

Научное издание

*ПРИСТ Эрик*  
*ФОРБС Терри*

**МАГНИТНОЕ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ:  
МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ**

Редактор *Е.С. Артоболевская*  
Оригинал-макет: *В.В. Худяков*  
Оформление переплета: *А.Ю. Алехина*

ЛР № 071930 от 06.07.99. Подписано в печать 18.10.04.  
Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 37.  
Уч.-изд. л. 40,7. Заказ № 11043

Издательская фирма «Физико-математическая литература»  
МАИК «Наука/Интерпериодика»  
117997, Москва, ул. Профсоюзная, 90  
E-mail: fizmat@maik.ru, fmlsale@maik.ru; <http://www.fml.ru>

Отпечатано с готовых диапозитивов  
в ППП «Типография «Наука»  
121099, Москва, Шубинский пер., 6

ISBN 5-9221-0502-7



9 785922 105026

УДК 533.95  
ББК 22.334  
П 77

Прист Э., Форбс Т. **Магнитное пересоединение: магнитогидродинамическая теория и приложения** / Пер. с англ. под ред. В.Д. Кузнецова, А.Г. Франк. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 592 с. — ISBN 5-9221-0502-7.

Монография посвящена важной фундаментальной проблеме физики плазмы — пересоединению магнитных силовых линий, или «магнитному пересоединению», которое инициирует нестационарные высокоэнергетичные явления как в космических, так и в лабораторных условиях. В рамках магнитогидродинамического подхода изложены теоретические аспекты и приложения магнитного пересоединения. Последовательно рассмотрены основные понятия и процессы, присущие магнитному пересоединению — образование токовых слоёв при коллапсе в нулевой точке X-типа, глобальная трёхмерная магнитная топология с особыми силовыми линиями, различные режимы и типы пересоединения и т. д. Рассматривается роль магнитного пересоединения в интерпретации наблюдений и построении моделей различных явлений на Солнце и в магнитосфере Земли, в ускорении заряженных частиц. Приведены результаты целенаправленных лабораторных экспериментов по изучению магнитного пересоединения.

Для научных сотрудников, специалистов по физике плазмы, магнитной гидродинамике, астрофизике, физике Солнца и геофизике, студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

ISBN 5-9221-0502-7 (русск.)  
ISBN 0-521-48179-1 (англ.)

© Cambridge University Press, 2000  
© ФИЗМАТЛИТ, 2005 (русск.)

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редакторов перевода . . . . .	8
Предисловие . . . . .	13
Глава 1. <b>Введение</b> . . . . .	16
1.1. Истоки теории пересоединения . . . . .	21
1.2. Уравнения магнитогидродинамики . . . . .	25
1.3. Нулевые точки и токовые слои . . . . .	33
1.4. Понятия замороженного потока и движения силовой линии . . . . .	37
1.5. Ударные МГД волны . . . . .	43
1.6. Классификация двумерного пересоединения . . . . .	48
1.7. Применимость МГД к бесстолкновительным системам . . . . .	51
Глава 2. <b>Формирование токового слоя</b> . . . . .	62
2.1. Коллапс X-точки . . . . .	62
2.2. Токовые слои в потенциальных полях . . . . .	64
2.3. Токовые слои в бессиловом и магнитостатическом полях . . . . .	77
2.4. Магнитная релаксация . . . . .	84
2.5. Самосогласованное динамическое нестационарное образование токового слоя . . . . .	88
2.6. Образование токовых слоёв вдоль сепаратрис за счёт сдвига . . . . .	93
2.7. Переплетение за счёт произвольных движений оснований . . . . .	96
2.8. Заключительное замечание . . . . .	101
Глава 3. <b>Магнитная аннигиляция</b> . . . . .	102
3.1. Уравнение индукции . . . . .	102
3.2. Модель потока с точкой стагнации . . . . .	107
3.3. Более общие решения для потока с точкой стагнации . . . . .	111
3.4. Другие нестационарные решения для токового слоя . . . . .	116
3.5. Аннигиляция с пересоединением . . . . .	120
Глава 4. <b>Стационарное пересоединение: классические решения</b> . . . . .	125
4.1. Введение . . . . .	125
4.2. Механизм Свита–Паркера . . . . .	129

4.3. Механизм Петчека: почти однородное потенциальное пересоединение . . . . .	138
4.4. Первые попытки обобщения и анализа механизма Петчека . . . . .	143
4.5. Сжимаемость . . . . .	145
4.6. Структура области диффузии . . . . .	147
<b>Глава 5. Стационарное пересоединение: новое поколение моделей для быстрых режимов . . . . .</b>	<b>152</b>
5.1. Почти однородное непотенциальное пересоединение . . . . .	152
5.2. Неоднородное пересоединение . . . . .	158
5.3. Линейная (сверхмедленная) диффузия и пересоединение . . . . .	166
5.4. Соответствующие численные эксперименты . . . . .	173
5.5. Выводы . . . . .	178
<b>Глава 6. Нестационарное пересоединение: тиринг-мода . . . . .</b>	<b>181</b>
6.1. Введение . . . . .	181
6.2. Модель тиринг-неустойчивости Фурта и др. . . . .	183
6.3. Модификации базисной модели тиринг-неустойчивости . . . . .	188
6.4. Неустойчивость магнитной силовой трубки . . . . .	193
6.5. Нелинейное развитие тиринг-неустойчивости . . . . .	198
<b>Глава 7. Нестационарное пересоединение: альтернативные подходы . . . . .</b>	<b>209</b>
7.1. Коллапс X-типа . . . . .	209
7.2. Нестационарное пересоединение типа Петчека . . . . .	224
<b>Глава 8. Трёхмерное пересоединение . . . . .</b>	<b>232</b>
8.1. Определение пересоединения . . . . .	233
8.2. Трёхмерные нулевые точки . . . . .	251
8.3. Локальные бифуркации . . . . .	253
8.4. Глобальная магнитная топология . . . . .	255
8.5. Магнитная спиральность . . . . .	260
8.6. Пересоединение в трёхмерной нулевой точке . . . . .	271
8.7. Пересоединение с квазисепаратрисным слоем: магнитное проскальзывание . . . . .	276
8.8. Численные эксперименты . . . . .	282
<b>Глава 9. Пересоединение в лабораторных установках . . . . .</b>	<b>287</b>
9.1. Управляемый термоядерный синтез . . . . .	289
9.2. Эксперименты по магнитному пересоединению . . . . .	308



---

Глава 10. Пересоединение в магнитосфере Земли . . . . .	317
10.1. Модель Данжи открытой магнитосферы . . . . .	320
10.2. Пересоединение на дневной стороне магнитосферы . . . . .	324
10.3. Явления переноса потока . . . . .	330
10.4. Пересоединение с ночной стороны . . . . .	335
10.5. Магнитосферные суббури . . . . .	339
10.6. Магнитосферы других планет и комет. . . . .	348
 Глава 11. Пересоединение на Солнце . . . . .	352
11.1. Крупномасштабные эруптивные явления . . . . .	354
11.2. Импульсные, компактные явления . . . . .	384
11.3. Корональный нагрев. . . . .	391
11.4. Внешняя корона . . . . .	407
 Глава 12. Астрофизические приложения. . . . .	413
12.1. Вспыхивающие звёзды . . . . .	414
12.2. Аккреционные диски . . . . .	428
 Глава 13. Ускорение частиц . . . . .	447
13.1. Прямое ускорение электрическими полями. . . . .	449
13.2. Стохастическое ускорение . . . . .	472
13.3. Ускорение ударными волнами. . . . .	482
13.4. Ускорение частиц в космосе. . . . .	496
 Список литературы . . . . .	507
 Приложение А. Условные обозначения . . . . .	565
Приложение Б. Единицы измерения. . . . .	573
Приложение В. Полезные выражения. . . . .	574
 Предметный указатель . . . . .	576

## Предисловие редакторов перевода

Монография Э. Приста и Т. Форбса, впервые издаваемая на русском языке, посвящена одной из наиболее важных фундаментальных проблем физики плазмы — проблеме магнитного пересоединения. Согласно современным представлениям, процессы, обусловленные пересоединением магнитных силовых линий или «магнитным пересоединением» в высокопроводящей плазме, составляют физическую основу самых разнообразных нестационарных и высокоэнергичных явлений в космической и лабораторной плазме. К их числу можно отнести вспышки на Солнце и звездах, суббури в магнитосферах Земли и других планет, неустойчивости срыва в тороидальных магнитных ловушках — токамаках, многие нестационарные явления в пинчах с обращенным полем, компактных торах, в сильноточных разрядах типа плазменный фокус,  $Z$ -пинч,  $\theta$ -пинч и т. д. В результате магнитного пересоединения происходит быстрое изменение топологии магнитного поля, что сопровождается эффективным преобразованием магнитной энергии в тепловую и кинетическую энергию плазмы, в потоки ускоренных частиц и в излучения в различных диапазонах длин волн. В монографии последовательно излагаются как исходные предпосылки, инициировавшие идеи о магнитном пересоединении, так и разнообразные теоретические подходы и модели для описания этого явления, а также приложения теоретических моделей к широкому кругу процессов в астрофизике и в лабораторной плазме.

Как известно, при высокой проводимости магнитное поле оказывается «вмороженным» в плазму: магнитные силовые линии как бы приклеены к веществу и переносятся при его движении. Однако в некоторых пространственных областях замагниченной плазмы возможно нарушение свойства вмороженности, и тогда вступают в действие процессы магнитного пересоединения, которые реализуются в таких областях, где сближаются магнитные силовые линии с противоположными (или с различающимися) направлениями. Эти области характеризуются высокой плотностью электрического тока и малыми масштабами, поэтому диссипативные процессы могут стать существенными даже при высокой проводимости плазмы, так что магнитное поле перестает быть вмороженным в плазму. Области с высокой плотностью электрического тока, которые разделяют магнитные поля различных направлений и в которых происходят процессы магнитного пересоединения, обычно принимают форму токовых слоев. В монографии рассмотрены разнообразные топологические особенности магнитных конфигураций, которые делают возможным формирование токовых слоев и, соот-

ветственно, реализацию процессов пересоединения, которые приводят к трансформации магнитной энергии в другие виды энергии.

В реальных и довольно сложных конфигурациях магнитного поля в космических и лабораторных условиях образование токовых слоев может происходить в окрестности так называемых особых линий и сепаратрисных и поверхностей, при сдвиговых деформациях поля, при переплетении силовых линий в результате хаотических движений их оснований на границах области и т. д. Эти процессы характеризуются большим разнообразием возможных параметров и условий, и для их описания в числе первых были предложены модели, описывающие стационарное пересоединение по механизму Свита–Паркера и механизму Петчека. Последующее развитие и обобщение этих моделей, а также построение новых моделей пересоединения, имело целью, в частности, поиск режимов быстрого стационарного пересоединения, обеспечивающих достаточно высокую мощность энерговыделения, которая наблюдается, например, в солнечных вспышках. Заметную роль здесь сыграло лабораторное и численное моделирование, благодаря чему удалось не только апробировать упрощенные теоретические модели, но также дополнить их многими физически важными деталями и, главное, поставить новые проблемы и перед теорией, и перед наблюдениями.

Существенно новым и важным в теории магнитного пересоединения явилось построение моделей трехмерного пересоединения, дающих основу для описания и объяснения большого разнообразия наблюдаемых на Солнце и в магнитосфере Земли явлений в сложных конфигурациях поля. Описание нулевых точек трехмерного магнитного поля, глобальной магнитной топологии со свойственными ей особыми силовыми линиями, введение и классификация определенных типов пересоединения — все это дает готовый инструмент для исследователей при интерпретации наблюдений и построении моделей наблюдаемых явлений.

Если на Солнце, в магнитосферах Земли и планет, а также в лабораторных установках для исследований по управляемому термоядерному синтезу процессы пересоединения происходят естественным образом, то в целенаправленных экспериментах по изучению магнитного пересоединения имеется возможность выбирать необходимые (и доступные) параметры и условия. Такие эксперименты позволяют приблизиться к пониманию как собственно процессов магнитного пересоединения, так и связанных с ними явлений, значительно расширяя наши представления о том, насколько разнообразными и сложными эти процессы могут быть в реальных условиях.

Наиболее впечатляющими и значимыми для приложения теории магнитного пересоединения являются наблюдения пересоединения в магнитосфере Земли и на Солнце. По существу, пересоединение играет ключевую роль в происхождении таких явлений на Солнце как крупномасштабные эруптивные явления, импульсные компактные явления (вспышки и т. д.), в магнитном нагреве короны, в структуре

и динамике внешней короны. В магнитосфере Земли эта ключевая роль проявляется в пересоединении на дневной и ночной стороне Земли, в таких явлениях как явления переноса магнитного потока, магнитосферные суббури и т.д. Менее изучена, но не менее важна для понимания роль пересоединения в физике магнитосфер других планет и комет, в удаленных астрофизических объектах, а именно в аккреционных дисках и во вспышках на звездах. Наконец, магнитное пересоединение является одним из основных механизмов ускорения частиц, особенно применительно к вспышкам на Солнце и к явлениям в магнитосфере Земли. Возникающие при разрыве токовых слоев импульсные электрические поля способны обеспечить ускорение частиц до наблюдаемых энергий.

Изложенные вопросы составляют содержание монографии, которая весьма логично и цельно отражает современное состояние исследований по проблеме магнитного пересоединения. Монография фиксирует наиболее существенные фундаментальные результаты в области магнитного пересоединения, полученные за многие годы исследований, что ставит ее в один ряд с лучшими книгами по космической магнитной гидродинамике и физике плазмы.

В каждой из тринадцати глав монографии рассмотрен тот или иной аспект проблемы магнитного пересоединения, четко обозначенный как в названии, так и в краткой аннотации к главе. В первых трех главах излагаются основные идеи и представления о динамике плазмы в магнитных полях, о движении магнитных силовых линий в условиях вмороженности, о формировании токовых слоев в различных магнитных конфигурациях, об «аннигиляции» магнитного поля вследствие конкуренции процессов диффузии и конвекции. В последующих двух главах подробно обсуждаются теории стационарного магнитного пересоединения, начиная с широко известных работ Свита–Паркера и Петчека, а также развитие этих идей на современном уровне. Главы 6–7 посвящены нестационарным теориям пересоединения, включая классическую теорию тиринг-моды Фюрта, Киллена и Розенблюта, магнитный коллапс X-типа, впервые предложенный Данжи и детально рассмотренный Имшенником и Сыроватским на основе автомодельных решений уравнений магнитной гидродинамики, и, наконец, зависящие от времени течения типа течения Петчека. Наибольшая по объему гл. 8 посвящена магнитному пересоединению в разнообразных трехмерных магнитных конфигурациях, сравнительно новому и бурно развивающемуся разделу физики пересоединения. В главах 9–12 обсуждаются приложения основных идей и теорий, изложенных в предыдущих главах, к конкретным физическим объектам, а именно к процессам в лабораторной плазме, к магнитосферным явлениям, к физике Солнца, звезд и аккреционных дисков. Наконец, гл. 13 посвящена проблемам ускорения заряженных частиц в космических условиях в связи с процессами магнитного пересоединения.

Монография написана двумя широко известными физиками, профессорами Эриком Пристом и Терри Форбсом, которые уже в течение нескольких десятков лет своими работами способствуют развитию представлений о магнитном пересоединении, как о чрезвычайно интересном и важном физическом процессе.

Книга иллюстрирована значительным количеством рисунков и схем, что позволяет во многих случаях составить наглядное представление об обсуждаемых явлениях и существенно облегчает первоначальное знакомство с материалом.

Монография содержит также обширную библиографию, начиная от ранних работ по магнитному пересоединению 1940-х г.г., и вплоть до 1999 г. При переводе монографии мы сочли необходимым дополнить список цитируемой литературы рядом статей, обзоров и монографий, которые расширяют представления о различных аспектах исследований по магнитному пересоединению.

Книга может быть рекомендована научным сотрудникам, специалистам по физике плазмы, магнитной гидродинамике, астрофизике, физике Солнца и геофизике. Студенты и аспиранты соответствующих специальностей могут использовать ее как учебное пособие.

Перевод глав 1–5 выполнен Е.И. Прутенской, глав 6, 10–12 А.М. Садовским, глав 7–9 Н.Ф. Ларионовой, главы 13 Л.И. Мирошниченко. Большая работа по предварительной компьютерной верстке рукописи выполнена Л.В. Байбаковой.

Работа по изданию русского перевода книги осуществлялась в тесном контакте с профессором Эриком Пристом, которому мы выражаем глубокую благодарность за оказанное содействие и значительную помощь в подготовке данного издания. Мы признательны издательству Cambridge University Press за благоприятные условия для перевода книги на русский язык. Мы благодарны члену-корреспонденту РАН Льву Матвеевичу Зеленому за постоянное внимание и интерес к изданию монографии на русском языке. Наконец, мы весьма признательны Российскому Фонду Фундаментальных Исследований за финансовую поддержку издания данной книги в России (проект 03-02-30034).

В. Д. Кузнецов  
А. Г. Франк

*Посвящается  
Андрэ, Дэвиду, Мэттѳе и Наоми*

## Предисловие

Магнитное пересоединение представляет собой фундаментальный процесс, отличающийся огромным разнообразием аспектов и проявлений в астрофизической, космической и лабораторной плазме. Это одно из тех интригующих явлений, которые привлекали наше внимание на протяжении всей научной карьеры, так что, работая над другими проблемами, мы вновь и вновь возвращались к нему, чтобы взглянуть на него под новым углом зрения.

Именно проблема пересоединения впервые свела нас вместе в 1980 г., когда один из нас (Терри Форбс) после завершения аспирантуры приехал к другому для работы над темой «Пересоединение в солнечных вспышках». Наша первая встреча в Эдинбурге в начале нашего сотрудничества получилась довольно забавной. Некий приятель описал Эрика Приста как высокого пожилого человека с рыжеватыми волосами, и из-за неточности этого описания мы никак не могли найти друг друга в переполненном аэропорту!

В настоящее время исследования этой проблемы развиваются очень широко и по многим направлениям. Это видно, в частности, из того, что список публикаций по теме за последние три года включает 1069 работ. Поэтому мы хорошо понимаем невозможность достаточно полно охватить весь материал и заранее приносим извинения тем, чьи работы по пересоединению мы не сумели обсудить из-за недостатка места. Мы попытались изложить теоретические основы различных аспектов магнитного пересоединения и дать краткое описание их приложений на текущий момент. Из-за обширности проблемы и ограниченности наших собственных знаний мы решили сосредоточиться лишь на магнито-гидродинамических (МГД) аспектах пересоединения, однако как раз они и образуют основу для исследований с привлечением кинетической теории.

При написании книги такой сложности одной из трудностей является выбор системы условных обозначений. Невозможно использовать все обозначения единожды, если только не прибегать к китайским иероглифам! Поэтому мы сочли возможным использовать некоторые знаки более чем однажды и иногда менять стандартное обозначение, однако мы попытались свести такие случаи к минимуму и надеемся, что это не отразится на понимании текста. Например,  $a$  — универсальный символ, используемый для многих целей, однако мы этим символом в большей части книги обозначили бессиловой параметр, а в § 8.1 — потенциал Эйлера. Далее,  $p$  обозначает давление, а мы

в гл. 13 используем  $\bar{p}$  для обозначения импульса. Полный список условных обозначений приведён в приложении 1.

Вводная глава посвящена истории возникновения проблемы и содержит основные положения и уравнения, а в гл. 2 описаны многочисленные способы образования в идеальной МГД плазме сингулярностей, называемых токовыми слоями. Глава 3 описывает в одномерном приближении разрушение такого слоя под действием магнитной диффузии или, иными словами, диффузию магнитных полей за счёт так называемой магнитной аннигиляции. В гл. 4 описано стационарное поведение токового слоя в двумерном приближении, а именно, магнитное пересоединение под действием классических механизмов Свита, Паркера и Петчека. Затем в гл. 5 даётся краткий обзор нового поколения моделей быстрого пересоединения. Главы 6 и 7 посвящены исследованию нестационарных аспектов пересоединения, в том числе резистивных неустойчивостей, как, например, тиринг-мода, коллапс Х-точки и нестационарное быстрое пересоединение. В общих чертах описаны различные аспекты сравнительно новой проблемы трёхмерного пересоединения (гл. 8), включая так называемые режимы спинового, веерного, сепараторного пересоединения и пересоединения квазисепаратрисных слоёв. В четырёх главах (9–12) описаны некоторые конкретные проявления пересоединения в лабораторной плазме, на Солнце, в магнитосфере и в астрофизических объектах. И, наконец, мы добавили ещё одну главу (13), посвящённую ускорению частиц, чтобы продемонстрировать связь между такими понятиями магнитогидродинамики, как пересоединение, ударные волны, турбулентность и представлениями кинетической теории с целью лучшего понимания происхождения энергичных частиц.

Мы хотели бы выразить глубокую благодарность многим людям: нашим родным и друзьям за их терпение в трудный период нашей «погруженности в книгу»; Джилл за бесконечное терпение и добродушие при перепечатывании многочисленных версий в процессе наших усилий изложить свои мысли на бумаге; Дункану за его графическое мастерство; Клаусу за неоценимую помощь в оформлении рисунков и обложки, нашим коллегам в Сент Эндрюз и Дархэме за разнообразную помощь и советы (а именно, Аарону, К. Алану, Х. Алану, В. Эндрю, Берни, Клер, Дэну, Дэвиду, Дункану, Гордону, Айнеке, Джеку, Джо, Джун, Кати, Кейти, Кейт, Келли, Марти, Мойре, Филу, Роберту, Томасу, Тони, Валере и Юрию). Мы также благодарим всех, кто помог нам лучше разобраться в проблеме (Спиро Антиохоса, Йена Аксфорда, Арнольда Бенца, Митча Бергера, Йоахима Бирна, Алана Бузера, Филиппа Браунинга, Йорга Бюхнера, Дэвида Бургесса, Дика Кэнфилда, Питера Карджилла, Йена Крейга, Лена Калхейна, Расса Далбурга, Паскаля Демулена, Брайана Денниса, Люка Друри, Джона Финна, Ричарда Харрисона, Джима Хэсти, Майкла Хемма, Мартина Хейна, Жана Хейваертса, Реймонда Хайда, Гордона Холмана, Гуннара Хорнига, Рэнди Йокипию, Джона Кирка, Джима Климчука,



Майка Локвуда, Дана Лонгкоупа, Бун-Чай Лоу, Пайта Мартенса, Леона Местеля, Джима Миллера, Кейт Моффатт, Джин Паркер, Гарри Петчека, Реувен Рамати, Карла Шиндлера, Рейнхарда Шликайзера, Стива Шварца, Бенгта Зоннерупу, Эндрю Соурда, Славу Титова, Саку Цунета, Аада ван Балленгууйена, Гришу Векштейна, Найджела Вайсса и Джона Вессона). В то же время все ошибки и недоразумения остаются целиком на нашей совести.

В наше увлекательное время можно ожидать огромного прогресса в изучении многих аспектов магнитного пересоединения, в особенности трёхмерного пересоединения, играющего такую важную роль в интерпретации наблюдений, а также в понимании некоторых аспектов ускорения частиц, которые до сих пор остаются загадкой.

Мы надеемся, что читатель разделит наше восхищение бесчисленным множеством проявлений эффекта магнитного пересоединения в нашей прекрасной Вселенной.

Эрик Прист и Терри Форбс  
Ноябрь 1998 г.

## Глава 1

# ВВЕДЕНИЕ

Как большинство фундаментальных понятий в физике, магнитное пересоединение привлекает внимание своей способностью объединить широкий спектр явлений в рамках единого универсального закона. Практически вся плазма, будь то в лабораторных условиях, в Солнечной системе или в самых дальних уголках Вселенной, генерирует магнитные поля. Существование этих полей при наличии плазменных течений неизбежно приводит к процессу магнитного пересоединения. Как подробно обсуждается ниже, пересоединение по существу представляет собой перестройку топологии магнитного поля, обусловленную изменением связанности его силовых линий. Это изменение приводит к высвобождению накопленной магнитной энергии, которое во многих ситуациях является преобладающим источником свободной энергии в плазме. Разумеется в плазме, кроме пересоединения, происходит и множество других процессов, однако пересоединение является, по-видимому, наиболее важным для объяснения крупномасштабных динамических преобразований магнитной энергии.

На рис. 1.1–1.4 представлено большое разнообразие плазменных сред, в которых происходит или может происходить пересоединение. Доказательства, полученные на лабораторных плазменных установках, таких как токамак (рис. 1.1 *а*) или пинч-генератор обращённого поля (рис. 1.1 *б*), настолько очевидны, что не оставляют никаких сомнений в реальности пересоединения. Вопрос лишь в том, каким образом оно происходит (§ 9.1). Однако если рассматривать среды, удалённые от Земли, то там свидетельства пересоединения носят лишь косвенный характер. Большинство исследователей, занимающихся изучением полярных сияний (рис. 1.2 *а*), считают, что они прямо или косвенно являются результатом пересоединения в магнитосфере Земли, однако данных, которые указывали бы на подобные явления в магнитосферах других планет (рис. 1.2 *б*), значительно меньше (§ 10.6). Утверждается также, что пересоединение лежит в основе явления, наблюдаемого в хвосте комет и называемого отрывом (рис. 1.2 *в*).

Хотя Солнце и является существенно более удалённым объектом, чем полярные сияния, тем не менее наиболее яркие свидетельства пересоединения могут быть обнаружены именно там. Пересоединение даёт элегантное и пока единственное объяснение движений хромосферных лент и вспышечных петель во время солнечных вспышек

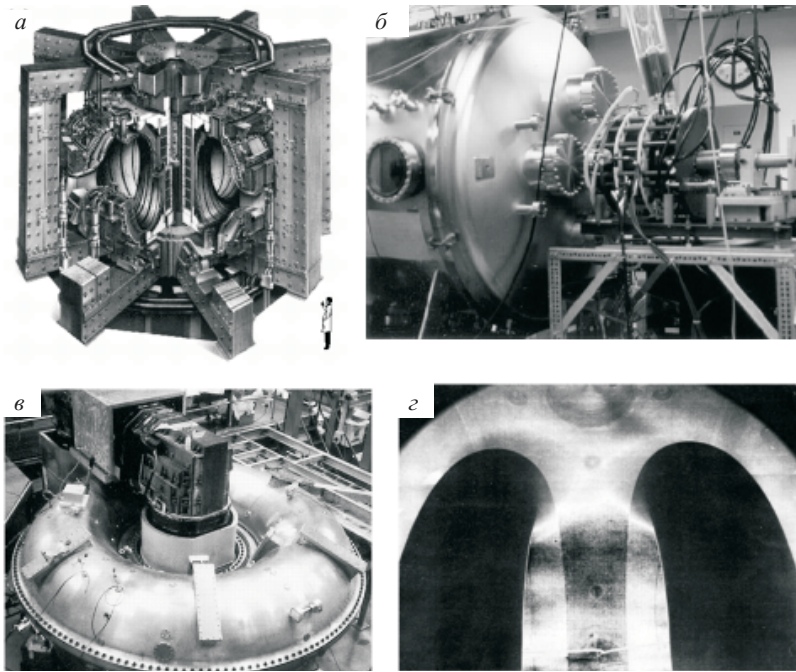


Рис. 1.1. Лабораторная плазма. *а)* Изображение токамака JET, расположенного в Англии. Фигурка в правом нижнем углу дана для масштаба. (Снимок любезно предоставлен Совместным предприятием JET). *б)* Плазменная пушка сферомака в Свартморе (снимок предоставлен М.Р. Брауном). *в)* Пинч-генератор обращённого поля, установленный в Университете шт. Висконсин (снимок Р. Декстера, С. Прейджера и С. Спротта). *г)* Внутренний снимок MRX эксперимента по пересоединению в Лаборатории плазменной физики в Принстоне. В верхней части между двумя тёмными тороидальными кольцами видна магнитная X-линия, обозначенная яркой эмиссией преимущественно в бальмеровской линии  $H_{\alpha}$  водорода (снимок предоставлен М. Ямадой)

(рис. 1.3б). Одновременно оно позволяет объяснить огромную энергию, выделяющуюся в солнечных вспышках. Без привлечения пересоединения невозможно объяснить выход солнечного магнитного потока во время корональных выбросов массы и эруптивных протуберанцев (рис. 1.3а); в противном случае магнитный поток накапливался бы неограниченно в межпланетном пространстве (п. 11.4.1). Пересоединение рассматривают также в качестве возможного механизма нагрева солнечной и звёздных корон до экстремально высоких температур ( $>10^6$  К; рис. 1.3в). Ещё более существенна роль пересоединения в образовании солнечных, звёздных и планетарных магнитных полей. Теория генерации магнитных полей в астрофизике и космической физике основывается почти исключительно на концепции самовозбуждения

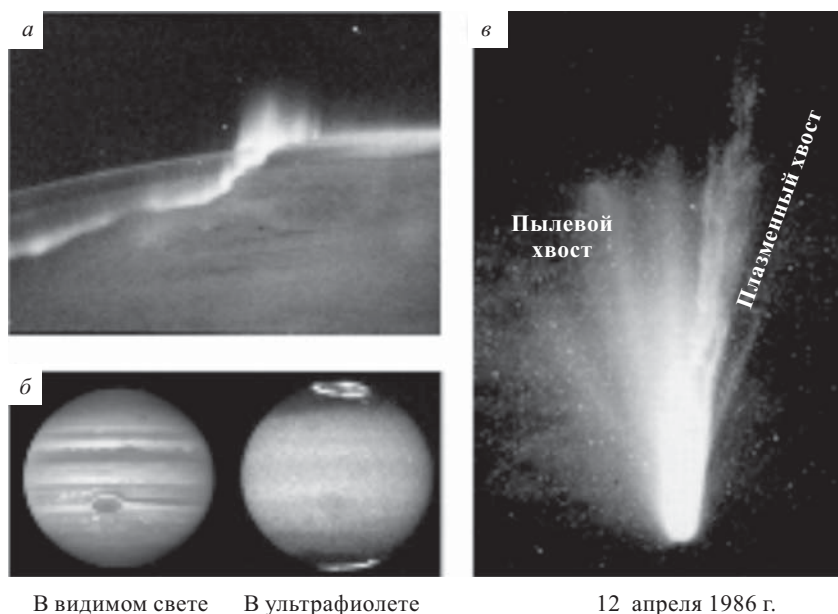


Рис. 1.2. Планеты и кометы. *а)* Южное полярное сияние, сфотографированное над Антарктидой космическим челноком «Дискавери» (НАСА). *б)* Полярное сияние на Юпитере, зарегистрированное широкоугольной планетарной камерой 2 на Космическом телескопе Хаббла. На снимке в ультрафиолете, полученном через 15 мин после снимка в видимом свете, видны авроральные овалы на обоих полюсах (снимок предоставлен Т. Кларком). *в)* Отрыв плазменного хвоста кометы Галлея при её появлении в 1986 г. Изображение получено с 3-минутной экспозицией на Шмидтовском телескопе в Мичигане на Межамериканской обсерватории Серро Тололо (снимок предоставлен Лабораторией реактивного движения НАСА)

магнитного динамо. В механизме динамо сложные движения плазмы со слабым затравочным магнитным полем могут привести к образованию более сильного крупномасштабного магнитного поля. Существенной составляющей такого процесса генерации является пересоединение, так что в этом смысле само существование всех магнитных явлений на Солнце, включая протуберанцы, вспышки, солнечную корону и пятна (рис. 1.3), невозможно без пересоединения (Couling, 1965).

Вопрос о роли пересоединения в плазменных средах за пределами Солнечной Системы остаётся неясным и чисто спекулятивным. Из-за огромных расстояний наблюдения дают очень мало фактов для сопоставления с теорией. Одна из основных причин, почему пересоединение часто привлекают для объяснения таких астрофизических явлений, как звёздные вспышки (рис. 1.4 *а*) или галактические магнитные хвосты — это то, что эти явления могут быть аналогичны таким же процессам

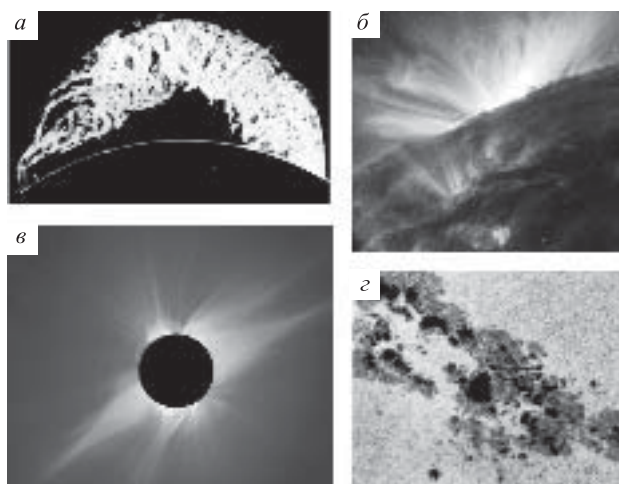


Рис. 1.3. Солнце. *а*) Снимок в  $H_{\alpha}$  выброса гигантского протуберанца (известного под именем «дедушка») 4 июня 1946 г. (опубликовано с разрешения обсерватории НАО — High Altitude Observatory). *б*) Рентгеновское изображение западного лимба Солнца в линии Fe IX/X, полученное на спутнике TRACE (Transition Region and Coronal Explorer) 24 апреля 1998 г. На лимбе видна система послевспышечных петель, а на переднем плане в центре — яркая рентгеновская «точка». И то, и другое, по-видимому, является результатом пересоединения (снимок предоставлен А. Тайтлом и Л. Голубом). *в*) Фотография солнечной короны, полученная в штате Нижняя Калифорния в Мексике во время полного солнечного затмения 11 июля 1991 г. (снимок С. Альберса). *г*) Солнечные пятна (снимок предоставлен Национальной солнечной обсерваторией Сакраменто Пик, Нью Мехико)

в солнечной короне и земной магнитосфере. Однако пересоединение привлекается также и для объяснения вязкой диссипации в аккреционных дисках (рис. 1.4б), для которых не существует аналогов в Солнечной Системе. Оно может даже участвовать в образовании хондрических включений в некоторых типах метеоритов (рис. 1.4г). Наиболее популярная в настоящее время теория утверждает, что такие включения могли образоваться за счёт пересоединения в аккреционных дисках, существовавших на ранних стадиях формирования Солнечной Системы. Согласно этой теории пересоединение магнитных полей в заполненном пылью диске приводило к вспышкам в досолнечной туманности, в которых пылевые частицы спекались, образуя вкрапления, часто обнаруживаемые в углеродосодержащих метеоритах.

Благодаря тому что магнитное пересоединение наблюдается в широком многообразии плазменных сред, оно представляет собой объект исследования самых разных дисциплин, занимающихся изучением фундаментальных плазменных процессов. Особенно востребованным

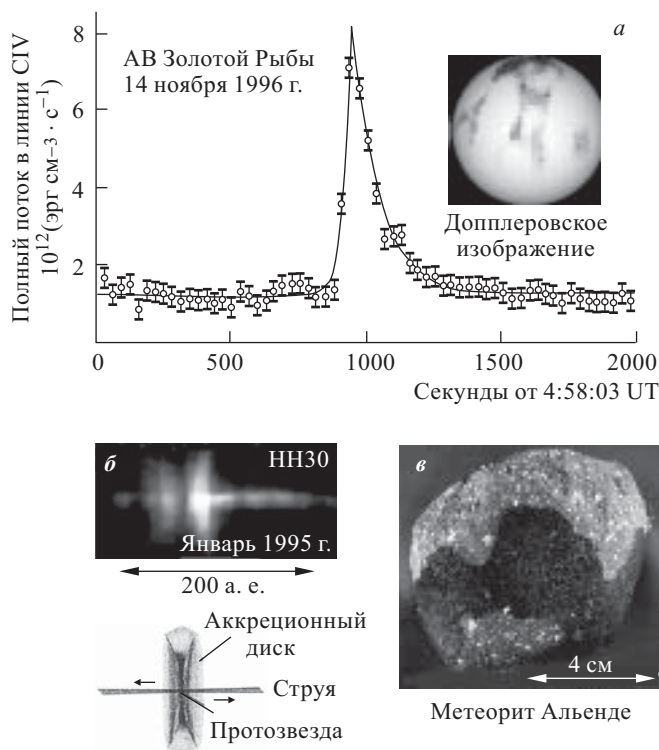


Рис. 1.4. Астрофизика. *а)* Световая кривая в ультрафиолетовой линии углерода C IV, полученная с помощью космического телескопа Хаббла от импульсной вспышки на АВ Золотой Рыбы (Vilhu et al., 1998). На вставке показано доплеровское изображение АВ Золотой Рыбы, построенное для другой даты по фотосферным спектральным линиям за период в несколько часов. Тёмные участки представляют собой сильно намагниченные области, являющиеся звёздным аналогом солнечных пятен (снимок предоставлен А. Камероном). *б)* Полученное с помощью космического телескопа Хаббла изображение аккреционного диска вокруг протозвёздного объекта HH-30, находящегося на расстоянии 450 световых лет в созвездии Тельца. Диск виден со стороны края, и образующая его звезда освещает как верхнюю, так и нижнюю поверхность диска. Сама звезда скрыта позади наиболее плотных частей диска (снимок предоставлен К. Берроузом). *в)* Часть метеорита Альенде, упавшего в районе Чихуахуа, Мексика, 8 февраля 1969 г. Метеорит содержит хондритовые включения, которые, предположительно, образовались в результате небулярных вспышек в аккреционном диске, окружавшем Солнце при его образовании (снимок предоставлен Е.А. Кингом)

является теоретическое исследование пересоединения, поскольку оно включает в себя нелинейные, неидеальные процессы в заведомо сложных топологиях.

### 1.1. Истоки теории пересоединения

С тех пор как механизм магнитного пересоединения был впервые предложен в 40-х годах, интерес к нему непрерывно возрастал. Это обусловлено разными причинами, однако основной из них стало понимание того, что пересоединение необходимо для объяснения эффективного выделения энергии, накопленной в планетарных, солнечных, звёздных и астрофизических магнитных полях.

В МГД теории процессы преобразования магнитной энергии в другие её виды могут быть идеальными или неидеальными. Идеальные процессы, такие как идеальная изгибная неустойчивость, приводят к преобразованию магнитной энергии в кинетическую без магнитной диссипации, тогда как неидеальные, например, магнитное пересоединение, могут преобразовывать магнитную энергию в кинетическую энергию и тепло. Из-за отсутствия диссипации идеальные процессы не способны генерировать тепло (т.е., увеличивать энтропию). Тем не менее на практике они создают волны сжатия, крутизна которых нелинейно растёт, приводя к образованию ударных волн, как бы мала ни была диссипация. Таким образом диссипация в таких ударных волнах является важным неидеальным процессом, который преобразует энергию движения идеальной плазмы в тепло.

В космофизике различие между идеальными и неидеальными процессами имеет большое значение, поскольку простые оценки показывают, что магнитная диссипация развивается на много порядков медленнее, чем наблюдаемые динамические явления. Например, выделение в солнечных вспышках магнитной энергии, накопленной в короне, происходит за период 100 с. Для сравнения, время магнитной диссипации на глобальном масштабе  $10^5$  км составляет порядка  $10^6$  лет. Такие явления, как солнечная вспышка и магнитная суббуря требуют, чтобы значительная часть накопленной магнитной энергии была преобразована в течение нескольких характерных альфвеновских временных масштабов. Такие короткие временные масштабы легко достижимы в идеальных МГД процессах, но не в неидеальных. Хотя идеальные МГД процессы могут привести к быстрому энерговыделению, количество выделенной энергии редко бывает значительным из-за топологических ограничений, обусловленных отсутствием диссипации. Магнитное же пересоединение не связано с топологическими ограничениями и таким образом количество выделенной магнитной энергии может быть существенно больше (Кайвелсон и Рассел, 1995).

Одна из принципиальных задач теории пересоединения — объяснить, каким образом пересоединение может происходить на достаточно коротких временных интервалах (хотя, как указано в гл. 8, в последнее время приоритет сместился в сторону изучения трёхмерных аспектов пересоединения). В историческом плане существует два подхода. Первый, основанный на кинетической теории плазмы, заключается в по-



исках механизма аномальной резистивности, позволяющего объяснить быструю диссипацию. Второй подход (и главный в данной книге) основан на теории МГД и заключается в обнаружении такой геометрической конфигурации, которая бы существенно сокращала эффективное время диссипации. При анализе тех или иных конкретных явлений часто используют оба подхода.

Например, в качестве механизма пересоединения в геомагнитном хвосте в момент начала авроральной суббури предлагается рассматривать ионную тиринг-моду в рамках корпускулярно-волновой теории (§ 10.5). Однако для возникновения ионной тиринг-моды прежде всего необходимо, чтобы токовый слой в геомагнитном хвосте был существенно тоньше, чем обычно. Обычная ширина токового слоя составляет порядка 7000 км (примерно один земной радиус), однако ионная тиринг-мода эффективна лишь при ширине около 200 км (примерно один ионный гирорадиус). Недавние наблюдения, свидетельствующие о том, что такое утоньшение токового слоя действительно происходит в момент начала суббури, побудили исследователей к созданию МГД моделей, объясняющих, каким образом оно связано с условиями в направленном к Земле потоке солнечного ветра (§ 10.5).

Начало изучению процесса магнитного пересоединения было положено в работах Р. Джованелли (Giovanelli, 1946) и Ф. Хойла (Hoyle, 1949), которые высказали предположение, что магнитные нулевые X-точки могут служить местом нагрева и ускорения плазмы в солнечных вспышках и авроральных суббурях. Вероятно их интерес к X-точкам был обусловлен тем, что магнитное поле препятствует ускорению частиц, если только электрическое поле не содержит компоненту, параллельную магнитному полю. Первые исследователи полагали, что электроны быстро замыкают накоротко любое параллельное электрическое поле, так что магнитные нулевые области (или точки) считались наиболее благоприятным местом ускорения частиц. Магнитные нулевые точки обычно возникают там, где существует два или более источников магнитного поля как, например, Солнце и Земля. Если вблизи такой нулевой точки существует электрическое поле, то заряженные частицы в нём будут испытывать ускорение до тех пор, пока не переместятся в область, где магнитное поле более не является пренебрежимо малым. В настоящее время такое представление несколько устарело, так как с тех пор было предложено множество механизмов ускорения, не связанных с нулевой точкой (см., например, (Lyons and Williams, 1984) или (Tandberg-Hanssen and Emslie, 1988)). Эти механизмы основаны на использовании неоднородных в пространстве, а иногда и во времени, магнитных полей (см. гл. 13).

Каулинг (Couling, 1953) показал, что если солнечная вспышка обусловлена омической диссипацией, то для её энергоснабжения достаточно токового слоя толщиной всего несколько метров. Затем ученик Хойла Дж. Данджи (Dungey, 1953) обнаружил, что такой токовый слой действительно может возникать при коллапсе магнитного поля



вблизи нейтральной точки X-типа, и впервые предположил, что «силовые линии могут разрываться и пересоединяться». Он рассматривал самосогласованное поведение поля и частиц в X-точке (см. п. 1.3.1). Такой подход существенно отличается от простого анализа движения заряженных частиц в данной комбинации электрического и магнитного полей. Движущиеся заряженные частицы сами являются источниками электрических и магнитных полей, и эти собственные поля в плазме следует учитывать, сочетая уравнения Максвелла с уравнениями движения Ньютона. Для изучения эффекта таких полей Данджи использовал МГД уравнения для плазмы с пренебрежимо малым давлением газа и обнаружил, что слабые возмущения вблизи нулевой точки приводят к взрывному образованию токового слоя (§ 2.1). Вблизи нулевой точки движения плазмы, вызванные слабым токовым возмущением, приводят к быстрому росту тока, который затем усиливает движения плазмы, создавая эффект положительной обратной связи.

Вслед за новаторской работой Данджи по формированию токовых слоёв П. А. Свит (Sweet, 1958а,б) и Э. Н. Паркер (Parker, 1957) впервые построили простую МГД-модель, объясняющую, каким образом стационарное пересоединение может работать в токовом слое, образующемся в нулевой точке (§ 4.2). На симпозиуме в Стокгольме в 1956 г. Свит (Sweet, 1958а) подчеркнул, что условия вдали от X-точки, а также давление плазмы могут играть существенную роль в формировании токового слоя. Он рассмотрел в качестве модели солнечной вспышки магнитное поле с X-точкой, создаваемое источниками на фотосфере. Если источники сближаются, а магнитное поле остаётся замороженным в плазму, то вокруг нулевой точки образуется узкий «столкновительный слой» (термин, предложенный Свитом). Поле уплощается, а магнитогидростатическое равновесие требует, чтобы давление плазмы внутри «столкновительного», или токового, слоя, было таким же, как внешнее магнитное давление. Избыточное давление выдавливает плазму по краям токового слоя так же, как выдавливается жидкость между сближающимися пластинами. Слушая доклад Свита, Паркер понял, как смоделировать этот процесс в рамках МГД, и вечером того же дня зашёл к нему, чтобы обсудить детали. Паркер вывел законы подобия для рассматриваемых процессов и ввёл в обиход термины «пересоединение силовых линий» и «слияние полей» (Parker, 1957). Позднее Паркер (Parker, 1963) ввёл также термин «аннигиляция магнитных полей» и дал подробное описание механизма. Он смоделировал внутреннее поперечное строение токового слоя и мимоходом высказал смелую мысль, что «было бы полезно проинтегрировать точные уравнения с помощью компьютера». Для корректного решения этой задачи потребовалось почти тридцать лет, и она всё ещё не решена полностью. В той же работе Паркер рассмотрел сжимаемость и другие эффекты, способствующие пересоединению, такие как амбиполярная диффузия и жидкостные неустойчивости. Затем он пытался применить эту количественную модель к солнечным вспышкам,

однако обнаружил, что скорость преобразования магнитной энергии в кинетическую и тепловую в ней слишком мала (по крайней мере в сто раз меньше, чем требуется для вспышки). Для того чтобы объяснить выделение энергии в солнечных вспышках, скорость преобразования должна быть на несколько порядков выше, поэтому модель Свита–Паркера часто называют моделью медленного пересоединения. С тех самых пор, как Свит и Паркер предложили свою модель, не прекращается поиск такого процесса пересоединения, который был бы достаточно быстрым, чтобы действовать в солнечных вспышках.

Как было упомянуто выше, в теории быстрого пересоединения существует два подхода: либо показать, что удельное сопротивление плазмы достаточно велико, либо — что время диссипации достаточно мало. При расчёте скорости пересоединения Свит и Паркер считали, что формула сопротивления Спитцера (1962) применима к солнечной короне. Однако есть основания полагать, что формула Спитцера непригодна для того типа плазмы, который образуется в короне во время вспышки, поскольку она предполагает значительно большее число столкновений между частицами, чем это возможно в солнечной короне и многих других объектах космической и астрофизической плазмы. Таким образом механизм Свита и Паркера может обеспечить достаточно быстрое пересоединение только в сочетании с аномальной резистивностью.

Длина токового слоя в модели Свита и Паркера примерно равна глобальному масштабу длины вспышечной области. Однако Петчек (1964) разработал альтернативную модель, в которой токовый слой имеет длину на много порядков меньше, чем у Свита и Паркера (§ 4.3). Благодаря таким малым размерам токового слоя, модель Петчека даёт скорость пересоединения, близкую к той, что необходима для солнечных вспышек даже с учётом резистивности Спитцера. Таким образом модель Петчека стала первой моделью быстрого пересоединения. С тех пор появилось новое поколение более общих почти однородных (§ 5.1) и неоднородных (§ 5.2) моделей.

Один из наиболее существенных вкладов в теорию пересоединения был сделан примерно в то же время, когда была опубликована классическая работа (Furth et al., 1963), посвящённая тиринг-моду. В этой работе авторы проанализировали устойчивость простого стационарного токового слоя и обнаружили, что при длине слоя, превышающей его ширину, по крайней мере, в  $2\pi$  раз, в нём будет происходить спонтанное пересоединение с образованием магнитных островов (см. гл. 6). Таким образом, если в одних случаях пересоединение происходит как стационарный или квазистационарный процесс (т. е. имеющий характерный временной масштаб модуляции больший, чем время пересоединения), то в других оно представляет собой существенно нестационарный процесс с импульсным и взрывным энерговыделением.

## 1.2. Уравнения магнитогидродинамики

Поскольку имеется множество работ, подробно описывающих вывод уравнений магнитогидродинамики (например (Roberts, 1967; Priest, 1982)), то здесь мы даём лишь их краткий обзор. Ограничения на использование МГД-уравнений, в частности в бесстолкновительной плазме, кратко рассмотрены в § 1.7. В данной работе используются единицы МКС, но их перевод в систему СГС даётся в приложении 2, так что, например, магнитное поле измеряется в теслах, где 1 тесла =  $= 10^4$  гаусс. Для обозначения гаусса используется сокращение G, однако мы избегаем употребления символа T для тесла, чтобы не путать его с обозначением температуры T.

**1.2.1. Основные уравнения.** Уравнения МГД объединяют в себе следующие законы сохранения, полученные из уравнений механики жидкости и электромагнетизма.

*Сохранение массы:*

$$\frac{d\rho}{dt} \equiv \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (1.1)$$

где  $\rho$  — плотность массы,  $\mathbf{v}$  — объёмная скорость потока,  $t$  — время и  $d/dt$  — конвективная производная, обозначающая скорость изменений при движении элемента плазмы.

*Сохранение количества движения:*

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \nabla \cdot \underline{\mathbf{S}} + \mathbf{F}_g, \quad (1.2)$$

где  $p$  — давление плазмы,  $\mathbf{j}$  — плотность тока,  $\mathbf{B}$  — магнитная индукция.  $\underline{\mathbf{S}}$  — тензор вязких напряжений и  $\mathbf{F}_g$  — внешняя сила, например, гравитация. Индукцию ( $\mathbf{B}$ ) обычно называют «магнитным полем», хотя формально магнитное поле — это  $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu$ , где  $\mu$  — магнитная проницаемость в свободном пространстве ( $4\pi \cdot 10^7$  Н м<sup>-1</sup>).

В очень слабых магнитных полях тензор напряжений имеет вид

$$S_{ij} = \rho \left( \zeta - \frac{2\nu}{3} \right) \nabla \cdot \mathbf{v} \delta_{ij} + \rho \nu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (1.3)$$

где  $\nu$  и  $\zeta$  — соответственно коэффициенты кинематического сдвига и объёмной вязкости. Если динамическая вязкость  $\rho\nu$  и объёмная вязкость  $\rho\zeta$  постоянны, то дивергенция этого выражения даёт силу вязкого сопротивления

$$\nabla \cdot \underline{\mathbf{S}} = \rho \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \left( \zeta + \frac{\nu}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}). \quad (1.4)$$

Подставив эту формулу в уравнение (1.2) и пренебрегая силой тяжести и магнитным полем, получим уравнения Навье–Стокса для вязкой среды в стандартном виде. Однако в плазме с заметными магнитными

полями тензор напряжений имеет значительно более сложный вид (см., например, (Брагинский, 1965; Hollweg, 1986)).

*Сохранение внутренней энергии:*

$$\rho \frac{de}{dt} + p \nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot (\underline{\kappa} \cdot \nabla \mathbf{T}) + (\underline{\eta}_e \cdot \mathbf{j}) \cdot \mathbf{j} + Q_\nu - Q_r, \quad (1.5)$$

где

$$e = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho}$$

— внутренняя энергия на единицу массы,  $\underline{\kappa}$  — тензор теплопроводности,  $T$  — температура,  $\underline{\eta}_e$  — тензор удельной проводимости,  $Q_\nu$  — нагрев за счёт вязкой диссипации,  $Q_r$  — потери энергии на излучение и  $\gamma$  — отношение удельных теплоёмкостей. Величину  $Q_\nu$  можно выразить через тензор напряжений следующим образом:

$$Q_\nu = \mathbf{v} \cdot (\nabla \cdot \underline{\mathbf{S}}) - \nabla \cdot (\underline{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{v}). \quad (1.6)$$

Часто в реальных астрофизических условиях и на Солнце мы имеем дело с оптически тонкой плазмой, так что член уравнения (1.5), отвечающий за потери на излучение, можно записать как

$$Q_r = \rho^2 Q(T),$$

где  $Q(T)$  — функция, описывающая изменение радиационных потерь с температурой (рис. 11.9).

*Уравнение Фарадея:*

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.7)$$

где  $\mathbf{E}$  — электрическое поле.

В рамках МГД обычным членом смещения ( $\varepsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$ , где  $\varepsilon_0$  — проницаемость свободного пространства) в уравнениях Максвелла можно пренебречь, так что ток связан с полем ( $\mathbf{B}$ ) посредством

*Закона Ампера:*

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j}. \quad (1.8)$$

Поскольку дивергенция ротора равна нулю, мы получим из уравнения (1.8)  $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ . Таким образом, линии электрического тока не имеют монополярных источников: они образуют замкнутые траектории, если только не являются эргодическими или не уходят в бесконечность. Подставив уравнение (1.8) вместо  $\mathbf{j}$  в уравнение (1.2), мы можем заменить выражение для магнитного поля  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$  на  $-\nabla[B^2/(2\mu)] + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B}/\mu$ .

*Закон Гаусса:*

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (1.9)$$

*Закон Ома:*

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \underline{\eta}_e \cdot \mathbf{j}. \quad (1.10)$$

Во многих случаях достаточно записать тензор удельного электрического сопротивления как  $\underline{\eta}_e = \eta_e \delta_{ij}$ , где  $\eta_e$  (скалярное удельное электрическое сопротивление) — величина, обратная удельной электропроводности  $\sigma$ , чтобы получить

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma}. \quad (1.10a)$$

Здесь  $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$  — уравнение Лоренца для преобразования электрического поля ( $E$ ) в лабораторной системе координат в электрическое поле ( $E'$ ) в системе координат, движущейся вместе с плазмой. Важно отметить, что согласно закону Ома именно электрическое поле ( $E'$ ) в движущейся (а не в лабораторной) системе координат пропорционально величине тока.

*Уравнение состояния:*

$$p = \mathcal{R} \rho T = n k_B T, \quad (1.11)$$

где  $\mathcal{R}$  — универсальная газовая постоянная ( $8300 \text{ м}^2 \text{ с}^{-2} \text{ град}^{-1}$ ),  $n$  — полное число частиц на единицу объёма и  $k_B$  — постоянная Больцмана. Используя  $n$ , получим выражение для плотности

$$\rho = n \bar{m},$$

где  $\bar{m}$  — средняя масса частиц, так что  $k_B/\mathcal{R} = \bar{m}$ . В водородной плазме с плотностью электронов  $n_e$  давление равно

$$p = 2n_e k_B T$$

и плотность плазмы можно записать в виде

$$\rho \approx n_e m_p,$$

где  $m_p$  — масса протонов.

Упомянутая выше система нестационарных уравнений содержит 16 связанных уравнений для 15 неизвестных ( $\mathbf{v}, \mathbf{B}, \mathbf{j}, \mathbf{E}, \rho, p$  и  $T$ ). Таким образом, система может показаться переопределённой. Однако закон Гаусса (уравнение (1.9)) для дивергенции магнитного поля является сравнительно слабым ограничением, которое имеет лишь статус начального условия. Взяв дивергенцию уравнения Фарадея (1.7) и принимая во внимание, что дивергенция ротора всегда равна нулю, получим  $\partial(\nabla \cdot \mathbf{B})/\partial t = 0$ , т. е., если величина  $\nabla \cdot \mathbf{B}$  изначально равна нулю, то она и останется равной нулю. Таким образом, при бездивергенционных начальных условиях закон Гаусса следует из уравнения Фарадея. Интересно отметить, что стационарная версия этих уравнений имеет другую математическую структуру, где  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  становится истинным уравнением, зато уравнение Фарадея (1.7), по существу, представляет лишь два, а не три уравнения, поскольку три уравнения  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$  можно заменить тремя уравнениями  $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$  с одновременным введением дополнительной (шестнадцатой) переменной  $\Phi$ .

**1.2.2. Другие полезные формулы.** Другие полезные формулы можно получить, комбинируя уравнения, рассмотренные выше. Например, переменные  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{j}$  и  $T$  в описанной выше системе уравнений можно легко исключить подстановкой. Поэтому оставшиеся восемь неизвестных ( $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $p$  и  $\rho$ ) обычно считаются главными переменными в магнитогидродинамике. Например, объединив уравнение Фарадея с уравнениями Ампера и Ома, получим

*Уравнение индукции:*

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}),$$

где  $\eta = (\mu\sigma)^{-1} = \eta_e/\mu$  — коэффициент магнитной диффузии. Если величина  $\eta$  постоянна, то

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (1.12)$$

Это основное уравнение, описывающее поведение магнитного поля в теории МГД и позволяющее определить его величину  $\mathbf{B}$ , если известна скорость плазмы  $\mathbf{v}$ . В электромагнитной теории для неподвижных проводников электрический ток и электрическое поле являются главными переменными, причём величина тока определяется электрическими полями. В такой фиксированной системе величина магнитного поля представляет собой вторичную переменную, получаемую из величины тока. Однако физическая основа теории МГД совершенно иная, поскольку здесь скорость плазмы  $\mathbf{v}$  и величина магнитного поля  $\mathbf{B}$  являются главными переменными и определяются из уравнений индукции и движения, тогда как плотность тока  $\mathbf{j}$  и электрическое поле  $\mathbf{E}$  — вторичные параметры, которые можно при необходимости вывести из уравнений (1.8) и (1.10a) (Parker, 1996).

В бесстолкновительной плазме с сильным магнитным, но относительно слабым электрическим полем коэффициент магнитной диффузии можно приблизительно представить в виде уравнения Спитцера (Spitzer, 1962; Schmidt, 1966), а именно:

$$\eta_{\perp} = \frac{c^2 e^2 m_e^{1/2}}{3(2\pi)^{3/2} \epsilon_0} \ln \Lambda (k_B T_e)^{-3/2} = 1,05 \cdot 10^8 T_e^{-3/2} \ln \Lambda \text{ м}^2 \text{с}^{-1}, \quad (1.13)$$

где  $m_e$  — масса электрона,  $T_e$  — электронная температура и  $\ln \Lambda$  — кулоновский логарифм (Holt and Haskell, 1965), приблизительно равный

$$\ln \Lambda = \begin{cases} 16,3 + \frac{3}{2} \ln T - \frac{1}{2} \ln n, & T < 4,2 \cdot 10^5 \text{ К}, \\ 22,8 + \ln T - \frac{1}{2} \ln n, & T > 4,2 \cdot 10^5 \text{ К}. \end{cases} \quad (1.14)$$

В последнем выражении уравнения (1.13) плазма считается водородной. Индекс  $\perp$  означает, что в уравнении (1.13) рассматривается удельное сопротивление в направлении, перпендикулярном магнитному

полю. Если ток течёт вдоль поля или если плазма не намагничена, то коэффициент магнитной диффузии в направлении, параллельном магнитному полю, равен  $\eta_{\parallel} \approx \eta_{\perp}/2$ .

Поскольку теория столкновений, используемая для решения уравнения (1.13), представляет собой разложение в степенной ряд первого порядка, то она справедлива только при  $\ln \Lambda \gg 1$ . В лабораторной плазме величина  $\ln \Lambda$  обычно составляет около 10, в солнечной короне — около 20, а в магнитосфере — около 30. Таким образом, коэффициенты переноса, такие, как в уравнении (1.13), имеют точность всего несколько процентов. Условие слабого электрического поля означает, что оно должно быть меньше поля Дрейсера ( $E_D$ ) для убегающих электронов (см. уравнение (1.66)), а условие сильного магнитного поля требует, чтобы гирорадиус электронов был существенно меньше средней длины свободного пробега ( $\lambda_{mfp}$ ) для электронно-ионных соударений.

Если  $V_0$  и  $L_0$  — характерные значения скорости и длины соответственно, то отношение первого члена в правой части уравнения (1.12) ко второму даёт, с точностью до порядка величины, магнитное число Рейнольдса

$$R_m = \frac{L_0 V_0}{\eta}.$$

Так, например, в солнечной короне над активной областью, где  $T \approx 10^6$  К,  $\eta \approx 1 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$ ,  $L_0 \approx 10^5$  м,  $V_0 \approx 10^4 \text{ м с}^{-1}$ , мы получим  $R_m \approx 10^9$  и, следовательно, второй член в правой части уравнения (1.12) становится ничтожно малым. В свою очередь уравнение (1.10а) сводится к виду  $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  с очень высокой степенью аппроксимации. Это справедливо для плазмы почти повсюду в солнечной атмосфере и, более того, почти повсюду во Вселенной. Единственным исключением являются те области (например, токовые слои), где характерный масштаб длины исключительно мал — настолько, что  $R_m \lesssim 1$  и второй член в правой части уравнений (1.10а) и (1.12) становится существенным.

Если  $R_m \ll 1$ , то уравнение индукции принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (1.15)$$

и таким образом  $\mathbf{B}$  определяется уравнением диффузии, а значит вариации (неоднородности) поля с характерным размером  $L_0$  диффундируют с характерным масштабом времени

$$\tau_d = \frac{L_0^2}{\eta}. \quad (1.16)$$

Это выражение можно легко получить, уравнивая по порядку величины обе части уравнения (1.15). Соответственно скорость магнитной диффузии этих неоднородностей в плазме составляет

$$v_d = \frac{L_0}{\tau_d} = \frac{\eta}{L_0}. \quad (1.17)$$

При  $\eta \approx 1 \text{ м}^2\text{с}^{-1}$  и  $L_0 = 10^8 \text{ м}$  время распада солнечного пятна должно составлять 30000 лет, поэтому процесс, в котором солнечные пятна исчезают за несколько недель, не может быть просто диффузией. Следует заметить, что соответствующая скорость вязкой диффузии, получаемая из уравнения движения с учётом сил вязкости, составляет  $v_D = \nu / L_0$ .

Главная причина того, почему для разных явлений величина  $R_m$  различна, заключается в изменении соответствующего масштаба длины  $L_0$ . При  $R_m \gg 1$  уравнение индукции принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

Хотя при решении уравнений МГД обычно пренебрегают электрическим полем и плотностью тока, впоследствии часто бывает полезно их определить. В этой связи целесообразно ввести понятия электрического скалярного потенциала  $\Phi$  и магнитного векторного потенциала  $\mathbf{A}$ . Определяя  $\mathbf{A}$  как  $\mathbf{B} = \nabla \mathbf{A}$  (с точностью до калибровки), можно записать уравнение Фарадея и закон Ампера в виде

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi, \quad (1.18)$$

$$\mathbf{j} = -\frac{\nabla^2 \mathbf{A}}{\mu}, \quad (1.19)$$

где принята кулоновская калибровка ( $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ ).

Иногда бывает полезно переписать уравнение сохранения количества движения с учётом завихрённости в жидкой среде  $\omega$ , где  $\omega \equiv \nabla \times \mathbf{v}$ . Поделив уравнение (1.2) на плотность ( $\rho$ ), считая  $\rho\nu$  и  $\rho\zeta$  постоянными и взяв ротор, мы получим с помощью обычных векторных тождеств

*Уравнение завихрённости:*

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} = & (\omega \cdot \nabla) \mathbf{v} - \omega (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \rho^{-2} (\nabla \rho \times \nabla p) + \rho^{-1} [(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{j} - (\mathbf{j} \cdot \nabla) \mathbf{B}] + \\ & + \nu \nabla^2 \omega - \rho^{-2} \nabla \rho \times [\mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho (\zeta + \nu/3) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v})], \end{aligned} \quad (1.20)$$

где ротор члена  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$  упрощён, поскольку дивергенция как  $\mathbf{j}$ , так и  $\mathbf{B}$  равна нулю. Допустим также, что внешняя сила такова, что  $\nabla \times (\mathbf{F}_g / \rho) = 0$ . Это выражение справедливо, например, если  $\mathbf{F}_g = \rho \mathbf{g}$  при  $\mathbf{g} = \text{const}$ . Третий член в правой части уравнения (1.20) называют иногда членом Крокко (Milne-Thomson, 1960); в жидкости с постоянной и равномерной энтропией он обращается в ноль, так что  $p$  зависит только от  $\rho$ . Уравнение завихрённости в общем виде (1.20) обычно упрощают, принимая одно или несколько дополнительных допущений. Например, в несжимаемой двумерной системе с равномерно распре-



делённой плотностью  $\rho$ ,  $\mathbf{B} = (B_x, B_y, 0)$  и  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, 0)$  уравнение завихрённости сводится к виду

$$\frac{d\omega}{dt} = \nu \nabla^2 \omega + (\mathbf{B} \cdot \nabla) j, \quad (1.21)$$

где  $\omega = \omega \hat{\mathbf{z}}$  и  $\mathbf{j} = j \hat{\mathbf{z}}$ . Из уравнения (1.21) видно, что при таких допущениях завихрённость обусловлена изменением плотности тока  $j$  вдоль силовых линий, тогда как вязкость способствует её диссипации.

Поток энергии в системе — это один из наиболее важных параметров для понимания её физических свойств. Теория МГД полезна даже применительно к тем плазменным средам, где она является всего лишь приближением, поскольку она даёт представление об энергетике системы, в особенности, если мы имеем дело со сложной геометрией. В связи с этим, особенно полезное уравнение можно получить, объединив основные уравнения п. 1.2.1, а именно

*Уравнение полной энергии*

$$\frac{dw}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F}_g - Q_r, \quad (1.22)$$

где плотность полной энергии ( $w$ ) равна

$$w = \rho \left( e + \frac{v^2}{2} \right) + \frac{B^2}{2\mu}, \quad (1.23)$$

а поток энергии ( $\mathbf{q}$ ) определяется из уравнения

$$\mathbf{q} = \left[ \rho \left( e + \frac{v^2}{2} \right) + p \right] \mathbf{v} - \underline{\kappa} \cdot \nabla T - \mathbf{v} \cdot \underline{\mathbf{S}} + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu}. \quad (1.24)$$

Полная процедура вывода этих уравнений изложена в работе (Roberts, 1967).

Другое полезное выражение для энергии можно получить из уравнения (1.5), если вместо внутренней энергии использовать энтропию  $s$ , а именно

*Уравнение энтропии:*

$$\rho^\gamma \frac{d}{dt} \left( \frac{p}{\rho^\gamma} \right) = (\gamma - 1) \left[ \nabla \cdot (\underline{\kappa} \cdot \nabla T) + \frac{j^2}{\sigma} - Q_r + Q_\nu \right], \quad (1.25)$$

где  $p/\rho^\gamma$  связано с энтропией ( $s$ ) выражением

$$s = c_v \ln \left( \frac{p}{\rho^\gamma} \right) + \text{const}$$

$c_v = \mathcal{R}/(\gamma - 1)$  — удельная теплоёмкость при постоянном объёме.

**1.2.3. Общепринятые приближения.** На практике во многих случаях некоторые члены в полной системе МГД уравнений ничтожно малы. Можно или нет пренебречь тем или иным членом, часто определяют путём грубой оценки, используя вместо временного и про-

странственного дифференциалов характерные временной и пространственный масштабы. Если один член на несколько порядков величины меньше другого, то им обычно пренебрегают. Однако такая процедура небезопасна, так как даже малые члены могут иметь большое значение. Классическим примером того, как игнорирование малого члена приводит к неверному результату, является парадокс Д'Аламбера относительно потока в пограничном слое. Д'Аламбер показал, что решение уравнений движения жидкости без учёта членов вязкости (уравнений Эйлера) не всегда даёт тот же результат, что и решение, при котором учитываются члены вязкости (уравнения Навье–Стокса), а затем вязкость полагается стремящейся к нулю. Это расхождение обусловлено тем, что вторая процедура допускает образование разрывов, а первая — нет. Тем не менее сравнение величины разных членов в уравнении полезно, так как даёт физическое представление о значимости разных сил, действующих в плазме.

Таблица 1.1. Обычно используемые безразмерные числа

Число Рейнольдса $R_e \equiv \frac{V_0}{v_D}$ , где $v_D = \frac{\nu}{L_0}$	Магнитное число Рейнольдса $R_m \equiv \frac{V_0}{v_d}$ , где $v_d = \frac{\eta}{L_0}$
Плазменная бета $\beta \equiv \frac{2\mu p}{B^2}$	Число Лундквиста $L_u \equiv \frac{v_A}{v_d}$ , где $v_A = \frac{B}{\sqrt{\mu\rho}}$
Число Прандтля $P_r \equiv \frac{\nu}{\varkappa}$	Магнитное число Прандтля $P_m \equiv \frac{\nu}{\eta}$
Число Маха $\bar{M} \equiv \frac{V_0}{c_s}$ , где $c_s \equiv \sqrt{\gamma RT}$	Альфвеновское число Маха $M \equiv \frac{V_0}{v_A}$

Величину разных членов обычно выражают безразмерными числами, как это сделано в табл. 1.1. Здесь  $V_0$  — характерная скорость,  $L_0$  — характерная длина,  $v_D$  — характерная скорость вязкой диффузии,  $v_d$  — характерная скорость магнитной диффузии,  $v_A$  — альфвеновская скорость и  $c_s$  — скорость звука. Другие безразмерные числа, используемые в магнитогидродинамике и динамике жидких сред, даны в работах (Priest, 1982; Lighthill, 1978).

Существует по крайней мере дюжина различных приближений, используемых для системы уравнений МГД. Наиболее известные из них — несжимаемость ( $\rho = \text{const}$  или  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ ), стационарное состояние ( $\partial/\partial t = 0$  для всех переменных), приближение Буссинеска (отфильтровывание звуковых волн путём включения вариаций плотности только в гравитационный член в уравнении движения), изотермическое состояние ( $T = \text{const}$  или большое значение  $\varkappa$ ), идеальное МГД состояние ( $R_m \gg 1$ ), невязкое состояние ( $R_e \gg 1$ ), безвихревое (по-

тенциальное) течение ( $\omega = 0$ ), изоэнтропическое состояние ( $s = \text{const}$ ), бессиловое поле ( $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$ ), потенциальное поле ( $\mathbf{j} = \mathbf{0}$ ), сильное магнитное поле ( $\beta \ll 1$ ), слабое магнитное поле ( $\beta \gg 1$ ), сверхзвуковое течение ( $\bar{M} > 1$ ), дозвуковое течение ( $\bar{M} < 1$ ), одномерное течение, двумерное компланарное течение ( $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}$  лежат в плоскости вариаций), двумерное некомпланарное течение (так называемые уравнения  $2\frac{1}{2} - D$ ) и приближение Страусса для квазидвумерных движений магнитной силовой трубки с сильным аксиальным магнитным полем (см. (Strauss, 1977)).

Допущение несжимаемости часто принимается в целях упрощения, а именно, сначала для понимания какого-либо процесса исключают сложные расчёты, связанные со сжимаемостью, а затем учитывают сжимаемость. Справедливость такого допущения в сжимаемой МГД среде зависит от того, какие члены в уравнении движения являются преобладающими. Рассмотрим адиабатическое изменение, для которого вариации плотности и давления ( $\delta\rho$  и  $\delta p$ ) связаны соотношением

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{1}{\gamma} \frac{\delta p}{p}.$$

Тогда, если преобладающими являются градиент давления и инерционный член (например, если  $\beta \gg 1$ ), то  $\delta p \approx \rho v \delta v$  и, таким образом, условие  $\delta\rho/\rho \ll \delta v/v$  принимает вид

$$v \ll c_s.$$

С другой стороны, если существует баланс между градиентами давления и силами Лоренца, так что  $\delta p \approx \delta[B^2/(2\mu)]$ , то условие  $\delta\rho/\rho \ll \delta B/B$  имеет вид

$$\beta \gg \frac{2}{\gamma}.$$

Другими словами, сжимаемость имеет значение в первом случае для быстрых потоков и во втором — для плазмы с низким значением  $\beta$ .

### 1.3. Нулевые точки и токовые слои

Нейтральными или нулевыми точками называют места, где магнитное поле исчезает. Как сказано в § 1.1, это характерно для магнитных полей, имеющих несколько источников (например, для поля, образуемого двумя прямыми магнитами). Нейтральная точка возникает независимо от того, является ли намагниченная среда проводящей плазмой или нейтральным газом. Однако этого нельзя сказать о токовом слое. Обычно токовый слой представляет собой тонкий токопроводящий слой, при пересечении которого магнитное поле меняет направление, величину или и то, и другое. Поскольку, по определению, токовый слой содержит ток, он может существовать только в проводящей среде, например, в плазме. Нулевые точки в плазме, как правило, приводят

к образованию токовых слоёв. Для начала рассмотрим оба эти понятия в элементарном двумерном представлении. Более сложное трёхмерное представление обсуждается ниже в гл. 8.

**1.3.1. Двумерные нейтральные точки.** Если мы разложим двумерное поле  $(B_X, B_Y)$  вблизи нейтральной точки в ряд Тэйлора и возьмём только линейные члены первого порядка, то получим компоненты поля в виде

$$B_X = bX + 2cY, \quad (1.26)$$

$$B_Y = -2aX + dY, \quad (1.27)$$

где  $a, b, c$ , и  $d$  — случайные постоянные (множитель 2 введён для упрощения конечного результата). Условие  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  означает, что

$$d = -b.$$

С учётом функции магнитного потока ( $A$ ) компоненты поля равны

$$B_X = \frac{\partial A}{\partial Y}, \quad B_Y = -\frac{\partial A}{\partial X}. \quad (1.28)$$

Тогда из уравнений (1.26) и (1.27) получим соответствующее выражение для функции потока

$$A = aX^2 + bXY + cY^2, \quad (1.29)$$

где случайная постоянная интегрирования выбрана таким образом, чтобы  $A$  обращалось в нуль в начале координат.

Дальнейшее упрощение достигается поворотом осей  $XY$  на угол  $\theta$  для получения новых осей  $xy$ , так чтобы

$$X = x \cos \theta - y \sin \theta, \quad Y = x \sin \theta + y \cos \theta.$$

Подстановка этих выражений в уравнение (1.29) даёт

$$A = \frac{1}{2} [(a + c) + b \sin(2\theta) + (a - c) \cos(2\theta)]x^2 + [(c - a) \sin(2\theta) + b \cos(2\theta)]xy + \frac{1}{2} [(a + c) - b \sin(2\theta) - (a - c) \cos(2\theta)]y^2. \quad (1.30)$$

Затем, если выбрать такой угол  $\theta$ , чтобы

$$\operatorname{tg}(2\theta) = \frac{b}{a - c},$$

то член  $xy$  обращается в нуль и остаётся выражение для функции потока в виде

$$A = \frac{B_0}{2L_0} (y^2 - \bar{\alpha}^2 x^2), \quad (1.31)$$

где

$$\frac{B_0}{L_0} = (a + c) - \sqrt{b^2 + (a - c)^2}, \quad \bar{\alpha}^2 = \frac{\sqrt{b^2 + (a - c)^2} + (a + c)}{\sqrt{b^2 + (a - c)^2} - (a + c)}$$

и  $L_0$  — характерная длина, на которой происходят вариации поля. Соответствующие компоненты поля равны

$$B_x = B_0 \frac{y}{L_0}, \quad B_y = B_0 \bar{\alpha}^2 \frac{x}{L_0},$$

так что  $B_x$  обращается в нуль на оси  $x$ , а  $B_y$  — на оси  $y$ .

Силовые линии описываются кривыми

$$A = \text{const}.$$

Согласно уравнению (1.31), при  $\bar{\alpha}^2 < 0$  силовые линии должны иметь эллиптическую форму (рис. 1.5 а), и в этом случае точку начала коор-

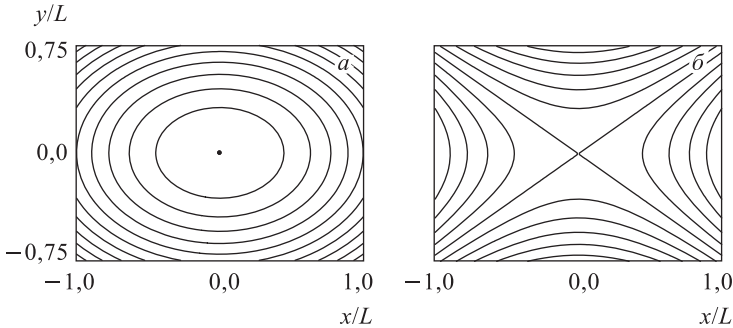


Рис. 1.5. Двумерные нейтральные точки а) О-типа с  $\bar{\alpha}^2 = -0,5$  и б) Х-типа с  $\bar{\alpha}^2 = 0,5$  в уравнении (1.31)

динат называют нейтральной точкой О-типа. Частный случай  $\bar{\alpha}^2 = -1$  соответствует круговым силовым линиям. При  $\bar{\alpha}^2 > 0$  силовые линии имеют гиперболическую форму (рис. 1.5 б), и мы получаем нейтральную точку Х-типа (Х-точку или Х-линию, для краткости). Предельные силовые линии

$$y = \pm \bar{\alpha} x,$$

проходящие через начало координат, известны под названием сепаратрис и наклонены к оси  $x$  под углом  $\pm \text{tg}^{-1} \bar{\alpha}$ . Сепаратрисы расположены в форме буквы Х, от которой и образован термин «нулевая точка Х-типа». Зависимость значения  $\bar{\alpha}$  (а следовательно, и угла между сепаратрисами) от плотности тока можно выразить следующим образом. Взяв ротор  $\mathbf{B}$ , находим

$$\mathbf{j} = -\frac{1}{\mu} \nabla^2 A \hat{\mathbf{z}} = -\left( \frac{B_0}{\mu L_0} \right) (1 - \bar{\alpha}^2) \hat{\mathbf{z}}, \quad (1.32)$$

где  $\hat{\mathbf{z}}$  — направление из плоскости. Таким образом, если плотность тока равна нулю, то  $\bar{\alpha} = 1$  и угол между сепаратрисами равен  $90^\circ$ . В то же время в О-точке  $\bar{\alpha}$  — мнимая величина, а плотность тока всегда ненулевая.

**1.3.2. Токовые слои.** Токовые слои, возникающие в нейтральных точках, относятся к типу так называемых тангенциальных разрывов, хотя могут также иметь место и вращательные разрывы. Так, например, земная магнитопауза (гл. 10) представляет собой преимущественно тангенциальный разрыв в отсутствие пересоединения и вращательный разрыв — во время пересоединения. (Подробнее об МГД-разрывах см. работу Ландау и Лифшица (1984)). Магнитное поле на тангенциальном разрыве тангенциально, а поток плазмы через токовый слой равен нулю. В состоянии равновесия существует баланс полного давления:

$$p_2 + \frac{B_2^2}{2\mu} = p_0 + \frac{B_0^2}{2\mu} = p_1 + \frac{B_1^2}{2\mu}, \quad (1.33)$$

где символами 0, 1 и 2 обозначены значения давления в центре и по краям токового слоя соответственно. В частности, если поле в центре  $B_0$  равно нулю, то мы имеем нейтральный слой. Если давление по краям ( $p_1$  и  $p_2$ ) также равно нулю, то (1.33) сводится к виду

$$\frac{B_2^2}{2\mu} = p_0 = \frac{B_1^2}{2\mu}$$

и, таким образом, если знак поля меняется поперёк токового слоя, то существует поле, точно противоположное, с величиной  $B_2 = -B_1$ . Если магнитное поле в слое расположено вдоль направления  $y$  и меняется в зависимости от  $x$ :

$$\mathbf{B} = B_y(x)\hat{y},$$

то, согласно закону Ампера (1.8),

$$j_z = \frac{1}{\mu} \frac{dB_y}{dx},$$

так что большой градиент  $B_y$  по  $x$  приводит к возникновению сильного тока, направленного вдоль слоя и перпендикулярно магнитному полю. В этой книге мы будем обозначать полуширину и полудлину токового слоя, соответственно, символами  $l$  и  $L$  (см., например, рис. 4.2).

Токовые слои, образованные из тангенциальных разрывов, могут испытывать несколько видов неустойчивостей (Priest, 1982), например, неустойчивость Кельвина–Гельмгольца (Ландау и Лифшиц, 1984). Возьмём простой токовый слой с однородным полем ( $\mathbf{B}_1$ ) и ( $\mathbf{B}_2$ ) и равномерным течением ( $\mathbf{v}_1$ ) и ( $\mathbf{v}_2$ ) по краям. В идеальной несжимаемой плазме неустойчивость Кельвина–Гельмгольца возникает в таком слое, если соблюдается одно из двух условий:

$$\frac{1}{2} \mu \rho (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)^2 > B_1^2 + B_2^2 \quad (1.34)$$

или

$$\frac{1}{2} \left\{ [\mathbf{B}_1 \times (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)]^2 + [\mathbf{B}_2 \times (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)]^2 \right\} > (\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2)^2. \quad (1.35)$$

Первое из этих условий (1.34) предполагает, что токовый слой становится неустойчивым, если кинетическая энергия, определяемая разностью тангенциальных скоростей ( $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ ), превышает магнитную энергию (на единицу объёма). Магнитное поле будет стремиться стабилизировать токовый слой, так как жидкость должна совершать работу, чтобы искривить силовые линии поля. Второе условие (1.35), включающее в себя относительную ориентацию течения и поля, возникает из-за того, что течения, перпендикулярные полю, больше подвержены неустойчивости. В неидеальной плазме токовый слой может быть неустойчивым, даже если условия (1.34) и (1.35) не выполняются. Следует также отметить, что для простого токового слоя с однородными полями и потоками как удельное сопротивление, так и вязкость приводят к его утолщению со временем.

Анализ неустойчивости Кельвина–Гельмгольца почти всегда проводится для одномерного токового слоя с однородными потоками и полями по обе стороны. Однако токовые слои, возникающие в нейтральных точках, имеют конечную длину и крайне неоднородные поток и поле по бокам. Об устойчивости таких слоёв на нейтральных линиях или в нейтральных точках Х-типа известно сравнительно мало.

#### 1.4. Понятия вмерзшего потока и движения силовой линии

Термин «магнитное пересоединение» тесно связан с понятием движения силовой линии, которое впервые ввёл Ханнес Альфвен (1943). Он показал, что в жидкости с большим магнитным числом Рейнольдса ( $R_m \gg 1$ ) силовые линии поля движутся так, как если бы они были «вмерзены в жидкость». Для такой идеальной жидкости закон Ома (1.10а) принимает простой вид  $\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0$ , а уравнение индукции (1.12) сводится к выражению

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1.36)$$

Тогда, если рассматривать кривую  $C$  (ограничивающую поверхность  $S$ ), движущуюся вместе с плазмой, то за время  $dt$  элемент  $d\mathbf{s}$  кривой  $C$  проходит элемент площади  $\mathbf{v} \times d\mathbf{s} dt$ . Скорость изменения магнитного потока через  $C$  равна

$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \int_C \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \times d\mathbf{S}. \quad (1.37)$$

При движении  $C$  меняется магнитный поток из-за изменения магнитного поля во времени (первый член в правой части уравнения (1.37)) и перемещения границы в пространстве (второй член в правой части

уравнения (1.37)). Полагая  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \times d\mathbf{S} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$  и используя теорему Стокса для второго члена, получим выражение

$$\frac{d}{dt} \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_s \left[ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \right] \cdot d\mathbf{S},$$

которое равно нулю для идеальной плазмы. Таким образом полный магнитный поток, проходящий через кривую  $C$  при её движении вместе с плазмой, остаётся постоянным. Иначе говоря, мы доказали закон *сохранения магнитного потока*, а именно: элементы плазмы, первоначально образующие трубку магнитного потока, сохраняются в трубке и в любой более поздний момент времени (рис. 1.6).

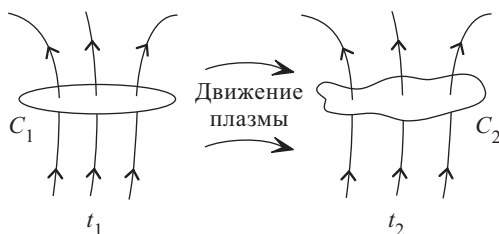


Рис. 1.6. Сохранение магнитного потока: если кривая  $C_1$  деформируется под действием движения плазмы, принимая форму  $C_2$ , то поток, проходящий через  $C_1$  в момент времени  $t_1$ , равен потоку, проходящему через  $C_2$  в момент времени  $t_2$

Существует также закон *сохранения магнитной силовой линии*, а именно: если два элемента плазмы первоначально находятся на одной силовой линии, то они остаются на ней постоянно (рис. 1.7). Предположим, что в момент времени  $t = t_1$  элементы  $P$  и  $P_1$  лежат

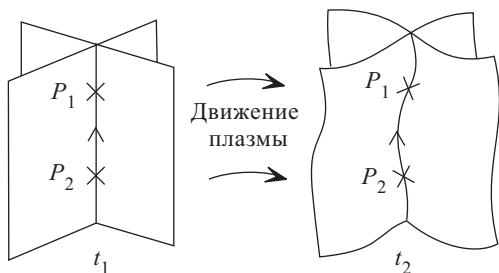


Рис. 1.7. Сохранение магнитной силовой линии: если элементы плазмы  $P_1$  и  $P_2$  находятся на данной силовой линии в момент времени  $t_1$ , то они будут находиться на той же линии в более поздний момент времени  $t_2$ .

на силовой линии, которую можно определить как пересечение двух магнитных трубок. Тогда, в соответствии с законом сохранения маг-



нитного потока, в некоторый более поздний момент ( $t = t_2$ )  $P$  и  $P_1$  будут по-прежнему находиться на обеих трубках, а следовательно, будут лежать на силовой линии, определяемой их пересечением. Таким образом мы установили, что если уравнение (1.36) справедливо, то имеет силу закон сохранения потока, а следовательно, и сохранения силовой линии.

Закон сохранения силовой линии можно также напрямую вывести из (1.36) и (1.1) следующим образом. Применение соответствующего векторного тождества к идеальному уравнению индукции даёт

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{v}). \quad (1.38)$$

Исключив  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  с помощью уравнения непрерывности массы (1.1), получим

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\mathbf{B}}{\rho} \right) = \left( \frac{\mathbf{B}}{\rho} \cdot \nabla \right) \mathbf{v}, \quad (1.39)$$

где  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$  — полная или конвективная производная. Чтобы показать, как этот результат ведёт к выводу о «вмороженности» силовых линий в плазму, рассмотрим элементарный отрезок  $\delta l$  вдоль линии, движущейся вместе с плазмой. Если  $\mathbf{v}$  — скорость плазмы на одном конце этого отрезка, а  $\mathbf{v} + \delta \mathbf{v}$  — скорость на другом его конце, то дифференциальная скорость равна  $\delta \mathbf{v} = (\delta l \cdot \nabla) \mathbf{v}$ . За промежутки времени  $dt$  отрезок  $\delta l$  изменяется со скоростью

$$\frac{d\delta l}{dt} = \delta \mathbf{v} = (\delta l \cdot \nabla) \mathbf{v}.$$

Поскольку это уравнение имеет точно такую же форму, как и (1.39) для вектора  $\mathbf{B}/\rho$ , то из этого с необходимостью следует, что если  $\delta l$  и  $\mathbf{B}/\rho$  были изначально параллельны, они остаются параллельными и в дальнейшем. Таким образом, любые два соседние элемента плазмы на силовой линии остаются всё время на той же линии с расстоянием между ними, пропорциональным  $\mathbf{B}/\rho$ .

Определив  $\mathbf{w}$  как *скорость магнитной силовой линии*, мы можем следующим образом записать *условие вмороженного потока* в идеальной МГД плазме:

$$\mathbf{w} = \mathbf{v}.$$

Составляющая  $\mathbf{w}$  в направлении  $\mathbf{B}$  практически произвольна, поскольку взаимнооднозначное соответствие между силовыми линиями не требует взаимно-однозначного соответствия между лежащими на них точками. Однако обычно принято считать, что  $\mathbf{w} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{B}$ .

Несмотря на то, что понятие движущихся силовых линий впервые появилось в связи с идеальной плазмой, его можно распространить и на неидеальную плазму, хотя его определение и не является однозначным (см. п. 8.1.2). Всё, что требуется для определения скорости силовой линии в резистивной плазме, — это возможность найти скорость  $\mathbf{w}$ , обладающую тем же потокосохраняющим свойством, что и в случае

идеальной МГД плазмы. То есть, значение  $\mathbf{w}$  должно быть таким, чтобы

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{w} \times \mathbf{B}). \quad (1.40)$$

(В п. 8.1.2 мы рассмотрим более общее определение  $\mathbf{w}$ , которое предусматривает сохранение силовой линии, но не обязательно сохранение потока.) Сравнение (1.40) с уравнением Фарадея (1.7) показывает, что  $\mathbf{E}$  можно представить через  $\mathbf{w}$  и потенциал ( $\Phi^*$ ) следующим образом:

$$\mathbf{E} = -\mathbf{w} \times \mathbf{B} - \nabla \Phi^*. \quad (1.41)$$

(Звёздочка после символа  $\Phi$  напоминает читателю, что  $\Phi^*$  — не всегда то же самое, что общепринятое обозначение электростатического потенциала, как в (1.18).) Член  $\nabla \Phi^*$  необходим в (1.41), поскольку в резистивной жидкости  $\mathbf{E}$  может иметь составляющую, параллельную  $\mathbf{B}$ .

Подставляя резистивный закон Ома ( $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{j}/\sigma$ ) в уравнение (1.41) и полагая  $(\mathbf{w} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B} = 0$ , получим следующее выражение для скорости силовой линии в общем виде:

$$\mathbf{w} = \mathbf{v} + \frac{(\mathbf{j}/\sigma + \nabla \Phi^*) \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (1.42)$$

где интегрирование  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = -\mathbf{B} \cdot \nabla \Phi^*$  с учётом уравнения (1.41) даёт

$$\Phi^*(\mathbf{x}, t) = - \int_{x_0}^x \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \Phi_0^*(\mathbf{x}_0, t). \quad (1.43)$$

Интегрирование производится вдоль силовой линии, а  $\Phi_0^*$  представляет собой значение  $\Phi^*$  на исходной плоскости ( $\mathbf{x}_0$ ). Поскольку исходный потенциал ( $\Phi_0^*$ ) является произвольной функцией от  $\mathbf{x}_0$  и  $t$ , то он неоднозначен, а, следовательно, неоднозначна и скорость силовой линии  $\mathbf{w}$ , вообще. Мы рассмотрим этот аспект подробнее в п. 8.1.2. Допущение  $(\mathbf{w} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B} = 0$  сделано для удобства; вообще же смещение точек вдоль силовой линии произвольно. В случае, когда компонента электрического поля, параллельная  $\mathbf{B}$ , отсутствует, уравнение (1.42) сводится к виду

$$\mathbf{w} = \mathbf{v} + \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{\sigma B^2}, \quad (1.44)$$

так как, согласно (1.43), взяв  $\Phi_0^* = 0$  в точке  $\mathbf{x}_0$ , получим  $\nabla \Phi^* = 0$ .

Отметим, что, как следует из (1.42) и (1.44), скорость силовой линии ( $\mathbf{w}$ ) в нулевой точке становится бесконечной. Необходимым условием справедливости уравнения (1.42) является условие, что

$$\Phi^* = - \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1.45)$$

вдоль любой замкнутой силовой линии в плазме (см. (Roberts, 1967, с. 53–57)). Это условие необходимо, потому что иначе при интегрировании вдоль петли появляется множество значений  $\Phi^*$ . Такая многознач-

ность, в свою очередь, может привести к нефизическому результату — скачкообразному изменению некоторых составляющих  $\mathbf{w}$  при достижении начальной точки интегрирования вдоль петли. Стационарная конфигурация всегда удовлетворяет необходимому условию (1.45), в то время как нестационарная конфигурация не обязательно удовлетворяет этому условию. Более подробное и строгое описание скорости силовой линии дано в п. 8.1.2.

Понятие скорости силовой линии полезно также для интуитивной оценки потока электромагнитной энергии в плазме. В ситуациях, когда  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ , вектор Пойнтинга можно представить в виде выражения

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu} = \frac{B^2}{\mu} [\mathbf{w} - (\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{B}})\hat{\mathbf{B}}],$$

которое показывает, что скорость силовой линии, перпендикулярная  $\mathbf{B}$ , — это скорость переноса магнитной энтальпии. Плотность магнитной энтальпии в два раза больше плотности магнитной энергии  $[B^2/(2\mu)]$ , так как она включает работу, произведённую магнитным давлением.

В завершение дискуссии о скорости силовой линии в резистивной плазме приведём два примера, в которых движения силовых линий обусловлены исключительно их диффузией, т. е. происходят в плазме, находящейся в состоянии покоя. В первом примере электрическое поле всюду перпендикулярно  $\mathbf{B}$ , а во втором электрическое поле всюду параллельно  $\mathbf{B}$ .

*Пример 1* ( $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ ).

Рассмотрим цилиндр с однородным аксиальным потоком, в котором

$$\mathbf{B} = B_0 \frac{r}{r_0} \hat{\mathbf{e}}$$

при  $r < r_0$ , как показано на рис. 1.8 *а*. Для простоты примем  $\mathbf{v} = 0$ , так что движения всех силовых линий обусловлены диффузией. Тогда электрическое поле и скорость силовой линии равны

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} = 2\eta \frac{B_0}{r_0} \hat{\mathbf{z}}, \quad \mathbf{w} = \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{\sigma B^2} = -\frac{2\eta}{r} \hat{\mathbf{r}}.$$

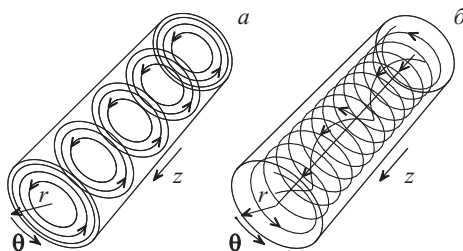


Рис. 1.8. Конфигурация с *а*) круговыми силовыми линиями для примера 1 и *б*) со спиральными силовыми линиями для примера 2

Полученная скорость — это скорость радиального движения силовых линий к началу координат. Это движение показывает, что нулевая точка при  $r = 0$  соответствует стоку магнитного потока. Соответствующий вектор Пойнтинга

$$\mathbf{S} = -\frac{2\eta B_0^2 r}{\mu r_0^2} \hat{\mathbf{r}}$$

указывает на наличие потока магнитной энергии с периферии цилиндра к центру. Такой поток энергии характерен для цилиндра или провода, соединённого с внешним генератором электрического тока, и иллюстрирует непрерывную диссипацию магнитной энергии за счёт омического нагрева в цилиндре.

*Пример 2* ( $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \neq 0$ ).

В данном случае рассмотрим бессиловую трубку магнитного потока (т. е.,  $\mathbf{j}$  параллельно  $\mathbf{B}$ ) с радиусом  $r_0$ , при котором мы имеем чисто азимутальное поле, так что

$$\mathbf{B} = B_0(t)[J_1(\alpha r)\hat{\boldsymbol{\theta}} + J_0(\alpha r)\hat{\mathbf{z}}]$$

при  $r < r_0$ , где  $J_1$  и  $J_0$  — функции Бесселя, величина  $\alpha$  постоянна, а  $\alpha r_0 = 2,40$  — первый нуль функции  $J_0(\alpha r)$ . Такое поле, представленное на рис. 1.8б, было впервые рассмотрено Лундквистом (1951) и обладает свойством  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j} = \alpha \mathbf{B}$ . Снова примем для простоты, что  $\mathbf{v} = 0$ , так что соответствующее электрическое поле равно

$$\mathbf{E} = \frac{\dot{\mathbf{j}}}{\sigma} = \eta \alpha \mathbf{B},$$

что при подстановке в уравнение Фарадея (1.7) даёт

$$\frac{\partial B_0}{\partial t} = -\eta \alpha^2 B_0.$$

Следовательно

$$B_0(t) = B_{00} e^{-\eta \alpha^2 t},$$

где  $B_{00}$  — константа. Из уравнения (1.42) получим скорость силовой линии  $\mathbf{w} = \nabla \Phi^* \times \mathbf{B} / B^2$ , где  $\Phi^* = - \int_C E_{\parallel} dl = -j l / \sigma$ , а  $l$  — продольная

длина, определяемая как  $l = \{1 + [J_1(\alpha r) / J_0(\alpha r)]^2\}^{1/2} z$ . Тогда потенциал  $\Phi^*$  равен

$$\Phi^* = -\eta \alpha B_0 \left( \frac{J_1^2 + J_0^2}{J_0} \right) z.$$

При получении выражения для  $\Phi^*$  мы произвольно взяли  $\Phi_0^*$  равным нулю, так что  $\Phi^*$  исчезает при  $z = 0$ . Выбор постоянного (в данном случае, нулевого) значения  $\Phi_0^*$  гарантирует непрерывность скорости силовой линии при повороте на угол  $\theta$ , однако в действительности

возможны и другие варианты (см. п. 8.1.2). С учётом градиента  $\Phi^*$  получим

$$\nabla\Phi^* = -\eta\alpha B_0 \left[ \frac{J_1^2 + J_0^2}{J_0} \hat{\mathbf{z}} + \alpha z \left( J_1 - \frac{2J_1^2}{\alpha r J_0} + \frac{J_1^3}{J_0^2} \right) \hat{\mathbf{r}} \right]$$

и тогда скорость силовой линии равна

$$\mathbf{w} = \eta\alpha \left\{ \frac{J_1}{J_0} \hat{\mathbf{r}} - \alpha z \left[ \frac{J_1}{J_0} - \frac{2J_1^2}{\alpha r (J_1^2 + J_0^2)} \right] \left( \frac{J_1}{J_0} \hat{\mathbf{z}} - \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \right\}.$$

Теперь движение силовых линий состоит из направленного внутрь радиального движения плюс спиральное движение вдоль и вокруг оси цилиндра. Тот факт, что составляющие скорости по  $z$  и  $\theta$  возрастают с ростом  $z$  свидетельствует об общем расширении силовых линий. Как и в случае расширяющейся Вселенной, силовые линии, более удалённые от области  $z = 0$ , где координаты фиксированы, кажутся движущимися быстрее, чем находящиеся вблизи этой области. В отличие от примера 1 теперь скорость силовой линии в точке  $r = 0$  равна нулю, а не бесконечности, так как здесь больше не существует нулевой линии. Однако скорость всё же становится бесконечной при  $r = r_0$ , там где  $B_z$  равно нулю. На этой поверхности силовые линии образуют замкнутые круги, и необходимое условие (1.45) для существования корректно определённой скорости силовых линий нарушается. Такой проблемы не возникает, если вместо движения силовых линий рассматривать движение поверхностей потока. В данном примере движение силовых линий не связано с потоком Пойнтинга, поскольку повсюду  $\mathbf{E} \times \mathbf{B} = 0$ . Движение представляет собой просто омическое ослабление поля в отсутствие поддерживающего его внешнего источника энергии.

## 1.5. Ударные МГД волны

Поскольку магнитные ударные волны играют важную роль в некоторых механизмах пересоединения (§ 4.3, 5.1, 5.2) и способны эффективно ускорять быстрые частицы (§ 13.3), дадим краткий обзор их основных свойств.

Звуковые волны малой амплитуды распространяются в немагнитной среде без изменения формы, однако при конечной амплитуде гребень волны может двигаться быстрее, чем впадина, в результате чего крутизна волны постепенно увеличивается. В конце концов градиент становится настолько большим, что диссипация начинает играть заметную роль, и волна может принять форму звуковой ударной волны с балансом между эффектом укручения за счёт нелинейного конвективного члена и эффектом уширения за счёт диссипации. Диссипация внутри ударного фронта постепенно преобразует энергию волны в тепло. Эффект прохождения ударной волны состоит в сжатии и нагреве газа.

**1.5.1. Перпендикулярные магнитные ударные волны.** В присутствии магнитного поля в плазме существуют уже три волновые моды, а не одна звуковая, как в плазме без магнитного поля. Если их амплитуды достаточно велики, то альфвеновская волна может распространяться без укручения, а медленная и быстрая магнитоакустические моды (т. е., волны медленной и быстрой мод) могут укрущаться, образуя ударные волны. Вывод соотношений на скачке более сложен, чем для акустической ударной волны, поскольку здесь имеется дополнительная переменная **B**. Векторы **B** и **v** могут отклоняться от нормали ударной волны, и условие возрастания энтропии в звуковой ударной волне заменяется эволюционным условием.

Вначале рассмотрим простой случай перпендикулярной ударной волны, в которой **B** параллельно, а **v** перпендикулярно фронту. В системе фронта ударной волны обозначим цифрами 1 и 2 соответственно переменные перед и за фронтом (рис. 1.9а). Тогда соотношения сохранения (или скачка) массы, момента, энергии и магнитного потока

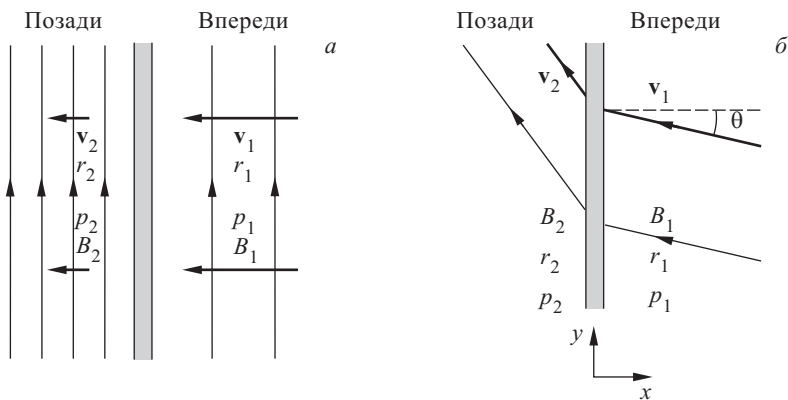


Рис. 1.9. Схематическое изображение а) перпендикулярной и б) наклонной ударной волны

поперёк ударной волны имеют вид

$$\begin{aligned}
 \rho_2 v_2 &= \rho_1 v_1, \\
 p_2 + \rho_2 v_2^2 + \frac{B_2^2}{2\mu} &= p_1 + \rho_1 v_1^2 + \frac{B_1^2}{2\mu}, \\
 \left(p_2 + \frac{B_2^2}{2\mu}\right) v_2 + \left(\rho_2 e_2 + \frac{1}{2} \rho_2 v_2^2 + \frac{B_2^2}{2\mu}\right) v_2 &= \\
 &= \left(p_1 + \frac{B_1^2}{2\mu}\right) v_1 + \left(\rho_1 e_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 + \frac{B_1^2}{2\mu}\right) v_1, \\
 B_2 v_2 &= B_1 v_1,
 \end{aligned} \tag{1.46}$$

где  $e = p/[(\gamma - 1)\rho]$  — внутренняя энергия на единицу массы. Отсюда следует, что

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{X}, \quad \frac{B_2}{B_1} = X, \quad \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{M_1^2} \left(1 - \frac{1}{X}\right) - \frac{1 - X^2}{\beta_1},$$

где  $\beta_1 = 2\mu p_1/B_1^2$ ,  $\overline{M}_1 = v_1/c_{s1}$  — число Маха (отношение скорости ударной волны  $v_1$  к скорости звука  $c_{s1} = (\gamma p_1/\rho_1)^{1/2}$ ), а  $X = \rho_2/\rho_1$  — отношение плотностей, которое является положительным решением уравнения

$$2(2 - \gamma)X^2 + [2\beta_1 + (\gamma - 1)\beta_1\overline{M}_1^2 + 2]\gamma X - \gamma(\gamma + 1)\beta_1\overline{M}_1^2 = 0. \quad (1.47)$$

Из этих уравнений перехода в сочетании с эволюционным условием (изменение, обусловленное малым возмущением, должно быть малым и единственным) следует, что:

- уравнение (1.47) имеет единственный положительный реальный корень, поскольку  $1 < \gamma < 2$ ;
- воздействие магнитного поля приводит к уменьшению значения  $X$  ниже его гидродинамического значения

$$\frac{(\gamma + 1)\overline{M}_1^2}{2 + (\gamma - 1)\overline{M}_1^2};$$

- ударная волна является сжимающей с  $X \geq 1$ ;
- скорость ударной волны  $v_1$  должна превышать скорость быстрой магнитозвуковой волны  $\sqrt{c_{s1}^2 + c_{A1}^2}$  впереди ударной волны;
- магнитное сжатие ограничено в интервале  $1 < B_2/B_1 < (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$ , причём для  $\gamma = 5/3$  верхний предел сжатия равен 4.

**1.5.2. Косые магнитные ударные волны.** Возьмём оси в системе координат, движущейся, как и прежде, вместе с ударной волной, и пусть  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}$  лежат в плоскости  $xy$  (рис. 1.9б). Тогда можно записать следующие соотношения на скачке для массы,  $x$  и  $y$  компонент импульса и магнитного потока:

$$\begin{aligned} \rho_2 v_{2x} &= \rho_1 v_{1x}, \\ p_2 + \frac{B_2^2}{2\mu} - \frac{B_{2x}^2}{\mu} + \rho_2 v_{2x}^2 &= p_1 + \frac{B_1^2}{2\mu} - \frac{B_{1x}^2}{\mu} + \rho_1 v_{1x}^2, \\ \rho_2 v_{2x} v_{2y} - \frac{B_{2x} B_{2y}}{\mu} &= \rho_1 v_{1x} v_{1y} - \frac{B_{1x} B_{1y}}{\mu}, \\ \left[ p_2 + \frac{B_2^2}{2\mu} \right] v_{2x} - \frac{B_{2x}(\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{v}_2)}{\mu} + \left[ \rho_2 e_2 + \frac{\rho_2 v_2^2}{2} + \frac{B_2^2}{2\mu} \right] v_{2x} &= \\ = \left[ p_1 + \frac{B_1^2}{2\mu} \right] v_{1x} - \frac{B_{1x}(\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{v}_1)}{\mu} + \left[ \rho_1 e_1 + \frac{\rho_1 v_1^2}{2} + \frac{B_1^2}{2\mu} \right] v_{1x}, \end{aligned}$$

$$B_{2x} = B_{1x},$$

$$v_{2x}B_{2y} - v_{2y}B_{2x} = v_{1x}B_{1y} - v_{1y}B_{1x}.$$

Теперь если взять оси, движущиеся параллельно ударной волне с такой скоростью, что

$$v_{1y} = v_{1x} \frac{B_{1y}}{B_{1x}}, \quad (1.48)$$

так что  $\mathbf{v}$  параллельно  $\mathbf{B}$ , то уравнения существенно упрощаются, и их решение даёт

$$\frac{v_{2x}}{v_{1x}} = \frac{1}{X}, \quad \frac{v_{2y}}{v_{1y}} = \frac{v_1^2 - v_{A1}^2}{v_1^2 - X v_{A1}^2}, \quad \frac{B_{2x}}{B_{1x}} = 1,$$

$$\frac{B_{2y}}{B_{1y}} = \frac{(v_1^2 - v_{A1}^2)X}{v_1^2 - X v_{A1}^2}, \quad \frac{p_2}{p_1} = X + \frac{(\gamma - 1)X v_1^2}{2\sigma_{s1}^2} \left(1 - \frac{v_2^2}{v_1^2}\right), \quad (1.49)$$

где

$$X = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad c_{s1}^2 = \frac{\gamma p_1}{\rho_1}, \quad v_{A1}^2 = \frac{B_1^2}{\mu \rho_1}, \quad \cos \theta = \frac{v_{1x}}{v_1}, \quad (1.50)$$

и коэффициент сжатия  $X$  является решением уравнения

$$(v_1^2 - X v_{A1}^2)^2 \left\{ X c_{s1}^2 + \frac{1}{2} v_1^2 \cos^2 \theta [X(\gamma - 1) - (\gamma + 1)] \right\} +$$

$$+ \frac{1}{2} v_{A1}^2 \sin^2 \theta X \{ [\gamma + X(2 - \gamma)] v_1^2 - X v_{A1}^2 [(\gamma + 1) - X(\gamma - 1)] \} = 0$$

$$(1.51)$$

Уравнение (1.51) имеет три решения, которые дают медленную ударную моду, альфвеновскую волну и быструю ударную моду; форма соответствующих силовых линий показана на рис. 1.10.

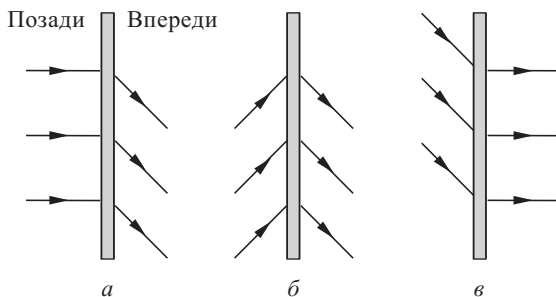


Рис. 1.10. Магнитные силовые линии для особых наклонных волн: а) медленная (с равной нулю тангенциальной компонентой магнитного поля позади разрыва) ударная волна, б) альфвеновская волна и в) быстрая (с равной нулю тангенциальной компонентой магнитного поля впереди разрыва) ударная волна. В каждом случае волна распространяется в область впереди неё справа от заштрихованного ударного фронта



Медленная и быстрая ударные моды обладают следующими свойствами:

- (1) они являются волнами сжатия при  $X > 1$  и  $p_2 > p_1$ ;
- (2) знак  $B_y$  сохраняется, так что  $B_{2y}/B_{1y} > 0$ ;
- (3) для медленной ударной волны  $B_2 < B_1$ , так что  $\mathbf{B}$  преломляется в направлении нормали к ударной волне, а величина  $B$  уменьшается после прохождения ударной волны;
- (4) для быстрой ударной волны  $B_2 > B_1$ , так что  $\mathbf{B}$  преломляется в направлении от нормали, а  $B$  возрастает;
- (5) скорость потока ( $v_{1x}$ ) перед ударной волной больше соответствующей скорости волны, а скорость ( $v_{2x}$ ) позади неё — меньше скорости волны;
- (6) поток, перпендикулярный к ударной волне, замедляется ( $v_{2x} < v_{1x}$ );
- (7) в пределе при  $B_x \rightarrow 0$  быстрая ударная волна становится перпендикулярной, а медленная ударная волна превращается в тангенциальный разрыв, для которого  $v_x$  и  $B_x$  исчезают, а  $v_y$  и  $B_y$  испытывают произвольные скачки, при условии баланса полных давлений [ $p_2 + B_2^2/(2\mu) = p_1 + B_1^2/(2\mu)$ ]

В пределе при  $v_1 = v_{A1}$  и  $X \neq 1$  из уравнения (1.49) следует, что  $B_{2y} = 0$ , и мы имеем особую ударную волну (рис. 1.10 а) Поскольку  $\mathbf{v}_1$  и  $\mathbf{B}_1$  параллельны, это означает, что

$$v_{1x} = \frac{B_{1x}}{\sqrt{\mu\rho}} \quad \text{и} \quad v_{1y} = \frac{B_{1y}}{\sqrt{\mu\rho}}, \quad (1.52)$$

и таким образом ударная волна распространяется с альфвеновской скоростью, определяемой нормальной компонентой магнитного поля, и системой координат, движущейся вдоль ударной волны с альфвеновской скоростью, определяемой параллельной компонентой. Для ударной волны, распространяющейся вдоль  $\mathbf{B}_1$ , мы имеем решение  $X = v_1^2/v_{A1}^2$ , соответствующее быстрой ударной волне (ударная волна включения) (рис. 1.10 в).

При  $v_1 = v_{A1}$  закон сохранения потока даёт  $v_{2y}/v_{1y} = B_{2y}/B_{1y}$ , а уравнения сохранения компоненты  $x$  импульса и энергии сводятся к виду  $p_2 = p_1$  и  $B_{2y}^2 = B_{1y}^2$ . Таким образом, кроме тривиального решения  $\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1$ ) имеем

$$B_{2y} = -B_{1y}, \quad B_{2x} = B_{1x},$$

$$v_{2y} = -v_{1y}, \quad v_{2x} = v_{1x}$$

для альфвеновской волны с конечной амплитудой, которую иногда называют промежуточной волной или вращательным разрывом. Под действием этой волны происходит обращение тангенциальной компоненты магнитного поля, но давление и плотность не меняются.

## 1.6. Классификация двумерного пересоединения

Магнитное пересоединение в двух измерениях можно классифицировать несколькими различными способами:

- (а) столкновительное или бесстолкновительное (см. § 1.7);
- (б) спонтанное или вынужденное; в настоящей книге мы называем спонтанным пересоединение в отсутствие внешнего воздействия (например, в ограниченной области, где отсутствует приток энергии на границе);
- (в) нестационарное (гл. 6 и 7) или стационарное (гл. 4 и 5) — в зависимости от того, изменяется ли конфигурация соответственно быстрее или медленнее по сравнению с временным масштабом  $(L_e/v_e, L_e/c_s, L_e/v_A)$ , характерным для движения плазмы, звуковых волн и альфвеновских волн в системе с размером  $L_e$ ;
- (г) почти однородное пересоединение, когда вся геометрия является преимущественно одномерной с небольшой кривизной, или неоднородное пересоединение (Х-точка), когда основной является геометрия Х-точки, так что втекающее магнитное поле сильно искривлено. К первой группе относятся решения Петчека, Приста-Форбса (1986) и поток в точке стагнации (§ 3.2), а ко второй — модель Приста-Ли (1990) (§ 5.2), численные эксперименты Бискампа (Biskamp, 1986) (§ 5.4) и модель линейной Х-точки.

Однако, поскольку скорость пересоединения является ключевой проблемой, на которой сосредоточено большинство исследований, то и классификация пересоединения должна прежде всего основываться на его скорости. Тогда остальные аспекты, например, столкновительный или бесстолкновительный характер плазмы, должны рассматриваться с точки зрения их влияния на скорость пересоединения. Кроме того, при переходе к 3-х мерному случаю появляются и другие детали, требующие изучения (§ 8.1).

В двумерном приближении скорость пересоединения определяется как скорость, с которой силовые линии движутся через нейтральную точку Х-типа. В системе, в которой магнитное поле и скорость потока лежат в плоскости  $xy$ , силовые линии размыкаются и пересоединяются со скоростью  $\partial A/\partial t$ , как следует из уравнения Фарадея в виде (1.18). То есть для нейтральной точки с координатами  $(x_0, y_0)$

$$\frac{\partial A(x_0, y_0, t)}{\partial t} = -E(x_0, y_0, t).$$

Иными словами, скорость пересоединения напрямую зависит от электрического поля в нейтральной точке.

Как следует из уравнения (1.10а), в устойчивой двумерной конфигурации с компонентами потока и поля  $(v_x, v_y)$  и  $(B_x, B_y)$ , зависящими от  $x$  и  $y$ , электрическое поле  $(E_0)$  имеет только  $z$ -составляющую. По закону Фарадея (1.7) она однородна в пространстве и постоянна

во времени, так что скорость пересоединения можно выразить через поток плазмы в любой точке плоскости следующим образом:

$$E_0 = v_y B_x - v_x B_y + \frac{j}{\sigma},$$

где  $E_0$  — однородное электрическое поле.

Таким образом, для стационарного двумерного пересоединения важны следующие три характерные скорости: *внешняя скорость потока*  $v_e$  на фиксированном глобальном расстоянии  $L_e$  от нейтральной точки, альфвеновская скорость  $v_{Ae} = B_e/(\mu\rho)^{1/2}$ , определяемая соответствующим магнитным полем  $B_e$ , и глобальная скорость магнитной диффузии  $v_{de} = \eta/L_e$ . С помощью этих величин можно получить два независимых безразмерных параметра, а именно *внешнее альфвеновское число Маха*

$$M_e = \frac{v_e}{v_{Ae}}$$

и *глобальное магнитное число Рейнольдса*

$$R_{me} = \frac{v_{Ae}}{v_{de}},$$

определяемое альфвеновской скоростью (иногда его ещё называют числом Лундквиста).

Теперь для простой X-линии, где вне области диффузии плотность тока очень мала, скорость пересоединения можно выразить через скорость плазмы ( $v_e$ ), текущей к нейтральной линии, как

$$E_0 = v_e B_e = M_e v_{Ae} B_e,$$

на расстоянии  $L_e$  от X-точки, где  $v_y = v_e$ ,  $B_x = B_e$ ,  $v_x = 0$ ,  $j = 0$ , а  $v_{Ae}$  и  $B_e$  являются фиксированными величинами. Таким образом, для стационарной системы альфвеновское число Маха  $M_e$  на границе системы является безразмерной мерой скорости пересоединения.

Является ли пересоединение в стационарной системе сверхмедленным, медленным или быстрым, зависит от величины скорости пересоединения ( $M_e$ ) при заданном порядке величины магнитного числа Рейнольдса ( $R_{me}$ ). Хотя в принципе существует множество других безразмерных чисел, с которыми можно сравнивать альфвеновское число Маха ( $M_e$ ), магнитное число Рейнольдса является ключевым параметром, поскольку оно определяет способность магнитных силовых линий диффундировать в плазме. Как показано в предыдущих пунктах, без такой диффузии пересоединение невозможно.

**1.6.1. Сверхмедленное пересоединение ( $M_e < R_{me}^{-1}$ ).** Если конфигурация магнитного поля изменяется только в глобальном масштабе ( $L_e$ ), то уравнение индукции (1.12) даёт скорость плазмы ( $v_e$ ) порядка глобальной скорости диффузии ( $v_{de}$ ), так что альфвеновское число Маха ( $M_e$ ) имеет тот же порядок, что и  $R_{me}^{-1}$ . Если масштаб вариаций магнитного поля меньше, чем  $L_e$ , то  $M_e$  будет больше, чем  $R_{me}^{-1}$ .

Если альфвеновское число Маха значительно меньше, чем  $R_{me}^{-1}$ , то магнитное поле диффундирует практически так же, как в сплошном проводнике, поскольку адвективный член в законе Ома (уравнение 1.10а) становится несущественным. Как указывается в начале этой главы, этот обычный тип магнитной диффузии является исключительно медленным в условиях астрофизической плазмы. Назовём его сверхмедленным пересоединением и рассмотрим подробнее в § 5.3. Одним из примеров сверхмедленного пересоединения является линейное пересоединение [Priest et al., 1994c]. Для его представления линеаризуется поле в простой X-точке, что даёт всплеск тока в начале и токовые слои вдоль сепаратрис. Существует баланс между градиентом давления и силами Лоренца, и на всём протяжении поток движется со скоростью меньше альфвеновской.

**1.6.2. Медленное пересоединение ( $R_{me}^{-1} < M_e < R_{me}^{-1/2}$ ).** Если скорость пересоединения ( $M_e$ ) превышает  $R_{me}^{-1}$ , то адвективный член  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  в уравнении Ома становится существенным. Модель пересоединения для  $M_e > R_{me}^{-1}$  была впервые построена Свитом (Sweet, 1958a) и Паркером (Parker, 1957). Они высказали идею, что пересоединение может происходить в тонком токовом слое с толщиной ( $l$ ) значительно меньше глобального масштаба длины ( $L_e$ ). Плазма вне токового слоя эффективно заморожена в поле: размыкание и пересоединение силовых линий происходит только внутри токового слоя, где инерция становится существенной при ускорении плазмы до альфвеновских скоростей. В такой модели токового слоя скорость диффузии равна  $\eta/l$ , а не  $\eta/L_e$  и, следовательно, скорость пересоединения в  $L_e/l$  раз больше скорости простой диффузии. Как будет показано в § 4.2, скорость пересоединения в такой модели составляет  $M_e = R_{me}^{-1/2}$ . Хотя эта скорость значительно больше, чем  $M_e = R_{me}^{-1}$ , она всё же слишком мала для объяснения выделения энергии во многих динамических астрофизических процессах, таких, как вспышки.

**1.6.3. Быстрое пересоединение ( $V_e > R_{me}^{1/2}$ ).** Следуя общепринятым представлениям, определим быстрое пересоединение как пересоединение со скоростью, существенно больше скорости Свита–Паркера ( $R_{me}^{-1}$ ). Наиболее известным примером быстрого пересоединения является механизм Петчека, для которого  $M_e$  определяется как  $(\lg R_{me})^{-1}$ . Даже при очень больших значениях  $R_{me}$ , характерных для космического пространства и астрофизической плазмы ( $R_{me} > 10^8$ ), эта скорость колеблется от 0,1 до 0,01.

Такое прагматическое определение предпочтительнее математического (при  $R_{me}$ , стремящемся к бесконечности,  $M_e$  остаётся неравным нулю), поскольку реальные значения не являются бесконечными. Как мы увидим далее, во многих случаях невозможно такой исключительно сложный процесс описать только аналитически, поэтому предел при  $R_{me}$ , стремящемся к бесконечности, часто не совпадает с тем пределом, который может быть реально вычислен.

В механизме Петчека полудлина  $L$  области диффузии становится много меньше глобального масштаба длины  $L_e$ . При превышении скорости пересоединения Свита–Паркера пересоединение становится сильно нелинейным и из областей на концах токового слоя выходят две пары медленных ударных волн. Эти ударные волны играют важную роль в модели Петчека, являясь теми структурами, которые ускоряют плазму до альфвеновской скорости и преобразуют большую часть магнитной энергии в кинетическую энергию и тепло. Модель Петчека построена на основе модели Свита–Паркера, которая всё ещё используется для анализа потока через область диффузии, однако центральный токовый слой настолько мал, что проходящее через него количество плазмы очень невелико. Поскольку в модели Петчека полудлина токового слоя много меньше  $L_e$ , в этом случае его ширина существенно меньше, чем раньше, и поэтому скорость значительно больше. В настоящее время появилось новое поколение моделей быстрого пересоединения, называемого почти однородным и неоднородным пересоединением, которые включают в себя как частный случай модель Петчека (§ 5.1 и § 5.2).

Во многих конкретных случаях число Рейнольдса бывает огромным ( $10^6 - 10^{12}$ ), и тогда наиболее адекватными являются механизмы быстрого пересоединения, однако механизмы медленного пересоединения важны для теории пересоединения в целом и могут использоваться, когда эффективные числа Рейнольдса значительно уменьшаются по сравнению с классическими значениями за счёт кинетических эффектов или турбулентности.

## 1.7. Применимость МГД к бесстолкновительным системам

Многие среды, в которых происходит пересоединение, представляют собой бесстолкновительную плазму, то есть плазму, где средняя длина свободного пробега для парных соударений между частицами существенно больше характерного масштаба длины системы. Отсутствие парных соударений в такой плазме означает, что отдельные частицы могут проходить расстояния, соизмеримые с размерами всей системы. Поскольку магнитогидродинамика не рассматривает напрямую движения отдельных частиц, то на первый взгляд может показаться, что она бесполезна в случае бесстолкновительной плазмы. Однако МГД — это всегда корректное описание крупномасштабной динамики жидкости в объёме, независимо от наличия или отсутствия соударений, при условии, что жидкость не способна поддерживать заметное электрическое поле в собственной системе координат. Уравнение движения представляет собой, по существу, Ньютоновское уравнение сохранения количества движения, а уравнение индукции — это уравнение Фарадея применительно к жидкости, в движущейся системе координат которой

нет электрического поля, т.е.  $\mathbf{E} \simeq -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  и  $\partial \mathbf{B} / \partial t \approx \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ , так что магнитное поле увлекается жидкостью. Например за пределами десяти солнечных радиусов солнечный ветер представляет собой полностью бесстолкновительную плазму. И тем не менее МГД модели достаточно хорошо описывают его глобальную скорость, температуру и плотность, включая такие нестационарные явления, как возмущения от ударных волн, взаимодействие потоков и турбулентность. В принципе кинетическая теория плазмы, основанная на уравнении Власова, даёт наиболее полное описание бесстолкновительной плазмы. Однако из-за сложности математических расчётов она редко используется для построения глобальных моделей солнечного ветра. Её применение ограничивается главным образом расчётом эффективных коэффициентов переноса плазмы солнечного ветра (таких, как удельная теплопроводность) и моделированием локальных эффектов, например, структуры ударных волн или ускорения частиц.

Существует несколько причин успешного применения магнитогидродинамики для описания глобальных характеристик бесстолкновительной плазмы. Во-первых, идеальная (бездиссипативная) магнитогидродинамика включает в себя принципы сохранения массы, количества движения и энергии, которые являются универсальными как для столкновительных, так и для бесстолкновительных систем (Parker, 1996). Во-вторых, если магнитное поле существует в плазме, то ионизованные частицы участвуют в гиродвижении, которое не позволяет им беспрепятственно распространяться в направлении, перпендикулярном полю. Таким образом дальнедействующие взаимодействия происходят только вдоль поля, а короткодействующие взаимодействия поперёк поля можно описать уравнениями типа МГД (Chew et al., 1956). И, наконец, в большинстве плазменных сред происходят многочисленные корпускулярно-волновые взаимодействия, которые препятствуют движению заряженных частиц даже вдоль поля, ограничивая взаимодействие во всех направлениях.

Как указывал Каули (Cowley, 1985), условие замороженного потока в теории МГД является естественным следствием гиродвижения в бесстолкновительной плазме в тех случаях, когда дрейф giroцентров, скорость которого пропорциональна  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ( $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -дрейф), преобладает над всеми остальными видами дрейфа. В отличие от других видов дрейфа, таких как градиентный дрейф (т.е.  $[mv_g^2 / (2qB^3)] \mathbf{B} \times \nabla \mathbf{B}$ ), дрейф  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  остаётся достаточно большим даже при уменьшении энергии частиц. (Здесь  $m$  — масса частицы,  $q$  — её заряд, а  $v_g$  — гироскорость (п. 13.1.4)). Если бесстолкновительная плазма содержит частицы, участвующие в гиродвижении, а дрейф  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  преобладает, то такая плазма будет подчиняться закону Ома для идеальной магнитогидродинамики и силовые линии будут заморожены в плазму.

В бесстолкновительной плазме, когда скорость электрического дрейфа частиц ( $v_{dr} \approx E/B$ ) существенно меньше скорости света, восстанавливается член  $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})$ , характеризующий МГД силу. Добавив

к нему силу Лоренца, действующую на отдельную частицу, получим полную силу на единицу объёма

$$\mathbf{F} = \rho_c \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}.$$

Плотность электрического заряда  $\rho_c$  в бесстолкновительной плазме обычно не равна нулю, если мы имеем ненулевую завихрённость во всём объёме плазмы, однако электрическая сила ничтожна по сравнению с силой Лоренца в уравнении движения для отдельной частицы (Goedbloed, 1983) при

$$v_{dr}^2 \ll c^2$$

и ничтожна по сравнению с градиентом давления (действующим на характерной длине  $L_0$ ) при

$$\lambda_D^2 \ll L_0^2,$$

где  $\lambda_D$  — дебаевская длина, которая определяется ниже в уравнении (1.64).

Заметим, что, например, для электронов вышеуказанные условия могут формироваться следующим образом. Уравнение сохранения импульса для электронов имеет вид

$$m_e n_e \frac{d\mathbf{v}_e}{dt} = -\nabla \cdot \underline{\mathbf{p}}_e - en_e \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} - en_e \mathbf{E},$$

где  $\mathbf{v}_e$  — скорость электронов, а  $\underline{\mathbf{p}}_e$  — тензор напряжений для электронов. Таким образом, если инерционный член (в левой части) и градиент давления пренебрежимо малы, то уравнение сводится к виду  $\mathbf{0} = \mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}$ , для которого

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_{dr} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2},$$

так что электронный газ движется со скоростью  $\mathbf{v}_{dr}$ . Теперь уравнение Пуассона для ионов с плотностью  $n_i$  и температурой  $T_i$  принимает вид

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_c}{t_0} = \frac{e(n_i - n_e)}{\varepsilon_0}.$$

Отсюда следует, что

$$\rho_c \approx \frac{\varepsilon_0 E}{L_0}$$

по порядку величины, тогда как из закона Ампера ( $\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j}$ ) следует, что

$$j \approx \frac{B}{\mu L_0}.$$

Следовательно, отношение результирующей электрической и магнитной сил составляет

$$\left| \frac{\rho_c \mathbf{E}}{\mathbf{j} \times \mathbf{B}} \right| \approx \frac{\varepsilon_0 E^2 / L_0}{B^2 / (\mu L_0)} \approx \frac{v_{dr}^2}{c^2}.$$

При  $v_{dr} \ll c$  существенно меньше единицы, что и требуется. Далее, если члены, характеризующие электрическое поле и давление в уравнении сохранения импульса для электронов, имеют одинаковый порядок (так что  $E \approx p_e/(en_e L)$ ), то отношение результирующей электрической силы к силе давления равно

$$\left| \frac{\rho_e \mathbf{E}}{\nabla p_e} \right| \approx \frac{\varepsilon_0 E_0^2 / L_0}{p_0 / L_0} \approx \frac{\varepsilon_0 p_0}{e^2 n_e^2 L_0^2} = \frac{\lambda_D^2}{L_0^2},$$

что при  $\lambda_D \ll L_0$  существенно меньше единицы, как и требуется.

Наиболее существенным различием, характерным для бесстолкновительной системы, является различие в членах, связанных с давлением и вязкостью в уравнении. В бесстолкновительной плазме давление газа в целом не является изотропным; оно анизотропно относительно магнитного поля. Как правило, давление плазмы  $p_{\parallel}$  вдоль магнитного поля отлично от давления  $p_{\perp}$  перпендикулярно полю. Аналогично тензор вязких напряжений также анизотропен и зависит от магнитного поля. Если  $p_{\parallel}$  и  $p_{\perp}$  выразить через локальные объёмные характеристики плазмы, то уравнения МГД остаются справедливыми, но теперь члены давления и вязкости зависят от  $p_{\parallel}$  и  $p_{\perp}$  и имеется дополнительный член, зависящий от  $(p_{\parallel} - p_{\perp})$  (см. (Hollweg, 1986; Parker, 1996)).

Несмотря на успехи теории МГД в объяснении динамики бесстолкновительной плазмы, её следует с осторожностью использовать в случае пересоединения. По определению пересоединение не может происходить в условиях идеальной магнитогидродинамики, так как оно определяется диффузией силовых линий сквозь плазму, часто в мелкомасштабных структурах типа токовых слоёв. В этих условиях для расчёта коэффициента диффузии используется кинетическая теория.

Для определения фактического удельного сопротивления в бесстолкновительной или почти бесстолкновительной плазме необходимо рассмотреть обобщённый закон Ома. Для полностью ионизованной плазмы его можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{E}' \equiv \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} + \frac{m_e}{ne^2} \left[ \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \mathbf{j} + \mathbf{j} \mathbf{v}) \right] - \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{ne} - \frac{\nabla \cdot \mathbf{p}_e}{ne}, \quad (1.53)$$

где  $\mathbf{v} \mathbf{j}$  и  $\mathbf{j} \mathbf{v}$  — двоичные тензоры, а  $\mathbf{p}_e$  — электронный тензор напряжений (Брагинский, 1965; Rossi and Olbert, 1970). Член  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  представляет конвективное электрическое поле, а первый член в правой части уравнения (1.53) — это поле, связанное с омической диссипацией, обусловленной электронно-ионными соударениями. Следующие три члена описывают эффекты инерции электронов и предпоследний член описывает эффект Холла. И, наконец, последний член включает в себя гиро-вязкость электронов, которую многие исследователи считают существенной в магнитной нулевой точке (например, (Strauss, 1986; Dungey, 1994)). В частично ионизованной плазме соударения между



заряженными частицами и нейтрами приводят к появлению дополнительного члена, связанного с амбиполярной диффузией (п. 12.2.2).

Хотя все члены в правой части (1.53), кроме первого, отвечают условию проскальзывания силовых линий сквозь плазму, не все они обеспечивают диссипацию. Например, инерционные члены не увеличивают энтропию плазмы напрямую, но могут привести к ускорению частиц. Поэтому хотя и можно говорить о возникновении эффективного удельного сопротивления за счёт инерционных эффектов, тем не менее оно не всегда приводит к диссипации.

Какие члены являются существенными для конкретной среды, зависит не только от параметров плазмы, но также и от характерной длины и времени изменения этих параметров (Elliott, 1993; Sturrock, 1994). Исследуя магнитное пересоединение, мы обычно хотим знать, какие неидеальные члены могут оказаться наиболее важными в токовом слое, где условие вмерзшего потока нарушается. Поскольку любой неидеальный член (например, отвечающий за диффузию) в обобщённом законе Ома содержит либо пространственный, либо временной градиент, то значимость любого конкретного члена можно оценить, рассчитав характерную длину ( $L_0$ ), на которой величина градиента становится равной величине конвективного электрического поля ( $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ) вне области диффузии.

Рассмотрим, например, три инерционных члена

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\mathbf{j} + \mathbf{j}\mathbf{v})]$$

в правой части уравнения (1.53). Если допустить, что

$$\nabla \approx \frac{1}{L_0}, \quad |\mathbf{j}| \approx \frac{B_0}{\mu L_0} \quad \text{и} \quad \frac{\partial}{\partial t} \approx \frac{V_0}{L_0},$$

где  $L_0$  — характерная длина, то эти три члена будут иметь тот же порядок величины, что и конвективное электрическое поле при

$$\frac{m_e}{ne^2} \frac{V_0 B_0}{\mu L_0^2} \approx V_0 B_0.$$

Иными словами, для того чтобы инерционные члены играли существенную роль в токовом слое, его толщина ( $L_{inertia}$ ) должна быть

$$L_{inertia} \approx c \left( \frac{m_e \varepsilon_0}{ne^2} \right)^{1/2} \approx \lambda_e, \quad (1.54)$$

где

$$\lambda_e = \frac{c}{\omega_{pe}} = \left( \frac{m_e}{ne^2 \mu} \right)^{1/2} = 5,30 \cdot 10^6 n^{-1/2} \quad (1.55)$$

— длина инерционного пробега, или скин-толщина для электронов,  $c = (\varepsilon_0 \mu)^{-1/2}$  — скорость света и  $\omega_{pe} = [(e^2 n_e)/(\varepsilon_0 m_e)]^{1/2}$  — электронная плазменная частота.

Аналогичным образом, для холловского члена  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}/(ne)$

$$\frac{B_0^2}{ne\mu L_0} \approx V_0 B_0$$

или

$$L_{Hall} \approx \frac{c}{M} \left( \frac{\tilde{\mu} m_p \varepsilon_0}{ne^2} \right)^{1/2} \approx \frac{\lambda_i}{M}, \quad (1.56)$$

где

$$\lambda_i = \frac{c}{\omega_{pi}} = \left( \frac{\tilde{\mu} m_p}{ne^2 \mu} \right)^{1/2} = 2,27 \cdot 10^8 \left( \frac{\tilde{\mu}}{n} \right)^{1/2} \quad (1.57)$$

— длина инерционного пробега или скинковая толщина для ионов,  $M = V_0/v_A = V_0 B_0^{-1} (\mu \tilde{\mu} m_p n)^{1/2}$ ,  $\tilde{\mu} = \bar{m}/m_p$  — средний атомный вес и  $\omega_{pi} = [(q_i^2 n_i)/(\varepsilon_0 m_i)]^{1/2}$  — ионная плазменная частота.

Если принять  $|\mathbf{p}_e| \approx nk_B T_e$  и  $T_e \approx T_i \approx T$ , то член, содержащий электронный тензор напряжений  $[\nabla \cdot \mathbf{p}_e/(ne)]$ , можно записать в виде

$$\frac{nk_B T}{neL_0} \approx V_0 B_0.$$

Решение для  $L_0$  даёт

$$L_{stress} \approx \frac{\beta^{1/2}}{M} R_{gi}, \quad (1.58)$$

где

$$\beta = nk_B T \left( \frac{2\mu}{B_0^2} \right) = 3,47 \cdot 10^{-29} \frac{nT}{B_0^2} \quad (1.59)$$

и

$$R_{gi} = \frac{(k_B T_i m_p \tilde{\mu})^{1/2}}{e B_0} = 9,49 \cdot 10^{-7} \frac{(T_i \tilde{\mu})^{1/2}}{B_0} \quad (1.60)$$

являются, соответственно, бета-параметром плазмы и ионным гирорадиусом.

И, наконец, для члена  $(\mathbf{j}/\sigma)$ , характеризующего соударения, мы имеем

$$\frac{B_0}{\mu \sigma L_0} \approx M v_A B_0.$$

Поскольку произведение  $(\mu \sigma)^{-1}$  есть коэффициент магнитной диффузии, то подстановка уравнения (1.13) для  $\eta_\perp$  даёт

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{(k_B m_e T_e)^{1/2}}{ne^2 \lambda_{mfp}}, \quad (1.61)$$

где

$$\lambda_{mfp} = 3(2\pi)^{3/2} \frac{(k_B T_e \varepsilon_0)^2}{ne^4 \ln \Lambda} = 1,07 \cdot 10^9 \frac{T_e^2}{n \ln \Lambda} \quad (1.62)$$

— средняя длина свободного пробега для электронно-ионных соударений (Schmidt, 1966). Объединив (1.61) с выражением, следующим за

(1.60), и выражения (1.55) и (1.57) для электронной и ионной длин инерционного пробега, получим

$$L_{\text{collision}} \approx \frac{\beta^{1/2}}{M} \frac{\lambda_e \lambda_i}{\lambda_{mfp}}. \quad (1.63)$$

Заметим, что характерная длина ( $L_{\text{collision}}$ ) пространственных масштабов, необходимая для достижения значительной диффузии силовых линий, обратно пропорциональна средней длине свободного пробега ( $\lambda_{mfp}$ ). С ростом  $\lambda_{mfp}$  диффузия за счёт соударений становится всё менее эффективной и всё большие градиенты требуются для сохранения величины члена  $(\mathbf{j}/\sigma)$ , отвечающего за диссипацию.

Таблица 1.2. Сравнение параметров плазмы в различных средах

Параметр <sup>1</sup>	Лабораторные эксперименты <sup>2</sup>	Магнитосфера Земли <sup>3</sup>	Солнце	
			Корона <sup>4</sup>	Внутр. обл. <sup>5</sup>
$L_e$	$10^{-1}$	$10^7$	$10^8$	$10^7$
$n$	$10^{20}$	$10^5$	$10^{15}$	$10^{29}$
$T$	$10^5$	$10^7$	$10^6$	$10^6$
$B$	$10^{-1}$	$10^{-8}$	$10^{-2}$	$10^1$
$\lambda_D$	$10^{-6}$	$10^3$	$10^{-3}$	$10^{-10}$
$R_{gi}$	$10^{-3}$	$10^5$	$10^{-1}$	$10^4$
$\lambda_i$	$10^{-2}$	$10^6$	$10^1$	$10^{-6}$
$\ln \Lambda$	11	33	19	3
$\lambda_{mfp}$	$10^{-2}$	$10^{16}$	$10^4$	$10^{-9}$
$\beta$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^{-4}$	$10^4$
$L_u (\approx R_m)$	$10^3$	$10^{14}$	$10^{14}$	$10^{10}$
$E_D$	$10^3$	$10^{-13}$	$10^{-2}$	$10^{11}$
$E_A (= v_A B)$	$10^4$	$10^{-2}$	$10^5$	$10^4$
$E_{SP} \left( = \frac{E_A}{\sqrt{R_{me}}} \right)$	$10^2$	$10^{-9}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$

<sup>1</sup> В единицах МКС, т. е. длина в метрах,  $n$  в  $\text{м}^{-3}$ ,  $T$  в градусах Кельвина,  $B$  в теслах (1 тесла =  $10^4$  G), электрическое поле в  $\text{В} \cdot \text{м}^{-1}$ .

<sup>2</sup> В эксперименте MRX в Лаборатории плазменной физики в Принстоне.

<sup>3</sup> В плазменном слое.

<sup>4</sup> Над солнечной активной областью.

<sup>5</sup> В основании солнечной конвективной зоны.

В табл. 1.2 и 1.3 приведены параметры плазмы и характерные длины для четырёх различных областей, в которых можно наблюдать явление пересоединения. Параметр  $L_e$  обозначает глобальные (внешние) характерные размеры области, а все остальные параметры получены

Таблица 1.3. Характерная длина в метрах на основе обобщённого закона Ома

Характерная длина <sup>1</sup>	Лабораторные эксперименты <sup>2</sup>	Магнитосфера Земли <sup>3</sup>	Солнце	
			Корона <sup>4</sup>	Внутр. обл. <sup>5</sup>
$L_{\text{inertic}}(\lambda_e)$	$10^{-4}$	$10^4$	$10^{-1}$	$10^{-8}$
$L_{\text{Hall}}(\lambda_i)$	$10^{-2}$	$10^6$	$10^1$	$10^{-6}$
$L_{\text{stress}}$	$10^{-3}$	$10^5$	$10^{-3}$	$10^{-2}$
$L_{\text{collision}}$	$10^{-4}$	$10^{-7}$	$10^{-7}$	$10^{-3}$

на основе таких базисных величин, как плотность, температура и магнитное поле. Примем для удобства альфвеновское число Маха ( $M$ ) равным единице и будем считать температуры электронов и ионов приблизительно равными. Среди плазменных областей, перечисленных в табл. 1.2, 1.3, экстремальными являются магнитосфера, как абсолютно бесстолкновительная среда, и внутренние слои Солнца, где интенсивность соударений исключительно велика.

Кроме описанных выше параметров в табл. 1.2 приведена также дебаевская длина

$$\lambda_D = \left( \frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n e^2} \right)^{1/2} = 69,0 \left( \frac{T_e}{n} \right)^{1/2}. \quad (1.64)$$

Для того чтобы соблюдался обобщённый закон Ома (1.53), число частиц внутри дебаевской сферы (т. е.,  $4\pi\lambda_D^3/3$ ) должно быть больше единицы. Для плазменных сред, перечисленных в табл. 1.2, число частиц внутри дебаевской сферы колеблется от  $10^{14}$  в магнитосфере до 4 во внутренних слоях Солнца в основании конвективной зоны. В таблице также приведено число Лундквиста ( $L_u$ ), которое представляет собой магнитное число Рейнольдса ( $R_m$ ) для случая, когда скорость потока равна альфвеновской скорости. Для столкновительной плазмы число Лундквиста можно записать следующим образом через  $L_e$ , если подставить выражение (1.13) для  $\eta$ :

$$L_u = \frac{v_A}{v_d} = \frac{L_e v_A}{\eta} = \frac{L_e T_e^{3/2} B_0}{(\tilde{\mu} n)^{1/2} \ln \Lambda} \cdot 2,07 \cdot 10^8. \quad (1.65)$$

Характерные длины, приведённые в табл. 1.3, позволяют судить о том, какие члены обобщённого уравнения Ома являются наиболее важными для пересоединяющихся токовых слоёв. Как и в случае магнитогидродинамических ударных волн и турбулентности, в результате крупномасштабной динамики потока токовый слой утоньшается, достигая характерного масштаба, на котором становится эффективной диффузия силовых линий. Таким образом, в принципе, наиболее существенным является член, которому соответствует наибольшая характерная длина в табл. 1.3. Так как холловский член имеет

наибольшую характерную длину во всех средах, кроме внутренних слоёв Солнца, можно было бы заключить, что он и является наиболее важным. Однако этот вывод не учитывает тот факт, что холловский член стремится к нулю в области магнитной нулевой точки или слоя. Сам по себе холловский член не оказывает непосредственного влияния на пересоединение, поскольку он отвечает за вмерзновенность магнитного поля в поток электронов. Определить, действительно ли значение того или иного конкретного члена настолько велико, как это следует исходя из его относительного масштаба длины, можно лишь с помощью полного анализа кинетической динамики, что представляет собой довольно сложную задачу. С другой стороны, очень маленький характерный масштаб того или иного члена действительно указывает на то, что связанный с ним процесс вряд ли может быть существенным. Исходя из этого можно сделать вывод, что диффузия за счёт соударений несущественна в магнитосфере Земли или в солнечной короне (над активной областью), а инерционные члены для электронов и холловский член несущественны во внутренних слоях Солнца.

Довольно большое значение характерного масштаба изменения длины электронного тензора напряжений во внутренних слоях Солнца указывает на то, что здесь существуют сильные электростатические поля, обусловленные разделением зарядов за счёт подвижности электронов. В тех случаях, когда член, ответственный за давление электронов, принимает вид  $\nabla p(n)/(ne)$ , например, в изоэнтропической плазме, он не оказывает влияния на диффузию магнитного поля. При подстановке его в уравнение Фарадея (1.7) он исчезает, так как  $\nabla \times [\nabla p(n)/n]$  равно нулю и уравнение магнитной индукции (1.12) не меняется. Таким образом диффузия за счёт соударений является преобладающим механизмом размораживания силовых линий внутри Солнца. Поскольку число частиц в дебаевской сфере в основании конвективной зоны всего лишь около 4, необходимо также ввести электростатические поправки в стандартное уравнение состояния (см. (Stix, 1989)).

Хотя характерный масштаб  $L_{\text{collision}}$  для соударений одинаково мал как в магнитосфере, так и в короне, их роль в этих двух областях совершенно различна. В магнитосфере средняя длина свободного пробега  $\lambda_{mfp}$  на девять порядков величины больше глобального масштаба  $L_e$ , а в короне — на четыре порядка меньше. Поэтому можно с уверенностью утверждать, что теория столкновительного переноса применима к крупномасштабным структурам в короне, даже если она неприменима для тонких токовых слоёв или диссипативных слоёв. Наоборот, в магнитосфере число соударений настолько мало, что теория столкновительного переноса не применима на любом масштабе.

Другим важным показателем применимости теории соударений является напряжённость электрического поля в системе координат, движущейся вместе с плазмой. Если это поле больше электрического поля

Дрейсера, определяемого выражением

$$E_D = \frac{e \ln \Lambda}{4\pi\epsilon_0 \lambda_D^2} = \frac{e^3 \ln \Lambda n}{4\pi\epsilon_0^2 k_B T_e} = 3,02 \cdot 10^{-13} \frac{n \ln \Lambda}{T_e}, \quad (1.66)$$

то будет происходить убегание ускоренных электронов (п. 13.1.2). Наиболее вероятным местом убегающих электронов в процессе пересоединения является тонкий токовый слой, возникающий в нулевой точке. Это поле может либо достигать величины конвективного электрического поля, обусловленного альфвеновской скоростью, так что

$$E_A = v_A B_0 = 2,18 \cdot 10^{16} \frac{B_0^2}{(\tilde{\mu}n)^{1/2}},$$

либо быть сравнимо с электрическим полем Свита–Паркера (§ 4.2)

$$E_{SP} = \frac{E_A}{R_m^{1/2}}$$

где  $R_m$  — магнитное число Рейнольдса, определяемое альфвеновской скоростью (т. е., число Лундквиста). Как показано в табл. 1.2, с одной стороны, поле Дрейсера в магнитосфере существенно меньше  $E_A$  или  $E_{SP}$ , так что процесс пересоединения здесь всегда будет сопровождаться убеганием электронов. С другой, поле Дрейсера во внутренних слоях Солнца настолько велико, что убегание электронов не происходит. В промежуточных случаях — в лабораторной плазме и в солнечной короне — величина поля Дрейсера колеблется между значениями  $E_A$  и  $E_{SP}$ , поэтому убегание электронов, вероятно, происходит только при очень быстром пересоединении.

Даже в абсолютно бесстолкновительной среде, такой, как магнитосфера Земли, иногда всё же можно выразить отношение между электрическим полем и плотностью тока в рамках аномального удельного сопротивления. Например, Лайонс и Шпайзер (Lyons and Speiser, 1985) показали, что инерционный член для электронов в (1.53) даёт аномальное удельное сопротивление

$$\frac{1}{\sigma^*} = \frac{\pi B_z}{2ne},$$

где  $B_z$  — поле, перпендикулярное токовому слою. Это значение получено исключительно исходя из анализа орбит частиц, поэтому в токовом слое в хвосте магнитосферы оно может значительно превышать любое аномальное сопротивление, обусловленное корпускулярно-волновыми взаимодействиями. Типичным примером может служить аномальное сопротивление за счёт ионно-акустических волн (см. п. 13.1.3).

Даже если столкновительная МГД теория и непригодна для расчёта удельного электрического сопротивления в тонком токовом слое, часто её всё же можно использовать для расчёта скорости пересоединения и скорости диссипации энергии. Это утверждение может показаться парадоксальным, однако, как мы увидим ниже в § 4.3, решения МГД

пересоединения существует там, где скорость пересоединения в основном не зависит от величины электрического сопротивления. Эти решения часто описывают конфигурации, в которых пересоединение в значительной степени обусловлено внешним потоком. Эта ситуация аналогична действию диссипации в магнитогидродинамических ударных волнах или в турбулентных средах, где скорость диссипации не зависит от величины коэффициента диффузии, а зависит только от скорости потока и скорости поступления энергии. Что действительно зависит от величины диффузии, так это толщина диссипирующей структуры или масштаб диссипации.

На линейной фазе спонтанного пересоединения (например, простой тиринг-моды, рассмотренной в § 6.2) скорость диссипации энергии сильно зависит от величины магнитного коэффициента диффузии. Однако при нелинейном переходе к режиму Петчека (§ 4.3) или почти однородному режиму (§ 5.1) эта зависимость ослабевает. Тем не менее величина и вид диффузии всё же продолжают играть значительную роль. Таким образом, всегда необходимо помнить, что возможности МГД в объяснении пересоединения в бесстолкновительной плазме ограничены. Главное преимущество МГД теории для таких систем заключается в том, что она даёт глобальную картину пересоединения при различных граничных условиях (§ 5.1, 5.2). Соответствующие граничные условия сильно зависят от рассматриваемой области применения.

## Глава 2

### ФОРМИРОВАНИЕ ТОКОВОГО СЛОЯ

В п. 1.3.2 кратко сформулировано представление о токовом слое как узкой области, характеризующейся быстрым изменением магнитного поля поперёк области. В настоящей главе мы подробно обсудим вопросы формирования таких слоёв в среде с магнитным полем, замороженным в плазму (§ 1.4), а в гл. 4 рассмотрим их диффузию в плазме.

Существует несколько возможных способов формирования токовых слоёв. Один из них основан на коллапсе нулевой точки X-типа (§ 2.1). Такой способ формирования двумерного токового слоя за счёт серии статических состояний потенциального поля можно описать с помощью теории комплексных переменных, в которой такой слой рассматривается как разрез в комплексной плоскости (§ 2.2). Для описания трёхмерных осесимметричных полей (п. 2.2.5), бессильных полей (п. 2.3.1) и более общих магнитостатических полей (п. 2.3.2) требуются другие методы. Понятие магнитной релаксации, введённое Моффатом, описано в § 2.4, а самосогласованная теория медленных нестационарных образований рассмотрена в § 2.5. И наконец, описываются два других способа формирования токовых слоёв, а именно: за счёт сдвига поля с сепаратрисами (§ 2.6) и за счёт оплетания (§ 2.7).

#### 2.1. Коллапс X-точки

Как будет показано подробно в § 7.1, при свободном движении источников поля нейтральная точка X-типа в магнитной конфигурации стремится к локальной неустойчивости (Dungey, 1953). Это можно показать, рассмотрев равновесие в бестоковом поле

$$B_x = y, \quad B_y = x, \quad (2.1)$$

в котором силовые линии перпендикулярны гиперболе

$$y^2 - x^2 = \text{const}, \quad (2.2)$$

как показано на рис. 2.1 а. Проводя эти силовые линии, мы учитывали тот факт, что напряжённость поля возрастает с удалением от начала координат, а гиперболы при этом сближаются. Любой элемент плазмы, как, например, тот что показан на отрицательной части оси  $x$ , испытывает воздействие силы магнитного натяжения ( $T$ ) благодаря



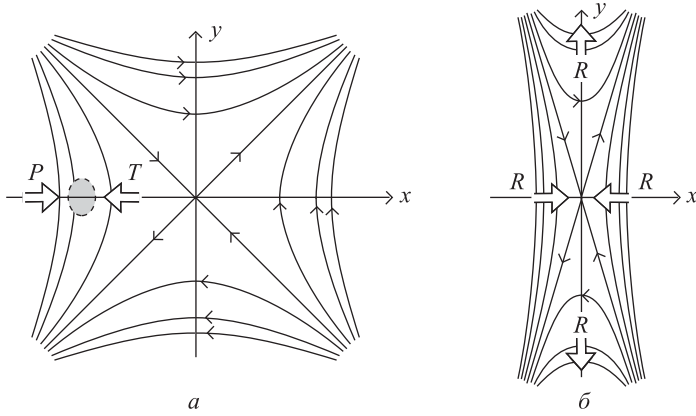


Рис. 2.1. Магнитные силовые линии вблизи нейтральной точки X-типа: а) в равновесии при отсутствии тока; показано действие сил магнитного давления ( $P$ ) и магнитного натяжения ( $T$ ) на плазменный элемент (выделенный штриховкой); б) в отсутствии равновесия с однородным током и результирующей силой ( $R$ )

искривлению силовых линий. Эта сила направлена наружу от начала координат и в точности уравнивается силой магнитного давления ( $P$ ), направленной внутрь, благодаря ослаблению магнитного поля с приближением к началу координат.

Предположим теперь, что магнитное поле, описываемое уравнением (2.1), искривлено следующим образом:

$$B_x = y, \quad B_y = \bar{\alpha}^2 x, \quad (2.3)$$

где  $\bar{\alpha}^2 > 1$ . Соответствующие силовые линии описываются выражением

$$y^2 = \bar{\alpha}^2 x^2 = \text{const} \quad (2.4)$$

и изображены на рис. 2.1б. Здесь предельные силовые линии ( $y = \pm \bar{\alpha}x$ ), проходящие через начало координат, уже не наклонены под углом  $\pi/2$ , а смыкаются наподобие ножниц. Они расположены ближе друг к другу по оси  $x$ , чем на рис. 2.1а, так что магнитное давление возрастает. Кроме того, силовые линии имеют меньшую кривизну, чем на предыдущем рисунке, и поэтому сила магнитного натяжения увеличивается меньше, чем давление. Таким образом, преобладание магнитного давления создаёт результирующую силу  $R$ , направленную внутрь. Расстояние между силовыми линиями по оси  $y$  такое же, как и на рис. 1.2а, но они сильнее изогнуты, так что магнитное давление остаётся прежним при возрастании силы натяжения; таким образом, результирующая сила  $R$  направлена наружу, как показано на рисунке.

Эти замечания вытекают из расчётов плотности тока

$$j_z = \frac{\bar{\alpha}^2 - 1}{\mu} \quad (2.5)$$

и результирующей силы Лоренца

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = -\frac{(\bar{\alpha}^2 - 1)\bar{\alpha}^2 x}{\mu} \hat{\mathbf{x}} + \frac{(\bar{\alpha}^2 - 1)y}{\mu} \hat{\mathbf{y}}. \quad (2.6)$$

Следовательно магнитная сила такова, что она увеличивает первоначальное возмущение, ещё больше смыкая «ножницы», и это означает, что равновесие (2.1) является неустойчивым. По мере развития неустойчивости  $\bar{\alpha}$  возрастает и предельные силовые линии, проходящие через начало координат, сходятся, приводя к увеличению плотности тока и омического нагрева ( $j^2/\sigma$ ). Этот процесс имеет место только, если условия на удалённых границах допускают смещение, однако при избытке энергии, запасённой в магнитной конфигурации, он может служить эффективным средством её диссипации.

Неустойчивость можно формально продемонстрировать с помощью метода линейного анализа устойчивости (п. 7.1.2), который даёт быстрое пересоединение во время коллапса X-типа, имеющего только логарифмическую зависимость от удельного сопротивления. Несмотря на существование автомоделей нелинейных решений (п. 7.1.1), полная нелинейная эволюция пока неизвестна.

## 2.2. Токовые слои в потенциальных полях

В этом параграфе мы будем моделировать токовые слои в двумерных потенциальных полях с помощью изящного метода, а именно, рассматривая их как разрезы в комплексной плоскости. Хотя мы здесь рассматриваем стационарные токовые слои, результаты можно применить также к квазистационарным образованиям и к эволюции таких слоёв с прохождением через целый ряд равновесных состояний. При анализе трёхмерных осесимметричных полей используется другой метод, описанный в п. 2.2.5.

**2.2.1. Простой токовый слой с нулевыми точками Y-типа на концах.** Пусть, как и прежде, мы имеем начальное поле вида (2.1) и пусть источники магнитного поля медленно сдвигаются, приводя к образованию ряда равновесных состояний с токовым слоем (рис. 2.2). Например, при стационарном плоском движении электрическое поле однородно и перпендикулярно плоскости  $xy$  и связано с движением ( $\mathbf{v}_\perp$ ), нормальным относительно магнитного поля. В предположении идеально проводящей плазмы силовые линии уносятся движением со скоростью  $v_\perp$  и закон Ома можно записать следующим образом:

$$E + v_\perp B = 0. \quad (2.7)$$

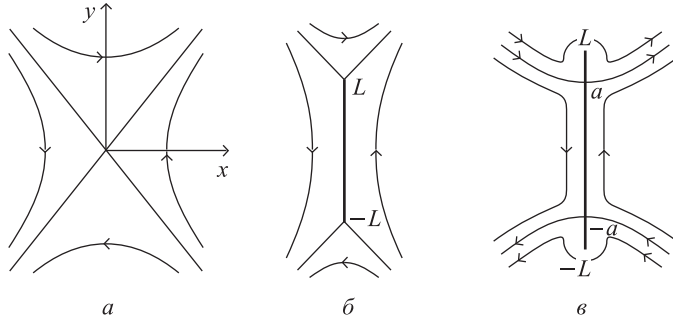


Рис. 2.2. а) Схематическое изображение магнитного поля вблизи нейтральной точки X-типа, которое эволюционирует в поле с токовым слоем, содержащим либо б) Y-точки, либо в) обратные токи и сингулярности на концах

Это, по существу, интеграл уравнения индукции, где  $E$  — постоянная интегрирования. Очевидно, что мгновенная скорость плазмы  $v_{\perp}$  определяется из уравнения (2.7) повсюду, кроме нейтральной точки, где  $B$  исчезает. Далее, если предположить, что скорость потока значительно меньше альфвеновской скорости ( $M_A \ll 1$ ), а давление плазмы много меньше магнитного давления ( $\beta \ll 1$ ), то конфигурация проходит через ряд равновесий с исчезающе малой силой Лоренца, так что в данной двумерной ситуации мы имеем

$$j B = 0. \quad (2.8)$$

Особая роль нейтральной точки видна из (2.7) и (2.8), которые показывают, что непрерывная деформация исходного поля (2.1) со сменой целого ряда потенциальных конфигураций с  $j = 0$  возможна везде, за исключением окрестностей нейтральной точки.

В самой нейтральной точке, в соответствии с (2.8), возможны ненулевые токи. В самом деле, решение задачи предполагает развитие токового слоя длиной, например,  $2L$ . Тогда возникает вопрос, как лучше описать полученное равновесие, содержащее токовый слой и имеющее вид, изображённый на рис. 2.2 б) (или, возможно, как мы увидим далее, на рис. 2.2 в) или рис. 2.12 б). Вне слоя, если ток исчезает, магнитное поле удовлетворяет условиям  $\nabla \times \mathbf{B} = 0$  и  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  или в двумерном случае

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = 0 \quad (2.9)$$

и

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0. \quad (2.10)$$

Теперь можно показать, что, если сочетание

$$B_y + i B_x = f(z) \quad (2.11)$$

представляет собой аналитическую (т.е., гладкую) функцию комплексной переменной  $z = x + iy$ , то (2.9) и (2.10) удовлетворяются автоматически. Известно, что в одномерном случае, если производная  $f'(x)$  функции  $x$  существует, то градиент в точке  $x$  будет одинаков при приближении к  $x$  слева и справа. Аналогичным образом в двумерном случае, если функция  $f'(z)$  аналитическая, то градиент имеет одинаковое значение при изменении  $z$  с любого направления, в частности, при  $y = 0$  (так что  $z = x$ ) или  $x = 0$  (так что  $z = iy$ ). Другими словами

$$\frac{\partial}{\partial x} (B_y + iB_x) = \frac{\partial}{i\partial y} (B_y + iB_x)$$

или, уравнивая действительную и мнимую части, получим уравнения (2.9) и (2.10), что и требовалось доказать. Таким образом, токовый слой можно рассматривать как разрез в комплексной плоскости, и задача сводится к нахождению такой функции  $f(z)$ , которая бы давала такой разрез.

Первоначально (см. (2.1)) мы имеем

$$B_y + iB_x = z. \quad (2.12)$$

Если же слой простирается от  $z = -iL$  до  $z = iL$ , то поле можно представить следующим образом: (Green, 1965)

$$B_y + iB_x = (z^2 + L^2)^{1/2}. \quad (2.13)$$

Это выражение ведёт себя как  $z$  при  $z \gg L$  и сводится к  $z$  при  $L = 0$  (что и требовалось доказать). Следовательно, эволюцию через серию равновесных состояний с медленно увеличивающимся токовым слоем можно представить просто как медленный рост величины  $L$  в уравнении (2.13). Поле содержит предельные силовые линии (сепаратрисы), проходящие через концы слоя под углом  $2\pi/3$  друг к другу. Это видно из уравнения (2.13), которое вблизи верхнего конца слоя при  $z = iL$  примерно даёт

$$B_y + iB_x = (2iLZ)^{1/2}, \quad (2.14)$$

где  $Z = z - iL$ , а соответствующая функция потока в локальный полярных координатах  $(\bar{r}, \bar{\theta})$  имеет вид

$$A = \frac{2}{3} (2L\bar{r}^3)^{1/2} \cos\left(\frac{3\bar{\theta}}{2} + \frac{\pi}{4}\right), \quad (2.15)$$

так что силовые линии  $A = 0$  имеют наклон  $2\pi/3$ , как и требуется.

**2.2.2. Токовый слой с сингулярными точками на концах.** Со-мов и Сыроватский высказали предположение, что вместо эволюции в поле вида (2.13) начальное поле (2.1) может эволюционировать в поле более общего вида

$$B_y + iB_x = \frac{z^2 + a^2}{(z^2 + L^2)^{1/2}}, \quad (2.16)$$

где  $a^2 < L^2$  (рис. 2.2 в). Нейтральные точки на концах токового слоя ( $z = \pm iL$ ) в общем случае заменены сингулярностями, где поле стремится к бесконечности со скоростью  $(z \mp iL)^{-1}$  при  $z$ , стремящемся к  $\pm iL$ . Частный случай  $a = L$  сводится к уравнению (2.13).

Справа от токового слоя ( $x = 0+$ ,  $y^2 < L^2$ ) величина поля составляет

$$B_y(0+, y) = \frac{a^2 - y^2}{(L^2 - y^2)^{1/2}},$$

а при  $y = \pm a$  стремится к нулю. Ток на единицу длины в слое равен

$$J = \frac{1}{\mu} [B_y(0+, y) - B_y(0-, y)] = \frac{2(a^2 - y^2)}{\mu(L^2 - y^2)^{1/2}},$$

где  $0+$  означает приближение к нулю со стороны положительных значений, а  $0-$  — со стороны отрицательных значений. Таким образом, области между нейтральными точками при  $y = \pm a$  и концами токового слоя содержат обратные токи.

Однако это новое семейство решений в значительной степени игнорировалось за пределами России до тех пор, пока численные эксперименты по пересоединению магнитных полей не обнаружили в некоторых случаях всплески обратного тока на концах пересоединяющегося токового слоя (Biskamp, 1986; Lee and Fu, 1986; Forbes and Priest, 1987). Кроме того, Бэйджер (Bajer, 1990) построил численную модель коллапса Х-точки в отдельной области и показал, что обратные и сингулярные токи действительно могут появляться на концах слоя.

Банджи и Прист (Bungey and Priest, 1995) обобщили решение Сомова–Сыроватского (2.16) и получили выражение (рис. 2.3 и 2.4)

$$B_y + iB_x = -B_0 \left[ \frac{(b + 1/2)d^2 + 2dcz - z^2}{\sqrt{z^2 - d^2}} \right], \quad (2.17)$$

где  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $B_0$  — постоянные величины. Частный случай  $c = 0$ ,  $b = -1/2 + a^2/L^2$ ,  $B_0 = 1$  и  $d^2 = -L^2$  является решением (2.16).

Изменяя значение постоянной  $b$ , мы просто сдвигаем положение нулевых точек, как видно из рис. 2.3 (где  $c = 0$  и  $d = 1$ ). На рис. 2.3 а показана конфигурация при  $b = -1,0$ , содержащая две нулевые точки в окружающем их поле, расположенном вдоль мнимой оси  $y$ , нормальной к слою. С ростом  $b$  эти нулевые точки сближаются, встречаясь при  $z = 0$  для  $b = -0,5$  (рис. 2.3 б). Дальнейший рост  $b$  приводит к расхождению точек вдоль слоя, и при  $b = 0,5$  они достигают концов слоя, в соответствии с решением Грина. При ещё больших значениях  $b$  нейтральные точки образуются в окружающем поле на оси  $x$  (рис. 2.3 в).

Допустим теперь, что постоянная  $c$  отлична от нуля. Это приведёт к асимметрии нулевых точек относительно центра слоя. Согласно уравнению (2.17), нулевые точки поля возникают в точках, которые соответствуют корням числителя в правой части уравнения. Эти корни

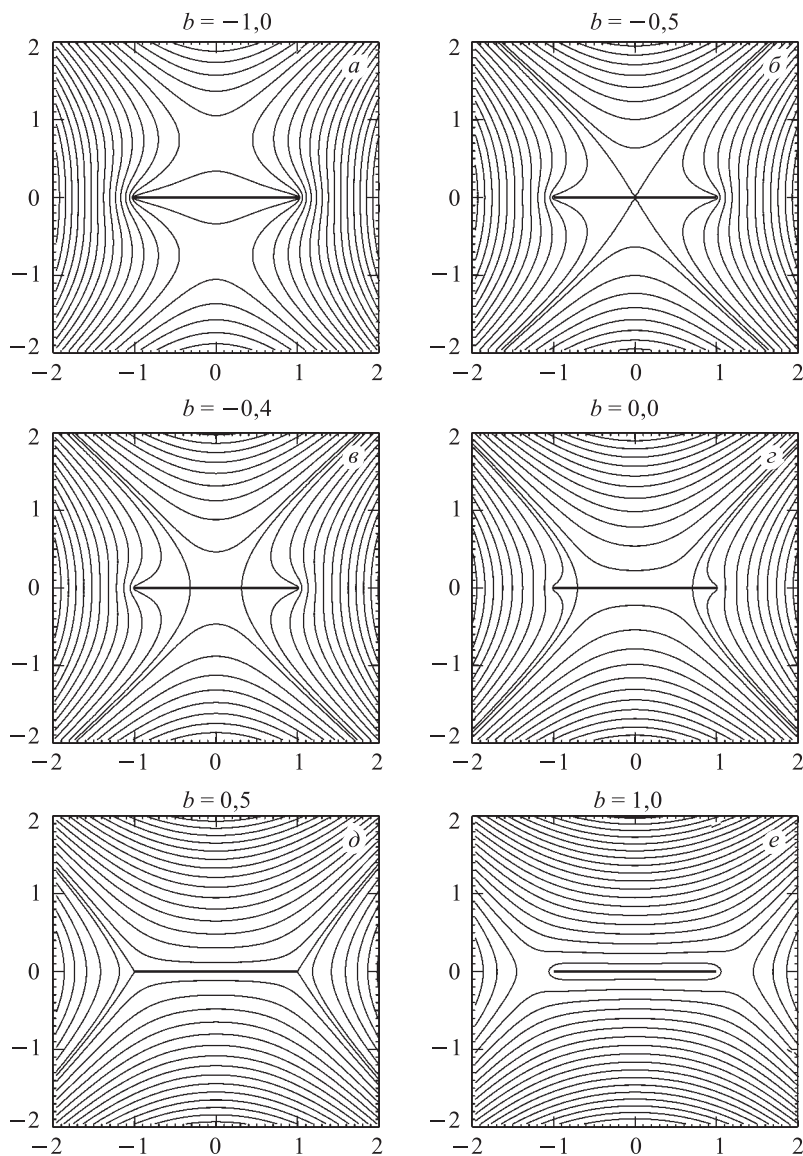


Рис. 2.3. Потенциальные магнитные поля для различных значений постоянной  $b$  при  $c = 0$  и  $d = 1$ : *a*)  $b = -1,0$ , *б*)  $b = -0,5$ , *в*)  $b = -0,4$ , *г*)  $b = 0,0$ , *д*)  $b = 0,5$ , *е*)  $b = 1,0$ . С возрастанием  $b$  от  $-1,0$  до  $1,0$  нулевые точки сходятся сверху и снизу, достигая центра слоя при  $b = -0,5$ , и затем симметрично расходятся вдоль него; *г*) — решение Сыроватского, *д*) — решение Грина

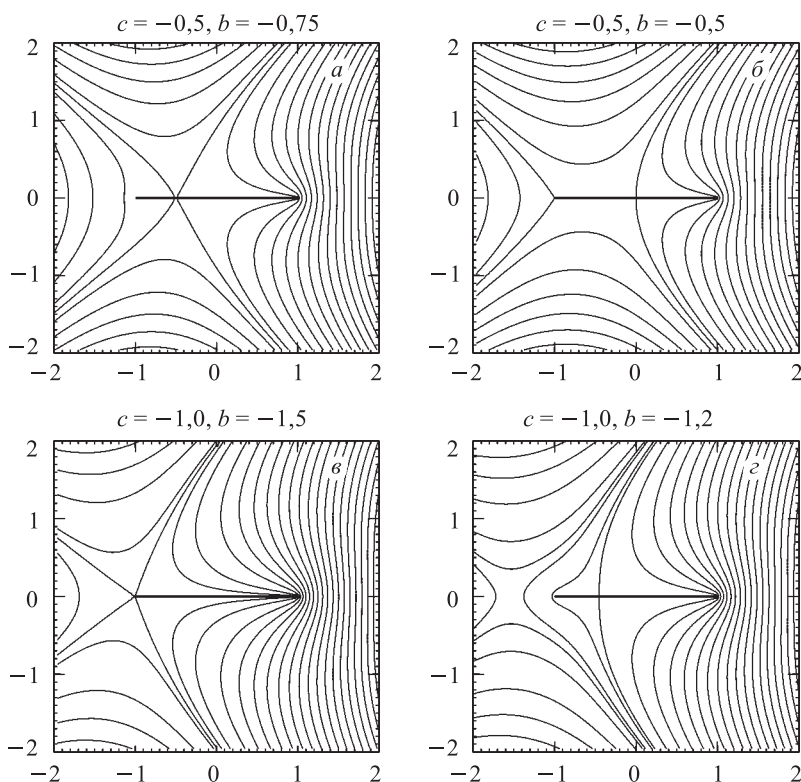


Рис. 2.4. Асимметричные потенциальные магнитные поля при ненулевом значении постоянной  $c$  и  $d = 1$ : а)  $c = -0,5$ ,  $b = -0,75$ , б)  $c = -0,5$ ,  $b = -0,5$ , в)  $c = -1,0$ ,  $b = -1,5$  и г)  $c = -1,0$ ,  $b = -1,2$ . Верхняя и нижняя пары графиков построены для двух разных значений  $b$ , при одном из которых две нулевые точки сливаются в точке  $z = c$ .

расположены в точках  $z = cd \pm d\sqrt{c^2 + b + 1/2}$ . Таким образом, имеются две нулевые точки, которые сливаются в одну точку  $z = cd$  при  $c^2 = -(b + 1/2)$ . Следовательно, изменение значения  $c$  меняет положение центра схождения нулевых точек. На рис. 2.4 а и 2.4 б показаны конфигурации для  $c = -0,5$  при  $b = -0,75$  и  $b = -0,5$ , соответственно. Асимметрия нулевых точек относительно центра слоя может привести к конфигурации слоёв, изображённой на рис. 2.4 в, с одним сингулярным и одним нейтральным концом. На рис. 2.4 в и 2.4 г представлены конфигурации, соответствующие значению  $c = -1,0$ , в которых центр сходимости находится на одном или другом конце слоя при значениях  $b = -1,5$  или  $b = -1,2$ . Соответствующие решения для окружающего бессилового поля описаны ниже в п. 2.3.1.

Во многих рассмотренных выше решениях поле имеет следующую зависимость:

$$B \sim \frac{K}{(z-d)^{1/2}}.$$

Так, например, на конце слоя ( $z = d$ ) оно аналогично поведению бессильных полей (п. 2.3.1). Таким образом эти решения теряют силу на сингулярностях, где существенное значение приобретают эффекты диффузии и могут генерироваться медленные ударные волны (см., например, Petschek, 1964; Priest, 1985; Strachan and Priest, 1994). Это подтверждается тем фактом, что результирующая магнитная сила на конце токового слоя имеет ненулевое значение (главным образом за счёт направленной внутрь силы магнитного натяжения), поэтому там отсутствует равновесие, из чего следует необходимость дополнительного условия, такого как истекающий высокоскоростной поток на конце токового слоя. Сила, действующая на конце слоя, определяется выражением

$$F_y + iF_x = \frac{1}{2\mu} \oint B^2 dz = \frac{\pi K^2 i}{\mu}$$

(см. (Batchelor, 1967; Aly and Amari, 1989)).

**2.2.3. Токовые слои в других конфигурациях.** Описанная выше (п. 2.2.1) методика расчёта токовых слоёв с помощью комплексных переменных применялась к большому числу различных конфигураций. Прист и Рааду (Priest and Raadu, 1975) рассмотрели образование токовых слоёв в солнечной атмосфере. Они считали, что магнитная эволюция обусловлена граничными условиями на поверхности Солнца. Предполагалось, что эти условия изменяются настолько медленно, что конфигурация проходит через целый ряд равновесных состояний. Если первоначальное равновесие содержит нейтральную точку X-типа, то образуется токовый слой, который медленно растёт в длину (рис. 2.5). Окружающее поле полагается двумерным и потенциальным. Источниками магнитного поля являются два линейных диполя, и этот анализ

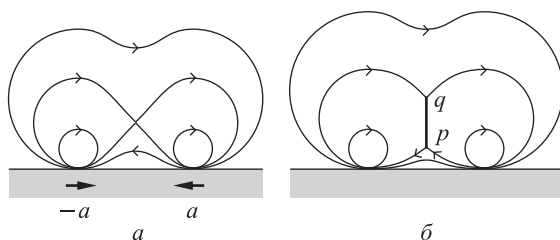


Рис. 2.5. Взаимодействия магнитного поля, создаваемого двумя соседними магнитными диполями, расположенными на поверхности с закреплёнными силовыми линиями, например, на фотосфере (штриховка). Первоначально расстояние между магнитными источниками составляет  $2a_0$ , затем —  $2a$ .



представляет собой естественное развитие предыдущей работы Грина (Green, 1965) для двух линейных потоков.

Диполи имеют момент  $2\pi D/\mu$  и первоначальные координаты  $a_0, 0$  и  $-a_0, 0$ . Составляющие  $B_{0x}, B_{0y}$  результирующего потенциального поля в области  $y > 0$  можно записать в виде выражения

$$B_{0y} + B_{0x} = \frac{iD}{(z + a_0)^2} + \frac{iD}{(z - a_0)^2}. \quad (2.18)$$

Допустим, что источники сближаются с такой большой скоростью, что значительного пересоединения не происходит и поле проходит через серию квазиравновесных состояний, причём вертикальный токовый слой простирается от  $p$  до  $q$  вдоль оси  $y$  при расстоянии между диполями  $2a$ . Вне токового слоя магнитное поле не содержит тока и является потенциальным. Таким образом его составляющие в комбинации  $(B_{0y} + iB_{0x})$  образуют аналитическую функцию от  $z$ , а именно

$$B_y + iB_x = \frac{\bar{D}(z^2 + p^2)^{1/2}(z^2 + q^2)^{1/2}}{(z^2 - a^2)^2}, \quad (2.19)$$

где  $\bar{D} = 4iDa^2(a^2 + p^2)^{-1/2}(a^2 + q^2)^{-1/2}$  выбрано для точного описания поведения вблизи источников. Значения  $p$  и  $q$  определяются как функции  $a$  из условий вмороженности потока, которые означают, что потоки, пересекающие положительный отрезок оси  $y$  над и под исходной нейтральной точкой на оси  $y$ , должны быть, соответственно, равны потокам, пересекающимся выше  $q$  и ниже  $p$ . Величину потоков можно найти, проинтегрировав уравнения (2.18) и (2.19) относительно  $y$  при  $x = 0$ . Диссипация такого слоя может объяснить две трети ярких рентгеновских точек, связанных с исчезающими магнитными структурами в солнечной фотосфере (см. п. 11.3.1).

Тур и Прист (Tur and Priest, 1976) расширили описанный анализ, включив в него искривлённые токовые слои в более реальных конфигурациях. Например, они построили модель токового слоя, который образуется, когда всплывающий слабый биполярный поток давит на значительно более сильное биполярное поле (рис. 2.6), а расстояние между обоими диполями остаётся постоянным (равным  $2a$ ). Составляющие исходного потенциального поля определяются из выражения

$$B_{0y} + iB_{0x} = \frac{iD_0}{(z + a)^2} + \frac{iD_A}{(z - a)^2},$$

где  $2\pi D_A/\mu$  и  $2\pi D_0/\mu$  соответственно — моменты большего уже существующего диполя и меньшего всплывающего диполя. Всплытие дополнительного потока моделируется как возрастание напряжённости меньшего диполя при сохранении его положения. В результате мы получаем магнитное поле

$$B_y + iB_x = \frac{iK[(z - z_1)(z - z_2)(z - z_1^*)(z - z_2^*)]^{1/2}}{(z^2 - a^2)^2},$$

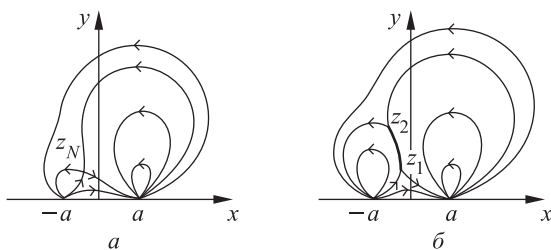


Рис. 2.6. Магнитная конфигурация, обусловленная двумя линейными диполями: а) чисто потенциальный случай, б) искривлённый токовый слой, протянувшийся от  $z_1$  до  $z_2$  после возрастания момента меньшего диполя (Tur and Priest, 1976)

где имеется ветвящийся разрез от  $z_1$  до  $z_2$ , а звёздочки обозначают комплексное сопряжение. Значения  $K$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  определяются поведением вблизи  $z = \pm a$  и условием сохранения потока.

Другим примером модели, рассмотренной Туром и Пристом, является всплытие нового потока (в виде диполя) в однородном гори-

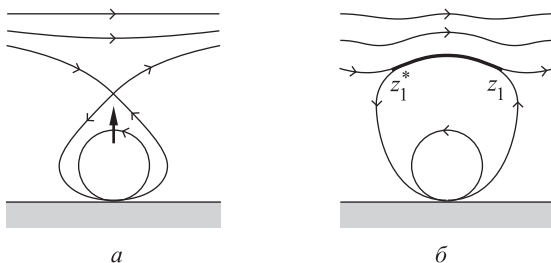


Рис. 2.7. Образование искривлённого токового слоя под действием нового магнитного потока, всплывающего снизу через границу (штриховка)

зонтальном поле (рис. 2.7). Исходное потенциальное поле описывается выражением

$$B_{0x} - iB_{0y} = b + \frac{D_0}{z^2}.$$

При увеличении момента диполя от  $2\pi D_0/\mu$  до  $2\pi D/\mu$  поле принимает вид

$$B_x - iB_y = \frac{\bar{K}[(z^2 - z_1^2)(z^2 - z_1^{*2})]^{1/2}}{z^2}, \quad (2.20)$$

где  $\bar{K}$  — постоянная, а  $z_1$  и  $z_2 = -z_1^*$  — концевые точки токового слоя. В результате мы опять имеем искривлённый токовый слой. Диссипация этого токового слоя привлекается для объяснения образования трети ярких рентгеновских точек, связанных с всплывающим потоком (Neuvaerts, Priest, and Rust, 1977; Low, 1987).

Лоу (Low, 1981; 1982; 1986) использовал токовые слои для решения разнообразных задач, связанных с равновесием. Например, он построил модель солнечных корональных арок в виде двумерного биполярного потенциального поля, окружённого изотермической гидростатической областью, лишённой поля. Обе области разделены искривлённым токовым слоем, при переходе через который полное давление  $p + B^2/(2\mu)$  является непрерывным. Аналогичная модель была предложена для трёхмерной корональной петли. Позже он построил модели для частично открытого солнечного или звёздного коронального магнитного поля, в котором силовые линии выходят из полярных областей и образуют экваториальный токовый слой, расположенный над замкнутыми силовыми линиями экваториального поля (см. также (Mestel and Ray, 1985)). Кроме того, были предложены модели солнечных протуберанцев (Kippenhahn and Schlüter, 1957; Malherbe and Priest, 1983; Wu and Low, 1987) в виде токовых слоёв с массой, которая в поле тяжести поддерживалась магнитными силами.

**2.2.4. Общий метод построения токовых слоёв в двумерных потенциальных конфигурациях.** Отталкиваясь от работ (Priest and Raadu, 1975; Tur and Priest, 1976; Low, 1987) для отдельных конфигураций, Али и Амари (Aly and Amari, 1989; Amari and Aly, 1990) установили некоторые общие закономерности, которые, в свою очередь, были использованы Титовым (1992) для создания общей методики расчёта произвольных двумерных потенциальных полей с многочисленными искривлёнными токовыми слоями и заданной ( $B_y$ ) нормальной составляющей магнитного поля на граничной плоскости (ось  $x$ ), например, в основании солнечной короны.

Двумерное магнитное поле можно выразить через функцию потока  $[A(x, y, t)]$  следующим образом:

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}, \quad (2.21)$$

так что выражение  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  удовлетворяется автоматически. Тогда в потенциальном поле ( $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ )  $A$  удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla^2 A = 0 \quad (2.22)$$

и, если магнитное поле введено в плазму, то уравнение индукции может быть безвихревым и оно даёт

$$\frac{dA}{dt} \equiv \frac{\partial A}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla A = 0. \quad (2.23)$$

Таким образом,  $A$  введено в плазму и магнитная топология сохраняется (Moffatt, 1985).

Наша задача заключается в следующем. Исходя из потенциального поля, надо определить поле, которое получается, если значение  $B_y(x, 0, t)$  задано таким образом, что нормальная составляющая на граничной плоскости ( $y = 0$ ) (например, на поверхности звезды) изме-

няется как в результате горизонтальных движений оснований силовых линий, так и в результате появления нового потока (например, всплывающего из-под фотосферы). Таким образом, требуется найти временную последовательность гармонических функций потока  $A(x, y, t)$  при  $y > 0$  для каждого значения  $t$  (удовлетворяющего уравнению (2.22)), сохраняющих свою топологию, так что значения  $A$  вдоль сепаратрис постоянны во времени, а в исходных  $X$ -точках имеет место бифуркация с образованием токовых слоёв. Мы рассматриваем такое распределение  $B_y$  на границе, при котором соответствующее потенциальное поле ведёт себя как диполь на бесконечности и содержит  $N$  нейтральных точек над осью  $x$  и ни одной на оси.

Составляющие потенциального поля с токовыми слоями можно записать в виде аналитической функции

$$\mathfrak{B}(z, t) \equiv B_y(x, y, t) + iB_x(x, y, t)$$

комплексной переменной  $z = x + iy$ . Прежде всего, если значение  $B_y(x, 0, t)$  не задано, а концевые точки  $k$ -того токового слоя имеют координаты

$$z_{1k} = x_{1k} + iy_{1k}, \quad z_{2k} = x_{2k} + iy_{2k},$$

то поле определяется уравнением

$$\mathfrak{B}(z, t) = P(z, t) \prod_{k=1}^N \sqrt{[(z - z_{1k})(z - z_{2k})]}, \quad (2.24)$$

где  $P(z, t)$  — аналитическая функция без нулевых точек.  $K$ -й токовый слой имеет просто вид силовой линии, проходящей через точки ветвления  $z_{1k}$  и  $z_{2k}$ .

Затем для решения нашей задачи с заданным  $B_y(x, 0, t)$  введём дополнительные множители в уравнение (2.24), соответствующие отображённым токовым слоям под осью  $x$  с сопряжёнными концевыми точками  $z_{1k}^*$  и  $z_{2k}^*$ . Полученное поле имеет вид

$$\mathfrak{B}(z, t) = P(z, t)Q(z, \mathbf{r}_e), \quad (2.25)$$

где

$$Q(z, \mathbf{r}_e) = \prod_{k=1}^N \sqrt{\{[(z - x_{1k})^2 + y_{1k}^2][(z - x_{2k})^2 + y_{2k}^2]\}} \quad (2.26)$$

и множество концевых точек  $z_{1k}$ ,  $z_{2k}$  (определяемое вектором  $\mathbf{r}_e$ ) меняется со временем. Эта формула интересна тем, что  $Q$  на оси  $x$  является чисто вещественным числом, так что, в соответствии с уравнением (2.25), вещественная часть  $P$  на оси  $x$  равна

$$Re[P(x, 0, t)] = \frac{B_y(x, 0, t)}{Q(x, \mathbf{r}_e)}.$$

Тогда  $P$  повсюду определяется через интеграл Шварца, и уравнение (2.25) принимает вид

$$\mathfrak{B}(z, t) = \frac{iQ(z, \mathbf{r}_e)}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_y(\xi, 0, t) d\xi}{(\xi - z)Q(\xi, \mathbf{r}_e)}. \quad (2.27)$$

При  $t = 0$  в каждом слое концевые точки совпадают ( $z_{1k} = z_{2k}$ ) и каждый слой превращается в  $X$ -точку. Таким образом наш основной результат, уравнение (2.27), сводится к классическому уравнению для потенциального поля, а именно

$$\mathfrak{B}(z, 0) = -\frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_y(\xi, 0, 0) d\xi}{\xi - z}. \quad (2.28)$$

И наконец, положения  $4N$  концевых точек токового слоя  $2N$  определяются следующими условиями. Во-первых, требование того, что  $B$  ведёт себя как  $z^{-2}$  на бесконечности даёт  $2N + 1$  уравнений вида

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi^m B_y(\xi, 0, t)}{Q(\xi, \mathbf{r}_e)} d\xi = 0, \quad m = 0, \dots, 2N. \quad (2.29)$$

Во-вторых, требование сохранения потока в одной концевой точке каждого токового слоя даёт  $N$  условий, а именно

$$\operatorname{Re} \int_{-\infty}^{z_{1k}} \mathfrak{B}(\zeta, t) d\zeta = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{z_{1k}} \mathfrak{B}(\zeta, 0) d\zeta, \quad k = 1, \dots, N. \quad (2.30)$$

В-третьих, условие, что каждый токовый слой представляет собой силовую линию, определяет остальные  $N - 1$  уравнений, а именно

$$\operatorname{Re} \int_{z_{1k}}^{z_{2k}} \mathfrak{B}(\zeta, t) d\zeta = 0, \quad k = 1, \dots, N - 1. \quad (2.31)$$

Тогда  $N$ -й слой автоматически располагается вдоль поля.

Этот метод можно обобщить для получения бесконечно длинных слоёв или, например, однородного поля на бесконечности. Другие методы решения уравнения Лапласа в двух измерениях с помощью комплексного переменного описаны в работе (Мускелишвили, 1953).

**2.2.5. Осесимметричный токовый слой в трёх измерениях.** Одним из ограничений описанных выше моделей с использованием методов комплексного переменного является то, что они чисто двумерные. Тур (Tur, 1977) преодолел это ограничение для случая симметричных диполей (рис. 2.5), когда токовый слой образует в трёх измерениях кольцо вдоль сепаратора (рис. 2.8). В сферических полярных координатах  $(r, \theta, \phi)$  диполи (с моментом  $2\pi D/\mu$ ) расположены на расстоянии  $a$

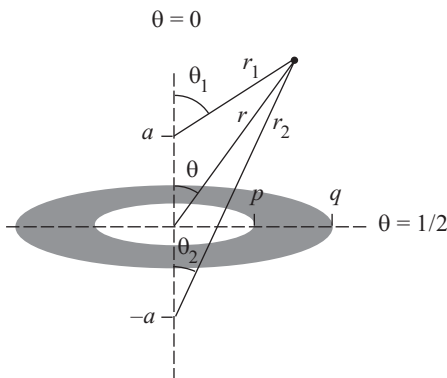


Рис. 2.8. Кольцевой токовый слой с радиусами  $p$  и  $q$ , расположенный на плоскости  $\theta = \pi/2$ , с дипольными источниками на расстоянии  $a$  над и под плоскостью

от начала координат в направлениях  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi$ . Запишем исходное потенциальное поле ( $\mathbf{B}_0$ ) через магнитный потенциал ( $\Phi_{m0}$ ) как

$$\mathbf{B}_0 = -\nabla\Phi_{m0},$$

где

$$\Phi_{m0} = \frac{D \cos \theta_1}{r_1} + \frac{D \cos \theta_2}{r_2}, \quad (2.32)$$

а значения  $r_1, r_2, \theta_1, \theta_2$  (которые можно записать через  $r$  и  $\theta$ ) указаны на рис. 2.8. При сближении обоих диполей и образовании токового слоя магнитное поле имеет вид

$$\mathbf{B} = -\nabla\Phi_m,$$

где

$$\Phi_m = \Phi_{ms} + \Phi_{mD},$$

причём  $\Phi_{ms}$  определяется токовым слоем, а  $\Phi_{mD}$  — дипольными источниками.

Решение для  $\Phi_{ms}$  можно представить как интегральную сумму потенциалов отдельных токовых петель, как бы образующих токовый слой. Так, потенциал в точке  $(r, \theta)$ , обусловленный круговой токовой петлёй радиуса  $R$  в плоскости  $\theta = \pi/2$ , можно записать как

$$\phi_m(R) = \begin{cases} \phi_m^{(-)}(R) & \text{для } r < R, \\ \phi_m^{(+)}(R) & \text{для } r > R, \end{cases}$$

где

$$\phi_m^{(-)}(R) = 2\pi I(R) \left[ 1 - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2} \left( \frac{r}{R} \right)^{2n+1} P_{2n+1}(\cos \theta) \right],$$

$$\phi_m^{(+)}(R) = 2\pi I(R) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2} \left(\frac{R}{r}\right)^{2n} P_{2n-1}(\cos \theta)$$

выражены через полиномы Лежандра  $P_n$ . Тогда потенциал ( $\Phi_{m.s}$ ), обусловленный кольцевым током, можно получить путём интегрирования по  $R$  от внутренней ( $p$ ) до внешней ( $q$ ) части кольца, причём необходимо аккуратно выбрать область интегрирования в точке  $R = r$ .

Функция  $I(R)$  определяется граничными условиями для  $\Phi_m$  при  $\theta = \pi/2$ , которые дают интегральное уравнение, имеющее численное решение. Функция плотности тока имеет максимум вблизи внутренней границы  $R = a$ , где напряжённость поля выше. Как и в случае двумерной задачи (рис. 2.5), закон сохранения потока можно использовать для расчёта внутреннего и внешнего радиусов  $p(a)$  и  $q(a)$  при сближении диполей на расстояние  $2a$ . Полученный в результате токовый слой будет несколько больше, чем в двумерном случае. Более подробно особенности формирования токовых слоёв вдоль неосесимметричных сепараторов описаны в работах (Longcope and Cowley, 1996; Longcope, 1996, 1998).

## 2.3. Токовые слои в бессилом и магнитостатическом полях

**2.3.1. Бессиловые поля.** Как мы видели выше, удобство рассмотрения потенциальных полей заключается в возможности использования теории комплексных переменных и, в частности, в возможности рассматривать токовый слой как разрез на комплексной плоскости. При моделировании бессиловых полей это преимущество не действует. Однако в настоящее время разработаны методы, позволяющие рассматривать токовые слои в бессиловых полях.

Бейджер (Bajer, 1990) рассмотрел одиночный плазмод в линейном бессилом поле

$$(B_x, B_y, B_z) = \left( \frac{\partial A}{\partial y}, -\frac{\partial A}{\partial x}, B_z \right), \quad (2.33)$$

для которого функция потока  $A$  удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2 A + \alpha^2 A = 0, \quad (2.34)$$

где  $\alpha$  постоянна. Исходное поле пламоида является потенциальным, причём

$$A = r^2(1 - r) \cos^2 \theta.$$

Оно содержит X-точку в начале координат и заключено в цилиндр  $r = 1$ . Коллапс X-точки описывается с помощью численных расчётов, и полученное поле содержит токовый слой с обратным током на концах. Он рассчитывается путём конформного отображения области вне слоя в область вне окружности.

Банджи и Прист (Bungey and Priest, 1995) использовали такой метод для случая

$$B_z^2(A) = 2\mu J_0(A + A_0),$$

где  $J_0$  постоянно (безразмерная величина  $J_0^* = \mu J_0 L_0 / B_0$ ), а  $A_0$  — постоянная, которая вводится, чтобы обеспечить положительное значение  $B_z^2$ . Тогда  $A$  удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2 A + \mu J_0 = 0, \quad (2.35)$$

и мы имеем бессиповое поле с постоянным током  $J_0$ . Конформное отображение

$$z = \frac{1}{2} \left( \tilde{z} + \frac{a^2}{\tilde{z}} \right)$$

отображает область вне сечения от  $z = -a$  до  $z = +a$  на область вне окружности радиуса  $\tilde{r} = a$  с центром в начале отсчёта плоскости  $\tilde{z}$ . Тогда уравнение Пуассона (уравнение (2.35)) можно записать следующим образом:

$$\nabla^2 A(\tilde{r}, \tilde{\theta}) = \frac{\mu J_0}{4} \left[ 1 - \frac{2a^2 \cos(2\tilde{\theta})}{\tilde{r}^2} + \frac{a^4}{\tilde{r}^4} \right]. \quad (2.36)$$

Граничные условия — это  $A(a, \theta) = 0$ , а функция потока ведёт себя как функция Х-точки на больших расстояниях (т.е., например,  $B_0(x^2 - y^2)/(2L_0)$ ). В качестве решения мы получаем действительную часть комплексного потенциала

$$F(\tilde{r}, \tilde{\theta}) = \frac{B_0}{L_0} \left[ a^2 b \lg \frac{\tilde{z}}{a} + a(c - id)\tilde{z} - a^3 \frac{(c + id)}{\tilde{z}} - \frac{1}{8} \left( \tilde{z}^2 - \frac{a^4}{\tilde{z}^2} \right) - \frac{J_0^*}{16} \left( |\tilde{z}|^2 + \frac{2a^2 \tilde{z}^2}{|\tilde{z}|^2} + \frac{a^4}{|\tilde{z}|^2} - 2a^2 - \frac{2a^4}{\tilde{z}^2} \right) \right], \quad (2.37)$$

где  $b$ ,  $c$  и  $d$  — постоянные, и его обратное отображение на плоскость  $z$  можно получить с помощью выражения

$$\tilde{z} = z + (z^2 - a^2)^{1/2}.$$

В отсутствие токового слоя Х-точка потенциального поля вытягивается по мере возрастания  $|J_0^*|$  и при  $|J_0^*| > 2$  силовые линии замыкаются, образуя вытянутое поле с О-точкой. Такая же картина наблюдается при наличии токового слоя конечной длины. На рис. 2.9а–е показан ряд бессиповых конфигураций для возрастающих значений постоянной  $J_0^*$ . Мы видим, как, начиная с  $J_0^* = -3,0$  на рис. 2.9а, где силовые линии горизонтально замкнуты, они горизонтально размыкаются, вытягиваются вертикально и, в конечном счёте, снова замыкаются, как показано на рис. 2.9е.

Все конфигурации бессипового поля, изображённые на рис. 2.9, имеют постоянные значения  $b = c = 0$ . Изменение этих постоянных



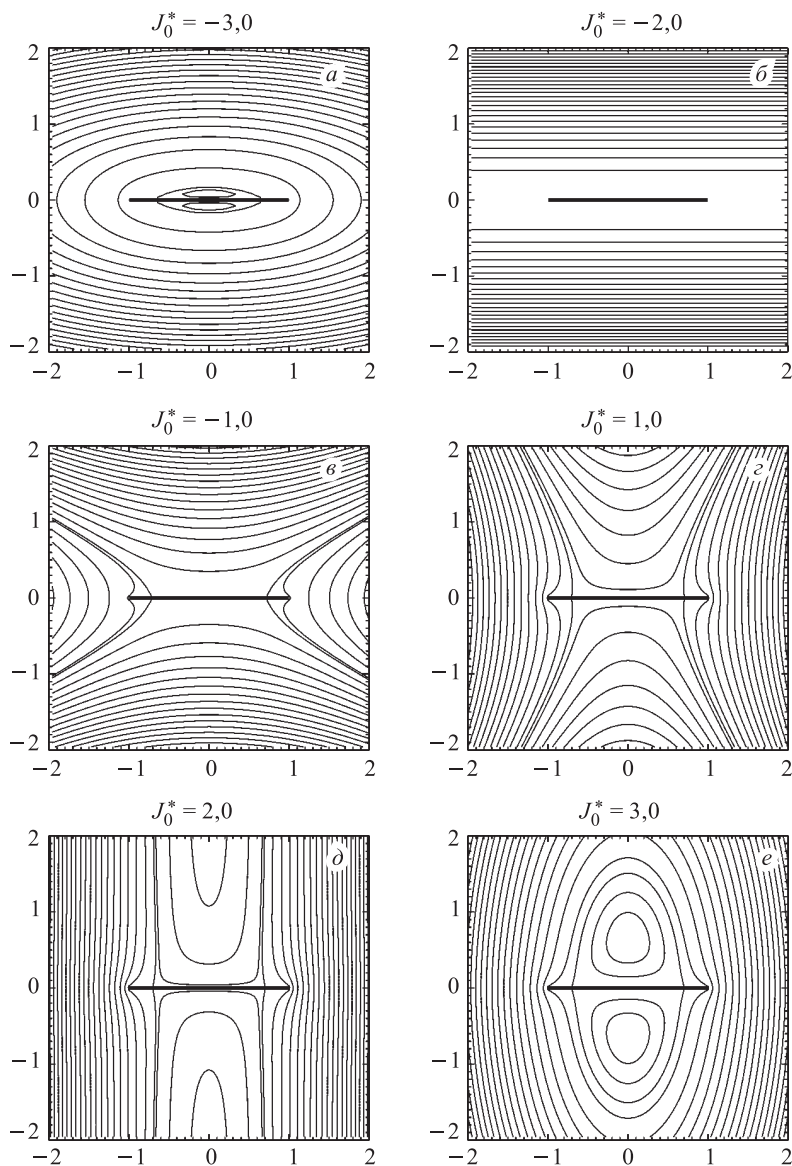


Рис. 2.9. Конфигурации бессилового поля с током постоянной величины при  $b = c = 0$  для следующих диапазонов значений  $J_0^*$ : *a*)  $J_0^* = -3,0$ , *б*)  $J_0^* = -2,0$ , *в*)  $J_0^* = -1,0$ , *г*)  $J_0^* = 1,0$ , *д*)  $J_0^* = 2,0$ , *е*)  $J_0^* = 3,0$ . С ростом значения  $J_0^*$  от  $-3$  силовые линии становятся открытыми при  $J_0^* = -2$ , затем постепенно вытягиваются в направлении  $y$ , и, наконец, снова замыкаются при  $J_0^* = 2$

приводит к тому же результату, что и в случае потенциального поля (п. 2.2.2), причём изменение  $b$  приводит к изменению положения нулевых точек, а изменение  $c$  — к смещению центра симметрии от начала координат.

Возникает вопрос о справедливости таких бессиловых решений. Трудностей не возникает в потенциальном поле ( $J_0 = 0$ ), где  $B_z(A) = (2\mu J_0)^{1/2}(A + A_0)^{1/2}$  всегда равно нулю. Однако при ненулевом значении  $\alpha$ , чтобы решение имело смысл, выражение  $2\mu J_0(A + A_0)$  должно быть положительным. Конкретное граничное условие, выбранное на токовом слое, а именно  $A = 0$ , приводит к изменению знака  $A$  при пересечении сепаратрисы поля, и следовательно, для обеспечения положительного значения  $B_z^2(A)$  в рассматриваемой области при условии, что эта область конечна, можно взять как положительные, так и отрицательные значения дополнительной постоянной  $A_0$ . Изменение значения  $A_0$  приводит к увеличению  $B_z^2$  и, таким образом, к увеличению сдвига магнитного поля, однако при этом проекция силовых линий на плоскость  $xy$  не меняется. Очевидно, что чем больше рассматриваемая область, тем больше должно быть значение вводимой постоянной  $A_0$ .

Одной из особенностей этих решений является наличие асимметрии вдоль слоя, которая даёт как потенциальное, так и бессильное поле с асимметричным распределением тока. Интересны, в частности, и такие особенности решений с постоянным током, как погружённость токового слоя в замкнутое поле и наличие магнитных островов у поверхностей слоя.

Продифференцировав действительную часть уравнения (2.37) по  $y$  и взяв её значение для  $y = 0$ , получим выражение для магнитного поля ( $B_x$ ) вдоль слоя. Тогда величину тока на единицу длины в любой точке токового слоя можно рассчитать следующим образом:

$$J = \frac{2B_x(y=0)}{\mu} = \frac{-2B_0}{\mu L_0} \left[ \frac{a^2 b + 2acx - x^2(1 + J_0^*/2) + a^2/2}{\sqrt{a^2 - x^2}} \right]. \quad (2.38)$$

Распределение тока вдоль слоя асимметрично, если постоянная  $c$  не равна нулю.

Полный ток в слое ( $J_r$ ) можно также рассчитать, проинтегрировав уравнение (2.38) вдоль слоя:

$$J_r = \frac{-2B_0}{\mu L_0} \left[ a^2 \pi \left( b - \frac{J_0^*}{4} \right) \right]. \quad (2.39)$$

Если  $b$  отрицательно, а  $J_0^*$  равно нулю, то полный ток в слое имеет положительное значение (в предположении, что  $B_0/L_0 > 0$ ). Если  $b = J_0^*/4$ , то обратные токи совпадают с прямыми и полный ток в слое равен нулю. При положительном  $(b - J_0^*/4)$  полный ток в слое имеет отрицательное значение. Влияние изменений  $J_0^*$  на величину полного

тока в слое можно видеть и из уравнения (2.38): отрицательное значение  $J_0^*$  увеличивает обратный ток, а положительное — прямой.

**2.3.2. Магнитостатические поля.** Возьмём потенциальное магнитное поле, содержащее X-точку, и изменим положение его источников и давление. Тогда поле переходит в новое равновесное состояние, но сохраняет топологию, так как пересоединение невозможно. В общем

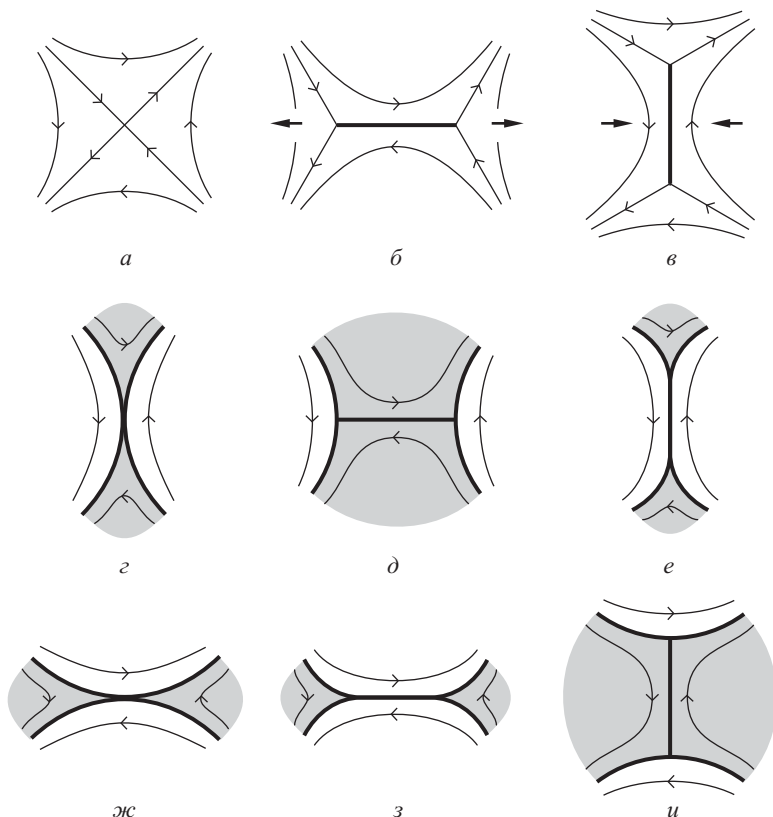


Рис. 2.10. Бифуркации X-точки (а) и образование токовых слоёв (тёмные кривые) при движениях источников (б) и (в) и увеличении давления (г)–(и) в заштрихованных областях

случае происходит бифуркация X-точки с образованием токовых слоёв вдоль сепаратрис (рис. 2.10). Если записать составляющие поля как

$$(B_x, B_y) = \left( \frac{\partial A}{\partial y}, -\frac{\partial A}{\partial x} \right),$$

то равновесие сил можно записать через функцию потока следующим образом:

$$\nabla^2 A + \mu \frac{dp}{dA} = 0, \quad (2.40)$$

где  $p = p(A)$ , и мы получаем баланс полного давления

$$p_1 + \frac{B_1^2}{2\mu} = p_2 + \frac{B_2^2}{2\mu} \quad (2.41)$$

по обе стороны каждой сепаратрисы. Численное моделирование этого процесса представлено в работе (Rastätter et al., 1994).

Прежде всего, если источники расходятся или сближаются по бокам, то токовый слой соединяет две  $Y$ -точки (соответственно рис. 2.10 б и 2.10 в). Если давление в областях ниже  $X$ -точки возрастает (см. рис. 2.10 а), то образуется касп, а токовые слои располагаются вдоль сепаратрис, как показано на рис. 2.10 г. Магнитное поле выше и ниже каспа стремится к нулю, тогда как справа и слева оно не равно нулю. Таким образом, уменьшение давления плазмы при переходе от заштрихованной к незаштрихованной области компенсируется ростом магнитного давления.

Такую же структуру можно видеть на рис. 2.10 е, где она образуется за счёт увеличения давления плазмы сверху и снизу от  $Y$ -точек на рис. 2.10 в. Аналогичным образом рост плазменного давления слева и справа от  $X$ -точек на рис. 2.10 а или  $Y$ -точек на рис. 2.10 б даёт конфигурации с каспами и сепаратрисными слоями, изображённые соответственно на рис. 2.10 ж и 2.10 з. Если, наоборот, давление плазмы усиливается сверху и снизу от слоя, как показано на рис. 2.10 б, или слева и справа от слоя, как показано на рис. 2.10 в, то образуются  $T$ -точки, изображённые на рис. 2.10 д и 2.10 и соответственно. Их особенностью является то, что при приближении к  $T$ -точке со стороны области высокого давления магнитное поле стремится к нулю, тогда как в областях с низким давлением оно не равно нулю, так что опять уменьшение давления плазмы компенсируется ростом магнитного давления. Если давление растёт несимметрично, то токовые слои, соединяющие  $T$ -точки или точки каспа, искривляются.

