

**Б.М. Ахмедов  
А.А. Бегунов  
Г.А. Кондрашкова**

**УСТАНОВЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ  
КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ  
И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  
И НОРМ ТОЧНОСТИ ИХ ИЗМЕРЕНИЯ**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

**Санкт-Петербург  
2008**

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Санкт-Петербургский государственный технологический  
университет растительных полимеров»**

**Б.М. Ахмедов  
А.А. Бегунов  
Г.А. Кондрашкова**

**УСТАНОВЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА  
ПРОДУКЦИИ  
И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  
И НОРМ ТОЧНОСТИ ИХ ИЗМЕРЕНИЯ**

Учебное пособие

Санкт-Петербург  
2008

ББК 36. 81  
Б 37  
УДК 664.389.6

Ахмедов Б.М., Бегунов А.А., Кондрашкова Г.А. Установление показателей качества продукции и технологических параметров и норм точности их измерения : учебное пособие/ под общ. ред. проф. А.А. Бегунова; ГОУВПО СПбГТУРП. -СПб., 2008.- 85 с.: ил. 13.

Приводится методология разработки и регламентации показателей качества продукции и технологических параметров и допустимых норм точности. При этом отправным фактором принято признание предельно допустимой точности измерения нормированных параметров одним из основных экономических факторов, влияющих на себестоимость выпускаемой продукции.

Предназначено для студентов и аспирантов всех специальностей университета, а также для инженерно-технических работников целлюлозно - бумажной промышленности.

Рецензенты: заведующий кафедрой автоматики и автоматизации Санкт-Петербургского государственного университета холода и пищевых технологий, канд. техн. наук, доцент В.Б. Данин;

кандидат физико-математических наук, заведующий отделом метрологии ГНУ «Всероссийский научно-исследовательский институт жиров» (ВНИИЖ) Россельхозакадемии Г.И. Шевцов.

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия.

© Бегунов А.А., 2008

© ГОУВПО Санкт-Петербургский государственный технологический университет растительных полимеров, 2008

## Оглавление

Введение.....	4
1. Контроль качества изделий.....	5
1.1. Изделие как объект контроля качества.....	-
1.2. Контролируемые параметры.....	7
1.3. Оптимизация номенклатуры контролируемых и управляемых параметров и их нормируемых значений.....	8
1.4. Проведение разбраковки продукции.....	14
2. Измерения при контроле качества продукции.....	16
2.1. Измерения при пассивном контроле.....	-
2.2. Измерения при активном контроле качества.....	19
3. Принцип выбора методик и средств измерений по точности.....	20
4. Правила назначения нормированных значений и погрешностей на контролируемые показатели качества продукции.....	31
5. Установление допустимых норм точности.....	42
5.1. Расчетный способ.....	43
5.2. Статистический способ.....	45
5.3. Экономический способ.....	46
5.4. Экспертный способ.....	48
5.5. Общие положения выбора точности измерения.....	-
5.6. Варианты расчета норм и допусков.....	51
6. Анализ схемы контроля технологического процесса методом материального баланса.....	57
7. Применение показателей точности при испытаниях продукции.....	64
7.1. Проверка приемлемости результатов испытаний, полученных в условиях сходимости метода испытаний.....	65
7.2. Проверка приемлемости результатов испытаний, полученных в условиях воспроизводимости метода испытаний.....	66
7.3. Проверка метрологической обоснованности норм, вводимых в НД на продукцию.....	68
7.4. Правила учета показателей точности метода испытаний при проверке качества продукции поставщиком и получателем.....	69
7.5. Выбор более точного метода испытаний.....	70
7.6. Правила учета показателей точности метода испытаний при решении спора между поставщиком и получателем.....	71
7.7. Примеры применения показателей точности методов испытаний продуктов.....	73
8. Использованные термины и их определения.....	77
9. Принятые условные обозначения.....	81
Приложение. Статистические таблицы.....	83
Библиографический список.....	84

## ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие содержит методологию установления предельно допустимых норм точности измеряемых показателей качества продукции и контролируемых технологических параметров и их применение при испытаниях продукции. Исходной позицией приведенных рекомендаций и решений является признание, что указанная метрологическая характеристика является важным экономическим фактором, примерно, в квадратической зависимости влияющим на себестоимость продукции. В связи с этим вектор принятия решения при выборе допустимого значения погрешности измерения должен быть направлен в сторону наибольшего значения, ограничением чему является только возможность выполнения поставленной измерительной задачи.

В документации, устанавливающей нормативные требования к показателям продукции целлюлозно-бумажной промышленности, отсутствуют нормы *требуемой* погрешности. Под этим понимается *предельно допустимая* погрешность, с которой может (или должен) быть измерен тот или иной параметр. Это прежде всего экономическая категория, которая существенно влияет на себестоимость продукции. Без нее невозможно принимать целый ряд принципиальных решений метрологического, технологического и технического характера: становится бессмысленной требуемая Федеральным законом «Об обеспечении единства измерений» аттестация методик выполнения измерений (МВИ), которая позволяет находить *гарантированную* норму погрешности (она должна быть не более требуемой); оказывается невозможным принять обоснованные решения по отбраковке продукции в случае, когда измеренное значение параметра находится на границе поля допуска, сделать обоснованный выбор средств измерений, проводить сертификацию продукции и многое другое.

Так, например, если некий контролируемый параметр нормирован «не более 8 единиц» (без указания допустимой / требуемой погрешности), и изготовитель при внутреннем контроле получит 7,8 и продукцию признает годной, а заказчик при своем контроле найдет измеренное значение 8,1 и посчитает продукцию браком, то данная ситуация оказывается неразрешимой именно в связи с отсутствием допустимой погрешности на данный параметр. Так, если бы допустимая погрешность была задана равной  $\pm 0,2$ , то оба измеренных значения следовало бы признать «совпадающими в пределах погрешности» и продукцию следовало бы признать годной. Или по согласованию провести дополнительные измерения. Но при этом остается открытым вопрос о гарантируемой погрешности измерения МВИ, которыми пользовались обе стороны.

В учебном пособии использован опыт подобных работ специалистов ВНИИЖ Россельхозакадемии для пищевой и перерабатывающей промышленности [1], ВНИИКОП для консервной и пищекокцентратной промышлен-

ности [2], в нефтехимической промышленности [3], в также методология решения данного вопроса, изложенная в [4].

## 1. КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЙ

Плохое качество продукции приводит к бесполезным затратам времени и средств. Исследования, связанные с дефектами, являются дорогостоящими для изготовителей и продавцов дефектной продукции, наносят не только экономический, но часто существенный моральный ущерб потребителю. Высокое качество продукции обеспечивается всей системой производства – от конструирования и разработки до освоения в производстве, включая средства и методы контроля и испытания продукции.

Основными нормативными документами, содержащими требования к качеству продукции, являются *технические условия* и методики испытаний продукции, регламентирующие способы, средства и условия контроля соответствия продукции установленным нормативам. Технические условия должны содержать два главных элемента: номинальный размер и допуск на отклонение от него фактического значения параметра.

Основной целью при создании (конструировании) продукции является установление допустимых значений погрешности (допусков), в пределах которых изделие может считаться соответствующим своему назначению, и которые могут быть обеспечены в процессе его производства.

### 1.1. Изделие как объект контроля качества

Техническое состояние изделия задается требуемыми технологическими, конструктивными и эксплуатационными характеристиками (параметрами). Любая характеристика продукции выражается конечным числом параметров, ее определяющих.

Процесс серийного и массового производства сопровождается целым рядом источников погрешности изготовления, и практически невозможно получить абсолютно одинаковое значение параметра у двух одинаковых изделий. Технологический процесс можно привести к некоторой системе независимых и взаимосвязанных случайных и систематических факторов, обуславливающих получение заданного значения параметра. Такая система факторов приводит к определенному теоретическому распределению производственных погрешностей.

Размер разброса параметра в партии изделий характеризует точность производственного процесса. Наиболее полной характеристикой распределения погрешностей изготовления партии изделий по какому - либо из параметров  $i$  является теоретический закон распределения  $\varphi_1(y'_i)$  - плотность распределения вероятностей параметра  $y'_i$  в партии изделий. Близкими к нему

являются гистограмма и полигон распределения, полученные статистически. Менее полными, но широко используемыми в практике, являются вероятностные характеристики параметра:  $M(y'_i)$  - математическое ожидание,  $\sigma(y'_i)$  - среднеквадратическое отклонение (далее СКО) или его оценка  $S(y'_i)$ .

Правильно построенный производственный процесс серийного и массового изготовления продукции должен обеспечивать ее выпуск с определенной нормой качества, т. е. с заданной вероятностью годности. Контроль за ходом производственного процесса должен обеспечить его регулирование для получения требуемой нормы качества.

Изменение параметра бывает двух типов: систематическим и случайным. Систематическое изменение параметра изделия вызвано его технологической и конструктивной недоработкой, систематическими погрешностями производства или систематическим воздействием внешних условий, и его можно устранить по мере выявления. Случайные изменения параметра вызваны большим количеством случайных факторов. В отличие от систематических их нельзя устранить доработкой или воздействием на процесс производства. Когда на процесс производства воздействует система случайных причин, это означает, что он контролируется. Если все причины неслучайного характера устранены или подвергнуты количественному изучению и определена вероятность случайных изменений, процесс находится под контролем. Когда процесс контролируется, можно установить вероятность годности изделия.

Пользуясь теоретической точностной характеристикой производственного процесса, можно установить закон распределения параметра  $y'_i$  в изготовленной партии изделий. Таким образом, изделие как объект контроля качества при серийном и массовом производстве можно определить совокупностью случайно распределенных параметров через их плотности распределения вероятностей  $\varphi_1(y'_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , где  $N$  — количество параметров изделия.

В процессе хранения параметры изделия не сохраняются неизменными. Вследствие внутренних процессов параметры продукции являются случайными функциями времени. Они во времени изменяются так, что в фиксированные моменты времени тип закона распределения случайной величины параметра остается неизменным. Во времени изменяются случайным образом или по определенному закону его параметры: математическое ожидание, СКО, другие моментные характеристики. Случайное изменение во времени параметров изделия ухудшает его качество, приводит к появлению брака, т. е. выходу значений параметров за пределы установленных допусков. Размер брака с течением времени растет, может превысить установленную допустимую норму качества, и дальнейшая эксплуатация изделий этой партии может стать недопустимой.

Мерой, обеспечивающей требуемую норму качества партии изделий в процессе хранения, является эксплуатационный контроль, отбраковка негодных изделий в процессе выработки ресурса. Применимость забракованного изделия в определенных случаях можно восстановить посредством переаттестации.

## 1.2. Контролируемые параметры

Контролируемые параметры с точки зрения контроля качества можно разделить на главные, вспомогательные и показатели безопасности и экологии.

К *главным* следует относить параметры, которые фиксируют основное назначение продукта, а также его экономическую ценность как товара. Например, толщина ксероксной бумаги, прочность оберточной бумаги, масса или объем фасованной продукции и т.д. Как правило, к таким параметрам предъявляются относительно повышенные требования к точности.

*Вспомогательные* параметры играют вспомогательную роль при производстве продукции. Например, скорость движения полотна, содержание воды в древесине как сырье и т.д. Погрешность таких параметров может быть относительно высокой.

Показатели *безопасности и экологии* при правильной организации могут иметь сравнительно высокую погрешность. Здесь главным выступает метрологическая надежность получаемой измерительной информации. Это успешно решается применением сравнительно низкоточных, но дешевых приборов, дублирующих друг друга.

Для определения вероятностных характеристик параметров изделий при производстве и в эксплуатации проводят статистический анализ разброса параметров.

При выборе и обосновании контролируемых параметров необходимо уделить внимание анализу функциональной и корреляционной зависимости параметров. Наличие зависимых контролируемых параметров приводит к избыточности контроля. Функциональная зависимость параметров выявляется достаточно просто. Корреляционная зависимость случайных параметров, наиболее близких по физической природе, выявляется методом математической статистики.

Совокупность случайных параметров, определяющих изделие как объект контроля, должна состоять из независимых контролируемых параметров. Эта совокупность должна характеризовать изделие и определять его показатель качества, вероятность годности для использования по назначению. Показатель качества должен функционально выражаться через значения параметров. Система контроля по измеренным значениям параметров изделия посредством сравнения их с заданными допусками проводит оценку «годности»

изделия качественно: «годен - негоден». Кроме того, проводится регистрация значений параметров изделия, по которым можно определить показатель качества при проведении вероятностно-статистического анализа результатов контроля партии изделий. По результатам этого анализа определяются показатель качества изделия, вероятность его годности и характеристики законов распределения вероятностей контролируемых параметров. Параметрическая структура изделия будет определена, если параметры обеспечивают управление показателем качества изделий посредством воздействия на процесс производства или условия эксплуатации в зависимости от характеристик их распределения.

### **1.3. Оптимизация номенклатуры контролируемых и управляемых параметров и их нормируемых значений**

Выбор номенклатуры контролируемых параметров представляет важную экономико - метрологическую задачу технической, экономической и метрологической подготовки производства.

Неправильный (необоснованный) выбор контролируемых параметров может иметь важные производственные последствия, в конечном счете отражающиеся на эффективности производства. Ошибки в управлении процессом и разработке продукции возможны как при недостатке, так и избытке количества контролируемых параметров. В первом случае информации действительно может быть мало для принятия обоснованного решения. Во втором возможна лишь видимость благополучия организации системы производственного контроля, так как при этом могут быть упущены функционально важные показатели и продукция будет оцениваться не по основным, характеризующим главные потребительские свойства продукции, а лишь по вспомогательным, второстепенным параметрам.

Оптимизация номенклатуры контролируемых параметров относится к числу основных метрологических и технологических задач. Ее сущность состоит в том, что любой объект измерения (контроля) можно рассматривать как замкнутую систему, поведение (состояние) которой с достаточной полнотой описывается определенным, ограниченным набором (номенклатурой) параметров. Обычно же системы контроля технологических процессов и оборудования содержат некоторое количество взаимно дублирующих параметров.

Для установления оптимальной номенклатуры контролируемых параметров в общем случае необходимо располагать:

- Значениями допусков ( $X_v$  и  $X_n$ ) контролируемых параметров.
- Номинальными значениями параметров, а при серийном изготовлении – среднearифметическими значениями и СКО.
- Законами распределения значений параметров.

- Данными о наличии корреляционных связей между параметрами и значениями попарных корреляционных коэффициентов корреляции.
- Допустимыми значениями вероятности ошибок первого и второго рода и допустимыми уровнями качества готовой продукции.

Естественно, что на стадии проектирования изделий такой исчерпывающей информации нет. Поэтому первоначально возможно осуществить лишь приближенные расчеты, сделав ряд приемлемых допущений. По мере накопления статистических данных первоначальный расчет уточняется.

Регулируемые технологические параметры в конечном счете являются производными от соответствующих показателей качества выпускаемой продукции. В связи с этим данная задача наиболее полно может быть решена в случае, когда установлена функциональная зависимость между технологическими контролируруемыми параметрами и показателями качества. Для этого разрабатывают математическую модель всего технологического процесса или некоторых его частей.

Задача математического описания технологического процесса заключается в нахождении количественных связей между контролируемыми параметрами объекта, характеризующими сырье, технологический режим и конечный процесс.

Оптимизация номенклатуры контролируемых технологических параметров является важным структурным звеном системы обеспечения единства измерений. Основная цель – их максимально допустимое сокращение.

Управление технологическим комплексом возможно только при получении по ходу технологического процесса оперативной информации об изменении или отклонении от номинала параметров  $X(y)$ ,  $Y(j)$ ,  $Z(i)$ . Технологические процессы являются многофакторными объектами управления. При управлении таким объектом невозможно оперативно осуществлять контроль всех параметров, выявленных на стадии предварительного анализа структурно - параметрической схемы. Необходим более глубокий параметрический анализ технологического процесса, отдельных операций, реализуемых в процессе, а также оборудования, образующего технологический комплекс, с целью оптимизации информационного обеспечения системы управления. Под оптимизацией следует понимать выбор необходимой и достаточной для управления данным процессом номенклатуры контролируемых параметров  $X(y)$ ,  $Y(j)$ ,  $Z(i)$ . По результатам такого анализа оформляется таблица информационного обеспечения системы комплексного управления объектом. Основой для проведения анализа на этом этапе является структурная схема процесса, где определены все технологические потоки, по которым осуществляется взаимодействие технологического комплекса с производством в целом [2,4].

В общем случае алгоритм параметрического анализа можно представить в виде нижеперечисленной последовательности действий.

1. Составление структурной схемы и анализ материальных потоков для технологического процесса в целом.

2. Декомпозиция технологического процесса на технологические операции, разработка структурно-параметрических схем звеньев, образующих технологический комплекс.

3. Оптимизация номенклатуры показателей качества  $Z(i)$  основного продукта, побочных продуктов, утилизируемых и не утилизируемых отходов, подлежащих контролю при управлении технологическим комплексом.

4. Определение номинальных значений, допустимых диапазонов варьирования и стабильности во времени показателей качества, включённых в номенклатуру контролируемых параметров  $Z(i)$ .

5. Оптимизация номенклатуры возмущающих воздействий на объект  $X(y), Y(i)$ , подлежащих контролю при управлении технологическим комплексом.

6. Параметрический анализ элементов (звеньев) технологического комплекса.

7. Формирование сводной таблицы параметров контроля и управления технологическим процессом.

Ниже будут рассмотрены методологии решения третьей и четвертой стадий.

В номенклатуру контролируемых показателей качества  $Z(i)$  в первую очередь включают параметры, характеризующие потребительские свойства готового продукта или полуфабриката, которые формируются при реализации технологических операций в комплексе, т.е. характеристики, определяющие изменения качества функционирования технологического комплекса. Например, пастеризация пищевого продукта производится с целью снижения количества или ликвидации микрофлоры в объёме партии, и конечное содержание жизнеспособных спор бактерий на выходе комплекса может служить основной характеристикой качества пастеризации продукта. В то же время, на стадии тепловой обработки формируются кулинарная готовность и вкусовые характеристики продукта. Последние могут измениться, например, при слишком интенсивном тепловом воздействии на продукт, поэтому в номенклатуру контролируемых показателей качества целесообразно включить вкусовые или реологические характеристики продукта на выходе из комплекса.

В номенклатуру контролируемых показателей качества  $Z(i)$  могут входить также характеристики побочных продуктов или отходов.

При управлении поточными технологическими процессами массового производства продукции необходимо осуществлять контроль ряда показателей качества, отклонение которых от номинала свидетельствует о разладке или износе элементов комплекса. В этом случае в номенклатуру включают статистические оценки характеристик потока продукта. Контроль таких по-

казателей позволяет организовать мониторинг изменения состояния элементов комплекса. Например, в технологической операции фасовки бумаги одним из показателей качества будет средняя масса упаковки, определённая по выборке из потока для контроля показателя.

Отклонение  $Z(1)$  от номинала определяет разладку дозирующего устройства и необходимость его настройки. Одновременно как самостоятельный показатель качества следует рассматривать диапазон разброса (размах) массы отдельных упаковок в выборке  $Z(2)=R$ .

Увеличение разброса  $R$  в выборке свидетельствует о нестабильной работе дозатора и необходимости его замены.

В номенклатуру показателей качества  $Z(i)$  включают также параметры, характеризующие изменения экономической эффективности эксплуатации технологического комплекса. Например, для контроля качества операции варки целлюлозы целесообразно ввести показатель качества, определяющий долю выхода основного продукта из партии сырья  $Z(1)$ .

Важнейшим показателем экономической эффективности любых производств являются энергозатраты при работе технологического комплекса. Для контроля изменения этой характеристики в процессе эксплуатации комплекса в число контролируемых показателей качества следует включить удельные затраты энергии на единицу продукции.

Технологической документацией на продукт и процесс номинальные значения параметра  $Z_n$  должны быть определены числом. Это значение необходимо поддерживать по ходу реализации процесса, и именно это значение при управлении процессом принимается за точку отсчёта отклонений. Допустимая погрешность стабилизации параметра нормируется разрешённым для данного продукта диапазоном варьирования параметра  $Z_{\min} < Z < Z_{\max}$ . Технологическая документация далеко не всегда определяет эти значения даже для потребительских характеристик качества. Например, содержание жира в мороженом определяется только нижним ограничением «... не менее 10 %», аналогичным образом определяются численные характеристики содержания белка, углеводов, а для содержания влаги устанавливается верхний предел «... не более 40 %».

Такое нормирование качественных характеристик продукта имеет целью уменьшение вероятности поступления к потребителю партий продукта с отклонениями, нарушающими его интересы (завышение содержания воды в рулоне бумаги и т.п.).

Однако в реальной технологической операции при приготовлении, например, бумажной массы как смеси содержание ее элементов невозможно поддерживать с высокой точностью, и их численные значения варьируются случайным образом в серии проб, взятых из потока продукции на выходе технологического комплекса. Так, для показателя качества «содержание клетчатки» измеренные в готовом продукте или в смеси численные значения

будут варьироваться за счет погрешности оценки содержания клетчатки в компонентах, дозируемых в смесь, а также за счёт погрешности элементов технологического комплекса, отмеряющих количество этих компонентов в смесь. Более того, и номинальное значение, и диапазон варьирования параметра изменяются по мере эксплуатации вследствие разладки или износа (старения) оборудования.

Наличие случайных отклонений показателя качества в потоке продукта приводит к необходимости при настройке технологического комплекса выбрать номинальные значения  $Z_n$  таким образом, чтобы случайные отклонения  $Z$  не выходили за нормативные пределы. Исходя из концепции нормального распределения отклонений, следует выбрать значение настройки:  $Z_n = 0,5(Z_{max} - Z_{min})$ . Значения  $Z_{max}$  и  $Z_{min}$  определяются нормативной документацией на процесс, либо их устанавливают, исследуя работу технологического комплекса в различных производственных ситуациях.

В поточных технологических процессах численную оценку показателя качества получают осреднением результатов серии измерений параметра в выборке из потока продукции, что обеспечивает случайность «высокочастотных» отклонений параметра в отдельных партиях изготовленной продукции. Такой способ контроля параметра называют *статистическим*. Значение показателя качества  $Z(\Omega)$  в  $\omega$ -ом сеансе контроля в этом случае определяется как математическое ожидание  $M(\Omega)$  при обработке результатов серии  $N$  измерений в выборке, взятой из потока продукта при проведении  $\omega$ -го сеанса контроля:

$$Z(\Omega) = M(\Omega) = \frac{\sum_{k=1}^N Z(k)}{N} \quad (1)$$

При статистическом контроле параметра определяется также диапазон варьирования численных значений параметра в каждой выборке или каждом сеансе измерения. Эта характеристика показателя качества может быть выражена численным значением размаха  $R(\Omega)$  как разницы между максимальным и минимальным результатами измерений в выборке. Диапазон варьирования можно определить также размером оценки СКО  $S(\Omega)$  из выборки.

При комплексном управлении технологическим процессом периодический контроль номинального значения  $Z(\Omega)$  и размаха  $R(\Omega)$  для основных показателей качества позволяет осуществлять мониторинг состояния технологического комплекса. Для контроля изменения состояния комплекса необходимо определить:

- номинальное значение показателя качества  $Z_0 = Z_n$  при налаженном состоянии технологического комплекса;
- предельные значения показателя  $Z_{min}$  и  $Z_{max}$  (допустимые границы варьирования измеренных значений показателя в любых производственных ситуациях);

- номинальное значение размаха  $R_0=R_n$  или оценки СКО  $Sq$  при налаженном состоянии технологического комплекса (характеристика начального состояния комплекса, от которой отсчитываются отклонения).

Выбор предельных значений  $Z_{\min}$  и  $Z_{\max}$ , номинальных значений  $Z_0$  и  $R_0$  при подготовке статистического контроля качества осуществляется с учётом как нормативных документов так и фактического состояния технологического комплекса, а также с учётом производственных ситуаций на предприятии.

Так как статистический контроль отклонений показателя качества от номинала осуществляется периодически, то необходимо также установить периодичность  $T_1$  проведения сеансов измерения этих характеристик в потоке продукта и объём выборки  $N$  в сеансе; периодичность и объём могут быть выражены количеством выпущенных партий продукта. Численные значения  $T_1$  и  $N$  назначают на основании анализа ожидаемого периода разладки технологического комплекса (период безотказной работы оборудования).

Методика расчёта значений  $T_1$  и  $N$ , а также методика выбора предельных значений отклонений статистических характеристик приведены в [2,4].

Очевидно, что, чем ближе  $Z_0$  и  $Z_{\max}$  к  $Z_{\min}$ , тем большую экономическую выгоду получает изготовитель, например, за счёт снижения расхода дорогостоящего компонента - жира на единицу изготовленной продукции.

Но чрезмерное сокращение допустимого диапазона варьирования ( $Z_{\max} - Z_{\min}$ ) увеличивает вероятность появления в потоке продукта партий с характеристиками, выходящими за пределы нормативного допуска.

Оптимизацию настройки комплекса можно обеспечить уменьшением диапазона варьирования  $R(1)$ , например, при установке нового стабильно работающего дозирующего оборудования, а также сокращением запаса по разладке при настройке комплекса. Сокращение запаса при настройке, в свою очередь, потребует более частого проведения сеансов статистического контроля показателя (уменьшение периодичности  $T_1$ ).

В номенклатуру показателей включают качественные и количественные характеристики всех видов сырья, добавок, комплектующих изделий, энергоносителей, случайное или преднамеренное изменение которых приводит к отклонению хотя бы одного показателя качества  $Z(i)$  за пределы допуска.

