta_1^M \mathbf{h}_{-ni}^e e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t; \quad (4.39)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) \} \mathbf{h}_{-ni}^M \rho d\rho d\varphi = \\
= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta_1^M \mathbf{h}_{-ni}^M e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t; \quad (4.40)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) \} \psi_{-ni} \mathbf{a}^3 \rho d\rho d\varphi = \\
= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta_1^M \mathbf{a}^3 \psi_{-ni} e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t. \quad (4.41)
\end{aligned}$$

Правые части уравнений возбуждения (4.36)–(4.41) (интегралы возбуждения) записаны в общем случае, когда координаты источников могут меняться во времени, т. е. $\rho = \rho(t)$, $\varphi = \varphi(t)$, $z = z(t)$. Причем эти зависимости могут содержать и негармонические составляющие.

Уравнения (4.36)–(4.41) образуют полную систему ОДУ первого порядка, определяющую искомые коэффициенты разложения $\dot{A}_{mni}^e(z)$, $\dot{A}_{mni}^M(z)$, $\dot{B}_{mni}^e(z)$, $\dot{B}_{mni}^M(z)$, $\dot{C}_{mni}^e(z)$, $\dot{H}_{mni}(z)$.

Иначе говоря, уравнения (4.36)–(4.41) представляют собой систему уравнений возбуждения динамических полей волновода произвольной нерегулярной конфигурации, возбуждаемого негармоническими электрическими и магнитными токами источников.

4.5. Самосогласованные нелинейные уравнения лампы бегущей волны О-типа с замедляющей системой в виде продольно-нерегулярного волновода

Введем в решение общей задачи возбуждения нерегулярного волновода следующие условия и упрощения.

1. Поскольку в ЛБВ-О имеются только электрические источники, плотность магнитного тока $\delta^M = 0$.

2. В релятивистских ЛБВ-О используются продольно-нерегулярные волноводы, поэтому радиус волновода $b = b(z)$.

3. Система источников осесимметрична и азимутальная составляющая $\delta_\varphi = 0$. Поэтому плотность электрического тока $\delta = r_0 \delta_r(r, z) + z_0 \delta_z(r, z)$. Несимметричные типы волн не возбуждаются.

4. Из-за отсутствия δ_φ и благодаря тому, что волны E_{0i} и H_{0i} не связаны, волны H_{0i} не возбуждаются.

5. Будем считать, что $b(z)$ не приближается к критическому для E_{02} . Поэтому возбуждение высших E_{0i} ($i \geq 2$) волн можно не рассматривать.

6. Остановимся на кинематическом (т.е. без учета пространственного заряда) приближении (что в определенной степени по уровню точности соответствует приближению п. 5).

7. Будем рассматривать гармонический режим, т.е. $m = 1$.

С учетом перечисленных условий искомые решения для компонент поля в преобразованной системе можно записать в виде

$$\dot{H}'_\varphi = \dot{B}(z)J_1(\nu_{01}\rho), \quad \dot{E}'_z = \dot{C}J_0(\nu_{01}\rho), \quad \dot{E}'_\rho = \dot{A}jJ_1(\nu_{01}\rho).$$

Соответственно система уравнений возбуждения, полученная в разд. 4.4, приводится к следующей:

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ \frac{d\dot{B}}{dz} J_1(\nu_{01}\rho) + j \frac{k}{W^0} \left(\left(1 + \rho^2 \left(\frac{db}{dz} \right)^2 \right) j \dot{A} J_1(\nu_{01}\rho) - \rho b \frac{db}{dz} J_0(\nu_{01}\rho) \right) \right\} \times \\ & \times J_1(\nu_{01}\rho) \rho d\rho d\varphi + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(\left(1 + \rho^2 \left(\frac{db}{dz} \right)^2 \right) \dot{\delta}'_\rho - \rho b \frac{db}{dz} \dot{\delta}'_z \right) \times \\ & \times \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ \frac{1}{\rho} \dot{B} J_1(\nu_{01}\rho) + \dot{B} \nu_{01} J'_1(\nu_{01}\rho) - j \frac{k}{W^0} \left(-b \rho \frac{db}{dz} \dot{A} j J_1(\nu_{01}\rho) + C b^2 J_0(\nu_{01}\rho) \right) \right\} \times \end{aligned}$$

$$\times J_0(\nu_{01}\rho)\rho d\rho d\varphi - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(-b\rho \frac{db}{dz} \delta'_\rho + b^2 \delta'_z \right) J_0(\nu_{01}\rho)\rho d\rho d\varphi e^{-i\omega t} d\omega t = 0, \quad (4.42)$$

$$\delta'_\rho = b\dot{\delta}_r, \quad \delta'_z = \dot{\delta}_z + \rho \frac{db}{dz} \dot{\delta}_r, \quad (4.43)$$

$$\dot{C} = -\frac{j}{\nu_{01}} \left[\frac{d\dot{A}}{dz} + kW^0 \dot{B} \right]. \quad (4.44)$$

Используем далее закон сохранения заряда и метод крупных частиц. Введем также следующие безразмерные переменные:

$$T = kz = \frac{\omega}{c} z; \quad B = kb; \quad \beta_i = v_i/c, \quad \dot{E} = \frac{\dot{C}\eta_0}{\omega c};$$

$\dot{H} = \frac{\dot{B}W^0 k\eta_0}{\omega c}$; $\dot{E}_1 = \frac{\dot{A}k\eta_0}{\omega c}$; $\eta_0 = |e|/m$, e, m_0 — соответственно заряд и масса покоя электрона; $R_i = \sqrt{1 - \beta_i^2}$; $r_i = r'_i k$, r'_i — размерный радиус частицы; $B_0 = kb_0$, b_0 — радиус входной, регулярной секции волновода; $G_0 = \frac{\nu_{01}|I_0|W^0}{I_1\pi B_0^2} \cdot 1,965 \cdot 10^{-6}$, $|I_0|$ — ток пучка по модулю в амперах,

$$I_1 = \int_0^1 J_1^2(\nu_{01}\rho)\rho d\rho = 0,134757, \quad I_2 = \int_0^1 J_1^2(\nu_{01}\rho)\rho^3 d\rho = 0,75953.$$

Тогда уравнения возбуждения (4.42)–(4.44) в пренебрежении толщиной трубки электронного пучка принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{H}}{dT} = & \dot{E}_1 \left(1 + \left(\frac{dB}{dT} \right)^2 \left(\frac{I_2}{I_1} - \frac{1}{\nu_{01}^2} \right) \right) + \dot{H} \frac{1}{B} \frac{dB}{dT} + \\ & + \frac{1}{B} \frac{dB}{dT} G_0 B_0^2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\nu_{01}^2} J_0 \left(\nu_{01} \frac{r_i}{B} \right) - \frac{1}{\nu_{01}} \frac{r_i}{B} J_1 \left(\nu_{01} \frac{r_i}{B} \right) \right) e^{-j\omega t_i} + \\ & + \frac{B_0^2}{B} \frac{G_0}{N\nu_{01}} \sum_{i=1}^N J_i \left(\nu_{01} \frac{r_i}{B} \right) \frac{\beta_{ri}}{\beta_{zi}} e^{-j\omega t_i}; \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\dot{E} = \dot{H} \frac{\nu_{01}}{jB^2} - \dot{E}_1 \frac{1}{jB} \frac{dB}{dT} \frac{1}{\nu_{01}} + \frac{1}{j\nu_{01}} G_0 \frac{B_0^2}{B^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_0 \left(\nu_{01} \frac{r_i}{B} \right) e^{-j\omega t_i}; \quad (4.46)$$

$$\frac{d\dot{E}_1}{dT} = -\dot{E}_1 \frac{1}{B} \frac{dB}{dT} + \left(\frac{\nu_{01}^2}{B^2} - 1 \right) \dot{H} + G_0 \frac{B_0^2}{B^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_0 \left(\nu_{01} \frac{r_i}{B} \right) e^{-j\omega t_i}. \quad (4.47)$$

Соответственно уравнения движения i -й частицы имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_{zi}}{dT} &= -\frac{R_i}{\beta_{zi}} \operatorname{Re} \left[\left(\dot{E}' - \frac{r_i}{B^2} \frac{dB}{dT} \dot{E}'_1 \right) (1 - \beta_{zi}^2) - \dot{E}'_1 \frac{\beta_{ri}\beta_{zi}}{B} + \dot{H}' \frac{\beta_{ri}}{B} \right] e^{j\omega t_i}, \\ \frac{d\beta_{ri}}{dT} &= -\frac{R_i}{\beta_{zi}} \operatorname{Re} \left[\frac{\dot{E}'_1}{B} (1 - \beta_{ri}^2) - \left(\dot{E}' - \frac{r_i}{B^2} \frac{dB}{dT} \dot{E}'_1 \right) \beta_{ri}\beta_{zi} - \dot{H}' \frac{\beta_{zi}}{B} \right] e^{j\omega t_i} - \\ &\quad - FR_i\beta_{\varphi i}, \\ \frac{dr_i}{dT} &= \frac{\beta_{ri}}{\beta_{zi}}, \quad \frac{d\omega t_i}{dT} = \frac{1}{\beta_{zi}}, \\ \dot{E}' &= \dot{E}J_0 \left(\nu_{01} \frac{r_i}{B} \right), \quad \dot{E}'_1 = \dot{E}_1 J_1 \left(\nu_{01} \frac{r_i}{B} \right), \quad \dot{H}' = \dot{H} J_1 \left(\nu_{01} \frac{r_i}{B} \right). \end{aligned} \quad (4.48)$$

Здесь $\beta_{\varphi i} = F\omega R_i \frac{r_i^2 - r_0^2}{r_i}$, $R_i = \sqrt{1 - \beta_{\varphi i}^2 - \beta_{ri}^2 - \beta_{zi}^2}$, $F = eB^0/m_0\omega = \frac{\Omega_0}{\omega}$, Ω_0 — нулевая циклотронная частота электронов в фокусирующем магнитном поле $\mathbf{B}^0 = \mathbf{z}_0 B^0$.

Система уравнений (4.45)–(4.48) формулирует нелинейные самосогласованные уравнения ЛБВ-О с произвольным квазигладким (точки разрыва производных достаточно обходить при интегрировании системы) нерегулярным волноводом в одномерном кинематическом приближении.

Начальные условия к этой системе могут быть заданы следующим образом:

$$\begin{aligned} \beta_{zi}(0) &= \beta_0, \quad \beta_{ri}(0) = 0, \quad r_i(0) = r_0, \quad \omega t_i(0) = \frac{2\pi i}{N}, \quad \frac{dB}{dT} = 0, \\ \dot{E}(0) &= E_0, \quad \dot{H}(0) = E_0 \frac{jB_0^2}{\nu_{01}}, \quad E_1(0) = E_0 \frac{B_0^2}{\nu_{01}} \sqrt{1 - (\nu_{01}/B_0)^2}. \end{aligned}$$

Электронный кпд (η_e) рассчитывается как

$$\eta_e(T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1 - R_0/R_i(T)}{1 - R_0}, \quad R_0 = \sqrt{1 - \beta_0^2}.$$

Волновой кпд (η_B) определяется потоком энергии, образуемым попутной компонентой поля через текущее поперечное сечение волновода и выражается как

$$\eta_B(T) = \frac{\nu_{01} \operatorname{Re} (j (\dot{E}_1(T) \dot{H}^*(T) - \dot{E}_1(0) \dot{H}^*(0))) R_0}{G_0 B_0^2 (1 - R_0)}.$$

Сопоставление η_e, η_B в отсутствие потерь позволяет оценить точность численных расчетов.

4.6. Уравнения возбуждения произвольно-нерегулярного коаксиального волновода

В разд. 4.4 сформулированы уравнения возбуждения произвольно-нерегулярного полого волновода (односвязная область поперечного сечения). Большой интерес, однако, представляют коаксиальные волноводы, особенно в области миллиметровых и субмиллиметровых волн, где на их основе создаются приборы и устройства, обладающие уникальными характеристиками. Последнее связано с аномальной дисперсией волн H_{ni} ($n \gg 1$), позволяющей в нерегулярных коаксиальных волноводах эффективно осуществить селекцию паразитных колебаний и волн в полосе порядка октавы, что открывает путь к созданию сверхразмерных одномодовых коаксиальных структур с рабочей волной H_{ni} .

Строгой теории нерегулярных коаксиальных структур, однако, не существует; оценки свойств таких структур строятся на базе теории регулярной коаксиальной линии (например дисперсионного уравнения для такой линии). Двусвязность области поперечного сечения коаксиальной структуры (наличие двух границ в отличие от нерегулярного полого волновода) требует при использовании наиболее естественного для рассматриваемой задачи метода преобразования координат введения новой функции отображения. В данном разделе определена такая функция, и на ее основе сформулирована строгая теория произвольно (по z и φ) нерегулярной коаксиальной структуры включая общий случай, когда в ней действуют сторонние негармонические источники.

Рассмотрим произвольно (по z и φ) нерегулярный коаксиальный волновод (r, φ, z — компоненты исходной цилиндрической системы координат). Поверхности внутреннего и внешнего проводников S_1, S_2 задаются соответственно как $b_1(\varphi, z)$ и $b_2(\varphi, z)$. Задача состоит в определении поля, возбуждаемого в волноводе источниками, заданными плотностью стороннего электрического тока $\delta = \mathbf{r}_0 \delta_r(r, \varphi, z, t) + \varphi_0 \delta_\varphi(r, \varphi, z, t) + \mathbf{z}_0 \delta_z(r, \varphi, z, t)$ и плотностью стороннего магнитного тока $\delta^M = \mathbf{r}_0 \delta_r^M(r, \varphi, z, t) + \varphi_0 \delta_\varphi^M(r, \varphi, z, t) + \mathbf{z}_0 \delta_z^M(r, \varphi, z, t)$. Искомое поле должно удовлетворять граничному условию на S_1, S_2 (потери в стенках пренебрегаем, $\sigma \rightarrow \infty$; изломы S_1, S_2 отсутствуют)

$$[\mathbf{n}_{1,2}, \mathbf{E}]|_{S_{1,2}} = 0, \quad (4.49)$$

$\mathbf{n}_{1,2}$ — внешняя нормаль к S_1 или S_2 .

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом преобразования координат, позволяющим преобразовать граничную задачу (4.49) к элементарной. Введем следующую функцию преобразования:

$$\rho = \frac{r + b - b_1}{b}, \quad b = \frac{b_2 - b_1}{\alpha - 1}, \quad \alpha = \frac{b_2(0)}{b_1(0)}. \quad (4.50)$$

При этом $\rho \in [1, \alpha]$ и в новых переменных внутренняя граница волново-

да регулярна: $\rho|_{r=b_1} = 1$, $\rho|_{r=b_2} = \alpha$. Учитывая обратное преобразование $r = \rho b - b + b_1$, для радиус-вектора точки во внутренней области волновода в новой системе координат ρ, φ, z имеем

$$\mathbf{r}(\rho, \varphi, z) = \mathbf{z}_0 z + (\mathbf{x}_0 \cos \varphi + \mathbf{y}_0 \sin \varphi)(\rho b - b + b_1). \quad (4.51)$$

Определим основную систему векторов косоугольной системы ρ, φ, z :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_\rho &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \rho} = b(\mathbf{x}_0 \cos \varphi + \mathbf{y}_0 \sin \varphi) = b \mathbf{r}_0, \\ \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_\varphi &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} = \left[(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial \varphi} + \frac{\partial b_1}{\partial \varphi} \right] \mathbf{r}_0 + (\rho b - b + b_1) \boldsymbol{\varphi}_0, \\ \mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_z &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z} = \mathbf{z}_0 + \left[(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial z} + \frac{\partial b_1}{\partial z} \right] \mathbf{r}_0. \end{aligned}$$

Взаимная система векторов $\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2, \mathbf{a}^3$ определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^1 &= \frac{[\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]}{V}, \quad \mathbf{a}^2 = \frac{[\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1]}{V}, \quad \mathbf{a}^3 = \frac{[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2]}{V}, \\ V &= \mathbf{a}_1 [\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3] = \mathbf{a}_2 [\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_1] = \mathbf{a}_3 [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2] = b(\rho b - b + b_1). \end{aligned}$$

Выполнив указанные действия, получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^1 &= \frac{1}{b} \mathbf{r}_0 - \frac{(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial \varphi} + \frac{\partial b_1}{\partial \varphi}}{b(\rho b - b + b_1)} \boldsymbol{\varphi}_0 - \frac{1}{b} \left[(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial z} + \frac{\partial b_1}{\partial z} \right] \mathbf{z}_0, \\ \mathbf{a}^2 &= \frac{1}{\rho b - b + b_1} \boldsymbol{\varphi}_0, \quad \mathbf{a}^3 = \mathbf{z}_0. \end{aligned}$$

Найдем теперь элементы метрического тензора:

$$\begin{aligned} g^{11} = \mathbf{a}^1 \mathbf{a}^1 &= \frac{1}{b^2} + \left[\frac{(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial \varphi} + \frac{\partial b_1}{\partial \varphi}}{b(\rho b - b + b_1)} \right]^2 + \frac{1}{b^2} \left[(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial z} + \frac{\partial b_1}{\partial z} \right]^2, \\ g^{22} = \mathbf{a}^2 \mathbf{a}^2 &= \frac{1}{(\rho b - b + b_1)^2}, \\ g^{33} = \mathbf{a}^3 \mathbf{a}^3 &= 1, \\ g^{12} = \mathbf{a}^1 \mathbf{a}^2 &= -\frac{1}{b} \frac{(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial \varphi} + \frac{\partial b_1}{\partial \varphi}}{(\rho b - b + b_1)^2} = g^{21}, \\ g^{13} = \mathbf{a}^1 \mathbf{a}^3 &= -\frac{1}{b} \left[(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial z} + \frac{\partial b_1}{\partial z} \right] = g^{31}, \\ g^{23} = \mathbf{a}^2 \mathbf{a}^3 &= g^{32} = 0. \end{aligned}$$

Воспользуемся определением оператора rot в косоугольной системе ρ, φ, z

$$\text{rot } \mathbf{F} = \frac{1}{V} \left\{ \left(\frac{\partial f_3}{\partial \varphi} - \frac{\partial f_2}{\partial z} \right) \mathbf{a}_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\partial f_3}{\partial \rho} \right) \mathbf{a}_2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial \rho} - \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} \right) \mathbf{a}_3 \right\},$$

$f_1 = (\mathbf{F}\mathbf{a}_1)$, $f_2 = (\mathbf{F}\mathbf{a}_2)$, $f_3 = (\mathbf{F}\mathbf{a}_3)$ — ковариантные проекции вектора \mathbf{F} . Используем далее свойство основной и взаимной системы векторов

$$\mathbf{a}_i \mathbf{a}_j = \delta_{ij}. \quad (4.52)$$

Применим (4.52) и найдем ковариантные компоненты уравнений Максвелла в системе ρ, φ, z . Однако при записи компонент введем вспомогательные векторы $\mathbf{E}', \mathbf{H}', \boldsymbol{\delta}', \boldsymbol{\delta}'^M$ таким образом, чтобы для них компоненты rot имели формальную запись, тождественную выражению их в ортогональной цилиндрической системе координат ρ, φ, z . Тогда преобразованные контравариантные компоненты уравнений Максвелла для вспомогательных векторов $\mathbf{E}', \mathbf{H}', \boldsymbol{\delta}', \boldsymbol{\delta}'^M$ в системе переменных ρ, φ, z , которые рассматриваются теперь как ортогональные, имеют вид

$$\text{rot } \mathbf{H}' = \varepsilon_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \hat{g} \boldsymbol{\delta}'; \quad \text{rot } \mathbf{E}' = -\mu_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t} - \hat{g} \boldsymbol{\delta}'^M. \quad (4.53)$$

Здесь

$$\hat{g} = V \begin{pmatrix} \frac{g^{11}}{\rho} & g^{12} & \frac{g^{13}}{\rho} \\ g^{21} & \rho g^{22} & g^{23} \\ \frac{g^{31}}{\rho} & g^{32} & \frac{g^{33}}{\rho} \end{pmatrix},$$

$\mathbf{E}' = \rho_0 E'_\rho + \varphi_0 E'_\varphi + z_0 E'_z$, $E'_\rho = (\mathbf{E}, \mathbf{a}^1)$, $E'_\varphi = (\mathbf{E}, \mathbf{a}^2)/\rho$, $E'_z = (\mathbf{E}, \mathbf{a}^3)$, остальные векторы $\mathbf{H}', \boldsymbol{\delta}', \boldsymbol{\delta}'^M$ конструируются аналогичным образом. Причем ρ_0, φ_0, z_0 — тройка ортогональных векторов.

Физические векторы в исходной системе r, φ, z рассчитываются через вспомогательные следующим образом (на примере E):

$$E_r = \sqrt{g_{11}} (g^{11} E'_\rho + g^{12} \rho E'_\varphi + g^{13} E'_z);$$

$$E_r = \sqrt{g_{22}} (g^{21} E'_\rho + g^{22} \rho E'_\varphi + g^{23} E'_z);$$

$$E_r = \sqrt{g_{33}} (g^{31} E'_\rho + g^{32} \rho E'_\varphi + g^{33} E'_z).$$

Здесь $g_{11} = \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_1 = b^2$, $g_{22} = \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_2 = \left[(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial \varphi} + \frac{\partial b_1}{\partial \varphi} \right]^2 + (\rho b - b + b_1)^2$,

$$g_{33} = \mathbf{a}_3 \mathbf{a}_3 = 1 + \left[(\rho - 1) \frac{\partial b}{\partial z} + \frac{\partial b_1}{\partial z} \right]^2.$$

В результате проведенных преобразований приходим к следующей переформулировке исходной краевой задачи возбуждения волн в произвольно нерегулярном коаксиальном волноводе (4.49): найти решения системы (4.53) в ортогональной системе ρ, φ, z при граничных условиях

$$[\mathbf{n}_1, \mathbf{E}']|_{\rho=1} = 0, \quad [\mathbf{n}_2, \mathbf{E}']|_{\rho=\alpha} = 0, \quad \mathbf{n}_1 = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{n}_2 = -\mathbf{r}_0. \quad (4.54)$$

Прежде чем переходить к решению (4.53), целесообразно для улучшения его сходимости выделить в (4.53) электростатическую часть поля источников, содержащую разрыв первой производной \mathbf{E}' , и магнитостатическую, содержащую разрыв \mathbf{H}' . При этом динамическая задача имеет вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_1 = \varepsilon_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} + \hat{g} \delta_1, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_1 = -\mu_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{H}_1}{\partial t} - \hat{g} \delta_1, \quad (4.55)$$

$$[\mathbf{r}_0, \mathbf{E}_1] \Big|_{\rho=1} = 0, \quad [\mathbf{r}_0, \mathbf{E}_1] \Big|_{\rho=\alpha} = 0. \quad (4.56)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \delta' - \varepsilon_0 \operatorname{grad} \left(\frac{\partial \Phi'_e}{\partial t} \right), & \mathbf{E}_1 &= \mathbf{E}' + \operatorname{grad} \Phi'_e, \\ \delta_1^M &= \delta'^M - \mu_0 \operatorname{grad} \left(\frac{\partial \Phi'_M}{\partial t} \right), & \mathbf{H}_1 &= \mathbf{H}' + \operatorname{grad} \Phi'_M, \end{aligned}$$

где Φ'_e, Φ'_M — соответственно электрический и магнитный скалярные потенциалы источников.

Существенно, что $\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1$ — непрерывные на границе источников векторы и операция почленного дифференцирования представляющих их в решении рядов $(\operatorname{rot} \mathbf{E}', \mathbf{H}')$ допустима, поскольку эти ряды сходятся равномерно.

Остановимся на решении задачи (4.55), (4.56), полагая режим установившимся и периодическим. Представим

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{1t} &= \operatorname{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{tm} e^{jm\omega t}, \quad \mathbf{E}_{1z} = \operatorname{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{zm} e^{jm\omega t}; \\ \mathbf{E}_{tm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \left(\dot{A}_{mni}^e(z) \mathbf{e}_{ni}^e + \dot{A}_{mni}^M(z) \mathbf{e}_{ni}^M \right) + \dot{A}_m^T \mathbf{e}^T; \\ \mathbf{E}_{zm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \dot{C}_{mni}(z) \varphi_{ni} \mathbf{a}^3. \end{aligned}$$

Здесь и далее индекс « t » обозначает поперечную составляющую соответствующих компонент:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{1t} &= \operatorname{Re} \sum_m \dot{\mathbf{H}}_{tm} e^{jm\omega t}, \quad \mathbf{H}_{1z} = \operatorname{Re} \sum_m \dot{\mathbf{H}}_{zm} e^{jm\omega t}, \\ \dot{\mathbf{H}}_{tm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \left(\dot{B}_{mni}^e(z) \mathbf{h}_{ni}^e + \dot{B}_{mni}^M(z) \mathbf{h}_{ni}^M \right) + \dot{B}_m^T(z) \mathbf{h}^T, \\ \dot{\mathbf{H}}_{zm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \dot{H}_{mni}(z) \psi_{ni} \mathbf{z}_0. \end{aligned}$$

Здесь

$$\varphi_{ni} = F_{ni}^e(\rho)e^{-jn\varphi}, \quad \psi_{ni} = F_{ni}^M(\rho)e^{-jn\varphi}, \quad \mathbf{e}^T = \boldsymbol{\rho}_0 \frac{1}{\rho}, \quad \mathbf{h}^T = \boldsymbol{\varphi}_0 \frac{1}{\rho},$$

$$\mathbf{e}_{ni}^e = \left[\boldsymbol{\rho}_0 \bar{F}_{ni}^e(\rho) - j\boldsymbol{\varphi}_0 \frac{n}{\chi_{ni}^e} F_{ni}^e(\rho) \right] e^{-jn\varphi},$$

$$\mathbf{e}_{ni}^M = - \left[\boldsymbol{\rho}_0 F_{ni}^M(\rho) j \frac{n}{\chi_{ni}^M} + \boldsymbol{\varphi}_0 \bar{F}_{ni}^M(\rho) \right] e^{-jn\varphi},$$

$$\mathbf{h}_{ni}^e = \left[\boldsymbol{\rho}_0 j \frac{n}{\chi_{ni}^e} F_{ni}^e(\rho) + \boldsymbol{\varphi}_0 \bar{F}_{ni}^e(\rho) \right] e^{-jn\varphi},$$

$$\mathbf{h}_{ni}^M = \left[\boldsymbol{\rho}_0 \bar{F}_{ni}^M(\rho) - \boldsymbol{\varphi}_0 j \frac{n}{\chi_{ni}^M} F_{ni}^M(\rho) \right] e^{-jn\varphi},$$

$$F_{ni}^e(\rho) = \frac{J_n(\chi_{ni}^e \rho)}{J_n(\chi_{ni}^e)} - \frac{N_n(\chi_{ni}^e \rho)}{N_n(\chi_{ni}^e)}, \quad \bar{F}_{ni}^e(\rho) = \frac{J'_n(\chi_{ni}^e \rho)}{J'_n(\chi_{ni}^e)} - \frac{N'_n(\chi_{ni}^e \rho)}{N'_n(\chi_{ni}^e)},$$

$$F_{ni}^M(\rho) = \frac{J_n(\chi_{ni}^M \rho)}{J'_n(\chi_{ni}^M)} - \frac{N_n(\chi_{ni}^M \rho)}{N'_n(\chi_{ni}^M)}, \quad \bar{F}_{ni}^M(\rho) = \frac{J'_n(\chi_{ni}^M \rho)}{J'_n(\chi_{ni}^M)} - \frac{N'_n(\chi_{ni}^M \rho)}{N'_n(\chi_{ni}^M)}.$$

Собственные числа χ_{ni}^M, χ_{ni}^e определяются следующими дисперсионными уравнениями:

$$\frac{J'_n(\chi_{ni}^M)}{N'_n(\chi_{ni}^M)} = \frac{J'_n(\alpha \chi_{ni}^M)}{N'_n(\alpha \chi_{ni}^M)}, \quad \frac{J_n(\chi_{ni}^e)}{N_n(\chi_{ni}^e)} = \frac{J_n(\alpha \chi_{ni}^e)}{N_n(\alpha \chi_{ni}^e)}.$$

Применяя к решению (4.55), (4.56) проекционную процедуру, имеем

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \{ \text{rot}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) - jm\omega\varepsilon_0 \hat{g}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) \} \mathbf{e}_{-ni}^e \rho d\rho d\varphi = \\ = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \hat{g} \boldsymbol{\delta}_1 \mathbf{e}_{-ni}^e e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \end{aligned} \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \{ \text{rot}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) - jm\omega\varepsilon_0 \hat{g}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) \} \mathbf{e}_{-ni}^M \rho d\rho d\varphi = \\ = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \hat{g} \boldsymbol{\delta}_1 \mathbf{e}_{-ni}^M e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \{ \text{rot}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) - jm\omega\varepsilon_0 \hat{g}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) \} \boldsymbol{\varphi}_{-ni} \mathbf{a}^3 \rho d\rho d\varphi =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \hat{g} \delta_1 \mathbf{a}^3 \varphi_{-ni} e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \{ \text{rot}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) \} \mathbf{h}_{-ni}^e \rho d\rho d\varphi = \\ & = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \hat{g} \delta_1^M \mathbf{h}_{-ni}^e e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (4.60) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \{ \text{rot}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) \} \mathbf{h}_{-ni}^M \rho d\rho d\varphi = \\ & = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \hat{g} \delta_1^M \mathbf{h}_{-ni}^M e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (4.61) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \{ \text{rot}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) \} \psi_{-ni} \mathbf{z}_0 \rho d\rho d\varphi = \\ & = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \hat{g} \delta_1^M \psi_{-ni} \mathbf{z}_0 e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (4.62) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \{ \text{rot}(\dot{\mathbf{H}}_{tm} + \dot{\mathbf{H}}_{zm}) - jm\omega\varepsilon_0 \hat{g}(\dot{\mathbf{E}}_{tm} + \dot{\mathbf{E}}_{zm}) \} \rho_0 d\rho d\varphi = \\ & = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \hat{g} \delta_1 \rho_0 d\rho d\varphi d\omega t, \quad (4.63) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \{ \text{rot}(\dot{\mathbf{E}}_{tm} + \dot{\mathbf{E}}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\dot{\mathbf{H}}_{tm} + \dot{\mathbf{H}}_{zm}) \} \varphi_0 d\rho d\varphi = \\ & = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_1^\alpha \hat{g} \delta_1^M \varphi_0 d\rho d\varphi d\omega t. \quad (4.64) \end{aligned}$$

Уравнения (4.57)–(4.64) образуют полную систему ОДУ первого порядка, определяющую комплексные амплитуды связанных волн $\dot{A}_{mni}^e(z)$, $\dot{A}_{mni}^M(z)$, $\dot{B}_{mni}^e(z)$, $\dot{B}_{mni}^M(z)$, $\dot{C}_{mni}(z)$, $\dot{H}_{nmi}(z)$, $\dot{A}_m^T(z)$, $\dot{B}_m^T(z)$, т.е. представляют собой систему уравнений возбуждения динамических полей коаксиального волновода произвольной нерегулярной конфигура-

ции, возбуждаемого негармоническими электрическими и магнитными токами источников.

В заключение заметим, что полученные уравнения возбуждения справедливы, строго говоря, только в случае, когда граничные поверхности коаксиального волновода не имеют изломов, т.е. $\frac{\partial b}{\partial z}$ и $\frac{\partial b}{\partial \varphi}$ не имеют разрывов. Практически, однако, они могут использоваться в этом случае, если при численном интегрировании уравнений обходить точки разрыва производных путем соответствующего выбора шага интегрирования.

4.7. Уравнения возбуждения нерегулярных замедляющих систем

Поставим задачу следующим образом. Требуется найти решение уравнений Максвелла для гармонических процессов

$$\begin{cases} \text{rot } \dot{\mathbf{H}} = j\omega \dot{\epsilon}_a \dot{\mathbf{E}} + \dot{\delta}; \\ \text{rot } \dot{\mathbf{E}} = -j\omega \dot{\mu}_a \dot{\mathbf{H}} \end{cases} \quad (4.65)$$

при граничных условиях импедансного типа

$$\frac{\dot{E}_\tau}{\dot{H}_r} = \dot{Z}(z). \quad (4.66)$$

Здесь координата z соответствует направлению оси замедляющей системы, поперечные координаты (в общем случае криволинейные) обозначим q_1, q_2 .

Будем считать, что контур поперечного сечения замедляющей системы не зависит от z и ее нерегулярность обусловлена только зависимостью от z импеданса стенок (или эквивалентных им боковых поверхностей, на которых задан $\dot{Z}(z)$).

В качестве базисных функций выберем «квазирегулярную» систему функций $\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s$ вида

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}_s = \mathbf{E}_s^0(q_1, q_2, \mathcal{N}_s(z)) e^{-j \int h_s dz}, \quad \dot{\mathbf{H}}_s = \mathbf{H}_s^0(q_1, q_2, \mathcal{N}_s(z)) e^{-j \int h_s dz}, \\ h_s = \sqrt{k^2 + \mathcal{N}_s^2}. \end{aligned} \quad (4.67)$$

Функции $\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s$ удовлетворяют граничным условиям (4.66) в каждом сечении z' и являются решениями однородных уравнений (4.65) для регулярной системы с $\dot{Z} = \dot{Z}(z')$ при всех z (соответственно и $\mathcal{N}_s(z') = \text{const}$ в эквивалентной регулярной системе). Система функций $\begin{Bmatrix} \mathbf{E}_s \\ \mathbf{H}_s \end{Bmatrix}$ ортогональна в каждом сечении z' , как и всякая система

собственных волн регулярного волновода, т. е.

$$J_{s,p} = \int_{S_{\perp}} \{ [\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_p] - [\mathbf{E}_p, \mathbf{H}_s] \} \mathbf{z}_0 dS_{\perp} = \begin{cases} 0, & p \neq s; \\ N_s, & p = s. \end{cases} \quad (4.68)$$

Поскольку $\mathcal{N}_s = \mathcal{N}_s(z) \neq \text{const}$, поля (4.67) не удовлетворяют однородным уравнениям Максвелла и система уравнений для них имеет вид

$$\text{rot } \mathbf{H}_s = j\omega \dot{\mathbf{e}}_a \mathbf{E}_s + \psi_s^e, \quad \text{rot } \mathbf{E}_s = -j\omega \dot{\mu}_a \mathbf{H}_s - \psi_s^m,$$

где

$$\psi_s^e = -e^{-j \int h_s dz} \frac{\partial}{\partial z} [\mathbf{H}_s^0, \mathbf{z}_0], \quad \psi_s^m = e^{-j \int h_s dz} \frac{\partial}{\partial z} [\mathbf{E}_s^0, \mathbf{z}_0].$$

Таким образом, ψ_s^e, ψ_s^m — чисто поперечные векторы, что существенно в последующем выводе уравнений возбуждения.

Разделим все векторы на поперечные и продольные и запишем разложения для поперечных составляющих $\mathbf{E}_t, \mathbf{H}_t$ в виде

$$\mathbf{E}_t = \sum_s \left(\dot{C}_s(z) \mathbf{E}_{st} + \dot{C}_{-s}(z) \mathbf{E}_{-st} \right), \quad \mathbf{H}_t = \sum_s \left(\dot{C}_s(z) \mathbf{H}_{st} + \dot{C}_{-s}(z) \mathbf{H}_{-st} \right).$$

Тогда нетрудно показать, что разложение полного поля, удовлетворяющего (4.65), должно быть записано в следующей форме (при доказательстве используется тот факт, что $\psi_{sl}^m = \psi_{sl}^e = 0$):

$$\mathbf{E} = \sum_s \left(\dot{C}_s(Z) \mathbf{E}_s + \dot{C}_{-s}(Z) \mathbf{E}_{-s} \right) - \frac{\delta^l}{j\omega \varepsilon_{\alpha}}, \quad \mathbf{H} = \sum_s \left(\dot{C}_s(z) \mathbf{H}_s + \dot{C}_{-s}(z) \mathbf{H}_{-s} \right). \quad (4.69)$$

Для определения коэффициентов разложения воспользуемся леммой Лоренца для бесконечно малого объема $S_{\perp} dz$ в волноводе, предполагая, что $\dot{Z}(z)$ и соответственно $\mathcal{N}_s(z)$ — гладкие функции. В соответствии с леммой Лоренца для $dV = S_{\perp} dz$ можно записать

$$\frac{d}{dz} \int_{S_{\perp}} \{ [\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_2] - [\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_1] \} \mathbf{z}_0 dS_{\perp} = \int_{S_{\perp}} (\delta_1^e \mathbf{E}_2 - \delta_2^e \mathbf{E}_1 - \delta_1^m \mathbf{H}_2 + \delta_2^m \mathbf{H}_1) dS. \quad (4.70)$$

Полагая в качестве $\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1$ поля (4.69) ($\delta_1^e = \delta, \delta_1^m = 0$), а в качестве $\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2$ — поля $\mathbf{E}_{\pm s}, \mathbf{H}_{\pm s}$ ($\delta_2^e = \psi_{\mp s}^e, \delta_2^m = \psi_{\mp s}^m$) и с учетом условия ортогональности (4.68), из (4.70) получаем

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} (\dot{C}_s N_s) &= \int_{S_{\perp}} \delta \mathbf{E}_{-s} dS_{\perp} + \sum_P \dot{C}_P \gamma_{p,-s}, \\ \frac{d}{dz} (\dot{C}_{-s} N_{-s}) &= \int_{S_{\perp}} \delta \mathbf{E}_s dS_{\perp} + \sum_P \dot{C}_P \gamma_{p,s}. \end{aligned} \quad (4.71)$$

Здесь

$$\gamma_{p,\pm s} = \gamma_{p,\pm s}^m - \gamma_{p,\pm s}^e = \gamma_{\pm s,p},$$

$$\gamma_{p,\pm s}^e = \int_{S_{\perp}} \mathbf{E}_p \boldsymbol{\psi}_{\pm s}^e dS_{\perp}, \quad \gamma_{p,\pm s}^m = \int_{S_{\perp}} \mathbf{H}_p \boldsymbol{\psi}_{\pm s}^m dS_{\perp}.$$

Система (4.71) представляет собой совершенно общую форму уравнений возбуждения для произвольной нерегулярной замедляющей системы.

Заметим, что (4.71) нетрудно видоизменить на случай, когда выделяется квазистатическая часть электрического поля $\mathbf{E}_{ст} = -\text{grad } \Phi$, $\nabla^2 \Phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_a}$. В этом случае в (4.71) δ необходимо заменить на $\delta' = \delta - j\omega\varepsilon_a \text{grad } \Phi$.

4.8. Нерегулярные волноводы с прямоугольным сечением. Теория и приложения

Нерегулярные волноводы с прямоугольным сечением весьма широко используются как в различных устройствах СВЧ и антенной технике, так и в приборах СВЧ и КВЧ с пространственно-развитыми ленточными электронными потоками: ЛБВ, ЛОВ О- и М-типов, оротронах, убитронах и других типах лазеров на свободных электронах.

В разд. 4.4 изложена теория возбуждения продольно-азимутально-нерегулярных волноводов. В ее основе лежит операция отображения внутренней поверхности нерегулярного волновода на регулярный круговой цилиндр единичного радиуса. Соответственно используются цилиндрические координаты r, φ, z . В случае нерегулярных волноводов с прямоугольным сечением этой теорией не только неудобно пользоваться из-за несоответствия естественных для прямоугольного волновода декартовых координат x, y, z с принятым в теории цилиндрическими, но и, строго говоря, невозможно, поскольку в угловых точках прямоугольного сечения имеет место разрыв производных $\partial b(z, \varphi)/\partial \varphi$ ($b(z, \varphi)$ — радиус внутреннего контура волновода в координатах r, φ, z).

Ниже развита строгая теория возбуждения произвольно-нерегулярных волноводов с прямоугольным поперечным сечением, основанная на операции отображения нерегулярной внутренней поверхности волновода на регулярный цилиндр с прямоугольным сечением и использовании прямоугольной системы координат. Приведены примеры расчета ЛБВ-О, загораживающего фильтра, а также дисперсионных характеристик периодического волновода на основе предложенной теории.

Преобразование координат. Рассмотрим (рис. 4.1) произвольно (по x и y) нерегулярный прямоугольный волновод (x, y, z — компо-

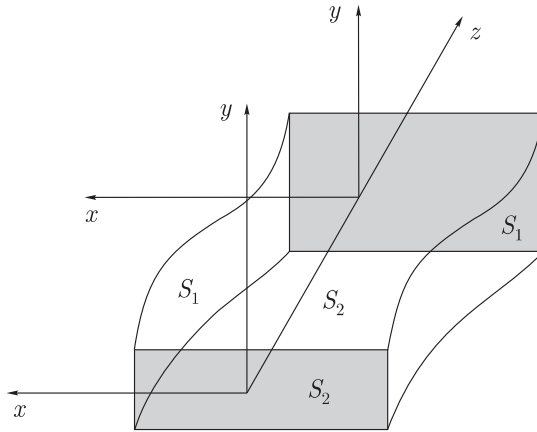


Рис. 4.1. Нерегулярный волновод прямоугольного сечения

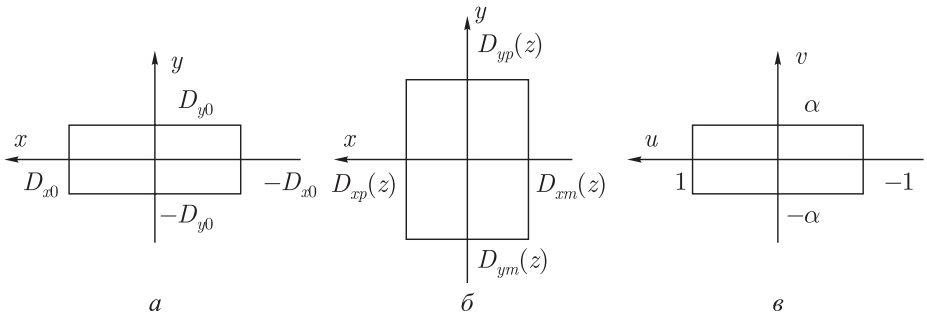


Рис. 4.2. Сечения прямоугольного волновода

ненты исходной прямоугольной системы координат). На рис. 4.2, а изображено начальное поперечное сечение волновода $z=0$. Система координат выбрана таким образом, что ее начало (точка $x=y=z=0$) соответствует центру поперечного сечения. В текущем поперечном сечении z нерегулярного волновода (рис. 4.2, б) это не так: в общем случае $D_{xp}(z) \neq -D_{xm}(z)$, $D_{yp}(z) \neq -D_{ym}(z)$. Задача состоит в определении поля, возбуждаемого в волноводе источниками, заданными плотностью стороннего электрического тока

$$\delta = x_0 \delta_x(x, y, z, t) + y_0 \delta_y(x, y, z, t) + z_0 \delta_z(x, y, z, t)$$

и плотностью стороннего магнитного тока

$$\delta^M = x_0 \delta_x^M(x, y, z, t) + y_0 \delta_y^M(x, y, z, t) + z_0 \delta_z^M(x, y, z, t).$$

Искомое поле должно удовлетворять граничным условиям на боковых стенках волновода $S_{1,2}$ (потерями в стенках пренебрегаем, $\sigma \rightarrow \infty$)

$$[\mathbf{n}_{1,2} \mathbf{E}]|_{S_{1,2}} = 0 \quad (4.72)$$

($\mathbf{n}_{1,2}$ — внешняя нормаль на вертикальных и горизонтальных стенках волновода).