При определённых граничных условиях и в отсутствие омической диффузии простой диффузный токовый слой с полем  $B_0(y)\hat{x}$ , давлением  $p_0(y)$  и функцией потока  $A_0(y)\hat{z}$  может также развиться во внутренний сингулярный токовый слой. Допустим, что  $B_0(y)$  — нечётная функция, исчезающая на плоскости  $y = 0$ , а на границах  $y = +a$  и  $y = -a$  периодически возникает возмущение ( $A_1 = \varepsilon \cos kx$ ). Далее, пусть поле релаксирует к состоянию равновесия между давлением и магнитными силами, удовлетворяя уравнению

$$\nabla^2 A + \mu \frac{dp}{dA} = 0$$

или, в линеаризованном виде,

$$\nabla^2 A_1 + \mu \frac{d^2 p_0}{dA_0^2} A_1 = 0. \quad (2.42)$$

Общее гладкое решение представляет собой сумму нечётной функции  $y$ , которая не удовлетворяет граничным условиям, и чётной функции, которая нарушает условие вмерожённого потока ( $A_1 = 0$  при  $y = 0$ ). Таким образом, задача не имеет гладкого решения, а вместо этого искомое решение представляет собой нечётную функцию для  $y > 0$  вместе с  $A_1(x, y) = A_1(x, -y)$  для  $y < 0$ . Это решение содержит скачок в  $\partial A_1 / \partial y$  при  $y = 0$  и таким образом приводит к сингулярности тока типа  $\delta$ -функции. Токовый слой, формирование которого обусловлено граничными условиями, также может пересоединяться. Такой процесс называется вынужденным магнитным пересоединением (Kulsrud and Hahn, 1982; Hahn and Kulsrud, 1985). И действительно, количество выделяемой в результате энергии было рассчитано и показано, что оно особенно велико, когда поле находится вблизи границы разрывной устойчивости (Vekstein and Jain, 1998).

В более общем виде для поля  $B_0(y) = \text{th } y$  Шиндлер и Бирн (Schindler and Birn, 1993) наложили граничные условия

$$A_1(x, a) = A_1(x, -a) = \sum_{n=1}^{\infty} t_n \sin(k_n x)$$

на верхней и нижней границах, где  $k_n = n\pi/l$ , и

$$A_1(0, y) = \sum_{n=1}^{\infty} r_n w_n(y)$$

на левой границе ( $x = 0$ ), где

$$w_n(y) = \text{th}(y) \cos(k_n y) + k_n \sin(k_n y),$$

а  $k_n$  есть решения уравнения

$$\text{th}(a) + k_n \text{tg}(k_n, a) = 0.$$

Отсюда получаем решение уравнения (2.42) в общем виде:

$$A_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{t_n}{v_n(a)} \sin(k_n x) v_n(y) + \frac{r_n}{u_n(0)} u_n(x) w_n(y) \right],$$

где

$$\begin{aligned} v_n(y) &= \text{th}(y) \text{ch}(k_n y) - k_n \text{sh}(k_n y), \\ u_n(y) &= \text{th}(k_n l) \text{ch}(k_n x) - \text{sh}(k_n x). \end{aligned}$$

Тогда соответствующий ток в слое при  $y = 0$  равен

$$J(x) = -\frac{2}{\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{t_n}{v_n(s)} (1 - k_n^2) \sin(k_n x) + \frac{r_n}{u_n(0)} (1 + k_n^2) u_n(x) \right].$$



1967; Chodura and Schlüter, 1981; Klimchuk et al., 1988; Hesse and Birn, 1993; Rastätter and Neukirch, 1997).

Если  $\mathbf{X}(\mathbf{x})$  — конечное положение элемента плазмы, первоначально находившегося в положении  $\mathbf{x}$ , то именно прерывистость гомеоморфного отображения от  $\mathbf{x}$  до  $\mathbf{X}$  связывается с сингулярностями. Уравнение Лагранжа для замороженного поля (2.44) устанавливает связь между составляющими  $i$  и  $j$  конечного  $(\mathbf{B}_E)$  и начального  $(\mathbf{B}_0)$  полей при помощи выражения

$$B_{Ei}(\mathbf{X}) = B_{0j}(x) \frac{\partial X_i}{\partial x_j},$$

и хотя конечная протяжённость силовых линий делает величину  $x$  дифференцируемой в направлении  $\mathbf{B}_0$ , она не обязательно должна быть дифференцируемой в направлениях, перпендикулярных  $\mathbf{B}_0$ .

Магнитная энергия  $W_m(t) = \sum_{\mathfrak{D}} B^2 / (2\mu) dV$  изменяется во времени со скоростью

$$\frac{dW_m}{dt} = \frac{1}{\mu} \int_{\mathfrak{D}} \mathbf{B} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dV = \frac{1}{\mu} \int_{\mathfrak{D}} \mathbf{B} \cdot \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) dV.$$

Используя теорему Остроградского–Гаусса и граничные условия на  $\partial\mathfrak{D}$ , это выражение можно преобразовать к виду

$$\frac{dW_m}{dt} = \int_{\mathfrak{D}} \mathbf{v} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{B} dV, \quad (2.46)$$

так что магнитная энергия уменьшается, когда сила Лоренца в плазме совершает положительную работу, и наоборот. Скорость изменения кинетической энергии  $W_k(t) = \frac{1}{\mu} \rho \int_{\mathfrak{D}} v^2 dV$  описывается выражением

$$\frac{dW_k}{dt} = \rho \int_{\mathfrak{D}} \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} dv = \int_{\mathfrak{D}} (-\mathbf{v} \cdot \nabla p + \mathbf{v} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{B} - K \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) dV,$$

которое также можно преобразовать с помощью теоремы Остроградского–Гаусса, условия несжимаемости и граничных условий к виду

$$\frac{dW_k}{dt} = \int_{\mathfrak{D}} \mathbf{v} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{B} dV - 2K W_k, \quad (2.47)$$

так что кинетическая энергия возрастает под действием (положительной) силы Лоренца и уменьшается за счёт диссипации.

Объединив уравнения (2.46) и (2.47), получим

$$\frac{d}{dt} (W_m + W_k) = -2K W_k. \quad (2.48)$$

Поскольку  $W_k > 0$  и  $K > 0$ , полная энергия монотонно уменьшается и, будучи положительной, должна стремиться к конечному пределу.

Далее, если исходное магнитное поле имеет нетривиальную топологию (в том смысле, что не все силовые линии могут замыкаться в некоторой точке, не пересекаясь с другими силовыми линиями), то  $W_m(t)$  (а также  $W_m + W_k$ ) не могут быть меньше некоторой нижней границы ( $>0$ ), которая определяется этой топологией.

Магнитная энергия уменьшается по мере того как магнитное напряжение заставляет силовые линии сжиматься, однако этому препятствует сцепление между силовыми линиями, мерой которого является, в частности, магнитная спиральность (см. § 8.5, п. 9.1.1 и работу (Mofatt, 1969))

$$H = \int_{\mathfrak{D}} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} dV, \quad (2.49)$$

где  $\mathbf{A}$  — векторный потенциал  $\mathbf{B}$ , удовлетворяющий выражениям

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (2.50)$$

Магнитная спиральность является как мерой закрученности, так и мерой сцепления магнитных силовых трубок: она постоянна в условиях эволюции замороженного поля (Woltjer, 1958) и в целом не равна нулю для полей с нетривиальной топологией. Именно инвариантность  $H$  накладывает ограничение снизу на  $W_m(t)$ , поскольку, объединив неравенство Шварца

$$\int_{\mathfrak{D}} A^2 dV \int_{\mathfrak{D}} B^2 dV \geq H^2$$

и общепринятое неравенство (Roberts, 1967)

$$\sum_{\mathfrak{D}} A^2 dV \leq \frac{1}{K_0^2} \int_{\mathfrak{D}} B^2 dV$$

(где  $K_0 > 0$  — постоянная), получим

$$W_m(t) \geq \frac{K_0}{2\mu} |H|,$$

что и требовалось доказать.

В асимптотическом случае диссипация должна исчезнуть, так что

$$\mathbf{v} \equiv 0 \quad \text{и} \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_E,$$

где  $\mathbf{B}_E$  — магнитостатическое поле, удовлетворяющее условию

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla p.$$

В этом равновесном состоянии поле  $\mathbf{B}_E$  может содержать поверхности тангенциальных разрывов (токовые слои). На таких поверхностях  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} = 0$  (иначе существовала бы бесконечная сила Лоренца, тангенциальная к слою), а полное давление  $[p + B^2/(2\mu)]$  непрерывно.

Рассмотрено несколько модельных задач, показывающих, как можно использовать вышеизложенное для определения эволюции магнит-



ного поля. Например, Линардатос (Linardatos, 1993) рассматривал релаксацию двумерного магнитного поля

$$(B_x, B_y) = \left( \frac{\partial A}{\partial y}, -\frac{\partial A}{\partial x} \right),$$

в котором силовые линии заданы выражением  $A = \text{const}$ , а уравнение замороженного поля сводится к виду  $dA/dt = 0$ . Поскольку поток является несжимаемым, площадь  $a(A)$ , связанная с силовой линией, сохраняется: она известна как маркировочная функция <sup>1)</sup> и продолжает характеризовать поле в последующие моменты времени. Поэтому силовые линии стремятся минимизировать свою длину при сохранении занимаемой ими площади. Функция равновесного потока ( $A_E$ ) определяется из уравнения

$$\nabla^2 A_E = -\mu j(A_E),$$

где функция тока  $j(A_E)$  частично определяется маркировочной функцией, а частично — формой границы. Поля конечной энергии, простирающиеся в бесконечность и имеющие эллиптическую топологию, релаксируют к состоянию, при котором все силовые линии представляют собой концентрические окружности. Если такое поле заключено внутри конечной границы, то состоянием минимальной энергии является такое состояние, в котором силовые линии вблизи границы стремятся вытянуться вдоль неё, тогда как силовые линии во внутренних областях приобретают форму круга. В полях, содержащих Х-точки, происходит локальный коллапс с образованием токовых слоёв (см. также (Bajer, 1990)).

Моффатт (Moffatt, 1985) качественно проанализировал в качестве примера трёхмерную конфигурацию, в которой две нескрученные трубки магнитного потока соединены, как изображено на рис. 2.11 а. Конфигурация имеет магнитную спиральность

$$H = 2F_1 F_2,$$

где  $F_1$  и  $F_2$  — величины потоков в трубках. При релаксации силовые линии сокращаются, а поток в каждой из трубок сохраняется (благодаря несжимаемости среды сохраняется также и их объём). Сокращение силовых линий прекращается, когда трубки соприкасаются (рис. 2.11 б), однако магнитная энергия может продолжать уменьшаться за счёт расхождения внешних силовых линий по азимуту вокруг внутренней трубки с образованием конечного осесимметричного состояния (рис. 2.11 в). Теперь два объёма разделены тонким токовым слоем на тороидальной разделительной поверхности.

---

<sup>1)</sup> Signature function переведено как «маркировочная функция» (маркирующая силовые линии магнитного поля).

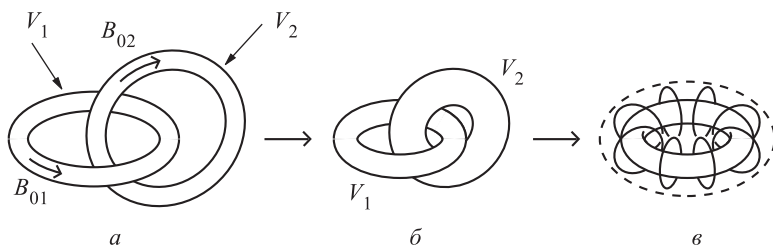


Рис. 2.11. Релаксация пары связанных трубок магнитного потока с объёмами  $V_1$  и  $V_2$  и начальным полем, соответственно  $B_{01}$  и  $B_{02}$  (Moffatt, 1985): а) исходное состояние, б) состояние в процессе релаксации, в) конечное состояние после релаксации

## 2.5. Самосогласованное динамическое нестационарное образование токового слоя

Теперь вернёмся к вопросу о том, что происходит при коллапсе поля, содержащего X-точку

$$B_y + iB_x = z. \quad (2.51)$$

Эволюционирует ли оно, как принято считать, в поле вида

$$B_y + iB_x = (z^2 + L^2)^{1/2} \quad (2.52)$$

с Y-точками на концах токового слоя или в поле Сыроватского

$$B_y + iB_x = \frac{z^2 + a^2}{(z^2 + L^2)^{1/2}} \quad (2.53)$$

с областями обратного тока и сингулярностями на концах? Либо же оно эволюционирует к какому-то другому состоянию?

Приведённые выше уравнения (2.52) и (2.53) описывают медленную пассивную эволюцию с прохождением через серию равновесных состояний. Однако Прист, Титов и Рикард [Priest, Titov, and Rickard, 1994b] обнаружили ряд новых нелинейных автомодельных сжимаемых решений, описывающих динамическое нестационарное образование токового слоя. В предположении, что

$$c_s \ll v \ll v_A,$$

так что скорость потока  $v$  является промежуточной между звуковой  $c_s$  и альфвеновской  $v_A$  скоростями, они решили уравнение движения

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.54)$$

(в отсутствии градиента давления) и уравнение идеальной индукции

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.55)$$

С точностью до членов низшего порядка они получили автомодельный квазистатический коллапс в виде бестоковых состояний вокруг растущего токового слоя. Движение силовых линий определяет скорость потока перпендикулярно полю, тогда как поток  $v_{\parallel}$  вдоль движущихся силовых линий определяется балансом между силой Кориолиса и центробежной силой, связанной с вращением силовых линий, при котором ускорение перпендикулярно магнитному полю. Полученные силовые линии изображены на рис. 2.12. В безразмерных переменных токовый слой простирается вдоль оси  $x$  от  $-\sqrt{t}$  до  $+\sqrt{t}$ . По мере удлинения

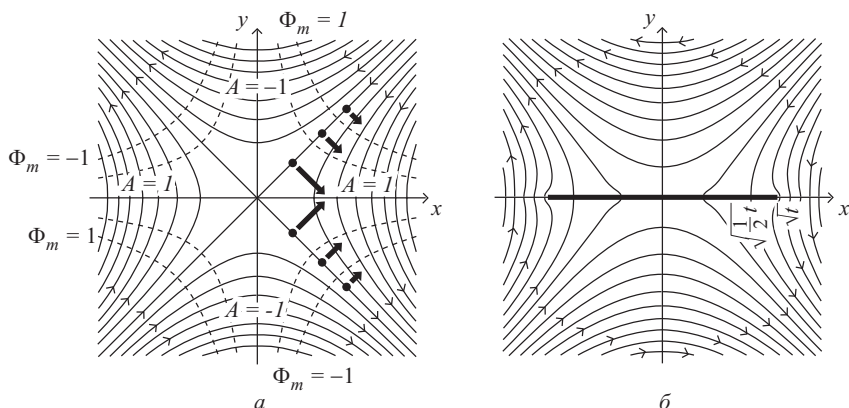


Рис. 2.12. Магнитные силовые линии (сплошные кривые) при а)  $t = 0$  и б)  $t > 0$  в самосогласованном токовом слое, простирающемся от  $z = -\sqrt{t}$  до  $z = \sqrt{t}$

слоя магнитная диссипация увеличивается, и он поглощает половину магнитного потока перед собой, создавая таким образом поперечную  $y$ -составляющую поля, пронизывающего слой. Другая половина накапливается впереди слоя и образует область обратного тока на концах слоя. Во время коллапса отдельные элементы плазмы сходятся вдоль оси  $x$ .

Решение можно записать в сжатой форме через  $z = x + iy$  как

$$B_y + iB_x = -\frac{\left[z + \sqrt{z^2 - t}\right]^2}{4\sqrt{z^2 - t}}. \quad (2.56)$$

Это уравнение можно вывести следующим образом. Прежде всего разложим переменные в ряд по степеням альфвеновского числа Маха  $\varepsilon$  ( $\varepsilon \ll 1$ ), так что

$$\mathbf{v} = \varepsilon \mathbf{v}_0 + \varepsilon^2 \mathbf{v}_1 + \dots, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \varepsilon \mathbf{B}_1 + \dots$$

В нулевом приближении уравнение (2.54) принимает вид

$$\mathbf{j}_0 = 0, \quad (2.57)$$

и в первом приближении

$$\rho_0 \frac{d\mathbf{v}_0}{dt} = \mathbf{j}_1 \times \mathbf{B}_0. \quad (2.58)$$

Таким образом уравнение (2.57) даёт эволюцию через потенциальные состояния  $\mathbf{B}_0$ , а уравнение (2.58) означает

$$\frac{d\mathbf{v}_0}{dt} \cdot \mathbf{B}_0 = 0, \quad (2.59)$$

так что ускорение должно быть перпендикулярно  $\mathbf{B}_0$ .

Далее, запишем поле через функцию потока  $A$  в виде

$$(B_{0x}, B_{0y}) = \left( \frac{\partial A}{\partial y}, -\frac{\partial A}{\partial x} \right),$$

где уравнения (2.57) и (2.55) означают, что

$$\nabla^2 A = 0 \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla A = 0,$$

так что  $A$  потенциальна и имеет место замороженность в плазму. Затем введём сопряжённую гармоническую функцию  $\Phi_m$  и допустим, что она также заморожена в плазму, так что

$$\frac{\partial \Phi_m}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \Phi_m = 0.$$

Таким образом, при движении элемента плазмы  $A$  и  $\Phi_m$  сохраняются.

Запишем далее

$$f = A + i\Phi_m$$

и

$$z = x + iy$$

с целью определения  $z(f, t)$  и обратного значения  $f(z, t)$ . В этой системе уравнение (2.59) можно записать как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \Big/ \frac{\partial z}{\partial f} - \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial t^2} \Big/ \frac{\partial \bar{z}}{\partial f} = 0,$$

а, следовательно,

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \chi(t) \frac{\partial z}{\partial f}, \quad (2.60)$$

где  $\chi(t)$  — произвольная действительная функция. Теперь предположим для простоты, что для потока без ускорения  $\chi \equiv 0$ . Тогда получим решение уравнения (2.60) в простом виде

$$z = z_0(f) + v_0(f)t, \quad (2.61)$$

где  $z_0(f)$  — начальное положение плазменного элемента, а  $v_0(f)$  — его скорость.

Пусть далее начальная функция потока будет  $A_0 - (x^2 - y^2)/2$ , что даёт  $f_0 = z_0^2/2$  и, следовательно,  $z_0 = \sqrt{2f}$ . Если, кроме того, начальная скорость равна  $v_0 = 1/(4\sqrt{2f})$  (то есть электрическое поле первоначально составляет  $1/4$ ), то уравнение (2.61) принимает вид

$$z = z_0 + \frac{t}{4z_0}.$$

Отсюда

$$2z_0 = z + \sqrt{z^2 - t}.$$

Однако величина  $f = f_0 = z_0^2/2$  в движущейся плазме сохраняется и таким образом

$$f(z, t) = \frac{1}{8} \left[ z + \sqrt{z^2 - t} \right]^2,$$

что и является искомым решением. В результате получаем составляющие магнитного поля

$$B_y + iB_z = -\frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{\left[ z + \sqrt{z^2 - t} \right]^2}{4\sqrt{z^2 - t}},$$

составляющие скорости

$$v_x + iv_y = \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{1/2}{z + \sqrt{z^2 - t}},$$

плотность и электрическое поле

$$\rho = \frac{\rho_0}{|\partial z / \partial z_0|^2} = \frac{\rho_0}{\left| 1 - t \left[ z + \sqrt{z^2 - t} \right]^{-2} \right|^2}$$

и

$$E = -\operatorname{Re} \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{8} \operatorname{Re} \left[ 1 + \frac{z}{\sqrt{z^2 - t}} \right].$$

Несмотря на изящество представления, полученные выражения являются довольно «грязными», например, выражение для  $B_x(x, y, z)$ . В этом наиболее простом из всего семейства решений отдельные плазменные элементы сходятся по оси  $x$  и образуют токовый слой длиной  $2\sqrt{t}$ . При коллапсе магнитного поля слой растёт в длину и магнитная диссипация увеличивается. Конец слоя движется со скоростью  $1/(2\sqrt{t})$ : он поглощает половину магнитного потока, а оставшаяся часть накапливается, создавая область обратного тока.

Описанное выше частное решение можно обобщить несколькими способами. Во-первых, проведённый анализ предполагает наличие начального поля, содержащего простую Х-точку,

$$f_0 = \frac{z_0^2}{2}.$$

Вместо него можно выбрать различные начальные условия, в том числе наличие одного или двух источников линейного тока, двух дипольных

источников, всплывающего потока или четырёх линейных токов. Во-вторых, можно рассматривать начальные профили скорости, отличающиеся от

$$v_0 = \frac{1}{4\sqrt{2f}}.$$

В-третьих, выше при решении уравнения (2.60) мы полагали  $\chi \equiv 0$ , т.е. рассматривался поток без ускорения. Таким образом, другим вариантом обобщения является рассмотрение ускоряющегося потока, когда величина  $\chi$  либо постоянна, либо является заданной функцией времени. В-четвёртых, выше мы полагали магнитный поток  $\Phi_m$  замороженным в плазму. Отказ от этого допущения затрудняет аналитический анализ и, вообще говоря, требует численного решения. В принципе можно рассматривать любой топологически подходящий набор потенциальных решений основных уравнений для магнитного поля  $\mathbf{B}_0$

$$\mathbf{j}_0 = 0, \quad (2.62)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0) \quad (2.63)$$

и

$$\frac{d\mathbf{v}_0}{dt} \cdot \mathbf{B}_0 = 0. \quad (2.64)$$

Тогда скорость потока ( $v_\perp$ ) перпендикулярно магнитному полю определяется в явном виде из уравнения (2.63), и трудность заключается

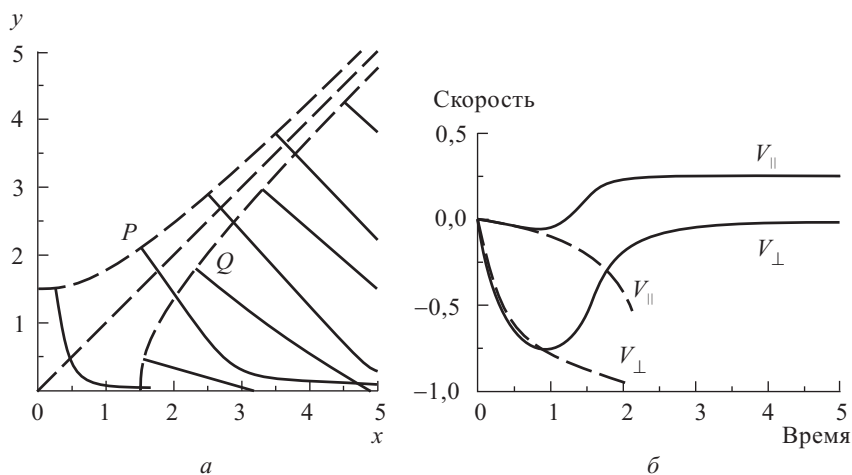


Рис. 2.13. Самосогласованная квазистационарная структура токового слоя в  $X$ -точке при наличии  $Y$ -точек на концах слоя и длине слоя  $2L = 2t$  в отсутствии пересоединения: а) траектории движения плазменных элементов; б) составляющие скорости плазменных элементов с первоначальным положением в точках  $P$  (сплошные линии) и  $Q$  (пунктирные линии)

в решении нелинейного уравнения (2.64) для скорости потока ( $v_{\parallel}$ ) параллельно магнитному полю. Метод решения был разработан в общем виде и применён к частному случаю растущего токового слоя вида (2.52) с Y-точками на концах (рис. 2.13).

## 2.6. Образование токовых слоёв вдоль сепаратрис за счёт сдвига

**2.6.1. Двумерные поля без X-точек.** Токовые слои могут образовываться и в полях без X-точек в плазменном объёме (Low and Wolfson, 1988; Vekstein et al., 1990; Amari and Aly, 1990; Kliem and Seehafer, 1991). Рассмотрим, например, квадрупольное поле с сепаратрисой, пересекающей некоторую поверхность (например, солнечную фотосферу) на так называемом лысом участке (Титов и др., 1990), как показано на рис. 2.14 а. Сходящиеся движения в конечном счёте образуют X-точку

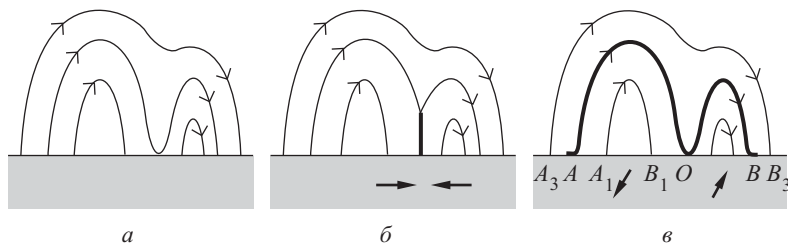


Рис. 2.14. а) Квадрупольное поле, не содержащее X-точек. Образование токовых слоёв (тёмные кривые) при б) сходящихся движениях и в) сдвиговых движениях

на границе, и из этой точки вверх простирается токовый слой, обеспечивая сохранение магнитной топологии при продолжающемся движении (рис. 2.14 б). Сдвиговые движения приводят к более разительному результату (рис. 2.14 в). Составляющие 2,5-мерного поля в декартовых координатах, выраженные через функцию потока  $A$ , равны

$$(B_x, B_y, B_z) = \left[ \frac{\partial A}{\partial y}, -\frac{\partial A}{\partial x}, B_z(A) \right], \quad (2.65)$$

а бессילовое уравнение  $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0$  сводится к уравнению Грэда–Шаффрнова

$$\nabla^2 A + B_z \frac{dB_z}{dA} = 0. \quad (2.66)$$

Возьмём для начала потенциальное поле (рис. 2.14 а) и предположим, что имеет место гладкое возмущение  $[\chi_z(x)]$  в основаниях силовой

линии, а  $B_y$  остаётся гладкой фиксированной функцией при  $y = 0$ . Уравнение для силовой линии имеет вид

$$\frac{dz}{B_z} = \frac{ds}{B_p}, \quad (2.67)$$

где

$$\mathbf{B}_p = \left( \frac{\partial A}{\partial y}, -\frac{\partial A}{\partial x} \right) \quad (2.68)$$

— потенциальное поле в плоскости  $xy$ , и интегрирование уравнения (2.67) даёт

$$B_z(A) = \frac{d(A)}{V(A)}, \quad (2.69)$$

где

$$d(A) = [\xi_z] \quad (2.70)$$

— разность смещений между концами силовой линии, а

$$\bar{V}(A) = \int \frac{ds}{B_p} \quad (2.71)$$

— дифференциальный объём потока полоидального поля.

Итак, величина  $B_z(A)$  постоянна вдоль всей силовой линии, однако она может существенно различаться для двух силовых линий  $A_3B_3$  и  $A_1B_1$ , расположенных непосредственно над и под сепаратрисой  $AOB$ , поскольку разности смещения оснований различны. Вся сепаратриса становится, таким образом, токовым слоем (рис. 2.14 в), который соприкасается с поверхностью в точках  $A$ ,  $O$  и  $B$ .

**2.6.2. Двумерные поля с X-точками.** X-точка в потенциальном поле структурно неустойчива. Под действием идеальных сходящихся движений она может расщепиться на две Y-точки, соединённые токовым слоем. Напротив, сдвиговые движения приводят к образованию пары каспов, соединённых токовым слоем, наряду с токовыми слоями вдоль сепаратрис, а именно, вдоль силовых линий, связанных с X-точкой, как показано на рис. 2.15 (Zwingmann et al., 1985; Low and Wolfson, 1988; Vekstein et al., 1990; Vekstein and Priest, 1992; Platt and Neukirch, 1994).

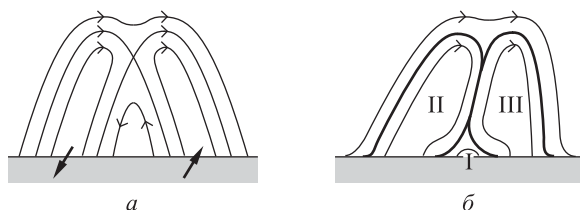


Рис. 2.15. а) Квадрупольное поле с X-точкой. б) Образование токовых слоёв (тёмные кривые) при сдвиговых движениях



На первый взгляд можно ожидать, что в ответ на сдвиг  $X$ -точка начнёт исчезать, но в целом такое состояние не может оставаться устойчивым, поскольку  $B_p$  стремится к нулю при приближении к  $X$ -точке с любого направления, и поэтому при переходе через сепаратрису не обеспечивается скачок магнитного давления, связанный со скачкообразным изменением  $B_z$ . Решением этой проблемы является превращение  $X$ -точки в токовый слой с каспами на концах (Vekstein and Priest, 1992, 1993). Сепаратрисы, соединённые с каспом, обладают той особенностью, что  $B_p$  стремится к нулю при приближении с одной стороны сепаратрисы и к постоянным значениям при приближении с двух других сторон, так что при пересечении сепаратрисы обеспечивается скачок  $B_p^2$ , который может уравновесить скачок  $B_z^2$ .

Рассмотрим простейший случай, когда сдвиг существует только в области I, скажем, под  $X$ -точкой, так что в областях II и III по обе стороны  $B_z = 0$ , а поле потенциально с  $\nabla^2 A = 0$ .

В области I вблизи каспа мы имеем автомодельное решение

$$A = r^a f(\xi), \quad (2.72)$$

где

$$\xi = \frac{\theta}{r^b}, \quad (2.73)$$

так что сепаратриса (например,  $A = 0$ ) имеет вид  $\xi = 1$ . Иными словами это не прямая линия, а кривая  $\theta = r^b$ , где  $b > 0$ . Тогда составляющие поля равны

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} = r^{a-1-b} f'(\xi),$$

$$B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r} = -a r^{a-1} f(\xi) + b r^{a-1} f'(\xi) \xi.$$

Уравнение равновесия

$$\nabla^2 A = -B_z \frac{dB_z}{dA}$$

должно иметь правую часть в виде  $-\varepsilon A^{-n}$ , где подстановка уравнения (2.72) даёт

$$n = \frac{2b + 2 - a}{a}, \quad (2.74)$$

и функция  $f(\chi)$  до членов низшего порядка описывается уравнением

$$f'' = -\varepsilon f^{-n}. \quad (2.75)$$

В области II поле потенциально и  $A$  имеет вид

$$A = B_0 r \sin \theta + B_1 r^{K_1} \sin K_1(\theta - \pi), \quad (2.76)$$

где  $B_1$  и  $K_1$  — постоянные. Это, как и требовалось, даёт  $A = 0$  на вертикальной ветви сепаратрисы  $\theta = \pi$ . Искривлённая часть сепаратрисы в области II описывается выражением

$$\theta = \frac{B_1}{B_0} r^{K_1-1} \sin K_1 \pi. \quad (2.77)$$

Из сравнения с формулой  $\theta = r^b$  для области I видно, что

$$K_1 = 1 + b. \quad (2.78)$$

И наконец, баланс магнитного давления при переходе через сепаратрису, разделяющую области I и II, даёт

$$B_{z0}^2 + cr^{2(a-1-b)} = B_0^2 + 2KB_1B_0r^b \cos K_1\pi.$$

Для согласования изменений по  $r$  при пересечении сепаратрисы нам необходимо

$$n = 1 + \frac{3b}{2}. \quad (2.79)$$

Таким образом, наше решение вблизи каспа имеет один свободный параметр (а именно,  $b$ ), значение которого определяется глобальным равновесным решением. С помощью этого параметра из уравнений (2.78) и (2.79) определяются параметры  $K_1$  и  $a$ , а токовый параметр  $n$  следует из уравнения (2.74):

$$n = \frac{2 + b}{2 + 3b}.$$

## 2.7. Переплетение за счёт произвольных движений оснований

Токовые слои могут возникать тогда, когда магнитостатическое равновесие полностью отсутствует, то есть в ситуациях, известных как *неравновесные*. Если основания силовых линий простого биполярного магнитного поля медленно движутся, то в плазме с низким значением  $\beta$  (как, например, солнечная корона над фотосферой) образуется ряд бессиловых конфигураций. Однако в сложном магнитном поле, содержащем топологически различные системы потоков, гладкий переход от одного равновесного состояния к другому не всегда возможен. Паркер (Parker, 1972) и Сыроватский (1978) предположили, что при движении оснований силовых линий такого магнитного поля конфигурация не может подстраиваться к новому бессиловому равновесию и вместо этого образуются токовые слои. Сами эти токовые слои не находятся в равновесии, так как в них происходит быстрое пересоединение со скоростью, составляющей доли альфвеновской скорости, и магнитная конфигурация приходит в состояние с наименьшей потенциальной энергией. Паркер назвал такой процесс *топологической диссипацией*. Постоянное движение оснований силовых линий означает, что поле всё время находится в процессе пересоединения, в результате которого магнитная энергия преобразуется в тепло. Возможно, именно таков механизм нагрева солнечной короны, особенно в активных областях (см. § 11.3). Он может также играть важную роль в возникновении солнечных выбросов (§ 11.1) и магнитосферных суббурь (§ 10.5).

Паркер (Parker, 1979, 1990) показал, что, если несколько магнитных силовых трубок тесно соприкасаются и все они закручены в одном на-

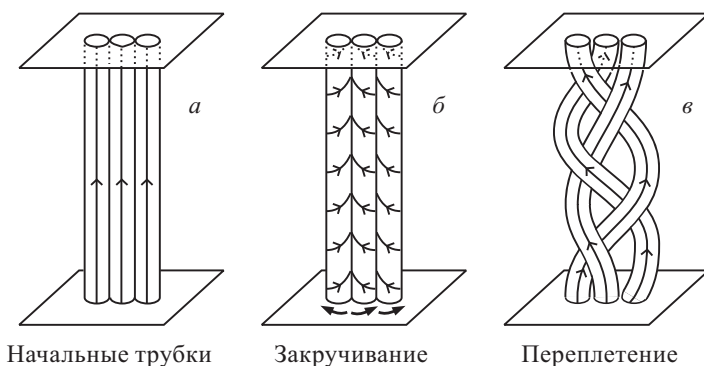


Рис. 2.16. Воздействие на а) начальное поле движений б) закручивания и с) переплетения

правлении, то токовые слои будут образовываться на границах трубок (рис. 2.16 б). Он рассмотрел магнитное поле

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}, \quad B_z = \text{const}$$

в равновесном состоянии с давлением  $p = (k_x^2 + k_y^2)A^2/(2\mu)$ , так что

$$A = K \sin k_x \sin K_y y. \quad (2.80)$$

Это даёт ряд закрученных силовых трубок в прямоугольных ячейках, причём в примыкающих ячейках закручивание происходит в противоположных направлениях, а в основной ячейке  $0 < x < \pi/k_x$ ,  $0 < y < \pi/K_y$ . Далее он показал, что, если во всех ячейках направление закручивания одинаково, то они не находятся в равновесии, так как значительно теснее прилегают друг к другу посередине, чем на концах, что приводит к выдавливанию плазмы из промежутков между ячейками. При этом пересоединение приводит к конфигурации, изображённой на рис. 2.17, когда образуются замкнутые силовые линии, совершающие круговые движения вокруг вершин первоначальных ячеек в направлении, противоположном исходному вращению. Можно было бы представить себе такое распределение давления  $p(x, y)$ , которое может способствовать восстановлению равновесия и препятствовать пересоединению за счёт накачки плазмы между силовыми трубками до тех пор, пока они не будут полностью окружены областями, лишёнными поля, и, таким образом, изолированы друг от друга, однако это крайне маловероятно, особенно в плазме с низким значением  $\beta$ , как, например, в солнечной короне. Наоборот, неравновесие и пересоединение будут возникать повсюду, где соседние силовые трубки закручиваются в одном направлении. Даже если бы образовалась прямоугольная матрица, в которой соседние трубки закручены в противоположном направлении, например, описываемая уравнением (2.80), она всё равно стремилась

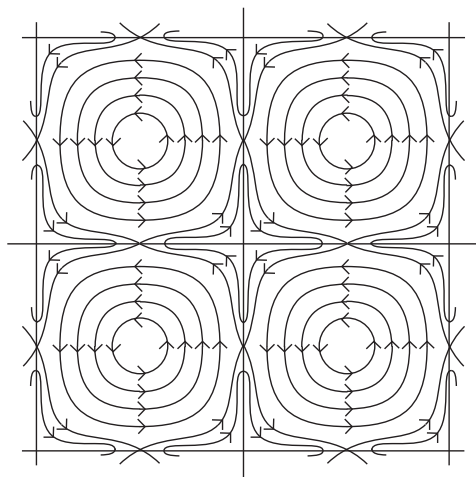


Рис. 2.17. Поперечное сечение нескольких плотно упакованных силовых трубок с одинаковым направлением закручивания после пересоединения (Parker, 1983)

бы перейти в более низкоэнергичное состояние, а именно гексагональную структуру тесно упакованных трубок, большинство из которых соприкасаются, по крайней мере, с одной трубкой, закрученной в том же направлении (Parker, 1983). Таким образом торсионная энергия системы тесно сгруппированных закрученных трубок магнитного потока быстро диссипирует до тех пор, пока, согласно Паркеру, не достигается конечное состояние, когда первоначальные трубки сливаются, образуя две большие противоположно закрученные силовые трубки, которые затем могут успешно сосуществовать в состоянии статического равновесия. Другая возможность состоит в том, что по крайней мере на промежуточном временном масштабе магнитная спиральность сохраняется в процессе пересоединения, так что трубки магнитного потока релаксируют в равновесное состояние, имеющее ту же магнитную спиральность (Taylor, 1974; Heyvaerts and Priest, 1983; Berger and Field, 1984; Browning et al., 1986).

Во-вторых, Паркер (Parker, 1972, 1979) убедительно доказал, что если, вместо этого, основания силовых линий переплетаются относительно друг друга, то существует гладкое решение, когда движения оснований малы, но смещения с конечной амплитудой приводят к неравновесию и образованию токового слоя на границах переплетений (см. также Tsinganos, 1982; Rosner and Knobloch, 1982; Zweibel and Li, 1987). В оригинальной статье, посвящённой топологической диссипации, Паркер (Parker, 1972) высказал предположение, что если мелкомасштабные вариации неравномерны вдоль крупномасштабного поля, то поле не может находиться в магнитостатическом равновесии. Другими словами, равновесие существует только тогда, когда вариации

поля состоят в простом закручивании от одного основания к другому. Более сложные топологии, такие как переплетение магнитных силовых трубок с несколькими силовыми линиями, закрученными относительно друг друга, не являются равновесными.

Позже Сакураи и Левин (Sakurai and Levine, 1981) установили, что малое движение оснований силовых линий действительно однозначно определяет возмущённое поле. Все вариации происходят в пограничных слоях вблизи  $z = \pm L$ , причём поле повсюду однородно и, таким образом, мы имеем равновесие не того вида, который изображён на рис. 2.16*в* (см. также работу Arendt and Schindler, 1988). В работе (Van Ballegooijen, 1985) показано, что малые случайные движения приводят к каскадным переходам магнитной энергии в малые масштабы с экспоненциальным ростом во времени среднеквадратичного тока и имеют магнитные и токовые спектры, переходящие в более мелкие масштабы. Тем не менее, последствия идеи Паркера ещё требуют детальной проработки для случая смещений с конечной амплитудой на границе. Начало было положено самим Паркером в работе 1989 года и в последующей серии работ, где он использовал аналогию с оптической и жидкостной динамикой, а также Цинганосом и др. (Tsinganos et al., 1984). Микич и др. (Mikic et al., 1990) выполнили эксперимент в рамках трёхмерной несжимаемой идеальной магнитогидродинамики с сеткой  $64^3$ , в которой магнитные силовые линии переплетаются за счёт случайных движений оснований. Поле эволюционирует через серию гладких равновесий, переходя к малым масштабам с экспоненциальным ростом нитевидных токов и образованием искривлённых токовых слоёв (см. также описание работы (Galsgaard and Nordlund, 1996) в п. 11.3.2).

Бергер (Berger, 1986; 1988; 1991a,b; 1993) разработал концепцию и методику объяснения переплетения магнитных силовых линий с помощью инвариантов второго и третьего порядка. Он вывел уравнения, описывающие сцепление и магнитную спиральность силовых линий с основаниями на поверхности типа фотосферы (п. 8.5.3). Полученную магнитную энергию можно записать, используя величину сцепления (в случае бессилового поля) или число пересечений. Бергер исследовал также закрученность корональных трубок магнитного потока вследствие случайных движений их оснований: за сутки таких движений закрученность, как правило, составляет несколько оборотов, и в итоге плотность тока настолько мала, что только в сингулярных токовых слоях диссипация достаточна для нагрева короны (§ 11.3).

Двигаясь в другом направлении, Боброва и Сыроватский (1979) показали, что токовые слои можно получить, перемещая границу области. Они рассмотрели линейное бессиловое поле (рис. 2.18)

$$B_{0x} = \cos \alpha z, \quad B_{0y} = \sin \alpha z \quad (2.81)$$

и предположили, что верхняя часть области ( $z = L$ ) перемещается вверх или вниз на небольшое расстояние  $\zeta_L(t)$ , тогда как нижняя

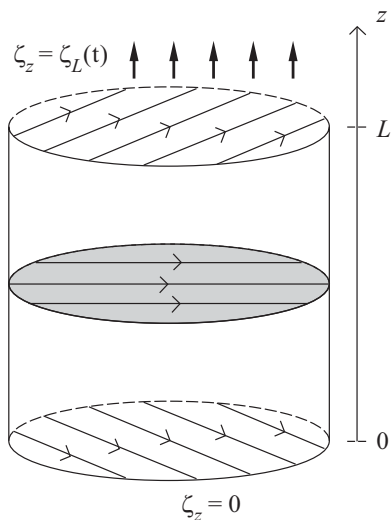


Рис. 2.18. Цилиндрическая область сдвига высотой  $L$  в бессилом магнитном поле с возмущением ( $\zeta_z = \zeta_L$ ) на верхней границе

часть ( $z = 0$ ) остаётся в покое. Полученное равновесное поле ( $B_0 + B_1$ ) удовлетворяет условию

$$\mathbf{j}_1 \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{j}_0 \times \mathbf{B}_1 = \mathbf{0}, \quad (2.82)$$

где

$$\mathbf{j}_1 = \frac{1}{\mu} \nabla_1 \times \mathbf{B}_1, \quad \mathbf{B}_1 = \nabla \times (\boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{B}_0),$$

причём последнее выражение представляет собой временной интеграл уравнения идеальной индукции, поскольку  $\mathbf{v}_1 = \partial \boldsymbol{\zeta} / \partial t$ . В результате получаем решение в виде

$$\zeta_z = e^{(k_x x + k_y y)} \zeta_L \frac{k_{\parallel}(L)}{k_{\parallel}(z)} f(z), \quad (2.83)$$

где

$$k_{\parallel} = k_x \cos \alpha z + k_y \sin \alpha z$$

и

$$f(z) = \begin{cases} \frac{\sin \sqrt{(a^2 - k^2)z}}{\sin \sqrt{(a^2 - k^2)L}}, & k < \alpha; \\ z/L, & k = \alpha. \end{cases}$$

Таким образом, возмущение  $\zeta_z$  и результирующее магнитное поле имеют сингулярность там, где  $k_{\parallel}(z) = 0$ , что как раз является условием ( $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$ ) резонансной поверхности. Паркер (Parker, 1990) дополнительно ввёл привязку силовых линий и задал возмущение давления

в малом круге на верхней границе. В результате он получил решения, описывающие токовый слой, закручивающийся в виде спирали вдоль направления  $z$ .

## 2.8. Заключительное замечание

В этой главе мы описали несколько возможных способов образования токовых слоёв в магнитной конфигурации с большим магнитным числом Рейнольдса, когда они оказываются вмороженными в плазму (§ 1.4). После или в процессе образования токовые слои диффундируют, как это описано в гл. 3, а также часто испытывают неустойчивость к пересоединению, известную как тиринг-мода (гл. 6). В некоторых случаях устанавливается состояние квазистационарного пересоединения (гл. 4 и 5).

## Глава 3

### МАГНИТНАЯ АННИГИЛЯЦИЯ

Термином *магнитная аннигиляция* мы будем называть вхождение в одномерный токовый слой и взаимное уничтожение в нём противоположно направленных прямых силовых линий. Таким образом, магнитная аннигиляция является важной составной частью магнитного пересоединения и представляет интерес сама по себе. В § 3.1 обсуждаются два фундаментальных физических процесса, происходящих в токовом слое, — магнитная диффузия и магнитная адвекция, которые описываются уравнением индукции. В § 3.2 представлено классическое решение для стационарной магнитной аннигиляции, происходящей при течениях с точкой стагнации, с балансом между диффузией и адвекцией. Далее в § 3.3 обсуждаются более общие стационарные и нестационарные решения, в которых диффузия и адвекция не обязательно уравновешены. В § 3.4 более подробно рассмотрено сложное нестационарное поведение одномерных потоков в токовом слое и, наконец, решения, описывающие аннигиляцию за счёт пересоединения, приведены в § 3.5.

#### 3.1. Уравнение индукции

В п. 1.2.2 мы ввели уравнение индукции

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (3.1)$$

которое для данной скорости плазмы  $\mathbf{v}$  описывает изменение во времени магнитного поля  $\mathbf{B}$  в результате адвекции магнитного поля с плазмой (первый член в правой части уравнения) и диффузии в плазме (второй член). Отношение этих членов для характерной длины  $l_0$  и характерной скорости  $V_0$  представляет собой магнитное число Рейнольдса

$$R_m = \frac{l_0 V_0}{\eta}, \quad (3.2)$$

а результирующий электрический ток и электрическое поле определяются выражениями

$$\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} / \mu, \quad \mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \eta \nabla \times \mathbf{B}. \quad (3.3)$$

**3.1.1. Диффузия.** Если  $R_m \ll 1$ , то первым членом в правой части уравнения (3.1) можно пренебречь, и тогда мы получим урав-



нение диффузии (1.15), согласно которому магнитные вариации на характерной длине  $l_0$  сглаживаются на временном интервале  $\tau_d = l_0^2/\eta$  со скоростью

$$v_d = \frac{\eta}{l_0}. \quad (3.4)$$

Рассмотрим, например, одномерное магнитное поле  $B(x, t)\hat{y}$ , удовлетворяющее уравнению

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \eta \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}, \quad (3.5)$$

решение которого можно записать в общем виде как

$$B(x, t) = \int G(x - x', t) B(x', 0) dx',$$

используя некоторый начальный магнитный профиль  $B(x', 0)$  и функцию Грина

$$G(x - x', t) = \frac{1}{(4\pi\eta t)^{1/2}} \exp \left[ -\frac{(x - x')^2}{4\eta t} \right].$$

В качестве примера предположим, что мы первоначально имеем бесконечно тонкий токовый слой с кусочно-постоянным магнитным полем ( $B = B_0$  при  $x > 0$  и  $B = -B_0$  при  $x < 0$ ), как показано на рис. 3.1. Что должно произойти с физической точки зрения? Поскольку

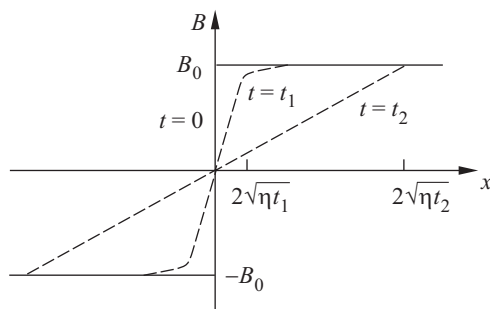


Рис. 3.1. Зависимость магнитного поля ( $B$ ) от расстояния ( $x$ ) в одномерном слое, образовавшемся из первоначального слоя нулевой толщины в результате диффузии за время  $t = 0, t_1, t_2$ , где  $0 < t_1 < t_2$

уравнение (3.5) имеет вид уравнения теплопроводности, а тепло, как известно, переносится из горячей области в холодную, сглаживая температурный градиент, то можно ожидать, что тот же самый диффузионный процесс будет происходить для нашего магнитного поля. Таким образом, крутой магнитный градиент при  $x = 0$  сглаживается, как изображено на рис. 3.1.

Математическое решение уравнения (3.5) для нашего примера можно записать через интеграл вероятности ошибки  $\operatorname{erf}(\zeta)$  в виде

$$B(x, t) = \frac{2B_0}{\sqrt{\pi}} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}}\right) = \frac{2B_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/\sqrt{4\eta t}} e^{-u^2} du. \quad (3.6)$$

Решение (3.6) имеет вид, изображённый на рис. 3.1, и может быть апостериорно проверено путём обратной подстановки его в уравнение (3.5). Магнитное поле диффундирует со временем со скоростью  $\eta/l$ , где ширина слоя  $l$  порядка  $(\eta t)^{1/2}$ , и, таким образом, увеличивается со временем. В результате напряжённость магнитного поля в фиксированной точке резко падает со временем, что позволяет говорить об аннигиляции поля. В последующий период магнитные силовые линии приобретают форму, изображённую на рис. 3.2, где видно, как они диффундируют в плазме и исчезают при  $x = 0$ . Полный магнитный поток  $\int_{-\infty}^{\infty} B dx$  остаётся постоянным (а именно равным нулю), а полный ток

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} j dx = \frac{1}{\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial B}{\partial x} dx = \frac{2B_0}{\mu}$$

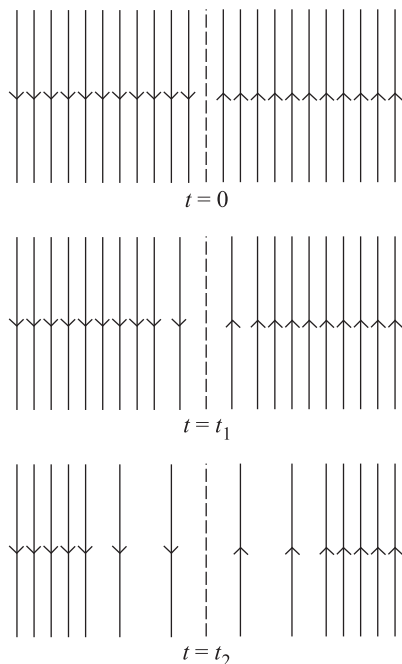


Рис. 3.2. Силовые линии в диффундирующем токовом слое для трёх различных моментов времени ( $0 < t_1 < t_2$ )

сохраняется, так как он просто рассеивается в пространстве. Однако магнитная энергия  $\left[ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B^2}{2\mu} dx \right]$  уменьшается со скоростью

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B^2}{2\mu} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B}{\mu} \frac{\partial B}{\partial t} dx.$$

Подставив вместо  $\partial B/\partial t$  выражение из уравнения (3.5) и произведя интегрирование по частям, получим это выражение в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{B\eta}{\mu} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} dx = \frac{1}{\mu^2 \sigma} \left\{ \left[ B \frac{\partial B}{\partial x} \right]_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial B}{\partial x} \right)^2 dx \right\}.$$

Так как  $\partial B/\partial x$  остаётся равным нулю на бесконечности, первый член в правой части уравнения обращается в ноль, и, поскольку электрический ток равен  $j = \mu^{-1} \partial B/\partial x$ , мы в итоге имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b^2}{2\mu} dx = - \int \frac{j^2}{\sigma} dx.$$

Другими словами (и это неудивительно), магнитная энергия полностью преобразуется в тепло за счёт омической диссипации ( $j^2/\sigma$  на единицу объёма).

**3.1.2. Адвекция.** При  $R_m \gg 1$  уравнение индукции (3.1) принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3.7)$$

и, таким образом, магнитные силовые линии заморожены в плазму. Плазма может свободно двигаться вдоль силовых линий, но при движении перпендикулярно силовым линиям они уносятся вместе с плазмой или плазма движется вместе с полем (§ 1.4).

Рассмотрим в качестве примера (рис. 3.3) влияние потока

$$v_x = -\frac{V_0 x}{a}, \quad v_y = \frac{V_0 y}{a}$$

на поле, первоначально равное

$$\mathbf{B} = B_0 \cos \frac{x}{a} \quad \text{при} \quad t = 0$$

между  $x = -\pi a/2$  и  $\pi a/2$ . Уравнения линий тока (а именно  $xy = \text{const}$ ) получаются из  $dy/dx = v_y/v_x = -y/x$ . Это прямоугольные гиперболы (рис. 3.3) с втеканием вдоль оси  $x$  и вытеканием вдоль оси  $y$  при  $V_0 > 0$ .

Поле скоростей соответствует гидродинамическому потоку с точкой стагнации. В результате воздействия этого потока на магнит-

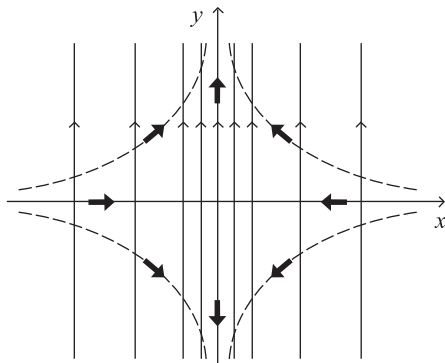


Рис. 3.3. Схематическое изображение магнитных линий (тонкие стрелки) и линий тока (толстые стрелки) в момент времени  $t = 0$  для  $|x| < \pi a/2$  для примера, описанного в п. 3.1.2

ное поле силовые линии смещаются с боков внутрь и скапливаются в области  $x = 0$ , увеличивая там напряжённость поля. Поскольку составляющая скорости  $v_x$ , перпендикулярная полю, постоянна вдоль отдельной силовой линии ( $x = \text{const}$ ), силовые линии не искривляются, а остаются прямыми, как при вхождении.

Теперь  $y$ -компонента в уравнении индукции (3.7) при  $R_m \gg 1$  равна  $\partial B / \partial t = -\partial(v_x B) / \partial x$  или

$$\frac{\partial B}{\partial t} - \frac{V_0 x}{a} \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{V_0 B}{a}, \quad (3.8)$$

что и определяет  $B(x, t)$ . Для решения такого дифференциального уравнения в частных производных рассмотрим характеристические кривые в плоскости  $xt$ , построенные таким образом, что

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{V_0 x}{a}, \quad (3.9)$$

с решением

$$x = x^* e^{-V_0 t/a}, \quad (3.10)$$

где  $x = x^*$ , например, при  $t = 0$ . Нам необходимо определить  $B(x, t)$  в каждой точке плоскости  $xt$ , и изящество подхода, основанного на рассмотрении характеристических кривых  $x = x(t)$ , описываемых уравнением (3.10) (рис. 3.4 а), заключается в том, что на таких кривых  $B[x(t), t]$  имеет производную

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial t} - \frac{V_0 x}{a} \frac{\partial B}{\partial x},$$

в соответствии с уравнением (3.9) или, из уравнения (3.8),  $dB/dt = V_0 B/a$ . Другими словами, вместо уравнения (3.8) на характеристических кривых мы имеем обыкновенное дифференциальное уравнение,

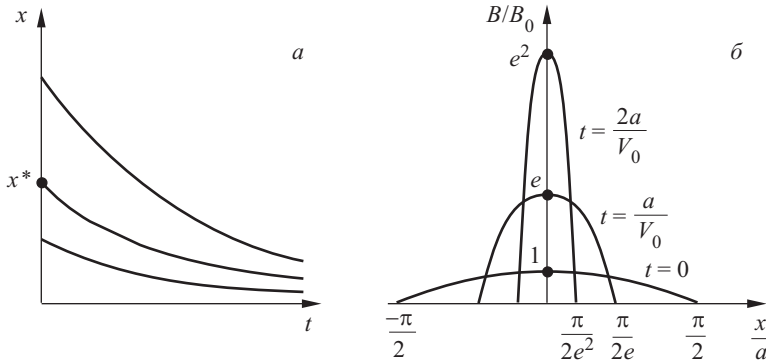


Рис. 3.4. а) Характеристические кривые  $x = x^* \exp(-V_0 t/a)$ ; б) решение для  $B$  в зависимости от  $x$  для нескольких моментов времени

которое имеет решение  $B = \text{const } e^{V_0 t/a}$  или, поскольку  $x = x^*$  и  $B = B_0 \cos(x^*/a)$  при  $t = 0$

$$B(x, t) = B_0 \cos \frac{x^*}{a} e^{V_0 t/a}.$$

Однако в этом решении  $x^*$  представляет собой постоянную, которую мы ввели для удобства и которая отсутствовала при первоначальной постановке задачи, поэтому мы должны исключить её с помощью уравнения (3.10), в результате чего получим

$$B(x, t) = B_0 \cos \left( \frac{x}{a} e^{V_0 t/a} \right) e^{V_0 t/a}.$$

Это решение построено как функция от времени на рис. 3.4 б для различных моментов времени. Видно, что поле действительно концентрируется со временем вблизи  $x = 0$ , как мы и ожидали. Напряжённость поля вначале равна  $B(0, t) = B_0 e^{V_0 t/a}$  и экспоненциально растёт со временем (или уменьшается в случае обращения потока при  $V_0 < 0$ ).

### 3.2. Модель потока с точкой стагнации

В предыдущем параграфе описана естественная тенденция токового слоя к диффузии с омическим преобразованием магнитной энергии в тепловую. Силовые линии в плазме диффундируют внутрь и исчезают, так что область диффузного поля расширяется (рис. 3.2). Таким образом стационарное состояние может возникать, если магнитный поток поступает (вместе с плазмой) с той же скоростью, с какой диффундирует. Если удельное сопротивление мало (в том смысле, что глобальное магнитное число Рейнольдса значительно больше единицы), то это приводит к появлению исключительного малого масштаба длины  $l$  (и, таким образом, большого магнитного градиента  $\nabla B$  и тока  $j$ ). Более того, если магнитное поле может исчезать за счёт

взаимоуничтожения, то сама плазма не уничтожается, а вытекает вбок, как это проиллюстрировано в известной модели (Parker, 1973; Sonnerup and Priest, 1975).

Эта модель основана на следующих стандартных уравнениях для двумерного стационарного несжимаемого потока:

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \nabla \times \mathbf{B}, \quad (3.11)$$

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \left( p + \frac{B^2}{2\mu} \right) + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{B}}{\mu}, \quad (3.12)$$

где

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (3.13)$$

а составляющие  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $B_x$  и  $B_y$  зависят только от  $x$  и  $y$ . Согласно закону Фарадея ( $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ ) имеем  $\partial E / \partial y = \partial E / \partial x = 0$ , так что  $\mathbf{E} = E \hat{\mathbf{z}}$  однородно.

Рассмотрим стационарный поток

$$v_x = -\frac{V_0 x}{a}, \quad v_y = \frac{V_0 y}{a}, \quad (3.14)$$

для которого  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ . Тогда стационарное уравнение непрерывности  $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho + \rho(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0$  сводится к выражению  $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho = 0$ , откуда следует, что плотность  $\rho$  однородна, если она постоянна со стороны втекания. Поток обращается в ноль в начале координат и, таким образом, представляет собой несжимаемый поток с точкой стагнации.

Теперь предположим, что магнитные силовые линии являются прямыми, для которых  $\mathbf{B} = B(x) \hat{\mathbf{y}}$  и которые меняют знак при  $x = 0$ . Тогда в уравнении закона Ома (3.11)  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ,  $\nabla \times \mathbf{B}$ , а следовательно, и  $\mathbf{E}$  направлены строго вдоль  $z$ . Действительно, уравнение (3.11) представляет собой по-существу интеграл уравнения индукции (3.1) и в данном случае сводится к выражению

$$E - \frac{V_0 x}{a} B = \eta \frac{dB}{dx}. \quad (3.15)$$

Теперь, если значение  $x$  достаточно велико, правой частью уравнения (3.15) можно пренебречь и  $B \approx (Ea)/(V_0 x)$ , а если значение  $x$  очень мало, то можно пренебречь вторым членом и  $B \approx Ex/\eta$ . Эти приближённые решения показаны пунктирными кривыми на рис. 3.5 б. При большом  $x$  магнитные силовые линии встроены в плазму и уносятся внутрь, а при малом  $x$  магнитное поле диффундирует через плазму. Промежуток между этими двумя экстремумами, то есть полуширина образовавшегося токового слоя, возникает при  $x = (a\eta/V_0)^{1/2}$  (если приравнять два приближения для  $B$ ). Полное решение уравнения (3.15) изображено на рис. 3.5 б. Математически его можно записать с помощью вырожденной гипергеометрической функции Каммера ( $M^*$ ) в виде  $B = \text{const} \cdot \exp(-X^2) M^*(1/2, 2/3, X^2)$ , где  $X^2 = x^2 V_0 / (2\eta a)$ . Альтернативный путь состоит в том, чтобы просто найти интегрирующий множитель  $\exp(V_0 x^2 / (2\eta a))$  линейного уравне-

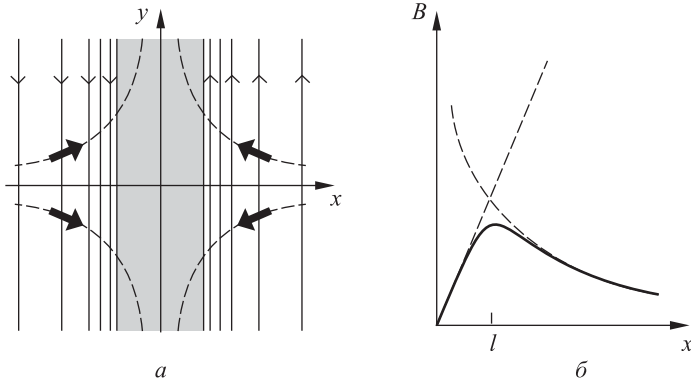


Рис. 3.5. а) Поток с точкой stagnации, образующий токовый слой (заштрихованная область). б) Профиль магнитного поля. Аппроксимации для малых и больших значений  $x$  показаны пунктиром

ния первого порядка (3.15) и произвести стандартное интегрирование. Решение можно записать с помощью *интегральной функции Доусона* (daw)

$$B = \frac{2Ea}{v_0 l} \text{daw} \left( \frac{x}{l} \right),$$

где  $l^2 = 2\eta a/V_0$  и  $\text{daw}(X) = \exp(-X^2) \int_0^X \exp(t^2) dt$ . Свойства интегральной функции Доусона описаны в работе (Spanier and Olgham, 1987). При малом аргументе  $\text{daw}(x/l) \approx x/l$ , а при большом —  $\text{daw}(x/l) \approx l/(2x)$ , как показано на рис. 3.5 б.

Можно показать, что стационарное уравнение движения также удовлетворяется, и, таким образом, приведённое выше решение является точным решением нелинейных МГД уравнений — одним из немногих существующих. В случае прямых магнитных силовых линий уравнение движения сводится к виду

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \left( p + \frac{B^2}{2\mu} \right)$$

или

$$\rho \left[ -\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}) + \nabla \left( \frac{1}{2} v^2 \right) \right] = -\nabla \left( p + \frac{B^2}{2\mu} \right).$$

Однако поток [уравнение (3.14)] имеет нулевую завихрённость ( $\nabla \times \mathbf{v} = 0$ ),  $\rho$  постоянно, поэтому первый член в этом уравнении обращается в ноль, и в результате имеем

$$\nabla \left( p + \frac{B^2}{2\mu} + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) = 0.$$

Следовательно,

$$p = p_s - \frac{1}{2} \rho v^2 - \frac{B^2}{2\mu}, \quad (3.16)$$

где  $p_s$  — давление в точке стагнации, расположенной в начале координат.

Условие, что давление должно быть положительно, накладывает ограничение на скорость аннигиляции поля (Priest, 1996; Litvinenko et al., 1996) или на плазменный параметр  $\beta$  (Jardine et al., 1993). Минимальное давление и максимальное значение  $B$  имеют место на оси  $x$  в точке  $x = l$ , то есть на краю токового слоя и, следовательно, условие  $p > 0$  повсюду можно записать в виде

$$M_e < \frac{1,7(1 + \beta_e)}{R_{me}},$$

где  $M_e = E/(v_{Ae} B_e) = v_e/v_{Ae}$  — альфвеновское число Маха,  $\beta_e = 2\mu p_e/B_e^2$ ,  $R_{me} = v_{Ae} L_e/\eta$ , а нижний индекс  $e$  обозначает величину в точке  $x = L_e$ ,  $y = 0$ .

Описанный анализ был обобщён на случай трёхмерного потока с точкой стагнации в пространственно вращающемся поле  $\mathbf{B}(x)$ . Для этого мы приняли, что

$$\begin{aligned} v_x &= -\frac{V_1}{a} x, & v_y &= \frac{V_2}{a} y, & v_z &= \frac{V - 1 - V_2}{a} z, \\ B_x &= 0, & B_y &= B_y(x), & B_z &= B_z(x). \end{aligned}$$

В этом случае уравнение движения опять даёт уравнение (3.16), но компоненты  $y$  и  $z$  из уравнения (3.1) для стационарного состояния сводятся к

$$\begin{aligned} a\eta \frac{d^2 B_y}{dx^2} + v_1 x \frac{dB_y}{dx} + v_2 B_y &= 0, \\ a\eta \frac{d^2 B_z}{dx^2} + V_1 x \frac{dB_z}{dx} + (V_1 - V_2) B_z &= 0. \end{aligned}$$

Соннеруп и Прист (Sonnerup and Priest, 1975) показали, что существуют решения, позволяющие связать произвольный вектор магнитного поля для больших положительных значений  $x$  с другим произвольным вектором для больших отрицательных значений  $x$ . Это даёт возможность сочленить поля, которые не просто антипараллельны, но и могут быть наклонены под любым углом. При сближении полей их направления вращаются, а величины меняются, в результате чего происходит частичная аннигиляция магнитного потока и образование в центре токового слоя магнитного поля ненулевой напряжённости.

Описанная модель, как и большинство работ по токовым слоям, относится только к несжимаемому случаю. Разумеется, допущение несжимаемости принято для простоты в надежде, что суть процесса аннигиляции не зависит от эффектов сжатия. Однако было бы полезно расширить многие модели токовых слоёв с учётом таких эффектов.



Другим ограничением описанного выше точного решения является то, что оно относится только к случаю, когда скорость потока, втекающего в токовый слой, много меньше альфвеновской скорости, так что длина слоя ( $L$ ) существенно превышает его ширину ( $l$ ). Кроме того, решение теряет силу на концах слоя, где существуют значительные поперечные составляющие магнитного поля (в направлении  $x$ ). Как мы увидим в гл. 4 и 5 при построении решений пересоединения, смягчить эти условия — далеко не тривиальная задача.

### 3.3. Более общие решения для потока с точкой стагнации

**3.3.1. Стационарное состояние.** Рассмотрим в более общем виде двумерный несжимаемый поток с компонентами скорости

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x},$$

выраженный через *функцию потока* ( $\psi$ ), так что автоматически  $\nabla \times \mathbf{v} = 0$ . Влияние такого потока на однонаправленное поле  $B(x)\hat{\mathbf{y}}$  определяется законом Ома (3.11), который принимает вид

$$E + \frac{\partial \psi}{\partial y} B = \eta \frac{dB}{dx}. \quad (3.17)$$

Поскольку здесь  $B$  и  $dB/dx$  зависят только от  $x$ , а электрическое поле ( $E\hat{\mathbf{z}}$ ) однородно, то  $\partial \psi / \partial y$  также зависит только от  $x$ , так что в более общем виде

$$\psi = yf(x) + g(x) \quad (3.18)$$

и уравнение (3.17) принимает вид

$$E + fB = \eta \frac{dB}{dx}. \quad (3.19)$$

Это уравнение определяет магнитное поле  $B(x)$  при известном  $f(x)$ , но функция  $g(x)$  не влияет на поле.

Теперь, если в уравнении движения (3.12) учитывать силу вязкости ( $\rho \nu \nabla^2 \mathbf{v}$ ), то его ротор даёт

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \omega = \nu \nabla^2 \omega,$$

где  $\omega \hat{\mathbf{z}} = \nabla \times \mathbf{v}$  — завихрённость. Подставив формулу (3.18) в выражения для  $\mathbf{v}$  и  $\omega$ , мы можем свести это уравнение к виду

$$y \left[ \nu f^{(4)} + f f''' - f' f'' \right] + \left[ \nu g^{(4)} + f g''' - g' f'' \right] = 0. \quad (3.20)$$

Поскольку выражения в скобках зависят только от  $x$ , необходимо, чтобы отдельно

$$\nu f^{(4)} + f f''' - f' f'' = 0 \quad (3.21)$$

и

$$\nu g^{(4)} + f g''' - g' f'' = 0. \quad (3.22)$$

Функция  $f(x)$  определяется уравнением (3.21) и четырьмя граничными условиями. Тогда выражение  $g(x)$  следует из уравнения (3.22): оно связано с втекающим потоком, асимметричным относительно оси  $x$ , и его эффект исследовался в работах (Besser et al., 1990; Phan and Sonnerup, 1990).

Простейшее решение уравнения (3.21) имеет вид  $f(x) = x$  и исследуется в § 3.2. Более общие решения рассмотрены в работах (Gratton et al., 1988; Jardine et al., 1992). Они описывают завихрённость в потоке, несущем прямые противоположно направленные силовые линии в длинный тонкий вихревой токовый слой с вязким и магнитным пограничными слоями. Ширины пограничных слоёв адаптируются к различным типам и различной величине потока, который при достаточно большой завихрённости может иметь ячеистую структуру. Эффекты трёхмерных потоков были введены Жарден и др. (Jardine et al., 1993). Крейг и Хентон (Craig and Henton, 1995) нашли другое решение, описанное в § 3.5.

**3.3.2. Нестационарный поток с точкой стагнации.** Нестационарный поток с функцией тока

$$\psi = yf(x, t) + g(x, t),$$

воздействующий на поле  $B(x, t)\hat{y}$ , удовлетворяет нестационарным уравнениям индукции и движения, так что уравнения (3.19), (3.21) и (3.22) можно обобщить следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{\partial B}{\partial t} &= \frac{\partial f}{\partial x} B + f \frac{\partial B}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial^3 f}{\partial t \partial x^2} &= f \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^4 f}{\partial x^4}, \\ \frac{\partial^3 g}{\partial t \partial x^2} &= f \frac{\partial^3 g}{\partial x^3} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\partial g}{\partial x} + \nu \frac{\partial^4 g}{\partial x^4}.\end{aligned}$$

Эти уравнения определяют, соответственно, функции  $B$ ,  $f$  и  $g$  (Anderson and Priest, 1993).

Положим для простоты  $g \equiv 0$  и  $f = -U(t)x/L_0$ , так что последние два уравнения тривиально удовлетворяются и уравнение индукции

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{UB}{L_0} + \frac{Ux}{L_0} \frac{\partial B}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \quad (3.23)$$

определяет  $B(x, t)$  для данного потока

$$(v_x, v_y) = -\frac{U(t)}{L_0} (x, -y). \quad (3.24)$$

Уравнения  $\nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  тривиально удовлетворяются, и в результате из уравнения движения получаем давление

$$p = \text{const} - \frac{B^2}{2\mu} - \frac{\rho}{2} \frac{U^2}{L_0^2} (x^2 + y^2).$$

Для решения уравнения (3.23) на бесконечном интервале постоянные  $L_0$  и  $\eta$  можно перемасштабировать, а второй член в правой части — преобразовать путём замены независимых переменных  $x$  и  $t$  на  $X = x\bar{g}(t)$  и  $\tau = \tau(t)$ , где  $\bar{g}$  и  $\tau$  для данной функции  $U(t)$  определяются из уравнений

$$\frac{d\bar{g}}{dt} = U\bar{g}, \quad \frac{d\tau}{dt} = \bar{g}^2.$$

В результате уравнение (3.23) упрощается:

$$\frac{\partial B}{\partial \tau} = \bar{f}(\tau)B + \frac{\partial^2 B}{\partial X^2}, \quad (3.25)$$

где  $\bar{f} = \frac{U}{\bar{g}^2}$ . Решив это уравнение стандартным способом, получим в общем виде аналитическое выражение

$$B(X, \tau) = \frac{\bar{g}}{2\sqrt{\pi\tau}} \int_{-\infty}^{\infty} B_0(\xi) e^{-(\xi-X)^2/(4\tau)} d\xi, \quad (3.26)$$

определяющее эволюцию во времени начального магнитного поля  $B(\mathbf{X}, 0) = B_0(\mathbf{X})$ . Это решение было впервые получено Кларком (Clark, 1964) и описывает воздействие на однонаправленное поле  $B\hat{\mathbf{y}}$  любого модулированного во времени потока с точкой стагнации вида (3.24).

Прежде чем привести некоторые решения уравнения (3.26), мы считаем целесообразным рассмотреть замороженные решения уравнения индукции (3.23) при условии ничтожно малой диффузии. В этом случае методом характеристик получим простое выражение

$$B(x, t) = \bar{g}(t) B_0[x\bar{g}(t)].$$

Если поток постоянен при  $U(t) \equiv 1$ , то мы имеем  $\bar{g}(t) = e^t$  и

$$B(x, t) = e^t B_0(xe^t). \quad (3.27)$$

Предположим, например, что начальный профиль  $B_0(x)$  изменяется как  $x^{-n}$ , скажем, на больших расстояниях. Тогда решение (3.27) сведется к виду

$$B(x, t) \sim x^{-n} e^{(1-n)t},$$

так что поле в данной точке будет уменьшаться со временем при  $n > 1$  и экспоненциально расти при  $n < 1$ . Это странное поведение, обусловленное замороженной адвекцией потока, можно объяснить следующим образом.

Рассмотрим, что происходит с отдельными элементами плазмы при их движении вдоль оси  $x$  к точке  $x = 0$  в соответствии с выражением

$dx/dt = -x$ . Оно означает, что координата  $x$  любой порции плазмы определяется уравнением  $x = Ke^{-t}$ , где  $K$  — некая постоянная, зависящая от её начального положения. Таким образом, элемент плазмы, который в момент времени  $t_0$  находится между  $x = a$  и  $x = a + \delta$ , должен был раньше, в момент  $t = 0$ , находиться между  $x = ae^{t_0}$  и  $x = (a + \delta)e^{t_0}$ , как показано на рис. 3.6. Теперь, если магнитное поле плазменного элемента в момент  $t_0$  равно  $B$ , а магнитное поле в более

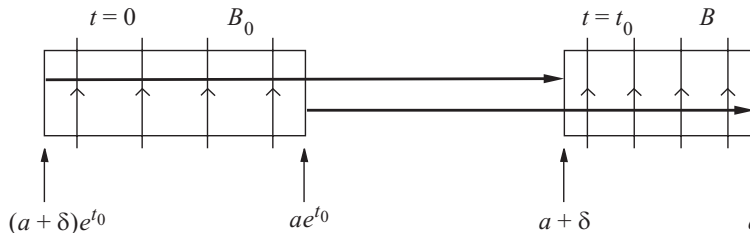


Рис. 3.6. Диаграмма положения плазменного элемента на оси  $x$  в моменты времени  $t = 0$  и  $t = t_0$

ранний момент  $t = 0$  ведёт себя как  $1/x^n$ , то в соответствии с законом сохранения магнитного потока, приравняв произведения длины каждого из плазменных элементов и магнитного поля в моменты  $t = 0$  и  $t = t_0$ , получим

$$B\delta = \frac{1}{(ae^{t_0})^n} \delta e^{t_0} \quad (3.28)$$

или

$$B = \frac{1}{x^n} e^{(1-n)t}. \quad (3.29)$$

Это означает, что магнитное поле уменьшается, растёт или остаётся постоянным со временем в зависимости от того, больше, меньше, или равно единице значение  $n$  в начальном условии.

С физической точки зрения решение (3.29) означает, что, хотя проходя через точку  $x = a$  магнитное поле падает как  $e^{-nt}$ , элемент потока, частью которого оно является, сжимается (силовые линии сгущаются) в  $e^t$  раз благодаря начальным условиям. В зависимости от  $n$  либо эти два эффекта будут уравновешиваться, либо один из них станет преобладающим. Иначе говоря, на больших расстояниях магнитный поток по мере поступления сгущается, остаётся равномерным или растекается, соответственно при  $n < 1$ ,  $n = 1$  и  $n > 1$ . В первом случае поток между двумя фиксированными точками возрастает, так как поток, входящий в область, заключённую между этими точками, больше, чем выходящий из неё; во втором случае входящий и выходящий потоки равны, а в третьем поток уменьшается, так как выходящий поток больше входящего.

Как следует из уравнения (3.26), идеальное асимптотическое решение (3.27) становится неверным при  $X^2 < 4\tau$  или, поскольку  $X = xe^t$ , а  $\tau = \frac{1}{2}(e^{2t} - 1)$ ,

$$|x| < \sqrt{2}(1 - e^{-2t})^{1/2}.$$

Правая часть этого выражения возрастает от нуля до конечного значения  $\sqrt{2}$  за время около 0,5. Таким образом эффекты диффузии сосредоточены в диффузионном слое с безразмерной полушириной примерно  $\sqrt{2}$  вблизи точки  $x = 0$ . Движение плазмы внутрь компенсирует выходящий поток диффундирующего магнитного поля, ограничивая эффекты диффузии данной областью. Область диффузии расширяется за время, равное примерно половине единицы времени, и достигает  $\sqrt{2}$  прежде, чем уравнивается адвекцией. После того как диффузионный слой сформировался примерно в момент времени  $t = 0,5$ , его поведение должно контролироваться условиями, налагаемыми внешним (идеальным) решением. Характерное время образования диффузионного слоя, равное 0,5 безразмерной единицы, соответствует временному масштабу с размерностью  $0,5L_0/V_0$ .

Андерсон и Прист (Anderson and Priest, 1993) исследовали решения уравнения (3.26) для разных начальных профилей вида  $B_0(x) = x/(1 + x^{1+n})$ . Сначала амплитуда потока  $U(t)$  была выбрана постоянной (см. также (Clark, 1964)). В начале отсчёта диффузия сначала превышает адвекцию, так что максимум поля смещается наружу и градиент падает. С одной стороны, при  $n = 1$  достигается стационарное состояние, когда напряжённость поля возрастает до конечного значения. С другой, при  $n < 1$  или  $n > 1$  стационарное состояние отсутствует, и в конечном счёте поле всюду, соответственно, растёт или уменьшает-

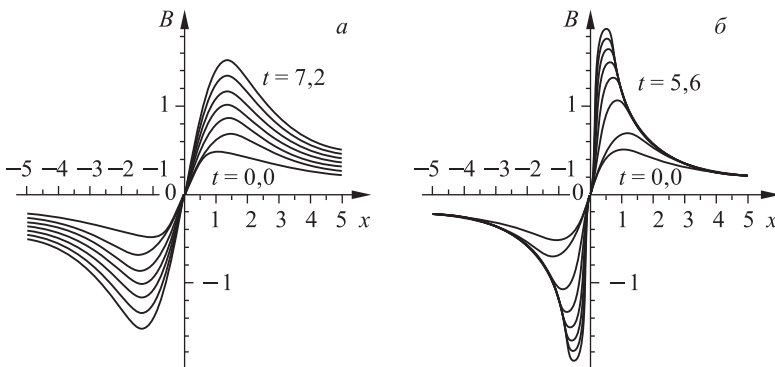


Рис. 3.7. Влияние а) стационарного потока на первоначальный профиль  $B_0(x) = x/(1 + x^{1.9})$  в моменты времени  $t = 0, 1, 2, 2.4, \dots, 7.2$  и б) линейно возрастающего потока на первоначальный профиль  $B_0(x) = x/(1 + x^2)$  в моменты времени  $t = 0, 0.8, 1.6, \dots, 5.6$

ся со временем (см., например, рис. 3.7 а). Далее предполагалось, что коэффициент магнитной диффузии  $\eta$  быстро меняется: если  $\eta$  растёт, то поле диффундирует к новому стационарному состоянию за время диффузии, если же  $\eta$  падает, то происходит адвекция поля с образованием нового устойчивого равновесия. И наконец было принято допущение, что амплитуда потока  $U(t)$  линейно растёт со временем. При  $n = 1$  (рис. 3.7 б) поле на больших расстояниях остаётся постоянным, тогда как в начале координат, после начальной диффузии, преобладает эффект адвекции, в результате чего градиент неограниченно возрастает и положение максимума смещается внутрь. И снова при  $n < 1$  или  $n > 1$  поле в итоге повсюду растёт или уменьшается. Хейн и Пудовкин (Heyn and Pudovkin, 1993) использовали этот тип решения при исследовании реакции дневной магнитопаузы на внезапное возрастание скорости солнечного ветра и коэффициента магнитной диффузии.

### 3.4. Другие нестационарные решения для токового слоя

Теперь вернёмся и более детально рассмотрим поведение чисто одномерного токового слоя с магнитным полем  $B(x, t)\hat{y}$  и скоростью плазмы  $v(x, t)\hat{x}$ , для которого уравнение индукции (3.1) имеет вид

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(vB) + \eta \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}. \quad (3.30)$$

При наличии течений оно связано с уравнением непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \quad (3.31)$$

и уравнением движения, которое при сильно дозвуковых и субальфвеновских скоростях потока сводится к равновесию сил:

$$p + \frac{B^2}{2\mu} = \frac{B_e(t)^2}{2\mu}. \quad (3.32)$$

Предположим, что на краю нейтрального слоя (скажем, при  $x = \pm l(t)$ ) давление плазмы равно нулю, а магнитное давление составляет  $B_e(t)^2/(2\mu)$ . Кроме того существует уравнение энергии, однако мы возьмём для простоты его политропную форму

$$p = K \rho^a, \quad (3.33)$$

где  $K$  и  $a$  — постоянные.

**3.4.1. Автомоделные решения.** Прист и Рааду (Priest and Raadu, 1975) нашли автомоделные решения уравнений (3.31)–(3.33) для сжимаемой среды в следующем виде:

$$B = B_e(t) \sin \frac{\pi x}{2l(t)}, \quad p = p_0(t) \cos^2 \frac{\pi x}{2l(t)}, \quad v = \frac{x}{2t}, \quad \rho^a = \frac{p}{K} \quad (3.34)$$

для  $t < 0$ , где

$$\begin{aligned} l(t) &= \pi \left( \frac{-\eta t}{2-a} \right)^{1/2}, \\ B_e(t) &= \text{const} \times t^{-5/2}, \\ p_0(t) &= \frac{B_e(t)^2}{2\mu}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Решения дифференциального уравнения в частных производных методом подобия (или автомодельности) являются частными решениями, в которых одна из переменных (в данном случае  $x$ ) появляется только в конкретном сочетании (здесь  $x/[l(t)]$ ) с другой переменной (в данном случае  $t$ ). В этом решении при возрастании  $t$  от  $-\infty$  до 0  $l$  уменьшается от  $\infty$  до 0, а  $B_e$ ,  $p_0$  и  $|v|$  растут от 0. С уменьшением ширины слоя магнитное поле сжимается, но в то же время диффундирует через нейтральную линию. Магнитный поток в слое уменьшается как  $l^{1-a/2}$ , а магнитная энергия и омическая диссипация, соответственно, увеличиваются как  $l^{1-a}$  и  $l^{-1-a}$ . Поток плазмы или электромагнитной энергии внутрь слоя через его подвижную границу отсутствует, а работа совершается за счёт внешнего магнитного давления. Возможны также автомодельные решения, в которых ширина нейтрального слоя растёт со временем. Киркланд и Соннерап (Kirkland and Sonnerup, 1979) нашли ещё несколько общих автомодельных решений приведённых выше уравнений, заменив, однако, уравнение (3.33) энергетическим балансом между адвекцией энтропии, теплопроводностью и джоулевым нагревом.

**3.4.2. Численные решения.** Если условие баланса давления (3.32) нарушается и заменяется уравнением движения

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \left( p + \frac{B^2}{2\mu} \right), \quad (3.36)$$

то приходится прибегать к численным методам исследования временных изменений токового слоя. Уравнение (3.36) дополняется уравнением индукции (3.30), уравнением непрерывности (3.31) и одной из форм уравнения энергии. Ченг (Cheng, 1979) и Форбес и др. (Forbes et al., 1982) выполнили одномерные расчёты для построения модели эволюции токового слоя в плазме, когда магнитная диффузия внезапно возрастает при возникновении плазменной микронеустойчивости. Такая неустойчивость может, например, возникать во время солнечной или звёздной вспышки или же во время геомагнитной суббури. Они обнаружили, что при достаточно малых значениях  $\beta_\infty$  (плазменная бета на больших расстояниях) и малой начальной толщине слоя могут образоваться потоки со скоростью в несколько раз больше локальной скорости быстрой моды. Форбес и др. (Forbes et al., 1982) решили приведённые выше основные уравнения с помощью алгоритма коррекции по потоку, разработанного для корректного описания ударных волн.

Однако во избежание трудностей, связанных с использованием полного уравнения энергии, они считали плазму изотермической. Вначале магнитное поле равно  $(2B_\infty/\sqrt{\pi}) \operatorname{erf}(x/L_0)$ , а плазма устойчива за счёт того, что градиент давления уравнивает силу Лоренца. Два независимых параметра — это плазменная бета ( $\beta_\infty$ ) и число Лунквиста ( $l_0 v_{A\infty}/\eta$ ). В пределе  $l_0 \rightarrow 0$  существует только один параметр, и единственной независимой естественной шкалой длины является акустико-диффузионная длина ( $\eta/c_s$ ), где  $c_s$  — скорость звука. Для численного счёта использовалась переменная сетка, а значение  $l_0$  считалось очень малым, самое большое — 0,01 полной длины ( $x_0$ ) численной сетки, которая принималась за единицу. Счёт останавливался, когда возмущение достигало  $x_0$ , но для изучения разных стадий эволюции брались разные значения  $\eta/c_s$ .

На рис. 3.8 представлены результаты для высоких значений  $\beta_\infty$ . Первоначально тонкий токовый слой расширяется и создаёт дефи-

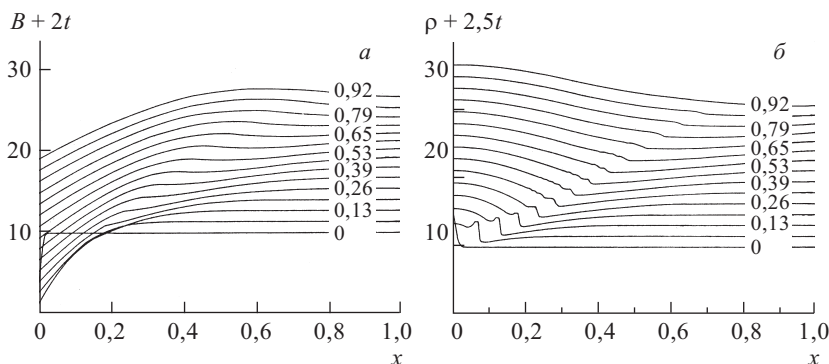


Рис. 3.8. Эволюция *a*) магнитного поля ( $B$ ) и *б*) плотности плазмы ( $\rho$ ) в слое с резистивным затуханием с  $\beta_\infty = 2$ . Кривые последовательно смещаются вверх в каждый момент времени, указанный справа от каждой кривой (в единицах  $x_0/v_{A\infty}$ ). Полная длина составляет  $x_0 = 1$ , а  $B$  и  $\rho$  нормированы относительно их начальных значений при  $x = 1$ . Акустическая длина диффузии здесь равна 0,1 (Forbes et al., 1982)

цит магнитного давления во всей области  $x^2 < 4\eta\pi$ , за исключением участка вблизи начала координат, где магнитное давление изначально равно нулю. Возникающий в результате градиент магнитного давления заставляет плазму двигаться преимущественно внутрь в направлении  $x = 0$ , так что плотность и давление здесь возрастают. В конце концов полное давление становится почти однородным. Кроме этой общей картины можно также видеть (особенно, на графиках плотности), что эволюция имеет ещё две особенности. В начале координат имеет место слабое истечение, обусловленное максимумом полного давления при  $x = 0$  после ослабления магнитного давления при  $x > 0$ . Кроме того, резкая начальная диффузия слоя приводит к распространению волны



из точки  $x = 0$  с возрастанием её крутизны и образованием ударной волны. Если начальная ширина слоя  $l_0$  меньше акустико-диффузионной длины  $\eta/c_s$ , то ударная волна является изомагнитной и на краю слоя трансформируется в быструю магнитозвуковую волну.

С уменьшением значения плазменной беты ( $\beta_\infty$ ) во внешней области выходящий волновой импульс замедляется (из-за уменьшения звуковой скорости), а скорость втекающего потока плазмы увеличивается (из-за усиления действия магнитных сил). На рис. 3.9 показана эволюция плотности при  $\beta_\infty = 0,1$  вблизи  $x = 0$ , т. е. глубоко внутри области диффузии. Основными особенностями здесь являются распространение импульса плотности наружу и втекание плазмы, которое можно рассчитать, сравнив начальный и конечный профили плотно-

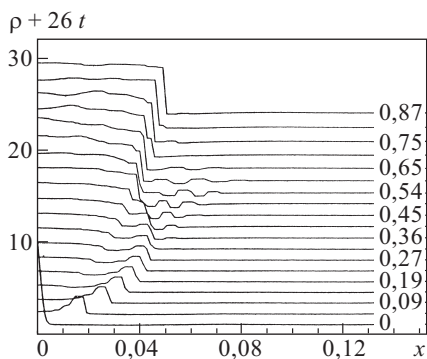


Рис. 3.9. Эволюция плотности при  $\beta_\infty = 0,1$  за короткие интервалы времени, когда ударная волна находится в пределах области диффузии. Здесь  $\eta/c_s = 0,89$  (Forbes et al., 1982)

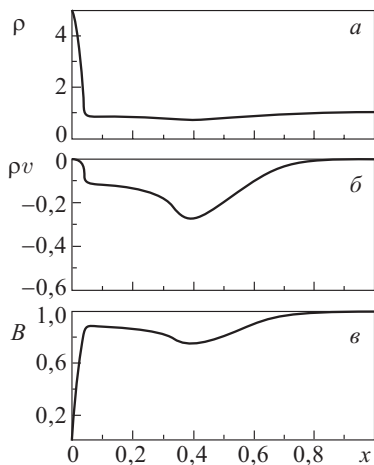


Рис. 3.10. Профили плотности ( $\rho$ ), массы потока ( $\rho v$ ) и магнитного поля ( $B$ ) для  $\beta = 0,2$  на больших временных интервалах, когда волны находятся вне области диффузии. Здесь  $\eta/c_s = 0,016$ , а  $t = 0,66$  (Forbes et al., 1982)

сти. Можно также видеть, что за первым скачком плотности следует второй. Он начинается как волна сжатия, которая укручается, превращаясь в ударную волну, и в точке  $t = 0,5$  настигает первую ударную волну, которая сама отходит назад к точке  $x = 0$  под действием втекающего гипер-альфвеновского потока с числом Маха для быстрой моды около 4. Здесь обе ударные волны сливаются, образуя новую более сильную ударную волну, которая движется наружу. Ход эволюции для малых значений  $\beta_\infty$  на больших расстояниях от области диффузии ( $x^2 \gg 4\eta t$ ) изображён на рис. 3.10. Магнитозвуковой волновой импульс

распространяется наружу и содержит разрежение в головной части и сжатие в хвостовой. Связанное с волной локальное число Маха для быстрой моды составляет здесь 0,3, но при  $\beta_\infty \ll 0,1$  оно может быть много больше единицы.

### 3.5. Аннигиляция с пересоединением

Одним из немногих точных нелинейных решений системы уравнений (3.11)–(3.13) является решение с точкой стагнации (§ 3.2) с втекающим вдоль оси  $x$  потоком, а именно

$$v_x = -x, \quad v_y = y, \quad \mathbf{B} = B_y(x)\hat{\mathbf{y}}. \quad (3.37)$$

Как мы видели в § 3.2, оно работает, потому что уравнение (3.13) удовлетворяется тождественно, в уравнении (3.11)  $\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -xB_y(x)\hat{\mathbf{z}}$  и  $\eta \nabla \times \mathbf{B} = \eta dB_y/dx\hat{\mathbf{z}}$  зависят только от  $x$ , а в уравнении (3.12) и член магнитного натяжения  $(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B}/\mu$ , и ротор  $\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$  обращаются в ноль.

Крэйг и Хентон (Craig and Henton, 1995) нашли ещё одно точное решение, изящно обобщающее решение с точкой стагнации (рис. 3.11). Рассмотрим двумерную скорость  $[v_x(x, y), v_y(x, y)]$  и магнитное поле вида

$$\mathbf{B} = \lambda \mathbf{v} + G(x)\hat{\mathbf{y}}, \quad (3.38)$$

представляющее собой наложение одномерной составляющей  $G(x)\hat{\mathbf{y}}$ , как прежде, и составляющей  $(\lambda \mathbf{v})$ , параллельной потоку (где  $\lambda$  постоянна). Теперь снова допустим, что члены в уравнении (3.11) зависят только от  $x$ : это означает, что как  $v_x = v_x(x)$ , так и спиральность  $\omega = \partial v_y / \partial x$  зависят только от  $x$  и, таким образом, единственным видом потока, которая также согласуется с (3.13) с точностью до постоянного множителя, является

$$v_x = -x, \quad v_y = y - F(x), \quad (3.39)$$

где  $F(x)$  — неизвестная функция от  $x$ . Другими словами, и спиральность  $\omega = -F'$ , и электрический ток  $j = (G' - \lambda F')/\mu$  зависят только от  $x$ , и поток с точкой стагнации деформируется добавлением простого течения с поперечным градиентом скорости  $v_y = -F(x)$ . В уравнении (3.11)  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  даёт  $v_x B_y \hat{\mathbf{z}}$ , так что адвекция магнитного поля происходит только в части  $G(x)$   $y$ -компоненты. Далее,  $\eta \nabla \times \mathbf{B}$  даёт  $\eta \partial B_y / \partial x \hat{\mathbf{z}}$ , так что возможна диффузия только  $y$ -компоненты магнитного поля  $B_y$  строго в направлении  $x$ .

Хотя формулы (3.38) и (3.39) дают неисчезающие значения  $x$ - и  $y$ -компонент инерциального члена и члена магнитного натяжения в уравнении движения (3.12), ключевым моментом является то, что роторы этих членов зависят только от  $x$ . Это означает, что безвихревая часть уравнения (3.12) определяет давление, а ротор уравнения (3.12)

связывает две свободные функции  $F(x)$  и  $G(x)$ :

$$F(x) = -\frac{\lambda}{1-\lambda^2} G(x). \quad (3.40)$$

Тогда закон Ома (3.11) сводится к виду

$$E - xG = \frac{\eta}{1-\lambda^2} \frac{dG}{dx}, \quad (3.41)$$

определяющему  $G(x)$ . Параметр  $\lambda$  является мерой отклонения данного решения от решения уравнения для простой магнитной аннигиляции (§ 3.2). Как мы видим, уравнение для магнитного поля (3.38) состоит из неизменной части, параллельной потоку, и части  $G(x)\hat{y}$ , которая аналогична решению для потока с точкой стагнации с масштабным множителем  $1-\lambda^2$  для переменной  $x$ . Напротив, уравнение (3.39) для скорости плазмы теперь состоит из потока с точкой стагнации плюс сдвиговый поток, пропорциональный  $G\hat{y}$ .

По своему духу это решение ближе к стандартной магнитной аннигиляции, чем к классическому пересоединению, поскольку мы имеем дело с одномерным токовым слоем, бесконечным по оси  $y$ , а адвекция и диффузия, по существу, одномерны. Поэтому мы назвали этот процесс «аннигиляцией с пересоединением». (В отличие от обычного пересоединения, когда токовый слой имеет конечную длину, а адвекция и диффузия двумерны). Сепаратрисы магнитного поля расположены вдоль оси  $y$  (поперёк которой течение плазмы отсутствует) и вдоль линии, расположенной под небольшим углом  $2\lambda\eta/E$  к последней. Как и при магнитной аннигиляции, ширина токового слоя составляет  $\eta^{1/2}$ .

Другой способ понять, как работает приближение Крэйга–Хентона, — это преобразовать уравнения (3.11) и (3.12) с использованием классических скобок Пуассона

$$[A, \psi] = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (3.42)$$

Поток и магнитное поле

$$(v_x, v_y) = \left( \frac{\partial \psi}{\partial y}, -\frac{\partial \psi}{\partial x} \right), \quad (B_x, B_y) = \left( \frac{\partial A}{\partial y}, -\frac{\partial A}{\partial x} \right)$$

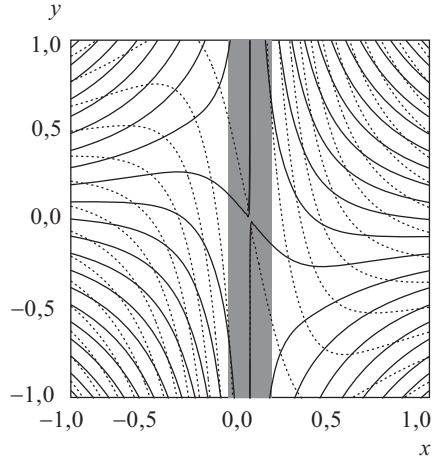


Рис. 3.11. Линии тока (пунктир) и магнитные силовые линии (сплошные линии) для решения Крэйга–Хентона с  $\lambda = 0,9$ . Одномерная область диффузии (показана штриховкой) простирается в бесконечность вдоль положительного и отрицательного направлений оси  $y$ .

выражаются через функцию потока  $A$  и функцию тока  $\psi$ , так что уравнение (3.13) тождественно удовлетворяется. Далее в этом параграфе мы будем для простоты оперировать единицами, для которых постоянные  $\mu$  и  $\rho$  обезразмеривают уравнения, так что в уравнении (3.12) и в законе Ампера мы, по-существу, приравняем их к единице. Тогда уравнения (3.11) и (3.12) можно кратко записать как

$$E - [A, \psi] = \frac{j}{\sigma}, \quad (3.43)$$

$$[\omega\psi] = [j, A], \quad (3.44)$$

где  $\omega = -\nabla^2\psi$  и  $j = -\nabla^2 A$ . Решение Крэйга–Хентона основано на симметрии между  $A$  и  $\psi$  в этих уравнениях и имеет вид

$$A = \lambda xy + g(x),$$

$$\psi = xy + \lambda g(x),$$

так что  $j = -g''$ ,  $\omega = -\lambda g''$ ,  $[A, \psi] = x(1 - \lambda^2)g'$  и, следовательно, уравнение (3.43) определяет  $g(x) = (1 - \lambda^2)^{-1} \int B_0(x) dx$ . Далее, скобки Пуассона

$$-[\omega, \psi] = [\lambda g'', xy + \lambda g] = [\lambda g'', xy]$$

и

$$-[j, A] = [g'', \lambda xy + g] = [g'', \lambda xy]$$

аналогично преобразуются в уравнении (3.44), которое, таким образом, тождественно удовлетворяется. Существуют также и значительно более общие точные решения в виде

$$A = A_0(x) + A_1(x)y,$$

$$\psi = \psi_0(x) + \psi_1(x)y$$

(Priest, Titov, Grundy and Hood, готовится к печати).

Естественно, приведённое выше решение можно детализировать несколькими способами. Например, Фаблинг и Крэйг (Fabling and Craig, 1996) включили в него вязкость (что существенно влияет на решение только внутри токового слоя) и неплоские компоненты  $v_z(x)$  и  $B_z(x)$ , которые однородны всюду, за исключением токового слоя. Что более важно, Крэйг и др. (Craig et al., 1995) распространили это решение на трёхмерный поток со сдвигом в точке

$$v_x = -x, \quad v_y = Ky - F_y(x), \quad v_z = (1 - K)z - F_z(x),$$

с магнитным полем

$$\mathbf{B} = \lambda \mathbf{v} + G_y(x)\hat{\mathbf{y}} + G_z(x)\hat{\mathbf{z}}$$

и таким образом сумели смоделировать режим *веерного пересоединения* Приста и Титова (Priest and Titov, 1996), описанный

в § 8.6. Он представляет собой наложение потенциальных составляющих  $[-x, Ky, (1-K)z]$  и полуторазмерных составляющих  $[\mathbf{F}(x) = F_y(x)\hat{\mathbf{y}} + F_z(x)\hat{\mathbf{z}}$  и  $\mathbf{G}(x) = G_y(x)\hat{\mathbf{y}} + G_z(x)\hat{\mathbf{z}}$ ]. И опять завихренность и ток зависят только от  $x$ , а ротор уравнения (3.12) даёт

$$\mathbf{F} = -\frac{\lambda}{1-\lambda^2} \mathbf{G}.$$

Далее ротор уравнения (3.11) сводится к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям по  $x$ , а именно

$$\begin{aligned} xG'_y + KG_y &= -\frac{\eta}{1-\lambda^2} G''_y, \\ xG'_z + (1-K)G_z &= -\frac{\eta}{1-\lambda^2} G''_z, \end{aligned}$$

которые определяют отдельно неизвестные функции  $G_y(x)$  и  $G_z(x)$ .

Веерная плоскость (см. § 8.2) определяется значением  $x = 0$ . Вблизи нулевой точки шип<sup>1)</sup> (см. § 8.2) наклонён (рис. 3.12 б) и определяется значениями

$$y = -\frac{E_1 x}{\lambda \eta (1+K)}, \quad z = -\frac{E_2 x}{\lambda \eta (2-K)},$$

где  $E_1$  и  $E_2$  — постоянные интегрирования. На рис. 3.12 б показана адвекция искривлённых силовых линий во время веерного пересоединения под действием потока через хребет и образование токового слоя, поток через который отсутствует.

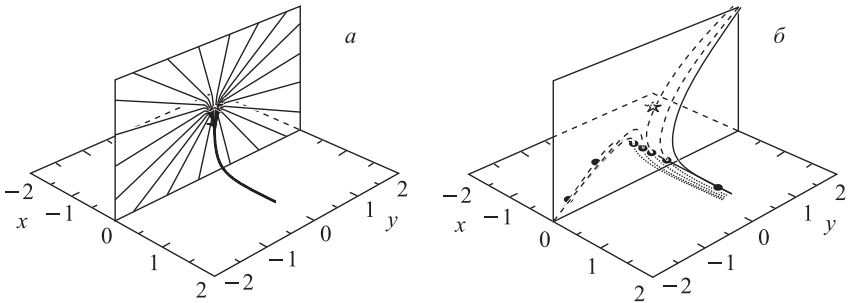


Рис. 3.12. а) Осевая кривая и веерная плоскость при веерном пересоединении с  $\alpha = 2$ ,  $K = 0,5$ ,  $\lambda = 0,9$ ,  $E_1 = E_2 = 0,1$  и  $\eta = 0,05$ . б) Пересоединение искривлённой силовой линии, вносимой элементом потока, помеченным точками (Craig et al., 1995)

Аналогичным образом Крэйг и Фаблинг (Craig and Fabling, 1996) нашли решения для *пересоединения на шипе* (п. 8.6.1), которые можно

<sup>1)</sup> Spine — здесь шип (см. гл. 8).

записать в цилиндрических координатах  $(R, \phi, z)$  в виде

$$\begin{aligned} v_z &= -2z + \lambda f(R) \cos m\phi, & v_R &= R, \\ B_z &= -1\lambda z + f(R) \cos m\phi, & B_R &= R, \end{aligned}$$

где  $f(R)$  удовлетворяет уравнению

$$f + \frac{1}{2} R f' = \frac{\eta}{1 - \lambda^2} \left( f'' + \frac{f'}{R} - \frac{f}{R^2} \right).$$

Поток через веерную плоскость создаёт цилиндрическую диффузионную область радиуса  $\sqrt{\eta}$  с линейно возрастающим полем вокруг шипа. Вне этой области поле падает как  $R^{-2}$ . Существуют также более общие точные решения с функцией потока  $A$  и функцией тока  $\psi$  в виде

$$\begin{aligned} A &= g(R) \sin \phi + G(R) z, \\ \psi &= f(R) \sin \phi + F(R) z \end{aligned}$$

в цилиндрических координатах (Titov and Priest, в печати).

## Глава 4

# СТАЦИОНАРНОЕ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ: КЛАССИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

### 4.1. Введение

Почти повсюду во Вселенной магнитное число Рейнольдса  $R_m$  (п. 1.2.2) значительно больше единицы, поэтому магнитное поле очень сильно привязано к плазме. Лишь в исключительно узких областях, где характерные магнитные градиенты превышают нормальные значения в миллион раз и более, магнитное поле способно проскальзывать сквозь плазму и пересоединяться. Так, например, силовая линия, первоначально соединявшая плазменные элементы в точках  $A$  и  $B$  на рис. 4.1, может приблизиться к другой, противоположно направленной силовой линией  $CD$ , так что между ними образуется узкая область

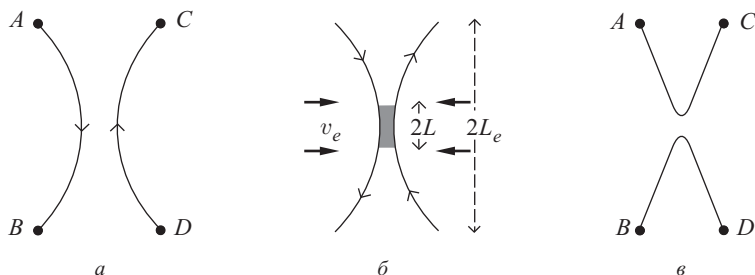


Рис. 4.1. Разрыв и пересоединение магнитных силовых линий: а) до пересоединения точка  $A$  соединена с точкой  $B$ ; б) во время пересоединения между противоположно направленными силовыми линиями образуется узкая область диффузии (штриховка); в) после пересоединения точка  $A$  соединена с точкой  $C$

с очень сильным магнитным градиентом (содержащая нейтральную точку X-типа). При этом силовые линии могут диффундировать, разрываться и пересоединяться таким образом, что элемент  $A$  оказывается связанным с элементом  $C$  (рис. 4.1).

Этот локальный процесс имеет несколько важных последствий:

- глобальная топология и связанность силовых линий меняются, изменяя пути движения быстрых частиц и тепла, так как они в основном направлены вдоль поля;

- магнитная энергия преобразуется в тепло, кинетическую энергию и энергию быстрых частиц;
- образуются сильные электрические токи и электрические поля, а также ударные волны и филаментация, способствующие ускорению быстрых частиц (гл. 13).

Как уже говорилось в гл. 1, есть два вопроса, на которые пытались ответить многие первые исследователи: какова природа разрыва и пересоединения силовых линий в стационарном режиме и какова скорость этого процесса, то есть с какой скоростью магнитные силовые линии могут доставляться к месту пересоединения? Основное внимание уделялось стационарному пересоединению (Sonnerup, 1979), отчасти потому, что его легче описать математически, чем нестационарное, но также и потому, что, как было установлено, главная фаза большой солнечной вспышки, послужившая первоначальной мотивацией исследований, по существу представляет собой стационарный процесс выделения энергии за время, в сотни раз превышающее альфвеновские времена пробега (с наложенной временной модуляцией).

Свит (Sweet, 1958a,b) и Паркер (Parker, 1957, 1963) предложили оригинальную модель, в которой слой магнитной диффузии существует вдоль всей границы между магнитными полями противоположного знака. Его длина  $L$  таким образом равна глобальной внешней характерной длине  $L_e$ , а скорость пересоединения  $v_e$  просто равна скорости, с которой силовые линии входят в область диффузии. Однако полученная в результате скорость пересоединения оказалась слишком мала для объяснения выделения энергии в солнечной вспышке, так что поиски более быстрого механизма были продолжены.

Шесть лет спустя на конференции по солнечным вспышкам Г.Е. Петчек предложил гениальное решение, основанное на глубоком физическом понимании явления (Petschek, 1964). Е.Н. Паркер, присутствовавший на этой конференции, немедленно (или, возможно, после длительной и подробной частной беседы с Петчеком накануне вечером) заявил, что это и есть решение, которое все искали. Новаторство Петчека заключалось в предположении, что область диффузии Свита–Паркера ограничивается лишь небольшим отрезком (длиной  $L$ ) границы между полями противоположного знака. Будучи более короткой, область диффузии становится также и более узкой, и поэтому процесс диффузии (а следовательно и пересоединения) протекает быстрее. Кроме того, Петчек рассмотрел природу внешнего потока за пределами области диффузии и предложил остроумную математическую модель для его описания. Он предположил, что медленная мода магнитогидродинамических ударных волн распространяется из области диффузии, которая играет роль своего рода препятствия в потоке (относительно скорости медленной моды поперёк магнитного поля поток является сверхзвуковым, так как скорость медленной моды в этом направлении равна нулю). Ударные волны находятся в потоке и являются основным местом преобразования энергии, причём поступающая магнитная



энергия преобразуется в тепло и кинетическую энергию двух горячих быстрых потоков. Петчек обнаружил, что в предложенной им конфигурации максимальная скорость пересоединения слабо зависит от магнитного числа Рейнольдса и имеет характерную величину, равную одной десятой или одной сотой альфвеновской скорости в большей части пространства и астрофизических сред.

В последующие годы механизм Петчека был широко признан как объяснение быстрого энерговыделения во вспышке, хотя немногие до конца понимали сложность этого механизма, который включает сочетание тонких физических эффектов, а именно адвекцию потока, диффузию потока и поведение магнитных ударных волн. Однако спокойствие было нарушено, когда Соннерап (Sonnerup, 1970) выступил с альтернативной моделью пересоединения, действующей при любых скоростях вплоть до альфвеновских. Почти в то же время Е и Аксфорд (Yeh and Axford, 1970) искали автомодельные решения уравнений МГД для стационарного состояния и получили целое семейство моделей, включающее в себя в качестве частного случая модель Соннерапа. Затем Васильюнас (Vasyliunas, 1975) осветил положение дел в большом обзоре, где выявил основные математические и физические трудности, связанные с решениями Е, Аксфорда и Соннерапа. В частности, модель Соннерапа содержит кроме ударной волны Петчека дополнительный (стоячий) разрыв в каждом квадранте. Васильюнас понял, что если ударные волны Петчека генерируются в области диффузии, то разрывы Соннерапа должны генерироваться вне её.

В результате был принят только механизм Петчека. Тем не менее идея поиска автомодельных решений, предложенная Е и Аксфордом, была хорошей идеей. Позднее она была использована Совардом и Пристом (Soward and Priest, 1977), которые с помощью более тонкого математического анализа получили решения, поставившие механизм Петчека на твёрдую математическую основу, где центральная область диффузии рассматривается как область малых размеров по сравнению с внешней областью.

И опять наступило спокойствие вплоть до поворотного момента в 1986 году, когда возникновение нового поколения численных экспериментов и теоретических моделей привело к новому этапу брожения, однако это — тема следующей главы. Сейчас мы рассмотрим в деталях классические модели и подведём итоги сравнительного анализа области диффузии разными методами.

Основные уравнения, участвующие в анализе, включают в себя уравнение индукции

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (4.1)$$

которое для двумерного стационарного состояния интегрируется в закон Ома

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma}, \quad (4.2)$$

где  $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{z}}$  — постоянное однородное электрическое поле, перпендикулярное к плоскости  $xy$  (в которой лежат поток плазмы и магнитное поле), а ток равен

$$\mathbf{j} = \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu}, \quad (4.3)$$

так что уравнение (4.2) с учётом коэффициента магнитной диффузии ( $\eta = 1/(\mu\sigma)$ ) превращается в уравнение

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \nabla \times \mathbf{B}. \quad (4.4)$$

Согласно уравнению (4.1) магнитное поле изменяется во времени частично за счёт его переноса плазмой (первый член в правой части уравнения), а частично — за счёт диффузии в плазме (второй член). В большинстве областей во Вселенной магнитное поле эффективно заморожено в плазму, и член, отвечающий за диффузию, ничтожно мал, так что уравнение (4.4) с очень высокой точностью сводится к виду

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0. \quad (4.5)$$

Другими уравнениями стационарной плазмы является уравнение движения

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (4.6)$$

если доминирующими силами являются градиент давления и магнитная сила, и уравнение непрерывности

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (4.7)$$

Характерное время магнитной диссипации можно определить, уравнивая первый и третий члены в уравнении (4.1), а именно

$$\tau d = \frac{L^2}{\eta} = 10^{-9} L^2 T^{3/2}. \quad (4.8)$$

Эта величина в большинстве случаев очень велика (например,  $10^{14}$  с для характерного глобального масштаба длины в солнечной короне ( $l = 10^7$  м) и корональной температуры ( $10^6$  К)). Таким образом для выделения магнитной энергии (например, в процессе звёздной вспышки или коронального нагрева) необходимо создать исключительно малые масштабы длины в слоях или волокнах, а, следовательно, большие магнитные градиенты и электрические токи (см. уравнение (4.3)). Это возможно несколькими способами: за счёт образования тонких ударных волн, за счёт развития неустойчивостей типа тиринг-моды (§ 6.2) или коалисцентной неустойчивости (п. 6.5.3), за счёт роста сильной турбулентности и за счёт образования токовых слоёв в X-точках. В данной главе мы рассмотрим последний из перечисленных механизмов.

## 4.2. Механизм Свита–Паркера

В литературе появилось множество ошибочных концепций этой наиболее фундаментальной модели пересоединения, включая неправильный множитель 2 в разных местах и неверное предположение о том, что ускорение плазмы вдоль слоя происходит исключительно за счёт градиента давления. Итак, начнём с основ.

**4.2.1. Базовая модель.** Модель Свита–Паркера представляет собой простую область диффузии длиной  $2L$  и шириной  $2l$ , расположенную, скажем, между противоположно направленными магнитными полями (рис. 4.2), для которой можно выполнить анализ по порядку величины следующим образом. Прежде всего, зададим вопрос: «Как

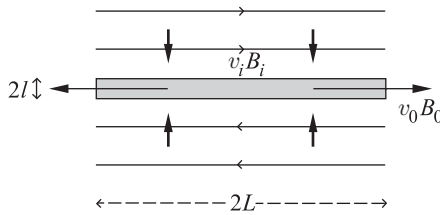


Рис. 4.2. Пересоединение Свита–Паркера. Область диффузии заштрихована. Скорость плазмы показана линиями с утолщёнными стрелками на конце, а магнитные силовые линии — с тонкими стрелками

быстро магнитное поле с напряжённостью  $B_i$  может войти в диффузионный слой при скорости, например,  $v_i$ ?» В стационарном состоянии плазма должна вносить поле внутрь слоя с той же скоростью, с какой оно стремится диффундировать наружу, так что

$$\boxed{v_i = \frac{\eta}{l}}. \quad (4.9)$$

Это выражение прямо вытекает из закона Ома следующим образом. Поскольку электрическое поле для стационарного двумерного состояния однородно, его значение можно найти, решив уравнение (4.2) в точке втекания в область диффузии, где ток исчезает, то есть

$$E = v_i B_i.$$

Однако в центре области диффузии, где магнитное поле обращается в ноль, уравнение (4.2) принимает вид

$$E = \frac{j_N}{\sigma}.$$

В соответствии с законом Ампера ( $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}/\mu$ ), ток в точке  $N$  приблизительно равен

$$j_N = \frac{B_i}{\mu l}. \quad (4.10)$$

Тогда, исключив  $E$  и  $j_N$ , получим из этих трёх уравнений уравнение (4.9), что и требовалось.

В соответствии с законом сохранения массы, скорость поступления массы с обеих сторон внутрь слоя ( $4\rho Lv_i$ ) должна быть равна скорости истечения на обоих концах, то есть

$$Lv_i = lv_0, \quad (4.11)$$

где  $v_0$  — скорость истечения. (Следует заметить, что более детальный анализ, включающий в себя непрямоугольную, например, клинообразную форму (Parker, 1957), может учитывать изменение ширины области диффузии в зависимости от расстояния до точки стагнации.) Теперь, исключив ширину ( $l$ ) из базовых уравнений Свита–Паркера (4.9) и (4.11), получим квадрат скорости втекания

$$v_i^2 = \frac{\eta v_0}{L}. \quad (4.12)$$

Уравнение (4.12) можно переписать в безразмерных переменных

$$M_i = \frac{\sqrt{v_0/v_{Ai}}}{\sqrt{R_{mi}}}, \quad (4.13)$$

где

$$M_i = \frac{v_i}{v_{Ai}} \quad (4.14)$$

— альфвеновское число Маха для втекающего потока (или безразмерная скорость пересоединения), а

$$R_{mi} = \frac{Lv_{Ai}}{\eta} \quad (4.15)$$

— магнитное число Рейнольдса, для альфвеновской скорости втекания.

Если  $v_0$ , а следовательно, и  $v_i$  в уравнении (4.12) для данного значения  $L$  известны, то уравнение (4.11), в свою очередь, даёт ширину слоя

$$l = L \frac{v_i}{v_0}, \quad (4.16)$$

а напряжённость выходящего магнитного поля  $B_0$  определяется из условия сохранения потока

$$v_i B_i = v_0 B_0$$

как

$$B_0 = B_i \frac{v_i}{v_0}. \quad (4.17)$$

Однако ключевым является вопрос: какова скорость истечения  $v_0$ ? Она определяется из уравнения движения (или, что равносильно, из уравнения механической энергии — см. п. 4.2.3) следующим образом.

Как следует из уравнения (4.10), электрический ток составляет по порядку величины  $j \approx B_i/(\mu l)$  и, следовательно, сила Лоренца вдоль слоя равна  $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})_x \approx j B_0 \approx B_i B_0/(\mu l)$ . Под действием силы плазма

ускоряется от состояния покоя в нейтральной точке до  $v_0$  на расстоянии  $L$  и, таким образом, приравняв величину инерционного члена  $\rho(\mathbf{v} \times \nabla)v_x$  к вышеупомянутой силе Лоренца и пренебрегая градиентом давления плазмы, получим

$$\rho \frac{v_0^2}{L} \approx \frac{B_i B_0}{\mu l}. \quad (4.18)$$

Однако из условия  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  или из уравнений (4.11) и (4.17) следует, что

$$\frac{B_0}{l} \approx \frac{B_i}{L}, \quad (4.19)$$

следовательно, правую часть уравнения (4.18) можно записать как  $B_i^2/(\mu L)$ , и мы получим

$$\boxed{v_0 = \frac{B_i}{\sqrt{\mu \rho}} \equiv v_{Ai}}, \quad (4.20)$$

где  $v_{Ai}$  — альфвеновская скорость втекания. Неудивительно, что магнитная сила ускоряет плазму до альфвеновских скоростей.

Таким образом, в рамках этой базовой модели магнитное поле пересоединяется со скоростью, которую можно определить из уравнения (4.13):

$$\boxed{v_i = \frac{v_{Ai}}{\sqrt{R_{mi}}}} \quad (4.21)$$

через альфвеновскую скорость втекания  $v_{Ai}$  и магнитное число Рейнольдса  $R_{mi} = Lv_{Ai}/\eta$ . Из слоя шириной

$$l = \frac{L}{R_{mi}^{1/2}}$$

плазма выбрасывается со скоростью

$$v_0 = v_{Ai}$$

и напряжённостью магнитного поля

$$B_0 = \frac{B_i}{\sqrt{R_{mi}}}.$$

Поскольку  $R_{mi} \gg 1$ , мы имеем  $v_i \ll v_{Ai}$ ,  $B_0 \ll B_i$  и  $l \ll L$ .

Уравнения диффузии потока (4.9), непрерывности массы (4.11) и количества движения (4.20) являются базовыми уравнениями механизма Свита–Паркера и все вместе определяют скорость пересоединения (уравнение (4.21)). В механизме Свита–Паркера длина слоя  $L$  отождествляется с глобальным внешним масштабом длины  $L_e$ , а  $R_{mi}$  — с глобальным магнитным числом Рейнольдса

$$R_{me} = \frac{L_e v_{Ae}}{\eta}.$$

Поскольку на практике  $R_{me} \gg 1$ , то скорость пересоединения очень мала: например в звёздных коронах, где значение  $R_{me}$  лежит в пределах  $10^6$ – $10^{12}$ , поля пересоединяются со скоростью, равной  $10^{-3}$ – $10^{-6}$  альфвеновской скорости — слишком медленно для возникновения солнечной или звёздной вспышки.

**4.2.2. Роль градиентов давления.** В базовой версии модели Свита–Паркера, рассмотренной в предыдущем пункте, скорость истечения  $v_0$  равна альфвеновской скорости  $v_{Ai}$ . Это неявно предполагает, что давление выходящего потока  $p$  такое же, как давление  $p_N$  в нейтральной точке  $N$  в центре токового слоя или близко к нему, так что градиенты давления плазмы вдоль слоя не играют никакой роли в ускорении плазмы от состояния покоя в нейтральной точке до значения  $v_0$  при истечении. Однако, в принципе, давление в вытекающем потоке  $p_0$  можно задать в виде любого другого (положительного) значения, в результате чего мы получим другую скорость истечения и, следовательно, другую скорость пересоединения.

Зададим направление осей  $x$  и  $y$  вдоль и перпендикулярно слою (рис. 4.3) и рассмотрим стационарное уравнение движения

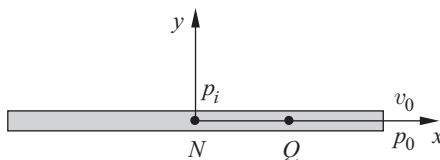


Рис. 4.3. Обозначения, используемые при расчёте эффекта градиентов давления в токовом слое Свита–Паркера

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p. \quad (4.22)$$

Если скорость втекания существенно меньше альфвеновской скорости, а слой длинный и узкий, то силами инерции и магнитного натяжения в  $y$ -составляющей в уравнении (4.22) можно пренебречь, сведя его к виду

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{B^2}{2\mu} + p \right).$$

Произведя интегрирование от точки втекания  $(0, l)$  до нейтральной точки  $(0, 0)$ , где  $B$  обращается в ноль, мы получим давление в нейтральной точке, равное

$$p_N = p_i + \frac{B_i^2}{2\mu}. \quad (4.23)$$

Далее,  $x$ -компонента уравнения (4.22) вдоль оси  $x$  равна

$$\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = j B_y - \frac{\partial p}{\partial x}.$$

В точке  $Q$  на половине длины токового слоя (рис. 4.3) это даёт

$$\rho \frac{v_0}{2} \frac{v_0}{L} = \frac{B_i}{\mu l} \frac{B_0}{2} - \frac{p_0 - p_N}{L}. \quad (4.24)$$

Здесь  $j \approx \partial B_x / \partial y \approx 2B_i / (2l)$ , так как поле скачкообразно меняется от  $B_i$  до  $-B_i$  на ширине  $2l$ ;  $\partial v_x / \partial x \approx v_x / L$  и значения  $v_x$  и  $B_y$  в точке  $Q$  становятся равными, соответственно,  $v_0/2$  и  $B_0/2$ . Используя уравнение (4.19), можно исключить  $B_0$ , так что уравнение (4.24) примет вид

$$v_0^2 = v_{Ai}^2 + \frac{2(p_N - p_0)}{\rho} \quad (4.25)$$

или, подставив выражение для  $p_N$  из уравнения (4.23), получим

$$v_0^2 = 2v_{Ai}^2 + \frac{2(p_i - p_0)}{\rho}. \quad (4.26)$$

Отметим несколько особенностей этого результата, являющегося необходимым обобщением стандартного результата Свита–Паркера (4.20). Скорость истечения в данном случае зависит от заданных величин  $p_i$  и  $p_0$  и, таким образом, влияет на скорость пересоединения (4.13), которую можно записать следующим образом, подставив выражение для  $v_0/v_{Ai}$  из (4.26):

$$M_i = \frac{2^{1/4}}{\sqrt{R_{mi}}} \left[ 1 + \frac{1}{2} \beta_i \left( 1 - \frac{p_0}{p_i} \right) \right]^{1/4}, \quad (4.27)$$

а следовательно, отклонение от скорости Свита–Паркера  $M_i = 1/\sqrt{R_{mi}}$  определяется величиной плазменной беты  $\beta_i = 2\mu p_i / B_i^2$  и отношением давлений  $p_0/p_i$ . В частности, следует отметить, что наличие потоков пересоединения со скоростями, существенно меньше альфвеновской скорости (таких, например, как взрывные явления (п. 11.2.3) или солнечные вспышки (п. 11.1.2, 11.2.1)), может указывать на то, что истечение замедляется благодаря большому давлению выходящего потока.

С одной стороны, если  $p_0 = p_N$ , то восстанавливается результат Свита–Паркера ( $v_0 = v_{Ai}$ ) из уравнения (4.25). С другой, если  $p_0 = p_i$ , то

$$v_0 = \sqrt{2} v_{Ai}.$$

Если давление выходящего потока настолько мало, что  $p_0 < p_N$ , то  $v_0 > v_{Ai}$ , и скорость пересоединения увеличивается ( $M_i > 1/\sqrt{R_{mi}}$ ). Если же скорость выходящего потока достаточно велика ( $p_0 > p_N$ ), то истечение замедляется ( $v_0 < v_{Ai}$ ), и скорость пересоединения падает ( $M_i \leq 1/\sqrt{R_{mi}}$ ). Если давление вытекающего потока меньше давления втекающего потока ( $p_0 < p_i$ ), то  $v_0 > \sqrt{2} v_{Ai}$ , а если больше, то  $v_0 < \sqrt{2} v_{Ai}$ . (В оригинальной работе Паркер рассматривал ещё одну возможность, а именно, что вытекающий поток расходится в виде

веера. Например, если поток расходится, образуя клин под углом  $90^\circ$  ( $\pm 45^\circ$ ), то составляющая скорости в направлении  $x$  вдоль слоя равна  $v_{0x} = v_{Ai}$  при  $p_0 = p_i$ .)

Отметим также, что уравнение (4.25) можно переписать в виде

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 - p_N = \frac{1}{2} \rho v_{Ai}^2.$$

Тогда закон Бернулли в простом виде ( $p + \rho v^2/2 = \text{const}$ ) теряет силу при движении плазмы вдоль слоя из нейтральной точки к точке истечения. Причина заключается в дополнительном воздействии магнитной силы, которое представлено альфвеновским членом в правой части уравнения.

И наконец, приведённые выше уравнения являются всего лишь оценкой по порядку величины. Удивительно, что до сих пор не было произведено более точных расчётов. Для этого необходимо решить полные уравнения во всём диффузионном слое, определить его границу и произвести интегрирование уравнений сохранения вдоль границы с учётом всех изменений величин и наклонов скорости и магнитного поля.

**4.2.3. Энергетический аспект.** Интересно рассмотреть энергетический аспект процесса пересоединения в диффузионном слое Свита–Паркера, настолько длинном и тонком ( $l \ll L$ ), что  $v_i \ll v_{Ai}$ . Однако здесь тоже внимательный читатель может обнаружить ряд недоразумений. Скорость втеkania электромагнитной энергии представляет собой поток Пойнтинга ( $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  на единицу площади) или, поскольку  $E = v_i B_i$  по величине,

$$E \frac{B_i}{\mu} L = v_i \frac{B_i^2}{\mu} L.$$

Поэтому отношение втекающей кинетической энергии к втекающей электромагнитной энергии составляет

$$\frac{\rho v_i^2/2}{B_i^2/\mu} = \frac{v_i^2}{2v_{Ai}^2}.$$

В соответствии с уравнением (4.21) это отношение значительно меньше единицы, поэтому большая часть поступающей энергии является магнитной.

Рассмотрим далее вытекающую энергию. В соответствии с законом сохранения потока

$$v_0 B_0 = v_i B_i$$

и, следовательно,  $B_0 \ll B_i$ . Вытекающая электромагнитная энергия составляет  $E B_0 l / \mu$ , что существенно меньше втекающей ( $E B_i L / \mu$ ), поскольку  $B_0 \ll B_i$  и  $l \ll L$ . Что же происходит с поступающей маг-



нитной энергией? Итак, отношение вытекающей к втекающей магнитной энергии составляет

$$\frac{(\rho v_0^2/2)(v_0 l)}{v_i B_i^2 L/\mu} = \frac{v_0^2/2}{v_{Ai}^2} = \frac{1}{2}.$$

Таким образом половина поступающей магнитной энергии преобразуется в кинетическую энергию, а другая половина — в тепловую энергию. Другими словами, в результате пересоединения образуются горячие быстрые потоки плазмы с приблизительно равным распределением между энергией потока и тепловой энергией.

Для стационарного несжимаемого потока (с данной плотностью  $\rho$ ) уравнения движения и непрерывности, а именно

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (4.28)$$

и

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

по существу определяют  $p$  и  $\mathbf{v}$ , а электромагнитные уравнения

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} \quad (4.29)$$

и

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

определяют три компоненты  $\mathbf{B}$ . Тогда закон Ампера

$$\mathbf{j} = \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu} \quad (4.30)$$

определяет ток, а уравнение тепловой энергии должно определять температуру  $T$ .

Важно отметить, что уравнения электромагнитной и механической энергии являются вторичными уравнениями. Их можно вывести из приведённой выше системы первичных уравнений, так что они не дают дополнительной информации о значениях физических переменных (хотя, разумеется, и определяют распределение энергии). Так, например, векторное тождество для дивергенции векторного произведения совместно с уравнением (4.30) и выражением  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$  (для стационарного состояния) дают

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{j}.$$

Однако скалярное произведение уравнения (4.29) и  $\mathbf{j}$ , в свою очередь, даёт

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{j} = \frac{j^2}{\sigma} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{B}.$$

Объединив эти два уравнения, мы получим уравнение электромагнитной энергии

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \frac{j^2}{\sigma} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (4.31)$$

из которого следует, что втекание электромагнитной энергии в объём, производит омический нагрев ( $j^2/\sigma$ ) и работу силы Лоренца ( $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ ).

Что же следует из уравнения (4.31)? Интегрирование по области диффузии с объёмом  $V$  и поверхностью  $S$  и использование теоремы Остроградского–Гаусса даёт выражение

$$\int_S \mathbf{E} \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \left( \frac{j^2}{\sigma} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{B} \right) dV, \quad (4.32)$$

в котором  $E \approx -v_i B_i$  вдоль части поверхности  $S$  в месте втекания. В соответствии с уравнением (4.19) вклад вытекающего потока ( $EB_O l/\mu$ ) меньше, чем вклад втекающего потока ( $EB_i L/\mu$ ) в  $l^2/L^2 \approx \approx R_{mi}^{-1}$  раз, так что им можно пренебречь. Кроме того, ток в центре слоя примерно равен  $B_i/(\mu l)$ , поэтому можно приближённо считать среднее значение  $j^2$  равным

$$\frac{B_i^2}{2} \frac{1}{(\mu l)^2},$$

а среднее значение  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{B}$  — равным

$$\frac{v_0}{2} \frac{B_i}{\mu l} B_O.$$

Таким образом, уравнение (4.32) в приближённом виде можно записать как

$$v_i B_i \frac{B_i}{\mu} 4L = \left( \frac{B_i^2}{2\mu^2 l^2 \sigma} + \frac{v_0 B_i B_O}{2\mu l} \right) 4Ll,$$

поскольку области втекания с двух противоположных сторон токового слоя имеют общую длину  $4L$ , а их объём равен  $4Ll$  (на единицу длины в направлении  $z$ ). Заменяя в последнем члене уравнения  $v_0 B_O$  на  $v_i B_i$  из (4.17), найдём

$$v_i = \frac{\eta}{2l} + \frac{v_i}{2} \quad (4.33)$$

или

$$v_i = \frac{\eta}{l}.$$

Другими словами, мы получаем тот же результат для области диффузии, что и из уравнения (4.9). Эти неудивительно, поскольку в обоих случаях мы, по существу, имеем дело с последствиями закона Ома (4.29). Однако из уравнений (4.32) и (4.33) следует, что половина поступающей электромагнитной энергии идёт на омический нагрев, а половина — на работу, производимую магнитной силой (которая, в свою очередь, как будет видно ниже, переходит в кинетическую энергию, если градиент давления вдоль слоя ничтожно мал).

Уравнение механической энергии можно вывести, взяв скалярное произведение (4.28) и  $\mathbf{v}$  и используя  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ , так что

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{2} \rho v^2 \mathbf{v} \right) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \mathbf{v} \cdot \nabla p. \quad (4.34)$$

Это означает, что изменение кинетической энергии происходит за счёт работы  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$  и  $-\nabla p$ . Далее, переписав  $\mathbf{v} \cdot \nabla p$  в виде  $\nabla \cdot (p\mathbf{v})$ , поскольку в данной модели  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ , и произведя интегрирование по области диффузии, найдём

$$\int_S \left( \frac{1}{2} \rho v^2 \mathbf{v} + p \mathbf{v} \right) \cdot d\mathbf{S} = \int_V (\mathbf{v} \cdot \mathbf{j} \times \mathbf{B}) dV, \quad (4.35)$$

и, следовательно, член в правой части уравнения (4.32), определяющий магнитную силу, представляет собой сочетание изменения кинетической энергии и полезной работы, производимой давлением на поверхности. В предположении, что поступление кинетической энергии мало, а средние значения приведённых выше подынтегральных выражений составляют половину их максимальных значений, находим

$$\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{2} \rho v_0^2 + p_0 \right) 4v_0 l - 4p_i v_i L \right] = \frac{1}{2} \left( v_0 \frac{B_i}{\mu l} B_0 \right) 4Ll,$$

что сводится точно к тому же самому уравнению (4.26) для  $v_0$ , полученному непосредственно из уравнения движения. И опять более точный расчёт (4.32) и (4.35) потребует полного решения в области диффузии.

**4.2.4. Быстрое пересоединение.** Режимы быстрого пересоединения, которые будут рассмотрены ниже, имеют очень маленькую область диффузии Свита–Паркера вокруг X-точки. Поэтому для того чтобы отличать внешнюю область от области Свита–Паркера, обозначим скорость потока и магнитное поле на больших расстояниях  $L_e$  от X-точки как  $v_e$  и  $B_e$ , как показано на рис. 4.4. Свойства моделей быстрого пересоединения зависят от двух безразмерных параметров, а именно от *внешней* скорости пересоединения  $M_e = v_e/v_{Ae}$  и *внешнего*, или глобального магнитного числа Рейнольдса  $R_{me} = Lv_{Ae}/\eta$ .

Пересоединение считается быстрым, если скорость пересоединения  $M_e$  существенно больше скорости Свита–Паркера (4.21). Характеристики в точке втекания в область диффузии (обозначаемые подстрочным индексом  $i$ ) теперь связаны с «внешними» значениями на больших расстояниях (обозначаемыми подстрочным индексом  $e$ ). Мы полагаем, что значения  $v_e$ ,  $B_e$  на больших расстояниях задаются как характерные значения окружающей

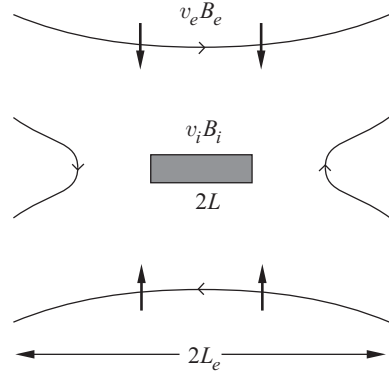


Рис. 4.4. Обозначения для быстрых режимов пересоединения; область диффузии показана штриховкой

с «внешними» значениями на больших расстояниях (обозначаемыми подстрочным индексом  $e$ ). Мы полагаем, что значения  $v_e$ ,  $B_e$  на больших расстояниях задаются как характерные значения окружающей

среды или внешние значения вдали от места пересоединения. Тогда возникают два вопроса: во-первых, как меняются скорость потока и магнитное поле с приближением к области пересоединения, и как это поведение меняется при переходе от одного режима пересоединения к другому? Иными словами, каковы неизвестные значения  $v_i$  и  $B_i$  вблизи области диффузии? Каково максимальное значение  $M_i$  в безразмерных единицах при данном значении  $M_e$ ? Во-вторых, какова при данном значении  $B_e$  максимальная скорость прихода удалённых силовых линий  $v_e$ ? Каково максимальное значение  $M_e$  в безразмерных единицах и как оно меняется в зависимости от  $R_{me}$ ?

Для того чтобы связать внешнюю и внутреннюю области используем закон сохранения потока  $v_i B_i = v_e B_e$ , который можно записать в безразмерном виде как

$$\frac{M_i}{M_e} = \frac{B_e^2}{B_i^2} \quad (4.36)$$

Далее, решение уравнений Свита–Паркера (4.9), (4.11) и (4.12) можно переписать с использованием (4.36). В результате получим размеры центральной области диффузии в безразмерном виде:

$$\frac{L}{L_e} = \frac{1}{R_{me}} \frac{1}{M_e^{1/2}} \frac{1}{M_i^{3/2}}, \quad (4.37)$$

$$\frac{l}{L_e} = \frac{1}{R_{me}} \frac{1}{M_e^{1/2}} \frac{1}{M_i^{1/2}}. \quad (4.38)$$

Таким образом, если  $B_i/B_e$  найдено из модели внешней области за пределами области диффузии, то (4.36) определяет  $M_i/M_e$ , а уравнения (4.37) и (4.38) дают размеры области диффузии в единицах  $M_e$  и  $R_{me}$ . В следующих параграфах мы рассмотрим различные модели внешней области, начиная с механизма Петчека (§ 4.3) и кончая менее известными. Далее в гл. 5 мы покажем, что механизм Петчека представляет собой часть большого семейства решений, которое мы назвали *почти однородным пересоединением* (§ 5.1) в отличие от другого семейства, называемого *неоднородным* (§ 5.2).

### 4.3. Механизм Петчека: почти однородное потенциальное пересоединение

Петчек (Petchek, 1964) обнаружил, что помимо области диффузии существует другой механизм преобразования магнитной энергии в тепловую и кинетическую, а именно, медленная магнитоакустическая ударная волна (§ 1.5). Позади разрыва ударная волна распространяется в покоящейся среде со скоростью  $v_s = B_N/\sqrt{\mu\rho}$  (где  $B_N$  — нормальная составляющая поля), поворачивая магнитное поле к нормали, что приводит к уменьшению напряжённости поля в направлении течения (рис. 4.5а). В то же время ударная волна ускоряет плазму до альфвеновских скоростей  $v_A$  в направлении, параллельном фронту ударной

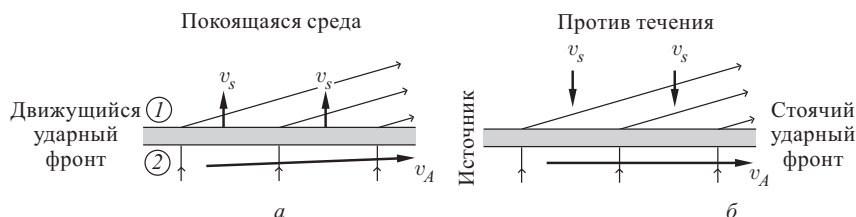


Рис. 4.5. Особенности медленной ударной волны а) при распространении вверх в покоящейся среде со скоростью  $v_s$ , б) при движении в системе координат, находящейся в покое

волны. Теперь, если встречная плазма движется вниз по потоку с той же скоростью, с которой ударная волна стремится вверх, то фронт ударной волны будет оставаться неподвижным (рис. 4.5 б).

Если, рассматривая рис. 4.5 б, мы представим себе фильм, в котором последовательность силовых линий движется сверху и проходит сквозь ударную волну вниз, то изгиб отдельной линии на ударной волне будет двигаться вправо вдоль фронта ударной волны. Иначе говоря, ударная волна представляет собой возмущение конечной амплитуды, которое может генерироваться неким источником в левой части ударного фронта, как изображено на рис. 4.5 б. Аналогично тому, как при движении сверхзвукового самолёта в воздушном потоке возникает гидродинамическая ударная волна, в нашем случае при обтекании препятствия плазмой со скоростью, большей скорости медленной магнитоакустической волны, возникает медленная магнитоакустическая ударная волна.

В § 1.5 были приведены выражения, описывающие скачкообразные изменения в магнитогидродинамических ударных волнах в системе координат, движущейся вдоль ударной волны. Значения переменных перед ударной волной (т.е. над ударной волной на рис. 4.5) помечены подстрочным индексом 1, а позади ударной волны — индексом 2. Ударная волна позади разрыва образуется, когда в такой системе координат плазма перед ударной волной движется с альфвеновской скоростью ( $v_1 = v_{A1}$ ). Если взять ось  $\bar{x}$  вдоль ударной волны, а ось  $\bar{y}$  перпендикулярно к ней, то из уравнений (1.48)–(1.52) в другой системе координат можно получить следующие результаты. Сначала рассмотрим рис. 4.5 б, где система координат находится в покое на фронте ударной волны, а плазма течёт сверху перпендикулярно фронту (т.е.  $v_{1\bar{x}} = 0$ ). Тогда  $B_{2\bar{y}} = B_{1\bar{y}}$ ,  $B_{2\bar{x}} = 0$ , а остальные компоненты потока, выраженные через отношение составляющих поля, направленных против потока ( $\lambda = B_{1\bar{y}}/B_{1\bar{x}}$ ), и «силу» ударной волны, определяемую из уравнения, аналогичного уравнению (1.51) в данной системе координат, составляют

$$v_{1\bar{y}} = \frac{-\lambda v_{A1}}{(1 + \lambda^2)^{1/2}}, \quad v_{2\bar{x}} = \frac{v_{A1}}{(1 + \lambda^2)^{1/2}}, \quad v_{2\bar{y}} = \frac{v_{1\bar{y}}}{X}.$$

Рисунок 4.5а можно получить из рис. 4.5б путём переноса системы координат в направлении  $\bar{y}$ , так что

$$v_s = \frac{\lambda v_{A1}}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} = \frac{B_{1\bar{y}}}{(\mu\rho)^{1/2}},$$

а  $\bar{y}$ -компонента потока позади ударной волны превращается в

$$v_{2\bar{y}} = \left(1 - \frac{1}{X}\right) v_s.$$

По оценкам Петчека область диффузии Свита–Паркера должна действовать как источник четырёх медленных магнитоакустических ударных волн, которые распространяются в разных направлениях от области диффузии и останавливаются в потоке при достижении стационарного состояния. Образование стоячих ударных волн при отсутствии твёрдого препятствия в потоке подтверждено многочисленными экспериментами (например, Sato, 1979; Ugai, 1984; Scholer, 1989; и § 5.4). Отчасти генерация таких ударных волн является следствием анизотропной природы медленной волновой моды, которая не входит в наше обычное представление о звуковых волнах.

Режим Петчека является *почти однородным* в том смысле, что поле в области втекания представляет собой слабое возмущение однородного поля ( $B_e$ ). Он также является потенциальным в том смысле, что ток в области втекания отсутствует. Преобразование энергии в основном происходит на стоячих ударных волнах медленной мо-

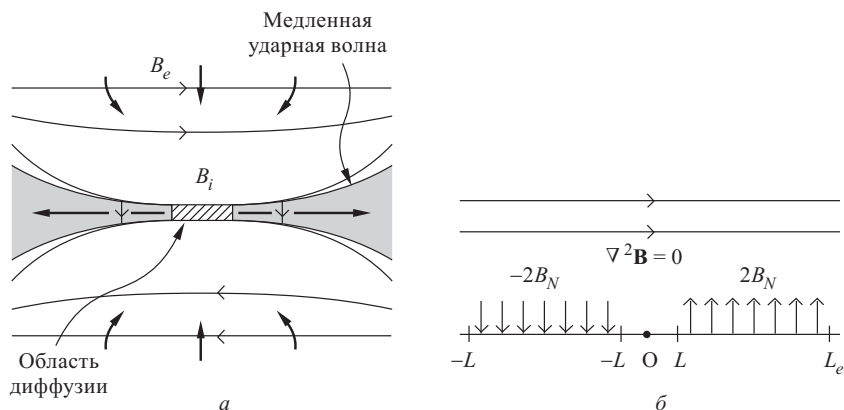


Рис. 4.6. а) Модель Петчека, где центральная заштрихованная область соответствует области диффузии, а две другие заштрихованные области представляют плазму, нагреваемую и ускоряемую ударными волнами. б) Обозначения для анализа области втекания

ды (рис. 4.6а), известных как особая ударная волна позади разрыва (§ 1.5). Эти ударные волны ускоряют и нагревают плазму. При этом

2/5 поступающей магнитной энергии преобразуется в тепло, а 3/5 — в кинетическую энергию с адиабатическим показателем  $\gamma = 5/3$ .

Метод анализа Петчека очень прост. Магнитное поле существенно уменьшается от значения однородного поля  $B_e$  на больших расстояниях до значения  $B_i$  на входе в область диффузии, а скорость потока возрастает от  $v_e$  до  $v_i$ . Задача заключается в том, чтобы определить для данного значения  $B_e$  максимальное значение  $v_e$  (в безразмерном виде  $M_e = v_e/v_{Ae}$ ). Следствием ударных волн является образование нормальной компоненты поля  $B_N$ , что связано с искривлением поля втекающего потока по сравнению с однородным полем  $B_e$  на больших расстояниях. Следовательно, если поле втекающего потока потенциально, то можно считать, что искажение обусловлено серией монополярных источников вдоль оси  $x$  между  $-L_e$  и  $-L$  и между  $L$  и  $L_e$ .

Таким образом, область втекания состоит из слегка искривлённых силовых линий. Магнитное поле здесь представляет собой сумму однородного горизонтального поля ( $B_e \vec{x}$ ) и поля, полученного путём решения уравнения Лапласа для граничных условий, когда магнитное поле на больших расстояниях обращается в нуль, а нормальная компонента поля вдоль ударных волн равна  $B_N$  и исчезает в области диффузии. Наклоном ударных волн в первом приближении можно пренебречь, и тогда проблема сводится к нахождению решения на верхней полуплоскости, которое стремится к нулю на бесконечности, и равно  $2B_N$  между  $L$  и  $L_e$  на оси  $x$  и, по закону симметрии, равно  $-2B_N$  между  $-L$  и  $-L_e$ . Теперь можно считать, что нормальная компонента на оси  $x$  обусловлена непрерывной серией полюсов. Если каждый полюс образует поле  $m/r$  на расстоянии  $r$ , то поток, создаваемый этим полюсом в верхней полуплоскости, будет равен  $\pi m$ . Однако, если полюс имеет протяжённость  $dx$  по оси  $x$ , то поток также равен  $2B_N dx$ , так что  $m = 2B_N/\pi$ . Тогда интегрирование по оси  $x$  даёт поле в точке отсчёта, создаваемое полюсами,

$$\frac{1}{\pi} \int_{-L_e}^{-L} \frac{2B_N}{x} dx - \frac{1}{\pi} \int_L^{L_e} \frac{2B_N}{x} dx. \quad (4.39)$$

Суммирование этого выражения с полем  $B_e$  на бесконечности даёт поле входящего потока в области диффузии

$$B_i = B_e - \frac{4B_N}{\pi} \lg \frac{L_e}{L}. \quad (4.40)$$

Помня, что позади разрыва медленные ударные волны движутся с альфвеновской скоростью, обусловленной нормальным полем  $B_N/\sqrt{\mu\rho} = v_e$ , мы можем переписать уравнение (4.40) в следующем виде:

$$B_i = B_e \left( 1 - \frac{4M_e}{\pi} \lg \frac{L_e}{L} \right), \quad (4.41)$$

что и есть искомое выражение для  $B_i$ .

Поскольку  $M_e \ll 1$ , а  $B_i \approx B_e$ , то пересчёт (4.37) и (4.38) даёт

$$\begin{aligned} \frac{L}{L_e} &\approx \frac{1}{R_{me} M_e^2}, \\ \frac{1}{L_e} &\approx \frac{1}{R_{me} M_e}. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Это показывает, что размеры центральной области уменьшаются с увеличением магнитного числа Рейнольдса  $R_{me}$  или скорости пересоединения  $M_e$ . Петчек предположил, что действие механизма прекращается, когда значение  $B_i$  становится слишком мало, и таким образом оценил *максимальную* скорость пересоединения, полагая  $B_i = \frac{1}{2} B_e$  в (4.41):

$$M_e^* \approx \frac{\pi}{8 \lg R_{me}} \quad (4.43)$$

Поскольку  $\lg R_{me}$  меняется медленно, это значение колеблется в диапазоне 0,1–0,01, поэтому мы видим, что для характерных значений  $R_{me}$  скорость пересоединения значительно выше скорости Свита–Паркера.

Следует заметить, что если в случае одномерного решения с аннигиляцией (§ 3.2) можно формально согласовать внешнюю (идеальную) и внутреннюю (диффузионную) области путём подбора асимптотических разложений, то в случае решения Петчека с двумерным магнитным полем это представляется маловероятным. Вместо этого согласование осуществляется, в целом или приближённо, путём установления связи между внутренней и внешней областями с помощью соотношений Свита–Паркера (по порядку величины). Этот метод вполне корректен и, как показывают численные эксперименты, хорошо работает при возрастании удельного сопротивления в области диффузии, что применимо к рассматриваемым ниже приложениям.

Таким образом, проблема быстрого пересоединения считалась полностью решённой (Петчеком) на протяжении 20 лет, до тех пор, пока в 80-х годах прошлого века не было найдено новое семейство решений пересоединения (§ 5.1, 5.2), в котором механизм Петчека является лишь частным случаем, и не были выполнены численные эксперименты с высокой точностью (§ 5.3). Оказалось, что механизм Петчека представляет собой лишь один из многочисленных режимов быстрого пересоединения (гл. 5), которые, по-видимому, имеют место во многих случаях при усилении коэффициента магнитной диффузии в области диффузии. В частности, механизм Петчека действует, когда окружающее магнитное поле вместо топологии Х-типа имеет, по существу, одномерный характер (§ 5.1) и когда условия на удалённой границе являются свободными, так что МГД-характеристики исходят из области диффузии.



#### 4.4. Первые попытки обобщения и анализа механизма Петчека

Механизм Петчека не является строгим, однако он характеризуется глубоким проникновением в физическую суть явления. В то время, когда он был предложен Петчеком, мало кто его понимал. Отчасти трудность заключалась в сочетании теории диффузии, потенциальной теории и теории магнитогиродинамических ударных волн.

Паркер установил, что размер области диффузии составляет  $L = L_e$  (т.е. равен внешнему масштабу) и из (4.11) вывел скорость пересоединения  $v_i$ . Однако ключ к механизму Петчека состоит в том, что (4.11) всего лишь определяет значение  $L$ , когда значение  $v_i$  задано внешними условиями. Таким образом область диффузии реагирует на воздействие, а зависимости Свита–Паркера (4.9) и (4.11) просто определяют размеры  $l$  и  $L$  области диффузии, которая сокращается с уменьшением  $\eta$ . Зависимости Свита–Паркера означают, что при изменении  $v_i$  от  $v_A/R_m^{1/2}$  до  $v_A$  размер области диффузии уменьшается от максимального значения  $L_e$  до минимального  $l$  (Axford, 1967). Кроме того скорость пересоединения может меняться в широком диапазоне в зависимости от граничных условий, а не от коэффициента магнитной диффузии ( $\eta$ ): если плазма свободно истекает, то пересоединение может происходить с максимальной скоростью, а если вниз по потоку давление повышается, то пересоединение замедляется до средних скоростей (это математически показано в работах (Jardine and Priest, 1988c; Priest and Lee, 1990)).

Одна из модификаций механизма Петчека предполагает, что внешнее поле уменьшается вдоль ударной волны по мере удаления от области диффузии. При этом силовые линии между парами ударных волн изгибаются таким образом, что оказываются обращёнными вогнутой стороной к области диффузии (Priest, 1972a; Vayliunas, 1975). Это, в свою очередь, означает, что при прохождении силовых линий сквозь ударные волны их тангенциальная компонента меняет направление на обратное (Petchek and Thorne, 1967). Таким образом, ударные волны по своему характеру являются промежуточными и расщепляются на пары промежуточных волн и медленных ударных волн для случая сжимаемой среды. Наличие промежуточных ударных волн требуется также при асимметричном пересоединении (Heyn et al., 1988). Другой модификацией является нелинейный вариант механизма Петчека, когда ударные волны наклонены под достаточно большими углами.

Е и Аксфорд (Yeh and Axford, 1970) попытались найти автомодельные решения для функции тока ( $\psi$ ) и функции магнитного потока ( $A$ ) в виде

$$\psi = rg(\theta), \quad A = rf(\theta), \quad (4.44)$$

где составляющие магнитного поля равны

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} = f'(\theta), \quad B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r} = -f(\theta),$$

то есть зависят только от  $\theta$  (то же самое для составляющих скорости в зависимости от  $g(\theta)$ .) В этом случае уравнения МГД сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям для  $f(\theta)$  и  $g(\theta)$ , которые можно решить при соответствующих симметричных граничных условиях, а именно  $g = f' = 0$  при  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi/2$ . Это была отличная идея, но, к сожалению, эти решения содержат разрыв на линии OL, который, как показал Василюнас (Vasyliunas, 1975), вообще неприемлем физически или математически. Соннерап (Sonnerup, 1970) независимо нашёл частный случай решений Е–Аксфорда, в котором каждый квадрант внешней области содержит три однородные области, связанные между собой разрывом OL и ударной волной Петчека. Василюнас (Vasyliunas, 1975) показал, что, хотя решение Соннерапа математически приемлемо, оно вряд ли реализуемо в космической или астрофизической плазме, поскольку разрыв образуется не около области диффузии в начале координат, а скорее порождается внешней точкой или углом в потоке (это видно, если представить себе силовые линии, движущиеся внутрь и вверх справа, как показано на рис. 4.7 таким образом, что изгиб в силовых линиях на OL движется по направлению к O, а изгиб на OT — по направлению от O). Кроме того, разрыв Соннерапа представляет собой скорее веерообразное расхождение, чем ударную волну, поэтому он будет расширяться по мере приближения к началу координат. Несмотря на недостатки, модель Соннерапа обладает изяществом и простотой, что позволяет обобщить её на асимметричные состояния (Cowley, 1974a; Mitchell and Kan, 1978; Semenov et al., 1983b) и на случай размерности два с половиной (Cowley, 1974b).

Хотя попытка Е–Аксфорда была не вполне успешной, она побудила Соварда и Приста (Soward and Priest, 1977; Priest and Soward, 1976) искать решения, обеспечивающие плавный переход через линию OL. Эти решения дают в первом приближении магнитное поле и поле скоростей в области втекания в виде

$$B = \bar{R}^{1/2} f(\theta), \quad v = \bar{R}^{-1/2} g(\theta), \quad (4.45)$$

где  $\bar{R} = \ln r$ . Прежде всего было найдено внешнее решения, содержащее функцию тока и функцию потока:

$$\psi = r \left\{ \bar{R}^{-1/2} g_0(\theta) + \bar{R}^{-3/2} [g_{11}(\theta) \lg \bar{R} + g_1(\theta)] + \dots \right\},$$

$$A = r \left\{ \bar{R}^{1/2} f_0(\theta) + \bar{R}^{-1/2} [f_{11}(\theta) \lg \bar{R} + f_1(\theta)] + \dots \right\}.$$

Уравнения МГД сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям (для неизвестных функций от переменной  $\theta$ ), которые были

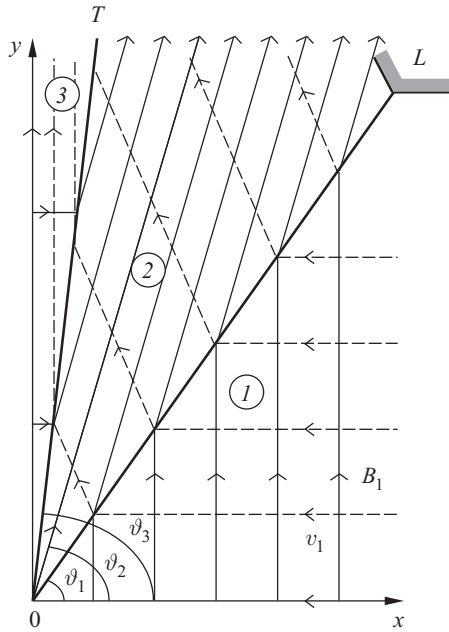


Рис. 4.7. Магнитные силовые линии (сплошные) и линии тока (пунктир) для первого квадранта модели Соннерапа с ударной волной Петчека (ОТ) и дополнительным разрывом (ОЛ)

решены при условии  $\theta = \pi/2$  на линии втекания. Это решение теряет силу при  $\theta = 0$ , и поэтому внутреннее решение было найдено вблизи  $\theta = 0$ . И наконец внешнее и внутреннее решения были слиты друг с другом и затем были пристыкованы к области диффузии с помощью приближения Петчека.

В полученных решениях магнитное поле входящего потока уменьшается как  $\bar{R}^{1/2}$  для втекающей плазмы, а поле выходящего потока уменьшается как  $\bar{R}^{-1/2}$  для вытекающей плазмы. Угол ударной волны в первом приближении равен  $\pi/(8\bar{R})$ , а скорость пересоединения  $M_e$  действительно имеет максимальное значение, как и предполагал Петчек. Таким образом механизм Петчека был поставлен на разумную математическую основу, по крайней мере с точки зрения анализа внешней области.

## 4.5. Сжимаемость

В оригинальной модели Свита–Паркера и во многих последующих работах, посвящённых пересоединению, сжимаемость среды не учитывалась и плотность считалась однородной. Однако астрофизическая

плазма сжимаема, поэтому необходима уточнённая модель, учитывающая изменения плотности.

Предположим, например, что имеется простой слой Свита–Паркера с плотностями втекающего и вытекающего потоков  $\rho_i$  и  $\rho_0$  соответственно и с ускорением под действием магнитной силы, как описано в п. 4.2.1. Уравнение диффузии (4.9) не меняется, а уравнение непрерывности массы (4.11) модифицируется следующим образом:

$$\rho_i L v_i = \rho_0 i v_0,$$

так что скорость втекания (4.12) принимает вид

$$v_i^2 = \frac{\rho_0}{\rho_i} \frac{\eta v_0}{L}. \quad (4.46)$$

К тому же уравнение баланса импульса (4.18) изменяется:

$$\rho_0 \frac{v_0^2}{L} = \frac{B_i B_0}{\mu l},$$

так что скорость истечения (4.20) становится равной

$$v_0 = \frac{B_c}{\sqrt{\mu \rho_0}} = \frac{B_i}{\sqrt{\mu \rho_0}} = v_{Ai} \sqrt{\frac{\rho_i}{\rho_0}}. \quad (4.47)$$

Другими словами, скорость истечения равна гибридной альфвеновской скорости, определяемой втекающим магнитным полем и плотностью вытекающего потока. Таким образом, результатом сжимаемости является замедление истечения в  $(\rho_i/\rho_0)^{1/2}$  раз при  $\rho_0 > \rho_i$ .

Влияние на скорость пересоединения ( $v_i$ ), которая, согласно уравнению (4.46), равна

$$v_i = \left( \frac{\rho_0}{\rho_i} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{\eta v_{Ai}}{L}}, \quad (4.48)$$

состоит в повышении её в  $(\rho_0/\rho_i)^{1/4}$  раз при  $\rho_0 > \rho_i$ . Основная причина такого повышения заключается в том, что при данных условиях втекания ширина слоя уменьшается за счёт сжимаемости.

Теперь возникает вопрос, чем определяется отношение  $\rho_0/\rho_i$ ? В п. 4.2.2 отмечалось, что отношение давлений  $p_0/p_i$  является, по существу, свободным параметром, который задаётся граничными условиями. Мы отметили также в п. 4.2.3, что в несжимаемой плазме  $p$  и  $\mathbf{v}$ , по существу, определяются уравнениями движения и непрерывности, тогда как  $\mathbf{B}$  следует из уравнений Ома и Гаусса, а уравнение тепловой энергии определяет температуру. При учёте сжимаемости появляется дополнительная переменная (плотность). Можно считать, что она определяется дополнительным уравнением (а именно уравнением состояния газа  $p = R\rho T$ ). Возможен альтернативный подход, когда уравнения движения и непрерывности определяют  $\rho$  и  $\mathbf{v}$ , а уравнение состояния газа определяет давление. В обоих случаях конечный эффект одинаков. Таким образом, если задано отношение давлений  $p_0/p_i$ , то отношение

плотностей  $\rho_0/\rho_i = (p_0/p_i)(T_i/T_0)$  определяется им и отношением температур, которое, в свою очередь, определяется из уравнения тепловой энергии. С помощью этого метода Тур и Прист (Tur and Priest, 1978) установили свойства пересоединяющегося токового слоя в солнечной атмосфере.

Отметим ещё один важный момент, а именно то, что при наличии сжимаемости разрывы Петчека становятся истинными медленными ударными волнами, тогда как в несжимаемом случае они, по существу, представляют собой альфвеновские разрывы. Наличие сжимаемости означает, что уравнение тепловой энергии важно для определения изменений плотности в потоке, которые, в свою очередь, зависят от конкретных источников и стоков энергии (таких, как теплопроводность, вязкий нагрев, излучение и мелкомасштабные механические процессы нагрева), изменяющихся от одной среды к другой.

## 4.6. Структура области диффузии

Область диффузии является целостной структурой механизма Свита–Паркера. В свою очередь механизм Свита–Паркера является важнейшим ядром обсуждавшихся до сих пор механизмов пересоединения, хотя большая часть энергии преобразуется во внешних ударных волнах. Внутреннее строение такой области диффузии пока ещё детально не изучено. Это трудоёмкая задача, поскольку оно зависит от конкретной формы уравнения тепловой энергии, характерной для каждой среды. В этом параграфе мы кратко обсудим основные подходы.

**4.6.1. Локальное поведение вблизи нулевой точки.** Прист и Коули (Priest and Cowley, 1975) пришли к заключению, что при условии разложимости в ряд Тэйлора стационарных МГД уравнений вблизи нейтральной точки ( $N$ ) магнитные силовые линии локально имеют скорее вид каспа, чем X-структуры, то есть сепаратрисы в области диффузии соприкасаются, а не пересекаются под ненулевым углом. (Однако, если скорость потока нельзя разложить в ряд Тэйлора, то действительно существуют решения с сепаратрисами X-типа (Uzdensky and Kulsrud, 1998)). Результат Приста–Коули можно доказать следующим образом. Используя функцию потока  $A$  и функцию тока  $\psi$ , при которых  $\mathbf{B} = \nabla \times (A\hat{\mathbf{z}})$  и  $\mathbf{v} = \nabla \times (\psi\hat{\mathbf{z}})$ , можно записать уравнение движения и закон Ома для стационарной несжимаемой плазмы в следующем виде:

$$\mu\rho\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\right)\nabla^2\psi=\left(\frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\right)\nabla^2A, \quad (4.49)$$

$$E+\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial A}{\partial y}-\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial A}{\partial x}=-\eta\nabla^2A, \quad (4.50)$$

где электрическое поле  $E$  однородно и постоянно. Теперь допустим, что поток и магнитное поле являются аналитическими и симметричными,

причём  $B_x = v_y = 0$  по оси  $x$  и  $B_y = v_x = 0$  по оси  $y$ . Тогда разложения имеют вид

$$A = (a_{20}x^2 + a_{02}y^2) + (a_{40}x^4 + a_{22}x^2y^2 + a_{04}y^4) + \dots, \\ \psi = b_{11}xy + \dots \quad (4.51)$$

Подставив эти формулы в (4.49) и (4.50) и приравняв показатели степени  $x$  и  $y$  с точностью до второго порядка, получим

$$a_{02}(6a_{40} + a_{22}) - a_{20}(6a_{04} + a_{22}) = 0, \quad (4.52)$$

$$E + 2\eta(a_{20} + a_{02}) = 0 \quad (4.53)$$

$$b_{11}a_{20} - \eta(6a_{40} + a_{22}) = 0, \quad (4.54)$$

$$b_{11}a_{02} + \eta(6a_{04} + a_{22}) = 0. \quad (4.55)$$

Однако эти уравнения для коэффициентов  $a_{ij}$  и  $b_{ij}$  не являются линейно независимыми. Из первого и двух последних уравнений можно вывести следующее условие совместимости:

$$b_{11}a_{02}a_{20} = 0. \quad (4.56)$$

Другими словами, либо  $b_{11} = 0$ , либо  $a_{02}a_{20} = 0$ . В первом случае производные скорости жидкости и сама скорость обращаются в нуль в нейтральной точке. Таким образом, линии тока вблизи точки  $N$  не имеют гиперболической формы, а магнитные силовые линии имеют. Во втором случае либо  $a_{02}$ , либо  $a_{20}$  должны обращаться в нуль, так что силовые линии в первом приближении являются локально прямыми, а в следующем порядке приближения силовые линии соприкасаются в точке  $N$  (рис. 4.8). Например, пусть  $B_x > 0$  на положительной части

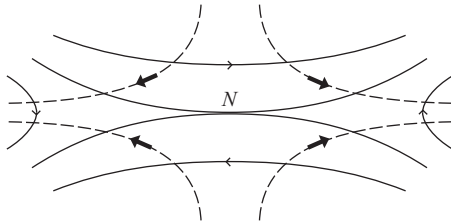


Рис. 4.8. Форма магнитных силовых линий (сплошные линии) и линий тока (пунктир) вблизи нейтральной точки в области диффузии для случая, когда переменные можно разложить в ряд Тэйлора

оси  $y$ , а  $B_x > 0$  на положительной части оси  $x$ , так что  $a_{02} \geq 0$  (и пусть  $b_{11} \neq 0$ ). Тогда, если  $E < 0$  и жидкость движется к началу координат вдоль оси  $y$ , то из (4.53) следует, что  $a_{20} + a_{02} > 0$ . Следовательно, (4.56) имеет решение  $a_{20} = 0$ , то есть силовые линии должны быть

локально параллельны оси  $x$ . Тогда из (4.53)–(4.55) можно определить  $a_{02}$ ,  $a_{40}$ ,  $a_{04}$ . В результате получим

$$A = -\frac{E}{2\eta} y^2 + a_{22} \left[ -\frac{x^4}{6} + x^2 y^2 + \left( \frac{E b_{11}}{12\eta^2 a_{22}} - \frac{1}{6} \right) y^4 \right] + \dots$$

Анализ решения, полученного при разложении на два порядка выше, оставляет неопределёнными параметры  $a_{22}$  и  $b_{11}$  и не даёт другого условия совместимости. Если допустить, что  $B_x$  и  $B_y$  остаются положительными на положительной части осей  $y$  и  $x$ , соответственно, то возникает следующее ограничение:

$$\frac{E b_{11}}{\eta^2} > 2a_{22} > 0.$$

Вместо формулы (4.51) Соннерап (Sonnerup, 1988) рассмотрел разложения типа

$$\begin{aligned} A &= b_0(x) + y^2 b_2(x) + y^4 b_4(x) + \dots, \\ \phi &= y a_0(x) + y^3 a_2(x) + \dots \end{aligned} \quad (4.57)$$

Подставив их в уравнения стационарной несжимаемой магнитогидродинамики и приравняв две низших степени  $y$ , получим обыкновенные дифференциальные уравнения для пяти неизвестных функций (т. е.,  $a_0$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_2$ ,  $b_4$ ). Каждая следующая степень  $y$  даёт два новых уравнения для двух дополнительных коэффициентов (таких, как  $a_4$ ,  $b_6$ ). Таким образом два исходных неизвестных (например  $a_0$  и  $b_2$ ) можно выбрать произвольно, а затем выводятся остальные. Соннерап проиллюстрировал этот метод несколькими примерами. То, что  $a_n$  асимметрично по оси  $x$ , а  $b_n$  симметрично означает, что  $a'_0(0)b''_0(0)b_2(0) = 0$ , что, по существу, равносильно уравнению (4.56).

**4.6.2. Поперечная структура.** Милн и Прист (Milne and Priest, 1981) сосредоточились на попытке определить поперечную структуру токового слоя (в направлении  $y$ ). Закон Ома вдоль оси  $y$  принимает вид

$$E - v_y B_x = -\eta \frac{dB_x}{dy}, \quad (4.58)$$

а  $y$ -составляющая уравнения движения сводится к

$$p + \frac{B_x^2}{2\mu} = \text{const} \quad (4.59)$$

при  $v_y^2 \ll v_A^2$ . Трудность решения уравнения непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_y) = 0$$

связана с оценкой первого члена: наиболее простой грубый способ — аппроксимировать его выражением  $\rho v_x/L$  через полуширину слоя  $L$

и найти  $v_x$  из  $x$ -составляющей уравнения движения. Если пренебречь магнитной силой, получим

$$\frac{d}{dy} (\rho v_y) = -\frac{[2\rho(p - p_0)]^{1/2}}{L}, \quad (4.60)$$

хотя, как мы видели в п. 4.2.2, магнитную силу следует учитывать. Уравнения (4.58)–(4.60) вместе с уравнением энергии и уравнением состояния ( $p = R\rho T$ ) использовались для определения значений  $v_y(y)$ ,  $B_x(y)$ ,  $p(y)$ ,  $\rho(y)$  и  $T(y)$  в токовых слоях, из которых было найдено *бета-ограничение*, означающее, что стационарное пересоединение невозможно, если плазменная бета слишком мала.

**4.6.3. Продольная структура.** Прист (Priest, 1972) рассчитал структуру вдоль слоя (в направлении  $x$ ) в предположении малой толщины слоя и с использованием стандартной теории пограничного слоя, известной как метод Польхаузена. В уравнениях был определён порядок членов и малые члены не учитывались, а полученные дифференциальные уравнения в частных производных были проинтегрированы поперёк слоя. Предполагая зависимость в виде определённых коэффициентов для изменений поперёк слоя, МГД уравнения сведены к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для изменений вдоль слоя и изменений толщины пограничного слоя.

Аналогичное, но более простое приближение по порядку величины было использовано Сомовым (1992), который записал закон Ома в следующем виде:

$$E + v_x B_y = -\eta \frac{B_i}{l}, \quad (4.61)$$

где  $v_x$ ,  $B_i$ ,  $B_y$ ,  $l$  — функции от  $x$ ,  $E$  постоянно, а ток ( $j_z \approx -\mu^{-1} \partial B_x / \partial y$ ) можно приближённо записать через внешнее поле втекающего потока  $B_i(x)$  и ширину слоя  $l(x)$  как  $-B_i/(\mu l)$ . Для медленного потока  $y$ -компонента в уравнении движения была аппроксимирована уравнением

$$p = p_i + \frac{B_i^2}{2\mu} \quad (4.62)$$

и, таким образом, определяет давление в слое  $p(x)$ . Уравнение непрерывности было записано в следующем виде:

$$\frac{d}{dx} [\rho v_x l(x)] = -\rho_i v_i. \quad (4.63)$$

$x$ -компонента в уравнении движения принимает вид

$$\frac{d}{dx} (\rho v_x^2 l) = -l \frac{dp}{dx} + \frac{B_i B_y}{\mu} \quad (4.64)$$

и, наконец, уравнение энергии было взято в виде

$$\frac{d}{dx} \left[ \left( \frac{1}{2} \rho v_x^2 + \frac{5}{2} p \right) v_x l \right] = - \left( \frac{5}{2} p_i + \frac{B_i^2}{\mu} \right) v_i, \quad (4.65)$$



где вытекающий поток тепловой и кинетической энергии обусловлен притоком тепловой и магнитной энтальпии. (Охлаждение за счёт излучения и теплопроводности не учитывается.) Плотность ( $\rho_i$ ) и давление ( $p_i$ ) втекающего потока были приняты постоянными, а скорость втекания ( $v_i$ ) была записана как

$$v_i = \frac{E}{B_i},$$

в предположении вмороженного поля вне слоя при  $B_x \gg B_y$ . И, наконец, поле втекающего потока ( $B_i$ ) было принято в виде

$$B_i = -B_{i0} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right)^{1/2},$$

что соответствует простому токовому слою. Таким образом, уравнения (4.61)–(4.65) определяют  $v_x$ ,  $B_y$ ,  $l$ ,  $p$  и  $\rho$  как функции  $x$  вдоль слоя при граничном условии обращения в нуль  $v_x$  и  $B_y$  в середине слоя ( $x = 0$ ). Полученная скорость и ширина слоя меняются вдоль слоя, причём характер изменения зависит от параметра  $\beta_i = 2\mu\rho_i/B_{i0}^2$  и величины  $\alpha^* = (v_{sp}/v_{i0})^2$ , представляющей собой квадрат отношения скорости втекания в модели Свита–Паркера (4.12) к скорости втекания в точке

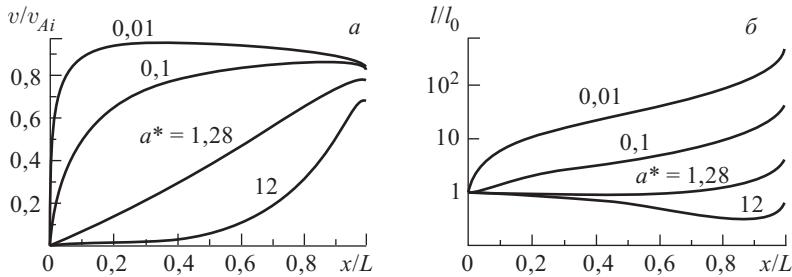


Рис. 4.9. Вариации а) скорости  $v(x)$  и б) ширины слоя  $l(x)$  вдоль слоя для  $\beta_i = 0,1$  и различных значений  $\alpha^*$  ( $\alpha^* < 1$  соответствует более высокой скорости втекания, чем скорость Свита–Паркера). (Сомов, 1992)

$x = 0$ . Полученные результаты для  $\beta_i = 0,1$  представлены на рис. 4.9, где  $v_{Ai} = B_{i0}/\sqrt{\mu\rho}$  — альфвеновская скорость втекания при  $x = 0$ , а  $l_0$  — ширина слоя в том же месте.

## Глава 5

# СТАЦИОНАРНОЕ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ: НОВОЕ ПОКОЛЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ БЫСТРЫХ РЕЖИМОВ

При решении дифференциальных уравнений в частных производных либо аналитически, либо в численном виде принципиальное значение имеют форма, величина и количество граничных условий. В самом деле, часто граничные условия имеют глубокий физический смысл, и при постановке численного эксперимента с нестационарными граничными условиями именно с их соблюдением бывают связаны наибольшие трудности. Механизм Петчека с неявными граничными условиями на больших расстояниях был обобщён двумя способами с использованием разных граничных условий, в результате чего были получены режимы *почти однородного* (§ 5.1) и *неоднородного* (§ 5.2) пересоединения. Если механизм Петчека можно рассматривать как почти однородный и потенциальный (§ 4.3), то первый из этих новых режимов является в целом непотенциальным, а второй — неоднородным. Кроме того (на удивление поздно) была разработана теория *линейного пересоединения*, которое происходит, если скорость пересоединения чрезвычайно мала.

### 5.1. Почти однородное непотенциальное пересоединение

Василиюнас (Vasyliunas, 1975) разъяснил физический смысл механизма Петчека, указав, что область втекания имеет характер диффузного расширения, связанного с быстрой модой, при котором давление и напряжённость поля непрерывно уменьшаются и поток сходится по мере переноса магнитного поля внутрь области. (Эта характеристика области втекания не означает, что в ней присутствует быстрая стоячая волна, поскольку такая волна невозможна в суббыстром потоке.) В возмущении, связанном с быстрой модой, давление плазмы и магнитное давление увеличиваются и уменьшаются одновременно, а в возмущении, связанном с медленной модой, давление плазмы меняется в противофазе с магнитным давлением. Расширение приводит к уменьшению давления, тогда как сжатие увеличивает давление даже в несжимаемом пределе. Модель Соннерапа содержит дискретные рас-

ширения, связанные с медленной модой, которые маловероятны в астрофизике или космической физике, так как они генерируются извне, а не в окрестности X-точки. Васильюнас высказал предположение, что решение, предложенное Соннерапом, тем не менее возможно в случае, если режим диффузного расширения, связанного с медленной модой, охватывает всю область втекания, обуславливая рост напряжённости поля, уменьшение давления и расходимость потока по мере переноса поля внутрь области. Однако сам он не смог найти такое решение.

Мы попытались математически истолковать отличительные особенности модели Васильюнаса и были также поражены, обнаружив множество странностей в некоторых численных экспериментах, связанных с пересоединением, например, значительно большую длину области диффузии по сравнению с классическим механизмом Петчека, расходящиеся потоки и большие градиенты давления. Кроме того, какова связь с решением для потока с точкой стагнации? Можно ли найти решение типа предложенного Соннерапом без дополнительных разрывов? И можно ли построить модель в ограниченной области, как в численных экспериментах?

Чтобы ответить на эти вопросы, мы (Priest and Forbes, 1986) совместными усилиями в течение целого лета пытались решить уравнения быстрого, стационарного, почти однородного пересоединения для двумерного несжимаемого потока, а именно

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}/\mu, \quad (5.1)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0, \quad (5.2)$$

где  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ ,  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ,  $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}/\mu$  и  $\mathbf{E}$  — постоянная. Задача моделей быстрого стационарного пересоединения (п. 4.2.4) — исследовать область втекания и установить связь между альфвеновским числом Маха для втекания ( $M_e = v_e/v_{Ae}$ ) на больших расстояниях (то есть в верхней части рис. 5.1) и альфвеновским числом Маха ( $M_i = v_i/v_{Ai}$ ) на входе в область диффузии Свита–Паркера (в нижней части рис. 5.1). Поскольку скорость в области втекания в первом приближении равномерна, нам остаётся только рассчитать напряжённости магнитного поля ( $B_e$  и  $B_i$ ) на большом удалении и у входа в область диффузии. Для этого мы ищем решения в следующем виде:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_e + M_e \mathbf{B}_1 + \dots, \quad \mathbf{v} = M_e \mathbf{v}_1 + \dots,$$

которые соответствуют слабому возмущению относительно однородного поля ( $\mathbf{B}_e = B_e \hat{\mathbf{x}}$ ), где скорость пересоединения ( $M_e \ll 1$ ) является параметром разложения.

Теперь, если предположить, что на этой стадии градиентом давления в первом приближении можно пренебречь, то уравнение (5.1) принимает вид

$$j_1 B_e = 0. \quad (5.3)$$

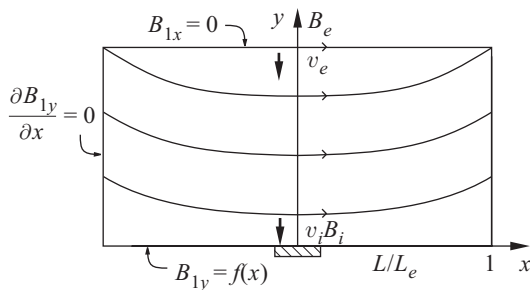


Рис. 5.1. Обозначения и граничные условия для решений быстрого пересоединения. Подстрочный индекс  $e$  относится к внешним величинам, таким как, например, параметры на границе втекания и размер области; индекс  $i$  относится к значениям при втекании в область диффузии (показана штриховкой)

Поскольку составляющие поля  $(B_{1x}, B_{1y}) = (\partial A_1/\partial y, -\partial A_1/\partial x)$  можно записать через функцию потока  $A_1$ , это уравнение сводится к уравнению Лапласа

$$\nabla^2 A_1 = 0. \quad (5.4)$$

Теперь для построения модели влияния на решение области диффузии и ударных волн возьмём в качестве граничных условий на верхней границе  $B_{1x} = 0$  (с тем чтобы иметь здесь  $B_x = B_e$ ), на боковых границах  $\partial B_{1y}/\partial x = 0$  (что является приближённым выражением для свободно плавающей границы) и на нижней границе ( $y = 0$ ):

$$B_{1y} = f(x) = \begin{cases} 2B_N, & L < x < L_e, \\ 2B_N x/L, & -L < x < L, \\ -2B_N, & -L_e < x < -L. \end{cases}$$

Здесь  $B_N \approx M_e B_e$  — нормальная составляющая поля на медленной ударной волне. Заметим, что окончательное решение малочувствительно к принимаемому профилю  $B_{1y}$  в области диффузии, так как при  $R_{me} \gg 1$  область диффузии обычно значительно тоньше ударных волн.

Решение с разделяющимися переменными этой системы имеет вид

$$B_{1x} = - \sum_0^\infty a_n \cos \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{x}{L_e} \right] \operatorname{sh} \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \left( 1 - \frac{y}{L_e} \right) \right],$$

$$B_{1y} = \sum_0^\infty a_n \sin \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{x}{L_e} \right] \operatorname{ch} \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \left( 1 - \frac{y}{L_e} \right) \right],$$

где

$$A_1 = \sum_0^\infty \frac{a_n L_e}{n + \pi/2} \cos \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{x}{L_e} \right] \operatorname{ch} \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \left( 1 - \frac{y}{L_e} \right) \right] \quad (5.5)$$

и

$$a_n = \frac{4B_N \sin \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{L}{L_e} \right]}{\frac{L}{L_e} \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \operatorname{ch} \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \right]}. \quad (5.6)$$

Это решение типа Петчека со слабым расширением, связанным с быстрой модой. Из (5.2) следует, что в первом порядке поток  $\mathbf{v}_1 = (E/B_0)\hat{\mathbf{y}}$  является однородным, как и следовало ожидать, однако во втором порядке поток является сходящимся. Эти выражения позволяют нам рассчитать  $B_i/B_e$  для подстановки в (4.36) вместо (4.41). Полученные зависимости  $M_e$  от  $M_i$  для данных значений  $R_{me} = L_e v_{Ae}/\eta$  приведены на рис. 5.2, из которого видно, что, действительно, как

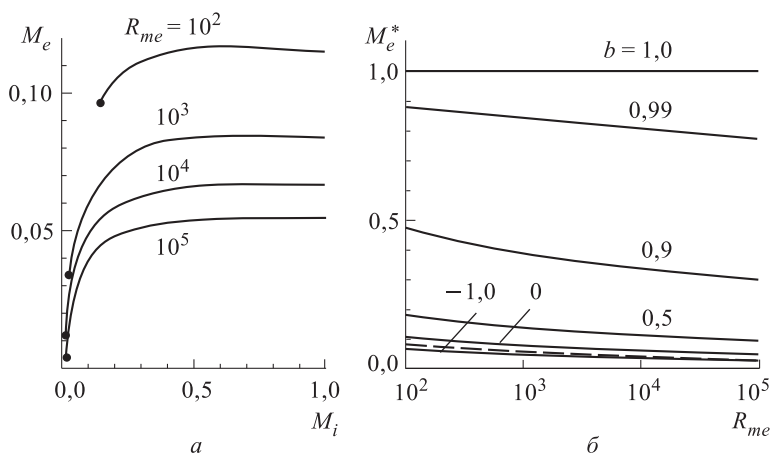


Рис. 5.2. а) Зависимость скорости пересоединения ( $M_e$ ) от альфвеновского числа Маха ( $M_i$ ) при втекании в область диффузии для пересоединения по типу модели Петчека ( $b = 0$ ). б) Зависимость максимальной скорости пересоединения ( $M_e^*$ ) от глобального магнитного числа Рейнольдса ( $R_{me}$ ) для различных значений параметра  $b$ .

и предполагал Петчек, существует максимальная скорость пересоединения ( $M_{e,*}$ ) для данного значения  $R_{me}$ . Более того, зависимость  $M_e^*$  от  $R_{me}$  (кривая  $b = 0$  на рис. 5.2 б) очень близка к расчётам Петчека (пунктирная кривая). Этот анализ позволяет подвести более солидную основу под механизм Петчека и построить его модель для ограниченной области, как в численных экспериментах.

Всегда полезно повторить собственными методами результаты, полученные другими авторами. Это позволяет лучше понять их смысл и проникнуть в суть принятых допущений. В процессе проведённого выше анализа мы пришли к мысли, что ему можно придать более общий вид, если смягчить одно из допущений. Мы решили учесть

градиенты давления с тем, чтобы добавить к правой части (5.3) и (5.4) члены  $dp_1/dy$  и  $-(\mu/B_e)dp_1/dy$ , что даёт уравнение Пуассона в следующем виде:

$$\nabla^2 A_1 = -\frac{\mu}{B_e} \frac{dp_1}{dy}.$$

Как следствие этого в решении (5.5) надо просто вычесть постоянную величину  $b$  из  $x$ -зависимой части каждого члена суммы для  $A_1$ , что даёт

$$A_1 = \sum_0^{\infty} \frac{a_n L_e}{(n+1/2)\pi} \left\{ \cos \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{x}{L} \right] - b \right\} \operatorname{ch} \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \left( 1 - \frac{y}{L} \right) \right]. \quad (5.7)$$

Затем, рассчитав магнитное поле при входе в область диффузии в зависимости от  $B_e$ , мы показали, что

$$\left( \frac{M_e}{M_i} \right)^2 \approx \frac{4M_e(1-b)}{\pi} \left[ 0,834 - \ln \operatorname{tg} \left( \frac{4R_{me} M_e^{1/2} M_i^{1/2}}{\pi} \right)^{-1} \right].$$

Введение нового параметра  $b$  имеет важный смысл. Он даёт весь спектр различных режимов: при  $b = 0$  восстанавливается режим Петчека (слабое расширение, связанное с быстрой модой), а при  $b = 1$  поле втекающего потока по оси  $y$  однородно, и мы имеем решение Соннерапа со слабым расширением, связанным с медленной модой, через всю область втекания. Вообще говоря, существует непрерывный ряд решений для других значений параметра  $b$ , которые определяются характером потока на границе области втекания, поскольку горизонтальная скорость потока в угловой точке  $(x, y) = (L_e, L_e)$  пропорциональна  $(b - 2/\pi)$ . На рис. 5.3б показано, как скорость пересоединения ( $M_e$ ) меняется в зависимости от  $M_i$  и  $b$  для данного значения  $R_{me}$ . При  $b > 0$  скорость пересоединения больше скорости Петчека для того же значения  $M_i$  (хотя точный анализ возможен только для  $M \ll 1$ ). При  $b = 1$   $M_e$  линейно возрастает с ростом  $M_i$ , а при  $b = 0$  мы видим максимум Петчека. При  $b < 1$  скорость пересоединения во всех режимах также максимальна, хотя при  $b < 0$  она меньше скорости Петчека. При  $b > 1$  в рамках ограничений теории максимальной скорости не существует.

Силовые линии и линии тока для описанных случаев показаны на рис. 5.4. При  $b < 0$  линии тока вблизи оси  $y$  сходятся и сжимают плазму, создавая таким образом *сжатие, связанное с медленной модой*. При  $b > 1$  силовые линии расходятся и расширяют плазму, создавая *расширение, связанное с медленной модой*. Этот тип пересоединения мы назвали *режимом накопления потока*, поскольку магнитные силовые линии сближаются и напряжённость поля возрастает по мере приближения к области диффузии. Промежуточные значения  $0 < b < 1$  дают гибридное семейство расширений, связанных с медленной и быстрой модами, причём области быстрой моды обычно расположены по бокам. Другой особенностью является то, что в режиме накопле-

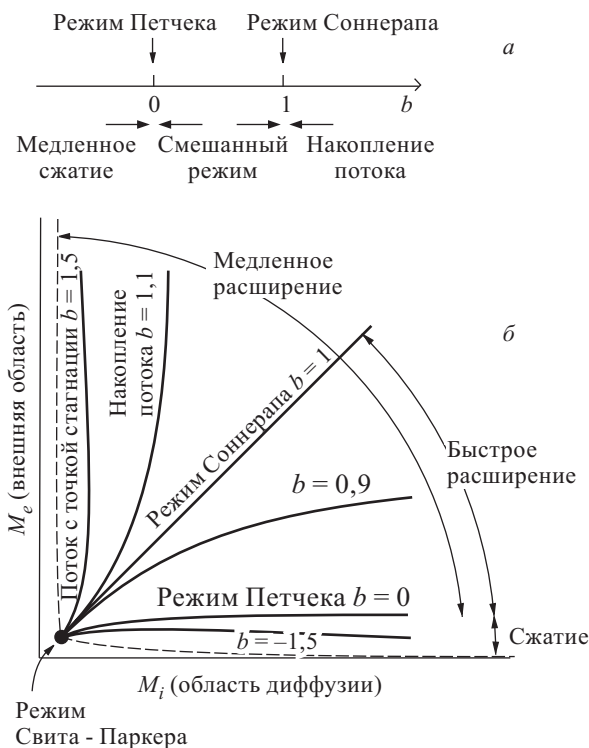


Рис. 5.3. а) Различные режимы быстрого пересоединения для разных значений  $b$ . б) Зависимость скорости пересоединения ( $M_e = v_e/v_{Ae}$ ) от  $M_i = v_i/v_{Ai}$  для разных значений  $b$

ния потока центральные области диффузии значительно больше, чем в режиме Петчека. В режиме сжатия медленной моды центральные области диффузии также существенно больше, чем в режиме Петчека, однако эти решения довольно медленные — даже медленнее режима Свита–Паркера.

Основным результатом описанного выше анализа является то, что тип режима пересоединения сильно зависит от параметра  $b$ , характеризующего условия на границе области втекания. Решения Петчека ( $b = 0$ ) и Соннерапа ( $b = 1$ ) — всего лишь часть значительно более широкого класса решений. При переходе от одного режима к другому максимальная скорость пересоединения может возрастать и область диффузии может удлиняться. Становясь слишком длинной, она становится неустойчивой к вторичному разрыву (§ 6.2) и возникает новый режим *импульсного взрывного пересоединения* (Priest, 1986; Lee and Fu, 1986). Теория почти однородного пересоединения была расширена за счёт учёта нелинейности втекания (Jardine and Priest,

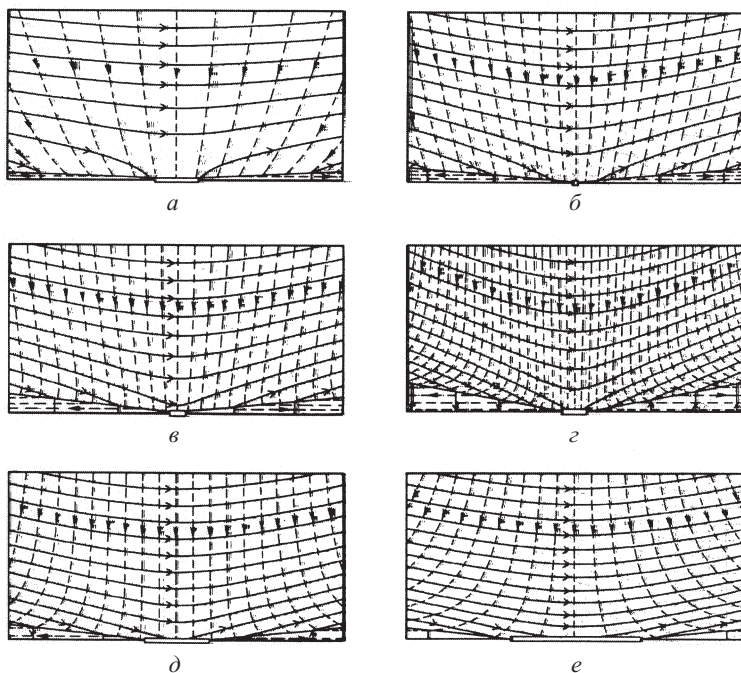


Рис. 5.4. Магнитные силовые линии (сплошные линии) и линии тока (пунктир) в верхней полуплоскости ( $y > 0$ ) для нескольких различных режимов почти однородного пересоединения: а) медленное сжатие ( $b < 0$ ), б) пересоединение Петчека ( $b = 0$ ), в) смешанное расширение ( $0 < b < 2/\pi$ ), г) смешанное расширение ( $2/\pi < b < 1$ ), д) модель Соннерапа ( $b = 1$ ), е) накопление потока ( $b > 1$ )

1988a), сжатия (Jardine and Priest, 1989), энергетического баланса (Jardine and Priest, 1988a,b; 1990) и обратных токов (Jardine and Priest, 1988c). Эти решения также сопоставлялись с различными численными экспериментами (Forbes and Priest, 1987), как описано в § 5.4.

## 5.2. Неоднородное пересоединение

Рассмотрим теперь, что происходит, когда магнитные силовые линии в области втекания вместо того чтобы проходить почти прямо, сильно искривлены. Существование таких искривлённых силовых линий предполагает наличие внешних источников поля, вклад которых сопоставим с полем, генерируемым областью диффузии или медленными ударными волнами. Термины «потенциальное» и «непотенциальное» пересоединение используются ниже для обозначения характера маг-





где  $z = x + iy$  и имеется разрез (токовый слой) от  $z = -L$  до  $z = L$ . Более того, из уравнения (5.2) следует, что скорость потока можно получить из уравнения

$$\psi = v_e B_e \int \frac{ds}{B} \quad (5.10)$$

с интегралом вдоль силовой линии.

На втором этапе рассчитывается положение ударной волны по характеристической кривой

$$\psi + A = \text{const},$$

проходящей через концевую точку ( $Y$ ) в области диффузии. Затем используются зависимости для ударных волн, чтобы получить условия непосредственно ниже кривой  $YN$ . И наконец решаются уравнения МГД в области вниз по потоку при соответствующих граничных условиях на ударной волне и на границе истечения  $CN$ . В общем виде эти уравнения можно записать следующим образом:

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) A = -v_e B_e, \quad (5.11)$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \omega = \mathbf{B} \cdot \nabla j, \quad (5.12)$$

где  $v_e B_e$  — электрическое поле, а  $\omega = -\nabla^2 \psi$  — завихрённость.

Например, если  $v \gg v_A$ , вследствие чего

$$\omega = -\nabla^2 \psi = 0,$$

то при заданной величине  $\psi$  вдоль границы  $YNC$  и  $\psi = \text{const}$  на кривой  $YC$  мы получим результат, изображённый на рис. 5.6. Этот рисунок иллюстрирует многие особенности эксперимента Бискамп ( $\S 5.4$ ). Силовые линии сильно искривлены благодаря граничным условиям в области втекания. Всплески обратного тока на концах области диффузии видны как участки обратного искривления магнитных силовых линий, которое замедляет поток втекающей плазмы и отклоняет его вдоль сепаратрис. В областях диффузии большой протяжённости возникает даже сепаратрисная струя, так как поток, втекающий в область диффузии, отклоняется вдоль сепаратрисы. Основные особенности такого сепаратрисного слоя (с вихревым током) описаны в работе (Soward and Priest, 1986). Автомодельные решения предложены в работе (Sonnerup and Wang, 1987), однако они непригодны для внешнего потока. Ударная волна (строго говоря, альфвеновский разрыв типа сжимаемой медленной моды в описанной несжимаемой модели) достаточно слаба и не оказывает большого влияния на магнитное поле. С уменьшением длины токового слоя скорость втекания растёт, достигая определённой величины в зависимости от альфвеновского числа Маха в области втекания. Эти же результаты были получены Пристом и Ли (Priest and Lee, 1990) путём решения полных уравнений (5.11) и (5.12) в области вниз по потоку.

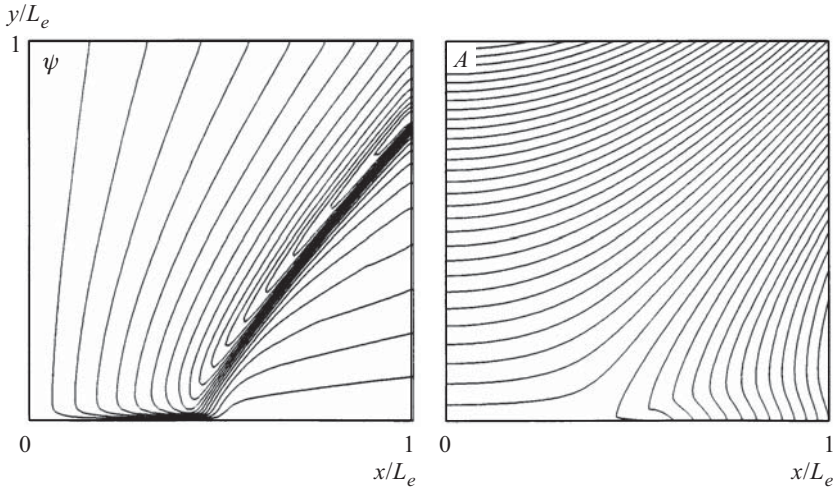


Рис. 5.6. Линии тока (слева) и силовые линии (справа) в одном квадранте для неоднородного пересоединения в токовом слое с полудлиной  $L = 0,4L_e$  (Priest and Lee, 1990)

**5.2.2. Непотенциальное пересоединение.** Масштабирование полудирины области диффузии  $L$  в зависимости от магнитного числа Рейнольдса в работе Приста и Ли (Priest and Lee, 1990) производится иначе, чем в эксперименте Бискамп (Biskamp, 1986). Причина заключается в том, что решение Приста и Ли, как и потенциальное решение Петчека, не содержит дополнительной степени свободы, позволяющей наложить дополнительное особое граничное условие Бискамп. Тем не менее, можно обобщить это потенциальное решение следующим образом, включив в него градиенты давления и получив таким образом непотенциальное неоднородное решение (Strachan and Priest, 1994).

В области втекания уравнение магнитостатического равновесия ( $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = -\nabla p$ ) с  $(B_x, B_y) = (\partial A / \partial y, -\partial A / \partial x)$  сводится к выражению

$$\nabla^2 A = -\mu j(A). \quad (5.13)$$

Если записать функцию потока как  $A = A_p + A_{np}$ , где  $A_p$  — потенциальное решение, использованное Пристом и Ли (Priest and Lee, 1990), а  $A_{np}$  — дополнительная непотенциальная часть, то (5.13) примет вид

$$\nabla^2 A_{np} = -\mu j(A_p + A_{np}). \quad (5.14)$$

Это уравнение трудно решить аналитически из-за нелинейной функции  $A_p + A_{np}$  в правой части. Однако существует простое решение с однородным током (так что, например,  $\mu j(A) = \bar{c} B_e / L$  при  $\bar{c} = \text{const}$ ), при

котором поле становится

$$B_y + iB_x = B_i \sqrt{\frac{z^2}{L^2} - 1} - i\bar{c} \frac{B_e}{L} y. \quad (5.15)$$

Здесь  $\bar{c}$  — параметр, аналогичный параметру  $b$  в теории почти однородного пересоединения, поскольку  $\bar{c} < 0$  даёт сходящийся поток, а  $\bar{c} > 0$  — расходящийся поток. Параметр  $\bar{c}$  можно также определить, наложив соответствующие граничные условия. Бискамп принимал  $v_y = 0$ ,  $B_x = 0$  на границе истечения и  $v_y(x) = 0$  на границе втекания. Однако его ключевым условием было задание нормальной составляющей магнитного поля (а именно  $B_y = B_e x/L$ ) на границе втекания. Хотя аналитическая теория и не позволяет нам выбрать функциональное выражение для  $B_y(x)$  вдоль этой границы, мы можем взять то же значение, что и Бискамп, в угловой точке  $x = L_e$ , где  $B_y = B_e$ , и использовать его для определения  $\bar{c}$ . Полученное масштабное представление  $L$  и  $l$  в зависимости от  $M_e$  и  $R_{me}$  приведено на рис. 5.7.

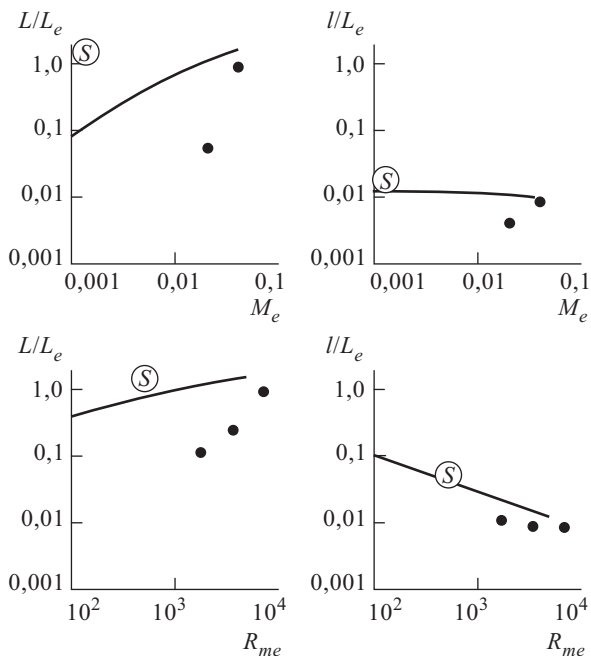


Рис. 5.7. Масштабное соотношение полудлины ( $L$ ) и полуширины ( $l$ ) области диффузии со скоростью пересоединения ( $M_e$ ) и магнитным числом Рейнольдса ( $R_{me}$ ), иллюстрирующее сравнение между численными экспериментами Бискамп (точки) и неоднородной непотенциальной теорией (сплошные кривые) с учётом дополнительного граничного условия Бискамп

При  $L/L_e \ll 1$  зависимость между  $M_i$  и  $M_e$  сводится к выражению

$$\frac{M_i}{M_e} \approx \frac{1}{M_e^2 R_{me}}. \quad (5.16)$$

Как показано на рис. 5.8, зависимость между  $M_i$  и  $M_e$  сильно отличается от найденной ранее для почти однородного пересоединения,

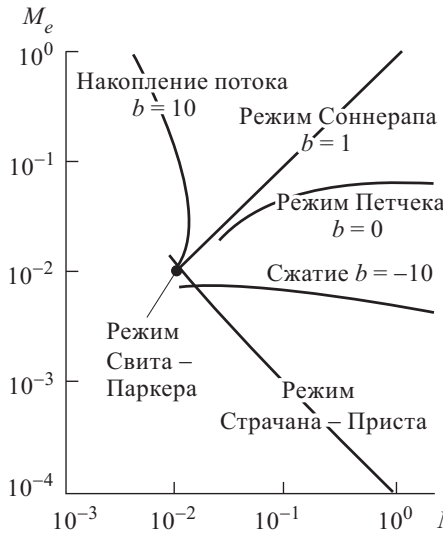


Рис. 5.8. Зависимость внешнего альфвеновского числа Маха ( $M_e$ ) от внутреннего альфвеновского числа Маха ( $M_i$ ) для различных стационарных теорий при значении магнитного числа Рейнольдса  $R_{me} = 10^4$ . Обычно  $M_e$  зависит от выбранных граничных условий, за исключением теории Свита–Паркера, где имеется единственное возможное значение (Priest and Forbes, 1992b)

поскольку здесь  $M_i$  обратно пропорционально  $M_e$ , тогда как прежде зависимость была прямо пропорциональной. (Наибольшее сходство между неоднородным и почти однородным решениями имеет место на ветви сжатия  $b < 0$  при большом значении  $M_i$ ). Из-за этого изменения зависимости между  $M_i$  и  $M_e$  длина  $L$  в теории Страчана и Приста (Strachan and Priest, 1994) меняется существенно иначе, чем в однородной теории. Это отличие обусловлено тем, что в данном случае ортогональное фоновое поле X-типа даёт  $B_i$ , стремящееся к нулю когда  $M_e$  стремится к нулю, тогда как в однородной теории  $B_i$  стремится к  $B_e$ . С приближением  $B_i$  к нулю альфвеновская скорость на входе в область диффузии исчезает, а скорость втекания в той же области приближается к  $R_{me}^{-1/2} v_{Ae}$ . Таким образом альфвеновское число Маха ( $M_i$ ) приближается к бесконечности.

Сходство между решением Страчана–Приста и почти однородным решением для сжимаемого случая с наличием сжатия ( $b = -10$ ) не случайно. В первом решении давление ( $p$ ) вдоль оси  $y$  равно

$$p(0, y) = p_0 - \frac{B^2}{2\mu} - \frac{m_e^2 B_e^4}{2\mu B^2},$$

где  $p_0$  — константа. При  $L/L_e \ll 1$  это давление возрастает с приближением к области диффузии, а поскольку одновременно магнитное поле уменьшается, то такое поведение свидетельствует о наличии сжатия, связанного с медленной модой. Однако при  $L \approx L_e$  решение Страчана–Приста даёт ограниченное накопление потока. При  $L/L_e \ll 1$  и в этом решении, и в решении Бискампта скорость значительно меньше скорости Свита–Паркера (ср. рис. 5.8), но при  $L \approx L_e$  пересоединение становится несколько быстрее, чем в модели Свита–Паркера из-за незначительного накопления потока. На рис. 5.8 это видно как небольшое продолжение кривой Страчана–Приста за точку Свита–Паркера.

Максимальное альфвеновское число Маха, которое мы имеем при  $L = L_e$ , равно

$$M_e^* = \left[ \frac{2}{(\sqrt{5} - 1)} \right]^{3/4} \frac{1}{\sqrt{R_{me}}} \approx \frac{1.43}{\sqrt{R_{me}}}. \quad (5.17)$$

Коэффициент 1,43 обусловлен ограниченным накоплением потока при  $l = L_e$ . Таким образом, при фиксированной нормальной составляющей магнитного поля на границе области втекания скорость пересоединения Страчана–Приста сопоставима с медленной скоростью Свита–Паркера, как и в эксперименте Бискампта (рис. 5.9).

Теория Страчана–Приста может допускать граничные условия, аналогичные условиям в моделировании Бискампта. Как и там, нормальное магнитное поле может быть фиксировано в направлении втекания, чтобы постоянно поддерживалась ортогональная структура магнитного поля. Поскольку в аналитической теории граничные условия не совсем такие, как в эксперименте, мы вряд ли сможем точно воспроизвести экспериментальные расчёты масштабов, однако качественные характеристики будут очень похожими. В отличие от оригинальной модели Петчека, мы здесь имеем величину  $L$ , возрастающую как с  $M_e$ , так и с  $R_{me}$ , хотя и не так быстро, как в эксперименте. Более того, максимальные скорости пересоединения хорошо согласуются с теоретическими и экспериментальными значениями, имея соответственно масштаб  $3,4R_{me}^{-1/2}$  и  $3,5R_{me}^{-1/2}$  (рис. 5.9). Численные результаты Бискампта очень хорошо согласуются с теорией Страчана–Приста, несмотря на небольшие различия в функциональной форме нормальной составляющей скорости в верхней части прямоугольной диаграммы. Итак, мы приходим к заключению, что именно сочетание фоновое поля X-типа и фиксированного значения нормального магнитного поля на границе

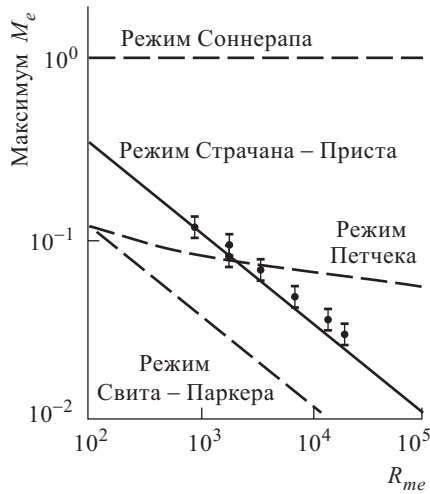


Рис. 5.9. Вариация максимальной скорости пересоединения в зависимости от магнитного числа Рейнольдса (Лундквиста) для различных теорий. Когда в теории Страчана–Приста используются граничные условия, аналогичные условиям в модели Бискамп, полученные результаты согласуются с результатами Бискамп (точки с вертикальными чёрточками, обозначающими ошибку). Следует отметить, что кривые, основанные на аналитических теориях, не содержат свободных параметров

втекания даёт описанные выше зависимости характерных масштабов и препятствует быстрому пересоединению в эксперименте Бискамп.

