ISSN0201 — 5099

ВЫПУСК 11

# АСТРОНОМИЯ И ГЕОДЕЗИЯ

ТОМСК 1984

# АСТРОНОМИЯ И ГЕОДЕЗИЯ

*Выпуск 11*

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Томск — 1984

**Астрономия и геодезия**: Сборник статей/ Под ред. Л. Е. Быковой. Вып. 11. — Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1984. — 5+ 1,8 л. — 1 р. 30 к. 500 экз. 1705030000.

Сборник содержит работы по небесной механике, метеорной астрономии и астрометрии, посвященные построению алгоритмов прогнозирования движения, улучшению орбит и вычислению эфемерид малых тел Солнечной системы, исследованию структуры и распределения метеорного вещества, некоторым результатам наблюдений солнечного затмения 31 июля 1981 г., наблюдениям серебристых облаков.

Для специалистов в области небесной механики, космической геодезии, наблюдательной и метеорной астрономии.

Рецензент — Р. Г. Лазарев
Редактор — Л. Е. Быкова

**А** $\frac{1705030000}{177(012)-83}$ 88—84

# О ПОСТРОЕНИИ МЕТОДА ТЕЙЛОРОВСКИХ РАЗЛОЖЕНИЙ ДЛЯ СПУТНИКОВЫХ ЗАДАЧ

Т. В. Бордовицына

В настоящее время нет законченных алгоритмов тейлоровского типа, которые могли бы быть использованы для решения практических задач прогнозирования движения ИСЗ. Это связано, по-видимому, с исключительной громоздкостью такого типа алгоритмов для спутниковых задач. Мы обсудим здесь два подхода к построению алгоритмов тейлоровского типа для задач исследования движения ИСЗ. Принципиальное отличие этих двух подходов состоит в использовании различных представлений геопотенциала. В первом случае используется разложение геопотенциала по сферическим функциям, во втором — геопотенциал представляется в виде системы точечных масс.

При использовании разложений геопотенциала по сферическим функциям одним из возможных подходов к построению алгоритмов тейлоровского типа может быть применение рекуррентных формул Каннингема [1, 2] для вычисления частных производных высоких порядков от шаровых функций $V_{n,m}$, входящих в разложение геопотенциала U:

$$U = k^2 M_0 \mathrm{Real} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} r_0^n (C_{n,m} - iS_{n,m}) V_{n,m},$$

$$V_{n,m} = \frac{P_{n,m}(\sin\beta)\exp im\lambda}{r^{n+1}}.$$

Здесь $M_0$ — масса центрального тела; $r_0$ — его средний экваториальный радиус; $C_{n,m}$, $S_{n,m}$ — численные коэффициенты, характеризующие структуру гравитационного поля планеты; r, $\lambda$, $\beta$ — сферические координаты спутника во вращающейся системе координат, связанной с центральным телом; $P_{n,m}$ — присоединенные функции Лежандра.

Рекуррентный алгоритм Каннингема предназначен для вычисления шаровых функций $V_{n,m}$ и их частных производных первого порядка по прямоугольным координатам. Легко показать, что этот алгоритм может быть обобщен и на случай вычисления частных производных более высоких порядков. При этом могут быть получены рекуррентные формулы двух видов, связывающие производные высоких порядков с шаровыми функциями $V_{n,m}$ и с производными более низких порядков от функций $V_{n,m}$. Для примера приведем две таких формулы для $m>0$:

$$\frac{\partial^p V_{n,m}}{\partial x_1{}^p} = (-1)^k \times$$
$$\times \left[\frac{(2n+1+p)(n+m+2p+2)(n+m+2p+1)}{2n+2p+3}\right]^{p/2} \times$$
$$\times \frac{V_{n+p,m+p}}{2^p} + \left[\frac{(n-m+2)(n-m+1)}{2\varepsilon_{m-1}(2n+3)}\right]^{p/2} \cdot V_{n+k,m-p} \tag{1}$$

или

$$\frac{\partial^p V_{n,m}}{\partial x_1{}^p} = -\frac{1}{2}\left[\frac{2(n+1)(n+m+2)(n+m+1)}{2n+3}\right]^{1/2} \times$$
$$\times \frac{\partial^{p-1}}{\partial x_1{}^{p-1}} V_{n+1,m+1} + \left[\frac{(n-m+2)(n-m+1)}{2\varepsilon_{m-1}(2n+3)}\right]^{1/2} \times$$
$$\times \frac{\partial^{p-1}}{\partial x_1{}^{p-1}} V_{n+1,m-1}.$$

Начальными значениями в первой формуле будут шаровые функции $V_{n+1,m+1}$; $V_{n+1,m-1}$, а во второй — их производные:

$$\frac{\partial V_{n+1,m+1}}{\partial x_1} = -\left[\frac{(2n+3)(n+m+4)(n+m+3)}{2n+5}\right]^{1/2} \times$$
$$\times \frac{V_{n+2,m+2}}{2} + \left[\frac{(n-m+2)(n-m+1)}{2\varepsilon_{m-1}(2n+5)}\right]^{1/2} \frac{V_{n+2,m}}{2}; \tag{2}$$

$$\frac{\partial V_{n+1,m-1}}{\partial x_1} = -\left[\frac{(2n+3)(n+m+2)(n+m+1)}{2n+5}\right]^{1/2} \times$$

$$\times \frac{V_{n+2,m}}{2} + \left[ \frac{2(n-m+4)(n-m+3)}{2n+5} \right]^{1/2} \frac{V_{n+2,m-2}}{2}.$$

Аналогичным образом запишутся частные производные высоких порядков по координатам $x_2$, $x_3$ и смешанные производные.

Формулы, связывающие непосредственно производные высоких порядков с шаровыми функциями $V_{n,m}$, требуют при использовании существенного расширения матрицы шаровых функций, что практически не всегда возможно, поэтому второй вид формул, связывающих производные высоких порядков с производными более низких порядков, более удобен.

Рассмотрим теперь вопрос о том, как эти формулы могут быть использованы при построении тейлоровских разложений. Запишем уравнения движения в форме

$$x_i = f_i(t, x_i), \tag{3}$$

где

$$f_i = \frac{\partial U}{\partial x_i}.$$

Для простоты рассмотрим алгоритм четвертого порядка. Разложения $x_i$ и $f_i$ в ряд Тейлора на k-м шаге интегрирования имеют вид

$$x_{i,k+1,0} = \sum_{n=0}^{\infty} x_{i,k,n} h^n;$$

$$f_{i,k+1,0} = \sum_{n=0}^{\infty} f_{i,k,n} h^n$$

и

$$x_{i,k,n+2} = f_{i,k,n}.$$

Для алгоритма четвертого порядка $n=2$

$$f_{i,k,1} = \sum \frac{\partial f_{ik}}{\partial x_{ik}} x_{i,k,1}; \tag{4}$$

$$f_{i,k,2} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=i}^{3} \frac{\partial^2 f}{\partial x_{ik} \partial x_{jk}} x_{i,k,1} x_{j,k,1} + \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial f_{ik}}{\partial x_{ik}} x_{i,k,2}.$$

Производные $\frac{\partial f_{ik}}{\partial x_{ik}}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x_{ik} \partial x_{jk}}$ будут вычисляться по формулам (1). При переходе в неподвижную систему координат вид формул (4) сохранится только при отсутствии тессеральной части геопотенциала, т. е. когда $m=0$. При наличии тессеральной части геопотенциала в формулах (4) появятся частные производные по времени $\frac{\partial f}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$, что существенно усложнит алгоритм.

При построении тейлоровских разложений для решения спутниковых задач можно использовать также преобразования Стефенсена. Запишем уравнения движения в квазиинерциальной прямоугольной системе координат $Ox_1x_2x_3$, связанной с центром масс Земли, такой, что ось $Ox_1$ направлена в точку весеннего равноденствия, а ось $Ox_3$ — в северный полюс. Вид уравнений движения (3) при этом не изменится, а потенциал $U$ перепишется в виде

$$U = k^2 M_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \frac{r_0^n}{r^{n+1}} (C_{nm} \cos m\omega + S_{nm} \sin m\omega) P_{nm}(\sin\beta), \quad (5)$$

причем

$$\omega = \lambda + S,$$

где $S$ — гринвичское звездное время.

Величину $S$ можно представить формулой

$$S = n_{+}(t - t_0) + S_0. \quad (6)$$

Здесь $n_{+}$ — угловая скорость вращения Земли; $S_0$ есть значение $S$ в начальный момент времени $t = t_0$.

Преобразования стефенсеновского типа, позволяющие за счет использования вспомогательных функций устранить из уравнений движения степенные и тригонометрические члены, могут быть введены различным способом. Для каждой фиксированной пары значений $n$ и $m$ могут быть введены, например, функции

$$F_{nm} = C_{nm} \cos m\omega + S_{nm} \sin m\omega,$$

$$R_n r^{n+3} = 1; \quad Q_{n-m} q^{m-n} = 1, \quad (7)$$

где $q = \sin\beta - 1 = x_3/r - 1$.

Система уравнений движения перепишется в виде

$$\ddot{x}_i = -x_i \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (n-m)!\, F_{nm} R_n Q_{n-m},$$

$$\ddot{F}_{nm} + n_{\oplus}^2 F_{nm} = 0;$$

$$\ddot{R}_n r + (n+3)R_n \dot{r} = 0;$$

$$\ddot{Q}_{n-m} q + (m-n) Q_{n-m} \dot{q} = 0. \qquad (8)$$

Полученная таким образом система уравнений позволяет выписать рекуррентные соотношения для определения коэффициентов тейлоровских разложений всех входящих в систему неизвестных величин.

Рассмотрим другой способ построения тейлоровских разложений для спутниковых задач, основанный на представлении геопотенциала U системой точечных масс

$$U = U_0 + \sum_n U_n. \qquad (9)$$

Здесь $U_0$ — потенциал задачи двух неподвижных центров. Для симметричной задачи двух центров $U_0$ определяется формулой [3]:

$$U_0 = \frac{k^2 M_0}{2} \left( \frac{1}{\bar{r}_1} + \frac{1}{\bar{r}_2} \right),$$

где

$$r_1 = \sqrt{\bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2 + (\bar{x}_3 - ic)^2};$$

$$\bar{r}_2 = \sqrt{\bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2 + (\bar{x}_3 + ic)^2};$$

c — вещественная постоянная. Величина $U_n$ представляет собой потенциал точечной массы $m_n$:

$$U_n = \frac{k^2 m_n}{\bar{r}_n}. \qquad (10)$$

где

$$\bar{r}_n = \sqrt{(\bar{x}_1 - \bar{x}_{1n})^2 + (\bar{x}_2 - \bar{x}_{2n})^2 + (\bar{x}_3 - \bar{x}_{3n})^2} —$$

расстояние до точечной массы $m_n$, $\bar{x}_{1n}$, $\bar{x}_{2n}$, $\bar{x}_{3n}$ — координаты точечной массы в гринвичской системе координат.

Используя представление геопотенциала системой точечных масс, запишем уравнения движения спутника в квазиинерциальной системе, введенной ранее:

$$\ddot{x} = -k^2 M_0 x \left( \frac{1}{r_1^3} + \frac{1}{r_2^3} \right) + k^2 \sum m_n \frac{x - x_n}{r_n}, \qquad (11)$$

причем, $x_n$ есть вектор положения n-й точечной массы в квазиинерциальной системе координат. Компоненты этого вектора определяются формулами:

$$x_{1n} = \cos S\, \bar{x}_{1n} - \sin S\, x_{2n};$$
$$x_{2n} = \sin S\, \bar{x}_{1n} - \cos S\, x_{2n};$$
$$x_{3n} = x_{3n},$$

а звездное время S — формулой (6).

Введем преобразование Стефенсена

$$\Delta_n = r_n^2; \qquad \sigma = r_n^3; \qquad \Delta_n^3 \sigma_n^2 = 1; \qquad (12)$$
$$\cos S = c(t)$$

и перепишем систему уравнений (11) следующим образом:

$$x = -1/2k^2 m x(\sigma_1 + \sigma_2) + k^2 \sum m_n (x - x_n) \sigma_n;$$

$$3\sigma_n \dot{\Delta}_n + \alpha \Delta_3 \dot{\sigma}_n = 0;$$
$$n_{\oplus} \dot{x}_{1n} = n_{\oplus} \bar{x}_{1n} C + C \bar{x}_{2n};$$
$$n_{\oplus} \dot{x}_{2n} = -\ddot{x}_{1n} \dot{C} - n_{\oplus} C \bar{x}_{2n}; \qquad (13)$$
$$\ddot{C} + n_{\oplus} C = 0.$$

Система уравнений (13) дает возможность выписать необходимые рекуррентные соотношения для определения коэффициента тейлоровских разложений.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Cunningham L. E. On the Computation of the Spherical Harmonic Terms Needed During the Numerical Integration of the Orbital Motion of an Artificial Satellite. — Celes. Mech. 1970, v. 2, N 2, p. 207—216.
2. Брумберг В. А. Аналитические алгоритмы небесной механики. — М.: Наука, 1980. — 208 с.
3. Аксенов Е. П. Теория движения искусственных спутников Земли. — М.: Наука, 1977. — 360 с.