Анализируя производственные ситуации на данном производстве, оценивают изменения численных значений качественных характеристик сырья при переходе от одной партии к другой. Для измерения значений характеристик в партии применяют статистические методы: численное значение параметра принимают как среднее значение  $X(\Omega)$  при обработке результатов  $N$  измерений в выборке, взятой из  $\omega$ -й партии сырья, что позволяет также определить однородность контролируемой партии.

Преднамеренное изменение характеристик сырья имеет место, например, в момент перехода на переработку новой партии сырья с другими качественными характеристиками, при этом изменяются значения  $X(\Omega)$ . Возму-

щения такого вида следует рассматривать как скачкообразные, требующие оперативного вмешательства для компенсации влияния такого возмущения на показатели качества продукции, например, можно предварительно изменить управляющие воздействия на технологический комплекс при переходе на обработку новой партии сырья (программное управление).

Случайное изменение характеристик сырья может возникнуть, например, при нарушении требования однородности партии, при этом изменяется значение  $R(\Omega)$ . Возмущения такого вида, как правило, медленно нарастающие. Для их контроля необходимо применять статистические методы измерения  $dx(\omega)$  и определить значение  $dx(\omega)_{\min}$ , при достижении которого реализуют операции управления. В этом случае управляющее воздействие должно быть внесено на этапах входного контроля и подготовки партии сырья.

Выявляются объемы и периодичность поступления однородных по характеристикам  $R(\Omega) \leq R_{\max}(y)$  партий сырья, добавок, комплектующих изделий. Для каждой однородной партии устанавливают номинальное значение  $X_n(\Omega)$ , а также возможный диапазон варьирования номинальных значений в различных партиях. Выявляются характеристики  $X(y)$ , диапазон варьирования номинальных значений которых пренебрежимо мал в любых производственных ситуациях. Такие характеристики можно исключить из списка контролируемых при управлении комплексом, например, если в технологический цикл поступает молоко, нормализованное по жиру, то эту характеристику сырья при управлении процессом можно не контролировать.

Результаты, полученные на одном этапе исследования, позволяют провести анализ степени влияния изменения численных значений характеристик сырья, которые наблюдаются при переходе на обработку новой партии, на показатели качества продукта и предусмотреть соответствующую корректировку управляющих воздействий на технологический процесс, если эти изменения приводят к недопустимым отклонениям показателей качества.

Кроме того, результаты данного анализа позволяют выбрать информационные каналы для постоянного контроля потоков поступления сырья в технологический комплекс и составить план входного контроля, обеспечивающий получение информации о стабильности характеристик сырья в объеме, необходимом и достаточном для организации управления данным технологическим комплексом.

#### **1.4. Проведение разбраковки продукции**

Годность изделия по какому-либо из параметров определяется сравнением результатов измерения этого параметра с границами допуска. Поле допуска на контролируемый параметр задается в виде номинального значения параметра и допускаемых отклонений от него:

$$Y'_n - k\Delta \leq Y \leq Y'_n + \Delta, \quad (2)$$

где  $Y$  – фактическое значение параметра;  $Y'_n$  – номинальное значение параметра;  $\Delta$  – допускаемое отклонение параметра от номинала, допуск;  $k$  – коэффициент асимметрии поля допуска.

Можно принять, что математическое ожидание закона распределения вероятностей контролируемого параметра совпадает с его номинальным значением. Тогда поле допуска:

$$-k\Delta \leq Y \leq \Delta. \quad (3)$$

Или  $-\Delta \leq Y \leq \Delta$  при  $k = 1$  – симметричном поле допуска, т. е. при отсутствии систематических погрешностей производства.

Изделие с параметром, измеренное значение которого находится внутри поля допуска, признается годным. Изделие, у которого оно выходит за границы поля допуска, бракуется.

Поле допуска, определяемое по формулам (2), (3), называют *гарантируемым*. Для его обеспечения вводят производственное, контрольное поле допуска.

В результате разбраковки партии изделий по какому-либо параметру при наличии погрешностей измерения полная группа событий состоит из четырех несовместных событий: А – годное изделие признано годным; Б – годное изделие забраковано; В – годное изделие забраковано; Г – негодное изделие признано годным.

Сумма вероятностей этих событий:

$$P(A) + P(B) + P(B) + P(\Gamma) = 1. \quad (4)$$

Вероятность забраковать в действительности годную продукцию называется *риском изготовителя* ( $\alpha$ ), а вероятность принять фактически бракованную продукцию за годную – *риском потребителя* ( $\beta$ ). Сумма рисков изготовителя  $\alpha$  и заказчика  $\beta$  определяет вероятность ошибочных решений при контроле качества из-за погрешности измерения:

$$P_0 = \alpha + \beta. \quad (5)$$

Вероятность правильных решений при контроле:

$$1 - P_0 = 1 - (\alpha + \beta) = P(A) + P(B). \quad (6)$$

Размеры рисков изготовителя и заказчика определяют результаты разбраковки при контроле. В свою очередь, они являются функциями совместного распределения плотности вероятности контролируемого параметра и погрешностей измерения, допуска, коэффициента асимметрии поля допус-

ка, систематической погрешности и контрольных приращений поля допуска по нижней и верхней границам.

## 2. ИЗМЕРЕНИЯ ПРИ КОНТРОЛЕ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Контроль качества может быть пассивный и активный. В первом случае измерительную информацию используют при оценке качества уже готовой продукции и по ней принимают решение о соответствии того или иного показателя установленному нормативу, т.е. бракуют или нет продукцию. При активном контроле по результатам измерений принимают решение о некотором воздействии на технологический процесс с целью корректировки показателя качества.

### 2.1. Измерения при пассивном контроле

При любом контроле, в том числе и при контроле качества, кроме измерения контролируемого параметра (или набора параметров), производится сравнение результата измерения с нормируемым значением величины и принимается решение о соответствии или несоответствии контролируемого параметра продукта норме. В силу того, что любые измерения проводятся с некоторой погрешностью, заключение о годности и непригодности продукции тоже может быть ошибочным. При этом различают ошибки I и II рода. Ошибкой I рода называют заключение, при котором годная продукция признается браком (ГБ), а ошибкой II рода называют заключение, при котором бракованная продукция признается годной (БГ).

Вероятность совершить ошибки I и II рода зависит от соотношения трех факторов: погрешности средства измерения; ширины поля допуска на контролируемый параметр ( $\Delta_d$ ); стабильности контролируемого параметра во времени. В качестве характеристик погрешности СИ могут быть использованы оценка СКО методики выполнения измерений ( $S_m$ ) или ее предельное значение ( $\pm\Delta_{пр}$ ). Стабильность технологического процесса характеризуется оценкой СКО значений параметра от среднего (номинального) значения ( $S_{тех}$ ).

Рассмотрим влияние этих показателей на вероятность ошибок I и II рода на примере, показанном на рис. 1.

Здесь приведен случай изготовления продукта с контролируемым параметром, имеющим номинальное значение  $x_0$  и допуск на отклонение от номинального значения  $\pm \Delta_d$ .

Измерение производится с помощью средства измерений (СИ), имеющего предельно допустимую погрешность измерения  $\Delta_{пр}$ . На рис. 1,а штриховкой показаны зоны значений параметра  $x > d$  и  $x < a$ , где действительно непригодная продукция будет признана бракованной, несмотря на изме-

рения с погрешностью  $\pm \Delta_{\text{пр}}$ , и зона значений  $b < x < c$ , где фактически годное изделие будет признано годным, несмотря на измерения с погрешностью  $\pm \Delta_{\text{пр}}$ . Таким образом, при измеренных значениях, соответствующих заштрихованным зонам, погрешности I и II рода будут отсутствовать. При значениях  $x$ , лежащих вблизи границ поля допуска  $x = A$ ,  $x = B$  на участках  $a < x < b$  и  $c < x < d$  (незаштрихованные зоны - назовем их *зонами неопределенности*), возможны ошибки I и II рода. Например, действительное значение параметра  $x = A_1 < A$  (где  $A$  - граница поля допуска), т. е. продукция фактически бракованная. Но если при этом погрешность измерения будет  $\Delta = -\Delta_{\text{пр}}$  (или любое другое отрицательное значение погрешности, по абсолютному значению большее, чем  $|A_1 - A|$ ), то прибор выдаст значение  $x = A_1 > A$ . На основании этого продукция будет признана годной, и тем самым будет совершена ошибка II рода. Аналогичная ситуация произойдет при фактически годной продукции, но при положительном значении погрешности результата измерения. В этом случае будет совершена ошибка I рода. Число ошибок подобного рода будет зависеть от числа измерений, происходящих в зонах неопределенности, а это, в свою очередь, зависит как от ширины зоны неопределенности ( $2\Delta_{\text{пр}}$ ), так и от частоты попадания параметра в эти зоны. Частота попадания будет определяться значением оценки СКО параметра  $S_{\text{тех}}$  и шириной допуска на контролируемый параметр.

На рис. 1,б и 1,в показано влияние рассеивания контролируемого параметра  $x$  относительно номинального значения на вероятность появления ошибок I и II рода. При рассуждениях примем, что закон распределения значений величины  $X$  нормальный (кривые 1 и 2 на рис. 1), и центр рассеивания совпадает с номинальным значением  $X_0$ . Погрешность измерения также распределена по нормальному закону. Рис. 1,б соответствует случаю хорошо налаженного оборудования, когда ширина допуска на контролируемый параметр  $\Delta_d$  в 4 раза шире зоны оценки СКО  $S_{T1}$ , т. е.  $\Delta_d = 4S_{T1}$ .

Рис. 1,в соответствует случаю изготовления продукции на плохо налаженном оборудовании, о чем свидетельствует соотношение  $\Delta_d$  и  $S_{T2}$ . Во втором случае  $\Delta_d = 1 S_{T2}$ .

Кривая нормального распределения (кривые 1 и 2 на рис. 1) обладает тем свойством, что площадь, ограниченная этой кривой, осью  $x$  и перпендикулярами, опущенными на ось  $x$  в любых двух точках (например,  $a$  и  $b$ ), будет соответствовать вероятности попадания значения  $x$  в интервал, ограниченный этими точками (в нашем случае в интервал  $a, b$ ). Из рис. 2,б следует, что в случае  $S_{T1} = 0,25\Delta_d$  площадь под кривой на участках зоны неопределенности  $a < x < b$  и  $c < x < d$  практически равна нулю, так как параметр в эти зоны практически не попадает, поэтому не измеряется, а следовательно, не будут совершаться ошибки I и II рода. Расчеты показывают, что для случая  $S_{T1} = 0,25\Delta_d$  и  $\Delta_{\text{пр}}/\Delta_d = 0,4$  вероятность совершить ошибку I рода равна 0,16 %, а вероятность совершить ошибку II рода - 0,002 %. Исходя из меха-

низма появления ошибок I и II рода, возникающих при контроле качества продукции, можно составить план определения требуемой точности результата измерения и требования к допустимой погрешности СИ.

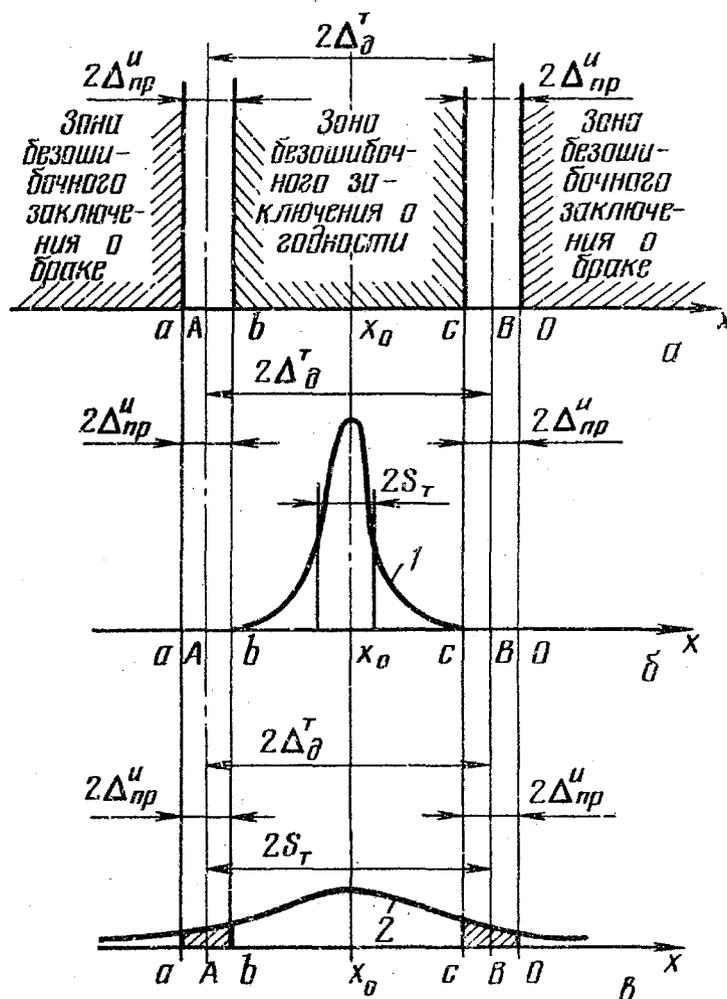


Рис. 1. Влияние погрешности средств измерений ( $\Delta_{пр}^и$ ), стабильности контролируемого параметра ( $S_{тех}$ ) и ширины поля допуска ( $\Delta_{д}^т$ ) на вероятность появления ошибок I и II рода 1 и 2 – кривые нормального закона распределения значений технологического параметра в процессе производства

При решении этого вопроса возможны две исходные ситуации. В первом случае существует реально действующий технологический процесс, для которого нужно выбрать СИ для контроля качества продукции по определенному параметру. Во втором случае необходимо выбрать СИ для контроля качества продукции на стадии проектирования технологического процесса (оборудования). Различие между первым и вторым случаями состоит в том, что в первом известно либо может быть экспериментально оп-

ределено значение оценки СКО технологического параметра  $S_T$ , а во втором - ее значение неизвестно.

В первом случае определение требуемой точности СИ производится таким образом. Задаются значения следующих исходных данных: номинальное значение физической величины, которую нужно измерять при контроле качества продукции ( $x_n$ ); допустимые пределы отклонения контролируемого параметра от номинального значения ( $\pm\Delta_d$ ); допустимое значение вероятности совершить ошибку I или II рода [P(ГБ) и P(БГ) соответственно]. Значение оценки СКО контролируемого параметра  $S_T$  может быть известно заранее или определено экспериментально.

Существует несколько способов обработки исходных данных, позволяющих найти такое значение предельной допустимой погрешности результата измерения контролируемого параметра  $\Delta_{пр}$ , при котором вероятности ошибок I и II рода не будут превосходить заданных значений.

## 2.2. Измерения при активном контроле качества

Характер использования результатов измерения при активном контроле качества существенно отличается от такового при пассивном контроле. При активном контроле производят измерения для получения информации, необходимой для удержания значений показателей качества продукции в заданных пределах. Для достижения этой цели измеряют не только контролируемые параметры готовой продукции, но и те параметры технологического процесса и оборудования, которые влияют на показатели качества.

Поскольку результаты измерений должны использоваться для управления процессом, протекающим в данный момент времени, на первое место выдвигается не точность получения результата измерения, а его своевременность. При управлении важно как можно раньше заметить, что параметр начал возрастать или убывать, почувствовать скорость возникшего отклонения, чтобы успеть осуществить, нужное корректирующее воздействие. При этом гораздо важнее заметить начало отклонения параметра от нормы, чем точно зафиксировать акт выхода за пределы нормы (что было важно для пассивного контроля качества).

При активном контроле следует учитывать, что многие технологические процессы состоят из поэтапной переработки сырья на различном оборудовании и все это растянуто во времени. Часто возникает такая ситуация, когда значения контролируемого параметра определяются в каком-то одном месте технологической цепочки и в дальнейшем уже не меняются. Например, при изготовлении плавленого сыра жирность готового продукта формируется в момент закладки исходного сырья (определяется жирностью закладываемого сырья) и далее в процессе изготовления уже не меняется. Таким образом, управлять таким показателем качества, как содержание жира в

плавленом сыре, можно и нужно только на этапе закладки исходного сырья путем точного определения жирности и массы компонентов варки.

Решение задачи для технических измерений применительно к активному контролю производится аналогично решению задачи при измерениях исследовательского характера.

Алгоритм выбора средств измерений (см. рис. 3) упрощается. Поскольку при технических измерениях этого вида используются однократные измерения и в результате их не вносят поправок, исключается возможность увеличения точности методики измерения за счет увеличения числа измерений и учета влияющих факторов.

Процедура проверки соответствия точностных характеристик СИ требованиям измерительной задачи аналогична процедуре решения этого вопроса при измерениях исследовательского характера. При выборе СИ необходимо уделять должное внимание вопросам его быстродействия, инерционности датчика, возможности проводить измерение в потоке и т. п.

Для этих целей пригодны преимущественно прямые методы измерений, косвенные методы измерений возможны только при условии автоматической обработки результатов измерения синхронно с процессом измерения.

### **3. ПРИНЦИП ВЫБОРА МЕТОДИК И СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ ПО ТОЧНОСТИ**

Задачей МВИ и СИ, используемых для контроля, является отделение годных объектов контроля сырья, материалов, готовой продукции), параметры которых находятся в пределах установленных норм, от негодных объектов, т.е. таких, параметры которых не укладываются в установленные нормы. Первые сдаются заказчику или используются в производстве, а вторые направляются в повторную переработку или отбраковываются.

МВИ и СИ обладают погрешностями, о которых обычно известно лишь то, что они находятся в пределах допусков. Наличие погрешностей у МВИ и СИ вызывает так называемые ошибки контроля. Последние приводят к тому, что фактически годная продукция может быть ошибочно забракована или фактически негодная продукция может быть ошибочно принята за годную.

Возникновение ошибок контроля объясняется следующим образом. Пусть поле допуска какого-то параметра контролируемой продукции равно  $2\Delta_0$ . Номинальное значение этого параметра равно "А". Тогда пределы допускаемых отклонений параметра от номинала будут  $A + \Delta_0$ ,  $A - \Delta_0$ . Действительное значение параметра X будет отклонено от номинала А на величину  $|\Delta|$ , которая не должна превышать  $|\Delta_0|$ .

При контроле качества продукции необходимо установить, что  $|\Delta| < |\Delta_0|$  или что  $A + \Delta_0 > X > A - \Delta_0$ . Тогда объект контроля годен. В противном случае объект контроля негоден.

МВИ и СИ обладает погрешностью  $\pm\delta$ . Поэтому в результате измерения определяют не отклонения измеряемого параметра от номинала  $\pm\Delta$ , а сумму  $[\pm\Delta \pm (\pm\delta)]$ .

При этом может оказаться четыре случайных результата контроля:

1.  $(\Delta + \delta) < \Delta_0$  и  $(\Delta - \delta) < \Delta_0$  при  $|\Delta| < |\Delta_0|$ .

В этом случае фактически годную продукцию (событие Г) в результате контроля правильно признают годной (событие Г). Вероятность этого случайного события равна Р (ГГ).

2.  $(\Delta + \delta) > \Delta_0$  и  $(\Delta - \delta) > \Delta_0$  при  $|\Delta| > |\Delta_0|$ .

В этом случае фактически негодную продукцию (событие Б) правильно забраковывают (событие Б). Вероятность этого случайного события равна Р (ББ).

3.  $(\Delta + \delta) > \Delta_0$ , но  $(\Delta - \delta) < \Delta_0$  при  $|\Delta| < |\Delta_0|$ .

В этом случае фактически годную продукцию (событие Г) ошибочно забраковывают (событие Б). Вероятность этого события равна Р(ГБ).

4.  $(\Delta - \delta) < \Delta_0$ , но  $(\Delta + \delta) > \Delta_0$  при  $|\Delta| > |\Delta_0|$ .

В этом случае фактически негодная продукция (событие Б) будет ошибочно признана годной (событие Г). Вероятность этого события равна Р(БГ).

Перечисленные четыре случая составляют полную группу событий при контроле. Поэтому  $P(ГГ) + P(ББ) + P(ГБ) + P(БГ) = 1$ .

Пусть предел допустимых значений погрешностей МВИ или СИ равен  $\delta_0$ . Тогда около границ поля допуска на продукцию  $A + \Delta_0$  и  $A - \Delta_0$  можно построить зоны неопределенности. При попадании значения фактического результата измерения параметра продукции в эти зоны могут возникнуть ошибки контроля.

Вероятность ошибок контроля равна  $P_{ок} = P(ГБ) + P(БГ)$ . Естественно, что чем меньше  $\delta_0$  по сравнению с  $\Delta_0$ , тем уже зоны неопределенности и меньше вероятность ошибок контроля.

За счет ошибок контроля параметра вероятность, что в обращение может поступить некондиционное изделие или сырье, или же хорошее изделие и сырье будут отбракованы. Это вызовет экономические потери, стоимость которых можно рассчитать. Стоимость контроля должна быть существенно меньше стоимости потерь. Поэтому ценные, дефицитные изделия и сырье, а также опасные факторы нужно контролировать более точными методами, а дешевые продукты и второстепенные параметры - простейшими. Этот принцип является основой выбора МВИ и СИ для контроля.

Поэтому для обоснованного выбора МВИ и СИ для контроля следует оценить зависимость стоимости контроля от его точности и стоимость потерь

продукции при разной точности контроля. На этой основе выбирают Р(ГБ) или Р(БГ). Для опасных факторов в основу выбора точности измерений ставится Р(БГ).

Знание вероятностей ошибок контроля для определения отношения «С» пределов допускаемых погрешностей МВИ и СИ  $\delta_0$  и объект контроля  $\Delta_0$ .

$$C = \frac{\Delta_0}{S}. \quad (7)$$

Для этого необходимо знать еще параметр технологического рассеивания

$$t_0 = \frac{\Delta_0}{S}, \quad (8)$$

где  $S$  — оценка СКО технологического рассеивания контролируемого параметра продукции по множеству проб, взятых в разное время или в разных местах при одних и тех же нормированных условиях.

Значение  $t_0$  определяют следующим образом.

Из НД на продукцию или в результате анализа параметров качества продукции или технологического процесса определяют значение  $\Delta_0$ .

Из журналов лабораторных анализов или по результатам измерений при испытаниях набирают от 15 до 20 текущих значений  $X_i$  исследуемого показателя или его отклонений от номинального значения  $(X_i - X_0)$ .

Вычисляют среднее значение показателя

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \text{или} \quad (\bar{X}_i - X_0) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_0)}{n}, \quad (9)$$

где  $n=15 \div 20$ .

Вычисляют оценку СКО

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_0)^2}{n-1}}. \quad (10)$$

Примечание: вместо  $X_i$  и  $\bar{X}$  можно взять  $(X_i - X_0)$  и  $(\bar{X}_i - X_0)$  соответственно.

Вычисление  $t_0$  производится по формуле (8).

Обычно  $t_0$  оказывается в пределах от 2,0 до 2,5. При  $t_0 = 2$  возможная доля продукции, показатель которой выходит за допуск  $P_B \approx 5\%$  (полный брак); при  $t_0=2,5$  соответственно  $P_B \approx 1\%$ .

Для выбора  $C$  следует воспользоваться табл. 1. Найдя в ней необходимое значение  $C$  и зная  $\Delta_0$ , вычисляют по формуле (7) значение  $S$ .

В общем случае пределы допускаемых значений погрешности МВИ или СИ не должны превышать половины (0,5) от допуска на контролируемый объект.

При выборе СИ и МВИ для контроля и измерения вспомогательных, некритичных для качества продукции параметров следует принимать  $C = 0,2 \pm 0,33$ , не прибегая к приведенным выше расчетам вероятностей ошибок контроля. Расчеты следует провести, если выбранные МВИ и СИ не обеспечивают  $C \leq 0,33$ .

СИ и МВИ для проведения научно-исследовательских работ выбирают так, чтобы  $C \leq 0,2$ . В этом случае расчеты производят, если фактическое  $C > 0,1$ . При фактическом  $C \leq 0,1$  расчеты вероятностей ошибок поверки не производят.

Если СИ и МВИ с заданным запасом по точности подобрать не удастся, то можно применить менее точные МВИ или СИ.

**Пример 1.** Проконтролировать плотность продукта, которая должна быть не менее  $1,027 \text{ г/см}^3$ . Это значит, что стандарт на продукцию определяет односторонний допуск на контролируемый показатель, а именно ограничение снизу. Допустим, что вероятность совершить ошибку I или II рода не должна превышать 1 %. Требуется определить, при какой предельно допустимой погрешности методики выполнения измерения плотности это условие будет обеспечиваться, и какая МВИ удовлетворяет найденному требованию точности.

Таблица 1  
Значения вероятностей ошибок I и II рода [%]

t	P	C									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1,00	P(БГ)	1,1	2,2	3,3	4,2	5,1	5,8	6,6	7,2	7,8	8,4
	P(ГБ)	1,2	2,6	4,0	5,4	7,0	8,6	10	12	14	16
1,50	P(БГ)	0,9	1,7	2,3	2,8	3,3	3,7	4,0	4,3	4,6	4,7
	P(ГБ)	1,0	2,2	3,6	5,1	6,9	8,8	11	13	15	18
2,00	P(БГ)	0,5	0,8	1,1	1,3	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9
	P(ГБ)	0,6	1,4	2,4	3,7	5,2	7,0	9,2	12	14	17
2,50	P(БГ)	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
	P(ГБ)	0,3	0,7	1,3	2,1	3,3	4,8	6,8	9,2	1,2	1,5
3,00	P(БГ)	0,05	0,08	0,09	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
	P(ГБ)	0,09	0,3	0,5	1,0	1,8	3,0	4,6	6,8	9,7	13
3,50	P(БГ)	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
	P(ГБ)	0,02	0,08	0,2	0,4	0,9	1,7	5,1	5,1	7,8	11
4,00	P(БГ)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	P(ГБ)	0,00	0,02	0,06	0,2	0,4	1,0	2,0	3,8	6,4	10

**Решение.** 1) Приведем условия нашей задачи к задаче стандартного вида, при котором в обязательном виде задаются номинальное значение контролируемого параметра (норма) и двусторонний допуск на отклонение

контролируемого параметра от нормы. В нашем случае в явном виде не заданы ни норма на контролируемый параметр, ни допуск на его отклонение.