Ли и Фу (Lee and Fu, 1986) и Джин и Ип (Jin and Ip, 1991) также описали результаты численных экспериментов с пересоединением. Полученные ими зависимости характерных масштабов отличаются от полученных Бискамп (Biskamp, 1986) и сравнимы с теорией Приста и Форбеса (Priest and Forbes, 1992b). Кроме того, Шолер (Scholer, 1989) численно исследовал отклик на локальное усиление магнитной диффузии. Он задал плавающие условия (см. Forber and Priest, 1987) и получил пересоединение и масштабы Петчека в случае, когда область усиления диффузии мала. Однако при равномерной диффузии токовый слой в области диффузии увеличивается со временем. Как мы увидим в § 7.2, в этих условиях можно ожидать непрерывного роста слоя.

Ли и Фу (Lee and Fu, 1986) также провели численный эксперимент со стационарным пересоединением, но получили зависимости характерных масштабов, отличные от результатов Бискамп. Наиболее примечательным является то, что длина ( $L$ ) области диффузии уменьшается с ростом  $R_{me}$ , тогда как Бискамп отмечает обратное. Результаты Ли и Фу означают, что максимальная скорость пересоединения растёт с  $R_{me}$ , так что при больших магнитных числах Рейнольдса скорость пересоединения не имеет верхнего предела.

### 5.3. Линейная (сверхмедленная) диффузия и пересоединение

Крэйг и Рикард (Craig and Rickard, 1994) описали поведение стационарной линейной  $X$ -точки при отсутствии потока через сепаратрисы (п. 5.3.4). Поток, приносящий магнитные силовые линии к сепаратрисам, затем резко поворачивается и начинает двигаться параллельно им. При этом силовые линии не переносятся через сепаратрисы, а диффундируют через них. В отличие от классического пересоединения, мы назвали этот процесс *пересоединительной диффузией*. Как показано ниже, линейный анализ, используемый для получения этого типа решения, требует, чтобы  $M_e < R_{me}^{-1}$ , так что процесс в обычном понимании является сверхмедленным (п. 1.6.1).

Рассмотрим стационарный двумерный несжимаемый поток с однородной плотностью  $\rho$ , коэффициентом магнитной диффузии  $\eta$  и кинематической вязкостью  $\nu$ . Скорость плазмы  $\mathbf{v}(x, y)$ , магнитное поле  $\mathbf{B}(x, y)$ , давление  $p(x, y)$  и электрический ток  $\mathbf{j}(x, y)$  удовлетворяют уравнениям

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \nabla \times \mathbf{B}, \quad (5.18)$$

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (5.19)$$

где

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (5.20)$$

$$\mathbf{j} = \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu} \quad (5.21)$$

и в соответствии с законом Фарадея  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ ,  $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{z}}$  равномерно в пространстве.

В моделях линейной диффузии и пересоединения, описанных в этом параграфе, мы производим линеаризацию относительно равновесной  $X$ -точки, допуская, что скорость потока чрезвычайно мала (меньше скорости глобальной диффузии  $\eta/L_e$ ). Поэтому в этом параграфе мы используем выражение «линейное пересоединение». Оно означает, что поток является *всюду* медленным, в отличие от механизма Петчека, где скорость потока во внешней области значительно меньше альфвеновской скорости ( $v_A$ ), однако на выходе из области диффузии, а также при прохождении через ударные волны она становится сравнимой с  $v_A$ . Прежде чем двигаться дальше, докажем сначала общую теорему, которая сильно ограничивает тип возможного решения для линейного пересоединения. Затем выведем уравнения (п. 5.3.2) и рассмотрим идеальное решение (п. 5.3.3) и решение для пересоединительной диффузии (п. 5.3.4) и, наконец, мы кратко упомянем о значительно более сложных решениях пересоединения, в которых поток через сепаратрисы существует (п. 5.3.5).

**5.3.1. Теорема антипересоединения.** Теорема. Стационарное МГД пересоединение в двух измерениях с потоком плазмы через се-



паратрисы невозможно в невязкой плазме с сильно субальфвеновским потоком и однородным коэффициентом магнитной диффузии.

Доказательство. Для невязкой плазмы со скоростью потока, всюду значительно меньшей альфвеновской скорости ( $v \ll v_A$ ), уравнение движения (5.19) сводится к балансу сил:

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla p. \quad (5.22)$$

Взяв ротор этого уравнения, получим

$$\nabla \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) = 0$$

или, разложив его в виде тройного векторного произведения,

$$\mathbf{j}(\nabla \cdot \mathbf{B}) + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{j} - \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{j}) - (\mathbf{j} \cdot \nabla)\mathbf{B} = 0. \quad (5.23)$$

Однако, в соответствии с уравнениями (5.20) и (5.21),  $\nabla \cdot \mathbf{B}$  и  $\nabla \cdot \mathbf{j}$  обращаются в нуль. Кроме того, в соответствии с уравнением (5.22) ток в двумерном поле направлен строго вдоль оси  $z$ , так что  $(\mathbf{j} \cdot \nabla)\mathbf{B} = j_z \partial \mathbf{B} / \partial z = 0$ . Таким образом уравнение (5.23) сводится к виду

$$(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{j} = 0, \quad (5.24)$$

откуда следует, что  $j$  постоянно вдоль любой магнитной силовой линии, в частности вдоль сепаратрис (силовых линий, проходящих через  $X$ -точку). Это видно, если ввести координату  $s$  вдоль силовой линии, так чтобы уравнение (5.24) приняло вид

$$B \frac{dj}{ds} = 0.$$

Таким образом,  $dj/ds$  обращается в нуль, а  $j$  постоянно вдоль силовой линии, если  $B \neq 0$ . Если принять дополнительное допущение, что  $j$  непрерывно, то для отдельной нейтральной точки постоянное значение  $j$  вдоль сепаратрисы будет равно значению в нейтральной точке, через которую проходит сепаратриса.

Итак, в магнитной нейтральной точке (как, например,  $X$ -точка, в которой, как считается, происходит пересоединение; рис. 5.10 *a*),  $\mathbf{B}$  обращается в нуль и закон Ома (5.18) сводится к уравнению

$$E = \frac{j}{\sigma}, \quad (5.25)$$

где  $\sigma$  — электропроводность. Однако как  $E$ , так и  $j$  постоянны всюду вдоль сепаратрис, проходящих через такую  $X$ -точку, поэтому закон Ома (5.18) даёт

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0. \quad (5.26)$$

Другими словами, поток через сепаратрисы отсутствует. Что и следовало доказать.

Примеры решения с отсутствием потока через сепаратрисы получены Крэйгом и Рикардом (Craig and Rickard, 1994) для частного случая линеаризованной конфигурации вокруг поля  $X$ -типа с однородным

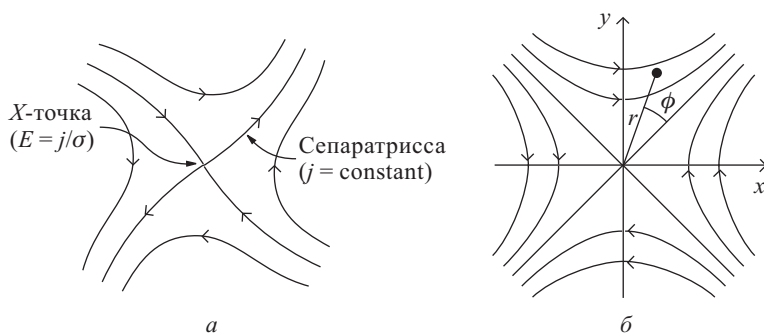


Рис. 5.10. а) Магнитная конфигурация для линейного двумерного пересоединения. б) Обозначения для поля нулевого порядка в X-точке

током. Следует отметить, что теорема применима не только к ли-  
неаризованному потоку относительно потенциального поля (случай,  
который рассматривается в следующем пункте), но также и к любому  
общему нелинейному двумерному магнитостатическому полю. Кроме  
того, она справедлива для любой силовой линии в двумерном при-  
ближении, проходящей через точку стагнации, и означает, что поток  
через такую силовую линию невозможен. Теорема справедлива также  
и для любых ситуаций с размерностью два с половиной (как, например,  
процесс переориентации магнитного поля, рассматриваемый в § 8.7,  
когда имеются дополнительные компоненты  $v_z(x, y)$ ,  $B_z(x, y)$ ,  $j_z(x, y)$ ,  
 $j_y(x, y)$ ,  $E_x(x, y)$  и  $E_y(x, y)$ , поскольку основная часть доказательства,  
а именно то, что  $E_z$  и  $j_z$  постоянны, сохраняется.

Каковы следствия этой теоремы для теории пересоединения? Для  
ответа на этот вопрос можно построить решения, в которых поток че-  
рез сепаратрису отсутствует (п. 5.3.4): при условии, что  $E$  в X-точке не  
равно нулю такие решения являются абсолютно справедливыми диффу-  
зионными решениями, но они качественно отличаются от предыдущих  
решений пересоединения, поскольку вместо адвекции магнитное поле  
просто диффундирует через сепаратрисы. Кроме того, на сепаратрисах  
существуют слои сильного сдвига скоростей с быстрым втекающим  
потоком по одну сторону и вытекающим — по другую.

Другая возможность заключается в попытке построения решений  
с обычным потоком через сепаратрису, которые нарушали бы по край-  
ней мере одно из допущений теоремы. В рамках стационарного дву-  
мерного МГД пересоединения это можно сделать тремя способами.  
Первый путь связан с учётом уменьшения коэффициента магнитной  
диффузии по мере движения наружу вдоль сепаратрисы, в результате  
чего  $j/\sigma$  перестаёт уравнивать  $E$ , однако это нецелесообразно,  
если изменение коэффициента диффузии обусловлено изменениями  
микротурбулентности или температуры, поскольку обе эти величины  
связаны с плотностью тока, которая остаётся постоянной вдоль сепара-

трисы. Второй путь — привлечь нелинейный эффект инерционного члена, допустив существование альфвеновского потока в центре области диффузии и/или сепаратрисных слоёв, как в классических режимах медленного и быстрого пересоединения, рассмотренных в предыдущей главе. Третий путь, и единственно удовлетворительный для традиционного сверхмедленного режима, — учитывать эффект вязкости в центре области диффузии и/или сепаратрисных слоёв. Этой стратегии мы и будем придерживаться в следующем разделе.

**5.3.2. Основные уравнения линейной (сверхмедленной) диффузии и пересоединения.** Если представить скорость и магнитное поле через функцию тока  $\psi$  и функцию потока  $A$  как

$$\mathbf{v} = \nabla \times (\psi \hat{\mathbf{z}}), \quad \mathbf{B} = \nabla \times (A \hat{\mathbf{z}}),$$

то закон Ома (5.18) и уравнение движения (5.19) сведутся к уравнениям

$$E + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\psi = -\eta \nabla^2 A, \quad (5.27)$$

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\omega = (\mathbf{B} \cdot \nabla)j + \rho\nu \nabla^2 \omega, \quad (5.28)$$

где

$$\mu j = -\nabla^2 A, \quad \omega = -\nabla^2 \psi.$$

Мы можем обезразмерить эти уравнения относительно величин  $v_A$ ,  $B_e$ ,  $-v_e$  с масштабом  $L_e$ , если запишем  $\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v}/v_{Ae}$ ,  $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}/B_e$ ,  $\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/L_e$ ,  $\bar{\psi} = \psi/(L_e v_{Ae})$ ,  $\bar{\omega} = \omega L_e/v_{Ae}$ ,  $\bar{A} = A/(L_e B_e)$ ,  $\bar{j} = \mathbf{j}\mu L_e/B_e$  и зададим  $E = v_e B_e$ . Тогда, опуская черту над буквами, для (5.27) и (5.28) получим

$$M_e + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\psi = R_{me}^{-1} \nabla^2 A, \quad (5.29)$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)\omega = (\mathbf{B} \cdot \nabla)j + R_e^{-1} \nabla^2 \omega, \quad (5.30)$$

где  $R_e = L_e v_{Ae}/\nu$  и  $R_{me} = L_e v_{Ae}/\eta$  — число Рейнольдса и магнитное число Рейнольдса соответственно. Для приведённых ниже решений мы должны, не нарушая общности, допустить, что  $v_e < 0$  и  $B_e > 0$ , так что  $E < 0$  и  $M_e < 0$ .

В пределе, когда скорость пересоединения ( $M_e$ ) обращается в нуль, уравнения (5.29) и (5.30) имеют простое решение

$$\mathbf{v}_0 \equiv 0, \quad j_0 \equiv 0,$$

и поэтому, в частности, можно рассмотреть магнитное поле X-типа нулевого порядка с составляющими

$$B_{0r} = r \cos 2\phi, \quad B_{0\phi} = -r \sin 2\phi, \quad (5.31)$$

где  $\phi$  измеряется от линии  $y = x$  (рис. 5.10 б), а функция потока имеет вид

$$A_0 = \frac{1}{2} r^2 \sin 2\phi.$$

Соответствующие компоненты поля по отношению к  $x$  и  $y$  равны, а  $A_0 = (y^2 - x^2)/2$ .

Теперь путём разложения по степеням  $M_e$  ( $|M_e| \ll 1$ ) найдём решение для малых скоростей пересоединения:

$$A = A_0 + M_e A_1 + \dots, \quad \psi = M_e \psi_1 + \dots,$$

так что из линеаризованного варианта (5.29) и (5.30) получим два уравнения для  $\psi_1$  и  $j_1$ , а именно

$$1 + (\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \psi_1 = \frac{j_1}{R_{me}}, \quad (5.32)$$

$$(\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) j_1 = R_e^{-1} \nabla^2 (\nabla^2 \psi_1), \quad (5.33)$$

где безразмерный ток первого порядка и завихрённость составляют

$$j_1 = -\nabla_1^2 / \mu \quad \text{и} \quad \omega_1 = -\nabla^2 \psi_1.$$

Тогда величину  $j_1$  можно исключить из (5.32) и (5.33), и мы получим наше базовое уравнение для  $\psi_1$ :

$$(\mathbf{B}_0 \cdot \nabla)^2 \psi_1 = \varepsilon \nabla^2 \nabla^2 \psi_1, \quad (5.34)$$

которое можно записать в полярных координатах как

$$\left( r \cos 2\phi \frac{\partial}{\partial r} - \sin 2\phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right)^2 \psi_1 = \varepsilon \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi^2} \right]^2 \psi_1, \quad (5.35)$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{R_{me} R_e} = \frac{\nu \eta}{(L_e v_{Ae})^2}.$$

**5.3.3. Идеальное (внешнее) решение.** Если  $R_{me} \gg 1$ , то уравнение (5.32) для  $\psi_1 = 0$  на  $\phi = \pi/4$  имеет решение

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \lg |\operatorname{tg} \phi|, \quad (5.36)$$

так что скорость плазмы имеет составляющие

$$v_{1r} = \frac{1}{r \sin 2\phi}, \quad v_{1\phi} = 0.$$

Таким образом, линии тока легко сходятся или расходятся в начале координат, а скорость становится сингулярной как в начале отсчёта ( $r = 0$ ), так и на сепаратрисах  $\phi = 0, \pi/2$  и  $3\pi/2$  (рис. 5.11).

Решение (5.36) можно также записать в следующем виде

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \operatorname{sh}^{-1} \operatorname{ctg} 2\phi,$$

или в декартовых координатах

$$\psi_1 = -\frac{1}{2} \lg \left| \frac{x+y}{x-y} \right|,$$

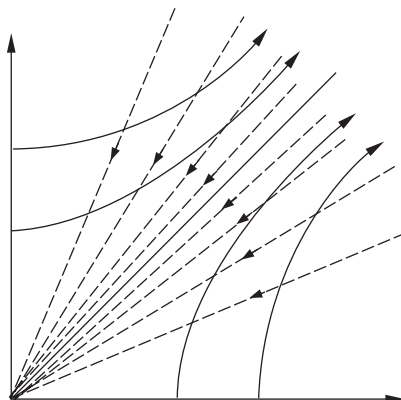


Рис. 5.11. Схематическое изображение линий тока во внешней области (пунктирные кривые) и силовых линий (сплошные кривые) в первом квадранте для линейного (сверхмедленного) пересоединения

с компонентами скорости

$$v_{1x} = -\frac{x}{x^2 - y^2}, \quad v_{1y} = -\frac{y}{x^2 - y^2}.$$

#### 5.3.4. Неидеальное решение пересоединительной диффузии.

Попытаемся устранить сингулярность в уравнении (5.36) путём учёта эффектов сопротивления. Если  $R_e \gg 1$ , то уравнение (5.33) даёт  $j_1 = j_1(A_0)$ , так что поток постоянен вдоль силовых линий нулевого порядка. Тогда общее решение уравнения (5.32) имеет вид

$$\psi_1 = \left(1 - \frac{j_1}{R_{me}}\right) \int \frac{ds}{B_0} = -\left(1 - \frac{j_1}{R_{me}}\right) \int \frac{r d\phi}{B_{0\phi}},$$

где  $\mathbf{B}_0$  определяется из (5.31), а интегрирование производится вдоль силовой линии  $A_0 = \text{const}$ . Таким образом, подставляя  $B_{0\phi}/r = -\sin 2\phi$ , легко путём интегрирования получить

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{j_1}{R_{me}}\right) \lg \left| \frac{\text{tg } \phi}{\text{tg } \phi_0} \right| + \psi_1^{(0)}(A_0), \quad (5.37)$$

где  $\psi_1 = \psi_1^{(0)}(A_0)$  на  $\phi = \phi_0$ .

Далее, пусть  $\psi_1 = 0$  на  $\phi = \pi/4$ , так что ось  $y$  является линией тока и мы имеем симметричную конфигурацию. Тогда  $\psi_1^{(0)}(A_0) \equiv 0$  и (5.37) сводится к уравнению

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{j_1}{R_{me}}\right) \lg |\text{tg } \phi|, \quad (5.38)$$

где  $j_1 = j_1(A_0)$ . Далее, если предположить, что  $j_1 = 0$  на окружности радиуса  $L_e$  (за исключением  $\phi = 0, \pi/2, 3\pi/2$ ), то решение (5.38) сводится к (5.36). В этом случае поле заморожено в плазму на внешней границе  $r = L$  (кроме граничных слоёв вблизи сепаратрис), так

что  $j_1(A_0) \equiv 0$ . Уравнение (5.38) можно также свести к (5.36), если допустить, что  $R_{me} \gg 1$ ,  $j_1$  порядка единицы, а членами порядка  $R_{me}^{-1}$  можно пренебречь.

Свойствами резистивного решения (5.38) в общем виде является то, что ток постоянен вдоль сепаратрисы и то, что если сингулярность в  $\psi_1$  устраняется за счёт сопротивления, то поток через сепаратрису отсутствует; это согласуется с теоремой антипересоединения (п. 5.3.1). Крэйг и Рикард (Craig and Rickard, 1994) рассмотрели электрические токи, сильно сконцентрированные у сепаратрисы, так что функция

$$f(A_0) \equiv 1 - \frac{j_1(A_0)}{R_{me}}$$

в (5.38) стремится к нулю при  $A_0 \rightarrow 0$  и  $f(A_0) \approx 1$  за пределами сепаратрисного пограничного слоя. Однако адвекция магнитного потока через сепаратрису отсутствует, поэтому конечное сопротивление само по себе приводит только к простой магнитной диффузии через сепаратрису. Более того, как показали Прист и др. (Priest et al., 1994с), произвольный выбор формы  $f(A_0)$  означает, что можно построить решения с *любой* заданной толщиной сепаратрисного пограничного слоя (и, следовательно, с любой скоростью диссипации в масштабе, определяемом  $R_{me}$ ), а не только с конкретной толщиной, выбранной Крэйгом и Рикардом.

Сингулярность на сепаратрисе не связана с сингулярностью в значении  $\psi_1$ , скажем, на границе  $r = L_e$ , а является внутренней характеристикой задачи. В самом деле, можно показать в более общем виде, что появление сепаратрисной сингулярности является существенным свойством линейного пересоединения в  $X$ -точке. Например, возьмём непрерывное регулярное распределение радиальной скорости на внешней границе  $r = L_e$  с втеканием  $[v_r(L_e, \phi) < 0]$  в одном квадранте ( $0 < \phi < \pi/2$ ) и вытеканием в другом ( $-\pi/2 < \phi < 0$ ). Поскольку  $v_r = r^{-1} \partial \psi / \partial \phi$ , это равносильно заданию распределения функции потока на этой границе  $[\psi(L_e, \phi) = \Gamma(\phi)]$ . Тогда в соответствии с (5.32)

$$\frac{\partial \psi}{\partial s} = \frac{f(A_0)}{B_0}$$

и, проинтегрировав это выражение вдоль силовой линии  $A_0 = \text{const}$  от основания 1 до основания 2 на границе  $r = L_e$  ( $0 < \phi < \pi/2$ ), получим

$$\psi(L_e, \phi_2) - \psi(L_e, \phi_1) \equiv \Delta \Gamma(A_0) = f(A_0) \int_1^2 \frac{ds}{B_0} \equiv f(A_0) \cdot V(A_0),$$

где

$$V(A_0) \equiv \int_1^2 \frac{ds}{B_0}$$

— дифференциальный потоковый объём.

Таким образом, данное распределение скорости втекания определяет  $f(A_0)$  и электрический ток  $j_1(A_0)$  следующим образом:

$$f(A_0) = 1 - \frac{j_1(A_0)}{R_{me}} = \frac{\Delta\Gamma(A_0)}{V(A_0)}.$$

Введя это выражение для  $f(A_0)$  в (5.38), получим функцию тока  $\psi_1$  в квадранте  $0 < \phi < \pi/2$ . Как же ведёт себя  $f(A_0)$  вблизи сепаратрисы? Поскольку в данном квадранте плазма втекает (или вытекает), то функция  $\Delta\Gamma(A_0)$  стремится к некоторому ненулевому положительному (или отрицательному) значению при  $A_0 \rightarrow 0$  (на сепаратрисе). В то же время функция  $V(A_0)$  становится логарифмически расходящейся при приближении  $A_0$  к нулевому значению сепаратрисы, так как  $B_0$  в  $X$ -точке изменяется как  $r$ . Следовательно, при  $A_0 \rightarrow 0$  функция  $f(A_0)$  ведёт себя следующим образом:

$$f(A_0) \sim \frac{1}{\ln A_0}.$$

В результате составляющие скорости жидкости, определяемые производными  $\psi_1$  (т. е., производными  $f(A_0)$ ), сингулярны вблизи сепаратрисы внутри квадранта  $0 < \phi < \pi/2$ , даже если заданное распределение радиальной скорости на границе  $r = L_e$  регулярно.

**5.3.5. Решения пересоединения.** Следующим шагом, естественно, должна стать попытка учесть вязкость и таким образом понять, каким образом сочетание эффектов вязкости и сопротивления в правой части (5.34) может устранить сингулярность завихрённости и тока, так чтобы поток плавно поворачивался вокруг и пересекал сепаратрису, связывая области над и под сепаратрисой на рис. 5.11. Для этого Прист и др. (Priest et al., 1994c) построили автомодельные решения в резистивном пограничном слое, в которых часть функции тока является только функцией  $r\phi/\varepsilon^{1/4}$ . Однако эти решения всё же содержат небольшой разрыв в виде скачка в третьей производной функции тока на сепаратрисе. С физической точки зрения автомодельное решение представляется неподходящим, так как сепаратрисный пограничный слой излучает не из точки в начале координат, а скорее из вязкой области с размерами, сравнимыми с шириной пограничного слоя. Это подтверждается более поздним анализом Титова и Приста (Titov and Priest, 1997), которым удалось построить решения с пересоединением.

## 5.4. Соответствующие численные эксперименты

Большинство численных экспериментов по магнитному пересоединению являются сильно нестационарными, но в некоторых из них достигается почти стационарное состояние, обычно после начальной нестационарной фазы. Первыми такими экспериментами были эксперименты, описанные в работах (Ugai and Tsuda, 1977; Sato, 1979), которые подтвердили существование стоячих медленных ударных волн,

обнаруженных Петчеком (Petschek, 1964). Однако точные количественные сопоставления численных экспериментов со стационарной теорией начали проводиться только с середины 80-х годов прошлого века, начиная с экспериментов Бискамп (Biskamp, 1986), а затем Шолера (Scholer, 1989) и Йена и др. (Yan et al., 1992, 1993). Эти последние исследования тщательно сопоставлялись с решением Петчека, в частности чтобы определить, действительно ли происходит быстрое пересоединение, предсказанное его решением.

В рамках модели Бискамп (Biskamp, 1986) получено не быстрое, а медленное пересоединение с характерными масштабами, пропорциональными предсказанным в модели Свита–Паркера (см. рис. 5.9). Как длина  $L$ , так и толщина  $l$  области диффузии возрастает с ростом  $M_e$  или  $R_{me}$ . Это полностью противоречит результату Петчека, что  $L$  уменьшается с  $R_{me}$  (приблизительно как  $R_{me}^{-1}$ ) и с  $M_e$  (приблизительно как  $M_e^{-2}$ ). Таким образом Бискампу стало ясно, что, несмотря на наличие медленных ударных волн, его численные эксперименты не обеспечивают характерные масштабы, предсказываемые моделью Петчека. Поэтому он пришёл к выводу, что механизм Петчека и, следовательно, быстрое пересоединение невозможны при больших значениях  $R_{me}$ . Однако мы уже утверждали ранее (Priest and Forbes, 1992b), что граничные условия, используемые Бискампом, не отвечают требованиям решения Петчека и что его характерные масштабы можно получить, если выбрать соответствующие граничные условия (т. е. использовать решение Страчана–Приста, п. 5.2.2). Поэтому мы считаем, что быстрое пересоединение возможно, если это позволяют граничные условия.

На рис. 5.12 показан ряд зависимостей Бискамп для  $M_e = 0,042$  и  $R_{me} = 1,746$  в первом столбце,  $R_{me} = 3,492$  во втором столбце

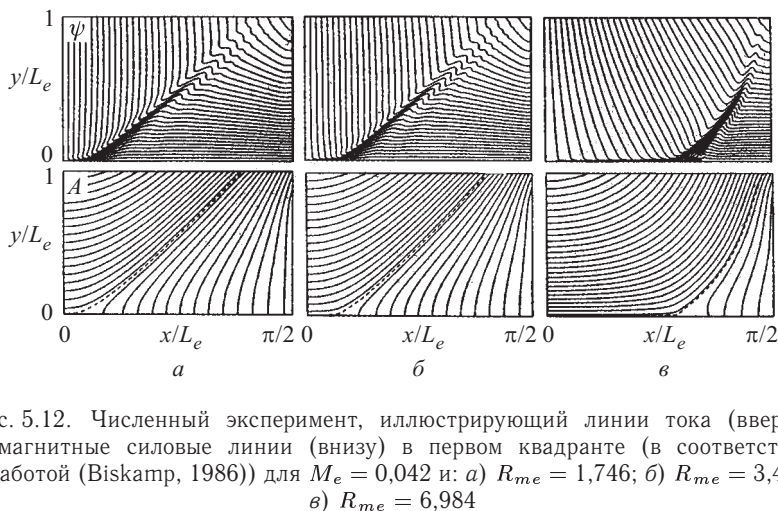


Рис. 5.12. Численный эксперимент, иллюстрирующий линии тока (вверху) и магнитные силовые линии (внизу) в первом квадранте (в соответствии с работой (Biskamp, 1986)) для  $M_e = 0,042$  и: а)  $R_{me} = 1,746$ ; б)  $R_{me} = 3,492$ ; в)  $R_{me} = 6,984$



и  $R_{me} = 6,984$  в третьем столбце. Отчётливо видно, что длина области диффузии растёт с  $R_{me}$ . Кроме того, можно выделить и другие интересные особенности:

- (а) линии тока при втекании меняются, превращаясь из сходящихся в расходящиеся;
- (б) силовые линии входящего поля могут сильно искривляться, образуя большой угол с ударной волной;
- (в) наблюдаются сильные струи истекающей плазмы вдоль сепаратрис;
- (г) наблюдаются всплески обратного тока на концах области диффузии.

Большинство этих особенностей можно объяснить в рамках теоретических моделей нового поколения, рассмотренных в § 5.1 и 5.2. Семейство почти однородных моделей объясняет свойство (а), а семейство неоднородных моделей — свойства (б)–(г).

Вообще, число граничных условий, которые можно задать, равно числу МГД характеристик, входящих в область диффузии. Для случая идеального субальфвеновского несжимаемого МГД потока возможны три условия. Например, если задать следующие граничные условия на границе втекания ( $AD$  на рис. 5.5):

$$v_x = 0, \quad v_y = \text{const}, \quad p = \text{const},$$

то из уравнения МГД следует, что

$$B_x = \text{const}, \quad B_y = 0,$$

так что прямые силовые линии вносятся однородным потоком без искривления и пересоединение невозможно. Если же задать граничные условия, лишь немного отличающиеся от приведённых выше, то силовые линии входящего поля окажутся слегка искривлёнными и пересоединение станет возможно. Таким образом, вполне разумно ожидать, что существенно отличные от приведённых выше условия могут привести к появлению сильно искривлённого втекающего потока.

В отличие от Бискамп, Йен и др. (Yan et al., 1992) провели численные эксперименты с граничными условиями, отвечающими требованиям модели Петчека, и получили быстрое пересоединение с характерной скоростью, предсказанной в рамках этой модели, при условии использования неоднородного сопротивления. Путём правильного подбора граничных условий Йен и др. (Yan et al., 1992) восстановили всё семейство почти однородных решений. На границе втекания они задали  $B_x = B_e$ ,  $\partial j / \partial y = 0$ ,  $v_y = -v_e$  и  $\partial \omega / \partial x = 0$  и взяли из почти однородной теории значение  $v_y$ , зависящее от  $b$ . В одном квадранте было использовано  $100 \times 200$  точек, а значение  $R_{me}$  было взято равным 2000. При  $b = 0$  они получили поток Петчека, при  $b = 1$  — поток типа Соннерапа, а при  $b = 2$  — пример пересоединения с накоплением потока (рис. 5.13), где по мере приближения к области диффузии вдоль оси  $x = 0$ , магнитное поле растёт, а плотность плазмы

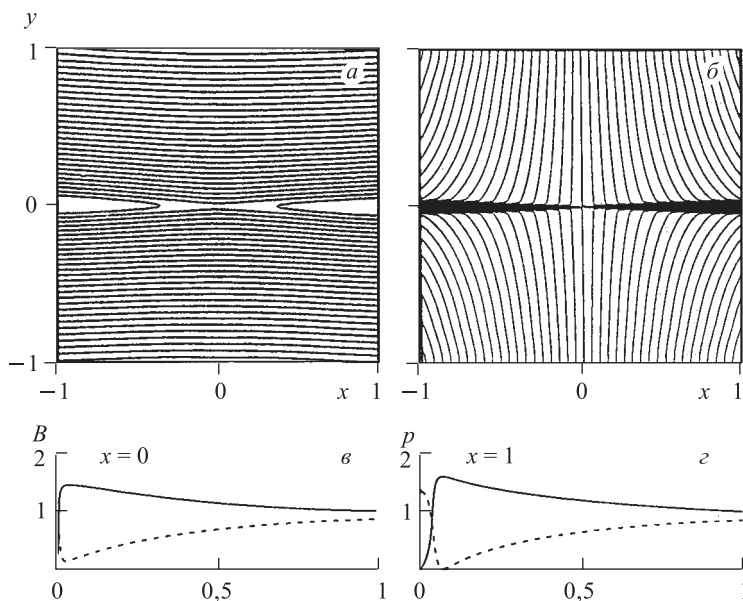


Рис. 5.13. а) Магнитные силовые линии и б) линии тока для почти однородного пересоединения при  $b = 2$ ,  $M_e = 0,1$ ,  $R_{me} = 2,000$ . Вариация магнитного поля (непрерывная кривая) и давления (пунктирная кривая) вдоль в)  $x = 0$  и з)  $x = 1$  (Yan et al., 1992)

уменьшается в режиме сильного расширения, связанного с медленной модой. При  $b = -3$  был получен пример пересоединения в режиме сжатия, связанного с медленной модой, со сходящимися линиями тока, где поле уменьшается, а давление растёт с приближением к области диффузии. Эти конфигурации и характерные масштабы согласуются с почти однородной теорией при условии, что в области диффузии магнитная диффузия ( $\eta$ ) усиливается.

Хотя согласие между моделированием и теорией является убедительным, имеется один аспект в моделировании Йена и др., который остаётся загадочным. Если  $\eta$  однороден на всём протяжении численной области, то стационарные решения не поддерживаются и причина этого не установлена. Возможно, что толщина медленных ударных волн увеличивается настолько, что становится численно неразрешённой. Или же число граничных условий более недостаточно для определения единственного решения.

Для того чтобы согласовать моделирование с теорией, Йен и др. (Yan et al., 1992) создали область повышенного сопротивления внутри области диффузии. В частности, они увеличили сопротивление в полосе, ширина которой соответствовала длине области диффузии, полученной из аналитических решений. Однако при использовании од-

нородного сопротивления моделирование даёт длинный токовый слой, занимающий всю длину расчётной области, как показано на рис. 5.14.

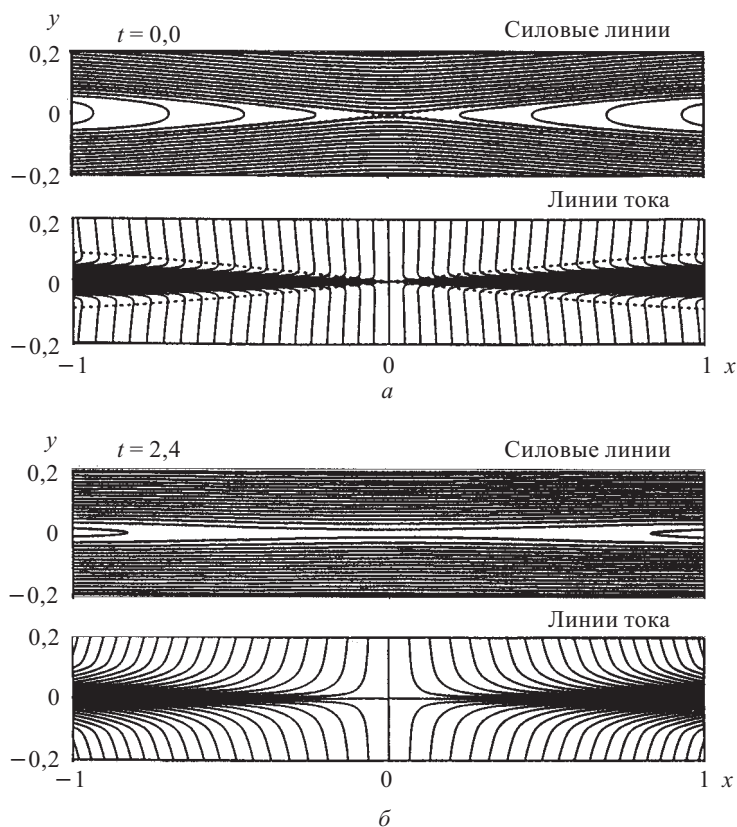
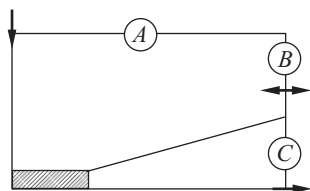


Рис. 5.14. Временная эволюция в численном моделировании Ена и др. (Yan et al., 1992) в случае однородной резистивности: а)  $t = 0,0$ , б)  $t = 2,4$ .

Поскольку омическим электрическим полем ( $j/\sigma$ ) вне области диффузии можно пренебречь, решения Петчека так же справедливы для случая неоднородного, как и однородного сопротивления. Таким образом, с математической точки зрения моделирование Йена и др. (Yan et al., 1992) подтверждает решения Петчека. Тем не менее важно понять, почему их численное моделирование не сводится к аналитическим решениям в случае однородного сопротивления.

Как было упомянуто выше, одной из возможных причин является недостаточное число граничных условий. В численном эксперименте около половины граничных условий, необходимых для получения единственного аналитического решения, было заменено открытыми граничными условиями (которые иногда называют плавающими или

лучистыми). На рис. 5.15 показано число граничных условий, которые



	Вытекание		
Область	А	В	С
Теория	3	2	1
Моделирование	2	1	0

Рис. 5.15. Сравнение числа граничных условий на трёх участках границы в теориях типа Петчека и в численных экспериментах Йена и др. (Yan et al., 1992)

необходимо задать на границе для получения единственного аналитического решения. В каждой граничной области оно превышает число точно заданных граничных условий при моделировании. Вместо этих фиксированных граничных условий при моделировании используются открытые условия, специально определённые таким образом, чтобы граничные условия как можно сильнее зависели от начальных условий. Благодаря такому широкому использованию открытых граничных условий в работе (Yan et al., 1992), их модельные граничные условия сильно расходятся с требованиями решения Петчека. Как численное решение расходится с решением Петчека, так же происходит и с граничными условиями. Действительно, прослеживается отчётливая связь между структурой внутреннего потока и граничными условиями, как и должно быть, исходя из обобщённого решения Приста и Форбеса (Priest and Forbes, 1986). Эта проблема, а именно согласование результатов нестационарного моделирования с конкретным стационарным аналитическим решением, хорошо известна в гидродинамике.

## 5.5. Выводы

Большие различия в зависимостях характерных размеров  $L$  и максимальных скоростей пересоединения в теории и экспериментах, очевидно, являются прямым следствием широкого использования различных граничных условий (рис. 5.16). Характер и величина задаваемых граничных условий имеют ключевое значение и несут глубокий физический смысл. «Правильные» граничные условия зависят от конкретного вида пересоединения. Спонтанное пересоединение, обусловленное некоей локальной неустойчивостью и не подверженное влиянию удалённых магнитных полей, требует свободных граничных условий и будет происходить как потенциальное пересоединение, либо почти однородное, либо неоднородное в зависимости от исходного состояния. Наоборот, вынужденное пересоединение зависит от конкретных особенностей вынуждающей силы, но в целом является непотенциальным;

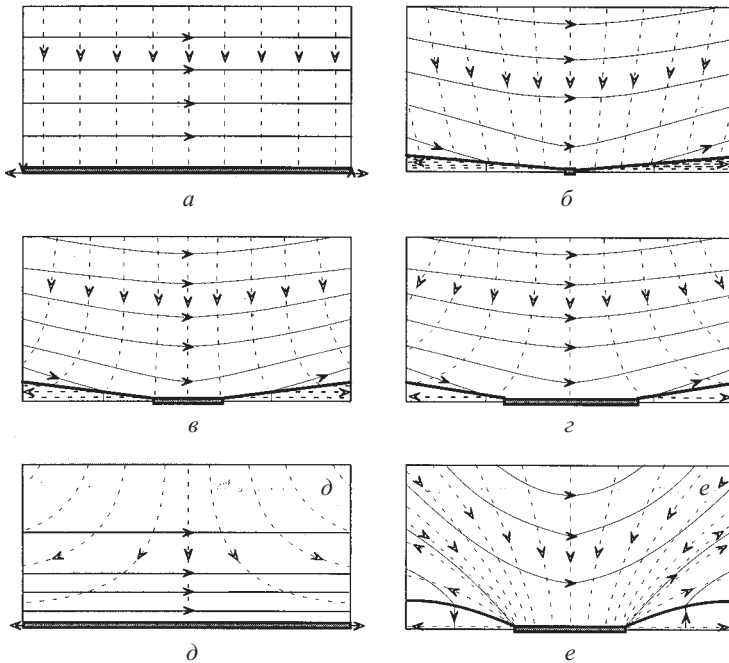


Рис. 5.16. Силовые линии и линии тока для различных стационарных решений с  $X$ -линией и областью диффузии внизу в центре каждой панели: а) решение Свита–Паркера, б) решение Петчека, в) решение Соннерапа, г) накопление потока, д) поток с точкой стагнации, е) решение Страчана–Приста. Затушёванные прямоугольники показывают только длину области диффузии (утолщённые стрелки даны не в масштабе)

например, расходящийся поток в почти однородном состоянии даёт быстрое пересоединение с накоплением потока.

Мы видели, что аналитическая теория и численный эксперимент идут рука об руку, дополняя и стимулируя друг друга. Условия на границах втекания и вытекания играют важную роль в определении природы втекания, длины области диффузии, а также интенсивности сепаратрисных струй и всплесков обратного тока. Почти однородный и неоднородный режимы одинаково реальны — они просто имеют разные граничные условия.

Мы рассматривали главным образом несжимаемые модели, однако учёт сжимаемости вряд ли сможет изменить основные характеристики и выводы. Сжимаемость уже учитывалась в почти однородных моделях, например, в работе (Jardine and Priest, 1989). Кроме того, когда область диффузии становится слишком длинной (Forbes and Priest, 1987), она становится неустойчивой ко вторичным разрывам, что приводит к режиму импульсного взрывного пересоединения (Matthaeus

and Montgomery, 1981; Priest, 1986; Lee and Fu, 1986; Biskamp, 1986; Forbes and Priest, 1987). В частности, это, по-видимому, происходит в режиме накопления потока.

Выбрав граничные условия, аналогичные условиям Бискамп (Biskamp, 1986), мы сумели приблизительно воспроизвести его характерные размеры. Это означает, что быстрое пересоединение действительно имеет место при подходящих граничных условиях и, возможно, при наличии локального усиления магнитной диффузии (п. 13.1.3), например, за счёт обусловленных током микронеустойчивостей в области диффузии. Последнее весьма вероятно в космической физике и астрофизике благодаря бесстолкновительной среде, которая обычно существует внутри токовых слоёв (§ 1.7). Таким образом, мы полагаем, что быстрое пересоединение (либо почти однородное, либо неоднородное) является наиболее вероятным механизмом быстрого преобразования энергии, которое часто наблюдается на Солнце, в космическом пространстве и в астрофизической плазме.

## Глава 6

# НЕСТАЦИОНАРНОЕ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ: ТИРИНГ-МОДА

### 6.1. Введение

В проводящей среде типичный токовый слой стремится медленно диффундировать с характерным временем диффузии  $\tau_d = l^2/\eta$ , где  $2l$  — толщина токового слоя, а  $\eta = (\mu\sigma)^{-1}$  — коэффициент магнитной диффузии. Во время процесса магнитной диффузии энергия магнитного поля с такой же скоростью переходит в тепловую энергию вследствие омической диссипации. Однако часто величина  $\tau_d$  оказывается слишком большой в сравнении с типичными временными масштабами динамических процессов в космической плазме, и поэтому с её помощью невозможно описывать развитие таких процессов. В работе (Furth et al., 1963) было показано, что магнитная диффузия может приводить к трём различным по своей природе резистивным неустойчивостям, развитие которых происходит с характерными инкрементами, достаточно большими, и эти неустойчивости можно рассматривать в качестве физического механизма для объяснения таких динамических процессов. Такие неустойчивости возникают в случае, когда ширина токового слоя настолько велика, что  $\tau_d \gg \tau_A$ , где  $\tau_A = l/v_A$  — время, которое требуется, чтобы пересечь слой со скоростью, равной альфвеновской:  $v_A = B_0(\mu\rho_0)^{-1/2}$ . Характерные времена развития резистивных неустойчивостей по порядку величины равны  $\tau_d(\tau_A/\tau_d)^\lambda$ , где  $0 < \lambda < 1$ , при этом возникает множество мелкомасштабных петель магнитного поля внутри слоя. Другими словами, резистивные неустойчивости создают токовые нити в токовых слоях (или, в действительности, в любой конфигурации с широким магнитным полем) с последующей диффузией этих нитей и связанных с ними петель магнитного поля и выделением магнитной энергии в процессе диффузии.

Гравитационная и неустойчивость типа ряби (§ 6.3) возникают, когда плотность  $\rho_0(x)$  или сопротивление  $\eta_0(x)$  плазмы зависят от координаты  $x$ , где ось  $x$  направлена поперёк слоя. В этом случае в слое развиваются мелкомасштабные структуры (рис. 6.1), которые практически не влияют на крупномасштабную устойчивость конфигурации магнитного поля, но в результате их действия может возникнуть турбулентная диффузия.

Третий тип резистивных неустойчивостей — это тиринг-неустойчивость, которая, напротив, возникает в случае, когда длина волны возмущения больше, чем толщина слоя ( $kl < 1$ ). Её характерная скорость роста

$$\omega = [\tau_d^3 \tau_A^2 (kl)^2]^{-1/5}$$

для волновых чисел  $k$  в диапазоне  $(\tau_A/\tau_d)^{1/4} < kl < 1$ . Наименьшая из возможных длин волн равна  $l$ , толщине токового слоя, скорость роста в этом случае составляет  $\tau_d^{3/5} \tau_A^{2/5}$ , а для наибольшей длины волны, которая равна  $(\tau_d/\tau_A)^{1/4} l$  и намного больше  $l$ , скорость развития неустойчивости будет максимальной и равной

$$\omega = \left( \frac{1}{\tau_d \tau_A} \right)^{1/2}.$$

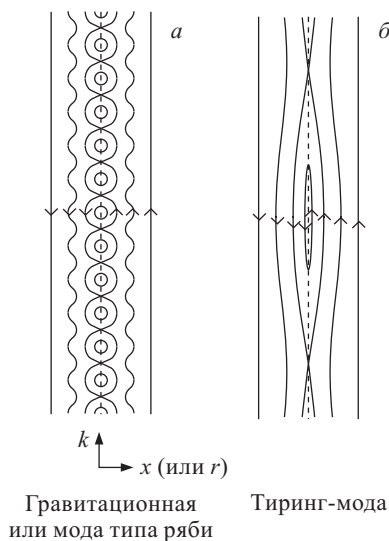


Рис. 6.1. Резистивные неустойчивости с (а) малыми и (б) большими длинами волн в токовом слое или магнитном поле с широм, где  $x$  (или  $r$  в цилиндрической геометрии) — координата, перпендикулярная равноновесному магнитному полю

Конечное значение электрической проводимости необходимо учитывать только в узком слое толщиной  $\varepsilon l = (kl)^{-3/5} (\tau_A/\tau_d)^{-2/5} l$  возле центра токового слоя, где значение магнитного поля стремится к нулю. В этой узкой области магнитное поле может быстро просачиваться через плазму. В результате, если в начальной конфигурации одномерного токового слоя с прямыми линиями магнитного поля возникает некое возмущение, аналогичное изображённому на рис. 6.1 б, то такое возмущение будет расти со временем. Силы магнитного натяжения стараются оттолкнуть образовавшиеся магнитные петли вверх и вниз от Х-точек, а градиент магнитного давления подталкивает плазму с каждой стороны слоя к Х-точкам. Кроме того, силовые линии поля по бокам от Х-точки будут изгибаться и таким образом приводить к возникновению возвращающей силы натяжения, которая имеет минимальную величину для больших длин волн.

Тиринг-мода наиболее важна, поскольку она возникает при больших длинах волн и для её развития не требуется ни присутствия гравитации, ни наличия градиента сопротивления. Она может оказаться полезной для объяснения различных плазменных процессов, происходящих во время магнитосферных суббурь, в лабораторной плазме, для объяснения механизмов коронального нагрева, возникновения



и развития солнечных и звёздных вспышек (см. например, Shivamoggi, 1985).

Тиринг-неустойчивость часто возникает не только в нейтральных токовых слоях, но и в конфигурациях с широм магнитного поля, поскольку на процесс развития тиринг-моды не влияет добавление к конфигурации токового слоя компоненты магнитного поля, постоянной по величине и направленной перпендикулярно плоскости рис. 6.1. Более того, магнитное поле с широм обычно резистивно неустойчиво, и такая неустойчивость в общем случае приводит к появлению по всей структуре слоя множества тонких слоёв. В каждой заданной точке, определяемой координатой  $x$  ( $r$  в случае цилиндрической конфигурации поля), волновой вектор неустойчивости  $\mathbf{k}$  перпендикулярен равновесному магнитному полю  $\mathbf{B}_0$ , т. е.

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0 = 0,$$

и, как следствие, вершины и впадины магнитного поля лежат в плоскости рис. 6.1, которая образована волновым вектором  $\mathbf{k}$  и осью  $x$ , а компонента  $\mathbf{B}_0$  магнитного поля перпендикулярна плоскости рисунка в плоскости  $x = 0$ .

В этой части мы сначала рассмотрим модель устойчивости тиринг-моды (§ 6.2) и различные её модификации (§ 6.3), такие, как учёт стационарного потока плазмы и нормальной компоненты магнитного поля, а также двойная тиринг-мода. Затем мы рассмотрим влияние геометрии магнитных силовых трубок (§ 6.4) на развитие как идеальной (п. 6.4.1), так и резистивной (п. 6.4.2) мод тиринг-неустойчивости. В конце главы будут обсуждаться различные варианты нелинейного развития неустойчивости, которые включают в себя резерфордовское насыщение (п. 6.5.1), взаимодействие тиринг-мод (п. 6.5.2) и неустойчивость слияния островов (п. 6.5.3).

## 6.2. Модель тиринг-неустойчивости Фурта и др.<sup>1)</sup>

Рассмотрим покоящуюся в равновесном магнитном поле плазму с широм магнитного поля:

$$\mathbf{B}_0 = B_{0y}(x)\hat{\mathbf{y}} + B_{0z}(x)\hat{\mathbf{z}}. \quad (6.1)$$

Геометрия двумерна — силовые линии поля ограничены плоскостью  $yz$ , но вращаются при движении вдоль оси  $x$ . Предположим, что отклонения от равновесия удовлетворяют уравнению индукции магнитного поля и уравнению завихрённости для несжимаемой плазмы с постоянными магнитным коэффициентом диффузии  $\eta$  и плотностью:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (6.2)$$

---

<sup>1)</sup> (Furth et al., 1963).

$$\mu\rho \frac{D}{Dt} (\nabla \times \mathbf{v}) = \nabla \times [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] + \eta \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (6.3)$$

где

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (6.4)$$

Уравнение завихрённости (6.3) было получено применением операции ротор к уравнению движения, что даёт возможность исключить из рассмотрения градиент давления. Предположение о несжимаемости плазмы в этом случае справедливо, поскольку результирующее характерное время роста неустойчивости намного больше времени прохождения МГД волн через слой, а характерные скорости плазмы меньше скорости звука.

Малые возмущения начального состояния берутся в виде

$$\mathbf{v}_1(x) \exp[i(k_y y + k_z z) + \omega t], \quad \mathbf{B}_1(x) \exp[i(k_y y + k_z z) + \omega t]. \quad (6.5)$$

Линеаризованная  $x$ -компонента уравнения индукции (6.2) и ротор от уравнения завихрённости (6.3) при учёте (6.4) принимают вид

$$\omega B_{1x} = i v_{1x} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0) + \eta (B_{1x}'' - k^2 B_{1x}), \quad (6.6)$$

$$\omega (v_{1x}'' - k^2 v_{1x}) = \frac{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0)}{\mu\rho} \left[ -B_{1x} \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0)''}{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0)} + (B_{1x}'' - k^2 B_{1x}) \right], \quad (6.7)$$

где  $k^2 = k_y^2 + k_z^2$ , а штрих означает производную по  $x$ .

Определим безразмерные переменные, введя характерное значение магнитного поля  $B_0$  и характерный масштаб длины  $l$  с соответствующей скоростью диффузии  $\eta/l$  и диффузионным временем  $l^2/\eta$ :

$$\bar{B} = \frac{B}{B_0}, \quad \bar{\mathbf{v}}_1 = -\mathbf{v}_1 \frac{i k l^2}{\eta}, \quad \bar{k} = k l, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega l^2}{\eta}, \quad \bar{x} = \frac{x}{l}. \quad (6.8)$$

Тогда уравнения (6.6) и (6.7) можно переписать в безразмерных переменных:

$$\bar{\omega} \bar{B}_{1x} = -\bar{v}_{1x} f + (\bar{B}_{1x}'' - \bar{k}^2 \bar{B}_{1x}), \quad (6.9)$$

$$\bar{\omega} (\bar{v}_{1x}'' - \bar{k}^2 \bar{v}_{1x}) = L_u^2 \bar{k}^2 f \left[ -\bar{B}_{1x} \frac{f''}{f} + (\bar{B}_{1x}'' - \bar{k}^2 \bar{B}_{1x}) \right], \quad (6.10)$$

где  $f = (\mathbf{k} \cdot \bar{\mathbf{B}}_0)/k$  и  $L_u$  — число Лундквиста,

$$L_u = \frac{l v_A}{\eta} = \frac{\tau_d}{\tau_A}, \quad (6.11)$$

— отношение времени диффузии к времени прохождения альфвеновской волны через слой, которое для космической плазмы обычно намного больше единицы. Часто в литературе для числа Лундквиста используется обозначение  $S$  вместо  $L_u$ , но в этой книге буква  $S$  используется для обозначения другой величины.

Предположение  $L_u \gg 1$  означает, что плазма почти везде заморожена в магнитное поле, поэтому слагаемым, описывающим магнитную

диффузию ( $\eta \nabla^2 \mathbf{B}$ ) в уравнении (6.2), можно пренебречь. Исключение составляет тонкий слой, в котором слагаемое  $\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$  становится пренебрежимо малым, другими словами, где  $f$  пренебрежимо мало или  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$ . В этом слое шириной, скажем,  $2\epsilon l$  магнитные силовые линии могут диффундировать через плазму и пересоединяться. Предположим, что центр слоя расположен в плоскости  $x = 0$  и что  $k_z = 0$ , тогда условие  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0 = 0$  сводится к условию  $B_{0y} = 0$ . Уравнения (6.9) и (6.10) можно решить отдельно во внешней  $|x| > \epsilon$  и во внутренней  $|x| < \epsilon$  областях и затем сшить (или более точно математически согласовать) эти решения на границе.

Во *внешней области*, где членами порядка  $L_u^{-1}$  можно пренебречь как малыми в сравнении с единицей, уравнения (6.9) и (6.10) можно переписать в виде

$$\bar{\omega} \bar{B}_{1x} = -\bar{v}_{1x} \bar{B}_{0y} + (\bar{B}_{1x}'' - \bar{k}^2 \bar{B}_{1x}), \quad (6.12)$$

$$0 = -\frac{\bar{B}_{1x} \bar{B}_{0y}''}{\bar{B}_{0y}} + (\bar{B}_{1x}'' - \bar{k}^2 \bar{B}_{1x}). \quad (6.13)$$

Задав зависимость магнитного поля  $\bar{B}_{0y}(\bar{x})$ , описывающую равновесие токового слоя, уравнение (6.13) можно решить относительно  $\bar{B}_{1x}$ . Например, если выбрать простой профиль равновесного магнитного поля в виде ступеньки:

$$\bar{B}_{0y} = \begin{cases} 1 & \text{для } \bar{x} > 1, \\ \bar{x} & \text{для } |\bar{x}| < 1, \\ -1 & \text{для } \bar{x} < -1, \end{cases} \quad (6.14)$$

то решение в полуплоскости  $\bar{x} > 0$ , которое обращается в нуль при больших значениях  $x$ , имеет вид

$$\bar{B}_{1x} = \begin{cases} a_1 \operatorname{sh} \bar{k} \bar{x} + b_1 \operatorname{ch} \bar{k} \bar{x}, & \bar{x} < 1, \\ a_0 \exp(-\bar{k} \bar{x}), & \bar{x} > 1, \end{cases} \quad (6.15)$$

При этом магнитное поле  $\bar{B}_{1x}$  при  $\bar{x} = 1$  и интеграл от уравнения (6.13) по любому интервалу, содержащему точку  $\bar{x} = 1$ , должны быть непрерывными. Из этих условий получаем, что

$$a_1 = a_0 \left[ \exp(-\bar{k}) \left( \frac{\operatorname{ch} \bar{k}}{\bar{k}} - 1 \right) \right], \quad b_1 = a_0 \left[ 1 - \exp(-\bar{k}) \left( \frac{\operatorname{sh} \bar{k}}{\bar{k}} \right) \right], \quad (6.16)$$

для  $\bar{x} > 0$ . Из соответствующих условий непрерывности на второй границе при  $\bar{x} = -1$  получается такое же значение для  $b_1$  при  $\bar{x} < 0$ , и равное по модулю, но противоположное по знаку значение  $a_1$ . Таким образом, функция  $\bar{B}_{1x}$  непрерывна в начале координат, но при этом её производная терпит в начале координат разрыв. Физически это означает, что в этой точке плотность тока становится очень большой, и, следовательно, необходимо учитывать резистивный член в уравнении индукции. Другое объяснение возникновения сингулярности во внутренней области можно получить из уравнения индукции (6.12), из

которого видно, что  $\bar{v}_{1x} = -\bar{\omega}\bar{B}_{1x}/B_{0y}$ , т. е. скорость плазмы становится бесконечно большой, как только  $B_{0y}$  стремится к нулю. Обозначим скачок  $\bar{B}'_{1x}/\bar{B}_{1x}$  через  $\Delta'$ . Из уравнений (6.15) и (6.16) можно получить величину этого скачка:

$$\Delta' = \left[ \frac{\bar{B}'_{1x}}{\bar{B}_{1x}} \right]_{0-}^{0+} = \frac{2a_1\bar{k}}{b_1}. \quad (6.17)$$

В частности, если  $\bar{k} \ll 1$ , то  $\Delta' \approx 2/\bar{k}$ .

Во *внутренней области*  $B_{0y}$  становится настолько малым, что необходимо учитывать диффузионный член в (6.9) и инерционный в (6.10). Ширина внутренней области будет порядка  $\varepsilon l$ , где

$$\varepsilon^4 = \frac{\bar{\omega}}{4\bar{k}^2 L_u^2}. \quad (6.18)$$

Вводя новые переменные  $X = \bar{x}/\varepsilon$  и  $V_{1x} = \bar{v}_{1x}(4\varepsilon/\bar{\omega})$ , уравнения (6.6) и (6.7) можно переписать в виде

$$\ddot{\bar{B}}_{1x} = \varepsilon^2 \bar{k}^2 \bar{B}_{1x}^2 + \varepsilon^2 \bar{\omega} \left( \bar{B}_{1x} + \frac{1}{4} V_{1x} X \right), \quad (6.19)$$

$$\ddot{\bar{v}}_{1x} = V_{1x} \left( \bar{k}^2 \varepsilon^2 + \frac{1}{4} X \right) + \bar{B}_{1x} X, \quad (6.20)$$

где точкой обозначена производная относительно  $X$ . Из уравнения (6.19) можно оценить, что для больших длин волн ( $\bar{k} \ll 1$ )  $\ddot{\bar{B}}_{1x} \sim \varepsilon^2 \bar{\omega} \bar{B}_{1x}$ . Таким образом,

$$\Delta' = 2 \left( \frac{\bar{B}'_{1x}}{\bar{B}_{1x}} \right)_{x=\varepsilon} = 2 \left( \frac{\dot{\bar{B}}_{1x}}{\varepsilon \bar{B}_{1x}} \right)_{X=1} \sim \varepsilon \bar{\omega}.$$

Если  $\bar{B}_{1x}$  постоянно во внутренней области (так называемое *приближение постоянного пси*, поскольку первоначально компонента магнитного поля  $\bar{B}_{1x}$  обозначалась через  $\psi$ ), то можно получить решение уравнения (6.20) с помощью полиномов Эрмита, а в пределе  $\bar{k}\varepsilon \ll 1$  это решение даёт

$$\Delta' = 3\varepsilon \bar{\omega}. \quad (6.21)$$

Приближение постоянного пси становится неверным для быстрой ( $m = 1$ ) резистивной винтовой неустойчивости (п. 6.4.2), для двойного тиринга (п. 6.3.2) и для очень больших значений  $L_u$  и  $\bar{k}^{-1}$ . Внешнюю и внутреннюю области можно сшить на границе, приравняв друг другу два выражения (6.17) и (6.21) для  $\Delta'$ , и при  $\bar{k} \ll 1$  получается равенство  $2/\bar{k} = 3\varepsilon \bar{\omega}$  или после подстановки значения  $\varepsilon$  из (6.18) получаем  $\bar{\omega} = [(8L_u)/(9\bar{k})]^{2/5}$ . Решения для возмущений магнитного поля и скорости с учётом решения на сингулярности показаны на рис. 6.2, а соответствующая конфигурация магнитных силовых линий — на рис. 6.3.

Чтобы вышеописанная методика вычислений приводила к верным результатам, на значения  $\bar{k}$  следует наложить два ограничения. Первое

состоит в том, что значение  $\bar{B}'_{1x}/\bar{B}_{1x}$  должно быть положительным на границе между внутренней и внешней областями. Из уравнений (6.15)

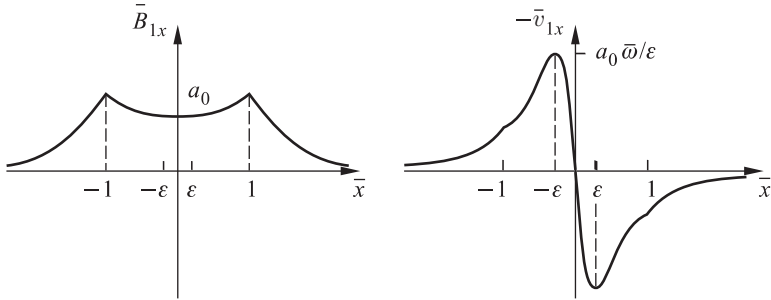


Рис. 6.2. Вид возмущённого магнитного поля ( $\bar{B}_{1x}$ ) и скорости ( $\bar{v}_{1x}$ ), как функций координаты ( $\bar{x} = x/l$ ), перпендикулярной к токовому слою, для тиринг-моды, где  $l$  — полуширина слоя и  $\epsilon l$  — полуширина внутренней диффузионной области

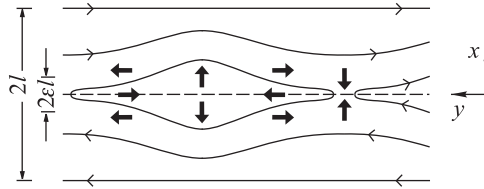


Рис. 6.3. Скорость плазмы (толстые стрелки) и силовые линии магнитного поля (тонкие стрелки) для тиринг-неустойчивости

и (6.16) следует, что это условие выполняется для  $\bar{k} < 0,64$ . Если длина волны настолько мала, что это неравенство нарушается, то влияние силы магнитного натяжения во внешней области будет стабилизирующим, и вследствие действия этой силы скорость течения плазмы станет равной нулю ещё до того, как поток плазмы достигнет границ с внутренней областью. Второе ограничение возникает из условия  $\epsilon |\bar{B}'_{1x}/\bar{B}_{1x}| < 1$ , которое означает, что изменение  $\bar{B}_{1x}$  во внутренней области должно быть малым. Это даёт верхнюю границу значений  $\bar{k}$  примерно равной  $\bar{k} > 2[8/(3L_u^2)]^{1/8}$ . Соответствующий интервал значений инкремента неустойчивости:  $(L_u/0,72)^{2/5} < \bar{\omega} < (2/27)^{1/4} L_u^{1/2}$ . Поскольку предполагалось, что  $L_u \gg 1$ , то границы этого интервала показывают, что неустойчивость растёт с инкрементом, значение которого лежит между очень малым значением характерной частоты резистивной диффузии равной  $\omega_d = \eta/l^2$  и характерной частотой магнитогидродинамических волн  $\omega_A = v_A/l$ . Более того, чтобы приближение постоянного пси было применимо, ширина внутренней области должна быть намного меньше толщины скин-слоя  $\sqrt{\eta/\omega}$ .

В работе Фурта и др. (Furth et al., 1963) уравнения (6.19) и (6.20) также были решены и для значений  $\bar{k} \ll 1$ , но при этом авторы не требовали, чтобы значение  $\bar{B}_{1x}$  во внутренней области оставалось постоянным. Полученное дисперсионное соотношение изображено на рис. 6.4, и из него можно определить, что мода с волновым векто-

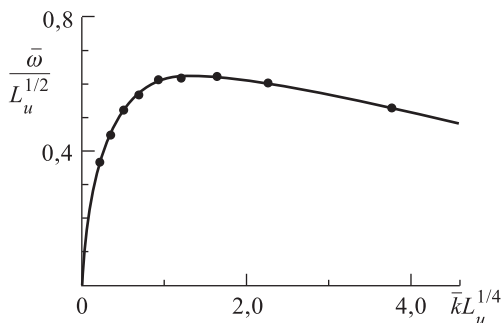


Рис. 6.4. Вид дисперсионного соотношения  $\omega = \omega(k)$  для тиринг-неустойчивости, когда  $kl \ll 1$ , где  $k$  волновое число,  $l$  характерный масштаб изменений магнитного поля (например, полуширина слоя) и  $L_u$  число Лундквиста []

ром  $\bar{k}_{\max} \approx 1,4 L_u^{-1/4}$  имеет максимальный инкремент, который равен  $\bar{\omega}_{\max} \approx 0,6 L_u^{1/2}$ . С другой стороны, максимальное значение инкремента есть геометрическое среднее характерной частоты альфвеновских волн и характерной частоты резистивной диффузии, т.е. время роста неустойчивости приблизительно

$$\tau_m \approx \sqrt{\tau_d \tau_A}. \quad (6.22)$$

Поскольку  $\bar{k} \ll 1$ , то наиболее неустойчивая мода формирует длинные узкие острова, длина которых намного больше ширины токового слоя. Большая часть энергии, высвобожденная во внешней области, диссипирует омически во внутренней области, в кинетическую энергию плазмы идёт меньше 6%. Возникающие уравнения четвёртого порядка могут быть решены численно без введения аппроксимации типа пограничного слоя, если  $L_u$  не слишком велико (см., например, Wesson, 1966).

### 6.3. Модификации базисной модели тиринг-неустойчивости

Вышеприведённая модель была модифицирована и улучшена многими исследователями. Например, в работе (Baldwin and Roberts, 1972) подбирались асимптотические решения так, чтобы получить однородно сходящееся решение задачи. В работе Бобровой и Сыроватского (1980)

исследовалось начальное состояние вида

$$\mathbf{B}_0 = \sin \alpha x \hat{\mathbf{y}} + \cos \alpha x \hat{\mathbf{z}} \quad (6.23)$$

вместо определяемого уравнением (6.14). Более того, было показано, что учёт влияния диффузии в начальном состоянии увеличивает порог возникновения неустойчивости с  $\Delta' > 0$  до  $\Delta' > \pi |f''/f'| \operatorname{tg}(\pi/10)$  и значительно уменьшает инкремент неустойчивости.

Две другие резистивные моды с короткими длинами волн порядка ширины слоя ( $kl \approx 1$ ) также рассматривались в работе (Furth et al., 1963). Гравитационная неустойчивость возникает, если сила гравитации  $\rho g \hat{\mathbf{x}}$  (или любая эквивалентная ей сила) направлена перпендикулярно слою и служит причиной возникновения градиента плотности  $\rho_0(x)$ . Инкремент такой неустойчивости равен

$$\omega = \left[ \frac{(kl)^2 \tau_A^2}{\tau_d \tau_G^4} \right]^{1/3}, \quad (6.24)$$

где  $\tau_g = \left( -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dx} \right)^{-1/2}$  задаёт характерный гравитационный масштаб времени. Неустойчивость типа ряби возникает, когда при прохождении через слой коэффициент магнитной диффузии  $\eta_0(x)$  изменяется. Такое изменение коэффициента диффузии может возникнуть, например, при наличии градиента температуры. Инкремент такой неустойчивости равен

$$\omega = \left[ \left( \frac{d\eta_0}{dx} \frac{l}{\eta_0} \right)^4 \frac{(kl)^2}{\tau_d^3 \tau_A^2} \right]^{1/5}. \quad (6.25)$$

Существует ещё несколько модификаций резистивных неустойчивостей. Хотя несжимаемость и является хорошим приближением в плазме с малым значением плазменного бета и плоскопараллельной геометрией, наличие градиента давления и кривизны силовых линий поля может сделать учёт сжимаемости необходимым условием в изучении тиринг-неустойчивости для геометрии типа цилиндра или тора (например, Finn and Manheimer, 1982). Исследовалась (Steinolfson and Van Hoven, 1984a) также связь тиринг-неустойчивости с радиационной неустойчивостью, вызванной сжимаемостью плазмы или зависимостью сопротивления от температуры. Кроме того, в работах (Steinolfson and Van Hoven, 1983, 1984b) рассматривалась тиринг-неустойчивость в линейном приближении при очень больших значениях  $L_u$  (до  $10^{12}$ ) и малых значениях волнового вектора, когда приближение постоянного пси становится неверным, и прослеживалась нелинейная эволюция неустойчивости до значений  $L_u$  порядка  $10^6$ . Недавно было проделано всеобъемлющее исследование нелинейных эффектов как для больших, так и для малых магнитных островов в приближении постоянного пси и в режиме, в котором приближение постоянного пси становится неверным (Finn and Sovinec, 1998).

**6.3.1. Влияние стационарного потока плазмы.** Буланов и др. (1978) показали, что стационарный поток  $\mathbf{v}_0 = (y/L_0)\hat{\mathbf{y}}$  вдоль слоя из начала координат может сделать систему более устойчивой к возникновению тиринг-моды. Такой поток может присутствовать, например, в случае стационарного пересоединения. Неустойчивость в этом случае возникает, когда длина токового слоя, делённая на его толщину, становится больше  $L_u^{3/7}$ . В работе (Dobrowolny et al., 1983), наоборот, исследовалось влияние вязкой силы ( $\nu \nabla^2 \mathbf{v}$ ) и скорости вдоль слоя в форме  $V_0(x)\hat{\mathbf{v}}$ , где  $V'_0(0) \neq 0$ . Полученный результат был поразительным. Оказалось, что обычная тиринг-неустойчивость представляет собой исключение в том смысле, что её соответствующие свойства и масштабы ( $\omega \sim L_u^{-3/5}$ ) оказываются неверными, как только значения вязкости и/или шира становятся больше  $\nu/(\eta\rho) > L_u^{-1/3n}$  и/или

$$\frac{V'_0(0)}{V'_0(0) - B'_0(0)/\sqrt{\mu\rho}} > L_u^{-1/3n}$$

соответственно, где  $n \geq 1$  — целое число. Новый инкремент пропорционален  $L_u^{-\bar{\lambda}}$ , где  $\bar{\lambda} = (1 + n^{-1})/3$ , так что значения  $\bar{\lambda}$  лежат между  $1/3$  и  $2/3$ . Таким образом оказывается, что все моды, возможно за исключением  $n = 1$ , растут быстрее обычной тиринг-моды. В частности, когда нет никакой вязкости влияние шира скоростей на неустойчивость заключается в том, что  $n = 2$ , и таким образом неустойчивость растёт со скоростью большей, чем скорость роста обычного тиринга (а именно  $\omega \sim L_u^{-1/2}$ ), обеспечивая  $|V'_0| < |v'_A|$ . Поток плазмы и вязкость также впоследствии были учтены в работе (Einaudi and Rubini, 1989), в то время, как в работах (Ofman et al., 1991, 1993a) с помощью численного моделирования было показано, что для малых значений шира вязкость изменяет инкремент с  $L_u^{-3/5}$  на  $L_u^{-3/5}(S_v/L_u)^{1/6}$ , где  $S_v$  — отношение вязкого времени к альфвеновскому времени. При больших значениях шира на развитие неустойчивости влияет неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. В нелинейном режиме с  $L_u$  между  $10^2$  и  $10^5$  насыщение тиринг-неустойчивости происходит на масштабах порядка резистивного времени, когда шир мал, и выделение энергии уменьшается, а время насыщения увеличивается при больших значениях шира.

Буланов и др. (1979) учли влияние дополнительной однородной компоненты магнитного поля ( $B_n \hat{\mathbf{x}}$ ) поперёк слоя и силу гравитации  $-\rho g \hat{\mathbf{x}}$  (или эквивалентную ей), которая в начальный момент времени уравнивала силу Лоренца ( $j_z B_n$ ). Было получено, что в отсутствие потока плазмы нормальная компонента поля не подавляет развитие неустойчивости, но достаточно сильный поток может стабилизировать неустойчивость. Напротив, в работе (Somov and Verneta, 1994) было продемонстрировано стабилизирующее влияние продольной и поперечной компонент магнитного поля, а в работе (Benedetti and Pegoraro, 1995) было показано, что резистивные моды могут становиться



неустойчивыми в X-точке, когда угол между сепаратрисами становится меньше  $(\lg L_u)^{-1}$ .

**6.3.2. Двойная тиринг-неустойчивость.** Речестер и Стикс (Rechester and Stix, 1976) исследовали тиринг-неустойчивость для случая, когда равновесное распределение магнитного поля  $B_{0y}(x)$  таково, что две сингулярные поверхности близки друг к другу. Оказалось, что в этом случае линейная скорость роста неустойчивости сильно увеличивается. В такой двойной тиринг-неустойчивости близлежащие магнитные острова способны влиять друг на друга (рис. 6.5). В частности, если  $B_{0y}$  обращается в нуль при  $x = \pm x_s$ , то, как показало численное решение, полученное в работе (Schnack and Killeen, 1978) для  $L_u = 100$ , скорость роста равна  $0,26 L_u^{-0,25} \tau_A^{-1}$  при  $x = 0,25l$ . Когда  $L_u = 100$ , то максимальная скорость роста была получена для  $x_s = 0,5l$ , а когда  $L_u = 10^5$ , то максимальный инкремент достигается посередине интервала  $x_s$  длиной  $0,2l$ . Было обнаружено, что большие значения  $v_x$  и  $B_x$  существуют во всей внутренней области между  $\pm x_s$ , а не только в сингулярных слоях, поэтому в этом случае должно переноситься больше магнитного потока, и темп пересоединения в  $\pm x_s$  будет выше. В нелинейном режиме между поверхностями было обнаружено увеличение вихревых потоков и разрушений магнитного поля (Matthaeus and Montgomery, 1981).

В очень яркой работе, посвящённой исследованию тиринг-неустойчивости, Притчетт и др. (Pritchett et al., 1980) показали, что если разделение сингулярных поверхностей достаточно мало, то инкремент пропорционален  $L_u^{-1/3}$  и структура мод похожа на структуру мод для цилиндрической геометрии тиринг-неустойчивости в случае  $m = 1$ . Они также привели численное решение уравнений для тиринг-моды для различных значений  $L_u$  вплоть до  $10^7$ . Разница между радиальным возмущением  $\xi_r$  в различных вариантах тиринга показана на рис. 6.6 для цилиндрической геометрии. В стандартном тиринге  $\xi_r$  локализовано около сингулярной поверхности, тогда как для тиринг-моды с  $m = 1$  существует поперечное смещение потока как целого внутри сингулярной поверхности, а в двойном тиринге смещение остаётся постоянным между двумя поверхностями.

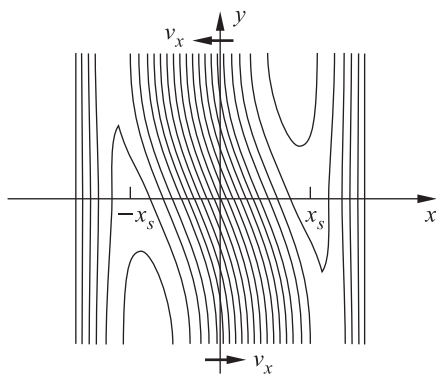


Рис. 6.5. Структура магнитного острова для двойной тиринг-неустойчивости. Показано влияние островов друг на друга (Pritchett et al., 1980)

**6.3.3. Инициирование тиринг-неустойчивости волнами.** Сакаи (Sakai, 1983) предположил, что магнитозвуковые волны могут взаимодействовать с тиринг-неустойчивостью и даже служить триггером тиринг-моды, значительно увеличивая инкремент. Волны с начальной

интенсивностью  $I_0 = (\delta B/B)^2$  вызывают поток плазмы, который может влиять на развитие тиринга. Волны с длиной волны много меньшей, чем полуширина слоя  $l$ , падают на нейтральный слой с магнитным полем  $B_{0y}(x) \approx B_0 x/l$ , которое обращается в нуль при  $x = 0$ . Амплитуда падающих волн предполагается настолько малой, что эти волны оказывают заметное влияние на плазму только во внутренней области, где их амплитуда значительно растёт вследствие уменьшения групповой скорости  $v_g$ . В частности, когда волновая амплитуда  $I_0$  настолько велика, что  $I_0 > (v_A/v_g)(kl)^{-9/5}(\tau_A/\tau_d)^{1/5}$ , член, описывающий действие волн, становится существенным и тиринг-неустойчивость иницируется волнами.

В аналогичной работе Бискамп и Велтера (Biskamp and Welter, 1989) было показано, что действие мелко-масштабной трёхмерной МГД турбулентности на крупномасштабное магнитное поле в плазме с малым значением  $\beta$  можно описать через коэффициент аномальной диффузии  $\tilde{\eta}$ , который имеет отрицательное значение, когда плотность энергии мелко-масштабных флуктуаций становится больше плотности кинетической

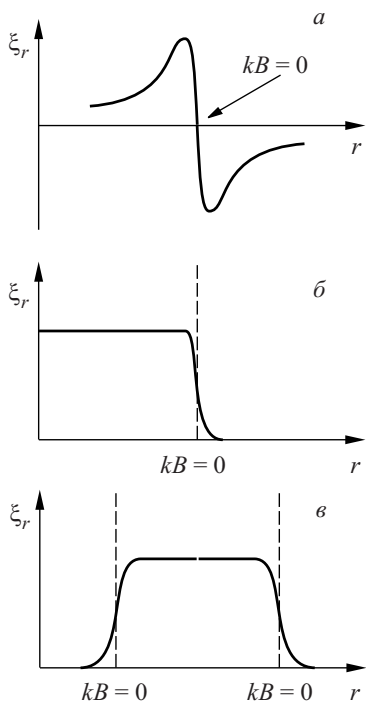


Рис. 6.6. Вид радиального смещения  $\xi_r(r)$  в цилиндрической геометрии для (а) обычной тиринг-неустойчивости, (б) тиринг-неустойчивости с  $m = 1$  и (в) двойного тиринга (Pritchett et al., 1980)

энергии (см. также Pouquet, 1978). Было изучено влияние отрицательного сопротивления на тиринг-моду с  $m = 2$  и модельной зависимостью  $\tilde{\eta}(k) = \tilde{\eta} \exp(-k^2/k_s^2)$ , где  $k_s$  — среднее турбулентное волновое число. Результаты зависят от отношения  $k_s$  и критического волнового вектора  $k_c \sim |\tilde{\eta}|^{-2/5}$ . Если  $k_s < k_c$ , то отрицательное сопротивление является стабилизирующим фактором, в то время как при  $k_s > k_c$  оно способствует развитию неустойчивости, причём при  $k_s > 1.1k_c$  неустойчивость локализуется вокруг резонансной поверхности  $r_s$  и инкремент достигает значения  $k_s^2 |\tilde{\eta}|$ .

## 6.4. Неустойчивость магнитной силовой трубки

Теория неустойчивостей магнитного поля в цилиндрической геометрии развита очень хорошо (см., например, Furth et al., 1973), и обзор достижений этой теории можно найти в работах (Bateman, 1978) и (Wesson, 1981, 1997). Такие конфигурации магнитного поля важны как для лабораторной плазмы (гл. 9), так и для магнитных трубок в астрофизических приложениях (гл. 12), таких, как описание солнечной атмосферы (гл. 11) или подповерхностных слоёв Солнца. Неустойчивости в идеальной плазме растут быстрее, и магнитное поле остаётся вмороженным в плазму, в то время как резистивные неустойчивости возникают при более низких порогах и позволяют магнитному полю просачиваться через плазму в узком слое около резонансной поверхности, где  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$ .

Рассмотрим тороидальную магнитную силовую трубку радиуса  $a$  и радиуса кривизны  $R$ , обе величины постоянны, с полоидальной компонентой магнитного поля  $B_p(r)$  и тороидальной компонентой  $B_\phi(r)$ , которые зависят от расстояния от магнитной оси (рис. 6.7). Можно ввести некоторые полезные соотношения: плазменное  $\beta = 2\mu p/B^2$  — отношение кинетического давления плазмы к магнитному давлению и  $\beta_p = 2\mu p/B_p^2$  — соответствующее отношение для полоидальной компоненты магнитного давления. Для тороидальной компоненты можно ввести угол, определяющий величину закручивания силовой линии магнитного поля вокруг оси при прохождении этой линии с одного конца трубки до другого

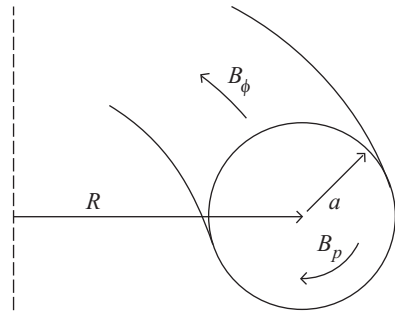


Рис. 6.7. Обозначения для изогнутой магнитной силовой трубки с малым радиусом  $a$  и большим радиусом  $R$ ; тороидальная компонента магнитного поля  $B_\phi(r)$  и полоидальная компонента  $B_p(r)$

$$\Phi_T(r) = \frac{2\pi R B_p}{r B_\phi}. \quad (6.26)$$

Для петли длины  $L$  нужно заменить  $R$  на  $L/2\pi$ . Соответствующее отношение — коэффициент устойчивости, который для тора задаёт отношение длины магнитной силовой линии к длине основной окружности тора ( $2\pi R$ ):

$$q(r) = \frac{2\pi}{\Phi_T} = \frac{r B_\phi}{R B_p}, \quad (6.27)$$

и описывает число оборотов, которое совершает магнитная силовая линия вокруг главной оси тора за один оборот вокруг малой оси.

Таким образом,  $q = 1$  означает, что линия поля совершает один оборот вокруг главной оси тора,  $q = 2$  означает, что совершается полоборота. Можно ещё задать обратное характеристическое отношение  $a/R$ , которое ниже будет предполагаться намного меньшим единицы с  $q \approx 1$  и  $\beta \approx (a/R)^2$ , т.е.  $\beta_p \approx 1$ . Шир внутри трубки определяется как  $dq^{-1}/dr$  и является мерой того, как закручивание меняется с радиусом. Плотность электрического тока вдоль трубки пропорциональна  $\mu j_\phi(r) = r^{-1} \partial(rB_p)/\partial r$  и имеет значение  $2B_\phi/(Rq)$  на оси симметрии ( $r = 0$ ). Мы будем рассматривать типичную магнитную силовую трубку, в которой  $B_p$  растёт с увеличением  $r$ , а  $B_\phi$  остаётся практически

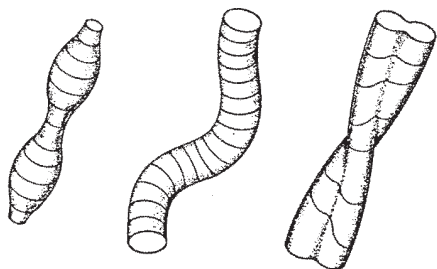


Рис. 6.8. Искривления силовой трубки, возникающие вследствие её возмущений типа  $m = 0$ ,  $m = 1$ ,  $m = 2$  соответственно (Bateman, 1978)

постоянной,  $j_\phi$  уменьшается от некоторого максимального значения, а  $q$  возрастает от некоторого минимума. Закручивание трубки вызывает возрастание величины  $j_\phi$  и уменьшение  $q$ .

Радиальное возмущение вида  $\xi = \xi(r) \exp[i(m\theta - n\phi)]$  приводит к форме магнитных силовых линий типа спирали, если  $m = 1$ , или двойной спирали, если  $m = 2$  (рис. 6.8). Резонансная поверхность появляется при некотором радиусе  $r_s$ , при котором  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$ , а имен-

но при  $kB_\phi(r_s) + (m/r_s)B_p(r_s) = 0$ . Поскольку  $k = n/R$ , то  $q(r_s) = m/n$ . На этой рациональной поверхности ориентация радиального возмущения совпадает с возмущением поля так, что вершины и впадины следуют по силовым линиям.

**6.4.1. Идеальные моды.** До второго порядка по  $a/R$  влияние тороидального поля можно не учитывать, и изменение потенциальной энергии, производимое возмущением магнитного поля (в предположении, что вне трубки вакуум, что часто верно для лабораторной плазмы), имеет вид

$$\delta W_2 = \frac{\pi^2 B_\phi^2}{\mu R} \left\{ \int_0^a \left[ \left( r \frac{d\xi}{dr} \right)^2 + (m^2 - 1) \xi^2 \right] \left( \frac{m}{n} - \frac{1}{q} \right)^2 r dr + S_a \right\} \quad (6.28)$$

или

$$\delta W_2 = \frac{\pi^2 R}{\mu} \int_0^\infty \left[ B_1^2 + B_p \left( 1 - \frac{nq}{m} \right) \frac{dj_\phi}{dr} \xi^2 \right] r dr, \quad (6.29)$$

где

$$S_a = \left[ \frac{2}{q_a} \left( \frac{n}{m} - \frac{1}{q_a} \right) + (1 + m) \left( \frac{n}{m} - \frac{1}{q_a} \right)^2 \right] a^2 \xi_a^2.$$

Здесь  $\xi_a^2$  — возмущение на поверхности трубки,  $q_a$  — величина  $q$  на поверхности и  $\mathbf{B}_1 = \nabla \times (\xi \times \mathbf{B}_0)$  — возмущение магнитного поля. Когда  $\delta W < 0$ , то равновесие неустойчиво, в противном случае равновесие устойчиво.

Изгибные неустойчивости в токамаках, когда  $B_\phi \gg B_p$ , инициируются градиентом тока. Эти неустойчивости — неустойчивости второго порядка по  $a/R$ , и потенциально являются наиболее сильными. Из уравнения (6.28) можно получить, что для развития изгибных неустойчивостей необходимо, чтобы  $q_a < m$ , т.е. резонансная поверхность должна находиться вне силовой трубки. Кроме того, второе слагаемое в уравнении (6.29) показывает, что вследствие градиента  $dj_\phi/dr$ , который инициирует неустойчивость, возникает крутящий момент и дестабилизирующая область находится внутри резонансной поверхности, т.е.  $q(r) < m/n$ . В работе Вессона (Wesson, 1978) рассматривался профиль тока вида  $j_\phi = j_{\phi 0}(1 - r^2/a^2)^K$ , для которого полный ток равен  $I = \pi a^2 j_{\phi 0}(K + 1)^{-1}$  и отношение величин  $q$  на оси и на краю трубки равно  $q_a/q_0 = K + 1$ . На рис. 6.9 показано, что, когда нет шира ( $q_a = q_0$ ), силовая трубка будет неустойчива по отношению

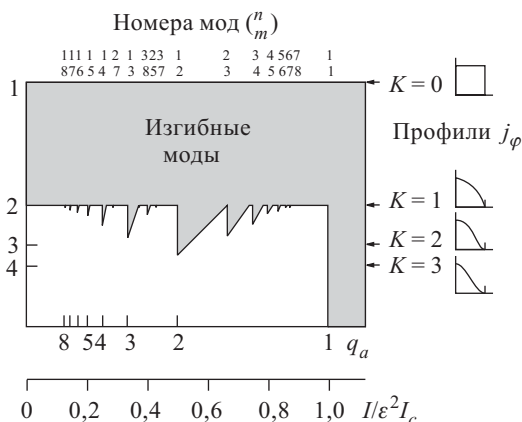


Рис. 6.9. Диаграмма для изгибной неустойчивости, показывающая области величин  $q_a/q_0$  и  $q_0$ , при которых возникает неустойчивость (заштрихованная область), где  $q_a$  и  $q_0$  — отношения длин силовых линий к длине трубки  $q(r) = rB_\phi/(RB_p)$  соответственно на краю и на оси трубки (Wesson, 1978)

к изгибной моде. При некоторой величине  $K$  между 1 и 2.5 (зависит от  $q_a$ ), при которой ток становится достаточно большим, неустойчивость стабилизируется широм. Тем не менее, если  $q_a < 1$  (граница Крускала-Шафранова), то изгибная мода всегда будет неустойчивой (Шафранов, 1966). Присутствие потенциального или бессилового магнитного поля, окружающего силовую трубку, обеспечивает некоторую добавочную устойчивость.

Внутренние (перестановочные) моды инициируются градиентом давления и для их возникновения не требуется возмущение поверхности т.е.  $\xi_a = 0$ . Резонансная поверхность в этом случае лежит внутри трубки, и потенциальная энергия будет величиной четвёртого порядка в разложении по  $a/R$ , а инкремент неустойчивости будет меньше инкремента изгибной неустойчивости на множитель порядка  $a/R$ . Моды с  $m > 1$  локализованы вокруг  $r_s$ , т.е.  $\xi = 0$  за исключением окрестности  $q = m/n$ , поэтому  $\delta W_2 \approx 0$ . В цилиндрической конфигурации плазмы эти моды неустойчивы, если

$$p' + r \frac{B_z^2}{8\mu} \frac{q'}{q} < 0 \text{ — критерий Сайдема,} \quad (6.30)$$

где штрихом обозначена производная по  $r$ . Первое слагаемое в уравнении (6.30) вносит дестабилизирующий эффект, когда  $p' < 0$ , а второе описывает стабилизирующий эффект шира. В тороидальной геометрии кривизна магнитного поля придаёт конфигурации некоторую добавочную устойчивость из-за умножения  $p'$  на  $(1 - q^2)$  (критерий Мейсера), так что отрицательный градиент давления оказывает дестабилизирующий эффект только при  $q_0 < 1$ . Таким образом внутренние моды появляются только ниже диагональной линии  $q_0 = 1$  на рис. 6.9. При достаточно больших значениях  $\beta$  эти моды «перелетают» на внешнюю поверхность искривлённой трубки, где кривизна не соответствует неустойчивости. Такие «перелетающие» моды инициируются градиентом давления и сильно варьируются вдоль магнитного поля.

**6.4.2. Резистивные моды.** Учёт сопротивления приводит к тому, что силовые линии поля больше не могут разрываться и пересоединяться в узких слоях вокруг резонансной поверхности. Инкремент получающихся неустойчивостей лежит между временем диффузии  $\tau_d = a^2/\eta$  и альфвеновским временем  $\tau_A = a/v_A$ , где  $\tau_d \gg \tau_A$ . Резистивная форма изгибной неустойчивости — это тиринг-неустойчивость. Она приводится в действие градиентом тока, но возникает при  $q_a > m$ , так что резонансная поверхность  $r = r_s$  лежит внутри трубки. Уравнение Лагранжа-Эйлера для уравнения (6.28) при  $\eta = 0$  имеет вид

$$\frac{d}{dr} \left\{ r \left[ \frac{d}{dr} (r B_{r1}) \right] \right\} - m^2 B_{r1} - \frac{\mu dj_\phi / dr}{[B_p / m r^2] (m - nq)} B_{r1} = 0, \quad (6.31)$$

где  $B_{r1} = i B_p (m - nq) \xi / r$ . Это уравнение также является уравнением равновесия  $[\nabla \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_1 = 0]$ , поскольку вследствие малости значения инкремента инерцией можно пренебречь. Чтобы получить полное решение уравнения (6.31), необходимо решить его на оси магнитного поля и на бесконечности и потом сшить эти решения в области, где следует учитывать сопротивление. В результате получается, что неустойчивость присутствует, если

$$\Delta' = \left[ \frac{a}{B_{r1}} \frac{dB_{r1}}{dr} \right]_{r_s + \varepsilon}^{r_s - \varepsilon} > 0 \quad (6.32)$$

и характерное время роста неустойчивости пропорционально  $\tau_d^{3/5} \tau_A^{2/5}$ . Для  $m = 2$  влияние скрученности силовой трубки можно описать как движение слева направо по рис. 6.10, и сначала достигается пересечение порога для тиринг-неустойчивости  $q_0 = 2$  и потом, как только резонансная поверхность пересекает  $r = a$ , для изгибной неустойчивости  $q_a = 2$ . Нижняя граница на рис. 6.10 появляется из-за шировой стабилизации при достаточно большом отношении  $q_a/q_0$ . Аналогичная картина была получена для  $m = 3$ , а моды с  $m > 3$  стабилизируются за счёт натяжения силовых линий (слагаемое  $-mB_{r1}$  в (6.31)).

Резистивные перестановочные моды (или резистивные  $g$ -моды) представляют собой резистивный вариант внутренних мод с  $m > 1$  и характерными временами роста порядка  $\tau_d^{1/3} \tau_A^{2/3}$ . Влияние шира состоит в локализации мод неустойчивости и уменьшении инкремента. Моды неустойчивы, если

$$-p' \left[ q^2 - 1 + \frac{q^3 q'}{r^3} \int_0^r \frac{r^3}{q^2} + \frac{2R^2 r^2}{B_\phi^2} (-p') dr \right] < 0$$

и, поскольку в обычных условиях  $p' < 0$ ,  $q' > 0$ , то требуется, чтобы  $q_0 < 1$ . Рост  $\beta$  стабилизирует неустойчивость, при этом изменяется решение в резистивном слое и критерий неустойчивости становится  $\Delta' > \Delta'_c$ , где  $\Delta'_c$  растёт с увеличением  $\beta$ . Порог возникновения неустойчивости для  $m = 2$  двигается вправо от  $q_0 = 2$  на рис. 6.10 и неустойчивость полностью стабилизируется, когда  $\bar{K} \geq 60$  ( $\bar{K} \geq 10$  для  $m = 3$ ), где  $\bar{K} = \beta^{5/6} \varepsilon^2 (\tau_d / \tau_A)^{1/3}$ . Однако увеличивающиеся градиенты давления могут вызывать резистивные баллонные моды (например, Strauss, 1981).

Изгибная мода, соответствующая  $m = 1$ , становится неустойчивой, если  $q_0 < 1$ . При возрастании закручивания магнитная силовая трубка становится неустойчивой по отношению к тирингу, сначала с  $\omega \approx \eta^{3/5}$ , и затем попадает в область, где  $\omega \approx \eta^{1/3}$  и в конце становится неустойчивой по отношению к модам идеальной плазмы. С помощью методов, аналогичных использованным в работе Фурта и др. (§ 6.2), Коппи

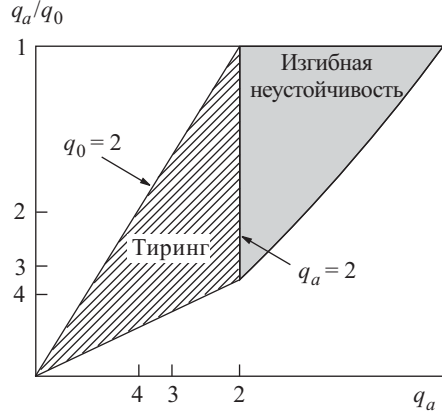


Рис. 6.10. Область неустойчивости для моды с  $m = 2$ , где  $q_a$  и  $q_0$  отношения длин силовых линий к длине трубки соответственно на краю и на оси трубки (Wesson, 1978)

и др. (Corpi et al., 1976), проанализировали устойчивость к изгибной моде в идеальной плазме бессловую конфигурацию магнитного поля  $B_p = B_0 J_1(\alpha r)$ ,  $B_\phi = B_0 J_0(\alpha r)$ . Было обнаружено, что возмущения с максимальной скоростью нарастания имеют большие длины волн ( $kr_s \ll 1$ ),  $m = 1$  и характерное время роста  $\tau \approx \tau_d^{1/3} \tau_A^{2/3}$ , которое немного меньше, чем скорость роста в плоской геометрии (6.22).

В приложениях этой теории к солнечным и звёздным вспышкам необходимо учитывать добавочное влияние закрепления концов корональных магнитных силовых линий в плотной поверхности звезды. Для изгибной моды в идеальной плазме по порядку величины требуется, чтобы  $2\pi/k \leq L$ , т.е. длина волны  $2\pi/k$  должна укладываться в петлю длиной  $L$ . Но  $k$  должно удовлетворять уравнению  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0 = 0$ , поэтому это условие сводится к  $\Phi_T \geq 2\pi$  или в единицах закрученности  $\Phi_T = LB_p/(rB_\phi)$ . Точное вычисление для порога неустойчивости в идеальной плазме даёт  $\Phi_T = 2.5\pi$  для поля с однородным закручиванием (Hood and Priest, 1981), а для других видов равновесия значение порога будет существенно выше (Einaudi and Van Hoven, 1983). Во время нелинейного развития неустойчивости магнитные силовые трубки могут сильно изгибаться, создавая токовые слои, где может возникнуть пересоединение.

## 6.5. Нелинейное развитие тиринг-неустойчивости

Казалось бы, тиринг-неустойчивость настолько капризна, что её развитие может быть легко остановлено другими эффектами (такими, как присутствие потока плазмы, нормальной компоненты магнитного поля, анизотропии давления), а насыщение её происходит на достаточно низком уровне. Тем не менее в больших токамаках она вызывает силы порядка тонн и, возможно, является причиной разрывов, вызванных силами в сотни тонн! Нелинейное развитие тиринг-неустойчивости может идти несколькими путями, которые зависят от величины магнитного числа Рейнольдса, длин волн, граничных условий и других физических механизмов, например, каких-либо деталей уравнения энергии. Полной теории нелинейного развития тиринга при больших числах Рейнольдса ещё не существует. В теории лабораторных устройств типа токамаков (п. 9.1.2) акцент делался на замедлении пересоединения нелинейным насыщением (п. 6.5.1), в то время как в применении теории к космической физике и физике солнечных вспышек исследователи акцентировались в основном на быстрой нелинейной фазе, которая может развиваться как из линейного тиринга, так и инициироваться внешними факторами, например, движением источника или неустойчивостями идеальной плазмы (п. 6.4.1). Конечно, необходимо сравнить столь разительно противоположные подходы в теории пересоединения, чтобы понять условия, которые приводят к различным формам нелинейного развития неустойчивости. В частности численное моделирова-



ние, которое будет обсуждаться ниже, можно назвать началом такого сравнения.

**6.5.1. Насыщение одиночной моды.** Для обычной медленной тиринг-неустойчивости (§ 6.2), когда применимо приближение постоянного пси, Резерфорд (Rutherford, 1973) показал, что в нелинейном режиме происходит быстрое насыщение неустойчивости. Неустойчивое возмущение диффундирует из внешней области и порождает обширные магнитные острова с высокой инерцией, которая сильно уменьшает скорость и величину выделяющейся энергии. Линейная теория становится неверной уже при малых амплитудах магнитного поля порядка  $B_{1x}/(B'_{0y}l) \sim (\Delta'l)^{2/5}(kl)^{1/5}L_u^{-4/5}$ . Затем ширина острова становится больше ширины резистивного слоя  $\varepsilon l$ , и экспоненциальный рост неустойчивости замедляется, становясь степенным: магнитное поле зависит от времени как  $t^2$ , а ширина острова растёт как  $t$ . На линейной стадии развития неустойчивости схема потоков тиринг-неустойчивости на рис. 6.3 определяется линейным разложением силы Лоренца  $j_{1z}B_{0y}$ , а на нелинейной стадии эта сила заменяется на силу третьего порядка  $j_{2z}B_{1x}$ , возникающую из-за появления вихревого тока второго порядка малости  $j_{2z} = -\sigma v_{1y}B_{1x}$ . Нелинейные члены учитываются только в сингулярном слое, а полная ширина острова  $w$  растёт со скоростью

$$\frac{dw}{dt} \approx \eta \Delta', \quad (6.33)$$

где  $w = 4(-A_1/B'_{0y})^{1/2}$  и  $A_1$  — возмущение функции потока.

Вайт и др. (White et al., 1977) обобщили работу Резерфорда и разработали аналитическую модель насыщения острова квазилинейной релаксацией одиночной моды. Магнитное поле выражалось через функцию потока  $A$ , где  $B_y = \partial A / \partial x$ ,  $B_x = -\partial A / \partial y$ , и предполагалось, что равновесный профиль описывается функцией  $A_0(x)$ . Возмущение в форме  $A_1(x) \cos ky$  создаёт острова шириной  $w = 4[-A_1(0)/A''_0(0)]^{1/2}$ . Линейная теория становится неверной, когда ширина острова достигает ширины, при которой происходит инициация тиринг-неустойчивости  $[\varepsilon = (kA''_0)^{-1/2}(\omega\tau_A^2/\tau_d)^{1/4}]$ , в то же время в работе (White et al., 1977) предполагалось, что инерция становится малой, так что  $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0$  или  $\nabla^2 A = -\mu j_z(A)$ . Во внешней области это уравнение даёт возмущение первого порядка:  $\nabla^2 A_1 = \mu(dj_0/dA)A_1$ , которое для равновесного профиля магнитного поля в виде  $B_{0y} = B_0 \operatorname{tg}(x/l)$  имеет вид

$$A_1(x) = A_1 \exp(\mp kx) \left[ 1 \pm \frac{\operatorname{th}(x/l)}{kl} \right], \quad (6.34)$$

причём  $A_0 \rightarrow 0$  при  $|x| \rightarrow \infty$  и верхний (нижний) знак соответствует области  $x > \frac{1}{2}w$  ( $x < -w/2$ ). Это выражение становится неверным на сингулярной поверхности и даёт величину скачка через поверхность

$[\Delta'_1(w)]$ , равную  $A'_1/A$ . Внутри острова функция потока и ток аппроксимируются выражением вида

$$A = A_0(x) + \varepsilon[A_1(0) + A'_1(0)x] \cos ky, \quad j_z = a + bA,$$

где константы  $a$  и  $b$  определяются из условия сшивки решений на границе областей. Временная эволюция находится усреднением по  $y$  уравнения индукции, а именно  $dA_1(0)/dt = -\eta(0)j_z(0) + E$  или, переписывая его через ширину острова,

$$\frac{dw}{dt} = \bar{c}\eta(0)[\Delta'_1(w) - K_0w], \quad (6.35)$$

где  $\bar{c}$  константа и  $K_0 = k^2 - 10/(9L)^2[1 - 124/(135\pi)]$ . Для малых значений  $w$  функция  $\Delta'_1(w) - K_0w$  — положительная монотонно спадающая функция  $w$ , которая равна нулю при  $w = w_s$ . Ширина насыщения  $w_s$  определяется из формулы:

$$\frac{w_s}{L} = \frac{9\Delta'_1(0)L}{2(1 + 31/27\pi)} \quad (6.36)$$

для широких островов ( $kw \ll 1$ ,  $w/l \ll 1$ ,  $\Delta'_1(0)L \ll 1$ ). Поскольку  $w_s \sim \Delta'_1$ , то в случае больших  $\Delta'_1$  насыщение может не происходить. Насыщение обусловлено наличием острова, решение (6.35) для которого соответствует особой части решения во внешней области, даёт квазилинейное уменьшение главного члена  $\Delta'_1$ , модифицированного конечной шириной острова. В работе (White et al., 1977) был детально рассмотрен случай цилиндрической геометрии магнитного поля, для которой  $x \rightarrow r$ ,  $y \rightarrow r\theta$ ,  $ky \rightarrow m\theta$  и сингулярная поверхность расположена на  $r = r_s$ , а не при  $x = 0$ . Коэффициент пропорциональности в уравнении (6.35) становится равным  $\bar{c} = 1.66$ . В работе (Park et al., 1984) было проведено численное моделирование неустойчивости и результаты моделирования совпали с результатами Резерфорда для тиринг-моды с  $m = 2$ . Было найдено, что линейный рост с  $w \sim \eta^{3/5}$  на линейной фазе заменяется в нелинейном режиме на алгебраический рост за время порядка резистивного ( $\dot{A} \sim \eta$ ).

Процесс нелинейного роста тиринг-моды с  $m = 1$  сильно отличается от роста мод с большими величинами  $m$ , поскольку  $f$  в этом случае нельзя положить константой внутри острова, т. е. приближение Резерфорда становится неверным. Кадомцев (1975) предложил вместо этого приближения эвристический аргумент, сводящийся к тому, что пересоединение должно продолжать свой рост с линейной скоростью до тех пор, пока распределение плотности тока не станет более плоским внутри поверхности  $q = 1$ , как это описано в п. 9.1.2. В работе (Schnack and Killeen, 1979) неустойчивость была исследована численно для линейной бессиловой конфигурации магнитного поля [ $B_p = B_0 J_1(\alpha r)$ ,  $B_\phi = B_0 J_0(\alpha r)$ ] для  $L_u = 100$  и  $\beta = 0.6$ . Экспоненциальный рост тиринга в этом случае продолжается примерно три линейных времени, т. е.  $(30\tau_A)$ , после чего возникает нелинейное насыщение

(рис. 6.11). Магнитный остров появляется на сингулярной поверхности и быстро растёт, пока не займёт большую часть плазмы, после чего

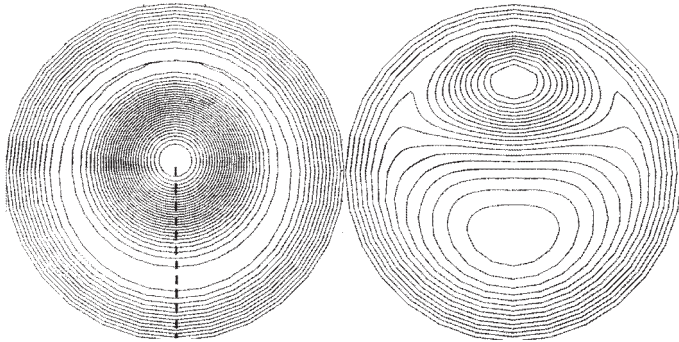


Рис. 6.11. Экиповерхности магнитной индукции (профили  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}/k$  и  $B_r$ ) во время линейной ( $t = 10\tau_A$ ) и нелинейной ( $t = 60\tau_A$ ) фаз развития резистивной изгибной неустойчивости для  $m = 1$  (Schnack and Killeen, 1979)

наступает насыщение и пересоединение медленно продолжается до тех пор, пока старый остров не прекращает своё существование и не появляется новое множество островов с одной О-точкой (так же, как в сценарии Кадомцева). Уровни насыщения кинетической и магнитной энергий составляют примерно около 1 % полной энергии с максимумами в магнитной и кинетической энергиях, достигаемыми на временах  $40\tau_A$  и  $80\tau_A$  соответственно. Парк и др. (Park et al., 1984) обнаружили, что поведение неустойчивости будет аналогичным описанному в работе (Schnack and Killeen, 1979), если необходимо учитывать вязкость, т. е.  $\nu/\rho \geq \eta$ , когда же вязкость пренебрежимо мала ( $\nu/\rho \ll \eta$ ), токовый слой становится настолько длинным, что возникает вторичная тиринг-неустойчивость, поскольку в этом случае слой становится неустойчивым для мод с  $m > 1$ . Впоследствии слой разрушается, приводя к появлению множества токовых слоёв. В конечном счёте может появиться турбулентная область с высоким значением эффективного сопротивления и поэтому высокой скоростью пересоединения.

В работе (Dubois and Samain, 1980) для изучения нелинейной эволюции острова при  $m = 1$  использовался вариационный метод. Было обнаружено, что ширина острова растёт со временем согласно закону

$$w^2 = 3\eta t,$$

который согласуется с численным моделированием вплоть до появления сингулярности тока. В работе (Thyagaraga, 1981) было использовано сингулярное возмущение, чтобы сконструировать структуру острова с нелинейным насыщением. В противоположность насыщению неустойчивости магнитных островов в режиме с постоянным пси в приближении Резерфорда, в режиме, когда приближение постоянного пси

становится неверным, насыщение островов приводит к конфигурации с токовыми слоями в X-точках вдоль сепаратрис, как показано в работах (Hahn and Kulsrud, 1985) и (Wang and Bhattacharjee, 1992). Наиболее ясную картинку распределения плотности тока можно найти на рис. 8 в работе (Finn and Sovinec, 1998).

**6.5.2. Взаимодействие мод.** В работе (Waddell et al., 1976) был описан численный код, с помощью которого возможно описать нелинейное взаимодействие тиринг-мод в трёхмерном случае при разных питч-углах в цилиндрической геометрии. В частности, авторами был рассмотрен начальный равновесный профиль магнитного поля, для которого тиринг-моды с  $m = 2$ ,  $n = 1$  (названные, как 2/1 моды) и 3/2 моды линейно неустойчивы. Результаты для  $L_u = 2 \cdot 10^4$  и поверхности с  $q = 2$  показывают, что для  $m = 2$  магнитный остров не замедляет свой рост и не насыщается на малых размерах ( $\sim 0,1a$ ), но растёт до максимальной ширины  $0,48a$ , после чего быстро сжимается и насыщается на ширине  $0,38a$ . Более того, 3/2 мода становится сильно неустойчивой в присутствии 2/1 моды и растёт до ширины  $0,35a$ , увеличивая выделение энергии магнитного поля. Многие другие моды, такие как 5/3 или 1/1, также значительно дестабилизируются, поскольку они частично перекрываются по радиусу. Процесс дестабилизации 3/2 и 5/3 мод непросто в описании вследствие деформации тока 2/1 модой. На самом деле 2/1 и 3/2 моды воздействуют на 1/1 и 5/3 моды, которые, в свою очередь, взаимодействуют с 2/1 модой и делают 3/2 моду неустойчивой. Линии потока для двенадцати различных значений спиральности приведены на рис. 6.12, который показывает, что область островной активности распространяется на значительную часть малого радиуса. Такое взаимодействие способно сильно увеличить перенос тепла через тороидальное поле.

В работе (Cargeras et al., 1981) аналитически исследовалось действие статического фона многих мод со стохастическими фазами и толстыми токовыми слоями на тиринг-моду. Более того, в статье (Diamond et al., 1984) было показано, как нелинейное взаимодействие мод может усилить рост тиринг-неустойчивости. Авторы рассмотрели начальное равновесие, линейно неустойчивое к тиринг-модам с малыми  $m$ , скажем  $(m, n)$  и  $(m', n')$ . Когда эти моды росли, они возбуждали другие моды  $(m + n, n + n')$ , которые сами по себе линейно неустойчивы и могут ускорить рост первоначальных мод. Дальнейшее перекрытие мод с малыми  $m$  приводило к возникновению турбулентности с большими  $m$  посредством каскада энергии ко всё более и более большим  $m$ . Возникающая турбулентность вызывала быстрый рост тиринга.

**6.5.3. Неустойчивость слияния.** Финн и Коу (Finn and Kaw, 1977) рассмотрели идеальную устойчивость цепочки магнитных островов, какие могут быть созданы тиринг-модой. Структура магнитного поля представима в виде совокупности токовых нитей, наложенных на начальный токовый слой с О-точками, где ток максимален, и X-точ-

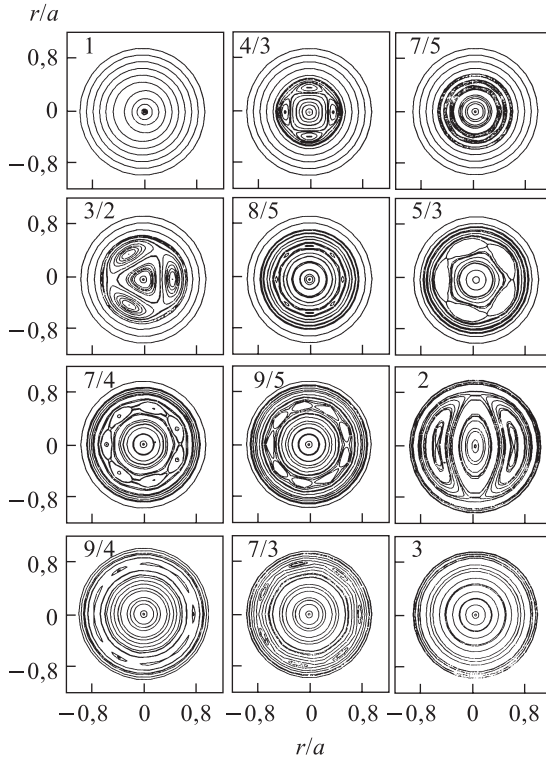


Рис. 6.12. Линии потока для различных значений спиральности в момент времени  $0,01\tau_d$  для значения числа Лундквиста  $L_u = 2 \cdot 10^4$ . Значения спиральности даны для каждой диаграммы (Waddell et al., 1978)

ками, где ток минимален. Из простых физических принципов было получено, что в такой конфигурации соседние острова должны притягиваться друг к другу и сливаться, поскольку параллельные токи в О-точках притягиваются друг к другу.

Начальное состояние, которое предполагается равновесным, имеет функцию тока (рис. 6.13 а)

$$A_0 = \ln(\operatorname{ch} kx + \varepsilon \cos ky) \quad (6.37)$$

и удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2 A_0 = -\mu j_0(A_0) = (1 - \varepsilon^2) \exp(-2A_0).$$

Возмущение  $A_1$  вызывает изменение энергии

$$\delta W = \int |\nabla A_1|^2 + A_1^2 \mu \frac{dj_0}{dA_0} dV. \quad (6.38)$$

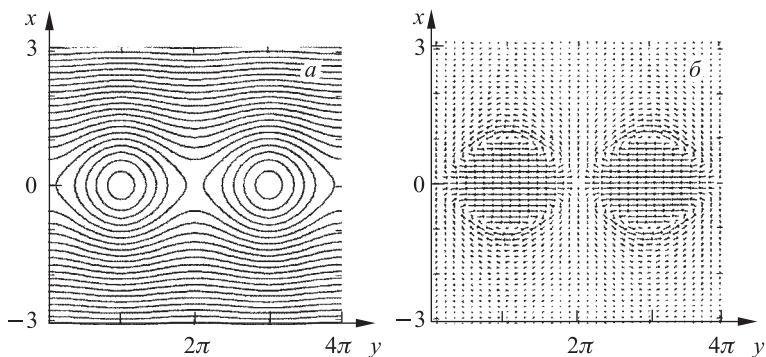


Рис. 6.13. (а) Линии равной напряжённости магнитного поля для начальной МГД равновесной конфигурации с величиной возмущения  $\varepsilon = 0,3$ . (б) Структура потока в линейной стадии развития неустойчивости слияния (Pritchett and Wu, 1979)

Первое слагаемое даёт стабилизирующий эффект вследствие возрастания магнитного давления при накоплении потока магнитного поля по обеим сторонам Х-точки, тогда как второе слагаемое дестабилизирует из-за притяжения токовых нитей.  $A_1$  задаётся выражением  $\omega A_1 = -\mathbf{v}_1 \cdot \nabla A_0$  через значение возмущения скорости  $\mathbf{v}_1 = -\hat{\mathbf{z}} \times \nabla \psi$ , в предположении несжимаемости. В свою очередь функция тока для простоты предполагается в виде

$$\psi = \psi_0(x) \left( \sin \frac{1}{2} y + \lambda_1 \sin \frac{3}{2} y + \lambda_2 \sin \frac{5}{2} y + \dots \right), \quad (6.39)$$

где

$$\psi_0(x) = \text{th}^2(\lambda_0 \varepsilon^{-1/2} x) \left( -\frac{1}{2} x \right) (2 + \text{ch } x)$$

и даёт правильное поведение решения для одиночной моды в линейных уравнениях на больших расстояниях ( $|x| \gg \varepsilon^{1/2}$ ). У пробной функции в уравнении (6.39) существуют три свободных параметра, которые определяются из условия минимума  $\delta W$  и соответственно равны:  $\lambda_0 \approx 1$ ,  $\lambda_1 = -0,32$  и  $\lambda_2 = 1$ . Неустойчивость ( $\delta W < 0$ ) была установлена путём минимизации смещения, имеющего пики в О-точках и быстро стремящегося к нулю вблизи Х-точек. Такое же качественное поведение возникает для цилиндрической геометрии. Поскольку для развития неустойчивости вследствие слияния островов требуется ненулевая производная  $dj_0/dA_0$  внутри острова, то нелинейная стадия насыщения будет такой же, как описанная в п. 6.5.1, при условии, что она возникает.

Впоследствии в работах (Pritchett and Wu, 1979) и (Biskamp, 1982) было проведено исследование неустойчивости численными методами. В нелинейном режиме (рис. 6.14) соседние острова полностью сливаются, если  $\eta \neq 0$ , происходит насыщение неустойчивости, в то

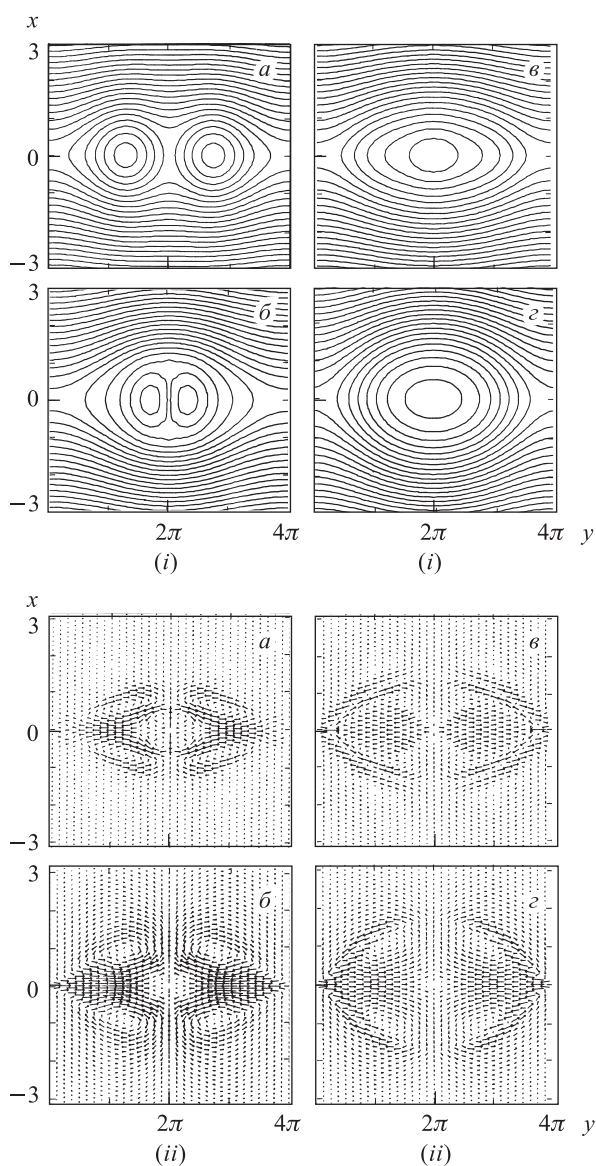


Рис. 6.14. (i) Нелинейная эволюция магнитных силовых линий во время слияния магнитных островов для числа Лундквиста  $L_u = 200$  и амплитуды возмущения  $\varepsilon = 0,3$  в моменты времени (a)  $45\tau_A$ , (б)  $55\tau_A$ , (в)  $64\tau_A$  и (г)  $176\tau_A$ , где  $\tau_A$  — альфвеновское время. (ii) Соответствующая структура потока для моментов времени (a)  $61\tau_A$ , (б)  $70\tau_A$ , (в)  $80\tau_A$  и (г)  $141\tau_A$  (Pritchett and Wu, 1979)



время как течение формирует контррячейки и осциллирует с периодом, приближающимся к значению  $17\tau_A$ . Если  $\varepsilon = 0,2$  и значения числа Лундквиста  $200 < L_u < 10^4$ , то скорость пересоединения определяется как  $\partial A_s / \partial t = \eta j_s - E_0 \approx \eta j_s$ , а именно, изменение магнитного потока, замкнутого внутри сепаратрисы, практически независимо от значения  $L_u$  и размер области диффузии  $L$  постоянен во время максимального сжатия магнитного поля. При ещё больших величинах  $L_u$  ( $10^4 < L_u < 5 \cdot 10^4$ ) возникает режим, когда ширина слоя пропорциональна  $L_u^{1/2}$  и величина  $L$  — константа. При ещё больших величинах  $L_u$  ( $5 \cdot 10^4 - 10^5$ ) можно найти новый режим «импульсного взрывного пересоединения» (Priest, 1986), когда сама область пересоединения разрывается и претерпевает вторичный тиринг с пересоединением, происходящим существенно медленнее. Вторичные острова растут и сливаются, производя один большой остров с одной О- и двумя Х-точками, вместо первоначальной Х-точки. Вторичная тиринг-неустойчивость (названная так, чтобы отличить её от тиринг-неустойчивости, сформировавшей первоначальные острова) инициируется, когда пересоединяющийся поток перестаёт стабилизировать тиринг-неустойчивость и  $B_x$  растёт до величины, равной  $B_\infty$  — магнитному полю вдали от слоя. Как показывают численные модели, идеальная неустойчивость слияния островов создаёт дополнительный приток магнитного поля, который превосходит возможности пересоединения, и поэтому магнитный поток накапливается в области диффузии. Это, в свою очередь, заставляет область расти в длине и становиться порядка глобального размера  $L_e$  системы, что делает её неустойчивой по отношению к тиринг-моду (Forbes and Priest, 1987).

В работе (Bhattacharjee et al., 1983) неустойчивость слияния островов также исследовалась численными методами. Было обнаружено, что неустойчивость претерпевает три стадии: острова сначала развиваются и создают токовый слой, затем начинается пересоединение, и неустойчивость насыщается после примерно  $30\tau_A$ , когда формируется один остров, который осциллирует в ответ на собственные возмущения типа вибрации. Количество пересоединяющегося со стационарной скоростью модели Паркера–Свита потока растёт линейно во времени во второй стадии как  $L_u^{-1/2}t$  для значений  $L_u$  в диапазоне от 500 до 2000. Нет никаких свидетельств в пользу образования ударных волн, возможно потому, что пересоединение слишком медленно и токовый слой слишком длинен или, возможно, из-за недостаточного разрешения сетки. Вторичная тиринг-неустойчивость наблюдалась, но вторичные острова всегда сносились вдоль слоя (Forbes and Priest, 1982b), поскольку не было введено никаких условий симметрии верх-низ в токовом слое. Из рассмотрения профиля плотности можно сделать вывод, что токовый слой является сильно сжатым, причём больше, чем можно было ожидать из стандартной теории пересоединения Петчека (возможно вследствие накопления потока поля), но претерпевает бифуркацию



на концах, что приводит к появлению пар структур, которые можно идентифицировать как медленные ударные волны.

В работе (Hayashi, 1981) было проведено численное моделирование формирования двух магнитных островов с волновым числом 0,5 в направлении  $x$  для  $L_u = 10^3$  за счёт линейной тиринг-неустойчивости. Были наложены условия симметрии при  $x = 0$ ,  $y = 0$  и  $x = 4\pi$  и фиксированные начальные условия при  $y = 4\pi$  с начальной зависимостью магнитного поля  $B_x = B_0 \operatorname{th} y$ . В нелинейном режиме не было обнаружено ни одного признака, указывающего на начало слияния островов, что вносит некоторое сомнение в существовании слияния при тиринг-неустойчивости. Было предположено, что плотность тока, возникающая вследствие тиринг-неустойчивости, имеет максимум в Х-точке и минимум в О-точке, что противоположно профилю, который предполагался Финном и Коу в качестве начального условия (см. уравнение 6.37). Тем не менее, относительные величины плотности тока в Х- и О-точках зависят от процессов нагрева и переноса тепла в этих точках и воздействия на них резистивных эффектов. Например, в численном эксперименте, проведённом Финном и Совинеком (Finn and Sovinec, 1998) с однородным сопротивлением по всему объёму плазмы, были найдены пиковые значения тока как в Х-, так и в О-точках.

На практике тиринг-неустойчивость обычно поддерживает моды с самыми большими длинами волн, которые подходят для данной конфигурации, поскольку многие структуры меньше, чем характерные длины волн наиболее быстро растущих мод для бесконечной среды. Поэтому, если возникает внешнее возмущение или другие физические эффекты, благоприятные для развития мод с меньшими длинами волн, может развиваться профиль тока с пиками и, на самом деле, происходить слияние магнитных островов. В работе (Mikic et al., 1988) было обнаружено слияние магнитных островов в периодической цепочке аркад с закреплёнными силовыми линиями, и позже в работе (Finn et al., 1992) было показано, что такой же процесс происходит и для пары аркад. Более того, Лонгскоуп и Штраусс (Longscope and Strauss, 1993) привели интересный пример слияния с образованием токовых слоёв в двумерной цепочке.

Оценку учёта важности слияния можно сделать следующим образом. Время слияния для магнитных островов с начальной полушириной  $x_{i0} = 2l\epsilon^{1/2}$  примерно равно

$$\tau_c = \tau_A \frac{x_{i0}}{2l}. \quad (6.40)$$

Первичным слиянием этой начальной структуры островов можно пренебречь, если время развития тиринг-неустойчивости  $\tau_m = \tau_A R_m^{1/2}$  много меньше  $\tau_c$ , т. е. если

$$x_{i0} \ll \frac{2l}{R_m^{1/2}}. \quad (6.41)$$

В численном эксперименте, где обычно  $R_m \approx 10^2 - 10^3$ , процесс первичного слияния островов оказывается пренебрежимо малым, но он может быть важен в астрофизической плазме с  $R_m \approx 10^{10}$ . Также интересно сравнить процесс слияния с процессом насыщения, который происходит за время  $\tau_s \approx \tau_m \lg(l/x_{i0})$ , за которое полуширина острова  $x_i = x_{i0} \exp(t/\tau_m)$  становится равной  $l$ . Слияние магнитных островов имеет место до насыщения, если  $\tau_c < \tau_s$  или

$$2 \frac{l}{x_{i0}} < R_m^{1/2} \lg \frac{l}{x_{i0}}, \quad (6.42)$$

так что для заданного отношения  $l/x_{i0}$  слияние островов будет происходить до насыщения, если  $R_m$  достаточно велико. В частности, следует заметить, что во многих численных экспериментах по тиринг-неустойчивости первичное слияние островов даже не рассматривается, в противоположность большинству конфигураций магнитного поля в космической и астрофизической плазме.

Следует ожидать такую последовательность развития событий для токовых слоёв в астрофизической или космической плазме, которые имеют размеры больше длины волны наиболее неустойчивой моды и большие числа Рейнольдса. Во-первых, токовый слой разрывается в линейном режиме на длине волны  $4,5lR_m^{1/4}$  наиболее быстро растущей моды. Затем первичное слияние объединяет соседние острова. Это может привести к быстрому процессу пересоединения (такому, как Петчека или накопление магнитного потока), возможно разрушенному вторичной тиринг-неустойчивостью и вторичным слиянием диффузионной области (т.е. режим импульсного взрывного пересоединения). Напротив, в тонком токовом слое с закреплёнными на одном конце слоя магнитными силовыми линиями, скажем, на поверхности более плотного объекта, такого, как звезда, линейная тиринг-неустойчивость будет развиваться в основном около нейтральной точки, близкой к этой поверхности. Такая нейтральная точка не будет стремиться к слиянию с соседними, при этом будет развиваться быстрое нелинейное пересоединение, которое впоследствии подвержено вторичной тиринг-неустойчивости и слиянию магнитных островов.

## Глава 7

### НЕСТАЦИОНАРНОЕ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ: АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ПОДХОДЫ

В этой главе мы рассмотрим две теории нестационарного пересоединения, менее известные, чем теория тиринг-моды. Одна из них основана на коллапсе X-типа, рассмотренном впервые Данжи (Dungey, 1953), уже была кратко описана в гл. 2.1. Вторая — это нестационарная теория типа Петчека, развитая Семёновым с коллегами (1983а). Обе теории открывают новые возможности при анализе процесса пересоединения, поскольку дают описание поведения плазмы, которое выходит за рамки стационарной теории или теории тиринг-моды.

#### 7.1. Коллапс X-типа

Работа Данжи (Dungey, 1953) по физике коллапса X-типа является первой работой по анализу магнитного пересоединения, она предшествовала и теории тиринг-моды (Furth и др., 1963), и теории Свита-Паркера (Sweet-Parker, 1958). Данжи рассматривал процессы, происходящие при появлении малого, но однородного возмущения тока на бестоковую X-линию (т.е. X-точку в любой поперечной плоскости). Сепаратрисы, которые были взаимно перпендикулярны до возбуждения тока, сближаются при его появлении, как показано на рис. 7.1. Предположив, что давлением плазмы в случае сильнозамагниченной плазмы можно пренебречь, Данжи пришёл к заключению, что начальное возмущение со временем должно возрасти, приводя к быстрому формированию токового слоя в окрестности X-линии. Это вызвало возражения Каулинга (Cowling, 1953), который утверждал, что рост плотности тока будет приводить к нарушению закона Ленца, но в конечном счёте Дан-

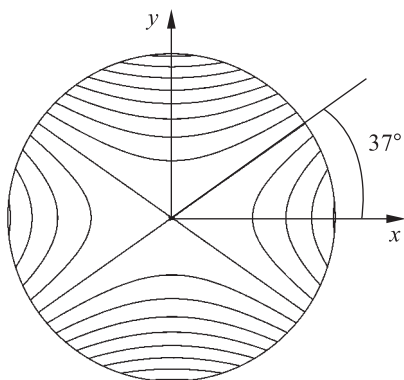


Рис. 7.1. Контуры функции потока (А) для начального состояния коллапса X-типа, рассмотренного Данжи (1953). Здесь половинный угол сепаратрисы составляет  $37^\circ$

жи (Dungey, 1958) доказал, что эти сомнения безосновательны, указав на роль члена  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  в эволюции плазмы.

Позднее качественный анализ Данжи (Dungey, 1953) приобрёл прочную математическую основу в работе Имшенника и Сыроватского (1967), которые нашли точное нелинейное решение уравнений идеальной магнитогидродинамики, описывающее коллапс. Поразительным свойством этого точного решения, которое мы будем обсуждать в следующем пункте, является предсказание взрывного характера роста плотности тока, который достигает бесконечной величины за конечное время. В действительности существуют два физических процесса, ограничивающих рост плотности тока: одним из них является давление газа, а другим — электрическое удельное сопротивление, однако ни один из этих процессов не учитывался в работах Данжи или Имшенника и Сыроватского.

Чепман и Кендел (Chapman и Kendall, 1963, 1966) и Уберой (Uberoi, 1963, 1966) пытались оценить эффект давления с помощью МГД-уравнений несжимаемой жидкости, описывающих процесс коллапса. В несжимаемой плазме силы давления велики, и поэтому, если существует решение, приводящее к коллапсу в несжимаемой системе, это говорит о том, что силы давления не могут его предотвратить. Чепман и Кендел (Chapman и Kendall, 1963, 1966) действительно нашли решение, приводящее к экспоненциальному росту плотности тока во времени, и поэтому пришли к выводу, что эффекты, связанные с давлением, не могут остановить процесс коллапса. Однако их вывод не является вполне обоснованным, поскольку использованные ими граничные условия предполагали наличие внешнего источника электрического поля (Forbes и Speiser, 1979; Klapper, 1998). Для поддержания экспоненциального роста плотности тока внешний источник должен обеспечить экспоненциальный во времени рост электрического потенциала. В отсутствие такого генератора указанного роста не происходит, поэтому давление газа может препятствовать процессу коллапса.

**7.1.1. Автомодельное решение.** Оценить физическую значимость коллапса Х-типа с точки зрения процесса пересоединения оказалось трудно по той причине, что в исходной постановке задачи предполагалось, что границы области плазмы находятся на бесконечности. Расширение границ до бесконечности исключает из задачи все характерные масштабы и позволяет получить решения МГД-уравнений, такие, как у Имшенника и Сыроватского (1967), которые являются автомодельными во времени. А именно, характер изменений во времени переменных один и тот же в любой точке, так что обычная система дифференциальных уравнений в частных производных сводится к гораздо более простой системе обычных дифференциальных уравнений.

Отыскание автомодельного решения не гарантирует, что это решение является физически реализуемым, и не гарантирует его применимости. Тем не менее, некоторые автомодельные решения, в частности,

для сферически симметричных взрывов, вполне применимы, поскольку описывают поведение плазмы на больших промежутках времени. Как увидим ниже, автомоделное решение, описывающее коллапс X-типа в сжимаемой плазме, скорее напоминает имплозию (направленный внутрь взрыв). Обращение стрелы времени при переходе от обычного взрыва к имплозии означает, что автомоделное решение для коллапса справедливо только на коротких временах. В таком случае нет смысла следить за естественным переходом в автомоделный режим, а автомоделность должна быть введена в самом начале за счёт выбора особого набора начальных условий. Из-за этих ограничений ещё совсем недавно автомоделное решение, описывающее коллапс X-типа, представлялось близким к математическому парадоксу. Однако с появлением численного моделирования (например, Ofman и др., 1993b; McClymont и Craig, 1996) стало возможным получить решения, в которых и без предположений об автомоделности, можно сохранить нелинейную динамику, которая присуща имплозии.

Система уравнений для описания коллапса X-типа в модели Данжи записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \right], \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = - \frac{\partial(v_y B_x - v_x B_y)}{\partial y} + \eta \left( \frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} \right), \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = - \frac{\partial(v_x B_y - v_y B_x)}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2} \right), \quad (7.3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} - j B_y, \quad (7.4)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + j B_x, \quad (7.5)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + v_x \frac{\partial s}{\partial x} + v_y \frac{\partial s}{\partial y} = (\gamma - 1) \frac{j^2}{\sigma \rho^\gamma}, \quad (7.6)$$

$$j = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right), \quad (7.7)$$

$$s = \frac{p}{\rho^\gamma}, \quad (7.8)$$

а начальные условия имеют вид

$$B_x = \frac{B_0 y}{y_0}, \quad B_y = \frac{\lambda B_0 x}{y_0}, \quad (7.9)$$

$$v_x = 0, \quad v_y = 0, \quad (7.10)$$

$$\rho = \rho_0, \quad p = p_0, \quad (7.11)$$

где  $\lambda = y_0/x_0$ ,  $\eta = 1/(\mu\sigma)$ , и  $\beta_0 = 2\mu p_0/B_0^2$ . Соответствующая функция магнитного потока ( $A$ ) при  $t = 0$  имеет вид

$$A = \frac{B_0}{2y_0} (y^2 - \lambda x^2),$$

где  $\mathbf{B} = \nabla \times (A\hat{\mathbf{z}})$ , а начальная плотность тока

$$j = -\frac{\varepsilon B_0}{\mu y_0},$$

где  $\varepsilon = 1 - \lambda$ . На рис. 7.1 показаны линии постоянного значения функции  $A$ . Выражая параметр  $\lambda$  через угол между сепаратрисами, получаем

$$\lambda = \operatorname{tg} \left( \frac{1}{2} \phi_s \right).$$

В пренебрежении давлением газа Имшенник и Сыроватский (1967) нашли автомодельное решение для системы уравнений (7.1)–(7.11). Это решение, однако, может быть распространено на случай однородного начального давления газа, когда члены, содержащие градиент давления, в уравнениях (7.4) и (7.5) исчезают, хотя давление газа и отлично от нуля. Таким образом, решение Имшенника и Сыроватского (1967) может быть записано в виде

$$B_x = \frac{B_0 y}{a(\bar{t})^2 y_0}, \quad B_y = \frac{B_0 x}{b(\bar{t})^2 x_0}, \quad (7.12)$$

$$v_x = \chi_x(\bar{t}) \frac{v_{A0}}{x_0} x, \quad v_y = \chi_y(\bar{t}) \frac{v_{A0}}{y_0} y, \quad (7.13)$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{ab}, \quad (7.14)$$

$$p = \frac{sp_0}{(\rho_0 ab)^\gamma}. \quad (7.15)$$

Здесь  $\bar{t} = tv_{A0}/y_0$ ,  $v_{A0} = B_0/(\mu\rho_0)^{1/2}$ , а переменные  $a$  и  $b$  удовлетворяют равенствам

$$\ddot{a} = \left( \frac{\lambda}{b} - \frac{b}{a^2} \right), \quad (7.16)$$

$$\ddot{b} = \left( \frac{\lambda}{a} - \frac{\lambda^2 a}{b^2} \right), \quad (7.17)$$

где две точки сверху означают безразмерные производные по времени.

При  $t = 0$  имеем  $a = b = 1$ , и  $\dot{a} = \dot{b} = 0$ . Соответственно, градиенты скорости ( $\chi_x$  и  $\chi_y$ ) определяются соотношениями

$$\chi_y = \frac{\dot{a}}{a} \quad (7.18)$$

$$\chi_x = \frac{\dot{b}}{b} \quad (7.19)$$

а функция энтропии ( $s$ ) находится интегрированием:

$$\dot{s} = (\gamma - 1) \frac{j^2}{\sigma \rho^\gamma}, \quad (7.20)$$

где плотность тока ( $j$ ) определяется соотношением

$$j = \frac{B_0}{\mu y_0} \left( \frac{\lambda}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right).$$

Поскольку плотность тока ( $j$ ) не зависит от координат, диффузионные члены в уравнениях (7.2) и (7.3) также исключаются из системы уравнений. Другие автомодельные решения, весьма близкие к автомодельным решениям Имшенника и Сыроватского, обсуждаются в работах Буланова и Ольшанецкого (1984), а также Сакаи (Sakai, 1990).

При  $\varepsilon = 1$  (т. е.  $\lambda = 0$ ) система уравнений (7.16) и (7.17) описывает эволюцию плоского пинча, она имеет точное решение:

$$a(a^{-1} - 1)^{1/2} + \operatorname{tg}^{-1}(a^{-1} - 1) = \sqrt{2} \hat{t}, \quad b = 1. \quad (7.21)$$

Соответствующие решения для  $\chi_x$  и  $\chi_y$  имеют вид

$$\chi_x = 0, \quad \chi_y = -\sqrt{2} a^{-1} (a^{-1} - 1)^{1/2}.$$

При  $\hat{t} = \pi/(2\sqrt{2})$  магнитное поле, плотность тока и массовая плотность обращаются в бесконечность. Эта особенность возникает из-за отсутствия сил, которые противодействовали бы силе  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ , вызывающей движение плазмы по направлению к оси  $x$ . Для сравнения на рис. 7.2 показано поведение системы при двух начальных возмущениях

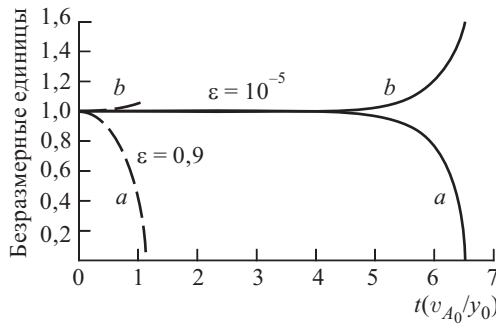


Рис. 7.2. Возрастание параметров магнитного поля  $a$  и  $b$  во времени в автомодельном решении Имшенника и Сыроватского (1967) для двух значений начального параметра, характеризующего ток ( $\varepsilon = 1 - \lambda$ ). Когда переменная  $a$  достигает нуля, плотность тока становится бесконечной

тока:  $\varepsilon = 0,9$  и  $10^{-5}$ , которые получены путём численного решения уравнений (7.16) и (7.17). При уменьшении  $\varepsilon$  особенность всё же происходит, хотя и в более поздние моменты времени. Как было показано

Имшенником и Сыроватским (1967), асимптотическое поведение при любом значении  $\varepsilon$  определяются соотношениями

$$\begin{aligned} a &\propto (t_s - t)^{2/3}, \quad \chi_y \propto (t_s - t)^{-1}, \\ \rho &\propto (t_s - t)^{-2/3}, \quad j \propto (t_s - t)^{-4/3}, \end{aligned}$$

где  $t_s$  — это момент достижения особенности.

Несмотря на то, что диффузионные члены в уравнениях индукции (7.2) и (7.3) равны нулю, пересоединение всё же происходит, поскольку значение  $\eta$  отлично от нуля. Как и для любой двумерной системы скорость пересоединения определяется непосредственно величиной электрического поля ( $E$ ) на X-линии

$$E = \frac{j}{\sigma} = \frac{B_0}{\mu\sigma y_0} \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon}{b^2} \right) - \frac{1}{a^2} \right], \quad (7.22)$$

зависимость которого от времени показана на рис. 7.3. Ещё одно указание, что пересоединение действительно происходит — это наличие омического нагрева в уравнении для энергии (7.6).

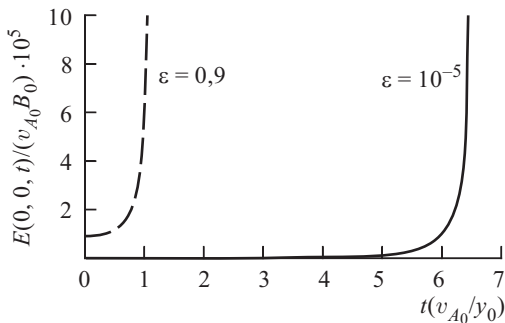


Рис. 7.3. Скорость пересоединения  $E$  как функция времени  $t$  во время коллапса X-типа при начальных возмущениях тока  $\varepsilon = 0,9$  и  $10^{-5}$

Физический смысл обсуждаемой особенности становится более ясным, если рассматривать не бесконечную систему в двумерной плоскости, а ограниченную. Предположим, что плазма окружена жёстким круглым цилиндром радиуса  $r_0$ , расположенным таким образом, что  $x^2 + y^2 = r_0^2$ , как показано на рис. 7.1. Поскольку жидкость является идеальной и сжимаемой, заданные на поверхности цилиндра граничные условия не могут оказывать влияния на какую-либо локальную область внутри цилиндра до тех пор, пока волна быстрой моды не распространится от границы до этой области. В направлении оси  $y$  безразмерная координата ( $y_\omega$ ) положения волны, которая переносит информацию от



границы, определяется уравнением:

$$\dot{y}_\omega = \left\{ y_\omega \chi_y - \left[ y_\omega^2 a^{-3} b + \frac{1}{2} \beta_0 (ab)^{\gamma-1} \right]^{1/2} \right\}, \quad (7.23)$$

где два члена в правой части уравнения (7.23) — это скорость потока и скорость волны быстрой моды в точке  $y_\omega$ .

Для одномерного, идеального случая с нулевым начальным давлением газа ( $\varepsilon = 1$ ,  $\eta = 0$ ,  $\beta_0 = 0$ ) уравнение (7.23) имеет решение (Forbes, 1982)

$$y_\omega = a[a^{-1/2} + (a^{-1} - 1)^{1/2}]^{-\sqrt{2}}, \quad (7.24)$$

где  $a$  удовлетворяет уравнению (7.21). Этот результат показывает, что в пределе бесконечно малых давлений волна достигает начала координат ( $y_\omega = 0$ ) именно в тот момент, когда возникает особенность ( $a = 0$ ). Если же начальное давление или диффузионный член больше нуля, то волна будет распространяться с большей скоростью, чем предсказывает уравнение (7.24) и, следовательно, достигнет начала координат раньше, чем возникнет особенность. Таким образом, в ограниченной системе, где либо имеется давление газа, либо диффузия, автомодельное решение оказывается несостоятельным ещё до наступления особенности. Вопрос о том, что происходит в этом случае, до сих пор остаётся без ответа. Тем не менее ситуация в момент, когда автомодельность нарушается, даёт некие ключи к разгадке.

В отсутствие значительного омического нагрева сила, возникающая в результате градиента давления, должна остановить коллапс, когда скорость звука по порядку величины становится сравнима со скоростью волны (уравнение (7.23)), т. е. когда

$$\left( \frac{\gamma}{2} \beta_0 a_f^{1-\gamma} \right)^{1/2} \approx y_{\omega f} \left( \chi_{yf} - a_f^{-3/2} \right).$$

Здесь индексом  $f$  указаны конечные значения в тот момент времени, когда волна достигает начала координат. При подстановке в уравнение (7.24) это приводит к соотношению

$$a_f \propto \beta_0^{1/(\gamma + \sqrt{2} - 2)}.$$

Таким образом, если коллапс ограничен величиной давления, то при  $\gamma = 5/3$  наибольшая скорость пересоединения составит

$$E_f = \frac{j_f}{\sigma} = \frac{B_0}{\mu y_0 \sigma a_f^2} \propto \frac{1}{\sigma \beta_0^{1.85}}, \quad (7.25)$$

и увеличение начального давления приводит к уменьшению максимальной скорости пересоединения.

Теперь предположим, что начальное давление равно нулю, но диффузионный член отличен от нуля. В этом случае диффузия становится существенной, когда скорость волны ( $\dot{y}_\omega$ ) имеет тот же порядок ве-

личины, что и диффузионная скорость  $[\eta/(v_{A0}y_0\omega)]$ . Полагая  $\beta_0 = 0$  и используя уравнения (7.24) и (7.23) для скорости волны, получаем

$$\frac{\eta}{v_{A0}y_0} = \left[ a_f^{-1/2} + (a_f^{-1} - 1)^{1/2} \right]^{-2\sqrt{2}} \left[ \sqrt{2} a_f (a_f^{-1} - 1)^{1/2} + a_f^{1/2} \right]. \quad (7.26)$$

Предполагая, что  $\eta/(v_{A0}y_0)$  мало и решая это уравнение относительно  $a_f$  как функции  $\eta$ , приходим к зависимости

$$a_f \propto \eta^{0,522}. \quad (7.27)$$

Таким образом, если коллапс ограничен диффузионным членом, то максимальная скорость пересоединения

$$E_f = \frac{B_0\eta}{y_0 a_f^2} \propto \eta^{-0,045}. \quad (7.28)$$

Это довольно удивительный результат, поскольку он означает, что когда коэффициент магнитной диффузии  $\eta = 1/(\mu\sigma)$  стремится к нулю, скорость пересоединения стремится к бесконечности, а не к нулю, что можно было бы ожидать для идеальной МГД-системы. При  $\eta$ , стремящемся к нулю, скорость омического нагрева также стремится к бесконечности, и оба эти результата, указывающие на обратную зависимость от  $\eta$ , были подтверждены численными расчётами Мак Клаймонта и Крэга (McClymont и Craig, 1996).

Уравнение (7.28) определяет мгновенную скорость пересоединения, однако из него нельзя найти величину самого потока, который в действительности пересоединяется (или исчезает) к моменту времени, когда автомодельное решение становится несостоятельным. Чтобы найти величину этого потока, следует проинтегрировать по времени электрическое поле. В одномерном случае величина пересоединившегося потока равна

$$A_f = \int_0^{t_f} \frac{j}{\sigma} dt = \frac{B_0}{\mu\sigma y_0} \int_1^{a_f} \frac{1}{a^2} \frac{dt}{da} da,$$

а после интегрирования имеем

$$A_f = \sqrt{2} (\eta B_0/v_{A0}) (a_f^{-1} - 1)^{1/2}. \quad (7.29)$$

Подставляя в это выражение  $a_f$  из уравнения (7.27) и предполагая малой величину  $\eta/(v_{A0}y_0)$ , получаем

$$A_f = 1,067 B_0 y_0 \left( \frac{\eta}{v_{A0} y_0} \right)^{0,739}.$$

Таким образом, несмотря на то, что при  $\eta$ , стремящемся к нулю, мгновенная скорость пересоединения в момент времени  $t_f$  стремится

к  $\infty$ , результирующий пересоединившийся поток стремится к нулю. С точки зрения средней скорости пересоединения, а именно,

$$E_{\text{ave}} = \frac{A_f}{t_f} = 0,961(v_{A0}B_0) \left( \frac{\eta}{v_{A0}y_0} \right)^{0,739}. \quad (7.30)$$

пересоединение можно считать медленным, поскольку зависимость от  $\eta$  более слабая по сравнению с  $\eta^{0,5}$  Свита–Паркера.

Конечная скорость пересоединения ( $E_f$ ) в уравнении (7.25) получена, исходя из предположения, что диффузия пренебрежимо мала, а скорость в уравнении (7.28) — исходя из предположения о пренебрежимо малом давлении. Сравнивая эти два выражения, получаем условие, когда давлением можно пренебречь:

$$\beta_0 \lesssim \left( \frac{\eta}{v_{A0}y_0} \right)^{0,565} \quad (7.31)$$

Мак Клаймонт и Крэг (McClymont и Craig, 1996) отметили, что до тех пор пока не выполнено условие (7.31), токовый слой никогда не станет настолько тонким, чтобы достигалась обратная зависимость от  $\eta$ , предсказываемая уравнением (7.28).

**7.1.2. Линейный анализ.** Автомодельное решение даёт довольно ограниченную информацию о процессе коллапса. Решения ничего не говорят о том, что происходит за пределами области, где автомодельность выполняется, а также о том, что происходит после того, как автомодельность в этой области уже не выполняется. Более того, нет возможности узнать, в какой мере эволюция является следствием использования особых начальных условий, необходимых для того, чтобы отдать приоритет автомодельности. Например, если возмущения вводятся в систему на её границах, а не изменением однородной плотности тока, то будет ли осуществляться коллапс? Получить ответ на этот и другие вопросы оказалось возможным с помощью линейного анализа и численных расчётов.

Заметим, что основательного линейного анализа процесса коллапса не проводилось до 90-х годов (первыми были Буланов и др., 1990; Craig и McClymont, 1991), затем последовало ещё несколько исследований (Hassam, 1992; Craig и Watson, 1992; Craig и McClymont, 1993; Fontenla, 1993; Titov и Priest, 1993). Все они использовали тот или иной метод возмущений. Одним из наиболее важных результатов этих работ является демонстрация того факта, что процесс коллапса не является просто следствием автомодельных начальных условий, а происходит в широком диапазоне начальных и граничных условий. Действительно, коллапс в современном представлении — это динамический аналог квазистатического формирования токового слоя, рассмотренного Гринном (Green, 1965) и Сыроватским (1971). В этих квазистатических решениях (§ 2.2), с одной стороны, формирование токового слоя осуществляется путём возмущения конфигурации с очень

малой скоростью, так что система проходит через ряд равновесных состояний. В коллапсе X-типа, с другой стороны, скорость возмущения велика, сравнима с характерными временами быстрой моды, и поэтому важны динамические эффекты. Другой важный результат работ по линейному анализу состоит в том, что в работах показано, что процесс пересоединения в линейном режиме является достаточно быстрым, и является функцией  $(\ln \eta)$ .

Основные результаты линейного анализа выводятся следующим образом. Сначала линеаризуем МГД-уравнения (7.1)–(7.8) и функцию потока представляем в виде  $A = A_0 + A_1$ , где  $A_0$  обозначает бестоковое состояние  $B_0 r_0 (\bar{y}^2 - \bar{x}^2)$ , где  $\bar{y} = y/r_0$ ,  $\bar{x} = x/r_0$ , а  $A_1$  обозначает линейное возмущение. Полагая давление равным нулю, получаем линейное дифференциальное уравнение 3-го порядка

$$\ddot{A}_1 = (\bar{x}^2 + \bar{y}^2) \nabla^2 A_1 + \bar{\eta} \nabla^2 \dot{A}_1, \quad (7.32)$$

где точки сверху обозначают безразмерные производные по времени  $(\partial/\partial \bar{t})$ ,  $\bar{t} = t v_{A0}/r_0$ , и  $\bar{\eta} = \eta/(v_{A0} r_0)$ . Существует несколько способов, которые можно использовать для решения этого уравнения (см. например, Hassam, 1992), но здесь будем следовать методу Крэга и Мак Клаймонта (Craig и McClymont, 1991). Будем искать разделяющиеся решения в виде

$$A_1 = B_0 r_0 \varepsilon \operatorname{Re} [f(\bar{r}) e^{im\theta + \omega t}] \quad (7.33)$$

с частотой

$$\omega = \omega_R + i\omega_I,$$

здесь  $\varepsilon$  — безразмерная амплитуда возмущения,  $\bar{r} = r/r_0$  и  $\theta$  — полярные координаты, а  $f(\bar{r})$  — комплексная функция, которая удовлетворяет условию

$$\bar{r}(\bar{r} f')' = \left( \frac{\bar{r}^2 \bar{\omega}^2}{\bar{r}^2 + \bar{\eta} \bar{\omega}} + m^2 \right) f, \quad (7.34)$$

где  $\bar{\omega} = \omega r_0 / v_{A0}$ .

На поверхности цилиндра задаём условия вмороженности потока, полагая  $f = 0$  при  $\bar{r} = 1$  (относительный радиус поверхности цилиндра с радиусом  $r_0$ ). Пересоединению соответствует только мода  $m = 0$ , поскольку решения для мод  $m > 0$  не могут вызвать изменений функции потока  $A$  в точке начала координат.

Решение уравнения (7.34) для  $m = 0$  может быть написано в виде разложения в ряд по собственным функциям, что даёт

$$\bar{\omega}_R = \frac{-\bar{\omega}_I^2}{2(n+1)}, \quad \bar{\omega}_I = -\frac{(2n+1)\pi}{\ln \bar{\eta}}, \quad (7.35)$$

где  $n$  — это число радиальных узлов собственной моды. Решение (7.33) совместно с уравнением (7.35) описывает радиальные осцилляции волн, распространяющихся между границей и началом координат, как

показано на рис. 7.4. Время распространения зависит от диффузионного члена ( $\eta$ ), поскольку в отсутствие давления скорость волны при приближении к началу координат стремится к нулю, и поэтому возмущение может достичь начала координат и отразиться только при введении диффузии.

Для моды низшего порядка ( $m = 0$ ,  $n = 0$ ) решение для полной функции потока ( $A$ ) записывается в виде

$$A(\bar{r}, \theta, t) = B_0 r_0 \left\{ -\frac{1}{2} \bar{r}^2 \cos(2\theta) + \varepsilon \exp(\omega_R t) [f_R(\bar{r}) \cos(\omega_I t) - f_I(\bar{r}) \sin(\omega_I t)] \right\}, \quad (7.36)$$

где  $f_R$  и  $f_I$  обозначают действительную и мнимую части функции  $f$ ; их зависимость от радиуса показана на рис. 7.5. Решение (7.36) описывает осцилляции, которые периодически сглаживают конфигурацию поля вдоль осей  $x$  и  $y$ . В процессе этих осцилляций амплитуда возмущения экспоненциально убывает с безразмерной скоростью  $\bar{\omega}_R = -\pi^2/(2 \ln^2 \bar{\eta})$ .

Поскольку  $f_R = 1$  и  $f_I = 0$  при  $\bar{r} = 0$ , функция потока на X-линии имеет вид

$$A(0,0,t) = \varepsilon B_0 r_0 e^{\omega_R t} \cos(\omega_I t),$$

где  $\bar{\omega}_R = -\bar{\omega}_I^2/2$  и  $\bar{\omega}_I = -\pi/\ln \bar{\eta}$ . Таким образом, время коллапса ( $\bar{t}_f$ ) составляет одну четвертую часть времени цикла  $[2\pi/\bar{\omega}_I = -(\ln \bar{\eta})/2]$ . При малых значениях  $\eta$  поток пересоединения к моменту времени  $\bar{t}_f$  в точности равен  $\varepsilon$  и не зависит от  $\bar{\eta} = \eta/(v_{A0} r_0)$ . Слабая зависимость от  $\bar{\eta}$  становится явной только на больших временах, т. е. при заметном экспоненциальном падении амплитуды. Следовательно, для первого цикла коллапса можно оценить поток пересоединения ( $A_f$ ) и среднее

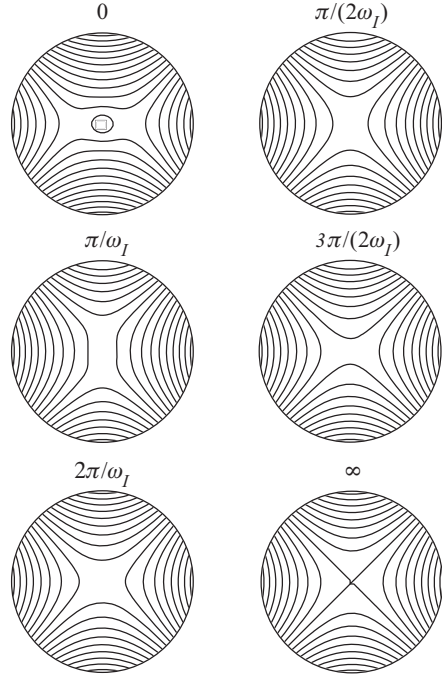


Рис. 7.4. Контуры функции магнитного потока в различные моменты времени для основной моды пересоединения ( $m = 0$ ,  $n = 0$ ) в линеаризованном решении Крэга и Мак Клаймонта (1991)

электрическое поле ( $E_{\text{ave}}$ ):

$$A_f \approx \varepsilon B_0 r_0, \quad E_{\text{ave}} = \frac{A_f}{t_f} \approx -\frac{2\varepsilon v_{A0} B_0}{\ln \bar{\eta}}.$$

Поскольку полученная скорость пересоединения очень слабо (как логарифмическая функция) зависит от  $\bar{\eta}$ , пересоединение является быстрым.

Логарифмическая зависимость времени коллапса ( $t_f$ ) от коэффициента диффузии  $\eta$  является следствием того, что скорость волны  $\dot{r}_w$

уменьшается с приближением к X-линии. В линейном режиме

$$\dot{r}_w = -\frac{v_{A0} r_w}{r_0},$$

где  $r_w$  обозначает координату волны в любой момент времени. Следовательно, для волны, распространяющейся от границы  $r = r_0$ , зависимость координаты от времени определяется функцией

$$r_w = r_0 e^{-v_{A0} t / r_0}.$$

Волна распространяется с малой диссипацией, пока не достигнет такой области, где её скорость по порядку величины сравнима со скоростью диффузии ( $\eta/r_w$ ). Это происходит на радиусе  $r_w =$

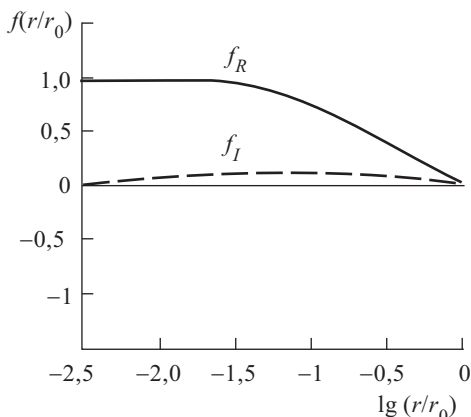


Рис. 7.5. Действительная ( $f_R$ ) и мнимая ( $f_I$ ) части радиальной функции собственной моды ( $f$ ) для моды  $m = 0$ ,  $n = 0$  как функции относительного радиуса  $r/r_0$ , где  $r_0$  — радиус цилиндра (Крэг и Мак Клаймонт, 1991)

$= r_0 \sqrt{\bar{\eta}}$ . В таком случае, если коллапс останавливается примерно тогда, когда волна достигает этой области, можно приблизительно оценить время коллапса как

$$t_f \approx -\left(\frac{r_0}{2v_{A0}}\right) \ln \bar{\eta}, \quad (7.37)$$

что совпадает с величиной, полученной из уравнения (7.35) для  $m = 0$ ,  $n = 0$ .

Подобные результаты получаются, если мы линеаризуем нелинейные уравнения (7.16) и (7.17). После такой линеаризации электрическое поле пересоединения, а именно уравнение (7.22), сводится к

$$E = \varepsilon \bar{\eta} v_{A0} B_0 \operatorname{ch}(2\bar{t}), \quad (7.38)$$

при этом начальное возмущение плотности тока ( $\varepsilon$ ) всегда должно быть малым, чтобы линеаризация была применима. Аналогичным об-

разом время коллапса сводится и к результату линейного анализа (уравнение (7.37)), и, подставляя его в уравнение (7.38), получаем выражение для максимальной скорости пересоединения в момент времени  $t = t_f$ :

$$E_f = \frac{1}{2} \varepsilon v_{A0} B_0 (1 + \bar{\eta}^2). \quad (7.39)$$

При малых значениях  $\bar{\eta} = \eta / (v_{A0} r_0)$  эта скорость не зависит от  $\bar{\eta}$ . Поток пересоединения ( $A_f$ ) ко времени коллапса равен

$$A_f = \frac{1}{4} \varepsilon B_0 r_0 (1 - \bar{\eta}^2) \approx \frac{1}{4} \varepsilon B_0 r_0, \quad (7.40)$$

и его величина также не зависит от  $\eta$  при малых значениях  $\eta$ . Средняя скорость пересоединения при малых  $\eta$  приблизительно равна

$$E_{\text{ave}} \approx - \frac{\varepsilon v_{A0} B_0}{2 \ln \bar{\eta}} \quad (7.41)$$

и с точностью до постоянного множителя совпадает с результатом, полученным для собственной моды низшего порядка.

Вопреки тому, что можно было ожидать, средняя скорость в линейном случае (уравнение (7.41)) больше, чем средняя скорость в нелинейном случае (уравнение (7.30)). Первая пропорциональна  $(\ln \bar{\eta})^{-1}$ , в то время как вторая пропорциональна  $\bar{\eta}^{0.739}$  и даёт более медленный рост, чем скорость Свита–Паркера. Кроме того, нелинейное решение предсказывает, что полный поток пересоединения ко времени  $t_f$  описывается зависимостью  $\bar{\eta}^{0.739}$ , а линейное решение предсказывает, что он не зависит от  $\bar{\eta}$ . Такой ход процесса подтверждает и численное решение нелинейных автомодельных уравнений (7.16) и (7.17). Как показано на рис. 7.6, поток пересоединения ко времени  $t_f$  больше в линейном режиме по сравнению с нелинейным. Линейный режим применим в течение всего процесса пересоединения, пока  $\bar{\eta}$  больше  $\varepsilon$ , но если  $\bar{\eta}$  становится меньше  $\varepsilon$ , нелинейная фаза наступает раньше момента времени  $t_f$ . В последнем случае величина  $A_f$  быстро падает до нуля при  $\bar{\eta}$ , стремящемся к нулю.

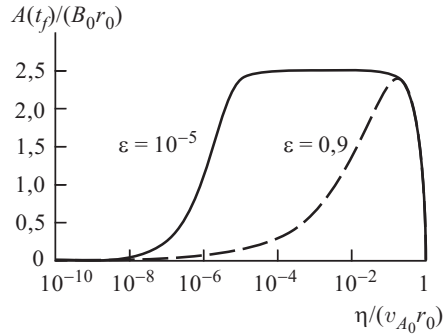


Рис. 7.6. Зависимость полного пересоединённого потока от коэффициента диффузии  $\eta$  для нелинейных, автомодельных решений. Результаты получены при возмущении тока  $\varepsilon = 10^{-5}$  методом численного интегрирования связанных уравнений (7.16) и (7.17). Нелинейное поведение наблюдается, когда  $\bar{\eta} = \eta / (v_{A0} r_0)$  меньше, чем  $\varepsilon$

Эти результаты, возможно, противоречат нашим интуитивным представлениям, что нелинейный процесс должен происходить быстрее, чем линейный, пока не произойдёт своего рода насыщения. Однако эффект нелинейности здесь приводит к увеличению скорости, с которой входящая волна устремляется к X-линии. В линейном режиме время, необходимое для того, чтобы входящая волна достигла X-линии, возрастает бесконечно при  $\bar{\eta}$ , стремящемся к нулю. В нелинейном режиме это время остаётся порядка альфвеновского времени, независимо от того, насколько малой становится величина  $\bar{\eta}$ . Таким образом, при уменьшении  $\bar{\eta}$  величина пересоединённого потока до момента коллапса при  $t_f$  стремится к нулю при  $\bar{\eta}$ , стремящемся к нулю.

Хотя нелинейный процесс пересоединения происходит медленно до момента времени  $t_f$ , он становится, по-видимому, чрезвычайно быстрым после момента времени  $t_f$ , когда величина электрического поля стремится к бесконечности при  $\bar{\eta}$ , стремящемся к нулю. В настоящее время численное моделирование является единственным способом проследить нелинейный процесс коллапса за пределами интервала времени  $t_f$ . Такое моделирование проводилось Брушлинским и др. (1980), Офманом и др. (Ofman и др., 1993б), Румелиотисом и Муром (Roumeliotis и Moore, 1993), а позднее Мак Клаймонтом и Крэгом (McClymont и Craig, 1996). Расчёты подтвердили закономерности процесса, установленные с помощью линейных решений, и говорят о том, что в нелинейном режиме средняя скорость пересоединения действительно выше. Однако детальный анализ зависимости скорости пересоединения от  $\bar{\eta}$  до сих пор не проведён.

Важный вопрос, который могут прояснить линейные решения, это вопрос о том, являются ли универсальными закономерности процесса коллапса, выявленные в нелинейном автомоделном решении, или они обязаны особым начальным условиям, которых требует автомодельность. Как мы уже обсуждали в начале этого параграфа, для автомоделного решения нужно, чтобы начальное возмущение соответствовало однородному распределению плотности тока по большой площади, но такое возмущение физически вряд ли возможно. Поскольку линейные решения справедливы в широком диапазоне граничных и начальных условий, они не имеют такого необходимого условия. Таким образом, линейные решения дают возможность сравнить начальное глобальное возмущение, такое, как бывает в автомоделном решении, с возмущением, локализованным на границе.

Такое сопоставление представлено на рис. 7.7, где показана сумма магнитной и кинетической энергии как функция времени для двух различных начальных условий. Пунктирная линия, обозначенная как «основная мода», соответствует собственной моде  $m = n = 0$ , рассмотренной в работе Крэга и Ватсона (Craig и Watson, 1992), и соответствует начальному возмущению в пределах большой поверхности, хотя в этом случае плотность тока не является однородной. Сплошная линия, обозначенная на рисунке как «вибрация поверхности», представляет собой



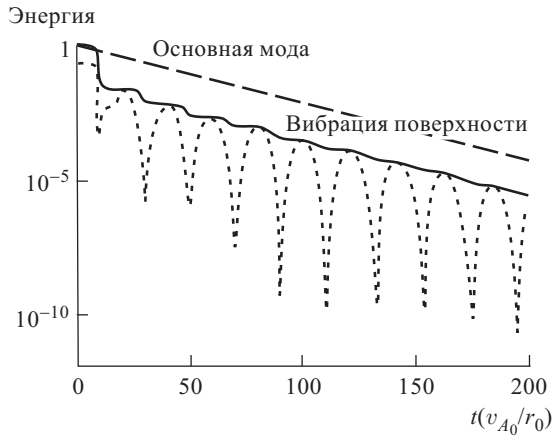


Рис. 7.7. Безразмерная сумма кинетической и магнитной энергии (сплошная кривая) и магнитная энергия (точечная кривая) в зависимости от времени; получены в численных расчётах коллапса X-типа (Крэг и Ватсон, 1992). Пунктирная линия показывает более медленное уменьшение суммарной кинетической и магнитной энергии, которое предсказывается линейным решением

сумму по многим собственным модам и соответствует импульсному возмущению, которое возникает на границе цилиндра. Решение для основной моды даёт экспоненциальное убывание во времени полной (магнитной и кинетической) энергии со скоростью, которая зависит логарифмически от магнитной диффузии. Однако решение для вибрации поверхности даёт ступенчатое падение энергии, которое в среднем происходит намного быстрее, чем в случае основной моды. Такое ступенчатое падение объясняется тем, что в системе не происходит существенной диссипации до тех пор, пока волна, рождённая возмущением на границе, не достигнет центра цилиндра. Оказавшись там, волна создаёт относительно тонкий токовый слой, который диссипирует энергию быстрее, чем соответствующая структура в основной моде. Эти результаты линейного анализа означают, что любое возмущение — как однородное, так и локализованное — приводит к быстрой диссипации в окрестности X-линии в отсутствие давления.

Несмотря на то, что процесс коллапса в качестве механизма пересоединения был предложен Данжи (Dungey, 1953) более 45 лет тому назад, до сих он остаётся до некоторой степени «загадкой». Численные решения показали, что коллапс происходит всякий раз, когда имеется возмущение конфигурации с X-линией в плазме с малым удельным сопротивлением и малым  $\beta$ . Если возмущения невелики ( $\varepsilon < \bar{\eta}$ ), то скорость пересоединения пропорциональна  $1/\ln \bar{\eta}$ , а если они велики ( $\varepsilon > \bar{\eta}$ ), то, как можно судить по результатам численного моделирования, средняя скорость пересоединения очень слабо зависит от  $\bar{\eta}$ . Один из наиболее важных вопросов относительно процесса коллапса,

который нам остаётся обсудить, это вопрос о том, насколько важную роль он играет в космической или лабораторной плазме.

Чтобы получить быстрое пересоединение, связанное с образованием тонкого токового слоя, необходимо чтобы величина  $\beta_0$ , характеризующая плазму была бы меньше, чем  $\bar{\eta}^{0,565}$  (см. уравнение (7.31)), в противном случае давление сделает коллапс невозможным. В солнечных и астрофизических прикладных задачах классические значения  $\bar{\eta}$  обычно порядка  $10^{-10}$ , что подразумевает  $\beta_0 \lesssim 10^{-6}$ . Это значение  $\beta_0$  меньше тех типичных значений, которые следуют из наблюдений. Значит, по всей вероятности коллапс в астрофизической системе будет ограничен давлением, а не удельным сопротивлением. Однако, если мы рассматриваем лабораторную плазму или допускаем возможность, что удельное сопротивление аномальное, то всё ещё важное значение будет иметь коллапс, связанный с ограничениями по сопротивлению. Например, если  $\bar{\eta} = 10^{-2}$ , то достаточно, чтобы  $\beta_0 < 0,1$ . Во всяком случае двумерная эволюция после начальной стадии коллапса полностью не исследована. В численных расчётах Мак Клаймонта и Крэга (McClymont и Craig, 1996) имеется некоторое указание на то, что нелинейные двумерные эффекты ослабляют эффекты давления и что может происходить вторичная фаза пересоединения, не ограниченная давлением.

Одно из приложений, где процесс коллапса мог бы оказаться важным, — выбросы коронального вещества (coronal mass ejection), которые будут рассмотрены в § 11.1. В некоторых моделях СМЕ нейтральная линия X-типа формируется во время выброса корональной магнитной структуры. В момент появления такого выброса на X-линии ток отсутствует, но поскольку глобальное поле претерпевает быстрые изменения с альфвеновскими временами, на X-линии немедленно возникает токовый слой. Образование этого токового слоя несколько напоминает образование токового слоя при коллапсе X-типа. Следовательно, можно было бы предсказать толщину токового слоя, создаваемого во время СМЕ, если сопоставить это явление с коллапсом, ограниченным давлением ( $\beta_0 > \bar{\eta}^{0,565}$ ).

## 7.2. Нестационарное пересоединение типа Петчека

Коллапс X-типа, рассмотренный нами в предыдущем параграфе, предполагает, что ортогональное поле X-типа генерируется источником вдали от нейтральной точки. Поэтому он более тесно связан со стационарным решением, полученным Сыроватским (Syrovatsky, 1971), чем с нестационарным решением, полученным Петчеком (Petschek, 1964). Однако существуют и нестационарные решения пересоединения типа Петчека (§ 4.3). Семёнов и др. (Semenov и др., 1983a, 1984), Хейн и Семёнов (Heun и Semenov, 1996) и Киендл и др. (Kiendl, 1997) рассмотрели эволюцию во времени для случая, когда пересоединение на-

чинается в результате возрастающего сопротивления в отдельной точке токового слоя. Как и в случае тиринг-моды решение предполагает, что в начале существует простой токовый слой, как показано на рис. 7.8 а. Однако, в отличие от тиринг-моды, эффектом диффузии пренебрега-

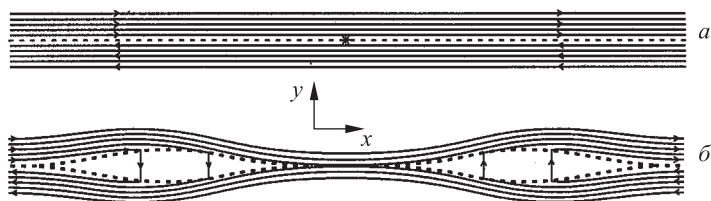


Рис. 7.8. (а) Начальный токовый слой. (б) Эволюция магнитного поля (сплошные линии) и ударных волн (пунктир) в нестационарной модели пересоединения типа Петчека (Семёнов и др.)

ется повсюду за исключением области, где начинается пересоединение. Пересоединение начинается в этой локальной области, и отсюда в среду посылаются быстрые и медленные магнитозвуковые волны. В теории несжимаемой плазмы (Biernat и др., 1987, 1998; Rijnbeek и Semenov, 1993) волны быстрой моды мгновенно распространяются за пределы этой области и вызывают поток плазмы по направлению к Х-линии. В отличие от теории Петчека втекающий поток плазмы здесь является неоднородным в низшем порядке, но с расстоянием неоднородность уменьшается и равна нулю на бесконечности по оси Y. После того как прекращается процесс пересоединения, в точке пересоединения возникает фаза выключения с эффектом распространения выключения наружу, что отсутствует в стационарных решениях.

Как и в стационарной теории Петчека, втекающий поток вблизи Х-линии является сверхзвуковым относительно скорости медленной магнитозвуковой волны, и поэтому формируются пары медленных ударных волн. Однако ударные волны изгибаются и окружают заднюю часть области вытекания, которая по форме напоминает слезу (рис. 7.8 б). Передняя часть этой области ограничена медленными ударными волнами, смыкающимися с медленными ударными волнами в задней части. В пределе несжимаемой плазмы та скорость, с которой возмущение в области вытекания распространяется вдоль оси X, равна как раз  $v_{A0}$ , т.е., альфвеновской скорости, характеризующей окружающую среду, поэтому внешний масштаб ( $L_e$ ) системы непрерывно возрастает со временем как

$$L_e = v_{A0}t. \quad (7.42)$$

На расстояниях от начала координат много меньших, чем это расстояние, нестационарное решение стремится к стационарному решению Петчека.

Формально решение строится почти так же, как решение Петчека. В области втекания уравнения разлагаются в ряд по малому параметру ( $\varepsilon$ ), который в этом случае определяется как

$$\varepsilon(t) = \frac{E^*(t)}{v_{A0} B_0},$$

где  $E^*(t)$  — это электрическое поле на X-линии, а  $B_0$  — поле в окружающей среде вне слоя. Параметр  $\varepsilon$  играет ту же роль, что и альфвеновское число Маха  $M_e$  в стационарной теории, и разложение в ряд подразумевает  $\varepsilon \ll 1$ . Имеется ещё одно ограничение на поле  $E^*$ : оно должно медленно изменяться со временем, чтобы эволюция в диффузионной области на X-линии была квазистационарной. Это ограничение в сочетании с условием  $\varepsilon \ll 1$  превращает область вытекания в тонкий слой и позволяет при решении МГД уравнений применять теорию пограничного слоя.

Как и в стационарной теории Петчека, в случае несжимаемой плазмы втекание предполагается бестоковым в первом порядке (хотя это не требуется в случае сжимаемой плазмы). Однако это уже не произвольное предположение, а требование, которое следует из начальных условий. В начальный момент  $t = 0$  ток отсутствует во внешней области вне слоя, поэтому любой ток, возникающий в этой области, обусловлен волнами, распространяющимися наружу из начальной области пересоединения. Быстрые волны легко распространяются в область втекания, а волны медленной моды распространяются с трудом, поскольку их скорость в направлении, перпендикулярном полю, равна нулю. После того как поток, втекающий в область пересоединения, становится хорошо развитым, область вверх по потоку относительно медленных ударных волн становится повсюду сверхзвуковой относительно скорости медленной волны (§ 5.2). Из-за того, что волны медленной моды не могут распространяться быстрее медленных ударных волн, плотность тока в области втекания равна нулю, по крайней мере в первом порядке разложения. Почему это так, можно понять, если рассмотреть уравнение импульса. В области, где устанавливается квазистационарный поток, инерциальный член  $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$  равен нулю в первом порядке разложения по  $\varepsilon$ , поскольку входящий поток  $(v_y)$  — первого порядка. (В случае когда скорость  $v_y$  также однородна в первом порядке, инерциальный член также равен нулю и во втором порядке.) Следовательно, в первом порядке уравнение импульса имеет вид  $\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$ , или иначе  $j = dp/dA$ . Поскольку те же уравнения описывают статическое равновесие, изменения  $p$  и  $B$  в направлении поперёк магнитных силовых линий должны иметь противоположные направления, за исключением особого случая, когда  $j = 0$ . Такие изменения могут осуществляться только волнами медленной моды, причём эти волны должны приходить от внешних границ, потому что входящий поток является сверхзвуковым относительно скорости медленной моды. Поэтому если мы утверждаем, что входящие медленные волны не приносят таких изменений

(т.е. они возникают из однородного состояния), то единственно возможным решением является  $j = 0$  в первом порядке по  $\varepsilon$ .

Токи низшего порядка, присутствующие в области втекания в решении Петчека (§ 5.1), создаются за счёт распространения волны быстрой моды, которая посылается в область втекания из области начального пересоединения. В стационарной теории, рассмотренной в гл. 5, решение Петчека является единственным решением, полностью свободным от эффектов медленных мод в области втекания (т.е. связанных с медленной модой расширения или сжатия). Поэтому решение Петчека может быть связано со спонтанным пересоединением, тогда как другие типы пересоединения, например, накопление потоков, могут быть, вообще говоря, связаны с вынужденным пересоединением. Анализируя особенности распространения волн медленной и быстрой моды, можно также объяснить, почему токовые слои отсутствуют вдоль сепаратрис в конфигурации Петчека. Если сепаратрисы расположены вверх по потоку относительно ударных волн медленной моды, они обязательно являются бестоковыми в отсутствие внешней возмущающей силы. Только тогда, когда сепаратрисы расположены вниз по потоку относительно ударных волн или же ударные волны отсутствуют, возможно существование таких токовых слоёв.

Поскольку  $j_1$  равно нулю в области втекания, то в первом порядке функция потока  $A(x, y, t)$  является решением уравнения Лапласа ( $\nabla^2 A = 0$ ), и общее решение для  $\mathbf{B}$  в области втекания имеет вид

$$B_x = B_0 + \frac{\partial A_1}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A_1}{\partial x},$$

где

$$A_1 = \frac{y}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A_1(x', 0, t)}{(x - x')^2 + y^2} dx' \quad (7.43)$$

и  $A = B_0 y + A_1$ . Функция  $A_1(x', 0, t')$  находится с использованием условий изменения параметров при переходе через границу медленной волны в области вытекания:

$$A_1(x', 0, t') = B_0 |x'| g(|x'| - v_{A0} t') - B_0 \int_0^{|x'|} g(\xi - v_{A0} t') d\xi, \quad (7.44)$$

где

$$g(x - v_{A0} t) = \varepsilon(t - x/v_{A0}) = -\frac{E^*(t - x/V_{A0})}{B_0 v_{A0}}$$

связывает структуру поля с изменением во времени электрического поля на X-линии.

Поскольку ток  $j$  равен нулю в области втекания, скорость здесь является безвихревой в первом порядке, и функция потока первого по-

рядка ( $\psi_1$ ) удовлетворяет уравнению  $\nabla^2 \psi_1 = 0$ . Таким образом, общее решение для скорости в области втекания имеет вид

$$v_{x1} = 0, \quad v_{y1} = -\frac{\partial \psi_1}{\partial x},$$

где

$$\psi_1 = \frac{y}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi_1(x', 0, t)}{(x - x')^2 + y^2} dx' \quad (7.45)$$

и

$$\psi_1(x', 0, t') = v_{A0} x' g(x' - v_{A0} t'). \quad (7.46)$$

В области вытекания решение в нулевом порядке имеет вид

$$B_{x0} = 0, \quad B_{y0} = B_0 g(x - v_{A0} t), \\ v_{x0} = v_{A0}, \quad v_{y0} = 0,$$

и положение ударного фронта, отделяющего выходящий поток от входящего, описывается уравнением

$$f(x, t) = x g(x - v_{A0} t), \quad (7.47)$$

где  $f(x, t)$  — высота ударной волны в точке  $x$  в момент времени  $t$ . Выражение для поправок первого порядка в области вытекания здесь не приводятся, но их можно найти в работе Пудовкина и Семёнова (Pudovkin и Semenov, 1985). Эти поправки добавляют кривизну прямым силовым линиям в области вытекания на рис. 7.8б, так что силовые линии уже не имеют столь резкого излома, когда они пересекают фронт ударной волны.

Для завершения решения необходимо связать изменение во времени нормированной скорости пересоединения  $\varepsilon$  и заданное изменение диффузии  $\eta$ . Для этого используются соотношения Свита–Паркера с тем, чтобы привести в соответствие средние входящий и выходящий потоки в диффузионной области с внешней областью (Rijnbeek и Semenov, 1993). Процедура аналогична той, что использовалась в стационарной теории Петчека для определения максимальной скорости пересоединения, однако она не даёт полного описания связи между  $\eta(t)$  и  $\varepsilon(t)$ . При включении диффузии потока нет, и конвекция пренебрежимо мала. Следовательно, в это момент времени описание конвекции и волн в решении типа Семёнова пока ещё не работает, но после появления конвекции  $\eta(t)$  может быть выражена через  $\varepsilon(t)$  и наоборот. Для  $\eta$ , которая остаётся постоянной после начального возрастания, нормированное электрическое поле записывается в виде:

$$\varepsilon(t) = \frac{\pi}{4 \ln [\varepsilon^2(t) R_{me}(t)]} \approx \frac{\pi}{4 \ln R_{me}(t)}, \quad (7.48)$$

где

$$R_{me} = \frac{v_{A0} L_e(t)}{\eta_{ave}} = \frac{v_{A0}^2}{\eta_{ave}} t.$$

Здесь  $\eta_{\text{ave}}$  обозначает средний коэффициент диффузии в диффузионной области. Уравнение (7.48) совпадает с результатом Петчека, но здесь магнитное число Рейнольдса ( $R_{me}$ ) зависит от времени.

В случае, когда после начального введения диффузии она остаётся постоянной, эволюция диффузионной области определяется простым изменением масштаба в стационарной теории Петчека с внешним масштабом ( $L_e$ ), который зависит от времени в соответствии с уравнением (7.42). Отсюда получаем

$$L = \frac{L_e(t)}{R_{me}(t)\varepsilon^2(t)} = \frac{\eta_{\text{ave}}}{v_{A0}} \left[ \frac{4 \ln(v_{A0}^2 t / \eta)}{\pi} \right]^2 \quad (7.49)$$

для половины длины диффузионной области и

$$l = L_e(t)\varepsilon(t) = \frac{\eta_{\text{ave}}}{v_{A0}} \frac{4 \ln(v_{A0}^2 t / \eta)}{\pi} \quad (7.50)$$

для её полутолщины. В отличие от линейного роста волновых структур, диффузионная область увеличивается со временем по логарифмическому закону, пока величина  $\eta_{\text{ave}}$  остаётся постоянной.

Численные расчёты, проведённые Угаи и Тсуда (Ugai и Tsuda, 1977, 1979), Угаи (Ugai, 1984, 1988, 1995а,б), Шолером (Scholer, 1989) и Шумахером и Клаймом (Schumacher и Kliem, 1996) наиболее близки к нестационарным решениям типа Петчека. В этих расчётах считалось, что пересоединение в простом токовом слое начинается, когда увеличивается диффузия в некоторой области, и использовались открытые граничные условия (т.е. нормальные производные большинства величин полагались равными нулю на границе). Из-за таких открытых условий границы оказываются крайне чувствительными к начальным условиям, а волновые возмущения могут выходить без отражения за границы расчётной области. В некоторых расчётах включалось также аномальное сопротивление как функция от плотности тока. В качестве примера на рис. 7.9 приведены конфигурации магнитного поля и потока, рассчитанные Угаи (Ugai, 1995а). Напоминающая слезу форма области вытекания качественно аналогична форме, предсказанной Семёновым и др. (Semenov и др., 1983а, 1992), но количественное сравнение до сих пор не производилось.

Как Угаи (Ugai, 1995б), так и Шолер (Scholer, 1989) получили, что квазистационарная конфигурация, подобная той, что была получена Петчеком, образуется в том случае, когда область с высоким сопротивлением ограничена размерами, предсказанными стационарной теорией. Однако, если сопротивление однородно и постоянно во времени почти сразу после включения триггерного механизма, то токовый слой в диффузионной области растёт со временем, пока не достигнет границ расчётной области, и тогда пересоединение превращается в пересоединение типа Свита–Паркера. Такое поведение иногда интерпретировали как несостоятельность теории Петчека (Jamitzky и Scholer, 1995), но

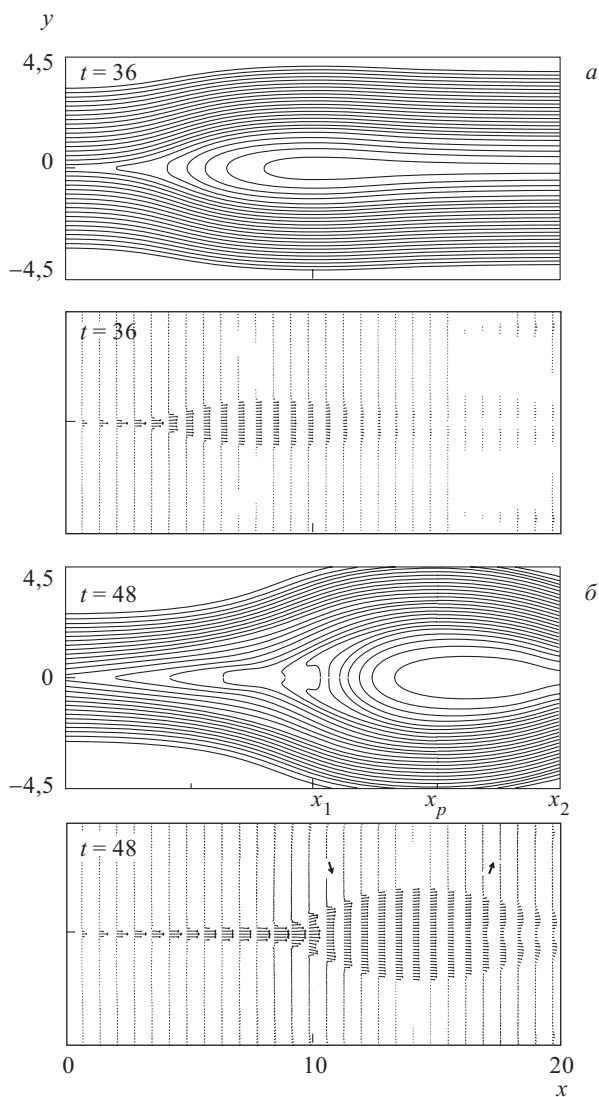


Рис. 7.9. Контуры функции потока для численного эксперимента с пересоединением, вызванным наличием области с локально увеличенным удельным сопротивлением. На рисунке видны несколько особенностей, предсказываемых нестационарной моделью типа Петчека, в том числе область вытекания в виде слезы и разрыв ударной волны вокруг этой области (Угаи, 1995а)



на самом деле оно качественно согласуется с предсказаниями нестационарной теории относительно увеличения длины диффузионной области до тех пор, пока она не достигнет размера расчётной области.

Другая особенность, наблюдаемая в численных экспериментах, которую не объясняет стационарная теория Петчека, это отклонение втекающей плазмы вверх по течению относительно сепаратрис. Отклонение происходит в слоях, лежащих выше по течению относительно медленных ударных волн. Ещё до того, как плазма пересечёт сепаратрисы, плазма в этих слоях начинает поворачивать в направлении вытекания (Scholer, 1989). Такие слои наблюдаются только в тех случаях, когда диффузионная область не была ограничена длиной, предписываемой стационарной теорией Петчека, и этот результат тоже приводил к сомнениям относительно правильности решения Петчека. Однако в варианте нестационарной теории Петчека для сжимаемой плазмы, развитой в работах Хейна и Семёнова (Heun и Semenov, 1996) и Хейна (Heun, 1997), предполагается, что наблюдаемый в численных расчётах слой связан с волнами быстрой моды, которые генерируются из-за эволюции области вытекания. В отличие от стационарной теории размеры области выходящего потока в нестационарной теории постоянно возрастают, и это приводит к поддержанию возмущений быстрой моды в области вверх по течению относительно медленных ударных волн.

Количественного сравнения между численными расчётами и нестационарной теорией Петчека ещё не проведено, но такие расчёты было бы легче выполнить, чем аналогичные расчёты для стационарной теории. Нестационарная теория формулируется как задача с начальными условиями в бесконечной плоскости без границ, в то время как стационарная теория формулируется как задача с граничными условиями. Для МГД расчётов начальные условия поставить гораздо легче, чем граничные условия. Это связано с разнообразием числа и типа возможных граничных условий (Forbes и Priest, 1987). Добавим, что часто труднее численно получить стационарное решение, чем нестационарное, даже если стационарное решение является абсолютно устойчивым (Roache, 1982).

## Глава 8

### Трёхмерное пересоединение

Теория двумерного пересоединения к настоящему времени достаточно хорошо понята и детально разработана и, как мы видим, тип пересоединения зависит в значительной степени от скорости пересоединения, конфигурации, граничных условий и величин параметров. Однако, остаются неясными многие вопросы, например, каковы свойства турбулентного или импульсного вспышечного пересоединения? Почему длина диффузионной области увеличивается в пересоединении Петчека при однородном удельном сопротивлении? Как влияют граничные условия вытекающего потока на быстрое пересоединение? Как происходит пересоединение в бесстолкновительной плазме? Как влияют на пересоединение отдельные члены в уравнении энергии, например, излучение или проводимость?

Теория трёхмерного пересоединения разработана в значительно меньшей степени. В данный момент мы в самом начале пути исследований, которые будут продолжаться в течение многих лет, но некоторые важные направления уже наметились. При трёхмерном пересоединении многие детали процесса значительно отличаются от двумерного случая. Например, мы здесь обсуждаем определение пересоединения (§ 8.1), структуру нулевых точек (§ 8.2), природу бифуркаций (§ 8.3), глобальную магнитную топологию (§ 8.4) и природу самого пересоединения (§ 8.6, 8.7).

В этой главе мы вводим несколько новых понятий. В нулевых точках магнитное пересоединение может иметь место в виде *пересоединения на шипе* (spine reconnection), *пересоединения на плоскости* (fan reconnection) или *пересоединения на сепараторе* (separator reconnection) (§ 8.6). Области, где магнитные силовые линии касаются границы и являются вогнутыми внутрь объёма называются *открытыми участками* (bald patches) (п. 8.4.1). В том случае, когда нет ни нулевых точек, ни открытых участков, структура силовых линий от одной границы до другой является непрерывной, поэтому все они имеют одну и ту же топологию, а сепаратрисы отсутствуют. Однако пересоединение всё же происходит на *особых линиях* (п. 8.1.3) и на особых поверхностях, называемых *квазисепаратрисными слоями* (§ 8.7).

Вначале мы попытаемся определить, что подразумевается под трёхмерным пересоединением, включая *общее магнитное пересоедине-*

ние (п. 8.1.1) и пересоединение на особых силовых линиях (п. 8.1.3). Мы определим, что подразумевается под магнитной топологией, и покажем, что в неидеальной плазме сохранение магнитных силовых линий и магнитного потока не являются эквивалентными и что имеются трудности с определением скорости силовой линии (п. 8.1.2). Кроме того, мы опишем свойства трёхмерных нулевых точек (§ 8.2) и способы определения и вычисления магнитной спиральности (§ 8.5).

## 8.1. Определение пересоединения

Нулевые точки (в которых магнитное поле равно нулю) называются линейными, если компоненты магнитного поля линейно возрастают с расстоянием от нулевой точки, и они являются нулевыми точками более высокого порядка, когда по крайней мере одна компонента поля возрастает с меньшей скоростью (например, как квадратичная или кубическая функция). В двумерной конфигурации линейные нулевые точки можно разделить на два типа, а именно Х-точки и О-точки, в окрестности которых силовые линии имеют, соответственно, топологию Х-типа или О-типа. Это даёт вполне чёткое представление о магнитном пересоединении и определяет несколько характерных его свойств (рис. 8.1 а):

- а) пересоединение происходит в некоторой Х-точке, где встречаются две пары сепаратрис; во время процесса пересоединения пары силовых магнитных линий сходятся по направлению к Х-точке;

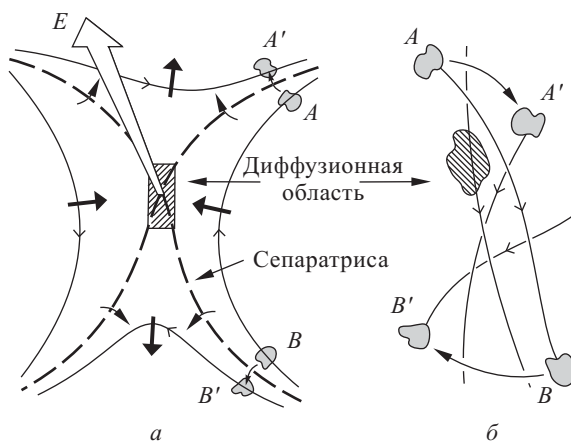


Рис. 8.1. Основные свойства (а) двумерного и трёхмерного (б) пересоединения, при котором элементы плазмы  $A$  и  $B$ , которые первоначально были соединены магнитной силовой линией, переходят в положения  $A'$  и  $B'$ , где они уже не имеют магнитной связи

затем они вытягиваются вдоль сепаратрис, разрываются и пересоединяются;

- б) электрическое поле ( $\mathbf{E}$ ) перпендикулярно к плоскости и, таким образом, направлено вдоль  $X$ -линии;
- в) структура магнитных силовых линий в области от одной границы до другой не является непрерывной; следовательно, в процессе пересоединения происходит изменение магнитной связности элементов плазмы из-за наличия локализованной диффузионной области, где нарушается идеальная магнитная гидродинамика; например, на рис. 8.1 *a* вначале магнитная линия соединяет элемент плазмы  $A$  с элементом  $B$ , а после пересоединения, когда элементы плазмы перемещаются в точки  $A'$  и  $B'$ , они уже более не связаны магнитной силовой линией;
- г) поперёк сепаратрис существует поток плазмы.

Возникает вопрос, какие из этих свойств настолько устойчивы, что они могут служить определением трёхмерного пересоединения. Свойство (б) использовалось как определение пересоединения в работе (Sonnerup, 1984), свойство (в) — в работе (Axford, 1984), а свойство (г) — в работе (Vasyliunas, 1975). Однако, как было показано (Schindler и др., 1988), пересоединение может происходить в отсутствие нулевых точек и сепаратрис, так что свойства (б) и (г) не могут служить основополагающими для обобщения на случай трёхмерного пересоединения (рис. 8.1 *б*). В свою очередь, ими было предложено использовать признак (в) как основное определение так называемого *общего магнитного пересоединения* (п. 8.1.1). Их концепция включает все эффекты локальной неидеальности, которые вызывают появление компоненты электрического поля ( $E_{\parallel}$ ) вдоль отдельной силовой линии. Таким образом они показали, что обобщение на случай трёхмерного пересоединения пункта (б) в виде

$$\int E_{\parallel} ds \neq 0$$

служит необходимым и достаточным условием для общего магнитного пересоединения, где интеграл берётся вдоль отдельной силовой линии. Эквивалентным условием является изменение во времени магнитной спиральности (§ 8.5).

Это очень привлекательное определение, хотя с нашей точки зрения оно является слишком общим, поскольку включает примеры магнитной диффузии или проскальзывания (как, например, в двойных слоях или ударных волнах), которые обычно не включались в концепцию пересоединения. Поэтому мы предпочитаем ограничить определение пересоединения *пересоединением на особой силовой линии* (п. 8.1.3, 8.1.4), в котором присутствие  $E_{\parallel}$  вдоль силовой линии дополняется условием, что поле вблизи этой линии имеет топологию  $X$ -типа в плоскости, перпендикулярной к этой линии (Priest и Forbes, 1989). Эта концепция

пересоединения в превосходной ковариантной формулировке была дана в работе (Hornig и Rastätter, 1997, 1998).

### 8.1.1. Обобщение представлений о магнитном пересоединении.

Физическая концепция магнитного пересоединения в общем виде была представлена для обсуждения (Schindler и др., 1988) и затем была дана математическая формулировка такого магнитного пересоединения через потенциалы Эйлера (Hesse и Schindler, 1988). В этой работе авторы определили его как «разрушение магнитного соединения из-за неидеальности», написав закон Ома в общей форме:

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{R}, \quad (8.1)$$

где  $\mathbf{R}$  — любой неидеальный член (связанный, например, со столкновениями, флуктуациями или инерцией частиц).  $\mathbf{R}$  считается локальной величиной, отличной от нуля внутри ограниченной области  $D_R$  (диффузионной области) и равной нулю вне этой области. Следовательно из своего определения они исключили процессы глобальной магнитной диффузии. С точки зрения резистивной МГД теории, они включили случаи, когда глобальные магнитные числа Рейнольдса велики ( $R_{me} \gg 1$ ), и исключили случаи, когда они малы ( $R_{me} \leq 1$ ).

При моделировании процесса образования плазмоедов в магнитном хвосте Земли (см. п. 10.5.2) на первом этапе они рассматривали двумерное магнитное поле в виде

$$B_x = Kz, \quad B_z = x^2 - 2ax - b,$$

где  $K$ ,  $a$  и  $b$  — константы, такие что  $a^2 < b$ . Это поле состоит из системы замкнутых магнитных петель (рис. 8.2 а). Если же  $a$  и  $b$  изменяются

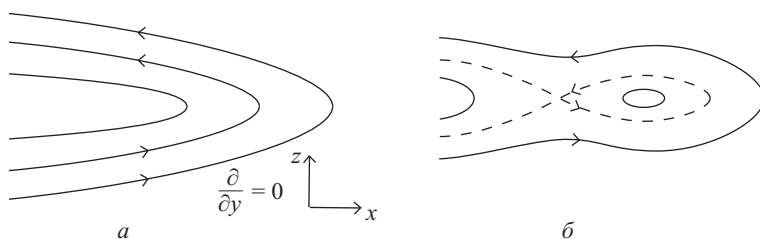


Рис. 8.2. Магнитная конфигурация (а) до и (б) после образования плазмоеда и сепаратрисы (пунктирная кривая) в двумерной конфигурации (Schindler et al., 1988)

во времени таким образом, что  $a^2 > b$ , то появляется пара X- и O-точек с плазмоедом (рис. 8.2 б). Теперь сепаратриса разделяет плоскость на три области, а пересоединение в X-точке вызывает перенос потока из одной области в другую поперёк сепаратрисы.

Затем в работе (Schindler и др., 1988) была добавлена постоянная компонента  $B_y$ , и было сделано предположение, что  $a$  и  $b$  являют-

ся функциями  $y$ , а неравенство  $a^2 > b$  выполняется в ограниченной области значений  $y$ , так что плазмод имеет конечную длину вдоль оси  $y$ . Теперь поразительная особенность состоит в том, что хотя поле в плоскостях  $y = \text{const}$  всё ещё выглядит как на рис. 8.2, сепаратрисная поверхность полностью исчезает. Уже больше нет топологического различия между силовыми линиями внутри и снаружи плазмоида, поскольку все силовые линии начинаются на левой границе (т.е. при одном и том же значении  $x$ ) и там же заканчиваются: силовая линия, закрученная в спираль внутри плазмоида в некотором диапазоне  $y$ , с неизбежностью выйдет из плазмоида при больших значениях  $|y|$  (рис. 8.3 и 10.14). Понятие сепаратрисной поверхности в трансляци-

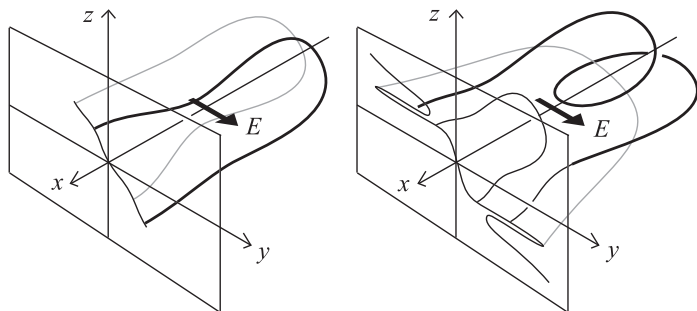


Рис. 8.3. Образование плазмоида в трёхмерной конфигурации, когда две магнитных петли (светлая и тёмная) пересоединяются в отсутствие нулевой точки и возникает две новых петли, закрученных одна вокруг другой (Schindler et al., 1988)

онном инвариантном поле (т.е. не зависящем от  $y$ ), как показано на рис. 8.2, является поэтому *структурно неустойчивым*, поскольку оно может быть разрушено любым малым изменением поля. По этой причине в работе (Schindler и др., 1988) авторы старались не использовать понятия «сепаратриса» в их формулировке пересоединения.

Затем ими была предложена классификация различных видов магнитного пересоединения в общем случае, что показано на рис. 8.4. С одной стороны, пересоединение происходит в нулевой точке, где поле равно нулю ( $\mathbf{B} = 0$ ); в такой точке действительно существуют сепаратрисы, и поэтому можно использовать топологическую аргументацию. С другой стороны, в случае пересоединения при конечном  $B$  магнитное поле нигде не исчезает. Необходимое и достаточное условие для пересоединения этого типа состоит в том, что магнитное поле не равно нулю в области  $D_R$  (диффузионной области) и  $\mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{R}) \neq 0$  на некотором множестве точек внутри  $D_R$ . Здесь важным параметром является электрическое поле ( $E_{\parallel}$ ), параллельное магнитному полю: если интеграл  $\int E_{\parallel} ds$  вдоль конечного набора силовых линий внутри  $D_R$  отличен от нуля, то эффект пересоединения появляется

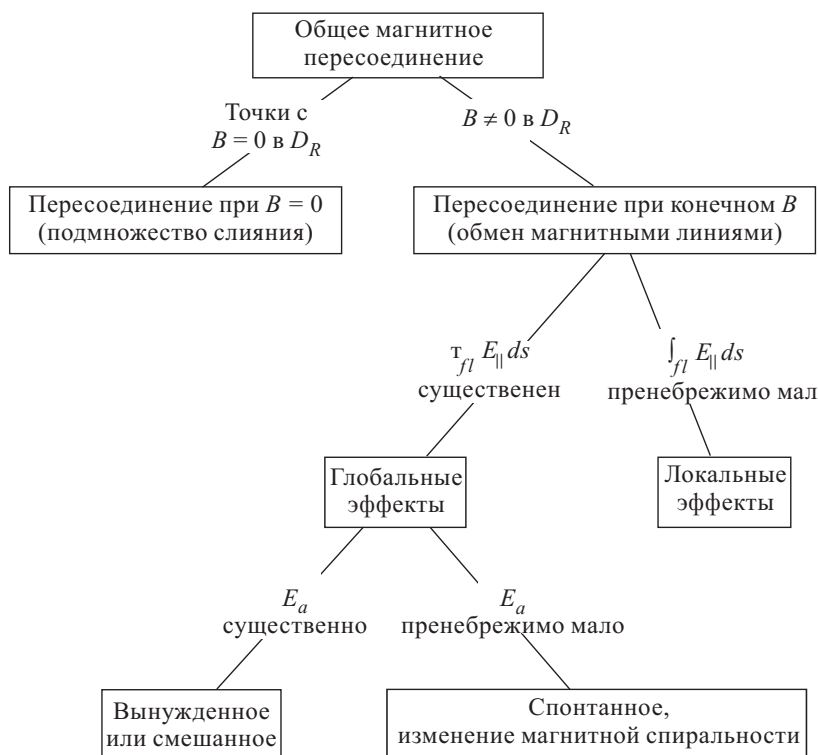


Рис. 8.4. Общая классификация различных типов пересоединения на основе локализованной диффузной области  $D_R$ , электрического поля ( $E_{||}$ ), направленного вдоль магнитного поля, и асимптотического электрического поля ( $E_a$ ) на больших расстояниях от  $D_R$  (Schindler et al., 1988)

вне пределов области  $D_R$ , так что имеется глобальное пересоединение. В противном случае пересоединение является локальным. Например, процесс формирования плазмоида является результатом глобального пересоединения при конечном  $B$ . Наконец, последнее подразделение на рис. 8.4 зависит от величины асимптотического электрического поля  $E_a$  на больших расстояниях от  $D_R$ . Если  $E_a$  отлично от нуля, то пересоединение является вынужденным, а если оно пренебрежимо мало, то спонтанным. В последнем случае они доказали, что если  $E_a = 0$  и относительная магнитная спиральность изменяется во времени, тогда имеет место глобальное пересоединение при конечном  $B$ .

Точные определения типов пересоединения, предложенные Шиндлером с коллегами, базируются лишь на законе Ома и уравнениях Максвелла, однако они представляют собой неоценимую основу для развития более полных моделей с включением уравнений движения и баланса тепла. Судя по тому, каких усилий потребовала проработка

двумерных уравнений от научного сообщества в течение многих лет, это будет нелёгкой задачей.

Математический формализм изложенных выше концепций был разработан в работе (Hesse и Schindler, 1988). Магнитное поле

$$\mathbf{B} = \nabla \alpha \times \nabla \beta \quad (8.2)$$

выражалось через потенциалы Эйлера ( $\alpha$  и  $\beta$ ), которые имеют постоянные значения на силовых линиях, поскольку уравнение (8.2) предполагает, что  $\mathbf{B} \cdot \nabla \alpha = \mathbf{B} \cdot \nabla \beta = 0$ . Выбирая величины  $\alpha = \alpha_0$  и  $\beta = \beta_0$ , мы определяем конкретную силовую линию. Поскольку уравнение (8.2) может быть записано в альтернативной форме как  $\mathbf{B} = \nabla \times (\alpha \nabla \beta)$ , эта форма автоматически удовлетворяет уравнению  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ . Однако этот формализм не подходит для описания хаотических полей, когда уже не существует магнитных поверхностей (поверхностей с постоянным  $\alpha$  и  $\beta$ ), и возникают проблемы из-за неоднозначно определённых  $\alpha$  и  $\beta$  в тороидальных системах. Кроме того, следует осторожно относиться к расчётам вблизи нулевых точек.