Поступила в редакцию
в ноябре 1981 г.

# ОБ УЧЕТЕ СЕЛЕКТИВНОСТИ НАБЛЮДЕНИЙ МЕТЕОРОВ

**В. Н. Лебединец, А. В. Манохина**

В течение последних двух десятилетий проблема избирательности радиолокационных и фотографических наблюдений метеоров остро дискутировалась в научной литературе. Эта дискуссия была инициирована рядом результатов экспериментальных исследований метеоров. Радиолокационные измерения скоростей метеоров с аппаратурой средней мощности обнаружили большой дефицит наиболее медленных и наиболее быстрых радиометеоров по сравнению с наблюдаемым распределением скоростей фотографических метеоров. Для объяснения дефицита малых скоростей Ф. Уиппл в 1955 г. [20] выдвинул гипотезу об очень сильной зависимости коэффициента ионизации метеоров от скорости $\beta(v) \sim v^5$, а для объяснения дефицита больших скоростей — гипотезу о влиянии на амплитуду метеорного радиоэхо очень быстрого начального диффузионного расширения ионизированных следов быстрых метеоров, имеющих большие высоты. Эта последняя гипотеза хорошо объясняла и наблюдавшиеся существенно меньшие высоты быстрых радиометеоров по сравнению с фотографическими метеорами.

Начальное расширение метеорных следов было рассмотрено в 1958 г. Э. Эпиком [18], который, не указывая использованного им метода расчета, привел численные значения начального радиуса ионизированных метеорных следов $r_н$, хорошо аппроксимируемые формулой

$$r_н = C_1 \frac{v^{2/3}}{\rho}, \qquad (1)$$

где $C_1 = 9 \cdot 10^{-12}$ г·с$^{2/3}$см$^{-8/3}$; $v$ — скорость метеора; $\rho$ — плотность атмосферы.

Начальное расширение метеорных следов в дальнейшем было более детально рассмотрено в работах Б. Л. Кащеева и В. Н. Лебединца [3, 7], которые получили несколько более сильную зависимость $r_н$ от v

$$r_н = C_2 v/\rho, \qquad (2)$$

где $C_2 = 2{,}8 \cdot 10^{-14}$ г·с·см$^{-3}$.

В 1970 г. В. С. Тохтасьев [13] снова получил более слабую зависимость $r_н$ от v, которую (после ее нормирования на измеренные в [3] значения $r_н$ на высоте h=95 км при v=32 км/с) можно представить в виде

$$r_н = C_3 \frac{v^{0,64}}{\rho}, \qquad (3)$$

где $C_3 = 6{,}5 \cdot 10^{-12}$ г·с$^{0,84}$·см$^{-2,64}$.

В 1966 г. В. Н. Лебединец [7] провел детальные расчеты коэффициента ионизации метеоров $\beta(v)$ и получил зависимость $\beta(v)$, близкую к ранее полученной Э. Эпиком [18]. В 1970 г. В. Тохтасьев [13] на основании тех же экспериментальных данных об эффективных сечениях ионизации при столкновениях различных пар атомов и молекул получил более быстрое убывание $\beta(v)$ с уменьшением v для медленных метеоров.

Широкому признанию факта очень сильного влияния на замечаемость слабых быстрых радиометеоров начального радиуса ионизированных метеорных следов в течение длительного времени препятствовали ряд некорректно трактовавшихся экспериментальных данных и некоторые широко распространенные концепции о динамике и структуре межпланетного пылевого облака. Задача экспериментального определения зависимости $r_н(\rho, v)$ чрезвычайно сложна аппаратурно и методически, поэтому многие попытки ее решения оказались безуспешными. В связи с этим у ряда исследователей сложилось представление об очень слабой зависимости $r_н$ от $\rho$ и v. С другой стороны, концепция существования относительно очень плотного пылевого облака Земли требовала, чтобы подавляющее большинство метеорных тел имело очень маленькие геоцентрические скорости, т. е. двигалось по орбитам с очень малыми наклонами и эксцентриситетами. Примерно такое распределение геоцентрических скоростей и наклонов орбит давали проведенные Дж. Хокинсом [15] наблюдения радиометеоров на аппаратуре очень высокой мощности с относительно короткой длиной волны $\lambda = 7{,}3$ м, для которой особенно сильно влияние $r_н$ на замечаемость метеоров. Этот результат для многих исследований послужил веским аргументом в пользу слабой зависимости $r_н$ от $\rho$ и $v$, которая может иметь место, если начальные поперечные размеры метеорного следа определяются не термодиффузионным расширением продуктов испарения метеорного тела, а разлетанием осколков, на которые может дробиться метеорное тело в атмосфере.

Однако проведенные несколько ранее первые массовые измерения радиантов и скоростей радиометеоров с аппаратурой средней мощности па волне $\lambda=8$ м [4, 14], для которых влияние $r_н$ менее существенно, привели к большому различию истинных (т. е. исправленных за избирательность наблюдений) распределений наклонов орбит, порождающих радиометеоры метеорных тел с массами $10^{-4}$ — $10^{-2}$ г и слабые фотографические метеоры тел с массами $10^{-2}$ — $10^{0}$ г (для первых доля орбит с обратным движением ($i>90°$) составляет около 25%, а для вторых всего 3—5%). При этом для расчета физического фактора замечаемости фотографических метеоров $P_{2ф}$ принималась линейная зависимость коэффициента светимости $\tau$ от $v$ («модель А»), а геометрический фактор замечаемости $P_{1ф}$ не учитывался, так как считалось, что его влияние малосущественно. Это различие было подтверждено данными более точного Обнинского каталога [6] орбит радиометеоров, полученного с аппаратурой средней мощности на еще более длинной волне $\lambda=12$ м, для которой влияние $r_н$ на замечаемость метеоров еще меньше. Ввиду отсутствия приемлемых физических механизмов, объясняющих такое резкое различие распределений наклонов орбит метеорных тел с близкими массами, достоверность этих результатов ставилась под сомнение многими исследователями. Вследствие кажущейся простоты расчета замечаемости фотографических метеоров, относительной простоты расчета геометрического фактора замечаемости радиометеоров $P_{1р}$ и большой сложности расчета физического фактора замечаемости радиометеоров $P_{2р}$ сомнению подвергалась почти исключительно правильность расчета $P_{2р}$. Поскольку во всех основных работах были получены удовлетворительно согласующиеся между собой зависимости $\beta(v)$, основная критика была обращена против сильной зависимости $r_н$ от $\rho$ и $v$.

Проведенный авторами [7, 11] анализ всех опубликованных результатов измерений $r_н$ показал, что из них с большой степенью надежности следует линейная зависимость $r_н$ от $1/\rho$, которую дают все теоретические работы. Хотя вид зависимости $r_н$ от $v$ практически не может быть определен по имеющимся результатам измерений $r_н$, современные сведения об эффективных сечениях диффузии атомов, молекул и ионов при метеорных скоростях не допускают более слабой зависимости $r_н$ от $v$, чем $r_н \sim v^{0,64}$, если величина $r_н$ определяется термодиффузионным расширением следа. Что касается дробления метеорных тел, то оно может лишь увеличить $r_н$, т. е. еще больше усилить влияние $r_н$ на замечаемость метеоров. Но столь большие расхождения в оценках притока метеоров по данным радио- и оптических наблюдений метеоров, которые бы свидетельствовали об очень больших значениях $r_н$ для метеоров со средними скоростями, не отмечаются. Весьма убедительно в пользу сильной зависимости $r_н$ от $v$ свидетельствуют и результаты математического моделирования высот радиометеоров [2, 9].

Проведенные авторами [10] исследования показали, что никаким варьированием в допустимых пределах зависимостей $\beta(v)$ и $r_н(\rho, v)$ нельзя добиться удовлетворительного согласия исправленных распределений орбит радио- и фотографических метеоров. Лишь после этого критическое внимание было обращено на корректность расчета замечаемости фотографических метеоров. Авторами [11] впервые при расчете физического фактора замечаемости фотографических метеоров была применена полученная Э. Эпиком [18] для слабых метеоров экстремальная зависимость коэффициента светимости от скорости («модель В») и показано, что переход от «модели А» к более вероятной «модели В» заметно сближает распределения наклонов орбит радио- и фотографических метеоров (см. рис. 1, *б*, *г*), однако между ними все еще остается существенное различие. Наконец, в 1981 г. авторы [12] показали недопустимость пренебрежения геометрическим фактором замечаемости фотографических метеоров и предложили следующую простую формулу для его расчета:

$$P_{1ф}(\alpha,\delta,\varphi,D) = \left[\int\limits_{\max(t_в,t_к)}^{\min(t_з,t_н)} \cos z\,dt\right]^{-1}. \qquad (4)$$

Здесь $\varphi$ — широта места наблюдения; $D$ — дата; $\alpha$, $\delta$ — прямое восхождение и склонение радианта метеора; $z$ — зенитное расстояние видимого радианта метеора в момент времени $t$; $t_в$, $t_з$ — время восхода и захода видимого радианта; $t_н$, $t_к$ — время начала утренних и окончания вечерних сумерек.

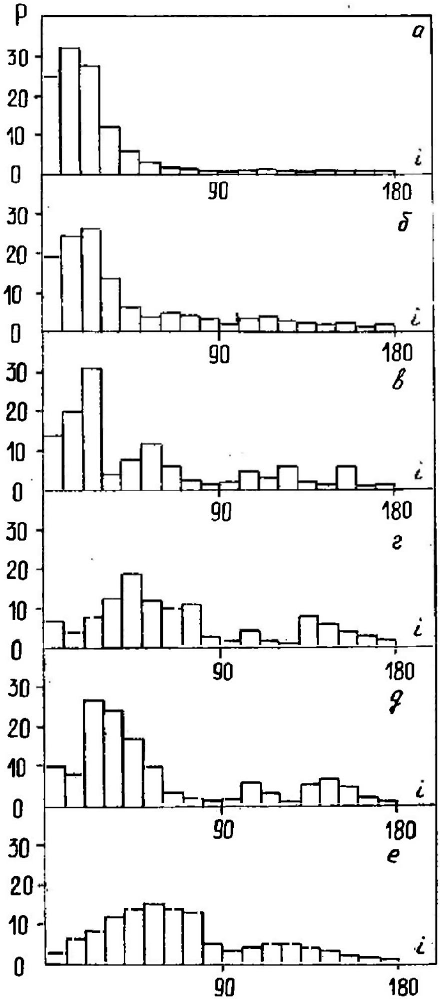


Рис. 1. Распределения наклонов орбит фото- и радиометеоров, исправленные за избирательность наблюдений

На рис. 1, *а, б, в* приведены исправленные за избирательность наблюдений распределения наклонов орбит фотографических метеоров по точному и статистически однородному каталогу 359 орбит супершмидтовских метеоров [16]: без учета геометрического фактора $P_{1ф}$ (рис. 1, *а, б*) и с его учетом (рис. 1, *в*), а также при использовании «модели А» (рис. 1, *а*) и «модели В» (рис. 1, *б, в*). С целью уменьшения влияния избирательности наблюдений были отобраны лишь метеоры с радиантами на четверти небесной сферы — на ночной половине северной по отношению к эклиптике полусферы. На рис. 1, *г, д, е* приведены исправленные за избирательность наблюдений распределения наклонов орбит: радиометеоров до $+7^m,5$ по обнинскому каталогу [6] (при двух вариантах зависимостей $\beta(v)$ и $r_н(\rho, v)$ — по В. Н. Лебединцу [7] (рис. 1, *г*) и по В. С. Тохтасьеву [13] (рис. 1, *д*)) и радиометеоров до $+12^m$ по харьковскому каталогу [5] (рис. 1, *е*). На рис. 2 сравниваются исправленные распределения больших полуосей, эксцентриситетов и перигелийных расстояний орбит радио- и фотографических метеоров по каталогу Дж. Хокинса и Р. Саутуорта [16] и обнинскому каталогу [6].

На рис. 1, 2 видно, что переход к «модели В» коэффициента светимости и учет геометрического фактора замечаемости фотографических метеоров приводит к значительному увеличению (до 22%) доли фотографических метеоров с обратным движением ($i>90°$). Для радиометеоров до $+7^m,5$ при указанных выше двух вариантах зависимостей $\beta(v)$ и $r_н(\rho, v)$ доля таких орбит равна соответственно 28 и 22%, а для радиометеоров до $+12^m$ — 23%. Исчезают также какие-либо значимые различия распределений всех остальных элементов орбит радио- и фотографических метеоров. Остающиеся небольшие различия полностью перекрываются при варьировании в допустимых пределах принимаемых при расчете $P_{2р}$ зависимостей $\beta(v)$ и $r_н(\rho, v)$ и высот радиометеоров.