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом преобразования координат, позволяющим преобразовать граничную задачу (4.72) (см. рис. 4.1, и 4.2, б) к элементарной (рис. 4.2, в): контур поперечного сечения симметричен относительно z и не зависит от z . Введем следующие преобразования координат:

$$u = \frac{x+b}{a}, \quad v = \frac{y+h}{q}, \quad z = z, \quad (\text{прямое}), \quad (4.73)$$

$$x = au - b, \quad y = qv - h \quad (\text{обратное}), \quad (4.74)$$

где

$$a(z) = \frac{D_{xp}(z) - D_{xm}(z)}{2}, \quad b = \frac{D_{xp}(z) + D_{xm}(z)}{2},$$

$$q(z) = \frac{D_{yp}(z) - D_{ym}(z)}{2\alpha}, \quad h = \frac{D_{yp}(z) + D_{ym}(z)}{2}, \quad \alpha = \frac{D_{y0}}{D_{x0}}.$$

При таком преобразовании в новых переменных внутренняя граничная поверхность волновода регулярна (рис. 4.2, в):

$$u = \pm 1(S'_1) \quad \text{и} \quad v = \pm \alpha(S'_2).$$

Учитывая обратное преобразование (4.74), для радиус-вектора точки во внутренней области в новой системе координат u, v, z имеем

$$\mathbf{r}(u, v, z) = \mathbf{z}_0 z + \mathbf{x}_0 (au + b) + \mathbf{y}_0 (qv + h).$$

Обозначим далее $a_z = \frac{da}{dz}$, $b_z = \frac{db}{dz}$, $q_z = \frac{dq}{dz}$, $h_z = \frac{dh}{dz}$.

Определим основную систему векторов косоугольной координатной системы u, v, z :

$$\mathbf{a}_1 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} = a \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{a}_2 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} = q \mathbf{y}_0,$$

$$\mathbf{a}_3 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z} = \mathbf{z}_0 + (ua_z + b_z) \mathbf{x}_0 + (vq_z + h_z) \mathbf{y}_0.$$

Взаимная система векторов $\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2, \mathbf{a}^3$ находится следующим образом:

$$\mathbf{a}^1 = \frac{\mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{a}_3}{V}, \quad \mathbf{a}^2 = \frac{\mathbf{a}_3 \cdot \mathbf{a}_1}{V}, \quad \mathbf{a}^3 = \frac{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2}{V},$$

$$V = \mathbf{a}_1 (\mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{a}_3) = \mathbf{a}_2 (\mathbf{a}_3 \cdot \mathbf{a}_1) = \mathbf{a}_3 (\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2) = aq.$$

Производя указанные действия, имеем

$$\mathbf{a}^1 = \frac{1}{a} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{z}_0 (ua_z + b_z)), \quad \mathbf{a}^2 = \frac{1}{q} (\mathbf{y}_0 - \mathbf{z}_0 (vq_z + h_z)), \quad \mathbf{a}^3 = \mathbf{z}_0.$$

Найдем теперь элементы метрического тензора

$$\begin{aligned} g^{11} &= \mathbf{a}^1 \mathbf{a}^1 = a^{-2} \left(1 + (ua_z + b_z)^2 \right), \\ g^{22} &= \mathbf{a}^2 \mathbf{a}^2 = q^{-2} \left(1 + (vq_z + h_z)^2 \right), \\ g^{33} &= 1, \\ g^{12} &= \mathbf{a}^1 \mathbf{a}^2 = (ua_z + b_z)(vq_z + h_z) = g^{21}, \\ g^{13} &= \mathbf{a}^1 \mathbf{a}^3 = -a^{-1}(ua_z + b_z) = g^{31}, \\ g^{23} &= \mathbf{a}^2 \mathbf{a}^3 = -q^{-1}(vq_z + h_z). \end{aligned}$$

Представим векторы электромагнитного поля и тока в виде (на примере \mathbf{H})

$$\mathbf{H} = H_x \mathbf{x}_0 + H_y \mathbf{y}_0 + H_z \mathbf{z}_0 = H_u \mathbf{a}^1 + H_v \mathbf{a}^2 + H_\zeta \mathbf{a}^3,$$

где H_u, H_v, H_ζ — ковариантные проекции \mathbf{H} , которые связаны с исходными следующим образом:

$$H_x = \frac{H_u}{a}, \quad H_y = \frac{H_v}{q}, \quad H_z = H_\zeta - \frac{a_z u + b_z}{a} H_u - \frac{q_z v + h_z}{q} H_v. \quad (4.75)$$

Запишем теперь уравнения Максвелла в новой системе координат:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \left\{ \left(\frac{\partial H_\zeta}{\partial v} - \frac{\partial H_v}{\partial z} \right) \mathbf{a}_1 + \left(\frac{\partial H_u}{\partial z} - \frac{\partial H_\zeta}{\partial u} \right) \mathbf{a}_2 + \left(\frac{\partial H_v}{\partial u} - \frac{\partial H_u}{\partial v} \right) \mathbf{a}_3 \right\} = \\ = \varepsilon_0 \left(\frac{\partial E_u}{\partial t} \mathbf{a}^1 + \frac{\partial E_v}{\partial t} \mathbf{a}^2 + \frac{\partial E_\zeta}{\partial t} \mathbf{a}^3 \right) + \delta_u \mathbf{a}^1 + \delta_v \mathbf{a}^2 + \delta_\zeta \mathbf{a}^3, \quad (4.76) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \left\{ \left(\frac{\partial E_\zeta}{\partial v} - \frac{\partial E_v}{\partial z} \right) \mathbf{a}_1 + \left(\frac{\partial E_u}{\partial z} - \frac{\partial E_\zeta}{\partial u} \right) \mathbf{a}_2 + \left(\frac{\partial E_v}{\partial u} - \frac{\partial E_u}{\partial v} \right) \mathbf{a}_3 \right\} = \\ = -\mu_0 \left(\frac{\partial H_u}{\partial t} \mathbf{a}^1 + \frac{\partial H_v}{\partial t} \mathbf{a}^2 + \frac{\partial H_\zeta}{\partial t} \mathbf{a}^3 \right) - \delta_u^M \mathbf{a}^1 - \delta_v^M \mathbf{a}^2 - \delta_\zeta^M \mathbf{a}^3. \quad (4.77) \end{aligned}$$

Используя далее свойство ортогональности основной и взаимной системы векторов $\mathbf{a}_i \mathbf{a}^i = \delta_{ij}$ и умножая скалярно уравнения (4.76), (4.77) на $\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2, \mathbf{a}^3$, получаем контравариантные проекции уравнений в форме

$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{H}^1 = \varepsilon_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{E}^1}{\partial t} + \hat{g} \boldsymbol{\delta}^1; \\ \text{rot } \mathbf{E}^1 = -\mu_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{H}^1}{\partial t} - \hat{g} \boldsymbol{\delta}^{1m}. \end{cases} \quad (4.78)$$

Здесь $\hat{g} = Vg$, $g = (g^{ij})$, $\mathbf{r} = ux_0 + vy_0 + zz_0$, $\mathbf{H}^1 = H_u \mathbf{x}_0 + H_v \mathbf{y}_0 + H_\zeta \mathbf{z}_0$ (аналогично $\mathbf{E}^1, \boldsymbol{\delta}^1, \boldsymbol{\delta}^{1m}$).

Граничные условия (4.1) теперь принимают вид

$$E_{u,z}^1|_{v=\pm\alpha} = 0, \quad E_{v,z}^1|_{u=\pm 1} = 0. \quad (4.79)$$

Проекционные соотношения для амплитуд связанных волн нерегулярного волновода. Прежде чем переходить к решению задачи (4.78), (4.79), целесообразно для улучшения его сходимости выделить в (4.78) электростатическую часть поля источников, содержащую разрыв первой производной \mathbf{E}^1 , и магнитостатическую, содержащую разрыв \mathbf{H}^1 .

При этом динамическая задача имеет вид

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H}_1 = \varepsilon_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} + \hat{g} \delta_1; \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_1 = -\mu_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{H}_1}{\partial t} - \hat{g} \delta_1^M, \end{cases} \quad (4.80)$$

$$E_{1u,z}|_{v=\pm\alpha} = 0, \quad E_{1v,z}|_{u=\pm 1} = 0. \quad (4.81)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \delta^1 - \varepsilon_0 \operatorname{grad}(\partial \Phi^e / \partial t), & \mathbf{E}_1 &= \mathbf{E}^1 + \operatorname{grad} \Phi^e, \\ \delta_1^M &= \delta^{1M} - \mu_0 \operatorname{grad}(\partial \Phi^M / \partial t), & \mathbf{H}_1 &= \mathbf{H}^1 + \operatorname{grad} \Phi^M, \end{aligned}$$

где Φ^e, Φ^M — соответственно электрический и магнитный потенциалы источников.

Существенно, что $\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1$ — непрерывные на границе источников векторы и операция почленного дифференцирования представляющих их в решении рядов $(\operatorname{rot} \mathbf{E}_1, \operatorname{rot} \mathbf{H}_1)$ допустима, поскольку эти ряды сходятся равномерно.

Остановимся на решении задачи (4.80), (4.81), полагая режим установившимся (периодическим). Представим искомое решение в системе u, v, z в виде разложения по собственным функциям регулярного волновода следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \operatorname{Re} \sum_s (\dot{\mathbf{E}}_{ts} + \dot{\mathbf{E}}_{\zeta s}) e^{js\omega t}, & \mathbf{H}_1 &= \operatorname{Re} \sum_s (\dot{\mathbf{H}}_{ts} + \dot{\mathbf{H}}_{\zeta s}) e^{js\omega t}; \\ \dot{\mathbf{E}}_{ts} &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \dot{A}_{smn}^e(z) \mathbf{e}_{mn}^e + \sum_{k=0}^K \sum_{\ell=0}^L \dot{A}_{sk\ell}^M(z) \mathbf{e}_{k\ell}^M, & \dot{\mathbf{E}}_{\zeta s} &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \dot{C}_{smn}(z) \psi_{mn}^e \mathbf{z}_0; \\ \dot{\mathbf{H}}_{ts} &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \dot{B}_{smn}^e(z) \mathbf{h}_{mn}^e + \sum_{k=0}^K \sum_{\ell=0}^L \dot{B}_{sk\ell}^M(z) \mathbf{h}_{k\ell}^M, & \dot{\mathbf{H}}_{\zeta s} &= \sum_{k=0}^K \sum_{\ell=0}^L \dot{D}_{sk\ell}(z) \psi_{k\ell}^M \mathbf{z}_0. \end{aligned}$$

Здесь

$$\psi_{mn}^e = \sin \frac{m\pi(u+1)}{2} \sin \frac{n\pi(v+\alpha)}{2\alpha}, \quad \psi_{k\ell}^M = \cos \frac{k\pi(u+1)}{2} \cos \frac{\ell\pi(v+\alpha)}{2\alpha};$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_{mn}^e &= \nabla \psi_{mn}^e = \\
&= \frac{m\pi}{2} \cos \frac{m\pi(u+1)}{2} \sin \frac{n\pi(v+\alpha)}{2\alpha} \mathbf{x}_0 + \frac{n\pi}{2\alpha} \sin \frac{m\pi(u+1)}{2} \cos \frac{n\pi(v+\alpha)}{2\alpha} \mathbf{y}_0; \\
\mathbf{e}_{kl}^M &= -\nabla \times \mathbf{z}_0 \psi_{kl}^M = \\
&= \frac{\ell\pi}{2\alpha} \cos \frac{k\pi(u+1)}{2} \sin \frac{\ell\pi(v+\alpha)}{2\alpha} \mathbf{x}_0 - \frac{k\pi}{2} \sin \frac{k\pi(u+1)}{2} \cos \frac{\ell\pi(v+\alpha)}{2\alpha} \mathbf{y}_0; \\
\mathbf{h}_{mn}^e &= \nabla \times \mathbf{z}_0 \psi_{mn}^e = \\
&= \frac{n\pi}{2\alpha} \sin \frac{m\pi(u+1)}{2} \cos \frac{n\pi(v+\alpha)}{2\alpha} \mathbf{x}_0 - \frac{m\pi}{2} \cos \frac{m\pi(u+1)}{2} \sin \frac{n\pi(v+\alpha)}{2\alpha} \mathbf{y}_0; \\
\mathbf{h}_{kl}^M &= -\nabla \psi_{kl}^M = \\
&= \frac{k\pi}{2} \sin \frac{k\pi(u+1)}{2} \cos \frac{\ell\pi(v+\alpha)}{2\alpha} \mathbf{x}_0 + \frac{\ell\pi}{2\alpha} \cos \frac{k\pi(u+1)}{2} \sin \frac{\ell\pi(v+\alpha)}{2\alpha} \mathbf{y}_0.
\end{aligned}$$

Применяя к решению (4.80), (4.81) проекционную процедуру, получим следующую систему проекционных соотношений для определения амплитуд:

$$\begin{aligned}
\int_{-1-\alpha}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \{ \text{rot} (\dot{\mathbf{H}}_{ts} + \dot{\mathbf{H}}_{\zeta s}) - j s \omega \varepsilon_0 \hat{g} (\dot{\mathbf{E}}_{ts} + \dot{\mathbf{E}}_{\zeta s}) \} \mathbf{e}_{pr}^e dv du = \\
= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1-\alpha}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \hat{g} \delta_1 \mathbf{e}_{pr}^e e^{-js\omega t} dv du d\omega t; \quad (4.82)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{-1-\alpha}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \{ \text{rot} (\dot{\mathbf{H}}_{ts} + \dot{\mathbf{H}}_{\zeta s}) - j s \omega \varepsilon_0 \hat{g} (\mathbf{E}_{ts} + \mathbf{E}_{\zeta s}) \} \mathbf{e}_{pr}^M dv du = \\
= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1-\alpha}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \hat{g} \delta_1 \mathbf{e}_{pr}^M e^{-js\omega t} dv du d\omega t; \quad (4.83)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{-1-\alpha}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \{ \text{rot} (\dot{\mathbf{H}}_{ts} + \dot{\mathbf{H}}_{\zeta s}) - j s \omega \varepsilon_0 \hat{g} (\mathbf{E}_{ts} + \mathbf{E}_{\zeta s}) \} \psi_{pr}^e \mathbf{z}_0 dv du = \\
= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1-\alpha}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \hat{g} \delta \mathbf{z}_0 \psi_{pr}^e e^{-js\omega t} dv du d\omega t; \quad (4.84)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{-1-\alpha}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \{ \hat{g}^{-1} \text{rot} (\dot{\mathbf{E}}_{ts} + \dot{\mathbf{E}}_{\zeta s}) + j s \omega \mu_0 (\dot{\mathbf{H}}_{ts} + \dot{\mathbf{H}}_{\zeta s}) \} \mathbf{h}_{pr}^e dv du = \\
= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1-\alpha}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \delta_1^M \mathbf{h}_{pr}^e e^{-js\omega t} dv du d\omega t; \quad (4.85)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{-1}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \{ \hat{g}^{-1} \operatorname{rot} (\dot{\mathbf{E}}_{ts} + \dot{\mathbf{E}}_{\zeta s}) + j s \omega \mu_0 (\dot{\mathbf{H}}_{ts} + \dot{\mathbf{H}}_{\zeta s}) \} \mathbf{h}_{pr}^M dv du = \\
= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \delta_1^M \mathbf{h}_{pr}^M e^{-js\omega t} dv du d\omega t, \quad (4.86)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{-1}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \{ \hat{g}^{-1} \operatorname{rot} (\dot{\mathbf{E}}_{ts} + \dot{\mathbf{E}}_{\zeta s}) + j s \omega \mu_0 \dot{\mathbf{H}}_{ts} \} \psi_{pr}^M \mathbf{z}_0 dv du = \\
= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\alpha}^{\alpha} \delta_1^M \psi_{pr}^M \mathbf{z}_0 e^{-js\omega t} dv du d\omega t. \quad (4.87)
\end{aligned}$$

Уравнения (4.82)–(4.83) образуют полную систему ОДУ первого порядка, определяющую комплексные амплитуды связанных волн \dot{A}_{smn}^e , \dot{A}_{skl}^M , \dot{B}_{smn}^e , \dot{B}_{skl}^M , \dot{C}_{smn} , \dot{D}_{skl} , т.е. они представляют собой систему уравнений возбуждения динамических полей нерегулярного волновода с прямоугольным сечением, возбуждаемых негармоническими электрическими и магнитными токами источников. Полученные уравнения возбуждения, строго говоря, справедливы только в случае, когда граничные поверхности нерегулярного волновода не имеют изломов, т.е. a_z, b_z, q_z, h_z не имеют разрывов. Практически, однако, они могут использоваться и в этом случае, если при численном интегрировании обходить точку разрыва производной путем выбора шага интегрирования таким образом, чтобы она находилась в центре интервала интегрирования.

Самосогласованные уравнения возбуждения продольно-нерегулярного волновода электронным потоком. Взаимодействие электронного потока с возбуждаемым в волноводе электромагнитным полем будем описывать системой безразмерных уравнений Максвелла для комплексных амплитуд s -гармоники рабочей частоты

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{B}}_s = j s W \dot{\mathbf{E}}_s + \dot{\delta}_s; \quad \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}}_s = -j s W \dot{\mathbf{B}}_s; \quad [\mathbf{nE}]|_S = 0 \quad (4.88)$$

и уравнений движения крупных частиц, имитирующих движение электронов пучка:

$$\begin{aligned}
\frac{d\gamma_i \beta_i}{dz} &= -\frac{1}{\beta_{zi}} \{ (\mathbf{E} + [\beta_i \mathbf{B}]) + [\beta_i \mathbf{F}] + S_q \mathbf{E}_{qi} \}; \\
\frac{d\mathbf{r}_{\perp i}}{dz} &= \frac{\beta_{\perp i}}{\beta_{zi}}; \quad \frac{d\theta_i}{dz} = \frac{W}{\beta_{zi}}; \quad \gamma_i = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_i^2}}; \quad (4.89)
\end{aligned}$$

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re} \left(\sum_s \dot{\mathbf{E}}_s(\mathbf{r}_{\perp i}, z_i) e^{js\theta_i} \right); \quad \mathbf{B} = \operatorname{Re} \left(\sum_s \dot{\mathbf{B}}_s(\mathbf{r}_{\perp i}, z_i) e^{js\theta_i} \right);$$

$$\beta_i(0) = \beta_i^0; \quad \mathbf{r}_{\perp i}(0) = \mathbf{r}_{\perp i}^0; \quad \theta_i(0) = \frac{2\pi(i-1)}{Ne}; \quad i = 1, \dots, Ne.$$

Здесь и далее приняты следующие безразмерные переменные (штрихом будем обозначать размерные величины, имеющие одинаковое написание с безразмерными):

$$x, y, z, u, v, a, b, q, h = (x', y', z', u', v', a', b', q', h') \cdot \frac{\omega_0}{c}; \quad W = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \theta_i = \omega t_i;$$

ω — рабочая частота; ω_0 — базовая; $\beta_i = \mathbf{v}_i/c$, \mathbf{v}_i — скорость крупных частиц; c — скорость света;

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}}{E_m}; \quad \mathbf{B} = \frac{\mathbf{H}c\mu_0}{E_m}; \quad \delta_s = \frac{1}{\varepsilon_0\omega_0 E_m \pi} \int_0^{2\pi} J(z, \omega t) e^{-js\omega t} d\omega t;$$

$J(z, t)$ — плотность тока в ЭП; $G_0 = \frac{2eI_0}{\varepsilon_0 m_0 c^3}$; I_0 — ток пучка; $E_m = m_0\omega_0 c/e$; m_0, e — масса и заряд электрона; $\mathbf{F} = e\mathbf{B}^0/m_0\omega_0$, \mathbf{B}^0 — индукция магнитостатического поля; $S_q \mathbf{E}_{qi}$ — силовая составляющая поля пространственного заряда, расчет которой в каждом конкретном случае определяется выбором формы крупных частиц, конфигурацией электронного потока и области взаимодействия.

Используя проекционные соотношения (4.82)–(4.87) для уравнений (4.88), а также закон сохранения заряда для связи плотности тока электронного пучка с электронными траекториями, описываемыми уравнениями (4.8), получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для безразмерных амплитуд возбуждаемых мод в нерегулярном волноводе:

$$\begin{aligned} \dot{C}_{spr} \equiv & -\frac{j\dot{B}_{spr}^e \chi_{pr}^2}{sWaq} + \frac{\pi}{2} \left\{ \sum_m \dot{A}_{smr}^e m \left(\frac{a_z}{a} I_{mp}^{1cs} + \frac{b_z}{a} I_{mp}^{cs} \right) + \right. \\ & + \sum_n \dot{A}_{spn}^e n \left(\frac{q_z}{q} I_{nr}^{1cs} + \frac{h_z}{\alpha q} I_{nr}^{cs} \right) + \frac{r}{\alpha} \sum_k A_{skr}^M \left(\frac{a_z}{a} I_{kp}^{1cs} + \frac{b_z}{a} I_{kp}^{cs} \right) - \\ & \left. - p \sum_\ell \dot{A}_{spl}^M \left(\alpha \frac{q_z}{q} I_{\ell r}^{1cs} + \frac{h_z}{q} I_{\ell r}^{cs} \right) \right\} + I_{pr}^C, \quad p = 1, \dots, M, \quad r = 1, \dots, N; \end{aligned} \quad (4.90)$$

$$\dot{I}_{pr}^C = -\frac{jG_0}{sWaq\alpha} \frac{1}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \sin \frac{p\pi(u_i+1)}{2} \sin \frac{r\pi(v_i+\alpha)}{2\alpha} e^{-js\theta_i}; \quad (4.91)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{A}_{spr}^e}{dz} &= \frac{\alpha \chi_{pr}^M f_{pr}^e + \gamma_{pr}^M f_{pr}^M}{\chi_{pr}^e}, \quad p = 1, \dots, M, \quad r = 1, \dots, N; \\ \frac{d\dot{A}_{spr}^M}{dz} &= \frac{\gamma_{pr}^e f_{pr}^e + \alpha \chi_{pr}^e f_{pr}^M}{\chi_{pr}^M}, \quad p = 0, \dots, K, \quad r = 0, \dots, L; \end{aligned} \quad (4.92)$$

$$\begin{aligned}
\dot{f}_{pr}^e &= jsW\dot{B}_{spr}^e\chi_{pr}^2\alpha + \dot{C}_{pr}\alpha\chi_{pr}^e - \frac{r\pi}{2}\sum_k\dot{A}_{skr}^M\chi_{kr}^2\left(\frac{a_z}{q}I_{kp}^{1cs} + \frac{b_z}{q}I_{kp}^{cs}\right) + \\
&\quad + \frac{p\pi}{2}\alpha\sum_\ell\dot{A}_{spl}^M\chi_{pl}^2\left(\frac{q_z}{a}\alpha I_{lr}^{1cs} + \frac{h_z}{a}I_{lr}^{cs}\right), \quad p=1,\dots,M, \quad r=1,\dots,N; \\
\dot{f}_{pr}^M &= -jsW\dot{B}_{spr}^M\chi_{pr}^2\alpha - \dot{C}_{spr}\gamma_{pr}^e + \frac{\alpha p\pi}{2}\sum_k\dot{A}_{skr}^M\chi_{kr}^2\left(\frac{a_z}{q}I_{kp}^{1cs} + \frac{b_z}{q}I_{kp}^{cs}\right) + \\
&\quad + \frac{r\pi}{2}\sum_\ell\dot{A}_{spl}^M\chi_{pl}^2\left(\frac{q_z}{a}\alpha I_{lr}^{1cs} + \frac{h_z}{a}I_{lr}^{cs}\right), \quad p=0,\dots,K, \quad r=0,\dots,L; \\
\chi_{pr}^2 &= \left(\frac{p\pi}{2}\right)^2 + \left(\frac{r\pi}{2\alpha}\right)^2; \quad \chi_{pr}^{eM} = \chi_{pr}^e\chi_{pr}^M\alpha^2 - \gamma_{pr}^e\gamma_{pr}^M; \\
\gamma_{pr}^e &= \begin{cases} \frac{pr\pi^2}{4}\left(\frac{a}{q} - \frac{q}{a}\right), & \text{если } E_{pr} \text{ присутствует,} \\ 0, & \text{если } E_{pr} \text{ отсутствует,} \end{cases} \quad \chi_{pr}^e = \frac{q}{a}\left(\frac{p\pi}{2}\right)^2 + \frac{a}{q}\left(\frac{r\pi}{2\alpha}\right)^2; \\
\gamma_{pr}^M &= \begin{cases} \frac{pr\pi^2}{4}\left(\frac{a}{q} - \frac{q}{a}\right), & \text{если } H_{pr} \text{ присутствует,} \\ 0, & \text{если } H_{pr} \text{ отсутствует,} \end{cases} \quad \chi_{pr}^M = \frac{a}{q}\left(\frac{p\pi}{2}\right)^2 + \frac{q}{a}\left(\frac{r\pi}{2\alpha}\right)^2; \\
\dot{D}_{spr} &= -\frac{j}{sW}\left\{\dot{A}_{spr}^M\chi_{pr}^2\frac{1+b_z^2+h_z^2}{aq} + \right. \\
&\quad + \sum_k\left[\dot{A}_{skr}^M\chi_{kr}^2\left(\frac{a_z^2}{aq}I_{kp}^{2cc} + \frac{2a_zb_z}{aq}I_{kp}^{1cc}\right) - \frac{\pi}{2}\frac{d\dot{A}_{skr}^M}{dz}k\left(\frac{a_z}{q}I_{kp}^{1sc} + \frac{b_z}{q}I_{kp}^{sc}\right)\right] + \\
&\quad + \sum_\ell\left[\dot{A}_{spl}^M\chi_{pl}^2\alpha\left(\frac{q_z^2}{aq}I_{lr}^{2cc} + \frac{2q_zh_z}{aq}I_{lr}^{1cc}\right) - \frac{\pi}{2}\frac{d\dot{A}_{spl}^M}{dz}\ell\left(\frac{q_z}{a}I_{lr}^{1sc} + \frac{h_z}{a\alpha}I_{lr}^{sc}\right)\right] - \\
&\quad - \frac{r\pi}{2\alpha}\sum_m\left[\left(\dot{C}_{smr} - \frac{d\dot{A}_{smr}^e}{dz}\right)\left(\frac{a_z}{q}I_{mp}^{1sc} + \frac{b_z}{q}I_{mp}^{sc}\right)\right] + \\
&\quad + \frac{p\pi}{2}\sum_n\left[\left(\dot{C}_{spn} - \frac{d\dot{A}_{spn}^e}{dz}\right)\left(\frac{q_z}{a}I_{nr}^{1sc} + \frac{h_z}{a}I_{nr}^{sc}\right)\right]\Big\}, \quad p=0,\dots,K, \quad r=0,\dots,L;
\end{aligned} \tag{4.93}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\dot{B}_{spr}^e}{dz} &= \frac{jsW}{\chi_{pr}^2}\frac{\pi^2}{4}\left\{\dot{A}_{spr}^e\left[\frac{q}{a}(1+b_z^2)p^2 + \frac{a}{q}(1+h_z^2)\frac{r^2}{\alpha^2}\right] + \right. \\
&\quad + \dot{A}_{spr}^M\frac{pr}{\alpha}\left[\frac{q}{a}(1+b_z^2) - \frac{a}{q}(1+h_z^2)\right] + \sum_m\dot{A}_{smr}^e mp\frac{q}{a}(2a_zb_zI_{mp}^{1cc} + a_z^2I_{mp}^{2cc}) + \\
&\quad + \sum_k\dot{A}_{skr}^M\frac{pr}{\alpha}\frac{q}{a}(2a_zb_zI_{kp}^{1cc} + a_z^2I_{kp}^{2cc}) + \sum_n\dot{A}_{spn}^e rn\frac{a}{q}\left(\frac{2q_zh_z}{\alpha}I_{nr}^{1cc} + q_z^2I_{nr}^{2cc}\right) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{\ell} \dot{A}_{sp\ell}^M p r \frac{a}{q} (2q_z h_z I_{\ell r}^{1cc} + q_z^2 \alpha I_{\ell r}^{2cc}) - \frac{2}{\pi} \sum_m \dot{C}_{smr} p q (b_z I_{mp}^{1sc} + a_z I_{mp}^{1sc}) - \\
& - \frac{2}{\pi} \sum_n \dot{C}_{spn} \frac{r}{\alpha} a (h_z I_{nr}^{1sc} + \alpha q_z I_{nr}^{1sc}) + \sum_{mn} \dot{A}_{smn}^e \gamma_{mn}^1 + \sum_{k\ell} \dot{A}_{sk\ell}^M \gamma_{k\ell}^2 \Big\} + i_{pr}^{Be}; \\
\end{aligned} \tag{4.94}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{mn}^1 &= b_z h_z \left(\frac{mr}{\alpha} I_{mp}^{1cs} I_{nr}^{1sc} + \frac{np}{\alpha} I_{mp}^{1sc} I_{nr}^{1cs} \right) + b_z q_z (mr I_{mp}^{1cs} I_{nr}^{1sc} + np I_{mp}^{1sc} I_{nr}^{1cs}) + \\
& + a_z h_z \left(\frac{mr}{\alpha} I_{mp}^{1cs} I_{nr}^{1sc} + \frac{np}{\alpha} I_{mp}^{1sc} I_{nr}^{1cs} \right) + a_z q_z (mr I_{mp}^{1cs} I_{nr}^{1sc} + np I_{mp}^{1sc} I_{nr}^{1cs}); \\
\gamma_{k\ell}^2 &= b_z h_z \left(\frac{\ell r}{\alpha^2} I_{kp}^{1cs} I_{\ell r}^{1sc} - kp I_{kp}^{1sc} I_{\ell r}^{1cs} \right) + b_z q_z \left(\frac{\ell r}{\alpha} I_{kp}^{1cs} I_{\ell r}^{1sc} - kp \alpha I_{kp}^{1sc} I_{\ell r}^{1cs} \right) + \\
& + a_z h_z \left(\frac{\ell r}{\alpha^2} I_{kp}^{1cs} I_{\ell r}^{1sc} - kp I_{kp}^{1sc} I_{\ell r}^{1cs} \right) + a_z q_z \left(\frac{\ell r}{\alpha} I_{kp}^{1cs} I_{\ell r}^{1sc} - kp \alpha I_{kp}^{1sc} I_{\ell r}^{1cs} \right); \\
i_{pr}^{Be} &= - \frac{G_0}{\chi_{pr}^2 \alpha} \frac{1}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \left[\frac{1}{a} \left(\frac{\beta_{xi}}{\beta_{zi}} - u_i a_z - b_z \right) \frac{p\pi}{2} \cos \frac{p\pi(u_i+1)}{2} \sin \frac{r\pi(v_i+\alpha)}{2\alpha} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{q} \left(\frac{\beta_{yi}}{\beta_{zi}} - v_i q_z - h_z \right) \frac{r\pi}{2\alpha} \sin \frac{p\pi(u_i+1)}{2} \cos \frac{r\pi(v_i+\alpha)}{2\alpha} \right] e^{-js\theta_i}, \\
& p = 1, \dots, M, \quad r = 1, \dots, N;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\dot{B}_{spr}^M}{dz} &= -\dot{D}_{spr} - \frac{jsW}{\chi_{pr}^2} \frac{\pi^2}{4} \left\{ A_{spr}^e \frac{pr}{\alpha} \left[\frac{q}{a} (1 + b_z^2) - \frac{a}{q} (1 + h_z^2) \right] + \right. \\
& + \dot{A}_{spr}^M \left[\frac{q}{a} (1 + b_z^2) \frac{r^2}{\alpha^2} + \frac{a}{q} (1 + h_z^2) p^2 \right] + \sum_m \dot{A}_{smr}^e \frac{q}{a} \frac{mr}{\alpha} (I_{mp}^{1cc} 2a_z b_z + I_{mp}^{2cc} a_z^2) + \\
& + \sum_k \dot{A}_{skr}^M \frac{r^2}{\alpha^2} \frac{q}{a} (I_{kp}^{1cc} 2a_z b_z + I_{kp}^{2cc} a_z^2) - \sum_n \dot{A}_{spn}^e np \frac{a}{q} (I_{nr}^{1cc} 2q_z h_z + I_{nr}^{2cc} \alpha q_z^2) + \\
& + \sum_{\ell} \dot{A}_{spl}^M p^2 \alpha \frac{a}{q} (I_{\ell r}^{1cc} 2q_z h_z + I_{\ell r}^{2cc} \alpha q_z^2) - \frac{2}{\pi} \sum_m \dot{C}_{smr} \frac{qr}{\alpha} (I_{mp}^{1sc} b_z + I_{mp}^{1sc} a_z) + \\
& + \frac{2}{\pi} \sum_n \dot{C}_{spn} a p (I_{nr}^{1sc} h_z + I_{nr}^{1sc} \alpha q_z) - \sum_{mn} A_{smn}^e \gamma_{mn}^3 - \sum_{k\ell} A_{sk\ell}^M \gamma_{k\ell}^4 \Big\} + i_{pr}^{BM}; \\
\end{aligned} \tag{4.95}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{mn}^3 &= b_z h_z \left(mp I_{mp}^{1cs} I_{nr}^{1sc} - \frac{nr}{\alpha^2} I_{mp}^{1sc} I_{nr}^{1cs} \right) + a_z h_z \left(mp I_{mp}^{1cs} I_{nr}^{1sc} - \frac{nr}{\alpha^2} I_{mp}^{1sc} I_{nr}^{1cs} \right) + \\
& + \alpha q_z b_z \left(mp I_{mp}^{1cs} I_{nr}^{1sc} - \frac{nr}{\alpha^2} I_{mp}^{1sc} I_{nr}^{1cs} \right) + \alpha a_z q_z \left(mp I_{mp}^{1cs} I_{nr}^{1sc} - \frac{nr}{\alpha^2} I_{mp}^{1sc} I_{nr}^{1cs} \right); \\
\gamma_{k\ell}^4 &= \frac{b_z h_z}{\alpha} (\ell p I_{kp}^{1cs} I_{\ell r}^{1sc} + k r I_{kp}^{1sc} I_{\ell r}^{1cs}) + \frac{a_z h_z}{\alpha} (\ell p I_{kp}^{1cs} I_{\ell r}^{1sc} + k r I_{kp}^{1sc} I_{\ell r}^{1cs}) + \\
& + q_z b_z (\ell p I_{kp}^{1cs} I_{\ell r}^{1sc} + k r I_{kp}^{1sc} I_{\ell r}^{1cs}) + a_z q_z (\ell p I_{kp}^{1cs} I_{\ell r}^{1sc} + k r I_{kp}^{1sc} I_{\ell r}^{1cs});
\end{aligned}$$

$$j_{pr}^{BM} = \frac{G_0}{\chi_{pr}^2 \alpha} \frac{1}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \left[\frac{1}{a} \left(\frac{\beta_{xi}}{\beta_{zi}} - u_i a_z - b_z \right) \frac{r\pi}{2\alpha} \cos \frac{p\pi(u_i+1)}{2} \sin \frac{r\pi(v_i+\alpha)}{2\alpha} - \right. \\ \left. - \frac{1}{q} \left(\frac{\beta_{yi}}{\beta_{zi}} - v_i q_z - h_z \right) \frac{p\pi}{2} \sin \frac{p\pi(u_i+1)}{2} \cos \frac{r\pi(v_i+\alpha)}{2\alpha} \right] e^{-js\theta_i}, \\ p = 0, \dots, K, \quad r = 0, \dots, L.$$

Здесь $u_i, v_i, \beta_{xi}, \beta_{yi}, \beta_{zi}$ — координаты и скорости частиц в сечении z ,

$$I_{ij}^{cs} = \int_{-1}^1 \cos \frac{i\pi(x+1)}{2} \sin \frac{j\pi(x+1)}{2} dx; \quad I_{ij}^{sc} = I_{ji}^{cs}; \\ I_{ij}^{1cs} = \int_{-1}^1 x \cos \frac{i\pi(x+1)}{2} \sin \frac{j\pi(x+1)}{2} dx; \quad I_{ij}^{1sc} = I_{ji}^{1cs}; \\ I_{ij}^{2cs} = \int_{-1}^1 x^2 \cos \frac{i\pi(x+1)}{2} \sin \frac{j\pi(x+1)}{2} dx; \quad I_{ij}^{2sc} = I_{ji}^{2cs},$$

аналогично обозначаются интегралы $I_{ij}^{1cc}, I_{ij}^{2cc}, I_{ij}^{1ss}, I_{ij}^{2ss}$.

При учете связи (4.75) ковариантных проекций векторов электромагнитного поля с физическими уравнения (4.8)–(4.95) представляют самосогласованную систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих процессы возбуждения электромагнитных полей в нерегулярном волноводе прямоугольного сечения.

При задании граничных условий для уравнений (4.90)–(4.95) используем тот факт, что на регулярных участках волновода волновое поле представляет собой сумму прямой и обратной волн вида

$$\sum_{mn} [\dot{e}_{mn}^{e+} \cdot e^{-jK_{zmn}} (\dot{\mathbf{E}}^+ \dot{\mathbf{B}}^+)_e^e + \dot{e}_{mn}^{e-} \cdot e^{+jK_{zmn}} (\dot{\mathbf{E}}^- \dot{\mathbf{B}}^-)_e^e] + \\ + \sum_{kl} [\dot{e}_{kl}^{M+} \cdot e^{-jK_{zkl}} (\dot{\mathbf{E}}^+ \dot{\mathbf{B}}^+)_M^M + \dot{e}_{kl}^{M-} \cdot e^{+jK_{zkl}} (\dot{\mathbf{E}}^- \dot{\mathbf{B}}^-)_M^M], \quad (4.96)$$

где $\dot{e}_{mn}^{e\pm}, \dot{e}_{kl}^{M\pm}$ — постоянные амплитуды; $(\dot{\mathbf{E}}^\pm \dot{\mathbf{B}}^\pm)_e^e, M$ — собственные функции E_{ij} и H_{ij} регулярного волновода; $K_{zij} = \sqrt{W^2 - K_{tij}^2}$ — продольное волновое число; $K_{tij} = \sqrt{\left(\frac{i\pi}{D_{xp} - D_{ym}}\right)^2 + \left(\frac{j\pi}{D_{yp} - D_{ym}}\right)^2}$ — поперечное волновое число.

Используя соотношения (4.75) а также предполагая, что при $z \leq 0$

волновод регулярный, запишем начальные условия для амплитуд

$$\begin{aligned}\dot{A}_{mn}^e(0) &= (\dot{e}_{mn}^- - \dot{e}_{mn}^+) \frac{K_{zmn}}{K_{tmn}(0)}; & \dot{B}_{mn}^e(0) &= (\dot{e}_{mn}^- + \dot{e}_{mn}^+) \frac{W}{K_{tmn}(0)}; \\ \dot{A}_{kl}^M(0) &= (\dot{e}_{kl}^{M+} + \dot{e}_{kl}^{M-}) \frac{W}{K_{tkl}(0)}; & \dot{B}_{kl}^M(0) &= (\dot{e}_{kl}^{M+} - \dot{e}_{kl}^{M-}) \frac{K_{zkl}}{K_{tkl}(0)}.\end{aligned}\quad (4.97)$$

Безразмерная мощность, переносимая волновым полем через поперечное сечение волновода, в выбранных переменных имеет вид

$$P(z) = -\alpha \sum_s \left[\sum_{mn} \chi_{mn}^2 \operatorname{Re} \left(\dot{A}_{smn}^e \dot{B}_{smn}^{e*} \right) + \sum_{kl} \chi_{kl}^2 \operatorname{Re} \left(\dot{A}_{skl}^M \dot{B}_{skl}^{M*} \right) \right]. \quad (4.98)$$

Исходя из представления (4.96) на регулярных участках, а также в точках волновода, где $a_z = b_z = q_z = h_z = 0$, мощности прямой и обратной волн в выбранных безразмерных переменных выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned}P^\pm &= -\alpha \sum_s \left\{ \sum_{mn} \chi_{mn}^2 \operatorname{Re} \left[\left(\dot{A}_{smn}^e \pm \frac{j}{K_{zmn}} \frac{d\dot{A}_{smn}^e}{dz} \right) \left(\dot{B}_{smn}^e \pm \frac{j}{K_{zmn}} \frac{d\dot{B}_{smn}^e}{dz} \right)^* \right] + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{kl} \chi_{kl}^2 \operatorname{Re} \left[\left(\dot{A}_{skl}^M \pm \frac{j}{K_{zkl}} \frac{d\dot{A}_{skl}^M}{dz} \right) \left(\dot{B}_{skl}^M \pm \frac{j}{K_{zkl}} \frac{d\dot{B}_{skl}^M}{dz} \right)^* \right] \right\}. \quad (4.99)\end{aligned}$$

Эффективность взаимодействия электронного потока с возбуждаемым электромагнитным полем оценивается величиной электронного КПД

$$\eta_e = \frac{1}{Ne} \sum_{i=1}^{Ne} \frac{\gamma_i(z) - \gamma_i(0)}{1 - \gamma_i(0)} \quad (4.100)$$

или волнового КПД

$$\eta_v = \frac{P(z) - P(0)}{G_0(\gamma_0 - 1)}; \quad \eta_v^\pm = \frac{P^\pm(z) - P^\pm(0)}{G_0(\gamma_0 - 1)}.$$

Расчет эффективности по разным формулам позволяет контролировать погрешность вычислений, так как при отсутствии потерь в стенках волновода из-за сохранения баланса энергии должно выполняться условие $\eta_e = \eta_v$, а также на регулярных участках $\eta_v = \eta_v^+ + \eta_v^-$.

Ниже приведены примеры моделирования приборов и устройств СВЧ на основе развитой теории.

ЛБВ-О на нерегулярном гофрированном волноводе прямоугольного сечения. Схема ЛБВ приведена на рис. 4.3. Формируемый электронной пушкой ленточный электронный поток, проходя в зазоре волновода с гофрированными стенками (см. рис. 4.3), взаимодействует с усиливаемой E_{11} -волной и другими связанными с ней волнами, после чего осаждается на коллекторе. Ввод сигнала и вывод СВЧ энергии

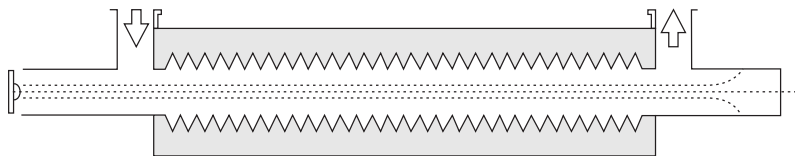


Рис. 4.3. Схема ЛБВ

осуществляется через согласованные переходы. В области взаимодействия создано однородное магнитное поле $\mathbf{F} = F_0 \mathbf{z}_0$, обеспечивающее минимизацию поперечных составляющих скорости пучка.

Профиль гофра задавался в виде

$$\begin{aligned} D_{xm} &= -D_{xo}; & D_{ym} &= -D_{yo} - h_{ym}(z) \sin^2 \left(n_{ym} \frac{\pi z}{L} \right); \\ D_{xp} &= D_{xo}; & D_{yp} &= D_{yo} + h_{yp}(z) \sin^2 \left(n_{yp} \frac{\pi z}{L} \right). \end{aligned} \quad (4.101)$$

В математической модели ЛБВ-О приняты трехмерные уравнения движения крупных частиц (4.8) с начальными условиями $\beta_i^0 = \beta_0 \mathbf{z}_0$, $\mathbf{r}_{\perp i}^0 = 0$. Начальные условия для амплитуд (4.87) задавались исходя из того, что на вход подается сигнал в виде падающей E_{11} -волны с амплитудой $e_{11re}^+ = e^0$, амплитуды всех остальных распространяющихся волн задавались равными нулю. Тем самым обеспечивается полное согласование на входном конце лампы. Исходя из условия селекции рабочей E_{11} -волны на базовой частоте, были выбраны безразмерные (отнесенные к $\lambda_0/2\pi$) значения $D_{x0} = 10$, $D_{y0} = 2$. Оптимизировались: глубина гофра $h_{ym}(z) = h_{yp}(z) = h_y(z)$, длина гребенки L , количество периодов $n_{ym} = n_{yp} = n_y$, ток пучка I_0 , амплитуда сигнала e^0 . Анализ показывает, что в волновоме при таких размерах распространяется 12 типов волн, однако в результате расчетов выяснилось, что основной «паразитной» волной в рассматриваемой ЛБВ-О является волна HE_{11} , которая связана в нерегулярном волновоме с волной E_{11} и оказывает существенное влияние на процесс усиления. Все другие распространяющиеся типы волн не возбуждаются.