Эволюция во времени потенциалов Эйлера может быть получена следующим образом. Если  $\mathbf{A}$  является векторным потенциалом (для которого  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ ) с калибровкой  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$ , он может быть выражен через потенциалы Эйлера:

$$\mathbf{A} = \alpha \nabla \beta. \quad (8.3)$$

Более того, чтобы уравнение  $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$  удовлетворялось тождественно, электрическое поле может быть записано через потенциалы  $\mathbf{A}$  и  $\Phi$  как

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi = -\frac{\partial \alpha}{\partial t} \nabla \beta + \frac{\partial \beta}{\partial t} \nabla \alpha - \nabla \Psi, \quad (8.4)$$

где с использованием уравнения (8.3), имеем  $\Psi = \Phi + \alpha \partial \beta / \partial t$ . Тогда  $\nabla \Psi$  и  $\mathbf{R}$  в уравнении (8.1) могут быть выражены через компоненты параллельные  $\nabla \alpha$ ,  $\nabla \beta$  и  $\nabla s$ , где  $s$  — расстояние вдоль силовых линий, так что, например

$$\mathbf{R} = R_\alpha \nabla \alpha + R_\beta \nabla \beta + R_s \nabla s.$$

Соответствующие компоненты закона Ома (уравнение (8.1)) принимают вид

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{\partial \Psi}{\partial \beta} - R_\beta, \quad (8.5)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} + R_\alpha, \quad (8.6)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial s} = -R_s, \quad (8.7)$$

где  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$  представляет собой субстанциональную производную по времени.



Вне диффузионной области все компоненты  $\mathbf{R}$  равны нулю, и поэтому эта система уравнений означает, что  $\Psi = \Psi(\alpha, \beta, t)$  не зависит от  $s$  и является гамильтонианом для динамики в координатах  $\alpha$  и  $\beta$ . Непосредственным следствием этого является сохранение линий, поскольку временная эволюция  $\alpha$  и  $\beta$  не зависит от  $s$ ; т.е.  $\alpha$  и  $\beta$  изменяются одинаково для всех элементов плазмы на данной силовой линии. Отсюда также следует сохранение потока, поскольку теорема Лиувилля (например, Arrowsmith и Place, 1990) предполагает, что площадь внутри любой замкнутой кривой в пространстве переменных  $\alpha, \beta$  остаётся постоянной, т.е. магнитный поток через замкнутую кривую, движущуюся в физическом пространстве вместе с плазмой, остаётся постоянным во времени.

Внутри области пересоединения, где  $\mathbf{R} \neq 0$ , силовые линии всё ещё сохраняются, если только правые части уравнений (8.5), (8.6) не зависят от  $s$ , т.е.

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} + R_\beta \right) = \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} + R_\alpha \right) = 0, \quad (8.8)$$

так что поведение  $\alpha$  и  $\beta$  не зависит от расстояния вдоль силовой линии. Общим решением этих уравнений (а именно уравнения (8.8)) является

$$R_\alpha = \frac{\partial f}{\partial \alpha} + \frac{\partial g}{\partial \beta}, \quad R_\beta = \frac{\partial f}{\partial \beta} - \frac{\partial g}{\partial \alpha}, \quad R_s = \frac{\partial f}{\partial s},$$

что, в свою очередь, эквивалентно уравнению

$$\mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{R}) = 0, \quad (8.9)$$

где  $f(\alpha, \beta, s, t)$  и  $g(\alpha, \beta, t)$  — произвольные функции. Кроме того, сохранение потока выполняется, если выполняется теорема Лиувилля, иначе говоря, если  $\alpha$  и  $\beta$  имеют гамильтонову форму, так что

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial \beta}, \quad \frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \alpha}, \quad (8.10)$$

где  $F = F(\alpha, \beta, t)$ . Тогда, если мы запишем функцию  $\Psi$  в уравнениях (8.5)–(8.7) в виде  $\Psi(\alpha, \beta, s, t) = F(\alpha, \beta, t) - G(\alpha, \beta, s, t)$ , то пара уравнений (8.5) и (8.6) эквивалентны уравнению (8.10) тогда и только тогда, когда

$$R_\alpha = \frac{\partial G}{\partial \alpha}, \quad R_\beta = \frac{\partial G}{\partial \beta}$$

или, другими словами,

$$\nabla \times \mathbf{R} = 0. \quad (8.11)$$

Теперь докажем, что пересоединение при конечном  $B$ , сопровождающееся глобальными эффектами, происходит тогда и только тогда, когда

$$\int E_{\parallel} ds \neq 0 \quad (8.12)$$

на измеримом множестве силовых линий внутри  $D_R$ . В основных уравнениях, уравнениях (8.5)–(8.7),  $\Psi$  в общем случае есть функция от  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $s$  и  $t$ , но вне области  $D_R$  мы имеем  $\partial\Psi/\partial s = 0$ , так что  $\Psi$  является функцией только  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $t$ . Однако для силовой линии, проходящей через  $D_R$ , это могут быть две различные функции, например,  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ , на той и другой стороне области  $D_R$ . Другими словами,

$$\Psi_2(\alpha, \beta, t) - \Psi_1(\alpha, \beta, t) = \int_1^2 \frac{\partial\Psi}{\partial s} ds, \quad (8.13)$$

где интегрирование проводится вдоль силовой линии и разница между  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  зависит от того, как  $\Psi$  изменяется в  $D_R$ . Таким образом, если правая часть уравнения (8.13) отлична от нуля, так что вследствие уравнения (8.4)

$$\int E_{\parallel} ds \neq 0,$$

диффузионная область создаёт глобальный эффект вдоль тех силовых линий, которые проходят через неё: элементы плазмы, первоначально находившиеся на одной силовой линии, но по разные стороны от области неидеальности, будут по-разному ощущать изменение параметров  $\alpha$  и  $\beta$ .

Позднее в работе (Birн и др., 1989) была рассмотрена трёхмерная структура плазмоидов. Эти идеи Hesse и др., 1990, применили к событиям, сопровождающимся переносом потока (flux transfer events) (§ 10.3), а Otto и др., 1990, соответственно, к пересоединению в хвосте магнитосферы. В работе (Schindler и др., 1991) обсуждается роль результирующего поля  $E_{\parallel}$  в ускорении частиц (п. 13.1.7). Кроме того, структура плазмоидов, иногда хаотичная, была проанализирована в работах (Lau и Finn, 1991, 1992), с применением кинетического подхода. Такой подход использовался при моделировании магнитосферы в работе (Wang и Bhattacharjee, 1996). Представления об общем магнитном пересоединении применялись при численном моделировании тиринг-неустойчивости (Van Hoven и Hendrix, 1995), а в работе (Greene, 1993) проведено сопоставление пересоединения с изменениями топологии линий тока в жидкости. Кроме того, в работе (Jardine, 1994) был представлен трёхмерный вариант почти однородного семейства (§ 5.1) моделей пересоединения, которые характеризуются завихрённостью потока плазмы, который движется к области пересоединения.

**8.1.2. Сохранение магнитной топологии в неидеальной плазме.** Закон Ома для идеальной плазмы записывается в следующем виде:

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0, \quad (8.14)$$

а уравнение индукции сводится к равенству

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (8.15)$$

В § 1.4 было показано, что теорема Альфвена о вмороженности потока в этом случае означает, что:

- а) течения идеальной плазмы сохраняют магнитный поток;
- б) эти течения сохраняют также связанность плазменных элементов магнитными силовыми линиями.

Последнее означает, что такие течения сохраняют *магнитную топологию*, что подразумевает сохранение любых свойств магнитного поля при идеальных смещениях магнитных силовых линий, таких, как зацепление или узлы магнитных силовых линий. Магнитная структура может быть растянута и деформирована таким потоком, но её топология не изменяется. Кроме того, как было показано в гл. 1, компоненты  $(v_{\perp})$  и  $(w_{\perp})$  скорости плазмы и скорости силовой линии, перпендикулярные к магнитному полю, идентичны и равны

$$\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{w}_{\perp} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}. \quad (8.16)$$

Посмотрим, как изменяются эти свойства в потоке неидеальной плазмы, для которого справедливо общее соотношение (8.1), где  $\mathbf{R}$  — член, описывающий неидеальность любого вида (например,  $\mathbf{R} = \eta \nabla \times \mathbf{B}$  в резистивной магнитной гидродинамике). Можно показать (например, Vasyliunas, 1972; Hornig и Schindler, 1996), что сохранение потока (а) и сохранение линии (б) уже неэквивалентны, и скорость силовой линии уже нельзя определить однозначно! В частности, условие

$$\mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{R}) = 0 \quad (8.17)$$

предполагает сохранение силовой линии (б). Напротив, условие

$$\nabla \times \mathbf{R} = 0 \quad (8.18)$$

предполагает сохранение потока (а) и, следовательно, сохранение силовой линии (б). Если  $\mathbf{B} \neq 0$ , уравнение (8.17) эквивалентно

$$\nabla \times \mathbf{R} = \lambda \mathbf{B},$$

где  $\lambda$  представляет собой скалярную функцию, но в нулевой точке ( $\mathbf{B} = 0$ ) это последнее условие связано с более значительными ограничениями по сравнению с (8.17), поскольку оно предполагает  $\nabla \times \mathbf{R}$  равным нулю, что не является обязательным для уравнения (8.17). Однако уравнение (8.18) эквивалентно уравнению

$$\mathbf{R} = \nabla G,$$

где  $G$  — скалярная величина. Таким образом, классический результат (Newcomb, 1958) для идеальной плазмы, что сохранение потока (а) означает сохранение линии (б) также выполняется в неидеальной плазме. Однако в неидеальном случае сохранение линии необязательно означает сохранение потока.

Результаты (8.17 и 8.18) уже были доказаны ранее в п. 8.1.1 с использованием потенциалов Эйлера. Результат (8.17) может быть

доказан без привлечения потенциалов Эйлера следующим образом. Множество силовых линий магнитного поля  $B$  задано в виде

$$\frac{\partial x}{\partial s} = B_x, \quad \frac{\partial y}{\partial s} = B_y, \quad \frac{\partial z}{\partial s} = B_z, \quad (8.19)$$

где  $s$  означает некоторый параметр (не обязательно расстояние), который определяет положение точки вдоль силовой линии, считая от начального положения (например,  $\mathbf{r}_0$ ). В компактной форме уравнение (8.19) записывается в виде

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} = \mathbf{B}, \quad (8.20)$$

а его решение

$$\mathbf{r} = \mathbf{F}_B(\mathbf{r}_0, s) \quad (8.21)$$

для определённого момента времени  $t$  обычно называется *поток* магнитного поля. Формально магнитная топология поля сохраняется, если силовые линии деформируются непрерывным образом, так что

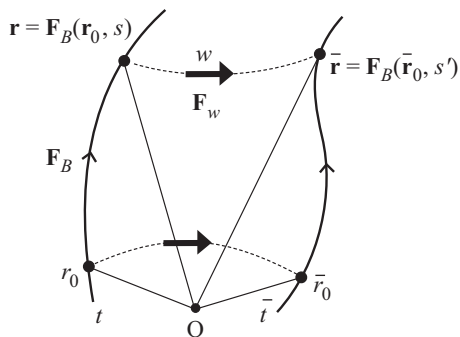


Рис. 8.5. Сохранение силовой линии, отображённой от момента времени  $t$  к моменту  $\bar{t}$  течением  $\mathbf{w}$ . Точки отображены *вдоль* силовых линий отображением  $\mathbf{F}_B$  и *поперёк* силовых линий — отображением  $\mathbf{F}_w$

сохраняется их взаимное положение, направление (т.е. положительное или отрицательное), а также зацепление, так что силовые линии не разрываются и не пересоединяются.

Это тот случай, когда существует непрерывное отображение (гомеоморфизм,  $\mathbf{F}_w$ ), который отображает поток магнитного поля в момент времени  $t$  в поток для некоторого более позднего момента времени  $\bar{t}$ , как показано на рис. 8.5. Во избежание методических трудностей Хорник и Шиндлер ограничились своим доказательством случая *плавных* деформаций силовых ли-

ний (дiffeоморфизмов), так что они, например, исключили образование токовых слоёв. В этом случае вектор  $\mathbf{F}_w$  связан со скоростью силовой линии  $\mathbf{w}$  соотношением

$$\mathbf{w} = \frac{\partial \mathbf{F}_w}{\partial \bar{t}}, \quad (8.22)$$

а точкам  $\mathbf{r}_0$  и  $\mathbf{r}$  ставятся в соответствие точки  $\bar{\mathbf{r}}_0$  и  $\bar{\mathbf{r}}$  в момент времени  $\bar{t}$ :

$$\bar{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{F}_w(\mathbf{r}_0) \quad \text{и} \quad \bar{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_w(\mathbf{r}). \quad (8.23)$$

Тогда, если топология сохраняется, то точки  $\bar{\mathbf{r}}$  и  $\bar{\mathbf{r}}_0$  лежат на той же силовой линии в момент времени  $\bar{t}$ , так что

$$\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_B(\bar{\mathbf{r}}_0, s'), \quad (8.24)$$

где параметризация  $s'$  вдоль результирующей силовой линии может отличаться от параметризации  $s$  вдоль начальной силовой линии при наличии движения вдоль поля. Подстановкой  $\mathbf{r}$ ,  $\bar{\mathbf{r}}_0$  и  $\bar{\mathbf{r}}$  из уравнений (8.21) и (8.23), уравнение (8.24) приводится к виду

$$\mathbf{F}_w[\mathbf{F}_B(\mathbf{r}_0)] = \mathbf{F}_B[\mathbf{F}_w(\mathbf{r})].$$

Это просто означает, что можно двигаться от точки  $\mathbf{r}_0$  к точке  $\bar{\mathbf{r}}$  на рис. 8.5 или через точку  $\mathbf{r}$ , или через  $\bar{\mathbf{r}}_0$ . Включая параметр расстояния и время, получаем полное выражение в виде

$$\mathbf{F}_w[\mathbf{F}_B(\mathbf{r}_0, s, t), \bar{t}] = \mathbf{F}_B[\mathbf{F}_w(\mathbf{r}_0, t), s', \bar{t}].$$

Далее мы дифференцируем это соотношение по  $s$  и  $\bar{t}$  и в результате получаем

$$\frac{\partial^2}{\partial s \partial \bar{t}} \{ \mathbf{F}_w[\mathbf{F}_B(\mathbf{r}_0, s, t), \bar{t}] \} = \frac{\partial^2}{\partial \bar{t} \partial s} \{ \mathbf{F}_B[\mathbf{F}_w(\mathbf{r}_0, t), s', \bar{t}] \}.$$

Затем используем определение величин  $\mathbf{F}_w$  (уравнение 8.22) и  $\mathbf{F}_B$  (уравнения (8.20) и (8.21)), что даёт

$$\frac{\partial}{\partial s} \{ \mathbf{w}[\mathbf{F}_B(\mathbf{r}_0, s, t)] \} = \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \left\{ \mathbf{B}[\mathbf{F}_w(\mathbf{r}_0, t), \bar{t}] \frac{\partial s'}{\partial s} \right\}$$

или при  $s = 0$  и  $\bar{t} = t$

$$(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{w} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\mathbf{w} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \lambda^* \mathbf{B},$$

где производная  $-\partial^2 s' / \partial s \partial \bar{t}$  записана в виде скалярной функции  $\lambda^*$ . Иначе говоря, мы показали, что, если существуют  $\lambda^*$  и  $\mathbf{w}$  такие, что

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\mathbf{w} \cdot \nabla) \mathbf{B} - (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{w} = \lambda^* \mathbf{B},$$

то магнитная топология сохраняется при эволюции  $\mathbf{B}(r, t)$ . Наконец, это уравнение эквивалентно ротору от уравнения (8.1), если  $\mathbf{w} = \mathbf{v}$  и  $\nabla \times \mathbf{R} = \lambda \mathbf{R}$ , где  $\lambda = -\lambda^* - \nabla \cdot \mathbf{v}$ , и тем самым мы доказали соотношение (8.17).

Для идеальной плазмы мы можем дать определение скорости магнитной силовой линии (по крайней мере её компоненты, перпендикулярной полю) в виде уравнения (8.16), но для неидеальной плазмы нет однозначного определения скорости силовой линии! Составляющая скорости силовой линии  $\mathbf{w}_\perp$  может быть определена тогда и только тогда, когда закон Ома, а именно уравнение (8.1), может быть записан в виде

$$\mathbf{E} + \mathbf{w} \times \mathbf{B} = \mathbf{a}, \quad (8.25)$$

где

$$\nabla \times \mathbf{a} = \lambda_w \mathbf{B} \quad (8.26)$$

и  $\lambda_w$  представляет собой некую скалярную функцию. Это означает

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{w} \times \mathbf{B}) + \lambda_w \mathbf{B},$$

что является наиболее общей формой сохранения магнитных силовых линий (как показано выше). Это определение, по сути, означает сохранение силовой линии, но оно не означает сохранения потока, если не выполнено условие  $\lambda_w = 0$ . Если такое условие выполнено, то  $\nabla \times \mathbf{a} = \mathbf{0}$ , и тогда можно использовать определения (1.41) и (1.42) главы 1 при  $\mathbf{a} = -\nabla \Phi^*$ . Из уравнения (8.25) мы таким образом получаем выражение для скорости силовой линии:

$$\mathbf{w}_\perp = \frac{(\mathbf{E} - \mathbf{a}) \times \mathbf{B}}{B^2}.$$

Однако это выражение не является однозначным, поскольку если заметить вектор  $\mathbf{a}$  вектором  $\mathbf{a}' = \mathbf{a} + \nabla \Psi^*$ , где  $(\mathbf{B} \cdot \nabla) \Psi^* = 0$ , то магнитное поле в уравнении (8.26) останется неизменным, и также неизменным будет скалярное произведение  $\mathbf{B}$  и уравнения (8.25), тогда как векторное произведение  $\mathbf{B}$  и уравнения (8.25) даёт другое выражение для потока с замороженными силовыми линиями:

$$\mathbf{w}'_\perp = \frac{(\mathbf{E} - \mathbf{a}') \times \mathbf{B}}{B^2}.$$

Такая форма уравнения (8.25) всегда возможна для идеального течения (откуда следует (8.16)), но она также всегда возможна при условии  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ .

Рассмотрим, например, двумерное течение и магнитное поле в плоскости  $x, y$ , удовлетворяющее закону Ома

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma},$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{j}$  направлены по оси  $z$ , как уже было рассмотрено в примере 1 параграфа 1.4. Тогда скорость плазмы, перпендикулярная полю, определяется выражением

$$\mathbf{v}_\perp = \frac{(\mathbf{E} - \mathbf{j}/\sigma) \times \mathbf{B}}{B^2},$$

а возможная скорость силовой линии определяется как

$$\mathbf{w}_\perp = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (8.27)$$

так что скорость проскальзывания — это разность  $(\mathbf{v}_\perp - \mathbf{w}_\perp)$ . Соотношение (8.27) справедливо, потому что предполагает  $\mathbf{E} + \mathbf{w}_\perp \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$ ,

что согласуется с уравнением (8.25) при  $\mathbf{a} = 0$  и  $\lambda_w = 0$ . Однако другая возможная скорость силовой линии определяется как

$$\mathbf{w}'_{\perp} = \frac{(\mathbf{E} - K^* \hat{\mathbf{z}}) \times \mathbf{B}}{B^2},$$

где  $K^*$  — постоянный множитель. Это выражение также справедливо, поскольку предполагается

$$\mathbf{E} + \mathbf{w}_{\perp} \times \mathbf{B} = K^* \hat{\mathbf{z}},$$

что также согласуется с уравнением (8.25), но в предположении  $\mathbf{a} = K^* \hat{\mathbf{z}}$  и  $\lambda_w = 0$ . Иначе говоря, скорость силовой линии не является однозначно определённой.

Наконец, рассмотрим снова пример 2 из § 1.4, где описано уменьшение линейного бессилового поля за счёт омической диссипации. В предыдущем рассмотрении в предположении  $\lambda_w = 0$  мы получили выражение для скорости  $\mathbf{w}$ , которое становится сингулярным на поверхности  $r = r_0$ , где винтовое поле трансформируется в силовые линии в форме окружностей. Предположим теперь, что  $\lambda_w = \eta \alpha^2$ , где  $\alpha$  — бессиловой параметр. Если мы также положим  $\mathbf{a} = (\lambda_w / \alpha) \mathbf{B} - \nabla \hat{\Psi}$  при условии  $\hat{\Psi} = 0$  при  $z = 0$ , чтобы удовлетворить уравнению (8.26) и бессиловому уравнению, то просто получим  $\mathbf{w} \equiv 0$ . Поскольку в этом примере поле  $\mathbf{E}$  параллельно  $\mathbf{B}$ , не существует потока электромагнитной энергии, и поэтому преимущество особого граничного условия  $\hat{\Psi} = 0$  при  $z = 0$  состоит в том, что оно приводит к скорости силовой линии, которая тождественно равна скорости потока электромагнитной энергии. Кроме того, при вышеуказанном выборе  $\lambda_w$  силовые линии остаются стационарными, хотя магнитный поток и поле убывают со временем.

**8.1.3. Пересоединение на особых силовых линиях.** Можно дать определение пересоединения в менее общей форме, чем это было сделано в работе (Schindler и др., 1988) и тем самым исключить многие диффузионные явления, которые не связаны непосредственно с пересоединением (Priest и Forbes, 1989). Основная идея состоит в том, чтобы оставаться в рамках обычного двумерного анализа. В двумерной конфигурации  $(x, y)$  процедура состоит из двух частей:

- 1) прежде всего мы ищем X-точки, в которых как  $B_x$ , так и  $B_y$  равны нулю, и имеется топология X-типа;
- 2) пересоединение происходит при наличии электрического поля  $E_z$  или гиперболического потока  $(v_x, v_y)$ , приводящего к тому, что появляется поток из двух противоположных квадрантов по направлению к X-точке, и этот поток выносится затем из двух других квадрантов.

В трёхмерном случае, по аналогии, мы можем рассуждать следующим образом:

- 1) найдём множество *возможных особых линий*, а именно те магнитные силовые линии, вблизи которых магнитное поле имеет топологию X-типа в плоскости, перпендикулярной к силовой линии;
- 2) тогда пересоединение происходит при наличии электрического поля  $E_{\parallel}$  вдоль одной из возможных особых линий; это связано с гиперболическим течением, которое приносит магнитный поток по двум направлениям к возможной особой линии и выносит его наружу по двум другим направлениям.

Возможная особая линия, вдоль которой направлено электрическое поле, называется *особой силовой линией*, а пересоединение называется

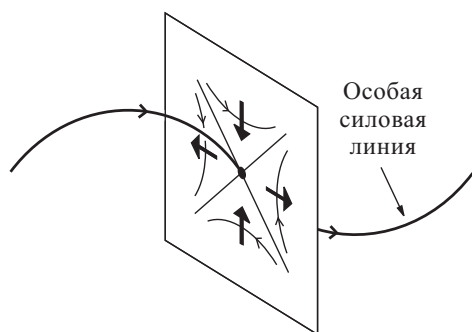


Рис. 8.6. Пересоединение на особой силовой линии

*пересоединением на особой силовой линии*. В плоскости, перпендикулярной к особой силовой линии, течения и поведение силовых линий подобны двумерному пересоединению (рис. 8.6). Таким образом в таком определении пересоединения подчёркивается, что должна быть соответствующая магнитная геометрия (т.е. должна существовать потенциальная особая линия), а поток плазмы должен иметь соответствующую форму (т.е. соот-

ветствовать существованию  $E_{\parallel}$ ). В идеальной области в окрестности особой линии имеются ограничения, которые накладываются на электрическое поле или на течения: пересоединение может происходить на сингулярностях электрического поля вдоль особой линии, где эти ограничения не работают, и диффузия становится существенной.

Вообще говоря, имеется континуум *возможных* особых силовых линий. Рассмотрим, например, поле

$$(B_x, B_y, B_z) = (y, x, 1). \quad (8.28)$$

В плоскости  $z = \text{const}$  существует X-точка при  $x = y = 0$ , но в плоскости  $z = \bar{a}y + z_0$  имеется X-точка при  $(-\bar{a}, 0, z_0)$ , в которой магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости. В более общем смысле, если рассматривать смещение точки  $z_0$  вместе с вращением на углы  $\theta_1$  и  $\theta_2$  вокруг осей X и Y, соответственно, то существует X-точка с координатами  $(-\text{tg } \theta_1, -\text{tg } \theta_2 / \cos \theta_1, z_0)$ . И наоборот, для любой заданной точки  $(x_0, y_0, z_0)$  имеется X-точка в плоскости, ориентированной под углами, такими, что  $\text{tg } \theta_1 = -x_0$  и  $\text{tg } \theta_2 = -y_0 \sqrt{1 + x_0^2}$ . Таким образом,



мы заключаем, что любая силовая линия конфигурации, заданной уравнением (8.28), представляет собой возможную особую линию.

Рассмотрим, например, поле с компонентами

$$(B_x, B_y, B_z) = [\bar{f}(y, z), -x, 1],$$

где  $\bar{f}(y, z) = (y - 2)^2 - 1 + z^2$  (рис. 8.7). В плоскостях  $z = z_0$  имеются Х-точки с координатами  $(0, 2 - \sqrt{1 - z_0^2})$  и О-точки с координатами  $(0, 2 + \sqrt{1 - z_0^2})$  при условии  $z_0^2 < 1$ . Кроме того, для любой точки  $(x_0, y_0, z_0)$  существует нейтральная точка в плоскости, ориентированной под углами, такими, что

$$\operatorname{tg} \theta_1 = x_0$$

и

$$\operatorname{tg} \theta_2 = -\frac{\bar{f}(y_0, z_0)}{\sqrt{1 + x_0^2}}.$$

Ниже определённой плоскости находится Х-точка, и поэтому имеется континуум потенциальных особых линий, проходящих через Х-точки.

Теперь кратко рассмотрим природу потока пересоединения за пределами диффузионной области, где выполняется закон Ома для идеальной плазмы

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}. \quad (8.29)$$

Для простоты рассмотрим стационарный поток, для которого

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0}. \quad (8.30)$$

Какова природа потока в идеальной области в окрестности особой линии и каковы ограничения на электрическое поле? Уравнение (8.29) предполагает, что электрическое поле перпендикулярно магнитному полю почти всюду, за исключением особых линий и поверхностей, где поле  $\mathbf{E}$  параллельно  $\mathbf{B}$ , и важную роль играет диффузия. Выбор определённой особой линии из множества возможных особых линий зависит от природы потока плазмы или электрического поля. Например, снова рассмотрим поле, заданное уравнением (8.28), для которого

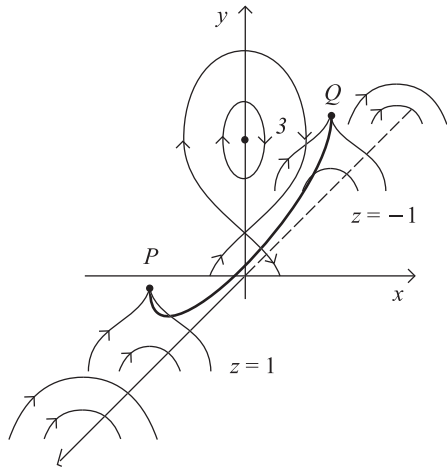


Рис. 8.7. Силовые линии в плоскостях  $z = \text{const}$  для модельной конфигурации вокруг солнечного протуберанца с переходом от нормальной ( $|z| > 1$ ) к обратной ( $|z| < 1$ ) полярности. Присутствует однородное поле в направлении  $z$ . Возможная особая линия, расположенная в плоскости  $yz$ , показана жирной кривой

поток  $\mathbf{v}(x, y)$ , не зависящий от  $z$ , приводит к образованию особой линии вдоль оси  $z$ . В этом случае компоненты уравнения (8.29):

$$xv_x - yv_y = -E_z, \quad v_y - xv_z = -E_x, \quad v_x - yv_z = E_y, \quad (8.31)$$

где в соответствии с уравнением (8.30), компонента поля  $E_z$  — постоянна, а  $\partial E_y / \partial x = \partial E_x / \partial y$ . Исключая  $E_y$  и компоненты скорости, мы получаем уравнение для определения  $E_x$ :

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{E_z + yE_x}{x} \right) = 0.$$

Решая это уравнение методом характеристик, находим

$$E_x = \frac{yE_z}{x^2 - y^2} + x\bar{g}(x^2 - y^2), \quad (8.32)$$

где  $\bar{g}(x^2 - y^2)$  — произвольная функция переменной  $x^2 - y^2$ . Таким образом, существует особенность вдоль оси  $z$ , (т.е. особая линия), которая определяется диффузией, в то время как уравнение (8.31) предполагает, что при  $E_z > 0$  существует поток, втекающий вдоль оси  $x$  ( $v_x = -E_z/x$ ) и вытекающий вдоль оси  $y$  ( $v_y = E_z/y$ ).

В более общем смысле условие (8.30) означает  $\mathbf{E} = -\nabla\Phi$ , а уравнение (8.29) означает, что  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$  или  $\mathbf{B} \cdot \nabla\Phi = 0$ , так что  $\Phi$  зависит только от двух координат, ортогональных по отношению к силовой линии. Например, силовые линии для уравнения (8.28) при  $y \geq x$  могут быть представлены соотношениями

$$x = c^{1/2} \operatorname{sh} s, \quad y = C^{1/2} \operatorname{ch} s, \quad z = s + K,$$

так что потенциал  $\Phi = \Phi(C, K)$  зависит только от  $C$  и  $K$ , а компоненты электрического поля должны иметь вид

$$E_x = 2C^{1/2} \operatorname{sh} s \frac{\partial \Phi}{\partial C} + \frac{\operatorname{ch} s}{C^{1/2}} \frac{\partial \Phi}{\partial K}, \quad E_y = \frac{yE_x + E_z}{-x}, \quad E_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial K}. \quad (8.33)$$

Такие соотношения обеспечивают идеальные течения, удовлетворяющие уравнениям (8.29) и (8.30) за исключением сингулярностей, где диффузия играет важную роль. Например, при соотношениях

$$\Phi = -E_z K \quad \text{и} \quad \Phi = C \operatorname{tg}^{-1} \frac{K - K_0}{C - C_0}$$

идеальное поведение нарушается на силовых линиях  $C = 0$  и  $C = C_0$ ,  $K = K_0$ , соответственно.

**8.1.4. Ковариантный формализм для пересоединения на особых силовых линиях.** Вышеизложенная концепция пересоединения на особых силовых линиях для случая трёхмерного пересоединения с нулевыми точками и без них была разработана в работе (Hornig and Rastätter, 1998), где за основу было взято простое определение двумер-

ного пересоединения и расширено на трёхмерный случай. Рассмотрим скорость силовой линии в двумерной конфигурации:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}. \quad (8.34)$$

С этой скоростью осуществляется перенос магнитного потока как в идеальной, так и неидеальной области, при этом  $\mathbf{a} = \mathbf{0}$  в уравнении (8.25). В этом случае пересоединение происходит, если поток силовых линий обладает полем скоростей X-типа с особенностью на нулевой линии магнитного поля. Таким образом, течения плазмы могут переносить магнитный поток за конечное время к нулевой линии, где он расщепляется и выносятся наружу. Например, в магнитном поле  $\mathbf{B} = (y, x)$  происходит такое движение силовых линий

$$\mathbf{w} = -\frac{E_x}{x^2 + y^2} \hat{\mathbf{x}} + \frac{E_y}{x^2 + y^2} \hat{\mathbf{y}},$$

которое имеет сингулярность на оси  $z$ .

Что происходит при трёхмерном пересоединении? Так, для пересоединения в 3D нулевой точке или для любого пересоединения, удовлетворяющего условию  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ , мы можем определить скорость движения силовых линий ( $\mathbf{w}$ ) с помощью уравнения (8.34) и, по аналогии с двумерной конфигурацией, можем его использовать, определяя пересоединение как процесс, обладающий особенностью гиперболического течения. Такая сингулярность будет существовать вдоль особой линии.

Однако для пересоединения при конечном  $B$  в отсутствие нулевой точки произведение  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$  не равно нулю и  $\mathbf{w}$  не имеет особенности. Вышеприведённое определение в этом случае может считаться несостоятельным не потому, что пересоединение имеет существенно другую природу, а потому что концепция сохранения магнитного потока, на которой основано вышеприведённое определение величины  $\mathbf{w}$ , задаёт слишком узкие рамки для анализа процесса. Как было установлено (Hornig and Rastätter, 1998), сохранение магнитного потока является только частным случаем гораздо более общего условия сохранения — сохранения *электромагнитного потока*, что обеспечивает описание как пересоединения в нулевой точке, так и пересоединения при конечном  $B$  ( $\mathbf{B} \neq \mathbf{0}$ ). Уравнения, описывающие сохранение потока из уравнения (8.18), а именно

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \nabla G,$$

могут быть записаны в ковариантной форме

$$-\mathbf{E} \cdot \frac{\mathbf{W}}{c} = \frac{\partial G}{\partial x_0}, \quad \frac{W^0}{c} \mathbf{E} + \mathbf{W} \times \mathbf{B} = \nabla G, \quad (8.35)$$

где индекс 0 означает временную координату  $x_0 = ct$ . Эти уравнения означают сохранение электромагнитного потока

$$\int_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} + \frac{1}{c} \int_C \mathbf{C} \cdot d\mathbf{r} dx_0 = \text{const} \quad (8.36)$$

для поверхности, движущейся в четырёхмерном пространстве Минковского с четырёхмерной скоростью  $W^{(4)} = (W^0, \mathbf{W})$ .

В дополнение к обычному магнитному потоку, пронизывающему контур кривой  $C$  (первый член уравнения (8.36)), имеется второй член, связанный с расширением кривой вдоль оси времени. Четырёхмерная скорость  $\mathbf{W}^{(4)}$  представляет собой скорость переноса электромагнитного потока. Тожество  $W^0 \equiv 1$  соответствует сохранению магнитного потока, а если  $W^0$  является функцией аргументов  $\mathbf{r}$  и  $t$ , мы имеем эволюцию, при которой поток не сохраняется (неидеальный случай).

Тогда можно дать следующее определение тех условий, при которых происходит магнитное пересоединение:

- (а) нет решения для идеальных ковариантных уравнений (8.35) при  $W^0 > 0$  во всех точках и
- (б) имеется решение при  $W^0 > 0$  за исключением линии, где  $\mathbf{W}^{(4)}$  равно нулю и  $\nabla \mathbf{W}^{(4)}$  имеет собственное значение, положительное и отрицательное.

Это определение структурно устойчиво и применимо как к пересоединению в нулевой точке, так и к пересоединению при конечном  $B$ . Оно также является ковариантным, поскольку положение области  $\mathbf{W}^{(4)} = \mathbf{0}$  не зависит от системы координат. Можно заметить, что хотя  $\mathbf{W}^{(4)}$  не является единственно возможным, область, в которой  $\mathbf{W}^{(4)}$  равно нулю, является единственной. Вообще, пересоединение происходит вдоль конечного сингулярного отрезка движущейся линии, и поэтому если оно существует вдоль такой линии в течение конечного времени, оно проявляется в пространственно-временной области в виде двумерной плоскости. Положение такой особой линии определяется глобальным критерием. Кроме того, скорость пересоединения измеряется величиной  $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$  вдоль особой линии.

Наконец, следует заметить, что определение общего пересоединения Гессе-Шиндлера в сущности эквивалентно нарушению сохранения магнитной силовой линии, но, по нашему мнению, это определение является слишком широким. Однако вышеприведённое определение пересоединения на особых силовых линиях гораздо более привлекательно, поскольку оно включает только те типы нарушения условия сохранения силовых линий, которые традиционно рассматриваются как магнитное пересоединение.

## 8.2. Трёхмерные нулевые точки

Линейные нулевые точки в трёхмерной конфигурации довольно сильно отличаются от линейных нулевых точек в двумерной конфигурации, так что мы дадим их описание (Priest и Titov, 1996; Parnell и др., 1996) на основе более ранних работ, например (Cowley, 1973б), (Greene, 1988) и (Lau и Finn, 1990, 1991). Простейшая нулевая точка такого типа (где магнитное поле возрастает линейно с расстоянием от начала координат) имеет компоненты поля

$$(B_x, B_y, B_z) = (x, y, -2z), \quad (8.37)$$

или в цилиндрических полярных координатах

$$(B_r, B_\theta, B_z) = (r, 0, -2z), \quad (8.38)$$

поэтому соотношение  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  тождественно удовлетворяется. Результирующие силовые линии удовлетворяют равенствам

$$\frac{dx}{B_x} = \frac{dy}{B_y} = \frac{dz}{B_z} \quad (8.39)$$

и заданы как линии пересечения двух поверхностей

$$y = Cx \text{ и } z = \frac{K}{x^2}. \quad (8.40)$$

Через нулевую точку проходят два совершенно различных семейства силовых линий. Во-первых, это изолированная силовая линия (*шип*) на рис. 8.8а, которая приближается к нулевой точке или уда-

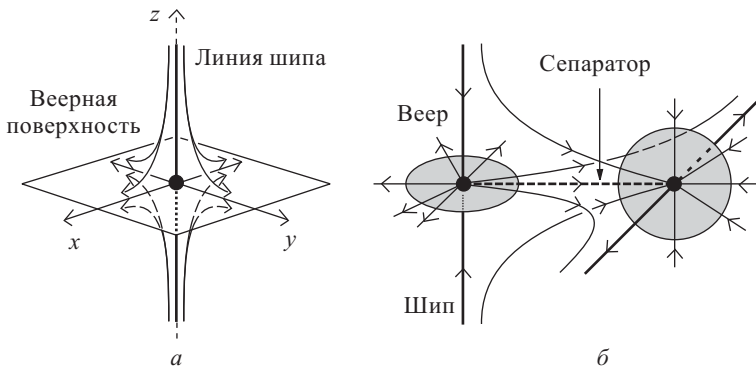


Рис. 8.8. Структура (а) 3D нулевой точки с шипом и веерной поверхностью и (б) структурно устойчивый сепаратор (см. п. 8.4.1), соединяющий две нулевые точки и представляющий собой пересечение двух веерных поверхностей

ляется от неё вдоль оси  $z$ . Силовые линии в её окрестности образуют два пучка, которые расходятся при приближении к плоскости  $xy$ , образуя *веерную плоскость с нулём поля*. Это поверхность, содержащая

силовые линии, расходящиеся при удалении от нулевой точки. Если силовые линии расходятся из нулевой точки в радиальных направлениях, мы будем её называть *положительной нулевой точкой*, если же они сходятся к нулевой точке, мы будем называть такую точку *отрицательной нулевой точкой*.

Нулевая точка, заданная уравнением (8.37), называется *правильной радиальной нулевой точкой*, поскольку веерные силовые линии в этом случае являются прямыми. Это частный случай ( $a = 1$ ) класса нулевых точек, имеющих компоненты поля

$$(B_x, B_y, B_z) = [x, ay, -(a+1)z]. \quad (8.41)$$

В случае  $a \neq 1$  веерные силовые линии уже не являются прямыми, и мы имеем *неправильную радиальную нулевую точку*. В случае  $0 < a < 1$  большая часть веерных линий касается оси  $y$ , а при  $a > 1$  они касаются оси  $x$  (рис. 8.9).

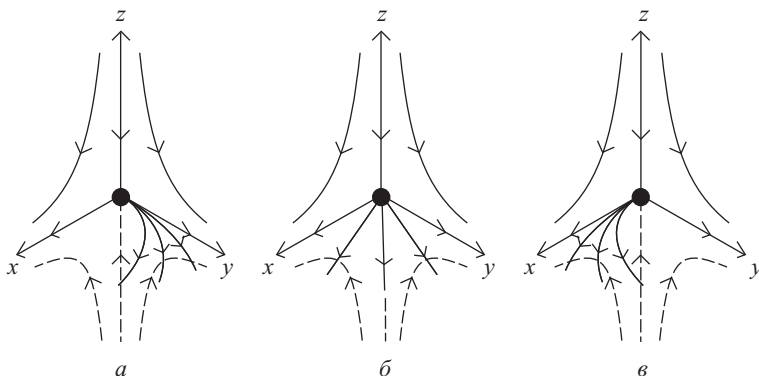


Рис. 8.9. Нулевые точки, имеющие шип вдоль оси  $z$  и веер в плоскости  $xy$  при (а)  $0 < a < 1$ , (б)  $a = 1$  и (в)  $a > 1$

В общем случае каждую из трёх компонент поля вблизи линейной нулевой точки можно выразить через три константы, так что их всего девять. Однако с учётом условия  $\nabla \cdot B = 0$ , а также путём нормировки и вращения координатных осей их число может быть сведено к четырём константам, а именно  $a$ ,  $b$ ,  $j_{\parallel}$  и  $j_{\perp}$ , определяющим компоненты поля:

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2}(b - j_{\parallel}) & 0 \\ \frac{1}{2}(b + j_{\parallel}) & a & 0 \\ 0 & j_{\perp} & -a - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (8.42)$$

Если перпендикулярная шипу компонента тока ( $j_{\perp}$ ) отлична от нуля, то веерная поверхность наклонена к шипу под некоторым углом, отличным от  $\pi/2$ . В этом случае мы имеем *нулевую точку наклонной*

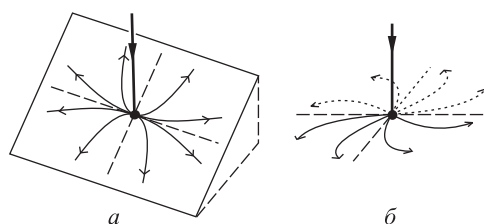


Рис. 8.10. (а) Нулевая точка наклонной плоскости, для которой  $j_{\perp} \neq 0$  и (б) спиральная нулевая точка, для которой  $j_{\parallel}$  превышает критическое значение

поверхности. Если ток ( $j_{\parallel}$ ) вдоль шипа превосходит критическую величину, то в матрице (8.42) уже не все собственные значения являются действительными, и мы имеем *спиральную нулевую точку* с силовыми линиями, которые спирально расходятся из нулевой точки или сходятся в неё (рис. 8.10).

### 8.3. Локальные бифуркации

Говорят, что магнитное поле является *структурно устойчивым*, если любое малое изменение поля не оказывает влияния на существенные черты его топологии, т.е. сохраняются его *структурные элементы* (определённые ниже в п. 8.4.1 как его нули, шипы и сепаратрисы (Priest и др., 1996)). И наоборот, магнитное поле является структурно неустойчивым, если любое изменение поля вызывает изменение его топологии. Такое изменение топологии называется *бифуркацией*.

*Локальная бифуркация* — это такая бифуркация, которая вызывает изменение числа или природы нулевых точек. Так в трёхмерном случае изолированные нулевые точки структурно устойчивы, но нулевые линии и нулевые слои структурно неустойчивы, поскольку они могут разбиться на серию нулевых точек. В более общем смысле нулевые точки структурно неустойчивы, если они являются вырожденными (т.е. когда матрица Якоби ( $D\mathbf{B}$ ) в уравнении (8.42) сингулярна в нулевой точке), или если нулевые точки — второго или более высокого порядка (т.е. когда  $D\mathbf{B}$  равно нулю в нулевой точке).

В двумерной конфигурации *глобальная бифуркация* магнитного поля (гамильтонова векторного поля, дивергенция которого равна нулю) — это такая бифуркация, которая приводит к изменению связности сепаратрисных силовых линий. В момент бифуркации существует либо гомоклиническая сепаратриса (которая начинается и кончается в той же самой нулевой точке) или гетероклиническая сепаратриса (которая связывает одну нулевую точку с другой). Однако в двумерной конфигурации гомоклинические и гетероклинические силовые линии структурно неустойчивы и поэтому не могут выдержать бифуркации, поскольку общее возмущение не даёт силовой линии, идущей от нулевой точки,

вернуться назад в эту нулевую точку или дойти до другой нулевой точки.

В трёхмерном случае, напротив, глобальная бифуркация может приводить к созданию и долговременному существованию сепаратора или может приводить к разрушению такого сепаратора. Те сепараторы, которые являются гетероклиническими силовыми линиями, связывающими два нуля и представляющими собой пересечение двух веерных плоскостей, структурно устойчивы. Напротив, те сепараторы, которые представляют собой пересечение шипа одного нуля с шипом или веером другого нуля структурно неустойчивы, поскольку возмущение поля в общем случае разрушает связь между двумя нулями, которая осуществляется с помощью такого сепаратора.

Линейные нулевые точки могут сливаться в нулевую точку второго порядка (у которой поле возрастает от нуля как квадрат расстояния), или нулевая точка второго порядка может расщепиться, приводя к появлению линейных нулей. Такие локальные бифуркации могут вызывать глобальные изменения магнитной топологии и стимулировать выделение магнитной энергии.

В двумерной конфигурации компоненты магнитного поля можно представить в виде

$$\frac{dx}{ds} = B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad \frac{dy}{ds} = B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}, \quad (8.43)$$

где функция потока ( $A$ ) является Гамильтонианом, постоянным вдоль силовых линий. Изолированные линейные нули являются либо  $X$ -точками, либо  $O$ -точками с функциями потока в виде  $A = b^2 y^2 \pm a^2 x^2$ . Таким образом, чтобы определить, бифуркации какого типа возможны в системе, можно рассмотреть общую кубическую функцию и предположить, что имеются нули, например, в точках  $(\pm\sqrt{K}, 0)$ . Самый простой общий, невырожденный тип — это бифуркация с седловым центром, которую можно проиллюстрировать на примере функции потока

$$A = x^3 - 3Kx + y^2. \quad (8.44)$$

При  $K < 0$ , она представляет собой множество изогнутых силовых линий; когда  $K = 0$  они образуют нулевую точку в начале координат, которая затем при  $K > 0$  расщепляется на  $X$  и  $O$  точки. Могут быть также бифуркации с разветвлением, когда тип точки ( $X$  или  $O$ ) изменится на противоположный и появляются ещё две точки того же типа. Можно привести примеры резонансных или вырожденных бифуркаций (Priest и др., 1996). В трёхмерной конфигурации система

$$\frac{dx}{ds} = B_x, \quad \frac{dy}{ds} = B_y, \quad \frac{dz}{ds} = B_z \quad (8.45)$$

уже не является Гамильтонианом, но она консервативна, поскольку  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ . Нулевые точки и их бифуркации здесь намного сложнее. Первым шагом был анализ бифуркации для полей с цилиндрической



симметрией, для которых уже была выполнена общая классификация (Priest и др., 1996) на основе частного примера из работы (Lau и Finn, 1992). Интересный особый подкласс полей в цилиндрических полярных координатах  $(r, \theta, z)$  представляет собой поле

$$B_r = rz, \quad B_\theta = 0, \quad B_z = Cr^2 + K - z^2 \quad (8.46)$$

с двумя параметрами  $C$  и  $K$ . Если  $C = 0$ , то при  $K < 0$  существует трубка потока. При  $K = 0$  она претерпевает бифуркацию с седловым узлом, что при  $K > 0$  приводит к образованию пары радиальных нулевых точек  $(0, 0, \pm\sqrt{K})$  на оси  $Z$  (рис. 8.11 а). При  $C < 0$  также образуется кольцо нулевых точек на радиусе  $r = \sqrt{-K/C}$  при  $z = 0$ , окружённых системой вложенных тороидальных поверхностей. В этом случае мы имеем бифуркацию с седловым узлом Хопфа (рис. 8.11 б). Если  $C > 0$ , то при  $K < 0$  в исходном магнитном поле имеется кольцо нулевых точек, которое исчезает, когда  $K$  становится положительным,  $K > 0$ , с образованием пары нулевых точек на оси  $Z$  (рис. 8.11 в). Если добавить компоненту  $B_\theta = r$ , то радиальные нулевые точки на оси  $Z$  станут спиральными нулевыми точками, а кольцо нулевых точек трансформируется в замкнутую силовую линию, охватывающую ось  $Z$  и окружённую системой магнитных поверхностей.

Началось также исследование полностью трёхмерных систем, где новым свойством является возможное наступление хаоса. Например, можно проанализировать эффект нарушения симметрии на примере, приведённом в правой части рис. 8.11 б, если мы положим

$$(B_r, B_\theta, B_z) = (rz + \lambda r^2 \cos^2 \theta, r + \alpha r^2 \cos^3 \theta, 1 - r^2 - z^2). \quad (8.47)$$

Когда  $\lambda = 0$  мы имеем асимметричное поле с чёткими магнитными поверхностями, а когда значение  $\lambda$  отлично от нуля, силовые линии, проходящие вблизи нулевых точек, становятся хаотичными. Это можно видеть на рис. 8.12, где приведено сечение Пуанкаре для случая  $\lambda = 0,01$  и показаны точки, в которых силовые линии, начинающиеся на оси  $r$ , пересекают плоскость  $\theta = \text{const}$  (Priest и др., 1996).

## 8.4. Глобальная магнитная топология

Сложная конфигурация магнитного поля может включать много различных компонент (рис. 8.13). Какие-то области будут ламинарными и состоящими из магнитных силовых линий, лежащих на магнитных поверхностях, в то время как другие будут хаотическими и будут заполнять пространство между силовыми линиями. Ламинарные области будут иметь *скелет*, состоящий из структурных элементов: нулевых точек, шипов, вееров и сепаратрисных поверхностей (п. 8.4.1), пересекающихся на сепараторных кривых. В общем случае будут также присутствовать и токовые слои (гл. 2), и особые силовые линии (п. 8.1.3). Пересоединение будет происходить как в нулевых точках

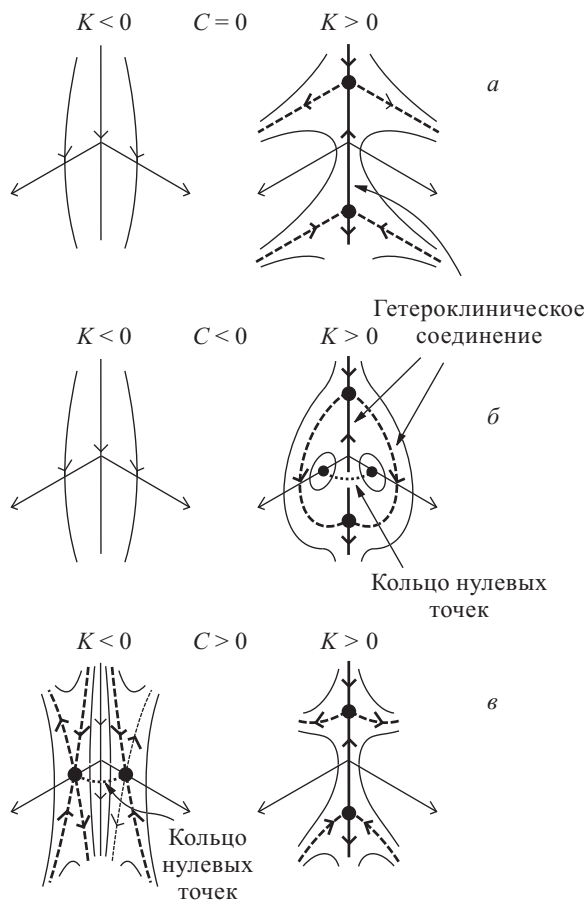


Рис. 8.11. Аксиальносимметричные конфигурации при (а)  $C = 0$ , (б)  $C < 0$ , (в)  $C > 0$ , демонстрирующие бифуркации с седловым узлом (наверху) или седловым узлом Хопфа (в середине и внизу) при возрастании  $K$  с переходом через нуль

(§ 8.6), так и на особых силовых линиях (п. 8.1.3), причём сильная диссипация будет иметь место в токовых слоях, расположенных вдоль шипов, вееров и сепараторов.

**8.4.1. Скелет ламинарных полей.** Типичная магнитная двумерная конфигурация (рис. 8.14 а) содержит сепаратрисные кривые, которые разделяют плоскость на топологически различные области в том смысле, что все силовые линии в одной области начинаются от отдельного источника и кончаются отдельным стоком. Сепаратрисы пересекаются в Х-точке, где поле равно нулю и является локально гиперболическим. Процесс магнитного пересоединения происходит в результате

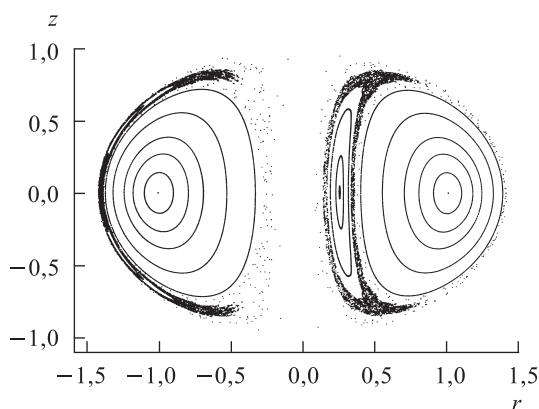


Рис. 8.12. Появление хаотических силовых линий в случае, если нарушена аксиальная симметрия рис. 8.11 б при  $K > 0$ , что видно из диаграммы Пуанкаре пересечений силовых линий с плоскостью  $zr$

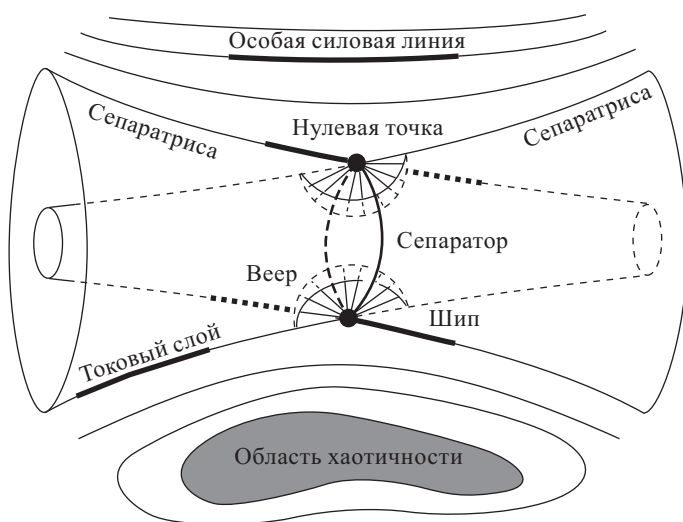


Рис. 8.13. Компоненты сложного магнитного поля, содержащего и ламинарную, и хаотическую (выделенную серым цветом) области. Сепаратрисные поверхности пересекаются на линиях сепаратора, связывающих нулевые точки. Области в окрестности нулевой точки содержат шипы (лежащие на сепаратрисах) и веерные поверхности (название, данное сепаратрисам, сходящимся к нулевой точке или радиально расходящимся из неё). Токовые слои и особые линии могут также иметь и другое положение в этой конфигурации

разрушения и нового соединения силовых линий в X-точке и переноса потока поперёк сепаратрис из одной топологической области в другую.

Некоторые трёхмерные конфигурации имеют похожие свойства, в них сепаратрисные поверхности разделяют объём на топологически

различные области. Они пересекаются на *сепараторе* (силовой линии, которая кончается в нулевых точках или на границе) (рис. 8.8 б, 8.14 в). Благодаря присутствию многих источников *скелет* или глобальная структура сложных полей включает нулевые точки и сеть шиповых кривых и сепаратрисных верных поверхностей. Сепаратрисные поверхности бывают двух типов: сепаратрисные верные поверхности, которые представляют собой продолжение веерных поверхностей в нулевых точках, и сепаратрисные контактные поверхности, которые соприкасаются с границей вдоль кривой, известной под названием контактная кривая или открытый участок (a bald patch).

Сама идея контактной кривой применительно к геомагнитному полю была упомянута в работе (Hide, 1979), а важность открытых участков и комплексной топологии применительно к солнечной концепции была впервые показана в работе (Seehafer, 1985, 1986). Кроме того, в работах (Low и Wolfson, 1988), а также (Amari и Aly, 1999) было продемонстрировано, как токовый слой может вырасти из

двумерного открытого участка (п.2.6.1). В более поздних работах (Titov и др., 1993) и (Bungey и др., 1996) было проведено детальное моделирование процесса развития открытых участков в трёхмерной конфигурации.

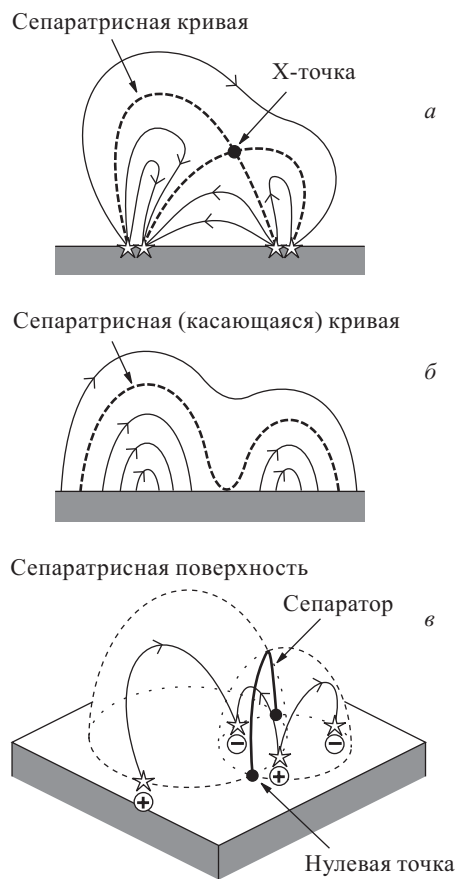


Рис. 8.14. Двумерные сепаратрисные кривые, (а) пересекающиеся в X-точке или (б) касающиеся границы. (в) Трёхмерные сепаратрисные поверхности, которые пересекаются на сепараторе (возможно, касающемся границы)

**8.4.2. Базовые блоки сложных ламинарных полей.** В работе (Priest, Bungey и Titov, 1997) были рассмотрены топологические свойства основополагающих составных частей сложных полей, а именно полей, создаваемых конечным числом дискретных источников, поскольку в общем случае именно ближайшие источники, главным образом, определяют топологию в данной области. Если имеются два несбалансированных источника, то скелет магнитного поля состоит из нулевой точки, из шипа, проходящего через более слабый источник и нулевую точку, и из сепаратрисной поверхности, охватывающей более слабый источник. При трёх несбалансированных источниках скелет обычно состоит из двух нулевых точек и из соответствующих им вееров и шипов. В случае, когда имеется два отрицательных источника и один положительный (рис. 8.15), возможны шесть различных топологических состояний. При сильном положительном источнике (верхний ряд на рис. 8.15) сепаратрисные веерные поверхности могут быть раздельными, соприкасающимися или охватывающими одна другую, а при слабом положительном источнике (нижний ряд состояний на рис. 8.15) они могут быть вложенными, пересекающимися и отделёнными друг от друга. Если отрицательные источники расположены достаточно близко друг к другу, то имеют место *локальные бифуркации на сепараторе* (типа седловой точки). Это последовательность состояний верхнего ряда: от состояния с отдельными поверхностями к состоянию с соприкасающимися поверхностями (с двумя дополнительными нулевыми точками), а затем к состоянию с поверхностями, охватывающими одна другую, в котором сначала возникают две линейные нулевые точки и соединяющий их сепаратор, а затем они разрушаются. Если отрицательные источники разнесены на достаточно большое расстояние, то имеет место *глобальная бифуркация на шипе* (гетероклинического типа) непосредственно от состояния с отдельными поверхностями к состоянию с вложенными поверхностями, в котором шип одной нулевой точки проходит через другую. Нижний ряд состояний на рис. 8.15 представляет собой *глобальные бифуркации на сепараторе*: от состояния с вложенными поверхностями к состоянию с пересекающимися поверхностями и, в свою очередь, к состоянию с отсоединёнными друг от друга поверхностями, в котором сначала создаётся сепаратор, а затем он разрушается (Brown и Priest, 1999).

Пример интересной последовательности изменений в топологии с тремя источниками (два отрицательных и один положительный) иллюстрирует рис. 8.16. Сначала, рис. 8.16 а, две линии, соединяющие положительный источник с каждым из двух отрицательных источников, составляют острый угол достаточно большой величины, так что каждый отрицательный источник имеет нулевую точку ( $N_1$  или  $N_2$ ) и, следовательно, два отдельных скелета, каждый из которых связан со своей нулевой точкой. Затем при сближении двух отрицательных источников угол уменьшается: в результате появляется нулевая точка второго порядка (рис. 8.16 б), и её бифуркация приводит к появлению

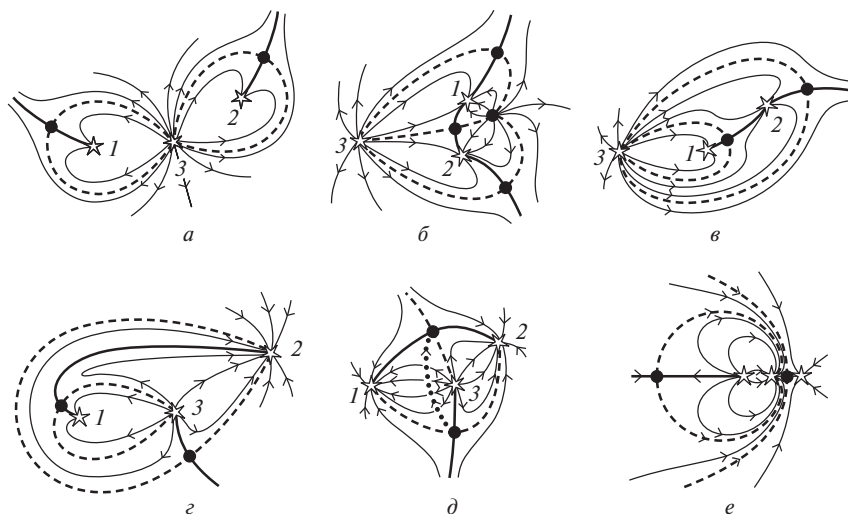


Рис. 8.15. Различные типы топологии, обусловленные двумя отрицательными источниками (обозначенными цифрами 1 и 2) и одним положительным источником (обозначенным цифрой 3): (а) отдельные, (б) касающиеся, (в) охватывающие, (г) вложенные, (д) пересекающиеся, и (е) отделённые друг от друга поверхности. Источники показаны звёздочками, нулевые точки — точками, шипы — жирными сплошными линиями и веера — штриховыми линиями. Три верхних состояния имеют место при  $f_1 + f_2 < f_3$ , а нижние состояния — при  $f_1 + f_2 > f_3$  где  $f_1, f_2$  и  $f_3$  обозначают величину потока каждого из трёх источников. На рисунке (д) мелким пунктиром показан сепаратор

двух новых нулевых точек ( $N_3$  и  $N_4$ ), с горизонтальным и вертикальным шипами соответственно (рис. 8.16 в); наконец, при ещё более тесном сближении источников (рис. 8.16 г) нулевые точки  $N_1, N_4$  и  $N_2$  сливаются, образуя одну нулевую точку  $N_5$ , шип которой соединяет её с  $N_3$ . Бифуркации с четырьмя источниками ещё более богаты событиями: на одном интересном примере можно видеть новый процесс отрыва всплывающего потока, когда всплывающий поток приводит к образованию сепаратора, который медленно поднимается к бесконечности, и делает поле открытым в ответ на конечное изменение.

## 8.5. Магнитная спиральность

Магнитная спиральность является мерой кручения и перегиба трубки магнитного потока (далее именуемой *собственной спиральностью*), а также мерой сцепления различных трубок потока (именуемой *взаимной спиральностью*). Это глобальный топологический инвариант, который не может изменяться в идеальной среде и уменьшается очень медленно (с глобальным временем магнитной диффузии  $\tau_d$ ) в рези-

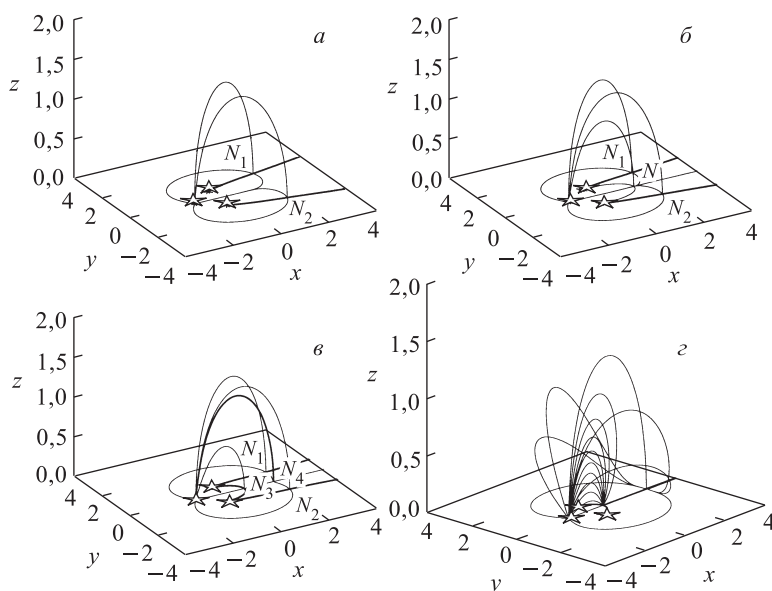


Рис. 8.16. Структура поля с тремя несбалансированными источниками, демонстрирующая бифуркации при изменении расположения источников: от двух нулевых точек (а), через (б) к четырём нулевым точкам (в) и обратно к двум точкам (г)

стивной среде. Магнитное пересоединение за времена меньше, чем  $\tau_d$ , не может изменить магнитную спиральность, а может только преобразовать её из одной формы в другую. Таким образом, когда в сложной магнитной конфигурации происходит пересоединение, сохранение магнитной спиральности накладывает существенное ограничение на характер конечного состояния.

Магнитная спиральность впервые обсуждалась в связи с астрофизическими явлениями (Woltjer, 1958), и было высказано предположение о том, что состояние с минимумом энергии, которое сохраняет полную магнитную спиральность, но допускает произвольное пересоединение, является линейным бессильным полем (см. п. 9.1.1). Интерес к этой теме в течение многих лет в основном был связан с лабораторной плазмой, такой как в токамаках, в которых плазма ограничена магнитной поверхностью. Так, например, в работе (Taylor, 1974) была выдвинута гипотеза, что в пинчах с обратным полем турбулентность настолько сильна, что магнитные поверхности могут легко разрушаться в результате пересоединения с образованием однородного распределения спиральности по всей конфигурации, с превращением её в линейное бессильное состояние (п. 9.1.1). Хейвертс и Прист первыми осознали важность магнитной спиральности для исследований солнечной короны

и развили теорию Тейлора (Heyvaerts и Priest, 1984). В их модели магнитный поток мог пронизывать границу короны (поверхность Солнца): они выдвинули гипотезу, что корональные магнитные поля могут быть в состоянии МГД турбулентности с энергией, непрерывно поступающей в корону в результате фотосферных движений, так что происходит непрерывный подогрев короны за счёт турбулентного пересоединения по мере прохождения через последовательность линейных бессиловых состояний. Кроме того, они предположили, что если магнитная спиральность принимает слишком высокие значения, то она может выбрасываться из короны за счёт магнитных извержений в виде эруптивных вспышек, эруптивных протуберанцев и выбросов корональной массы. Эти идеи с тех пор успешно развивались, и полезность концепции магнитной спиральности в солнечной короне в настоящее время является общепризнанной (например, Grown и др., 1999).

В атмосферах Солнца и звёзд постоянное фотосферное движение оснований магнитных петель ведёт к увеличению магнитной спиральности до тех пор, пока она не уменьшается за счёт магнитных извержений. Таким образом, магнитная спиральность в атмосфере может изменяться либо за счёт выброса закрученных или сцепленных структур из внутреннего объёма звезды, либо из-за закручивания (раскручивания) при движении оснований магнитных петель. Магнитная спиральность

корональной петли может уменьшиться из-за отсоединения и выброса магнитных структур с поверхности звезды (как при извержениях солнечных протуберанцев) или планеты (как при геомагнитных суббурях; рис. 8.17).

В этом параграфе мы воспользуемся результатами работ (Moffat, 1978), (Berger и Field, 1984), а также (Berger, 1984, 1998) и сначала дадим простые формальные уравнения магнитной спиральности (п. 8.5.1) и её эволюции (п. 8.5.2), а затем практические правила

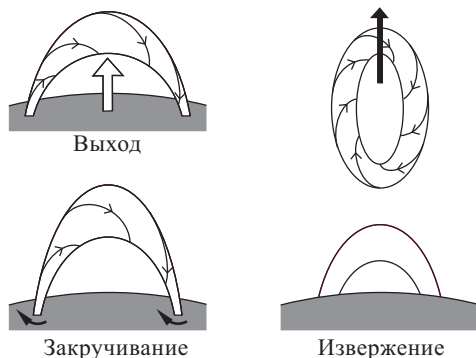


Рис. 8.17. Изменения магнитной спиральности, связанные с вытеканием потока через границу, движением с закручиванием на границе или магнитным извержением

для вычисления магнитной спиральности в структурах различного типа (п. 8.5.3). Мы часто будем опускать прилагательное «магнитная», когда очевидно, что речь идёт о магнитной спиральности, а, например, не спиральности жидкости или тока.



**8.5.1. Определение магнитной спиральности.** Начнём с общего выражения для магнитной спиральности

$$H_0 = \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \, dV, \quad (8.48)$$

где  $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал, так что  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ . Это определение имеет смысл только в том случае, когда граница  $S$  объёма интегрирования ( $V$ ) является магнитной поверхностью (или интегрирование проводится по всему пространству, а магнитное поле на бесконечности равно нулю). В противном случае внешние силовые линии, проходящие в непосредственной близости от объёма  $V$ , будут иметь связь с силовыми линиями внутри  $V$ , и такая связь будет неопределённой, потому что хотя поле внутри  $V$  задано однозначно, имеется много вариантов его продолжения за пределами объёма  $V$ . Это связано с проблемой калибровочной инвариантности, поскольку если  $\mathbf{A}$  заменить, например, на  $\mathbf{A} + \nabla \Phi_A$  (при такой замене  $\mathbf{B}$  не изменяется), то  $H_0$  изменяется на величину

$$\Delta H_0 = \int_V \nabla \Phi_A \cdot \mathbf{B} \, dV = \int_V \nabla \cdot (\Phi_A \mathbf{B}) \, dV,$$

с учётом  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ . Тогда, применяя теорему о дивергенции для односвязного объёма, получаем

$$\Delta H_0 = \int_S \Phi_A \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, dS,$$

где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор, перпендикулярный к поверхности  $S$  и направленный наружу из объёма  $V_0$ . Таким образом, мы имеем калибровочную инвариантность ( $\Delta H_0 = 0$ ), если  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0$  на поверхности  $S$ .

Бергер и Филд пришли к выводу (Berger и Field, 1984), что разница между магнитными спиральностями, проинтегрированными по всему пространству ( $V_\infty$ ), для любых двух полей, которые отличаются только внутри объёма  $V$ , не зависит от поля вне объёма  $V$ , а в качестве базисного поля внутри объёма  $V$  удобнее всего использовать потенциальное поле, поскольку оно полностью определяется произведением  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}$  на поверхности  $S$ . На основании этих соображений они предложили *относительную магнитную спиральность*

$$H = \int_{V_\infty} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} - \mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{B}_0 \, dV \quad (8.49)$$

в качестве калибровочно-инвариантной альтернативы величине  $H_0$ . Здесь  $\mathbf{B}_0 = \nabla \times \mathbf{A}_0$  — поле, которое является потенциальным внутри  $V$  с тем же самым  $\mathbf{B}$  за пределами объёма  $V$  и имеет  $\mathbf{A} \times \mathbf{n} = \mathbf{A}_0 \times \mathbf{n}$  на поверхности  $S$ . Другими словами, обобщение определения спиральности требует такого основного состояния, которое даёт нулевое значение спиральности, а потенциальное поле является наилучшим для этой цели, поскольку оно минимизирует магнитную энергию, ко-

гда поле приложено по нормали к границе. Кроме того, поскольку спиральность потенциального поля согласно этому определению равна нулю, спиральность будет задана однозначно. Альтернативная форма относительной спиральности, иногда полезная в анализе и не требующая ограничения на величину  $\mathbf{A}$  на границе, выглядит так (Finn и Antonsen, 1985):

$$H = \int_V (\mathbf{A} + \mathbf{A}_0) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_0) dV, \quad (8.50)$$

где снова  $\mathbf{B}_0 = \nabla \times \mathbf{A}_0$  — поле, потенциальное внутри объёма  $V$  и имеющее ту же самую нормальную составляющую, как и  $\mathbf{B}$ , на  $S$ .

В многосвязной области имеется дополнительное усложнение, которое связано с заданием магнитного потока через каждое из отверстий. Например, в торе можно задать тороидальный поток. Однако вышеприведённые определения (уравнения (8.49) или (8.50)) магнитной спиральности остаются всё ещё справедливыми при условии, что потенциальное поле  $\mathbf{B}_0$  также имеет такие потоки через отверстия. Одним из удобных способов, чтобы убедиться в том, что потоки заданы правильно, является замена условия  $\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{n} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{n}$ , наложенного на нормальные поля на границе в уравнении (8.50), условием  $\mathbf{A} \times \mathbf{n} = \mathbf{A}_0 \times \mathbf{n}$ , чтобы тангенциальные компоненты вектор-потенциалов были теми же, что и на границе. Это означает, что  $\mathbf{B} \times \mathbf{n} = \mathbf{B}_0 \times \mathbf{n}$  на  $S$ , а также означает, что  $\int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \int \mathbf{A}_0 \cdot d\mathbf{s}$  вдоль любой замкнутой кривой, выбранной на границе.

**8.5.2. Скорость изменения магнитной спиральности.** Для удобства выберем калибровку ( $\mathbf{A}_p$ ) из условия, чтобы  $\nabla \cdot \mathbf{A}_p = 0$  и  $\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{n} = 0$  на поверхности  $S$ . Тогда характерное время изменения магнитной спиральности

$$\frac{dH}{dt} = -2 \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} dV + 2 \int_S \mathbf{A}_p \times \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} ds. \quad (8.51)$$

Если выполняется закон Ома ( $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{j}/\sigma$ ) и нет проскальзывающих силовых линий на границе, то это выражение приобретает вид

$$\frac{dH}{dt} = -2 \int_V \mathbf{j} \cdot \mathbf{B} / \sigma dV + 2 \int_S [(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}_p)(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}_p)(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n})] dS. \quad (8.52)$$

Первый член представляет собой диссипацию спиральности внутри объёма, а поверхностный интеграл даёт величину потока спиральности через границу.

Из уравнения (8.52) можно сделать следующие полезные выводы. Прежде всего, приравняв по порядку величины  $dH/dt$  и первый член, считая, что  $j \sim A/(\mu L^2)$ , мы видим, что характерное время диссипации магнитной спиральности порядка глобального диффузионного времени ( $\tau_d = L^2/\eta$ ), если магнитное поле изменяется на глобальном масштабе

*L.* Во-вторых, на временных масштабах, меньших  $\tau_d$ , изменение магнитной спиральности определяется вторым (поверхностным) членом. Таким образом, например, для замкнутого объёма при  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$  получаем, что магнитная спиральность сохраняется. Но если заданы движения оснований магнитных петель вдоль поверхности, мы можем определить результирующую инжекцию или выброс спиральности следующим образом.

Рассмотрим для простоты плоскую поверхность  $S$ , которая пронизывается магнитным полем оснований  $N$  тонких трубок с магнитным потоком  $F_i$ . Предположим, что движение каждого основания состоит из поступательного перемещения и однородного вращения со скоростью  $\omega_i$ . Тогда спиральность изменяется со скоростью

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{1}{2\pi} \left( \sum_{i=1}^N \omega_i F_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dot{\theta}_{ij} F_i F_j \right), \quad (8.53)$$

где  $\dot{\theta}_{ij}$  — производная по времени относительного угла  $\theta_{ij}$  между основаниями петель  $i$  и  $j$  (Berger, 1984). Первый член в уравнении (8.53) возникает вследствие того, что вращение инжектирует скрученность в трубку потока со скоростью одна единица энергии закручивания за каждые  $2\pi/\omega$  секунд. Второй член даёт скорость, с которой основания петель закручиваются одно вокруг другого и вызывают переплетение трубок потока.

Вывод уравнения (8.53) из поверхностного члена уравнения (8.52), проведём следующим образом. Используя декартовы координаты с осью  $z$ , направленной внутрь объёма  $V$ , и плоскостью  $xy$  на поверхности  $S$ , мы преобразуем условие  $\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{n} = 0$  к равенству  $A_{pz} = 0$ , которое означает, что  $\partial A_{pz}/\partial x = \partial A_{pz}/\partial y = 0$ . Таким образом, на плоскости  $xy$  координаты  $x$  и  $y$  вектор-потенциала  $\mathbf{A}_p$  удовлетворяют равенствам

$$\frac{\partial A_{px}}{\partial x} + \frac{\partial A_{py}}{\partial y} + \frac{\partial A_{pz}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial A_{py}}{\partial x} - \frac{\partial A_{px}}{\partial y} = b,$$

где  $b(x, y) = B_z(x, y, 0)$ , что предполагает

$$\frac{\partial^2 A_{px}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{px}}{\partial y^2} = -\frac{\partial b}{\partial y}.$$

Обычное решение Пуассона имеет вид

$$A_{px} = - \int \frac{b(x', y')(y - y')}{2\pi[(x - x')^2 + (y - y')^2]} dx' dy', \quad (8.54)$$

$$A_{py} = \int \frac{b(x', y')(x - x')}{2\pi[(x - x')^2 + (y - y')^2]} dx' dy'.$$

Теперь уравнение (8.52), описывающее эволюцию спиральности, в пределе идеальной плазмы принимает вид

$$\frac{dH}{dt} = 2 \iint [(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}_p) v_z - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}_p) B_z] dx dy, \quad (8.55)$$

где интегрирование проводится по плоскости  $xy$ . Первый член (назовём его  $F_\perp$ ) включает в себя только движение вдоль оси  $z$  и, таким образом, представляет собой эффект выхода структур, которые переносят спиральность через поверхность. Второй член ( $F_\parallel$ ) включает в себя только движение в плоскости  $xy$  и содержит информацию о том, как при перемешивании оснований петель спиральность может инжектироваться в поля, уже имеющиеся в объёме.

Положим  $v_z = 0$  на поверхности и внимательно рассмотрим последний эффект. Используя уравнение (8.54), преобразуем уравнение (8.55) к виду

$$\frac{dH}{dt} = -2 \iint b(x, y) b(x', y') \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{v}(x, y) \cdot \hat{\mathbf{z}}}{2\pi r^2} dS dS', \quad (8.56)$$

где  $\mathbf{r} = (x - x')\hat{\mathbf{x}} + (y - y')\hat{\mathbf{y}}$ .

Рассмотрим, например, две тонких трубки с потоками  $F_1$  и  $F_2$ , которые имеют поступательное движение и однородное вращение с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  вокруг точек  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ , соответственно. Таким образом, вблизи  $(x_i, y_i)$

$$\mathbf{v}(x, y) = \mathbf{v}(x_i, y_i) + \omega_i(x - x_i)\hat{\mathbf{y}} - \omega_i(y - y_i)\hat{\mathbf{x}}. \quad (8.57)$$

Теперь представим  $b$  в виде суммы  $b = b_1 + b_2$ , где  $b_1$  и  $b_2$  — поля в трубке потока при  $r_1 = (x_1, y_1)$  и  $r_2 = (x_2, y_2)$ , соответственно. Следовательно интегралы в уравнении (8.56) имеют три части: интегрирование первой части по  $b_1 b'_1$  даёт вклад  $-F_1^2 \omega_1 / (2\pi)$ ; интегрирование второй части по  $b_2 b'_2$  даёт вклад  $-F_2^2 \omega_2 / (2\pi)$ ; наконец, интегрирование третьей части по  $(b_1 b'_2 + b_2 b'_1)$  даёт перекрёстный член  $(-F_1 F_2 \dot{\theta}_{12} / \pi)$ , что и требуется уравнением (8.53), где

$$\dot{\theta}_{12} = \frac{|(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)|}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}.$$

**8.5.3. Как рассчитать магнитную спиральность простых структур.** Уравнение (8.53) можно использовать для определения магнитной спиральности для множества различных магнитных конфигураций, когда закручивание и зацепление возникают в начальном потенциальном поле, в котором имеются отдельные нескрученные трубки, находящиеся на больших расстояниях друг от друга. Результирующая общая магнитная спиральность состоит из собственной спиральности ( $H_s$ ) каждой трубки, связанной с её собственной внутренней скрученностью, и взаимной спиральности ( $H_m$ ) благодаря

зацеплению трубок между собой. Таким образом, из уравнения (8.53) следует

$$H = \sum_{i=1}^N H_{si} + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^N H_{mij}, \quad (8.58)$$

где собственная спиральность  $i$ -й трубки потока

$$H_{si} = \frac{\Phi_{T_i}}{2\pi} F_i^2 \quad (8.59)$$

выражается через её угол закручивания  $\Phi_{T_i}$  (или число оборотов, умноженное на  $2\pi$ ) и магнитный поток  $F_i$ . Взаимная спиральность

$$H_{mij} = 2L_{ij}F_iF_j \quad (8.60)$$

выражается через коэффициент зацепления  $L_{ij}$ . Пояснения даны ниже.

Использование коэффициента зацепления является эффективным методом вычисления магнитной спиральности для множества разнообразных ситуаций. Он был введён впервые Гауссом в 1833 году. Этот коэффициент представляет собой топологический параметр, который описывает две кривые и не изменяется при деформации этих кривых при условии, что они не пересекаются в процессе такой деформации. Прежде всего рассмотрим множество замкнутых кривых, подобных тем, что показаны на рис. 8.18. Каждой кривой задано направление, и изменение одного из направлений на обратное приводит к изменению знака  $L$ . Существуют особые точки, где кривые скрещиваются одна над другой, что даёт удобный способ вычисления коэффициента зацепления. Каждое такое скрещивание имеет знак  $+1$  или  $-1$ , а коэффициент зацепления равен половине суммы скрещиваний, каждое со своим знаком, и не зависит от угла наблюдения и от деформации кривых. Знак показан на рис. 8.19 и его можно вычислить по правилу правой руки: надо направить пальцы правой руки вдоль кривой 1 (верхняя кривая) в направлении стрелки; тогда в местах, где эта кривая пересекает другую кривую — кривую 2, пересечение считается положительным, если большой палец указывает в направлении кривой 2.

Рассмотрим теперь поля, которые не являются замкнутыми, а пересекают границу объёма. Например, рассмотрим закрученную трубку

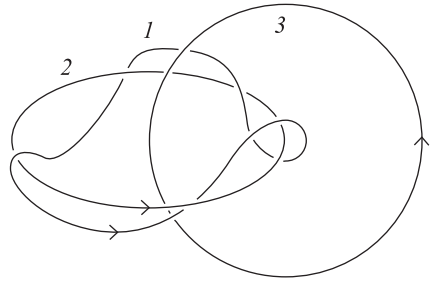


Рис. 8.18. Три зацепленные трубки с коэффициентами зацепления  $L_{12} = 3$ ,  $L_{13} = -1$  и  $L_{23} = -1$  (Berger, 1998)

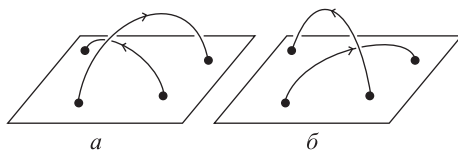


Рис. 8.19. Положительное скрещивание (слева) и отрицательное скрещивание (справа) двух силовых линий

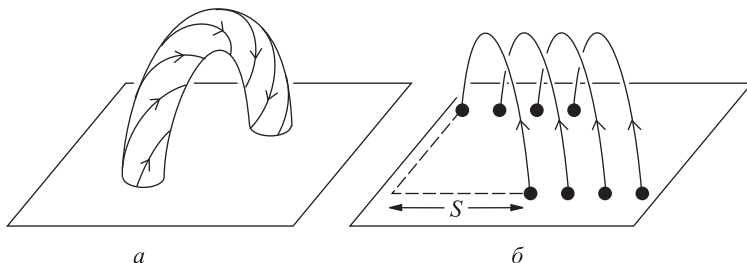


Рис. 8.20. (а) Закрученная трубка потока с собственной спиральностью  $H = \Phi_T F^2 / (2\pi)$  и (б) широкая аркада со спиральностью  $H = S F^2$  на единицу длины, где  $F$  обозначает магнитный поток,  $\Phi_T$  — угол закручивания, и  $S$  — шир

с потоком (рис. 8.20 а). Если она закручена равномерно, то её спиральность, в соответствии с уравнением (8.59),

$$H = \frac{\Phi_T}{2\pi} F^2. \quad (8.61)$$

Если угол закручивания неоднороден, и  $f$  — аксиальный поток внутри поверхности, изменяющийся от 0 на оси трубки до  $F$  на поверхности трубки, тогда

$$H = \frac{1}{\pi} \int_0^F \Phi_T(f) f df, \quad (8.62)$$

где  $\Phi_T(f)$  означает угол закручивания на поверхности, где поток равен  $f$ . В более общем случае, если закручена или изогнута сама ось трубки, тогда собственная спиральность равна суммарному числу витков за счёт двух эффектов: винтообразной формы оси и эффекта закручивания силовых линий вокруг оси.

Рассмотрим теперь аркаду бесконечной протяжённости, которая содержит поток  $F$ , приходящийся на единицу длины, и имеет равномерный сдвиг  $S$  на единицу длины (рис. 8.20 б). Предположим, что аркада состоит из цилиндрической оболочки с малой толщиной  $w$ , радиусом  $r$  и имеет компоненты магнитного поля  $B_\theta$  и  $B_z$  в цилиндрических координатах  $(r, \theta, z)$ . Тогда в соответствии с уравнением (8.61) магнитная спиральность аркады (половины трубки потока) равна  $H =$

$= \Phi_T F_0^2 / (4\pi)$ , где  $\Phi_T = B_\theta L / (B_z r)$  и  $F_0 = 2\pi r \omega B_z$  — удвоенный аксиальный поток вдоль аркады. Полагая  $L = 1$  для единичной длины аркады и имея в виду, что аксиальная компонента поля равна  $B_z = B_\theta S / (\pi r)$ , мы найдём, что магнитная спиральность на единицу длины аркады сводится к простому выражению

$$H = S F^2, \quad (8.63)$$

где  $F = w B_\theta$  — поток (азимутальный) аркады на единицу длины. Если же сдвиг ( $S(f)$ ) изменяется вместе с потоком при удалении от оси аркады, спиральность определяется соотношением

$$H = 2 \int_0^F S(f) f df. \quad (8.64)$$

Напомним, из уравнения (8.60) следует, что если две замкнутые петли с потоками  $F_1$  и  $F_2$  зацеплены один раз, то имеется два скрещивания этих петель и коэффициент зацепления равен единице, а их взаимная спиральность равна  $2F_1 F_2$ . Соответственно, если между двумя плоскостями протянуты две трубки и одна из них, обходя другую, разворачивается на угол  $2\pi$ , тогда их взаимная спиральность также будет равна  $2F_1 F_2$  (рис. 8.21 б). Если же угол равен  $\Theta$ , тогда взаимная спиральность (рис. 8.21 б) уменьшается пропорционально:

$$H = \frac{\Theta}{\pi} F_1 F_2. \quad (8.65)$$

Наконец, предположим, что у нас есть две тонкие корональные трубки с потоками  $F_A$  и  $F_B$ , основания которых положительны —  $A_+$  и  $B_+$  и отрицательны —  $A_-$  и  $B_-$ . Тогда в общем случае взаимная спиральность двух корональных петель

$$H = (\angle B_+ A_- B_- - \angle B_+ A_+ B_-) \frac{F_A F_B}{\pi}$$

является функцией углов  $B_+ A_- B_-$  на основании  $A_-$  и  $B_+ A_+ B_-$  на основании  $A_+$ . В частности, для конфигураций, изображённых на рис. 8.22, спиральности равны  $(\theta_1 - \theta_2) F_A F_B / \pi$  и  $(\theta_3 - \theta_4) F_A F_B / \pi$ , где углы  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  и  $\theta_4$  отсчитываются в направлении по часовой стрелке.

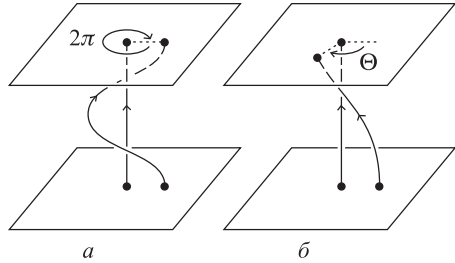


Рис. 8.21. Две переплетённые трубки с потоками  $F_1$  и  $F_2$  и (а) взаимной спиральностью  $2F_1 F_2$  при угле переплетения  $2\pi$ , (б) взаимной спиральностью  $(\Theta/\pi) F_1 F_2$  при угле переплетения  $\Theta$

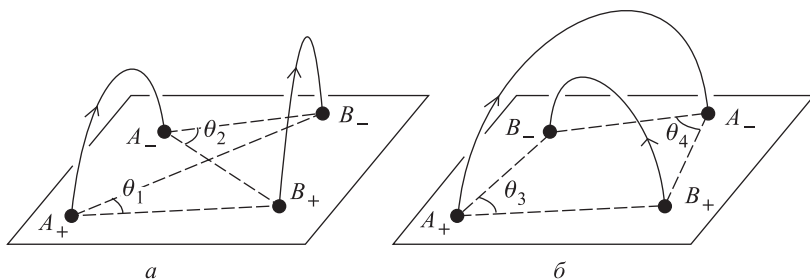


Рис. 8.22. Взаимная спиральность (а)  $(\theta_1 - \theta_2)F_A F_B / \pi$  для близлежащих трубок потока и (б)  $(\theta_3 - \theta_4)F_A F_B / \pi$  для скрещённых трубок потока (Бергер, 1998)

#### 8.5.4. Магнитная спиральность и трёхмерное пересоединение.

Как было показано, во время пересоединения общая магнитная спиральность сохраняется с высокой степенью точности. Однако она может изменяться от взаимной спиральности до собственной спиральности и наоборот. Кроме того, пересоединение может перераспределить магнитную спиральность в пределах конфигурации и может часто приводить к более однородному распределению, которое приближается к состоянию с минимумом энергии, имеющему ту же самую полную магнитную спиральность, но с однородным распределением спиральности (т. е. линейное бессильное поле).

Однако в исследованиях общего магнитного пересоединения (Schindler и др., 1988) (п.8.1.1) была обнаружена более тонкая и тесная связь между магнитной спиральностью и конкретным типом пересоединения, а именно, свободное (не вынужденное) пересоединение при конечном  $B$ , которое является глобальным и спонтанным (рис. 8.4), для которого нет подпитки энергии снаружи (т. е. асимптотически электрическое поле на больших расстояниях равно нулю). Рассмотрим относительную спиральность, определяемую выражением

$$\bar{H} = \int_V (\mathbf{A} + \mathbf{A}_0)(\mathbf{B} - \mathbf{B}_0) dV, \quad (8.66)$$

где  $\mathbf{B}_0$  — магнитное поле в определённый момент времени, а  $\mathbf{A}_0$  — соответствующий вектор-потенциал. Тогда используя определение  $\mathbf{E} = -\nabla\Phi - \partial\mathbf{A}/\partial t$ , получаем

$$\frac{d\bar{H}}{dt} = -2 \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} dV - \int_S \mathbf{n} \cdot [(\mathbf{B} - \mathbf{B}_0)\Phi + \mathbf{E} \times (\mathbf{A} - \mathbf{A}_0)] dS.$$

Предполагая, что  $\mathbf{E} = \mathbf{0}$  и  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0$  на поверхности  $S$ , а также имея в виду, что  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$  за пределами диффузионной области  $D_R$ , это



выражение преобразуем к виду

$$\frac{d\bar{H}}{dt} = -2 \int_{D_r} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} dV.$$

Используя в качестве координат расстояние  $s$  вдоль магнитного поля, а также потенциалы Эйлера  $(\alpha, \beta)$ , для которых  $\mathbf{B} = \nabla \alpha \times \nabla \beta$  согласно уравнению (8.2) и  $E_{\parallel} = -\partial \Psi / \partial s$  согласно уравнению (8.4), преобразуем это выражение к виду

$$\frac{d\bar{H}}{dt} = 2 \int \nabla \Psi \cdot \nabla \alpha \times \nabla \beta dV = 2 \int \frac{\partial \Psi}{\partial s} ds d\alpha d\beta.$$

Таким образом, если магнитная спиральность  $\bar{H}$  изменяется во времени, то интеграл  $\int E_{\parallel} ds$  должен быть отличным от нуля на измеримом множестве силовых линий, и в таком случае согласно уравнению (8.12) происходит глобальное пересоединение при конечном  $B$ .

Кроме того, из вышеприведённого уравнения следует, что если магнитная спиральность изменяется на  $\delta \bar{H}$  за время  $\delta t$ , то результирующее параллельное электрическое поле приблизительно равно

$$E_{\parallel} \simeq \frac{\delta \bar{H}}{2V_R B_0 \delta t},$$

где  $V_R$  — объём диффузионной области ( $D_R$ ), а  $B_0$  — величина магнитного поля.

## 8.6. Пересоединение в трёхмерной нулевой точке

Положив за основу более раннюю работу (Lau и Finn, 1990), Прист и Титов исследовали кинематику стационарного пересоединения в трёхмерных нулевых точках (Priest и Titov, 1996). В этой работе было предложено три различных типа пересоединения: пересоединение на шипе (spine reconnection), пересоединение на веере (fan reconnection) и пересоединение на сепараторе (separator reconnection). (Кроме того, можно развить трёхмерный вариант почти однородного семейства (§ 5.1) двумерных моделей; см. Jardine, 1994.) Кинематические уравнения

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (8.67)$$

и

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0 \quad (8.68)$$

решались в трёхмерном пространстве, где имеет смысл рассматривать движение магнитных поверхностей, а не силовых линий. Уравнение (8.67) предполагает, что электрическое поле может быть выражено через потенциал  $\Phi$  в виде  $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$ , а из уравнения (8.68) мы тогда можем сделать два вывода. Первый состоит в том, что  $(\mathbf{B} \cdot \nabla) \Phi = 0$  или

$$\Phi = \Phi(C, K), \quad (8.69)$$

где  $C$  и  $K$  — константы, описывающие силовую линию. Второе следствие уравнения (8.68) заключается в том, что компонента скорости перпендикулярная магнитному полю

$$\mathbf{v}_\perp = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}. \quad (8.70)$$

Таким образом, граничные условия определяют потенциал  $\Phi(C, K)$ , и тогда можно вычислить величины  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{v}_\perp$  во всём объёме.

В локальных областях, где  $\mathbf{E}$  имеет особенность, уравнение (8.68) уже не справедливо, так что необходимо включать диффузионные эффекты. В следующем пункте показано, как этот подход был использован в задачах с единственной нулевой точкой и с парой нулевых точек (Priest и Titov, 1996). (Этот подход используется также в § 8.7 для полей, не содержащих нулевых точек.)

### 8.6.1. Пересоединение на шипе.

Прежде всего рассмотрим трёхмерную нулевую точку и зададим вопросы: каков механизм пересоединения вблизи такой точки? Как пересоединяются магнитные поверхности? Если имеется непрерывное движение оснований силовых линий на любой цилиндрической поверхности, окружающей шип и пересекающей веер, как показано на рис. 8.23 *a*, тогда возникает сингулярное движение вдоль оси шипа. Поэтому такой процесс называется пересоединением на шипе. Например, рассмотрим силовые линии в любой вертикальной плоскости и предположим, что основания движутся вниз по правой стороне цилиндра, а по левой стороне они движутся вверх. Тогда силовые линии на рис. 8.23 *a*, приближаясь к

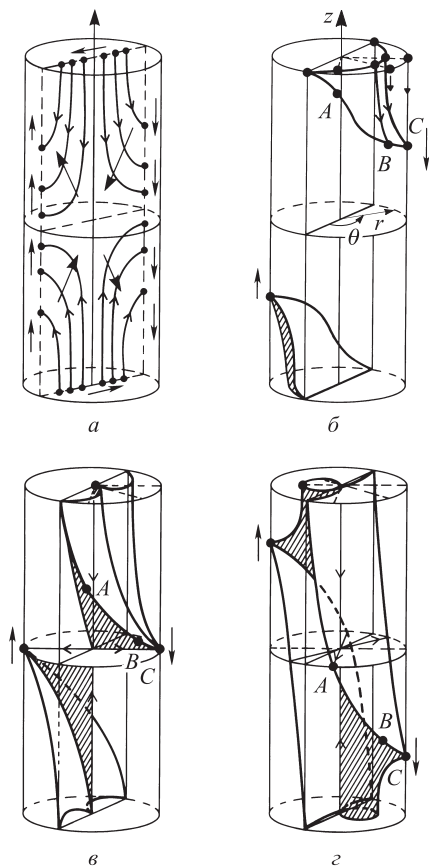


Рис. 8.23. Движение (а) силовых линий в плоскости  $\theta = \text{const}$  и (б)–(г) магнитных поверхностей при пересоединении на шипе, вызванные перемещением набора оснований силовых линий ( $A, B, C$ ) сверху вниз по изогнутой цилиндрической поверхности

нулевой точке, разрываются и пересоединяются, тогда как другие концы движутся поперёк нижнего торца и верхнего торца цилиндра через шип. Предположим, что тот же самый процесс происходит во всех вертикальных плоскостях, но является модулированным по углу  $\theta$ . Тогда возникает вопрос: каковы будут последствия для поверхностей потока, образованных основаниями, которые вначале лежат на верхней границе и движутся вниз? Другие концы силовых линий (на верхнем и нижнем торце) движутся по направлению к шипу и через него. Магнитная поверхность, следовательно, движется внутрь и касается нулевой точки, при этом вдоль шипа образуется складка (рис. 8.23 в). Затем она пересоединяется с магнитной поверхностью, расположенной по другую сторону от нулевой точки, и «распускается» из шипа как цилиндрический пузырь (рис. 8.23 г). Простое решение уравнений для магнитных поверхностей в цилиндрических координатах имеет вид

$$r^2 z = \pm 1 - t \sin \theta, \quad (8.71)$$

и простое решение для скорости силовой линии имеет вид

$$(v_{\perp r}, v_{\perp \theta}, v_{\perp z}) = \frac{E_0(\phi)}{r(r^2 + 4z^2)} (2z, 0, r). \quad (8.72)$$

Можно видеть, что особенность существует вдоль всего шипа ( $r = 0$ ), поэтому ключевой вопрос на будущее: можно ли эту особенность устранить за счёт диффузии (см. п. 8.6.4). Известно, что по крайней мере в одном случае это возможно, потому что точные решения, описанные в конце § 3.5, дают примеры пересоединения на шипе при использовании полной системы МГД уравнений несжимаемой жидкости, хотя они обладают, возможно, и нежелательным свойством, согласно которому диффузионная область простирается до бесконечности.

**8.6.2. Веерное пересоединение.** Если же имеют непрерывные движения на пересекающих шип поверхностях (таких как  $z = \pm 1$ ), то появляется особенность на веерной поверхности. Предположим, например, что основания

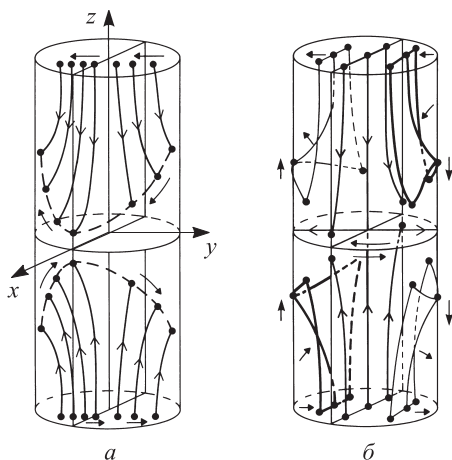


Рис. 8.24. (а) Движение силовой линии при веерном пересоединении, вызванное прямолинейным перемещением основания силовой линии поперёк торца цилиндра. (б) Соответствующее движение магнитной поверхности, основания которой на верхнем торце образуют прямую линию, движущуюся поперёк справа налево

силовых линий на верхнем торце цилиндра движутся по прямой линии справа налево (рис. 8.24). Тогда другие концы кружатся вокруг оси  $Z$  как кружащийся килт (юбка в складку). Рассмотрим поверхность потока, образованного силовыми линиями оснований, перемещающихся по прямой линии на верхнем торце: магнитная поверхность деформируется, образуя вертикальную поверхность плюс полукруг. Затем эта поверхность разрывается и пересоединяется с такой же магнитной поверхностью, расположенной по другую сторону от нулевой точки. Процесс сопровождается быстрым вращением магнитных силовых линий: над веерной поверхностью в одном направлении, а под ней — в противоположном направлении. Для скорости силовой линии имеется простое решение

$$(v_{\perp x}, v_{\perp y}, v_{\perp z}) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)(4 + y^2 z)^{3/2}} \times \\ \times \left[ \frac{2xy(z^3 - 1)}{z^{1/2}}, \frac{2(x^2 + 4z^2 + y^2 z^3)}{z^{1/2}}, (4 + y^2 z + x^2 z)yz^{1/2} \right], \quad (8.73)$$

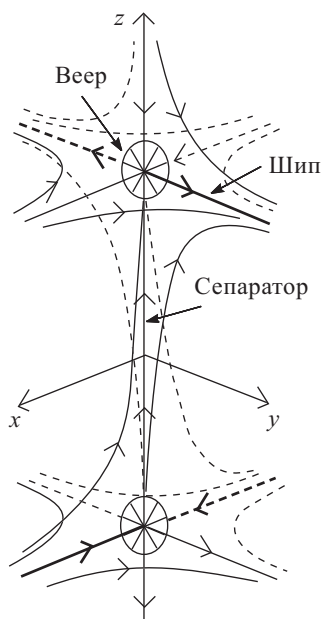


Рис. 8.25. Магнитная конфигурация с двумя нулевыми точками, включающая сепаратор, который соединяет одну нулевую точку с другой (см. также рис. 8.8б)

из которого видно, что на веере ( $z = 0$ ) имеется особенность. И вновь возникает вопрос, можно ли эту особенность устранить за счёт диффузии. Что касается пересоединения на шипе, то точное трёхмерное решение (Craig и др., 1995) показывает, что, по крайней мере, в одном случае это возможно.

**8.6.3. Пересоединение на сепараторе.** Третий класс пересоединения часто проявляется, когда имеется две или более нулевых точек. Любая веерная поверхность состоит из силовых линий, связанных с нулевой точкой, и поэтому если имеются две нулевые точки, то в общем случае (при структурной устойчивости) два их веера будут пересекаться, образуя особую кривую, называемую сепаратором. Эта силовая линия соединяет одну нулевую точку с другой, как показано на рис. 8.25.

При пересоединении на сепараторе вдоль него образуется токовый слой, так что в плоскостях, перпендикулярных сепаратору поток и поле подобны тем, которые наблюдаются в случае классического двумерного пересоединения. В качестве

простого примера рассмотрим поле

$$(B_x, B_y, B_z) = [x(z-3), y(z+3), 1-z^2], \quad (8.74)$$

имеющее две нулевые точки  $z = \pm 1$  на оси  $z$ . Теперь предположим, например, что эта конфигурация заключена в куб, стороны которого имеют длину, равную двум единицам, с центром в начале координат и пусть на сторонах  $y = \pm 1$  возникает горизонтальный поток с  $v_z = 0$ . Это приводит к пересоединению на веере в верхней нулевой точке и пересоединению на шипе в нижней нулевой точке. Форма силовых линий описывается уравнениями

$$x(z-1)^{-1}(z+1)^2 = C, \quad (8.75)$$

$$y(z-1)^2(z+1)^{-1} = K, \quad (8.76)$$

следовательно, силовая линия через основание  $(x_0, 1, z_0)$  имеет

$$C = \frac{x_0(z_0+1)^2}{z_0-1}, \quad K = \frac{(z_0-1)^2}{z_0+1}. \quad (8.77)$$

Тогда условие, что  $v_z = 0$  при  $y = 1$  означает, что

$$E_x B_y = E_y B_x, \quad (8.78)$$

а это, в свою очередь, означает, что потенциал имеет форму

$$\Phi = f \left[ \frac{1}{2} x_0^2 + \frac{(z_0+1)^{1/2}(z_0-3)^{9/2}}{(z_0-1)^4} \right], \quad (8.79)$$

где  $x_0(C, K)$  и  $z_0(C, K)$  заданы уравнением (8.77), а значения  $C(x, z)$  и  $K(x, z)$  следуют из уравнений (8.75) и (8.76).

**8.6.4. Теорема антипересоединения в трёхмерном случае.** Для тех, кто стремится построить модели трёхмерного пересоединения, теорема антипересоединения для двумерного случая (п. 5.3.1) может быть обобщена на трёхмерный случай, с тем чтобы дать некоторые ограничения на допустимые варианты (Priest и др., 1994с; Priest и Titov, 1996). В общем случае мы можем сформулировать её таким образом.

*Стационарное МГД пересоединение с конвективным потоком плазмы поперёк сепаратрисы, шипа или веера невозможно в невязкой плазме в случае потока, скорость которого много меньше альфвеновской, и с однородным удельным сопротивлением.*

Эта теорема означает, что для линейного пересоединения, когда скорость потока повсюду намного меньше альфвеновской, рассматриваемая выше особенность, которую мы наблюдали на шипе во время пересоединения на шипе, а также на веере во время веерного пересоединения, не может быть устранена за счёт одной только магнитной диффузии. Один из способов обойти эту теорему — это допустить альфвеновское течение, как в классических двумерных моделях, но такая нелинейность значительно усложняет теорию.

### 8.7. Пересоединение с квазисепаратрисным слоем: магнитное проскальзывание

Когда имеется нулевая точка, двумерное пересоединение связано с тем фактом, что отображение силовых линий от одного основания к другому не является непрерывным. Например, рассмотрим поле с простой Х-точкой

$$B_x = x, \quad B_y = -y. \quad (8.80)$$

Точка  $(x_0, y_0)$ , лежащая на одном участке границы, будет отображаться в точку  $(x_1, y_1)$ , лежащую на другом участке границы, таким образом, чтобы, как только  $(x_0, y_0)$  пересечёт сепаратрису, точка  $(x_1, y_1)$  резко изменит своё положение (рис. 8.26). В классической работе (Schindler и др., 1988) показано, что когда нет нулевых точек или

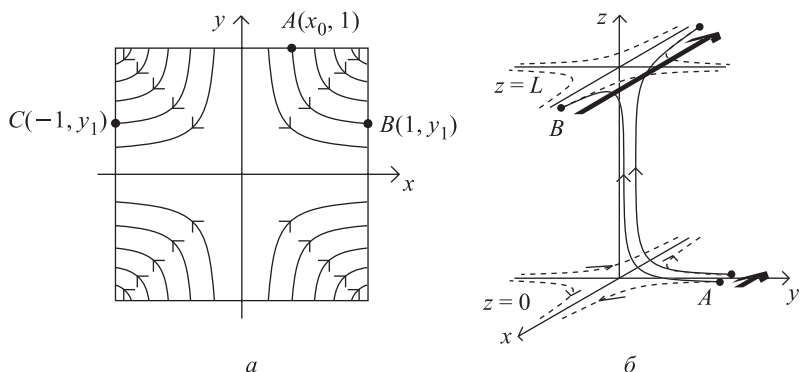


Рис. 8.26. Отображение оснований силовых линий для (а) двумерного Х-поля от верхней или нижней границы квадрата к боковой границе и (б) трёхмерного ширового Х-поля от плоскости  $z = 0$  к плоскости  $z = L$

открытых участков, отображение является непрерывным, так что сепаратрисы не существует, и двумерная концепция пересоединения, основанная на переносе потока через сепаратрисы, уже не применима. Как уже упоминалось в п. 8.1.1, эти авторы предложили концепцию общего магнитного пересоединения, чтобы включить все эффекты локальной неидеальности, которые приводят к появлению компоненты электрического поля ( $E_{\parallel}$ ), параллельной магнитному полю (п. 8.1.1). Один особый вид такого пересоединения в отсутствие нулевых точек связан с квазисепаратрисными слоями (Priest и Démoulin, 1995) и основан на концепции *магнитного проскальзывания* (Priest и Forbes, 1992a). Согласно этой концепции магнитные силовые линии отсоединяются от плазмы и быстро проходят сквозь плазму в квазисепаратрисных областях. В соответствии с этой теорией исследование пересоединения в заданной трёхмерной конфигурации проходит в четыре этапа:

- 1) Вначале рассматриваемый объём находится внутри замкнутой поверхности  $S$ .
- 2) Затем вычисляется отображение оснований силовых линий из одной части  $S$  в другую. Например, если к выражению (8.80) добавляется малая компонента ( $B_z = l \leq 1$ ), чтобы создать широкое  $X$ -поле, то отображение становится непрерывным, так что, когда точка  $(x_0, y_0)$  пересекает ось  $y$  в плоскости  $z = 0$ , другой конец  $(x_1, y_1)$  в плоскости  $z = 1$  движется непрерывно (рис. 8.26 б).
- 3) Далее определяются так называемые квазисепаратрисные слои, признаками которых являются очень большие градиенты отображения.
- 4) Наконец, пересоединение происходит в том случае, когда не выполняется идеальная МГД теория и изменяется связность элементов плазмы: это имеет место в квазисепаратрисных слоях, где скорость силовой линии значительно превосходит скорость плазмы — такие движения силовых линий могут вызваться медленными регулярными движениями оснований на границе (поперёк квазисепаратрисного слоя).

Можно заметить, что эти определения квазисепаратрисного слоя и магнитного пересоединения предполагают отображение концов линий на границу и, следовательно, имеют отношение к глобальным свойствам конфигурации. Понятию «квазисепаратрисного слоя» можно дать формальное определение следующим образом. Разделим поверхность на области  $S_0$  и  $S_1$ , где силовые линии входят и выходят из объёма, соответственно, и введём ортогональные координаты  $(u, v)$  на поверхности  $S$  и координату  $w$  нормальную к  $S$ . Тогда силовые линии отображают координаты  $(u_0, v_0)$  в области  $S_0$  в координаты  $(u_1, v_1)$  в области  $S_1$ . Затем формируем тензор градиента смещения

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} s_1 \partial u_1 / \partial u_0 & s_2 \partial u_1 / \partial v_0 \\ s_3 \partial v_1 / \partial u_0 & s_4 \partial v_1 / \partial v_0 \end{pmatrix}, \quad (8.81)$$

из градиентов отображающих функций  $u_1(u_0, v_0)$  и  $v_1(u_0, v_0)$  и масштабных множителей  $s_i$  и оценим норму

$$N = \sqrt{\left(s_1 \frac{\partial u_1}{\partial u_0}\right)^2 + \left(s_2 \frac{\partial u_1}{\partial v_0}\right)^2 + \left(s_3 \frac{\partial v_1}{\partial u_0}\right)^2 + \left(s_4 \frac{\partial v_1}{\partial v_0}\right)^2}. \quad (8.82)$$

Наконец, определим квазисепаратрисный слой как область, где

$$N \gg 1.$$

Далее опишем свойства  $F$ . Прежде всего, приращение  $(\delta u_0$  и  $\delta v_0)$  в положениях оснований отображается в

$$\begin{pmatrix} \delta u_1 \\ \delta v_1 \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} \delta u_0 \\ \delta v_0 \end{pmatrix}.$$

Во-вторых, элемент поверхности  $dS_0$  преобразуется в

$$dS_1 = \mathcal{J} dS_0,$$

где  $\mathcal{J} = s_1 s_4 (\partial u_1 / \partial u_0) (\partial v_1 / \partial v_0) - s_2 s_3 (\partial u_1 / \partial v_0) (\partial v_1 / \partial u_0)$  — определитель Якоби. Таким образом, закон сохранения потока ( $B_1 dS_1 = B_0 dS_0$ ) означает, что

$$B_1 = \frac{B_0}{\mathcal{J}},$$

где  $\mathcal{J}$  имеет конечную и отличную от нуля величину, если поле не имеет нулевых точек или особенностей. В-третьих, тензор градиента смещения может быть записан в виде произведения

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_R \mathcal{F}_0$$

одной матрицы ( $\mathcal{F}_R$ ), представляющей вращение на некоторый угол, и другой матрицы ( $\mathcal{F}_0$ ), представляющей растяжение на  $\lambda_+$  (максимальное собственное значение) вдоль  $\mathbf{e}_+$  (соответствующий собственный вектор) вместе со сжатием на  $\lambda_-$  (другое собственное значение) вдоль  $\mathbf{e}_-$  (другой собственный вектор). Таким образом, квазисепаратрисный слой (где  $N \gg 1$ ) связан с большим растяжением в одном направлении и сильным сжатием в другом направлении, следовательно, величина  $N$  приблизительно равна максимальному собственному значению

$$N \approx \lambda_{\max}.$$

Рассмотрим, например, широкое X-поле

$$(B_x, B_y, B_z) = (x, -y, l) \quad (8.83)$$

внутри куба с  $l \ll 1$ . Отображение от основания ( $S_0$ ) на верхнюю грань и на боковые грани ( $S_1$ ) задано формулами

$$x_1 = x_0 e^{z_1/l}, \quad y_1 = y_0 e^{-z_1/l}. \quad (8.84)$$

Таким образом, если точка  $A(x_0, y_0, 0)$  на  $S_0$  настолько близко расположена к оси  $y$ , что  $2x_0 < \varepsilon$ , то точка  $A$  отображается в точку  $B$  ( $z_1 = 1$ ) и

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} \varepsilon^{-1} & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{pmatrix},$$

при этом

$$N \approx \frac{1}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = e^{-1/l} \ll 1.$$

Если же  $\varepsilon < 2x_0 < 1$ , то точка  $A$  отображается в точку  $C$  на боковой грани ( $x_1 = 1/2$ ), а компоненты тензора  $\mathcal{F}$  и величина  $N$  порядка 1. Результирующие изменения величин  $x_1, y_1, z_1$  и  $N$  при изменении  $x_0$  показаны на рис. 8.27. Как видно из рисунка, квазисепаратрисный слой занимает очень узкую область шириной  $\varepsilon$  при  $N \gg 1$ . При  $l = 0,1$  величина  $N$  в квазисепаратрисном слое составляет  $10^4$ , и даже в том случае, когда  $l$  достигает 0,3, величина  $N$  в квазисепаратрисном слое



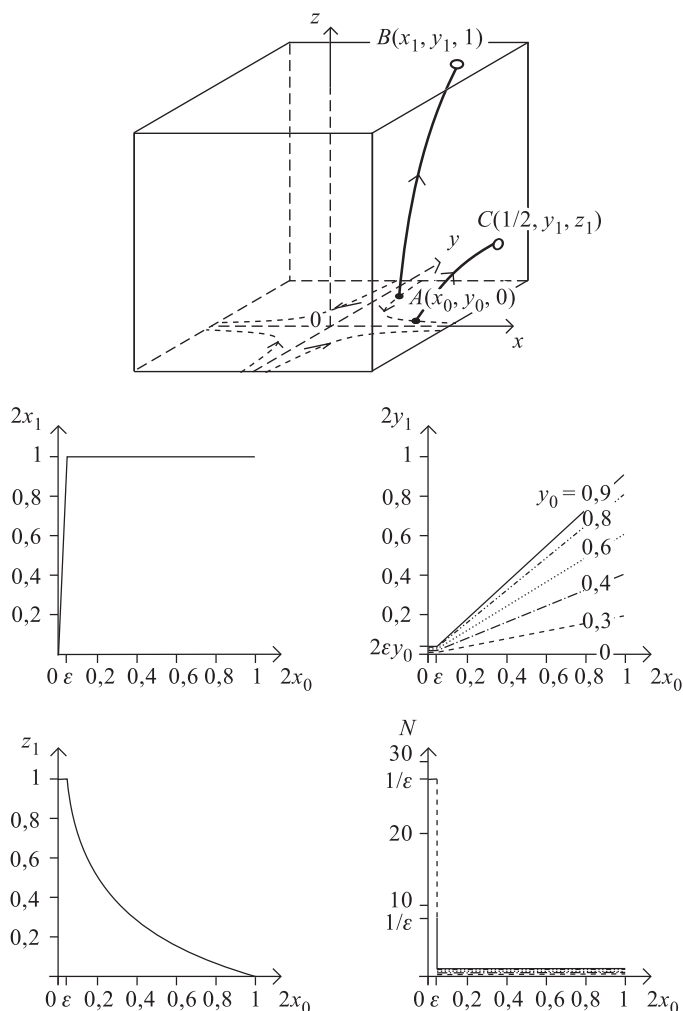


Рис. 8.27. Деформируемое широм  $X$ -поле в кубе и изменения координат конечной точки  $(x_1, y_1, z_1)$  на верхней и боковой границах, а также норма ( $N$ ) с начальными координатами основания силовой линии  $(x_0$  и  $y_0)$  на верхней границе

составляет 28. Если заменить куб полусферой или сферой, то получим аналогичные формулы, но функции в этом случае будут непрерывными и дифференцируемыми.

После того как определили положение квазисепаратрисного слоя, мы можем теперь рассмотреть кинематическое пересоединение, удовлетворяющее уравнениям (8.67) и (8.68) и приводящее к появлению

потенциала (уравнение 8.69) и скорости силовой линии (уравнение 8.70). Предположим, что имеются компоненты скорости силовой линии  $v_{\perp 1x}$  и  $v_{\perp 1y}$  на верхней грани ( $z = 1$ ) куба; тогда получим функцию  $\Phi(x_1, y_1)$  вместе с  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{v}_{\perp}$  в каждой точке куба. Результирующее электрическое поле в основании куба ( $z = 0$ ) имеет составляющие

$$E_{x0} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial x_0} - \frac{\partial \Phi}{\partial y_1} \frac{\partial y_1}{\partial x_0}, \quad E_{y0} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial y_0} - \frac{\partial \Phi}{\partial y_1} \frac{\partial y_1}{\partial y_0},$$

которые зависят как от компонент электрического поля на верхней грани ( $E_{x1} = -\partial \Phi / \partial x_1$ ,  $E_{y1} = -\partial \Phi / \partial y_1$ ), так и от градиентов отображающих функций  $x_1(x_0, y_0)$  и  $y_1(x_0, y_0)$ . Таким образом, большие значения  $\mathbf{E}_0$  достигаются в той области, где высок градиент отображения, а именно в квазисепаратрисном слое. Например, если на верхней ( $z = 1$ ) и боковой ( $x = 1/2$ ) гранях куба мы задаём

$$v_{\perp 1x} = 0, \quad v_{\perp 1y} = v_0 x_1$$

и

$$v_{\perp 1x} = 0, \quad v_{\perp 1y} = v_0 / 2,$$

соответственно, тогда результирующая скорость в основании куба ( $z = 0$ ) вдоль оси  $x$  ( $y = 0$ ) равна

$$v_{\perp y0} = \begin{cases} \frac{v_0 x_0}{\varepsilon^2} & \text{при } |x_0| < \frac{\varepsilon}{2}, \\ \frac{v_0}{4x_0} & \text{при } |x_0| > \frac{\varepsilon}{2}. \end{cases}$$

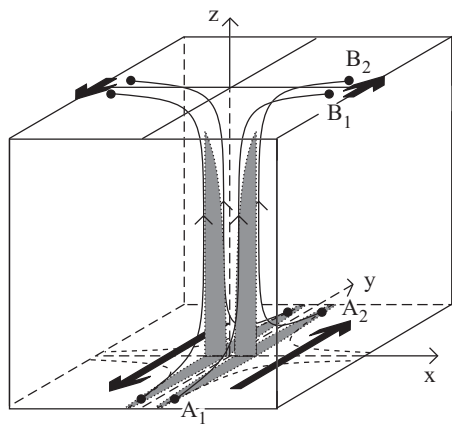
Эта скорость имеет максимум в точке  $x_0 = \varepsilon/2$ , где она равна  $v_0/(2\varepsilon)$ . Поэтому, если это максимальное значение превосходит альфвеновскую скорость,

Рис. 8.28. Квазисепаратрисные слои (выделены серым цветом), возникающие в результате движения оснований силовых линий на верхней грани куба

то будут существовать два диффузионных слоя, центры которых расположены в точках  $x_0 = \pm \varepsilon/2$ , где силовые линии не являются замороженными и, вероятно, будут быстро проходить через плазму (рис. 8.28). Другими словами, силовые линии движутся быстрее плазмы и отрываются от неё.

Вышеуказанный подход применялся также в моделях трёхмерных закрученных потоковых трубок, которые предположительно существуют во многих солнечных вспышках (Démoulin и др., 1996a). В качестве иллюстративного примера рассмотрим простое поле

$$\begin{aligned} B_x &= -(z - a)^2 + b^2(1 - y^2/c^2), \\ B_y &= d, \\ B_z &= x, \end{aligned}$$



где  $a, b, c, d$  — постоянные. Эта конфигурация показана схематически на рис. 8.29 с тремя типами силовых линий, а именно, силовыми

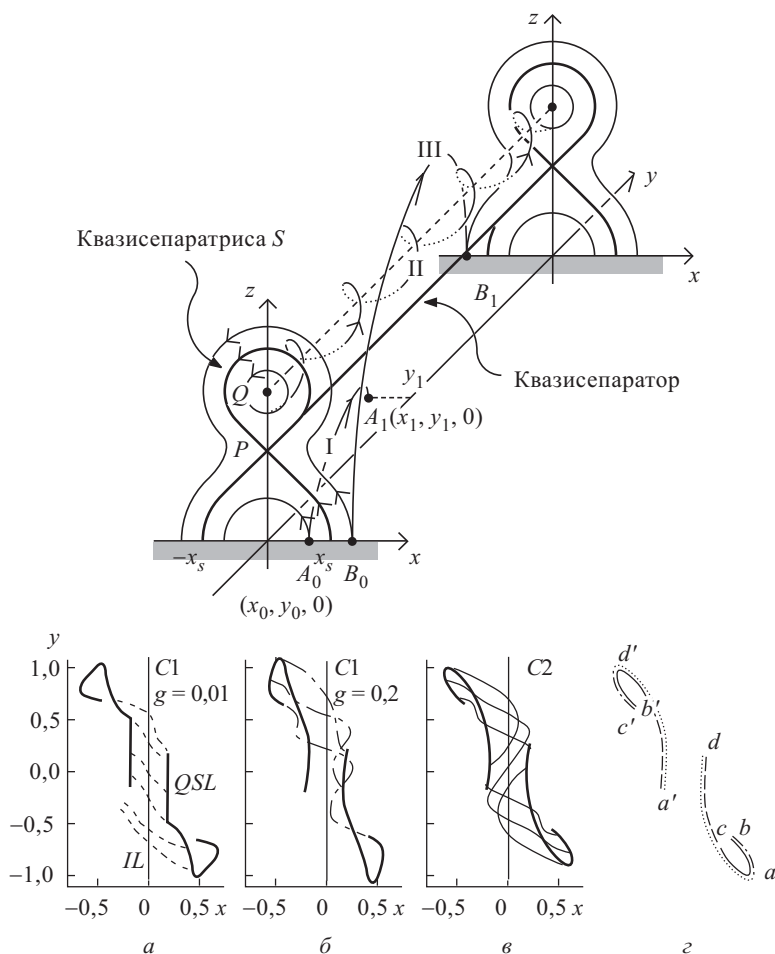


Рис. 8.29. Наверху: закрученная потоковая трубка, выявляющая три типа силовой линии I, II, III. Внизу: квазисепаратрисные слои (вид сверху) вместе с образцами силовых линий типа (а) I (пунктирная линия), (б) II (штрих-пунктирная линия), (в) III (сплошная линия) и (г) связь между точками на квазисепаратрисных слоях

линиями, лежащими ниже трубки потока, внутри её и выше. Также известны примеры рассчитанных квазисепаратрисных слоёв, концы которых закручены как ручка зонтика, и их форма значительно усложняется при возрастании угла закручивания. На рисунке внизу

справа показана связь между точками в слоях. Кроме того, сравнение солнечных вспышек в наблюдаемых активных областях с расчётными квазисепаратрисными слоями показывает, что узлы и ленты в ограниченных вспышках лежат вдоль квазисепаратрисных слоёв (п. 11.2.1; Démoulin и др., 1996b).

## 8.8. Численные эксперименты

Благодаря возрастанию быстродействия и памяти компьютеров в течение последних нескольких лет стало возможным проводить численные эксперименты по резистивному трёхмерному пересоединению. Двумерные исследования будут продолжены как дополнение трёхмерных исследований, поскольку в них можно достичь более высоких чисел Лундквиста (или магнитных чисел Рейнольдса). Теперь, однако, поскольку можно легко достичь чисел Лундквиста, превышающих 1000, трёхмерные исследования обнаруживают много новых и интересных эффектов.

Эти новые численные эксперименты по пересоединению оказались бесценными, указывая нам разнообразные направления исследования и развивая частичное понимание различных аспектов этой новой области трёхмерного пересоединения. Предполагается, что в будущем они будут играть по-прежнему главную роль и дадут много неожиданных результатов. Необходимо здоровое взаимодействие между аналитической теорией и численным экспериментом, и именно такое соединение двух методов необходимо, чтобы развить в полной мере наше теоретическое понимание такого сложного по своей природе явления. Действительно многие темы, затронутые в этой главе, тесно связаны с численными экспериментами: например, концепция общего магнитного пересоединения (п. 8.1.1) была разработана на основе численных экспериментов, в которых моделировалось формирование плазмоидов в геомагнитном хвосте. Здесь мы только кратко упомянем несколько численных экспериментов по проверке основной теории и её применения.

В работе (Lau и Finn, 1996) были прослежены две фазы эволюции для пары первоначально прямых, антипараллельных трубок потока с противоположным направлением закручивания. В первой фазе образуется замкнутая силовая линия X-типа, а во второй фазе эта линия служит сепаратором для пересоединения. В результате силовые линии из двух первоначально антипараллельных трубок могут соединяться, образуя петли, что приводит к пространственному хаосу. Позднее X-линия преобразуется в замкнутую силовую линию O-типа, окружённую кольцом тороидальных магнитных поверхностей. Пересоединение продолжается, пока не возникает конечное, устойчивое состояние (рис. 8.30), в котором имеются две пересоединённые петли и тороидальное кольцо магнитных поверхностей с нулевым током между ними.

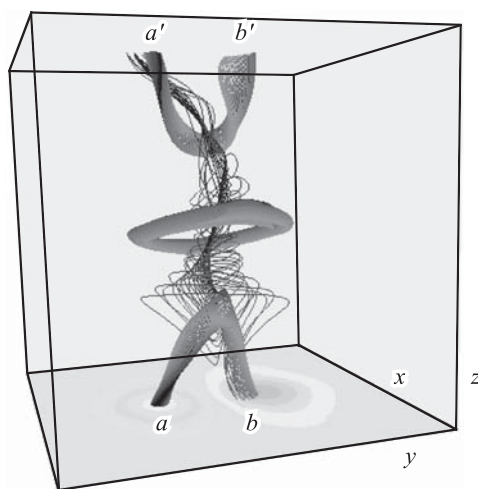


Рис. 8.30. Характерные силовые линии в конечном стационарном состоянии двух первоначально прямолинейных, антипараллельных трубок потока, закрученных в противоположных направлениях. Конечное состояние состоит из одной замкнутой трубки потока ( $ab$ ), присоединённой к нижней границе, и другой трубки ( $a'b'$ ), присоединённой к верхней границе, а также центрального тора. Все остальные силовые линии, показанные на рисунке, начинаются в области  $a'$  и проходят через тор (Lau и Finn, 1996)

Первоначально бессиловая конфигурация с восемью магнитными нулевыми точками была рассмотрена в работе (Galsgaard и Nordlund, 1997b) (рис. 8.31 а). Две из боковых границ были подвергнуты напряжению путём задания периодических условий на остальных границах, при этом была прослежена эволюция, чтобы узнать, какого типа пересоединение будет осуществляться. Нулевые точки имеют тенденцию коллапсировать в слои, и развиваются токовые слои в туннелях со слабым полем вдоль сепараторов, соединяющих соседние нулевые точки (рис. 8.31 б). Другими словами, имеет место пересоединение на сепараторе, при этом из-за действия силы Лоренца и градиента давления с обеих сторон токовых слоёв выбрасываются струи плазмы с альфвеновскими скоростями. В конце концов из-за потерь магнитных связей между обеими границами возникают долговременные структуры в виде аркад, в которых постоянно появляются и исчезают мелкомасштабные токовые слои, по мере того как они диссипируют энергию, поступающую от внешнего источника на границах.

В работе (Dahlburg и др., 1997) исследовалось столкновение и взаимодействие двух закрученных бессиловых трубок потока, первоначально расположенных под прямым углом, которые движутся друг к другу под воздействием потока в окрестности точки стагнации. При малых углах закручивания трубок, наблюдается тенденция к упругим

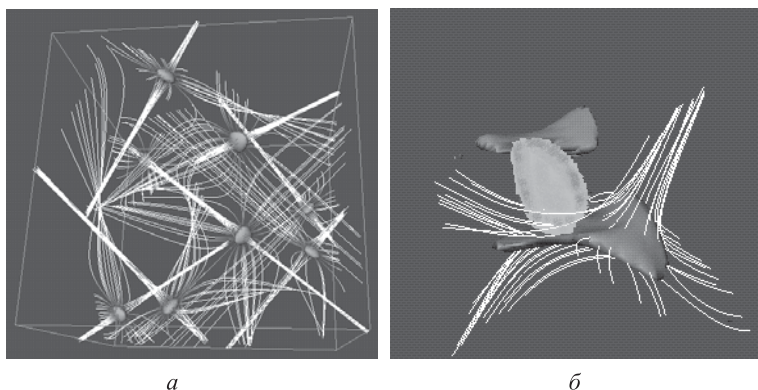


Рис. 8.31. (а) Начальное бессиловое поле с восемью нулевыми точками, демонстрирующее силовые линии вблизи их шипов и вееро. (б) Результирующая эволюция, вызванная движением границ, выявляющая пересоединение на сепараторе, соединяющем две нулевые точки (выделенные тёмным оттенком), лежащие одна напротив другой (Galsgaard и Nordlund, 1997b)

столкновениям трубок без пересоединения. При больших углах закручивания и низком значении числа Лундквиста ( $L_u = 576$ ), трубки пересоединяются обычным образом, с образованием двух изогнутых под прямым углом трубок, удаляющихся друг от друга. Однако, если и угол закручивания, и число Лундквиста ( $L_u = 2280$ ) имеют высокие значения, то трубки туннелируют по механизму двойного пересоединения, когда две прямые трубки проходят точно друг через друга, как по волшебству (рис. 8.32). Среди других исследований фундаментальной теории следует упомянуть развитие быстрого пересоединения с медленными ударными волнами, возникающее из-за локального увеличения удельного электрического сопротивления (Ugai и Wang, 1998), а также коллапс нулевых точек в трёхмерной МГД турбулентности (Politano и др., 1995; Matthaeus и др., 1996).

Несколько приложений теории трёхмерного пересоединения исследовались численно, как для лабораторных условий (гл. 9), так и магнитосферных (гл. 10), солнечных (гл. 11) и астрофизических (гл. 12). Например, пересоединение в токамаках, пинчах с обращённым полем и сферомаках подробно моделировалось во многих работах, в том числе (Sato, 1985), (Schnack и др., 1979, 1985), (Batu и др., 1992), а также (Finn и Sovinec, 1998). Много численных экспериментов было также связано с магнитосферой Земли, включая глобальные модели магнитосферы (например, Ogino и др., 1989), события с переносом потока (см. § 10.3) и магнитосферные суббури (например, Birn и Hones, 1981; Sato и др., 1984; Birn и Hesse, 1990; Birn и др., 1996, 1997; см. § 10.5). Например, Отто моделировал процесс создания сцепленных трубок потока в магнитопаузе Земли, рассматривая пересоединение двух наклон-

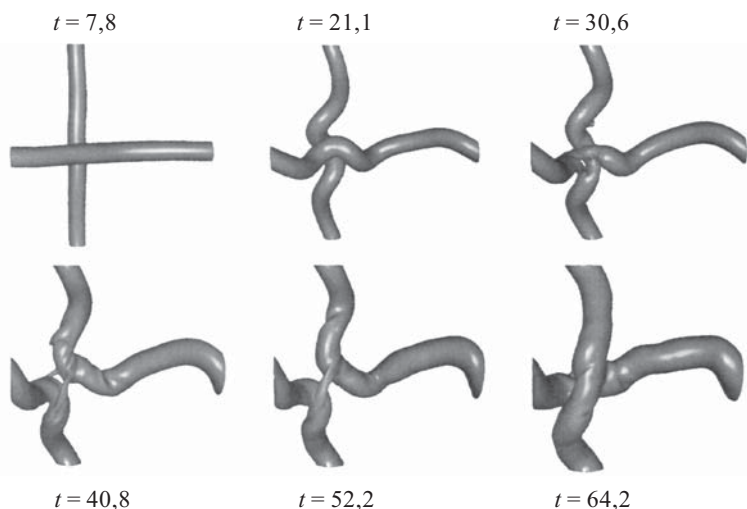


Рис. 8.32. Поверхности равной напряжённости магнитного поля ( $B$ ) в отдельные моменты времени во время туннелирования одной трубки магнитного потока через другую. Выбраны поверхности с напряжённостью магнитного поля  $B$  равной половине максимальной напряжённости поля в каждый момент времени (Dahlburg и др., 1997б)

ных систем магнитных силовых линий на двух участках поверхности с повышенным удельным сопротивлением (рис. 8.33) (Otto, 1995). Один из важных результатов анализа трёхмерного пересоединения, который следует из лабораторных экспериментов по пересоединению (гл. 9), — это демонстрация факта, что двумерная тиринг-мода может приводить к трёхмерной турбулентности. В работе (Dahlburg и др., 1992) на основании своего опыта работы с трёхмерными МГД моделями авторы высказали предположение, что трёхмерная турбулентность развивается в результате вторичной МГД неустойчивости, появляющейся при насыщении двумерной тиринг-моды. Нечто похожее наблюдалось в эксперименте LCD (Gekelman и Pfister, 1988) (§ 9.2). Экспериментальные результаты показывают, что протяжённые  $X$ -линии двумерной моды разрываются на короткие участки, как предсказывается теорией трёхмерной тиринг-моды (Кап, 1988), разработанной для объяснения неоднородного (patchy) пересоединения в дневной магнитопаузе.

Применительно к физике солнечной атмосферы (см. гл. 11), следует упомянуть следующие работы: действие трёхмерного динамо и магнитную конвекцию (например, Proctor и др., 1993; Matthews и др., 1995); пересоединение в закрученных и шировых полях солнечной короны (например, Dahlburg и др., 1991; Strauss, 1993; Galsgaard и Norlund, 1996; Longcope и Strauss, 1994; Kusano и др., 1995; Suzuki и др., 1997; Karpen и др., 1998; Lionello и др., 1998); а также винтовая

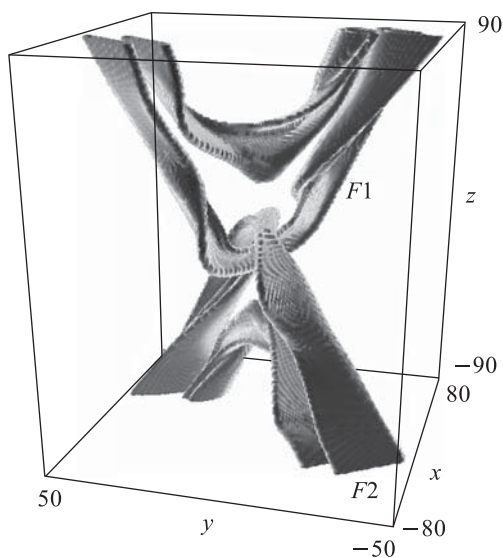


Рис. 8.33. Создание зацепленных трубок потока в модели магнитопаузы Земли (Otto, 1995)

неустойчивость закрученных трубок потока (например, Galsgaard и Nordlund, 1997a; Einaudi и др., 1997).

Из примеров, приведённых выше, мы видим, что трёхмерные системы действительно в некоторых обстоятельствах демонстрируют те черты, которые наблюдались в их двумерных аналогах. Однако, вообще говоря, трёхмерные конфигурации содержат большее разнообразие эффектов, по сравнению с двумерными конфигурациями. Обнаружение закономерностей явления и определение важных его аспектов применительно к лабораторной, космической и астрофизической плазме — это те задачи, которые будут, наверное, занимать исследователей в течение многих лет в будущем.



## Глава 9

# ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ В ЛАБОРАТОРНЫХ УСТАНОВКАХ

Пересоединение можно легко осуществить в лабораторных условиях. Если установить два простых дипольных магнита вблизи друг друга в воздухе, то в общем случае возникают две нулевые точки, а перемещение этих магнитов относительно друг друга приводит к пересоединению силовых линий. Сложным, а потому интересным становится процесс пересоединения именно тогда, когда вблизи нулевой точки имеется проводящая плазма.

Теория пересоединения находит наиболее широкое применение в лабораторных условиях в связи с созданием магнитных ловушек для управляемого термоядерного синтеза, кроме того, был поставлен ряд плазменных экспериментов, специально посвящённых изучению динамики пересоединения. Магнитные ловушки предназначены для удержания достаточно горячей плазмы внутри магнитной системы в течение времени, достаточно продолжительного для достижения поддерживаемой ядерной реакции. Пересоединение может как препятствовать, так и способствовать этому процессу. Например, в установке типа *токамак* (п. 9.1.2) пересоединение приводит к различного типа неустойчивостям, которые ухудшают удержание, тогда как в установке типа *сферомак* (п. 9.1.3) процесс пересоединения необходим для создания конфигурации поля, которая обеспечивает удержание плазмы.

Побудительным мотивом проведения специальных лабораторных экспериментов по изучению динамики пересоединения было желание осмыслить процесс пересоединения как физический процесс в надежде, что знание его особенностей можно будет применить в решении как термоядерных, так и космических и астрофизических проблем. Однако как при численном моделировании, так и в лабораторных экспериментах трудно воспроизвести условия в плазме за пределами Земли, в первую очередь, из-за проблемы масштабов. Лабораторные установки обычно имеют размеры порядка одного метра и меньше, что на много порядков меньше размеров космических плазменных объектов. Таким образом, безразмерные параметры для моделирования поведения плазмы в точном соответствии с законами подобия, такие, как магнитное число Рейнольдса, могут на много порядков отличаться от тех, что встречаются во Вселенной.

В ряде случаев легче обосновать использование столкновительной теории для лабораторной плазмы, чем для космической и астрофизиче-

ской плазмы, потому что средняя длина свободного пробега при кулоновских столкновениях может быть меньше чем глобальный масштаб плазмы. Однако имеется несколько лабораторных установок, таких, как JET (Joint European Torus), в которых средняя длина свободного пробега почти на два порядка больше, чем масштаб этих установок (табл. 9.1.). Даже при малых длинах пробега бесстолкновительные эффекты обычно присутствуют, поскольку этот пробег не настолько мал, чтобы можно было пренебречь всеми кинетическими эффектами во всём объёме плазмы. Это становится очевидным при анализе рабочих параметров, приведённых в таблицах 9.1 и 9.2 для некоторых типичных лабораторных установок. Первые шесть строк в этих таблицах характеризуют свойства плазмы в каждой установке. Здесь  $L_e$  обозначает самый малый размер камеры (который в теории пересоединения отождествляется с внешним масштабом, п. 4.2.4), а  $n$ ,  $T$ ,  $T_e/T_i$ ,  $B$  и  $\tilde{\mu}$  обозначают среднюю плотность, температуру, отношение электронной температуры к ионной, напряжённость магнитного поля и средний атомный вес соответственно. Эти рабочие параметры используются для вычисления остальных параметров таблицы по формулам, приведённым в § 1.7.

Рассмотрим, например, установку DIPD (установка «двойной обратный пинч» в табл. 9.2). Средняя длина свободного пробега ( $\lambda_{\text{mfp}}$ , уравнение (1.62)) при электрон-ионных столкновениях составляет  $3 \times 10^{-4}$  м и таким образом оказывается в 300 раз меньше, чем масштаб плазмы, который порядка 0,1 м, и поэтому очевидно, что кулоновские столкновения играют здесь важную роль. Однако ионная инерционная длина  $\lambda_i$  (или ионная скин-длина, уравнение (1.57)) в этой установке также составляет 0,1 м, а это означает, что холловские токи, вероятно, существенны для этой установки. В обобщённом законе Ома кинетической теории (см. уравнение (1.53)) отношение холловского электрического поля  $[\mathbf{j} \times \mathbf{B}/(ne)]$  к конвективному электрическому полю  $(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$  порядка  $j/(nev)$ . В предположении, что  $j$  порядка  $B/(\mu L_e)$ , а скорость потока  $v$  порядка альфвеновской получаем, что это отношение равно  $\lambda_i/L_e$ .

Другое указание, что кинетические эффекты важны в таких установках, следует из сравнения конвективного электрического поля с дрейсеровским электрическим полем ( $E_D$ , уравнение (1.66)), т.е. полем, необходимым для генерации убегающих электронов (п. 13.1.2). Во многих установках конвективный поток после того, как возникает неустойчивости, имеет скорость близкую к альфвеновской, таким образом конвективное электрическое поле может, в принципе, сравниться по величине с  $v_A B$ , а это поле практически всегда выше дрейсеровского. Даже для медленного пересоединения типа Свита–Паркера, где конвекция порядка  $v_A B/\sqrt{R_m e}$ , электрическое поле может быть всё ещё выше дрейсеровского (как, например, в токамаке JET).

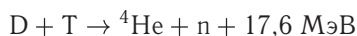
Таблица 9.1. Параметры некоторых установок для магнитного удержания плазмы

Параметр <sup>1</sup>	Токамак (JET)	Пинч с обращённым полем (ZT-40M)	Сферомак (SPHEX)	Конфигурация с обратным полем (HBQM)
$L_e$	1	0,2	0,4	0,1
$n$	$10^{20}$	$3 \cdot 10^{19}$	$5 \cdot 10^{19}$	$7 \cdot 10^{20}$
$T$	$10^8$	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^5$	$10^5$
$T_e/T_i$	0,1	$\approx 1$	0,7	$\approx 1$
$B$	2	0,2	0,04	0,1
$\tilde{\mu}$	2 (дейтерий)	1 (водород)	1 (водород)	2 (дейтерий)
$R_{gi}/L_e$	$7 \cdot 10^{-3}$	0,04	0,03	0,04
$\lambda_i/L_i$	0,03	0,2	0,08	0,1
$\lambda_{mfp}/L_e$	80	50	0,07	0,01
$E_A/E_D$	$2 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^3$	5	0,3
$E_{SP}/E_D$	20	6	0,09	0,03
$\beta$	0,09	0,05	0,02	0,2
$R_{me}(L_u)$	$9 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^5$	$8 \cdot 10^5$	200

<sup>1</sup> Используются единицы системы СИ: длина в метрах, плотность в обратных кубических метрах, температура в градусах Кельвина, напряжённость магнитного поля в Теслах. Длина  $L_e$  обозначает наименьший размер камеры,  $R_{gi}$  — гирорадиус ионов,  $\lambda_i$  — ионная инерционная длина,  $\lambda_{mfp}$  — средняя длина свободного пробега при электрон-ионных столкновениях,  $E_A$  — альфвеновское конвективное электрическое поле,  $E_D$  — дрейсеровское поле,  $E_{SP}$  — электрическое поле Свита–Паркера,  $\beta$  — плазменное бета,  $R_{me}$  — магнитное число Рейнольдса.

## 9.1. Управляемый термоядерный синтез

В течение многих лет проводились непрерывные исследования по осуществлению управляемой термоядерной реакции для целей генерации электрической энергии. Наиболее выгодная для этих целей реакция



соответствует слиянию двух тяжёлых изотопов водорода — дейтерия (D) и трития (T) — с образованием альфа частицы ( ${}^4\text{He}$ ) и нейтрона (n). Хотя тритий редко встречается в природе, он может быть легко получен за счёт взаимодействий нейтронов в литии. И литий, и дейтерий имеются на Земле в изобилии, так что в принципе DT-реакция

Таблица 9.2. Параметры некоторых экспериментов по магнитному пересоединению

Параметр <sup>1</sup>	Многokратное пересоединение на X-линии (Yamada)	LCD (Stenzel)	Установка с двойным обратным пинчем (Bratenahl)	ТС-3Д (Франк)	УН-Феникс (Алтынцев)
$L_e$	0,1	0,3	0,1	0,1	0,2
$n$	$10^{20}$	$10^{18}$	$10^{20}$	$5 \cdot 10^{20}$	$10^{18}$
$T$	$2 \cdot 10^5$	$10^5$	$2 \cdot 10^4$	$10^5$	$3 \cdot 10^6$
$T_e/T_i$	$\approx 1$	5	$\approx 1$	$\approx 1$	$\approx 1$
$B$	0,05	$2 \cdot 10^{-3}$	0,07	0,5	0,04
$\tilde{\mu}$	1 (водород)	40 (аргон)	40 (аргон)	4 (гелий)	1 (водород)
$R_{gi}/L_e$	0,08	2	0,01	0,01	0,2
$\lambda_i/L_i$	0,2	3	1	0,2	1
$\lambda_{mfp}/L_e$	0,3	3	$3 \cdot 10^{-3}$	0,02	$3 \times 10^{-3}$
$E_A/E_D$	3	2	10	5	$4 \cdot 10^4$
$E_{SP}/E_D$	0,1	0,3	1	0,2	40
$\beta$	0,3	0,9	$10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-3}$	0,07
$R_{me}(L_u)$	900	60	70	700	$10^6$

<sup>1</sup> Обозначения те же, что в табл. 9.1.

может обеспечить общее потребление энергии в течение миллионов лет при современном темпе потребления. Однако нелегко достичь условий, необходимых для поддержания реакции.

Для осуществления ядерного синтеза термализованная плазма должна иметь температуру свыше  $10^8$  К и поддерживать достаточное количество реакций, чтобы возместить энергозатраты на её нагрев. Приблизительно 80 % энергии, выделяющейся в DT-реакции, вкладывается в нейтроны, а оставшиеся 20 % — в ядра гелия. Поскольку нейтроны имеют крайне малое сечение столкновений, они быстро уходят из плазмы, и их энергия может быть выделена в веществе толстого blankets за пределами плазменного объёма. Энергия, вложенная в ядра гелия, нагревает плазму и играет главную роль в поддержании высокой температуры в плазме.

Необходимые условия для зажигания самоподдерживающейся реакции приведены на рис. 9.1, и из этого рисунка видно, что необходимое

условие для положительного энергетического выхода DT-реакции:

$$n\tau \gtrsim 1,5 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3} \text{ с},$$

где  $n$  — плотность плазмы, а  $\tau$  — энергетическое время жизни плазмы (Pease, 1993). Это условие, известное как *критерий Лоусона*, утверждает, что для того чтобы выделяемая энергия превышала затраты энергии, необходимые в первую очередь для нагрева плазмы, плазма

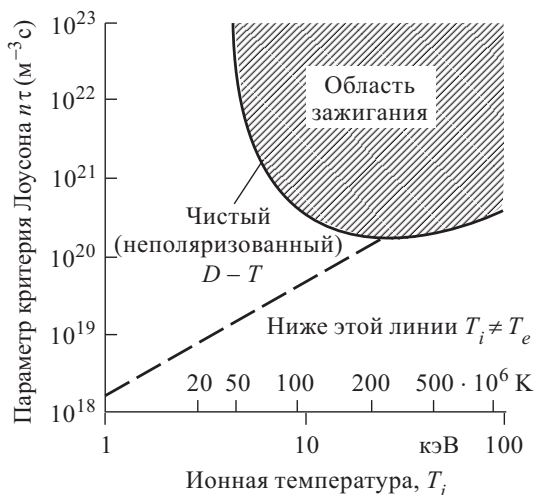


Рис. 9.1. Условия термоядерного зажигания для плазмы из дейтерия и трития (DT): параметр критерия Лоусона ( $n\tau$ ) как функция ионной температуры ( $T_i$ ) (Pease, 1993)

с температурой свыше  $10^8$  К и плотностью  $n$  должна удерживаться в течение времени  $\tau$ . Один из способов достичь этой цели — поместить плазму в магнитный «сосуд», не позволяющий плазме вступить в контакт с окружающей средой. Магнитное поле должно быть достаточно сильным, чтобы предотвратить существенную диффузию плазмы поперёк поля к стенкам камеры, и должно быть достаточно стабильным, чтобы обеспечить удержание плазмы в течение времени, которого требует критерий Лоусона.

Магнитная гидродинамика является одним из основных методов исследования устойчивости магнитного поля внутри ловушки. От нескольких предложенных конфигураций пришлось отказаться, потому что они приводили к МГД неустойчивостям идеальной плазмы (таким, как винтовые моды и баллонные моды) или к резистивным МГД неустойчивостям (таким, как тиринг-мода; § 6.2). Поскольку магнитные числа Рейнольдса для установок с магнитным удержанием лежат в диапазоне от  $10^2$  до  $10^8$ , то может показаться удивительным, что резистивные неустойчивости или пересоединение могут быть

важны в этом случае. В большинстве установок временной масштаб резистивных неустойчивостей, исходя из классической спитцеровской проводимости, оказывается на порядок больше времени, необходимого для удержания. Однако быстрое формирование тонких токовых слоёв и развитие турбулентности могут привести к временному масштабу резистивных неустойчивостей, весьма близкому к временному масштабу неустойчивостей идеальной плазмы.

Перечислим некоторые ключевые вопросы, связанные с пересоединением в установках с магнитным удержанием: как быстро происходит пересоединение, когда оно происходит, и какова окончательная конфигурация после пересоединения? Важные результаты по последнему вопросу (из работ Тейлора (Taylor, 1974, 1986)) обсуждаются ниже.

**9.1.1. Релаксация Тейлора.** Тейлор утверждал, что основной эффект пересоединения в турбулентной плазме сводится к эволюции магнитной конфигурации к состоянию с минимумом энергии, которое описывается линейным бессильным уравнением

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0,$$

где

$$\mu \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} = \alpha_0 \mathbf{B}, \quad (9.1)$$

а  $\alpha_0$  — константа (Taylor, 1986). Согласно Тейлору быстрое пересоединение приводит не к потенциальному состоянию ( $\mathbf{j} = 0$ ), а к линейному бессильному состоянию. Его аргументация состоит из двух частей (Heyvaerts and Priest, 1984). Первая — это утверждение о том, что в процессе пересоединения сохраняется глобальная магнитная спиральность (см. § 8.5):

$$H = \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} dV, \quad (9.2)$$

где  $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал магнитного поля  $\mathbf{B}$ , а  $V$  означает интегрирование по всему объёму плазмы. В этом выражении предполагается, что силовые линии не выходят за пределы замкнутого объёма  $V$ , и что объём имеет простую связность; однако, как уже обсуждалось в § 8.5, это определение может быть обобщено и на поля, рассмотренные в этом параграфе. Основной смысл исходного аргумента Тейлора заключается в том, что бесконечное число инвариантов идеальной МГД, а именно интегралы функции  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  вдоль отдельных магнитных силовых линий не сохраняются в резистивной плазме, а сохраняется только один, а именно, полная спиральность.

Сохранение глобальной магнитной спиральности является следствием различия скоростей диссипации магнитной энергии и спиральности в турбулентной плазме. Магнитная энергия  $W_m$  уменьшается со скоростью

$$\frac{dW_m}{dt} = - \int_V \frac{j^2}{\sigma} dV, \quad (9.3)$$

тогда как магнитная спиральность — со скоростью

$$\frac{dH}{dt} = \int_V \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot \nabla \times \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla \times \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) dV. \quad (9.4)$$

После применения векторного тождества к дивергенции векторного произведения  $(\mathbf{A} \times \partial \mathbf{A} / \partial t)$ , а также теоремы о дивергенции, это выражение принимает вид

$$\frac{dH}{dt} = 2 \int_V \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot \nabla \times \mathbf{A} dV - \int_S \mathbf{A} \times \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS, \quad (9.5)$$

где второй интеграл правой части уравнения берётся по всей поверхности  $S$  объёма  $V$  (см. п. 8.5.4 для эквивалентного выражения на основе обобщённого определения спиральности). Если силовые линии не выходят за стенку удерживающего объёма (или силовые линии вмерзаны в стенку), то интеграл по поверхности в уравнении (9.5) равен нулю. С использованием уравнений (1.10а) и (1.18) с целью исключить  $\partial \mathbf{A} / \partial t$  уравнение (9.5) приводится к виду

$$\frac{dH}{dt} = -2 \int_V \frac{\mathbf{j} \cdot \mathbf{B}}{\sigma} dV, \quad (9.6)$$

поскольку  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ .

В отсутствие турбулентности в плазме скорости убывания энергии и магнитной спиральности пропорциональны  $\sigma^{-1}$ , но эти скорости оказываются различными в турбулентной плазме. Турбулентные флуктуации приводят к формированию многочисленных малых токовых слоёв толщиной порядка  $\sigma^{-1/2}$  и с плотностью тока, пропорциональной  $B \sigma^{1/2}$ . Следовательно, скорость уменьшения энергии

$$\frac{dW_m}{dt} \propto \int_V B^2 dV$$

не зависит от  $\sigma$ . Напротив, для скорости уменьшения глобальной магнитной спиральности имеем

$$\frac{dH}{dt} \propto \frac{2}{\sigma^{1/2}} \int_V B^2 dV,$$

так что, когда величина удельного сопротивления  $\sigma^{-1}$  стремится к нулю, диссипация спиральности становится пренебрежимо малой. Более подробно причины отсутствия диссипации спиральности в турбулентной плазме с низким удельным сопротивлением рассмотрены Монтгомери и др. (Montgomery и др., 1978).

Вторая часть аргументации Тейлора — это доказательство Волтьера (Woltjer, 1958), что минимизация магнитной энергии при условии сохранения магнитной спиральности приводит к линейному бессипловому полю. При доказательстве использован метод множителей Лагранжа.

жа, согласно которому при ограниченном минимуме вариация магнитной энергии равна произведению постоянного множителя (множителя Лагранжа) на вариацию спиральности (например, Каплан (Kaplan, 1952)), то есть

$$\delta W_m = \frac{\alpha_0}{2\mu} \delta H, \quad (9.7)$$

где  $\alpha_0/(2\mu)$  — множитель Лагранжа. Подставляя

$$W_m = \int_V \frac{B^2}{2\mu} dV$$

для магнитной энергии и уравнение (9.2) для  $H$ , получаем

$$\int_V \delta[(\nabla \times \mathbf{A}) \cdot (\nabla \times \mathbf{A})] dV = \alpha_0 \int_V \delta[\mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{A}] dV$$

или

$$\int_V [2(\nabla \times \mathbf{A}) \cdot (\nabla \times \delta \mathbf{A}) - \alpha_0(\delta \mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla \times \delta \mathbf{A})] dV = 0. \quad (9.8)$$

Применяя в уравнении (9.8) векторные тождества

$$\nabla \cdot [(\nabla \times \mathbf{A}) \times \delta \mathbf{A}] = \delta \mathbf{A} \cdot \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) - (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot (\nabla \times \delta \mathbf{A})$$

и

$$\nabla \times (\delta \mathbf{A} \times \mathbf{A}) = \mathbf{A} \cdot \nabla \times \delta \mathbf{A} - \delta \mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{A},$$

а также теорему о дивергенции, получаем

$$\int_V [2(\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}) \cdot \delta \mathbf{A} - 2\alpha_0 \delta \mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{A}] dV = 0, \quad (9.9)$$

где интегралы по поверхности по-прежнему равны нулю. Уравнение (9.9) можно переписать в виде

$$\int_V [\nabla \times (\mathbf{A}) - \alpha_0 \nabla \times \mathbf{A}] \cdot \delta \mathbf{A} dV = 0$$

или

$$\int_V (\nabla \times \mathbf{B} - \alpha_0 \mathbf{B}) \cdot \delta \mathbf{A} dV = 0. \quad (9.10)$$

Поскольку вариация  $\delta \mathbf{A}$  выбирается произвольно, подынтегральная функция в уравнении (9.10) должна быть тождественно равна нулю, и таким образом окончательно получаем линейное бессиловое условие

$$\nabla \times \mathbf{B} = \alpha_0 \mathbf{B},$$

что и требовалось.

Строго бессиловая конфигурация, линейная или нет, не может удерживать термоядерную плазму, поскольку в ней отсутствует сила, противодействующая давлению газа. Следовательно, теория Тейлора в её первоначальной формулировке не обеспечивает нужной информации для установления того, насколько хорошее удержание обеспечивает



конкретное поле. В работах Бхаттачарджи и др. (Bhattacharjee и др., 1983), Эденштрассера и Шуурмана (Edenstrasser и Schuurman, 1983), Тёрнера и Кристиансена (Turner и Christiansen, 1981), Бхаттачарджи и Девара (Bhattacharjee и Dewar, 1982), Хамейри и Хаммера (Hameiri и Hammer, 1982) и Финна и Антонсена (Finn и Antonsen, 1983) предпринимались попытки расширить теорию Тейлора и включить не бессиловое магнитное поле, однако ни одно из этих расширений теории не оказалось настолько методологически устойчивым, как первоначальная формулировка Тейлора (Taylor, 1986). Для некоторых исследователей такой неудачный исход попыток обобщить анализ Тейлора ставит под сомнение его теорию, которая рассматривает изолированную, маргинально устойчивую систему с малой диссипацией. Для сравнения, пинч с обращённым полем (п. 9.1.3), к которому, по крайней мере с частичным успехом, была применена теория, представляет собой систему с вынуждающей силой, которая к тому же имеет относительно высокую диссипацию и сильные флуктуации. (Типичные значения напряжения на обходе составляют 40 В по сравнению с 1 В для токамака.)

Тейлоровская релаксация в основе своей является турбулентным процессом. Как мы увидим в следующем пункте, токамак имеет структуру магнитного поля, которая стремится подавить развитие сильной турбулентности, так что он не является системой, нормально восприимчивой к тейлоровской релаксации.

**9.1.2. Токамаки.** В конце 60-х годов прошлого века русскими учёными была открыта тороидальная конфигурация, которая обладает замечательными свойствами устойчивости (см. Wesson, 1997, в качестве обзора). Геометрия поля в этой установке, которую они называли токамаком (русский акроним для словосочетания «тороидальная магнитная камера»), приведена на рис. 9.2. В токамаке полоидальное поле создаётся за счёт возбуждения трансформатором тороидального тока, а не внешними обмотками как в *стеллараторе* — аналогичной, но более сложной тороидальной установке. Из-за индукционного характера токамак, в сущности, представляет собой нестационарную установку, и время удержания в токамаке ограничено длительностью

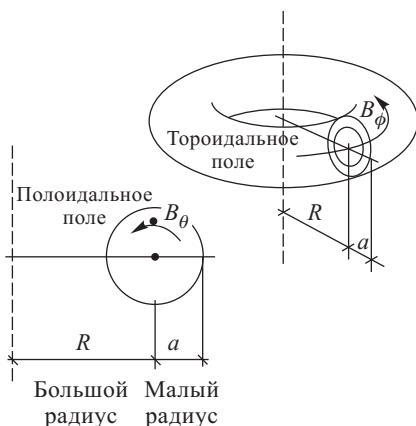


Рис. 9.2. Геометрия магнитного поля в токамаке. Здесь  $R$  обозначает большой радиус,  $a$  — малый радиус,  $B_\theta$  и  $B_\phi$  — полоидальная и тороидальная компоненты магнитного поля (O'Brien and Robinson, 1993)

рабочего цикла трансформатора. Несмотря на это ограничение, на больших токамаках (как, например, JET) удалось получить времена удержания энергии свыше 1 с, т.е. более чем на порядок величины больше, чем в любой другой современной установке.

Возбуждение МГД неустойчивостей в токамаках тесно связано с запасом устойчивости  $q$  (§ 6.4), который определяется как

$$q(r) \equiv \frac{B_\phi}{B_\theta} \frac{r}{R}, \quad (9.11)$$

где  $B_\phi$  и  $B_\theta$  — тороидальная и полоидальная компоненты поля, а  $R$  — большой радиус тора (рис. 9.2). Как уже упоминалось в § 6.4, величина  $q$  — это число оборотов силовой линии, лежащей на магнитной поверхности, вокруг тора в течение одного полоидального оборота; этот параметр называют также числом кручения. На тех поверхностях, где выполняется равенство  $q = m/n$ , возмущения вида

$$e^{i(m\theta + n\phi)}$$

оказываются резонансными. Такие возмущения имеют  $k_\parallel = 0$ , а это означает постоянное вдоль силовой линии возмущение, так что член,

связанный с изгибом силовой линии, на этой поверхности равен нулю. Обычно величина  $q(r)$  монотонно возрастает от магнитной оси к границе плазмы, как показано на рис. 9.3, но возможно также создание конфигураций с обращённым широм, когда  $q(r)$  уменьшается при малых значениях  $r$  и возрастает при более высоких значениях  $r$ . В соответствии с идеальной МГД теорией при  $q > 1$  конфигурация является устойчивой (если имеется проводящая стенка на границе плазмы), но при  $q < 1$  она является маргинально устойчивой (вплоть до второго порядка), в зависимости от конкретного распределения давления и конкретной тороидальной геометрии. МГД неустойчивости, как правило, связаны с рациональными поверхностями, т.е. поверхностями,

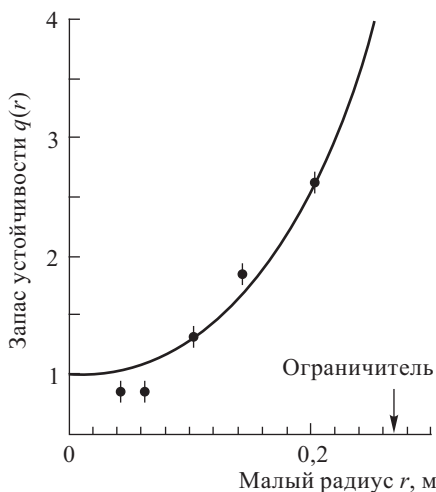


Рис. 9.3. Зависимость запаса устойчивости ( $q$ ) от радиуса ( $r$ ) в токамаке. Экспериментальные значения (кружки с ошибками измерений) получены на основе электронной температуры в токамаке DITE (Pease, 1993)

где  $m$  и  $n$  — целые числа. Поверхность  $m = 1$ ,  $n = 1$  в этом отношении является самой важной, поскольку на этой поверхности  $q = 1$ , что

означает маргинальную устойчивость. На поверхностях, где  $q$  является иррациональным числом, единственная силовая линия заполняет всю поверхность, поскольку силовая линия, совершая обходы вокруг тора, никогда не может вернуться в начальную точку. Если в плазме развивается чрезвычайно сильная турбулентность, могут исчезнуть сами магнитные поверхности, и образуется то, что называется *эргодическим* полем, в котором единственная силовая линия заполняет целый объём.

Эргодическое поведение силовых линий — важная тема для обсуждения и касается ситуации, когда перекрываются соседние острова (например,  $m = 2$  и  $m = 3$ ). В случае магнитного поля с винтовой симметрией  $[B(r, \theta, z) = B(r, m\theta + kz)]$  существует константа движения и магнитные поверхности являются чёткими, а точки, в которых силовая линия пересекает поверхность  $z = 0$ , лежат на одной кривой. В более сложных полях такие пересечения могут дать ряд точек, которые заполняют некоторую площадку при многократном обходе тора силовой линией. Тенденция к такому стохастическому поведению проявляется вблизи нулевых точек поля, и разрушение магнитных поверхностей в этой области резко увеличивает диффузию тепла и частиц поперёк поля (Rosenbluth и др., 1966; Finn, 1975; Rochester and Rosenbluth, 1978; Rochester and Stix, 1976; Laval and Gresillon, 1979; Finn и др., 1992). Для силовых линий, лежащих на рациональных поверхностях, общее определение скорости силовой линии (уравнения (1.42) и (8.25)) может дать множество разных значений на любом радиусе  $r$ . Однако пока магнитные поверхности существуют, всё же возможно определить единственное значение скорости для этих магнитных поверхностей. Следовательно, пересоединение по-прежнему остаётся полезной концепцией для описания взаимодействия таких поверхностей.

Обычный токамак представляет собой тор с  $q \sim 1$ , малым аспектным отношением  $a/R \ll 1$  и плазменным бета  $\beta \sim a/R^2$ , так что  $B_\theta \ll B_\phi$  и  $p \sim B_\theta^2/(2\mu)$ . Значения  $q$  на оси и на поверхности обозначают  $q_0$  и  $q_a$  соответственно (§ 6.4). Установка предназначена для удержания плазмы при типичных значениях  $T \sim 15$  кэВ ( $10^8$  К),  $n \sim 10^{20}$  м<sup>-3</sup>,  $B \sim 2 - 10$  Т (20 – 100 кГс),  $\beta \sim 5\%$  и времени удержания энергии  $\tau \sim 1$  с. Явление магнитного пересоединения в токамаке вызывает особый интерес в связи с той ролью, которую играет пересоединение в различных типах резистивной неустойчивости, которые могут привести к разрушению плазмы или ухудшению удержания. Существует три типа резистивной МГД неустойчивости, которые непосредственно связаны с пересоединением (например, Wesson, 1981, 1987). Первый тип — мирновские колебания, второй — пилообразные колебания, наконец, третий тип — большой срыв. Рассмотрим все три типа неустойчивостей подробнее.

а. *Мирновские колебания* проявляются в сигналах магнитных зондов в виде небольших регулярных колебаний при нескольких значениях  $m > 1$ . Они возникают благодаря резистивным модам вблизи поверхностей  $q = m$ , которые нелинейно насыщаются до стационарно-

го состояния, содержащего острова. Эффект конечного ларморовского радиуса и электронный диамагнитный эффект приводят к конечной частоте распространения линейных тиринг-мод и способствуют их стабилизации. На нелинейном уровне  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  вращение формирует стационарную винтовую структуру, которая вращается вокруг тора.

б. *Пилообразные колебания.* Неустойчивость пилообразных колебаний проявляется в основном в виде медленного возрастания температуры с последующим быстрым падением (срывом), как показано на рис. 9.4. Амплитуда колебаний обычно составляет 15 %, и колебания связаны с поверхностью  $q = 1$ . Часто наблюдаются вторичные, синусо-

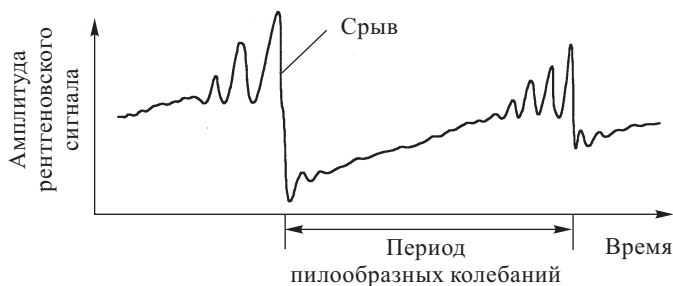


Рис. 9.4. Типичная зависимость рентгеновского излучения от времени при пилообразных колебаниях в токамаке. Период пилообразных колебаний изменяется в диапазоне от миллисекунд в небольших установках до секунд в токамаке JET (O'Brien and Robinson, 1993)

соидальные колебания, наиболее отчетливо видимые непосредственно перед срывом на вершине пилообразной кривой.

Согласно теории Кадомцева (1975), пилообразные колебания возникают из-за того, что омический нагрев плазмы, который максимален на оси шнура,  $r = 0$ , приводит к уменьшению, в той или иной степени, сопротивления плазмы, как предсказывает классическая формула Спитцера (уравнение (1.13)). С уменьшением сопротивления ток возрастает таким образом, чтобы поддержать приложенное электрическое поле, которое можно считать постоянным в течение периода пилообразного колебания. Возрастающий ток увеличивает полоидальное поле и вызывает уменьшение  $q$ , значение которого в центре плазмы становится меньше единицы. В свою очередь это приводит к появлению внутренней винтовой неустойчивости и выталкиванию плазмы из области, где  $q < 1$ , как показано на рис. 9.5. Винтовая мода является внутренней модой, поскольку она не вызывает возмущений во внешней области (где  $q > 1$ ), исключая окрестность магнитной поверхности  $q = 1$ . Вторичные колебания объясняются вращением асимметричной винтовой структуры, связанной с развитием винтовой моды.

В соответствии с теорией Кадомцева, после того, как заканчивается магнитное пересоединение, величина  $q$  на тороидальной оси возвраща-

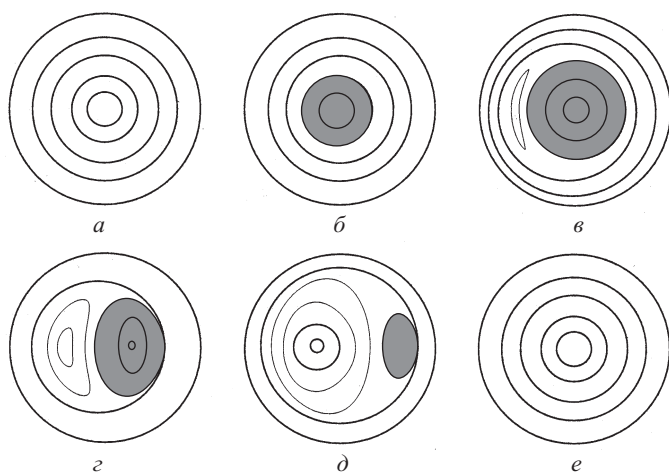


Рис. 9.5. Эволюция магнитных поверхностей во время срыва пилообразных колебаний согласно теории Кадомцева (1975)

ется к устойчивому значению и начинается новый цикл. В действительности, как показывают измерения,  $q$  остаётся меньше единицы в течение всего цикла пилообразного колебания (ср. рис. 9.3) и изменяется от 0,7, наблюдаемого непосредственно перед срывом, до 0,8 после срыва (Yamada и др., 1994). Кроме того, времена пересоединения в модели Кадомцева достаточно велики и не могут объяснить экспериментально наблюдаемые времена срыва порядка  $10 \div 100$  мкс, в зависимости от размера токамака (Biskamp, 1994). Численные расчёты резистивной МГД моды (например, Парэ (Paré, 1984); Айдемир и др. (Aydemir и др., 1989)) на основе модели Кадомцева предполагают, что пересоединение является медленным типа Свита–Паркера, что даёт время срыва приблизительно на порядок большее экспериментально наблюдаемого. Удельное сопротивление плазмы перед срывом примерно соответствует предсказаниям классической и неоклассической теорий переноса, в зависимости от того, находится ли плазма в столкновительном или частично столкновительном режиме (Pease, 1993). Однако во время срыва, по-видимому, не МГД эффекты, а кинетические эффекты играют важную роль (Wesson, 1990).

Расхождение между наблюдаемыми и теоретическими значениями  $q$  и времени срыва привело к появлению альтернативных моделей. Например, модель частичного пересоединения Гёдхира и Вестерхофа (Goedheer и Westerhof 1988) включает развитие турбулентности во время срыва и, по-видимому, объясняет наблюдаемые времена срыва и профиль  $q$  (Yamada и др., 1994). Однако она не может объяснить падение температуры во внутренней области плазмы, которая не участвовала в процессе пересоединения (Wesson, 1989). Напротив, в модели

Вессона (Wesson, 1990) предполагается, что скорость пересоединения обусловлена инерцией электронов, что приводит к более быстрому коллапсу пилообразных колебаний, чем магнитное пересоединение Кадомцева.

в. *Большие срывы.* Другая неустойчивость в токамаках, обусловленная пересоединением — это большой срыв. По сравнению с пилообразными колебаниями эта неустойчивость может приводить к более серьёзным последствиям — к полной потере удержания и к возникновению сил, способных вызвать структурные повреждения в больших установках (O'Brien и Robinson, 1993). В начале развития срыва ток пока ещё остаётся постоянным, но появляются крупномасштабные ( $m = 2$ ) флуктуации полоидального поля, которые быстро растут в течение нескольких миллисекунд, как правило, во внешних областях вблизи стенки камеры. Эти флуктуации сопровождаются вспышкой жёсткого рентгеновского излучения, падением интенсивности мягкого рентгеновского излучения и, в конце концов, внезапным и катастрофическим падением тока за времена порядка 10–20 мс, как показано на рис. 9.6.

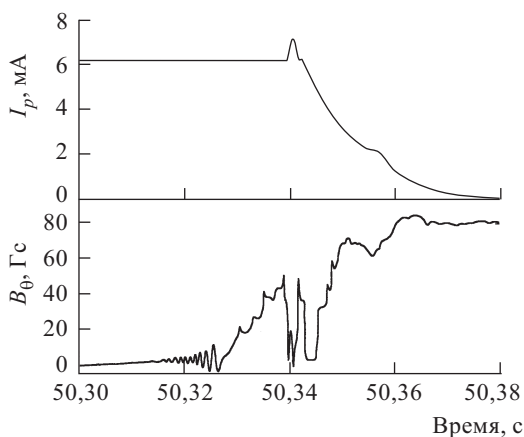


Рис. 9.6. Поведение тока ( $I_p$ ) и полоидального магнитного поля ( $B_\theta$ ) во время срыва разряда с высокой плотностью в токамаке JET. МГД активность, проявляющаяся во флуктуациях  $B_\theta$  вблизи стенки, сильно возрастает перед срывом тока (O'Brien и Robinson, 1993)

Полагают, что срывы обусловлены одним из нескольких возможных механизмов. Например, при очень низком значении  $q(a)$  на границе плазмы ( $q < 2$ ) из-за большого градиента тока вблизи стенки развивается тиринг-мода  $m = 2$ ,  $n = 1$ . Образующиеся магнитные острова взаимодействуют с холодной пристеночной плазмой, что приводит к срыву тока. Если плотность плазмы у стенки слишком высока, то радиационные потери (которые пропорциональны квадрату плотности) охлаждают периферийную область. Это, в свою очередь, приводит

к возрастанию градиента тока во внутренней области плазмы, и опять развивается тиринг-мода  $m = 2$ ,  $n = 1$ , хотя поверхность  $q = 2$  может находиться довольно далеко от стенки. Кроме того, срывы могут возникать, когда локальный градиент давления превосходит критическую величину на поверхности  $q = 1$  (Kleva и Drake, 1991; Schüler, 1995). В этом случае, по-видимому, развиваются идеальные винтовые и баллонные моды, а срыв возникает в результате последующего развития неустойчивости вблизи внешней стенки при  $q = 2$ . В отличие от пилообразных колебаний времена срывов с участием тиринг-неустойчивости находятся в полном согласии с временами, предсказанными теорией Свита–Паркера при использовании классической и неоклассической проводимости. Согласие теории с экспериментальным наблюдением в этом случае, в отличие от пилообразных срывов, даёт основание предполагать, что последние, по-видимому, обязаны совместному эффекту частичного пересоединения и идеальной МГД неустойчивости.

С другой стороны, срыв может свидетельствовать о магнитной катастрофе. Обычно тиринг-мода является самостабилизированной, с насыщенным состоянием, понижающим градиент тока  $dj_\phi/dr$ . Однако, если ток слишком велик, то уже невозможно равновесие с насыщением, что было показано в работе Вессона (Wesson, 1986). Профиль тока  $j_\phi(r)$  в присутствии мод  $m = 1$  и  $m = 2$  изменяется, поскольку острова этих мод приводят к выполаживанию профиля вблизи резонансных поверхностей  $q(r) = 1$  и  $q(r) = 2$ . По мере роста тока ширина островов тоже возрастает, пока не достигнет критической величины, когда уравнение  $\Delta'(\omega) = 0$  уже не имеет решения. Магнитная катастрофа, вероятно, сопровождается взаимодействием этих мод. Другое объяснение срывов в токамаках было предложено Бискампом и Велтером (Biskamp и Welter, 1989). Они предположили, что моды типа альфвеновских с высокими  $m$  ( $m > 6$ ) создают мелкомасштабную магнитную турбулентность с отрицательным удельным сопротивлением, приводящую к неустойчивости моды  $m = 2$ .

Позднее стало ясно, что существуют по крайней мере три различных типа срыва (предел по плотности, предел по току, предел по параметру  $\beta$ ). Срывы, обусловленные пределом по плотности, в которых мирновские колебания появляются как предшественники срыва, по-видимому связаны с развитием тиринг-мод, но другие типы включают и идеальные моды (Frederickson и др., 1993; Finn и Sovinec, 1998). Хаос силовых линий вероятно присутствует во всех типах срывов, но в некоторых случаях он может появиться только как результат процессов, неминуемо ведущих к деградации плазмы.

Те уроки, которые астрофизики могут извлечь из исследований по токамакам, сводятся к следующему. Для определения типа неустойчивости важны детали магнитной структуры  $[B_p(r)$  и  $j_\phi(r)]$ . Резистивные моды развиваются при более низких порогах по сравнению с идеальными модами, но они не обязательно являются разрушительными, поскольку они могут также проявляться в виде незначительных

колебаний (мирновских или пилообразных). Также чрезвычайно важно изучать нелинейное развитие любой неустойчивости, чтобы знать, насыщается ли она (как пилообразные колебания) или растёт взрывным образом (как во время срыва). Тем не менее, физикам, занимающимся лабораторной плазмой, следует остерегаться применять свои теории к астрофизическим объектам без критического анализа, поскольку часто соответствующие диапазоны параметров значительно отличаются и возможно, что иные эффекты будут играть главную роль (такие, например, как связь магнитных силовых линий с фотосферой в случае солнечных вспышек).

**9.1.3. Другие установки для магнитного удержания.** Для токамака пересоединение является негативным эффектом, поскольку оно связано с неустойчивостями, приводящими к ухудшению удержания плазмы. Однако существует несколько типов установок, в которых магнитное пересоединение необходимо для формирования или поддержания устойчивой конфигурации. Одна из таких установок, RFP (пинч с обращённым полем), имеет ту же тороидальную форму, что и токамак, но в отличие от токамака тороидальное поле не намного сильнее, чем полоидальное поле (Sagatana и др., 1983; Baker, 1984; Ejiri и Miyamoto, 1995). Тороидальные и полоидальные поля сравнимы по порядку величины, а общая стабилизация поля осуществляется в основном за счёт проводящей стенки камеры (рис. 9.7). На рис. 9.8 можно сравнить конфигурацию поля установки RFP с токамаком. Название

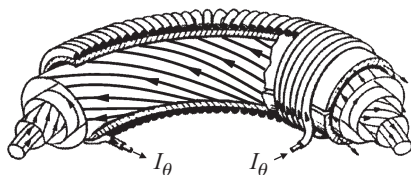


Рис. 9.7. Принципиальная схема обмоток тороидального поля в установке RFP. Направление тороидального поля изменяется на обратное при смещении от внутренних к внешним магнитным поверхностям (Baker, 1984)

«пинч с обращённым полем» обязано тому факту, что тороидальное поле действительно изменяет направление на обратное.

Формирование меняющего направление магнитного потока связано с винтовыми неустойчивостями, вызывающими частичную релаксацию к линейному бессиловому состоянию

$$B_r = 0, \quad (9.12)$$

$$B_\theta = B_0 J_1(\alpha r), \quad (9.13)$$

$$B_z = B_0 J_0(\alpha r) \quad (9.14)$$



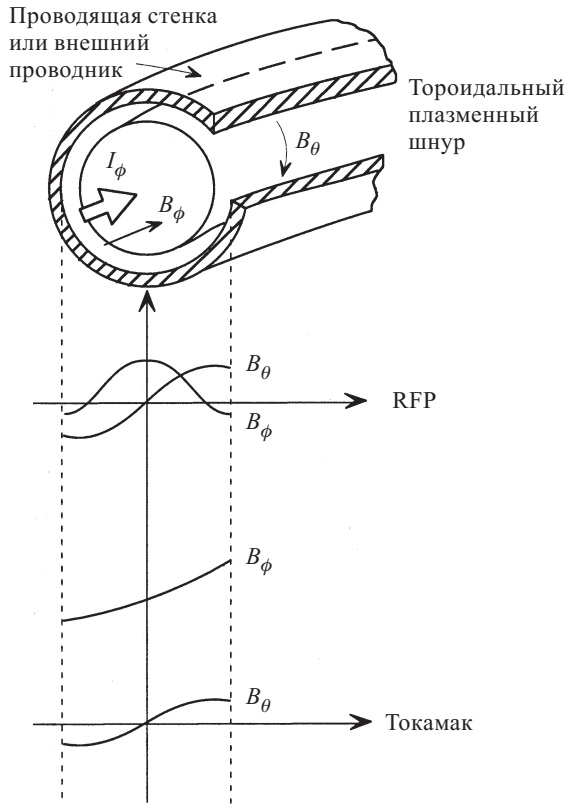


Рис. 9.8. Сравнение профилей полоидальной ( $B_\theta$ ) и тороидальной ( $B_\phi$ ) компонент поля в установке RFP и токамаке (Baker, 1984)

при больших аспектных отношениях ( $R/a \gg 1$ ) и  $\alpha < 3,11/a$ , где  $J_0$  и  $J_1$  — функции Бесселя. Параметр  $\alpha$  определяется из соотношения

$$\frac{H}{F^2} = \frac{\alpha R [J_0^2(\alpha a) + J_1^2(\alpha a)] - J_0(\alpha a) J_1(\alpha a)}{J_1^2(\alpha a)}, \quad (9.15)$$

где  $F$  — полный тороидальный поток,  $H$  — магнитная спиральность (см. § 8.5), а обе величины  $F$  и  $H$  можно регулировать независимо друг от друга путём инъекции тороидального и полоидального полей, созданных внешними цепями. Следует с осторожностью использовать определение магнитной спиральности  $H$ , которое является калибровочно-инвариантным, потому что тор представляет собой многосвязную область (Taylor, 1986). Согласно теории Тейлора изменение направления поля на обратное происходит, когда  $\alpha$  превышает величину  $2,4/a$ , соответствующую первому нулю функции Бесселя  $J_0$ . Для величин  $H/F^2$ , соответствующих  $\alpha \geq 3,11/a$ , симметричное решение

уравнений (9.12)–(9.15) уже не применимо, потому что тороидальный плазменный шнур начинает изгибаться. В этом режиме существует альтернативное неосесимметричное решение с более низкой энергией, и его винтовая деформация увеличивается с ростом  $H/F^2$  (Taylor, 1986).

Однако теория Тейлора только частично объясняет поведение пинча с обращённым полем, поскольку профиль магнитного поля в действительности значительно отличается от линейного бессилового состояния, как видно из рис. 9.9. Хотя величина  $\alpha$  незначительно изменяется на интервале  $r < 0,75 a$ , но она заметно уменьшается вблизи стенки

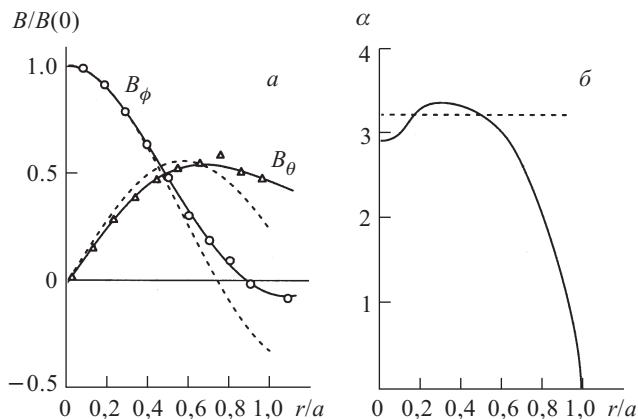


Рис. 9.9. (а) Профиль магнитного поля и (б) бессилового параметр ( $\alpha$ ) в установке ЕТА-ВЕТА II (конфигурация с обратным полем) (Ortolani, 1987)

(Ortolani, 1987), поэтому никогда не наблюдалось винтовое состояние при  $\alpha > 3,11/a$ , которое предсказывает теория (Finn и др., 1992). Основная трудность при применении теории Тейлора состоит в том, что турбулентный процесс пересоединения, которого требует эта теория, оказывается подавленным вблизи стенки, и теория не учитывает должным образом тот факт, что RFP постоянно поддерживается внешними воздействиями. Были предложены и альтернативные теории, такие, как принцип минимальной диссипации (Montgomery и Phillips, 1988), которые в некоторых отношениях работают лучше.

Интересной особенностью RFP является то, что в реальных экспериментах тороидальное магнитное поле не уменьшается вопреки предсказаниям простой модели, связанной с омической диссипацией. Внутри RFP индуцированные внешними источниками токи поддерживают полоидальное поле в течение всего рабочего времени, однако они не поддерживают тороидальное поле. Поддержание тороидального поля предсказывается теорией Тейлора, поскольку магнитная спиральность не сохранялась бы, если бы тороидальное поле уменьшалось,

а полоидальное не уменьшалось (Вагер, 1984). Во время работы турбулентность внутри плазмы трансформирует полоидальный поток в тороидальный, так чтобы сохранялась магнитная спиральность, и этот процесс был назван магнитным динамо.

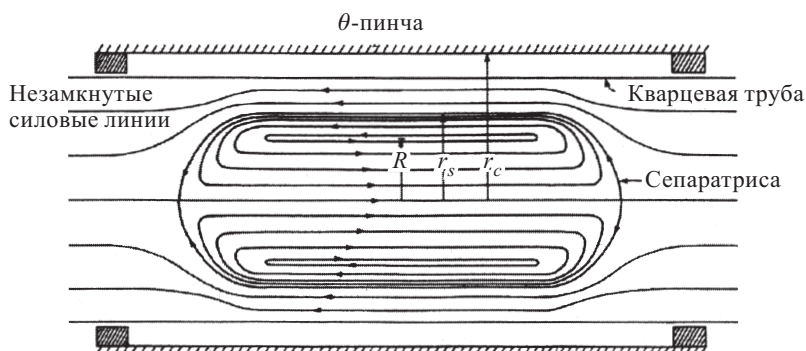


Рис. 9.10. Схема конфигурации с обратным полем внутри  $\theta$ -пинча. Параметр  $R$  — расстояние от оси до области, где направление поля изменяется на обратное;  $r_s$  — расстояние от оси до сепаратрисы;  $r_c$  — радиус камеры (Milroy, 1984)

Частичный успех теории Тейлора в интерпретации поведения пинча с обращённым полем позволяет сделать два важных вывода относительно скорости трёхмерного пересоединения. Прежде всего, из теории следует, что для любого трёхмерного процесса пересоединения, происходящего в турбулентной плазме при сохранении спиральности, скорость его протекания не будет зависеть от электрического удельного сопротивления плазмы. Другими словами, пересоединение будет чрезвычайно быстрым, с альфвеновскими временами. Второй вывод заключается в том, что пересоединение не будет таким быстрым, если сохранение глобальной спиральности не выполняется в процессе пересоединения.

Явления магнитного пересоединения и релаксации важны также для нетороидальных установок для магнитного удержания, таких, как конфигурация с обратным полем (FRC, Milroy, 1984)

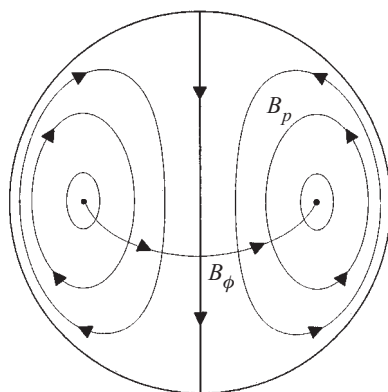


Рис. 9.11. Схема, иллюстрирующая структуру тороидального ( $B_\phi$ ) и полоидального ( $B_p$ ) полей в сфермаке (Taylor, 1986)

и близкий к ней сферомак. Конфигурации полей этих установок показаны схематически на рис. 9.10 и 9.11. Магнитное пересоединение используется в них для создания трёхмерного плазмоида в сферической (сферомак) или в цилиндрической (FRC) геометрии. Все силовые

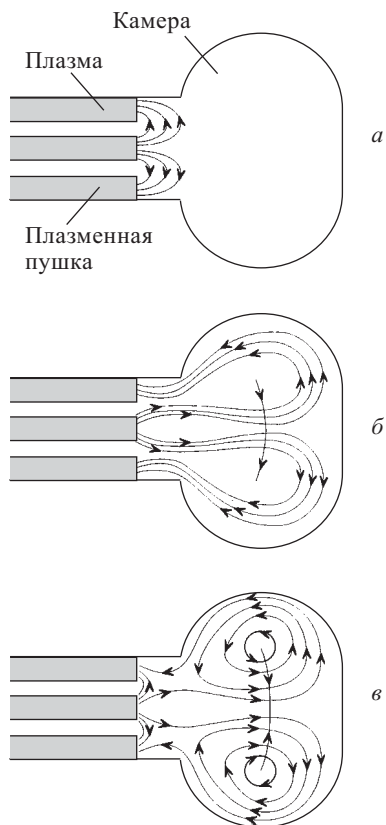


Рис. 9.12. Стадии формирования поля сферомака путём инъекции из плазменного источника. (а) Кольцо плазмы, содержащее тороидальную компоненту, ускоряется внутри камеры силами  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ . (б) Плазма переносит поле в камеру (в систему сохранения потока). (в) Пересоединение ведёт к формированию замкнутых силовых линий тороидального поля и усилению полоидального потока (Browning, 1992)

линии внутри плазмоида являются замкнутыми, за исключением сепаратора (п. 8.4.1), который проходит через две нулевые точки на поверхности плазмоида. Один из более простых способов формирования поля в сферомаке — инъекция потока из коаксиальной плазменной пушки (рис. 9.12).

Тейлоровское состояние сферического сферомака описывается уравнениями в сферических координатах

$$B_r = 2B_0(\alpha r)^{-3/2} J_{3/2}(\alpha r) \cos \theta, \quad (9.16)$$

$$B_\theta = -\frac{B_0}{\alpha r} \times \\ \times \frac{d}{dr} \left[ r(\alpha r)^{-1/2} J_{3/2}(\alpha r) \right] \sin \theta, \quad (9.17)$$

$$B_\phi = B_0(\alpha r)^{-1/2} J_{3/2}(\alpha r) \sin \theta, \quad (9.18)$$

где  $\alpha = 4.49/a$  (Rosenbluth и Busch, 1979). В этой установке, как и в RFP, действует процесс динамо, поскольку полоидальное поле в сферомаке в состоянии релаксации выше, как правило, в 5 раз, чем инжектированное полоидальное поле (Browning и др., 1992). При осесимметричном процессе формирования, как показано на рис. 9.12, усиление полоидального поля невозможно. Реальный процесс инъекции приводит к сильно асимметричной конфигурации, подобной той, что показана на рис. 9.13 (Hammer, 1984). Финн и Гуздар (Finn и Guzdar, 1991) разработали теорию, которая объясняет, как пересоединение посредством тиринг-моды может

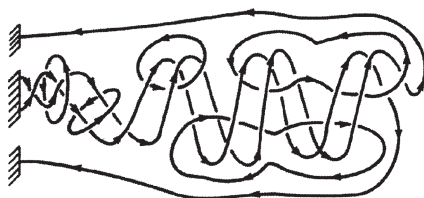


Рис. 9.13. Предложенный механизм усиления потока во время формирования сферомака при помощи инъекции из плазменного источника (Hammer, 1984)

увеличить полоидальное поле до той величины, которая требуется для поддержания постоянной магнитной спиральности.

В реальном сферомаке некоторые силовые линии могут оставаться связанными с внешней границей, например, с плазменным источником, как на рис. 9.12. Именно связь поля с границей позволяет бесконечно долго поддерживать поле сферомака, компенсируя его резистивное уменьшение (Turner, 1984; Dixon и др., 1988). Для плазменного источника скорость инъекции спиральности при  $\nabla \times \mathbf{B} = \alpha \mathbf{B}$  должна составлять

$$\frac{dH}{dt} = 2V_{\text{gun}}F_{\text{gun}} - 2 \int_V \frac{\mathbf{j} \cdot \mathbf{B}}{\sigma} dV,$$

где  $V_{\text{gun}}$  — напряжение источника,  $F_{\text{gun}}$  — инжектированный поток, а последний член в правой части — это омическая диссипация (уравнение (9.6)). Поскольку инжектируемый поток ( $F_{\text{gun}}$ ) является тороидальным, то полоидальный поток, который реально и удерживает плазму, поддерживается только за счёт преобразования тороидального поля в полоидальное за счёт магнитного пересоединения. Таким образом, магнитное пересоединение важно не только для формирования поля в сферомаке, но также для его поддержания.

Прямое измерение скорости пересоединения во время релаксации в установке FRC было проведено Севиллано и Рибе (Sevillano и Ribe, 1984). Свойства плазмы в этой установке, известной под названием High-Beta Q-Machine (HBQM), представлены в табл. 9.1. Применяя закон Ома к токовому слою в диффузионной области, они оценили, что электрическое удельное сопротивление ( $\sigma^{-1}$ ) изменяется приблизительно от  $5,9 \cdot 10^{-6}$  Ом·м на начальной стадии пересоединения до  $3,3 \cdot 10^{-5}$  Ом·м на поздней стадии. Эти значения можно сравнить с классическим значением, рассчитанным по формуле Спитцера:  $1,8 \times 10^{-6}$  Ом·м. Таким образом, измеренное удельное сопротивление на начальной стадии примерно в два раза отличается от классического значения, но на поздней стадии оно уже на порядок величины выше. Приблизительное соответствие с классической теорией на начальной стадии согласуется с тем фактом, что режим плазмы в этой конкретной установке является столкновительным, на что указывают параметры, приведённые в табл. 9.1. На поздней стадии режим становится менее

столкновительным, и, возможно, этот переход является причиной того, почему сопротивление впоследствии возрастает до значения, намного превосходящего классическое (Brunel и др., 1982; Hassam, 1984).

## 9.2. Эксперименты по магнитному пересоединению

Поскольку условия для зажигания термоядерной реакции весьма специфичны, установки для магнитного удержания предоставляют ограниченные возможности для исследования пересоединения в широком диапазоне условий. Кроме того, в установках для магнитного удержания часто трудно обеспечить хорошую диагностику плазменной среды, поскольку пространственные и временные масштабы обычно слишком малы для того, чтобы в измерениях использовать зонды (Stenzel и Gekelman, 1981a). В связи с этим было проведено несколько лабораторных экспериментов, предназначенных специально для исследования магнитного пересоединения (Andersen и Kunkel, 1969; Ohyabu и др., 1974; Bratenahl и Baum, 1976; Overskei и Politzer, 1976; Zukakishvili и др., 1978; Stenzel и Gekelman, 1979; Irby и др., 1979; Altyntsev и др., 1986; Bulanov и Frank, 1992; Yamada и др., 1997a). Несколько примеров приведены в табл. 9.2 как иллюстрация диапазона условий, исследованных в этих экспериментах. Эксперименты по магнитному пересоединению проводились в более широком диапазоне параметров, чем в установках по магнитному удержанию, приведённых в табл. 9.1. Например, величина  $\beta$  в плазме в этих экспериментах изменялась в широких пределах от  $10^{-4}$  почти до единицы по сравнению с диапазоном 0,02–0,2 в установках для магнитного удержания.

Из пяти экспериментов, перечисленных в табл. 9.2, наиболее близким к столкновительному режиму является установка MRX (эксперимент по магнитному пересоединению). А именно, ионный ларморовский радиус, ионная инерционная длина и средний свободный пробег за счёт столкновений меньше, чем наименьший размер плазмы  $L_e$ , хотя и ненамного. В других экспериментах один или несколько из этих параметров имели значения, превышающие или равные  $L_e$ . В эксперименте LCD все параметры имеют значения, превышающие  $L_e$ , тогда как в установке УН-Феникс только средняя длина свободного пробега больше  $L_e$ . Хотя в установке DIPD как гирорадиус, так и средняя длина свободного пробега примерно в 100 раз меньше величины  $L_e$ , ионная инерционная длина оказывается порядка  $L_e$ , а это указывает на то, что холловские токи могут быть важны (см. § 1.7). Большие значения гирорадиуса иона  $R_{gi}$ , ионной инерционной длины  $\lambda_i$  и средней длины свободного пробега  $\lambda_{mf}$  для электрон-ионных столкновений в установке LCD были предусмотрены при разработке схемы этого эксперимента. Такие большие масштабы значительно облегчают использование зондов для измерения параметров плазмы внутри токовых слоёв, а также граничных слоёв, образующихся в плазме. Важной особенностью установки LCD, а также других экспериментов, основанных

на разрядах в плазме, является то, что ток через слой, где происходит пересоединение, определяется, в основном, взаимодействием между внешней цепью и слоем разделения пространственного заряда, который образуется вблизи катода (Стенцель и Геккельман, 1986).

**9.2.1. Аномальное сопротивление.** В лабораторных экспериментах по магнитному пересоединению удельное сопротивление плазмы  $\eta_e = \sigma^{-1}$  в диффузионной области обычно вычисляется по отношению наблюдаемого электрического поля к плотности тока вдоль X-линии, т. е.,

$$\eta_e = \frac{E}{j}, \quad (9.19)$$

где  $E$  и  $j$  — величины компонент вдоль X-линии в  $z$ -направлении. Используя уравнение (1.18), можно преобразовать уравнение (9.19) к виду

$$\eta_e = -\frac{1}{j} \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right). \quad (9.20)$$

Если электростатическое поле  $(\partial \Phi / \partial z)$ , связанное с разделением зарядов, пренебрежимо мало, то удельное сопротивление определяется простой формулой

$$\eta_e = -\frac{1}{j} \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad (9.21)$$

и может быть найдено из измерений временных и пространственных изменений магнитного поля. К сожалению, во многих экспериментах нельзя пренебречь полем разделения зарядов, и поэтому, вообще говоря, уравнение (9.21) является не лучшим способом для оценки электрического сопротивления (Stenzel и др., 1982a). Однако из этого уравнения всё же можно получить для сопротивления оценку сверху, потому что поле разделения зарядов и индуцированное электрическое поле противоположно направлены. В некоторых предыдущих экспериментах (например, Сыроватский и др., 1973; Baum и Bratenahl, 1980) удельное сопротивление, определённое с помощью уравнения (9.21), оказалось в 100 раз больше спитцеровского, что давало повод утверждать о высоком, аномальном сопротивлении. Однако в тех же самых экспериментах не было обнаружено соответствующего увеличения омического нагрева. В настоящее время считается, что это несоответствие возникло из-за того, что в уравнении (9.21) пренебрегалось электростатическим полем разделения зарядов (Stenzel и др., 1982a).

Стенцель и Гекельман (Stenzel и Gekelman, 1981) и Уайлд и др. (Wild и др., 1981) использовали зонды для прямых измерений электрического поля. Они обнаружили, что величина удельного сопротивления в 25 раз превышает спитцеровскую, но сопротивление является очень неоднородным. Толщина токового слоя в диффузионной области в их эксперименте была того же порядка, что и электронная инерционная длина (т.е. скин-глубина в отсутствие столкновений  $c/\omega_{pe}$ ), что противоречит большинству других экспериментов, в которых толщина была порядка гирорадиуса иона (Altynsev и др., 1989; Yamada и др.,

1991). Этот результат можно объяснить тем, что гирорадиус ионов в эксперименте LCD Стенцеля и Гекельмана превышает масштабы плазмы, а в других экспериментах по магнитному пересоединению этот параметр обычно много меньше.

Схема некоторых экспериментов такова, что уравнение (9.21) действительно может дать довольно точное значение удельного сопротивления. Примером такого эксперимента является установка MRX (рис. 9.14). Вследствие аксиальной симметрии полей градиент электростатического потенциала  $\Phi$  вдоль кольцевой сепараторной

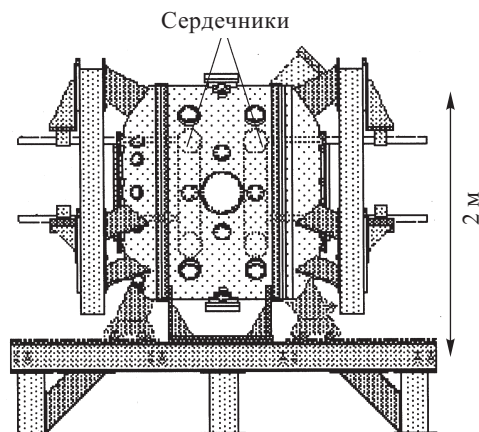


Рис. 9.14. Схема эксперимента по магнитному пересоединению MRX (любезно предоставленная М. Ямадой и Принстонской лабораторией физики плазмы)

линии равен нулю. Схемы, представленные на рис. 9.15, показывают последовательные стадии эволюции магнитных поверхностей полои-

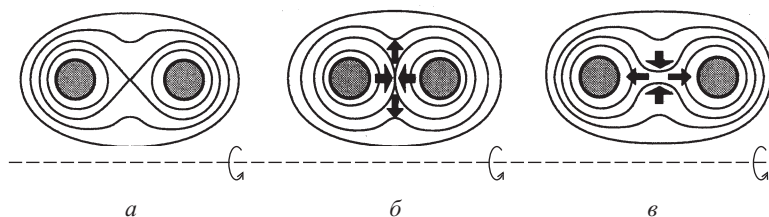


Рис. 9.15. Эволюция полоидальных магнитных поверхностей в эксперименте MRX в течение полного цикла. В первой половине цикла магнитные поля движутся по направлению к X-линии, а во второй половине цикла — двигаются наружу (Yamada и др., 1997a)

дального магнитного поля в одном цикле работы MRX. На первой стадии цикла возрастание тока в двух проводящих кольцах вызывает



движение магнитного потока по направлению к X-линии, тогда как на второй стадии цикла уменьшение тока приводит к уходу от X-линии. На рис. 9.16 показано реальное поле в эксперименте, измеренное зондами на стадии ухода потока.

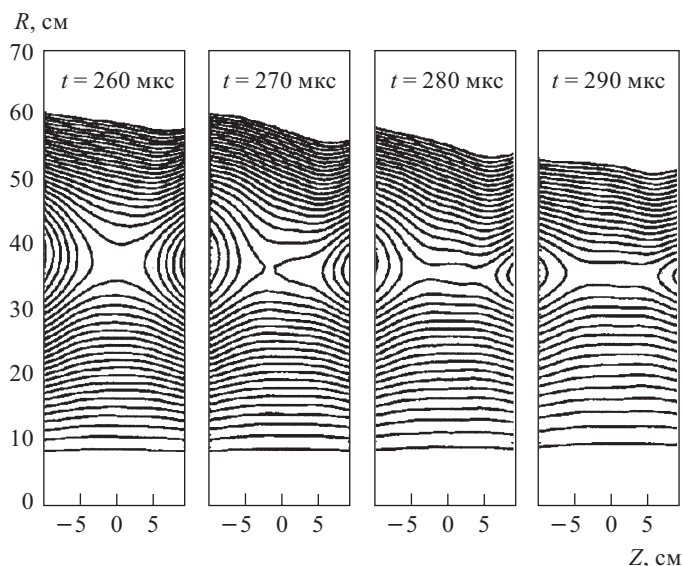


Рис. 9.16. Наблюдаемое поведение во времени полоидальных магнитных поверхностей в MRX на второй стадии цикла при уменьшении тока для случая противоположных спиральностей (Yamada и др., 1997б)

Эксперименты на установке MRX позволяют понять аномальное сопротивление (п. 13.1.3) в промежуточном случае — между полностью столкновительным и полностью бесстолкновительным. В установке MRX средняя длина свободного пробега  $\lambda_{mf}$  электрон-ионных столкновений обычно в пять раз меньше, чем наименьший размер плазмы, но можно изменять рабочие параметры так, чтобы средняя длина свободного пробега была того же порядка, что и наименьший размер. Таким образом может происходить значительное отклонение от классического, столкновительного переноса, что показано на рис. 9.17, где экспериментально наблюдаемое сопротивление сравнивается со значениями, предсказанными Спитцером (Spitzer, 1962) для столкновительной плазмы при различных значениях  $\lambda_{mf}$ . Наименьшее из значений увеличено в 1,5 раза, а наибольшее — в 9 раз. Эти значения удельного сопротивления согласуются с наблюдаемым нагревом за счёт джоулевой диссипации.

Другим свидетельством бесстолкновительных эффектов в установке MRX является то, что толщина токового слоя в диффузионной обла-

сти порядка гирорадиуса ионов  $R_{gi}$ , что превышает толщину, которая предсказывается столкновительной теорией. Согласно соотношениям Свита и Паркера (п. 4.2.1) толщина  $l$  токового слоя определяется как

$$l = \frac{L}{r_{mi}^{1/2}},$$

где  $L$  — длина токового слоя, а  $R_{mi}$  — магнитное число Рейнольдса, рассчитанное по значениям  $L$  и спитцеровской проводимости. Теперь в установке MRX эти параметры таковы:  $L \sim 0,1$  м,  $R_{mi} = R_{mi}L/L_e$  порядка  $10^3$  (табл. 9.2). Следовательно, толщина токового слоя  $l$ , согласно столкновительной теории, должна составлять приблизительно  $3 \times 10^{-3}$  м, но наблюдаемая толщина составляет  $8 \cdot 10^{-3}$  м, т.е. равна ионному ларморовскому радиусу (Yamada и др., 1990; Yamada и др., 1991). Теоретическое объяснение, почему толщина токового слоя должна быть порядка гирорадиуса ионов, было предложено Дрейком и др. (Drake и др., 1997).

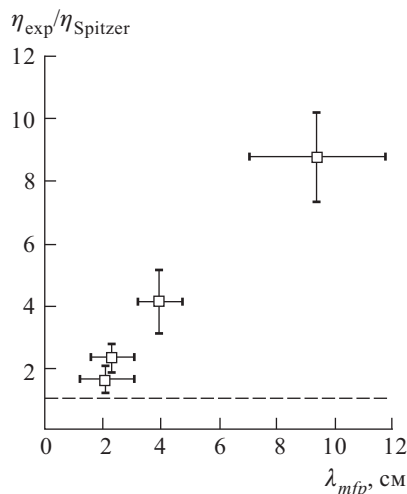


Рис. 9.17. Аномальное удельное сопротивление, измеренное в установке MRX, как функция среднего свободного пробега ( $\lambda_{mfp}$ ) при электронно-ионных столкновениях (М. Ямада, частное сообщение)

Некоторые эксперименты по магнитному пересоединению свидетельствуют об ускорении частиц (гл. 13). В экспериментах Стенцеля и Гекельмана (Stenzel и Gekelman, 1984) наблюдались функции распределения электронов с нетепловыми хвостами, что, по-видимому, не удивительно ввиду больших средних свободных пробегов в этих экспериментах. Однако эти хвосты нельзя объяснить присутствием убегающих электронов, поскольку электрического поле в этих экспериментах намного меньше дрейсеровского. В экспериментах Гекельмана и др. (Gekelman и др., 1982), а также Алтынцева и др. (Altynsev и др., 1990), наблюдалось также ускорение ионов. В обоих случаях ускорение, по-видимому, обусловлено турбулентными полями в токовом слое, однако природа турбулентности пока полностью не исследована.

Во многих экспериментах ток заканчивается своего рода срывом. Причину срыва, как правило, трудно определить однозначно, и вероятно она не одинакова для различных установок. В установке LCD срыв связан с образованием электростатических двойных слоёв (Stenzel и др., 1982b, 1983), а для других установок были предложены альтернативные механизмы (Bratenahl и Yeates, 1970; Altynytsev и др., 1989; Velikanova и др., 1993).