Хорошее совпадение исправленных распределений орбит радио- и фотографических метеоров, полученных совершенно различными методами наблюдений при совершенно независимых методах расчета замечаемости, показывает, что задача расчета геометрического и физического факторов замечаемости радио- и фотографических метеоров в основном решена. Интересно отметить, что это совпадающее распределение оказалось более близким к распределению орбит радиометеоров,

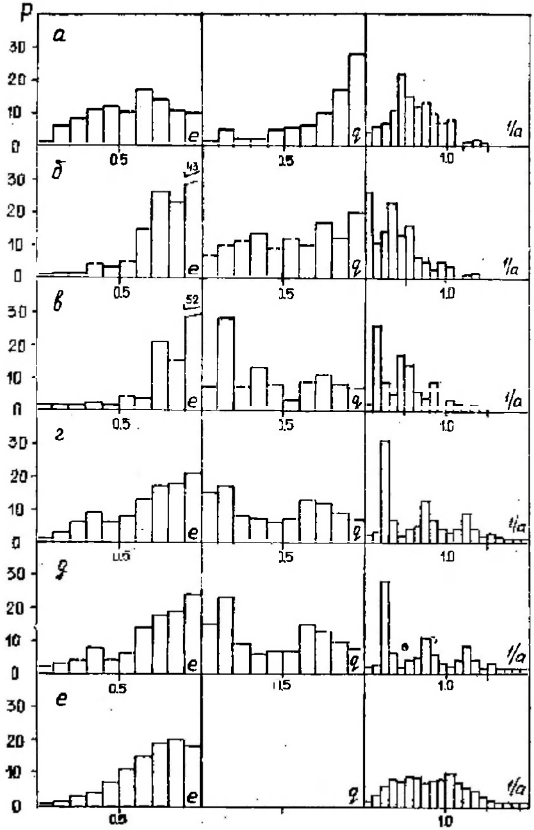


Рис. 2. Распределения больших полуосей a, эксцентриситетов e и перигелийных расстояний q орбит фото- и радиометеоров, исправленные за избирательность наблюдений

полученному уже по первому Харьковскому каталогу [4], чем к распределениям, первоначально полученным по лучшим каталогам орбит фотографических метеоров [1, 16, 17].

хотя в течение длительного времени существовало представление о большей точности и объективности результатов фотографических исследований орбит метеорных тел по сравнению с радиолокационными исследованиями.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Бабаджанов П. Б., Крамер Е. Н. Орбиты ярких метеоров по фотографическим наблюдениям в Душанбе и Одессе. — Астрон. журн., 1966, т. 43, № 6, с. 1306—1312.
2. Волощук Ю. И., Кащеев Б. Л., Лебединец В. Н. Отражение радиоволн от метеорных следов. 1. Математическое моделирование зависимости начального радиуса метеорного следа от скорости метеорного тела и высоты отражающей точки. — В кн.: Радиотехника. Харьков, Изд-во ХГУ, 1974, вып. 28, с. 17—22.
3. Кащеев Б. Л., Лебединец В. Н. Радиолокационные исследования метеорных явлений. — М.: Изд-во АН СССР, 1961. — 124 с.
4. Кащеев Б. Л., Лебединец В. Н., Лагутин М. Ф. Метеорные явления в атмосфере Земли.— М.: Наука, 1967.— 260 с.
5. Кащеев Б. Л., Ткачук А. А. Результаты радиолокационных наблюдений слабых метеоров. Каталог орбит метеоров до +12. — М., 1980. — 232 с.
6. Корпусов В. Н., Лебединец В. Н. Орбиты радиометеоров. — Астрон. вестник, 1970, т. 4, № 2, с. 102—107.
7. Лебединец В. Н. Физическая теория метеоров и метеорное вещество в окрестностях орбиты Земли по результатам радионаблюдений: Автореф. Дис. . . . докт. физ.-мат. наук. — Обнинск, 1966. — 130 с.
8. Лебединец В. Н. Пыль в верхней атмосфере и космическом пространстве. Метеоры. — Л.: Гидрометеоиздат, 1980. — 247 с.
9. Лебединец В. Н., Корпусов В. Н., Соснова А. К., Шушкова В. Б. Отражение радиоволн от метеорных следов. III. Замечаемость радиометеоров. — Геомагнетизм и аэрономия, 1971, т. 11, № 6, с. 1011—1020.
10. Лебединец В. Н., Манохина А. В. О сравнении орбит радио- и фотографических метеоров. — Тр. ИЭМ, 1977, вып. 7(75), с. 92—108.
11. Лебединец В. Н., Манохина А. В. Замечаемость метеоров. — Тр. ИЭМ, 1978, вып. 8(81), с. 12—39.
12. Лебединец В. Н., Манохина А. В. Общность происхождения и эволюции метеорных тел, порождающих радио- и фотографические метеоры. — Астрон. вестник, 1981, т. 15, № 4, с. 235—239.
13. Тохтасьев В. С. Вероятность ионизации в метеорных следах. — В кн.: Метеорное распространение радиоволн. Казань, 1970, вып. 7, с. 33—49.
14. Davies J. G., Gill J. C. Radio echo measurements of the orbits of faint sporadic meteors. — Month. Not. Roy. Astron. Soc., 1960, v. 121, N 5, p. 437—462.
15. Hawkins G. C. Radar determination of meteor orbits. — Astron. J., 1962, v. 67, N 5, p. 241—244.
16. Hawkins G. C., Southworth R. B. Orbital elements of meteors. — Smithson. Contribs Astrophys., 1961, v. 4, N 3, p. 85—95.

17. McCrosky R. E., Posen A. Orbital elements of photographic meteors. — Smithson. Contribs Astrophys., 1961, v. 4, N 2, p. 15—84.
18. Öpik E. J. Physics of meteor flight in the atmosphere. — New York — London, 1958. — 174 p.
19. Öpik E. J. Meteor radiation, ionization and atomis luminous efficiency. — Proc. Roy. Soc., 1955, v. A230, N 1183, p. 463—501.
20. Whipple F. L. The physical theory of meteors. VII. On meteor luminosity and ionization.— Astrophys. J., 1955, v. 121, N 1, p. 241—249.

Поступила в редакцию
в сентябре 1981 г.

# IX СПУТНИК САТУРНА ФЕБА

## наблюдательный материал (1898—1981 гг.) и астрометрическая эфемерида (1983—2000 гг.)

Л. Е. Быкова, В. В. Шихалев, В. А. Юрга

Данная работа является продолжением работ [1, 2] авторов по исследованию движения IX спутника Сатурна Фебы. В [2] нами была опубликована следующая новая система параметров орбиты Фебы.

**Эпоха 2433800.0 (E.T.)**
**Экватор и равноденствие 1950.0**

$$\begin{aligned}
x_1 &= 4{,}54322258212 \cdot 10^{-2} \text{ а. е.;}\\
\dot{x}_1 &= -9{,}52680144769 \cdot 10^{-4} \text{ а. е./сут;}\\
x_2 &= -4{,}92423869710 \cdot 10^{-2} \text{ а. е.;}\\
\dot{x}_2 &= -6{,}25559743800 \cdot 10^{-4} \text{ а. е./сут;}\\
x_3 &= -2{,}88022337314 \cdot 10^{-2} \text{ а. е.;}\\
\dot{x}_3 &= -1{,}99040299568 \cdot 10^{-4} \text{ а. е./сут,}
\end{aligned} \qquad (1)$$

где $x_1$, $x_2$, $x_3$ — прямоугольные сатурноцентрические координаты; $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$, $\dot{x}_3$ — компоненты скорости спутника, отнесенные к экватору Земли. В настоящей работе приводятся использованные при выводе системы (1) наблюдения Фебы, представление этих наблюдений системой (1) и астрометрическая эфемерида Фебы на 1983—2000 гг.

### Наблюдения

При выводе системы (1) нами были проанализированы 324 наблюдения Фебы, произведенные в период 1898—1981 гг. 15 обсерваториями мира. Форма публикации наблюдений оказалась очень неоднородна. В современных литературных источниках приведены топо- или геоцентрические сферические координаты $\alpha$, $\delta$ (прямое восхождение и склонение). В источниках начала века даны, как правило, относительные координаты p, s (позиционный угол и угловое расстояние относительно Сатурна), многие наблюдения отнесены к экватору даты или экватору начала года наблюдения.

В ходе построения теории движения Фебы были выполнены все необходимые редукции наблюдений. Наблюдения были приведены к однородному виду ($\alpha$, $\delta$), отнесены к экватору и равноденствию стандартной эпохи 1950.0, моменты наблюдений выражены в эфемеридном времени. Обработанные таким образом наблюдения Фебы с указанием обсерватории, где они были произведены, даны в приложении 1 к настоящему сборнику. Вместе с наблюденными положениями спутника даны результаты сравнения (O—C) наблюдений с численной теорией движения Фебы, построенной на основе начальных параметров орбиты (1).

Наблюдения представлены в приложении 1 в двух таблицах. В табл. 1 приведены все собранные нами наблюдения Фебы за исключением группы наблюдений, выполненных в 1898—1906 гг. на станции Гарвардского университета в Перу (Arequipa). Последние вынесены в отдельную таблицу (табл. 2). Это связано с тем, что точность наблюдений станции Arequipa существенно ниже точности остальных наблюдений. Они выполнены с помощью 24-дюймового телескопа Бруса (Bruce) и опубликованы в работах Пикеринга [3—7]. Сам автор так описывает качество этих наблюдений. Изображения спутника во многих случаях настолько слабы, что возможны ошибки в наблюденных положениях объекта, а в некоторых случаях вообще сомнительно, является ли данный объект спутником [5]. Кроме того, следует отметить, что в указанных работах Пикеринга опубликованы предварительные измерения пластинок, которые выполнялись с точностью до одной десятой минуты дуги. Позднее часть этих наблюдений (наблюдения 1898—1902 гг.) были переобработаны [8]. Они и представлены нами в табл. 2, однако некоторые из них, явно ошибочные, были заменены соответствующими наблюдениями в обработке Пикеринга [3, 4]. Наблюдения 1904—1906 гг. также взяты из работ Пикеринга [5—7].

Таким образом, наилучшая точность, которую можно ожидать от большинства наблюдений обсерватории Arequipa, составляет 6″, поэтому данные наблюдения были использованы нами только на первых этапах улучшения орбиты Фебы. В окончательную обработку при выводе системы (1) были включены наблюдения, представленные в табл. 1.

Табл. 1 содержит 222 наблюдения спутника, выполненных 14 обсерваториями с 1904 по 1981 г. Из них 45 наблюдений микрометрических (Yerk), остальные — фотографические. Микрометрические наблюдения Йеркской обсерватории содержат измерения только по одной координате (41 наблюдение из 45), и качество их несколько хуже современных фотографических. Также низкой точностью характеризуются 4 наблюдения обсерватории Taunton. Из 222 наблюдений, приведенных в табл. 2, 5 оказались явно ошибочными. Для двух из них удалось исправить [1] ошибки в их публикации. Исправленные наблюдения помечены в таблице знаком *, ошибочные и низкой точности заключены в круглые скобки.

Средняя квадратическая ошибка представления наблюдений Фебы 1904—1981 гг., данные в табл. 2 (за исключением отмеченных круглыми скобками) составила $1''.5$.

Расчеты выполнялись с учетом возмущений от Солнца и Юпитера, прямоугольные экваториальные координаты больших планет (Юпитер, Сатурн) были взяты из фонда ИТА АН СССР, созданного на основании 12-го и 13-го томов Astronomical Papers.

## Эфемерида Фебы

На основе системы (1) параметров орбиты спутника численным интегрированием была вычислена астрометрическая эфемерида до 2000 года. Интегрирование уравнений движения осуществлялось методом Эверхарта [9]. Уравнения движения взяты в форме, данной в работе [1]. При этом учитывались возмущения от Солнца и Юпитера. Для масс Юпитера и Сатурна были приняты следующие значения:

$$m_J = 1/1047{,}355; \qquad m_S = 1/3501{,}6$$

в единицах массы Солнца.

Эфемерида Фебы приводится в приложении 2 к настоящему сборнику и представляет собой таблицу разностей сферических геоцентрических координат спутника и Сатурна, отнесенных к экватору и равноденствию 1950,0. В первой графе таблицы приводится дата, для которой на $0^h$ эфемеридного времени даны разности по прямому восхождению и склонению $\alpha_{IX} - \alpha_S$, $\delta_{IX} - \delta_S$ (графы 2, 3). Эфемерида построена с шагом 4 сут.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Быкова Л. Е., Шихалев В. В., Юрга В. А. Построение численной теории движения IX спутника Сатурна Фебы. — В кн.: Астрономия и геодезия. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1984, вып. 10.
2. Быкова Л. Е., Шихалев В. В. Новые элементы орбиты Фебы, девятого спутника Сатурна. — Астрон. цирк. М., 1982, № 1237, с. 6—7.
3. Pickering W. H. The Ninth Satellite of Saturn. — Annal. Harv. Coll. Obs., 1905, v. 53, N 3, p. 45—73.
4. Pickering W. H. Phoebe, the Ninth Satellite of Saturn. — Annal. Harv. Coll. Obs, 1905, v. 53, N 5, p. 85—100.
5. Pickering W. H. Observations of Phoebe during 1905. — Harv. Coll. Obs. Circ., 1906, N 109, p. 24—26.
6. Pickering W. H. Observations of Phoebe in August and September 1906. — Harv. Coll. Obs. Circ., 1906, N 119, p. 264.
7. Pickering W. H. Observations of Phoebe in May and June 1906. — Harv. Coll. Obs. Circ., 1906, N 118, p. 42.
8. Positions of Phoebe (1898—1904). — Annal. Harv. Coll. Obs., 1908, v. 60, N 3, p. 45—85.
9. Everhart E. Implicit Single — Sequence Methods for Integrating Orbits. — Celest. Mech., 1974, v. 10, N 1, p. 35—55.



