



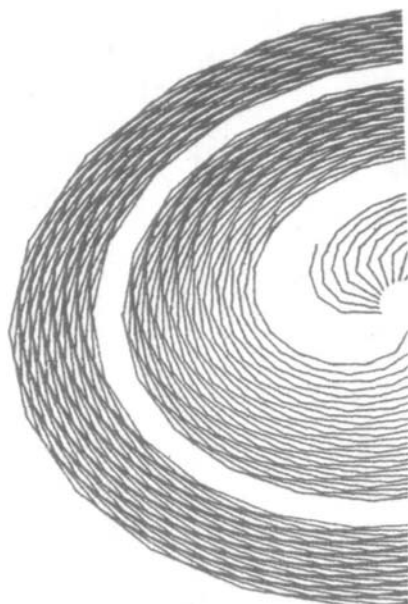
Л.Тарасов

**ЭТОТ
УДИВИТЕЛЬНО
СИММЕТРИЧНЫЙ
МИР**





Л. Тарасов
 Этот удивительно
 симметричный мир



Природа! Из простейшего вещества творит она противоположнейшие произведения, без малейшего усилия, с величайшим совершенством, и на всё кладёт какое-то нежное покрывало. У каждого её создания особенная сущность, у каждого явления отдельное понятие, а всё едино.

Гёте

Л. Тарасов

Этот удивительно симметричный мир

Пособие для учащихся



Москва
«Просвещение»
1982

ББК 20
Т 19

Рецензенты: член-корр. АН СССР ГУРЕВИЧ И. И.
и кандидат физ-мат. наук КАБАРДИН О. Ф.

Тарасов Л. В.

Т19. Этот удивительно симметричный мир: Пособие для учащихся. — М.: Просвещение, 1982. — 176 с, ил.

В книге в интересной и популярной форме рассказано о симметрии как об одной из важнейших сторон окружающего нас мира. Наряду с геометрической симметрией рассмотрена симметрия физических законов, и в частности симметрия в мире элементарных частиц. Предназначена школьникам старших классов.

Т $\frac{4306021100-290}{103(03)-82}$ 215-81

ББК 20
5

© Издательство «Просвещение», 1982 г.

Предисловие

С симметрией мы встречаемся везде — в природе, технике, искусстве, науке. Отметим, например, симметрию, свойственную бабочке и кленовому листу, симметрию форм автомобиля и самолёта, симметрию в ритмическом построении стихотворения и музыкальной фразы, симметрию орнаментов и бордюров, симметрию атомной структуры молекул и кристаллов.

Понятие симметрии проходит через всю многовековую историю человеческого творчества. Оно встречается уже у истоков человеческого знания; его широко используют все без исключения направления современной науки. Принципы симметрии играют важную роль в физике и математике, химии и биологии, технике и архитектуре, живописи и скульптуре, поэзии и музыке. Законы природы, управляющие неисчерпаемой в своём многообразии картиной явлений, в свою очередь, подчиняются принципам симметрии.

Что же такое симметрия? Какой глубокий смысл заложен в этом понятии? Почему симметрия буквально пронизывает весь окружающий нас мир? Ответы на эти вопросы читатель может получить, прочитав данную книгу. Материал книги распадается на две части. В первой части рассматривается симметрия положений, форм, структур. Это та симметрия, которую можно непосредственно видеть. Она может быть названа геометрической симметрией. Во второй части рассматривается симметрия физических явлений и законов природы. Эта симметрия лежит в самой основе естественнонаучной картины мира; её можно назвать физической симметрией.

Автор стремился рассказать о симметрии простым языком, доступным читателю, не владеющему специальными физическими и математическими знаниями. Однако книга не предназначается для лёгкого, развлекательного чтения. Читателю придется проявить известное терпение, чтобы усвоить некоторые относительно трудоёмкие главы книги, и в частности начальные главы, где разбираются понятия зеркальной, поворотной, переносной и других видов симметрии. Никакой специальной подготовки здесь не требуется; нужно лишь некоторое терпение, наградой за которое будет, как надеется автор, удовлетворение от чтения последующих глав.

Автор хотел бы, чтобы книга привлекла внимание читателя к самому понятию симметрии, научила его различать многообразные проявления симметрии в окружающем мире, а главное — показала бы ему ту исключительно важную роль, какую играют принципы симметрии в научном познании мира и в человеческом творчестве.

Идея написания книги была подсказана автору И. И. Гуревичем, который дал много полезных советов по отбору материала и структуре книги; автор приносит ему самую глубокую благодарность. Автор также очень благодарен А. Н. Тарасовой за помощь в работе над рукописью.

Литература

- Вейль Г. Симметрия. Пер. с англ. — М.: Наука, 1968.
Гарднер М. Этот правый, левый мир. Пер. с англ. — М.: Мир, 1967.
Григорьев В.И., Мякишев Г. Я. Силы в природе. — М.: Наука, 1977.
Китайгородский А. И. Порядок и беспорядок в мире атомов. — М.: Наука, 1977.
Компанеев А. С. Симметрия в микро- и макром мире. — М.: Наука, 1978.
Линднер Г. Картины современной физики. Пер. с нем. — М.: Мир, 1977.
Мороз О. П. В поисках гармонии. — М.: Атомиздат, 1978.
Мякишев Г. Я. Элементарные частицы. — М.: Наука, 1979.
Сонин А. С. Беседы о кристаллофизике. — М.: Атомиздат, 1976.
Угаров В. А. Специальная теория относительности. — М.: Наука, 1969.
Фейнман Р. Характер физических законов. Пер. с англ. — М.: Мир, 1968.
Форд К. Мир элементарных частиц. Пер. с англ. — М.: Мир, 1965.

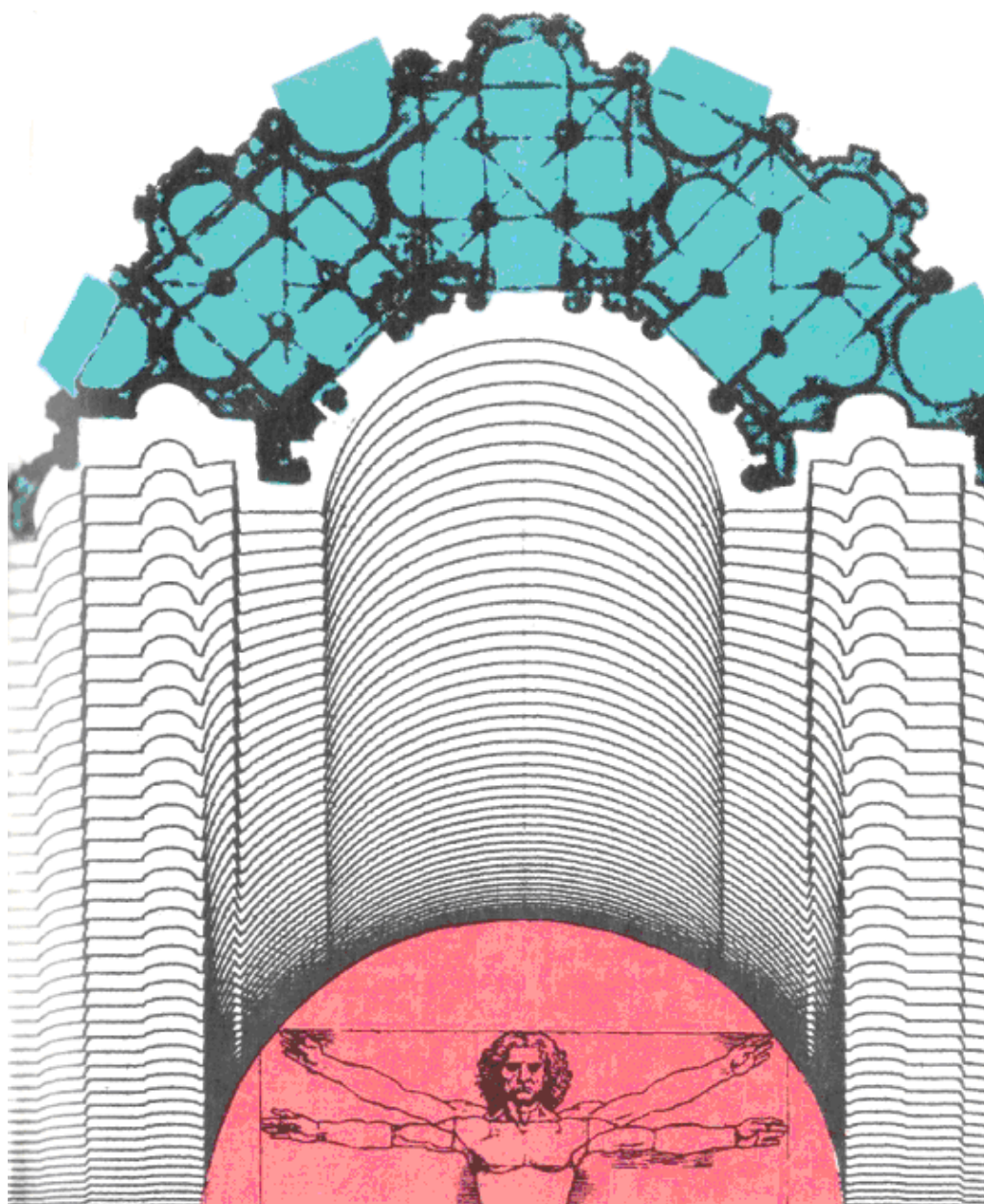
Разговор автора с читателем о том, что такое симметрия

Стоя перед чёрной доской и рисуя на ней мелом разные фигуры, я вдруг был поражён мыслью: почему симметрия приятна глазу? Что такое симметрия? Это врождённое чувство, отвечал я сам себе. На чём же оно основано?

Л. Н. Толстой

Симметрия является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство.

Г. Вейль



Автор. Существует старинная притча о буридановом осле. У одного философа, по имени Буридан, был осёл. Однажды, уезжая надолго, философ положил перед ослом две совершенно одинаковые охапки сена — одну слева, а другую справа (рис. 1, а). Осёл не смог решить, с какой охапки ему начать, и умер с голоду. Притча об осле — это, разумеется, шутка. Однако взгляните на изображение уравновешенных весов (рис. 1, б). Разве находящиеся в равновесии чаши весов не напоминают чем-то притчу о буридановом осле?

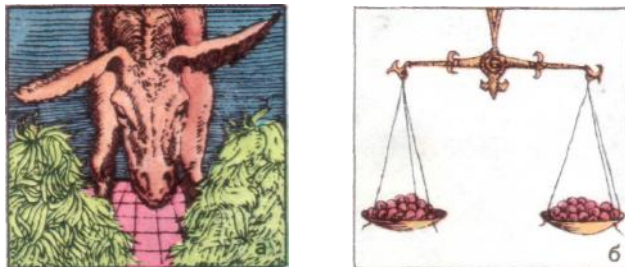


Рис. 1

Читатель. Действительно, рисунки 1, а и 1, б имеют нечто общее. В обоих случаях левое и правое настолько одинаковы, что нельзя отдать предпочтение ни тому, ни другому.

Автор. Иными словами, в обоих случаях мы имеем дело с *симметрией*, проявляющейся в полном равноправии, полной уравновешенности *левого* и *правого*.

А теперь скажите, что, по-вашему, изображено на рисунке 2?

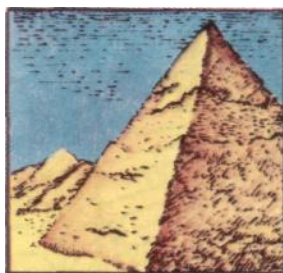


Рис. 2

Читатель. На переднем плане изображена пирамида. Такие пирамиды сооружались в Древнем Египте. На заднем плане виднеются невысокие горы.

Автор. А может быть, на переднем плане тоже гора?

Читатель. Это не гора. Это, видимо, искусственное сооружение. Гора обычно не имеет такой правильной, симметричной формы.

Автор. Согласен. Наверное, вы смогли бы привести немало примеров, демонстрирующих правильность формы (симметричность) объектов или предметов, созданных человеком?

Читатель. Сколько угодно. Прежде всего, архитектурные сооружения. Например, здание Большого театра в Москве. Практически все транспортные средства, начиная с телеги и кончая реактивным лайнером. Предметы домашнего обихода (мебель, посуда). Некоторые музыкальные инструменты: обычная гитара, скрипка, барабан...

Автор. Действительно, творения человеческих рук часто имеют симметричную форму (хотя и не всегда; вспомните, например, рояль или арфу). А как вы думаете, чем объясняется частое присутствие симметрии в человеческом творчестве?

Читатель. Симметрия формы того или иного объекта может определяться целесообразностью. Никому не нужен кривобокий теплоход или самолёт с крыльями разной длины. Кроме того, симметричные объекты красивы. По-моему, именно с симметрией связана красота здания Большого театра.

Автор. Здесь уместно привести слова известного немецкого математика Германа Вейля (1885 — 1955) о том, что посредством симметрии человек всегда пытался «постичь и создать порядок, красоту и совершенство».

Читатель. По-видимому, идея симметрии органически присуща всему человеческому творчеству.

Автор. Безусловно так. Однако было бы неправильно думать, что симметрия присутствует в основном в творениях человека, тогда как природа предпочитает проявляться в несимметричных (или, как ещё говорят, *асимметричных*) формах. С симметрией в природе мы встречаемся не менее часто, чем в человеческом творчестве. Именно природа издавна учила человека понимать симметрию, а затем и пользоваться ею. Кто не любовался симметричными формами снежинок, кристаллов, листьев, цветов? Симметричны животные, рыбы, птицы, насекомые. Симметрично человеческое тело.

Читатель. Действительно, симметричные объекты окружают нас буквально со всех сторон.

Автор. Не только объекты. Симметрия присутствует также в регулярности смены дня и ночи, времён года. Она проявляется в ритмическом построении стихотворения. Фактически мы имеем дело с симметрией везде, где наблюдается какая-либо *упорядоченность*. Симметрия, понимаемая в самом широком смысле, противопоставит хаосу, беспорядку.

Читатель. Получается, что симметрия — это уравновешенность, упорядоченность, красота, совершенство, наконец, целесообразность. Однако, согласитесь, такое определение симметрии выглядит слишком общо и неконкретно. А что именно понимается под термином «симметрия» конкретно? По каким признакам можно усмотреть наличие или, напротив, отсутствие симметрии в том или ином случае?

Автор. Термин «симметрия» (*σνμμετρία*) по-гречески означает «соразмерность, пропорциональность, одинаковость в расположении частей».

Читатель. Но такое определение симметрии тоже неконкретно.

Автор. Вы правы. Математически строгое представление о симметрии сформировалось сравнительно недавно — в XIX веке. В наиболее простой трактовке (по Г. Вейлю) современное определение симметрии выглядит примерно так: *симметричным называется такой объект, который можно как-то изменять, получая в результате то же, с чего начали*.

Читатель. Если я правильно понимаю, современное представление о симметрии предполагает *неизменность* объекта по отношению к каким-то *преобразованиям*, выполняемым над ним?

Автор. Именно так.

Читатель. Поясните это на примерах.

Автор. Обсудим, например, симметрию формы букв «П», «Ф», «И».

Читатель. Но буква «И» вовсе не кажется симметричной.

Автор. Начнем с буквы «П». Если одну половинку этой буквы отразить в плоском зеркале так, как показано на рисунке 3, *а*, то изображение точно совпадёт с другой половинкой буквы. Это есть пример так называемой *зеркальной симметрии*, или, иначе говоря, симметрии по отношению к отражению в зеркале. Нам уже встречалась такая симметрия: она выглядела как уравновешенность левого и правого (на рисунке 1 левое и правое могут рассматриваться как зеркальные изображения одно другого).

Буква «Ф» симметрична в ещё большей степени, нежели буква «П». Её можно отражать в двух плоских зеркалах (рис. 3, *б*). Что же касается буквы «И», то у неё нет зеркальной симметрии, но зато есть так называемая *поворотная симметрия*. Если повернуть букву «И» на 180° вокруг оси, перпендикулярной к плоскости буквы и проходящей через её центр (рис. 3, *в*), то буква совместится сама с собой. Иными словами, буква «И» симметрична относительно поворота на 180°. Заметим, что поворотной симметрией обладает также буква «Ф», но её нет у буквы «П».

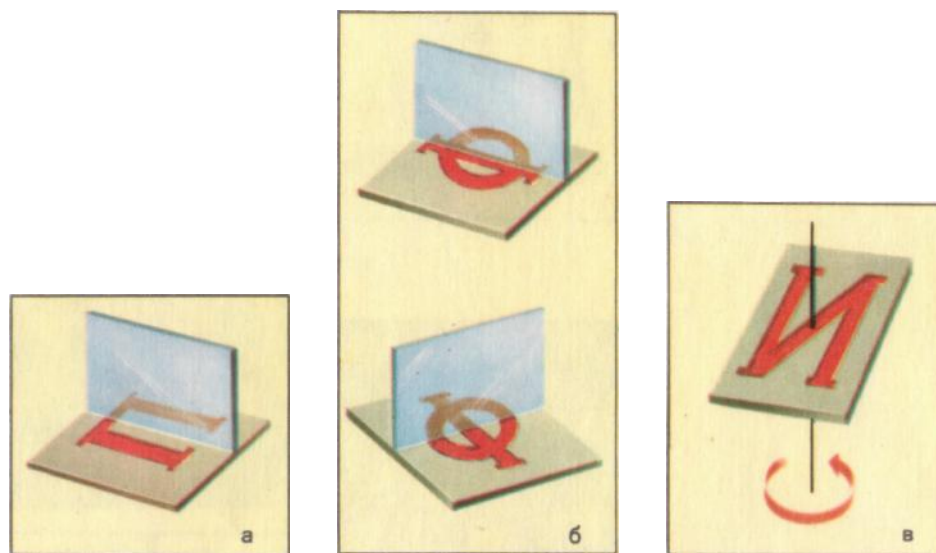


Рис. 3

Читатель. Египетская пирамида тоже обладает поворотной симметрией. Она совмещается сама с собой, если мысленно повернуть её на угол 90° вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину пирамиды.

Автор. Вы правы. Кроме того, пирамида обладает зеркальной симметрией. Она совмещается сама с собой при отражении (разумеется, мысленном) в любой из четырёх вертикальных плоскостей, показанных на рисунке 4.

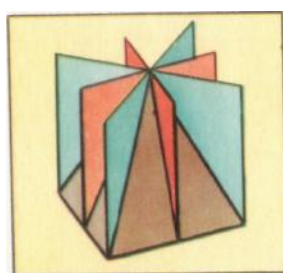


Рис. 4

Читатель. А как понимать упоминавшуюся выше симметрию, связанную с чередованием времён года?

Автор. Как неизменность определённого комплекса явлений (включая погоду, цветение растений, появление снега и т. п.) относительно смещения во времени на двенадцать месяцев.

Читатель. По-видимому, соразмерность и упорядоченность, присущие симметричным объектам и явлениям, определяют также и их красоту.

Автор. Вопрос о красоте, связанной с симметрией, не столь очевиден.

Читатель. Почему же не очевиден? Казалось бы, разглядывание соразмерных, взаимно уравновешенных, закономерно повторяющихся частей симметричного объекта должно порождать ощущение покоя, порядка, стабильности. В результате объект будет восприниматься как красивый. Тем более, если в его симметричности мы усматриваем также и целесообразность. И напротив, случайное отклонение от симметрии (обрушившийся угол здания, оторванный кусочек буквы, необычно рано выпавший снег) должно восприниматься отрицательно — как неожиданный эффект, угрожающий нашей уверенности в стабильности и упорядоченности окружающего мира.

Автор. Всё это так. Однако известно, что симметрия может вызывать также и отрицательные эмоции. Разве многие современные жилые кварталы, застроенные одинаковыми симметричными домами (часто весьма удобными и целесообразными), не создают впечатления скучного однообразия? С другой стороны, разве широко используемые, например, в

живописи и скульптуре отступления от симметрии не создают ощущения свободы, раскованности, разве они не придают произведению искусства неповторимую индивидуальность? Наверное, никто не решится назвать некрасивым цветущий весенний луг с буйным и совсем не симметричным рисунком красок. Неужели можно считать, что аккуратно подстриженные газон или дерево действительно красивее естественной лужайки или растущего в поле дуба?

Читатель. Получается, что красота не всегда связана с симметрией.

Автор. Дело в том, что при рассмотрении симметрии надо принимать во внимание не только саму симметрию, но и отклонения от неё. *Симметрия* и *асимметрия* должны рассматриваться совокупно, в едином подходе.

Читатель. Наверное, так, как это имеет место в природе?

Автор. Конечно. Однако учтите, что речь идёт не просто о тех или иных нарушениях симметрии в конкретном цветке или организме животного. Вопрос о симметрии-асимметрии значительно более глубок. Можно сказать, что симметрия выражает нечто *общее*, свойственное разным объектам (явлениям), она связана со *структурой*, она лежит в самой основе вещей. Тогда как асимметрия выражает *индивидуальность*, она связана с воплощением структуры в том или ином *конкретном* объекте (явлении).

Читатель. Симметрия — общее, а асимметрия — частное?

Автор. Примерно так. В основе конкретного объекта мы обнаруживаем элементы симметрии, роднящие его с другими подобными объектами. Однако собственное «лицо» данного объекта проявляется неизбежно через наличие той или иной асимметрии. У всех ёлок есть много общего: вертикальный ствол, характерные ветви, располагающиеся с определённой поворотной симметрией вокруг ствола, определённое чередование ветвей в направлении вдоль ствола, наконец, структура иголок. И тем не менее, вы можете очень долго выбирать себе ёлку на предновогоднем базаре, отыскивая среди многих деревьев те черты индивидуальности, которые вам нравятся.

Читатель. Получается, что математическая идея симметрии воплощается всякий раз в реальных не вполне симметричных объектах и явлениях.

Автор. Попробуем вообразить себе мир, устроенный полностью симметрично. Такой мир должен был бы совмещаться сам с собой при любом повороте вокруг любой оси, при отражении в любом зеркале, при любом переносе и т. д. Это было бы что-то совершенно однородное, равномерно «размазанное» по всему пространству. Иначе говоря, в таком мире попросту ничего не наблюдалось бы — никаких объектов или явлений. Такой мир невозможен.

Мир существует благодаря *единству симметрии и асимметрии*, что можно рассматривать в известном смысле как единство общего и частного.

Читатель. Признаться, я никогда не думал о симметрии с такой широкой точки зрения.

Автор. Попробуем подвести итоги. Симметрия встречается часто и повсеместно — как в природе, так и в человеческом творчестве. Поэтому даже неискушённый человек обычно легко усматривает симметрию в относительно простых её проявлениях.

Весь наш мир, все существующие в нём объекты и происходящие явления должны рассматриваться как проявление единства симметрии асимметрии. В этом смысле симметрия не просто широко распространена; более того, она вездесуща — в самом глубоком понимании слова.

Симметрия многообразна. Неизменность тех или иных объектов может наблюдаться по отношению к разнообразным операциям — поворотам, отражениям, переносам, взаимной замене частей и т. д.

Симметрия многолика. Она связана с упорядоченностью и уравновешенностью, пропорциональностью и соразмерностью частей, красотой и гармонией (а иногда с однообразием), с целесообразностью и полезностью.



Часть первая.

Симметрия вокруг нас

В гармонии соперник мой
Был шум лесов, иль вихорь буйный,
Иль иволги напев живой,
Иль ночью моря гул глухой,
Иль шёпот речки тихоструйной.

А. С. Пушкин

Глава 1.

Зеркальная симметрия

Что может быть больше похоже на мою руку или моё ухо, чем их собственные отражения в зеркале? И всё же руку, которую я вижу в зеркале, нельзя поставить на место настоящей руки...

Иммануил Кант

Объект и его зазеркальный двойник

На рисунке 5 показан простой пример *объекта* и его *зазеркального двойника* — треугольник ABC и треугольник $A_1B_1C_1$ (здесь MN — пересечение плоскости зеркала с плоскостью рисунка). Каждой точке объекта соответствует определённая точка зазеркального двойника. Эти точки находятся на одном перпендикуляре к прямой MN , по разные стороны и на одинаковом расстоянии от неё. Объект на рисунке 5 выбран для простоты двухмерным. В общем случае объект (и, соответственно, его зазеркальный двойник) является трёхмерным.

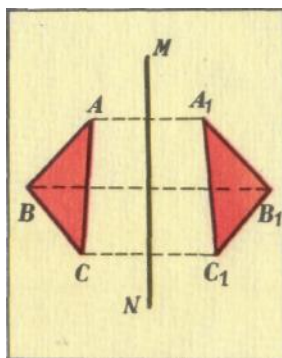


Рис. 5

Все знают, что увидеть зазеркальный двойник объекта совсем нетрудно. Достаточно поместить освещённый объект перед плоским зеркалом и заглянуть в это зеркало. Обычно считают, что наблюдаемый в зеркале двойник является точной копией самого объекта. В

действительности же это не совсем так. Зеркало не просто копирует объект, а меняет местами (переставляет) передние и задние по отношению к зеркалу части объекта. В сравнении с самим объектом его зазеркальный двойник оказывается «вывернутым» вдоль направления, перпендикулярного к плоскости зеркала. Этот эффект хорошо виден на рисунке 6, *а* и фактически незаметен на рисунке 6, *б*. Разглядывая изображённые на рисунке конусы, читатель может не согласиться с нашим утверждением о том, что зазеркальный двойник не является точной копией объекта. Ведь объект и его двойник на рисунке 6, *а* различаются только своей ориентацией: они развёрнуты навстречу друг другу. (О рисунке 6, *б* в данном случае вообще говорить не приходится). В связи с этим обратимся к более интересному примеру.

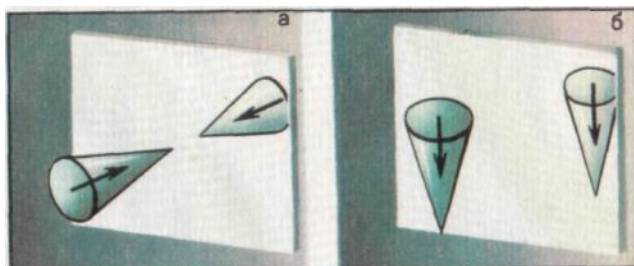


Рис. 6

Предположим, что конус вращается вокруг своей оси (рис. 7). Вращение конуса будем показывать круговой стрелкой. Если ось вращения перпендикулярна к плоскости зеркала, то направление вращения конуса при отражении в зеркале сохраняется (рис. 7, *а*). Если же ось вращения параллельна зеркалу, то направление вращения изменяется при отражении на противоположное (рис. 7, *б*). Теперь уже никакими перемещениями и поворотами нельзя совместить (разумеется, мысленно) объект с зазеркальным двойником. Иными словами, вращающийся конус и его зазеркальный двойник — по сути дела *разные* объекты. Чтобы получить зазеркальный двойник, не прибегая к отражению в зеркале, надо изменить вращение конуса на противоположное.

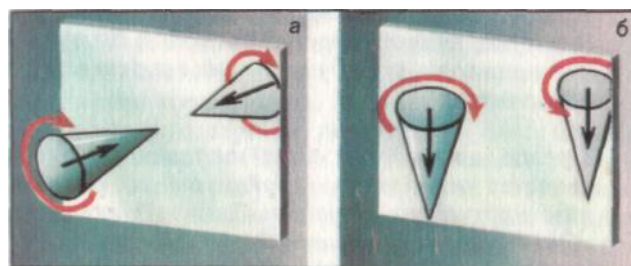


Рис. 7

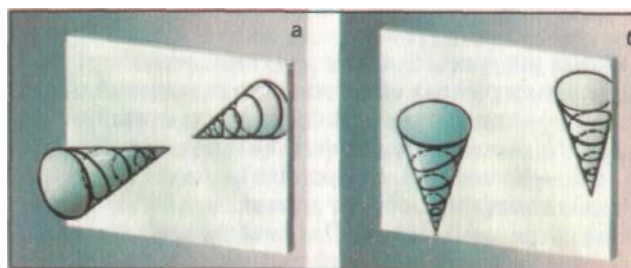


Рис. 8

Впрочем, можно обойтись и без вращения конуса. Достаточно изготовить из конуса *винт* (рис. 8). Винт-объект и винт-двойник имеют разные направления нарезки: чтобы ввинтить в дерево винт-объект, надо вращать его головку по часовой стрелке, а чтобы ввинтить винт-двойник, — против часовой стрелки. Первый винт называют *правым вин-*

том, а второй — левым. Мы привыкли пользоваться правыми винтами. Зазеркальные двойники правых винтов, то есть левые винты, у нас практически не применяются.

Итак, мы убедились, что объект и его зазеркальный двойник при всей своей схожести могут быть разными, *не совместимыми друг с другом* объектами. В одних случаях это различие не слишком бросается в глаза; например, можно не обратить внимания на то, что у вас родинка находится на правой щеке, а у вашего зазеркального двойника на левой. В других случаях различие становится настолько вопиющим, что приходится только удивляться, как на него не обращали внимания раньше. Достаточно сравнить какой-нибудь текст с его зазеркальным двойником (рис. 9).



Рис. 9

Попробуйте читать книгу, глядя не в неё, а в её отражение в зеркале. Или, что ещё хуже, попробуйте написать хотя бы строчку, глядя не на лист бумаги, а на его зеркальное изображение.

Зеркальная симметрия

Предположим, что одна половина объекта является зеркальным двойником по отношению к другой его половине. Такой объект называют *зеркально симметричным*. Он преобразуется сам в себя при отражении в соответствующей зеркальной плоскости; эту плоскость называют *плоскостью симметрии*.

В случае двухмерного (плоского) объекта вместо плоскости симметрии рассматривается *ось симметрии* — линия пересечения плоскости симметрии с плоскостью объекта. В случае одномерного (линейного) объекта рассматривается *центр симметрии* — точка пересечения прямой объекта с плоскостью симметрии.



Рис. 10

На рисунке 10 приведены примеры зеркально симметричных объектов: а) одномерный объект (O — центр симметрии), б) двухмерный объект (MN — ось симметрии), в) трёхмерный объект (S — плоскость симметрии).

Одномерный объект имеет не более одного центра симметрии. Двухмерный объект может иметь несколько осей симметрии, а трёхмерный — несколько плоскостей симметрии. Так, правильный шестиугольник имеет шесть осей симметрии (красные прямые на рисунке 11). На рисунке 4 были показаны четыре плоскости симметрии правильной четырёхугольной пирамиды. Круг имеет бесконечное число осей симметрии. Бесконечное число плоскостей симметрии имеют шар, круговой цилиндр, круговой конус, эллипсоид вращения.

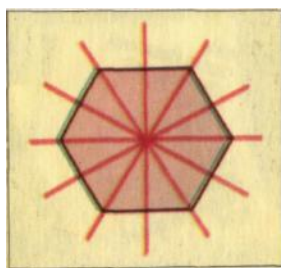


Рис. 11

Напишем на листе бумаги заглавными печатными буквами два слова: «КОФЕ» и «ЧАЙ». Затем возьмём зеркало и поставим его вертикально так, чтобы линия пересечения плоскости зеркала с плоскостью листа делила эти слова пополам по горизонтали.



Рис. 12

Возможно, что некоторые удивятся, обнаружив, что зеркало не подействовало на слово «КОФЕ», тогда как слово «ЧАЙ» оно изменило до неузнаваемости (рис. 12). Этот «фокус» имеет простое объяснение. Разумеется, зеркало одинаковым образом отражает нижнюю половину обоих слов. Однако в отличие от слова «ЧАЙ» слово «КОФЕ» обладает горизонтальной осью симметрии; именно поэтому оно не искажается при отражении в зеркале.

Энантиоморфы

Допустим, что объект характеризуется *единственной* плоскостью (осью) симметрии. Разрежем объект по плоскости (оси) симметрии на две половинки. Эти две половинки являются, очевидно, зеркальным изображением одна другой. Существенно, что сама по себе каждая из половинок зеркально асимметрична. Рассматриваемые половинки являются *энантиоморфами*.



Рис. 13

Энантиоморфы — это пара зеркально асимметричных объектов (фигур), являющихся зеркальным изображением один другого. Иными словами, энантиоморфы — это объект и его зазеркальный двойник при условии, что сам объект зеркально асимметричен. Энантиоморфами могут быть отдельные объекты, но могут быть и половинки соответствующим образом разрезанного объекта. Чтобы различить энантиоморфы в данной паре, вводят обозначения «левый» и «правый». Один из энантиоморфов левый, а другой правый. Не имеет принципиального значения, какой именно назван левым (правым); это вопрос договорённости, традиции, привычки. На рисунке 13 приведены примеры трёхмерных энантиоморфов: а) левый и правый винты; б) левая и правая игральные кости; в) левый и правый узлы; г) левая и правая перчатки; д) левая и правая системы координатных осей; е) левая и правая половинки стула, разрезанного по плоскости симметрии. На практике обычно применяют правые винты, левые игральные кости, правые системы координатных осей. Одинаково часто встречаются как левые, так и правые перчатки или узлы.

На рисунке 14 приведены примеры двухмерных энантиоморфов: а) левая и правая спирали; б) левый и правый дорожные знаки; в) левая и правая системы координатных осей; г) левая и правая половинки дубового листа, разрезанного по оси симметрии.



Рис. 14

Двухмерные энантиоморфы нельзя совместить друг с другом никакими перемещениями и поворотами в пространстве этих энантиоморфов, то есть в плоскости. Для того чтобы совместить их, надо выполнить поворот в трёхмерном пространстве: перевернуть плоскость обратной стороной, как это показано на рисунке 15. Что же касается трёхмерных энантиоморфов, то для их совмещения потребовался бы поворот в фантастическом четырёхмерном пространстве. Выполнить такой поворот и даже представить его мысленно, очевидно, невозможно. Поэтому для трёхмерных энантиоморфов справедливо утверждение: *никакие перемещения или повороты не в состоянии обратить левый энантиоморф в правый или наоборот*. Левый энантиоморф всегда будет левым, а правый всегда будет правым. Как бы вы ни вертели в руках левый ботинок, он никогда не подойдёт к правой ноге. Сколько бы ни бросали левую игральную кость, она никогда не превратится в правую.

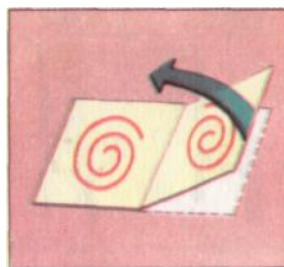


Рис. 15

Любопытно, что для доказательства существования «потустороннего» четырёхмерного мира использовались фальшивые демонстрации с превращением левых энантиоморфов в правые (и наоборот). Подобные демонстрации предлагались на так называемых спиритических сеансах, достаточно модных в начале века в некоторых религиозно настроенных аристократических кругах. Разумеется, демонстрации с «превращением» одного энантиоморфа в другой являлись не более как ловкими трюками, основанными на незаметной

подмене соответствующих энантиоморфов. Например, у участника сеанса отбиралась левая перчатка, затем проводились отвлекающие внимание манипуляции и сидящим в полутёмной комнате зрителям предъявлялась правая перчатка точно такого же размера, цвета, покроя. Это выдавалось за доказательство кратковременного пребывания перчатки в потустороннем мире, где она, дескать, и превратилась из левой в правую.

Глава 2. Другие виды симметрии

Если отойти от привычного представления о симметрии как свойстве, непременно связанном с нашим внешним обликом, то можно найти немало фигур, симметричных в том или ином отношении.

А. С. Компанеец

Поворотная симметрия

Предположим, что объект совмещается сам с собой при повороте вокруг некоторой оси на угол, равный $360^\circ/n$ (или кратный этой величине), где $n = 2, 3, 4, \dots$ В этом случае говорят о *поворотной симметрии*, а указанную ось называют *поворотной осью n-го порядка*. В приводившихся ранее примерах с буквами «И» и «Ф» мы встречались с поворотной осью 2-го порядка, а в примере с египетской пирамидой — с поворотной осью 4-го порядка. На рисунке 16 даны примеры простых объектов с поворотными осями разного порядка — от 2-го до 5-го.

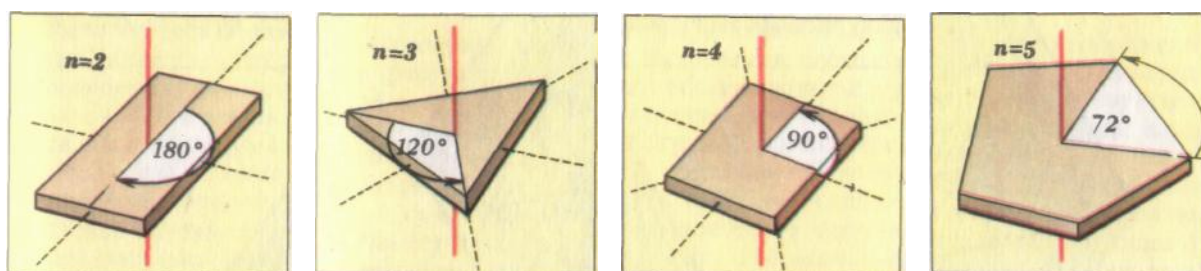


Рис. 16

У трёхмерного объекта может быть несколько поворотных осей. Например, первый объект на рисунке 16 имеет не одну, а три поворотные оси 2-го порядка, второй объект имеет наряду с поворотной осью 3-го порядка три поворотные оси 2-го порядка, третий объект имеет наряду с поворотной осью 4-го порядка четыре поворотные оси 2-го порядка (дополнительные поворотные оси показаны на рисунке штриховыми прямыми).

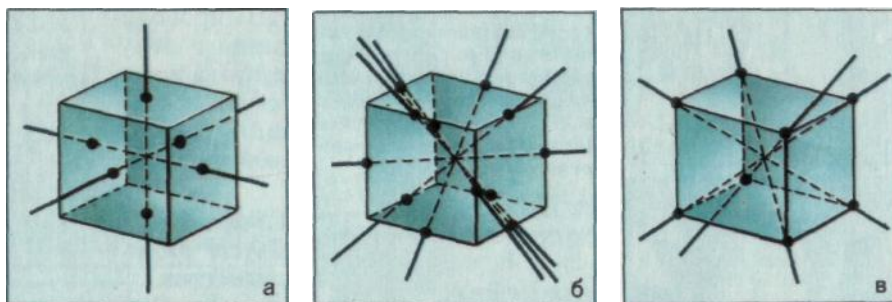


Рис. 17.

Рассмотрим куб. Легко сообразить, что он имеет три поворотные оси 4-го порядка (рис. 17, а). При более внимательном рассмотрении обнаруживаются шесть поворотных

осей 2-го порядка, проходящих через середины противоположных параллельных рёбер (рис. 17, б), а также четыре поворотные оси 3-го порядка, совпадающие с внутренними диагоналями куба (рис. 17, в). Таким образом, куб имеет всего 13 поворотных осей, среди которых встречаются оси 2-го, 3-го и 4-го порядка.

Интересна поворотная симметрия *кругового цилиндра*. Он имеет бесконечное число поворотных осей 2-го порядка и одну поворотную ось бесконечно высокого порядка (рис. 18).

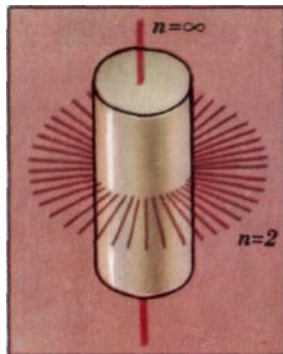


Рис. 18

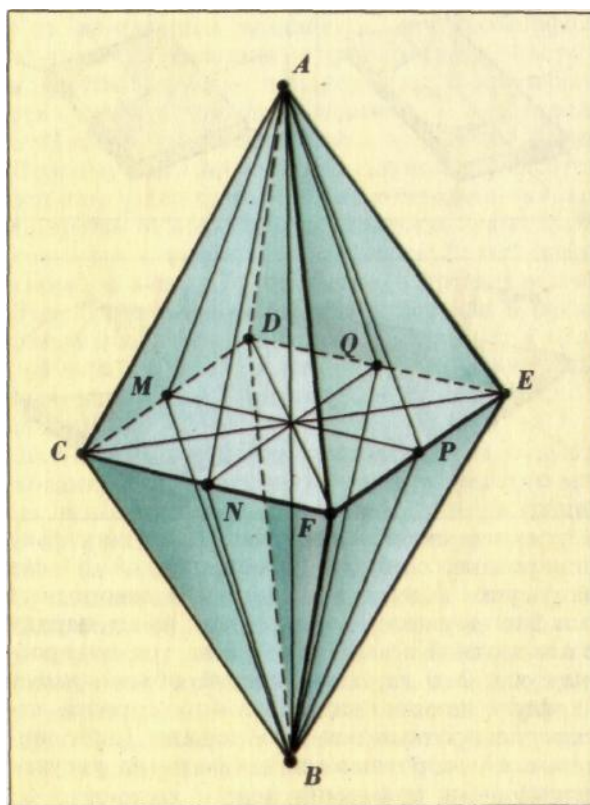


Рис. 19

Для описания симметрии конкретного объекта надо указать все поворотные оси и их порядок, а также все плоскости симметрии. Рассмотрим, например, геометрическое тело, составленное из двух одинаковых правильных четырёхугольных пирамид (рис. 19). Оно имеет одну поворотную ось 4-го порядка (ось AB), четыре поворотные оси 2-го порядка (оси CE , DF , MP , NQ), пять плоскостей симметрии (плоскости $CDEF$, $AFBD$, $ACBE$, $AMBP$, $ANBQ$).

Зеркально-поворотная симметрия

Вырежем из плотной бумаги квадрат и впишем внутрь его косо другой квадрат (рис. 20). Затем отогнём углы бумаги по линиям, ограничивающим внутренний квадрат (соседние углы отгибаются в противоположные стороны). В результате получим объект, показанный на рисунке 21. Он имеет поворотную ось 2-го порядка (ось AB) и не имеет плоскостей симметрии. Будем рассматривать наше изделие сначала сверху, а затем снизу (с противоположной стороны листа бумаги). Мы обнаружим, что никакого различия между «верхом» и «низом» нет; в обоих случаях объект выглядит одинаково. В связи с этим возникает мысль, что поворотная симметрия 2-го порядка не исчерпывает всей симметрии данного объекта.

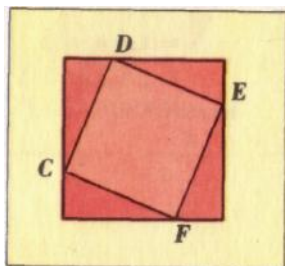


Рис. 20

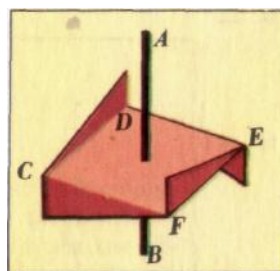


Рис. 21

Дополнительная симметрия, которой обладает наш объект, — это так называемая *зеркально-поворотная* симметрия: объект совмещается сам с собой в результате поворота на 90° вокруг оси AB и последующего отражения в плоскости $CDEF$. Ось AB называют *зеркально-поворотной осью* 4-го порядка. Таким образом, здесь наблюдается симметрия относительно двух последовательно выполняемых операций — поворота на 90° и отражения в плоскости, перпендикулярной к оси поворота.

Переносная (трансляционная) симметрия

Рассмотрим плоскую фигуру, изображенную на рисунке 22, *а*. При переносе (трансляции) вдоль прямой AB на расстояние a (или кратное этой величине) фигура совмещается сама с собой. В этом случае говорят о *переносной*, или *трансляционной*, симметрии. Прямая AB называется *осью переноса*, а расстояние a — *элементарным переносом* или *периодом*.

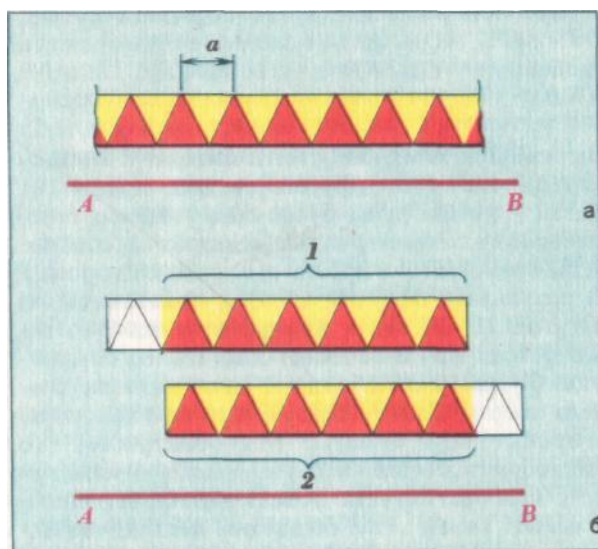


Рис. 22

Строго говоря, симметричная по отношению к переносам фигура должна быть бесконечно длинной в направлении оси переноса. Однако понятие переносной симметрии при-

меняют и в случае фигур конечных размеров, имея в виду наблюдаемое при переносе частичное совмещение фигуры. Из рисунка 22, б видно, что при переносе конечной фигуры на расстояние a вдоль прямой AB наблюдается совмещение участка 1 и участка 2.

С переносной симметрией связано важное понятие двумерной *периодической* структуры — *плоской решётки*. Плоская решётка может быть образована в результате пересечения двух семейств параллельных, равноотстоящих друг от друга прямых (рис. 23). Точки пересечения прямых называют *узлами решетки*. Чтобы задать решётку, достаточно задать её *элементарную ячейку* и затем переносить эту ячейку параллельно самой себе вдоль прямой AB на расстояния, кратные a , либо вдоль прямой AC на расстояния, кратные b . Заметим, что элементарную ячейку данной решётки можно выбрать *разными способами*. Так, можно выбрать в качестве элементарной ячейку, которая на рисунке 23 закрашена красным цветом. Однако можно было бы воспользоваться и любой из заштрихованных на рисунке ячеек.

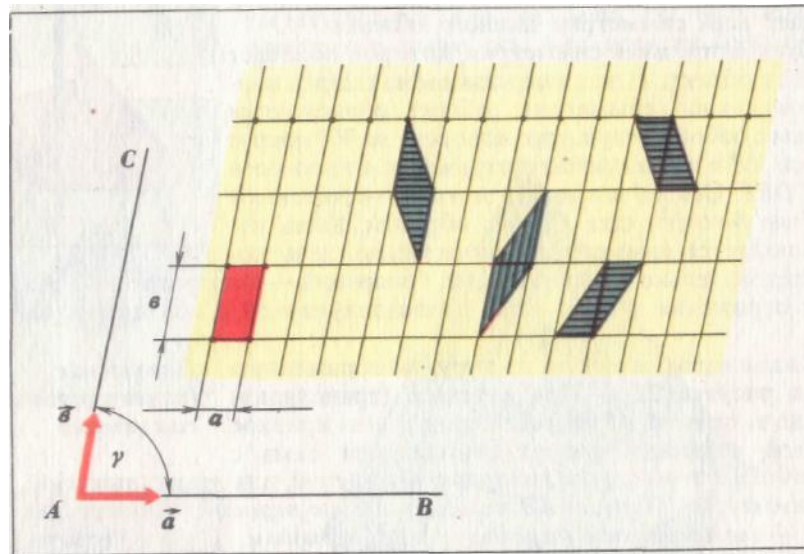


Рис. 23

Переносная симметрия плоской решетки полностью определяется совокупностью двух векторов (векторы \vec{a} и \vec{b} на рисунке 23). Различают пять типов плоских решёток (пять типов переносной симметрии на плоскости); они показаны на рисунке 24: а) $a = b$, $\gamma = 90^\circ$ (квадратная решётка); б) $a \neq b$, $\gamma = 90^\circ$ (прямоугольная решётка); в) $a = b$, $\gamma = 60^\circ$ (гексагональная решётка); г) $a = b$, $\gamma \neq 90^\circ$, $\gamma \neq 60^\circ$ (ромбическая решётка); д) $a \neq b$, $\gamma \neq 90^\circ$ (косая решётка).

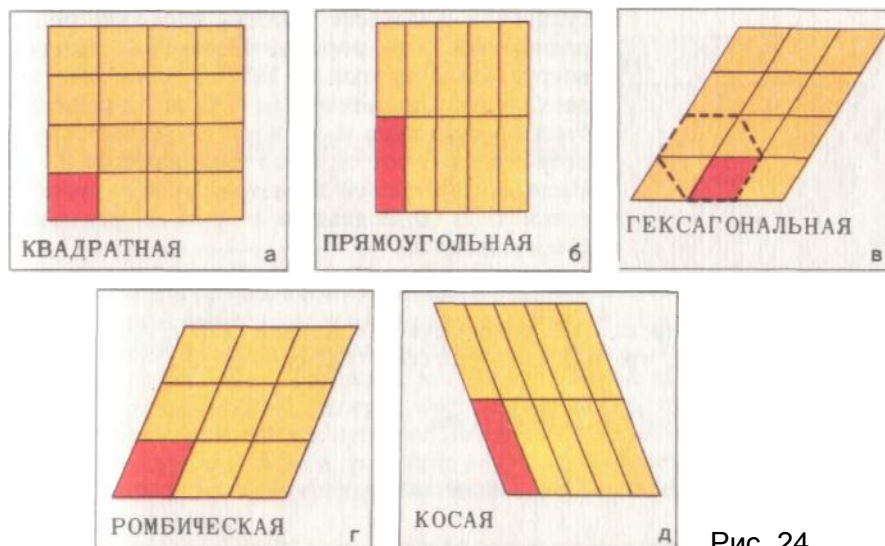


Рис. 24

С переносной симметрией в трёхмерном пространстве связано понятие трёхмерной периодической структуры — *пространственной решётки*. Такая решётка может рассматриваться как результат пересечения трёх семейств параллельных плоскостей. Переносная симметрия трёхмерной решётки определяется совокупностью трёх векторов, задающих элементарную ячейку решётки. На рисунке 25 показана ячейка решётки, задаваемая векторами \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . В простейшем случае длины всех рёбер ячейки равны между собой, а углы между рёбрами составляют 90° . В этом случае говорят о *кубической* решётке. Всего же существует 14 типов пространственных решёток, различающихся по типу переносной симметрии. Иначе говоря, существует 14 типов *решёток Бравэ* (Бравэ — французский кристаллограф XIX века).

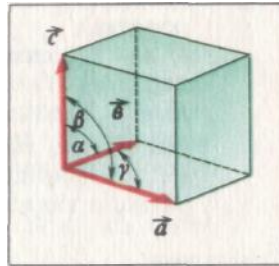


Рис. 25

«Неуживчивые» соседи

Переносная и поворотная симметрии могут «сосуществовать» друг с другом. Так, квадратная решётка (рис. 24, а) обладает поворотной симметрией 4-го порядка, а гексагональная решётка (рис. 24, в) — поворотной симметрией 6-го порядка. Число поворотных осей у решётки, как нетрудно сообразить, бесконечно велико. Поворотные оси в случае, например, квадратной решётки (поворотные оси 4-го порядка) проходят через центр каждой квадратной ячейки, а также через каждый узел решётки.

Однако переносная и поворотная симметрии — соседи «неуживчивые». При наличии переносной симметрии возможны поворотные оси лишь 2, 3, 4 и 6-го порядков. Докажем это.

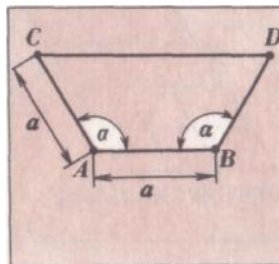


Рис. 26

Пусть точки A и B на рисунке 26 — узлы некоторой плоской решётки ($|AB| = a$). Предположим, что через эти узлы перпендикулярно к плоскости решётки проходят поворотные оси n -го порядка. Повернем решётку вокруг оси A на угол $\alpha = 360^\circ / n$; обозначим через C новое положение узла B . Если бы решётка была повернута на угол α вокруг оси B в другую сторону, то узел A занял бы положение D . Наличие переносной симметрии требует, чтобы точки C и D совпадали с узлами решётки. Следовательно,

$$|CD| = m|AB| = ma,$$

где m — целое число. Из равнобокой трапеции $ABDC$ (см. рисунок) следует, что $|CD| = a \pm 2a \cos \alpha$. Таким образом,

$$a(1 \pm 2 \cos \alpha) = ma,$$

то есть $\cos \alpha = \pm(m-1)/2$. Поскольку $|\cos \alpha| \leq 1$, то, следовательно,

$$-2 \leq m-1 \leq 2.$$

Отсюда видно, что возможны лишь следующие пять случаев:

- 1) $m = -1$, $\cos \alpha = -1$, $\alpha = 180^\circ$, $n = 2$ (поворотная симметрия 2-го порядка);
- 2) $m = 0$, $\cos \alpha = -1/2$, $\alpha = 120^\circ$, $n = 3$ (поворотная симметрия 3-го порядка);
- 3) $m = 1$, $\cos \alpha = 0$, $\alpha = 90^\circ$, $n = 4$ (поворотная симметрия 4-го порядка);
- 4) $m = 2$, $\cos \alpha = 1/2$, $\alpha = 60^\circ$, $n = 6$ (поворотная симметрия 6-го порядка);
- 5) $m = 3$, $\cos \alpha = 1$, $\alpha = 0$.

Мы видим, таким образом, что при наличии переносной симметрии принципиально невозможны поворотные оси 5-го порядка, а также всех порядков выше 6-го.

Скользящая плоскость (ось) симметрии

Ранее было показано, что с последовательно выполняемыми операциями поворота и отражения может быть связан новый тип симметрии — зеркально-поворотная симметрия. Комбинирование поворотов или отражений с переносами также может выявить новые типы симметрии. В качестве примера отметим симметрию, отвечающую наличию так называемой *скользящей плоскости симметрии* (точнее, *скользящей оси симметрии*, так как рассматривается плоская фигура). На рисунке 27 изображена фигура, обладающая переносной симметрией вдоль оси AB с периодом $2a$. Нетрудно видеть, что здесь имеет место ещё один тип симметрии — симметрия относительно переноса вдоль оси AB с периодом a и последующего отражения относительно оси AB . Ось AB называется скользящей осью симметрии с периодом a .

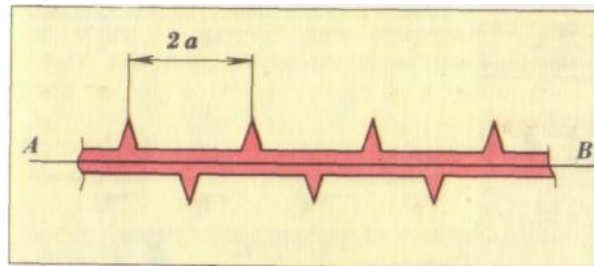


Рис. 27

Глава 3.

Бордюры и орнаменты

Математик, так же как художник или поэт, создаёт узоры.

Г. Харди

Бордюры

Периодически повторяющийся рисунок на длинной ленте называют *бордюром*. На практике бордюры встречаются в различных видах. Это может быть настенная роспись, украшающая стены зданий, галереи, лестничные переходы. Это может быть чугунное литьё, используемое в оградах парков, решётках мостов и набережных. Это могут быть гипсовые барельефы или керамика.