**9.2.2. Типы пересоединения.** Центральной темой обсуждения в предыдущих главах была идея о том, что различные граничные и начальные условия ведут к различным типам пересоединения, поэтому естественно задать вопрос, какие же типы пересоединения осуществляются в лабораторных экспериментах. В общем случае время работы экспериментальных установок от 10 до 100 раз больше чем альфвеновское время, поэтому обязательное присутствие стенок камеры в экспериментах оказывает сильное влияние на процесс пересоединения. Исключение составляет установка LCD, где и альфвеновские времена, и время работы установки порядка  $10^{-4}$  с. Таким образом, за исключением LCD высокоскоростные потоки плазмы, выходящие из области пересоединения, встречают преграду в виде стенок камеры. Тем не менее быстрое пересоединение всё же происходит, вероятно благодаря турбулентности (Altyntsev и др., 1986, 1989) или кинетической турбулентности (Gekelman и Stenzel, 1984) внутри токового слоя.

Хотя установка LCD работает в бесстолкновительном режиме, многие аспекты её поведения можно объяснить с точки зрения МГД теории или электронной МГД теории. Установка LCD имеет внешние кольца, создающие соленоидальное магнитное поле, а поперечные, пересоединяющиеся поля внутри плазмы создаются импульсным током, текущим вдоль двух пластин, как показано на рис. 9.18. Когда в LCD формируется конфигурация, содержащая токовый слой, достаточно тонкий для

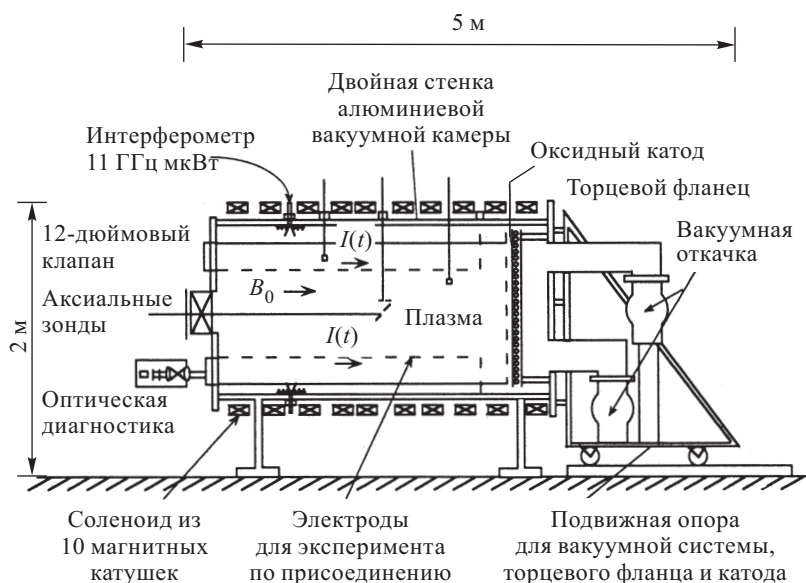


Рис. 9.18. Схема эксперимента по магнитному пересоединению в установке LCD (Стенцель и Гекельман, 1981а)

того чтобы могла возникнуть тиринг-мода (§ 6.2), она действительно осуществляется, как показано на рис. 9.19. Поскольку ионы в LCD не вмерозены в силовые линии, процесс соответствует электронной

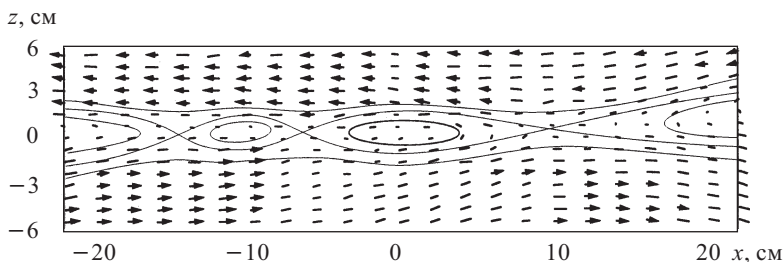


Рис. 9.19. Векторы магнитного поля (стрелки) и соответствующие поверхности потока (контурные линии) в эксперименте LCD, иллюстрирующие магнитные структуры, возникающие из-за электронной тиринг-моды (Стенцель, 1992)

тиринг-моды. Несмотря на то, что присутствуют холловские токи и турбулентность, связанная с вистлерами, инкремент тиринга, как видно из

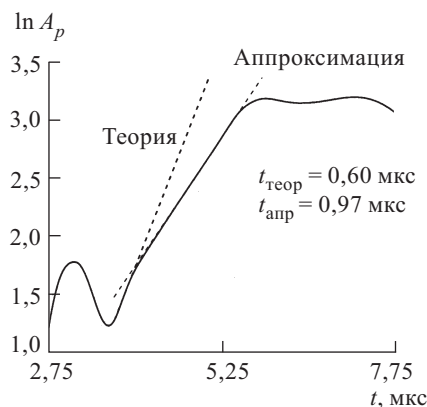


Рис. 9.20. Возрастаение во времени амплитуды волны  $A_p$  в эксперименте LCD. Наклонной пунктирной линией, обозначенной «теория», показаны результаты расчёта для двумерной электронной тиринг-моды, (Гекельман и Пфистер, 1988)

рис. 9.20, близок к значению, которое даёт простая формула для электронной тиринг-моды (например, Laval и др., 1966; Cross и Van Hoven, 1976).

В 1970-х годах экспериментальной группой, работающей на установке DIPD, были сделаны заявления о том, что в лабораторных условиях обнаружены медленные ударные волны и наблюдалось пересоединение типа Петчека (Bratenahl и Yeates, 1970; Bratenahl и Baum, 1976; Baum и Bratenahl, 1976, 1977). Однако эти заявления не были всеми признаны, поскольку в этом эксперименте были трудности с точной диагностикой магнитного поля. На рис. 9.21 показана схема установки DIPD, а также расчётная геометрия магнитного поля, которое создаёт

токи, текущие через два стержня, соединяющие верхнюю и нижнюю стенки цилиндрической камеры. Хотя прямые измерения магнитного поля в установке проводились в различных точках внутри камеры, но таких точек было сравнительно мало (всего 135 точек в матрице  $9 \times$

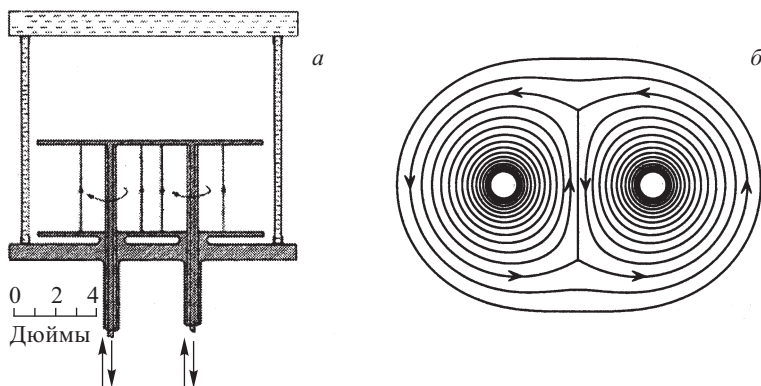


Рис. 9.21. Эксперимент по магнитному пересоединению DIDP Баума и Братенала (1976): (а) схема установки (Братенал и Ейтс, 1970) и (б) соответствующие магнитные поверхности, рассчитанные Гринном (1965) для подобной конфигурации тока

$\times 15$ ), и все эти точки были расположены в одном и том же квадранте средней плоскости между торцевыми стенками установки. Результаты измерения поля в этих довольно редких пространственных точках использовались для вычисления распределения плотности тока в предположении, что поле в основном двумерное и симметричное. Однако из результатов, полученных на установке LCD, мы теперь знаем, что такие предположения вряд ли справедливы. Кроме того, относительно большое значение ионной инерционной длины в установке DIPD означает, что важную роль играют холловские токи. Дополнительные трудности возникают в связи с тем, что волновые фронты магнитного поля, распространяющиеся наружу от токовых стержней, ионизуют газ на своём пути. Таким образом, заявление о том, что структура плотности тока, которая наблюдалась в этом эксперименте, соответствует теории пересоединения Петчека, по-прежнему вызывает сомнения.

Несмотря на ограниченность диагностических средств, DIPD представляет собой интересный эксперимент. Из всех экспериментов, перечисленных в табл. 9.2, DIPD имеет самую малую длину свободного пробега между столкновениями ( $3 \cdot 10^{-3} L_e$ ) и самое низкое значение  $\beta$  плазмы ( $10^{-4}$ ). Малая длина свободного пробега означает, что, за исключением возможных проявлений эффекта Холла, плазма ведёт себя как столкновительная жидкость, а низкая величина  $\beta$  означает, что давление газа пренебрежимо мало вне пределов тонкого токового слоя, который формируется между сталкивающимися полями. Косвенным свидетельством присутствия такого токового слоя служат ширен-изображения на рис. 9.22, которые показывают изменения интегральной плотности вдоль линии наблюдения (в направлении сверху вниз). Там, где встречаются два кольцевых волновых фронта,

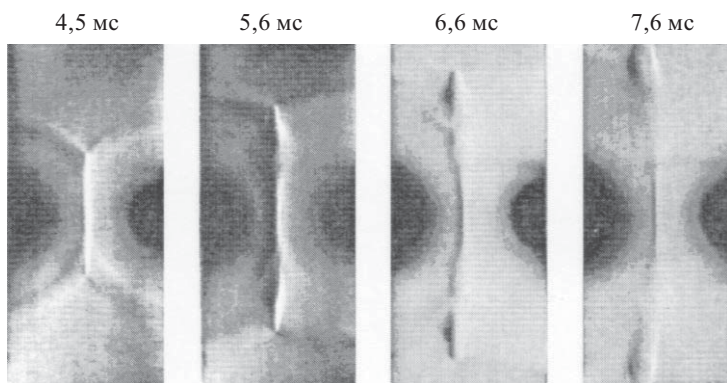


Рис. 9.22. Шлирен-изображения, демонстрирующие эволюцию плотности в эксперименте DIDP (Братенал и Ейтс, 1970)

распространяющихся наружу, имеется выделяющийся гребень с высокой плотностью. Положение и протяжённость этого гребня в общих чертах согласуются с расчётами Грина (Green, 1965) для квазистационарного столкновения двух кольцевых систем с магнитными потоками (рис. 9.21 б). Однако, как можно было ожидать, поскольку эксперимент далеко не квазистатический, имеются особенности, которые не согласуются с решением Грина. Во-первых, при более поздних временах гребень имеет большую длину, чем следует из решения Грина и, во-вторых, толщина этого плотного гребня на концах больше, чем в центре. С одной стороны, возможно, что этот гребень фактически является тонким токовым слоем с бифуркациями на концах, как в решении Петчека. С другой стороны, возможно также, что эти особенности — просто следствие столкновения двух кольцевых волновых фронтов, тем более что плотность в пределах гребня оказалась выше той, которая ожидалась для медленных ударных волн. Согласно оценкам Братенала и Ейтса (Bratenahl и Yeates, 1970) плотность на концах гребня приблизительно в 10 раз выше, чем в области втекания, и это отношение в несколько раз выше, чем максимальный скачок плотности в 2,5 раза, который предсказывается теорией Петчека для сжимаемой плазмы (Soward и Priest, 1982; Forbes, 1986).

## Глава 10

# ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ В МАГНИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

То, что у Земли есть собственное магнитное поле, известно с древних времён, но тот факт, что силовые линии магнитного поля Земли не уходят на бесконечность, а заключены в некоторой полости, было обнаружено только в двадцатом веке. Эта полость возникает вследствие взаимодействия земного магнитного поля с солнечным ветром, который формирует из силовых линий магнитного поля Земли некую кометоподобную структуру, которая показана на рис. 10.1. Область,

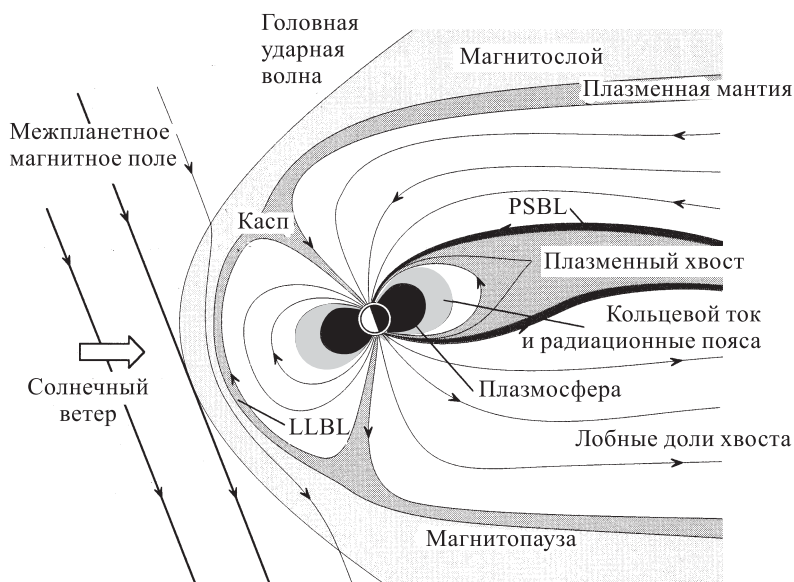


Рис. 10.1. Схематическое изображение земной магнитосферы в сечении полдень-полночь. LLBL и PSBL аббревиатуры низкоширотного пограничного слоя (low-latitude boundary layer) и пограничного слоя плазменного слоя (plasma sheet boundary layer) (Parks, 1962)

внутри которой находится земное магнитное поле, называется магнитосферой Земли, термин, который ввёл Т. Голд ещё в 1959 г., до того, как была определена действительная форма магнитосферы (Gold, 1959).



Непосредственно перед магнитосферой расположена головная ударная волна, возникающая вследствие того, что скорость солнечного ветра перед магнитосферой примерно в восемь раз больше как альфвеновской скорости, так и скорости звука. Головная ударная волна расположена на расстоянии около  $15 R_E$  от Земли по направлению к Солнцу, где  $R_E$  — это радиус Земли, примерно равный 6370 км. Непосредственно перед фронтом головной ударной волны существует область, называемая передним краем ударной волны <sup>1)</sup>, которая содержит энергичные частицы и волны. В рамках МГД головная ударная волна и форшок образуют быструю ударную волну, в то время как сама по себе головная ударная волна может быть описана как промежуточная ударная волна (Kennel, 1988), в которой происходит сжатие солнечного ветра. Область, следующая за головной ударной волной, называется магнитослоем, и именно в этой области солнечный ветер отражается от полости магнитосферы.

Концепция магнитосферы впервые была введена Чепменом и Ферраро (Chapman and Ferraro, 1931). Они предположили, что силовые линии магнитного поля Земли становятся ограниченными некой полостью каждый раз, когда Земля соударяется с плазменным облаком, исходящим от Солнца. Их аргументы сводились к тому, что плазменные облака, которые появляются после больших солнечных вспышек, время от времени могут налетать на Землю и, как следствие, приводить к тому, что в течение соударения земное магнитное поле образует замкнутую конфигурацию. Идея, что магнитное поле Земли может быть заключено в некой полости не время от времени, а постоянно, даже не возникала до тех пор, пока в 1951 г. в работе Бирмана (Biermann, 1951) и в 1958 г. в статье Паркера (Parker, 1958) не появились доказательства существования стационарного потока солнечного ветра. Наблюдения, подтвердившие, что солнечный ветер и магнитосфера на самом деле являются стационарными образованиями, появились в 1962, когда космический аппарат Маринер 2 пересёк границу магнитосферы и вошёл в поток солнечного ветра по пути к Венере (Neugebauer and Snyder, 1962).

Уже в модели, предложенной в 1931 г. Чепменом и Ферраро, в которой ограничение магнитного поля происходит от случая к случаю, возникают две нулевые точки магнитного поля, расположенные в области *каспа* (Рис. 10.1). Эти нулевые точки появляются на магнитопаузе, т. е. на границе магнитосферной полости, и их нельзя описать, как обычные точки Х-типа, которые указывают на наличие процесса пересоединения. Скорее всего, они возникают из-за влияния потоков немагнитизированной плазмы, обтекающих магнитосферу, и не являются следствием взаимодействия земного и межпланетного магнитных полей.

---

<sup>1)</sup> В дальнейшем эту область мы будем называть форшоком, этот термин уже прижился в литературе.



Форма и размер дневной части магнитосферы определяются из условия равенства гидродинамического давления солнечного ветра и давления, создаваемого магнитным полем Земли. Обычно дневная магнитопауза расположена на расстоянии  $10R_E$  от Земли. В начале космической эры предполагалось, что должна существовать ночная магнитопауза, положение которой определяется условием баланса давления магнитного поля Земли и гидродинамического теплового давления солнечного ветра. Это предположение привело к гипотезе, что магнитосфера должна иметь форму яйца с ночной магнитопаузой, расположенной на расстоянии  $50R_E$  от Земли (см., например, Johnson, 1960; Axford and Hines, 1961). Однако силы, которые формируют ночную магнитосферу, скорее связаны с максвелловскими (и возможно вязкими) натяжениями, действующими на боковые стороны магнитосферы, а не с тепловым давлением солнечного ветра. Эти силы выталкивают силовые линии магнитного поля Земли, формируя протяжённый хвост длиной порядка  $1000R_E$  (Dungey, 1965; Hughes, 1995).

Одно из наиболее важных свойств плазмы магнитосферы — это почти полное отсутствие столкновений частиц внутри неё (§ 11.7), за исключением её внутренней границы — ионосферы. Такое состояние плазмы, называемое бесстолкновительным, возникает вследствие очень низкой плотности солнечного ветра, который формирует плазменный объём в дальних от Земли частях магнитосферы. Частота парных столкновений в солнечном ветре настолько мала, что длина свободного пробега в несколько сотен раз больше размеров магнитосферы.

Таким образом магнитосферная плазма должна проявлять множество кинетических эффектов, которые нельзя понять в рамках одножидкостной резистивной МГД. Тем не менее МГД всё же может предложить точку отсчёта, необходимую для понимания макроскопических механизмов переноса импульса, магнитного потока и энергии внутри магнитосферы (§ 1.7 и Parker, 1996). Более того, обобщив МГД уравнения таким образом, чтобы движение электронов и ионов можно было рассматривать по отдельности, и представив давление в виде тензора, возможно сильно расширить область явлений, которые описываются с помощью таких гидродинамических уравнений. Основная трудность МГД формализма состоит в том, что его нельзя использовать для вычисления коэффициентов переноса, таких, как, например, электропроводность и теплопроводность. Вне зависимости от того, является ли плазма столкновительной или нет, для вычисления этих величин требуется кинетическая теория. Проблемы с использованием резистивной МГД в бесстолкновительной плазме возникают потому, что кинетические процессы при отсутствии столкновений не являются локализованными, а могут влиять на глобальное поведение плазмы, причём очень нетривиальными способами. Тем не менее, верность МГД уравнений не подвергается сомнению и не зависит от того, локальны или глобальны кинетические процессы.

Стандартные единицы для измерения магнитных полей в системе СИ — Тесла (Т) и в системе СГС — Гаусс (Г), где  $1 \text{ Г} = 10^{-4} \text{ Т}$ . Но поскольку в солнечном ветре типичные магнитные поля имеют величины порядка нескольких нанотесел, где  $1 \text{ нТ} = 10^{-9} \text{ Т} = 10^{-5} \text{ Г}$ , то в этой главе мы будем часто в вычислениях использовать именно эту единицу измерения.

### 10.1. Модель Данжи открытой магнитосферы

После того, как было обнаружено, что потоки солнечного ветра переносят магнитное поле, Данжи (Dungey, 1961) предложил новую модель магнитосферы, радикально отличающуюся от модели Чепмена и Ферраро. В модели Данжи также присутствуют две магнитные нулевые точки, но, в отличие от модели Чепмена и Ферраро, эти нулевые точки формируются при взаимодействии магнитного поля Земли и магнитного поля солнечного ветра. Основным момент модели Данжи в том, что в этой модели возникают магнитные силовые линии, которые переносятся в межпланетное пространство и, таким образом, обратно к Солнцу. Напротив, в модели Чепмена и Ферраро все силовые линии магнитного поля переносятся из одной полусферы в другую. Поэтому модель Чепмена и Ферраро обычно называют моделью закрытой магнитосферы, а модель Данжи — моделью открытой магнитосферы.

В модели Данжи одна нейтральная точка расположена на дневной стороне магнитопаузы, а вторая — на ночной стороне. Количество пересоединённых магнитных силовых линий зависит от ориентации межпланетного магнитного поля, вмерзшего в солнечный ветер в направлении север-юг. Магнитное поле на дневной стороне магнитосферы направлено на север, поэтому, когда межпланетное поле имеет южное направление, такая конфигурация магнитного поля благоприятствует типу пересоединения, который порождает открытый поток магнитного поля. Когда межпланетное магнитное поле направлено на север, то всё равно существует возможность пересоединения, но оно только изменяет конфигурацию магнитного поля, которое уже является открытым.

Эффект ориентации магнитного поля проиллюстрирован на рис. 10.2, где показана конфигурация магнитного поля, которая возникает в присутствии однородного магнитного поля и магнитного поля диполя. Если экваториальное поле диполя вдоль оси север-юг антипараллельно однородному полю, то существует нейтральная линия поля, опоясывающая экватор диполя (рис. 10.2б). Как только однородное поле отклоняется в любом направлении, нейтральная линия превращается в две нулевые точки, связанные сепаратрисой (п. 8.4.1). Вращение однородного магнитного поля в северном направлении заставляет нулевые точки мигрировать к точкам, расположенным над северным и южным полюсами диполя (рис. 10.2а). При такой ориентации внешнего поля магнитосфера становится заключённой

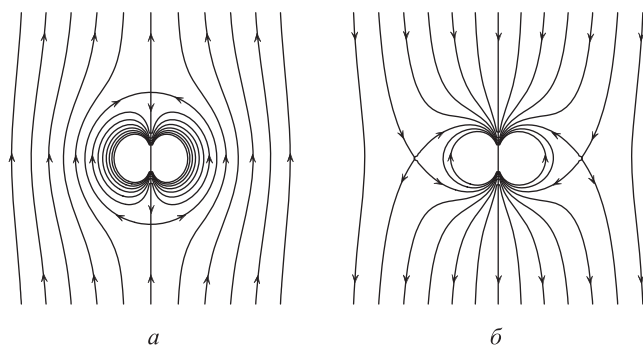


Рис. 10.2. Схематическое изображение топологии магнитных силовых линий для замкнутой и открытой конфигураций магнитосферы, полученное при взаимодействии однородного магнитного поля и дипольного поля. В (а) однородное поле параллельно дипольному, а в (б) — антипараллельно

в сферу, за исключением единственной сингулярности — линии, которая проходит через полярные нулевые точки, т.е. шип, который мы уже обсуждали в § 8.2. Поскольку величина потока вдоль этой линии бесконечно мала, то конфигурация становится существенно замкнутой.

Открытые силовые линии в полярных областях в модели Данжи дают естественное объяснение многим специфическим явлениям и свойствам полярной ионосферы. Одно из наиболее важных свойств ионосферы — это авроральный овал, который очерчивает полярные шапки. Согласно модели Данжи наличие такого овала связано с границей между открытыми и замкнутыми линиями поля. Присутствие открытых силовых линий в полярной шапке также даёт возможность объяснить, почему доступ солнечных энергичных частиц в область внутри полярных шапок связан с ориентацией межпланетного поля (Van Allen et al., 1971): когда межпланетное поле направлено на юг, частицы могут проникнуть в полярные области, но если в течение достаточно долгого времени межпланетное магнитное поле направлено на север, то пути проникновения частиц в полярные шапки перекрываются.

Вследствие существования прямой связи между магнитным полем полярной шапки и межпланетным магнитным полем ориентация полей на поверхности Земли в полярных областях зависит от направления межпланетного магнитного поля (Svalgaard, 1973; Mansurov, 1969). Эта зависимость, называемая эффектом Свалгаарда-Мансурова, очень слаба, поскольку поля в полярных областях ( $6,4 \cdot 10^{-5} \text{ Т} = 0,64 \text{ Г}$ ) почти на четыре порядка больше межпланетного магнитного поля (типичная величина  $\leq 10 \text{ нТ} = 10^{-4} \text{ Г}$ ). Тем не менее она оказывается достаточной, чтобы можно было грубо оценить ориентацию межпланетного магнитного поля. Это даёт возможность по наземным

измерениям сделать выводы о поведении межпланетного магнитного поля на протяжении последних 150 лет.

**10.1.1. Длина геомагнитного хвоста.** Взаимодействие межпланетного и земного магнитных полей сильно влияет на динамику магнитосферы. Линии полярной шапки, которые контактируют с солнечным ветром, вытягиваются, образуя протяжённый магнитный хвост. Протяжённость этого хвоста зависит от скорости солнечного ветра и скорости пересоединения силовых линий в дневной и ночной нулевых точках. Солнечный ветер, также текущий вдоль магнитных силовых линий, около Земли создаёт течение плазмы в обратную сторону, которое возвращает силовые линии на дневную магнитопаузу. Этот поток, в свою очередь создаёт токи вдоль поля, которые переносятся из магнитосферы на полярные шапки.

Модель Данжи открытой магнитосферы даёт простое объяснение существованию длинного геомагнитного хвоста (Dungey, 1965). Хвост создаётся максвелловскими напряжениями, которые возбуждаются незамкнутыми магнитными силовыми линиями, пересекающими магнитопаузу. Длину геомагнитного хвоста  $L_{\text{tail}}$  можно оценить, связывая положение силовой линии в полярной шапке с соответствующим положением силовой линии в солнечном ветре на головной ударной волне (Hughes, 1995). Для спокойной стационарной магнитосферы время, проводимое силовой линией в полярной шапке равно размеру полярной шапки  $L_{\text{pc}}$ , делённому на скорость  $V_{\text{pc}}$ , с которой силовые линии конвектируют через полярную шапку с дневной стороны к ночной. Это время приблизительно должно быть равно времени, за которое другой конец силовой линии в солнечном ветре проходит расстояние  $L_{\text{tail}}$ , т. е.

$$\frac{L_{\text{pc}}}{V_{\text{pc}}} \approx \frac{L_{\text{tail}}}{V_{\text{sw}}}, \quad (10.1)$$

где  $V_{\text{sw}}$  — скорость солнечного ветра. Скорость конвекции в полярной шапке равна электрическому полю в полярной шапке, делённому на усреднённое магнитное поле в полярной шапке  $B_{\text{pc}}$ . Выражая скорость конвекции через потенциал полярной шапки  $\Phi_{\text{pc}}$ , получаем

$$V_{\text{pc}} = \frac{\Phi_{\text{pc}}}{L_{\text{pc}} B_{\text{pc}}}. \quad (10.2)$$

Потенциал полярной шапки связан с электрическим потенциалом, который создаёт солнечный ветер по всей ширине магнитосферы, а эта ширина и есть ширина хвоста. Если все силовые линии солнечного ветра, которые пересекают магнитопаузу, пересоединяются, то приложенный электрический потенциал будет равен  $V_{\text{sw}} W_{\text{tail}} B_{\text{sw}}$ , где  $B_{\text{sw}}$  — магнитное поле солнечного ветра. Однако большинство силовых линий проходят через переднюю часть магнитосферы изгибаясь и срываясь, а не пересоединяясь. Таким образом, только часть  $f$  силовых линий

становится связанной с полярной шапкой. Следовательно, потенциал полярной шапки связан с потенциалом солнечного ветра, как

$$\Phi_{\text{pc}} = f \Phi_{\text{SW}} = f V_{\text{SW}} W_{\text{tail}} B_{\text{SW}}. \quad (10.3)$$

Комбинируя уравнения (10.1)–(10.3), получаем величину

$$L_{\text{tail}} = \frac{B_{\text{pc}} L_{\text{pc}}^2}{f W_{\text{tail}} B_{\text{SW}}}, \quad (10.4)$$

которая и определяет длину геомагнитного хвоста.

Множитель  $f$  зависит от скорости пересоединения и, как мы уже упоминали выше, его значение невозможно найти, не проанализировав динамику плазмы во всей области пересоединения. Тем не менее, скорость  $V_{\text{pc}}$  можно получить из спутниковых измерений при пересечении спутником полярной шапки. Из измерений было найдено, что  $f$  порядка 0,1, т.е. только около 10% электрического потенциала солнечного ветра переносится в полярную шапку. Предполагая значения величин, входящих в (10.3), равными:  $B_{\text{SW}} = 5 \text{ нТ} (= 5 \cdot 10^{-5} \text{ Г})$ ,  $L_{\text{pc}} = 0,52 R_E = = 3300 \text{ км}$ ,  $f = 0,1$ ,  $W_{\text{tail}} = 40 R_E$  и  $B_{\text{pc}} = 0,64 \text{ Г}$ , получаем длину хвоста

$$L_{\text{tail}} = 860 R_E,$$

где  $R_E$  — радиус Земли. Полученное значение для  $L_{\text{tail}} = 860 R_E$  соответствует скорости конвекции в полярной шапке 230 см/с и величине поперечного потенциала равной 51 кВ. Обе величины соответствуют наблюдаемым значениям. Формула, полученная из модели Данжи, даёт нижний предел длины хвоста, поскольку при вычислениях пренебрегалось временем, требуемым на разрыв магнитной силовой линии в хвосте и на подхват её солнечным ветром.

**10.1.2. Влияние межпланетного магнитного поля.** Одно из важнейших следствий модели Данжи заключается в предсказании факта, что структура магнитосферы в целом сильно зависит от направления межпланетного магнитного поля: южного или северного. Когда вектор магнитного поля поворачивается на юг, кинетическая энергия солнечного ветра намного эффективнее запасается в магнитосфере, приводя к увеличению конвекции и токов внутри магнитосферы. Подтверждение этого теоретического предсказания было описано во множестве работ (Fairfield and Cahill, 1977; Schatten and Wilcox, 1967; Arnoldy, 1971; Foster et al., 1971) и оказалось важным фактором в доказательстве верности модели Данжи.

Явная корреляция между направлением межпланетного поля и токами, протекающими в авроральной ионосфере, показана на рис. 10.3, который представляет собой результат анализа методом наложения эпох 86 отдельных суббурь (см § 10.5). АЕ здесь означает индекс, определяющий «авроральный электроджет», который служит для измерения величины ионосферных токов, протекающих в авроральной зоне, окружающей северную полярную шапку (McPherron, 1995).

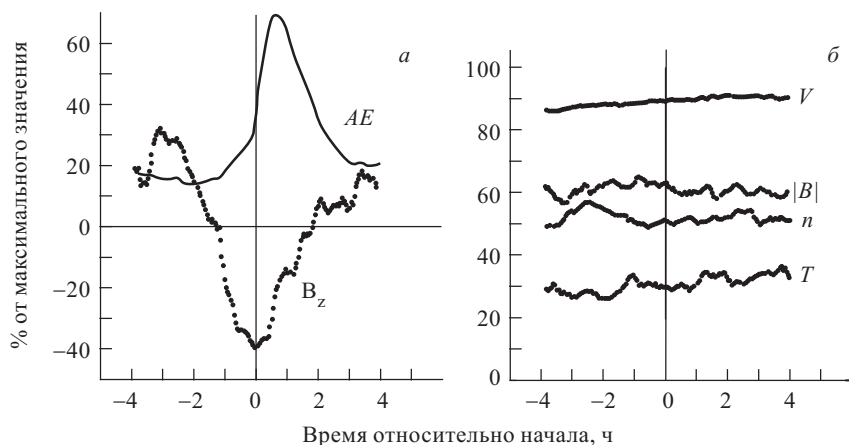


Рис. 10.3. Сравнение индекса АЕ, являющегося мерой тока, протекающего в авроральной ионосфере с (а) компонентой север-юг магнитного поля солнечного ветра ( $B_z$ ) и (б) скоростью солнечного ветра ( $V$ ), величиной магнитного поля ( $|B|$ ), плотностью ( $n$ ) и температурой ( $T$ ). Данные, показанные на рисунке, получены усреднением 86 суббурь, которые синхронизированы по отношению к временам начала. Только  $B_z$  проявляет корреляцию с АЕ (Hosler et al., 1971)

Как и предсказывает модель Данжи, авроральные ионосферные токи возрастают, когда межпланетное магнитное поле направлено на юг, и уменьшаются, когда оно направлено на север. Существует примерно 30-минутная задержка между поворотом магнитного поля на юг и увеличением значения тока. Эта задержка возникает вследствие того, что в целом магнитосфере, как большой системе, требуется время, чтобы отреагировать на возрастание вносимой энергии, вызванной пересоединением. Форма кривых, изображённых на рис. 10.3, будет обсуждаться в § 10.5, когда будут рассматриваться магнитосферные суббури.

## 10.2. Пересоединение на дневной стороне магнитосферы

Несмотря на то, что в модели открытой магнитосферы Данжи процессы пересоединения берут своё начало на дневной стороне магнитосферы, большинство первых работ концентрировало внимание на процессах пересоединения в геомагнитном хвосте. Основная причина этого была в том, что ускорение частиц и нагрев плазмы на дневной стороне проявляются не так очевидно, как в хвосте (Cowley, 1980). Пересоединение на дневной стороне приводит к накоплению магнитной энергии в магнитосфере, а не к её выделению. При взаимодействии

земного магнитного поля и поля солнечного ветра, солнечный ветер вытягивает силовые линии земного поля, формируя геомагнитный хвост. Таким образом, магнитная энергия, запасённая в хвосте, берётся из кинетической энергии солнечного ветра. Когда в хвосте происходит пересоединение, то выделяется огромное количество магнитной энергии, накопленной в вытянутых силовых линиях.

Напротив, пересоединение на дневной стороне приводит к накоплению энергии магнитного поля, запасённой в солнечном ветре, а эта энергия составляет всего 1% его кинетической энергии. Более того, плазменное  $\beta$  как солнечного ветра, так и магнитослоя порядка единицы, поэтому магнитная энергия, выделяющаяся при пересоединении, приводит к возрастанию тепловой энергии плазмы всего в два раза. Для сравнения, плазменное  $\beta$  в долях хвоста порядка  $10^{-3}$  и пересоединение приводит к возрастанию тепловой энергии плазмы на три порядка.

**10.2.1. Эрозия на дневной стороне магнитосферы.** Первое подтверждение существования пересоединения на дневной стороне было найдено в работе (Aubrey et al., 1970), в которой было описано наблюдение процесса эрозии дневной магнитосферы, возникающее сразу после поворота межпланетного магнитного поля в южном направлении. В момент включения пересоединения на дневной стороне не существует никакого потока плазмы внутри магнитосферы, приносящего новые силовые линии в область пересоединения. Следовательно, эта область движется по направлению к Земле таким образом, как показано на рис. 10.4. Как только область пересоединения сдвигается к Земле,

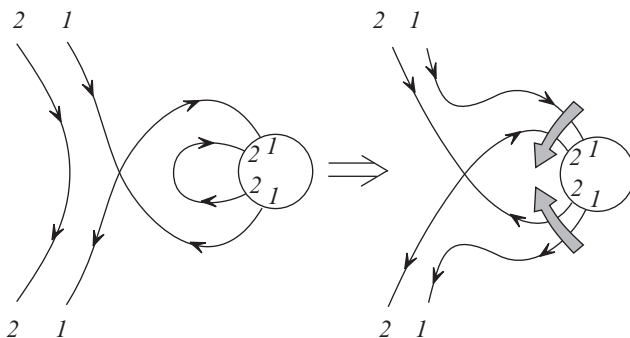


Рис. 10.4. Схема эрозии на дневной части магнитосферы, вызванной инициацией магнитного пересоединения на передней части магнитосферы (Forbes, 1988)

магнитопауза «выедается» и сдвигается ближе к Земле. Это движение останавливается только по достижении величины стационарной конвекции, обеспечивающей приток силовых линий к области пересоединения из магнитосферы. Несколько минут спустя после возникновения пересоединения на магнитопаузе ионосферная плазма начинает дви-

гаться в сторону хвоста вследствие натяжений, вызванных солнечным ветром. Примерно через 30 минут устанавливается обратный поток вдоль границ полярной шапки, и этот поток возвращает силовые линии обратно в область дневного пересоединения (Holzer and Reid, 1975; Reid and Holzer, 1975). Если условия в солнечном ветре остаются практически неизменными, то возникает стационарное состояние, и эрозия останавливается.

Время, необходимое для установления стационарного состояния, зависит от времени реакции ионосферы и времени прохождения волны между ионосферой и магнитопаузой. Основная задержка в установлении стационарного состояния обусловлена временем распространения волны через систему. Поскольку это время сравнимо с временными масштабами флуктуаций в солнечном ветре, то стационарное состояние устанавливается исключительно редко. Согласно Коронити и Кеннелу (Coroniti and Kennel, 1973), время реакции ионосферы всего порядка 5–10 мин. В отличие от солнечной фотосферы (см. гл. 11), ионосфера недостаточно массивна, чтобы оказать что-то более существенное, чем только весьма недолгое сопротивление силам, возникающим вследствие пересоединения, и, таким образом, силовые линии отличаются от инерционно закреплённых линий, как это имеет место на поверхности Солнца.

**10.2.2. Квазистационарное пересоединение.** Ещё одно доказательство существования пересоединения на дневной стороне было найдено Соннерапом (Sonnerup, 1971a) вскоре после открытия Обри эрозии дневной стороны. Используя критерий минимизации дисперсии для обработки данных магнитометра Explorer 12, Соннерап обнаружил, что существует компонента магнитного поля, перпендикулярная магнитопаузе. В закрытой магнитосфере нормальная к магнитопаузе компонента везде равна нулю, но в открытой магнитосфере нормальная компонента не может быть равна нулю нигде, за исключением одной нулевой точки.

Присутствие компоненты магнитного поля, пронизывающей магнитопаузу, означает, что магнитопауза не просто обычный тангенциальный разрыв, как следует из модели закрытой магнитосферы. Вместо этого её следует рассматривать как вращательный разрыв, объединённый с медленной модой, распространяющейся к Земле в узкой области (Levy et al., 1964; Sonnerup, 1984). Эта конфигурация отличается от хорошо знакомой конфигурации симметричного пересоединения (Petschek, 1964), поскольку условия существования плазмы по обе стороны магнитопаузы совершенно различны. На стороне магнитослоя магнитное поле мало, а давление плазмы велико, в то время как на магнитосферной стороне верно обратное (рис. 10.5). Чтобы завершить переход от одной стороны к другой, необходимо наличие вращательного разрыва и медленной моды, расширяющейся подобно вееру (Yang and Sonnerup, 1977). Поперёк вращательного разрыва магнитное поле



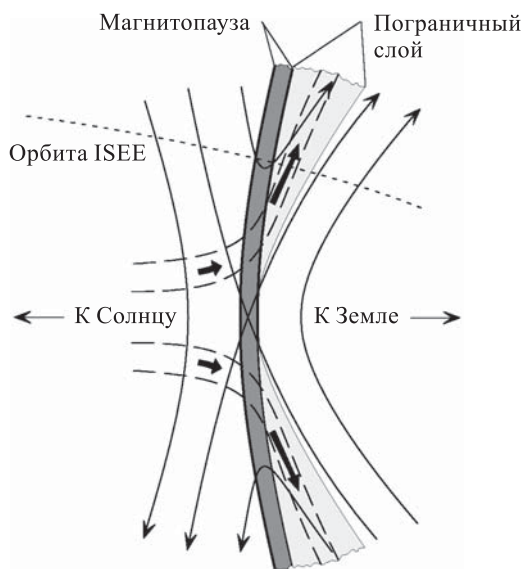


Рис. 10.5. Структура области пересоединения на дневной стороне магнитосферы в меридиональной плоскости, полученная из одиннадцати пересечений магнитопаузы космическими аппаратами ISEE-1 и ISEE-2 (Sonnerup et al., 1981)

и давление плазмы остаются постоянными, но эти величины меняются внутри области расширения так, чтобы удовлетворять граничным условиям. Поток через вращательный разрыв имеет альфвеновскую скорость с нормальной к магнитопаузе компонентой магнитного поля.

Пограничный слой действительно наблюдается на внутренней стороне магнитопаузы, но он имеет намного более сложную структуру, чем простое распространяющееся веерное возмущение, описанное в модели Леви и др. (Levy et al., 1964). При приближении к области каспа на дневной стороне, пограничный слой становится чрезвычайно толстым и в действительности распространяется аналогично воронке по направлению к дневной ионосфере. Вне области каспа пограничный слой медленно увеличивается в объёме при движении плазмы в сторону хвоста. На расстоянии порядка  $400 R_E$  на ночной стороне Земли пограничный слой доходит до точки, когда он полностью заполняет хвост и, таким образом, прекращает быть пограничным слоем (см. рис. 10.10).

Первое прямое доказательство существования предсказанного Данжи крупномасштабного глобального пересоединения на дневной стороне магнитосферы было найдено Пашманом и др. (Paschmann et al., 1979). Они сконструировали два детектора плазмы с высоким временным разрешением на спутниках ISEE-1 и ISEE-2, что дало возмож-

ность впервые произвести детальные измерения потока плазмы и магнитного поля во время пересечения магнитопаузы. Такие пересечения почти всегда происходят очень быстро, поскольку обычно они имеют место, когда магнитопауза отвечает на изменения направления магнитного поля или динамического давления солнечного ветра. Анализируя наблюдения в рамках МГД теории пересоединения, Соннерап и др. (Sonnerup et al., 1981) обнаружили, что глобальное пересоединение в самом деле существует на магнитопаузе. Эти наблюдения отправили в небытие утверждения некоторых исследователей, что указанных проявлений пересоединения на дневной стороне найдено не было и поэтому модель Данжи неверна (Heikkila, 1978; Haerendel et al., 1978).

Рисунок 10.5 показывает структуру области дневного пересоединения, которая была получена Соннерапом и др. (Sonnerup et al., 1981). Ускоренный поток из области пересоединения лежит полностью в пограничном слое внутри магнитопаузы. Типичная сепаратриса (п. 8.4.1), полученная Соннерапом и др. (Sonnerup et al., 1981), показана на рис. 10.6, который изображает вид области по направлению от Солнца

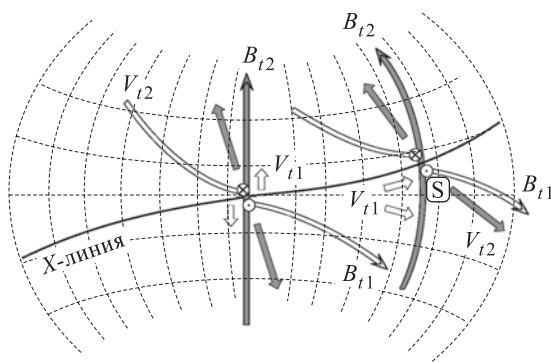


Рис. 10.6. Вид спереди области пересоединения на дневной стороне магнитопаузы в присутствии значительной положительной  $y$  компоненты магнитного поля солнечного ветра. Обозначения с индексом 1 относятся к параметрам магнитослоя, а с индексом 2 — к параметрам внутри магнитосферы. Индексом  $t$  обозначена тангенциальная компонента, а буквой  $S$  примерное положение двух космических аппаратов ISEE, которые обычно находятся менее чем в 2000 км друг от друга (Sonnerup et al., 1981)

к передней части магнитопаузы. Во время пересечений спутником ISEE межпланетное поле обычно вращалось в южном направлении из плоскости эклиптики и, таким образом, сепаратриса также вращалась относительно плоскости эклиптики. Вдоль сепаратрисы пересоединяющиеся линии магнитного поля не являются строго антипараллельными. Соннерап и др. (Sonnerup et al., 1981) предположили, что действительно пересоединяется только компонента поля, перпендикулярная к сепаратрисе. Как следствие, такой тип пересоединения иногда на-

зывают *слиянием компонент* (Sonnerup et al., 1981; Soward, 1982). Простые количественные модели для предсказания местоположения сепаратрисы были предложены в работах (Voight, 1978; Alekseyev and Belen'kaya, 1983; Crooker et al., 1990).

Как альтернативу концепции глобальной сепаратрисы со слиянием компонент поля Крукер (Crooker, 1979) предложил модель с разрывом сепаратрисы, показанную на рис. 10.7. Такая конфигурация с разры-

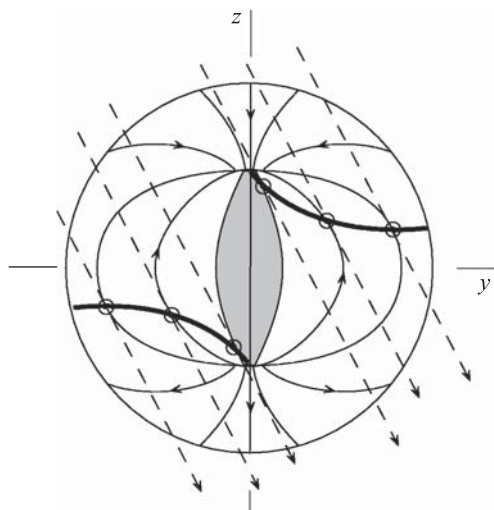


Рис. 10.7. Схематическое изображение дневной магнитопаузы со стороны Солнца. Линии поля, прикреплённые к Земле (тонкие сплошные линии), формируют две конфигурации типа касса. Толстые сплошные линии есть геометрическое место точек, в которых межпланетное магнитное поле (пунктирные линии) антипараллельно земному магнитному полю (Crooker, 1979)

вом сепаратрисы появляется, если пересоединение происходит только в местах, где межпланетное магнитное поле строго антипараллельно полю магнитосферы. Притягательность модели антипараллельного слияния в том, что перенос энергии в магнитосферу резко уменьшается, когда южная компонента межпланетного магнитного поля исчезает. Статистические исследования (Luhmann et al., 1984; McPherson 1995) показали, что перенос энергии в магнитосферу ведёт себя как однополупериодный выпрямитель в ответ на ориентацию север-юг межпланетного магнитного поля. Когда поле направлено на север, то доля энергии на входе в магнитосферу возрастает пропорционально интенсивности магнитного поля. Гипотеза антипараллельного слияния воспроизводит такое поведение поля, поскольку точки, где происходит пересоединение, двигаются вдоль силовых линий, отображаясь в хвост магнитосферы, когда межпланетное магнитное поле становится

направленным на север. Для северного направления межпланетного магнитного поля антипараллельные линии в магнитосфере будут уходить в сторону хвоста от дневного каспа там, где силовые линии отображаются в хвост. Пересоединение в такой конфигурации всё ещё происходит, но энергетический вклад от него сильно уменьшается. Напротив, гипотеза слияния даёт падение энергетического вклада, но этот вклад уменьшается гладко, как  $\sin(\theta/2)$ , где  $\theta$  — угол отклонения компоненты север-юг межпланетного магнитного поля от северного направления.

Численное моделирование дало возможность проверить, какая из вышеприведённых гипотез верна. С помощью трёхмерного МГД моделирования Феддер и др. (Fedder et al., 1991), Крукер и др. (Crooker et al., 1998) и Вайт и др. (White et al., 1998) обнаружили, что в моделях стационарного пересоединения на дневной стороне магнитосферы можно найти черты, характерные для обеих гипотез, но по отдельности ни одна из них не даёт действительно удовлетворительного описания. Во многом так происходит потому, что пересоединение происходит по всему внутреннему пространству дневной магнитопаузы и не может адекватно описываться рассмотрением процессов только вблизи сепаратрисы. Слияние компонент, конечно, имеет место, но оно сильно зависит от того, насколько антипараллельны поля в каждой заданной точке и не зависит только от условий на сепаратрисе.

Гипотеза антипараллельного слияния, как оказалось, работает лучше всего, когда межпланетное поле имеет преимущественно северное направление и даёт возможность понять, почему перенос энергии ведёт себя как однополупериодный выпрямитель как при моделировании, так и в условиях реальной магнитосферы. В свою очередь гипотеза слияния компонент работает лучше и даёт более приближённое к реальному описание потоков плазмы в том случае, когда магнитное поле преимущественно южного направления.

### 10.3. Явления переноса потока

Несмотря на то, что модель Данжи пересоединения на дневной стороне неоднократно подтверждалась наблюдениями (Paschmann et al., 1979), было множество пересечений магнитопаузы, которые показали, что глобальное пересоединение даёт количество энергии намного меньшее, чем предсказывается моделью, и более того, стационарное пересоединение встречается крайне редко. В независимом исследовании пересоединения на дневной магнитопаузе (Russell and Elphic, 1978) было обнаружено, что существуют кратковременные локализованные случаи пересоединения, которые полностью отличаются от предсказываемых в рамках стационарной модели Данжи. Длительность таких событий около одной минуты, и они обладают характерными свойствами, которые позволяют предположить, что возникает вид возмущений типа пузырей или возмущений магнитных силовых трубок,

движущихся вдоль магнитопаузы со скоростью выше, чем характерная скорость потока в магнитослое. Эти явления были интерпретированы (Russell and Elphic, 1978) как изолированные магнитные силовые трубки, переносящие магнитный поток, который связывает межпланетное и магнитосферное поля, как это показано на рис. 10.8 *a*. Такие явления получили название *явления переноса потока* или FTE-события (от англ. Flux transfer events).

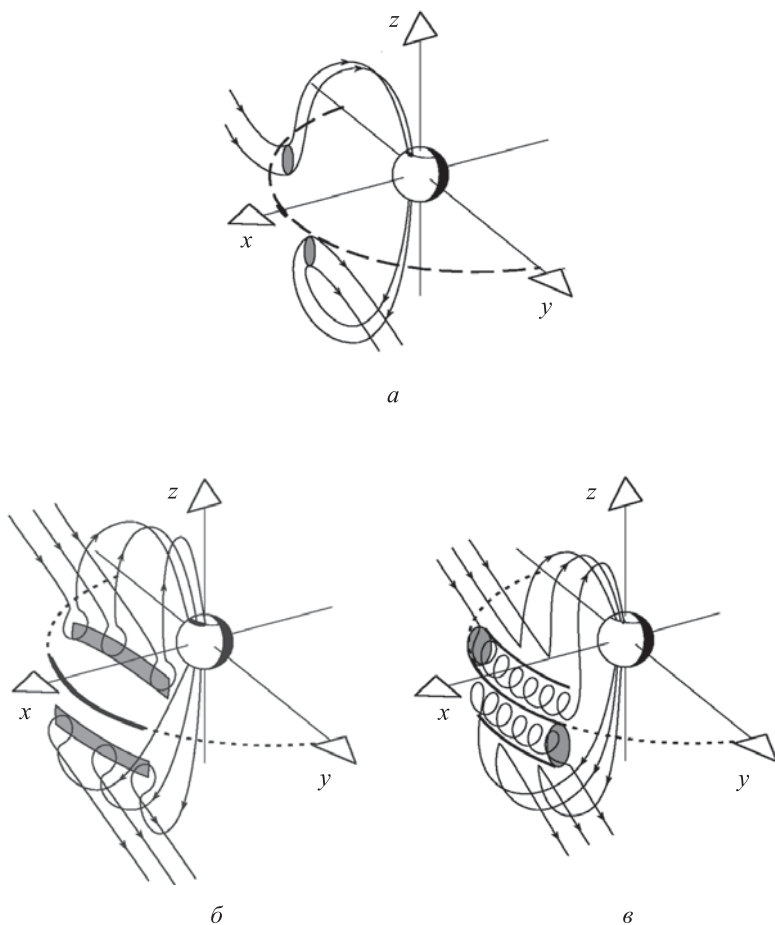


Рис. 10.8. Три модели для FTE: (*a*) изначальная модель силовой трубки Рассела и Эльфика (Russel, and Elphic, 1978), (*б*) двумерная модель импульсного пересоединения Шолера (Scholer, 1988a) и Саусвуда и др. (Southwood et al., 1988), (*в*) модель множественных пересоединений X-типа Ли и Фу (Lee and Hu, 1985). Серым цветом показаны области пересечения поверхности магнитопаузы пересоединяющимися линиями поля (Lockwood et al., 1990)

С помощью спутниковых наблюдений было выявлено множество различных свойств ФТЕ-событий. Например, было найдено, что радиус магнитной трубки в точке, где трубка пересекает границу магнитопаузы, для типичного ФТЕ-события порядка одного радиуса Земли ( $1R_E$ ) (Saunders et al., 1984a). Появление ФТЕ-событий коррелирует с направлением север-юг компоненты межпланетного магнитного поля, причём ФТЕ-события не наблюдались, если магнитное поле было направлено на север (Rijnbeek et al., 1982, 1984; Southwood et al., 1988; Lockwood, 1991). Внутри магнитной силовой трубки ФТЕ-события магнитное поле имеет сильную продольную компоненту, и часто присутствует сильная азимутальная компонента (Paschmann et al., 1982). Таким образом, внутреннее поле трубки обычно спирально, как в канате. Направление закручивания зависит от направления магнитного поля трубки относительно линии север-юг и знака  $B_y$  (поперечная компонента магнитного поля, см. рис. 10.8). Было показано, что в некоторых событиях распространение области закрученности выглядит как распространение альфвеновской волны (Saunders et al., 1984b). Исследования поля скоростей внутри и вокруг ФТЕ-событий показали, что трубки движутся быстрее, чем поток в магнитослое (см., например, Papamastorakis et al., 1989). В системе отсчёта, связанной с магнитословом, наблюдаемая скорость составляет порядка 80 % локальной альфвеновской скорости. Это позволяет предположить, что поток из области пересоединения скорее быстрый, такой, как в модели пересоединения Петчека (§ 4.3), а не медленный, как в модели Паркера–Свита.

Происхождение изначального закручивания было ключевым вопросом в 1980х годах и составило главную мотивацию для модели Ли и Фу. Вригт (Wright, 1987) показал, что в рамках модели Рассела и Элфика естественно возникает закрученность на полюсах, которая распространяется как альфвеновская волна. В работе (Southwood et al., 1988) было показано, что возникает растянутая линия пересоединения со структурой, в которой закрученность магнитного поля существенно сильнее. Вычисления спиральности магнитного поля (Wright and Berger, 1989; Song and Lysak, 1989) позволили получить предельные величины направления и величины закручивания магнитного поля для всех моделей пересоединения.

Для ФТЕ-событий было предложено три типа моделей пересоединения. Модель первого типа, предложенная Расселом и Элфиком (Russell and Elphic, 1978), в которой ФТЕ-события — это пересоединяющиеся силовые трубки, проникающие в магнитопаузу, как это проиллюстрировано на рис. 10.8а. В модели второго типа (Scholer, 1988a; Southwood et al., 1988) причиной возникновения ФТЕ-событий является происходящее время от времени двумерное пересоединение, как показано на рис. 10.8б. И наконец, в третьей модели (Lee and Fu, 1985) предполагается, что ФТЕ-событие является двумерным магнитным островом, который находится на поверхности магнитопаузы, как показано на рис. 10.8в. В этой модели магнитный остров не изолирован, а частич-

но связан цепью двумерных точек X- и O-типа. Именно поэтому на неё часто ссылаются как на модель множественного пересоединения типа X-линии или MXR-модель (multiple X-line reconnection). Основное ограничение MXR-модели состоит в том, что она разработана для двумерной геометрии, которая в действительности не является геометрией наблюдаемых типичных FTE-событий. Один из наиболее притягательных аспектов MXR-модели в том, что она легко поддается теоретическому анализу. Теоретический анализ показал, что поток с широким магнитным полем на магнитопаузе создает неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, которая возбуждает тиринг-неустойчивость и таким образом влияет на магнитное поле и возникает так называемое «пятнистое» пересоединение (La Belle-Hamer et al., 1987; Truemann and Baumjohann, 1997).

В 1999 г. было предложено (Wright, 1999), что модели с двумя X-линиями (рис. 10.8а и 10.8б) могут рассматриваться как предельный случай подобного процесса. Если пересоединение происходит на достаточно длинной X-линии за достаточно малое время, то применима модель, изображенная на рис. 10.8б, а если пересоединение происходит на короткой X-линии, то конфигурация будет аналогична конфигурации, изображенной на рис. 10.8а.

В настоящее время количественная теория нестационарного пересоединения с X-линией конечной длины находится в зачаточном состоянии. Модель такого процесса по существу должна быть трехмерной, поэтому её анализ и разработка как аналитическими, так и численными методами представляется чрезвычайно сложным. Ответ на основной вопрос, почему вообще в первую очередь должна формироваться изолированная силовая трубка, ещё не найден, хотя были предприняты огромные усилия для моделирования динамики распространения изолированных силовых трубок в магнитопаузе. Было показано (Sonnerup, 1987), как создается внутренняя скрученность и проанализированы силы, действующие на изогнутую трубку, проходящую через магнитопаузу. Поскольку трубки создаются пересоединением на магнитопаузе, они обладают резким изгибом именно в этом месте. Как и в любом пересоединяющемся токовом слое, такой изгиб вызывает большую  $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$  силу, которая ускоряет плазму. Очень грубая оценка силы изгиба  $\mathbf{F}_{\text{kink}}$  даёт

$$\mathbf{F}_{\text{kink}} = \frac{\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1}{\mu} B_n \pi a^2. \quad (10.5)$$

где  $\mathbf{B}_2$  — поле магнитосферы, а  $\mathbf{B}_1$  — магнитное поле в магнитослое,  $B_n$  обозначает компоненту магнитного поля, нормальную к магнитопаузе, внутри трубки, а  $a$  — радиус трубки. Как только изгибающая сила ускоряет силовую трубку, магнитное поле  $\mathbf{B}_{\text{mp}}$ , лежащее в плоскости магнитопаузы, сжимается к переднему краю ускоряющейся трубки, как показано на рис. 10.9а. Это сжатие приводит к появлению силы  $\mathbf{F}_{\text{comp}}$ .

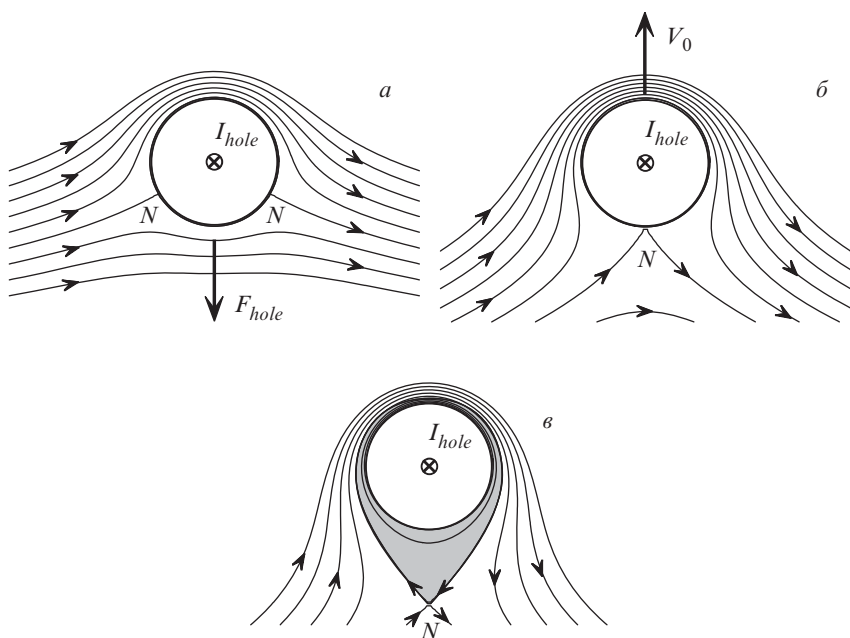


Рис. 10.9. Три альтернативных пути деформации линий поля магнитопаузы силовой трубкой FTE с током  $I_{hole}$ . Окружностью обозначено поперечное сечение трубки в плоскости магнитопаузы (см. рис. 10.8а). В случае (а) сила, возникающая вследствие изгиба силовой трубки на магнитопаузе, уравновешивается сжатием силовых линий магнитопаузы, и происходит конвекция FTE с плазмой магнитослоя. В (б)  $I_{hole}$  достигает критического значения, при котором в случае (а) возникает нейтральная точка  $N$ , и (в) когда  $I_{hole}$  больше критического значения, и нейтральная точка отрывается (Sonnerup, 1987)

противодействующей  $\mathbf{F}_{kink}$ :

$$\mathbf{F}_{comp} = l_{mp} \mathbf{I}_{comp} \times \mathbf{B}_{mp}, \quad (10.6)$$

где  $l_{mp}$  — толщина магнитопаузы, а  $\mathbf{I}_{comp}$  — ток, связанный с сжатием поля в дыре.

В течение нескольких секунд после формирования пересоединяющейся силовой трубки изгиба и сила сжатия будут стараться сбалансировать друг друга:

$$\mathbf{F}_{kink} + \mathbf{F}_{comp} = 0. \quad (10.7)$$

Этот баланс не может быть достигнут и поддерживаться, если сила изгиба слишком велика. С возрастанием  $\mathbf{F}_{kink}$  должен также вырасти поверхностный ток ( $\mathbf{I}_{comp}$ ). Как только этот ток достигнет критического значения

$$I_{crit} = 4\pi a \frac{|B_{mp}|}{\mu}, \quad (10.8)$$



сформируется нейтральная точка на подветренной стороне трубки (рис. 10.9 б). После возникновения нейтральной точки противоборствующие натяжения, создаваемые окружающими силовыми линиями, не смогут больше усиливаться из-за наличия быстрого пересоединения. Существование критического тока приводит к появлению критического радиуса  $a_{\text{crit}}$ , при превышении которого силы уже не могут сбалансировать друг друга. Величина критического радиуса составляет

$$a_{\text{crit}} = \frac{4l_{mp}B_{mp}^2}{|B_n(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1)|}. \quad (10.9)$$

Для  $|\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2| = 100$  нТ,  $B_{mp} = 20$  нТ,  $B_n = 5$  нТ,  $l_{mp} = 10^3$  км,  $a_{\text{crit}} = 3200$  км, приводя к значению диаметра трубки порядка  $1R_E$ . Таким образом, силовая трубка с диаметром меньше критического находится в равновесии и движется с такой же скоростью, как и поток в магнитослое, тогда как трубка с диаметром больше критического неравновесна и движется быстрее.

Другим следствием появления нейтральной точки является формирование гало из разорванных силовых линий (рис. 10.9 в). Если магнитное поле в этом гало сливается с полем в силовой трубке, то это приводит к появлению спиралевидного каната, в котором знак спирали совпадает с наблюдаемым. Слияние гало с трубкой требует, чтобы существовало пересоединение на переднем крае трубки.

## 10.4. Пересоединение с ночной стороны

Магнитное пересоединение на ночной стороне магнитосферы не производит впечатления зеркального отражения процесса пересоединения на дневной стороне. Пересоединение на ночной стороне происходит не просто в плазме с совершенно другими условиями, но резко отличается и вся энергетика процесса. Важный аспект пересоединения на дневной стороне в том, что оно переводит кинетическую энергию солнечного ветра в магнитную энергию, которая запасается в вытянутых силовых линиях магнитного хвоста, и только малая часть магнитной энергии солнечного ветра, которая пренебрежимо мала, переходит в тепло и кинетическую энергию плазмы. Напротив, пересоединение на ночной стороне преобразует запасённую магнитную энергию в тепловую и кинетическую энергию плазмы.

**10.4.1. Морфология.** Другая роль пересоединения на ночной стороне магнитосферы отражена в структуре геомагнитного хвоста (рис. 10.1 и 10.10). Поля северной и южной полярных шапок вытягиваются солнечным ветром в две длинные силовые трубки, которые разделены токовым слоем, ток в котором течёт поперёк центральной плоскости хвоста. Токовый слой находится в области относительно горячей (1 кэВ) плазмы, называемой плазменным слоем. В модели пересоединения в хвосте плазменный слой соответствует области исте-

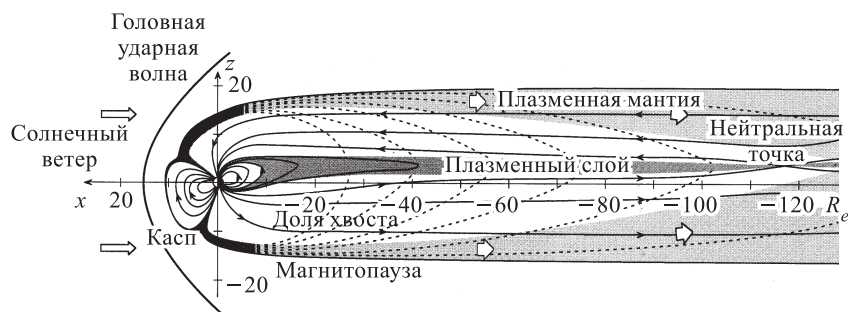


Рис. 10.10. Разрез полдень-полночь магнитосферы и геомагнитного хвоста в масштабе. Орбита луны расположена на  $60R_E$ , а нейтральная точка в хвосте магнитосферы в спокойных условиях — на  $115R_E$ . Пунктирными линиями показаны траектории дрейфа частиц различных энергий во время их конвекции к плазменному слою (Pilipp and Morfill, 1978)

чения из поперечной X-линии, находящейся в дальнем хвосте приблизительно на расстоянии  $100\text{--}150R_E$ , где плазма нагревается процессом пересоединения. Плазменный слой простирается до  $\approx 6R_E$  (т.е. до геосинхронной орбиты) и у Земли имеет толщину, равную примерно  $8R_E$ .

Над и под плазменным слоем находятся доли хвоста, которые содержат холодную плазму (50 кэВ) с плазменным бета ( $\beta$ ) порядка  $10^{-3}$ . В плазменном слое  $\beta \sim 1$ . По мере удаления от Земли доли хвоста постепенно наполняются плазмой, текущей в сторону хвоста, которая появляется из-за непрерывной утечки плазмы магнитослоя вдоль открытых силовых линий, как это изображено на рис. 10.10 и 10.11. В области, близкой к Земле, эта утечка создаёт пограничный слой, называемый *плазменной мантией*, но чем дальше мы удаляемся от Земли, тем сильнее возрастает толщина слоя, и постепенно он заполняет весь хвост. В МГД моделях (например, Coroniti and Kennel, 1979; Sisoë and Sanchez, 1987) плазменная мантия представляет собой расширение дневного распространяющегося веера (§ 10.2.2), который непрерывно растёт в толщину при удалении от дневной X-линии. Рисунок 10.11 показывает связь плазменной мантии с магнитопаузой и открытыми силовыми линиями, пересекающими мантию. Вдоль области, где поле параллельно границе на магнитопаузе, возникает тангенциальный разрыв вместо вращательного. МГД модели мантии удобны, но для того, чтобы понять наблюдаемые распределения частиц необходимо учитывать время-пролётные эффекты (Cowley and Southwood, 1980; Liu and Hill, 1990).

Где-то на расстоянии  $400\text{--}500R_E$  существует критическая область, когда скорость плазмы в хвосте становится больше альфвеновской скорости в окружающей плазме (Cowley, 1984). Эта критическая область задаёт предельное положение X-линии. Поскольку истечение из

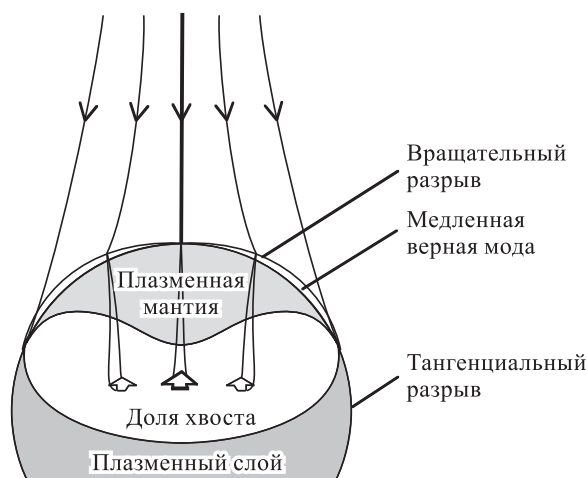


Рис. 10.11. Структура геомагнитного хвоста в поперечном сечении, полученная из МГД модели Сисое и Санчеса (Siscoe and Sanchez, 1987). Высокоширотная граница вдоль плазменной мантии состоит из вращательного разрыва и медленной веерной моды переменной толщины, которая проходит по касательной к полюсу, и в месте их соединения возникает тангенциальный разрыв, который содержит низкоширотный пограничный слой

Х-линии в системе отсчёта, движущейся с ней, не может превышать альфвеновскую скорость в окружающей плазме, то силовые линии не могут вернуться на дневную магнитопаузу, как это должно происходить в рамках модели магнитосферы, до тех пор, пока расстояние до Х-линии меньше, чем расстояние до критической области.

На каждой стороне плазменного слоя находится *пограничная область плазменного слоя* (PSBL — plasma sheet boundary layer). Из PSBL энергичные электроны и ионы выходят как по направлению к Земле, так и от Земли — это зависит от положения Х-линии — ближе она к Земле относительно PSBL или дальше. На стороне, ближней к Земле, от Х-линии существует поток частиц, направленный в обратную сторону, который возникает вследствие отражения частиц от Земли (Cowley, 1980; Forbes et al., 1981). Энергичные частицы в PSBL движутся через более холодную популяцию частиц в долях хвоста, не взаимодействуя с ними (Onsager et al., 1991), пока не достигнут плазменного слоя, в котором популяции частиц из долей хвоста и популяция энергичных частиц заменяется на тепловое распределение частиц, движущееся со скоростью электрического дрейфа.

**10.4.2. Медленные ударные волны.** Одно из наиболее важных открытий, связанных с пересоединением в хвосте магнитосферы, было сделано около 10 лет назад, когда были обнаружены доказательства существования медленных ударных волн в магнитосфере (Feldman

et al., 1984; Smith et al., 1984), конфигурация и свойства которых были предсказаны Петчеком (Petschek, 1964). Хотя к тому времени уже были получены подтверждения существования медленных ударных волн во внутренней гелиосфере (Richter et al., 1985), наблюдения в хвосте магнитосферы дали несомненное доказательство того, что медленные ударные волны действительно существуют в природе, а не являются только следствием уравнений МГД. Несмотря на то, что в каждом учебнике по МГД описываются медленные ударные волны, эти волны не были обнаружены в лабораторной плазме из-за сложности эксперимента (Hada and Kennel, 1985).

Медленные ударные волны, наблюдаемые в геомагнитном хвосте, являются бесстолкновительным вариантом обычных магнитогидродинамических медленных ударных волн (Omidi and Winske, 1992; Lee et al., 1989) и расположены на границе PSBL и плазменного слоя. Такое расположение ударных волн говорит нам о том, что PSBL можно интерпретировать, как некий аналог форшока, который связан с медленной ударной волной, так же, как форшок связан с головной ударной волной. Хотя такая интерпретация практически не согласуется с видом функций распределения частиц внутри PSBL (Onsager et al., 1991), недавнее численное моделирование (например, Lottermoser et al., 1998) показывает, что такое предположение сильно упрощает вычисления.

Несмотря на то, что оригинальная модель Петчека предсказывает существование пары медленных ударных волн с каждой стороны от X-линии, медленные ударные волны в хвосте обычно возникают в направлении дальнего хвоста от X-линии. Такая асимметрия возникает вследствие препятствия, которым является внутренняя магнитосфера на пути медленной ударной волны при её движении в сторону Земли. Как обсуждалось в части 5.4 и будет обсуждаться в п. 11.1.2, препятствие на пути потока из области пересоединения в рамках МГД модели заставляет этот поток отклоняться вдоль сепаратрисы. Если скорость истечения больше скорости быстрой магнитозвуковой моды, то отклонение происходит вниз по потоку от предельной ударной волны и представляет собой вершину джета (рис. 11.14). В любом случае ударные волны в пересоединении Петчека уже не являются симметричными относительно X-линии. При скорости, меньше магнитозвуковой, сильная медленная ударная волна появляется только вдоль беспрепятственно вытекающего джета. В случае истечения со скоростями, большими магнитозвуковой, ударные волны должны появляться с обеих сторон, но на стороне, где есть препятствие ударные волны распространяются как предельные ударные волны. По существу, ударная волна в модели Петчека полностью соответствует высокоскоростному истечению из X-линии. Если это истечение заблокировано, то медленные ударные волны с боковых сторон X-линии отсутствуют.

Наблюдения Онсагера и Мукаи (Onsager and Mukai, 1995) подтверждают точку зрения, что истечению плазмы из X-линии в дальнем хвосте по направлению к Земле препятствует внутренняя магнитосфера.

Анализируя времена пролёта частиц, они сделали вывод, что поток из Х-линии в направлении к Земле проявляет себя в виде джета, который простирается только до  $5R_E$ . Внутри джета скорость потока порядка 1000 км/с, но уже на  $5R_E$  скорость потока падает до величин, меньших 100 км/с.

## 10.5. Магнитосферные суббури

Человеку не слишком хорошо знакомому с понятиями магнитной бури и магнитосферной суббури может показаться странным, что второе явление привлекает намного большее внимание исследователей, чем первое. Приставка «суб» в слове суббуря, казалось бы, подразумевает, что суббуря — явление намного менее важное, чем буря, но, на самом деле это не так. Несмотря на своё название, магнитосферная суббуря может возникнуть даже тогда, когда нет никакого признака магнитной бури. (О происхождении этих названий см. Стерн, 1989). Суббуря — это возмущение, возникающее вследствие инжекции энергии в магнитосферу, которое вызвано поворотом вектора межпланетного магнитного поля в южном направлении. Длительность типичной суббури приблизительно час, и результирующее магнитное возмущение концентрируется в основном в авроральной зоне и около неё. По этой причине суббурю часто называют авроральной или полярной суббурей. Суббури обычно происходят с частотой около одного дня, но во время магнитной бури они могут происходить и намного чаще (каждые несколько часов).

Магнитная буря является более длительным возмущением магнитного поля, которое может длиться несколько дней. Магнитные бури обычно возникают при взаимодействии магнитосферы с плазменным выбросом типа коронального выброса массы (§ 11.1) от Солнца. Плазма, сталкивающаяся с магнитосферой, заставляет её сжиматься, что приводит к резкому возрастанию магнитного поля вблизи поверхности Земли, известному как *непредсказуемое начало*. Приблизительно через час после начала магнитной бури поверхностное магнитное поле начинает медленно уменьшаться и возникает минимум магнитного поля в экваториальной плоскости. Максимальное возмущение поля наступает на следующие сутки после начала бури, и обычно после этого требуется несколько дней для восстановления магнитного поля Земли. Продолжительное падение интенсивности магнитного поля на поверхности вызвано увеличением кольцевого тока, возникающего вследствие инжекции энергичных частиц в процессе пересоединения в хвосте магнитосферы. Кольцевой ток протекает вокруг Земли на расстоянии примерно  $4,5 R_E$  в точности над магнитным экватором (Hargreaves, 1993).

Кольцевой ток возникает вследствие повторяющейся инжекции энергичных частиц из хвоста во время суббурь, которые происходят чаще и с большей энергией, чем обычно. Увеличение частоты суббурь

может быть вызвано увеличением скорости солнечного ветра или длительным поворотом вектора магнитного поля в южном направлении или обоими явлениями одновременно. Если нет увеличения скорости солнечного ветра, то суббуря начинается без внезапного начала. В этом случае магнитная буря оказывается серией суббурь, происходящих настолько часто, что магнитосфера не успевает полностью восстановиться между ними. Такое перекрытие отдельных событий позволяет кольцевому току нарастать до стадии, когда он доминирует над всеми возмущениями поверхностного магнитного поля. Таким образом, суббуря, на самом деле, является фундаментальным динамическим процессом.

**10.5.1. Фазы суббури.** Суббуря может быть поделена на три фазы: *рост*, *взрывная фаза* и *восстановление*. Фаза роста начинается с началом пересоединения на дневной стороне магнитопаузы вследствие поворота вектора магнитного поля в южном направлении. Это приводит к эрозии на дневной магнитопаузе и к возрастанию тока, текущего в токовом слое хвоста. Во время фазы роста магнитные силовые линии оттягиваются из дневной стороны магнитосферы в хвост, и, таким образом, магнитное поле в долях хвоста возрастает (рис. 10.12 *а*). В некоторый момент времени ток в хвосте увеличивается

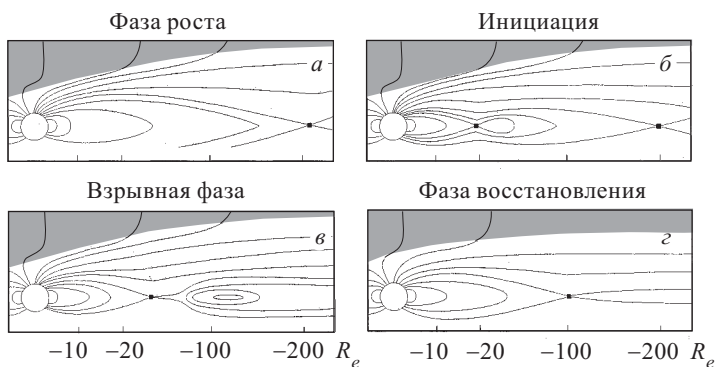


Рис. 10.12. Структура геомагнитного хвоста во время различных фаз геомагнитной бури согласно концепциям Хоунса и Рассела и МакФеррона. (*а*) Началом фазы роста считается возникновение интенсивного пересоединения на дневной стороне магнитопаузы при преимущественно южном направлении магнитного поля солнечного ветра. (*б*) Это приводит к накоплению энергии магнитного поля в хвосте, которое заканчивается формированием околоземной нейтральной линии в момент инициации суббури. (*в*) Во время взрывной фазы возникает быстрое пересоединение на околоземной нейтральной линии с формированием плазмоида, движущегося в дальний хвост. (*г*) В конце концов, во время фазы восстановления нейтральная линия движется к своему обычному местоположению в спокойной магнитосфере в дальнем хвосте, и магнитное поле восстанавливает структуру, которая существовала до начала фазы роста

до критического значения и происходит диссипация магнитной энергии, запасённой в хвосте. Этот момент времени называется инициацией взрывной фазы суббури (substorm onset) и является точкой отсчёта начала взрывной фазы. В первых моделях, предложенных Хонсом (Hones, 1973), Расселом и МакФерроном (Russell and McPherron 1973) и Нишидой и Нагаямой (Nishida and Nagayama, 1973) инициация взрывной фазы возникает из-за формирования X-линии в ближнем хвосте магнитосферы на расстоянии примерно  $15R_E$  (см. рис. 10.12 б), хотя в более поздних работах утверждается, что линия формируется между  $20$  и  $30R_E$  (Nagai et al., 1998). Вопрос, почему X-линия появляется в определённом месте хвоста, пока не получил окончательного ответа, но можно предполагать, что это следствие глобальной картины конвективного движения в хвосте. Например, Эриксон и Вольф (Ericson and Wolf, 1980) предположили, что конвекция во время фазы роста приводит к появлению пинча в этом месте хвоста.

В начале взрывной фазы происходит генерация яркого полярного сияния в локальной полуночной области на нижней границе авроральных зон на каждом из полюсов ( $\sim 67^\circ$  магнитной широты на ночной стороне). Со временем полярное сияние расширяется в сторону полюсов и на запад, пока не покрывает достаточно большую область пространства, которая является очень динамичной (Akasofu, 1968). Непрерывно формируются новые арки и развиваются изгибы, в то время как появляются и пульсируют яркие цветные пятна поглощений. Распространение области динамики на запад и в сторону полюсов происходит ступенчато (McPherron, 1995).

Во время взрывной фазы возникает сильный ионосферный ток над областью авроральной активности. Этот ток по существу является электронным выбросом (электроджетом) из области полярного сияния и создаёт большие возмущения в горизонтальной компоненте магнитного поля на поверхности Земли. Авроральный выброс происходит, когда индекс аврорального выброса (AE) достигает своего пикового значения (см. рис. 10.3). Значение AE индекса определяется по величине горизонтальной компоненты магнитного поля, полученной на основе данных от дюжины или около того станций вокруг северного полюса между широтами  $\sim 67^\circ$  и  $\sim 75^\circ$ . Возрастание индекса AE буквально перед началом инициации взрывной фазы происходит вследствие генерации ионосферных токов во время фазы роста, но как только начинается взрывная фаза, основной вклад вносит электронный выброс. Ток, текущий в электронном выбросе, возникает вследствие переноса силовых линий на внешние грани арок, лежащих вдоль внутренней границы плазменного слоя, как показано на рис. 10.13. Область, где происходит отклонение тока поперёк хвоста к ионосфере, называется *токовым клином суббури*.

Иногда вскоре после начала взрывной фазы вблизи околосолнечной X-линии формируется магнитный остров или плазмод, который начинает двигаться в сторону дальнего хвоста (рис. 10.12 в). Конфигурация



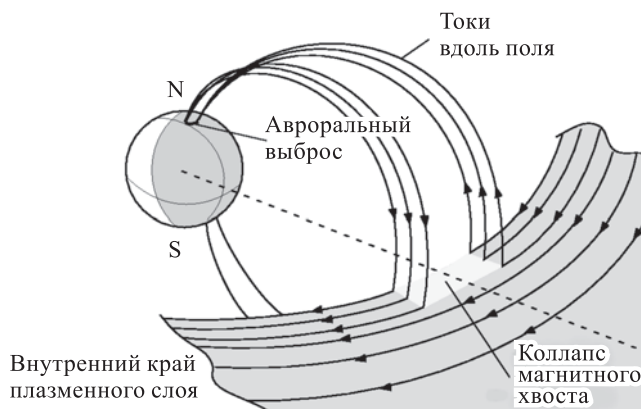


Рис. 10.13. Схема трёхмерной токовой системы, ответственной за авроральный выброс во время взрывной фазы суббури (Clauer and McDherron, 1974)

магнитных силовых линий в хвосте становится более приближённой к дипольной (процесс, названный диполяризацией), при этом авроральная активность и электронный выброс продолжают существовать ещё на протяжении нескольких минут. В конечном счёте авроральная активность и электронный выброс постепенно затухают, как только плазмод достигает дальнего хвоста. Это и есть заключительная фаза суббури — фаза восстановления, во время которой происходит восстановление магнитосферы к конфигурации, которая была до начала фазы роста (рис. 10.12 *з*). Точные условия в плазме и магнитном поле, которые инициируют восстановление, до сих пор не выяснены, но во многих случаях восстановление начинается после поворота линий межпланетного магнитного поля на север, когда перенос энергии из солнечного ветра в магнитосферу прекращается (McPherron, 1995).

**10.5.2. Плазмод в хвосте магнитосферы.** Большая часть энергии магнитного поля выделяется при коллапсе линий поля в хвосте во время взрывной фазы и преобразуется в кинетическую энергию плазмоида, движущегося в дальний хвост. В двумерном случае достаточно легко визуализировать формирование плазмоида (рис. 10.2), но в трёх измерениях это не столь просто. Как упоминалось в гл. 8, добавление однородного поля вне плоскости, показанной на рис. 10.12, приводит к поразительному изменению топологии силовых линий плазмоида. Силовые линии внутри плазмоида становятся спиралевидными и соединяются или с Землёй, или солнечным ветром, или с ними обоими, и поэтому отдельный магнитный остров больше не существует (Birn, 1991; Wright and Berger, 1989; Hughes and Sibeck, 1987).

Интригует, что силовые линии внутри трёхмерного плазмоида могут вести себя очень сложно. Это было подробно показано (Birn et al.,



1989) для следующей модели магнитосферного хвоста, содержащего плазмойд:

$$B_x = B_0 z / L, \quad (10.10)$$

$$B_y = B_0 k, \quad (10.11)$$

$$B_z = B_0 \lambda_1 / L_0^3 [x - x_1(y)][x - x_2(y)][x - x_3(y)], \quad (10.12)$$

$$x_1 = x_n - \bar{a} \left\{ 1 - [1 - (y/\bar{b})^2]^{1/2} \right\}, \quad (10.13)$$

$$x_2 = x_n - \bar{a} \left\{ 1 + [1 - (y/\bar{b})^2]^{1/2} \right\}, \quad (10.14)$$

$$x_3 = \begin{cases} x_f - \lambda_2 [1 - (y/\bar{c})^2]^{1/2}, & |y| \leq \bar{c}, \quad \bar{d}/4 \leq \bar{a} \\ x_f, & \text{в обратном случае,} \end{cases} \quad (10.15)$$

где

$$\bar{c} = \bar{b} \left\{ 1 - \left[ \bar{d} - \frac{\bar{a}}{3\bar{a}} \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad \bar{d} = x_n - x_f \quad \text{и} \quad \lambda_2 = 2\bar{a} - \frac{\bar{d}}{2}.$$

В уравнениях (10.10)–(10.15) через  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  обозначены положения околоземной X-линии, О-линии плазмойда и X-линии в дальнем хвосте соответственно;  $B_0$  — характерная величина магнитного поля,  $L_0$  — характерный масштаб, а  $k$ ,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — параметры. Расстояния  $x_n$  и  $x_f$  соответствуют отрезкам между точками пересечения околоземной X-линией и X-линией дальнего хвоста и плоскости меридиана полдень-полночь. Параметр  $\bar{a}$  — расстояние между О-линией и околоземной X-линией в плоскости полдень-полночь. Отображение силовых линий в плоскость  $x = 0$  соответствует их отображению на Землю.

Внутренняя область плазмойда описывается относительно просто — уравнениями (10.10)–(10.15), силовые линии с обоих концов замыкаются на Землю и перемешиваются с линиями, которые только одним концом привязаны к Земле, и силовыми линиями, не замкнутыми на Землю. С уменьшением значения  $B_y$  топология перемешивания усложняется и в пределе  $B_y = 0$  отображение становится фрактальным. Рисунок 10.14 показывает трёхмерную картину плазмойда и его отображение, полученные в результате численного моделирования, в котором начальные условия описывались уравнениями (10.10)–(10.15) (сравни с рис. 8.3).

**10.5.3. Определение скорости пересоединения.** Прямое определение скорости пересоединения в хвосте с помощью измерений электрического поля непосредственно на X-линии практически невозможно. Точные спутниковые измерения электрического поля не так легко получить, более того, они крайне редки, поскольку вероятность пересечения космическим аппаратом X-линии в хвосте магнитосферы очень мала. Тем не менее, существует непрямой метод, использующий наблюдения магнитного поля на поверхности Земли, который даёт возможность измерить скорость пересоединения в хвосте как

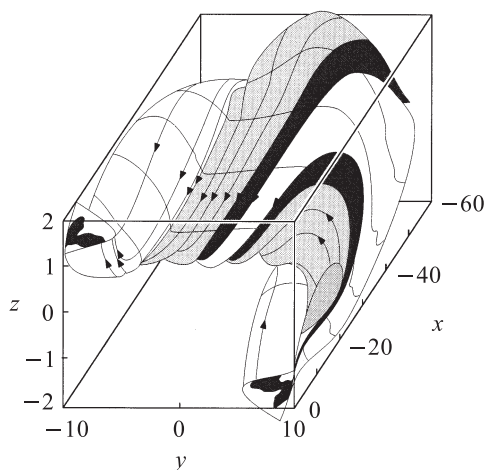


Рис. 10.14. Вид плазмоида, возникающего в трёхмерной модели геомагнитного хвоста во время взрывной фазы суббури (Birн and Hesse, 1990). Незаштрихованные области — области с замкнутыми магнитными силовыми линиями, концы которых закреплены на Земле при  $x = 0$ . Линии поля в закрашенных областях представляют собой незамкнутые линии поля, с одним концом, закреплённом на Земле, но другим, находящимся либо на границе в удалённом хвосте при  $x = -60$  (тёмные области), либо закреплённым на боковых границах  $|y| = 10$  (более светлые области)

функцию времени (de la Beaujardière et al., 1991; Blanchard et al., 1996, 1997). Этот метод основан на том факте, что магнитный поток внутри полярной шапки согласно модели Данжи связан со скоростями пересоединения на X-линии как на дневной, так и на ночной сторонах следующим образом. Определим магнитный поток в полярной шапке в виде

$$F_B = \iint_S B_n dS,$$

где  $B_n$  — компонента магнитного поля, нормальная к поверхности, и область интегрирования ( $S$ ) соответствует области открытых силовых линий в полярной шапке. Поскольку временные вариации  $B_n$  во время суббури очень малы ( $\Delta B_n / B_n \approx 10^{-3}$ ), скорость изменения  $F_B$  хорошо аппроксимируется выражением

$$\dot{F}_B = \oint_C B_n(s) V_\perp(s) ds, \quad (10.16)$$

где  $s$  измеряется вдоль границы  $C$  между открытыми и замкнутыми силовыми линиями, а  $V_\perp(s)$  — скорость границы в направлении, перпендикулярном ей. Теперь предположим, что существует единственная сепаратриса, соединяющая нейтральную точку на дневной стороне

и нейтральную точку на ночной стороне, тогда полное падение потенциала ( $\Phi_E$ ) вдоль этой линии, согласно уравнению Фарадея (1.7)

$$\Phi_E = \oint_{C_S} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \equiv \dot{\Phi}_B,$$

где  $C_S$  путь вдоль сепаратрисы (Vasyliunas, 1984). Подставляя это выражение в уравнение (10.16), получаем

$$\Phi_E = \oint_C B_n(s) V_\perp(s) ds \quad (10.17)$$

для полного падения потенциала вдоль сепаратрисы.

Можно получить аналогичное выражение для падения потенциала вдоль части сепаратрисы, выбирая путь интегрирования, покрывающий только часть потока магнитного поля с незамкнутыми линиями. Например, предположим, что область незамкнутых линий круговая и рассмотрим поток в области типа кусочка торта с меридиональной угловой шириной  $\Delta\phi_c$  и широтным размером от  $\theta = 0$  до границы между открытыми и замкнутыми линиями  $\theta_c$ . Магнитный поток в этой области

$$F_B(t) = \Delta\phi_c R_E^2 \int_0^{\theta_c(t)} B_r(\theta) \sin \theta d\theta,$$

и соответствующая скорость его изменения приблизительно

$$\dot{F}_B(t) = \Delta\phi_c R_E^2 B_r(\theta_c) \sin \theta_c \dot{\theta}_c. \quad (10.18)$$

Полный потенциал, связанный с этой скоростью изменения

$$\Phi_E = \int_{X\text{-line}} E_{\text{rec}} ds + \int_C E_c ds = \dot{\Phi}_B, \quad (10.19)$$

где первое слагаемое интегрируется вдоль X-линии, т.е. сепаратрисы, а второе — по границе между замкнутыми и незамкнутыми линиями в ионосфере полярной шапки (Blanchard et al., 1996, 1997). Это выражение подразумевает, что полное электрическое поле вдоль силовых линий между X-линией и полярной шапкой равно нулю, и уравнения идеальной МГД применимы почти везде, за исключением области, близкой к X-линии, и возникает точно определённая сепаратриса (см. обсуждение в Vasyliunas, 1984).

Выражая ионосферный электрический поле как  $E_c = V_c(t) B_r(\theta_c)$  и комбинируя уравнения (10.18) и (10.19), получаем

$$\Phi_E \approx l_c B_r(\theta_c) (U_s - V_c), \quad (10.20)$$

где  $l_c = \Delta\phi_c R_E \sin \theta_c$  — длина отображения на X-линию ионосферной границы,  $U_s$  — скорость границы замкнутые-незамкнутые линии, а  $V_c$  — скорость плазмы на этой границе. Когда скорости пересоеди-

нения на дневной и ночной сторонах равны, то  $U_s = 0$  и возникает стационарное состояние. Полагая далее, что  $\Phi_E$  приблизительно равно  $l_s E_{\text{гес}}$ , получаем:

$$E_{\text{гес}} \approx \frac{l_c}{l_s} B_r(\theta_c)(U_s - V_c), \quad (10.21)$$

где  $l_s$  — длина сепаратрисы, отображающаяся на  $l_c$ . Другими словами  $l_c/l_s$  есть отношение интервала между силовыми линиями, измеренного вдоль границы замкнутые-незамкнутые линии, к такому же интервалу вдоль сепаратрисы.

Скорость ( $U_s$ ) границы, разделяющей открытые и замкнутые силовые линии, может быть определена с помощью некогерентного радара, который даёт предельную точку по направлению к полюсу, где ещё можно обнаружить авроральные электроны. Хотя многие авроральные арки во время суббурь связаны с силовыми линиями, расположенными на внутренней границе плазменного слоя, ускоренные электроны на высоких широтах могли образоваться на силовых линиях вблизи Х-линии в хвосте (Winningham et al., 1975; de la Beaujardière et al., 1991). Эти электроны создают резкую границу в величине радарного рассеяния, которое возникает в Е-области ионосферы, и таким образом  $U_s$  можно определить просто отслеживая эту границу. Скорость конвекции в полярной шапке  $V_c$  может быть измерена напрямую по доплеровскому смещению отражённого сигнала. Используя эти методы (de la Beaujardière et al., 1991, Blanchard et al, 1996, 1997), было обнаружено, что полное падение потенциала ( $\Phi_E$ ) по всей ширине магнитосферы в среднем порядка 50 кВ. Эта величина приблизительно одна десятая от максимально возможного падения потенциала равного 510 кВ ( $400 \text{ км/с} \times 5 \text{ нТ} \times 40 R_E$ ), которое может возникнуть, если бы все магнитные силовые линии солнечного ветра, пересекающие магнитопазу, пересоединялись. Таким образом, этот результат подтверждает утверждение (п. 10.1.1), что в среднем только 10% входящих силовых линий пересоединяются, а остальные 90% просто проходят по флангам магнитопазу.

Чтобы получить скорость пересоединения ( $E_{\text{гес}}$ ) в хвосте магнитосферы на основе наземных измерений, необходимо сначала сделать несколько предположений, касающихся величины отношения  $l_c/l_s$ . Различные модели (например, Birn, 1991; Walker et al., 1993) дают оценки, что отношение  $l_c/l_s$  порядка 0.1 в спокойное время, что даёт  $E_{\text{гес}} \approx 10^{-4} \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$  в среднем. Во время взрывной фазы суббури наземные наблюдения и модели утверждают, что  $E_{\text{гес}}$  может возрасти до  $10^{-3} \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$ , поскольку  $U_s - V_c$  обычно в шесть раз больше усреднённой величины, а отношение  $l_c/l_s$  возможно в 2 или 3 раза меньше усреднённого.

Теперь можно определить отношение  $E_{\text{гес}}$  к альфвеновскому электрическому полю, определённом как  $E_A = V_A B = B^2/\sqrt{\mu\rho}$ . Для теорий, описывающих стационарное пересоединение, таких как Паркера–Свита или Петчека,  $E_{\text{гес}}/E_A$  будет равно альфвеновскому числу

Маха ( $M_A$ ), которое часто используется для описания скорости пересоединения. На достаточно больших временных промежутках скорость пересоединения в хвосте будет выравниваться со скоростью на дневной магнитопаузе, поскольку на таких промежутках величина полного потока остаётся постоянной. Таким образом, средняя скорость пересоединения, которая наблюдалась в работе (Blanchard et al., 1996), должна отражать скорость пересоединения на переднем крае магнитосферы, другими словами, скорость, с которой силовые линии в магнитослое связываются с линиями земного поля. В магнитослое типичная величина  $B = 20$  нТ,  $n$  около  $2 \cdot 10^7$  м $^{-3}$ , так что  $E_A \approx 2 \cdot 10^{-3}$  В·м $^{-1}$ . Поэтому средняя скорость пересоединения в магнитосфере соответствует  $M_A \approx 0,05$  (т.е.  $M_A = 10^{-4}$  В·м $^{-1}/2 \cdot 10^{-3}$  В·м $^{-1} \approx 0,05$ ). Для пиковых значений скорости пересоединения в хвосте во время взрывной фазы суббури  $B$  снова около 20 нТ, но плотность  $n$  в долях хвоста оказывается приблизительно в тысячу раз меньше, поэтому для наибольшей скорости пересоединения в хвосте альфвеновское число Маха около 0,02 (т.е.  $M_A \approx 10^{-3}$  В·м $^{-1}/6 \cdot 10^{-2}$  В·м $^{-1} \approx 0,02$ ).

Трудно сравнивать эти значения  $M_A$  напрямую с теориями МГД, поскольку такие теории зависят от значений магнитного числа Рейнольдса  $R_m$ , величину которого в бесстолкновительной плазме магнитосферы трудно вычислить (§ 1.7). Тем не менее, можно попытаться решить обратную задачу, задавшись вопросом, какая величина  $R_m$  может быть получена из величины измеренного  $M_A$ ? С одной стороны, если пересоединение происходит в соответствии с моделью Паркера–Свита, то  $R_m = M_A^{-2}$  и эффективное  $R_m$  приблизительно 400 для усреднённой скорости пересоединения и 2500 для пикового значения в хвосте во время взрывной фазы. С другой стороны, если за модель пересоединения взята модель Петчека, то эффективное магнитное число Рейнольдса  $\{R_m \approx \exp[\pi/(4M_A)]\}$  оказывается намного большим, чем в предыдущем случае и лежит в пределах от  $10^7$  для средней величины скорости пересоединения на дневной стороне магнитосферы до  $10^{17}$  для пиковой величины в хвосте.

**10.5.4. Инициация взрывной фазы.** Один из важных вопросов, неразрешённых до сегодняшнего дня в исследованиях суббурь: какой физический процесс инициирует возникновение взрывной фазы. Многие годы сторонники модели пересоединения во время суббури идентифицировали инициацию суббури с образованием околослойной X-линии. В соответствии с наиболее популярными сценариями X-линия появляется, когда токовый слой в околослойной области утончается до толщины, сравнимой с ионным гирорадиусом (Schindler, 1974). Такое утончение действительно наблюдается (Mitchell et al., 1990), и как предпологают, происходит вследствие усиления конвекции во время фазы роста (Ericson and Wolf, 1980; Walker et al., 1993). Как только токовый слой становится тонким до такой степени, может возникнуть

неустойчивость по отношению к тиринг-моду (Lakhina and Schindler, 1988).

Недавно было обнаружено, что инициация суббури происходит на несколько минут раньше формирования околоземной X-линии, и первый признак того, что инициация произошла, возникает на внутреннем крае плазменного слоя около  $7R_E$ , а не на расстоянии  $15R_E$ , где формируется X-линия (Takahashi et al., 1987; Lopez et al., 1989). Внутренний край плазменного слоя указывает на экваториальный край аврорального овала, где происходит первое уярчение, которое сигнализирует о начале взрывной фазы. В работе (Lui et al., 1992) была разработана модель, в которой инициация суббури вызывалась токовой неустойчивостью на внутреннем крае токового слоя хвоста, и формирование околоземной X-линии является побочным продуктом действия этой неустойчивости. Однако выделения энергии в процессе отклонения тока недостаточно, чтобы объяснить количество энергии, производимое во время взрывной фазы суббури, и единственным источником, который может дать достаточную величину энергии, является пересоединение на околоземной X-линии (Baker et al., 1997).

В качестве альтернативы модели токовой неустойчивости в работах (Schindler and Birn, 1993; Wiegelman and Schindler, 1995) была предложена модель, в которой триггером суббури является образование тонкого токового слоя около внутреннего края плазменного слоя. Используя простую модель хвоста, было показано, что медленное возрастание поля в долях хвоста (lobe field) может привести к динамическому коллапсу широкого токового слоя в тонкий слой, толщина которого порядка длины диссипации. Таким образом, инициация суббури скорее соответствует началу динамического процесса утончения, чем образованию околоземной X-линии. Как только коллапс токового слоя почти завершён, появляется околоземная X-линия и поддерживается выделение энергии, начатое при коллапсе. Трёхмерное резистивное МГД моделирование суббури совместно с вычислением орбит частиц (Birn et al., 1996, 1997) оказалось успешным и дало объяснение многим наблюдаемым свойствам суббури, включая ускорение частиц (§ 13.4.4). Наблюдения (Maynard et al., 1996) укрепили идею, что взаимодействие между ионосферой, внутренним краем плазменного слоя и околоземной X-линией в самом деле очень сильно, и их поведение во время суббури нельзя описывать независимо друг от друга.

## 10.6. Магнитосферы других планет и комет

Меркурий и газовые гиганты (Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун) обладают своим магнитным полем, и таким образом окружены магнитосферами, которые во многих отношениях подобны земной магнитосфере. Тем не менее существуют важные различия. Поскольку Меркурий обладает самым маленьким магнитным полем в группе земноподобных планет ( $4 \cdot 10^{-4}$  магнитного поля Земли) и он наиболее

близок к Солнцу (0.39 а.е.), где солнечный ветер наиболее силён, то его магнитосфера очень мала. Расстояние от магнитопаузы до поверхности планеты равно всего лишь половине радиуса планеты (для Земли это 10 земных радиусов, а для Юпитера 80 его радиусов). Сюрпризом является уже сам факт наличия у Меркурия магнитосферы. Согласно сегодняшнему состоянию теории динамо, Меркурий слишком мал и вращается слишком медленно, чтобы поддерживать собственное магнитное поле (период вращения Меркурия 59 земных дней). Тем не менее, при сближении с Меркурием в 1974 году космический аппарат Маринер-10 нашёл развитую магнитосферу с присутствием головной ударной волны и хвоста. Существуют данные, свидетельствующие, что во время подлёта в магнитосфере Меркурия происходила суббуря (Sisoe et al., 1975). Уникальная черта магнитосферы Меркурия — отсутствие ионосферы.

Юпитер можно назвать противоположностью Меркурия. Он обладает магнитосферой, намного больше земной. Магнитный дипольный момент Юпитера приблизительно в  $2 \cdot 10^4$  раз больше, чем у Земли. Мощность этого источника вместе с быстрым вращением планеты (один оборот планета совершает за 10 часов) создаёт магнитосферу, в которой плазма вращается вместе с планетой как единое целое на дневной стороне магнитосферы (Hill, 1983). Только в малых областях над магнитными полюсами и в дальнем хвосте конвекция плазмы происходит под влиянием солнечного ветра. Напротив, в магнитосфере Земли область коротации мала и имеет форму кольца, который простирается от экватора приблизительно на  $4R_E$  (рис. 10.1). Эта область известна как плазмосфера и не играет никакой важной роли в процессах пересоединения. В магнитосфере же Юпитера область коротации настолько сильна, что создаётся токовый слой в форме плоского диска, опоясывающего планету. Этот слой чувствителен к тиринг-неустойчивости и может дать начало динамическим процессам пересоединения, которые не имеют аналогов в земной магнитосфере (Zimbardo, 1989). Другая важная черта магнитосферы Юпитера, отсутствующая в земной магнитосфере — это её взаимодействие с большими спутниками Юпитера. Большое количество плазмы в магнитосферу Юпитера поступает от его спутников, в частности от Ио, вулканическая деятельность на котором постоянно инжектирует вещество в область коротации (Kennel and Coroniti, 1975). Также система Юпитера содержит спутник (Ганимед), единственный в своём роде, о котором известно, что он обладает собственной магнитосферой, которую в 1996 г. пересёк космический аппарат Галилео (Kivelson et al., 1996).

События, подобные суббуре, похоже, существуют в магнитосферах всех газовых гигантов (Zimbardo, 1993). Все они обладают протяжёнными хвостами, формирующимися при их взаимодействии с солнечным ветром, и при достаточном удалении от планеты геометрия поля в хвосте имеет такие же свойства, как и геометрия магнитного поля Земли. Доказательства наличия пересоединения на дневной стороне

магнитосферы были найдены для Урана (Richardson et al., 1988) и Нептуна (Desch et al., 1991), что подразумевает, что линии поля уходят в хвост таким же путём, как и у Земли.

Хотя кометы не обладают собственным магнитным полем, они тем не менее могут захватывать магнитное поле солнечного ветра в коме, которая окружает их ядра. Часть магнитного поля, пересекающего кому, медленно диффундирует через неё, в то время, как оставшаяся часть линий сносится в плазменный хвост кометы, как показано на рис. 10.15 (Neidner, 1984). Судя по наблюдениям, время от времени плазменный хвост кометы неожиданно отрывается от комы и уносится в пространство солнечным ветром. Как только старый хвост отрывается и уходит от комы, начинает расти новый хвост, и в течение нескольких дней плазменный хвост полностью возрождается. Это явление называется *явлением отрыва*, и существование его является свойством, которое позволяет предположить, что в кометах может возникать пересоединение.

Возможно, по крайней мере в принципе, создать отрыв без пересоединения посредством резкого увеличения коэффициента диффузии линий поля через кому. Однако явление отрыва почти всегда связано с прохождением кометы через межпланетный токовый слой (Delva et al., 1991; Yi et al., 1994). Этот токовый слой создаётся потоком солнечного ветра и в первом приближении лежит в экваториальной плоскости Солнца. При пересечении его космическим аппаратом или кометой магнитное поле меняет своё направление на  $180^\circ$ . В терминах гелиосферной физики это изменение направления соответствует так называемой *границе сектора*.

Для объяснения корреляции явления отрыва с пересечением границы сектора в работе (Neidner and Brandt, 1978) было предположено, что при каждом пересечении границы сектора происходит пересоединение. Развитие процесса пересоединения показано на рис. 10.15. Модель получила название модели пересоединения на дневной стороне, поскольку пересоединение начинается на этой стороне кометы. В работе Веригина и др. (Verigin et al., 1987) описано наблюдавшееся ускорение частиц, возможно вызванное таким пересоединением во время пролёта кометы Галлея космическим аппаратом Vega-1.

Единственная проблема, возникающая в этой модели (Neidner and Brandt, 1978), состоит в том, что явление отрыва изредка наблюдается не только при пересечении гелиосферного токового слоя, но и вдалеке от него (Ip and Mendis, 1978). Для объяснения таких явлений отрыва была предложена модель (Russell et al., 1986), аналогичная модели процесса пересоединения, происходящего в магнитном хвосте Земли во время суббури. В рамках этой модели пересоединение происходит на ночной стороне кометы в токовом слое её хвоста. Условия, требующиеся для инициации такого события, не описываются в рамках модели, но в работе (Malara et al., 1989) было показано, что токовый слой в хвосте кометы подвержен неустойчивости Кельвина–Гельмгольца и тиринг-



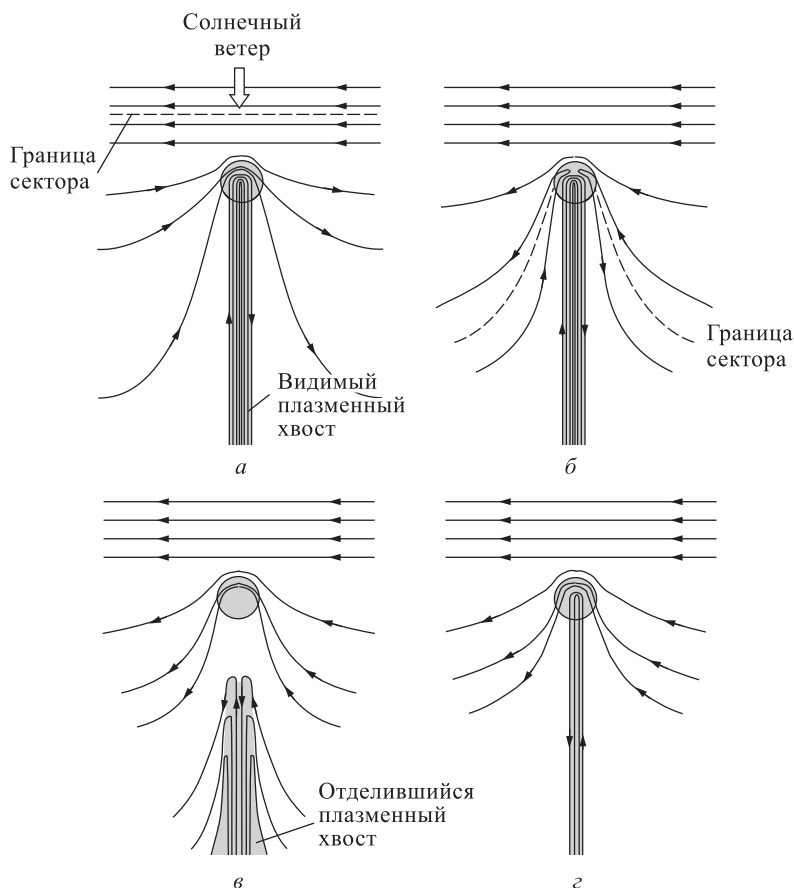


Рис. 10.15. Различные стадии отделения кометного хвоста согласно сценарию (Niedner and Brandt, 1978). (а) Непосредственно перед переходом через границу сектора, кометный хвост находится в стационарном состоянии. (б) При пересечении комой границы сектора возникает пересоединение, вызывающее отрыв хвоста. (в) Оторвавшийся хвост выталкивается в направлении от Солнца со скоростью, близкой к альфвеновской. (г) Со временем происходит образование нового хвоста

неустойчивости при условии, что он является длинным. Интересно, что трёхмерное моделирование (Ogino et al., 1986) показало, что имеет место как модель, описанная в работе (Niedner and Brandt, 1978), так и модель, предложенная в работе (Russell et al., 1986). С помощью численного моделирования было показано, что спонтанные явления отрыва происходят даже, если нет границы между секторами, но, если граница присутствует, то она всегда инициирует явление отрыва, как только происходит столкновение комы с границей.

## Глава 11

### ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ НА СОЛНЦЕ

Началом развития теории пересоединения в приложении к Солнцу можно назвать попытку Р.Г. Джiovанелли разработать электромагнитную модель солнечных вспышек. Его первая работа по этому вопросу, так и называвшаяся «Теория хромосферных вспышек» (Giovannelli, 1946), уже давно потеряла свою актуальность, поскольку в наши дни вспышки трактуются не как хромосферное явление, а как корональное. Поразительные достижения рентгеновской и радио-астрономии, появившиеся уже после статьи Джiovанелли, показали, что вспышки, которые наблюдаются наземными оптическими телескопами как хромосферные, на самом деле являются результатом корональной активности. Во время вспышки плазма в короне нагревается до столь высоких температур ( $T > 10^7$  K), что испускаемое излучение лежит вне видимой области спектра. Поэтому корональные вспышки и нельзя наблюдать в оптические телескопы.

Несмотря на уже неактуальное название его работы, Джiovанелли, по существу, предложил идею, из которой развилась сегодняшняя теория вспышек в короне. Он показал, что излучение в хромосфере, наблюдаемое во время вспышки, создаётся энергичными электронами, ускоренными вдоль магнитных силовых линий электрическим полем вблизи корональных нулевых точек магнитного поля. Правда, Джiovанелли полагал, что электрические поля могут быть индуцированы медленными фотосферными смещениями магнитного поля, но в наши дни такой процесс рассматривается как слишком медленный, чтобы генерировалось достаточно сильное импульсное электрическое поле.

После появления пионерской работы Данжи, посвящённой пересоединению (Dungey, 1953), Свит (Sweet, 1958a) и Паркер (Parker, 1957) переработали модель нулевой точки Джiovанелли, представив процесс, описанный Джiovанелли, как процесс пересоединения, который высвобождает энергию, запасённую магнитным полем, которое связано с корональными токами. Вопрос, на котором было сфокусировано внимание, можно сформулировать следующим образом: может ли процесс пересоединения перевести энергию магнитного поля в кинетическую и тепловую энергию плазмы достаточно быстро, чтобы дать объяснение наблюдаемому выделению энергии в солнечных вспышках. Этот вопрос до сих пор является предметом бурных дискуссий.

Если предположить, что характерные времена пересоединения равны характерным временам диффузии и сопротивление определяется классической формулой Спитцера (Spitzer, 1962), то, конечно, пересоединением невозможно объяснить быстрое выделение энергии в солнечных вспышках. Чтобы проверить это утверждение, рассмотрим большую вспышку, во время которой в активной области, где среднее значение свободного магнитного поля порядка  $10^{-2}$  Т (100 Гс), выделяется энергия порядка  $10^{25}$  Дж ( $10^{32}$  эрг). Чтобы выделилось количество энергии, равное  $10^{25}$  Дж ( $10^{32}$  эрг), размер области в короне ( $L_e$ ), охваченной вспышкой, должен быть порядка  $6 \cdot 10^4$  км. В короне спитцеровский коэффициент магнитной диффузии, определяющийся как

$$\eta \approx 10^9 T^{-3/2} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1},$$

где температура  $T \approx 2 \cdot 10^6$  К, равен  $\eta = 0,35 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$ . Тогда характерное время ( $\tau_d$ ) для обычного процесса диффузии равно (1.16)

$$\tau_d = \frac{L_e^2}{\eta}. \quad (11.1)$$

Подставляя  $L_e = 6 \cdot 10^4$  км и  $\eta = 0,35 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$ , получаем  $\tau_d = 3 \cdot 10^8$  лет. Такие огромные значения характерных времён диффузии служили главным аргументом исследователей, утверждавших, что никакой процесс диффузии, в том числе и пересоединение, не могут быть причиной солнечной вспышки.

Уравнение (11.1) указывает, с помощью каких механизмов может развиваться быстрый процесс пересоединения, такой как обсуждавшийся в первой части, — возникновение малых характерных пространственных масштабов и аномальное сопротивление. Из наблюдений известно, что время импульсной фазы вспышки порядка 100 с. С помощью этого значения характерного времени можно оценить, что масштаб диффузии должен быть в  $10^7$  раз меньше, чем глобальный характерный размер вспышки  $L_e$ , т.е. порядка 6 м. Эта величина более чем на два порядка меньше длины свободного пробега при электрон-ионных столкновениях. Это подразумевает, что диссипация бесстолкновительная (§ 1.7) и формула Спитцера уже не даёт верные результаты, т.е. как аномальное сопротивление, так и мелкие масштабы, похоже, являются важными факторами для объяснения процесса пересоединения в короне.

Пересоединение является ключевым фактором генерации солнечного магнитного поля процессом магнитного динамо, всеобъемлющее описание которого читатель может найти в книгах (Moffat, 1978) и (Proctor et al., 1993). К тому же, солнечная корона исследовалась с помощью различных космических аппаратов (в частности Yohkoh, the Solar and Heliospheric Observatory (SOHO), the Transition Region and Coronal Explorer (TRACE)) и было получено подтверждение, что солнечную корону можно описывать МГД уравнениями, в которых

изменение конфигурации корональных структур обычно связывают с процессами пересоединения. Как оказалось, пересоединение является источником широкого спектра динамических процессов в солнечной короне и даже несёт ответственность за само существование горячей короны. В § 11.1 описываются эруптивные солнечные вспышки и другие взрывные явления. В § 11.2 рассматриваются ограниченные вспышки и аналогичные динамические процессы выделения энергии в более мелких масштабах. Затем в § 11.3 обсуждается роль пересоединения в нагреве короны и в конце, в § 11.4, рассматривается дальняя корона. Как и большинству других приложений теории пересоединения, множеству примеров пересоединения на Солнце, которые были когда-либо опубликованы, легко посвятить целую книгу. Поскольку наши собственные интересы лежат в области процессов в солнечной короне, мы, в основном, сфокусируемся на тех приложениях, которые мы сами знаем лучше.

### 11.1. Крупномасштабные эруптивные явления

Традиционно к крупномасштабным эруптивным явлениям причисляют три типа явлений, происходящих в атмосфере Солнца: *выброс корональной массы* (Coronal mass ejection — CME), *эруптивные протуберанцы* и *большие двухленточные вспышки*. Со временем всё в большей мере становится ясным, что все эти явления в действительности являются результатом одного и того же физического процесса.

CME определяются как крупномасштабный выброс массы и магнитного потока из нижней короны в межпланетное пространство. Измерения на различных коронографах и космических аппаратах показывают, что типичный CME инжектирует в межпланетное пространство магнитный поток величиной примерно  $10^{15}$  Вб ( $10^{23}$  Мк) и порядка  $10^{13}$  кг плазмы (Hundhausen, 1988; Gosling, 1990; Webb et al., 1994). Во время спокойной фазы солнечного цикла происходит примерно два выброса корональной массы в неделю, а во время активной фазы цикла CME может происходить чаще, чем один раз в сутки. Тот факт, что непрерывный выброс магнитного потока посредством CME не приводит к накоплению магнитного потока в межпланетном пространстве, является бесспорным доказательством того, что где-то в короне происходит процесс пересоединения (Gosling, 1975; McComas et al., 1992). Пересоединение обязательно должно происходить, поскольку это единственный процесс, который позволяет магнитным силовым линиям, вмороженным в CME, разрываться и таким образом уменьшать магнитную энергию, которая в противном случае будет накапливаться в солнечном ветре.

Большинство CME не связаны с большими вспышками, но, если произошла большая вспышка, то она почти всегда связана с CME и выбросом протуберанца активной области. Силовые линии в такой активной области с помощью CME становятся разомкнутыми, что при-

водит к формированию вспыхечных лент и петель. Вспыхечные ленты наблюдаются как хромосферные пятна изучения в  $H\alpha$ , которые лежат у подножий вспыхечной петли. Как ленты, так и петли формируются процессом выделения магнитной энергии, во время которого открытые силовые линии пересоединяются, снова создавая замкнутые петли. Видимое движение лент и петлю представляет собой самое лучшее доказательство существования пересоединения в солнечной атмосфере. Измерения доплеровского сдвига окончательно показали, что движение вспыхечных петель и лент происходит не вследствие массового движения солнечной плазмы, а скорее всего вследствие подъёма источника энергии в короне (см., например Schmieder et al., 1987). Как будет показано в п. 11.1.2, это движение полностью описывается моделью пересоединения вспыхечных петель.

Более половины СМЕ связаны с выбросом больших спокойных протуберанцев. С улучшением качества измерений стало очевидным, что эруптивные протуберанцы обладают множеством свойств, типичных для больших вспыхек. Как и большие вспыхки, эруптивные протуберанцы создают петли и ленты, которые движутся обособленно, но в отличие от больших вспыхек, ленты обычно слишком слабы, чтобы быть видимыми в  $H\alpha$ . Тем не менее, ленты часто могут быть видны в линии  $He\ 10830\ \text{\AA}$ , которая является более чувствительным индикатором хромосферной активности (Harvey and Recely, 1984). Выброс спокойного протуберанца обычно не сопровождается генерацией рентгеновского и гамма излучения, возможно вследствие относительной малости магнитных полей ( $< 10$ ) Гс.

Изображения с высоким разрешением, полученные телескопом мягкого рентгеновского диапазона обсерватории Yohkoh, ясно показали, что все выбросы СМЕ и все протуберанцы создают слабые рентгеновские петли (рис. 11.21 ниже). Хотя такие петли намного больше типичных петель солнечных вспыхек, они растут со временем очень похожим образом и приводят к появлению корональных лучей (стримеров) шлемовидной формы с остриём на вершине. Если активные области возникают ниже СМЕ, то в такой активной области всегда наблюдается яркая вспыхечная петля.

В работах (Priest, 1992) и (Švestka and Cliver, 1992) была предложена модель, в рамках которой все солнечные явления, приводящие к выбросу вещества в межпланетное пространство, следует называть *эруптивными вспыхками*. Другие исследователи предлагают оставить термин «вспыхка» для явлений, приводящих к яркой хромосферной эмиссии, которая, по крайней мере в два раза больше фонового излучения. Однако, такое определение расходится с сегодняшними теориями, которые утверждают, что все вспыхки скорее корональные, а не хромосферные явления (Harrison, 1995). Поэтому мы отдаём предпочтение определению вспыхки как быстрого увеличения коронального рентгеновского излучения, а не хромосферного  $H\alpha$  излучения. В рамках этого определения все СМЕ являются эруптивными вспыхками.

Первоначально некоторые исследователи считали, что большие солнечные вспышки или эруптивные протуберанцы инициируют выброс корональной массы, но сегодня ясно, что это не так. Аккуратное исследование временных интервалов, характерных для эруптивных явлений, показало, что СМЕ обычно начинаются за полчаса до начала импульсной фазы вспышки (Harrison, 1995), а, именно, как раз в тот момент времени, когда протуберанец только возбуждается и начинается его медленный подъём перед быстрым выбросом. Кроме того, возможно, что СМЕ содержит большее количество энергии, чем сопутствующая вспышка. С нашей точки зрения, в этом случае мы имеем дело с очень сложной МГД системой, части которой быстро взаимодействуют друг с другом с помощью МГД волн и, что особенно важно, когда происходит выброс, то происходит выброс всей МГД структуры. Протуберанец, СМЕ и иногда вспышка представляют всего лишь различные проявления «эруптивной вспышки».

На рис. 11.1 показаны временные профили на различных длинах волн очень большого выброса, который произошёл 28 августа 1966 года. Этот высокоскоростной выброс корональной массы, которому предшествовала сильная ударная волна, проявившая себя в хромосфере как волна Моретона, сопровождался интенсивным излучением в линии  $H\alpha$ , рентгеновским и радиоизлучением. Волна Моретона — это хромосферный след быстрой МГД ударной волны в короне, который появляется вследствие слабого возмущения в хромосфере, в точке, где быстрая ударная волна пересекается с солнечной поверхностью (Dodson and Hedelman, 1968; Zirin and Lackner, 1969). Через 30 минут после инициации вспышки, произошедшей в 15:21 UT, на Земле было зафиксировано появление энергичных протонов, которые возникли вследствие взаимодействия с ударной волной, когда вспышка находилась достаточно близко к Солнцу (Arnoldy et al., 1968).

Эмиссия  $H\alpha$  возникает на одной из двух вспышечных лент и сигнализирует о начале вспышки. Интенсивность излучения достигает своего максимума в течение 5 минут после начала вспышки, а её ослабление занимает достаточно долгий промежуток времени. Даже через 6 часов интенсивность излучения почти в два раза сильнее довыспышечной интенсивности. Во время быстрой фазы роста эмиссии  $H\alpha$  лента вспышки движется со скоростью более 100 км/с, но как только достигнут пик эмиссии, её скорость быстро падает до величины порядка 4 км/с.

Мягкое тепловое рентгеновское излучение генерируется горячими ( $\geq 10^7$  K) петлями вспышки, подножия которой указывают на  $H\alpha$  ленты. Аналогично  $H\alpha$  эмиссии мягкое рентгеновское излучение продолжает генерироваться в течение нескольких часов после вспышки, а после больших вспышечных явлений такая генерация может продолжаться до двух дней (Švestka, 1976).

Жёсткое рентгеновское излучение ( $> 20$  кэВ) появляется только во время импульсной фазы вспышки, когда интенсивности эмиссии  $H\alpha$

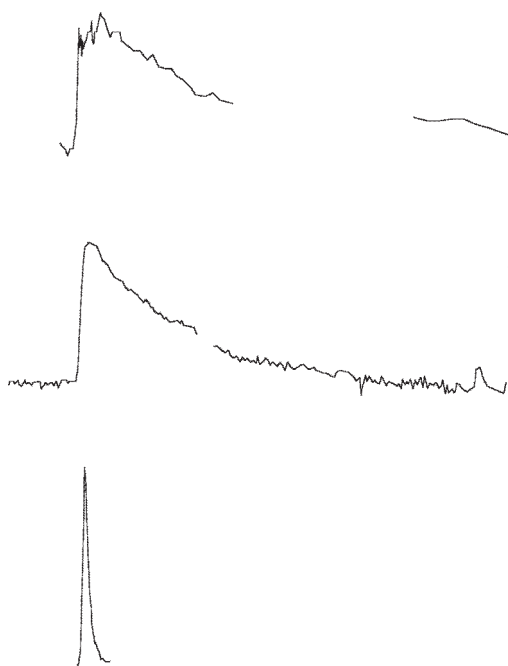


Рис. 11.1. (а)  $H\alpha$ , (б) мягкое и (в) жёсткое рентгеновское излучение от большой двуленточной вспышки 28 августа 1966. Данные по  $H\alpha$  получены обсерваторией МакМат-Халберт и выражены через отношение уровня интенсивности одного из волокон  $H\alpha$  к невозмущённому фоновому возмущению  $H\alpha$  (Dobson and Hedeman, 1968). Данные по мягкому рентгеновскому излучению получены из измерений Explorer 33 (из (Van Allen and Krimigis), опубликованы в (Zirin and Fackner, 1969)). Жёсткий рентгеновский спектр был измерен с помощью ионизационной камеры, чувствительной как к рентгеновскому излучению, так и к протонам с энергией больше МэВ

и мягкого рентгеновского излучения быстро растут. Обычно предполагается, что жёсткое рентгеновское излучение генерируется нетепловыми электронами, и эта интерпретация подтверждается наблюдением радиоизлучения, которое сопровождает жёсткий рентген (Švestka and Simon, 1969). Кроме того, во время импульсной фазы возникают гамма-излучение и нейтроны, что указывает на существование высокоэнергичных протонов с энергиями более 100 МэВ.

**11.1.1. Механизмы выброса — модель петли.** После первого прямого наблюдения СМЕ космическим аппаратом Скайлэб в 1972 г. многие исследователи предположили, что корональные выбросы массы генерируются расширением горячей плазмы, производимой большими

вспышками, по направлению от Солнца. Сегодня мы знаем, что это не так. Для такого вывода есть несколько причин. Во-первых, менее 20 % всех СМЕ связано с большими вспышками (Gosling, 1993). Во-вторых, СМЕ, которые связаны со вспышками, часто начинаются ещё до инициации вспышки (Harrison et al., 1985; Wagner et al., 1981). И наконец, в-третьих, тепловая энергия, генерируемая вспышкой, недостаточна, чтобы ускорить СМЕ до высоких скоростей порядка (500–1200 км/с), какие иногда наблюдаются (Canfield et al., 1980; Linker et al., 1990; Webb et al., 1980). В настоящее время общепринятое объяснение происхождения СМЕ состоит в том, что их появление происходит вследствие потери устойчивости или равновесия коронального магнитного поля. Непрерывное всплывание магнитного потока из конвективной зоны и перепутывание оснований замкнутых корональных магнитных силовых линий вызывает натяжения в корональном магнитном поле. В конечном счёте, эти натяжения магнитного поля превышают порог, после которого устойчивое равновесное состояние уже не может поддерживаться, и происходит выброс магнитного поля. В процессе выброса происходит выделение магнитной энергии, запасённой магнитным полем, связанным с корональными токами, поэтому модели, основанные на этом механизме, иногда называют *моделями накопления*.

Во время СМЕ магнитные силовые линии, связывающие выброшенную плазму с фотосферой, вытягиваются, формируя протяжённую структуру с незамкнутыми линиями магнитного поля. Это размыкание линий поля создаёт очевидный парадокс, поскольку вытягивание линий подразумевает, что магнитная энергия системы увеличивается, тогда как модели накопления требуют, чтобы она уменьшалась (Sturrok et al., 1984). Барнес и Старрок (Barnes and Sturrok, 1972) доказали, что этот парадокс может быть легко разрешён, поскольку при релаксации поля, в котором присутствует большое натяжение магнитных силовых линий (которое возникает до выброса), выделяется больше магнитной энергии, чем запасается в вытянутых линиях поля. Другими словами, магнитная энергия, требуемая для размыкания линий поля, должна быть меньше, чем свободная магнитная энергия, запасённая в короне. Следуя этим рассуждениям, Копп и Пнойман (Copp and Pnevman, 1976) предложили модель, изображённую на рис. 11.2 *a*, для эруптивной вспышки, состоящую из трёх стадий. Перед выбросом энергия запасается в бессиловой аркаде или петле. Со временем происходит выброс поля и формируется полностью открытая конфигурация магнитных силовых линий. В итоге открытая конфигурация поля пересоединяется с замкнутой, формируя почти бестоковое поле. Согласно Барнесу и Старроку (Barnes and Sturrok, 1972) эволюция от первой ко второй стадии должна быть процессом, описываемым в рамках идеальной МГД, тогда как эволюция от второй к третьей стадии описывается в рамках резистивной МГД. Таким образом, состояние на второй стадии должно представлять собой некоторое метастабильное состояние при некотором промежуточном значении энергии.



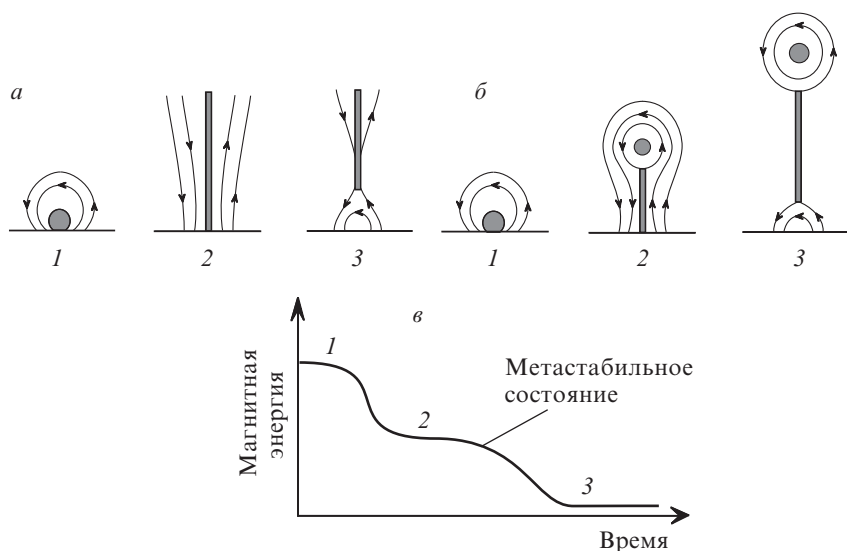


Рис. 11.2. Два сценария, предложенных для описания процесса размыкания магнитного поля. (а) В первом — процесс в рамках идеальной МГД изменяет конфигурацию с замкнутыми линиями (1) в конфигурацию с разомкнутыми, (2) во время импульсной фазы, когда пересоединение перезамыкает линии (3) во время фазы развития. (б) Во втором процесс в рамках идеальной МГД создаёт относительно короткий токовый слой без разомкнутых силовых линий, но магнитное поле всё же может отрываться, при условии, что в слое происходит быстрое пересоединение. Если во время выброса нет никакого пополнения магнитной энергии, то магнитная энергия монотонно уменьшается во время как взрывной фазы, так и фазы развития (в)

В 1984 в работе (Aly, 1984) было предположено, что вышеприведённый сценарий энергетически невозможен. Было показано, с помощью довольно общего доказательства, что конфигурация с полностью открытым магнитным полем, изображённая на рис. 11.2а, должна в любом случае обладать большей магнитной энергией, чем соответствующее бессловое магнитное поле до тех пор, пока магнитное поле является односвязанным. Теоретическое доказательство этого предположения в наши дни было развито в работах (Aly, 1991) и (Sturrock, 1991). Результаты работы Али вызвали оцепенение среди теоретиков МГД, поскольку, на первый взгляд, кажется, что эруптивные вспышки энергетически невозможны. Тем не менее, существует несколько путей, которые дают возможность обойти это затруднение (Priest and Forbes, 1990). Во-первых, магнитные силовые линии не обязательно должны быть односвязанными, но могут содержать Х- и О-точки. Во-вторых, выброс в рамках идеальной МГД может вытягивать линии поля, пока все линии не станут разомкнутыми на бесконечности (рис. 11.2б).

Наконец, выброс в рамках идеальной МГД возможен, если только часть замкнутых силовых линий становятся разомкнутыми (Wolfson and Low, 1992; Low and Smith, 1993).

В одной из моделей накопления, которой было уделено много внимания, была попытка создать выброс с помощью сдвигов оснований аркады петель (Mikic et al., 1988; Martinell, 1990; Steinolfson, 1991; Inhester et al., 1992; Aly, 1994; Kusano et al., 1995; Amari et al., 1996). В двумерных бессиловых конфигурациях с симметрией по отношению к сдвигам (иногда называемых  $2\frac{1}{2}D$  конфигурациями) смещение оснований заставляет аркаду равномерно расширяться по направлению к полностью открытому состоянию магнитного поля даже без генерации выброса. Однако до сих пор неизвестно, является ли такая модель верной для трёхмерных конфигураций с аксиальной симметрией. В работе (Wolfson and Low, 1992) была проанализирована аксиально симметричная аркада петель, расположенная вдоль экватора сферы, северная и южная полусферы которой сдвинуты в противоположных направлениях. Этот анализ, хотя и не окончательный, показывает, что изначально замкнутая аркада петель может взрываться, образуя частично открытую конфигурацию, содержащую токовый слой.

Даже если сдвиг аркады не вызывает потерю равновесия или устойчивости в идеальной МГД, всё равно возможно создать быстрый выброс, например, с помощью резистивной неустойчивости. Сдвиг аркады приводит к формированию токового слоя, в котором могут происходить процессы пересоединения. Если пересоединение происходит достаточно быстро, со скоростью порядка нескольких альфвеновских времён  $\tau_A$ , то происходит быстрый выброс (Aly, 1994). На рис. 11.3 показаны результаты численного моделирования такого процесса (Mikić and Linker, 1994). С  $t = 0$  до  $t = 540 \tau_A$  аркада подвергается сдвигу, а сопротивление настолько близко к нулю, насколько это возможно. После  $540 \tau_A$  сдвиг прекращается, и сопротивление сразу же возрастает и эффективное магнитное число Рейнольдса уменьшается до  $10^4$ . Это возрастание сопротивления приводит к пересоединению и формированию жгута магнитных силовых линий, который вытесняется в сторону от Солнца.

Чтобы вышеописанный механизм работал, скорость пересоединения должна претерпевать внезапное изменение. Перед выбросом скорость пересоединения должна быть намного меньше, чем характерный временной масштаб фотосферных движений, и энергия может запасаться в корональных токах. После выброса скорость пересоединения должна быть большой, чтобы происходило быстрое выделение энергии. Таким образом, полная модель процесса выброса должна объяснять, почему скорость пересоединения претерпевает внезапные изменения во время выброса. Существуют несколько возможных механизмов для объяснения этого явления. Например, если токовый слой подвержен тиринг-неустойчивости (§ 6.2), то пересоединение не происходит до тех пор, пока длина токового слоя не становится больше его ширины в  $2\pi$  раз

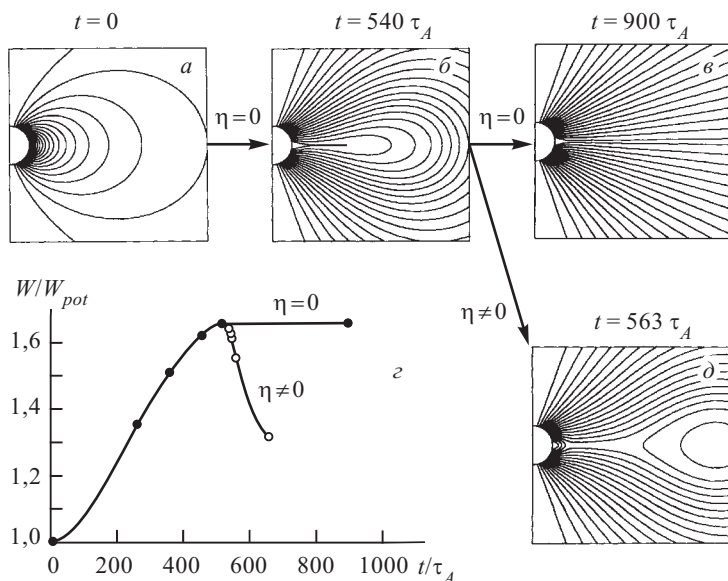


Рис. 11.3. Квазистатическая эволюция аксиально симметричной арки в ответ на сдвиг её подножий. (а) Начальная конфигурация представляет собой диполь с осью, проходящей через Солнце, которая (б) эволюционирует к бессипловому полю при вращении подножий в верхней и нижней полусферах в противоположных направлениях. (в) После поворота на  $126^\circ$  конфигурация поля становится полностью открытой и остаётся таковой, если коэффициент диффузии  $\eta$  равен нулю. (г) Если происходит выброс плазмоида, то  $\eta$  растёт. (д) График соответствующей временной эволюции полной энергии, нормированной на потенциальную энергию (Mikić and Linker, 1994)

(Furth et al., 1963). В качестве альтернативного механизма, как только токовый слой развивается, плотность тока может оказаться больше порога микронеустойчивости, создающей аномальное сопротивление (Heyvaerts and Priest, 1976). Аномальное сопротивление впоследствии является триггером быстрого пересоединения и выброса магнитного жгута, как показано на рис. 11.3.

Аркады со сдвигом могут формироваться также всплыванием жгута магнитного поля из подфотосферных слоёв, пока центральная ось жгута лежит на или под фотосферой. Однако, если ось жгута лежит над фотосферой, то аркада будет содержать жгуты, силовые линии которых закреплены у его концов.

Двумерная модель магнитного жгута с эруптивным поведением была предложена в работе (Priest and Forbes, 1990) и развита в работе (Forbes and Priest, 1995). Эта модель имеет недостаток, заключающийся в том, что двумерный жгут силовых линий не может быть закреплён на концах, как этого следовало бы ожидать в реальной трёхмерной

конфигурации. Однако эта модель демонстрирует основные концепции, которые важны для модели вспышки, основанной на потере идеального

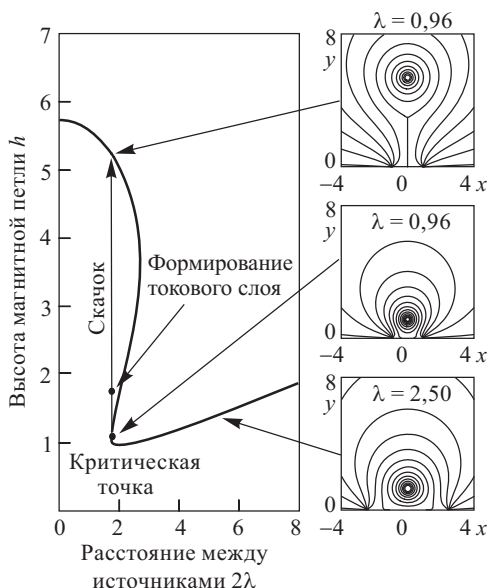


Рис. 11.4. Модель магнитной петли. (а) Эволюция двумерной арки, содержащей незкранированную магнитную петлю высоты  $h$ , в рамках идеальной МГД при уменьшении разделения источников  $2\lambda$ . (б), (в) Высоты петли и арки быстро растут, как только два фотосферных источника поля становятся слишком близкими друг к другу. (г) В отсутствие пересоединения выброс приводит к новому равновесному состоянию, содержащему токовый слой

нических условий происходит медленнее характерного временного масштаба, порядка альфвеновского времени в короне.

Граничное условие на фотосфере имеет вид

$$A(x, 0) = A_0 \mathcal{H}(\lambda - |x|), \quad (11.3)$$

где  $\mathcal{H}$  — функция Хевисайда и  $A_0$  — суммарный поток через фотосферу в области  $x \geq 0$  (или, что одно и то же, величина  $A$  в начале координат). Это граничное условие соответствует двум источникам магнитного поля с противоположной полярностью, расположенным в  $x = \pm\lambda$ . Если эти источники медленно двигаются вместе, то магнитный жгут, в конечном итоге, выбрасывается вверх, создавая вертикальный то-

МГД равновесия. В модели петля теряет равновесие, когда фотосферные источники поля сближаются друг с другом, как это показано на рис. 11.4. Конфигурация магнитного поля была получена решением уравнения Грэда–Шаффрнова

$$\nabla^2 A + \frac{1}{2} \frac{dB_z^2}{dA} = 0 \quad (11.2)$$

в полуплоскости плоскости  $xy$  с  $y \geq 0$ , где  $B_z$  — поле, перпендикулярное к плоскости  $xy$ , и  $A(x, y)$  — функция потока, определяемая как

$$(B_x, B_y, B_z) = \left[ \frac{\partial A}{\partial y}, -\frac{\partial A}{\partial x}, B_z(A) \right].$$

Поверхность  $y = 0$  соответствует фотосфере. Уравнение (11.2) используется для конструирования эволюционной последовательности бессилового равновесия магнитного поля, в предположении, что изменение фотосферных гра-

ковый слой, как показано на рис. 11.4. Конфигурация поля с петлёй и токовым слоем имеет потенциал вида

$$A(x, y) = \operatorname{Re} \left[ \frac{\mu I}{2\pi} \ln \left( \frac{\sqrt{\zeta^2 + b^2} + i\sqrt{h^2 + b^2}}{\sqrt{\zeta^2 + b^2} - i\sqrt{h^2 + b^2}} \right) + \right. \\ \left. + i \frac{A_0}{\pi} \ln \left( \frac{\sqrt{\zeta^2 + b^2} + i\sqrt{b^2 + \lambda^2}}{\sqrt{\zeta^2 + b^2} - i\sqrt{b^2 + \lambda^2}} \right) \right] \quad (11.4)$$

для  $|\zeta - ih| > a$ , где  $\zeta = x + iy$  — комплексная координата,  $h$  — высота петли,  $a$  — радиус петли,  $I$  — ток по петле и  $b$  — высота токового слоя, который лежит ниже петли. Для  $|\zeta - ih| \leq a$ , функция потока имеет вид

$$A(x, y) = f(r, I), \quad (11.5)$$

где через

$$r = \sqrt{x^2 + (y - h)^2}$$

обозначена координата на петле и  $f(r, I)$  — решение для равновесного состояния изолированного жгута магнитных силовых линий в отсутствие других источников тока, которое было получено в работе Паркера (Parker, 1974).

Аксиальное поле  $B_z$  внутри жгута ( $r < a$ ) определяется подстановкой уравнения (11.5) в уравнение Грэда-Шафранова (11.2) и интегрированием этого уравнения. Для  $r > a$  функция потока (уравнение (11.4)) потенциальна и поэтому везде вне магнитного жгута  $B_z = 0$ .

Равновесная величина  $h$  задаётся параметрически как функция  $\lambda$  через

$$\lambda = \frac{1 + \xi^2}{4\xi^2} a_0 \exp \left[ \left( \frac{\pi}{4} + \ln \frac{2\lambda_0}{a_0} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{\xi} \right) \left( \frac{1 + \xi^2}{2\xi} \right) \right] \quad (11.6)$$

для  $\xi \leq \sqrt{3}$  и

$$\lambda = \frac{(3\xi^2 - 1)\sqrt{2(\xi^2 - 1)}}{4\xi^2(\xi^2 + 1)} \times \\ \times a_0 \exp \left\{ \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{2\lambda_0}{a_0} - \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{\frac{\xi^2 - 1}{2\xi^2}} \right] \left[ \sqrt{\frac{2(\xi^2 - 1)}{\xi}} \right] \right\} \quad (11.7)$$

для  $\xi \geq \sqrt{3}$ , где

$$h = \lambda\xi \quad (11.8)$$

и  $\xi$  — параметр. Константы  $a_0$  и  $\lambda_0$  равны значениям  $a$  и  $\lambda$  в точке на равновесной кривой, где ток по магнитному жгуту достигает своего максимального значения

$$I_0 \equiv \frac{4A_0}{\mu}$$

при  $\xi = 1$ .

Соответствующий ток в жгуте равен

$$I = I_0 \frac{2\xi}{\xi^2 + 1} \quad (11.9)$$

для  $\xi \leq \sqrt{3}$  и

$$I = I_0 \frac{\xi}{2\sqrt{\xi^2 - 1}}$$

для  $\xi \geq \sqrt{3}$ , тогда как радиус жгута равен

$$a = a_0 \frac{I_0}{I}$$

для любого  $\xi$ . Высота  $b$  токового слоя равна

$$b = \xi \lambda \sqrt{\frac{\xi^2 - 3}{3\xi^2 - 1}}. \quad (11.10)$$

В уравнениях (11.6)–(11.10) предполагается, что радиус жгута  $a$  намного меньше его высоты  $h$ . Это предположение даёт возможность воспользоваться преимуществом, которое даёт тот факт, что магнитное поле от всех внешних источников исчезает, если магнитный жгут находится в положении равновесия (Forbes and Isenberg, 1991). Для такой модели жгута могут существовать три внешних источника магнитного поля. Первый источник — это ток фотосферного источника, который создаёт фоновое поле, второй — токовый слой, третий — поверхностный ток, который возникает вследствие закрепления силовых линий. В отсутствие жгута суммарное поле этих трёх источников создаёт Х-линию при  $x = 0$ ,  $y = h$ . Таким образом, если  $a \ll h$ , то равновесие внутри жгута приблизительно такое же, как в случае, когда нет никаких внешних источников, и уравнение может быть решено независимо от глобального равновесия. Как показано в работе (Forbes and Priest, 1995), ошибка вычисления составляет порядка  $(a/h)^2$ .

На рис. 11.4а показана равновесная высота жгута как функция расстояния между источниками ( $2\lambda$ ) для  $a_0 = 0,1\lambda_0$ . Кривая, имеющая форму буквы  $\mathcal{S}$ , характерна для катастроф с точкой возврата, когда верхняя и нижняя ветви устойчивы, а средняя — неустойчива (Poston and Stewart, 1978). Если начать с конфигурации, соответствующей точке на нижней ветви, как показано на рис. 11.4б, и затем двигать области источников в направлении друг друга, то катастрофа произойдёт, когда  $\lambda$  достигнет точки, в которой нижняя и средняя ветви равновесной кривой пересекаются. В этой точке конфигурация маг-

нитного поля (рис. 11.5 *в*) становится неравновесной, и силовые линии выталкиваются вверх из-за дисбаланса между магнитным сжатием и силами натяжения, действующими на силовые линии (Van Tend and Kuperus, 1978.; Yeh, 1983; Martens and Kuin, 1989; van Ballegooijen and Martens, 1989).

Что происходит после потери равновесного состояния, зависит от динамики системы. С одной стороны, если предположить, что нет никакого пересоединения и вся кинетическая энергия, выделяемая при потере равновесия, диссипирует, то жгут силовых линий опять становится устойчивым в самой высокой равновесной точке, показанной на рис. 11.4 *г*. С другой стороны, если эта энергия не диссипирует, то жгут будет осциллировать между нижней точкой равновесия в точке катастрофы и точкой где-то выше наивысшей точки равновесия.

В конечном итоге, если происходит пересоединение, то силовые линии продолжают двигаться вверх до бесконечности, хотя их движение может быть замедлено после прохождения точки наивысшего равновесия.

Модель, изображённая на рис. 11.4, в некотором смысле идеализирована, поскольку весь сдвиг в системе содержится в жгуте, который не пересекает фотосферу. Тем не менее, выброс всё же происходит, даже если радиус жгута весьма велик (Forbes and Priest, 1995). Сдвиг аркады, лежащей над жгутом, также увеличивает энергию, выделяющуюся при резком изменении параметров в случае идеальной МГД (Démoulin et al., 1991).

Проникнуть в суть того, как пересоединение инициируется выбросами (вызванными потерей равновесия или устойчивости в рамках идеальной МГД), можно, проанализировав динамическую эволюцию жгута силовых линий в предположении, что возникновению процессов пересоединения не препятствует проводимость плазмы. Это предположение выводит нас за рамки идеальной МГД, потому что силовые линии магнитного поля перестают быть вмороженными в плазму, а вместо этого двигаются, как двигались бы через вакуум. В предположении существования быстрого пересоединения можно получить представление,

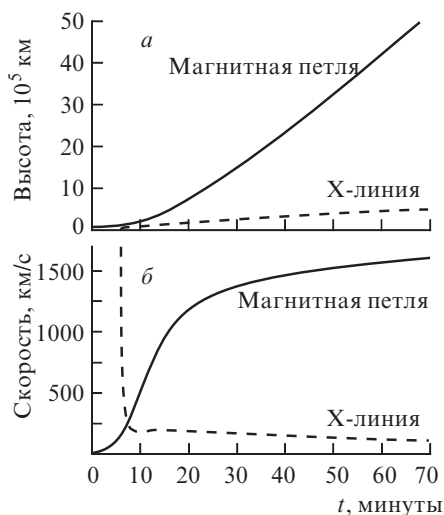


Рис. 11.5. Высоты (*а*) и скорости (*б*) магнитной петли и Х-линии как функции времени, если скорость пересоединения неограниченна

как пересоединение инициируется во времени магнитными силами, которые выталкивают магнитный жгут вверх.

В отсутствие токового слоя поле вне жгута определяется уравнением (11.4), где нужно положить  $b = 0$ . Хотя мы предполагаем, что силовые линии уже не вморожены в плазму на X-линии, всё же предполагается, что они вморожены в жгут. Полагая, что значение  $A(0, h - a)$  постоянно, получаем выражение для тока жгута как функцию его высоты ( $h$ ):

$$\left(\frac{I}{I_0}\right) \ln\left(\frac{2h}{a}\right) + \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\lambda}{h}\right) = \ln\left(\frac{2\lambda_0}{a_0}\right) + \frac{\pi}{4}, \quad (11.11)$$

где  $a = a_0 I / I_0$ , как и было определено выше. Магнитная энергия на единицу длины во время выброса (Forbes and Priest, 1995) равна

$$W_m(h) = \frac{4A_0^2}{\pi\mu} \left[ \left(\frac{I}{I_0}\right) \ln\left(\frac{2h}{a}\right) + \frac{1}{4} + \frac{I^2}{2I_0^2} \right].$$

Пренебрегая гравитацией и предполагая, что вся выделяемая энергия идёт на увеличение кинетической энергии плазмы, можно найти высоту жгута

$$\dot{h} = \sqrt{2[W_s - W_m(h)]/m}, \quad (11.12)$$

где  $W_s$  — запасённая магнитная энергия, т. е.  $W_m$  в верхней точке, и  $m$  — эффективная масса на единицу длины. В выражении (11.12) предполагается, что масса сконцентрирована в жгуте и пренебрегается движением жидкости и волнами, возникающими из-за перераспределения массы.

На рис. 11.5 показаны траектории жгута и X-линии, полученные численным интегрированием уравнения (11.12). Жгут сначала поднимается медленно, поскольку подъём начинается из состояния равновесия. Затем скорость подъёма на какое-то время быстро возрастает, но в конце концов устанавливается на уровне, который можно найти, приравняв кинетическую энергию плазмы и магнитную энергию, запасённую в системе. Напротив, скорость X-линии, которая появляется приблизительно при  $t = 7$  мин, чрезвычайно высока в первый момент, но затем быстро понижается со временем. В этом примере начальная скорость X-линии была бесконечной, потому что фотосферное поле было представлено в виде двух точечных источников. Для неточечных источников начальная скорость конечна, но в любом случае она уменьшается со временем, возможно, за исключением очень слабого возрастания во время быстрого ускорения жгута.

Чтобы получить величины, представленные на рис. 11.5, были использованы следующие значения параметров:  $\lambda = 5 \cdot 10^4$  км,  $L = 10^5$  км,  $a_0 = 0,4\lambda_0$ ,  $n = 5 \cdot 10^{16}$  м<sup>-3</sup> и  $B_0 \equiv A_0/\lambda_0 = 10^{-2}$  Т (100 Гс), где  $a_0$  и  $\lambda_0$  были определены выше,  $L$  — характерный масштаб в направлении  $z$  (из плоскости рис. 11.4) и  $n$  — эффективная полная плотность частиц. Для этих величин напряжённость магнитного поля



при  $x = 0$ ,  $y = 0$  на поверхности фотосферы равна  $2B_0/\pi$  или  $6,4 \times 10^{-3}$  Т (64 Гс), а напряжённость потенциального поля фотосферы на высоте магнитного жгута в начальный момент времени равна  $B_0/\pi$  или приблизительно  $3,2 \cdot 10^{-3}$  Т. Свободная магнитная энергия, запасённая в этой системе, составляет  $6,1 \cdot 10^{25}$  Дж ( $6,1 \cdot 10^{32}$  эрг) и выделение энергии, произошедшее к моменту  $t = 70$  мин., последнему значению времени, показанного на рис. 11.5, составляет  $2,2 \cdot 10^{25}$  Дж. Полная масса инжектированного вещества, включая плазму среды, окружающую жгут, приблизительно равна  $n\bar{m}L\lambda_0^2 = 2,1 \cdot 10^{13}$  кг, а скорость магнитного жгута при  $t = 70$  мин около 1,5 альфвеновской скорости  $v_{A0} \equiv B_0/\sqrt{\mu n\bar{m}}$ , где  $\bar{m}$  средняя масса частицы. Соответствующий альфвеновский масштаб времени ( $\tau_{A0} = \lambda_0/v_{A0}$ ) равен 51 с. Скорость магнитного жгута при  $t = 70$  мин. порядка 60% его конечной скорости, которая равна 2400 км/с.

Скорости, показанные на рис. 11.5 б представляют верхние границы реальных скоростей, поскольку большая часть энергии, возможно вплоть до половины, будет потеряна вследствие диссипативных процессов, которые нагревают плазму вспышки, и процессов формирования ударных волн. Вдобавок жгут должен будет производить работу по преодолению гравитации, что ещё сильнее понизит его скорость.

Рисунок 11.6 а показывает скорость выделения магнитной энергии во время выброса для параметров, использованных при построении рис. 11.5. Непосредственно перед формированием X-линии ( $t = 7$  мин.) имеет место незначительное выделение энергии, со временем скорость выделения сильно возрастает. После достижения своего максимального значения (около  $t = 13$  мин.) скорость выделения энергии спадает почти до начального низкого уровня и остаётся постоянной в течение долгого времени. Хотя кривая выделения энергии, как кажется, подразумевает, что большая часть энергии выделяется ещё до достижения  $t = 70$  мин, только 40% полной энергии высвобождается к этому времени. Таким образом, даже если скорость пересоединения не ограничивается проводимостью плазмы, выделение энергии происходит в течение достаточно долгого периода времени.

Чтобы понять такой быстрый рост и такое медленное уменьшение выделения энергии, полезно рассмотреть математически простые уравнения, которые получаются, когда радиус петли намного меньше характерного масштаба длины  $\lambda_0$ . Если  $a \rightarrow 0$ , то вершина кривой равновесия оказывается в точке  $h = \lambda_0$ ,  $\lambda = \lambda_0$ . Разложение по степеням  $\ln(2\lambda_0/a_0)$  приводит уравнение (11.12) к виду

$$\dot{h} \approx \sqrt{\frac{8}{\pi}} v_{A0} \left[ \ln\left(\frac{h}{\lambda_0}\right) + \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{h}{\lambda_0}\right) \right]^{1/2} + \dot{h}_0, \quad (11.13)$$

где  $\dot{h}_0$  — начальное возмущение скорости, которое при вычислении кривых на рисунках 11.5 и 11.6 мы положили равным 1% от альфве-

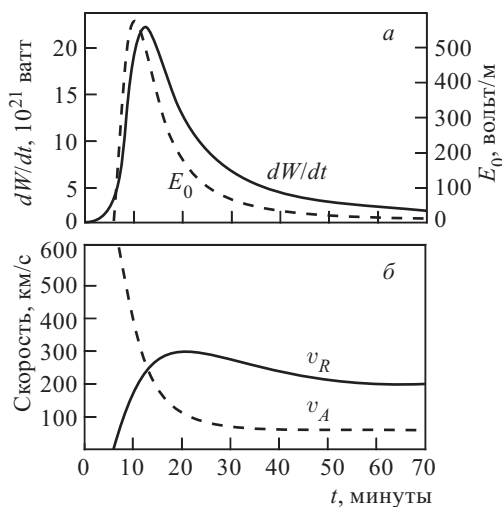


Рис. 11.6. Поведение параметров в модели магнитной петли при неограниченной скорости пересоединения. (а) Скорость изменения ( $dW/dt$ ) магнитной энергии (сплошная кривая) и электрического поля ( $E_0$ ) на X-линии (пунктирная кривая) как функций времени (1 Вт =  $10^7$  эрг · с<sup>-1</sup>). (б) Скорость пересоединения ( $v_R$ , сплошная кривая) и альфвеновской скорости в окружающей плазме ( $v_A$  — пунктирная кривая) на высоте X-линии как функции времени

новской скорости. Соответствующая скорость выделения энергии

$$\dot{W}_m = \frac{4A_0^2}{\pi\mu} \frac{\dot{h}(h - \lambda_0)^2}{h(h^2 + \lambda_0^2)}.$$

В начальный момент времени, когда  $h/\lambda_0 \ll 2$  эти выражения упрощаются, приводя к

$$\dot{h} \approx \sqrt{\frac{4}{3\pi}} v_{A0} \left( \frac{h}{\lambda_0} - 1 \right)^{3/2} + \dot{h}_0$$

и

$$\dot{W}_m = -\frac{2A_0^2}{\pi\mu} \left( \frac{h}{\lambda_0} - 1 \right)^2 \frac{\dot{h}}{\lambda_0}. \quad (11.14)$$

Решая эти уравнения для определения  $h$  как функции времени и предполагая  $t \ll \lambda_0/v_{A0}$ , получаем

$$h \simeq \lambda_0 + \dot{h}_0 t + \frac{4v_{A0}}{5\sqrt{3\pi}} \left( \frac{\dot{h}_0}{\lambda_0} \right)^{3/2} t^{2/5} \quad (11.15)$$

$$\dot{h} \simeq \dot{h}_0 + \frac{2v_{A0}}{\sqrt{3\pi}} \left( \frac{\dot{h}_0}{\lambda_0} \right)^{3/2} t^{3/2}.$$

Эти выражения показывают, что начальное выделение энергии растёт алгебраически во времени с характерным временным масштабом, который определяется размером начального возмущения. Как только  $h/\lambda_0$  достигает 2,  $\dot{h}$  стремится к  $2v_{A0}/\sqrt{3\pi} + \dot{h}_0$ , т. е. к альфвеновской скорости во внешней среде, если  $\dot{h}_0 \ll v_{A0}$ . Таким образом соответствующий процесс эволюции будет быстрым, происходящим за время, сравнимое с альфвеновским ( $\tau_{A0}$ ).

С течением времени, когда  $h/\lambda_0 \gg 1$ , но  $|\ln h|$  всё ещё меньше  $|\ln a|$ , уравнение (11.13) сводится к

$$\dot{h} \approx \sqrt{\frac{8}{\pi}} v_{A0} \left[ \ln \left( \frac{h}{\lambda_0} \right) - \frac{\pi}{2} \right]^{1/2}, \quad (11.16)$$

которое имеет решение вида

$$\frac{2h}{\lambda_0} \text{daw} \left[ \sqrt{\ln \left( \frac{h_0}{\lambda_0} \right) - \frac{\pi}{2}} \right] \approx \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{t}{\tau_{A0}} + \text{const}, \quad (11.17)$$

где daw — интегральная функция Доусона (см. Spanier and Oldham, 1987), и const — константа интегрирования, которая может быть получена только из точного решения. Если мы далее предположим, что  $\ln(h/\lambda_0) \gg 1$ , то уравнение (11.16) сведётся к

$$\dot{h} \approx \lambda_0 \sqrt{\frac{8}{\pi}} \left[ \ln \left( \frac{h_0}{\lambda_0} \right) \right]^{1/2} \frac{t}{\tau_{A0}},$$

и скорость выделения энергии равна:

$$\dot{W}_m \approx \frac{4A_0^2}{\pi\mu} \frac{1}{t}. \quad (11.18)$$

Следовательно, выделяемая мощность уменьшается со временем до тех пор, пока жгут не достигнет высоты порядка  $h \approx \lambda_0^2/a_0$ . Когда  $h \gg \lambda_0^2/a_0$ , скорость жгута будет постоянна и почти достигнет своего окончательного значения, равного

$$\dot{h}_{term} \approx \sqrt{\frac{8}{\pi}} v_{A0} \left[ \ln \left( \frac{2\lambda_0}{a_0} \right) \right]^{1/2}.$$

В этой двумерной модели зависимость  $1/t$  возникает вследствие того, что сила сжатия, регулирующая процесс, уменьшается как  $1/h$ . Поэтому можно ожидать, что поскольку в трёхмерной модели эта сила будет уменьшаться, как  $1/h^3$  на больших расстояниях, то и скорость выделения энергии будет уменьшаться намного быстрее. Однако в трёхмерной модели существует ещё одна сила, возникающая вследствие кривизны жгута (Shafranov, 1966; Garren and Chen, 1994), и эта сила уменьшается со скоростью  $h^{-1} \ln(h/a_0)$ , что немного медленнее, чем  $1/h$ . Таким образом, в трёхмерной модели выброса не обязательно будет наблюдаться более быстрый спад значений параметров.

Скорость, с которой уменьшается скорость выделения энергии, намного меньше скорости, с которой мощность вспышки растёт во время фазы роста. Время, необходимое чтобы мощность возросла в 100 раз во время фазы роста, равно примерно 1,5 альфвеновских времён, тогда как время, необходимое для уменьшения мощности на такую же величину во время фазы спада, около 100 альфвеновских времён. Иногда предполагалось, что разница между скоростями роста и спада мощности вспышки отражает характерные времена физических процессов, ответственных за это. Например, в некоторых моделях вспышек предполагалось, что время роста показывает скорость пересоединения, в то время как время распада определяет скорость радиационного или конвективного охлаждения. В примере выше, как время роста, так и время спада определяются одним и тем же процессом инжекции энергии. Скорость нарастания определяется альфвеновским временным масштабом в основании короны, поскольку выброс обусловлен потерей МГД равновесия, которая происходит в этой области. Время спада, напротив, определяется уменьшением движущей магнитной силы с высотой (как  $1/h$ ).

Изменения электрического поля на X-линии показаны на рис. 11.6 пунктирной кривой. Это электрическое поле можно назвать мерилом скорости пересоединения в двумерной системе, поскольку электрическое поле даёт скорость, с которой магнитные силовые линии проходят через X-линию. Электрическое поле не растёт до  $t = 7$  мин. вследствие того, что выброс, в рамках модели, начинается до начала пересоединения.

Для рассмотренной модели жгута расположение X-линии определяется как

$$y_0 = \left[ \frac{\lambda h(hI_0 - 2I\lambda)}{\lambda I_0 + 2Ih} \right]^{1/2} \quad (11.19)$$

и электрическое поле ( $E_0$ ) имеет вид

$$E_0 = -\frac{\partial A(0, y_0)}{\partial t} = -\frac{\partial A}{\partial y_0} \frac{\partial y_0}{\partial t} - \frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial A}{\partial h} \dot{h},$$

поскольку  $\partial A / \partial y_0 = B_x(y_0) = 0$  на X-линии. Подстановка выражения

$$A(0, y_0) = \frac{A_0}{\pi} \left[ 2 \frac{I}{I_0} \ln \left( \frac{y_0 + h}{h - y_0} \right) + 2 \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\lambda}{y_0} \right) \right], \quad (11.20)$$

которое получается, если положить  $b = 0$  и  $y = y_0$  в уравнении (11.4), приводит к уравнению

$$E_0 = -\frac{2}{\pi} A_0 \dot{h} \left[ \frac{2y_0(I/I_0)}{y_0^2 - h^2} + \frac{\partial(I/I_0)}{\partial h} \ln \left( \frac{h + y_0}{h - y_0} \right) \right], \quad (11.21)$$

где  $y_0$  задаётся уравнением (11.19), а  $I/I_0$  — уравнением (11.11).

Теперь можно оценить влияние проводимости плазмы на пересоединение в вышеописанной модели, рассмотрев скорость, с которой

магнитные силовые линии движутся к X-линии. На самой X-линии скорости линий поля бесконечны (§ 1.4), но, используя логические построения, аналогичные использованым в гл. 4, можно определить скорость пересоединения  $v_R$  как электрическое поле на X-линии, делённое на характерную напряжённость магнитного поля. Простейший выбор — это использовать фоновое фотосферное поле на высоте нейтральной линии. В пределах множителя порядка 2 или даже меньше напряжённость этого поля равна максимальной напряжённости полного поля вдоль линии  $y = y_0$ . Поэтому фотосферный вклад в поле на X-линии можно выразить через внешнее электрическое поле на высоте X-линии. Приняв эти предположения, получаем скорость пересоединения

$$v_R = \frac{E_0}{B_p(0, y_0)},$$

которая показана на рис. 11.6б как функция времени. Теперь сравним эту скорость с альфвеновской скоростью в окружающей плазме в рамках простой модели внешнего поля. Предполагая, что гравитационное ускорение не меняется с высотой и корона изотермична, получаем зависимость альфвеновской скорости от высоты в виде:

$$v_A = \frac{B_p(0, y_0)}{\sqrt{\mu m n_0}} e^{y_0/2h_y},$$

где  $H_g = T_0/g$  — характерный гравитационный масштаб и  $n_0$  — плотность в основании короны  $y = 0$ . Здесь мы предположили, что температура  $T$  равна температуре на высоте  $H_g = 10^5$  км.

В примере, изображённом на рис. 11.6,  $v_R$  превышает  $v_A$  примерно до времени, равного  $t = 15$  мин., около пика выделения мощности. Поскольку в реальной плазме  $v_R$  не может быть больше  $v_A$ , мы можем заключить, что при  $t = 15$  мин. на X-линии должен образоваться токовый слой.

Невозможность пересоединения в плазме со скоростью, превосходящей  $v_A$ , уменьшает значение выделяющейся энергии около максимума, но при этом удлинняет временной масштаб спадания мощности вспышки. Недавно в работе (Lin and Forbes, 1999) вышеприведённая модель была переработана таким образом, чтобы избежать предположения о бесконечности скорости пересоединения. Было обнаружено, что ограничение скорости пересоединения значениями, более близкими к реальным (т. е.  $v_R < v_A$ ), приводит к формированию протяжённого токового слоя и возрастанию временных масштабов затухания на множитель порядка 10 или даже больше.

Численное моделирование выброса, вызванного потерей равновесия магнитным полем, показано на рис. 11.7 и 11.8 (Forbes, 1991). При моделировании использовался скорректированный код переноса магнитного потока, и получены решения уравнений резистивной МГД для магнитного числа Рейнольдса (Лундквиста) порядка 200. В этой численной модели начальное магнитное поле представлялось в виде

суммы квадрупольного фонового поля с глубиной  $d$  и простой токовой нити, расположенной в  $y = h$ , и соответствующей отражённой нити

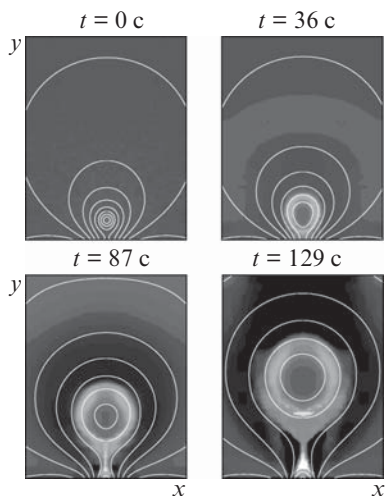


Рис. 11.7. Численное моделирование процесса развития двумерной магнитной петли, показанного на рис. 11.4, в рамках резистивной МГД. Белыми кривыми показаны силовые линии магнитного поля, серые области соответствуют вариациям температуры. Температура белых областей наибольшая ( $> 10^8$  К при отсутствии процессов охлаждения), а чёрных областей — наименьшая. Магнитное число Рейнольдса (Лундквиста) около 200, что намного порядков меньше, чем предполагается для Солнца

изначально жгут находился в равновесии, но это равновесие было неустойчиво. Как следствие, сначала жгут всплывал очень медленно. С увеличением скорости подъёма жгут поднимался всё выше и выше, и вскоре начались процессы быстрого пересоединения на Х-линии, которая сформировалась ниже жгута. Где-то в момент времени  $t \approx 400$  с магнитный жгут достиг верхней части сетки и вышел из неё, после чего вычисления были остановлены. Аналогичные результаты были получены в численном моделировании, проведённом Ву и др. (Wu et al., 1995), которые, кроме того, рассматривали шлемовидный стример, лежащий над жгутом.

в точке  $y = -h$ . Начальная конфигурация поля представляет собой неустойчивое равновесие с максимальной напряжённостью магнитного поля вдоль фотосферной границы равной 0,01 Т (100 Гс). На графике, обозначенном  $t = 0$  на рис. 11.7, изображена начальная конфигурация магнитного поля, когда токовая нить расположена в точке катастрофы при  $h = d$ . Здесь  $a$  — радиус нити положен равным  $0,05d$  и первоначально плазма находится в покое и имеет однородное распределение энтропии. Граничные условия на фотосфере ( $y = 0$ ):  $j = 0$ ,  $v_x(x, 0, t) = 0$ , и  $v_y(x, 0, t) = 0$ . Условия закрепления силовых линий ( $j = 0$ ) следует из требования, чтобы линии поля были фиксированы в основании короны (см. Forbes, 1990, где граничные условия описываются более детально).

На рис. 11.8 показаны траектории ударной волны, жгута и Х-линии как функции времени. Здесь численные результаты представлены нормированными на длину  $10^4$  км, максимальное значение магнитного поля фотосферы 0,01 Тс (100 Гс), корональная плотность частиц на  $10^{15} \text{ м}^{-3}$  и корональная температура на  $10^6$  К. Предполагалось, что

Принципиальное ограничение модели жгута, как это уже обсуждалось выше, то, что она двумерна. Это облегчает создание выброса, поскольку концы жгута силовых линий не закреплены в фотосфере, как это должно быть в трёхмерной модели. Кажется маловероятным, что добавочное закрепление может препятствовать выбросу, поскольку полоидальный поток поля, вызывающий выбросы, может быть произвольно большим по отношению к потоку, уходящему из концов петли. Более того, существует добавочная сила, способствующая выбросу, вызванная искривлением магнитного жгута, и эта сила вполне может скомпенсировать эффект закрепления концов (Steele et al., 1989). Возможно, ещё более важен тот факт, что в трёх измерениях жгут может оказаться неустойчивым к изгибу, что также может способствовать выбросу.

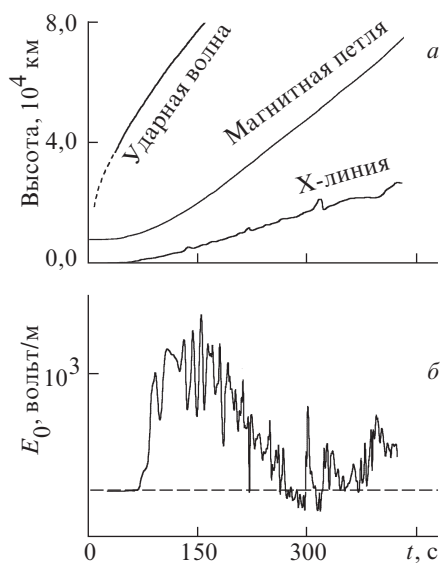


Рис. 11.8. (а) Траектории ударной волны, магнитной петли и X-линии для численной модели рис. 11.7. (б) Электрическое поле на X-линии в зависимости от времени

**11.1.2. Вспышечные петли.** Вспышечные петли варьируются по температурам от  $10^4$  К до  $3 \cdot 10^7$  К, и более холодные петли расположены ниже горячих. По сложившейся традиции эти петли назывались послевспышечными петлями, но это неправильное название, которое мы будем стараться не использовать, поскольку сейчас стало ясным, что выделение энергии продолжается большую часть их времени жизни. Поразительно то, что петли существуют при температуре, которая на два порядка ниже температуры окружающей их корональной плазмы. Формирование таких сверххолодных петель из горячих возможно при наличии радиационной тепловой неустойчивости, которая может развиваться в солнечной атмосфере вследствие того, что излучение короны отличается от чернотельного (Parker, 1953). Как показано на рис. 11.9, корональная излучательная функция потерь (п. 1.2.1) падает с температурой в области  $10^5$ – $10^7$  К, и в этой области возмущение температуры может привести к быстрому охлаждению (Сох, 1972).

Как было упомянуто в § 11.1, основания вспышечных петель отображают особенности  $H\alpha$  эмиссии в хромосфере, которые известны как

вспышечные ленты. Наиболее дальний край горячих рентгеновских петель отображается на внешний край лент (Schmieder et al., 1996),

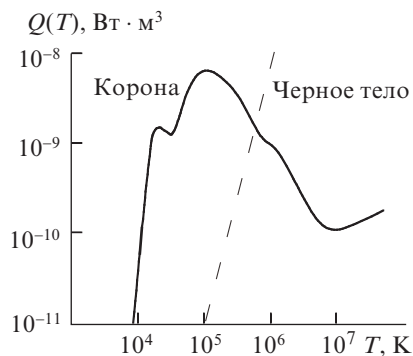


Рис. 11.9. Функция потерь на излучение ( $Q$ ) оптически тонкой среды для солнечной короны ( $1 \text{ Вт} \cdot \text{м}^3 = 10^{13} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ ). Для сравнения пунктиром показана температурная зависимость излучения чёрного тела в предположении постоянного объёма

в то время как внутренний край холодных  $\text{H}\alpha$  петель отображается на внутренний край лент (Rust and Bar, 1973). Во время развития вспышки разделение между лентами растёт и петля становится больше с течением времени. Рисунок 11.10 показывает пример такой отдельной петлевой системы.

В настоящее время полагают, что пересоединение является единственным механизмом, который может объяснить движение вспышечных петель и лент. Хотя в прошлом были предложены несколько альтернативных механизмов, с развитием наблюдений эти механизмы всё больше и больше теряли свои позиции. Например, механизм просто-

го расширения петель вследствие движения плазмы из области вспышки был исключён измерениями доплеровского сдвига  $\text{H}\alpha$  петель. Доплеровские сдвиги в линии  $\text{H}\alpha$  показывают, что плазма в  $\text{H}\alpha$  петлях течёт вниз со скоростями 100–500 км/с в то время, когда петля расширяется (например, Schmieder et al., 1987). Таким образом движения петли происходят не вследствие массового движения плазмы, а скорее благодаря непрерывному распространению источника энергии на новые силовые линии. Более того, возражение против модели пересоединения, состоящее в том, что альфвеновские потоки не наблюдаются, вызывает сомнение по двум причинам, а именно: отсутствие свидетельства очевидности ещё не есть свидетельство отсутствия, а кроме того, при растущем давлении истекающей плазмы (особенно ниже выброса текущего вниз) вытекающие потоки могут двигаться медленнее, чем с альфвеновской скоростью (п. 4.2.2).

В двумерной конфигурации существует простое соотношение между скоростью пересоединения и движением хромосферных оснований сепаратрис (Forbes and Priest, 1984б). Рассмотрим конфигурацию, показанную на рис. 11.11. Используя уравнение Фарадея, мы можем выразить электрическое поле  $E_0$  на X-линии, как

$$E_0 = -\frac{\partial A_0}{\partial t} - \nabla\Phi = -\frac{\partial A_0}{\partial X_0} \frac{\partial X_0}{\partial t} - \nabla\Phi$$



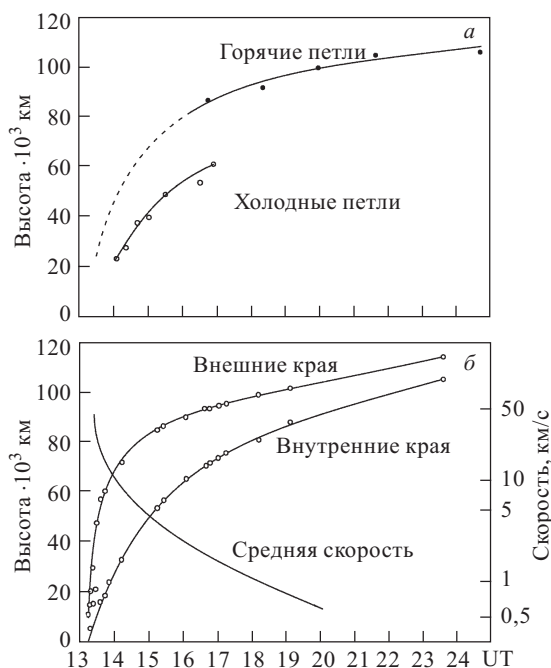


Рис. 11.10. Эволюция вспышечных петель и лент для эруптивной вспышки 29 июля 1973 г. по данным космической лаборатории Скайлэб. (а) Высоты петель и (б) расстояние между лентами и скорость в зависимости от времени (Moore et al., 1980)

или

$$E_0 = B_y(X_0, 0)\dot{X}_0, \quad (11.22)$$

где  $A_0$  — величина функции потока на сепаратрисе,  $X_0$  — координата оснований сепаратрисы,  $B_y(X_0, 0)$  — значение вертикального магнитного поля в точке  $X_0$ , и  $\dot{X}_0$  — наблюдаемая скорость основания сепаратрисы. Слагаемое  $\nabla\Phi$  отсутствует в уравнении (11.22), поскольку конфигурация двумерная. Следовательно,  $\nabla\Phi = \partial\Phi/\partial z\hat{z}$  должно быть константой, чтобы не было зависимости от координаты  $z$ . Поскольку огромная инерция фотосферы, связанная с её высокой проводимостью, означает, что конвективное электрическое поле в ней исчезает, то эта константа будет равной нулю. Соотношение (11.22) не зависит от модели, за исключением предположений, что существует X-линия, что конфигурация двумерна и что силовые линии поля привязаны к стационарной фотосфере.

Если предположить, что внешний край вспышечной ленты лежит на основаниях сепаратрисы, то можно использовать уравнение (11.22)

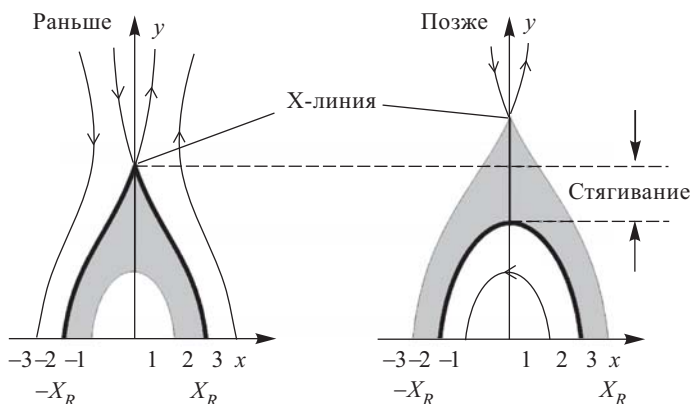


Рис. 11.11. Стягивание магнитных силовых линий для вспышечных петель. Стягивание является мерой изменения формы линий поля вследствие их сближения во время пересоединения и является процессом, аналогичным диполяризации, которая происходит во время пересоединения в геомагнитном хвосте (см. §10.5)

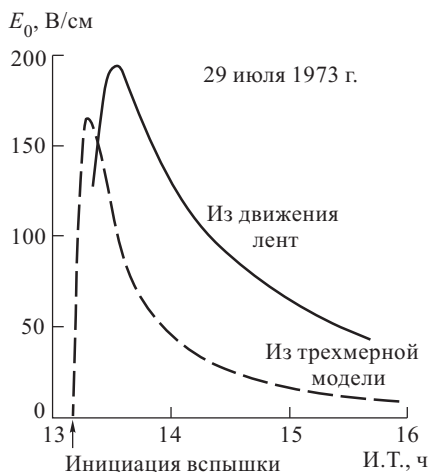


Рис. 11.12. Корональное электрическое поле, полученное (Poletto and Kopp, 1986) для вспышки 29 июля 1973 г. по магнитограммам и наблюдениям  $H\alpha$ . Сплошная кривая получена из простой двумерной формулы (11.22), а пунктирная из трёхмерной экстраполяции потенциала поля на поверхности

для определения электрического поля в короне как функции времени (Forbes and Priest, 1982a). Это было проделано в работе (Poletto and Kopp, 1986), где были получены результаты, показанные на рис. 11.12 для вспышки 29 июля 1973 года, наблюдавшейся космической лабораторией Скайлэб. Через несколько минут после начала вспышки возникшее электрическое поле достигло для этого события максимальной величины около 200 В/м, но затем через несколько часов оно уменьшилось на порядок величины.

Электрические поля, вычисленные по данным движения ленты, оказываются очень большими. Если бы электроны или протоны двигались беспрепятственно вдоль всей длины типичной аркады ( $10^5$  км), они давали бы вклад в энергию порядка 10 ГэВ (см. § 13.4.2). Электрические поля также на несколько порядков величины больше дрейсеровского

поля (Sturrock, 1994), поэтому нет ничего удивительного в том, что во время вспышки происходит сильное ускорение частиц.

Хотя движения петель и лент дают доказательства наличия пересоединения (Kopp and Pneumann, 1976), но, к несчастью, все полученные доказательства косвенные. В принципе рентгеновские телескопы достаточного пространственного разрешения и чувствительности способны дать прямые доказательства с помощью отслеживания местонахождений пересоединения во время их движения вверх по короне. Однако ответ на вопрос о том, существуют или нет места в короне, в которых происходит пересоединение, очень сильно зависит от теоретических предсказаний и от того, как такие места должны выглядеть. В течение последних нескольких лет изображения с высоким разрешением, полученные телескопом жёсткого рентгеновского диапазона (HTX) и телескопом мягкого рентгеновского диапазона (STX) на космическом аппарате Yohkoh, запущенном совместно Японией, США и Великобританией, показали несколько особенностей, которые очень характерны для мест в короне, в которых происходит пересоединение. Эти особенности включают в себя: источник жёсткого рентгеновского излучения, расположенный над источником мягкого рентгеновского излучения (Sakao et al., 1992; Masuda et al., 1994; Bentley et al., 1994); структуры типа каспа, характерные для как для X-типа, так и для Y-типа нейтральной линии (Acton et al., 1992; Tsuneta, 1993; Doschek et al., 1995); яркие особенности на вершинах мягких рентгеновских петель (Feldman et al., 1984; Tsuneta et al., 1992; McTiernan et al., 1993); высокотемпературную плазму, текущую вдоль магнитных силовых линий, связанных с остриём каспа (Tsuneta, 1996).

Некоторые петли с формой типа каспа, наблюдавшиеся Yohkoh, имеют линейные, хоботообразные особенности, которые простираются из вершины каспа до внутренней аркады системы вспышечных петель. Пример такой хоботообразной особенности показан на рис. 11.13 для вспышки, произошедшей 21 февраля 1992. Наиболее горячая область в системе петель не лежит на хоботообразной особенности, но расположена вдоль краёв каспа, сформированного наиболее дальней петлёй (Tsuneta, 1996). Вдоль этих граней температура равна  $1,6 \cdot 10^7$  К, плотность, полученная из измерений эмиссии по лучу зрения длиной  $5 \times 10^4$  км, равна  $4 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}$ . Температуры в хоботообразной особенности лежат в области от  $9 \cdot 10^6$  К на вершине до  $6 \cdot 10^6$  К внизу. Для такого же луча зрения, как описанный выше, наблюдаемая эмиссия даёт плотности от  $5 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}$  на вершине хобота до  $2,5 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$  на днище. Таким образом, хоботообразная особенность является одновременно более холодной и более плотной, чем окружающая плазма.

На рисунках 11.14 и 11.15 изображена теоретическая модель, которая объясняет структуры петель через процессы пересоединения и испарения. Эти рисунки объединяют более ранние идеи, описанные в работах (Carmichael, 1964; Sturrock, 1968; Hirayama, 1974; Kopp and Pneuman, 1976), и в работе (Cargill and Priest, 1982), где впер-

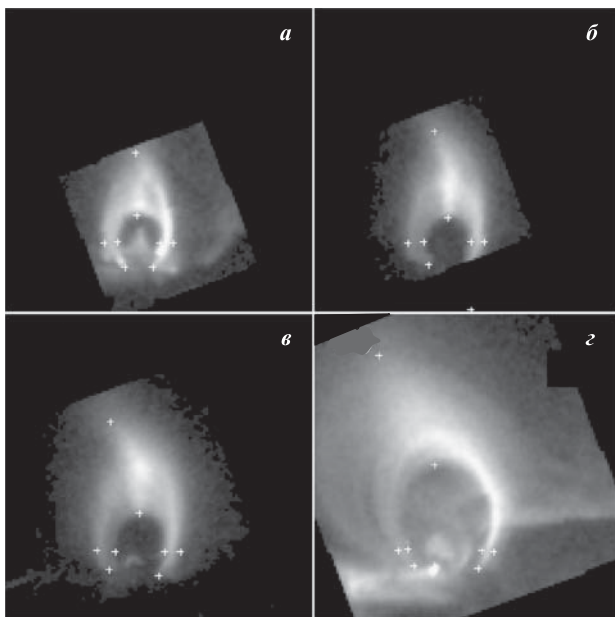


Рис. 11.13. Изображения вспышечной системы 21 февраля 1992 в четыре различных момента времени: (а) 3:12 UT, (б) 4:11 UT, (в) 5:02 UT и (г) 12:19 UT. Уровни интенсивности на каждом изображении были переопределены, чтобы получить более высокую контрастность. Крестиками показаны точки, использованные для измерений ширины и высоты внутренних и внешних граней системы петель и местоположений подножий

вые была предложена модель пересоединения с медленной ударной волной как главным источником нагрева. Тем не менее, большинство элементов рисунков появилось из различных результатов моделирования пересоединения (Forbes and Malherbe, 1991), испарения (Nagai, 1980; Somov et al., 1982; Cheng, 1983; Doschek et al., 1983; Pallavicini et al., 1983; Fisher et al., 1985) и конденсации (Antiochos and Sturrock, 1982). Согласно приведённой модели, вспышечные петли создаются хромосферным испарением по магнитным силовым линиям, которое переходит в медленные ударные волны вблизи нейтральной линии (Forbes and Malherbe, 1986). Эти медленные ударные волны аналогичны волнам, предложенным изначально Петчеком (Petschek, 1964) в его модели пересоединения, за исключением того, что перенос тепла вдоль силовых линий вызывает их разделение на изотермические ударные волны и теплопроводные фронты, как показано на рис. 11.14. Ударные волны аннигилируют магнитное поле в плазме, текущей через них, и высвобожденная тепловая энергия распространяется вдоль поля в хромосферу. Это, в свою очередь, вызывает направленный вверх



Рис. 11.14. Схематическое изображение системы вспышечных петель, формирующихся пересоединением в сверхмагнитозвуковом режиме. Этот режим наиболее вероятен во время ранней фазы развития вспышки, когда напряжённость пересоединяющихся полей велика. Присутствуют джеты, направленные как к Солнцу, так и от него, но только область ниже джета, направленного к Солнцу, содержит плотную плазму, поскольку в двумерных моделях хромосферное испарение происходит только на тех магнитных силовых линиях, которые лежат ниже X-линии. Сплошными кривыми показаны границы между различными плазменными областями, а пунктирные изображают магнитные силовые линии

поток плотной, горячей плазмы обратно в ударные волны и приводит к сжатию низких областей хромосферы в направлении книзу.

Для того, чтобы сильные медленные ударные волны формировались на силовых линиях поля ниже нейтральной линии, скорость истечения плазмы должна быть больше скорости быстрой моды магнитного звука. Если магнитные поля достаточно сильны, то истечение из нейтральной линии создаёт два сверхмагнитозвуковых джета: один направлен по потоку вверх и второй — вниз. Из-за препятствия, обусловленного замкнутыми силовыми линиями, закреплёнными в фотосфере, нижний джет кончается на быстрой ударной волне после прохождения достаточно малого расстояния (Forbes, 1986). Ниже предельной ударной волны поток отражается вдоль поля, и имеет место только слабая медленная ударная волна вдоль линий поля. Следовательно, количество магнитной энергии, выделяющееся ниже предельной ударной волны, относительно мало.

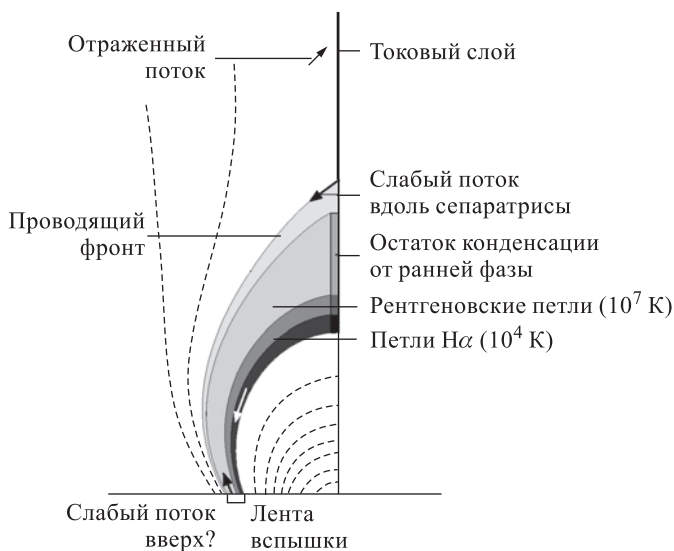


Рис. 11.15. Схематическое изображение системы вспышечных петель, формирующихся пересоединением в домагнитозвуковом режиме. Этот режим наиболее вероятен, когда пересоединяющиеся поля слабые. Здесь джет, направленный к Солнцу на рис. 11.14, заменяется слабым разветвленным потоком вдоль линий поля, отображающимся с вершины токового слоя на хромосферу. Поскольку поля более слабые, то испарение значительно уменьшается и плотность плазмы в петле становится слишком низкой, чтобы инициировать тепловую конденсацию. Тем не менее, остатки конденсации могут быть обнаружены ниже и возникают как результат более ранней сверхмагнитозвуковой фазы

Если магнитное поле достаточно сильно, то число Маха для быстрой моды джетов равно примерно двум, но как только поле уменьшается, уменьшается число Маха и джеты становятся домагнитозвуковыми (Forbes, 1996). Переход происходит, когда плазменное  $\beta$  в рентгеновской петле становится больше  $(3 - \gamma)/\gamma$ , где  $\gamma$  — показатель адиабаты. Для  $\gamma = 5/3$  величина  $\beta = 4/5$ , которая для типичных параметров петли соответствует напряжённости поля в несколько гаусс (Soward and Priest, 1982).

Когда число Маха быстрой моды становится меньше единицы, нижний джет исчезает, и почти всё истечение из нейтральной линии направлено вверх. Только относительно слабый поток, текущий вдоль сепаратрис, остаётся ниже нейтральной линии, как показано на рис. 11.15. Направленный вверх по потоку джет существует, но он расположен на верхнем крае токового слоя, который может простираться далеко в корону. Медленные ударные волны всё ещё встречаются ниже нейтральной линии в нижнем конце токового слоя, но они лежат вдоль

сепаратрис и намного слабее, чем ударные волны в пересоединении типа Петчека. Вследствие более слабых ударных волн испарение сильно понижается, и плотность плазмы в петлях становится слишком низкой, чтобы инициировать движения тепловой конденсации. Некоторое время конденсация сохраняется в петлях на более низких высотах, но, в итоге, поскольку более старые петли продолжают охлаждаться и исчезать, хоботообразная особенность пропадает. Этот процесс даёт объяснение быстрому исчезновению хобота на рис. 11.13.

В работе (Švestka et al., 1982) было убедительно показано, что ширина ленты (обозначим её  $W$ ) приближённо определяется как

$$W = V_R \tau_{cr}, \quad (11.23)$$

где  $V_R$  — скорость ленты и  $\tau_{cr}$  — время охлаждения, обусловленное как проводимостью, так и излучением. В этой же работе было вычислено  $\tau_{cr}$  из наблюдаемой ширины ленты и скорости ленты и показано, что эта величина согласуется с временем охлаждения, полученным из измерений эмиссии и температуры. Для вспышки, наблюдавшейся Скайлэб 29 июля 1973 г., было получено, что  $\tau_{cr} \approx 15$  мин. ( $n \approx 10^{17} \text{ м}^{-3}$ ) сразу после начала вспышки и  $\tau_{cr} \approx 240$  мин. ( $n \approx 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ) через 10 ч. после начала. Охлаждение вследствие теплопроводности важно для наиболее горячих петель, но радиационное охлаждение тоже становится значительным в процессе охлаждения петли (Cargill et al., 1995).

Толщина  $W_j$  области ленты, которая указывает на выброс, примерно равна

$$W_j = \frac{V_R}{V_j} L_j, \quad (11.24)$$

где  $V_j$  — скорость потока плазмы в выбросе и  $L_j$  — его длина. Согласно модели пересоединения испарения  $V_j$  приблизительно равно альфвеновской скорости в плотных петлях, которая, в свою очередь, приблизительно в 10 раз меньше, чем альфвеновская скорость в короне (Forbes et al., 1989). Полагая  $V_j = 500$  км/с,  $V_R = 10$  км/с и  $L_j = 5 \cdot 10^4$  км, получаем  $W_j = 10^3$  км, что немного больше, чем 1 секунда дуги. Поскольку величина  $W_j$  того же порядка, что и размер тонкой ( $\approx 2$  секунды дуги) области хромосферной плазмы с красным смещением (Švestka et al., 1980), то похоже, что эта область с красным смещением указывает на существующий джет.

В модели, проиллюстрированной схематическим рис. 11.14, подразумевается, что хоботообразная особенность, различимая на изображениях SXT, не может быть сверхмагнитозвуковым выбросом пересоединения по всей своей длине. Если выброс присутствует, то он ограничен самой верхней частью особенности. Более разумное объяснение, по крайней мере для нижней части хобота на рис. 11.13, состоит в том, что он создаётся за счёт возникновения тепловой неустойчивости, которая приводит к дальнейшему охлаждению холодных  $H\alpha$  петель. Очень по-

хожая структура была найдена в численном моделировании, в котором учитывалось излучение, но не учитывалась теплопроводность (Forbes and Malherbe, 1991). В этом моделировании (см. рис. 11.16 и 11.17) предельная ударная волна инициирует тепловую неустойчивость в об-

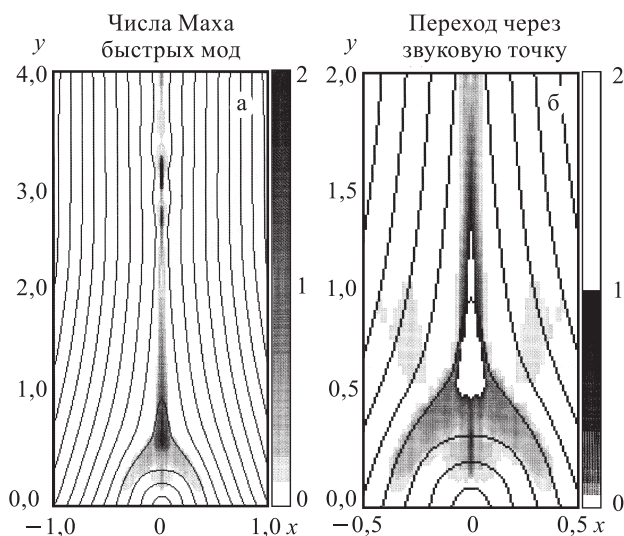


Рис. 11.16. Силовые линии магнитного поля и числа Маха быстрых мод (серый цвет) в численном моделировании пересоединения с радиационным охлаждением []. Силовые линии закреплены в основании, но могут двигаться на других границах; (а) показывает числа Маха быстрых мод во всей моделируемой области, (б) показывает крупный план направленного вниз пересоединяющегося джета. В (б) серый цвет был убран, чтобы показать область сверхмагнитозвукового потока в виде белого треугольника, погруженного внутри нижнего джета. Длинные стороны треугольника — медленные ударные волны, а короткая сторона — быстрая ударная волна

ласти вниз по потоку и, когда область пересоединения движется вверх, область конденсации образует особенность, подобную хоботообразной особенности на статических петлях.

Недавно Йокояма и Шибата (Yokoyama and Shibata, 1997) предложили численную модель, в которой учитывались теплопроводность вдоль поля и хромосфера, но излучение не принималось во внимание. Это моделирование убедительно подтвердило идею, что медленные ударные волны, видимые на рис. 11.17, на самом деле распадаются на изотермические медленные ударные волны и теплопроводные фронты, как и показано на рис. 11.14. Как и на этом рисунке, плотные петли появлялись в моделировании из-за удаления, т. е. испарения хромосферы вследствие теплопроводности вдоль линий поля, отображаемых от ударных волн в хромосферу.



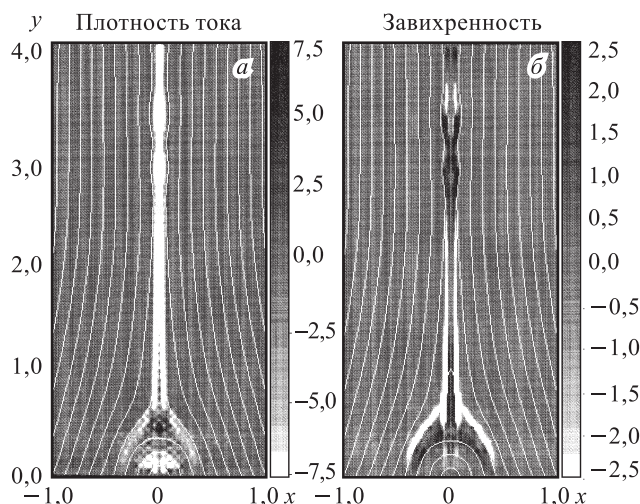


Рис. 11.17. (а) Плотность тока и (б) завихрённость для численной модели рис. 11.16. Медленные ударные волны петчековского типа видны как расщепление токового слоя ниже самой низкой Х-линии. Малый угол ( $\approx 7^\circ$ ) между ударными волнами примерно равен углу, предсказываемому теорией Петчека, несмотря на то, что стационарное состояние не достигается. В моделировании использовалось сопротивление, однородное по пространству и постоянное во времени ( $R_m \approx 10^3$ ) и решение в виде токового слоя возникало при использовании неоднородной сетки

Так же как для пересоединения в геомагнитном хвосте, пересоединение в вспыхивающих петлях приводит к релаксации вытянутых силовых линий. В геомагнитном хвосте эта релаксация часто называется диполяризацией (см. § 10.5.1), а во вспыхивающих петлях она называется «сокращением» — термин, введённый в работе Швесткой и др. (Švestka et al., 1987). Эти авторы отметили, что высота холодных  $H\alpha$  петель никогда не достигает высоты горячих рентгеновских петель, и они же предположили, что причина этого в сокращении линий поля, на которых лежат холодные петли.

Сокращение вызывает сдвиг нейтральной линии вверх. Когда линия поля связана с нейтральной линией, она по своей форме аналогична капле, но как только нейтральная линия сдвигается дальше вверх, линии поля становятся более округлыми. Ожидаемое сокращение от этого эффекта 20–30 % для типичных вспыхивающих петель и достаточно близко совпадает с наблюдаемыми величинами (Forbes and Acton, 1996). Движение вниз отдельных силовых линий было обнаружено при исследовании движений плазмы в работе (Hiei and Hundhausen, 1996). Было найдено, что существуют маленькие, движущиеся к поверхности Солнца особенности в вершинах больших рентгеновских петель, сформировавшихся после СМЕ. Эти особенности относительно холодные

и движутся вниз очень медленно со скоростями 1–2 км/с — со скоростями, ожидаемыми для сокращения. Эти особенности могут быть рождающимися конденсациями, которые вморожены в поле и поэтому передают истинное движение силовых линий, а не видимое движение всей петельной системы.

## 11.2. Импульсные, компактные явления

В короне и хромосфере присутствует множество мелкомасштабных импульсных явлений, в которых, как полагают, участвует пересоединение. К ним можно отнести малые вспышки (§ 11.2.1), яркие рентгеновские точки (§ 11.3.1), взрывные явления в переходном слое (§ 11.2.3), серджи и спреи (§ 11.2.4). Поскольку эти явления трудно наблюдать из-за их малых пространственных масштабов, многие из них изучены намного хуже, чем крупномасштабные явления, такие как СМЕ.

**11.2.1. Малые вспышки — модель всплывающего потока.** К сегодняшнему дню достоверно известно два типа вспышек: большая дуленточная вспышка, которая была описана в предыдущем разделе и компактная вспышка (Priest, 1982; Zirin, 1988). Существует несколько особенностей, отличающих компактные вспышки от больших дуленточных вспышек. Во-первых, как это следует из названия, эти вспышки более локализованы и часто появляются в форме простых петель (Švestka, 1976). Во-вторых, выделение энергии в компактных вспышках происходит импульсами, и у них не наблюдается длинной фазы, присущей большим вспышкам (Jakimiec et al., 1987; Simnett, 1992). В-третьих, в компактных вспышках наблюдается другое соотношение элементов. В энергичных частицах, которые появляются во время этих вспышек, наблюдается более богатое содержание изотопа  $\text{He}^3$ , в 100 или даже больше раз выше, чем в окружающей короне (Švestka, 1976), и несколько меньшее (но всё равно больше коронального) содержание тяжёлых изотопов, таких, например, как железо (Meyer, 1993).

Для объяснения существования компактных вспышек было предложено несколько моделей, включающих в себя магнитное пересоединение. Одна из наиболее известных — модель всплывающего потока (Heyvaerts et al., 1977). В этой модели всплывание петли магнитного поля из конвективной зоны приводит к формированию коронального токового слоя, когда петля прокладывает себе путь в окружающем поле, как показано на рис. 11.18. В рамках модели предполагается, что сопротивление плазмы в токовом слое остаётся очень малым до тех пор, пока токовый слой не поднимется до высоты, когда отношение тока к массовой плотности не превысит порог возникновения микронеустойчивости. Когда это происходит, сопротивление становится аномальным и происходит быстрое выделение энергии. В отличие от модели петли,

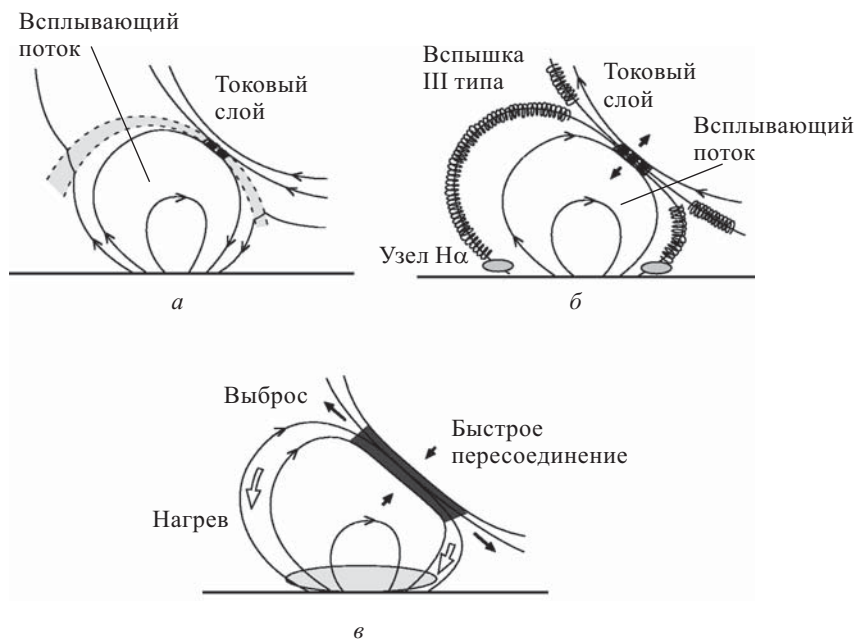


Рис. 11.18. Модель всплывающего потока Хейвартса и др. (Hewvaerts et al., 1977) для малой вспышки. (а) Предвспышечная фаза, когда всплывающий поток медленно пересоединяется с вышележащим полем. Медленные ударные волны (пунктирные кривые) идут от малого токового слоя и нагревают плазму, проходящую через них (заштрихованная область). (б) Взрывная фаза начинается при инициации турбулентности и аномального сопротивления в токовом слое по достижении критической высоты. Электрическое поле генерируется резким возрастанием скорости пересоединения, приводящим к ускорению частиц. Ускоренные частицы порождают жёсткое рентгеновское излучение и вспышки радиоизлучения III типа. В основной фазе (в) квазистационарное пересоединение приводит к возникновению обширного нагрева

обсуждавшейся в § 11.1, триггерный механизм в модели всплывающего потока лежит вне рамок идеальной МГД.

Если всплывающий поток попадает в область замкнутых магнитных петель, как показано на рис. 11.18, то основания всех четырёх сепаратрис находятся в фотосфере (Syrovatsky, 1982). Это означает, что пересоединение может привести к четырём, а не двуленточной вспышке, и такие многоленточные вспышки наблюдались на самом деле (Machado et al., 1988). Модель всплывающего потока также даёт сценарий для развития большой двуленточной вспышки, в рамках которого предполагается, что вспышка может развиваться либо спонтанно, когда превышено некое пороговое значения для начала выброса (§ 11.1.1), или может быть инициирована всплывающим потоком.

Результаты численного моделирования процесса всплывания потока были описаны в работах (Forbes and Priest, 1984a; Shibata et al., 1990). Эти результаты показали, что во время активной фазы всплывания пересоединение в потоке происходит в соответствии с моделью накопления потока, но, как только всплывание останавливается, становится петчевским. Если плазменное  $\beta$  достаточно мало, то возникают сверхмагнитозвуковые джеты вследствие пересоединения с числом Маха для быстрой моды магнитного звука порядка 2. Пересоединение в численных моделях происходило достаточно быстро, так, чтобы токовый слой, создающийся при всплывании, быстро диссипировал. Хотя эта быстрая диссипация может быть объяснена относительно малыми магнитными числами Рейнольдса, использованными в моделях ( $R_{me} < 10^3$ ), но тот факт, что пересоединение имеет тип накопления потока и Петчека одновременно, означает, что оно остаётся достаточно быстрым и при увеличении магнитного числа Рейнольдса. Это, в свою очередь, означает, что в модели возникают трудности с тем, как поддерживать крупномасштабный токовый слой в короне и как накопить в нём достаточное количество энергии.

Другое возможное объяснение для ограниченных вспышек в замкнутых областях — это модель пересоединения на квазисепаратрисных слоях, описанная в § 8.1. В самом деле, Мандрини и др. (Mandrini et al., 1995) и Демулин и др. (Démoulin et al., 1996b) сконструировали бессиловую модель множества активных областей и обнаружили, что ленты и узлы таких вспышек зачастую расположены вдоль квазисепаратрисных слоёв. Очень вероятно, что выделение энергии на таких слоях происходит вследствие пересоединения.

Изгибная неустойчивость даёт альтернативный механизм для компактных вспышек. Бессиловой жгут силовых линий бесконечной длины неустойчив по отношению к изгибам до тех пор, пока не появляется внешняя сила (Hood, 1990). На Солнце такая стабилизирующая внешняя сила может быть обеспечена фотосферной привязкой магнитных силовых линий. Однако даже с закреплёнными линиями жгут будет изгибаться, если он закручен на угол больше критического, который обычно равен одному или двум оборотам. Поскольку изгибная неустойчивость описывается в рамках идеальной МГД, она не включает в себя пересоединение напрямую, но может служить как триггер пересоединения, приводя к быстрому формированию мелких токовых слоёв как только в жгуте силовых линий появляются узловые точки.

Наблюдательно можно чётко разделить компактные вспышки и большие двуленточные вспышки, но это разделение не исключает возможности того, что лежащий в основе механизм может быть одним и тем же. Отсутствие протяжённой фазы у малых вспышек может просто быть следствием того факта, что малые вспышки не выделяют энергии достаточно, чтобы создавать структуры с открытым полем. Разница в составе в спектрах энергичных частиц может быть объяснена тем, что компактные вспышки лежат в нижней короне и, похоже, не

принимают участие в создании межпланетных ударных волн, которые могут служить местом диффузного ускорения частиц (Lee and Ryan, 1986).

