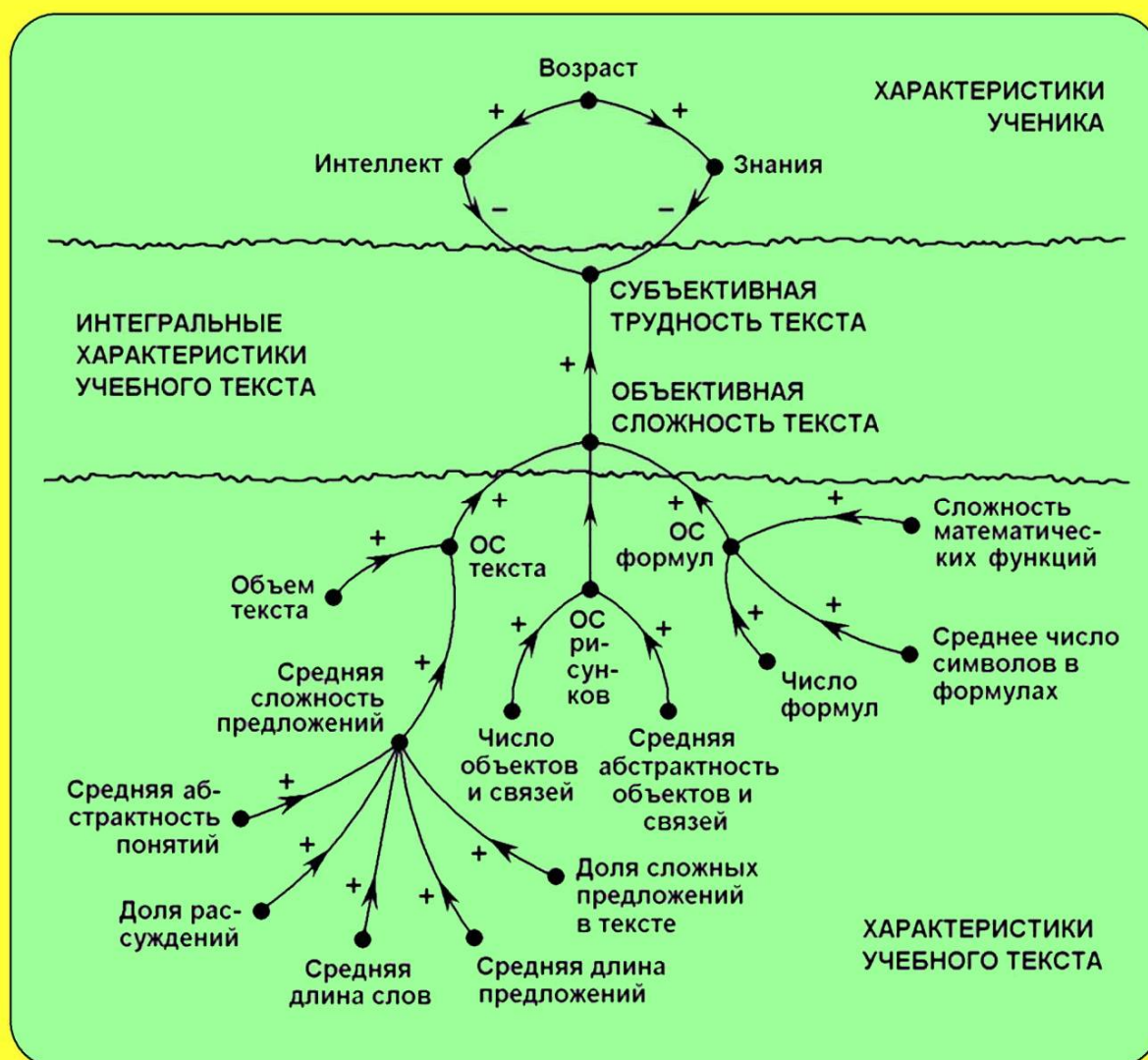


Р.В. Майер

ДИДАКТИЧЕСКАЯ СЛОЖНОСТЬ УЧЕБНЫХ ТЕКСТОВ И ЕЕ ОЦЕНКА



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«ГЛАЗОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени В. Г. КОРОЛЕНКО»**

Р. В. Майер

**ДИДАКТИЧЕСКАЯ СЛОЖНОСТЬ
УЧЕБНЫХ ТЕКСТОВ И ЕЕ ОЦЕНКА**

Монография

**Научное электронное издание
на компакт-диске**

Глазов

ГГПИ

2020

© Майер Р. В., 2020

© ФГБОУ ВО «Глазовский государственный
педагогический институт имени В. Г. Короленко», 2020

ISBN 978-5-93008-305-7

УДК 37.02
ББК 32.81
М14

Рекомендовано научно-методическим советом
ФГБОУ ВО «ГГПИ им. В. Г. Короленко».
Протокол № 2 от 29.10.2019.

*Рекомендовано УМО по математике педвузов и университетов
Волго-Вятского района для студентов и преподавателей высших учебных заведений.*

Рецензенты:

А.А. Мирошниченко, доктор педагогических наук, профессор; профессор кафедры педагогики и психологии ГГПИ;

Ю.А. Сауров, доктор педагогических наук, профессор, член-корреспондент РАО; профессор кафедры физики и методики обучения физике ВятГУ.

М14 Майер, Р. В. Дидактическая сложность учебных текстов и ее оценка [Электронный ресурс] : монография / Р. В. Майер. – Глазов : ГГПИ, 2020. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Монография посвящена некоторым аспектам проблемы оценки дидактической сложности учебных текстов, рисунков, формул и т.д., решение которой поможет установить закономерности распределения учебного материала и оптимизировать процесс обучения. Показана ее актуальность, выявлены основные факторы, влияющие на трудность работы ученика с текстом, установлена связь дидактической сложности текста с его структурной и семантической сложностью. Разработан метод оценки семантической сложности путем автоматизированного подсчета терминов с учетом их абстрактности. Проанализированы следующие вопросы: 1) оценка сложности репрезентации концепта в учебном тексте; 2) установление степени близости учебных текстов, силы внутри- и межпредметных связей; 3) измерение сложности объяснения учебной задачи; 4) оценка сложности и плотности информации в некоторых параграфах школьного курса математики; 5) оценка сложности математической информации в школьных учебниках физики и др. Электронная монография предназначена для ученых, работников образования, интересующихся проблемами обучения, и студентов педвузов.

Системные требования: процессор с тактовой частотой 1,3 ГГц и выше; 256 Мб RAM; свободное место на HDD 6 Мб; Windows 2000/XP/7/8/10; Adobe Acrobat Reader; дисковод CD-ROM 2-скоростной и выше; мышь.

© Майер Р. В., 2020

© ФГБОУ ВО «Глазовский государственный педагогический институт имени В. Г. Короленко», 2020

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Майер Роберт Валерьевич

**ДИДАКТИЧЕСКАЯ СЛОЖНОСТЬ
УЧЕБНЫХ ТЕКСТОВ И ЕЕ ОЦЕНКА**

Монография

Технический редактор, корректор М. В. Пермякова

Оригинал-макет: М. В. Пермякова

Подписано к использованию 09.01.2020. Объём издания 5,9 Мб.
Тираж 8 экз. Заказ № 22–2020.

ФГБОУ ВО «Глазовский государственный педагогический институт
имени В. Г. Короленко»

427621, Россия, Удмуртская Республика, г. Глазов, ул. Первомайская, д. 25
Тел./факс: 8 (34141) 5-60-09, e-mail: izda t@mail.ru

Предисловие

Информационно-кибернетический подход к анализу дидактических систем предполагает сведение процесса обучения: 1) к передаче учебной информации от учителя к ученику по каналу связи с помехами; 2) к выполнению учеником последовательности специальным образом подобранных заданий. При этом следует учесть количество и скорость передачи информации, длительность обучения, информативность передаваемых сообщений, пропускную способность канала связи, сложность выполнения заданий и т.д. Многие параметры дидактического процесса определяются учебником. Поэтому совершенствование методов количественной оценки объема, сложности и информативности учебных текстов является актуальной проблемой современной дидактики. Ее решение позволит оценить информационный объем и сложность различных дидактических объектов (учебных пособий, тестовых заданий, рисунков, формул) и процессов (изучения темы, решения задачи). Учебный текст является многомерным объектом, характеризующимся большим количеством величин, поэтому обозначенная проблема относится к слабоформализуемым и может быть решена различными способами. Разработка методов оценки информативности текстов поможет расположить изучаемые вопросы в порядке возрастания сложности, а также правильно оценить трудоемкость тестовых заданий и точнее определить уровень знаний ученика. В монографии рассмотрены: 1) основные факторы, влияющие на дидактическую сложность учебных текстов; 2) качественно-количественные методы определения плотности информации и общей сложности текста; 3) особенности репрезентации концептов при изучении концептов; 4) измерение интегральной сложности объяснения задачи; 5) установление силы межпредметных связей и др.

Р.В. Майер

Введение

Дальнейшее совершенствование методики преподавания отдельных дисциплин, создание новых учебников и учебных пособий требуют разработки объективных методов определения дидактической сложности различных элементов учебного материала, учебных текстов и их фрагментов [60]. Это позволит ответить на вопросы типа: во сколько раз сложность текста Т1 (или методики М1) выше сложности текста Т2 (методики М2)? **Актуальность проблемы** оценки сложности учебных текстов (УТ) обусловлена тем, что: 1) реализация принципа «от простого к сложному» предполагает изучение вопросов в порядке возрастания их сложности; 2) сложность учебного материала должна соответствовать способностям ученика; 3) сложность (информативность) учебного материала может рассматриваться как характеристика интеллектуального уровня школьника, способного его усвоить.

Цель монографии состоит в разработке и совершенствовании эффективного метода оценки дидактической сложности учебных текстов, а также в его применении на практике. Достижение этой цели перекликается с проблемами использования математических методов в гуманитарных исследованиях, контент-анализа текстов, качественного и математического моделирования обучения, измерения количества и сложности информации в сообщении, передачи учебной информации от учителя к ученику. В монографии представлено обобщение и развитие идей, рассмотренных автором в работах [50–73; 127–130].

Методологической основой настоящего исследования являются работы известных ученых по следующим направлениям:

- 1) теория и практика обучения: Б.М. Величковский [13], Э.Г. Гельфман и М.А. Холодная [17], В.А. Дюк [24], В.И. Загвязинский [32], Т.П. Зинченко [36], А. С. Казаринов [38], В.В. Майер [49], Ю.А. Сауров [103];
- 2) когнитивно-лингвистический подход, репрезентация концептов в тексте: Н.С. Валгина [12], В.А. Лекторский [41], А.Н. Приходько [98], И.А. Стернин и З.Д. Попова [96], А.В. Усова [113], G.L. Murphy [131];
- 3) математическая и компьютерная лингвистика: Н.Д. Андреев [4], Р.Г. Пиотровский, К.Б. Бектаев и А.А. Пиотровская [95], Ю.Н. Марчук [76];
- 4) семантическая информация: В.Б. Вяткин [14], О.В. Зеркаль [34], И.П. Кузнецов [45], А.И. Новиков [86], Л.А. Черняховская [118], M. Reggiani [132];
- 5) тезаурусный подход: Н.В. Лукашевич [47], Вал.А. Луков, Вл.А. Луков [48], А.А. Мирошниченко [79], Ю.А. Шрейдер и А.А. Шаров [121];
- 6) свертывание и развертывание знаний и операций: Н. Кузанский, А.И. Уемов [75], С.И. Шапиро [120], М.А. Кучеренко [46];
- 7) сложность систем: Р.Р. Гайсин [15], А.К. Звонкин, Л.А. Левин [33], Д.П. Клейносов [40], В.А. Кохановский, М.Х. Сергеева и М.Г. Комахидзе [42], Е.А. Мамчур, Н.Ф. Овчинников и А.И. Уемов [75], В. Davis и D. Sumara [124];
- 8) трудность и сложность задач и учебных текстов: Г.А. Балл [6], А.В. Гидлевский [18, 19], Т.А. Здриковская [19], И.С. Наумов и В.С. Выхованец [84], С.И. Солнышкина [106], А.С. Кисельников [39, 106], Ю.В. Рогушина [100];
- 9) теория учебника, сложность и информативность учебного текста: В.П. Беспалько [9], Я.А. Микк [78], С.А. Михеева [80], А.М. Сохор [107], Б.Е. Железовский и Ф.А. Белов [7, 30, 31], J. Forsman [125], M.J. Jacobson и U. Wilensky [126], M. Reggiani [132];
- 10) контент-анализ текстов: Л.Я. Аверьянов [2], Е.С. Таршис [109], В.И. Шалак [119], Ch.Ch. Chang и S.M. Silalahi [122], M.D. White, E.E. Marsh [133];

11) автоматизированная оценка сложности текстов: Н.К. Криони, А.Д. Никин и А.В. Филиппова [44], М.М. Невдах [85], И.В. Оборнева [88].

Для решения проблемы оценки сложности учебных текстов нами использовались метод системного анализа [5, 87], метод контент-анализа [2, 109], тезаурусный подход [1, 48], метод построения когнитивных карт и методология мягких систем [116, 123]. Математическая обработка результатов осуществлялась в электронных таблицах MS Excel. Для автоматизированного подсчета терминов в тексте и определения его общей информативности применялись специальные компьютерные программы, написанные на языке Pascal [58, 61].

1. ПРОБЛЕМА ОЦЕНКИ СЛОЖНОСТИ УЧЕБНОГО ТЕКСТА

Большую роль в обучении играет слово. Развитие человека тесно связано с формированием устной и письменной речи, общением с другими людьми, расширением словарного запаса, усвоением новых понятий, идей и теорий [20, 21]. В процессе обучения ученик переходит от рассмотрения простых элементов научного знания к более сложным. Чем выше сложность элемента учебного материала (ЭУМ), тем больше усилий должен затратить ученик на его изучение. Почти любой фрагмент учебного материала представим в текстовой форме, поэтому оценка дидактической сложности учебных текстов имеет большое практическое значение [55]. Необходимо дать определение дидактической сложности, выявить основные факторы, влияющие на сложность и трудность учебного текста, связать дидактическую сложность текста со структурной и семантической сложностью слов и предложений.

1.1. Обсуждение проблемы

Важность оценки сложности учебных текстов (УТ) обусловлена противоречием между огромным разнообразием элементов учебного материала, которые в принципе могут быть изучены на разных уровнях понимания, и временной ограниченностью учебного процесса, что делает невозможным изучение всех вопросов. Это приводит к необходимости отбора вопросов и тестовых заданий, на основании учета их содержания и дидактической сложности (ДС). В

идеале вопросы изучаются в порядке возрастания их сложности, которая должна соответствовать способностям ученика.

Усложнение изучаемых вопросов определяется учебным стандартом и учебниками; оно связано с закономерностями интеллектуального развития школьника и является некоторым инвариантом для всех общеобразовательных школ России. Согласно **принципу сложности**, для достижения результата следует выбирать систему с минимальной сложностью при заданном уровне качества. Применительно к учебному процессу это означает, что необходимо использовать те учебники и методики, для которых соотношение сложность – качество оптимально. Оба этих показателя связаны с **плотностью распределения информации и общей информативностью текста**. Качество учебника можно охарактеризовать количеством типов учебных заданий, которые смогут выполнить учащиеся после изучения представленного в нем учебного материала. Оценка уровня знаний ученика по тому или иному вопросу фактически сводится к определению информативности ответа и установлению степени сложности теоретической модели, построенной в его сознании. Количество знаний ученика характеризуется интегральной информативностью текста минимальной длины, содержащего все его знания по данному вопросу.

Учебным текстом (УТ) будем называть текст, предназначенный для обучения и соответствующий требованиям научности, логической непротиворечивости и лаконичности. Как правило, УТ по естественным наукам не содержит художественных образов, иносказаний и метафор; он состоит из описаний, определений, теорем, законов, логических рассуждений, формул, рисунков и т.д. Важными характеристиками учебных текстов (УТ) и других дидактических объектов (рисунков, таблиц, формул) являются объем и дидактическая сложность [62]. **Объем текста** можно охарактеризовать числом составляющих его значимых слов или общим количеством символов. **Дидактическая сложность (ДС)** – это объективная интегральная характеристика УТ, зависящая от объема

текста, его читабельности, степени абстрактности и разнообразия составляющих его элементов. Трудность восприятия и запоминания данного УТ определяется соотношением между уровнем знаний, степенью сформированности интеллектуальных умений ученика, с одной стороны, и плотностью информации текста, средней степенью абстрактности используемых понятий, с другой стороны.

Сложность понимания УТ зависит от **плотности информации**, которая характеризуется средней сложностью образующих его предложений и определяет уровень знаний ученика, способного без особых усилий понять текст. Она зависит от числа значимых слов в предложении и степени свернутости информации в используемых терминах. Если уровень знаний ученика по данному вопросу ниже некоторого порогового значения, то он испытает трудности при работе с текстом. **Общая информативность** (или интегральная сложность) показывает суммарное количество информации, заключенное в УТ. Строго говоря, она не всегда равна сумме информативностей предложений; количество информации в предложении не всегда равно сумме информативностей составляющих его слов. Простыми словами можно выразить сложную мысль, которая будет плохо понятна читателю. Это относится к художественным произведениям, в которых используются метафоры, иносказание, переносный смысл. Если в тексте имеются повторы, то его сложность может быть меньше суммы сложностей всех предложений.

В настоящее время отсутствует единый подход к оценке дидактической сложности УТ; часто происходит смешивание понятий – читабельности, трудности и сложности. В этой связи необходимо: 1) установить основные факторы, влияющие на дидактическую сложность учебного текста и его трудность, построить связывающую их когнитивную сеть; 2) выявить показатели структурной и семантической составляющих сложности текста; 3) разработать и обос-

новать метод измерения количества семантической информации в УТ как основного показателя дидактической сложности текста.

Нами применяется метод системного анализа, согласно которому текст рассматривается как **система с многоуровневой иерархической структурой**. УТ состоит из информационных блоков (абзацев, фрагментов текста, выражающих одну мысль), которые содержат одно или несколько предложений. Предложения состоят из слов, слова из слогов, слоги из букв. Сложность УТ зависит от сложности, количества и разнообразия составляющих его элементов и связей между ними. Различают следующие уровни понимания: слова, предложения, информационные блоки, текст в целом. Чтобы понять смысл текста (предложения), ученик должен установить связи между входящими в него предложениями (словами).

1.2. Факторы, влияющие на сложность и трудность текста

Построим когнитивную сеть, учитывающую основные факторы, влияющие на трудность и сложность информационного блока или всего УТ. Она представляет собой ориентированный граф, состоящий из соответствующих этим факторам вершин, которые соединены направленными ребрами, выражающими причинные связи (рис. 1.1). Трудность понимания текста учеником относится к субъективным характеристикам УТ, которая зависит от объективной сложности УТ, а также от индивидуальных особенностей ученика: его интеллекта, знаний, опыта взаимодействия с окружающим миром, которые с возрастом увеличиваются. Повышение знаний и уровня интеллекта ученика приводит к уменьшению субъективной трудности конкретного текста, поэтому рядом с соответствующими ребрами стоят минусы.

Сложность текста – объективная многофакторная количественная характеристика текста, зависящая исключительно от его параметров. В общем случае УТ содержит текстовую составляющую, графическую (рисунки) и фор-

мультимедийную (математическую) составляющие. Можно считать, что сложность текста равна сумме общей (или интегральной) сложности текстовой составляющей (ОС текста), общей сложности рисунков (ОС рисунков) и общей сложности формульной составляющей (ОС формул). Общая сложность текстовой составляющей зависит от объема текста и средней сложности предложений, которая тем выше, чем больше средняя абстрактность понятий, средняя длина слов и предложений, доля сложных предложений и доля рассуждений в тексте. ОС рисунков зависит от числа изображенных объектов и связей, а также от степени их абстрактности. ОС формул определяется их количеством, средним числом символов и сложностью используемых математических функций (рис. 1.1).

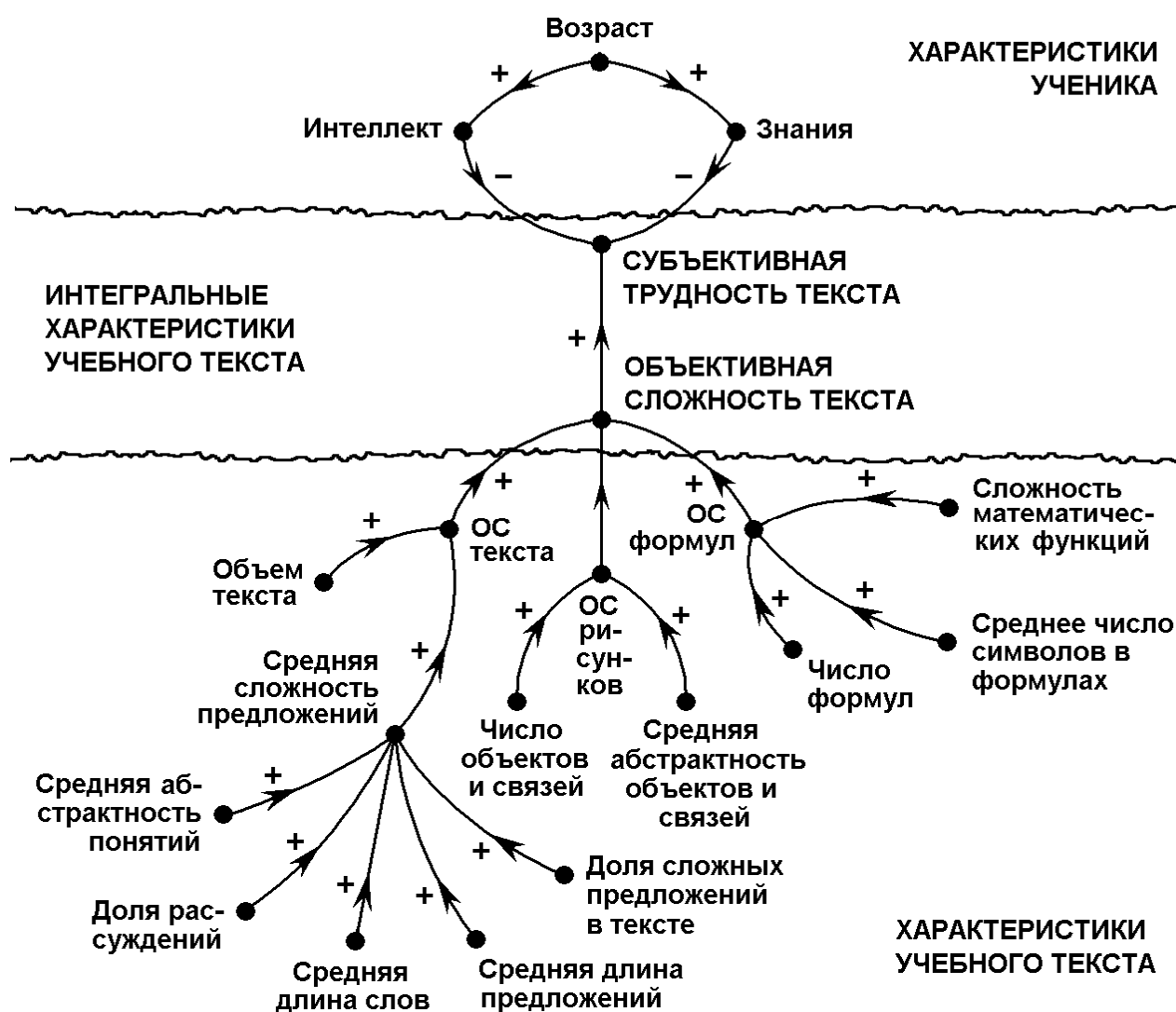


Рис. 1.1. Факторы, влияющие на сложность и трудность учебного текста

У старшеклассников и студентов хорошо развиты навыки чтения, поэтому на трудность понимания УТ по математике, физике, химии, биологии и т.д. в первую очередь влияет не **структурная сложность** (средняя длина слов и предложений, их структура), а **семантическая** или **смысловая сложность**, зависящая от количества терминов и степени их абстрактности. Сложность текстовой составляющей S может быть найдена как произведение структурной S_{str} и семантической сложностей S_{sem} : $S = S_{str} \cdot S_{sem}$.

1.3. Комбинационная сложность слова в предложении

Структурная сложность высказывания тем выше, чем меньше вероятность его случайного составления (комбинационный подход). Любое высказывание: предложение, рисунок, математическая, химическая или другая формула – это система из R элементов, связанных Q связями. Сложность системы (учебного текста) определяется числом W всевозможных конфигураций, которые могут быть составлены из данного числа элементов и связей. Некоторые связи всегда сопутствуют определенным элементам, являясь их неотъемлемой частью. Другие связи могут связывать произвольные элементы; в этом случае их следует рассматривать как отдельные независимые части системы. Объем системы равен сумме всех составляющих ее независимых частей: $V = R + Q$.

Сложность S двух несвязанных подсистем должна быть равна сумме сложностей каждой подсистемы по отдельности, поэтому для вычисления S используют логарифм. В физике степень неупорядоченности системы, состоящей из большого числа частиц, характеризуется энтропией $S = k \cdot \ln(W)$, где W – статистический вес данного макросостояния. Сложность системы зависит от вероятности случайного соединения составляющих ее элементов, которая обратно пропорциональна количеству всевозможных перестановок. Если в системе R элементов, то количество различных перестановок $R!$. Система может быть симметричной, иметь одинаковые элементы, сохраняться после переста-

новок некоторых ее частей. Например, формула $S = ab$ может быть записана как $S = ba$, а в предложении «звезда светит ярко» можно все слова поменять местами без существенного изменения смысла. В случае, когда существует P различных перестановок элементов, при которых система остается неизменной, вероятность случайного получения данной конфигурации возрастает в P раз, а сложность уменьшается на $\ln(P)$. Сложность системы равна $S = \ln(R!/P)$.

Если N – объем тезауруса (словарного запаса), то вероятность p случайного написания предложения длиной L , выражающего некоторую мысль, обратно пропорциональна числу размещений L из N : $A_N^L = N(N-1)(N-2)\dots(N+1-L)$. Так как $L \ll N$, то $A_N^L \approx N^L$. Часто ученик может выразить конкретную мысль, располагая одни и те же слова в разном порядке. Например: «Земля движется вокруг Солнца» и «Вокруг Солнца движется Земля». Можно приближенно считать, что количество перестановок слов, при котором смысл предложения не меняется, равно $P \approx 0,5L + 1$ (для $L > 1$). Это уменьшает сложность задачи и увеличивает p , поэтому вероятность p пропорциональна P/N^L . Сложность компоновки (энтропия) предложения $S = -\ln(p) = L \cdot \ln(N) - \ln(P)$. Структурная сложность, приходящаяся на одно слово без учета его значения, равна $S_1 = S/L = \ln(N) - \ln(P)/L$. Так как при $L > 1$ величина $P(L) \approx 0,5L + 1$, то при возрастании L от 2 до 10 поправка $\ln(P)/L$ уменьшается от 0,35 до 0,18, и ей можно пренебречь. Поэтому $S_1 \approx \ln(N)$ (нит) или $S_1 \approx \log_2(N)$ (бит).

Оценим количество слов N_ϕ в школьном курсе физики. Для этого проанализируем словарь русского языка для школьника [112]. В нем слова расположены на 216 страницах в два столбца по 36–38 слов. Мы рассмотрели 23 случайные выборки и для каждой из них подсчитали количество слов $N_\phi' = 169$, которые могут встретиться в учебниках физики, а затем это число разделили на

суммарный объем всех выборок $N_{\phi}' = 851$. Получилось $\eta = 0,20$. В словаре $N = 15\,800$ слов, из них в курсе физики может использоваться $N_{\phi} = \eta N \approx 3\,160$ слов. Добавим редкие термины (интерференция, дифракция), отсутствующие в словаре, и примем $N_{\phi} \approx 3\,200$ слов. Если эти слова использовать с равными вероятностями, то структурная сложность одного слова $S_1 = \log_2(3200) = 11,6$ (бит).

Учтем, что вероятность употребления слов различна. По **закону Ципфа** частота (вероятность) слова обратно пропорциональна его рангу. С помощью компьютерной программы можно создать одномерный массив, элементами которого являются вероятности использования слов $p_i = k/i$, где i – ранг слова, а k – коэффициент, вычисляемый из условия нормировки $p_1 + p_2 + \dots + p_N = 1$. Для этого в цикле рассчитывают $p_i' = 1/i$ ($i = 1, 2, \dots, N$), находят сумму Sum всех p_i' , а затем каждое p_i' делят на Sum (Приложение 1). Структурная сложность, приходящаяся на одно слово, определяется по формуле Шеннона:

$$S_1 = -p_1 \ln(p_1) - p_2 \ln(p_2) - \dots - p_N \ln(p_N).$$

Используемая компьютерная программа при $N = 3200$ выдает результат $S_1 = 5,92$ нит = 8,53 бит (1 нит = 1,44 бит). То есть учет закона Ципфа снижает S_1 в 1,35 раз. Значение $S_1 = 8,53$ (бит) тоже завышено, так как нельзя составить предложение из любых слов (например, только из существительных). Если учесть вероятность использования различных частей речи при составлении предложений, то структурная сложность, приходящаяся на одно слово, равна 7,6 бит и почти не зависит от длины предложения.

1.4. Читабельность как важная характеристика текста

Возможен другой подход, при котором анализируются процессы в системе «текст – ученик». Обычно выделяют следующие параметры текста, влияю-

щие на сложность его восприятия: средняя длина слова, средняя длина предложения, разнообразие словаря (отношение количества уникальных слов к количеству слов в тексте), отклонение частоты слов в тексте от соответствующих значений по корпусу русского языка, процент терминов в тексте, количество ключевых слов, количество графиков и иллюстраций, средняя длина абзаца, расстояние между связанными членами предложения, процент придаточных предложений [35, 39].

Методы оценки удобочитаемости текста, а также ее зависимость от его объективных характеристик изучались начиная с 20-х годов прошлого века. Были получены уравнения регрессии, связывающие трудность понимания текста с количеством слогов, слов, предложений, долей сложных слов, средней длиной слова, длиной предложения и т.д. Хорошо известны формулы Р. Флеша, индекс Фога («индекс туманности») Р. Ганнинга, Э. Фрая, Маклаулина, индекс Колемана – Лиану, график читабельности Рейгора и др. [40, 100, 106].

Часто для оценки удобочитаемости текста применяют **индекс Фога** («индекс туманности»), предложенный Р. Ганнингом. Индекс туманности Ганнинга для русских текстов рассчитывается по формуле:

$$I_G = 0,4 \left(0,78 \frac{N_{\text{слов}}}{N_{\text{предл}}} + 100 \frac{N_{\text{сл.слов}}}{N_{\text{слов}}} \right),$$

где $N_{\text{сл.слов}}$ – число сложных слов, у которых количество слогов больше трех. Индекс Фога показывает уровень образованности читателя, на которого рассчитан УТ: $I_G = 16-20$ соответствует высшему образованию, $I_G = 11-15$ – уровню 9–11 классов, $I_G = 9-10$ – уровню 7–8 классов, $I_G = 7-8$ – уровню 5–6 классов. Чем меньше индекс туманности I_G , тем проще текст, тем больше читателей его поймет. Другим показателем трудности УТ является **индекс удобочитаемости Флеша**. Для русского языка он рассчитывается по формуле $I_{FL} = 206,8 - 1,3D_{np} - 60,1D_{сл}$, где D_{np} – среднее число слов в предложении,

$D_{сл}$ – среднее число слогов в словах. При $I_{FL} = 100$ текст легко читается, а при $I_{FL} = 0$ текст читать очень трудно. Индексы Флеша и Фога для УТ можно определить на специальном сайте в режиме онлайн (Приложение 2).

Важность этих показателей объясняется следующим. Каждое слово – система, состоящая из слогов; ее сложность зависит от количества слогов и числа их всевозможных сочетаний. Складывая из букв слоги, а из слогов слово, человек задействует кратковременную память, которая способна хранить от 5 до 9 порций информации (7 ± 2 информационных блока). Поэтому длинные слова труднее прочесть и удержать в памяти. Еще труднее прочесть и запомнить длинные предложения.

Общая сложность формульной составляющей (ОС формул) зависит от количества формул, сложности входящих в них математических функций или используемых понятий и среднего числа математических символов в формулах (рис. 1.1). Общая сложность рисунков тем больше, чем больше суммарное количество изображенных объектов, связей и чем выше уровень их абстрактности. При оценке сложности учебного текста его основные составляющие (собственно текст, формулы и рисунки) следует «привести к одному знаменателю». Для этого формулы и рисунки можно заменить краткими текстами, максимально полно передающими содержащуюся в них информацию, а затем оценить их общую информативность.

1.5. Структурная сложность слова и текста

Дидактическая сложность текста может быть рассчитана как произведение его структурной сложности на семантическую сложность, зависящую от степени абстрактности используемых понятий. Выясним, как структурная сложность слова (информационного блока) связана с количеством букв или слогов (составляющих его элементов).