Был произведен поиск оптимизированных по величине волнового кпд вариантов ЛБВ-О в диапазоне напряжений электронного пучка ($0,5 \leq \beta_0 \leq 0,85$). Анализ полученных результатов показал необходимость учета HE_{11} -волны. Оказалось, что предварительные расчеты по упрощенной модели с учетом только E_{11} -волны дают значительную погрешность. При $\beta_0 > 0,7$ были найдены варианты с кпд 36% на регулярной гребенке и с кпд 57% на нерегулярной. Ниже приведены два варианта.

Вариант 1 (регулярная гребенка): $\beta_0 = 0,75$; $I_0 = 100$ А; $L = 71$; $n_y = 40$; $h_y = 1,34$; $e^0 = 0,0025$; $\eta = 32\%$; $K_u = 13$ дБ.

Вариант 2 (нерегулярная гребенка): $\beta_0 = 0,85$; $I_0 = 386$ А; $L = 88$; $n_y = 40$; $\eta = 57\%$; $K_u = 23$ дБ. В этом варианте глубина гофра изменяется в пределах $1,005 < h_y < 1,345$.

За счет оптимального профилирования глубины гофра эффективность лампы может быть увеличена примерно в 1,5–2 раза.

Таким образом, полученная математическая модель позволяет производить расчеты и оптимизацию ЛБВ-О с нерегулярным профилем гофра замедляющей системы. Проведенные исследования показали высокую эффективность ЛБВ-О с замедляющей системой в виде гребенки с оптимально профилированным гофром. Причем с увеличением напряжения электронного пучка кпд такой лампы возрастает.

Заграждающий фильтр на основе периодического гофра. Рассмотрим расчет заграждающего фильтра для волны H_{10} -типа. Геометрия отрезка волновода, выполняющего функции фильтра, представлена на рис. 4.4. Профиль гофра задавался формулами (4.101).

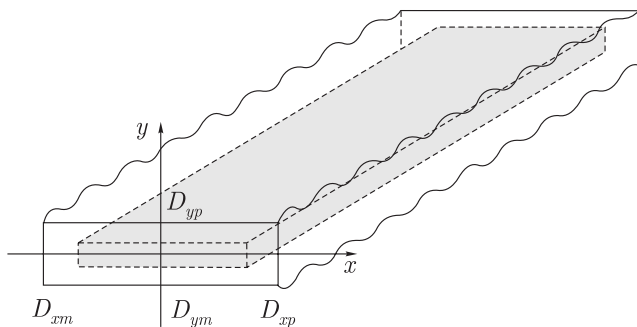


Рис. 4.4. Замедляющая система ЛБВ

При расчете фильтра граничные условия выбираются следующим образом. На входе задаются падающая H_{10} -волна с амплитудой $\dot{e}_{01}^{M+} = 1 + j0$ и отраженная $\dot{e}_{01}^{M-} = e^0 \cdot e^{j\varphi_0}$. Амплитуды всех других волн задавались равными нулю. На выходном конце при $z = L$ задается условие отсутствия встречной волны $P^-(L) = 0$ и минимизируется величина проходящей мощности $P^+(L)$. В уравнениях (4.90)–(4.95) полагается $j^C = j^{Be} = j^{BM} = 0$.

Задавались значения D_{x0} , D_{y0} и методом пристрелки подбирались значения e^0 , φ_0 , L , h_y , n_y из условия $P^-(L) = 0$ и $\min P^+(L)$.

Расчеты, в частности, показали, что при $D_{x0} < \pi$, $D_{y0} < \pi$, (т. е. пока не распространяются волны H_{12} , E_{12}), рассматриваемый периодический фильтр ($h_y = \text{const}$) при $n_y = 10$ обеспечивает 25 дБ затухания. При этом волны H_{01} , H_{11} , E_{11} не возбуждаются.

Один из вариантов такого фильтра: $D_{x0} = 1,75$; $D_{y0} = 2,75$; $L = 70,5$; $n_y = 10$; $h_y = 1,38$; $P^+(L)/P^+(0) = 0,0034$.

На рис. 4.5 приведено распределение мощностей прямой и встречной волн (4.99) $P^+(z)$, $P^-(z)$. Полоса заграждения такого фильтра уменьшается с увеличением n_y .

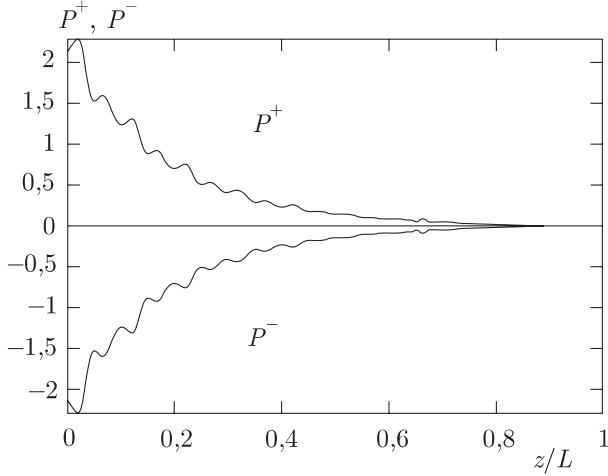


Рис. 4.5. Распределение мощностей прямой и встречной волн

Расчет дисперсионных характеристик периодического волновода. При расчете дисперсионных характеристик волн в периодических волноводах искомое решение для поля в волноводе подчиняется условию Флоке:

$$(\dot{\mathbf{E}}(x, y, z + kd), \dot{\mathbf{B}}(x, y, z + kd)) = (\dot{\mathbf{E}}(x, y, z), \dot{\mathbf{B}}(x, y, z)) \cdot e^{jk\varphi_0}. \quad (4.102)$$

Здесь d — период; $0 \leq \varphi_0 \leq \pi$ — набег фазы нулевой пространственной гармоники поля. Постоянные распространения пространственных гармоник определяются через φ_0 и d по формуле

$$\beta_{\varphi n} = \frac{d}{\varphi_0 + 2n\pi}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad \beta_{\varphi n} = \frac{v_{\varphi n}}{c}, \quad (4.103)$$

$v_{\varphi n}$ — фазовая скорость гармоники.

При расчете зависимости $\varphi_0(W)$ для волны определенного типа (E_{mn} или H_{kl}) граничные условия при $z = 0$ задаются следующим образом: $\dot{e}_{ij}^+ = 1$; $\dot{e}_{ij}^- = e_{0r}$. Методом пристрелки подбираются e_{0r} , φ_0 , для которых при $z = d$ выполняются условия, вытекающие из (4.102):

$$\dot{A}_{ij}(d) = \dot{A}_{ij}(0) \cdot e^{j\varphi_0}; \quad \dot{B}_{ij}(d) = \dot{B}_{ij}(0) \cdot e^{j\varphi_0}.$$

Анализ решений этой задачи, в частности, показал, что для отрезка периодического волновода нельзя одновременно удовлетворить условию (4.102) и условиям полного согласования на входе и выходе $\dot{A}^-(0) = \dot{B}^-(0) = \dot{A}^-(L) = \dot{B}^-(L) = 0$. Следовательно, решение, удовле-

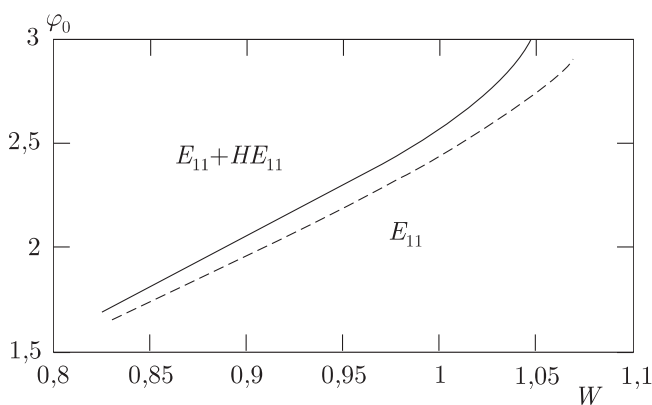


Рис. 4.6. Дисперсионные характеристики

творяющее условию Флоке, является суперпозицией попутной и встречной волн и рис. 4.6. Дисперсионные характеристики не реализуются в практически важных случаях, когда необходимо выполнение условий согласования. Однако пространственные гармоники всегда присутствуют в волновом поле периодического волновода, хотя их амплитуды отличны от тех, которые реализуются в волновом поле Флоке. Поэтому знание их постоянных распространения позволяет предсказывать условия усиления и генерации волн электронными потоками.

В качестве примера расчета на рис. 4.6 приведена зависимость $\varphi_0(W)$ для периодического гофрированного волновода, используемого в приведенном выше варианте 1 ЛБВ-О. Верхняя кривая соответствует расчету для $E_{11} + HE_{11}$ -волны, нижняя — для E_{11} без учета HE_{11} . Анализ показывает, что при $\tilde{W} = 1$ нулевая пространственная гармоника $E_{11} + HE_{11}$ имеет замедление $\beta_{\varphi_0} = 0,71$, эта же гармоника E_{11} -волны имеет замедление $\beta_{\varphi_0} = 0,755$. Таким образом, усиление в этом варианте реализуется при синхронизме именно с пространственной гармоникой комбинированной $E_{11} + HE_{11}$ -волны.

Развитая строгая теория произвольно-нерегулярного волновода с прямоугольным сечением позволяет корректно решать широкий круг задач анализа и оптимизации электронных приборов и устройств СВЧ. Приведенные примеры демонстрируют недопустимость использования в этих задачах упрощенных теорий, в которых не учитывается связь различных типов волн в нерегулярных периодических и непериодических волноводах.

4.9. T -функции для решения двухточечных задач в теории нерегулярных волноводов

В разд. 4.4 развита общая теория произвольно-нерегулярных волноводов, основанная на отображении произвольно-нерегулярной внутренней поверхности волновода на регулярный цилиндр. В преобразованной (косоугольной) системе координат решение представляется в виде связанных нормальных волн с использованием проекционной процедуры. При этом амплитуды связанных волн определяются системой ОДУ с переменными коэффициентами, вид которых определяется профилем нерегулярного волновода. Граничные условия к этой системе ставятся в начальном и конечном сечении отрезка нерегулярного волновода (двухточечная задача). Решение этой задачи традиционными методами не встречает затруднений, если рассматриваются только распространяющиеся волны. Как показано ниже, для точного расчета волновода необходим учет связанных с распространяющимися закритических волн, существенно меняющих характеристики волновода. Однако для закритических волн численное решение граничной (двухточечной) задачи с использованием пошаговых методов типа Рунге–Кутты или Хемминга невозможно из-за их быстрой расходимости (из-за малых ошибок появляются резко возрастающие решения). В этом случае необходимо строить аналитические решения на системе заданных узловых точек, удовлетворяющие граничным условиям краевой задачи и представляющие собой разложение искомых функций в базисе специальных функций, обеспечивающих разрешимость получающейся системы алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения. Такие специальные дискретно определенные T -функции введены и описаны ниже.

T -функции. Будем предполагать, что эти функции определены на системе N равноотстоящих точек t_m : t_0, t_1, \dots, t_{N-1} интервала L_N . Интервал L_N определим следующим образом:

$$L_N = 2\pi \frac{\sin(\pi/N)}{(\pi/N)} = 2N \sin(\pi/N). \quad (4.104)$$

В пределе при $N \rightarrow \infty$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} L_N = 2\pi \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin(\pi/N)}{(\pi/N)} = 2\pi.$$

Кроме того,

$$t_m = mh; \quad h = \frac{L_N}{N} = 2 \sin(\pi/N). \quad (4.105)$$

Определим системы базисных функций k -го порядка первого рода $\text{tc}_{Nk}(kt_m)$ и второго рода $\text{ts}_{Nk}(kt_m)$ следующим образом:

$$\text{tc}_{Nk}(kt_m) = \cos\left(\frac{2\pi k}{L_N}t_m\right) = \cos\left(\frac{\pi k \cdot t_m}{N \sin(\pi/N)}\right), \quad (4.106)$$

$k = -2, -1, 0, 1, 2, \dots, k$ — целое число;

$$\text{ts}_{Nk}(kt_m) = \sin\left(\frac{2\pi k}{L_N}t_m\right) = \sin\left(\frac{\pi k \cdot t_m}{N \sin(\pi/N)}\right). \quad (4.107)$$

Введем также комплексную te_{Nk} -функцию

$$\text{te}_{Nk}(kt_m) = \text{tc}_{Nk}(kt_m) + j \text{ts}_{Nk}(kt_m). \quad (4.108)$$

В пределе $N \rightarrow \infty$, $\Delta t_N \rightarrow 0$, $t_m \rightarrow t$ имеем

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{tc}_{Nk}(kt_m) = \lim_{N \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{(\pi/N)}{\sin(\pi/N)}kt_m\right) = \cos(kt);$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{ts}_{Nk}(kt_m) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{(\pi/N)}{\sin(\pi/N)}kt_m\right) = \sin(kt);$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{te}_{Nk}(kt_m) = \cos(kt) + j \sin(kt) = e^{jkt}.$$

Таким образом, в пределе для непрерывного аргумента t T_{Nk} -функции переходят в обычные тригонометрические функции.

В дискретном же варианте, как следует из определений (4.106), (4.107), имеют место иные соотношения:

$$\text{tc}_{Nk}(kt_m) = \cos(kx_m); \quad (4.109)$$

$$\text{ts}_{Nk}(kt_m) = \sin(kx_m), \quad (4.110)$$

где $x_m = \frac{2\pi}{N}m$, $t_m = \frac{2 \sin(\pi/N)}{N}m$.

Таким образом, аргументы в T -функциях и тригонометрических функциях k -го порядка различны. Это различие и реализует основное свойство T -функций на дискретном множестве точек t_m , приводящее к аналитическим решениям: производные от этих функций на множестве t_m с точностью до коэффициента равны самим функциям. Действительно,

$$\text{tc}'_{Nk}(kt^m) = -R_k \text{ts}_{Nk}(kt^m); \quad (4.111)$$

$$\text{ts}'_{Nk}(kt^m) = R_k \text{tc}_{Nk}(kt^m); \quad (4.112)$$

$$\text{te}'_{Nk}(kt^m) = jR_k \text{te}_{Nk}(kt^m); \quad (4.113)$$

$$\text{tc}''_{Nk}(kt_m) = -R_k^2 \text{tc}_{Nk}(kt_m); \quad (4.114)$$

$$\text{ts}''_{Nk}(kt_m) = -R_k^2 \text{ts}_{Nk}(kt_m); \quad (4.115)$$

$$\text{te}''_{Nk}(kt_m) = -R_k^2 \text{te}_{Nk}(kt_m); \quad (4.116)$$

$$R_k = \frac{\sin(\pi k/N)}{\sin(\pi/N)}.$$

Взаимодействие H_{0i} -волн в гофрированном волноводе с круговым сечением. Воспользуемся общей теорией нерегулярных волноводов, развитой в разд. 4.1. В рассматриваемом случае система дифференциальных уравнений для амплитуд связанных волн $H_{01}(\dot{A}_1), \dots, H_{0i}(\dot{A}_i)$ имеет вид (источники внутри отрезка волновода отсутствуют)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \dot{A}_i}{dT^2} + \left(1 - \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \right)^2 \frac{1}{g^2} - \frac{1}{3} \mu_i^2 \left(\frac{1}{g} \frac{dg}{dT} \right)^2 \right) \dot{A}_i - \\ - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^I \left[\frac{1}{g} \frac{dg}{dT} \gamma_{ij}^{(4)} \frac{d\dot{A}_j}{dT} + \left[\left(\frac{1}{g} \frac{dg}{dT} \right)^2 \gamma_{ij}^{(5)} - \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{dT^2} \gamma_{ij}^{(6)} \right] \dot{A}_j \right] = 0, \quad (4.117) \\ i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Здесь $T = \frac{2\pi}{\lambda} z$, z — расстояние вдоль оси волновода; λ — длина волны в свободном пространстве; $g(T) = b(z)/b_{\text{кр}}$, $b(z)$ — радиус внутренней поверхности нерегулярного волновода; $b_{\text{кр}}$ — критический радиус для волны H_{01} ; $b_{\text{кр}} = \lambda \mu_1 / 2\pi$, μ_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) — корни производной функции Бесселя 1-го рода нулевого порядка ($J'_0(\mu_i) = 0$);

$$\begin{aligned} \gamma_{ij, i \neq j}^{(4)} &= \frac{\mu_i \mu_j}{\mu_i^2 - \mu_j^2} \frac{2J_0(\mu_i)}{J_0(\mu_j)}, \quad \gamma_{ij, i \neq j}^{(5)} = \left[\frac{\mu_i \mu_j (\mu_i^2 + 3\mu_j^2)}{(\mu_i^2 - \mu_j^2)^2} \right] \cdot \frac{2J_0(\mu_i)}{J_0(\mu_j)}, \\ \gamma_{ij, i \neq j}^{(6)} &= -\frac{\mu_i \mu_j}{\mu_i^2 - \mu_j^2} \frac{2J_0(\mu_i)}{J_0(\mu_j)}. \end{aligned}$$

В случае когда: а) вход и выход отрезка нерегулярного волновода согласованы; б) на входе и выходе выполняются условия $\frac{dg}{dT}(0) = \frac{dg}{dT}(L_0) = 0$; в) сигнал подается только с левого конца и только на волне H_{01} , граничные условия в системе (4.117) имеют вид

$$\begin{cases} \frac{d\dot{A}_i}{dT}(0) = j \sqrt{1 - \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \right)^2} / g_0^2 \dot{A}_i(0); \\ \frac{d\dot{A}_i}{dT}(L_0) = -j \sqrt{1 - \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \right)^2} / g_L^2 \dot{A}_i(L_0), \end{cases} \quad (4.118)$$

причем $\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \right)^2} / g^2 = -j \sqrt{\left(\frac{\mu_1}{\mu_i} \right)^2 / g^2 - 1}$. при $\left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \right)^2 / g^2 > 1$
Здесь $g_0 = g(0)$, $g_L = g(L_0)$.

Рассмотрим исходную систему (4.117) в виде, удобном для даль-

нейшего численного счета:

$$\frac{d^2 \dot{A}_i}{dT^2} + Q_i(T) \dot{A}_i - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}} \left[G_{ij}(T) \frac{d \dot{A}_j}{dT} + Q_{ij}(T) \dot{A}_j \right] = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (4.119)$$

где $G_{ij} = \frac{1}{g} \frac{dg}{dT} \gamma_{ij}^{(4)}$, $i \neq j$,

$$Q_i(T) = 1 - \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \right)^2 \frac{1}{g^2(T)} - \frac{1}{3} \mu_i^2 \left(\frac{1}{g} \frac{dg}{dT} \right)^2,$$

$$Q_{ij}(T) = \left(\frac{1}{g} \frac{dg}{dT} \right)^2 \gamma_{ij}^{(5)} - \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{dT^2} \gamma_{ij}^{(6)}, \quad i \neq j;$$

Профиль волновода зададим следующим образом:

$$g(T) = 1 + \Delta + H \sin^2 \left(a_1 \left(\frac{T}{L_0} \right) + a_3 \left(\frac{T}{L_0} \right)^3 + a_5 \left(\frac{T}{L_0} \right)^5 \right). \quad (4.120)$$

Далее представим $\dot{A}_1, \dot{A}_2, \dot{A}_3, \dots, \dot{A}_I$ в виде разложения в ряды по T -функциям

$$\dot{A}_i(t_m) = \sum_{k=-N_1}^{N_2} c_{ik} \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right), \quad N = N_1 + N_2 + 1, \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.121)$$

(Обычно $N_1 = N_2$.) Здесь N — число точек на интервале $[0; L_0]$; $r = \frac{L_0}{L_N}$, где L_N — период T -функций, т.е.

$$L_N = 2\pi \frac{\sin(\pi/N)}{\pi/N} = 2N \sin(\pi/N).$$

По определению (4.108)

$$\text{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) = \exp \left(j \frac{\pi k t_m}{r N \sin(\pi/N)} \right).$$

Первая и вторая производные этой функции благодаря свойствам (4.113) и (4.116) выражаются соответственно как

$$\text{te}'_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) = j R_k \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right); \quad \text{te}''_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) = -R_k^2 \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right), \quad (4.122)$$

где $R_k = \sin \left(\frac{\pi k}{N} \right) / \left(r \sin \left(\frac{\pi}{N} \right) \right)$.

Подставляем (4.121) в (4.119) с учетом (4.122) (для всех точек t_m , исключая первую t_1 и последнюю t_N):

$$\begin{aligned}
& - \sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{ik} R_k^2 \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) + \sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{ik} Q_i(T) \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) + \\
& + j \sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{1k} G_{i1}(T) R_k \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) - \sum_{k=-N_1}^{N_2} c_{1k} Q_{i1}(T) \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) + \\
& + j \sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{2k} G_{i2}(T) R_k \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) - \sum_{k=-N_1}^{N_2} c_{2k} Q_{i2}(T) \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) \pm \dots = 0, \\
& i = 1, 2, \dots \quad (4.123)
\end{aligned}$$

Группируя слагаемые в (4.123) относительно коэффициентов разложений c_{ik} , имеем

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{ik} \left[\left(-R_k^2 + Q_i(T) \right) \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) \right] - \\
& - \sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{1k} \left[\left[-jG_{i1}(T)R_k + Q_{i1}(T) \right] \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) \right] - \\
& - \sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{2k} \left[\left[-jG_{i2}(T)R_k + Q_{i2}(T) \right] \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_m}{r} \right) \right] - \dots = 0, \\
& i = 1, 2, \dots \quad (4.124)
\end{aligned}$$

В полученной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) множество $\{c_{ik}\}$ представляет собой вектор неизвестных, а стоящие в квадратных скобках выражения — матричные элементы СЛАУ. В крайних точках (t_1 и t_N) используется уравнение (4.118), выражающее граничные условия задачи.

Первые производные берутся в соответствии с конечно-разностным определением правосторонней производной (это не влияет на общую точность решения):

$$\frac{d\dot{A}_i(0)}{dT} = \frac{\dot{A}_i(t_2) - \dot{A}_i(t_1)}{h}, \quad \frac{d\dot{A}_i(L_0)}{dT} = \frac{\dot{A}_i(t_N) - \dot{A}_i(t_{N-1})}{h}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad h = \frac{L_N}{N}.$$

Используя представление (4.121), получаем

$$\begin{aligned}
\frac{d\dot{A}_i(0)}{dT} &= \frac{1}{h} \left(\sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{ik} \left[\operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_2}{r} \right) - \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_1}{r} \right) \right] \right); \\
\frac{d\dot{A}_i(L_0)}{dT} &= \frac{1}{h} \left(\sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{ik} \left[\operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_N}{r} \right) - \operatorname{te}_{Nk} \left(\frac{kt_{N-1}}{r} \right) \right] \right).
\end{aligned}$$

Заменяя $\frac{d\dot{A}_{1,i}(0)}{dT}$ и $\frac{d\dot{A}_{1,i}(L_0)}{dT}$ правой частью уравнений граничных условий (4.118) и учитывая, что

$$\left[\text{te}_{NK} \left(\frac{kt_2}{r} \right) - \text{te}_{NK} \left(\frac{kt_1}{r} \right) \right] / h = -jR_K \text{te}_{NK} \left(\frac{kt^1}{r} \right),$$

где $t^1 = t_1 + h/2$, и что

$$\left[\text{te}_{NK} \left(\frac{kt_N}{r} \right) - \text{te}_{NK} \left(\frac{kt_{N-1}}{r} \right) \right] / h = -jR_K \text{te}_{NK} \left(\frac{kt^{N-1}}{r} \right),$$

где $t^{N-1} = t_{N-1} + h/2$, окончательно получаем дополняющие систему (4.124) уравнения в крайних точках t_1 и t_N

$$\sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{1k} \left[jR_k \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt^1}{r} \right) - j\sqrt{1 - 1/g_0^2} \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt_1}{r} \right) \right] = \dot{A}_{01}; \quad (4.125)$$

$$\sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{ik} \left[jR_k \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt^1}{r} \right) - j\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \right)^2} / g_0^2 \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt_1}{r} \right) \right] = 0; \quad (4.126)$$

$$\sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{1k} \left[jR_k \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt^{N-1}}{r} \right) + j\sqrt{1 - 1/g_L^2} \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt_N}{r} \right) \right] = 0; \quad (4.127)$$

$$\sum_{k=-N_1}^{N_1} c_{ik} \left[jR_k \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt^{N-1}}{r} \right) + j\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_i}{\mu_1} \right)^2} / g_L^2 \text{te}_{Nk} \left(\frac{kt_N}{r} \right) \right] = 0. \quad (4.128)$$

Уравнения (4.124) вместе с (4.125)–(4.128) образуют полную СЛАУ для определения коэффициентов $\{c_{ik}\}$. После ее решения искомые распределения комплексных амплитуд волн $\dot{A}_1(t_m)$, ..., $\dot{A}_i(t_m)$ определяются по формулам (4.121).

Результаты расчета. Точность расчетов по уровню относительной погрешности баланса мощностей волн $\delta = 1,5\%$ во всех нижеприведенных вариантах обеспечивалась при числе узловых точек N в пределах 101–121. Расчет проводился для трансформатора моды H_{01} в моду H_{02} на нерегулярном волноводе. Трансформирующий участок представляет собой плавно расширяющийся гофрированный волновод с одним, двумя гофрами и волновод с оптимизированным профилем. Оптимизация профиля трансформатора осуществлялась в соответствии с процедурой оптимизации, описанной в разд. 4.1.

На рис. 4.7 приведены данные расчета для трансформатора с одним гофром. На рис. 4.7, а изображен профиль трансформатора $g(T)$. Уровни, проведенные штриховыми линиями, указывают критические сечения $g_{\text{кр}i}$ для волн H_{02} , H_{03} , H_{04} на регулярных участках волновода. Оптимизация профиля указывает на то, что наилучшая трансформация волны H_{01} в волну H_{02} достигается при радиусе выходного регулярного

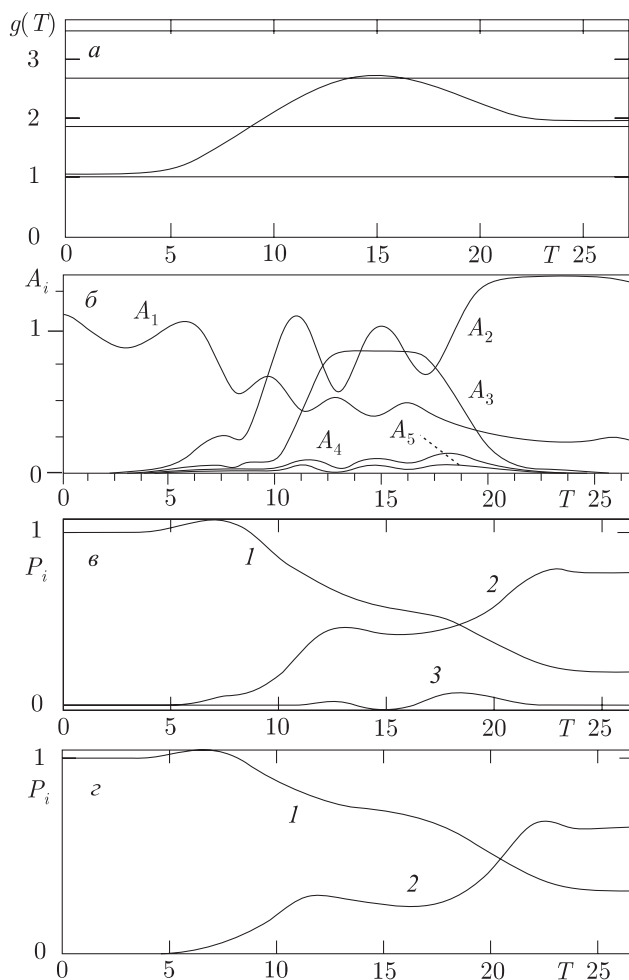


Рис. 4.7. Характеристики трансформатора с одним гофром

участка, близком к критическому для волны H_{02} . На рис. 4.7, б приведены распределения модулей амплитуд $A_i = |\dot{A}_i|$ волн H_{0i} ($i = 1, \dots, 5$) по длине трансформатора. Расчеты показали, что учет волны H_{06} не меняет результатов в пределах допустимой относительной погрешности по мощности $\delta = 1,5\%$. Расчеты без учета H_{04} -, H_{05} -волн также дают удовлетворительные результаты: δ не превышает 5% (по отношению к расчетам с учетом H_{04} -, H_{05} -, H_{06} -волн). Таким образом, сходимость проекционной процедуры по числу типов волн i весьма высока. Однако существенным является учет ближайшей закритической волны H_{03} : без ее учета результаты оказываются совершенно неверными. Это указывает на необходимость учета хотя бы ближайших закритических волн при расчетах нерегулярных волноводов.

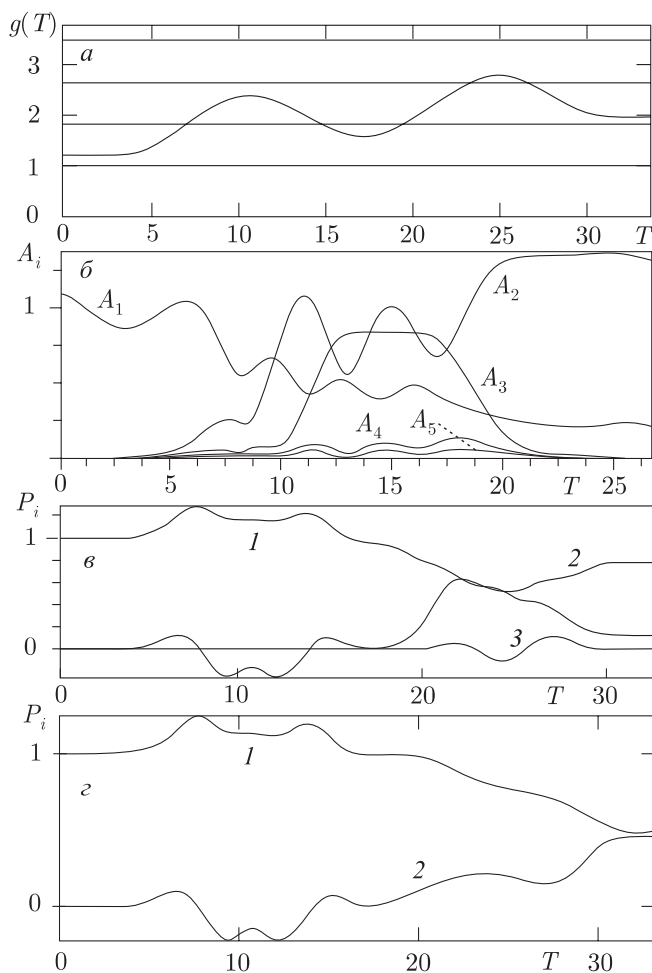


Рис. 4.8. Характеристика трансформатора с двумя гофрами

На рис. 4.7, в приведены распределения «парциальных» потоков мощностей волн H_{01} , H_{02} , H_{03} , ..., H_{0i} через поперечные сечения трансформатора в положительном направлении T (или z)

$$P_i = \frac{\pi}{2} J_0^2(\mu_i) \operatorname{Im} \left(\dot{A}_i \frac{dA_i^*}{dt} \right).$$

Отрицательные значения P_i соответствуют обратным (по T) «парциальным» потокам мощностей. В сечениях T , где \mathbf{u} и волны энергетически не связаны, P_i приобретают смысл реальных потоков мощностей волн H_{0i} , и $P_\Sigma = \sum_{i=1}^5 P_i$ представляют собой полную мощность, переносимую через эти сечения (т.е. разность потоков мощности, идущих вправо

и влево через это сечение). Контроль точности расчетов осуществлялся по сохранению суммарного потока мощности P_Σ вдоль интервала T в точках, где $\frac{dg}{dT} = 0$.

На рис. 4.7, *г* приведены распределения P_1 и P_2 , рассчитанные без учета закритической волны H_{04} . Сравнение этих результатов с данными рис. 4.7, *в* указывает на необходимость учета этой закритической волны, как указывалось выше.

Как следует из рис. 4.7, для данного варианта трансформатора с простейшей конфигурацией профиля полного преобразования волны H_{01} в H_{02} не происходит: P_1 на выходе не близка к нулю.

На рис. 4.8 приведены аналогичные данные расчетов для трансформатора с двумя гофрами. Форма представления этих результатов та же, что и в предыдущем случае. Суть этих данных остается прежней: 1) для обеспечения необходимой точности следует учитывать взаимодействие распространяющихся волн H_{01} и H_{02} с закритическими вплоть до H_{05} ; 2) оптимизированный двухгофровый трансформатор, как и одногофровый, не обеспечивает полного преобразования волны H_{01} в H_{02} , необходима полная оптимизация профиля.

На рис. 4.9 приведены результаты полной оптимизации профиля трансформатора: рис. 4.9, *а* — оптимизированный профиль, рис. 4.9, *б* — распределение P_i для H_{01} -, H_{02} - и H_{03} -волн. Трансформация мод в этом варианте практически полная. Существенную роль в преобразовании H_{01} - в H_{02} -волну играет закритическая волна H_{03} , как это видно из рис. 4.9, *б*.

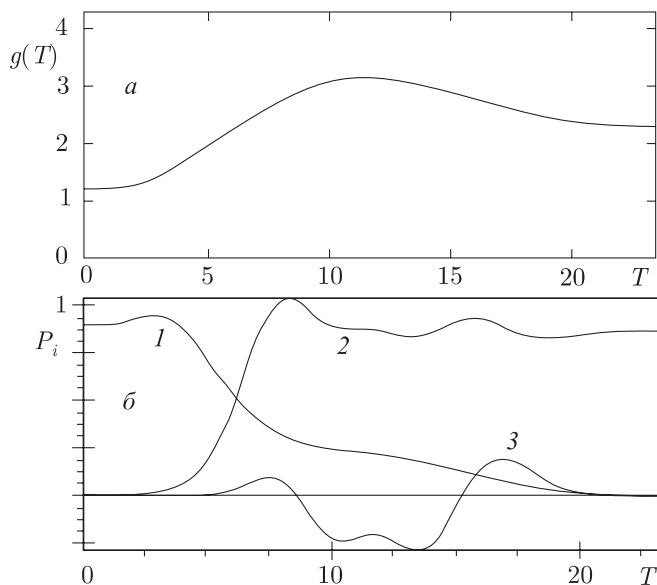


Рис. 4.9. Характеристика трансформатора с оптимизированным профилем

Наконец, следует указать и на эффективность использования аппарата T -функций. Прямое интегрирование системы ДУ (4.117) при граничных условиях (4.118) пошаговыми методами Рунге–Кутты и Хемминга оказалось невозможным при учете закритических волн из-за расходимости этих методов (из-за малых ошибок появляются быстро возрастающие решения). Использование же в качестве базисов представления искомого решения традиционных систем функций — тригонометрических, ортогональных полиномов, атомарных функций, не обладающих свойствами T -функций, приводит к плохо обусловленным СЛАУ, и при числе узловых точек порядка 100 их решение из-за накопления ошибок не дает нужного результата.

Литература

1. Стрэттон Дж.А. Теория электромагнетизма. — М.; Л.: ОГИЗ, 1948.
2. Кураев А.А., Попкова Т.Л., Синицын А.К. Электродинамика и распространение радиоволн. — Минск: Бестпринт, 2004.
3. Кураев А.А., Попкова Т.Л., Батура М.П. Двумерная нелинейная теория релятивистской ЛБВ-О с замедляющей системой в виде нерегулярного волновода // Электромагнитные волны и электронные системы. — 1999. — Т. 4, №6. — С. 28–31.
4. Батура М.П. Алгоритм оптимизации по кпд профиля нерегулярной замедляющей системы релятивистской ЛБВ // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2002. — Т. 7, №3. — С. 8–11.
5. Кураев А.А. Уравнения возбуждения продольно-нерегулярного коаксиального волновода // Весці НАН Беларусі. Сер. ФТН. — 1999. — №4. — С. 60–65.
6. Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. — М.: Радио и связь, 1986.
7. Кураев А.А., Байбурын В.Б., Ильин Е.М. Математические модели и методы оптимального проектирования СВЧ приборов. — Минск: Наука и техника, 1990.
8. Кураев А.А., Слепян Г.Я. К задаче оптимизации ЛБВ-О // Радиотехника и электроника. — 1983. — Т. 28, №7. — С. 1339–1346.
9. Кураев А.А., Синицын А.К. Нерегулярные волноводы с прямоугольным сечением. Теория и приложения // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2002. — Т. 7, №3. — С. 12–23.

Глава 5

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЧЕРЕНКОВСКИЕ ГЕНЕРАТОРЫ

А. А. Кураев, И. В. Лущицкая, А. К. Синицын,
Т. Л. Попкова

Оптимизация релятивистских черенковских генераторов на нерегулярных гофрированных волноводах с учетом закритических мод. Заграждающий катодный фильтр многоволнового черенковского генератора. Сверхмощные ЛБВ и ЛОВ на нерегулярных волноводах с катодным фильтроммодулятором. Оптимизация профиля рупора на симметричных Е-волнах по характеристике направленности. Оптимизированные варианты ЛБВ с учетом возбуждения волн на второй гармонике. Нелинейные процессы многочастотной фазовой группировки электронов в ЛБВ-О с замедляющей системой в виде гофрированного волновода.

5.1. Оптимизация релятивистских черенковских генераторов на нерегулярных гофрированных волноводах с учетом закритических мод

Создание сильноточных ускорителей электронов с токами 1–35 кА при напряжении 0,3–2 МВ позволяет реализовать черенковские генераторы СВЧ с электродинамической системой в виде отрезка периодического гофрированного полого волновода, имеющие выходную мощность 1–30 ГВт в сантиметровом и миллиметровом диапазонах при кпд 10–50% [3, 4]. Такие результаты достигнуты с использованием простейших математических моделей, справедливых для неглубокой периодической гофрировки волновода. Повышение кпд и улучшение выходных характеристик генераторов возможно на основе оптимизации всех параметров, включая профиль волновода. Это требует создания адекватной нелинейной теории таких приборов и эффективных методов оптимизации. Если общую формулировку теории релятивистских ЛБВ — ЛОВ с нерегулярными электродинамическими системами можно считать завершенной (включая методы учета сил взаимодействия релятивистских электронов) [5–14], то методы численного интегрирования самосогласованных нелинейных уравнений этих приборов требу-

ют детального обсуждения. Дело в том, что для адекватного описания процессов взаимодействия в ЛБВ — ЛОВ на нерегулярном волноводе необходим учет ряда типов волн, связанных с рабочей волной, в том числе закритических. Однако для возникающей граничной задачи метод пристрелки на основе решения задачи Коши, который использовался в [5–14], оказывается непригоден ввиду его неустойчивости при учете закритических волн. Поэтому в настоящей работе предлагается оригинальная методика решения краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений на основе метода блочной матричной прогонки. С использованием этого метода выяснены условия применимости результатов [4–14], полученных без учета закритических мод, и исследованы физические процессы в оптимальных многоволновых черенковских генераторах с глубокой гофрировкой типа ЛБВ-О на основной гармонике при удалении от границы полосы прозрачности. Показано, что за счет оптимального профилирования гофра эффективность таких генераторов может достигать 70%.

Самосогласованные уравнения нелинейной модели релятивистских ЛОВ и ЛБВ-О с замедляющей системой в виде гофрированного волновода. Теория релятивистских ЛБВ и ЛОВ с электродинамической системой в виде нерегулярного гофрированного волновода на основе метода преобразования координат развита в работах [5–14]. Для ЛБВ и ЛОВ с рабочей волной E_{0m} полого нерегулярного волновода она приводит к следующей системе самосогласованных нелинейных уравнений в одномерном приближении.

Уравнения для амплитуд возбуждаемых волн:

$$\frac{d\dot{A}_{sm}}{dz} = L_0(sW\dot{V}_{sm} + \nu_{0m}\dot{C}_{sm}), \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{V}_{sm}}{dT} = & -sW \left\{ L_0\dot{A}_{sm} + \right. \\ & + \frac{\nu_{01}^2}{L_0} \left(\frac{dg}{dT} \right)^2 \left[\dot{A}_{sm} \frac{1}{3} \left(1 + \frac{4}{\nu_{0m}^2} \right) + \sum_{k \neq m} \frac{4(\nu_{0m}^2 + \nu_{0k}^2)}{(\nu_{0m}^2 - \nu_{0k}^2)^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})} \dot{A}_{sk} \right] - \\ & - \nu_{01}^2 g \frac{dg}{dT} \left(-\frac{\dot{C}_{sm}}{\nu_{0m}} + \sum_{k \neq m} \frac{2\nu_{0k}}{\nu_{0m}^2 - \nu_{0k}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})} \dot{C}_{sk} \right) \left. \right\} - \\ & - \frac{sWj\sigma r_0}{\pi e_{0m}^g} \frac{dg}{dT} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_1 \left(\frac{\nu_{0m}}{\nu_{01}} \frac{r_0}{g} \right) e^{-jsW\theta_i}, \\ \dot{C}_{sm} = & -\frac{\nu_{0m}\dot{V}_{sm}}{(sW)^2\nu_{01}g^2} + \frac{1}{L_0g} \frac{dg}{dT} \left(-\frac{\dot{A}_{sm}}{\nu_{0m}} + \sum_{k \neq m} \frac{2\nu_{0m}}{\nu_{0k}^2 - \nu_{0m}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})} \dot{A}_{sk} \right) - \end{aligned}$$

$$- \frac{j\sigma}{sW\pi e_{0m}\nu_{01}^2 g^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_0 \left(\frac{\nu_{0m}}{\nu_{01}} \frac{r_0}{g} \right) e^{-jsW\theta_i}.$$

Уравнения движения крупных частиц:

$$\frac{d\beta_i}{dT} = -\frac{L_0}{\beta_i \gamma_i^3} E_{zi}; \quad \frac{d(W\theta_i)}{dT} = \frac{WL}{\beta_i}, \quad i = 1, \dots, N; \quad (5.2)$$

$$E_{zi} = \operatorname{Re} \left[\sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M J_0 \left(\frac{\nu_{0m}}{\nu_{01}} \frac{r_0}{g} \right) \dot{C}_{sm} e^{jsW\theta_i} + \right. \\ \left. + \frac{r_0}{Lv_{01}g^2} \frac{dg}{dT} \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M J_1 \left(\frac{\nu_{0m}}{\nu_{01}} \frac{r_0}{g} \right) \dot{A}_{sm} e^{jsW\theta_i} \right]. \quad (5.3)$$

Здесь $T = z/L$, L — общая длина области взаимодействия, s — номер гармоники опорной частоты ω_0 , $W = \omega/\omega_0$, ω — рабочая частота, m — радиальный индекс волны E_{0m} , ν_{0m} — m -й корень $J_0(x)$, $k_0 = \omega_0/c$, $b(T) = k_0 b'(T)$, $b'(T)$ — внутренний радиус волновода (штрихом помечены размерные величины, имеющие одинаковое обозначение с безразмерными), $g = b(T)/\nu_{01}$, $L_0 = k_0 L$, $r_0 = k_0 r_3$, r_3 — радиус трубчатого электронного потока, $\dot{A}_{sm} = (b' \dot{E}_{rsm} e)/(m_0 c^2)$, $\dot{C}_{sm} = (\dot{E}_{zsm} e)/(\omega_0 m_0 c)$; $\dot{V}_{sm} = (b' \dot{B}_{\varphi ms} e)/(m_0 c)$; \dot{E}_{rsm} , \dot{E}_{zsm} , $\dot{B}_{\varphi sm}$ — амплитуды компонент парциальных волн, e , m_0 — заряд и масса покоя электрона, c — скорость света в пустоте, $\sigma = \frac{eI_0}{\pi \varepsilon_0 m_0 c^3} = 0,73 \cdot 10^{-3} |I_0|$, I_0 — ток пучка в A , $\beta_i = v_i/c$, $\theta_i = \omega t_i$, v_i — скорость i -й крупной частицы, t_i — момент прохождения ею сечения z , $\gamma_i = (1 - \beta_i^2)^{-1/2}$, $e_{0m} = 0,5 J_1^2(\nu_{0m})$.