Подтверждение идеи, что механизм, лежащий в основе вспышек, может быть одним и тем же, возникает из факта, что как большие, так и малые вспышки дают распределение по частотам в виде степенной зависимости:

$$\frac{dN}{dW} \sim W^{-a},$$

где  $dN$  определяет число событий с энергией в промежутке между  $W$  и  $W + dW$  и  $a \approx 1.8$ . Лу и др. (Lu et al., 1993) в их модели лавины доказали, что эта непрерывная степенная зависимость возникает вследствие того, что большая вспышка есть результат каскада малых, элементарных случаев пересоединения. Другое объяснение было предложено Рознером и Ваианой (Rosner and Vaiana, 1978), Литвиненко (Litvinenko, 1994) и Влахом и др. (Vlahos et al., 1995), которые предположили, что степенной закон есть результат стохастического триггерного механизма.

Очень малые вспышки, известные как *нановспышки*, были предложены Паркером (Parker, 1988) в качестве механизма нагрева короны. Непрерывное перемешивание оснований силовых линий коронального поля из-за фотосферной конвекции приводит к спонтанному формированию множества токовых слоёв, которые выделяют энергию в процессах пересоединения. Для того чтобы запасалось достаточно энергии, процесс пересоединения не должен быть слишком быстрым. В противном случае работа, совершаемая фотосферной конвекцией, недостаточна для нагрева короны. Требуемая скорость пересоединения связана с тепловым потоком  $F_H$  формулой:

$$v_R = \frac{v_0^2 B^2}{\mu F_H} \frac{d}{L},$$

где  $v_0$  — характерная скорость конвекции,  $B$  — напряжённость коронального магнитного поля,  $F_H$  — поток тепла, необходимый для поддержания горячей короны,  $d$  — диаметр скрученной силовой трубки, а  $L$  — её длина. Для  $v_0 = 0,4$  км/с,  $B = 0,01$  Тс, (100 Гс),  $F_H = 10^4$  Вт/м<sup>2</sup> (т.е.  $10^7$  эрг·м<sup>-2</sup>·с<sup>-1</sup>)  $d = 10^4$  км,  $L = 10^5$  км находим  $v_R = 0,13$  км/с. Эта скорость всего лишь треть от скорости конвекции, и это означает, что скорость пересоединения всего лишь в 3 раза меньше, чем скорость, с которой поля связываются друг с другом конвекцией. Поскольку скорость пересоединения  $v_R$  на 4–5 порядков меньше альфвеновской скорости в короне, то эта скорость значительно меньше, чем максимальная скорость в модели Петчека, но тем не менее она остаётся выше скорости пересоединения в модели Паркера–Свита, равной  $R_{me}^{-1/2} v_a \approx 10^{-3}$  км/с.

**11.2.2. Инициирование турбулентности в токовом слое солнечной вспышки.** Важность плазменной турбулентности в токовом слое

отмечалась для модели всплывающего потока солнечной вспышки (§ 11.2.1, 1977). Плазменная турбулентность была исследована в работе Хейвартса и Куперуса (Heyvaerts and Kuperus, 1978). Порог для инициации микронеустойчивости в солнечной короне примерно равен  $80 \text{ А/м}^2$  и, похоже, единственное место, где он превышен — это интенсивные токовые концентрации, такие как токовые слои. Хейвартс и Куперус вывели различные режимы поведения токового слоя, зависящие от его длины и ширины. Они ввели короткий гидродинамический масштаб времени  $\tau_l = l/c_s = 10^{-2} l/T^{1/2} \text{ с}$ , длинный гидродинамический масштаб времени  $\tau_L = L/c_s = 10^{-2} L/T^{1/2} \text{ с}$ , характерное время диффузии или джоулевого нагрева  $\tau_d = l^2/\eta = 10^{-9} l^2 T^{3/2} \text{ с}$ , характерное время излучения  $\tau_r = p/(n^2 Q) = 5 \cdot 10^{-52} l/T^2 B_\infty^{-2} Q^{-1} \text{ с}$  и характерное время проводимости  $\tau_\kappa = pl^2/(T\kappa) \text{ с}$ , при выводе которого предполагался баланс давлений поперёк слоя. Плотность тока равна

$$j = \frac{B_\infty}{\mu l} = 7,96 \cdot 10^5 \frac{B_\infty}{l} \text{ А} \cdot \text{м}^{-2},$$

где  $B_\infty$  измеряется в теслах ( $1 \text{ Т} = 10^4 \text{ Гс}$ ),  $l$  в метрах и критическое значение плотности тока для инициации микронеустойчивостей (§ 13.1.3) приблизительно равно

$$j^* = nev_{Te} = 6,24 \cdot 10^{-16} n T^{1/2} \text{ А} \cdot \text{м}^{-2},$$

где  $n$  измеряется в  $\text{м}^{-3}$ ,  $T$  в градусах Кельвина и  $v_{Te}$  — тепловая скорость электронов (§ 13.1.1). На рис. 11.19 показано, как поведение токового слоя варьируется в зависимости от  $l$  и  $L$  для внешних изменений на временном масштабе ( $\tau_{ext}$ ), который (а) — большой, (б) — маленький. Линия 1 определяется соотношением  $j = j^*$ , так что закрашенная область представляет собой турбулентный слой. Линия 2 определяется соотношением  $\tau_d = \tau_{ext}$ , и слева от неё слой диссипативный, а справа слой регулируется внешними изменениями магнитного поля, замороженного в плазму. Линия 3 определяется соотношением  $\tau_L = \tau_{ext}$ , и выше неё слой ведёт себя как одномерный, а ниже его поведение двумерно. Линия 4 определяется соотношением  $\tau_r = \tau_\kappa$ , так что выше неё излучение доминирует над проводимостью. Линия 5 определяется соотношением  $\tau_\kappa = \tau_{ext}$ , и ниже неё проводимость доминирует, а выше возникает тепловая неустойчивость. Для медленных внешних изменений процессы диффузии являются важными при приближении к турбулентности (II–IV на рис. 11.19). Когда нейтральный слой быстро сжимается (рис. 11.19), может быть достигнуто турбулентное состояние, хотя диссипация остаётся пренебрежимо малой, и поэтому Хейвартс и Куперус изучали этот режим в предположении адиабатического, замороженного поведения плазмы.

Фактически они обнаружили, что очень сложно инициировать микротурбулентность во время одномерного развития слоя, если изначально слой был далеко от критического состояния. Они также рассматривали двумерный изотермический замороженный поток, вызванный

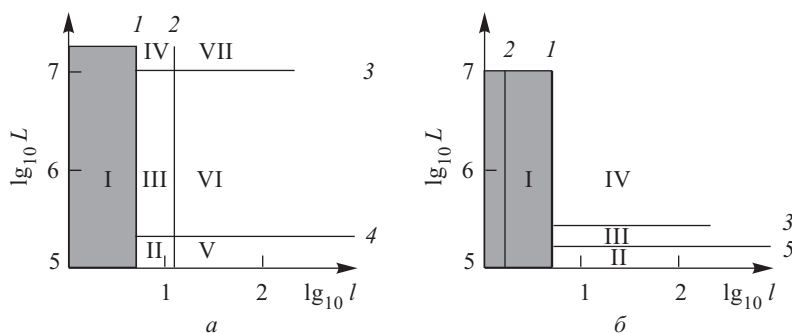


Рис. 11.19. Различные режимы поведения токового слоя ширины  $l$  (м), длины  $L$  (м), с внешним магнитным полем  $B_\infty = 0,01$  Т (100 Гс) и температурой  $T = 10^6$  К. (а) Медленные внешние изменения ( $\tau_{ext} = 100$  с). Область I турбулентна, II двумерна и диссипативна с  $C = J$ , III двумерна и диссипативна с  $R = J$ , IV одномерна и диссипативна с  $R = J$ , V двумерна, и поле заморожено, с  $C$ , VI двумерна, и поле заморожено, с  $R$ , и VII одномерна, и поле заморожено, с  $R$  ( $C, J, R$  — проводимость, джоулев нагрев и излучение). (б) Быстрые внешние изменения ( $\tau_{ext} = 2$  с). Область I турбулентна, II двумерна, и поле заморожено, с  $C$ , III двумерна, поле заморожено с адиабатическими изменениями, и IV одномерна, поле заморожено, и изменения величин по адиабате (Heyvaerts and Kuperus, 1978)

сжатием слоя, и нашли, что область слоя, где пинчевание наиболее сильно, быстро разряжается, и условия начала микротурбулентности легко удовлетворяются.

Сомов и Титов и их коллеги (см. Somov, 1992, гл. 3) промоделировали область выделения энергии в солнечной вспышке, представив токовый слой моделью Паркера–Свита с интегральными или по порядку величины отношениями между входными и выходными параметрами таким образом, как было в общих чертах описано в п. 4.6.3. Среди их достижений можно выделить рассмотрение нескольких важных дополнительных эффектов, включающих в себя энергетическое уравнение, возможность возникновения аномальной диффузии и нагрев вследствие токовых микронеустойчивостей (§ 13.1.3).

Сначала был исследован нейтральный токовый слой и обнаружено, что горячий слой с корональными температурами невозможен, если коэффициент диффузии остаётся классическим кулоновским. Более того, достаточно высокая скорость выделения энергии для солнечной вспышки не может быть вызвана ионно-звуковой турбулентностью, хотя аномальная бомовская диффузия вследствие неустойчивостей на градиентах с более низким порогом вполне возможна. Затем они включили влияние слабого перпендикулярного магнитного поля в направлении  $y$  рис. 4.3; это привело к более высоким истечениям массы и энергии, которые могут дать объяснение энергетике вспышки, в то же время они включили двужидкостное рассмотрение и вычислили



аномальное сопротивление вследствие ионно-циклотронной и ионно-звуковой турбулентности.

Впоследствии они продолжили исследование, рассматривая при каких условиях слой будет неустойчив по отношению к тиринг-неустойчивости с учётом сильного стабилизирующего влияния поперечной компоненты магнитного поля (см. также Forbes and Priest, 1987). После этого было исследовано влияние продольной компоненты поля  $B_z$  на токовый слой, когда пересоединение может иметь место на сепаратрисах так же, как на нулевых точках в трёх измерениях (см. гл. 8). Это особенно важно для предвспышечных токовых слоёв. Поток продольной компоненты сохраняется при переносе через токовый слой, но при этом возникает сильное сжатие этой компоненты и соответствующий ток ( $j_y$ ), в результате появляется дополнительная омическая диссипация из-за аннигиляции основной компоненты магнитного поля ( $B_x$ ).

**11.2.3. Взрывные явления в переходном слое.** Спектральные линии, формирующиеся в переходном слое между короной и хромосферой, часто показывают импульсные доплеровские сдвиги, соответствующие скоростям больше 100 км/с (Brueckner and Bartoe, 1983). Поскольку длительность таких сдвигов меньше 100 с, явления, которые могут вызвать такие ускорения, были названы взрывными явлениями. Для взрывных явлений также была найдена связь с аннигиляцией магнитного потока в фотосфере. В работе (Dere et al., 1991) описано, что длительность такого события почти в 100–1000 раз короче времени жизни яркой рентгеновской точки (ХВР, см. § 11.3.1). Эта разница во временных масштабах означает, что взрывные явления в переходном слое должны включать в себя процессы, действующие на более коротких временных масштабах, чем процессы взаимного уничтожения магнитных потоков. Одно из правдоподобных предположений (Dere et al., 1991) состоит в том, что пересоединение, участвующее в процессе взаимного уничтожения, в действительности импульсное и взрывное (Priest, 1986). Малые времена взрывных явлений в этом случае возникают вследствие отдельных вспышек пересоединения во время процесса уничтожения. Другое возможное объяснение состоит в том, что процесс пересоединения может время от времени вовлекать магнитные силовые трубки с натяжениями, которые становятся неустойчивыми во время крупномасштабной аннигиляции.

Взрывные явления в переходном слое встречаются примерно в 10 раз чаще, чем ХВР. Хаббал и Грейс (Habbal and Grace, 1991) предположили, что эта разница отражает разницу в высоте между взрывными явлениями и ХВР. Взрывные явления видны в линии CIV при температуре  $10^5$  К, которая формируется на высоте примерно  $10^3$  км. Напротив, ХВР формируются в короне на высотах, намного больше  $10^4$  км, где плазма имеет температуру более  $10^6$  К. Хаббал и Грейс (Habbal and Grace, 1991) обнаружили, что почти всегда существуют импульсные особенности, связанные с ХВР, в дальнем ультрафиолете,



но обратное не является верным. Может быть существует намного больше явлений пересоединения на более низких высотах, чем на более высоких; более того, при рассмотрении эмиссии от больших высот находят меньше явлений пересоединения.

**11.2.4. Серджи и спреи.** Наблюдения в  $H\alpha$  показывают, что многие вспышки и протуберанцы связаны с выбросом холодного вещества с температурой ниже  $10^4$  К. Если эти выбросы возвращаются к Солнцу, то они называются *серджами*, а если уходят дальше, то *спреями* (Švestka, 1976). Серджи хорошо коллимированы и обычно наблюдаются падающими обратно на Солнце. Большинство серджей имеют направленные вверх скорости меньше 200 км/с. Напротив, большинство спреев имеют скорости больше скорости убегания (670 км/с) и выбрасываемое вещество распределено в широком конусе. Большая часть спреев и серджей связана с выбросами протуберанцев из активных областей.

Поскольку пересоединение нагревает и ускоряет плазму в примерно равных количествах, то довольно долго считали, что серджи и спреи, которые достаточно холодны, не вызваны процессами пересоединения. Однако в последние несколько лет была обнаружена связь серджей с ближайшими к ним рентгеновскими особенностями (Schmieder et al., 1988; Švestka et al., 1990). Величина рентгеновской эмиссии достаточно мала, поэтому, даже если она включается в рассмотрение, то кинетическая энергия серджа остаётся только в 10 раз больше его тепловой энергии (Schmieder et al., 1994). В работе (Švestka et al., 1990) доказано, что относительно малая рентгеновская эмиссия может быть наблюдательным артефактом, обусловленным относительно низкой мерой эмиссии горячего вещества, инжектированного в крупномасштабные петли. Эта интерпретация подтверждается тем, что серджи в мелкомасштабных петлях показывают более сильную рентгеновскую эмиссию (Martin and Švestka, 1988).

Канфилд и др. (Canfield et al., 1996) также наблюдали, что серджи тесно связаны с появлением рентгеновских джетов. Более того, они обнаружили, что некоторые серджи проявляют как движение вверх, так и вниз, что предположительно возникает вследствие противоположно направленных пересоединяющихся джетов. Они предположили, что холодная  $H\alpha$  плазма в сердже ускоряется эффектом кнута, который появляется, когда линии поля расправляются в процессе пересоединения, как это показано на рис. 11.20.

### 11.3. Корональный нагрев

Солнечная корона состоит из структур нескольких типов. Области с открытым магнитным полем называются *корональными дырами* и наблюдаются как тёмные области в белом свете или мягком рентгене (рис. 11.21 и 11.2а). Замкнутые *корональные петли* характеризуются

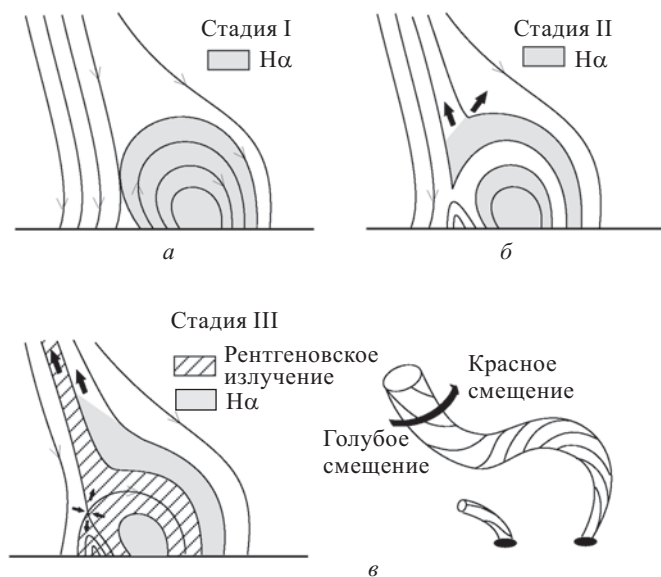


Рис. 11.20. Сценарий пересоединения, предложенный в (Canfield et al.), для генерации выбросов. (а) Перед инициацией холодное вещество  $H\alpha$  захватывается в малые петли, выступающие из хромосферы. (б) При инициации пересоединения холодное вещество выбрасывается вверх из-за разрыва силовых линий, но не нагревается, поскольку не проходит через область пересоединения. (в) Плазма, нагретая в процессе пересоединения, проявляет себя через тепловое излучение вдоль линий поля, примыкающих к области  $H\alpha$ . (г) Появление красного и голубого доплеровских смещений можно объяснить возникновением трёхмерного раскручивания пересоединяющихся силовых трубок

основаниями, закреплёнными на поверхности Солнца, причём наблюдается множество их различных типов (Priest, 1981): в изображениях из эклиптики крупномасштабные петли видны, как нижняя часть шлемовидных стримеров (рис. 11.21 сверху), но в мягком рентгене становятся видимыми намного больше типов петель: петли активных областей, вспыхивающие петли, соединительные петли, петли спокойных областей (рис. 11.21, внизу и 11.29 а). Третий тип структуры, который был упомянут ранее — яркие рентгеновские точки, несколько сотен которых видны одновременно в мягком рентгене (рис. 11.21 и 11.24).

Возможно, эти различные структуры нагреваются одним и тем же механизмом, но возможно, что нагрев происходит и разными процессами. Для нагрева короны было предложено два класса механизмов (например, Priest, 1993). Первый, это нагрев альфвеновскими волнами (Hollweg, 1983; Roberts, 1984; Goossens, 1991), которые могут диссипировать вследствие фазового перемешивания (Heyvaerts and Priest, 1983) или резонансного поглощения (Tataronis and Grossman, 1973).

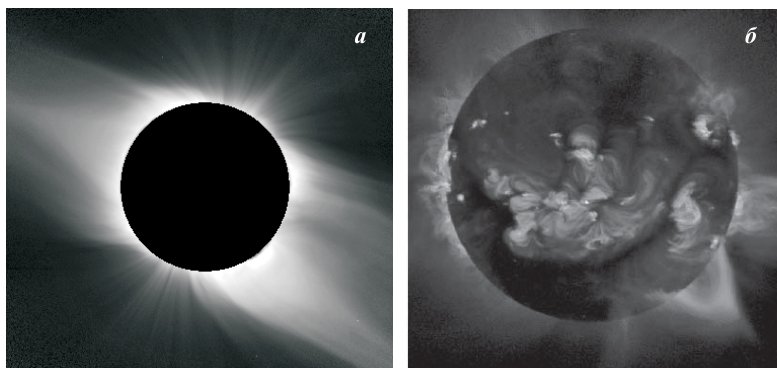


Рис. 11.21. Солнечная корона (а) во время затмения 26 февраля 1996 г. Видны замкнутые магнитные корональные петли и корональные дыры с открытой конфигурацией поля (благодарность the High Altitude Observatory). Корона в мягком рентгене (б) по наблюдениям Yohkoh. Видна петля (снизу справа), перестроившаяся при пересоединении и выбросе (благодарность С. Тсунета)

Второй класс — это магнитное пересоединение как в нулевых точках (§ 8.6), так и при отсутствии нулевых точек (§ 8.7), особенно посредством запутывания магнитных силовых линий (Parker, 1972).

Одна часть проблемы коронального нагрева, кажется, решена, поскольку было убедительно показано, что яркие рентгеновские точки, возможно нагреваются, согласно модели всплывающего потока, магнитным пересоединением, возникающим в короне из-за движения оснований линий (§ 11.3.1). Однако механизм нагрева других структур в настоящее время остаётся неясным. Наиболее вероятный механизм нагрева корональных дыр — нагрев магнитными волнами — чрезвычайно притягательная идея нагрева высокочастотными волнами в диапазоне между 1 Гц и 1 кГц, генерируемыми быстрыми, мелкими явлениями пересоединения на границах супергранул (Axford and McKenzie, 1996; McKenzie et al., 1995, 1997, 1998), особенно потому, что возникающие ионно-циклотронные волны могут также ускорять быстрый солнечный ветер и дать объяснение огромному уширению линии, которое наблюдалось прибором UVCS на космическом аппарате SOHO (Kohl et al., 1997).

В следующем пункте мы обсудим ХБР, которые, хотя и не обеспечивают всю энергетику короны, но представляют элементарные и изолированные области нагрева пересоединением. Более того, то, что они в настоящий момент идентифицируются как мелкие корональные системы петель, даёт возможность считать, что более крупные петли также нагреваются пересоединением. Мы кратко опишем три теоретические идеи, которые были использованы для объяснения коронального нагрева, а именно: вынужденное пересоединение (§ 11.3.1), возникновение токовых слоёв вследствие запутывания магнитных силовых

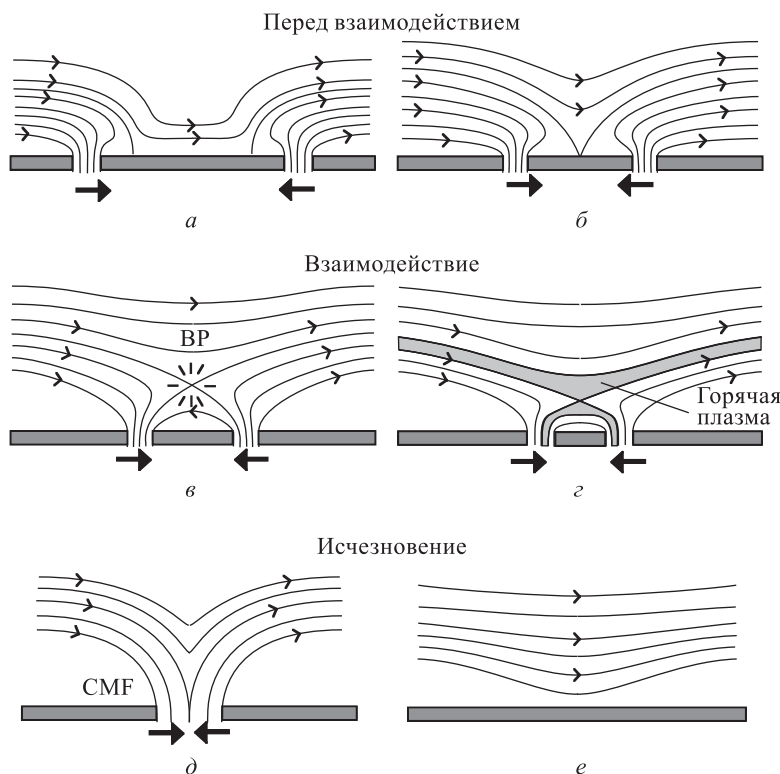


Рис. 11.22. Модель сходящихся потоков для яркой рентгеновской точки. Показаны фазы сближения и взаимодействия двух равных и противоположно направленных магнитных фрагментов. (а) Перед взаимодействием рентгеновская точка ещё не формируется, поскольку фрагменты слишком далеки друг от друга. (б) Как только фрагменты сближаются на достаточное расстояние, возникает рентгеновская точка в основании короны. (в) При дальнейшем сближении фрагментов рентгеновская точка сначала поднимается в корону и появляется яркая рентгеновская точка (ВР) с волокнистой структурой, но затем (г) рентгеновская точка опять начинает двигаться вниз. (д) В конечном итоге, когда фрагменты встречаются в фотосфере, то происходит исчезновение магнитной особенности (CMF), затем исчезает рентгеновская точка и (е) магнитные фрагменты

линий (§ 11.3.2) и МГД турбулентность (§ 11.3.3). Затем мы обсудим крупномасштабную диффузную корону (§ 11.3.4) и опишем недавние наблюдения *Yohkoh* и *SOHO* (§ 11.3.5), которые с высокой достоверностью обеспечили свидетельства в пользу пересоединения как основной причины коронального нагрева.

**11.3.1. Яркие рентгеновские точки, модель сходящихся потоков.** По всей поверхности Солнца можно обнаружить очень малые

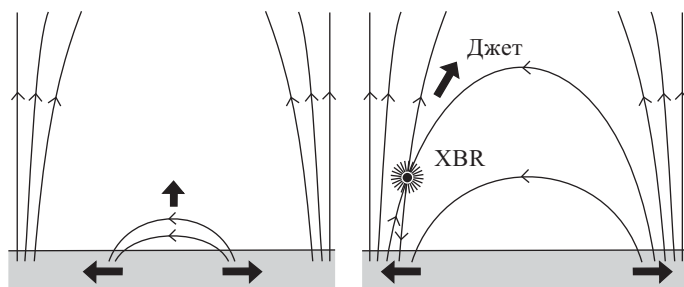


Рис. 11.23. Появление яркой рентгеновской точки на краю супергрануляционной ячейки в соответствии с моделью сходящихся потоков

области ( $\approx 3$  сек. дуги), которые видны как очень яркие в рентгеновском диапазоне, а их время жизни меньше нескольких часов. Поскольку эти области были видны как точки в старых рентгеновских телескопах, то они были названы яркими рентгеновскими точками или ХВР для краткости. Некоторые ХВР расположены над всплывающим потоком и могут быть объяснены в рамках модели всплывающих потоков (§ 11.2.1), но большинство расположены в короне над парами магнитных фрагментов противоположной полярности, которые приближаются друг к другу. При столкновении эти фрагменты начинают аннигилировать друг с другом в процессе, который наблюдатели называли «исчезновение» (Martin et al., 1985). Была предложена модель, в которой исчезновение может быть результатом затопления простой петли, но сейчас это кажется маловероятным (Priest, 1987), поскольку существует острая грань, которая формируется между фрагментами противоположной полярности во время их диссипации. Эта острая грань даёт возможность предположить формирование токового слоя, когда фрагменты проталкиваются один в другой, и их исчезновение есть результат пересоединения в токовом слое. Более того, нет никаких данных, что затопление может привести к появлению вышележащего коронального уярчения. В середине 1980-х Харви (Harvey, 1985) открыл, что присутствует сильная корреляция между появлением ХВР и исчезновением полярностей.

Модель сходящихся потоков, показанная на рисунках 11.22 и 11.23 объясняет, как исчезновение магнитных полярностей, приводит к появлению ХВР (Priest et al., 1994a). Из-за перекрытия линий магнитного поля в области исчезновения нулевая точка не возникает до тех пор, пока противоположные полярности не сойдутся достаточно близко. Нулевая точка появляется сначала на поверхности и затем движется вверх одновременно со сближением полярностей. Однако непрерывное движение незамедлительно заставляет нулевую точку изменить направление движения и двигаться обратно в фотосферу. В большинстве случаев магнитный поток всплывает в супергранулярной ячейке и затем движется к границе, где одна полярность имеет

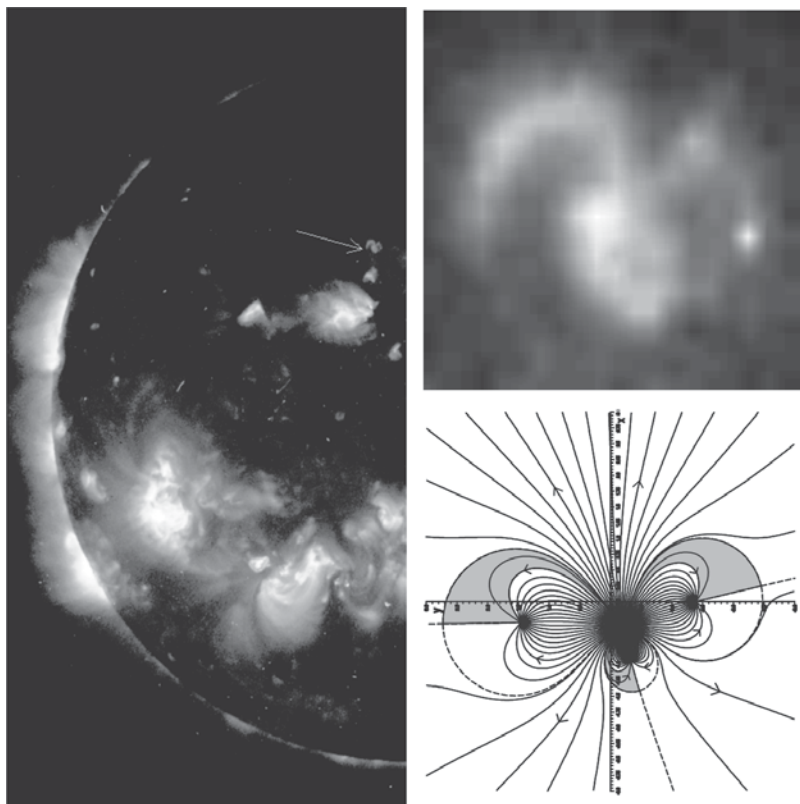


Рис. 11.24. Слева: рентгеновское изображение диска Солнца. Большая часть яркой эмиссии исходит из активных областей, вблизи солнечных пятен. Стрелкой показана слабая кратковременная яркая рентгеновская точка, которая только что возникла. Справа сверху: изображение этой точки вблизи. Видна волокнистая тонкая структура. Справа внизу: геометрическое место силовых линий, экстраполированное из наблюдений магнитного поля на поверхности. Присутствуют три нулевые точки в местах, где пересекаются сепаратрисы (пунктирные кривые). Заштрихованные области показывают районы, в которых плазма, нагретая в процессе пересоединения достаточно плотная, чтобы быть видимой в рентгеновском диапазоне (Parnell et al., 1994)

тенденцию накапливаться, пока другая пересоединяется с противоположной и формирует яркую точку (рис. 11.23). Модель предсказывает, что рентгеновские снимки ХВР с высоким разрешением должны показывать существенную структуризацию, и такая структуризация действительно была обнаружена (Golub et al., 1994). Рисунок 11.24 показывает, насколько такая структура совпадает с предсказанной на основе трёхмерной модели (Parnell et al., 1994).

Фалконер и др. (Falconer et al., 1999) устроили настоящую охоту на яркие рентгеновские точки с помощью телескопа EIT (Extreme ultra-violet Imaging Telescope) на борту SOHO в огромном квадрате со стороной  $0,6R_{\odot}$ . Они использовали фильтр, чтобы убрать фоновые шумы и обнаружили множество рентгеновских точек более мелких, чем наблюдаемые обычно, которые они называли «яркие микроточки». Сравнение с магнитограммой обсерватории Kitt Peak (рис. 11.25) показало, что нормальные яркие точки лежат над большими фрагментами магнитного поля смешанной полярности, которые находятся близко друг к другу и, возможно, вызывают пересоединение в лежащей выше короне. Все яркие микроточки лежат на границах взаимодействия магнитных полярностей (большинство из них находятся над областями смешанной полярности, что согласуется с наблюдениями крупномасштабных точек), и даёт намного больший спектр явлений пересоединения в короне, описываемых моделью сходящегося потока (см. также Habbal and Grace, 1991).

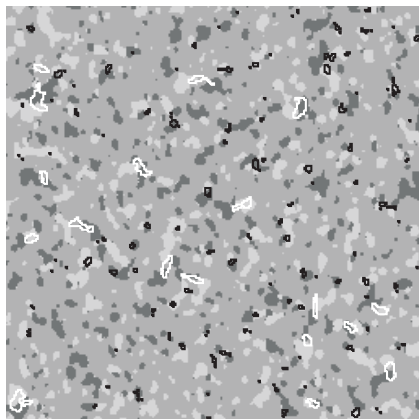


Рис. 11.25. Сравнение нормальных ярких точек (белый), ярких микроточек (чёрный) и магнитных фрагментов положительной (светло-серый) и отрицательной (тёмно-серый) полярностей в квадрате со стороной  $0,6R_{\odot}$  для спокойного Солнца (Falconer et al., 1999)

**11.3.2. Возникновение токовых слоёв вследствие переплетения и других механизмов.** В гл. 2 мы в деталях описали механизм возникновения токового слоя как реакцию на движение оснований силовых линий на поверхности, на которой они закреплены. Токовый слой может образоваться при коллапсе в нулевой точке (§ 2.1, § 2.5) или при всплывании нового потока из подфотосферных слоёв (рис. 2.7). Такие токовые слои могут образоваться в потенциальных полях (§ 2.2) или в бессиловых полях (§ 2.3), или с помощью магнитной релаксации (§ 2.4). Они могут появиться вдоль сепаратрис или сепараторов вследствие сдвиговых деформаций как в полях без нулевых точек, так и с нулевыми точками (Longscope and Silva, 1998). Кроме того, они могут образоваться, согласно работе (Parker, 1972), за счёт переплетения магнитных силовых линий (§ 2.7). В трёхмерном численном моделировании в рамках резистивной МГД Галсгаард и Нордлунд (Galsgaard and Nordlund, 1996) показали, что возникающие токовые слои очень сложны, и переплетение составляет приблизительно один оборот перед возникновением пересоединения, а результирующий на-



грев вдоль петли достаточно однороден (Galsgaard et al., 1999), как это показано на рис. 11.26. Более того, Демулин и Прист (Démoulin

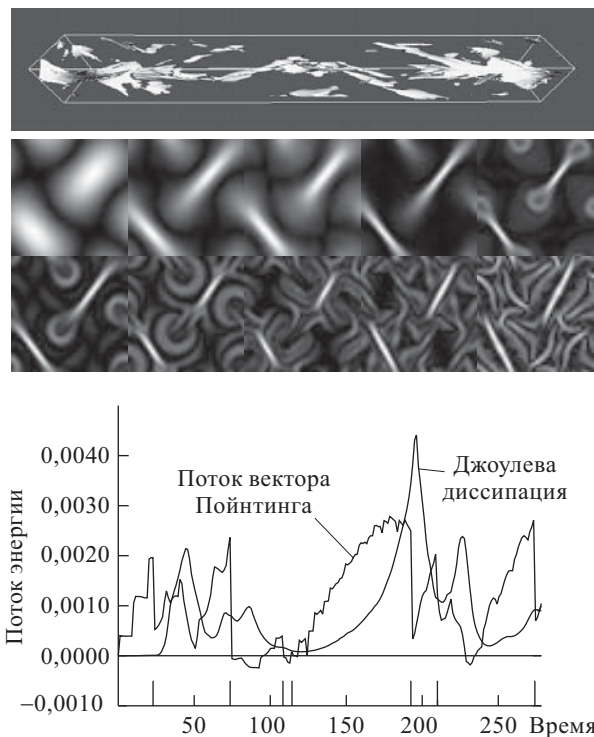


Рис. 11.26. Возникновение токовых нитей вследствие переплетения. Вверху: трёхмерное изображение в определённый момент времени. Середина: сечения в разные моменты времени. Внизу: график выделения энергии как функция времени (Galsgaard and Nordlund, 1996)

and Priest, 1997) показали, как корональный нагрев может происходить на квазисепаратрисных пограничных слоях (§ 8.7) между скрученными корональными полями, которые исходят из многочисленных интенсивных силовых трубок в фотосфере.

**11.3.3. Самосогласованная модель для коронального нагрева МГД турбулентностью.** Теория МГД турбулентности была разработана для моделирования солнечного динамо (Moffat, 1978), и только в наши дни её начали применять для объяснения поведения солнечного ветра (Matthaeus et al., 1984; Velli et al., 1990), но ещё до сих пор никто не использовал её для объяснения проблемы коронального нагрева.

Важными физическими величинами являются глобальные инварианты идеальной МГД, которые сохраняются в отсутствие диссипации.



В двумерной МГД такими глобальными инвариантами (Montgomery, 1983; Frisch et al., 1975) являются энергия, корреляция (или среднеквадратичный вектор-потенциал) и перекрёстная спиральность:

$$W_2 = \int \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{B^2}{2\mu} dS, \quad a = \int \frac{1}{2} A^2 dS, \quad H_2 = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} dS,$$

В трёхмерном случае инвариантами будут энергия, магнитная спиральность и перекрёстная спиральность:

$$W_3 = \int \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{B^2}{2\mu} dV, \quad H = \int \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} dV, \quad H_3 = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} dV,$$

где  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ .

В пространстве Фурье эти глобальные инварианты претерпевают каскады, которые могут быть прямыми, если происходит переход от больших к малым длинам волн и непрямыми (или обратными), если переход происходит в обратном направлении. Энергия имеет либо колмогоровский спектр ( $\sim k^{-5/3}$ ), либо спектр Крайчмана ( $\sim k^{-3/2}$ ) и претерпевает прямой каскад в сторону малых длин волн, в то время, как корреляция  $a(\sim k^{-1/3})$  в двумерной МГД и магнитная спиральность  $H(\sim k^{-2})$  претерпевают не прямой каскадный процесс в сторону больших длин волн.

Тинг и др. (Ting et al., 1986) провели серию экспериментов в рамках двумерной МГД, в которых они обнаружили *выборочный распад*, когда начальная кинетическая энергия меньше магнитной энергии и перекрёстная спиральность (нормализованная) меньше, чем энергия. В этом случае магнитная энергия распадается быстрее, чем магнитная спиральность и поэтому претерпевает прямой каскад в сторону малых длин волн, после чего нелинейные взаимодействия стараются её пополнить. В то же самое время магнитная спиральность идёт по пути обратного каскадного процесса, и магнитное поле стремится к бессиловому состоянию. Напротив, когда кинетическая и магнитная энергии примерно одинаковы и перекрёстная спиральность примерно равна энергии, Тинг и др. обнаружили процесс динамического выравнивания с тенденцией в направлении альфвеновских состояний, имеющих скорости  $\mathbf{v} = \pm \mathbf{B}/\sqrt{\mu\rho}$  (см. также Biskamp, 1994).

Попытки использования этой теории к корональному нагреву были сделаны несколькими авторами. Холлвег (Hollweg, 1983) переработал теории волнового нагрева, Старрок и Учида (Sturrock and Uchida, 1981) вычислили скорость роста накапливаемой энергии за счёт беспорядочного закручивания силовой трубки через бессиловые состояния в виде

$$\frac{B^2}{\mu L} \langle v_p^2 \rangle \tau_p,$$

где  $v_p$  — скорость на фотосфере,  $\tau_p$  — время корреляции движения оснований силовых линий и угловые скобки означают усреднение. Они предположили, что время диссипации  $\tau_d > \tau_p$ , поэтому свободная

энергия может продолжать запасаться. Напротив, Хейвартс и Прист (Heyvaerts and Priest, 1984) включили механизм диссипации и предположили, что  $\tau_d < \tau_p$ . Они получили поток тепла, равный

$$F_H = \left( \frac{B^2}{\mu L} v_p^2 \tau_p \right) \left( \frac{L}{L + l_p} \right)^2 \frac{\tau_d}{\tau_p},$$

где  $L$  — половина длины петли и  $l_p$  — характерный пространственный масштаб фотосферного движения. Последние два множителя в вышеприведённом выражении меньше единицы и показывают, каким образом ограничивается эффективность процесса.

Ван Балленгуен (van Ballegoijen, 1985) рассмотрел начальные стадии каскада энергии при беспорядочном движении оснований. Он предположил, что состояния — бессильные и масштаб длины ( $l_p$ ) фотосферного движения намного меньше длины петли. Он обнаружил, что среднеквадратичная усреднённая плотность тока  $\langle j^2 \rangle$  возрастает экспоненциально  $[\sim \exp(t/\tau_p)]$ . Гомез и Ферро Фонтан (Gomez and Fero Fontan, 1988) применили теорию двумерной МГД турбулентности к скрученным корональным петлям и предположили инжекцию энергии на определённой длине волны ( $k_p$ ) с последующим каскадом энергии со спектром  $k^{-5/3}$  к диссипативным волновым числам  $k_d$  вместе с обратным каскадом среднеквадратичного потенциала в виде  $k^{-1/3}$ . Кроме этого, Гомез и др. (Gomez et al., 1993) измерили мелкомасштабную структуру в снимках телескопа NIXT (Normal Incidence X-ray Telescope) и нашли, что спектр интенсивности пропорционален  $k^{-3}$ , только на одном порядке величины.

Многие механизмы коронального нагрева, такие как переплетение и образование токового слоя или резистивные неустойчивости, или волны — все приводят к состоянию МГД-турбулентности, поэтому возникает вопрос, как же можно изучать такое состояние? Хейвартс и Прист (Heyvaerts and Priest, 1984) начали с адаптации теории релаксации Тейлора (п. 9.1.1) к корональным условиям, в которых магнитные силовые линии пронизывают границу, а не параллельны ей.

В модели Тейлора глобальная магнитная спиральность сохраняется, а в модели Хейвартса–Приста движения оснований линий заставляют корональное поле эволюционировать через серии линейных бессильных конфигураций, удовлетворяющих условию  $\nabla \times \mathbf{B} = \alpha_0 \mathbf{B}$ . Связность оснований не сохраняется, а вместо этого константа  $\alpha_0$  определяется из эволюции магнитной спиральности (§ 8.5), обусловленной инжекцией через граничные движения в соответствии с уравнением (8.52). Результирующий поток тепла равен

$$F_H = \frac{B^2 v}{\mu} \frac{\tau_d}{\tau_0},$$

где, как и раньше,  $\tau_d$  — время диссипации, а  $\tau_0$  — характерное время движения оснований. Этот результат полностью совпадает с результа-

том Паркера в п. 11.2.1, если  $\tau_d$  заменить на время пересоединения ( $d/v_R$ ) и  $\tau_0$  заменить на время конвекции ( $L/v_0$ ).

Базисная модель Хейвартса и Приста (Heyvaerts and Priest, 1984) была использована Браунингом и др. (Browning et al., 1986) для множества тесно упакованных силовых трубок и Диксоном и др. (Dixon et al., 1988) для асимметричной силовой трубки. Векштейн и др. (Vekstein et al., 1990) вычислили одновременные напряжение и релаксацию аркады.

Хотя многие механизмы приводят к турбулентному состоянию, они неполны в том смысле, что в них присутствуют свободные параметры, такие, как  $\tau_d$  в уравнениях выше или времена корреляции или релаксации. Другими словами, механизмы не определяют поток тепла  $F_H$  только через фотосферные движения. По этой причине Хейвартс и Прист (Heyvaerts and Priest, 1992) начали развитие нового подхода, в котором предполагается, что фотосферные движения инжектируют энергию в корону и поддерживают её в турбулентном состоянии с турбулентным коэффициентом магнитной диффузии  $\eta^*$  и вязкостью  $\nu^*$ . Существуют две части этой теории. В первой они вычислили глобальное МГД-состояние, определяемое движениями на границе, которое задаёт  $F_H$  через  $\nu^*$ . Во второй они использовали каскадные теории в МГД-турбулентности, чтобы определить  $\nu^*$  и  $\eta^*$  из выражения для  $F_H$ . Другими словами, круг замкнулся и  $F_H$  теперь определяется независимо от  $\nu^*$  и  $\eta^*$ . Они применили эту общую модель к простому примеру одномерных беспорядочных фотосферных движений, создающих двумерное корональное магнитное поле.

Предположим, что безразмерные движения на границе имеют вид  $\pm V(x)\hat{y}$  (с Фурье коэффициентами  $V_n$ ) при  $z = \pm L$  и создаются движения  $v(x, z)\hat{y}$  и магнитное поле  $B_0\hat{z} + B_y(x, z)\hat{y}$  внутри объёма, между  $z = -L$  и  $z = L$ . Тогда стационарные уравнения движения и индукции МГД приводятся к виду

$$0 = \frac{B_0}{\mu} \frac{\partial B_y}{\partial z} + \rho \nu^* \nabla^2 v_y, \quad 0 = B_0 \frac{\partial v_y}{\partial z} + \eta^* \nabla^2 B_y.$$

Решение может быть легко найдено, и результирующий поток энергии Пойнтинга через границу равен:

$$F_H = \frac{B_0^2 v_{A0}}{\mu} \sum_0^\infty \frac{V_n^2 H^*}{\eta/(lv_{A0})} \left( 1 + \frac{2\lambda_n^2}{\sqrt{1+4\lambda_n^2}} \right) \frac{\text{sh}\left(\sqrt{1+4\lambda_n^2/H^*}\right) + \text{sh}(1/H^*)}{\text{ch}\left(\sqrt{1+4\lambda_n^2/H^*}\right) - \text{ch}(1/H^*)}, \quad (11.25)$$

где  $H^* = \sqrt{\eta^* \nu^*}/(Lv_{A0})$  — обратное число Гартмана. Для второго шага применим теорию Пуке, задав  $\eta^* = \nu^*$ , и, если  $a$  полуширина петли, то

$$F_H = \frac{27[\nu^{*2}/(Lv_{A0})]\pi^3}{2a^3/L^3} \frac{B_0^2 v_{A0}}{\mu},$$

так что приравнивание двух вышеприведённых выражений для  $F_H$  даёт одно уравнение для  $\nu^*$ . Для типичных параметров петли в спокойной области: плотность  $2 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$ , магнитное поле  $3 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3} \text{ Т}$  (30–50 Гс), т.е. нагрев  $F_H$  будет равен  $(2,4-5,5) \cdot 10^2 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ , а турбулентная скорость — (24–33) км/с, тогда, как величины  $5 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $10^{-2} \text{ Т}$  (100 Гс) для петли активной области дают  $2 \cdot 10^3 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$  для нагрева и 40 км/с для турбулентных скоростей. Учитывая ограничения модели, эти величины очень даже приемлемы. Инверарити и Прист (Inverarity and Priest, 1995a, b) впоследствии применили эту теорию к закрученной силовой трубке и к турбулентному нагреву волнами, обусловленному более быстрыми движениями оснований силовых линий.

**11.3.4. Крупномасштабная корона.** Крупномасштабная корона видна на снимках, сделанных в мягком рентгене на японском спутнике Yohkoh, (см. рис. 11.21 б и 11.29 а внизу) и состоит из больших магнитных петельных систем, которые преобладают в короне во время солнечного минимума. Они также встречаются вне активных областей и корональных дыр в солнечном максимуме, когда полная интенсивность рентгеновского излучения на порядок величины выше (Acton, 1996). Как происходит нагрев такой крупномасштабной короны?

Ключ к проблеме был получен после наблюдений SOHO (Солнечная и гелиосферная обсерватория — Solar and Heliospheric Observatory), которые показали, что поверхность спокойного Солнца покрыта *магнитным ковром* (рис. 11.27), состоящим из положительных и отри-

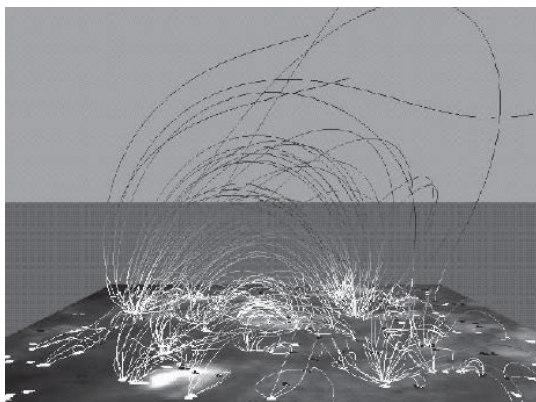


Рис. 11.27. Так называемый «магнитный ковёр», показывающий наблюдаемые фотосферные магнитные фрагменты и вычисленное положение корональных магнитных силовых линий (предоставлено MDI консорциумом)

цательных фрагментов магнитного поля, которые видны в магнитограммах, полученных на MDI (Michelson Doppler Imager), и лежат

вдоль границ супергрануляционных ячеек. Эти фрагменты непрерывно всплывают и двигаются к границам ячеек, где они либо аннигилируют с потоком противоположной полярности, либо сливаются или дробятся. Удивительный результат состоит в том, что магнитный поток на поверхности обновляется каждые 40 часов (Schrijver et al., 1997). Это обновление, согласно модели всплывающего потока (§ 11.3.1), возможно происходит за счёт *погружения пересоединением* (Priest, 1987), в котором пересоединение происходит над фотосферой и результирующая петля ниже области пересоединения затем выталкивается или погружается в фотосферу.

Процесс пополнения магнитного «ковра», похоже, приводит в действие корональный нагрев, но как? Часть энергии будет идти напрямую в яркие рентгеновские точки или яркие микроточки, и, возможно, они представляют собой крупномасштабный хвост намного большего количества мелкомасштабных ярких наноточек или нановспышек, которые нагревают корону одним и тем же механизмом (рис. 11.23). Другая возможность состоит в том, что механизм пополнения приводит в действие процессы нагрева, локальные по всей короне. Понимание, какой из процессов преобладает, появилось после недавней обработки наблюдений Yohkoh, и окончательную модель можно описать следующим образом.

Если, с одной стороны, крупномасштабные корональные петли нагревались бы турбулентным пересоединением в многочисленных мелких токовых слоях, как описывается в модели паркеровского переплетения, то тепло выделялось бы совершенно однородно по всей петле (рис. 11.28 а). С другой стороны, если бы нагрев был обусловлен

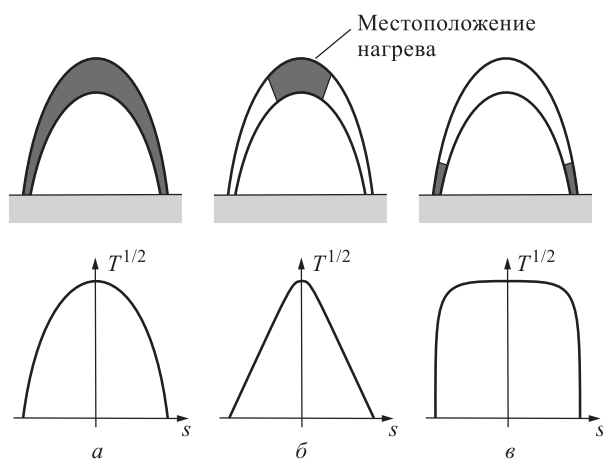


Рис. 11.28. Три типа нагрева корональной петли: (а) нагрев происходит по всей петле, (б) нагрев около вершины или (в) нагрев около подножий. Каждый тип генерирует различные температурные профили, как показано ниже

длинноволновыми альфвеновскими волнами, стоящими в петле и обладающими максимальной амплитудой в вершине петли, то такие волны затухали бы в области у вершины (рис. 11.28 б). Более того, если нагрев совершался бы ХВР или другими процессами пересоединения около солнечной поверхности, то тепло выделялось бы в основном у оснований петли (рис. 11.28 в). Стационарный тепловой баланс между таким нагревом и теплопроводностью вдоль петли от одного основания до другого будет тогда создавать температурный профиль, который в качестве аргумента имеет переменную  $T^{7/2}$ , дающую квадратичную функцию в первом случае, или точечную функцию во втором случае, или крутой подъём возле оснований и плоский профиль в вершине в третьем случае.

Понимая, что распределение температуры очень чувствительно к механизму нагрева, Прист и др. (Priest et al., 1998) использовали данные мягкого рентгеновского телескопа на Yohkoh для сравнения температур вдоль большой петли (рис. 11.29) с серией моделей, чтобы

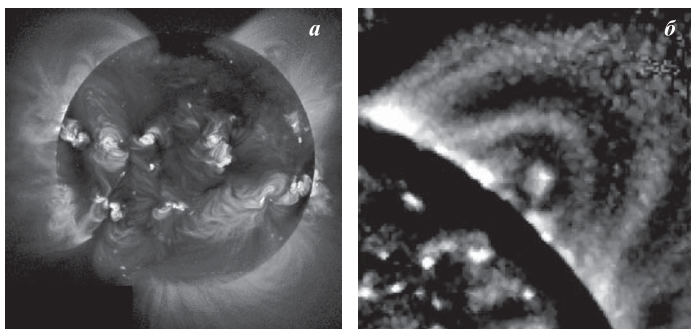


Рис. 11.29. (а) Изображение Солнца в мягком рентгеновском излучении по данным японского аппарата Yohkoh. (б) Увеличенное изображение петель в верхнем правом углу изображения

определить вероятный механизм нагрева. Наиболее вероятные значения параметров модели были найдены посредством минимизации  $\chi^2$ .

Наблюдаемые температуры росли от величины 1,4 МК около основания петли до 2,2 МК на вершине, и на рис. 11.30 а можно видеть, что модель с тепловыделением, концентрирующимся около оснований, даёт очень плохое совпадение с наблюдениями, в то время как модель, в которой тепло фокусировалось на вершине (рис. 11.30 б), даёт намного лучшее совпадение. Однако наилучшее совпадение с наблюдаемыми данными дал однородный нагрев по петле (рис. 11.30 в), и это убедительно доказывает, что при нагреве выделяется энергия совершенно однородно вдоль длины петли, по крайней мере, для рассмотренного примера.

Что касается существующих моделей, то самой подходящей для объяснения однородного нагрева является паркеровский механизм тур-

булентного пересоединения благодаря переплетению силовых линий. Другой более умозрительный, но не менее интересный механизм был предложен Аксфордом и МакКензи. В рамках их модели нагрев происходит высокочастотными ионно-циклотронными волнами (Axford and McKenzie, 1996; McKenzie et al., 1997). Однако для генерации таких волн требуются более мелкие области пересоединения в сетке магнитных полей, чем наблюдаемые в настоящее время. Например, для альфвеновской скорости порядка  $10^4$  км/с пересоединение в силовой трубке шириной 100 км давало бы волны с характерным периодом 0,01 с.

**11.3.5. Общепринятые свидетельства в пользу пересоединения по наблюдениям SOHO.** Yohkoh и SOHO дали важные сведения для понимания природы коронального нагрева. По наблюдениям на Yohkoh установлено, что когда крупномасштабное поле становится замкнутым после выброса, то такое «замыкание» происходит в структурах, подобных каспу (рис. 11.13 и 11.21 б).

Кроме того, наблюдения температуры в активных областях показали, что все наиболее горячие петли либо касповидной структуры, либо являются парами взаимодействующих структур, в которых с высокой вероятностью происходит пересоединение (Yoshida and Tsuneta, 1996). Вдобавок, много рентгеновских джетов, открытых Шибатой и др. (Shibata et al., 1992, 1994), некоторые из которых связаны с яркими рентгеновскими точками и их поведение было прекрасно промоделировано (Shibata et al., 1996), являются другим явным проявлением пересоединения. Эти джеты могут простирались на более чем половину солнечного радиуса со скоростью течения выше 200 км/с.

На SOHO имеются три прибора для наблюдения нижней части короны (EIT, SUMMER и CDS) и два для наблюдения внешней короны (UVCS и LASCO), и наблюдения на всех показали присутствие процессов пересоединения. В самом деле, SOHO продемонстрировал, что

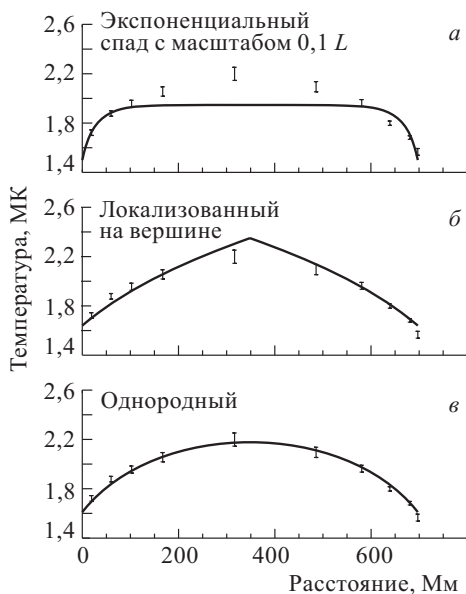


Рис. 11.30. Сравнение наблюдаемого профиля температуры с тремя моделями, в которых поток тепла (а) локализован у подножия, (б) на вершине и (в) распределён однородно по петле



пересоединение даёт красивое объяснение многих несхожих явлений, таких, как взрывные явления, блинкеры, возможно, солнечные торнадо, яркие рентгеновские точки, вариации магнитного ковра и существование крупномасштабной короны.

Вы, конечно, можете никогда не доказать свою теорию наблюдениями или экспериментами, а только опровергнуть её с помощью их, что очень неприятно для теоретика! Но теперь произошёл реальный сдвиг. Если раньше пересоединение было просто обворожительной концепцией, которая возбуждала воображение теоретиков, в частности нас, то теперь, когда множество наблюдений Yohkoh и SOHO прекрасно показали, что пересоединение на самом деле существует, оно начинает становиться естественным объяснением множества явлений коронального нагрева. Позвольте нам сказать несколько слов о каждом из вышеупомянутых проявлений выделения энергии в процессах пересоединения.

Множество взрывных явлений (см. § 11.2.3) наблюдались прибором SUMMER (Innes et al., 1997). Были представлены наблюдения в спектре Si IV с шагом 1 секунда дуги, которые показали двунаправленные джеты, которые были интерпретированы как джеты, ускоренные в противоположных направлениях пересоединением (рис. 11.31). Более того, в работе (Chae et al., 1998) было проведено сравнение взрыв-

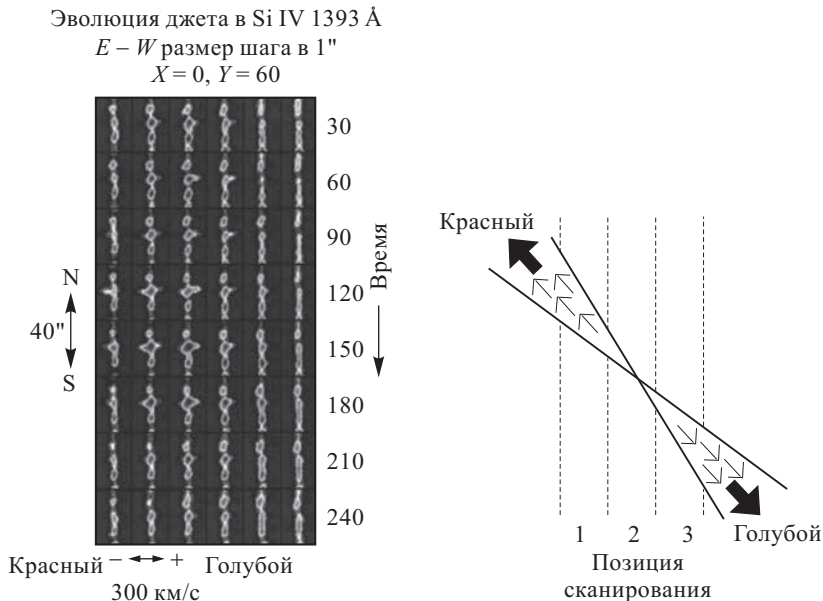


Рис. 11.31. Спектр взрывного явления в Si IV с шагом слева направо в каждом ряду 1 секунда дуги []



ных явлений с магнитограммами обсерватории Big Bear и получено, что в месте взрывного явления расположено множество магнитных фрагментов, которые налетают друг на друга и, возможно, приводятся в действие пересоединением в лежащей ниже атмосфере.

С помощью прибора CDS Харрисон (Harrison, 1997) обнаружил уярчения в переходном слое, которые он окрестил *блинкерами*. Они расположены на границах взаимодействия и обычно длятся порядка 10 мин. Берхманс и др. (Berghmans et al., 1998) изучили уярчения с помощью EIT в He II при 80000 К. Эти уярчения похожи на блинкеры, но широко варьируются по размерам и характерным временам. Из наблюдений 10000 таких событий они определили их статистические свойства и обнаружили явные корреляции длительности, интенсивности и площади с энергией. Более того, Крукер и др. (Krucker et al., 1998) наблюдали с помощью EIT микровспышки, которые имеют энергию  $10^{18} - 10^{19}$  Дж ( $10^{25} - 10^{26}$  эрг) и энергетический спектр, пропорциональный  $W^{-2/6}$ , где  $W$  — энергия события. Эти вспышки дают около 20% нагрева для спокойного Солнца. С помощью данных спутника TRACE (Transitional Region and Coronal Explorer) (Parnell and Jupp, 1999) изучались даже более мелкомасштабные события и было обнаружено, что такой энергетический спектр продолжается до, по крайней мере,  $10^{24}$  эрг с наклоном между  $W^{-2}$  и  $W^{-2.6}$ . Если такой спектр продолжается ниже до энергий  $4 \cdot 10^{22}$  эрг с наклоном  $W^{-2.6}$ , то нановспышки с таким выделением энергии смогут обеспечить всю энергию, необходимую для нагрева спокойной короны.

Пайк и Мэсон (Pike and Mason, 1998) наблюдали макроспикулы в корональных дырах с помощью CDS. Было обнаружено, что макроспикулы вращаются с характерной скоростью 20 км/с, но иногда и со скоростью 150 км/с, и эти явления были названы ими *торнадо*. Являются ли они следствием трёхмерного пересоединения, когда скрученные структуры естественно появляются вследствие сохранения спиральности? Или это торсионные волны кручения, возникшие из-за фотосферных закручивающих движений? Более того, претерпевают ли обычные спикеры такую скрученность, верно ли это для ещё более тонких структур, которые могут вызывать ионно-циклотронные волны и ускорять быстрый солнечный ветер?

## 11.4. Внешняя корона

С появлением космических аппаратов стало возможным, по крайней мере в принципе, делать непосредственные измерения процессов пересоединения в области, простирающейся с 4 солнечных радиусов (предполагаемый Solar Probe) и до 125 а.е. (расстояние, на котором, как ожидается, Voyager II потеряет контакт с Землёй в 2020 г.). Структуры, которые достижимы на сегодняшний день для космических аппаратов, включают СМЕ, гелиосферные токовые слои, планетные

магнитосферы (§ 10.6) и гелиопаузу, отделяющую межзвёздное и солнечное магнитные поля.

**11.4.1. Корональные выбросы массы.** Как уже было упомянуто в начале этой главы, инжекция магнитного потока во внешнюю гелиосферу может служить причиной бесконечного возрастания магнитного поля, если нет пересоединения. Если не будет пересоединения, то поле будет удваиваться на 1 а.е. каждые несколько недель, поэтому нет никакого сомнения, что пересоединение где-то происходит (McComas et al., 1992).

Однако существуют два возможных пути, по которым могут идти процессы пересоединения. Они могут происходить прямо за корональным выбросом массы (ниже СМЕ — coronal mass ejection) вскоре после его возникновения. Альтернативой является вариант, когда пересоединение происходит намного позже в пограничном слое, разделяющем открытые благодаря СМЕ линии поля и замкнутые силовые линии ближайшей активной области (Hammond et al., 1996). Какой из этих вариантов является верным можно понять из наблюдений, проследив эволюцию силовых линий, разомкнутых благодаря СМЕ. Если пересоединение происходит за СМЕ, то требуется, чтобы открытые линии поля вновь становились замкнутыми, начиная с центра области с открытыми линиями, тогда как при пересоединении с соседними структурами линии поля должны вновь становиться замкнутыми с краёв открытой области. Изображения в линии He 10830 эволюции корональных дыр, образованных открытыми линиями магнитного поля, почти всегда показывают, что большинство силовых линий вновь становятся замкнутыми, начиная с центра, а не с краёв (Kahler, 1992). Таким образом, основным видом пересоединения будет прямое пересоединение под поднимающимся СМЕ. Этот результат подтверждается быстрой перестройкой шлемовидных стримеров, разорванных СМЕ, и появлением крупномасштабных рентгеновских петель (Hiei et al., 1993) и лент в линии He 10830 (Harvey and Recely, 1984).

Для определения максимальной высоты, на которой может происходить пересоединение под СМЕ, можно использовать аргументы, подобные тем, которые мы использовали в § 10.4 чтобы определить максимальное расстояние до X-линии в магнитном хвосте Земли. Если предположить, также как и раньше, что максимальная скорость истечения из X-линии не может превосходить альфвеновскую скорость в окружающем поле, то вновь пересоединяющиеся линии поля будут возвращаться к Солнцу только если скорость самой X-линии меньше альфвеновской скорости во внешней среде. Наименьшая возможная скорость X-линии равна локальной скорости солнечного ветра. После того как X-линия достигнет критической альфвеновской точки, где скорость солнечного ветра становится больше альфвеновской, пересоединённые линии магнитного поля уже не смогут возвращаться на Солнце. Для обычных условий в короне критическая альфвеновская

точка расположена между 10 и 20 радиусами Солнца от его поверхности (Weber and Leverett, 1967), поэтому любой процесс пересоединения, происходящий на большем расстоянии, не будет возвращать магнитные силовые линии обратно на Солнце. Вытекающий поток за СМЕ создаёт более высокие скорости движения и даже может уменьшить расстояние, после которого скорость Х-линии становится больше альфвеновской скорости окружающей среды.

По крайней мере в 10% наблюдений коронографом следа позади СМЕ видны круговые плазменные структуры или аркады, которые кажутся (по меньшей мере в двумерной плоскости) лежащими на линиях поля, которые отсоединились от фотосферы в процессе пересоединения (Webb and Cliver, 1995). Структуры, напоминающие нижнюю часть магнитного острова или плазмоида, показаны на рис. 11.7, но, поскольку они встречаются крайне редко, то это привело некоторых исследователей к выводу, что пересоединение за выбросом корональной массы — явление необычное (Illing and Hundhausen, 1983; McComas et al., 1991). Наблюдения коронографом LASCO на SOHO показали, что явления отрыва, тем не менее, проявляют множество других очевидных свойств, характерных для пересоединения (Simnett et al., 1997).

В работах (McComas et al., 1989; Gosling et al., 1995) были определены возможные наблюдаемые проявления пересоединения за СМЕ. Несмотря на тот факт, что большинство событий пересоединения происходят в пределах нескольких солнечных радиусов, всё же возможно рассмотреть глобальную топологию поля с космического аппарата, расположенного на 1 а.е. (220 солнечных радиусов). На таких расстояниях можно обнаружить сверхтепловые электронные потоки вместе с линиями магнитного поля, вдоль которых они распределились, оставаясь связанными с Солнцем. Если силовые линии поля становятся оторванными от основания короны в любой точке между основанием короны и космическим аппаратом, то этот отрыв виден как отсутствие надтепловых электронов. Более того, возможно определить: оба конца силовой линии привязаны к Солнцу, или только один. Если привязаны оба конца, то распределение надтепловых электронов бимодальное, когда закреплён только один конец, то распределение имеет пик вдоль поля в направлении от Солнца.

Используя наблюдения с космического аппарата ISEE и Ulysses, Гослинг и др. (Gosling et al., 1995) вывели трёхмерную топологическую последовательность для пересоединения в СМЕ, показанную на рис. 11.32. Изначально пересоединение создаёт поднимающийся магнитный жгут, которые ещё соединён на своих концах с Солнцем (рис. 11.32 а). Во время этой стадии вследствие пересоединения генерируются крупномасштабные рентгеновские петли, но силовые линии поля остаются соединёнными на концах с поверхностью Солнца. В итоге пересоединение с открытыми магнитными силовыми линиями обычного солнечного ветра отсоединяет магнитные силовые линии

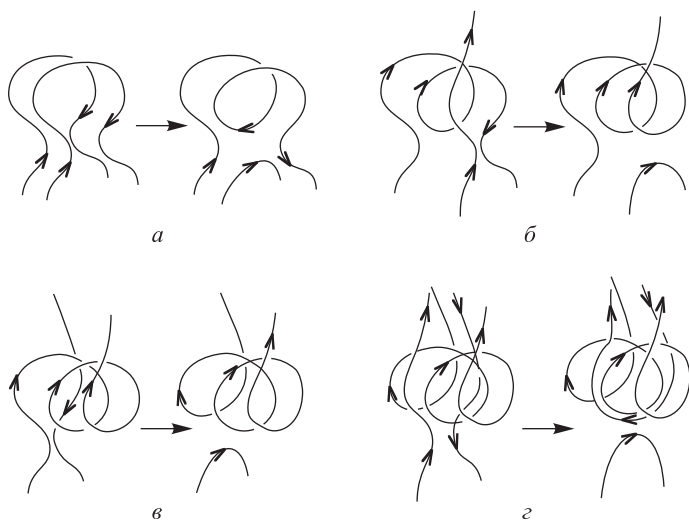


Рис. 11.32. Различные стадии развития пересоединения в СМЕ. (а) Две петли с широк пересоединяются, формируя спиральные линии поля, которые закреплены обоими концами на Солнце. (б) Пересоединение спиральных силовых линий внутри силового жгута и незамкнутых силовых линий солнечного ветра. Результатом этого процесса является появление силовой линии, которая закреплена на Солнце только одним концом, но (в) если процесс повторяется, то может произойти полный отрыв. (г) В конечном итоге пересоединение может начаться между незамкнутыми силовыми линиями вокруг магнитного жгута (Gosling et al., 1995)

от поверхности Солнца сначала на одном конце, затем на другом (рис. 11.32 б и 11.32 в). Пересоединение между открытыми силовыми линиями солнечного ветра и жгутом происходит так, как показано на рис. 11.32 г. В конце концов, все токовые структуры исчезают с исчезновением СМЕ.

Простым подсчётом числа СМЕ с различной степенью привязанности на различных расстояниях от Солнца, по меньшей мере в принципе, возможно определить скорость, с которой происходит пересоединение за и вокруг СМЕ. По прошествии 2–3 дней, когда большинство СМЕ добираются до 1 а.е., около 80% их проявляют признаки того, что они ещё привязаны обоими концами к Солнцу, как на рис. 11.32 а. Большинство из оставшихся 20% показывают закрепление с одного конца, как на рис. 11.32 б, и только в очень редких случаях происходит полное отсоединение от Солнца, как на рис. 11.32 в (Gosling, 1996). Даже такое малое количество не соответствует полному отсоединению от Солнца, поскольку магнитные жгуты СМЕ, похоже, продолжают содержать смесь замкнутых и разомкнутых силовых линий поля точно так же, как происходит при образовании плазмоида в геомагнитном

хвосте во время суббури (см. § 10.5). После примерно 10–15 дней (на 5 а.е.) процент СМЕ с закреплёнными на обоих концах магнитными силовыми линиями порядка 50 %, но случаи полного отсоединения всё ещё редки. После 30 дней (за 10 а.е.) становится очень сложно идентифицировать СМЕ, и поэтому вполне вероятно, что к этому времени все линии поля внутри СМЕ стали частью окружающего поля солнечного ветра (McComas et al., 1995).

**11.4.2. Шлемовидные стримеры и гелиосферный токовый слой.** На высотах больше одного солнечного радиуса над фотосферой солнечный ветер начинает вытягивать солнечное магнитное поле до такой степени, что оно становится практически радиальным. Над активной областью такое вытягивание приводит к появлению шлемовидного стримера, который в вершине имеет токовый слой, простирающийся в межпланетное пространство (рис. 11.21). На 10–20 солнечных радиусах токовые слои от отдельных шлемовидных стримеров сливаются и образуют глобальный гелиосферный токовый слой. Как токовые слои шлемовидных стримеров, так и гелиосферный токовый слой представляют собой потенциальные области магнитного пересоединения.

Одно время считалось, что солнечные вспышки могут создаваться пересоединением в токовом слое на вершине шлемовидного стримера (Sturrock, 1966), но в наши дни было доказано, что выделение энергии происходит на гораздо более низких высотах. Всё же остаётся возможность, что существует отдельный класс явлений, которые возникают вследствие пересоединения в токовом слое стримера. Пересоединение около основания токового слоя стримера должно отсоединять слой и вызывать его быстрое движение от Солнца (Linker et al., 1992). Возможные события таких явлений отсоединения шлемовидного стримера были описаны в работах (McComas et al., 1991; Cliver and Kahler, 1991), но эти события происходят относительно редко по сравнению с СМЕ, и не связаны со вспышками.

Полагают, что пересоединение также происходит в гелиосферном токовом слое. Космические аппараты, вращающиеся вокруг Солнца в плоскости эклиптики, повседневно пересекают этот токовый слой так же, как и другие токовые слои, природа которых неясна. Некоторые из этих дополнительных токовых слоёв могут вести своё происхождение от СМЕ или от области коротации, где медленный солнечный ветер догоняется быстрым солнечным ветром, исходящим из корональной дыры. Также существует множество малых токовых слоёв (Neugebauer et al., 1986), которые могут быть созданы при запутывании оснований магнитных силовых линий, как было предложено Паркером (Parker, 1983). Исследования (Formisano and Amata, 1975; Pudovkin and Shukhova, 1988; Wu and Lin, 1989) этих слоёв на космических аппаратах указывают, что некоторые из таких токовых слоёв могут быть

подвержены пересоединению, но эволюция процесса пересоединения в таких случаях ещё не ясна.

**11.4.3. Гелиопауза.** Где-то около 100 а.е. солнечный ветер становится дозвуковым на предельной ударной волне, которая образуется при взаимодействии межзвёздной среды и солнечного ветра (Suess, 1990). Дозвуковая солнечная плазма, текущая вниз по потоку ударной волны, сталкивается с межзвёздной плазмой на расстоянии около 120 а.е. (Steinolfson and Gurnett, 1995). Эта граница получила название *гелиопауза* и, как в случае взаимодействия земной магнитосферы и солнечного ветра, там вероятно происходит пересоединение (Масек, 1989, 1990).

Как результат солнечного цикла полярность поля над и под гелиосферным токовым слоем меняется на обратную каждые 11 лет. Таким образом, если ориентация межзвёздного магнитного поля приблизительно постоянна во времени, то области гелиопаузы, наиболее предпочтительные для пересоединения, будут осциллировать между северной и южной полусферами (Nerney et al., 1993). Если пересоединение важно для проникновения космических лучей в гелиосферу, как было предложено в работе (Suess and Nerney, 1993), то часть космических лучей, модулированная 22-летним циклом, может быть результатом пересоединения, хотя на настоящий момент не существует доказательств, так ли это на самом деле.

## Глава 12

### АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложения теории пересоединения к астрофизическим системам имеют относительно короткую историю, особенно если сравнивать с магнитосферой Земли или солнечной короной. Огромные расстояния до астрофизических объектов от Солнечной системы представляют серьёзную проблему для специалистов по физике плазмы, поскольку существует очень мало пространственно разрешённых измерений на звёздных масштабах, по которым можно было бы строить теории. Тем не менее достижения в формировании изображений путём обработки доплеровских сигналов (доплеровская томография) и появление приборов с высокой разрешающей способностью, например, телескопа Хаббла, облегчают задачу. Астрофизический магнетизм — это огромная область исследований, которой мы можем лишь кратко коснуться в этой главе; для более глубокого ознакомления с этой областью можно посоветовать читателю монографию Местела (Mestel, 1999).

Две основные задачи астрофизики, к которым теория магнитного пересоединения имеет непосредственное отношение и применяется достаточно широко, — это звёздные вспышки (Mullan, 1986) и процессы в аккреционных дисках (Verbunt, 1982). Анализ звёздных вспышек базируется на предположении, что они в целом подобны солнечным, за исключением, возможно, более высоких вспыхивающих энергий (например, Gershberg, 1983; Poletto et al., 1988). В звёздных вспышках может выделяться в  $10^4$ – $10^6$  раз большее количество энергии по сравнению с солнечными вспышками, но следует отметить, что для объяснения такого увеличения энергии требуется достаточно небольшое увеличение напряжённости магнитного поля и пространственных масштабов вспышки. Использование теории пересоединения в аккреционных дисках преследует двойную цель. Первое, это объяснение выбросов или джетов, подобных вспышкам, генерация которых происходит внутри диска, и второе — это понимание физического механизма возникновения вязкости, достаточной, чтобы вещество диска падало внутрь.

Пересоединение также применяется в моделях протозвездного коллапса (Mestel and Strittmatter, 1967; Norman and Heyvaerts, 1985), экстрагалактических выбросов (Romanova and Lovelace, 1992), галактических магнитных полей (Kahn and Brett, 1993; Lesch and Reich, 1992) и даже для галактических скоплений (Jafelice and Friaca, 1996). Действительно, где бы ни существовала плазма с магнитным полем,

должно встречаться и пересоединение. Настолько многочисленны приложения пересоединения, что трудно найти замагниченную плазму, в которой можно было бы им пренебречь.

### 12.1. Вспыхивающие звёзды

Открытие первой звёздной вспышки произошло почти через 90 лет после открытия первой солнечной вспышки Каррингтоном и Ходсоном в 1859 г. Ночью 25 сентября 1948 г. Джой и Хумансон наблюдали вспышку на красном карлике L726-8 (Haisch et al., 1991). После этого были обнаружены более чем сотня аналогичных вспыхивающих звёзд (Lang, 1992).

Вспышки могут происходить на звёздах различных типов, присутствующих на диаграмме Гершпрунга-Рассела (см. обзор Pettersen, 1989), но классические вспышечные звёзды — это красные карлики, подобные тому, который наблюдался Джой и Хумансоном в 1948 г. Красные карлики составляют около 65 % общего числа звёзд нашей Галактики, и около 75 % из них являются вспыхивающими звёздами (Rodonò, 1986), включая нашу ближайшую звёздную соседку Проксиму Кентавра. Эти вспыхивающие звёзды также известны как UV звёзды Кита (классический прототип) и dMe или dKe звёзды (их спектральная классификация). В соответствии с их названием, красные карлики — это малые звёзды с массами  $0,08\text{--}0,8M_{\odot}$  и радиусами  $0,15\text{--}0,85R_{\odot}$ , что значит, что они достаточно тусклые (Lang, 1992).

Излучение в оптическом диапазоне, производимое красным карликом dMe во время вспышки, особенно заметно в голубой непрерывной части спектра, где контраст с фотосферным излучением самой звезды в красном диапазоне наибольший. Также существует усиление бальмеровской линии, которое предшествует росту интенсивности в голубом континууме, но после своего появления континуум начинает доминировать над линейчатым излучением (Haisch, 1989). Линейчатое излучение остаётся повышенным и после того, как непрерывное излучение тускнеет. Как видно из рис. 12.1, временной профиль континуума является в значительной мере импульсным. Это означает, что континуальное излучение звезды является звёздным аналогом эмиссии солнечных вспышек в белом свете. Хотя солнечные вспышки очень редко излучают какой-либо белый свет вообще, но, когда это происходит, белый свет появляется только во время импульсной фазы в малых пятнах на фотосфере (Neidig, 1989). Аналогично голубой континуум во вспышке dMe также связан с импульсной фазой и возникает на поверхности звезды (van der Oord et al., 1996).

С середины 70х годов мягкое рентгеновское излучение было обнаружено у множества вспыхивающих звёзд (Haisch, 1996). Такая эмиссия рентгеновского излучения появляется в короне звезды после вспышки оптического излучения и совпадает по времени появления с линиями



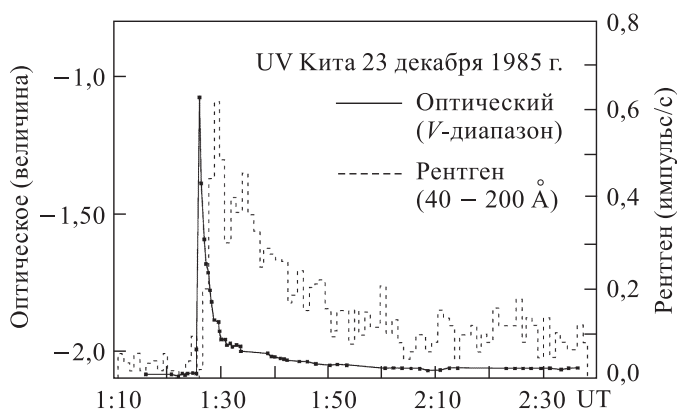


Рис. 12.1. Кривые светимости в оптическом и рентгеновском диапазонах для вспышки на красном карлике UV Кита. Оптическая кривая представлена для излучения в V диапазоне, которое имеет эффективную длину волны 5441 Å и полосу пропускания 708 Å (de Jager, 1989)

эмиссии, такими как  $H\alpha$ , которые существуют в течение долгого времени. Рентгеновское излучение является тепловым и показывает такую же временную зависимость, как и рентгеновское излучение солнечных вспышек (см. рис. 12.1).

Красные карлики, генерирующие вспышки, — обычно быстровращающиеся звёзды с глубокими конвективными зонами. Периоды их вращения порядка 10 часов (у Солнца — 26 дней) не являются для этих звёзд чем-то необычным, и звёзды с массой меньше  $0,2M_{\odot}$ , как предполагают, должны быть полностью конвективными (Haisch and Schmidt, 1996). Быстрое вращение в комбинации с глубокой конвективной зоной заметно повышает динамо-активность в этих звёздах, хотя следует отметить, что объяснение природы генерации магнитного поля в полностью конвективных звёздах остаётся пока нерешённой задачей. Прямые измерения поверхностных полей у красных карликов, так же, как и у других типов вспышечных звёзд, показывают, что на этих звёздах встречаются звёздные пятна с напряжённостью магнитного поля порядка 1000 Гс (Hartmann, 1987; Lisky, 1989; Saar, 1996), что совпадает с оценками, полученными из баланса плазменного и магнитного давлений на поверхности звезды. Напряжённости магнитных полей порядка солнечных, но площадь, покрываемая звёздными пятнами, намного больше, обычно около 20 % поверхности звезды (Vogt and Penrod, 1983). В некоторых случаях звёздные пятна занимают порядка 50 % поверхности (Brunnering et al., 1987), тогда как на Солнце площадь пятен никогда не превышает 2 % (Zirin, 1988).

Вспышки также происходят на молодых, находящихся ещё вне главной последовательности звёздах типа Т-Тельца (Т-Tauri). Эти звёзды

обладают массами порядка солнечной, но их возраст составляет всего  $10^5 - 10^7$  лет. Многие из них также являются быстровращающимися (Monmerle and Casanova, 1996), но особенности, которые делают звёзды типа Т-Тельца крайне интересными для исследователей — это их аккреционные диски и джеты. Джеты исходят из полярных областей звезды и подпитываются притоком массы из аккреционного диска (Gahm, 1994). Аккреционный диск обладает своей собственной короной, и эта корона может быть источником дисковых вспышек (Levy and Araki, 1989) — возможность, которая будет рассмотрена в п. 12.2.3.

Тесные двойные звёзды представляют ещё один важный класс вспыхивающих звёзд. Он включает в себя звёзды типа RS системы Гончих Псов (RS Canum Venaticorum), Двойные типа Алголя, W системы Большой Медведицы — W Ura (W Ursa Majoris); все они имеют компоненты, которые разделены не больше, чем на несколько их звёздных радиусов. Период обращения этих двойных систем составляет от 0,5 до 50 дней (Catalano, 1995), и поскольку компоненты приливно захвачены, то период обращения отдельных компонентов такой же, как и орбитальный период. Таким образом, как и в случае dMe звёзд, тесные двойные системы являются быстровращающимися звёздами, и должны генерировать сильное магнитное динамо. RS Гончих Псов состоит из обычных K и G субгигантов, лежащих на главной последовательности, в то время как двойные типа Алголя состоят из основного компонента — звезды A или B класса и второстепенного компонента — эволюционирующего K субгиганта, который переполнил свою полость Роша и, соответственно, вещество с этого компонента течёт на основной компонент. Системы W Большой Медведицы очень короткопериодные (<1 дня) двойные системы, в которых оба компонента заполняют свои полости Роша.

Благодаря своему быстрому вращению вспыхивающие звёзды — идеальные кандидаты для получения доплеровских изображений (Cameron, 1995). На рис.12.2 показаны такие изображения dKe вспыхивающей звезды AB Золотой Рыбы, полученные из спектра фотосферных линий (Donati and Cameron, 1997). Большое полярное пятно, видимое на верхней панели, может указывать на наличие сильного глобального дипольного поля с осью вдоль оси вращения звезды. Множество усилий было предпринято, чтобы проверить реальность существования больших полярных пятен, и хотя во многих случаях они могут быть всего лишь наблюдательными артефактами, возникающими вследствие отсутствия вращения на полюсах, возможность их существования полностью доказана. Основанием для этого являются профили с «плоским дном» у вращательно уширенных линий. Это явление встречается почти у всех звёзд, скорости вращения которых достаточны для получения доплеровских изображений их поверхностей. Этот эффект более сильный для звёзд с малым наклоном оси, у которых полярные области менее видны, чем у звёзд с большим наклоном оси.

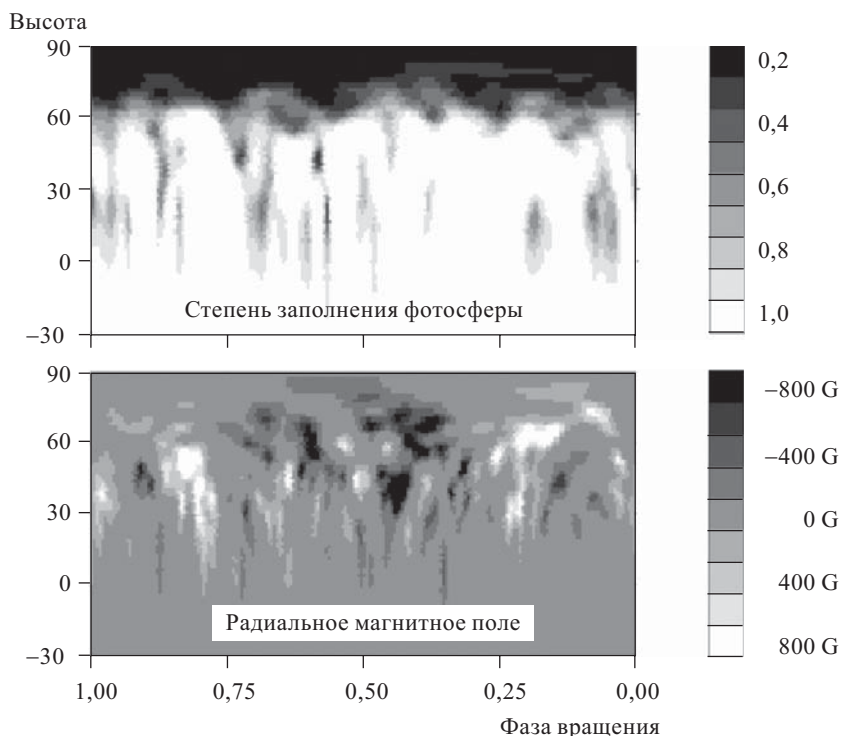


Рис. 12.2. Доплеровская томография АВ Золотой Рыбы, полученная на Англо-Австралийском телескопе 7 декабря 1995 г. Верхняя панель показывает максимальную яркость, а нижняя — радиальное магнитное поле, определённое с помощью эффекта Зеемана. Видимое отсутствие северного полярного магнитного поля может быть результатом подавления эффекта Зеемана, вызванного низкой поверхностной яркостью в полярной области (Donati and Cameron, 1997)

В табл. 12.1 сравниваются наблюдаемые величины для корональной эмиссии (в основном в рентгеновском диапазоне) от солнечных и звёздных вспышек. Приведены данные для двух различных классов солнечных вспышек: для компактных вспышек и для больших вспышек с большим временем жизни. Последние часто называют эруптивными вспышками (Priest, 1992a), и они являются событиями большой длительности (LDE), которые дают крупномасштабные двухленточные вспышки (§ 11.1). В табл. 12.1  $L_u$  — пиковая светимость,  $W_r$  — полная энергия излучения от вспышки, проинтегрированная по её времени жизни,  $\tau_{\text{rise}}$  и  $\tau_{\text{decay}}$  — времена подъёма и распада для кривой светимости,  $T_{\text{max}}$  — максимальная температура,  $E_m$  — объёмная мера эмиссии,  $R_*$  — радиус звезды,  $h$  — высота вспыхивающих петель (только для солнечных вспышек) и  $n_d$  — полная плотность, полученная из отношения линий излучения, чувствительных к плотности. Мера эмиссии

Таблица 12.1. Наблюдаемые значения основных параметров звёздных и солнечных вспышек<sup>1</sup>

Величина <sup>2</sup>	Красные карлики (dMe звёзды) <sup>3</sup>	Звёзды типа Г Тельца	Двойные звёзды (RS CVn) <sup>4</sup>	Солнечные <sup>5</sup>	
				Компактные	Эруптивные
Lu	10 <sup>21–23</sup>	10 <sup>23–26</sup>	10 <sup>23–24</sup>	10 <sup>18–20</sup>	10 <sup>20–21</sup>
$W_r$	10 <sup>24–26</sup>	10 <sup>27–30</sup>	10 <sup>26–29</sup>	10 <sup>22–24</sup>	10 <sup>24–25</sup>
$\tau_{\text{rise}}$	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3–4</sup>	10 <sup>2–3</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>2–3</sup>
$\tau_{\text{decay}}$	10 <sup>2–3</sup>	10 <sup>4–5</sup>	10 <sup>3–4</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>4–5</sup>
$T_{\text{max}}$	10 <sup>7,3–7,5</sup>	10 <sup>7,3–7,7</sup>	10 <sup>7,7–8</sup>	10 <sup>7–7,5</sup>	10 <sup>7–7,5</sup>
$E_m$	10 <sup>56–59</sup>	10 <sup>58–63</sup>	10 <sup>59–60</sup>	10 <sup>53–55</sup>	10 <sup>55–56</sup>
$R_*$	10 <sup>8,3</sup>	10 <sup>9,3</sup>	10 <sup>8,7</sup>	10 <sup>8,8</sup>	10 <sup>8,8</sup>
$h$	NA	NA	NA	10 <sup>6–7</sup>	10 <sup>8</sup>
$n_d$	10 <sup>17–18</sup>	NA	10 <sup>16,5–18</sup>	10 <sup>17–18,5</sup>	10 <sup>16,5–17</sup>

<sup>1</sup>NA означает, что значение параметра неизвестно.

<sup>2</sup>Величины выражаются в системе МКС, т.е. Lu в Вт,  $W_r$  в Дж (1 Дж = = 10<sup>7</sup> эрг),  $t$  в с,  $T$  в К,  $E_m$  в м<sup>–3</sup>,  $R_*$  и  $h$  в м и  $n_d$  в м<sup>–3</sup>. Измерения плотностей получены из спектра линейчатого излучения, чувствительного к плотности ( $n_d$ ).

<sup>3</sup>Значения параметров для dMe звёзд взяты из работы Schrijver et al., 1995.

<sup>4</sup>Значения параметров для RS CVn звёзд взяты из работы Вугне, 1995.

<sup>5</sup>Значения параметров для солнечных вспышек взяты из работы Cook et al., 1995.

определяется следующим образом:

$$E_m = \int n_e^2 dV, \quad (12.1)$$

где  $n_e$  — электронная плотность в плазме и интеграл берётся по всему объёму наблюдаемой области. Если плотность электронов в объёме приблизительно однородна, то уравнение (12.1) можно переписать в виде

$$E_m = n_e^2 L_0 A_0, \quad (12.2)$$

где  $L_0$  и  $A_0$  — характерные масштабы высоты и площади излучающей области (см. рис. 12.3). Плотность электронов  $n_e$  в уравнении (12.2) есть среднее по объёму значение и обычно меньше значения плотности  $n_d$ , полученного из диагностических линий. Соотношение между  $n_e$  и  $n_d$  можно выразить через фактор заполнения  $\bar{f} = n_e/n_d$ , который меньше или равен единице. Светимость петли Lu прямо пропорцио-

нальна  $E_m$ , умноженной на функцию, зависящую только от температуры  $T$ . Таким образом, если две вспышки имеют одинаковые температуры, но разные светимости, то разница светимостей обусловлена мерой эмиссии ( $E_m$ ).

В дополнение к величинам, приведённым в табл. 12.1, существуют также наблюдения доплеровских сдвигов, указывающие на наличие потоков во вспышечной плазме. Для солнечных вспышек наблюдаются сильные красные смещения (скорости  $>100$  км/с) в  $H\alpha$  и других линиях излучения с поверхности во время импульсной фазы (Haisch, 1989; Linsky et al., 1989; Neff et al., 1989). Такие красные смещения являются хромосферным проявлением направленных вниз течений, которые возникают в ответ на испарение (см. § 11.1.1). Наблюдаются также и другие типы доплеровского смещения, но их намного сложнее интерпретировать (Houdebine et al., 1993).

Большинство звёздных вспышек, приведённых в табл. 12.1, значительно более энергичные, чем их солнечные аналоги, хотя существует перекрытие по энергиям между самыми маленькими dMe вспышками и самыми большими солнечными вспышками. Вспышки, возникающие в двойных звёздах типа Т-Тельца и RS гончих Псов, самые большие из наблюдаемых. Выделение энергии в этих вспышках на четыре или пять порядков больше, чем в самых больших солнечных вспышках. Поскольку плотности и температуры в звёздных вспышках сравнимы с плотностями и температурами в их солнечных аналогах, то большее выделение энергии в звёздных вспышках должно быть обусловлено большими объёмами этих вспышек.

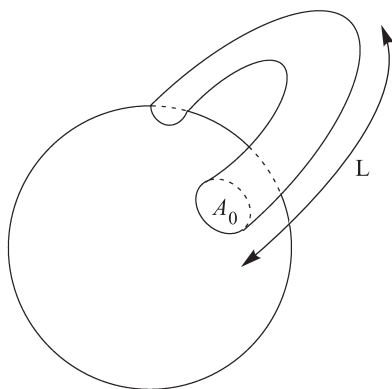


Рис. 12.3. Диаграмма, показывающая возможную конфигурацию излучающей плазмы в звёздной вспышке. Площадь  $A_0$  определяет эффективную поперечную площадь сечения петли с половиной длины  $L$ . Если петля однородна по толщине, то  $A_0$  равно площади излучения с поверхности звезды

**12.1.1. Законы подобия.** Одна из центральных проблем, которая возникает при попытке применения теории солнечных вспышек к звёздным вспышкам, в том, что параметры  $n_e$ ,  $L_0$  и  $A_0$  (которые определяют меру эмиссии) нельзя наблюдать по отдельности. Только их комбинация, выражаемая мерой эмиссии (12.2), достоверно известна. Поэтому за годы исследований было предпринято множество усилий, чтобы получить теоретические соотношения, из которых можно определить  $n_e$ ,  $L_0$  и  $A_0$  по отдельности. Для вывода таких соотноше-

ний использовались два физических принципа. Первый — плотность в петле вспышки определяется хромосферным испарением, и второй — характерное время распада для тепловой фазы вспышки определяется процессом охлаждения. Оба эти принципа хорошо работают в солнечных вспышках, за исключением больших эруптивных явлений, для которых характерное время распада не определяется временем радиационного охлаждения (см. § 11.1.1).

Хромосферное испарение — это аблятивный процесс, который происходит всякий раз, когда имеет место выделение энергии в короне (Katsova et al., 1997). Теплопередача вдоль силовых линий, простирающихся из области выделения энергии в короне, нагревает хромосферную плазму, что создаёт разность давлений, которая инициирует возврат вещества в корону. Если выделение энергии поддерживается значительное время, то наступает состояние равновесия, в котором энергия, поступающая в хромосферу за счёт теплопроводности, уравновешивается радиационными потерями (Hirayama, 1974). Поскольку потери на излучение возрастают с ростом плотности, то испарение подавляется, когда плотность достигает значения, при котором потери энергии сравнимы с количеством энергии, поступающим в хромосферу.

Существует временная задержка между нагревом короны и инжекцией нагретой хромосферной плазмы, поскольку мера эмиссии, которая зависит от плотности, но не зависит от температуры, не так быстро реагирует на инжекцию энергии, как температура. Как на Солнце, так и у вспыхивающих звёзд максимум меры эмиссии возникает на 10–20 с позже максимума температуры (Pan et al., 1995). Эта задержка обычно интерпретируется как время, требующееся испарившейся плазме, чтобы наполнить петлю магнитного поля.

Многочисленные усилия были предприняты для разработки простых алгебраических формул (известных как законы подобия) для предсказания изменения плотности в петле в ответ на стационарный нагрев (см. обзор Jordan, 1992). Эти формулы полезны даже если нагрев производится импульсом, поскольку они дают верхний предел плотности испаряющегося вещества.

Законы подобия основываются на уравнении энергии (1.5)

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{dp}{dt} = -\frac{\gamma}{\gamma - 1} p \nabla \cdot \mathbf{v} + \kappa_0 \nabla \cdot (T^{5/2} \nabla T) - n_e^2 Q(T) + E_h, \quad (12.3)$$

где  $\kappa_0 T^{5/2}$  — коэффициент теплопроводности,  $Q(T)$  — функция потерь на излучение (п. 1.2.1),  $E_h$  — функция источников. Функция радиационных потерь, которая показана на рис. 11.9, обычно аппроксимируется кусочно-гладкой функцией вида  $Q(T) = \chi T^{\alpha^*}$ , где  $\chi$  и  $\alpha^*$  заданы для различных температурных областей (см., например, Сох, 1972). Рентгеновские наблюдения вспыхивающих звёзд обычно лежат в температурной области от  $3 \cdot 10^7$  до  $10^8$  К, и для этой области  $\alpha^* = 0,5$  и  $\chi = 10^{-39,6}$  Вт·м<sup>3</sup>·К<sup>-0,5</sup> (Haisch, 1983). В этой области радиационные потери, в основном, обусловлены рентгеновским тормозным

излучением и  $Q$  — возрастающая функция от  $T$ , а не убывающая, как для солнечных вспышек, где температурная область ниже.

Для испарения в солнечных вспышках очень простой закон подобия был получен Хираямой (Hirayama, 1974). Он предположил, что энергия вспышки выделяется в вершинах магнитных петель, имеющих полудлину  $L$ , и что может быть установлено статическое равновесие между энергией, идущей в хромосферу за счёт теплопроводности, и потерями на излучение в петле. В этих предположениях уравнение (12.3) приводится к виду

$$\kappa_0 \frac{\partial}{\partial x} \left( T^{5/2} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = n_e^2 \chi T^{1/2}$$

или очень приближённо

$$\kappa \frac{T^{7/2}}{L^2} \approx n_e^2 \chi T^{1/2}, \quad (12.4)$$

где  $\chi = 10^{-39.6} \text{ Вт} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{К}^{-0.5}$  и  $\kappa_0 = 10^{-11} \text{ м}^{-5} \cdot \text{Вт} \cdot \text{К}^{-7/2}$ . Функция источника  $E_h$  не входит в это уравнение вследствие предположения, что всё поступление энергии происходит в вершине петли, что означает, что поступление энергии можно трактовать как граничное условие. Решая (12.4) для  $L$  и полагая  $n_e = \bar{f} n_d$  (где  $\bar{f}$  фактор заполнения), получаем высоту петли

$$L \approx \left( \frac{\kappa_0}{\chi} \right)^{1/2} \frac{T^{3/2}}{\bar{f} n_d} = 2.0 \cdot 10^{14} \frac{T^{3/2}}{\bar{f} n_d}, \quad (12.5)$$

которая совпадает с формулой Хираямы (Hirayama, 1974) для испарения в единицах МКС (для солнечных вспышек с температурами от  $2 \cdot 10^6$  до  $3 \cdot 10^7 \text{ } \alpha^* \simeq -1$ , а не 0,5). Более общее и точное изложение закона подобия было разработано Рознером и др. (Rosner et al., 1978), где был рассмотрен распределённый по петле источник тепла.

Уравнения (12.4) и (12.5) означают, что теплопроводность и излучение одинаково важны, но это не всегда верно, поскольку нагрев может быть импульсный, как во вспышке. Если характерное время для подъёма вещества по силовым линиям в корону больше времени, за которое происходит нагрев, то радиационный член в уравнении будет меньше члена теплопроводности. В этом случае уравнение (12.5) даёт верхний предел для характерной длины петли  $L$ , когда фактор заполнения  $\bar{f}$  положен равным единице.

Предполагая, что плотность излучающей в рентгеновском диапазоне плазмы определяется испарением, можно использовать меру эмиссии, чтобы получить грубую оценку для площади излучающей области. Комбинируя уравнение (12.2) с (12.5) находим, что излучающая площадь  $A_0$  равна

$$A_0 = \frac{E_m}{(\bar{f} n_d)^2 L} \approx \left( \frac{\chi}{\kappa_0} \right)^{1/2} \frac{E_m}{(\bar{f} n_d)^2 T^{3/2}} = 5.0 \cdot 10^{-11} \frac{E_m}{(\bar{f} n_d)^2 T^{3/2}} \quad (12.6)$$

в системе единиц МКС. Если вспышечная область состоит только из одной петли, то  $A_0$  определяет поперечное сечение петли, но если в области больше одной петли, то  $A_0$  даёт суммарную площадь этих петель (см. рис. 12.3).

Таблица 12.2. Значения параметров для больших вспышек, вычисленные с помощью линейчатого излучения, чувствительного к плотности и в предположении квазистационарного испарения

Величина	Красные карлики (dMe звёзды)	Двойные звёзды (RSCVn)	Солнечные	
			Компактные	LDE
$n, \text{ м}^{-3}$	$10^{18}$	$10^{18}$	$10^{18}$	$10^{17}$
$L, \text{ м}$	$< 10^{7,5}$	$< 10^{8,3}$	$< 10^{7,5}$	$< 10^{8,5}$
$A_0, \text{ м}^2$	$> 10^{15,5}$	$> 10^{15,8}$	$> 10^{11,5}$	$> 10^{13,5}$
$L/R_*$	0,15	0,4	0,04	0,4
$A_0/A_*$	$> 10^{-2,7}$	$> 10^{-7,3}$	$> 10^{-5,3}$	
$B, \text{ Гс}$	$> 300$	$> 600$	$> 300$	$> 100$
$v_A, \text{ км} \cdot \text{ с}^{-1}$	$> 650$	$> 1400$	$> 650$	$> 650$
$v_{\text{rise}}, \text{ км} \cdot \text{ с}^{-1}$	700	200	300	300
$v_R, \text{ км} \cdot \text{ с}^{-1}$	60	20	8	7
$M_A$	0,09	0,02	0,01	0,01

В табл. 12.2 представлены характерная длина петли  $L$  и площадь области вспышки  $A_0$  для больших вспышек на карлике dMe, двойной RS Гончих Псов и Солнца, полученные из (12.5) и (12.6) с  $\bar{f} = 1$ . Магнитные поля выражены в гауссах ( $1 \text{ Гс} = 10^{-4} \text{ Т}$ ). Солнечные вспышки (§§ 11.1, 11.2) делятся на компактные вспышки (возможно большие, но не эруптивные) и эруптивные вспышки (долговременные события), и для численных значений величин в этой таблице взяты верхние предельные значения  $T$  и  $E_m$  из проиллюстрированных в табл. 12.1. Значения  $L$  для солнечных вспышек больше наблюдаемых (табл. 12.1) почти в три раза. Это означает, что квазистационарное испарение не достигается, и формула Хираямы даёт слишком большие характерные длины петли даже при факторе заполнения, равном единице. В работах (Smale et al., 1986; Cheng and Pallavicini, 1991) авторы пришли к такому же заключению для dMe вспышек, поэтому величины  $L$  в таблице следует воспринимать как верхние пределы, а  $A_0$  как нижние. Площади звёздных вспышек вычисляются из оптической эмиссии во время импульсной фазы (см. Kahler et al., 1982; de Jager et al., 1989) и дают значения на порядок величины меньше, чем приведённые



в табл. 12.2. Возможно это обусловлено тем, что как и в солнечных вспышках с белым светом область континуального излучения меньше области самой рентгеновской петли или возможно, что это происходит вследствие быстрого возрастания площади петли с высотой.

Несмотря на то, что энергия, выделяемая в больших звёздных вспышках, от двух до пяти порядков величины больше, чем в самых больших солнечных вспышках, значения длины петли  $L$  в табл. 12.2 почти одинаковы. Однако существует большой разброс в значениях площади петли  $A_0$ . Вычисленная площадь звёздных вспышек более чем в  $10^2$  раз больше, чем площадь солнечных LDE вспышек и  $10^4$  раз больше площади компактных солнечных вспышек. Большие значения площадей вспышек согласуются с большими площадями звёздных пятен, которые обычно в  $10^3 - 10^4$  раз больше солнечных пятен (Rodonò and Lanza, 1996).

Альтернативный подход к использованию плотности  $n_d$ , определяемой по отношению линий излучения, и предположению равенства единице фактора заполнения состоит в оценке плотности плазмы в предположении, что время распада  $\tau_{\text{decay}}$  порядка времени охлаждения. Как обсуждалось в § 11.1, такое предположение является не слишком хорошим приближением для оценки солнечных LDE вспышек, поскольку время распада этих больших эруптивных явлений определяется скоростью пересоединения. Тем не менее, такое предположение оказывается верным для компактных солнечных вспышек и, возможно, верно, по крайней мере, для нескольких типов звёздных вспышек, которые являются просто увеличенными версиями солнечных (van den Oord et al., 1996). Наиболее часто используемая модель определения плотности состоит в предположении, что охлаждение является радиационным и давление внутри петли распределено однородно. Предположение однородного распределения давления оправдано, если характерное время радиационного охлаждения намного больше характерного динамического времени, которое необходимо плазме, чтобы ликвидировать градиенты давления вдоль магнитных силовых линий. Такой подход иногда называют *квазистатическим охлаждением*, но такая терминология вводит в заблуждение, поскольку термин «квазистатический» не имеет отношения к характерным временам излучения, а только к динамическим временам потоков плазмы. Как было отмечено ван дер Оордом и Меве (van den Oord and Mewe, 1989), квазистатическое охлаждение не требует даже приблизительного баланса между процессами нагрева и охлаждения, и оно справедливо даже, если нет никакого нагрева.

В модели квазистатического охлаждения также предполагается, что нет никакого суммарного потока тепла в магнитную петлю или из неё, так что, когда уравнение (12.3) интегрируется вдоль всей длины петли, слагаемое, отвечающее за теплопроводность, исчезает. Другими словами, теплопроводность служит только для перераспределения тепла внутри петли и не даёт вклада в нагрев. Таким образом, если скорость

плазмы  $\mathbf{v}$ , как и функция внешних источников тепла  $E_h$  равны нулю, то уравнение (12.3) сводится к виду

$$\frac{1}{\lambda - 1} \frac{dp}{dt} \approx -n_e^2 \chi T^{1/2}, \quad (12.7)$$

где  $n_e$  и  $T$  — усреднённые величины. Из уравнения состояния давление для водородной плазмы равно

$$p = 2n_e k_B T,$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана. Заменяя  $dp/dt$  на  $p/\tau_r$  и решая уравнение относительно  $n_e$ , получаем оценку

$$n_e \approx \frac{3k_B}{\chi} \frac{T^{1/2}}{\tau_r} = 1,6 \cdot 10^{17} \frac{T^{1/2}}{\tau_r} \quad (12.8)$$

в единицах МКС.  $\tau_r$  — характерный масштаб времени излучения. Если предположить, что наблюдаемый масштаб времени распада  $\tau_{\text{decay}}$  равен характерному радиационному времени  $\tau_r$ , то уравнение (12.8) даёт оценку средней плотности электронов  $n_e$ . Фактор заполнения  $\bar{f}$ , в свою очередь, вычисляется из отношения  $n_e/n_d$ .

Проблемы появляются при использовании уравнения (12.8). Первая проблема состоит в том, что, как было упомянуто выше, временной масштаб больших эруптивных явлений (LDE) не является мерой радиационного временного масштаба  $\tau_r$ . Эту проблему можно обойти в случае солнечных вспышек, когда возможно разрешить отдельные петли и измерить скорость их охлаждения, но такой метод не применим в случае звезды. Другая проблема состоит в том, что нагрев вспышки часто происходит слишком быстро, и распределение давления не успевает стать однородным. Даже в солнечных LDE вспышках, когда подвод энергии происходит в течение достаточно долгого времени, отдельные линии поля движутся через области пересоединения настолько быстро, что выравнивание давления вдоль них до того, как они оторвались от области пересоединением, не происходит (см. рис. 11.14).

Сильвестр и др. (Sylwester et al., 1993) обнаружили, что только около 20% всех солнечных вспышек удовлетворяют условиям квазистатического нагрева (12.8), а в работе (Haisch, 1983) аналогичные результаты получены для вспышек на dMe звёздах. Было показано (Smale et al., 1986), что квазистатическое соотношение предсказывает слишком малые плотности для dMe вспышек и даёт неприемлемо большие пространственные размеры.

Ван ден Оорд и Меве (van den Oord and Mewe, 1989) попытались расширить квазистатический метод и учесть распределённый нагрев во время медленной фазы. Однако в их исследовании предполагалось, что существует быстрое понижение скорости нагрева в конце импульсной фазы и что характерное время распада является временем, которое необходимо, чтобы радиационные потери адаптировались к уменьшившейся скорости нагрева. Недавно Каргилл и др. (Cargill et al., 1995)

разработали подход, в котором не используется предположение квазистатического охлаждения, и этот метод достаточно хорошо работает для компактных солнечных вспышек.

**12.1.2. Роль пересоединения.** В настоящее время невозможно измерить напряжённость магнитного поля ни в солнечной, ни в звёздных коронах, но нижний предел можно оценить, предположив, что поле достаточно, чтобы поддерживать тепловое давление плазмы:

$$B \geq \sqrt{2\mu n k_B T}. \quad (12.9)$$

Значения, которые показаны в табл. 12.2, того же порядка, что и напряжённость коронального поля, полученная бестоковой экстраполяцией наблюдаемых фотосферных магнитных полей. Из уравнения (12.9) получается, что альфвеновская скорость

$$v_A = \frac{B}{\sqrt{\mu m_p n_e}} \geq c_s,$$

где  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг — масса покоя протона и  $c_s = \sqrt{(2k_B/m_p)T}$  — изотермическая скорость звука. Если вспышка инициирована процессом в рамках идеальной МГД, как это обсуждалось в п. 11.1.1, то альфвеновская скорость  $v_A$  должна быть сравнима со скоростью подъёма петли  $v_{\text{rise}}$ , полученной делением характерного размера петли  $L$  на характерное время роста  $\tau_{\text{rise}}$  кривой светимости, т. е.

$$v_{\text{rise}} = \frac{L}{\tau_{\text{rise}}}.$$

Значения  $v_{\text{rise}}$ , приведённые в табл. 12.2, по порядку величины совпадают с  $v_A$  за исключением двойных систем, где  $v_{\text{rise}}$  примерно в 10 раз меньше, чем  $v_A$ . Это расхождение может означать, что вспышки в двойных системах не являются аналогами солнечных вспышек.

Мы можем использовать пиковую светимость  $\text{Lu}$ , приведённую в табл. 12.1, для оценки скорости пересоединения  $v_R$  плазмы, текущей в область пересоединения. Светимость должна быть меньше или равна скорости выделения магнитной энергии, поскольку не вся энергия идёт в излучение. Если эта энергия выделяется в процессе пересоединения, то

$$v_R \approx \frac{\mu \text{Lu}}{B^2 S_r}, \quad (12.10)$$

где  $S_R$  — эффективная площадь потока плазмы, который проходит через область пересоединения. Полный объём плазмы, проходящей через область пересоединения, равен  $S_R v_R \tau_R$ , где  $\tau_R$  — характерный масштаб пересоединения. Если мы предположим, что объём проходящей плазмы порядка объёма петель вспышки с  $S_R \simeq L\sqrt{A_0}$ , то мы получим относительно скромные значения для  $v_R$ , которые и приведены в табл. 12.2. Деление этих скоростей на соответствующие альфвеновские скорости даст альфвеновское число Маха  $M_A$ . Во всех

случаях  $M_A$  намного меньше 0,1, и поэтому, хотя объёмы плазмы для вспышечных звёзд намного больше солнечных, скорость пересоединения по существу такая же.

Одинаковые значения скоростей пересоединения в табл. 12.2 не обязательно означают, что механизмы пересоединения в звёздных и солнечных вспышках одинаковы. Одинаковые скорости показывают близость значений температур, плотностей и напряжённостей магнитного поля в звёздной и солнечной коронах, но нет никакой гарантии, что геометрия поля такая же. Звёздные вспышки намного больше солнечных, возможно потому, что они происходят на звёздах с намного более сильным магнитным динамо. Как полагают, усиление действия динамо возникает в результате более быстрого вращения и более глубоких конвективных зон этих звёзд, поэтому магнитные структуры могут

резко отличаться от солнечных. Каковы эти отличия, понять трудно, но доплеровская томография даёт некоторые ключи к разгадке.

Как было упомянуто ранее, вспыхивающие звёзды могут иметь большие полярные пятна (хотя этот факт ещё далеко не доказан), которые не имеют аналогов на Солнце. В недавних исследованиях также было обнаружено существование необычно больших протуберанцев на некоторых быстро вращающихся вспыхивающих звёздах (Cameron, 1996; Vugne et al., 1996). На рис. 12.4 показана геометрия таких протуберанцев, полученная из наблюдений  $H\alpha$  К-карлика АВ Золотой Рыбы. Протуберанцы находятся между тремя и девятью звёздными радиусами от оси вращения, за звёздной областью коротации на 2,6 радиусах. Натяжение в магнитных петлях, связывающее протуберанец с поверхностью звезды, уравнивает центробежную силу и не даёт протуберанцам

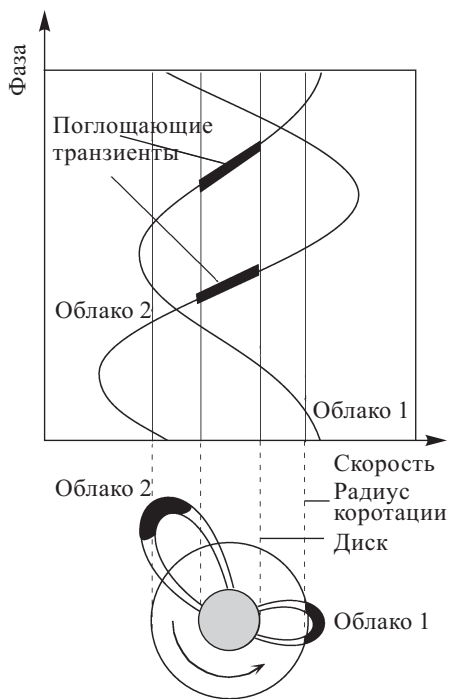


Рис. 12.4. Схематическая иллюстрация взаимосвязи между скоростью дрейфа протуберанца на АВ Золотой Рыбы и его расстоянием до поверхности звезды (Cameron, 1996)

оторваться. В отличие от Солнца, магнитное поле помогает удерживать протуберанцы, не давая им отрываться, а не предотвращает их гра-

витационное падение. Время жизни протуберанцев порядка нескольких звёздных оборотов, и количество содержащегося в них вещества достигает  $10^{15}$  кг — в сотни раз выше, чем у солнечных протуберанцев. Джеффрис (Jeffries, 1993) заметил, что натяжения силовых линий поля, возникающие вследствие вращения протуберанца, могут служить доминирующим механизмом накопления энергии в звёздной короне. Если это так, то следует ожидать, что процессы пересоединения в вспыхивающих звёздах, в отличие от Солнца, инициируются вращательными натяжениями.

В прошлом были споры — вызваны ли экстремально большие вспышки в двойных системах RS Гончих Псов обменом веществом между компонентами, но спектроскопический и поляриметрический анализ эмиссии излучений из этих систем (см., например, Weiler et al., 1978) исключил такую возможность. Вспышки являются по своей природе почти полностью магнитными и возникают вследствие накопления магнитных натяжений, но, где развиваются такие натяжения, пока неясно.

Согласно работе (Simon et al., 1980; Uchida, 1986) вспышки возникают благодаря спорадическому пересоединению магнитных полей разных компонентов, как это показано на рис. 12.5. Поскольку оба компонента связаны друг с другом приливными силами, то взаимо-

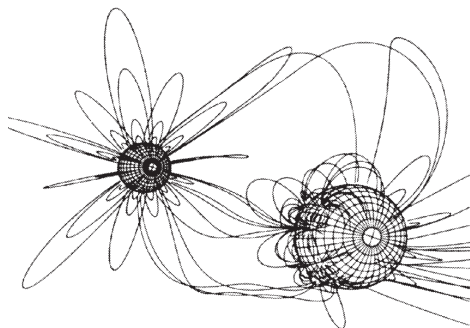


Рис. 12.5. Модель магнитного поля для RS CVn двойной системы, в которой оба компонента синхронно вращаются вследствие приливных сил (Uchida, 1986)

связи силовых линий поля между двумя звёздами изменяются только в результате эволюции полей на поверхностях. Таким образом, природа натяжений поля в двойной системе аналогична солнечной в том смысле, что натяжения накапливаются вследствие изменения полей на поверхности.

Существует несколько наблюдаемых фактов, которые поддерживают идею о том, что во вспышках в системе RS Гончих Псов участвуют обе звезды. Во-первых, вспышечная эмиссия возникает в хромосферах

обоих компонентов, во-вторых, пространственное распределение радиоизлучения, связанного со вспышками, показывает, что излучающие области включают в себя обе звезды, и, наконец, большая длительность вспышек (несколько дней в некоторых случаях) означает, что характерный масштаб длины порядка расстояния, разделяющего компоненты. Однако поскольку большая часть наблюдаемой вспышечной эмиссии приходит от более активного компонента (К субгигант или карлик), а не от менее активного (G субгигант), то вполне возможно, что эмиссия, возникающая на менее активном компоненте, появляется только потому, что её линии поля связаны с областью вспышки на более активной звезде.

Возможно, что вспышки, механизм возникновения которых вероятно отличен от солнечных вспышек, возникают на звёздах типа Т-Тельца (Appenzeller, 1990). Это наиболее энергичные из всех вспышек, приведённых в табл. 12.1, и они выделяют энергию более чем в  $10^5$  раз большую, чем самые большие солнечные вспышки. Аккреционные диски, окружающие эти звёзды, содержат плазму и, таким образом, связаны магнитным полем с центральной звездой. Хотя внутренняя область аккреционного диска может вращаться вместе со звездой, внешние его области (где магнитное поле более слабое) вращаются сами по себе, поскольку вещество в диске вращается по кеплеровским орбитам (Mestel and Spruit, 1987). Следовательно, диск непрерывно вызывает появление вращающегося момента, который создаёт шир магнитного поля звезды.

## 12.2. Аккреционные диски

Похоже, что пересоединение является важным процессом в квазарах. Согласно сегодняшним представлениям, квазары представляют собой чёрные дыры, окружённые аккрецирующим веществом, которое высвобождает свою гравитационную энергию со скоростью  $10^{39}$  Вт в процессе своего падения на чёрную дыру. Большая часть падающего вещества имеет достаточный момент количества движения для вращения по круговым орбитам, поэтому аккреция не начнётся, пока не возникнет какая-либо возможность диссипации углового момента вращающегося вещества. Многие из предложенных механизмов диссипации включают в себя МГД турбулентность, и как мы увидим в следующем пункте, эффективность МГД турбулентности как механизма диссипации зависит от магнитного пересоединения.

Аккреционные диски возникают также и в других типах астрофизических систем, не только у чёрных дыр. Такие системы включают в себя только что сформировавшиеся звёзды (протозвёзды и звёзды типа Т-Тельца) и двойные системы с переносом массы (системы типа Алголя и карликовые новые). Как полагают, для диссипации углового момента в любом аккреционном диске требуется некоторая эффективная вязкость, но процессы, включающие механизм вязкости, могут

существенно варьироваться и представлять собой звёздный и дисковый ветер, магнитные вращающиеся моменты диска и звезды, аккреционные потоки вдоль поля и полярные джеты и, возможно, перенос момента МГД-волнами (в качестве краткого обзора см. Papaloizou and Lin, 1995). Столкновительная вязкость, которая существенна на Земле, слишком мала, чтобы быть эффективной в аккреционных дисках (Verbunt, 1982), поэтому были предприняты большие усилия, чтобы определить существует ли МГД-процесс, который может обеспечить нужную величину вязкости (см., например Eardley and Lightman, 1975; Galeev et al., 1979; Coroniti, 1981; Heyvaerts and Priest, 1989; Tout and Pringle, 1992; Brandenburg et al., 1996; Lesch, 1996).

Одна из причин, по которой магнитные поля должны приниматься во внимание, состоит в том, что при движении вещества по спирали к центральному объекту половина гравитационной энергии переходит в кинетическую, а другая половина идёт на нагрев (Ostlie and Carroll, 1996). Для звёзд типа Т-Тельца вещество в диске нагревается до температур чуть больше  $10^3$  К, а для нейтронных звёзд и квазаров нагрев достигает температур выше  $10^6$  К. В последнем случае вещество ионизируется и возникает высокопроводящая плазма, в то время как для первого случая ионизация слишком мала даже в центре диска (Shu et al., 1994). Если в диске присутствует высокопроводящая плазма, то любое магнитное поле, пронизывающее её, будет вморожено в плазму и кеплеровское движение в диске будет стараться усиливать поле и создавать шир. Пример этого эффекта показан на рис. 12.6 для случая, когда магнитное поле центральной звезды — дипольное. Изначально

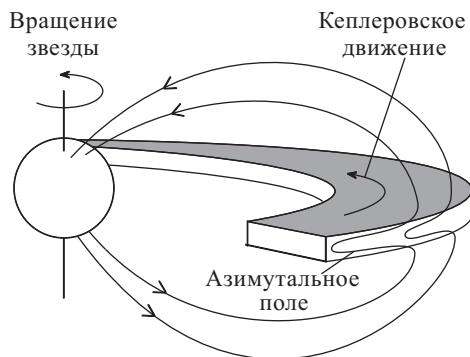


Рис. 12.6. Возникновение азимутального магнитного поля в аккреционном диске благодаря кеплеровскому вращению. Здесь скорость диска везде меньше, чем скорость коротации со звездами, но это не обязательно будет верно в общем случае

поле звезды перпендикулярно плоскости диска, но дифференциальное вращение диска закручивает линии поля и приводит к появлению азимутальной компоненты поля. Азимутальная компонента поля продол-

жают расти до тех пор, пока вещество в диске не начинает вращаться вместе с полем или пока линии поля не разорвутся по тем или иным причинам.

Если ионизация в диске достаточно мала, то поле будет достаточно быстро диффундировать через плазму и эта диффузия не даст полю закручиваться. В плазме с низкой плотностью и большим количеством нейтральных атомов *амбиполярная диффузия* позволяет силовым линиям просачиваться через плазму (§ 12.2.2). В качестве альтернативы в работе (Shu et al., 1994) была предложена модель, согласно которой кеплеровское движение в аккреционном диске будет стараться вытолкнуть магнитное поле из диска. В этом случае диск будет окружён поверхностными токами, которые будут защищать его от проникновения внешнего поля центральной звезды. Такая защита напоминает ранние модели закрытой магнитосферы, в которых предполагалось, что токи на магнитопаузе не дают солнечному магнитному полю проникнуть в магнитосферу (гл. 10). Поскольку в наши дни изучение планетных магнитосфер хвостов комет показало, что такая защита является частичной, то кажется маловероятным, что аккреционные диски будут полностью свободны от магнитных полей.

**12.2.1. Связь между вязкостью в диске и магнитным пересоединением.** В этом пункте мы опишем две модели, которые связывают скорость аккреции со скоростью пересоединения магнитных полей внутри диска. Обе модели используют сдвиговое течение внутри диска для усиления магнитного поля и используют МГД-турбулентность как механизм радиального переноса вещества. Первая модель (Coroniti, 1981) основана на идеях, появившихся в работе (Eardley and Lightman, 1975), более простая, но более далёкая от реальности, чем вторая. Вторая (Tout and Pringle, 1992) существенно трёхмерна, и в рамках её предполагается, что пересоединение магнитных силовых линий, перпендикулярное к плоскости диска, достаточно важно. Более того, в отличие от модели Коронити, модель Тоута и Прингла включает в себя хорошо известный физический механизм генерации турбулентности внутри диска, а именно неустойчивость Бальбюса-Хоули.

Для начала предположим, что аккреционный диск лежит в плоскости  $r\phi$ , расположенной при  $z = 0$  в цилиндрических координатах, и что вещество в нём вращается вокруг центральной звезды в соответствии с третьим законом Кеплера:

$$\Omega_a^2 = \frac{GM_*}{r^3},$$

где  $\Omega_a$  — частота орбитального вращения в аккреционном диске радиуса  $r$ ,  $G$  — гравитационная постоянная и  $M_*$  — масса центральной звезды. Скорость аккреции массы ( $\dot{M}$ ) на радиальном расстоянии  $r$  в диске может быть выражена в виде

$$\dot{M} = 4\pi r h_d \rho v_r, \quad (12.11)$$



где  $h_d$  — половина толщины диска,  $\rho$  — плотность и  $v_r$  — скорость падения на диск (Sakimoto and Coroniti, 1989).

Половинную толщину диска  $h_d$  можно оценить, используя понятие гравитационной шкалы высот. Для простоты предположим, что самогравитация в диске пренебрежимо мала, и основными силами, действующими в направлении  $z$  перпендикулярно поверхности диска, будут  $z$  компонента полного градиента давления  $\nabla P$  и гравитационное поле  $\rho g$  центральной звезды. Поскольку  $g = GM_*/r^2 = \Omega_a^2 r$ , то баланс сил в направлении  $z$  даёт

$$\frac{P}{z} \sim \rho g \frac{z}{r} \sim \rho \Omega_a^2 z.$$

Подставляя  $z = h_d$ , получаем

$$h_d = \left( \frac{P}{\rho \Omega_a^2} \right)^{1/2}, \quad (12.12)$$

где полное давление  $P$  есть сумма газового  $p$ , магнитного  $B^2/(2\mu)$  и давления излучения.

В настоящее время вычисления скоростей аккреции в основном основаны на пионерской работе Шакуры и Сюняева (Shakura and Sunyaev, 1973), где была построена простая модель тонкого диска. Из закона сохранения импульса (1.2) они нашли, что для кеплеровского течения скорость  $v_r$  связана с  $r\phi$ -компонентой тензора напряжений (S) как

$$v_r = -\frac{S_{r\phi}}{\rho \Omega_a r}. \quad (12.13)$$

Чтобы получить аналитическую модель процесса аккреции, они предположили, что компонента тензора напряжений ( $S_{r\phi}$ ) связана с полным давлением (или иногда только с давлением газа) простым соотношением

$$S_{r\phi} = \alpha_S P, \quad (12.14)$$

где дисковый параметр ( $\alpha_S$ ) — константа. В этом предположении они сумели полностью решить систему уравнений модели и получить описание как динамических, так и радиационных свойств диска.

Хотя было написано огромное количество работ на тему о том, является ли предположение (12.14) верным, формализм  $\alpha_S$ , введённый Шакурой и Сюняевым, остаётся популярным. Определение параметра  $\alpha_S$  из первых принципов на основе различных предположений о природе физических процессов, действующих в диске, было темой многочисленных исследований. Важный результат таких работ состоит в том, что первоначальная модель дисковой аккреции Шакуры и Сюняева (Shakura and Sunyaev, 1973) неустойчива по отношению как к тепловым, так и к медленным возмущениям. Тем не менее, устойчивость модели может быть достигнута, если предположить, что  $\alpha_S$  является

функцией радиуса или заменить полное давление  $P$  давлением газа  $p$ . Для последующих выкладок мы заменим  $P$  на  $p$  в (12.14).

Соотношение между параметром Шакуры–Сюняева  $\alpha_S$  и коэффициентом кинематической вязкости в уравнении (12.4) имеет вид

$$\alpha_S = \frac{3\rho\Omega_a\nu}{2p}, \quad (12.15)$$

где  $\nu$  означает вязкость, возникающую вследствие МГД турбулентности в диске. Подставляя уравнение (12.15) в (12.14) и (12.13), получаем

$$S_{r\phi} = \frac{3}{2} \rho\nu\Omega_a \quad (12.16)$$

для компонента тензора напряжений и

$$v_r = \frac{3}{2} \frac{\nu}{r} \quad (12.17)$$

для скорости течения к звезде. Это выражение для втекающего потока имеет вид, типичный для процесса диффузии.

Было предложено большое количество аналитических моделей для вычисления  $\alpha_S$  (Verbunt, 1982), но в настоящее время ни одна из них не может быть признана окончательной. Сложность турбулентных процессов, происходящих в аккреционном диске, похоже, даёт понять, что точная модель может быть получена только численным моделированием (например, Brandenburg et al., 1996; Hawley et al., 1996; Matsumoto et al., 1993). Тем не менее, с точки зрения понимания роли пересоединения в процессах аккреции достаточно поучительными являются простые аналитические модели, такие, как разработанные Коронити (Coroniti, 1981) и Тоутом и Принглом (Tout and Pringle, 1992).

Модель Коронити основана на модели аккреционного диска, разработанной Эрдли и Лайтманом (Eardley and Lightman, 1975), в которой кеплеровское движение в диске с течением времени создаёт магнитное поле, которое лежит в плоскости диска (рис. 12.6) и образует эллиптические ячейки, как показано на рис. 12.7а. Эти магнитные ячейки непрерывно создаются и разрушаются в турбулентном процессе, который приводит к радиальной диффузии плазмы в диске. Из теории перемешивания эффективная вязкость, связанная с этой турбулентной диффузией, равна

$$\nu \approx \frac{L_0^2}{\tau_0}, \quad (12.18)$$

где  $L_0$  и  $\tau_0$  — пространственный и временной масштабы самых больших магнитных ячеек.

В качестве примера одна ячейка показана на рис. 12.8. Изначально силовые линии магнитного поля в ячейке предполагаются круглыми и слишком слабыми, чтобы как-либо влиять на кеплеровское движение, так что течение быстро искажает поле, вытягивая силовые линии.

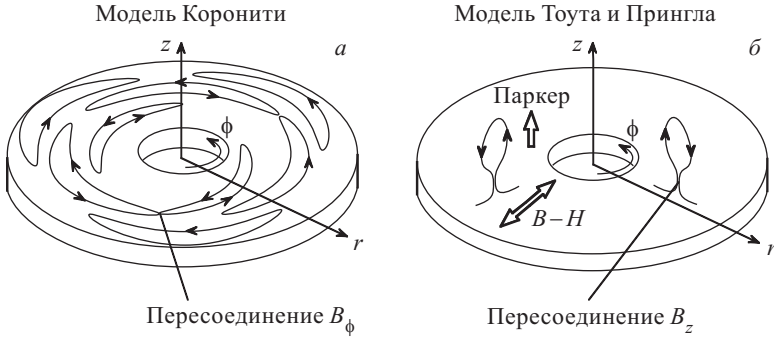


Рис. 12.7. Геометрия магнитного пересоединения для моделей (а) Коронити (Coroniti, 1981) и (б) Тута и Прингла (Tout and Pringle, 1992). Пометки Паркер и Б-Н соответствуют неустойчивости всплывания Паркера и вращательной неустойчивости Балбюса-Хоули

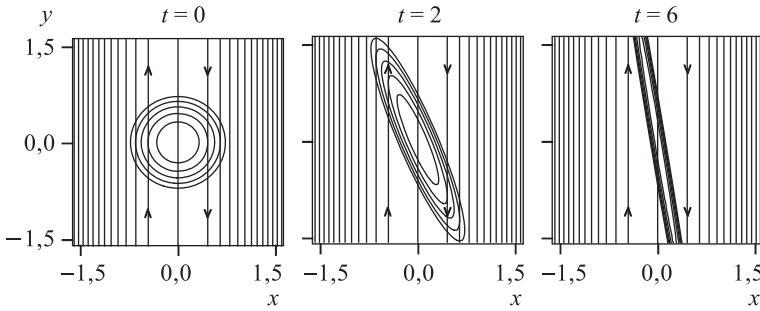


Рис. 12.8. Эволюция магнитного поля в модели ячеек Коронити (Coroniti, 1981) для кеплеровского усиления со временем  $t$ , нормированным на характерное время шири ( $\tau_s$ )

Для изначально круглых линий поля искажённое поле описывается векторным потенциалом

$$A_z = \frac{B_0}{2L_0} \left[ \left( y + \frac{tx}{\tau_s} \right)^2 + x^2 \right], \quad (12.19)$$

где  $x$  и  $y$  определяют локальную коротирующую систему координат, определённую как  $x = R - r$ ,  $y = r(\phi - \Omega_a t)$ ;  $\tau_s = 2/(3\Omega_a)$  — временной масштаб шири и  $A_z \leq B_0 L_0/2$ . Верхний предел значений  $A_z$  соответствует краю ячейки, вне которой поле предполагается равным нулю. В коротирующей системе координат локальная кеплеровская скорость равна  $v_y = -x/\tau_s$ . Соответствующие компоненты магнитного поля:

$$B_x = \frac{B_0}{L_0} \left( y + \frac{xt}{\tau_s} \right), \quad (12.20)$$

$$B_y = -B_0 \left( \frac{x}{L_0} \right) - \frac{B_0}{L_0} \left( y + \frac{xt}{\tau_s} \right) y + \frac{t}{\tau_s}. \quad (12.21)$$

Со временем круговые при  $t = 0$  линии магнитного поля на рис. 12.8 растягиваются в тонкий токовый слой при  $t = 6\tau_s$  и магнитное поле на краю ячейки растёт как

$$B[x_0(t), 0] = B_0 \left( \frac{1 + 3t^2/\tau_s^2 + t^4/\tau_s^4}{1 + t^2/\tau_s^2} \right)^{1/2}, \quad (12.22)$$

где

$$x_0 = \frac{l_0}{(t^2/\tau_s^2 + 1)^{1/2}}$$

— край ячейки при  $y = 0$ .

Рост напряжённости магнитного поля в конце концов останавливается одним из трёх возможных механизмов. Первый: магнитное поле может стать настолько сильным, что остановит течение в коротярующей системе координат. Второй: с ростом магнитного поля возрастает сила плавучести, действующая на ячейку, и плавучесть выталкивает ячейку из диска. Сила плавучести возникает вследствие того, что в ячейке плотность будет меньше плотности окружающей плазмы, чтобы соблюдался баланс давлений (Parker, 1979). И последний механизм заключается в том, что магнитное пересоединение может остановить рост поля, дав возможность вытянутым линиям поля восстановить круговую структуру магнитных островов. Сопутствующее слияние этих островов восстанавливает изначальную структуру ячеек.

Коронити оценил время  $\tau_{cr}$ , которое необходимо полю, чтобы стать достаточно сильным для достижения коротации, приравняв замедление течения максвелловскому натяжению на передней части ячейки. Другими словами

$$\rho \frac{dv_y}{dt} = \frac{B_x}{\mu} \frac{\partial B_y}{\partial x},$$

при

$$x = L_0, \quad y = L_0 \left( 1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_s} \right),$$

которое приближённо даёт

$$\rho \frac{L_0}{\tau_{cr} \tau_s} \approx \frac{B_0^2}{\mu L_0} \left( 1 + \frac{\tau_{cr}^2}{\tau_s^2} \right).$$

Решая его относительно  $\tau_{cr}$ , имеем

$$\frac{\tau_{cr}}{\tau_s} \left( 1 + \frac{\tau_{cr}^2}{\tau_s^2} \right) \approx \left( \frac{L_0}{v_{A0} \tau_s} \right)^2, \quad (12.23)$$

где  $v_{A0} = B_0/(\mu\rho)^{1/2}$  — начальная альфвеновская скорость в диске. Поскольку значительное усиление поля происходит только для  $\tau_{cr} > \tau_s$ , то из уравнения (12.23) следует, что размер ячейки  $L_0$  должен быть больше  $v_{A0}\tau_s$ . Ячейки, размер которых меньше этой величины,

будут включаться в коротацию слишком быстро и не успеют оказать заметное влияние на азимутальное течение.

Как показано Паркером (Parker, 1979), необходимо учитывать всплывание, если плазменное  $\beta$  в ячейке становится меньше единицы. Требование  $\beta > 1$  для  $t < \tau_{cr}$  приводит к условию, что длина ячейки должна быть меньше  $c_s/\lambda$ , где  $c_s = (p/\rho)^{1/2}$  — изотермическая скорость звука. Комбинируя условие всплывания и условие коротации, получаем

$$v_{A0} \leq \frac{L_0}{\tau_s} \leq c_s. \quad (12.24)$$

Используется изотермическая скорость звука, поскольку теплопроводность достаточно велика для создания почти изотермической плазмы. Диапазон размеров ячеек, определяемый уравнением (12.24), соответствует ячейкам, которые достаточно велики, чтобы избежать немедленной коротации, но достаточно малы, чтобы препятствовать выбросу из диска силой плавучести. Условие (12.24) эквивалентно требованию, чтобы скорость сдвига на краю ячейки была больше начальной альфвеновской, но меньше скорости звука.

В любом формализме теории перемешивания, ячейки с самыми большими размерами являются также наиболее важными для радиальной диффузии углового момента. Таким образом, полагая  $L_0 = c_s \tau_s$ ,  $v_{A0} = c_s \beta_0^{-1}$  и предполагая, что  $\tau_{cr} \gg \tau_s$ , можно определить время, которое требуется для начала коротации наиболее больших ячеек:

$$\tau_{cr} \approx \beta^{1/3} \tau_s, \quad (12.25)$$

где  $\beta_0$  — начальное плазменное бета в диске. Чем меньше начальное магнитное поле (т. е. чем больше  $\beta_0$ ), тем дольше ячейка будет входить в режим коротации.

Время  $\tau_R$ , необходимое для пересоединения линий поля в вытянутых ячейках, можно оценить как

$$\tau_R = \frac{x_0(t)}{M_A v_A(x_0, 0)} = \frac{x_0(t)}{M_A v_{A0}} \frac{B_0}{B(x_0, 0)},$$

где  $x_0$  — полуширина ячейки,  $v_{A0}$  — альфвеновская скорость в  $x_0$  и  $M_A$  — альфвеновское число Маха для потока в направлении области пересоединения при  $x_0$ . Коронити предположил, что  $M_A$  является константой как в пространстве, так и во времени. Подставляя  $x_0$  и  $B(x_0, 0)$ , находим

$$\tau_R = \frac{\tau_{R0}}{\left( \frac{1 + 3t^2/\tau_s^2 + t^4/\tau_s^4}{1 + t^2/\tau_s^2} \right)^{1/2}}, \quad (12.26)$$

где  $\tau_{R0} = L_0/(M_A v_{A0})$  начальный временной масштаб пересоединения.

Конечное значение характерного времени пересоединения  $\tau_{Rf}$  зависит от того, закончилось ли пересоединение до или после начала коротации. Если оно закончилось до начала коротации, т. е. если  $\tau_R <$

$< \tau_{cr}$ , то  $\tau_{Rf}$  оценивается подстановкой  $t = \tau_r \tau_{Rf}$  в уравнении (12.26), так что

$$\tau_{Rf} \approx (\tau_{R0}/\tau_s)^{1/3} \tau_s \approx \frac{\beta_0^{1/6}}{M_A^{1/3}} \quad \text{для } \tau_R < \tau_{cr},$$

где  $\beta_0 \equiv c_s/v_{A0}$  и  $t \gg \tau_s$ , как и предполагалось выше. Если сначала начинается коротация, т.е. если  $\tau_R > \tau_{cr}$ , то пересоединение всё ещё продолжается, но нет никакого дальнейшего усиления поля после

$t = \tau_{cr}$ . В этом случае  $\tau_{Rf}$  получается подстановкой  $t = \tau_{cr}$  в (12.26). После подстановки выражения (12.25) для  $\tau_{cr}$  получаем

$$\tau_{Rf} \approx \frac{\tau_s}{M_A \tau_{R0}^{1/3}} \approx \frac{\tau_s}{M_A \beta_0^{1/6}}$$

для  $\tau_R > \tau_{cr}$ .

Окончательное характерное время пересоединения изображено на рис. 12.9 как функция  $\beta_0$ . Заметим, что существует минимум, равный

$$\tau_{Rf \min} \approx \frac{\tau_s}{M_A^{2/3}} \quad (12.27)$$

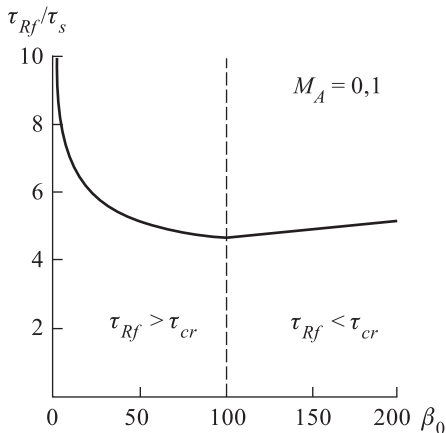


Рис. 12.9. Зависимость отношения характерного временного масштаба пересоединения ( $\tau_{Rf}$ ) к характерному времени шири ( $\tau_s$ ) от начального плазменного бета ( $\beta_0$ ) в модели Коронити

ле усилилось. Напротив, когда  $\beta_0$  слишком велико, магнитное поле настолько слабо, что пересоединение остаётся, несмотря на усиление поля.

Наконец, используя минимальное время пересоединения (см. уравнение (12.25)) для оценки времени рассеяния  $\tau_0$  в уравнении (12.18) и  $L_0 = c_s \tau_s$  для максимальной длины рассеяния, можно получить максимальную вязкость, предсказываемую в рамках модели Коронити:

$$\nu_{\max} \approx M_A^{2/3} c_s^2 \tau_s.$$

Подставляя это выражение в уравнение (12.14) и используя  $c_s^2 = p/\rho$ , получаем компоненту тензора напряжений в виде

$$S_{r\phi} \approx M_A^{2/3} p. \quad (12.28)$$

Выражение для этой компоненты полностью совпадает с выражением, использованным Шакуррой и Сюняевым (Shakura and Sunyaev, 1973), за исключением того, что полное давление  $P$  заменено давлением газа

р. Вязкий параметр Шакуры–Сюняева  $\alpha_s$  теперь выражается через параметр пересоединения  $M_A$ :

$$\alpha_s \approx M_A^{2/3} \approx \frac{\tau_s}{\tau_r}, \quad (12.29)$$

что всего лишь говорит о том, что  $\alpha_s$  является отношением характерного времени шира  $\tau_s$  к характерному времени пересоединения  $\tau_r$ . Если процесс пересоединения очень медленный, то  $\tau_r \rightarrow \infty$ ,  $\alpha_s \rightarrow 0$  и процесс аккреции останавливается.

Ключевым вопросом, неявно поставленным в модели Коронити, является вопрос происхождения турбулентности в диске. Можно предполагать, что тиринг и неустойчивость слияния, предложенные Коронити, будут генерировать необходимую турбулентность. Однако в работе (Rädler, 1986) было показано, что неосесимметричные процессы, такие, как предложенные Коронити, не могут поддерживаться в аккреционном диске, поскольку они приводят к росту осесимметричного магнитного поля и распаду неосесимметричной компоненты поля. Конвекция, такая, как происходит во внешней оболочке Солнца и других звёзд, не рассматривалась как процесс, который может происходить в аккреционном диске (Ryu and Goodman, 1992). Никаких других чисто гидродинамических процессов не удалось обнаружить для объяснения генерации турбулентности (Mestel, 1999).

Одним из наиболее важных результатов последних лет является то, что найден отличный МГД кандидат для генерации турбулентности, а именно, гидромагнитная сдвиговая неустойчивость, открытая Велиховым (1959) и независимо Чандрасекаром (Chandrasekhar, 1961). При изучении течения Куэтта, т.е. течения между вращающимися цилиндрами в МГД жидкостях, было обнаружено, что присутствие магнитного поля, перпендикулярного плоскости вращения, может, при некоторых условиях, сделать течение неустойчивым. Важность этой неустойчивости для течения в аккреционном диске стала очевидна после нескольких исследований, проведённых Бальбюсом и Хаули, и поэтому эта неустойчивость в её приложении к аккреционным дискам в наши дни получила название *неустойчивость Бальбюса-Хаули* (см. обзор Hawley and Balbus, 1991).

Неустойчивость Бальбюса–Хаули возникает, когда в диске существует компонента магнитного поля, перпендикулярная плоскости аккреционного диска, и угловая скорость вращения диска  $\Omega_a$  уменьшается с расстоянием. Однако развитие этой неустойчивости может подавляться даже при выполнении написанных выше условий, если магнитное поле достаточно сильно. Когда неустойчивость имеет место, то она вызывает радиальные смещения вертикального поля.

На рис. 12.7б показано, как эта неустойчивость может развиваться в рамках модели Тоута и Прингла (Tout and Pringle, 1992). Поскольку неустойчивость Бальбюса–Хаули требует существования вертикального магнитного поля, то Тоут и Прингл сделали вертикальное магнит-

ное поле интегральной частью модели, а не пренебрегли им, как это было сделано Коронити. Для генерации вертикального поля или для усиления вертикальной компоненты магнитного поля, пронизывающего диск, они применили неустойчивость всплывающего потока Паркера (Parker, 1979), чтобы можно было превратить горизонтальные линии поля в вертикальные. Петли магнитного поля высовываются из поверхности диска (рис. 12.7 б) аналогично тому, как формируются активные области на Солнце. Присутствие вертикальных полей затем служит триггером неустойчивости Бальбюса–Хаули, и возникает пересоединение между разнонаправленными (вверх и вниз) магнитными полями, порождаемыми всплывающими петлями.

Неустойчивость Бальбюса–Хаули является процессом, который описывается в рамках идеальной МГД, и развивается на характерных временах порядка альфвеновского. Таким образом Тоут и Прингл предполагали, что существует пересоединение вертикального поля, инициированное сильными радиальными шировыми течениями, которое является более важным процессом, чем пересоединение азимутального поля, как предлагает Коронити (рис. 12.7 а). Их подход отличается от Коронити ещё и тем, что они не предполагают никакой специальной модели поля, а просто оценивают источники и стоки для различных компонент магнитного поля. Скорости изменения азимутальной  $B_\phi$ , радиальной  $B_r$  и вертикальной  $B_z$  компонент описываются следующими уравнениями:

$$\frac{dB_\phi}{dt} \approx \frac{B_r}{\tau_s} - \frac{B_\phi}{\tau_P}, \quad (12.30)$$

$$\frac{dB_r}{dt} \approx \frac{B_z}{\tau_{BH}} - \frac{B_r}{\tau_P}, \quad (12.31)$$

$$\frac{dB_z}{dt} \approx \frac{B_\phi}{\tau_P} - \frac{B_z}{\tau_R}, \quad (12.32)$$

где  $\tau_s$ ,  $\tau_P$ ,  $\tau_{BH}$  и  $\tau_R$  — соответствующие временные масштабы для шира, паркеровской неустойчивости, неустойчивости Бальбюса–Хаули и пересоединения. Характерное время шира равно

$$\tau_s \approx \frac{2}{3\Omega_a}; \quad (12.33)$$

как и раньше, характерное время для паркеровской неустойчивости оценивается как

$$\tau_P \approx 2,2 \frac{h_d}{v_{A\phi}}, \quad (12.34)$$

где  $h_d$  — гравитационная шкала высот, определяемая из уравнения (12.12), где полное давление  $P$  заменено давлением газа  $p$  и  $v_{A\phi}$  — альфвеновская скорость для  $\phi$  компоненты поля. Поскольку изотерми-



ческая скорость звука  $c_s$  равна  $p/\rho$ , то можно переписать  $h_d$  как

$$h_d = \frac{c_s}{\Omega_a}. \quad (12.35)$$

Характерное время для неустойчивости Бальбюса–Хаули определяется в виде

$$\tau_{BH} \approx \frac{1}{\gamma_{BH}(v_{Az})\Omega_a}, \quad (12.36)$$

в котором функция  $\gamma_{BH}$  от  $v_{Az}$  определяется в виде

$$\gamma_{BH}(v_{Az}) \approx \gamma_{\max} \left[ 1 - (1 - \sqrt{3})^{-2} \left( 1 - \frac{\pi v_{Az}}{c_s \sqrt{2}} \right)^2 \right].$$

Здесь  $\gamma_{\max} \approx 0,74$  и  $v_{Az}$  — альфвеновская скорость для  $z$  компоненты поля. Это выражение остаётся верным для  $\sqrt{2}/\pi < (v_{Az}/c_s) < \sqrt{6}/\pi$ , но, если  $v_{Az}/c_s < \sqrt{2}/\pi$ , то  $\gamma_{BH} = \gamma_{\max}$  и если  $v_{Az}/c_s > \sqrt{6}/\pi$ , то  $\gamma_{BH} = 0$ . Последнее условие соответствует напряжённости магнитного поля, при которой развитие неустойчивости подавляется (т. е.  $B_z = c_s \sqrt{6\mu\rho}/\pi$ ).

Первый член в правой части уравнения (12.30) описывает рост поля, вызванный преобразованием радиального магнитного поля в азимутальное поле кеплеровским широм, а второй член описывает распад, связанный с паркеровской неустойчивостью. Первое слагаемое в правой части (12.31) описывает рост поля, вызванный преобразованием вертикального магнитного поля в радиальное неустойчивостью Бальбюса–Хаули, а второе слагаемое опять описывает затухание, связанное с паркеровской неустойчивостью. И, наконец, первое слагаемое в правой части уравнения (12.32) даёт рост вертикального поля, вызванный преобразованием азимутального поля в вертикальное поле вследствие паркеровской неустойчивости, а второй член даёт уничтожение поля, вызванное магнитным пересоединением. Предполагается, что преобразование радиального поля в вертикальное неустойчивостью Паркера пренебрежимо мало, поэтому это слагаемое не учитывается в уравнении (12.32).

Уравнения (12.30)–(12.32) также показывают принципиальную разницу между моделями Коронити (Coroniti, 1981) и Тоута и Прингла (Tout and Pringle, 1992). Если такие же уравнения написать для модели Коронити, то уравнение, описывающее изменение азимутального поля, включало бы в себя потери за счёт пересоединения, а уравнение для радиального поля включало бы поступление за счёт пересоединения. В модели Тоута и Прингла пересоединение азимутального поля рассматривается как пренебрежимо малое по сравнению с пересоединением вертикального поля.

Если диск находится в равновесии, то правые части уравнений (12.30)–(12.32) должны равняться нулю, что будет верным, если

$$v_{Ar} = v_{A\phi} \frac{\tau_s}{\tau_P}, \quad (12.37)$$

$$v_{Az} = v_{Ar} \frac{\tau_{BH}}{\tau_P}, \quad (12.38)$$

$$v_{A\phi} = v_{Az} \frac{\tau_P}{\tau_R}, \quad (12.39)$$

где  $v_{Ar}$  — альфвеновская скорость для радиальной компоненты поля. Пренебрегая функциональной зависимостью  $\tau_P$  и  $\tau_R$  и решая уравнения относительно  $v_{Az}$ , получаем

$$v_{Az} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} c_s \left( 1 - \frac{\tau_s^4}{\gamma_{\max}^2 \tau_P^2 \tau_R^2} \right)^{1/2} \approx \frac{\sqrt{6}}{\pi} c_s, \quad (12.40)$$

поскольку характерное время шира  $\tau_s$  почти всегда должно быть меньше, чем паркеровское или характерное время пересоединения.

Для модели Тоута и Прингла параметр диска Шакуры–Сюняева  $\alpha_s$  можно выразить через максвелловское напряжение  $B_r B_\phi$  в виде

$$\alpha_s = \frac{v_{Ar} v_{A\phi}}{c_s^2},$$

который даёт  $S_{r\phi} = B_r B_\phi = \alpha_s$ , что после подстановки в уравнения (12.37)–(12.40) даёт

$$\alpha_s = \frac{6}{\pi^2} \frac{\tau_P \tau_s}{\tau_R^2}. \quad (12.41)$$

Это, по существу, выражение, полученное Коронити для  $\alpha_s$ , умноженное на добавочные множители  $6/\pi^2$  и  $\tau_P/\tau_R$ . Множитель  $6/\pi^2$  возникает вследствие неустойчивости Бальбюса–Хаули (которая является процессом в рамках идеальной МГД и поэтому развивается с характерными временами порядка альфвеновского), в то время, как множитель  $\tau_P/\tau_R$  появляется вследствие учёта паркеровской неустойчивости.

Для оценки трёх свободных параметров в уравнении (12.41) мы используем уравнения (12.37)–(12.40), чтобы выразить

$$\tau_P = \frac{v_{A\phi}}{v_{Az}} \tau_R, \quad \tau_s = \frac{\sqrt{2}}{3c_s} h_d,$$

и перепишем  $\tau_R$  через характерный масштаб пересоединения  $L_R$  в виде

$$\tau_R = \frac{L_R}{M_A v_{Az}}.$$

Используя аргументацию, которую мы не будем здесь повторять, Тоут и Прингл оценили  $L_R$  как

$$L_R \approx 0,46 \frac{v_{A\phi}}{c_s} h_d,$$

что приводит к выражению

$$\tau_R = 0,46 \frac{v_{A\phi}}{v_{Az}} \frac{h_d}{c_s} \frac{1}{M_A} = 0,46 \frac{\tau_P}{\tau_R} \frac{h_d}{c_s} \frac{1}{M_A}.$$

Переписывая это выражение в виде

$$\frac{\tau_R^2}{\tau_P} = 0,46 \frac{h_d}{c_s} \frac{1}{M_A}$$

и подставляя его в (12.41), получаем

$$\alpha_S \approx 0,6 M_A. \quad (12.42)$$

Таким образом, несмотря на другую геометрию поля (т. е. вертикальное магнитное поле, а не азимутальное поле) и другую природу физических процессов (шир, неустойчивость Бальбюса–Хаули и неустойчивость Паркера, а не один шир), модель Тоута и Прингла даёт выражение для параметра Шакуры–Сюняева почти такое же, как выражение (12.29), полученное Коронити (т. е.  $0,6 M_A$ , а не  $M_A^{2/3}$ ).

Для того чтобы вызвать аккрецию, согласующуюся с наблюдениями различных астрофизических явлений, например, квазаров,  $M_A$  должно быть порядка 0,1. Как Тоут и Прингл, так и Коронити предполагают, что такое быстрое пересоединение не является проблемой, ссылаясь на работу Петчека (Petschek, 1964) как на оправдание того, что величина  $M_A$  порядка 0,1. Хотя механизм Петчека показывает настолько быстрое пересоединение, насколько это возможно в принципе, не было получено никаких оснований считать, что этот механизм применим в режиме турбулентного МГД движения, возникающего в диске. Чтобы получить реальную картину связи между аккрецией и пересоединением, возможно, потребуется численное моделирование, которое будет рассматривать турбулентное динамо и пересоединение самосогласовано.

Было предложено несколько альтернатив моделям Коронити и Тоута-Прингла. Ишимару (Ichimaru, 1976) разработал модель турбулентности, основанную на принципах МГД и кинетики, чтобы отойти от использования скорости пересоединения как свободного параметра. Галеев и др. (Galeev et al., 1979) предложили МГД модель, в которой используется механизм динамо, приводимый в действие конвекцией, для усиления магнитного поля со скоростью намного выше, чем в модели Коронити. Из-за таких высоких скоростей ячейки магнитного поля выталкиваются из диска силой плавучести настолько быстро, что в диске происходит только малая доля пересоединения. Пересоединение начинает происходить после того как ячейки были вытолкнуты из диска в окружающую корону, где это пересоединение оказывается намного более быстрым из-за более высоких альфвеновских скоростей (см. также Burm and Kuperus, 1988). Кроме этого, Хейвартс и др. (Heyvaerts et al., 1996a, b) разработали процедуру для самосогласованного определения уровня МГД турбулентности в диске, что важно для определения эффективности радиального переноса вещества.

**12.2.2. Амбиоплярная диффузия.** Плазменная среда в аккреционных дисках часто полностью отличается от плазменной среды

в звёздных атмосферах или планетных магнитосферах, и здесь становятся важными новые физические процессы. Экзотическая плазма, включая релятивистскую плазму вокруг чёрных дыр или электрон-позитронную плазму вокруг нейтронных звёзд, находится вне рамок этой книги, но существует процесс, известный как *амбиполярная диффузия*, который важен в аккреционных дисках звёзд типа Т-Тельца и который может быть рассмотрен в рамках МГД (Zweibel, 1988, 1989).

Амбиполярная диффузия возникает в плазме низкой плотности с малой степенью ионизации. Когда количество нейтральных частиц намного превышает количество заряженных, движение плазмы подчиняется движению нейтральных частиц, на которые магнитное поле не оказывает прямого воздействия. Заряженные частицы, напротив, подвержены воздействию магнитного поля, и, следовательно, их скорость будет отличаться от скорости нейтральных частиц. Если частота соударений нейтралов и ионов достаточно велика, то уравнения МГД ещё возможно использовать при условии, что уравнение Фарадея записано в виде

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V}_i \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B}), \quad (12.43)$$

где  $\mathbf{V}_i$  — скорость ионов (Mestel and Spitzer, 1956). Определяя дрейфовую скорость ( $\mathbf{V}_{DR}$ ) как

$$\mathbf{V}_{DR} = \mathbf{V}_i - \mathbf{V}_n,$$

где  $\mathbf{V}_n$  — скорость нейтралов, получаем, что уравнение (12.43) приводится к виду

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V}_n \times \mathbf{B} + \mathbf{V}_{DR} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B}). \quad (12.44)$$

Поскольку столкновения стараются сделать  $\mathbf{V}_i$  и  $\mathbf{V}_n$  одинаковыми, требуется постоянное действие силы Лоренца, чтобы  $\mathbf{V}_{DR}$  была отлична от нуля. Следовательно, дрейфовая скорость приблизительно равна

$$\mathbf{V}_{DR} \approx \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{\mu \rho_i \bar{\nu}_{in}}, \quad (12.45)$$

где  $\rho_i$  — плотность ионов и  $\bar{\nu}_{in}$  — частота столкновений ионов с нейтралами. Подставляя уравнение (12.45) в (12.44), получаем

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \left[ \mathbf{V}_n \times \mathbf{B} + \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{B}}{\mu \rho_i \bar{\nu}_{in}} \mathbf{B} - (\eta + \eta_{AD}) \nabla \times \mathbf{B} \right], \quad (12.46)$$

где коэффициент амбиполярной диффузии равен

$$\eta_{AD} = \frac{B^2}{\mu \rho_i \bar{\nu}_{in}}. \quad (12.47)$$

Из уравнения (12.46) видно, что влияние амбиполярной диффузии приводит к появлению неоднородной магнитной диффузии, коэффициент которой не зависит от обычного коэффициента магнитной диффузии  $\eta$ .

Чтобы амбиполярная диффузия была заметна, плотность ионов  $\rho_i$  и частота столкновений ионы-нейтралы  $\bar{\nu}_{in}$  должны быть меньше, чем обычно встречающиеся в звёздных оболочках. Поэтому амбиполярная диффузия незначительна в солнечной фотосфере, хотя отношение ионов к нейтралам здесь порядка  $10^6$ . В основном, как полагают, амбиполярная диффузия имеет значение в молекулярных облаках (Kulsrud and Anderson, 1992; Mestel, 1999) и аккреционных дисках недавно сформировавшихся звёзд (Shu et al., 1994).

На первый взгляд, возникает искушение сделать вывод из вида последнего слагаемого в правой части уравнения (12.46) что амбиполярная диффузия может сыграть роль обычной диффузии в магнитном пересоединении. Но это не так, поскольку коэффициент магнитной диффузии равен нулю в нулевой точке магнитного поля (12.47). Тем не менее, амбиполярная диффузия может увеличить эффективность обычного пересоединения, делая градиенты магнитного поля более резкими (Brandenburg and Zweibel, 1994, 1995). Такой процесс происходит в нулевой точке магнитного поля вследствие тенденции силовых линий накапливаться в нулевых точках магнитного поля при их диффузии через плазму. Может показаться несколько странным, что амбиполярная диффузия может привести к более резким градиентам поля, но это возможно потому, что она анизотропна и неоднородна по своей природе. Таким образом, в жидкостях, где она может иметь значение, амбиполярная диффузия, похоже, приводит к возрастанию скорости магнитного пересоединения через увеличение градиентов поля.

**12.2.3. Дисковые вспышки.** Аккреционный диск окружён короной, которая отличается от короны центральной звезды и которая, в принципе, способна генерировать свои собственные вспышки (Galeev et al., 1979; Heyvaertsv et al., 1996b). Прямые доказательства того, что такие дисковые вспышки действительно имеют место, не слишком легко получить. Излучение от дисковых вспышек должно отличаться от других источников переменного излучения, таких, как вспышки на самой центральной звезде, эпизодические падения аккрецирующего вещества или флуктуации в джетах и звёздном ветре.

Одна из наиболее многообещающих систем, в которых можно делать попытки наблюдения дисковых вспышек отдельно от других явлений, — это карликовая новая (Livio and Pringle, 1992). Карликовая новая возникает как тесная двойная система, состоящая из звезды главной последовательности (обычно спектрального типа G) и белого карлика. Период обращения этих звёзд меньше 8 часов, и они достаточно близки друг к другу чтобы существовало непрерывное течение вещества через аккреционный диск на белый карлик. Поскольку белые карлики тёмные, то эмиссию от аккреционного диска достаточно легко наблюдать. По этой причине карликовые новые обеспечивают идеальную возможность изучить динамику аккреционного диска без помех от центральной звезды.

У карликовых новых периодически наблюдаются выбросы, во время которых яркость излучения диска возрастает в 10 раз на период 5–20 дней (Ostlie and Carroll, 1996). Выбросы повторяются через промежутки времени от 30 до 300 дней, и известно, что они возникают вследствие возрастания скорости аккреции в 100 раз. Почему скорость аккреции возрастает, остаётся загадкой, возможно, что из-за неустойчивости в аккреционном диске или неустойчивости в скорости передачи вещества между двумя звёздами. (Livio and Pringle, 1992).

Такие выбросы, вызванные возросшей скоростью аккреции, нельзя рассматривать как вспышки. Активность типа вспышечной ассоциируется с флуктуациями в яркости диска в два раза или больше на временных масштабах порядка нескольких минут, но вариации на этом уровне происходят практически непрерывно, и их часто называют *мерцаниями* (la Dous, 1993). Мерцания возникают во внутренней области аккреционного диска поблизости от белого карлика (Horne et al., 1994), и по-видимому, вызваны каким-то из видов турбулентности в диске (Bruch, 1992). По многим параметрам мерцания, появляющиеся в аккреционном диске, являются аналогом нановспышек Паркера (Parker, 1988) (см. §§ 2.7, 11.2.3).

Пример возможного механизма вспышки проиллюстрирован на рис. 12.10, который показывает численное моделирование (Hayashi et al., 1996) динамического эффекта в поле центральной звезды, вызванного движениями типа шира в диске (см. также Tajima and Gilden, 1987; Lynden-Bell and Boily, 1994). Как только шир в линиях поля, связанных с диском, возрастает, поле начинает расширяться, образуя выпуклость. В итоге, за выпуклостью возникает токовый слой, и пересоединение в токовом слое создаёт плазмойд, который затем выталкивается из системы. Процесс очень напоминает моделирование солнечного коронального выброса масс (Mikić and Linker, 1994), который обсуждался в п. 11.1.1 (см. рис. 11.3), за исключением того, что для Солнца шир создаётся фотосферной конвекцией, а не вращением аккреционного диска.

Как это ни странно, но доказательства вспышек в аккреционных дисках могут быть обнаружены в метеоритах, известных как *хондри-ты*, которые представляют собой один из типов каменных метеоритов и названы по имени маленьких сферических объектов, которые они содержат и которые получили название *хондры*. Радиоактивное определение их возраста показывает, что все хондры сформировались приблизительно  $4,6 \cdot 10^9$  лет назад, в течение временного интервала меньше  $10^6$  лет (Taylor, 1992), который является эпохой, когда Солнце было в фазе Т-Тельца и было окружено аккреционным диском. Поэтому хондры рассматриваются как временные капсулы, содержащие вещество из солнечного аккреционного диска. Размеры хондр лежат в узком диапазоне от 0,05 до 0,15 см и содержат остаточное магнитное поле, указывающее на то, что они сформировались в среде, где внешнее магнитное поле было порядка  $10^{-5}$  Т (0,1 Гс).

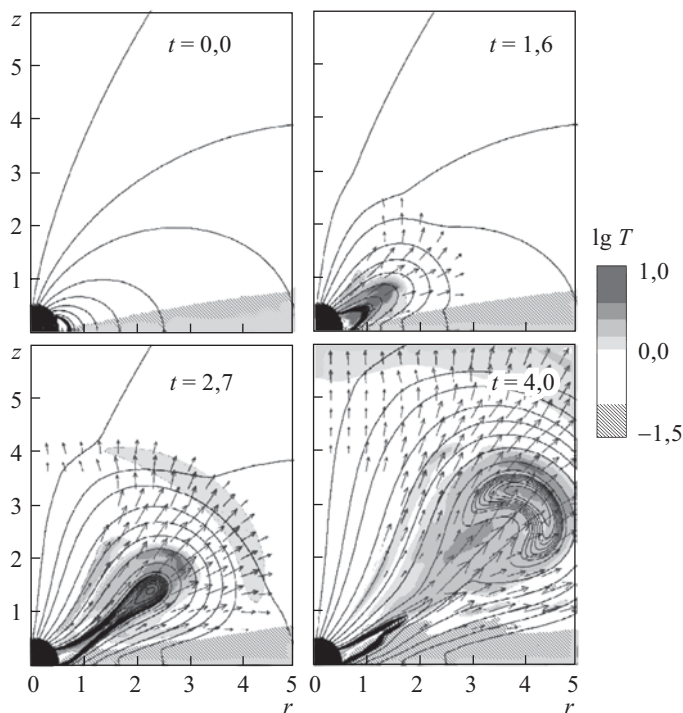


Рис. 12.10. Моделирование аккреционного диска вокруг протозвезды, ось магнитного диполя которой совпадает с осью вращения (Hayashi et al., 1996)

Хондры, в основном, состоят из силикатов и обеднены металлами и серными соединениями, но некоторые хондры содержат углеродные соединения. Рис. 1.4*в* показывает пример углеродистого хондрита, который упал в Чихуахуа, Мексика в 1969. Известный, как метеорит Алленде, он также содержит аминокислоты — основные строительные блоки жизни. Исходя из химического и изотопного состава хондр можно предположить, что они сформировались в процессе вспышечного нагрева, которые частично растопили силикатную пыль, уже обеднённую металлами и серными соединениями (Taylor, 1992). Эти неперіодические явления длились менее 1 с и не могли нагреть хондры выше 1300 K.

В настоящее время вспышки в аккреционном диске остаются наиболее привлекательным объяснением для процессов нагрева, в которых сформировались хондры (Levy and Araki, 1989; Taylor, 1992). Чтобы дать объяснение композиционных свойств хондр, вспышки должны были происходить на высоте около 1 а.е. над средней плоскостью аккреционного диска молодого Солнца, как показано на рис. 12.11. На этой высоте плотность короны диска была достаточно мала для

того, чтобы хондры успевали быстро охладиться после нагрева вспышкой. Обеднённое содержание металлов и других тяжёлых элементов

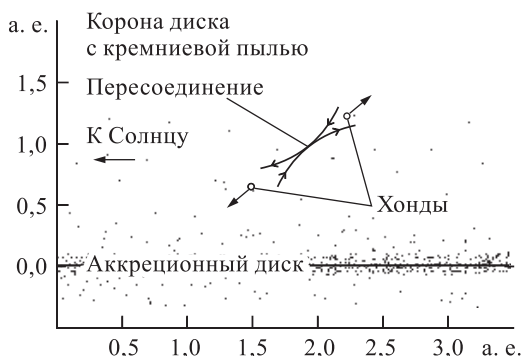


Рис. 12.11. Механизм формирования хондр в начальной стадии развития солнечной системы, предложенный Леви и Араки (Levy and Araki, 1989)

внутри хондр можно объяснить гравитационным разделением материала по высоте над плоскостью диска, а остаточное магнитное поле хондр объясняется магнитным полем короны диска. Ограничение размеров хондр обычно объясняется физикой процесса конденсации, который может быть подобен процессу конденсации градин в переохлаждённой воде грозовых облаков.

Было предложено большое количество других теорий для объяснения формирования хондр, таких, как столкновения на поверхностях планет или столкновения между планетозималями, но ни одна из них и близко не может объяснить возраст и состав хондр (критику других теорий см. в Taylor, 1992). Тем не менее, существует ещё несколько проблем, которые присутствуют в модели дисковых вспышек (см.: Cameron, 1994; Clayton and Jin, 1995), и, по-прежнему, существует очень мало прямых доказательств того, что дисковые вспышки действительно происходят в системах типа Т-Тельца.



## Глава 13

# УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ

Эта книга почти полностью посвящена магнитогидродинамическим теориям пересоединения, и она не содержит обзора обширной литературы о бесстокновительных процессах. Такие процессы являются критическими для генерации энергичных частиц при пересоединении, однако они относятся к отдельной обширной теме, по которой можно было бы написать отдельную книгу. Тем не менее, поскольку генерация быстрых заряженных частиц является одним из главных следствий пересоединения в космосе, нам представляется важным уделить некоторое место краткому обсуждению этого предмета.

Как мы увидим, многие теории ускорения частиц явно или неявно опираются на концепции магнитной гидродинамики, особенно когда необходимо получить информацию о крупномасштабном распределении магнитных и электрических полей. В простейших теориях (§ 13.1) энергичные частицы ускоряются непосредственно электрическим полем, поведение которого предполагается известным. В этом случае МГД модели часто используются для того, чтобы оправдать определённый выбор, который делается для этих полей. Однако даже в более сложных теориях такие концепции МГД, как турбулентность (§ 13.2) и ударные волны (§ 13.3) привлекаются достаточно часто. МГД теория дополняется кинетической теорией, которая даёт много дополнительной информации о локальном поведении плазмы.

Энергичные частицы присутствуют во Вселенной всюду, и, как выяснилось с самого начала, в целом они не находятся в термодинамическом равновесии. Такие частицы проявляют себя, например, в виде космических лучей (КЛ), падающих на нашу атмосферу; они генерируют синхротронное излучение от удалённых радиогалактик; они обнаруживаются также в солнечном ветре перед ударными волнами, создаваемыми магнитосферой Земли и выбросами коронального вещества (ВКВ). Главная причина того, что природа избегает равномерного распределения для таких частиц, состоит в том, что они сталкиваются с другими частицами крайне редко (см., например, Kirk, 1994): например, в течение, скажем, миллиона лет, пока частица КЛ блуждает по диску нашей Галактики, она имеет только один шанс из восьми столкнуться с другой частицей.

Более того, крупномасштабные электрические поля, параллельные магнитным полям, являются крайне редкими в плазме Вселенной

с высоким магнитным числом Рейнольдса, так что в течение большей части их времени жизни заряженные частицы движутся по круговым орбитам под действием одной лишь силы Лоренца ( $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , где  $q$  — заряд частицы). Эта сила действует в направлении, перпендикулярном вектору скорости частицы  $\mathbf{v}$ , и поэтому не действует на частицу, тем самым позволяя ей сохранять её энергию неизменной. Хотя это свойство облегчает частице возможность сохранять её энергию, оно также затрудняет частице, прежде всего, возможность приобретать энергию. В самом деле, при отсутствии столкновений частица может увеличивать свою энергию только под действием электрического поля. (Отметим, что в то время как в остальной части книги мы использовали вектор  $\mathbf{v}$  для обозначения скорости плазмы, в данной главе  $\mathbf{v}$  относится к скорости частицы, а  $\mathbf{u}$  — представляет собой скорость плазмы).

До каких энергий ускоряются частицы при пересоединении? Насколько много частиц могут быть ускорены? Каков их спектр? На эти кажущиеся простыми вопросы всё ещё не удалось получить полных ответов и они остаются предметом текущих исследований. Ответы оказываются в высшей степени сложными, поскольку, как мы уже видели в предыдущих главах, имеется много различных типов пересоединения и множество различных параметрических режимов, при которых оно действует. К ним относятся пересоединение Свита–Паркера (§ 4.2), пересоединение Петчека (§ 4.3), почти однородное пересоединение (§ 5.1), неоднородное пересоединение (§ 5.2), взрывное импульсное пересоединение и неустойчивость тиринговой моды (§ 6.2) в двух измерениях, а также пересоединение на шипе (п. 8.6.1), веерное пересоединение (п. 8.6.2), сепараторное пересоединение (п. 8.6.3), пересоединение квазисепаратрисных слоёв (§ 8.7) и другие типы сингулярного пересоединения магнитных силовых линий (п. 8.1.3) и общего магнитного пересоединения (п. 8.1.1) в трёх измерениях. Таким образом, становится ясным, что результирующее ускорение быстрых частиц, скорее всего, сильно меняется от одного режима к другому.

Роль магнитного пересоединения при ускорении частиц является сложной не только из-за различных режимов пересоединения и значений параметров, при которых оно происходит. Его роль сложна также из-за особенностей электромагнитных условий, которые обычно возникают вокруг области пересоединения. В окрестности этой области можно отчётливо выделить три типа условий, которые оказываются особенно благоприятными для ускорения частиц. Прежде всего, сильные электрические поля, генерируемые в самом месте пересоединения, могут ускорять частицы непосредственно (§ 13.1). Такие поля могут присутствовать вдоль X-линии в двумерных моделях и вдоль особых магнитных силовых линий в трёхмерных моделях (включая пересоединение на шипе, веерное пересоединение и пересоединение на сепараторе). Во-вторых, пересоединение часто создаёт сильно турбулентное окружение как вблизи места пересоединения, так и в исходящих стру-

ях плазмы, где частицы могут быть ускорены стохастически (§ 13.2). В-третьих, мы уже видели, что ударные МГД волны часто составляют неотъемлемую часть пересоединяющегося поля (§ 13.3). Ударные волны медленной моды стремятся оставаться стоячими волнами в потоке плазмы и фактически сцепляются с областью пересоединения. Ударные волны быстрой моды часто генерируются там, где исходящие струи пересоединения встречаются с окружающим магнитным полем, либо они могут распространяться наружу от места пересоединения после импульсного начала пересоединения. Глава завершается кратким обзором (§ 13.4) действия этих трёх основных ускорительных механизмов в астрофизике, солнечных вспышках, корональных выбросах вещества, магнитосферах планет и в гелиосфере.

### 13.1. Прямое ускорение электрическими полями

Поскольку магнитное поле никогда не совершает над частицей работы, всё ускорение происходит при движении частицы вдоль электрического поля. Однако мы используем термин *прямое ускорение* для того, чтобы указать на процессы, в которых ускорение обеспечивается за счёт усреднённого, или среднего, электрического поля, а не за счёт флуктуирующего поля. Поэтому электрон полярных сияний, проходящий через скачок потенциала вдоль силовой линии, подвергается прямому ускорению, тогда как частица КЛ, будучи рассеянной магнитными флуктуациями, не испытывает ускорения. Последний из этих двух процессов является классическим примером *стохастического ускорения*, однако существуют также процессы, которые стирают различие между терминами *прямое* и *стохастическое* ускорение. Для примера в § 13.3 мы будем обсуждать диффузионное ускорение на ударной волне, которое является прямым процессом, если рассматривать единичный акт столкновения между частицей и ударным фронтом. Однако он становится стохастическим процессом, если рассматривать множественные столкновения с ударной волной и турбулентными магнитными флуктуациями выше по потоку плазмы.

Нерелятивистское уравнение движения для частицы с постоянной массой  $m$ , скоростью  $\mathbf{v}$ , и зарядом  $q$ , движущейся в электрическом ( $\mathbf{E}$ ) и магнитном ( $\mathbf{B}$ ) полях в системе единиц  $MKS$  имеет вид

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (13.1)$$

которое в случае однонаправленного магнитного поля можно разделить на компоненту, направленную вдоль магнитного поля

$$m \frac{dv_{\parallel}}{dt} = qE_{\parallel}, \quad (13.2)$$

и компоненту, перпендикулярную магнитному полю

$$m \frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = q(\mathbf{E}_{\perp} + \mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B}). \quad (13.3)$$

Когда силовые линии не являются однонаправленными, компонента  $v_{\parallel}$  подвергается действию  $\mathbf{E}_{\perp}$ , а  $\mathbf{v}_{\perp}$  — действию  $\mathbf{E}_{\parallel}$ . В релятивистском варианте уравнения (13.1) множитель  $m d\mathbf{v}/dt$  заменяется множителем  $d/dt(\gamma m \mathbf{v})$ , где  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  — Лоренц-фактор. Следует отметить, что в данной главе, чтобы избежать путаницы с другими переменными, мы используем чёрточку сверху для нескольких переменных:  $\bar{\gamma}$  (в данном параграфе),  $\bar{v}$  (п. 13.1.1),  $\bar{\Omega}$  (п. 13.1.7),  $\bar{p}$  (п. 13.2.3),  $\bar{\mu}$  (п. 13.2.3),  $\bar{\alpha}$  (п. 13.2.3) и  $\bar{x}$  (п. 13.3.2).

Рассмотрим сначала простейший случай, когда частица движется вдоль однородного магнитного поля под действием электрического поля (см., например, Benz, 1993), и оставим для последующего рассмотрения более сложные случаи непродольных электрических полей и токовых слоёв. Мы описываем лишь основы классических процессов, так что читатель должен сознавать, что на самом деле существует гораздо больше аспектов, чем места для их изложения здесь.

**13.1.1. Ускорение вдоль магнитного поля.** Согласно уравнению (13.2) электрическое поле будет неограниченно ускорять частицы

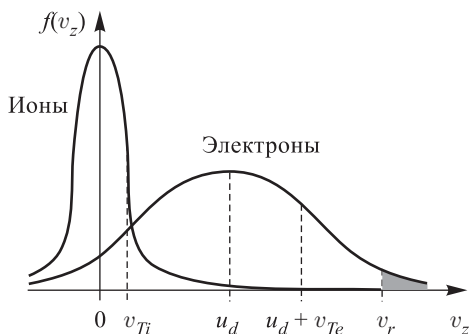


Рис. 13.1. Типичные распределения по скоростям  $f(v_z)$  для ионов (с тепловой скоростью  $v_{Ti}$ ) и электронов (с тепловой скоростью  $v_{Te}$ ), показанные в системе покоя ионов. Электроны дрейфуют со скоростью  $u_d$  относительно ионов. Электроны при скорости  $v_r$  становятся убегающими (Benz, 1993)

вдоль магнитного поля, причём ионы и электроны будут двигаться в противоположных направлениях. Этот процесс может продолжаться до тех пор, пока электрическая сила не будет уравновешена силой кулоновского трения. Для ионов с массой  $m_i$  и зарядом  $q_i$ , движущихся со средней скоростью дрейфа  $u_d$  относительно электронов (рис. 13.1), это случится при выполнении условия

$$m_i \frac{u_d}{\tau} \simeq q_i E, \quad (13.4)$$

где  $\tau$  — характерное время торможения ионов за счёт взаимодействия с электронами. Параллельная электрическая

проводимость  $\sigma_{\parallel}$  тогда определяется как отношение

$$\sigma_{\parallel} = \frac{j}{E}, \quad (13.5)$$

где электрический ток есть  $j \approx q_i n_i u_d \approx e n_e u_d$  при зарядовой нейтральности.

Подставляя в уравнение (13.5) выражение для  $u_d$  из (13.4), мы находим, что параллельная электрическая проводимость, в терминах частоты электрон-ионных соударений,  $\bar{\nu} = m_i n_i / (m_e n_e \tau)$ , имеет вид

$$\sigma_{\parallel} = \varepsilon_0 \omega_{pi}^2 \tau = \frac{\varepsilon_0 \omega_{pe}^2}{\bar{\nu}}, \quad (13.6)$$

где  $\omega_{pe} = [(e^2 n_e) / (\varepsilon_0 m_e)]^{1/2}$  и  $\omega_{pi} = [(q_i^2 n_i) / (\varepsilon_0 m_i)]^{1/2}$  — это электронная и ионная плазменная частота соответственно. Таким образом, уравнение (13.5) является выражением для закона Ома при значении  $\sigma_{\parallel}$ , определяемом уравнением (13.6).

Теперь, когда скорость дрейфа  $u_d$  значительно меньше, чем тепловая скорость электронов  $v_{Te} = (k_B T_e / m_e)^{1/2}$ , частота столкновений  $\bar{\nu}$  и, следовательно, столкновительное трение растёт линейно со скоростью  $u_d$ . Используя формулы из гл. 1, мы находим, что электрическая проводимость принимает форму  $\sigma_{\parallel} = 1 / (\mu \eta_{\parallel}) \approx 2 / (\mu \eta_{\perp})$ , которая после подстановки уравнения (1.13) и  $c^2 = (\mu \varepsilon_0)^{-1}$  даёт

$$\sigma_{\parallel} = \frac{6(2\pi)^{3/2} m_e v_{Te}^3 \varepsilon_0^2}{e^2 \ln \Lambda} \approx 0,0152 \frac{T_e^{3/2}}{\ln \Lambda} \text{ сим м}^{-1}, \quad (13.7)$$

где  $\ln \Lambda$  есть кулоновский логарифм (1.14). Проводимость поэтому растёт как  $T_e^{3/2}$ , так что более горячая плазма является лучшим проводником. Соответствующую скорость дрейфа из уравнения (13.4) можно теперь оценить из соотношения

$$\frac{u_d}{v_{Te}} = 3 \sqrt{\frac{\pi}{2} \frac{E}{E_D}}, \quad (13.8)$$

где величина

$$E_D = \frac{q_i \ln \Lambda}{4\pi \varepsilon_0 \lambda_D^2}$$

известна как *поле Дрейсера* [уравнение (1.66)], а  $\lambda_D = \sqrt{[\varepsilon_0 k_B T / (n_e e^2)]}$  есть длина Дебая [уравнение (1.14)].

**13.1.2. Убегающие частицы.** По мере того как относительная скорость дрейфа  $u_d$  ионов и электронов приближается к тепловой скорости электронов  $v_{Te}$ , линейная связь (13.5) между  $E$  и  $j$  нарушается в результате того, что равновесие между электрической силой и силой трения за счёт столкновений становится более невозможным. Когда это случается, частицы ускоряются неограниченно до тех пор, пока не начнётся генерация плазменных неустойчивостей при взаимодействии типа «волна-частица». Это явление убегания частиц было впервые проанализировано Дрейсером (1959), который использовал следующее уравнение движения для иона, движущегося со скоростью  $u_d$  относительно окружающего фона электронов:

$$m_i \frac{du_d}{dt} = eE - eE_D G(\bar{u}_d),$$

где

$$\bar{u}_d = \frac{u_d}{\sqrt{2} v_{Te}}$$

и

$$G(\bar{u}_d) = \frac{\operatorname{erf}(\bar{u}_d)}{2\bar{u}_d^2} - \frac{e^{-\bar{u}_d^2}}{\bar{u}_d \sqrt{\pi}}.$$

Ион ускоряется электрическим полем ( $eE$ ), но тормозится силой трения  $eE_D G$ , что отражено на рис. 13.2. Дрейсер получил эту силу трения, считая распределение электронов максвелловским, при условии

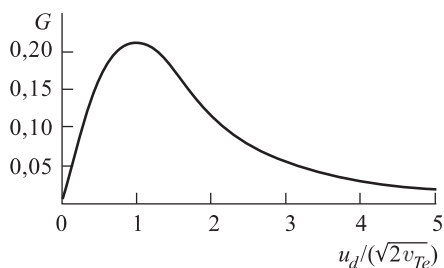


Рис. 13.2. Нормированная сила трения ( $G$ ) за счёт столкновений частиц как функция нормированной скорости дрейфа ( $u_d$ ) ионов относительно электронов

$m_e \ll m_i$ , и пренебрегая возмущениями, связанными с током, в максвелловском распределении и допуская, что электрическое поле должно быть порядка или больше  $E_D$ . Наиболее важное свойство этой силы состоит в том, что она уменьшается, когда дрейфовая скорость ( $u_d$ ) превышает  $\sqrt{2} v_{Te}$ , причём она падает как  $u_d^{-2}$ , когда  $u_d \gg v_{Te}$ . Таким образом, как только дрейфовая скорость достигает области значений, где эта сила начинает уменьшаться, происходит

убегание частиц. Критическое значение электрического поля  $E_c$ , при котором  $u_d = \sqrt{2} v_{Te}$ , равно  $E_c = 0,214 E_d$ ; это максимальное поле для состояния равновесия имеет место при максимальном значении функции  $G(\bar{u}_d)$ . Более точный анализ, опирающийся прежде всего на уравнение Фоккера–Планка (Risken, 1989), был впоследствии выполнен Дрейсером (1960), Лебедевым (1965) и Коэном (1976). В совокупности, эти работы дают количественное описание для полного перехода от слабого электрического поля в режиме Спитцера к сильному электрическому полю в режиме Дрейсера.

Явление убегания имеет место для некоторых частиц при более низких порогах, чем указанный выше, особенно для электронов в дальних крыльях их распределения по скоростям, поскольку столкновительное трение, действующее на них, меньше, чем электрическая сила. Такие электроны могут ускоряться до тех пор, пока не покинут систему, так что убегание является процессом, заслуживающим внимание даже тогда, когда электрическое поле меньше, чем поле Дрейсера. Роль процесса убегания в пересоединении пока ещё не очень хорошо понятна, однако, как мы уже говорили в § 1.7, электрическое поле Дрейсера обычно меньше, чем электрическое поле при пересоединении. Например, в плазменном слое магнитосферы Земли оно на четыре порядка

величины меньше, чем электрическое поле, связанное с медленным пересоединением типа Свита–Паркера (см. табл. 1.2а).

Значение скорости убегания ( $v_r$ ) для электрона (рис. 13.1) можно оценить, приравнявая электрическую силу ( $eE$ ) силе трения. Для случая  $E \ll E_D$  в результате получим

$$v_r = v_{Te} \left( \frac{E_D}{E} \right)^{1/2}.$$

Ионы и электроны имеют одну и ту же скорость убегания; однако, поскольку тепловая скорость ионов обычно значительно меньше, чем тепловая скорость электронов, функция распределения ионов оказывается гораздо уже, чем функция распределения электронов (рис. 13.1). Поэтому число ионов со скоростью выше  $v_r$  значительно меньше, чем число электронов, так что обычно убеганием ионов можно пренебречь по сравнению с убеганием электронов. Доля убегающих электронов определяется выражением

$$\frac{n_r}{n_0} \approx \exp \left( -\frac{v_r^2}{2v_{Te}^2} \right) = \exp \left( -\frac{E_D}{2E} \right).$$

Эта величина остаётся значительно меньше единицы до тех пор, пока элетрическое поле не достигнет значения поля Дрейсера, когда, согласно уравнению (13.8), скорость дрейфа приблизительно равна тепловой скорости электронов.

### 13.1.3. Микронеустойчивости и аномальная проводимость.

Как мы упоминали раньше, скорость дрейфа ( $u_d$ ) и плотность тока ( $j$ ) могут превышать пороги для различных неустойчивостей, возбуждаемых током непосредственно перед тем, как будет достигнут критический предел поля Дрейсера для полного убегания частиц. Эти неустойчивости генерируют волны, которые способны рассеивать частицы, переносящие ток, и таким образом затруднять прохождение тока. Результирующее аномально низкое эффективное время столкновений ( $\tau_{\text{eff}}$ ), или высокая частота столкновений ( $\bar{\nu}_{\text{eff}}$ ), приводит к аномально низкой проводимости ( $\sigma_{\text{eff}}$ ), в соответствии с уравнением (13.6), или, что то же самое, к аномально высокому сопротивлению ( $1/\sigma_{\text{eff}}$ ), которое превышает классическое значение (Галеев и Сагдеев, 1984).

Когда температуры электронов и ионов близки ( $T_e \approx T_i$ ), ионно-циклотронная неустойчивость имеет самый низкий порог, а именно

$$u_d \gtrsim 15 \frac{T_i}{T_e} v_{Ti},$$

и её главный эффект сводится к возбуждению электростатических ионно-циклотронных волн и нагреву ионов. Результирующая аномальная проводимость ( $\sigma_{\text{eff}}$ ) составляет около  $0,2(4\pi\epsilon_0\Omega_i)$  при насыщении, где

$\Omega_i = q_i B / m$  есть гирочастота ионов. Когда скорость дрейфа удовлетворяет соотношению

$$u_d \gtrsim 1,7(v_{Te} + v_{Ti}),$$

так что распределения ионов и электронов смещаются более, чем на величину их тепловой скорости, их можно рассматривать как два потока холодных частиц. Результирующая неустойчивость Бунемана (или двухпотоковая неустойчивость) генерирует волны электростатической пучковой моды и в основном нагревает электроны, вплоть до тепловых скоростей ( $v_{Te} \approx u_d$ ).

Когда электронная температура значительно превышает ионную температуру ( $T_e \gg T_i$ ), а скорость дрейфа превышает ионную скорость звука

$$u_d > c_{is} = \sqrt{\left(\frac{k_B T_e}{m_i}\right)}, \quad (13.9)$$

устанавливается мощная мода, называемая ионно-звуковой неустойчивостью, которая приводит к генерации ионно-акустических волн. Результирующая эффективная частота столкновений при насыщении, уже вычисленная с помощью теории слабой турбулентности, определяется выражением

$$\bar{\nu}_{\text{eff}} = \frac{\omega_{pe}}{32\pi} \frac{T_e}{T_i} \frac{u_d}{v_{Te}},$$

а результирующая аномальная проводимость, известная как *проводимость Сагдеева*, имеет вид

$$\sigma_{\text{eff}} = 32\pi\epsilon_0 \frac{T_i}{T_e} \frac{v_{Te}}{u_d} \omega_{pe}.$$

Численные и лабораторные эксперименты дают температуру  $T_e \approx 10T_i$ ,  $\bar{\nu}_{\text{eff}} \approx 0,2\omega_{pi}$  и минимальную аномальную проводимость около  $\sigma_{\text{eff}} \approx \approx 80\pi\omega_{pe}$ , которая обычно в миллион раз меньше, чем её классическое значение.

Другим механизмом, который был предложен в качестве механизма для аномального сопротивления, является электростатический двойной слой (Block, 1973; Hasan и Ter Haar, 1978; Raadu и Rasmussen, 1988). Это слои с разделением зарядов, которые широко наблюдаются в лабораторной плазме и имеют толщины порядка длины Дебая. Они подобны слоям с разделёнными зарядами, которые возникают на катодах (см., например, обсуждение эксперимента LCD в § 9.2), за исключением того, что они образуются далеко от любой физической поверхности. Разность потенциалов внутри такого слоя составляет порядка  $k_B T / e$ , где  $T$  есть тепловая температура плазмы. Таким образом, двойной слой может действовать как механизм для аномального сопротивления, поскольку он позволяет существовать сильному электрическому полю параллельно магнитному полю. Никто не считает, что тот тип крупномас-



штабного двойного слоя, который может существовать в лабораторной плазме, может иметь место в большинстве астрофизических приложений. Вместе с тем, в качестве альтернативной возможности были предложены многочисленные слабые слои, образующиеся как вторичный продукт ионно-звуковых или других неустойчивостей (Raadu, 1989). Главное различие состоит в том, что в лаборатории может быть приложена внешняя разность потенциалов, тогда как в астрофизической плазме электрические поля, параллельные магнитному полю, имеют тенденцию образовываться только в крайне тонких областях с током (таких, как пересоединяющиеся токовые слои или ударные фронты), где идеальное МГД приближение нарушается.

Следует отметить, что в астрофизическом токовом слое или токовой нити аномальные условия будут иметь место только в крайне тонких структурах. Например, если  $u_d = 10c_{is}$ , то из уравнения  $j = ne u_d = B/(\mu l)$  получаем толщину слоя  $l$  всего 40 м при типичных условиях в солнечной короне  $B = 0,01$  Тесла (100 Гаусс),  $n = 10^{15} \text{ м}^{-3}$ ,  $T_e = T_i = 2$  МК.

Появление одной из упомянутых выше неустойчивостей, вероятно, приводит к генерации всплеска или серии всплесков с повышенным омическим нагревом и ускорением, а не к возникновению аномальных условий, которые будут поддерживаться на постоянном уровне в течение длительного времени. Причина этого состоит в том, что наведённые током неустойчивости имеют тенденцию нарастать гораздо быстрее, чем время диффузии магнитного поля, за которое полный ток слоя стремится измениться. Поэтому плотность тока стремится оставаться постоянной величиной, тогда как проводимость быстро падает от  $\sigma$  до  $\sigma_{\text{eff}}$ , а электрическое поле соответственно возрастает в  $\sigma/\sigma_{\text{eff}}$  раз (рис. 13.3). Токовый слой затем расширяется за более длительное время  $(l^2/\eta_{\text{eff}})$  в  $\sigma/\sigma_{\text{eff}}$  раз. В то же самое время плотность тока падает ниже значения порога, так что микронеустойчивость исчезает, и процесс повторяется после того, как

плотность тока снова возрастёт. Альтернативный сценарий сводится к тому, что микронеустойчивость оказывает обратное воздействие на плазму и удерживает её вблизи границы устойчивости.

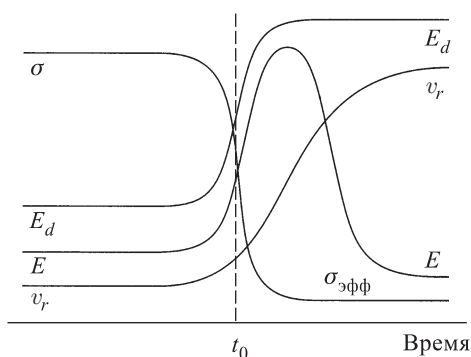


Рис. 13.3. Схема временных вариаций параметров плазмы (в произвольных единицах) в токовом слое для случая, когда электрическая проводимость ( $\sigma$ ) падает до аномального значения  $\sigma_{\text{eff}}$  (Benz, 1993)

Ускорение при убегании частиц — это ещё один процесс, который оказывается чувствительным к возникновению аномальных условий. Для ионно-акустических волн эффективная частота столкновений ( $\bar{\nu}_{\text{eff}}$ ) меняется со скоростью электронов точно таким же образом, как и частота кулоновских столкновений, так что приведенные выше результаты для классического убегания в равной мере применимы к проводимости. Величина  $E_D$  изменяется как  $\sigma/\sigma_{\text{eff}}$ , точно так же ведёт себя сначала и  $E$ , так что скорость убегания  $v_r$  не изменяется. Когда  $E$  падает до своего первоначального значения,  $v_r$  растёт как  $\sqrt{\sigma/\sigma_{\text{eff}}}$ , как это показано на рис. 13.3. Хотя область убегания выше  $v_r$  уменьшается, убегающие электроны чувствуют более сильное электрическое поле, и, таким образом, начало аномальной проводимости может породить всплеск убегающих электронов высокой энергии. Полная энергия  $I_{\text{гуп}} EL/2$ , выделенная в форме убегающих частиц, всегда меньше, чем омический нагрев ( $IEL$ ), где  $L$  есть длина слоя и  $I_{\text{гуп}}$  есть ток убегающих частиц (он всегда меньше, чем полный ток в слое,  $I$ ).

Когда сильные электрические токи текут поперёк магнитного поля, как это происходит в случае ударной волны медленной или быстрой мод (§ 1.5), может развиваться двухпотоковая неустойчивость при условии, если  $T_e \geq T_i$  и  $u_d > c_{is}$ . Это вызывает генерацию волны с частотой вблизи нижнего гибридного резонанса, и эти волны могут ускорить нерелятивистские электроны резонансным образом до типичных энергий 1–40 кэВ. Такой механизм был предложен, например, для солнечных вспышек и для пересоединения в магнитосфере Земли (Huba и др., 1977; Sundaram и др., 1980; Malkov и Sotnikov, 1985; Winske и др., 1995).

**13.1.4. Ускорение поперёк магнитного поля.** Нерелятивистское движение частицы с массой  $m$  и зарядом  $q$  в магнитном и электрическом полях является, в общем, очень сложным и определяется уравнением (13.1), или, что равносильно, компонентными уравнениями (13.2) и (13.3) в случае однонаправленного магнитного поля. В предыдущих пунктах мы уже видели некоторые следствия уравнения (13.2) для движения вдоль магнитного поля, так что теперь давайте вернёмся к движению поперёк поля.

Мы используем *теорию ведущего центра*, которая допускает, что временные и пространственные вариации электрического и магнитного полей достаточно малы для того, чтобы движение частиц можно было представить как возмущение относительно движения, которое совершает частица в случае, когда поля являются однородными и стационарными. Исходные уравнения получаются путём разложения в ряд Тэйлора векторных полей и пренебрежения членами второго и более высоких порядков (Northrop, 1963). Это приближение первого порядка справедливо, если гирорадиус ( $R_g$ ) и период вращения ( $\tau_g$ ) намного меньше, чем пространственные и временные масштабы для вариаций полей. Поскольку движения нулевого порядка — это круговое дви-

жение частицы вокруг силовой линии поля, электрический дрейф в скрещённых электрическом и магнитном полях  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ , а также движение под действием любой из компонент поля  $\mathbf{E}$ , параллельного  $\mathbf{B}$  (см. Jackson, 1975), мы можем представить вектор положения частицы  $\mathbf{x}$  как

$$\mathbf{x} = \mathbf{R} + \mathbf{R}_g,$$

где  $\mathbf{R}$  есть вектор положения ведущего центра, т.е. центра орбиты вращения, и  $\mathbf{R}_g$  есть вектор, проведённый из ведущего центра к частице. Заменяя  $\mathbf{x}$  в уравнениях движения, разлагая поля в ряды и затем усредняя по периоду вращения, получим уравнение для ведущего центра:

$$\ddot{\mathbf{R}} = \frac{q}{m} \mathbf{E} + \frac{q}{m} \dot{\mathbf{R}} \times \mathbf{B} - \frac{\mu_m}{m} \nabla B, \quad (13.10)$$

где

$$\mu_m = \frac{mv_g^2}{2B}$$

есть *магнитный момент* (или первый адиабатический вариант) и  $\mathbf{v}_g$  есть скорость вращения (*гироскорость*). Величина скорости вращения и радиус связаны соотношением

$$v_g = \Omega R_g,$$

где

$$\Omega = \frac{qB}{m}$$

есть *гирочастота* (а  $2\pi/\Omega = \tau_g$  есть период вращения, или гиропериод).

Удобно разделить уравнение (13.10) на две компоненты — параллельную и перпендикулярную полю  $\mathbf{B}$ , вводя параллельную и перпендикулярную скорости  $\mathbf{v}_{\parallel}$  и  $\mathbf{V}_{\perp}$ . Мы используем заглавную букву  $\mathbf{V}_{\perp}$ , чтобы подчеркнуть различие между перпендикулярной скоростью ведущего центра и перпендикулярной скоростью частицы  $\mathbf{v}_{\perp}$ , где  $\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{v}_g + \mathbf{V}_{\perp}$ , однако при этом нет необходимости различать параллельные скорости, поскольку, по определению,  $v_{g\parallel} = 0$ . Таким образом, скорость ведущего центра  $\dot{\mathbf{R}}$  можно представить в виде выражения

$$\dot{\mathbf{R}} = v_{\parallel} \hat{\mathbf{B}} + \mathbf{V}_{\perp} = \left[ v_{\parallel}^{(0)} + v_{\parallel}^{(1)} + \dots \right] \hat{\mathbf{B}} + \mathbf{V}_{\perp}^{(0)} + \mathbf{V}_{\perp}^{(1)} \dots,$$

которое в нулевом приближении принимает вид

$$\dot{\mathbf{R}} = v_{\parallel}^{(0)} \hat{\mathbf{B}} + \mathbf{V}_{\perp}^{(0)}. \quad (13.11)$$

Здесь

$$\mathbf{V}_{\perp} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (13.12)$$

есть скорость электрического дрейфа, представляющая собой лишь скорость процесса нулевого порядка перпендикулярно  $\mathbf{B}$ . Все другие дрейфы, такие, как градиентный дрейф и дрейф, связанный с кривиз-

ной силовых линий магнитного поля, являются процессами первого порядка. В некоторых приложениях допускается, что электрическое поле является достаточно слабым, так что  $\mathbf{V}_E$  также есть величина первого порядка. Однако такое допущение не является общим требованием теории ведущего центра и, как мы вскоре увидим, такое допущение исключает члены, которые приводят к ускорению в отсутствие параллельного электрического поля.

Предположим теперь, что  $E_{\parallel} = 0$ , и выведем уравнение для движения вдоль поля, беря скалярное произведение уравнения (13.10) на  $\hat{\mathbf{B}}$ . В результате получим

$$\hat{\mathbf{B}} \cdot \ddot{\mathbf{R}} = -\frac{\mu_m}{m} (\hat{\mathbf{B}} \cdot \nabla) B,$$

поскольку все остальные члены исчезают. С точностью до члена наименьшего порядка, левую часть этого уравнения можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{B}} \cdot \ddot{\mathbf{R}} = \dot{v}_{\parallel} + v_{\parallel} \hat{\mathbf{B}} \cdot \dot{\hat{\mathbf{B}}} + \hat{\mathbf{B}} \cdot \dot{\mathbf{V}}_E = \dot{v}_{\parallel} + \hat{\mathbf{B}} \cdot \dot{\mathbf{V}}_E,$$

поскольку  $\hat{\mathbf{B}}$  есть единичный вектор с постоянной амплитудой и, следовательно, он всегда перпендикулярен  $\dot{\hat{\mathbf{B}}}$ . Мы также получаем, что  $\hat{\mathbf{B}} \cdot \dot{\mathbf{V}}_E = -\dot{\hat{\mathbf{B}}} \cdot \mathbf{V}_E$ , так как произведение  $\hat{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{V}_E$  равно нулю и поэтому всегда имеет нулевую производную. В итоге приходим к уравнению

$$\dot{v}_{\parallel} = -\frac{\mu_m}{m} (\hat{\mathbf{B}} \cdot \nabla) B + \frac{\mathbf{V}_E}{B} \cdot \left[ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\mathbf{V}_E \cdot \nabla) \mathbf{B} + v_{\parallel} (\hat{\mathbf{B}} \cdot \nabla) \mathbf{B} \right], \quad (13.13)$$

где первый член в правой части представляет собой производную от  $B$  вдоль силовой линии поля, а квадратные скобки содержат изменения  $\mathbf{B}$  в системе отсчёта движущейся частицы. Хотя сама величина  $v_{\parallel}$  может иметь нулевой порядок, ускорение ( $\dot{v}_{\parallel}$ ) с необходимостью является величиной первого порядка, поскольку все члены в правой части уравнения (13.13) содержат пространственные и временные производные, которые в теории ведущего центра никогда не имеют порядок выше первого.

Если взять векторное произведение уравнения (13.10) на  $\hat{\mathbf{B}}$ , то получим уравнение для перпендикулярной компоненты скорости  $\mathbf{V}_{\perp}$  ведущего центра (Northrop, 1973), а именно

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\perp} = & \frac{\mathbf{E} \times \hat{\mathbf{B}}}{B} + \frac{mv_{\perp}^2}{2qB^2} \hat{\mathbf{B}} \times \nabla B + \frac{mv_{\parallel}^2}{qB} \hat{\mathbf{B}} \times (\hat{\mathbf{B}} \cdot \nabla) \hat{\mathbf{B}} + \\ & + \frac{m}{qB^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{v_{\parallel} m}{qB} \hat{\mathbf{B}} \times \frac{\partial \hat{\mathbf{B}}}{\partial t} + \frac{v_{\parallel} m}{qB} \hat{\mathbf{B}} \times (\mathbf{V}_E \times \nabla) \hat{\mathbf{B}} + \\ & + \frac{m}{qB} \hat{\mathbf{B}} \times \left[ \mathbf{E} \times \frac{\partial(\hat{\mathbf{B}})/B}{\partial t} \right] + \frac{v_{\parallel} m}{qB} \hat{\mathbf{B}} \times (\hat{\mathbf{B}} \cdot \nabla) \mathbf{V}_E + \\ & + \frac{m}{qB} \hat{\mathbf{B}} \times (\mathbf{V}_E \cdot \nabla) \mathbf{V}_E \end{aligned} \quad (13.14)$$

Дрейфы в первой строке этого уравнения — это хорошо известные электрический дрейф, градиентный дрейф и дрейф, связанный с кривизной силовых линий магнитного поля, однако другие шесть дрейфов менее известны. Всеми последними шестью дрейфами можно пренебречь, если поля являются квазистационарными и если электрическое поле является достаточно слабым для того, чтобы сделать  $\mathbf{V}_E$  такой же по величине, как и при других дрейфах. Однако, если принять такое допущение, тогда все другие члены, кроме первого члена в правой части уравнения (13.13), окажутся также равными нулю. Следовательно, если временные вариации пренебрежимо малы, а электрическое поле — достаточно слабое для того, чтобы можно было исключить все дополнительные дрейфы, тогда единственный эффект электрического поля сведётся к возбуждению электрического дрейфа в поле  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ , который не приводит к какому-либо изменению полной энергии частицы.

**13.1.5. Пример ускорения поперёк магнитного поля.** Чтобы проиллюстрировать, как относительно слабое электрическое поле может приводить к ускорению частиц, мы представим модель, обязанную своим происхождением Спейсеру (1968, 1969), которая использует приведённые выше уравнения для качественного описания поведения энергичных частиц в полярных шапках открытой магнитосферы. Поля в этой модели задаются в виде

$$\mathbf{B} = B_0 \left( \frac{r_0}{r} \right) \hat{\mathbf{r}} \quad \text{и} \quad \mathbf{E} = E_0 \hat{\mathbf{z}},$$

где  $r$ ,  $\theta$  и  $z$  — цилиндрические координаты, а  $B_0$ ,  $r_0$  и  $E_0$  — постоянные. Магнитное поле ( $\mathbf{B}$ ) соответствует линии уединённого заряда (монополя) вдоль  $r = 0$  с прямыми силовыми линиями, расходящимися радиально, как показано на рис. 13.4. Электрическое поле ( $\mathbf{E}$ ) однородно и параллельно линии монополя, так что  $\mathbf{E}$  повсюду перпендикулярно  $\mathbf{B}$ . Хотя это поле даёт довольно грубое описание магнитного и электрического полей над полюсами Земли, оно является достаточным, чтобы проиллюстрировать многие особенности, которые обнаруживаются в численных моделях, использующих более точные представления поля (см., например, Delcourt и др., 1989).

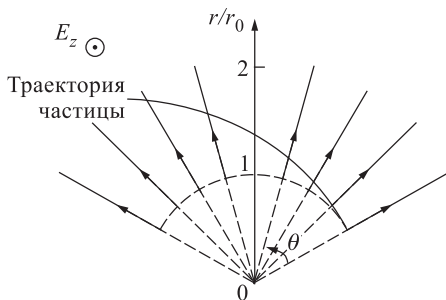


Рис. 13.4. Траектория для частицы, ускоримой электрическим полем  $E_0 \hat{\mathbf{z}}$  в магнитном поле  $B_0(r_0/r) \hat{\mathbf{r}}$  уединённого заряда (монополя)

Для удобства мы будем предполагать, что магнитный момент  $\mu_m$  заряженной частицы пренебрежимо мал, хотя Спайсер (1969) проводит анализ, который не содержит такого предположения. Всё, что нужно для оправданности такого предположения в рассматриваемом частном примере — это условие, чтобы начальная скорость вращения ( $v_{g0}$ ) была меньше скорости электрического дрейфа ( $E_0/B_0$ ). Физически это предположение означает, что зеркальная сила  $[-(\mu_m/m)\hat{\mathbf{B}} \cdot \nabla \mathbf{B}]$  пренебрежимо мала по сравнению с силой, действующей со стороны электрического поля.