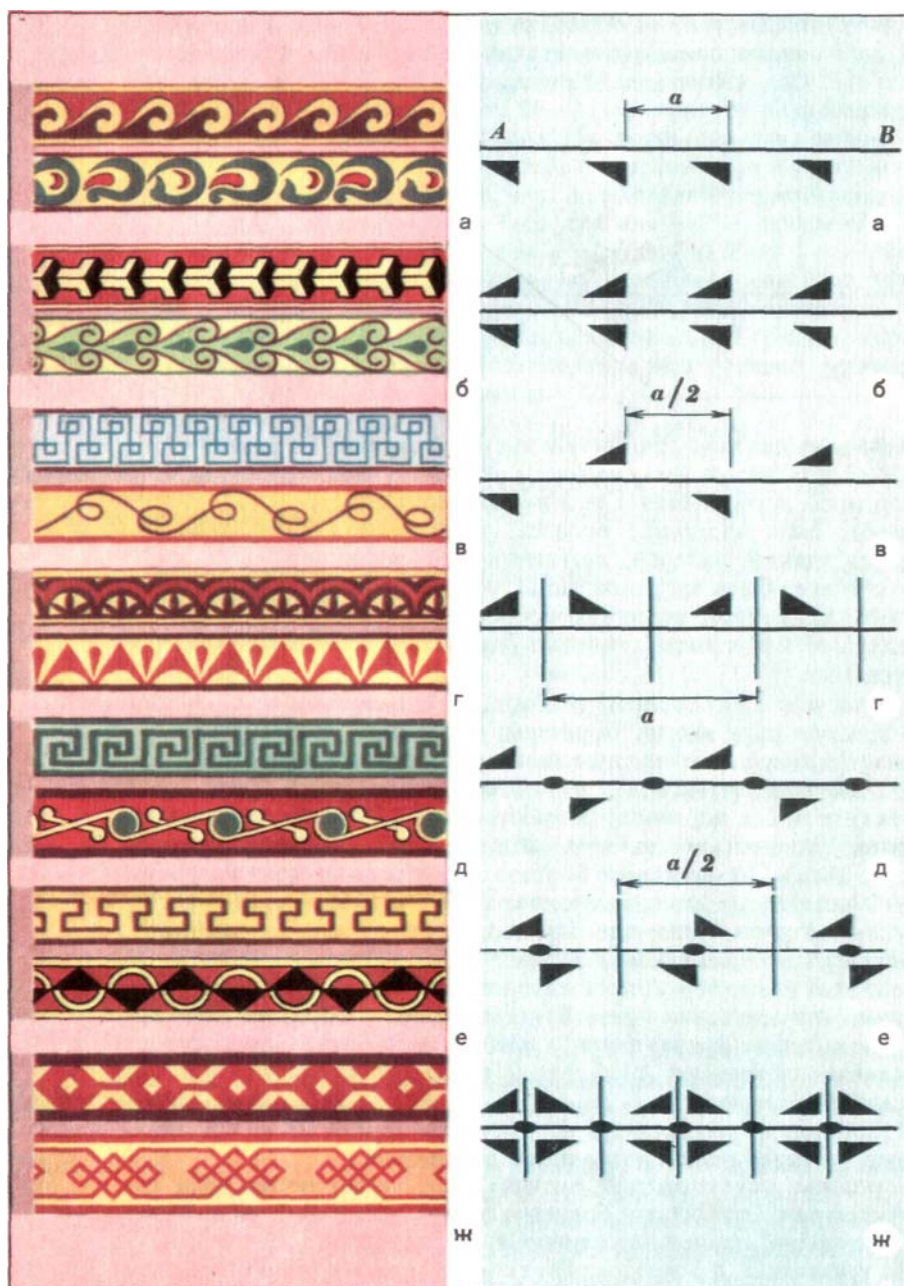


Рис. 28

Рис. 29

На рисунке 28 приведены 14 бордюров, разбитых на семь пар. В каждую пару входят бордюры, одинаковые по типу симметрии. *Всего существует семь типов симметрии бордюров.* Любой бордюр обладает *переносной* симметрией вдоль своей оси (вдоль оси переноса). В простейшем случае симметрия бордюра полностью исчерпывается переносной симметрией (рис. 28, *а*). Схематически бордюр этого типа показан на рисунке 29, *а*, где треугольник условно обозначает повторяющийся несимметричный элемент бордюра.

Бордюры, показанные на рисунке 28, *б*, обладают наряду с переносной также зеркальной симметрией: они зеркально симметричны относительно прямой, делящей ленту бордюра пополам в продольном направлении. Схематически такой тип бордюра показан на рисунке 29, *б*; здесь ось переноса является также осью симметрии.

У бордюров, показанных на рисунках 28, *в* и 29, *в*, ось переноса является осью скользящего отражения.

Бордюры, показанные на рисунке 28, *г*, имеют поперечные оси симметрии. Эти оси изображены на рисунке 29, *г* в виде отрезков прямых, перпендикулярных к оси переноса.

На рисунке 28, *д* показаны бордюры, имеющие поворотные оси 2-го порядка, перпендикулярные к плоскости бордюра. Точки пересечения этих осей с плоскостью бордюра отмечены на рисунке 29, *д* закрашенными чечевицами.

На комбинировании оси скользящего отражения с поворотными осями 2-го порядка, перпендикулярными к плоскости бордюра, основаны бордюры, изображённые на рисунке 28, *е*; в результате такого комбинирования возникают поперечные оси симметрии. Схематически этот тип бордюра показан на рисунке 29, *е*.

Наконец, на рисунках 28, *ж* и 29, *ж* представлены бордюры, основанные на комбинировании зеркальных отражений. Такие бордюры имеют наряду с продольной также поперечные оси симметрии; как следствие возникают поворотные оси 2-го порядка.

Орнаменты

Трудно найти человека, не любовавшегося *орнаментами* — этими удивительными рисунками, часто встречающимися в декоративном художественном творчестве. В них можно обнаружить затейливое сочетание переносной, зеркальной и поворотной симметрии. За примером орнамента не надо далеко ходить — взгляните на рисунок обоев, которыми оклеены стены вашей комнаты. Некоторые образцы орнаментов показаны на рисунках 30 — 32. Среди них два созданы известным современным голландским художником Эшером — орнаменты «Летающие птицы» (рис. 30) и «Ящерицы» (рис. 32).



Рис. 30



Рис. 31



Рис. 32

В основе любого орнамента лежит одна из пяти рассмотренных в главе 2 плоских решёток. *Тип плоской решётки определяет характер переносной симметрии данного орнамента.* Орнамент «Летающие птицы» основан на *косой* решётке, характерный египетский орнамент, показанный на рисунке 31, основан на *квадратной* решётке, а орнамент «Ящерицы» — на *гексагональной* решётке.

В простейшем случае орнамент характеризуется только *переносной симметрией*. Таков, например, орнамент «Летающие птицы». Чтобы построить этот орнамент, надо выбрать соответствующую косую решётку, «заполнить» элементарную ячейку решётки определённым рисунком и затем многократно повторить этот рисунок за счёт переносов ячейки без изменения её ориентации. На рисунке 33 элементарная ячейка орнамента за-

штрихована. Заметим, что площадь ячейки равна сумме площадей, занимаемых изображениями птиц разного цвета.

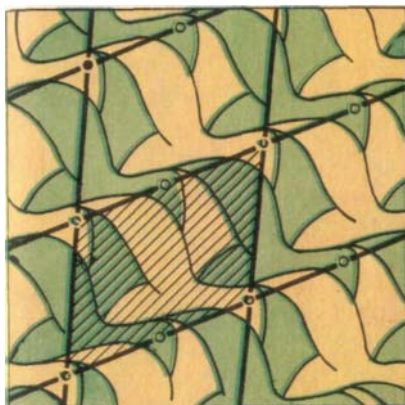
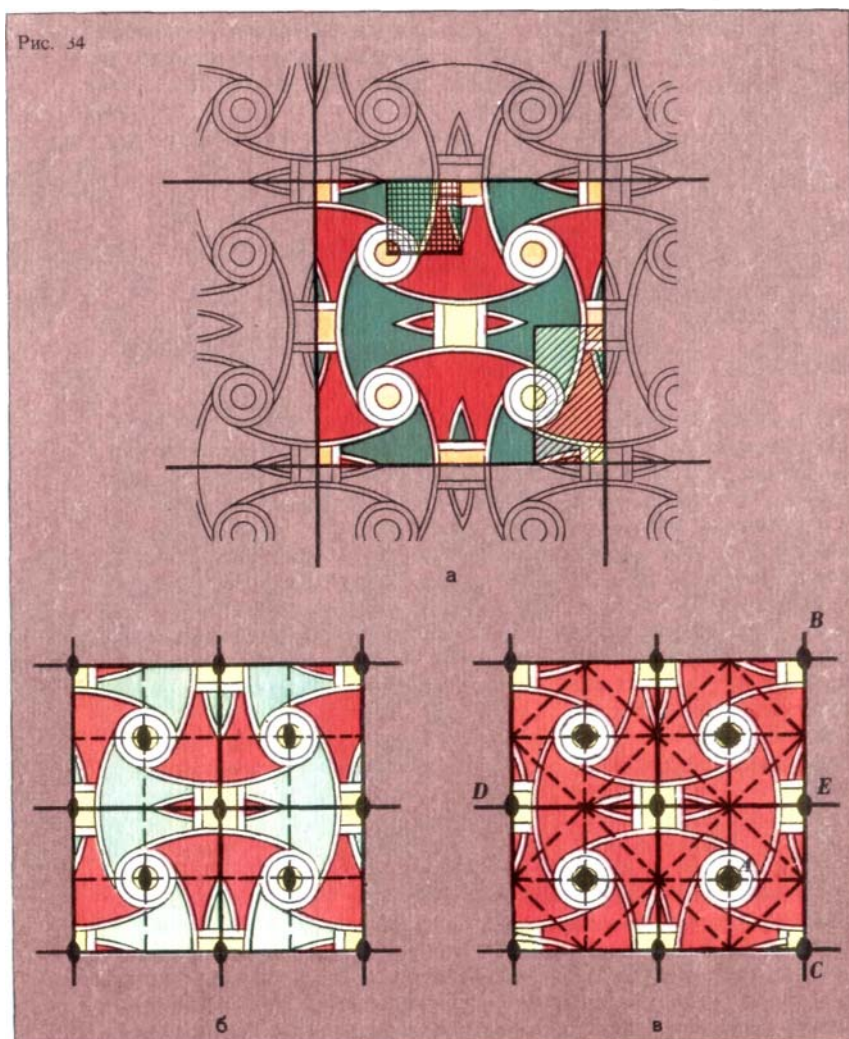


Рис. 33

На рисунке 34 рассмотрена симметрия египетского орнамента. Переносная симметрия орнамента определяется квадратной решёткой, элементарная ячейка которой выделена на рисунке 34, а. Эта ячейка имеет поворотные оси 2-го порядка, обычные и скользящие оси симметрии. На рисунке 34, б сплошными прямыми показаны обычные оси симметрии, а штриховыми — скользящие. Точки пересечения поворотных осей 2-го порядка с плоскостью орнамента обозначены закрашенными чечевицами. В отличие от орнамента «Летающие птицы» данный орнамент обладает более высокой симметрией, о чём свидетельствует наличие *поворотных* осей, а также обычных и скользящих осей *зеркальной симметрии*.



Симметрия египетского орнамента будет ещё более высокой, если упростить его раскраску — вместо красного и синего цветов использовать один цвет, например красный. В этом случае дополнительно появляются поворотные оси 4-го порядка и, кроме того, увеличивается число скользящих осей симметрии. Симметрия такого орнамента показана на рисунке 34, в, где закрашенными квадратами обозначены точки пересечения поворотных осей 4-го порядка с плоскостью орнамента.

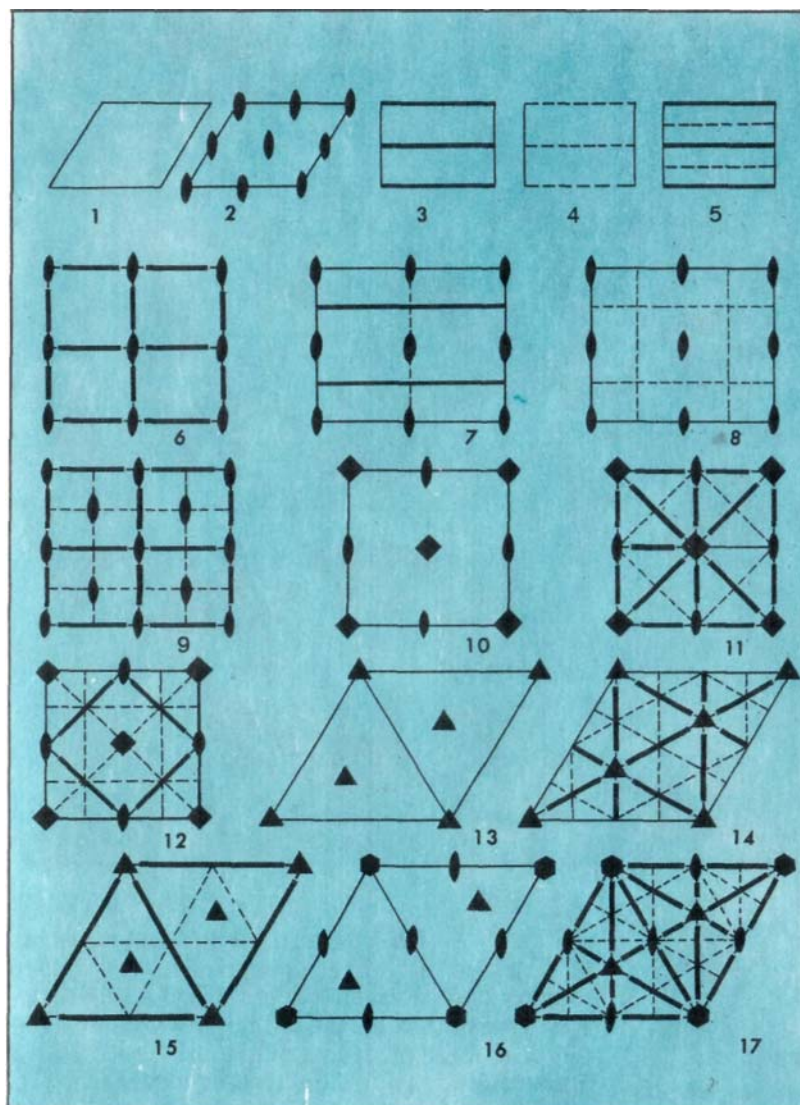
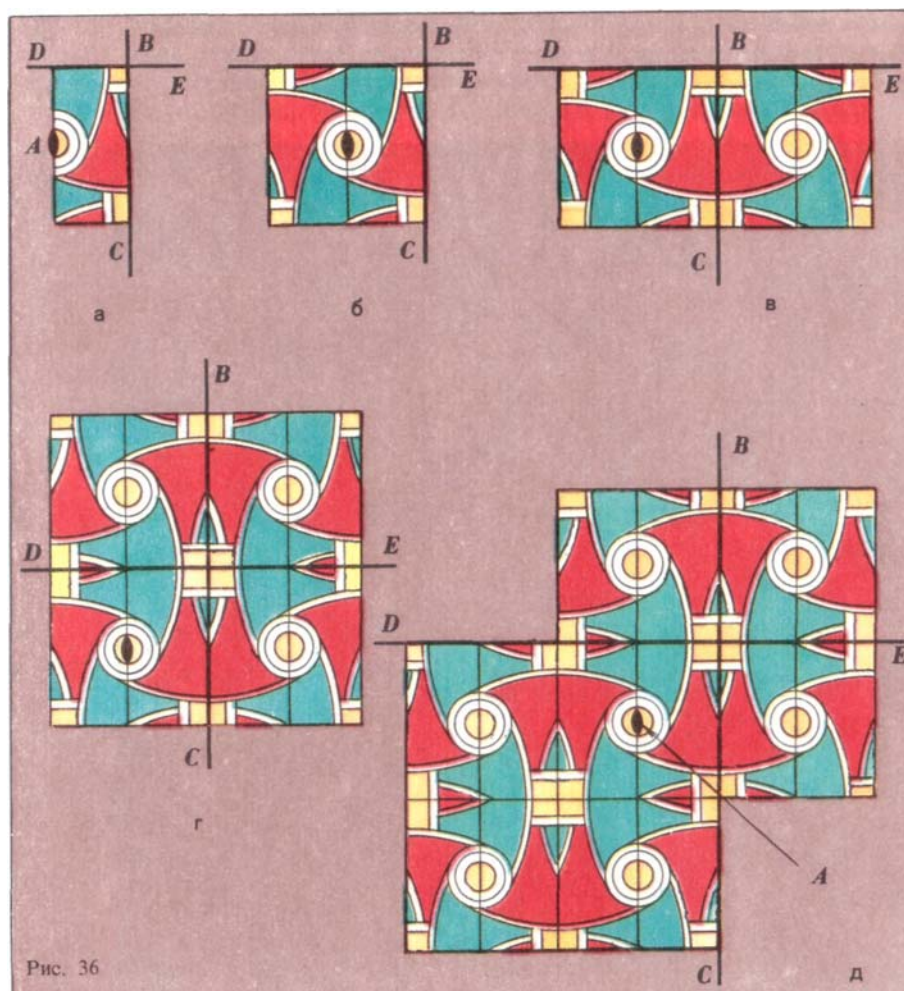


Рис. 35

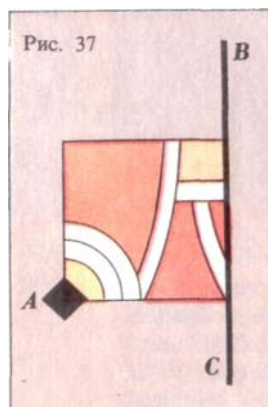
Рисунки 34, б и 34, в содержат полную информацию о характере симметрии соответствующих орнаментов. Если на этих рисунках убрать узор, сохранив лишь обозначения обычных и скользящих осей симметрии, а также точек пересечения поворотных осей с плоскостью орнамента, то получатся *схематические* изображения двух разных типов симметрии орнаментов. *Всего существует 17 типов симметрии плоских орнаментов.* Они приведены на рисунке 35. Здесь толстые прямые линии изображают обычные оси симметрии, а штриховые — скользящие. Для обозначения точек пересечения поворотных осей с плоскостью орнамента используются чечевицы (оси 2-го порядка), треугольники (3-го порядка), квадратики (4-го), шестиугольники (6-го). Орнамент, показанный на рисунке 34, б, представлен на рисунке 35 позицией 9, а орнамент, показанный на рисунке 34, в, — позицией 12; орнаменту «Летающие птицы» отвечает позиция 1.

Построение орнамента

В принципе любой орнамент можно построить так, как строился орнамент «Летающие птицы»: посредством параллельных переносов заполненной определённым рисунком элементарной ячейки. Такой способ построения орнамента является единственным в том случае, когда орнамент не обладает ни поворотной, ни зеркальной симметрией. В остальных случаях возможны иные способы построения орнамента; при этом в качестве исходного изображения (как говорят, *основного мотива*) используют не всю элементарную ячейку орнамента, а лишь часть её.



Обратимся к египетскому орнаменту, показанному на рисунке 31. В качестве основного мотива этого орнамента может быть выбрано изображение в пределах прямоугольника, однократно заштрихованного на рисунке 34, а (площадь прямоугольника составляет одну восьмую площади элементарной ячейки орнамента). Этот основной мотив показан отдельно на рисунке 36, а. Для построения орнамента воспользуемся осями симметрии BC и DE , показанными на рисунках 34, в и 36, а также поворотной осью 2-го порядка, проходящей через точку A . Зафиксируем точку A и оси BC и DE на плоскости рисунка и, используя основной мотив (рис. 36, а), будем выполнять отражения относительно BC и DE и повороты на 180° вокруг A в любой последовательности и сколь угодно долго. Поворот вокруг A превращает рисунок 36, а в рисунок 36, б; последующее отражение относительно BC приводит к рисунку 36, в. Затем производим отражение относительно DE (получаем рисунок 36, г), новый поворот на 180° вокруг A (получаем рисунок 36, д), новое отражение относительно BC и т. д. По мере выполнения поворотов и отражений орнамент как бы расцветает на наших глазах, всё более и более заполняя площадь рисунка.



Рассмотрим египетский орнамент с упрощенной раскраской (рис. 34, в). Теперь в качестве основного мотива можно выбрать изображение в пределах квадрата, заштрихованного в клеточку на рисунке 34, а. Для построения орнамента воспользуемся поворотной осью 4-го порядка и осью симметрии BC (рис. 37). Предлагаем читателю самостоятельно выполнить это построение.

Орнамент «Ящерицы».

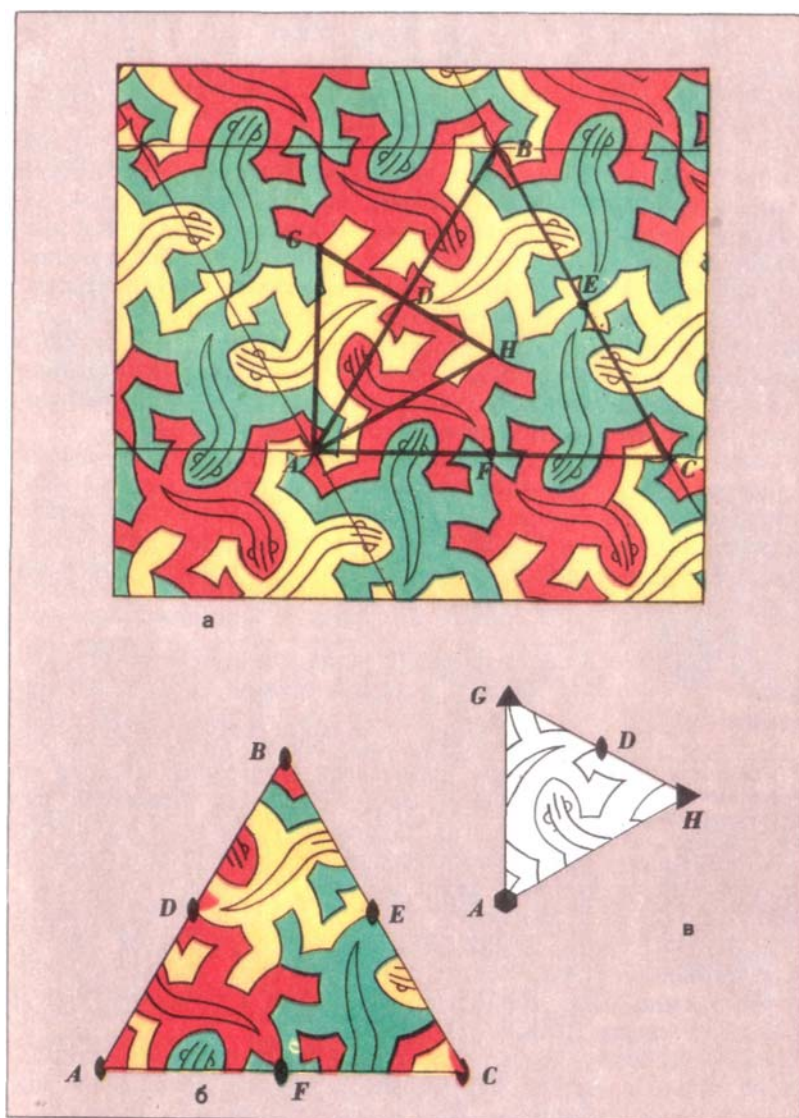


Рис. 38

Весьма интересен орнамент «Ящерицы» (рис. 32). Он представляет собой мозаику, составленную из совершенно одинаковых изображений ящериц. Ящерицы плотно уложены на поверхности орнамента (без промежутков или накладок). Эта мозаика обладает не только переносной, но и *поворотной* симметрией. Переносная симметрия орнамента определяется гексагональной решёткой, а поворотная — наличием поворотных осей в точках A, B, C, D, E, F, G, H и др. (рис. 38, *а*). Порядок поворотных осей зависит от расцветки орнамента. В случае *трёхцветного* орнамента (используются ящерицы трёх разных цветов) все поворотные оси имеют 2-й порядок (рис. 38, *б*). *Одноцветный* орнамент наряду с поворотными осями 2-го порядка имеет также оси 3-го и 6-го порядков (рис. 38, *в*). Зеркальной симметрией орнамент «Ящерицы» не обладает. Тип симметрии одноцветного орнамента отвечает позиции 16 на рисунке 35, а трёхцветного — позиции 2 .

При построении одноцветного орнамента «Ящерицы» можно выбрать в качестве основного мотива изображение, находящееся в пределах треугольника AGH (рис. 38, *в*). Нетрудно видеть, что этот треугольник составлен из частей изображения одной ящерицы; его площадь равна площади, занимаемой изображением ящерицы. Для построения орнамента можно воспользоваться поворотной осью 6-го порядка (ось A) и поворотной осью 3-го порядка (ось H). Изображенный на рисунке 38, *в* основной мотив будем поворачивать на углы 60° вокруг A , а затем (после совершения полного оборота вокруг A) будем поворачивать полученное изображение вокруг точки H на углы 120° .

В случае трёхцветного варианта основной мотив орнамента задается уже не треугольником AGH , а треугольником ABC , содержащим составные части всех трёх разноцветных изображений ящериц (рис. 38, *б*). Для построения орнамента можно воспользоваться поворотными осями 2-го порядка, проходящими, например, через точки D, E, F .

Глава 4. Правильные многогранники

Обитатели даже самой отдалённой галактики не могут играть в кости, имеющие форму неизвестного нам правильного выпуклого многогранника.

М. Гарднер

В своих размышлениях над картиной мироздания человек с давних времён активно использовал *идею симметрии*. Древние греки полагали, что Вселенная симметрична просто потому, что симметрия прекрасна. Исходя из соображений симметрии, они высказали ряд догадок. Так, Пифагор (V век до н. э.), считая сферу наиболее симметричной и совершенной формой, делал вывод о сферичности Земли и о её движении по сфере. При этом он полагал, что Земля движется по сфере вокруг некоего «центрального огня». Вокруг того же «огня», согласно Пифагору, должны были обращаться известные в те времена шесть планет, а также Луна, Солнце, звёзды.

Широко используя идею симметрии, учёные любили обращаться не только к сферической форме, но также к правильным выпуклым многогранникам. Ещё во времена древних греков был установлен поразительный факт — *существует всего пять правильных выпуклых многогранников разной формы*. Впервые исследованные пифагорейцами, эти пять правильных многогранников были впоследствии подробно описаны Платоном и стали называться в математике *платоновыми телами*.

Пять платоновых тел

Правильный многогранник — это объёмная фигура с одинаковыми гранями, имеющими форму правильных многоугольников, и одинаковыми двугранными углами. Оказывается, что таких фигур может быть только пять (хотя существует бесконечно много различных правильных многоугольников). Все типы правильных многогранников показаны

на рисунке 39: *тетраэдр* (правильная треугольная пирамида), *октаэдр*, *икосаэдр*, *гексаэдр* (куб), *додекаэдр*. Куб и октаэдр *взаимны*: если у одного из этих многогранников соединить отрезками прямых центры граней, имеющих общее ребро, то получится другой многогранник. Взаимны также додекаэдр и икосаэдр.

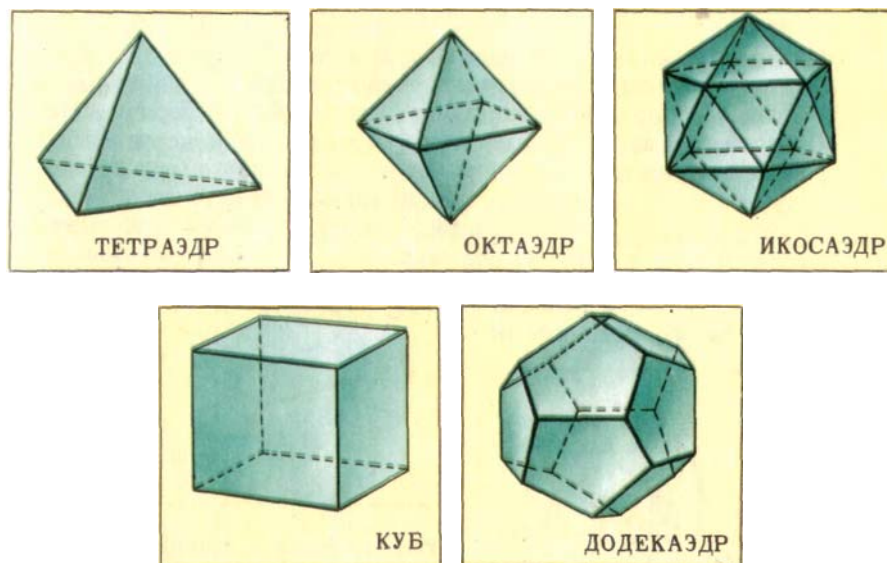


Рис. 39

Нетрудно понять, почему может быть только пять типов правильных многогранников. Возьмём простейшую грань — *равносторонний треугольник*. Многогранный угол можно образовать, приложив друг к другу три, четыре либо пять равносторонних треугольников, то есть тремя способами. (Если число треугольников равно шести, то сумма плоских углов при общей вершине будет равна 360° .) При использовании *квадратов* в качестве граней можно образовать многогранный угол лишь одним способом — с помощью трёх приложенных друг к другу квадратов. Единственным способом может быть образован многогранный угол и из *правильных пятиугольников* (при помощи трёх пятиугольников). Правильные n -угольники при $n \geq 6$ многогранных углов, очевидно, не образуют вообще. Таким образом, могут существовать только пять типов правильных многогранников: три многогранника с треугольными гранями (тетраэдр, октаэдр, икосаэдр), один с квадратными гранями (куб) и один с пятиугольными гранями (додекаэдр).

Симметрия правильных многогранников

Характер *симметрии тетраэдра* иллюстрирует рисунок 40. Тетраэдр имеет четыре поворотные оси 3-го порядка и три поворотные оси 2-го порядка. Каждая ось 3-го порядка проходит через вершину тетраэдра и центр противоположной грани (например, ось AE на рисунке). Каждая ось 2-го порядка проходит через середины противоположащих рёбер тетраэдра (например, ось FG на рисунке). Через каждую поворотную ось 2-го порядка проходят две плоскости симметрии (плоскость симметрии проводится через ось и одно из рёбер тетраэдра, которые пересекаются данной осью); на рисунке показаны плоскости AGC и DFB , проходящие через ось FG . Таким образом, у тетраэдра имеются шесть плоскостей симметрии. Наконец, тетраэдр обладает также зеркально-поворотной симметрией: каждая поворотная ось 2-го порядка является в то же время зеркально-поворотной осью 4-го порядка.

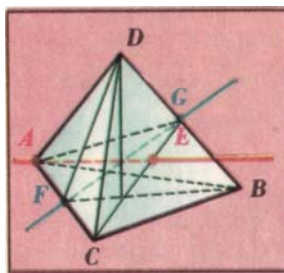


Рис. 40

Симметрия куба частично обсуждалась в главе 2. Напомним, что куб имеет 13 поворотных осей симметрии: три оси 4-го порядка, четыре оси 3-го порядка, шесть осей 2-го порядка. Интересно, что характер *симметрии октаэдра* такой же, что и куба. Октаэдр имеет три поворотные оси 4-го порядка (они проходят через противоположные вершины, как например ось AB на рисунке 41), четыре оси 3-го порядка (проходят через центры противоположных граней, как например ось CD) и шесть осей 2-го порядка (проходят через середины противоположных взаимно параллельных ребер, как например ось EF). Как куб, так и октаэдр имеют девять плоскостей симметрии (найдите их самостоятельно). Наконец, каждая поворотная ось 3-го порядка в кубе и октаэдре является в то же время зеркально-поворотной осью 6-го порядка.

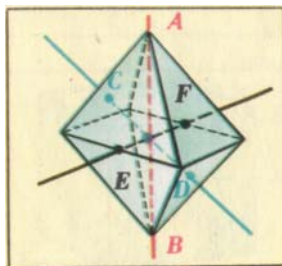


Рис. 41

Выше отмечалось, что куб и октаэдр — *взаимные* многогранники. Именно поэтому они имеют одинаковую симметрию. Взаимность додекаэдра и икосаэдра означает, что и эти многогранники обладают одинаковой симметрией.

Характер *симметрии додекаэдра* поясняет рисунок 42. Ось AB , проходящая через центры противоположных граней додекаэдра, есть одна из шести поворотных осей 5-го порядка; ось CD , проходящая через противоположные вершины, — одна из десяти поворотных осей 3-го порядка; ось EF , проходящая через середины противоположных взаимно параллельных ребер, — одна из пятнадцати поворотных осей 2-го порядка. Такие же поворотные оси имеет *икосаэдр*; только у него оси 5-го порядка проходят не через центры противоположных граней, а через противоположные вершины, тогда как через центры граней проходят оси 3-го порядка.

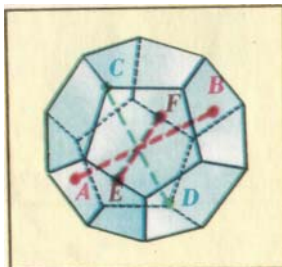


Рис. 42

Попытки использовать платоновы тела для объяснения некоторых фундаментальных проблем

Идея симметрии часто являлась отправным пунктом в гипотезах и теориях ученых прошлых веков, веривших в математическую гармонию мироздания и видевших в этой гармонии проявление божественного начала. Существование только пяти правильных многогранников представлялось им фундаментальным фактом, который должен иметь прямое отношение к строению материи и Вселенной.

Так, пифагорейцы, а затем и Платон полагали, что материя состоит из четырёх основных элементов — *огня, земли, воздуха и воды*. Согласно их воззрениям, атомы основных элементов должны иметь форму различных платоновых тел: атомы огня — форму тетраэдра, земли — форму куба, воздуха — форму октаэдра, воды — форму икосаэдра.

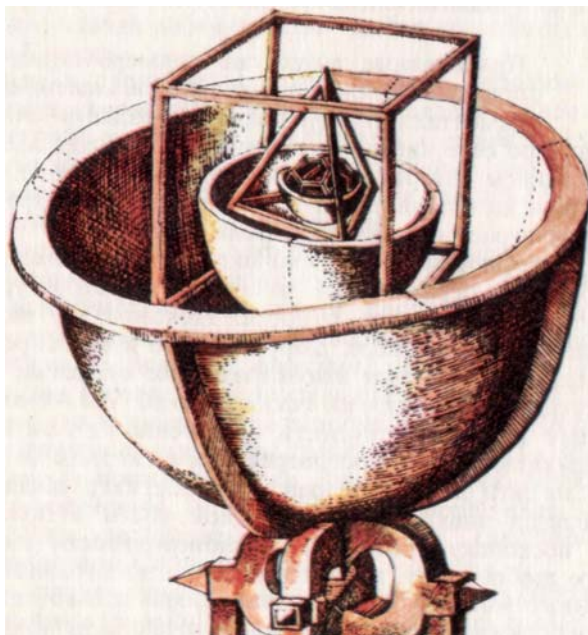


Рис. 43

Зашифрованная в пяти платоновых телах идея симметрии увлекла знаменитого немецкого астронома конца XVI — начала XVII века Иоганна Кеплера, пытавшегося объяснить, почему в Солнечной системе имеются именно шесть планет (во времена Кеплера, как и во времена Пифагора, были известны только шесть планет) и почему радиусы их «сфер» (орбит) относятся как 8:15:20:30:115:195 (согласно результатам, полученным Кеплером). Взяв сферу Сатурна, Кеплер вписал в неё куб. Затем в этот куб он вписал следующую сферу — сферу Юпитера. В сферу Юпитера был вписан тетраэдр, а в тетраэдр — сфера Марса. В сферу Марса Кеплер вписал додекаэдр, а в него — сферу Земли. Затем шли последовательно икосаэдр, вписанный в сферу Земли, сфера Венеры, октаэдр, вписанный в сферу Венеры, и, наконец, сфера Меркурия. Легко видеть, что в схеме Кеплера использованы все пять платоновых тел; часть этой схемы изображена на рисунке 43. Вычислив в соответствии со своей схемой радиусы планетных сфер, Кеплер обнаружил, что отношения этих радиусов хорошо согласуются с данными, полученными из наблюдений. Это удивительное совпадение заставило Кеплера поверить в правильность исходной идеи. Он полагал, что ему удалось объяснить строение всей Солнечной системы на основе единой геометрической схемы, использующей сферы и пять платоновых тел. Существование именно шести планет Кеплер ставил при этом в прямую связь с существованием пяти платоновых тел. «Огромную радость, которую я испытал от этого открытия, нельзя выразить словами, — писал Кеплер. — Я уже не жалел о потраченном времени и не испытывал усталости. Я не боялся трудных расчетов, стремясь выяснить, соответствует ли моя гипотеза теории орбит Коперника, или же моя радость должна рассеяться как дым».

Радость Кеплера оказалась преждевременной. Обнаруженное им совпадение отношений радиусов планетных орбит с отношениями, полученными из схемы с правильными многогранниками, было случайным и, как показали более поздние наблюдения, весьма приближённым. К тому же число планет в Солнечной системе в действительности равно не шести, а девяти.

О роли симметрии в познании природы

Приведённые выше два примера неудачного применения платоновых тел к объяснению фундаментальных проблем мироздания показывают, что сама по себе идея симметрии ещё не является достаточным основанием для решения таких проблем. Тем не менее, использование идеи симметрии в процессе познания окружающего нас мира играет весьма существенную роль.

На примере платоновых тел можно видеть, что симметрия в значительной мере ограничивает многообразие структур, которые могут существовать в природе. Поясним эту важную мысль на следующем примере. Допустим, что в некоторой отдалённой галактике обитают высокоразвитые существа, увлекающиеся среди прочих занятий также играми. Мы можем ничего не знать о вкусах этих существ, о строении их тела и особенностях психики. Однако достоверно, что их игральные кости имеют одну из пяти форм — тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр. Всякая иная форма игровой кости в принципе исключена, поскольку требование равновероятности выпадания при игре любой грани предопределяет использование формы правильного многогранника, а таких форм только пять.

Итак, *вносимая симметрией упорядоченность проявляется прежде всего в ограничении многообразия возможных структур, в сокращении числа возможных вариантов.*

В качестве важного физического примера укажем, забегая немного вперёд, на существование определяемых симметрией ограничений разнообразия структур молекул и кристаллов. Фантазируя на эту тему, известный современный американский популяризатор науки Мартин Гарднер пишет: «Может быть, наступит день, когда физики откроют математические ограничения, которым должно удовлетворять число элементарных частиц и основных законов природы».

Глава 5.

Симметрия в природе

Нам нравится смотреть на проявление симметрии в природе, на идеально симметричные сферы планет или Солнца, на симметричные кристаллы, на снежинки, наконец, на цветы, которые почти симметричны.

Р. Фейнман

От идеи симметрии к реальной картине симметричного мира

Мы убедились, что идея симметрии часто служила учёным путеводной нитью при рассмотрении проблем мироздания. Достаточно напомнить вывод пифагорейцев о сферичности Земли и движении её по сфере. На Пифагора ссылался знаменитый польский астроном Коперник, разрабатывая своё учение о Солнечной системе. Сферичность небесных тел Коперник объяснял тем, что сферическая форма есть «форма совершенная, всецельная, не имеющая углов, самая вместительная». «Все тела, — писал Коперник, — стремятся принять такую форму; это можно заметить на каплях воды и других жидких телах». Коперник имел в виду свободно падающие капли воды, принимающие, как известно, почти сферическую форму. Фактически он предвосхитил глубокую аналогию между каплей воды, падающей в поле земного тяготения, и Землёй, падающей (иными словами, движущейся по орбите) в поле тяготения Солнца.

Впрочем, в прошлые века учёные были склонны преувеличивать роль симметрии в картине мироздания. Своё восхищение симметрией они подчас принудительно «навязывали» природе, придумывая искусственно симметричные модели и схемы. Вспомним, например, схему Кеплера, построенную на основе пяти правильных многогранников.

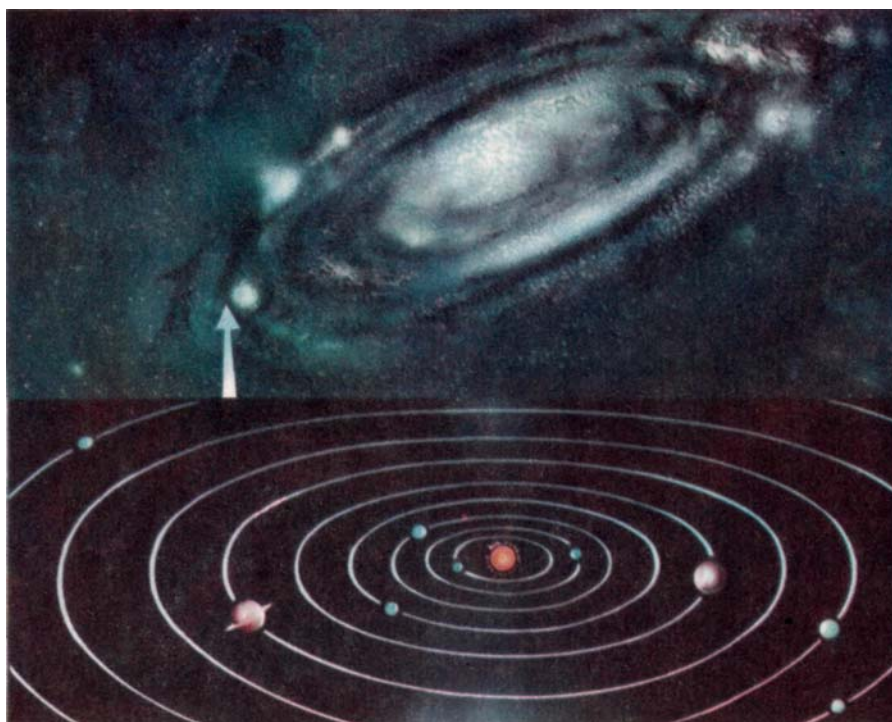


Рис. 44

Современная картина мироздания, имеющая строгое научное обоснование, существенно отличается от прежних моделей. Она исключает существование какого-либо «цен-

тра мира» (равно как и магическую роль платоновых тел) и рассматривает Вселенную с позиций *единства симметрии и асимметрии*. Наблюдая хаотическую россыпь звёзд на ночном небе, мы понимаем, что за внешним хаосом скрываются вполне симметричные спиральные структуры галактик, а в них — симметричные структуры планетных систем. Эту симметрию неплохо иллюстрирует рисунок 44, на котором изображена наша Галактика и (с большим увеличением по сравнению с Галактикой и несколько упрощённо) Солнечная система.

Девять планет движутся вокруг Солнца по эллиптическим орбитам, близким к круговым. Плоскости всех планет (за исключением Плутона) с большой точностью совпадают с плоскостью земной орбиты — так называемой *плоскостью эклиптики*. Например, плоскость орбиты Марса образует с плоскостью эклиптики угол 2° . С плоскостью эклиптики совпадают также плоскости орбит всех тридцати спутников планет Солнечной системы, включая и орбиту Луны.

Ещё более, чем в картине мироздания, симметрия проявляется в многообразных структурах и явлениях неорганического мира и живой природы.

Симметрия в неживой природе. Кристаллы

Когда мы смотрим на нагромождения камней у подножия горы, на неправильную линию холмов на горизонте, на причудливые извивы берегов реки или озера, на фантастические формы облаков, у нас может возникнуть мысль, что симметрия в неорганическом мире — отнюдь не частый гость. И в то же время встречается точка зрения, что симметрия и строгая точность холодна и враждебна живому. Наверное, не случайно безжизненный замок Снежной королевы из известной сказки Андерсена часто изображают как в высшей степени симметричное сооружение, сверкающее отполированными зеркальными гранями правильных форм. Так кто же прав — тот, кто видит в неживой природе нагромождение беспорядка, или, напротив, тот, кто видит в ней господство холодной точности и симметрии?



Рис. 45

Строго говоря, неверны обе крайние точки зрения. Конечно, воздействие на облик земной поверхности таких природных факторов, как ветер, вода, солнечный свет, весьма стихийно и часто носит беспорядочный характер. Однако песчаные дюны в пустыне, галька на морском берегу, кратер потухшего вулкана имеют, как правило, геометрически правильные формы. Конечно, гряда камней у подножия горы весьма беспорядочна; одна-

ко каждый камень является огромной колонией *кристаллов*, представляющих собой в высшей степени симметричные «постройки» из атомов и молекул. Именно кристаллы вносят в мир неживой природы очарование симметрии.

Кто из нас зимой не любовался *снежинками*? Каждая снежинка — это маленький кристалл замёрзшей воды. Форма снежинок может быть очень разнообразной, но все они обладают симметрией — поворотной симметрией 6-го порядка и, кроме того, зеркальной симметрией (рис. 45).

Все твёрдые тела состоят из *кристаллов*. В большинстве случаев отдельные кристаллы очень малы (меньше песчинки); однако в некоторых случаях кристаллы вырастают до внушительных размеров, и тогда они предстают перед нами во всей своей геометрически правильной красоте. Образцы кристаллов показаны на рисунке 46. Хорошо видно, что кристаллы — это многогранники достаточно правильной формы с плоскими гранями и прямыми рёбрами. На рисунке представлены кристаллы *топаза* (фторосиликата алюминия), *берилла* (соединения, в которое входят бериллий, кремний, алюминий), *дымчатого кварца*.



ТОПАЗ

БЕРИЛЛ

ДЫМЧАТЫЙ КВАРЦ

Рис. 46

Показанный на рисунке кристалл берилла относится к одной из кристаллических разновидностей этого соединения; перед нами *гелиодор*. Другие разновидности берилла: сиен-зеленый *аквамарин*, ярко-зеленый *изумруд*, розоватый *воробьевит*. Разная окраска кристаллов определяется примесями. Так, жёлтая окраска гелиодора обусловлена примесью ионов трёхвалентного железа. Весьма распространён в природе *кварц* (*кремнезём*), представляющий собой окись кремния (формула: SiO_2). Самая чистая и прозрачная разновидность кварца — *горный хрусталь*; далее следует *дымчатый кварц*, показанный на рисунке. Кварц встречается и в виде фиолетового *аметиста*, красного *сердолика*, чёрного *оникса*, серого *халцедона*. Кварц — это также точильный камень, кремь, простой песок.

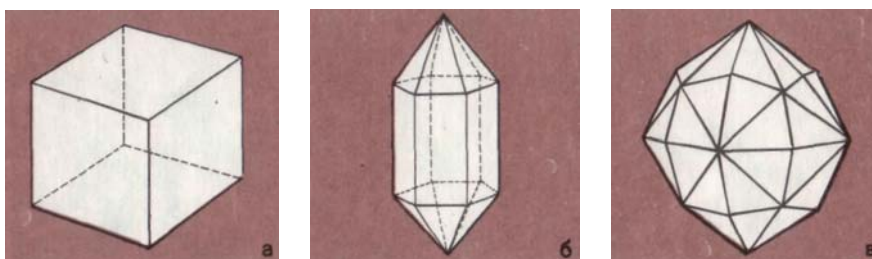


Рис. 47

Симметрия внешней формы кристаллов хорошо видна на рисунке 47, где показаны кристаллы *каменной соли* (а), *кварца* (б), *арагонита* (в). Последний представляет собой одну из встречающихся в природе форм *кальцита* (CaCO_3). На рисунке 48 изображены три формы кристаллов *алмаза*: октаэдр (а), ромбический додекаэдр (б), гексагональный октаэдр (в).

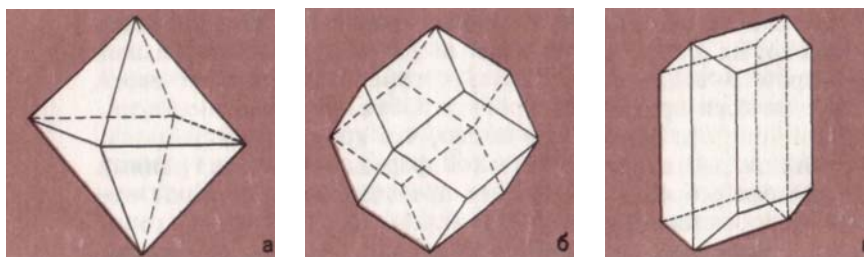


Рис. 48

Симметрия *внешней формы* кристалла является следствием его *внутренней симметрии* — упорядоченного взаимного расположения в пространстве атомов (молекул). Иначе говоря, симметрия кристалла связана с существованием пространственной решётки из атомов — так называемой *кристаллической решётки*.

Симметрия в мире растений

В своей книге «Этот правый, левый мир» М. Гарднер пишет: «На Земле жизнь зародилась в сферически симметричных формах, а потом стала развиваться по двум главным линиям: образовался мир растений, обладающих симметрией конуса, и мир животных с билатеральной симметрией»¹.

Характерная для растений *симметрия конуса* хорошо видна на примере фактически любого дерева (рис. 49). Дерево при помощи корневой системы поглощает влагу и питательные вещества из почвы, то есть *снизу*, а остальные жизненно важные функции выполняются кроной, то есть *наверху*. Поэтому направления «вверх» и «вниз» для дерева существенно различны. В то же время направления в плоскости, перпендикулярной к вертикали, для дерева фактически неразличимы: по всем этим направлениям к дереву в равной мере поступают воздух, свет, влага. В результате появляются вертикальная поворотная ось (ось конуса) и вертикальные плоскости симметрии. Отметим, что вертикальная ориентация оси конуса, характеризующего симметрию дерева, определяется направлением *силы тяжести*². Именно поэтому общая ориентация ствола дерева не зависит, вообще говоря, от угла наклона поверхности почвы или от высоты подъёма Солнца на данной широте.



Рис. 49

Конечно, нередко встречаются деревья, стволы которых не только не вертикальны, но и вообще изогнуты, а крона развита однобоко. Казалось бы, какой уж тут может быть раз-

¹ Термин «билатеральная симметрия» часто применяется в биологии. При этом имеется в виду зеркальная симметрия (от латинского *билатеральный* — «дважды боковой»).

² Биологические эксперименты на борту советской орбитальной станции «Салют-6» показали, что в состоянии невесомости нарушается пространственная ориентация проростков, листьев и корней, появившихся на борту станции из семян пшеницы и гороха.

говор о симметрии конуса? И, тем не менее, идея конуса во всех случаях правильно отражает специфику симметрии дерева, её сущность. Ведь для любого дерева можно указать *основание* и *вершину*, и в то же время для дерева неприемлемы понятия левой или правой, задней или передней сторон.



Рис. 50



Рис. 51



Рис. 52

Ярко выраженной симметрией обладают листья, ветви, цветы, плоды. На рисунке 50 приведены примеры, в которых наблюдается только зеркальная симметрия; такая ситуация характерна для листьев, но встречается и у цветов. Для цветов характерна поворотная симметрия. Изображенный на рисунке 51, *а* цветок *зверобоя* имеет поворотную ось 5-го порядка и не обладает зеркальной симметрией. Часто поворотная симметрия цветов сочетается с зеркальной симметрией (рис. 51, *б*). Изображенная на рисунке 52, *а* веточка *ака-*

ции имеет зеркальную и переносную симметрию. Веточка *боярышника*, показанная на рисунке 52, б, обладает, как легко видеть, скользящей осью симметрии.

На рисунке 53 изображено полевое растение, известное как *лапчатка гусиная*. Цветок имеет поворотную ось 5-го порядка и пять плоскостей симметрии. Веточки сочетают зеркальную симметрию с переносной. Высокая упорядоченность в расположении на веточках отдельных листков придаёт рисунку некоторое сходство с бордюрами.



Рис. 53

В многообразном мире цветов встречаются поворотные оси симметрии разных порядков. Однако наиболее распространена поворотная симметрия 5-го порядка. Эта симметрия встречается у многих полевых цветов (*колокольчик*, *незабудка*, *луговая герань*, *лесная звездчатка*, *гвоздика*, *зверобой*, *лапчатка гусиная* и др.), у цветов плодовых деревьев (*вишня*, *яблоня*, *груша*, *мандарин* и др.), у цветов плодово-ягодных растений (*земляника*, *ежевика*, *малина*, *калина*, *черёмуха*, *рябина*, *боярышник*, *шиповник* и др.), у ряда садовых цветов (*настурция*, *флокс* и др.). По этому поводу иногда высказывается мнение, что «пристрастие» растений к поворотной симметрии 5-го порядка, которая, как известно, принципиально невозможна в периодических структурах, можно объяснить обусловленной такой симметрией гарантией сохранения растением его индивидуальности. Как выразился академик Н. В. Белов, «пятерная ось является своеобразным инструментом борьбы за существование, страховкой против окаменения, против кристаллизации, первым шагом которой была бы «поимка» решеткой».

Симметрия в мире насекомых, рыб, птиц, животных

Поворотная симметрия 5-го порядка встречается и в животном мире. Примерами могут служить *морская звезда* и панцирь *морского ежа* (рис. 54). Однако в отличие от мира растений поворотная симметрия в животном мире наблюдается редко. Фактически мы встречаемся с ней при изучении лишь некоторых обитателей моря.



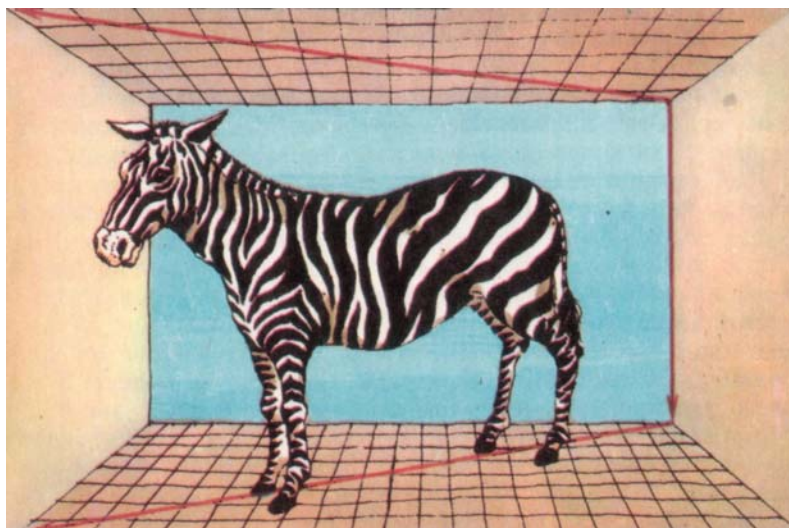
Рис. 54

Для насекомых, рыб, птиц, животных характерно несовместимое с поворотной симметрией различие между направлениями «вперёд» и «назад». Придуманый в известной сказке о докторе Айболите фантастический Тянитолкай представляется совершенно невероятным существом, поскольку у него симметричны передняя и задняя половины (рис. 55). *Направление движения* является принципиально выделенным направлением, относительно которого нет симметрии у любого насекомого, любой рыбы или птицы, любого животного. В этом направлении животное устремляется за пищей, в этом же направлении оно спасается от преследователей.



Рис. 55

Кроме направления движения, симметрию живых существ определяет ещё одно направление — *направление силы тяжести*. Оба направления существенны; они задают *плоскость симметрии* живого существа. На рисунке 56 эта плоскость задана красными стрелками.



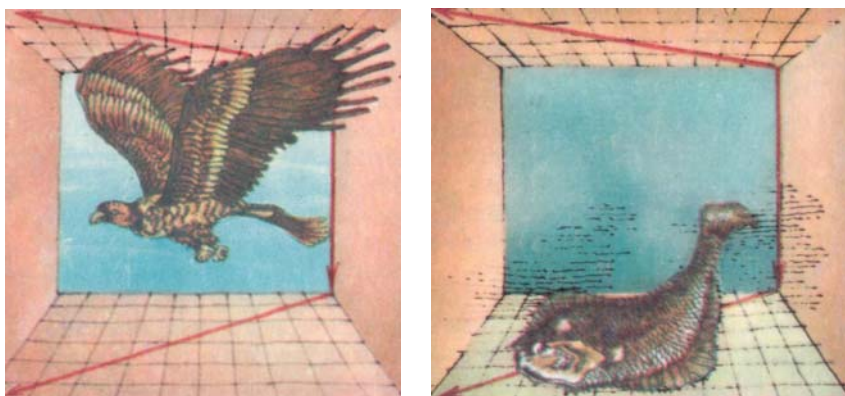


Рис. 56

Билатеральная (зеркальная) симметрия — характерная симметрия всех представителей животного мира. Эта симметрия хорошо видна у бабочки (рис. 57); симметрия левого и правого проявляется здесь с почти математической строгостью. Можно сказать, что каждое животное (а также насекомое, рыба, птица) состоит из двух энантиоморфов — правой и левой половин. Энантиоморфами являются также парные детали, одна из которых попадает в правую, а другая в левую половину тела животного. Так, энантиоморфами являются правое и левое ухо, правый и левый глаз, правый и левый рог и т. д.



Рис. 57

Отметим, наконец, билатеральную симметрию *человеческого тела* (речь идет о внешнем облике и строении скелета). Эта симметрия всегда являлась и является основным источником нашего эстетического восхищения хорошо сложенным человеческим телом.

Пришельцы из других миров

Во многих фантастических произведениях обсуждается возможный облик пришельцев из других миров. Одни писатели считают, что пришельцы могут сильно отличаться по своему облику от людей; другие, напротив, полагают, что разумные существа во всей Вселенной должны походить друг на друга. Не останавливаясь подробно на обсуждении этого вопроса, приведём лишь некоторые соображения, связанные с симметрией. Каким бы ни был пришелец, его внешний облик должен характеризоваться билатеральной симметрией: ведь на любой планете живое существо должно иметь выделенное направление движения и на любой планете действует сила тяжести. Пришелец может походить на сказочного дракона, но он не может походить на Тянитолкаю. Он не может быть левоглазым или правоухим. Число конечностей слева и справа должно быть одинаковым. Требования симметрии позволяют существенным образом сократить число возможных вариантов облика пришельцев. И хотя мы не можем определённо указать, каким *должен быть* этот облик, мы в состоянии заключить, каким он *не может быть*. Здесь уместно напомнить мысль, высказанную в главе 4 при обсуждении правильных многогранников: *симметрия ограничивает многообразие структур, которые могут существовать в природе.*

Глава 6.