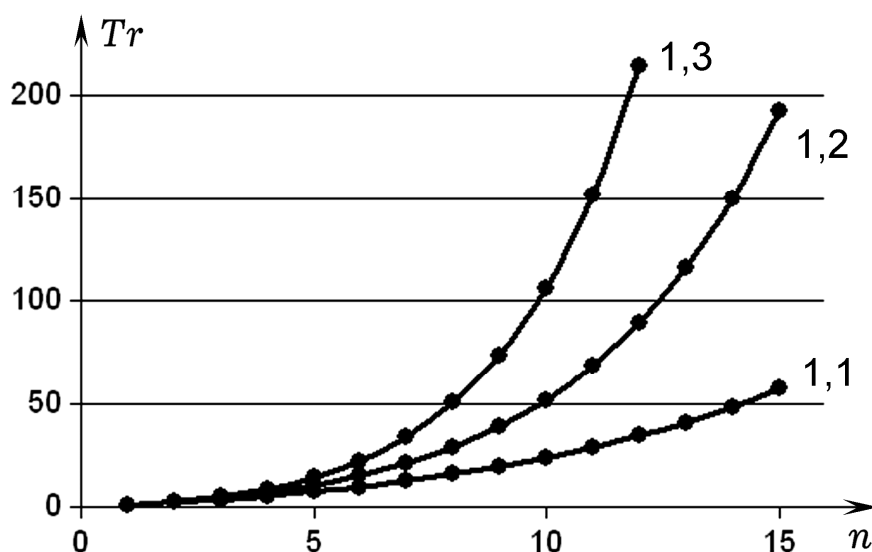


Рис. 1.2. Зависимость трудности слова Tr от его длины n

Каждое слово – система букв, связанных между собой связями. Чтобы результаты имели практическое значение, следует рассматривать не текст отдельно, а единую систему «текст – ученик», обсуждая при этом трудность чтения слов разной длины. Необходимо учесть, что ученик может выучить все буквы, но не научиться складывать из них слова. Произнести слитно слог «ва» или «ко» сложнее, чем составляющие его буквы по отдельности. Прочитать n букв по отдельности в n раз сложнее, чем 1 букву, но проще, чем прочесть слово из n букв. Если ученик хорошо знает все буквы, то основная трудность состоит в слитном произношении слова. Допустим, каждая связь в среднем увеличивает трудность прочтения слова в $S_{св} = 1,1$ раз. Трудность чтения n букв по отдельности равна nS_{σ} , где $S_{\sigma} = 1$ – средняя трудность чтения одной буквы. Слова из двух букв имеют одну связь, поэтому $Tr(2) = 2S_{\sigma}S_{св}^1 = 2S_{св}$. Слова из трех букв имеют две связи, поэтому $Tr(3) = 3S_{\sigma}S_{св}^2 = 3S_{св}^2$. Если в слове n букв, то в нем $(n-1)$ связей; получаем: $Tr(n) = nS_{\sigma}S_{св}^{(n-1)} = nS_{св}^{(n-1)}$. Пусть для некоторого ученика, сложность связи в $k = 1,2$ раза выше сложности буквы: $S_{св} = 1,2$. Тогда

сложность слова из 8 букв в 2,8 раза сложнее слова из 4 букв и в 7 раз сложнее слова из 2 букв. На рис. 1.2 изображены графики $Tr(n)$ при $k = 1,1, 1,2$ и $1,3$. При $k = 1,2$ сложность слова из 8 букв в 4,2 раза сложнее слова из 4 букв и в 12 раз сложнее слова из 2 букв. По мере обучения величины $S_{\bar{o}}$ и S_{cv} уменьшаются, трудность понимания длинных слов снижается.

При правильном выборе параметров математической модели $Tr(n)$ получается следующее. Для первоклассника (начинающего чтеца) Tr с ростом n возрастает по экспоненциальному закону: сначала медленно, а затем все быстрее и быстрее. Для 11-классника, у которого хорошо сформирован навык чтения, трудность слова Tr практически пропорциональна его длине n .

Для определения **структурной сложности** текста (без учета логических связей) применяют формулу Ю.А. Тулдавы:

$$I_S = \frac{N_{\text{слов}}}{N_{\text{предл}}} \ln \left(\frac{N_{\text{слов}}}{N_{\text{предл}}} \right) = D_{\text{слов}} \ln(D_{\text{предл}}),$$

где $D_{\text{слов}} = N_{\text{слов}} / N_{\text{предл}}$ – средняя длина используемых слов в слогах, $D_{\text{предл}} = N_{\text{слов}} / N_{\text{предл}}$ – среднее число слов в предложении [106]. Эта формула дает неразумный результат для предложений из одного слова.

По **закону Хика**, время реакции человека (которое пропорционально сложности задачи) на N раздражителей (слов в предложении) пропорционально $\ln(N + 1)$. Чем больше информации поступает в мозг человека, тем больше времени требуется для ее обработки при прочих равных условиях. Отсюда следует, что индекс сложности конкретного предложения или текста из нескольких предложений следует вычислять так: $I_S = D_{\text{слов}} \ln(D_{\text{предл}} + 1)$. Примеры вычислений этих и других показателей структурной сложности для двух фрагментов УТ представлены в Приложении 2.

1.6. Учет информационной емкости понятий

Семантическая или смысловая сложность слова характеризуется его информационной емкостью и зависит от степени свернутости информации (концентрации знаний). Вообще, **свертывание информации** – это процесс ее аналитико-синтетической переработки, приводящий к уменьшению физического объема сообщения без потерь информативности [120]. Проблемой свертывания знаний занимались Н. Кузанский (XV в.), А.К. Сухотин, А.И. Уемов, А.И. Михайлов, С.И. Шапиро и другие ученые. Под свертыванием знаний они понимали получение «содержательно насыщенного» знания, уплотнение (то есть повышение концентрации) и сжатие информации, создание форм научного знания с большей информационной емкостью. Свертывание и уплотнение знаний сопровождается «кумуляцией» информации, уменьшением ее объема путем более краткого, обобщенного изложения и приводит к образованию новых семантических единиц и их проецированию на другие области знаний. Различают семантическое свертывание (введение новых терминов, изменяющих смысл утверждения, делающих его более универсальным) и лексическое свертывание (не меняющее смысл, но преобразующее его знаковую форму).

Семантическую сложность слова или его информативность можно охарактеризовать **коэффициентом свернутости информации (КСИ)** относительно уровня знаний Z_0 . Он показывает степень концентрации информации в соответствующем понятии и равен числу слов, которое необходимо произнести, чтобы объяснить сущность понятия человеку со знаниями Z_0 . КСИ термина T относительно уровня Z_0 равен количеству слов в объяснении термина T , содержащем только слова из тезауруса Z_0 . То есть необходимо, используя слова из тезауруса Z_0 , дать определение O термину T , а также определения терминам T_1', T_2', \dots , которые входят в O .

Будем считать, что УТ соответствует тезаурусу Z_0 , если он содержит слова, входящие в тезаурус Z_0 , или слова, объясненные в данном тексте. Информативность фрагмента УТ относительно тезауруса Z_0 равна объему текста минимальной длины, соответствующему тезаурусу Z_0 и содержащему ту же полезную информацию. Среднее арифметическое значение КСИ всех слов в УТ будем называть средней информационной свернутостью текста или **средней плотностью информации**.

Если речь идет о курсе физики, то за Z_0 удобно выбрать знания ученика 5 класса, так как он не изучал эту дисциплину. Он хорошо владеет арифметическими действиями, но его тезаурус не содержит понятий «логарифм», «производная», «интеграл» и т.д. Из физических понятий ему хорошо известны понятия «время», «расстояние», «скорость», но понятия «электрическое поле», «показатель преломления», «дефект масс» не входят в его тезаурус и нуждаются в определении и объяснении. Для нахождения КСИ термина необходимо сосчитать количество слов в его определении, содержащем понятия из тезауруса Z_0 . Например, «ускорение – отношение изменения скорости к соответствующему промежутку времени». Если не расшифровывать понятие «скорость», то КСИ понятия «ускорение» равно шести. Чем выше уровень абстрактности обозначаемого понятия, тем больше семантическая сложность слова. При этом информационные емкости однокоренных слов, относящихся к одной или разным частям речи (например, «дифракция», «дифракционный», «дифрагировать»), примерно одинаковы, так как они являются составляющими одного концепта.

Также учтем следующие соображения. Смысловая информация, заключенная в предложении, складывается из информативности слов и связей между ними: $I = I_{СЛ} N + I_K$, где N – число слов, $I_{СЛ}$ – средняя информативность слова, I_K – информация, связанная с компоновкой предложений из данной совокупности слов. Из набора слов, входящих в простое предложение (1 подле-

жащее и 1 сказуемое), обычно можно сформировать от 2 до 6 различных элементарных высказываний, не противоречащих правилам русского языка. Поэтому I_K для простых предложений не превышает $\log_2 6 \approx 2,6$ бит, что существенно меньше информативности предложения I . На обычное слово русского языка в среднем приходится $I_{СЛ} = 7-8$ бит информации; информативность научного термина может быть в десятки раз выше. Если информативность терминов $I_{СЛ}$ «измерять» путем подсчета слов в их определениях (в которых слова тоже связаны между собой), то это позволит учесть «компоновочную информацию». Поэтому для нахождения сложности предложения достаточно просуммировать информативности входящих в него слов и научных терминов.



Итак, рассмотрены различные подходы к оцениванию дидактической сложности учебных текстов. Перечислены основные факторы, определяющие сложность текста и трудность его понимания обучаемыми, построена соответствующая когнитивная сеть. Предложена модель, согласно которой дидактическая сложность текста равна произведению его структурной сложности (определяющейся средней длиной слов и предложений) и семантической сложности (зависящей от степени абстрактности используемых терминов). Для оценки структурной сложности текста следует умножить среднюю длину слова на логарифм от увеличенного на 1 количества слов в предложении. Семантическая сложность термина характеризуется коэффициентом свернутости информации, который равен количеству значимых слов в определении термина.

2. ОБ ИЗМЕРЕНИИ СЕМАНТИЧЕСКОЙ СЛОЖНОСТИ ТЕКСТА

Ученик, у которого сформированы навыки чтения, не испытывает особых трудностей при восприятии текста. Основная сложность работы с учебниками физики, химии, биологии и т.д. состоит не в самом чтении, а в понимании смысла прочитанного, потому что семантическая сложность текста существенно больше его структурной сложности. Разработкой методов измерения семантической сложности УТ занимались Б.Е. Железовский и Ф.А. Белов [30, 31], О.В. Зеркаль [34], И.П. Кузнецов [45], А.И. Новиков [86], А.М. Сохор [107]. Например, в книге И.П. Кузнецова [45] обсуждается моделирование предложений с помощью семантических сетей. К применяемому нами методу наиболее близок метод А.М. Сохора [107, с. 34–35], который для оценки сложности текста делил понятия на знакомые (житейские) и незнакомые (научные). Знакомыми считались понятия, которые не были объяснены в учебнике. Из текста выписывались все незнакомые для ученика понятия, которые вводятся в учебнике, и их определения. Так продолжалось до тех пор, пока в определениях не оставались только знакомые понятия. Число записанных определений и количество слов в них характеризуют информационную глубину текста.

2.1. Моделирование текста с помощью семантических сетей

Учебный текст – это упрощенная информационная модель знаний автора текста и одновременно система утверждений, по которой ученик может воссоздать само знание. Ученик воспринимает текст не буквально (как компьютер

программу), а осмысливает его, воссоздавая то знание, которое хотел передать автор текста. Одно и то же научное знание может передаваться различными УТ. Ученик из закодированной в тексте информации извлекает нечто, что приводит к образованию в его сознании новых концептов и связей между ними. Любому предложению может быть поставлена в соответствие **семантическая сеть**; любому УТ, выражающему определенную совокупность идей, соответствует некоторое конечное множество семантических сетей. Одну и ту же совокупность идей можно выразить по-разному, создавая из одинакового множества терминов различные предложения. Получающиеся тексты будут равносложными.

Л.А. Черняховская под смыслом текста понимает «психическое отображение сегмента реальности, образуемое в сознании индивида в результате взаимодействия текста с фоновым знанием индивида» [118, с. 117]. При этом различается **три уровня смысла**: 1) смысл C_1 в сознании создателя текста; 2) смысл C_2 уже созданного текста, существующий независимо от создателя; 3) смысл C_3 , который извлекает получатель текста (ученик), зависящий от его тезауруса, жизненного опыта и индивидуальных особенностей. Обычно анализу подвергается смысл C_2 созданного текста (книги, учебника) и содержащаяся в нем информация. При этом системы искусственного интеллекта, занимающиеся переводом текстов, выявляют смысл предложений, кодируют их с помощью семантических сетей, а затем переводят на другие языки.

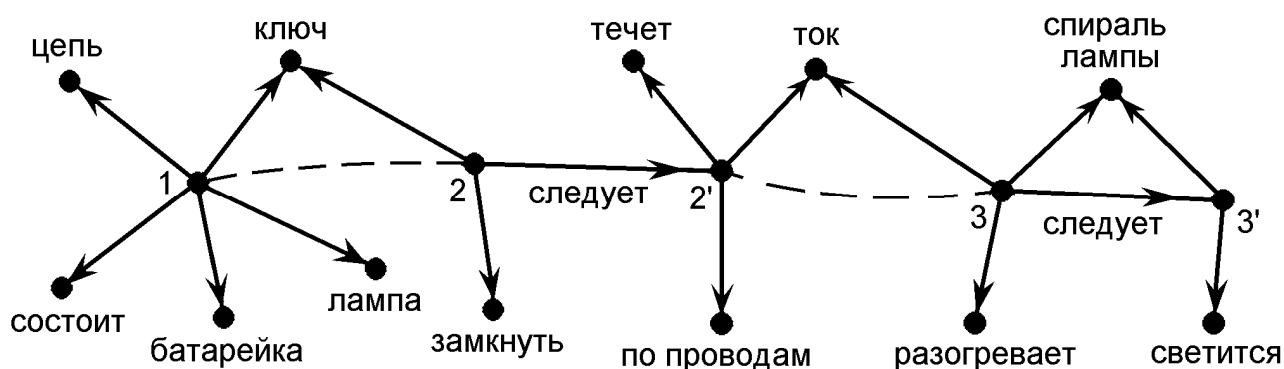


Рис. 2.1. Семантическая сеть для фрагмента из трех предложений

Рассмотрим фрагмент УТ: «Цепь состоит из батарейки, ключа и лампы. При замыкании ключа по проводам течет ток. Он разогревает спираль лампы, она светится». В этом тексте причинно-следственные связи представлены неявно. Перефразируем УТ так, чтобы они были выражены явно: «{Цепь} СОДЕРЖИТ {батарейка, ключ и лампочка}. ЕСЛИ {замкнуть ключ}, ТО {по проводам течет ток}. {Ток разогревает спираль лампы}, ПОЭТОМУ {спираль лампы светится}». Семантическая сеть (рис. 2.1) построена по методу, рассмотренному в [45, с. 24]. Первое предложение простое, оно соответствует вершине 1; второе и третье предложения сложные, им отвечают вершины 2–2' и 3–3'.

Ученик, пытаясь понять смысл читаемого УТ, идентифицирует слова и декодирует предложения. Личные местоимения (он, она, оно) и указательно-относительные местоимения (этот, те, которые) воспринимаются им как слова – заменители других понятий [45, с. 12]. Они имеют те же грамматические формы и находятся в том же или соседнем предложении. В рассматриваемом случае ученик получает следующую информацию: 1) факт: {цепь} СОДЕРЖИТ {батарейка, ключ, лампа}; 2) причинная связь между двумя фактами: ЕСЛИ {замкнуть ключ}, ТО {по проводам течет ток}; 3) факт: {ток разогревает спираль лампы}; 4) причинная связь между двумя фактами: {спираль лампы нагревается}, ПОЭТОМУ {она светится}. УТ содержит две причинных связи, выраженных неявно, которые ученик, по замыслу автора УТ, должен выявить самостоятельно. Предполагается, что ученик знает, что: 1) если два полюса батарейки соединить проводником, то по нему потечет ток; 2) протекание тока вызывает нагревание проводника; 3) сильно нагретые тела светятся. Это **фоновые знания**, которыми ученик должен обладать, чтобы понять текст.

Во время работы с УТ ученик часто получает новую для себя информацию [97]. Так, из предложения «Звезда Бетельгейзе имеет не очень высокую температуру поверхности (2 500 К) и поэтому светит красным светом» ученик узнает, что: 1) существует звезда Бетельгейзе; 2) звезда Бетельгейзе имеет не

очень высокую температуру поверхности; 3) звезда Бетельгейзе светит красным светом; 4) между температурой поверхности и цветом звезды существует причинная связь.

2.2. Семантические единицы информации

Чем выше информативность сообщения, описывающего все свойства изучаемого объекта, тем выше сложность объекта. Вообще, существуют различные подходы к измерению количества информации, содержащейся в сообщении: 1) **объемный подход**, предполагающий подсчет количества символов (слов, страниц); 2) **энтропийный** или **вероятностный подход**, основанный на формуле Шеннона; 3) **комбинационный подход**, предусматривающий нахождение числа всевозможных сочетаний символов (элементов системы) при фиксированном объеме сообщения; 4) **алгоритмический подход**, требующий максимально краткого и одновременно полного описания объекта или способа его воссоздания; 5) **семантический подход**, заключающийся в выделении и подсчете в тексте семантических единиц информации (СЕД); 6) **прагматический подход**, учитывающий полезность передаваемых знаний для получателя сообщения; 7) **функционально-кибернетический подход**, принимающий во внимание степень изменения тезауруса анализируемой системы. При этом под **тезаурусом** понимают систематизированный набор терминов и связей между ними, относящихся к определенной предметной области. Тезаурус ученика включает в себя все, что он знает. Ученик понимает учебный материал, если его тезаурус соответствует объяснению учителя. Количество информации, получаемой учеником, оценивается степенью изменения его тезауруса и зависит от знаний ученика, т. е. относительно. Поэтому следует выбрать уровень знаний Z_0 , относительно которого будет производиться оценка информативности сообщения. Все это согласуется с прагматическим подходом, согласно которому информация рассматривается с точки зрения ее полезности для понимания изучаемого вопроса и решения практической задачи.

Согласно концепции А.Н. Колмогорова, сложность текста равна минимальной длине двоичного слова, в котором закодирована вся содержащаяся в тексте информация. В информатике **сложность системы** измеряется в битах и определяется минимальной длиной двоичного сообщения, которое дает ее полное описание. Человеческий мозг – не цифровая ЭВМ, а нейросеть, оперирующая концептами; он создает и воспринимает информацию в виде сообщений, содержащих «обычные» слова и научные термины. Некоторые ученые предлагают сложность и информативность УТ измерять в битах [7, 30], однако при решении проблем обучения нам это представляется неудобным. Количество смысловой информации и семантическую сложность УТ следует измерять в фразах или словах [61, 128]. **Фраза** – это элементарное высказывание, состоящее из подлежащего, сказуемого и обстоятельства, которые выражают простую мысль. Элементарные высказывания бывают следующих видов: 1) определение объекта или явления; 2) факт существования явления или объекта (реального или идеального); 3) факт, показывающий наличие у объекта определенного свойства; 4) факт, выражающий причинно-следственную связь или зависимость между объектами и процессами; 5) факт равенства величины некоторому числу и выражению; 6) факт, выражающий связь или зависимость между физическими величинами.

Семантический подход предполагает выделение в УТ или объяснении учителя **элементарных смысловых единиц** (слов, простых предложений) и их подсчет [34, 86]. Для этого может быть использован компьютер [44]. Чтобы оценить сложность УТ, его необходимо разложить на элементарные факты, оценить сложность каждого факта, а затем сложить. В случае, соответствующем рис. 2.1, получаются следующие факты: F1: «цепь содержит батарейку»; F2: «цепь содержит ключ»; F3: «цепь содержит лампочку»; F4: «ключ замыкают»; F5: «по проводам течет ток»; F6: «F4 – причина F5»; F7: «ток разогревает спираль лампы»; F8: «спираль лампы светится»; F9: «F7 – причина F8».

Каждый факт содержит ответ на соответствующий элементарный вопрос: Ток разогревает спираль лампы? – Да; F5 – следствие F4? («по проводам течет ток», потому что «ключ замыкают»?) – Да. В данном фрагменте УТ всего 9 элементарных фраз, каждая из которых имеет свою сложность. Для ее оценки необходимо учесть степень абстрактности или информационную емкость входящих в УТ слов относительно выбранного уровня знаний Z_0 .

Разложить текст на элементарные фразы и оценить их сложность – это трудоемкая задача. Эффективным представляется другой метод, при котором текст раскладывают на отдельные слова и затем учитывают сложность каждого слова. При этом **условной единицей смысловой информации (УЕИ)** следует считать количество информации, содержащейся в ежедневно используемых человеком словах, не требующих объяснения: «воздух», «падает», «синий» и т.д. Это удобно с практической точки зрения, так как: 1) слово – основная структурно-семантическая единица языка; 2) научные термины и обычные слова отражают объективные особенности восприятия человеком окружающего мира; 3) усвоенные человеком знания представляют собой систему понятий и связей между ними; 4) количество усвоенных учеником понятий можно оценить методом тестирования; 5) чтобы определить информативность УТ, в тексте достаточно подсчитать число значимых слов; 6) объем текста в словах пропорционален времени его чтения или пересказа на уроке; 7) при оценке сложности элементарных фраз их все равно придется раскладывать на отдельные слова.

Как отмечает О.Е. Баксанский, слова являются кодами человеческого опыта, якорями, помогающими человеку обращаться к собственной модели мира [41]. Чем они ближе к практической деятельности и сенсорному опыту, тем они конкретнее и однозначнее. Абстрактные научные термины есть коды кодов. Обучение можно представить как «обмен якорями из слов, в ходе которого ученик ищет в собственной модели мира их смысл и смысл получаемого сообщения» [41, с. 106].

2.3. Учет логической структуры текста

В УТ может быть реализован формально-логический способ изложения материала. При этом текст содержит не только факты, но и включает в себя логические рассуждения, которые являются результатом речемыслительных действий или таких интеллектуальных операций над теоретической моделью объекта познания, как обоснование вывода, выдвижение гипотезы, проведение доказательства и т.д. Часто эти операции явно помечаются посредством соответствующих дискурсивных слов и выражений, организующих научную мысль: значит, следовательно, поэтому и т.д. Также применяются абстрактные существительные, обозначающие этапы и методы научно-познавательной деятельности: проблема, идея, гипотеза, модель, аргумент, следствие, синтез и т.п.

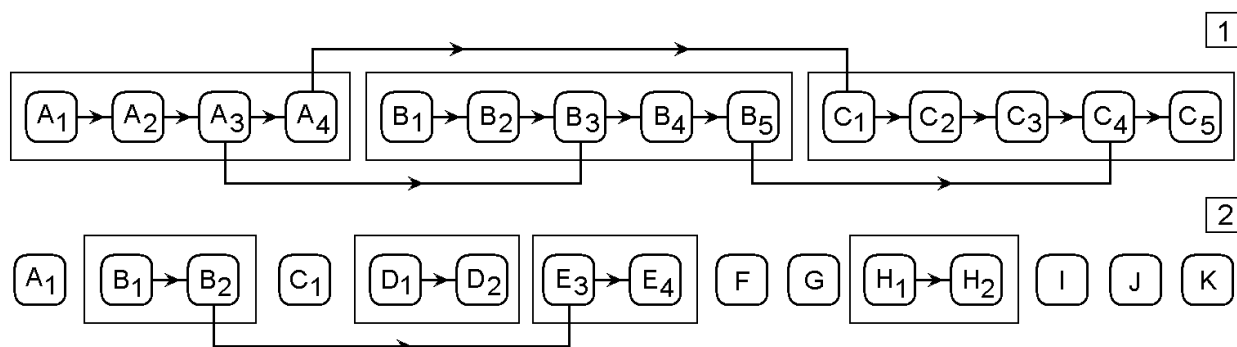


Рис. 2.2. Примеры различной логической структуры текста

Текст представляет собой последовательность высказываний, некоторые из которых связаны между собой логическими связями. Совокупность расположенных друг за другом высказываний, связанных логическими связями, которые доказывают (подтверждают, обосновывают) одну идею (теорему, формулу и т.д.), будем называть **информационным блоком** (И-блоком). Часто И-блок начинается словами «Рассмотрим треугольник...», «Докажем теорему...», «Выведем формулу...» и т.д., а заканчивается формулировкой доказываемого утверждения. На рис. 2.2.1 представлена структура небольшого текста,

который состоит из трех информационных блоков, содержащих высказывания $A_1, \dots, A_4; B_1, \dots, B_5; C_1, \dots, C_5$. Стрелочками показаны логические связи, которые в тексте обозначаются словами «потому что», «следовательно», «значит», «если ..., то ...», «тогда» и т.д. Внутри информационного блока обычно каждое последующее высказывание следует из предыдущего.

Иногда одно из высказываний m -го И-блока следует из высказывания, принадлежащего к предыдущему n -му И-блоку. Например, высказывание B_3 следует из A_3 , высказывание C_1 из A_4 , а C_4 из B_5 (рис. 2.2.1). Если текст повествовательный (например, биография или перечисление исторических фактов), то логические связи между высказываниями отсутствуют или их количество невелико. При этом И-блоки состоят из одного или двух высказываний, как показано на рис. 2.2.2.

Известно, что сложность системы в первую очередь зависит от количества элементов и связей между ними, а особенностями структуры связей можно пренебречь. Например, когда хотят охарактеризовать сложность электронной схемы, указывают число транзисторов или микросхем. Аналогично, для оценки семантической сложности УТ, содержащего научные термины, нет необходимости детально учитывать его логическую структуру. **Существенным является количество связей**, а не то, какие высказывания ими соединены.

2.4. Понимание и усвоение информационных блоков

Рассмотрим известную метафору, в которой проводится аналогия между изучением нового материала и восхождением по лестнице. Пусть, объясняя решение задачи или выводя формулу, учитель последовательно произносит одно предложение за другим, демонстрирует рисунки, записывает уравнения. Каждое высказывание похоже на головоломку (простую или сложную), которую

ученик складывает у себя в голове. Все словесные и математические высказывания образуют информационный блок, состоящий из логических рассуждений, доказывающих некоторую идею. Для ученика понимание каждого И-блока означает решение соответствующей учебной задачи (УЗ). Допустим, в информационном блоке ИБ-1 решается некоторая задача, выводится формула или доказывается теорема. Ученик, осмысливая предложение за предложением ($П_1, П_2, П_3, П_4$), как бы поднимается по ступенькам вверх на новый уровень понимания идеи 1 (рис. 2.3.1). Изучив один информационный блок, ученик переходит к следующему. Ступеньки имеют разную высоту и длину, а ученик движется с переменной скоростью. Время понимания того или иного высказывания (то есть прохождения соответствующей ступеньки) зависит от его объема и сложности. Если УТ содержит простые высказывания, то ступеньки невысокие, ученик без труда оказывается на вершине лестницы. Чем сложнее предложение, тем больше высота ступеньки, на которую ученик должен подняться. Если ступенька слишком высока, то ученик может не понять соответствующее предложение, поэтому его следует сформулировать проще, разбить на два простых предложения и т.д. Аналогично, если учебный материал содержит несколько идей, то его понимание и усвоение похоже на подъем по лестнице, изображенной на рис. 2.3.2.

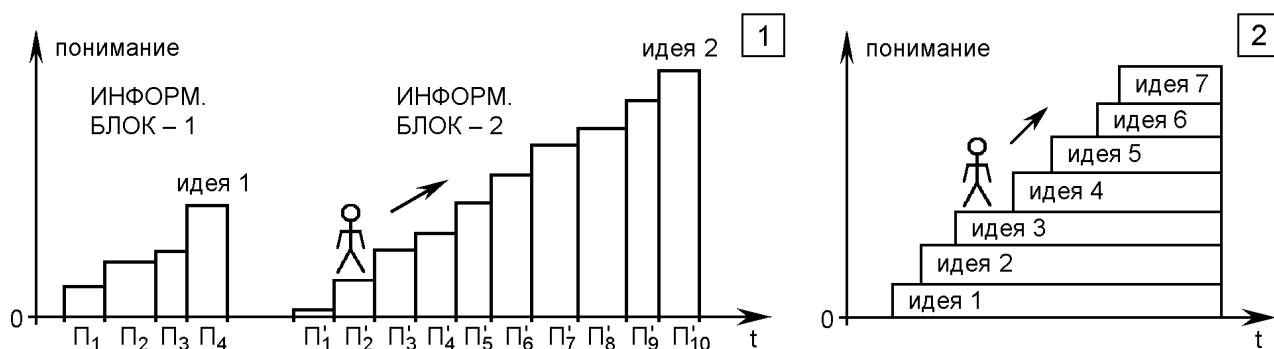


Рис. 2.3. Понимание объяснения задачи как восхождение по лестнице

Любое объяснение состоит из предложений, связанных между собой логическими связями. Каждому предложению соответствует семантическая сеть – граф, вершины которого означают понятия, а ребра – связи между ними. Сложность объяснения новой идеи складывается из сложностей составляющих его высказываний (словесных и математических). Если, переходя от одного высказывания к другому, ученик вынужден догадываться о каких-то сложных фактах, не упомянутых в объяснении, то такой текст называется **напряженным**. Например, читая учебник по обществознанию, ученик может понять смысл всех слов в предложении, но не осознать заключенную мысль. УТ должен быть таким, чтобы предложения содержали самую важную информацию, и при его понимании ученик не испытывал трудностей. Правильно составленный УТ не требует большого напряжения от ученика, так как вся важная информация содержится в предложениях явно (эксплицитно). Если УТ является напряженным, то необходимо дополнить текст поясняющими утверждениями, которые сближают означающее (высказывания) и означаемое (передаваемые мысли), тем самым заполнив смысловые пустоты. В этом случае количество информации, представленной имплицитно (неявно), будет близко к нулю, и им можно пренебречь. Трудность понимания УТ характеризуется средней плотностью семантической информации.

2.5. Метод оценки семантической сложности УТ

Для оценки семантической сложности текста следует учесть: 1) объем текста, количество слов в нем; 2) степень абстрактности используемых терминов, характеризуемая коэффициентом свернутости информации; 3) количество логических связей. В основе предлагаемого метода оценки семантической сложности УТ лежат следующие идеи:

1. Сложность текста S (слова s_i) характеризуется его информативностью относительно некоторого тезауруса Z_0 ; она измеряется в условных единицах

информации (УЕИ). За 1 УЕИ принимается количество информации, содержащейся обычном слове, используемом в повседневной жизни и не требующем объяснения («воздух», «вода», «падать», «медленный», «зеленый»).

2. Текст соответствует тезаурусу Z_0 (понятен ученику с тезаурусом Z_0), если он содержит только термины из Z_0 и термины, объясненные в тексте. Если УТ содержит термины, не входящие в тезаурус ученика и не объясненные в тексте, то ученик не сможет понять УТ полностью.

3. Информативность i -го научного термина $I_i = s_i$ относительно тезауруса Z_0 равна коэффициенту свернутости информации в нем, то есть минимальному количеству значимых слов, которое следует произнести, чтобы объяснить данный термин ученику с тезаурусом Z_0 . Например, чтобы дать определение термину «синус», понятное выпускнику 5 класса, требуется произнести 13 слов. Значит, информативность этого термина относительно соответствующего тезауруса равна 13.

4. Тезаурус ученика Z_0 , относительно которого измеряются информативности нескольких текстов, не должен быть слишком большим, чтобы КСИ для самого простого УТ был больше 1.

5. Учебные тексты, созданные из определенной совокупности терминов $\{T_1, T_2, \dots\}$ и передающие одинаковое множество мыслей $\{M_1, M_2, \dots\}$, несут примерно равное количество семантической информации и имеют одинаковые информативности (сложности).

6. Если УТ не содержит повторов и пропущенных логических звеньев, написан лаконичным языком, то: его семантическая сложность примерно равна сумме сложностей предложений; сложность предложений УТ примерно равна сумме информативностей составляющих его терминов.

7. Суммарная (интегральная) информативность Inf УТ относительно тезауруса Z_0 приблизительно равна сумме информативностей $I_i = s_i$ всех терминов.

нов, составляющих УТ, или произведению средней информативности слова I_{cp} относительно Z_0 на количество слов $N_{слов}$ в УТ:

$$S = Inf = \sum_{i=1}^{N_{слов}} I_i = I_{cp} N_{слов}.$$

8. Рассмотрим три текста T_1 , T_2 , T_3 , имеющих сложности $S(T_1)$, $S(T_2)$, $S(T_3)$. Если $S(T_2)$ в k_1 раз больше $S(T_1)$, а $S(T_3)$ в k_2 раз больше $S(T_2)$, то текст T_3 примерно в $k_1 k_2$ раза сложнее T_1 . Иначе говоря, если $S(T_2) = k_1 S(T_1)$ и $S(T_3) = k_2 S(T_2)$, то $S(T_3) \approx k_1 k_2 S(T_1)$.

9. При наличии в УТ логических переходов, сложных для понимания учеником с тезаурусом Z_0 , текст необходимо дополнить словами типа «значит», «поэтому», «потому что», сложность которых считается равной трем ($s_i = 3$). Если текст напряженный и содержит смысловые пустоты (знаний теорем или законов), то его следует дополнить пояснениями, упрощающими для ученика установление логических связей и делающими эти переходы легкими.

10. Сложность понимания текста (предложения) зависит от **плотности семантической информации** или средней информативности слова I_{cp} относительно тезауруса Z_0 , которая показывает среднее количество семантической информации, приходящейся на одно слово. Она также называется коэффициентом свернутости информации в тексте и вычисляется как среднее арифметическое информативностей всех слов, составляющих УТ: $I_{cp} = Inf / N_{слов}$.

11. Сложность рисунка (или формулы) относительно тезауруса Z_0 характеризуется количеством семантической информации в его кратком и одновременно полном текстовом описании.

В общих чертах **методика оценки семантической сложности** текстовой составляющей УТ относительно тезауруса Z_0 состоит в следующем:

1. Из исходного текста удаляют повторы, стоп-слова, заменяют местоимения соответствующими терминами.

2. Добавляют формулировки законов, теорем и другие предложения, которые заполняют смысловые пустоты и помогают ученику с тезаурусом Z_0 понять УТ.

3. Выявляют логические связи и вместо них в текст добавляют слова типа «потому что», «следовательно» и т.д.

4. Определяют количество значимых слов в тексте, характеризующее объем текстовой выборки $V_T = N_{\text{слов}}$.

5. Составляют список используемых научных терминов (их количество обозначим через N), его помещают в текстовый файл slovar.txt.

6. Путем подсчета числа слов в определениях терминов находят их сложности s_i ($i=1, 2, \dots, N$), которые записывают в файл slovar.txt.

7. С помощью специальной компьютерной программы, обращающейся к файлу slovar.txt, проводят контент-анализ УТ и подсчитывают количество n_i упоминаний каждого i -го термина, а также число обычных слов N' , сложность которых равна 1.

8. Суммируя сложности всех терминов и остальных слов, определяют семантическую сложность текста: $S_{\text{sem}} = N' + n_1 s_1 + n_2 s_2 + \dots + n_N s_N$.

9. Вычисляют коэффициент свернутости информации для текстовой составляющей учебного материала или среднюю информативность слова для данного УТ: $I_{\text{cp}} = \text{Inf} / V_T$.

10. Чтобы учесть информативность формул или рисунков, заменяют их максимально кратким описанием и оценивают его сложность тем же методом.

Предлагаемые методы являются эвристическими и не допускают строгого обоснования; их правильность проверяется соответствием результатов педагогической практике.