Допустим, что первоначально частица находится в точке  $r = r_0$ ,  $\theta = 0$ ,  $z = 0$ , которую можно представить себе как точку в ионосфере Земли, и предположим также, что частица не имеет компоненты начальной скорости в направлении магнитного поля. Тогда уравнение (13.13) для параллельного движения частицы принимает форму

$$\dot{v}_r = \ddot{r} = \frac{V_E}{B} [(\mathbf{V}_E \cdot \nabla) \mathbf{B}]_\theta, \quad (13.15)$$

тогда как перпендикулярные дрейфовые движения, описываемые первым, шестым и восьмым членами правой части уравнения (13.14), имеют вид

$$V_\theta = V_E = \frac{E_0}{B}, \quad (13.16)$$

$$V_z = \frac{2v_r m E_0 r}{q B_0^2 r_0^2} = 2v_r \frac{\omega_0}{\Omega_0} \frac{r}{r_0}, \quad (13.17)$$

где  $\Omega_0 = qB_0/m$  есть гирочастота в начальной стартовой точке и  $\omega_0 = E_0/(B_0 r_0)$  — это частота дрейфа, соответствующая темпу вращения частицы вокруг линии монополя в  $\theta$ -направлении. В цилиндрической системе координат правая часть уравнения (13.15) принимает вид

$$[(\mathbf{V}_E \cdot \nabla) \mathbf{B}]_\theta = \frac{V_E B_r}{r},$$

так что уравнение (13.15) даёт

$$\ddot{r} = \omega_0^2 r.$$

С учётом начальных условий получим

$$\dot{r} = \omega_0 \sqrt{r^2 - r_0^2}$$

и

$$r = r_0 \operatorname{ch}(\omega_0 t).$$

Таким образом три компоненты скорости меняются во времени как

$$v_r = V_{E0} \operatorname{sh}(\omega_0 t), \quad (13.18)$$

$$V_\theta = V_{E0} \operatorname{ch}(\omega_0 t), \quad (13.19)$$

$$V_z = V_{E0} \frac{\omega_0}{\Omega_0} \operatorname{sh}(2\omega_0 t), \quad (13.20)$$

где  $V_{E0} = E_0/B_0$  есть начальная скорость дрейфа частицы. Отметим, что в то время как  $v_r$  и  $V_\theta$  являются величинами нулевого порядка, скорость  $V_z$  есть величина первого порядка, так как она меньше, чем  $V_{E0}$  на множитель  $\omega_0/\Omega_0$  — параметр разложения в теории вращающегося центра. (Другой параметр разложения ( $R_g/r_0$ ) даже меньше, поскольку  $R_g/r_0 = (v_{g0}/V_{E0})(w_0/\Omega_0)$ , и мы предполагаем, что  $v_{g0}/V_{E0}$  мало). Таким образом, в первом приближении полную энергию частицы можно описать соотношением

$$W_p = \frac{1}{2} m \left( v_r^2 + V_\theta^2 \right) = \frac{1}{2} m V_{E0}^2 \operatorname{ch} (2\omega_0 t),$$

которое в точности равно тому выражению, которое получилось бы в случае, если бы мы рассматривали как раз энергию, приобретаемую частицей при её движении вдоль электрического поля. Полагая, что  $V_z = \dot{z}$  в уравнении (13.20) и интегрируя, получим

$$z = \frac{\omega_0}{2\Omega_0} r_0 \operatorname{ch} (2\omega_0 t),$$

так что приращение энергии и в этом случае равно

$$W_p = q E_0 z = \frac{1}{2} m V_{E0}^2 \operatorname{ch} (2\omega_0 t). \quad (13.21)$$

Из этого примера мы видим, что частица приобретает энергию благодаря её дрейфовому движению вдоль электрического поля и что этот прирост увеличивается по мере того, как частица перемещается в сторону более слабого магнитного поля. Как будет видно из нашего анализа в последующих пунктах, такой же эффект имеет место, и даже оказывается более выраженным, в случае, если частица приближается к нулевой точке магнитного поля. Эта особенность является одной из причин того, почему магнитное пересоединение так тесно связано с ускорением частиц.

**13.1.6. Ускорение частиц в токовом слое.** Рассмотрим движение частицы с массой  $m$  и зарядом  $q$  в простом нейтральном токовом слое (рис. 13.5) с магнитным полем  $\mathbf{B} = B(y)\hat{\mathbf{x}}$  под действием статического и однородного электрического поля  $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{z}}$ .

Точные нерелятивистские уравнения движения для частицы с компонентами скорости  $v_y = \dot{y}$ ,  $v_z = \dot{z}$  можно теперь получить из уравнения (13.1):

$$\dot{v}_y = \frac{qB}{m} v_z, \quad (13.22)$$

$$\dot{v}_z = \frac{q}{m} (E - B v_y). \quad (13.23)$$

Предположим, что магнитное поле является однородным на больших расстояниях от оси  $y = 0$ . Тогда  $B(y)$  будет постоянным (скажем,  $-B_0$  для  $y > 0$  и  $B_0$  для  $y < 0$ ), а решения уравнений (13.22) и (13.23) имеют вид

$$v_y = \frac{E}{B} + v_0 \cos (\Omega t + \theta_0), \quad v_z = -v_0 \sin (\Omega t + \theta_0).$$

Как и следовало ожидать, эти решения соответствуют постоянному дрейфу  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  с дрейфовой скоростью  $v_{dr} = E/B$ , вместе с вращением

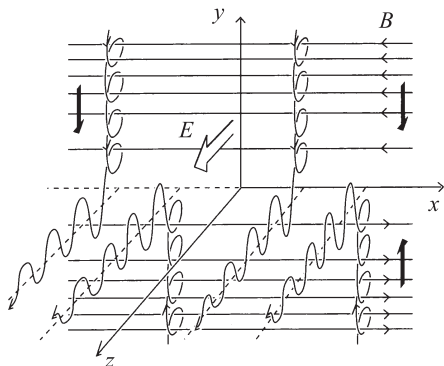


Рис. 13.5. Движение заряженных частиц в нейтральном токовом слое, имеющем поле  $\mathbf{B} = B(y)\hat{\mathbf{x}}$ . Частицы сначала дрейфуют внутрь поперёк силовых линий по направлению к плоскости  $xz$  по мере того, как они поворачиваются вокруг силовых линий в плоскостях, параллельных плоскости  $yz$ . Как только частицы достигают плоскости  $xz$ , они начинают ускоряться в направлении  $z$ , в то же время они продолжают осциллировать вверх и вниз в направлении  $y$

вращения

$$\tau_g = \frac{1}{\Omega_0} = \frac{m}{qB_0} \quad (13.25)$$

и времени дрейфа частиц внутрь слоя

$$\tau_{dr} = \frac{l}{v_{dr}} = \frac{lB_0}{E}. \quad (13.26)$$

При достаточно больших временах первый член в правой части уравнения (13.24) доминирует, так что

$$v_z \approx \frac{lt}{\tau_g \tau_{dr}}. \quad (13.27)$$

Подставляя это выражение в уравнение (13.22) при  $B = -B_0 y/l$ , получим

$$\ddot{y} + \frac{t}{\tau_{dr} \tau_g^2} y = 0,$$

по окружности с частотой  $\Omega = qB/m$ , амплитудой  $v_0$  и фазой  $\theta_0$ , где  $v_0$  и  $\theta_0$  — постоянные интегрирования. Если  $E > 0$  и  $B < 0$  (или  $> 0$ ), как в верхней половине ( $y > 0$ ) рис. 13.5, то  $E/B < 0$  (или  $> 0$ , соответственно) и, таким образом, дрейф идёт вниз (или вверх), по направлению к токовому слою при  $y = 0$ .

Следуя анализу Спайсера (1965), мы предположим теперь, что  $B(y) = -B_0 y/l$  внутри токового слоя, где  $2l$  есть ширина слоя. Тогда уравнение (13.23) можно снова проинтегрировать, что даёт

$$v_z = \frac{l}{\tau_g \tau_{dr}} t + \frac{y^2}{2\tau_g l} + \text{const} \quad (13.24)$$

в терминах естественных временных масштабов задачи, а именно, времени кругового



т. е. уравнение Эйри с отрицательным аргументом. Оно имеет точное решение

$$y = c_1 A_i \left[ \frac{-t}{(\tau_y^2 \tau_{dr})^{1/3}} \right] + c_2 B_i \left[ \frac{-t}{(\tau_g^2 \tau_{dr})^{1/3}} \right],$$

где  $A_i$  и  $B_i$  есть функции Эйри и  $c_1$  и  $c_2$  — постоянные интегрирования. Поскольку это решение справедливо только при больших временах, указанные константы не могут быть оценены в терминах начальных условий, так что без малейшей потери общности можно положить  $c_1 = y_0$  и  $c_2 = 0$  в некоторый момент времени. Более того, поскольку  $t$  велико, мы можем заменить функцию Эйри её разложением по отрицательному аргументу (Spanier и Oldman, 1987). В результате получим решение

$$y \approx \frac{y_0}{\pi^{1/2}} \left[ \frac{(\tau_g^2 \tau_{dr})^{1/3}}{t} \right]^{1/4} \sin \left( \frac{2t^{3/2}}{3\tau_g \sqrt{\tau_{dr}}} + \frac{\pi}{4} \right). \quad (13.28)$$

Отсюда видно, что частица попеременно осциллирует туда и обратно поперёк области изменения знака поля с амплитудой, которая уменьшается со временем как  $t^{-1/4}$ . Подставляя амплитуду (13.28) в уравнение (13.24), получим условие, при котором можно пренебречь вторым членом уравнения, а именно

$$t \gg (2\pi)^{-2/3} (y_0/l)^{4/3} \tau_g^{2/9} \tau_{dr}^{7/9}.$$

Интегрирование уравнения (13.27) даёт уравнение движения в направлении  $z$  в виде

$$z \approx \frac{1}{2} \frac{lt^2}{\tau_g \tau_{dr}} + z_0 \approx \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 + z_0, \quad (13.29)$$

где  $z_0$  есть постоянная интегрирования. Следовательно, поскольку приращение кинетической энергии в точности равно  $qEz$ , то частица набирает энергию в таком же темпе, как и в случае, когда магнитное поле отсутствует. Мы должны, однако, помнить, что это имеет место только при больших временах, когда движение, обусловленное ускорением вдоль электрического поля, преобладает над круговым вращением частицы в магнитном поле. Для небольших времён, когда вторым членом в правой части уравнения (13.24) можно пренебречь. Sonnerup (1971b) показал, что ускорение действительно запрещено магнитным полем, как и следовало ожидать.

При наличии поперечной компоненты  $\lambda_\perp B_0 \hat{y}$  магнитного поля в направлении  $y$  ускорение при убегании прекращается. В этом случае отсутствует область, где магнитное поле равно нулю, а частица, первоначально находившаяся в точке  $y = 0$ , будет стремиться вращаться вокруг поперечной компоненты магнитного поля. Фактически все частицы, входящие в слой, вращаются относительно оси  $y$  (с частотой  $\lambda_\perp/\tau_g$ ) и выбрасываются из него так, как показано на рис. 13.6 (Speiser, 1965). Это сильно ограничивает время, в течение которого

частицы подвергаются ускорению в направлении  $z$ . Согласно уравнению (13.27), результирующая скорость, с которой частица покидает слой спустя время  $\tau_g/(\pi\lambda_\perp)$ , будет равна  $l\pi\lambda_\perp/\tau_{dr}$ .

Таким образом в общем случае частица, попадающая в токовый слой, испытывает воздействие трёх сил: сила  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  вызывает дрейф

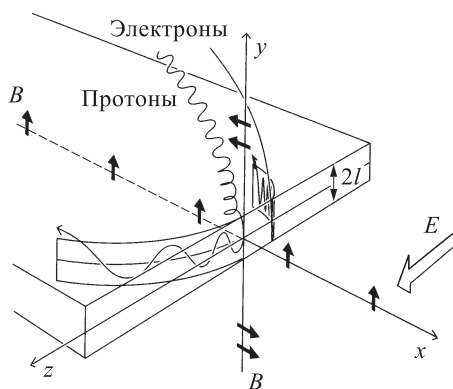


Рис. 13.6. Траектории частиц в токовом слое с шириной  $2l$ , магнитным полем  $B_x = -B_0 y/l$ ,  $B_y = \lambda_\perp B_0$  и электрическим полем  $E\hat{z}$  (согласно Спейсеру, 1965)

частицы в направлении  $y$ ; параллельное электрическое поле приводит к ускорению частицы; поперечное магнитное поле вызывает круговое вращение частицы относительно направления  $y$  (Speiser, 1965; Sonnerup, 1971b; Cowley, 1978).

Многие авторы рассматривали ускорение пробных частиц. Например, Буланов и Сасоров (1976) и Moses и др. (1993) детально промоделировали выбрасывание частиц из окрестностей линии X-типа. Vekstein и Browing (1997) рассмотрели также адиабатическое ускорение частиц в конфигурации типа X-линии. Они

нашли существенные отклонения от простого электрического дрейфа  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  с появлением струй частиц, ускоряемых вдоль сепаратрис и имеющих степенное распределение по энергии. Интересно также отметить, что в некоторых приложениях, таких, как лабораторный эксперимент MRX (§ 9.2), гирорадиус иона сравним с толщиной слоя, тогда как гирорадиус электрона намного меньше, так что мы попадаем в область электронной магнитной гидродинамики. Развивая эти идеи, Matthaeus и др. (1984) и Ambrosiano и др. (1988) изучили ускорение пробных частиц в численном эксперименте по пересоединению в двумерном приближении турбулентной магнитной гидродинамики. Было показано, что в таком приближении частицы могут ускоряться до высоких энергий. Некоторые из них захватываются в области пересоединения приблизительно на период переходного времени Альфвена, тогда как другие стохастически ускоряются. По мнению указанных авторов, такой механизм способен ускорять протоны в солнечных вспышках до нескольких ГэВ (п. 13.4.2) и ионы магнитосферной суббури — до нескольких сотен кэВ (п. 13.4.4).

Траектории спайсеровского типа представляют собой только один из четырёх различных типов движения частиц, которые могут иметь место в токовом слое. Другие типы — это движение ведущего центра, резонансное движение (или движение с захватом) и хаотическое дви-

жение (Ashour-Abdalla и др., 1990, 1991). Какой именно тип движения реализуется, зависит, прежде всего, от отношения радиуса кривизны силовой линии к гирорадиусу частицы. Если это отношение велико (обычно  $>4$  или выше), то частицы ведут себя адиабатически и их ускорение может быть понято в рамках теории ведущего центра (Buchner и Zelenyi, 1989). С другой стороны, если это соотношение очень мало ( $\ll \lambda_{\perp}$  в приведённом выше примере), то частицы совершают движение спайсеровского типа. В промежутке между этими двумя крайними случаями находятся резонансные и хаотические движения (Speiser, 1988; Whipple и др., 1990). Резонансные частицы имеют траектории, подобные по внешнему виду траекториям спайсеровского типа, за исключением того, что амплитуда осцилляции по  $y$  намного меньше; кроме того, имеется общая связь между осцилляторным движением частиц поперёк слоя и их осцилляторным движением в двух других измерениях (Pellat и Francfort, 1976; Kaufmann и Lu, 1993). Частицы, не удовлетворяющие этому резонансному условию, но всё ещё имеющие малую амплитуду осцилляций по  $y$ , движутся хаотически (Chen и Palmadesso, 1986).

В общем, для самосогласованности между полем и токами требуются все типы траекторий (Kaufmann и др., 1993), однако именно частицы, движущиеся по траекториям спайсеровского типа, приобретают большую часть энергии во время единичного столкновения со слоем. Для полной самосогласованности между полями и частицами необходимо также ввести электрические поля, связанные с разделением зарядов, которое возникает из-за различия масс ионов и электронов (Eastwood, 1972; Cowley, 1973a; Stern, 1990). Часто при моделировании ускорения энергичных частиц проблему самосогласованности не принимают во внимание, поскольку термин «высокая энергия» относится только к тем частицам, которые находятся в самой крайней области распределения скоростей в фазовом пространстве. В основном именно по этой причине энергичные частицы обычно рассматривают в качестве пробных частиц, движущихся в заданных модельных полях. Приближение пробных частиц не позволяет, однако, оценить полное число ускоренных частиц при какой-нибудь заданной энергии, если не известно распределение частиц в фазовом пространстве, предшествующее их ускорению (т.е. их затравочная популяция) (например, Martens, 1988). Поэтому, чтобы получить распределение энергичных частиц в ситуациях, когда точная форма полей и затравочной популяции не известна, действительно требуется самосогласованное решение кинетических уравнений плазмы.

Добавление компоненты магнитного поля в направлении, совпадающем с направлением электрического поля, может действительно усилить процесс ускорения частиц в токовом слое, поскольку такая компонента заставляет частицу продвигаться вдоль электрического поля дальше, чем это было бы в её отсутствие (Buchner и Zelenyi, 1991; Bruhwiler и Zweibel, 1992; Zhu и Parks, 1993). Предположим,

что в дополнение к полю  $\lambda_{\perp} B_0 \hat{\mathbf{y}}$  мы добавляем ещё одну компоненту магнитного поля ( $\lambda_{\parallel} B_0 \hat{\mathbf{z}}$ ), параллельную электрическому полю (Litvinenko и Somov, 1993; Litvinenko, 1996a). В этом случае частицы имеют тенденцию двигаться вдоль магнитного поля в слое, что ослабляет эффект выброса частиц и позволяет каждой частице отбирать больше энергии от электрического поля. Такой процесс играет важную роль при условии  $\lambda_{\parallel} > (\tau_g^{-1} \tau_{dr} \lambda_{\perp})^{-1/2}$ . Прежде чем уйти из слоя, частицы, таким образом, проходят расстояние  $\lambda_{\parallel} l / \lambda_{\perp}$  в направлении  $z$  вдоль магнитного поля. Чтобы пройти это расстояние, требуется время  $(2\lambda_{\parallel} \tau_g \tau_{dr} / \lambda_{\perp})^{1/2}$ , и, в конечном счёте, частицы приобретают скорость

$$v_z = l \left( \frac{2\lambda_{\parallel} / \lambda_{\perp}}{\tau_g \tau_{dr}} \right)^{1/2}. \quad (13.30)$$

Зависящие от времени поля также усиливают процесс ускорения за счёт временного увеличения электрического поля сверх его значения в стационарном состоянии (Galeev и Zelenyi, 1975; Pellinen и Heikkilä, 1978; Galeev, 1984; Matthaeus и др., 1984; Ambrosiano и др., 1988; Scholer и Jamitzky, 1987; Lewis и др., 1990). Токовые слои, содержащие нейтральные линии или точки, исследовали Astrom (1958), Rusbridge (1971), Martin (1986) и Vekstein и Browning (1997). Если нейтральная линия или точка лежит в пределах тонкого слоя, то ускорение частиц усиливается, как и следовало ожидать, для области более слабого поля. Однако в отсутствие тонкого токового слоя существенного усиления ускорения не происходит, поскольку большинство частиц подвергается хаотическому движению, которое делает случайным их распределение в фазовом пространстве и приводит к тому, что многие частицы теряют энергию (Martin, 1986).

До сих пор мы продемонстрировали лишь, что энергичные частицы генерируются в областях, где магнитное поле является слабым или почти параллельным электрическому полю. Отсюда может появиться искушение сделать вывод, что магнитные силовые линии О-типа являются таким же хорошим местом для ускорения частиц, как и магнитные линии Х-типа. Stern (1979) привёл аргументы в пользу того, что О-линии могли бы быть даже лучшими местами для ускорения частиц, чем Х-линии, поскольку в слабом магнитном поле вблизи нейтральной линии О-типа частицы захватываются благодаря круговой геометрии силовых линий в её окрестности. В противоположность этому частицы, движущиеся вблизи нейтральной линии Х-типа, как и в случае спайсеровских траекторий, обсуждавшихся выше, отклоняются от Х-линии к областям с более сильным магнитным полем, где ускорение затруднено. Такой вывод заранее предполагает, что электрические поля вдоль нейтральных линий Х- и О-типа являются одинаковыми. Между тем Vasyliunas (1980) уже указывал, что это крайне маловероятно в плазме с большим магнитным числом Рейнольдса.

Согласно Vasyliunas (1980), картина конвективного течения в окрестности нейтральной линии О-типа, приведённая на рис.13.7, сильно ограничивает напряжённость электрического поля. Для просто-

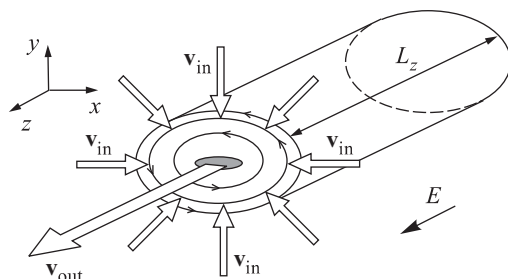


Рис. 13.7. Картина конвективного течения плазмы в окрестности нейтральной линии О-типа. Зачёрнённый участок в центре указывает на диффузионную область, где идеальное МГД-течение нарушается

ты рассмотрим стационарный случай с электрическим полем в направлении  $z$ , параллельным О-линии. Всюду вдоль поверхностей магнитного потока присутствует втекающий поток плазмы  $\mathbf{V}_{in}$  в плоскости  $xy$ , который может быть сбалансирован только вытекающим потоком  $\mathbf{V}_{out}$  в направлении  $z$ . Однако такое течение может существовать только в диффузионной области вокруг О-линии, где условия идеальной МГД нарушаются.

В плазме с большим магнитным числом Рейнольдса диффузионная область с необходимостью является совсем небольшой, и это обстоятельство сильно ограничивает поток, втекающий в область нейтральной линии, а отсюда — и конвективное электрическое поле. Опираясь на предположение о том, что масса сохраняется, максимально возможная скорость конвекции равна  $v_A$ , а толщина диффузионной области составляет порядка гирорадиуса иона, Vasyliunas (1980) нашёл, что электрическое поле ( $E_{O-type}$ ) вдоль линии О-типа имеет верхний предел порядка

$$E_{O-type} \leq v_A B \frac{\lambda_i}{L_z},$$

где  $\lambda_i$  есть инерциальная длина для иона (равная гирорадиусу иона при условии, если перпендикулярная скорость частицы равна  $v_A$ ). Для сравнения, верхний предел для электрического поля вдоль нейтральной линии Х-типа есть

$$E_{X-type} \leq v_A B.$$

Благодаря отсутствию ограничения, связанного с диффузией, эта величина значительно больше, чем электрическое поле вдоль О-линии. Таким образом можно записать соотношение

$$E_{O-type} \approx E_{X-type} \frac{\lambda_i}{L_z}.$$

Если теперь учесть значения  $\lambda_i$ , представленные в табл. 1.2а для различных вариантов условий в окружающей плазме, то можно заключить, что электрическое поле вдоль линии О-типа является обычно намного меньшим, чем электрическое поле вдоль Х-линии.

**13.1.7. Определение параллельных электрических полей при трёхмерном пересоединении.** Диалог между Stern (1979) и Vasyliunas (1980) относительно того, какие линии, О- или Х-типа, являются более вероятными местами для ускорения частиц, выдвигает на первый план задачу определения, где именно генерируются электрические поля и, особенно, параллельные электрические поля. Как мы уже видели в п. 8.1.1, параллельные электрические поля являются общей особенностью трёхмерного пересоединения, однако не всегда сразу видно, где они могут появиться или какова будет их напряжённость. В настоящем пункте мы представляем результаты анализа Schindler и др. (1991), которые пытались ответить на указанные вопросы.

Рассмотрим ненулевой потенциал  $\Psi$ , связанный с трёхмерным пересоединением, в виде

$$\Psi = - \int_{S_1}^{S_2} E_{\parallel} ds, \quad (13.31)$$

который оценивается вдоль магнитной силовой линии с длиной  $s$ . Здесь  $\Psi = \Psi(\alpha, \beta, t)$  есть функция эйлеровых потенциалов  $(\alpha, \beta)$ , а точки  $P_1$  и  $P_2$  на осях  $X_1$  и  $X_2$  расположены в идеальных участках на каждой стороне неидеальной области ( $D_R$ ), через которую проходят силовые линии. Тогда, согласно Schindler и др. (1991), из уравнений (8.5)–(8.7) следует, что в общем случае

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} = \left[ \frac{d\beta}{dt} \right], \quad - \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} = \left[ \frac{d\alpha}{dt} \right], \quad (13.32)$$

где квадратные скобки обозначают скачок в значении от  $P_1$  до  $P_2$ .

Параллельный потенциал  $\Psi$ , таким образом, полностью (вплоть до постоянной интегрирования) определяется магнитным полем и течением плазмы за пределами неидеальной области, как это и предписано производными  $d\beta/dt$  и  $d\alpha/dt$ . Разумеется, результирующий электрический ток и (возможно, аномальная) проводимость определяются микропроцессами внутри неидеальной области (п. 13.1.3), так что часть потенциала может ускорять частицы (особенно убегающие), а другая часть может возбуждать микротурбулентность. Тем не менее, уравнение (13.32) уже использовалось для того, чтобы оценить падение потенциала в нескольких явлениях и получить параллельные электрические поля, связанные с неидеальными течениями плазмы, — существенный шаг для определения места, где происходит ускорение частиц.

Некоторые примеры оценок по порядку величины, полученные Schindler и др. (1991), приведены ниже. Рассмотрим осесимметричное

состояние с параметрами  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{E}$  как функциями только  $r$  и  $\theta$  в сферических полярных координатах  $(r, \theta, \phi)$  и полем  $\mathbf{B}$ , состоящим из полоидальной ( $\mathbf{B}_p$ ) и тороидальной ( $\mathbf{B}_\phi$ ) частей. В качестве эйлеровых потенциалов выберем выражения

$$\alpha = r A \sin \theta, \quad \beta = \phi + \beta_0(\alpha, s'),$$

где  $\alpha$  — функция потока,  $A$  —  $\phi$ -компонента векторного потенциала и  $s'$  — длина дуги вдоль  $\mathbf{B}_p$ . В итоге можно записать, что  $\partial\Phi/\partial\beta = d\alpha/dt = 0$ , так что второй член уравнения (13.32) тождественно удовлетворяется. Следуя Schindler и др. (1991), положим теперь, что в дополнение к вращательной симметрии поля массовая скорость течения имеет подобную же симметрию, но состоит из двух частей. Одна из них испытывает жёсткое вращение с угловой скоростью  $\bar{\Omega}$ , а другая часть отклоняется от жёсткого вращения с угловой скоростью  $\tilde{\Omega}(\alpha, s)$  благодаря полоидальным движениям. Уравнение (13.32) можно теперь проинтегрировать, что даёт

$$\Psi = - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} [\tilde{\Omega}(\alpha, s_2) - \tilde{\Omega}(\alpha, s_1)] d\alpha, \quad (13.33)$$

где

$$\tilde{\Omega} = \bar{\Omega} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}_p) B_\phi}{r \sin \theta B_p^2}$$

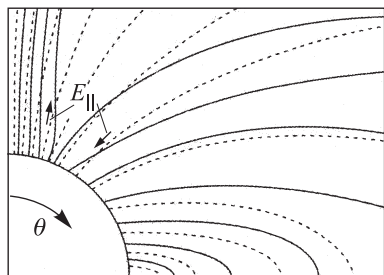
и  $\bar{\Omega} = v_\phi/(r \sin \phi)$ . Функция  $\tilde{\Omega}$  служит мерой степени, до которой течение плазмы нарушает условие вмороженности потока, а уравнение (13.33), таким образом, определяет падение потенциала вдоль магнитных силовых линий как функцию от этого отклонения. Как мы подчёркивали в предыдущих пунктах, отклонение, вероятно, происходит всюду, где имеется большой градиент магнитного поля, такой, как в токовом слое. Тем не менее, из уравнения (13.33) вытекает также, что небольшое отклонение, охватывающее обширную область силовых линий, может создать параллельное электрическое поле значительной напряжённости.

В качестве специфического примера того, где протяжённое, но малое отклонение от условия вмороженности потока могло бы привести к генерации параллельного электрического поля, Schindler и др. (1991), рассмотрели магнитосферу Земли в спокойных условиях. Как отмечалось в § 10.6, магнитосфера имеет область с замкнутым магнитным полем вблизи экватора, которую называют *плазмасферой* (см. рис. 10.1). Она вращается с угловой скоростью  $\bar{\Omega}_E$  вместе с Землёй и скользит относительно областей открытого магнитного поля вблизи полюсов. Силовые линии в открытых областях не вращаются, но вместо этого они подвергаются конвекции в антисолнечном направлении, поскольку они увлекаются солнечным ветром и уносятся далеко в хвост магнитосферы. В промежутке между полярной шапкой и плазмасферой

должна находиться переходная зона, где коротация открывает дорогу конвекции, индуцированной солнечным ветром. Schindler и др. (1991) полагали, что переходная зона, по крайней мере на низких высотах, могла бы простирается по области широт, отделяющей плазмасферу (приблизительно на кошироте  $\theta$  порядка  $25^\circ$  в невозмущённых условиях) от границы области с незамкнутыми силовыми линиями на широте около  $\theta = 21^\circ$  в невозмущённой магнитосфере (Hargreaves, 1993). В этом случае уравнение (13.33) по порядку величины принимает вид

$$\Psi \approx \tilde{\Omega}_E [\alpha_E],$$

где скачок  $[\alpha_E]$  в значении  $\alpha$  на расстоянии одного радиуса Земли ( $r = 1R_E$ ) между коширотами  $\theta$  от 21 до 25 градусов составляет около  $6 \cdot 10^7$  Вебер. Результирующий потенциал ( $\Psi$ ) будет равен 4 кВ.



— Силовые линии  
---- Электрический потенциал

Рис. 13.8. Схематическая диаграмма электрического потенциала и параллельного электрического поля, генерируемого малыми отклонениями от идеальной МГД на высоте  $1R_e$  в области между открытыми силовыми линиями полярной шапки и вращающейся плазмасферой.

Угол  $\theta$  есть коширота

представляет собой сферу действия потенциала Эйлера  $\alpha$ , связанного с силовыми линиями, простирающимися за пределы светового цилиндра. Для дипольного поля с моментом  $m_0$  величина  $\alpha = \mu m_0 \sin^2 \theta / (4\pi r)$ , так что при  $\sin \theta \approx 1$  мы находим потенциал

$$\Psi \approx \frac{\mu m_0 \tilde{\Omega}_0}{4\pi r}, \quad (13.34)$$

где  $r \approx c/\tilde{\Omega}_0$ . Если ротационный период составляет 0,01 с, а магнитный дипольный момент равен  $5 \cdot 10^{26}$  Ампер  $\cdot$  м<sup>2</sup> (это соответствует напряжённости магнитного поля  $10^8$  Тесла на поверхности объекта радиусом

Его значение имеет тот же порядок величины, что и крупномасштабный авроральный потенциал, который постоянно существует на расстоянии около  $1R_E$  от поверхности Земли. На рис. 13.8 показано качественное поведение электрического потенциала и связанного с ним параллельного электрического поля.

В качестве следующего примера рассмотрим компактный объект, такой как нейтронная звезда, вращающаяся с угловой скоростью  $\tilde{\Omega}_0$ . У неё низколежащие линии вращаются со скоростью  $\tilde{\Omega}_0$ , тогда как область за пределами светового цилиндра  $r \sin \theta = c/\tilde{\Omega}_0$  не вращается. В результате проскальзывания силовых линий генерируется параллельный электрический потенциал, величина которого не зависит от плазменного окружения. Его можно оценить как  $\Psi \approx \tilde{\Omega}_0 \alpha_0$ , где  $\alpha_0$  пред-

ставляет собой сферу действия потенциала Эйлера  $\alpha$ , связанного с силовыми линиями, простирающимися за пределы светового цилиндра.

Для дипольного поля с моментом  $m_0$  величина  $\alpha = \mu m_0 \sin^2 \theta / (4\pi r)$ , так что при  $\sin \theta \approx 1$  мы находим потенциал

$$\Psi \approx \frac{\mu m_0 \tilde{\Omega}_0}{4\pi r}, \quad (13.34)$$

где  $r \approx c/\tilde{\Omega}_0$ . Если ротационный период составляет 0,01 с, а магнитный дипольный момент равен  $5 \cdot 10^{26}$  Ампер  $\cdot$  м<sup>2</sup> (это соответствует напряжённости магнитного поля  $10^8$  Тесла на поверхности объекта радиусом



10 км), то получим величину потенциала  $7 \cdot 10^{16}$  В, достаточно большую, возможно, для ускорения космических лучей.

Ещё одним примером могла бы служить коротация центральной части нашей Галактики, которая, по современным представлениям, простирается до расстояний  $r$  порядка 300 пк. Примем для оценок, что магнитный момент объекта соответствует напряжённости поля в центральной области порядка  $3 \cdot 10^{-9}$  Тесла, а частота углового вращения соответствует скорости  $v_0 = \overline{\Omega}_r$  около 300 км/с. Тогда из уравнения (13.34) получим величину потенциала порядка  $4 \cdot 10^{15}$  В, которая может оказаться существенной для ускорения космических лучей.

Основной результат (уравнение (13.33)) может быть применимым также к неосесимметричным объектам. Рассмотрим, например, суббурию в магнитосфере Земли (§ 10.5). В качестве потенциалов Эйлера для этого случая мы можем выбрать значения  $\alpha = \mu t_E \sin^2 \theta / (4\pi R_E)$  и  $\phi$ , при которых силовая линия пересекает земную поверхность. Предположим, что перед суббурей элемент плазмы находится на силовой линии с параметрами  $(\alpha_a, \phi_a)$ , а после суббури, когда поле становится более дипольным, он располагается уже на другой силовой линии  $(\alpha_b, \phi_b)$ . Тогда из уравнения (13.33) получаем выражение для потенциала

$$\Psi = \int_{\alpha_a}^{\alpha_b} \left[ \frac{d\phi}{dt} \right] d\alpha \approx \frac{\phi_b - \phi_a}{t_b - t_a} \delta\alpha, \quad (13.35)$$

где  $\delta\alpha$  есть область значений  $\alpha$ , связанных с авроральной дугой. Если выбрать масштаб длины порядка 100 км на полярной кошироте, скажем,  $\theta = 20^\circ$ , то получим  $\delta\alpha = 1,3 \cdot 10^7$  Вебер. Принимая диапазон значений  $(\phi_b - \phi_a)$  для  $\phi$  порядка  $25^\circ$  и временной масштаб  $(t_b - t_a)$  порядка 30 минут, получим величину потенциала около 3 кВ, что совпадает со значением потенциала для наблюдаемого пика в спектре авроральных электронов.

Подобный подход можно применить и к солнечным вспышкам. Выберем для магнитного потока активной области значение  $9 \cdot 10^{14}$  Вебер и положим, что максимум 1% этой величины,  $F_m$ , связан с перестройкой магнитной конфигурации области. Тогда соответствующее значение для  $\delta\alpha$  в уравнении (13.35) будет  $\delta\alpha = F_m / (2\pi) = 1,4 \cdot 10^{12}$  Вебер. Принимая диапазон изменений  $\phi$  равным  $30^\circ$  и временной масштаб 5 мин., получим результирующий потенциал  $2 \cdot 10^9$  В. Такая величина соответствует наиболее высоким энергиям частиц (1–10 ГэВ), которые наблюдаются во время солнечных вспышек (п. 13.4.2).

Приведённые выше примеры дают лишь грубые оценки параллельных электрических полей, основанные на предположении об отклонении течения плазмы от идеальной МГД. При этом само отклонение должно быть определено путём детального анализа микрофизики и плазменных процессов, происходящих в заданной окрестности (см.,

например, Hesse и Birn, 1990). Тем не менее, эти примеры позволяют глубже понять происхождение продольных электрических полей, связанных с трёхмерным магнитным пересоединением и неидеальными течениями плазмы, — иными словами, электрических полей, которые ускоряют частицы либо непосредственно, либо стохастическим образом, через результирующие турбулентные состояния плазмы.

### 13.2. Стохастическое ускорение

Много различных типов волн могут возникать в пересоединяющем магнитном поле и создавать турбулентную среду, в которой энергия может передаваться частицам путём стохастического ускорения. Предтечей этой идеи был Ферми (1949), который предположил, что космические лучи ускоряются при рассеянии заряженных частиц на случайно движущихся магнитных облаках. Облака действуют как магнитные зеркала, упруго отражающие частицы. При встречном столкновении частица приобретает энергию, тогда как в догоняющем столкновении энергия частицы уменьшается.

Эта гипотеза развивалась в двух направлениях. В том процессе, который называется ускорением *Ферми первого порядка*, два зеркала непрерывно сближаются, двигаясь навстречу друг другу, так что частицы совершают колебательные движения вперёд и назад много раз, наращивая свою энергию при каждом отражении. Если  $U$  есть скорость облака, а  $v$  — скорость частицы (которая предполагается намного большей скорости облака), то энергия увеличивается пропорционально отношению  $U/v$ .

В случае *ускорения Ферми второго порядка* (или *стохастического ускорения*) облака движутся в случайных направлениях. Это означает, что во многих столкновениях частица вынуждена скорее терять энергию, а не приобретать её. Однако столкновения с потерей энергии оказываются менее частыми, чем столкновения с приобретением энергии, так что в результате происходит все-таки чистый прирост энергии, хотя и с меньшим темпом, пропорциональным отношению  $U^2/v^2$ . Поэтому такое ускорение оказывается гораздо менее эффективным, чем ускорение Ферми первого порядка. Ускорение Ферми второго порядка может все ещё работать, даже в том случае, если столкновения с приростом энергии (встречные) и с потерей энергии (догоняющие) являются равновероятными, поскольку имеет место диффузия по импульсам в фазовом пространстве. При высоких энергиях объём фазового пространства намного больше, чем при низких энергиях, так что представляется весьма маловероятным, чтобы случайное блуждание частицы в пространстве импульсов привело к уменьшению её скорости до нуля.

Хотя первоначальная идея Ферми ускорения космических лучей межзвёздными облаками претерпела большие изменения, оба механизма — первого и второго порядка — получили большое развитие

и продолжают занимать выдающееся место в астрофизике. Механизм первого порядка может действовать между противоположно направленными МГД импульсами (Parker, 1958) или аккрецирующими астрофизическими течениями (Cowsik и Lee, 1982; Schneider и Bogdan, 1989). Однако наиболее эффективной конфигурацией, в которой он работает, является *ударная волна* (§ 13.3). Последняя обеспечивает встречные столкновения для частиц, которые пересекают ударный фронт и рассеиваются на магнитных неоднородностях, расположенных вверх и вниз по течению относительно ударного фронта (Axford и др., 1977). Мы обсуждаем этот механизм, названный *диффузионным ускорением на ударном фронте*, в п. 13.3.2. Сначала, следуя Lee (1994), мы концентрируем внимание на стохастическом ускорении Ферми. Кратко излагается история вопроса (п. 13.2.1), а затем описывается простой случай стохастического ускорения (п. 13.2.2), прежде чем мы перейдём к краткому обсуждению уравнения переноса частиц (п. 13.2.3) и дрейфового ускорения на ударном фронте (п. 13.3.1).

**13.2.1. Формулировка Ферми.** Предложение Ферми (1949) состояло в том, что космические лучи могут рассеиваться за счёт турбулентного движения облаков в межзвёздной среде таким образом, что каждое столкновение с облаком со скоростью  $U$  увеличивает энергию частицы  $W_p$  на величину  $UW_p/v$ . Поскольку частота столкновений между частицей и облаком пропорциональна их относительной скорости, встречные столкновения оказываются более вероятными, чем догоняющие на величину  $U/v$ . Усредняя по многим столкновениям, получим отсюда, что энергия в расчёте на одну частицу увеличивается со скоростью

$$\frac{dW_p}{dt} = \left(\frac{U}{v}\right)^2 \frac{W_p v}{\lambda_{mfp}}, \quad (13.36)$$

где  $\lambda_{mfp}$  есть длина среднего свободного пробега частицы.

Ферми (1949) предложил следующее уравнение переноса:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial W_p} \left( \frac{dW_p}{dt} N \right) + \frac{N}{\tau} = Q(W_p), \quad (13.37)$$

в котором плотность космических лучей  $N$  при заданной энергии  $W_p$  меняется во времени как результат столкновений с облаками (второй член); столкновения с ядрами межзвёздного газа происходят с характеристическим временем  $\tau$ ; функция  $Q(W_p)$  представляет собой некоторый источник частиц. Пренебрегая утечкой частиц из Галактики, Ферми получил из уравнений (13.36) и (13.37) следующее решение:

$$N(W_p) \sim W_p^{-1 - \lambda_{mfp} v / (\tau U^2)}$$

для стационарного случая с инжекцией частиц при низких энергиях.

Такое степенное распределение является важнейшей наблюдательной характеристикой космических лучей, и этот результат был большим достижением для того времени. Стохастическое ускорение, одна-

ко, уже больше не считается эффективным механизмом для ускорения космических лучей в межзвёздной среде по нескольким причинам, включая тот факт, что он является в общем слишком медленным (см. Lee, 1994). Вместе с тем, к этому механизму обращались для описания ускорения в других местах, таких, как близкие компактные объекты или остатки Сверхновых.

Ударные волны имеют много важных преимуществ по сравнению со стохастическим механизмом: они генерируются во многих местах в астрофизической плазме, особенно в областях пересоединения; они имеют тенденцию ускорять частицы быстро и с высокой эффективностью; кроме того, они часто содержат большую энергию. Поэтому в настоящее время они в общем считаются наиболее вероятным механизмом ускорения для галактических космических лучей (Blandford и Eichler, 1987) и аномальной компоненты космических лучей во внешней гелиосфере (Fisk, 1976; Pesses и др., 1981; Jokipii, 1986), так же, как и для многих популяций высокоэнергичных ионов, обнаруженных в гелиосфере (Lee, 1992). Тем не менее, стохастический механизм вполне может играть важную роль в ускорении межзвёздных и кометных ионов, захваченных в солнечном ветре (Ip и Axford, 1986; Bogdan и др., 1991), а также солнечных космических лучей (п. 13.4.2).

**13.2.2. Одномерное стохастическое ускорение.** Возможно, самой простой ситуацией, в которой происходит стохастическое ускорение, является движение частицы под действием одномерного электрического поля  $E(x, t)$ , которое флуктуирует в пространстве и времени вблизи среднего нулевого значения (Sturrock, 1994), так что  $\langle E \rangle = 0$ , где угловые скобки означают усреднение по всем флуктуациям. В качестве наглядного примера рассмотрим, как выводится *уравнение переноса частиц* для такого процесса.

Одномерное уравнение движения отдельной частицы с массой  $m$  и зарядом  $q$  имеет вид

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{q}{m} E(x, t). \quad (13.38)$$

При этом функция распределения  $f(x, v, t)$  ансамбля частиц представляет собой концентрацию частиц в фазовом пространстве  $(x, v)$  в момент времени  $t$ . Она удовлетворяет *уравнению Фоккера–Планка* (Risken, 1989), записанному в следующей форме:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{q \langle E \rangle}{m} \frac{\partial f}{\partial v} = - \frac{\partial}{\partial v} \left( \left\langle \frac{\Delta v}{\Delta t} \right\rangle f \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v^2} \left( \left\langle \left( \frac{\Delta v}{\Delta t} \right)^2 \right\rangle f \right), \quad (13.39)$$

где левая часть уравнения просто описывает скорость изменения  $f$  во времени вдоль траектории частицы в фазовом пространстве  $(x, v)$ . Столбчатый член в правой части представляет собой кумулятивный эффект малоугловых соударений, а угловые скобки дают средние значения, соответствующие изменениям скорости на величину  $\Delta v$  за

время  $\Delta t$  согласно уравнению (13.38). При более высоких размерностях соответствующие формы уравнения Фоккера–Планка являются естественными расширениями уравнения (13.39), а результаты его анализа в настоящем пункте естественным образом обобщаются. Поэтому основная цель данного рассмотрения состоит в том, чтобы оценить правую часть уравнения (13.39) и тем самым вывести уравнение переноса.

Мы можем достигнуть успеха, считая типичное электрическое поле  $E_0 = \langle E^2 \rangle^{1/2}$  слабым и разлагая траекторию частиц по степеням малого параметра  $\bar{\epsilon} = qE_0x_0/(mv_0^2)$  в виде

$$x = x_0 + v_0 t + X^I(t) + x^{II}(t) + \dots,$$

где  $x_0$  и  $v_0$  — начальные значения координаты и скорости частицы, а величины  $X^I$  и  $X^{II}$  имеют порядок  $\bar{\epsilon}x_0$  и  $\bar{\epsilon}^2x_0$  соответственно. После подстановки в уравнение (13.38) получим

$$\ddot{X}^I = \frac{q}{m} E(x_0 + v_0 t, t), \quad \ddot{X}^{II} = \frac{q}{m} X^I \frac{\partial E}{\partial x}(x_0 + v_0 t, t), \quad (13.40)$$

откуда следует, что изменение в первом порядке по скорости за время  $\Delta t$  равно

$$\Delta \dot{X}^I = \dot{X}^I(\Delta t) - \dot{X}^I(0) = \frac{g}{m} \int_0^{\Delta t} E(x_0 + v_0 t', t') dt', \quad (13.41)$$

так что

$$\langle (\Delta \dot{X}^I)^2 \rangle = \frac{g^2}{m^2} \int_0^{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \langle E(x_0 + v_0 t', t') E(x_0 + v_0 t'', t'') \rangle dt' dt''. \quad (13.42)$$

Предположим теперь, что флуктуирующее электрическое поле является статистически однородным во времени и пространстве, так что

$$\langle E(x, t) E(x + \xi, t + \tau) \rangle = \langle E^2 \rangle R(\xi, \tau),$$

где  $R(\xi, \tau)$  есть корреляционная функция для сдвигов  $\xi$  и  $\tau$  в пространстве и времени, соответственно. Предположим далее, что ширина  $R$ , известная как время корреляции, намного меньше, чем интервал времени  $\Delta t$ . Тогда уравнение (13.42) сводится к требуемому выражению для второго коэффициента в уравнении Фоккера–Планка, а именно (опуская нуль в обозначении  $v_0$ ),

$$\left\langle \frac{(\Delta v)^2}{\Delta t} \right\rangle = \frac{g^2}{m^2} \langle E^2 \rangle \int R(v\tau, \tau) d\tau.$$

Первый коэффициент в уравнении (13.39) можно получить путём первого интегрирования второго равенства в уравнении (13.40), что

даёт

$$\Delta \dot{X}^{\text{II}} \equiv \dot{X}^{\text{II}}(\Delta t) - \dot{X}^{\text{II}}(0) = \frac{q}{m} \int_0^{\Delta t} X^{\text{I}}(t') \frac{\partial E}{\partial x}(x_0 + v_0 t', t') dt'. \quad (13.43)$$

Путём интегрирования уравнения (13.41) можно найти величину  $X^{\text{I}}(t')$ . Подставляя найденные значения в уравнение (13.43) и производя усреднение, мы получаем

$$\langle \Delta v \rangle = \frac{q^2}{m^2} \langle E^2 \rangle \int_0^{\Delta t} \int_0^{\Delta t} (t' - t'') \frac{\partial R}{\partial \xi} [v_0(t' - t''), t' - t''] dt' dt'.$$

Наконец, снова предполагая, что величина  $\Delta t$  значительно больше, чем время корреляции, можно записать искомый коэффициент в виде

$$\left\langle \frac{\Delta v}{\Delta t} \right\rangle = \frac{q^2}{2m^2} \langle E^2 \rangle \frac{\partial}{\partial v} \int R(v\tau, \tau) d\tau.$$

Таким образом уравнение Фоккера–Планка (13.39) принимает форму уравнения диффузии в пространстве скоростей, а именно

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v} \left[ D(v) \frac{\partial f}{\partial v} \right], \quad (13.44)$$

где коэффициент диффузии имеет вид

$$D(v) = \frac{q^2}{2m^2} \langle E^2 \rangle \int R(v\tau, \tau) d\tau. \quad (13.45)$$

При выводе уравнения (13.44) из уравнения (13.39) мы можем опустить члены с производными  $\partial f / \partial x$  и  $\partial f / \partial v$  в левой части уравнения (13.39), если распределение частиц является однородным (т. е. не зависит от  $x$ ).

**13.2.3. Обобщённое уравнение переноса частиц.** В уравнении переноса (13.37), предложенном Ферми, игнорируется случайная природа стохастического ускорительного процесса, который, как видно из уравнения (13.44), описывается диффузионной производной второго порядка. Это было впервые отмечено Дэвисом (1956) и корректно показано Паркером и Тидманом (1958). Они рассматривали упругое рассеяние на массивных сферах [с распределением  $f_s(\mathbf{v}_1, t)$ ] для частиц с пространственно-усреднённой функцией распределения  $f(\bar{\mathbf{p}}, t)$ , которая описывается уравнением Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \int v_{\text{rel}} f_s(\mathbf{v}_1) [f(\bar{\mathbf{p}}') - f(\bar{\mathbf{p}})] d^3 \mathbf{v}_1 dS. \quad (13.46)$$

Здесь  $dS$  есть элемент поперечного сечения,  $\bar{\mathbf{p}}$  и  $\bar{\mathbf{p}}'$  — импульсы частицы до и после столкновения, и  $v_{\text{rel}}$  — относительная скорость частицы и рассеивающей сферы. Предполагается, что сферы имеют бесконечно большую массу, а их скорость  $v_1 \ll c$ .

Если функции распределения являются изотропными [ $f(\mathbf{\bar{p}}) = f(\bar{p})$ ,  $f_s(\mathbf{v}_1) = f_s(v_1)$ ], а функция  $f(\mathbf{\bar{p}}')$  разлагается в ряд Тэйлора по  $f(\mathbf{\bar{p}})$ , то уравнение (13.46) принимает вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\bar{p}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{p}} \left[ \bar{p}^2 D(\bar{p}) \frac{\partial f}{\partial \bar{p}} \right], \quad (13.47)$$

где коэффициент диффузии имеет вид

$$D(\bar{p}) = \frac{\pi a^2 V^2 \bar{N} \bar{p}^2}{v} = \frac{V^2 \bar{p}^2}{3 \lambda_s v}. \quad (13.48)$$

Величина  $\bar{N} = \int f_s(\mathbf{v}_1) d^3 \mathbf{v}_1$  есть концентрация сфер,  $a$  — радиус сферы,  $V^2 = \bar{N} \int v^2 f_s(\mathbf{v}_1) d^3 \mathbf{v}_1$ , и  $\lambda_s$  — средняя длина свободного пробега частицы до рассеяния (Kulsrud и Ferrari, 1971). Отметим, что уравнение (13.47) является естественным обобщением уравнения (13.44) с переходом от декартовой системы координат к сферической геометрии. Выражая связь между членами через энергию  $W_p$  и учитывая соотношения  $F dW_p = 4\pi \bar{p}^2 f d\bar{p}$  и  $\bar{\alpha} = v D / \bar{p}^2 = V^2 / (3 \lambda_s)$ , можно переписать уравнение (13.47) в следующей форме:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \bar{\alpha} \left[ \frac{\partial^2}{\partial W_p^2} (\bar{p}^2 v F) - \frac{\partial}{\partial W_p} (4 \bar{p} F) \right].$$

Для ссылки мы приводим также релятивистскую версию этого уравнения:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\bar{\alpha}}{c} \left( W_p^2 \frac{\partial^2 F}{\partial W_p^2} - 2 F \right).$$

Полезное нерелятивистское решение уравнения (13.47) для случая импульсной моноэнергетической инжекции частиц может быть получено, если добавить в его правую часть член с источником  $[\delta(t) \delta(\bar{p} - \bar{p}_0)]$  со средним импульсом  $\bar{p}_0$ , а именно

$$f = \frac{\bar{p}_0}{\bar{p} \bar{\alpha} m t} I_2 \left( \frac{2 \sqrt{\bar{p}_0 \bar{p}}}{\bar{\alpha} m t} \right) \exp \left( -\frac{\bar{p}_0 + \bar{p}}{\bar{\alpha} m t} \right), \quad (13.49)$$

где  $m$  — это масса частицы, а  $I_2(x)$  есть модифицированная функция Бесселя первого рода. Это уравнение было использовано для описания эволюции энергетического спектра солнечных космических лучей (Тверской, 1967), а его релятивистская версия имеет вид

$$f = \frac{\bar{p}_0^2}{\bar{p}^3} \left( \frac{c}{4 \pi \bar{\alpha} t} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{[\ln(\bar{p}/\bar{p}_0) - 3 \bar{\alpha} t / c]^2}{4 \pi \bar{\alpha} t / c} \right\}.$$

Эта версия была использована для описания переноса электронов в остатках Сверхновых (Cowsik, 1979).

Если в уравнение (13.47) включить члены, описывающие моноэнергетическую инжекцию и потери (с характерным временным масштабом  $\tau$ ), то оно (в стационарном случае) принимает форму

$$0 = \frac{1}{\bar{p}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{p}} \left[ \bar{p}^2 D(\bar{p}) \frac{\partial f}{\partial \bar{p}} \right] - \frac{f}{\tau} + \delta(\bar{p} - \bar{p}_0). \quad (13.50)$$

Это уравнение имеет нерелятивистское решение (при  $\bar{p} > \bar{p}_0$ )

$$f = \frac{2\bar{p}_0}{\alpha m \bar{p}} I_2 \left[ \frac{2\bar{p}_0^{1/2}}{(\alpha m \tau)^{1/2}} \right] K_2 \left[ \frac{2\bar{p}^{1/2}}{(\alpha m \tau)^{1/2}} \right]^\Gamma,$$

где  $K_2(x)$  есть модифицированная функция Бесселя второго рода. В такой форме функция Бесселя обеспечивает превосходную аппроксимацию для энергетического спектра солнечных космических лучей (Ramaty, 1979; Forman и др., 1986). В релятивистском пределе соответствующее решение имеет вид

$$f = \frac{c\bar{p}_0^2}{\bar{p}^3 \alpha} \left( 9 + \frac{4c}{\alpha \tau} \right)^{-1/2} \left( \frac{\bar{p}_0}{\bar{p}} \right)^\Gamma,$$

где  $\Gamma = 1/2[9 + 4c/(\alpha \tau)]^{1/2} - 3/2$ . Такое решение является более подходящим для космических лучей, чем решение Ферми (13.37). Более общие варианты уравнения (13.50), включающие дополнительные эффекты, были представлены Шликайзером (Schlikeiser, 1986a,b).

Основное уравнение (13.37) можно также вывести, рассматривая квазилинейную эволюцию частиц в присутствии широкого спектра волн. Форма коэффициента диффузии  $D(\bar{p})$  зависит от типов волн, которые рассматриваются (с интенсивностью  $I_0(k)$  такой, что  $\langle |\delta B|^2 \rangle = \int dk I_0(k)$ ), при этом, разумеется, имеется много разных возможностей. Например, Schlikeiser (1989) и Bogdan и др. (1991) рассмотрели альфвеновские волны, распространяющиеся параллельно  $I_+(k)$  или антипараллельно  $I_-(k)$  магнитному полю  $B\hat{z}$ . Ионы со скоростью  $v \gg v_A$  быстро рассеиваются по питч-углам до состояния изотропии в средней волновой системе отсчёта, а затем они медленно диффундируют в соответствии с уравнением (13.47). При этом коэффициент диффузии равен

$$D(\bar{p}) = \frac{\pi q^2 v_A^2}{c^2 v} \int_{-1}^1 \frac{1 - \bar{\mu}^2}{|\bar{\mu}|} I_+ \left( \frac{\Omega_i}{v \bar{\mu}} \right) I_- \left( \frac{\Omega_i}{v \bar{\mu}} \right) \left[ I_+ \left( \frac{\Omega_i}{v \bar{\mu}} \right) + I_- \left( \frac{\Omega_i}{v \bar{\mu}} \right) \right]^{-1} d\bar{\mu}, \quad (13.51)$$

где  $\Omega_i$  — это ионно-циклотронная частота и  $\bar{\mu}$  есть косинус питч-угла частицы (угла между направлениями скорости частицы и магнитного поля). В то время как первоначальный механизм стохастического ускорения подразумевает нерезонансные взаимодействия между частицей и магнитным полем, уравнение (13.51) описывает питч-угловое



рассеяние ионов резонансным набором волн. Ионно-циклотронный резонанс проявляется в аргументе  $\Omega_i/(v\bar{\mu})$  функций  $I_+$  и  $I_-$  в уравнении (13.51). Частицы набирают энергию за счёт упругого рассеяния на рассеивающих центрах (а именно на волнах в данном случае), которые движутся относительно друг друга в произвольных направлениях. (Вместо этого в случае полной конвергенции волн происходило бы ускорение частиц механизмом Ферми первого порядка).

Квазилинейное уравнение переноса (уравнения (13.47) или (13.54), см. ниже) имеет длительную историю; несколько ключевых моментов в развитии проблемы выглядели следующим образом. Квазилинейная теория для МГД волн была развита в 60-х годах прошлого столетия (см., например, Веденов и др., 1961; Drummond и Pines, 1962; Kennel и Engelman, 1966; Hall и Sturrock, 1967). Диффузионно-конвективное уравнение для модуляции космических лучей было в то время предложено Parker (1965) и Gleeson и Axford (1967), а его вывод из квазилинейной теории для магнитостатической турбулентности был осуществлён Jokipii (1966) и Hasselman и Wibberenz (1968). Этот результат был обобщён на случай электромагнитной турбулентности Цытовичем и др. (1973) и Melrose (1980). Впоследствии диффузионно-конвективное уравнение было использовано для описания ускорения на ударных волнах Axford и др. (1977), Крымским (1977), Bell (1978) и Blandford и Ostriker (1978). В частности динамика космических лучей в релятивистских течениях моделировалась Kirk и др. (1988) и Webb (1989), тогда как подробная квазилинейная теория для незатухающих альфвеновских волн и быстрых магнитозвуковых волн была развита не так давно Schlickeiser и Miller (1998).

Вообще говоря, функция распределения зависит от трёх переменных в импульсном пространстве. Однако если пренебречь дрейфами частиц, которые возникают из-за неоднородностей в электрическом и магнитном полях, и использовать систему отсчёта, в которой электрическое поле исчезает, то функция распределения может оказаться независимой от фазы вращения частицы вокруг силовых линий магнитного поля. В соответствии с этим функция распределения зависит только от двух импульсных координат (см., например, Kirk, 1994). Как говорят в таком случае, частицы являются *гиротропными*, а магнитный момент (п. 13.1.4) в отсутствие рассеяния

$$\mu_m = \frac{\frac{1}{2}\bar{\gamma}^2 m v_{\perp}^2}{B} \quad (13.52)$$

является инвариантом ( $\bar{\gamma}$  есть Лоренц-фактор). В качестве двух импульсных координат удобно выбрать величину импульса ( $\bar{p}$ ) и косинус питч-угла ( $\bar{\mu}$ ). Тогда, поскольку в квазилинейной теории каждый рассеивающий центр вызывает лишь небольшое отклонение частицы,

уравнение переноса принимает вид

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial}{\partial \bar{\mu}} \left( D_{\bar{\mu}\bar{\mu}} \frac{\partial f}{\partial \bar{\mu}} + D_{\bar{\mu}\bar{p}} \frac{\partial f}{\partial \bar{p}} \right) + \frac{1}{\bar{p}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{p}} \left( \bar{p}^2 \left( D_{\bar{\mu}\bar{p}} \frac{\partial f}{\partial \bar{\mu}} + D_{\bar{p}\bar{p}} \frac{\partial f}{\partial \bar{p}} \right) \right), \quad (13.53)$$

где столкновительный член в правой части представляет питч-угловое рассеяние, а временная производная берётся вдоль траектории частицы (Schlikeiser, 1989). Когда распределение является гиротропным, а электрическое поле исчезает в системе покоя плазмы, временная производная сводится к выражению  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$ .

Член, описывающий питч-угловое рассеяние, стремится сделать изотропными частицы в системе отсчёта, связанной с рассеивающими центрами, причём, в случае рассеяния на альфвеновских волнах, эта система по существу идентична системе покоя плазмы. В такой системе член, описывающий рассеяние, имеет простую форму уравнения (13.53). Однако, часто оказывается более удобным использовать лабораторную систему, в которой плазма находится в движении. Поэтому, чтобы сохранить простую форму правой части уравнения (13.53), обычно пользуются смешанной системой фазово-пространственных координат с импульсом  $\bar{p}$ , измеряемым в системе покоя плазмы, и пространственной переменной  $\mathbf{x}'$ , измеряемой в лабораторной системе, в которой скорость плазмы, скажем, есть  $\mathbf{u}$ . В такой системе полное нерелятивистское уравнение переноса имеет вид (Kirk и др., 1988)

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x'_i} - \frac{\partial u_j}{\partial x'_i} \bar{p}_i \frac{\partial f}{\partial \bar{p}_j} - m \frac{\partial u_i}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial \bar{p}_i} - m u_i \frac{\partial u_j}{\partial x'_i} \frac{\partial f}{\partial \bar{p}_j} + \frac{\bar{p}_i}{m} \frac{\partial f}{\partial x'_i} = \\ = \frac{\partial}{\partial \bar{\mu}} \left( D_{\bar{\mu}\bar{\mu}} \frac{\partial f}{\partial \bar{\mu}} + D_{\bar{\mu}\bar{p}} \frac{\partial f}{\partial \bar{p}} \right) + \frac{1}{\bar{p}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{p}} \left( \bar{p}^2 \left( D_{\bar{\mu}\bar{p}} \frac{\partial f}{\partial \bar{\mu}} + D_{\bar{p}\bar{p}} \frac{\partial f}{\partial \bar{p}} \right) \right). \end{aligned} \quad (13.54)$$

Для релятивистских частиц это уравнение является точным до членов порядка  $u^2/c^2$ , при условии, что течение жидкости является нерелятивистским.

**13.2.4. Стохастическое ускорение и магнитное пересоединение.** Были выдвинуты разнообразные предложения для объяснения того, каким образом стохастическое ускорение и магнитное пересоединение, действуя вместе, могут генерировать энергичные частицы. Одна из возможностей состоит в том, что пересоединение служит предварительной стадией для последующего стохастического ускорения либо электронов (Smith, 1977), либо ионов (Melrose, 1983). Предварительное ускорение электрическим полем при пересоединении в токовом слое или вблизи линии X-типа помогает преодолеть неэффективность стохастического ускорения, тем самым позволяя частицам быстрее ускоряться до более высоких энергий.

Было предложено также рассматривать пересоединение как источник энергии для генерации и поддержания магнитных флуктуаций,

которые вызывают стохастическое ускорение. Такой процесс является особенно привлекательным для случая солнечных вспышек, поскольку сильные альфвеновские течения, порождаемые пересоединением в короне, могут генерировать турбулентное волновое поле очень быстро (см., например, Moore и др., 1995; La Rosa и др., 1996). Кроме того, энергетическая подпитка в течение многих часов, имеющая место в больших вспышках, не может быть объяснена, если отсутствует механизм, подобный пересоединению, который может пополнять энергию, отбираемую у флуктуаций ускоренными частицами (Ryan и Lee, 1991).

Были предложены гибридные модели, в которых магнитные флуктуации вводились в токовый слой или в окрестности линии X-типа. Ambrosiano и др. (1988) рассмотрели ускорение пробных частиц на флуктуациях, добавленных к пинч-эффекту слоя. Основная роль таких флуктуаций сводится к образованию небольших магнитных островов, которые способствуют захвату и удержанию частиц в пределах слоя, где их ускорение происходит наиболее эффективно. Однако флуктуация электрического поля в слое также играет важную роль, поскольку она приводит к диффузии частиц в импульсном пространстве. Комбинация этих двух эффектов далеко перевешивает дополнительное ускорение, вызванное рассеянием частиц на случайных волновых флуктуациях за пределами слоя. Близкие результаты были получены Kobak и Ostrowski (1997), которые добавляли магнитные флуктуации к трёхмерным моделям Craig и др. (1995) для пересоединения на шипе и веерного пересоединения (см. § 3.5), а затем рассматривали ускорение частиц.

Наконец, Gray и Matthaeus (1991) проанализировали ускорение частиц в случае двумерной МГД турбулентности со случайно ориентированными токовыми слоями. Турбулентность генерировалась в численном эксперименте из начальной конфигурации, содержащей случайные вариации магнитного поля в периодическом расчётном домене (Matthaeus и Lamkin, 1986). Кроме того, система не подпитывалась никаким внешним источником энергии, так что начальные флуктуации распадались со временем в виде турбулентного каскада. На рис. 13.9 показаны контуры функции магнитного потока и абсолютная величина плотности тока спустя промежуток времени, примерно в 10 раз превышающий характерное альфвеновское время в численной модели Matthaeus и Montgomery (1981), которая близка к модели, используемой Gray и Matthaeus (1991). На рис. 13.9 видны случайно ориентированные токовые слои, некоторые из них — с током, текущим в плоскости рисунка, а другие — с током, текущим вне плоскости. Эта конфигурация существенно отличается от той, которую использовали Ambrosiano и др. (1988), причём последняя содержит монолитный токовый слой с электрическим полем, всюду имеющим одно и то же направление.

Gray и Matthaeus (1991) анализировали ускорительные свойства конфигурации, подобной той, которая показана на рис. 13.9, используя

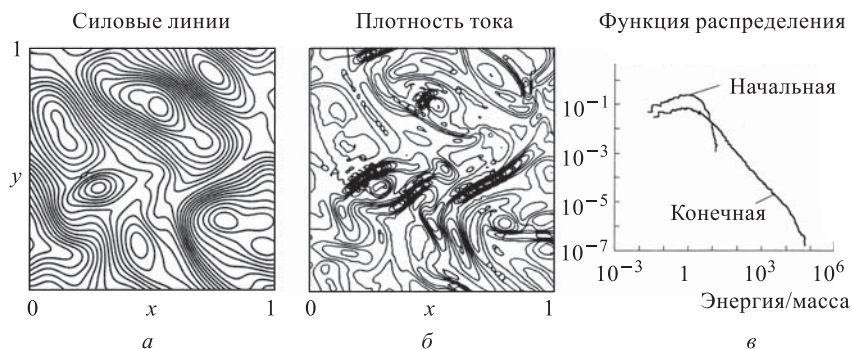


Рис. 13.9. (а) Магнитное поле и (б) абсолютное значение плотности тока для двумерной модели МГД турбулентности (согласно Matthaeus и Lamkin, 1986). (в) Результаты анализа методом пробных частиц показывают развитие высокоэнергичного хвоста (кривая с надписью «конечная») из исходного гауссового распределения (кривая с надписью «начальная»). Все единицы являются безразмерными (согласно Gray и Matthaeus, 1991)

начальное распределение пробных частиц с гауссовым профилем по энергиям, как это показано на рис. 13.9в. Через промежуток времени, примерно в четыре раза превышающий характерное альфвеновское время, развился высокоэнергичный хвост, показанный на рис. 13.9в в виде кривой с надписью «конечная». Сравнивая это распределение с подобным распределением, вычисленным Ambrosiano и др. (1988), Gray и Matthaeus (1991) пришли к заключению, что ускорительный процесс в данном случае является примерно в 2 раза более медленным, однако он все ещё остаётся гораздо более эффективным, чем стохастическое ускорение во флуктуирующем поле без токовых слоёв.

### 13.3. Ускорение ударными волнами

Ударные волны обоих типов — медленная и быстрая моды (§ 1.5) — естественным образом генерируются при магнитном пересоединении. Они создают благоприятные условия для ускорения частиц двумя основными способами. В случае *дрейфового ускорения* на ударном фронте (п. 13.3.1) обычно отслеживается движение отдельных частиц в электромагнитном поле ударного фронта, а их взаимодействием с флуктуирующими электрическими и магнитными полями пренебрегают. Поскольку частицы могут входить в область ударного фронта с разными pitch-углами, то на выходе они могут появляться с целым набором энергий. В случае *диффузионного ускорения* на ударном фронте частицы многократно совершают возвратно-поступательные движения между неоднородностями, существующими вверх и вниз по течению относительно фронта. При этом частицы многократно пересекают ударный фронт и каждый раз увеличивают свою энергию. По этой об-

ширной теме было опубликовано много обстоятельных обзоров (см., например, Axford, 1981; Drury, 1983; Blandford и Eichler, 1987; Jones и Ellison, 1991). Здесь мы следуем очень полному обзору Kirk (1994).

**13.3.1. Дрейфовое ускорение на ударном фронте.** Прежде чем рассматривать движение частицы вблизи ударной волны, необходимо выяснить, какая система отсчёта является наиболее удобной для анализа свойств ударного фронта. При этом следует отдать предпочтение системе отсчёта, движущейся вместе с ударным фронтом, и следить за плазмой, приближающейся к фронту из направления вверх по течению и покидающей фронт в направлении вниз по течению. Вообще говоря, магнитное поле будет иметь некоторый наклон по отношению к вектору скорости плазмы. Поэтому течение будет сносить магнитные силовые линии к фронту с одной стороны и уносить от фронта с другой, так что точка пересечения силовых линий с ударным фронтом будет перемещаться вдоль фронта, скажем, со скоростью  $u_I$ . Имеется, однако, много систем отсчёта, движущихся вместе с ударным фронтом. При условии, что  $u_I < c$  (т.е. при условии, что ударный фронт является *субсветовым*), простейшей является *система Хофмана–Теллера*, а именно — система, которая перемещается вдоль ударного фронта со скоростью  $u_I$ . В этой системе электрическое поле исчезает как вверх, так и вниз по течению, а плазма движется всюду вдоль магнитных силовых линий (рис. 13.10). (Для *сверхсветовых ударных волн*, когда  $u_I > c$ , невозможно полностью избавиться от электрического поля, однако есть полезная система так называемого *перпендикулярного ударного фронта*, для которой  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  нормальны друг другу и вместе параллельны плоскости ударного фронта, тогда как вектор скорости плазмы имеет наклон по отношению к ударному фронту.)

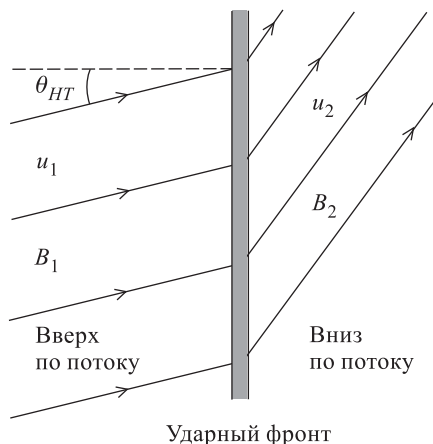


Рис. 13.10. Субсветовой ударный фронт быстрой МГД-моды в системе отсчёта Хофмана–Теллера

В сильно релятивистских течениях, таких, как ветер Крабовидной туманности, ударные волны обычно являются сверхсветовыми. Вместе с тем сверхсветовые ударные фронты могут иметь место и в нерелятивистских течениях, если магнитное поле является продольным при достаточно малых углах наклона по отношению к ударному фронту. Например, перпендикулярный ударный фронт (в котором магнитное

поле параллельно ударному фронту, см. § 1.5) всегда является сверхсветовым. Однако в солнечном ветре, скажем, только небольшой участок ударного фронта является сверхсветовым. Действительно, чтобы такой ударный фронт мог быть сверхсветовым, магнитное поле фронта должно иметь наклон к ударному фронту фактически менее одной десятой градуса.

Рассмотрим теперь для простоты процесс дрейфового ускорения на перпендикулярном ударном фронте, показанный на рис. 13.11. В заданной конфигурации плазма приближается к ударному фронту со скоростью  $u_1$ , гораздо меньшей, чем скорость частицы  $v$ . В этой области

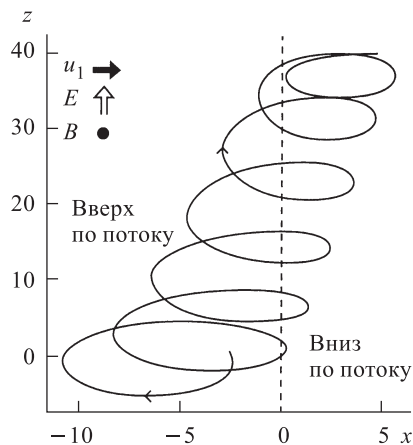


Рис. 13.11. Траектория (сплошная кривая) положительно заряженной частицы, пересекающей нерелятивистский перпендикулярный ударный фронт (пунктирная линия) при коэффициенте сжатия 3 и скорости в области вниз по течению ( $u_1$ ) около 0,1 с. Поле  $\mathbf{B}$  направлено вдоль отрицательной оси  $y$ , поле  $\mathbf{E}$  — в направлении оси  $z$ , а течения плазмы — слева направо в направлении оси  $x$ . Вдоль направлений  $x$  и  $z$  используются различные шкалы с единицей длины, равной 0,1 от величины гирорадиуса в области вверх по течению (Kirk, 1994)

вверх по течению частица вращается в магнитном поле  $B_1 \hat{y}$ , тогда как её ведущий центр дрейфует со скоростью  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}_1 / B_1^2 = u_1 \hat{x}$ . Когда частица проникает через ударный фронт в область ниже по течению, её орбита имеет меньший радиус кривизны, поскольку там напряжённость магнитного поля  $B_2$  выше. Для положительно заряженной частицы конечный результат сводится к сдвигу её орбиты в  $z$ -направлении параллельно электрическому полю. Таким образом электрическое поле действительно выполняет работу над частицей и увеличивает её энергию. (Электрон двигался бы в противоположном направлении). Поскольку движение ведущего центра очень напоминает градиентный дрейф в неоднородном магнитном поле, то этот процесс называют *дрейфовым ускорением на ударном фронте*.

Несмотря на резкое увеличение магнитного поля на ударном фронте, магнитный момент (13.52) сохраняется по крайней мере при  $v \gg u_1$ . Непосредственным следствием этого является

тот факт, что даже в случае сильных ударных волн приращение энергии оказывается скромным. Например, типичное максимальное сжатие магнитного поля ( $B_2/B_1$ ) в 4 раза (при величине  $\gamma = 5/3$ ) приводит

к увеличению энергии в  $B_2/B_1 = 4$  раза для нерелятивистской частицы и в 2 раза для релятивистской частицы.

Дополнительная возможность состоит в том, что падающая частица может отразиться назад в область выше по течению (если ударный фронт не является сверхсветовым). Так как величина импульса в системе Хофмана–Теллера сохраняется, то сохранение магнитного момента поперёк ударного фронта можно записать через питч-углы  $\alpha_{p1}$  и  $\alpha_{p2}$  в виде следующего выражения:

$$\frac{1 - \cos^2 \alpha_{p1}}{B_1} = \frac{1 - \cos^2 \alpha_{p2}}{B_2}.$$

Следовательно, отражение частицы происходит при отсутствии решения для  $\cos \alpha_{p2}$ , а именно при достаточно большом значении питч-угла  $\alpha_{p1}$ , чтобы выполнялось условие

$$\cos^2 \alpha_{p1} < 1 - \frac{B_2}{B_1}. \quad (13.55)$$

Далее, условие сохранения адиабатического инварианта в этом случае сводится к требованию, чтобы орбита частицы пересекала ударный фронт много раз, т. е.

$$\operatorname{tg} \alpha_p \operatorname{tg} \theta_{HT} \gg 1,$$

где  $\theta_{HT}$  есть угол наклона магнитного поля вверх по течению к ударному фронту (рис. 13.10). Это условие не выполняется при малых питч-углах  $\alpha_p$  или малых наклонениях магнитного поля  $\theta_{HT}$ , но даже и для этого случая численные расчёты показывают, что условие сохранения магнитного момента выполняется удивительно хорошо (Hudson, 1965; Terasawa, 1981; Decker, 1988). Для нерелятивистских частиц на ударных фронтах, которые находятся как раз в пределах субсветовой области, максимальный средний прирост энергии составляет  $(4B_2/B_1 - 3)$  раз, откуда при  $B_2/B_1 = 4$  получим увеличение энергии в 13 раз (Топтыгин, 1980). Для релятивистских частиц прирост энергии меньше указанной величины в случае субсветового ударного фронта (а именно, всего  $2B_2/B_1 - 1$ ), однако на ударных фронтах, которые являются почти сверхсветовыми, максимальный прирост энергии несколько больше. Ещё одна интересная особенность дрейфового ускорения на ударных волнах связана с возникновением потенциала на квазиперпендикулярных ударных фронтах. Это приводит к так называемому сёрфинг-ускорению, которое может служить эффективным механизмом инжекции при ускорении на квазиперпендикулярных ударных фронтах (см., например, Lee и др., 1996).

Эффективное дрейфовое ускорение на ударных волнах более важно для электронов, чем для ионов, так как большинство электронов (т. е., тепловые электроны) имеют гирорадиусы намного меньше толщины фронта, так что их движение является адиабатическим, тогда как тепловые ионы стремятся иметь гирорадиус, близкий к толщине фронта, и поэтому они не испытывают отражения. Кроме того, тепловые



электроны могут удовлетворять уравнению (13.55) и поэтому могут подвергаться отражению, тогда как более медленно движущиеся ионы с более узкой функцией распределения (рис. 13.1), вообще говоря, имеют питч-углы внутри конуса потерь (т.е. они не удовлетворяют уравнению (13.55)) и, следовательно, не подвергаются отражению. Предпринимались различные попытки расширить основную теорию такого ускорения, с тем чтобы выяснить, каким образом можно было бы повысить прирост энергии (см., например, Decker, 1988). Однако в большинстве случаев увеличение не превышало множителя порядка 10, так что требуется иной механизм (такой, как диффузионное ускорение на ударных волнах, см. следующий пункт), чтобы объяснить более существенное ускорение, подобное ускорению космических лучей.

Дрейфовый механизм ускорения на ударном фронте может быть важным для ускорения частиц в областях магнитного пересоединения. Shimada и др. (1997) продемонстрировали, что дрейфовый механизм может ускорять частицы, захваченные между ударными фронтами медленной моды в конфигурации Петчека, однако этот процесс довольно сложен. Медленный ударный фронт сам по себе не является особенно благоприятным местом для ускорения частиц, так как магнитное поле падает поперёк фронта. Это означает, что частицы вверх по течению от ударного фронта не отражаются более сильным магнитным полем в области ниже по течению, как это имело бы место в случае ударной волны быстрой моды. Отражение в действительности имеет место для частиц из области ниже по течению, однако, когда частицы сталкиваются с ударным фронтом, они теряют энергию, поскольку ударный фронт, действующий как магнитное зеркало, движется в сторону от частицы в системе покоя плазмы. Детальный анализ Webb и др. (1983) показал, что ускорение частиц может происходить, когда частицы просачиваются через ударный фронт без отражения на нём. Такое ускорение происходит только за счёт дрейфа, связанного с кривизной силовых линий, который конкурирует с градиентным дрейфом, действующим в противоположном направлении. Поэтому, возможно, нет ничего удивительного в том, что энергия, приобретаемая частицей при просачивании, относительно мала, причём её приращение обычно не превышает множителя 2.

Shimada и др. (1997) удалось преодолеть неперспективные ускорительные свойства медленной ударной волны путём привлечения двух новых характеристик области пересоединения. Первая из них — это волновая конфигурация типа Петчека, с её парой медленных ударных волн, которые служат флангами потока, вытекающего из области пересоединения. Действуя совместно, эти волны захватывают частицы внутри области вытекания и заставляют их многократно взаимодействовать с ударным фронтом. Однако, действуя в одиночку, этот механизм не приводит к какому-либо ускорению, поскольку, как отмечалось ранее, каждое столкновение с фронтом со стороны области ниже по течению приводит к потере энергии частицы. Второй новой



характеристикой является турбулентность в области выше по течению относительно ударных волн. Как мы увидим в п. 13.3.2, ускоренные частицы вверх по течению от быстрых ударных фронтов могут генерировать турбулентные пульсации. Хотя Isenberg (1986) показал, что это не так в случае медленных ударных волн, сам процесс пересоединения с большой вероятностью генерирует требуемую турбулентность, когда он является импульсным и взрывным (Priest, 1986). Турбулентность вверх по течению важна, так как она позволяет частицам, ускоряемым при проникновении через ударный фронт, отражаться обратно и подвергаться дальнейшему ускорению. Для того, чтобы в конечном счёте частицы ускорялись, энергия, приобретаемая частицами при проникновении через фронт в область выше по течению, должна быть больше, чем энергия, которую они теряют при отражении от ударных фронтов.

На рис. 13.12 показан процесс ускорения в модели, построенной Shimada и др. (1997) для частиц в вытекающей струе в конфигурации

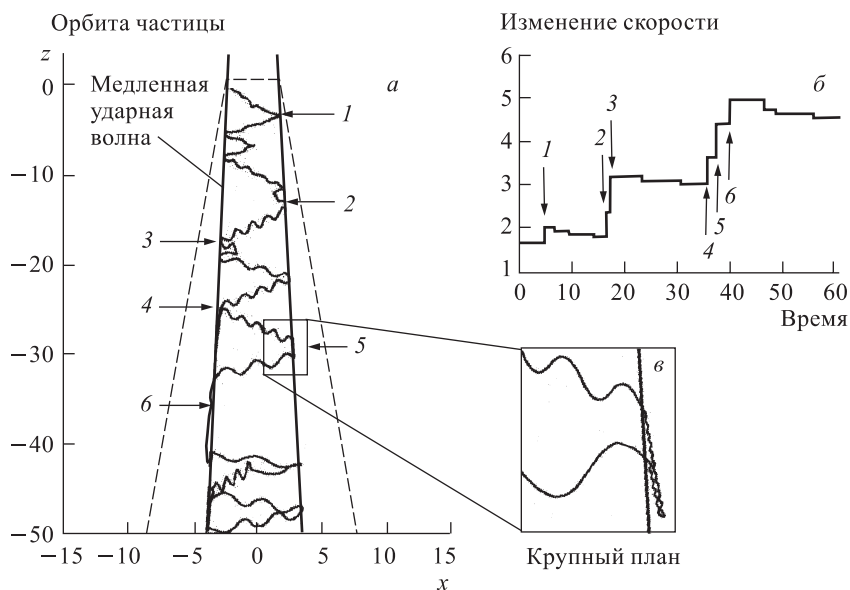


Рис. 13.12. Орбита частицы (а) и изменение её скорости (б) в конфигурации типа Петчека, содержащей две медленных ударных волны. Волнистой линией показана орбита частицы, а пунктиром — силовая линия магнитного поля. Крупным планом показана дрейфовая орбита частицы (в) в момент прохождения через фронт перед её рассеянием обратно в струю турбулентности вверх по течению (из работы Shimada и др., 1997)

типа Петчека. Чистый прирост энергии, получаемой частицей после полудюжины рассеяний, составляет около 500%. Хотя для приобретения достаточного количества энергии требуется много актов рассеяния,

процесс все ещё остаётся довольно быстрым из-за очень короткого промежутка времени между столкновениями частиц с ударными волнами. Согласно оценкам Shimada и др. (1997), если относительная амплитуда магнитных флуктуаций выше по течению составляет  $\delta B/B = 0,04$ , то характерное время ускорения в рассматриваемой модели более чем в 300 раз меньше, чем при диффузионном ускорении на одиночной ударной волне (п. 13.3.2). Кроме того, авторы модели пришли к заключению, что с помощью дрейфового ускорения на ударных волнах типа Петчека можно правдоподобно объяснить потоки частиц с энергией  $\sim 1$  МэВ, которые наблюдаются в хвосте магнитосферы Земли. Такие частицы трудно объяснить прямым ускорением, так как полное падение потенциала поперёк линии X-типа в геомагнитном хвосте не превышает 100 кВ.

**13.3.2. Диффузионное ускорение на ударных волнах.** Движение частиц в электромагнитном поле носит обратимый характер, так что проблема потенциала применительно к механизму дрейфового ускорения на ударных волнах состоит в том, что замедление на волне разрежения может противодействовать ускорению на ударной волне. Однако, если питч-угловое ускорение происходит далеко вверх или вниз по течению относительно ударного фронта, оно будет способствовать однородному распределению частиц и вносить в этот процесс необратимость. В настоящем пункте мы рассматриваем эффект рассеяния при ускорении на ударной волне и предлагаем простую модель для ускорения частиц по обе стороны ударного разрыва.

Предположим, что средний свободный пробег частицы до рассеяния намного больше, чем толщина ударного фронта. Рассмотрим ударный фронт, окружённый зоной, свободной от рассеяния, где питч-угловое рассеяние отсутствует (рис. 13.13). Далее вниз и вверх по течению существуют области, в которых рассеяние создаёт изотропное распределение частиц. Вычисление конечных функций распределения, вообще говоря, представляет собой очень сложную задачу. Даже если мы можем гарантировать, что частицы, падающие слева на левую границу на рис. 13.13, образуют часть изотропного распределения, некоторые частицы на этой границе могут отразиться на ударном фронте, тогда как другие смогут пройти через ударный фронт со стороны правой границы. (Отметим, что диффузионное ускорение также имеет место, когда толщина скин-слоя, а не средний свободный пробег для рассеяния намного больше, чем толщина ударного фронта).

Можно продвинуться вперёд, если допустить небольшие отклонения от изотропии. Это приводит к пространственной диффузии частиц, описываемой уравнением переноса для питч-угловой диффузии (равенства (13.53) и (13.54)). Рассмотрим простой случай, когда скорость жидкости ( $u\hat{x}$ ) постоянна, много меньше, чем скорость частицы  $v$ , и направлена вдоль магнитного поля. В этом случае уравнения (13.53)

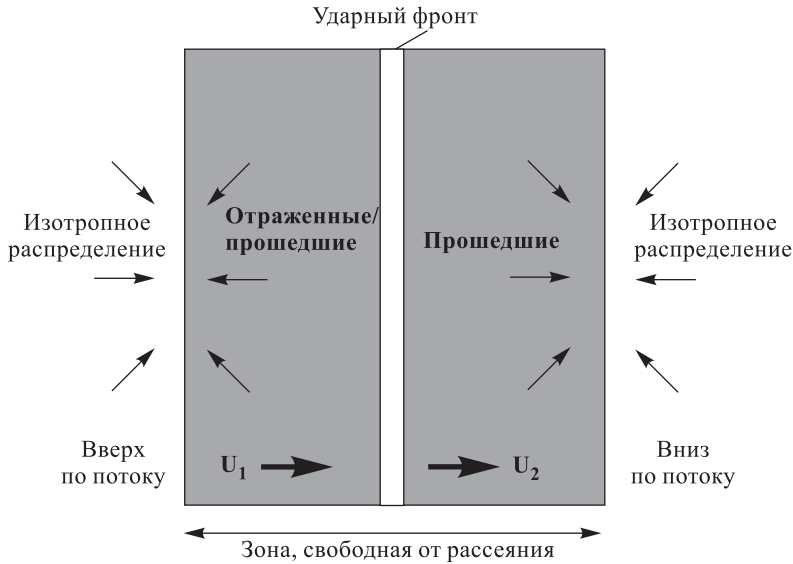


Рис. 13.13. Зона, свободная от рассеяния, вокруг ударного фронта (согласно Kirk, 1994)

или (13.54) принимают вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (u + \bar{\mu}v) \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \bar{\mu}} \left( D_{\bar{\mu}\bar{\mu}} \frac{\partial f}{\partial \bar{\mu}} \right), \quad (13.56)$$

где  $\mu$  есть косинус питч-угла между скоростью частицы и магнитным полем. Предположим также, что функция распределения  $f$  является стационарной в лабораторной системе и почти изотропна в системе покоя плазмы, так что распределение состоит из изотропной части  $f^{(0)}$  и малой анизотропной части  $f^{(1)}$ :

$$f(\mathbf{x}, \bar{\mu}, \bar{p}) = f^{(0)}(x, \bar{p}) + f^{(1)}(x, \bar{\mu}\bar{p}),$$

где  $f^{(1)}$  есть величина порядка  $u/v$ , а интеграл

$$\int_{-1}^1 f^{(1)}(x, \bar{\mu}, \bar{p}) d\bar{\mu} = 0. \quad (13.57)$$

Подстановка в уравнение (13.56) приводит к следующему выражению:

$$(u + \bar{\mu}v) \left[ \frac{\partial f^{(0)}}{\partial x} + \frac{\partial f^{(1)}}{\partial x} \right] = \frac{\partial}{\partial \bar{\mu}} \left[ D_{\bar{\mu}\bar{\mu}} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \bar{\mu}} \right] \quad (13.58)$$

или, с точностью до членов самого низкого порядка по  $u/v$ ,

$$\bar{\mu}v \frac{\partial f^{(0)}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \bar{\mu}} \left[ D_{\bar{\mu}\bar{\mu}} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \bar{\mu}} \right].$$

Дважды интегрируя это уравнение, получим равенство

$$f^{(1)} = K - \frac{v}{2} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial x} \int_{-1}^{\bar{\mu}} \frac{1 - \bar{\mu}^2}{D_{\bar{\mu}\bar{\mu}}} d\bar{\mu}, \quad (13.59)$$

которое представляет собой решение для анизотропной части функции распределения, причём  $K$  — это константа, определяемая уравнением (13.57).

Результирующий поток частиц  $\mathcal{F}(\bar{p}, x) d\bar{p}$  на единицу площади вдоль магнитного поля в интервале импульсов  $d\bar{p}$  равен

$$\mathcal{F}(\bar{p}, x) = 2\pi \bar{p}^2 v \int_{-1}^1 \bar{\mu} f^{(1)} d\bar{\mu} = -\bar{\kappa} \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial x}, \quad (13.60)$$

где  $\mathcal{N}(\bar{p}, x) d\bar{p}$  — плотность частиц в интервале  $d\bar{p}$ , определяемая как

$$\mathcal{N} = 4\pi \bar{p}^2 f^{(0)}, \quad (13.61)$$

а коэффициент пространственной диффузии равен

$$\bar{\kappa} = \frac{v^2}{8} \int_{-1}^1 \frac{(1 - \bar{\mu}^2)^2}{D_{\bar{\mu}\bar{\mu}}} d\bar{\mu}.$$

Линейное соотношение (13.60) между потоком частиц и градиентом плотности известно как *закон Фиска* и является фундаментальным свойством диффузионных процессов.

Далее изотропная часть  $f^{(0)}$  функции распределения  $f$  может быть найдена путём интегрирования уравнения (13.58) по  $\bar{m}$  от  $-1$  до  $+1$ . В результате получим уравнение переноса космических лучей в диффузионном приближении для случая стационарного переноса при постоянной скорости плазмы ( $u$ ):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \bar{\kappa} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial x} \right] - u \frac{\partial f^{(0)}}{\partial x} = 0, \quad (13.62)$$

где первый член описывает пространственную диффузию, а второй — пространственную адвекцию. Обобщение этого уравнения (которое известно также как *уравнение диффузии с конвекцией*) приводит

к выражению

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla f = \nabla \cdot (\bar{\kappa} \nabla f) + \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \bar{p} \frac{\partial f}{\partial \bar{p}} + \frac{1}{\bar{p}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{p}} \left( \bar{p}^2 D \frac{\partial f}{\partial \bar{p}} \right) + I - L, \quad (13.63)$$

где  $D$  — коэффициент пространственной диффузии, а различные члены описывают (в порядке следования) временную зависимость  $f$ , пространственную адвекцию, пространственную диффузию, адиабатическое расширение или сжатие, диффузию в импульсном пространстве, источники инъекции  $I$  и процессы потерь  $L$  (Parker, 1965). Элегантный альтернативный вывод этого уравнения был предложен Gleeson и Axford (1967). Часто в почти изотропное распределение включают дрейф частиц, что даёт дополнительный член  $v_D \cdot \nabla f$  (Jokipii и Levy, 1977). Дрейфовый член фактически включает дрейф на ударном фронте при ускорении на ударных волнах (Jokipii, 1982).

Рассмотрим теперь параллельную ударную волну, а именно волну, в которой скорость плазмы и магнитное поле параллельны нормали к ударному фронту. Решения уравнения (13.62) в областях вверх ( $x < 0$ ) и вниз по течению ( $x > 0$ ) (отмеченные цифрами 1 и 2 соответственно) будут иметь вид

$$f_1^{(0)} = A_1(\bar{p}) + C_1(\bar{p}) \exp \int_0^x \frac{u_1}{\bar{\kappa}_1} dx', \quad f_2^{(0)} = f_2^{(0)}(\bar{p}), \quad (13.64)$$

где  $A_1$  и  $C_1$  — постоянные интегрирования. Экспоненциальный член в выражении для  $f_2^{(0)}$  отсутствует, так как в противном случае решение для  $f_2^{(0)}$  неограниченно возрастало бы при увеличении  $x$ . Параллельный ударный фронт не оказывает на частицу никакого воздействия. Он не ускоряет и не отражает её, так что поперечные импульсы сохраняются ( $\bar{p}_{z1} = \bar{p}_{z2}$ ;  $\bar{p}_{y1} = \bar{p}_{y2}$ ), изменяется только продольный импульс в системе покоя плазмы, поскольку плазма замедляется (от  $u_1$  до  $u_2$ ). Поэтому  $\bar{p}_{x1} = \bar{p}_{x2} - m(u_1 - u_2)$  и

$$\bar{p}_2 \approx \bar{p}_1 \left( 1 + \frac{\Delta u}{v_1} \bar{\mu}_1 \right), \quad (13.65)$$

где  $\Delta u = u_1 - u_2$ .

Из *теоремы Лиувилля* (о постоянстве  $f$  вдоль траектории частицы) вытекает, что поперёк зон, свободных от рассеяния, выполняется равенство  $f_1(\bar{p}_1, \bar{\mu}_1) = f_2(\bar{p}_2)$ , где  $f_2$  не зависит от  $\bar{\mu}_2$  в соответствии с уравнением (13.64). Используя уравнение (13.65) при  $\Delta u/v_1 \ll 1$ , мы находим

$$f_1(\bar{p}_1, \bar{\mu}_1) \approx f_2^{(0)}(\bar{p}_1) + \bar{\mu}_1 \frac{\Delta u}{v_1} \bar{p}_1 \left[ \frac{df_2^{(0)}}{d\bar{p}} \right]_{\bar{p}_1}. \quad (13.66)$$

Интегрирование этого выражения по  $\mu_1$  даёт равенство  $\mathcal{N}_1 = \mathcal{N}_2$  при  $x = 0$ , откуда с помощью уравнений (13.61) и (13.64) получаем

$$A_1 + C_1 = f_2^{(0)}. \quad (13.67)$$

Таким образом, изменение скорости плазмы на ударном фронте порождает анизотропию функции распределения, пропорциональную  $\bar{\mu}_1$ , но не оказывает влияния на плотность частиц.

Второе важное соотношение (для  $f_2^{(0)}$ ) получается, если применить закон Фиска (уравнение (13.60)) к левой части ударного фронта, что даёт

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \bar{\mu}_1 f_1^{(1)} d\bar{\mu}_1 = -\bar{x}_1 \frac{\partial f_1^{(0)}}{\partial x}.$$

Подставляя сюда выражения для  $f_1^{(1)}$  из уравнения (13.59) и для  $f_1^{(0)}$  из уравнения (13.64), получим

$$\frac{\Delta u}{3} \bar{p}_1 \left[ \frac{df_2^{(0)}}{d\bar{p}} \right]_{\bar{p}_1} = -u_1 C_1. \quad (13.68)$$

Исключая  $C_1$  с помощью уравнений (13.67) и (13.68), можно теперь записать дифференциальное уравнение для  $f_2^{(0)}$  через  $A_1(\bar{p})$ . Решение  $f_2^{(0)}$  описывает спектр частиц в области далеко вниз по течению ( $x \rightarrow \infty$ ), где экспоненциальный член уравнения (13.64) исчезает. Соответствующее решение имеет вид

$$f_2^{(0)}(\bar{p}) = \frac{a}{\bar{p}^s} + s \int_0^{\bar{p}} \left( \frac{\bar{p}'}{\bar{p}} \right)^s \frac{A_1(\bar{p}')}{\bar{p}} d\bar{p}', \quad (13.69)$$

где  $a$  — константа, а показатель степенного спектра определяется выражением

$$s = \frac{3u_1}{\Delta u} = \frac{3u_1}{u_1 - u_2}. \quad (13.70)$$

Если отсутствуют частицы, входящие в поток плазмы далеко вверх по течению, то  $A_1 = 0$ , и для того, чтобы получить нетривиальное решение, необходимо какой-то процесс инжекции, который мог бы разогнать небольшое количество частиц до определённого начального импульса, с которого и начнётся собственно ускорение частиц. Если частицы далеко вверх по течению имеют степенной спектр ( $A_1 = A_0 \bar{p}^{-q}$ , например, с показателем  $q < s$ ), то роль ударной волны сводится к формированию спектра

$$f_2^{(0)} = \frac{s}{s - q} A_0 \bar{p}^{-q},$$

который имеет ту же форму, но повышенную интенсивность по сравнению с первоначальным спектром.

Интересно отметить, что спектр ускоренных частиц (при  $q > s$ ) имеет степенной показатель  $s$ , который зависит только от степени сжатия плазмы  $u_1/u_2$ , но не зависит от коэффициента диффузии  $\bar{\alpha}$ . Этот результат, однако, может видоизмениться за счёт влияния границ. Далее, увеличение энергии частицы при однократном пересечении фронта происходит на величину порядка  $\Delta u/v_1$ , в соответствии с уравнением (13.65), так что для увеличения импульса, скажем, в  $\bar{p}/\bar{p}_0$  раз частицы должны пересечь фронт  $\bar{p}v_1/(\Delta u\bar{p}_0)$  раз. Кроме того, предположение об изотропии функции распределения теряет силу уже для частиц с энергиями выше тепловой (как это наблюдается, например, вблизи головной ударной волны Земли), или в случае релятивистского ударного фронта.

Микроскопическая картина диффузионного ускорения на ударных волнах согласно Bell (1978) эквивалентна описанному выше подходу, который базируется на уравнении переноса, причём эта картина более отчётливо раскрывает физику процесса. Рассмотрим изменение импульса частицы, когда она пересекает ударный фронт, а затем возвращается обратно. Уравнение (13.65) даёт изменение импульса  $\bar{p}_2 - \bar{p}_1$  при переходе частицы из области вверх по течению в область ниже по течению для случая  $-u_1/v_1 < \bar{\mu}_1 < 1$ . Предположим, что та же частица рассеивается в области ниже по течению, так что меняется только её pitch-угол. Тогда при её возвращении в область выше по течению она приобретает новый импульс  $\bar{p}_1 + \Delta\bar{p}_1 = \bar{p}_2(1 - \bar{\mu}_2\Delta u/v_2)$ , причём  $-1 < \bar{\mu}_2 < -u_2/v_2$ . Вероятность пересечения фронта частицей пропорциональна относительной скорости частицы и фронта (т. е.  $|\bar{\mu}v + u|$ ), если распределение частиц изотропно. Поэтому среднее приращение импульса за один цикл, с точностью до множителя первого порядка по  $\Delta u/v$ , будет

$$\left\langle \frac{\Delta\bar{p}}{\bar{p}_1} \right\rangle = \frac{4\Delta u}{3v}. \quad (13.71)$$

Таким образом, приращение импульса за одно столкновение есть множитель первого порядка по  $\Delta u/v$ . Именно поэтому такое ускорение получило название процесса Ферми первого порядка, тогда как столкновения частицы со случайно движущимися рассеивающими центрами приводили бы к приращению второго порядка. Действительно, из макроскопического решения (уравнение (13.64)) мы знаем, что далеко вверх по течению (где функция распределения падает экспоненциально) все частицы увлекаются обратно к ударному фронту. В то же время в области далеко вниз по течению (где распределение является пространственно однородным) некоторые частицы рассеиваются обратно к фронту, тогда как другие уносятся адвекцией в противоположную сторону.

Оценим долю частиц, пересекающих фронт и впоследствии убегающих без возврата. Поток частиц поперёк ударного фронта из области выше по течению в область ниже по течению в расчёте на 1 секунду

определяется выражением

$$\dot{n}_{cross} = 2\pi\bar{p}_2^2 \int_{-u_2/v_2}^1 |\bar{\mu}_1 v_2 + u_2| f_2(\bar{p}_2) d\bar{\mu}_2 = \frac{v}{4} \mathcal{N}_2, \quad (13.72)$$

тогда как скорость, с которой частицы убегают через удалённую границу области ниже по течению, можно представить в виде

$$\dot{n}_{esc} = 2\pi\bar{p}_2^2 \int_{-1}^1 (\bar{\mu}_1 v_2 + u_2) f_2(\bar{p}_2) d\bar{\mu}_2 = u_2 \mathcal{N}_2.$$

Отсюда вероятность убегания ( $P_{esc}$ ) в расчёте на 1 цикл составит

$$P_{esc} = \frac{\dot{n}_{esc}}{\dot{n}_{cross}} = \frac{4u_2}{v}. \quad (13.73)$$

Спектр для стационарного состояния можно вычислить из баланса полного числа частиц с импульсами больше  $\bar{p} + \Delta\bar{p}$ , пересекающих фронт в сторону области ниже по течению, и числом частиц, пересекающих фронт с импульсами больше  $\bar{p}$  за вычетом частиц, которые убегают без возврата, а именно

$$u_2 \int_{\bar{p}+\Delta\bar{p}}^{\infty} \dot{n}_{cross} d\bar{p}' = (1 - P_{esc}) u_2 \int_{\bar{p}}^{\infty} \dot{n}_{cross} d\bar{p}'.$$

Подставляя сюда выражения для  $\Delta\bar{p}_2$ ,  $\dot{n}_{cross}$  и  $P_{esc}$  из равенств (13.71)–(13.73), получим уравнение

$$\Delta u \mathcal{N}_2(\bar{p}) = 3u_2 \int_{\bar{p}}^{\infty} \mathcal{N}_2(\bar{p}') d\bar{p}',$$

которое имеет решение

$$\mathcal{N}_2 \sim \bar{p}^{-1-P_{esc}/(\Delta\bar{p}/\bar{p})} = \bar{p}^{2-s}, \quad s = \frac{3u_1}{u_1 - u_2}, \quad (13.74a, b)$$

в согласии с уравнениями (13.61) и (13.70).

Изложенная выше теория диффузионного ускорения на параллельной ударной волне применима также к косым ударным волнам (где течение плазмы и магнитное поле уже не вытянуты в одну линию с нормалью к фронту) при условии, что перенос частиц имеет диффузионный характер, иными словами, если скорость плазмы намного меньше скорости частиц, а анизотропия функции распределения мала ( $f^{(1)} \ll f^{(0)}$ ). Первое условие выполняется для нерелятивистских фронтов, однако второе может нарушаться, если дрейфовое ускорение является достаточно сильным.

Когда анизотропия велика, метод разложения по собственным функциям из предыдущего пункта можно легко адаптировать к данно-



му случаю при условиях, что диффузией поперёк поля можно пренебречь, функция распределения гиротропна и магнитный момент поперёк фронта сохраняется (Kirk и Neavens, 1989). К нашему удивлению, косые ударные фронты имеют тенденцию формировать более плоские спектры, чем параллельные фронты. Дрейфовое ускорение также может быть эффективным на косых ударных фронтах (Jokipii, 1982).

В случае медленных ударных фронтов диффузионное ускорение на ударных волнах не работает, так как магнитное поле уменьшается поперёк таких фронтов, и они не могут действовать в качестве магнитных зеркал для частиц в области выше по течению. Следовательно, можно полагать, что диффузионное ускорение не является эффективным в случае быстрого магнитного пересоединения, в котором участвуют медленные ударные волны. Однако, как отмечалось в п. 11.1.2, вытекающий поток плазмы в процессе пересоединения типа Петчека является сверхмагнитозвуковым по отношению к скорости быстрой волны (Подгорный и Сыроватский, 1981; Soward и Priest, 1982), так что любое препятствие, мешающее исходящему течению, будет приводить к генерации быстрой ударной волны. Предположения о том, что диффузионное ускорение на таких волнах могло бы быть существенным, уже выдвигались в прошлом (Forbes, 1986). Однако лишь недавно был выполнен количественный анализ (Tsuneta и Naito, 1998), который продемонстрировал, насколько эффективным мог бы быть такой процесс.

В совершенно симметричной конфигурации быстрая ударная волна, ограничивающая струю пересоединения, представляет собой перпендикулярную ударную волну. Поскольку геометрия перпендикулярных фронтов неблагоприятна для диффузионного ускорения, Tsuneta и Naito (1986) предположили, что в большинстве практических случаев указанная ударная волна является косой (а не перпендикулярной). Такое предположение представляется вполне разумным, так как любой градиент во внешнем магнитном поле в направлении вытекающей струи будет вызывать искривление силовых линий в вытекающем потоке плазмы (Vasyliunas, 1975). Численное моделирование часто обнаруживает, что такое искривление имеет место (см., например, рис. 7.9, 11.6 и 11.7). Более того, быстрый ударный фронт также будет косым, если сами пересоединяющиеся поля являются асимметричными, как это часто наблюдается (см., например, пересоединение на дневной стороне магнитопаузы).

Tsuneta и Naito (1998) отметили также, что получение энергии инжекции, достаточной для обеспечения эффективного ускорения на ударных волнах, вообще говоря, не представляет собой проблемы в случае граничной ударной волны, поскольку плазма, втекающая внутрь, уже была разогрета при её прохождении через медленные ударные фронты. Хотя Tsuneta и Naito (1998) об этом не упоминают, представляется вероятным также, что дрейфовый механизм Shimada и др. (1997) для медленных фронтов, образуемых при пересоединении

(п. 13.3.1), даёт дополнительный источник инжекции. Действительно, не исключено, что ускорение на быстром ударном фронте может быть геометрически связано с ускорением, происходящим вблизи медленных ударных фронтов, так как частицы, отражённые от быстрого фронта, в свою очередь, могут отражаться от медленных фронтов. Tsuneda and Naito (1998) пришли к заключению, что диффузионное ускорение на ударных волнах могло бы быть эффективным в областях пересоединения в солнечной короне, а также могло бы объяснить источники жёсткого рентгеновского излучения, наблюдаемые в этих областях.

### 13.4. Ускорение частиц в космосе

Частицы ускоряются повсюду в космосе, в различных средах, и в некоторых случаях магнитное пересоединение может быть прямо ответственным за ускорение. В предыдущих параграфах настоящей главы мы уже описали три главных механизма ускорения частиц (прямое ускорение, стохастическое ускорение и ускорение на ударных волнах). Там же были приведены иллюстративные примеры того, как эти механизмы работают в процессах пересоединения. Здесь мы представляем широкий обзор некоторых областей исследования, в которых эти механизмы были использованы.

**13.4.1. Космические лучи.** Атмосфера Земли бомбардируется частицами космических лучей с частотой около  $1000 \text{ м}^{-2}\text{с}^{-1}$  (см., например, Gaisser, 1990). Эти частицы представляют собой заряженные ядра, причём около 90% из них составляют протоны, 9% — альфа-частицы, а остальные — это более тяжёлые ядра. Наиболее важной характеристикой космических лучей является их высокая энергия. В спектре космических лучей преобладают релятивистские частицы, причём некоторые из них имеют ультрарелятивистские энергии, по крайней мере до  $10^{20}$  эВ (20 Дж). Откуда они приходят и какие механизмы ускоряют их до таких энергий?

Подавляющая часть космических лучей, по-видимому, приходит в Солнечную систему извне, но все-таки из области, не выходящей за пределы Млечного Пути. Они антикоррелируют с солнечной активностью, так как частицы космических лучей более эффективно выносятся из окрестностей Солнца в периоды, когда солнечный ветер имеет максимальную мощность. Низкоэнергичные частицы ( $\leq 100$  МэВ/нуклон) генерируются в основном внутри Солнечной системы, а частицы с энергией  $10^{10}$  эВ ускоряются во время солнечных вспышек и выбросов коронального вещества. Космические лучи самой высокой энергии, однако, имеют в галактическом магнитном поле значения гирорадиуса, превышающие размеры нашей Галактики, так что подобные частицы, вероятно, имеют внегалактическое происхождение (возможно, они генерируются релятивистскими граничными ударными волнами на концах галактических струй).

Основная часть космических лучей вплоть до энергий  $\sim 10^{15}$  эВ, как в общем принято считать, генерируется взрывными волнами от вспышек Сверхновых звёзд. Подобные явления представляют собой взрывы умирающих звёзд. В результате взрывов в межзвёздную среду Галактики примерно один раз в 50 лет выбрасывается энергия около  $10^{44}$  Дж ( $10^{51}$  эрг) (см., например, Axford, 1994). Чтобы объяснить наблюдаемую плотность их энергии, около 10 % этой энергии должно передаваться галактическим космическим лучам. Космические лучи имеют кинетические энергии от  $10^8$  до  $10^{20}$  эВ/нуклон. По данным наблюдений космогенных ядер, интенсивность протонов является изотропной и остаётся постоянной на геологической шкале времени ( $\approx 10^9$  лет). Протоны имеют степенной энергетический спектр в интервале энергий от  $10^{10}$  до  $10^{15}$  эВ/нуклон, а их дифференциальная плотность (уравнение (13.61)) описывается соотношением

$$\mathcal{N}(\bar{p}) \sim \bar{p}^{2-s},$$

где  $s = 4,71 \pm 0,05$ . Ниже  $10^{10}$  эВ интенсивность протонов модулируется Солнцем, тогда как выше  $10^{16}$  эВ крутизна спектра увеличивается (до  $s = 5$ ), а при энергии  $10^{19}$  эВ он снова становится более плоским. Плотность энергии космических лучей равна примерно  $10^{13}$  Дж/м<sup>3</sup> ( $10^{-12}$  эрг/см<sup>3</sup>  $\approx 1$  эВ/см<sup>3</sup>), что значительно превышает плотность энергии микроволнового фона или оптического излучения звёзд, но сравнимо с плотностью тепловой и магнитной энергий.

Наиболее убедительное объяснение того, каким образом происходит отбор энергии от Сверхновых и её канализация в космические лучи с энергиями ниже  $10^{14}$  эВ, можно дать на основе теории диффузионного ускорения на ударных волнах (п. 13.3.2). Чтобы объяснить наблюдения, теория была расширена с учётом эффекта временной зависимости ускорения от свойств ударной волны от Сверхновой (см., например, Axford, 1981; Schlikeiser, 1986a, 1986b; Drury, 1991). Связь уравнения переноса космических лучей с реалистичной гидродинамикой сначала была установлена с помощью автоматического гидродинамического решения, однако теперь эта связь получается методами численного моделирования. Кроме того, удалось вычислить реалистичный спектр ожидаемых космических лучей в предположении, что ускорение на ударной волне происходит во время так называемой автомодельной фазы Седова, когда энергия Сверхновой сохраняется и остаётся внутри ударного фронта. Эта фаза сопровождается адиабатическим расширением после того, как частицы покидают окрестности ударного фронта (см., например, Bogdan и Volk, 1983). Более того, эффекты от космических лучей удалось включить в момент количества движения и энергетику ударного фронта.

Как свидетельствуют разнообразные наблюдения, энергичные частицы могут генерироваться также в астрофизических струях и активных галактических ядрах (AGN). Яркие горячие пятна в струях двойных радиоисточников обнаруживают синхронное излучение электро-

нов, вращающихся в магнитном поле по спиралям и имеющих лоренц-факторы вплоть до  $10^6$ . Гамма-лучи с энергиями между 100 МэВ и 10 ГэВ от активных галактических ядер были зарегистрированы с помощью Compton Gamma Ray Observatory (и с энергиями порядка ТэВ — с помощью наземных черенковских телескопов, Watson, 1983). Эти гамма-лучи указывают на присутствие в источниках либо электронов с несколько большими энергиями, чем у гамма-лучей, либо протонов с гораздо большими энергиями.

Механизм ускорения для космических лучей с ультравысокой энергией вплоть до  $3 \cdot 10^{20}$  эВ остаётся пока загадкой. Некоторые авторы (например, Ostrowski, 1998) считают, что диффузионное ускорение на ударных волнах, порождаемых релятивистскими галактическими струями, можно модифицировать так, что удастся получить гораздо более высокие энергии, чем предполагали ранее. Другие предлагают более спекулятивные механизмы, такие, как распад сверхтяжёлой реликтовой частицы или чёрной дыры (Hillier, 1984). В последнем случае допускается, что определённую роль при этом могло бы играть магнитное пересоединение, хотя в настоящее время какие-либо свидетельства в пользу такого предположения отсутствуют.

**13.4.2. Солнечные вспышки и выбросы коронального вещества.** Солнечные вспышки разделяют на два основных класса: 1 — постепенные, эруптивные вспышки (§ 11.1), в которых ионы, наблюдаемые в виде космических лучей, вероятно ускоряются ударными волнами, возбуждаемыми выбросами коронального вещества (ВКВ); и 2 — импульсные вспышки (§ 11.2), которые имеют тенденцию оставаться компактными и генерируют рентгеновское и гамма-излучение (см., например, Priest, 1982). Вспышка этого последнего типа может генерировать широкий спектр излучений — от радио до гамма-лучей с энергией выше 1 ГэВ. Эти излучения включают непрерывный спектр микроволнового излучения и жёсткого рентгеновского/гамма-излучения, которые обусловлены синхротронной эмиссией и тормозным излучением, соответственно, субрелятивистских и релятивистских электронов; низкочастотное радиоизлучение плазмы; мягкое рентгеновское излучение от теплового тормозного континуума и атомных линий; видимое и ультрафиолетовое излучение от горячей тепловой плазмы; гамма-излучение в линиях от возбуждённых ядер, нейтронов и позитронов, генерированных при взаимодействии ионов с энергией  $>1$  МэВ с ядрами окружающей среды; непрерывный спектр гамма-лучей (с энергией  $>10$  МэВ) от распада пионов с испусканием гамма-лучей или от ультра-релятивистских электронов и позитронов.

Как уже отмечалось в § 11.1, крупномасштабные взрывы на Солнце связаны с выбросами коронального вещества (ВКВ) и взрывающимися протуберанцами. Если взрыв происходит в активной области, то возникает двухленточная солнечная вспышка. Но если взрыв происходит в спокойной области с гораздо более слабым магнитным полем, то в об-

щем случае вспышки не наблюдается. Большинство геоэффективных частиц, по-видимому, ускоряются на фронте ударной волны, которая формируется впереди ВКВ (Reames, 1990).

Обстоятельный обзор наблюдений по импульсным вспышкам и моделей ускорения большого количества частиц во вспышках был сделан Miller и др. (1997). Стандартная простая картина тесной связи между жёстким и мягким рентгеновским излучением вытекает из нетепловой модели толстой мишени (см., например, Emslie и др., 1981). В этой модели электроны ускоряются до энергий более 20 кэВ при высвобождении магнитной энергии в корональной части петель над активными областями или аркад, охватывающих значительную долю поверхности Солнца. Ускоренные электроны устремляются через корону вниз к более холодной хромосфере, излучая гиросинхротронное микроволновое радиоизлучение при движении по спиральям в корональном магнитном поле. В хромосфере они генерируют жёсткое тормозное рентгеновское излучение за счёт взаимодействия с протонами окружающей плазмы (и отдают при этом гораздо больше энергии электронам среды). Затем разогретая плазма выталкивается вверх благодаря испарению хромосферы и заполняет корональную петлю, где плазма в течение многих минут или часов испускает тепловое мягкое рентгеновское излучение (см., например, Antonucci и др., 1982). Одновременная регистрация испускания мягкого и жёсткого рентгеновского излучения из оснований корональных магнитных петель в хромосфере обеспечивает весомую поддержку рассматриваемой модели (см., например, Hudson и др., 1994).

По данным о спектрах жёсткого рентгеновского излучения энергии, до которых ускоряются электроны, достигают по крайней мере 100 кэВ (Dennis, 1988), а иногда, по данным о гамма-излучении, могут достигать 10 МэВ (если спектральный индекс  $s$  не превышает 1,5). Характерное время ускорения может составлять всего 0,15 с для электронов с энергией 100 кэВ, которые образуют узкие всплески (спайки) в жёстком рентгеновском излучении. При более высоких энергиях (10 МэВ) время ускорения, согласно данным о временных профилях гамма-излучения, составляет несколько секунд.

Расчётное число частиц, которые подверглись ускорению, зависит от выбора модели. В настоящее время принято считать, что хотя многие электроны являются нетепловыми (как в модели толстой мишени), некоторые из них могут быть сверхгорячими ( $\geq 10^8$  К), и поэтому они будут испускать тепловое жёсткое рентгеновское излучение гораздо более эффективным образом. Для образования каждого нетеплового спайка жёсткого рентгеновского излучения требуется ускорять примерно  $5 \cdot 10^{34}$  электронов за 1 секунду с суммарной энергией  $5 \cdot 10^{19}$  Дж/с ( $5 \cdot 10^{26}$  эрг/с), тогда как для всей вспышки нетепловая модель толстой мишени могла бы обеспечить  $10^{37}$  электронов в секунду при полной их энергии  $3 \cdot 10^{24}$  Дж ( $3 \cdot 10^{31}$  эрг). Для сравнения отметим, что в типичной корональной петле с площадью  $10^{14}$  м<sup>2</sup>, длиной  $10^7$  м

и плотностью  $10^{16} \text{ м}^{-3}$  содержится всего  $10^{37}$  электронов. Поэтому не исключено, что во время ускорения происходит пополнение электронов из хромосферы. Существование быстро меняющейся нетепловой компоненты, ответственной за рентгеновское излучение более высокой энергии (и быстро меняющееся излучение низкой энергии), вместе с более медленно нарастающей сверхгорячей тепловой компонентой при низких энергиях ( $\leq 30 \text{ кэВ}$ ), вытекает из баллонных наблюдений жёсткого рентгеновского излучения с высоким спектральным разрешением (Lin и др., 1981). Эти данные подкрепляются также изображениями источников по наблюдениям на спутнике Yohkoh, который обнаружил источники жёсткого рентгеновского излучения как в основаниях, так и в вершинах корональных петель во время вспышек, наблюдаемых вблизи лимба Солнца (Masuda, 1994).

Энергичные нетепловые ионы от солнечной вспышки или ВКВ регистрируются непосредственно путём прямых измерений в космическом пространстве или обнаруживаются косвенно по гамма-линиям, которые генерируются в области взаимодействия для модели толстой мишени (хромосфера и фотосфера). Во многих гамма-вспышках регистрируются ионы с энергией  $\sim 100 \text{ МэВ}$ , а в некоторых из них протоны ускоряются до энергий  $\sim 10 \text{ ГэВ}$  (Chupp, 1984; Ramaty и Murphy, 1987). Время ускорения составляет около 1 с. Число протонов с энергией выше  $30 \text{ МэВ}$  равно примерно  $3 \cdot 10^{31} \text{ с}^{-1}$ , что в сумме даёт около  $10^{32}$  протонов при типичной длительности вспышки 30 с. Соответствующие величины для протонов с энергией выше  $1 \text{ МэВ}$  равны  $10^{35} \text{ с}^{-1}$  и  $3 \cdot 10^{36}$  (Ramaty и др., 1995). Они содержат суммарную энергию около  $3 \cdot 10^{24} \text{ Дж}$  ( $3 \cdot 10^{31} \text{ эрг}$ ), что сравнимо с энергией нетепловых электронов (если опираться на модель толстой мишени), а также с магнитной энергией, содержащейся в кубе со стороной  $10^7 \text{ м}$  и магнитным полем  $0,1 \text{ Тесла}$  ( $1 \text{ килоГаусс}$ ).

Aschwanden и др. (1994, 1995, 1996, 1997) получили бесценные ключи к свойствам ускорительных механизмов из наблюдений жёсткого рентгеновского излучения и из сравнения с данными о радиовсплесках. Они использовали энергетические зависимости, полученные при наблюдениях жёсткого рентгеновского излучения, для того чтобы оценить время-пролётные расстояния между местом ускорения и точкой испускания жёсткой рентгеновской эмиссии. На основе этих данных они пришли к заключению, что область ускорения, вероятно, локализована в области каспа над вспышечной петлёй на высоте около  $10^4 \text{ км}$ . Наблюдения радиовсплесков III типа свидетельствуют о том, что плотность электронов в месте ускорения составляет  $10^{15} - 10^{16} \text{ м}^{-3}$ , причём эта величина меньше, чем плотность во вспышечной петле с мягким рентгеновским излучением, наблюдавшейся аппаратурой Yohkoh ( $(0,2 - 2,5) \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$ ). Эти авторы обнаружили также, что многие всплески жёсткого рентгеновского излучения коррелируют с радиовсплесками III типа, что, в свою очередь, указывает на присутствие двунаправленных пучков электронов. Они получили верхний предел

для длины ускорительной области (около 2000 км) и оценили время ускорения (около 4 мс) для радиоизлучающих электронов с энергией  $>5$  кэВ. Более того, в некоторых случаях осцилляции в радиоизлучении указывают на ускорение в пульсирующем режиме.

Чтобы объяснить свойства энергичных частиц от солнечных вспышек, были рассмотрены различные механизмы ускорения (Heyvaerts, 1981; Scholer, 1988b). Двумя наиболее важными механизмами являются: прямое ускорение электрическим полем в области пересоединения, которое очень быстро ускоряет частицы в малом объёме до высоких энергий, что позволяет естественным образом объяснить узкие всплески гамма-лучей и спайки жёсткого рентгеновского излучения; ускорение на ударной волне, которое стремится ускорить намного больше частиц, но более медленно, что, в свою очередь, может служить вероятным объяснением свойств главной фазы вспышки. Ниже мы кратко рассмотрим эти и другие механизмы.

Прежде всего, было выдвинуто предположение, что стохастическое ускорение волнами малой амплитуды (§ 13.2) может быть обусловлено резонансным взаимодействием волн и частиц, в котором частота волны с доплеровским сдвигом  $\omega - k_{\parallel}v_{dr}$  в системе ведущего центра частицы равна кратному значению гирочастоты  $\Omega$ . Например, так называемое время-пролётное торможение (Lee и Volk, 1975) благодаря резонансу с быстрыми МГД волнами оказывается крайне эффективным для ускорения электронов в условиях вспышки ( $B_0 = 0,05$  Тесла  $= 500$  Гаусс,  $n \approx 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $T \approx 3$  МК), где альфвеновская скорость сравнима с тепловой скоростью электронов (Miller и др., 1996). Этот механизм выглядит перспективным для объяснения спайков жёсткого рентгеновского излучения.

Другой механизм для ускорения вспышечных частиц — это стохастическое ускорение Ферми на быстрых волнах с большой амплитудой, которые генерируются во многих малых областях пересоединения (La Rosa и др., 1996). Альфвеновские волны, генерируемые при пересоединении и порождающие каскад коротких волн, были использованы для объяснения ускоренных ионов (Miller и Ramaty, 1992; Miller и Roberts, 1995). Обогащение теми или иными ионами может быть вызвано гирорезонансом частиц с электростатическими и электромагнитными волнами, частоты которых близки к циклотронной частоте иона (Fisk, 1978). Например, увеличение отношения  $^3\text{He}/^4\text{He}$  по сравнению с нормальным корональным значением  $5 \cdot 10^{-4}$  до величины 0,1–10 было объяснено Temerin и Roth (1992) и Литвиненко (1996b) с помощью электромагнитных ионно-циклотронных волн. Более того, волны нижнего гибридного резонанса позволяют объяснить радиоизлучение, однако они, по-видимому, непригодны для объяснения ускорения электронов в количестве, достаточном для генерации всплесков жёсткого рентгеновского излучения (Vlahos и др., 1982; McClements и др., 1993).



Ударные волны также являются естественными ускорителями частиц во вспышках и выбросах коронального вещества. Они присутствуют в области пересоединения (в виде медленных ударных волн) и в местах, где струя пересоединения встречается с окружающим магнитным полем (в виде быстрой ударной волны). Ударные волны также распространяются в разные стороны от места вспышки (в виде быстрых ударных волн), где они проявляются в форме волн Мортонна и радиовсплесков II типа. Дрейфовое ускорение электронов, по-видимому, играет важную роль в радиовсплесках II типа (Holman и Pesses, 1983). Диффузионное ускорение более вероятно на быстрых ударных волнах, а не на медленных фронтах, так как рассеивающие центры стремятся сходиться по направлению к фронту в системе отсчёта быстрой ударной волны, но не в системе отсчёта, связанной с медленным фронтом (Isenberg, 1986). Этот механизм оказывается пригодным для ускорения ионов вплоть до энергий  $\sim 100$  МэВ за время менее 1 с (Ellison и Ramaty, 1985). Кроме того Tsuneta и Naito (1998) предположили, что ускорение нетепловых электронов с энергией 20–200 кэВ происходит за время около 0,3–0,6 с на быстрой ударной волне в струе пересоединения ниже этой области. Как и во многих других механизмах, такие электроны могли бы формировать обычно наблюдаемую структуру с двумя источниками жёсткого рентгеновского излучения у основания пересоединяющихся силовых линий в хромосфере (рис. 11.14).

Прямое ускорение электронов электрическим полем в супер-дрейсеровских полях является очень естественным и эффективным механизмом, поскольку типичное электрическое поле при пересоединении составляет  $10^3$  В/м, по сравнению с полем Дрейсера порядка  $10^{-2}$  В/м. Темп ускорения зависит от величины компонент магнитного поля в пересоединяющем токовом слое. В присутствии поперечной компоненты величиной, скажем,  $10^{-4}$  Тесла (1 Гаусс) и продольной компоненты  $10^{-2}$  Тесла (100 Гаусс) частицы могли бы ускоряться до энергии 100 кэВ, тогда как более слабое поперечное поле позволило бы частицам приобрести более высокую энергию, прежде чем электроны путём дрейфа покинут слой (Martens, 1988; Martens и Young, 1990; Litvinenko, 1996a). Суб-дрейсеровские поля также были рассмотрены Holman (1995).

В п. 13.1.2 мы привели простую аргументацию, которая обычно использовалась для того, чтобы показать, что ускорение в простом токовом слое солнечной вспышки ограничено по числу электронов на уровне  $10^{30}$  с $^{-1}$ . Однако Martens (1988) понимал, что это значение занижено. Хотя число электронов, которые дрейфуют внутрь слоя вместе с силовыми линиями, обычно составляет  $4 \cdot 10^{35}$  с $^{-1}$ , реальное количество ускоренных частиц зависит от того, как долго отдельная частица будет находиться в токовом слое. Как мы уже видели (п. 13.1.6), поперечное магнитное поле стремится закрутить частицы и выбросить их из слоя прежде, чем они пройдут всю его длину. Таким образом, если электрическое поле равно, скажем, 300 В/м, то электрон с ти-



пичной энергией 30 кэВ подвергался бы ускорению лишь на отрезке длиной  $\sim 100$  м вдоль слоя (по сравнению с типичной длиной слоя  $\sim 100$  мегаметров в направлении вдоль лент двухленточной вспышки). Отсюда следует, что независимо от поперечного сечения токового слоя доля ускоренных частиц, проходящих через слой и обеспечивающих протекание тока, составляет всего  $10^{-6}$  от полного числа частиц, имеющих в рассматриваемом объёме. В результате Martens (1988) пришёл к выводу, что оценки, полученные для величин электрического тока, преобразуемой магнитной энергии и числа частиц во вспышке, являются вполне разумными.

До настоящего времени было выполнено мало работ, исследующих тонкую связь между крупномасштабной макроскопической магнитной гидродинамикой солнечной вспышки (§ 11.1 и 11.2) и микроскопической физикой плазмы в ускорительных процессах. Глобальное окружение (среда), внутри которого происходит ускорение частиц, создаётся МГД-процессами, которые, в свою очередь, подвержены воздействию микроскопических физических процессов; например, появления аномальной проводимости с определёнными значениями коэффициентов аномального переноса. Макрофизика и микрофизика объединяются также в процессе фрагментации, который был впервые отмечен de Jager и Jonge (1978) для жёсткого рентгеновского и микроволнового радиоизлучения, а впоследствии был исследован в спайках (Benz, 1985), в радиовсплесках III типа (Aschwanden и др., 1990) и в метровых спайках (Benz и др., 1996).

Были предложены три других макроскопических сценария, в которых предполагалось, что микроскопические эффекты должны быть рассчитаны более детально в будущем. Первый из них — это взрыв магнитной аркады и её последующее закрытие за счёт пересоединения для образования вспыхивающих петель (Tsuneta, 1995, 1996) и хромосферных лент, наблюдаемых в типичной эруптивной двухленточной вспышке (§ 11.1). В этом сценарии следовало бы развить перспективную идею Tsuneta и Naito (1998) об ускорении нетепловых электронов механизмом Ферми первого порядка на быстрой ударной волне ниже области пересоединения, а полученные результаты затем сравнить с прямым ускорением частиц электрическим полем и бетатронным ускорением в процессе сжатия петель (п. 11.1.2). Второй сценарий связан со взаимодействием путём пересоединения между отдельными корональными петлями, как это предлагается в модели всплывающего потока (п. 11.2.1). Третий сценарий опирается на фрагментацию энерговыделения в большом количестве малых токовых слоёв (Benz, 1985; Vlahos, 1989; Vlahos и др., 1995), хотя такой процесс мог бы также происходить и в каждом из первых двух сценариев.

В каждом из описанных сценариев имеют место следующие процессы: прямое ускорение электрическим полем, связанное с пересоединением; ускорение на ударных волнах (как вблизи места пересоединения, так и на быстрой ударной волне, которая распространяется наружу

от области первичного энерговыделения); стохастическое ускорение на турбулентности в месте (или местах) пересоединения и в струях, которые с ускорением отходят от области пересоединения. Важные вопросы, заслуживающие внимания в процессе развития более количественных моделей, сводятся к следующему: механизмы образования токовых нитей и степень такой филаментации; природа и детальные свойства обратных токов; эффективность ускорения и доля магнитной энергии, которая передаётся ускоряемым частицам.

**13.4.3. Ударные волны в солнечном ветре.** Сильные ударные волны формируются там, где сверхзвуковой солнечный ветер сталкивается с магнитосферой планеты (такой, как магнитосфера Земли) или тогда, когда разноскоростные потоки солнечного ветра сталкиваются друг с другом, так что оба процесса служат естественными ускорителями частиц в гелиосфере. На орбите Земли солнечный ветер обычно имеет плотность  $\sim 10^{-20}$  кг/м<sup>3</sup> ( $10^{-23}$  г/см<sup>3</sup>), концентрацию частиц  $\sim 10^7$  м<sup>-3</sup> ( $10$  см<sup>-3</sup>), температуру  $\sim 10^5$  К, скорость  $\sim 400$  км/с и магнитное поле  $3 \cdot 10^{-5}$  Гаусс. Размер земной головной ударной волны — около  $10^5$  км, что соответствует всего 30 ларморовским радиусам протона с энергией 10 кэВ и составляет  $\sim 10^{-10}$  от размера остатка Сверхновой, так что частицы могут легко убежать окольными путями прежде, чем они успеют ускориться до релятивистских энергий.

С помощью космических аппаратов были выполнены детальные измерения свойств частиц и полей в окрестности земной головной ударной волны. Принято считать, что энергичные пучки со скоростью около 1000 км/с в области выше по течению ускоряются дрейфовым механизмом на квазиперпендикулярном участке ударного фронта (п. 13.3.1), где магнитное поле почти тангенциально к фронту (Krauss-Varban и Burgess, 1991).

Вверх по течению в квазипараллельной части ударного фронта имеется совершенно изотропная компонента частиц с энергией 100 кэВ и ларморовскими радиусами, сравнимыми с длиной альфвеновских волн. Кроме того, пучками электронов здесь генерируются ленгмюровские волны и вистлеры, а сверхтепловыми протонами — ионно-акустические волны. Согласно Kennel и др. (1986), наилучшее описание диффузии ионов с энергией 10–100 кэВ вверх по течению относительно земной головной ударной волны даёт модель диффузионного ускорения на ударной волне, развитая Lee (1982).

Сверхтепловые частицы с энергиями 0,5–10 МэВ также были обнаружены в межпланетном пространстве, и их часто связывают с ударными волнами. Некоторые из этих волн представляют собой коротящие взаимодействующие области, где высокоскоростные потоки солнечного ветра подхватывают низкоскоростные потоки. Другие являются бегущими межпланетными ударными волнами (события с энергичными частицами магнитной бури), которые генерируются солнечными вспышками или выбросами коронального вещества (Lee, 1983).

Наконец, принято считать, что солнечный ветер должен замедляться межзвёздной средой на граничной ударной волне на расстоянии около 85 а.е. от Солнца. Эта волна может быть ответственной за ускорение диффузионным механизмом (п. 13.3.2) частиц аномальной компоненты космических лучей. Частицы этой компоненты имеют энергию до 100 МэВ и занимают промежуточный энергетический интервал между нормальными частицами гелиосферы и галактическими космическими лучами.

**13.4.4. Магнитосферы планет.** Детальные наблюдения были выполнены также во время магнитосферных суббурь (§ 10.5) для частиц, ускоренных в авроральной зоне, в полярной шапке, в областях каспов и в геомагнитном хвосте (Lopez и Baker, 1994; Williams, 1997; Onsager и Lockwood, 1997; Baker и др., 1998). В этих областях прямое ускорение электрическим полем за счёт продольных электрических полей, связанных с трёхмерным магнитным пересоединением (§ 13.1), может играть важную роль. Ускорение частиц является также отличительной особенностью магнитных бурь (§ 10.5), во время которых ускоряются как ионы солнечного ветра, так и ионы земного происхождения, с последующим формированием кольцевого тока во внутренней магнитосфере (см., например, Daglis и др., 1997).

Магнитосфера, таким образом, является очень сложной системой, в которой работают разнообразные механизмы ускорения, включая ударные волны, пересоединение, электрические поля нейтрального слоя, конвективные электрические поля, порождаемые флуктуирующими электрическими и магнитными полями, авроральные параллельные электрические поля и различные локальные процессы «волна–частица» (Cornwall, 1986; Bryant, 1999). Более того, магнитосферы других планет обнаруживают явные свидетельства ускорения частиц в авроральных областях, магнитных хвостах и экваториальных районах за счёт электрических полей, взаимодействий «волна–частица» и магнитной накачки (Möbius, 1994).

Главная проблема — ускорение частиц во время магнитосферной суббури (§ 10.5) — была недавно решена Birn и др. (1996, 1997, 1998). Эти авторы, прежде всего, развили трёхмерную численную модель поведения геомагнитного хвоста в МГД-приближении при наличии чисто омического сопротивления. Из модели видно, как хвост становится неустойчивым и образует тонкий слой с последующим пересоединением на расстоянии около 20 земных радиусов  $R_e$  вниз вдоль хвоста. Именно этот тонкий токовый слой порождает аномальное сопротивление за счёт генерированных током неустойчивостей и в конечном счёте создаёт условия для последующего пересоединения. Затем формируется плазмонд, который выбрасывается вдоль хвоста способом, показанным на рис. 10.12. Одновременно с этим образуется токовый клин суббури внутри хвоста (рис. 10.13) и наступает ключевой момент суббури, называемый диполяризацией, когда пересоединяющиеся

силовые линии, имевшие вытянутую форму на фазе роста, быстро устремляются к Земле, подобно пружине, и возвращаются к более дипольной конфигурации. Подобный процесс наблюдается также в солнечных вспышках, где его называют стягиванием петель (§ 11.12).

Что касается нетепловых частиц, было естественным полагать, что они ускоряются на линии пересоединения, находящейся на расстоянии  $20R_e$ . Однако такое предположение встречается с двумя трудностями. Во-первых, быстрые частицы с энергией выше 20 кэВ наблюдаются ближе к Земле по сравнению с указанным расстоянием, а именно на расстояниях  $7 \div 10R_e$ . Во-вторых, у этих частиц отсутствует дисперсия по скоростям, т.е. частицы всех энергий регистрируются одновременно. Между тем, если бы они были ускорены на расстоянии  $20R_e$ , они проявляли бы дисперсию, причём более быстрые частицы достигали бы расстояния  $7 \div 10R_e$  первыми. Решение этой дилеммы было достигнуто благодаря выполнению трёх расчётных работ: (1) МГД-моделирование, которое показало, что наиболее сильные электрические поля поперёк хвоста (вплоть до 20 мВ/м) возникают не на линии пересоединения, а в области диполяризации за счёт магнитной индукции, когда силовые линии быстро перемещаются; (2) расчёты с пробными протонами, в которых воспроизводились наблюдаемые бездисперсионные потоки ионов с энергиями  $>20$  кэВ; и (3) расчёты ускорения электронов в зависящем от времени приближении ведущего центра (13.1.4), которые объяснили наблюдаемые свойства электронов в диапазоне энергий от 100 эВ до 1 МэВ. Механизм, ускоряющий частицы до более высоких энергий, чем это возможно при дрейфе в поле  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ , связанном с массовым МГД-течением, — это отчасти прямое ускорение электрическим полем на линии пересоединения. Однако по большей части — это бетатронное ускорение при зеркальном отражении частиц в области, где силовые линии упруго возвращаются к Земле.

## Список литературы

- (Acton, 1996) Acton L.W. Comparison of Yohkoh X-ray and other solar activity parameters for November 1991 to November 1995 // *Cool Stars, Stellar Systems and the Sun* / Ed. by R. Pallavicini, A.K. Dupree. 1996. V. 109. P. 45–54.
- (Acton, 1992) Acton L.W., Feldman U., Bruner M.E. *et al.* The morphology of 20 MK plasma in large non-impulsive solar flares // *Publ. Astron. Soc. Japan*. V. 44. P. L71–L75.
- (Akasofu, 1968) Akasofu S.-I. *Polar and Magneto spheric Substorms*. — Dordrecht: Reidel, 1968.
- (Alekseyev, 1983) Alekseyev I.I., Belen'kaya Y.S. Electric field in an open model of the magnetosphere // *Geomagn. Aeron.* 1983. V. 23. P. 57–61.
- (Alfvén, 1943) Alfvén H. On sunspots and the solar cycle // *Ark. f. Mat. Ast. Fys.* 1943. V. 29A. P. 1–17.
- (Altyntsev, 1986) Altyntsev A.T., Bardakov V.M., Krasov V.L. *et al.* Laboratory simulation of energy release in solar flares // *Solar Phys.* 1986. V. 106. P. 131–145.
- (Altyntsev, 1989) Altyntsev A.T., Krasov V.L., Lebedev N.V. *et al.* Dissipation of magnetic energy on merging of current fibers // *Sov. Phys. JETP*. 1989. V. 96. P. 1243–1251.
- (Altyntsev, 1990) Altyntsev A.T., Lebedev N.V., Strokin N.A. Ion acceleration in a quasi-neutral current sheet // *Planet. Space Sci.* 1990. V. 38. P. 751–763.
- (Aly, 1984) Aly J.J. On some properties of force-free magnetic fields in infinite regions of space // *Astrophys. J.* 1984. V. 283. P. 349–362.
- (Aly, 1991) Aly J.J. How much energy can be stored in a three-dimensional force-free field? // *Astrophys. J.* 1991. V. 375. P. L61–L64.
- (Aly, 1994) Aly J.J. Asymptotic formation of a current sheet in an indefinitely sheared force-free field: an analytical example // *Astron. Astrophys.* 1994. V. 288. P. 1012–1020.
- (Aly, 1989) Aly J.J., Amari T. Current sheets in two-dimensional potential magnetic fields. 1. General properties // *Astron. Astrophys.* 1989. V. 221. P. 287–294.
- (Amari, 1990) Amari T., Aly J.J. Extended massive current sheets in a two-dimensional constant-? force-free field: a model for quiescent prominences // *Astron. Astrophys.* 1990. V. 231. P. 213–220.
- (Amari, 1996) Amari T., Luciani J.F., Aly J.J., Tagger M. Plasmoid formation in a single sheared arcade and application to coronal mass ejections // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 306. P. 913–923.

- (Ambrosiano, 1988) Ambrosiano J.J., Matthaeus W.H., Goldstein M.L., Plante D. Test particle acceleration in turbulent reconnecting magnetic fields // *J. Geophys. Res.* 1988. V. 93. P. 14383–14400.
- (Andersen, 1969) Andersen O.A., Kunkel W.B. Tubular pinch and tearing instability // *Phys. Fluids.* 1969. V. 12. P. 2009–2018.
- (Anderson, 1993) Anderson C., Priest E.R. Time-dependent magnetic annihilation at a stagnation point // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 19395–19407.
- (Antiochos, 1982) Antiochos S.K., Sturrock P.A. The cooling and condensation of flare coronal plasma // *Astrophys. J.* 1982. V. 254. P. 343–348.
- (Antonucci, 1982) Antonucci E., Gabriel A.H., Acton L.W. *et al.* Impulsive phase of flares in soft X-ray emission // *Solar Phys.* 1982. V. 78. P. 107–123.
- (Appenzeller, 1990) Appenzeller I. T-Tauri stars and flare stars - Common properties and differences // *Flare Stars in Star Clusters, Associations and the Solar Vicinity*, IAU Symp. 137 / Ed. by L.V. Mirzoyan, B.R. Pettersen, M.K. Tsvetkov. — Dordrecht: Kluwer, 1990. P. 209–212.
- (Arendt, 1988) Arendt U., Schindler K. On the existence of three-dimensional magnetohydrostatic equilibria // *Astron. Astrophys.* 1988. V. 204. P. 229–234.
- (Arnol'd, 1974) Arnol'd V.I. The asymptotic Hopf invariant and its applications // *Sel. Math. Sov.* 1974. V. 5. P. 327–345.
- (Arnoldy, 1971) Arnoldy R.L. Signatures in the interplanetary medium for substorms // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 76. P. 5189–5201.
- (Arnoldy, 1968) Arnoldy R.L., Kane S.R., Winkler J.R. The observation of 10–50 keV solar flare particles // *Structure and Development of Solar Active Regions*, IAU Symp. 35 / Ed. by K.O. Kiepenheuer. — Dordrecht: Reidel, 1968. P. 490–509.
- (Arrowsmith, 1990) Arrowsmith D.K., Place C.M. *An Introduction to Dynamical Systems*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1990.
- (Aschwanden, 1997) Aschwanden M.J., Benz A.O. Electron densities in solar flare loops, chromospheric evaporation upflows and acceleration sites // *Astrophys. J.* 1997. V. 480. P. 825–839.
- (Aschwanden, 1990) Aschwanden M.J., Schwartz R.A., Benz A.O. *et al.* Flare fragmentation and type III productivity in the 1980 June 27 flare // *Solar Phys.* 1990. V. 130. P. 39–55.
- (Aschwanden, 1994) Aschwanden M.J., Benz A.O., Dennis B.R., Kundu M.R. Pulsed acceleration in solar flares // *Astrophys. J. Suppl.* 1994. V. 90. P. 631–638.
- (Aschwanden, 1995) Aschwanden M.J., Benz A.O., Dennis B.R., Schwartz R.A. Solar electron beams detected in hard X-rays and radio waves // *Astrophys. J.* 1995. V. 455. P. 347–365.
- (Aschwanden, 1996) Aschwanden M.J., Wills M.J., Hudson H.S. *et al.* Electron time-of-flight distances and flare loop geometries compared from CGRO and YOHKOH observations // *Astrophys. J.* 1996. V. 468. P. 398–417.
- (Ashour-Abdalla, 1990) Ashour-Abdalla M., Berchem J., Bchner J., Zelenyi L.M. Chaotic scattering and acceleration of ions in the earth's magnetotail // *Geophys. Res. Lett.* 1990. V. 17. P. 2317–2320.

- (Ashour-Abdalla, 1991) Ashour-Abdalla M., Berchem J., Biichner J. Large- and small-scale structures in the plasma sheet: A signature of chaotic motion and resonance effects // *Geophys. Res. Lett.* 1991. V. 18. P. 1603–1606.
- (Astrm, 1958) Astrm E. Electron orbits in hyperbolic magnetic fields // *Tellus.* 1958. V. 8. P. 260–267.
- (Aubrey, 1970) Aubrey M.P., Russell C.T., Kivelson M.G. Inward motions of the magnetopause before a substorm // *J. Geophys. Res.* 1970. V. 75. P. 7018–7031.
- (Axford, 1967) Axford W.I. Magnetic storm effects associated with the tail of the magnetosphere // *Space Sci. Rev.* 1967. V. 7. P. 149–157.
- (Axford, 1981) Axford W.I. Acceleration of cosmic rays by shock waves // *Proc. 17th Int. Conf. Cosmic Rays.* 1981. V. 12. P. 155–203.
- (Axford, 1984) Axford W.I. Magnetic field reconnection // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas*, Geophys. Monograph 30 / Ed. by E. W. Hones. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 1–8.
- (Axford, 1994) Axford W.L. The origins of high-energy cosmic rays // *Astrophys. J. Suppl.* 1994. V. 90. P. 937–944.
- (Axford, 1961) Axford W.L., Hines C.O. A unifying theory of high-latitude geophysical phenomena and magnetic storms // *Can. J. Phys.* 1961. V. 39. P. 1433–1464.
- (Axford, 1996) Axford W.L., McKenzie J.F. Implications of observations of the solar wind and corona for solar wind models // *Astrophys. Space Sci.* 1996. V. 243. P. 1–3.
- (Axford, 1977) Axford W.L., Leer E., Skadron G. The acceleration of cosmic rays by shock waves // *Proc. 15th Int. Cosmic Ray Conf.* 1977. V. 11. P. 132–137.
- (Aydemir, 1989) Aydemir A.Y., Wiley J.C., Ross D.W. Toroidal studies of sawtooth oscillations in tokamaks // *Phys. Fluids B.* 1989. V. 1. P. 774–787.
- (Bajer, 1990) Bajer K. Flow Kinematics and Magnetic Equilibria, PhD thesis. — Cambridge: Cambridge Univ., 1990.
- (Baker, 1984) Baker D.A. The role of magnetic reconnection phenomena in the reversed field pinch // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas*, Geophys. Monograph 30 / Ed. by E. W. Hones. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 332–340.
- (Baker, 1997) Baker D.N., Pulkkinen T.I., Hesse M., McPherron R.L. A quantitative assessment of energy storage and release in the magnetotail // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 102. P. 7159–7168.
- (Baker, 1998) Baker D.N., Li X., Blake J.B., Kanekal S. Strong electron acceleration in the Earth's magnetosphere // *Adv. Space Res.* 1998. V. 21. P. 609–613.
- (Baldwin, 1972) Baldwin P., Roberts P.H. On resistive instabilities // *Phil. Trans. Roy. Soc. Land.* 1972. V. 272. P. 303–330.
- (Barnes, 1972) Barnes C.W., Sturrock P.A. Force-free magnetic field structures and their role in solar activity // *Astrophys. J.* 1972. V. 174. P. 659–670.
- (Batchelor, 1967) Batchelor G.K. *An Introduction to Fluid Dynamics.* — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1967.
- (Bateman, 1978) Bateman G. *MHD Instabilities.* — Cambridge, USA: MIT Press, 1978.



- (Baty, 1992) Baty H., Luciani J.F., Bussac M.N. Asymmetric reconnection and stochasticity in tokamaks // *Nuclear Fusion*. 1992. V. 32. P. 1217–1223.
- (Baum, 1976) Baum P.J., Bratenahl A. Laboratory solar flare experiments // *Solar Phys.* 1976. V. 47. P. 331–344.
- (Baum, 1977) Baum P.J., Bratenahl A. On reconnection experiments and their interpretation // *J. Plasma Phys.* 1977. V. 18. P. 257–272.
- (Baum, 1980) Baum P.J., Bratenahl A. Magnetic reconnection experiments // *Adv. Electronic Phys.* 1980. V. 54. P. 1–67.
- (Bell, 1978) Bell A.R. The acceleration of cosmic rays in shock fronts // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1978. V. 182. P. 147–156.
- (Benedetti, 1995) Benedetti M.D., Pegoraro F. Resistive modes at a magnetic X-point // *Plasma Phys. Control Fusion*. 1995. V. 37. P. 103–116.
- (Bentley, 1994) Bentley R.D., Doschek G.A., Simnett G.M. *et al.* The correlation of solar flare hard X-ray bursts with doppler blue-shifted soft X-ray flare emission // *Astrophys. J.* 1994. V. 421. P. L55–L58.
- (Benz, 1985) Benz A.O. Radio spikes and the fragmentation of flare energy release // *Solar Phys.* 1985. V. 96. P. 357–370.
- (Benz, 1993) Benz A.O. *Plasma Astrophysics*. — Dordrecht: Kluwer, 1993.
- (Benz, 1996) Benz A.O., Csillaghy A., Aschwanden M.J. Metric spikes and electron acceleration in the solar corona // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 309. P. 291–300.
- (Berger, 1984) Berger M.A. Rigorous new limits on magnetic helicity dissipation in the solar corona // *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 1984. V. 30. P. 79–104.
- (Berger, 1986) Berger M.A. Topological invariants of field lines rooted to planes // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*. 1986. V. 34. P. 265–281.
- (Berger, 1988) Berger M.A. An energy formula for non-linear force-free magnetic fields // *Astron. Astrophys.* 1988. V. 201. P. 355–361.
- Berger (1991a) Berger M.A. Generation of coronal magnetic fields by random surface motions // *Astron. Astrophys.* 1991. V. 252. P. 369–376.
- Berger (1991b) Berger M.A. Third-order braid invariants // *J. Phys. A*. 1991. V. 24. P. 4027–4036.
- (Berger, 1993) Berger M.A. Energy-crossing number relations for braided magnetic fields // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 70. P. 705–708.
- (Berger, 1998) Berger M.A. Magnetic helicity and filaments // *New Perspectives on Solar Prominences*, IAU Colloq. 167 / Ed. by D. Webb, B. Schmieder, D. Rust. — San Francisco: Astron. Soc. Pacific, 1998. P. 102–111.
- (Berger, 1984) Berger M.A., Field G.B. The topological properties of magnetic helicity // *J. Fluid Mech.* 1984. V. 147. P. 133–148.
- (Berghmans, 1998) Berghmans D., Clette F., Moses D. Quiet-Sun EUV transient brightenings and turbulence // *A Cross-roads for European Solar and Heliospheric Physics* / Ed. by E.R. Priest, F. Moreno-Insertis, R.A. Harris. (ESA SP-417, Noordwijk). P. 229–234.
- (Besser, 1990) Besser P.B., Biernat H.I.C., Rijnbeek R.P. Planar MHD stagnation-point flows with velocity shear // *Planet. Space Sci.* 1990. V. 38. P. 411–418.



- (Bhattacharjee, 1982) Bhattacharjee A., Dewar R.L. Energy principle with global invariants // *Phys. Fluids*. 1982. V. 25. P. 887–897.
- (Bhattacharjee, 1980) Bhattacharjee A., Dewar R.L., Monticello D. Energy principle with global invariants for toroidal plasmas // *Phys. Rev. Lett.* 1980. V. 45. P. 347–350.
- (Bhattacharjee, 1983) Bhattacharjee A., Brunei F., Tajima T. Magnetic reconnection driven by the coalescence instability // *Phys. Fluids*. 1983. V. 26. P. 3332–3337.
- (Biermann, 1951) Biermann L. Kometenschweife und solare Korpuskularstrahlung // *Z. Astrophys.* 1951. V. 29. P. 274–286.
- (Biernat, 1987) Biernat H.K., Heyn M.F., Semenov V.S. Unsteady Petschek reconnection // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92. P. 3392–3396.
- (Biernat, 1998) Biernat H.K., Semenov V.S., Rijnbeek R.P. Time-dependent 3D Petschek-type reconnection: A case study for magnetopause conditions // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103. P. 4693–4706.
- (Birn, 1991) Birn J. The geomagnetic tail // *Rev. Geophys. Suppl.* 1991. V. 29. P. 1049–1065.
- (Birn, 1990) Birn J., Hesse M. The magnetic topology of a plasmoid flux rope in an MHD simulation of magnetotail reconnection // *Physics of Magnetic Flux Ropes*, *Geophys. Monograph* 58 / Ed. by C.T. Russell, E.R. Priest, L.C. Lee. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1990. P. 655–661.
- (Birn, 1981) Birn J., Hones E.W. Jr. 3D computer modelling of dynamic reconnection in the geomagnetic tail // *J. Geophys. Res.* 1981. V. 86. P. 6802–6808.
- (Birn, 1989) Birn J., Hesse M., Schindler K. Filamentary structure of a three-dimensional plasmoid // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94. P. 241–251.
- (Birn, 1996) Birn J., Hesse M., Schindler K. MHD simulations of magnetotail dynamics // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 12939–12954.
- (Birn, 1997) Birn J., Thomsen M.F., Borovsky J.E. *et al.* Substorm ion injections: Geosynchronous observations and test particle orbits in three-dimensional dynamic MHD fields // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 102. P. 2325–2341.
- (Birn, 1998) Birn J., Thomsen M.F., Borovsky J.E. *et al.* Substorm electron injections: geosynchronous observations and test particle simulations // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103. P. 9235–9248.
- (Biskamp, 1982) Biskamp D. Effect of secondary tearing instability on the coalescence of magnetic islands // *Phys. Lett.* 1982. V. 87A. P. 357–360.
- (Biskamp, 1986) Biskamp D. Magnetic reconnection via current sheets // *Phys. Fluids*. 1986. V. 29. P. 1520–1531.
- (Biskamp, 1994) Biskamp D. *Nonlinear Magnetohydrodynamics*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1994.
- (Biskamp, 1989) Biskamp D., Welter H. Dynamics of decaying 2D MHD turbulence // *Phys. Fluids B*. 1989. V. 1. P. 1964–1979.
- (Blanchard, 1996) Blanchard G.T., Lyons L.R., de la Beaujardiere, O., Doe, R.A., and Mendillo, M. Measurement of the magnetotail reconnection rate // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 15265–15276.

- (Blanchard, 1997) Blanchard G.T., Lyons L.R. de la Beaujardière, O. Magnetotail reconnection rate during magnetospheric substorms // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. P. 14303–14312.
- (Blandford, 1987) Blandford R.D., Eichler D. Particle acceleration at astrophysical shocks: a theory of cosmic ray origin // Phys. Rep. 1987. V. 154. P. 1–75.
- (Blandford, 1978) Blandford R.D., Ostriker J.P. Supernova shock acceleration of the cosmic rays in the galaxy // Astrophys. J. 1978. V. 237. P. 793–808.
- (Block, 1973) Block L.P. The magnetosphere // Cosmical Geophysics / Ed. by A. Egeland, O. Holter, and A. Omholt. — Oslo: Scandinavian Univ. Books. — 1973 p. 103–119.
- (Bobrova, 1979) Bobrova N., Syrovatsky S.I. Singular lines of one-dimensional force-free magnetic fields // Solar Phys. 1979. V. 61. P. 379–387.
- (Bobrova, 1980) Bobrova N., Syrovatsky S.I. Dissipative instability of a 1D force-free magnetic field // Sov. J. Plasma. Phys. 1980. V. 6. P. 1–3.
- (Bogdan, 1983) Bogdan T.J., Volk H.J. Onion-shell model of cosmic ray acceleration in supernova remnants // Astron. Astrophys. 1983. V. 122. P. 129–136.
- (Bogdan, 1991) Bogdan T.J., Lee M.A., Schneider P. Coupled quasi-linear wave damping and stochastic acceleration of pickup ions in the solar wind // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 161–178.
- (Braginsky, 1965) Braginsky S.I. Transport processes in a plasma // Rev. Plasma Phys. 1965. V. 1. P. 205–311.
- (Brandenburg, 1994) Brandenburg A., Zweibel E.G. The formation of sharp structures by ambipolar diffusion // Astrophys. J. 1994. V. 427. P. L91–L94.
- (Brandenburg, 1995) Brandenburg A., Zweibel E.G. Effects of pressure and resistivity on the ambipolar diffusion singularity: too little, too late // Astrophys. J. 1995. V. 448. P. 734–741.
- (Brandenburg, 1996) Brandenburg A., Nordlund A., Stein R.F., Torkelsson U. The disk accretion rate for dynamo-generated turbulence // Astrophys. J. 1996. V. 458. P. L45–L48.
- (Bratenahl, 1976) Bratenahl A., Baum P.J. On flares, substorms and the theory of impulsive transfer events // Solar Phys. 1976. V. 47. P. 345–360.
- (Bratenahl, 1970) Bratenahl A., Yeates C.M. Experimental study of magnetic flux transfer at the hyperbolic neutral point // Phys. Fluids. 1970. V. 13. P. 2696–2709.
- (Brown, 1999) Brown D.S., Priest E.R. Topological bifurcations of 3D magnetic fields // Proc. Roy. Soc. Lond., in press.
- (Brown, 1999) Brown M.R., Canfield R.C., Pevtsov A.A. *Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*, Geophys. Monograph 111. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1999.
- (Browning, 1992) Browning P.K. Energy relations in reconnection // Magnetic Reconnection in Physics and Astrophysics / Ed. by P. Maltby. — Oslo: Univ. of Oslo, 1992. P. 177–190.
- (Browning, 1986) Browning P.K., Sakurai T., Priest E.R. Coronal heating in closely-packed flux tubes: a Taylor-Heyvaerts relaxation theory // Astron. Astrophys. 1986. V. 158. P. 217–227.

- (Browning, 1992) Browning P.K., Cunningham G., Gee S.J., Gibson K.J. al-Karkhy, A., Kitson, D.A., Martin, R., and Rusbridge, M.G. Power flow in a gun-injected spheromak plasma // *Phys. Rev. Lett.* 1992. V. 68. P. 1718–1721.
- (Bruch, 1992) Bruch A. Flickering in cataclysmic variables: its properties and origins // *Astron. Astrophys.* 1992. V. 266. P. 237–265.
- (Brueckner, 1983) Brueckner G.E., Bartoe J.D.F. Observations of high-energy jets in the corona above the quiet Sun, the heating of the corona, and the acceleration of the solar wind // *Astrophys. J.* 1983. V. 272. P. 329–348.
- (Bruhwiler, 1992) Bruhwiler D.L., Zweibel E.G. Energy spectrum of particles accelerated near a magnetic X-line // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 10825–10830.
- (Brunei, 1982) Brunei F., Tajima T., Dawson J.M. Fast magnetic reconnection processes // *Phys. Rev. Lett.* 1982. V. 49. P. 323–326.
- (Bruning, 1987) Bruning D.H., Chenoweth R.E. Jr., and Marcy, G.W. Magnetic fields on K and M dwarfs // *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun* / Ed. by J.L. Linsky, R.E. Stencel. — Berlin: Springer-Verlag, 1987. P. 36–37.
- (Brushlinskii, 1980) Brushlinskii K.V., Zaborov A.M., Syrovatsky S.I. Numerical analysis of the current sheet near a magnetic null line // *Sov. J. Plasma Phys.* 1980. V. 6. P. 165–173.
- (Bryant, 1999) Bryant D.A. *Electron Acceleration in the Aurora and Beyond*. — Bristol: Inst. of Phys., 1999.
- (Buchner, 1989) Buchner J., Zelenyi L.M. Regular and chaotic charged particle motion in magnetotail-like field reversals. 1. Basic theory of trapped motion // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94. P. 11821–11842.
- (Buchner, 1991) Buchner J., Zelenyi L.M. Regular and chaotic particle motion in sheared magnetic field reversals // *Adv. Space Res.* 1991. V. 11. P. 177–182.
- (Bulanov, 1992) Bulanov S.V., Frank A.G. An approach to the experimental study of magnetic reconnection in three-dimensional magnetic configurations // *Sov. J. Plasma Phys.* 1992. V. 18. P. 797–799.
- (Bulanov, 1984) Bulanov S.V., Olshanetsky M.A. Magnetic collapse near zero points of the magnetic field // *Phys. Lett.* 1984. V. 100A. P. 35–38.
- (Bulanov, 1976) Bulanov S.V., Sasorov P.V. Energy spectrum of particles accelerated in the neighborhood of a neutral line // *Sov. Astron.* 1976. V. 19. P. 464–468.
- (Bulanov, 1978) Bulanov S.V., Syrovatsky S.I., Sakai J. Stabilising influence of plasma flow on dissipative tearing instability // *Sov. Phys. JETP Lett.* 1978. V. 28. P. 177–179.
- (Bulanov, 1979) Bulanov S.V., Sakai J., Syrovatsky S.I. Tearing-mode instability in approximately steady MHD configurations // *Sov. J. Plasma Phys.* 1979. V. 5. P. 157–163.
- (Bulanov, 1990) Bulanov S.V., Shasharina S.G., Pegoraro F. MHD modes near the X-line of a magnetic configuration // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 1990. V. 32. P. 377–389.
- (Bungey, 1995) Bungey T.N., Priest E.R. Current sheet configurations in potential and force-free fields // *Astron. Astrophys.* 1995. V. 293. P. 215–224.

- (Bungey, 1996) Bungey T.N., Titov V.S., Priest E.R. Basic topological elements of coronal magnetic fields // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 308. P. 233–247.
- (Burm, 1988) Burm H., Kuperus M. Accretion disk corone and the contribution to angular momentum transport in the disk // *Astron. Astrophys.* 1988. V. 192. P. 165–169.
- (Byrne, 1995) Byrne P.B. Flares in late-type stars, UV // *Flares and Flashes, IAU Colloq.* 151 / Ed. by J. Greiner, H.W. Duerbeck, R.E. Gershberg. — Berlin: Springer, 1995. P. 137–145.
- (Byrne, 1996) Byrne P.B., Eibe M.T., Rolleston W.R.J. Cool prominences in the corona of the rapidly rotating dMe star HK Aquarii // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 311. P. 651–660.
- (Cameron, 1995) Cameron A.C. New limits on starspot lifetimes for AB Doradus // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1995. V. 275. P. 534–544.
- (Cameron, 1996) Cameron A.C. Stellar prominences // *Stellar Surface Structure, IAU Symp.* 176 / Ed. by K.G. Strassmeier, J.L. Linsky. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 449–460.
- (Cameron, 1994) Cameron A.G.W. Astrophysical processes contributing to the formation of meteoritic components // *Meteoritics.* 1994. V. 29. P. 454.
- (Canfield, 1980) Canfield R.C., Cheng C.-C., Dere K.P. *et al.* Jr., Schmahl, E.J., and Schoolman, S.A. Radiative energy output of the 5 September 1973 flare // *Solar Flares: A Monograph from the Skylab Solar Workshop II* / Ed. by P.A. Sturrock. — Boulder: Colorado Assoc. Univ. Press, 1980. P. 451–469.
- (Canfield, 1996) Canfield R.C., Reardon K.P., Leka K.D. *et al.* Ha surges and X-ray jets in AR7260 // *Astrophys. J.* 1996. V. 464. P. 1016–1029.
- (Caramana, 1983) Caramana E.J., Nebel R.A., Schnack D.D. Nonlinear, single helicity magnetic reconnection in the reversed-field pinch // *Phys. Fluids.* 1983. V. 26. P. 1305–1319.
- (Cargill, 1982) Cargill P.J., Priest E.R. Slow shock heating and the Kopp-Pneuman model for post-flare loops // *Solar Phys.* 1982. V. 76. P. 357–375.
- (Cargill, 1995) Cargill P.J., Mariska J.T., Antiochos S.K. Cooling of solar flare plasmas. I. Theoretical considerations // *Astrophys. J.* 1995. V. 439. P. 1034–1043.
- (Carmichael, 1964) Carmichael H. A process for flares // *Physics of Solar Flares* / Ed. by W.N. Hess. (NASA SP-50, Washington, DC). P. 451–456.
- (Carreras, 1981) Carreras B., Hicks H.R., Lee O.K. Effects of coupling on the stability of tearing modes // *Phys. Fluids.* 1981. V. 24. P. 66–77.
- (Catalano, 1996) Catalano S. Flares on active binary systems // *Magnetohydrodynamic Phenomena in the Solar Atmosphere, Prototypes of Stellar Magnetic Activity, IAU Colloq.* 153 / Ed. by Y. Uchida, T. Kosugi, H.S. Hudson. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 227–234.
- (Chae, 1998) Chae J., Schühle U., Lemaire P. SUMER measurements of non-thermal motions: constraints on coronal heating mechanisms // *Astrophys. J.* 1998. V. 505. P. 957–973.
- (Chandrasekhar, 1961) Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. — New York: Dover, 1961.

- (Chapman, 1931) Chapman S., Ferraro V.C.A. A new theory of magnetic storms // *Magn. Atmos. Elec.* 1931. V. 36. P. 77–97.
- (Chapman, 1963) Chapman S., Kendall P.C. Liquid instability and energy transformation near a magnetic neutral line: A soluble non-linear hydromagnetic problem // *Proc. Roy. Soc. Land.* 1963. V. 271. P. 435–448.
- (Chapman, 1966) Chapman S., Kendall P.C. Comment on «Some exact solutions of magnetohydrodynamics» // *Phys. Fluids.* 1966. V. 9. P. 2306–2307.
- (Chen, 1986) Chen J., Palmadesso P.J. Chaos and nonlinear dynamics of single-particle orbits in a magnetotail-like magnetic field // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91. P. 1499–1508.
- (Cheng, 1979) Cheng A.F. Unsteady magnetic merging in one dimension // *J. Geophys. Res.* 1979. V. 84. P. 2129–2134.
- (Cheng, 1983) Cheng C.-C. Numerical simulations of loops heated to solar flare temperatures. I. Gas dynamics // *Astrophys. J.* 1983. V. 265. P. 1090–1102.
- (Cheng, 1991) Cheng C.-C., Pallavicini R. Numerical simulations of flares on M dwarf stars: Hydrodynamics and coronal X-ray emission // *Astrophys. J.* 1991. V. 381. P. 234–249.
- (Chew, 1956) Chew G.F., Goldberger M.L., Low F.E. The Boltzmann equation and the one-fluid hydromagnetic equations in the absence of particle collisions // *Proc. Roy. Soc. Lond.* 1956. V. 236. P. 112–118.
- (Chodura, 1981) Chodura R., Schlüter A. A 3D code for MHD equilibrium and stability // *J. Comp. Phys.* 1981. V. 41. P. 68–88.
- (Chupp, 1984) Chupp E.L. High energy neutral radiations from the Sun // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1984. V. 22. P. 359–387.
- (Clark, 1964) Clark A. Production and dissipation of magnetic energy by differential fluid motions // *Phys. Fluids.* 1964. V. 7. P. 1299–1305.
- (Clauer, 1974) Clauer C.R., McPherron R.L. Mapping the local time - universal time development of magnetospheric substorms using mid-latitude magnetic observations // *J. Geophys. Res.* 1974. V. 79. P. 2811–2820.
- (Clayton, 1995) Clayton D.D., Jin L. Interpretation of 26Al in meteoritic inclusions // *Astrophys. J.* 1995. V. 451. P. L87–L91.
- (Cliver, 1991) Cliver E., Kahler S. High coronal flares and impulsive acceleration of solar energetic particles // *Astrophys. J.* 1991. V. 366. P. L91–L94.
- (Cohen, 1976) Cohen R.H. Runaway electrons in an impure plasma // *Phys. Fluids.* 1976. V. 19. P. 239–244.
- (Cook, 1995) Cook J.W., Keenan F.P., Dufton P. *et al.* The OIV and SIV intercombination lines in solar and stellar ultraviolet spectra // *Astrophys. J.* V. 444. P. 936–942.
- (Coppi, 1976) Coppi B., Galvao R., Pellat R. *et al.* Resistive internal kink modes // *Sov. J. Plasma Phys.* 1976. V. 2. P. 533–535.
- (Cornwall, 1986) Cornwall J.M. Magnetospheric ion acceleration processes // *Ion Acceleration in the Magnetosphere and Ionosphere*, Geophys. Monograph 38 / Ed. by T. Chang. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1986. P. 3–16.
- (Coroniti, 1981) Coroniti F.V. On the magnetic viscosity in Keplerian accretion disks // *Astrophys. J.* 1981. V. 244. P. 587–599.

- (Coroniti, 1973) Coroniti F.V., Kennel C.F. Can the ionosphere regulate magnetospheric convection? // *J. Geophys. Res.* 1973. V. 78. P. 2837–2851.
- (Coroniti, 1979) Coroniti F.V., Kennel C.F. Magnetospheric reconnection, substorms, and energetic particle acceleration // *Particle Acceleration in Planetary Magnetospheres* / Ed. by J. Arons, C. Max, C. McKee. — New York: Amer. Inst. Phys., 1979. P. 169–178.
- Cowley (1973a) Cowley S.W.H. A self-consistent model of a simple magnetic neutral sheet system surrounded by a cold, collisionless plasma // *Cosmic Electrodynamics*. 1973. V. 3. P. 448–501.
- Cowley (1973b) Cowley S.W.H. A qualitative study of the reconnection between the Earth's magnetic field and an interplanetary field of arbitrary orientation // *Radio Science*. 1973. V. 8. P. 903–913.
- Cowley (1974a) Cowley S.W.H. Convection region solutions for the reconnection of antiparallel magnetic fields of unequal magnitude // *J. Plasma Phys.* 1974. V. 12. P. 341–352.
- Cowley (1974b) Cowley S.W.H. On the possibility of magnetic fields and fluid flows parallel to the X-line in a reconnection geometry // *J. Plasma Phys.* 1974. V. 12. P. 319–339.
- (Cowley, 1978) Cowley S.W.H. A note on the motion of charged particles in one-dimensional magnetic current sheets // *Planet. Space Sci.* 1978. V. 26. P. 539–545.
- (Cowley, 1980) Cowley S.W.H. Plasma populations in a simple open model magnetosphere // *Space Sci. Rev.* 1980. V. 26. P. 217–275.
- (Cowley, 1984) Cowley S.W.H. The distant geomagnetic tail in theory and observation // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* / Ed. by E.W. Hones, Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 228–239.
- (Cowley, 1985) Cowley S.W.H. Magnetic reconnection // *Solar System Magnetic Fields* / Ed. by E.R. Priest. — Dordrecht: D. Reidel, 1985. P. 121–155.
- (Cowley, 1980) Cowley S.W.H., Southwood D.J. Some properties of a steady state geomagnetic tail // *Geophys. Res. Lett.* 1980. V. 7. P. 833–836.
- (Cowling, 1953) Cowling T.G. Solar electrodynamics // *The Sun* / Ed. by G.P. Kuiper. — Chicago: Univ. Chicago Press, 1953. P. 532–591.
- (Cowling, 1965) Cowling T.G. General aspects of stellar and solar magnetic fields // *Solar and Stellar Magnetic Fields* / Ed. by R. Liist. — Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1965. P. 405–417.
- (Cowsik, 1979) Cowsik R. Evolution of the radio spectrum of Cassiopeia A // *Astrophys. J.* 1979. V. 227. P. 856–862.
- (Cowsik, 1982) Cowsik R., Lee M.A. Transport of neutrinos, radiation and energetic particles in accretion flows // *Proc. Roy. Soc. Lond. A*. 1982. V. 383. P. 409–437.
- (Cox, 1972) Cox D.P. Theoretical structure and spectrum of a shock wave in the interstellar medium: The Cygnus loop // *Astrophys. J.* 1972. V. 178. P. 143–157.
- (Craig, 1996) Craig I.J.D., Fabling R.B. Exact solutions for steady-state spine and fan magnetic reconnection // *Astrophys. J.* 1996. V. 462. P. 969–976.

- (Craig, 1995) Craig I.J.D., Henton S.M. Exact solutions for steady-state incompressible magnetic reconnection // *Astrophys. J.* 1995. V. 450. P. 280–288.
- (Craig, 1991) Craig I.J.D., McClymont A.N. Dynamic magnetic reconnection at an X-type neutral point // *Astrophys. J.* 1991. V. 371. P. L41–L44.
- (Craig, 1993) Craig I.J.D., McClymont A.N.M. Linear theory of fast reconnection at an X-type neutral point // *Astrophys. J.* 1993. V. 405. P. 207–215.
- (Craig, 1994) Craig I.J.D., Rickard G.J. Linear models of steady state, incompressible magnetic reconnection // *Astron. Astrophys.* 1994. V. 287. P. 261–267.
- (Craig, 1992) Craig I.J.D., Watson P.G. Fast dynamic reconnection at X-type neutral points // *Astrophys. J.* 1992. V. 393. P. 385–395.
- (Craig, 1995) Craig I.J.D., Fabling R.B., Henton S.M., Rickard G.J. An exact solution for steady-state magnetic reconnection in 3D // *Astrophys. J.* 1995. V. 455. P. L197–L199.
- (Crooker, 1979) Crooker N.U. Dayside merging and cusp geometry // *J. Geophys. Res.* 1979. V. 84. P. 951–959.
- (Crooker, 1998) Crooker N.U., Lyon J.G., Fedder J.A. MHD model merging with IMF  $B_y$ : Lobe cells, sunward polar cap convection, and overdressed lobes // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103. P. 9143–9151.
- (Crooker, 1990) Crooker N.U., Siscoe G.L., Toffoletto F.R. A tangent subsolar merging line // *J. Geophys. Res.* 1990. V. 95. P. 3787–3793.
- (Cross, 1976) Cross M.A., Van Hoven G. High-conductivity magnetic tearing instability // *Phys. Fluids.* 1976. V. 19. P. 1591–1595.
- (Daglis, 1997) Daglis, L.A., Axford, W.I., Sarris, E.T., Livi, S., and Wilken, B. Particle acceleration in geospace and its association with solar events // *Solar Phys.* 1997. V. 172. P. 287–296.
- (Dahlburg, 1991) Dahlburg R.B., Antiochos S.K., Zang T.A. Dynamics of solar coronal magnetic fields // *Astrophys. J.* 1991. V. 383. P. 420–430.
- (Dahlburg, 1992) Dahlburg R.B., Antiochos S.K., Zang T.A. Secondary instability in three-dimensional magnetic reconnection // *Phys. Fluids B.* 1992. V. 4. P. 3902–3914.
- (Dahlburg, 1997) Dahlburg R.B., Antiochos S.K., Norton D. Magnetic flux-tube tunneling // *Phys. Rev. E.* 1997. V. 56. P. 2094–2103.
- (Das, 1992) Das A.C. Lower hybrid turbulence and tearing-mode instability in magnetospheric plasma // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 12275–12277.
- (Davis, 1956) Davis L. Modified Fermi mechanism for the acceleration of cosmic rays // *Phys. Rev.* 1956. V. 101. P. 351–358.
- (Decker, 1988) Decker R.B. Role of drifts in diffusive shock acceleration // *Astrophys. J.* 1988. V. 324. P. 566–573.
- (de Jager, 1978) de Jager C., de Jonge G. Properties of elementary flare bursts // *Solar Phys.* 1978. V. 58. P. 127–137.
- (de Jager, 1989) de Jager C., Heise J., van Genderen A.M. Coordinated observations of a large impulsive flare on UV Ceti // *Astron. Astrophys.* 1989. V. 211. P. 157–172.



- (de la Beaujardiere, 1991) de la Beaujardiere, O., Lyons, L.R., and Friis-Christensen, E. Sondrestrom radar measurements of reconnection electric fields // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 13907–13912.
- (Delcourt, 1989) Delcourt D.C., Chappell C.R., Moore T.E., Waite J.H. Jr. A three-dimensional numerical model of ionospheric plasma in the magnetosphere // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94. P. 11893–11920.
- (Delva, 1991) Delva M., Schwingenschuh K., Niedner M.B., Gringauz K.I. Comet Halley remote plasma tail observations and in situ solar wind properties: Vega-1/2 IMF / plasma observations and ground-based optical observations from 1 December 1985 to 1 May 1986 // *Planet. Space Sci.* 1991. V. 39. P. 697–708.
- (Demoulin, 1997) Demoulin P., Priest E.R. The importance of photospheric intense flux tubes for coronal heating // *Solar Phys.* 1997. V. 175. P. 123–155.
- (Demoulin, 1991) Demoulin P., Priest E.R., Ferreira J. Instability of a prominence supported in a linear force-free field // *Astron. Astrophys.* 1991. V. 245. P. 289–298.
- Demoulin (1996a) Demoulin P., Priest E.R., Lonie D.P. 3D magnetic reconnection without null points. 2. Application to twisted flux tubes // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 7631–7646.
- Demoulin (1996b) Demoulin P., Hénoux J.C., Priest E.R., Mandrini C.H. Quasi-separatrix layers in solar flares. I. Method // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 308. P. 643–655.
- (Dennis, 1988) Dennis B.R. Solar flare hard X-ray observations // *Solar Phys.* 1988. V. 118. P. 49–94.
- (Dere, 1991) Dere K.P., Bartoe J.D.F., Brueckner G.E. *et al.* Explosive events and magnetic reconnection in the solar atmosphere // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 9399–9407.
- (Desch, 1991) Desch M.D., Farrell W.M., Kaiser M.L. *et al.* The role of solar wind reconnection in driving the Neptune radio emission // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 19111–19116.
- (Diamond, 1984) Diamond P.H., Hazeltine R.D., An Z.G. *et al.* Theory of anomalous tearing mode growth and the major tokamak disruption // *Phys. Fluids.* 1984. V. 27. P. 1449–1462.
- (Dixon, 1988) Dixon A.M., Browning P.K., Priest E.R. Coronal heating by relaxation in a sunspot magnetic field // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics.* 1988. V. 40. P. 293–327.
- (Dobrowolny, 1983) Dobrowolny M., Veltri P., Mangeney A. Dissipative instabilities of magnetic neutral layers with velocity shear // *J. Plasma Phys.* 1983. V. 29. P. 393–407.
- (Dodson, 1968) Dodson H.W., Hedeman E.R. The proton flare of August 28, 1966 // *Solar Phys.* 1968. V. 4. P. 229–239.
- (Donati, 1997) Donati J.-F., Cameron A.C. Differential rotation and magnetic polarity patterns on AB Doradus // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1997. V. 291. P. 1–19.
- (Doschek, 1983) Doschek G.A., Cheng C.C., Oran E.S. *et al.* Numerical simulations of loops heated to solar flare temperatures. II. X-ray and UV spectroscopy // *Astrophys. J.* 1983. V. 265. P. 1103–1119.



- (Doschek, 1995) Doschek G.A., Strong K.T., Tsuneta S. The bright knots at the tops of soft X-ray loops: quantitative results from YOHKOH // *Astrophys. J.* 1995. V. 440. P. 370–385.
- (Drake, 1997) Drake J.F., Biskamp D., Zeiler A. Breakup of the electron current layer during 3D collisionless magnetic reconnection // *Geophys. Res. Lett.* 1997. V. 24. P. 2921–2924.
- (Dreicer, 1959) Dreicer H. On the theory of run-away electrons // *Plasma Physics and Thermonuclear Research 1* / Ed. by C. Longmire, J.L. Tuck, W.B. Thompson. — New York: Pergamon, 1959. P. 491–507.
- (Dreicer, 1960) Dreicer H. Electron and ion runaway in a fully ionized gas. II // *Phys. Rev.* 1960. V. 117. P. 329–342.
- (Drummond, 1962) Drummond W.E., Pines D. Nonlinear stability of plasma oscillations // *Nuclear Fusion Suppl.* 1962. V. 3. P. 1049–1057.
- (Drury, 1983) Drury, L.O'C. An introduction to the theory of diffusive shock acceleration of energetic particles in tenuous plasmas // *Rep. Prog. Phys.* 1983. V. 46. P. 973–1027.
- (Drury, 1991) Drury, L.O'C. Time-dependent diffusive acceleration of test particles at shocks // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1991. V. 251. P. 340–350.
- (Dubois, 1980) Dubois M.A., Samain A. Evolution of magnetic islands in tokamaks // *Nuclear Fusion.* 1980. V. 20. P. 1101–1109.
- (Dungey, 1953) Dungey J.W. Conditions for the occurrence of electrical discharges in astrophysical systems // *Phil. Mag.* 1953. V. 44. P. 725–738.
- (Dungey, 1958) Dungey J.W. The neutral point discharge theory of solar flares. A reply to Cowling's criticism // *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics, IAU Symp. 6* / Ed. by B. Lehnert. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1958. P. 135–140.
- (Dungey, 1961) Dungey J.W. Interplanetary magnetic field and the auroral zones // *Phys. Rev. Lett.* 1961. V. 6. P. 47–48.
- (Dungey, 1965) Dungey J.W. The length of the magnetospheric tail // *J. Geophys. Res.* 70, 1753.
- (Dungey, 1994) Dungey J.W. Memories, maxims and motives // *J. Geophys. Res.* 1994. V. 99. P. 19189–19197.
- (Eardley, 1975) Eardley D.M., Lightman A.P. Magnetic viscosity in relativistic accretion disks // *Astrophys. J.* 1975. V. 200. P. 187–203.
- (Eastwood, 1972) Eastwood J.W. Consistency of fields and particle motion in the Speiser model of the current sheet // *Planet. Space Sci.* 1972. V. 20. P. 1555–1568.
- (Edenstrasser, 1983) Edenstrasser J.W., Schuurman W. Axisymmetric finite-beta minimum energy equilibria of weakly toroidal discharges // *Phys. Fluids.* 1983. V. 26. P. 500–507.
- (Einaudi, 1989) Einaudi G., Rubini F. Resistive instabilities in a flowing plasma. III. Effects of viscosity // *Phys. Fluids B.* 1989. V. 1. P. 2224–2228.
- (Einaudi, 1983) Einaudi G., Van Hoven G. The stability of coronal loops: finite-length and pressure-profile limits // *Solar Phys.* 1983. V. 88. P. 163–177.

- (Einaudi, 1997) Einaudi G., Lionello R., Velli M. Magnetic reconnection in solar coronal loops // *Adv. Space. Res.* 1997. V. 19. P. 1875–1878.
- (Ejiri, 1995) Ejiri A., Miyamoto K. Ion-heating model during magnetic reconnection in reversed-field pinch plasmas // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 1995. V. 37. P. 43–56.
- (Elliott, 1993) Elliott J.A. Plasma kinetic theory // *Plasma Physics* / Ed. by R. Dendy. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. P. 29–53.
- (Ellison, 1985) Ellison D.C., Ramaty R. Shock acceleration of electrons and ions in solar flares // *Astrophys. J.* 1985. V. 298. P. 400–408.
- (Emslie, 1981) Emslie A.G., Brown J.C., Machado M.E. Discrepancies between theoretical and empirical models of the flaring solar chromosphere and their possible resolution // *Astrophys. J.* 1981. V. 246. P. 337–343.
- (Erickson, 1980) Erickson G.M., Wolf R.A. Is steady convection possible in the Earth's magnetotail? // *Geophys. Res. Lett.* 1980. V. 7. P. 897–900.
- (Fabling, 1996) Fabling R.B., Craig I.J.D. Exact solutions for steady-state planar magnetic reconnection in an incompressible viscous plasma // *Phys. Plasmas.* 1996. V. 3. P. 2243–2247.
- (Fairfield, 1977) Fairfield D.H., Cahill L.J. Jr. Transition-region magnetic field and polar magnetic disturbances // *J. Geophys. Res.* 1977. V. 71. P. 155–170.
- (Falconer, 1999) Falconer D.A., Moore R.L., Porter J.G. Micro-coronal bright points observed in the quiet magnetic network by SOHO / EIT // *High-Resolution Solar Atmospheric Dynamics* / Ed. by J.A. Bookbinder, E.F. DeLuca, L. Golub. — Provo Utah: Astron. Soc. Pacific, 1999. in press.
- (Fedder, 1991) Fedder J.A., Mobarry C.M., Lyon J.G. Reconnection voltage as a function of IMF clock angle // *Geophys. Res. Lett.* 1991. V. 18. P. 1047–1050.
- (Feldman, 1984) Feldman W.C. *et al.* Evidence for slow-mode shocks in the deep geomagnetic tail // *Geophys. Res. Lett.* 1984. V. 11. P. 599–602.
- (Fermi, 1949) Fermi E. On the origin of the cosmic radiation // *Phys. Rev.* 1949. V. 75. P. 1169–1174.
- (Finn, 1975) Finn J.M. The destruction of magnetic surfaces in tokamaks by current perturbations // *Nuclear Fusion.* 1975. V. 15. P. 845–854.
- (Finn, 1983) Finn J.M., Antonsen T.M. Turbulent relaxation of compressible plasmas with flow // *Phys. Fluids.* 1983. V. 26. P. 3540–3552.
- (Finn, 1985) Finn J.M., Antonsen T.M. Magnetic helicity: what is it and what is it good for? // *Comments Plasma Phys. Control. Fusion.* 1985. V. 9. P. 111–120.
- (Finn, 1991) Finn J.M., Guzdar P.N. Formation of a flux-core spheromak // *Phys. Fluids B.* 1991. V. 3. P. 1041–1051.
- (Finn, 1977) Finn J.M., Kaw P.K. Coalescence instability of magnetic islands // *Phys. Fluids.* 1977. V. 20. P. 72–78.
- (Finn, 1982) Finn J.M., Manheimer W.M. Resistive interchange modes in reversed-field pinches // *Phys. Fluids.* 1982. V. 25. P. 697–701.
- (Finn, 1998) Finn J.M., Sovinec C.R. Nonlinear tearing modes in the presence of resistive wall and rotation // *Phys. Plasmas.* 1998. V. 5. P. 461–480.
- (Finn, 1992) Finn J.M., Guzdar P.N., Chen J. Fast plasmoid formation in double arcades // *Astrophys. J.* 1992. V. 393. P. 800–814.

- (Fisher, 1985) Fisher G.H., Canfield R.C., McClymont A.N. Flare loop radiative hydrodynamics // *Astrophys. J.* 1985. V. 289. P. 414–441.
- (Fisk, 1976) Fisk L.A. The acceleration of energetic particles in the interplanetary medium by transit time damping // *J. Geophys. Res.* 1976. V. 81. P. 4633–4640.
- (Fisk, 1978) Fisk L.A. He-rich flares: a possible explanation // *Astrophys. J.* 1978. V. 224. P. 1048–1055.
- (Fontenla, 1993) Fontenla J.M. Generation of electric currents in two-dimensional magnetic nulls // *Astrophys. J.* 1993. V. 419. P. 837–854.
- (Forbes, 1982) Forbes T.G. Implosion of a uniform current sheet in a low-beta plasma // *J. Plasma Phys.* 1982. V. 27. P. 491–505.
- (Forbes, 1986) Forbes T.G. Fast-shock formation in line-tied magnetic reconnection models of solar flares // *Astrophys. J.* 1986. V. 305. P. 553–563.
- (Forbes, 1988) Forbes T.G. Magnetohydrodynamic boundary conditions for global models // *Modeling Magneto spheric Plasma* / Ed. by T.E. Moore, J.J. Waite. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1988. P. 319–328.
- (Forbes, 1990) Forbes T.G. Numerical simulation of a catastrophe model for coronal mass ejections // *J. Geophys. Res.* 1990. V. 95. P. 11919–11931.
- (Forbes, 1991) Forbes T.G. Magnetic reconnection in solar flares // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics.* 1991. V. 62. P. 15–36.
- (Forbes, 1996) Forbes T.G., Acton L.W. Reconnection and field line shrinkage in solar flares // *Astrophys. J.* 1996. V. 459. P. 330–341.
- (Forbes, 1991) Forbes T.G., Isenberg P.A. A catastrophe mechanism for a coronal mass ejection // *Astrophys. J.* 1991. V. 373. P. 294–307.
- (Forbes, 1986) Forbes T.G., Malherbe J.M. A shock-condensation mechanism for loop prominences // *Astrophys. J.* 1986. V. 302. P. L67–L70.
- (Forbes, 1991) Forbes T.G., Malherbe J.M. A numerical simulation of magnetic reconnection and radiative cooling in line-tied current sheets // *Solar Phys.* V. 135. P. 361–391.
- Forbes (1982a) Forbes T.G., Priest E.R. Neutral line motion due to reconnection in two-ribbon solar flares and geomagnetic substorms // *Planet. Space Sci.* 1982. V. 30. P. 1183–1197.
- Forbes (1982b) Forbes T.G., Priest E.R. A numerical study of line-tied magnetic reconnection // *Solar Phys.* 1982. V. 81. P. 303–324.
- Forbes (1984a) Forbes T.G., Priest E.R. Numerical simulation of reconnection in an emerging magnetic flux region // *Solar Phys.* 1984. V. 94. P. 315–340.
- Forbes (1984b) Forbes T.G., Priest E.R. Reconnection in solar flares // *Solar Terrestrial Physics: Present and Future* / Ed. by D.M. Butler, K. Papadopoulos. (NASA RP-1120, Washington, DC). P. 1–35.
- (Forbes, 1987) Forbes T.G., Priest E.R. A comparison of analytical and numerical models for steadily driven reconnection // *Rev. Geophys.* 1987. V. 25. P. 1583–1607.
- (Forbes, 1995) Forbes T.G., Priest E.R. Photospheric magnetic field evolution and eruptive flares // *Astrophys. J.* 1995. V. 446. P. 377–389.

- (Forbes, 1979) Forbes T.G., Speiser T.W. Temporal evolution of magnetic reconnection in the vicinity of a magnetic neutral line // *J. Plasma Phys.* 1979. V. 21. P. 107–126.
- (Forbes, 1981) Forbes T.G., Hones E.W. Jr., Bame, S.J., Asbridge, J.R., Paschmann, G., Sckopke, N., and Russell, C.T. Evidence for the tailward retreat of a magnetic neutral line in the magnetotail during substorm recovery // *Geophys. Res. Lett.* V. 8. P. 261–264.
- (Forbes, 1982) Forbes T.G., Priest E.R., Hood A.W. Evolution of current sheets following the onset of enhanced resistivity // *J. Plasma Phys.* 1982. V. 27. P. 157–176.
- (Forbes, 1989) Forbes T.G., Malherbe J.M., Priest E.R. The formation of flare loops by magnetic reconnection and chromospheric ablation // *Solar Phys.* 1989. V. 120. P. 285–307.
- (Forman, 1986) Forman M.A., Ramaty R., Zweibel E.G. The acceleration and propagation of solar flare energetic particles // *Physics of the Sun* / Ed. by P.A. Sturrock. — Dordrecht: Reidel, 1986. P. 249–289.
- (Formisano, 1975) Formisano V., Amata E. Evidence for magnetic field-line reconnection in the solar wind // *The Magnetospheres of the Earth and Jupiter* / Ed. by V. Formisano. — Dordrecht: Reidel, 1975. P. 205–217.
- (Foster, 1971) Foster J.C., Fairfield D.H., Ogilvie K.W., Rosenberg T.J. Relationship of interplanetary parameters and occurrence of magnetospheric substorms // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 76. P. 6971–6975.
- (Fredrickson, 1993) Fredrickson E.D., McGuire K.M., Bell M.G. *et al.* Phenomenology of high-density disruptions in the TFTR-tokamak // *Nuclear Fusion*. 1993. V. 33. P. 141–146.
- (Frisch, 1975) Frisch U., Pouquet A., Liorat J., Mazure A. Field opening and reconnection // *J. Fluid Mech.* 1975. V. 68. P. 769–778.
- (Furth, 1963) Furth H.P., Killeen J., Rosenbluth M.N. Finite-resistivity instabilities of a sheet pinch // *Phys. Fluids*. 1963. V. 6. P. 459–484.
- (Furth, 1973) Furth H.P., Rutherford P.M., Selberg H. Tearing mode in the cylindrical tokamak // *Phys. Fluids*. 1973. V. 16. P. 1054–1063.
- (Gahm, 1994) Gahm G.F. Flares in T-Tauri stars // *Flares and Flashes*, IAU Colloq. 151 / Ed. by J. Greiner, H.W. Duerbeck, R.E. Gershberg. — Berlin: Springer-Verlag, 1994. P. 203–211.
- (Gaisser, 1990) Gaisser T.K. *Cosmic Ray Particles and Particle Physics*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1990.
- (Galeev, 1984) Galeev A.A. Spontaneous reconnection of magnetic field lines in a collisionless plasma // *Handbook of Plasma Physics 2* / Ed. by M.N. Rosenbluth, R.Z. Sagdeev. — Amsterdam: North-Holland, 1984. P. 305–336.
- (Galeev, 1984) Galeev A.A., Sagdeev R.Z. Current instabilities and anomalous resistivity of plasma // *Handbook of Plasma Physics 2* / Ed. by M.N. Rosenbluth, R.Z. Sagdeev. — Amsterdam: North-Holland, 1984. P. 271–303.
- (Galeev, 1975) Galeev A.A., Zelenyi L.M. Metastable states of diffuse neutral sheet and the substorm explosive phase // *Sov. Phys. JETP Lett.* 1975. V. 22. P. 170–172.
- (Galeev, 1979) Galeev A.A., Rosner R., Vaiana G.S. Structured coronae of accretion disks // *Astrophys. J.* 1979. V. 229. P. 318–326.

- (Galsgaard, 1996) Galsgaard K., Nordlund A. Heating and activity of the solar corona. 1. Boundary shearing of an initially homogeneous magnetic field // *J. Geophys. Res.* V. 101. P. 13445–13460.
- Galsgaard (1997a) Galsgaard K., Nordlund A. Heating and activity of the solar corona. 2. Kink instability in a flux tube // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 102. P. 219–230.
- Galsgaard (1997b) Galsgaard K., Nordlund A. Heating and activity of the solar corona. 3. Dynamics of a low-beta plasma with three-dimensional null points // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 102. P. 231–248.
- (Galsgaard, 1999) Galsgaard K., MacKay D.H., Priest E.R., Nordlund A. On the location of energy release and temperature profiles along coronal loops // *Solar Phys.*, in press.
- (Garren, 1994) Garren D.A., Chen J. Lorentz self-forces on curved current loops // *Phys. Plasmas*. 1994. V. 1. P. 3425–3436.
- (Gekelman, 1988) Gekelman W., Pfister H. Experimental observations of the tearing of an electron current sheet // *Phys. Fluids*. 1988. V. 31. P. 2017–2025.
- (Gekelman, 1984) Gekelman W., Stenzel R.L. Magnetic field line reconnection experiments. 6. Magnetic turbulence // *J. Geophys. Res.* 1984. V. 89. P. 2715–2733.
- (Gekelman, 1982) Gekelman W., Stenzel R.L., Wild N. Magnetic field-line reconnection experiments. 3. Ion acceleration, flows and anomalous scattering // *J. Geophys. Res.* 1982. V. 87. P. 101–110.
- (Gershberg, 1983) Gershberg R.E. On activities of UV Ceti-type flare stars and of T-Tau-type stars // *Activity in Red-Dwarf Stars*, IAU Colloq. 71 / Ed. by P.B. Byrne, M. Rodonò. — Dordrecht: Reidel, 1983. P. 487–495.
- (Giovannelli, 1946) Giovannelli R.G. A theory of chromospheric flares // *Nature*. 1946. V. 158. P. 81–82.
- (Gleeson, 1967) Gleeson L.J., Axford W.I. Cosmic rays in the interplanetary medium // *Astrophys. J. Lett.* 1967. V. 149. P. L115–L118.
- (Goedbloed, 1983) Goedbloed J.P. Lecture Notes on Ideal MHD, Rijnhuizen Report 83–145, Nieuwegein, Netherlands.
- (Goedheer, 1988) Goedheer W.J., Westerhof E. Sawtooth, transport and cyclotron heating in T-10 // *Nuclear Fusion*. 1988. V. 28. P. 565–576.
- (Gold, 1959) Gold T. Motions in the magnetosphere of the Earth // *J. Geophys. Res.* 1959. V. 64. P. 1219–1224.
- (Golub, 1994) Golub L., Zirin H., Wang H. The roots of coronal structure in the Sun's surface // *Solar Phys.* 1994. V. 153. P. 179–198.
- (Gomez, 1988) Gomez D.O., Ferro Fontan, C. Coronal heating by selective decay of MHD turbulence // *Solar Phys.* 1988. V. 116. P. 33–44.
- (Gomez, 1993) Gomez D.O., Martens P.C.H., Golub L. NIXT power spectra of X-ray emission from solar active regions. 1. Observations // *Astrophys. J.* 1993. V. 405. P. 767–772.
- (Goossens, 1991) Goossens M. MHD waves and wave heating in nonuniform plasmas // *Advances in Solar System MHD* / Ed. by E.R. Priest, A.W. Hood. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1991. P. 137–172.

- (Gosling, 1975) Gosling J.T. Large-scale inhomogeneities in the solar wind of solar origin // *Rev. Geophys. Space Phys.* 1975. V. 13. P. 1053–1076.
- (Gosling, 1990) Gosling J.T. Coronal mass ejections and magnetic flux ropes in interplanetary space // *Physics of Magnetic Flux Ropes* / Ed. by C.T. Russell, E.R. Priest, L.C. Lee. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1990. P. 343–364.
- (Gosling, 1993) Gosling J.T. The solar flare myth // *J. Geophys. Res.* 1990. V. 98. P. 18937–18949.
- (Gosling, 1996) Gosling J.T. Magnetic topologies of coronal mass ejection events: Effects of three-dimensional reconnection // *Solar Wind Eight* / Ed. by D. Winterhalter et al. — New York: Amer. Inst. Phys., 1996. P. 438–444.
- (Gosling, 1995) Gosling J.T., Birn J., Hesse M. Three-dimensional magnetic reconnection and the magnetic topology of coronal mass ejection events // *Geophys. Res. Lett.* 1995. V. 22. P. 869–872.
- (Gratton, 1988) Gratton F.T., Heyn M.F., Biernat H.K. *et al.* MHD stagnation-point flows in the presence of resistivity and viscosity // *J. Geophys. Res.* 1988. V. 93. P. 7318–7324.
- (Gray, 1991) Gray P.C., Matthaeus W.H. MHD turbulence, reconnection, and test-particle acceleration // *Particle Acceleration in Cosmic Plasmas* / Ed. by G.P. Zank, T.K. Gaisser. — New York: Amer. Inst. Phys., 1991. P. 261–266.
- (Green, 1965) Green R.M. Modes of annihilation and reconnection of magnetic fields // *Solar and Stellar Magnetic Fields* / Ed. by R. Lust. — Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1965. P. 398–404.
- (Greene, 1988) Greene J.M. Geometrical properties of three-dimensional reconnecting magnetic fields with nulls // *J. Geophys. Res.* 1988. V. 93. P. 8583–8590.
- (Greene, 1993) Greene J.M. Reconnection of vorticity lines and magnetic lines // *Phys. Fluids B* 1993. V. 5. P. 2355–2362.
- (Habbal, 1991) Habbal S.R., Grace E. The connection between coronal bright points and the variability of the quiet-Sun extreme-ultraviolet emission // *Astrophys. J.* 1991. V. 382. P. 667–676.
- (Hada, 1985) Hada T., Kennel C.F. Nonlinear evolution of slow waves in the solar wind // *J. Geophys. Res.* 1985. V. 90. P. 531–535.
- (Haerendel, 1978) Haerendel G., Paschmann G., Schopke N., Rosenbauer H. The frontside boundary layer of the magnetosphere and the problem of reconnection // *J. Geophys. Res.* 1978. V. 82. P. 3195–3216.
- (Hahm, 1985) Hahm T.S., Kulsrud R.M. Forced magnetic reconnection // *Phys. Fluids* 1985. V. 28. P. 2412–2418.
- (Haisch, 1983) Haisch B.M. X-ray observations of stellar flares // *Activity in Red-Dwarf Stars, IAU Colloq. 71* / Ed. by P.B. Byrne, M. Rodono. — Dordrecht: Reidel, 1983. P. 255–268.
- (Haisch, 1989) Haisch B.M. An overview of solar and stellar flare research // *Solar Phys.* 1989. V. 121. P. 3–18.
- (Haisch, 1996) Haisch B.M. Stellar X-ray flares // *Magnetodynamic Phenomena in the Solar Atmosphere, Prototypes of Stellar Magnetic Activity, IAU Colloq. 153* / Ed. by Y. Uchida, T. Kosugi, H.S. Hudson. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 235–242.

- (Haisch, 1996) Haisch B.M., Schmitt J.H. M. M. Advances in solar-stellar astrophysics // *Pub. Astron. Soc. Pacific*. 1996. V. 108. P. 113–129.
- (Haisch, 1991) Haisch B.M., Strong K.T., Rodono M. Flares on the Sun and other stars // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1991. V. 29. P. 275–324.
- (Hall, 1967) Hall D.E., Sturrock P.A. Stochastic magnetic pumping // *Phys. Fluids*. 1967. V. 10. P. 1593–1595.
- (Hameiri, 1982) Hameiri E., Hammer J.H. Turbulent relaxation of compressible plasmas // *Phys. Fluids*. 1982. V. 25. P. 1855–1862.
- (Hammer, 1984) Hammer J.H. Reconnection in spheromak formation and sustainment // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* / Ed. by E.W. Hones. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 319–331.
- (Hammond, 1996) Hammond C.M., Feldman W.C., Phillips J.L. Ulysses observations of double ion beams associated with coronal mass ejections // *Adv. Space Res.* 1996. V. 17. P. 303–306.
- (Hargreaves, 1993) Hargreaves J.K. *The Solar-Terrestrial Environment*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993.
- (Harrison, 1995) Harrison R.A. The nature of solar flares associated with coronal mass ejections // *Astron. Astrophys.* 1995. V. 304. P. 585–594.
- (Harrison, 1997) Harrison R.A. EUV Blinkers: The significance of variations in the extreme ultraviolet quiet Sun // *Solar Phys.* 1997. V. 175. P. 467–485.
- (Harrison, 1985) Harrison R.A., Waggett P.W., Bentley R.D. *et al.* The X-ray signature of solar coronal mass ejections // *Solar Phys.* 1985. V. 97. P. 387–400.
- (Hartmann, 1987) Hartmann L. Stellar magnetic fields: Optical observations and analysis // *Cool Stars, Stellar Systems and the Sun* / Ed. by J.L. Linsky, R.E. Stencel. — Berlin: Springer-Verlag, 1987. P. 1–9.
- (Harvey, 1985) Harvey K.L. The relationship between coronal bright points as seen in He I 10830 and the evolution of the photospheric network magnetic fields // *Australian. J. Phys.* 1985. V. 38. P. 875–883.
- (Harvey, 1984) Harvey K.L., Recely F. He I 10830 observations of the 3N / M4.0 flare of 4 September 1982 // *Solar Phys.* 1984. V. 91. P. 127–139.
- (Hasan, 1978) Hasan S.S. Ter Haar, D. The Alfvén-Carlquist double-layer theory of solar flares // *Astrophys. Space Sci.* 1978. V. 56. P. 89–107.
- (Hassam, 1984) Hassam A.B. Collisional tearing in field-reversed configurations // *Phys. Fluids*. 1984. V. 27. P. 2877–2880.
- (Hassam, 1992) Hassam A.B. Reconnection of stressed magnetic fields // *Astrophys. J.* 1992. V. 399. P. 159–163.
- (Hasselmann, 1968) Hasselmann K., Wibberenz G. Scattering of charged particles by random electromagnetic fields // *Z. Geophys.* 1968. V. 34. P. 353–88.
- (Hawley, 1991) Hawley J.F., Balbus S.A. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. II. Nonlinear evolution // *Astrophys. J.* 1991. V. 376. P. 223–233.
- (Hawley, 1996) Hawley J.F., Gammie C.F., Balbus S.A. Local three-dimensional simulations of an accretion disk hydromagnetic dynamo // *Astrophys. J.* 1996. V. 464. P. 690–703.



- (Hayashi, 1981) Hayashi M.R. Numerical simulations of forced coalescence // J. Phys. Soc. Japan. 1981. V. 50. P. 3124–3130.
- (Hayashi, 1996) Hayashi M.R., Shibata K., Matsumoto R. X-ray flares and mass outflows driven by magnetic interaction between a protostar and its surrounding disk // Astrophys. J. 1996. V. 468. P. L37–L40.
- (Heikkila, 1978) Heikkila W.J. Electric field topology near the dayside magnetopause // J. Geophys. Res. 1978. V. 83. P. 1071–1078.
- (Hesse, 1990) Hesse M., Birn J. Parallel electric fields in a simulation of magnetotail reconnection and plasmoid evolution // Physics of Magnetic Flux Ropes / Ed. by C. T. Russell, E. R. Priest, L. C. Lee. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1990. P. 679–685.
- (Hesse, 1993) Hesse M., Birn J. Three-dimensional magnetotail equilibria by numerical relaxation techniques // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. P. 3973–3982.
- (Hesse, 1988) Hesse M., Schindler K. A theoretical foundation of general magnetic reconnection // J. Geophys. Res. 1988. V. 93. P. 5539–5567.
- (Hesse, 1990) Hesse M., Birn J., Schindler K. On the topology of flux transfer events // J. Geophys. Res. 1990. V. 95. P. 6549–6560.
- (Heyn, 1997) Heyn M.F. Rapid reconnection and compressible plasma waves // Astrophys. Space Sci. 1997. V. 256. P. 343–348.
- (Heyn, 1993) Heyn M.F., Pudovkin M.L. A time-dependent model of magnetic field annihilation // J. Plasma Phys. 1993. V. 49. P. 17–27.
- (Heyn, 1996) Heyn M.F., Semenov V.S. Rapid reconnection in compressible plasma // Phys. Plasmas. 1996. V. 3. P. 2725–2741.
- (Heyn, 1988) Heyn M.F., Biernat H.K., Rijnbeek R.P., Semenov V.S. The structure of reconnection layers // J. Plasma Phys. 1988. V. 40. P. 235–252.
- (Heyvaerts, 1981) Heyvaerts J. Particle acceleration in solar flares // Solar Flare MHD / Ed. by E.R. Priest. — New York: Gordon and Breach, 1981. P. 429–555.
- (Heyvaerts, 1978) Heyvaerts J., Kuperus M. The triggering of plasma turbulence during fast flux emergence in the solar corona // Astron. Astrophys. 1978. V. 64. P. 219–234.
- (Heyvaerts, 1976) Heyvaerts J., Priest E.R. Thermal evolution of current sheets and the flash phase of solar flares // Solar Phys. 1976. V. 47. P. 223–231.
- (Heyvaerts, 1983) Heyvaerts J., Priest E.R. Coronal heating by phase-mixed Alfvén waves // Astron. Astrophys. 1983. V. 117. P. 220–234.
- (Heyvaerts, 1984) Heyvaerts J., Priest E.R. Coronal heating by reconnection in DC current systems: a theory based on Taylor's hypothesis // Astron. Astrophys. 1984. V. 137. P. 63–78.
- (Heyvaerts, 1989) Heyvaerts J., Priest E.R. A model for a non-Keplerian magnetic accretion disc with a magnetically heated corona // Astron. Astrophys. 1989. V. 216. P. 230–244.
- (Heyvaerts, 1992) Heyvaerts J., Priest E.R. A self-consistent turbulent model for solar coronal heating // Astrophys. J. 1992. V. 390. P. 297–308.
- (Heyvaerts, 1977) Heyvaerts J., Priest E.R., Rust D.M. An emerging flux model for the solar flare phenomenon // Astrophys. J. 1977. V. 216. P. 123–137.