Порядок в мире атомов

И не внешняя форма характеризует кристалл, а его внутренняя структура, расположение атомов. Эти атомы создают нечто вроде гигантской молекулы, а точнее, упорядоченную пространственную решетку.

Г. Линднер

Молекулы

Симметрия в природе, обсуждавшаяся в главе 5, — это симметрия, которую видит наблюдатель невооружённым глазом. Симметрия обнаруживается также и на *атомном уровне* изучения вещества. Она проявляется в недоступных непосредственному наблюдению геометрически упорядоченных атомных структурах молекул и кристаллов.

На рисунке 58 показана структура двух простых молекул: а) *углекислого газа* (CO_2) и б) *водяного пара* (H_2O). Обе молекулы имеют плоскость симметрии (вертикальная прямая на рисунке). Наличие зеркальной симметрии объясняется тем, что парные одинаковые атомы (атомы кислорода в молекуле CO_2 или атомы водорода в молекуле H_2O) одинаковым образом связаны с третьим атомом. Ничто не изменится, если поменять местами парные атомы в молекуле; такой обмен эквивалентен операции зеркального отражения.

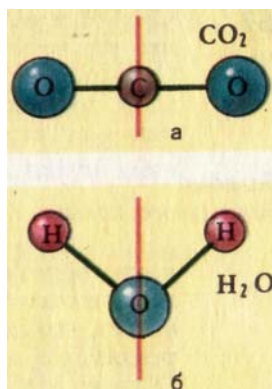


Рис. 58

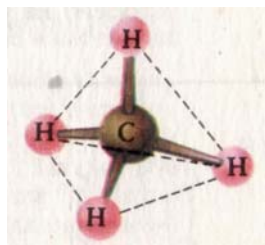


Рис. 59

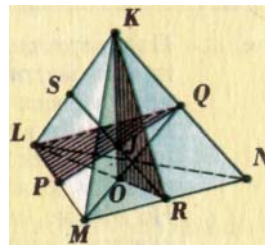


Рис. 60

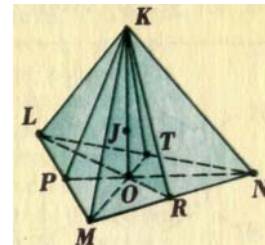
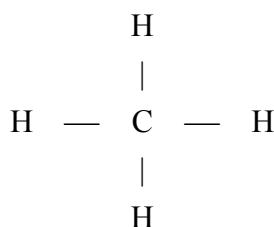


Рис. 61

В молекуле *метана* (CH_4) атом углерода С связан с четырьмя одинаковыми атомами — атомами водорода Н. Физическое равноправие всех четырёх связей между атомами С и Н естественным образом согласуется с пространственной структурой молекулы CH_4 в виде *тетраэдра*, в вершинах которого находятся атомы водорода, а в центре атом углерода (рис. 59). Симметрия молекулы CH_4 — это симметрия тетраэдра, которую мы обсуждали в главе 4. Она определяется шестью плоскостями симметрии, каждая из которых проходит через атом С и два атома Н (например, плоскости LMQ и LKR на рисунке 60), четырьмя поворотными осями 3-го порядка, каждая из которых проходит через атом С и один из атомов Н (например, ось KO на рисунке), тремя поворотными осями 2-го порядка (например, оси PQ и SR). Обратим внимание на различие между *пространственной структурой* молекулы метана, показанной на рисунке 59, и применяющейся в книгах по химии *структурной формулой* этой молекулы, имеющей вид:



Теперь предположим, что один из атомов водорода в молекуле метана (например, атом, находившийся в вершине *K* тетраэдра, изображенного на рисунке 60) заменен радикалом ОН. В этом случае получаем молекулу *метилового спирта* (CH_3OH). По сравнению с молекулой метана эта молекула обладает *меньшей* симметрией (даже если принять, что геометрическая форма молекулы в виде тетраэдра сохраняется). Нетрудно сообразить, что из шести плоскостей симметрии сохраняются только три плоскости — те, которые проходят через С, ОН, Н (плоскости *LKR*, *KPN*, *KMT* на рисунке 61); из четырёх поворотных осей 3-го порядка сохраняется только одна (ось *KO* на рисунке). Поворотные оси 2-го порядка теперь отсутствуют.

Обратим внимание на то, что химическую формулу метилового спирта записывают в виде CH_3OH , а не CH_4O . Это не случайно. Запись CH_4O означала бы, что все четыре атома Н в молекуле физически равноправны. Однако в данном случае физически равноправны лишь три атома Н, тогда как четвёртый атом Н находится в особом положении — он входит в состав радикала ОН.

Загадка бензольного кольца

Молекула *бензола* состоит из шести атомов углерода и шести атомов водорода (C_6H_6). Атомы углерода располагаются в одной плоскости, образуя *правильный шестиугольник* (так называемое *бензольное кольцо*). Как известно, углерод четырёхвалентен. Это означает, что атом углерода предоставляет четыре электрона для реализации *четырёх* ковалентных связей с другими атомами. Одна из них — связь между атомом углерода и атомом водорода, а остальные три связывают данный атом углерода с соседними атомами углерода в бензольном кольце. Структурную формулу молекулы бензола иногда изображают так, как показано на рисунке 62. Согласно рисунку, одни пары углеродных атомов связаны *единичными*, а другие *двойными* связями.

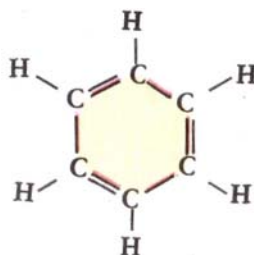


Рис. 62

На первый взгляд структурная формула, показанная на рисунке 62, не вызывает возражений. Но это только на первый взгляд. Дело в том, что наличие разных связей (единичных и двойных) должно нарушать правильную форму бензольного кольца, так как более сильным (двойным) связям соответствуют более короткие межатомные расстояния. В то же время результаты рентгенографических измерений свидетельствуют о равенстве всех сторон углеродного шестиугольника в молекуле бензола.

Подтверждаемая экспериментом симметрия бензольного кольца (симметрия правильного шестиугольника) указывает на равенство всех $\text{C}-\text{C}$ связей в кольце.

Возникает вопрос о характере этих связей. Они не могут быть единичными ковалентными связями, так как в этом случае одна связь у каждого атома углерода оставалась бы свободной. Но они не могут быть и двойными связями, так как для этого каждому атому углерода недостает ещё одной валентности. Решение загадки бензольного кольца оказа-

лось весьма интересным. Дело в том, что один из валентных электронов каждого углеродного атома участвует в образовании связи данного атома не с одним из соседних атомов, а сразу со всеми пятью атомами кольца. Это означает, что указанный электрон обобществляется не парой атомов (как это имеет место при образовании ковалентной связи), а *всей молекулой* (точнее, всем бензольным кольцом). Иными словами, в молекуле бензола имеются шесть электронов, не занятых в локализованных связях между атомами, а способных свободно перемещаться по всему бензольному кольцу.

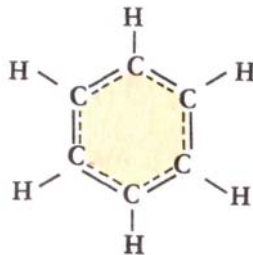


Рис. 63

Это принято изображать структурной формулой, показанной на рисунке 63, где сплошными отрезками прямых обозначены, как обычно, локализованные связи (каждая связь — за счёт обобществления пары электронов парой соответствующих атомов), а штриховые линии служат для обозначения нелокализованной связи, возникающей в результате обобществления шести электронов бензольным кольцом.

Кристаллическая решётка

Что может быть, казалось бы, общего между *алмазом* и *графитом*? Алмаз необычайно твёрд, прозрачен, является диэлектриком. Обработанные алмазы известны как бриллианты. Графит мягок, легко расслаивается, непрозрачен, электропроводен. Он менее всего похож на драгоценный камень. А между тем и алмаз, и графит — это *углерод* в чистом виде. Различие свойств алмаза и графита связано исключительно с различием их кристаллической структуры, *различием кристаллических решёток*. Этот пример ярко показывает, какую важную роль играет кристаллическая решётка при рассмотрении свойств твёрдого тела. *Кристаллическая решётка представляет собой природный трёхмерный орнамент*. Как и в случае плоских орнаментов, в его основе лежит определённый вид переносной симметрии. В главе 2 отмечалось, что существуют 14 типов пространственных решёток, различающихся по виду переносной симметрии (14 типов *решёток Бравэ*). Они распределены по семи *кристаллографическим системам*:

кубическая система: $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$;

тетрагональная система: $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$;

гексагональная система: $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$;

тригональная система: $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$;

ромбическая система: $a \neq b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$;

моноклинная система: $a \neq b \neq c$, $\gamma \neq \alpha = \beta = 90^\circ$;

триклинная система: $a \neq b \neq c$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma$.

Здесь a , b , c — длины рёбер элементарной ячейки, а α , β , γ — углы между рёбрами ячейки (см. рис. 25).

Гранецентрированная кубическая решетка

Предположим, что у нас имеется множество шаров одинакового диаметра. Будем плотно укладывать их на плоскости (коричневые шары на рисунке 64). Поверх *первого* слоя шаров будем укладывать *второй* слой (красные шары на рисунке). Легко видеть, что второй слой шаров укладывается столь же плотно, что и первый. Затем начнём укладывать *третий* слой. При этом возможны два варианта: а) центры шаров третьего слоя ока-

зываются точно над центрами шаров первого слоя; б) центры шаров третьего слоя смещены в горизонтальной плоскости относительно центров шаров первого слоя. Изберём второй вариант (синие шары на рисунке). Получающаяся плотная многослойная упаковка шаров соответствует *гранецентрированной кубической* решётке (сокращенно: ГЦК-решётке). Иначе говоря, центры шаров в случае рассматриваемой здесь плотной упаковки (отвечающей второму варианту укладки третьего слоя) образуют ГЦК-решётку.

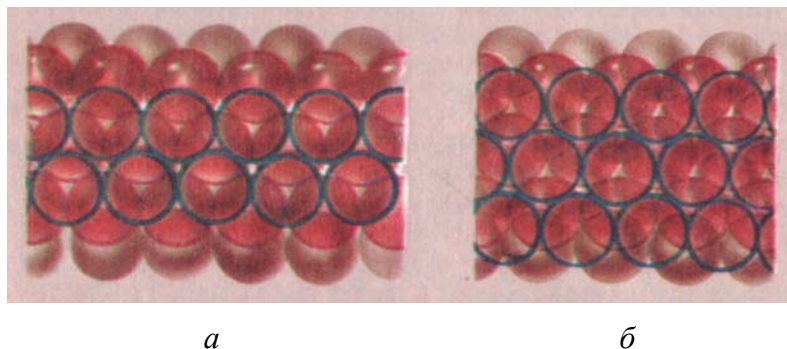


Рис. 64

На рисунке 65 показана элементарная *кубическая* ячейка ГЦК-решётки. Узлами решётки являются вершины куба и центры всех его граней. Нетрудно указать на том же рисунке плоскости узлов, соответствующие шаровым слоям, рассматривавшимся на рисунке 64. Пусть плоскость DEF соответствует первому слою (слою коричневых шаров). Тогда плоскость ABC будет соответствовать второму слою (слою красных шаров). Узел K будет относиться уже к третьему слою.

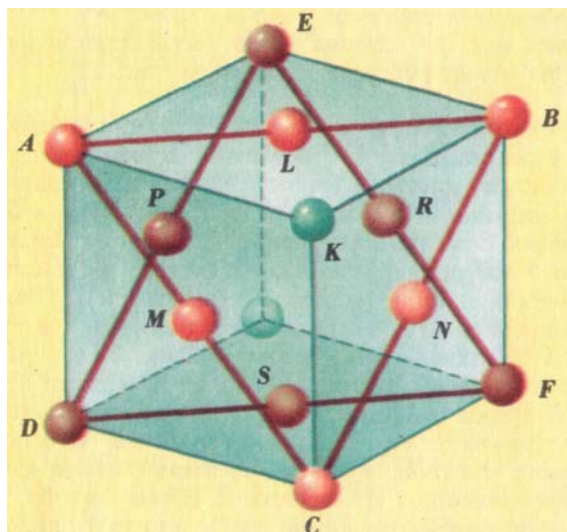


Рис. 65

Число узлов, приходящихся на одну элементарную ячейку, показанную на рисунке 65, равно четырём (например, узлы D , P , M , S); остальные изображенные на рисунке узлы должны быть отнесены к соседним элементарным ячейкам, граничащим с данной ячейкой. Таким образом, рассматриваемая ячейка является *четырёхузельной*. ГЦК-решётку, как и любую решётку Бравэ, можно задать также при помощи *одноузельной* элементарной ячейки. Одноузельная ячейка, имеющая форму ромбоэдра, показана на рисунке 66 в красном цвете. В кристаллографии предпочитают использовать не одноузельную, а четырёхузельную ячейку, так как она наиболее полно отражает симметрию, которой обладает ГЦК-решётка.

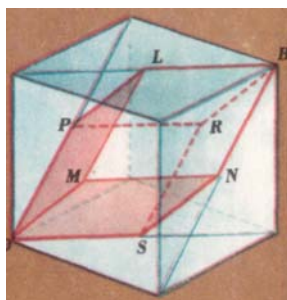


Рис. 66

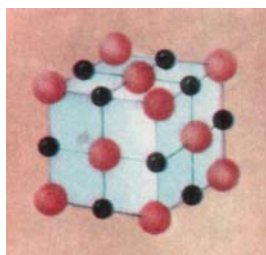


Рис. 67

ГЦК-решётки встречаются довольно часто. Такую решётку имеют, например, *алюминий, золото, медь, никель, платина, серебро, свинец*. Решётка *каменной соли* (NaCl) представляет собой две геометрически одинаковые ГЦК-решётки, вложенные друг в друга. В узлах одной из этих кристаллических решёток находятся ионы Na^+ , тогда как в узлах другой — ионы Cl^- (рис. 67).

Полиморфизм

Ранее отмечалось, что различие свойств алмаза и графита связано с различием кристаллических решёток этих двух модификаций углерода. Как видно из рисунка 68, *решётка алмаза* образована двумя одинаковыми, вложенными друг в друга ГЦК-решётками, одна из которых смещена относительно другой на одну четверть длины ребра кубической элементарной ГЦК-ячейки по всем трём координатным осям (на рисунке пустыми кружками показаны узлы одной из ГЦК-решёток, а закрашенным кружком — один из узлов другой ГЦК-решётки). Каждый атом углерода в решётке алмаза является центром *тетраэдра*, в вершинах которого находятся четыре ближайших соседа данного атома; это хорошо видно, если обратиться к ячейке, выделенной на рисунке красным цветом. Заметим, что кристаллические решётки *германия, кремния, серого олова* имеют такую же геометрию, что и решётка алмаза.

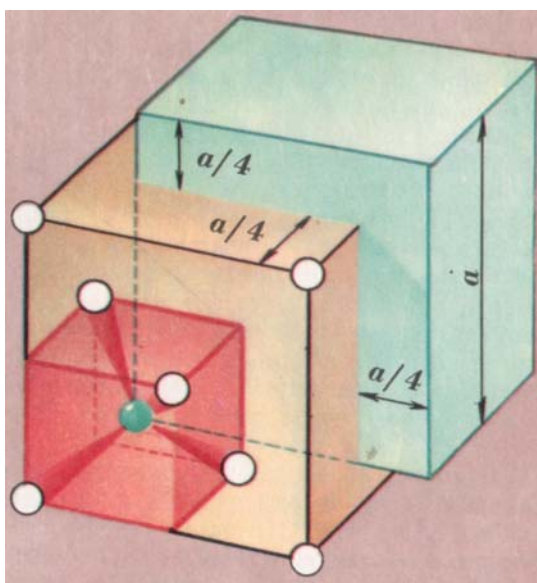


Рис. 68

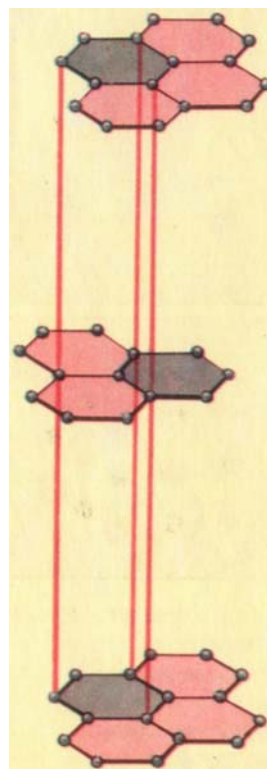


Рис. 69

Решётка графита показана на рисунке 69. Для неё характерна ярко выраженная слоистая структура; каждый слой характеризуется поворотной симметрией 6-го порядка. Связи между атомами разных слоев существенно слабее, чем в пределах одного и того же слоя.

Алмаз и графит — яркий пример существования двух разных кристаллических модификаций одного и того же химического элемента (или соединения). Это явление называют *полиморфизмом*. При определённых условиях возможен переход вещества из одной кристаллической модификации в другую. Такие переходы называют *полиморфными превращениями*. Если, например, нагреть графит до температур 2000–2500 K под давлением до 10^{10} Па, то произойдёт перестройка кристаллической решётки, в результате чего графит превратится в алмаз. Именно так получают искусственные алмазы.

Кристаллическая решётка и внешняя форма кристалла

Симметрия внешней формы кристалла является следствием симметрии кристаллической решётки. Идеально плоские грани кристалла — это плоскости, проходящие через узлы кристаллической решётки. Разумеется, через узлы решётки можно провести множество различных семейств параллельных плоскостей (рис. 70). Эти семейства различаются ориентировкой в пространстве, расстоянием между соседними параллельными плоскостями и плотностью размещения узлов по плоскости. Наибольший интерес представляют те плоскости, которые наиболее густо заселены узлами (на рисунке они выделены красным цветом). Именно по этим плоскостям обычно раскалывается монокристаллический образец. Таким плоскостям соответствуют грани выращенного монокристалла. Грани элементарной ячейки решётки в общем случае не параллельны указанным плоскостям. Поэтому не следует ожидать неперенного совпадения формы элементарной ячейки и внешней формы монокристалла (сравните рисунки 68 и 48, относящиеся к алмазу).

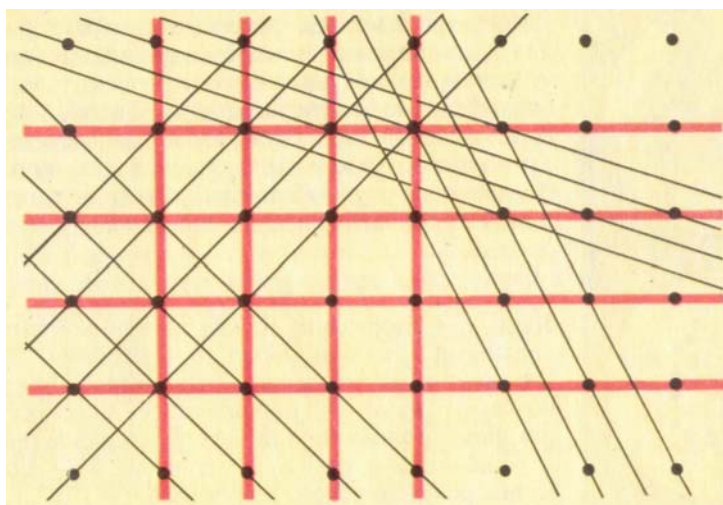


Рис. 70

Об экспериментальном изучении кристаллических структур

Структуру кристаллической решётки нельзя увидеть даже в самом сильном из существующих микроскопов. Для выявления атомной структуры кристалла используют *дифракцию рентгеновских лучей*. Для них кристалл является изготовленной самой природой *дифракционной решёткой*. Рассмотрим наиболее простой метод исследования кристаллических структур на основе рентгеновской дифракции. Изучаемый образец монокристалла определённым образом ориентируют относительно рентгеновского пучка. Отражаясь от различных семейств параллельных плоскостей, проходящих через узлы кристаллической решётки образца, рентгеновские лучи дают на фотоплёнке характерную для данной ориентации монокристалла картину пятен, так называемую *лауэграмму* монокристалла (по

имени немецкого физика Лауэ). Каждое пятно на лауэграмме соответствует одному из отражённых рентгеновских пучков. Отражения будут наблюдаться лишь в направлениях, удовлетворяющих известному *условию дифракции*:

$$2d \sin \theta = n\lambda .$$

Здесь d — расстояние между соседними параллельными отражающими плоскостями, θ — угол между направлением отражённого рентгеновского пучка и отражающей плоскостью (он равен половине угла между направлениями отражённого и исходного пучков), λ — длина волны рентгеновского излучения, $n = 1, 2, \dots$

На рисунке 71 схематически показано отражение рентгеновских лучей от трёх семейств параллельных плоскостей, проходящих через узлы кристаллической решётки. Предполагается, что во всех трёх случаях выполнено указанное выше условие дифракции.

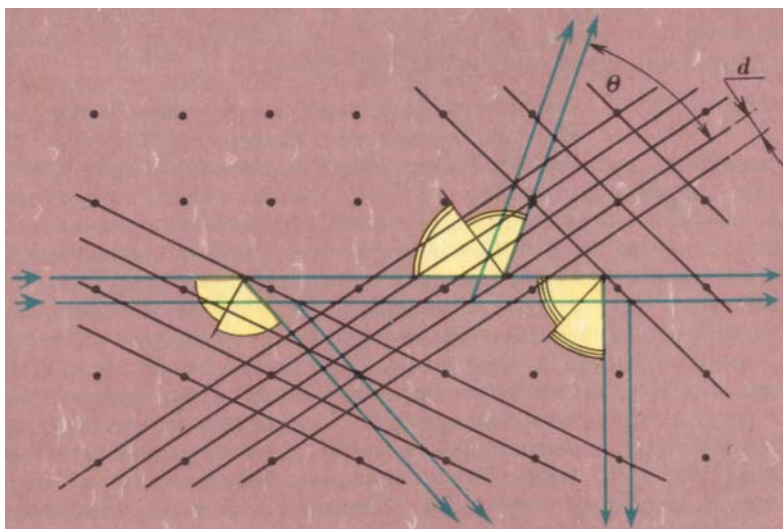


Рис. 71

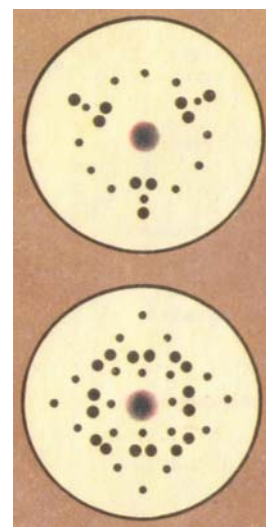


Рис. 72

На рисунке 72 приведены в качестве примера лауэграммы монокристалла *цинковой обманки* (ZnS) для двух ориентаций образца относительно исходного рентгеновского пучка. Одна из лауэграмм обнаруживает поворотную симметрию 4-го порядка, а другая — 3-го порядка. Симметрия расположения пятен на лауэграммах наглядно отражает симметрию исследуемой кристаллической решётки.

Наряду с дифракцией рентгеновских лучей для исследования решёток кристаллов применяют также дифракцию *электронов* и дифракцию очень медленных *нейтронов*.

Загадки воды

Плотность жидкостей, как известно, уменьшается при нагревании; вязкость возрастает при увеличении внешнего давления. Однако *вода* ведет себя иначе. При нагревании от 0 до 4°C плотность воды возрастает; её вязкость с повышением давления уменьшается.

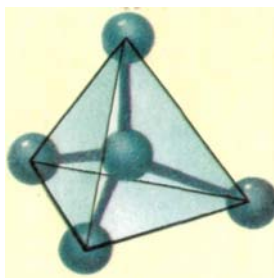


Рис. 73

Загадки воды разъяснились после того, как была исследована её атомная структура. Оказалось, что молекулы воды взаимодействуют друг с другом *направленным образом* (подобно, например, взаимодействию атомов углерода с атомами водорода в молекуле ме-

тана). Каждая молекула воды может присоединить к себе только четыре соседние молекулы, центры которых в результате присоединения будут образовывать *тетраэдр*. Это показано на рисунке 73, где в виде шариков условно изображены молекулы воды. Такое взаимное расположение молекул воды соответствует довольно рыхлой, *ажурной* молекулярной структуре, где каждая молекула имеет всего лишь четыре ближайших соседа. Для сравнения укажем, что при плотной упаковке шаров число ближайших соседей каждого шара равно двенадцати.

Заметим, что в отличие от кристаллов молекулярную структуру воды следует понимать как существование *ближнего порядка*. Вблизи каждой молекулы пространственное расположение соседних молекул является упорядоченным; по мере удаления от выбранной молекулы этот порядок постепенно искажается.

Ажурная молекулярная структура воды хорошо объясняет особенности её физических свойств. Уплотнение воды при повышении температуры (в пределах от 0 до 4°C) связано с тем, что при нагревании всё чаще происходят *разрывы межмолекулярных связей*, в результате чего взаимное расположение молекул всё более начинает походить на плотную упаковку шаров. Уменьшение плотности воды при нагревании выше 4°C объясняется тем, что эффект ломки ажурной молекулярной структуры начинает подавляться эффектом теплового увеличения расстояния между атомами кислорода и водорода внутри молекул воды. Тем самым получает объяснение тот хорошо известный факт, что при 4°C вода имеет *наибольшую* плотность.

Существование ажурной молекулярной структуры воды (при температурах, близких к 0°C) объясняет и другую особенность воды — уменьшение её вязкости с увеличением внешнего давления. При повышении давления, как и при нагревании, происходят разрывы межмолекулярных связей, что и приводит к уменьшению вязкости.

Магнитные структуры

Движение электронов в поле атомного ядра может приводить к появлению у атома магнитного поля. В *магнитных материалах* наблюдается упорядоченность направлений магнитных полей атомов. Так, в намагниченном до насыщения *ферромагнетике* магнитные поля всех атомов ориентированы в одном направлении (направлении намагничивающего поля), в результате чего магнитные свойства вещества проявляются особенно сильно. Весьма интересен магнитный порядок в особом типе магнитных материалов — так называемых *антиферромагнетиках*³. Направление магнитного поля атомов в этих материалах *регулярно изменяется* от атома к атому, вследствие чего наряду с кристаллической решёткой наблюдается *магнитная решётка*. На рисунке 74, *а* показана для простоты плоская квадратная решётка; штриховыми линиями выделена элементарная ячейка. На рисунке 74, *б* изображена такая же решётка для антиферромагнетика.

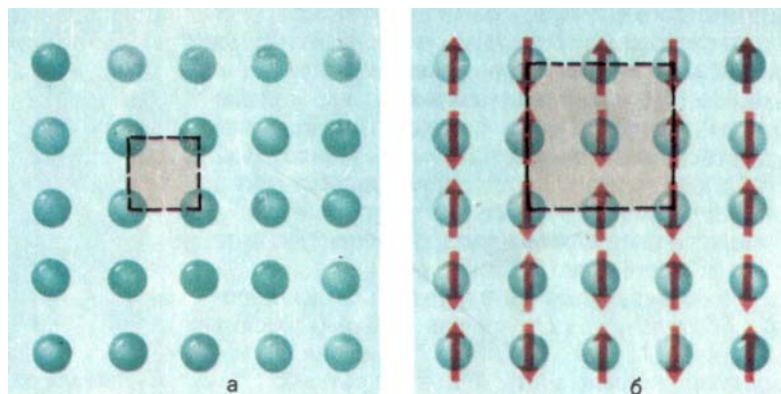


Рис. 74

³ Антиферромагнетики находят применение в логических элементах и запоминающих устройствах современных ЭВМ.

Направления магнитного поля атомов условно показаны на рисунке стрелками в узлах решётки; штриховыми линиями выделена магнитная элементарная ячейка. Легко видеть, что линейные размеры магнитной ячейки вдвое больше размеров кристаллической ячейки.

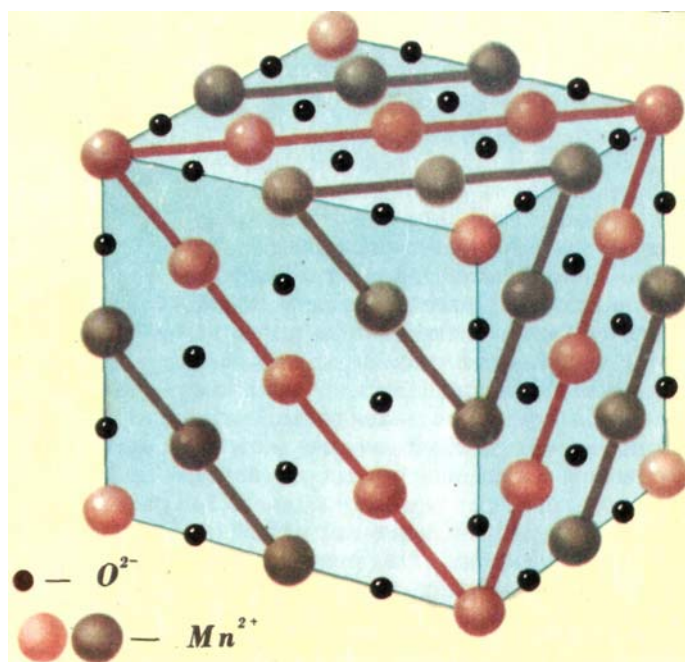


Рис. 75

В качестве реального (трёхмерного) примера антиферромагнетика рассмотрим *окись марганца* (MnO). Кристаллическая решётка окиси марганца показана на рисунке 75; она образована двумя одинаковыми, вложенными друг в друга ГЦК-решётками, одна из которых содержит ионы марганца Mn^{2+} , а другая ионы кислорода O^{2-} . Ионы кислорода магнитного поля не имеют. Магнитные поля ионов марганца, заселяющих плоскости, показанные на рисунке одним и тем же цветом (например, красным), ориентированы одинаково, тогда как магнитные поля ионов марганца, принадлежащих плоскостям разного цвета, ориентированы в противоположные стороны (направления магнитных полей перпендикулярны к выделенным плоскостям).

Порядок и беспорядок

В окружающем нас мире *порядок и беспорядок существуют вместе, неотделимо друг от друга*. Какой бы упорядоченной ни казалась та или иная атомная структура, ей всегда присущи элементы беспорядка. Это относится, в частности, и к атомной структуре кристаллов.

Прежде всего, надо отметить, что атомы отнюдь не закреплены в узлах кристаллической решётки, а совершают *тепловые колебания* около этих узлов, причём с тем большей амплитудой, чем выше температура кристалла. Тепловые колебания приводят к тому, что отдельные атомы покидают «свои» узлы и начинают «странствовать» (диффундировать) по кристаллу. В решётке кристалла появляются незанятые узлы (так называемые *вакансии*). И вакансии, и атомы, оказавшиеся в промежутках между узлами решётки (междоузлиях), будут, очевидно, искажать геометрию решётки, влияя на расположение соседних атомов (рис. 76). Кроме того, в любом реальном кристалле присутствуют *примеси* чужеродных атомов. Эти примесные атомы могут оказаться в междоузлиях, но могут также замещать атомы решётки, «сгоняя» их со своих мест.

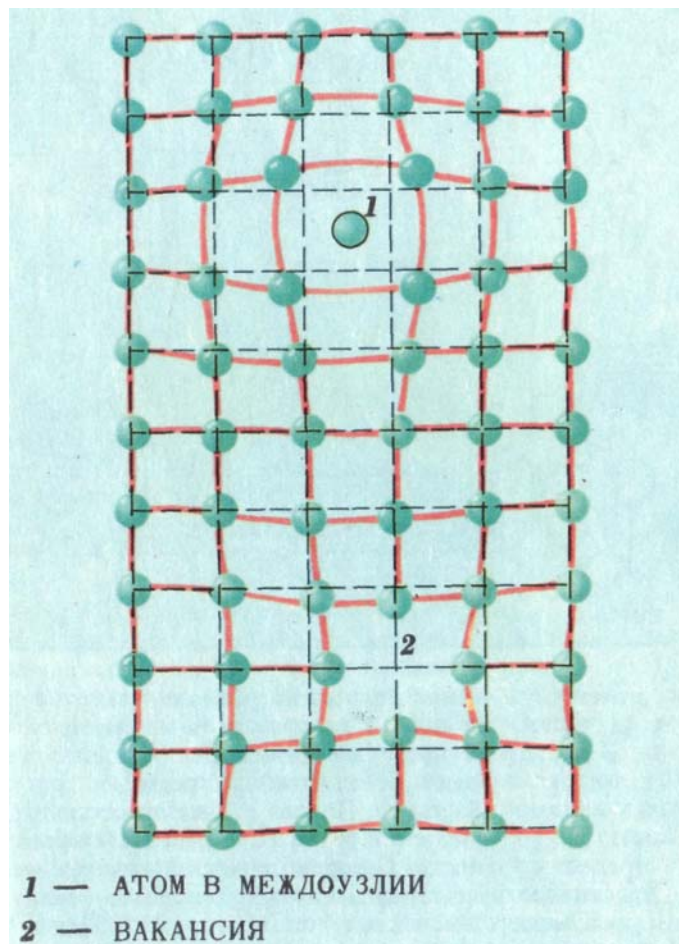


Рис. 76

Весьма существенные нарушения порядка в кристаллической решётке связаны с так называемыми *дислокациями* — нарушениями правильного чередования атомных слоёв. Представление о дислокации дает рисунок 77, где изображена так называемая *краевая дислокация*.

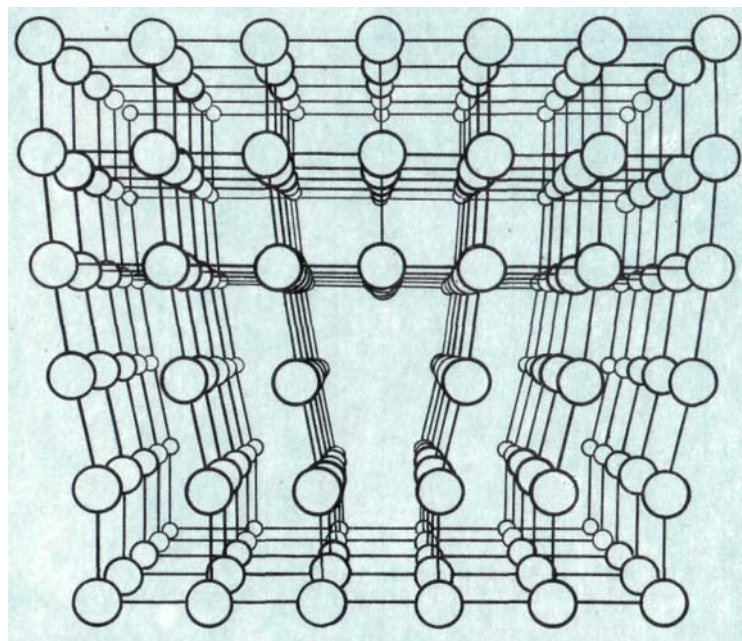


Рис. 77

Наличие дефектов в кристаллической решётке является решающим фактором, влияющим на *прочность* и *пластичность* материала. В настоящее время в специальных условиях выращиваются тонкие нитевидные кристаллы, решётка которых практически не имеет дефектов. Предел прочности таких кристаллов достигает 10^{10} Па, что в сотни раз превышает обычные значения предела прочности. Согласно современным представлениям, пластичность материала связана с *перемещением дефектов* (и, прежде всего, дислокаций) по образцу. Интересно, что если число дефектов возрастает, то они начинают мешать друг другу перемещаться, в результате чего пластичность материала уменьшается. Именно это и происходит при некоторых видах обработки материалов (ковка, отжиг и т. д.). Таким образом, упрочнение материала может достигаться двумя *противоположными* способами — либо за счёт предупреждения появления дефектов, либо за счёт создания препятствий перемещению дефектов по образцу (при увеличении плотности дефектов). Первый путь предполагает выращивание бездефектных кристаллов, второй — специальную обработку материала.

Глава 7.

Спиральность в природе

Пастер был прав в большей степени, чем думали его коллеги, когда утверждал, что лево-правая асимметрия — ключ к тайне жизни. В каждой живой клетке на Земле заложены правые спирали нуклеиновой кислоты. Асимметричная спиральная структура — несомненно основа жизни.

М. Гарднер

Симметрия и асимметрия винта

Зеркальная асимметрия (её называют также *лево-правой асимметрией*) широко встречается в природе; она играет принципиально важную роль в живых организмах. Характерный пример зеркально-асимметричного объекта — *винт* или *спираль*. Недаром для обозначения лево-правой асимметрии используют термин «спиральность»⁴.

Изображённая на рисунке 78 фигура совмещается сама с собой, если выполнить поворот вокруг оси *ОО* на 60° и перенос вдоль этой оси на расстояние *a*. Указанная ось есть *винтовая ось* 6-го порядка с периодом трансляции *a*. *Винтовая симметрия* есть симметрия относительно комбинации двух преобразований — поворота и переноса вдоль оси поворота. Примером объекта с винтовой симметрией может служить винтовая лестница.

С объектом, обладающим винтовой симметрией, может быть сопоставлена *винтовая линия*; на рисунке 78 она показана штриховой линией. Винтовую линию можно «сконструировать» следующим образом. Вырежем из бумаги прямоугольный треугольник (треугольник *ABC* на рисунке 79). Возьмём круговой цилиндр и приклеим к его поверхности треугольник *ABC* по катету *BC* так, чтобы этот катет совпадал с образующей цилиндрической поверхности. Затем будем оборачивать бумажным треугольником цилиндр, плотно прижимая бумагу к поверхности цилиндра; при этом гипотенуза *AB* превратится в винтовую линию. Возможны два варианта оборачивания треугольника вокруг цилиндра; оба они показаны на рисунке 79. Один соответствует *левой*, а другой *правой* винтовой линии.

⁴ Применяется также термин «ручность», или «киральность» (от греческого *κείρ* — «рука»). Напомним, что *рука* — пример зеркально-асимметричного объекта.

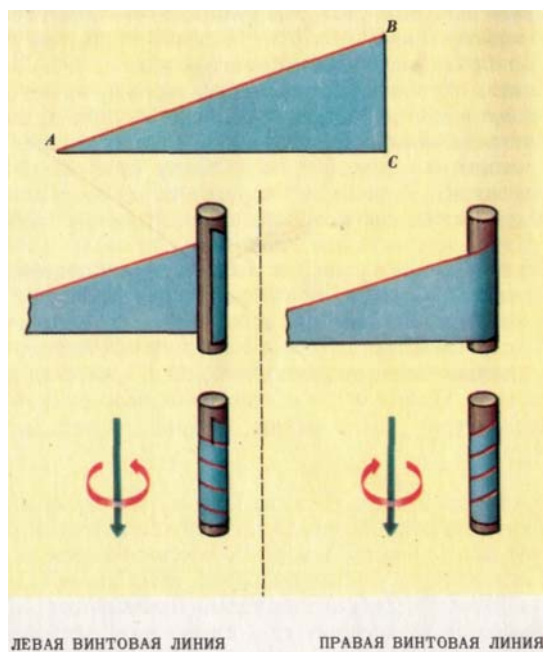


Рис. 78

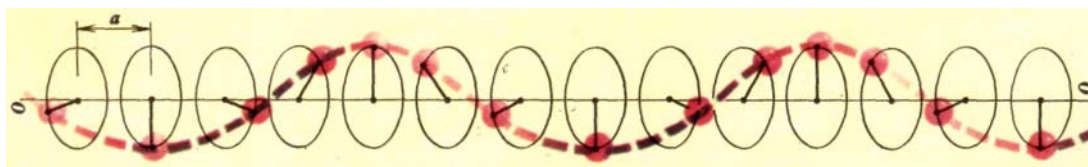


Рис. 79

Тип винтовой линии определить несложно. Будем мысленно перемещаться по винтовой линии; это перемещение имеет две составляющие — *вдоль* оси винта и *вокруг* оси (прямая и круговая стрелки на рисунке 79). Поместим наблюдателя так, чтобы перемещение вдоль оси винта происходило *от него*. Если при этом круговое перемещение будет происходить *по часовой стрелке*, то винтовую линию называют *правой*, если же *против часовой стрелки*, — *левой*. Иначе говоря, если удаляющаяся от наблюдателя по винтовой траектории точка представляется ему движущейся по часовой стрелке, то имеет место правая винтовая линия, если же против часовой стрелки, — левая. При отражении в зеркале левый винт превращается в правый, правый — в левый. Левый и правый винты представляют собой пару *энантиоморфов*. Заметим, что, говоря о винтовой линии или винте, часто используют термин «спираль». Применяя этот термин, будем помнить, что имеется в виду *пространственная спираль*.

Винты в природе

Мы часто встречаемся с винтами в технике. Интересно, что винты весьма распространены и в природе. Некоторые примеры природных винтов показаны на рисунке 80: а) бивень нарвала (небольшого китообразного, встречающегося в северных морях) — левый винт; б) раковина улитки — правый винт⁵; в) пуповина новорождённого — тройной левый винт (тройная левая спираль), образованный двумя венами и одной артерией; г) рога памирского барана — энантиоморфы (один рог закручен по левой, а другой по правой спирали).

⁵ Каждый тип раковин имеет определённую спиральность. Изредка встречающиеся в данном типе «уродцы» с противоположной спиральностью очень ценятся коллекционерами.

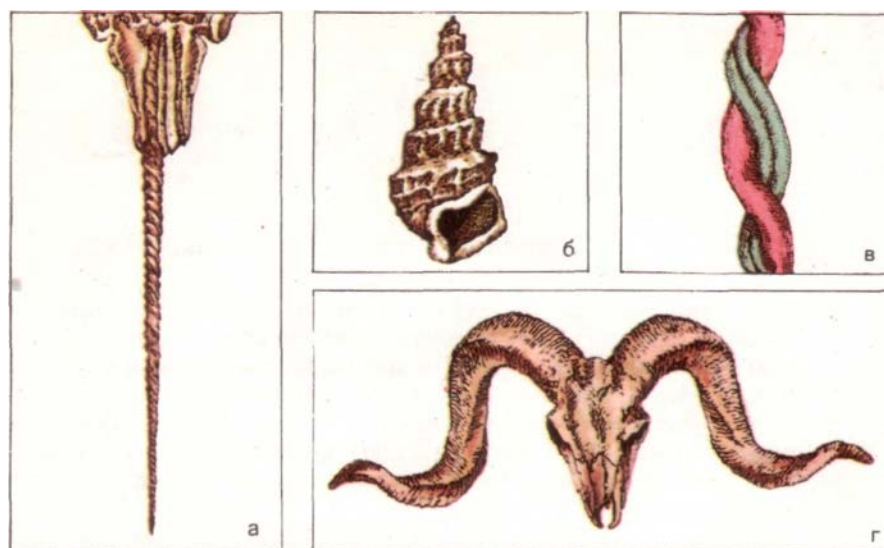


Рис. 80

Присмотревшись к растениям, можно обнаружить многочисленные проявления винтовой симметрии в расположении листьев на стебле, веток на стволе, в строении шишек, некоторых цветов и т. п. Яркими примерами винтов являются вьющиеся растения. Известны примеры, когда свиваются друг с другом вьющиеся растения с разной спиральностью например *вьюнок* и *жимолость*. В этом случае образуются весьма причудливые сплетения, неоднократно привлекавшие внимание поэтов. Вспомним у Шекспира:

Так жимолость душистая с вьюнком
В объятии сплетается двойным венком.

Кристаллические решётки, как правило, обладают зеркальной симметрией. Однако существуют и зеркально-асимметричные решётки; некоторые из них характеризуются винтовой структурой. Примером закрученной кристаллической решётки является *решётка кварца*. Основа её — *тетраэдр*, в центре которого находится атом кремния, а в вершинах атомы кислорода. В направлении главной оси кристалла указанные тетраэдры располагаются по *винтовой линии*. Решётка кварца может быть закручена как влево, так и вправо. Поэтому существуют две энантиоморфные разновидности кварца. Левый и правый монокристаллы кварца показаны на рисунке 81. Легко видеть, что один из них представляет собой зеркальное отражение другого. Подлинным царством природных винтов является мир «живых молекул» — молекул, играющих принципиально важную роль в жизненных процессах. К таким молекулам относятся прежде всего молекулы *белков* — самые сложные и наиболее многочисленные из всех углеродных соединений. В человеческом теле насчитывают до 10^5 типов белков. Все части тела, включая кости, кровь, мышцы, сухожилия, волосы, содержат белки. К белкам относятся также многочисленные ферменты и гормоны.



Рис. 81

Молекула белка содержит атомы углерода, водорода, кислорода, азота. Число атомов в одной молекуле огромно — порядка $10^3 - 10^6$. Каждая молекула-гигант состоит из множества звеньев (аминокислот), соединённых в цепочку. Каркас этой цепочки закручен по

правой спирали. В химии её называют *альфа-спиралью Полинга* (по имени известного американского учёного и борца за мир Лайнуса Полинга). Молекулы волокон сухожилий представляют собой тройные альфа-спирали. Скрученные многократно друг с другом альфа-спирали образуют молекулярные винты, которые обнаруживаются в волокнах волос, в роговом веществе и т. п.

Исключительно важную роль в мире живой природы играют молекулы *дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК)*, являющиеся носителями наследственной информации в живом организме. Молекула ДНК имеет структуру *двойной правой спирали*. В известном смысле двойная спираль молекулы ДНК есть главный природный винт. Остановимся подробнее на структуре этой молекулы.

Молекула ДНК

На рисунке 82 схематически показано строение молекулы ДНК. Молекула состоит из огромного числа звеньев, называемых *нуклеотидами*; эти звенья связаны в две цепи (на рисунке нуклеотиды выделены красными прямоугольниками). Каждый нуклеотид содержит молекулу *сахара*, молекулу фосфорной кислоты (*фосфат*) и молекулу азотсодержащего соединения (*азотистое соединение*). Между азотистыми основаниями двух нуклеотидных цепей существуют связи, называемые водородными (на рисунке эти связи показаны штриховыми линиями). Приведённая схема молекулы ДНК напоминает приставную лестницу, в которой роль вертикальных жердей играют цепочки сахар-фосфат-сахар-фосфат-сахар-фосфат-... (*сахаро-фосфатные цепочки*), а роль горизонтальных перекладин играют *пары азотистых оснований*.

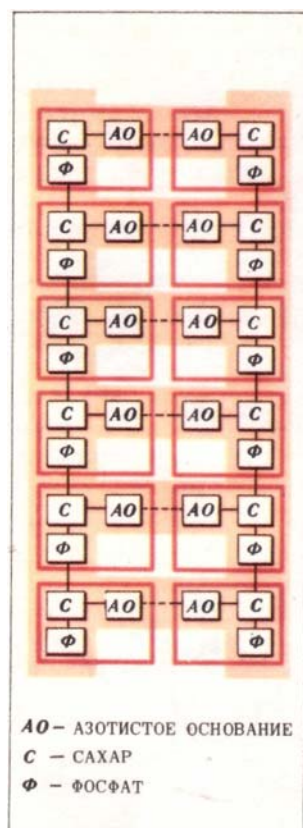


Рис. 82

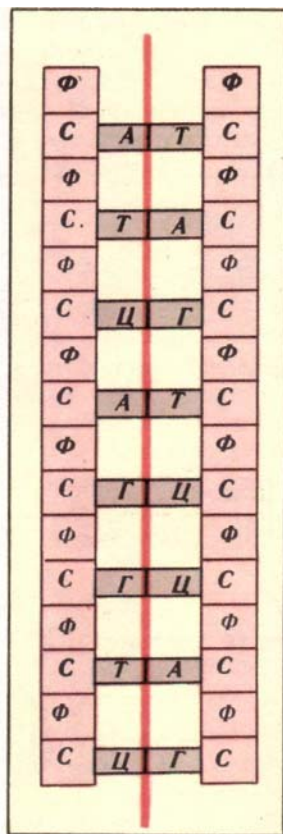


Рис. 84

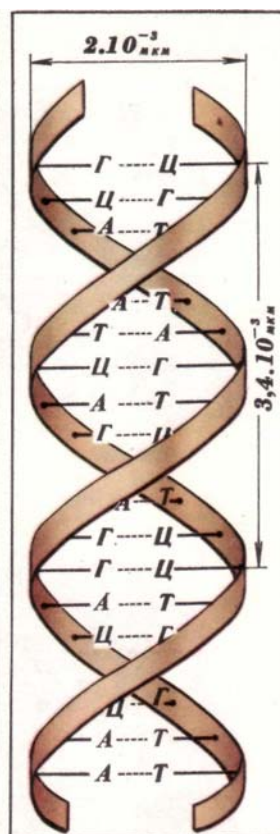


Рис. 85

Существуют четыре типа азотистых оснований: *аденин* и *гуанин* (азотистые основания пуринового ряда), *тимин* и *цитозин* (основания пиримидинового ряда). Их сокращённо обозначают по начальным буквам: *А*, *Г*, *Т*, *Ц*. Каждая горизонтальная «перекладина» содержит либо аденин и тимин (*А — Т* или *Т — А*), либо гуанин и цитозин (*Г — Ц* или *Ц — Г*). На рисунке 83 показаны в виде структурных формул пары аденин — тимин, а также

гуанин — цитозин, входящие в структуру молекулы ДНК. Соединения аденина с гуанином, а также тимина с цитозином не реализуются.

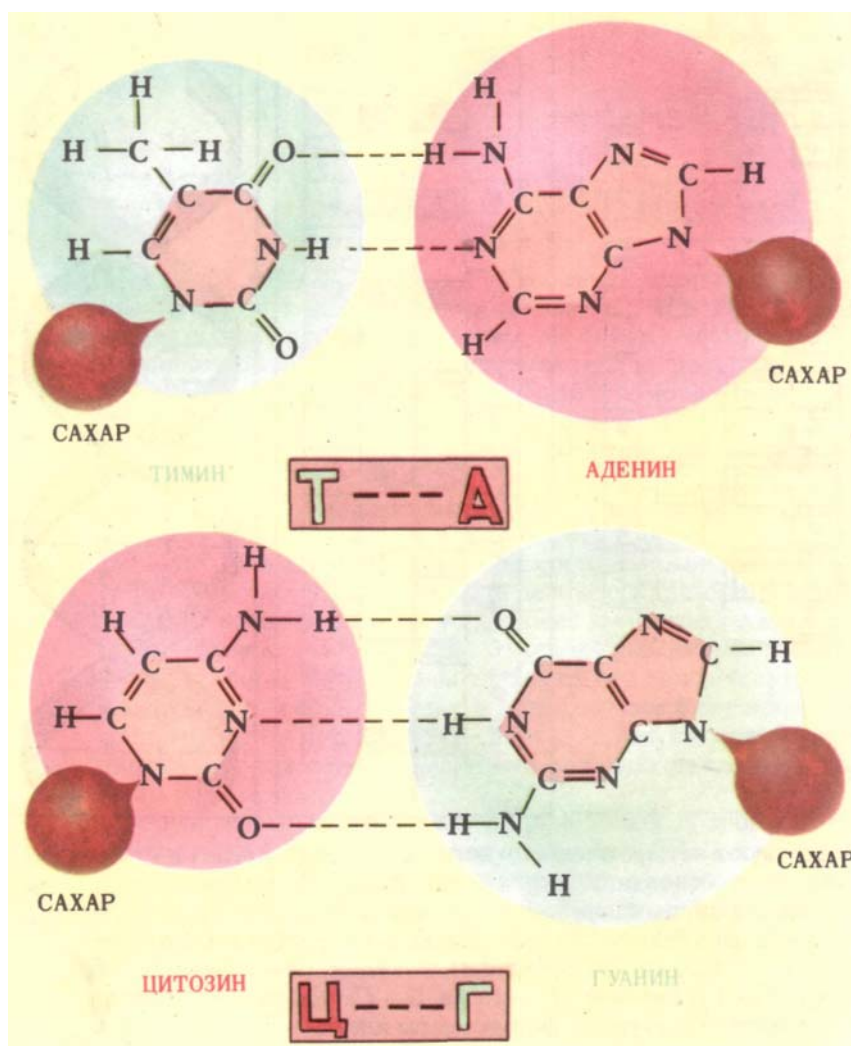


Рис. 83

С учётом сделанных замечаний «лестница», схематически изображающая молекулу ДНК, принимает вид, показанный на рисунке 84. Определённое чередование пар *АТ*, *ТА*, *ГЦ* и *ЦГ* вдоль «лестницы» и есть *генетический код*, фиксирующий индивидуальность данного живого организма. Несмотря на то, что используются только четыре типа «переключателей», огромное количество этих «переключателей» на «лестнице» позволяет записать в молекуле ДНК всю наследственную информацию. Эта информация сохраняется в процессе размножения клеток организма. Молекула ДНК делится на две половинки (по красной линии на рисунке 84), каждая из которых представляет собой сахаро-фосфатную цепочку с отростками в виде азотистых оснований. Поскольку каждое основание может соединяться лишь с *определённым* другим основанием (*А* с *Т*, *Т* с *А*, *Г* с *Ц*, *Ц* с *Г*), то каждая из половинок будет достраиваться до молекулы, полностью повторяющей исходную молекулу ДНК.

Рисунки 82 и 84 передают структуру молекулы ДНК схематически. Переходя к её реальной *пространственной* структуре, необходимо учесть, что каждая сахаро-фосфатная цепочка представляет собой правую спираль, так что в целом молекула ДНК имеет вид *двойной правой спирали* и похожа не на обычную приставную, а на винтовую лестницу (рис. 85).

Интересно отметить, что все спирали молекул ДНК, наполняющие человеческое тело, являются правыми. Среди невероятно большого их числа нет и одной левой. Заметим, что длина полностью растянутых нитей ДНК из одной только клетки достигает метра. Всего в теле человека имеется до 10^{11} км ДНК.

Структура ДНК была открыта в 1953 году группой учёных, в которую входили американец Уотсон и англичане Крик и Уилкинс. Это открытие по праву считается одним из самых значительных в биологии XX века.

Вращение плоскости поляризации света

Некоторые среды обладают удивительным свойством: при прохождении через них плоско-поляризованного светового пучка происходит поворот плоскости поляризации света на некоторый угол. Такие среды называют *оптически активными*. Различают *правовращающие* и *левовращающие* среды. Предположим, что мы смотрим навстречу световому пучку. Если при этом поворот плоскости поляризации происходит *по часовой стрелке*, то среду называют *правовращающей* (рис. 86, а), если же *против* часовой стрелки, — *левовращающей* (рис. 86, б)⁶.

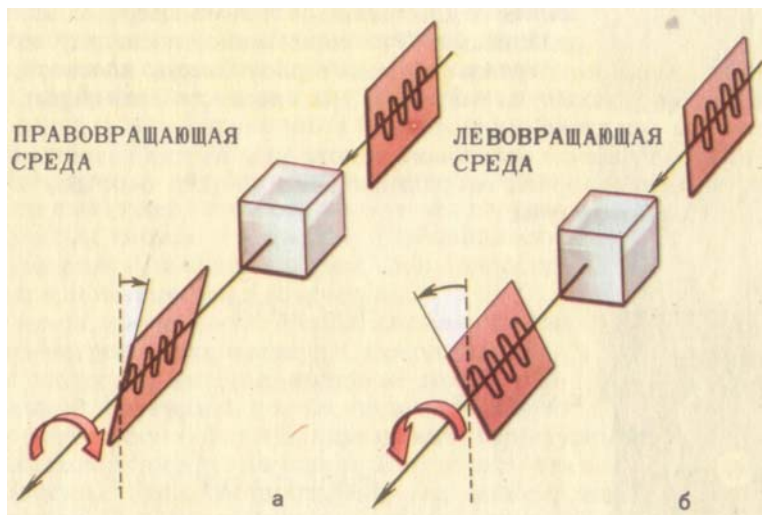


Рис. 86

Мы не будем рассматривать природу явления вращения плоскости поляризации света. Отметим лишь, что оптически активная среда должна обладать лево-правой асимметрией, которая и предопределяет поворот плоскости поляризации в определённую сторону (влево либо вправо).

Примером оптически активной среды является кристалл кварца. Направление поворота плоскости поляризации света зависит от того, какой энантиоморфной разновидностью является данный кристалл. При этом «правыми» кристаллами принято называть правовращающие кристаллы, а «левыми» — левовращающие. Оптическая активность кварца связана с лево-правой асимметрией кристаллической решётки. Если кристалл кварца растворить в жидкости, то вращение плоскости поляризации света не наблюдается.