Рассмотрены моделирование учебных текстов с помощью семантических сетей, деление текста на отдельные фразы, выражающие элементарные факты, учет логических связей между ними и степени абстрактности отдельных терминов. Проанализирована метафора «изучение нового материала – восхождение по лестнице». Предложен метод оценки семантической сложности, заключающийся в выделении в УТ элементарных смысловых единиц (слов), учитывающий степень свернутости информации в используемых понятиях и логические связи между отдельными элементами текста. Этот метод предусматривает контент-анализ УТ с помощью компьютера [51], в ходе которого осуществляется подсчет используемых терминов и учет их информационной емкости. Если текст напряженный и содержит смысловые пустоты, то перед компьютерным анализом его необходимо дополнить поясняющими рассуждениями или примерами так, чтобы излагаемые мысли стали понятны ученику. Количество семантической информации УТ следует измерять в условных единицах (УЕИ); 1 УЕИ – количество информации, содержащейся в ежедневно используемых словах, которые не нуждаются в объяснении.

3. СЛОЖНОСТЬ РЕПРЕЗЕНТАЦИИ КОНЦЕПТА В УЧЕБНОМ ТЕКСТЕ

Любой учебный текст – это упрощенный фрагмент научного знания, который может быть охарактеризован совокупностью используемых понятий (или концептов) и связей между ними. Важными характеристиками учебного текста являются показатели разнообразия и сложности репрезентации в нем отдельных идей и понятий. Это в полной мере относится и к методике изучения рассматриваемой дисциплины. Чем выше насыщенность текста различными научными терминами и логическими связями, чем больше семантических составляющих у используемых концептов, тем сложнее текст со смысловой точки зрения. Сложность учебного текста (как и методики обучения) зависит от степени разнообразия используемых научных терминов и их абстрактности. Поэтому один из подходов к оценке сложности УТ состоит в выявлении основных концептов и связей между ними, изучении структуры концептов, анализе особенностей концептуализации основных понятий.

3.1. Структура концепта «физическое поле»

Психолингвистами установлено наличие у человека невербального мышления и непрерывно развивающейся концептосферы – системы связанных между собой концептов, каждый из которых представляет собой элементарную идею, квант знания. **Концепт** – это дискретное ментальное образование, базовая единица мыслительного кода человека, результат познавательной деятель-

ности личности и общества. Как заметил Г.Л. Мерфи, «...концепты – это клей, соединяющий наш ментальный мир в единое целое» [131]. **Научные концепты** – это ментальные единицы, образующие научную картину мира; соответствующие им термины являются средством их вербализации. Сложность концептов и связей между ними является характеристикой системы знаний человека.

Существование концептов в сознании человека обусловлено особенностями работы мозга, представляющего собой сложную нейросеть. Разнообразие интеллектуальных действий человека не означает наличия большого числа механизмов (алгоритмов) обработки информации [45, с. 19]. Установлено, что разнообразная информация представляется и обрабатывается мозгом человека едиными средствами и методами. «Все интеллектуальные действия связаны и могут быть реализованы небольшим количеством единых механизмов. Основными из них являются два: механизм конкретизации неопределенных элементов и механизм преобразования структур знаний» [45, с. 20]. Знания распределены по нейронам, между которыми устанавливаются синаптические связи, образующие сложные нейросетевые структуры.

Формирование научной картины мира тесно связано с учебной деятельностью школьника или студента, развитием его языка, знаний, мышления и мировоззрения. Показателем эффективности изучения естественных наук является успешность учебно-познавательной деятельности обучаемого, степень близости сформированных у него представлений и теоретических моделей к научной картине мира. При этом существенное значение имеет развитие у ученика мышления, устной и письменной речи, сопровождающиеся встраиванием новых знаний в уже существующую систему понятий. Доказано, что в процессе умственного развития в сознании ученика формируются **лингвокогнитивные структуры**, являющиеся основой его речемыслительной деятельности. Единицей ментального лексикона является концепт – фрагмент картины мира, имеющий вербальное выражение.

В качестве примера рассмотрим особенности формирования в сознании школьников и студентов научного концепта «физическое поле» (ФП) с помощью учебников по дисциплинам «Физика», «Концепции современного естествознания» (КСЕ) или «Естественно-научная картина мира» (ЕНКМ). Выявим основные **когнитивные признаки** и определим **структуру концепта** ФП, изучим особенности репрезентации его основных составляющих в различных учебниках по КСЕ и ЕНКМ [73].

Применяемый подход опирается на идеи Н.С. Валгиной [12], В.А. Лекторского [41], А.Н. Приходько [98], И.А. Стернина и З.Д. Поповой [96], А.В. Усовой [113], Е.В. Харьковой [117], G.L. Murphy [131]. В качестве основных будем использовать следующие методы: 1) анализ определений концепта ФП, выявление его основных когнитивных признаков; 2) изучение чувственного образа, формируемого в сознании школьника или студента; 3) количественный семантико-когнитивный анализ учебных текстов; 4) построение семантической модели концепта.

Как утверждают З.Д. Попова и И.А. Стернин [96], концепты формируются в результате: 1) непосредственного восприятия действительности органами чувств; 2) предметной деятельности человека; 3) мысленных операций с другими концептами; 4) языкового общения (например, с учителем); 5) самостоятельного использования словаря или учебника. Концепты имеют **полевую структуру** и состоят из **ядра, ближней, средней и дальней периферии** [96]. Обычно в концепте можно выделить: 1) **базовый слой**, образованный соответствующим наглядно-чувственным образом, присутствующим в сознании человека; 2) **интерпретационное поле**, содержащее совокупность когнитивных признаков концепта и их сочетаний.

Все концепты, относящиеся к физическим явлениям, связаны между собой и образуют единую **концептосферу «физические знания»**. Важное место в этой концептосфере занимает научный концепт «физическое поле», который в

сознании носителя русского языка связан с концептом «поле». Е.В. Харькова изучила психолингвистическое значение слова «поле», выявила все семантические компоненты, связанные с данной звуковой оболочкой в сознании человека, проанализировала базовый слой концепта «поле», состоящий из ощущения, восприятия, представления и понятия [117]. При этом было установлено, что носители русского языка под словом «поле» обычно понимают «безлесную равнину», «ровную площадку», «место, где происходит бой» и «обрабатываемую под посев землю или участок земли».

Из анализа энциклопедий, словарей и учебной литературы следует, что термин ФП означает некоторую материальную субстанцию, являющуюся переносчиком физических взаимодействий; ФП непрерывно и простирается до бесконечности; ФП создается источниками (частицами) и действует на находящиеся в нем другие частицы. По мере удаления от источника интенсивность поля уменьшается до нуля. Частицы и создаваемые ими физические поля образуют материальную основу Вселенной. Концепт ФП является **ядром концептополя**, которое включает в себя совокупность концептов, объединенных общностью их имен: «гравитационное поле», «поле тяжести», «электрическое поле», «магнитное поле», «электромагнитное поле», «поле ядерных сил», «поле сил слабого взаимодействия».

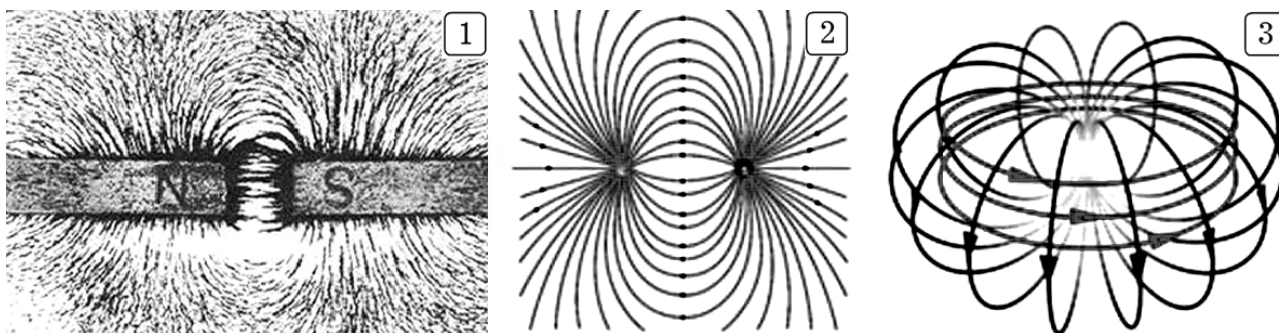


Рис. 3.1. К вопросу о чувственно-наглядном
образе концепта ФП [134]

Концепт ФП, формируемый в сознании ученика, является системой понятий и идей, содержащей в себе абстрактные, конкретно-ассоциативные и эмоционально-оценочные признаки, которые вырабатываются учеником в результате индивидуального осмысления конкретной совокупности физических опытов и наблюдений, изучения теории и решения задач. Основой концепта ФП является **чувственно-наглядный образ**, состоящий: 1) из **перцептивного образа**, возникающего в сознании ученика в результате наблюдения физических явлений и проведения опытов; 2) из **когнитивного образа**, формирующегося при осмыслении результатов наблюдений, качественных и математических моделей, а также графических изображений различных физических полей с помощью силовых линий и эквипотенциальных поверхностей. Чувственно-наглядный образ концепта ФП связан: 1) с многочисленными опытами, в которых изучаются: движение тел в поле тяжести, электризация тел и их взаимодействие, притяжение (отталкивание) магнитов, проводников с током и т.д.; 2) с рисунками и учебными или научно-популярными фильмами, в которых изображаются силовые линии и/или эквипотенциальные поверхности различных полей: гравитационного и магнитного полей Земли или других небесных тел, а также магнитного поля (рис. 3.1), электростатического поля (рис. 3.2), вихревого электрического и электромагнитного полей (рис. 3.3); 3) с учебными физическими экспериментами, в ходе которых демонстрируются спектры электрического и магнитного полей, с помощью железных опилок или наэлектризованных крупинок визуализируются их силовые линии (рис. 3.1), или с помощью специальных датчиков измеряются различные характеристики поля.

Выделим **интегральную сему** (значение) концепта «физическое поле». Термин «физическое поле» означает форму материи, которая создается источником, является непрерывной, простирается до бесконечности, действует на находящиеся в поле частицы, распространяется с конечной скоростью. Поле может создаваться, появляться, исчезать, изменяться, колебаться, распростра-

няться, воздействовать, накладываться на другое поле, влиять, притягивать, отталкивать, действовать с силой, искривлять траекторию, искривлять пространство, замедлять время.

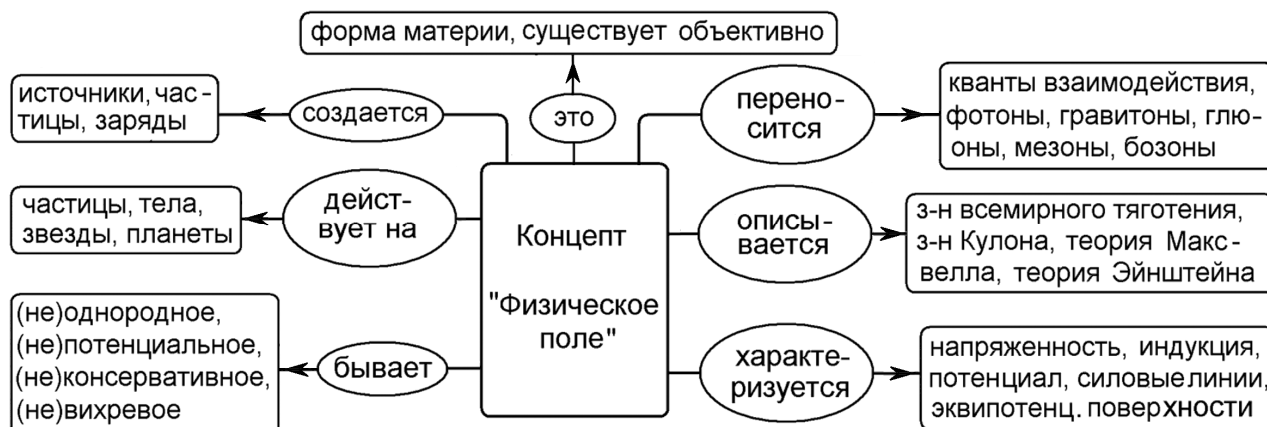


Рис. 3.2. Семантическая сеть вокруг концепта «физическое поле»

На рис. 3.2 изображена семантическая сеть концепта «физическое поле», полученная в результате анализа учебников физики, КСЕ и ЕНКМ. Проанализируем формирование **образно-перцептивного компонента** концепта ФП, который входит в его ядро. Человек непрерывно находится в гравитационном поле Земли, он привык к нему и воспринимает его влияние как притяжение Землей тяжелых тел с постоянной силой. Поле тяжести вблизи поверхности Земли однородно и стационарно, поэтому на его примере сформировать понятие ФП сложно. Для этой цели больше подходят электрическое и магнитное поля. Когда школьник экспериментирует с магнитами, магнитной стрелкой, наэлектризованными телами, он наблюдает: 1) магнитное и электростатическое взаимодействие неслепящихся тел; 2) зависимость интенсивности поля от расстояния до его источника; 3) зависимость направления силы взаимодействия от одинаковости электрических зарядов или магнитных полюсов; 4) наложение полей от нескольких источников. В результате у него формируется система

чувственно-наглядных образов, служащих основой для формирования концепта ФП. В школе на уроках естествознания и географии он узнает о том, что магнитная стрелка ориентируется вдоль меридиана и одним концом показывает на север, а другим на юг, что объясняется влиянием магнитного поля Земли.

На уроках физики в 7 классе учитель не использует понятие поля. Он говорит: «Солнце притягивает Землю», «на тело действует сила тяжести», «один магнит притягивает другой»; во всех этих случаях между телами действуют силы. При этом ученик воспринимает полевое взаимодействие как «чудесное» непосредственное воздействие одного тела на другое через пространство. Понятие поля вводится в 8–9 классах при обсуждении электростатического взаимодействия зарядов и магнитного взаимодействия токов.

Большое значение для формирования **ментального образа** концепта ФП имеют опыты, в которых учитель демонстрирует взаимодействие заряженных тел, магнитов, проводников с током, спектры электростатических и магнитных полей (в них частички вещества визуализируют силовые линии), а также рисунки, на которых изображены силовые линии \vec{E} и \vec{B} . При анализе астрономических явлений обсуждаются гравитационные поля Земли, Луны, Солнца, звезд, черных дыр, а также их влияние на движение других небесных тел и космических аппаратов.

Совокупность этих картинок и образов в сознании ученика составляет чувственно-наглядный образ (или ядро) концепта ФП. Во время наблюдения и выполнения соответствующих физических опытов, их словесного описания и анализа в сознании ученика формируется **ментальный образ** фрагмента окружающего мира, соответствующий концепту ФП. Он является результатом как непосредственного чувственного восприятия наблюдаемых явлений, так и его сознательного отражения в процессе мышления. Эволюция концепта ФП связана с обсуждением единого электромагнитного поля, излучения и распространения электромагнитных и гравитационных волн. Ученики узнают, что изменяю-

щееся магнитное поле порождает электрическое, а изменяющееся электрическое поле порождает магнитное поле и т.д. В 9–11 классах школьники изучают понятия «потенциальное поле», «вихревое поле», «напряженность», «индукция», «потенциал поля», «электромагнитное поле». Позже они узнают о существовании поля ядерных сил, глюонного поля и т.д.

3.2. Особенности репрезентации концепта «физическое поле» в различных учебниках

Для изучения особенностей формирования концепта ФП в школе и вузе были проанализированы учебники по физике [81, 82, 90–92], КСЕ [22, 83] и ЕНКМ [27–29]. Это позволило выявить его основные когнитивные признаки и установить структуру (рис. 3.3). Ближняя периферия концептополя ФП включает в себя лексемы типа «ФП – форма материи», «ФП создают источники поля», «ФП действует на частицы». Средняя периферия образована когнитивными признаками типа: «ФП может быть (не)однородным», «ФП описывается законом Кулона», «ФП характеризуется напряженностью поля», а также «в поле внести заряд», «проводник в поле» и т.д. Дальняя периферия состоит из лексем типа: «существует полевая среда», «со стороны ФП действуют гравитационные силы», «переносчиками взаимодействия являются фотоны», «полевая физика», «электромагнитная индукция», «поле Хиггса» и т.д.

С целью установления особенностей формирования концепта ФП в сознании школьника были проанализированы стандартные учебники физики: 1) за 7, 8, 9 классы (авторы А.В. Перышкин, Е.М. Гутник [90–92]); 2) за 10 и 11 классы (авторы Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, Н.Н. Сотский [81–82]). Количества использований наиболее часто употребляемых когнитивных признаков концепта ФП представлены на рис. 3.4 (их суммарное число – 1 280). Видно, что в 7 классе ФП не упоминается вообще: обсуждая гравитационное взаимодействие,

учитель говорит, что «Земля притягивает тело» или «на тело действует сила тяжести».



Рис. 3.3. Структура концепта «физическое поле» (ФП)

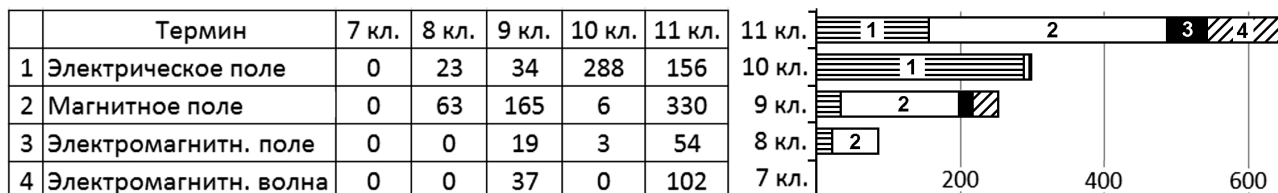


Рис. 3.4. Результаты анализа школьных учебников физики за 7–11 классы

В 8 и 9 классах изучаются электрическое и магнитное поля, причем термин «магнитное поле» упоминается в 3–5 раз чаще. Это обусловлено тем, что:

- 1) магнитное поле объективно сложнее электрического поля;
- 2) для проведения

классических опытов с магнитным полем необходим проводник с электрическим током или поток заряженных частиц; 3) магнитное поле используется в различных технических устройствах, которые рассматриваются в учебнике (генератор тока, электродвигатель, реле, трансформатор и т.д.). В 10 классе в основном изучается электрическое поле, изредка упоминаются магнитное и электромагнитное поля. В 11 классе в первую очередь используется понятие «магнитное поле», в меньшей степени – «электрическое поле», «электромагнитная волна» и «электромагнитное поле». При обсуждении гравитации, строения ядра и превращений частиц употребляются термины «взаимодействие» или «сила»: «гравитационное взаимодействие», «сила тяготения», «ядерные силы», «слабое взаимодействие».

В результате анализа вузовского учебника физики Т.И. Трофимовой [111] были выявлены следующие часто используемые лексемы (в скобках указана их доля от общего числа, которое равно 980): «электростатическое/электрическое поле» (0,36), «магнитное поле» (0,35), «силовое поле» (0,046), «напряженность/потенциал электрического поля» (0,043), «поле тяготения/сил тяжести» (0,040), «электромагнитное поле» (0,038), «индукция/напряженность магнитного поля» (0,023), «полюс магнита/источника» (0,016). Доля всех остальных терминов («поле конденсатора», «поле сил инерции», «поле как форма материи», «поле ядерных сил», «поле упругих сил», «волновое поле») составляет 0,084 (рис. 3.5). При этом не учитывались формулы, содержащие силовые и энергетические характеристики поля. Если учесть использование этих физических величин, то получается следующее распределение: 1) напряженность \vec{E} или индукция \vec{D} электрического поля (0,46); 2) напряженность \vec{H} или индукция \vec{B} магнитного поля (0,30); 3) потенциал φ (0,22); 4) напряженность гравитационного поля \vec{G} (0,012); 5) работа поля A (0,008). Из этого следует, что концепт ФП в сознании студента в первую очередь связан с понятиями «электриче-

ское/электростатическое поле», «магнитное поле» и в меньшей степени – «электромагнитное поле». В вузовском курсе физики также обсуждаются поле ядерных сил, глюонное поле, поле слабого взаимодействия и т.д.

Отметим, что в учебнике Т.И. Трофимовой [111] не рассматривается теория тяготения (ОТО), которая изучает влияние массивных тел и их гравитационных полей на свойства пространства и времени. Этим объясняется небольшая доля терминов «поле тяготения» и «гравитационное поле» в тексте учебника. В других учебных пособиях полю тяготения уделяется больше внимания.

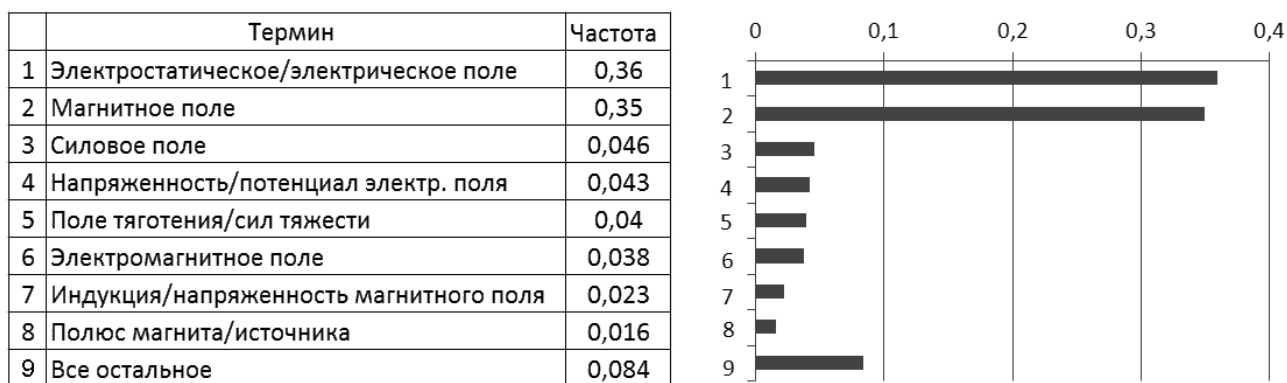
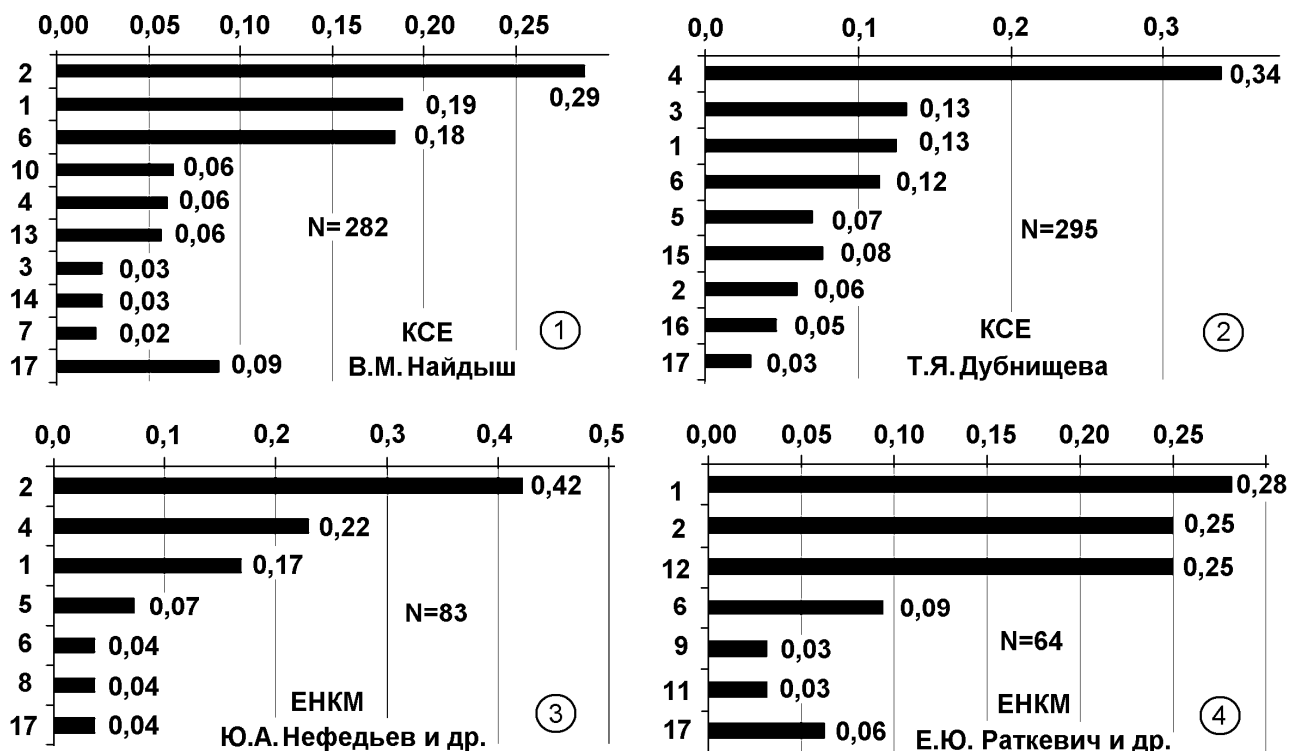


Рис. 3.5. Когнитивные признаки концепта ФП в учебнике физики [111]

В вузовских учебниках по дисциплинам «Концепции современного естествознания» и «Естественно-научная картина мира» концепт ФП в первую очередь представлен лексемами: «поле – форма материи», «гравитационное поле», «поле тяжести», «электромагнитное поле», «калибровочное поле», «поле инфлатона», «глюонное поле», «поле ядерных сил», «полевая картина мира (концепция, теория)», «квантово-полевая картина мира».

В результате количественного анализа учебных пособий по КСЕ [22, 83] и ЕНКМ [27–29] удалось выявить **когнитивные признаки** концепта ФП, которые были упорядочены по степени яркости (рис. 3.6). На гистограммах указаны доли упоминаний того или иного признака в общей совокупности использований различных компонентов концепта ФП и их общее количество N для каждого учебника.



Лексемы: 1. Физическое поле – форма материи. 2. Гравитационное поле / поле тяготения / поле тяжести. 3. Электрическое / электростатическое поле. 4. Магнитное поле. 5. Полюс магнита/источника. 6. Электромагнитное поле. 7. Силовое/потенциальное поле. 8. Глюонное поле. 9. Поле ядерных сил. 10. Калибровочное поле. 11. Суперполе. 12. Поле инфлатона. 13. Полевая концепция / теория / картина мира. 14. Поле слабого взаимодействия. 15. Напряженность / индукция / потенциал ЭП (E/D). 16. Напряженность / индукция МП (H/B). 17. Остальные термины.

Рис. 3.6. Концепт ФП в различных учебниках по КСЕ и ЕНКМ

Например, в учебнике В.М. Найдыша по КСЕ [83] (рис. 3.6.1) наиболее часто используются следующие лексемы (в скобках указана доля от общего числа): «гравитационное поле / поле тяготения» (0,29), «физическое поле – форма материи» (0,19), «электромагнитное поле» (0,18). В учебнике Т.Я. Дубнищевой по КСЕ [22] в первую очередь встречаются понятия (рис. 3.6.2): «магнитное поле» (0,34), «электрическое поле» (0,13), «физическое поле – форма материи» (0,13), «электромагнитное поле» (0,12). В учебнике Ю.А. Нефедьева и др. по ЕНКМ [28, 29] часто используются лексемы (рис. 3.6.3): «гравитационное поле / поле тяжести» (0,42), «магнитное поле» (0,22), «физическое поле – форма материи» (0,17). В пособии Е.Ю. Раткевич и др. по ЕНКМ [27] наиболее

часто встречаются (рис. 3.6.4): «физическое поле – форма материи» (0,28), «гравитационное поле» (0,25), «поле инфлатона» (0,25).

Итак, в учебных пособиях по КСЕ и ЕНКМ концептуализация ФП осуществляется по-разному, однако во всех случаях часто используются лексемы: «физическое поле как форма материи» и «гравитационное поле / поле тяготения / поле тяжести»; менее часто: «магнитное поле» и «электромагнитное поле». Смещение внимания на гравитационное поле обусловлено тем, что при изучении КСЕ и ЕНКМ студенты знакомятся с различными гравитационными эффектами ОТО (искривление пространства, замедление времени, черные дыры), а также с этапами эволюции Вселенной, образованием звезд, галактик и т.д.

Для оценки степени разнообразия использования различных лексем можно применить формулу расчета **энтропии символа** в сообщении:

$$R = - \sum_{i=1}^N p_i \log(p_i),$$

где p_i – вероятность использования лексемы, N – общее число видов лексем. Для учебных пособий [22, 27–29, 83] получаются следующие значения коэффициента разнообразия: $R_1 = 2,88$, $R_2 = 2,83$, $R_3 = 2,27$, $R_4 = 2,37$. Видно, что в учебнике В.М. Найдыша [83] концептуализация осуществляется более сложным образом.

В качестве дополнительной литературы на занятиях по КСЕ и ЕНКМ может быть использована книга Дж. Трефила «200 законов мироздания» [110]. В ней также упоминаются различные когнитивные признаки концепта ФП (в скобках – доля от общего числа $N = 296$): «магнитное поле» (0,56), «магнитный полюс» (0,14), «электрическое поле» (0,14), «гравитационное поле» (0,10), «электромагнитное поле» (0,03), «силовое поле» (0,02), остальные термины (0,01). То есть концептуализация понятия ФП в первую очередь осуществляется на примере магнитного и электрического поля.



Итак, решены следующие задачи: 1) определена структура концепта «физическое поле», то есть выявлен чувственно-наглядный образ, являющийся основой для его формирования, установлены понятия, составляющие его ядро, ближнюю, среднюю и дальнюю периферии; 2) построена семантическая сеть, соответствующая концепту ФП, показано, что концептуализация понятия ФП состоит в образовании в сознании школьника новых ментальных структур, соответствующих основным свойствам электрического и магнитного полей; 3) в результате количественного анализа основных компонентов концепта «физическое поле» в учебниках по физике, КСЕ и ЕНКМ установлено, что в различных учебных пособиях концептуализация ФП осуществляется по-разному, но, как правило, предполагает изучение следующих когнитивных признаков: «физическое поле – форма материи», «гравитационное поле / поле тяготения / поле тяжести», «электрическое/электростатическое поле», «магнитное поле», «электромагнитное поле», «полевая картина мира (концепция, теория)».

4. СЛОЖНОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ В КУРСЕ ФИЗИКИ

Для совершенствования методики обучения физике немалый интерес представляет собой проблема оценивания степени трудности понимания отдельных аспектов электродинамики, в частности понятий электрического и магнитного полей, а также их характеристик. Ее решение требует анализа соответствующих параграфов в различных учебниках физики для школы и вуза и определения их дидактических сложностей в пересчете на единицу объема текста. Этот показатель зависит прежде всего от степени абстрактности используемых терминов (или среднего КСИ) и влияет на трудность понимания учебного материала [63]. Кроме семантической сложности следует учесть структурную сложность УТ, зависящую от среднего числа слов в предложении.

4.1. Метод оценки сложности изучения электрического и магнитного полей

В основе используемого метода лежат следующие рассуждения. Человек мыслит концептами, формулируя свою мысль в виде предложений, состоящих из слов (научных терминов). Поэтому информативность текста следует измерять не в битах, а в словах. Текст – это сложная система, состоящая из взаимосвязанных предложений (словесных или математических высказываний), каждое из которых несет определенную мысль. **Сложность понимания текста** можно охарактеризовать средней сложностью (или информативностью) состав-

ляющих его высказываний. Ее не следует путать с общей информативностью текста, которая примерно равна сумме информативностей предложений.

Нами обсуждаются учебные тексты (УТ), которые специально написаны понятным и лаконичным языком, исключая какую-либо двусмысленность или ненужные повторы. Выше было показано, что семантическая сложность предложения складывается из сложностей составляющих его слов, характеризующих КСИ. В данном случае КСИ термина равен количеству слов, которые необходимо произнести, чтобы объяснить сущность соответствующего понятия школьнику, не изучавшему физику. Например, «напряженность (поля в точке A) – это отношение силы, действующей на пробный заряд, внесенный в точку A , к величине этого заряда. Заряд (или заряженное тело) – это тело, создающее вокруг себя электрическое поле». Если не давать определение понятию «электрическое поле», то сложность (или КСИ) понятия «напряженность» равна 13–15.

Итак, сложность понимания УТ Q зависит от **средней плотности информации** или количества информации, приходящейся на одно предложение; она пропорциональна средней сложности предложения (или математического высказывания), типичного для данного текста, и не зависит от объема УТ. Каждое предложение является системой взаимосвязанных элементов (слов); его сложность равна произведению средней сложности одного элемента (то есть коэффициента свернутости текстовой информации KC_T) на число элементов (слов) L . Аналогично сложность формулы равна произведению коэффициента свернутости информации в символе KC_Φ на число символов в ней. В кратковременной памяти человека удерживается около семи блоков информации, поэтому будем использовать формулу $Q = KC \cdot L / 7$. Из нее следует, что предложение из семи слов (оно легко удерживается в памяти), не содержащее научных терминов ($KC_T = 1$), имеет сложность $Q = 1$. Если средний КСИ для текста 1,8, а

средняя длина предложения $L_{ПР} = 9,3$, то сложность понимания текста равна $Q = 1,8 \cdot 9,3 / 7 = 2,4$.

КС информации в УТ не зависит от объема текста. Он должен соответствовать уровню знаний школьника или студента; его среднее значение по мере обучения возрастает. Ученик, работая с УТ, пытается понять («декодировать») предложения и усвоить содержащиеся в них идеи, «встроив» их в имеющуюся у него систему знаний. Поэтому сложность понимания УТ пропорциональна произведению среднего КСИ для составляющих его слов на среднюю длину предложения. Аналогично сложность понимания формулы можно найти как произведение среднего КСИ для составляющих ее понятий (физических величин) на среднее число символов в формуле.

В рассматриваемом случае УТ характеризуется следующими величинами: 1) объем V_T , равный количеству значимых слов; 2) количество семантической информации в текстовой составляющей I_T ; 3) коэффициент свернутости информации для текстовой составляющей $KC_T = I_T / V_T$; 4) средняя длина предложений (число слов в предложении) $L_{ПР}$; 5) средняя сложность (или информативность) предложения $Q_T = KC_T \cdot L_{ПР}$. **Количество семантической информации I_T в текстовой составляющей УТ** вычисляют так: $I_T = V_T - N_T + n_1 s_1 + n_2 s_2 + \dots + n_N s_N$, где n_i – число использований i -го термина в тексте, s_i – его сложность (или КСИ), $N_T = n_1 + n_2 + \dots + n_N$ – общее число использований терминов, N – общее число различных терминов в УТ. Разность $V_T - N_T$ равна числу «обычных» слов с $s_i = 1$. Чтобы найти сложность термина, надо сосчитать количество значимых слов, которые требуется произнести, чтобы дать его краткое объяснение (включая определение всех используемых понятий) для ученика 5 класса (уровень Z_0).