- Heyvaerts (1996a) Heyvaerts J., Bardou A., Priest E.R. Interaction of turbulent accretion disks with embedded magnetic fields // *Solar and Astrophysical Magnetohydrodynamic Flows* / Ed. by K.C. Tsinganos. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 659–672.
- Heyvaerts (1996b) Heyvaerts J., Priest E.R., Bardou A. Magnetic field diffusion in self-consistently turbulent accretion disks // *Astrophys. J.* 1996. V. 473. P. 403–421.
- (Hide, 1979) Hide R. On the magnetic flux linkage of an electrically conducting fluid // *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 1979. V. 12. P. 171–176.
- (Hiei, 1996) Hiei E., Hundhausen A.J. Development of coronal helmet streamer of 24 January 1992 // *Magnetodynamic Phenomena in the Solar Atmosphere* // Prototypes of Stellar Magnetic Activity / Ed. by Y. Uchida, T. Kosugi, H.S. Hudson. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 125–126.
- (Hiei, 1993) Hiei E., Hundhausen A.J., Sime D.G. Reformation of a coronal helmet streamer by magnetic reconnection after a coronal mass ejection // *Geophys. Res. Lett.* 1993. V. 20. P. 2785–2788.
- (Hill, 1983) Hill T. Magnetospheric models // *Physics of the Jovian Magnetosphere* / Ed. by A.J. Dessler. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983. P. 353–394.
- (Hillier, 1984) Hillier R. *Gamma Ray Astronomy*. — Oxford: Clarendon Press, 1984.
- (Hirayama, 1974) Hirayama T. Theoretical model of flares and prominences. I. Evaporating flare model // *Solar Phys.* 1974. V. 34. P. 323–338.
- (Hollweg, 1983) Hollweg J.V. Coronal heating by waves // *Solar Wind 5* / Ed. by M. Neugebauer. (NASA CP-2280, Washington, DC). P. 1–21.
- (Hollweg, 1986) Hollweg J.V. Viscosity and the Chew-Goldberger-Low equations in the solar corona // *Astrophys. J.* 1986. V. 306. P. 730–739.
- (Holman, 1995) Holman G.D. DC electric field acceleration of ions in solar flares // *Astrophys. J.* 1995. V. 452. P. 451–456.
- (Holman, 1983) Holman G.D., Pesses M.E. Solar type II radio emission and shock drift acceleration of electrons // *Astrophys. J.* 1983. V. 267. P. 837–843.
- (Holt, 1965) Holt E.H., Haskell R.E. *Plasma Dynamics*. — New York: Macmillan, 1965.
- (Holzer, 1975) Holzer T.E., Reid G.C. The response of the dayside magnetopause-ionosphere system to time-varying field line reconnection at the magnetopause. 1. Theoretical model // *J. Geophys. Res.* 1975. V. 80. P. 2041–2049.
- (Hones, 1973) Hones E.W. Jr. Plasma flow in the plasma sheet and its relation to substorms // *Radio Sci.* 1973. V. 8. P. 979–990.
- (Hood, 1990) Hood A.W. Structure and stability of solar and stellar coronae // *Computer Phys. Reports*. 1990. V. 12. P. 177–203.
- (Hood, 1981) Hood A.W., Priest E.R. Critical conditions for magnetic instabilities in force-free coronal loops // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*. 1981. V. 17. P. 297–318.

- (Home, 1994) Home K., Marsh T.R., Cheng F.H. *et al.* HST eclipse mapping of dwarf nova on Carinae in quiescence: An «Fe II curtain» with Mach 6 velocity dispersion veils the white dwarf // *Astrophys. J.* 1994. V. 426. P. 294–307.
- (Hornig, 1997) Hornig G., Rastätter L. The role of helicity in the reconnection process // *Adv. Space Res.* 1997. V. 19. P. 1789–1792.
- (Hornig, 1998) Hornig G., Rastätter L. The magnetic structure of  $B \neq 0$  reconnection // *Physica Scripta*. 1998. V. T. 74. P. 34–39.
- (Hornig, 1996) Hornig G., Schindler K. Magnetic topology and the problem of its invariant definition // *Phys. Plasmas*. 1996. V. 3. P. 781–791.
- (Houdebine, 1993) Houdebine E.R., Foing B.H., Doyle J.G., Rodonò M. Dynamics of flares on late type dMe stars. III. Kinetic energy and mass momentum budget of a flare on AD Leonis // *Astron. Astrophys.* 1993. V. 278. P. 109–128.
- (Hoyle, 1949) Hoyle F. *Some Recent Researches in Solar Physics*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1949.
- (Huba, 1977) Huba J.D., Gladd N.T., Papadopoulos K. The lower-hybrid-drift instability as a source of anomalous resistivity for magnetic field line reconnection // *Geophys. Res. Lett.* 1977. V. 4. P. 125–128.
- (Hudson, 1994) Hudson H.S., Strong K.T., Dennis B.R. *et al.* Impulsive behaviour in solar soft X-radiation // *Astrophys. J.* 1994. V. 422. P. L25–L27.
- (Hudson, 1965) Hudson P.D. Reflection of charged particles by plasma shocks // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1965. V. 131. P. 23–50.
- (Hughes, 1995) Hughes W.J. The magnetopause, the magnetotail and magnetic reconnection // *Introduction to Space Physics* / Ed. by M.G. Kivelson, C.T. Russell. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995. P. 227–287.
- (Hughes, 1987) Hughes W.J., Sibeck D.G. On the three-dimensional structure of plasmoids // *Geophys. Res. Lett.* 1987. V. 14. P. 636–639.
- (Hundhausen, 1988) Hundhausen A.J. The origin and propagation of coronal mass ejections // *Proceedings of the Sixth International Solar Wind Conference* / Ed. by V. Pizzo, T. Holzer, D.G. Sime. (NCAR / TN 306, Boulder). P. 181–241.
- (Ichimaru, 1976) Ichimaru S. Magnetohydrodynamic turbulence in disk plasmas and magnetic field fluctuations in the Galaxy // *Astrophys. J.* 1976. V. 208. P. 701–705.
- (Illing, 1983) Illing R.M.E., Hundhausen A.J. Possible observation of a disconnected magnetic structure in a coronal transient // *J. Geophys. Res.* 1983. V. 88. P. 10210–10214.
- (Imshennik, 1967) Imshennik V.S., Syrovatsky S.I. Two-dimensional flow of an ideally conducting gas in the vicinity of the zero line of a magnetic field // *Sov. Phys. JETP*. 1967. V. 25. P. 656–664.
- (Inhester, 1992) Inhester B., Birn J., Hesse M. The evolution of line-tied coronal arcades including a convergent footpoint motion // *Solar Phys.* 1992. V. 138. P. 257–281.
- (Innes, 1997) Innes D.E., Inhester B., Axford W.I., Wilhelm K. Bi-directional plasma jets produced by magnetic reconnection on the Sun // *Nature*. 1997. V. 386. P. 811–813.

- Inverarity (1995a) Inverarity G.W., Priest E.R. Turbulent coronal heating. II. Twisted flux tube // *Astron. Astrophys.* 1995. V. 296. P. 395–404.
- Inverarity (1995b) Inverarity G.W., Priest E.R. Turbulent coronal heating. III. Wave heating in coronal loops // *Astron. Astrophys.* 1995. V. 302. P. 567–577.
- (Ip, 1986) Ip W.-H., Axford W.I. The acceleration of particles in the vicinity of comets // *Planet. Space. Sci.* 1986. V. 34. P. 1061–1065.
- (Ip, 1978) Ip W.-H., Mendis D.A. The flute instability as the trigger mechanism for disruption of cometary plasma tails // *Astrophys. J.* 1978. V. 223. P. 671–675.
- (Irby, 1979) Irby J.H., Drake J.F., Grien H.R. Observation and interpretation of magnetic field line reconnection and tearing in a theta pinch // *Phys. Rev. Lett.* 1979. V. 42. P. 228–231.
- (Isenberg, 1986) Isenberg P.A. On the difficulty with accelerating particles at slow-mode shocks // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91. P. 1699–1700.
- (Jackson, 1975) Jackson J.D. *Classical Electrodynamics*. — New York: Wiley and Sons, 1975.
- (Jafelice, 1996) Jafelice L.C., Friaca A.C.S. The role of magnetic reconnection in emission-line filaments in cooling flows // *Man. Not. Roy. Astron. Soc.* 1996. V. 280. P. 438–446.
- (Jakimiec, 1987) Jakimiec J., Sylwester B., Sylwester J. *et al.* High-temperature plasma diagnostics of solar flares and comparison with model calculations // *Solar Maximum Analysis* / Ed. by V.E. Stepanov, V.N. Obridko. — Utrecht: VNU Science Press, 1987. P. 91–101.
- (Jamitzky, 1995) Jamitzky F., Scholer M. Steady-state magnetic reconnection at high magnetic Reynolds number: A boundary layer analysis // *J. Geophys. Res.* 1995. V. 100. P. 19277–19285.
- (Jardine, 1994) Jardine M. Three-dimensional steady-state magnetic reconnection // *J. Plasma Phys.* 1994. V. 51. P. 399–422.
- (Jardine, 1993) Jardine M., Allen H.R., Grundy R.E. Three-dimensional magnetic field annihilation // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 19409–19417.
- (Jardine, 1992) Jardine M., Allen H.R., Grundy R.E., Priest E.R. A family of two-dimensional nonlinear solutions for magnetic field annihilation // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 4199–4207.
- Jardine (1988a) Jardine M., Priest E.R. Weakly nonlinear theory of fast steady-state magnetic reconnection // *J. Plasma Phys.* 1988. V. 40. P. 143–161.
- Jardine (1988b) Jardine M., Priest E.R. Global energetics of fast magnetic reconnection // *J. Plasma Phys.* 1988. V. 40. P. 505–515.
- Jardine (1988c) Jardine M., Priest E.R. Reverse currents in fast magnetic reconnection // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*. 1988. V. 42. P. 163–168.
- (Jardine, 1989) Jardine M., Priest E.R. Compressible models of fast steady-state magnetic reconnection // *J. Plasma Phys.* 1989. V. 42. P. 111–132.
- (Jardine, 1990) Jardine M., Priest E.R. Energetics of compressible fast steady-state magnetic reconnection // *J. Plasma. Phys.* 1990. V. 43. P. 141–150.

- (Jeffries, 1993) Jeffries R.D. Prominence activity on the rapidly rotating field star HD 197890 // *Man. Not. Roy. Astron. Soc.* 1993. V. 262. P. 369–376.
- (Jin, 1991) Jin S.P., Ip W.-H. Two-dimensional compressible MHD simulation of a driven reconnection process // *Phys. Fluids B.* 1991. V. 3. P. 1927–1936.
- (Johnson, 1960) Johnson F.S. The gross character of the geomagnetic field in the solar wind // *J. Geophys. Res.* 1960. V. 65. P. 3049–3051.
- (Jokipii, 1966) Jokipii J.R. Cosmic-ray propagation. I. Charged particles in a random magnetic field // *Astrophys. J.* 1966. V. 146. P. 480–487.
- (Jokipii, 1982) Jokipii J.R. Particle drift, diffusion and acceleration at shocks // *Astrophys. J.* 1982. V. 255. P. 716–720.
- (Jokipii, 1986) Jokipii J.R. Cosmic rays in interplanetary magnetic fields // *Science.* V. 233. P. 483.
- (Jokipii, 1977) Jokipii J.R., Levy E.R. Effects of particle drifts on the solar modulation of galactic cosmic rays // *Astrophys. J.* 1977. V. 213. P. L85–88.
- (Jones, 1991) Jones F.C., Ellison D.C. The plasma physics of shock acceleration // *Space Sci. Rev.* 1991. V. 58. P. 259–346.
- (Jordan, 1992) Jordan C. Modelling of solar coronal loops // *Memorie Societa Astronomica Italiana.* 1992. V. 63. P. 3–4.
- (Kadomtsev, 1975) Kadomtsev B.B. Disruptive instability in tokamaks // *Sov. J. Plasma Phys.* 1975. V. 1. P. 389–391.
- (Kahler, 1992) Kahler S.W. Solar flares and coronal mass ejections // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1992. V. 30. P. 113–141.
- (Kahler, 1982) Kahler S.W. 30 coauthors Coordinated X-ray, optical and radio observations of flaring activity on YZ Canis Minoris // *Astrophys. J.* 1982. V. 252. P. 239–349.
- (Kahn, 1993) Kahn F.D., Brett L. Magnetic reconnection in the disc halo // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1993. V. 263. P. 37–48.
- (Kan, 1988) Kan J.R. A theory of patchy and intermittent reconnection for magnetospheric flux transfer events // *J. Geophys. Res.* 1988. V. 95. P. 5613–5623.
- (Kaplan, 1952) Kaplan W. *Advanced Calculus.* — Reading: Addison-Wesley, 1952.
- (Karpen, 1998) Karpen J.T., Antiochos S.K., DeVore C.R., Golub L. Dynamic responses to magnetic reconnection in solar arcades // *Astrophys. J.* 1998. V. 495. P. 491–501.
- (Katsova, 1997) Katsova M.M., Boiko A.Y., Livshits M.A. The gas-dynamic model of impulsive flares // *Astron. Astrophys.* 1997. V. 321. P. 549–556.
- (Kaufmann, 1993) Kaufmann R.L., Lu C. Cross-tail current: Resonant orbits // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 15447–15465.
- (Kaufmann, 1993) Kaufmann R.L., Larson D.J., Lu C. Mapping and energization in the magnetotail. 2. Particle acceleration // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 9321–9333.
- (Kennel, 1988) Kennel C.F. Shock structure in classical magnetohydrodynamics // *J. Geophys. Res.* 1988. V. 93. P. 8545–8557.
- (Kennel, 1975) Kennel C.F., Coroniti F.V. Is Jupiter's magnetosphere like a pulsar's or Earth's? // *Space Sci. Rev.* 1975. V. 17. P. 857–883.
- (Kennel, 1966) Kennel C.F., Engelmann F. Velocity space diffusion from weak plasma turbulence // *Phys. Fluids.* 1966. V. 9. P. 2377–2388.

- (Kennel, 1986) Kennel C.F., Coroniti F.V., Scarf F.L. *et al.* A test of Lee's quasi-linear theory of ion acceleration by interplanetary travelling shocks // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91. P. 11917–11928.
- (Kiendl, 1997) Kiendl M.T., Semenov V.S., Kubyshev I.V. *et al.* MHD analysis of Petschek-type reconnection in nonuniform field and flow geometries // *Space. Sci. Rev.* 1997. V. 67. P. 1–47.
- (Kippenhahn, 1957) Kippenhahn R., Schlüter A. Eine Theorie der Solaren Filamente // *Zs. Ap.* 1957. V. 43. P. 36–62.
- (Kirk, 1994) Kirk J.G. Particle acceleration // *Plasma Astrophysics* / Ed. by J.G. Kirk, D.B. Melrose, E.R. Priest. — Berlin: Springer-Verlag, 1994. P. 225–314.
- (Kirk, 1989) Kirk J.G., Heavens A.F. Particle acceleration at oblique shock fronts // *Man. Not. Roy. Astron. Soc.* 1989. V. 239. P. 995–1011.
- (Kirk, 1988) Kirk J.G., Schlickeiser R., Schneider P. Cosmic-ray transport in accelerating flows // *Astrophys. J.* 1988. V. 328. P. 269–274.
- (Kirkland, 1979) Kirkland K.B., Sonnerup B.U.Ö. Self-similar resistive decay of a current sheet in a compressible plasma // *J. Plasma Phys.* 1979. V. 22. P. 289–302.
- (Kivelson, 1995) Kivelson M.G., Russell C.T. *Introduction to Space Physics.* — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995.
- (Kivelson, 1996) Kivelson M.G., Khuvana K.K., Russell C.T. *et al.* Discovery of Ganymede's magnetic field by the Galileo spacecraft // *Nature.* 1996. V. 384. P. 537–541.
- (Klapper, 1998) Klapper I. Constraints on finite-time current sheet formation at null points in two-dimensional ideal incompressible MHD // *Phys. Plasmas.* 1998. V. 5. P. 910–914.
- (Kleva, 1991) Kleva R.G., Drake J.F. Density limit disruptions in tokamaks // *Phys. Fluids B.* 1991. V. 3. P. 372–383.
- (Kliem, 1991) Kliem B., Seehafer N. Plasma heating by current sheets in solar active regions // *Mechanisms of Chromospheric and Coronal Heating* / Ed. by P. Ulmschneider, E.R. Priest, R. Rosner. — Berlin: Springer-Verlag, 1991. P. 564–566.
- (Klimchuk, 1988) Klimchuk J.A., Sturrock P.A., Yang W.H. Coronal magnetic fields produced by photospheric shear // *Astrophys. J.* 1988. V. 335. P. 456–467.
- (Kobak, 1997) Kobak T.Z., Ostrowski M. Process of energetic particle acceleration in a three-dimensional magnetic field reconnection model // *Relativistic Jets in Active Galactic Nuclei* / Ed. by M. Ostrowski *et al.* — Krakow: Uniwersytet Jagiellonski, Obserwatorium Astronomiczne, 1997. P. 185–188.
- (Kohl, 1997) Kohl J.L. 25 authors First results from the SOHO Ultraviolet Coronagraph Spectrometer // *Solar Phys.* 1997. V. 175. P. 613–644.
- (Kopp, 1976) Kopp R.A., Pneuman G.W. Magnetic reconnection in the corona and the loop prominence phenomenon // *Solar Phys.* 1976. V. 50. P. 85–98.
- (Krauss-Varban, 1991) Krauss-Varban D., Burgess D. Electron acceleration at nearly perpendicular collisionless shocks. 2. Reflection at curved shocks // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 143–154.

- (Krucker, 1998) Krucker S., Benz A.O., Bastian T.S., Acton L.W. X-ray network flares of the quiet Sun // *Astrophys. J.* 1998. V. 488. P. 499–505.
- (Krymsky, 1977) Krymsky G.F. A regular mechanism for the acceleration of charged particles on the front of a shock wave // *Sov. Phys. Dokl.* 1977. V. 22. P. 327–328.
- (Kulsrud, 1992) Kulsrud R.M., Anderson S.W. The spectrum of random magnetic fields in the mean field dynamo theory of the Galactic magnetic field // *Astrophys. J.* 1992. V. 396. P. 606–630.
- (Kulsrud, 1971) Kulsrud R.M., Ferrari A. The relativistic quasilinear theory of particle acceleration by hydromagnetic turbulence // *Astrophys. Space Sci.* 1971. V. 12. P. 302–318.
- (Kulsrud, 1982) Kulsrud R.M., Hahn T.S. Forced magnetic reconnection // *Physica Scripta.* 1982. V. T. 2. P. 525–528.
- (Kusano, 1995) Kusano K., Suzuki Y., Nishikawa K. A solar flare triggering mechanism based on the Woltjer-Taylor minimum energy principle // *Astrophys. J.* 1995. V. 441. P. 942–951.
- (La Belle-Hamer, 1987) La Belle-Hamer A.L., Fu Z.F., Lee L.C. A mechanism for patchy reconnection at the dayside magnetopause // *Geophys. Res. Lett.* 1987. V. 15. P. 152–155.
- (La Dous, 1993) La Dous C. Dwarf novae and nova-like stars // *Cataclysmic Variables and Related Objects* / Ed. by M. Hack, C. La Dous. (NASA SP-507, Washington, DC). P. 15–258.
- (Lakhina, 1988) Lakhina G.S., Schindler K. The effects of plasma sheet boundary flow and plasma mantle flow on the ion tearing instability // *J. Geophys. Res.* 1988. V. 93. P. 8591–8601.
- (Landau, 1984) Landau L.D., Lifshitz E.M. *Electrodynamics of Continuous Media*. — Oxford: Pergamon Press, 1984.
- (Lang, 1992) Lang K.R. *Astrophysical Data: Planets and Stars*. — Berlin: Springer-Verlag, 1992.
- (La Rosa, 1996) La Rosa T.N., Moore R.L., Miller J.A., Shore S.N. New promise for electron bulk energization in solar flares: preferential acceleration of electrons over protons in reconnection-driven MHD turbulence // *Astrophys. J.* 1996. V. 467. P. 454–464.
- (Lau, 1990) Lau Y.-T., Finn J.M. Three-dimensional kinematic reconnection in the presence of field nulls and closed field lines // *Astrophys. J.* 1990. V. 350. P. 672–691.
- (Lau, 1991) Lau Y.-T., Finn J.M. Three-dimensional kinematic reconnection of plasmoids // *Astrophys. J.* 1991. V. 366. P. 577–599.
- (Lau, 1992) Lau Y.-T., Finn J.M. Dynamics of a three-dimensional incompressible flow with stagnation points // *Physica D.* 1992. V. 57. P. 283–310.
- (Lau, 1996) Lau Y.-T., Finn J.M. Magnetic reconnection and the topology of interacting twisted flux tubes // *Phys. Plasmas.* 1996. V. 3. P. 3983–3997.
- (Laval, 1979) Laval G., Gressillon G. *Intrinsic Stochasticity in Plasmas*. — Orsay: Ed. de Physique, 1979.
- (Laval, 1966) Laval G., Pellat R., Vuillemin M. Instabilités 'electromagnetiques des plasma sans collisions // *Proceedings of the 2nd Conference on Plasma*

- Physics and Controlled Nuclear Fusion Research*, 2. — Vienna: Int. Atomic Energy Agency, 1966. P. 259–277.
- (Lebedev, 1965) Lebedev A.N. Contribution to the theory of runaway electrons // *Sov. Phys. JETP*. 1965. V. 21. P. 931–933.
- (Lee, 1985) Lee L.C., Fu Z.F. A theory of magnetic flux transfer at the Earth's magnetopause // *Geophys. Res. Lett.* 1985. V. 12. P. 105–108.
- (Lee, 1986) Lee L.C., Fu Z.F. Multiple X-line reconnection. 1. A criterion for the transition from a single X-line to a multiple X-line reconnection // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91. P. 6807–6815.
- (Lee, 1989) Lee L.C., Lin Y., Shi Y., Tsurutani B.T. Slow shock characteristics as a function of distance from the X-line in the magnetotail // *Geophys. Res. Lett.* 1989. V. 16. P. 903–906.
- (Lee, 1982) Lee M.A. Coupled hydromagnetic wave excitation and ion acceleration upstream of the Earth's bow shock // *J. Geophys. Res.* 1982. V. 87. P. 5063–5080.
- (Lee, 1983) Lee M.A. Coupled hydromagnetic wave excitation and ion acceleration at interplanetary travelling shocks // *J. Geophys. Res.* 1983. V. 88. P. 6109–6119.
- (Lee, 1992) Lee M.A. Particle acceleration in the heliosphere // *Particle Acceleration in Cosmic Plasmas* / Ed. by G.P. Zank, T.K. Gaisser. — New York: Amer. Inst. Phys., 1992. P. 27–44.
- (Lee, 1994) Lee M.A. Stochastic Fermi acceleration and solar cosmic rays // *High-Energy Solar Phenomena - A New Era of Spacecraft Measurements* / Ed. by J.M. Ryan, W.T. Vestrand. — New York: Amer. Inst. Phys., 1994. P. 134–142.
- (Lee, 1986) Lee M.A., Ryan J.M. Time-dependent coronal shock acceleration of energetic solar flare particles // *Astrophys. J.* 1986. V. 303. P. 829–842.
- (Lee, 1975) Lee M.A., Volk H.J. Hydromagnetic waves and cosmic-ray diffusion theory // *Astrophys. J.* 1975. V. 198. P. 485–492.
- (Lee, 1996) Lee M.A., Shapiro V.D., Sagdeev R.Z. Pickup ion acceleration by shock surfing // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 4777–4789.
- (Lesch, 1996) Lesch H. Magnetic reconnection in accretion disc coronae // *Solar and Astrophysical Magnetohydrodynamic Flows* / Ed. by K.C. Tsinganos. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 673–682.
- (Lesch, 1992) Lesch H., Reich W. The origin of monoenergetic electrons in the arc of the galactic center - particle acceleration by magnetic reconnection // *Astron. Astrophys.* 1992. V. 264. P. 493–499.
- (Levy, 1989) Levy E.H., Araki S. Magnetic reconnection flares in the protoplanetary nebula and the possible origin of meteorite chondrules // *Icarus*. 1989. V. 81. P. 74–91.
- (Levy, 1964) Levy R.H., Petschek H.E., Siscoe G.L. Aerodynamic aspects of the magnetospheric flow // *AIAA J.* 1964. V. 2. P. 2065–2076.
- (Lewis, 1990) Lewis Z.V., Cowley S.W.H., Southwood D.J. Impulsive energization of ions in the near-earth magnetotail during substorms // *Planet. Space Sci.* V. 38. P. 491–505.

- (Lighthill, 1978) Lighthill J. *Waves in Fluids*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1978.
- (Lin, 1999) Lin J., Forbes T.G. The effect of reconnection on the CME process // *J. Geophys. Res.*, in press.
- (Lin, 1981) Lin R.P., Schwartz R.A., Pelling R.M., Hurley K.C. A new component of hard X-rays in solar flares // *Astrophys. J. Lett.* 1981. V. 251. P. L109–L114.
- (Linardatos, 1993) Linardatos D. Magnetostatic equilibria and analogous Euler flows // *J. Fluid Mech.* 1993. V. 246. P. 569–591.
- (Linker, 1990) Linker J.A., Van Hoven G., Schnack D.D. MHD simulations of coronal mass ejections: importance of the driving mechanism // *J. Geophys. Res.* 1990. V. 95. P. 4229–4238.
- (Linker, 1992) Linker J.A., Van Hoven G., McComas D.J. Simulations of coronal disconnection events // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 13733–13740.
- (Linsky, 1989) Linsky J.L. Solar and stellar magnetic fields and structures: Observations // *Solar Phys.* 1989. V. 121. P. 187–196.
- (Linsky, 1989) Linsky J.L., Neff J.E., Brown A. *et al.* Rotational modulation and flares on RS Canum Venaticorum and BY Draconis stars. X. The 1981 October 3 flare on V. 711. Tauri (HR 1099) // *Astron. Astrophys.* 1989. V. 211. P. 173–186.
- (Lionello, 1998) Lionello R., Velli M., Einaudi G., Mikic Z. Nonlinear MHD evolution of line-tied coronal loops // *Astrophys. J.* 1998. V. 494. P. 840–850.
- (Litvinenko, 1994) Litvinenko Y.E. An explanation for the flare-frequency energy dependence // *Solar Phys.* 1994. V. 151. P. 195–198.
- Litvinenko (1996a) Litvinenko Y.E. Particle acceleration in reconnecting current sheets with a nonzero magnetic field // *Astrophys. J.* 1996. V. 462. P. 997–1004.
- Litvinenko (1996b) Litvinenko Y.E. On the formation of the Helium-3 spectrum in impulsive solar flares // *High-Energy Solar Physics* / Ed. by R. Ramaty, N. Mandzhavidze, X.-M. Hua. — New York: Amer. Inst. Phys., 1996. P. 498–503.
- (Litvinenko, 1993) Litvinenko Y.E., Somov B.V. Particle acceleration in reconnecting current sheets // *Solar Phys.* 1993. V. 146. P. 127–133.
- (Litvinenko, 1996) Litvinenko Y.E., Forbes T.G., Priest E.R. A strong limitation on the rapidity of flux-pile-up reconnection // *Solar Phys.* 1996. V. 167. P. 445–448.
- (Liu, 1990) Liu W.W., Hill T.W. Effect of plasma mantle injection on the dynamics of the distant magnetotail // *J. Geophys. Res.* 1990. V. 95. P. 18849–18860.
- (Livio, 1992) Livio M., Pringle J.E. Dwarf nova outbursts - the ultraviolet delay and the effect of a weakly magnetized white dwarf // *Man. Not. Roy. Astron. Soc.* 1992. V. 259. P. 23–26.
- (Lockwood, 1991) Lockwood M. Flux transfer events at the dayside magnetopause: Transient reconnection or magnetosheath dynamic pressure pulses? // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 5497–5509.



- (Lockwood, 1990) Lockwood M., Cowley S.W.H., Sandholt P.E. Transient reconnection search for ionospheric signatures // EOS, Trans. Amer. Geophys. Union. 1990. V. 71. P. 719–720.
- (Longcope, 1996) Longcope D.W. Topology and current ribbons: A model for current, reconnection and flaring in a complex, evolving corona // Solar Phys. 1996. V. 169. P. 91–121.
- (Longcope, 1998) Longcope D.W. Current sheet formation and reconnection of separator field lines // Observational Plasma Physics: Five Years of Yokoh and Beyond / Ed. by Watanabe, T. — Dordrecht: Kluwer, 1998. P. 179–184.
- (Longcope, 1996) Longcope D.W., Cowley S.C. Current sheet formation along three-dimensional magnetic separatrices // Phys. Plasmas. 1996. V. 3. P. 2885–2897.
- (Longcope, 1998) Longcope D.W., Silva A.V.R. A current ribbon model for energy storage and release with application to the flare of 7 Jan. 1992 // Solar Phys. 1998. V. 179. P. 349–377.
- (Longcope, 1993) Longcope D.W., Strauss H.R. The coalescence instability and the development of current sheets in two-dimensional MHD // Phys. Fluids B. 1993. V. 5. P. 2858–2869.
- (Longcope, 1994) Longcope D.W., Strauss H.R. Spontaneous reconnection of line-tied flux tubes // Astrophys. J. 1994. V. 426. P. 742–757.
- (Lopez, 1994) Lopez R.E., Baker D.N. Evidence for particle acceleration during magnetospheric substorms // Astrophys. J. 1994. V. 90. P. 531–539.
- (Lopez, 1989) Lopez R.E., Lui A.T.Y., Sibeck D.G. *et al.* On the relationship between the energetic particle flux morphology and the change in the magnetic field during substorms // J. Geophys. Res. 1989. V. 94. P. 17105–17119.
- (Lottermoser, 1998) Lottermoser R.-F., Scholer M., Matthews A.P. Ion kinetic effects in magnetic reconnection: hybrid simulations // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. P. 4547–4559.
- (Low, 1981) Low B.C. Eruptive solar magnetic fields // Astrophys. J. 1981. V. 251. P. 352–363.
- (Low, 1982) Low B.C. Magnetostatic atmospheres with variations in three dimensions // Astrophys. J. 1982. V. 263. P. 952–969.
- (Low, 1986) Low B.C. Models of partially open magnetospheres with and without magnetodisks // Astrophys. J. 1986. V. 310. P. 953–965.
- (Low, 1987) Low B.C. Electric current sheet formation in magnetic field induced by continuous magnetic footpoint displacements // Astrophys. J. 1987. V. 323. P. 358–367.
- (Low, 1993) Low B.C., Smith D.F. The free energies of partially open coronal magnetic fields // Astrophys. J. 1993. V. 410. P. 412–425.
- (Low, 1988) Low B.C., Wolfson R. Spontaneous formation of electric current sheets and the origin of solar flares // Astrophys. J. 1988. V. 324. P. 574–581.
- (Lu, 1993) Lu E.T., Hamilton R.J., McTiernan J.M., Bromund K.R. Solar flares and avalanches in driven dissipative systems // Astrophys. J. 1993. V. 412. P. 841–852.

- (Luhmann, 1984) Luhmann J.G., Walker R.J., Russell C.T. *et al.* Patterns of potential magnetic field merging sites on the dayside magnetopause // J. Geophys. Res. 1984. V. 89. P. 1739–1742.
- (Lui, 1992) Lui A.T.Y., Lopez R.E., Anderson B.J. *et al.* Current disruptions in the near-Earth neutral sheet // J. Geophys. Res. 1992. V. 97. P. 1461–1480.
- (Lundquist, 1951) Lundquist S. On the stability of magneto-hydrostatic fields // Phys. Rev. 1951. V. 83. P. 307–311.
- (Lynden-Bell, 1994) Lynden-Bell D., Boily C. Self-similar solutions up to flash-point in highly wound magnetostatics // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1994. V. 267. P. 146–152.
- (Lyons, 1985) Lyons L.R., Speiser T.W. Ohm's law for a current sheet // J. Geophys. Res. 1985. V. 90. P. 8543–8546.
- (Lyons, 1984) Lyons L.R., Williams D.J. Quantitative Aspects of Magneto spheric Physics. — Dordrecht: Reidel, 1984.
- (Macek, 1989) Macek W.M. Reconnection at the heliopause // Adv. Space Res. 1989. V. 9. P. 257–261.
- (Macek, 1990) Macek W.M. Reconnection pattern at the magnetopause // Physics of the Outer Heliosphere / Ed. by S. Grzedzielski, D.E. Page. — Oxford: Pergamon Press, 1990. P. 399–402.
- (Machado, 1988) Machado M.E., Moore R.L., Henandez A.M. *et al.* Jr. The observed characteristics of flare energy release. I. Magnetic structure at the energy release site // Astrophys. J. 1988. V. 326. P. 425–450.
- (Malara, 1989) Malara F., Einaudi G., Mangeney A. Stability properties of a cometary plasma // J. Geophys. Res. 1989. V. 94. P. 11813–11819.
- (Malherbe, 1983) Malherbe J.M., Priest E.R. Current sheet models for solar prominences // Astron. Astrophys. 1983. V. 123. P. 80–88.
- (Malkov, 1985) Malkov M.A., Sotnikov V.I. Lower hybrid drift instability and reconnection of magnetic lines of force // Sov. J. Plasma Phys. 1985. V. 11. P. 626–631.
- (Mandrini, 1995) Mandrini C.H., D'emoulin P., Rovira M.G. de la Beaujardiere, J.-F., and Henoux, J.C. Constraints on flare models set by the active region magnetic topology of AR 6233 // Astron. Astrophys. 1995. V. 303. P. 927–939.
- (Mansurov, 1969) Mansurov S.M. New evidence of a relationship between magnetic fields in space and on Earth // Geomagn. Aeron. 1969. V. 9. P. 622–623.
- (Martens, 1988) Martens P.C.H. The generation of proton beams in two-ribbon flares // Astrophys. J. Lett. 1988. V. 330. P. L131–L133.
- (Martens, 1989) Martens P.C.H., Kuin N.P.M. A circuit model for filament eruptions and two-ribbon flares // Solar Phys. 1989. V. 122. P. 263–302.
- (Martens, 1990) Martens P.C.H., Young A. Neutral beams in two-ribbon flares and in the geomagnetic tail // Astrophys. J. 1990. V. 73. P. 333–342.
- (Martin, 1986) Martin R.F. Jr. Chaotic particle dynamics near a two-dimensional magnetic neutral point with application to the geomagnetic tail // J. Geophys. Res. 1986. V. 91. P. 11985–11992.

- (Martin, 1988) Martin S.F., Svestka Z. Flaring arches. I. The major events of 1980 November 6 and 12 // *Solar Phys.* 1988. V. 116. P. 91–118.
- (Martin, 1985) Martin S.F., Livi S.H.B., Wang J. The cancellation of magnetic flux. II. In a decaying active region // *Australian J. Phys.* 1985. V. 38. P. 929–959.
- (Martinell, 1990) Martinell J.J. Expansion and stability of a magnetic arcade during a solar flare // *Astrophys. J.* 1990. V. 365. P. 342–353.
- (Masuda, 1994) Masuda S. Hard X-ray Sources and the Primary Energy Release Site in Solar Flares, PhD thesis. — Tokyo: Univ. of Tokyo, 1994.
- (Masuda, 1994) Masuda S., Kosugi T., Kara H. *et al.* A loop-top hard X-ray source in a compact solar flare // *Nature*. 1994. V. 371. P. 495–497.
- (Matsumoto, 1993) Matsumoto R., Tajima T., Shibata K., Kaisig M. Three-dimensional magnetohydrodynamics of emerging magnetic flux in the solar atmosphere // *Astrophys. J.* 1993. V. 414. P. 357–371.
- (Matthaeus, 1986) Matthaeus W.H., Lamkin S.L. Turbulent magnetic reconnection // *Phys. Fluids*. 1986. V. 29. P. 2513–2534.
- (Matthaeus, 1981) Matthaeus W.H., Montgomery D. Nonlinear evolution of the sheet pinch // *J. Plasma Phys.* 1981. V. 25. P. 11–41.
- (Matthaeus, 1984) Matthaeus W.H., Ambrosiano J.J., Goldstein M.L. Particle acceleration by turbulent MHD reconnection // *Phys. Rev. Lett.* 1984. V. 53. P. 1449–1452.
- (Matthaeus, 1996) Matthaeus W.H., Ghosh S., Oughton S., Roberts D.A. Anisotropic three-dimensional MHD turbulence // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 7619–7629.
- (Matthews, 1995) Matthews P.C., Proctor M.R.E., Weiss N.O. Compressible magnetoconvection in three dimensions: planforms and nonlinear behaviour // *J. Fluid Mech.* 1995. V. 305. P. 281–305.
- (Maynard, 1996) Maynard N.C., Burkner W.J., Basinska E.M. *et al.* Dynamics of the inner magnetosphere near times of substorm onset // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 7705–7736.
- (McClements, 1993) McClements K.G., Bingham R., Su J.J. *et al.* Lower hybrid resonance acceleration of electrons and ions in solar flares and the associated microwave emission // *Astrophys. J.* 1993. V. 409. P. 465–475.
- (McClymont, 1996) McClymont A.N., Craig I.J.D. Dynamical finite-amplitude magnetic reconnection at an X-type neutral point // *Astrophys. J.* 1996. V. 466. P. 487–495.
- (McComas, 1989) McComas D.J., Gosling J.T., Phillips J.L. *et al.* Electron heat flux dropouts in the solar wind - Evidence for interplanetary magnetic field reconnection? // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94. P. 6907–6917.
- (McComas, 1991) McComas D.J., Phillips J.L., Hundhausen A.J., Burkepile J.T. Observations of disconnection of open coronal magnetic structures // *Geophys. Res. Lett.* 1991. V. 18. P. 73–76.
- (McComas, 1992) McComas D.J., Gosling J.T., Phillips J.L. Regulation of the interplanetary magnetic field // *Solar Wind Seven* / Ed. by E. Marsch, R. Schwenn. — Oxford: Pergamon Press, 1992. P. 643–646.

- (McComas, 1995) McComas D.J., Gosling J.T., Hammond C.M. *et al.* Reconnection of open field lines ahead of coronal mass ejections // *Space Sci. Rev.* 1995. V. 72. P. 129–132.
- (McKenzie, 1995) McKenzie J.F., Banaskiewicz M., Axford W.I. Acceleration of the high-speed solar wind // *Astron. Astrophys.* 1995. V. 303. P. L45–L48.
- (McKenzie, 1997) McKenzie J.F., Axford W.I., Banaskiewicz M. The fast solar wind // *Geophys. Res. Lett.* 1997. V. 24. P. 2877–2880.
- (McKenzie, 1998) McKenzie J.F., Sukhorakova G.W., Axford W.I. The source region of the fast solar wind // *Astron. Astrophys.* 1998. V. 330. P. 1145–1148.
- (McPherron, 1995) McPherron R.L. Magnetospheric dynamics // *Introduction to Space Physics* / Ed. by M.G. Kivelson, C.T. Russell. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995. P. 400–458.
- (McTiernan, 1993) McTiernan J.M., Kane S.R., Loran J.M. *et al.* Temperature and density structure of the 1991 November 2 flare observed by the Yohkoh soft X-ray telescope and hard X-ray telescope // *Astrophys. J.* 1993. V. 416. P. L91–L93.
- (Melrose, 1980) Melrose D.B. *Plasma Astrophysics*. — New York: Gordon and Breach, 1980.
- (Melrose, 1983) Melrose D.B. Prompt acceleration of greater than 30 MeV per nucleon ions in solar flares // *Solar Phys.* V. 89. P. 149–162.
- (Mestel, 1999) Mestel L. *Stellar Magnetism*. — Oxford: Oxford Univ. Press, 1999.
- (Mestel, 1985) Mestel L., Ray T.P. Disk-like magnetogravitational equilibria // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1985. V. 212. P. 275–300.
- (Mestel, 1956) Mestel L., Spitzer L. Star formation in magnetic dust clouds // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1956. V. 116. P. 503–514.
- (Mestel, 1987) Mestel L., Spruit H.C. On magnetic braking of late-type stars // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1987. V. 26. P. 57–66.
- (Mestel, 1967) Mestel L., Strittmatter P.A. The magnetic field of a contracting gas cloud. II. Finite diffusion effects - an illustrative example // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1967. V. 137. P. 95–105.
- (Meyer, 1993) Meyer J.P. Elemental abundances in active regions, flares and the interplanetary medium // *Adv. Space Res.* 1993. V. 13. P. 377–390.
- (Mikic, 1994) Mikic Z., Linker J.A. Disruption of coronal magnetic field arcades // *Astrophys. J.* 1994. V. 430. P. 898–912.
- (Mikic, 1988) Mikic Z., Barnes D.C., Schnack D.D. Dynamical evolution of a solar coronal magnetic field arcade // *Astrophys. J.* 1988. V. 328. P. 830–847.
- (Mikic, 1990) Mikic Z., Schnack D.D., Van Hoven G. Dynamical evolution of twisted magnetic flux tubes. I. Equilibrium and linear stability // *Astrophys. J.* 1990. V. 361. P. 690–700.
- (Miller, 1992) Miller J.A., Ramaty R. Stochastic acceleration in impulsive solar flares // *Particle Acceleration in Cosmic Plasmas* / Ed. by G.P. Zank, T.K. Gaisser. — New York: Amer. Inst. Phys., 1992. P. 223–228.
- (Miller, 1995) Miller J.A., Roberts D.A. Stochastic proton acceleration by cascading Alfvén waves in impulsive solar flares // *Astrophys. J.* 1995. V. 452. P. 912–932.

- (Miller, 1996) Miller J.A., La Rosa T.N., Moore R.L. Stochastic electron acceleration by cascading fast-mode waves in impulsive solar flares // *Astrophys. J.* 1996. V. 461. P. 445–464.
- (Miller, 1997) Miller J.A., Cargill P.J., Emslie A.G. *et al.* Critical issues for understanding particle acceleration in impulsive solar flares // *J. Geophys. Res.* V. 102. P. 14631–14659.
- (Milne-Thomson, 1960) Milne-Thomson L.M. *Theoretical Hydrodynamics*. — London: Macmillan, 1960.
- (Milne, 1981) Milne A.M., Priest E.R. Internal structure of reconnecting current sheets and the emerging flux model for solar flares // *Solar Phys.* 1981. V. 73. P. 157–181.
- (Milroy, 1984) Milroy R.D. Reconnection during the formation of field-reversed configurations // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* / Ed. by E.W. Hones. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 305–312.
- (Mitchell, 1978) Mitchell H.G., Kan J.R. Merging of magnetic fields with field-aligned plasma flow components // *J. Plasma Phys.* 1978. V. 20. P. 31–45.
- (Mitchell, 1990) Mitchell D.G., Williams D.J., Huang C.Y. *et al.* Current carriers in the near-Earth cross-tail current sheet during the substorm growth phase // *Geophys. Res. Lett.* 1990. V. 17. P. 583–586.
- (Möbius, 1994) Möbius E. Sources and acceleration of energetic particles in planetary magnetospheres // *Astrophys. J.* 1994. V. 90. P. 521–530.
- (Moffatt, 1969) Moffatt H.K. The degree of knottedness of tangled vortex lines // *J. Fluid Mech.* 1969. V. 35. P. 117–129.
- (Moffatt, 1978) Moffatt H.K. *Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1978.
- (Moffatt, 1985) Moffatt H.K. Magnetostatic equilibria and analogous Euler flows of arbitrarily complex topology. Part I. Fundamentals // *J. Fluid Mech.* 1985. V. 159. P. 359–378.
- (Moffatt, 1990) Moffatt H.K. Structure and stability of solutions of the Euler equations: a Lagrangian approach // *Phil. Trans. Roy. Soc. Land. A.* 1990. V. 333. P. 321–342.
- (Montgomery, 1983) Montgomery D. Theory of hydromagnetic turbulence // *Solar Wind 5* / Ed. by M. Neugebauer. (NASA CP-2280, Washington, DC). P. 107–130.
- (Montgomery, 1988) Montgomery D., Phillips L. Minimum dissipation rates in magnetohydrodynamics // *Phys. Rev. A.* 1988. V. 38. P. 2953–2964.
- (Montgomery, 1978) Montgomery D., Turner L., Vahala G. Three-dimensional magnetohydrodynamic turbulence in cylindrical geometry // *Phys. Fluids.* 1978. V. 21. P. 757–764.
- (Montmerle, 1996) Montmerle T., Casanova S. X-ray flares and variability of young stellar objects // *Magnetohydrodynamic Phenomena in the Solar Atmosphere, Prototypes of Stellar Magnetic Activity*, IAU Colloq. 153 / Ed. by Y. Uchida, T. Kosugi, H.S. Hudson. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 247–258.

- (Moore, 1980) Moore R.L. *et al.* The thermal X-ray flare plasma // *Solar Flares* / Ed. by P.A. Sturrock. — Boulder: Colorado Assoc. Univ. Press, 1980. P. 341–409.
- (Moore, 1995) Moore R.L., LaRosa T.N., Orwig L.E. The wall of reconnection-driven magnetohydrodynamic turbulence in a large solar flare // *Astrophys. J.* 1995. V. 438. P. 985–966.
- (Moses, 1993) Moses R.W., Finn J.M., Laing K.H. Plasma heating by collisionless magnetic reconnection: analysis and computations // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 4013–4040.
- (Mullan, 1986) Mullan D.J. M dwarfs: Theoretical work // *The M-Type Stars* / Ed. by J.R. Johnson, F.R. Querci. (NASA SP-492, Washington, DC). P. 455–479.
- (Muskelishvili, 1953) Muskelishvili N. *Singular Integral Equations*. — Groningen, Holland: Noordhoff, 1953.
- (Nagai, 1980) Nagai F. A model of hot loops associated with solar flares. I. Gasdynamics in the loops // *Solar Phys.* 1980. V. 68. P. 351–379.
- (Nagai, 1998) Nagai T. *et al.* Structure and dynamics of magnetic reconnection of substorm onsets with Geotail observations // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103. P. 4419–4440.
- (Neff, 1989) Neff J.E., Linsky J.L., Walter P.M., Rodonò M. Rotational modulation and flares on RS Canum Venaticorum and BY Draconis stars. XI. Ultraviolet spectral images of AR Lacertae in September 1985 // *Astron. Astrophys.* 1989. V. 215. P. 79–91.
- (Neidig, 1989) Neidig D.F. The importance of solar white-light flares // *Solar Phys.* 1989. V. 121. P. 261–269.
- (Nerney, 1993) Nerney S., Suess S.T., Schmahl E.J. Flow downstream of the heliospheric terminal shock - the magnetic field on the heliopause // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 15169–15176.
- (Neugebauer, 1962) Neugebauer M.M., Snyder C.W. Solar plasma experiment // *Science*. 1962. V. 138. P. 1095–1096.
- (Neugebauer, 1986) Neugebauer M.M., Alexander C.J., Schwenn R., Richter A.K. Tangential discontinuities in the solar wind-correlated field and velocity changes and the Kelvin-Helmholtz instability // *J. Geophys. Res.* V. 91. P. 13694–13698.
- (Newcomb, 1958) Newcomb W.A. Motion of magnetic lines of force // *Ann. Phys.* 1958. V. 3. P. 347–385.
- (Niedner, 1984) Niedner M.B. Jr. Magnetic reconnection in comets // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* / Ed. by E.W. Hones. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 79–89.
- (Niedner, 1978) Niedner M.B. Jr., and Brandt, J.C. Interplanetary gas. XXIII. Plasma tail disconnection events in comets: evidence for magnetic field line reconnection at interplanetary sector boundaries? // *Astrophys. J.* 1978. V. 223. P. 655–670.
- (Nishida, 1973) Nishida A., Nagayama N. Synoptic survey of the neutral line in the magnetotail during the substorm expansion phase // *J. Geophys. Res.* 1973. V. 78. P. 3782–3798.

- (Norman, 1985) Norman C., Heyvaerts J. Anomalous magnetic field diffusion during star formation // *Astron. Astrophys.* 1985. V. 147. P. 247–256.
- (Northrop, 1963) Northrop T.G. The Adiabatic Motion of Charged Particles. — New York: Interscience Publishers, 1963.
- (O'Brien, 1993) O'Brien M.R., Robinson M.R. Tokamak experiments // *Plasma Physics* / Ed. by R. Dendy. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. P. 189–208.
- (Ofman, 1991) Ofman L., Chen X.L., Morrison P.J., Steinolfson R.S. Resistive tearing mode instability with shear flow and viscosity // *Phys. Fluids*. 1991. V. B. 3. P. 1364–1373.
- Ofman (1993a) Ofman L., Morrison P.J., Steinolfson R.S. Nonlinear evolution of resistive tearing mode instability with shear flow and viscosity // *Phys. Fluids*. 1993. V. B. 5. P. 376–387.
- Ofman (1993b) Ofman L., Morrison P.J., Steinolfson R.S. Magnetic reconnection at stressed X-type neutral points // *Astrophys. J.* 1993. V. 417. P. 748–756.
- (Ogino, 1986) Ogino T., Walker R.J., Ashour-Abdalla M. An MHD simulation of the interaction of the solar wind with the outflowing plasma from a comet // *Geophys. Res. Lett.* 1986. V. 13. P. 929–932.
- (Ogino, 1989) Ogino T., Walker R.J., Ashour-Abdalla M. An MHD simulation of the formation of magnetic flux tubes at the Earth's dayside magnetopause // *Geophys. Res. Lett.* 1989. V. 16. P. 155–158.
- (Ohyabu, 1974) Ohyabu N., Okamura S., Kawashima N. Strong ion heating in a magnetic neutral point discharge // *Phys. Fluids*. 1974. V. 17. P. 2009–2013.
- (Omidi, 1992) Omidi N., Winske D. Kinetic structure of slow shocks - effects of the electromagnetic ion / ion cyclotron instability // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 14801–14821.
- (Onsager, 1997) Onsager T.G., Lockwood M. High-latitude particle precipitation and its relationship to magnetospheric source regions // *Space. Sci. Rev.* 1997. V. 80. P. 77–107.
- (Onsager, 1995) Onsager T.G., Mukai T. Low-altitude signature of the plasma sheet boundary layer: Observations and model // *Geophys. Res. Lett.* 1995. V. 22. P. 855–858.
- (Onsager, 1991) Onsager T.G., Thomsen M.F., Elphic R.C., Gosling J.T. Model of electron and ion distributions in the plasma sheet boundary layer // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 20999–21011.
- (Ortolani, 1987) Ortolani S. Reversed-field pinch confinement physics // *Plasma Phys. Control Fusion*. 1987. V. 31. P. 1665–1683.
- (Ostlie, 1996) Ostlie D.A., Carroll B.W. Modern Stellar Astrophysics. — Wokingham, England: Addison-Wesley, 1996.
- (Ostrowski, 1998) Ostrowski M. Acceleration of ultra-high energy cosmic ray particles in relativistic jets in extragalactic radio sources // *Astron. Astrophys.* 1998. V. 335. P. 134–144.
- (Otto, 1995) Otto A. Forced three-dimensional magnetic reconnection due to linkage of magnetic flux tubes // *J. Geophys. Res.* 1995. V. 100. P. 11863–11874.

- (Otto, 1990) Otto A., Schindler K., Birn J. Quantitative study of the nonlinear formation and acceleration of plasmoids in the Earth's magnetotail // *J. Geophys. Res.* 1990. V. 95. P. 15023–15037.
- (Overskei, 1976) Overskei D., Politzer P.A. Plasma turbulence in the vicinity of a magnetic neutral line // *Phys. Fluids.* 1976. V. 19. P. 683–689.
- (Pallavicini, 1983) Pallavicini R., Peres G., Serio S. *et al.* Closed coronal structures. V. Gasdynamic models of flaring loops and comparison with SMM observations // *Astrophys. J.* 1983. V. 270. P. 27–287.
- (Pan, 1995) Pan H.C., Jordan C., Makishima K. *et al.* X-ray observations of the dMe star EQ1839.6+8002 in 1980–1993 // *Flares and Flashes* / Ed. by J. Greiner, H.W. Duerbeck, R.E. Gershberg. — Berlin: Springer, 1995. P. 171–174.
- (Papaloizou, 1995) Papaloizou J.C.B., Lin D.N.C. Theory of accretion disks. I. Angular momentum transport processes // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 1995. V. 33. P. 505–540.
- (Papamastorakis, 1989) Papamastorakis L., Paschmann G., Baumjohann W., Sonnerup B.U.Ø. Orientation, motion and other properties of flux transfer event structures on September 4, 1984 // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94. P. 8852–8866.
- (Pare, 1984) Pare V.K. Reconnection in tokamaks // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* / Ed. by E.W. Hones. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 341–346.
- (Park, 1984) Park W., Monticello D.A., White R.B. Reconnection rates of magnetic fields including the effects of viscosity // *Phys. Fluids.* 1984. V. 27. P. 137–149.
- (Parker, 1953) Parker E.N. Instability of thermal fields // *Astrophys. J.* 1953. V. 117. P. 431–436.
- (Parker, 1957) Parker E.N. Sweet's mechanism for merging magnetic fields in conducting fluids // *J. Geophys. Res.* 1957. V. 62. P. 509–520.
- (Parker, 1958) Parker E.N. Dynamics of the interplanetary gas and magnetic field // *Astrophys. J.* 1958. V. 128. P. 664–676.
- (Parker, 1963) Parker E.N. The solar flare phenomenon and theory of reconnection and annihilation of magnetic fields // *Astrophys. J. Supp.* 1963. V. 8. P. 177–211.
- (Parker, 1965) Parker E.N. The passage of energetic charged particles through interplanetary space // *Planet. Space Sci.* 1965. V. 13. P. 9–49.
- (Parker, 1972) Parker E.N. Topological dissipation and the small-scale fields in turbulent gases // *Astrophys. J.* 1972. V. 174. P. 499–510.
- (Parker, 1973) Parker E.N. Comments on the reconnection rate of magnetic fields // *J. Plasma Phys.* V. 9. P. 49–63.
- (Parker, 1974) Parker E.N. The dynamical properties of twisted ropes of magnetic field and the vigor of new active regions on the Sun // *Astrophys. J.* 1974. V. 191. P. 245–254.
- (Parker, 1979) Parker E.N. *Cosmical Magnetic Fields*. — Oxford: Clarendon Press, 1979.



- (Parker, 1983) Parker E.N. Magnetic neutral sheets in evolving fields. II. formation of the solar corona // *Astrophys. J.* 1983. V. 264. P. 642–647.
- (Parker, 1988) Parker E.N. Nanoflares and the solar X-ray corona // *Astrophys. J.* 1988. V. 330. P. 474–479.
- (Parker, 1989) Parker E.N. Spontaneous tangential discontinuities and the optical analogy for static magnetic fields // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*. 1989. V. 45. P. 159–168.
- (Parker, 1990) Parker E.N. Tangential discontinuities and the optical analogy for stationary fields. V. Formal integration of the force-free field equations // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*. 1990. V. 52. P. 183–210.
- (Parker, 1996) Parker E.N. The alternative paradigm for magnetospheric physics // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 10587–10625.
- (Parker, 1958) Parker E.N., Tidman D.A. Suprathermal particles // *Phys. Rev.* V. 111. P. 1206–1211.
- (Parks, 1991) Parks G.K. *Physics of Space Plasmas*. — Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1991.
- (Parnell, 1999) Parnell C.E., Jupp P.E. Statistical analysis of the energy distribution of sub-microflares in the quiet Sun // *Astrophys. J.*, in press.
- (Parnell, 1994) Parnell C.E., Priest E.R., Golub L. The three-dimensional structures of X-ray bright points // *Solar Phys.* 1994. V. 151. P. 57–74.
- (Parnell, 1996) Parnell C.E., Smith J., Neukirch T., Priest E.R. The structure of three-dimensional magnetic neutral points // *Phys. Plasmas*. 1996. V. 3. P. 759–770.
- (Paschmann, 1979) Paschmann G., Sonnerup B.U.Ö., Papamastorakis L. *et al.* Plasma acceleration at the Earth's magnetopause: Evidence for reconnection // *Nature*. 1979. V. 282. P. 243–246.
- (Paschmann, 1982) Paschmann G., Haerendel G., Papamastorakis L. *et al.* Plasma and magnetic field characteristics of magnetic flux transfer events // *J. Geophys. Res.* 1982. V. 87. P. 2159–2168.
- (Pease, 1993) Pease R.S. Survey of fusion plasma physics // *Plasma Physics* / Ed. by R. Dendy. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. P. 475–507.
- (Pellat, 1976) Pellat R., Francfort P. Magnetic merging in collisionless plasmas // *Geophys. Res. Lett.* 1976. V. 3. P. 433–436.
- (Pellinen, 1978) Pellinen R.J., Heikkilä W.J. Energization of charged particles to high energies by an induced substorm electric field within the magnetotail // *J. Geophys. Res.* 1978. V. 83. P. 1544–1550.
- (Pesses, 1981) Pesses M., Jokipii J.R., Eichler D. Cosmic-ray drift, shock-wave acceleration and the anomalous components of cosmic rays // *Astrophys. J.* 1981. V. 246. P. L85–L88.
- (Petschek, 1964) Petschek H.E. Magnetic field annihilation // *Physics of Solar Flares* / Ed. by W.N. Hess. (NASA SP-50, Washington, DC). P. 425–439.
- (Petschek, 1967) Petschek H.E., Thome R.M. The existence of intermediate waves in neutral sheets // *Astrophys. J.* 1967. V. 147. P. 1157–1163.
- (Pettersen, 1989) Pettersen B.R. A review of stellar flares and their characteristics // *Solar Phys.* 1989. V. 121. P. 299–312.

- (Phan, 1990) Phan T.D., Sonnerup B.U.Ö. MHD stagnation-point flows at a current sheet including viscous and resistive effects // *J. Plasma Phys.* 1990. V. 44. P. 525–546.
- (Pilipp, 1978) Pilipp W.G., Morfill G. The formation of the plasma sheet resulting from plasma mantle dynamics // *J. Geophys. Res.* 1978. V. 83. P. 5670–5678.
- (Pike, 1998) Pike C.D., Mason H.E. Rotating transition-region features observed with the SOHO Coronal Diagnostic Spectrometer // *Solar Phys.* 1998. V. 182. P. 333–348.
- (Platt, 1994) Platt U., Neukirch T. Theoretical study of onset conditions for solar eruptive processes - influence of the boundaries // *Solar Phys.* 1994. V. 153. P. 287–306.
- (Podgorny, 1981) Podgorny A.I., Syrovatsky S.I. Formation and development of a current sheet for various magnetic viscosities and gas pressures // *Sov. J. Plasma Phys.* V. 7. P. 580–585.
- (Poletto, 1986) Poletto G., Kopp R.A. Macroscopic electric fields during two-ribbon flares // *The Lower Atmosphere of Solar Flares* / Ed. by D.F. Neidig. — Sunspot, NM: NSO, 1986. P. 453–465.
- (Poletto, 1988) Poletto G., Pallavicini R., Kopp R.A. Modelling of long-duration two-ribbon flares on M dwarf stars // *Astron. Astrophys.* 1988. V. 201. P. 93–99.
- (Politano, 1995) Politano H., Pouquet A., Sulem P.L. Current and vorticity dynamics in three-dimensional magnetohydrodynamic turbulence // *Phys. Plasmas.* 1995. V. 2. P. 2931–2939.
- (Poston, 1978) Poston T., Stewart I. *Catastrophe Theory and Its Applications*. — San Francisco: Pitman, 1978.
- (Pouquet, 1978) Pouquet A. On two-dimensional MHD turbulence // *J. Fluid Mech.* 1978. V. 88. P. 1–16.
- Priest (1972a) Priest E.R. A modification and criticism of Petschek's mechanism // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1972. V. 159. P. 389–402.
- Priest (1972b) Priest E.R. Sweet's mechanism for the destruction of magnetic flux // *Quart. Journal Mech. and App. Math.* 1972. V. 25. P. 319–332.
- (Priest, 1981) Priest E.R. Theory of loop flows and instability // *Solar Active Regions* / Ed. by F.Q. Orall. — Boulder: Colo. Assoc. Univ. Press, 1981. P. 213–275.
- (Priest, 1982) Priest E.R. *Solar Magnetohydrodynamics*. — Dordrecht: Reidel, 1982.
- (Priest, 1985) Priest E.R. The MHD of current sheets // *Rep. Prog. Phys.* 1985. V. 48. P. 955–1090.
- (Priest, 1986) Priest E.R. Magnetic reconnection on the Sun // *Mit. Astron. Ges.* 1986. V. 65. P. 41–51.
- (Priest, 1987) Priest E.R. Appearance and disappearance of magnetic flux at the solar surface // *Role of Fine-Scale Magnetic Fields on Structure of the Solar Atmosphere* / Ed. by E. Schroter, M. Vazquez, A. Wyller. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987. P. 297–316.
- (Priest, 1992) Priest E.R. Basic magnetic configuration and energy supply processes for an Interacting Flux Model of eruptive solar flares // *Erup-*

- tive Solar Flares / Ed. by Z. Svestka, B. Jackson, M. Machado. — Berlin: Springer-Verlag, 1992. P. 15–32.
- (Priest, 1993) Priest E.R. Coronal heating mechanisms // *Physics of Solar and Stellar Coronae* / Ed. by J. Linsky, S. Serio. — Dordrecht: Kluwer, 1993. P. 515–532.
- (Priest, 1996) Priest E.R. Reconnection of magnetic lines of force // *Solar and Astrophysical MHD Flows* / Ed. by K. Tsinganos. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 151–170.
- (Priest, 1975) Priest E.R., Cowley S.W.H. Some comments on magnetic field reconnection // *J. Plasma Phys.* 1975. V. 14. P. 271–282.
- (Priest, 1995) Priest E.R., D'emoulin P. Three-dimensional reconnection without null points // *J. Geophys. Res.* 1995. V. 100. P. 23443–23463.
- (Priest, 1986) Priest E.R., Forbes T.G. New models for fast steady-state magnetic reconnection // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91. P. 5579–5588.
- (Priest, 1989) Priest E.R., Forbes T.G. Steady magnetic reconnection in three dimensions // *Solar Phys.* 1989. V. 119. P. 211–214.
- (Priest, 1990) Priest E.R., Forbes T.G. Magnetic field evolution during prominence eruptions and two-ribbon flares // *Solar Phys.* 1990. V. 126. P. 319–350.
- Priest (1992a) Priest E.R., Forbes T.G. Magnetic flipping - reconnection in three dimensions without null points // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 1521–1531.
- Priest (1992b) Priest E.R., Forbes T.G. Does fast magnetic reconnection exist? // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 16757–16772.
- (Priest, 1990) Priest E.R., Lee L.C. Nonlinear magnetic reconnection models with separatrix jets // *J. Plasma Phys.* 1990. V. 44. P. 337–360.
- (Priest, 1975) Priest E.R., Raadu M.A. Preflare current sheets in the solar atmosphere // *Solar Phys.* 1975. V. 43. P. 177–188.
- (Priest, 1976) Priest E.R., Soward A.M. On fast magnetic field reconnection // *Basic Mechanisms of Solar Activity*, IAU Symp. 71 / Ed. by V. Bumba, J. Kleczek. — Dordrecht: Reidel, 1976. P. 353–366.
- (Priest, 1996) Priest E.R., Titov V.S. Magnetic reconnection at three-dimensional null points // *Phil. Trans. Roy. Soc. Land. A.* 1996. V. 354. P. 2951–2992.
- Priest (1994a) Priest E.R., Parnell C.E., Martin S.F. A converging flux model of an X-ray bright point and an associated cancelling magnetic feature // *Astrophys. J.* 1994. V. 427. P. 459–474.
- Priest (1994b) Priest E.R., Titov V.S., Rickard G.K. The formation of magnetic singularities by nonlinear time-dependent collapse of an X-type magnetic field // *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A.* 1994. V. 351. P. 1–37.
- Priest (1994c) Priest E.R., Titov V.S., Vekstein G.E., Rickard G.J. Steady linear X-point magnetic reconnection // *J. Geophys. Res.* 1994. V. 99. P. 21467–21480.
- (Priest, 1996) Priest E.R., Lonie D.P., Titov V.S. Bifurcations of magnetic topology by the creation or annihilation of null points // *J. Plasma Phys.* 1996. V. 56. P. 507–530.

- (Priest, 1997) Priest E.R., Bungey T.N., Titov V.S. The 3D topology and interaction of complex magnetic flux systems // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*. 1997. V. 84. P. 127–163.
- (Priest, 1998) Priest E.R., Foley C.R., Heyvaerts J. *et al.* Nature of the heating mechanism for the diffuse solar corona // *Nature*. 1998. V. 393. P. 545–547.
- (Pritchett, 1979) Pritchett P.L., Wu C.C. Coalescence of magnetic islands // *Phys. Fluids*. V. 22. P. 2140–2146.
- (Pritchett, 1980) Pritchett P.L., Lee Y.C., Drake J.F. Linear analysis of the double tearing mode // *Phys. Fluids*. 1980. V. 23. P. 1368–1374.
- (Proctor, 1993) Proctor M.R.E., Matthews P.C., Rucklidge A.M. *Solar and Planetary Dynamos*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993.
- (Pudovkin, 1985) Pudovkin M.I., Semenov V.S. Magnetic field reconnection theory and the solar wind - magnetosphere interaction: A review // *Space Sci. Rev.* 1985. V. 41. P. 1–89.
- (Pudovkin, 1988) Pudovkin M.I., Shukhova L.Z. Certain manifestations of magnetic field reconnection processes in the solar wind // *Geomagn. Aeron.* 1988. V. 28. P. 667–670.
- (Raadu, 1989) Raadu M.A. The physics of double layers and their role in astrophysics // *Phys. Reports*. 1989. V. 178. P. 25–97.
- (Raadu, 1988) Raadu M.A., Rasmussen J.J. Dynamical aspects of electrostatic double layers // *Astrophys. Space Sci.* 1988. V. 144. P. 43–71.
- (Rädler, 1986) Rädler K.-H. On the effect of differential rotation on axisymmetric and nonaxisymmetric magnetic fields of cosmic bodies // *Proceedings of the Joint Varenna-Abastumani International School and Workshop on Plasma Astrophysics* / Ed. by T.D. Guyenne. (ESA SP-251, Noordwijk). P. 569–574.
- (Ramaty, 1979) Ramaty R. Energetic particles in solar flares // *Particle Acceleration Mechanisms in Astrophysics* / Ed. by J. Arons, C. McKee, C. Max. — New York: Amer. Inst. Phys., 1979. P. 135–154.
- (Ramaty, 1987) Ramaty R., Murphy R.J. Nuclear processes and accelerated particles in solar flares // *Space Sci. Rev.* 1987. V. 45. P. 213–268.
- (Ramaty, 1995) Ramaty R., Mandzhavidze N., Kozlovsky B., Murphy R.J. Solar atmospheric abundances and energy content in flare-accelerated ions from gamma-ray spectroscopy // *Astrophys. J.* 1995. V. 455. P. L193–L196.
- (Rastätter, 1997) Rastätter L., Neukirch T. Magnetic reconnection in a magnetosphere-accretion-disc system: Axisymmetric stationary states and 2D reconnection simulations // *Astron. Astrophys.* 1997. V. 323. P. 923–930.
- (Rastatter, 1994) Rastatter L., Voge A., Schindler K. On current sheets in 2D ideal MHD caused by pressure perturbations // *Phys. Plasmas*. 1994. V. 1. P. 3414–3424.
- (Reames, 1990) Reames D.V. Acceleration of energetic particles by shock waves from large solar flares // *Astrophys. J.* 1990. V. 358. P. L63–L67.
- (Rechester, 1978) Rechester A.B., Rosenbluth M.N. Electron heat transport in a tokamak with destroyed magnetic surfaces // *Phys. Rev. Lett.* 1978. V. 40. P. 38–41.
- (Rechester, 1976) Rechester A.B., Stix T.H. Magnetic braiding due to weak asymmetry // *Phys. Rev. Lett.* 1976. V. 36. P. 587–591.

- (Reid, 1975) Reid G.C., Holzer T.E. The response of the dayside magnetosphere-ionosphere system to time-varying field line reconnection at the magnetopause. 2. Erosion event of March 27, 1968 // *J. Geophys. Res.* 1975. V. 80. P. 2050–2056.
- (Richardson, 1988) Richardson J.D., Belcher J.W., Selesnick R.S. *et al.* Evidence for periodic reconnection at Uranus? // *Geophys. Res. Lett.* 1988. V. 15. P. 733–736.
- (Richter, 1985) Richter A.K., Hsieh K.C., Luttrell A.H. *et al.* Review of interplanetary shock phenomena near and within 1 AU // *Collisionless Shocks in the Heliosphere: Reviews of Current Research* / Ed. by B. Tsurutani, R. Stone. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1985. P. 33–50.
- (Rijnbeek, 1993) Rijnbeek R.P., Semenov V.S. Features of a Petschek-type reconnection model // *Trends in Geophys. Res.* 1993. V. 2. P. 247–268.
- (Rijnbeek, 1982) Rijnbeek R.P., Cowley S.W.H., Southwood D.J., Russell C.T. Observations of reverse polarity flux transfer events at the Earth's dayside magnetopause // *Nature*. 1982. V. 300. P. 23–26.
- (Rijnbeek, 1984) Rijnbeek R.P., Cowley S.W.H., Southwood D.J., Russell C.T. A survey of dayside flux transfer events observed by ISEE 1 and 2 magnetometers // *J. Geophys. Res.* V. 89. P. 786–800.
- (Risken, 1989) Risken H. *The Fokker-Planck Equation*. — Berlin: Springer-Verlag, 1989.
- (Roache, 1982) Roache P.J. *Computational Fluid Dynamics*. — Albuquerque, New Mexico: Hermosa Press, 1982.
- (Roberts, 1984) Roberts B. Waves in inhomogeneous media // *The Hydromagnetics of the Sun* (ESA SP-220, Noordwijk). P. 137–145.
- (Roberts, 1975) Roberts B., Priest E.R. On the maximum rate of reconnection for Petschek's mechanism // *J. Plasma Phys.* 1975. V. 14. P. 417–431.
- (Roberts, 1967) Roberts P.H. *An Introduction to Magnetodynamics*. — London: Longmans, 1967.
- (Rodono, 1986) Rodono M. The atmospheres of M-dwarfs: Observations // *The M-Type Stars* / Ed. by J.R. Johnson, F.R. Querci. (NASA SP-492, Washington, DC). P. 409–453.
- (Rodono, 1996) Rodono M., Lanza A.F. Active longitudes and rotation of active stars // *Magnetodynamic Phenomena in the Solar Atmosphere, Prototypes of Stellar Magnetic Activity*, IAU Colloq. 153 / Ed. by Y. Uchida, T. Kosugi, H.S. Hudson. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 375–386.
- (Romanova, 1992) Romanova M.M., Lovelace R.V.E. Magnetic field reconnection and particle acceleration in extragalactic jets // *Astron. Astrophys.* 1992. V. 262. P. 26–36.
- (Rosenbluth, 1979) Rosenbluth M.N., Bussac M.N. MHD stability of a spheromak // *Nuclear Fusion*. 1979. V. 19. P. 489–498.
- (Rosenbluth, 1966) Rosenbluth M.N., Sagdeev R.Z., Taylor J.B., Zaslavsky G.M. Destruction of magnetic surfaces by magnetic field irregularities // *Nuclear Fusion*. 1966. V. 6. P. 297–300.
- (Rosner, 1982) Rosner R., Knobloch E. On perturbations of magnetic field configurations // *Astrophys. J.* 1982. V. 262. P. 349–357.

- (Rosner, 1978) Rosner R., Vaiana G.S. Cosmic flare transients: constraints upon models for energy storage and release derived from the event frequency distribution // *Astrophys. J.* 1978. V. 222. P. 1104–1108.
- (Rosner, 1978) Rosner R., Tucker W.H., Vaiana G.S. Dynamics of the quiescent solar corona // *Astrophys. J.* 1978. V. 220. P. 643–645.
- (Rossi, 1970) Rossi B., Olbert S. *Introduction to the Physics of Space*. — New York: McGraw-Hill, 1970.
- (Roumeliotis, 1993) Roumeliotis G., Moore R.L. A linear solution for magnetic reconnection driven by converging or diverging footpoint motion // *Astrophys. J.* 1993. V. 416. P. 386–391.
- (Rusbridge, 1971) Rusbridge M.G. Non-adiabatic charged particle motion near a magnetic field zero line // *Plasma Phys.* V. 13. P. 977.
- (Russell, 1978) Russell C.T., Elphic R.C. Initial ISEE magnetometer results: magnetopause observations // *Space Sci. Rev.* 1978. V. 22. P. 681–715.
- (Russell, 1973) Russell C.T., McPherron R.L. The magnetotail and substorms // *Space Sci. Rev.* 1973. V. 15. P. 205–266.
- (Russell, 1986) Russell C.T., Saunders M.A., Phillips J.L., Fedder J.A. Near-tail reconnection as the cause of cometary tail disconnections // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91. P. 1417–1423.
- (Rust, 1973) Rust D.M., Bar V. Magnetic fields, loop prominences and the great flares of August, 1972 // *Solar Phys.* 1973. V. 33. P. 445–459.
- (Rutherford, 1973) Rutherford P.H. Nonlinear growth of the tearing mode // *Phys. Fluids.* 1973. V. 16. P. 1903–1908.
- (Ryan, 1991) Ryan J.M., Lee M.A. On the transport and acceleration of solar flare particles in a coronal loop // *Astrophys. J.* 1991. V. 368. P. 316–324.
- (Ryu, 1992) Ryu D., Goodman J. Convective instability in differentially rotating disks // *Astrophys. J.* 1992. V. 388. P. 438–450.
- (Saar, 1996) Saar S.H. Recent measurements of stellar magnetic fields // *Magnetodynamic Phenomena in the Solar Atmosphere, Prototypes of Stellar Magnetic Activity*, IAU Colloq. 153 / Ed. by Y. Uchida, T. Kosugi, H.S. Hudson. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 367–374.
- (Sakai, 1983) Sakai J.-I. Forced reconnection by fast magnetosonic waves in a current sheet with stagnation-point flows // *J. Plasma Phys.* 1983. V. 30. P. 109–124.
- (Sakai, 1990) Sakai J.-I. Prompt particle acceleration and plasma jet formation during current loop coalescence in solar flares // *Astrophys. J. Suppl.* 1990. V. 73. P. 321–332.
- (Sakao, 1992) Sakao T. *et al.* Hard X-ray imaging observations by Yohkoh of the 1991 November 15 solar flare // *Publ. Astron. Soc. Japan.* 1992. V. 44. P. L83–L87.
- (Sakimoto, 1989) Sakimoto P.J., Coroniti F.V. Buoyancy-limited magnetic viscosity in quasi-stellar accretion disk models // *Astrophys. J.* 1989. V. 342. P. 49–63.
- (Sakurai, 1981) Sakurai T., Levine R. Generation of coronal electric currents due to convective motions on the photosphere // *Astrophys. J.* 1981. V. 248. P. 817–837.

- (Sato, 1979) Sato T. Strong plasma acceleration by slow shocks resulting from magnetic reconnection // *J. Geophys. Res.* 1979. V. 84. P. 7177–7190.
- (Sato, 1985) Sato T. 3D reconnection between two colliding magnetized plasmas // *Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 54. P. 1502–1505.
- (Sato, 1984) Sato T., Walker R.J., Ashour-Abdalla M. Driven magnetic reconnection in three dimensions: energy conversion and field-aligned current generation // *J. Geophys. Res.* 1984. V. 89. P. 9761–9769.
- Saunders (1984a) Saunders M.A., Russell C.T., Sckopke N. A dual-satellite study of the spatial properties of FTE's // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* / Ed. by E.W. Hones. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 145–152.
- Saunders (1984b) Saunders M.A., Russell C.T., Sckopke N. Flux transfer events: Scale size and interior structure // *Geophys. Res. Lett.* 1984. V. 11. P. 131–134.
- (Schatten, 1967) Schatten K.H., Wilcox J.M. Response of the geomagnetic activity index Kp to the interplanetary magnetic field // *J. Geophys. Res.* 1967. V. 72. P. 5185–5191.
- (Schindler, 1974) Schindler K. A theory of the substorm mechanism // *J. Geophys. Res.* 1974. V. 79. P. 2803–2810.
- (Schindler, 1993) Schindler K., Birn J. On the cause of thin current sheets in the near-Earth magnetotail and their possible significance for magnetospheric substorms // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 15477–15485.
- (Schindler, 1988) Schindler K., Hesse M., Birn J. General magnetic reconnection, parallel electric fields and helicity // *J. Geophys. Res.* 1988. V. 93. P. 5547–5557.
- (Schindler, 1991) Schindler K., Hesse M., Birn J. Magnetic field-aligned electric potentials in nonideal plasma flows // *Astrophys. J.* 1991. V. 380. P. 293–301.
- Schlickeiser (1986a) Schlickeiser R. An explanation of abrupt cutoffs in the optical-infrared spectra of nonthermal sources - a new pile-up mechanism for relativistic electron spectra // *Astron. Astrophys.* 1986. V. 136. P. 227–236.
- Schlickeiser (1986b) Schlickeiser R. Stochastic particle acceleration in cosmic objects // *Cosmic Radiation in Contemporary Astrophysics* / Ed. by M. Shapiro. — Dordrecht: Reidel, 1986. P. 27–55.
- (Schlickeiser, 1989) Schlickeiser R. Cosmic-ray transport and acceleration. 1. Derivation of the kinetic equation and application to cosmic rays in static cold media // *Astrophys. J.* 1989. V. 336. P. 243–263.
- (Schlickeiser, 1998) Schlickeiser R., Miller J.A. Quasi-linear theory of cosmic ray transport and acceleration: the role of oblique MHD waves and transit-time damping // *Astrophys. J.* 1998. V. 492. P. 352–378.
- (Schmidt, 1966) Schmidt G. *Physics of High-Temperature Plasmas*. — London: Academic Press, 1966.
- (Schmieder, 1987) Schmieder B., Forbes T.G., Malherbe J.M., Machado M.E. Evidence for gentle chromospheric evaporation during the gradual phase of large solar flares // *Astrophys. J.* 1987. V. 317. P. 956–963.
- (Schmieder, 1988) Schmieder B., Mein P., Simnett G.M., Tandberg-Hanssen E. An example of the association of X-ray and UV emission with H-alpha surges // *Astron. Astrophys.* 1988. V. 201. P. 327–338.



- (Schmieder, 1994) Schmieder B., Golub L., Antiochos S.K. Comparison between cool and hot plasma behaviours of surges // *Astrophys. J.* 1994. V. 425. P. 326–330.
- (Schmieder, 1996) Schmieder B., Heinzel P., van Driel-Gesztelyi L. *et al.* Hot and cool post-flare loops: Formation and dynamics // *Magnetodynamic Phenomena in the Solar Atmosphere, Prototypes of Stellar Magnetic Activity* / Ed. by Y. Uchida, T. Kosugi, H.S. Hudson. — Dordrecht: Kluwer, 1996. P. 211–212.
- (Schnack, 1978) Schnack D., Killeen J. Linear and nonlinear calculations of the tearing mode // *Theoretical and Computational Plasma Physics*. — Vienna: IAEA, 1978. P. 337–360.
- (Schnack, 1979) Schnack D., Killeen J. Nonlinear saturation of the tearing mode in a reversed-field pinch // *Nuclear Fusion*. 1979. V. 19. P. 877–887.
- (Schnack, 1985) Schnack D., Caramana E.J., Nebel R.A. Three-dimensional MHD studies of the reversed-field pinch // *Phys. Fluids*. 1985. V. 28. P. 321–333.
- (Schneider, 1989) Schneider P., Bogdan T.J. Energetic particle acceleration in spherically symmetric accretion flows: Importance of a momentum-dependent diffusion coefficient // *Astrophys. J.* 1989. V. 347. P. 496–504.
- Scholer (1988a) Scholer M. Strong core magnetic field in magnetopause flux transfer events // *Geophys. Res. Lett.* 1988. V. 15. P. 748–751.
- Scholer (1988b) Scholer M. Acceleration of energetic particles in solar flares // *Activity in Cool Star Envelopes* / Ed. by O. Havnes *et al.* — Dordrecht: Kluwer, 1988. P. 195–210.
- (Scholer, 1989) Scholer M. Undriven magnetic reconnection in an isolated current sheet // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94. P. 8805–8812.
- (Scholer, 1987) Scholer M., Jamitzky F. Particle orbits during the development of plasmoids // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92. P. 12181–12186.
- (Schrijver, 1995) Schrijver C.J., Mewe R. van den Oord, G.H.J., and Kaastra, J.S. EUV spectroscopy of cool stars. II. Coronal structure of selected cool stars observed with the EUVE // *Astron. Astrophys.* 1995. V. 302. P. 438–456.
- (Schrijver, 1997) Schrijver C.J., Title A.M., Harvey K.L. *et al.* van den Oord, G.H.J., Shine, R.A., Tarbell, T.D., and Hurlburt, N.E. Large-scale coronal heating by the dynamic, small-scale magnetic field of the Sun // *Nature*. 1997. V. 48. P. 424–425.
- (Schüller, 1995) Schüller F.C. Disruptions in tokamaks // *Phys. Control. Fusion*. 1995. V. 37. P. A135–A162.
- (Schumacher, 1996) Schumacher J., Kliem B. Dynamic current sheets with localized anomalous resistivity // *Phys. Plasmas*. V. 3. P. 4703–4711.
- (Seehafer, 1985) Seehafer N. An example of a solar flare caused by magnetic field nonequilibrium // *Solar Phys.* 1985. V. 96. P. 307–316.
- (Seehafer, 1986) Seehafer N. On the magnetic field line topology in solar active regions // *Solar Phys.* 1986. V. 105. P. 223–235.
- Semenov (1983a) Semenov V.S., Heyn M.F., Kubyshkin I.V. Reconnection of magnetic field lines in a nonstationary case // *Sov. Astron.* 1983. V. 27. P. 660–665.



- Semenov (1983b) Semenov V.S., Kubyshkin I.V., Heyn M.F., Biernat H.K. Field-line reconnection in the 2D asymmetric case // *J. Plasma Phys.* 1983. V. 30. P. 321–344.
- (Semenov, 1984) Semenov V.S., Vasilyev E.P., Pudovkin A.I. A scheme for the nonsteady reconnection of magnetic lines of force // *Geomagn. Aeron.* 1984. V. 24. P. 370–373.
- (Semenov, 1992) Semenov V.S., Kubyshkin I.V., Lebedeva V.V. *et al.* A comparison and review of steady-state and time-varying reconnection // *Planet. Space Sci.* 1992. V. 40. P. 63–87.
- (Sevillano, 1984) Sevillano E., Ribe F.L. Driven magnetic reconnection during the formation of a two-cell field-reversed configuration // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* / Ed. by E.W. Hones. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 313–318.
- (Shafranov, 1966) Shafranov V.D. Plasma equilibrium in a magnetic field // *Revs. Plasma Phys.* 1966. V. 2. P. 103–151.
- (Shakura, 1973) Shakura N.I., Sunyaev R.A. Black holes in binary systems. Observational appearance // *Astron. Astrophys.* 1973. V. 24. P. 337–355.
- (Shibata, 1990) Shibata K., Nozawa S., Matsumoto R. *et al.* Emergence of solar magnetic flux from the convection zone into the photosphere and chromosphere // *Astrophys. J.* 1990. V. 351. P. L25–L28.
- (Shibata, 1992) Shibata K., Ishido Y., Acton L.W. *et al.* Observations of X-ray jets with the Yohkoh soft X-ray telescope // *Publ. Astron. Soc. Japan.* 1992. V. 44. P. L173–L179.
- (Shibata, 1994) Shibata K., Nitta N., Strong K.T. *et al.* A gigantic coronal jet ejected from a compact active region in a coronal hole // *Astrophys. J.* 1994. V. 431. P. L51–L53.
- (Shibata, 1996) Shibata K., Shimojo M., Yohoyama T., Ohya M. Theory and observations of X-ray jets // *Magnetic Reconnection in the Solar Atmosphere* / Ed. by R.D. Bentley, J.T. Mariska. P. 29–38.
- (Shimada, 1997) Shimada N., Terasawa T., Jokipii J.R. Stochastic particle acceleration by a pair of slow shocks // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 102. P. 22301–22310.
- (Shivamoggi, 1985) Shivamoggi B.K. MHD theories of magnetic field reconnection // *Phys. Rep.* 1985. V. 127. P. 99–184.
- (Shu, 1994) Shu F., Najita J., Ostriker E., Wilkin F. Magneto-centrifugally driven flows from young stars and disks. I. A generalized model // *Astrophys. J.* 1994. V. 429. P. 781–796.
- (Simnett, 1992) Simnett G.M. Energy build-up, transport, and release in solar flares // *Solar Physics and Astrophysics at Interferometric Resolution (ESA SP-344, Noordwijk)*. P. 73–80.
- (Simnett, 1997) Simnett G.M. *et al.* LASCO observations of disconnected structures out to beyond 28 solar radii during coronal mass ejections // *Solar Phys.* 1997. V. 175. P. 685–698.
- (Simon, 1980) Simon T., Linsky J.L., Schiffer F.H. IUE spectra of a flare in the RS Canum Venaticorum-type system UX Arietis // *Astrophys. J.* 1980. V. 239. P. 911–918.

- (Siscoe, 1987) Siscoe G.L., Sanchez E. An MHD model for the complete open magnetotail boundary // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92. P. 7405–7412.
- (Siscoe, 1975) Siscoe G.L., Ness N.F., Yeates C.M. Substorms on Mercury? // *J. Geophys. Res.* 1975. V. 80. P. 4359–4363.
- (Smale, 1986) Smale A.P., Charles P.A., Corbet R.H.D. *et al.* X-ray and optical observations of a dMe star in the T-Tauri Field // *Man. Not. Roy. Astron. Soc.* 1986. V. 221. P. 77–92.
- (Smith, 1977) Smith D.F. Particle acceleration by strong plasma turbulence. II - Acceleration of nonrelativistic electrons in solar flares // *Astrophys. J.* 1977. V. 217. P. 644–656.
- (Smith, 1984) Smith E.J., Slavin J.A., Tsurutani B.T. *et al.* Slow mode shocks in the Earth's magnetotail ISEE-3 // *Geophys. Res. Lett.* 1984. V. 11. P. 1054–1057.
- (Somov, 1992) Somov B.V. *Physical Processes in Solar Flares.* — Dordrecht: Kluwer Academic, 1992.
- (Somov, 1976) Somov B.V., Syrovatsky S.I. Hydrodynamic plasma flow in a strong magnetic field // *Proc. Lebedev. Phys. Inst.* 1976. V. 74. P. 13–72.
- (Somov, 1994) Somov B.V., Verneta A.I. Tearing instability of reconnecting current sheets in space plasmas // *Space Sci. Rev.* 1994. V. 65. P. 253–288.
- (Somov, 1982) Somov B.V., Sermulina B.J., Spektor A.R. Hydrodynamic response of the solar chromosphere to elementary flare burst. 2. Thermal model // *Solar Phys.* 1982. V. 81. P. 281–292.
- (Song, 1989) Song Y., Lysak R.L. Evaluation of twist helicity of FTE flux tubes // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94. P. 5273–5281.
- (Sonnerup, 1970) Sonnerup B.U.Ö. Magnetic field reconnection in a highly conducting incompressible fluid // *J. Plasma Phys.* 1970. V. 4. P. 161–174.
- Sonnerup (1971a) Sonnerup B.U.Ö. Magnetopause structure during the magnetic storm of September 24, 1961 // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 76. P. 6717–6735.
- Sonnerup (1971b) Sonnerup B.U.Ö. Adiabatic particle orbits in a magnetic null sheet // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 76. P. 8211–8222.
- (Sonnerup, 1979) Sonnerup B.U.Ö. Magnetic field reconnection // *Solar System Plasma Physics III* / Ed. by L.J. Lanzerotti, C.F. Kennel, E.N. Parker. — Amsterdam: North Holland Pub. Co., 1979. P. 45–108.
- (Sonnerup, 1984) Sonnerup B.U.Ö. Magnetic field reconnection at the magnetopause: an overview // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* / Ed. by E.W. Hones, Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 92–103.
- (Sonnerup, 1987) Sonnerup B.U.Ö. On the stress balance in flux transfer events // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92. P. 8613–8620.
- (Sonnerup, 1988) Sonnerup B.U.Ö. On the theory of steady-state reconnection // *Computer Phys. Commun.* 1988. V. 49. P. 143–159.
- (Sonnerup, 1975) Sonnerup B.U.Ö., Priest E.R. Resistive MHD stagnation-point flows at a current sheet // *J. Plasma Phys.* 1975. V. 14. P. 283–294.
- (Sonnerup, 1987) Sonnerup B.U.Ö., Wang D.J. Structure of reconnection boundary layers in incompressible MHD // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92. P. 8621–8633.

- (Sonnerup, 1981) Sonnerup B.U.Ö., Paschmann G., Papamastorakis I. *et al.* Evidence for magnetic field reconnection at the Earth's magnetopause // *J. Geophys. Res.* 1981. V. 86. P. 10049–10067.
- (Southwood, 1988) Southwood D.J., Farrugia C.J., Saunders M.A. What are flux transfer events? // *Planet. Space Sci.* 1988. V. 36. P. 503–508.
- (Soward, 1982) Soward A.M. Fast magnetic field-line reconnection in a compressible fluid. 2. Skewed field lines // *J. Plasma Phys.* 1982. V. 28. P. 415–443.
- (Soward, 1977) Soward A.M., Priest E.R. Fast magnetic field reconnection // *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A.* 1977. V. 284. P. 369–417.
- (Soward, 1982) Soward A.M., Priest E.R. Fast magnetic field-line reconnection in a compressible fluid. 1. Coplanar field lines // *J. Plasma Phys.* 1982. V. 28. P. 335–367.
- (Soward, 1986) Soward A.M., Priest E.R. Magnetic reconnection with jets // *J. Plasma Phys.* 1986. V. 35. P. 333–350.
- (Spanier, 1987) Spanier J., Oldham K.B. *An Atlas of Functions.* — New York: Hemisphere Publishing, 1987.
- (Speiser, 1965) Speiser T.W. Particle trajectories in model current sheets, part 1: analytical solutions // *J. Geophys. Res.* 1965. V. 70. P. 4219–4226.
- (Speiser, 1968) Speiser T.W. Plasma density and acceleration in the tail from the reconnection model // *Earth's Particles and Fields* / Ed. by B.M. McCormac. — New York: Reinhold Book Corp., 1968. P. 393–402.
- (Speiser, 1969) Speiser T.W. Some recent results using the Dungey model // *Atmospheric Emissions* / Ed. by B.M. McCormac, A. Omholt. — New York: Van Nostrand Reinhold, 1969. P. 337–349.
- (Speiser, 1988) Speiser T.W. Plasma sheet theories // *Modeling Magnetospheric Plasma*, *Geophys. Monograph 44* / Ed. by T.E. Moore, J.H. Waite, Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1988. P. 277–288.
- (Spitzer, 1962) Spitzer L. *Physics of Fully Ionized Gases.* — New York: Interscience, 1962.
- (Steele, 1989) Steele C.D.C., Hood A.W., Priest E.R., Amari T. Nonequilibrium of a cylindrical magnetic arcade // *Solar Phys.* 1989. V. 123. P. 127–141.
- (Steinolfson, 1991) Steinolfson R.S. Coronal evolution due to shear motion // *Astrophys. J.* 1991. V. 382. P. 677–687.
- (Steinolfson, 1995) Steinolfson R.S., Gurnett D.A. Distances to the termination shock and heliopause from a simulation analysis of the 1992–93 heliospheric radio emission event // *Geophys. Res. Lett.* 1995. V. 22. P. 651–654.
- (Steinolfson, 1983) Steinolfson R.S., Van Hoven G. The growth of the tearing mode: boundary and scaling effects // *Phys. Fluids.* 1983. V. 26. P. 117–123.
- (Steinolfson, 1984a) Steinolfson R.S., Van Hoven G. Radiative tearing: magnetic reconnection on a fast thermal instability time-scale // *Astrophys. J.* 1984. V. 276. P. 391–398.
- (Steinolfson, 1984b) Steinolfson R.S., Van Hoven G. Nonlinear evolution of the resistive tearing mode // *Phys. Fluids.* 1984. V. 27. P. 1207–1214.
- (Stenzel, 1992) Stenzel R.L. Three-dimensional driven reconnection in a laboratory plasma // *Magnetic Reconnection in Physics and Astrophysics* / Ed. by P. Maltby. — Oslo: Univ. of Oslo, 1992. P. 3–18.

- (Stenzel, 1979) Stenzel R.L., Gekelman W. Experiments on magnetic field line reconnection // *Phys. Rev. Lett.* 1979. V. 42. P. 1055–1057.
- Stenzel (1981a) Stenzel R.L., Gekelman W. Magnetic field line reconnection experiments. 1. Field topologies // *J. Geophys. Res.* 1981. V. 86. P. 649–658.
- Stenzel (1981b) Stenzel R.L., Gekelman W. Magnetic field line reconnection experiments. 2. Plasma parameters // *J. Geophys. Res.* 1981. V. 86. P. 659–666.
- (Stenzel, 1984) Stenzel R.L., Gekelman W. Particle acceleration during reconnection in laboratory plasmas // *Adv. Space Res.* 1984. V. 4. P. 459–470.
- (Stenzel, 1986) Stenzel R.L., Gekelman W. Lessons from laboratory experiments on reconnection // *Adv. Space Res.* 1986. V. 6. P. 135–147.
- Stenzel (1982a) Stenzel R.L., Gekelman W., Wild N. Double-layer formation during current sheet disruptions in a reconnection experiment // *Geophys. Res. Lett.* 1982. V. 9. P. 680–683.
- Stenzel (1982b) Stenzel R.L., Gekelman W., Wild N. Magnetic field line reconnection experiments. 4. Resistivity, heating and energy flow // *J. Geophys. Res.* 1982. V. 87. P. 111–117.
- (Stenzel, 1983) Stenzel R.L., Gekelman W., Wild N. Magnetic field line reconnection experiments. 5. Current disruptions and double layers // *J. Geophys. Res.* 1983. V. 88. P. 4793–4804.
- (Stern, 1979) Stern D.P. The role of O-type neutral lines in magnetic merging during substorms and solar flares // *J. Geophys. Res.* 1979. V. 84. P. 63–71.
- (Stern, 1989) Stern D.P. A brief history of magnetospheric physics before the space flight era // *Revs. Geophys.* 1989. V. 27. P. 103–114.
- (Stern, 1990) Stern D.P. Substorm electrodynamics // *J. Geophys. Res.* 1990. V. 95. P. 12057–12067.
- (Stix, 1989) Stix M. *The Sun*. — New York: Springer-Verlag, 1989.
- (Strachan, 1994) Strachan N.R., Priest E.R. A general family of non-uniform reconnection models with separatrix jets // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*. 1994. V. 74. P. 245–274.
- (Strauss, 1977) Strauss H.R. Dynamics of high-beta tokamaks // *Phys. Fluids* 1977. V. 20. P. 1354–1360.
- (Strauss, 1981) Strauss H.R. Resistive ballooning modes // *Phys. Fluids*. 1981. V. 24. P. 2004–2009.
- (Strauss, 1986) Strauss H.R. Hyper-resistivity produced by tearing mode turbulence // *Phys. Fluids*. 1986. V. 29. P. 3668–3671.
- (Strauss, 1993) Strauss H.R. Fast three-dimensional driven reconnection // *Geophys. Res. Lett.* 1993. V. 20. P. 325–328.
- (Sturrock, 1966) Sturrock P.A. Model of the high-energy phase of solar flares // *Nature*. 1966. V. 211. P. 695–697.
- (Sturrock, 1968) Sturrock P.A. A model of solar flares // *Structure and Development of Solar Active Regions, IAU Symp. 35* / Ed. by K.O. Kiepenheuer. — Dordrecht: Reidel, 1968. P. 471–479.
- (Sturrock, 1991) Sturrock P.A. Maximum energy of semi-infinite magnetic field configurations // *Astrophys. J.* V. 380. P. 655–659.
- (Sturrock, 1994) Sturrock P.A. *Plasma Physics*. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1994.

- (Sturrock, 1981) Sturrock P.A., Uchida Y. Coronal heating by stochastic magnetic pumping // *Astrophys. J.* 1981. V. 246. P. 331–336.
- (Sturrock, 1967) Sturrock P.A., Woodbury E.T. Force-free magnetic fields and solar filaments // *Plasma Astrophysics* / Ed. by P. Sturrock. — London: Academic Press, 1967. P. 155–167.
- (Sturrock, 1984) Sturrock P.A., Kaufman P., Moore R.L., Smith D.F. Energy release in solar flares // *Solar Phys.* 1984. V. 94. P. 341–357.
- (Suess, 1990) Suess S.T. The heliopause // *Rev. Geophys.* 1990. V. 28. P. 97–115.
- (Suess, 1993) Suess S.T., Nerney S. The polar heliospheric magnetic field // *Geophys. Res. Lett.* 1993. V. 20. P. 329–332.
- (Sundaram, 1980) Sundaram A.K., Das A.C., Sen A. A nonlinear mechanism for magnetic reconnection and substorm activity // *Geophys. Res. Lett.* 1980. V. 7. P. 921–924.
- (Suzuki, 1997) Suzuki Y., Kusaro K., Nishikawa K. Three-dimensional simulation study of MHD relaxation processes in the solar corona // *Astrophys. J.* 1997. V. 474. P. 782–791.
- (Svalgaard, 1973) Svalgaard L. Polar cap magnetic variations and their relationship with interplanetary magnetic sector structure // *J. Geophys. Res.* 1973. V. 78. P. 2064–2078.
- (Svestka, 1976) Svestka Z. *Solar Flares*. — Dordrecht: D. Reidel, 1976.
- (Svestka, 1992) Svestka Z., Oliver E.W. History and basic characteristics of eruptive flares // *Eruptive Solar Flares* / Ed. by Z. Svestka, B.V. Jackson, M.E. Machado. — New York: Springer-Verlag, 1992. P. 1–14.
- (Svestka, 1969) Svestka Z., Simon P. Proton flare project // *Solar Phys.* 1969. V. 10. P. 3–59.
- (Svestka, 1980) Svestka Z., Martin S.F., Kopp R.A. Particle acceleration in the process of the eruptive opening and reconnection of magnetic fields // *Solar and Interplanetary Dynamics* / Ed. by M. Dryer, E. Tandberg-Hanssen. — Dordrecht: Reidel, 1980. P. 217–221.
- (Svestka, 1982) Svestka Z., Dodson-Prince H.W., Martin S.F. *et al.* Study of the post-flare loops on 29 July 1973 // *Solar Phys.* 1982. V. 78. P. 271–285.
- (Svestka, 1987) Svestka Z., Fontenla J.M., Machado M.E. *et al.* Multithermal observations of newly formed loops in a dynamic flare // *Solar Phys.* 1987. V. 108. P. 237–250.
- (Svestka, 1990) Svestka Z., Farnik F., Tang F. X-ray bright surges // *Solar Phys.* 1990. V. 127. P. 149–163.
- Sweet (1958a) Sweet P.A. The neutral point theory of solar flares // *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics, IAU Symp. 6* / Ed. by B. Lehnert. — London: Cambridge Univ. Press, 1958. P. 123–134.
- Sweet (1958b) Sweet P.A. The production of high-energy particles in solar flares // *Nuovo Cimento Suppl.* 1958. V. 8. Ser. X. P. 188–196.
- (Sylwester, 1993) Sylwester B., Sylwester J., Serio S. *et al.* Dynamics of flaring loops. III. Interpretation of flare evolution in the emission measure temperature diagram // *Astron. Astrophys.* 1993. V. 267. P. 586–594.
- (Svrovatsky, 1971) Svrovatsky S.I. Formation of current sheets in a plasma with a frozen-in strong magnetic field // *Sov. Phys. JETP.* 1971. V. 33. P. 933–940.

- (Syrovatsky, 1978) Syrovatsky S.I. On the time-evolution of force-free fields // Solar Phys. 1978. V. 58. P. 89–94.
- (Syrovatsky, 1982) Syrovatsky S.I. Model for flare loops, fast motions, and opening magnetic field in the corona // Solar Phys. 1982. V. 76. P. 3–20.
- (Syrovatsky, 1973) Syrovatsky S.I., Frank A.G., Khodzhaev A.Z. Current distribution near the null line of a magnetic field and turbulent plasma resistance // Sov. Phys. Tech. Phys. 1973. V. 18. P. 580–586.
- (Tajima, 1987) Tajima T., Gilden D. Reconnection-driven oscillations in dwarf novae disks // Astrophys. J. 1987. V. 320. P. 741–745.
- (Takahashi, 1987) Takahashi K., Zanetti L.J., Lopez R.E. *et al.* Disruption of the magnetotail current sheet observed by AMPTE / CCE // Geophys. Res. Lett. 1987. V. 14. P. 1019–1022.
- (Tandberg-Hanssen, 1988) Tandberg-Hanssen E., Emslie A.G. The Physics of Solar Flares. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1988.
- (Tataronis, 1973) Tataronis J., Grossman W. Decay of MHD waves by phase mixing // Zs. Physik. 1973. V. 261. P. 203–216.
- (Taylor, 1974) Taylor J.B. Relaxation of toroidal plasma and generation of reverse magnetic fields // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 33. P. 1139–1141.
- (Taylor, 1986) Taylor J.B. Relaxation and magnetic reconnection in plasmas // Revs. Modern Phys. V. 58. P. 741–763.
- (Taylor, 1992) Taylor S.R. Solar System Evolution. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1992.
- (Temerin, 1992) Temerin M., Roth I. The production of *He*-rich flares by electromagnetic hydrogen cyclotron waves // Astrophys. J. Lett. 1992. V. 391. P. L105–L108.
- (Terasawa, 1981) Terasawa T. Energy spectrum of ions accelerated through the Fermi process at the terrestrial bow shock // J. Geophys. Res. 1981. V. 86. P. 7595–7606.
- (Thyagaraga, 1981) Thyagaraga A. Perturbation analysis of a simple model of magnetic island structures // Phys. Fluids. 1981. V. 24. P. 1716–1724.
- (Ting, 1986) Ting A.C., Matthaeus W.H., Montgomery D. Turbulent relaxation processes in MHD // Phys. Fluids. 1986. V. 29. P. 3261–3274.
- (Titov, 1992) Titov V.S. On the method of calculating two-dimensional potential magnetic fields with current sheets // Solar Phys. 1992. V. 139. P. 401–404.
- (Titov, 1993) Titov V.S., Priest E.R. The collapse of an X-type neutral point to form a reconnecting time-dependent current sheet // Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics. 1993. V. 72. P. 249–276.
- (Titov, 1997) Titov V.S., Priest E.R. Visco-resistive magnetic reconnection due to steady inertialess flows. Part 1. Exact analytical solutions // J. Fluid Mech. 1997. V. 348. P. 327–347.
- (Titov, 1993) Titov V.S., Priest E.R., Demoulin P. Conditions for the appearance of 'bald patches' at the solar surface // Astron. Astrophys. 1993. V. 276. P. 564–570.
- (Toptyghin, 1980) Toptyghin I.N. Acceleration of particles by shocks in a cosmic plasma // Space Sci. Rev. 1980. V. 26. P. 157–213.

- (Tout, 1992) Tout C., Pringle J.E. Accretion disk viscosity - a simple model for a magnetic dynamo // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1992. V. 259. P. 604–612.
- (Truemann, 1997) Truemann R.A. Baumjohann, W. Advanced Space Plasma Physics. — London: Imperial College Press, 1997.
- (Tsinganos, 1982) Tsinganos K.C. MHD equilibrium // *Astrophys. J.* 1982. V. 252. P. 775–790.
- (Tsinganos, 1984) Tsinganos K.C., Distler J., Rosner R. On the topological stability of magnetostatic equilibria // *Astrophys. J.* 1984. V. 278. P. 409–419.
- (Tsuneta, 1993) Tsuneta S. Solar flares as an ongoing magnetic reconnection process // *The Magnetic and Velocity Fields of Solar Active Regions* / Ed. by H. Zirin, G. Ai, H. Wang. — San Francisco: Astron. Soc. Pacific, 1993. P. 239–248.
- (Tsuneta, 1995) Tsuneta S. Particle acceleration and magnetic reconnection in solar flares // *Pub. Astron. Soc. Japan.* 1995. V. 47. P. 691–697.
- (Tsuneta, 1996) Tsuneta S. Structure and dynamics of magnetic reconnection in a solar flare // *Astrophys. J.* 1996. V. 456. P. 840–849.
- (Tsuneta, 1992) Tsuneta S., Kara H., Shimizu T. *et al.* Observation of a solar flare at the limb with the Yohkoh Soft X-ray Telescope // *Publ. Astron. Soc. Japan.* 1992. V. 44. P. L63–L69.
- (Tsuneta, 1998) Tsuneta S., Naito T. Fermi acceleration at the fast shock in a solar flare and the impulsive loop-top hard X-ray source // *Astrophys. J.* 1998. V. 495. P. L67–L70.
- (Tsytoich, 1973) Tsytoich V.N., Stenflo L., Wilhelmsson H. *et al.* One-dimensional model for nonlinear reflection of laser radiation by an inhomogeneous plasma layer // *Phys. Scr. (Sweden).* 1973. V. 7. P. 241–249.
- (Tur, 1977) Tur T.J. Aspects of Current Sheet Theory, PhD thesis. — Andrews Univ., St. Andrews: St., 1977.
- (Tur, 1976) Tur T.J., Priest E.R. The formation of current sheets during the emergence of new magnetic flux from below the photosphere // *Solar Phys.* 1976. V. 48. P. 89–102.
- (Tur, 1978) Tur T.J., Priest E.R. A trigger mechanism for the emerging flux model of solar flares // *Solar Phys.* 1978. V. 58. P. 181–200.
- (Turner, 1984) Turner L. Analytical solutions of  $\nabla \times \mathbf{B} = \lambda \mathbf{B}$  having separatrices for geometries with one ignorable coordinate // *Phys. Fluids.* 1984. V. 27. P. 1677–1685.
- (Turner, 1981) Turner L., Christiansen J.F. Incomplete relaxation of pinch discharges // *Phys. Fluids.* 1981. V. 24. P. 893–898.
- (Tverskoi, 1967) Tverskoi B.A. Contribution to the theory of Fermi statistical acceleration // *Sov. Phys. JETP.* 1967. V. 25. P. 317–325.
- (Uberoi, 1963) Uberoi M.S. Some exact solutions of magnetohydrodynamics // *Phys. Fluids.* 1963. V. 6. P. 1379–1381.
- (Uberoi, 1966) Uberoi M.S. Reply to comments by S. Chapman and P.C. Kendall // *Phys. Fluids.* 1966. V. 9. P. 2307.
- (Uchida, 1986) Uchida Y. Magnetohydrodynamic phenomena in the solar and stellar outer atmospheres // *Astrophys. Space Sci.* 1986. V. 118. P. 127–148.



- (Ugai, 1984) Ugai M. Self-consistent development of fast magnetic reconnection with anomalous plasma resistivity // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 1984. V. 26. P. 1549–1563.
- (Ugai, 1988) Ugai M. MHD simulations of fast reconnection spontaneously developing in a current sheet // *Comp. Phys. Commun.* 1988. V. 49. P. 185–192.
- Ugai (1995a) Ugai M. Computer studies on powerful magnetic energy conversion by the spontaneous fast reconnection mechanism // *Phys. Plasmas*. 1995. V. 2. P. 388–397.
- Ugai (1995b) Ugai M. Computer studies on plasmoid dynamics associated with the spontaneous fast reconnection mechanism // *Phys. Plasmas*. 1995. V. 2. P. 3320–3328.
- (Ugai, 1977) Ugai M., Tsuda T. Magnetic field-line reconnection by localized enhancement of resistivity. I. Evolution in a compressible MHD fluid // *J. Plasma Phys.* 1977. V. 17. P. 337–356.
- (Ugai, 1979) Ugai M., Tsuda T. Magnetic field-line reconnection by localized enhancement of resistivity. III. Controlling factors // *J. Plasma Phys.* 1979. V. 21. P. 459–473.
- (Ugai, 1998) Ugai M., Wang W.B. Computer simulations on three-dimensional plasmoid dynamics by spontaneous fast reconnection // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103. P. 4573–4585.
- (Uzdensky, 1998) Uzdensky D.A., Kulsrud R.M. On the viscous boundary layer near the center of the resistive reconnection region // *Phys. Plasmas*. 1998. V. 5. P. 3249–3256.
- (Van Allen, 1971) Van Allen J.A., Fennel J.F., Ness N.F. Asymmetric access of energetic solar protons to the Earth's north and south polar caps // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 19. P. 4262–4275.
- (van Ballegooijen, 1985) van Ballegooijen A.A. Electric currents in the solar corona and the existence of magnetostatic equilibrium // *Astrophys. J.* 1985. V. 298. P. 421–430.
- (van Ballegooijen, 1989) van Ballegooijen A.A., Martens P.C.H. Formation and eruption of solar prominences // *Astrophys. J.* 1989. V. 343. P. 971–984.
- (van den Oord, 1989) van den Oord, G.H.J., and Mewe, R. The X-ray flare and the quiescent emission from Algol as detected by EXOSAT // *Astron. Astrophys.* 1989. V. 213. P. 245–260.
- (van den Oord, 1996) van den Oord, G.H.J., et al. Flare energetics: Analysis of a large flare on YZ CMi observed simultaneously in the ultraviolet, optical and radio // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 310. P. 908–922.
- (Van Hoven, 1995) Van Hoven G., Hendrix D.L. Diagnosis of general magnetic reconnection // *J. Geophys. Res.* 1995. V. 100. P. 19819–19828.
- (Van Tend, 1978) Van Tend W., Kuperus M. The development of coronal electric current systems in active regions and their relation to filaments and flares // *Solar Phys.* 1978. V. 59. P. 115–127.
- (Vasyliunas, 1972) Vasyliunas V.M. Nonuniqueness of magnetic field line reconnection // *J. Geophys. Res.* 1972. V. 77. P. 6271–6274.
- (Vasyliunas, 1975) Vasyliunas V.M. Theoretical models of magnetic field line merging // *Rev. Geophys. Space Phys.* 1975. V. 13. P. 303–336.



- (Vasyliunas, 1980) Vasyliunas V.M. Upper limit on the electric field along a magnetic O-line // *J. Geophys. Res.* 1980. V. 85. P. 4616–4620.
- (Vasyliunas, 1984) Vasyliunas V.M. Steady-state aspects of magnetic field line merging // *Magnetic Reconnection in Space and Laboratory Plasmas* / Ed. by E. W. Hones. Jr. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1984. P. 23–31.
- (Vedenov, 1961) Vedenov A.A., Velikhov E.P., Sagdeev R.Z. Quasi-linear theory of plasma oscillations // *Nuclear Fusion Supp.* 1961. V. 2. P. 465–475.
- (Vekstein, 1997) Vekstein G.E., Browning P.K. Electric-drift generated trajectories and particle acceleration in collisionless magnetic reconnection // *Phys. Plasmas*. 1997. V. 4. P. 2261–2268.
- (Vekstein, 1998) Vekstein G.E., Jain R. Energy release and plasma heating by forced magnetic reconnection // *Phys. Plasmas*. 1998. V. 5. P. 1506–1513.
- (Vekstein, 1992) Vekstein G.E., Priest E.R. Magnetohydrostatic equilibria and cusp formation at an X-type neutral line by footpoint shearing // *Astron. Astrophys.* 1992. V. 384. P. 333–340.
- (Vekstein, 1993) Vekstein G.E., Priest E.R. Magnetostatic equilibria and current sheets in a sheared magnetic field with an X-point // *Solar Phys.* 1993. V. 146. P. 119–125.
- (Vekstein, 1990) Vekstein G.E., Priest E.R., Amari T. Formation of current sheets in force-free magnetic fields // *Astron. Astrophys.* 1990. V. 243. P. 492–500.
- (Velikhov, 1959) Velikhov E.P. Stability of an ideally conducting liquid flowing between cylinders rotating in a magnetic fluid // *Sov. Phys. JETP*. 1959. V. 9. P. 995–998.
- (Velikanova, 1993) Velikanova L.G., Kirii N.P., Kiselev D.T. *et al.* Evolution of a current layer from the results of spectro-tomographic studies // *Sov. J. Plasma Phys.* 1993. V. 18. P. 800–806.
- (Velli, 1990) Velli M., Grappin R., Mangeney A. Physical consistency in modelling interplanetary MHD fluctuations // *Phys. Rev. Lett.* 1990. V. 64. P. 2592.
- (Verbunt, 1982) Verbunt F. Accretion disks in stellar X-ray sources // *Space Sci. Rev.* 1982. V. 32. P. 379–404.
- (Verigin, 1987) Verigin M.I., Axford W.I., Gringauz K.I., Richter A.K. Acceleration of cometary plasma in the vicinity of comet Halley associated with an inter-planetary magnetic field polarity change // *Geophys. Res. Lett.* 1987. V. 14. P. 987–990.
- (Vilhu, 1998) Vilhu O., Muhli P., Huovelin J. *et al.* Ultraviolet spectroscopy of AB Doradus with the Hubble Space Telescope: Impulsive flares, bimodal profiles and Doppler images of the CIV 1549 line in a young star // *Astron. J.* 1998. V. 115. P. 1610–1616.
- (Vlahos, 1989) Vlahos L. Particle acceleration in solar flares // *Solar Phys.* 1989. V. 121. P. 431–447.
- (Vlahos, 1982) Vlahos L., Gergely T.E., Papadopoulos K. Electron acceleration and radiation signatures in loop coronal transients // *Astrophys. J.* 1982. V. 258. P. 812–822.
- (Vlahos, 1995) Vlahos L., Georgoulis M., Kluiving R., Paschos P. The statistical flare // *Astron. Astrophys.* 1995. V. 299. P. 897–911.

- (Vogt, 1983) Vogt S.S., Penrod G.D. Doppler imaging of spotted stars: Application to the RS Canum Venaticorum star H. R1099 // *Publ. Astron. Soc. Pacific*. 1983. V. 95. P. 565–576.
- (Voight, 1978) Voight G.-H. A steady-state field line reconnection model for the Earth's magnetosphere // *J. Atmos. Terr. Phys.* 1978. V. 40. P. 355–365.
- (Waddell, 1976) Waddell B.V., Rosenbluth M.N., Monticello D.A., White R.B. Nonlinear growth of the  $m = 1$  tearing mode // *Nuclear Fusion*. 1976. V. 16. P. 528–532.
- (Waddell, 1978) Waddell B.V., Carreras B., Hicks H.R. *et al.* Mechanism for major disruptions in tokamaks // *Phys. Rev. Lett.* 1978. V. 41. P. 1386–1389.
- (Wagner, 1981) Wagner W.J., Hildner E., House L.L. *et al.* Radio and visible light observations of matter ejected from the Sun // *Astrophys. J.* 1981. V. 244. P. L123–L126.
- (Walker, 1993) Walker R.J., Ogino T., Raeder J., Ashour-Abdalla M. A global magnetohydrodynamic simulation of the magnetosphere when the interplanetary magnetic field is southward: The onset of magnetotail reconnection // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 17235–17251.
- (Wang, 1992) Wang X., Bhattacharjee A. Forced reconnection and current sheet formation in Taylor's model // *Phys. Fluids B*. 1992. V. 4. P. 1795–1799.
- (Wang, 1996) Wang X., Bhattacharjee A. A three-dimensional reconnection model of the magnetosphere: Geometry and kinematics // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P. 2641–2653.
- (Watson, 1993) Watson A.A. The search for the origin of the highest energy cosmic rays // *Inst. of Phys. Conf. Ser.* 1993. V. 133. P. 135–148.
- (Webb, 1995) Webb D.F., Oliver E.W. Evidence for magnetic disconnection of mass ejections in the corona // *J. Geophys. Res.* 1995. V. 100. P. 5853–5870.
- (Webb, 1980) Webb D.F., Cheng C.-C., Dulk G.A. *et al.* Mechanical energy output of the 5 September 1973 flare // *Solar Flares: A Monograph from the Skylab Solar Workshop II* / Ed. by P.A. Sturrock. — Boulder: Colorado Assoc. Univ. Press, 1980. P. 471–499.
- (Webb, 1994) Webb D.F., Forbes T.G., Aurass H. *et al.* Material ejection: Report of the Flares 22 Workshop // *Solar Phys.* 1994. V. 153. P. 73–89.
- (Webb, 1989) Webb G.M. The diffusion approximation and transport theory for cosmic rays in relativistic flows // *Astrophys. J.* 1989. V. 340. P. 1112–1123.
- (Webb, 1983) Webb G.M., Axford W.I., Terasawa T. On the drift mechanism for energetic charged particles at shocks // *Astrophys. J.* 1983. V. 270. P. 537–553.
- (Weber, 1967) Weber E.J., Leverett D. Jr. The angular momentum of the solar wind // *Astrophys. J.* 1967. V. 148. P. 217–227.
- (Weiler, 1978) Weiler E.J., Owen F.N., Bopp B.W. *et al.* Coordinated ultraviolet, optical and radio observations of HR 1099 and UX Arietis // *Astrophys. J.* 1978. V. 225. P. 919–931.
- (Wesson, 1966) Wesson J.A. Finite resistivity instabilities of a sheet pinch // *Nuclear Fusion*. 1966. V. 6. P. 130–134.
- (Wesson, 1978) Wesson J.A. Hydromagnetic stability of tokamaks // *Nuclear Fusion*. 1978. V. 18. P. 87–132.

- (Wesson, 1981) Wesson J.A. MHD stability theory // *Plasma Physics and Nuclear Fusion Research* / Ed. by R. Gill. — New York: Academic Press, 1981. P. 191–233.
- (Wesson, 1986) Wesson J.A. Sawtooth oscillations // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 1986. V. 28. P. 243–248.
- (Wesson, 1989) Wesson J.A. The sawtooth mystery // *Physics Today*. 1989. V. 42. P. 562–563.
- (Wesson, 1990) Wesson J.A. Sawtooth reconnection // *Nuclear Fusion*. 1990. V. 30. P. 2545–2549.
- (Wesson, 1997) Wesson J.A. Tokamaks. — Oxford: Clarendon Press, 1997.
- (Whipple, 1990) Whipple E.G., Rosenberg M., Brittnacher M. Magnetotail acceleration using generalized drift theory - A kinetic merging scenario // *Geophys. Res. Lett.* 1990. V. 17. P. 1045–1048.
- (White, 1977) White R.B., Monticello D.A., Rosenbluth M.N., Waddell B.V. Saturation of the tearing mode // *Phys. Fluids*. 1977. V. 20. P. 800–805.
- (White, 1998) White W.W., Siscoe G.L., Erickson G.M. *et al.* The magnetospheric sash and the cross tail S // *Geophys. Res. Letts.* 1998. V. 25. P. 1605–1608.
- (Wiegelmann, 1995) Wiegelmann T., Schindler K. Formation of thin current sheets in a quasistatic magnetotail model // *Geophys. Res. Lett.* 1995. V. 22. P. 2057–2060.
- (Wild, 1981) Wild N., Gekelman W., Stenzel R.L. Resistivity and energy flow in a plasma undergoing magnetic field line reconnection // *Phys. Rev. Lett.* 1981. V. 46. P. 339–342.
- (Williams, 1997) Williams D.J. Considerations of source, transport, acceleration, heating and loss processes responsible for geomagnetic tail particle populations // *Space Sci. Rev.* 1997. V. 80. P. 369–389.
- (Winningham, 1975) Winningham J.D., Yasuhara F., Akasofu S.-I., Heikkila W.J. The latitudinal morphology of 10-eV to 10-keV electron fluxes during magnetically quiet and disturbed times in the 2100–0300 JLT sector // *J. Geophys. Res.* 1975. V. 80. P. 3148–3171.
- (Winske, 1995) Winske D., Thomas V.A., Omidi N. Diffusion at the magnetopause: A theoretical perspective // *Physics of the Magnetopause*, *Geophys. Monograph* 90 / Ed. by P. Song, B. U. Ö. Sonnerup, M. F. Thomsen. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1995. P. 321–330.
- (Wolfson, 1992) Wolfson R., Low B.C. Energy buildup in sheared force-free magnetic fields // *Astrophys. J.* 1992. V. 391. P. 353–358.
- (Woltjer, 1958) Woltjer L. A theorem on force-free fields // *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*. 1958. V. 44. P. 489–491.
- (Wright, 1987) Wright A.N. The evolution of an isolated reconnected flux tube // *Planet. Space Sci.* 1987. V. 35. P. 813–819.
- (Wright, 1999) Wright A.N. The role of magnetic helicity in magnetospheric physics // *Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*, *Geophys. Monograph* 111 / Ed. by M. R. Brown, R. C. Canfield, A. A. Pevtsov. — Washington, DC: Amer. Geophys. Union, 1999. P. 267–276.

- (Wright, 1989) Wright A.N., Berger M.A. The effect of reconnection upon the linkage and interior structure of magnetic flux tubes // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94. P. 813–819.
- (Wu, 1987) Wu F., Low B.C. Static current-sheet models of quiescent prominences // *Astrophys. J.* 1987. V. 312. P. 431–443.
- (Wu, 1989) Wu J.-P., Lin J.-Y. The probability of magnetic field reconnection in the solar wind and its observational evidence // *Chinese J. Space Sci.* 1989. V. 9. P. 117–126.
- (Wu, 1995) Wu S.T., Guo W.P., Wang J.F. Dynamical evolution of a coronal streamer-bubble system // *Solar Phys.* 1995. V. 157. P. 325–348.
- (Yamada, 1990) Yamada M., Ono Y., Hayakawa A., Katsurai M. Magnetic reconnection of plasma toroids with coelicity and counterhelicity // *Phys. Rev. Lett.* 1990. V. 65. P. 721–724.
- (Yamada, 1991) Yamada M., Perkins F.W., MacAulay A.K. Initial results from investigation of three-dimensional magnetic reconnection in a laboratory plasma // *Phys. Fluids B.* 1991. V. 3. P. 2379–2385.
- (Yamada, 1994) Yamada M., Levinton P.M., Pomphredy N. *et al.* Investigation of magnetic reconnection during a sawtooth crash in a high-temperature plasma // *Phys. Plasmas.* 1994. V. 1. P. 3269–3276.
- Yamada (1997a) Yamada M., Ji H., Hsu S. *et al.* Study of driven magnetic reconnection in a laboratory plasma // *Phys. Plasmas.* 1997. V. 4. P. 1937–1944.
- Yamada (1997b) Yamada M., Ji H., Hsu S. *et al.* Identification of Y-shaped and O-shaped diffusion regions during magnetic reconnection in laboratory plasmas // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 78. P. 3117–3120.
- (Yan, 1992) Yan M., Lee L.C., Priest E.R. Fast magnetic reconnection with small shock angles // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. P. 8277–8293.
- (Yan, 1993) Yan M., Lee L.C., Priest E.R. Magnetic reconnection with large separatrix angles // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 7593–7602.
- (Yang, 1977) Yang C.-K., Sonnerup B.U.Ö. Compressible magnetopause reconnection // *J. Geophys. Res.* 1977. V. 82. P. 699–703.
- (Yeh, 1983) Yeh T. Diamagnetic force on a flux tube // *Astrophys. J.* 1977. V. 264. P. 630–634.
- (Yeh, 1970) Yeh T., Axford W.I. On the reconnection of magnetic field lines in conducting fluids // *J. Plasma Phys.* 1970. V. 4. P. 207–229.
- (Yi, 1994) Yi Y., Caputo P.M., Brandt J.C. Disconnection events (DEs) and sector boundaries: The evidence from comet Halley 1985–1986 // *Planet. Space Sci.* 1994. V. 42. P. 705–720.
- (Yokoyama, 1997) Yokoyama T., Shibata K. Magnetic reconnection coupled with heat conduction // *Astrophys. J.* 1997. V. 474. P. L61–L64.
- (Yoshida, 1996) Yoshida T., Tsuneta S. Temperature structure of solar active regions // *Astrophys. J.* 1996. V. 459. P. 342–346.
- (Zhu, 1993) Zhu Z., Parks G. Particle orbits in model current sheet with a nonzero  $B(y)$  component // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 7603–7608.
- (Zimbardo, 1989) Zimbardo G. A self-consistent picture of Jupiter's nightside magnetosphere // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94. P. 8707–8719.

- (Zimbardo, 1993) Zimbardo G. Observable implications of tearing-mode instability in Jupiter's nightside magnetosphere // Planet. Space Sci. 1993. V. 41. P. 357–361.
- (Zirin, 1988) Zirin H. Astrophysics of the Sun. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1988.
- (Zirin, 1969) Zirin H., Lackner D.R. The solar flares of August 28 and 30 // Solar Phys. 1969. V. 6. P. 86–103.
- (Zukakishvili, 1978) Zukakishvili G.G., Kavartskhava I.F., Zukakishvili L.M. Plasma behaviour near the neutral line between parallel currents // Sov. J. Plasma Phys. 1978. V. 4. P. 405–410.
- (Zweibel, 1988) Zweibel E.G. Ambipolar diffusion drifts and dynamos in turbulent gases // Astrophys. J. 1988. V. 329. P. 384–391.
- (Zweibel, 1989) Zweibel E.G. Magnetic reconnection in partially ionized gases // Astrophys. J. 1989. V. 340. P. 550–557.
- (Zweibel, 1987) Zweibel E.G., Li H. The formation of current sheets in the solar atmosphere // Astrophys. J. 1987. V. 312. P. 423–430.
- (Zwingmann, 1985) Zwingmann W., Schindler K., Birn J. On sheared magnetic-field structures containing neutral points // Solar Phys. 1985. V. 99. P. 133–143.

*Список литературы, добавленный при переводе*

- (Syrovatskii S.I., 1981) Pinch sheets and reconnection in astrophysics // Annu. Rev. Astron. Astrophys. V. 19. P. 163–229.
- (Гинзбург В.Л. (ред.), 1984) Астрофизика космических лучей. — М. Наука. — 358 с.
- (Богданов С.Ю., Марков В.С., Франк А.Г., 1982) Изменение топологии магнитного поля в процессе взрывного разрушения токового слоя // Письма в ЖЭТФ. V. 35. P. 232–235.
- (Буланов С.В., Догель В.А., Франк А.Г., 1984) Солнечные вспышки и лабораторные эксперименты по магнитному пересоединению в токовых слоях // Письма в Астрон. Журн. V. 10. P. 149–153.
- (Франк А.Г., 1985) Формирование, эволюция и взрывное разрушение токовых слоев в плазме // Труды ФИАН. V. 160. P. 93–121. Имеется перевод: Frank A.G. (1989). Formation, evolution, and explosive disruption of current sheets in plasma // Plasma Physics and Plasma Electronics. Nova Science Publishers, Commack N.-Y. P. 131–169.
- Bulanov S.V., Gvaladze Yu.S., Zaborov A.M., Ol'shanetskij M.A. (1989) Properties of current sheets near magnetic separatrices // Comments on Plasma Physics and Controlled Fusion. V. 12. P. 113–124.
- (Богданов С.Ю., Марков В.С., Франк А.Г., 1990) Обнаружение потоков ускоренных частиц, выходящих из токового слоя поперёк сильного магнитного поля // Письма в ЖЭТФ. V. 51. P. 563–565.
- (Кирий Н.П., Марков В.С., Франк А.Г., 1992) Локальный импульсный нагрев плазмы и разрушение токового слоя // Письма в ЖЭТФ. V. 56. P. 82–86.
- (Богданов С.Ю., Дрейден Г.В., Кирий Н.П. и др., 1992) Динамика плазмы в токовых слоях: I. Линейные режимы формирования токовых слоёв;

- П. Нелинейные режимы формирования токовых слоёв // Физика плазмы. V. 18. P. 1269–1295.
- (Ono Y., Morita A., Katsurai M., Yamada M., 1993) Experimental investigation of three-dimensional magnetic reconnection by use of two colliding spheromaks // Phys. Fluids. B. 5. P. 3691–3701.
- (Богданов С.Ю., Бурилина В.Б., Марков В.С., Франк А.Г., 1994) Формирование токовых слоёв в трёхмерных магнитных полях с нулевой точкой // Письма в ЖЭТФ. V. 59. P. 510–514.
- (Франк А.Г., Богданов С.Ю., Бурилина В.Б., 1995) Квазиодномерные токовые слои в трёхмерных магнитных конфигурациях // Изв. АН. Сер. Физ. V. 59. P. 41–52.
- (Ono Y. et al., 1996) Ion acceleration and direct ion heating in three-component magnetic reconnection // Phys. Rev. Lett. V. 76. P. 3328–3331.
- (Frank A.G., 1999) Magnetic Reconnection and Currents Sheet Formation in 3D Magnetic Configurations // Plasma Phys. & Contr. Fusion. V. 41. Suppl. 3A. P. A687–A697.

# Приложение А

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

### Латинский алфавит

Подстрочные индексы 0, 1, 2 обозначают переменные величины, используемые в данном разделе. В скобках указан номер параграфа или уравнения, где данное обозначение встречается впервые.

- $a$  — постоянная в данном разделе;
- $A$  — функция магнитного потока (п. 1.3.1);
- $A_0$  — площадь излучающей области (§ 12.1);
- $A_{np}$  — непотенциальная часть функции потока (п. 5.2.2);
- $A_p$  — потенциальная часть функции потока (п. 5.2.2);
- $A$  — магнитный векторный потенциал (п. 1.2.2);
- $A_p$  — магнитный векторный потенциал в кулоновской калибровке (п. 8.5.2);
- $b$  — постоянная или параметр, используемый в данном разделе;
- $B_e$  — внешнее магнитное поле (§ 1.6);
- $B_i$  — магнитное поле, втекающее в диффузионную область (§ 4.2);
- $B_N$  — нормальная составляющая поля на ударной волне (§ 4.3);
- $B_{pc}$  — магнитное поле полярной шапки (§ 10.1);
- $B_{sw}$  — магнитное поле солнечного ветра (§ 10.1);
- $B_\phi$  — тороидальная составляющая магнитного поля (§ 6.4);
- $B$  — магнитная индукция (п. 1.2.1);
- $B_{mp}$  — магнитное поле в магнитопаузе (§ 10.3);
- $B_p$  — полоидальное магнитное поле (п. 2.6.1);
- $B$  — комплексное магнитное поле,  $B_y + iB_x$  (п. 2.2.4);
- $c$  — скорость света (§ 1.7);
- $c_{is}$  — звуковая скорость ионов (13.9);
- $c_s$  — звуковая скорость (табл. 1.1);
- $c_v$  — удельная теплоёмкость при постоянном объёме (п. 1.2.2);
- $\bar{c}$  — параметр тока (п. 5.2.2);
- $C$  — кривая (§ 1.4); или постоянная силовой линии (п. 8.1.3);
- $d/dt$  — конвекционная производная (п. 1.2.1);
- $\text{daw}(x)$  — интегральная функция Доусона (§ 3.2);
- $D$  — коэффициент диффузии (п. 13.2.2);
- $2\pi D/\mu$  — дипольный момент (п. 2.2.3);
- $D_R$  — домен области диффузии (п. 8.1.1);
- $e$  — внутренняя энергия на единицу массы (п. 1.2.1);
- $\text{erf}(x)$  — интеграл вероятности ошибок (п. 3.1.1);
- $e$  — собственный вектор (§ 8.7);
- $E_a$  — асимптотическое электрическое поле на больших расстояниях от области диффузии (п. 8.1.1);

- $E_A$  — электрическое поле конвекции на основе альфвеновской скорости (§ 1.7);  
 $E_e$  — электрическое поле в ионосфере (§ 10.5);  
 $E_D$  — электрическое поле Дрейсера (Eq. 1.66);  
 $E_h$  — источник нагрева (п. 12.1.1);  
 $E_m$  — объёмная мера эмиссии (§ 12.1);  
 $E_{\text{rec}}$  — электрическое поле в области пересоединения (§ 10.5);  
 $E_{\text{SP}}$  — электрическое поле Свита–Паркера (§ 1.7, § 4.2);  
 $E^*$  — электрическое поле на двумерной X-линии (т. е. в X-точке) (§ 7.2);  
 $E_{\parallel}$  — составляющая электрического поля, параллельная магнитному полю (§ 8.1);  
 $\mathbf{E}$  — электрическое поле (п. 1.2.1);  
 $\mathbf{E}_{\perp}$  — составляющая электрического поля, перпендикулярная магнитному полю (§ 13.1);  
 $f$  — функция распределения (п. 13.2.2);  
 $f(x)$  — функция  $x$ , используемая в данном разделе;  
 $f_s$  — функция распределения тяжёлых сферических частиц (п. 13.2.3);  
 $\bar{f}$  — скважность (§ 12.1);  
 $F$  — магнитный поток в трубке (§ 2.4); или функция скорости (§ 3.5); или функция Гамильтона (п. 8.1.1);  
 $F_B$  — магнитный поток в полярной шапке (§ 10.1);  
 $F_H$  — нагревный поток (п. 11.2.1);  
 $\mathbf{F}$  — суммарная сила, действующая на частицы (§ 1.7);  
 $\mathbf{F}_B$  — поток магнитного поля (п. 8.1.2);  
 $\mathbf{F}_g$  — внешняя сила (п. 1.2.1);  
 $\mathbf{F}_{\text{kink}}$  — изгибающая сила (§ 10.1);  
 $\mathbf{F}_{\omega}$  — изображение поперёк магнитного поля (п. 8.1.2);  
 $\mathcal{F}$  — тензор градиента смещения (§ 8.7); или поток частиц (п. 13.3.2);  
 $g(x)$  — функция  $x$ , используемая в данном разделе;  
 $G$  — потенциал неидеального члена в законе Ома (п. 8.1.1); или гравитационная постоянная (п. 12.2.1);  
 $h$  — высота вспыхивающих петель (§ 12.1);  
 $h_d$  — полутолщина аккреционного диска (п. 12.2.1);  
 $H$  — магнитная спиральность (8.49);  
 $H_2$  — кросс-спиральность в двух измерениях (п. 11.3.3);  
 $H_3$  — кросс-спиральность в трёх измерениях (п. 11.3.3);  
 $H_g$  — гравитационная шкала высот (п. 11.1.1);  
 $H_m$  — взаимная магнитная спиральность (п. 8.5.3);  
 $H_s$  — собственная магнитная спиральность (п. 8.5.3);  
 $\mathbf{H}$  — магнитное поле (п. 1.2.1);  
 $\mathcal{H}$  — функция Хевисайда (п. 11.1.1);  
 $I$  — электрический ток (п. 9.1.2);  
 $I_2(x)$  — модифицированная функция Бесселя (п. 13.2.3);  
 $I_{\text{run}}$  — электрический ток убегания (п. 13.1.3);  
 $j_N$  — плотность тока в нейтральной точке (§ 4.2);  
 $j_{\parallel}$  — электрический ток, параллельный шипу (spine), проходящему через нулевую точку (§ 8.2);



- $j_{\perp}$  — электрический ток, перпендикулярный шипу (spine), проходящему через нулевую точку (§ 8.2);
- $\mathbf{j}$  — плотность электрического тока (п. 1.2.1);
- $J$  — электрический ток на единицу длины слоя (п. 2.3.1);
- $J_n$  — функция Бесселя  $n$ -ного порядка (§ 1.4);
- $\mathcal{J}$  — функция Якоби (§ 8.7);
- $k$  — волновое число (п. 2.3.2);
- $k_B$  — постоянная Больцмана (п. 1.2.1);
- $\mathbf{k}$  — векторное волновое число (§ 6.1);
- $K$  — постоянная, используемая в данном разделе;
- $K_2(x)$  — модифицированная функция Бесселя второго типа (п. 13.2.3);
- $l$  — полуширина токового слоя (п. 1.3.2);
- $l_{\text{mp}}$  — толщина магнитопаузы (§ 10.3);
- $l_p$  — характерный масштаб движений в фотосфере (п. 11.3.3);
- $L$  — полудлина токового слоя (п. 1.3.2); или полудлина корональной петли (п. 12.1.1);
- $L_0$  — характерный масштаб длины (п. 1.2.2);
- $L_{\text{collision}}$  — толщина токового слоя для случая, когда соударения частиц существенны (1.63);
- $L_e$  — внешняя или полная характерная длина (§ 1–6);
- $L_{\text{inertia}}$  — толщина токового слоя для случая, когда инерционные члены существенны (1.54);
- $L_{\text{Hall}}$  — толщина токового слоя для случая, когда холловские члены существенны (1.56);
- $L_{ij}$  — коэффициент связи двух кривых (п. 8.5.3);
- $L_{\text{pc}}$  — длина полярной шапки Земли (§ 10.1);
- $L_{\text{stress}}$  — толщина токового слоя для случая, когда связанный с электронами член напряжения существенен (1.58);
- $L_{\text{tail}}$  — длина геомагнитного хвоста (§ 10.1);
- $L_u$  — число Лундквиста (табл. 1.1, (1.65));
- $L_U$  — светимость (§ 12.1);
- $m$  — масса частицы (§ 1.1);
- $m_e$  — масса электрона (§ 1.2.2);
- $m_p$  — масса протона (п. 1.2.1);
- $\bar{m}$  — средняя масса частиц (п. 1.2.1);
- $M$  — альфвеновское число Маха (табл. 1.1);
- $M_e$  — внешнее альфвеновское число Маха или скорость пересоединения (§ 1.6);
- $M_e^*$  — максимальная скорость пересоединения (§ 4.3);
- $M_i$  — альфвеновское число Маха при втекании в область диффузии (§ 4.2);
- $\bar{M}$  — число Маха (табл. 1.1);
- $M^*$  — функция Куммера (§ 3.2);
- $M_*$  — масса звезды (п. 12.2.1);
- $\dot{M}$  — скорость аккреции (п. 12.2.1);
- $n$  — полное число частиц на единицу объёма (п. 1.2.1);
- $n_e$  — плотность электронов (п. 1.2.1);
- $n_d$  — плотность плазмы, основанная на отношении линий (§ 12.1);

- $n_i$  — плотность ионов (§ 1.7);  
 $n_r$  — число убегающих частиц (п. 13.1.2);  
 $\mathbf{n}$  — единичный вектор, нормальный к поверхности (п. 8.5.1);  
 $N$  — норма отображения (§ 8.7); или число вспыхивающих событий (п. 11.2.1);  
 $\dot{N}$  — поток ускоренных частиц (п. 13.1.2);  
 $\bar{N}$  — плотность сферических частиц (п. 13.2.3);  
 $\mathcal{N}$  — плотность частиц (п. 13.3.2);  
 $p$  — давление плазмы (п. 1.2.1);  
 $p_e$  — внешнее давление плазмы (§ 4.2);  
 $p_i$  — давление плазмы при втекании в диффузионную область (§ 4.2);  
 $p_N$  — давление плазмы в нейтральной точке (§ 4.2);  
 $p_0$  — давление плазмы при вытекании из диффузионной области (§ 4.2);  
 $p_s$  — давление плазмы в точке стагнации (§ 3.2);  
 $p_{\parallel}$  — давление плазмы вдоль магнитного поля (§ 1.7);  
 $p_{\perp}$  — давление плазмы перпендикулярно магнитному полю (§ 1.7);  
 $\bar{p}$  — импульс частицы (п. 13.2.3);  
 $\underline{p}_e$  — электронный тензор напряжений (§ 1.7);  
 $P_m$  — магнитное число Прандтля (табл. 1.1);  
 $P_n$  — полином Лежандра  $n$ -ной степени (п. 2.2.5);  
 $P_r$  — число Прандтля (табл. 1.1);  
 $q$  — электрический заряд частицы (§ 1.7); или коэффициент надёжности (§ 6.4);  
 $q_0$  — значение «запаса устойчивости» на оси трубки (§ 6.4);  
 $q_a$  — значение «запаса устойчивости» на поверхности трубки (§ 6.4);  
 $\mathbf{q}$  — поток энергии (1.24);  
 $Q(T)$  — температурная зависимость функции радиационных потерь оптически тонкой плазмы (п. 1.2.1);  
 $Q_v$  — нагрев за счёт внутреннего трения (п. 1.2.1);  
 $Q_r$  — потери энергии на излучение (п. 1.2.1);  
 $r$  — радиальное расстояние в цилиндрических полярных координатах (§ 1.4);  
 $r_s$  — радиус резонансной поверхности (п. 6.3.3);  
 $R$  — радиус токовой петли (п. 2.2.5); или большой радиус тора (§ 6.4); корреляционная функция (п. 13.2.2);  
 $R_e$  — число Рейнольдса (табл. 1.1);  
 $R_E$  — радиус Земли (§ 10.1);  
 $R_g$  — гирорадиус частицы (п. 13.1.4);  
 $R_{ge}$  — гирорадиус электрона (п. 13.1.4);  
 $R_{gi}$  — гирорадиус иона (1.60);  
 $R_m$  — магнитное число Рейнольдса (п. 1.2.2);  
 $R_{me}$  — магнитное число Рейнольдса, связанное с полной (внешней) характерной длиной (§ 1.6);  
 $R_*$  — радиус звезды (§ 12.1);  
 $\bar{R} = \log_e r$  (§ 4.4);  
 $\mathbf{R}$  — общий неидеальный член в законе Ома (п. 8.1.1); или положение ведущего центра частицы (п. 13.1.4);  
 $\mathcal{R}$  — универсальная газовая постоянная (п. 1.2.1);  
 $\text{Re}$  — действительная часть комплексной функции (п. 2.2.4);

- $s$  — энтропия (п. 1.2.2); или расстояние вдоль кривой (п. 2.6.1); или показатель степени степенного закона (п. 13.3.2);  
 $S_R$  — площадь поверхности плазмы, проходящей через область пересоединения (п. 12.1.2);  
 $S$  — поверхность (§ 1.4); или сдвиг аркады (п. 8.5.3);  
 $S_v$  — отношение вязкостного времени к альфвеновскому времени (п. 6.3.1);  
 $\mathbf{S}$  — поток Пойнтинга (§ 1.4);  
 $\underline{\mathbf{S}}$  — вязкостный тензор напряжений (п. 1.2.1);  
 $t$  — время (п. 1.2.1);  
 $T$  — температура (п. 1.2.1);  
 $T_e$  — температура электронов (п. 1.2.2);  
 $T_i$  — температура ионов (§ 1.7);  
 $u_d$  — скорость дрейфа частиц (п. 13.1.1);  
 $u_I$  — скорость пересечения магнитной силовой линией фронта ударной волны (п. 13.3.1);  
 $(u, v)$  — обобщённые ортогональные координаты (§ 8.7);  
 $\mathbf{u}$  — скорость плазмы (только в гл. 13);  
 $U$  — скорость движения облаков (§ 13.2);  
 $v_a$  — альфвеновская скорость (табл. 1.1);  
 $v_d$  — скорость магнитной диффузии (1.17);  
 $v_d$  — скорость вязкостной диффузии (п. 1.2.2);  
 $v_e$  — внешняя скорость потока (§ 1.6);  
 $v_g$  — групповая скорость (п. 6.3.3); или гироскорость (п. 13.1.4);  
 $v_I$  — скорость втекания в диффузионную область (§ 4.2);  
 $v_0$  — скорость вытекания из диффузионной области (§ 4.2);  
 $v_p$  — скорость в фотосфере (п. 11.3.3);  
 $v_r$  — скорость убегания частиц (п. 13.1.2);  
 $v_{\text{rel}}$  — относительная скорость частицы и сферы (п. 13.2.3);  
 $v_{\text{rise}}$  — скорость подъёма вспыхивающих петель (п. 12.1.2);  
 $v_r$  — скорость пересоединения (п. 11.1.1);  
 $v_{Ti}$  — тепловая скорость ионов (п. 13.1.3);  
 $v_{Te}$  — тепловая скорость электронов (п. 13.1.1);  
 $\mathbf{v}$  — объёмная скорость потока плазмы (п. 1.2.1); или скорость частиц (только в гл. 13);  
 $\mathbf{V}_E$  — скорость электрического дрейфа (п. 13.1.4);  
 $\mathbf{v}_g$  — гироскорость (п. 13.1.4);  
 $\mathbf{v}_\perp$  — составляющая плазменной скорости (§п. 8.1.2); или скорость частиц (п. 13.1.4) поперёк магнитного поля;  
 $V_0$  — характерная скорость (п. 1.2.2);  
 $V_c$  — скорость конвекции в полярной шапке (§ 10.5);  
 $V_{\text{gun}}$  — напряжение (разность потенциалов) пушки (п. 9.1.3);  
 $V_{\text{pc}}$  — скорость силовой линии в полярной шапке (§ 10.1);  
 $V_R$  — объём области диффузии (п. 8.5.4); или скорость вспыхивающей ленты (п. 11.1.2);  
 $V_{\text{sw}}$  — скорость солнечного ветра (§ 10.1);  
 $\mathbf{V}_i$  — скорость ионов (п. 12.2.2);  
 $\mathbf{V}_{\text{DR}}$  — скорость дрейфа ионов относительно нейтралов (п. 12.2.2);

$V_n$  — скорость нейтральных частиц (п. 12.2.2);  
 $V_{\perp}$  — скорость ведущего центра (п. 13.1.4);  
 $w$  — полная плотность энергии (1.23); или ширина магнитного острова (п. 6.5.1); или толщина аркады (п. 8.5.3);  
 $\mathbf{w}$  — скорость магнитной силовой линии (§ 1.4);  
 $\mathbf{w}_{\perp}$  — составляющая  $\mathbf{w}$ , перпендикулярная магнитному полю (п. 8.1.2);  
 $W$  — ширина ленты (п. 11.1.2); энергия вспышечных событий (п. 11.2.1);  
 $W_k$  — кинетическая энергия (§ 2.4);  
 $W_m$  — магнитная энергия (§ 2.4);  
 $W_p$  — энергия частицы (п. 13.1.4);  
 $W_r$  — лучистая энергия от вспышки (§ 12.1);  
 $W_{\text{tail}}$  — ширина геомагнитного хвоста (§ 10.1);  
 $\mathbf{W}^{(4)}$  — четырёхмерная скорость движущейся поверхности (п. 8.1.4);  
 $X$  — отношение плотностей поперёк ударной волны (§ 1.5);  
 $z$  — комплексная переменная,  $x + iy$  (п. 2.2.4); или третья декартова координата;

### Греческий алфавит

$\alpha$  — постоянная или функция пропорциональности для линейного бессилового поля (п. 2.3.1); или эйлеров потенциал (п. 8.1.1);  
 $\alpha_p$  — питч-угол (п. 13.3.1);  
 $\alpha^*$  — квадрат отношения скорости втекания Свита–Паркера к скорости втекания на оси диффузионной области (п. 4.6.3); или параметр радиационных потерь (п. 12.1.1);  
 $\bar{\alpha}$  — параметр нуль-точки (п. 1.3.2); или диффузионный параметр (п. 13.2.3);  
 $\beta$  — бета-параметр плазмы (табл. 1.1, (1.59)); или эйлеров потенциал (п. 8.1.1);  
 $\beta_p$  — бета-параметр плазмы, полученный на основе полоидальной составляющей магнитного поля (§ 6.4);  
 $\gamma$  — отношение удельных теплоёмкостей (п. 1.2.1);  
 $\bar{\gamma}$  — фактор Лоренца (§ 13.1);  
 $\Delta'$  — скачок магнитного градиента при переходе через сингулярный слой в теории разрывной неустойчивости (§ 6.2);  
 $\varepsilon$  — малый параметр разложения, используемый в данном разделе;  
 $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость свободного пространства (п. 1.2.1);  
 $\zeta$  — коэффициент объёмной вязкости (п. 1.2.1); комплексная переменная  $x + iy$  (п. 11.1.1);  
 $\eta$  — коэффициент магнитной диффузии (п. 1.2.2);  
 $\eta_{AD}$  — амбиполярный коэффициент диффузии (п. 12.2.2);  
 $\eta_e$  — скалярное удельное сопротивление (п. 1.2.1);  
 $\eta_{\perp}$  — коэффициент магнитной диффузии поперёк магнитного поля (1.13);  
 $\eta_{\parallel}$  — коэффициент магнитной диффузии вдоль магнитного поля (п. 1.2.2);  
 $\tilde{\eta}$  — аномальный коэффициент диффузии (п. 6.3.3);  
 $\eta^*$  — турбулентный коэффициент магнитной диффузии (п. 11.3.3);  
 $\underline{\eta}_e$  — тензор электрического сопротивления (п. 1.2.1);  
 $\theta$  — угол в полярной системе координат (§ 1.4);  
 $\theta_{HT}$  — наклон магнитного поля восходящего потока к фронту ударной волны в системе координат де Хофмана–Теллера (п. 13.3.1);

- $k_0$  — коэффициент теплопроводности (п. 12.1.1);  
 $\bar{k}$  — коэффициент пространственной диффузии (п. 13.3.2);  
 $\underline{k}$  — тензор теплопроводности (п. 1.2.1);  
 $\lambda$  — параметр или скалярная функция, используемые в данном разделе;  
 $\lambda_e$  — электронноинерционная длина или скин-толщина (1.55);  
 $\lambda_i$  — ионноинерционная длина или скин-толщина (1.57);  
 $\lambda_D$  — дебаевская длина (1.64);  
 $\lambda_{\text{mfp}}$  — средняя длина свободного пробега частицы (п. 1.2.2, (1.62));  
 $\Lambda$  — кулоновский логарифм (1.14);  
 $\mu$  — магнитная проницаемость (п. 1.2.1);  
 $\mu_m$  — магнитный момент (п. 13.1.4);  
 $\bar{\mu}$  — косинус угла частицы (п. 13.2.3);  
 $\bar{\mu}$  — средний атомный вес (§ 1.7);  
 $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости (п. 1.2.1);  
 $\bar{\nu}$  — частота электронно-ионных соударений (п. 13.1.1);  
 $\bar{\nu}_{\text{eff}}$  — эффективная частота соударений (п. 13.1.3);  
 $\bar{\nu}_{in}$  — частота соударений ионов с нейтралами (п. 12.2.2);  
 $\nu^*$  — турбулентная вязкость (п. 11.3.3);  
 $\xi$  — смещение плазмы (п. 2.6.1);  
 $\xi_a$  — возмущение на поверхности трубки радиуса  $a$  (п. 6.4.1);  
 $\nabla$  — оператор градиента (п. 1.2.1);  
 $\rho$  — массовая плотность (п. 1.2.1);  
 $\rho_c$  — плотность электрического заряда (§ 1.7);  
 $\sigma$  — электропроводность (п. 1.2.1);  
 $\sigma^*$  — аномальная электропроводность (§ 1.7);  
 $\sigma_{\text{eff}}$  — эффективная электропроводность (п. 13.1.3);  
 $\tau$  — время замедления (п. 13.1.1): или время удержания (§ 9.1);  
 $\tau_A$  — альфвеновское время пробега (§ 6.1);  
 $\tau_{\text{ВН}}$  — характерное время для неустойчивости Бальбуса–Хоули (п. 12.2.1);  
 $\tau_c$  — время коалесценции (п. 6.5.3);  
 $\tau_{\text{cr}}$  — время охлаждения за счёт теплопроводности и излучения (п. 11.1.2); или время коротации (п. 12.2.1);  
 $\tau_d$  — время магнитной диффузии (1.1.6);  
 $\tau_{\text{decay}}$  — время затухания вспышки (§ 12.1);  
 $\tau_{\text{dr}}$  — время дрейфа (13.26);  
 $\tau_{\text{eff}}$  — эффективное время соударения частиц (п. 13.1.3);  
 $\tau_g$  — гироспериод частицы (п. 13.1.4);  
 $\tau_G$  — характерное гравитационное время (§ 6.3);  
 $\tau_k$  — характерное время проводимости (п. 11.2.2);  
 $\tau_l$  — время пересечения токового слоя акустическими волнами (п. 11.2.2);  
 $\tau_L$  — время прохождения акустических волн вдоль токового слоя (п. 11.2.2);  
 $\tau_m$  — время разрыва (§ 6.2);  
 $\tau_p$  — период корреляции движений оснований силовых линий (п. 11.3.3);  
 $\tau_P$  — временной масштаб паркерской неустойчивости (п. 12.2.1);  
 $\tau_r$  — характерное радиационное время (п. 11.2.2);  
 $\tau_{\text{rise}}$  — время роста вспышки (§ 12.1);  
 $\tau_R$  — время пересоединения (п. 12.1.2);

- $\tau_s$  — характерное время сдвига (п. 12.2.1);  
 $\phi$  — угол в полярных координатах, отмеряемый от  $y = x$  (§ 5.3.2); или угол, измеряемый в тороидальном направлении вокруг тора (§ 6.4);  
 $\phi_s$  — угол между сепаратрисами (п. 7.1.1);  
 $\Phi$  — электрический скалярный потенциал (п. 1.2.2);  
 $\Phi^*$  — электрический потенциал (§ 1.4);  
 $\Phi_A$  — калибровочная функция для магнитного векторного потенциала (п. 8.5.1);  
 $\Phi_m$  — магнитный потенциал (п. 2.2.5);  
 $\Phi_{pc}$  — потенциал полярной шапки (§ 10.1);  
 $\Phi_{sw}$  — потенциал солнечного ветра (§ 10.1);  
 $\Phi_T$  — закрученность магнитной силовой трубки (§ 6.4);  
 $\chi$  — параметр, описывающий оптически тонкие радиационные потери (п. 12.1.1);  
 $\chi_x, \chi_y$  — функции градиента скорости (п. 7.1.1);  
 $\psi$  — функция потока (п. 3.3.1);  
 $\Psi$  — потенциал вдоль магнитного поля (п. 8.1.1);  
 $\omega$  — частота временной вариации (§ 6.2);  
 $\omega_A$  — альфвеновская скорость (§ 6.2);  
 $\omega_d$  — скорость диффузии (§ 6.2);  
 $\omega_i$  — угловая скорость вращения трубки потока (п. 8.5.2);  
 $\omega_{pe}$  — плазменная частота электронов (§ 1.7);  
 $\omega_{pi}$  — плазменная частота ионов (§ 1.7);  
 $\omega$  — завихрённость (п. 1.2.2);  
 $\Omega$  — гирочастота (п. 13.1.6);  
 $\Omega_a$  — орбитальная частота в аккреционном диске (п. 12.2.1);  
 $\overline{\Omega}_E$  — угловая скорость вращения Земли (п. 13.1.6);  
 $\Omega_i$  — гирочастота ионов (п. 13.1.3);

## Приложение Б

### ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

В настоящей книге принята рационализированная система единиц МКС. Однако магнитное поле  $B$  дано в гауссах (Гс), как это принято в системе СИ. Соотношение между единицами в гауссовой системе СГС и единицами в рационализированной системе МКС приводится ниже.

Величина	Гауссова система	Рационализированная система МКС
Длина	1 см	$10^{-2}$ м
Масса	1 г	$10^{-3}$ кг
Время	1 с	1 с
Сила	1 дина	$10^{-5}$ Н
Энергия	1 эрг	$10^{-7}$ джоуль (J)
Мощность	1 эрг с <sup>-1</sup>	$10^{-7}$ ватт (W)
Заряд	1 статкулон	$1/3 \cdot 10^{-9}$ кулон (Кл)
Электрическое поле	1 статвольт см <sup>-1</sup>	$3 \cdot 10^4$ В м <sup>-1</sup>
Электрический ток	1 статампер	$1/3 \cdot 10^{-9}$ ампер (А)
Плотность тока	1 статампер см <sup>-2</sup>	$1/3 \cdot 10^{-5}$ А м <sup>-2</sup>
Электропроводность	1 с <sup>-1</sup>	$1/9 \cdot 10^{-9}$ сименс м <sup>-1</sup>
Магнитная индукция ( $B$ )	1 Гс	$10^{-4}$ тесла (Тл)
Магнитное поле ( $H$ )	1 эрстед	$1/(4\pi) \cdot 10^3$ А м <sup>-1</sup>
Магнитный поток	1 максвелл (Мкс)	$10^{-8}$ вебер (Вб)

Уравнения в гауссовой системе можно преобразовать в систему МКС, заменив каждый символ в уравнении следующим образом. Символы, обозначающие длину, время и их производные, остаются неизменными.

Величина	Гауссова система	Рационализированная система МКС
Скорость света	$c$	$(\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$
Заряд	$e$	$e(4\pi\varepsilon_0)^{-1/2}$
Ток	$j$	$j(4\pi\varepsilon_0)^{-1/2}$
Электрическое поле	$E$	$E(4\pi\varepsilon_0)^{1/2}$
Магнитная индукция	$B$	$B(4\pi/\mu_0)^{1/2}$
Электрическое смещение	$D$	$D(4\pi/\varepsilon_0)^{1/2}$
Магнитное поле	$H$	$H(4\pi\mu_0)^{1/2}$
Диэлектрическая постоянная	$\varepsilon$	$\varepsilon/\varepsilon_0$
Магнитная проницаемость	$\mu$	$\mu/\mu_0$
Электропроводность	$\sigma$	$\sigma(4\pi\varepsilon_0)^{-1}$

Соотношение между этими системами единиц описано более подробно в приложении I работы (Priest, 1982).

## Приложение В

### ПОЛЕЗНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

#### Физические постоянные

Скорость света	$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ мс}^{-1}$
Заряд электрона	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса электрона	$m_e = 9,109 \cdot 10^{31} \text{ кг}$
Масса протона	$m_p = 1,673 \cdot 10^{27} \text{ кг}$
Отношение масс	$m_p/m_e = 1837$
Электрон-вольт	$1 \text{ эВ} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
	$1 \text{ эВ}/k_B = 11605 \text{ К}$
Постоянная Больцмана	$k_B = 1,381 \cdot 10^{23} \text{ Дж град}^{-1}$
Гравитационная постоянная	$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2 \text{ кг}^{-2}$
Газовая постоянная	$\tilde{R} = 8,3 \cdot 10^3 \text{ м}^2 \text{ с}^{-2} \text{ град}^{-1}$
Проницаемость свободного пространства	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн м}^{-1}$
Проницаемость свободного пространства	$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф м}^{-1}$

#### Свойства плазмы ( $n_e$ в $\text{м}^{-3}$ , $B$ в гауссах, $T$ в К, $v$ в $\text{м с}^{-1}$ , $l$ в м)

Скорость звука	$c_s = 152 T^{1/2} \text{ мс}^{-1}$
Альфвеновская скорость	$v_A = 2,18 \cdot 10^{12} B n^{-1/2} \text{ мс}^{-1}$
Плазменный параметр бета	$\beta = 3,5 \cdot 10^{-21} n T B^{-2}$
Магнитное число Рейнольдса	$R_m = 2 \cdot 10^{-9} l v T^{3/2}$
Характерная высота (для $\tilde{\mu} = 0,6$ )	$H_g = 50 T \text{ м}$
Электропроводность	$\sigma = 10^{-3} T^{3/2} \text{ сименс м}^{-1}$
Коэффициент магнитной диффузии	$\eta = 10^9 T^{-3/2} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$
Теплопроводность	$k_{\parallel} = 10^{-11} T^{5/2} \text{ Вт м}^{-1} \text{ град}^{-1}$
Плазменная частота электронов	$\omega_{pe} = 56,4 n_e^{1/2} \text{ рад с}^{-1}$
Гирочастота электронов	$\Omega_e = 1,76 B \cdot 10^7 \text{ рад с}^{-1}$
Гирочастота протонов	$\Omega_p = 9,58 B \cdot 10^3 \text{ рад с}^{-1}$
Дебаевская длина	$\lambda_D = 6,9 (T_e/n_e)^{1/2} \cdot 10 \text{ м}$
Гирорадиус для электронов	$R_{ge} = 2,38 \cdot 10^{-2} (T_e/11605)^{1/2} B^{-1} \text{ м}$
Гирорадиус для протонов	$R_{gp} = 1,02 (T_p/11605)^{1/2} B^{-1} \text{ м}$
Тепловая скорость электронов	$v_{Te} = (k_B T_e/m_e)^{1/2} = \Omega R_{ge}$ $= 4,19 \cdot 10^5 (T_e/11605)^{1/2} \text{ м с}^{-1}$
Тепловая скорость протонов	$v_{Ti} = (k_B T_p/m_p)^{1/2} = \Omega_p R_{gp}$ $= 9,79 \cdot 10^3 (T_p/11605)^{1/2} \text{ м с}^{-1}$



**Цилиндрические полярные координаты**  $(r, \theta, z)$ 

(Заметим, что во многих работах вместо этих обозначений используются обозначения  $(R, \phi, z)$ , но здесь буквы  $R$  и  $\phi$  использованы для других целей.)

$$\nabla A = \frac{\partial A}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial A}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}.$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial B_z}{\partial z}.$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{r}} + \left( \frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right) \hat{\mathbf{z}}.$$

$$\nabla^2 A = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}.$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} = & \left( B_r \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{B_\theta^2}{r} + B_z \frac{\partial B_r}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{r}} + \\ & + \left( \frac{B_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + B_z \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \\ & + \left( B_z \frac{\partial B_z}{\partial z} + B_r \frac{\partial B_z}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \theta} \right) \hat{\mathbf{z}}. \end{aligned}$$

**Сферические полярные координаты**  $(r, \theta, \phi)$ 

$$\nabla A = \frac{\partial A}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}}.$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 B_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta B_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi}.$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} = & \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta B_\phi) - \frac{\partial B_\theta}{\partial \phi} \right) \hat{\mathbf{r}} + \\ & + \left( \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\phi) \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right) \hat{\boldsymbol{\phi}}. \end{aligned}$$

$$\nabla^2 A = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial A}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 A}{\partial \phi^2}.$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} = & \left( B_r \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{B_\theta^2}{r} + \frac{B_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} \right) \hat{\mathbf{r}} + \\ & + \left( B_r \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{B_r B_\theta}{r} + \frac{B_\phi}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial B_\theta}{\partial \phi} - \cos \theta B_\phi \right) \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \\ & + \left( B_r \frac{\partial B_\phi}{\partial r} + \frac{B_r B_\phi}{r} + \frac{B_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} + \frac{B_\theta}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (B_\phi \sin \theta) \right) \hat{\boldsymbol{\phi}}. \end{aligned}$$

## Предметный указатель

- Адвекция** 105–107  
**Адиабатическое изменение** 33  
**Аккреционный диск** 19, 20, 413, 428–446  
— вспышка 443–446  
— вязкость 428–441  
**Активная область** 29, 96  
**Активное галактическое ядро** 498  
**Амплитуда волны** 314  
**Анализ квазилинейный** 199, 200  
**Аннигиляция**  
— при пересоединении 120–124  
— магнитная 23, 102–120  
**Антипараллельное слияние** 329, 330  
**Арка авроральная** 346  
**Аркада**  
— корональная 73  
— шировая 268  
**Аспектное отношение** 297  
**Атомный вес средний** 56, 288
- Бета-ограничение** 150  
**Бифуркация** 81, 253  
— в Х-точке 81  
— вырожденная 253  
— гетероклинического типа 259  
— глобальная 253, 254  
— глобальная на сепараторе 259  
— глобальная на шипе 259  
— локальная 253–259  
— локальная на сепараторе 259  
— резонансная 254  
— с разветвлением 254  
— с седловым узлом 255, 256, 259  
— с седловым узлом Хопфа 255, 256  
— с седловым центром 254  
**Блинкер** 407
- Веер** 123, 251–253, 257–260, 272–276, 284  
— нуля 252  
**Вектор-потенциал магнитный** 30, 86, 238, 263  
**Взаимодействие**  
— волн и частиц резонансное 52, 60, 501  
— корпускулярно-волновое 52, 60, 501  
— мод 202, 301  
**Вистлер** 504  
**Возмущение**  
— быстрая мода 152  
— медленная мода 152  
**Волна**  
— акустическая ударная 44  
— альфвеновская 44, 46, 47, 332, 392, 404, 501  
— быстрая магнитозвуковая 44, 119, 120, 192, 214, 215, 225–227, 479  
— быстрой моды 44, 119, 120, 192, 214, 215, 225–227, 231, 479  
— вблизи нижнего гибридного резонанса 456  
— вистлер 504  
— головная ударная 318, 322, 336, 493, 504  
— звуковая 43  
— изотермическая 382  
— ионно-акустическая 60, 454  
— ионно-циклотронная 393, 405, 453, 501  
— квазиперпендикулярная ударная 485  
— косая магнитная ударная 45–47, 494, 495  
— ленгмюровская 504

- магнитогидродинамическая ударная 61
- магнитозвуковая 45, 119, 192, 225, 226, 231, 479
- медленная магнитозвуковая 225, 226
- Моретона 356, 502
- перпендикулярная ударная 44–47, 495
- промежуточная 47, 143
- релятивистская ударная 493
- ударная быстрой моды 44, 318, 456, 482, 486, 496, 502
- ударная в солнечном ветре 504, 505
- ударная изотермическая 379
- ударная медленная 44, 47, 51, 139–141, 143, 147, 158, 174, 176, 207, 225, 231, 284, 314, 338, 379, 380–383, 385, 486, 487, 495
- ударная параллельная 491, 495
- ударная предельная 338, 379, 382, 383, 412, 495, 504
- ударная передний край (форшок) 318, 338
- Временной масштаб (характерное время)
  - альфвеновский 196, 313
  - гидродинамический 388
  - гравитационный 189
  - дебаевский 424
  - диссипации 21, 128
  - диффузии 29, 181, 184, 196, 355, 388
  - дрейфа 462
  - излучения 388, 424
  - коллапса 219, 220
  - коротации 435
  - корреляции 399, 475
  - неустойчивости Бальбюса–Хоули 439
  - омический 105
  - паркеровской неустойчивости 439
  - пересоединения 435, 436
  - проводимости 388
  - распада 420, 423
  - слияния 207
  - тиринг-моды 207
  - удержания 291, 295
  - ускорения 498, 499
  - шири 438
- Время
  - корреляции 399–475
  - кругового вращения 462
  - удержания энергии 297
  - пролётное торможение 501
- Вспышка
  - в аккреционном диске 443–446
  - в досолнечной туманности 19
  - звёздная 18, 129, 198, 413–428
  - солнечная 17, 23, 50, 126, 183, 198, 280, 182, 318, 352, 354–384, 389, 411, 418, 422, 456, 464, 471, 481, 496–505
  - солнечная двухленточная 354, 357, 385, 386, 496, 505
  - солнечная импульсная 498
  - солнечная компактная 384–391, 422, 498
  - солнечная эруптивная 262, 355, 359, 417, 422, 498
- Выброс
  - авроральный 341, 342
  - протуберанца 17, 18, 96, 262, 354–384, 391, 498
  - экстралактический 413
  - электронный 341, 342
- Высота петли 421
- Вязкость 122, 169, 173, 190, 201, 429, 432, 436
  - в аккреционном диске 428–441
  - динамическая 25
  - объёмная 25
- Газовая постоянная 27
- Галактика 471, 473
- Гамма-лучи 498
- Гамильтониан 239
- Гамильтоново поле 253, 254
- Ганимед 349
- Гелиопауза 412
- Гипотеза Тейлора 261, 262
- Гировязкость 54
  - электронов 54
- Гирорадиус ионный 56, 289, 308–312, 347

- Гиротропная частица 479  
 Гирочастота 460  
   — ионная 460  
 Гомеоморфизм 242  
 Граница Крускала–Шафранова 195  
 Граничное условие 152, 174–180  
   — открытое 177, 229  
   — плавающее 177
- Давление**  
   — анизотропия 198  
   — в нейтральной точке 132  
   — вытекающего потока 132  
   — газа 54  
   — градиент 132–134, 156, 196, 301  
   — магнитное 26, 63, 82, 96, 118, 182  
   — плазменное 54  
   — тензор 319  
   — тензор электронного давления 59  
   — электронное 59  
 Движение резонансное 464  
 Движения оснований случайные 96–99  
 Двойная спираль 194  
 Двойной слой 312, 454  
 Двойные RS CVn 416–419, 427  
 Дейтерий 289  
 Джет 380, 381, 413, 496–497  
   — двунаправленный 406  
   — пересоединяющийся 382  
   — рентгеновский 391, 405  
 Диаграмма Пуанкаре 257  
 Динамическое выравнивание 399  
 Динамо 18, 285, 305, 306, 353, 415, 426, 441  
 Диполь  
   — линейный 70–72  
   — магнитный 70  
 Дипольный момент 70, 71  
 Диполяризация 342, 376, 383, 506  
 Диссипация  
   — омическая 105  
   — топологическая 96–98  
 Диффеоморфизм 242  
 Диффузионная область 114, 115, 119, 126, 129, 140, 147–190, 235, 236, 311  
   — длина 174, 228  
   — Свита–Паркера 129, 153  
   — толщина 174, 309  
 Диффузионное приближение 490  
 Диффузия  
   — амбиполярная 23, 55, 430, 441–443  
   — Бомовская 389  
   — магнитная 102–105  
   — пересоединительная 166  
   — скорость 32, 49, 50, 102–105, 184  
   — турбулентная 181  
 Длина  
   — акустико-диффузионная 118, 119  
   — дебаевская 53, 58  
   — ионная инерционная 57, 289, 308  
   — магнитного хвоста 323  
   — свободного пробега средняя 51, 56, 57, 288, 308, 311, 312, 315, 319, 353  
   — электронная инерционная 57, 309  
 Доля 325, 337  
   — хвоста 325, 336, 337  
 Доплеровская томография 413, 417  
 Доплеровское смещение 419  
 Дрейф  
   —  $E \times B$  52  
   — градиентный 52, 486  
   — кривизны 459, 486  
   — скорость 52, 442, 450, 451, 462  
   — характерное время 462  
   — частота 462
- Жгут магнитных силовых линий**  
 360, 362, 364–367, 372, 410
- Завихрённость** 30, 111, 160, 183, 240  
**Закон**  
   — Ампера 26  
   — Бернулли 134  
   — Гаусса 26, 27  
   — Ома 26, 54, 55, 58, 127, 288  
   — Ома обобщённый 54, 55, 58, 288  
   — подобия 419–424  
   — сохранения 44  
   — Фиска 490–492  
**Закрепление концов силовых линий**  
 198, 386

- Закручивание магнитное 97, 194, 268, 282, 283, 332, 407  
Запас устойчивости 194, 195, 196  
Затмение 19, 393  
Затравочная популяция 465  
Зацепление магнитных силовых линий 242  
Звезда  
— dKe 414  
— dMe 414, 422, 424  
— UV Кита 414  
— вспыхивающая 413–428  
— вспышка 413–428  
— двойная 422  
— нейтронная 470  
— Т-тельца 415, 418, 419, 428, 429, 442, 446  
Звёзды тесные двойные 416
- Инвариант**  
— глобальный 398  
— МГД 292, 398  
Индекс аврорального выброса (AE) 323, 324, 341  
Инструмент  
— LASCO 405, 409  
— MDI (Michelson Doppler Imager) 402  
— UVCS 393, 405  
Ио 349  
Ион захваченный кометный 474  
Ионосфера 319, 323, 460  
— авроральная 323, 324  
Испарение 377–380, 420, 421, 499  
— хромосферное 377–379, 420, 421, 499  
Исчезновение 395
- Калибровка** 30, 264  
Калибровочная инвариантность 263, 303  
Карликовая новая 443  
Каскад 399  
— энергии 99, 202  
Касп 94–96, 317, 405, 500  
— область 318  
— точка 82, 94  
Катастрофа 364, 372
- Квазар 428  
Колебание  
— мирновское 297, 301, 302  
— пилообразное 298, 301, 302  
Коллапс X-точки 62–64, 67, 77, 87, 88, 91, 209–224  
Кольцо нулевых точек 256  
Комета 18, 348–350  
Комптоновская Гамма Обсерватория 498  
Конвективная зона 58, 59  
Конвекция магнитная 285  
Конфигурация с обратным полем 289, 304  
Корона  
— внешняя 407–412  
— звёздная 425  
— крупномасштабная 402–405  
— нагрев 96, 128, 182, 391–407  
— солнечная 57, 58, 96, 262, 353, 393  
Корональная дыра 391, 408  
Корональная петля 391, 419  
Корональный выброс массы 17, 224, 262, 339, 354–356, 408–441, 496–506  
Коронограф 409  
Корреляция 399  
Космические лучи 412, 471–474, 496–498  
— аномальная компонента 505  
— галактические 497  
— солнечные 474, 477  
Коэффициент 443  
— амбиполярной диффузии 443  
— аномальной диффузии 192, 229, 308–312, 353, 361  
— бета 33, 56, 117, 192, 289, 297, 308, 315, 325, 336  
— диффузии 54, 116, 128, 168, 176, 353, 389, 442, 447, 478  
— зацепления 267  
— магнитной диффузии 54, 116, 128, 168, 176, 353  
— переноса 319  
— турбулентной 181  
— уплотнения 46  
Красный карлик 414, 415, 418, 422

- Кривая  
— контактная 258  
— сепаратрисная контактная 258  
— характеристическая 106, 160  
Кривизна магнитного жгута 373  
Критерий  
— Лоусона 291  
— Мерсье 196  
— Сайдема 196  
Крутящий момент 195  
Кулоновская калибровка 30  
Кулоновский логарифм 28
- Лента** 16, 374  
— вспышечная 355, 356, 374, 375  
— хромосферная 16  
Линеаризация 184, 217–224  
Линия тока 106  
Лоренц-фактор 450, 479  
Луна 336
- Магнитная аннигиляция** 23, 102–120  
Магнитная буря 305  
Магнитная диффузия 102–105  
— усиление 180  
Магнитная катастрофа 301  
Магнитная плавучесть 434, 435, 441  
Магнитная проницаемость 25  
Магнитная релаксация 84–88, 305, 307  
Магнитная связность 234  
Магнитная силовая трубка 96–99, 193–198, 282, 283, 334, 335  
— бессиловая 42  
— закрученная 98  
— переплетённая 265  
— туннелирование 285  
Магнитная спиральность 86, 87, 98, 99, 203, 233, 237, 260–271, 292–295, 303–306, 332, 399, 400  
— взаимная 260, 267, 269, 270  
— диссипация 264, 293  
— инжекция 306  
— определение 263, 264  
— относительная 263, 270  
— скорость изменения 264–266  
— сохранение 261, 292, 305
- Магнитная топология 73, 84, 93, 125, 234, 240–245, 254, 255–261, 342  
Магнитная энтальпия 41  
Магнитное закручивание 97, 194, 268, 332, 333, 407  
Магнитное зеркало 472, 486  
Магнитное неравновесие 96, 97  
Магнитное поле  
— без тока 85, 141, 159, 263  
— бессиловое 33, 42, 77–81, 96, 99, 100, 198, 245, 261, 270, 292, 293–295, 302–304, 361  
— биполярное 96, 320  
— вытекающего потока 130  
— галактическое 411  
— дипольное 320  
— звезды 424  
— Земли 317  
— квадрупольное 93, 94  
— консервативное 254  
— линейное 77, 200, 261, 270, 292, 293–295, 302–304  
— магнитостатическое 81–83  
— межпланетное 317, 320, 323, 325  
— напряжённость 288  
— полоидальное 94, 296, 300, 302, 305, 307  
— потенциальное 33, 64–77, 81, 93, 94, 141, 159, 263  
— с постоянным током 78–80  
— солнечного ветра 324  
— тороидальное 296, 302, 305, 307  
— X-типа 35, 167, 169, 233, 245, 254  
Магнитное проскальзывание 276–281  
Магнитное слияние 329  
Магнитные силовые линии  
— движение 42–48  
— зацепление 99, 241, 260  
— отображение 242, 243, 276–278  
— скорость 39–43, 241, 243–245, 249, 277, 280  
— соединение 241  
— сохранение 38, 39, 240, 241, 242–244  
Магнитный «сосуд» 287, 290  
Магнитный диполь 76, 91

- Магнитный ковёр 402, 406  
Магнитный момент 457, 479, 485  
Магнитный остров 80, 201, 205, 300, 332, 342, 381  
Магнитный поток 37, 104, 114, 117, 218, 264, 344  
— замороженный 37–43, 52, 71, 84, 105–108, 113  
— всплывающий 72–84, 92, 260, 358  
— инъекция 306  
— накопление 157, 163, 206, 207  
— пересоединившийся 216, 217, 220  
— сохранение 114  
— уничтожение 390  
— уравнение Лагранжа 85  
Магнитометр 326  
Магнитопауза 36, 116, 284, 317, 326, 330, 332–334, 336, 337  
Магнитослой 317, 318, 325, 326, 228, 331–334, 347  
Магнитостатический баланс 161  
Магнитосфера 57–60, 240, 284, 315–351, 469, 488, 504  
— закрытая 326  
— кометы 349–351  
— дневная 325–330  
— открытая 320–324, 326  
— планетарная 349–351, 505, 506  
Магнитосферная суббуря 96, 117, 182, 284, 324, 339–348, 505  
Макроспикула 407  
Масса частицы средняя 27  
Масштаб  
— внешний 225  
МГД теория электронная 313  
МГД характеристика 175  
Мера эмиссии 417, 419  
Меркурий 349  
Мерцание 444  
Метеорит 19, 20, 445  
— Алленде 20, 445  
Метод  
— вариационный 201  
— Польхаузуена 150  
— характеристик 113, 247  
Механизм  
— Петчека 24, 50, 61, 126, 138–145, 152, 157, 158, 165, 174, 176, 178, 179, 314–316, 332, 338, 346, 347, 378, 383, 387, 441, 486, 487, 495  
— нестационарный 209, 224–231  
— Свита–Паркера 24, 50, 51, 129–138, 145, 147, 165, 174, 179, 288, 299, 301, 332, 346, 347, 352, 387, 389, 453  
Микровспышка 407  
Микроустойчивость 117, 180, 361, 388, 389, 453–456  
Множество пересоединений X-типа 331–333  
Множитель Лагранжа 294  
Мода  
— возмущения быстрая 152  
— ионная тиринг 22, 354  
— расширения быстрая 152–155, 157, 227  
— собственная 218  
Модель  
— всплывающего потока 384–388, 393, 395, 503  
— Данжи 320–324, 344  
— жгута силовых линий 357–373  
— Кадомцева 200, 298, 299  
— Коронити 430, 432, 433, 436, 437, 439–441  
— лавинообразная 387  
— накопления 358, 360  
— обратного тока 179  
— потока с точкой стагнации 108–115  
— с размерностью два с половиной 168  
— Семёнова 225  
— Соннерапа 127, 144, 145, 157, 165  
— Страчана–Приста 161–164, 179  
— сходящихся потоков 394–397  
— толстой мишени 499, 500  
— Тоута–Прингла 430, 433, 437, 439–441  
— Хейвартса–Приста 400  
— Чепмена–Ферраро 318, 320  
— Шакуры–Сюняева 431, 432, 437, 440, 441  
Молекулярное облако 443

**Нагрев**

- вязкий 147
- корональный 182
- омический 42, 117, 214–216, 298, 455
- солнечной короны 96, 128, 182, 391–407

Нановспышка 387, 403

Нанотесла 320

Напряжение

- вязкое 319
- Максвелловское 319, 322

Насыщение

- нелинейное 199–201, 208

Натяжение магнитное 63, 182, 186

Нейтральная линия 320

- О-типа (О-линия) 343, 466, 467
- Х-типа (Х-линия) 35, 207, 211–224, 338, 339, 343–346, 348, 349, 366, 367, 370–373, 408, 466, 468, 481

Нейтральная точка 33–36, 59, 60

Нейтральная точка О-типа 35, 203, 204, 233, 254

Нелинейное насыщение 129–203, 208

Нептун 348–350

Неравенство Шварца 86

Неравновесие магнитное 96

Неустойчивость

- баллонная 197, 291, 301
- Бальбюса–Хаули 430, 433, 437–439
- Бунемана 454
- винтовая 301
- внутренняя резистивно-изгибная 197
- вторичная 201, 206–208
- гидромагнитная сдвиговая 437
- гравитационная 181, 189
- двойная 186, 191
- двухпотоковая 454, 456
- идеальная 291
- изгибная 195–197, 386
- ионно-звуковая 454, 455
- ионно-циклотронная 453
- Кельвина–Гельмгольца 36, 37, 333, 350

— МГД 291

- нелинейная тиринг 198–208
  - внутренняя винтовая 298
  - Паркеровская 439
  - перестановочная 196
  - радиационная 189, 373
  - резистивная 181, 186–189, 291
  - баллонная 197
  - резистивная винтовая 186
  - резистивная перестановочная 197
  - слияния 204–208, 437
  - структурная 94, 236, 250, 252, 253
  - типа ряби 181, 189
  - тиринг 22, 61, 181–192, 285, 291, 298, 301, 306, 333, 351, 361, 390, 437
  - цилиндрическая 191
  - электронная тиринг-мода 314
- Норма 277, 279
- Нулевая линия 253
- Нулевая точка 33–36, 59–60, 147–189, 257–260, 319, 320
- линейная 233, 251, 253, 254, 261
  - наклонной поверхности 252, 253
  - неправильная радиальная 252
  - отрицательная 252
  - положительная 252
  - правильная радиальная 252
  - радиальная 252
  - спиральная 253, 254, 255
  - трёхмерная 251–253, 271
  - Х-типа (Х-точка) 23, 35, 62–64, 74, 80, 92, 93, 167, 169, 182, 233, 245, 254
  - Y-типа (Y-точка) 64, 82, 92, 94
- Нулевой слой 253

**Область коротации** 411, 504

Овал авроральный 321

Омическая (джоулевая) диссипация 54, 105, 117, 304, 307, 311

Омический нагрев 42, 136, 214, 216, 298, 455

Омическое ослабление 43

Орбита частицы 60, 487

Остров магнитный 80, 201, 205, 301, 332, 342, 481



- Отображение 242, 243, 276–278  
— фрактальное 343  
Отражение 337, 472, 487  
Отрыв 410  
— всплывающего потока 260  
— хвоста кометы 16–18, 350, 351  
Охлаждение квазистатическое 423
- Парадокс Д'Аламбера** 32  
Переменная комплексная 66, 70, 74, 75, 160, 218  
Переплетение  
— магнитных силовых линий 96–100, 397, 398, 405  
— трубок потока 266  
Пересоединение  
— бесстолкновительное 180  
— быстрое 24, 49, 50, 137, 138, 152–180  
— в квазисепаратрисном 276–282, 387  
— в нулевой точке 249–250  
— веерное 122, 123, 271, 274, 481  
— вынужденное 48, 83, 178, 227, 237, 238  
— глобальное 238, 270  
— импульсное взрывное 24, 157, 179, 206, 208, 390, 487  
— квазистационарное 326  
— кинематическое 279  
— классификация 48–51  
— линейное 50, 152, 166–173  
— локальное 238  
— медленное 49, 50  
— множество пересоединений X-типа 331–333  
— на веере 122, 123, 271, 274  
— на дневной стороне магнитосферы 324  
— на квазисепаратрисном слое 276–282, 387  
— на ночной стороне 335–338  
— на сепараторе 271, 274, 275, 283, 284  
— на шипе 123, 271–273, 275  
— с накоплением потока 156, 175, 179, 180  
— неоднородное 48, 51, 138, 152–165, 175, 179  
— непотенциальное 158, 161–165  
— нестационарное 181–208  
— общего магнитного поля 233, 235–240, 250, 270, 276, 282  
— определение 233–250  
— потенциальное 138–143, 158–161  
— почти однородное 51, 61, 138, 140, 143, 152–158, 175, 176, 179, 240  
— при конечном В 237, 239, 249, 250, 270  
— при нулевом В 238  
— с нулевой точкой 238  
— сверхмедленное 49, 50, 166  
— Свита–Паркера 24, 50, 51, 129–138, 145, 147, 165, 174, 179, 288, 299, 301, 332, 346, 347, 352, 387, 389, 453  
— скорость Свита–Паркера 51, 346, 347  
— спонтанное 48, 178, 227, 270  
— стационарное 23, 48, 123–180  
— типа Петчека Петчека 24, 50, 61, 126, 138–145, 152, 157, 158, 165, 174, 176, 178, 179, 314–316, 332, 338, 346, 347, 378, 383, 387, 441, 486, 487, 495  
— трёхмерное 232–286, 305, 468  
— турбулентное 304  
Петля 73, 392, 420  
— вспышечная 16, 19, 355, 356, 373–383  
—  $H\alpha$  374, 379, 380  
— послевспышечная 16, 19, 355, 356, 373  
Пинч с обращённым полем 16, 290, 295, 302–306  
Питч-угловое рассеяние 478, 488  
Питч-угол 478  
Плавучесть 434, 441  
Плазма  
— астрофизическая 208, 224  
— бесстолкновительная 50–61, 311, 313, 319  
— изэнтропическая 33, 59  
— космическая 208, 224

- лабораторная 182, 194, 224, 290, 338
- солнечная 224
- Плазменная мантия 317, 336–338
- Плазменная пушка 306
- Плазменный слой 317, 336–338, 342
- Плазмод 77, 235, 236, 240, 282, 341, 361, 410, 505
- в хвосте 342, 343
- Плазмосфера 317, 349, 469, 470
- Планета 18
- Планетарная магнитосфера 349–351, 505, 506
- Плотность 289
- вытекающего потока 146
- магнитной энергии 41
- полной энергии 31
- тока 25, 388
- частиц 490
- электрического заряда 53
- Поверхность
- веерная 252
- магнитная 297, 298, 310
- рациональная 194, 296
- резонансная 100, 193–196, 296, 301
- сепаратрисная 257, 258
- сепаратрисная веерная 258
- сепаратрисная контактная 258
- сингулярная 191, 200
- Поглощение резонансное 392
- Пограничный слой 99, 112, 327, 336
- низкоширотный 315
- Полюс 141
- Полярная шапка 322, 323, 344, 459, 470
- Полярное сияние 16–18, 341
- Потенциал 40, 42, 248
- векторный 30, 86, 238, 264
- комплексный 78
- параллельный 468
- в полярной шапке 322, 323
- в солнечном ветре 322, 323
- электрический скалярный 30
- Эйлера 235, 238, 241, 242
- Поток
- вмороженный 37–42, 71
- всплывающий 71, 72
- всплытие 71, 72, 92, 260, 356, 361
- дозвуковой 33
- инъекция 307
- сверхтепловой электронный 409
- накопление 151, 164, 204–206
- несжимаемый 87, 99, 108, 110, 135, 146, 147, 153
- нестационарный с точкой стагнации 112–116
- пересоединившийся 216, 217
- Пойнтинга 43, 134, 401
- сверхзвуковой 33
- силовых линий 249
- сохранение 38, 39, 44–47, 241, 249, 250, 278
- с точкой стагнации 105, 112, 113, 153
- тепловой 400, 401
- частиц 490
- электромагнитный 249, 250
- энергии 31
- Приближение
- Буссинеска 32
- ведущего центра 506
- постоянного пси 186, 189, 199
- Страусса 33
- Прибор
- CDS 405
- EIT 397, 405, 407
- SUMMER 406, 407
- Проводимость 319
- аномальная 453–456
- Сагдеева 453
- характерное время 388
- Проскальзывание
- магнитное 168, 276–282
- Протозвезда 428, 445
- Протозвездный коллапс 413
- Протуберанец 73, 247, 427
- солнечный 247, 427
- солнечный эруптивный 17, 18, 262, 354–383, 391, 498
- Процесс
- идеальный 21
- неидеальный 20, 21, 55
- Пятно 415, 423
- звёздное 415, 423
- солнечное 19, 30

**Равновесие**

- бесиловое 362
- магнитостатическое 98

**Равнораспределение** 135**Радиовсплеск** 503**Радиовсплеск II типа** 502**Радиоизлучение** 498**Радиус**

- большой 193, 295
  - ларморовский 298
  - малый 193 295
- Разрез ветвящийся** 72
- Разрыв**
- альфвеновский 147, 160
  - вращательный 36, 47, 326, 337
  - тангенциальный 36, 47, 86, 326, 336, 337

**Распределение**

- скоростей 450
- степенное 473

**Расширение**

- быстрая мода 152–155, 156, 227
- веерообразное 144
- гибридное 156
- медленная мода 152, 156, 157, 227, 326

**Режим**

- Дрейсера 452
- Резерфорда 199–202
- Спитцера 452

**Резонанс ионно-циклотронный** 479**Релаксация**

- магнитная 84–87, 305, 307

**Рентгеновское излучение**

- жёсткое 300, 356, 357, 496, 499–502, 503
- мягкое 300, 356, 357, 414, 498, 499

**Решение**

- автомодельное 89, 95, 116, 127, 143, 160, 173, 210–217, 221–222, 497
- Грина 68, 315, 316
- Е и Аксфорда 143
- Имшенника–Сыроватского 210
- Крэйга–Хентона 120
- подобия 117
- Пуассона 265

- разделяющееся 218
- Сомова–Сыроватского 67
- Сыроватского 68, 86
- типа Петчека 155
- типа Соннерапа 153, 157, 175, 179

**Сатурн** 348**Сверхновая** 474, 497**Связность** 234**Сдвиг магнитный** 95–99**Секторная граница** 350, 351**Сепаратор** 75, 76, 251, 257, 258, 260, 274, 282–283, 306**Сепаратриса** 35, 66, 74, 81, 95–99, 121, 147, 159, 160, 166–173, 202, 206, 209, 212, 227, 231, 233, 235, 236, 253, 257, 258, 275, 276, 305, 320, 320, 328, 338, 374, 375, 380, 390**Сердж  $H\alpha$**  391**Сжатие медленное** 150–158, 164, 176, 227**Сжимаемость** 23, 110, 145–147, 156, 179, 189, 231**Сила**

- вязкости 25, 111, 190
- зеркальная 460
- изгиба 333
- Кориолиса 89
- Лоренца 50

**трения** 450–453**центробежная** 89**электрическая** 53**Силовая линия**

- замороженная 244
  - гетероклиническая 253, 254
  - гомоклиническая 253
  - движение 37–43
  - магнитная связь 99
  - отображение 242, 243, 276–278
  - сингулярная 245–249
  - скорость 39–43, 39, 40, 244, 245, 277, 280
  - сокращение 383, 384
  - сохранение 38, 39, 241, 242, 250
- Силовая трубка изогнутая** 268
- Сингулярность** 69, 100, 171, 172, 245, 248, 249, 272

- Синтез (термоядерный) 287–308  
Система Хофмана–Теллера 483, 485  
Скелет 256–259  
Скиновая глубина 55  
— в отсутствие столкновений 309  
Скобки Пуассона 121  
Скорость  
— аккреции 443  
— альфвеновская 32, 49  
— быстрая магнитоакустическая 44  
— быстрая магнитозвуковая 44  
— в полярной шапке 322  
— внешнего потока 48  
— внешняя 137  
— вязкой диффузии 30, 32  
— диффузии 32, 49, 50, 102–105, 184  
— дрейфа 52, 442, 450, 451, 457, 462  
— звуковая 32  
— конвекции в полярной шапке 346  
— ленты 381  
— магнитной диффузии 29, 49  
— магнитной силовой линии 39–43, 241, 243, 244, 249, 277, 280  
— максимальная пересоединения 142, 155–157, 165, 178  
— пересоединения 48–51, 61, 130, 131, 133, 137, 142, 146, 142–157, 163, 164, 174, 206, 214, 220–221, 223, 343–347, 360, 368, 371, 374, 387, 426  
— пересоединения внешняя 137  
— пересоединения Петчека 346  
— пересоединения Свита–Паркера 51, 346  
— Петчека 346  
— плазмы 244  
— потока внешняя 49  
— проскальзывания 244  
— света 55  
— солнечного ветра 322, 324  
— тепловая электронов 388, 451  
— уменьшения энергии 293  
— электрического дрейфа 52, 442, 457  
Слияние 23  
— антипараллельное 329, 330  
— компонент 329, 330  
— нулевых точек 233, 250, 252, 253  
Слой  
— квазисепаратрисный 276, 386  
— нейтральный 36, 116  
— сепаратрисный пограничный 172, 173  
— сингулярный 185, 199  
Смещение основания 94, 99  
Солнечная вспышка 17, 23, 50, 126, 183, 198, 280, 282, 318, 352, 354–384, 389, 411, 418, 422, 456, 464, 471, 481, 496–505  
— время роста 370  
— время спада 370  
— двухленточная 354, 357, 385, 386, 498, 503  
— жёсткое рентгеновское излучение 356–367, 377  
— импульсная 498  
— компактная 384, 391, 422, 498  
— модель магнитного жгута 357–373  
— мягкое рентгеновское излучение 356, 357  
— радиоизлучение 356  
— фаза роста 370  
— эруптивная 262, 355, 359, 417, 422, 498  
— *H $\alpha$*  излучение 355, 356  
— *H $\alpha$*  лента 355, 356  
Солнечная корона 58, 59, 96, 262, 353, 376, 393, 496  
— крупномасштабная 402–405  
— внешняя 407–412  
Солнечная фотосфера 70, 326  
Солнечное затмение 19, 393  
Солнечный ветер 52, 116, 317–320, 323, 325, 335  
Соотношение Свита–Паркера 129, 138, 312  
Сопротивление  
— аномальное 22–24, 60, 229, 309–312, 353, 361, 384, 390, 453, 454, 456, 505  
— спитцеровское 24, 28, 292, 298  
— электрическое 27, 60, 307, 309–312  
— эффективное 55

## Состояние

- идеальное МГД 32
- изотермическое 32
- метастабильное 359, 360
- невязкое 32
- с минимумом энергии 292
- стационарное 32
- Тейлоровское 306

## Сохранение

- количества движения 25, 44, 45, 51, 52
- магнитного момента 485
- магнитного потока 38, 39, 44–47, 75, 77, 114, 241, 249, 250, 278
- магнитной силовой линии 38, 39, 244, 250
- магнитной спиральности 261, 292
- магнитной топологии 240–245
- массы 25, 44, 52, 130
- силовой линии 239, 241
- спиральности 261, 292, 305
- электромагнитного потока 249
- энергии 26, 52

## Спектр

- колмогоровский 399
- Крайчнана 399

## Спиральность

- взаимная 260, 267, 269, 270
- диссипация 264, 293
- магнитная 86, 87, 98, 99, 202, 233, 237, 238, 260, 271, 292, 293, 303–307, 332, 399, 400, 407
- относительная магнитная 263
- перекрёстная 399
- собственная 260, 267, 268, 270
- Эволюция 266

## Спутник

- ISEE 327, 328, 409
- SOHO 393, 394, 402, 405, 406, 409
- TRACE для изучения переходной области и короны 19, 407
- Ulysses 409
- Voyager 407
- Yohkoh 363, 377, 393, 394, 402, 403, 405, 406, 500

## Стелларатор 295

## Стример шлемовидный 408, 411

## Струя 160

- галактическая 496
  - сепаратрисная 160, 179
- Стягивание 376, 506
- петли 506
- Суббуря 21, 22, 96, 117, 182, 262, 284, 323, 324, 339–348, 471, 505
- взрывная фаза 340–342, 344, 346–348
  - начало 22, 340–341
  - токовый клин 341
  - фаза восстановления 342
  - фаза роста 340–342
- Сферомак 17, 288, 289, 305–307

## Телескоп

- NIXT 400
- Хаббл 17–19, 411

## Тензор

- вязких напряжений 25, 54
- градиента смещения 277

## Теорема

- антипересоединения 1666, 275
- вмороженности магнитного потока 241
- дивергенции 135, 263, 293, 294
- Лиувилля 239, 491

## Теория

- ведущего центра 456–459
- кинетическая 21
- переноса столкновительная 59
- пограничного слоя 150, 226
- сингулярного возмущения 201

## Тепловая конденсация 380

## Теплоёмкость удельная 31

## Теплопроводность 26

## Тета-пинч 305

## Течение

- безвихревое 32, 227
- потенциальное 32, 33

## Тириг-неустойчивость двойная 191, 192

## Ток

- авроральный 323
- вихревой 199
- кольцевой 317, 339, 505
- круговой 76
- линейный 71, 91

- обратный 67
- полный 104
- филаментация 398, 504
- Холла 288, 308, 314, 315
- Токамак 16, 195, 198, 261, 284, 287–289, 295–303
- Токовый клин 505
- Токовый слой 22, 23, 24, 30, 33–37, 60, 103, 104, 108, 209, 223, 224, 256, 347, 362, 397, 398, 464, 481
- гелиосферный 411
- искривлённый 72, 73, 99
- кольцевой 76
- нейтральный 462
- нестационарный 116–119
- осесимметричный 75
- с ускорением частиц 461–468
- слой гелиосферный 411
- случайно ориентированный 481
- формирование 23, 62–104
- ширина 108, 130
- Топологическая диссипация 96–98
- Топологический инвариант 260
- Топология 73, 84, 92, 125, 236, 240–245, 254–258, 260, 342
- Тор 193, 297
- Торнадо 407
- Точка
- альфвеновская критическая 408
- стагнации 112–115, 168
- яркая рентгеновская 19, 71, 72, 390, 392–397, 403, 404, 406
- Точное решение 210
- Траектория
- спайсеровского типа 465
- частиц 464, 465, 484
- Трение столкновительное 451–453
- Тритий 289
- Трубка потока 87, 96, 97, 193–198, 282, 330–335
- бессиловая 48
- закрученная 97
- магнитная 87, 96, 97, 193–198, 282, 330, 331
- Туннелирование 285
- Турбулентность 201, 202, 285, 292–295, 297, 305, 312, 313, 388, 405, 437, 487
- в токовом слое 387, 388
- ионно-звуковая 389
- ионно-циклотронная 390
- магнитостатическая 479
- МГД 192, 262, 285, 300, 398, 399, 428, 430, 432, 482, 483
- связанная с вистлерами 314
- электромагнитная 480
- У**бегающая частица 450–453, 456, 468
- Ударная волна 21, 119, 126, 372, 473, 474, 499, 501
- акустическая 44
- быстрая 44, 318, 456, 482, 486, 496, 502
- в солнечном ветре 504, 505
- головная 318, 322, 336, 493, 514
- изомагнитная 119
- изотермическая 378, 382
- квазиперпендикулярная 485
- косая 45–47, 494, 495
- МГД 43–47, 60
- медленная 44, 51, 126, 139–141, 143, 147, 158, 174, 176, 207, 225, 231, 284, 314, 338, 379, 380–383, 385, 486, 487, 495
- особая 47, 138, 140, 144
- от Сверхновой 497
- параллельная 491, 495
- перпендикулярная 44–47, 495
- предельная 338, 379, 382, 383, 412, 495, 504
- релятивистская 493
- Ударный фронт 139, 483, 484, 488, 493
- субсветовой 483, 485
- Узел 241
- Управляемый термоядерный синтез 287, 289–307
- Уравнение
- Власова 52
- Грэда–Шафранова 93, 362
- движения для частиц 128, 449, 461
- диффузии 29
- диффузии с конвекцией 490
- завихрённости 30, 184

- индукции 25, 29, 59, 102–106, 127
- квазилинейного переноса 479
- кинематическое 271
- Лагранжа для вмероженного потока 85
- Лапласа 73–75, 141, 154, 227
- МГД 25–33, 319
- механической энергии 136
- Навье–Стокса 25, 32
- непрерывности 146
- переноса частиц 474, 480
- переноса космических лучей 480, 490, 497
- переноса обобщённое 476–480
- политропное 116
- полной энергии 31
- Пуассона 53, 78, 156
- Свита–Паркера 129, 138, 143, 312
- состояния 27, 59
- состояния газа 146
- сохранения импульса 53, 54
- тепловой энергии 147
- теплопроводности 103
- Фарадея 26
- Фоккера–Планка 452, 474, 475, 476
- Эйлера–Лагранжа 196
- электромагнитной энергии 135
- энергии 116, 135, 150, 420
- энтропии 31
- Уравнения
  - ковариантные 248–250
  - МГД 25–33, 319
  - Навье–Стокса 25, 32
- Уран 348–350
- Ускорение
  - бетатронное 503, 506
  - в токовом слое 461–468
  - диффузионное 387, 488–498
  - дрейфовое на ударном фронте 482–488, 495, 496, 504, 505
  - на ударной волне 473, 482–498, 501, 503, 504
  - при убегании 456, 463
  - частиц 464
  - прямое 449–472, 503, 504, 506
  - сёрфинг на ударном фронте 485
  - стохастическое 449, 464, 472–482, 501–504
  - стохастическое Ферми 472, 473
  - убегания 456, 463
  - Ферми 473, 474
  - Ферми второго порядка 472
  - Ферми первого порядка 472, 478, 493
  - частиц 22, 55, 240, 312, 324, 339, 348, 350, 447–506
  - электрическим полем 449–472, 502–506
- Условие
  - вмероженности магнитного потока 39, 55, 218, 469
  - граничное плавающее 177, 178
  - эволюционное 44, 45
- Установка
  - «двойной обратный пинч» (DIPD) 288
  - для удержания плазмы 287
  - JET (Joint European Torus) 17, 288, 296, 298
- Фаза
  - восстановления 340
  - роста суббури 339–342, 346–348
  - взрывная суббури 370
  - Седова 497
- Фазовое перемешивание 392
- Формализм перемешивания 435
- Фотосфера
  - солнечная 71, 326
- Фронт теплопроводный 379, 380, 382
- Функция
  - Бесселя 42, 303
  - Грина 103
  - интегральная Доусона 109, 369
  - Каммера 108
  - корреляционная 475
  - магнитного потока 34–37, 77, 161
  - маркировочная 87
  - потерь на излучение 26, 374, 420
  - потока 34–36, 77, 161, 169 218
  - распределения 312, 338, 452, 476, 479, 488
  - сопряжённая гармоническая 90

— тока 110, 168

— Эйри 463

— Эрмита 186

**Хаос** 238, 240, 255, 282, 301

Характерная длина петли 422

Характерное время

— диссипации 21, 128

— диффузии 29, 102, 103, 181, 184, 196

— излучения 388, 424

— коротации 435

— пересоединения 436

— распада 420, 424

— удержания 289, 295

— ускорения 499

**Хвост**

— геомагнитный 19, 60, 235, 239, 319, 322, 323, 324, 326, 329, 330, 335–337, 340, 341, 344, 346, 408, 505, 506

— магнитный 19, 60, 235, 239, 319, 322, 323, 324, 326, 329, 330, 335–337, 340, 341, 344, 346, 408, 505, 506

— магнитный галактический 18

**Хондра** 445, 446

**Хондрит** 19, 20, 445

**Частица**

— уравнение движения 461

— энергичная 321, 384

**Частота**

— ионная плазменная 56

— плазменная 55, 451

— электронная плазменная 55

— электронно-ионных соударений 451

**Численный эксперимент** 67, 99, 117–120, 127, 140, 142, 155, 158, 160, 162, 165, 173–178, 204, 206, 207, 211, 217, 229–231, 282–285, 464

**Число**

— альфвеновское Маха 32, 49, 50, 58, 110, 130, 163, 346, 347, 425

— витков 268

— глобальное 131, 137, 155

— коэффициент зацепления 267

— кручения 296

— Лундквиста 32, 49, 58, 60, 118, 184

— магнитное Прандтля 32

— магнитное Рейнольдса 29, 32, 49, 58, 60, 102, 125, 130

— Маха 32, 45, 49, 50, 58, 110, 130, 163, 346, 347, 425

— Маха альфвеновское в области втекания 153, 155

— пересечений 99

— Прандтля 32

— Прандтля магнитное 32

— Рейнольдса 32, 50, 169

— Рейнольдса магнитное 29, 32, 49, 58, 60, 102, 130, 137, 155, 162, 169, 289, 291, 347

— Рейнольдса магнитное внешнее 137

— Рейнольдса магнитное глобальное 131, 137, 155

— Прандтля 32

**Член Крокко** 30

— столкновительный 480

**Шип** 123, 124, 251–253, 257–260, 272, 274, 275, 284

— нулевой точки 123, 124, 251–253, 257–260, 272, 274, 275, 284

**Шир** (сдвиг) 93–96, 190, 194–196, 268

**Ширина**

— ленты 381

— острова 199, 200

**Шировое X-поле** 278, 279

**Эволюция квазилинейная** 199, 478

**Эксперимент**

— Бискамп 160, 162, 164, 165, 173, 174

— лабораторный 58, 287–316

— по изучению пересоединения 285

— численный 67

— DIPD 308, 313, 315, 316

— FRC (конфигурация с обратным полем) 307



- LCD 285, 290, 308–310, 312–315, 454
- MRX 17, 57, 290, 308–311, 312, 464
- TS-D3 290
- UN-Fenix 290, 308
- Электрическое поле 126, 214, 220–222, 227, 228, 234, 237, 245, 247, 271, 280, 343, 352, 370, 373, 374–376, 447–450, 459, 466, 467
- альфвеновское 346
- в полярной шапке 323
- Дрейсера 29, 60, 289, 290, 312, 376, 451, 452, 502
- ионосферное 345
- конвективное 54, 60, 288
- корональное 376
- продольное 472
- Свита–Паркера 60, 266
- связанное с разделением зарядов 465
- Электрическое сопротивление
- удельное 27, 28, 60, 307, 309–312
- аномальное 60, 226, 309–312, 353, 361, 384, 390, 454–456, 505
- Электропроводность
- удельная 27, 456
- аномальная 308–312, 453–456
- спитцеровская 222
- Энергичная частица 384, 445
- солнечная 321
- Энергичный протон 356
- Энергичный электрон 352
- Энергия
- внутренняя 26, 45
- кинетическая 85, 134, 136, 138, 141, 201, 222, 223, 325, 335, 445
- магнитная 42, 85, 99, 105, 117, 126, 135, 141, 201, 223, 292, 293, 325, 335, 366

- механическая 135
- пересоединения 134–137
- полная 85
- потенциальная 194, 196
- тепловая 138
- торсионная 98
- частиц 461
- электромагнитная 41, 134–137, 245
- Энтропия 31, 44, 2113
- Эргодическое поле 297
- Эффект
- диамагнитный 298
- Зеемана 417
- Свалгарда–Мансурова 321
- Холла 54, 56, 59, 315
- Юпитер 348

**Явление**

- отрыва хвоста кометы 16–18, 350, 351
- переноса потока 240, 284, 330–335
- Яркая микроточка 397

- AB Золотой Рыбы 20, 416, 417, 426
- DT-реакция 289, 290
- О-линия 343, 466, 467
- О-точка 201, 204, 205, 207, 233, 254
- Т-точка 82
- Х-линия 35, 209, 223, 224, 336–338, 343, 346–348, 364–368, 370, 373, 408, 409, 466, 468, 480
- Х-точка 22, 23, 35, 62–65, 74, 75, 81, 91–95, 167, 202, 204, 206, 207, 233, 245, 256, 258
- Y-точка 65, 82, 92–94