Заметим, что уравнения возбуждения (5.1) включают как вихревую, так и потенциальную («поле пространственного заряда») составляющие полного поля на частоте $s\omega_0 W$. Поясним это более подробно. Запишем первое уравнение Максвелла и применим к обеим его частям операцию div :

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \operatorname{div} \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \boldsymbol{\delta} \right).$$

В результате имеем ($\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0$)

$$\operatorname{div} \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \boldsymbol{\delta} \right) = 0,$$

где \mathbf{D} — вектор электрического смещения, $\boldsymbol{\delta}$ — вектор полной плотности электрического тока. Поскольку $\operatorname{div} \boldsymbol{\delta} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ в соответствии с уравнениями непрерывности, в неподвижной системе отсчета получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \mathbf{D} - \rho) = 0.$$

Таким образом, для чисто переменных процессов ($\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$) приходим к третьему уравнению Максвелла: $\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$. Точно так же для этих процессов четвертое уравнение Максвелла является следствием второго. Таким образом, для чисто переменных процессов первое и второе уравнения Максвелла определяют полное (т.е. включающее как вихревую, так и потенциальную составляющие) поле, возбуждаемое источником с плотностью тока δ при соответствующем задании граничных условий. Этот вывод в полной мере относится к уравнению возбуждения (5.1), в котором в исходной постановке задачи задана полная плотность электрического тока δ .

В некоторых задачах (например в теории клистронов) имеет смысл разделить искомое электрическое поле \mathbf{E} на вихревую и потенциальную составляющие:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2, \quad \operatorname{div} \mathbf{E}_1 = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_2 = 0.$$

В этом случае задача разделяется на две связанные — динамическую и квазистатическую (см. гл. 4):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} + \delta'; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_1 = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \\ \mathbf{E}_2 &= -\operatorname{grad} \Phi^e, \quad \nabla^2 \Phi^e = -\rho/\varepsilon_0, \quad \delta' = \delta - \varepsilon_0 \operatorname{grad} \left(\frac{\partial \Phi^e}{\partial t} \right). \end{aligned}$$

При таком подходе плотность тока в (5.1) δ должна быть заменена на δ' . Очевидно, что для ЛБВ такое разделение нецелесообразно: придется дважды рассчитывать ряды, представляющие Φ^e , — в квазистатической и динамической задаче (в уравнении возбуждения). Интересно, что в «традиционной» теории ЛБВ (работы В. А. Солнцева и соавторов) делается очевидная ошибка: квазистатическая часть («поле пространственного заряда») рассчитывается отдельно, но в уравнении возбуждения оставляется δ вместо δ' , что явно противоречит изложенным выше следствиям уравнений Максвелла.

Граничные условия к системе (5.1) могут быть сформулированы следующим образом.

Для немодулированного на входе области взаимодействия электронного потока

$$W\theta_i(0) = \frac{2\pi}{N}(i - 0,5), \quad \beta_i(0) = \beta_0. \quad (5.4)$$

На границах нерегулярной области взаимодействия, сопряженной с регулярным волноводом ($\frac{\partial g(0)}{\partial T} = \frac{\partial g(1)}{\partial T} = 0$), имеют место следующие соотношения:

для распространяющихся E_{0m} волн

$$\begin{aligned} W\dot{A}_{sm}(0) + jk_{sm}^e \dot{V}_{sm}(0) &= jk_{sm}^e W2b(0)\dot{e}_{sm}^+; \\ -W\dot{A}_{sm}(1) + jk_{sm}^e \dot{V}_{sm}(1) &= jk_{sm}^e W2b(L)\dot{e}_{sm}^-; \end{aligned} \quad (5.5)$$

для закритических E_{0m} волн

$$\begin{aligned} W\dot{A}_{sm}(0) + k_{sm}^e \dot{V}_{sm}(0) &= k_{sm}^e W2b(0)\dot{e}_{sm}^+, \\ -W\dot{A}_{sm}(1) + k_{sm}^e \dot{V}_{sm}(1) &= k_{sm}^e W2b(L)\dot{e}_{sm}^-. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Здесь $k_{sm}^e = \sqrt{|(sW)^2 - (\nu_{0m}/b)^2|}$, \dot{e}_{sm}^+ , \dot{e}_{sm}^- — относительные амплитуды прямой и встречной распространяющихся и закритических волн на сопряженных с областью взаимодействия регулярных участках.

Профиль нерегулярного гофрированного волновода задавался как

$$b(T) = b_0 + h_v(T) \sin^2[n_v \pi(T + D_v(T))]. \quad (5.7)$$

Здесь $T = (z - z_0)/L_v$, z_0 , L_v — начало и длина нерегулярного участка; n_v — количество периодов; $h_v(T)$ — глубина гофра; $D_v(T)$ — функция, задающая изменение периода, $D_v(0) = D_v(1) = 0$, при $D_v(T) = 0$ период постоянный и равен в принятых единицах $d = k_0 L_v / n_v$.

Функции $h_v(T)$ и $D_v(T)$ аппроксимировались в виде разложений по сдвигам стандартной финитной функции $\varphi_3(x)$, представляющей В-сплайн третьей степени [15]:

$$h_v(T) = \sum_{k=1}^K h_k^v \varphi_3[T(K-3) - k + 2]; \quad D_v(T) = \sum_{k=1}^K d_k^v \varphi_3[T(K-3) - k + 2]; \quad (5.8)$$

$$\varphi_3(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq 2; \\ \frac{(2-x)^3}{6}, & 1 \leq x \leq 2; \\ \frac{1 + 3(1-x) + 3(1-x)^2 - 3(1-x)^3}{6}, & 0 \leq x \leq 1; \\ \varphi_3(-x), & x \leq 0. \end{cases}$$

Заметим, что при такой аппроксимации значения коэффициентов и d_k^v соответствуют значениям функций $h_v(T)$, $d_v(T)$ в точках $T_k = (k - 2)/(K - 3)$, $2 \leq k \leq K - 1$. В расчетах использовалась аппроксимация с $K = 8$.

Эффективность взаимодействия определяется следующими величинами:

1) мощностью возбужденных потоком волн («волновой» кпд)

$$\eta_{sm}^v(z) = e_{0m} \frac{\text{Im} [\dot{A}_{sm}(z) \dot{V}_{sm}^*(z) - \dot{A}_{sm}(0) \dot{V}_{sm}^*(0)]}{(\gamma_0 - 1)\sigma}, \quad \eta^v = \sum_s \sum_m \eta_{sm}^v; \quad (5.9)$$

2) потерей кинетической энергии электронным потоком («электронный» кпд)

$$\eta^e(z) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\gamma_0 - \gamma_i(z)}{\gamma_0 - 1}. \quad (5.10)$$

Фазовую группировку электронов на частоте sW определяет функция группировки G :

$$G_{rs}(z) = \frac{1}{N} \left[\left(\sum_{i=1}^N \cos sW\theta_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N \sin sW\theta_i \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (5.11)$$

При малом энергообмене $G_{rs}(T)$ близка к относительной первой гармонике тока в пучке.

Особенности расчета закритических волн. Как видно из (5.3), точное решение для полного электромагнитного поля на частоте sW в рассматриваемом волноводе представляется в общем случае в виде бесконечного по m ряда. На протяженном регулярном участке без источников в этом разложении остается только конечное число членов, представляющих распространяющиеся собственные волны E_{0m} с индексами $1 \leq m \leq m_p$, где m_p — число докритических волн для заданного радиуса b . Все закритические волны на достаточно протяженном регулярном участке затухают.

На нерегулярном же участке, а также на регулярном с источниками, для того чтобы получить точное решение в представлении (5.3), необходимо учесть наряду с распространяющимися и некоторое число закритических волн E_{0m} с индексами $m_p < m \leq m_p + m_3 = M$, где m_3 — количество учитываемых в расчете закритических волн.

Особенность краевой задачи для системы дифференциальных уравнений (5.1) состоит в том, что применяемый для ее решения прямой численный расчет методом пристрелки с учетом закритических волн неустойчив из-за наличия экспоненциально нарастающих составляющих в представлении общего решения, т.е. задача Коши некорректна. Для решения таких задач ранее предлагались методы направленной ортогонализации [16], различные варианты дифференциальной прогонки [4], которые, однако, имеют ограниченное применение. Для решения этой краевой задачи ниже предлагается универсальный устойчивый алгоритм на основе использования метода блочной матричной прогонки.

Метод блочной матричной прогонки. Запишем систему дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд (5.1) в стандартном виде

$$\frac{du}{dT} = G(T)u + f(T); \quad (5.12)$$

$$u = \{u^1, \dots, u^{2M}\} = \{\dot{A}_1, \dot{V}_1, \dot{A}_2, \dot{V}_2, \dots, \dot{A}_m, \dot{V}_m, \dots, \dot{A}_M, \dot{V}_M\}; \quad (5.13)$$

$$f = \{\dot{f}^1, \dot{f}^2, \dots, \dot{f}^{2M-1}, \dot{f}^{2M}\}.$$

Элементы комплексной матрицы G размера $2M$ получены приведением подобных членов системы (5.1) в соответствии с представлением (5.13) и являются функциями от T . Связь с уравнениями движения

реализуется через вектор $\mathbf{f}(T)$, в который входят члены (5.1), содержащие σ .

Зададим граничные условия к (5.12) в общем виде исходя из (5.5), (5.6):

$$\alpha_m^0 u^{2m-1}(0) + \beta_m^0 u^{2m}(0) = \gamma_m^0; \quad \alpha_m^L u^{2m-1}(1) + \beta_m^L u^{2m}(1) = \gamma_m^L, \quad m = 1, \dots, M. \quad (5.14)$$

Для численного решения краевой задачи (5.12), (5.14) выберем равномерную сетку: $\{T_i = (i-1)h, h = 1/n, i = 1, \dots, n+1\}$; $\{\mathbf{u}_i = \mathbf{u}(T_i)\}$ — таблица значений искомого решения в узлах сетки.

Для расчетов можно использовать трехточечную конечно-разностную неявную схему Адамса третьего порядка точности

$$\frac{\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_i}{h} = \frac{5}{12}(\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f})_{i+1} + \frac{8}{12}(\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f})_i - \frac{1}{12}(\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f})_{i-1}. \quad (5.15)$$

Заметим, что эта схема приводит к блочной трехдиагональной матрице с преобладающим диагональным элементом.

После приведения подобных членов в (5.15) получим систему линейных алгебраических уравнений (если не считать, что $\mathbf{f}(T, \mathbf{u})$ зависит от \mathbf{u})

$$\frac{h}{12}G_{i-1}\mathbf{u}_{i-1} - \left(E + \frac{8h}{12}G_i\right)\mathbf{u}_i + \left(E - \frac{5h}{12}G_{i+1}\right)\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{d}_i, \quad (5.16)$$

где $\mathbf{d}_i = \frac{h}{12}(5\mathbf{f}_{i+1} + 8\mathbf{f}_i - \mathbf{f}_{i-1})$, $i = 2, \dots, n$; E — единичная диагональная матрица. Систему (5.16) следует дополнить одним недостающим конечно-разностным уравнением второго порядка точности

$$\frac{\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1}{h} = \frac{G_1\mathbf{u}_1 + \mathbf{f}_1 + G_2\mathbf{u}_2 + \mathbf{f}_2}{2}.$$

Вместо (5.15) можно также использовать более простую конечно-разностную неявную схему второго порядка точности

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_i}{h} &= \frac{(\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f})_{i+1} + (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f})_i}{2}; \\ -\left(E + \frac{h}{2}G_i\right)\mathbf{u}_i + \left(E - \frac{h}{2}G_{i+1}\right)\mathbf{u}_{i+1} &= \mathbf{d}_i; \quad \mathbf{d}_i = \frac{h}{2}(\mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{f}_i). \end{aligned} \quad (5.17)$$

Эта схема в 1,5 раза эффективнее, чем схема Адамса (5.16), при одинаковой погрешности решения.

Систему (5.16) или (5.17) следует дополнить граничными условиями

$$\alpha_m^0 u_1^{2m-1} + \beta_m^0 u_1^{2m} = \gamma_m^0; \quad \alpha_m^L u_n^{2m-1} + \beta_m^L u_n^{2m} = \gamma_m^L. \quad (5.18)$$

Для решения систем линейных уравнений (5.16)–(5.18) с ленточной матрицей была разработана экономичная модификация метода Гаусса — метод блочной матричной прогонки.

Решение самосогласованной системы уравнений (5.12) получалось в результате следующего итерационного процесса. Вначале при заданных граничных условиях и $f^0 = 0$ решается система (5.12). После этого для найденных по формуле (5.3) полей E_z решаются уравнения движения (5.2) и находится f^1 , затем итерации повторяются до сходимости. При итерациях использовалась последовательная нижняя релаксация $f^{k+1} = \omega_r f + (1 - \omega_r) f^k$, $\omega_r = 0,2-0,6$.

Физические процессы в черенковских генераторах типа ЛБВ-О.

Наиболее часто в черенковских генераторах используются комбинированные ЛБВ–ЛОВ-механизмы взаимодействия, реализуемые вблизи границы полосы прозрачности (π -границы). В этом режиме отрезок гофрированного волновода работает как резонатор, внутри которого устанавливаются колебания значительной амплитуды. Однако длина области взаимодействия, при которой реализуется эффективная генерация из-за присутствия встречной волны не превосходит 10–12 периодов. В экспериментах обычно используют 7–8 периодов гофра и кпд не превосходит 30%. Для повышения эффективности до 50% в [61] использовалась двухсекционная конструкция. Ввиду довольно грубого «ударного» механизма и простоты обнаружения π -границы полосы прозрачности данный режим наиболее просто реализуется в экспериментах.

Более тонкий режим поддержания синхронизма электронов потока и возбуждаемого поля на достаточно длинном участке ($n_v \geq 30$) гофрированного волновода возможен лишь при некотором удалении от π -границы, где влияние встречной волны становится незначительным. В работах [5–14] опубликованы результаты оптимизации одномодовых релятивистских ЛБВ-О на основе математической модели (5.1) без учета закритических волн. В этих работах исследовались генераторы с малым периодом и глубокой гофрировкой, обеспечивающей достаточное замедление основной волны и значительную отстройку от обратной (набег фазы на период $\varphi_0 < 2$). При этих условиях найдены варианты «длинных» нерегулярных ЛБВ-О с оптимальными профилями глубины и периода гофра (число периодов 30–120), в которых достигается кпд до 80%. Для обеспечения генерации в таких режимах необходимо отражение части мощности от концов [60] (резонансная ЛБВ).

Результаты [5–14] правильно отражают физическую сущность нелинейных процессов взаимодействия в релятивистских ЛБВ с оптимизированным профилем электродинамической системы. Однако параметры найденных оптимальных вариантов непосредственно не могут быть использованы при проектировании ЛБВ-О, они требуют коррекции в связи с необходимостью учета ближайших закритических волн E_{0m} . Такой учет в данной работе реализован на основе методики, развитой в гл. 3.

Расчет дисперсии на основе системы (5.1) производился с исполь-

зованием частного решения Флоке, что детально описано в [17]. При расчетах генераторов на выходе задавалось условие полного согласования: $e_{1m}^- = 0$ в (5.5), (5.6). На входе задавались амплитуды распространяющихся волн $e_{1m}^+ = e_{0m}$ для $m \leq m_p$ и $e_{1m}^+ = 0$ для $m > m_p$. Выходные мощности при $T = 0$ и $T = 1$ получались в результате расчета.

Расчеты частично оптимизированных (оптимизировался профиль $h_v(T)$ при $D_v(T) = 0$) одномодовых ($m_p = 1$) нерегулярных релятивистских ЛБВ-О, выполненные с учетом достаточного числа закритических мод, показали, что в них реализуются характерные для оптимальных режимов ЛБВ-О механизмы с максимальным кпд до 65% [1]:

а) режим одновременного монотонного нарастания функции группировки $Gr(T)$ и $\eta(T)$ до выхода последнего на насыщение в конце области взаимодействия;

б) автофазный режим, в котором после достижения достаточно большой группировки электроны сгустка совершают колебания возле узла синхронной гармоник поля;

в) режим двукратной жесткой фазовой фокусировки сгустка и двукратного отбора энергии от него, впервые обнаруженный и описанный в [11, 12].

Сравнение параметров оптимальных вариантов, полученных без учета закритических волн, с действительными указывает на значительную (до 60%) погрешность, особенно при увеличении глубины гофра. Уточненные расчеты дисперсионных характеристик [2] также указывают на то, что достижение эффективных режимов на основной волне для $\beta_0 < 0,7$ проблематично, в то время как расчет без учета закритических мод прогнозирует возможность таких режимов вплоть до $\beta_0 = 0,25$ [8].

В результате расчетов было обнаружено, что, несмотря на полное согласование на выходном конце и значительную удаленность от π -границы, при определенных условиях на входном конце лампы существует встречный поток мощности, сопоставимый и даже больший, чем попутный. Это указывает на возможность режимов генерации за счет внутренней обратной связи.

Анализ электродинамики нерегулярного участка гофра без пучка, на вход которого падает E_{01} -волна, при полном согласовании на выходе указывает на появление небольшого уровня встречной мощности. На рис. 5.1, а иллюстрируется процесс распространения волны в таком волноводе. Кривая 2 отражает набег фазы $\varphi(T)$, рассчитанный как $\varphi = \arctg \frac{E_{zim}}{E_{zre}}$. Видно, что на разных участках волновода наклон кривой $\varphi(T)$ меняется в соответствии с профилем гофра, что указывает на изменение фазовой скорости волны. Характер изменения прямого и встречного потоков мощности $P^+(T)$ и $P^-(T)$ представлен на рис. 5.1, б. Заметим, что при выбранной методике расчета P^+ и P^- имеют физический смысл в точках, где $\partial b(T)/\partial T = 0$, поэтому в целом

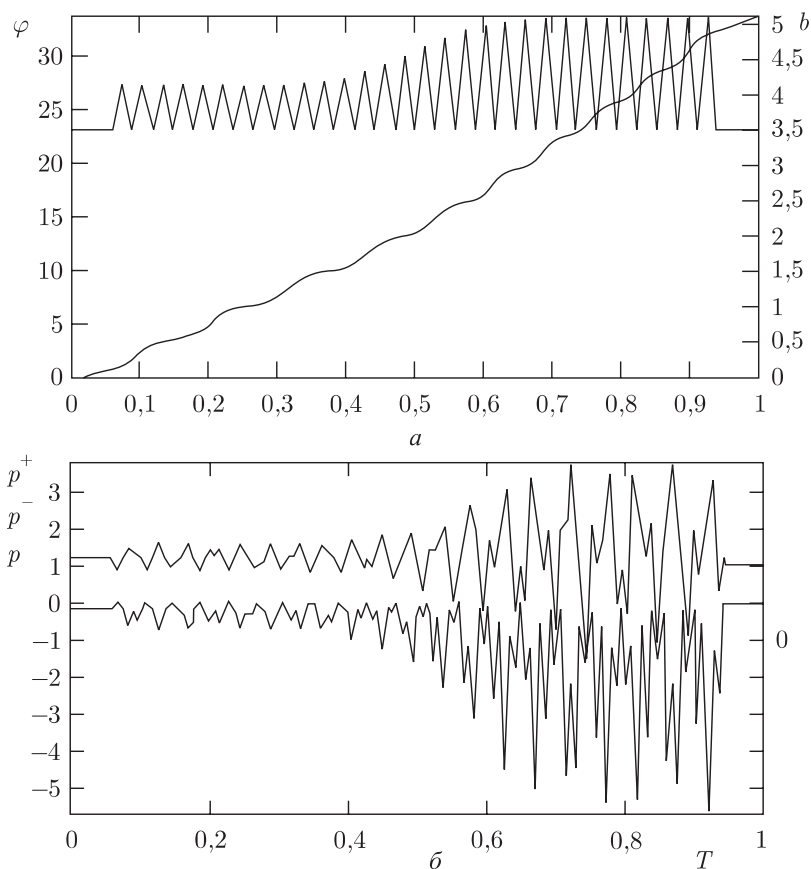


Рис. 5.1. Процесс распространения волны через отрезок нерегулярного гофрированного волновода: 1 — $b(T)$, 2 — $\varphi(T)$, 3, 4 — P^+ , P^-

качественно отражают локальную картину преобразования мощности. Суммарная проходящая мощность $P = P^+ + P^- = \text{const}$.

Этим эффектом внутреннего отражения, который имеет место также и при постоянном периоде, можно объяснить встречный поток мощности на входе прибора при определенных условиях (например, при коэффициенте усиления $K_y \geq 10$), достаточный для самовозбуждения. Кроме того, сгруппированный электронный поток также создает встречное излучение.

С увеличением рабочей частоты черенковских генераторов возникают проблемы. Для их преодоления необходимо использовать электродинамические структуры, в которых реализуется возбуждение многоволнового когерентного излучения [4]. Экспериментальные исследования таких генераторов указывают на сложный характер взаимодействия в них и значительные расхождения с тем, что предсказывают имеющиеся теоретические модели. В работе [14] на основе модели (5.1)

без учета закритических мод были найдены оптимальные варианты двух- и трехмодовых релятивистских ЛБВ с нерегулярным профилем гофра и предсказана возможность увеличения кпд за счет кооперации мод. Для выяснения физических особенностей многомодовых периодических структур с глубокой гофрировкой были выполнены детальные расчеты дисперсионных характеристик двух- и трехмодового периодического волновода при $b_0 = 9,5$ (трехмодовый), $b_0 = 6$ (двухмодовый), $d = 0,5-3$, $1 \leq h \leq 1,4$.

Расчет показал, что при условии замедления невозможно выделить отдельно какую-либо из распространяющихся волн, так как амплитуды их сравнимы. Рис. 5.2, *а* иллюстрирует изменение амплитуд поля Флоке трехмодового волновода на одном периоде. Все волны вплоть до E_{07} имеют примерно одинаковую амплитуду. Заметное снижение амплитуды начинается у закритических волн с индексом $m \geq 8$.

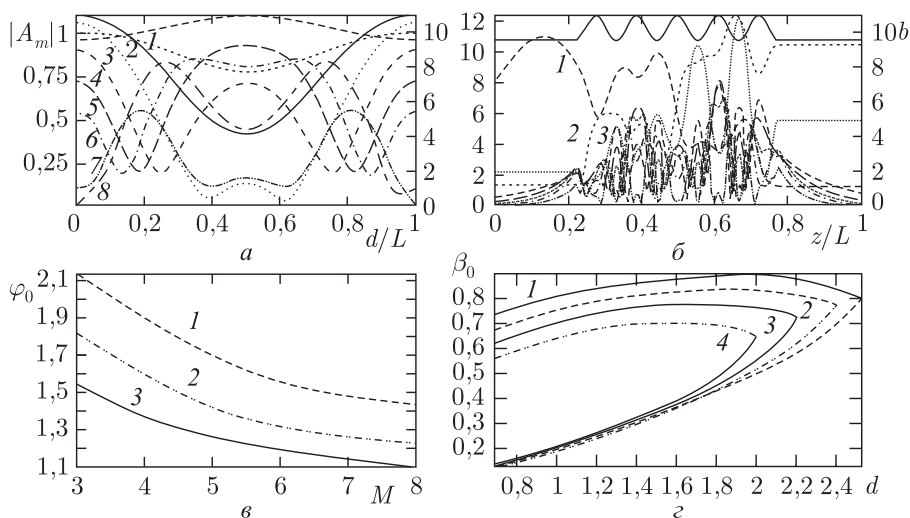


Рис. 5.2. Дисперсионные характеристики трехмодового периодического волновода $b_0 = 9,5$: *а* — распределение амплитуд в поле Флоке; *б* — в согласованном отрезке гофра с E_{01} -волной на входе при $h = 1,4$, $d = 1$; *в* — зависимость набега фазы φ_0 от числа учитываемых волн M ; *г* — зависимость фазовой скорости $\beta_{\phi 0}$ и $\beta_{\phi 1}$ от d при $h = 1,2$ (кривая 1), 1,3 (2), 1,4 (3) и 1,5 (4)

На рис. 5.2, *б* представлена картина изменения амплитуд при подаче E_{01} -волны на вход короткого отрезка такого волновода из пяти волн гофра, согласованного на выходном конце. Уже на четвертом периоде амплитуды распространяющихся E_{02} - и E_{03} -волн становятся сравнимыми с амплитудой E_{01} . Во входном отрезке регулярного волновода ($z/L = 0-0,2$) наблюдаются две бегущие отраженные E_{02} - и E_{03} -волны, а амплитуда E_{01} -волны имеет характерные для суммы прямой и встречной волн биения. В выходном отрезке регулярного волновода

($z/L = 0,8-1$) наблюдаются три бегущие влево E_{01} -, E_{02} - и E_{03} -волны. Амплитуды закритических волн $E_{04}-E_{08}$ затухают в соответствии со своим инкрементом при удалении от нерегулярности входа и выхода гофра.

Рис. 5.2, *в* отражает изменение рассчитанного по решению Флоке набега фазы основной волны на период структуры φ_0 с увеличением M . Видно, что с уменьшением глубины h погрешность уменьшается, и при $h \leq 1$ для уверенных расчетов достаточно $M \approx 5$. На рис. 5.2, *г* представлены характерные дисперсионные кривые зависимости замедления основной $\beta_{\Phi 0}$ (верхняя ветвь) и обратной $\beta_{\Phi -1}$ (нижняя ветвь) гармоник волнового поля от величины периода d для четырех значений h . При этом π -граница полосы прозрачности соответствует соединению нижней и верхней кривых. Видно, что замедление основной волны до $\beta_{\Phi} \approx 0,5$ требует довольно глубокой гофрировки и значительного уменьшения периода d . Так, если при слабой гофрировке ($h < 1$) π -граница соответствует периоду, близкому к половине длины волны ($d \approx \pi$), то при $h = 1,5$ она достигается для периода, соответствующего $\lambda/3$ ($d = 2$). Из рис. 5.2, *г* также видно, что при управлении процессом взаимодействия с помощью профилирования гофра большее воздействие на изменение фазы волны оказывает изменение глубины гофра по сравнению с изменением периода.

Расчеты показывают, что при выборе d и h , попадающих в область, соответствующую замедлению основной волны, возможна генерация и усиление при соответствующем выборе рассинхронизма ($0 < \frac{\beta_0 - \beta_{\Phi 0}}{\beta_0} < 0,2$) и начальных амплитуд распространяющихся волн ($\dot{e}_{01}, \dot{e}_{02}, \dot{e}_{03}$).

Ниже приведены пять оптимизированных вариантов двух- и трехмодовых ЛБВ с $n_v = 30$, $I_0 = 1000$ А.

Вариант 1 – регулярный, двухмодовый: $b_0 = 6$, $r_0 = 5,5$, $h = 1,344$, $d = 0,975$, $\beta_0 = 0,9$, $\eta = 0,43$, $K_y = 10,8$ дБ, $M = 5$.

Вариант 2 – нерегулярный, двухмодовый: $b_0 = 6$, $r_0 = 5,5$, $d = 0,99$, $\beta_0 = 0,9$, $\eta = 0,68$, $K_y = 7$ дБ, $h_{\text{var}} = (h_{2-7}^v = 1,31; 1,59; 1,36; 1,3; 1,15; 1,32)$, $M = 5$.

Вариант 3 – регулярный, трехмодовый: $b_0 = 9,5$, $r_0 = 9$, $h = 1,375$, $d = 1,1$, $\beta_0 = 0,8$, $M = 7$, $\eta = 0,43$, $K_y = 11,5$ дБ, $P(0) = -0,0043$.

Вариант 4 – нерегулярный, трехмодовый: $b_0 = 9,5$, $r_0 = 9$, $d = 1$, $\beta_0 = 0,79$, $\eta = 0,62$, $K_y = 13,5$ дБ; $h_{\text{var}} = (h_{2-7}^v = 1,27; 1,33; 1,18; 1,31; 1,38; 1,4)$.

Вариант 5 – нерегулярный, трехмодовый: $b_0 = 9,5$, $r_0 = 9$, $h = 1,3$, $\eta = 0,56$, $K_y = 12$ дБ, $d_{\text{var}} = (d_{2-7}^v = 0,003; 0,035; -0,012; -0,053; 0,082; -0,01)$.

Рис. 5.3, 5.4, 5.5 иллюстрируют физические особенности взаимодействия электронного потока с возбуждаемым электромагнитным полем в исследованных черенковских генераторах.

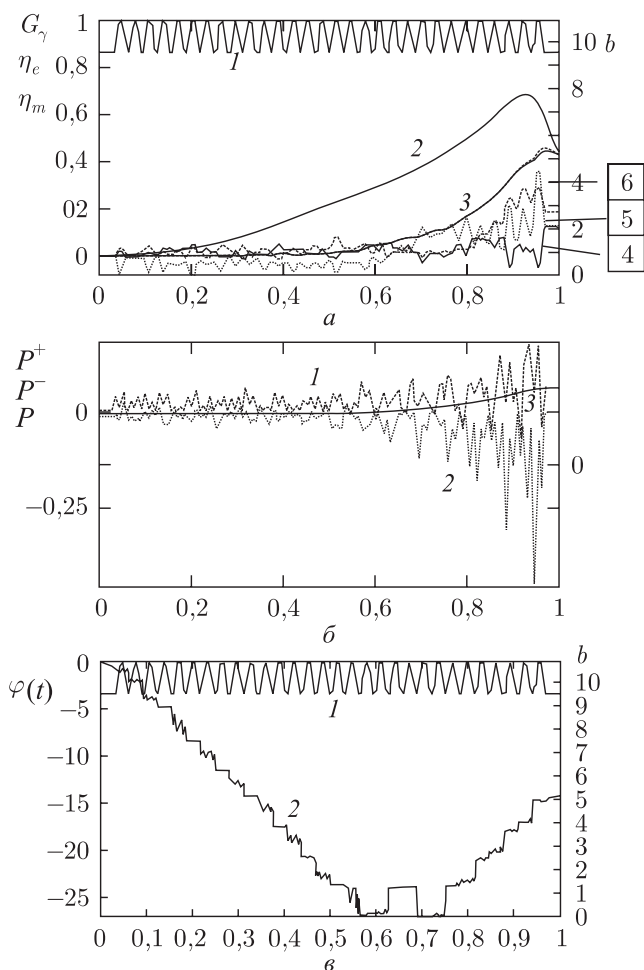


Рис. 5.3. Характеристики варианта 3: a — кривая 1 — $b(T)$, 2 — $Gr(T)$, 3 — η_e , 4 — η_1 , 5 — η_2 , 6 — η_3 ; b — кривая 1 — P^+ , 2 — P^- , 3 — P ; v — кривая 1 — $b(T)$, 2 — $\varphi(T)$

Зависимости основных параметров вдоль области взаимодействия, приведенные на рис. 5.3 для варианта 3, отражают монотонный режим, характерный для регулярных ЛБВ (см. кривые 2, 3). Кривые 4, 5, 6 соответствуют волновым КПД (5.9) для волн E_{01} , E_{02} , E_{03} соответственно. Видно, что в данном варианте на выходе преобладают волны E_{02} и E_{03} . Следует, однако, отметить, что в других аналогичных вариантах распределение выходных мощностей может меняться в зависимости от геометрии, амплитуды сигнала и других параметров, т.е. можно ставить задачу о достижении заданного распределения. Характер распределения прямой и обратной мощностей (см. рис. 5.3, a) указывает на то, что вдоль гофра реализуется режим, характерный для цепочки

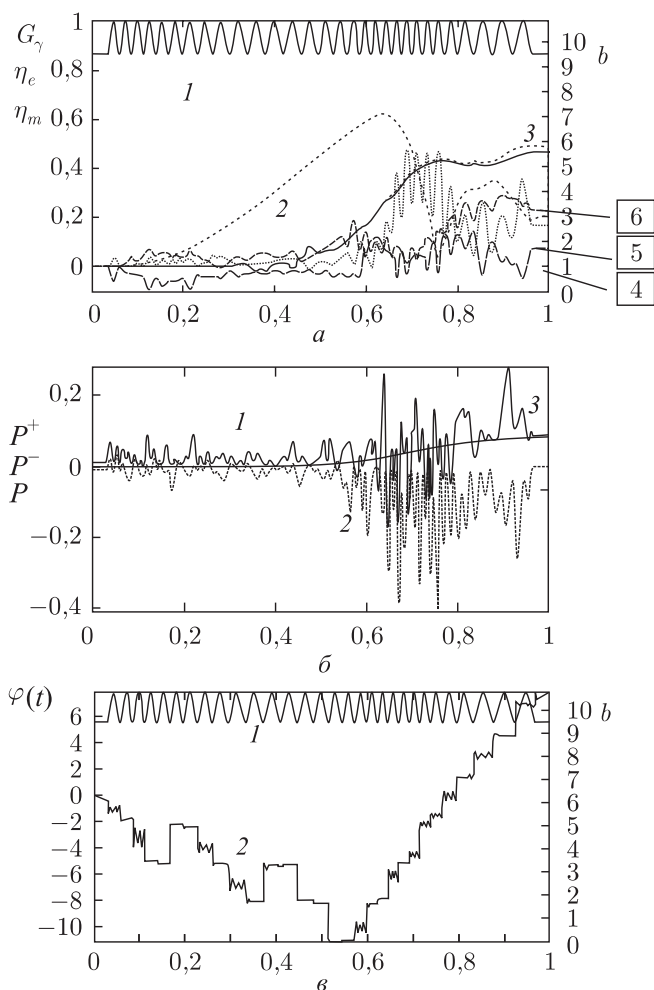


Рис. 5.4. Характеристики варианта 4: a — кривая 1 — $b(T)$, 2 — $\text{Gr}(T)$, 3 — η_e , 4 — η_1 , 5 — η_2 , 6 — η_3 ; b — кривая 1 — P^+ , 2 — P^- , 3 — P ; v — кривая 1 — $b(T)$, 2 — $\varphi(T)$

связанных резонаторов, причем каждый резонатор включает несколько периодов гофра. Характерно также, что отдаваемая электронами мощность распределена как на выходном конце, так и на входе, причем $P^-(0) > P^+(0)$, т.е. при создании отражения волн на входе данный вариант реализуется как эффективный генератор с внутренней обратной связью. Изменение набега фазы «горячей» волны $\varphi(T)$, представленное на рис. 5.3, v , указывает на то, что в первой половине области взаимодействия волна распространяется навстречу движению электронов. При этом наблюдается монотонное нарастание группировки пучка без отбора энергии от него. Примерно в середине области

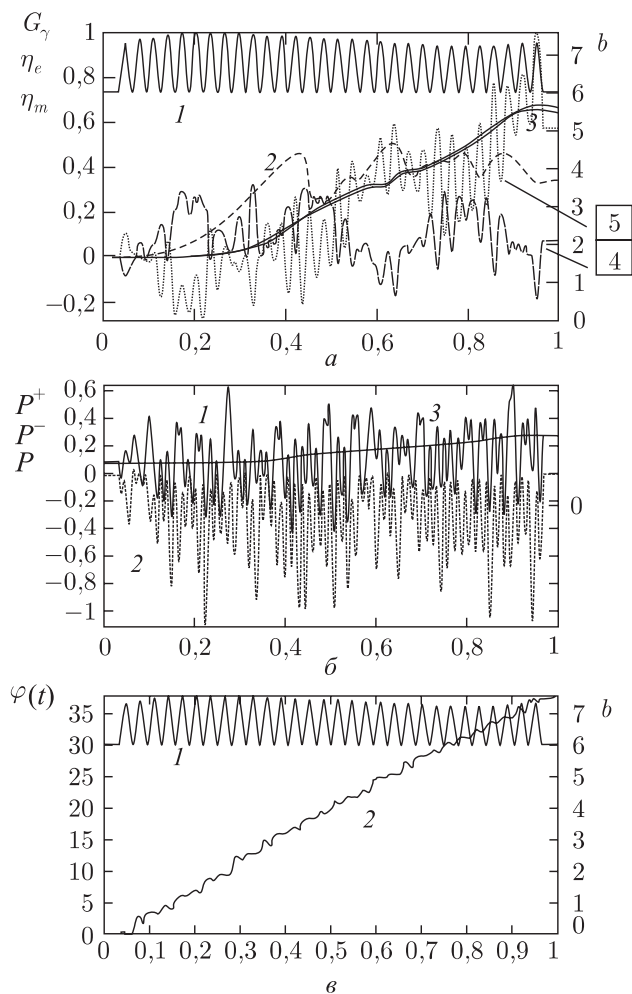


Рис. 5.5. Характеристики варианта 5: a — кривая 1 — $b(T)$, 2 — $\text{Gr}(T)$, 3 — η_e , 4 — η_1 , 5 — η_2 , 6 — η_3 ; b — кривая 1 — P^+ , 2 — P^- , 3 — P ; v — кривая 1 — $b(T)$, 2 — $\varphi(T)$

взаимодействия реализуется резонансный режим (стоячая волна). Заметный отбор энергии начинается в резонансной части и резко возрастает в конце, где фаза волны начинает возрастать, что соответствует преимущественному переносу волной мощности попутно с движением электронов к выходному концу области. Наклон кривой $\varphi(T)$ на конечном участке соответствует замедлению горячей волны $\beta_{\Phi}^r \approx 0,73$, т.е. практически совпадает с замедлением в холодной системе (см. рис. 5.2, z), на начальном же участке замедление $\beta_{\Phi}^r \approx 0,7$. Следует отметить, что в большинстве полученных путем оптимизации по КПД вариантов регулярных или нерегулярных ЛБВ, как одномодовых так

и многомодовых, наблюдается описанный выше двухкаскадный режим взаимодействия. В разных вариантах изменяется только положение центральной резонансной области. Имеются варианты, в которых она вообще отсутствует и наблюдается обычный режим ЛБВ, в других — резонансная часть находится ближе к началу, посередине или ближе к концу. На рис. 5.4 представлено изменение характеристик взаимодействия варианта 5 с оптимизированным профилем периода гофра. КПД этого варианта на 13% выше, чем в соответствующем ему регулярном варианте 3. В этом варианте область синхронного отбора имеет большую длину, чем в предыдущем, резонансная часть сдвинута ближе к центру и при меньшем уровне группировки достигнут больший КПД за счет более длительного удержания сгустка в тормозящей фазе суперпозиции $E_{02} + E_{03}$ -волн. Волна же E_{01} отдает энергию: фазовая скорость этой волны увеличивается (увеличивается период гофра) и сгусток попадает в ускоряющую фазу этой волны. Заметим, что в отличие от классических «длинных» нерегулярных ЛБВ, описанных в [14], с электродинамической длиной $\theta_0 > 10$, в рассматриваемых здесь вариантах $\theta_0 \approx 5-6$, что соответствует «короткой» ЛБВ. Оптимальные режимы в «коротких» нерегулярных ЛБВ до сих пор мало изучены. На рис. 5.5 приведены характеристики варианта 2 двухмодовой ЛБВ с оптимизированным профилем глубины гофра, в котором рассчитанный КПД достигает 68%. В этом варианте также для удержания сгустка используется повышение фазовой скорости (уменьшение глубины гофра) после завершения формирования сгустка. Затем после перемещения сгустка в начало потенциальной ямы снова начинается уменьшение фазовой скорости, что сдвигает сгусток в максимум тормозящей фазы. Набег фазы указывает, что резонансный участок в этом варианте находится в самом начале, а на входном конце реализуется полное отражение. На выходном конце преимущественно возбуждается волна E_{02} , волна же E_{01} ослабляется за счет перемещения сгустка в ее тормозящую фазу.

5.2. Заграждающий катодный фильтр многоволнового черенковского генератора

Фильтры, выполненные в виде резонансных канавок определенной конфигурации для заграждения E_{0m} -волн в волноводе кругового сечения, находят применение в конструкциях мощных черенковских СВЧ генераторов.

В работе [1] на основе общей теории [18] изложена строгая электродинамическая теория возбуждения азимутально-симметричных E_{0m} -волн нерегулярного волновода на основе использования метода преобразования координат. Для решения краевой задачи предложен также

метод блочной матричной прогонки на основе конечно-разностной схемы Адамса (5.16).

Ниже описана модель на основе уравнений [1] для расчета фильтра в виде резонансных канавок цилиндрического волновода, заграждающего E_{0m} -волны. Представлена модификация метода блочной матричной прогонки на основе конечно-разностной схемы второго порядка (5.17), повышающая скорость вычислений в полтора раза. Приведены результаты расчетов оптимальных геометрических параметров таких канавок и исследованы полосовые характеристики фильтров на их основе.

Геометрия фильтра. Геометрия фильтра представлена на рис. 5.6. Все размеры приведены в обозначениях [1]. На вход фильтра падает E_{0m} -волна мощности P_0^+ . На выходе задано условие полного согласования $P_L^- = 0$. Рассчитывается коэффициент пропускания $\Gamma = P_L^+ / P_0^+$.

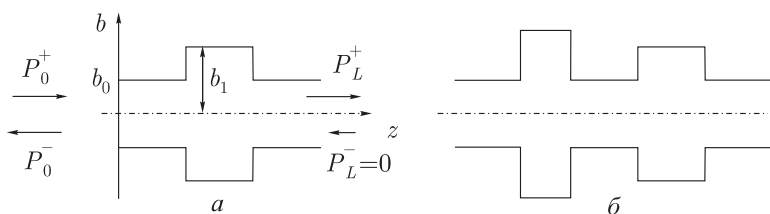


Рис. 5.6. Геометрия фильтров

Сопряжение регулярных участков волновода с разными радиусами b_1, b_2 задавалось как $b = b_1 + (b_2 - b_1) \cdot P_5(T)$, $T = (z - z_0)/L_c$, где z_0, L_c — начало и длина участка сопряжения. Полином пятой степени

$$P_5(T) = T^3(10 - 15T + 6T^2);$$

$$\frac{\partial P_5}{\partial T} = 30T^2(1 - T)^2; \quad \frac{\partial^2 P_5}{\partial T^2} = 60T(1 - 3T + 2T^2) \quad (5.19)$$

обеспечивает непрерывность первой и второй производной в точках сопряжения. С использованием таких сопряжений на профиле волновода моделировались резонансные канавки и выступы определенной конфигурации. Конфигурация при этом определяется параметрами $h_k = |b_2 - b_1|$, $\Delta_k = (L_k - 2L_c)/L_k$, где L_k — ширина канавки, h_k — высота канавки, Δ_k — параметр, характеризующий крутизну ее склонов, $L_{k,k+1}$ — расстояние между канавками. Параметры канавок фильтра подбираются из условия минимума коэффициента пропускания.

Результаты расчетов. Как показали расчеты, для заграждения одной открытой волны на опорной частоте ($\Gamma|_{\omega=1} = 0$) достаточно одной резонансной канавки (рис. 5.7, а). Начиная с $b_0 > \nu_{02} \simeq 5,6$ открывается вторая волна, и для полного заграждения двух волн требуются как минимум две канавки (рис. 5.7, б).