4.2. Результаты контент-анализа учебников физики

Для оценки коэффициента свернутости KC_T текстовой составляющей УТ применялась следующая методика [72]:

1. Определяют объем V_T УТ путем подсчета числа значимых слов, например, с помощью программы *Text_analyzer.exe*.
2. Создают текстовый файл, содержащий список научных терминов, присутствующих во всех анализируемых УТ («заряд», «напряженность», «потенциал» и т.д.); их общее количество равно N .
3. Приблизительно оценивают сложность используемых терминов s_i , $i = 1, 2, \dots, N$; для этого определяют число слов, которое необходимо произнести, чтобы объяснить соответствующее понятие школьнику, не изучавшему физику.
4. С помощью специальной компьютерной программы анализируют учебный текст УТ, подсчитывая количество n_i упоминаний каждого термина.
5. Вычисляют общее количество семантической информации I_T УТ.
6. Вычисляют коэффициент свернутости для текстовой составляющей по формуле: $KC_T = I_T / V_T$.

Для определения I_T использовались две компьютерные программы, анализирующие УТ, подсчитывающие количества использований в тексте двойных терминов («дипольн(ый) момент», «электрическ(ая) постоянн(ая)»), одиночных терминов («заряд», «индукция») в УТ и суммирующие их сложности. При этом программа обращается к текстовому файлу, содержащему словарь терминов с указанной сложностью s_i , и к файлу с анализируемым текстом. Словарь-тезаурус содержит общие части однокоренных терминов без окончаний, что позволяет выявлять в УТ их различные формы. Программа выбирает i -й термин из словаря и строка за строкой анализирует файл с текстовой выборкой, подсчитывая количество n_i вхождений в него данного термина. Для создания словарей (отдельно для двойных терминов, для одиночных терминов и для формул) из

анализируемых параграфов было отобрано около 180 терминов и оценена их сложность (число значимых слов, которые заменяет данный термин). Например: пол(е) $s_i = 12$, индукционн(ый) $s_i = 11$, интеграл $s_i = 40$ и т.д.

Чтобы оценить КС для **формульной составляющей** учебного материала, надо создать текстовый файл, в котором каждая формула заменена предложением (вместо коэффициентов a или b пишем «коэф»; вместо «+», «/» пишем «плюс», «делить», вместо E или B – «напряженность», «индукция» и т.д.). Например, формула $B = F / I \cdot l$ кодируется так: «индукция равна сила делить сила_тока умножить длина проводника». Слова «равна», «делить», «умножить» и т.д. хорошо известны ученику 5 класса, их сложность $s_i = 1$. Получившийся файл анализируют той же компьютерной программой, суммирующей произведения сложности терминов (величин) s_i на число вхождений $n_{\phi i}$ каждого термина в формулы и вычисляющей количество семантической информации I_ϕ . КСИ для формульной информации равен $КС_\phi = I_\phi / V_\phi$, где V_ϕ – число символов в формулах (объем формульной составляющей УТ). Следует учесть, что при записи формулы физическая величина заменяется одной буквой: напряженность – E , величина заряда – q и т.д. Ученик должен помнить эти обозначения, иначе он не поймет формулу. Поэтому КСИ (или сложность s_i) для понятий, входящих в формулы, надо увеличить на 1.

Контент-анализу подверглись отдельные параграфы следующих учебников: п. 1 «Электрическое поле» (учебник «Физика-8» А.В. Перышкина [91, с. 63–65]); п. 2 «Индукция магнитного поля» (учебник «Физика-9» А.В. Перышкина и Е.М. Гутник [92, с. 154–157]); п. 3 «Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции» (учебник «Физика-10» Г.Я. Мякишева, Б.Б. Буховцева и Н.Н. Сотского [81, с. 242–245]); п. 4 «Модуль вектора магнитной индукции. Сила Ампера» (учебник «Физика-11» Г.Я. Мякишева и Б.Б. Буховцева [82, с. 11–13]); п. 5 «Закон Кулона» (учебник «Физика» для среднего проф. образования А.А. Пинского и Г.Ю. Граковского [94, с. 194–195]); п. 6 «Электри-

ческое поле. Напряженность поля, силовые линии. Поток вектора E через поверхность» (лекции по физике для вузов Г.А. Бордовского и Э.В. Бурсиана [11, с. 194–195]); п. 7 «Принцип суперпозиции электростатических полей. Поле диполя» (учебник физики для вузов Т.И. Трофимовой [111, с. 152–154]). Перечисленные параграфы соответствуют начальному этапу изучения электродинамики и типичны для рассматриваемых учебных пособий.

Результаты проведенного анализа представлены в табл. 4.1, состоящей из столбцов: 1) номер параграфа по порядку; 2) объем текста V_T (число значимых слов); 3) суммарная сложность S_T научных терминов (одиночных и двойных), присутствующих в тексте; 4) общее количество научных терминов N_T в УТ; 5) коэффициент свернутости текстовой информации KC_T ; 6) средняя длина предложения $L_{ПР}$; 7) средняя сложность понимания текстовой составляющей Q_T ; 8) суммарная сложность S_Φ всех научных терминов, входящих в формулы; 9) общее количество символов в формулах, содержащихся в параграфе N_C ; 10) коэффициент свернутости формульной информации KC_Φ ; 11) общий коэффициент свернутости текста KC ; 12) средняя длина математических выражений L_Φ (число символов в формуле); 13) средняя сложность понимания формул Q_Φ ; 14) средняя сложность параграфа Q (в пересчете на одно предложение).

Таблица 4.1. Результаты оценки сложности учебных текстов

	V_T	S_T	N_T	KC_T	$L_{ПР}$	Q_T	S_Φ	N_C	KC_Φ	KC	L_Φ	Q_Φ	Q
п.1	417	704	104	2,44	8,7	3,0	0	0	0	2,44	0	0	3,0
п.2	584	1447	211	3,12	12,7	5,7	81	20	4,05	3,15	6,7	3,86	6,8
п.3	568	1476	216	3,22	11,3	5,2	275	62	4,44	3,34	10,3	6,55	8,4
п.4	464	1295	198	3,36	12,4	6,0	336	63	5,33	3,60	7,0	5,33	8,0
п.5	445	941	181	2,71	12,4	4,8	74	22	3,36	2,74	11,0	5,29	7,1
п.6	431	1048	172	3,03	9,1	3,9	1003	163	6,15	3,89	18,1	15,9	16,4
п.7	466	1630	245	3,97	17,3	9,8	735	220	3,34	3,77	16,9	8,08	12,7

Для нахождения N_T к удвоенному числу использований двойных терминов в УТ прибавляют число использований одиночных терминов. Нами применялись формулы:

$$S_T = \sum_{i=1}^N n_i s_i, \quad S_\Phi = \sum_{i=1}^N n_{\Phi i} s_i, \quad KC_T = \frac{S_T + V_T - N_T}{V_T}, \quad KC_\Phi = \frac{S_\Phi}{V_\Phi},$$

$$Q_T = KC_T L_{TP} / 7, \quad Q_\Phi = KC_\Phi L_\Phi / 7, \quad Q = \sqrt{Q_T^2 + Q_\Phi^2},$$

где $V_T - N_T$ – количество слов в тексте, не являющихся терминами и имеющими сложность $s=1$. Погрешность оценки KC_T и KC_Φ примерно 10 %. Значения Q_T и Q_Φ слабо связаны друг с другом, поэтому для нахождения Q используется теорема Пифагора.

Из табл. 4.1 видно, что наиболее простым является п. 1. «Электрическое поле» [91]; этот параграф не содержит формул, поэтому его общий КСИ равен $KC_T = 2,4$, а сложность $Q = Q_T = 3$. Равенство $KC_T = 2,4$ означает, что для объяснения текста с расшифровкой каждого термина относительно уровня Z_0 потребуется в 2,4 раза больше слов, чем их содержится в тексте. Общий КСИ для п. 2 «Индукция магнитного поля» [92], п. 3 «Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции» [81], п. 4 «Модуль вектора магнитной индукции. Сила Ампера» [82] возрастает от 3,2 до 3,6, а сложность Q лежит в интервале от 6,8 до 8,4. КСИ информации в п. 5 «Закон Кулона» [94] равен $KC = 2,7$, сложность $Q = 7,1$. В п. 6 «Электрическое поле. Напряженность поля, силовые линии. Поток вектора E через поверхность» [11] обсуждаются математические методы описания электрических полей и используются дифференциалы, интегралы, скалярное произведение векторов. Поэтому $KC_T = 3,0$, а $KC_\Phi = 6,2$, общий $KC = 3,9$; сложность формул $Q_\Phi = 15,9$ (т.е. самая высокая), общая сложность равна $Q = 16,4$. Высокие коэффициент свернутости и сложность также у п. 7 «Принцип суперпозиции электростатических полей. Поле диполя» [111]:

$KC = 3,8$, $Q = 12,7$. При этом не очень высокое значение $KC_\Phi = 3,3$ для п. 7, объясняется тем, что в формулах этого параграфа используются те же физические величины и математические операции, что и в п. 3 и 4, а KC_Φ не учитывает длину формул ($L_\Phi = 17$). Самую высокую сложность понимания текстовой составляющей $Q_T = 9,8$ имеет п. 7, что обусловлено большой длиной предложений ($L_{ПР} = 17,3$) и использованием сложных терминов ($KC_T = 4$). Полученные результаты хорошо согласуются с приблизительной оценкой сложности анализируемых параграфов, производимой методом парных сравнений из общедидактических соображений.



Таким образом, произведена оценка сложности понимания параграфов различных учебников физики, посвященных изучению электрического и магнитного поля. Для этого использовался метод компьютерного анализа текста и формул, заключающийся в подсчете научных терминов и учете степени их абстрактности [66]. Установлено, что средний коэффициент свернутости КСИ для анализируемых текстов находится в интервале от 2,4 до 3,9. Он характеризует среднее количество информации, приходящееся на одно значимое слово или символ в формуле. Учет средней длины предложений и количества символов в формулах позволяет оценить среднюю сложность предложения (математического высказывания), которая характеризует сложность понимания текста. Ее величина изменяется от 3 («Физика-8» [91]) до 16,4 («Курс лекций...» [11]).

5. ОЦЕНКА СТЕПЕНИ БЛИЗОСТИ УЧЕБНЫХ ТЕКСТОВ

Одна из задач обучения физике, химии, биологии, астрономии состоит в построении в сознании учеников системы естественно-научных знаний, в которой факты, законы и теории из различных наук связаны друг с другом и образуют единую научную картину мира. Ее решение требует установления меж- и внутрипредметных связей, что способствует более полному познанию учащимися единства материи и форм ее движения, законов природы, формированию научного мировоззрения, развитию диалектического и системного мышления, умения обобщать знания из разных наук и применять их на практике [8, 99]. В этой связи определенный интерес представляет собой проблема учета степени связи между различными вопросами, темами и дисциплинами, разработка метода оценки доли и разнообразия того или иного вида информации в данном учебнике [67]. Обсудим методы и результаты определения степени разнообразия и доли понятий физики микромира в различных разделах школьных курсов химии и физики.

5.1. Проблема оценки силы межпредметных связей и метод ее решения

Проблеме использования меж- и внутрипредметных связей при изучении естественно-научных дисциплин посвящены работы Ж.В. Беляевой [8], В.С. Елагиной и С.М. Похлебаева [25], М.Т. Рахматуллина [99], М.Ж. Симоно-

вой [105] и других ученых-методистов. Для количественной оценки коэффициента связи различных разделов школьных курсов физики и химии с физикой микромира (ФММ) нами использовался **метод контент-анализа**, состоящий в выборе **маркеров** данного вида информации и их подсчете в анализируемом тексте вручную и с помощью компьютера [37, 61]. Этими маркерами могут быть различные элементы знаний ФММ (понятия, принципы, теории, модели), встречающиеся в учебниках физики и химии. Выявление и подсчет идей и теорий – очень непростая задача, автоматизированное решение которой требует использования искусственного интеллекта. С другой стороны, любое утверждение состоит из отдельных понятий, являющихся квантами научного знания; чем сложнее представленное в учебнике утверждение, тем больше понятий используется для его формулировки и обоснования. Поэтому достаточно ограничиться подсчетом соответствующих терминов и обозначающих их символов в тексте, таблицах, формулах, а также изображений объектов ФММ на рисунках. Этот подход близок к **тезаурусному методу** Ю.Н. Семина, состоящему в количественном определении комплексного показателя междисциплинарной связности путем подсчета общих дескрипторов (понятий), входящих в сравниваемые курсы [16, 104].

Выбор научных понятий для объяснений явлений природы неслучаен, а обусловлен объективными закономерностями восприятия и познания. Также неслучаен подбор учебного материала в школьных учебниках и пособиях, прошедших определенную эволюцию и отвечающих требованиям научности, доказательности, доступности, логичности и т.д. Поэтому **доля понятий ФММ** в курсе химии или физики отражает определенные особенности современной методики преподавания этих дисциплин. Для повышения объективности анализа учебного текста применялась специальная компьютерная программа, которая, используя словарь-тезаурус, подсчитывала частоты упоминания различных терминов в текстовом файле [61]. Работа эксперта при этом сводится к сле-

дующему: 1) составление словаря-тезауруса; 2) классификация и оценка сложности входящих в него терминов; 3) подготовка файла с анализируемым текстом; 4) создание и запуск программы, анализирующей текст; 5) интерпретация результатов.

В качестве анализируемого учебного пособия был выбран справочник школьника [108]. Это вызвано тем, что: 1) справочник содержит сведения из различных школьных курсов, в том числе по физике и химии; 2) учебный материал излагается лаконично, без повторов, исторических обзоров и отступлений; 3) рассмотрены все основные вопросы, изучаемые в школе; 4) справочник представлен в электронном виде (в формате pdf), что позволяет получить txt-файл и для анализа текста использовать компьютер.

5.2. Результаты контент-анализа различных разделов физики и химии

Анализ текстов учебников физики и химии позволил выделить следующие **виды маркеров**: 1) термины (понятия) квантовой механики, теории излучения, атомной и ядерной физики («атом», «квант», «орбиталь»); 2) математические символы в формулах, характеризующие микрообъекты и явления микромира (h , e); 3) обозначения молекул (H_2SO_4 , $NaOH$) и составляющих их атомов (Ca , O); 4) обозначения ионов, анионов, катионов (H^+ , O^{2-}); 5) обозначения элементарных частиц: электронов, протонов, нейтронов, мюонов, нейтрино и т.д. (e , p , n , π , μ , ν_e); 6) обозначения состояний электронов в электронных формулах атомов (s , p , d), а также межатомных связей (σ -связь, π -связь); 7) изображения объектов микромира на рисунках. Для определения общего объема текста (в понятиях) подсчитывалось суммарное количество объектов, изображенных на рисунках, символов в формулах (математических, химических и т.п.) и общее число слов в тексте.

Анализ входного текстового файла `vhod.txt` осуществлялся с помощью специальной компьютерной программы, подобной `Analizer.pas` [61, с. 121]. Она, обращаясь к словарю `slovar.txt`, подсчитывала общее количество ФММ-понятий в тексте. При этом создавался **профиль текста**, состоящий из матрицы найденных слов и их частот, а из исходного текста удалялись учтенные понятия. Использовались два словаря, что позволило сначала подсчитать и удалить из текста двойные термины («энергия связи», «дефект масс»), а затем все остальные термины типа «пар», «вода» и т. д. Чтобы избежать ошибок, программа учитывала пробелы перед короткими терминами; такие термины в словаре представлены в виде «_пар», «_вода». Текст, из которого удалены учтенные термины, записывался в файл `vihod.txt`. Суммарное число слов в тексте определялось как отношение общего количества символов к 6,3 (средней длине слова).

С целью оценки количества информации в рисунке подсчитывалось число изображенных на нем объектов, и результат удваивался, так как полное описание рисунка включает в себя указание объектов и связей между ними [62, 128]. Аналогично определялось **количество ФММ-информации**: подсчитывалось число изображений микрообъектов, и затем оно удваивалось. При анализе химической формулы типа $2H_2 + O_2 = 2H_2O$ можно представить ученика, который читает ее так: «две молекулы, состоящие из двух атомов водорода, соединяются с молекулой из двух атомов кислорода, получаются две молекулы, состоящие из двух атомов водорода и атома кислорода каждая». Видно, что в данной записи понятие «молекула» используется 3 раза, а понятие «атом» – 4 раза. Характерно, что химические формулы (как математические и формулы ядерных реакций) существенно сокращают объем текста, повышая плотность передаваемой информации.

Результаты контент-анализа школьных курсов физики и химии из [108] на предмет наличия **научных понятий ФММ** приведены в табл. 5.1. Она содержит: 1) общее количество N слов в тексте; 2) количество N_M терминов

ФММ в тексте, подсчитанное с помощью компьютера; 3) общее количество P объектов, изображенных на всех рисунках; 4) количество P_M объектов ФММ, изображенных на рисунках; 5) общее количество C символов в математических формулах; 6) количество C_M математических символов, характеризующих объекты и явления микромира; 7) общее количество M обозначений молекул в тексте и химических формулах; 8) общее количество A обозначений различных атомов в тексте и химических формулах; 9) общее количество J обозначений ионов, анионов, катионов в тексте и химических формулах; 10) количество E обозначений элементарных частиц в тексте и химических формулах (e, p, n, π, ν, μ_e); 11) количество L обозначений состояний электронов в электронных формулах атомов (s, p, d), а также межатомных связей (σ -связь, π -связь); 12) общее количество информации I в тексте; 13) суммарное количество I_M ФММ-информации; 14) долю K ФФМ-информации в различных разделах учебников ($K = I_M / I$); 15) долю K' ФФМ-информации в учебниках физики и химии; 16) число F различных видов маркеров (терминов, символов, изображений объектов); 17) коэффициент разнообразия R ; 18) сложность S ФММ-информации в пересчете на единицу объема текста.

Для вычисления I использовалась формула $I = N + 2P + C + M + A + J + E + L$. Получающийся результат равен числу слов в тексте, который дополнили описаниями рисунков, химических формул, заменив символы e, p, π, s, p, \dots соответствующими терминами. Количество информации I_M , относящейся к ФММ, вычисляется так: $I_M = N_M + 2P_M + C_M + M + A + J + E + L$. Весовые множители 2, стоящие перед P и P_M , обусловлены тем, что почти на любом рисунке кроме объектов изображены связи, и количество понятий в словесном описании рисунка примерно в 2 раза больше числа изображенных на нем объектов.

Таблица 5.1. Результаты контент-анализа курсов физики и химии

	ФИЗИКА					ХИМИЯ		
	1 (Мех.)	2 (МФ, Т)	3(Элект.)	4 (Опт.)	5 (ФММ)	1 (ТОХ)	2 (НХ)	3 (ОХ)
<i>N</i>	14800	8361	23221	4018	9005	17550	21800	7745
<i>N_M</i>	23	245	775	40	1370	853	315	153
<i>P</i>	316	76	425	143	148	198	28	0
<i>P_M</i>	0	11	79	4	106	184	4	0
<i>C</i>	1546	478	1250	482	324	164	276	14
<i>C_M</i>	0	76	32	2	140	8	80	0
<i>M</i>	0	0	0	0	0	1188	3528	638
<i>A</i>	0	0	0	0	30	2390	4020	1914
<i>J</i>	0	0	0	0	0	328	214	12
<i>E</i>	0	0	0	0	60	56	26	0
<i>L</i>	0	0	0	0	0	426	56	32
<i>I</i>	16978	8991	25321	4786	9715	22498	29976	10355
<i>I_M</i>	23	343	965	50	1812	5617	8247	2749
<i>K</i>	0,001	0,038	0,038	0,010	0,187	0,250	0,275	0,265
<i>K'</i>	0,049					0,264		
<i>F</i>	4	16	32	10	90	43	38	17
<i>R</i>	1,1	1,9	2,4	1,8	3,8	1,9	1,1	0,9
<i>S</i>	0,00085	0,063	0,081	0,012	0,681	0,456	0,307	0,238

Табл. 5.2 содержит профили текстов, то есть множество используемых терминов с указанием числа их упоминаний. Видно, что в курсе химии понятия «атом» и «молекула» упоминаются очень часто, особенно если учесть химические формулы. Для оценки степени разнообразия ФММ-информации применялась формула расчета **энтропии символа** в сообщении:

$$R = -\sum_{i=1}^F p_i \ln(p_i), \quad p_i = n_i / N', \quad N' = n_1 + n_2 + \dots + n_F, \quad i = 1, 2, \dots, F,$$

где i – номер маркера, F – количество различных типов маркеров, n_i – число использований i -го маркера, N' – суммарное количество использований всех маркеров в анализируемом тексте, равное $N' = N_M + P_M + C_M +$

+ $M + A + J + E + L$. Сложность ФММ-информации в пересчете на одно слово равна произведению коэффициента разнообразия R на число всех маркеров N' в тексте, отнесенному к общему объему текста I : $S = RN' / I$.

Таблица 5.2. Понятия ФММ, часто используемые в курсах физики и химии

ФИЗИКА
1. Механика: атом – 6, частица – 5, заряд – 1, молекула – 1.
2. Молекулярная физика и термодинамика: концентрация молекул – 9, тепловое движение – 17, движение молекул – 4, энергия связи – 2, атом – 36, молекула – 115, частица – 13, переход – 6, самопроизвольный – 4, концентрация – 3 и т.д.
3. Электродинамика: ион – 36, атом – 111, заряд – 237, заряженный – 36, оболочка – 14, частица – 60, рентгеновские – 11, электрон – 152, элементарный – 10 и т.д.
4. Оптика: длина волны – 15, спин – 1, заряд – 1, излучает – 1, линейчатый – 3, частиц – 2, электрон – 1 и т.д.
5. Квантовая физика: энергия связи – 12, ядерная реакция – 19, бета – 17, гамма – 20, ион – 38, ядер – 38, ядро – 64, альфа – 37, атом – 146, возбуждает – 19, заряд – 46, заряженный – 25, изотоп – 29, испускание – 12, квант – 50, кварк – 25, мезон – 15, нейтрино – 11, нейтрон – 50, облучение – 10, переход – 16, поглощение – 15, позитрон – 14, протон – 61, радиоактивность – 29, распад – 43, фотон – 13, фотоэффект – 23, частица – 132, электрон – 88, элементарный – 43, энергетический – 10 и т.д.
ХИМИЯ
1. Теоретические основы химии: атомная орбиталь – 14, электронная плотность – 7, ион – 54, анион – 52, атом – 209, заряд – 11, катион – 74, молекула – 140, переход – 11, протон – 10, подуровень – 23, частиц – 46, электрон – 90, энергия – 11, оболочка – 9 ...
2. Неорганическая химия: электронная формула – 17, кристаллическая решетка – 5, валентные уровни – 6, ион – 25, анион – 16, атом – 46, катион – 40, молекула – 28, переход – 23, электрон – 17 и т.д.
3. Органическая химия: атом – 88, молекула – 33, катион – 6, электрон – 4 и т.д.

Из табл. 5.1 видно, что доля ФММ-маркеров в учебниках химии $K' = 0,264$, то есть довольно высока и превышает этот показатель даже для той части курса физики, в которой изучаются законы микромира ($K = 0,187$). Это связано с наличием многочисленных химических формул и других символов, обозначающих микрообъекты. В то же время ФММ-информация в курсе химии менее разнообразна: максимальные коэффициенты разнообразия/сложности

(R/S) у раздела 1 «Теоретические основы химии» составляют 1,9/0,456, что заметно ниже соответствующих коэффициентов для раздела 5 «Физика микромира», которые равны 3,8/0,681. В разделе 5 «Физика микромира» насчитывается 90 различных ФММ-маркеров, что заметно превосходит этот показатель для любого раздела химии.

Чтобы оценить частоту использования понятия, необходимо разделить количество использований понятия (в тексте, химических и других формулах, рисунках) на общее количество информации I (в словах): $p'_i = n_i / I$. Для учебного материала по физике и химии, представленном в пособии 1, суммарный объем I соответственно равен $I_\phi = 65791$ и $I_X = 62829$. Из табл. 5.1 и 5.2 следует, что в курсе химии (в тексте, химических формулах, рисунках) наиболее часто используются понятия «атом» ($p' \approx 0,14$); «молекула» ($p' \approx 0,088$); «ион», «анион» или «катион» ($p' \approx 0,013$) (включая символьные обозначения). В курсе физики вероятность использования этих же понятий существенно ниже: «атом» ($p' \approx 0,005$); «молекула» ($p' \approx 0,002$); «ион», «анион» или «катион» ($p' \approx 0,001$). Понятия «электрон», «протон» или «нейтрон» в курсах физики и химии используются с суммарной вероятностью $p' \approx 0,006$. Найденные значения R , S , p' приближительны и соответствуют конкретному учебному пособию, однако нет оснований считать, что при анализе других пособий получатся сильно отличающиеся результаты.

* * * * *

Проанализирована проблема оценки степени близости учебных текстов, которая связана с установлением силы меж- и внутрипредметных связей. Предложен метод, состоящий в подсчете числа терминов, относящихся к одной предметной области (например, к физике микромира – ФММ), в текстах, соответствующих другим областям знаний (разделам физики и химии). В результате

контент-анализа учебного пособия для школьников [108] установлено: 1) доля знаний ФММ в курсе химии (0,26) существенно выше, чем в курсе физики в целом (0,05), и заметно выше, чем в разделе физики, посвященном явлениям микромира (0,19); 2) разнообразие ФММ-информации в разделе физики, изучающем явления микромира, существенно выше, чем в курсе химии; 3) при изучении химии наиболее часто применяются понятия «атом», «молекула», «ион» (включая «анион» и «катион»). Рассмотренный метод действительно позволяет количественно оценить степень близости учебных дисциплин, «силу» меж- и внутрипредметных связей и установить закономерности распределения учебной информации в школе.

6. ОЦЕНКА СЛОЖНОСТИ ОБЪЯСНЕНИЯ ЗАДАЧИ

Важным компонентом обучения является решение учащимися учебных задач и выполнение других заданий (конспектирование лекции, ответы на вопросы и т.д.). Условием успешного обучения является правильная очередность предъявления учителем заданий, при которой реализуется важный дидактический принцип «от простого к сложному». Поэтому разработка методов определения сложности и информативности объяснения задачи является актуальной проблемой дидактики. Ее решение позволит оценить сложность тестовых заданий для ОГЭ и ЕГЭ, правильно подобрать задачи для олимпиад, тестов и различных задачников. При этом под учебной задачей (УЗ) будем понимать любое учебное задание, требующее интеллектуальных действий; например, задачи по алгебре, геометрии, физике, химии, вывод конкретной формулы, доказательство теоремы и т.д.

6.1. Различные подходы к определению сложности учебной задачи

Оцениванием сложности и трудности УЗ занимались различные ученые-дидакты. Например, И.Л. Лернер считал, что сложность проблемной задачи обусловлена: 1) составом условия, количеством данных; 2) числом логических звеньев, связывающих условие задачи с результатом решения; 3) количеством выводов, которые можно сделать в процессе решения задачи. Согласно алго-

ритмической концепции А.Н. Колмогорова, сложность задачи пропорциональна количеству операций, необходимых для ее решения, то есть определяется длиной наиболее рационального алгоритма получения правильного ответа, который включает в себя кратчайший путь понимания условия. В.И. Крупич и О.Б. Епишева утверждают, что сложность – объективная характеристика задачи, которая зависит от числа элементарных действий (рассуждений), связей и видов связей [26, с. 57]. В.М. Кротов предложил **таблицу сложности физических задач**, учитывающую структуру решения, количество явлений, процессов и объектов, число искомых величин, явное или неявное задание требований задачи, сложность математического аппарата, способ задания условия (задачи-рисунки, текстовые, графические или экспериментальные задачи) [43]. А.В. Гидлевский использовал **субъект-предикатный** (то есть логический) **подход** к оценке трудности решения дидактических задач, основанный на создании соответствующих графологических моделей [18, 19], учете числа вершин и ребер графа, отображающего структуру решения УЗ. Другие исследователи в качестве компонентов сложности УЗ называют количество и сложность элементов, отношений, замкнутых контуров, логических действий, формул; степень абстрактности используемых понятий и моделей; наличие неявно заданных факторов, влияющих на изучаемый процесс; избыточность условия УЗ; принадлежность задачи к нескольким типам задач или различным темам; необходимость сложных или громоздких математических преобразований и т.д. [84, 102]. В настоящее время отсутствует эффективная методика «измерения» сложности решения УЗ.

Предлагаемый **метод определения дидактической сложности решения учебных задач** основан на анализе ее объяснения и учете сложности используемых терминов. При этом считается, что сложность УЗ прежде всего характеризуется количеством семантической информации в объяснении ее решения. Для его измерения используется тезаурусный подход, предусматривающий вы-

деление в объяснении УЗ элементарных смысловых единиц (слов, элементарных высказываний), их подсчет и учет степени абстрактности (или информационной емкости).

6.2. Обсуждение тезаурусного подхода к оценке сложности задачи

Предложенный А.В. Гидлевским субъект-предикатный подход к оценке трудности решения дидактических задач предполагает анализ экспертного решения задачи; построение графа структуры решения задачи; учет количества вершин, связей и повторов; создание шкалы трудности учебных задач [18]. Пытаясь оценить сложность формулы $E_K = mv^2/2$, А.В. Гидлевский рассматривает ее как систему из четырех связанных между собой объектов (E_K , m , v^2 , $1/2$). Он оценивает сложность объектов m и v^2 в 2 балла, а коэффициент $1/2$ в 1 балл, при этом отмечая, что не может обосновать критерии для такой оценки. В результате сложность задачи на расчет кинетической энергии E_K равна 5. Следуя этой логике, такую же сложность должны иметь формулы $W = Li^2/2$ или $W = Ci^2/2$. Но это не так! Ученики 10–11 классов понимают, что такое масса и скорость, но часто затрудняются объяснить, что называется индуктивностью L , емкостью C и т.д. Метод А.В. Гидлевского совершенно не учитывает степень абстрактности и информационную емкость используемых понятий и физических величин.

Для оценки сложности решения УЗ следует использовать тезаурусный подход, который за счет учета значения и сложности используемых научных терминов позволяет определить **количество семантической информации** в объяснении относительно тезауруса Z_0 . Так как физика изучается в 7–11 классах, то для оценки сложности физических задач в качестве нулевого уровня Z_0

следует выбрать уровень ученика 5–6 класса, который еще не приступал к ее изучению.

Ученик, решая задачу, должен догадаться о способе решения. Часто это требует дополнительных предположений, построений, рассуждений и т.д. Оценить сложность этих действий практически невозможно. Поэтому будем говорить о сложности объяснения решения задачи учителем. Можно представить текст, содержащий краткое и в то же время полное объяснение УЗ; его интегральная информативность относительно тезауруса Z_0 является показателем сложности объяснения УЗ. В случае напряженного текста его необходимо дополнить рассуждениями и недостающими высказываниями так, чтобы оно было совместимо с уровнем Z_0 , а затем сложить сложности всех предложений.

Понимание объяснения задачи (доказательства теоремы, вывода формулы) приводит к проникновению ученика в суть воспринимаемого материала, к формированию в его сознании содержательных обобщений, отражающих объекты, их свойства и связи, которые выражают отношения с другими объектами. При этом происходит включение нового материала в систему уже имеющихся у ученика знаний, установление связей между ними. В соответствии с основными положениями **когнитивной лингвистики**, человек мыслит концептами, но свои мысли выражает вербально, создавая из слов предложения. Любая мысль выражается в виде соответствующего высказывания, а пока его нет, это не мысль, а ощущение. Из **принципа экономии мышления** следует, что человек стремится выражать свои мысли как можно короче. При этом используются максимально емкие понятия, объем и содержание которых оптимизированы в результате многочисленных использований большим количеством предыдущих поколений.

По-прежнему будем считать, что однокоренные слова несут примерно равное количество информации, так как в сознании человека они не хранятся

отдельно, а входят в единое психолингвистическое образование – концепт. Например, термины «отражение», «отраженный», «отражающий» и «отражаться» связаны между собой и составляют концепт «отражение», поэтому их **информационные насыщенности** примерно одинаковы. От перестановки слов в предложении, выражающем ту же мысль, его информативность не меняется. Словосочетания «лампа светит ярко», «яркость свечения лампы», «яркая лампа светит», «яркая светящаяся лампа», встречающиеся в ненаучном тексте, изображаются очень похожими семантическими сетями и поэтому также несут примерно одинаковое количество информации. В то же время если словосочетание «яркость свечения лампы» встречается в физическом тексте, то следует вспомнить, что научный термин «яркость» означает некоторую физическую величину и его сложность существенно выше, чем у бытового понятия «яркость».

За единицу семантической информации часто принимают **элементарный факт**, то есть высказывание, в котором сообщается о существовании объекта или явления, о наличии у объекта определенных свойств или отношений с другими объектами, а также о производимых с ними действиях. Чем больше фактов, тем содержательнее сообщение. В нашем случае за единицу измерения семантической информации удобно взять простое понятие, выражаемое словом.

6.3. Результаты использования предложенного метода

Любая учебная задача соответствует той или иной учебной дисциплине и какой-то конкретной теме (или темам). Например, существуют задачи на закон Архимеда, на теорему Пифагора, на решение квадратного уравнения и др. Бывают комбинированные задачи, требующие знаний из различных тем, например по механике и электродинамике. Задача характеризуется предметом, темой, искомой величиной, ключевыми словами и т.д. Важной характеристикой УЗ является сложность ее решения.

В основе используемого нами метода оценки сложности объяснения задачи лежит тезаурусный подход, который предполагает измерение количества семантической информации в объяснении УЗ относительно выбранного уровня Z_0 . Будем исходить из того, что объяснение решения физической задачи характеризуется: 1) объемом V , равным количеству используемых слов (объемный подход); 2) общей информативностью I , которая может рассматриваться как показатель сложности. Степень абстрактности объяснения задачи можно охарактеризовать средним коэффициентом свернутости (КСИ) $KC = I/V$.