Поступила в редакцию
в ноябре 1981 г.

# ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПАДАЮЩЕГО ПОТОКА МЕТЕОРОВ МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

**Г. В. Андреев, Г. О. Рябова**

Аналитическим соотношением, связывающим наблюдаемую численность метеоров внутри узкого сектора плоскости эхо с элементарным падающим потоком, является уравнение Т. К. Кайзера [1]:

$$dN = Q(\alpha_0)Hh_0(\Theta)l(\Theta)\sin^{-2}\chi\cdot\cos^{-2}\Theta d\Theta, \qquad (1)$$

где $Q(\alpha_0)$ — плотность падающего потока метеоров, создающих в максимуме ионизации линейную электронную плотность $\alpha \geqslant \alpha_0$; $H$ — приведенная высота атмосферы; $h_0(\Theta)$ — характеристическая высота; $\chi$ — зенитное расстояние радианта; $\Theta$ — угол в зеркальной плоскости (плоскости эхо), отсчитываемый от направления, противоположного азимуту радианта; $l(\Theta)$ — средняя толщина метеорного слоя ионизации.

Поскольку в каждом направлении $\Theta$ величины $h_0$, $\alpha_0$, $l$ различны и не представляется возможным записать явный вид зависимости их от $\Theta$, то для численного интегрирования уравнения (1) требуется создание специального аппарата, позволяющего определять указанные величины на каждом шаге интегрирования.

Существуют следующие способы решения уравнения (1): графический [1—4], основанный на построении контуров равной чувствительности; метод О. И. Бельковича [5—7], в котором интегрирование осуществляется с помощью упрощающих селективных функций; метод статистического моделирования [8, 9], где вычисление интеграла производитфя методом Монте-Карло.

Поскольку графический метод имеет невысокую точность, нами ранее [10, 11] для вычисления структурных характеристик метеорных потоков использовался метод О. И. Бельковича. Суть его сводится к вычислению чувствительности РЛС для метеорного потока с данной скоростью $v = V/V_0$, координатами радианта и в данном направлении $\Theta$ плоскости эхо через известную чувствительность радара относительно потока с опорной скоростью $v=1$ ($v_0=40$ км/с$^{-1}$) и имеющего топоцентрические координаты радианта, совпадающие с направлением максимальной чувствительности антенной системы. Пусть $\varphi$ — азимутальный угол внутри диаграммы направленности; $\delta$ — угол возвышения; $\alpha_0$ — минимальная регистрируемая линейная электронная плотность следа метеорного потока, имеющего скорость $v=1$; зенитное расстояние радианта $\chi=\delta_m$ при $\varphi=0$. Тогда чувствительность в произвольном направлении относительно потока со скоростью $v$ и зенитным углом $\chi$ для следов недоуплотненного типа будет равна [5]:

$$\alpha_{0i} = \alpha_0 V^{-1}(v) W^{-1}(\chi) f^{-1/\gamma}(\chi, \Theta). \qquad (2)$$

Здесь селективная функция $V(v)$ учитывает изменение чувствительности за счет изменения скорости, $W(\chi)$ — за счет изменения зенитного расстояния радианта, а

$$f(\chi, \Theta) = f(\varphi, \delta) = \mathrm{const}\cdot\sin^{-1,5}\delta\cdot G(\varphi, \delta) \qquad (3)$$

($G(\varphi, \delta)$ — функция, описывающая направленные свойства диаграммы направленности) подправляет значение $\alpha_0$ за счет изменения $\Theta(\varphi, \delta)$ в предположении, что при этом изменяется только $G(\varphi, \delta)$ и наклонное расстояние до следа. Точные аналитические выражения для $V(v)$ и $W(\chi)$ получить невозможно, поэтому в работе [5] вначале допускаются приближения с точностью около 20 %, а потом подбираются аппроксимирующие функции с ошибкой не более 10 %. В работах [6, 7] с учетом уточнений [12] в физической теории метеорного явления подобраны новые аппроксимации для $V(v)$ и $W(\chi)$, которыми мы и пользовались.

Средняя толщина метеорного слоя ионизации $I(\Theta)$ слабо зависит от направления $\Theta$ и определяется выражением [5]:

$$I = (s-1)\int_{\alpha_0}^{\infty} \frac{h_2^2 - h_1^2}{2Hh_0}\,\alpha^{-s}\alpha_0^{s-1}\,d\alpha, \qquad (4)$$

где $h_2$ и $h_1$ — высоты начала и конца метеорного следа при условии, что отраженный сигнал с этих высот равен пороговому уровню срабатывания аппаратуры. О. И. Бельковичем [5] разработана детальная методика вычисления $I(\Theta)=\mathrm{const}$ как нормирующего множителя в законе, описывающем плотность распределения высот отражающих точек. Там же получены аппроксимации для недоуплотненных и переуплотненных следов с точностью $\sim 7\%$.

Считая теперь, что $h_0(\Theta) = \text{const}$, и подставляя выражение (2) в (1), последнее можно проинтегрировать численно, поскольку $V(\nu)$, $W(\chi)$ и $I$ не зависят от направления $\Theta$, а вид функции $f(\varphi, \delta)$ обычно известен. Плотность падающего потока будет вычислена.

В работе [10] мы изложили идею определения чувствительности РЛС ($h_0$ и $\alpha_0$) относительно максимума диаграммы направленности путем совместного решения уравнения чувствительности и испарения. Более подробно алгоритм этой методики, предназначенной для вычисления $h_{0i}$ и $\alpha_{0i}$ в любом направлении диаграммы направленности, приведен в работе [13]. Использование этой методики позволяет сделать оценки надежности аппроксимационных выражений $V(\nu)$, $W(\chi)$ и селективной функции $f(\chi, \Theta)$.

В табл. 1 приведены значения $f^{1/\gamma}(\chi, \vartheta) = f^{1/\gamma}(\varphi, \delta) = \alpha_0/\alpha_{0i}$,

Таблица 1

**Значения селективной функции $f\ (\varphi, \delta_m)$**

| $\varphi$, град. | 0 | 20 | 40 | 60 |
|---|---|---|---|---|
| $f^{1/\gamma}(\varphi, \delta_m)$ | 1,00 | 0,08 | 0,21 | 0,08 |
| $F(\varphi, \delta_m)$ | 1,00 | 0,05 | 0,18 | 0,05 |

рассчитанные согласно уравнению (3) с использованием модели метеорного явления [15] относительно РЛС г. Душанбе [14] для $\varphi = 0, 20, 40, 60°$; $\chi = \delta_m = 23°$; $v = 40$ км/с. Там же для сравнения даны точные (в пределах применяемой физической теории метеоров) значения $\frac{\alpha_0}{\alpha_{0i}} = F(\chi, \vartheta)$, полученные путем совместного решения уравнения чувствительности и испарения [13]. Расхождение между $f(\chi, \vartheta)$ и $F(\chi, \vartheta)$ обусловлено, видимо, тем, что выражение (3) недостаточно точно учитывает изменение $\alpha_{0i}$ при изменении направления внутри диаграммы направленности. Можно показать, что если $\alpha_{0i}$ имеет характеристическую высоту $h_{0i}$, то для недоуплотненных следов

$$\alpha_{0i} = \alpha_0(h_0) \cdot \left(\frac{h_{0i}}{h_0}\right)^{3/2} \cdot f^{-1}(\chi, \Theta).$$

Следовательно, показатель $\gamma$ предназначен для учета изменения текущей характеристической высоты внутри диаграммы направленности по сравнению с аналогичной высотой для направления максимума излучения. Очевидно также, что при изменении $\varphi$, $\delta$ меняются не только направленные свойства антенной системы, но и условия совместного решения уравнений чувствительности и испарения (рис. 1), что также влияет на расхождение $F(\chi, \vartheta)$ и $f(\chi, \vartheta)$. Поэтому селективность радиолокационной станции за счет диаграммы направленности невозможно учесть только функцией (3).

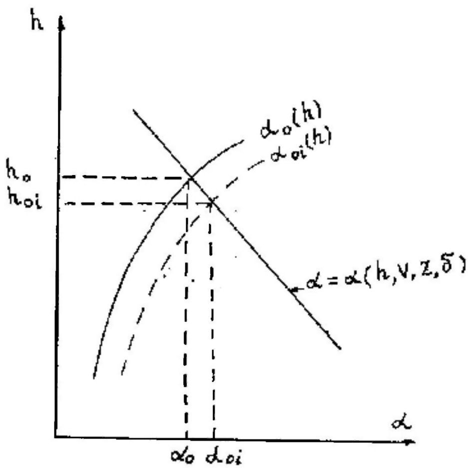


Рис. 1. Графическое определение чувствительности РЛС

Аналогично была вычислена суммарная селективная функция $\Phi = V(v) \cdot W(\chi) \cdot f^{1/\gamma}(\chi, \vartheta) = \alpha_0/\alpha_{0i}$ для $\varphi = 0°$; $\chi = \delta_m$, 20, 40, 60° и $v = 16$, 40, 72 км/с. В табл. 2 $\Phi_1 = V(v) \cdot W(\chi) \cdot f^{1/\gamma}(\chi, 0)$, причем аппроксимации для $V(v)$ и $W(\chi)$ взяты из работы [6], а $\Phi$ — точные значения, полученные путем совместного решения [13]. Как видно, селективные функции О. И. Бельковича

Таблица 2

**Значения суммарной селективной функции**
$\Phi = V(v)\cdot W(\chi)\cdot f^{1/\gamma}(\chi,\ 0)$

| $\chi$ | $\delta_m$ | 20° | 40° | 60° |
|---|---|---|---|---|
| | | $v=16$ км/с | | |
| $\Phi_1$ | 2,447 | 2,152 | 0,347 | 0,148 |
| $\Phi$ | 2,669 | 2,124 | 0,149 | 0,064 |
| | | $v=40$ км/с | | |
| $\Phi_1$ | 1,000 | 0,894 | 0,123 | 0,037 |
| $\Phi$ | 1,000 | 0,826 | 0,081 | 0,036 |
| | | $v=72$ км/с | | |
| $\Phi_1$ | 0,102 | 0,092 | 0,012 | 0,003 |
| $\Phi$ | 0,029 | 0,026 | 0,007 | 0,004 |

достаточно хорошо описывают избирательность радиолокационного способа наблюдения метеоров только близ опорной скорости 40 км/с и для координат радиантов, близких к направлению максимального излучения радара.

С помощью нового способа определения чувствительности РЛС [13] можно также оценить значения средней толщины метеорного слоя ионизации в любых направлениях плоскости эхо непосредственно из выражения (4). Суть алгоритма сводится к перебору всех ионизационных кривых, имеющих в точке максимума ионизации $\alpha \geqslant \alpha_{0i}$, и определению для каждой кривой диапазона высот $h_2 - h_1$, в пределах которого отраженный импульс в зеркальной точке даст сигнал, больший или равный пороговому. На рис. 2 показаны области изменения $h_2$, $h_1$ и $\alpha$, соответствующие распределению линейной электронной плотности вдоль следа с ограничениями на $h_2$ и $h_1$ [5]. Здесь *1* — кривая чувствительности, построенная для максимума диаграммы направленности РЛС Гиссарской астрономической обсерватории [14]; *2* — зависимость высоты максимума ионизации от $\alpha$ для метеороидов потока Геминид по модели К. В. Костылева [15]; *3* — кривая ионизации данного следа с $\alpha = \alpha_{0i}$ и высотами начала и конца следа (где сигнал равен пороговому) $h_2$ и $h_1$ соответственно. Область интегрирования по $\alpha$ на рис. 2 определяется слева тем, что $\alpha_0$ — минимальное значение регистрируемой линейной элек-

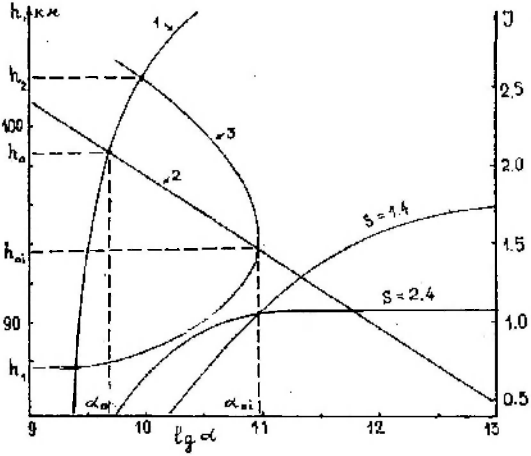


Рис. 2. Области изменения высот и электронной плотности при вычислении толщины метеорного слоя ионизации

тронной плотности в максимуме ионизации для данного направления, а справа — точностью вычисления I.