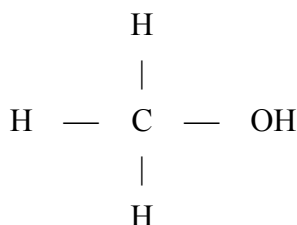
Казалось бы, что наличие кристаллической структуры с лево-правой асимметрией есть необходимое условие наблюдения вращения плоскости поляризации света. Каково же было удивление известного французского физика XIX века Жана Батиста Био, когда он обнаружил оптическую активность водных растворов некоторых органических соединений, например *сахара* и *винной кислоты*. Отсюда следовало, что лево-правая асимметрия может быть связана не только со структурой среды как целого, но и со структурой молекул среды. В связи с этим появился термин «правые» (правовращающие) и «левые» (левовращающие) молекулы.

⁶ Заметим, что «левая» («правая») комбинация прямой и круговой стрелок на рисунке 86 отличается от соответствующей комбинации стрелок на рисунке 79. Это означает, что в *левовращающей* среде плоскость поляризации света поворачивается, следуя на самом деле правому винту, а в *правовращающей* среде — левому.

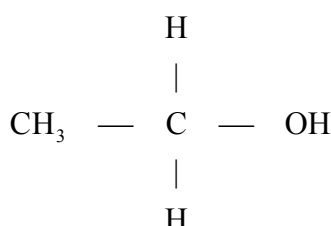
Правые и левые молекулы. Стереοизомерия

В главе 6 рассматривались молекулы метана и метилового спирта (см. рис. 59). Обе эти молекулы тождественны со своими зазеркальными двойниками. Это естественно, поскольку молекулы обладают зеркальной симметрией (шесть плоскостей симметрии у молекулы метана и три плоскости симметрии у молекулы метилового спирта).

Заменяем в молекуле метилового спирта один из трёх равноправных атомов водорода на радикал CH_3 , то есть перейдём от структурной формулы



к формуле



Это есть молекула *этилового (винного) спирта*. На рисунке 87, а изображена тетраэдрическая модель этой молекулы, а на рисунке 87, б — модель её зазеркального двойника. Оказывается, что и в этом случае исходная молекула и её зазеркальный двойник тождественны: чтобы получить зазеркальный двойник, надо повернуть молекулу этилового спирта на 180° вокруг оси AB (см. рисунок). Иными словами, молекула этилового спирта (как и молекулы метана и метилового спирта) не имеет энантиоморфных разновидностей. Это связано с тем, что, несмотря на постепенное уменьшение симметрии молекулярного тетраэдра (по мере перехода от метана к метиловому, а затем этиловому спирту), он все ещё остается зеркально-симметричным. Нетрудно видеть, что молекула этилового спирта имеет плоскость симметрии (плоскость ABD на рисунке 87, а).

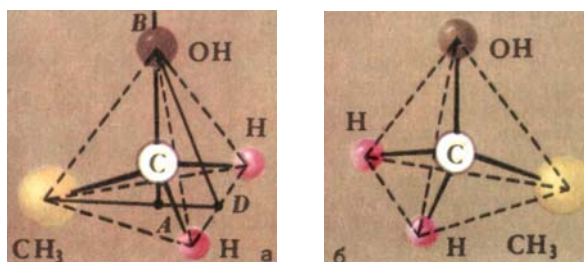
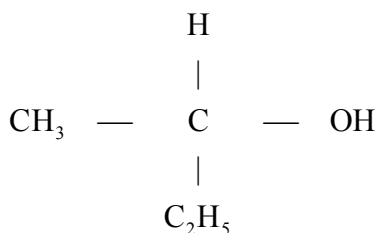


Рис. 87

Принципиально иная ситуация возникает, если взять, например, молекулу *вторичного бутилового спирта*:



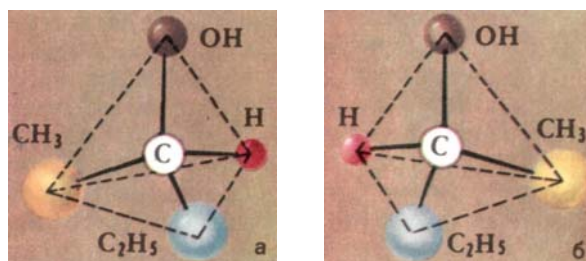


Рис. 88

Пространственная тетраэдрическая модель этой молекулы показана на рисунке 88, а, а модель её зеркального двойника — на рисунке 88, б. Молекула не имеет ни одной плоскости симметрии, она *зеркально-асимметрична*. Поэтому она и её зеркальный двойник являются *энантиоморфами*; никакими поворотами нельзя совместить друг с другом молекулы, изображенные на рисунке 88. Одна из этих молекул может быть названа «левой», а другая «правой».

Итак, если пространственная структура молекулы исключает плоскости симметрии, то такая молекула может иметь две разновидности, являющиеся энантиоморфами. Эти разновидности называют *стереоизомерами*.

Стереои́зомерия — это проявление лево-правой асимметрии в мире молекул. Стереои́зомеры — это молекулы, которые имеют не только одинаковый химический состав, но и одинаковую геометрическую форму, одинаковые структурные элементы, одинаковые внутренние связи. И в то же время это *различные* молекулы. Столь же различные, как, скажем, левый и правый ботинки. На существование в природе левых и правых молекул впервые указали наблюдения вращения плоскости поляризации света.

Частным случаем стереоизомеров являются, очевидно, молекулы с винтовой структурой, различающиеся типом спиральности.

Лево-правая асимметрия молекул и жизнь

Исследования оптической активности растворов органических соединений, начатые Био, продолжил знаменитый французский учёный Луи Пастер. Он пришёл к выводу, что если в *неживой* природе левые и правые молекулы встречаются одинаково часто, то в *живых* организмах зеркально-асимметричные молекулы встречаются в виде только одной энантиоморфной разновидности. Пастер полагал, что именно здесь и проходит *граница* между химией живой и неживой природы. Последующее развитие науки подтвердило выводы Пастера.

Напомним, что определяющая структуру белковых молекул альфа-спираль всегда является правым винтом. Двойная спираль молекулы ДНК тоже всегда правая. Входящие в состав клеток различные зеркально-асимметричные молекулы, как правило, представлены либо только левыми, либо только правыми стереоизомерами. Так, входящие в состав белка молекулы аминокислот всегда являются левыми (левовращающими).

Всё это говорит о том, что *живой организм на молекулярном уровне характеризуется резко выраженной лево-правой асимметрией*. Образно говоря, живой организм построен из «винтов», причём винты одних типов только правые, а винты других типов только левые.

Это в высшей степени интересное обстоятельство проявляется, в частности, в том, что левые и правые стереоизомеры одного и того же вещества по-разному действуют на организм человека. Человек потребляет вместе с пищей именно те типы стереоизомеров, которые *соответствуют характеру его собственной асимметрии*. Современная химия в ряде случаев искусственно получает зеркально «отражённые» стереоизомеры. И тогда можно наблюдать непредвиденные реакции на них человеческого организма. Так, «отражённый» стереоизомер витамина С практически не оказывает действия на организм человека. «Отражённая» форма никотина (она никогда не встречается в табаке) значительно менее ядовита. Правовращающая аспаргиновая кислота сладкая, а левовращающая безвкусная. Не-

большая добавка в пищу правовращающей формы фенилаланина не имеет неприятных последствий; добавка же левовращающей формы приводит к резкому нарушению обмена веществ (фенилкетонурия), сопровождающемуся умопомешательством.

Вообразим, что после длительного космического путешествия человек ступил на поверхность неизвестной планеты. Вообразим далее, что планета очень похожа на Землю (по составу атмосферы, климатическим условиям, ландшафту, растительному миру). И вот космонавт держит в руке ароматное наливное яблоко, сорванное с местной яблони. Но можно ли есть это яблоко? Ведь неизвестно, какая энантиоморфная разновидность органических соединений содержится в нём. Вполне возможно, что безобидное с виду яблоко окажется биологически ядовитым для пришельца с планеты Земля. Иными словами, зеркально-асимметричные молекулы чужого растительного мира могут *не согласовываться* с зеркально-асимметричным человеческим организмом, подобно тому как гайка с *левой* нарезкой не согласуется с болтом, имеющим *правую* нарезку.

В замечательной детской сказке Льюиса Кэрролла «Алиса в Зазеркалье» есть сценка, имеющая сегодня глубокий научный смысл. Собираясь «пройти» сквозь зеркало в скрытый за ним зазеркальный мир, Алиса обращается к своему котёнку с вопросом: «Но понравится ли тебе в Зазеркалье, киска? Дадут ли тебе там молочка? Может быть, молоко в Зазеркалье не годится для питья?» Действительно, в состав молока входит много зеркально-асимметричных соединений — жиры, лактоза (особый тип сахара), белки. При «переходе» из обычного мира в зазеркальный все асимметричные молекулы должны были бы превратиться из одних стереоизомеров в другие. Поэтому вряд ли молоко Зазеркалья будет безвредным для котёнка. Впрочем, если следовать описанной Кэрроллом сказочной ситуации, то надо полагать, что, попав в Зазеркалье, и Алиса и котёнок сами превращаются в своих зазеркальных двойников. А в этом случае зазеркальное молоко будет для них, конечно, столь же вкусным и полезным, каким было раньше обычное («неотражённое») молоко.

В заключение приведём слова из книги М. Гарднера «Этот правый, левый мир»: «Одна из наиболее замечательных черт жизни — это способность организма извлекать из окружающей среды химические соединения, молекулярная структура которых по большей части симметрична, и изготавливать из них правые и левые асимметричные соединения углерода. Растения используют симметричные соединения вроде воды и углекислого газа и превращают их в асимметричные молекулы крахмала и сахара. Тела всех живых существ насыщены асимметричными углеродными молекулами, а также асимметричными спиралями белков и нуклеиновых кислот».



Часть вторая.

Симметрия в основе всего

Во всём мне хочется дойти
До самой сути.
В работе, в поисках пути,
В сердечной смуте.
До сущности протекших дней,
До их причины,
До оснований, до корней,
До сердцевины.

Б. Л. Пастернак

Глава 8.

Симметрия и относительность движения

Законы, управляющие явлениями природы, не зависят от состояния движения системы координат, по отношению к которой эти явления наблюдаются, если эта система движется без ускорения.

А. Эйнштейн

Понятие симметрии не ограничивается симметрией объектов. Оно распространяется также на *физические явления* и управляющие ими *физические законы*. Симметрия физических законов заключается в их *неизменности* (или, как говорят, *инвариантности*) по отношению к тем или иным преобразованиям, связанным, например, с условиями наблюдения явления.

Проблема симметрии физических законов заинтересовала учёных в связи с исследованиями, предшествовавшими созданию специальной теории относительности. Речь идёт о симметрии (инвариантности) физических законов *по отношению к переходу из одной инерциальной системы отсчёта в другую инерциальную систему*, или, коротко говоря, симметрии физических законов относительно равномерного прямолинейного движения.

Принцип относительности

Предположим, что железнодорожный вагон движется равномерно и прямолинейно, причём исключены толчки, покачивания и т. п. Вы проснулись в таком вагоне и желаете выяснить, движется он или стоит. Можно ли это сделать, не выглядывая в окно вагона? Ответ на этот вопрос, по-видимому, знаком читателю. Хорошо. Известно, что в данном случае принципиально невозможно выяснить, движется вагон или стоит, поскольку все физические процессы протекают *одинаковым образом* как в неподвижном вагоне, так и в вагоне, движущемся равномерно и прямолинейно. Можно превратить вагон в физическую лабораторию и поставить какой-нибудь замысловатый эксперимент; в любом случае ре-

зультаты эксперимента будут одинаковыми как в условиях покоя, так и в условиях равномерного прямолинейного движения вагона.

В этом и заключается *принцип относительности* для инерциальных систем отсчёта. Напомним, что инерциальной называют такую систему отсчёта, в которой тело, не подвергающееся действию внешних сил, движется равномерно и прямолинейно. Любые две инерциальные системы отсчёта движутся друг относительно друга равномерно и прямолинейно. В приведённом выше примере с вагоном одна инерциальная система отсчёта связана с телами, покоящимися на поверхности Земли, а другая — с равномерно и прямолинейно движущимся вагоном⁷.

Принцип относительности может быть сформулирован следующим образом. *Всякий процесс природы протекает одинаково в любой инерциальной системе отсчёта; во всех инерциальных системах физический закон имеет одну и ту же форму.*

В применении к механическим явлениям принцип относительности был установлен Галилеем. Обобщение этого принципа на все процессы в природе, включая *электромагнитные*, выполнил великий физик XX века Альберт Эйнштейн (1879 – 1955) — создатель теории относительности. В соответствии с самой сущностью принципа относительности Эйнштейн постулировал, что *скорость света в вакууме должна быть одинаковой во всех инерциальных системах отсчёта*. Хотя обобщение принципа относительности на электромагнитные явления представляется вполне естественным, однако его следует рассматривать как поистине революционное событие в науке, поскольку оно заставило радикально пересмотреть устоявшиеся в течение многих веков представления о пространстве и времени.

Относительность одновременности событий

Из инвариантности скорости света по отношению к переходу из одной инерциальной системы отсчёта в другую следует, например, что два пространственно разделённые события, являющиеся *одновременными* в одной системе отсчёта, могут быть *неодновременными* в другой системе отсчёта. Обратимся к простому примеру.

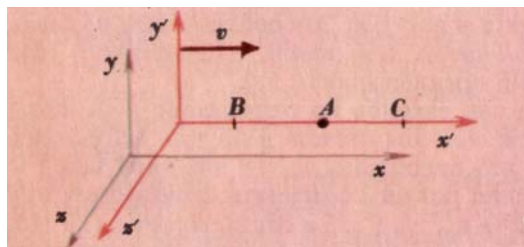


Рис. 89

Рассмотрим две инерциальные системы: xuz и $x'y'z'$. Пусть система $x'y'z'$ движется относительно системы xuz в направлении осей x и x' с некоторой скоростью v (рис. 89). В системе $x'y'z'$ имеются источник света A и два фотоприёмника (B и C), расположенные на одинаковых расстояниях от A вдоль оси x' . В некоторый момент времени из A испускаются два световых импульса, один из которых направляется в B , а другой в C . Так как равны расстояния AB и AC и равны скорости распространения обоих сигналов, то наблюдатель в системе $x'y'z'$ зафиксирует *одновременное* срабатывание фотоприёмников B и C .

Обратимся теперь к наблюдателю в системе xuz . В этой системе световой сигнал, распространяющийся влево, пройдёт с момента своего рождения до момента регистрации меньший путь, чем сигнал, распространяющийся вправо. Поскольку скорость распространения световых сигналов в системе $x'y'z'$ такая же, как и в системе xuz , то отсюда следует, что с точки зрения наблюдателя в системе xuz фотоприёмник B срабатывает *раньше*, нежели C .

⁷ В рассмотренном примере можно, очевидно, не принимать во внимание вращение Земли, равно как и её движение вокруг Солнца.

Преобразования Лоренца

Будем продолжать рассматривать инерциальные системы xuz и $x'y'z'$, изображённые на рисунке 89. Пусть некоторое событие происходит в момент t в точке с координатами x, y, z в системе xuz . В системе $x'y'z'$ это же самое событие происходит в некоторый момент t' в некоторой точке с координатами x', y', z' . Связь между пространственно-временными координатами события в системах xuz и $x'y'z'$ описывается соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где c — скорость света в вакууме. Эти соотношения называются *преобразованиями Лоренца* (по имени голландского физика Г. Лоренца, впервые предложившего их).

Симметрия физических законов по отношению к переходу из одной инерциальной системы отсчета в другую математически выражается в том, что описывающие тот или иной закон математические выражения должны сохранять свою форму при замене в них x, y, z, t на x', y', z', t' в соответствии с (1). Иными словами, математические выражения физических законов должны обладать *симметрией по отношению к преобразованиям Лоренца*. Пр продемонстрируем это важное обстоятельство применительно к физическому закону, утверждающему постоянство скорости света во всех инерциальных системах. Предположим, что световой сигнал отправлен из точки $x = y = z = 0$ в момент $t = 0$ вдоль оси x в системе xuz . В момент t он будет зарегистрирован в точке с координатами $x = ct, y = z = 0$. Если скорость распространения света одинакова во всех инерциальных системах, то, подставляя соотношение $x/t = c$ в (1), мы должны прийти к соотношению $x'/t' = c$. Убедимся в этом. Поделив первое из соотношений (1) на последнее, получаем:

$$\frac{x'}{t'} = \frac{x - vt}{t - \frac{vx}{c^2}} = \frac{\frac{x}{t} - v}{1 - \frac{vx}{c^2 t}} = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}} = c.$$

Используя (1), можно легко продемонстрировать относительность одновременности событий. Пусть два события имеют в системе xuz пространственно-временные координаты x_1, t_1 и x_2, t_2 (учёт координат y и z в данном случае необязателен), а в системе $x'y'z'$ — координаты x'_1, t'_1 и x'_2, t'_2 соответственно. Согласно (1), получаем:

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Предположим, что события происходят в системе xuz одновременно, но в разных пространственных точках. Это означает, что $t_2 = t_1, x_2 \neq x_1$. Легко видеть, что в этом случае $t'_2 \neq t'_1$; иначе говоря, в системе $x'y'z'$ указанные события происходят не одновременно.

Если скорость относительного движения систем xuz и $x'y'z'$ (скорость v) *много меньше* скорости света, то соотношения (1) существенно упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \right\}$$

Полученные соотношения называют *преобразованиями Галилея*. Они отражают принцип относительности в классической механике, сформулированный в своё время Галилеем. С точки зрения специальной теории относительности преобразования Галилея являются *частным случаем* преобразований Лоренца, справедливым при $v \ll c$.

Полезно заметить, что, принимая во внимание относительность пространственных координат ($x' = x - vt$), преобразования Галилея в то же время предполагали *абсолютность времени* ($t' = t$). Представление об абсолютности времени весьма прочно укоренилось в человеческом сознании. Мы привыкли полагать, что фраза «событие происходит *сейчас*, в данный момент» имеет смысл для всех систем отсчёта и вообще для всей Вселенной.

С физической точки зрения принципиальное различие между преобразованиями Галилея и преобразованиями Лоренца состоит в том, что в первом случае не учитывается конечность скорости распространения световых сигналов, тогда как во втором случае учитывается. При рассмотрении сравнительно медленных движений такое упрощение вполне оправдано. Учёт конечности скорости распространения световых сигналов приводит, как показывают соотношения (1), к необходимости *отказа от абсолютности времени и необходимости совместного рассмотрения пространственных и временных преобразований*. Точнее говоря, отказ от абсолютности времени и обращение к совместным пространственно-временным преобразованиям есть следствие *симметрии физических законов по отношению к переходу из одной инерциальной системы отсчёта в другую, проявляющееся при учёте конечности скорости света*.

Относительность промежутков времени

Пусть в одной и той же точке в системе $x'y'z'$ происходят два события, разделённые промежутком времени τ' ; запишем: $x'_2 - x'_1 = 0$; $t'_2 - t'_1 = \tau'$. Предположим, например, что система $x'y'z'$ связана с космическим кораблём, летящим со скоростью v относительно Земли, а упомянутые *события*: космонавт покинул кресло — космонавт вернулся в кресло. Систему $x'y'z'$ называют *системой покоя* для данных событий: указанные события в этой системе как бы покоятся — они происходят в одной и той же пространственной точке. Промежуток времени между двумя событиями в системе покоя называют *собственным временем*.

Теперь обратимся к системе отсчёта xuz , связанной в данном случае с Землёй. Обсуждаемые события, если их рассматривать в системе xuz , то есть с Земли, будут происходить в *разных* пространственных точках: x_2 и x_1 . События разделяет промежуток времени $\tau = t_2 - t_1$ по часам земного наблюдателя. Используя соотношения (1), нетрудно найти, что

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Отсюда следует, что

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{(t'_2 - t'_1) + \frac{v}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\tau'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Таким образом, промежуток времени между двумя событиями зависит от выбора системы отсчёта. Этот промежуток времени минимален в системе покоя для данных событий

(собственное время). Рассматриваемый промежуток увеличивается в $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ раз в системе отсчёта, движущейся со скоростью v относительно системы покоя⁸.

Предположим, что скорость космического корабля весьма близка к скорости света; например, $v/c = 0,9999$ (может быть, такие корабли и появятся когда-нибудь). В этом случае $\tau \approx 70\tau'$. Космонавт покинул кресло всего лишь на 20 минут, а на Земле между этими событиями (космонавт покинул кресло — космонавт вернулся в кресло) прошли целые сутки.

Впрочем, как нетрудно сообразить, данная ситуация *обратима*. Читатель на Земле прочтёт данный параграф книги за полчаса, а в космическом корабле между событиями, когда земной читатель начал читать параграф и когда он его кончил читать, пройдут сутки.

Необратимость ситуации возникает в том случае, если стартовавший с Земли космический корабль в конечном счёте возвратится на Землю. Но это уже отдельная тема, которая явно выходит за рамки данной книги.

Скорость тела в разных системах отсчёта

В заключение нашего небольшого экскурса в область специальной теории относительности обратимся к вопросу о том, как должна изменяться *скорость тела* при переходе из одной инерциальной системы отсчёта в другую. Ведь нетрудно почувствовать противоречие между применяемым в классической механике правилом сложения скоростей тела и системы отсчёта с постулатом о постоянстве скорости света во всех инерциальных системах отсчёта. Специальная теория относительности требует заменить упомянутое классическое правило новым, более общим.

Будем полагать, что тело движется в системе xyz равномерно со скоростью V в направлении координатной оси x . Обозначим через V' скорость этого тела в системе $x'y'z'$, движущейся со скоростью v относительно системы xyz (как это показано на рисунке 89). Учитывая, что $V = x/t$, а $V' = x'/t'$, немедленно получаем из соотношений (1) искомое правило:

$$V' = \frac{V - v}{1 - \frac{Vv}{c^2}} \quad \text{или} \quad V = \frac{V' + v}{1 + \frac{V'v}{c^2}}.$$

Если $v \ll c$, то знаменатель дроби обращается в единицу, и мы приходим к классическому правилу: $V = V' + v$.

⁸ Связывая систему покоя с космическим кораблём, мы рассматриваем движение Земли относительно корабля. Напомним, что бессмысленно выяснять, какая из двух инерциальных систем в *действительности* движется, а какая покоится, существует лишь их *относительное* движение.

Глава 9.

Симметрия физических законов

Изучая физику, мы обнаруживаем, что существует огромное количество законов — законы гравитации, электричества и магнетизма, ядерных взаимодействий и т. д. Но всё это многообразие законов пронизано несколькими общими принципами, которые так или иначе содержатся в каждом законе. Примерами таких принципов могут служить некоторые свойства симметрии...

Р. Фейнман

Симметрия относительно пространственных переносов

Симметрия физических законов относительно преобразований Лоренца (относительно перехода из одной инерциальной системы отсчёта в другую) — один из наиболее ярких примеров подобного типа симметрии. Существуют и другие виды симметрии физических законов.

На толстом листе фанеры смонтируем несколько физических устройств: математический маятник, сообщающиеся сосуды с водой, электрическую цепь, состоящую из батареи, выключателя, соединительных проводов и трёх одинаковых амперметров, из которых два соединены параллельно. Убедимся, что наша нехитрая физическая лаборатория функционирует в полном согласии с физическими законами: период колебаний маятника со-

гласуется с его длиной (в соответствии с формулой $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$), уровень воды в обоих сосудах одинаков, показание каждого из двух параллельно соединённых амперметров вдвое меньше показания третьего амперметра. Перенесём

фанерный лист с нашей «лабораторией» в другую комнату. Очевидно, что и на новом месте «лаборатория» будет функционировать точно так же, как и на старом. Этот простой пример наглядно демонстрирует *инвариантность физических законов по отношению к пространственным переносам*.

Чтобы ощутить важность этого типа симметрии, попробуем вообразить, что было бы, если бы физические законы изменялись в результате пространственных переносов. Вы переезжаете в другую квартиру и вдруг обнаруживаете, что ваш совершенно исправный телевизор не работает. Вы передвигаете часы на столе, и они останавливаются или начинают неверно показывать время. Спортивные результаты, полученные в бассейнах в двух разных городах, оказываются несопоставимыми, так как вдруг выясняется, что сила сопротивления воды, действующая на пловца, изменяется при перемене места соревнований. Результаты, полученные в некоем эксперименте, выполненном в лаборатории Московского университета, не могут быть проверены в лаборатории Ленинградского университета, несмотря на наличие там такого же оборудования, как и в Москве. И так далее. Нетрудно видеть, что отказ от симметрии физических законов относительно пространственных переносов немедленно приводит к картине какого-то весьма абсурдного, «ненадёжного» мира.

Разумеется, говоря о симметрии относительно пространственных переносов, необходимо иметь в виду, что перемещения объектов друг относительно друга могут влиять на силу и характер их взаимодействия. Естественно, что период колебаний маятника, перенесённого с Земли на Луну, изменится. Переставленные на край стола часы действительно

могут перестать работать, если на этом краю находится достаточно сильный постоянный магнит. Телевизор, перенесённый на более далёкое расстояние от передающей антенны, будет работать хуже или даже совсем не будет работать. Перевозка некоторую физическую установку из Москвы в Ленинград, надо, очевидно, позаботиться и о соответствующем вспомогательном оборудовании. Одним словом, при переносе данного устройства из одной точки пространства в другую надо принимать во внимание *окружающую обстановку* — в той мере, в какой она отражается на функционировании рассматриваемого устройства. «Говоря о симметрии относительно пространственных переносов, — отмечает Фейнман, — необходимо учитывать всё, что играет в эксперименте существенную роль, и переносить всё это вместе с установкой».

Инвариантность физических законов относительно пространственных перемещений можно продемонстрировать на примере *закона всемирного тяготения*:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}.$$

Для конкретности будем полагать, что рассматриваются Земля и Солнце; F — величина силы их взаимного притяжения, m_1 и m_2 — массы Земли и Солнца соответственно, R — расстояние между центрами небесных тел; константу γ называют гравитационной постоянной. Предположим, что положение Земли и Солнца относительно некоторой точки Галактики, выбранной в качестве начала координат, определяется в некоторый момент времени векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 соответственно. Сила притяжения F для данного момента времени может быть определена из выражения для закона всемирного тяготения, где $R = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$ (рис. 90). Выполняя *пространственный перенос*, прибавим к векторам \vec{r}_1 и \vec{r}_2 вектор переноса \vec{r} (см. рисунок). Легко видеть, что при этом величина R , входящая в выражение для закона тяготения, не меняется:

$$R = |(\vec{r}_2 + \vec{r}) - (\vec{r}_1 + \vec{r})| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|.$$

Отсюда следует, что пространственный перенос оставляет инвариантным закон всемирного тяготения.

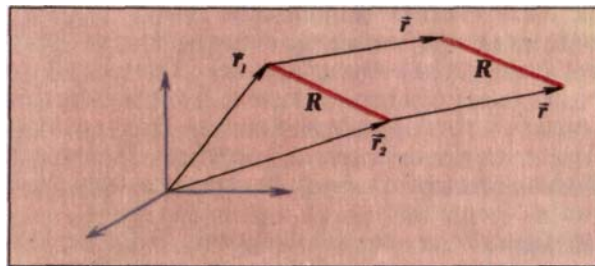


Рис. 90

Инвариантность физических законов по отношению к пространственным переносам обычно выражают термином *однородность пространства*.

Симметрия относительно поворотов

Физические законы инвариантны относительно не только *переносов*, но и *поворотов* в пространстве. Для работы телевизора безразлично, в каком именно направлении будет ориентирован его экран (это не безразлично лишь для зрителей). На результаты эксперимента не может влиять тот факт, что экспериментальная установка ориентирована, скажем, на север, а не на восток (за исключением случаев геофизических измерений). Вместе с Землёй мы все участвуем в сложном движении вокруг Солнца, состоящем из поворотов и переносов. Если бы физические законы не были инвариантными относительно поворотов и перемещений в пространстве, то они должны были бы изменяться во времени с периодом в один год. В этом случае результаты, полученные в том или ином физическом

эксперименте, зависели бы ко всему прочему от того, в каком месяце выполнялся эксперимент.

Инвариантность физических законов по отношению к поворотам обычно выражают термином *изотропность пространства*.

Идея изотропности пространства давалась человечеству с большим трудом. Когда-то думали, что Земля плоская и, следовательно, вертикальное направление абсолютно. Признание шарообразности Земли превратило вертикальное направление из абсолютного в относительное (меняющееся от точки к точке земной поверхности). Известно, что долгое время Земля считалась центром мироздания. В рамках такой модели мира равноценными оказывались не все вообще направления в пространстве, а лишь те, которые проходят через центр Земли. Иначе говоря, такая модель допускала изотропность пространства лишь в одной точке — центре Земли, для любой другой точки пространства всегда можно было указать физически различные направления, например направление к центру Земли и перпендикулярное к нему направление. Перенесение центра мироздания с Земли на Солнце, очевидно, сохраняет физическую неравноценность различных направлений. И только отказ от каких бы то ни было «центров мироздания» согласуется с идеей изотропности пространства.

Симметрия относительно переносов во времени

Часто можно слышать, что «нынешняя физика — не та, что была прежде». Используются даже специальные термины — «классическая физика» и «современная физика». Эта терминология отражает процесс развития физической науки, которая, как и всякая другая наука, не стоит, да и не может стоять на месте.

Совершенно естественный исторический процесс развития физики отнюдь не означает, что с течением времени изменяются физические законы. Одна из важнейших симметрий физических законов заключается в их *постоянстве во времени* или, иначе говоря, в их *инвариантности по отношению к переносам во времени*.

Сформулированный Ньютоном закон всемирного тяготения описывает не меняющийся во времени факт взаимного притяжения тел; это притяжение существовало до Ньютона, оно будет существовать и в последующие века. Установленные в XVII — XVIII веках законы для идеального газа широко используются в современной науке и технике. Никого не удивляет, что сегодняшние школьники изучают, в частности, закон Архимеда, открытый в III веке до н. э. Никто не беспокоится, что телевизор может выйти из строя по причине изменения со временем физических законов, управляющих поведением электронного пучка в электрическом и магнитном полях.

Если бы физические законы изменялись со временем, то каждое физическое исследование могло иметь разве лишь «сиюминутное» значение. Каждый исследователь должен был бы начинать, как говорится, «с нуля»; не было бы той преемственности поколений учёных, без которой не может ни существовать, ни тем более развиваться наука. В мире, где нет симметрии относительно переносов во времени, одни и те же причины сегодня приводили бы к одним следствиям, а завтра — к другим.

Инвариантность физических законов по отношению к переносам во времени обычно выражают термином *однородность времени*.

Симметрия относительно зеркального отражения

На рисунке 88 приводились левая и правая молекулы вторичного бутилового спирта. Одна из этих молекул является зазеркальным двойником другой; при отражении в зеркале каждый атом левой молекулы превращается в соответствующий атом правой (и наоборот). Предположим, что такое *поатомное* зеркальное отражение выполнено не с единичной молекулой, а с макрообъектом в целом, например с некоторым физическим устройством. В результате появится зазеркальный двойник исходного устройства, который с точностью до замены «левого» на «правое» и наоборот повторяет не только *внешний* вид, но и *внут-*

реннюю структуру заданного устройства — вплоть до его атомной структуры. Если в исходном устройстве содержались правые винты или спирали, то они превратятся в левые; правые (левые) молекулы или группы молекул превратятся в левые (правые). Такой зазеркальный двойник может в принципе существовать, в виде реального объекта (а не только как мысленный зеркальный образ).

Предположим, что нам удалось изготовить зазеркальный двойник обычных часов; назовем его «отражёнными» часами. Вполне очевидно, что такие часы будут функционировать так же, как и исходные часы. Правда, стрелки «отражённых» часов будут вращаться в обратную сторону по сравнению с обычными часами, соответственно иначе будет выглядеть и циферблат. Можно представить себе «отражённый» телевизор, «отражённую» электрическую схему, «отражённую» оптическую систему и т. д. Все они должны работать так же, как и обычные приборы, схемы, системы. Это означает, что мы имеем дело ещё с одной симметрией физических законов — *инвариантностью по отношению к зеркальному отражению*.

Можно предложить наглядную демонстрацию такой симметрии. Допустим, что вы сидите в кинозале, задняя стена которого заменена большим плоским зеркалом. Если вы повернётесь спиной к экрану и будете смотреть фильм в зеркале, то никаких необычных с точки зрения физики явлений вы при этом не обнаружите. События на зазеркальном экране будут выглядеть точно так же, как и на обычном экране. Правда, на зазеркальном экране трудно будет прочесть надписи, попадающие в кадр, и кроме того, знакомый пейзаж или знакомые асимметричные объекты будут казаться незнакомыми. Однако этот эффект неузнавания, связанный с заменой «правого» на «левое», не имеет никакого отношения к физическим законам.

До 1956 года физики ставили симметрию по отношению к зеркальному отражению в один ряд с симметриями, отвечающими однородности пространства и времени, изотропности пространства, инвариантности относительно преобразований Лоренца. Иными словами, они были убеждены, что симметрией относительно отражения обладают все без исключения физические законы. В 1956 году американские физики Ли и Янг выдвинули предположение, что инвариантность по отношению к зеркальному отражению не должна иметь места в группе законов, описывающих явления распада элементарных частиц. В 1957 году это предсказание было подтверждено прямым экспериментом. К великому удивлению физиков, оказалось, что зеркальная симметрия присутствует не во всех физических законах, что в некоторых явлениях природа обнаруживает *лево-правую асимметрию*. Этот крайне интересный вопрос мы обсудим подробнее в главе 14. Здесь же лишь заметим, что с обнаружением зеркальной асимметрии в явлениях распада элементарных частиц мы, возможно, получаем ключ к объяснению поразительного факта асимметрии живых молекул (достаточно подробно обсуждавшейся в главе 7).

Пример асимметрии физических законов

Чтобы не создавалось впечатления, будто физические законы инвариантны по отношению к любым преобразованиям, приведём поучительный пример преобразований, относительно которых физические законы *неинвариантны*. Таким примером являются преобразования, предполагающие изменение пространственного масштаба или, иначе говоря, преобразования подобия.

Все физические законы неинвариантны относительно преобразований подобия. Иными словами, геометрический принцип подобия, строго говоря, неприменим к физическим законам.

Правда, идея подобия весьма прочно укоренилась в человеческом сознании. Она получила весьма широкое распространение в литературе и искусстве. Достаточно вспомнить Джонатана Свифта, пославшего своего Гулливера сначала в Лилипутию, а затем к великанам в Бробдингнэг. Эта же идея лежала в основе высказывавшихся в начале нашего века

«догадок» о том, что атом — это Солнечная система в некотором карликовом мире. Приведем поэтическую метафору Валерия Брюсова:

Быть может, эти электроны —
Миры, где пять материков,
Искусства, знания, войны, троны
И память сорока веков!
Ещё, быть может, каждый атом —
Вселенная, где сто планет.
Там всё, что здесь, в объёме сжатом,
Но также то, чего здесь нет.

На первый взгляд кажется, что если построить новую установку, каждая деталь которой в некоторое число раз больше (или меньше) соответствующей детали исходной установки, то новая установка будет работать точно так же, как и исходная. Недаром же аэродинамические и гидродинамические конструкции предварительно испытывают на их пропорционально уменьшенных моделях.

Известно, однако, что сколь-либо существенное уменьшение размеров конструкции (устройства) при таких аэродинамических или гидродинамических испытаниях недопустимо. Ещё Галилей установил, что законы природы несимметричны относительно изменения масштаба. К этому выводу он пришёл, рассуждая о прочности костей животных при увеличении их размеров. Аналогичные рассуждения приводятся в книге Фейнмана «Характер физических законов». Эти рассуждения настолько просты и убедительны, что мы решили привести их полностью. «Время от времени, — пишет Фейнман, — появляются сообщения о том, что кто-то построил собор из спичек — многоэтажный, гораздо более готический, чем самый готический из соборов, такой изящный и т. д. Почему же мы никогда не строим таких же настоящих соборов из огромных брёвен, с той же степенью изящества, с тем же вкусом к деталям? Ответ таков — если бы вы построили подобный собор, то он оказался бы настолько высоким и тяжёлым, что рухнул бы. Вы можете возразить, что при сравнении двух вещей следует менять всё, что входит в систему! На маленький собор действуют силы притяжения Земли, так что для сравнения необходимо, чтобы на большой собор действовали силы Земли, увеличенной в нужное число раз. Это ещё хуже. Земля более крупных размеров будет ещё сильнее притягивать, а тогда ваши балки и подавно сломаются».

С точки зрения современной физики инвариантность физических законов относительно преобразований подобия объясняется просто и исчерпывающе — *порядок размеров атома имеет абсолютное, одинаковое для всей Вселенной значение*. Размеры атома связаны с универсальной физической постоянной — *постоянной Планка*, \hbar ($\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с); они определяются соотношением \hbar^2 / me^2 , где m и e — масса и заряд электрона (минимальная масса покоя и минимальный электрический заряд в природе — по имеющимся на сегодня данным). Указанное соотношение даёт для порядка линейных размеров атома значение 10^{-10} м. Отсюда, между прочим, видно, что если попробовать уменьшить линейные размеры деталей некоторой реальной установки объемом $0,1$ м³, скажем, в миллиард раз, то в нашем распоряжении останется всего лишь около ста атомов! Ясно, что никакой работающей установки из такого малого числа атомов создать в принципе нельзя.

Ярким примером проявления асимметрии физических законов по отношению к изменению масштаба является тот фундаментальный факт, что при достаточно сильном уменьшении масштаба законы классической механики, в частности законы Ньютона, перестают работать. На смену этим законам приходят законы движения микрочастиц — *законы квантовой механики*.

Глава 10.

Законы сохранения

Существует несколько основных законов природы, имеющих математическую форму законов сохранения. Закон сохранения гласит, что в замкнутой системе некая физическая величина, например полный импульс или энергия, всегда остается постоянной.

Дж. Опп

Невероятное приключение барона Мюнхгаузена

Рассказывая о своих удивительных приключениях, барон Мюнхгаузен поведал, как однажды он вместе с конём попал в трясины. «Вот уже всё туловище моего коня скрылось в зловонной грязи, — вспоминал доблестный барон, — вот уже и моя голова стала погружаться в болото, оттуда торчала лишь косичка моего парика. Что было делать? Мы непременно погибли бы, если бы не удивительная сила моих рук. Я страшный силач. Схватив себя за эту косичку, я изо всех сил дёрнул вверх и без большого труда вытащил из болота и себя и своего коня, которого крепко сжал обеими ногами, как щипцами».

Читатель легко может изобличить уважаемого барона во лжи. Ведь согласно третьему закону Ньютона (действие равно противодействию), сила, с которой рука барона действует на косичку, вызывает равную и противоположно направленную силу, с которой косичка действует на руку. А поскольку и рука и косичка — это части *одной и той же* физической системы (барона), то ясно, что результирующая сила, с которой барон действует на самого себя, равна нулю.

Таким образом, принципиально нельзя поднять самого себя за волосы. С более общей точки зрения этот запрет может рассматриваться как следствие *закона сохранения импульса (количества движения)*. Согласно этому закону, *импульс системы не может измениться в результате взаимодействия друг с другом частей системы*. Применительно к нашему случаю это означает, что направленный вниз, в трясины, импульс барона не может измениться в результате взаимодействия руки барона с его косичкой.

Если система не испытывает воздействий извне (*замкнутая система*), то, следовательно, нет причин, которые могли бы изменить импульс системы. В этом случае импульс системы со временем не меняется или, как принято говорить, *сохраняется*. Закон сохранения *импульса* замкнутой системы — один из трёх важнейших законов сохранения. Два других закона связаны с сохранением *энергии* и *момента импульса* (момента количества движения).

Законы сохранения энергии и импульса в задачах с бильiardными шарами

Бильiard даёт хорошую возможность продемонстрировать действие законов сохранения *импульса* и *энергии*. Возьмём в руки кий и постараемся толкнуть один из бильiardных шаров так, чтобы он покати́лся точно по прямой, соединяющей центр данного шара с центром другого шара. Произойдёт так называемое *центральное* соударение шаров. Оно интересно тем, что первый (налетающий) шар в момент соударения останавливается — *независимо от величины начальной скорости*. При этом второй шар начинает двигаться по линии удара со скоростью, какую перед ударом имел первый шар (рис. 91).

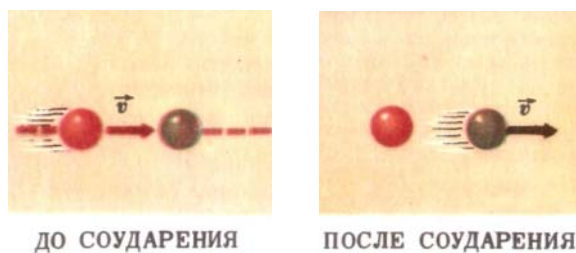


Рис. 91

Этот результат можно получить, используя законы сохранения энергии и импульса для соударяющихся шаров. Пусть v — скорость налетающего шара; второй шар до соударения неподвижен. Обозначим через v_1 и v_2 скорости соответственно первого и второго шаров после соударения (пока мы ещё не знаем, что первый шар после соударения будет покоиться). Биллиардные шары сталкиваются *упруго*; это означает, что отсутствуют потери энергии на нагревание шаров при ударе. Для упругого столкновения шаров *закон сохранения энергии* имеет вид:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2},$$

где m — масса шара. Это равенство означает, что при соударении сохраняется суммарная кинетическая энергия сталкивающихся шаров.

Далее обратимся к *закону сохранения импульса*. Напомним, что импульс тела с массой m и скоростью \vec{v} есть $m\vec{v}$. Импульс — величина *векторная*; поэтому надо принимать во внимание его направление. В случае центрального соударения задача характеризуется единственным физически выделенным направлением (красная штриховая прямая на рисунке 91). Ясно, что импульсы шаров после соударения могут быть направлены только вдоль указанного направления. *Одномерный* характер задачи позволяет рассматривать в законе сохранения импульса лишь численные значения импульсов шаров, то есть записывать этот закон в скалярном виде:

$$mv = mv_1 + mv_2.$$

Используя оба закона сохранения (энергии и импульса), получаем систему уравнений относительно неизвестных v_1 и v_2 :

$$\left. \begin{aligned} v_1^2 + v_2^2 &= v^2, \\ v_1 + v_2 &= v. \end{aligned} \right\}$$

Возводя в квадрат обе части второго уравнения, находим: $v_1^2 + 2v_1v_2 + v_2^2 = v^2$. С учётом первого уравнения получаем отсюда:

$$2v_1v_2 = 0.$$

Физически очевидно, что $v_2 \neq 0$ (второй шар не может оставаться неподвижным после того, как по нему нанесён удар). Поэтому заключаем, что $v_1 = 0$ и, следовательно, $v_2 = v$.

Если соударение биллиардных шаров не является центральным (*косое*, или *нецентрального*, соударение), то после соударения оба шара будут двигаться, причём в разных направлениях. Примечательно, что направления разлёта шаров во всех случаях будут составлять друг с другом прямой угол, в чём нетрудно, кстати говоря, убедиться на практике. Этот результат может быть предсказан на основе законов сохранения энергии и импульса для сталкивающихся шаров.

Обозначим через \vec{v} скорость налетающего шара, а через \vec{v}_1 и \vec{v}_2 скорости разлетающихся шаров; α — угол между векторами \vec{v}_1 и \vec{v}_2 (рис. 92). Требуется показать, что $\alpha = 90^\circ$.



Рис. 92

Закон сохранения энергии имеет такой же вид, как и для центрального соударения:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2},$$

тогда как закон сохранения импульса должен быть записан теперь иначе — с учетом векторной природы импульса:

$$m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2.$$

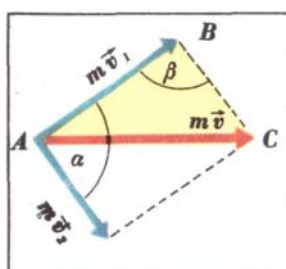


Рис. 93

На рисунке 93 изображён вектор $m\vec{v}$ в виде суммы векторов $m\vec{v}_1$ и $m\vec{v}_2$. Выделим на рисунке треугольник ABC ($|AC| = mv$, $|AB| = mv_1$, $|BC| = mv_2$) и применим известную теорему косинуса:

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2|AB| \cdot |BC| \cos \beta,$$

где β — угол между сторонами AB и BC . Это равенство может быть переписано в виде

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \alpha$$

(с учётом того, что $\beta = 180^\circ - \alpha$, и, следовательно, $\cos \beta = -\cos \alpha$).

Именно в таком виде удобно использовать в данном случае закон сохранения импульса для соударяющихся шаров. Поскольку, согласно закону сохранения энергии, $v^2 = v_1^2 + v_2^2$, то отсюда следует, что $2v_1v_2 \cos \alpha = 0$. Так как $v_1 \neq 0$ и $v_2 \neq 0$; то, следовательно, $\cos \alpha = 0$, то есть $\alpha = 90^\circ$.

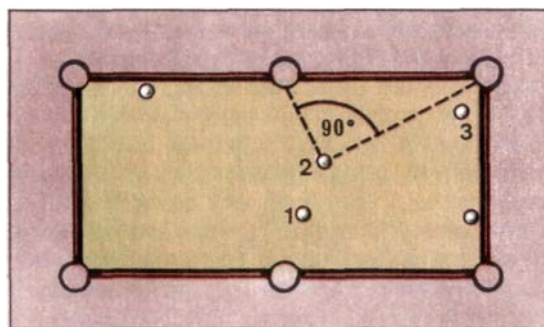


Рис. 94

На рисунке 94 показана некоторая конкретная ситуация на бильярдном столе. Направления от шара 2 к двум соседним лузам (см. штриховые прямые) образуют прямой

угол. Поэтому следует бить шаром 1 не по шару 3, а по шару 2; при удачном ударе возможно одновременное попадание в лузы как шара 2, так и шара 1.

О законе сохранения импульса

Остановимся подробнее на законе сохранения импульса. Заменим мысленно бильярдный стол большой плоской поверхностью, на которой движутся, сталкиваясь друг с другом, n шаров. Будем полагать, что в общем случае массы этих шаров различны: m_1, m_2, \dots, m_n . Обозначим скорости шаров в некоторый момент времени t соответственно через $\vec{v}_1(t), \vec{v}_2(t), \dots, \vec{v}_n(t)$. Составим сумму:

$$m_1 \vec{v}_1(t) + m_2 \vec{v}_2(t) + \dots + m_n \vec{v}_n(t),$$

которую обычно принято записывать более кратко:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i(t).$$

Согласно закону сохранения импульса для системы сталкивающихся шаров, эта сумма не должна изменяться со временем. Хотя отдельные слагаемые в указанной сумме изменяются при столкновениях шаров, сумма в целом является постоянной (сохраняющейся) величиной. Закон сохранения импульса может быть записан в виде равенства:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i(t) = \vec{p},$$

где вектор \vec{p} — суммарный (полный) импульс системы шаров. Вектор \vec{p} постоянен; столкновения шаров друг с другом не влияют ни на его направление, ни на его численное значение. Записанное равенство означает, что *полный импульс некоторой системы* (в данном случае системы шаров) *не изменяется при взаимодействии частей системы друг с другом*.

В классической механике закон сохранения импульса может быть выведен на основе третьего и второго законов Ньютона. Этот вывод поучителен; поэтому приведём его. Предположим, что в системе шаров произошло столкновение шаров с массами m_1 и m_2 . Обозначим силу, с которой шар m_2 подействовал на шар m_1 , через \vec{f}_1 , а силу, с которой шар m_1 подействовал на шар m_2 через \vec{f}_2 . Согласно третьему закону Ньютона,

$$\vec{f}_1 = -\vec{f}_2 \quad (1)$$

С учётом второго закона Ньютона представим:

$$\vec{f}_1 = m_1 \vec{a}_1; \quad \vec{f}_2 = m_2 \vec{a}_2,$$

где \vec{a}_1 и \vec{a}_2 — ускорения шаров m_1 и m_2 . Пусть Δt — длительность столкновения, а $\Delta \vec{v}_1$ и $\Delta \vec{v}_2$ — изменения скоростей шаров при столкновении. При достаточно малом Δt можно полагать, что

$$\vec{a}_1 = \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t}; \quad \vec{a}_2 = \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t}.$$

В результате равенство (1) принимает вид:

$$m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} = -m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t}.$$

Представим: $\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}'_1 - \vec{v}_1$, где \vec{v}_1 и \vec{v}'_1 — скорости шара m_1 до и после столкновения соответственно. Аналогично представим: $\Delta \vec{v}_2 = \vec{v}'_2 - \vec{v}_2$. Теперь равенство (1) принимает вид (после сокращения Δt):

$$m_1 (\vec{v}'_1 - \vec{v}_1) = m_2 (\vec{v}'_2 - \vec{v}_2)$$

или

$$m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2.$$

Последнее равенство означает, что в результате столкновения шаров их суммарный импульс не изменяется. Таким образом, мы действительно приходим к закону сохранения импульса.

Векторное произведение двух векторов

Прежде чем рассматривать закон сохранения момента импульса, обсудим с чисто математической точки зрения понятие *векторного произведения двух векторов*. Предположим, что некоторый вектор \vec{a} надо умножить *векторно* на некоторый вектор \vec{b} или, иначе говоря, требуется найти вектор \vec{c} , являющийся векторным произведением исходных векторов. Записывают так: $\vec{c} = (\vec{a} \times \vec{b})$. Мысленно перенесём один из векторов-сомножителей, например вектор \vec{b} , параллельно самому себе так, чтобы оба вектора (\vec{a} и \vec{b}) имели общее начало. Обозначим через S плоскость, проходящую через векторы \vec{a} и \vec{b} , а через φ угол между этими векторами. Численное значение вектора \vec{c} , являющегося векторным произведением вектора \vec{a} на вектор \vec{b} , определяется по формуле:

$$c = ab \sin \varphi,$$

а его направление перпендикулярно к плоскости S . Правда, существуют *два* направления, перпендикулярных к данной плоскости; эти направления взаимно противоположны. Чтобы выбрать *нужное* направление для вектора \vec{c} , будем мысленно поворачивать первый сомножитель (вектор \vec{a}) по направлению ко второму сомножителю (вектору \vec{b}) в сторону меньшего угла. Тогда направление вектора \vec{c} определяется в соответствии с известным *правилом буравчика* или, иначе говоря, в соответствии с *правилом правого винта* (рис. 95, а). Нетрудно видеть, что при перемене мест сомножителей их векторное произведение меняет знак: $(\vec{a} \times \vec{b}) = -(\vec{b} \times \vec{a})$ (сравните рис. 95, а и 95, б).

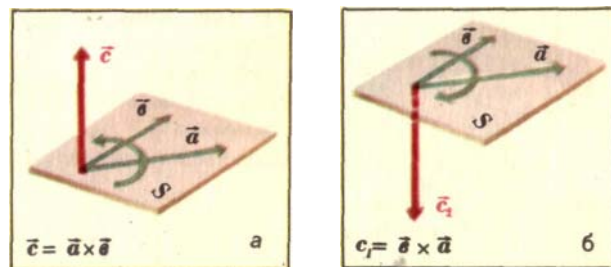


Рис. 95

Заметим, что направление вектора \vec{c} — понятие условное; оно связано с нашей договорённостью использовать именно *правый* винт. В принципе ничто не мешает взять за основу не *правый*, а *левый* винт. Векторы, направление которых не является физически определённым, а связано условно с правым (левым) винтом, называют *аксиальными* векторами. В отличие от них обычные векторы, направление которых физически определено, называют *полярными* векторами. Векторное произведение двух полярных векторов есть аксиальный вектор.

Обратим внимание на то, что *аксиальный вектор отражается в зеркале не так, как обычный (полярный) вектор* (см. рис. 96, где \vec{a} — полярный вектор, \vec{c} — аксиальный вектор).

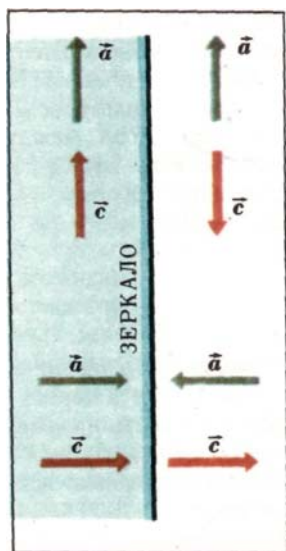


Рис. 96

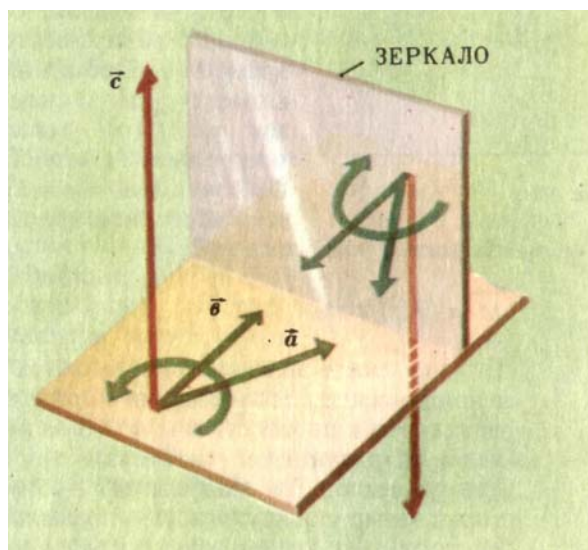


Рис. 97

Специфика отражения аксиального вектора становится понятной, если обратиться к рисунку 97, где аксиальный вектор \vec{c} рассматривается как векторное произведение полярного вектора \vec{a} на полярный вектор \vec{b} . Чтобы понять, как отражается в зеркале вектор \vec{c} , надо отразить в этом зеркале полярные векторы \vec{a} и \vec{b} и проследить за тем, как изменится при этом направление вращения от вектора \vec{a} к вектору \vec{b} (см. круговые стрелки на рисунке 97).

Второй закон Кеплера — закон сохранения орбитального момента импульса планеты

Второй из трёх законов Кеплера, описывающих движение планет, известен как *закон площадей*: воображаемая прямая линия, соединяющая планету с Солнцем, «заметает» в плоскости орбиты планеты *одинаковые площади за одинаковые промежутки времени*. На рисунке 98, а изображена эллиптическая орбита некоторой планеты; в фокусе O находится Солнце. Площади заштрихованных на рисунке фигур AOB и COD равны; поэтому, согласно второму закону Кеплера, планета должна проходить участки AB и CD своей орбиты за одно и то же время. Следовательно, чем ближе подходит планета к Солнцу, тем выше её орбитальная скорость.

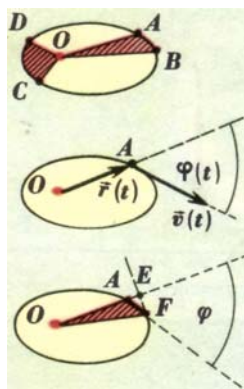


Рис. 98

Открытый Кеплером закон площадей соответствует *закону сохранения орбитального момента импульса* планеты. Для пояснения понятия *момент импульса* обратимся к рисунку 98, б.

Пусть в момент времени t планета находится в точке A своей орбиты. Проведём из точки O в точку A вектор; обозначим его как $\vec{r}(t)$ и назовём радиус-вектором планеты в

момент времени t . Орбитальную скорость планеты в момент t обозначим как $\vec{v}(t)$, а импульс — как $m\vec{v}(t)$ (m — масса планеты). Угол между векторами $\vec{r}(t)$ и $\vec{v}(t)$ обозначим как $\varphi(t)$. Орбитальный момент импульса планеты \vec{M} есть векторное произведение радиус-вектора \vec{r} на вектор импульса $m\vec{v}$:

$$\vec{M} = (\vec{r}(t) \times m\vec{v}(t)).$$

Его численное значение определяется произведением $rmv\sin\varphi$, а направление в соответствии с правилом правого винта перпендикулярно к плоскости орбиты (для рисунка 98 это есть направление за рисунок, от читателя).

Радиус-вектор \vec{r} и импульс $m\vec{v}$ — это обычные (полярные) векторы; момент импульса \vec{M} — аксиальный вектор.