Допустим, необходимо оценить сложность N задач Z_1, Z_2, \dots, Z_N . Условие и решение задачи представляет собой систему, состоящую из текста, формул и рисунка. Суть предлагаемого метода состоит в том, чтобы закодировать решение задачи в текстовом файле, оценить сложность отдельных терминов, а затем автоматически проанализировать его с помощью специальной компьютерной программы [52]. Метод оценки **общей информативности** объяснения решения задачи состоит в следующем: 1) эксперт читает условие УЗ и решает ее, рисуя рисунок, записывая формулы и пояснения, дополняя рассуждения недостающими высказываниями так, чтобы оно было совместимо с уровнем Z_0 ; при этом создается максимально краткое решение УЗ; 2) создают текстовый файл `zadacha.txt`, содержащий закодированное условие задачи, рисунок и ее решение с формулами и объяснениями, соответствующими выбранному тезаурусу Z_0 ; 3) создают текстовый файл `slovar.txt`, содержащий список терминов, используемых при решении задачи; 4) оценивают сложности терминов относительно тезауруса Z_0 и записывают их значения в `slovar.txt`; 5) с помощью специальной программы анализируют файл `zadacha.txt` и определяют суммарную сложность текста, его объем и средний коэффициент свернутости информации.

Нами была произведена оценка следующих 10 физических задач:

1. Мяч брошен вертикально вверх со скоростью 12 м/с. На какую высоту он поднимется?
2. На пружине жесткостью 40 Н/м колеблется тело массой 300 г. Найдите период колебаний.
3. Найти скорость молекул паров серебра, если их угловое смещение в опыте Штерна составляло $5,8^\circ$ при частоте вращения прибора 150 Гц. Расстояние между внутренним и внешним цилиндрами равно 2 см.
4. В сосуд, содержащий 2 кг воды при температуре 20° Цельсия, положили кусок железа массой 0,6 кг, имеющий температуру 90° Цельсия. Определите температуру воды после установления теплового равновесия.
5. К обмотке из 150 витков подключен вольтметр. Площадь витка 3 см^2 . Найдите скорость изменения индукции магнитного поля внутри обмотки, если вольтметр показывает 12 В.
6. Гальванический элемент, резистор и амперметр соединены последовательно. Параллельно резистору подключен вольтметр. ЭДС гальванического элемента 2 В, внутреннее сопротивление 1 Ом. Сопротивление резистора 8 Ом. Определите показания приборов.
7. На расстоянии 12 см от собирающей линзы с оптической силой 10 дптр находится предмет высотой 1 см. Где следует разместить экран, чтобы получить резкое изображение предмета? Чему равна высота изображения?
8. На дифракционную решетку с периодом 0,01 мм падает красный свет с длиной волны 750 нм. Расстояние от дифракционной решетки до экрана 1,3 м. Найдите расстояние между дифракционными максимумами второго порядка.
9. До какого минимального потенциала зарядится цинковая пластина, если она будет облучаться монохроматическим светом с длиной волны 324 нм?

10. В ампулу помещен радон, активность которого $4,5 \cdot 10^{10}$ распадов в секунду. Через какое время активность радона станет равна $2,3 \cdot 10^{10}$ распадов в секунду? Период полураспада радона 3,82 сут.

Рассмотрим решение задачи 9 на фотоэффект. Рисунок: фотоны падают на пластину и выбивают электроны. Объяснение: При облучении цинковой пластины происходит фотоэффект. Потенциал пластины уменьшается до тех пор, пока он не станет равен задерживающему напряжению. Формулы:

$$h\nu = A + m_e v_m^2 / 2, \quad m_e v_m^2 / 2 = |A_{\text{ЭП}}|, \quad -m_e v_m^2 / 2 = A_{\text{ЭП}}, \quad A_{\text{ЭП}} = -eU_3,$$

$$h\nu = A + eU_3, \quad U_3 = \varphi - \varphi_{\infty}, \quad \varphi_{\infty} = 0, \quad \varphi = (h\nu - A)/e.$$

Условие и решение задачи были закодированы в текстовый файл. Например, формула $h\nu = A + eU_3$ кодировалась так: «пост_планка умножить частота равно работа_выхода плюс заряд_электрон умножить задерж_напряжение». Кроме текста и формул в файл были закодированы правила, использующиеся при математических преобразованиях: 1) если к левой и правой частям равенства прибавить одинаковые величины, то равенство останется истинным; 2) если левую и правую части равенства умножить на одинаковые величины, то равенство останется истинным. Получившийся текстовый файл был проанализирован с помощью специальной программы, написанной на языке Pascal [61].

Результаты оценки информативности перечисленных выше задач представлены в табл. 5.1. Она состоит из столбцов: 1) номер задачи и раздел физики (механика, термодинамика и молекулярная физика, электродинамика, оптика, квантовая физика); 2) объем текста в словах (двойные термины учитываются как два слова); 3) число слов в тексте $N_{\text{СЛ}}$, не являющихся научными терминами; 4) суммарная текстовая сложность (информативность) объяснения Q_T , найденная с помощью компьютерной программы; 5) суммарная формульная сложность Q_F , найденная с помощью программы; 6) средняя длина формул L_F

(среднее число математических символов); 7) общая сложность объяснения S ; 8) общая информативность объяснения Inf ; 9) коэффициент сложности $K_{СЛ}$; 10) коэффициент свернутости информации $KС$. При этом использовались формулы:

$$Q = n_1 s_1 + n_2 s_2 + \dots + n_N s_N, \quad S = N_{СЛ} + Q_T + Q_\Phi L_\Phi / 7,$$

$$Inf = N_{СЛ} + Q_T + Q_\Phi, \quad K_{СЛ} = S / V, \quad KС = Inf / V.$$

Здесь n_i – число использований в объяснении решения задачи i -го термина, имеющего сложность s_i .

Таблица 5.1. Результаты оценки сложности объяснения физических задач

Задача	V	$N_{СЛ}$	Q_T	Q_Φ	L_Φ	S	Inf	$K_{СЛ}$	$KС$
1-М	69	29	43	85	10,0	193,4	157	2,80	2,28
2-М	45	28	26	14	8,0	70,0	68	1,56	1,51
3-Т	121	76	46	90	5,7	194,9	212	1,61	1,75
4-Т	187	59	55	411	11,3	779,2	525	4,17	2,81
5-Э	58	14	279	152	5,5	412,4	445	7,11	7,67
6-Э	117	20	246	496	6,3	714,5	762	6,11	6,51
7-О	147	45	155	178	7,8	399,1	378	2,72	2,57
8-О	140	40	164	244	8,6	503,8	448	3,60	3,20
9-КФ	134	36	216	273	8,2	571,8	525	4,27	3,92
10-КФ	120	30	194	440	7,0	664,0	664	5,53	5,53

При расчете сложности S учитывается средняя длина формул L_Φ . Деление на семь объясняется тем, что человек в кратковременной памяти может удерживать около семи блоков информации. Если формулы сложные ($L_\Phi > 7$), то $S > Inf$ и $K_{СЛ} > KС$. Из таблицы видно, что общая информативность Inf объяснения стандартной задачи из школьного курса физики изменяется в 10–11 раз (от 70 до 760 УЕИ), а средний коэффициент свернутости $KС$ находится в интервале 1,5–7,7. Предложенный метод также использовался для определения сложности доказательства теоремы Пифагора; получилось, что общая инфор-

мативность доказательства $Inf \approx 250$ УЕИ, коэффициент свернутости $КС \approx 2,17$. Рассмотренным способом можно оценить сложность объяснений, доказательств теорем, различных тестовых заданий, которые используются для обучения и измерения качества знаний учащихся.

* * * * *

Проанализированы известные методы оценки сложности задачи, показаны их недостатки. Предложен новый метод определения сложности решения задачи, предусматривающий измерение количества семантической информации в ее условии, рисунке и объяснении решения. Для этого создается файл, в котором закодировано условие и объяснение, а затем он анализируется с помощью специальной компьютерной программы. Программа обращается к словарю, содержащему список терминов и их сложность, которая равна количеству слов в определении термина. Отдельно учитывалась текстовая и формульная сложности объяснения. Это позволило оценить 10 типовых задач по физике за 10–11 классы. Установлено, что общая информативность объяснения стандартной задачи составляет 70–760 УЕИ, то есть варьируется в широких пределах, а средний коэффициент свернутости лежит в интервале 1,5–7,7.

7. ДИДАКТИЧЕСКАЯ СЛОЖНОСТЬ НЕКОТОРЫХ ВОПРОСОВ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Развитие методики преподавания требует определения дидактических характеристик различных элементов учебного материала (ЭУМ). В связи с этим немалый интерес представляет собой проблема оценки дидактической сложности (ДС) различных вопросов школьного курса математики [64]. Она находится на стыке следующих научных направлений: оптимизация учебников (Я.А. Микк [78]), измерение сложности решения учебной задачи (Г.А. Балл [6], А.В. Гидлевский [18]), формирование мыслительных операций у старшеклассников (Н.Н. Пospelов, И.Н. Пospelов [97]), автоматизированный анализ учебных текстов (Н.К. Криони, А.Д. Никин и А.В. Филиппова [44]; И.В. Оборнева [88]), «свертывание» и «развертывание» знаний и операций (С.И. Шапиро [120]). Обсудим метод оценки сложности различных вопросов школьного курса математики. Результаты его использования позволят установить, во сколько раз увеличивается сложность учебного материала по математике за время обучения в школе. Определение ДС простых ЭУМ может быть осуществлено путем разложения сложных операций на элементарные действия, а также методом парных сравнений [56, 57]. Для сложных ЭУМ, изучаемых в старших классах, будем использовать метод измерения количества семантической информации. При этом учебный текст следует дополнить определениями новых (относительно заданного уровня знаний) понятий, а затем подсчитать количество слов и математических символов, учесть их информационную емкость.

7.1. Сложность математических задач, решаемых в начальной школе

С целью оценки сложности задач, типичных для занятий по математике в 1–4 классах, были проанализированы школьные учебники математики и выявлены математические задания, типичные для 1, 2, 3 и 4 классов, которые характеризуют сложность изучаемого материала [69]. Получились следующие результаты:

1 класс – сложение и вычитание одnorазрядных и двухразрядных чисел ($4+3$, $8-5$, $70-30$, $19-12$), решение простых уравнений типа: $9-x=3$, $x+2=8$, $43+x=67$;

2 класс – задачи на сложение и вычитание двухразрядных и трехразрядных чисел, задачи на умножение одnorазрядных чисел и деление одnorазрядных и двухразрядных чисел на одnorазрядное ($386+235$, $25+18$, $364-127$, $6\cdot 7$, $9\cdot y=36$, $12:4=3$), решение уравнений типа: $(x+3):8=5$, $x-549=308$;

3 класс – сложение трехразрядных и четырехразрядных чисел, умножение двухразрядных и трехразрядных чисел на одnorазрядное ($21:3\cdot 6$, $5\cdot 42=210$, $4085+3274$, $824\cdot 4$, $x:9$), решение уравнений типа $x+215=612$, $(x+3):8=5$;

4 класс – умножение и деление двухразрядных и трехразрядных чисел, сложение и вычитание дробей ($72:6=12$, $273:5=54$ остаток 3, $372\cdot 814=302808$, $8196\cdot 532=4360272$), решение уравнений типа: $(150:y+7)\cdot 40=480$, $k/7-34=78:3$.

Понимание и усвоение школьниками изучаемого материала в первую очередь зависит от соотношения сложности изучаемых заданий и уровня сформированности соответствующих интеллектуальных умений.

Чтобы осуществить сложение (умножение и т.д.) школьник должен: 1) понимать, что значит «сложить два числа»; 2) выполнить соответствующую

последовательность интеллектуальных действий. Следовательно, сложность операции S складывается из **сложности определения** S_{OP} и **операционной сложности**, равной числу $N_{ЭД}$ элементарных действий (ЭД), необходимых для ее выполнения. То есть $S = S_{OP} + N_{ЭД}$. Для оценки сложности определения операции S_{OP} необходимо сформулировать определения всех входящих в него понятий и подсчитать суммарное количество значимых слов. Оценим сложность определений арифметических операций: 1) сложение $A + B = C$: выложить A палочек, выложить B палочек, смешать и пересчитать (8 слов, $S_{OP} = 8$); 2) вычитание $A - B = C$: найти такое C , что $B + C = A$ или выложить A палочек, убрать B палочек и сосчитать то, что осталось ($S_{OP} = 10$, вычитание сложнее); 3) умножение $A \cdot B = C$: сложить B чисел, каждое из которых равно A ($S_{OP} = 14$, использовалось понятие «сложить»); 4) деление $A : B = C$: найти C , при котором $B \cdot C = A$ ($S_{OP} = 20$, использовалось понятие «умножить»).

Чтобы оценить **операционную сложность** $N_{ЭД}$ сложения, вычитания и умножения одnorазрядных чисел, была создана компьютерная программа, моделирующая многократное выполнение этих операций при различных значениях операндов и определяющая количество ЭД. Например, $5 + 4 = 9$: ученик выкладывает 5 палочек, добавляет 4 палочки (9 ЭД), затем считает все палочки (9 ЭД). Всего $N_{ЭД} = 18$ ЭД. Или $5 \cdot 6 = 30$: ученик выкладывает 6 групп по 5 палочек в каждой ($30 + 6$ ЭД), а затем пересчитывает все палочки (30 ЭД); $N_{ЭД} = 66$. Компьютерная программа моделировала выполнение 20 000 операций различных чисел от 2 до 9 и находила среднее число ЭД. Оказалось, что для сложения одnorазрядных чисел $N_{ЭД} = 18$, а для умножения – $N_{ЭД} = 49$, то есть сложность умножения одnorазрядных чисел примерно в 2,7 раза больше сложности сложения. При вычитании одnorазрядных чисел от 2 до 9 получаю-

щийся результат меньше 10, число ЭД меньше, чем при сложении, и равно $N_{ЭД} = 15$.

Ученик значительно лучше считает в прямом направлении (сложение), чем в обратном (вычитание), поэтому будем считать, что операционная сложность разности многоразрядных чисел ($138 - 76 = 62$) в среднем в 1,3 раза больше операционной сложности соответствующей суммы ($62 + 76 = 138$). Деление сводится к последовательному вычитанию, поэтому логично предположить, что операционная сложность деления в 1,3 раза выше, чем у соответствующего произведения. Операции с многоразрядными числами осуществляются «столбиком»; при этом с вероятностью 0,5 приходится одну или несколько единиц переносить в старший разряд или занимать десятку из старшего разряда. Чтобы учесть это, число ЭД $N_{ЭД}$ будем увеличивать на удвоенное количество разрядов операндов. Деление с остатком или деление с записью результата с дробной частью (например, 7 и $\frac{3}{4}$) требует дополнительного выполнения операции сложения или вычитания; поэтому количество $N_{ЭД}$ увеличивается на 18.

Используя формулу $S = N_{ЭД} + S_{ОП}$, получим следующие оценки сложности для операции «сложение» ($S_{ОП} = 8$): 1) сложение одноразрядных чисел, сложность $S = 18 + 8 = 26$; 2) сложение одноразрядного числа с двухразрядным (учитываем перенос в старший разряд): $N_{ЭД} = 20$, $S = 18 + 2 + 8 = 28$; 3) сложение двухразрядных чисел ($45 + 38$): отдельно складываются десятки и единицы ($2 \cdot 18$), учтем перенос в старший разряд (+ 4), $N_{ЭД} = 40$, сложность $S = 2 \cdot 18 + 4 + 8 = 48$; 4) сложение трехразрядного числа с двухразрядным числом ($386 + 47$): отдельно складываются десятки и единицы ($2 \cdot 18$), учтем перенос в старший разряд (+ 4), сложность $S = 36 + 4 + 8 = 48$; 5) сложение трехразрядных чисел ($386 + 547$): отдельно складываются сотни, десятки и единицы ($3 \cdot 18$), учтем перенос в старший разряд (+ 6); сложность $S = 54 + 6 + 8 = 68$;

б) сложение четырехразрядных чисел ($5386 + 3647$): отдельно складываются четыре разряда ($4 \cdot 18$), учтем перенос в старший разряд ($+8$); сложность $S = 72 + 8 + 8 = 88$.

Сложность операции «вычитание» (число ЭД в 1,3 раза больше, чем у соответствующей суммы, $S_{оп} = 10$): 1) вычитание одnorазрядных чисел, сложность $S = 15 + 10 = 25$; 2) вычитание двухразрядных чисел, число ЭД в 1,3 раза больше, чем $N_{эд}$ соответствующей суммы: а) результат – двухразрядное число (разности $87 - 56 = 31$ соответствует сумма двухразрядных чисел $56 + 31 = 87$), $N_{эд} = 40 \cdot 1,3 = 52$; б) результат – одnorазрядное число (разности $57 - 48 = 9$ соответствует сумма $48 + 9 = 57$): $N_{эд} = 20 \cdot 1,3 = 26$. Среднее число ЭД $N'_{эд} = (52 + 26)/2 \approx 39$, $S = N'_{эд} + 10 = 49$; 3) вычитание трехразрядных чисел, сложность в 1,3 раза больше, чем при сложении. Варианты: а) $857 - 245 = 612$, обратное действие $612 + 245 = 857$, $N_{эд} = 60 \cdot 1,3 = 78$; б) $756 - 683 = 73$, обратное $683 + 73 = 756$, $N_{эд} = 42 \cdot 1,3 = 55$. Среднее $N'_{эд} = (78 + 55)/2 \approx 67$, $S = N_{эд} + 10 = 77$; 4) вычитание четырехразрядных чисел, в результате которого может получиться четырех-, трех-, двух- или одnorазрядное число; сложность операций в 1,3 раза больше, чем при соответствующем сложении $N_{эд} = 1,3 \cdot (80 + 60)/2 \approx 91$, $S = N_{эд} + 10 = 101$.

Сложность операции «умножение» ($S_{оп} = 14$): 1) умножение одnorазрядных чисел: $S = 49 + 14 = 63$; 2) умножение двухразрядных чисел на одnorазрядное ($35 \cdot 7 = 245$; два раза умножить, один раз сложить $30 \cdot 7 = 210$, $5 \cdot 7 = 35$, $210 + 35 = 245$), $N_{эд} = 2 \cdot 49 + 18 + 2 = 118$, сложность $S = N_{эд} + 14 = 132$; 3) умножение трехразрядного числа на одnorазрядное ($459 \cdot 8 = 3672$; три раза умножить: $9 \cdot 8 = 72$, $50 \cdot 8 = 400$, $400 \cdot 8 = 3200$ и два раза сложить: $3200 + 400 +$

+ 72 = 3672); число ЭД $N_{ЭД} = 3 \cdot 49 + 2 \cdot 18 + 4 = 187$, $S = N_{ЭД} + 14 = 201$; 4) умножение двух двухразрядных чисел ($68 \cdot 73$ – четыре раза умножить, три раза сложить: $8 \cdot 3 = 24$, $60 \cdot 3 = 180$, $8 \cdot 70 = 560$, $60 \cdot 70 = 4200$, $24 + 180 + 560 + 4200 = 4964$), число ЭД $N_{ЭД} = 4 \cdot 49 + 3 \cdot 18 + 4 = 254$, сложность $S = N_{ЭД} + 14 = 268$; 5) умножение трехразрядного числа на двухразрядное ($693 \cdot 85$ – шесть раз умножить, пять раз сложить), число ЭД $N_{ЭД} = 6 \cdot 49 + 5 \cdot 18 + 6 = 390$, $S = N_{ЭД} + 14 = 404$; 6) умножение трехразрядных чисел ($693 \cdot 285$ – девять раз умножить, восемь раз сложить); число ЭД $N_{ЭД} = 9 \cdot 49 + 8 \cdot 18 + 8 = 593$, сложность $S = N_{ЭД} + 14 = 607$.

Сложность операции «деление» (число ЭД в 1,3 раза больше, чем у соответствующего произведения, $S_{ОП} = 20$): 1) деление одноразрядного числа на одноразрядное (частному $9 : 3 = 3$ соответствует произведение $3 \cdot 3 = 9$, результат – одноразрядное число): число ЭД $N_{ЭД} = 20$, сложность $S = N_{ЭД} + 20 = 40$; 2) деление двухразрядного числа на одноразрядное (частному $35 : 7 = 5$ соответствует произведение $7 \cdot 5 = 35$); $N_{ЭД} = 1,3 \cdot 49 = 64$, $S = N_{ЭД} + 20 = 84$; 3) деление трехразрядного числа на одноразрядное: а) $588 : 3 = 196$ соответствует $196 \cdot 3 = 588$, $N_{ЭД} = 187 \cdot 1,3 = 243$; б) $672 : 8 = 84$ соответствует $84 \cdot 8 = 672$, $N_{ЭД} = 118 \cdot 1,3 = 153$; среднее число ЭД $N_{ЭД} = (243 + 153) / 2 = 198$, сложность $S = N_{ЭД} + 20 = 218$; 4) деление двухразрядного числа на двухразрядное ($81 : 27 = 3$ соответствует $27 \cdot 3 = 81$); $N_{ЭД} = 118 \cdot 1,3 = 153$, $S = N_{ЭД} + 20 = 173$; 5) деление трехразрядного числа на двухразрядное: а) $387 : 43 = 9$ соответствует $43 \cdot 9 = 387$; $N_{ЭД} = 118 \cdot 1,3 = 153$; б) $342 : 18 = 19$ соответствует $18 \cdot 19 = 342$; $N_{ЭД} = 254 \cdot 1,3 = 330$; среднее число ЭД $N_{ЭД} = (330 + 153) / 2 \approx 242$, $S = N_{ЭД} + 20 = 262$.

7.2. Результаты оценки сложности математических задач за 1–4 классы

Оценка операционной сложности арифметических задач осуществлялась так: 1) из учебников математики за 1–4 классы были сделаны выборки из 15–20 заданий, характеризующих изучаемый материал; 2) каждое задание анализировалось и оценивалось по приведенным выше критериям; если для его выполнения требовалось осуществление нескольких операций, то находилась их сумма; 3) для каждого класса определялось среднее арифметическое S путем суммирования сложностей всех задач и деления суммы на их количество. Результаты представлены в таблице (рис. 7.1), которая содержит: 1) номер класса по порядку; 2) среднюю сложность S , измеряемую в ЭД; 3) отношение средней сложности S к сложности операции суммирования одноразрядных чисел ($S' = S/26$); 4) отношение средней сложности S к средней сложности за 1 класс ($K = S/34$). Погрешность результатов около 10 %.

Если в качестве единицы измерения взять сложность суммирования одноразрядных чисел ($S = 26$), то средняя сложность задания в 1 классе – 1,3, а в 4 классе – 10,5, то есть в 8 раз больше. Можно заметить закономерность: при переходе в следующий класс средняя сложность арифметических задач, решаемых на уроке математики, увеличивается примерно в 1,8–2,2 раза.

Класс	S	S'	K
1 класс	34	1,31	1,00
2 класс	60	2,31	1,76
3 класс	126	4,85	3,71
4 класс	272	10,46	8,00

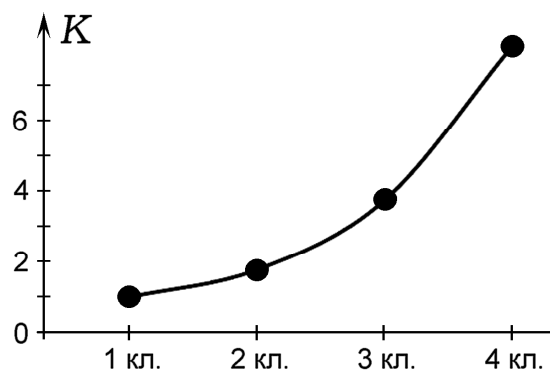


Рис. 7.1. Результаты оценки сложности заданий по математике (1–4 классы)

7.3. Другой подход к решению проблемы

Разложим школьный курс математики на отдельные элементы учебного материала (ЭУМ), совпадающие с параграфами учебников. Каждый ЭУМ соответствует доказательству некоторой совокупности связанных между собой утверждений или решению определенного класса задач и предусматривает изучение соответствующей теории, овладение определенной последовательностью интеллектуальных действий. В рамках используемой теоретической модели сложность конкретного ЭУМ зависит: 1) от объема ЭУМ, то есть минимального количества слов, которые нужно произнести (операций которые следует выполнить), чтобы объяснить данный ЭУМ (решить соответствующую задачу); 2) от количества математических символов, формул и объектов, изображенных на рисунках; 3) от уровня абстрактности информации, которая характеризуется долей новых сложных понятий (операций), выражающихся через простые понятия (элементарные операции). При свертывании учебной информации и выполняемых операций происходит их аналитико-синтетическая переработка; это приводит к повышению плотности информации, усвоению терминов, имеющих высокую информационную емкость, автоматическому выполнению более сложных операций. Примерами **свертывания информации** являются использование математических символов вместо понятий «функция», «аргумент», «производная», «интеграл», применение операций умножения, деления, дифференцирования, интегрирования и т.д. Чем выше степень свертывания информации, а значит, и ее плотность, тем больше ДС рассматриваемого ЭУМ.

Оценить ДС ЭУМ по абсолютной величине не так просто; легче определить, во сколько раз один ЭУМ сложнее другого. Для этого удобно использовать метод парных сравнений. Предположительно ДС различных ЭУМ по математике из 1 и 11 классов отличаются в десятки или сотни раз, поэтому их неудобно сравнивать непосредственно. Однако возможно сопоставить типичные

ЭУМ из 1 класса с ЭУМ из 2-го, типичные ЭУМ из 2 класса с ЭУМ из 3-го и т.д.; при этом сравниваемые ЭУМ будут отличаться не очень сильно. Это позволит сравнить между собой типичные ЭУМ школьного курса математики за все классы и установить, во сколько раз ЭУМ из 11 класса сложнее, чем, например, ЭУМ из 5 класса. Пятикласснику невозможно объяснить, что такое производная или интеграл, однако можно представить, как учитель дает объяснение этого понятия 11-класснику, а затем объясняет данный вопрос, используя понятия, известные ученику 10 класса, затем объясняет то же самое на уровне 9 класса и т.д. Количество слов в таком объяснении с учетом определений новых понятий пропорционально сложности оцениваемого ЭУМ.

7.4. Определение сложности ЭУМ по математике, изучаемых в 1–8 классах

На уроках математики в 1–8 классах школьники изучают различные операции с числами, решают уравнения и другие задачи, сводимые к выполнению некоторого алгоритма, определенной последовательности элементарных действий. **Сложность алгоритма** определяется числом составляющих его операций и пропорциональна времени исполнения. Поэтому для оценки ДС того или иного ЭУМ следует учитывать количество элементарных действий, которое необходимо совершить, чтобы решить соответствующую задачу. В младших классах на каждом уроке математики ученики решают большое количество однотипных задач. Показателем сложности ЭУМ является **плотность учебной информации** D_i в одной типовой задаче. Для определения минимального S_{\min} и максимального S_{\max} значений ДС нами также использовался метод парных сравнений, заключающийся в сопоставлении различных ЭУМ друг с другом [56, 57]. При этом анализировалось учебное пособие [114] для поступающих в вузы, содержащее краткое и системное изложение всех вопросов школьного курса математики.

Содержание некоторых ЭУМ и приблизительные значения их дидактических сложностей приведены ниже:

1. Сложение одnorазрядных натуральных чисел (0–9): $3 + 5 = 8$. Отсчитывают и выкладывают три счетные палочки, к ним добавляют пять палочек. Пересчитывают количество счетных палочек, ответ – восемь. Сложность $S = 1$.

2. Вычитание одnorазрядных натуральных чисел (0–9): $9 - 4 = 5$. Выкладывают 9 счетных палочек, убирают 4. Осталось 5. Сложность $S = 1,1-1,3$.

3. Сложение двухразрядных натуральных чисел: $26 + 53 = 79$. Складывают по отдельности единицы и десятки с учетом переноса единицы в старший разряд. Ученики должны уметь считать до 100. Сложность $S = 2,3-2,7$.

4. Умножение одnorазрядных натуральных чисел (0–9): $5 \cdot 7 = 35$. Находят сумму пяти семерок, результат равен 35. Средняя сложность $S = 4-5$.

5. Умножение двухразрядных натуральных чисел (10–99): $23 \cdot 46 = 1058$. Числа 23 и 46 записывают столбиком, 23 умножают на 6, затем 23 умножают на 4, добавляют 0. Результаты складывают. Сложность $S = 9-11$.

6. Деление трехразрядных числа на двухразрядное число столбиком: $378 / 14 = 27$. Подбирают целое $x_1 = 2$ так, чтобы $x_1 \cdot 14 = 28$. Вычитают $37 - 28 = 9$. Сносят 8, получается 98. Подбирают целое $x_2 = 7$ так, чтобы $x_2 \cdot 14 = 98$. Сложность $S = 12-14$.

7. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями: $13 / 67 + 24 / 67 = 37 / 67$. Проводят общую черту дроби, числители складывают. Сложность $S = 4,2-4,9$.

8. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями: $12 / 5 + 2 / 7 = 94 / 35$. Первую дробь умножают на 7, вторую – на 5. Числители складывают, знаменатели одинаковые. Четыре умножения, одно сложение. Сложность $S = 14-18$.

9. Деление обыкновенных дробей: $(3 / 5) : (6 / 8) = 24 / 30$. Вторую дробь переворачивают; числители и знаменатели перемножают. Сложность $S = 7-9$.

Таблица 7.1. Приблизительная оценка сложности некоторых ЭУМ (1–8 кл.)

	Название параграфа (ЭУМ)	S_{\min}	S_{\max}
1	Сложение натуральных чисел 0-9	1	1
2	Вычитание натуральных чисел 0-9	1,1	1,3
3	Сложение двузначных натуральных чисел	2,3	2,7
4	Умножение однозначных натуральных чисел	4	5
5	Умножение двузначных натуральных чисел	9	11
6	Деление трехзначного натурального числа на двузначное	12	14
7	Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	4,2	4,9
8	Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	14	18
9	Деление обыкновенных дробей	7	9
10	Умножение рациональных чисел	18	22
11	Уравнения первой степени	22	26
12	Система линейных уравнений с двумя переменными	40	48
13	Квадратный корень, преобразование	32	40
14	Решение полного квадратного уравнения. Вывод формул	41	49
15	Функция. Области определения и значений. График	33	41

Результаты приблизительной оценки граничных значений S_{\min} и S_{\max} дидактической сложности 15 ЭУМ из курса математики представлены в табл. 7.1. Из нее следует, что за время обучения в 1–8 классах сложность изучаемых вопросов (ЭУМ) возрастает в 35–45 раз.

7.5. Оценка сложности ЭУМ, изучаемых в 8–11 классах, методом контент-анализа

ЭУМ (например, параграфы учебника), с которыми работает старшеклассник, содержат сложные термины и логические рассуждения [70]. Поэтому для оценки их ДС следует использовать другой подход, состоящий в анализе соответствующего учебного текста, подсчете слов-маркеров, математических символов, новых понятий и т.д. Под **информационным объемом** V_i i -го ЭУМ будем понимать минимальное количество значимых слов, которые необходимо произнести, чтобы передать всю информацию, заключенную в данном ЭУМ.

Для его определения: 1) заменяют текст ЭУМ T_0 эквивалентным текстом T_1 минимальной длины, содержащим ту же информацию; 2) заменяют рисунки и формулы их словесным описанием минимальной длины T_2, T_3, T_4, \dots либо перечисляют все изображенные объекты и символы; 3) находят их объемы V_i путем подсчета числа слов в текстах. Для измерения **приведенного информационного объема** W_i выбранного ЭУМ следует: 1) найти его объем V_i в словах; 2) задать уровень знаний Z_0 (или систему понятий, усвоенных учеником), относительно которого определяется W_i ; 3) выписать определения новых понятий, использующихся в данном ЭУМ, которые ученику не известны, а также подсчитать количество их использований; 4) умножить количества слов в определениях новых понятий на число их использований и все эти произведения сложить с V_i . В нашем случае уровень Z_0 зададим так: ученик владеет арифметическими операциями с действительными числами, знает понятия «координатная плоскость», «квадрат числа», «модуль». Понятия «степень», «корень», «логарифм», «предел» и т.д. ученику не известны.

В качестве примера оценим сложность следующего текста: **«Определенный интеграл на участке $[a; b]$ находится так:**

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N f(x_i)\Delta x, \quad \Delta x = (b - a) / N,$$

где $f(x)$ – подынтегральная функция, a и b – пределы интегрирования».

Заменяем его словесным описанием: «Определенный интеграл на участке $[a; b]$ находится так: Интеграл от a до b от функции $f(x)$ по dx равен пределу суммы N произведений значений функции от x_i на Δx при N , стремящемся к бесконечности. Приращение Δx равно b минус a , деленное на N . Здесь $f(x)$ – подынтегральная функция, a и b – пределы интегрирования». Его информационный объем $V = 43$ слова. Расшифруем понятия «интеграл», «предел», «функ-

ция»: «Интеграл – сумма бесконечно большого числа бесконечно малых величин. Интеграл равен площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, осью абсцисс, пределами интегрирования a и b . Предел функции при x , стремящемся к A , равен B , если при $x \rightarrow A$ разность $f(x) - B$ стремится к нулю. Функция – зависимость переменной y от аргумента x , при котором каждому значению аргумента соответствует не более одного значения функции. Аргумент – независимая переменная x ». Объем определений – 58 слов. Приведенный информационный объем рассматриваемого текста $W = 101$ равен общему количеству значащих слов и символов в тексте и определениях. Так как $W > V$, то имеет место свертывание информации. Для 1-го ЭУМ «Сложение натуральных чисел» из табл. 7.1 $W_1 > V_1$, свертывание информации отсутствует.

Предлагаемый алгоритм оценки ДС сложных ЭУМ состоит в следующем:

1. Определить объем V_i i -го ЭУМ, для этого подсчитать количество значимых слов, включая математические символы и объекты, изображенные на рисунках. Формулы и рисунки заменить краткими текстами, передающими содержащуюся в них информацию.

2. Для всех ЭУМ выписать новые (относительно уровня Z_0) понятия, подсчитать их количество N . Для каждого r -го понятия определить число использований $n_{i,r}$ ($r = 1, 2, \dots, N$), написать определение и установить его сложность s_r путем подсчета значащих слов.