Примем, что по записям в журнале среднее значение плотности продукта  $\rho_{cp} = 1,029 \text{ г/см}^3$  и оценка СКО плотности  $S\rho = 0,002 \text{ г/см}^3$  от среднего значения. Тогда разность между средним значением плотности  $\rho_{cp}$  и предельным допустимым по стандарту значением плотности  $\rho_{np} = 1,027$  и будет определять значение допуска на контролируемый параметр  $\Delta_d$  (рис. 2):  $\Delta_d = \rho_{cp} - \rho_{np} = 1,029 - 1,027 = 0,002 \text{ г/см}^3$ .

Кроме того, требует разъяснения обращение с односторонним допуском на контролируемый параметр. В таблицах и графиках, составленных для решения задач такого вида, вероятность совершения ошибок обычно задана для двустороннего допуска, т. е. для случая, когда параметр будет выходить за пределы нормы и с левой, и с правой сторон от нормы. При этом вероятность появления ошибок будет вдвое больше, чем при одностороннем допуске. Это положение можно учесть, включив в рассмотрение откорректированное значение заданной вероятности  $P_k$ , т. е. если при одностороннем допуске значение вероятности допустить ошибку I рода равно 1 % [ $P(\text{ГБ}) = 0,01$ ], то при пользовании таблицами и графиками, составленными для двустороннего допуска, в качестве откорректированного значения  $P_k$  следует принимать удвоенное значение  $P_{k(\text{ГБ})} = 2P(\text{ГБ}) = 2 \cdot 0,01 = 0,02 = 2 \%$ .

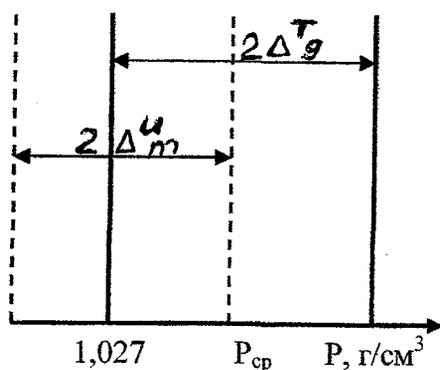


Рис. 2. Иллюстрация к определению допуска на контролируемый параметр при нормировании одностороннего ограничения на параметр ("не менее...", "не более...")

2) Находим отношение допуска на контролируемый параметр и значение СКО этого параметра:  $t = \Delta_d / S_T = 0,002 / 0,002 = 1$ .

3) По табл. 1 по найденному значению  $t$  и заданному значению  $P_k$  находим наибольшее значение коэффициента  $C$ , отвечающее условиям, что при заданном  $t$  вероятность, записанная в графах (столбиках), остается меньше

заданного значения допустимой вероятности  $P_k$ . Размер  $C$  определяет отношение пределов допускаемой погрешности метода измерения контролируемой величины  $\Delta_{пр}$  и допустимого отношения параметра  $\Delta_T$ :  $C = \Delta_{пр}/\Delta_T$ .

Для данного примера в графе для  $t = 1$  находим столбец, в котором наибольшее из значений вероятностей  $P(ГБ)$  и  $P(БГ)$  будет меньше заданного по условию значения вероятности (в данном случае заданное откорректированное значение вероятности равно 0,02). В рассматриваемом примере этому условию соответствуют значения вероятностей, находящиеся в первом столбце строки  $t = 1$  (обе вероятности меньше заданного значения:  $0,01169 < P_k = 0,002$ ;  $0,0125 < P_k = 0,002$ ). Во всех остальных столбцах, соответствующих этому значению  $t$ , указанное условие не удовлетворяется. Первому столбцу соответствует значение  $C = 0,1$ .

Подставив найденное значение  $C$  в уравнение (4), найдем значение предела допустимой погрешности  $\Delta_{пр} = C \cdot \Delta_T = 0,1 \cdot 0,002 = 0,0002 \text{ г/см}^3$ .

Проверим, удовлетворяет ли поставленным условиям методика выполнения измерения плотности, регламентированная стандартом на испытание данной продукции. В нем погрешность МВИ задана расхождением между двумя повторными определениями плотности молока, которое должно быть не более  $0,0005 \text{ г/см}^3$  для ареометров АМ и АМТ.

Для того чтобы сопоставить требуемую и гарантируемую МВИ точности измерения, следует привести их к одному виду. Погрешность МВИ, заданная расхождением между повторными пробами, может быть преобразована в оценку СКО метода  $S(x)$  на основании выражения:

$$S(x_{cp}) = d/Q(n, P) n^{-0,5}, \quad (11)$$

где  $d$  - максимальное расхождение между параллельными наблюдениями;  $n$  - число параллельных проб;  $Q$  - коэффициент, зависящий от  $n$  и доверительной вероятности  $P$  (для  $n = 2$  и  $P = 0,95$ ,  $Q = 2,77$ ). В данном примере оценка СКО метода  $S(x_{cp}) = 0,0005/2,77 \cdot 2 = 0,00013 \text{ г/см}^3$ , тогда оценка СКО одного наблюдения  $S(x) = S(x_{cp})n^{-0,5} = 0,00018 \text{ г/см}^3$ .

Границы доверительного интервала погрешности МВИ с вероятностью 0,95 будут:  $\Delta_{пр} = \pm 2S(x) = 2 \cdot 0,00018 = \pm 0,00036 \text{ г/см}^3$ .

Сопоставление полученного результата с требуемой погрешностью МВИ  $\Delta_{пр} = 0,0002 \text{ г/см}^3$  показывает, что рассматриваемый метод не может обеспечить требуемый уровень погрешности при приемке продукта.

Выходом из этого положения может быть увеличение допуска на погрешность или увеличение числа наблюдений при измерениях.

В [5] разработаны методики, которые позволяют при заданных значениях  $S_b$ ,  $\Delta_T$  и  $\Delta_{пр}$  по номограммам оценить вероятность неправильного заключения о выходе контролируемого параметра за допустимые пределы. Возможно и решение обратной задачи: по заданным значениям  $S_b$ ,  $\Delta_T$  и

вероятности неправильного заключения  $P_{из}$  найти предельную допустимую погрешность измерения  $\Delta_{пр}$  или оценку СКО метода  $S_M$ .

Рассмотрим на примерах возможность применения упомянутых номограмм для определения допустимой погрешности МВИ при контроле качества продукции.

**Пример 2.** Согласно стандарту в продукте массовая доля компонента А должна быть не менее 3,2 %. При этом погрешность МВИ массовой доли компонента задана для расхождения между двумя пробами, которая не должна превышать 0,1 %. Из опыта работы предприятия известно, что технологический процесс настроен на среднее значение массовой доли компонента А 3,3 %; при этом рассеяние относительно среднего характеризуется  $S_T = 0,05$  % (закон распределения нормальный).

Требуется оценить вероятность неправильного заключения, если погрешность измерения нормированного параметра и его рассеяние в процессе производства распределены по нормальному закону.

**Решение.** 1) Переведем в оценку СКО заданное расхождение между параллельными пробами, воспользовавшись формулой  $S(x_{cp}) = d/Q_{(n,p)}n^{-0,5}$   
 $S(x_{cp}) = 0,1/2,77 \cdot 2 = 0,026$  %.

2) Воспользуемся методикой, изложенной в [5], для чего вычислим вспомогательные величины:

относительную параметрическую погрешность измерения  $\eta_x = d/S_T$ ;

относительную допусковую погрешность измерения  $\eta_\delta = d/\delta$ ;

относительное значение допуска  $\eta = d/S_T$ , где  $d$  - максимальная погрешность измерения для нормального закона распределения [ $d = 3S(x_{cp})$ ];  $\delta$  - половина поля допуска;  $S_T$  - оценка СКО технологического процесса.

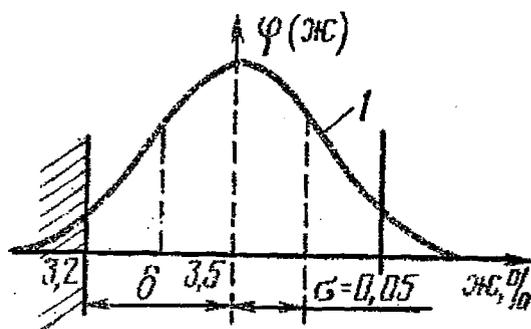


Рис. 3. Иллюстрация к решению примера 2: 1 - кривая нормального закона распределения значений технологического параметра в процессе производства;  $\sigma$  - СКО технологического параметра от среднего значения;  $\delta$  - половина поля допуска на отклонение технологического параметра от заданного значения.

Для нашего случая (односторонний допуск) следует принять (рис. 4)  $\delta = 3,3 - 3,2 = 0,1$  %. Тогда  $\eta_x = 0,026 \cdot 3/0,05 = 1,5$ ;  $\eta_\delta = 0,026 \cdot 3/0,1 = 0,78$ ;  $\eta = 0,1/0,05 = 2$ .

3) По номограмме (рис. 4) для точки пересечения  $\eta_x = 1,5$  и  $\eta_\delta = 0,78$  по правой шкале (односторонний допуск) находим  $P_{из} = 0,026 = 2,6$  %; аналогично для точек  $\eta_x = 1,5$  и  $\eta_\delta = 2$  находим  $P_{из} = 2,6$  %.

Пример 3. Для тех же исходных данных решим обратную задачу. Найдем допустимую СКО МВИ массовой доли компонента А  $S(x_{cp})$ , если допустимая доля неправильных заключений не должна превышать 1,5 % ( $P_{из} = 0,015$ ).

Решение. 1) Находим относительное значение допуска  $\eta = b/S_T = 0,1/0,05 = 2$

2) По номограмме (см. рис. 4) для точки пересечения кривой  $\eta = 2$  с горизонталью  $P_{из} = 0,015$  (правая шкала) находим  $\eta_x = 1,2$ .

3) Из формулы  $\eta_x = d/S_T$  находим максимальную погрешность измерения  $d = \eta_x \cdot S_T = 1,2 \cdot 0,026 = 0,0312$  %.

4) Найдем оценку СКQ МВИ массовой доли компонента А:  $S(x_{cp}) = d/3 = 0,0156$  %.

Полученное значение требуемой точности МВИ выше, чем гарантируемая погрешность по стандарту  $S(x_{cp}) = 0,026$  % (см. пример 2).

Повысить точность МВИ до требуемого значения  $S(x_{cp}) = 0,012$  % можно, перейдя к принципиально другому методу, либо путем увеличения числа параллельных проб при старом методе. Необходимое число параллельных проб можно найти из выражения:  $S(x_{cp}) = 0,1/2,77 n^{-0,5} = 0,0156$  %, откуда  $n = 5$ .

Пример 4. Решим задачу, поставленную в примере 2, с помощью методики, принятой в машиностроении [5]. Эта методика дает возможность определить вероятность выхода параметра за границы поля допуска ( $m, \%$ ) (рис. 5) и вероятность забраковки годной продукции ( $n, \%$ ) (рис. 6). Графики, приведенные на рис. 5 и 6, построены при следующих допущениях: рассеивание контролируемого параметра в технологическом процессе имеет нормальный закон распределения с предельной зоной рассеивания  $\pm \delta_{тех}$  ( $\Delta_{тех} = 3\delta_{тех}$ ); поле допуска продукции ограничено значениями  $\pm \delta_{изд}$  ( $2\delta_{изд} = \Delta_{изд}$ ), причем середина поля допуска совпадает с центром группирования (с математическим ожиданием) технологического рассеивания и  $\delta_{изд} < \delta_{тех}$  (рис. 7) погрешность метода измерения не имеет систематической составляющей и подчиняется либо нормальному закону распределения (сплошные линии на рис. 5, 6, предельное значение погрешности  $\pm \delta_{мет} = 3S_{мет}$ ), либо закону равной вероятности (штриховые линии на рис. 6, 7, предельное значение погрешности  $\pm \delta_{мет} = 1,73S_{мет}$ ). Буквой  $A_{мет}$  на графиках обозначен коэффициент, равный отношению оценки СКО метода  $S_{мет}$  ко всему полю допуска на принимаемую продукцию ( $\Delta_{изд} = 2S_{изд}$ ).

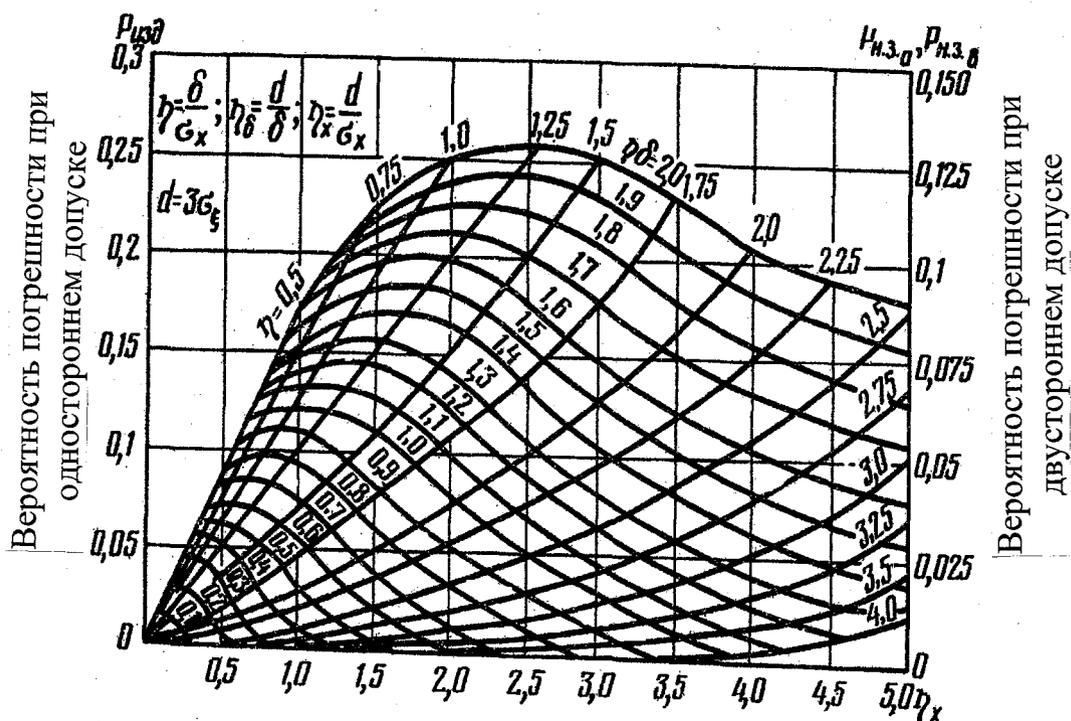


Рис. 4. Номограмма для определения вероятности неправильного заключения ( $P_{изз}$ ) для случая нормального закона распределения значений технологического параметра и погрешностей измерения

Решение. 1) Преобразуем условие задачи с односторонним допуском к использованию графиков (рис. 5, 6), рассчитанных на двусторонний допуск. Для этого предположим, что заданы номинальное значение жирности молока  $J_0 = 3,3 \%$  и предельные допустимые значения 3,2 и 3,4 %, т. е.  $\delta_{изд} = 0,1 \%$ ,  $\Delta_{изд} = 0,2 \%$  (рис. 7).

2) Найдем значения предельной зоны рассеивания технологического процесса  $\delta_{тех}$ , коэффициента точности метода  $A_{мет}$  и отношение  $\Delta_{изд}/S_{тех}$  (в примере  $S_{тех} = 0,05 \%$ ):  $\delta_{тех} = 3S_{тех} = 3 \cdot 0,05 = 0,15 \%$ ;

$$A_{мет}(\sigma) = \sigma_{мет}/\Delta_{изд} = 0,026/0,2 = 13 \%$$

$$\Delta_{изд}/\sigma_{тех} = 0,2/0,05 = 4.$$

3) По графикам, приведенным на рис. 5 и 6, находим ординаты точек пересечения сплошной кривой  $A_{мет}(\sigma) = 13 \%$  с перпендикуляром, восстановленным из точки 4 на оси абсцисс:  $m = 1 \%$ ;  $n = 4,5 \%$ .

4) Найдем вероятность неверных заключений  $P_{изз}$ , учитывая, что у нас односторонний допуск за условно введенную границу 3,4 % не будет приво-

дуть к погрешности, а вероятность неправильных заключений будет равна половине полученного результата:  $R_{из} = m + 0,5n = 5,5 \cdot 0,5 = 2,75 \%$ .

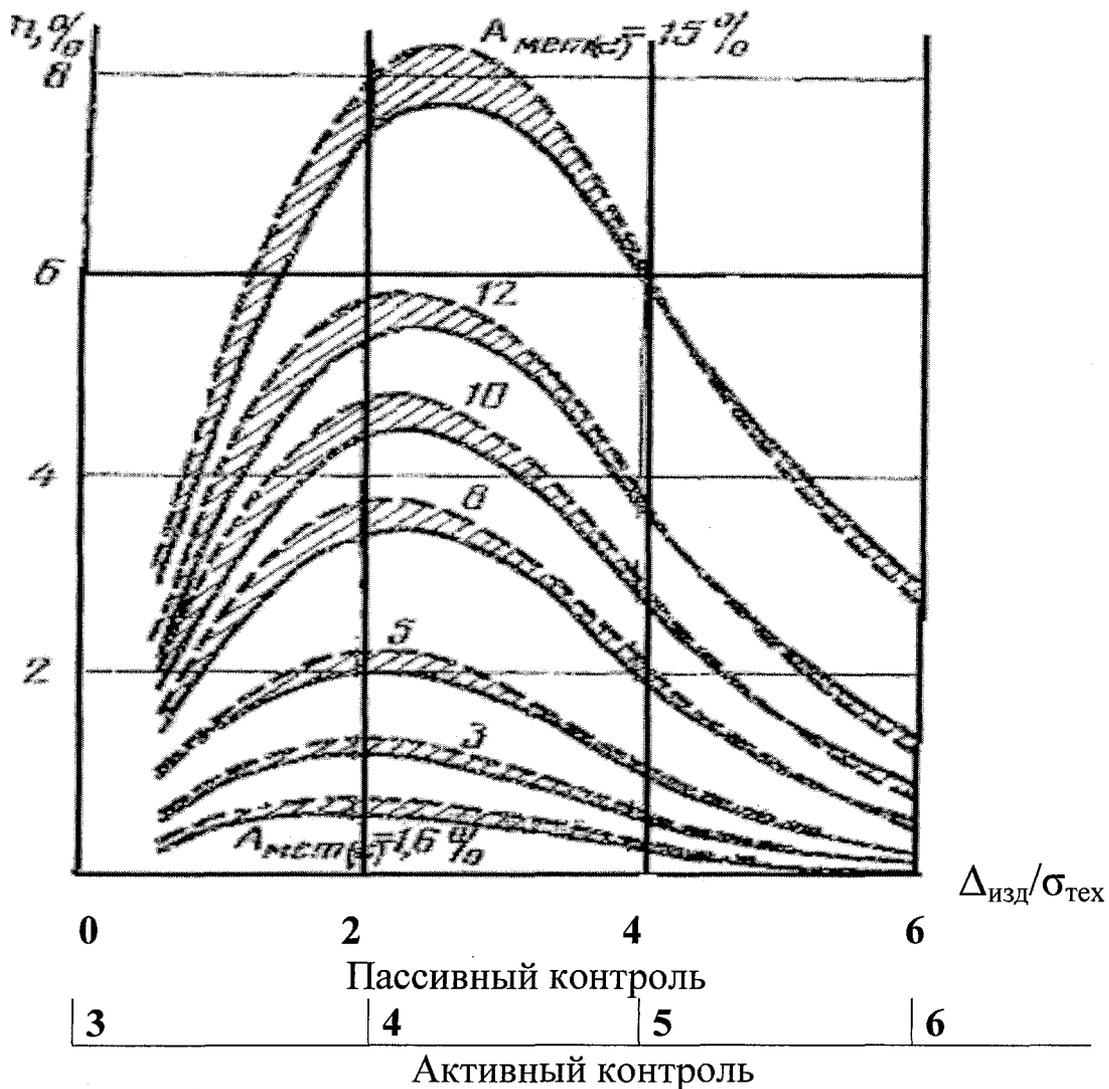


Рис. 5. Зависимость вероятности забраковки годной продукции  $p$  от соотношения допустимой погрешности изделия ( $\Delta_{изд}$ ) и технологической погрешности ( $\sigma_{тех}$ )

Сравнивая полученное значение с результатом, ранее найденным в примере 2, можно убедиться в равноценности обоих методов.

Пример 5. Условия задачи те же, что и в предыдущем примере, но отсутствуют сведения о  $S_{тех}$ .

Решение. 1) Находим значение коэффициента точности метода  $A_{мет}$ :  $(S) = 0,026 \cdot 100/2 = 13 \%$ .

2) По графикам, приведенным на рис. 4 и 5, выбираем методом проб значение абсцисс, соответствующее максимуму суммы  $m+n$  для кривых, соответствующих  $A_{мет}(S) = 13 \%$ , (для сплошных линий). В нашем случае отношение  $\Delta_{изд}/S_{тех}$ , соответствующее максимальному значению суммы  $m+n$ , будет равно 1,8.

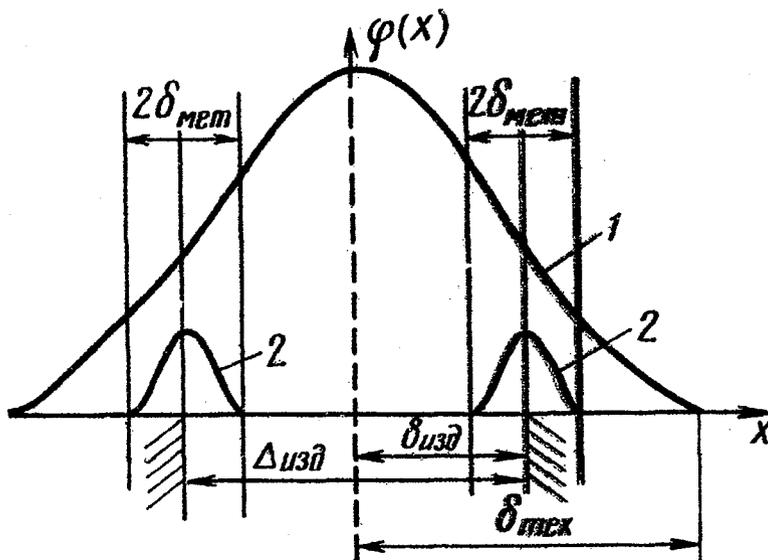


Рис.6. Иллюстрация к постановке задачи в примере 4:

1 – кривая распределения значений технологического параметра;

2 – кривая распределения значений погрешностей измерений;

$\Delta_{изд}$  – поле допуска продукции ( $\Delta_{изд}=2$ );

$\Delta_{тех}$  – предельная зона рассеивания технологического параметра;

$\Delta_{мет}$  – предельное значение погрешности измерений.

- кривая нормального закона распределения жирности различных партий пастеризованного молока;  $\delta_{изд}$  – предельное допустимое значение отклонения жирности молока от среднего значения  $\Delta_{мет}(S)$

3) Находим значения  $m = 4,0 \%$  и  $n=6,0 \%$ , соответствующие худшему сочетанию  $\Delta_{изд}$  и  $S_{тех} = 18 \%$ ; при  $A_{мет}(S) = 13 \%$ .

4) Находим вероятность неправильного заключения  $P_{из}$ , помня, что в нашем случае допуск односторонний:  $P_{из}=(m+n)0,5=(4,0+6,0)0,5=5,0 \%$ .

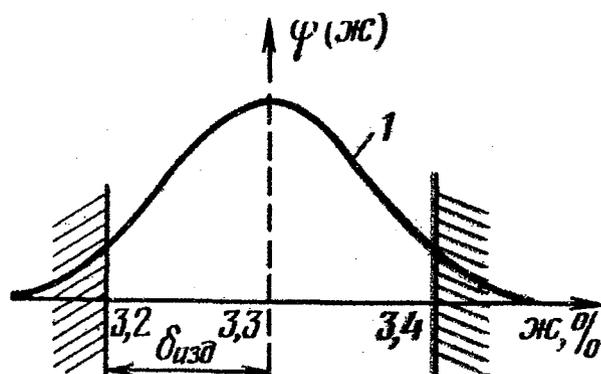


Рис. 7. Иллюстрация к решению примера 4:

- 1 – кривая нормального закона распределения жирности различных партий пастеризованного молока;
- $\delta_{изд}$  – предельное допустимое значение отклонения жирности молока от среднего значения

#### 4. ПРАВИЛА НАЗНАЧЕНИЯ НОРМИРОВАННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И ПОГРЕШНОСТЕЙ НА КОНТРОЛИРУЕМЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Любая нормативная документация, определяющая требования к готовой продукции, выражает эти требования через нормированные значения, предельно допустимые границы их варьирования (допуски) и погрешности их измерения. В ЦБП значения одних показателей качества ограничены снизу («массовая доля сухих веществ не менее... %»), других - сверху («массовая доля вредных веществ не более... %»), а иных - одновременно и снизу, и сверху («массовая доля влаги не менее... % и не более... %»).