Для примера на рис. 2 показано накопление интеграла (4) в зависимости от $\alpha_i$ для $s=1,4$ и 2,4. Значения I равны при этом 1,75 и 1,08 соответственно. Аналогичные значения I, вычисленные с использованием аппроксимаций из работы [6], составляют 1,86 и 1,16, что отличается от полученных нами I, не более чем на 7,5%.

Модельные расчеты по описанному алгоритму для различных РЛС, потоков и направлений показали, что аппроксимация из работы [6] служит достаточно хорошим приближением для вычисления I при условии, что в качестве $h_0$ берется характеристическая высота в данном направлении плоскости эхо.

В связи с тем, что аппроксимации селективных функций обладают недостаточной точностью во всем диапазоне метеорных скоростей и направлений, а также из-за необходимости пересмотра их при уточнении или смене физической теории метеорного явления, нами была разработана новая методика численного интегрирования дифференциального уравнения (1), которая и предлагается ниже.

Пусть $m_c$ — любая наперед заданная масса. Так как в точке максимума ионизации $\alpha_0 = m_0 \cdot \mathrm{const}$, то, используя степенной закон распределения метеоров по массе, получим

$$Q(\alpha_0) \equiv Q(m_0) = Q(m_c)\left(\frac{m_c}{m_0}\right)^{s-1}.$$

Тогда уравнение (1) можно переписать в виде

$$N = Q(m_c) H \sin^{-2}\chi \int_\theta h_0 I \left(\frac{m_c}{m_0}\right)^{s-1} \cos^{-2}\Theta d\Theta. \qquad (5)$$

Следовательно, если на каждом шаге интегрирования получать величины $h_0$, $m_0$, I с помощью алгоритма [13], то уравнение (5) легко решить относительно $Q(m_c)$. При этом величину I можно получать либо на каждом шаге с помощью выражения (4), что ведет к большим затратам машинного времени, либо пользоваться достаточно точной аппроксимацией из работы [6].

Чтобы явно не зависеть от точности вычисления $h_0$, $m_0$, особенно от изменения H в пределах метеорной зоны атмосферы (до $\pm 11\%$ от среднего, что вызывает аналогичные колебания в Q), уравнение (5) можно преобразовать и привести к виду

$$N = Q(m_c) \sin^{-2}\chi\, m_c^{s-1} \int_\theta I \cos^{-2}\Theta\, d\Theta = Q(m_0) m_0^{s-1} \times$$

$$\times \sin^{-2}\chi \int_\theta I \cos^{-2}\Theta d\Theta, \qquad (6)$$

где

$$I(\Theta) = \left(\frac{s-1}{2}\right) \int_{m_0}^{\infty} (h_2^2 - h_1^2) m^{-s} dm. \qquad (7)$$

В формуле (7) $I(\Theta)$ вычисляется совершенно аналогично по вышеприведенному алгоритму или по аппроксимации из работы [6], предварительно умноженной на $(H h_{0i} m_{0i}^{1-s})^{-1}$, для использования которой также необходимо знание H, $h_{0i}$.

По предложенной методике вычисления плотности падающего потока создан комплекс программ, включающий следующие подпрограммы:

— вычисление эфемериды радианта потока;

— расчет параметра распределения масс;
— выделение спорадического фона;
— блок вычисления чувствительности РЛС;
— расчет структурных характеристик (плотность падающего потока, пространственная плотность, приток вещества) метеорных потоков.

Комплекс реализован на ЭВМ БЭСМ-6 на языке АЛГОЛ.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Кайзер Т. Р. Метеорные потоки и полная метеорная ионизация. — В кн.: Метеоры. М.: ИЛ, 1959, с. 193—210.

2. Кащеев Б. Л., Лебединец В. Н., Лагутин М. Ф. Метеорные явления в атмосфере Земли. — М.: Наука, 1967. — 260 с.

3 Hughes D. W. Radio-echo measurements of the flux of the Quadrantid, Perseid and Geminid meteor streams. — Mon. Not. Roy. astron. Soc., 1973, vol. 161, № 2, p. 113—120.

4. Андреев Г. В., Лазарев Р. Г., Рубцов Л. Н. О малом метеорном потоке, наблюдавшемся 17—20 ноября 1967 г. на длине волны 17 м.— В кн.: Взаимодействие метеоритного вещества с Землей. Новосибирск: Наука, 1980, с. 215—218.

5. Белькович О. И. Статистическая теория радиолакации метеоров. — Казань, 1971. — 102 с.

6. Bel'kovich O. I., Tohktas'ev V. S. Determination of the Quadrantid incident flux density. Part I. — Bul. Astr. Inst. Czechosl., 1974, vol. 25, N 2, p. 112—115.

7. Bel'kovich O. I, Tohktas'ev V. S. Part II. — Bul. Astr. Inst. Czechosl., 1974, vol. 25, N 6, p. 370—374.

8. Костылев К. В., Светашкова Н. Т. Метод статистического моделирования радиолокационных наблюдений метеорного потока. — Астрон. вестник, 1977. т. 11, № 1, с. 53—59.

9. Костылев К. В., Светашкова Н. Т. Метод статистического моделирования радиолокационных наблюдений метеорного потока.— Астрон. вестник, 1977, т. 14, № 3, с. 154—163.

10. Андреев Г. В., Лазарев Р. Г., Рубцов Л. Н. О притоке вещества в атмосферу Земли от метеорного потока Леонид по радионаблюдениям 1966—1968 гг. — В кн.: Всесоюзный симпозиум «Проблемы радиометеорных исследований атмосферы» (Тезисы докладов). Харьков, 1977, с. 29—30.

11. Андреев Г. В., Лазарев Р. Г., Рубцов Л. Н. Структура метеорного потока Квадрантид по радионаблюдениям на $\lambda = 17$ м. — В кн.: Астрономия и геодезия. Томск: Изд-во ТГУ, 1979, вып. 7, с. 46—57.

12. Тохтасьев В. С. Абляция метеорных тел в атмосфере Земли. — В кн.: Взаимодействие метеорного вещества с Землей и оценка притока метеорного вещества на Землю и Луну (материалы Всесоюзного симпозиума). Душанбе: Дониш, 1975, с. 10—20.

13. Андреев Г. В., Рябова Г. О. Об одном способе определения чувствительности РЛС при наблюдениях метеоров. — В кн.: Астрономия и геодезия. Томск: Изд-во ТГУ, 1982. вып. 10 т.

14. Рубцов Л. Н., Лазарев Р. Г., Андреев Г. В., Алимов О. Исследование параметров РЛС Гиссарской астрономической обсерватории

для наблюдения слабых метеоров.— Изв. АН Тадж. ССР, отд. физ.-мат. и геол.-хим. наук, 1977, № 3 (65), с. 44—51.

15. Костылев К. В. Астрономические основы метеорной радиосвязи. — Казань, 1970. — 144 с.

Поступила в редакцию
в ноябре 1981 г.

# АППРОКСИМАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ИСЗ СПЛАЙН-ФУНКЦИЯМИ

**В. А. Тамаров, А. Г. Серебренников**

## 1. Введение

В некоторых задачах прикладной небесной механики возникает необходимость в алгоритмах оперативного прогноза пространственных положений ИСЗ. Удобно использовать для этой цели какие-либо простые функции, аппроксимирующие решение, полученное предварительно численным методом. Достаточно подробно исследованы с этой точки зрения многочлены Чебышева [1], [2], [3].

В данной работе приводятся результаты приближения параметров движения ИСЗ кубическими и рациональными сплайнами.

## 2. Алгоритмы построения кубического и рационального сплайнов

По определению [4] сплайном степени n дефекта $\nu$, построенным на интервале $[x_0, x_N]$ с заданным разбиением $\Delta$: $x_0<x_1<\ldots<x_N$, называется функция $S_{n,\nu}(x)$, имеющая непрерывные производные до порядка $n-\nu$ и представляющая собой состыкованные друг с другом многочлены, как правило, одной и той же невысокой степени n

$$S_{n,\nu}(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k (x - x_i)^k, \quad x \in [x_i, x_{i+1}], \quad i = 0, \ldots, N-1. \tag{1}$$

Интерполяционным кубическим сплайном $S(f; x)$ называется сплайн, удовлетворяющий условиям $S(f; x_i)=f_i$, $i=0, 1, \ldots, N$, где $f_i$ — значения аппроксимируемой функции в узлах сетки $\Delta$, а также требованию непрерывности сплайна и его первой и второй производных во внутренних узлах $x_i$, $i=$

$=1, 2, \ldots, N-1$ сетки $\Delta$. Использование еще двух дополнительных краевых условий позволяет однозначно определить коэффициенты, необходимые для построения сплайна.

Из различных вариантов алгоритмов построения кубических сплайнов, приведенных в [4], был выбран сплайн, представляемый на каждом промежутке $[x_i, x_{i+1}]$ формулой

$$S(f;x) = f_i(1-t)^2(1+2t) + f_{i+1}t^2(3-2t) + \\ + m_i h_i t(1-t)^2 - m_{i+1} h_i t^2 (1-t), \qquad (2)$$

где $h_i = x_{i+1} - x_i$, $t = (x - x_i)/h_i$.

Для определения $N+1$ неизвестных $m_i = S'(f;\, x_i)$ служит система уравнений

$$\begin{aligned} &m_0 = f_0'; \\ &\lambda_i m_{i-1} + 2m_i + \mu_i m_{i+1} = c_i,\ i = 1, \ldots, N-1; \qquad (3) \\ &m_N = f_N', \end{aligned}$$

вытекающая из условия непрерывности второй производной в точках $x_i$, $i=1, 2, \ldots, N-1$, и краевых условий

$$S'(f;\, x_0) = f'(x_0),\ S'(f;\, x_N) = f'(x_N). \qquad (4)$$

Здесь

$$\mu_i = \frac{h_{i-1}}{h_{i-1} + h_i}; \quad \lambda_i = 1 - \mu_i;$$

$$c_i = 3\left(\mu_i \frac{f_{i+1} - f_i}{h_i} + \lambda_i \frac{f_i - f_{i-1}}{h_{i-1}}\right). \qquad (5)$$

Решение системы (3) находится методом прогонки.

Второй из использованных нами сплайнов (рациональный) является обобщением кубического сплайна и имеет вид [4]

$$S_R(x) = f_i(1-t) + f_{i+1}t + C_i\left[\frac{t^3}{1 + p_i(1-t)} - t\right] + \\ + D_i\left[\frac{(1-t)^3}{1 + q_i t} - (1-t)\right]. \qquad (6)$$

Здесь $p_i$ и $q_i$ — заданные числа в интервале $(-1, \infty)$, а коэффициенты $C_i$ и $D_i$ равны

$$C_i = \frac{-(3 + q_i)(f_{i+1} - f_i) - h_i m_i + (2 + q_i) h_i m_{i+1}}{(2 + q_i)(2 + p_i) - 1};$$

$$D_i = \frac{(3+p_i)(f_{i+1}-f_i) - h_i m_{i+1} - (2+p_i)h_i m_i}{(2+q_i)(2+p_i)-1}. \qquad (7)$$

Величины $m_i = S_R'(x_i)$, $i=0,\ldots,N$, определяются при помощи системы уравнений

$$\begin{aligned} & m_0 = f_0'; \\ & \lambda_i P_{i-1} m_{i-1} + [\lambda_i P_{i-1}(2+q_{i-1}) + \mu_i Q_i(2+p_i)]m_i + \\ & \qquad + \mu_i Q_i m_{i+1} = c_i; \qquad (8) \\ & m_N = f_N' \quad (i=1, 2, \ldots, N-1), \end{aligned}$$

где использованы следующие обозначения:

$$\lambda_i = \frac{h_i}{h_{i-1}+h_i}; \quad \mu_i = 1 - \lambda_i;$$

$$P_{i-1} = \frac{3+3p_{i-1}+p_{i-1}^2}{(2+q_{i-1})(2+p_{i-1})-1};$$

$$Q_i = \frac{3+3q_i+q_i^2}{(2+q_i)(2+p_i)-1}; \qquad (9)$$

$$c_i = \lambda_i P_{i-1}(3+q_{i-1})\frac{f_i - f_{i-1}}{h_{i-1}} + \mu_i Q_i(3+p_i)\frac{f_{i+1}-f_i}{h_i}.$$

В случае $p_i = q_i = 0$, $i=0,\ldots,N-1$, соотношения (6) — (9) для рационального сплайна переходят в соответствующие соотношения для кубического сплайна.

## 3. Методика эксперимента

Числовые расчеты были проведены для трех моделей ИСЗ с периодами обращения 43085, 86170 и 7200 с. В качестве аппроксимируемых функций использовались прямоугольные координаты и скорости спутника. Сетка узловых значений координат и скоростей, необходимых для построения сплайна (использовалось равномерное разбиение), а также эталонные значения, необходимые для определения погрешности построенного сплайна, находились численным интегрированием уравнений движения спутника по программе Н. А. Шарковского, реализующей интеграторы Рунге — Кутты — Нистрема различных порядков [5]. При этом учитывались возмущения от гармоник геопотенциала второго порядка и лунно-солнечного притяжения.