3. Определить суммарный объем всех пояснений, складывая произведения $s_r n_{i,r}$. Найти приведенный объем W_i по формуле:

$$W_i = V_i + \sum_{r=1}^N s_r n_{i,r} = V_i + s_1 n_{i,1} + s_2 n_{i,2} + \dots + s_N n_{i,N}.$$

4. Подсчитать количество M_i математических символов, входящих в ЭУМ, и вычислить коэффициент формализации, показывающий, какую часть

от общего объема ЭУМ V_i составляет «формульная» информация: $K_i^\phi = M_i / V_i$ ($0 \leq K_i^\phi \leq 1$).

5. Для определения степени свернутости информации K_i^c i -го ЭУМ следует приведенный объем W_i сложить с числом математических символов M_i , умноженным на весовой коэффициент a , и разделить на общий объем текста: $K_i^c = (W_i + aM_i) / V_i$ ($K_i^c \geq 1$). Чем больше новых понятий и символов в тексте, тем выше степень свернутости информации.

6. Для каждого i -го ЭУМ рассчитать количество информации по формуле: $I_i = V_i K_i^c \cdot (1 + bK_i^\phi)$. Плотность учебной информации $D_i = I_i / V_i$ может рассматриваться как характеристика сложности соответствующего ЭУМ.

Весовые множители a и b позволяют регулировать степень влияния коэффициентов свернутости K_i^c и формализации K_i^ϕ на величины I_i и D_i . Как показали расчеты, выполненные в Excel, варьирование a и b в пределах 1–3 приводит к изменению I_i , но существенно не отражается на отношениях D_k / D_j (D_k и D_j – плотности информации в k -м и j -м ЭУМ). Поэтому будем считать, что $a = b = 1$. Результаты оценки ДС некоторых ЭУМ из учебного пособия [114] представлены в табл. 7.2, которая содержит столбцы: 1) номер по порядку i ; 2) название параграфа (ЭУМ); 3) объем V_i ЭУМ в словах; 4) число математических символов M_i в формулах; 5) приведенный объем W_i i -го ЭУМ; 6) коэффициент свернутости информации K_i^c ; 7) коэффициент формализации K_i^ϕ ; 8) количество новой информации I_i в условных единицах относительно выбранного уровня Z_0 ; 9) плотность учебной информации D_i , характеризующая ДС ЭУМ; 10) нижняя граница сложности S_{\min} после согласования с табл. 7.1; 11) верхняя граница сложности S_{\max} после согласования с табл. 7.1

Рассмотрим 5-й ЭУМ «Предел функции, его свойства» (табл. 7.2). Общий объем, включая математические символы и объекты, изображенные на рисунках, равен $V_5 = 309$ слов. Используются новые (по отношению к уровню Z_0) понятия: «функция» ($s_1 = 18$, $n_{5,1} = 26$), «предел» ($s_2 = 40$, $n_{5,2} = 21$), «график» ($s_3 = 33$, $n_{5,3} = 1$), «степень» ($s_4 = 2$, $n_{5,4} = 38$). Формулы содержат $M_5 = 192$ символа, приведенный объем $W_5 = 1726$. Табл. 7.2 содержит коэффициенты K_5^c и K_5^ϕ , количество учебной информации I_5 и ее плотность D_5 .

Таблица 7.2. Результаты оценки сложности некоторых ЭУМ (8–11 кл.)

i	Название параграфа (ЭУМ)	V_i	M_i	W_i	K_i^c	K_i^ϕ	I_i	D_i	S_{min}	S_{max}
1	Квадратный корень, его преобразования	329	113	663	2,36	0,34	1043	3,17	33	41
2	Решение полного квадратного уравнения	231	89	315	1,75	0,39	560	2,42	25	31
3	Аргумент и численное значение функции	219	20	710	3,33	0,09	797	3,64	38	47
4	Квадратичная функция	249	183	443	2,51	0,73	1086	4,36	46	56
5	Предел функции, его свойства	309	192	1726	6,21	0,62	3110	10,1	106	129
6	Логарифмическая функция, ее свойства	300	185	2415	8,67	0,62	4203	14,0	147	180
7	Определен. производн. функции в точке	249	172	1516	6,78	0,69	2854	11,5	120	147
8	Производные элементарных функций	268	264	1891	8,04	0,99	4278	16,0	168	205
9	Определение дифференциала, свойства	227	169	1271	6,34	0,74	2512	11,1	116	142
10	Формула Тейлора	319	250	1923	6,81	0,78	3876	12,2	128	156
11	Задача о площади криволин. трапеции	210	120	442	2,68	0,57	883	4,21	44	54
12	Первообразная, неопределен. интеграл	257	158	2458	10,18	0,61	4224	16,4	173	211
13	Определенный интеграл	321	193	2032	6,93	0,60	3563	11,1	117	143
14	Свойства определенного интеграла	315	218	3093	10,51	0,69	5602	17,8	187	228
15	Определение дифференц. уравнения	251	117	1729	7,35	0,47	2706	10,8	113	138

Чтобы согласовать данные в табл. 7.1 и 7.2, умножим все D_i на один и тот же коэффициент: $S_i = 11,7D_i$. В результате границы сложности ЭУМ из конца табл. 7.1 будут примерно соответствовать значениям $S_{min} = 0,9S_i$ и $S_{max} = 1,1S_i$ из начала табл. 7.2. Хотя результаты имеют погрешность $\pm 10\%$, можно утверждать, что за время обучения в школе сложность учебного материала по математике возрастает в 150–200 раз. Из табл. 7.2 также видно, что наибольшую степень свернутости информации имеют ЭУМ «Первообразная. Неопределен-

ный интеграл» и «Свойства определенного интеграла». Высокий коэффициент формализации имеют ЭУМ «Производные элементарных функций», «Определение дифференциала и его свойства», «Формула Тейлора», «Квадратичная функция». Расхождение в оценках параграфа «Решение полного квадратного уравнения» в табл. 7.1 и 7.2 объясняется тем, что в табл. 7.1 учитывается обоснование формул для нахождения корней уравнения, а в табл. 7.2 – нет.

Из результатов оценки следует, что ЭУМ «Квадратный корень и его преобразования» в 3–4 раза сложнее ЭУМ «Умножение двухразрядных натуральных чисел», а ЭУМ «Свойства определенного интеграла» в 3,5–5 раз превышает ДС ЭУМ «Квадратичная функция» (табл. 7.2). Это можно интерпретировать так: представим себе гипотетического ученика, поступившего в школу, который способен запоминать и усваивать всю сообщаемую ему информацию без повторения, закрепления и перерывов на отдых (что невозможно, так как обучение школьника должно происходить поэтапно и включает в себя не только объяснения учителя, но и закрепление изученного материала). Для того чтобы объяснить ему ЭУМ «Квадратный корень...», потребуется в 3–4 раза больше времени (слов или усилий), чем научить его умножать двухразрядные натуральные числа.



Трудность понимания определяется плотностью учебной информации, которая зависит от степени свернутости математических операций. Рассмотрены различные подходы к оценке сложности учебного материала по математике за 1–4, 1–8 и 8–11 классы. Используемый метод заключается в разложении заданий на элементарные действия, определении их количества и учете сложности теоретического объяснения сущности операции. Сложность определений находится путем подсчета значащих слов, а также методом парных сравнений. При этом установлено, что в начальной школе при переходе в следующий класс

средняя сложность арифметических заданий удваивается, и для 4 класса она примерно в 8 раз выше, чем для 1 класса. Так как именно умение решать математические задачи характеризует уровень абстрактно-логического мышления, то полученные результаты характеризуют особенности умственного развития младших школьников. Для оценки сложности заданий по алгебре в старших классах использовался метод автоматизированного подсчета научных терминов и учета степени их абстрактности с помощью компьютера. В результате оценки 27 параграфов по математике из различных классов обнаружено, что плотность информации (а значит, и трудность понимания) за время обучения в школе возрастает в 150–200 раз.

8. ПЛОТНОСТЬ ИНФОРМАЦИИ В ТЕОРЕТИЧЕСКИХ УТВЕРЖДЕНИЯХ КУРСА МАТЕМАТИКИ

Разработка методов оценки интегральной информативности УТ тесно связана с общей проблемой измерения сложности дидактических объектов и вообще различных систем. По мнению В.П. Беспалько, проблема оценки сложности УТ и других дидактических объектов является приоритетной в теории обучения, ее решение имеет большое значение для создания учебных пособий, которые были бы понятны учащимся [9]. Измерение сложности объектов является одной из центральных проблем в теории систем [77]. Например, в статье [42] обсуждается методика оценки сложности систем, которая учитывает число элементов, связей и иерархических уровней. В книге [75, с. 132] рассматриваются различные критерии сложности текстов и математических формул. Особый интерес представляет собой проблема оценки сложности теоретических утверждений школьного курса математики. Рассмотрим один из возможных подходов к ее решению.

8.1. Идеи, лежащие в основе метода измерения плотности информации

Как уже отмечалось, трудность УТ зависит от его объема, средней длины слов и предложений, сложности организации текста, разнообразия словаря и степени абстрактности использованных понятий [39, 78]. Если школьник рабо-

тает с текстом, написанным на родном языке, и хорошо владеет навыками чтения, то он легко устанавливает связи между словами в предложении. Основная трудность состоит в понимании смысла используемых терминов и выражаемых мыслей. **Субъективная трудность текста** зависит от уровня знаний ученика и является относительной характеристикой УТ, которой соответствует объективная характеристика – **дидактическая сложность текста**. Она зависит от общей информативности текста, сложности предложений, доли абстрактных терминов, ясности структуры и уровня абстрактности изложения [35, 78].

Ученик понимает учителя тогда, когда их тезаурусы пересекаются. При этом он проникает в суть излагаемого материала, в результате чего у ученика образуются содержательные обобщения, адекватно отражающие изучаемый объект, его отношения и связи с другими объектами. Происходит формирование новых концептов, включение изучаемого материала в систему уже имеющихся знаний, установление связей между ними. В процессе обучения учитель целенаправленно расширяет тезаурус ученика. В качестве семантической меры информации, содержащейся в УТ, обычно используют **субъективную информативность**, которая показывает степень смысло-содержательной новизны УТ для конкретного ученика. Она соответствует приросту новых знаний ученика, сильно зависит от его тезауруса и поэтому является относительной характеристикой текста. Чем выше плотность информации (среднее количество информации в одном слове или предложении), тем труднее ученику понять изучаемый материал.

Трудность понимания текста учеником зависит от **плотности информации** в проводимых рассуждениях (определениях, теоремах, логических выводах, математических преобразованиях и т.д.). Она равна среднему коэффициенту свернутости знаний и может быть найдена как отношение количества информации в УТ, измеренного относительно заданного тезауруса Z_0 , к объему

текста: $КС = I/V$, где I – общая информативность (или суммарная сложность), V – объем текста, измеряемый в словах или символах.

Обычно текст учебника отвечает требованиям научности, логической непротиворечивости, системности, экономичности, а также нормам современного русского языка. УТ по математике, как правило, не содержит художественных образов, метафор, повторов, иносказаний и состоит из определений, теорем, логических рассуждений, математических формул, рисунков и т.д. УТ является упрощенной системой утверждений, по которой ученик должен воссоздать постигаемое им знание. Мысли автора учебника не тождественны написанному им тексту. Ученик, читая УТ, воспринимает его не буквально, а пытается воссоздать то знание, которое хотел передать автор учебника. Одна и та же совокупность идей может быть представлена различными способами. В результате декодирования УТ в сознании ученика возникают образы и модели изучаемых объектов, актуализируются или формируются соответствующие концепты и связи между ними.

УТ – это система взаимосвязанных предложений, каждому из которых соответствует своя **семантическая сеть** – ориентированный граф, в узлах которого находятся понятия, а дуги отвечают связям между ними. УТ выражает некоторое множество идей, и ему отвечает совокупность семантических сетей. Одно и то же множество идей можно выразить различными способами, создавая из некоторого множества терминов различные предложения. При этом информативности получающихся текстов будут примерно одинаковы.

8.2. Методика оценки плотности информации

Для определения сложности изучения математики в 1–11 классах были проанализированы более 15 стандартных учебников и учебных пособий по математике за 1–6 классы и по алгебре за 7–11 классы [68]. Среди них учебник по математике за 2 класс [93], 5 класс [23], по алгебре за 7 класс [74], по алгебре и

началам математического анализа за 10–11 классы [3]. При этом оценивалась **средняя плотность теоретической информации** в рассуждениях, типичных для 1, 2, ..., 11 классов. Она характеризуется коэффициентом свернутости K_T для текстовой составляющей учебного материала. Применяемая методика оценки состояла в следующем:

1. Для каждого класса делают выборку важных утверждений, характерных для данного года обучения; объем каждой выборки 150–250 слов. Например, в 10 классе изучают производные, поэтому к важным идеям, характеризующим данный курс, относятся определение производной и описание ее свойств.

2. Путем подсчета количества значимых слов находят объем текстовой выборки V_T .

3. Составляют список математических терминов, присутствующих во всех выборках («множество», «функция», «интеграл» и т.д.); их количество обозначим через N .

4. Путем подсчета числа слов в определении оценивают сложность (информативность) используемых математических терминов s_i , $i = 1, 2, \dots, N$.

5. С помощью специальной компьютерной программы анализируют текстовые выборки и подсчитывают количество n_i упоминаний каждого термина.

6. Для каждого класса вычисляют общую информативность выборки по формуле: $I_T = V_T + n_1s_1 + n_2s_2 + \dots + n_Ns_N$.

7. Вычисляют коэффициент свернутости информации для текстовой составляющей учебного материала: $K_T = I_T/V_T$.

Коэффициент свернутости КСИ может быть найден для конкретного фрагмента текста, одного предложения, научного термина или формулы. Например, рассмотрим утверждение «Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания» (рис. 8.1). Его объем $V = 8$. Выпишем все определения используемых терминов; общее число слов $W = 66$. Коэффициент свернутости $K = W/V = 8,3$.

С целью оценки КС для формульной составляющей анализируемого учебника из него выписывались 15–20 формул, характерных для данного класса, и создавался текстовый файл, в котором каждая формула кодировалась предложением (вместо «–», «/» записывается «минус», «делить»; коэффициенты a или b заменяются на «коэф» и т.д.). Этот файл анализировался специальной компьютерной программой, которая определяла его объем (количество математических символов) V_Φ и сумму произведений числа вхождений n_i каждого термина в данный файл на его сложность s_i . В результате вычислялась общая информативность для формульной составляющей $I_\Phi = n_1s_1 + n_2s_2 + \dots + n_Ns_N$ и соответствующий коэффициент свернутости информации $K_\Phi = I_\Phi/V_\Phi$ текста.

Логарифм	Логарифм числа b по основанию a – показатель степени, в которую надо возвести a , чтобы получить число b .
степени	Степень a^n – произведение n одинаковых сомножителей, равных a . Число n – показатель, число a – основание. Степень числа a рациональным показателем m/n равна корню n -ой степени из произведения m одинаковых сомножителей, равных a .
равен	Сложность термина $s=2$.
произведению	Произведение $a \cdot b$ – сумма b одинаковых слагаемых, равных a .
показателя степени	Степень a^n – произведение n одинаковых сомножителей, равных a . Число n – показатель, число a – основание.
на логарифм	Логарифм числа b по основанию a – показатель степени, в которую надо возвести a , чтобы получить число b .
ее основания.	Понятие “основание степени” определено выше.

Рис. 8.1. К определению сложности теоретического утверждения

При оценке сложности терминов за 1–5 классы уровень знаний Z_{01} удобно выбрать так, чтобы он соответствовал школьнику, поступившему в 1 класс и умеющему считать до ста. Арифметические операции (сложение, вычитание

и т.д.) он будет изучать в школе. Для определения сложности терминов, обозначающих арифметические операции, необходимо дать им краткие объяснения и сосчитать суммарное количество входящих в них значимых слов. Получились следующие значения: 1) сложение: $s_i = 8$; 2) вычитание: $s_i = 10$; 3) умножение: $s_i = 14$; 4) деление: $s_i = 20$ (п. 7). Также применялся **метод парного сравнения**, реализуемый с помощью карточек: эксперт раскладывал карточки с напечатанными на них терминами на заранее заготовленной шкале сложности, на которой уже были размещены оцененные ранее понятия. В результате были получены следующие значения s_i : «число» – 2; «слагаемое» – 3; «числитель» – 6; «сумма» – 8; «миллион» – 9; «разность» – 10; «окружность» – 12; «произведение» – 14; «треугольник» – 14; «делить» – 18; «частное» – 18; «прямоугольник» – 19; «дробь» – 20; «степень» – 20.

При измерении **плотности теоретической информации** в учебном материале за 5–11 классы тезаурус Z_{02} следует выбрать так, чтобы он соответствовал выпускнику 4 класса, который хорошо владеет арифметическими операциями с натуральными числами, с обыкновенными и десятичными дробями, знает понятия «тысяча», «миллион», «миллиард», «площадь фигуры», «объем тела», «квадрат числа», умеет решать уравнения первой степени и т.д. При этом считалось, что: 1) слово, не являющееся математическим термином, имеет сложность $s_i = 1$; 2) термины «число», «постоянная», «равно», «больше», «меньше» имеют сложность $s_i = 2$; 3) термины «сложение», «вычитание» – сложность $s_i = 3$; 4) «умножение», «деление» – сложность $s_i = 5$. Для нахождения сложности ключевых понятий с высокой степенью абстрактности («функция», «логарифм», «первообразная») выписывались все определения терминов, которые необходимо произнести, чтобы объяснить данное понятие

ученику с уровнем знаний Z_{02} . Этим методом были определены сложности следующих ключевых понятий школьного курса математики: 1) «множество»: $s_i = 5$; 2) «степень числа»: $s_i = 10$; 3) «синус» или «косинус»: $s_i = 15$; 4) «функция»: $s_i = 20$; 5) «логарифм»: $s_i = 20$; 6) «предел»: $s_i = 40$; 7) «производная»: $s_i = 65$; 8) «первообразная»: $s_i = 70$ и т.д. Для нахождения сложности остальных терминов применялся метод парных сравнений [56]: эксперт сопоставляет различные термины друг с другом и, исходя из сложности их объяснения, количества слов в определении, оценивает s_i .

Для измерения **интегральной информативности** I текста использовались две программы, подсчитывающие число использований в тексте двойных терминов («координатная плоскость», «множество значений»), одиночных терминов («косинус», «предел») и вычисляющие сумму их сложностей. Используемая программа обращается к текстовому файлу slovar.txt, который содержит список математических терминов (без окончаний) с указанной сложностью s_i , и файлу Text.txt с анализируемым текстом. Программа берет термин из словаря и строка за строкой анализирует файл Text.txt с текстовой выборкой, подсчитывая количество вхождений в него данного термина. В нашем случае словарь-тезаурус включал в себя более двухсот математических терминов (двойные и одиночные термины по отдельности).

8.3. Результаты оценки плотности теоретической информации

Результаты контент-анализа учебного материала по математике представлены в табл. 8.1, содержащей столбцы: 1) номер класса j (1, 2, ... 11); 2) объем анализируемой текстовой выборки V_T (союзы и предлоги не считаются); 3) суммарная сложность S_T математических терминов (одиночных и двойных),

присутствующих в текстовой выборке; 4) общее количество использований математических терминов в текстовой выборке N_T (термины учитываются столько раз, сколько встречаются в УТ); 5) средний коэффициент свернутости для текста K_T ; 6) объем анализируемой выборки формул V_Φ в словах; 7) суммарная сложность математических терминов S_Φ , присутствующих в формульной выборке; 8) средний коэффициент свернутости для формул K_Φ ; 9) среднее значение коэффициента свернутости $K' = (K_T + K_\Phi)/2$. Вычисления производились по формулам:

$$S_T = \sum_{i=1}^N n_i s_i, \quad K_T = I_T / V_T = (S_T + V - N_T) / V, \quad K_\Phi = I_\Phi / V_\Phi = S_\Phi / V_\Phi,$$

где $V - N_T$ – количество слов в текстовой выборке, не являющихся терминами и имеющими сложность $s = 1$. Погрешность оценки K_T и K_Φ примерно 10 %.

Таблица 8.1. Нахождение КС для курса математики за 1–11 классы

Класс j	ТЕКСТ				ФОРМУЛЫ			K'	K
	V_T	S_T	N_T	K_T	V_Φ	S_Φ	K_Φ		
1 кл.	165	482	110	3,25	22	50	2,27	2,8	2,8
2 кл.	177	669	112	4,15	37	139	3,76	4,0	4,0
3 кл.	187	693	134	3,99	49	225	4,59	4,3	4,3
4 кл.	186	834	131	4,78	64	360	5,63	5,2	5,2
5 кл.	205	861	131	4,56	95	832	8,76	6,7	6,7
5 кл.	172	256	89	1,97	89	274	3,08	2,5	6,7
6 кл.	180	304	118	2,03	117	440	3,76	2,9	7,6
7 кл.	210	367	131	2,12	123	405	3,29	2,7	7,1
8 кл.	229	466	138	2,43	102	417	4,09	3,3	8,6
9 кл.	251	777	145	3,52	242	1046	4,32	3,9	10,3
10 кл.	238	1459	150	6,50	194	1929	9,94	8,2	21,7
11 кл.	199	2185	139	11,28	223	2544	11,41	11,3	29,9

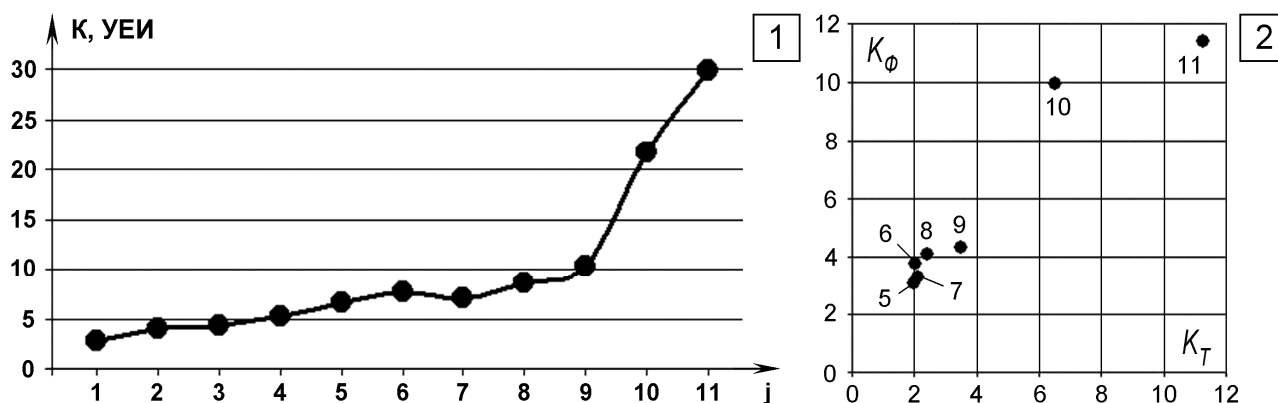


Рис. 8.2. Плотность теоретической информации по математике в 1–11 кл.

Оценка плотности теоретической информации в учебном материале за 1–5 классы осуществлялась относительно тезауруса Z_{01} , а за 5–11 классы – относительно тезауруса Z_{02} . Чтобы согласовать полученные результаты, был вычислен коэффициент пропорциональности $k = 6,7 / 2,5 = 2,68$, и все значения K' за 5–11 классы были увеличены в 2,68 раз ($K = 2,68 K'$). В результате получились значения коэффициента свернутости K относительно тезауруса Z_{01} (уровень первоклассника). На рис. 8.2.1 представлен график зависимости среднего КС для теоретических утверждений по математике от года обучения.

Из таблицы и графика видно, что: 1) КС учебной информации относительно Z_{02} при обучении школьника в 5–9 кл. повышается от 2,5 до 3,9; 2) в 10 и 11 классах КС относительно Z_{02} составляет 8,2 и 11,3. Коэффициент свернутости (плотность информации или средняя информативность одного слова) K относительно Z_{01} увеличивается от 2,8 в 1 кл. до 29,9 в 11 кл., то есть примерно в 10 раз. При этом с 1 до 9 класса K возрастает медленно от 2,8 до 10,3 (в среднем на 0,9 в год), с 9 до 11 класса – очень быстро от 10,3 до 30 (в среднем на 10 в год). Это вызвано тем, что после 9 класса происходят качественные изменения в преподавании математики. Школьники, продолжающие учиться в 10 и 11 классах, планируют поступать в вуз, и им необходима более серьезная подготовка по математике. Поэтому в 10 и 11 классах изучается материал с высокой

степенью абстрактности и большой плотностью информации. При этом используются понятия «предел», «производная», «экстремум» (10 класс); «первообразная», «интеграл», «криволинейная трапеция» (11 класс). За время обучения в 5–11 классах КС, а значит и плотность учебной информации, возрастает примерно в 4–5 раз. Если K_T и K_Φ за 5–11 классы умножить на $k = 2,68$, то коэффициент корреляции между этими величинами за 1–11 классы, вычисленный в Excel, будет равен 0,95. Это связано с тем, что текстовые и формульные выборки за один и тот же класс содержат одинаковые термины, поэтому плотности информации в текстовой и формульной составляющих УТ хорошо коррелируют друг с другом. Если на координатной плоскости, образованной осями K_T и K_Φ , поставить 7 точек, соответствующих 5, 6, ..., 11 классам, то они лягут рядом с возрастающей прямой (рис. 8.2.2), причем точки, соответствующие 5–9 классам, сгруппируются вблизи начала координат.



Для оценки сложности теоретических положений школьного курса математики используется методика определения плотности информации в текстовой и формульной составляющей учебного материала. Она предполагает создание выборки текстовых утверждений и математических высказываний, характеризующих изучение математики в данном классе, и определение числа встречающихся терминов с учетом их сложности. Сложность терминов измеряется путем подсчета значащих слов в их определениях, а также методом парных сравнений. В результате оценки плотности теоретической информации в школьных курсах математики (5–6 классы) и алгебры (7–11 классы) установлено, что 1–9 классах КС медленно повышается, а в 10–11 классах – быстро растет. Если оценить плотность теоретической информации, изучаемой в 1, 2, ..., 11 классах, и ее объем, то можно определить общее количество учебной информации, получаемой учеником на уроках математики в каждом классе.

9. СЛОЖНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ В ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКАХ ФИЗИКИ

Сложность учебника физики определяется количеством и абстрактностью используемых понятий, математических формул и других элементов научного знания в пересчете на единицу объема текста. Можно выделить две составляющие **дидактической сложности**, характеризующие любой УТ [61, с. 100]: 1) терминологическая сложность текста, зависящая от разнообразия и абстрактности используемых научных понятий и показывающая сложность качественных моделей, обсуждаемых в учебнике; 2) математическая сложность, зависящая от сложности формул и разнообразия математических моделей. Рассмотрим применение метода количественной оценки общей информативности, связности и других характеристик системы формул курса физики с целью определения дидактической сложности формульной информации в учебниках физики за 7–11 классы.

9.1. Проблема измерения сложности математической информации

Вся информация в школьном курсе физики может быть разделена на эмпирическую и теоретическую [50]. **Теоретическая информация** кроме качественных рассуждений включает в себя математические модели, то есть формулы, выражающие количественные связи между различными физическими вели-

чинами. Установлено, что определяющее значение для оценки учащимися сложности учебной дисциплины имеет степень абстрактности используемых понятий, а также насыщенность УТ математическими формулами [54]. Тексты, имеющие равные уровни абстрактности, воспринимаются как равносложные. Чем больше отличие между уровнем абстрактности текста и опытом (знаниями) ученика, тем труднее ученику понять УТ [59].

Основная гипотеза заключается в следующем: если в качестве характеристик системы формул учебника выбрать показатель связности графа «формулы – понятия», общую информативность формул и коэффициент свернутости информации (КС) для входящих в формулы физических величин, то это позволит правильно оценить дидактическую сложность системы формул в различных учебниках физики и произвести их сравнение.

Предлагаемая методика оценки суммарной информативности **формульной составляющей** учебника и соответствующего КС состоит в следующем: 1) из учебника выписывают все основные формулы (обведенные в рамку или выделенные жирным шрифтом), которые необходимо знать для решения стандартных физических задач; 2) формулы кодируют в текстовом файле Form.txt, заменяя буквы и математические символы названиями физических величин и операций, которые они обозначают; 3) создают словарь – текстовый файл slovar.txt, в котором перечислены все физические величины и математические операции, встречающиеся в данных формулах; 4) для каждого слова из словаря оценивают сложность (КС); 5) файл Form.txt анализируют с помощью компьютерной программы, которая обращается к словарю и определяет число использований каждого термина в нем, а также находит суммарную сложность всех формул.

Количество семантической информации, получаемой учеником, читающим УТ, зависит от его тезауруса. Ученик (получатель информации) понимает

УТ лишь тогда, когда текст соответствует его тезаурусу, то есть состоит из терминов, входящих в тезаурус ученика, и терминов, которые объяснены в тексте. Чтобы оценить сложность нескольких учебных текстов, следует представить изучение этих УТ гипотетическим учеником с тезаурусом Z_0 , не превышающим тезаурус Z_{\min} самого простого текста. Для оценки учебников по физике за 7–11 классы тезаурус Z_0 может соответствовать знаниям успешного выпускника 5 класса. Такой ученик умеет выполнять арифметические действия с действительными числами, но не знает логарифмов, производных, интегралов и не приступал к изучению физики. Из физических понятий ему хорошо известны понятия «время», «расстояние», «скорость», но в его тезаурусе отсутствуют понятия «индукция», «длина волны», «период полураспада» и т.д.

Рассмотрим ученика со знаниями Z_0 и текст, содержащий непонятные ему термины и рассуждения. Предположим, что текст отвечает критерию научности, все проводимые в нем рассуждения истинны и логически непротиворечивы. Как оценить общую информативность (сложность) текста? Допустим, ученик, читая текст, выписывает определения неизвестных ему понятий. Если в тексте отсутствуют некоторые логические звенья (например, вывод формулы), то ученик, используя дополнительную литературу, восполняет пропущенные утверждения. В результате получается расширенный текст, объем которого равен суммарной информативности текста I относительно тезауруса Z_0 . Все это относится не только к текстовой, но и формульной составляющей учебника; формулы могут быть закодированы в словесной форме. За условную единицу информации (УЕИ) принято количество информации, заключенное в одном слове, не требующем объяснения («металл», «падать», «зеленый»).

9.2. Оценка сложности математической информации в учебниках физики

Контент-анализу подверглись школьные учебники физики за 7–11 классы (авторы А.В. Перышкин, Е.М. Гутник [90–92]; Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, Н.Н. Сотский [81, 82]). Из каждого учебника были выписаны основные формулы, использующиеся для решения физических задач. Можно представить граф, вершинами которого являются формулы и входящие в них физические величины, а ребра символизируют связи между ними. Каждая величина (формула) соединена с одной или несколькими формулами (величинами); понятия связаны друг с другом через формулы. В граф включены только важные формулы, которые ученик должен помнить и использовать для решения задач. Сложность и связность системы формул можно охарактеризовать: 1) числом формул; 2) количеством физических величин; 3) количеством связей, приходящихся на одну вершину графа; 4) количеством связей, приходящихся на одну формулу. Чтобы определить количество ребер в графе «формулы – величины», нужно для каждой формулы сосчитать число различных физических величин, входящих в нее хотя бы один раз. Константы и коэффициенты при этом не учитываются. Например, в формуле $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ используется одна физическая величина – сила; в формуле $F = kq_1q_2/r^2$ – три величины: сила, заряд, расстояние. Фрагмент такого графа для формульной составляющей курса физики за 8 класс изображен на рис. 9.1.1.

С целью определения сложности формульной информации для каждого учебника физики был создан текстовый файл (Fiz7.txt, Fiz8.txt и т.д.), содержащий закодированные формулы и краткие пояснения (1–3 слова). Например, формула $E = mc^2$ кодируется предложением: «энергия равно масса умножить скорость_света квадрат». Эти файлы содержат названия физических величин («сопротивление», «индукция», «сила_тока»), а также понятий и математических символов («равно», «корень», «делить», «производная» и т.д.).

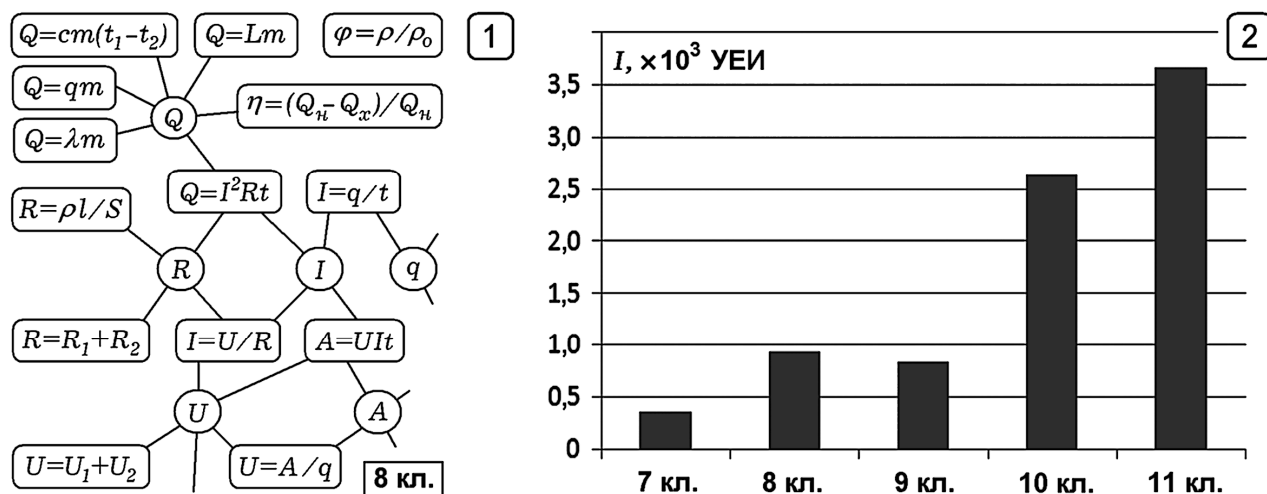


Рис. 9.1. Фрагмент графа «формулы – величины» (8 кл.). Сложность формульной информации в 7–11 классах

С помощью программы Text_analyzer.exe, скачанной из Интернета, был получен список научных терминов, присутствующих во всех анализируемых файлах Fiz7.txt, Fiz8.txt, ..., Fiz11.txt; их общее количество равно N . Термины упорядочивались по алфавиту; для каждого из них определялся КС (или сложность s_j) относительно тезауруса Z_0 , равный количеству слов, которое необходимо произнести, чтобы объяснить сущность термина получателю информации с тезаурусом Z_0 (уровень знаний пятиклассника). Для таких терминов, как «равно», «умножить», «делить», $s_j = 1$. КС термина «напряженность» составляет $s_j = 18$; это означает, что необходимо произнести 18 слов, чтобы объяснить понятие «напряженность» ученику с тезаурусом Z_0 . В результате подобных оценок s_j получилось: «атом» – 8; «заряд», «дефект_масс» – 15; «сила тока», «емкость» – 20; «индукция» – 25; «производная», «магнитный_поток» – 27; «эдс_индукции» – 30. Путем подсчета слов в определениях и методом парных сравнений была приближенно определена сложность остальных терминов s_j .