Правила установления норм и допусков зависят от того, какой показатель качества нормируется - измеряемый (толщина полотна и т. п.) или не измеряемый (число дефектов лакового покрытия упаковки и пр.).

Важным этапом разработки продукции (изделия) и технических требований к нему (в том числе в форме стандарта) является установление допусков, которые могут быть обеспечены в процессе производства. На практике при решении этой задачи необходимо учитывать многие факторы.

В сущности каждый допуск является компромиссом между возможностями производства и издержками на его обеспечение. Меньшие допуски способствуют увеличению издержек производства и положительно влияют на процесс управления качеством, эксплуатационные характеристики. Большие допуски расширяют возможности производства, сокращают расходы материалов и трудозатраты и, вообще говоря, выражают тенденцию к сокращению издержек производства, т.е. снижению себестоимости изделия.

При контроле различных измеряемых физико-химических показателей качества продукции разработчики новых ее видов, устанавливая требования к продукции в стандарте или технических условиях, нередко пользуются в качестве норм расчетными значениями, найденными из рецептурных соотношений. Разработчик считает при этом, что предприятие обязано точно соблюдать нормы закладки компонентов продукта и при приемочном контроле гарантировать заданные рецептурные соотношения компонентов как для отдельных изделий, так и для партии в целом. Это ошибочное мнение. В природе не существует идеально однородного сырья, поэтому не может быть и идеально отлаженного производства, выпускающего абсолютно идентичные образцы изделий. На производственный процесс и его результаты воздействуют различные случайные, не поддающиеся контролю факторы, и поэтому отдельные образцы изделий разнятся в той или иной мере, несмотря на все усилия выдерживать заданную рецептурой закладку компонентов. Значения всех контролируемых показателей качества колеблются вокруг расчетного значения, причем обычно около половины образцов имеют значения показателя качества ниже, а около половины образцов - выше, чем это следует из рецептуры. Таким образом, если в качестве нормы оговорено расчетное значение, взятое из рецептуры, или среднее значение показателя, найденное при эксперименте или испытаниях опытной партии, то около половины всей произведенной продукции окажется формально не пригодной к поставке потребителям из-за несоответствия требованиям стандарта.

Следовательно, норма, устанавливаемая в стандарте, не должна равняться среднему или расчетному значению, а должна сдвигаться относительно него: в меньшую сторону - при контроле положительных свойств продукта (масса нетто фасованной продукции и пр.), и в большую - при контроле отрицательных свойств продукта (содержание нежелательных веществ и примесей и пр.). Вопрос о размере этого сдвига может быть решен только на основе методов математической статистики.

Формально решение его не представляет трудности, если воспользоваться понятием закона распределения случайной величины и таблицами интегральной функции данного распределения. Если известен вид закона распределения и его параметры, то устанавливаемая стандартом норма на контролируемый показатель должна выбираться из расчета, что она должна быть больше (или меньше) среднего значения на следующую величину:

$$\varepsilon = U_q \sigma , \quad (12)$$

где  $U_q$  - коэффициент, взятый из таблиц интегральной функции распределения контролируемого показателя для заданного значения  $q$ ;  $q$  - допустимая доля дефектных изделий по данному контролируемому показателю;  $\sigma$  - СКО, характеризующее средний разброс значений контролируемого показателя от образца к образцу изделия (или от пробы к пробе) в условиях нормального, отлаженного производства.

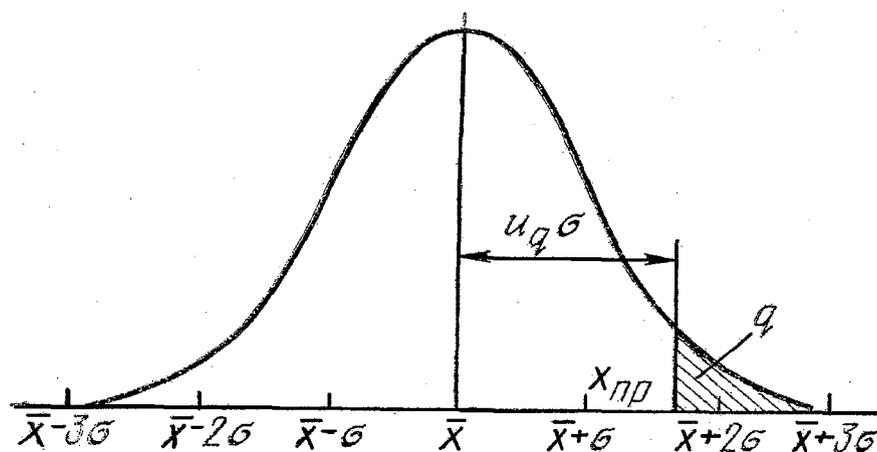


Рис. 8. Определение нормы при наличии случайного рассеяния контролируемого показателя

Если гарантируется соблюдение заданного значения контролируемого показателя не для индивидуальных образцов изделий, а только в среднем для партии, и проверка показателя осуществляется в объединенной пробе, то

$$\varepsilon_{cp} = U_q \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (13)$$

где  $n$  — число образцов, используемых для составления объединенной пробы или число точечных проб.

Таким образом, расчет норм и допусков может быть осуществлен, если известны значения  $\sigma$  и  $q$ .

Во многих отраслях промышленности при расчете норм и допусков обычно исходят из того, что принимают  $U_q=3$ , т. е. нормативные значения показателя относят на  $\pm 3\sigma$  от среднего значения; доля изделий серийного производства, не укладывающихся по своим показателям в эти пределы, составляет доли процента. В условиях производства при оценке качества наблюдается существенное варьирование значений показателей свойств от образца к образцу изделия, и использование трехсигмовых ( $\Delta = 3\sigma$ ) границ в качестве нормы привело бы к тому, что органолептические показатели продукта не удовлетворяли бы потребителя.

Приходится устанавливать более жесткие, чем  $3\sigma$ , допуски и соглашаться с наличием сравнительно высокой доли изделий, не укладывающихся в пределы допуска или нормы (рис. 8). Таким образом, значение коэффициента  $U_q$  следует выбирать в зависимости от допустимой доли дефектных изделий в партии. Размер же допустимой доли дефектных изделий  $q$  зависит от используемых правил приемки продукции при выборочном контроле. Значения норм или допусков на контролируемые показатели и допустимой доли дефектных изделий взаимосвязаны: можно задать жесткий допуск на контролируемый показатель и в правилах приемки предусмотреть достаточно

высокую вероятность приемки партий со сравнительно большой долей дефектных изделий, но можно также задать более льготный допуск и рассчитать правила приемки партии при выборочном контроле, основанные на соответствующем меньшем значении приемочного уровня дефектности.

В международной практике в настоящее время принято считать приемлемым наличие 6,5 % изделий, не отвечающих требованиям стандарта по основным химическим и физико-химическим показателям, поэтому при нормальном законе распределения значение  $U_q$  должно приниматься равным 1,51 в случае одностороннего и 1,84 - в случае двухстороннего допуска (см. табл. 2). Если применяются специальные правила приемки продукции, то, создавая одновременно стандарты видов «Технические требования» и «Правила приемки», можно варьировать свои решения относительно размера приемочного уровня дефектности  $q$  и коэффициента  $U_q$ , используемого при расчете норм и допусков. Ниже приведена зависимость коэффициента  $U_q$  от значения допустимой доли дефектных изделий  $q$ , являющаяся извлечением из таблиц интегральной функции нормированного нормального распределения.

Таблица 2

Значения коэффициента  $U_q = f(q)$

Допуск	$q, \%$							
	1	2	3	4	5	6,5	8	10
односторонний	2,33	2,05	1,88	1,75	1,64	1,51	1,41	1,28
двусторонний	2,58	2,33	2,17	2,05	1,96	1,84	1,75	1,64

Основная трудность, возникающая у разработчика стандарта вида «Технические требования», состоит в получении необходимой информации о степени варьирования различных показателей качества продукции при использовании того технологического оборудования и режимов его работы, какие указаны в технологической документации. Обычно такая информация априори отсутствует, или имеются только ориентировочные сведения относительно значений  $\sigma$ , точность которых недостаточна для расчета норм и допусков. Поэтому при изготовлении и испытаниях опытной партии новой продукции, предусмотренных ГОСТ 15.001-02, одной из задач является определение размера СКО как меры случайного варьирования контролируемых показателей качества продукции.

Вопрос о планировании и обработке данных этих испытаний не всегда решается однозначно. Дело в том, что производственные погрешности и внешние факторы, вызывающие колебания свойств готовой продукции, могут быть разделены на две категории: устранимые и неустраняемые. Задача разработчика норм и допусков на показатели качества продукции состоит в том, чтобы отдельно оценить степень варьирования свойств продукта, вы-

званного причинами, которые могут быть устранены при надлежащей организации производственного процесса, и причинами, устранение которых невозможно или экономически неоправданно, и затем в расчете норм учесть только характеристики варьирования, вызванные действием неустранимых причин.

Существуют различные приемы решения таких задач. Один из них состоит в использовании закона сложения дисперсий: дисперсия показателя, характеризующая его варьирование под влиянием нескольких независимых факторов, равна сумме дисперсий, характеризующих его варьирование, вызванное действием каждого из этих факторов в отдельности.

Поясним вышеизложенное на примере статистического анализа процесса фасовки жидкого продукта, осуществляемого на 8-позиционных автоматах с объемными дозаторами. Обслуживающий автоматическую линию рабочий - оператор систематически проводит контрольное взвешивание одного образца и на основе полученной информации осуществляет регулировку объема одновременно всех восьми дозаторов.

Таблица 3

Статистические характеристики процесса фасовки жидкого продукта

Статистические характеристики	Номер подналадки автомата					
	1	2	3	4	5	6
Количество измерений	17	15	25	21	15	18
Среднее значение массы нетто единицы упаковки, г	121,6	119,2	121,1	120,1	120,6	122,1
Оценка СКО массы нетто $S_i$ , г	1,28	1,24	1,21	1,22	1,22	1,22
Усредненная оценка СКО $S$ , г	1,23					
Оценка СКО, рассчитанная по результатам всех опытов, $S_{об}$ , г	1,59					

В специально проведенном эксперименте определялась масса нетто образцов; фиксировались моменты подналадки автомата; проводился пассивный эксперимент, т. е. исследователь не вмешивался в ход технологического процесса, и получаемая им информация не выдавалась оператору для осуществления подналадки. Результаты эксперимента после их статистической обработки представлены в табл. 3.

Сопоставление полученных средних арифметических значений массы нетто образцов при разных подналадках автомата, проведенное с помощью  $t$ -критерия, показывает, что средние значения разнятся значительно. Это говорит о том, что действия оператора вносят существенный вклад в картину варьирования массы нетто образцов. Следовательно, если рассчитать оценку СКО массы нетто образцов по данным всех 111 выполненных измерений, то полученное значение ( $S_{об}=1,59$  г) будет характеризовать рассеяние контролируемого показателя не только вследствие влияния различных не поддающихся

контролю факторов, но и вследствие необоснованного и неправильного вмешательства рабочего-оператора в ход процесса. Степень случайного варьирования массы нетто, вызванного только ограниченной точностью работы фасовочного автомата, будет ниже: судя по данным табл. 3, оценка СКО, характеризующее это случайное рассеяние, находится в пределах (1,21 - 1,28) г. Можно найти его усредненную оценку по формуле:

$$\bar{S} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [S_i^2 (n_i - 1)]}{\sum_{i=1}^N (n_i - 1)}}, \quad (14)$$

где  $N$  - число опытов;  $S_i$  - значение оценки СКО, полученное в  $i$ -м опыте;  $n_i$  - число измерений массы нетто в  $i$ -м опыте.

В данном случае  $\bar{S} = 1,23$  г.

Используя закон сложения дисперсий, можно найти значение СКО массы нетто, характеризующее ее варьирование, вызванное действиями рабочего-оператора:

$$S = \sqrt{S_{об}^2 - \bar{S}^2}. \quad (15)$$

Прежде чем осуществлять расчет, необходимо убедиться в том, что полученные значения  $S_{об}$  и  $S$  разнятся значимо. Проверка, осуществленная с помощью F-критерия, подтверждает это:  $F = S_{об}^2 / S^2 = 1,67 > F_{кр} = 1,35$  (для уровня значимости  $\alpha=0,05$ ). Таким образом, рассеяние, вызванное ошибками при настройке:  $S_n = \sqrt{1,59^2 - 1,23^2} = 1,00$  г.

Это рассеяние можно уменьшить, если проводить регулировку объема дозаторов точнее, руководствуясь результатами измерения массы нетто не одного, а, скажем, 10 образцов. При этом  $S'_n = S_n / \sqrt{10} = 0,32$  г, и суммарное рассеяние массы нетто образцов будет характеризоваться следующим значением:  $S_{об} = \sqrt{\bar{S}^2 + (S'_n)^2} = \sqrt{1,12^2 + 0,32^2} = 1,27$  г.

Возникает также вопрос: не может ли быть улучшено положение дел за счет более точного установления объема отдельных дозаторов? Для решения его проводился отбор образцов одновременно от всех восьми позиций автомата, и по результатам 15 измерений было найдено среднее значение массы нетто образцов (в г). Значения массы, отмеренной каждым из дозаторов: 120,1; 119,9; 120,5; 120,2; 120,6; 120,3; 120,5; 120,4 г. Если сопоставить с помощью t-критерия наиболее разнящиеся значения средней массы нетто, то окажется, что наблюдавшаяся разница в средних значениях статистически

$$\text{незначима: } t = \frac{x_5 - x_2}{S} \sqrt{\frac{n-1}{2}} = \frac{120,6 - 119,9}{1,23} \sqrt{\frac{14}{2}} = 1,50 \leq t_k = 2,98 \text{ при } \alpha = 0,01.$$

Таким образом, разница в дозах отдельных дозаторов несущественна.

Поэтому при расчете норм на массу нетто данного продукта значение оценки СКО следует принять равным  $1,27 \approx 1,3$  г (коэффициент вариации  $v = 1,1$  %).

Существует другой метод проведения эксперимента, позволяющий определить характеристику рассеяния контролируемого показателя, связанного только с ограниченной точностью работы технологического оборудования на данной технологической операции - метод мгновенных выборок. Сущность его состоит в том, что для испытаний отбираются небольшие серии изделий, изготовленных за короткий промежуток времени, в течение которого не успевает проявиться действие «внешних» случайных факторов. Если эти внешние процессы достаточно инерционны, а производительность оборудования велика, то в мгновенную выборку могут быть включены несколько десятков изделий или проб, и интересующее нас значение оценки СКО контролируемого показателя может быть непосредственно найдено по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}. \quad (16)$$

Если же инерционность «возмущающих» процессов и производительность оборудования малы, то мгновенные выборки должны представлять собой два или несколько образцов; в этом случае значение оценки СКО следует рассчитывать через размах по формуле:

$$S = \frac{R}{d_n} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{d_n}. \quad (17)$$

Рассмотрим применение метода мгновенных выборок на примере статистического анализа процесса фасовки пасты в банки вместимостью 0,5 л на двухпозиционных автоматах с объемными дозаторами, за работой которых наблюдает рабочий-оператор. Проводился пассивный эксперимент, в котором не участвовал оператор. Измеряли массу нетто образцов, отобранных через равные промежутки времени в процессе работы автомата от подналадки до остановки его оператором.

Было установлено, что коэффициент вариации измеренных значений массы нетто составляет около 3,5 %. Очевидно, эта точность дозирования неудовлетворительна, так как действующий стандарт на фасовку продукта требует, чтобы отклонение массы нетто в отдельных банках не превышало  $\pm 3$  % от номинального значения. Если коэффициент вариации массы нетто равен 3,5 %, то доля изделий, не укладываемых в пределы двухстороннего допуска, составляет 39 % (при  $U_q = 0,030/0,035 = 0,86$ ;  $q=0,39$ , см. табл. 4), в то

время как правилами приемки, оговоренными в стандартах, допускается только 6,5 % образцов, не соответствующих установленным нормам.

В связи с этим возникает вопрос о том, в какой мере варьирование измеренных значений массы нетто связано с ограниченной точностью работы автомата дозирования, в какой мере - с колебаниями плотности продукта при существующих технологических допусках на предыдущих операциях изготовления продукта и в какой мере - с нарушениями требований технологии.

Для получения ответа проводились измерения массы нетто образцов в 14 мгновенных выборках, отобранных каждая в течение небольшого промежутка времени работы автомата, когда рабочие, обслуживающие оборудование, не проводили каких-либо корректировок процесса. Результаты статистической обработки данных 745 измерений приведены в табл. 4.

Таблица 4

Статистические характеристики процесса фасовки пасты

Номер серии опытов	Число измерений	Среднее значение массы нетто, г	Оценка СКО массы нетто, г	Номер серии опытов	Число измерений	Среднее значение массы нетто, г	Оценка СКО массы нетто, г
1	38	276	8,1	8	59	288	5,8
2	41	282	7,7	9	49	277	6,2
3	43	282	6,4	10	59	278	6,8
4	67	286	7,1	11	51	278	6,6
5	59	295	6,4	12	50	291	8,0
6	56	283	7,8	13	51	283	5,8
7	66	284	7,5	14	56	286	7,6
Усредненные результаты						283,8	7

Таким образом, оценка СКО значений массы нетто, связанная только с ограниченной точностью автомата дозирования, составляет 7 г, или 2,5 %.

Следовательно, оценка СКО, характеризующая степень варьирования значений массы нетто вследствие колебаний технологических режимов на предыдущих этапах производственного процесса, является довольно значительным:  $S_n = \sqrt{3,5^2 - 2,5^2} = 2,4$  %.

Можно провести некоторые оценочные расчеты, позволяющие выяснить обоснованность существующих технологических допусков на режимы изготовления пасты. Колебания плотности продукта вызваны варьированием, например, температуры продукта перед фасованием и содержания растворимых сухих веществ. Известно следующее уравнение связи между плот-

ностью данной пасты  $\rho$  (г/см<sup>3</sup>), ее температурой  $t$  (в °С) и массовой долей растворимых сухих веществ  $C_{mm}$  (в %):

$$\rho = 1,007 + 4,74 \cdot 10^{-3} C_{mm} - 5,10 \cdot 10^{-4} t. \quad (18)$$

Согласно требованиям технологической документации температура пасты, поступающей на фасовку, может колебаться в пределах  $\pm 2$  °С, а массовая доля растворимых сухих веществ - в пределах  $\pm 2$  %, в результате чего плотность пасты может изменяться в пределах 1 %, т. е. коэффициент вариации массы нетто, характеризующий эту изменчивость, составит около 0,4 %. Следовательно, технологические допуски являются в достаточной мере жесткими, и наблюдаемое на практике существенное варьирование массы нетто единиц упаковки - это главным образом результат нарушений технологии.

В расчете норм на массу нетто следует исходить из значения коэффициента вариации 2,6 %. При этом двухсторонний допуск на массу нетто, рассчитанный из условия, что доля брака по массе нетто не должна превышать 6,5 %, должен быть равен  $\pm 5$  %. Отметим, однако, что при установлении требований к массе нетто продуктов в стандарте целесообразно ограничивать только минимальное значение, так как потребитель не будет возражать против получения излишков продукта. В таком случае в стандарте должно быть записано: «Масса нетто единицы упаковки не должна отличаться от указанной на этикетке более чем на минус 4 %».

Сведения о точностных характеристиках технологического оборудования можно получить не только из результатов дисперсионного анализа или из результатов эксперимента с мгновенными выборками, но также и из технической документации на оборудование. Например, для дозирования данной пасты используются автоматы, выпускаемые по ГОСТ 21253—75. Этот стандарт устанавливает требования к точности дозирования, определяемой по формуле:

$$\frac{X_{max} - X_{min}}{X_{max} + X_{min}} < 3 \%, \quad (19)$$

где  $X_{max}$  и  $X_{min}$  — максимальное и минимальное значения массы дозы в ряду из 6 измерений (отбирают по 3 банки от каждого из двух дозаторов).

Если принять во внимание, что  $X_{max} - X_{min} = R$ , а размах  $R$  связан с оценкой СКО  $S$  соотношением  $R = 2,53S$  для  $n = 6$ , а также, что  $X_{max} + X_{min} \approx 2X$ , то из выражения (19) получаем  $2,53S/2x = 1,267$ ;  $v \leq 3$  %, откуда  $v \leq 2,4$  %. Найденное значение коэффициента вариации практически совпадает со значением, полученным в эксперименте с мгновенными выборками.

В рассмотренных примерах не принималось во внимание рассеяние значений контролируемого показателя, вызванное случайными ошибками измерения, поскольку погрешность измерения массы была на порядок меньше, чем производственная погрешность. Обычно к средствам измерений и контроля предъявляется следующее общее требование: их основная погреш-

ность должна быть не больше  $1/10 \div 1/6$  поля допуска. Если же требуемую точность измерения контролируемого показателя невозможно реализовать в средствах измерения или в методе анализа, то приходится корректировать границы допуска.

Например, в пищевой и перерабатывающей промышленности при контроле основных физико-химических показателей качества продукта погрешность анализа обычно составляет заметную долю интервала допускаемых значений контролируемого показателя. Это обстоятельство приходится учитывать при назначении норм и допусков: если оговаривается содержание веществ, определяющих вкусовые свойства продукта, то нормируемое значение должно быть меньше среднего на величину  $U_y\sigma$ , когда в технической документации устанавливается наименьшее значение показателя (массовая доля растворимых сухих веществ, сахара, жира, витаминов и т. п.), и больше среднего на величину  $U_y\sigma$ , когда в технической документации определяется наибольшее допустимое значение показателя (массовая доля влаги, спирта, осадка в соках и пр.). Если же предусмотрен двухсторонний допуск (на содержание поваренной соли, общую кислотность и т. п.), то поле его должно быть сужено по сравнению с тем, что вытекает из требований органолептики, на величины  $U_{y1}\sigma$  и  $U_{y2}\sigma$ . Здесь  $\sigma$  - СКО, характеризующее рассеяние получаемых значений контролируемого показателя из-за случайной погрешности выбранного метода химического анализа или измерений и погрешности отбора проб, т. е. недостаточной представительности пробы;  $U_y$  - коэффициент, который берется из таблиц интегральной функции распределения;  $y$  - вероятность ошибочной забраковки годной партии, в которой среднее значение исследуемого показателя точно равно значению, которое вытекает из рецептурных соотношений. В случае двухстороннего допуска  $Y=Y_1+Y_2$ ) (рис.9).

В некоторых случаях поле технологического допуска оказывается слишком узким или нормы, рассчитанные указанным способом, оказываются неприемлемыми с точки зрения обеспечения необходимых вкусовых или питательных достоинств продукта.

Здесь потребуется снижение значения  $\sigma$ , т. е. случайного рассеяния контролируемого показателя, вызванного погрешностью анализа. Снижения рассеяния значений можно достичь либо путем увеличения числа точечных проб, используемых при составлении объединенной пробы для анализа, либо путем увеличения числа параллельных определений при анализе, либо путем замены существующего метода контроля более точным. Выбор стратегии обычно диктуется экономическими соображениями. Соотношение между новым  $\sigma_1$  и старым  $\sigma_0$  значениями СКО при расчете норм и допусков может быть найдено расчетным путем, если известны значения погрешности при отборе проб и анализе:

Если разрабатываются нормы содержания в продукте нежелательных веществ, то следует брать за основу расчета не размер риска забраковки год-

ной партии, а значение риска приемки партии неудовлетворительного качества. Если речь идет о контроле веществ, вредных для здоровья человека, этот риск должен выбираться небольшим. Устанавливаемое в стандарте или технологической инструкции значение контролируемого показателя должно быть меньше значения, безопасного для здоровья, на величину  $U_\gamma \sigma_{ан}$ , где  $U_\gamma$  - коэффициент, который берется из таблиц интегральной функции распределения;  $\gamma$  - допустимый риск ошибочной приемки партии, в которой значение контролируемого показателя выше норм безопасности;  $\sigma_{ан}$  - СКО, характеризующее случайную погрешность способа контроля, включающую ошибку при отборе проб и ошибку измерений.

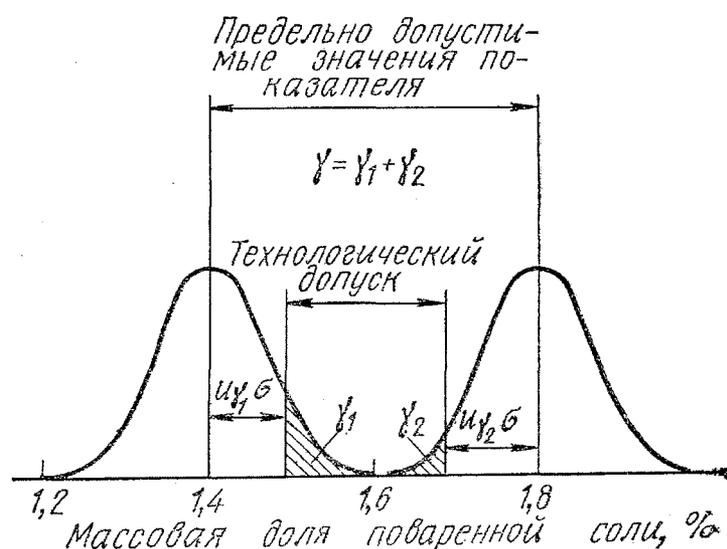


Рис. 9. Определение допуска при наличии случайного рассеяния контролируемого показателя

Информация о размере СКО, характеризующего случайную погрешность метода измерений, может быть получена из данных стандарта на метод измерений. В пищевой и перерабатывающей промышленности принято задавать характеристику случайной погрешности метода измерений через значение допустимого расхождения между двумя параллельными определениями. Если воспользоваться сведениями о доверительном интервале для размаха, то можно найти, что в случае двух параллельных наблюдений и достоверности  $P=0,95$  размах, т. е. указанное в стандарте значение  $A$ , равен  $2,77S_{ан}$ , откуда несложно найти значение  $\sigma_{ан}$ , а также определить значение случайной погрешности измерений:  $\Delta x = U_\gamma S_{ан} / \sqrt{n}$ , где  $U_\gamma = 1,96$  при двухстороннем и  $U_\gamma = 1,64$  при одностороннем критерии и достоверности  $0,95$ ,  $n$  — число параллельных определений (обычно  $n = 2$ ).