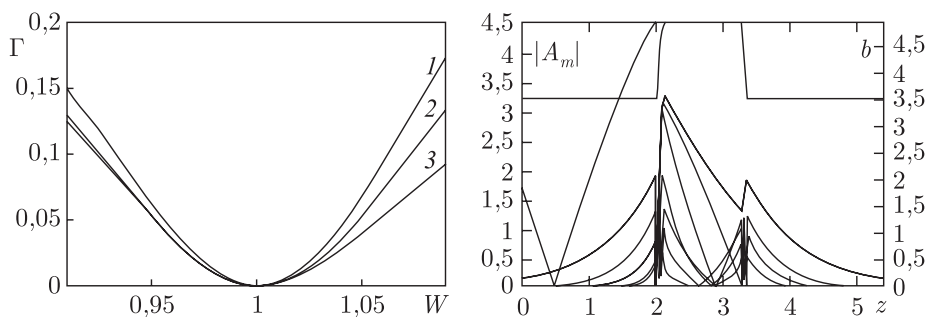


Рис. 5.7. Полосы заграждения фильтров 1-3 (а) и распределение амплитуд волн в фильтре 3 (б). Параметры канавок: фильтр Ф1 — $L = 1,26$, $h = 1,54$, $\Delta_1 = 0,5$; Ф2 — $L = 1,35$, $h = 1,47$, $\Delta_1 = 0,65$; Ф3 — $L = 1,40$, $h = 1,41$, $\Delta_1 = 0,8$

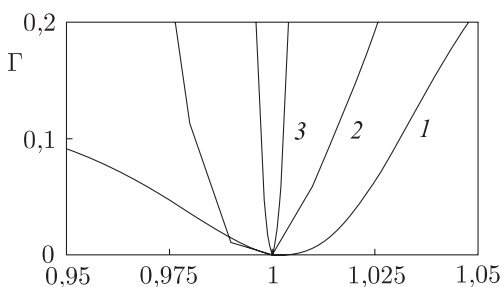


Рис. 5.8. Полосы заграждения фильтров 1-3. Параметры канавок: Ф1 — $L = 4,1$, $h = 2,7$, $\Delta_1 = 0,8$; Ф2 — $L = 7,6$, $h = 2,7$, $\Delta_1 = 0,8$; Ф3 — $L = 11,6$, $h = 2,7$, $\Delta_1 = 0,8$

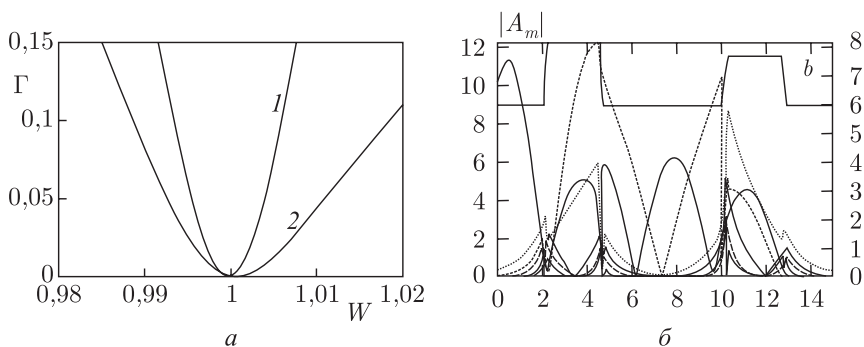


Рис. 5.9. Полосы заграждения фильтров 1-2 (а) и распределение амплитуд волн в фильтре 2 (б). Параметры канавок: Ф1 — $L_1 = 3,94$, $h_1 = 3,70$, $L_2 = 3,94$, $h_2 = 3,70$, $L_{1,2} = 3,94$, $\Delta_{1,2} = 0,8$; Ф2 — $L_1 = 2,76$, $h_1 = 2,16$, $L_2 = 2,93$, $h_2 = 1,74$, $L_{1,2} = 5,23$, $\Delta_{1,2} = 0,8$

Установлено, что полоса заграждения фильтра зависит от крутизны среза канавки (в данной модели крутизну среза определяет параметр Δ_1). Как видно из рис. 5.7, *а*, более широкая полоса заграждения получается при использовании канавки с большей крутизной среза. Пример распределения амплитуд волн в таком фильтре представлен на рис. 5.7, *б*.

При фиксированной высоте (ширине) имеется соответствующая последовательность значений ширины (высоты), при которых обеспечивается заграждение.

Была исследована зависимость полосы заграждения от соотношения ширины и высоты канавки. Установлено, что при одной и той же высоте канавки полоса заграждения расширяется при уменьшении ее длины, что показано на рис. 5.8. При одной и той же длине канавки полоса заграждения расширяется при уменьшении высоты фильтра.

Как показало сравнение полосы заграждения фильтра с двумя одинаковыми и разными канавками, полоса заграждения во втором случае (рис. 5.9, *а*) оказывается шире. Типичное амплитудное распределение волн в таком фильтре приведено на рис. 5.9, *б*.

5.3. Сверхмощные ЛБВ и ЛОВ на нерегулярных волноводах с катодным фильтром-модулятором

Электродинамические системы современных мощных и сверхмощных электронных приборов СВЧ (гиротронов, релятивистских ламп бегущей и обратной волны — ЛБВ и ЛОВ), включая вводы и выходы энергии, представляют собой отрезки нерегулярных волноводов. Причем режим этих волноводов оказывается чаще всего многоволновым. Улучшение характеристик указанных сверхмощных приборов СВЧ связано прежде всего с оптимизацией профиля их электродинамических систем. Это, в свою очередь, требует развития адекватной теории и методов расчета произвольно-нерегулярных волноводов.

Наиболее эффективной процедурой при расчете нерегулярных волноводов как с вычислительной стороны, так и в отношении физической интерпретации представляется метод, основанный на отображении произвольно-нерегулярной внутренней поверхности волновода на регулярный цилиндр, коаксиал и т. д. с круговым или прямоугольным сечением (гл. 4). В преобразованной (косоугольной) системе координат решение представляется в виде связанных нормальных волн с использованием проекционной процедуры. При этом амплитуды связанных волн определяются системой ОДУ с переменными коэффициентами, вид которых определяется профилем неоднородного волновода. Граничные условия к этой системе ставятся в начальном и конечном сечении отрезка нерегулярного волновода (двухточечная задача). Решение этой задачи традиционными методами не встречает затруднений, если рас-

смаатриваются только распространяющиеся волны. Как показано ниже, для точного расчета волновода необходим учет наряду с распространяющимися закритических волн, существенно меняющих характеристики волновода. Однако для закритических волн численное решение граничной (двухточечной) задачи с использованием традиционных методов (пошаговых методов типа Рунге–Кутта или Хемминга) невозможно из-за быстрой расходимости (из-за малых ошибок появляются резко возрастающие решения). Для решения такой задачи использован устойчивый метод блочной матричной прогонки (разд. 5.1).

Здесь также приведено сравнение результатов, полученных на основе развиваемого метода, с результатами расчета тех же нерегулярностей в волноводе методом конечных элементов.

Обращено также внимание на отсутствие условия периодичности второго рода («условия Флоке») в согласованных отрезках периодических нерегулярных волноводов, что предопределяет несостоятельность ряда работ в области теории ЛБВ и ЛОВ, основанных на указанном условии и вытекающем из него представлении о пространственных гармониках поля.

Двумерные самосогласованные уравнения нелинейной модели релятивистских ЛОВ и ЛБВ-О с замедляющей системой в виде гофрированного волновода. Теория релятивистских ЛБВ и ЛОВ с электродинамической системой в виде нерегулярного гофрированного волновода на основе метода преобразования координат развита в разд. 5.1. Для ЛБВ и ЛОВ с рабочей волной E_{0m} полого нерегулярного волновода в двумерном приближении она приводит к следующей системе самосогласованных нелинейных уравнений.

Уравнения для расчетных амплитуд возбуждаемых волн:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{A}_{sm}}{dz} &= (sW\dot{V}_{sm} + \nu_{0m}\dot{C}_{sm}); \\ \dot{C}_{sm} &= -\frac{\nu_{0m}\dot{V}_{sm}}{sWb^2} + \frac{\partial b}{b\partial z} \left(-\frac{\dot{A}_{sm}}{\nu_{0m}} + \sum_{k \neq m} \frac{2\nu_{0m}}{\nu_{0k}^2 - \nu_{0m}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})} \dot{A}_{sk} \right) - \\ &\quad - \frac{j\sigma}{sWe_{0m}b^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_0 \left(\nu_{0m} \frac{r_i}{b} \right) e^{-jsW\theta_i}; \\ \frac{d\dot{V}_{sm}}{dz} &= -sW \left\{ \dot{A}_{sm} + \left(\frac{\partial b}{\partial z} \right)^2 \left[\dot{A}_{sm} \frac{1}{3} \left(1 + \frac{4}{\nu_{0m}^2} \right) + \sum_{k \neq m} \frac{4(\nu_{0m}^2 + \nu_{0k}^2)}{\nu_{0m}^2 - \nu_{0k}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})} \dot{A}_{sk} \right] - \right. \\ &\quad \left. - b \frac{\partial b}{\partial z} \left(-\frac{\dot{C}_{sm}}{\nu_{0m}} + \sum_{k \neq m} \frac{2\nu_{0k}}{\nu_{0m}^2 - \nu_{0k}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})} \dot{C}_{sk} \right) \right\} + \\ &\quad + \frac{\sigma}{e_{0m}b} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_1 \left(\nu_{0m} \frac{r_i}{b} \right) \left(\frac{\beta_{ri}}{\beta_{zi}} - \frac{r_i}{b} \frac{\partial b}{\partial z} \right) \right) j e^{-jW\theta_i}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Уравнения движения крупных частиц:

$$\begin{cases} \frac{dP_{ri}}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}} \left(f r \gamma_i \beta_{\varphi i}^2 r_i - E_r - \beta_{\varphi i} F_z + \beta_{zi} B_{\varphi} \right); \\ \frac{dP_{\varphi i}}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}} \left(\frac{\gamma_i \beta_{ri} \beta_{\varphi i}}{r_i} - \beta_{zi} F_r + \beta_{ri} F_z \right); \\ \frac{dP_{zi}}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}} (-E_z - \beta_{ri} B_{\varphi} + \beta_{\varphi i} F_r); \\ \frac{dr_i}{dz} = \frac{\beta_{ri}}{\beta_{zi}}; \quad \frac{d\theta_i}{dz} = \frac{1}{\beta_{zi}}; \\ \mathbf{P}_i = \gamma_i \boldsymbol{\beta}_i; \quad \gamma_i = \frac{1}{\sqrt{1 - \boldsymbol{\beta}_i^2}} = \sqrt{1 - P_{ri}^2 - P_{\varphi i}^2 - P_{zi}^2}. \end{cases} \quad (5.21)$$

Выражение физических ВЧ-полей через расчетные амплитуды с учетом полей пространственного заряда:

$$\begin{cases} E_r = -\frac{1}{b} \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M J_1 \left(\nu_{0m} \frac{r_i}{b} \right) \operatorname{Re} \left(\dot{A}_{sm} e^{jsW\theta_i} \right) - \frac{\sigma}{2r_i} \left(\frac{1}{\beta_{z0}} - \beta_{z0} \right); \\ E_z = \operatorname{Re} \left[\sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M J_0 \left(\nu_{0m} \frac{r_i}{b} \right) \dot{C}_{sm} e^{jsW\theta_i} + \frac{r_i \partial b}{b^2 \partial z} \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M J_1 \left(\nu_{0m} \frac{r_i}{b} \right) \dot{A}_{sm} e^{jsW\theta_i} \right]; \\ B_{\varphi} = \frac{1}{b} \sum_{s=1}^S \sum_{m=1}^M J_1 \left(\nu_{0m} \frac{r_i}{b} \right) \operatorname{Re} \left(-j \dot{V}_{sm} e^{jsW\theta_i} \right). \end{cases}$$

Магнитостатическое фокусирующее поле:

$$\begin{cases} F_r = -\frac{1}{2} r_i \frac{\partial F_0(z)}{\partial z} + \frac{1}{16} r_i^3 \frac{\partial^3 F_0(z)}{\partial z^3}; \\ F_z = F_0(z) - \frac{1}{4} r_i^2 \frac{\partial^2 F_0(z)}{\partial z^2}; \quad F_0 = \frac{B_0(z)e}{m_0 \omega_0}; \quad B_0(z) \text{ — поле вдоль оси.} \end{cases}$$

Здесь приняты обозначения, введенные ранее в уравнениях (5.1)–(5.3): $r_i = k_0 r'_i$, $z = k_0 z'$, $r_0 = k_0 r'_0$, r'_0 — средний радиус трубчатого электронного потока на входе в область взаимодействия.

Заметим, что уравнения возбуждения (5.20) включают как вихревую, так и потенциальную («поле пространственного заряда») составляющие полного поля на частоте $s\omega_0$.

Граничные условия к системе (5.20), (5.21) могут быть сформулированы следующим образом.

На границах сопряжения нерегулярной области взаимодействия с регулярным волноводом выполняется условие $\frac{db(0)}{dz} = \frac{db(L)}{dz} = 0$ и имеют место следующие соотношения.

Для распространяющихся E_{0m} -волн

$$\begin{aligned} W\dot{A}_{sm}(0) + jk_{sm}^e \dot{V}_{sm}(0) &= jk_{sm}^e W2b(0)\dot{e}_{sm}^+; \\ -W\dot{A}_{sm}(L) + jk_{sm}^e \dot{V}_{sm}(L) &= jk_{sm}^e W2b(L)\dot{e}_{sm}^-; \end{aligned} \quad (5.22)$$

Для закритических E_{0m} -волн

$$\begin{aligned} W\dot{A}_{sm}(0) + k_{sm}^e \dot{V}_{sm}(0) &= k_{sm}^e W2b(0)\dot{e}_{sm}^+; \\ -W\dot{A}_{sm}(L) + k_{sm}^e \dot{V}_{sm}(L) &= k_{sm}^e W2b(L)\dot{e}_{sm}^-. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Для немодулированного на входе области взаимодействия электронного потока

$$W\theta_i(0) = \frac{2\pi}{N}(i - 0,5), \quad i = 1, \dots, N; \quad \beta_i(0) = \beta_0; \quad r_i(0) = r_0. \quad (5.24)$$

Таким образом, для системы уравнений для амплитуд (5.20) поставлена краевая задача, а для уравнений движения крупных частиц (5.21) сформулирована задача Коши. Совместное решение получается в результате итерационной процедуры.

Эффективность взаимодействия определяется соотношениями (5.9), (5.10).

Аппроксимация управления. Задача (5.20)–(5.24) с указанной целевой функцией $\max F_c(\mathbf{g}(z))$ (обычно $F_c = \eta^e$) представляет собой задачу оптимального управления, в которой в качестве искомого управления $\mathbf{g}(z)$ выступают нормированный профиль волновода $b(z)$ и профиль фокусирующего магнитного поля $F(z)$. При аппроксимации управлений использовались сплайны третьей и пятой степени.

Профиль нерегулярного гофрированного участка волновода задавался в виде (5.7), (5.8).

Сопряжение регулярных участков волновода с разными радиусами b_1, b_2 задавалось полином пятой степени (5.19), который обеспечивает непрерывность первой и второй производной в точках сопряжения.

С использованием таких сопряжений на профиле волновода моделировались резонансные канавки и выступы определенной конфигурации, моделировались замедляющие квазипериодические меандровидные структуры, преобразователи мод и рупорные выводы.

Постановка задачи для расчета методом сеток. В принятых обозначениях безразмерные компоненты E_r, E_z, B_φ симметричных E -волновых полей цилиндрического продольно-нерегулярного волновода на основной частоте $s = 1$ получаются из решения следующей краевой задачи:

$$\dot{B}_\varphi = \frac{u(r, z)}{r}; \quad \dot{E}_r = \frac{j}{W} \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial z}; \quad \dot{E}_z = -\frac{j}{W} \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r}; \quad u(z, r) = u_{\text{Re}} + ju_{\text{Im}}.$$

В области $0 \leq r \leq b(z)$; $0 \leq z \leq L$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{W^2}{r} u = 0. \quad (5.25)$$

Граничные условия:

при $r = 0$: $u = 0$;

на проводящей границе: $r = b(z)$, $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} = 0$, где \mathbf{n} — вектор нормали к поверхности;

при $z = 0$: $-\frac{\partial u}{\partial z} + jk_m^e u = e^+ r J_1(\nu_{0m} r)$ (падает E_{0m} -волна);

при $z = L$: $\frac{\partial u}{\partial z} + jk_m^e u = 0$ (условие полного согласования для E_{0m} -волны).

Мощность через поперечное сечение:

$$P = \operatorname{Re} \int_0^{b(z)} E_r B_\varphi^* r dr = \frac{1}{W} \int_0^{b(z)} \left(u_{\text{Im}} \frac{\partial u_{\text{Re}}}{\partial z} - u_{\text{Re}} \frac{\partial u_{\text{Im}}}{\partial z} \right) \frac{\partial r}{r}. \quad (5.26)$$

Тестовые расчеты. Для проверки точности предлагаемого метода решалась задача об отражении E_{01} -волны регулярного цилиндрического волновода радиуса b_0 от неоднородности в виде k синусоидальных канавок глубины h и ширины d :

$$b(z) = \begin{cases} b_0, & z < z_1; \\ b_0 + h \sin^2 \left(\frac{\pi(z - L_1)}{d} \right), & z_1 \leq z \leq z_1 + kd; \\ b_0, & z_1 + kd < z < L. \end{cases}$$

Значения z_1, L выбирались таким образом, чтобы возбуждаемые на неоднородности закритические волны затухали и в сечениях $z = 0$, $z = L$ наблюдалась только E_{01} -волна регулярного волновода.

На рис. 5.10 приведены кривые зависимости от глубины h проходящей мощности (5.38), отнесенной к проходящей мощности регулярного волновода. Кривые (5.19) получены с учетом восьми базисных функций. Вторая кривая на рисунках получена из решения краевой задачи методом конечных треугольных элементов с использованием пакета MATLAB. Выбраны $z_1 = 1,5b_0$; $L = 2z_1 + kd$. Число элементов разбиения области равно 2750. При числе элементов 4000 кривые на всех рисунках совпадают, т.е. результаты по методу конечных элементов сходятся к результатам, полученным из уравнений (5.19).

Невыполнение условия периодичности второго рода в согласованных отрезках периодических волноводов. Ранее в работах [1, 19–21] уже указывалось на невыполнение этого условия как в общем случае (EH_{nm} -, HE_{nm} -волны [19–21]), так и в рассматриваемом случае E_{0m} -волн [1]. Для подтверждения этих результатов приведем расчеты

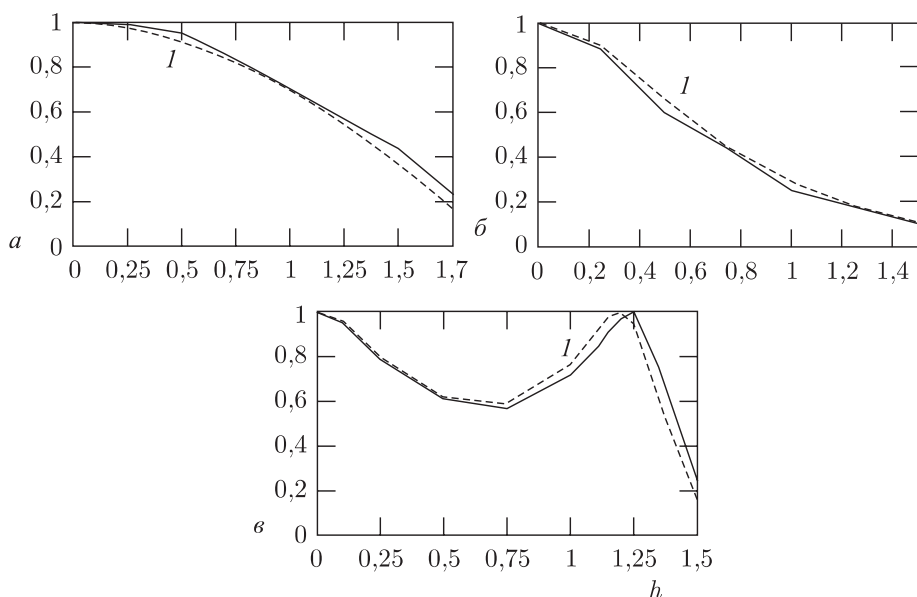


Рис. 5.10. Зависимость проходящей мощности от глубины канавок h для $d = 2$: $b_0 = 3, k = 1$ (а); $b_0 = 2,5, k = 1$ (б); $b_0 = 2,5, k = 2$ (в)

согласованных отрезков периодических гофрированных волноводов на E_{0m} -моду, полученных из решения задачи (5.37) как методом сеток, так и методом Галеркина.

На рис. 5.11, а, б приведена структура линий уровня функции $\text{Re}[r\dot{B}_\varphi(r, z)]$, полученная из расчета методом сеток для двух конфигураций волновода (эти линии близки к силовым линиям \mathbf{E}).

Рис. 5.12 иллюстрирует изменение модуля продольной компоненты $|\dot{E}_z(r_0, z)|$ вдоль отрезка гофрированного волновода, рассчитанной по методу Галеркина. Заметим, что расчет такого волновода по методу сеток с достаточной точностью затруднителен из-за недостаточной мощности современных персональных компьютеров.

Как следует из рис. 5.11, 5.12, периодичность распределения как $r\dot{B}_\varphi$, так и \dot{E}_z в гофрированной секции в обоих случаях отсутствует. Этот вывод, как отмечалось ранее в [19–21], существенен для формулировки адекватной самосогласованной теории ЛБВ и ЛОВ. В связи с этим выводом теории, основанные на представлении о «синхронных пространственных гармониках поля», в замедляющей системе ЛОВ или ЛБВ являются несостоятельными.

Расчет и оптимизация релятивистских ЛБВ-, ЛОВ-генераторов на гофрированном волноводе. Используя самосогласованную систему (5.19), (5.20), (5.21) и граничные условия к ней (5.22), (5.23), (5.24), на основе метода блочной матричной прогонки получили следующие варианты генераторов.

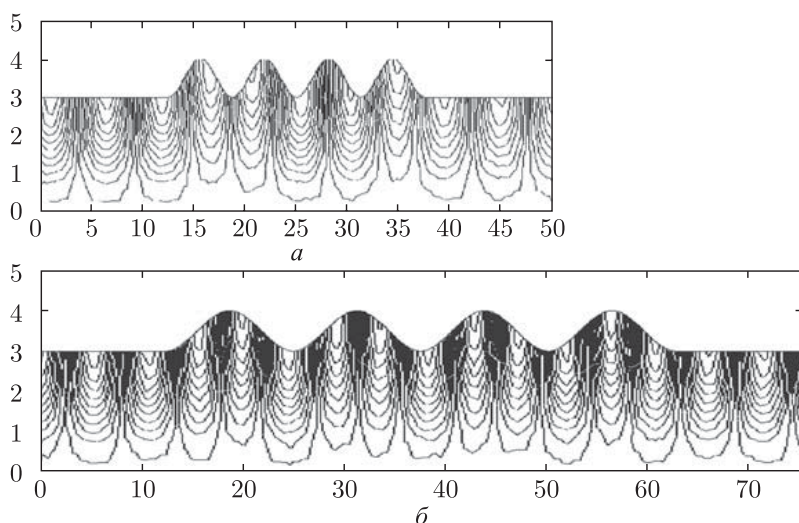


Рис. 5.11. Линии уровня $\text{Re}[u(r, z)]$, полученные по методу сеток: $b_0 = 3$, $h = 1$, $d = 2\pi$ (а); $b_0 = 3$, $h = 1$, $d = 4\pi$ (б)

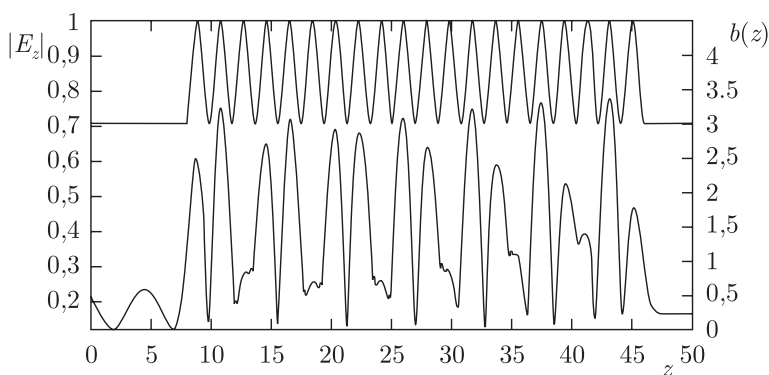


Рис. 5.12. Изменение значения модуля компоненты E_z волнового поля вдоль отрезка гофрированного волновода $b_0 = 3$, $d = 1,9$ на уровне $r_0 = 2,5$

1. Вариант 4-миллиметрового одноволнового генератора.

Рабочая частота $f = 73,17$ ГГц, выбранная опорная частота ω_0 соответствует $\lambda_0 = 4,084$ мм. Напряжение пучка $V_0 = 205$ кВ, ток $I_0 = 900$ А, величина фокусирующего магнитного поля $B_0 = 7,5$ Тл. Регулярный гофрированный участок имеет $n_v = 12$ периодов, $d_v = 5,385$, $h_v = 2,308$, $b_0 = 4,615$ (3,5 мм, 1,5 мм, 3 мм). Ширина, высота модулирующей канавки и ее расстояние от начала гребенки: $L_1 = 11,17$, $h_1 = 3,14$, $L_{1v} = 2,2$ (7,26 мм, 2,04 мм, 1,43 мм), $\Delta_p = 0,8$. Радиус пучка $r_0 = 4,04$ (2,62 мм). Достигнутый кпд составил 10%. Анализ показал, что реализован синхронизм на минус второй гармонике вблизи границы

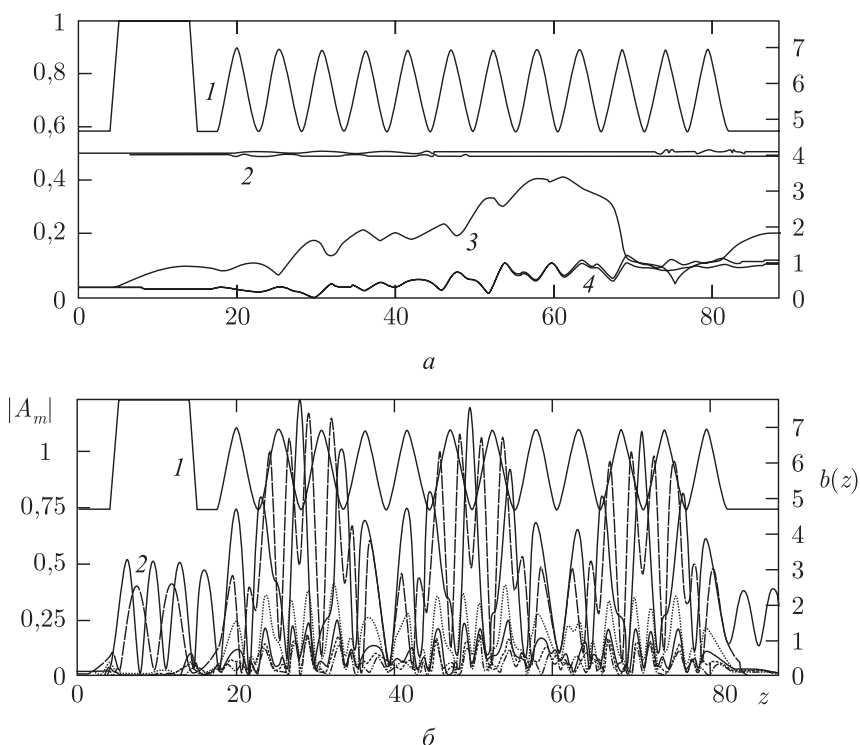


Рис. 5.13. Характеристики варианта 4-миллиметрового генератора: *a* — кривая 1 — $b(z)$, 2 — r_{\max} , r_{\min} , 3 — G_{r1} , 4 — η_e , η_v ; *б* — 1 — $b(z)$, 2 — A_m

прозрачности 2π -вида. Характеристики этого варианта представлены на рис. 5.13.

2. Вариант 8-миллиметрового одноволнового генератора. Рабочая частота $f = 37,96$ ГГц, выбранная опорная частота ω_0 соответствует $\lambda_0 = 7,99$ мм. Напряжение пучка $V_0 = 212$ кВ, ток $I_0 = 600$ А, величина фокусирующего магнитного поля $B_0 = 5$ Тл. Регулярный гофрированный участок имеет $n_v = 12$ периодов, $d_v = 2,756$, $h_v = 1,18$, $b_0 = 2,3615$ (3,5 мм, 1,5 мм, 3 мм). Радиус волновода на конце $b_L = 2,952$ (3,75 мм). Ширина, высота модулирующей канавки и ее расстояние от начала гребенки $L_1 = 4,72$, $h_1 = 1,46$, $L_{1v} = 5,51$ (6 мм, 1,86 мм, 7 мм), $\Delta_p = 0,8$. Радиус пучка $r_0 = 2,06$ (2,62 мм). Достигнутый кпд составил 36%. Анализ показал, что реализован синхронизм на минус первой гармонике вдали от границы полосы прозрачности. При внутреннем радиусе $b_0 = 2,36$ волновод является закритическим, поэтому для вывода СВЧ мощности сразу за гофрированным участком радиус волновода увеличен. Характеристики этого варианта представлены на рис. 5.14.

3. Вариант 3-сантиметрового двухволнового генератора. Рабочая частота $f = 9,97$ ГГц, выбранная опорная частота ω_0 соответствует

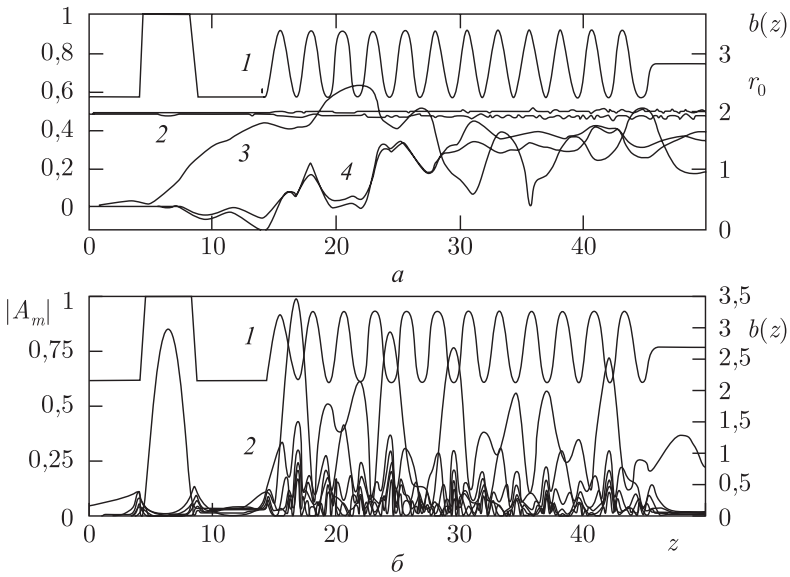


Рис. 5.14. Характеристики варианта 8-миллиметрового генератора: *a* — кривая 1 — $b(z)$, 2 — r_{\max} , r_{\min} , 3 — G_{r1} , 4 — η_e , η_v ; *б* — 1 — $b(z)$, 2 — A_m

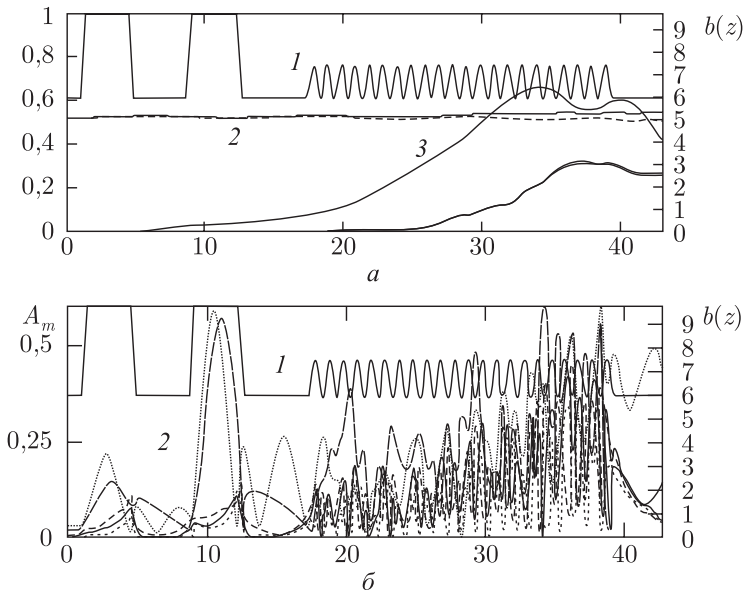


Рис. 5.15. Характеристики варианта 3-сантиметрового генератора: *a* — кривая 1 — $b(z)$, 2 — r_{\max} , r_{\min} , 3 — G_{r1} , 4 — η_e , η_v ; *б* — 1 — $b(z)$, 2 — A_m

$\lambda_0 = 3,2$ см. Напряжение пучка $V_0 = 265$ кВ ($\beta_0 = 0,753$), ток $I_0 = 800$ А, величина фокусирующего магнитного поля $B_0 = 0,35$ Тл. Регулярный гофрированный участок имеет $n_v = 20$ периодов, $d_v = 1$, $h_v = 1,42$, $b_0 = 6$ (0,5 см, 0,71 см, 3 см). Ширина, высота двойной модулирующей канавки и ее расстояние от начала гребенки $L_1 = L_{12} = L_2 = 3,89$, $h_{1,2} = 3,8$, $L_{2v} = 4,716$ (1,945 см, 1,9 см, 2,36 см), $\Delta_p = 0,8$. Радиус пучка $r_0 = 5$ (2,5 см). Достигнутый кпд составил 30%. Анализ показал, что реализован синхронизм на основной гармонике вдали от границы полосы прозрачности. Характеристики этого варианта представлены на рис. 5.15.

5.4. Оптимизация профиля рупора на симметричных Е-волнах по характеристике направленности

Рупоры чаще всего используются для сопряжения полого волновода с зеркальной антенной или для измерений [23, 24].

Основное назначение рупора состоит в том, чтобы согласовать волновод с открытым пространством, что достигается за счет плавного увеличения радиуса волновода до значения, при котором фазовая скорость основной волны приближается к скорости света в свободном пространстве. При этом условии отражение от открытого конца волновода практически отсутствует и реализуется идеальная для данного типа волны диаграмма направленности излучения.

Однако проблема реализации такого рупора заключается в том, что при необходимом для идеального сопряжения выходном радиусе в рупоре возбуждаются высшие типы волн, которые имеют фазовую скорость, большую скорости света в открытом пространстве, что приводит как к рассогласованию и, следовательно, увеличению коэффициента отражения, так и к ухудшению диаграммы направленности.

Как показывают расчеты, за счет увеличения длины рупора с плавным увеличением радиуса эти негативные факторы хотя и возможно уменьшить, однако лишь до определенного и не всегда приемлемого уровня. Наиболее радикальный путь улучшения характеристик рупора — подбор закона изменения профиля, при котором высшие типы волн на его выходном сечении отсутствуют и при этом коэффициент отражения из-за их возбуждения минимален.

В настоящей работе такая оптимизационная задача решается для рупора, представляющего преобразователь сопротивления для симметричной E_{01} -волны. Найдены и исследованы оптимальные варианты профилей рупора, в котором возможно возбуждение двух или трех распространяющихся волн. Следует отметить, что в таком рупоре кроме распространяющихся возбуждается также ряд ближайших закритических для текущего сечения волн. Чтобы обеспечить их отсутствие на выходном сечении (после которого они становятся распространяющимися),

рупор имеет достаточно протяженный регулярный выходной участок. Здесь задача оптимизации решается для одночастотного режима; она весьма актуальна в настоящее время для расчета и оптимизации профиля выходного рупора излучателя релятивистской ЛБВ-О с рабочим типом волны E_{01} .

Схема рупора и математическая модель, используемая для расчетов. Схема рассматриваемого рупора приведена на рис. 5.16.

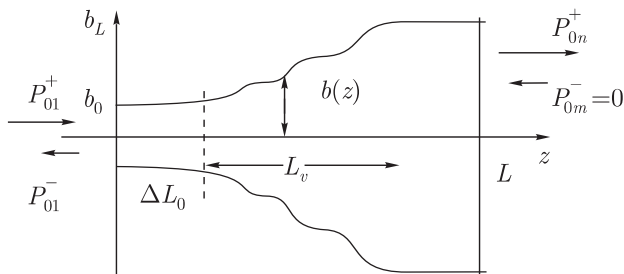


Рис. 5.16. Схема рупора

Рупор имеет вид отрезка нерегулярного расширяющегося волновода, представляющего преобразователь волнового сопротивления для E_{01} -волн круглого волновода: $W_{01}^E = W^0 \sqrt{1 - (\frac{\lambda}{2\pi} \frac{\nu_{01}}{b'})^2}$, где ν_{01} — первый корень $J_0(x)$, λ — длина волны в свободном пространстве, b' — радиус волновода, $W^0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ — волновое сопротивление свободного пространства. Нерегулярный участок длины L_v сопряжен с отрезками регулярного волновода, имеющими длину ΔL_0 и ΔL_1 , достаточную для затухания возбуждаемых закритических волн. На вход $z=0$ рупора подается E_{01} — волна, имеющая мощность P_{01}^+ .

Возбуждение волн в таком рупоре на рабочей частоте ω описывается следующими безразмерными уравнениями Максвелла для комплексных амплитуд и граничными условиями на внутренней поверхности рупора S :

$$\text{rot } \mathbf{B} = j\omega \mathbf{E}; \quad \text{rot } \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B}; \quad [\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}]_S = 0. \quad (5.27)$$

Здесь приняты следующие безразмерные переменные: $\{\mathbf{E}, \mathbf{B}\} = \text{Re}\{\dot{\mathbf{E}}, \dot{\mathbf{B}}e^{j\omega t}\}$; $\omega = \omega/\omega_0$; ω_0 — опорная частота, $(b, L, L_v) = k_0(b', L', L'_v)$; $k_0 = \omega_0/c$; c — скорость света; $\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{E}'/E_0$; $\mathbf{B} = \mathbf{B}' \cdot c/E_0$; E_0 — амплитуда волны на входе рупора.

При задании граничных условий в сечениях ($z=0$ и $z=L$) используем тот факт, что на регулярных участках волновода электромагнитное поле представляется в виде суммы прямой и обратной симметричных E_{0m} -волн (как распространяющихся, так и затухающих)

вида

$$\sum_m \dot{e}_m^+ e^{-jk_m^e z} (\dot{\mathbf{E}}^{e+}, \dot{\mathbf{B}}^{e+})_m + \dot{e}_m^- e^{+jk_m^e z} (\dot{\mathbf{E}}^{e-}, \dot{\mathbf{B}}^{e-})_m, \quad (5.28)$$

где \dot{e}_m^\pm — постоянные амплитуды, $(\dot{\mathbf{E}}^{e\pm}, \dot{\mathbf{B}}^{e\pm})_m$ — мембранные функции E_{0m} -волны регулярного волновода, $k_m^e = \sqrt{\omega^2 - \nu_{0m}^2/b^2}$ — продольное волновое число.

Воспользуемся общей теорией возбуждения нерегулярного волновода, построенной на основе метода отображения внутренней области нерегулярного волновода на цилиндр единичного радиуса, развитого в разд. 5.1. Согласно этой теории решение (5.27) для компонент симметричных E -волновых полей представляется в виде разложения по собственным E_{0m} -волнам стандартного волновода единичного радиуса

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= -\frac{1}{b(z)} \sum_{m=1}^M \dot{A}_m(z) J_1\left(\nu_{0m} \frac{r}{b(z)}\right); \\ \dot{B}_\varphi &= -\frac{j}{b(z)} \sum_{m=1}^M \dot{V}_m(z) J_1\left(\nu_{0m} \frac{r}{b(z)}\right); \\ \dot{E}_z &= \sum_{m=1}^M \left[\dot{C}_m(z) J_0\left(\nu_{0m} \frac{r}{b(z)}\right) - \frac{r}{b^2} \frac{db}{dz} \dot{A}_m(z) J_1\left(\nu_{0m} \frac{r}{b(z)}\right) \right]; \end{aligned} \quad (5.29)$$

где M — количество учитываемых волн.

Амплитуды \dot{A}_m, \dot{V}_m , представляющие коэффициенты разложения компонент поля, удовлетворяют системе парных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, полученной из (5.1):

$$\frac{d\mathbf{u}}{dz} = Q(z)\mathbf{u}; \quad \mathbf{u} = \{\dot{A}_1, \dot{V}_1, \dot{A}_2, \dot{V}_2, \dots, \dot{A}_M, \dot{V}_M\} = \{u^1, \dots, u^{2M}\}. \quad (5.30)$$

Элементы матрицы Q выражаются для $m = 1, \dots, M$, $k = 1, \dots, M$, $k \neq m$, следующим образом:

$$\begin{aligned} q_{2m-1, 2m-1} &= -\frac{\partial b}{b \partial z}; \quad q_{2m-1, 2m} = \frac{1}{w} \left[\omega^2 - \frac{\nu_{0m}^2}{b^2} \right]; \\ q_{2m-1, 2k} &= 0; \quad q_{2m-1, 2k-1} = -\frac{\partial b}{b \partial z} \frac{2\nu_{0m}^2}{\nu_{0k}^2 - \nu_{0m}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})}; \\ q_{2m, 2m-1} &= -w \left\{ 1 + \left(\frac{\partial b}{\partial z} \right)^2 \left[\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{\nu_{0m}^2} \right) - \sum_{k \neq m} \frac{4\nu_{0k}^2}{(\nu_{0m}^2 - \nu_{0k}^2)^2} \right] \right\}; \\ q_{2m, 2m} &= \frac{\partial b}{b \partial z}; \quad q_{2m, 2k} = \frac{\partial b}{b \partial z} \frac{2\nu_{0k}^2}{\nu_{0m}^2 - \nu_{0k}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})}; \end{aligned}$$

$$q_{2m,2k-1} = -\omega \frac{\partial b}{\partial z} \left[\frac{4(\nu_{0m}^2 + \nu_{0k}^2)}{(\nu_{0m}^2 - \nu_{0k}^2)^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})} - \sum_{\substack{l \neq m, \\ l \neq k}} \frac{4\nu_{0l}^2}{(\nu_{0m}^2 - \nu_{0l}^2)(\nu_{0k}^2 - \nu_{0l}^2)} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})} \right].$$

Амплитуды \dot{C}_m получают после решения (5.30) по формуле

$$\dot{C}_{sm} = -\frac{\nu_{0m}\dot{B}_m}{\omega b^2} + \frac{\partial b}{b\partial z} \left(-\frac{\dot{A}_m}{\nu_{0m}} + \sum_{k \neq m} \frac{2\nu_{0m}}{\nu_{0k}^2 - \nu_{0m}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0m})} \dot{A}_k \right).$$

Граничные условия к системе (5.30) задавались в виде (5.5), (5.6).

Решение краевой задачи для (5.30) получалось эффективным методом блочной матричной прогонки (5.12)–(5.18).

Безразмерная мощность, переносимая парциальной E_{0m} -волной через поперечное сечение волновода, в выбранных переменных выражается следующим образом:

$$P_m(z) = \frac{1}{2} J_1^2(\nu_{0m}) \cdot \text{Im} [\dot{A}_m(z) \cdot \dot{V}_m(z)]. \quad (5.31)$$

В соответствии с (5.28) на регулярных участках мощности прямой и обратной распространяющихся волн в выбранных безразмерных переменных имеют вид

$$P_m^\pm = \frac{1}{2} J_1^2(\nu_{0m}) \cdot \text{Im} \left(\dot{A}_m \pm \frac{j}{k_m^e} \frac{d\dot{A}_m}{dz} \right) (\dot{V}_m \pm \frac{j}{k_m^e} \frac{d\dot{V}_m}{dz}). \quad (5.32)$$

Для выполнения условий излучения на входном и выходном сечениях рупора (см. рис. 5.16) в (5.5), (5.6) задавалось:

$$\text{на входе } e_{01}^+ = 1, \quad e_{0m}^+ = 0, \quad m > 1; \quad \text{на выходе } e_{Lm}^- = 0, \quad m \geq 1. \quad (5.33)$$

Диаграмма направленности. При расчете диаграммы направленности будем использовать наряду с цилиндрической (ρ, φ, z) также сферическую (r, ϑ, φ) и декартову (x, y, z) системы координат. Воспользуемся известными выражениями для вектора $\dot{\mathbf{E}}$ через эквивалентные источники в раскрыве рупора $(\rho', \varphi', 0)$ [25], которые в наших безразмерных переменных имеют вид

$$\dot{\mathbf{E}}(x, y, z) = \dot{\mathbf{H}}^e + \nabla \text{div} \dot{\mathbf{H}}^e - j \text{rot} \dot{\mathbf{H}}^m; \quad (5.34)$$

$$\dot{\mathbf{H}}^e = \frac{1}{4\pi j} \int_0^{b_L} \int_0^{2\pi} \frac{[n\mathbf{B}^0]e^{-jR}}{R} \rho' d\rho' d\varphi'; \quad \dot{\mathbf{H}}^m = -\frac{1}{4\pi j} \int_0^{b_L} \int_0^{2\pi} \frac{[n\dot{\mathbf{E}}^0]e^{-jR}}{R} \rho' d\rho' d\varphi', \quad (5.35)$$

где $\dot{\mathbf{H}}^e$ и $\dot{\mathbf{H}}^m$ — электрический и магнитный векторы Герца, R — расстояние между точками интегрирования $P'(\rho', \varphi', 0)$ в раскрыве рупора и точкой наблюдения $P(x, y, z)$, $z > 0$.