Исходные системы элементов орбит спутников взяты следующими:

| Модель № 1 | Модель № 2 | Модель № 3 |
|---|---|---|
| $T=43085$ с | $a=42166{,}0819$ км | $a=8058{,}9271$ км |
| $e=0{,}01$ | $e=0{,}01$ | $e=0{,}05$ |
| $i=63°{,}4'$ | $i=10°$ | $i=65°$ |
| $\omega=80°$ | $\omega=30°$ | $\omega-45°$ |
| $\Omega=110°$ | $\Omega=15°$ | $\Omega=72°$ |
| $M=0$ | $\tau=39600$ с | $M=230°$ |

Здесь $a$, $e$, $i$, $\omega$, $\Omega$, $M$ — кеплеровы элементы орбиты; $T$ — период обращения спутника вокруг Земли; $\tau$ — момент прохождения через перигей.

Вычисления были организованы так, что подыскивалось минимальное число разбиений промежутка аппроксимации, необходимое для достижения заданной точности, которая варьировалась в интервале от 10 км до 1 м.

Параметры $p_i$ и $q_i$, входящие в формулы для построения рационального сплайна, определялись перебором всех возможных значений этих величин от 0 до —0,1 с шагом $d=-0{,}0001$ (небольшой опыт работы с рациональными сплайнами показал, что в нашем случае величины $p_i$, $q_i$ следует задавать в интервале $(-0{,}1;\ 0)$).

Результаты расчетов представлены в таблице.

| $\varepsilon_{км}$ | Модель № 1 | | Модель № 2 | | Модель № 3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $N_s$ | $N_{s_R}$ | $N_s$ | $N_{s_R}$ | $N_s$ | $N_{s_R}$ |
| 10 | 11 | 8 | 12 | 9 | 9 | 8 |
| 9 | 11 | 8 | 13 | 10 | 9 | 8 |
| 8 | 11 | 8 | 13 | 10 | 10 | 8 |
| 7 | 12 | 8 | 13 | 10 | 10 | 8 |
| 6 | 12 | 8 | 14 | 10 | 10 | 8 |
| 5 | 13 | 9 | 14 | 10 | 10 | 8 |
| 4 | 13 | 9 | 15 | 11 | 12 | 8 |
| 3 | 14 | 10 | 16 | 11 | 12 | 8 |
| 2 | 16 | 10 | 18 | 12 | 15 | 9 |

Продолжение таблицы

| $\varepsilon_{км}$ | Модель № 1 | | Модель № 2 | | Модель № 3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $N_S$ | $N_{S_R}$ | $N_S$ | $N_{S_R}$ | $N_S$ | $N_{S_R}$ |
| 1 | 19 | 12 | 21 | 14 | 15 | 12 |
| 0,9 | 19 | 13 | 22 | 14 | 16 | 12 |
| 0,8 | 20 | 13 | 22 | 15 | 16 | 12 |
| 0,7 | 20 | 13 | 23 | 15 | 18 | 12 |
| 0,6 | 21 | 14 | 24 | 16 | 18 | 12 |
| 0,5 | 22 | 14 | 25 | 17 | 18 | 12 |
| 0,4 | 23 | 15 | 27 | 17 | 20 | 15 |
| 0,3 | 25 | 17 | 28 | 19 | 20 | 15 |
| 0,2 | 27 | 18 | 31 | 21 | 24 | 16 |
| 0,1 | 32 | 23 | 37 | 26 | 30 | 20 |
| 0,09 | 33 | 23 | 38 | 28 | 30 | 20 |
| 0,08 | 34 | 23 | 39 | 28 | 30 | 20 |
| 0,07 | 35 | 24 | 40 | 29 | 30 | 20 |
| 0,06 | 37 | 24 | 42 | 31 | 30 | 20 |
| 0,05 | 39 | 25 | 44 | 33 | 32 | 24 |
| 0,04 | 40 | 26 | 46 | 34 | 36 | 24 |
| 0,03 | 44 | 28 | 50 | 38 | 36 | 24 |
| 0,02 | 48 | 31 | 55 | 48 | 40 | 30 |
| 0,01 | 57 | 37 | 65 | 56 | 48 | 36 |
| 0,009 | 59 | 38 | 67 | 57 | 48 | 36 |
| 0,008 | 61 | 39 | 69 | 57 | 50 | 36 |
| 0,007 | 63 | 41 | 71 | 57 | 60 | 36 |
| 0,006 | 65 | 42 | 75 | 57 | 60 | 36 |
| 0,005 | 67 | 45 | 78 | 57 | 60 | 40 |
| 0,004 | 72 | 47 | 83 | 57 | 60 | 40 |
| 0,003 | 77 | 50 | 88 | 59 | 64 | 45 |
| 0,002 | 85 | 57 | 98 | 65 | 72 | 48 |
| 0,001 | | 70 | | 82 | 90 | 60 |

Здесь $\varepsilon_{км}$ — заданная точность аппроксимации, измеряемая в километрах; $N_S$ и $N_{SR}$ — число разбиений интервала, равного одному обороту спутника, для кубического и рационального сплайнов соответственно.

## 4. Заключение

Резюмируя опыт, накопленный нами в процессе работы над сплайновой аппроксимацией параметров движения ИСЗ, и подводя итоги численного эксперимента, можно сказать следующее.

В силу того, что сплайн, аппроксимирующий численное решение на каком-либо промежутке, имеет кусочно-многочленную структуру, его преимущество в плане оперативности (например, перед чебышевскими полиномами) очевидно. Оперативность расчета по сплайновой формуле обусловлена количеством арифметических операций, необходимых для вычисления только одного звена сплайна, относящегося к промежутку $[x_i, x_{i+1}]$, содержащему момент $x$, на который осуществляется прогноз. При использовании кубического сплайна минимальное число арифметических операций равно 14: 9 сложений, 4 умножения и 1 деление. Для случая равномерной сетки алгоритм поиска промежутка $[x_i, x_{i+1}]$, которому принадлежит момент $x$, может заключаться в вычислении целого от $(x-x_0)/h$, где $h$ — шаг сетки, что не приводит к существенным дополнительным затратам времени.

Числовая информация, определяющая сплайн, состоит из массива узловых точек $x_i$, значений аппроксимируемой функции в узловых точках $f_i$, коэффициентов сплайна $m_i$, свободных параметров $p_i$, $q_i$ (в случае рациональных сплайнов) и значений производной от аппроксимируемой функции в граничных точках интервала прогнозирования. Таким образом, число узлов сетки, на которой строится сплайн, определяет объем необходимой для его построения информации. Из этой информации можно исключить коэффициенты сплайна $m_i$, объединив алгоритм их вычисления с алгоритмом вычисления значения сплайна.

В результате расчетов, приведенных в таблице, определено число узлов, необходимое для аппроксимации на одном обороте с заданной точностью параметров движения трех различных моделей ИСЗ кубическими и рациональными сплайнами. Аппроксимация при помощи рационального сплайна на сетке с фиксированным числом узлов дала в среднем точность в пять раз выше, чем при использовании кубического сплайна. Очевидно, организация более удачного автоматического подбора свободных параметров $p_i$, $q_i$ могла бы еще улучшить этот результат.

Для сокращения информации об узлах и узловых значениях сплайна можно использовать представление сплайнов в виде так называемых B-сплайнов [4]. Кроме того, уменьшить объем хранимой информации можно, используя неравномерную сетку, для построения которой необходимо оценивать каким-либо образом четвертую производную от аппроксимируемой функции.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Deprit A., Poplarchek W., Deprit-Bartholome A. Compression of ephemerides. — Celest. Mech., 1975. N 11, p. 53—58.
2. Быкова Л. Е., Тамаров В. А. О представлении эфемерид спутников планет полиномами Чебышева. — Письма в АЖ, 1978, т. 4, № 8, с. 378—380.
3. Deprit A., Poplarchek W., Pickard H. M. Compression of Ephemerides by Discrete Chebyshev Approximations. — AIAA Paper, 1978, N 1403.
4. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. — М.: Наука, 1980. — 352 с.
5. Бордовицына Т. В., Шарковский Н. А., Федяев Ю. А. Современные численные методы в задачах прогнозирования движения ИСЗ. — В кн.: Определение и моделирование движения ИСЗ и гравитационного поля. Новосибирск: Наука, 1980, с. 24—44.



Поступила в редакцию
в ноябре 1981 г.

# АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ОТ ЛУННО-СОЛНЕЧНЫХ ПРИЛИВОВ В ЧИСЛЕННОМ ИНТЕГРИРОВАНИИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ИСЗ

**Н. А. Шарковский**

Одной из причин изменения гравитационного поля Земли со временем является деформация, возникающая в результате притяжения внешним телом каждого ее элемента.

Поскольку возмущающий потенциал внешнего тела, действующий на элементы массы Земли, можно представить в виде разложения по сферическим гармоникам, то все деформации в теле Земли могут быть описаны теми же гармониками, умноженными на числовые коэффициенты, которые характеризуют ее упругие свойства.

Этот факт, установленный Лявом, можно интерпретировать несколько иначе — каждая гармоника потенциала внешнего тела, умноженная на числовой коэффициент, может рассматриваться как поправка в соответствующий гармонический коэффициент гравитационного поля Земли. Алгоритм вычисления этих поправок, удобный для реализации его на ЭВМ, предложен в настоящей работе. Возмущающий потенциал, обусловленный лунными (солнечными) приливами в теле Земли, имеет следующий вид [1]:

$$W = \mu' \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k_n}{a_e} \left( \frac{a_e}{r'} \right)^{n-1} \left( \frac{a_e}{r} \right)^{n+1} P_n(\cos\psi), \qquad (1)$$

где $k_n$ — числа Лява; $\mu'$ — гравитационная постоянная возмущающего тела; $a_e$ — экваториальный радиус Земли; $r$ и $r'$ — соответственно геоцентрические расстояния до спутника и возмущающего тела; $\psi$ — угол между ними в предположении, что Земля — идеально упругое тело. Вследствие того, что Земля не является идеально упругим телом, направление на максимальное вздутие приливного горба не будет совпадать с направлением на возмущающее тело на некоторый угол $\tau$. Будем предполагать, что $\tau$ есть двугранный угол между плоскостями меридианов, проходящих через максимальное вздутие приливного горба и возмущающее тело. Следовательно, аргумент $\cos\psi$, входящий в соотношение (1), может быть выражен через экваториальные координаты спутника $(\alpha, \delta)$, возмущающего тела $(\alpha', \delta')$, и угол $\tau$ посредством соотношения

$$\cos\psi = \sin\delta \sin\delta' + \cos\delta \cos\delta' \cos(\alpha' + \tau - \alpha). \tag{2}$$

Воспользуемся теперь теоремой сложения для полиномов Лежандра. Тогда получим

$$P_n(\cos\psi) = \sum_{m=0}^{n} (2 - \delta_{m0}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\sin\delta') P_n^m(\sin\delta) \times \times \cos[m(\alpha' + \tau - \alpha)]. \tag{3}$$

где $P_n^m(\nu)$ — присоединенные полиномы Лежандра; $\delta_{m0}$ — символ Кронекера.

Представим $\cos(\alpha' + \tau - \alpha)$ в виде

$$\cos(\alpha' + \tau - \alpha) = \mathrm{Re}(e^{-i(\alpha'+\tau)} e^{i\alpha})$$

и, вводя полностью нормированные полиномы Лежандра

$$\bar{P}_n^m(\nu) = \sqrt{\frac{(2 - \delta_{m0})(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\nu),$$

запишем формулу (3) следующим образом:

$$P_n(\cos\varphi) = \mathrm{Re} \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{2n+1} e^{-im\tau} \bar{P}_n^m(\sin\delta') \bar{P}_n^m(\sin\delta) \times \bar{P}_n^m(\sin\delta') e^{-im\alpha'} e^{im\alpha}. \tag{4}$$

В соотношении (4) разделены члены, относящиеся к координатам спутника и возмущающего тела. Определим далее при $0 \leqslant m \leqslant n$ следующие шаровые функции:

$$\bar{V}_{nm} = \frac{\bar{P}_n^m(\sin\delta) e^{im\alpha}}{r^{n+1}};$$

$$\bar{V}_{nm}^* = \frac{\bar{P}_n^m(\sin\delta') e^{-im\alpha'}}{(r')^{n+1}}. \tag{5}$$

Перейдем в формулах (5) к прямоугольным координатам $(x, y, z)$ и $(x', y', z')$. Штрих означает, что данные координаты относятся к возмущающему телу.

Получим

$$V_{nm} = \frac{Z_{nm}(z,r)(x+iy)^m}{r^{2n+1}};$$

$$V_{nm}^* = \frac{Z_{nm}(z',r')(x'-iy')^m}{(r')^{2n+1}}, \qquad (6)$$

где функции $Z_{nm}$ определены соотношением

$$Z_{nm} = \frac{\sqrt{(2-\delta_{m0})(2n+1)(n-m)!(n+m)!}}{2^n n!} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^{\left[\frac{n-m}{2}\right]} \frac{(-1)^k}{2^{2k}} \binom{m+2k}{k} \binom{n}{m+2k} z^{n-m-2k} r^{2k}. \qquad (7)$$

Выражения

$$H_{nm} = Z_{nm}(z,r)(x+iy)^m;$$

$$H_{nm}^* = Z_{nm}(z',r')(x'-iy')^m \qquad (8)$$

представляют собой стандартные полностью нормированные сферические гармоники степени m и порядка n.