Если в стандарте на метод измерения какого-либо показателя качества указано, что относительное расхождение между двумя параллельными наблюдениями не должно превышать 2 %, то это значит, что коэффициент вариации, характеризующий случайную погрешность измерений, равен  $U_{\text{изм}}=2/2,77=0,72$  %, а относительная случайная погрешность измерений  $\Delta x = (1,64 \cdot 0,72)2^{-0,5} = 0,84$  %.

## 5. УСТАНОВЛЕНИЕ ДОПУСТИМЫХ НОРМ ТОЧНОСТИ

Допуск может быть задан (определен) для отдельных образцов продукции или для среднего арифметического значения показателя качества, полученного из контролируемой выборки объемом  $n$ . В первом случае границы допуска будем обозначать  $T_{\text{н}}$  (нижняя) и  $T_{\text{в}}$  (верхняя), во втором -  $L_{\text{н}}$  и  $L_{\text{в}}$  соответственно. Всегда  $T_{\text{в}} > T_{\text{н}}$  и  $L_{\text{в}} > L_{\text{н}}$ .

Допустимый размах значений контролируемых технологических параметров характеризует границы, в пределах которых возможно изменение значений параметров без существенного влияния на соответствующие показатели качества продукции или эффективность производства. Он определяет вероятность забраковки готового изделия или сырья при контроле.

Чтобы уменьшить количество годных изделий, забракованных из-за погрешности измерения при контроле качества, необходимо стремиться расширить поле допуска  $\Delta_0$ , т. е. обеспечить гарантированный допуск из условия требуемого значения *риска изготовителя*. Одновременно, чтобы уменьшить количество негодных изделий, признанных годными из-за тех же причин, необходимо это поле допуска возможно более сузить, т. е. обеспечить гарантируемый допуск из условий требуемого значения *риска заказчика*.

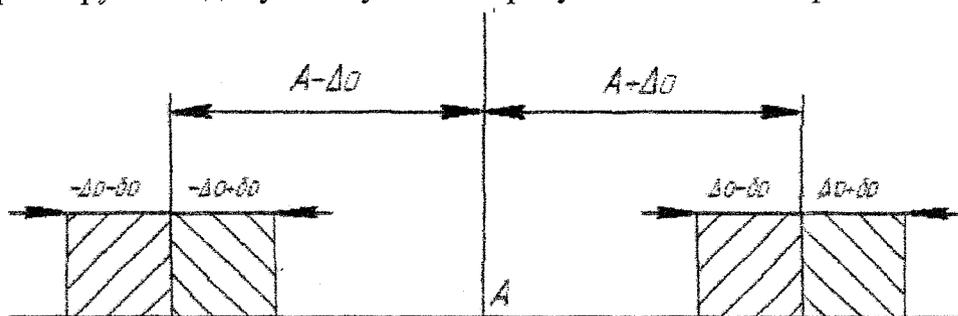


Рис. 10. Характеристики поля допуска

Обычно требуемая точность измерения параметра продукции задается *допуском*, т. е. пределом, внутри которого допускается отклонение значений параметра от номинального значения. Характеристики поля допуска определяют его положение относительно номинального значения  $X_{\text{н}}$  параметра  $X$ , что иллюстрирует рис. 10.

Выбор характера нормы точности (двухсторонняя или односторонняя) должен основываться на следующем.

При показателе качества, имеющем нормальное распределение, должны устанавливаться два предела: верхний и нижний. Исключение могут составлять только случаи, когда потребители не заинтересованы в строгой однородности продукции, а нуждаются только в том, чтобы показатель обязательно превышал определенный минимум  $T_m$  («не менее»). Если показатель качества по своему физическому смыслу и свойствам продукции имеет распределение, характерное для существенных положительных величин (например, содержание вредных примесей, остаточной влаги и др.), с коэффициентом вариации  $v > 0,25$ , то должна устанавливаться односторонняя норма  $T_b$  («не более»); при  $v < 0,25$  распределение таких величин может считаться достаточно близким к нормальному и ограничиваться двумя пределами.

Для действующих технологических процессов значения допустимого размаха могут быть получены из технологического регламента или технологической инструкции на данный процесс. В случае разработки новых процессов или при необходимости уточнения ранее установленных значений технологических параметров значения допустимых границ точности устанавливаются четырьмя способами: расчетным, статистическим, экономическим и экспертным.

### 5.1. Расчетный способ

Сущность этого способа заключается в теоретическом и при необходимости экспериментальном исследовании технологической цепочки взаимосвязанных параметров, представляемых как косвенные измерения. Это сравнительно сложный путь, требующий хорошего знания объекта измерения. Однако в ряде случаев, прежде всего при разработке нового оборудования или процесса, он является единственно возможным с точки зрения надежности получаемой информации. Расчетный способ может основываться на двух приемах:

1. Когда известна функциональная зависимость измеряемого параметра от отклика (например, от одного из параметров готовой продукции), допустимую погрешность можно определить дифференцированием этого уравнения или по тангенсу угла наклона кривой, построенной по этому уравнению в требуемой точке или области.

Так, абсолютная погрешность, исходя из экспериментально полученных уравнений зависимости плотности от температуры для некоторого продукта А в интервале значений температуры (50... 100) °С  $\rho = 1110 - 0,72t$  и продукта Б в интервале значений температуры (30... 70) °С  $\rho = 1228 - 0,63t$ . Получаем, что абсолютная погрешность измерения плотности связана с абсолютной погрешностью измерения температуры соотношениями  $\Delta\rho = 0,72\Delta t$

и  $\Delta_p = 0,63\Delta t$  соответственно. Отсюда, принимая (для примера), что относительная погрешность объемного дозирования продукта А может быть равна  $\delta_p = \pm 1 \%$ , получаем предельно допустимое значение абсолютной погрешности измерения температуры:  $\Delta t \leq \delta_p / 0,72 = 0,01 \cdot 1200 / 0,72 = \pm 16,6 \text{ }^\circ\text{C}$  в первом случае и  $\Delta t \leq 0,01 \cdot 1200 / 0,63 = \pm 19,1$  во втором.

Из этих результатов примем обобщенное «с запасом»  $\Delta t = \pm 10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Если такая зависимость носит существенно нелинейный характер, то получаемое решение неоднозначно: в разных точках диапазона измерения допустимая погрешность будет неодинаковой. В таком случае требуется либо ограничить диапазон значений измеряемой величины, в пределах которого погрешность будет постоянной, либо установить поддиапазоны с различными значениями допустимой погрешности (если недопустимо за норму принять максимальное для всего диапазона значение погрешности).

**Пример.** При разработке непрерывного способа обогащения коньячного спирта дубильными веществами получена показанная на рис. 11 зависимость массовой концентрации дубильных веществ от продолжительности процесса экстракции. В случае достижения максимального обогащения  $C_m = (800 - 1200) \text{ мг/дм}^3$  время экстракции следует фиксировать весьма жестко (с предельной абсолютной погрешностью в 1 - 2 мин). Если же считать приемлемой  $C_{mv} = (300 - 400) \text{ мг/дм}^3$ , то погрешность фиксации продолжительности процесса может быть увеличена в несколько (3-5) раз.

Если зависимость носит многопараметрический характер, решение этой задачи опирается на частные производные функции по каждому аргументу.

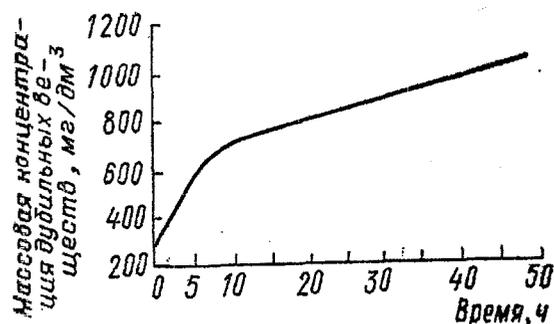


Рис.11. Зависимость массовой концентрации дубильных веществ от продолжительности времени экстракции

2. Расчет последовательного ряда формирующихся погрешностей на основе правил расчета погрешности результата косвенных измерений. Такой путь может быть использован при материальном балансе и для метрологического анализа технологического процесса в целом. На основании этого рас-

чета создается возможность не только установить допустимые нормы точности входящих в эту цепочку параметров, но и определить оптимальную номенклатуру контролируемых параметров, а также установить допустимые расхождения прихода и расхода при подведении материального баланса производства.

Суть этого приема расчетного способа состоит в представлении анализируемого технологического процесса в виде блок-схемы, элементы которой соответствуют определенным стадиям технологического процесса. Каждый такой элемент включает входящие и исходящие воздействия со своими измеряемыми параметрами. Для этого необходимо знать коэффициенты преобразования на каждой стадии, т. е. функциональную связь входных и выходных параметров.

При этом следует различать допустимый диапазон изменения контролируемого параметра и допустимую погрешность его измерения, хотя в определенных случаях они могут совпадать. Возможна и ситуация, когда погрешность оказывается шире, чем возможные колебания значения измеряемого параметра. Естественно, в последнем случае отпадает необходимость в его измерении. При этом возможно либо принять значение параметра постоянным и равным среднему значению, либо в определенных условиях вообще этот параметр считать равным нулю. В первом случае погрешность будет равна полуширине интервала возможных значений (случайная погрешность). Во втором, кроме названной случайной составляющей погрешности, возникает еще и систематическая погрешность, равная среднему значению величины, или только систематическая, равная максимальному значению данного параметра.

Этот способ применим, главным образом, для определения допустимых норм точности основных технологических параметров, параметров качества и параметров, участвующих в материальном балансе.

## 5.2. Статистический способ

Сущность статистического способа состоит в том, что допустимые границы погрешности рассчитывают по экспериментальным данным, полученным при исследовании конкретного параметра объекта измерения или средства измерения (воспроизведения) данного параметра (например, дозатора). Такой путь дает достаточно надежную количественную информацию, однако требует проведения сравнительно большого объема исследований, особенно если требуется установить норматив для типового оборудования или совокупности выпускаемой продукции. В этих случаях исследованию подлежит не одна, а определенная группа наиболее представительного в данном случае оборудования.

Например, для установления допустимой погрешности дозирования пастообразного продукта в крупную тару (короба, бочки) были экспериментально получены статистические значения массы нетто при всех видах тары на используемых предприятиями четырех типов дозирующих устройств. По полученным этим способом данным возможны следующие выводы:

- полученное значение погрешности является показателем наилучшего состояния, а потому может быть принято в качестве допустимой нормы точности для данного параметра;
- необходимость создать иное, более совершенное средство измерения (дозирования).

### 5.3. Экономический способ

В основе *экономического* способа лежит зависимость экономических расходов на измерения от точности получаемого результата и ожидаемой от этого прибыли [6].

При этом может быть использован метод максимума экономической эффективности, сущность которого состоит в измерении эффективности на основе сопоставления затрат с результатом в виде их алгебраической суммы. С помощью этого метода можно не только установить, являются ли затраты на технологический контроль оправданными (т. е. является ли технический контроль экономически эффективным), но и найти область (множество точек) экономически эффективных значений параметров технологического контроля качества продукции.

Модель этого метода предполагает исследование экономических показателей технического контроля в зависимости от основной характеристики достоверности контроля - вероятности ошибочных решений, которая равна сумме рисков изготовителя и потребителя. Последние могут быть выражены через функции погрешностей измерений. Это значит, что требования к точности измерений при контроле могут устанавливаться, исходя из заданного на основе экономического критерия значения вероятности ошибочных решений при контроле. Таким образом, этот метод позволяет рассматривать недостатки контроля изолированно от конструктивных и технологических недостатков продукции. Кроме того, требуемая точность измерений при контроле качества находится по оптимальному значению вероятности ошибочных решений, соответствующему максимальной экономической эффективности технологического контроля продукции.

На рис. 12 показана гипотетическая зависимость затрат на технический контроль качества продукции от погрешности измерений при контроле. Функция суммарных экономических затрат (кривая 1) получена как результат алгебраического сложения функции затрат на измерения (кривая 2) и функции экономической эффективности от его проведения (кривая 3).

Кривая 1 имеет асимптотический характер и возрастает при малых значениях погрешности  $P_0$ , так как никакой, даже самый дорогостоящий контроль не позволяет добиться вероятности ошибочных решений, равной нулю.

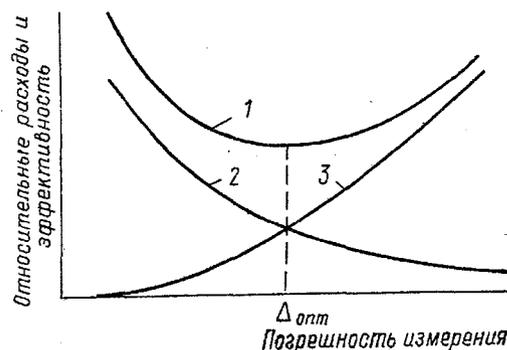


Рис. 12. Зависимость экономических затрат при измерениях от погрешности:

1 — функция суммарных потерь и затрат; 2 — функция затрат на измерения; 3 — функция экономической эффективности от измерений

Экстремальный характер суммарной кривой 1 позволяет оптимизировать значение погрешности измерения  $\Delta_{\text{опт}}$  при контроле по максимуму показателя экономической эффективности технического контроля. При обычном наличии ограничений неэкономического характера вероятность ошибочных решений, обуславливающая требуемую точность измерений, должна находиться в границах области экономически эффективных значений.

Экономический эффект от проведения технического контроля представляет собой предотвращенные убытки, выражающиеся в виде сокращения потерь, которые возникают, если контроль не проводится. К ним относятся убытки:

- от брака в случае, если брак продукции не предупреждается по причине неконтролируемости параметров производственного процесса;
- от фиктивного брака, возникающего в случае, когда годная по данным контроля продукция признается не соответствующей требованиям по причине ошибок контроля;
- от необнаруженного брака, возникающего в том случае, когда бракованная продукция признается годной либо в результате неудовлетворительного контроля, либо из-за полного его отсутствия.

Для определения убытков у изготовителя, возникающих по причине неудовлетворительного контроля, важно знать их состав. Убытки от фиктивного брака включают затраты на исправление якобы забракованной продукции

и повторный ее контроль, если брак исправимый, или затраты, соответствующие технологической себестоимости, если брак неисправимый.

Состав и размер затрат на контроль предотвращенных убытков у изготовителя и потребителя при повышении его действенности зависят от специфики выпускаемой продукции, сложившихся технико-экономических и организационных условий ее производства. Поэтому модель оптимизации должна строиться для конкретных видов продукции.

#### 5.4. Экспертный способ

Сущность *экспертного* способа состоит в следующем. Специалист-эксперт (при необходимости группа экспертов), исходя из опыта, определяет возможные границы изменения значений данного параметра, при которых в допустимых пределах (или несущественно) изменяется режим технологического процесса или качество продукции. Эти границы и принимают за предельно допустимое значение погрешности измерения данного параметра, при возможности вводя некоторый запас «прочности».

Этот метод в некоторых случаях оказывается единственно приемлемым. Так, экспертный метод был использован для установления допустимых норм точности дозировки компонентов ароматизаторов для маргарина. Для этого, исходя из принципа максимизации погрешности и попытки использовать объемные способы дозирования компонентов, входящих в ароматизаторы, были приготовлены образцы некоторых из них, в каждом из которых все компоненты имели номинальную массовую долю, а один (с последовательным перебором) на 10 % больше или меньше. Из этих образцов были приготовлены образцы маргарина, представленные дегустационной комиссии. Поскольку ни один из членов комиссии эти образцы не распознал, то это позволило принять в качестве нормы погрешность  $\pm 5\%$  (введен запас точности, равный 2) и тем самым реализовать объемный способ дозирования (взамен первоначально предполагавшегося более точного, но существенно и более сложного - весового).

#### 5.5. Общие положения выбора точности измерения

Иногда создается мнение, что измерения организованы и выполнены тем лучше, чем точнее полученный результат измерения. Но при этом обычно не учитывается тот факт, что с повышением точности результата экономические затраты увеличиваются в квадратичной зависимости, а также значительно возрастают социальные трудности и временные издержки. Но измерения должны быть экономически выгодными или социально необходимыми. Для сферы производства общие требования к точности измерения могут быть сформулированы следующим образом: сумма стоимости потерь из-

за погрешности измерения и затрат на измерения с данной точностью должна быть минимальной.

С этой позиции измеряемые параметры целесообразно разделить на три группы:

- параметры, определяющие режим технологического процесса;
- технологические параметры, имеющие вспомогательное значение;
- параметры, определяющие материальный баланс или участвующие в учете материальных ценностей (например, масса продукции, хранящейся на складе).

Естественно, что такое деление в известной степени условное - одни и те же параметры могут выполнять несколько функций.

Предложенная выше классификация способов установления норм точности носит, в известной степени, условный характер. На практике обычно встречаются их комбинации. По крайней мере, почти всегда полученные результаты должны учитывать экономические факторы.

Допустимый размах должен быть согласован также с погрешностью используемого для контроля средства измерения и допустимым уровнем дефектности изготавливаемой продукции. Допустимый размах должен быть по крайней мере не меньше, чем погрешность измерения. Следует иметь в виду, что чем размах шире, тем легче организовать процесс контроля и регулирования: с увеличением размаха либо при заданном уровне дефектности повышается допустимая погрешность используемого средства измерения, при этом затраты на процесс контроля (регулирования) будут снижаться, либо при заданной погрешности средства измерения снижается уровень дефектности. Надежность процесса контроля регулирования при этом повышается.

Ширина размаха  $R = X_{нб} - X_{нм}$ ,  $R = X_{нб} - X_{н}$  или  $R = X_{нб} - X_{н}$  в общем случае определяет уровень дефектности: чем размах больше, тем уровень дефектности (а точнее, вероятность выпуска дефектной продукции) ниже.

При установлении предельных значений  $X_{нб}$  (наибольшего) и  $X_{нм}$  (наименьшего), необходимо учитывать, что выход показателя качества  $X$  за установленные границы у разных изделий может вызвать различные последствия. В ряде случаев дальнейшее использование дефектных изделий может привести к значительным затратам или вообще недопустимо; для других же изделий последствия из-за выхода показателя качества  $X$  за границы допуска незначительны. Установление рациональных предельных значений для  $X$  важно и для производства, и для контроля.

Допустимый размах значений показателя  $X$  зависит одновременно и от характера влияния воздействующего параметра на этот показатель.

Указанные в технической документации возможные последствия из-за выхода показателя качества за установленные границы требуют от исполнителей правильного планирования статистического контроля. В этой связи не-

обходимо количественно оценить возможные затраты, связанные с выходом контролируемого показателя качества за установленные пределы допуска.

В общем случае возможные потери, связанные с выходом контролируемого показателя качества за установленные пределы допуска, некоторым образом зависят от отклонения:  $X = X_{\text{ср}} - (X_{\text{ном}} + \Delta_0)$ , где  $\Delta_0 \leq 0,5\delta_x$  — середина поля допуска  $\delta_x$ , которое характеризует степень соответствия измеренного значения  $X$  изделия заданному допуску. Эта зависимость, называемая функцией потерь  $\Pi(\Delta X)$ , позволяет количественно оценить нежелательность выходов контролируемого показателя качества за пределы допуска.

Эти функции характерны для конкретных производств и зависят от назначения и условий использования контролируемого изделия, от принятых в технической документации правил на случай бракования изделий и т. п. В общем случае функция потерь может учитывать стоимость замены дефектного изделия, условия и затраты по устранению дефекта в изделии; стоимость мероприятий по обеспечению заданной точности показателя качества на последующих этапах производства или эксплуатации изделия. Построение функции потерь для конкретных условий контроля является в определенном смысле субъективным процессом. Однако использование ее для конкретных ситуаций позволяет количественно описать нежелательность возможных отклонений показателя качества от заданных границ допуска, а следовательно, и применять количественные методы.

Стремление к возможно большей точности результата измерения особенно характерно, когда речь идет об измерениях, так или иначе связанных с учетом материальных ценностей. При этом исходят обычно из следующей посылки: если относительная погрешность, например, весов или дозатора  $\delta$  и через них проходит за некоторый промежуток времени  $M(t)$  учитываемого материала, то потери (или «приварок») предприятия будут равны  $M\delta$ . Но такие рассуждения верны только в том случае, когда  $\delta$  есть систематическая погрешность и обязательно с положительным знаком. Если же погрешность средства измерения является случайной, то погрешность общей массы материала  $\delta_m$ , прошедшего через дозатор за время  $\tau$ , будет  $\delta_m = \delta \cdot n^{-2}$ , т. е. будет уменьшаться в  $n^{-2}$  раз, где  $n$  — количество порций (отвесов) массы (именно для этой порции нормирована по паспорту погрешность дозатора).

Поскольку, как правило, такие дозаторы за время  $\tau$  делают большое количество отвесов, то относительная погрешность измеряемой массы материала сравнительно быстро снижается (например, в 10 раз всего после 100 отвесов). Таким образом, нормированная относительная погрешность прибора в зависимости от его назначения может быть и сравнительно большей. Важно лишь, чтобы она носила случайный характер. Это обстоятельство обязательно должно быть указано в техническом задании на прибор или в методе измерения и проверено в процессе их испытания или метрологической аттестации.

При построении нормы потребитель (заказчик) и изготовитель (поставщик) должны предварительно установить и согласовать способ контроля (по единичным изделиям или выборочному среднему) и уровень дефектности  $q$ , допустимый для данной продукции.

### 5.6. Варианты расчета норм и допусков

Расчет норм и допусков различен для случаев выпуска продукции на одном или разных предприятиях (технологических линиях).

В случае производства продукции на одном предприятии или на одной производственной линии нормы и допуски рассчитывают следующим образом.

Если требуется гарантировать обеспечение нижней (верхней) односторонней нормы  $T_{н,в}$  с вероятностью  $(1-q_t)$ , рассчитывают  $X$  - условное генеральное среднее, характеризующее тот уровень, на который может быть приведена генеральная средняя путем настройки процесса производства:

$$X_{cp} = T_n + [t(q_t) S]. \quad (21)$$

Если  $T_n$  и  $T_v$  не заданы и их требуется определить, то

$$T_n = X_{cp} - [t(q_t) S]; \quad T_v = X_{cp} + [t(q_v) S]. \quad (22)$$

В случае производства изделий на нескольких производственных линиях, на разных предприятиях, чтобы обеспечить качество продукции относительно односторонних норм  $T_n$  и  $T_v$ , для каждой производственной линии устанавливают нормы  $L_n$  и  $L_v$  для средних значений:

$$L_{н,в} = X_{cp} \pm [t(q_{x_{cp}}) (S_d^2 + S^2/n)^{0,5}], \quad (23)$$

где  $S$  – оценка СКО в генеральной совокупности;  $S_d$  – дополнительная оценка СКО, характеризующая нерегулируемую систематическую погрешность;  $t(q_t)$ ;  $t(q_{x_{cp}})$  – квантили, приведенные в приложении 1 при значении вероятности  $q_t$ , с которой изготовитель и потребитель согласны допустить выход отдельных единиц продукции ниже нормы  $T_n$  (или выше  $T_v$ ) или  $q_{x_{cp}}$ , с которой допускаются случайные ошибки выборочной средней при выходе ее ниже нормы  $L_n$  или выше  $L_v$ ,  $n$  – объем выборки.

Обычно  $q_t$  задают от 0,3 до 5 % в зависимости от важности и количества нормируемых показателей качества, а  $q_{x_{cp}}$  задают от 5 до 10 % в зависимости от трудности регулирования параметра в производстве.

Для установления двухсторонних норм в формулах (21), (22) и (23) значения  $t(q_T)$  и  $t(q_{Xcp})$  заменяют на  $t(0,5q_T)$  и  $t(0,5q_{Xcp})$ .

Обобщенная норма для нескольких производственных линий или предприятий:

$$L_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i W_i}{\sum_{i=1}^n W_i}, \quad (24)$$

где  $W_i$  — объем производства одноименной продукции в натуральных единицах на  $i$ -м предприятии (производственной линии);  $L_i$  — норматив, вычисленный для  $i$ -го предприятия (линии).

Из расчетов по формуле (24) следует исключать предприятия и производственные линии, оснащенные устаревшим оборудованием или технологией, а также предприятия, еще не освоившие производство данной продукции.

В общем случае ширина допуска  $2\delta = T_B - T_H = 2[l_{cp} + t(q_m) S]$ , где  $l_{cp}$  — среднее значение функциональной систематической погрешности из  $n$  опытов; обычно  $l_{cp} \leq 1,5S$ .