Покажем, что *кеплеровский закон площадей действительно соответствует закону сохранения орбитального момента импульса*. Пусть A и F — две близкие точки орбиты, в которых планета находится в моменты времени t и $t + \Delta t$ соответственно (рис. 98, в). Промежуток времени Δt предполагается достаточно малым — таким, чтобы можно было заменить дугу AF отрезком прямой и, кроме того, считать практически одинаковыми орбитальные скорости планеты в точках A и F . Обозначим через ΔS площадь заштрихованного на рисунке 98, в треугольника AOF . Опустим из вершины F на направление стороны AO перпендикуляр FE . Легко видеть, что

$$\Delta S = \frac{1}{2} |AO| \cdot |FE| = \frac{1}{2} |AO| \cdot |AF| \cdot \sin \varphi(t).$$

Поскольку $|AO| = r(t)$, $|AF| = v(t)\Delta t$, то, следовательно,

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} r(t)v(t) \sin \varphi(t).$$

Таким образом,

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{M}{2m}.$$

В левой части полученного равенства стоит входящая в закон Кеплера площадь орбиты, «заметаемая» радиус-вектором планеты в единицу времени, а в правой части — значение M орбитального момента импульса планеты. Согласно закону Кеплера, величина $\Delta S / \Delta t$ не изменяется со временем; отсюда следует, что не должно зависеть от времени и значение величины M .

Впрочем, второй закон Кеплера и закон сохранения орбитального момента импульса планеты не вполне эквивалентны. Закон сохранения момента импульса содержит более богатую информацию, нежели *кеплеровский закон площадей*, поскольку он указывает на сохранение не только *численного значения* момента импульса планеты, но и *направления* этой величины в пространстве. Сохранение направления момента импульса объясняет неизменность пространственной ориентации плоскости орбиты планеты.

Сохранение собственного момента импульса вращающегося тела

Наряду с *орбитальным* планета обладает также *собственным* моментом импульса. Если орбитальный момент импульса связан с движением планеты по орбите, то собственный момент возникает вследствие её вращения вокруг собственной оси. Как и орбитальный, собственный момент импульса планеты также сохраняется. Его направление составляет некоторый угол с плоскостью орбиты, не меняющийся с течением времени. С сохранением собственного момента импульса планеты связано постоянство смены суток; с сохранением направления этого момента связан неизменный для данной широты характер изменения длительности дня и ночи в течение годового цикла.

Постоянство угловой скорости и направления оси вращения гироскопа или обычного волчка также связано с сохранением собственного момента импульса этих тел. Когда

вращающаяся на льду фигуристка разводит руки в стороны для того, чтобы быстро остановиться, она использует закон сохранения собственного момента импульса. При разведении рук часть массы фигуристки переносится подальше от оси вращения, что в соответствии с законом сохранения момента импульса компенсируется уменьшением угловой скорости вращения. Для пояснения воспользуемся рисунком 99.

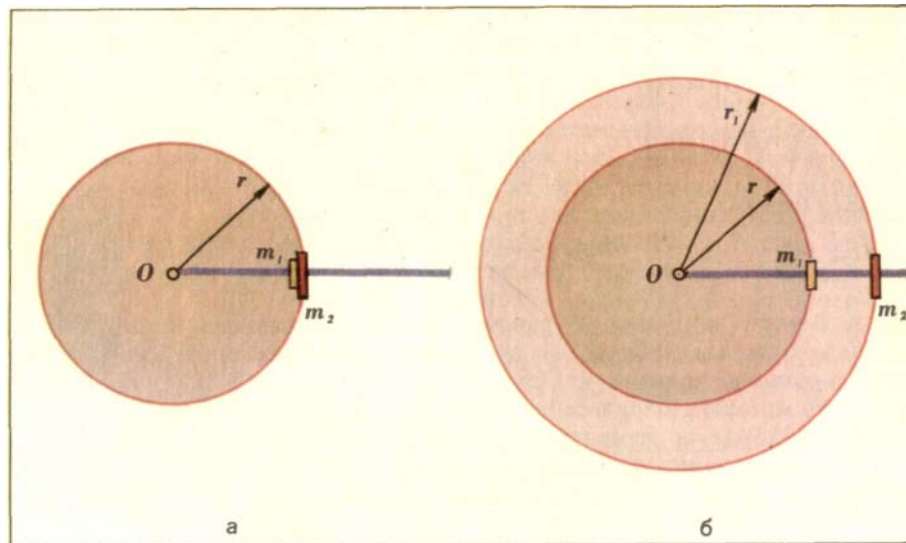


Рис. 99

Для простоты на рисунке 99 вместо фигуристки рассматривается система из двух масс m_1 и m_2 , находящихся на невесомом стержне и вместе с ним вращающихся в горизонтальной плоскости вокруг точки O . В исходной ситуации обе массы находятся на одинаковом расстоянии r от точки O (см. рис. 99, а). Обозначим через ω угловую скорость вращения системы в данном случае. Поскольку $\omega = v/r$, где v — орбитальная скорость, то, следовательно, численное значение момента импульса рассматриваемой системы равно:

$$M = r(m_1 + m_2)v = (m_1 + m_2)\omega r^2.$$

Далее предположим, что масса m_2 переместилась по стержню и оказалась на расстоянии r_1 от оси вращения (см. рис. 99, б). Это в общих чертах соответствует разведению рук фигуристки в стороны. В этом случае момент импульса системы будет определяться выражением:

$$M_1 = \omega_1(m_1 r^2 + m_2 r_1^2).$$

Поскольку $r_1 > r$ и в то же время $M_1 = M$ (момент импульса сохраняется), то, следовательно, $\omega_1 < \omega$.

Сохранение момента импульса вращающегося тела широко используется в технике. Например, для автоматического управления полётом самолёта применяют устройство с гироскопом. Действие автопилота основано на сохранении направления оси гироскопа в пространстве при любых отклонениях от курса.

Глава 11.

Симметрия и законы сохранения

В настоящее время трудно найти статью, посвящённую фундаментальным проблемам физики, в которой не упоминались бы принципы инвариантности, а автор в своих рассуждениях не использовал бы положения о существовании связи между законами сохранения и принципами инвариантности.

Ю. Вигнер

Связь между пространственно-временной симметрией физических законов и законами сохранения энергии, импульса, момента импульса

Закон сохранения энергии использовался в механике ещё до Галилея. Так, в конце XV века гениальный Леонардо да Винчи постулировал невозможность вечного двигателя. «О искатели постоянного движения, сколько пустых проектов создали вы в подобных поисках», — писал он в своей работе «Об истинной и ложной науке». Законы сохранения импульса и момента импульса были сформулированы позднее — в XVII — XVIII веках. Однако вплоть до начала XX века законам сохранения отводилась явно второстепенная роль. Отношение к ним радикально изменилось лишь после того, как была выявлена *связь этих законов с принципами инвариантности*. С выявлением такой связи стало ясно, что законы сохранения занимают главенствующее положение среди прочих законов природы.

Указанная связь может быть сформулирована следующим образом.

1. *Закон сохранения импульса есть следствие однородности пространства, или, иначе говоря, следствие инвариантности физических законов по отношению к переносам в пространстве.* Импульс может быть, таким образом, определён как физическая величина, сохранение которой есть следствие указанной симметрии физических законов.

2. *Закон сохранения момента импульса есть следствие изотропности пространства, или, иначе говоря, следствие инвариантности физических законов по отношению к поворотам в пространстве.* Момент импульса — физическая величина, сохранение которой есть следствие указанной симметрии физических законов.

3. *Закон сохранения энергии есть следствие однородности времени, или, иначе говоря, следствие инвариантности физических законов по отношению к переносам во времени.* Энергия — физическая величина, сохранение которой есть следствие указанной симметрии физических законов.

Трёхмерность пространства предопределяет векторную природу импульса и момента импульса; законы сохранения импульса и момента импульса — векторные законы. Одномерность времени предопределяет скалярную природу энергии и соответствующего закона сохранения.

Связь законов сохранения с пространственно-временной симметрией физических законов означает, что сам по себе ход времени или перемещение и поворот в пространстве не могут вызвать изменения физического состояния системы. Для этого необходимо взаимодействие данной системы с другими системами.

Универсальность и фундаментальность законов сохранения

Такой взгляд на законы сохранения может показаться новым для неискущённого читателя. Весьма важно обратить внимание на тот факт, что *законы сохранения могут быть получены без применения законов движения, непосредственно из принципов симметрии*. Приводившийся в главе 10 вывод закона сохранения импульса на основе третьего и второго законов Ньютона надо рассматривать в этой связи лишь как *частный* вывод.

Отсюда следует, что *область применимости* законов сохранения шире, нежели область применимости тех или иных законов движения. Законы сохранения энергии, импульса, момента импульса применяются как в классической механике, так и в квантовой механике; в то же время законы динамики Ньютона в квантовой механике не имеют места. «Для тех, кто выводит законы сохранения из принципов инвариантности, — отмечает известный венгерский физик Юджин Вигнер, — ясно, что область применимости этих законов выходит за рамки любых частных теорий (гравитации, электромагнетизма и т. д.), практически обособленных друг от друга в современной физике».

Очевидно, что область применимости законов сохранения должна быть столь же широка, как и область применимости соответствующих принципов инвариантности. Это дает основание считать законы сохранения энергии, импульса, момента импульса *универсальными законами*.

Связь законов сохранения с принципами инвариантности означает также, что нарушение этих законов, если бы оно наблюдалось, должно было бы свидетельствовать о нарушении соответствующих принципов инвариантности. В настоящее время нет каких-либо экспериментальных указаний на то, что законы природы могут оказаться неинвариантными относительно переносов во времени, а также переносов и поворотов в пространстве. Это обстоятельство в сочетании с отмеченным выше свойством универсальности делает законы сохранения энергии, импульса, момента импульса поистине *фундаментальными* законами.

Из фундаментальности законов сохранения следует, что в качестве *фундаментальных физических величин* должны быть выбраны *сохраняющиеся величины* — энергия, импульс, момент импульса. Заметим, что в классической механике эти величины выступают как некоторые функции скорости и координат тела. Так, энергия, импульс и момент импульса бильярдного шара могут быть представлены в виде:

$$E = \frac{mv^2}{2}; \quad \vec{p} = m\vec{v}; \quad \vec{M} = (\vec{r} \times m\vec{v}), \quad (1)$$

откуда, в частности, следует, что

$$E = \frac{p^2}{2m}; \quad \vec{M} = (\vec{r} \times \vec{p}). \quad (2)$$

Исходя из выражений типа (1), можно, казалось бы, сделать вывод, что роль фундаментальных величин играют скорость и координаты тела. Однако если перейти от классической механики бильярдных шаров к квантовой механике микрообъектов, то в этом случае само понятие скорости объекта становится, строго говоря, уже непригодным и выражения (1) утрачивают смысл. Сами же сохраняющиеся величины (E , \vec{p} , \vec{M}) сохраняют смысл как в классической, так и в квантовой механике. Существенно, что в квантовой механике они, вообще говоря, уже не выражаются друг через друга; второе из соотношений (2) не имеет места в микромире, поскольку не существуют состояния микрообъекта с одновременно определенными значениями импульса и координат. Что касается первого соотношения из (2), то оно справедливо только для свободно движущегося микрообъекта. В случае связанного микрообъекта (например, электрона в атоме) энергия квантуется, при этом для каждого энергетического уровня нельзя указать определённого значения импульса. Таким образом, квантовая механика позволяет по-настоящему выявить фундаментальность сохраняющихся величин, их самостоятельность в полном соответствии с фун-

даментальностью и взаимной независимостью соответствующих типов симметрии физических законов.

Из универсальности законов сохранения следует тот факт, что сохраняющиеся физические величины применяются *в самых различных областях физики*. При этом они могут описываться разными выражениями, использующими физические величины, специфические для той или иной области. В качестве примера рассмотрим импульс. Выпишем четыре формулы для импульса:

$$\vec{p} = m\vec{v};$$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

$$\vec{p} = \frac{1}{c^2}(\vec{E} \times \vec{H});$$

$$\vec{p} = \frac{\hbar\omega}{c}\vec{n}.$$

Первая формула описывает импульс тела с массой m и скоростью v в классической механике, вторая — в теории относительности. Третья формула выражает импульс единицы объёма электромагнитного поля через векторы электрической и магнитной напряжённости поля. Четвёртая формула выражает импульс фотона через его циклическую частоту ω и единичный вектор \vec{n} в направлении движения фотона; \hbar — постоянная Планка. Эти четыре формулы хорошо демонстрируют универсальность понятия «импульс»; что же касается величин \vec{v} , \vec{E} , \vec{H} , ω , то они применимы лишь в соответствующих областях физики.

Заметим, что на основе законов динамики Ньютона можно получить закон сохранения импульса только для того частного случая, когда импульс описывается формулой $\vec{p} = m\vec{v}$; в других случаях законы Ньютона, очевидно, не годятся. Если же исходить из принципов инвариантности, то можно получить закон сохранения импульса независимо от того, каким выражением должен описываться импульс в том или ином случае.

О практической ценности законов сохранения

В предварительной беседе о том, что такое симметрия, отмечалось, что симметрия выражает нечто общее, свойственное разным объектам (явлениям), тогда как асимметрия выявляет индивидуальные характеристики того или иного конкретного объекта или явления. Действуя в самых различных областях физики и в различных конкретных ситуациях, *законы сохранения выражают то общее для всех ситуаций, что в конечном счёте связано с соответствующими принципами симметрии*. Эти законы «безразличны» к специфике рассматриваемых ситуаций, они «безразличны» к конкретным механизмам взаимодействия, их область применимости *выходит за рамки частных теорий*. Общий, универсальный характер законов сохранения, не требующий анализа деталей того или иного явления, обуславливает исключительную простоту этих законов и безусловную достоверность результатов, получаемых на их основе.

Надо признать, что очень часто механизмы взаимодействия (детали явления) нам неизвестны или же известны лишь приближённо. Во многих случаях учёт тех или иных деталей в задаче связан с её чрезмерным математическим усложнением. На фоне всех этих трудностей простые и изящные законы сохранения выглядят крайне привлекательно. Рассматривая то или иное явление, физик анализирует его прежде всего на уровне законов сохранения и лишь после этого вступает при необходимости на тяжёлый путь исследования деталей. Многие явления исследованы в настоящее время лишь на уровне законов сохранения.

При рассмотрении вопросов теории бильярда (см. главу 10) мы не интересовались механизмом столкновения бильярдных шаров. Для этого нам пришлось бы углубиться в

теорию упругости. В данном случае оказалось вполне достаточным воспользоваться всего лишь законами сохранения энергии и импульса.

Пример с эффектом Комптона

Чтобы продемонстрировать практическую ценность законов сохранения, приведём в качестве примера эффект, открытый в 1923 году английским физиком А. Комптоном (*эффект Комптона*). Сущность этого эффекта такова: при рассеянии монохроматического пучка рентгеновских лучей на электронах, входящих в состав вещества мишени, наблюдается увеличение длины волны излучения на величину $\Delta\lambda$, определяемую по формуле (так называемой *формуле Комптона*):

$$\Delta\lambda = \frac{4\pi\hbar}{mc} \sin^2 \frac{\varphi}{2},$$

где φ — угол рассеяния излучения, \hbar — постоянная Планка, m — масса покоя электрона, c — скорость света в вакууме.



Рис. 100

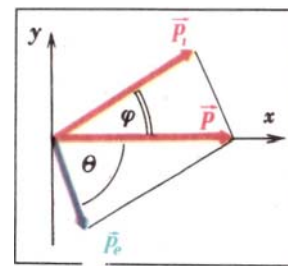


Рис. 101

Чтобы получить формулу Комптона, вовсе не надо знать, как именно взаимодействуют кванты излучения (фотоны) с электронами; достаточно воспользоваться законами сохранения энергии и импульса для отдельного акта столкновения фотона с электроном. В известном смысле нам надо снова обратиться к задаче с бильярдным и шарами, хотя ни электрон, ни фотон, конечно, ничуть не похожи на шары. До соударения электрон-шар можно считать покоящимся по сравнению со стремительно налетающим фотоном-шаром. Энергию налетающего фотона обозначим E , а его импульс — \vec{p} . Столкновение полагаем нецентральным; после столкновения фотон рассеивается под углом φ , имея энергию E_1 и импульс \vec{p}_1 , а электрон отскакивает под углом θ , имея энергию E_e и импульс \vec{p}_e (рис. 100). Закон сохранения энергии имеет вид:

$$E = E_1 + E_e,$$

а закон сохранения импульса (рис. 101) —

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_e,$$

или, если воспользоваться составляющими векторов на x -ось и y -ось, то

$$\left. \begin{aligned} p &= p_1 \cos \varphi + p_e \cos \theta, \\ 0 &= p_1 \sin \varphi - p_e \sin \theta. \end{aligned} \right\}$$

Полученные уравнения имеют весьма общий вид; они применимы как в рассматриваемом случае, так и в случае упругого соударения обычных (например, бильярдных) шаров. Чтобы учесть специфику фотон-электронной задачи, достаточно выразить энергию фотона по формуле:

$$E = \hbar\omega,$$

а его импульс — по формуле (уже знакомой читателю):

$$\vec{p} = \frac{\hbar\omega}{c} \vec{n}.$$

Что же касается электрона, то его энергия может быть выражена через импульс по обычной формуле:

$$E_e = \frac{p_e^2}{2m},$$

справедливой в равной мере как для бильярдного шара, так и для свободного электрона (при условии, что скорость последнего много меньше скорости света).

С учётом сделанных замечаний перепишем выражения для законов сохранения в виде:

$$\begin{aligned}\hbar\omega &= \hbar\omega_1 + \frac{p_e^2}{2m}, \\ \frac{\hbar\omega}{c} &= \frac{\hbar\omega_1}{c} \cos\varphi + p_e \cos\theta, \\ 0 &= \frac{\hbar\omega_1}{c} \sin\varphi - p_e \sin\theta.\end{aligned}$$

Далее остаётся лишь выполнить сравнительно несложные выкладки. Введём обозначение $\Delta\omega = \omega - \omega_1$ (как показывает опыт, величина $\Delta\omega$ мала: $\Delta\omega \ll \omega$) и перепишем систему уравнений в виде:

$$\begin{aligned}\hbar\Delta\omega &= \frac{p_e^2}{2m}, \\ \hbar\omega - h(\omega - \Delta\omega) \cos\varphi &= p_e c \cos\theta, \\ h(\omega - \Delta\omega) \sin\varphi &= p_e c \sin\theta.\end{aligned}$$

Возводя в квадрат второе и третье уравнения и затем складывая их, освобождаемся от угла θ :

$$h^2\omega^2 + h^2(\omega - \Delta\omega)^2 - 2h^2\omega(\omega - \Delta\omega)\cos\varphi = p_e^2 c^2,$$

или, после использования первого уравнения (закона сохранения энергии),

$$\omega^2 + (\omega - \Delta\omega)^2 - 2\omega(\omega - \Delta\omega)\cos\varphi = \frac{2mc^2\Delta\omega}{\hbar}.$$

Деля обе части последнего равенства на ω^2 и раскрывая скобки, пренебрегаем ввиду малости слагаемым $(\Delta\omega/\omega)^2$. В результате получаем:

$$1 - \frac{\Delta\omega}{\omega} - \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega}\right)\cos\varphi = \frac{mc^2}{\hbar\omega} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

или

$$2\sin^2\frac{\varphi}{2} \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega}\right) = \frac{mc^2}{\hbar\omega} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega}.$$

Длина волны излучения λ связана с циклической частотой ω соотношением $\lambda = 2\pi c / \omega$. Легко видеть, что

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda = \frac{2\pi c}{\omega_1} - \frac{2\pi c}{\omega} = 2\pi c \frac{\omega - \omega_1}{\omega\omega_1} = 2\pi c \frac{\Delta\omega / \omega^2}{1 - \Delta\omega / \omega^2}.$$

Отсюда находим:

$$2\sin^2\frac{\varphi}{2} = \frac{mc}{2\pi\hbar} \Delta\lambda,$$

откуда немедленно следует формула Комптона. Мы убедились, что, рассматривая эффект Комптона на уровне законов сохранения, удаётся вывести формулу Комптона, то есть найти зависимость увеличения длины волны от угла рассеяния фотона.

В заключение заметим, что было бы неправильно переоценивать роль законов сохранения. Разумеется, эти законы не всемогущи. Так, для нахождения вероятности фотону рассеяться на тот или иной угол необходимо наряду с законами сохранения учитывать оп-

ределённый механизм взаимодействия фотонов с электронами. В этом случае аналогия с бильярдными шарами уже не имеет места.

Законы сохранения в роли правил запрета, ограничивающих возможные варианты поведения физических систем

Известно, что законы сохранения часто формулируются в виде *правил (законов) запрета*. Так, закон сохранения энергии есть по сути дела закон, запрещающий вечный двигатель. В известном смысле закон сохранения импульса есть закон, запрещающий поднять самого себя за волосы. Закон сохранения момента импульса запрещает, например, планете покинуть свою орбиту или изменить угол наклона оси вращения к плоскости орбиты.

Подход к законам сохранения как к законам запрета принципиально важен по двум причинам. Прежде всего, при таком подходе выдвигается на первый план тот факт, что *симметрия, внося упорядоченность, всегда действует в направлении сокращения числа возможных вариантов*. В главе 4 подчеркивалось, что симметрия в значительной мере ограничивает многообразие структур, которые могут существовать в природе. Теперь можно дополнить это положение, подчеркнув, что симметрия ограничивает многообразие *не только структур*, но также многообразие *вариантов поведения физических систем*. Через посредство законов сохранения (иначе говоря, законов запрета) принципы симметрии исключают многие формально мыслимые варианты поведения систем и порой почти однозначно предписывают системе то или иное поведение.

Вспомним пример с бильярдными шарами. Как бы сильно вы ни толкнули шар, при центральном соударении он всё равно мгновенно остановится: законы сохранения энергии и импульса запрещают ему двигаться после соударения. Не менее интересен случай нецентрального соударения: законы сохранения оставляют возможным лишь те варианты разлёта шаров после соударения, при которых направления разлёта составляют прямой угол.

В своей книге «Мир элементарных частиц» американский физик К. Форд пишет: «Согласно старым представлениям, фундаментальные законы природы должны быть законами дозволения. Они должны определять, что может (и должно) происходить в природе. Согласно новой точке зрения, наиболее фундаментальные законы носят характер запретов. Они определяют, что не может происходить в природе. Так, законы сохранения действительно являются законами запрета. Они запрещают любое явление, при котором изменялась бы сохраняющаяся величина».

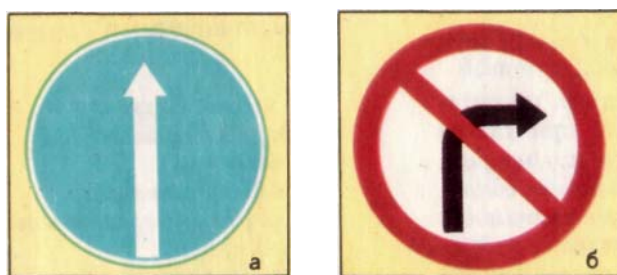


Рис. 102

Может показаться, что *запрещающие* правила представляют собой всего лишь обращенную форму *предписывающих* правил. В действительности это не так. Приведём пример из области дорожных знаков. Предположим, что перед перекрёстком стоит знак, показанный на рисунке 102, *а*. Это есть предписывающий знак: он однозначно определяет дальнейшее движение автомобиля — только вперёд. Если же перед перекрёстком стоит запрещающий знак, показанный на рисунке 102, *б*, то в этом случае дальнейшее поведение автомобиля уже не является однозначно определённым — он может двигаться вперёд или же повернуть влево; ему запрещено лишь поворачивать направо. Смысл приведенного выше отрывка из книги К. Форда состоит в том, что законы сохранения следует сопоставлять не с предписывающими, а с запрещающими знаками.

Есть ещё одна важная причина, по которой законы сохранения рассматривают именно как законы запрета. Дело в том, что в мире элементарных частиц многие законы сохранения⁹ получены как правила, запрещающие те явления, которые никогда не наблюдаются в экспериментах. Предположим, что экспериментальные данные определённо указывают на то, что какие-то взаимопревращения частиц никогда не происходят или, иначе говоря, запрещены. Это обстоятельство может служить основанием для формулирования *некоторого закона сохранения*. При этом не всегда просматривается стоящий за законом принцип инвариантности; в таких случаях закон сохранения выступает лишь в роли правила запрета. С подобными примерами мы познакомимся ниже.

Глава 12.

Мир элементарных частиц

Элементарные частицы олицетворяют ту ступень в познании строения вещества, до которой удалось добраться человеку; изучение их выдвигает весьма важные проблемы, лежащие на передовых рубежах науки.

К. Форд

Элементарные частицы — это передний край современной физики; он соответствует наиболее фундаментальному уровню рассмотрения физической картины мира. Естественно, что именно здесь проявляются наиболее важные закономерности, определяющие в конечном счёте структуру материи и характер физических процессов. Поэтому принципиально важны вопросы, связанные с законами сохранения и принципами инвариантности в мире элементарных частиц.

Однако, прежде чем рассматривать эти вопросы, необходимо познакомиться с элементарными частицами, известными современной науке.

Некоторые характеристики элементарных частиц

Выделим три характеристики частицы — *массу, электрический заряд, спин*. Набор характеристик будет позднее существенно расширен. Наряду с массой, электрическим зарядом, спином, он будет включать время жизни, специфические заряды (электронный, мюонный, барионный), изоспин, странность и другие характеристики.

Под массой понимают *массу покоя* частицы, то есть массу в системе отсчёта, связанной с самой частицей. Наименьшей массой покоя обладает электрон ($m = 9,1 \cdot 10^{-28} \text{ г}$); поэтому массу различных частиц часто выражают в массах электрона. Кроме того, применяют энергетическую единицу МэВ (мегаэлектронвольт); $1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}$. Применение энергетической единицы для выражения массы основано на известном соотношении Эйнштейна $E = mc^2$. Выраженная в энергетических единицах масса электрона составляет 0,511 МэВ.

Электрический заряд элементарных частиц обозначают цифрами: 0, +1, −1. В первом случае заряд отсутствует (частица нейтральная). Во втором случае заряд равен по величине заряду электрона, но в отличие от него положителен. В третьем случае заряд и по величине, и по знаку совпадает с зарядом электрона. Заметим, что электрический заряд заряженных элементарных частиц в точности равен по величине заряду электрона, то есть $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

⁹ Наряду с законами сохранения энергии, импульса, момента импульса в микромире известен ещё целый ряд законов сохранения (см. главу 13).

Спин элементарной частицы — специфический момент импульса частицы, который может быть назван *собственным моментом импульса*, поскольку он не связан с перемещением частицы в пространстве, неуничтожим, его величина не зависит от внешних условий. Этот момент импульса можно условно связать с вращением частицы вокруг собственной оси. Аналогией спина может служить рассматривавшийся в главе 10 собственный момент импульса планеты или гироскопа. Квадрат спина описывается выражением $\hbar^2 s(s+1)$, где \hbar — постоянная Планка, s — определённое для данной частицы число, которое обычно и называют её спином (в последнем случае говорят о спине, измеряемом в единицах \hbar). Как и всякий момент импульса, спин есть векторная величина. Однако этот вектор весьма специфичен: его *проекция* на фиксированное направление принимает только *дискретные* значения (квантуется): $\hbar s, \hbar(s-1), \dots, -\hbar s$. Полное число проекций спина на данное направление равно $2s+1$. В связи с этим говорят, что частица со спином s может находиться в одном из $2s+1$ *спиновых состояний*. У многих элементарных частиц, в частности у электрона, спин s равен $\frac{1}{2}$. Эти частицы имеют по два спиновых состояния,

соответствующих противоположным направлениям спина. Заметим, что все элементарные частицы данного типа (например, все электроны) имеют в точности одинаковую массу, одинаковый заряд, одинаковый спин s . В принципе невозможно, чтобы масса одного электрона отличалась от массы другого, скажем, на 0,001 %. Значения массы, электрического заряда и спина электрона являются, согласно современным данным, наименьшими значениями указанных величин, реализуемыми в природе, (если не считать тех случаев, когда частица не имеет массы покоя, заряда или спина).

Список элементарных частиц

Используя три характеристики (массу, электрический заряд, спин), рассмотрим список элементарных частиц. Частицы принято распределять по трём семействам.

Первое семейство самое малочисленное — оно состоит всего лишь из одной частицы. Ею является *фотон*, представляющий собой квант электромагнитного излучения (обозначается символом γ). Масса покоя и электрический заряд фотона равны нулю, спин $s=1$. Заметим, что по теории относительности любая частица с нулевой массой покоя не может иметь электрического заряда и в любой инерциальной системе отсчёта движется с одной и той же скоростью — скоростью света в вакууме. Фотон является примером такой частицы.

Второе семейство частиц составляют *лептоны*. До 1975 года были известны четыре лептона: *электрон* (e^-), *электронное нейтрино* (ν_e), *мюон* (μ^-), *мюонное нейтрино* (ν_μ). Характеристики электрона уже рассматривались. Мюон имеет массу $207m$, его электрический заряд отрицателен, $s=\frac{1}{2}$. С точки зрения используемых здесь трёх характеристик оба типа нейтрино неразличимы (не удивительно, что долгое время полагали, что в природе существует лишь один тип нейтрино). Оба нейтрино, как и фотон, не имеют массы покоя и электрического заряда; однако, в отличие от фотона, спин нейтрино, как и всякого лептона, равен $\frac{1}{2}$.

В 1975 году был открыт пятый лептон, названный *таоном* (τ^-). Он оказался сверхтяжёлым — его масса составляет примерно $3500m$. Электрический заряд таона отрицателен. У физиков имеются веские основания полагать, что таону должно сопутствовать своё нейтрино — *таонное нейтрино* (ν_τ). С учётом третьего типа нейтрино число лептонов возрастает до шести.

Третье семейство частиц составляют *адроны* (в переводе с греческого — крупные, массивные). Это семейство наиболее многочисленное: известно несколько сотен адронов.

Адронное семейство делится на два подсемейства: *мезонное* и *барионное*. Мезоны либо не имеют спина, либо имеют целочисленный спин; у барионов спин полуцелый. Среди адронов (как мезонов, так и барионов) много частиц, распадающихся через очень короткое время — порядка всего лишь $10^{-22} - 10^{-23} \text{ с}$; эти частицы называют *резонансами*. Если не учитывать резонансов, то число известных до 1974 года адронов сокращается до 14. Сюда входят пять мезонов и девять барионов.

Упомянутые пять мезонов включают в себя группу из двух *пионов* (нейтральный пион π^0 и положительно заряженный пион π^+), группу *каонов* (положительно заряженный каон K^+ и нейтральный каон K^0), нейтральный *эта-мезон* (η^0). Все эти мезоны — бесспиновые частицы ($s=0$). Их массы составляют: $\pi^0 - 264m$, $\pi^+ - 273m$, $K^+ - 966m$, $K^0 - 974m$, $\eta^0 - 1074m$.

Девятка барионов включает группу *нуклонов* (протон p и нейтрон n), нейтральный *лямбда-гиперон* Λ^0 , группу *сигма-гиперонов* (нейтральный Σ^0 и заряженные Σ^+ и Σ^-), группу *кси-гиперонов* (нейтральный Ξ^0 и отрицательно заряженный Ξ^-), отрицательно заряженный *омега-гиперон* Ω^- . Спин омега-гиперона равен $\frac{3}{2}$; у остальных указанных

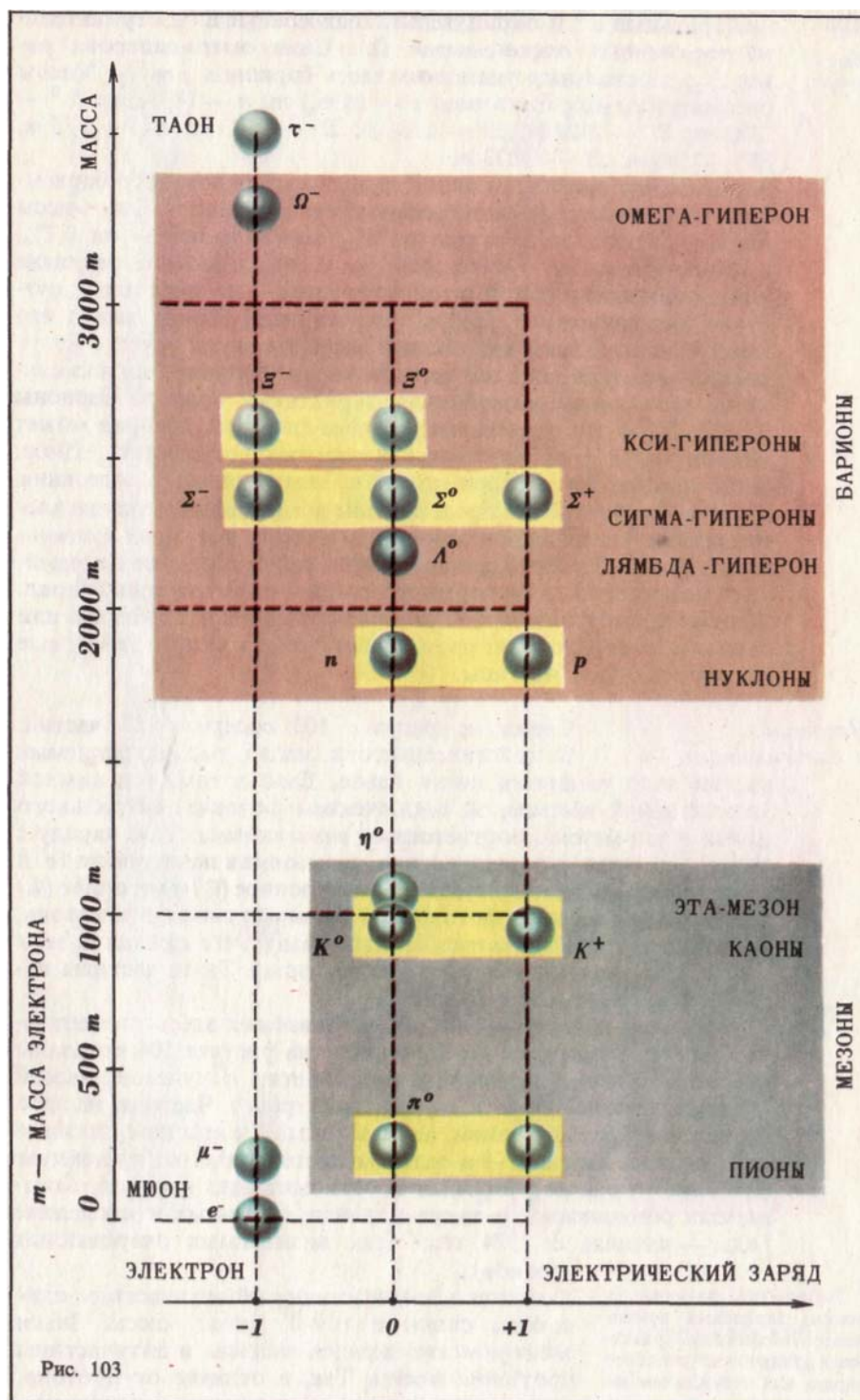
здесь барионов $s = \frac{1}{2}$. Массы рассматриваемых барионов: $p - 1836,1m$, $n - 1838,6m$, $\Lambda^0 - 2183m$, $\Sigma^+ - 2328m$, $\Sigma^0 - 2334m$, $\Sigma^- - 2343m$, $\Xi^0 - 2573m$, $\Xi^- - 2586m$, $\Omega^- - 3273m$.

Заметим, что частицы из одной группы в мезонном либо барионном подсемействе имеют весьма близкие массы. Так, массы пионов различаются только на 3 %, массы каонов — на 0,7 %, а массы нуклонов — всего лишь на 0,14 %. Основное различие между частицами одной и той же группы — наличие или отсутствие электрического заряда (при наличии заряда важен его знак). В связи с этим мезоны или барионы одной группы могут рассматриваться как одна частица, характеризующаяся несколькими *зарядовыми состояниями*. При таком подходе барионы Σ^+ , Σ^0 , Σ^- — это одна частица (сигма-гиперон), которая может находиться в трёх различных зарядовых состояниях¹⁰. Пион, каон, нуклон, кси-гиперон имеют по два зарядовых состояния. В схеме на рисунке 103 представлены все отмеченные выше элементарные частицы, за исключением частиц, имеющих нулевую массу покоя. По вертикальной оси на рисунке отложены значения массы частиц, а по горизонтальной — электрический заряд. Жёлтые прямоугольники на рисунке объединяют те мезоны или барионы, которые могут рассматриваться как разные зарядовые состояния одной частицы.

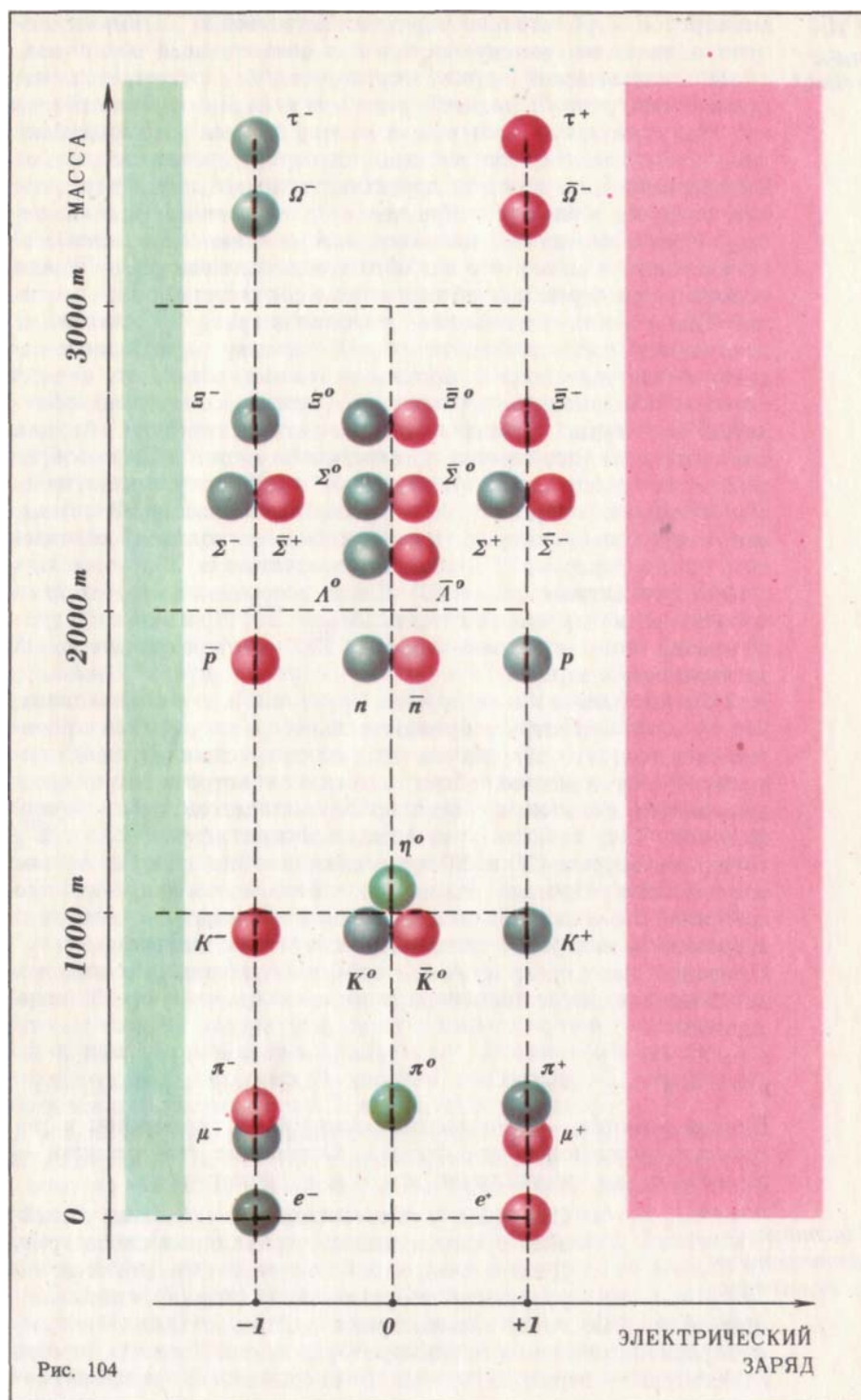
Частицы и античастицы

Схема на рисунке 103 содержит 17 частиц. В действительности число рассматриваемых частиц надо увеличить почти вдвое. Дело в том, что каждой элементарной частице, за исключением фотона, нейтрального пиона и эта-мезона, соответствует *античастица*. Так, наряду с электроном есть его античастица, называемая позитроном (e^+); существуют два антинейтрино — электронное ($\bar{\nu}_e$) и мюонное ($\bar{\nu}_\mu$) и т. д. Что же касается фотона, нейтрального пиона, эта-мезона, то они не имеют античастиц; можно сказать, что каждая из этих частиц тождественна со своей античастицей. Такие частицы называют *истинно нейтральными*.

¹⁰ Небольшое различие в массах зарядовых компонентов объясняется различием в знаке электрического заряда или отсутствием заряда.



С учётом античастиц число рассматриваемых здесь элементарных частиц возрастает до 37. В схеме на рисунке 104 показаны все эти частицы, за исключением частиц с нулевой массой (фотона, двух нейтрино и двух антинейтрино). Частицы на этой схеме изображены в синем, античастицы — в красном, истинно нейтральные частицы — в зелёном цвете. Схема не претендует на полноту: она не учитывает короткоживущих адронов, называемых резонансами, а также адронов, открытых в последние годы — начиная с 1974 года (так называемых очарованных адронов).



У частиц и соответствующей античастицы одинаковы спины и точно равны массы. Знаки электрических зарядов частицы и античастицы противоположны. Так, в отличие от протона, антипротон отрицательно заряжен. Естественно возникает вопрос о различии между частицей и античастицей в случаях, когда электрический заряд отсутствует. Чем отличается, например, нейтрино от антинейтрино или нейтрон от антинейтрона? Мы ответим на этот вопрос позднее; здесь же лишь заметим, что элементарные частицы характеризуются не только электрическим, но и рядом других зарядов, которые будут рассматриваться в главе 13. При переходе от частицы к античастице каждый из зарядов изменяет знак на противоположный. Из рисунка 104 видно, что для обозначения античастицы обычно используется черта над обозначением соответствующей частицы. Так, $\bar{\Lambda}^0$ есть античастица лямбда-гиперона Λ^0 или, иначе говоря, есть антилямбда-гиперон. Поскольку заряды античастицы и частицы имеют противоположные знаки, то в ряде случаев (для

электрона, мюона, заряженных мезонов) обходятся без черты. Электрон обозначается символом e^- для антиэлектрона (позитрона) применяют символ e^+ . Таким образом, надо помнить, что e^+ , μ^+ , π^- , K^- — обозначения античастиц, тогда как e^- , μ^- , π^+ , K^+ — обозначения частиц. В случае, например, сигма-гиперона такой подход не годится: античастицу сигма-гиперона Σ^+ нельзя обозначать как Σ^- , поскольку существует сигма-гиперон Σ^- . Здесь совершенно необходимо использовать для античастицы символ $\overline{\Sigma^+}$. При этом следует помнить, что антисигма-гиперон $\overline{\Sigma^+}$ имеет отрицательный электрический заряд.

Как бы ни были похожи друг на друга частица и античастица, между ними существует принципиальное различие. Оно проявляется в том, что встреча частицы со своей античастицей приводит к уничтожению обоих участников встречи, сопровождающемуся появлением некоторого количества мезонов или фотонов. Так, взаимно уничтожаются при встрече Σ^+ и $\overline{\Sigma^+}$, тогда как встреча Σ^+ и Σ^- протекает, вообще говоря, вполне мирнолюбиво. Процесс взаимного уничтожения (как принято говорить, *аннигиляции*) может свидетельствовать о том, что встретились нейтрон и антинейтрон, а не два нейтрона.

Приведём некоторые примеры событий (реакций), в которых наблюдается аннигиляция частицы и соответствующей античастицы:

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma,$$

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0,$$

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^-,$$

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^0.$$

Первая реакция — аннигиляция электрона и позитрона; в результате рождаются два фотона. Остальные три реакции — разные случаи аннигиляции протона и антипротона.

Частицы, античастицы и симметрия

Сам факт существования античастиц теснейшим образом связан с принципами симметрии. Дело в том, что без привлечения античастиц уравнения теоретической физики, описывающие различные типы элементарных частиц, оказываются неинвариантными относительно преобразований Лоренца, то есть относительно перехода из одной инерциальной системы отсчёта в другую. Иными словами, *существование наряду с частицами также и античастиц непосредственно связано с инвариантностью физических законов по отношению к переходу из одной инерциальной системы отсчёта в другую*. К сожалению, это невозможно продемонстрировать в рамках данной книги.

Мы живём в мире, построенном из частиц. Античастицы являются, к счастью, довольно редкими гостями. Однако можно представить себе иной мир — мир, построенный из античастиц. Назовем его *антимиром*. Антивещество в антимире состоит из антиатомов и антимолекул. Антиатом водорода содержит в качестве ядра антипротон, в поле которого движется позитрон; в антиатоме гелия два позитрона движутся в поле ядра, образованного двумя антипротонами и двумя антинейтронами.

Встреча с антимиром — одна из тем научно-фантастических произведений, посвящённых космическим путешествиям. Космический корабль после многих лет полёта со скоростью, близкой к скорости света, обнаруживает неизвестную планету. Корабль выходит на орбиту вокруг планеты, и космонавты начинают изучать её поверхность с помощью сверхсовременной оптической аппаратуры, которая позволяет им с высоты в несколько сотен километров разглядеть детали размером до долей метра. Выясняется, что планета обитаема и что, более того, разумные существа внешне очень похожи на людей. Одновременно при помощи радиосредств начинаются попытки установить контакт с жителями планеты. В течение, скажем, двухнедельного пребывания на орбите космонавты окончательно убеждаются, что перед ними родственная цивилизация, во многом до удив-

ления похожая на земную. За это время космонавты и жители планеты достигают взаимного понимания. Следует радужное приглашение совершить посадку, указывается её район. Космический корабль с далёкой Земли включает двигатели и начинает снижаться, приближаясь к верхнему слою атмосферы гостеприимной планеты. И тут происходит катастрофа: поражённые жители планеты видят, как высоко в небе, в том месте, где находился космический корабль, возникает ослепительная вспышка...

Современный читатель, хорошо ориентирующийся в научно-фантастической литературе, сразу догадается, что гостеприимная планета принадлежала антимиру. Войдя в атмосферу из антивещества, космический корабль землян погиб вследствие аннигиляции частиц корабля и античастиц атмосферы.

И всё же в этом фантастическом сюжете есть один момент, на который хотелось бы обратить внимание читателя. Дело в том, что ошибка космонавтов неудивительна: антимир планеты должен был представляться взору космонавтов с Земли столь же естественным, как и их собственный мир. Взаимный обмен информацией по каналу радиосвязи между космонавтами и планетой также не мог дать оснований заподозрить встречу представителей двух совершенно разных миров. *Мир и антимир взаимно симметричны; законы природы инвариантны относительно замены всех частиц на соответствующие античастицы и наоборот — всех античастиц на соответствующие частицы.* Эту инвариантность физических законов принято называть *зарядовой инвариантностью* (или, иначе, *C-инвариантностью*). Нисколько неудивительно, что, разглядывая с расстояния мир, построенный из антипротонов, антинейтронов, позитронов и т. п., космонавты приняли его за обычный мир — мир, построенный из протонов, нейтронов, электронов. Тем более что обменивались они с этим миром посредством фотонов, то есть истинно нейтральных частиц, одинаковых как в обычном мире, так и в антимире.

Впрочем, зарядовая инвариантность законов природы — инвариантность не вполне строгая: существуют процессы, в которых она не имеет места. Так что в принципе космонавты могли бы, проделав некоторые эксперименты на борту корабля, выяснить при желании, в какой мир они попали — обычный или антимир. Позднее мы остановимся на этом подробнее.

Симметрия физических свойств мира и антимира сочетается с явной асимметрией распределения в пространстве вещества и антивещества. Подсчитано, что в пределах нашей Галактики одна античастица приходится более чем на 10^{17} частиц. Отсюда, в частности, следует, что вероятность космическому кораблю будущего оказаться в звёздной системе из антивещества, если и не равна нулю, то во всяком случае крайне мала.

Указанная асимметрия до сих пор не имеет объяснения. Следует предположить, что либо Вселенная в целом зарядово несимметрична, либо в процессе эволюции Вселенной произошло пространственное разделение вещества и антивещества на обособленные области, которые крайне слабо взаимодействуют друг с другом. Оба предположения ставят перед учёными целый ряд принципиальных вопросов, ответа на которые пока нет.

Нейтрино и антинейтрино (левый и правый винты в мире элементарных частиц)

Спин нейтрино всегда ориентирован *навстречу* (антипараллельно) импульсу нейтрино. Это означает, что если сопоставлять спин с вращением вокруг собственной оси, то указанная ось у нейтрино всегда ориентирована по направлению движения частицы. Если смотреть вслед улетающему нейтрино, то его вращение будет происходить против часовой стрелки (рис. 105, а). У антинейтрино ось вращения также параллельна направлению движения; однако, в отличие от нейтрино, улетающее от наблюдателя антинейтрино вращается по часовой стрелке (рис. 105, б). Иными словами, *нейтрино подобно левому винту, а антинейтрино — правому.* Сказанное справедливо в равной мере как для электронного, так и для мюонного нейтрино (антинейтрино).

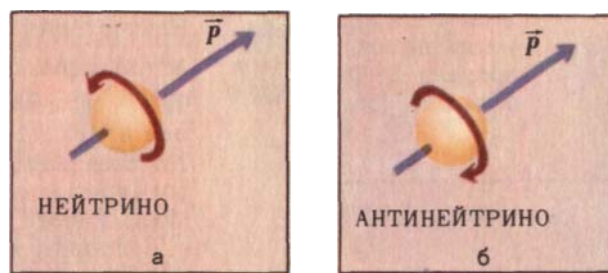


Рис. 105

Может показаться, что такая модель нейтрино (антинейтрино) противоречит принципу инвариантности по отношению к переходу из одной инерциальной системы отсчёта в другую. В самом деле, допустим, что летящее мимо нас нейтрино представляет собой левый винт. Иными словами, оно является левым винтом в системе отсчёта, связанной с нашей лабораторией. Предположим, что мы сели в космический корабль и помчались вдогонку за нейтрино со скоростью, превышающей скорость нейтрино. Тогда в системе отсчёта, связанной с кораблём, нейтрино будет двигаться уже не от наблюдателя, а к нему, при этом направление вращения нейтрино против часовой стрелки сохранится. Это означает, что в системе отсчёта, связанной с космическим кораблём, нейтрино будет являться уже не левым, а правым винтом.

Приведённые рассуждения, однако, несостоятельны. Дело в том, что в любой инерциальной системе отсчёта нейтрино движется со скоростью света (напомним, что масса покоя нейтрино равна нулю); поэтому корабль не может иметь скорость, превышающую скорость нейтрино. Таким образом, нейтрино остаётся левым винтом в любой системе отсчёта. Соответственно антинейтрино в любой системе отсчёта является правым винтом.

Примечание. Внимательный читатель может заметить, что такая модель нейтрино (антинейтрино) не согласуется с инвариантностью физических законов по отношению к отражению в зеркале. Ведь при отражении левый винт превращается в правый; следовательно, нейтрино должно превращаться в антинейтрино. Читатель совершенно прав. Подробнее мы обсудим этот вопрос в главе 14.

Нестабильность элементарных частиц

Одна из наиболее важных особенностей элементарных частиц состоит в том, что большинство из них оказывается *нестабильными*. Это означает, что частицы самопроизвольно, без каких-либо воздействий на них распадаются, превращаясь в другие частицы. Исключение составляют лишь фотон, нейтрино, электрон и протон (а также соответствующие античастицы); эти элементарные частицы не распадаются, они стабильны.

Свободный нейтрон, например, самопроизвольно распадается на три стабильные частицы — протон, электрон и электронное антинейтрино¹¹:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Положительно заряженный пион распадается на антимюон и мюонное нейтрино:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu;$$

образующийся антимюон распадается, в свою очередь, на позитрон, мюонное антинейтрино и электронное нейтрино:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e.$$

Нейтральный пион распадается на два фотона:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma.$$

Перечень основных схем распада нестабильных частиц приведён в таблице 1 в конце главы.

¹¹ Нестабильны *свободные* нейтроны. В стабильном атомном ядре нейтроны стабильны. В нестабильных ядрах может иметь место распад нейтронов — явление β -радиоактивности атомных ядер.

Явление распада элементарной частицы нуждается в некоторых разъяснениях *Первое разъяснение* касается *времени жизни* частицы до того, как произойдёт распад. Будем для определённости говорить о нейтроне. Предположим, что в момент времени $t = 0$ имеется n_0 свободных нейтронов (полагаем, что $n_0 \gg 1$). Благодаря распадам число нейтронов будет с течением времени уменьшаться. Обозначим через $n(t)$ число нейтронов в момент времени t . Функция $n(t)$ является убывающей показательной функцией (экспонентой):

$$n(t) = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1)$$

(здесь e — основание натуральных логарифмов, $e = 2,718\dots$). График этой функции показан на рисунке 106. Имеющая размерность времени постоянная τ называется *временем жизни* нейтрона; это есть время, в течение которого число нейтронов уменьшается в e раз. Для нейтронов $\tau = 10^3$ с.

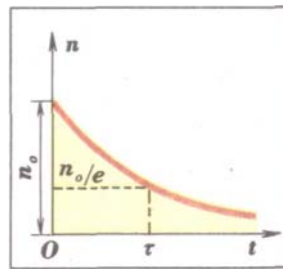


Рис. 106

Примечательно, что время жизни τ не характеризует времени жизни отдельного нейтрона. Отдельный нейтрон может просуществовать всего лишь минуту, а может просуществовать и сутки. Принципиально нельзя точно предвидеть момент распада того или иного конкретного нейтрона. Можно говорить лишь о *вероятности распада*. Множитель $e^{-\frac{t}{\tau}}$, входящий в правую часть соотношения (1), как раз и описывает вероятность для отдельного нейтрона не распасться по истечении времени t . При этом не существенно, сколько времени нейтрон уже прожил к моменту $t = 0$; для всех нейтронов вероятность просуществовать в течение промежутка времени t одна и та же. Можно сказать, что нейтроны не стареют.

Несмотря на то что отдельный нейтрон может прожить в принципе любое время, число нейтронов в большом коллективе убывает со временем по вполне определённому закону. Когда мы говорим о времени жизни нейтрона, то имеем в виду не время жизни какого-то нейтрона, а время, в течение которого полное число нейтронов заметно уменьшается (точнее, уменьшается в e раз).

Второе разъяснение касается понимания самого акта распада. Нельзя полагать, что если нейтрон распадается на протон, электрон и антинейтрино, то это означает, будто до распада нейтрон представлял собой некую композицию из указанных частиц. Распад элементарной частицы отнюдь не является распадом в буквальном смысле слова. Это есть *акт превращения исходной частицы в некую совокупность новых частиц*; исходная частица *уничтожается*, новые частицы *рождаются*.

Интересно, что, обнаружив β -радиоактивность атомных ядер (испускание ядрами электронов), учёные вначале решили, что в состав ядер входят электроны. Лишь спустя некоторое время они поняли, что электроны β -излучения ядер *рождаются в момент распада* нейтронов, входящих в состав β -радиоактивных ядер.

Несостоятельность буквального толкования термина «распад частицы» становится вполне очевидной, если учесть, что многие частицы могут распадаться *разными* способами. Так, в подавляющем большинстве случаев (более чем в 99% случаев) положительный пион распадается по уже упоминавшейся схеме:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu.$$

Однако в отдельных случаях он распадается по другой схеме:

$$\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e.$$

Примерно половина сигма-гиперонов Σ^+ распадается по схеме:

$$\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0,$$

тогда как другая половина предпочитает схему распада:

$$\Sigma^+ \rightarrow n + \pi^+.$$

Для конкретного Σ^+ -гиперона нельзя точно предсказать не только момент, но и способ распада.

Вернёмся к вопросу о времени жизни частиц. У нейтрона, как отмечалось, это время составляет 10^3 с. Для сравнения укажем, что время жизни мюонов составляет примерно 10^{-6} с, заряженных мезонов — примерно 10^{-8} с, гиперонов — примерно 10^{-10} с. По сравнению с нейтроном все эти частицы выглядят бабочками-однодневками. И всё-таки в масштабах микромира все они должны быть отнесены в разряд *долгоживущих* частиц. Существуют частицы, которые живут значительно меньше — 10^{-16} с (нейтральный пион) и даже 10^{-23} с (так называемые *резонансы*).