($j=1, 2, \dots, N$) относительно тезауруса Z_0 . При этом использовался метод карточек: карточки с напечатанными терминами раскладывались на шкале сложности. В результате получился словарь-тезаурус – текстовый файл slovar.txt, содержащий перечень более 50 двойных терминов («момент_силы», «дефект_масс») и 230 одиночных терминов. Напротив каждого термина указывалась его сложность s_j .

С помощью специальной компьютерной программы были проанализированы файлы Fiz7.txt, Fiz8.txt, ..., Fiz11.txt. Программа считывала j -й термин и его сложность s_j из словаря и подсчитывала количество n_j его упоминаний в обрабатываемом файле; затем вычислялось общее количество информации $I = n_1 s_1 + n_2 s_2 + \dots + n_N s_N$. При подсчете общего объема V учитывалось, что двойной термин (например, «удельная теплоемкость») состоит из двух слов. Пусть в формуле несколько раз встречается одна и та же величина, например: $U = U_1 + U_2$. Ее сложность учитывалась 1 раз, так как для объяснения этой формулы определение величины следует произнести один раз. В остальных двух случаях данный термин заменяется словом «величина» с $s_j = 2$. Затем определялись коэффициент свернутости для формульной составляющей учебника $KC = I/V$ и средняя сложность формул $S = KC \cdot L/7 = I/(7N_\Phi)$, где N_Φ – их число, $L = V/N_\Phi$ – средняя длина формул с пояснениями. Коэффициент 7 объясняется тем, что человек в кратковременной памяти легко удерживает около семи блоков информации. Если в формуле семь букв, обозначающих простые величины (не требующие объяснения), для которых $s_j = 1$, то сложность формулы $S = 1$.

Таблица 9.1. Результаты анализа
формульной составляющей учебников физики

Класс	N_{Φ}	N_B	N_C	$K_{C\Phi}$	K_C	I	V	KC	S	U	Q
7 кл.	20	19	51	2,6	1,31	358	166	2,16	2,6	389	0,92
8 кл.	24	25	58	2,4	1,18	934	235	3,97	5,6	457	2,04
9 кл.	29	20	87	3,0	1,78	835	302	2,76	4,1	557	1,50
10 кл.	73	56	250	3,4	1,94	2625	913	2,88	5,1	939	2,80
11 кл.	90	46	263	2,9	1,93	3653	1116	3,27	5,8	968	3,77

Результаты анализа системы основных физических формул, изучаемых в 7–11 классах, приведены в табл. 9.1. Она содержит столбцы, в которых представлены: 1) номер класса i ; 2) количество $N_{\Phi,i}$ основных формул в соответствующем учебнике физики; 3) число $N_{B,i}$ различных физических величин, встречающихся во всех формулах за i -й класс; 4) количество связей $N_{C,i}$ между физическими величинами и формулами; 5) число связей $K_{C\Phi,i}$, приходящихся на одну формулу; 6) коэффициент связности $K_{C,i}$ для графа «формулы – величины» (отношение числа ребер к числу вершин); 7) суммарная информативность I_i или сложность системы формул в УЕИ; 8) информационный объем V_i системы формул (количество слов); 9) средний коэффициент свернутости KC_i информации в формулах; 10) средняя сложность формул S_i за i -й класс; 11) объем учебника U_i в тысячах знаков; 12) сложность формульной информации Q_i , приходящаяся на 1 000 знаков текста. Для вычислений используются формулы:

$$K_{C\Phi,i} = \frac{N_{C,i}}{N_{\Phi,i}}, \quad K_{C,i} = \frac{N_{C,i}}{N_{\Phi,i} + N_{B,i}}, \quad KC_i = \frac{I_i}{V_i}, \quad S_i = \frac{I_i}{7N_{\Phi,i}}, \quad Q_i = \frac{S_i}{U_i}.$$

Например, для 9 класса граф «формулы – величины» имеет 49 вершин, соединенных 87 ребрами; в среднем на одну вершину приходится $K_{C,i} = 1,8$ ребра, а одна формула содержит $K_{C\Phi,i} = 3$ различные величины. Коэффициент свернутости равен $КС = 835 / 302 = 2,76$, средняя сложность формул 4,1; $Q_i = 1,5$. Из табл. 9.1 и гистограммы на рис. 9.1.2 видно, что суммарная информативность основных формул позволяет разделить все классы на три группы: 1) 7 класс ($I_{\Phi,7} \approx 360$ УЕИ); 2) 8 и 9 класс ($I_{\Phi,i} = 800–950$ УЕИ); 3) 10 и 11 классы ($I_{\Phi,i} = 2\,500–3\,700$ УЕИ). Коэффициенты связности K_C графов «формулы – величины» для 7–11 классов находятся в интервале 1,3–2. Коэффициент свернутости информации лежит в интервале от 2 до 4, достигая своего максимального значения для 8 класса. Последнее обусловлено тем, что в 8 классе изучаются тепловые, электрические, электромагнитные и световые явления, поэтому информационная емкость физических величин в формулах достаточно велика. В 9 классе КС меньше, так как половину учебного года школьники изучают механические явления. Средняя сложность формул S лежит в интервале от 2,6 до 5,8. Сложность формульной информации, приходящаяся на 1 000 знаков, изменяется от 0,9 (7 кл.) до 3,8 (11 кл.).



Сложность формульной информации является важной дидактической характеристикой учебников физики. Нами рассмотрена проблема оценки сложности системы формул, изучаемых в различных классах общеобразовательной школы. Она характеризует сложность и разнообразие математических моделей, используемых при изучении физики. Для каждого класса проанализирован граф «формулы – величины», определены его размерность и коэффициент связности. Предложенная методика предусматривает создание текстового файла, в кото-

ром закодированы формулы, и его анализ с помощью компьютерной программы. В результате подсчета научных терминов и учета их сложностей определены суммарная информативность формульной информации и коэффициенты свернутости информации в учебниках за 7–11 классы. Полученные результаты хорошо согласуются с приблизительной оценкой сложности формульной составляющей учебников, производимой методом парных сравнений из общедидактических соображений.

10. ОЦЕНКА КОЛИЧЕСТВА ЗНАНИЙ, СООБЩАЕМЫХ УЧЕНИКУ В 1–11 КЛАССАХ

Изучение закономерностей обучения школьника требует оценки количества учебной информации, поступающей от учителя к ученику в различных классах. Для этого необходимо ответить на вопросы типа: насколько увеличивается количество знаний ученика за время обучения в начальной школе (1–4 классы)? во сколько раз объем знаний, сообщаемых ученику в 10 классе, больше, чем в 5 классе? Также интерес представляет проблема определения коэффициента интеллекта школьника, который характеризуется его умениями усваивать математические утверждения различной сложности. Все это поможет создать сбалансированную методику преподавания, сравнить обучение в различных школах, исследовать учебный процесс методами математического и компьютерного моделирования. При этом учитываются следующие характеристики дидактического процесса: число уроков в различных классах, среднее время объяснения нового материала в течение урока, общее время объяснения нового материала в течение года, скорость изложения материала, доля новой информации и т.д.

10.1. Определение количества информации, сообщаемой учителем в различных классах

Пусть задача состоит в приблизительном определении количества учебной информации, которую получает гипотетический ученик, обучаясь в 1, 2, ...,

11 классах общеобразовательной школы, исходя из продолжительности и скорости сообщения нового материала [71]. Для ее решения необходимо учесть, что в процессе обучения происходит сворачивание знаний; это приводит к повышению сложности изучаемого материала. Рассмотрим два текста T_1 и T_2 длиной 500 слов ($V_1 = V_2 = 500$) из учебников 3 и 9 классов соответственно. Если пренебречь увеличением средней длины слова, то можно приближенно считать, что эти тексты имеют равные объемы, то есть содержат одинаковое количество информации, измеренной по объему, хотя сложность T_2 существенно больше, чем T_1 . Приведенной или **эффективной информативностью текста** относительно тезауруса Z_0 будем называть произведение его объема на средний КСИ для данного УТ: $I^{\text{эф}} = V \cdot KC$. Оба текста T_1 и T_2 имеют равные объемы, но различные сложности и эффективные информативности: $V_1 = V_2$, $KC_1 < KC_2$, $I_1^{\text{эф}} < I_2^{\text{эф}}$.

КСИ характеризует семантическую сложность учебного материала; его можно рассматривать как показатель уровня интеллекта школьника, способного понять и усвоить данный УТ. По мере обучения в школе происходит усложнение материала; это объективный процесс, определяемый учебным стандартом и учебниками. Он обусловлен умственным развитием школьников и для всех общеобразовательных школ страны может считаться некоторым инвариантом, сохраняющимся в течение десятилетий. Сравнивая объемы получаемых учеником знаний, следует помнить, что сложность изучаемых вопросов постепенно нарастает. Будем приближенно считать, что: 1) учитель на уроке не отклоняется от содержания учебника, который является моделью изучаемой дисциплины; 2) ученик получает информацию только в школе и усваивает ее полностью. При нормальной организации учебного процесса ученик на уроке работает эффективно, без простоев и перенапряжения; поэтому сообщаемый ему объем знаний равен произведению скорости передачи информации на время обучения.

Для определения количества учебной информации, сообщаемой гипотетическому школьнику, примем следующие допущения:

1. Для каждого i -го года обучения могут быть определены среднее время объяснения теоретического материала $t_i^{об}$ (в мин) и средняя скорость передачи информации v_i (в УЕИ/мин). Временные затраты на подготовку и использование различных технических средств обучения, рисование рисунков, указания организационного характера и т.д. в $t_i^{об}$ не входят.

2. Средний объем новой учебной информации, передаваемой от учителя к ученику за один урок в i -м классе, равен произведению v_i на $t_i^{об}$: $V_i^H = v_i t_i^{об}$ (УЕИ). Часть урока отводится на повторение, при этом ученик не получает новой информации.

3. Учитель, проводя урок, точно придерживается текста стандартного учебника, сообщая ученику новую информацию V_i^H . Вместе с этим некоторые вопросы обсуждаются дважды, а иногда учитель повторяет ранее изученный материал. Доля новой для ученика информации составляет $D_H = V_i^H / V_i$.

4. Количество сообщаемой ученику информации равно произведению ее объема на коэффициент свернутости КСИ: $I_i^H = K_{ci} V_i^H$. За Z_0 берется тезаурус первоклассника; при этом 1 УЕИ считается равной количеству информации в обычном слове, понятном ученику 1 класса без дополнительных объяснений.

5. Средний КСИ по всем предметам увеличивается примерно в 2 раза медленнее, чем для теоретических положений по математике, возрастая от 1 в 1 классе до 2,25 в 9 классе, а затем до 5 в 11 классе. Учитывается, что в 10 и 11 классах КСИ возрастает быстрее, так как ученики готовятся к поступлению в вуз и плотность информации в учебниках становится выше.

6. Во время объяснения теоретического материала учитель полностью называет все термины, упоминая каждое обозначение в химических, математических и других формулах. Например, $I = U/R$ – «сила тока равна напряжению разделить на сопротивление»; HCl – «молекула, состоящая из атома водорода, атома хлора» и т.д.

7. Ученик получает новую информацию только в школе и полностью ее усваивает ($Zn_i \approx I_i^H$). В свободное время он готовится к урокам, читает книги по программе и т.д. Его родители повышают мотивацию к обучению, но не сообщают ему дополнительных знаний.

Анализируя «Базисный учебный план общеобразовательных учебных заведений Российской Федерации» [115], можно определить количество уроков Y_i в каждом классе, на которых ученик получает теоретические знания. Для этого из общего числа часов за год следует вычесть количество часов, приходящееся на физкультуру, технологию (труд), искусство (музыка и ИЗО). Во время урока скорость объяснения учителя $v_i = 40\text{--}100$ слов в минуту. Если учесть, что учитель в начальной школе несколько раз повторяет одну и ту же мысль, а в старших классах некоторые предложения диктует под запись, то можно считать, что скорость передачи информации от учителя к ученику $v_i = 40\text{--}60$ слов/мин. Какую-то часть учебного времени (10–25 мин) учитель объясняет новый материал, затем следует повторение, закрепление и выполнение самостоятельных и контрольных работ. Зная суммарное время объяснения нового материала в i -м классе $T_i^{об} = Y_i t_i^{об}$ и скорость передачи информации v_i , можно приблизительно определить количество знаний в УЕИ, переданных ученику в течение года: $\Delta Zn_i = I_i^H = D_i^H K_{ci} v_i T_i^{об}$, где D_i – доля новой информации. В статье [71] представлено решение этой проблемы без учета свертывания информации ($K_{ci} = 1$ для $i = 1, 2, \dots, 11$).

Таблица 10.1. Результаты оценки количества знаний ученика по классам

i	Y_i	$t_i^{об}$	$T_i^{об}$	v_i	D_i	K_{ci}	ΔZn_i	Zn_i	K_i
1	561	12	6732	40	0,50	1,00	134640	134640	1,0
2	578	14	8092	43	0,53	1,20	221300	355940	2,6
3	544	16	8704	45	0,56	1,35	296110	652050	4,8
4	544	18	9792	48	0,59	1,50	415964	1068014	7,9
5	595	18	10710	50	0,62	1,65	547817	1615831	12,0
6	630	20	12600	50	0,65	1,80	737100	2352931	17,5
7	770	20	15400	53	0,68	1,95	1082281	3435212	25,5
8	875	20	17500	55	0,71	2,10	1435088	4870299	36,2
9	910	22	20020	58	0,74	2,25	1933331	6803631	50,5
10	950	22	20900	60	0,77	3,65	3524367	10327998	76,7
11	950	24	22800	60	0,80	5,00	5472000	15799998	117,3

В табл. 10.1 для каждого года обучения i представлены: 1) количество Y_i уроков, на которых ученик получает новые знания; 2) среднее время $t_i^{об}$ (в мин) объяснения нового материала на уроке; 3) общее время объяснения $T_i^{об}$ (в мин) нового материала в течение года; 4) скорость изложения материала v_i (УЕИ/мин); 5) доля D_i новой информации; 6) среднее значение коэффициента свернутости информации K_{ci} ; 7) количество знаний ΔZn_i (УЕИ/год), полученных учеником за год; 8) суммарное количество знаний Zn_i , переданных ученику с начала обучения в школе; 9) отношение общего количества знаний Zn_i , изученных в 1, 2, ..., i -м классах, к знаниям Zn_1 , полученным в 1 классе ($K_i = Zn_i / Zn_1$). При этом считается, что v_i и $t_i^{об}$ растут пропорционально i в указанных выше интервалах. Общий объем знаний с учетом КСИ, сообщенный ученику в первых j классах ($i = 1, 2, \dots, j$), находится так:

$$Zn_j = \sum_{i=1}^j \Delta Zn_i = \sum_{i=1}^j D_i K_{ci} v_i Y_i t_i^{об}.$$

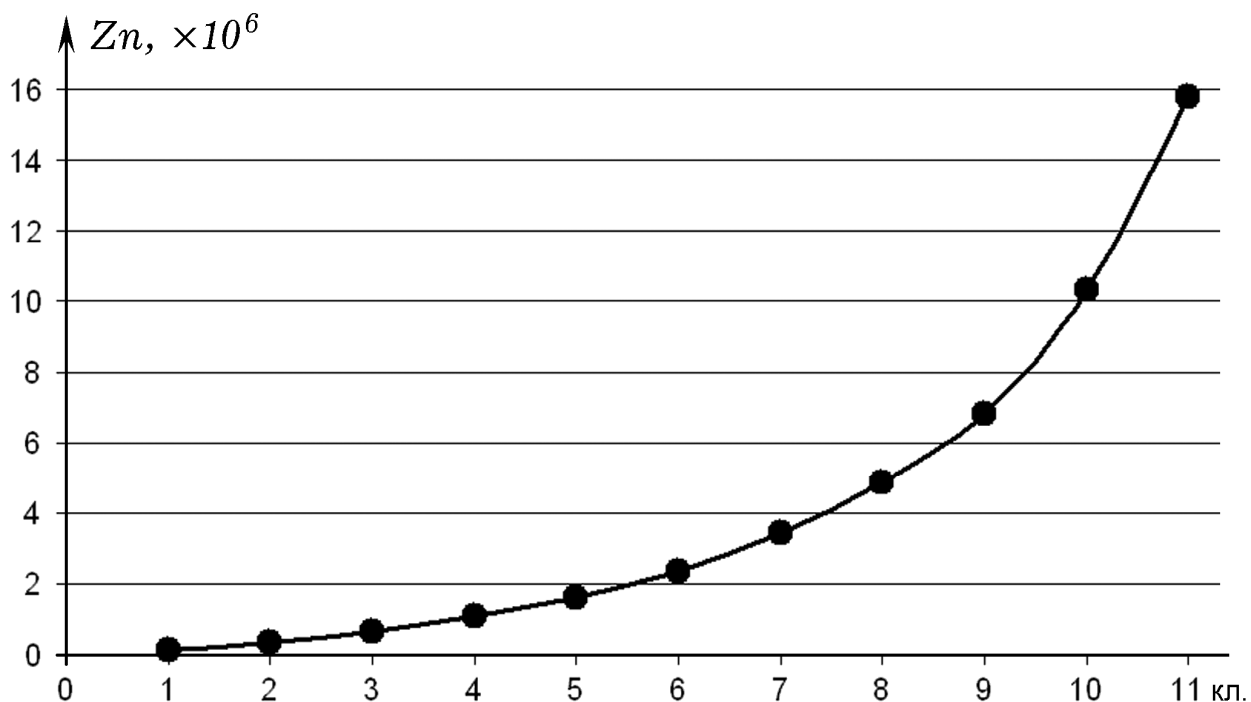


Рис. 10.1. Увеличение количества знаний ученика по мере обучения в школе

Табл. 10.1 позволяет проанализировать: 1) зависимость общего количества знаний Zn_i , сообщаемых школьнику, от года обучения (рис. 10.1); 2) зависимость скорости увеличения знаний $v'_{год} = \Delta Zn_i / (1 год)$ (численно равной ΔZn_i) от года обучения. Видно, что за время обучения в школе скорость передачи знаний возрастает в 42 раза: от $1,3 \cdot 10^5$ УЕИ/год в 1 классе до $5,4 \cdot 10^6$ УЕИ/год в 11 классе. При этом время изучения нового материала $T_i^{об}$ увеличивается в 3,4 раза от 6 732 мин до 22 800 мин. Если считать, что общее количество знаний выпускника 1 класса в 1,5 раза превосходит объем информации ΔZn_1 , который он получил от учителя в течение года, то его объем знаний равен $2 \cdot 10^5$ УЕИ.

К концу 5 класса ученик знает в 12 раз больше, чем к концу 1 класса ($Zn_5 / Zn_1 \approx 12$), а к окончанию школы ученик знает почти в 120 раз больше, чем после 1 класса (Zn_{11}). В 11 классе ученик усваивает в 7,4 раза больше зна-

ний, чем в 6 классе ($\Delta Z n_{11} / \Delta Z n_6 \approx 7,4$) и в 18,5 раз больше, чем в 3 классе. В начальной школе (1–4 классы) ученик получает знания в количестве $Z n_4 \approx 1,07 \cdot 10^6$ УЕИ, а за все время обучения в школе – в количестве $Z n_{11} \approx 15,8 \cdot 10^6$ УЕИ. Приведенные числовые значения являются приближенными, и их следует рассматривать в контексте предложенной модели.

10.2. Увеличение объема математических знаний по мере обучения в школе

Интеллектуальный уровень школьника в первую очередь зависит от количества, сложности и разнообразия типов учебных задач, которые он решает в школе. Определяющее значение в процессе развития умственных способностей играет математика. Решая математические задачи, школьник учится мыслить логично, использовать различные абстрактные объекты, моделировать те или иные ситуации. Оценить **уровень интеллекта** школьника, успевающего по математике, можно, проанализировав учебники математики. Решение этой проблемы позволит ответить на вопросы типа: во сколько раз повышаются интеллектуальные способности среднестатистического школьника за время обучения в 4, 5, 6 классах общеобразовательной школы?

Разобьем курс математики на отдельные ЭУМ или параграфы, каждый из которых содержит описание метода решения задач определенного типа, например «умножение двухразрядных (двузначных) чисел», «решение квадратного уравнения», «теорема Пифагора» и т.д. Уровень интеллекта ученика можно охарактеризовать количеством типов математических задач, которые он может решить, с учетом их сложности S_i . Почти на каждом уроке школьник изучает новый ЭУМ, знакомясь с новым типом задач, а затем занимается повторением и закреплением, решая примеры по изученной теме.

Пусть в i -м классе ученик усвоил N_i ЭУМ, каждый из которых имеет сложность S_i . Сложность самых простых ЭУМ (например, сложение целых чисел) будем считать равной 1; сложность других ЭУМ $S_i > 1$. Чем больше сложность ЭУМ, тем больше времени и сил требуется затратить ученику, чтобы решить задачу данного типа, тем больше слов должен произнести учитель, чтобы объяснить способ решения. Уровень интеллекта ученика (общая сложность его интеллектуальных умений и навыков) характеризуется суммой сложностей обобщенных задач: $УИ = S_1 + S_2 + \dots + S_N$, которые он умеет решать.

Гипотетически можно считать, что ЭУМ, изучаемые в течение одного учебного года, имеют одинаковые информационные объемы V_i (в словах) и сложности S_i . Для приблизительной оценки V_i ($i = 1, 2, \dots, 11$) нами анализировался текст нескольких параграфов соответствующих учебников математики (алгебры и геометрии) и подсчитывались количества V_i' значимых слов в тексте, математических формулах и на рисунках, использующихся для объяснения метода решения нового типа задач. Рисунки и формулы заменялись краткими словесными описаниями, что позволило определить их информативность. Значения V_i , вошедшие в табл. 10.2, получены из формулы $V_i = 4,1(i-1)^2 + 40$, которая отвечает требованиям: 1) V_i монотонно возрастает; 2) значения V_i максимально близки к V_i' . Количество уроков математики в год Y_i^M взято из базисного учебного плана [115]. Будем приближенно считать, что 10 % уроков в год отводятся на повторение и написание самостоятельных работ; на всех остальных уроках школьник усваивает по одному новому ЭУМ за урок. Тогда за i -й год ученик изучает $0,9Y_i^M$ различных типов задач. Общий объем М-знаний в УЕИ за i -й год равно $Zn_i = 0,9V_i Y_i$, а за первые i лет оно составляет $Zn_{1-i} = 0,9(V_1 Y_1 + V_2 Y_2 + \dots + V_i Y_i)$.

С каждым годом происходит увеличение объема V_i изучаемых ЭУМ (растет количество слов в параграфе, время изложения нового материала) и их сложности S_i (используются все более сложные понятия). Повышение сложности обусловлено свертыванием учебной информации и сопровождается увеличением плотности информации, появлением терминов с более высокой информационной емкостью. Вообще курс математики имеет **высокую степень связности**, то есть составляющие его ЭУМ, идеи и понятия связаны между собой многочисленными связями. Так, при изучении интегралов активно используются ранее усвоенные понятия: «площадь», «криволинейная трапеция», «числовой отрезок», «график», «функция», «первообразная», «производная» и т.д. В результате одинаковые по объему тексты за 1, 6 и 11 классы существенно отличаются по сложности. Это означает, что если к ЭУМ из учебника 3 класса добавить определения и объяснения используемых понятий, неизвестные ученику 1 класса, то объем ЭУМ (а значит, и время обучения) возрастет в определенное число раз. В результате анализа учебников было приблизительно установлено, что при переходе из 1 класса в 3-й, из 3 класса в 7-й, из 7 класса в 11-й класс «сверточная» или «терминологическая» сложность S_i ЭУМ в среднем удваивается: $S_3 : S_1 = S_7 : S_3 = S_{11} : S_7 \approx 2$. Для удобства примем $S_1 = 1$.

В табл. 10.2 представлены: 1) номер класса i ; 2) приблизительный объем ЭУМ в словах V_i ; 3) количество уроков в год Y_i ; 4) доля новой информации D_i в учебном материале; 5) суммарный объем Zn_i сообщенных ученику М-знаний за 1, 2, ..., i -й год; 6) коэффициент $K_i = Zn_i / Zn_1$, показывающий, во сколько раз М-знания выпускника i -го класса превосходят М-знания выпускника 1 класса; 7) терминологическая сложность S_i , обусловленная свертыванием информации; 8) объем знаний Zn_i^* , приобретенных в i -м классе, рассчитанный с учетом S_i ; 9) коэффициент $K_i^* = Zn_i^* / Zn_1^*$. Приращение М-знаний за i -й класс

равно: $\Delta Z n_i = 0,9 D_i V_i Y_i$, поэтому суммарное количество знаний за 1, 2, ..., j -й классы составляет $Z n_j = \Delta Z n_1 + \Delta Z n_2 + \dots + \Delta Z n_j$. Из табл. 10.2 следует, что $Z n_{11}$ превосходят $Z n_1$ примерно в 90 раз. На рис. 10.2 представлен получающийся график зависимости М-знаний $Z n(t)$ (а значит, и уровня интеллекта) ученика от времени.

Таблица 10.2. К расчету объема математических знаний школьника

i	V_i	Y_i	D_i	$Z n_i$	$Z n_i / Z n_1$	S_i	$Z n_i^*$	$Z n_i^* / Z n_1^*$
1	40,0	132	0,45	2138	1,00	1,0	4752	1,00
2	44,1	136	0,50	4837	2,26	1,5	8097	1,70
3	56,4	136	0,50	8289	3,88	2,0	13807	2,91
4	76,9	136	0,60	13937	6,52	2,5	23531	4,95
5	105,6	175	0,60	23916	11,18	3,0	49896	10,50
6	142,5	175	0,65	38504	18,01	3,5	78553	16,53
7	187,6	175	0,65	57710	26,99	4,0	118188	24,87
8	240,9	175	0,70	84269	39,41	4,7	178326	37,53
9	302,4	175	0,70	117609	55,00	5,6	266717	56,13
10	372,1	140	0,75	152772	71,44	6,7	314127	66,10
11	450,0	140	0,75	195297	91,33	8,0	453600	95,45

Другой подход состоит в учете терминологической сложности S_i изучаемого материала [65]. Курс математики построен так, что из-за высокой связности и свертываемости информации в j -м классе используются практически все знания из предыдущих классов. Поэтому если учитывается сложность S_i , то для нахождения $Z n_i^*$ не нужно прибавлять знания, полученные в предыдущих классах. Получаем: $Z n_i^* = 0,9 S_i V_i Y_i$. Коэффициент $K_{11}^* = Z n_{11}^* / Z n_1^*$ равен 95,5. При указанных допущениях выпускник 5 класса имеет М-знаний в ≈ 10 раз больше $Z n_1^*$, а выпускник 9 класса в ≈ 56 раз больше $Z n_1^*$.

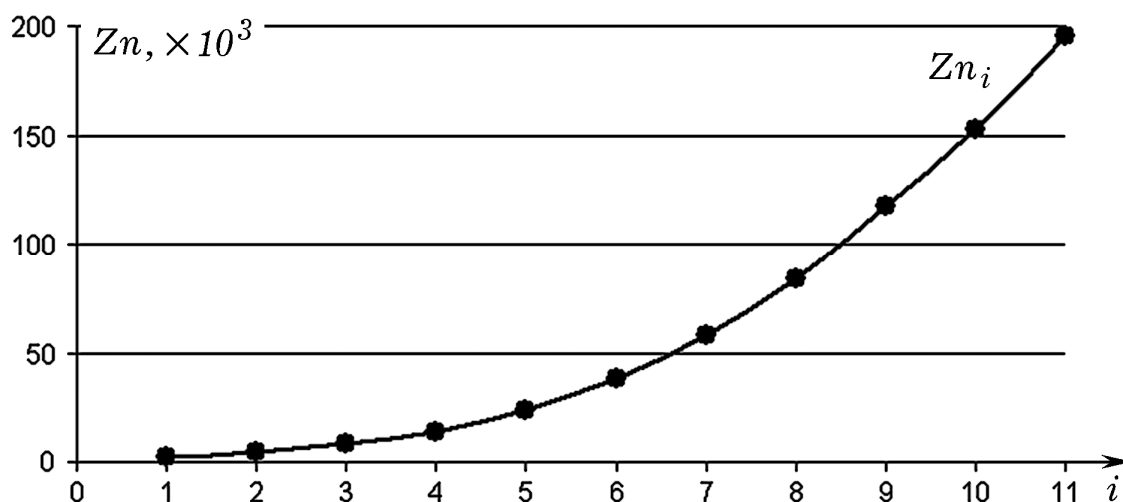


Рис. 10.2. Объем математических знаний в разных классах 11-летней школы

* * * * *

Таким образом, зная скорость и суммарное время сообщения новой информации на уроке, нам удалось приблизительно оценить количество знаний, получаемых школьником во время обучения в 1, 2, ..., 11 классах. Установлено, что: 1) суммарное количество знаний по всем дисциплинам, полученное выпускником школы, в 110–120 раз превосходит количество знаний, полученное в 1 классе и в $\approx 3,2$ раза – количество знаний, полученное в 1–8 классах; 2) количество передаваемой ученику информации ΔZn_i в год возрастает от $1,3 \cdot 10^5$ УЕИ в 1 классе до $5,5 \cdot 10^6$ УЕИ в 11 классе, то есть примерно в 40 раз. Рассмотрен метод оценки математических способностей школьника, исходя из учета объема и сложности учебного материала, изучаемого на уроках математики в различных классах. При этом установлено, что уровень интеллекта выпускника школы, приближенно равный количеству решаемых типовых математических задач, в 90–100 раз выше, чем у ученика, закончившего первый класс.

Заключение

В монографии рассмотрены следующие аспекты проблемы измерения дидактической сложности учебных текстов:

1. Показана актуальность проблемы, проанализированы различные подходы к ее решению. Выявлены факторы, влияющие на дидактическую сложность текста. Обсуждены вопросы о структурной и семантической сложности слова и его средней информативности в битах.

2. Предложена методика оценки семантической сложности текста. Рассмотрены следующие аспекты этой проблемы: 1) моделирование текста с помощью семантических сетей; 2) влияние логических связей на сложность УТ; 3) определение сложности УТ путем подсчета терминов и учета их информационной емкости.

3. Проведен качественно-количественный анализ проблемы сложности репрезентации концепта в учебных текстах (на примере концепта «физическое поле»). Определена структура концепта «физическое поле» и особенности его формирования в сознании учащихся при изучении дисциплин «Физика», «Концепции современного естествознания», «Естественно-научная картина мира».

4. Рассмотрен способ установления степени близости учебных текстов и определения силы внутри- и межпредметных связей. В результате контент-анализа учебного пособия для поступающих в вузы определена доля знаний, относящихся к физике микромира, в курсе химии, а также в основных разделах курса физики. Предлагаемая методика позволяет установить закономерности распределения учебной информации в школе.

5. Разработан метод оценки сложности объяснения учебной задачи, заключающийся в создании файла, в котором закодированы условие задачи и объяснение ее решения, с последующим анализом этого файла на компьютере. С помощью данного метода определена сложность 10 задач по физике.

6. Определена дидактическая сложность некоторых вопросов школьного курса математики. Оценка ДС простых ЭУМ осуществляется путем разложения сложных операций на элементарные действия, а также методом парных сравнений. Для определения ДС отдельных ЭУМ из старших классов применялся метод измерения количества семантической информации.

7. Оценена плотность информации в теоретических положениях школьного курса математики за 1–11 классы. Для этого определялись коэффициенты свернутости информации в текстовой и формульной составляющей учебного материала. Установлено, что в 1–9 классах плотность семантической информации медленно повышается, а в 10–11 классах – быстро растет.

8. Произведена оценка сложности математической информации в школьных учебниках физики. Для каждого класса проанализирован граф «формулы – величины», определены его размерность и коэффициент связности. Путем подсчета научных терминов и учета их сложностей оценены суммарная информативность формульной составляющей УТ и соответствующие коэффициенты свернутости информации в стандартных учебниках физики.

9. Исходя из скорости и суммарного времени сообщения новой информации на уроке приблизительно определено количество учебной информации, сообщаемой школьникам во время обучения в 1, 2, ..., 11 классах. Согласно используемой модели, количество передаваемой ученику информации в год возрастает от $0,13 \cdot 10^6$ УЕИ в 1 классе до $5,5 \cdot 10^6$ УЕИ в 11 классе, то есть примерно в 40 раз.

10. Учитывая объем и сложность учебного материала, изучаемого на уроках математики в различных классах, произведена оценка математических спо-

способностей школьника (или уровня интеллекта), характеризующихся количеством решаемых математических задач. Установлено, что уровень интеллекта у выпускника школы в 90–100 раз выше, чем после окончания 1 класса.

Предложенные методы оценки дидактической сложности УТ и других дидактических объектов (рисунков, формул) являются эвристическими и не допускают строгого обоснования. Их правильность проверяется соответствием результатов педагогической практике. Измерение дидактической сложности учебных текстов способствует дальнейшему развитию теории обучения в целом и совершенствованию методики преподавания отдельных дисциплин.