Пример. Требуется установить норму на отклонения от номинального значения массы  $M_0 = 100$  г расфасованной продукции. Предположим, что исследованиями, проведенными на 20 предприятиях, установлено 20 значений  $M$  и  $M_0$  из 200 наблюдений по каждому виду продукции.

Очевидно, что значение разницы  $(M - M_0)$  для каждого продукта является регулируемой систематической погрешностью, которая не подлежит включению в норму. Поэтому нормы на отклонение массы  $T$  и  $L$  устанавливают не от  $M$ , а от номинального значения массы  $M_0$ .

Устанавливаем нормы  $T_H$  на минимальную массу для отдельной единицы расфасовки. По таблице приложения 1 находим значение  $t(q) = 1,8$  для вероятности 0,5 и  $n = 200$ . Нижний предел  $T_H$  находим по формуле (21).

Перед определением значения  $L_i$  устанавливаем единый для всех предприятий объем выборки  $n$ , для которого будет задана фиксированная норма отклонения среднего значения  $X_{cp}$ . Исходя из весового оборудования на промышленных и торговых предприятиях, считаем целесообразным взвешивать расфасованные единицы десятками штук с целью определения средней массы  $X_{cp}$  из 10 штук.

Доверительную вероятность для средней массы принимаем 0,95. Расчет значений  $L_i$  производим по формуле (24), которая для  $n = 10$  и  $P = 0,95$  принимает вид:

$$L_{cp} = M_0 \pm \sqrt{S_0^2 + 0,1S_d^2}. \quad (25)$$

Экспериментальные значения  $L_i$  по отдельным предприятиям указаны в графе  $L_i$ . По этим частным значениям производятся расчеты  $L_{CT}$  по формуле

(25) и определяются обобщенные значения:  $L_{cp} = \pm (231,53/156) = \pm 1,49$  и  $T_{cp} = - (354,43/156) = -2,27 \%$ .

Округляя с некоторым запасом, принимаем окончательно  $L_{cp} = \pm 1,5 \%$  и  $T_{cp} = - 2,5 \%$ .

Допустимое значение погрешности измерения контролируемых технологических параметров устанавливают в зависимости от допустимого диапазона значений измеряемого параметра и уровня дефектности. Погрешность устанавливается для контроля основных и (или) критических параметров технологических процессов, показателей качества и количества продукции. Критическими считаются параметры или показатели, отклонение значения которых от заданного может привести к тяжелым последствиям или существенным экономическим потерям. Основными считаются показатели качества продукции или параметры технологического процесса, используемые для комплексной оценки качества по обобщенному показателю.

Стоимость контроля должна быть существенно меньше стоимости потерь, поэтому ценные, дефицитные изделия и сырье нужно контролировать более точными средствами, а дешевые продукты и второстепенные параметры - простейшими. Этот принцип является основой выбора погрешности контроля. Поэтому для обоснованного выбора точности контроля следует оценить зависимость стоимости контроля от его точности и стоимость потерь продукции при разной точности контроля. На этой основе выбирают значения  $P_1$  или  $P_2$ . Для опасных факторов в основу выбора точности измерения ставится  $P_1$ .

Правила назначения допустимой погрешности измерения контролируемого параметра зависят от полноты имеющейся информации о метрологических характеристиках средств измерений и о точности технологического процесса изготовления продукции.

Наиболее простой способ установления допустимой погрешности измерения - принять ее значение в долях от допуска на изделие:  $\Delta_d = \tau \Delta_T$ . Если принять  $\tau = 0,1 \div 0,35$ , то можно не определять ошибки контроля, так как в таком случае они являются априори малыми. Основным достоинством такого способа является простота, недостатком - излишний запас точности и связанные с этим дополнительные издержки на измерения. Очевидно, что он может быть рекомендован для тех случаев, когда стоимость контроля относительно мала.

При втором способе регламентируются наиболее существенные показатели качества контроля (например, ошибки первого и второго рода), а погрешность измерения подбирают таким образом, чтобы обеспечить эти показатели. В этом случае сначала выбирают погрешность измерения как и в первом случае, а затем её уточняют исходя из экономических обоснований.

При назначении предельно допустимой погрешности измерения возможны две исходные ситуации:

• существует реальный действующий технологический процесс, для которого необходимо выбрать средство измерения для контроля качества продукции по определенному параметру;

• средство измерения необходимо выбрать на стадии проектирования технологического процесса.

Различие между первым и вторым случаями состоит в том, что в первом известно или имеется возможность экспериментально определить значение оценки СКО технологического параметра  $S_T$ , а во втором его значение неизвестно.

При известном  $S_T$  определение требуемой точности измерения производят следующим образом. Задают: номинальное значение физической величины, которую нужно измерять при контроле в виде номинального значения ( $X_n$ ) и допустимых пределов отклонения от номинального значения ( $\pm\Delta_d^T$ ); допустимое значение вероятности совершить ошибку первого или второго рода  $P_k$  ( $P_1$  или  $P_2$  соответственно). Значение  $S_T$  может быть известно заранее или определено экспериментально.

По заданным значениям находят коэффициент доверительной вероятности  $t = \Delta_d^T / S_T$ .

Из табл. 1 по значению  $t$  и  $P_k$  находят наибольшее значение коэффициента  $C$ , отвечающее условиям, что при заданном  $t$  значение вероятности, записанное в графах (столбцах), остается меньше заданного значения допустимой вероятности  $P_k$ .

Найденное значение величины  $C$  определяет отношение пределов допускаемой погрешности измерения контролируемой величины  $\Delta_{pp}^H$  и допустимого отклонения параметра  $\Delta_d^T$ . Исходя из этого соотношения находят искомое значение предела допускаемой погрешности измерения:  $\Delta_{pp}^H = C\Delta_d^T$

В заключение проверяют соответствие найденной погрешности требованиям ТД. Для того, чтобы сопоставить требуемую и гарантируемую точности измерений, их следует привести к одному виду.

В таблицах и графиках, составленных для решения задач такого рода, вероятность совершить ошибку обычно задана для двухстороннего допуска, т. е. для случая, когда параметр может выходить за пределы нормы в сторону больших и меньших значений. При этом вероятность появления ошибок будет в два раза больше, чем при одностороннем допуске. Это положение можно учесть, откорректировав значение заданной вероятности  $P_k$ , т. е. если при одностороннем допуске значение вероятности совершить ошибку I рода равно, предположим, 1 % ( $P_1 = 0,01$ ), то при пользовании указанными таблицами и графиками, составленными для двухстороннего допуска, в качестве откорректированного значения  $P_k$  следует принимать удвоенное значение:  $P_k = 2P$  %, т.е. 2 %.

**Пример.** Требуется установить допустимую погрешность измерения плотности раствора  $\rho$ . Установлено, что  $\rho \geq 1,027 \text{ г/см}^3$ . При этом вероятность совершить ошибку I или II рода не должна превышать 2 % ( $P_k = 0,02$ ).

Примем, что по записям в лабораторном журнале наблюденное среднее арифметическое значение плотности при налаженном технологическом процессе и оценка СКО плотности составляют соответственно  $\rho_{cp} = 1,029 \text{ г/см}^3$  и  $S_T = 0,002 \text{ г/см}^3$ . Тогда в качестве допуска на контролируемый параметр можно принять:  $\Delta_d^T = \rho_{cp} - \rho = 1,029 - 1,027 = 0,002 \text{ г/см}^3$ .

Находим отношение  $t = \Delta_d^T / S_T = 0,002 / 0,002 = 1$ .

По табл. 1 для  $t = 1$  находим столбец, в котором наибольшее из значений вероятностей  $P_1$  и  $P_2$  будет меньше заданного по условию задачи значения вероятности (в данном случае откорректированного 0,02). Этому условию соответствуют значения 0,012 и 0,013, находящиеся в первом столбце (обе эти вероятности меньше заданных значений). Во всех остальных столбцах, соответствующих этому значению  $t$ , указанное условие не удовлетворяется. Таким образом, по первому столбцу получаем  $C = 0,1$ . Это дает  $\Delta_{np}^T = C \Delta_d^T = 0,1 \cdot 0,002 = 0,0002 \text{ г/см}^3$ .

Рассматриваемая задача может быть решена с помощью номограммы, приведенной на рис. 4. Входными данными номограммы являются относительная параметрическая погрешность измерения  $\eta = d / S_T$ ; относительная допусковая погрешность измерения  $\eta_\delta = d / \delta$ ; относительный допуск  $\eta = \delta / S_T$ , где  $d = 3S(x)$  - максимальная погрешность измерения;  $\delta$  - половина поля допуска;  $S_T$  - оценка СКО технологического процесса.

**Пример.** Требуется найти допустимое значение погрешности измерения массовой доли влаги в материале при нормированном значении этого параметра не менее 3,2 % и допустимой доле неправильных заключений не более 1,5 % ( $P_{из} = 0,015$ ). Из опыта работы предприятий известно, что технологический процесс настроен на среднее значение массовой доли влаги 3,3 % при рассеянии относительно среднего значения  $S_T = 0,05$  %. Вычислим по данным задачи входной для номограммы параметр  $\eta = \delta / S_T$ .

По номограмме (рис. 4) для точки пересечения кривой  $\eta = 2$  с горизонталью  $P_{из} = 0,015$  (правая шкала) находим  $\eta_x = 1,2$ . Из формулы  $\eta = \delta / S_T$  находим максимальную погрешность измерения  $d = \eta_x S_T = 1,2 \cdot 0,026 = 0,03$  %. Отсюда получаем оценку СКО измерения  $S(X_{cp}) = d / 3 = 0,015$  %.

При неизвестной погрешности технологического процесса (например, когда технологический процесс проектируется) допустимая погрешность измерения должна быть  $\Delta_d^T \leq \alpha \Delta_T$ , где множитель  $\alpha$  зависит от функции распределения и ошибок первого и второго рода:  $\alpha \leq P'_1 / (1 + kP'_1)$ ;  $\alpha \leq P'_2 / (1 - kP'_2)$ , здесь значения  $I$  и  $k$  принимают в зависимости от закона распределения погрешности (табл. 5).

При соответствующих значениях  $P'_1$  и  $P'_2$  для расчета по формуле (5) принимают меньшее значение  $a$ , найденное по уравнениям (6).

Для параметров, имеющих второстепенное значение, допустимая погрешность измерения может быть установлена экспертным методом.

Таблица 5

Значения коэффициентов  $l$  и  $k$

Закон распределения погрешности	$l$	$k$
Равномерный	0,502	0,663
Треугольный	0,237	0,703
Нормальный	0,222	0,722

Вид закона распределения случайной величины определяется конкретными условиями осуществления технологического процесса при производстве изделий, так как существует зависимость между условиями формирования случайных погрешностей, которые присущи исследуемому технологическому процессу и теоретическим законам распределения погрешностей.

По теории вероятности при достаточно общих условиях закон распределения сумм большого числа случайных слагаемых независимо от распределения каждого слагаемого в отдельности является нормальным (предельная теорема Ляпунова).

Случайные погрешности большинства технологических процессов можно рассматривать как сумму большого числа составляющих, вызванных различными неконтролируемыми признаками. Это дает основания считать, что производственные погрешности таких процессов распределены нормально. Это очень важное обстоятельство, так как оно позволяет в большинстве случаев в производствах ЦБП не проводить проверку закона распределения.

Кроме того, рассматривая суммарную погрешность технологического процесса (операции) как результат совместного действия случайных, постоянных и переменных систематических факторов, действующих при выполнении технологического процесса, можно утверждать, что эта погрешность является результатом случайного процесса. Поэтому для математического описания формирования суммарной погрешности может быть использована теория случайных функций. Тогда можно принять, что распределение суммарной погрешности подчинено нормальному закону. Это относится к измерениям, связанным с контролем качества по количественному признаку и с контролем технологических параметров. При контроле по альтернативному и качественному признакам, когда производят не измерение параметров качества, а счет числа дефектных и годных изделий, распределение следует принимать биномиальным. Это распределение является двухпараметрическим, когда значение и дисперсия случайной величины равны соответствен-

но  $\mu[m]=nq$  и  $D[m] = nq(1 - q)$ , где  $n$  - объем выборки;  $q$  - доля дефектных изделий в партии (уровень дефектности).

При  $q \leq 0,1$  биномиальное распределение можно заменить на распределение Пуассона. В таком случае  $\mu[m]=D[m] = nq$ .

Априорное принятие определенного вида закона распределения результатов измерений в ряде случаев может быть использовано при метрологическом анализе некоторых технологических процессов.

## 6. АНАЛИЗ СХЕМЫ КОНТРОЛЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА МЕТОДОМ МАТЕРИАЛЬНОГО БАЛАНСА

Основу анализа составляют уравнения материального баланса рассматриваемого технологического процесса. При этом используется алгоритм расчета погрешности результата косвенных измерений [7]. Рассмотрим этот метод на процессе производства хлопкового растительного масла.

Для выполнения анализа технологический процесс необходимо представить в виде блок-схемы (рис. 13), где каждый блок отображает определенный этап этого процесса. На схеме показаны направление движения основного (сырье → готовая продукция) и побочных (отходы, дополнительные материалы) материальных потоков, а также все измеряемые параметры, необходимые для расчета материального баланса процесса.

Метод материального баланса заключается в последовательном (от блока к блоку) расчете неизвестных оценок погрешности выходных параметров по значениям оценки погрешности входных, рассматривая первые как функции, вторые - как аргументы. Далее рассчитывают долю дисперсии каждого аргумента в дисперсии определяемой ими функции. Затем на основании этого и исходя из принципа максимально допустимой погрешности результата повышали значения погрешности тех аргументов - параметров, которые в первоначальном раскладе оказались малозначимыми, до такого максимального уровня, при котором еще сохраняется его малая значимость в дисперсии функции. Таким образом могут быть найдены предельно-допустимые значения погрешностей всех измеряемых параметров для данного этапа технологического процесса. Выходной параметр этого этапа, являющийся функцией, становится аргументом для последующего. В связи с этим оценку долевого участия погрешностей контролируемых параметров выполняют последовательно во всем технологическом процессе. Расчет погрешности выходного параметра производят последовательно по движению материального потока от этапа к этапу. Для этого используют соответствующие уравнения материального баланса и известные правила расчета погрешности косвенных измерений.

Для нахождения оценок частных производных в погрешности функции необходимо знать значения соответствующих параметров. В тех случаях, ко-

гда диапазон возможных значений этих параметров сравнительно узок, для расчета могут быть приняты средние (номинальные) значения.

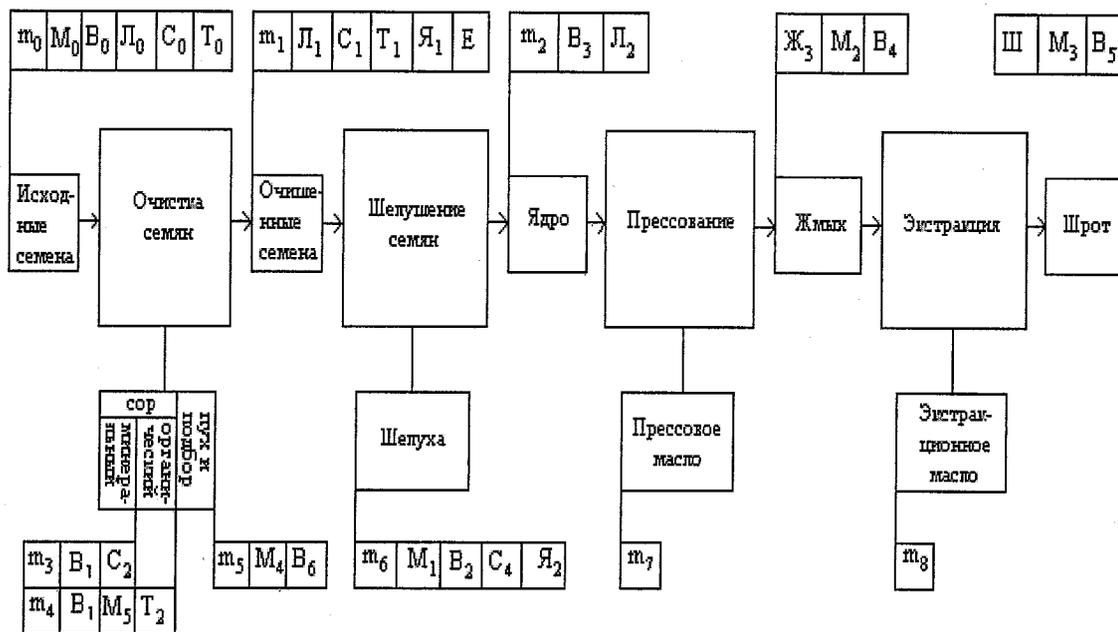


Рис.13. Блок-схема технологического процесса и контролируемых параметров производства хлопкового растительного масла

Оценку СКО исходных аргументов находят из погрешности их измерения. В случае, когда значение той или иной составляющей неизвестно, задача решалась в два этапа. Сначала принимают произвольное приближенное значение погрешности, по которому рассчитывают погрешность функции, затем вычисляют долю дисперсии данного параметра в дисперсии функции и в зависимости от результата этого расчета корректируют (при необходимости) первоначально принятое значение погрешности параметра.

В табл. 6. даны названия и условные обозначения величин, входящих в уравнения материального баланса технологического процесса производства хлопкового растительного масла способом форпрессования - экстракция [7]. Здесь же приведены предельные значения измеряемых параметров и их оценки погрешности, которые получены из соответствующих нормативных документов.

В табл. 7. приведены используемые расчетные уравнения, а в табл.9. даны значения составляющих погрешности и результаты расчета их оценок СКО. Процедуру расчета рассмотрим на примере определения оценок СКО доли суммы минерального и органического сора и пустых семян ( $C_2+T_2$ ), выделяемых при очистке сырья.

Из расчетного уравнения этого параметра

Таблица 6

## Исходные данные (фрагмент)

Измеряемая величина (массовая доля)	Обозначение	Значение, %		Оценка предельной погрешности, %
		номинал	разброс	
<b>масла в:</b>				
семенах	$M_0$	19	13-22	0,2
шелухе	$M_1$	1,6	1- 2	0,3
жмыхе	$M_2$	12	12-18	0,2
шроте	$M_3$	1,3	0,3-1,5	0,2
пухе и подборе	$M_4$	1		0,4
пустых семенах	$M_5$	3		0,3
<b>влаги в:</b>				
семенах исходных	$B_0$	11	6-13	0,4
соре	$B_1$	11	6-13	0,4
шелухе	$B_2$	13	8-13	0,4
ядре	$B_3$	9	8-10	0,4
жмыхе	$B_4$	6	5- 9	0,4
шроте	$B_5$	8	1- 9	0,4
пухе и подборе	$B_6$	7	1- 9	0,4
<b>шелухи в:</b>				
семенах исходных	$L_0$	44	28-60	0,05
семенах очищенных	$L_1$	44	25-50	0,05
шелухе	$L_2$	18		0,14
<b>сора в:</b>				
семенах исходных	$C_0$	1	0,2-30	0,05
семенах очищенных	$C_1$	0,2	0,1-0,3	0,05
шелухе	$C_2$	40		0,1
<b>пустых семян в:</b>				
семенах исходных	$T_0$	1	0,4-1,2	0,05
семенах очищенных	$T_1$	0,5	0,2-0,7	0,05
<b>ядер в:</b>				
семенах очищенных	$Y_1$	55	45-75	0,7
шелухе	$Y_2$	0,7	0,6-0,8	0,14
пухе и подборе	$Y_3$	1,6	0,6-2,2	0,05

$$C_2 + T_2 = \frac{(C_0 + T_0) - (C_1 + T_1)}{1 - (C_1 + T_1)} \quad (26)$$

получаем выражение для дисперсии:

$$S_{(C_2+T_2)}^2 = \left(\frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta C_1 S_{C_1}}\right)^2 + \left(\frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta T_1 S_{T_1}}\right)^2 + \left(\frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta C_0 S_{C_0}}\right)^2 + \left(\frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta T_0 S_{T_0}}\right)^2 \quad (27)$$

Из уравнения (26) получаем для частных производных:

$$\frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta C_1} = \frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta(C_2+T_2)} = \frac{(C_0+T_0)}{(1-(C_1+T_1))^2}, \quad (28)$$

$$\frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta C_0} = \frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta T_0} = (1-(C_1+T_1))^{-1}. \quad (29)$$

Из табл. 7:

$$C_0 = (0,2-30) \% ; T_0 = (0,4-1,2) \% ; C_1 = (0,1-0,25) \% ; T_1 = (0,2-0,7) \% \text{ имеем:}$$

$$\frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta C_0} = \frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta T_0} = 1,01, \quad \frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta C_1} = \frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta T_1} = 0,99.$$

Значения частных дисперсий получим, например, для  $C_0$ :

$$D_{C_0} = \left(\frac{\delta(C_2+T_2)}{\delta C_0 S_{C_0}}\right)^2 = (1,01 \cdot 0,05)^2 = 25 \cdot 10^{-4}.$$

Доля дисперсии аргумента  $C_0$ :

$$\frac{D_{C_0}}{D_{(C_2+T_2)}} = \frac{D_{C_0}}{D_{C_0} + D_{T_0} + D_{C_1} + D_{T_1}} = \frac{25 \cdot 10^{-4}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0,25.$$

Таблица 7

Расчетные уравнения материального баланса (фрагмент)

Искомая величина (функция)	Обозначение величины	Расчетное уравнение
<b>Концентрация:</b>		
-сора (суммарно)	$C_2+T_2$	$[(C_2+T_2)-(C_1+T_1)]/[1-(C_1+T_1)]$
-минерального сора		
-органического сора	$C_2$	$(C_0-C_1)+C_1(C_2+T_2)$
-пустых семян	$T_2$	$(C_2+T_2)-C_2$
-шелухи и очищенных семян	$L_3$	$L_0-(T_2+Я_3)$
-сора в шелухе	$C_3$	$C_1 C_4$

В данном случае возможный разброс значений параметров практически незначим для значения функции.

На основании такого анализа можно уточнить или установить номенклатуры контролируемых технологических параметров, перечни показателей качества сырья и готовой продукции, допустимые нормы точности измерения технологических параметров и показателей качества сырья и готовой про-

дукции, перечень параметров, входящих в расчет материального баланса, и требования к точности их измерений, а также получить данные для технических требований к средствам измерений и МВИ.

Так, в тех случаях, когда найденное предельно - допустимое значение погрешности какого-либо параметра составляет более половины возможного диапазона колебаний его значений, измерения такого параметра становятся вообще ненужными. При этом может быть принято одно из двух решений:

- исключаемый из перечня контролируемый параметр принимают постоянным и равным среднему или номинальному значению, а предельно-допустимое значение считают равным половине максимального разброса значений этого параметра;

- исключаемый параметр принимают равным нулю, тогда половина разброса значений параметра является его случайной составляющей погрешности, а систематической погрешностью следует считать само значение параметра.

Последнее решение приемлемо при условии, что появление этого нового источника систематической погрешности не приведет к существенному повышению погрешности соответствующей функции.

Покажем это на примере измерения концентрации воды в исходных семенах ( $V_0$ ), используя приведенные выше данные.

Из табл.8 видно, что без ущерба для погрешности измерения  $V_8$ , частная дисперсия определения влажности ядра может быть увеличена в  $10^3$  за счет повышения  $\Delta V_3$  до  $0,4 \cdot 3,3 = \pm 0,13$ . Но эта погрешность превышает диапазон возможных изменений самой величины  $V_3$  (по табл. 7 от 8 до 10 %). Это значит, что без существенного ущерба для точности диапазон возможных изменений можно принять постоянным и равным 9 %. При этом  $\Delta V_3$  не превысит половину возможного размаха, т.е.  $0,5(10-8) = \pm 1$  %, что значительно меньше предельно допустимого ее значения.

Этот вывод можно скорректировать по результатам оценки значимости  $\Delta V_8$ . Этот параметр в данном случае одновременно является и функцией, и аргументом при расчете других величин, например выхода шелухи  $L_5$ . Однако здесь, при принятых значениях  $\Delta V_8$  эта составляющая погрешности значительна (около 70 %)-см. табл.9), а потому повышать это значение не представляется возможным. Последнее относится и к значению измерения влажности семян  $\Delta V_0$  при определении выхода жмыха  $J_1$ . Но в последнем случае доли  $\Delta V_1$ ,  $\Delta V_2$ ,  $\Delta V_4$  и  $\Delta V_6$  могут быть увеличены на два порядка для  $\Delta V_6$  и на три для остальных. Это позволяет установить следующие значения в качестве предельно-допустимых:  $\Delta V_0 = 0,4$  %,  $\Delta V_8 = 0,9$  %,  $\Delta V_6 = 5$  %,  $\Delta V_4 = \Delta V_2 = \Delta V_1 = 13$  %. При этом, как видно из табл.8, возможные изменения значений  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_4$  и  $V_6$  значительно превышают их допустимые значения погрешностей. Это дает возможность при выполнении расчета данного параметра не производить измерения, а принимать его значение постоянным и равным се-

редине разброса. В этом случае предельной погрешностью будут следующие:  $\Delta B_1 = \pm 4 \%$ ;  $\Delta B_2 = \pm 3 \%$ ;  $\Delta B_4 = \Delta B_6 = \pm 1,5 \%$ .