Заметим, что функции $V_{nm}$ и $V_{nm}^*$ будут иметь одну и ту же схему вычислений, поскольку $V_{nm}^*$ является величиной, комплексно сопряженной с

$$V_{nm}' = \frac{Z(z',r')(x'+iy')^m}{(r')^{2n+1}}. \qquad (9)$$

Для отрицательных значений m в (9) выполняется следующее равенство:

$$V'_{n-m} = (-1)^m V_{nm}^*. \qquad (10)$$

Учитывая предыдущее замечание, введем для шаровых функций $V_{nm}$ и $V_{nm}'$ общее обозначение $v_{nm}$, а прямоугольные координаты любого из рассматриваемых тел (ИСЗ, Луна, Солнце) будем обозначать через $(x_1, x_2, x_3)$.

Алгоритм Канингема [2] для вычисления полностью нормированных $v_{nm}$ запишется в виде

$$v_{nn} = \sqrt{\frac{(2n+1)(2-\delta_{n0})}{(2-\delta_{n-1,0})2n}}\,\frac{(x_1+ix_2)}{\rho^2}\,v_{n-1,n-1} \quad (n=m);$$

$$v_{nm} = \sqrt{\frac{4n^2-1}{n^2-m^2}}\,\frac{x_3}{\rho^2}\,v_{n-1,m} -$$

$$- \sqrt{\frac{(2n+1)[(n-1)^2 - m^2]}{(n^2 - m^2)(2n-3)}} \frac{v_{n-2,m}}{\rho^2}, \qquad (11)$$

где $\rho^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, а начальные значения $v_{00} = 1/\rho$.

Покажем необходимость использования только двух соотношений, вместо трех, которые приводит Канингем.

Третье рекуррентное соотношение дано Канингемом для случая, когда $n - m = 1$. Из последнего соотношения в (11) видно, что при $n - m = 1$ коэффициент у второго слагаемого в правой части равен нулю. Следовательно, если мы будем использовать только первое слагаемое, то получим точное выражение для третьего рекуррентного соотношения. Очевидно, что для него нет необходимости вводить отдельную схему вычисления.

Запишем теперь возмущающий потенциал (1) в виде разложения по шаровым функциям

$$W = \mu' \mathrm{Re} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \frac{k_n a_e^{2n+1} e^{-im\tau}}{2n+1} V_{nm}^* V_{nm}. \qquad (12)$$

В этом выражении выполним редукцию за поворот на угол $m\tau$ функций $V_{nm}^*$.

Редуцированные $\tilde{V}_{nm}^*$ определяются формулой

$$\tilde{V}_{nm}^* = (\cos m\tau \mathrm{Re} V_{nm}^* - \sin m\tau \mathrm{Im} V_{nm}^*) -$$
$$- i(\sin m\tau \mathrm{Re} V_{nm}^* + \cos m\tau \mathrm{Im} V_{nm}^*), \qquad (13)$$

причем функции $\cos m\tau$ и $\sin m\tau$ могут быть также определены рекуррентным способом

$$\cos m\tau = \cos(m-1)\tau \cos\tau - \sin(m-1)\tau \sin\tau;$$
$$\sin m\tau = \cos(m-1)\tau \sin\tau + \sin(m-1)\tau \cos\tau. \qquad (14)$$

Аналогичная ситуация возникает и в случае приведения гармонических коэффициентов гравитационного поля Земли к осям фиксированной в пространстве системы координат, поэтому приведенные выше соотношения (13) и (14) могут быть использованы и для этого случая.

Для вычисления ускорений, вызываемых приливным потенциалом, продифференцируем выражение (12) частным образом по координатам спутника ($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$). В результате получим

$$\frac{\partial W}{\partial x_i} = \mu' \mathrm{Re} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \frac{k_n a_e^{2n+1} e^{-im\tau}}{2n+1} V_{nm}^* \frac{\partial V_{nm}}{\partial x_i}. \qquad (15)$$

Для частных производных от шаровых функций $\bar{V}_{nm}$ также имеют место рекуррентные соотношения:

$$\frac{\partial V_{nm}}{\partial x} = \frac{1}{2}(-A_{nm}V_{n+1,m+1} + B_{nm}V_{n+1,m-1});$$

$$\frac{\partial V_{nm}}{\partial y} = \frac{1}{2}(A_{nm}V_{n+1,m+1} + B_{nm}V_{n+1,m-1});$$

$$\frac{\partial V_{nm}}{\partial z} = -C_{nm}V_{n+1,m}. \qquad (16)$$

Коэффициенты $A_{nm}$, $B_{nm}$ и $C_{nm}$ имеют следующий вид:

$$A_{nm} = \sqrt{\frac{(2-\delta_{m0})(2n+1)(n+m+2)(n+m+1)}{(2-\delta_{m+1,0})(2n+3)}};$$

$$B_{nm} = \sqrt{\frac{(2-\delta_{m0})(2n+1)(n-m+2)(n-m+1)}{(2-\delta_{m-1,0})(2n+3)}};$$

$$C_{nm} = \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m+1)(n-m+1)}{2n+3}}. \qquad (17)$$

Заметим, что $A_{n,-m} = B_{nm}$. Следовательно, при $m=0$ они равны. В этом случае в выражениях (16) нужно функции $V_{n+1,-1}$ заменить на $-V_{n+1,1}^{*}$ в соответствии с соотношением (10).

Если возмущения от зональной части в (15) вычисляются отдельно, то лучше использовать следующие выражения:

$$\frac{\partial V_{n0}}{\partial x} = -A_{n0}\mathrm{Re}V_{n+1,1};$$

$$\frac{\partial V_{n0}}{\partial y} = -A_{n0}\mathrm{Im}V_{n+1,1};$$

$$\frac{\partial V_{n0}}{\partial z} = -C_{n0}V_{n+1,0}. \qquad (18)$$

Как известно, потенциал притяжения Земли может быть представлен в виде [2]:

$$U = \frac{\mu}{r} + \mu\mathrm{Re}\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} a_e^n(\bar{c}_{nm} - i\bar{s}_{nm})V_{nm}, \qquad (19)$$

где $\mu$ — гравитационная постоянная Земли; $\bar{c}_{nm} - i\bar{s}_{nm}$ — полностью нормированные гармонические коэффициенты.

Сравнивая выражения (19) и (12), видим, что если ввести обозначение

$$\delta\gamma_{lnm} = \sum_{l=1}^{2} \frac{\mu_l}{\mu} \frac{k_n e^{-im\tau} a_e^{n+1}}{2n+1} V_{nm,l}^{*}, \tag{20}$$

где $l$ — номер возмущающего тела, то можно получить следующее выражение для геопотенциала, искаженного за счет приливной деформации:

$$\tilde{U} = \frac{\mu}{r} + \mu \mathrm{Re} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} a_e^n \tilde{\gamma}_{nm} V_{nm}, \tag{21}$$

где $\tilde{U} = U + W$;

$$\tilde{\gamma}_{nm} = (\bar{c}_{nm} - i\bar{s}_{nm}) + \delta\gamma_{lnm}.$$

Величины $\delta\gamma_{nm} = (\delta\bar{c}_{nm} - i\delta\bar{s}_{nm})$ можно рассматривать как поправки в гармонические коэффициенты $(\bar{c}_{nm}, \bar{s}_{nm})$. Эти поправки будут отображать изменение гравитационного поля Земли вследствие приливов.

Таким образом, можно по единому алгоритму производить вычисления шаровых функций гравитационного поля Земли и поправок в гармонические коэффициенты, соответствующие этим функциям. Алгоритм вычисления поправок удобен при численном интегрировании уравнений движения ИСЗ, так как построен по типу алгоритма Канингема, который получил широкое распространение в задачах небесной механики.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Kozai Y. Effects of the tidal deformation of the Earth on the motion of close Earth satellites. — Publ. Astron. Soc. Тpan., 1965, v. 17, N 4, p. 395—402.

2. Cunningham L. E. On the computation of the spherical harmonic terms needed during the numerical integration of the orbital motion of on artificial satellite. — Celest. Mech., 1970, v. 2, N 2, p. 207—216.

Поступила в редакцию
в июне 1981 г.

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА DUD К ЗАДАЧЕ УЛУЧШЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТ

**С. С. Краев**

Метод DUD, предложенный Рэлстоном в 1975 г. [4], применяется к задаче улучшения параметров орбит. Метод не требует вычисления производных и обладает характеристиками сходимости методов ньютоновского типа. Свойства сходимости метода исследуются на модельной задаче.

В практике улучшения параметров математических моделей по результатам измерений обычной является процедура минимизации функции вида

$$\Phi(\bar{g}) = [r(\bar{g},t) - r^*]^T K^{-1}[r(\bar{g},t) - r^*]. \quad (1)$$

Здесь $\bar{q}$ — m-мерный вектор определяемых параметров; $r(\bar{q}, t)$ — расчетный N-мерный вектор измеряемых параметров; $r^*$ — N-мерный вектор измерений; $K^{-1}$ — весовая матрица измерений.

Задача минимизации функции вида (1) сводится к решению системы нелинейных уравнений

$$R^T K^{-1}[r(\bar{g},t) - r^*] = 0. \quad (2)$$

Здесь R — матрица размерности $N \times m$, элементы $(R)_{ij}$ которой являются производными $\partial r_i/\partial g_j$, $i=\overline{1, N}$; $j=\overline{1, m}$. Для решения системы уравнений (2) применяется итерационный метод Ньютона

$$\bar{g}_{n+1} = \bar{g}_n - \{(R^T K^{-1} R + G)^{-1} R^T K^{-1}[r(\bar{g},t) - r^*]\}_{g = g_n}. \quad (3)$$

Здесь G — матрица, элементами которой являются комбинации вторых частных производных $\dfrac{\partial^2 r_i}{\partial g_l \partial g_k}$, элементов матрицы $K^{-1}$ и элементов $[r(\bar{q}, t) - r^*]$. В задачах улучшения параметров орбит, как правило, используется модификация схемы (3), носящая название метода Гаусса—Ньютона:

$$\bar{g}_{n+1} = \bar{g}_n - \{(R^T K^{-1} R)^{-1} R^T K^{-1} [r(\bar{g}, t) - r^*]\}_{\bar{g} = \bar{g}_n}. \quad (4)$$

Если начальные значения параметров $q_0$ достаточно близки к решению, то процесс (4) сходится быстро. Методы прямого поиска минимума функции (1) позволяют расширить область сходимости по сравнению с процессом (4), но требуют больших вычислительных затрат. Наиболее эффективными из них являются методы симплексного типа. В работе [1] показано, что эти методы могут быть использованы на этапе предварительного улучшения грубых значений параметров с последующим их улучшением методом Гаусса—Ньютона.

В данной работе применяется новый метод DUD, не требующий производных [4]. Название метода происходит от английского doesn't use derivatives, а свойства его исследуются на модельной задаче определения параметров орбит.

## Описание метода

Пусть $\bar{g}_1, \bar{g}_2, \ldots, \bar{g}_{m+k}$ — комплекс точек в пространстве параметров, где $m$ — размерность этого пространства. Расположим точки в порядке убывания значений минимизируемой функции, то есть

$$\Phi(\bar{g}_1) \geqslant \Phi(\bar{g}^2) \geqslant \ldots \geqslant \Phi(\bar{g}_{m+k}). \quad (5)$$

Определим линейную функцию некоторых параметров $\bar{\alpha}$ следующим образом:

$$f(\bar{\alpha}) = r(\bar{g}_{m+k}) + \Delta F \bar{\alpha}, \quad (6)$$

где i-й столбец матрицы $\Delta F$, который задается через

$$\Delta F_i = r(\bar{g}_i) - r(\bar{g}_{m+k}). \; i = 1, 2, \ldots, m + k - 1. \quad (7)$$

Линейные параметры $\bar{\alpha}$ находятся из решения задачи минимизации функции

$$\Psi(\bar{\alpha}) = [f(\bar{\alpha}) - r^*]^T [f(\bar{\alpha}) - r^*]. \quad (8)$$

Очевидно, что

$$\bar{\alpha} = (\Delta F^T \Delta F)^{-1}) \Delta F^T [r^* - r(\bar{g}_{m+k})] \quad (9)$$

Новая величина вектора параметров $\bar{g}_{NEW}$ определяется из уравнения

$$\bar{g}_{NEW} = \bar{g}_{m+k} + \Delta\Theta\bar{\alpha}, \quad (10)$$

где i-й столбец матрицы $\Delta\Theta$ задается соотношением

$$\Delta\Theta_i = \bar{g}_i - \bar{g}_{m+k};\ i=1, 2, \ldots, m+k-1. \qquad (11)$$

Заменяем один из векторов (обычно $g_i$) на $\bar{g}_{NEW}$ и возобновляем процесс по формулам (5) — (11).