Особого внимания заслуживают те пять элементарных частиц, которые являются стабильными и вообще не распадаются. Три из них (фотон и два нейтрино) движутся со скоростью света в любой инерциальной системе отсчёта. Бесконечно большое время жизни этих частиц есть по сути дела следствие теории относительности (см. главу 8). Более удивительно, что бесконечно долго живут также две частицы с массами покоя, отличными от нуля, — электрон и протон. *В основе их стабильности лежат принципы симметрии*, выражающиеся в определённых законах сохранения (см. главу 13). Подчеркнём, что стабильность электрона и протона играет решающую роль в существовании устойчивых атомов и, следовательно, всего нашего мира.

Взаимопревращения элементарных частиц

В мире элементарных частиц происходят разнообразные *взаимопревращения*, в результате которых одни частицы уничтожаются, а другие рождаются. *Распады нестабильных частиц* и процессы *аннигиляции* при столкновениях частиц с античастицами являются примерами взаимодействий элементарных частиц.

Взаимопревращения могут происходить также при *столкновениях частиц с частицами*. Приведём для примера некоторые процессы, наблюдающиеся при столкновениях друг с другом двух протонов:

$$p + p \rightarrow p + n + \pi^+,$$

$$p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + K^+,$$

$$p + p \rightarrow p + \Sigma^+ + K^0,$$

$$p + p \rightarrow n + \Lambda^0 + K^+ + \pi^+,$$

$$p + p \rightarrow p + \Xi^0 + K^0 + K^+,$$

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}.$$

Нетрудно подсчитать, что сумма масс покоя частиц, рождающихся в этих процессах, превышает удвоенную массу покоя протона соответственно в 1,07; 1,36; 1,4; 1,43; 1,73; 2 раза. Это означает, что в рассматриваемых процессах должна быть достаточно велика кинетическая энергия сталкивающихся протонов; эта энергия расходуется на создание разности суммарных собственных энергий родившихся и уничтожившихся частиц¹². Указан-

¹² Собственная энергия частицы есть энергия, сопоставляемая с массой покоя частицы, то есть энергия mc^2 . Подробнее см. в главе 13.

ная разность энергий есть Δmc^2 , где Δm — разность суммарных масс покоя частиц после и до процесса. Увеличивая кинетическую энергию протонов, можно наблюдать процессы, в которых число рождающихся частиц будет возрастать. В принципе можно представить себе поистине фантастическую картину: столкновение двух протонов, обладающих гигантской энергией, приводит к возникновению целой Галактики!

Предположим, что, желая «расщепить» протоны, мы стали бы обстреливать их фотонами, постепенно увеличивая энергию последних. Вместо расщепления протонов мы наблюдали бы различные процессы взаимопревращений, например такие:

$$\gamma + p \rightarrow p + \pi^0,$$

$$\gamma + p \rightarrow n + \pi^+,$$

$$\gamma + p \rightarrow p + \pi^+ + \pi^-,$$

$$\gamma + p \rightarrow p + p + \bar{p}.$$

Этот пример показывает, что благодаря взаимопревращениям частиц оказываются бесплодными попытки расщепить одни частицы, обстреливая их другими. В действительности *происходит не расщепление обстреливаемых частиц, а рождение новых частиц*. Новые частицы рождаются за счёт энергии сталкивающихся частиц.

Процессы взаимопревращений частиц изучают в специальных камерах, где заряженные частицы оставляют хорошо наблюдаемые следы (треки). Широко используются камеры, заполненные жидким водородом, находящимся в перегретом состоянии. Пролетающая сквозь камеру заряженная частица вызывает кипение водорода вдоль своего пути, в результате чего возникает хорошо видимый трек из мелких пузырьков. Такие камеры получили название *пузырьковых камер*. Если поместить камеру в достаточно сильное магнитное поле, то треки частиц окажутся изогнутыми, причём искривление треков частиц с разными по знаку электрическими зарядами будет происходить в разные стороны.

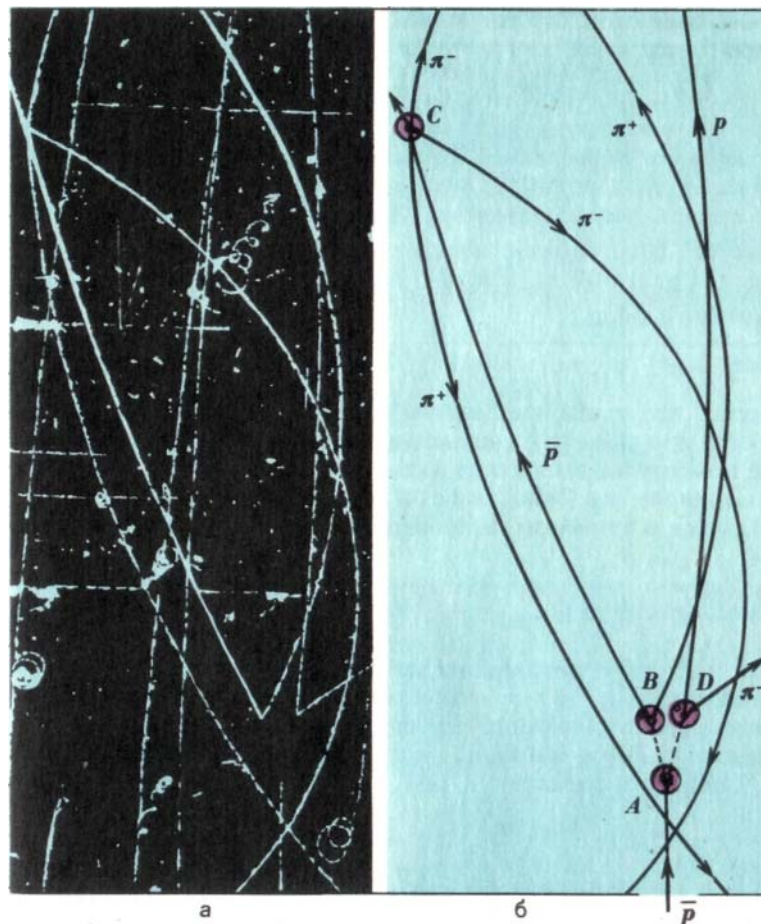


Рис. 107

На рисунке 107, *а* представлена интересная фотография треков частиц, полученная в 1959 году на только что запущенной жидководородной пузырьковой камере с линейными размерами 72 дюйма (1 дюйм = 2,54 см). Камера обстреливалась пучком антипротонов. На фотографии зарегистрировано редкое событие — антипротон, столкнувшись с протоном, рождает лямбда-гиперон и антилямбда-гиперон:

$$\bar{p} + p \rightarrow \Lambda^0 + \bar{\Lambda}^0.$$

Расшифровка приведённой фотографии дана на рисунке 107, *б*. В точке *A* произошло столкновение антипротона с протоном, породившее две электрически нейтральные (а потому невидимые на фотографии) частицы — Λ^0 и $\bar{\Lambda}^0$. В точке *B* антилямбда-гиперон $\bar{\Lambda}^0$ распался на антипротон и положительно заряженный пион:

$$\bar{\Lambda}^0 \rightarrow \bar{p} + \pi^+.$$

Заметим, что треки этих частиц (\bar{p} и π^+) искривлены в разные стороны, что связано с разными знаками заряда частиц (камера была помещена в магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны к плоскости фотографии). В точке *C* антипротон столкнулся с протоном, и произошла аннигиляция по обычной схеме:

$$\bar{p} + p \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^-.$$

Треки пионов и антипионов искривляются на фотографии в разные стороны; это связано с различием знаков электрического заряда рассматриваемых частиц (напомним, что камера помещена в сильное магнитное поле). В точке *D* произошёл распад лямбда-гиперона:

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-.$$

Отметим, что зарегистрированные на фотографии события относятся к *четырёх* поколениям частиц. Первое поколение представлено исходным антипротоном, второе — гипероном Λ^0 и антигипероном $\bar{\Lambda}^0$. Третье поколение — продукты распада частиц второго поколения. Наконец, к четвёртому поколению относятся частицы, рождающиеся в результате аннигиляции протона и вторичного антипротона.

Взаимопревращения элементарных частиц позволяют полнее изучить свойства самих частиц. Именно в подобных исследованиях удалось, в частности, установить факт существования двух типов нейтрино (электронного и мюонного). Исследования взаимодействий частиц существенным образом расширили наши представления о законах сохранения и принципах инвариантности. Все эти вопросы будут рассмотрены в последующих параграфах.

В заключение приведём таблицу элементарных частиц (табл. 1). Заметим, что в таблице указаны два типа каонов K^0 , имеющих существенно разное время жизни: *короткоживущие* каоны K^0 (обозначены как K_S) и *долгоживущие* каоны K^0 (обозначены как K_L).

Таблица 1. Элементарные частицы

		Название частицы	Символ частицы	Символ античастицы	Масса	Спин	Электрический заряд	Время жизни, с	Продукты распада.
		Фотон	γ	—	0	1	0	∞	—
ЛЕПТОНЫ	Электрон	e^-	e^+	—	1	$\frac{1}{2}$	-1	∞	—
	Электронное нейтрино	ν_e	$\bar{\nu}_e$	—	0	$\frac{1}{2}$	0	∞	—
	Мюон	μ^-	μ^+	—	207	$\frac{1}{2}$	-1	$2,2 \cdot 10^{-6}$	$(e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu)$
	Мюонное нейтрино	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	—	0	$\frac{1}{2}$	0	∞	—
	Таон	τ^-	τ^+	—	3500	$\frac{1}{2}$	-1	$\lesssim 10^{-12}$	$(e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) (\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)$ $(\pi^- \nu_\tau)$
АДРОНЫ	МЕЗОНЫ	Пионы	π^0	—	264	0	0	$0,8 \cdot 10^{-16}$	$(\gamma \gamma) (\gamma e^- e^+)$
			π^+	π^-	273	0	+1	$2,6 \cdot 10^{-8}$	$(\mu^+ \nu_\mu)$
		Каоны	K^+	K^-	966	0	+1	$1,2 \cdot 10^{-8}$	$(e^+ \nu_e \pi^0) (\mu^+ \nu_\mu)$ $(\pi^+ \pi^0)$
			K^0	\bar{K}^0	974	0	0	$K_S: 0,9 \cdot 10^{-10}$ $K_L: 5,4 \cdot 10^{-8}$	$(\pi^+ \pi^-) (\pi^0 \pi^0)$ $(\pi^0 \pi^0 \pi^0) (\pi^0 \pi^+ \pi^-)$ $(\pi^- e^+ \nu_e)$
		Эта-мезон	η^0	—	1074	0	0	$\sim 10^{-17}$	$(\gamma \gamma) (\pi^0 \pi^0 \pi^0)$ $(\pi^0 \gamma \gamma) (\pi^+ \pi^- \pi^0)$
	БАРИОНЫ	Протон	p	\bar{p}	1836,1	$\frac{1}{2}$	+1	∞	—
		Нейтрон	n	\bar{n}	1838,6	$\frac{1}{2}$	0	960	$(p e^- \bar{\nu}_e)$
		Лямбда-гиперон	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	2183	$\frac{1}{2}$	0	$2,5 \cdot 10^{-10}$	$(p \pi^-) (n \pi^0)$
		Сигма-гипероны	Σ^+	$\bar{\Sigma}^+$	2328	$\frac{1}{2}$	+1	$0,8 \cdot 10^{-10}$	$(p \pi^0) (n \pi^+)$
			Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	2334	$\frac{1}{2}$	0	10^{-14}	$(\Lambda^0 \gamma)$
			Σ^-	$\bar{\Sigma}^-$	2343	$\frac{1}{2}$	-1	$1,5 \cdot 10^{-10}$	$(n \pi^-)$
		Кси-гипероны	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	2573	$\frac{1}{2}$	0	$3 \cdot 10^{-10}$	$(\Lambda^0 \pi^0)$
			Ξ^-	$\bar{\Xi}^-$	2586	$\frac{1}{2}$	-1	$1,7 \cdot 10^{-10}$	$(\Lambda^0 \pi^-)$
		Омега-гиперон	Ω^-	$\bar{\Omega}^-$	3273	$\frac{1}{2}$	-1	$1,3 \cdot 10^{-10}$	$(\Xi^0 \pi^-) (\Xi^- \pi^0)$ $(\Lambda^0 K^-)$

Глава 13.

Законы сохранения в мире элементарных частиц

Из современных исследований элементарных частиц вытекает, что единственным ограничением хаоса событий в мире сверхмалого являются запреты, налагаемые законами сохранения. Всё, что может происходить без нарушения законов сохранения, действительно происходит.

К. Форд

Законы сохранения энергии и импульса в процессах взаимопревращения элементарных частиц

Согласно теории относительности, энергия E элементарной частицы, имеющей массу покоя m и импульс p , описывается выражением:

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}. \quad (1)$$

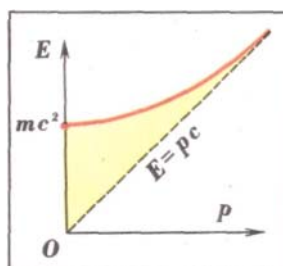


Рис. 108

Определяемая этим выражением зависимость $E(p)$ показана графически на рисунке 108. При нулевом импульсе ($p = 0$) выражение (1) превращается в известную *формулу Эйнштейна*:

$$E = mc^2.$$

Энергия mc^2 есть *собственная* энергия частицы (энергия, которую частица имеет в системе отсчёта, связанной с данной частицей). Предположим, что импульс частицы не равен нулю, но достаточно мал по сравнению с mc . В этом случае правая часть выражения (1) может быть преобразована к виду:

$$mc^2 \sqrt{1 + \left(\frac{pc}{mc^2}\right)^2} \approx mc^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{pc}{mc^2}\right)^2 \right].$$

Отсюда получаем:

$$E \approx mc^2 + \frac{p^2}{2m}.$$

Первое слагаемое описывает собственную энергию частицы, а второе представляет собой хорошо известное выражение для кинетической энергии. При достаточно больших значениях импульса ($p \gg mc$) выражение (1) принимает вид:

$$E \approx pc.$$

В случае частиц с нулевой массой покоя соотношение $E = pc$ справедливо, очевидно, при любом значении импульса (см. штриховую прямую на рисунке 108).

Предположим, что в результате распада некоторой частицы с массой покоя m_1 рождаются две частицы — с массами m_2 и m_3 . Обозначим через E_2, \vec{p}_2 и E_3, \vec{p}_3 энергию и импульс этих двух частиц соответственно. Выберем в качестве системы отсчёта систему, связанную с исходной частицей. В этом случае законы сохранения энергии и импульса имеют вид

для энергии:

$$m_1 c^2 = \sqrt{(m_2 c^2)^2 + (p_2 c)^2} + \sqrt{(m_3 c^2)^2 + (p_3 c)^2};$$

для импульса:

$$0 = \vec{p}_2 + \vec{p}_3.$$

Отсюда легко видеть, что необходимым условием распада является неравенство

$$m_1 > (m_2 + m_3).$$

Оно означает, что при распаде сумма масс покоя продуктов распада должна быть меньше массы покоя исходной частицы.

Существенно, что при распаде величина импульса распадающейся частицы не играет роли. Как бы мы ни пытались ускорить, например, заряженный пион, всё равно он может распасться лишь на такие частицы, у которых суммарная масса покоя меньше массы покоя пиона. Иное дело — столкновение двух частиц. В этом случае, увеличивая импульс сталкивающихся частиц, можно реализовать процессы, в которых будут рождаться частицы с суммарной массой покоя большей, нежели суммарная масса покоя сталкивающихся частиц.

Рассмотрим процесс рождения электрон-позитронной пары при столкновении двух фотонов:

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+.$$

Здесь исходные частицы вообще не имеют массы покоя; тем не менее, в процессе рождаются две частицы с массами покоя. Перед нами пример превращения излучения в вещество.

Обозначим через \vec{p}_1 и \vec{p}_2 импульсы фотонов, а через \vec{p}_3 и \vec{p}_4 импульсы электрона и позитрона. Законы сохранения энергии и импульса имеют в данном случае вид

для энергии:

$$p_1 c + p_2 c = \sqrt{(m c^2)^2 + (p_3 c)^2} + \sqrt{(m c^2)^2 + (p_4 c)^2};$$

для импульса:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4.$$

Легко видеть, что суммарная энергия фотонов должна быть больше $2mc^2$. Если фотоны будут лететь навстречу друг другу по одной прямой и импульсы их будут равны по величине, то в этом случае $\vec{p}_3 + \vec{p}_4 = 0$. Это означает, что в рассматриваемом случае возможно рождение электрон-позитронной пары с практически нулевыми импульсами, и поэтому необходимая суммарная энергия фотонов оказывается минимальной, равной $2mc^2$.

Сохранение электрического заряда и стабильность электрона

Во всех процессах, происходящих в мире элементарных частиц, выполняется закон сохранения электрического заряда: суммарный электрический заряд первичных частиц строго равен суммарному электрическому заряду вторичных частиц.

Принцип симметрии, лежащий в основе этого закона сохранения, оказывается более тонким, нежели обсуждавшаяся выше симметрия физических законов относительно пространственно-временных перемещений, выражающаяся в виде законов сохранения энергии, импульса, момента импульса. Для формулировки этого принципа нам пришлось бы прибегнуть к аппарату квантовой механики. Поэтому ограничимся лишь замечанием, что

в основе закона сохранения электрического заряда лежит *симметрия физических законов относительно изменения абсолютной величины потенциала электрического поля*. Известное утверждение, что абсолютная величина потенциала не имеет физического смысла (а важна лишь *разность* потенциалов), соответствует, таким образом, утверждению о сохранении электрического заряда.

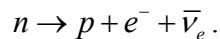
Стабильность (устойчивость) электрона является одним из важнейших следствий закона сохранения электрического заряда. Поскольку электрон есть частица с *наименьшей*, отличной от нуля массой покоя, то его распад мог бы приводить к рождению лишь частиц с нулевой массой покоя (это заключение следует, напоминаем, из законов сохранения энергии и импульса). Однако все частицы с нулевой массой покоя являются электрически нейтральными. Следовательно, распад электрона запрещается законом сохранения электрического заряда.

Три закона сохранения и нейтрино

Существование нейтрино было предсказано теоретически задолго до его экспериментального обнаружения, причём это предсказание основывалось на *законе сохранения энергии*. Исследуя β -распад атомных ядер, учёные обнаружили, что энергия электрона, рождающегося при β -распаде ядра, оказывается разной в разных актах распада и при этом она всегда меньше полной энергии, выделяющейся при распаде. Пробовали помещать β -активное вещество внутрь теплоизолированной свинцовой камеры, стенки которой не пропускали ни одного электрона. Весьма точные измерения показали, что камера нагревается более слабо, нежели следовало ожидать согласно балансу энергии. Было выдвинуто предположение, что при β -распаде ядер нарушается закон сохранения энергии. Выдающийся физик из Швейцарии Вольфганг Паули (1900 – 1958) предложил иное объяснение загадки β -распада. Полагая, что *закон сохранения энергии действует также и в микромире*, он пришёл в 1930 году к выводу о рождении в акте β -распада наряду с электроном некоей нейтральной частицы, которую опытная установка не смогла зарегистрировать. Именно эта частица и уносит ту энергию, которая остаётся, если из энергии, выделяющейся при распаде, вычесть энергию, уносимую электроном. Знаменитый итальянский физик Энрико Ферми (1901 – 1954), создавший теорию β -распада ядер, дал этой нейтральной частице название «нейтрино», что в переводе с итальянского означает «нейтрончик». Так в списке элементарных частиц появилось нейтрино. Долгое время эта частица оставалась по сути дела призраком, существование которого было обусловлено лишь принципами симметрии.

Экспериментальное обнаружение нейтрино состоялось в 1956 году. Надо признать, однако, что к этому времени никто уже не сомневался в том, что «неуловимые» нейтрино действительно существуют. Дело в том, что гипотеза о существовании нейтрино опиралась не только на закон сохранения *энергии*, но также на законы сохранения *импульса* и *момента импульса*. Обратимся в связи с этим к простейшему примеру β -распада — распаду нейтрона.

Распад нейтрона происходит по известной читателю схеме¹³:



Будем рассматривать акт распада в системе отсчёта, связанной с нейтроном; для достаточно медленных нейтронов эта система отсчёта практически совпадает с лабораторной системой. Если бы при распаде нейтрона не рождалось антинейтрино, то в этом случае, согласно *закону сохранения импульса*, протон и электрон должны были бы двигаться в противоположные стороны, как изображено на рисунке 109, а. Опыт, однако, показывает, что картина разлёта протона и электрона иная (рис. 109, б). Это означает, что в акте распада нейтрона рождается ещё одна частица, импульс которой и определяет наблюдаемую

¹³ Заметим, что в схеме распада присутствует не нейтрино, а антинейтрино (притом электронное); это обстоятельство было выяснено позднее, а вначале полагали, что при β -распаде испускается нейтрино.

картину (см. рис. 109, в). В соответствии с законом сохранения импульса векторная сумма трёх импульсов (протона, электрона и третьей частицы, то есть антинейтрино) равна нулю в системе отсчёта, связанной с нейтроном.

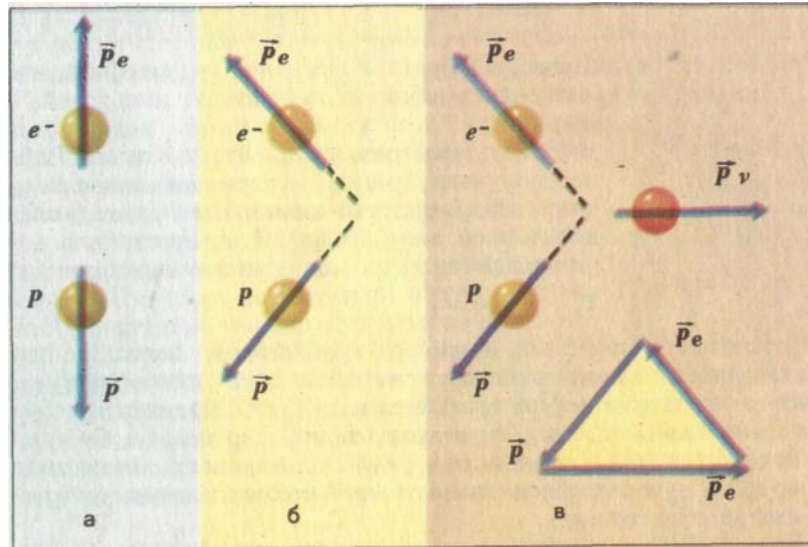


Рис. 109

Теперь обратимся к закону сохранения момента импульса. До распада момент импульса определяется спином нейтрона, причём $s = 1/2$. Если бы в результате распада рождались только протон ($s = 1/2$) и электрон ($s = 1/2$), то в этом случае закон сохранения момента импульса не выполнялся бы. Действительно, спины протона и электрона могут быть либо параллельными, либо антипараллельными; поэтому суммарный спин может быть равен либо 1, либо 0, но никак не $1/2$. Чтобы выполнялся закон сохранения момента импульса, необходима ещё одна частица, причём со спином $1/2$. Сказанное поясняет рисунок 110, где синим цветом показаны векторы импульсов, а красным — векторы моментов импульсов (обратите внимание на тот факт, что антинейтрино представляет собой правый винт).

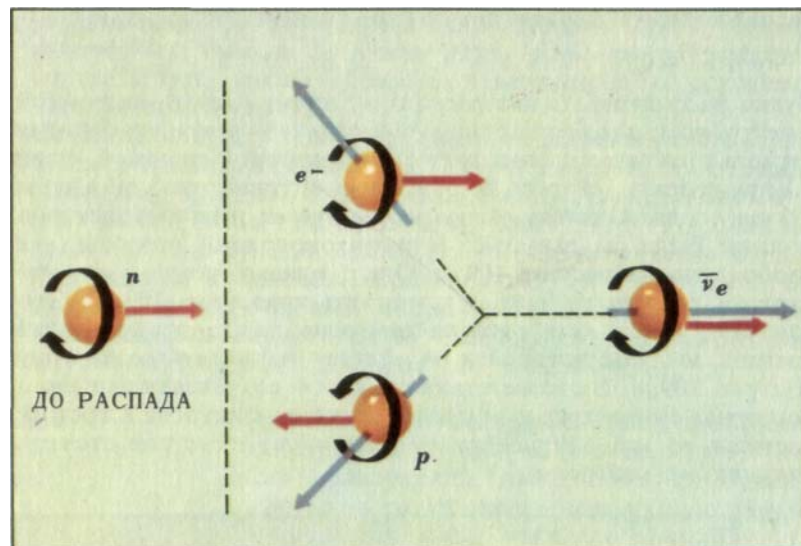
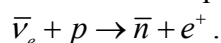


Рис. 110

Экспериментальное обнаружение электронного антинейтрино

В 1956 году американские физики Коуэн и Райнес получили прямое экспериментальное подтверждение существования антинейтрино (а следовательно, и нейтрино). Для регистрации неуловимой частицы они использовали процесс:



Вероятность подобных процессов крайне мала; известно, что нейтрино и антинейтрино исключительно слабо взаимодействуют с веществом — они практически свободно пронизывают не только любые стенки, но и весь земной шар и даже Солнце! Чтобы заметить такие частицы, необходимо иметь достаточно мощный пучок их и использовать крайне совершенную экспериментальную технику.

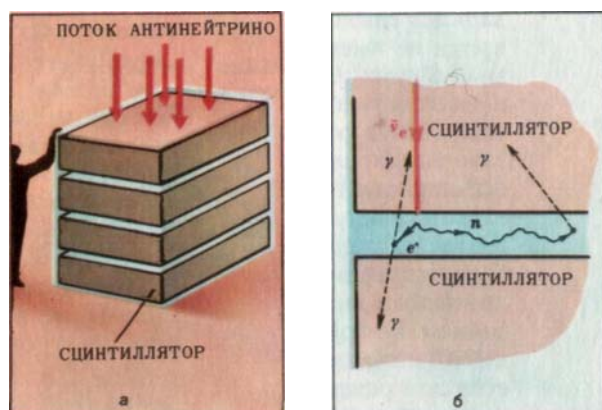
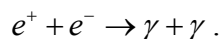


Рис. 111

Коуэн и Райнес воспользовались пучком антинейтрино из мощного ядерного реактора. Они поместили в этот пучок специальный детектор для улавливания антинейтрино, состоящий из нескольких слоёв воды, разделённых сцинтиллятором, способным регистрировать отдельные фотоны (рис. 111, а). Существует ничтожная вероятность того, что какое-то антинейтрино провзаимодействует с протоном в слое воды и вызовет указанный выше процесс, в результате которого рождаются нейтрон и позитрон. Необходимо было заметить этот крайне редкий случай, если он действительно произойдёт. Для этого и использовался сцинтиллятор. Родившийся позитрон весьма быстро, за время порядка 10^{-9} с , тормозится и испытывает аннигиляцию с одним из атомных электронов:



В результате рождаются два фотона, разлетающиеся в противоположные стороны; они могут быть одновременно зарегистрированы в двух соседних слоях сцинтиллятора (рис. 111, б). Что же касается нейтрона, то он относительно долго, около 10^{-6} с , диффундирует в слое воды, пока его не захватит одно из ядер кадмия, который специально добавляют в воду. Поглотив нейтрон, ядро кадмия испускает фотон (один или несколько), который регистрируется в одном из слоёв сцинтиллятора (рис. 111, б). Таким образом, на столкновение антинейтрино с протоном сцинтиллятор должен отреагировать тремя импульсами: сначала парой одновременных импульсов, наблюдаемых в соседних сцинтилляторах, а затем, спустя примерно 10^{-6} с , ещё одним импульсом. Каждый из первых двух импульсов отвечает энергии фотона около 0,5 МэВ, тогда как третий импульс — энергии порядка 10 МэВ. В опыте Коуэна и Райнеса действительно наблюдалась такая специфическая картина импульсов (примерно трижды в час). Тем самым было доказано существование антинейтрино. В то время когда ставился описанный опыт, никто не подозревал, что существуют два разных нейтрино (антинейтрино) — электронное и мюонное. Поэтому, естественно, никто не знал, что обнаружено именно электронное антинейтрино. Второй тип нейтрино (мюонное) был обнаружен в 1962 году в опытах группы ученых Колумбийского университета (США). После установления факта существования двух типов нейтри-

но были сформулированы два независимых специфических закона сохранения — закон сохранения электронного заряда и закон сохранения мюонного заряда.

Сохранение электронного и мюонного зарядов. Электронное и мюонное нейтрино

Электронный и мюонный заряды — специфические характеристики элементарных частиц. Они не имеют ничего общего с электрическим зарядом. В отличие от электрического заряда, эти заряды не создают вокруг себя какого-либо поля. *Электронный заряд* электрона и электронного нейтрино принимается равным 1, а их античастиц равным -1 . У всех остальных частиц и античастиц электронный заряд равен нулю. *Мюонный заряд* у мюона и мюонного нейтрино равен 1, у их античастиц он равен -1 ; у остальных частиц (античастиц) мюонный заряд равен нулю. *В каждом процессе должен сохраняться суммарный электронный заряд частиц.* Отсюда следует, например, что рождение электрона должно сопровождаться либо рождением электронного антинейтрино, либо рождением позитрона, либо уничтожением электронного нейтрино:

$$\bar{n} \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e,$$

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+,$$

$$n + \nu_e \rightarrow p + e^-.$$

Наряду с электронным зарядом *в каждом процессе должен сохраняться также суммарный мюонный заряд частиц.* Так, рождение мюона должно сопровождаться рождением мюонно-го антинейтрино либо уничтожением мюонного нейтрино.

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

$$n + \nu_\mu \rightarrow p + \mu^-.$$

В соответствии с законами сохранения электронного и мюонного зарядов при распаде мюона должны рождаться наряду с электроном электронное антинейтрино и мюонное нейтрино:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu.$$

С открытием законов сохранения электронного и мюонного зарядов связано, в частности, решение одной проблемы, долгое время не имевшей объяснения, — так называемой μ - e - γ -проблемы. Давно было подмечено, что распад мюона по схеме $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$ никогда не наблюдается. Возникал вопрос: почему такая схема распада не реализуется? Ответ на этот вопрос дали законы сохранения электронного и мюонного зарядов: в указанной схеме *не сохраняется* ни электронный, ни мюонный заряды частиц. Таким образом, рассматриваемая схема распада оказывается *запрещённой дважды* (двумя законами сохранения).

Существование двух независимых законов сохранения (для электронного и мюонного зарядов) органически связано с существованием двух разных нейтрино (антинейтрино). Электронное нейтрино (антинейтрино) участвует в процессах, где уничтожается или рождается электрон или позитрон, тогда как мюонное нейтрино (антинейтрино) участвует в иных процессах — процессах, где уничтожается или рождается мюон или антимюон¹⁴.

Тот факт, что электронное и мюонное нейтрино — две совершенно разные частицы, был установлен в 1962 году в упоминавшемся эксперименте, поставленном в Колумбийском университете. Мощный поток протонов высокой энергии из ускорителя направлялся на мишень, в результате чего возникал поток пионов π^+ и антипионов π^- . Как известно, пионы и антипионы в 99 % случаев распада порождают антимюоны μ^+ и мюоны μ^- , а следовательно, мюонные нейтрино и антинейтрино:

¹⁴ Если существование третьего типа нейтрино (таонного нейтрино) будет экспериментально установлено, то придётся ввести в рассмотрение еще один сохраняющийся заряд — таонный.

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu;$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu.$$

При помощи толстой железной стены толщиной более 10 м задерживались все частицы, кроме упомянутых мюонных нейтрино и антинейтрино. В поток этих нейтрино и антинейтрино вносилась водородсодержащая мишень и исследовались продукты процессов, происходивших при редких столкновениях мюонного антинейтрино с протоном. Если бы мюонное антинейтрино было тождественно электронному, то в этом случае с равной вероятностью должны были бы наблюдаться процессы:

$$\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+ \quad \text{и} \quad \bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+.$$

Однако этого не произошло. В течение 300 часов учёные зарегистрировали 30 следов антимюонов μ^+ и не обнаружили ни одного следа позитрона. Тем самым было твёрдо установлено существование двух разных типов нейтрино и антинейтрино.

Сохранение барионного заряда и стабильность протона

Будем рассматривать различные процессы, в которых участвуют барионы, но не участвуют антибарионы. Подмечено, что в таких процессах число барионов всегда сохраняется неизменным. Например, в процессе

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

уничтожается барион n , но зато рождается барион p . В процессе

$$p + p \rightarrow n + \Lambda^0 + K^+ + \pi^+$$

уничтожаются два бариона p ; в то же время два бариона рождаются (n и Λ^0). Уничтожение одних барионов сопровождается рождением других; при этом общее число барионов остаётся неизменным.

Сопоставим с каждым барионом специфический заряд, положив его равным единице. Будем называть его *барионным зарядом*. У фотонов, обоих нейтрино, электрона, мюона и мезонов этот заряд отсутствует (равен нулю). Тот факт, что число барионов в различных процессах остаётся неизменным, можно рассматривать, очевидно, как *закон сохранения барионного заряда*.

Далее учтём существование антибарионов. Если барионный заряд барионов равен 1, то для антибарионов его следует положить равным -1 (напомним, что при переходе от частиц к античастицам изменяются знаки всех зарядов). Тогда в соответствии с законом сохранения барионного заряда должны наблюдаться процессы, в которых происходит *парное* рождение или уничтожение антибариона и бариона. Такие процессы действительно наблюдаются, например:

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0,$$

$$p + \bar{p} \rightarrow \Lambda^0 + \bar{\Lambda}^0,$$

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}.$$

В настоящее время закон *сохранения барионного заряда* считается твёрдо установленным. Согласно этому закону, *в любом процессе остаётся неизменной разность между числом барионов и числом антибарионов*. Следовательно, и для всей Вселенной разность между полным числом барионов и полным числом антибарионов есть неизменная величина. Здесь уместно заметить, что рассмотренный ранее закон *сохранения электронного заряда оставляет неизменной разность между числом частиц электронного семейства и числом их античастиц*. Соответственно закон *сохранения мюонного заряда оставляет неизменной разность между числом частиц мюонного семейства и числом их античастиц*. Любопытно, что аналогичного закона сохранения для фотонов и мезонов не существует.

Если стабильность электрона обусловлена законом сохранения электрического заряда, то *стабильность протона является следствием закона сохранения барионного заряда*. Из

всех барионов протон имеет наименьшую массу, поэтому среди продуктов его распада не может быть барионов. Таким образом, распад протона приводил бы к ничем не скомпенсированному уничтожению бариона. Такой процесс запрещён законом сохранения барионного заряда.

В довольно обширном семействе барионов только протон является стабильной частицей. Все остальные барионы (нейтрон и гипероны) нестабильны; каждый из них, распадаясь, порождает более лёгкий барион. Что же касается протона, то с точки зрения сохранения барионного заряда ему просто не на что распасться. Расположенные ниже по шкале масс мезоны, мюон и электрон имеют нулевой барионный заряд.

Окружающий нас мир (и, разумеется, мы сами) не мог бы существовать, если бы протоны и электроны не были устойчивыми. Обращая внимание на это обстоятельство, мы хотим ещё раз подчеркнуть роль законов сохранения и, в частности, законов сохранения барионного и электрического зарядов.

Дискретные симметрии. CPT-инвариантность

Мы рассмотрели семь законов сохранения: энергии, импульса, момента импульса, электрического заряда и трёх специфических зарядов: электронного, мюонного, барионного.

Первые четыре из них связаны с известными нам свойствами симметрии физических законов. Можно ожидать, что и остальные законы сохранения (для электронного, мюонного, барионного зарядов) выражают определённые принципы симметрии; однако в настоящее время мы ещё не знаем, каковы эти принципы.

Указанные законы сохранения относят к *абсолютным* законам: они выполняются всегда, во всех взаимопревращениях элементарных частиц¹⁵. Семь абсолютных законов сохранения надо дополнить восьмым — *законом сохранения CPT-чётности* (читается: «ЦПТ-чётность»).

Не обсуждая пока понятия *CPT-чётности*, укажем, что за этим законом сохранения скрывается комбинация трёх достаточно наглядных симметрий, а именно: *симметрии относительно замены всех частиц соответствующими античастицами* (так называемая *зарядовая симметрия* или, как принято говорить, *C-инвариантность*), *симметрии относительно зеркального отражения* (её принято называть *P-инвариантностью*), *симметрии по отношению к изменению знака времени*, то есть по отношению к *обращению течения времени* (так называемая *T-инвариантность*).

Закон сохранения *CPT-чётности* означает, что если *одновременно* заменить все частицы соответствующими античастицами, выполнить операцию зеркального отражения и, кроме того, обратить течение времени, то в этом случае все физические законы должны остаться неизменными, все физические процессы должны протекать по-прежнему. Это утверждение обычно называют *CPT-теоремой*. В настоящее время физики убеждены в абсолютной справедливости этой теоремы. «Если вдруг окажется, что *CPT-инвариантность* нарушается, то я бы сказал, что тогда откроется простор для самых неуёмных фантазий» — так выразился известный американский физик Пайс, желая подчеркнуть важность закона сохранения *CPT-чётности*.

Остановимся подробнее на симметриях, лежащих в основе этого закона сохранения. Прежде всего заметим, что рассматривавшиеся ранее симметрии, которым отвечают законы сохранения энергии, импульса, момента импульса и электрического заряда, относятся к категории *непрерывных* симметрий. Во всех этих случаях изменение, оставляющее физические законы неизменными, может быть сделано *сколь угодно* малым; это изменение можно производить плавно, постепенно, иначе говоря, непрерывно. Наряду с непрерывными симметриями существуют симметрии иного рода; эти симметрии рассматриваются по отношению к изменениям, которые по самому своему характеру не могут быть непре-

¹⁵ Впоследствии мы познакомимся с законами сохранения, не являющимися абсолютными (такие законы выполняются для одних взаимопревращений частиц и не выполняются для других).

рывными, являются скачками или, как принято говорить, *дискретны*. Все три участвующие в *CPT*-теореме симметрии — *дискретные симметрии*. Очевидно, что принципиально невозможно отразить объект в зеркале в большей или меньшей мере; отражение или есть, или его нет. Нельзя заменить протон антипротоном частично; замена или произведена или не произведена. То же самое можно сказать и об изменении знака времени.

C-инвариантность отмечалась в главе 12, а *P*-инвариантность — в главе 9. Нам остаётся обсудить *T*-инвариантность. Повседневный опыт убеждает нас в одностороннем течении времени. На первый взгляд кажется, что в окружающем нас мире нет инвариантности по отношению к обращению времени. Любое событие, запечатлённое на киноплёнке, будет выглядеть абсурдным, если прокрутить киноплёнку не в обычном, а в обратном направлении: люди на экране будут пятиться назад, осколки разбившейся вазы сами собой скомпонуются в целую вазу, спортсмен будет не прыгать в воду, а, наоборот, ногами вперед выскакивать из воды и т. п.

Однако изучение взаимопревращений элементарных частиц обнаруживает, что *оба направления времени физически равноправны*. Так, наряду с процессом $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ возможен обращённый процесс: $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$. Наряду с процессом $p + p \rightarrow p + n + \pi^+$ возможен обращённый процесс: $p + n + \pi^+ \rightarrow p + p$. Правда, «возможен» отнюдь не означает «равновероятен». В последнем примере обращённый процесс имеет существенно меньшую вероятность, нежели прямой процесс. Это объясняется малой вероятностью встречи сразу трёх частиц.

Малой величиной вероятности обращённых процессов и объясняется кажущаяся неинвариантность физических законов по отношению к воображаемому изменению направления течения времени. Сами по себе физические законы симметричны относительно будущего и прошлого. Однако для любой конкретной последовательности событий определённый порядок их осуществления оказывается, как правило, *более вероятным*, нежели противоположный порядок. Хотя самопроизвольное собирание осколков разбитой вазы в целую вазу и представляется нам абсурдным, однако это событие отнюдь не невозможное, а только *слишком маловероятное*; в таком событии не нарушается ни один из физических законов.

Возвращаясь к *CPT*-чётности, заметим, что эта величина может быть определена как величина, сохранение которой есть *следствие CPT-инвариантности*, то есть инвариантности по отношению к одновременному выполнению трёх операций — замене частиц на античастицы, зеркальному отражению и обращению течения времени. Напомним в связи с этим, что энергия может быть определена как величина, сохранение которой есть следствие инвариантности по отношению к переносу во времени, импульс — как величина, сохранение которой есть следствие инвариантности по отношению к переносу в пространстве, момент импульса — как величина, сохранение которой есть следствие инвариантности по отношению к пространственному повороту (см. главу 11). *CPT-чётность* представляет собой *произведение трёх величин: зарядовой чётности (C-чётности), пространственной чётности (P-чётности)¹⁶ и временной чётности (T-чётности)*. Каждая из этих чётностей выступает как сохраняющаяся величина, отвечающая определённой дискретной симметрии — соответственно зарядовому сопряжению, зеркальному отражению и обращению течения времени.

Естественно возникает вопрос о *законах сохранения зарядовой чётности, пространственной чётности и временной чётности*. Новейшие исследования показали, что в отличие от *CPT*-чётности указанные законы сохранения не являются абсолютными. Это в высшей степени интересное обстоятельство будет специально рассматриваться в следующей главе.

¹⁶ Пространственную чётность часто называют просто чётностью.

Глава 14. «Проблема Озма»

Предположим, что мы установили связь с планетой *X*. Каким образом сможем мы передать на планету *X* наше понимание правого и левого? Хотя проблема эта старая, собственного названия она не имеет. Я предлагаю называть её «проблема Озма».

М. Гарднер

Сущность «проблемы Озма»

В написанной для детей книге американского писателя Баума «Мудрец из страны Оз» правителя сказочной страны Оз звали Озма. В книге фигурирует, в частности, слуга по прозвищу Длинноухий Слухач, способный улавливать звуки за тысячи миль. Когда в 1960 году американский радиоастроном Ф. Дрейк возглавил разработку проекта по прослушиванию с помощью мощного радиотелескопа различных областей Галактики в надежде поймать сигналы от разумных обитателей далёких планет, он, вспомнив о Длинноухом Слухаче, дал проекту название «Озма» — по имени правителя страны Оз. Отсюда происходит и предложенный М. Гарднером термин «проблема Озма».

Предположим, что мы обмениваемся радиосигналами с представителями какой-то далёкой планеты. Для связи применяется импульсный код — сигналы передаются в виде последовательности импульсов разной интенсивности. Используя универсальные законы математической логики, а также универсальный для всей Вселенной характер физических законов, можно, набравшись терпения, добиться определённого взаимопонимания с инопланетянами. Если, например, мы будем передавать последовательность чисел, представляющих собой массы ядер гелия, лития, бериллия, бора, углерода и т. д., делённые на массу протона, то можно ожидать, что инопланетяне догадаются о том, что речь идёт о периодической системе элементов. Ведь отношения масс ядер химических элементов к массе протона одинаковы во всей Вселенной.

Весьма заманчиво попытаться передавать инопланетянам зрительные образы в виде плоских (двухмерных) изображений. Допустим, что мы посылаем нашему собеседнику последовательность импульсов, в которой закодировано изображение простой фигуры, показанной на рисунке 112, а, — прямоугольный контур, разорванный с правой стороны. Предварительно мы просим инопланетянина заготовить прямоугольник, разбитый на двадцать квадратных ячеек, — пять строк, по четыре ячейки в строке. Просматривая изображение разорванного контура слева направо и переходя от верхних строк к нижним (в соответствии с нумерацией ячеек на рисунке 112, а), мы посылаем последовательность импульсов, показанную на рисунке 112, б; более интенсивный импульс отвечает закрашенной ячейке, менее интенсивный — незакрашенной ячейке. Мы предлагаем далекому собеседнику повторить на своем прямоугольнике наши действия: просмотреть ячейки построчно слева направо и закрасить их в соответствии с переданной последовательностью импульсов.

И вот тут-то возникает принципиальное затруднение. Дело в том, что наш собеседник не знает, что именно мы понимаем под *левой* или *правой* стороной, и поэтому не понимает, что означает «просмотреть строку слева направо». Если он правильно угадает направление просмотра строки, то, очевидно, получит изображение контура, у которого разорвана именно правая сторона. Если же он будет просматривать строки в противоположном направлении, то получит изображение контура с разорванной не правой, а левой стороной (рис. 112, в). Неизвестно, в каком направлении инопланетянин в действительности про-

смаатривал ячейки своего прямоугольника, и поэтому неизвестно, какая фигура (*правая* или *левая*) у него получилась.

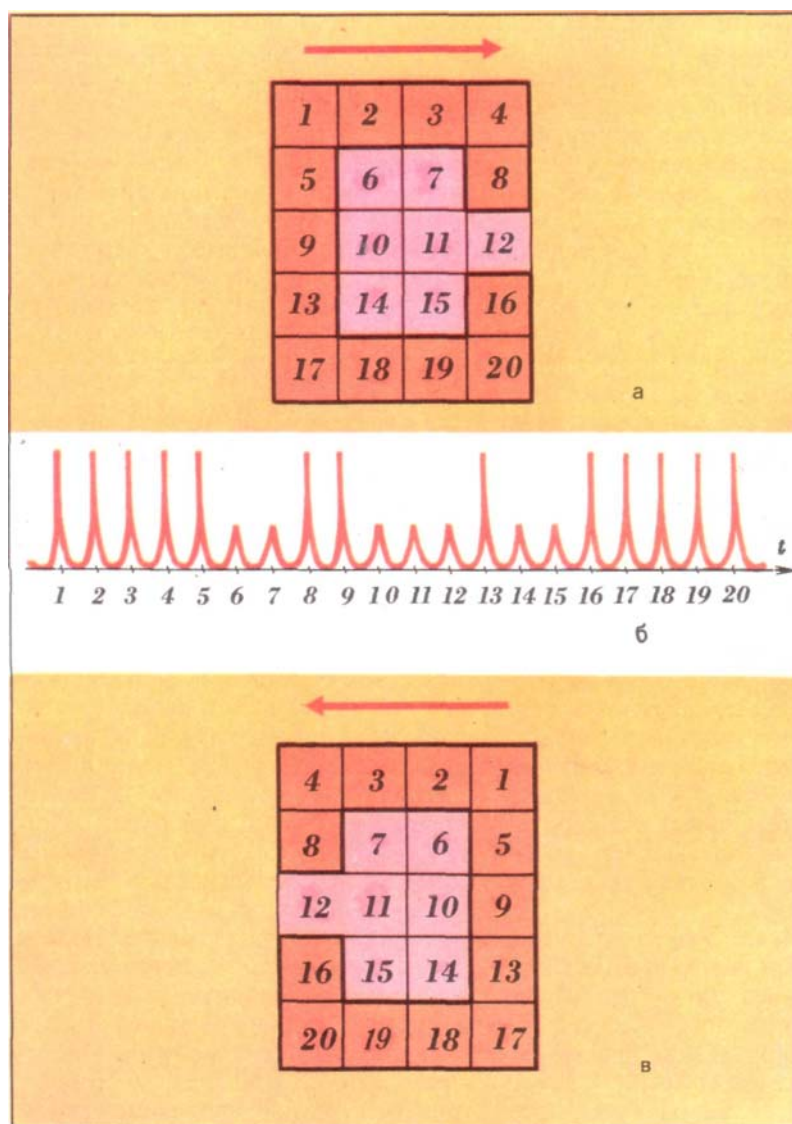


Рис. 112

Конечно, для объяснения нашего понимания правого и левого было бы проще всего послать собеседнику какой-нибудь зеркально асимметричный предмет, например правый винт. Однако подобный путь будем считать заведомо исключённым; мы можем обмениваться с собеседником только радиосигналами. Можно было бы предложить ему посмотреть на какое-нибудь асимметричное созвездие на небе; однако созвездия, наблюдаемые с Земли, выглядят совсем иначе, нежели созвездия в небе далёкой планеты.

Итак, нет никакого асимметричного объекта, никакой асимметричной структуры, на которую мы с собеседником могли бы посмотреть вместе. И вот спрашивается: *существует ли в таких условиях какой-нибудь способ объяснить собеседнику понятия «левый» и «правый»?* Именно в этом и состоит сущность «проблемы Озма». Указанная проблема относится к числу наиболее интересных проблем *теории связи*. Она была осознана задолго до того, как человечество начало всерьёз задумываться над возможностью контактов с внеземными цивилизациями.

«Проблема Озма» до 1956 года

Если бы нам пришлось объяснять понятия левого и правого не инопланетянину, а земному жителю, то достаточно было бы сообщить, что поворот слева направо соответствует движению стрелки часов. Для инопланетянина такое объяснение не годится. Неиз-

вестно, в какую сторону поворачиваются стрелки внеземных часов. Возможно, что эти часы вообще не имеют стрелок.

Известны многие природные соединения, поворачивающие плоскость поляризации проходящего сквозь них светового пучка всегда в определённую сторону — вправо либо влево. Это объясняется тем, что соответствующие соединения встречаются в природных условиях Земли лишь в виде *определённых* (правых или левых) *стереоизомеров*. Можно ожидать, однако, что в условиях внеземной природы эти соединения встречаются в виде иных, нежели на Земле, стереоизомеров.

Мир живой природы необычайно насыщен винтами, характеризующимися *определённой закрученностью* — вправо либо влево (см. главу 7). Однако и многочисленные примеры биологических спиралей не могут помочь нам договориться с нашим собеседником. Ведь из того факта, что у всех живых организмов на Земле все молекулы ДНК закручены только вправо, ещё не следует, что и у инопланетян они образуют правые спирали.

Для решения «проблемы Озма» существования в природе многочисленных проявлений зеркальной асимметрии недостаточно. *Надо, чтобы вертикальная асимметрия проявилась в самих законах природы.* Долгое время физики полагали, что все без исключения законы природы инвариантны относительно зеркального отражения. Фактически это означало, что «проблема Озма» признавалась принципиально неразрешимой.

Анализируя одну из проблем, возникших в теории элементарных частиц, американские физики Ли и Янг выдвинули в 1956 году гипотезу о *несохранении пространственной чётности в процессах распада элементарных частиц*. Профессор Колумбийского университета Ву Цзяньсюн поставила эксперимент по проверке гипотезы Ли — Янга. И вот 15 января 1957 года грянул гром: было сделано официальное сообщение о том, что в явлениях распада элементарных частиц законы природы неинвариантны по отношению к зеркальному отражению.

Обнаружение зеркальной асимметрии в процессах β -распада

В эксперименте Ву исследовался β -распад ядер радиоактивного изотопа кобальта — ядер Co^{60} . Процесс распада ядра Co^{60} происходит по схеме $\text{Co}^{60} \rightarrow \text{Ni}^{60} + e^- + \bar{\nu}_e$.

Пусть \vec{M} — собственный (спиновой) момент импульса ядра кобальта, \vec{p}_e — импульс электрона, рождающегося в процессе распада, а θ — угол между векторами \vec{M} и \vec{p}_e (рис. 113, а). На рисунке 113, б показано, как отражается в зеркале S процесс, представленный на рисунке 113, а. Напомним, что момент импульса \vec{M} — *аксиальный* вектор, а импульс \vec{p}_e — *полярный* вектор; поэтому векторы \vec{M} и \vec{p}_e отражаются в зеркале *различным образом* (см. главу 10, а также рис. 96). В результате изменяется угол между рассматриваемыми векторами. Если до отражения он был равен θ , то после отражения он становится равным $180^\circ - \theta$ (рис. 113, б).

Идея опыта Ву довольно проста. При β -распаде того или иного ядра Co^{60} электрон может вылететь в принципе под любым углом θ к направлению вектора момента импульса ядра. Если процесс β -распада инвариантен относительно отражения в зеркале, то вероятность электрону вылететь под углом θ должна быть равна вероятности вылететь под углом $180^\circ - \theta$, поскольку процессы, когда электрон вылетает под углом θ и когда он вылетает под углом $180^\circ - \theta$, являются *зеркальным отражением один другого*. Если указанные вероятности окажутся различными, то налицо нарушение инвариантности рассматриваемого процесса относительно зеркального отражения. Следовательно, надо измерить и сравнить упомянутые вероятности.

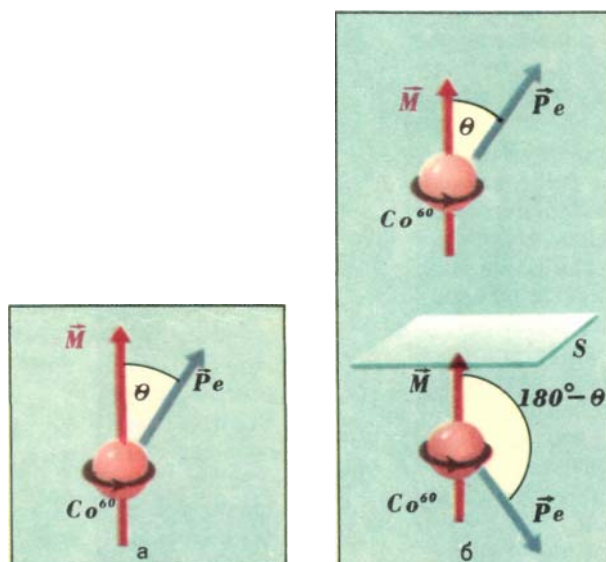


Рис. 113

Для измерения вероятности испускания электрона под тем или иным углом необходимо рассмотреть распад достаточно большого числа ядер Co^{60} . В обычных условиях спиновые моменты ядер ориентированы хаотично; в данном же случае требовалось, чтобы для подавляющего числа ядер в образце эти моменты были ориентированы в определённом направлении. В этом-то и заключалась основная практическая трудность. Для ориентации ядер в опыте Ву кобальтовый образец, охлаждённый почти до абсолютного нуля ($T < 0,03\text{K}$), помещался в мощное магнитное поле¹⁷. В результате удалось ориентировать спиновые моменты большинства ядер в образце в направлении приложенного поля. После этого оставалось лишь измерить и сравнить друг с другом числа электронов, вылетающих *вдоль направления поля* (обозначим это число через N_1) и *против направления поля* (число N_2). При наличии зеркальной симметрии эти числа должны были бы равняться друг другу. Однако опыт со всей определённой показал, что $N_2 > N_1$. Оказалось, что *против направления спина ядра электрон вылетает с большей вероятностью, нежели вдоль этого направления*. Тем самым было доказано отсутствие зеркальной асимметрии в процессе β -распада ядер Co^{60} .

Впоследствии были выполнены опыты, в которых исследовались другие процессы β -распада. Во всех экспериментах было обнаружено нарушение инвариантности законов природы относительно зеркального отражения (иначе говоря, нарушение P -инвариантности).

Зеркальная асимметрия в процессах распада и «проблема Озма»

Теперь, казалось бы, «проблема Озма» решена. Чтобы объяснить инопланетянину, что означает «слева направо», можно поступить следующим образом. Надо предложить ему изготовить соленоид, поместить внутрь его должным образом охлаждённый образец радиоактивного кобальта и посчитать, с какого конца соленоида будет испускаться большее количество электронов. После этого надо попросить нашего собеседника ориентировать соленоид так, чтобы глаз наблюдателя смотрел вдоль его оси в направлении, в котором испускается максимум электронов (рис. 114). В этом случае направление движения электронов по виткам соленоида и есть то самое направление, которое называют направлением «слева направо» (оно соответствует движению стрелки земных часов).

¹⁷ Глубокое охлаждение необходимо для подавления теплового движения, приводящего к разупорядочиванию ориентации ядер.

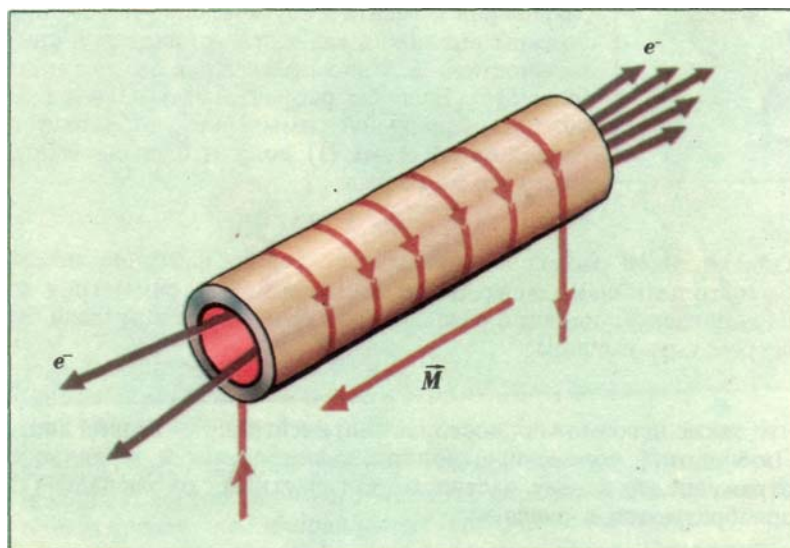


Рис. 114

Заметим, что в рассматриваемом случае направление движения условных положительных зарядов в проводнике будет соответствовать направлению «справа налево» и, в согласии с правилом буравчика, упорядочивающее магнитное поле (а следовательно, и вектор спинового момента ядер кобальта) будет направлено навстречу наблюдателю.