Таблица 8

Значения погрешностей составляющих материального баланса

Определяемая функция	Влияющий фактор	Номинальное значение аргумента, %	Абсолютная погрешность аргумента, %	Доля частной дисперсии, %	Абсолютная оценка СКО функции, %
В <sub>8</sub>	В <sub>0</sub>	11	0,4	98	0,9
	Я <sub>1</sub>	55	0,07	2	
	В <sub>3</sub>	9	0,4	незначит.	
	Л <sub>1</sub>	44	0,07	незначит.	
Л <sub>5</sub>	Л <sub>4</sub>	30	0,03	20	0,4
	В <sub>8</sub>	14	0,09	70	
	В <sub>2</sub>	13	0,02	10	
Ж <sub>1</sub>	М <sub>0</sub>	19	0,2	10	0,7
	В <sub>0</sub>	11	0,4	44	
	Л <sub>5</sub>	30	0,8	44	
	Е	1,6	0,05	незначит.	
	С <sub>2</sub> +Т <sub>2</sub>	0,7	0,1	2	
	М <sub>4</sub>	1,1	0,4	незначит.	
	В <sub>6</sub>	7	0,5	незначит.	
	С <sub>2</sub> +Т <sub>2</sub>	0,2	0,07	незначит.	
	Т <sub>2</sub>	0,5	0,1	незначит.	
	М <sub>2</sub>	12	0,2	незначит.	
	В <sub>4</sub>	6	0,4	незначит.	
	М <sub>5</sub>	3,1	0,3	незначит.	
	В <sub>2</sub>	13	0,4	незначит.	
В <sub>1</sub>	11	0,4	незначит.		
Л <sub>4</sub>	Л <sub>3</sub>	42	0,2	93	0,2
	Л <sub>2</sub>	18	0,2	5	
	С <sub>2</sub> +Т <sub>2</sub>	0,7	0,1	1	
	Е	1,6	0,05	1	
	Я <sub>2</sub>	0,7	0,2	незначит.	
	С <sub>3</sub>	0,07	0,04	незначит.	

При необходимости, когда погрешность измерения параметра устанавливаются с целью выбора единого для данного процесса средства измерений, результаты, подобные вышеприведенным, должны быть откорректированы с учетом требований точности для других расчетных величин. Так, поскольку значения **В<sub>0</sub>**, **В<sub>1</sub>**, **В<sub>2</sub>**, **В<sub>5</sub>** и **В<sub>6</sub>** в рассматриваемом примере используют при

оценке потерь влаги, где первоначально принятые значения  $\Delta B_0 = \Delta B_2 = \Delta B_5 = 0,4\%$  не могут быть снижены из-за их влияния на погрешность результата (в данном случае - потерь влаги). В то же время значения  $\Delta B_1$  и  $\Delta B_6$  могут быть повышены до 1,3 и 1,5 % соответственно. Эти значения меньше, чем возможные колебания самих величин, а потому в данном случае они подлежат измерению, но с указанной погрешностью. Изложенная методика метрологического анализа технологических процессов позволяет решать несколько задач:

- установить оптимальную номенклатуру контролируемых параметров и предельно-допустимых норм точности;
- проводить сертификацию продукции (декларирования заявителем о соответствии товара) на основе аттестации технологических процессов;
- корректировать алгоритм учета материальных ценностей.

Таблица 9

Составляющие материального баланса

Характеристика	Относительная погрешность, %	Значение характеристики	
		относительн., %	абсолютн., т
масло в семенах	1	$19,0 \pm 0,2$	$96 \pm 1$
прессовое масло	2,5	$12,0 \pm 0,3$	$61 \pm 1,5$
Экстракцион. масло	6,6	$6,0 \pm 0,4$	$28 \pm 1,7$
потери масла в:			
-шроте	15	$0,6 \pm 0,1$	$3 \pm 0,5$
-шелухе	18	$0,5 \pm 0,1$	$2,4 \pm 0,4$
- пустых семенах	15	$0,02 \pm 0,003$	$0,1 \pm 0,02$
-пухе и подборе	30	$0,02 \pm 0,006$	$0,1 \pm 0,03$
ВЫХОД:			
-шрота	1,5	$46,5 \pm 0,7$	$232 \pm 3$
-шелухи	1,2	$30,0 \pm 0,4$	$149 \pm 2$
-сора	35	$0,2 \pm 0,07$	$1 \pm 0,4$
-пустых семян	20	$0,6 \pm 0,1$	$2,8 \pm 0,5$
-пуха и подбора	4	$1,6 \pm 0,07$	$8,2 \pm 0,4$
потери влаги	13	$3,5 \pm 0,5$	$18 \pm 2$

Кроме того, появляется методологическая основа для решения еще одной важной задачи, а именно при подведении материальных балансов на производстве принято считать, что он должен сходиться в ноль, но при этом не учитываются погрешности измерений параметров, входящих в расчетные уравнения. В табл.9 приведены характеристики (фрагмент), участвующие в составлении материального баланса сырья и готового масла, и их абсолютные и относительные значения. Кроме того, даны для каждого из них значения доверительных интервалов абсолютной погрешности (при  $P=0,95$ ). Рас-

четы выполнены применительно к установке производительностью 500 т/сут. Поскольку абсолютные значения выходов определяются произведением производительности установки на относительное значение соответствующего выхода, удобнее рассчитывать значения относительной погрешности каждой величины.

Исходя из данных табл.10. можно найти допустимое значение дебаланса, обусловленное погрешностью аргументов. Поскольку дебаланс определяется разностью между массой масла в семенах и суммой масс прессового и экстракционного масла, а также потерь масла в отходах, допустимым можно считать значение дебаланса, которое не превышает погрешность его определения, т.е. 7,5 %, что дает допустимое значение дебаланса 2,6 т.

## **7. ПРИМЕНЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТОЧНОСТИ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ПРОДУКЦИИ**

Ниже изложены статистически обоснованные правила применения показателей точности в методиках испытаний продуктов. При их разработке использованы материалы [7].

Эти правила позволяют решать следующие задачи, связанные с определением и контролем качества продукции:

- проверка приемлемости результатов испытаний, полученных в условиях сходимости или воспроизводимости;
- определение доверительных границ для истинного значения определяемого свойства по результатам испытаний, полученным в условиях сходимости или воспроизводимости;
- проверка обоснованности норм, вводимых в нормативную документацию (НД) на продукцию;
- выбор более точного метода испытаний;
- учет показателей точности методов испытаний при проверке качества продукции поставщиком и получателем;
- учет показателей точности методов испытаний при решении спора между поставщиком и получателем о качестве продукции.

При этом предполагается, что результаты испытаний распределены по нормальному закону и что математическое ожидание генеральной совокупности результатов испытаний, получаемых с помощью данного метода испытаний в условиях воспроизводимости, совпадает с истинным значением определяемого показателя качества испытуемого продукта.

### **7.1. Проверка приемлемости результатов испытаний, полученных в условиях сходимости метода испытаний**

Дубль результатов испытаний, полученный на одной и той же пробе испытуемого продукта в условиях сходимости метода испытаний (одним и тем же исполнителем, на одном и том же комплекте аппаратуры, при использовании одного и того же набора реактивов, веществ и материалов, в течение короткого промежутка времени), считается приемлемым, если расхождение между результатами испытаний не превышает значения сходимости метода испытаний. Это свидетельствует о том, что метод испытаний находится под контролем исполнителя. В этом случае значением определяемого показателя качества продукта является среднее арифметическое значение двух полученных результатов испытаний.

Если расхождение между двумя результатами превышает значение сходимости метода испытаний, то оба результата испытаний считаются сомнительными.

При этом тому же исполнителю следует получить дополнительно не менее трех результатов, желательно в самый короткий срок после получения сомнительного дубля результатов. Если расхождение между наиболее далеко отстоящим результатом и средним арифметическим значением всех остальных результатов (в том числе и, полученных первоначально) не превышает значения сходимости, то все полученные результаты считаются приемлемыми и значение показателя качества находится как арифметическое среднее всех результатов.

Примечание. Данное правило соответствует доверительной вероятности, несколько меньшей 0,95.

Если найденное расхождение окажется больше значения сходимости метода, то соответствующий наибольший (или наименьший) результат отбрасывают и повторяют процедуру браковки оставшихся результатов вплоть до получения серии приемлемых результатов испытаний. В качестве оценки определяемого показателя качества продукта в этом случае принимают среднее арифметическое значение серии оставшихся приемлемых результатов испытаний.

Если в процессе получения серии приемлемых результатов испытаний оказались отброшенными два или большее число результатов, то все полученные результаты считаются неприемлемыми. В этом случае надлежит проверить аппаратуру, реактивы и другие используемые материалы, а также правильность выполнения операций метода испытаний. Затем, если возможно, выполнить новую серию испытаний.

*Определение доверительных границ* для истинного значения определяемого показателя качества по результатам испытаний, полученным в условиях сходимости метода испытаний.

Если имеется серия приемлемых результатов испытаний, полученных одним исполнителем в условиях сходимости, то истинное значение показателя качества испытуемого продукта с доверительной вероятностью 0,95 находится внутри доверительного интервала, расположенного симметрично относительно среднего арифметического значения серии результатов испытаний и описываемого неравенством:

$$\bar{X}_n - 0,71\sqrt{R^2 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)r^2} = \xi_H \leq \mu \leq \xi_B = \bar{X}_n + 0,71\sqrt{R^2 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)r^2}. \quad (30)$$

Доверительный интервал, ограниченный только сверху, описывается правой частью неравенства (30), ограниченный снизу – левой.

Здесь  $\mu$  - истинное значение показателя качества испытуемого продукта;  $\xi_b, \xi_h$  - верхняя и нижняя доверительные границы;  $n$  - количество приемлемых результатов испытаний, полученных в условиях сходимости;  $\bar{X}_m$  - среднее арифметическое значение "n" результатов испытаний, полученных в условиях сходимости;  $R$  - воспроизводимость метода испытания;  $r$  - сходимость метода испытаний.

## 7.2. Проверка приемлемости результатов испытаний, полученных в условиях воспроизводимости метода испытаний

Приводимые ниже правила предназначены для проверки приемлемости результатов испытаний, получаемых на одном и том испытуемом продукте в условиях воспроизводимости (разными исполнителями, в разных лабораториях и в разное время) в процессе их повседневной деятельности. В случаях возникновения спора о качестве продукции между поставщиком и получателем следует руководствоваться правилами, изложенными в разделе 8.

Два результата испытаний можно считать приемлемыми, если расхождение между ними не превышает значения воспроизводимости метода испытаний. В этом случае за значение показателя качества испытуемого продукта принимают среднее арифметическое значение двух полученных результатов испытаний.

Если расхождение между двумя результатами испытаний превышает значение воспроизводимости метода испытаний, то оба результата считаются сомнительными и отбрасываются. Рекомендуется, чтобы каждая лаборатория дополнительно получила в условиях сходимости не менее трех приемлемых результатов испытаний.

Приемлемость результатов испытаний разных лабораторий в этом случае проверяется путем сравнения расхождения между средними арифметическими значениями приемлемых результатов испытаний, полученными в каждой лаборатории, со значением воспроизводимости средних значений, вычисленным по формуле:

$$R' = \sqrt{R^2 - \left(1 - \frac{1}{2n_1} - \frac{1}{2n_2}\right)r^2}, \quad (31)$$

где  $R'$  - воспроизводимость средних значений;  $R$  - воспроизводимость метода испытаний;  $r$  - сходимости метода испытаний;  $n_1, n_2$  - количество приемлемых результатов испытаний, полученных в первой и второй лабораториях соответственно.

Если расхождение между средними значениями результатов испытаний, полученными в каждой лаборатории, не превышает вычисленной по формуле (31) воспроизводимости средних значений, то результаты испытаний считаются приемлемыми. Тогда значение показателя качества испытуемого продукта рассчитывают как среднее арифметическое значение всех полученных приемлемых результатов испытаний.

Если имеются единичные результаты испытаний одного и того же продукта, полученные в более чем двух лабораториях, то приемлемость результатов испытаний проверяют путем сравнения расхождения между наиболее далеко отстоящими результатом и средним арифметическим значением всех остальных результатов с воспроизводимостью метода испытаний. Если указанное расхождение не превышает значения воспроизводимости, то все полученные результаты считаются приемлемыми. В этом случае показателем качества испытуемого продукта является среднее арифметическое значение всех полученных результатов испытаний.

Если же указанное расхождение превышает значение воспроизводимости метода испытаний, то соответствующий единичный результат испытаний отбрасывают и повторяют изложенную выше процедуру браковки вплоть до получения серии приемлемых результатов. В качестве оценки показателя качества испытуемого продукта в этом случае принимают среднее арифметическое значение всех приемлемых результатов.

Если в процессе получения серии приемлемых результатов испытаний оказались отброшенными два или более результатов испытаний при общем числе полученных результатов, не превышающем 20, то все полученные результаты испытаний считаются неприемлемыми. В этом случае надлежит проверить аппаратуру, реактивы и другие используемые материалы, а также правильность выполнения операций метода испытаний. Затем, если возможно, выполнить новые испытания.

Примечание. При общем числе результатов испытаний более 20 все полученные результаты считаются неприемлемыми, если число отброшенных результатов превысит 5 % от общего числа полученных результатов.

*Определение доверительных границ для истинного значения определяемого показателя качества по результатам испытаний, полученных в условиях воспроизводимости.*

Если имеется "к" приемлемых единичных результатов испытаний, полученных на одном и том же испытуемом продукте в лабораториях в услови-

ях воспроизводимости, то истинное значение определяемого показателя качества испытуемого продукта с доверительной вероятностью 0,95 находится внутри интервала, расположенного симметрично относительно среднего арифметического значения результатов испытаний, описываемого неравенством

$$\bar{X}_k - 0,71 \frac{R}{\sqrt{K}} = \xi_H \leq \mu \leq \xi_B = \bar{X}_k + 0,71 \frac{R}{\sqrt{K}}, \quad (32)$$

где  $K$  - количество приемлемых единичных результатов испытаний, полученных в разных лабораториях.

Доверительный интервал, ограниченный только сверху, описывается правой частью неравенства (32), только снизу – левой.

### 7.3. Проверка метрологической обоснованности норм, вводимых в НД на продукцию

Приведенные здесь правила предназначены для проверки обоснованности норм, ограничивающих интервал допускаемых значений показателя качества продукта с двух сторон, т.е. сверху и снизу.

Примечание.

Помимо норм, которые в явном виде ограничивают интервал допускаемых значений показателя качества продукта сверху и снизу, например, «температура кипения  $(100 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ », «вязкость не менее  $5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  и не более  $1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ », в НД встречаются нормы, которые в явной форме ограничивают интервал допускаемых значений показателя качества продукта только с одной стороны, но, вместе с тем, в неявной форме содержат ограничение для другой стороны интервала. Примерами норм с неявно выраженным двусторонним ограничением могут служить «массовая доля серы не более 2 %», «массовая концентрация свинца не более 3,0 г/л», «растворимость компонента не менее 99 %»: в каждой из этих норм подразумевается существование второго ограничения в виде экстремального значения нормируемого показателя качества продукта, а именно, 0 %, 0 г/л, 100 %.

Приведенные здесь правила следует применять к нормам, вводимым на свойства, уровень которых зависит от состава сырья или может быть изменен в процессе производства данного продукта путем, например, изменения количества вводимой присадки, смешивания с другим продуктом, проведения дополнительной очистки, изменения параметров технологического процесса и т.п.

Методы испытаний, используемые при определении и контроле качества продукции, должны удовлетворять следующим требованиям:

Воспроизводимость метода испытаний не должна превышать одной четверти интервала допускаемых значений свойства продукта, ограничиваемого нормой в явном виде сверху и снизу:

$$R \leq 0,25(A_1 - A_2), \quad (33)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  - верхняя и нижняя границы интервала допускаемых значений свойства продукта.

Воспроизводимость метода испытаний не должна превышать половины интервала допускаемых значений свойства продукта, ограничиваемого с одной стороны значением нормы, а с другой стороны - подразумеваемым экстремальным значением нормируемого свойства продукта, т.е. должно выполняться соотношение

$$R \leq 0,25(A_1 - B_2) \quad (34)$$

или

$$R \leq 0,25(B_1 - B_2), \quad (35)$$

где  $B_1$  и  $B_2$  - верхнее и нижнее экстремальные значения нормируемого свойства продукта,

Примечание. В случае невыполнения условий (33), (34) или (35) необходимо рассмотреть возможность их обеспечения путем уменьшения воспроизводимости метода испытаний другим, более точным, методом и (или) расширения интервала в правой части соответствующего неравенства.

#### **7.4. Правила учета показателей точности метода испытаний при проверке качества продукции поставщиком и получателем**

Приведенные ниже правила исходят из 5-процентного уровня риска поставщика и получателя. При этом предполагается, что для контроля качества продукции поставщик и получатель получают каждый по одному результату испытаний передаваемого продукта. В случаях, когда результат испытаний передаваемого продукта, полученный в лаборатории получателя, оказывается неудовлетворительным и в связи с этим между поставщиком и получателем возникает спор о качестве передаваемой продукции, необходимо руководствоваться правилами, изложенными в п. 7.6.

Эти правила распространяются только на свойства продукции, уровень которых зависит от состава сырья или может быть изменен в процессе производства данного продукта путем смешивания с другим продуктом, проведения дополнительной очистки, изменения параметров технологического процесса и т.п.

При проверке качества выпускаемой продукции у поставщика по единичному результату испытаний считается, что продукт соответствует требованиям НД с доверительной вероятностью 0,95, если результат испытаний продукта  $X$ , полученный в лаборатории поставщика, удовлетворяет условиям:

- при наличии только односторонней нормы  $A_1$ , ограничивающей область допускаемых значений свойства продукта сверху:

$$X \leq A_1 - 0,71R; \quad (36)$$

- при наличии только односторонней нормы  $A_2$ , ограничивающей область допускаемых значений свойства продукта снизу:

$$X \geq A_2 + 0,71R; \quad (37)$$

- при наличии двусторонней нормы  $[A_1, A_2]$ , ограничивающей область допускаемых значений свойства продукта сверху и снизу.

Эти условия следует рассматривать в качестве критериев, которыми должен руководствоваться поставщик при выпуске продукции, но не в качестве формальных обязательств поставщика: наличие в паспорте на продукт значения свойства, расположенного между нормой и контрольной границей, не может служить свидетельством несоответствия продукта требованиям НД, т.е. для поставщика область качества остается ограниченной значениями  $A_1$  и  $A_2$ .

При проверке качества принимаемой продукции у получателя по единичному результату испытаний считается, что продукт с доверительной вероятностью 0,95 не соответствует требованиям НД, если результат испытаний продукта  $X$ , получаемый в лаборатории получателя, удовлетворяет условиям:

- при наличии только односторонней нормы  $A_1$ , ограничивающей область допускаемых значений показателя качества продукта сверху

$$X > A_1 + 0,71R. \quad (38)$$

$$X < A_1 - 0,71R. \quad (39)$$

- при наличии двусторонней нормы  $[A_1, A_2]$ , ограничивающей область допускаемых значений показателя качества продукта сверху и снизу, - условию (38) либо условию (39).

### 7.5. Выбор более точного метода испытаний

Приведенные ниже правила обеспечивают сравнение и выбор более точного метода испытаний из двух методов испытаний для определения одного и того же показателя качества продукта. Сравнение методов испытаний может быть выполнено при условии, что сравниваемые между собой методы испытаний аттестованы и имеют одинаковые диапазоны действия. Для сравнения точности двух методов испытаний одного и того же свойства продукции должны быть известны оценки воспроизводимости методов испытаний и соответствующие им числа степеней свободы.

Вычисляют отношение средних значений квадратов воспроизводимостей сравниваемых методов испытаний:

$$F_q = \frac{\bar{R}_1^2}{\bar{R}_2^2}, \quad (40)$$

где  $\bar{R}_{1,2}^2$  - большее и меньшее по размеру среднее значение квадрата воспроизводимости;

Если значение  $F_q > F_{g=0,5}$ , то считается, что воспроизводимости сравниваемых между собой методов испытаний значимо отличаются друг от друга. В этом случае предпочтение должно быть отдано методу с меньшим значением  $R_i$ . При  $F_q \leq F_{g=0,5}$ , считается, что оба метода в среднем равноценны по точности.

Здесь  $F_{g=0,5}$  - значение критерия Фишера, принимаемое по таблице 2 Приложения при уровне значимости 0,5 %.

### **7.6. Правила учета показателей точности метода испытаний при решении спора между поставщиком и получателем**

Если между получателем и поставщиком возник спор о качестве продукции и они не смогли на основании полученных результатов испытаний прийти к соглашению, то для решения спора следует выполнить следующую процедуру.

Результаты испытаний продукта, ранее полученные в лабораториях поставщика и получателя, признаются сомнительными. Каждая лаборатория получает не менее трех новых результатов испытаний одной и той же контрольной пробы продукта, удовлетворяющих требованиям, изложенным в разделе 7.1.

Вычисляют среднее арифметическое значение  $\bar{X}_S$  группы приемлемых результатов испытаний, полученных в лаборатории поставщика, среднее арифметическое значение  $\bar{X}_R$  группы приемлемых результатов испытаний, полученных в лаборатории получателя, и сравнивают их с нормой. Считается, что основания для продолжения спора имеются только в случае, если, с одной стороны,  $\bar{X}_S \leq A_1$  или (и)  $\bar{X}_S \leq A_2$ , но, с другой стороны, имеют место условия  $\bar{X}_R > A_1$  или  $\bar{X}_R > A_2$ .

В этом случае с помощью критериев, приведенных в пп.7.1÷7.3, сравнивают среднее арифметическое значение всех полученных результатов испытаний с нормой и проверяют равнозначность результатов испытаний, полученных в лабораториях поставщика и получателя.

Считается, что продукт соответствует требованиям НД, если выполняются условия:

$$0,5(|\bar{X}_S + \bar{X}_R|) \leq A_1 \text{ или } 0,5(|\bar{X}_S + \bar{X}_R|) \leq A_2, \text{ и } |\bar{X}_S - \bar{X}_R| \leq 0,84R', \quad (41)$$

где  $R'$  - воспроизводимость средних значений, вычисленная по формуле (31).

Если условия (41) выполняются, но  $|\bar{X}_S - \bar{X}_R| > 0,84R'$ , то нельзя с полной уверенностью считать, что продукт соответствует требованиям НД с достоверной вероятностью 0,95, и поэтому стороны могут либо продолжать спор, либо закончить его по договоренности.

Если  $0,5(|\bar{X}_S + \bar{X}_R|) > A_1$  или  $0,5(|\bar{X}_S + \bar{X}_R|) > A_2$ , то спор продолжается независимо от того, выполняется или не выполняется условие (41).

В случае продолжения спора обе лаборатории должны совместно рассмотреть и сравнить методики выполнения испытаний и используемую аппаратуру. Затем каждая лаборатория должна на своей части контрольной пробы продукта получить в условиях сходимости не менее трех новых результатов испытаний, удовлетворяющих требованиям п.7.1, и сравнить средние арифметические значения полученных результатов испытаний согласно указаниям, изложенным в п.7.4.

Если после выполнения указаний, изложенных выше, спор продолжается, то для его решения привлекают, по соглашению сторон, третью лабораторию (нейтральную и обладающую достаточным опытом применения данного метода испытаний). Эта лаборатория в условиях сходимости получает не менее трех приемлемых результатов на выделенной ей части контрольной пробы продукта и вычисляет среднее арифметическое значение  $\bar{X}_E$  полученной группы приемлемых результатов испытаний.

Если расхождение между наибольшим (или наименьшим) средним арифметическим значением результатов испытаний, полученных в отдельной лаборатории, и средним арифметическим значением средних значений результатов испытаний, полученных в остальных двух лабораториях, не превышает воспроизводимости метода испытаний, то надлежит руководствоваться следующими правилами:

Если  $\frac{\bar{X}_S + \bar{X}_R + \bar{X}_E}{3} \leq A_1$  или (и)  $\frac{\bar{X}_S + \bar{X}_R + \bar{X}_E}{3} \geq A_2$ , то продукт соответствует требованиям НД, при  $\frac{\bar{X}_S + \bar{X}_R + \bar{X}_E}{3} > A_1$  или  $\frac{\bar{X}_S + \bar{X}_R + \bar{X}_E}{3} < A_2$ , то продукт бракуется.

Если расхождение между наибольшим (или наименьшим) по размеру средним арифметическим значением результатов испытаний, полученных в отдельной лаборатории, и средним арифметическим значением средних значений результатов испытаний, полученных в остальных двух лабораториях, превышает воспроизводимость метода испытаний, то надлежит руководствоваться следующими правилами: наиболее далеко отстоящее среднее значение результатов испытаний, полученных в отдельной лаборатории, отбрасывают и сравнивают с нормой среднее арифметическое значение  $\bar{X}$  средних значений результатов испытаний, полученных в остальных двух лабораториях. Если  $\bar{X} \leq A_1$  или (и)  $\bar{X} \geq A_2$ , считается, что продукт соответствует требованиям НД, если  $\bar{X} > A_1$  или  $\bar{X} < A_2$ , то продукт бракуется.

## 7.7. Примеры применения показателей точности методов испытаний продуктов

**Пример 1.** Исполнителем получены два результата испытаний одного и того же продукта в условиях сходимости:  $X_1 = 14,6$  и  $X_2 = 15,6$ . Воспроизводимость метода испытаний  $R = 2,1$ . Сходимость метода испытаний  $r = 1,0$ . Необходимо проверить приемлемость полученных результатов испытаний, найти оценку определяемого показателя качества, определить границы двустороннего доверительного интервала для истинного значения определяемого показателя качества, соответствующие доверительной вероятности 0,95, на основании обоих полученных результатов испытаний и на основании только первого результата испытаний.