Эквивалентные источники на раскрыве рупора с E_{0m} -волнами имеют следующий вид:

$$[\mathbf{z}_0 \mathbf{B}^0] = -B_\varphi(\rho') \boldsymbol{\rho}_0; \quad [\mathbf{z}_0 \mathbf{E}^0] = jE_r(\rho') \boldsymbol{\varphi}_0. \quad (5.36)$$

Таким образом, векторы Герца имеют одну компоненту:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}^e &= \dot{\Pi}_\rho^e \cdot \boldsymbol{\rho}_0 = -\frac{\boldsymbol{\rho}_0}{4\pi j} \int_0^{b_L} \int_0^{2\pi} \dot{B}_\varphi^0 e^{j(\varphi' - \varphi)} \frac{e^{-jR}}{R} \rho' d\rho' d\varphi'; \\ \mathbf{\Pi}^m &= \dot{\Pi}_\varphi^m \cdot \boldsymbol{\varphi}_0 = -\frac{\boldsymbol{\varphi}_0}{4\pi} \int_0^{b_L} \int_0^{2\pi} \dot{E}_\rho^0 e^{j(\varphi' - \varphi)} \frac{e^{-jR}}{R} \rho' d\rho' d\varphi'. \end{aligned} \quad (5.37)$$

В дальней зоне справедливо разложение [23, 24]

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2(xx' + yy') + x'^2 + y'^2} = \\ &= \sqrt{r^2 - 2r\rho' \cos \Omega + \rho'^2} = r \sqrt{1 - \frac{2\rho'}{r} \cos \Omega + \frac{\rho'^2}{r^2}} \simeq r - \rho' \cos \Omega + O\left(\frac{\rho'}{r}\right). \end{aligned} \quad (5.38)$$

После несложных преобразований, заменяя в знаменателе R на r , в числителе R на $r - \rho' \cos \Omega$ с точностью $O\left(\frac{b}{r}\right)$, получим

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}_\rho^e &= -\frac{1}{4\pi j} \frac{e^{-jr}}{r} \int_0^{b_L} B_\varphi^0(\rho') \int_0^{2\pi} e^{j(\varphi' - \varphi)} e^{j\rho' \cos \Omega} \rho' d\rho' d\varphi'; \\ \dot{\Pi}_\varphi^m &= -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jr}}{r} \int_0^{b_L} E_\rho^0(\rho') \int_0^{2\pi} e^{j(\varphi' - \varphi)} e^{j\rho' \cos \Omega} \rho' d\rho' d\varphi'. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Воспользуемся соотношением $\cos \Omega = \frac{xx' + yy'}{r\rho'} = \sin \vartheta \cos(\varphi' - \varphi)$:

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}_\rho^e &= -\frac{1}{4\pi j} \frac{e^{-jr}}{r} \int_0^{b_L} \dot{B}_\varphi^0(\rho') \int_0^{2\pi} e^{j(\varphi' - \varphi)} e^{j\rho \sin \vartheta \cos(\varphi' - \varphi)} d\varphi' \rho d\rho'; \\ \dot{\Pi}_\varphi^m &= -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jr}}{r} \int_0^{b_L} \dot{E}_\rho^0(\rho') \int_0^{2\pi} e^{j(\varphi' - \varphi)} e^{j\rho \sin \vartheta \cos(\varphi' - \varphi)} d\varphi' \rho d\rho'. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Так как $\int_0^{2\pi} e^{j(\varphi' - \varphi)} e^{j\rho \sin \vartheta \cos(\varphi' - \varphi)} d\varphi' = -j2\pi J_1(\rho \sin \vartheta)$, то векторы Герца

приобретают вид

$$\begin{aligned}\mathbf{I}^e &= \boldsymbol{\rho}_0 \frac{e^{-jr}}{r} \frac{1}{2} \int_0^b \dot{B}_\varphi(\rho') J_1(\rho' \sin \vartheta) \rho' d\rho' = \boldsymbol{\rho}_0 \frac{e^{-jr}}{r} \dot{I}_B(\vartheta); \\ \mathbf{I}^m &= \boldsymbol{\varphi}_0 \frac{e^{-jr}}{r} \frac{1}{2} \int_0^b \dot{E}_\rho(\rho') J_1(\rho' \sin \vartheta) \rho' d\rho' = \boldsymbol{\varphi}_0 \frac{ie^{-jr}}{r} \dot{I}_E(\vartheta).\end{aligned}\quad (5.41)$$

После подстановки (5.41) в (5.34), пренебрегая членами $\frac{1}{r^2}$, получим

$$\dot{\mathbf{E}} = \vartheta_0 \frac{e^{-jr}}{r} [\dot{I}_B(\vartheta) \cos \vartheta + j \dot{I}_E(\vartheta)].$$

Нормированная групповая характеристика диаграммы направленности:

$$E_{0n}^{(\vartheta)} = \frac{E_0(\vartheta)}{\max_{\vartheta} E_0(\vartheta)}; \quad E_0^{(\vartheta)} = |\dot{I}_B(\vartheta) \cos \vartheta + j \dot{I}_E(\vartheta)|. \quad (5.42)$$

Используя (5.29), получаем выражения для интегралов \dot{I}_B, \dot{I}_E через амплитуды возбуждаемых волн на раскрыве рупора:

$$\begin{aligned}\dot{I}_E &= -\frac{1}{2b_L} \int_0^{b_L} \left[\sum_{m=1}^M \dot{A}_m J_1 \left(\nu_{0m} \frac{\rho'}{b_L} \right) \right] J_1(\rho' \sin \vartheta) \rho' d\rho'; \\ \dot{I}_B &= -\frac{j}{2b_L} \int_0^{b_L} \left[\sum_{m=1}^M \dot{V}_m J_1 \left(\nu_{0m} \frac{\rho'}{b_L} \right) \right] J_1(\rho' \sin \vartheta) \rho' d\rho'.\end{aligned}\quad (5.43)$$

Критерий оптимизации. Коэффициент направленного действия антенны определяется как [79]:

$$G(\vartheta) = \frac{E_0^2(\vartheta)}{\int_0^{\pi/2} E_0^2(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta}. \quad (5.44)$$

Из вида формулы (5.44) естественно выбрать в качестве целевой следующую функцию, обеспечивающую при оптимизации максимум коэффициента усиления и минимум отраженной мощности:

$$\min F_c = \min(P_s + \alpha P_{01}^-), \quad (5.45)$$

где $P_s = \int_0^{\pi/2} E_{0n}^2(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$, E_{0n} — нормированная групповая характеристика диаграммы направленности, рассчитываемая по формуле (5.42), P_{01}^- — отраженная мощность, рассчитываемая по формуле (5.32), α — весовой коэффициент.

Результаты оптимизации профиля рупора. При оптимизации нерегулярный участок профиля рупора $b_v(T)$ задавался следующей многопараметрической функцией:

$$b_v = b_0 + (b_L - b_0)P_5(T) + D_v(T). \quad (5.46)$$

Здесь $T = (z - z_0)/L_v$, z_0, L_v — начало и длина нерегулярного участка. Полином пятой степени $P_5(T)$ (5.19) задает плавный монотонный переход с радиуса b_0 на b_L и обеспечивает непрерывность первой и второй производной в точках сопряжения с регулярными участками. Функция $D_v(T)$ определяет отклонение профиля от монотонного и задается в виде (5.8). Параметры d_k^v функции $D_v(T)$ ($k = 1, \dots, 6$) подбирались из условия минимума целевой функции (5.45). Для сравнения рассчитывались характеристики рупора с монотонным изменением профиля ($D_v(T) = 0$).

На рис. 5.17 приведены характеристики рупора с плавным изменением профиля при $b_0 = 3$ (входное сечение нерегулярной части), $b_L = 8$ (выходное сечение нерегулярной части), $L_v = 10$ (длина нерегулярной части). На рис. 5.17, а представлены: кривая 1 — профиль $b_v(T)$, 2, 3, 4, ... — нормированные амплитуды волн E_{01}, \dots, E_{08} соответственно, которые учитывались в расчетах. Как видно из рис. 5.17, а, на выходе рупора велика амплитуда волны E_{02} : она равна амплитуде E_{01} -волны. В результате функция $G(\vartheta)$ оказывается многогорбой (рис. 5.17, б).

На рис. 5.18 приведены аналогичные результаты для тех же заданных параметров b_0, b_L, L_v при минимизации $\sum_{m=2}^8 |A_m(L)|$ (рис. 5.18, а). Характеристика направленности $G(\vartheta)$ существенно улучшается (рис. 5.18, б).

Не следует, однако, считать, что минимизация модового состава на выходе рупора решает задачу оптимизации $G(\vartheta)$. На рис. 5.19 приведены результаты прямой оптимизации $G(\vartheta)$: распределение $G(\vartheta)$ улучшено по сравнению с предыдущим решением (рис. 5.19, б), однако модовый состав на выходе рупора весьма сложный (рис. 5.19, а).

Увеличение выходного сечения и длины нерегулярной части рупора должно приводить к улучшению (сжатию) функции $G(\vartheta)$. Для подтверждения этого был рассчитан и оптимизирован вариант рупора с $b_0 = 3$, $b_L = 10$, $L_v = 14,07$. На рис. 5.20 представлены характеристики этого варианта с плавным изменением профиля, на рис. 5.21 — с оптимизированным по минимуму модового состава на выходе профилем. Очевидны улучшения $G(\vartheta)$ в том и другом случаях. В оптимальном варианте $G_{\max} = 13,5$. Во всех вариантах отраженная мощность (P_{01}^-) не превосходит 0,2% от P_{01}^+ .

Приведенные результаты указывают на эффективность предложенного метода оптимизации профиля нерегулярного рупора на E_{0m} -волнах круглого волновода. Одновременно следует отметить существенную

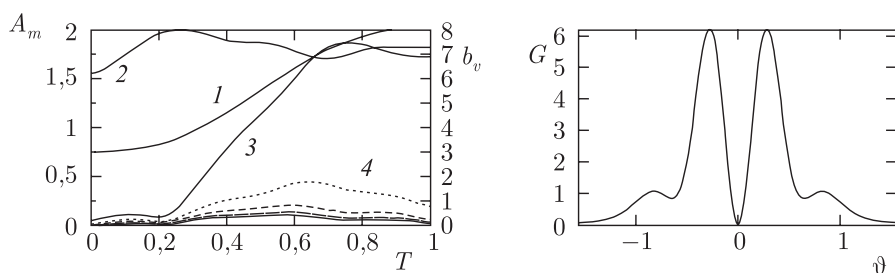


Рис. 5.17. Характеристики рупора с плавным изменением профиля

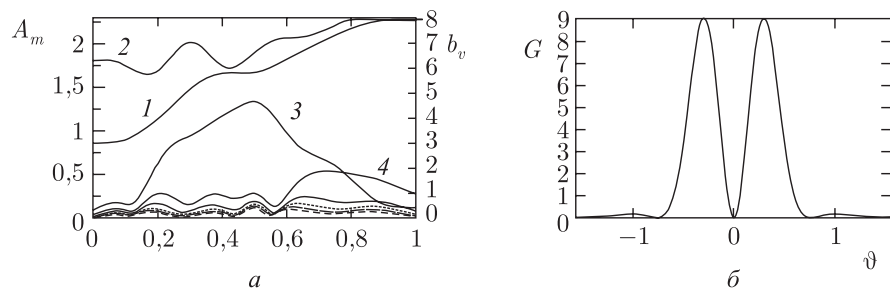


Рис. 5.18. Характеристика рупора с профилем, оптимизированным по минимуму амплитуды высших мод

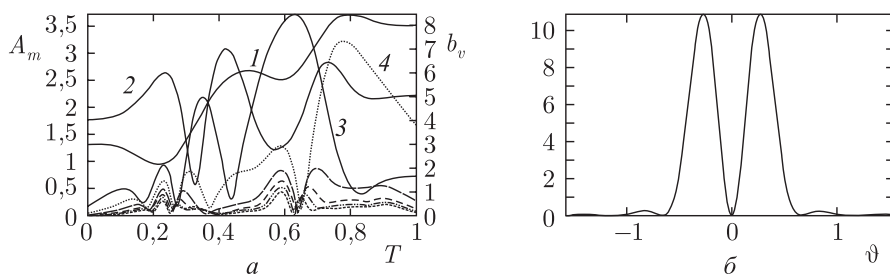


Рис. 5.19. Характеристика рупора оптимизированного по диаграмме направленности

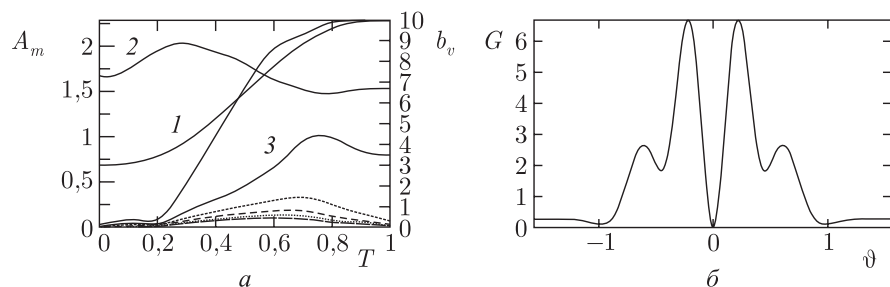


Рис. 5.20. Характеристика рупора с монотонным профилем и увеличенным раскрывом

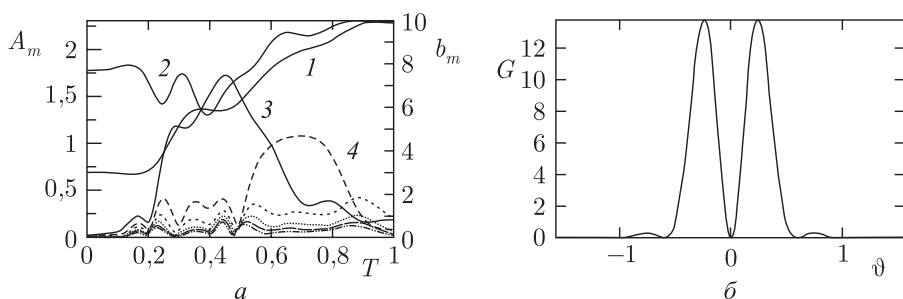


Рис. 5.21. Характеристика рупора с оптимизированным профилем

роль высших мод в формировании диаграммы направленности рупора. Управление модовым составом на выходе рупора позволяет существенно улучшить характеристику направленности рупора $G(\vartheta)$.

5.5. Оптимизированные варианты ЛБВ с учетом возбуждения волн на второй гармонике

При оптимизации использовалась система уравнений (5.1) в случае $W = 1$, $s = 1, 2$, $m = 1$. В результате получены следующие четыре варианта.

Вариант 1. Регулярная ЛБВ на нулевой пространственной гармонике: $L_0 = 30,05$; $r_0 = 2,4$; $n = 27$, $\beta_0 = 0,780$; $K_0 = 0,022$; $I_0 = 135$ А; $g_0 = 1,164$; $g_1 = \text{const} = 0,555$; $\eta_1 = 0,501$; $K_U = 6,193$ дБ; $K_0 = P_{\text{вх}}/P_0$, $P_{\text{вх}}$ — мощность входного сигнала, P_0 — мощность электронного пучка.

Вариант 2. Нерегулярная ЛБВ на первой пространственной гармонике: $L_0 = 337$; $r_0 = 2,4$; $n = 146$, $\beta_0 = 0,902$; $K_0 = 0,005$; $I_0 = 64$ А; $g_0 = 1,13$; $g_{10} = \text{const} = 0,511$; $A_3 = 196,5$; $A_5 = 27,81$; $\eta_1 = 0,851$; $K_U = 14,458$ дБ.

Вариант 3. Регулярная ЛБВ на нулевой пространственной гармонике: $L_0 = 49,65$; $r_0 = 2,42$; $n = 127$, $\beta_0 = 0,250$; $K_0 = 0,00001$; $I_0 = 3,05$ А; $g_1 = \text{const} = 0,627$; $g_0 = 1,179$; $\eta_1 = 0,217$; $K_U = 25,196$ дБ.

На рис. 5.22 представлены распределения амплитуд поля варианта 1 при его расчете без учета составляющих поля на второй гармонике сигнала (а) и при их учете (б). Соответственно на рис. 5.23 даны интегральные характеристики (кривая 1 — $\eta(T)$, 2 — $G_1(T)$, 3 — $G_2(T)$) с учетом и без учета второй гармонике сигнала. Как видно из сравнения приведенных характеристик, влияние поля на второй гармонике весьма мало. Следует также отметить, что составляющая E_{02} на второй гармонике оказывается в полосе непрозрачности и практически не возбуждается.

Таким образом, можно заключить, что из-за достаточно большой дисперсии в гофрированном волноводе (в отличие от спиральной замедляющей системы) волны на второй гармонике сигнала имеют незна-

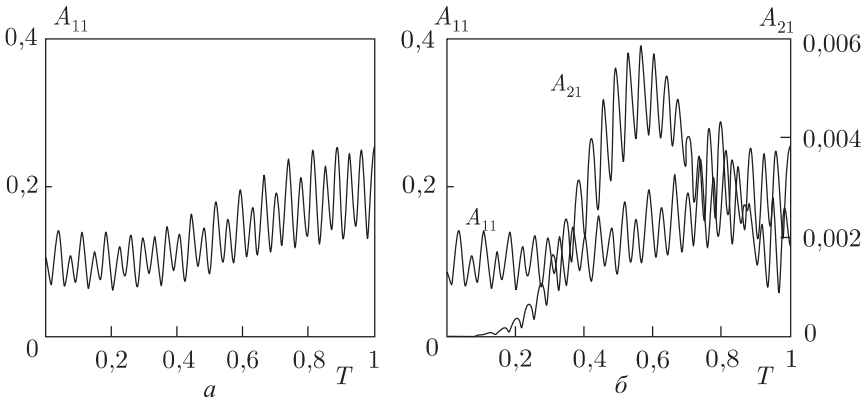


Рис. 5.22. Распределения амплитуд поля варианта 1: *а* — без учета 2-й гармоники сигнала; *б* — с учетом 2-й гармоники сигнала

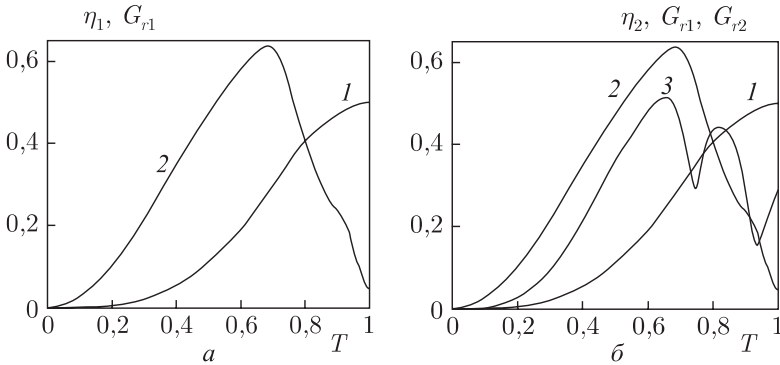


Рис. 5.23. Интегральные характеристики варианта 1: *а* — без учета 2-й гармоники сигнала; *б* — с учетом 2-й гармоники сигнала (кривая 1 — кпд первой гармоники $\eta(T)$, 2 — фазовая группировка на первой гармонике $G_{r1}(T)$, 3 — фазовая группировка на первой гармонике $G_{r2}(T)$)

чительную амплитуду и практически не влияют на процесс взаимодействия. И это несмотря на то, что вторая гармоника тока в электронном потоке по величине сравнима с первой гармоникой (см. $G_{r1}(T)$ и $G_{r2}(T)$ на рис. 5.23, б).

На рис. 5.24 приведены интегральные характеристики для варианта 2 с учетом (б) и без учета (а) волн на второй гармонике сигнала. В этом варианте гофрированной волновод неперриодический ($A_3, A_5 \neq 0$), и в области значений $T \approx 0,9$ поле E_{01} волны на второй гармонике имеет достаточно высокий локальный всплеск. Однако, как видно из сравнения интегральных характеристик на рис. 5.24, а, б, влияние полей второй гармоники в итоге несущественно изменяет выходной кпд. Таким образом, и в этом варианте проявляются фильтрующие свойства гофрированного волновода.

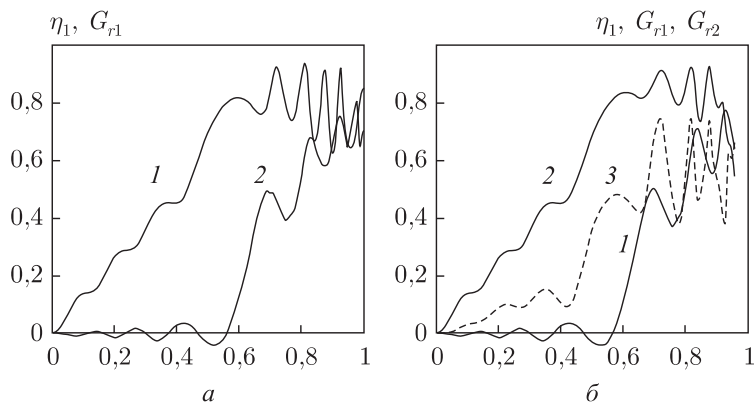


Рис. 5.24. Интегральные характеристики варианта 2: a — без учета 2-й гармоники сигнала; b — с учетом 2-й гармоники сигнала (кривая 1 — кпд первой гармоники $\eta(T)$, 2 — фазовая группировка на первой гармонике $G_{r1}(T)$, 3 — фазовая группировка на первой гармонике $G_{r2}(T)$)

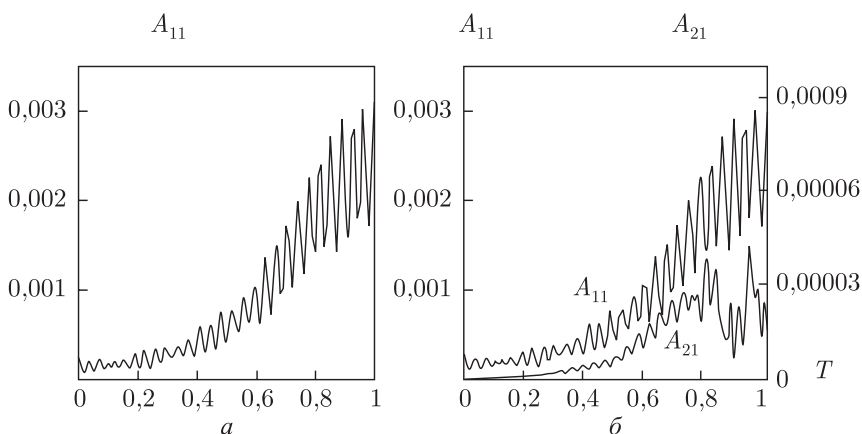


Рис. 5.25. Распределения амплитуд поля варианта 3: a — без учета 2-й гармоники сигнала; b — с учетом 2-й гармоники сигнала

На рис. 5.25 приведены распределения амплитуд поля для варианта 3 с относительно малым β_0 без учета и с учетом возбуждения волн на второй гармонике сигнала, на рис. 5.26 — интегральные характеристики без учета и с учетом возбуждаемых на второй гармонике полей. Как и в варианте 1, E_{02} -волна находится в полосе непрозрачности и не возбуждается. Несмотря на высокую амплитуду второй гармоники тока в пучке амплитуда волны E_{01} на второй гармонике весьма мала и практически не влияет на процесс взаимодействия. Здесь также сказывается высокая дисперсия в гофрированном волноводе.

Итак, проведенные исследования влияния полей на второй гармонике сигнала в различных вариантах ЛБВ-О на гофрированном волноводе

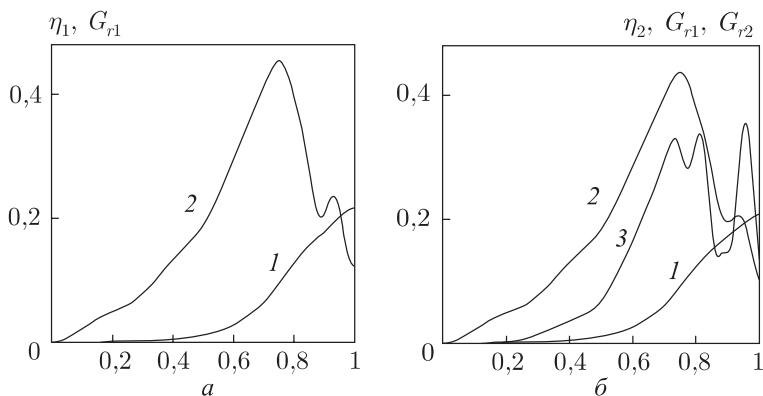


Рис. 5.26. Интегральные характеристики варианта 3: *а* — без учета 2-й гармоники сигнала; *б* — с учетом 2-й гармоники сигнала (кривая 1 — кпд первой гармоники $\eta(T)$, 2 — фазовая группировка на первой гармонике $G_{r1}(T)$, 3 — фазовая группировка на первой гармонике $G_{r2}(T)$)

указывают на их малую роль в процессе взаимодействия из-за высокой дисперсии волны в гофрированном волноводе. Несмотря на высокий уровень второй гармоники в токе электронного пучка, амплитуда возбуждаемых на этой гармонике волн весьма мала. Противоположные результаты получены для ЛБВ-О на спиральной замедляющей системе, где дисперсия значительно ниже [27].

Частотные характеристики оптимизированных вариантов.

На рис. 5.27 $\eta(W)$ — сплошная кривая, $K_u(W)$ — штриховая кривая. Полоса по уровню $\eta = 0,3$ составляет 16%, что достаточно много для такой дисперсной системы, как гофрированный волновод. Заметим, что полоса заметно сдвинута в сторону низких частот. Коэффициент усиления оказывается невысоким (небольшая длина области взаимодействия) и имеет большой перепад в полосе $\eta \geq 0,3$. Причем он значительно

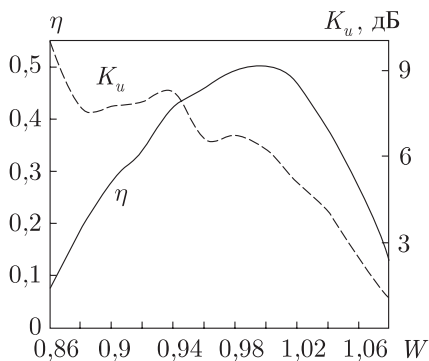


Рис. 5.27. Энергетические частотные характеристики варианта 1

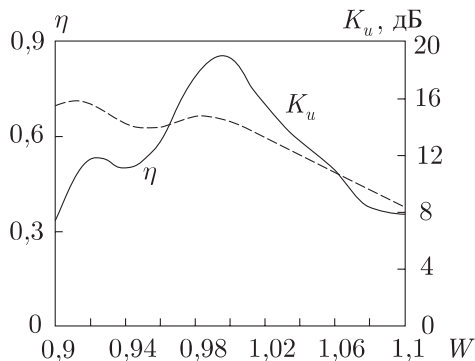


Рис. 5.28. Частотные характеристики варианта 2

возрастает с уменьшением частоты. Эта особенность, а также смещение полосы $\eta(W)$ в область низких частот объясняются близким (при перемещении вниз по частоте) резонансом канавок гофрированного волновода, когда коэффициент связи волновода с электронным пучком резко возрастает, улучшая прежде всего коэффициент усиления. Относительно большая величина η , полученная в этом варианте регулярной ЛБВ, также объясняется указанным фактором.

На рис. 5.28 представлены аналогичные предыдущим характеристики варианта 2. Полоса по уровню $\eta = 0,4$ составляет 17%. При эквивалентных же с предыдущим вариантом условиях, т.е. при $\eta \geq 0,51$, полоса составляет 14%, т.е. несколько ниже, чем в предыдущем варианте, что объясняется нерегулярностью и большей длиной области взаимодействия. Последнее определяет заметно более высокий коэффициент усиления K_u . Однако, как и в предыдущем варианте, K_u неравномерен и значительно возрастает к низкочастотному краю полосы. Причина этого та же, что и в предыдущем варианте: приближение к резонансу канавок гофрированного волновода.

На рис. 5.29 изображены аналогичные предыдущим энергетические полосовые характеристики варианта 3. Этот вариант отличается от предыдущих существенно меньшими β_0 и I_0 . Между тем g_0 даже больше, чем в предыдущих вариантах, а r_0 такое же, т.е. электронный поток расположен несколько дальше от поверхности зубьев замедляющей системы. В результате из-за значительно большего замедления (и соответствующего увеличения поперечной постоянной распределения поля) поле в области электронного потока существенно снижается. Перемещение резонанса канавок ближе к центральной частоте ($g_1 = 0,627$), лишь значительно повышает K_u в низкочастотной части полосы усиления, но в то же время при отстройке от резонанса K_u резко понижается с увеличением W . Полоса данного варианта по уровню $\eta = 0,1$ составляет 15%. Однако из-за неравномерности $K_u(W)$ и его

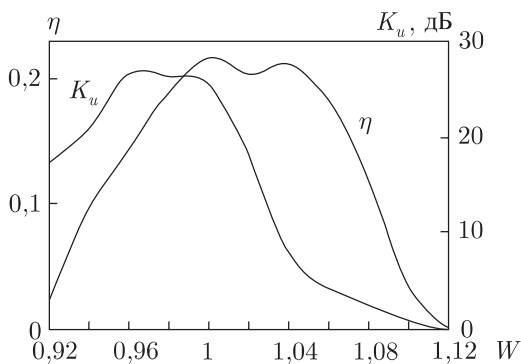


Рис. 5.29. Частотные характеристики варианта 3

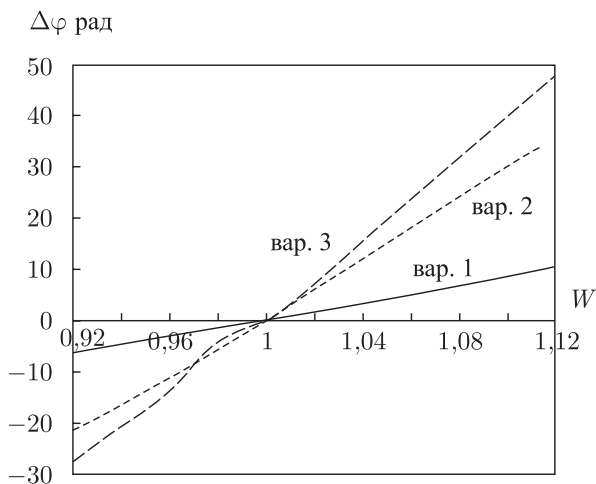


Рис. 5.30. Фазочастотные характеристики вариантов 1, 2, 3

резкого уменьшения в высокочастотной части реальная полоса должна быть уменьшена до 10%.

На рис. 5.30 представлены фазочастотные характеристики рассматриваемых вариантов: $\Delta\varphi(W)$, $\Delta\varphi$ — набег фазы сигнала при W относительно $W = 1$. Фазочастотные зависимости для первого и второго вариантов оказываются линейными во всей полосе частот. В третьем варианте в области $W = 0,96-1$ обнаруживается нелинейность, которая связана с резонансом канавки гофрированного волновода. Разный наклон фазочастотных зависимостей определяется разной электрической длиной (по замедленной длине волны) области взаимодействия вариантов: вариант 1 — наиболее «короткий», вариант 3 — наиболее «длинный». Важно отметить, что в оптимизированном нерегулярном варианте 2 линейность фазочастотной характеристики не нарушается.

5.6. Нелинейные процессы многочастотной фазовой группировки электронов в ЛБВ-О с замедляющей системой в виде гофрированного волновода

Математическая модель. Математическая модель ЛБВ на гофрированном волноводе в многочастотном режиме базируется на общих уравнениях возбуждения произвольно нерегулярного волновода негармоническими источниками, приведенных в разд. 5.1, и методе фундаментальной частоты [28]. В соответствии с этим методом все спектральные составляющие входного сигнала, а также продукты их нелинейного взаимодействия эквидистантны и рассматриваются как гармоники «фундаментальной частоты» Ω , т.е. $\omega_n = n\Omega$. Обозначим опорную частоту в полосе усиления $\omega_0 = n\Omega$, для других гармониче-

ских составляющих сигнала $\omega_m = m\Omega$ присвоим индекс « m » для всех переменных, относящихся к ним. Введем, как и в разд. 5.1, следующие предположения и упрощения.

1. Электронный поток трубчатый, симметричный и достаточно тонкий, чтобы не учитывать динамическое расслоение.

2. Все процессы азимутально симметричные.

3. Профиль волновода выбирается так, что везде в области взаимодействия волны E_{0i} ($i \geq 2$) на частоте ω оказываются закритическими.

4. Потери в стенках волновода игнорируются.

При таких условиях, исходя из общей теории возбуждения произвольно-нерегулярного волновода с круговым сечением негармоническими источниками (разд. 5.1), приходим к следующей самосогласованной системе нелинейных уравнений релятивистской ЛБВ-О:

$$\begin{aligned}\dot{C}_m &= -\frac{\dot{V}_m}{m\nu_{01}g^2} - \frac{\dot{A}_m}{L_0\nu_{01}g} \frac{dg}{dT} - \frac{j\sigma n}{me_{01}\pi\nu_{01}^2g^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_0\left(\frac{r_0}{g}\right) e^{-jm\Omega t_i}; \\ \frac{d\dot{A}_m}{dT} &= L_0 \left(\frac{m}{n} \dot{V}_m + \nu_{01} \dot{C}_m \right); \\ \frac{d\dot{V}_m}{dT} &= -\frac{m}{n} L_0 \dot{A}_m \left[1 + \frac{1}{3L_0^2} \left(\frac{dg}{dT} \right)^2 (4 + \nu_{01}^2) \right] - \nu_{01} \frac{m\dot{C}_m}{n} g \frac{dg}{dT} - \\ &\quad - \frac{j\sigma}{e_{01}\nu_{01}\pi g} \frac{dg}{dT} \sum_{i=1}^N \frac{r_0}{g} J_1\left(\frac{r_0}{g}\right) e^{-jm\Omega t_i}; \\ \frac{d\beta_i}{dT} &= -\frac{L_0}{\beta_i\gamma_i^3} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m=1}^M \left[J_0\left(\frac{r_0}{g}\right) \dot{C}_m + \frac{r_0}{L_0\nu_{01}g^2} \frac{dg}{dT} \dot{A}_m J_1\left(\frac{r_0}{g}\right) \right] e^{-jm\Omega t_i} - S_q F_{qi} \right\}; \\ \frac{d\Omega t_i}{dT} &= \frac{L_0}{n\beta_i}.\end{aligned}\tag{5.47}$$

Начальные условия к системе (5.47) имеют вид

$$\begin{aligned}\beta_i(0) &= \beta_0, \quad \Omega t_i = 2\pi i/N, \quad g(0) = g_0, \quad \frac{dg}{dT}(0) = 0; \\ \operatorname{Re} \dot{A}_m(0) &= \left[K_{0m} \frac{(\gamma_0 - 1)\sigma\chi m}{\pi e_{01}n} \right]^{1/2}, \quad \operatorname{Im} \dot{A}_m(0) = 0; \\ \operatorname{Re} \dot{V}(0) &= 0, \quad \operatorname{Im} \dot{V}(0) = -\left(\frac{n}{m}\right)^2 \chi \operatorname{Re} \dot{A}_m(0); \\ \chi &= \sqrt{\left(\frac{n}{m}\right)^2 - g_0^{-2}}, \quad \dot{C}_m = -\frac{g_0}{\nu_{01}} \dot{V}_m(0).\end{aligned}\tag{5.48}$$

В (5.47), (5.48) приняты обозначения, аналогичные принятым для (5.1). Кроме того, здесь $K_{0m} = P_{\text{вх}m}/P_0$, $P_{\text{вх}m}$ — мощность входного сигнала, $P_0 = V_0|I_0|$; $e_{01} = \frac{1}{2}J_1^2(\nu_{01})$; $S_q F_{qi}$ — силовая составляющая

пространственного заряда: $S_q = 3,517 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{|I_0|}{\beta_0 r_0}$;

$$F_{qi} = \frac{1}{Ne} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\Delta^2}{(\Omega t_i - \Omega t_j)^2 [(\Omega t_i - \Omega t_j)^2 + \Delta^2]}, \quad \Delta = \frac{2(\nu_{01}(g_0 + 0,5g_1) - r_0)}{\beta_0 n}.$$

Профиль волновода задается в виде

$$g(T) = g_0 + g_1 \sin^2(hT + A_3 T^3 + A_5 T^5). \quad (5.49)$$

Общий электронный кпд определяется по формуле (5.10). Волновой кпд на m -й гармонике Ω рассчитывается по формуле

$$\eta_m(T) = \frac{m\pi R_0 e_{011}}{(1 - R_0)\sigma} \operatorname{Im} [\dot{A}_m(T) \dot{V}_m^*(T) - \dot{A}_m(0) \dot{V}_m^*(0)]. \quad (5.50)$$

Погрешность расчетов определяет дисбаланс кпд Δ :

$$\Delta = \eta_e(T) - \sum_m \eta_m(T). \quad (5.51)$$

Коэффициент усиления по мощности может быть определен как

$$K_{um} = 10 \lg \left(1 + \eta_{11}^{(1)} K_{0m} \right). \quad (5.52)$$

Фазовая группировка электронов на m -й гармонике рабочей частоты оценивается следующей функцией группировки:

$$G_{rm}(T) = \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{jm\omega_i t} \right|. \quad (5.53)$$

Многочастотное взаимодействие в регулярной ЛБВ-О. На основе описанной модели были проведены подробные исследования оптимальных многочастотных режимов ЛБВ с регулярной замедляющей системой при $\beta_0 \cong 0,25$, $I_0 = 2$ А. Исследовались двух-, трех-, четырех- и пятичастотные режимы усиления ЛБВ. Было установлено, что процесс взаимодействия сигналов имеет многокомпонентный характер, на который влияет многочисленный ряд факторов, вступающих в действие еще на линейном этапе взаимодействия. Впервые изучены процессы формирования фазового сгустка электронов и его спектральный состав на различных этапах взаимодействия в многочастотных режимах ЛБВ. Для иллюстрации некоторых особенностей многочастотного взаимодействия ниже приведены следующие примеры.

Регулярная ЛБВ ($A_3 = A_5 = 0$): двухчастотный входной сигнал ($m_1 = 19$; $m_2 = n = 20$); $\beta_0 = 0,2595$; $I_0 = 2$ А; число периодов гофра $n_v = 54$, $L_0 = 30,73$; $r_0 = 1,45$; $g_0 = 1,139$; $g_{10} = 0,784$; $K_{19} = K_{20} = 0,0005$; $N = 240$ — количество крупных частиц.

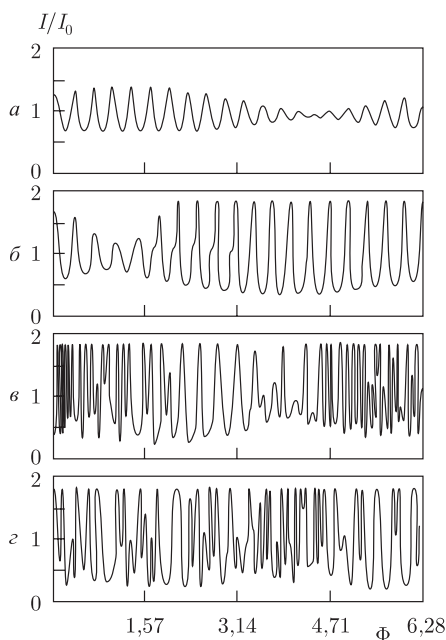


Рис. 5.31. Плотность тока пучка: a — в сечении $T = 0,15$; $б$ — в сечении $T = 0,4$; $в$ — в сечении $T = 0,7$; $г$ — в сечении $T = 1,0$

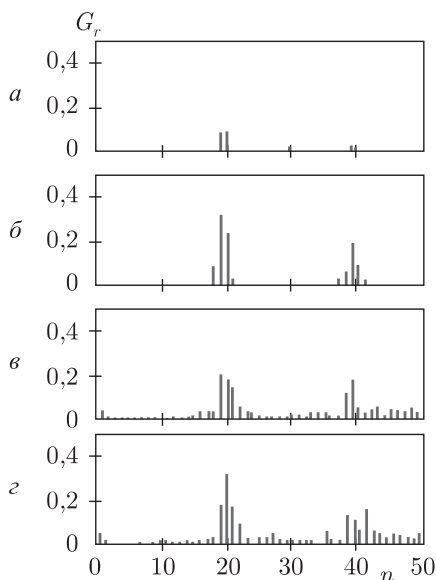


Рис. 5.32. Спектры гармоник тока в электронном пучке: a — в сечении $T = 0,15$; $б$ — в сечении $T = 0,4$; $в$ — в сечении $T = 0,7$; $г$ — в сечении $T = 1,0$

На рис. 5.31, a , $б$, $в$, $г$ изображены зависимости плотности тока пучка от полной фазы опорной частоты $\Phi = \Omega t$, соответственно в сечениях $T = 0,15$; $0,4$; $0,7$; $1,0$.

На рис. 5.32, a , $б$, $в$, $г$ в тех же сечениях приведены спектры гармоник тока в электронном пучке. Сечение $T = 0,15$ соответствует почти линейному режиму. Здесь, как видно из рис. 5.31, a , за счет интерференции сигналов при равенстве их входных амплитуд имеет место сильная амплитудная модуляция плотности тока сгустков; число сгустков соответствует низшей частоте — их 19. Спектр тока (рис. 5.32, a) еще не содержит интермодуляционных составляющих, появились лишь слабо выраженные гармоники сигналов. В сечении $T = 0,4$ нелинейность процесса взаимодействия уже существенна: модуляция плотности тока негармонична (рис. 5.31, $б$), появились интермодуляционные составляющие, гармоника тока на низшей частоте заметно выше (рис. 5.32, $б$). В сечении $T = 0,7$ заметны процессы расщепления и фазовой модуляции сгустков: их расположение по Φ неэквидистантно, число сгустков возросло (рис. 5.31, $в$), появляются сильные интермодуляционные составляющие практически во всем спектре $m = 1-50$, верхняя частота ($m = 20$) превалирует. В сечении

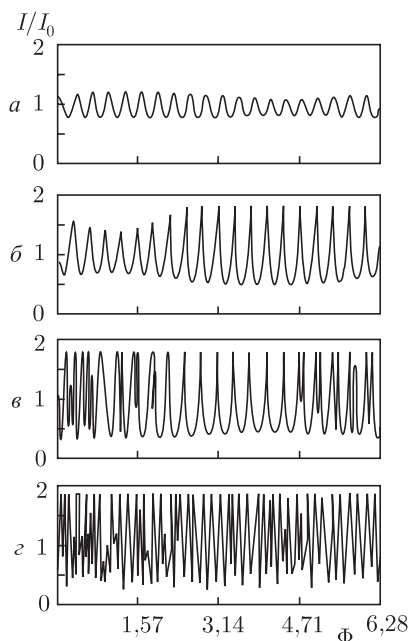


Рис. 5.33. Плотности тока: *а* — в сечении $T = 0,15$; *б* — в сечении $T = 0,4$; *в* — в сечении $T = 0,7$; *г* — в сечении $T = 1,0$

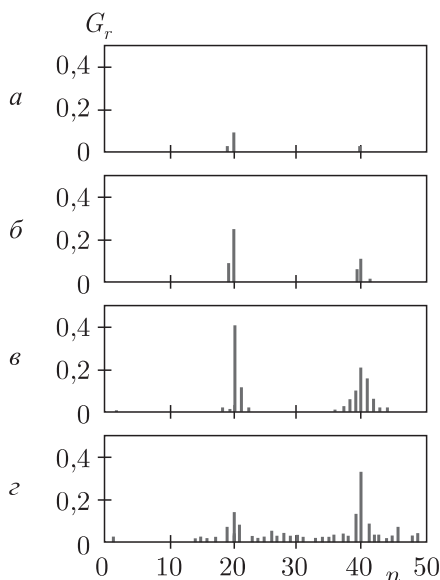


Рис. 5.34. Спектры тока: *а* — в сечении $T = 0,15$; *б* — в сечении $T = 0,4$; *в* — в сечении $T = 0,7$; *г* — в сечении $T = 1,0$

$T = 1,0$ процессы расщепления и фазовой модуляции сгустков выражены еще более отчетливо, число сгустков значительно возросло (рис. 5.31, *г*), интермодуляционные составляющие практически во всем спектре $m = 1-50$ усилились, верхняя частота ($m = 20$) превалирует. При этом величина группировок в области частот $m = 40$ по сравнению с сечением $T = 0,7$ незначительно уменьшилась.