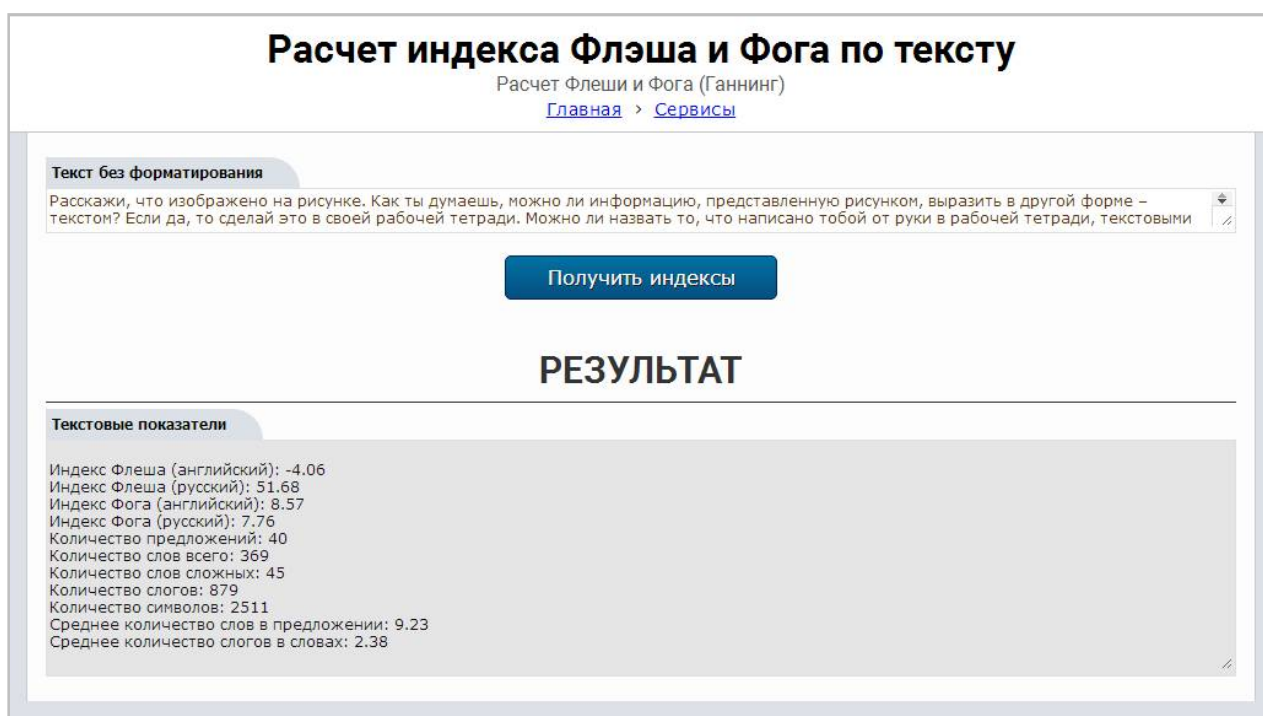
ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Компьютерная программа, определяющая количество информации, приходящееся на одно слово, с учетом закона Ципфа [134].

```
{ $N+ } uses crt; { Free Pascal }  
const N=3200;  
var i: integer; Sum, Inf: single;  
p: array[1..N] of single;  
BEGIN  
  For i:=1 to N do begin  
    p[i]:=1/i; Sum:=Sum+p[i]; end;  
  For i:=1 to N do p[i]:=p[i]/Sum;  
  For i:=1 to N do Inf:=Inf-p[i]*ln(p[i])/ln(2);  
  writeln(Inf); Readkey;  
END.
```

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Для определения индекса Флеша и Фога текста [40, 100, 106] в режиме онлайн можно использовать сайт <https://sd1.su/online-service/text-index.php> (рис. 11.1).



Расчет индекса Флэша и Фога по тексту
Расчет Флеша и Фога (Ганнинг)
[Главная](#) > [Сервисы](#)

Текст без форматирования

Расскажи, что изображено на рисунке. Как ты думаешь, можно ли информацию, представленную рисунком, выразить в другой форме – текстом? Если да, то сделай это в своей рабочей тетради. Можно ли назвать то, что написано тобой от руки в рабочей тетради, текстовыми

Получить индексы

РЕЗУЛЬТАТ

Текстовые показатели

Индекс Флеша (английский): -4.06
Индекс Флеша (русский): 51.68
Индекс Фога (английский): 8.57
Индекс Фога (русский): 7.76
Количество предложений: 40
Количество слов всего: 369
Количество слов сложных: 45
Количество слогов: 879
Количество символов: 2511
Среднее количество слов в предложении: 9.23
Среднее количество слогов в словах: 2.38

Рис. 11.1. Окно для вычисления индексов удобочитаемости текста

Рассмотрим два примера:

1. Текст по биологии, 11 класс.

«Если морфологические и физиологические особенности человека передаются по наследству, то способности к коллективной трудовой деятельности, мышлению и речи никогда не передавались по наследству и не передаются теперь. Эти специфические качества человека исторически возникли и совершенствовались под действием социальных факторов и развиваются у каждого человека в процессе его индивидуального развития только в обществе благодаря

воспитанию и образованию. Известные случаи достаточно длительной изоляции ребенка с раннего возраста от человеческого общества показали, что при возвращении его в нормальные условия специфические человеческие качества развиваются у него очень плохо или совсем не развиваются. Это подтверждает то, что эти качества не наследуются. Каждое старшее взрослое поколение передает последующим опыт, знания, духовные ценности в процессе воспитания и образования».

Результат. Индекс Флеша (русский): –6,12. Индекс Фога (русский): 16,30. Количество предложений: 5. Количество слов всего: 111. Количество слов сложных: 26. Количество слогов: 340. Количество символов: 883. Среднее количество слов в предложении: 22,20. Среднее количество слогов в словах: 3,06.

Структурная сложность текста (индекс Тулдавы):

$$I_T = 3,66 \ln(90 / 5) = 10,6.$$

Исправленный индекс сложности:

$$I_S = D_{\text{слов}} \ln(D_{\text{предл}} + 1) = 3,66 \ln(1 + 90 / 5) = 10,8.$$

Учитывается, что средняя длина слова $D_{\text{слов}} = 3,66$, среднее число слов в предложении $D_{\text{предл}} = 90 / 5 = 18$ (из текста удалены стоп-слова).

2. Текст 2 (информатика 2 кл.).

«Расскажи, что изображено на рисунке. Как ты думаешь, можно ли информацию, представленную рисунком, выразить в другой форме – текстом? Если да, то сделай это в своей рабочей тетради. Можно ли назвать то, что написано тобой от руки в рабочей тетради, текстовыми данными? Обоснуй свой ответ. Сравни рисунок и текст. Какая из форм представления информации обладает свойством наглядности? Обоснуй свой ответ устно. Текст – это представление информации с помощью знаков. Текстовые данные – это информация, пред-

ставленная (закодированная) в виде текста. Текст, в отличие от рисунков, не обладает наглядностью. Какие данные называют текстовыми? Приведи пример. На каких носителях текстовые данные хранили древние люди, а на каких современные люди? Как ты думаешь, для кого тексты имеют смысл, то есть несут информацию? А для кого не несут? Чем отличается текстовая информация от образной? Приведи пример. Сравни текст из сказки о старике и золотой рыбке и рисунок – иллюстрацию к этой сказке. Что их объединяет? А чем они различаются? Выполни упражнения в рабочей тетради. Выполни на компьютере задания к параграфу из раздела «уметь» компакт-диска. В книге расширь свой кругозор – прочитай на досуге текст «Кто и когда создал русские буквы». Рисунки в учебниках и книгах существуют не просто так, например, для красоты, а для того, чтобы читатель лучше понял, о чём сказано в тексте. Такой рисунок называют иллюстрацией к тексту. Рисунок – это графические данные, которые несут нам графическую информацию. Иллюстрацией к тексту может быть не только рисунок, но и картина, фотография, схема, карта. Еще их называют изображениями. Карта, схема, рисунок, фотография, – какую информацию это изображение тебе несёт? Преобразуй графическую информацию, что на рисунке, в устный текст (расскажи), а затем в письменный текст, то есть в текстовые данные: запиши свой рассказ в рабочей тетради. Сравни текстовые данные, созданные тобой, и графические данные – изображение в учебнике. Что общего между ними и чем они различаются? Расскажи, какие данные (текстовые или графические) несут тебе больше информации? Как ты думаешь, почему? Изображение в виде рисунка, фотографии, картины, схемы, диаграммы – это графические данные, которые несут нам графическую информацию. Какие данные называют графическими? Приведи пример. На каких носителях графические данные хранили древние люди, а на каких храним мы? Как ты думаешь, для кого графические данные имеют смысл, то есть несут информацию? Чем отличаются текстовые данные от графических данных?»

Результат. Индекс Флеша (русский): 51,68. Индекс Фога (русский): 7,76. Количество предложений: 40. Количество слов всего: 369. Количество слов сложных: 45. Количество слогов: 879. Количество символов: 2511. Среднее количество слов в предложении: 9,23. Среднее количество слогов в словах: 2,38.

Структурная сложность текста (индекс Тулдавы):

$$I_T = 2,85 \ln(299 / 40) = 5,7.$$

Исправленный индекс сложности:

$$I_S = D_{\text{слов}} \ln(D_{\text{предл}} + 1) = 2,85 \ln(1 + 299 / 40) = 6,1.$$

Учитывается, что средняя длина слова $D_{\text{слов}} = 2,85$, среднее число слов в предложении $D_{\text{предл}} = 299 / 40 = 7,48$ (из текста удалены стоп-слова).

Первый текст имеет более высокий индекс туманности Фога и низкую удобочитаемость (индекс Флеша). Его структурная сложность I_S выше, чем у второго текста примерно в 1,8 раза.

Список литературы

1. Аванесов В. С. Теория квантования учебных текстов // Педагогические измерения. – 2014. – № 1. – С. 62–77.
2. Аверьянов Л. Я. Контент-анализ: монография. – М.: РГИУ, 2007. – 286 с.
3. Алимов Ш. А., Колягин Ю. М., Ткачева М. В. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы: учебник для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни. – М.: Просвещение, 2017. – 463 с.
4. Андреев Н. Д. Статистико-комбинаторные методы в теоретическом и прикладном языковедении. – Л.: Наука, 1967. – 403 с.
5. Аржаков М. В. и др. Моделирование систем / М.В. Аржаков, Н.В. Аржакова, В.К. Голиков, Б.Е. Демин, В.И. Новосельцев; под ред. В.И. Новосельцева. – Воронеж: Научная книга, 2005. – 216 с.
6. Балл Г.А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект. – М.: Педагогика, 1990. – 184 с.
7. Белов Ф. А. Педагогические условия реализации принципа информационной насыщенности образовательного процесса: дис. ... канд. пед. наук. – Саратов, 2014. – С. 203.
8. Беляева Ж. В. Обучение учащихся основной школы естественно-научным методам познания на основе межпредметных связей биологии, химии и физики: дис. ... канд. пед. наук. – М., 2015. – 233 с.
9. Беспалько В. П. Теория учебника: дидактический аспект. – М.: Педагогика, 1988. – 160 с.
10. Би Х. Развитие ребенка. – СПб.: Питер, 2004. – 768 с.
11. Бордовский Г. А., Бурсиан Э. В. Общая физика: курс лекций с компьютерной поддержкой: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений: в 2 т. – Т. 1. – М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2001. – 240 с.

12. Валгина Н. С. Теория текста: учеб. пособие. – М.: Логос, 2003. – 280 с.
13. Величковский Б. М. Когнитивная наука: основы психологии познания: в 2 т. – Т. 1. – М.: Смысл; Издательский центр «Академия», 2006. – 448 с.
14. Вяткин В. Б. Синергетическая теория информации: пояснения и терминологические замечания // Научный журнал КубГАУ. – 2012. – № 80(06).
15. Гайсин Р. Р. Принцип сложности в естественно-научном познании: методологический анализ: дис. ... канд. филос. наук. – Уфа, 2002. – 169 с.
16. Гапонцева М. Г., Федоров В. А., Гапонцев В. Л. Понятия геометрии фракталов как язык объектов педагогики и теории научного знания // Образование и наука. – 2009. – № 2 (59). – С. 3–22.
17. Гельфман Э. Г., Холодная М. А. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся. – СПб.: Питер, 2006. – 384 с.
18. Гидлевский А. В. Исчисление трудности дидактической задачи // Вестник Омского университета. – 2010. – № 4. – С. 241–246.
19. Гидлевский А. В., Здриковская Т. А. Исчисление трудности содержания и понимания текста // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 2. – URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=8617>.
20. Гойхман О. Я., Надеина Т. М. Речевая коммуникация: учебник. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 207 с.
21. Головин Г. В. Измерение пассивного словарного запаса русского языка // Социо- и психолингвистические исследования. – 2015. – Вып. 3. – С. 148–159.
22. Дубнищева Т. Я. Концепции современного естествознания: учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Академия, 2006. – 608 с.
23. Дорофеев Г. В., Петерсон Л. Г. Математика. 5 класс. Часть 1. – М.: Ювента, 2006. – 176 с.
24. Дюк В. А. Компьютерная психодиагностика. – СПб.: Братство, 1994. – 364 с.

25. Елагина В. С., Похлебаев С. М. Методологические основы подготовки студентов педагогического вуза к реализации межпредметных связей при изучении естественно-научных дисциплин в школе // *Фундаментальные исследования*. – 2011. – № 12. – С. 25–30.
26. Епишева О. Б., Крупич В. И. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учебной деятельности: кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.
27. Естественно-научная картина мира (курс лекций): учебно-методическое пособие / Е.Ю. Раткевич, М.Г. Базаева, Т.А. Базаева и др. – М., 2013. – 134 с.
28. Естественно-научная картина мира. Часть 1 / Ю.А. Нефедьев, В.С. Боровских, А.И. Галеев и др. – Казань: Казан. федеральн. ун-т, 2011. – 216 с.
29. Естественно-научная картина мира. Часть 2 / Ю.А. Нефедьев, В.С. Боровских, А.И. Галеев и др. – Казань: Казан. федеральн. ун-т, 2011. – 221 с.
30. Железовский Б. Е., Белов Ф. А. Определение информативности учебного материала как метод семантико-прагматической теории информации // *Приволжский научный вестник*. – 2011. – № 1. – С. 71–76.
31. Железовский Б. Е., Белов Ф. А. Сравнительный анализ информационной емкости различных учебников физики // *Психология, социология, педагогика*. – 2011. – № 7. – С. 13–20.
32. Загвязинский В. И. Теория обучения: современная интерпретация: учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений. – М.: Академия, 2001. – 192 с.
33. Звонкин А. К., Левин Л. А. Сложность конечных объектов и обоснование понятий информации и случайности с помощью теории алгоритмов // *Успехи математических наук*. – 1970. – Т. 25. – Вып. 6 (156). – С. 85–127.
34. Зеркаль О. В. Семантическая информация и подходы к ее оценке. Часть 1. Семантико-прагматическая информация и логико-семантическая концепция // *Философия науки*. – 2014. – № 1. – С. 53–69.

35. Зильберглейт М. А., Невдах М. М., Шпаковский Ю. Ф. Оценивание трудности понимания учебных текстов для высшей школы // Информатика. – 2011. – № 2. – С. 111–123.
36. Зинченко Т. П. Память в экспериментальной и когнитивной психологии. – СПб.: Питер, 2002. – 320 с.
37. Иудин А. А., Рюмин А.М. Контент-анализ текстов: компьютерные технологии: учеб. пособие. – Нижний Новгород, 2010. – 37 с.
38. Казаринов А. С. Методы и модели экспериментальной педагогики. Часть 1. Математические модели педагогического эксперимента. – Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 1997. – 118 с.
39. Кисельников А. С. К проблеме характеристик текста: читабельность, понятность, сложность, трудность // Филологические науки. Вопросы теории и практики. – 2015. – № 11 (53). Ч. 2. – С. 79–84.
40. Клейносов Д. П. Изменение структурной и содержательной сложности учебного материала с целью реализации дидактического принципа осознанности знаний: дис. ... канд. пед. наук. – М., 2017. – 150 с.
41. Когнитивный подход: монография / В.А. Лекторский, Л.А. Микешина, О.Е. Баксанский и др.; под ред. В.А. Лекторского. – М.: Канон +; РООИ «Реабилитация», 2008. – 464 с.
42. Кохановский В. А., Сергеева М. Х., Комахидзе М. Г. Оценка сложности систем // Вестник ДГТУ. – 2012. – № 4. – С. 22–26.
43. Кротов В.М. К вопросу о сложности (трудности) физических задач // Фізика: проблеми викладання. – 1999. – № 3. – С. 69–74.
44. Криони Н. К., Никин А. Д., Филиппова А. В. Автоматизированная система анализа сложности учебных текстов // Вестник УГАТУ. – Т. 11.– Уфа, 2008. – № 1 (28). – С. 101–107.
45. Кузнецов И. П. Механизмы обработки семантической информации. – М.: Наука, 1978. – 174 с.

46. Кучеренко М. А. Стратегии смыслового чтения учебного текста по физике: учеб.-метод. пособие. – Оренбург: ОГУ, 2014. – 248 с.
47. Лукашевич Н. В. Тезаурусы в задачах информационного поиска. – М., 2010. – 396 с.
48. Луков Вал. А., Луков Вл. А. Методология тезаурусного подхода: стратегия понимания // Знание. Понимание. Умение. – 2014. – № 1. – С. 18–35.
49. Майер В. В. Элементы учебной физики как основа организации процесса научного познания в современной системе физического образования: дис. ... д-ра пед. наук. – Глазов, 2000. – 409 с.
50. Майер Р. В. Исследование процесса формирования эмпирических знаний по физике. – Глазов: ГГПИ, 1996. – 132 с.
51. Майер Р. В. Определение уровня абстрактности, сложности и информативности различных тем школьного учебника физики // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2013. – Т. 6. Вып. 1. – С. 19–26.
52. Майер Р. В. Автоматизированный метод оценки количества различных видов информации и ее сложности в физическом тексте с помощью ПЭВМ // Известия высших учебных заведений. – 2014. – № 3(31). – С. 200–209.
53. Майер Р. В. Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения. – Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2014. – 141 с.
54. Майер Р. В. Классификация тем школьного курса физики на основе оценки их физической и математической сложности // Инновации в образовании. – 2014. – № 9. – С. 29–38.
55. Майер Р. В. Метод оценки физической сложности тем школьного курса физики // Концепт. – 2014. – № 8 (август). – URL: <http://e-koncept.ru/2014/14199.htm>.

56. Майер Р. В. Оценка дидактической сложности физических понятий методом парных сравнений // Мир науки: научный интернет-журнал. – 2014. – Вып. 3. – С. 8. – URL: <http://mir-nauki.com>.
57. Майер Р. В. Эффективный метод оценки дидактической сложности физических понятий // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 11. – С. 904–909.
58. Майер Р. В. Компьютерные программы, автоматизирующие оценку объектов и контент-анализ текста // Психология, социология и педагогика. – 2015. – № 1. – URL: <http://psychology.snauka.ru/2015/01/4287>.
59. Майер Р. В. Методика проведения контент-анализа школьных учебников физики и его результаты // Современная педагогика. – 2015. – № 3. – URL: <http://pedagogika.snauka.ru/2015/03/4034>.
60. Майер Р. В. Об оценке сложности элементов учебного материала школьного курса физики // Гуманитарные научные исследования. – 2015. – № 12. – URL: <http://human.snauka.ru/2015/12/13535>.
61. Майер Р. В. Контент-анализ школьных учебников по естественно-научным дисциплинам [Электронный ресурс]: монография. – Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2016. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
62. Майер Р. В. Методы оценки дидактических характеристик элементов учебного материала // Проблемы современного педагогического образования. Педагогика и психология. – Ялта: РИО ГПА, 2016. – Вып. 52. – Ч. 7. – С. 256–263.
63. Майер Р. В. Оценка дидактической сложности школьных учебников физики // Современные наукоемкие технологии. – 2016. – № 2–1. – С. 105–109. – URL: <http://www.top-technologies.ru/ru/article/view?id=35582>.
64. Майер Р. В. Метод оценки дидактической сложности некоторых вопросов школьного курса математики // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2017. – № 6. – С. 51–56.

65. Майер Р. В. Оценка терминологической и математической сложности учебников природоведения и физики // Вестник Владимирского государственного университета. – 2017. – № 31 (50). – С. 63–70.

66. Майер Р. В. Оценка уровня абстрактности изложения материала в школьных учебниках по естественным наукам // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2017. – № 1. – С. 58–63.

67. Майер Р. В. Степень разнообразия и доля понятий физики микромира в школьных курсах химии и физики // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Гуманитарные науки. – 2017. – № 2 (42). – С. 153–161.

68. Майер Р. В. Оценка сложности основных положений математики в 5–11-х классах общеобразовательной школы // Вестник Омского государственного педагогического университета. Гуманитарные исследования. – 2018. – № 3 (20). – С. 147–150.

69. Майер Р. В. Оценка сложности решения арифметических задач с натуральными числами в начальной школе // Colloquium-journal. – 2018. – № 8(19). – С. 23–27.

70. Майер Р. В. Оценка сложности учебной информации по математике в 5–11 классах // Наука и образование: новое время. – 2018. – № 4. – URL: <http://www.articulus-info.ru>.

71. Майер Р. В. Приблизительная оценка количества информации, сообщаемой учителем в различных классах общеобразовательной школы // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2018. – № 4. – С. 3–7.

72. Майер Р. В. Количественная оценка сложности изучения электрического и магнитных полей в различных учебниках физики // НИР. Социально-гуманитарные исследования и технологии. – 2019. – № 1(26). – С. 11–16.

73. Майер Р. В. Формирование концепта «Физическое поле» при изучении физики // Инновации в образовании. – 2019. – № 2. – С. 68–76.

74. Макарычев Ю. Н. и др. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. – М.: Просвещение, 2013. – 256 с.
75. Мамчур Е. А., Овчинников Н. Ф., Уемов А. И. Принцип простоты и меры сложности. – М.: Наука, 1989. – 304 с.
76. Марчук Ю. Н. Компьютерная лингвистика: учеб. пособие. – М.: АСТ; Восток–Запад, 2007. – 317 с.
77. Мизернов И. Ю., Гращенко Л. А. Анализ методов оценки сложности // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. – 2015. – С. 572–581.
78. Микк Я. А. Оптимизация сложности учебного текста: В помощь авторам и редакторам. – М.: Просвещение, 1981. – 119 с.
79. Мирошниченко А. А. Профессионально ориентированные структуры учебных элементов. – Глазов, 1999. – 62 с.
80. Михеева С. А. Система формализованных критериев оценки школьного учебника // Вопросы образования. – 2015. – № 4. – С. 147–183.
81. Мякишев Г. Я. Физика: учебник для 10 кл. общеобразоват. учреждений / Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, Н.Н. Сотский. – М.: Просвещение, 2004. – 336 с.
82. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б. Физика: учебник для 11 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2004. – 336 с.
83. Найдыш В. М. Концепции современного естествознания: учебник. – М.: Альфа-М; ИНФРА-М, 2004. – 622 с.
84. Наумов И. С., Выхованец В. С. Оценка трудности и сложности учебных задач на основе синтаксического анализа текстов // Управление большими системами: сб. тр. – 2014. – Вып. 48. – С. 97–131.

85. Невдах М. М. Исследование информационных характеристик учебного текста методами многомерного статистического анализа // Прикладная информатика. – 2008. – № 4. – С. 117–130.
86. Новиков А. И. Семантика текста и ее формализация. – М.: Наука, 1983. – 215 с.
87. Новосельцев В. И. и др. Теоретические основы системного анализа / В.И. Новосельцев, Б.В. Тарасов, В.К. Голиков, Б.Е. Демин. – М.: Майор, 2006. – 592 с.
88. Оборнева И. В. Автоматизированная оценка сложности учебных текстов на основе статистических параметров: дис. ... канд. пед. наук. – М., 2006. – 165 с.
89. Пакулова В. М., Иванова Н. В. Природоведение. Природа. Неживая и живая. 5 класс: учебник для общеобразоват. учреждений. – М.: Дрофа, 2010. – 222 с.
90. Перышкин А. В. Физика. 7 класс: учебник для общеобразоват. учреждений. – М.: Дрофа, 2011. – 192 с.
91. Перышкин А. В. Физика. 8 класс: учебник для общеобразоват. учреждений. – М.: Дрофа, 2008. – 192 с.
92. Перышкин А. В., Гутник Е. М. Физика. 9 класс: учебник для общеобразоват. учреждений. – М.: Дрофа, 2003. – 256 с.
93. Петерсон Л. Г. Математика. 2 класс. Часть 2. – М.: Ювента, 2005. – 112 с.
94. Пинский А. А., Граковский Г. Ю. Физика: учебник. – М.: Форум–ИНФРА, 2008. – 560 с.
95. Пиотровский Р. Г., Бектаев К. Б., Пиотровская А. А. Математическая лингвистика: учеб. пособие для пед. ин-тов. – М.: Высш. шк., 1977. – 383 с.
96. Попова З. Д., Стернин И. А. Семантико-когнитивный анализ языка: монография. – Воронеж: Истоки, 2007. – 250 с.

97. Пospelов Н. Н., Пospelов И. Н. Формирование мыслительных операций у старшеклассников. – М.: Педагогика. 1989. – 152 с.
98. Приходько А. Н. Концепты и концептосистемы. – Днепропетровск: Издатель Белая Е. А., 2013. – 307 с.
99. Рахматуллин М. Т. Межпредметные связи физики, химии и биологии при изучении фундаментальных естественно-научных теорий в профильной школе: дис. ... канд. пед. наук. – Sterлитамак, 2007. – 211 с.
100. Рогущина Ю. В. Использование критериев оценки удобочитаемости текста для поиска информации, соответствующей реальным потребностям пользователя // Інформаційні системи. Проблеми програмування. – 2007. – № 3. – С. 76–87.
101. Рыженко Н. Г. Сложность и трудность структуры решения задачи // Вестник Омского государственного педагогического университета. Вып. 2006. – URL: <http://omsk.edu/article/vestnik-omgpu-145.pdf>.
102. Сакович А.Л. Сложность физических задач и их уровни // Фізика. Проблемы викладання. – 2004. – № 1. – С. 33–40.
103. Сауров Ю. А. Физика в 10 классе: Модели уроков: кн. для учителя. – М.: Просвещение, 2005. – 256 с.
104. Семин Ю. Н. Квалитативная технология междисциплинарной интеграции содержания общеинженерной подготовки // Образование и наука: Изв. Урал. отд. РАО. – 2001. – № 3(9). – С. 76–80.
105. Симонова М. Ж. Межпредметные связи физики и химии при формировании понятия о веществе у учащихся основной школы: дис. ... канд. пед. наук. – М., 2000. – 187 с.
106. Солнышкина С. И., Кисельников А. С. Сложность текста: Этапы изучения в отечественном и прикладном языкознании // Вестник Томского государственного университета. Филология. – 2015. – № 6 (38). – С. 86–99.

107. Сохор А. М. Сравнительный анализ учебных текстов (на материале учебников физики) // Проблемы школьного учебника: сб. науч. тр. – М.: Просвещение, 1975. – Вып. 3. – С. 104–117.
108. Справочник школьника: 5–11 классы / М. Б. Волович, О. Ф. Кабардин, Р. А. Лидин и др. – М.: АСТ-ПРЕСС, 2001. – 704 с.
109. Таршис Е. С. Контент-анализ: Принципы методологии. (Построение теоретической базы. Онтология, аналитика и феноменология текста. Программы исследования). – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. – 176 с.
110. Трефил Дж. 200 законов мироздания. – М.: Гелиос, 2007. – 528 с.
111. Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2001. – 542 с.
112. Универсальный орфографический словарь школьника с приложениями / под ред. В. Бутромеева. – М.: Современник, 1997. – 304 с.
113. Усова А. В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения. – М.: Педагогика, 1986. – 176 с.
114. Универсальный современный справочник школьника: 5–11 классы. – М.: БАО-ПРЕСС; РИПОЛ КЛАССИК, 2004. – 1296 с.
115. Федеральный базисный учебный план и примерные учебные планы для образовательных учреждений РФ, реализующих программы общего образования. – URL: <http://window.edu.ru/resource/309/39309/files/bup.pdf>.
116. Флегонтов А. В., Дюк В. А., Фомина И. К. Мягкие знания и нечеткая системология гуманитарных областей // Программные продукты и системы. – 2008. – № 3.
117. Харьковская Е. В. Исследование концепта «поле» в русской этноконцепто-сфере // Материалы междунар. науч. конф. «Германистика сегодня». – Казань: Вестфалика, 2015. – С. 162–166.
118. Черняховская Л. А. Смысловая структура текста и ее единицы // Вопросы языкознания. – 1983. – № 6. – С. 117–126.

119. Шалак В. И. Современный контент-анализ. Приложения в области: политологии, психологии, социологии, культурологии, экономики, рекламы. – М.: Омега-Л, 2004. – 272 с.
120. Шапиро С. И. От алгоритмов – к суждениям (Эксперименты по обучению элементам математического мышления). – М.: Советское радио, 1973. – 288 с.
121. Шрейдер Ю. А., Шаров А. А. Системы и модели. – М.: Радио и связь, 1982. – 152 с.
122. Chang Ch. Ch., Silalahi S. M. A review and content analysis of mathematics textbooks in educational research // Problems of education in the 21st century. – Vol. 75. – 2017. – № 3. – P. 235–251.
123. Checkland P., Scholes J. Soft System Methodology in Action. – John Wiley & Sons Ltd, 1990. – 346 p.
124. Davis B., Sumara D. Complexity and Education: Inquiries Into Learning, Teaching, and Research. – Mahwah, New Jersey, London, 2006. – 201 p.
125. Forsman J. Complexity Theory and Physics Education Research. The Case of Student Retention in Physics and Related Degree Programmes // Digital Comprehensive Summaries of Uppsala Dissertations from the Faculty of Science and Technology 1273. – Uppsala: Acta Universitatis Upsaliensis, 2015. – 185 p.
126. Jacobson M. J., Wilensky U. Complex Systems in Education: Scientific and Educational Importance and Implications for the Learning Sciences // The Journal of the Learning Sciences. – 2006. – № 15(1). – P. 11–34.
127. Maier R. Estimating method of the complexity of topics of school physics course // DOAJ – Lund University: Koncept: Scientific and Methodological e-magazine. – Lund, 2015. – № 9. – URL: <http://www.doaj.net/3013>.

128. Mayer R.V. Methods of the informativeness and didactic complexity estimation of educational concepts, pictures and texts // *European Journal of Education Studies*. – 2016. – Vol. 2. – Issue 9. – DOI 10.5281/zenodo.168090.

129. Mayer R.V. The complexity assessment of conceptions and educational texts on natural scientific disciplines // *Proceedings of 9th International Conference of Education, Research and Innovation*. – Seville (ICERI-16, Spain), 2016. – P. 6078–6088.

130. Mayer R.V. On complexity measurement of some issues of the school mathematics course // *Proceedings of 11th International Conference of Education, Research and Innovation*. – Seville (ICERI-18, Spain), 2018. – P. 9764–9771.

131. Murphy G. L. *The Big Book of Concepts*. – Cambridge: MA, 2004. – 555 p.

132. Reggiani M. Syntactical and semantic aspects in solving equations: a study with 14-year old pupils // *European Research in Mathematics Education I, II: Group 6* / Ed. by I. Schwank. – Osnabruck: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, 1999. – P. 172–183.

133. White M. D., Marsh E. E. Content analysis: A flexible methodology // *Library trends*. – 2006. – Vol. 55. – № 1. – P. 22–45.

134. Википедия: свободная энциклопедия: [сайт]. – URL: <https://ru.wikipedia.org>.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие

Введение

1. ПРОБЛЕМА ОЦЕНКИ СЛОЖНОСТИ УЧЕБНОГО ТЕКСТА

1.1. Обсуждение проблемы. 1.2. Факторы, влияющие на сложность и трудность текста. 1.3. Комбинационная сложность слова в предложении. 1.4. Читательность как важная характеристика текста. 1.5. Структурная сложность слова и текста. 1.6. Учет информационной емкости понятий.

2. ОБ ИЗМЕРЕНИИ СЕМАНТИЧЕСКОЙ СЛОЖНОСТИ ТЕКСТА

2.1. Моделирование текста с помощью семантических сетей. 2.2. Семантические единицы информации. 2.3. Учет логической структуры текста. 2.4. Понимание и усвоение информационных блоков. 2.5. Метод оценки семантической сложности УТ.

3. СЛОЖНОСТЬ РЕПРЕЗЕНТАЦИИ КОНЦЕПТА В УЧЕБНОМ ТЕКСТЕ

3.1. Структура концепта «физическое поле». 3.2. Особенности репрезентации концепта «физическое поле» в различных учебниках.

4. СЛОЖНОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ В КУРСЕ ФИЗИКИ

4.1. Метод оценки сложности изучения электрического и магнитного полей. 4.2. Результаты контент-анализа учебников физики.

5. ОЦЕНКА СТЕПЕНИ БЛИЗОСТИ УЧЕБНЫХ ТЕКСТОВ

5.1. Проблема оценки силы межпредметных связей и метод ее решения. 5.2. Результаты контент-анализа различных разделов физики и химии.

6. ОЦЕНКА СЛОЖНОСТИ ОБЪЯСНЕНИЯ ЗАДАЧИ

6.1. Различные подходы к определению сложности учебной задачи. 6.2. Обсуждение тезаурусного подхода к оценке сложности задачи. 6.3. Результаты использования предложенного метода.

7. ДИДАКТИЧЕСКАЯ СЛОЖНОСТЬ НЕКОТОРЫХ ВОПРОСОВ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

7.1. Сложность математических задач, решаемых в начальной школе. 7.2. Результаты оценки сложности математических задач за 1–4 классы. 7.3. Другой подход к решению проблемы. 7.4. Определение сложности ЭУМ по математике, изучаемых в 1–8 классах. 7.5. Оценка сложности ЭУМ, изучаемых в 8–11 классах, методом контент-анализа.

8. ПЛОТНОСТЬ ИНФОРМАЦИИ В ТЕОРЕТИЧЕСКИХ УТВЕРЖДЕНИЯХ КУРСА МАТЕМАТИКИ

8.1. Идеи, лежащие в основе метода измерения плотности информации. 8.2. Методика оценки плотности информации. 8.3. Результаты оценки плотности теоретической информации.

9. СЛОЖНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ В ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКАХ ФИЗИКИ

9.1. Проблема измерения сложности математической информации. 9.2. Оценка сложности математической информации в учебниках физики.

10. ОЦЕНКА КОЛИЧЕСТВА ЗНАНИЙ, СООБЩАЕМЫХ УЧЕНИКУ В 1–11 КЛАССАХ

10.1. Определение количества информации, сообщаемой учителем в различных классах. 10.2. Увеличение объема математических знаний по мере обучения в школе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приложение 1

Приложение 2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