Нарушение зарядовой симметрии

Из сохранения CPT -чётности (см. главу 13) следует, что при нарушении одной из трёх инвариантностей (в данном случае P -инвариантности) должна нарушаться по крайней мере ещё одна инвариантность. Как оказалось, *наряду с зеркальной симметрией нарушается также зарядовая симметрия* (C -инвариантность). Иначе говоря, в законах природы обнаружилась неинвариантность не только относительно замены левого на правое, но также относительно замены частиц на античастицы.

Чтобы продемонстрировать это обстоятельство, обратимся к примеру с мюонным нейтрино и мюонным антинейтрино. Как уже отмечалось (см. главу 12), нейтрино подобно левому винту, а антинейтрино — правому. Нетрудно убедиться, что такая модель нейтрино предполагает нарушение как P -инвариантности, так и C -инвариантности.

Будем обозначать левый винт индексом L , а правый — индексом R (left — левый, right — правый). Запишем процесс распада пиона π^+ в виде, учитывающем левовинтовую характер нейтрино:

$$\pi^+ \rightarrow \mu_L^+ + \nu_{\mu L}. \quad (1)$$

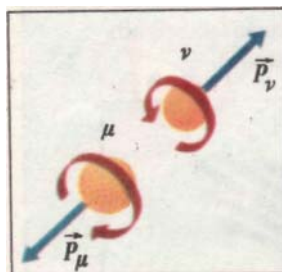


Рис. 115

Поскольку при распаде пиона антимюон и нейтрино летят в противоположные стороны (в системе покоя пиона), то, согласно закону сохранения момента импульса, обе эти частицы должны выглядеть как винты одинаковой спиральности — в данном случае как

левые винты (рис. 115). Если бы рассматриваемый процесс обладал зеркальной симметрией, то наряду с распадом по схеме (1) должен был бы иметь место также распад¹⁸:

$$\pi^+ \rightarrow \mu_R^+ + \nu_{\mu R}$$

Однако такой распад невозможен, поскольку нейтрино может быть только *левым* винтом. Если бы зарядовая симметрия не нарушалась, то наряду с распадом по схеме (1) должны были бы встречаться распады:

$$\pi^- \rightarrow \mu_L^- + \bar{\nu}_{\mu L},$$

что также невозможно, поскольку антинейтрино — *правый* винт. Любопытно, что, если выполнить *одновременно* и зеркальное отражение, и замену частиц на античастицы, то распады (1) преобразуются в распады:

$$\pi^- \rightarrow \mu_R^- + \bar{\nu}_{\mu R},$$

которые действительно наблюдаются. Этот пример может служить иллюстрацией интересной идеи, выдвинутой в 1957 году советским физиком академиком Л. Д. Ландау (1908 – 1968) и независимо от него Ли и Янгом. Речь идёт о сохранении так называемой *комбинированной чётности* (*CP-чётности*), представляющей собой произведение *C*-чётности и *P*-чётности.

Сохранение комбинированной чётности

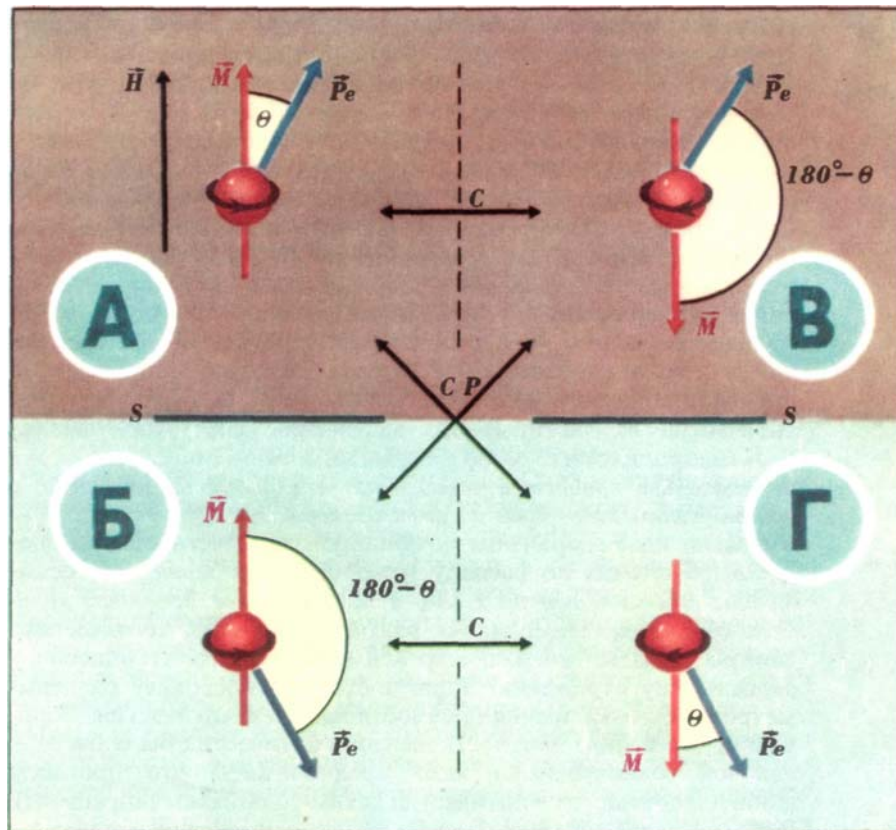


Рис. 116

Вернемся к процессу β -распада ориентированных во внешнем магнитном поле ядер Co^{60} . На рисунке 113 было показано, как влияет на этот процесс операция зеркального отражения. На рисунке 116 учитывается наряду с зеркальным отражением также замена частиц на античастицы. Этот рисунок содержит четыре позиции. Позиция А — исходная; вектор спинового момента ядра кобальта (вектор \vec{M}) ориентирован по направлению внешнего магнитного поля (\vec{H} — вектор напряженности магнитного поля). Отражение в

¹⁸ При зеркальном отражении левые винты превращаются в правые.

плоскости S приводит к позиции B . При этом направление вектора \vec{M} , равно как и вектора \vec{H} (оба эти вектора — *аксиальные* векторы), остаётся неизменным, тогда как направление вектора \vec{p}_e (*полярный* вектор) изменяется. В результате угол θ между векторами \vec{M} и \vec{p}_e в исходной позиции превращается в угол $180^\circ - \theta$ в позиции B . Всё это уже знакомо читателю. Теперь предположим, что в исходной позиции выполнена замена частиц на античастицы: ядра кобальта заменены антиядрами кобальта, электроны заменены позитронами. Поскольку в отличие от ядра антиядро имеет отрицательный электрический заряд, то внешнее магнитное поле будет ориентировать спиновые моменты \vec{M} в противоположном по отношению к вектору \vec{H} направлении; см. позицию B на рисунке 116. Выполняя затем отражение в плоскости S , получаем позицию Γ .

Легко видеть, что *одновременное* выполнение двух преобразований — *зеркального отражения* и *замены частиц на античастицы* — приводит к переходам либо $\hat{A} \rightleftharpoons \hat{\bar{A}}$, либо $\hat{A} \rightleftharpoons \hat{A}$. При этом угол между векторами \vec{M} и \vec{p}_e остаётся всякий раз неизменным. Это означает, что одновременное выполнение указанных двух операций оставляет инвариантным рассматриваемый процесс распада. Данную инвариантность называют *комбинированной* или, иначе, *CP-инвариантностью*. Соответственно говорят о *сохранении комбинированной чётности* (*CP-чётности*).

Сохранение комбинированной чётности означает, что законы природы остаются неизменными не тогда, когда мы переходим в зазеркалье, и не тогда, когда мы переходим в антимир, а тогда, когда мы переходим в *зазеркальный антимир*. Иными словами, физические законы оказываются симметричными при отражении в таком воображаемом зеркале, которое одновременно производит замену частиц на античастицы (и соответственно античастиц на частицы). По выражению советского физика Я. А. Смородинского, «одно и то же испытание с одним и тем же результатом пройдёт и левый винт, сделанный из вещества, и правый винт, сделанный из антивещества».

Согласно идее сохранения комбинированной чётности, наблюдаемая в опытах по распаду микрообъектов *зеркальная асимметрия объясняется тем, что в нашем уголке Вселенной количество частиц существенно больше количества античастиц*. Можно сказать, что наш мир асимметричен по отношению к зеркальному отражению лишь постольку, поскольку он асимметричен с точки зрения плотности частиц и античастиц. Вообразим, что в мире плотность частиц и античастиц была бы одинаковой (одновременно надо предположить, что процессы аннигиляции частиц и античастиц каким-то образом запрещены). В этом случае в опыте Ву был бы получен симметричный результат. Действительно, при приложении внешнего магнитного поля к охлаждённому образцу кобальта (антикобальта) половина ядер (ядра из нейтронов и протонов) стремилась бы ориентироваться по полю, а половина ядер (ядра из антинейтронов и антипротонов) — против поля. В данном случае мы имели бы равную смесь позиций A и B , показанных на рисунке 116. Ясно, что при отражении эта смесь переходит сама в себя.

Сохранение комбинированной четности и «проблема Озма»

Поскольку законы природы не позволяют различать *левый винт из вещества* и *правый винт из антивещества*, то отсюда следует, что несохранение пространственной чётности в процессах распада элементарных частиц отнюдь не решает «проблемы Озма». Бесполезно пытаться объяснить при помощи опыта Ву наше понимание левого и правого инопланетянину, коль скоро мы заранее не знаем, из чего он состоит — из вещества, как и мы сами, или же из антивещества. Если инопланетянин живёт в антимире, то, повторив опыт Ву и выслушав наши пояснения, он будет считать правым то, что мы называем левым. Ведь в антимире по проводам соленоида движутся не электроны, а позитроны; электрический заряд ядер не положителен, а отрицателен.

Можно вообразить следующую фантастическую ситуацию. Мы договорились с нашим инопланетянином о встрече в космосе и вылетели навстречу друг другу. И вот, надев скафандры, мы выходим из своих кораблей и начинаем сближаться. Вы протягиваете своему собеседнику правую руку и вдруг видите, что в ответ он, будучи хорошо осведомлён о земном обычае рукопожатия, протягивает вам не правую, а левую руку. Не касайтесь её, так как перед вами пришелец из антимира.

Итак, сохранение комбинированной чётности переводит «проблему Озма» в новую плоскость. *Для решения этой проблемы надо предварительно выяснить, из чего именно — вещества или антивещества — состоит наш собеседник.*

Решение «проблемы Озма»

Чтобы понять, с каким миром (обычным или антимиром) мы установили контакт, можно воспользоваться наряду с радиосигналами также *нейтринным* каналом связи. Наше Солнце является источником нейтрино; следовательно, из него летят левые винты. Анти-солнце было бы источником антинейтрино, иначе говоря, источником правых винтов. Поэтому в принципе достаточно послать нашему далёкому собеседнику солнечное нейтрино и попросить сравнить его спиральность со спиральностью нейтрино, испускаемых светилом в мире инопланетянина. К сожалению, в настоящее время мы даже не представляем, каким образом можно послать наше нейтрино к далёкой планете.

И всё же решение «проблемы Озма» существует. Не вдаваясь в подробности, которые оказались бы чересчур сложными для данной книги, отметим, что в одном из распадов физики обнаружили *несохранение CP-чётности*. С учётом CPT-инвариантности это означает, что в таком процессе *должна не сохраняться также T-чётность* (то есть должна нарушаться симметрия по отношению к обращению течения времени). Речь идет о *распаде нейтральных каонов*. Как отмечалось выше, имеются два типа нейтральных каонов — долгоживущие каоны (K_L) и короткоживущие каоны (K_S). Первые живут около 10^{-8} с , а вторые — 10^{-10} с . В соответствии с сохранением комбинированной чётности каоны K_L распадаются на три пиона, а каоны K_S — на два пиона (схемы распада приведены в таблице «Элементарные частицы»). В 1964 году было обнаружено, что изредка (примерно в одном случае из 1000) каон K_L распадается не на три, а на два пиона. Отсюда следовало, что *для каонов закон сохранения CP-чётности не вполне точен*. Вот это-то дополнительное нарушение симметрии в физических законах и позволяет в принципе решить «проблему Озма», а точнее: выяснить, из чего состоит наш собеседник-инопланетянин — из вещества или антивещества.

Мы должны попросить его понаблюдать за процессом распада нейтральных каонов, например, измерить плотность числа каонов K_L в пучке на разных расстояниях от места рождения каонов, и сообщить нам результаты своих измерений. Если сообщение придёт из антимира, то содержащиеся в нём результаты будут отличаться от результатов наших измерений.

Глава 15.

Фермионы и бозоны

Все частицы, существующие в природе, являются либо фермионами, либо бозонами. Таким образом, встречаются только антисимметричные или только симметричные состояния одинаковых частиц.

П. Дирак

Периодическая система элементов и принцип запрета Паули

Развитие атомной физики позволило обосновать периодическую систему элементов Менделеева. Согласно современным представлениям, по мере возрастания порядкового номера химического элемента происходит постепенное заполнение электронных оболочек атома, причём сначала заполняются оболочки, более сильно связанные с атомным ядром, более близкие к нему. Первая (самая близкая к ядру) оболочка оказывается заполненной при наличии всего лишь двух электронов, для заполнения второй и третьей оболочек требуется по восемь электронов, для четвёртой и пятой — по восемнадцать и т. д. Получается последовательность чисел: 2, 8, 8, 18, 18, ... Именно таковы числа химических элементов соответственно в первых пяти периодах периодической системы.

Почему, однако, на первой оболочке не может находиться более двух, а на второй более восьми электронов? Ответ на этот вопрос состоит из двух частей. Во-первых, каждой оболочке соответствует *определённое* число, возможных состояний электрона — два для первой оболочки, восемь для второй и т. д. Во-вторых, *в каждом состоянии может находиться только один-единственный электрон*. Это означает, что в атоме нельзя найти двух электронов, у которых были бы одинаковы все характеристики, определяющие состояние электрона, — энергия, орбитальный момент импульса, его проекция, проекция спина. Хотя бы одна из этих характеристик должна быть различной.

Это правило, запрещающее двум и более электронам занимать одно и то же состояние, известно как *принцип запрета Паули*. Упрощённо этот принцип можно понимать как правило, согласно которому в одном месте могут находиться не более двух электронов, причём эти электроны должны иметь противоположно направленные спины (должны находиться в разных спиновых состояниях). Как и всякий принцип запрета, принцип Паули является выражением некоторой *симметрии законов природы*. Это есть так называемая *перестановочная симметрия*.

Перестановочная симметрия. Фермионы и бозоны

Речь идёт о симметрии *по отношению к перестановке двух любых частиц одного и того же типа*, в частности по отношению к перестановке двух электронов. Физически ничто не изменится, если электрон, находившийся, скажем, в состоянии 1, поместить в состояние 2, переместив при этом электрон, находившийся в состоянии 2, в состояние 1. Такая симметрия означает, что все электроны во Вселенной *тождественны друг другу*. Тождественны друг другу все протоны, все нейтроны, все атомы водорода, все атомы кислорода и т. д.

Наша планета состоит примерно из 10^{50} атомов. И всё это баснословно огромное число атомов скопировано всего лишь с нескольких сотен образцов. Более того, мы уверены, что и вся наша Галактика, вся Метагалактика и вообще вся Вселенная построена из нескольких сотен различных типов «кирпичиков». Все химические элементы Вселенной умещаются в таблице, содержащей всего лишь около ста клеточек.

Глубокое содержание перестановочной симметрии этим не исчерпывается. *Перестановочная симметрия приводит к тому, что все частицы в природе разбиваются на два разных лагеря — с разными правилами поведения в коллективе.* В одном лагере действуют правила, предписывающие частицам одного и того же типа, например электронам, как бы избегать друг друга. Согласно этим правилам, однотипные частицы могут заполнять состояния только поодиночке. Все частицы данного лагеря объединяют под общим названием *фермионы* (по имени итальянского физика Ферми). В другом лагере действуют прямо противоположные правила, не только разрешающие, но даже предписывающие однотипным частицам заполнять в больших количествах одно и то же состояние. Эти частицы принято называть *бозонами* (по имени индусского физика Бозе).

Существует связь между величиной спина s частицы и характером её поведения в коллективе. Все частицы с *полуцелым* спином ($s = 1/2, 3/2, \dots$) — фермионы, тогда как частицы *без спина* или с *целочисленным* спином — бозоны. Таким образом, фермионами являются наряду с электронами остальные лептоны, а также барионы. Для всех них справедлив принцип запрета, сформулированный ранее для электронов: *если некоторое состояние занято фермионом, то никакой другой фермион данного типа не может попасть в это состояние.* К бозонам относятся фотоны и мезоны. В любом состоянии может находиться сколь угодно много однотипных бозонов. Более того, *чем сильнее заселено данное состояние, тем больше вероятность, что в него будут переходить другие бозоны данного типа.*

Итак, с одной стороны, ярко выраженный «индивидуализм» (лептоны и барионы), а с другой — столь же ярко выраженный «коллективизм» (фотоны и мезоны). В связи с этим полезно обратить внимание на существенное различие между лептонами и барионами, с одной стороны, и фотонами и мезонами — с другой, состоящее в том, что для первых *существуют* законы сохранения, оставляющие неизменной разность чисел частиц и античастиц (законы сохранения электронного, мюонного и барионного зарядов), тогда как для вторых подобные законы сохранения *отсутствуют*.

На примере периодической системы элементов хорошо видно, насколько принципиален тот факт, что электроны являются фермионами. Именно фермионность электронов объясняет своеобразие заселения электронами уровней в атомах. Если бы принцип запрета Паули вдруг перестал распространяться на электроны, то в этом случае во всех атомах все электроны перешли бы тотчас на уровень с наименьшей возможной энергией. В результате исчезло бы всё многообразие элементов.

Отметим также, что именно фермионность электронов не позволяет ядрам атомов в веществе слишком сильно сближаться друг с другом. Ведь при сильном сближении должно было бы происходить перекрывание электронных оболочек атомов; иными словами, в одно и то же место должны были бы одновременно попасть много электронов. Но это запрещено принципом Паули. В результате атомы в веществе остаются на весьма приличных расстояниях друг от друга (порядка 10^{-10} м или более), которые не менее чем в 10^3 раз превышают размеры атомных ядер.

Симметричные и антисимметричные волновые функции

Подчеркнём, что свойство фермиона не пускать к себе, в собственное состояние, другие фермионы данного типа, как и свойство бозона привлекать в собственное состояние другие бозоны, *не связано с какими-либо особыми силами* (отталкивания или притяжения), действующими между соответствующими частицами. Фермионность либо бозонность частиц — это их фундаментальное свойство, связанное не с силовыми взаимодействиями, а с *симметрией по отношению к перестановкам частиц*. Поэтому необходимо хотя бы в самых общих чертах пояснить, каким образом перестановочная симметрия приводит к появлению в природе фермионов и бозонов.

Заметим, что в квантовой механике состояние микрообъекта описывают при помощи некоторой функции, называемой *волновой функцией*. Существенно, что физический смысл

имеет не сама волновая функция, а её модуль в квадрате, описывающий *вероятность обнаружения микрообъекта в данном состоянии*.

Пусть $\psi_1(I)$ — волновая функция частицы I, находящейся в состоянии 1, а $\psi_2(II)$ — волновая функция частицы II, находящейся в состоянии 2. Рассмотрим микрообъект в виде системы из частиц I и II. Волновая функция микрообъекта (функция $\Psi(I, II)$) может быть выражена через произведение волновых функций отдельных частиц. Поскольку частицы предполагаются однотипными (и, следовательно, тождественными), то неизвестно, какая именно из них находится в действительности в состоянии 1, а какая — в состоянии 2. Поэтому надо учесть как произведение $\psi_1(I)\psi_2(II)$, так и произведение $\psi_2(I)\psi_1(II)$ (как если бы частицы в микрообъекте всё время обменивались местами). *Перестановочная симметрия* требует, чтобы волновая функция микрообъекта $\Psi(I, II)$ удовлетворяла условию:

$$|\Psi(I, II)|^2 = |\Psi(II, I)|^2$$

Из комбинаций двух указанных выше произведений одночастичных волновых функций можно составить две функции, удовлетворяющие данному условию:

$$\Psi_S(I, II) = \psi_1(I)\psi_2(II) + \psi_2(I)\psi_1(II) \quad \text{и}$$

$$\Psi_A(I, II) = \psi_1(I)\psi_2(II) - \psi_2(I)\psi_1(II)$$

Первая функция — *симметричная*, она не меняет знака при перестановке частиц: $\Psi_S(I, II) = \Psi_S(II, I)$. Эта функция описывает систему *бозонов*. Вторая функция — *антисимметричная*, она меняет знак при перестановке частиц: $\Psi_A(I, II) = -\Psi_A(II, I)$. Эта функция описывает систему *фермионов*. В последнем легко убедиться. Если предположить, что обе частицы находятся в одном состоянии, например состоянии 1, то из выражения для функции Ψ_A следует, что эта функция обращается в нуль. Следовательно, такая ситуация неосуществима.

Сверхтекучесть жидкого гелия. Сверхпроводимость

Гелий He^4 при очень низких температурах (ниже 2,19 К) образует жидкость, обладающую в высшей степени интересным свойством: её движение по узкому капилляру характеризуется *полным отсутствием вязкости*. Жидкий гелий течёт, не испытывая никакого сопротивления со стороны стенок капилляра, — *явление сверхтекучести*. Объяснение этого удивительного явления связано с бозонностью атомов He^4 . Заметим, что система из чётного числа фермионов ведёт себя как бозон. Ведь перестановка двух таких систем эквивалентна перестановке чётного числа пар фермионов. Перестановка каждой пары фермионов меняет знак общей волновой функции. Если же знак меняется чётное число раз, то это означает, что он остаётся прежним.

При очень низкой температуре, когда эффект теплового движения атомов, приводящий к разбрасыванию их по разным состояниям, становится крайне малым, в полной мере проявляется правило, предписывающее бозонам сосредоточиться в одном состоянии. В результате все атомы He^4 сосредоточиваются в состоянии с определённым по величине и направлению импульсом; они движутся по капилляру как *единое целое*. В этом случае вязкости у жидкости нет; ведь для вязкости надо, чтобы разные области жидкости перемещались с *разными* скоростями.

В отличие от атомов He^4 атомы He^3 являются фермионами. Не удивительно, что при охлаждении до 2 К гелий, содержащий изотоп He^3 , не переходит в сверхтекучее состояние. Однако сверхтекучий He^3 всё же существует. Он получен в 1974 году при значительно более сильном охлаждении — до температуры 0,0027 К. При таких фантастически низких температурах в гелии происходит в высшей степени любопытный эффект: атомы He^3

объединяются в пары. Каждая такая пара является, очевидно, бозоном. В результате и наблюдается сверхтекучесть.

Отметим ещё одно любопытное явление — *сверхпроводимость металлов*. Известно, что при температурах, близких к абсолютному нулю, многие металлы начинают проводить электрический ток фактически без сопротивления. Так, свинец переходит в сверхпроводящее состояние при 7,26 К, олово — при 3,69 К, алюминий — при 1,14 К, цинк — при 0,79 К. Явление сверхпроводимости можно рассматривать как явление сверхтекучести электронной жидкости, образуемой в металле электронами проводимости. Дело в том, что при низких температурах электроны *объединяются в пары*, которые ведут себя как бозоны. Такое объединение происходит за счёт взаимодействия электронов с ионами кристалла.

Легко видеть, что сверхпроводимость и сверхтекучесть — явления по сути дела одинаковой природы. Они обусловлены бозонностью атомов He^4 , пар атомов He^3 , электронных пар.

Индукцированное испускание света и лазеры

В последние годы весьма интенсивно развивается *квантовая электроника* — новое научно-техническое направление, порождённое изобретением в 1960 году удивительного генератора света, названного *лазером*. Принципы работы лазера основаны на явлении *индуцированного испускания* света веществом.

Сущность этого явления в общих чертах такова. Предположим, что в веществе имеются возбуждённые атомы, каждый из которых при переходе в исходное (невозбуждённое) состояние может испустить фотон с некоторой определённой энергией. В обычных условиях атомы совершают такие переходы *несогласованно*, в разные моменты времени; рождающиеся фотоны испускаются в *различных* направлениях. Это есть *спонтанное* (*самопроизвольное*) испускание света. Можно, однако, управлять процессом испускания света — заставить возбуждённые атомы вернуться в исходное состояние *одновременно*, испустив фотоны в одном *определённом* направлении. Это есть *индуцированное* (*вынужденное*) испускание света.

Явление индуцированного испускания непосредственным образом связано с бозонностью фотонов. Пролетающий вблизи возбуждённых атомов фотон, энергия которого равна энергии перехода в атомах, будет *инициировать* массовое рождение новых фотонов *в том самом* состоянии, в котором находится он сам. Это явление как раз и используется в лазере.

Глава 16.

Симметрия различных взаимодействий

Состояние, в котором находится физика элементарных частиц, не сильно отличается от того, которое наблюдаешь, сидя в концертном зале перед началом концерта. На сцене уже появились многие (но не все) музыканты. Они пробуют свои инструменты. Иногда можно услышать ряд интересных музыкальных пассажей; отовсюду раздаются импровизации; иногда слышны и неправильно взятые ноты. Над всем этим нависло чувство ожидания того момента, когда раздадутся первые звуки симфонии.

А. Пайс

Основные типы взаимодействий

Согласно современным представлениям, в природе существуют *четыре* основных типа сил, или, иными словами, четыре типа взаимодействий: *сильные (ядерные), электромагнитные, слабые, гравитационные*.

Ядерные силы прочно связывают нейтроны и протоны в атомных ядрах. Они ответственны за многообразные ядерные реакции, и в частности за те реакции, которые приводят к выделению энергии в активной зоне реактора на атомной электростанции. В сильных взаимодействиях участвуют адроны (барионы и мезоны); лептоны в этих взаимодействиях не участвуют.

С *электромагнитными взаимодействиями* мы встречаемся, пожалуй, наиболее часто: при изучении электрических и магнитных явлений, свойств вещества и электромагнитного (в частности, оптического) излучения. Эти взаимодействия определяют строение и свойства атомов и молекул. Они включают в себя наряду с кулоновскими силами и силами, действующими на проводник с током, также силы давления, трения, сопротивления, упругости, химические силы и т. д. В электромагнитных взаимодействиях участвуют все элементарные частицы, за исключением обоих нейтрино и антинейтрино.

Слабые взаимодействия определяют процессы, протекающие в интимной сфере самих элементарных частиц. Они ответственны за взаимодействия частиц, происходящие с участием нейтрино или антинейтрино (в частности, процессы β -распада). Кроме того, они определяют безнейтринные процессы распада, характеризующиеся относительно большим временем жизни распадающейся частицы — порядка 10^{-10} с или больше¹⁹. К таким распадам относятся распады каонов и гиперонов. В слабых взаимодействиях участвуют все частицы.

Гравитационные взаимодействия присущи всем без исключения частицам, однако в мире элементарных частиц они какой-либо заметной роли не играют. Эти взаимодействия проявляются заметно лишь при наличии относительно большой массы. Они ответственны, например, за притяжение планет к Солнцу или падение тел на Земле. Ниже мы не будем учитывать гравитационных взаимодействий.

¹⁹ Когда говорят о большом времени жизни частицы, то сравнивают его со временем, за которое свет проходит расстояние порядка размеров атомного ядра, то есть $l \approx 10^{-10}$ м. Таким образом, эталонное время, рассматриваемое в качестве «единицы времени» в масштабах мира элементарных частиц, составляет примерно $l/c \approx 10^{-23}$ с.

Типы взаимодействий существенно различаются по величине сил или, более точно, энергией взаимодействия. Сильное взаимодействие примерно в 100 раз превосходит электромагнитное и в 10^{14} раз — слабое. *Чем сильнее взаимодействие, тем быстрее оно справляется со своей работой.* Так, время жизни частиц, называемых резонансами, распад которых описывается ядерным взаимодействием, имеет порядок 10^{-23} с; время жизни нейтрального пиона, распадающегося за счет электромагнитного взаимодействия ($\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$), составляет 10^{-16} с; для распадов, за которые ответственно слабое взаимодействие, характерны времена жизни $10^{-8} - 10^{-10}$ с. Сильное взаимодействие приводит к быстропротекающим процессам, слабое — к медленным процессам. Время протекания процесса определяют как величину, обратную к вероятности этого процесса, отнесённой к единице времени. Чем меньше эта вероятность, тем медленнее процесс. Напомним в связи с этим, что характерные для слабого взаимодействия процессы с участием нейтрино или антинейтрино являются крайне маловероятными.

В отличие от электромагнитного взаимодействия сильное и слабое взаимодействия проявляются на очень коротких расстояниях, или, иными словами, имеют *весьма малый радиус действия*. Сильное взаимодействие между двумя барионами или мезонами проявляется лишь тогда, когда частицы сближаются до расстояния порядка всего 10^{-15} м. Радиус действия слабого взаимодействия ещё меньше; известно, что он не превышает 10^{-19} м.

Наиболее интересное различие рассматриваемых типов взаимодействий связано с *симметрией*. Все взаимодействия элементарных частиц контролируются абсолютными законами сохранения, обсуждавшимися в главе 13. Однако существуют законы сохранения (и соответствующие им принципы симметрии), справедливые для одних взаимодействий и не справедливые для других. Так, законы сохранения пространственной и зарядовой чётности (*P*-инвариантность и *C*-инвариантность) выполняются в электромагнитных и сильных взаимодействиях, но не выполняются в слабых взаимодействиях. Существует правило: *чем сильнее взаимодействие, тем оно симметричнее*. Иначе говоря, чем слабее взаимодействие, тем в меньшей мере оно контролируется законами сохранения. По выражению К. Форда, «более слабые взаимодействия превращаются в нарушителей законов, и чем слабее взаимодействие, тем больше беззакония».

Изотопическая инвариантность сильных взаимодействий.

Изотопический спин (изоспин)

Предположим, что все протоны в атомном ядре заменены нейтронами, а все нейтроны протонами; в результате получится ядро, называемое зеркальным по отношению к исходному ядру. Зеркальными ядрами являются, например, пары ядер: Be^7 и Li^7 , B^9 и Be^9 , C^{14} и O^{14} и т. д. (рис. 117). Давно подмечено, что пары зеркальных ядер имеют очень близкие свойства — практически одинаковую энергию связи нуклонов в ядре, сходное строение уровней энергии, одинаковый спин. Сходство свойств зеркальных ядер отражает определённую *симметрию ядерных сил*, а именно тот факт, что ядерные силы, действующие между двумя протонами, — такие же, как и силы, действующие между двумя нейтронами.

Указанная симметрия является частным случаем так называемой *изотопической инвариантности*. Последняя означает, что с точки зрения сильных взаимодействий система *p-p* (протон — протон) тождественна не только с системой *n-n* (нейтрон — нейтрон), но также и с системой *p-n* (протон — нейтрон). Иными словами, *ядерные силы не зависят от электрического заряда частиц*.

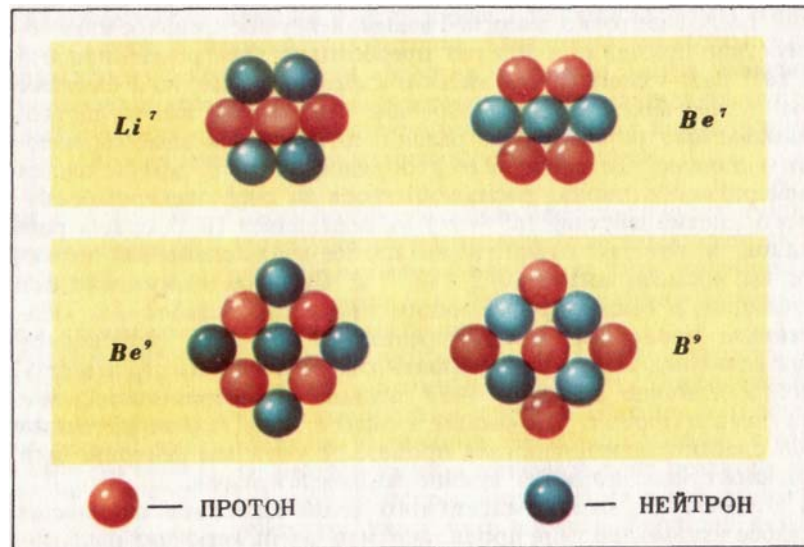


Рис. 117

С изотопической инвариантностью сильных взаимодействий связано понятие *изотопического спина* (изоспина). Напомним в связи с этим, что протон и нейтрон могут рассматриваться как два зарядовых состояния одной частицы — нуклона (см. главу 12). Принято говорить, что протон и нейтрон образуют *изотопический дублет*. Изотопические дублеты образуют также два кси-гиперона (Ξ^- , Ξ^0) и два каона (K^0 , K^+). Пионы оказалось целесообразным объединить не в *дублет*, а в *триплет* — добавив к пионам π^+ и π^0 антипион π^- . Изотопический *триплет* образуют также три сигма-гиперона (Σ^+ , Σ^0 , Σ^-). Что касается лямбда-гиперона Λ^0 , омега-гиперона Ω^- и эта-мезона η^0 , то с каждой из этих частиц сопоставляют изотопический *синглет*. Изотопические мультиплеты известных элементарных частиц бывают трёх типов — триплеты (три зарядовых состояния), дублеты (два зарядовых состояния), синглеты (одно зарядовое состояние). Существует, правда, мультиплет из четырёх зарядовых состояний. Такой мультиплет образуют Δ -частицы, относящиеся к сверхкороткоживущим барионам, называемым резонансами (Δ^- , Δ^0 , Δ^+ , Δ^{++}). Частица Δ^{++} имеет положительный электрический заряд, равный по величине удвоенному заряду электрона.

Каждый изотопический мультиплет характеризуют величиной, называемой *изотопическим спином* (изоспином). Величина изоспина I связана с числом зарядовых состояний n в мультиплете соотношением: $n = 2I + 1$. Напомним, что спин s частицы связан точно так же с числом спиновых состояний этой частицы. Аналогия между изоспином и спином является хотя и формальной (спин и изоспин — физически совершенно разные величины), но достаточно глубокой. Надо только помнить, что если вектор спина существует в обычном пространстве, то вектор изоспина рассматривается в некоем фиктивном пространстве (его называют *изотопическим пространством* или *пространством изоспина*).

Спин электрона $s = 1/2$; его проекция на некоторое направление в обычном пространстве принимает значения $s_z = +1/2$ и $s_z = -1/2$. Изоспин нуклона (нуклонного дублета) $I = 1/2$; его проекция на некоторое «направление» в пространстве изоспина принимает значения $I_z = +1/2$ (для протона) и $I_z = -1/2$ (для нейтрона). В таблице 2 приведены различные изотопические мультиплеты; там же даны значения изоспина I и проекции изоспина I_z . Заметим, что у античастицы проекция изоспина имеет знак, противоположный знаку проекции изоспина соответствующей частицы. При рассмотрении сильных взаимодействий частиц *векторы изоспина частиц следует складывать по тем же правилам, по которым складываются векторы спина*. В частности, проекция изоспина нескольких частиц равна алгебраической сумме проекций изоспина отдельных частиц.

Таблица 2. Изотопические мультиплеты

Изотопические мультиплеты		Электрический заряд	Проекция изоспина	Изоспин
Синглеты $n=1$	η^0	0	0	0
	Λ^0	0	0	0
	Ω^-	-1	0	0
Дублеты $n=2$	K^+	+1	$+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	K^0	0	$-\frac{1}{2}$	
	p	+1	$+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	n	0	$-\frac{1}{2}$	
	Σ^0	0	$+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	Σ^-	-1	$-\frac{1}{2}$	
Триплеты $n=3$	π^+	+1	+1	1
	π^0	0	0	
	π^-	-1	-1	
	Σ^+	+1	+1	1
	Σ^0	0	0	
	Σ^-	-1	-1	
Квадруплет $n=4$	Δ^{++}	+2	$+\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	Δ^+	+1	$+\frac{1}{2}$	
	Δ^0	0	$-\frac{1}{2}$	
	Δ^-	-1	$-\frac{3}{2}$	

Изотопическая инвариантность сильных взаимодействий является физическим обоснованием формализма изоспина. Эта инвариантность означает, что законы природы инвариантны относительно поворотов в пространстве изоспина. Это обстоятельство находит своё выражение в законе сохранения изоспина (подобно тому, как инвариантность законов природы относительно поворотов в обычном пространстве находит выражение в законе сохранения момента импульса). Таким образом, во всех сильных взаимодействиях элементарных частиц *полный изоспин системы частиц сохраняется*. Заметим, что сохраняется также и суммарная проекция изоспина, что означает по сути дела сохранение суммарного электрического заряда частиц.

Продemonстрируем закон сохранения изоспина на примере двух процессов: $p + p \rightarrow \pi^+ + D$ и $n + p \rightarrow \pi^0 + D$, где D — дейтрон (ядро тяжёлого водорода, состоящее из нейтрона и протона). Изоспин дейтрона равен нулю; поэтому конечные продукты реакций в обоих случаях имеют суммарный изоспин, равный изоспину пионов, то есть равный единице. В первой реакции сумма проекций изоспина $1/2 + 1/2 = 1$; следовательно, и сам изоспин есть 1. Во второй же реакции суммарная проекция изоспина равна нулю ($-1/2 + 1/2 = 0$); в этом случае суммарный изоспин может равняться как единице, так и

нулю. Оба эти значения изоспина равновероятны, поэтому только в половине случаев столкновение нейтрона с протоном может приводить к реакции с образованием дейтрона. Отсюда следует, что реакция $n + p \rightarrow \pi^0 + D$ должна быть вдвое менее вероятной, нежели реакция $p + p \rightarrow \pi^+ + D$. Эксперимент подтверждает это предсказание, сделанное на основе закона сохранения изоспина.

Закон сохранения странности в сильных и электромагнитных взаимодействиях

В период с 1947 по 1955 год были открыты каоны и целый ряд гиперонов (в столкновениях пионов с нуклонами). Открытые частицы оказались довольно странными. Во-первых, они рождались обязательно *парами* — каон в паре с гипероном. Например:

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0,$$

$$\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-,$$

$$\pi^+ + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+.$$

Во-вторых, время жизни новых частиц, распадавшихся без участия лептонов ($K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$, $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$, $\Lambda^0 \rightarrow n + \pi^0$, $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$, $\Sigma^+ \rightarrow n + \pi^+$, $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$) оказалось *удивительно большим*: 10^{-8} с для каонов и 10^{-10} с для гиперонов. Ведь отсутствие лептонов в схемах распада позволяло предполагать, что эти распады связаны с сильными взаимодействиями, а в таком случае время жизни частиц должно быть порядка $10^{-22} - 10^{-23} \text{ с}$.

Обе загадки были изящно решены американским физиком М. Гелл-Манном и японским физиком К. Нишиджимой. Они предположили, что долгоживучесть каонов и гиперонов связана с *сохранением некоторой неизвестной дотопе физической величины* (подобно тому, как стабильность протона связана с сохранением барионного, а стабильность электрона — электрического заряда). Так появилась ещё одна характеристика элементарных частиц; её не без юмора называли *странностью*. Был установлен новый закон сохранения, справедливый для сильных и электромагнитных взаимодействий: *суммарная странность мезонов и барионов, участвующих в процессе, сохраняется*.

Таблица 3. Странность

	$S=-3$	$S=-2$	$S=-1$	$S=0$	$S=+1$	$S=+2$	$S=+3$
Частицы	Ω^-	$\Xi^0 \Xi^-$	Λ^0 $\Sigma^+ \Sigma^0 \Sigma^-$	$\pi^+ p n$	$K^+ K^0$		
Античастицы			$\bar{K}^0 K^-$	$\pi^0 \eta^0$ $\pi^- \bar{p} \bar{n}$	$\bar{\Lambda}^0$ $\bar{\Sigma}^+ \bar{\Sigma}^0 \bar{\Sigma}^-$	$\bar{\Xi}^0 \bar{\Xi}^-$	$\bar{\Omega}^-$

В таблице 3 приводится странность S различных мезонов (антимезонов) и барионов (антибарионов). Странность античастицы равна странности соответствующей частицы, взятой с обратным знаком.

Из закона *сохранения странности* следует, что при столкновении частиц с нулевой странностью рождение лямбда- или сигма-гиперона возможно лишь в паре с каоном

(сумма странностей каона и гиперона равна нулю); рождение же кси-гиперона должно сопровождаться рождением двух каонов (например, $p + p \rightarrow p + \Xi^0 + K^0 + K^+$). Рождение омега-гиперона наблюдали в пучке отрицательно заряженных каонов: $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^0 + K^+$.

Долгоживучесть каонов объясняется тем, что каон — самая лёгкая частица, обладающая ненулевой странностью. Она не может распасться ни за счёт *сильных*, ни за счёт *электромагнитных* взаимодействий по той причине, что ей *некому передать свою странность*. У каона есть одна возможность — распасться за счёт *слабых* взаимодействий, поскольку в этих взаимодействиях странность *не сохраняется*. Итак, распады типа $K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$ или $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ контролируются, несмотря на отсутствие лептонов, именно *слабыми взаимодействиями*, с чем и связано большое время жизни каонов.

Долгоживучесть лямбда-гиперона объясняется тем, что этот гиперон — самый лёгкий барион, обладающий ненулевой странностью. Распад лямбда-гиперонов на каоны (точнее, антикаоны) абсолютно запрещён законом сохранения барионного заряда, а распад на нуклоны запрещён в рамках сильных и электромагнитных взаимодействий законом сохранения странности. Наблюдаемые распады $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ и $\Lambda^0 \rightarrow n + \pi^0$ происходят за счёт не сохраняющих странность *слабых взаимодействий*.

Заряженные сигма-гипероны Σ^- и Σ^+ также не могут распадаться иначе, как через *слабые взаимодействия*. Сигма-гиперон не может распасться на лямбда-гиперон и пион, так как разность масс сигма- и лямбда-гиперона меньше массы пиона. В случае нейтрального сигма-гиперона возможен распад с *сохранением странности* (через *электромагнитное* взаимодействие): $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$. Поэтому время жизни Σ^0 -гиперона меньше 10^{-14} с.

Омега-гиперон и кси-гипероны распадаются на гипероны с меньшими массами:

$$\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0,$$

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-,$$

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-,$$

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^- + \pi^0,$$

$$\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 + K^-.$$

Поскольку у омега-гиперона $S = -3$, а у кси-гиперонов $S = -2$, то и в этих процессах *странность не сохраняется*, что и определяет их медленный (*слабый*) характер.

В настоящее время мы не знаем, какие принципы симметрии скрываются за законом сохранения странности. Однако нет сомнения в том, что сохранение странности — одно из важнейших свойств сильных и электромагнитных взаимодействий, объясняющее наблюдаемые процессы взаимодействий в мире мезонов и барионов. Весьма принципиален, в частности, тот факт, что странность не сохраняется в слабых взаимодействиях. Если бы странность сохранялась не только в сильных и электромагнитных, но и в слабых взаимодействиях (как, например, электрический, электронный, мюонный и барионный заряды), то в этом случае наряду с электроном и протоном *существовали бы ещё восемь (!) стабильных* элементарных частиц с ненулевой массой покоя: $K^+, K^0, \Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-, \Omega^-$. Остаётся лишь фантазировать, какова бы была тогда атомная структура материи!

Различные типы взаимодействий и законы сохранения

Как уже отмечалось, *наибольшей симметрией* обладают процессы, идущие за счёт *сильных* взаимодействий. Для них можно указать десять законов сохранения: *энергии, импульса, момента импульса, электрического заряда, барионного заряда, пространственной, зарядовой и временной чётности, странности, изоспина*. В принципе можно добавить сюда ещё два закона сохранения — *электронного и мюонного* зарядов. Правда, в сильных взаимодействиях эти законы выполняются просто потому, что отсутствуют лептоны, так что электронный и мюонный заряды всех участников равны нулю.

Таблица 4. Типы взаимодействий и законы сохранения

Сохраняющаяся величина Тип взаимодействия	Энергия, Импульс, Момент импульса, Электрический заряд.	Барионный, мюонный, электронный заряды.	СРТ-чётность.	Пространственная чётность, Зарядовая чётность.	Странность.	Изоспин.
Слабые	+	+	+	—	—	—
Электромагнитные	+	+	+	+	+	—
Сильные	+	+	+	+	+	+

При переходе от *сильных* к *электромагнитным* взаимодействиям симметрия *понижается* — перестаёт работать закон сохранения *изоспина*. Более существенное понижение симметрии происходит при переходе к *слабым* взаимодействиям. В мире слабых взаимодействий надо отказаться сразу от четырёх законов сохранения: *пространственной и зарядовой чётности, странности, изоспина*. В отдельных случаях нарушается и закон сохранения *временной чётности*. Некоторой компенсацией такого крушения законов сохранения в слабых взаимодействиях служит сохранение *СРТ-чётности*, а в подавляющем большинстве случаев также и *комбинированной чётности*.

Любопытная формула

Гелл-Манн и Нишиджима обратили внимание на весьма любопытный факт. Оказывается, что между электрическим зарядом частицы Q (выраженным в виде отношения заряда частицы к величине заряда электрона), проекцией изоспина I_z , барионным зарядом B и странностью S существует связь, описываемая следующим простым соотношением (*формула Гелл-Манна — Нишиджимы*):

$$Q = I_z + \frac{B + S}{2}.$$

Читатель может легко убедиться в справедливости этого соотношения для любого мезона или бариона. Например, для Ξ^- -гиперона: $Q = -1$, $I_z = -1/2$, $B = 1$, $S = -2$; в этом слу-

чае имеем: $-1 = -\frac{1}{2} + \frac{1-2}{2}$.

Формула Гелл-Манна — Нишиджимы связывает четыре, казалось бы, совсем разные физические характеристики любого мезона или любого бариона. Существование такой

связи указывает на определённую *внутреннюю завершённость* сложившейся схемы описания свойств сильно взаимодействующих частиц.

Унитарная симметрия сильных взаимодействий

Рассмотрим координатную плоскость, где на оси абсцисс отложены значения проекции изоспина I_ζ , а на оси ординат — значения величины $Y = B + S$, которую называют *гиперзарядом*. Разместим на этой плоскости все барионы, у которых спин $s = 1/2$: $p, n, \Lambda^0, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0$.

Восьмёрка барионов со спином $1/2$ образует на плоскости I_ζ, Y шестиугольник; в каждой вершине шестиугольника находится по одному бариону, а в центре — два бариона (рис. 118). Расположение барионов на плоскости позволяет ввести ось значений электрического заряда Q .

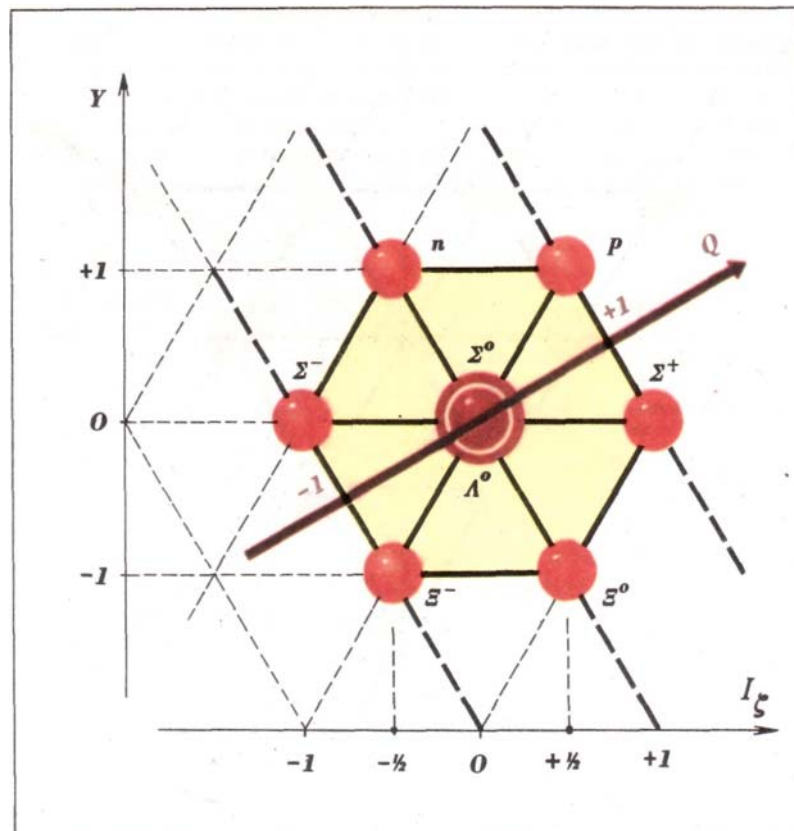


Рис. 118

Глядя на рисунок 118, где все восемь барионов со спином $1/2$ оказываются объединёнными в геометрически симметричной замкнутой фигуре, нельзя не предположить, что перед нами проявление некоторой *скрытой симметрии природы*. Это предположение превращается в уверенность, если разместить на плоскости I_ζ, Y также и другие сильно взаимодействующие частицы, объединяя их в группы с одинаковым спином s . Оказывается, что восьмёрка частиц со спином, $s = 0$, включающая в себя все мезоны и антимезоны ($K^0, K^+, \bar{K}^0, K^-, \pi^+, \pi^0, \pi^-, \eta^0$), образует на плоскости I_ζ, Y точно такой же шестиугольник, что и восьмёрка барионов (рис. 119). Не менее интересный результат получается, если принять во внимание сверхкороткоживущие частицы, называемые *резонансами*. Среди этих частиц, относящихся к барионам, известно девять частиц со спином $s = 3/2$: $\Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}, Y_1^{*-}, Y_1^{*0}, Y_1^{*+}, \Xi^{*-}, \Xi^{*0}$. Они образуют на плоскости I_ζ, Y треугольник, показанный на рисунке 120, в котором, однако, остается одно пустующее место — вершина A . Глядя на рисунок, нетрудно заключить, что недостающая частица (недостающий барион

со спином $\frac{3}{2}$) должна входить в изотопический синглет, иметь отрицательный электрический заряд и странность $S = -3$. Можно представить себе удовлетворение физиков, когда в 1964 году недостающая в указанной схеме частица была действительно открыта. Так в списке элементарных частиц появился гиперон Ω^- .

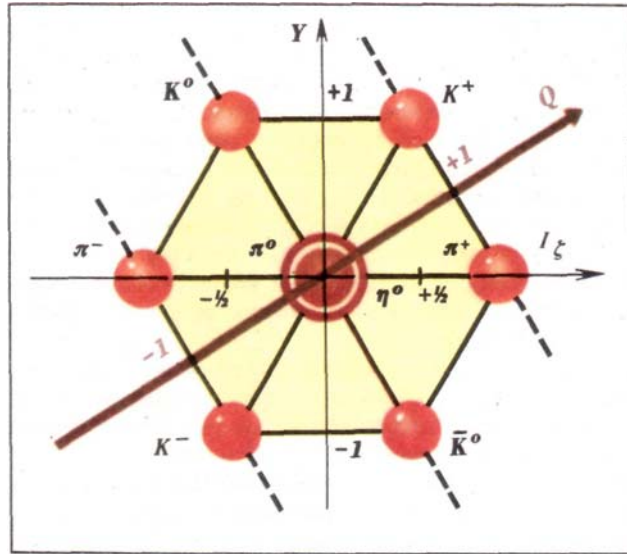


Рис. 119

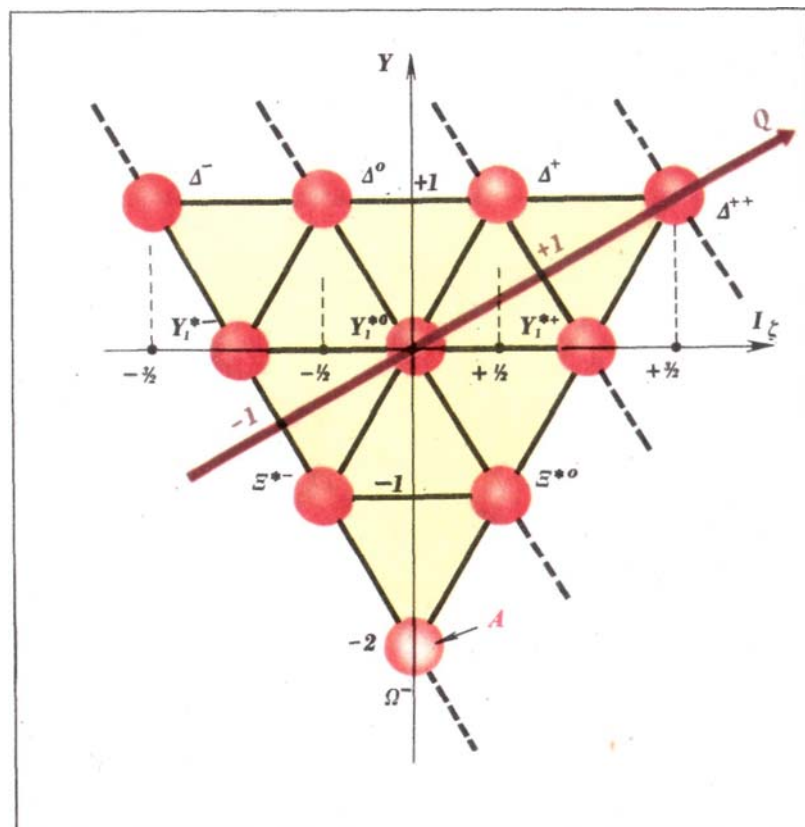


Рис. 120

Восьмёрку барионов, восьмёрку мезонов, десятку барионов, показанные на рисунках 118 — 120, называют супермультиплетами. Каждый супермультиплет содержит несколько изотопических мультиплетов с разными значениями странности. Симметрия, проявляющаяся в объединении мезонов и барионов в несколько супермультиплетов, есть так называемая унитарная симметрия. Не имея возможности объяснить здесь математическую природу унитарной симметрии, отметим лишь, что эта симметрия устанавливает на-

личие внутренней связи между частицами, принадлежащими к разным изотопическим мультиплетам и обладающими разной странностью. Тот факт, что довольно многочисленный набор мезонов и барионов (включая резонансы) удаётся скомпоновать в виде небольшого числа восьмеричных и десятичных супермультиплетов, говорит о выявлении общего порядка в мире сильно взаимодействующих частиц.

Глава 17.

Кварк-лептонная симметрия

Симметрия между кварками и лептонами выглядит сегодня очень многозначительно. Она наводит на мысль, что при всей разительной непохожести этих частиц в их природе есть что-то общее. По-видимому, именно на создание единой теории кварков и лептонов будут направлены усилия физиков в будущем.

Л. Б. Окунь

До недавних пор физиков немало смущало резкое несоответствие между обилием адронов и очень небольшим числом типов лептонов. Возможно, именно поэтому оказалась столь притягательной выдвинутая в 1964 году гипотеза, согласно которой все адроны состоят из нескольких «элементарных кирпичиков», названных *кварками*. Шли годы, и постепенно кварковая гипотеза приобретала всё большую убедительность. Было сформулировано правило: *число типов кварков должно равняться числу типов лептонов*. В этом правиле нашла отражение пока ещё весьма загадочная *кварк-лептонная симметрия*.

Кварки

Аппарат унитарной симметрии допускает существование супермультиплетов не только из восьми или десяти частиц, но также и иных; в частности, возможны супермультиплеты, содержащие всего лишь три частицы. На плоскости I_ζ , Y эти «частицы» образуют треугольник, изображенный на рисунке 121, *а*. Соответствующие «античастицы» образуют треугольник на рисунке 121, *б*. Используются обозначения: u, d, s для «частиц» и $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ для «античастиц».