На рис. 5.33 и 5.34 изображены соответственно зависимости тока и спектры тока в сечениях $T = 0,15$; $0,4$; $0,7$; $1,0$ для того же варианта ЛБВ при существенно разных уровнях двух входных сигналов: $K_{19} = 0,00015$; $K_{20} = 0,00057$; $\eta_{\Sigma} = 0,155$. В этом случае образование спектра интермодуляционных составляющих в токе пучка несколько задерживается и при $T = 0,4$ только начинает проявляться, хотя нелинейность процесса уже заметна (спектр гармоник в области $m = 40$). Далее, при $T = 0,7$; $T = 1,0$ в существенно нелинейном режиме картина не отличается от предыдущей: продукты нелинейного взаимодействия занимают весь спектр от $m = 1$ от 50. Сгустки имеют фазовую модуляцию и число их умножается.

Нерегулярная релятивистская ЛБВ ($A_3 = 27,810$; $A_5 = 196,5$): двухчастотный входной сигнал ($m_1 = 19$; $m_2 = 20$), $\beta_0 = 0,902$; $I_0 = 64$ А; число периодов гофра $n_v = 146$; $L_0 = 337$; $r_0 = 2,4$; $g_0 =$

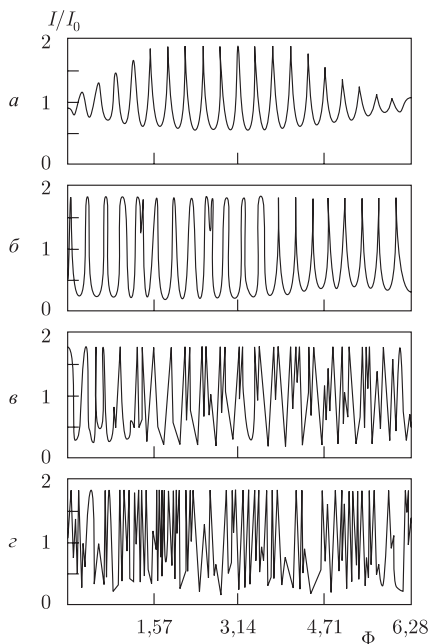


Рис. 5.35. Плотности тока: *а* — в сечении $T = 0,15$; *б* — в сечении $T = 0,4$; *в* — в сечении $T = 0,7$; *г* — в сечении $T = 1,0$

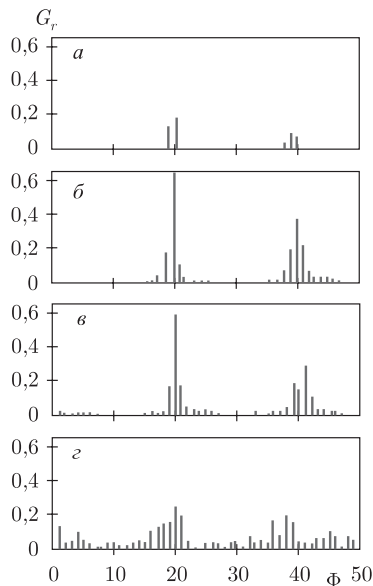


Рис. 5.36. Спектры гармоник в пучке: *а* — в сечении $T = 0,15$; *б* — в сечении $T = 0,4$; *в* — в сечении $T = 0,7$; *г* — в сечении $T = 1,0$

$= 1,130$; $g_{10} = 0,511$; $K_{19} = 0,03250$; $K_{20} = 0,03250$; $N = 320$ — количество крупных частиц.

На рис. 5.35, *а, б, в, г* изображены зависимости плотности тока пучка от полной фазы опорной частоты $\Phi = \Omega t$ в сечениях $T = 0,15$; $0,4$; $0,7$; $1,0$ соответственно.

На рис. 5.36, *а, б, в, г* приведены спектры гармоник $n\Omega$ в электронном пучке. Как показывают приведенные данные, общий характер процессов многочастотной фазовой группировки остается таким же, как и в слабoreлятивистской регулярной ЛБВ. Однако кпд взаимодействия в нерегулярной ЛБВ остается высоким и в многочастотном режиме. В одночастотном режиме кпд этой ЛБВ при оптимальном входном сигнале составляет $\eta_{\Sigma} = 85\%$ с учетом поля заряда и без учета поля заряда $\eta_{\Sigma} = 64\%$.

Литература

1. Батура М.П., Кураев А.А., Лущицкая И.В., Сеницын А.К. Оптимизация релятивистских черенковских генераторов на нерегулярных гофрированных волноводах с учетом закритических мод // Доклады БГУИР. — 2004. — №4. — С. 26–36.

2. Кравченко В.Ф., Кураев А.А., Пустовойт В.И., Сеницын А.К. Нерегулярные волноводы в электронике СВЧ // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2005. — Т. 10, №8. — С. 51–58.
3. Братман В.Л., Денисов Г.Г., Коровин С.Д. и др. Релятивистские генераторы миллиметровых волн // Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФАН, 1984. — Вып. 4.
4. Бугаев С.П., Канавец В.И., Климов А.Н. и др. Физические процессы в многоволновых черенковских генераторах // Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФАН, 1988. — Вып. 5. — С. 78–100.
5. Кравченко В.Ф., Кураев А.А. Атомарные функции в задачах оптимизации ЛБВ и ЛОВ О-типа // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. — 2002. — №3. — С. 4–42.
6. Кураев А.А. Возбуждение продольно-нерегулярных волноводов с круглым сечением // Изв. АН БССР. Сер. ФТН. — 1979. — №1. — С. 121–127.
7. Кураев А.А., Попкова Т.Л., Сеницын А.К. Моделирование и оптимизация релятивистской ЛБВ-О с замедляющей системой в виде нерегулярного волновода // Радиотехника. — 1997. — №9. — С. 13–20.
8. Гуринович А.Б., Кураев А.А., Сеницын А.К. Электродинамическая теория ЛБВ-О на гофрированном волноводе с учетом высших гармонических составляющих сигнала // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2000. — Т. 5, №6. — С. 11–16.
9. Кравченко В.Ф., Кураев А.А., Попкова Т.Л., Сеницын А.К. Оптимизация по кпд релятивистской ЛБВ-О с использованием атомарных функций // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. — 2000. — №10. — С. 58–71.
10. Закалюкин А.Б., Кураев А.А. Оптимальные по кпд релятивистские ЛБВ-О с замедляющимся периодом и глубиной канавки // Радиоэлектроника. — 2000. — Т. 45, №4. — С. 499–501.
11. Кураев А.А., Попкова Т.Л. Электродинамическая нелинейная теория релятивистской ЛБВ-О с замедляющей системой в виде нерегулярного волновода // Радиоэлектроника. — 1997. — Т. 42, №10. — С. 1256–1261.
12. Закалюкин А.Б., Кураев А.А., Попкова Т.Л. Высокоэффективные релятивистские черенковские генераторы на гофрированном волноводе // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. — 1992. — №2. — С. 66–73
13. Кураев А.А., Попкова Г.Л. Электродинамическая линейная теория релятивистской ЛБВ-О с замедляющей системой в виде нере-

- гулярного гофрированного волновода // Электромагнитные волны и электронные системы. — 1997. — Т. 2, №4. — С. 67–73
14. Закалюкин А.Б., Кравченко В.Ф., Кураев А.А. Оптимизация по кпд профиля нерегулярной замедляющей системы релятивистской ЛБВ-О с использованием атомарных функций // Электромагнитные волны и электронные системы. 1998. Т. 3. №3. С. 93–96.
 15. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. — М.: Наука, 1981.
 16. Ильинский А.С., Слепян Г.Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. — М.: МГУ, 1983.
 17. Кураев А.А., Сеницын А.К. Нерегулярные волноводы с прямоугольным сечением. Теория и приложения // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2002. — Т. 7, №3. — С. 12–23.
 18. Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. — М.: Радио и связь, 1986.
 19. Колосов С.В., Кураев А.А. Волны в периодических продольно-нерегулярных волноводах // Электромагнитные волны и электронные системы. — 1999. — Т. 4, №3. — С. 44–49.
 20. Кураев А.А., Навроцкий А.А., Сеницын А.К. Поля Флоке и волны в периодических продольно-нерегулярных волноводах // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2003. — Т. 8, №1. — С. 4–9.
 21. Kurayev A.A., Sinitsyn A.K., Yaromenok S.I. Floke fields and waves in periodic longitudinal-irregular waveguides with rectangular cross-section // Proc. IVEC. — 2003. — P. 225–226.
 22. Кураев А.А., Сеницын А.К. Оптимизация профиля рупора на симметричных E -волнах по характеристике направленности // Радиоэлектроника. — 2006. — Т. 51, №2.
 23. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. — М.: Сов. радио, 1957.
 24. Кюн Р. Микроволновые антенны. Л.: Судостроение, 1967.
 25. Кураев А.А., Попкова Т.Л., Сеницын А.К. Электродинамика и распространение радиоволн. — Минск: Бестпринт, 2004.
 26. Гуринович А.Б., Кураев А.А., Сеницын А.К. Возбуждение высших гармонических составляющих в нерегулярной ЛБВ-О в полосе частот // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2000. — Т. 5, №5. — С. 34–39.
 27. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. — М.: Наука, 1980.
 28. Кац А.М., Ильина Е.М., Манькин Н.А. Нелинейные явления в СВЧ приборах О-типа с длительным взаимодействием. — М.: Сов. радио, 1975.

Глава 6

ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СТЕНОК ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ

А. А. Кураев, А. К. Синицын

Уравнения возбуждения произвольнонерегулярного полого волновода с учетом конечной проводимости стенок. Самосогласованные нелинейные уравнения для релятивистских черенковских генераторов на E_{0i} -модах. Тестовые расчеты. Влияние конечной проводимости стенок электродинамической системы на характеристики оптимизированных вариантов релятивистских ЛБВ–ЛОВ.

Введение

В современных математических моделях мощных релятивистских приборов СВЧ с нерегулярными электродинамическими системами — релятивистских черенковских генераторов типа ЛБВ и ЛОВ [1, 2], гиротронов [3, 4], gyro-ЛБВ [4], гиротонов [5] — используются уравнения возбуждения, полученные при граничном условии на металлической стенке нерегулярного волновода в преобразованной системе координат вида

$$[\rho_0, \dot{\mathbf{E}}] \Big|_{\rho=1} = 0, \quad (6.1)$$

где ρ_0 — нормаль к поверхности регулярного цилиндра.

Условие (6.1) соответствует бесконечной проводимости стенки, что означает пренебрежение омическими потерями в электродинамической системе. Естественно возникает вопрос об адекватности полученных на основе таких моделей оптимальных вариантов, особенно в диапазоне миллиметровых волн и в квазирезонансных режимах с высокой дифракционной добротностью системы. Ниже этот вопрос решается в отношении релятивистских ЛБВ–ЛОВ на основе общей теории возбуждения нерегулярных волноводов с конечной проводимостью стенки.

6.1. Уравнения возбуждения произвольно-нерегулярного полого волновода с учетом конечной проводимости стенок

Вместо условия (6.1) используем приближенное граничное условие Щукина–Леонтовича [6]

$$[\rho_0, \dot{\mathbf{E}}] \Big|_{\rho=1} = -\overleftrightarrow{G} [\rho_0 [\rho_0 \dot{\mathbf{H}}]] \Big|_{\rho=1}. \quad (6.2)$$

$$\overleftrightarrow{G} = \dot{W}_\sigma^0 \sqrt{\frac{g}{g^{11}}} \begin{pmatrix} \rho [g^{11} g^{22} - (g^{12})^2] & -g^{12} g^{13} \\ -g^{12} g^{13} & \frac{1}{\rho} [g^{11} - (g^{13})^2] \end{pmatrix},$$

$\dot{W}_\sigma^0 = (1+j) \sqrt{\frac{\pi f \mu_\sigma}{\sigma}}$ — волновое сопротивление стенки волновода, μ_σ — магнитная проницаемость стенки, σ — ее удельная проводимость, f — рабочая частота; $\rho = r/b(z)$, $b(z)$ — внутренняя граница нерегулярного волновода; компоненты метрического тензора g^{ij} имеют вид

$$\begin{aligned} \sqrt{g} &= b^2 \rho, \quad g^{11} = \left(1 + \left(\frac{\partial b}{\partial z}\right)^2 \rho^2\right) \frac{1}{b^2}, \quad g^{22} = \frac{1}{(b\rho)^2}, \quad g^{33} = 1, \\ g^{12} &= g^{21} = 0, \quad g^{13} = -\frac{\partial b}{\partial z} \frac{\rho}{b} = g^{31}, \quad g^{23} = g^{32} = 0. \end{aligned}$$

Теперь задачу сформулируем так: при граничном условии (6.2) решить уравнения Максвелла в преобразованной системе координат для полных компонент поля \mathbf{E}^p , \mathbf{H}^p и токов $\boldsymbol{\delta}^p$, $\boldsymbol{\delta}^{pM}$:

$$\text{rot } \mathbf{H}^p = \varepsilon_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{E}^p}{\partial t} + \hat{g} \boldsymbol{\delta}^p, \quad \text{rot } \mathbf{E}^p = -\mu_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{H}^p}{\partial t} - \hat{g} \boldsymbol{\delta}^{pM}. \quad (6.3)$$

Здесь

$$\hat{g} = \sqrt{g} \begin{pmatrix} g^{11}/\rho & g^{12} & g^{13}/\rho \\ g^{21} & \rho g^{22} & g^{23} \\ g^{13}/\rho & g^{32} & g^{33}/\rho \end{pmatrix}.$$

Физические компоненты векторов \mathbf{H} , \mathbf{E} , $\boldsymbol{\delta}$ связаны с расчетными \mathbf{H}^p , \mathbf{E}^p , $\boldsymbol{\delta}^p$, $\boldsymbol{\delta}^{pM}$ следующим образом (на примере \mathbf{H}):

$$H_r = \frac{H_r^p}{b}; \quad H_\varphi = \frac{H_\varphi^p}{b}; \quad H_z = H_z^p - H_\varphi^p \frac{\partial b}{\partial z} \frac{\rho}{b}.$$

Подчеркнем, что в отличие от [1, 2] компоненты \mathbf{H}^p , \mathbf{E}^p , $\boldsymbol{\delta}^p$, $\boldsymbol{\delta}^{pM}$ содержат как вихревые, так и потенциальные (в общем случае содержащие разрывы) составляющие. В дальнейшем будут использованы процедуры, исключающие почленное дифференцирование (операция rot) рядов, представляющих \mathbf{E}^p , \mathbf{H}^p .

Представим решение задачи (6.2), (6.3) в следующем виде:

$$\mathbf{E}_t^p = \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{tm} e^{jm\omega t}; \quad \mathbf{E}_z^p = \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{zm} e^{jm\omega t},$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}_{tm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \left(\dot{A}_{mni}^e(z) \mathbf{e}_{ni}^e + \dot{A}_{mni}^M(z) \mathbf{e}_{ni}^M \right), \quad \dot{\mathbf{E}}_{zm} = \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \dot{C}_{mni}(z) \varphi_{ni} \mathbf{a}^3; \\ \mathbf{H}_t^p &= \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{H}}_{tm} e^{jm\omega t}, \quad \mathbf{H}_z^p = \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{H}}_{zm} e^{jm\omega t}; \\ \dot{\mathbf{H}}_{tm} &= \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \left(\dot{B}_{mni}^e(z) \mathbf{h}_{ni}^e + \dot{B}_{mni}^M(z) \mathbf{h}_{ni}^M \right), \quad \dot{\mathbf{H}}_{zm} = \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \dot{H}_{mni}(z) \psi_{ni} \mathbf{a}^3. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varphi_{ni} &= J_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}, \quad \psi_{ni} = J_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}; \\ \mathbf{e}_{ni}^e &= \rho_0 \nu_{ni} J'_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi} + \varphi_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}; \\ \mathbf{e}_{ni}^M &= \rho_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi} - \varphi_0 \mu_{ni} J'_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}; \\ \mathbf{h}_{ni}^e &= -\rho_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi} + \varphi_0 \nu_{ni} J'_n(\nu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}; \\ \mathbf{h}_{ni}^M &= \rho_0 \mu_{ni} J'_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi} + \varphi_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\mu_{ni} \rho) e^{jn\varphi}; \\ J_n(\nu_{ni}) &= 0, \quad J'_n(\mu_{ni}) = 0. \end{aligned}$$

Амплитуды $\dot{A}_{mni}^e(z)$, $\dot{A}_{mni}^M(z)$, $\dot{B}_{mni}^e(z)$, $\dot{B}_{mni}^M(z)$, $\dot{C}_{mni}(z)$, $\dot{H}_{mni}(z)$ определим из следующих проекционных равенств, эквивалентных (6.3):

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) - jm\omega \varepsilon_0 \hat{g}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) \} \mathbf{e}_{-ni}^e \rho d\rho d\varphi = \\ = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \boldsymbol{\delta}^p \mathbf{e}_{-ni}^e e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (6.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) - jm\omega \varepsilon_0 \hat{g}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) \} \mathbf{e}_{-ni}^M \rho d\rho d\varphi = \\ = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \boldsymbol{\delta}^p \mathbf{e}_{-ni}^M e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (6.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) - jm\omega\varepsilon_0 \hat{g}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) \} \varphi_{-ni} \mathbf{a}^3 \rho d\rho d\varphi = \\
= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta^p \mathbf{a}^3 \varphi_{-ni} e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (6.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) \} \mathbf{h}_{-ni}^e \rho d\rho d\varphi = \\
= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta^p \mathbf{h}_{-ni}^e e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (6.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) \} \mathbf{h}_{-ni}^M \rho d\rho d\varphi = \\
= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta^p \mathbf{h}_{-ni}^M e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (6.8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \{ \text{rot}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{zm}) + jm\omega\mu_0 \hat{g}(\mathbf{H}_{tm} + \mathbf{H}_{zm}) \} \psi_{-ni} \mathbf{a}^3 \rho d\rho d\varphi = \\
= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta^p \mathbf{a}^3 \psi_{-ni} e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t. \quad (6.9)
\end{aligned}$$

Правые части уравнений возбуждения (6.4)–(6.9) (интегралы возбуждения) записаны в общем случае, когда координаты источников могут меняться во времени, т.е. $\rho = \rho(t)$, $\varphi = \varphi(t)$, $z = z(t)$. Причем эти зависимости могут содержать и негармонические составляющие.

Левые части уравнений возбуждения (6.4)–(6.9), однако, должны быть преобразованы с целью исключения операций дифференцирования $\text{rot}(\dot{\mathbf{H}}_{tm} + \dot{\mathbf{H}}_{zm}) = \text{rot} \dot{\mathbf{H}}_m$ и $\text{rot}(\dot{\mathbf{E}}_{tm} + \dot{\mathbf{E}}_{zm}) = \text{rot} \dot{\mathbf{E}}_m$, поскольку \mathbf{E}_m и \mathbf{H}_m содержат разрывные в общем случае потенциальные составляющие и, кроме того, ряды, представляющие эти функции, имеют разрыв на границе $\rho = 1$, поскольку базисные функции удовлетворяют граничному условию (6.1), а не (6.2). Преобразования выполним с использованием следующих векторных тождеств:

$$\begin{aligned}
\text{rot}(\mathbf{H}_m) \mathbf{e}_{-ni}^e &= \dot{\mathbf{H}}_m \text{rot} \mathbf{e}_{-ni}^e + \text{div}[\mathbf{H}_m, \mathbf{e}_{-ni}^e], \\
\text{rot}(\dot{\mathbf{H}}_m) \mathbf{e}_{-ni}^M &= \dot{\mathbf{H}}_m \text{rot} \mathbf{e}_{-ni}^M + \text{div}[\mathbf{H}_m, \mathbf{e}_{-ni}^M], \\
\text{rot}(\dot{\mathbf{H}}_m) \mathbf{z}_0 \varphi_{-ni} &= \dot{\mathbf{H}}_m \text{rot}(\mathbf{z}_0 \varphi_{-ni}) + \text{div}[\mathbf{H}_m, \mathbf{z}_0 \varphi_{-ni}],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot}(\dot{\mathbf{E}}_m) \mathbf{h}_{-ni}^e &= \dot{\mathbf{E}}_m \operatorname{rot}(\mathbf{h}_{-ni}^e) + \operatorname{div}[\mathbf{E}_m, \mathbf{h}_{-ni}^e], \\
\operatorname{rot}(\mathbf{E}_m) \mathbf{h}_{-ni}^M &= \dot{\mathbf{E}}_m \operatorname{rot}(\mathbf{h}_{-ni}^M) + \operatorname{div}[\dot{\mathbf{E}}_m, \mathbf{h}_{-ni}^M], \\
\operatorname{rot}(\mathbf{E}_m) \mathbf{z}_0 \varphi_{-ni} &= \dot{\mathbf{E}}_m \operatorname{rot}(\mathbf{z}_0 \varphi_{-ni}) + \operatorname{div}[\dot{\mathbf{E}}_m, \mathbf{z}_0 \varphi_{-ni}].
\end{aligned}$$

Воспользуемся также следующим интегральным тождеством (доказательство опустим):

$$\int_{S_\perp} \operatorname{div} \mathbf{A} dS_\perp = \int_{S_\perp} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \mathbf{z}_0 dS_\perp + \oint_l \mathbf{A} n dl. \quad (6.10)$$

Тождество (6.10) специализировано для нашей задачи, в которой $S_\perp = \text{const}$ ($\rho = 1 = \text{const}$).

Учтем также выражения базисных функций с индексами $(-ni)$ и векторные тождества для них

$$\begin{aligned}
\varphi_{-ni} &= (-1)^n J_n(\nu_{ni} \rho) e^{-jn\varphi}, \quad \psi_{-ni} = (-1)^n J_n(\mu_{ni} \rho) e^{-jn\varphi}, \\
\mathbf{e}_{-ni}^e &= (-1)^n \left\{ \rho_0 \nu_{ni} J'_n(\nu_{ni} \rho) - \varphi_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\nu_{ni} \rho) \right\} e^{-jn\varphi}, \\
\mathbf{e}_{-ni}^M &= (-1)^{n+1} \left\{ \rho_0 \frac{jn}{\rho} J_n(\mu_{ni} \rho) + \varphi_0 \mu_{ni} J'_n(\mu_{ni} \rho) \right\} e^{-jn\varphi}, \\
\mathbf{h}_{-ni}^e &= (-1)^n \left\{ \rho_0 \frac{jn}{\rho} J_n(\nu_{ni} \rho) + \varphi_0 \nu_{ni} J'_n(\nu_{ni} \rho) \right\} e^{-jn\varphi}, \\
\mathbf{h}_{-ni}^M &= (-1)^n \left\{ \rho_0 \mu_{ni} J'_n(\mu_{ni} \rho) - \varphi_0 j \frac{n}{\rho} J_n(\mu_{ni} \rho) \right\} e^{-jn\varphi}, \\
J_n(\nu_{ni}) &= 0, \quad J_n(\mu_{ni}) = 0.
\end{aligned}$$

Для перечисленных функций имеют место тождества

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot} \mathbf{e}_{-ni}^e &= 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{h}_{-ni}^M = 0, \quad \operatorname{rot}(\mathbf{z}_0 \psi_{-ni}) = \mathbf{e}_{-ni}^M, \\
\operatorname{rot} \mathbf{e}_{-ni}^M &= \mathbf{z}_0 (-1)^n \mu_{ni}^2 \psi_{-ni}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{h}_{-ni}^e = -\mathbf{z}_0 (-1)^n \nu_{ni}^2 \varphi_{-ni}.
\end{aligned}$$

При $\rho = 1$ с учетом (6.2) имеем

$$\begin{aligned}
[\dot{\mathbf{E}}_m, \mathbf{z}_0 \psi_{-ni}] \rho_0 &= \overleftrightarrow{G}(\mathbf{H}_{m\varphi} + \mathbf{H}_{mz}) \mathbf{z}_0 \psi_{-ni}, \quad [\dot{\mathbf{E}}_m, \mathbf{h}_{-ni}^e] \rho_0 = \overleftrightarrow{G}(\mathbf{H}_{m\varphi} + \mathbf{H}_{mz}) \mathbf{h}_{-ni}^e, \\
[\dot{\mathbf{E}}_m, \mathbf{h}_{-ni}^M] \rho_0 &= \overleftrightarrow{G}(\mathbf{H}_{m\varphi} + \mathbf{H}_{mz}) \mathbf{h}_{-ni}^M, \\
[\rho_0, \mathbf{e}_{-ni}^e] &= 0, \quad [\rho_0, \mathbf{e}_{-ni}^M] = 0, \quad [\rho_0, \mathbf{z}_0 \varphi_{-ni}] = 0.
\end{aligned}$$

С использованием (6.10) и перечисленных тождеств получаем систему уравнений возбуждения в следующей математически корректной форме:

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial z} \dot{\mathbf{H}}_{tm}, \mathbf{e}_{-ni}^e \right] \mathbf{z}_0 - jm\omega\varepsilon_0 \hat{g} (\dot{\mathbf{E}}_{tm} + \dot{\mathbf{E}}_{zm}) \mathbf{e}_{-ni}^e \right\} \rho d\rho d\varphi = \\
& = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \boldsymbol{\delta}^p \mathbf{e}_{-ni}^e e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (6.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ (-1)^n \mu_{ni}^2 \dot{H}_{mz} \psi_{-ni} + \left[\frac{\partial}{\partial z} \dot{\mathbf{H}}_{tm}, \mathbf{e}_{-ni}^M \right] \mathbf{z}_0 - \right. \\
& \left. - j\omega\varepsilon_0 \hat{g} (\dot{\mathbf{E}}_{tm} + \dot{\mathbf{E}}_{zm}) \mathbf{e}_{-ni}^M \right\} \rho d\rho d\varphi = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \boldsymbol{\delta}^p \mathbf{e}_{-ni}^M e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \\
& \quad (6.12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ -\dot{\mathbf{H}}_{tm} \mathbf{h}_{-ni}^e - j\omega\varepsilon_0 \hat{g} (\dot{\mathbf{E}}_{tm} + \dot{\mathbf{E}}_{zm}) \mathbf{z}_0 \varphi_{-ni} \right\} \rho d\rho d\varphi = \\
& = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \boldsymbol{\delta}^p \mathbf{z}_0 \varphi_{-ni} e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (6.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ -\dot{E}_{zm} (-1)^n \nu_{ni}^2 \varphi_{-ni} + \left[\frac{\partial}{\partial z} \dot{\mathbf{E}}_{tm}, \mathbf{h}_{-ni}^e \right] \mathbf{z}_0 + \right. \\
& \left. + jm\omega\mu_0 \hat{g} (\dot{\mathbf{H}}_{tm} + \dot{\mathbf{H}}_{zm}) \mathbf{h}_{-ni}^e \right\} \rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi} \overset{\leftrightarrow}{G} (\mathbf{H}_{m\varphi} + \mathbf{H}_{mz}) \mathbf{h}_{-ni}^e \Big|_{\rho=1} d\varphi = \\
& = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \boldsymbol{\delta}^{pM} \mathbf{h}_{-ni}^e e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \quad (6.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial z} \dot{\mathbf{E}}_{tm}, \mathbf{h}_{-ni}^M \right] \mathbf{z}_0 + jm\omega\mu_0 \hat{g} (\dot{\mathbf{H}}_{tm} + \dot{\mathbf{H}}_{zm}) \mathbf{h}_{-ni}^M \rho d\rho d\varphi \right\} + \\
& + \int_0^{2\pi} \overset{\leftrightarrow}{G} (\mathbf{H}_{m\varphi} + \mathbf{H}_{mz}) \mathbf{h}_{-ni}^M \Big|_{\rho=1} d\varphi = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \boldsymbol{\delta}^{pM} \mathbf{h}_{-ni}^M e^{-jm\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t, \\
& \quad (6.15)
\end{aligned}$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ \dot{\mathbf{E}}_{tm} \mathbf{e}_{-ni}^M + jm\omega\mu_0 \hat{g} (\dot{\mathbf{H}}_{tm} + \dot{\mathbf{H}}_{zm}) \mathbf{z}_0 \psi_{-ni} \right\} \rho d\rho d\varphi +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^{2\pi} \vec{G} (\mathbf{H}_{m\varphi} + \mathbf{H}_{mz}) \mathbf{z}_0 \psi_{-ni} \Big|_{\rho=1} d\varphi = \\
& = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \hat{g} \delta^{pM} \mathbf{z}_0 \psi_{-ni} e^{-im\omega t} \rho d\rho d\varphi d\omega t. \quad (6.16)
\end{aligned}$$

Система уравнений возбуждения (6.11)–(6.16) отличается от системы (4.36)–(4.41) не только тем, что в ней учтены потери в стенках волновода, но и своей математически корректной структурой, позволившей представить полное поле, возбуждаемое в нерегулярном волноводе заданной системой источников $\delta(t)$ и $\delta^M(t)$ и включающее как динамические, так и квазистатические составляющие. Поэтому даже при игнорировании потерь в стенках ($\dot{W}_\sigma=0$) система (6.11)–(6.16) предпочтительнее системы уравнений возбуждения (4.36)–(4.41).

Преобразования, выполненные здесь в отношении уравнений возбуждения нерегулярного полого волновода, легко осуществимы и для случая нерегулярного коаксиального волновода и нерегулярного волновода с прямоугольным сечением. Схема таких преобразований идентична приведенной выше.

6.2. Самосогласованные нелинейные уравнения для релятивистских черенковских генераторов на E_{0i} -модах

Рассмотрим случай $n = 0$. Теперь

$$\begin{aligned}
\dot{E}_{\rho m} &= - \sum_{i=1}^I \dot{A}_{mi}(z) J_1(\nu_{0i} \rho), \quad \dot{E}_{zm} = \sum_{i=1}^I \dot{C}_{mi}(z) J_0(\nu_{0i} \rho), \\
\dot{B}_{\varphi m} &= -j \sum_{i=1}^I \dot{V}_{mi}(z) J_1(\nu_{0i} \rho).
\end{aligned}$$

Используя (6.11)–(6.16) и законы сохранения заряда, приходим к следующим безразмерным уравнениям возбуждения:

$$\frac{d\dot{A}_{mi}}{dz} = \left(mW \dot{V}_{mi} + \nu_{0i} \dot{C}_{mi} \right) + (1-j) 2S_\sigma \frac{\sqrt{1+(\partial b/\partial z)^2}}{b} \sum_k \dot{V}_{mk} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0i})}, \quad (6.17)$$

$$\frac{d\dot{V}_{mi}}{dz} = -mW \left\{ \dot{A}_{mi} + \left(\frac{\partial b}{\partial z} \right)^2 \left[\dot{A}_{mi} \frac{1}{3} \left(1 + \frac{4}{\nu_{0i}^2} \right) + \sum_{k \neq i} \frac{4(\nu_{0i}^2 + \nu_{0k}^2)}{(\nu_{0i}^2 - \nu_{0k}^2)^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0i})} \dot{A}_{mk} \right] \right\} -$$

$$\begin{aligned}
& -b \frac{\partial b}{\partial z} \left(-\frac{\dot{C}_{mi}}{\nu_{0i}} + \sum_{k \neq i} \frac{2\nu_{0k}}{\nu_{0i}^2 - \nu_{0k}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0i})} \dot{C}_{mk} \right) \Bigg\} + \\
& + \frac{G_0}{e_{0i} b} \left(\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N J_1 \left(\nu_{0i} \frac{r_l}{b} \right) \left(\frac{\beta_{rl}}{\beta_{zl}} - \frac{r_l}{b} \frac{\partial b}{\partial z} \right) \right) j e^{-jmW\theta_l}, \\
\dot{C}_{mi} = & -\frac{\nu_{0i} \dot{V}_{mi}}{mWb^2} + \frac{\partial b}{b \partial z} \left(-\frac{\dot{A}_{mi}}{\nu_{0i}} + \sum_{k \neq i} \frac{2\nu_{0i}}{\nu_{0k}^2 - \nu_{0i}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0i})} \dot{A}_{mk} \right) - \\
& - \frac{jG_0}{mWe_{0i}b^2} \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N J_0 \left(\nu_{0i} \frac{r_l}{b} \right) e^{-jmW\theta_l}.
\end{aligned}$$

Уравнения движения крупных частиц

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dP_{rl}}{dz} &= \frac{1}{\beta_{zl}} \left(\frac{\gamma_l \beta_{\varphi l}^2}{r_l} - E_{rl} - \beta_{\varphi l} F_z + \beta_z B_{\varphi} \right); \\ \frac{dP_{\varphi l}}{dz} &= \frac{1}{\beta_{zl}} \left(-\frac{\gamma_l \beta_{rl} \beta_{\varphi l}}{r_l} - E_{\varphi} - \beta_z F_r + \beta_r F_z \right); \\ \frac{dP_{zl}}{dz} &= \frac{1}{\beta_{zl}} (-E_z - \beta_r B_{\varphi} + \beta_{\varphi} F_r); \\ \frac{dr_l}{dz} &= \frac{\beta_{rl}}{\beta_{zl}}; \quad \frac{d\theta_l}{dz} = \frac{1}{\beta_{zl}}; \quad \mathbf{P}_l = \gamma_l \boldsymbol{\beta}_l; \\ \gamma_l &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_l^2}} = \sqrt{1 - P_{rl}^2 - P_{\varphi l}^2 - P_{zl}^2}; \end{aligned} \right. \quad (6.18)$$

$$W\theta_l(0) = \frac{2\pi}{N}(l - 0,5); \quad l = 1, \dots, N; \quad \beta_l(0) = \beta_0; \quad r_l(0) = r_0.$$

Выражение физических ВЧ-полей через расчетные амплитуды с учетом полей пространственного заряда:

$$\left\{ \begin{aligned} E_r &= -\frac{1}{b} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I J_1 \left(\nu_{0i} \frac{r}{b} \right) \operatorname{Re} (\dot{A}_{mi} e^{jmW\theta}) - S_{qr}; \quad E_{\varphi} = 0; \\ E_z &= \operatorname{Re} \left[\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I J_0 \left(\nu_{0i} \frac{r}{b} \right) \dot{C}_{mi} e^{jmW\theta} + \right. \\ & \quad \left. + \frac{r}{b^2} \frac{\partial b}{\partial z} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I J_1 \left(\nu_{0i} \frac{r}{b} \right) \dot{A}_{mi} e^{jmW\theta} \right] - S_{qz} F_q; \\ B_{\varphi} &= \frac{1}{b} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I J_1 \left(\nu_{0i} \frac{r}{b} \right) \operatorname{Re} (-j \dot{V}_{mi} e^{jmW\theta}). \end{aligned} \right.$$

Магнитостатическое фокусирующее поле

$$\begin{cases} F_r \cong -\frac{1}{2}r \frac{\partial F_0(z)}{\partial z} + \frac{1}{16}r^3 \frac{\partial^3 F_0(z)}{\partial z^3}; \\ F_z \cong F_0(z) - \frac{1}{4}r^2 \frac{\partial^2 F_0(z)}{\partial z^2}; \quad F_0 = \frac{B'_0(z)e}{m_0\omega_0}, \end{cases}$$

$B'_0(z)$ — распределение z -составляющей индукции магнитного поля вдоль оси.

Безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} e_{0i} &= 0,5J_1^2(\nu_{0i}), \quad G_0 = \frac{eI_0}{\pi\varepsilon_0 m_0 c^3}; \\ S_\sigma &= \frac{W_\sigma^0}{(1+j)\mu_a c} = \sqrt{\frac{\pi W}{\sigma\lambda_0\mu_a c}}; \quad S_{qz} = \frac{G_0 W}{\beta_0^2}; \\ F_{ql} &= \frac{1}{N} \sum_k E_{qlk} \left(\frac{z_l - z_k}{\lambda_0\beta_0/2} \right) \text{sign}(z_l - z_k); \quad S_{qr} = \frac{G_0}{2r} \left(\frac{1}{\beta_{z0}} - \beta_{z0} \right). \end{aligned}$$

Здесь приняты следующие основные соотношения между безразмерными и размерными переменными:

$$\begin{aligned} (r, z, b, L) &= (r', z', b', L') \frac{\omega_0}{c}; \quad W = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \theta = \omega_0 t; \quad \beta_l = \frac{v_{el}}{c}; \\ \mathbf{E} &= \frac{\mathbf{E}'}{E_m}; \quad \mathbf{B} = \frac{\mathbf{B}'c}{E_m}; \quad E_m = \frac{m_0\omega_0 c}{e}. \end{aligned}$$

Сформулируем граничные условия для амплитуд $\dot{A}(z)$, $\dot{V}(z)$ в (6.17). Предполагаем, что при $z \leq 0$ и $z \geq L$ волновод регулярный. Обозначим амплитуды прямой и встречной E_{0m} -волн регулярного волновода как \dot{e}_{0mi}^\pm для $z \leq 0$, \dot{e}_{Lmi}^\pm для $z \geq L$.

Тогда общие условия для амплитуд распространяющихся E_{0i} -волн на границах отрезка нерегулярного волновода запишем в виде

$$\begin{aligned} \dot{A}_{mi}(0) &= (\dot{e}_{0mi}^+ - \dot{e}_{0mi}^-) j k_{0i}^e, \quad \dot{V}_{mi}(0) = (\dot{e}_{0mi}^+ + \dot{e}_{0mi}^-) W; \\ \dot{A}_{mi}(L) &= (\dot{e}_{Lmi}^+ - \dot{e}_{Lmi}^-) j k_{0i}^e, \quad \dot{V}_{mi}(L) = (\dot{e}_{0mi}^+ + \dot{e}_{0mi}^-) W; \\ k_{0i}^e &= \sqrt{1 - (\nu_{0i}/b)^2}. \end{aligned} \tag{6.19}$$

Заметим, что для корректной постановки задачи для (6.17) достаточно выбрать только два из четырех уравнений (6.19).

При решении краевой задачи (6.19) на входе ЭДС задается амплитуда прямой волны \dot{e}_{0mi}^+ , а на выходе контролируется величина амплитуды встречной волны \dot{e}_{Lmi}^- (при условии согласования $\dot{e}_{Lmi}^- = 0$). Если из (6.19) исключить \dot{e}_{Lmi}^- или \dot{e}_{0mi}^+ , то граничные условия для амплитуд распространяющихся E_{0i} -волн можно записать в следующем, более

удобном при моделировании приборов виде:

$$\begin{aligned} W\dot{A}_{mi}(0) + jk_{0i}^e \dot{V}_{mi}(0) &= jk_{0i}^e W2\dot{e}_{0mi}^+, \\ -W\dot{A}_{mi}(L) + jk_{0i}^e \dot{V}_{mi}(L) &= jk_{0i}^e W2\dot{e}_{Lmi}^-. \end{aligned} \quad (6.20)$$

Эти соотношения также могут быть использованы для определения амплитуд прямой и встречной волн на регулярных участках волновода.

Граничные условия для амплитуд критических E_{0i} -волн имеют вид

$$\begin{aligned} W\dot{A}_{mi}(0) + k_{0i}^e \dot{V}_{mi}(0) &= 0; \\ -W\dot{A}_{mi}(L) + k_{0i}^e \dot{V}_{mi}(L) &= 0. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Безразмерная мощность, переносимая волновым полем через поперечное сечение волновода, в выбранных переменных имеет вид

$$P(z) = \sum_{mi} e_{0i} \operatorname{Im} \left[\dot{A}_{mi}(z) \dot{V}_{mi}^*(z) \right].$$

На регулярных участках, а также в точках волновода, где $\partial b / \partial z = 0$, мощности прямой и обратной волн в выбранных безразмерных переменных выражаются следующим образом:

$$P^\pm = \sum_i e_{0i} \operatorname{Im} \left[\left(\dot{A}_{mi}^\pm \frac{j}{k_{0i}^e} \frac{d\dot{A}_{mi}}{dz} \right) \left(\dot{V}_{mi}^\pm \frac{j}{k_{0i}^e} \frac{d\dot{V}_{mi}}{dz} \right)^* \right].$$

Эффективность взаимодействия оценивается величиной волнового кпд, представляющего отношение мощности переносимой электромагнитной волной через поперечные z -сечения отрезка $[0, z]$ волновода к мощности электронного пучка:

$$\eta_{vmi} = \frac{\operatorname{Im} \left(\dot{A}_{mi}(z) \dot{V}_{mi}^*(z) \right) - \operatorname{Im} \left(\dot{A}_{mi}(0) \dot{V}_{mi}^*(0) \right)}{(\gamma_0 - 1) G_0 / e_{0i}}. \quad (6.22)$$

Электронный кпд используется для контроля точности и рассчитывается следующим образом:

$$\eta_e = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \frac{\gamma_0 - \gamma_l(z)}{\gamma_0 - 1}; \quad \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_0^2}}.$$

Особенности взаимодействия отражает функция группировки, которая пропорциональна величине амплитуды s -гармоники тока в модулированном пучке электронов:

$$\operatorname{Gr} = \left(\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N [\sin(m W \theta_l) + \cos(m W \theta_l)] \right)^{1/2}.$$

Профиль нерегулярного гофрированного волновода задается как

$$b(T) = b_0 + h_v(T) \sin^2[n_v \pi(T + D_v(T))], \quad (6.23)$$

где $T = (z - z_0)/L_v$, z_0, L_v — начало и длина нерегулярного участка, n_v — количество периодов, $h_v(T)$ — глубина гофра, $D_v(T)$ — функция, задающая изменение периода, $D_v(0) = 0$, $D_v(1) = 0$, при $D_v(T) = 0$ — период постоянный и равен в принятых единицах $d = k_0 L_v / n_v$.

Функции $h_v(T)$ и $D_v(T)$ аппроксимировались разложениями по сдвигам стандартной финитной функции $\varphi_3(x)$, представляющей В-сплайн третьей степени:

$$h_v(T) = \sum_{k=1}^K h_k^v \varphi_3[T(K-3) - k + 2]; \quad D_v(T) = \sum_{k=1}^K d_k^v \varphi_3[T(K+3) - k - 1];$$

$$\varphi_3(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq 2, \\ \frac{(2-x)^3}{6}, & 1 \leq x \leq 2; \\ \frac{1}{6}[1 + 3(1-x) + 3(1-x)^2 - 3(1-x)^3], & 0 \leq x \leq 1; \\ \varphi_3(-x), & x \leq 0. \end{cases} \quad (6.24)$$

Заметим, что при такой аппроксимации значения коэффициентов h_k и d_k совпадают со значениями функций $h_v((k-2)/(K-3))$, $D_v((k+1)/(K+3))$ соответственно.