### Решение.

Так как расхождение между двумя полученными результатами испытаний  $|X_1 - X_2| = |14,6 - 15,6| = 1 \leq r = 1$  не превышает сходимости метода испытаний, то они считаются приемлемыми.

Среднее арифметическое значение результатов:  $\bar{X} = 0,5(14,6 + 15,6) = 15,1$ .

Верхняя и нижняя доверительные границы из выражения (6.1) после подстановки значений  $\bar{X}$ ,  $R$ ,  $r$  и  $n$ :  $\xi_B = 16,5$  и  $\xi_H = 13,7$ .

При определении доверительных границ на основании только первого результата испытаний в выражение (32) подставляем  $\bar{X} = X_1 = 14,6$  и  $n = 1$  и тогда  $\xi_B = 16,1$ ;  $\xi_H = 13,1$ .

**Пример 2.** Исполнителем получены два результата испытаний одного и того же продукта в условиях сходимости ( $r = 1,0$ ):  $X_1 = 14,0$  и  $X_2 = 15,6$ . Найти оценку определяемого показателя качества.

### Решение.

Так как расхождение между полученными результатами испытаний  $|X_1 - X_2| = |14,0 - 15,6| = 1,6 > r = 1,0$ , то оба результата следует считать сомнительными.

Тот же исполнитель получил дополнительно три результата  $X_3 = 13,8$ ,  $X_4 = 14,9$ ,  $X_5 = 14,3$ . Проверим крайние в ряду значения. Расхождение между наименьшим результатом  $X_{\min} = X_3 = 13,8$  и средним арифметическим значением всех остальных результатов (в том числе и двух результатов, полученных первоначально):  $|X_3 - 0,25(X_1 + X_2 + X_4 + X_5)| = 0,9 < r = 1,0$ , значение  $X_3$  отбрасывать нельзя. Наоборот, поскольку расхождение между наибольшим результатом  $X_2 = 15,6$  и средним арифметическим значением всех остальных результатов (в том числе и двух результатов, полученных первоначально)  $|X_2 - 0,25(X_1 + X_3 + X_4 + X_5)| = 1,35 > r = 1,0$ , результат  $X_2 = 15,6$  следует отбросить и повторить процедуру проверки приемлемости оставшихся результатов (вплоть до получения серии приемлемых результатов).

Находим расхождение между наименьшим результатом  $X_3 = 13,8$  и средним арифметическим значением всех остальных результатов:  $|X_3 - 0,33(X_1 + X_4 + X_5)| = 0,6 < r = 1,0$ , результат  $X_3 = 13,8$  отбрасывать не следует.

Находим расхождение между наибольшим результатом  $X_4 = 14,9$  и средним арифметическим значением всех остальных результатов:  $|X_4 - 0,33(X_1 + X_4 + X_5)| = 0,9 < r = 1,0$ , результат  $X_4 = 14,9$  отбрасывать не следует.

Таким образом результаты  $X_1$ ,  $X_3$ ,  $X_4$  и  $X_5$  следует считать приемлемыми.

За оценку определяемого показателя качества принимаем среднее арифметическое приемлемых результатов:  $X_{cp} = 0,33(X_1 + X_4 + X_5) = 14,3$

Пример 3. Исполнителем получены два результата испытаний одного и того же продукта в условиях сходимости:  $X_1 = 13,0$  и  $X_2 = 15,2$ . Сходимость метода испытаний  $r = 1,0$ . Необходимо найти оценку определяемого показателя качества продукта.

Решение.

Так как расхождение между результатами испытаний  $|X_1 - X_2| = 2,2 > r = 1,0$ , то оба результата следует считать сомнительными и получить дополнительно не менее трех новых результатов испытаний.

Тот же исполнитель в течение короткого промежутка времени получил дополнительно три результата:  $X_3 = 13,8$ ,  $X_4 = 14,8$  и  $X_5 = 14,6$ . Поскольку расхождение между наименьшим результатом  $X_1 = 13,0$  и средним арифметическим значением остальных четырех результатов:  $|X_1 - 0,25(X_2 + X_3 + X_4 + X_5)| = 1,3$  и наибольшим результатом  $X_2 = 15,2$  и средним арифметическим значением всех остальных четырех результатов:  $|X_2 - 0,25(X_1 + X_3 + X_4 + X_5)| = 1,5$  больше  $r = 1,0$ , эти результаты следует отбросить. Аналогичная проверка применительно к оставшимся значениям  $X_2 = 15,2$ ;  $X_3 = 13,8$ ;  $X_4 = 14,8$  и  $X_5 = 14,6$  показывает, что  $X_3$  также следует отбросить.

Так как в результате проверки оказались отброшенными два из пяти результатов, все полученные данные следует забраковать, проверить фактические условия выполнения измерений и их повторить заново.

Пример 4. Необходимо проверить приемлемость результатов испытаний, получаемых двумя лабораториями с помощью метода испытаний, воспроизводимость и сходимость которого составляют 2,1 и 1,0 соответственно.

Решение.

На одном и том же продукте в каждой лаборатории с помощью данного метода испытаний получили по одному результату испытаний:  $X_{11} = 13,0$  и  $X_{21} = 15,2$ . Так как расхождение между полученными единичными результатами  $|X_{11} - X_{21}| = |13,0 - 15,2| = 2,2$  превышает воспроизводимость метода испытаний, то оба результата следует считать сомнительными и отбросить.

В каждой лаборатории получили по три новых результата испытаний в условиях сходимости. В первой лаборатории получали  $X_{12} = 13,8$ ,  $X_{13} = 14,8$  и  $X_{14} = 14,6$ . Во второй лаборатории получили  $X_{22} = 15,8$ ,  $X_{23} = 15,0$ ,  $X_{24} = 15,7$ .

Проверяем полученные данные. Находим расхождение между наименьшим результатом  $X_{12}=13,8$  и наибольшим  $X_{13}=14,8$  и средним арифметическим значением остальных двух результатов испытаний, полученных в первой лаборатории:  $|X_{12}-0,5(X_{13}+X_{14})|=0,9$  и  $|X_{13}-0,5(X_{12}+X_{14})|=0,6$ .

Так как оба расхождения меньше сходимости метода, то все полученные в первой лаборатории результаты испытаний считаются приемлемыми. Среднее арифметическое значение приемлемых результатов испытаний первой лаборатории составляет:  $X_{c1}=14,4$ .

Аналогичным путем получаем, что все данные, полученные во второй лаборатории приемлемы и  $X_{c2}=15,5$ .

Определяем значение воспроизводимости средних значений по формуле (4). После подстановки значений  $R, r, n, n_2$  находим  $K=1,93$

Вычисляем расхождение между средними значениями результатов испытаний, полученных в обеих лабораториях  $|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| = |14,4 - 15,5| = 1,1$ . Так как это расхождение меньше воспроизводимости средних значений  $R'$ , то результаты  $\bar{X}_1$  и  $\bar{X}_2$  следует считать приемлемыми.

Пример 5. Один и тот же продукт испытывался в 14 лабораториях с помощью метода испытаний с воспроизводимостью  $R = 2,0$ . Необходимо проверить приемлемость полученных единичных результатов испытаний:  $X_1=76,8, X_2=75,8, X_3=78,8, X_4=75,8, X_5=76,6, X_6=76,8, X_7=75,4, X_8=77,2, X_9=76,2, X_{10}=74,8, X_{11}=77,0, X_{12}=75,4, X_{13}=76,2, X_{14}=76,6$ , а также найти оценку уровня показателя качества и границы 95-процентного двустороннего доверительного интервала для истинного значения показателя качества продукта.

#### Решение.

Проверяем на допустимость отклонений группу данных по Фишера  $F$ : крайние значения  $X_{10}=74,8$  и  $X_3=78,8$  следует отбросить, остальные данные пригодны для совместной статистической обработки.

Оценкой определяемого показателя качества продукта является среднее арифметическое значение всех приемлемых результатов испытаний  $\bar{X}=76,2$ .

Верхнюю и нижнюю доверительные границы определяем по формуле (30), подставляя значения  $R, \bar{X}$  и  $K, \xi_B = 76,6$  и  $\xi_H = 75,8$ .

Пример 6. Определить метрологическую обоснованность нормы "вязкость не менее  $5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  и не более  $1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ " при использовании метода испытаний с воспроизводимостью  $R=2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

#### Решение.

В рассматриваемом случае интервал допускаемых значений показателя качества продукта ограничен с двух сторон, причем верхняя граница интервала  $A_1=1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ , а нижняя граница  $A_2=1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Согласно п. 7.1 воспроизводимость метода испытаний не более  $0,25(A_1-A_2)=0,25(1 \cdot 10^{-5}-5 \cdot 10^{-6}) =$

$1,25 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Так как это значение превышает заданное значение, то норма метрологически не обоснована.

Пример 7. Проверить пригодность метода испытаний с воспроизводимостью  $R=1 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$  для контроля содержания компонента в продукте при норме не более  $3 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ .

Решение.

В рассматриваемом случае интервал допускаемых значений показателя качества продукта сверху ограничен значением нормы, а снизу подразумеваемым экстремальным значением нормируемого свойства продукта. Поэтому  $A_1=3 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$  и  $B_2=0 \text{ кг/м}^3$ . Согласно п. 7.2 воспроизводимость испытаний не должна превышать  $0,5(A_1 - B_2) = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ , следовательно норму можно считать метрологически обоснованной, а метод испытаний - пригодным для контроля содержания компонента в продукте.

Пример 8. Определить значения контрольных границ у поставщика и у получателя при норме "массовая доля влаги не ниже 76,0 %" в случае проверки качества продукта по единичному результату испытания, получаемому с помощью метода испытаний с воспроизводимостью  $R=1,0 \%$ .

Решение.

В рассматриваемом случае имеется односторонняя норма, ограниченная область допускаемых значений свойства продукта только снизу  $A_2=76,0 \%$ . Значение контрольной у поставщика определяется выраженном (41), т.е.  $X_S=76,6 \%$ . Для получателя получаем  $X_R=75,5 \%$ .

Пример 9. Необходимо сравнить точность двух методов испытаний, предназначенных для определения одного и того же показателя качества продукта. При аттестации получена оценка воспроизводимости метода А в виде зависимости  $R_A=2,4+0,25X$  с 79 степенями свободы и оценка воспроизводимости метода В в виде зависимости  $R_B=1,1X-0,04X^2$  с 58 степенями свободы. Диапазоны действия обоих методов определяются интервалом [2].

Решение.

Вычисляем средние значения квадрата воспроизводимости обоих методов по уравнению:  $R_A^2=14,5$  и  $R_B^2=23,7$ .

Находим их отношение:  $F_q=1,63$ .

На основании заданных в условии задачи степеней свободы  $f_{A-1}=79$  и  $f_{B-1}=50$  путем линейной интерполяции по колонкам и строкам находим табличное значение критерия Фишера:  $F_{(58,79)}=1,61$ .

Так как  $F_q=1,63 > F_{(58,79)}=1,61$ , то воспроизводимость метода В в среднем выше, чем метода А.

Пример 10. Показатель качества продукта должен удовлетворять указанной в НД норме "не менее 22,0", т.е.  $A_2=22,0$ . Воспроизводимость метода испытаний, с помощью которого производится проверка качества продукта,  $R=1,0$ . Сходимость метода испытаний  $r=0,5$ .

При выпуске партии продукта в лаборатории поставщика получен единственный результат испытаний 22,8, что больше значения контрольной границы у поставщика  $K_S = 22,6$ . Получатель в своей лаборатории получил единственный результат испытаний 21,0, что существенно ниже значения контрольной границы у получателя  $K_R = 21,4$ . В связи с этим между получателем и поставщиком возник спор о качестве передаваемой партии продукта.

#### Решение.

По полученным данным, отфильтрованным после проверки на однородность, рассчитаны средние арифметические значения  $X_S = 22,3$  у поставщика и  $X_R = 21,4$  получателя. Так как  $X_c = 0,5(X_S + X_R) = 21,8 < A_2 = 22,0$ ,  $X_S > A_2 = 22,0$  и  $X_R < A_2 = 22,0$ , то имеются основания для продолжения спора даже без проверки.

После совместного рассмотрения и сравнения методик испытаний и испытательной аппаратуры каждая из лабораторий на своей части контрольной пробы получила в условиях сходимости еще по три новых результата, удовлетворяющих установленным требованиям. По этим данным найдены  $X_S = 22,37$  и  $X_R = 21,53$ .

Так как снова  $X_S > A_2$  и  $X_R < A_2$ , основания для продолжения спора сохраняются. В этом случае для его решения привлекают третью сторону, которая на выделенной ей части контрольной пробы продукта получает группу данных, среднее арифметическое которых  $X_E = 22,4$ .

Вычисляют расхождения:  $X_R - 0,5(X_S + X_E) = 0,86$  и  $X_E - 0,5(X_S + X_R) = 0,45$  (поскольку  $X_R < X_S < X_E$ ).

Так как оба полученных расхождения не превышают заданное значение  $R = 1,0$ , рассчитываем:  $0,33(X_R + X_S + X_E) = 22,1$ . Поскольку оно не превышает  $A_2 = 22,0$ , то можно считать, что продукт соответствует НД.

## **8. ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ТЕРМИНЫ И ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ**

*Активный контроль (качества)* – контроль, при котором результаты измерений используются для удержания значений показателей качества продукции в заданных пределах.

*Брак* - продукция, передача которой потребителю не допускается из-за наличия дефектов.

*Вероятность годности изделия* - вероятность ошибок I (II) рода – вероятность совершить ошибку I (II) рода

*Выборка* - изделие или определенная совокупность изделий, отобранных для контроля из партии или потока продукции.

*Гарантированное значение погрешности* – погрешность результата измерений при контроле нормированного параметра.

*Дисперсия* - математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее среднего арифметического.

*Доверительная вероятность* - вероятность того, что результат многократных измерений в виде среднего арифметического не выйдет за установленные доверительные границы.

*Доверительные границы погрешности результата измерений* - наибольшее и наименьшее значения погрешности измерений, ограничивающие интервал, внутри которого с заданной вероятностью находится искомое (истинное) значение погрешности результата измерения.

*Допуск* - разность между наибольшим и наименьшим установленными значениями контролируемого показателя.

*Допускаемое отклонение показателя качества продукции* - отклонение фактического значения показателя качества продукции от номинального значения, находящееся в пределах, установленных нормативной документацией.

*Допустимый уровень брака* – доля бракованной продукции в партии, принимаемой по соглашению между изготовителем и потребителем допустимой.

*Дубль результатов испытаний (измерений)* – повторные наблюдения.

*Единица продукции* - отдельный экземпляр штучной продукции или определенное в установленном порядке количество нештучной или штучной продукции.

*Изделие* - единица промышленной продукции, количество которой может исчисляться в штуках или экземплярах.

*Испытания* - экспериментальное определение количественных или качественных характеристик свойств объекта как результата воздействия на него при его формировании; при моделировании объекта и (или) воздействии.

*Качество продукции* - совокупность свойств продукции, обуславливающих ее пригодность удовлетворять определенные потребности в соответствии с ее назначением.

*Контроль качества продукции* – контроль количественных и (или) качественных характеристик свойств продукции.

*Метод измерений* - прием или совокупность приемов сравнения измеряемой физической величины с ее единицей в соответствии с реализованным принципом измерений.

*Методика выполнения измерений (МВИ)* - установленная совокупность операций и правил при измерении, выполнение которых обеспечивает получение результатов измерений с гарантированной точностью в соответствии с принятым методом. МВИ, предназначенные для количественного определения состава материалов и веществ, называют *методиками количественного химического анализа*.

*Наблюдение при измерении* - операции, проводимые при измерении и имеющие целью своевременно и правильно произвести отсчет.

*Норма* - это наибольшее (или наименьшее) значение контролируемого

показателя, при котором изделия или продукция еще считаются пригодными для поставки потребителю или для отнесения к тому или иному сорту.

*Объект измерения* - тело (физическая система, процесс, явление и т. д.), которое характеризуется одной или несколькими измеряемыми физическими величинами.

*Объект испытаний* - продукция, подвергаемая испытаниям.

*Объект технического контроля* - подвергаемая контролю продукция, процессы ее создания, применения, транспортирования, хранения, технического обслуживания и ремонта, а также соответствующая техническая документация.

*Объем выборки* - число изделий, составляющих выборку.

*Объем партии* – число единиц продукции в партии.

*Определяющий показатель качества продукции* - Показатель качества продукции, по которому принимают решение, оценивая ее качество.

*Оптимальное значение показателя качества продукции* - Значение показателя качества продукции, при котором достигается либо наибольший эффект от эксплуатации или потребления продукции при заданных затратах на ее создание и эксплуатацию или потребление, либо заданный эффект при наименьших затратах, либо наибольшее отношение эффекта к затратам.

*Оценивание качества продукции* - Определение значений характеристик продукции с указанием точности и достоверности.

*Оценка СКО* – значение СКО, найденное при ограниченном объеме выборки.

*Ошибка I рода* – заключение, при котором фактически годная продукция признается браком.

*Ошибка II рода* – заключение, при котором фактически негодная продукция признается годной.

*Партия (производственная)* – определенное количество некоторой товарной продукции или услуг, произведенное в одно время и при условиях, которые можно считать однородными.

*Пассивный контроль (качества)* - контроль, при котором результаты измерений используются для фиксации фактического значения контролируемого параметра.

*Погрешность* – собирательное понятие, характеризующее степень приближения измеренного значения к действительному. Различают погрешности: инструментальная, методическая, субъективная, абсолютная, относительная, приведенная, основная, дополнительная, статическая, динамическая, результата однократного или многократного (среднего арифметического) измерения, средняя квадратическая результата единичных измерений в ряду измерений, результата измерений среднего арифметического.

*Погрешность результата измерения* - отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины.

*Показатель качества продукции* - количественная характеристика одного или нескольких свойств продукции, составляющих ее качество, рассматриваемая применительно к определенным условиям ее создания и эксплуатации или потребления

*Поправка* - значение величины, вводимое в неисправленный результат измерения с целью исключения составляющих систематической погрешности.

*Предельно допустимое значение погрешности* – наибольшее значение погрешности, в пределах которой может находиться нормированное или измеряемое значение параметра.

*Предельное значение показателя качества продукции* - наибольшее или наименьшее регламентированное значение показателя качества продукции.

*Проба* - определенное количество нештучной продукции, отобранное для контроля.

*Размах результатов измерений* - оценка рассеяния результатов единичных измерений физической величины, образующих ряд (или выборку из  $n$  измерений).

*Риск изготовителя (поставщика)* – вероятность изготовителя забраковать фактически годную продукцию.

*Риск получателя (потребителя)* – вероятность получателя приобрести фактически бракованную продукцию.

*Среднее взвешенное значение величины* - среднее значение величины из ряда неравноточных измерений, определенное с учетом веса каждого единичного измерения (положительное число, служащее оценкой доверия к тому или иному отдельному результату измерения, входящему в ряд неравноточных измерений).

*Среднеквадратическое отклонение (СКО)* - взятый с положительным знаком корень квадратный из дисперсии. Параметр, характеризующий рассеяние результатов однократных измерений вокруг среднего арифметического.

*Средство измерений* – техническое устройство, применяемое для измерений, хранящее размер единицы и имеющее нормированные метрологические характеристики.

*Средство контроля* - техническое устройство, вещество и материал для проведения контроля.

*Технический уровень продукции* - относительная характеристика качества продукции, основанная на сравнении значений показателей, характеризующих техническое совершенство оцениваемой продукции с соответствующими базовыми значениями.

*Требуемое значение погрешности* - значение погрешности, в пределах которой может быть нормированный параметр.

*Уровень дефектности* - доля дефектных единиц продукции или число дефектов на сто единиц продукции.

*Уровень качества продукции* - относительная характеристика качества продукции, основанная на сравнении значений показателей качества оцениваемой продукции с базовыми значениями соответствующих показателей.

*Физическая величина* (кратко величина, ФВ) - одно из свойств физического объекта (физической системы, явления или процесса), общее в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них.

*Физический параметр* - физическая величина, рассматриваемая при измерении данной физической величины как вспомогательная.

## 9. Принятые условные обозначения

$Z(i), Z_n$	показатели качества продукции, контролируемые параметры и их номинальные значения
$X(y), Y(j)$	возмущающие воздействия на объекты, подлежащие контролю
$R = X_{\max} - X_{\min}$	размах
$Y, Y'_n$	фактическое и номинальное значения параметра
$Z_{\min} < Z < Z_{\max}$	диапазон варьирования параметра
$Z(\Omega)$	значение показателя качества в $\omega$ - ом сеансе контроля
$M(\Omega), \mu(\Omega)$	математическое ожидание показателя качества
$\sigma(\Omega)$	среднее квадратическое отклонение, СКО
$S(\Omega)$	оценка СКО из выборки
$S_m$	оценка СКО методики выполнения измерений
$S_{\text{тех}}$	оценка СКО стабильности технологического процесса
$\pm \Delta_d$	ширина допуска на контролируемый параметр
$\pm \Delta_{\text{гр}}$	предельное значение оценки СКО
$\pm \delta$	погрешность МВИ и СИ
$Z_{\min}$ и $Z_{\max}$	предельные значения показателя (допустимые границы варьирования измеренных значений показателя)
$T_1$	периодичность проведения сеансов измерения
$N, n$	объём выборки
$\Delta$	допускаемое отклонение параметра от номинала, допуск
$k$	коэффициент асимметрии поля допуска
$\alpha$	уровень значимости
$P = 1 - \alpha$	доверительная вероятность
$P(A)$	вероятность годное изделие признать годным
$P(B)$	вероятность негодное изделие забраковать
$P(B)$	вероятность годное изделие забраковать
$P(\Gamma)$	вероятность негодное изделие признать годным

$\alpha$	риск изготовителя
$\beta$	риск потребителя
$\Delta_d$	ширина поля допуска на контролируемый параметр
$C$	отношения пределов допускаемых погрешностей МВИ и СИ $\delta_0$ и объект контроля $\Delta_0$
$d$	максимальное расхождение между параллельными наблюдениями
$n$	число параллельных проб, объем выборки
$Q$	коэффициент, зависящий от $n$ и доверительной вероятности $P$
$\eta_x = d/S_T$	относительная параметрическая погрешность измерения
$\eta_\delta = d/\delta$	относительная допусковая погрешность измерения
$\delta$	половина поля допуска на отклонение технологического параметра от заданного значения
$U_q$	Коэффициент интегральной функции распределения контролируемого показателя для заданного значения $q$
$\rho$	плотность продукта
$t$	температура, критерий Стьюдента
$C_{mm}$	массовая доля компонента в смеси
$T_H, T_B$	нижняя и верхняя границы допуска для отдельных образцов
$L_H, L_B$	нижняя и верхняя границы допуска для выборки
$\Pi(\Delta X)$	функцией потерь по параметру $X$
$q$	допустимый уровень дефектности
$W_i$	объем производства одноименной продукции
$P_1, P_2$	вероятности ошибки I-го и II-го рода
$D=S^2$	дисперсия
$R, R'$	воспроизводимость метода испытаний и средних значений
$r$	сходимость метода испытаний
$F$	критерий Фишера
$f$	число степеней свободы

## Приложение Статистические таблицы

Таблица 1. Квантили распределения t (Стьюдента)

Число степеней свободы	Уровни значимости для одностороннего критерия						
	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0025	0,001
	Уровни значимости для двухстороннего критерия						
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002
1	3,1	6,3	13	32	64	127	318
2	1,9	2,9	4,3	7,0	14	22	31
3	1,6	2,4	3,2	4,6	5,8	7,5	10
4	1,5	2,1	2,8	3,8	4,6	5,6	7,1
5	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0	4,8	5,9
6	1,4	1,9	2,5	3,1	3,7	4,3	5,2
7	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5	4,0	4,8
8	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4	3,8	4,5
9	1,4	1,8	2,3	2,8	3,2	3,7	4,3
10	1,4	1,8	2,2	2,8	3,2	3,6	4,1
11	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	3,5	4,0

Таблица 2. Квантили распределения F при P=0,95

v <sub>2</sub>	v <sub>1</sub>								
	1	2	3	4	5	6	8	12	24
2	18	19	19	19	19	19	19	19	19
3	10	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	6,0	5,9	5,8
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,8	4,7	4,5
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,2	4,0	3,8
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,7	3,6	3,4
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,4	3,3	3,1
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,2	3,1	2,9
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	2,9	2,7
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	3,0	2,8	2,6

### Библиографический список

1. Бегунов А.А. Метрологическое обеспечение производства пищевой продукции: Справочник. – СПб.:МП «Издатель», 1992. – 288 с.
2. Гельфанд С.Ю., Дьяконова Э.В. Статистические методы контроля качества продукции в консервной и пищевом концентратной промышленности. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984. – 160 с.
3. Козин В.З. Опробывание на обогатительных фабриках. -М.: Недра, 1988. -287 с.
4. Бегунов А.А. Метрология в пищевой и перерабатывающей промышленности. В 2 т. - М.: тип. Россельхозакадемии, 2005. – 840 с.
5. Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. – М.: Машиностроение, 1984. – 231 с.
6. МИ 2179-91 Рекомендации. ГСИ. «Обеспечение эффективности измерений при управлении технологическими процессами. Оптимизация точности измерений по экономическим критериям».
7. ГОСТ Р 8.580-2001 «ГСИ. Определение и применение показателей прецизионности методов испытаний нефти и нефтепродуктов».