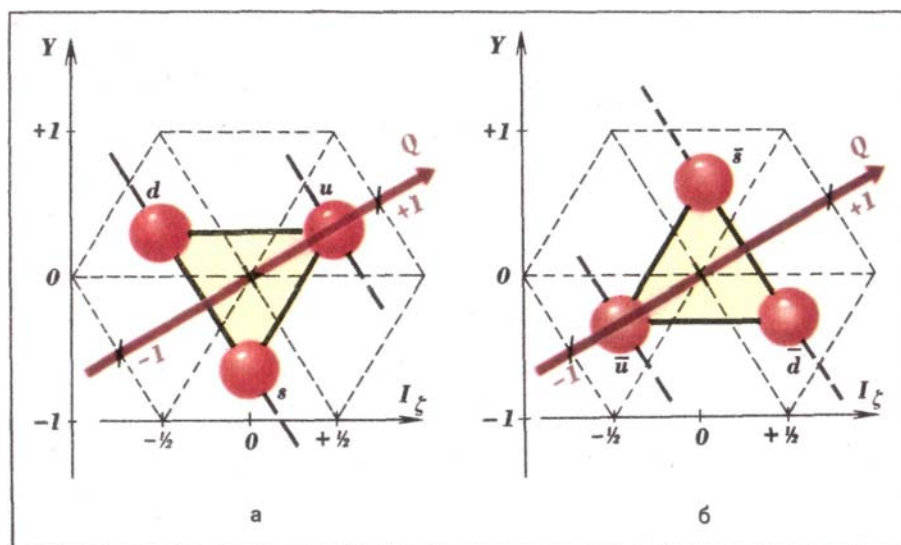


Рис. 121

Среди известных элементарных частиц (античастиц) нет «частиц», входящих в триплеты, показанные на рисунке 121. И тем не менее эти «частицы», названные *кварками*, вот уже более пятнадцати лет привлекают особое внимание физиков. В 1964 году Гелл-Манн и Цвейг показали, что три кварка в сочетании с тремя антикварками могут в принципе служить теми «кирпичиками», из которых построены все известные адроны (мезоны и барионы) и их античастицы.

Таблица 5. Кварки и антикварки

		Электрический заряд Q	Барионный заряд B	Проекция изоспина I_z	Странность S
Кварки	u	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{2}$	0
	d	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0
	s	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	0	-1
Антикварки	\bar{u}	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0
	\bar{d}	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{2}$	0
	\bar{s}	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$+1$

Характеристики кварков u , d , s и соответствующих антикварков сведены в таблицу 5. Кварки обладают не целочисленным, а дробным электрическим зарядом ($+\frac{2}{3}$ либо $-\frac{1}{3}$). Кварки являются фермионами (спин кварка равен $\frac{1}{2}$); это естественно, поскольку только из фермионов можно составить как фермионы, так и бозоны (нечётное число фермионов даёт фермион, а чётное число фермионов — бозон). Кварки u и d не обладают странностью; у кварка s странность $s = -1$ (s -кварк является как бы носителем странности).

Таблица 6. Кварковая структура барионов

p	n	Λ^0	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-	Ω^-
uud	udd	uds	uus	uds	dds	uss	dss	sss

Адроны строятся из кварков по следующему нехитрому правилу: *барион состоит из трёх кварков* (антибарион — из трёх антикварков), а *мезон — из кварка и антикварка*. Так, например, пион π^+ имеет кварковую структуру $u\bar{d}$, а его античастица (пион π^-) — структуру $\bar{u}d$. В структуре каонов имеется странный антикварк \bar{s} ($K^+ = u\bar{s}$, $K^0 = d\bar{s}$). Кварковая структура долгоживущих барионов представлена в таблице 6. Из неё видно, что в структуре большинства барионов присутствуют пары одинаковых кварков, а в гипероне Ω^- все три кварка одинаковые. Кроме того, разные барионы могут иметь одинаковую

кварковую структуру (гипероны Λ^0 и Σ^0). Это означает, что кварк может находиться в разных состояниях. Так, следует учитывать возможность двух спиновых состояний кварка. Этот учёт, однако, ничего не даёт в случае гиперона Ω^- . Так как спин этого гиперона равен $3/2$, то, следовательно, все три s -кварка находятся в одном и том же спиновом состоянии. Кварки являются фермионами; поэтому, согласно принципу запрета Паули, три упомянутых s -кварка должны различаться по какому-то дополнительному параметру. В теории кварков этот параметр принято называть «цветом».

Согласно современным представлениям, каждый кварк (антикварк) существует в *трёх разновидностях*, называемых условно *цветами*. Так, например, есть красный s -кварк, жёлтый s -кварк, синий s -кварк. Разумеется, понятию цвета кварка не надо придавать буквального смысла.



Рис. 122

Существенно, что в состав любого бариона входят *кварки разных цветов* (рис. 122). Используя цветовую терминологию, можно сказать, что в каждом барионе перемешаны три основных цвета и поэтому барионы могут рассматриваться как *бесцветные* (белые) объекты. Мезоны также бесцветны, поскольку цвет антикварка оказывается всякий раз дополнительным (компенсирующим) по отношению к цвету кварка в данном мезоне. Теория цветных кварков (квантовая хромодинамика) объясняет, почему в природе не встречаются частицы, сконструированные, скажем, из двух или четырёх кварков и, в частности, отдельные (свободные)

кварки. Она связывает это с тем, что *наблюдаемые в природе адроны (антиадроны) должны быть обязательно бесцветными*. Ясно, что из одного, двух или четырёх кварков нельзя составить бесцветной комбинации.

Теория достаточно убедительно показывает, почему наблюдаемые в природе адроны должны быть бесцветными. Однако насколько жёстко требование бесцветности? Окончательный ответ может дать, очевидно, только опыт. Экспериментальный поиск свободных кварков продолжается вот уже пятнадцать лет. Этот поиск до сих пор не дал положительного результата.

Прочитав о том, что свободные кварки до сих пор не обнаружены, читатель, возможно, усомнится в физической реальности кварковой гипотезы и предпочтёт рассматривать её не более как остроумный математический прием. «Дилемма, перед которой сейчас стоит физика, — писал академик Я. Б. Зельдович в 1965 году, — может быть сформулирована так: либо выяснена только классификация и свойства симметрии известных частиц, либо эта симметрия является следствием существования кварков, т. е. совершенно нового фундаментального типа материи, атомизма нового типа». Прошло десять лет, и физики убедились, что кварковая гипотеза связана с существованием атомизма нового типа. Иначе говоря, к концу 70-х годов физики перестали сомневаться в том, что кварки в адронах реально существуют.

Что же убедило их в этом? Прежде всего, три кварка (плюс три антикварка) позволили сконструировать все адроны (антиадроны), открытые до 1974 года. Примечательно, что такое конструирование не порождало лишних объектов — все частицы, построенные из кварков (антикварков) по упомянутым ранее правилам, были в конечном счёте обнаружены на опыте. Кварковая модель позволила правильно рассчитать различные характеристики адронов, вероятности взаимопревращений и т. д. Опыты по рассеянию электронов вы-

соких энергий на нуклонах позволили в буквальном смысле нащупать кварки внутри нуклонов. Реальность кварковой гипотезы окончательно подтвердило открытие нового типа частиц, получивших экзотическое название — *очарованные частицы*.

Очарованный мир

В ноябре 1974 года на ускорителе в Станфорде (США) была открыта частица с массой около $6000 m$ и временем жизни порядка $10^{-20} c$. Эта частица известна сейчас как *джей-пси-мезон* (J/ψ). Спин J/ψ -мезона равен единице. Подобно мезонам π^0 и η^0 , мезон J/ψ истинно нейтрален.

Новый мезон не укладывался в разработанные ранее теоретические схемы; согласно установленным законам, он должен был бы иметь примерно в 1000 раз более короткое время жизни. Для описания кварковой структуры J/ψ -мезона пришлось ввести новый кварк — так называемый *c-кварк* и новую сохраняющуюся величину, получившую название «очарование». По-английски «очарование» есть «чарм» (charm); отсюда и обозначение нового кварка. Подобно странности и чётности, очарование сохраняется в сильных и электромагнитных взаимодействиях, но не сохраняется в слабых. *Закон сохранения очарования* и объясняет относительно долгое время жизни J/ψ -мезона.

С введением *c-кварка* число типов кварков стало равным четырём. Заметим, что *c-кварк* является носителем очарования, подобно тому как *s-кварк* является носителем странности. Электрический заряд *c-кварка* равен $+2/3$.

Кварковая структура J/ψ -мезона есть $c\bar{c}$ (эта структура объясняет, в частности, истинную нейтральность мезона). Структуру $c\bar{c}$ называют *чармонием* и рассматривают как атомоподобную систему, напоминающую давно известный физикам *позитроний* (рис. 123). Напомним, что позитроний представляет собой «атом», состоящий из электрона и позитрона, движущихся вокруг общего центра масс. (Существование связанной системы из электрона и его античастицы было экспериментально установлено в 1951 году; время жизни позитрония достигает $10^{-7} c$.)



Рис. 123

Как и всякий атом, чармоний характеризуется системой энергетических уровней. J/ψ -мезон соответствует одному из уровней чармония. Вскоре после открытия J/ψ -мезона был обнаружен целый ряд мезонов (ψ^1 , χ_0 , χ_1 , χ_2 и др.), которые могут быть сопоставлены с различными уровнями чармония. Изучение свойств чармония представляет большой интерес — оно позволяет получить информацию о взаимодействии кварков.

Очарование кварка c и антикварка \bar{c} имеет противоположные знаки; поэтому результирующее (суммарное) очарование структуры $c\bar{c}$ равно нулю. Как говорят, структура $c\bar{c}$ обладает *скрытым очарованием*. Мезоны с *явным очарованием* были открыты летом 1976 года: D^0 -мезон (структура $c\bar{u}$) и D^+ -мезон (структура $c\bar{d}$); их свойства оказались в пол-

ном согласии с гипотезой очарованного s -кварка. В 1977 году открыт F^+ -мезон (структура $c\bar{s}$), обладающий наряду с очарованием также и странностью.

Открытие очарованных частиц экспериментально доказало существование c -кварка. А поскольку сам c -кварк и его свойства органически связаны со свойствами кварков u, d, s , то тем самым получила убедительное экспериментальное обоснование *кварковая модель в целом*.

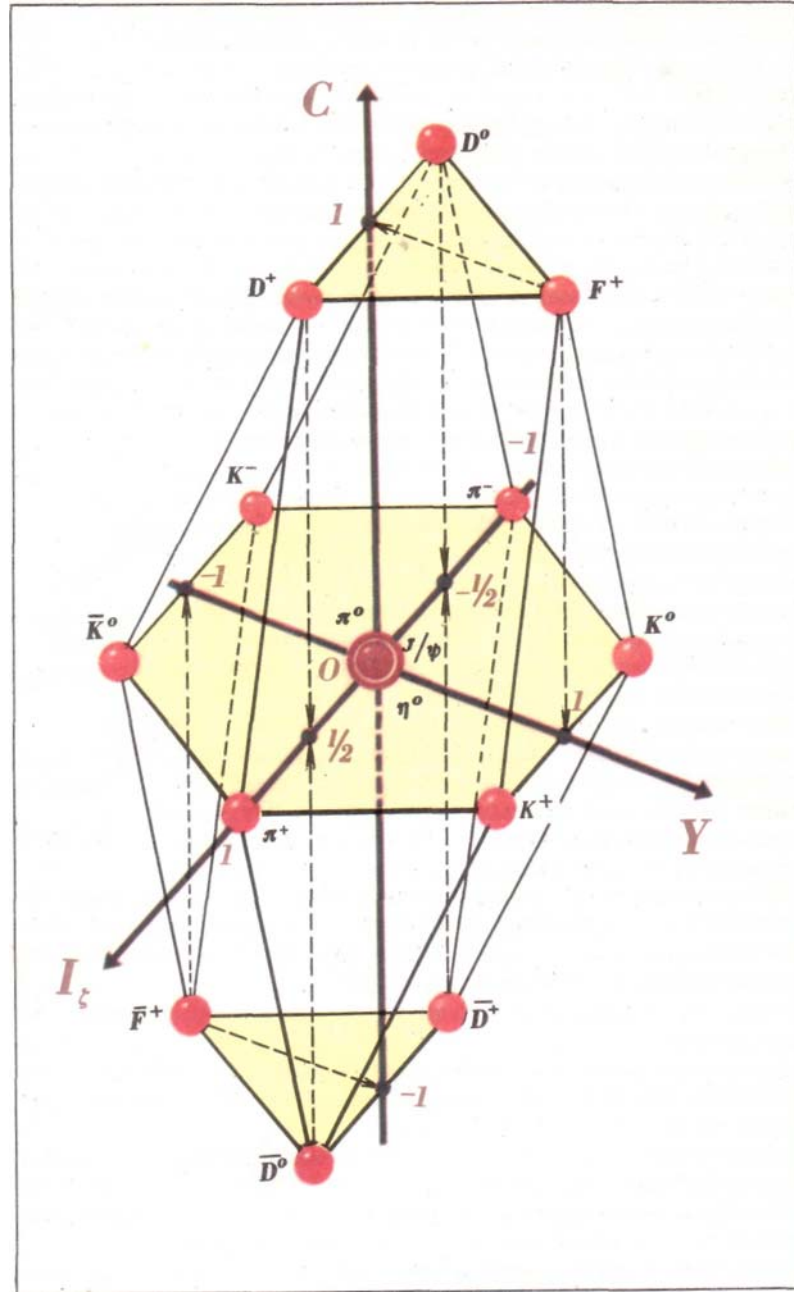


Рис. 124

Возвращаясь к вопросу об унитарной симметрии сильных взаимодействий, заметим, что с учётом очарования супермультиплеты адронов принимают вид *объёмных тел* (многогранников) в пространстве, где по осям отложены значения I_z, Y, C (здесь, напомним, C есть очарование, I_z — проекция изоспина, Y — сумма барионного заряда и странности, называемая *гиперзарядом*). Супермультиплеты, изображённые на рисунках 118 — 120 (см. главу 16), представляют собой сечения таких многогранников плоскостью $C = 0$. На рисунке 124 показан в качестве примера многогранник, соответствующий мезонному супермультиплету из пятнадцати мезонов.

Кварк-лептонная симметрия

Подчеркнём: *представителями адронов в слабых взаимодействиях выступают кварки*. Рассмотрим в связи с этим два примера: распад нейтрона ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) и столкновение нейтрино с нейтроном ($\nu_e + n \rightarrow p + e^-$). Эти процессы условно изображены на рисунке 125, а; каждой стрелке на рисунке отвечает частица (стрелки, направленные внутрь, обозначают начальные частицы, а стрелки, направленные наружу, — продукты реакции). Распад нейтрона сводится к распаду одного из входящих в его состав d -кварков на u -кварк и лептоны:

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e.$$

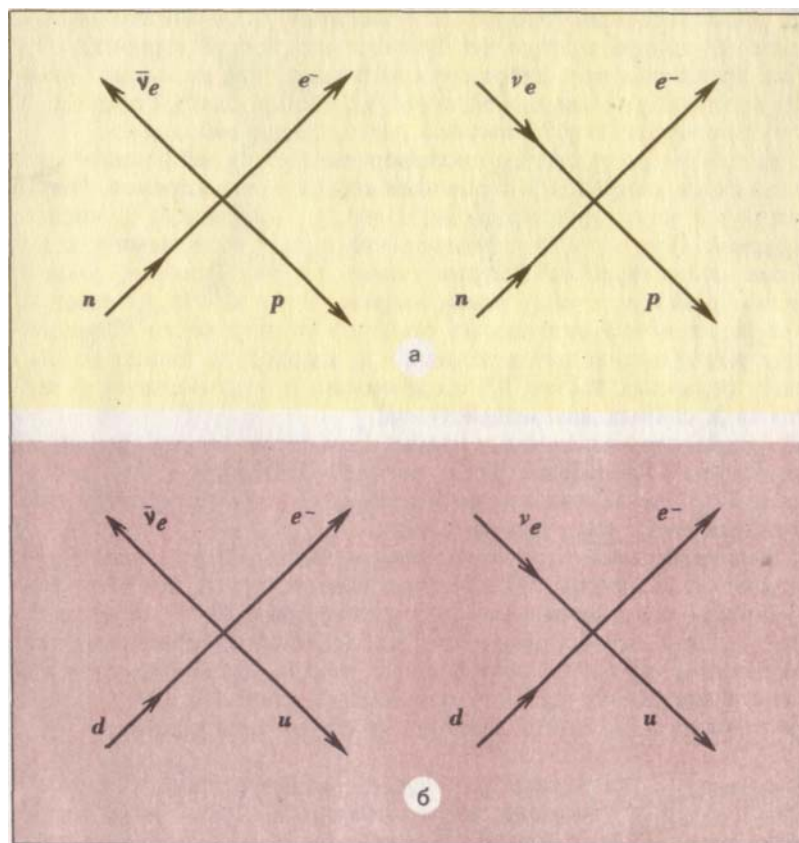


Рис. 125

Столкновение нейтрино с нейтроном, приводящее к рождению протона и электрона, сводится к столкновению нейтрино с d -кварком, входящим в состав нейтрона, в результате чего d -кварк превращается в u -кварк и при этом рождается электрон:

$$\nu_e + d \rightarrow u + e^-.$$

Таким образом, вместо рисунка 125, а можно использовать рисунок 125, б, где d -кварк выступает в качестве представителя нейтрона, а u -кварк — протона.

В рассмотренных процессах участвуют пара лептонов $e\nu_e$ (или $e\bar{\nu}_e$) и пара кварков ud . Возможны и другие варианты слабых процессов; так, например, лептонная пара $\mu\nu$ может взаимодействовать с кварковой парой us . Любой слабый процесс — это взаимодействие *лептонной пары с кварковой парой*. Тем самым разрешается противоречие между небольшим числом типов лептонов и огромным количеством адронов. Число лептонов надо сравнивать не с числом адронов, а с числом кварков. При этом оказывается, что между лептонами и кварками существует симметрия: *число типов лептонов должно точно равняться числу типов кварков*. Этот вывод вытекает из теории, основывающейся на большой совокупности накопленных экспериментальных данных и, в частности, данных

по распаду странных частиц и несохранению пространственной чётности в слабых взаимодействиях.

До открытия очарованных частиц симметрия между лептонами и кварками не имела места: четырём лептонам $e^-, \nu_e, \mu^-, \nu_\mu$ соответствовали только три кварка u, d, s . Поэтому появление c -кварка оказалось весьма кстати.

Схема из четырёх лептонов и четырёх кварков страдала, однако, одним недостатком. Количества имеющихся в ней лептонов (кварков), как утверждали физики-теоретики, было недостаточно для того, чтобы объяснить несохранение комбинированной чётности в распадах нейтральных каонов (факт несохранения комбинированной чётности отмечался в главе 14). Нужны были по крайней мере шесть лептонов (и столько же кварков).

Новые открытия

Первые результаты, указывающие на существование пятого лептона, были получены в 1975 году. Окончательная уверенность в его существовании появилась в 1977 году. Пятый лептон называли *таоном* (τ^-). Его масса оказалась равной $3500 m$. Наряду с новым лептоном должно существовать ещё одно нейтрино — таонное (ν_τ).

Летом 1977 года на ускорителе Лаборатории имени Ферми (США) были обнаружены сверхтяжёлые мезоны с массой около $20\,000 m$ (ипсилон-мезоны ν). Выяснилось, что эти мезоны представляют собой структуру из кварка и антикварка нового типа. Этот кварк (b -кварк) является носителем сохраняющейся в сильных взаимодействиях величины, названной *прелестью* (по-английски прелесть есть beauty; отсюда обозначение пятого кварка). Электрический заряд b -кварка равен $-1/3$ масса оценивается около $10\,000 m$.

В настоящее время ведутся поиски прелестных адронов, а также шестого кварка. Если третий кварк (s -кварк) называют *странным*, четвёртый кварк (c -кварк) — *очарованным*, пятый кварк (b -кварк) — *прелестным*, то шестой кварк решено назвать *истинным*. Его обозначают как t -кварк (truth — истина).

Схема из шести лептонов и шести кварков представляется сегодня физикам весьма привлекательной. Будущее покажет, является ли эта кварк-лептонная схема окончательной или же число лептонов (кварков) будет продолжать расти.

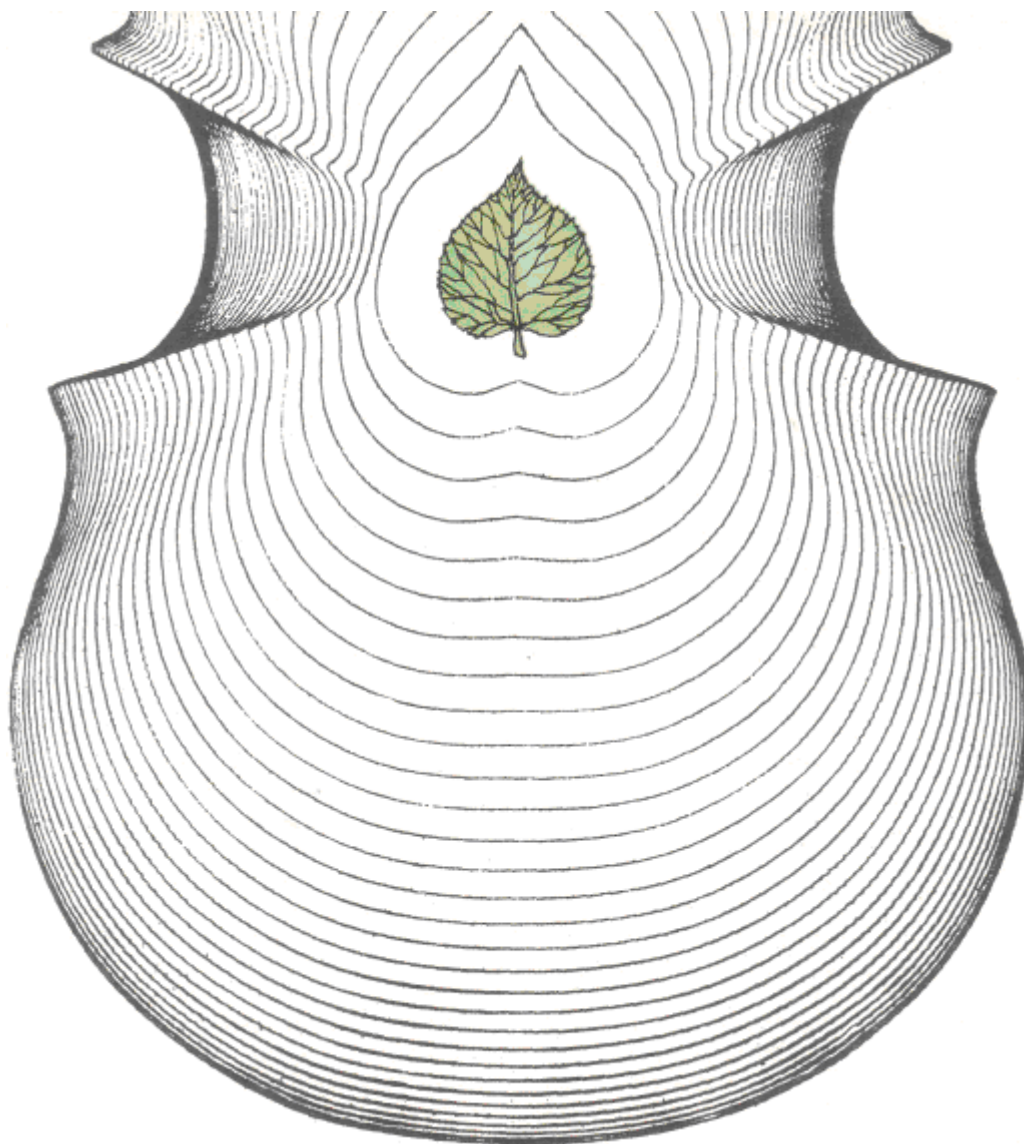
Разговор автора с читателем о месте и роли симметрии

Принцип симметрии в XX веке охватывает всё новые области. Из области кристаллографии, физики твёрдого тела он вошёл в область химии, в область молекулярных процессов и в физику атома. Нет сомнения, что его проявления мы найдем в ещё более далёком от окружающих нас комплексов мире электрона и ему подчинены будут явления квантов.

В. И. Вернадский

...И вот, на чём вертится мир!

А. С. Пушкин



Вездесущая симметрия

Автор. Видный советский ученый академик В. И. Вернадский писал в 1927 году: «Новым в науке явилось не выявление принципа симметрии, а выявление его всеобщности». Думаю, что чтение данной книги дало немало доказательств *всеобщности симметрии*.

Читатель. Всеобщность симметрии поразительна. Симметрия устанавливает внутренние связи между объектами или явлениями, которые внешне никак не связаны. Игра в бильярд и стабильность электрона, распад нейтрона и отражение в зеркале, орнамент и структура алмаза, снежинка и цветок, винт и молекула ДНК, сверхпроводник и лазер...

Автор. Всеобщность симметрии не только в том, что она обнаруживается в разнообразных объектах и явлениях. Всеобщим является сам *принцип* симметрии, без которого по сути дела нельзя рассмотреть ни одной фундаментальной проблемы, будь то проблема жизни или проблема контактов с внеземными цивилизациями. Принципы симметрии лежат в основе *теории относительности, квантовой механики, физики твёрдого тела, атомной и ядерной физики, физики элементарных частиц*. Эти принципы наиболее ярко выражаются в свойствах *инвариантности законов природы*.

Читатель. По-видимому, речь идёт не только о *физических* законах, но и других, например биологических.

Автор. Конечно. Примером биологического закона сохранения может служить *закон наследования*. В основе его лежит инвариантность биологических свойств по отношению к переходу от одного поколения к другому. Вполне очевидно, что без законов сохранения (физических, биологических и прочих) наш мир попросту *не смог бы существовать*.

Читатель. Без сохранения энергии мир представлял бы собой нагромождение случайных взрывов, связанных с неожиданными появлениями энергии из ничего.

Автор. Вообразим, что в один прекрасный день вдруг прекратилось действие законов сохранения электрического и барионного зарядов. Что тогда было бы?

Читатель. Электроны и протоны оказались бы тогда нестабильными частицами. Не осталось бы вообще ни одной стабильной частицы с массой покоя, отличной от нуля.

Автор. Нетрудно представить себе, каков был бы тогда наш мир. Он являл бы собой гигантское скопление фотонов и нейтрино. В нём то тут, то там возникали бы различные эфемерные образования, которые быстро (за время порядка $10^{-10} - 10^{-8} \text{ с}$) возвращались бы в фотонно-нейтринный хаос.

А теперь вообразим, что вдруг изменился характер симметрии электронных волновых функций, так что электроны из фермионов превратились в бозоны.

Читатель. Может быть, тогда наш мир стал бы миром сверхпроводимости? Электрический ток распространялся бы в этом мире по проводам без сопротивления.

Автор. Тут возникает серьёзное сомнение относительно самих проводов. Перестав подчиняться принципу запрета Паули, электроны во всех атомах должны были бы перейти на самую близкую к ядру электронную оболочку. Вся периодическая система элементов оказалась бы разрушенной.

Читатель. Действительно, симметрия пронизывает наш мир гораздо глубже, нежели это можно увидеть глазами.

Автор. Осмысливание этого факта происходило в течение многих веков и, может быть, особенно сильно в XX веке. В результате само понятие симметрии претерпело существенную эволюцию.

Развитие понятия симметрии

Автор. Надеюсь, вы понимаете, насколько сильно отличается сегодняшняя картина *физически симметричного мира* от *геометрически симметричного космоса* древних. От тех времён до наших дней понятие «симметрия» прошло длинный путь развития. Из чисто

геометрического понятия оно превратилось в фундаментальное понятие, лежащее в основе *законов природы*. Мы знаем теперь, что симметрия — это не только то, что можно видеть глазами. Симметрия не просто *вокруг нас*, но, более того, она *в основе всего*.

Читатель. Очевидно, недаром данная книга разбита на две части — «Симметрия вокруг нас» и «Симметрия в основе всего»?

Автор. Недаром. В первой части речь шла о геометрической симметрии. Вторая часть должна была показать, что понятие симметрии значительно глубже и что для его усвоения требуется уже не столько зрительное восприятие, сколько мышление. Знакомясь последовательно сначала с первой, а затем со второй частями книги, вы прошли путь *от симметрии геометрических положений к симметрии физических явлений*.

Читатель. Насколько я понимаю, с самой общей точки зрения, понятие симметрии связано с *инвариантностью по отношению к каким-либо преобразованиям*. Инвариантность может быть чисто геометрической (сохранение геометрической формы), но может и не иметь отношения к геометрии, например сохранение энергии или биологических свойств. Точно так же преобразования могут иметь геометрический характер (повороты, переносы, перестановки), а могут и не иметь его (замена частиц античастицами, переход от одного поколения к другому).

Автор. Согласно современным представлениям, понятие «симметрия» характеризуется определённой структурой, в которой объединены три фактора: 1) *объект (явление)*, симметрия которого рассматривается; 2) *преобразования*, по отношению к которым рассматривается симметрия; 3) *инвариантность (неизменность, сохранение)* каких-то свойств объекта, выражающая рассматриваемую симметрию. Инвариантность существует не вообще, а лишь по отношению к определённым преобразованиям. С другой стороны, преобразования представляют интерес постольку, поскольку что-то при этом сохраняется.

Читатель. Я слышал, что существует специально разработанная *теория* симметрии со своим математическим аппаратом.

Автор. Такая теория действительно существует. Её называют *теорией групп преобразований* или, сокращенно, *теорией групп*. Термин «группа» был введён основоположником этой теории выдающимся французским математиком Эваристом Галуа (1811 – 1832). Сегодня любое достаточно серьёзное теоретическое исследование в области квантовой физики, физики твёрдого тела, физики элементарных частиц использует аппарат теории групп.

Но вернёмся к понятию симметрии. Остановимся подробнее на фундаментальности симметрии.

Читатель. Эта фундаментальность хорошо ощущается, если вспомнить, что *симметрия ограничивает число возможных вариантов природных структур, а также число возможных вариантов поведения различных систем*. Это неоднократно подчеркивалось в книге.

Автор. Можно сказать, что существуют три последовательные ступени в нашем знании о мире. На низшей ступени находятся *явления*; на следующей ступени — *законы природы*; наконец, на третьей ступени — *принципы симметрии*. *Законы природы управляют явлениями, а принципы симметрии управляют законами природы*. Если законы природы позволяют предсказывать явления, то принципы симметрии позволяют предсказывать законы природы. Главенствующую роль принципов симметрии предопределяет в конечном счёте фактическое присутствие симметрии во всём, что нас окружает.

Читатель. Однако нет ли здесь противоречия с тем, что наиболее интересные открытия в физике элементарных частиц связаны с *нарушением* законов сохранения, то есть с *нарушением симметрии*?

Автор. Нарушение *P*-инвариантности в слабых взаимодействиях компенсируется сохранением *CP*-чётности. Можно говорить о существовании своеобразного *закона компенсации симметрии*: при понижении симметрии на *одном* уровне наблюдается сохранение

её на ином, *более широком* уровне. Впрочем, поставленный вопрос заслуживает большего внимания. Он имеет прямое отношение к проблеме *симметрия — асимметрия*.

Симметрия — асимметрия

Автор. Вера в изначальную симметрию (гармонию) природы всегда вдохновляла учёных. И сегодня она вдохновляет их на предпринимаемые время от времени поиски «единой теории» и «универсальных уравнений».

Читатель. Эти поиски не совсем безуспешны. Достаточно указать на создание Эйнштейном теории относительности или открытие Гелл-Манном унитарной симметрии в сильных взаимодействиях.

Автор. Всё это так. Однако можно заметить, что выявление новых симметрий в окружающем нас мире *вовсе не приближает* нас к заветной единой теории. Картина мира по мере его познания всё более *усложняется*, и всё сомнительнее становится сама возможность существования «универсальных уравнений». В книге О. П. Мороза «В поисках гармонии» есть довольно образное замечание: «Физики гонятся за симметрией подобно тому, как путники преследуют в пустыне ускользающий мираж. Вот возникла на горизонте прекрасная манящая картина, но как только вы пытаетесь к ней приблизиться, она исчезает, оставляя чувство горечи...» В чём же тут дело?

Читатель. Возможно, дело в том, что симметрия должна рассматриваться не более как *норма*, от которой на практике всегда существуют *отклонения*.

Автор. Вы правы. Однако проблему симметрия — асимметрия следует понимать глубже. Симметрия и асимметрия настолько взаимосвязаны, что должны рассматриваться как *две стороны единого понятия*. Наш мир — это не просто симметричный мир. Это симметрично-асимметричный мир. Довольно точно выразился известный французский поэт Поль Валери (1871 – 1945): «Мир беспорядочно усеян упорядоченными формами». Он же отмечал, что «события наиболее удивительные и наиболее асимметричные по отношению к ходу ближайших минут обретают некую закономерность в перспективе более обширных периодов».

Читатель. Ещё в предварительной беседе подчёркивалось, что мир существует благодаря *единству симметрии и асимметрии*.

Автор. Суть дела состоит в том, что единство симметрии и асимметрии есть *единство диалектически противоположных категорий*. Оно подобно, например, единству сущности и явления, необходимости и случайности, возможного и действительного. Советский философ В. С. Готт в книге «Симметрия и асимметрия» отмечает, что «симметрия раскрывает своё содержание и значение через асимметрию, которая сама является результатом изменения, нарушения симметрии. Симметрия и асимметрия есть одна из форм проявления общего закона диалектики — единства и борьбы противоположностей».

Как две диалектически противоположные категории, симметрия и асимметрия *не могут существовать одна без другой*. Мы уже говорили, что в *абсолютно* симметричном мире попросту ничего не наблюдалось бы — никаких объектов, никаких явлений. Точно так же невозможен и *абсолютно* асимметричный мир.

Читатель. Получается, что, чем больше мы постигаем симметрию природы, тем шире проявляется асимметрия.

Автор. Именно так. Поэтому поиски единой теории или универсальных уравнений заведомо обречены на неудачу, как попытка рассмотрения симметрии *в отрыве от асимметрии*.

О роли симметрии в научном познании мира

Автор. Принципы симметрии играют исключительно важную роль в великом таинстве, именуемом *научным познанием мира*. Любая *научная классификация* основана на выявлении свойств симметрии классифицируемых объектов. Объекты или явления группируют по общности их свойств, сохраняющейся при определённых преобразованиях.

Яркий пример — *периодическая система элементов*, предложенная великим русским химиком Д. И. Менделеевым (1834 – 1907). От периода к периоду сохраняется общность свойств элементов, входящих в один и тот же столбец таблицы Менделеева, например лития, натрия, калия, рубидия, цезия. Характер изменения свойств элементов в пределах периода является общим для разных периодов.

Читатель. Мне кажется, что всякая классификация основывается не только на *симметрии*, но и *асимметрии* свойств.

Автор. Правильно. Не имело бы смысла отмечать общность свойств лития, натрия, калия, если бы эти свойства сохранялись также и для всех элементов внутри периода. Симметрия свойств соответствующих элементов из разных периодов существенна лишь в сочетании с асимметрией свойств элементов внутри одного и того же периода. *Классификация в равной мере предполагает как сохранение (общность), так и изменение (различия) свойств классифицируемых объектов.*

Читатель. Теперь мне стал вполне понятен тезис о диалектическом единстве симметрии и асимметрии. Это есть *единство сохранения и изменения, единство общности и различий*.

Автор. Говоря о принципах симметрии, мы должны всегда подразумевать это единство.

Итак, соображения симметрии лежат в основе всех классификаций. Кристаллы, например, классифицируют по типу симметрии кристаллической решётки, по свойствам межатомных сил связи, по электрическим и иным свойствам. Классификация атомов основывается на общности и различиях в структуре их спектров излучения.

Исследуя неизвестный объект или явление, надо прежде всего выявить факторы, *сохраняющиеся при тех или иных преобразованиях*. Как отмечал Герман Вейль, «всякий раз, когда вам приходится иметь дело с некоторым объектом, наделённым структурой, попытайтесь определить преобразования, оставляющие без изменения структурные соотношения. Вы можете рассчитывать на то, что на этом пути вам удастся глубоко проникнуть во внутреннее строение объекта».

Применяя принципы симметрии при разработке научных классификаций в структурных исследованиях, можно в конечном счёте делать *научные предсказания*. Думаю, что некоторые примеры подобных предсказаний вам известны.

Читатель. Например, Д. И. Менделеев предсказал ряд неизвестных в то время химических элементов, правильно указав их свойства. Можно отметить также предсказание Гелл-Манном существования омега-гиперона.

Автор. Не менее поучителен пример с предсказанием *тока смещения*. Выдающийся английский физик Джеймс Кларк Максвелл (1831 – 1879) усмотрел в открытом Фарадеем явлении электромагнитной индукции факт порождения переменного электрического поля переменным магнитным полем. Предположив, что существует также *аналогичный* обратный эффект (переменное магнитное поле порождается переменным электрическим полем), Максвелл выдвинул знаменитую гипотезу о токе смещения, позволившую ему затем сформулировать законы электромагнетизма. «Когда мы пытаемся разрешить загадку, что толкнуло Максвелла на решающий шаг, что подсказало ему идею тока смещения, — пишет О. П. Мороз в книге «В поисках гармонии», — обстоятельства дела наводят нас на вполне вероятный ответ: симметрия. Симметрия между электричеством и магнетизмом. То, что Максвелл заметил её, и могло быть тем озарением, без которого, как говорят, не обходится ни одно великое открытие».

Читатель. Может быть, в примере с Максвеллом следует говорить не столько о *симметрии*, сколько об *анalogии*?

Автор. *Метод аналогий* основан на принципе симметрии. Он предполагает отыскание общих свойств в различных объектах (явлениях) и распространение этой общности на другие свойства. Говоря о роли симметрии в процессе научного познания мира, следует особо выделить применение метода аналогий. По словам французского математика

Д. Пойа, «не существует, возможно, открытий ни в элементарной, ни в высшей математике, ни, пожалуй, в любой другой области, которые могли бы быть сделаны без аналогий».

Читатель. Мне кажется, что Пойа несколько преувеличил роль аналогий.

Автор. Не более, чем роль принципов симметрии. Всеобщность метода аналогий, который действительно широко используется во *всех без исключения* науках, — это по сути дела всеобщность принципов симметрии. *Физические модели* тех или иных объектов (явлений) создаются как раз на основе аналогий. Молекула ДНК моделируется как винт. Спин частицы моделируется как момент импульса тела, вращающегося, подобно волчку, вокруг собственной оси. Столкновение фотона с электроном в эффекте Комптона моделируется как столкновение бильярдных шаров.

Аналогии между различными процессами позволяют описывать их *общими уравнениями*. Простой пример: колебания обычного маятника, колебания атомов в молекуле, колебания электромагнитного поля в контуре с ёмкостью и индуктивностью симметричны (аналогичны) в том смысле, что все эти процессы описываются одним и тем же математическим уравнением (дифференциальным уравнением гармонических колебаний). Одно и то же уравнение годится для описания процесса радиоактивного распада, процесса разрядки заряженного конденсатора, изменения с высотой плотности воздуха в отсутствие ветра, уменьшения интенсивности светового пучка, распространяющегося в среде (дифференциальное уравнение экспоненциального убывания). *Единство математической природы* рассматриваемых процессов, позволяющее считать их аналогичными, указывает на наличие *глубокой симметрии*.

Читатель. Поразительно, насколько широким по охвату различных вопросов оказался разговор о месте и роли симметрии.

Автор. Он был бы значительно шире, если бы мы включили в него вопросы, связанные не только с *научной* деятельностью человека, но также и другие стороны его деятельности, например *технику, архитектуру, искусство*.

Читатель. Симметрия в технике и архитектуре очевидна. Что же касается живописи, музыки, поэзии, то здесь, как мне кажется, господство симметрии сомнительно...

Симметрия в человеческом творчестве

Автор. Прежде всего заметим, что человеческое творчество во всех своих проявлениях *тяготеет к симметрии*. На этот счёт хорошо высказался известный французский архитектор Ле Корбюзье. В своей книге «Архитектура XX века» он писал: «Человеку необходим порядок; без него все его действия теряют согласованность, логическую взаимосвязь. Чем совершеннее порядок, тем спокойнее и увереннее чувствует себя человек. Он делает умозрительные построения, основываясь на порядке, который продиктован ему потребностями его психики, — это творческий процесс. Творчество есть акт упорядочения».



Рис. 126



Рис.127

Читатель. Эти слова принадлежат *архитектору*. Известно, что принципы симметрии являются руководящими принципами для любого архитектора. В одних случаях архитектор ограничивается примитивной симметрией прямоугольного параллелепипеда, в других — использует более утончённую симметрию, как например в случае здания Совета Экономической Взаимопомощи в Москве (рис. 126).

Автор. Правильнее говорить не о «примитивной» или «утончённой» симметрии, а о том, каким образом тот или иной архитектор решает вопрос *о соотношении между симметрией и асимметрией*. Асимметричное в целом сооружение может являть собой гармоничную композицию из симметричных элементов.

Примером может служить собор Василия Блаженного на Красной площади в Москве (рис. 127). Нельзя не восхищаться этой причудливой композицией из десяти различных храмов. Каждый храм геометрически симметричен, однако собор как целое не обладает ни зеркальной, ни поворотной симметрией. Архитектурные формы собора как бы накладываются друг на друга, пересекаются, поднимаются, обгоняя друг друга, и завершаются центральным шатром. И всё это настолько гармонично, что вызывает ощущение праздника. «При первом взгляде на собор, — пишет М. А. Ильин в книге «Москва», — можно подумать, что количество архитектурных форм, применённых в нём, необычайно велико. Однако скоро становится ясно, что мастера воспользовались всего лишь двумя архитектурными мотивами — формой восьмерика и полукружия. Если первая определяет гранёные формы основных объёмов, то вторая представлена значительным количеством вариантов, начиная от широких и спокойных арок подклета и кончая заострёнными кокошниками».

Читатель. Получается, что симметрия собора проявляется в повторении (сохранении) двух основных мотивов при переходе от одной части сооружения к другим.

Автор. Не просто *сохранении*, но *варьировании* или, лучше сказать, *развитии*. Два основных архитектурных мотива не просто повторяются в разных храмах собора, но как бы развиваются по мере того, как взгляд зрителя обегает всё сооружение. Перед нами в высшей степени талантливое решение проблемы симметрия — асимметрия. Очевидно, что без своей удивительной асимметрии собор Василия Блаженного немедленно утратил бы всю свою праздничную индивидуальность.

Читатель. По-видимому, невозможно заранее рассчитать столь удачное решение проблемы симметрия — асимметрия. Это подлинное *искусство*. Оно определяется талантом зодчего, его художественным вкусом, его пониманием прекрасного.

Автор. Вы правы. Можно сказать, что как *искусство* архитектура начинается именно тогда, когда удаётся отыскать изящное, гармоничное и оригинальное соотношение между симметрией и асимметрией.

Читатель. Впрочем, в современном массовом строительстве однотипных жилых зданий вопрос о соотношении между симметрией и асимметрией, наверное, роли не играет.

Автор. В наше время эта проблема переходит в *иную плоскость*. Теперь она решается обычно не на уровне отдельного здания, а на уровне целого квартала или даже целого города. Раньше архитектурным ансамблем, обладающим индивидуальностью, являлось отдельное здание (храм, дворец, манеж и т. п.). Теперь же всё чаще в роли архитектурного ансамбля выступает группа зданий, например квартал. Именно на этом уровне современные градостроители должны теперь решать проблему симметрия — асимметрия. Примером удачного решения этой проблемы в современных условиях может служить застройка стандартными зданиями проспекта Вернадского в Москве.

Читатель. На примере *архитектуры* хорошо видно диалектическое единство симметрии и асимметрии.

Автор. В *музыке* или поэзии мы имеем дело с аналогичной ситуацией. «Душа музыки — ритм — состоит в правильном периодическом повторении частей музыкального произведения, — писал в 1908 году известный русский физик Г. В. Вульф. — Правильное же повторение одинаковых частей в целом и составляет сущность симметрии. Мы с тем большим правом можем приложить к музыкальному произведению понятие симметрии, что это произведение записывается при помощи нот, т. е. получает пространственный геометрический образ, части которого мы можем обзирать». Он же писал: «Подобно музыкальным произведениям, могут быть симметричны и произведения словесные, в особенности стихотворения».

Читатель. В стихотворениях подразумевается, очевидно, симметрия чередования рифм, ударных слогов, то есть опять-таки *ритмичность*.

Автор. Конечно. Однако как в музыке, так и в поэзии симметрию нельзя сводить к ритму. Всякое хорошее произведение (музыкальное или стихотворное) имеет определённые *смысловые инварианты*, которые проходят, видоизменяясь, через всё произведение. Композитор в своей симфонии может по несколько раз возвращаться к одной и той же теме, постепенно разрабатывая её.

Читатель. Нечто подобное мы имели в примере с собором Василия Блаженного.

Автор. Сохранение темы и её *изменение (разработка, развитие)* — это и есть *единство симметрии и асимметрии*. И чем удачнее решает архитектор, композитор, поэт проблему соотношения между симметрией и асимметрией, тем выше *художественная ценность* создаваемого произведения искусства.

Самое непосредственное отношение к симметрии имеет *композиция*. Великий немецкий поэт Иоганн Вольфганг Гёте утверждал, что «всякая композиция основана на скрытой симметрии». Владеть *законами композиции* — это значит владеть законами симметрии. Три основных закона композиции предполагают трансляционно-тождественное повторение элементов структуры, контрастное повторение, варьированное повторение.

Читатель. Это выглядит как *орнамент во времени*.

Автор. Действительно, нечто вроде временного орнамента. Нас всегда будут восхищать «орнаменты», созданные великим русским поэтом А. С. Пушкиным. Вот относительно простой, изящный пушкинский «орнамент»:

В тот год осенняя погода
Стояла долго на дворе,
Зимы ждала, ждала Природа.
Снег выпал только в январе
На третье в ночь. Проснувшись рано,
В окно увидела Татьяна
Поутру побелевший двор,
Куртины, кровли и забор,
На стеклах легкие узоры,
Деревья в зимнем серебре,
Сорок весёлых на дворе
И мягко устланные горы
Зимы блистательным ковром.
Всё ярко, всё бело кругом.

А вот, опять у Пушкина, уже более сложный «орнамент», имеющий относительно редко встречающуюся форму октавы:

Четырёхстопный ямб мне надоел:
Им пишет всякий. Мальчикам в забаву
Пора б его оставить. Я хотел
Давным-давно приняться за октаву.
А в самом деле: я бы совладел
С тройным созвучием. Пущусь на славу!
Ведь рифмы запросто со мной живут;
Две придут сами, третью приведут.

Не будем проводить интонационного разбора приведённых примеров пушкинских стихов. Ограничимся тем, что ещё и ещё раз прочитаем оба отрывка и попробуем полнее ощутить прелесть этих стихотворных «орнаментов».

Читатель. Теперь мне хотелось бы обратиться к *живописи*. О какой симметрии можно говорить, глядя, например, на картину «Боярыня Морозова», написанную выдающимся русским художником В. И. Суриковым?

Автор. Картина — это отнюдь не цветная фотография. Взаимное расположение фигур, сочетания поз и жестов, выражения лиц, чередование цвета, комбинация тонов — всё это тщательно обдумывается художником, заботящимся об определённом эмоциональном воздействии картины на зрителя. Используя асимметричные элементы, художник должен создать нечто, обладающее в целом *скрытой симметрией*. О своей работе над картиной В. И. Суриков писал так: «А какое время надо, чтобы картина утряслась так, чтобы переменить ничего нельзя было. Действительные размеры каждого предмета найти нужно. Важно найти замок, чтобы все части соединить. Это — математика».

Конечно, трудно анализировать симметрию (или, как выразился художник, математику) такой сложной картины, как «Боярыня Морозова». Однако можно проделать простой опыт, обнаруживающий наличие в картине некоей скрытой симметрии. Надо посмотреть на изображение этой картины в *зеркале*, то есть поменять в картине левое на правое (и наоборот). Оказывается, что при этом загадочный эффект движения саней исчезает!



Рис. 128

Читатель. Для анализа симметрии изображения лучше, наверное, взять картину с более простой композицией.

Автор. Можно обратиться к хранящейся в Эрмитаже картине гениального итальянского художника и учёного Леонардо да Винчи «Мадонна Литта» (рис. 128).

Обратите внимание: фигуры мадонны и ребёнка вписываются в *правильный треугольник*, который вследствие своей симметричности особенно ясно воспринимается глазом зрителя. Благодаря этому мать и ребёнок сразу же оказываются в *центре внимания*, как бы выдвигаются на передний план. Голова мадонны совершенно точно, но в то же время естественно помещается между двумя симметричными окнами на заднем плане картины. В окнах просматриваются спокойные горизонтальные линии пологих холмов и облаков. Всё это создает ощущение покоя и умиротворённости, усиливается за счёт гармоничного сочетания голубого цвета с желтоватыми и красноватыми тонами.

Читатель. Внутренняя симметрия картины хорошо ощущается. А что можно сказать об асимметрии?

Автор. Асимметрия хорошо проявляется, например, в тельце ребёнка, которое неправильно разрезает упомянутый выше треугольник. И кроме того, есть одна в высшей сте-

пени выразительная деталь. Благодаря *взаимной замкнутости*, завершённости линий фигуры мадонны создаётся впечатление полного безразличия мадонны к окружающему миру, и в частности к зрителю. Мадонна вся сосредоточена на младенце; она нежно держит его, нежно глядит на него. Все её мысли сосредоточены только на нём. И вдруг вся эта замкнутость картины в себе исчезает, как только мы встречаемся со взглядом ребёнка. Именно здесь внутренняя уравновешенность композиции *нарушается*: спокойный и внимательный взгляд ребёнка обращён прямо на зрителя, через него картина *раскрывается во внешний мир*. Попробуйте мысленно убрать эту чудесную асимметрию, повернуть лицо младенца к матери, соединить их взгляды. Разве вы не чувствуете, что от этого картина сразу становится беднее, менее выразительнее?

Читатель. Получается, что всякий раз, когда мы, восхищаясь тем или иным произведением искусства, говорим о гармонии, красоте, эмоциональности воздействия, мы тем самым касаемся одной и той же неисчерпаемой проблемы — проблемы соотношения между симметрией и асимметрией.

Автор. Как правило, находясь в музее или в концертном зале, мы *не задумываемся над этой проблемой*. Ведь нельзя *одновременно* и ощущать, и анализировать ощущение.

Читатель. Пример с картиной Леонардо да Винчи убеждает меня в том, что анализ симметрии — асимметрии всё же очень полезен: картина начинает восприниматься острее.

Автор. Мы видим, таким образом, что симметрия играет определяющую роль не только в *процессе научного познания мира*, но также и в *процессе его чувственного эмоционального восприятия*. Природа — наука — искусство. Во всём мы обнаруживаем извечное единоборство симметрии и асимметрии.

Оглавление

Предисловие

Разговор автора с читателем о том, что такое симметрия

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ. СИММЕТРИЯ ВОКРУГ НАС

Глава 1. Зеркальная симметрия

Объект и его зазеркальный двойник. Зеркальная симметрия. Энантиоморфы.

Глава 2. Другие виды симметрии

Поворотная симметрия. Зеркально-поворотная симметрия

Переносная (трансляционная) симметрия. «Неуживчивые» соседи. Скользящая плоскость (ось) симметрии.

Глава 3. Бордюры и орнаменты

Бордюры. Орнаменты. Построение орнамента. Орнамент «Ящерицы».

Глава 4. Правильные многогранники

Пять Платоновых тел. Симметрия правильных многогранников. Попытки использовать Платоновы тела для объяснения некоторых фундаментальных проблем. О роли симметрии в познании природы.

Глава 5. Симметрия в природе

От идеи симметрии к реальной картине симметричного мира. Симметрия в неживой природе. Кристаллы. Симметрия в мире растений. Симметрия в мире насекомых, рыб, птиц, животных. Пришельцы из других миров.

Глава 6. Порядок в мире атомов

Молекулы. Загадка бензольного кольца. Кристаллическая решётка. Гранецентрированная кубическая решётка. Полиморфизм. Кристаллическая решётка и внешняя форма кристалла. Об экспериментальном изучении кристаллических структур. Загадки воды. Магнитные структуры. Порядок и беспорядок.

Глава 7. Спиральность в природе

Симметрия и асимметрия винта. Винты в природе. Молекула ДНК. Вращение плоскости поляризации света. Правые и левые молекулы. Стереоизомерия. Лево-правая асимметрия молекул и жизнь.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ. СИММЕТРИЯ В ОСНОВЕ ВСЕГО

Глава 8. Симметрия и относительность движения

Принцип относительности. Относительность одновременности событий. Преобразования Лоренца. Относительность промежутков времени. Скорость тела в разных системах отсчета.

Глава 9. Симметрия физических законов

Симметрия относительно пространственных переносов.

Симметрия относительно поворотов. Симметрия относительно переносов во времени.

Симметрия относительно зеркального отражения. Пример асимметрии физических законов.

Глава 10. Законы сохранения

Невероятное приключение барона Мюнхгаузена. Законы сохранения энергии и импульса в задачах с бильiardными шарами. О законе сохранения импульса. Векторное произведение двух векторов. Второй закон Кеплера — закон сохранения орбитального момента импульса планеты. Сохранение собственного момента импульса вращающегося тела.

Глава 11. Симметрия и законы сохранения

Связь между пространственно-временной симметрией физических законов и законами сохранения энергии, импульса, момента импульса. Универсальность и фундаментальность законов сохранения. О практической ценности законов сохранения. Пример с эффектом Комптона. Законы сохранения в роли правил запрета, ограничивающих возможные варианты поведения физических систем.

Глава 12. Мир элементарных частиц

Некоторые характеристики элементарных частиц. Список элементарных частиц. Частицы и античастицы. Частицы, античастицы и симметрия. Нейтрино и антинейтрино (левый и правый винты в мире элементарных частиц). Нестабильность элементарных частиц. Взаимопревращения элементарных частиц.

Глава 13. Законы сохранения в мире элементарных частиц

Законы сохранения энергии и импульса в процессах взаимопревращения элементарных частиц. Сохранение электрического заряда и стабильность электрона. Три закона сохранения и нейтрино. Экспериментальное обнаружение электронного антинейтрино. Сохранение электронного и мюонного зарядов. Электронное и мюонное нейтрино. Сохранение барионного заряда и стабильность протона. Дискретные симметрии. *CPT*-инвариантность.

Глава 14. «Проблема Озма»

Сущность «проблемы Озма». «Проблема Озма» до 1956 года. Обнаружение зеркальной асимметрии в процессах β -распада. Зеркальная асимметрия в процессах распада и «проблема Озма». Нарушение зарядовой симметрии. Сохранение комбинированной чётности. Сохранение комбинированной чётности и «проблема Озма». Решение «проблемы Озма».

Глава 15. Фермионы и бозоны

Периодическая система элементов и принцип запрета Паули. Перестановочная симметрия. Фермионы и бозоны. Симметричные и антисимметричные волновые функции. Сверхтекучесть жидкого гелия. Сверхпроводимость. Индуцированное испускание света и лазеры.

Глава 16. Симметрия различных взаимодействий

Основные типы взаимодействий. Изотопическая инвариантность сильных взаимодействий. Изотопический спин (изоспин). Закон сохранения странности в сильных и электромагнитных взаимодействиях. Различные типы взаимодействий и законы сохранения. Любопытная формула. Унитарная симметрия сильных взаимодействий.

Глава 17. Кварк-лептонная симметрия

Кварки. Очарованный мир. Кварк-лептонная симметрия. Новые открытия

Разговор автора с читателем о месте и роли симметрии

Вездесущая симметрия. Развитие понятия симметрии. Симметрия — асимметрия. О роли симметрии в научном познании мира. Симметрия в человеческом творчестве.

Лев Васильевич Тарасов

ЭТОТ УДИВИТЕЛЬНО СИММЕТРИЧНЫЙ МИР

Редактор *Н. В. Хрусталь*

Макет и оформление *В. А. Крючкова*

Художники *В. А. Крючков, А. Ю. Островский, А. З. Пермин*

Художественный редактор *В. М. Прокофьев*

Технический редактор *В. Ф. Коскина*

Корректоры *К. А. Иванова, Р. Б. Штутман*

ИБ № 4400

Сдано в набор 08.12.80. Подписано к печати 19.05.82. $60 \times 90^{1/16}$. Бумага офсетная № 1. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Усл. печ. л. 11,0 + форзац 0,25. Усл. кр. отт. 66,25. Уч.-изд. л. 12,01 + форзац 0,44. Тираж 100 000 экз. Заказ № 926. Цена 1 руб. 20 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41. Отпечатано с диапозитивов Ярославского полиграфкомбината на Калининском ордена Трудового Красного Знамени полиграфкомбинате детской литературы им. 50-летия СССР Росглавополиграфпрома Госкомиздата РСФСР. Калинин, проспект 50-летия Октября, 46.