6.3. Тестовые расчеты

Прежде чем переходить к проверке оптимальных вариантов релятивистских ЛБВ–ЛОВ, полученных ранее без учета потерь в стенках электродинамической системы, необходимо протестировать полученную систему уравнений возбуждения. Это можно сделать, используя классическую теорию затухания E_{0i} -волн в регулярных волноводах [7–9]. При этом уместно обратить внимание на следующее. Следует различать понятия «собственные волны» и «нормальные волны» регулярного волновода. Собственные волны — это частные решения уравнений Максвелла вне источников, удовлетворяющие приближенным граничным условиям Щукина–Леонтовича на стенках волновода. Нормальные волны — частные решения, полученные при условии (6.1) на стенках волновода. Последние и представлены в полученной здесь системе уравнений возбуждения. Нормальные волны также используются при расчете затухания в классической литературе. Собственные волны энергетически независимы, как показано в [10]. Нормальные же волны в волноводе с конечной проводимостью стенок оказываются связанными, что следует как из общей системы (6.11)–(6.16), так и специализированной для E_{0i} -волн (6.17). В классической же литера-

туре по электродинамике затухание нормальных волн рассматривается как затухание изолированных волн, что, вообще говоря, некорректно. Но для доминантной E_{01} -волны при радиусе волновода и рабочей частоте, соответствующих условиям закритичности E_{0i} -волн ($i \geq 2$) это приближение может считаться приемлемым. Поэтому рассчитанный в таком приближении коэффициент затухания нормальной E_{01} -волны может служить ориентиром для проверки системы (6.17) при $G_0 = 0$ и $b = b_0 = \text{const}$.

На рис. 6.1 приведены результаты расчета затухания E_{01} -волны при $b_0 = 3,5$ $\lambda = 3,2$ см (для усиления эффекта импеданса границы в приведенных расчетах σ по сравнению со значением для меди $\sigma =$

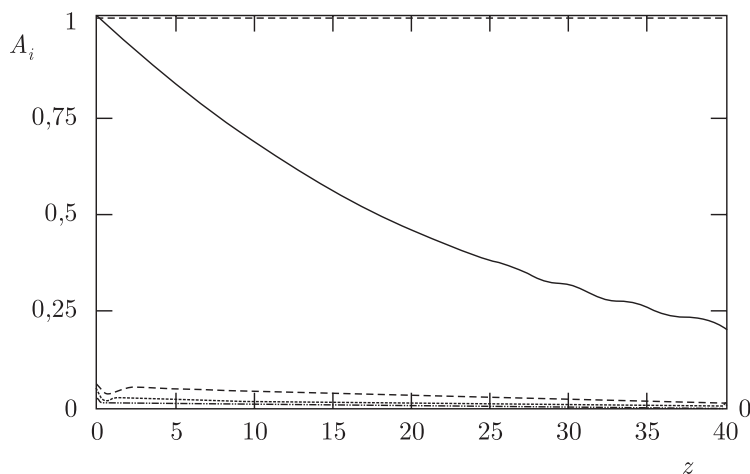


Рис. 6.1. $b = 3,5$; $e_{01} = 0,39$

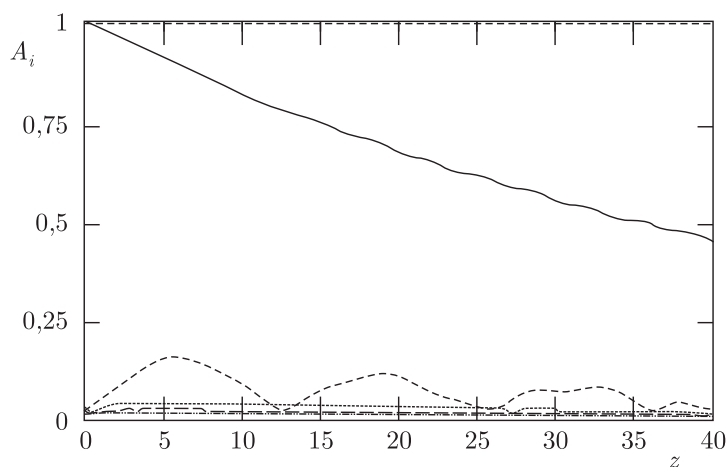


Рис. 6.2. $b = 6$; $e_{01} = 0,185$

$= 5,6 \cdot 10^7$ сим/м уменьшена до $\sigma = 30$ сим/м). Волновод согласован на правом конце; на левом конце $e_{01}^+ = 0,39$; $e_{0i>1}^+ = 0$.

Как видно из рис. 6.1, амплитуды закрытических E_{02} -, E_{03} -волн, возбуждаемых в волноводе, пренебрежимо малы. Поэтому коэффициент затухания, рассчитанный по (6.17), практически совпадает по величине с тем, что приведен в литературе [7–9] для рассматриваемых параметров, $\alpha_{01} = S_\sigma / b_0' k_{01}^e = 0,079$ см $^{-1}$.

На рис. 6.2 приведены характеристики варианта с $b_0 = 6$; $e_{01}^+ = 0,185$; $e_{0i>1}^+ = 0$ и тех же значениях λ, σ . Теперь волна E_{02} — распространяющаяся. Как видно из рис. 6.2, волна E_{02} периодически воз-

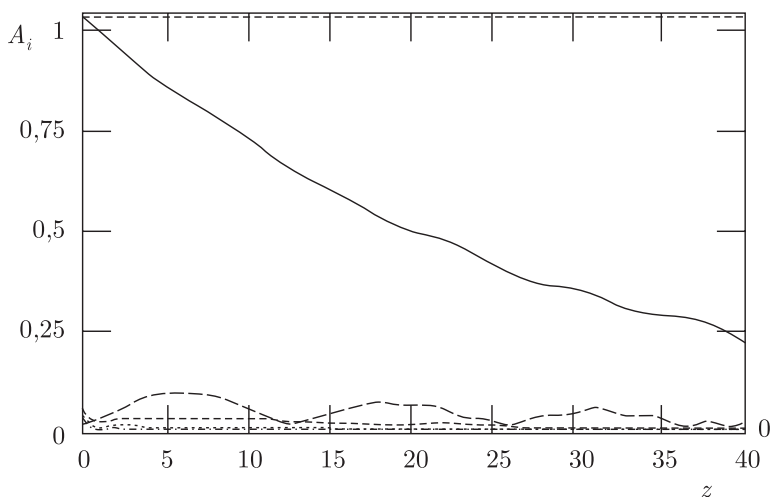


Рис. 6.3. $b = 6$; $e_{02} = 0,42$

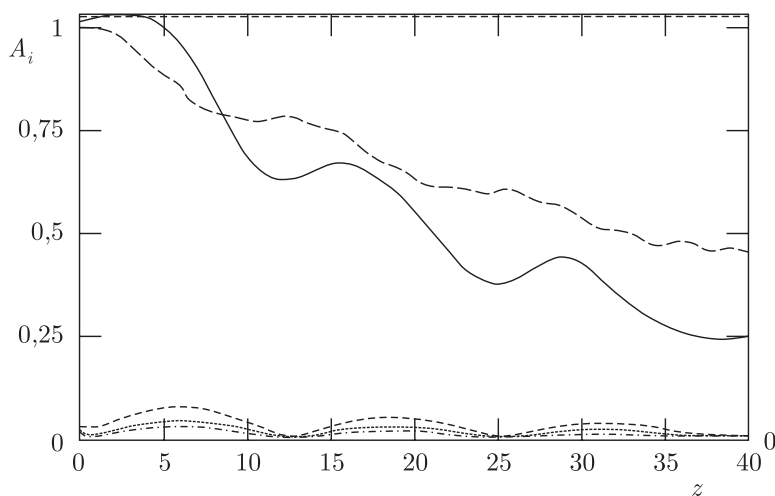


Рис. 6.4. $b = 6$; $e_{01} = 0,185$; $e_{02} = 0,42$

буждается из-за связи с волной E_{01} . Периодичность возбуждения E_{02} связана с разностью фазовых скоростей волн E_{01} и E_{02} .

На рис. 6.3 приведены результаты расчета для варианта с $b_0 = 6$; $e_{01}^+ = 0$; $e_{02}^+ = 0,42$, остальные параметры — те же. Теперь волна E_{02} возбуждает основную волну E_{01} . Возбуждение ее также имеет периодический характер, связанный с периодичностью преобразования энергии из E_{02} в E_{01} и обратно за счет разности их фазовых скоростей.

На рис. 6.4 приведены результаты для варианта с $b_0 = 6$ и одинаковыми входными мощностями волн E_{01} и E_{02} : $e_{01}^+ = 0,185$, $e_{02}^+ = 0,42$. Теперь эффект преобразования выражен значительно сильнее (следует также принять во внимание и возбуждение закритических нормальных мод E_{03} , E_{04} , E_{05} , E_{06}).

6.4. Влияние конечной проводимости стенок электродинамической системы на характеристики оптимизированных вариантов релятивистских ЛБВ–ЛОВ

Для выяснения влияния конечной проводимости стенок были выполнены расчеты вариантов генераторов и усилителей, приведенных в разд. 5.3, с учетом потерь. Оказалось, что при использовании электродинамической системы в виде отрезка гофрированного волновода, стенки которого выполнены из меди ($\sigma = 5,6 \cdot 10^7$ сим/м), для приборов с рабочей частотой $f < 10$ ГГц омические потери не превосходят 1% от генерируемой мощности и их влияние оказывается в пределах погрешности расчетов. При $f = 100$ ГГц омические потери достигают 3–4%. На рис. 6.5 приведены характеристики варианта «длинной» ЛБВ

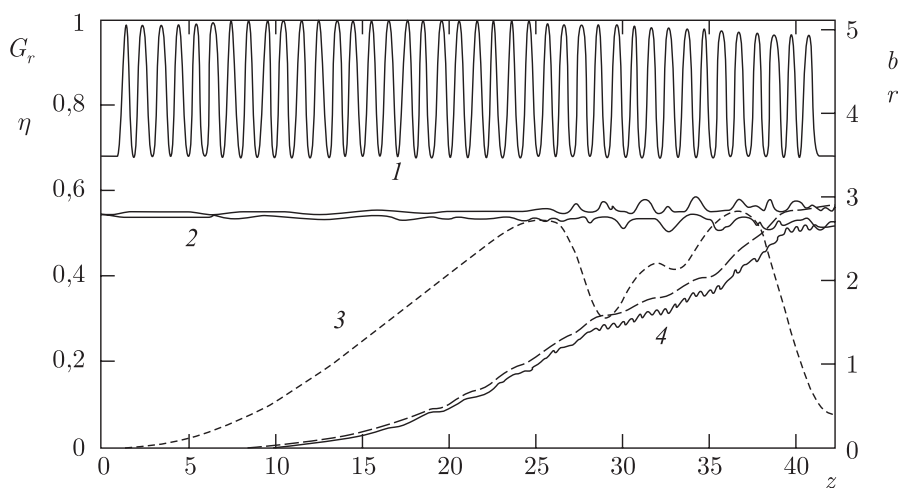


Рис. 6.5. 1 — b ; 2 — $r_{0\min}$, $r_{0\max}$; 3 — G_r ; 4 — η_e , η_o

с нерегулярным гофром

$$\begin{aligned} \beta &= 0,9; & I_0 &= 510\text{А}; & r_0 &= 3,8; & \lambda_0 &= 2 \text{ мм} & (f &= 150 \text{ ГГц}); \\ L_v &= 39,26; & n_v &= 40; & b_0 &= 3,49; & \eta_e &= 56,5; & \eta_v &= 51,6; & D_v &= 0; \\ h_1^v &= 1,386; & h_2^v &= 1,547; & h_3^v &= 1,724; & h_4^v &= 1,337; & h_5^v &= 0,575. \end{aligned}$$

Влияние омических потерь выражается в раздвоении кривых волнового и электронного КПД. Разность $\eta_e - \eta_v$ соответствует относительной величине мощности потерь.

Литература

1. Батура М.П., Кураев А.А., Лущицкая И.В., Сеницын А.К. Оптимизация релятивистских черенковских генераторов на нерегулярных гофрированных волноводах с учетом закритических мод // Доклады БГУИР. — 2004. — №4. — С. 26–36.
2. Кравченко В.Ф., Кураев А.А., Пустовойт В.И., Сеницын А.К. Нерегулярные волноводы в электронике СВЧ // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2005. — Т. 10, №8. — С. 51–58.
3. Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. — М.: Радио и связь, 1986.
4. Кураев А.А., Байбурун В.Б., Ильин Е.М. Математические модели и методы оптимального проектирования СВЧ приборов. — Минск: Наука и техника, 1990.
5. Гуляев Ю.В., Кравченко В.Ф., Кураев А.А. Усилители на основе эффекта Вавилова–Черенкова с нерегулярными электродинамическими структурами // УФН. — 2004. — Т. 174, №6. — С. 639–655.
6. Ильинский А.С., Слепян Г.Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. — М.: МГУ, 1983.
7. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. — М.: Наука, 1989.
8. Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. — М.: Сов. радио, 1979.
9. Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика. — М.: Связь, 1971.
10. Кураев А.А. Сверхвысокочастотные приборы с периодическими электронными потоками. — Минск: Наука и техника, 1971.
11. Кравченко В.Ф. Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. — М.: Физматлит, 2006.

Глава 7

РАСЧЕТ ГРУППИРОВКИ ЭЛЕКТРОНОВ В ПРОИЗВОЛЬНО-НЕРЕГУЛЯРНОЙ ТРУБКЕ ДРЕЙФА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УРАВНЕНИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ

А. А. Кураев, А. К. Синицын

Основные уравнения и методика решения задачи. Группирование электронов в регулярной трубке дрейфа. Сравнение результатов расчета на основе уравнения возбуждения и метода крупных частиц. Группировка электронов в нерегулярной трубке дрейфа. Группировка в трубке дрейфа с поглощающим покрытием.

Введение

В работах [1, 2] обоснованы процедуры корректного разделения возбуждаемого электронным потоком поля в нерегулярном волноводе на соленоидальные и потенциальные составляющие, а также на попутные и встречные волны. Одновременно показано, что в теории релятивистских и нерелятивистских ЛБВ и ЛОВ такое разделение нецелесообразно из-за существенного усложнения численных расчетов и потери их точности из-за неопределенности формы «крупных частиц» и упрощения граничных условий при расчете функции Грина. Однако было высказано предположение, что при расчете группирования электронов в трубке дрейфа клистрона возможно выделение потенциальной части поля и его расчет с использованием моделей «крупных частиц», как это принято в традиционной теории клистронов, имеет смысл. Ниже показано, что и в этом случае разделение полного поля на квазистационарное и динамическое также нецелесообразно. Кроме того, подход, основанный на методе «крупных частиц» и функциях Грина для них, вообще говоря, неприменим в случае нерегулярной трубки дрейфа. Использование строгих уравнений возбуждения нерегулярного волновода в этом случае (все волны — закритические) неизбежно.

7.1. Основные уравнения и методика решения задачи

Как это принято в теории клистронов, будем рассматривать азимутально-симметричную краевую задачу. В этом случае можно воспользоваться общей теорией возбуждения продольно-нерегулярных волноводов [2, 3] для E_{0i} -мод ($n = 0$), причем компоненты полного поля на $m\omega$ имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{E}_{\rho m} &= -\sum_{i=1}^I \dot{A}_{mi}(z) J_1(\nu_{0i} \rho), \quad rh_{00} \dot{E}_{zm} = \sum_{i=1}^I \dot{C}_{mi}(z) J_0(\nu_{0i} \rho), \\ \dot{B}_{\varphi m} &= -j \sum_{i=1}^I \dot{V}_{mi}(z) J_1(\nu_{0i} \rho).\end{aligned}$$

Используя (П.11)–(П.16) из [2] и законы сохранения заряда, приходим к следующим безразмерным уравнениям возбуждения:

$$\begin{aligned}\frac{d\dot{A}_{mi}}{dz} &= \left(mW \dot{V}_{mi} + \nu_{0i} \dot{C}_{mi} \right) + (1-j) \cdot 2S_{\sigma} \frac{\sqrt{1+(\partial b/\partial z)^2}}{b} \sum_k \dot{V}_{mk} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0i})}, \quad (7.1) \\ \frac{d\dot{V}_{mi}}{dz} &= -mW \left\{ \dot{A}_{mi} + \left(\frac{\partial b}{\partial z} \right)^2 \left[\dot{A}_{mi} \frac{1}{3} \left(1 + \frac{4}{\nu_{0i}^2} \right) + \sum_{k \neq i} \frac{4(\nu_{0i}^2 + \nu_{0k}^2)}{(\nu_{0i}^2 - \nu_{0k}^2)^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0i})} \dot{A}_{mk} \right] - \right. \\ &\quad \left. - b \frac{\partial b}{\partial z} \left(-\frac{\dot{C}_{mi}}{\nu_{0i}} + \sum_{k \neq i} \frac{2\nu_{0k}}{\nu_{0i}^2 - \nu_{0k}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0i})} \dot{C}_{mk} \right) \right\} + \\ &\quad + \frac{G_0}{e_0 b} \left(\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N J_1 \left(\nu_{0i} \frac{r_l}{b} \right) \left(\frac{\beta_{rl}}{\beta_{zl}} - \frac{r_l}{b} \frac{\partial b}{\partial z} \right) \right) j e^{-jmW\theta_l}, \\ \dot{C}_{mi} &= -\frac{\nu_{0i} \dot{V}_{mi}}{mW b^2} + \frac{\partial b}{b \partial z} \left(-\frac{\dot{A}_{mi}}{\nu_{0i}} + \sum_{k \neq i} \frac{2\nu_{0i}}{\nu_{0k}^2 - \nu_{0i}^2} \frac{J_1(\nu_{0k})}{J_1(\nu_{0i})} \dot{A}_{mk} \right) - \\ &\quad - \frac{jG_0}{mW e_0 b^2} \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N J_0 \left(\nu_{0i} \frac{r_l}{b} \right) e^{-jmW\theta_l}.\end{aligned}$$

Уравнения движения электронов:

$$\begin{aligned}\frac{dP_{rl}}{dz} &= \frac{1}{\beta_{zl}} \left(\frac{\gamma_l \beta_{\varphi l}^2}{r_l} - E_{rl} - \beta_{\varphi l} F_z + \beta_z B_{\varphi} \right); \\ \frac{dP_{\varphi l}}{dz} &= \frac{1}{\beta_{zl}} \left(-\frac{\gamma_l \beta_{rl} \beta_{\varphi l}}{r_l} - E_{\varphi} - \beta_z F_r + \beta_r F_z \right); \\ \frac{dP_{zl}}{dz} &= \frac{1}{\beta_{zl}} (-E_z - \beta_r B_{\varphi} + \beta_{\varphi} F_r); \quad (7.2)\end{aligned}$$

$$\frac{dr_l}{dz} = \frac{\beta_{rl}}{\beta_{zl}}; \quad \frac{d\theta_l}{dz} = \frac{1}{\beta_{zl}}; \quad \mathbf{P}_l = \gamma_l \boldsymbol{\beta}_l;$$

$$\gamma_l = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_l^2}} = \sqrt{1 + P_{rl}^2 + P_{\varphi l}^2 + P_{zl}^2}.$$

Во входном сечении трубки дрейфа задается скоростная модуляция:

$$P_l = \beta_l \gamma_l = P_0 + A \sin(\omega \theta_l), \quad P_0 = \beta_0 \gamma_0, \quad l = 1, \dots, N; \quad \beta_l(0) = \beta_0; \quad r_l(0) = r_0.$$

Компоненты физических ВЧ-полей выражаются через расчетные амплитуды (поля пространственного заряда входят в общее поле) как

$$\begin{cases} E_r = -\frac{1}{b} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I J_l \left(\nu_{0i} \frac{r}{b} \right) \operatorname{Re} \left(\dot{A}_{mi} e^{jmW\theta} \right) - S_{qr}; & E_{\varphi} = 0; \\ E_z = \operatorname{Re} \left[\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I J_0 \left(\nu_{0i} \frac{r}{b} \right) \dot{C}_{mi} e^{jmW\theta} + \frac{r}{b^2} \frac{\partial b}{\partial z} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I J_l \left(\nu_{0i} \frac{r}{b} \right) \dot{A}_{mi} e^{jmW\theta} \right]; \\ B_{\varphi} = \frac{1}{b} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^I J_l \left(\nu_{0i} \frac{r}{b} \right) \operatorname{Re} \left(-j \dot{V}_{mi} e^{jmW\theta} \right). \end{cases}$$

Магнитостатическое фокусирующее поле:

$$\begin{cases} F_r \cong -\frac{1}{2} r \frac{\partial F_0(z)}{\partial z} + \frac{1}{16} r^3 \frac{\partial^3 F_0(z)}{\partial z^3}; \\ F_z \cong F_0(z) - \frac{1}{4} r^2 \frac{\partial^2 F_0(z)}{\partial z^2}, \quad F_0 = \frac{B'_0(z)e}{m_0 \omega_0}, \end{cases}$$

где $B'_0(z)$ — распределение z-составляющей индукции магнитного поля вдоль оси. Безразмерные параметры:

$$e_{0i} = 0,5 J_1^2(\nu_{0i}), \quad G_0 = \frac{e I_0}{\pi \varepsilon_0 m_0 c^3};$$

$$S_{\sigma} = \frac{W_{\sigma}^0}{(1+j)\mu_a c} = \sqrt{\frac{\pi W}{\sigma \lambda_0 \mu_a c}}; \quad S_{qr} = \frac{G_0}{2r} \left(\frac{1}{\beta_{z0}} - \beta_{z0} \right).$$

Здесь приняты следующие основные соотношения между безразмерными и размерными переменными:

$$(r, z, b, L) = (r', z', b', L') \frac{\omega_0}{c}; \quad W = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \theta = \omega_0 t; \quad \beta_l = \frac{v_{el}}{c};$$

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}'}{E_m}; \quad \mathbf{B} = \frac{\mathbf{B}'c}{E_m}; \quad E_m = \frac{m_0 \omega_0 c}{e}.$$

Граничные условия для амплитуд закрпических E_{0i} -волн имеют вид

$$W \dot{A}_{mi}(0) + k_{0i}^e \dot{V}_{mi}(0) = 0; \quad -W \dot{A}_{mi}(L) + k_{0i}^e \dot{V}_{mi}(L) = 0, \quad (7.3)$$

где k_{0i}^e — постоянная распространения волны E_{0i} с учетом S_σ . Физически условия (7.3) соответствуют затуханию закритических волн в регулярном продолжении отрезка нерегулярного волновода.

Фазовую группировку электронов в трубке дрейфа отражает функция группировки, которая пропорциональна величине амплитуды m -гармоники тока в модулированном пучке электронов:

$$\text{Gr} = \left(\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N [\sin(mW\theta_l) + \cos(mW\theta_l)] \right)^{1/2}.$$

Профиль нерегулярного гофрированного волновода задается как

$$b(T) = b_0 + h_v(T) \sin^2[n_v \pi(T + D_v(T))]; \quad (7.4)$$

$T = (z - z_0)/L_v$, z_0, L_v — начало и длина нерегулярного участка, n_v — количество периодов, $h_v(T)$ — глубина гофра, $D_v(T)$ — функция, задающая изменение периода, $D_v(0) = 0$, $D_v(1) = 0$, при $D_v(T) = 0$ период постоянный и равен в принятых единицах $d = k_0 L_v / n_v$.

Функции $h_v(T)$ и $D_v(T)$ аппроксимировались разложениями по сдвигам стандартной финитной функции $\varphi_3(x)$, представляющей В-сплайн третьей степени:

$$h_v(T) = \sum_{k=1}^K h_k^v \varphi_3[T(K-3) - k + 2]; \quad D_v(T) = \sum_{k=1}^K d_k^v \varphi_3[T(K+3) - k - 1]; \quad (7.5)$$

$$\varphi_3(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq 2, \\ \frac{(2-x)^3}{6}, & 1 \leq x \leq 2; \\ \frac{1}{6} [1 + 3(1-x) + 3(1-x)^2 - 3(1-x)^3], & 0 \leq x \leq 1; \\ \varphi_3(-x), & x \leq 0. \end{cases}$$

Заметим, что при такой аппроксимации значения коэффициентов h_k и d_k совпадают со значениями функций $h_v((k-2)/(K-3))$, $D_v((k+1)/(K+3))$ соответственно.

Краевая задача (7.1)–(7.3) решалась методом блочной матричной прогонки, описанным в [2, 3].

7.2. Группирование электронов в регулярной трубке дрейфа. Сравнение результатов расчета на основе уравнения возбуждения и метода крупных частиц

В этом случае $b = b_0 = \text{const}$. Расчет группирования методом крупных частиц с использованием функций Грина для квазистатического поля проводился на основе стандартных процедур, описанных, например, в [4, 5].

На рис. 7.1, *а* представлена функция группировки $Gr(z)$ для варианта: $I_0 = 500$ А; $b_0 = 1$; $r_0 = 0,7$; $\Delta r_0 = 0,3$; $\beta_0 = 0,7$; $A = 0,2$. Значения $Gr(z)$, рассчитанные по двум методам, практически совпадают в пределах погрешности расчетов. Существенно отметить, что по методу уравнения возбуждения сходимость достигается уже при учете двух мод: $i = 1, 2$. Причем, что еще более важно, точность решения сохраняется при учете только 8 электронных траекторий ($N = 8$). В то же время для достижения требуемой точности в методе крупных частиц необходимо использовать 32 частицы на период ($N = 32$).

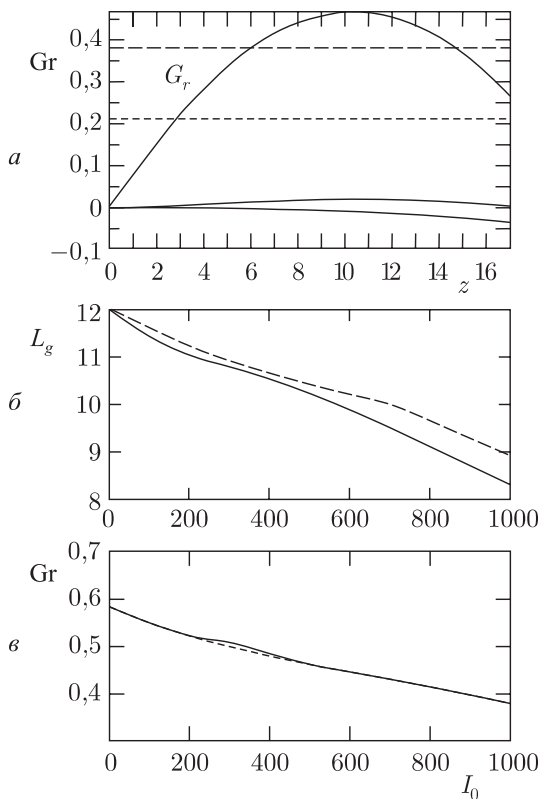


Рис. 7.1.

На рис. 7.1, *б* приведены зависимости $z = L_g$ (расстояния, при котором достигается максимум группировки) от величины тока пучка I_0 (сплошная кривая — метод уравнений возбуждения, пунктирная — метод крупных частиц). На рис. 7.1, *в* приведена аналогичная зависимость для $Gr_{\max}(I_0)$. Как видно, при перечисленных выше условиях оба метода дают хорошо совпадающие результаты.

Естественно, в методе крупных частиц как точность расчетов, так и адекватность представления физических процессов группирования

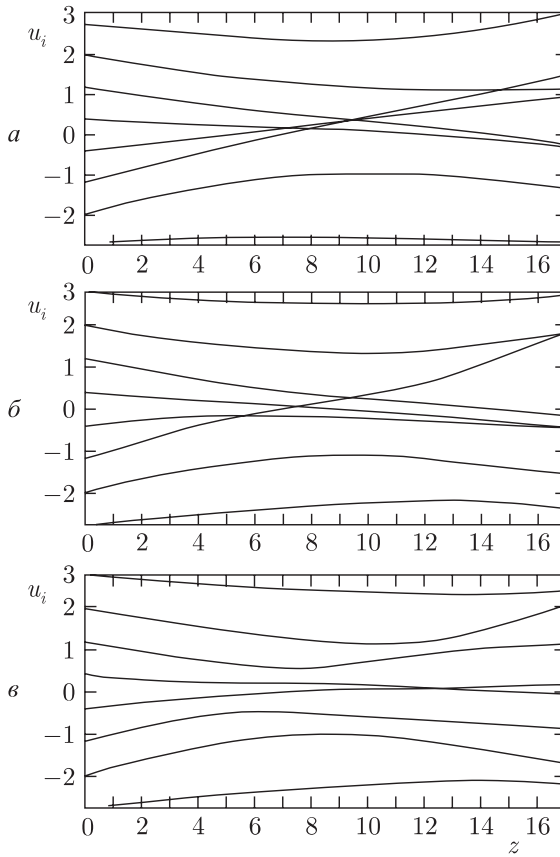


Рис. 7.2.

существенно зависят от «формы» крупной частицы. Для иллюстрации этого на рис. 7.2 представлены фазовые траектории 8 электронов $u_i(z) = \omega t_i - z/\beta_0$ (в методе крупных частиц — это 8 из 32) для варианта: $b = 1$, $r_0 = 0,7$, $\Delta r_0 = 0$, $I_0 = 500$ А, $\beta_0 = 0,7$, $z = L_g$. На рис. 7.2, а — результаты по методу уравнений возбуждения, на рис. 7.2, б — по методу крупных частиц при «длине» частицы $\Delta z = \pi/N$, на рис. 7.2, в — при $\Delta z = 4\pi/N_c$ («перекрывающиеся» частицы). Как видно из сравнения рассчитанных фазовых траекторий, правильные результаты (совпадающие с методом уравнений возбуждения) в методе крупных частиц достигаются только для «перекрывающихся» частиц (рис. 7.2, в), когда $\Delta z = 4\pi/N$. При $\Delta z = \pi/N$ (рис. 7.2, б) получается физически неверный результат: обгон электронов в потоке отсутствует (траектории не пересекаются).

7.3. Группировка электронов в нерегулярной трубке дрейфа

Этот случай интересен по двум причинам: 1) изменение сечения трубки дрейфа вдоль области группирования несомненно повлияет на процесс, и степень и характер этого влияния следует установить; 2) такой случай ранее (насколько нам известно) не анализировался, поскольку методом крупных частиц при расчете квазистатического поля пространственного заряда с использованием функций Грина для регулярной граничной задачи это сделать невозможно (по крайней мере, с требуемой точностью). Метод же уравнений возбуждения не имеет подобных ограничений.

На рис. 7.3, *а* приведена функция группировки G_r для следующих данных: $b_0 = 1$; $r_0 = 0,7$; $\Delta r_0 = 0$; $\beta_0 = 0,7$; $A = 0,2$; $I_0 = 700$ А. Трубка монотонно сужается до $b_L = 0,75$. На рис. 7.3, *б* приведена G_r для тех же данных, но для расширяющейся трубки. На рис. 7.3, *в* для указанных данных G_r рассчитана для менее плавно сужающейся

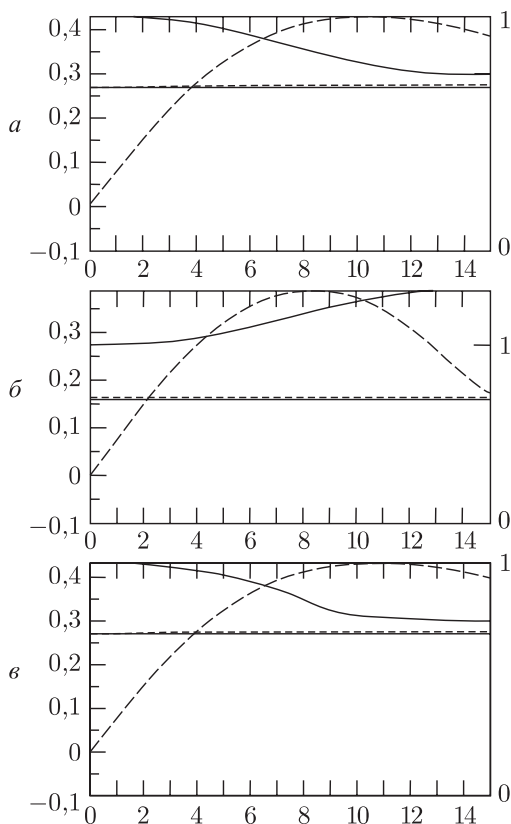


Рис. 7.3.

трубки, чем в варианте рис. 7.3, а. Сравнение трех вариантов указывает на следующее: в сужающейся трубке группировка улучшается; кроме того, максимальный уровень группировки сохраняется на более протяженном участке, чем в расширяющейся трубке. Физический аспект этого вполне понятен: стенки экранируют (шунтируют) поле электронных сгустков, уменьшая их взаимодействие, препятствующее группировке. И чем ближе стенки к электронной трубке, тем сильнее их шунтирующее действие. Причем, это действие наиболее важно на конечном участке трубки дрейфа, где плотность электронных сгустков максимальна.

На рис. 7.4 представлены расчетные зависимости длины группирования L_g и величины функции группировки в насыщении Gr от значения выходного радиуса b_L . При уменьшении выходного радиуса b_L длина L_g увеличивается, одновременно возрастает и максимальное значение Gr .

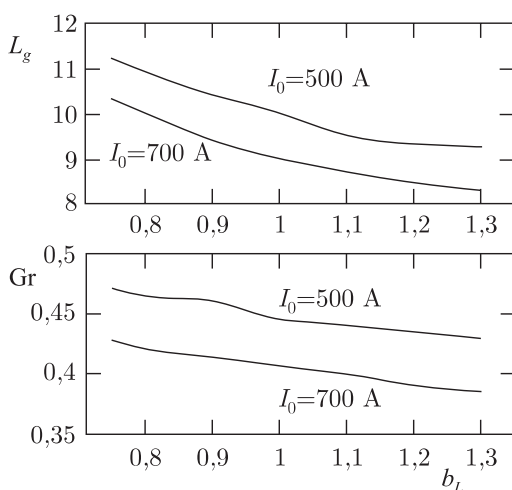


Рис. 7.4.

Расчеты показали, что во всех вариантах достаточно ограничиться всего 8 электронными траекториями на период (при $N = 16, 24, 32$ результат практически не меняется).

7.4. Группировка в трубке дрейфа с поглощающим покрытием

В ряде случаев, когда необходимо предотвратить паразитную связь каскадов через низшую моду H_{11} (или в общем случае, когда $i > 1$, — через другие низшие моды) используются трубки дрейфа с поглощающим покрытием. Группировка электронов в таком случае не может быть проанализирована традиционными методами, основанными

на известных функциях Грина и моделировании электронного потока серией крупных частиц. Разработанный же в статье метод без каких-либо модификаций применим и в рассматриваемом случае.

На рис. 7.5 представлены сравнительные зависимости длины, на которой достигается максимальная группировка L_g (рис. 7.5, *a*) и максимальная величина функции группировки Gr (рис. 7.5, *б*) от радиуса трубки дрейфа b_0 при $\sigma = 10^{20}$ (металлическая стенка) — штриховая кривая и при $\sigma = 1$ (стенка с поглощающим покрытием) — сплошная кривая. Электронный поток предполагался трубчатым с $r_0 = 0,5$ и $\Delta r_0 = 0,1$; $b_0 = 0,7$; $I_0 = 800$ А; $A = 0,2$.

Из рис. 7.5 следует, что в трубке дрейфа с поглощающим покрытием группировка улучшается — Gr возрастает, а длина, на которой достигается максимальная группировка, — увеличивается. С физической точки зрения это обусловлено уменьшением амплитуды ВЧ-полей пространственного заряда пучка в поглощающей их трубке дрейфа. С этим же связан и выявленный феномен отбора энергии пучка в трубке дрейфа

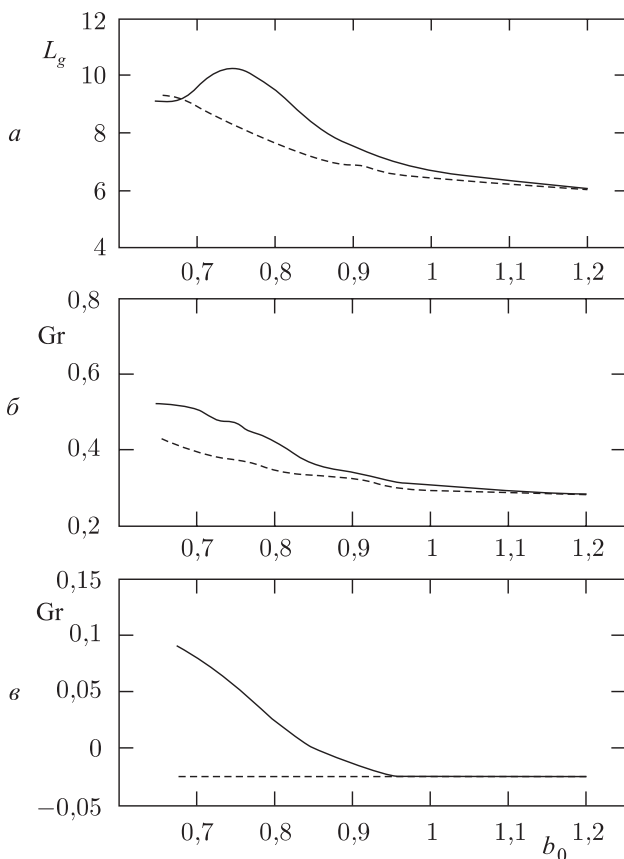


Рис. 7.5.

с поглощающим покрытием. На рис. 7.5, в приведена зависимость $\eta_{\text{потерь}}$ от b_0 . При ее анализе следует учитывать, что за счет нелинейности процесса модуляции пучка в него при $A = 0,2$ к исходной мощности пучка «накачивается» дополнительная мощность, поступающая от источника модуляции.

Заключение

Приведенные в главе материалы позволяют сделать следующие выводы.

Метод уравнений возбуждения при расчете группирования электронов в трубке дрейфа существенно эффективнее традиционно используемого для этой цели метода крупных частиц: для достижения необходимой точности требуется расчет 8 фазовых траекторий электронов N вместо 24–32 в методе крупных частиц. Кроме того, в последнем точность расчетов и физическая адекватность результатов зависит от правильного выбора формы крупной частицы, что не всегда можно сделать априори. Следует, конечно, отметить, что в методе уравнения возбуждения приходится принимать в расчет не менее двух мод, и сходимость итерационного процесса решения двухточечной краевой задачи обеспечивается только при применении метода блочной матричной прогонки [2, 3].

Исследование процессов группирования в трубке с переменным по длине профилем может быть успешно выполнено на основе метода уравнений возбуждения нерегулярных волноводов. Метод крупных частиц в этом случае неприменим (по крайней мере, в традиционной формулировке). То же следует сказать и о трубке дрейфа с поглощающим покрытием.

Литература

1. Кравченко В.Ф., Кураев А.А., Пустовойт В.И., Сеницын А.К. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. — 2006. — №3. — С. 75–77.
2. Батура М.П., Кураев А.А., Сеницын А.К. Моделирование и оптимизация мощных электронных приборов СВЧ. — Минск, 2006.
3. Кураев А.А., Сеницын А.К. // Докл. БГИУР. — 2006. — №3. — С. 82–92.
4. Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. — М., 1986.
5. Аксенчик А.В., Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ с дискретным взаимодействием (теория и оптимизация). — Минск: Бестпринт, 2003.
6. Кравченко В.Ф. Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. — М.: Физматлит, 2006.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к первому тому	3
Глава 1. Гирорезонансные приборы: принцип действия, нелинейная теория, достижения и перспективы	
<i>В. Ф. Кравченко, А. А. Кураев, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов</i>	
Введение	5
1.1. Физические основы гирорезонансного взаимодействия электронов с электромагнитными волнами	6
1.2. Нелинейная теория гирорезонансного взаимодействия электронов с полями нерегулярных волноводов	25
1.3. Некоторые результаты нелинейной теории и оптимизации гирорезонансных приборов	53
1.4. Достижения в разработках гирорезонансных приборов	61
1.5. Перспективы повышения мощности коротковолновых гиротронов	66
Литература	75
Глава 2. Приборы СВЧ с дискретным взаимодействием	
<i>А. В. Аксенчик</i>	
Введение	82
2.1. Генераторы и усилители на волнообразно изогнутых прямоугольных волноводах	83
2.2. Оптимизация отражательных клистронов и монотронов сантиметрового и миллиметрового диапазона длин волн	104
Литература	117
Глава 3. Усилители на основе эффекта Вавилова–Черенкова с нерегулярными замедляющими системами	
<i>А. А. Кураев, А. А. Навроцкий, А. К. Синицын</i>	
Введение	119
3.1. Устройство и принцип действия ЛБВ-О	121
3.2. Физические предпосылки возможности повышения эффективности ЛБВ-О с нерегулярной замедляющей системой	123
3.3. Оптимизация по КПД ЛБВ-О со спиральной замедляющей системой	124

3.4. Минимизация нелинейных искажений в полосе частот в ЛБВ-О с оптимизированной нерегулярной спиральной системой	131
3.5. Гиротон бегущей волны на гофрированном волноводе	138
3.6. Оптимизированная по КПД нерегулярная ЛБВ с одноступенчатой рекуперацией	145
3.7. Исследование возбуждения высших гармонических составляющих в нерегулярной ЛБВ-О	149
3.8. Спиральная замедляющая система с нерегулярной навивкой для спутниковых ЛБВ	153
3.9. ЛБВ с авторегулировкой замедления	160
Литература	164

Глава 4. **Нерегулярные волноводы**

А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Синицын, А. О. Рак, С. И. Яроменок

4.1. Неортогональные координатные системы	167
4.2. Дифференциальные операторы	169
4.3. Продольно-азимутально нерегулярный волновод. Контравариантные компоненты уравнений Максвелла	170
4.4. Уравнение возбуждения произвольно-нерегулярного волновода сторонними токами	172
4.5. Самосогласованные нелинейные уравнения лампы бегущей волны О-типа с замедляющей системой в виде продольно-нерегулярного волновода	175
4.6. Уравнения возбуждения произвольно-нерегулярного коаксиального волновода	178
4.7. Уравнения возбуждения нерегулярных замедляющих систем	184
4.8. Нерегулярные волноводы с прямоугольным сечением. Теория и приложения	186
4.9. Т-функции для решения двухточечных задач в теории нерегулярных волноводов	202
Литература	211

Глава 5. **Релятивистские черенковские генераторы**

А. А. Кураев, И. В. Лущицкая, А. К. Синицын, Т. Л. Попкова

5.1. Оптимизация релятивистских черенковских генераторов на нерегулярных гофрированных волноводах с учетом критических мод	212
5.2. Заграждающий катодный фильтр многоволнового черенковского генератора	227

5.3. Сверхмощные ЛБВ и ЛОВ на нерегулярных волноводах с катодным фильтром-модулятором	230
5.4. Оптимизация профиля рупора на симметричных E -волнах по характеристике направленности	239
5.5. Оптимизированные варианты ЛБВ с учетом возбуждения волн на второй гармонике	247
5.6. Нелинейные процессы многочастотной фазовой группировки электронов в ЛБВ-О с замедляющей системой в виде гофрированного волновода	252
Литература	257

Глава 6. Влияние конечной проводимости стенок электродинамических систем на характеристики релятивистских генераторов

А. А. Кураев, А. К. Сеницын

Введение	260
6.1. Уравнения возбуждения произвольно-нерегулярного полого волновода с учетом конечной проводимости стенок	261
6.2. Самосогласованные нелинейные уравнения для релятивистских черенковских генераторов на E_{0i} -модах	266
6.3. Тестовые расчеты	270
6.4. Влияние конечной проводимости стенок электродинамической системы на характеристики оптимизированных вариантов релятивистских ЛБВ-ЛОВ	273
Литература	274

Глава 7. Расчет группировки электронов в произвольно-нерегулярной трубке дрейфа с использованием уравнений возбуждения нерегулярных волноводов

А. А. Кураев, А. К. Сеницын

Введение	275
7.1. Основные уравнения и методика решения задачи	276
7.2. Группирование электронов в регулярной трубке дрейфа. Сравнение результатов расчета на основе уравнения возбуждения и метода крупных частиц	278
7.3. Группировка электронов в нерегулярной трубке дрейфа	281
7.4. Группировка в трубке дрейфа с поглощающим покрытием	282
Заключение	284
Литература	284