Особый критерий сходимости не является целой составной частью алгоритма. Можно использовать, например, критерий

$$\Phi(\bar{g}_{m+k}) \leqslant EPS \qquad (12)$$

или

$$\frac{|\Phi(\bar{g}_{NEW}) - \Phi(\bar{g}_i)|}{\Phi(\bar{g}_i)} \leqslant EPS,\ i = 1, 2, \ldots, m+k. \qquad (13)$$

В методе Гаусса—Ньютона критерием сходимости является уменьшение значения минимизируемой функции на каждом шаге итерационного процесса (4). Метод DUD допускает колебания значений минимизируемой функции $\Phi$, однако систематическое увеличение или резкое возрастание значения функции на первом шаге может привести к расходимости.

## Модельный пример

В качестве примера рассматривалось движение материальной точки в экваториальной плоскости уровенного эллипсоида вращения. Наблюдаемый вектор положения точки определялся следующим образом:

$$r_i^* = r(\bar{g}_{ист}, t_i) + \delta_i';$$
$$\alpha_i^* = \alpha(\bar{g}_{ист}, t_i) + \delta_i''.$$

Здесь $r$ — радиус-вектор положения точки; $\alpha$ — прямое восхождение; $\bar{g}_{ист}(a, e, \mu, \nu)$ — истинные значения параметров начальных условий; $a$ — большая полуось орбиты; $e$ — эксцентриситет; $\mu$, $\nu$ — угловые переменные; $\delta'$, $\delta''$ — ошибки измерений, моделируемые с помощью датчика случайных чисел.

Минимизировалась функция

$$\Phi = \sum_{c=1}^{N} \{[r(\bar{g},t_i) - r_i^*]^2 + r^{2*}[\alpha(\bar{g},t_i) - \alpha_i^*]^2\}.$$

Расчет величин $r$, $\alpha$ производился с точностью до $e^3$, Ie согласно соотношениям, приводимым в [2]. Ошибки измерений определялись при следующих значениях параметров: $\sigma = 0'',1$; $M(\sigma) = 0$. Вычисления проводились для 30 моментов, причем выборка измерений состоит из двух групп, равномерно по-

Таблица 1

**Улучшение грубых значений параметров с помощью метода DUD**

| i | $\hat{a}$, км | $\hat{e}$ | $\hat{\mu}$ | $\hat{\nu}$ | Ф | Порядок |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 26000,00 | 0,53 | 0,37 | 0,31 | 3,12 | +07 |
| 2 | 25000,00 | 0,54 | 0,38 | 0,31 | 2,84 | +07 |
| 3 | 24000,00 | 0,56 | 0,39 | 0,29 | 2,53 | +07 |
| 4 | 23500,00 | 0,51 | 0,35 | 0,33 | 2,36 | +07 |
| 5 | 23000,00 | 0,50 | 0,34 | 0,34 | 2,23 | +07 |
| 6 | 6985,03 | 0,503360 | 0,486421 | 0,193579 | 4,75 | +08 |
| 7 | 17383,88 | 0,532985 | 0,411619 | 0,258380 | 3,89 | +06 |
| 8 | 12763,73 | 0,571042 | 0,419290 | 0,250700 | 7,42 | +06 |
| 9 | 13592,30 | 0,667996 | 0,418898 | 0,251101 | 2,53 | +06 |
| 10 | 15577,67 | 0,644017 | 0,410833 | 0,259146 | 3,19 | +05 |
| 11 | 15566,16 | 0,642070 | 0,409335 | 0,270664 | 2,99 | +05 |
| 12 | 15205,67 | 0,651975 | 0,414494 | 0,265055 | 3,75 | +04 |
| 13 | 15195,71 | 0,652314 | 0,415160 | 0,264339 | 3,58 | +04 |
| 14 | 15030,18 | 0,653366 | 0,415126 | 0,264873 | 1,33 | +04 |
| 15 | 15003,11 | 0,656198 | 0,417112 | 0,262887 | 4,90 | +01 |
| 16 | 15004,71 | 0,656027 | 0,416992 | 0,263008 | 4,73 | +01 |
| 17 | 15004,32 | 0,655972 | 0,416949 | 0,263051 | 4,77 | +01 |
| 18 | 15006,42 | 0,664904 | 0,423638 | 0,256363 | 5,50 | +01 |

Продолжение табл. 1

| $i$ | $\hat{a}$, км | $\hat{e}$ | $\hat{\mu}$ | $\hat{\nu}$ | Ф | Порядок |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 19 | 14999,49 | 0,570104 | 0,353009 | 0,316991 | 2,14 | +01 |
| 20 | 15000,83 | 0,612414 | 0,384362 | 0,295638 | 3,03 | +01 |
| 21 | 14999,57 | 0,521874 | 0,391393 | 0,288992 | 3,90 | +01 |
| 22 | 14999,39 | 0,621310 | 0,391008 | 0,288607 | 3,80 | +01 |
| 23 | 14999,80 | 0,629199 | 0,404737 | 0,257232 | 4,80 | +01 |
| 24 | 14996,89 | 0,570875 | 0,348156 | 0,331849 | 2,80 | +01 |
| 25 | 15002,12 | 0,570244 | 0,400195 | 0,279756 | 2,08 | +01 |
| 26 | 14999,80 | 0,530176 | 0,414830 | 0,235033 | 1,11 | +01 |
| 27 | 14994,66 | 0,416 94 | 0,431436 | 0,218316 | 8,63 | +00 |
| 28 | 14991,18 | 0,404086 | 0,428219 | 0,231576 | 8,82 | +00 |
| 29 | 14994,08 | 0,415822 | 0,461131 | 0,218620 | 8,57 | +00 |
| 30 | 14994,38 | 0,417871 | 0,451144 | 0,228639 | 8,45 | +00 |
| 31 | 14994,41 | 0,442736 | 0,439129 | 0,210686 | 9,39 | +00 |
| 32 | 14995,39 | 0,487292 | 0,461027 | 0,218789 | 1,19 | +01 |
| 33 | 14993,75 | 0,487634 | 0,461191 | 0,218635 | 1,58 | +01 |
| 34 | 14993,13 | 0,438163 | 0,466009 | 0,213773 | 1,11 | +01 |
| 35 | 14995,17 | 0,448810 | 0,471793 | 0,293042 | 9,33 | +00 |
| 36 | 14994,70 | 0,466915 | 0,463945 | 0,214299 | 1,09 | +01 |
| 37 | 14994,05 | 0,481936 | 0,487855 | 0,217961 | 1,45 | +01 |
| 38 | 14994,44 | 0,458142 | 0,313299 | 0,122420 | 8,33 | +00 |

| i | $\hat{a}$, км | $\hat{e}$ | $\hat{\mu}$ | $\hat{\nu}$ | Φ | Порядок |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 39 | 14997,97 | 0,447847 | —0,017344 | —0,006020 | 7,29 | —01 |
| 40 | 14999,00 | 0,479168 | —0,055069 | —0,019523 | 3,15 | —01 |
| 41 | 14998,96 | 0,486382 | 0,005914 | 0,009393 | 1,79 | —01 |
| 42 | 14999,57 | 0,4[illegible]3060 | —0,020376 | 0,002063 | 8,06 | —02 |
| 43 | 14999,71 | 0,4[illegible]5780 | 0,001951 | 0,014804 | 6,02 | —02 |
| 44 | 14999,75 | 0,4[illegible]6155 | —0,003704 | 0,012282 | 5,66 | —02 |
| 45 | 14999,70 | 0,494421 | 0,005815 | 0,009424 | 2,55 | —02 |
| 46 | 14999,89 | 0,497378 | 0,004799 | 0,002932 | 4,08 | —03 |
| 47 | 15000,001 | 0,5[illegible]00[illegible]8 | —0,000215 | —0,000107 | 5,19 | —06 |
| 48 | 15000,001 | 0,5[illegible]00[illegible]2 | —0,0000015 | 0,00000092 | 1,44 | —09 |
| 49 | 14999,9999359 | 0,49999305136 | —0,0000000094 | 0,000000061 | 9,19 | —11 |
| 50 | 14999,9999351 | 0,49999387255 | —0,0000000004 | 0,000000072 | 9,17 | —11 |

Таблица 2

**Сравнение различных методов улучшения параметров орбит**

| Метод | | GNM | DUD | SIMPLEX | SIMPLEX+GNM |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 3 кв 1 кл | 0,5 | 3 кв 1 кл | 0,5 |
| Решение | a | 14999,9999950 | 14999,9999951 | 14999,9999949 | 14999,9999950 |
| | e | 0,49999988696 | 0,49999988125 | 0,49999988538 | 0,49999988696 |
| | μ | 0,00000000480 | −0,00000000480 | 0,00000000944 | −0,00000000480 |
| | ν | 0,00000007080 | 0,00000007260 | 0,00000007660 | 0,00000007080 |
| Сходится при поправках | Δa | 45 | 80000 | 80000 | 80000 |
| | Δe | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Δμ | 0,02 | 0,34 | 0,34 | 0,34 |
| | Δν | 0,02 | 0,34 | 0,34 | 0,34 |
| Расходится при поправках | Δa | 46 | Точных границ нет | Точных границ нет | Точных границ нет |
| | Δe | 0 | | | |
| | Δμ | 0,02 | | | |
| | Δν | 0,02 | | | |
| Вычислительные затраты | | 40 | 50 | 800 | 60 + 40 |
| Истинные значения параметров | | $a_{ист} = 15000$ | $e_{ист} = 0,5$ | $\mu_{ист} = 0$ | $\nu_{ист} = 0$ |

крывающих дуги длиной 180° и отстоящих друг от друга на интервале времени, равном 200 оборотам точки. При этом момент времени, на который определялись оценки параметров, находился посередине рассматриваемого интервала.

В табл. 1 приведены расчеты по методу DUD. Значение k принималось равным 1, т. е. любые пять векторов в таблице образуют текущий симплекс, на основе которого получается следующий вектор параметров. Знаком $\Lambda$ помечены значения параметров в вершинах симплекса. Для сравнения методов Гаусса—Ньютона (GNM), симплексного метода (SIMPLEX) и метода DUD за единицу вычислений было принято вычисление минимизируемой функции или эквивалентное в задачах улучшения параметров орбит вычисление m производных по параметрам от функции Ф. В табл. 2 приводится точность полученного различными методами решения, область сходимости и вычислительные затраты в принятых единицах.

В целом метод DUD быстро сходится и имеет большую область сходимости. Однако четких критериев, определяющих область сходимости, нет. В методе DUD, как и в симплексном методе, характеристики сходимости существенно зависят от взаимного расположения вершин симплекса на каждом шаге процесса. При систематическом ухудшении или зацикливании процесса в методе DUD необходимо предусмотреть перестройку и изменение вершин симплекса.

Многочисленные расчеты с помощью метода DUD и его модификаций показали, что метод имеет самостоятельное значение и может использоваться в сочетании с методами симплексного типа на этапе предварительного улучшения параметров с последующим их улучшением методом Гаусса — Ньютона.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Черницов А. М. Улучшение орбит при грубых значениях начальных параметров. — Астрономия и геодезия. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1981, вып. 9, с. 48—56.

2. Холшевников К. В. К учету возмущений в процессе улучшения орбит. — Вестник/ ЛГУ, 1973, № 13, с. 153—159.

3. Nelder I. A, Mead R. Asimplex method for function minimization. — Computer Iournal, 1965, N 7, p. 308—313.

4. Ralston M. L. Dud, a Derivative — Free Algorithm for Nonlinear Least Sguares. — Technometrics, 1978, vol. 20, N 1, p. 7—14.


Поступила в редакцию
в ноябре 1981 г.

# РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ МЕТЕОРОВ

**Ю. И. Волощук, Б. Л. Кащеев, А. А. Ткачук**

Одной из важнейших характеристик метеорных тел является их распределение по скоростям. Чаще всего рассматриваются распределения внеатмосферных $v_{\infty}$ или геоцентрических $v_g$ скоростей метеорных тел. Это объясняется тем, что для решения большинства научных и прикладных задач, связанных с физикой метеорных явлений, с атмосферой Земли или околоземным космическим пространством, необходимо знать именно эти скорости метеорных тел. Играет роль и то обстоятельство, что определение скоростей $v_{\infty}$ и $v_g$ по наблюдениям значительно проще, чем определение гелиоцентрических скоростей $v_h$ метеорных тел, поскольку в последнем случае необходимы базисные наблюдения.

Как известно, внеатмосферные скорости метеорных тел, принадлежащих к Солнечной системе, находятся в пределах приблизительно от 11 до 73 км/с, а распределение скоростей наблюдаемых метеоров имеет довольно сложный двумодальный характер (рис. 1). Вид этого распределения определяется многими факторами: истинным распределением скоростей $v_h$ метеорных тел, орбитальным движением и притяжением Земли, селективностью метода наблюдения и пр. Эффект движения Земли по своей орбите сказывается очень сильным и приводит к тому, что наблюдаемое распределение $v_{\infty}$ зависит от времени суток и является функцией координат радиантов метеоров, прежде всего, элонгации радиантов от апекса Земли [1—4].

Физический фактор замечаемости метеоров оказывает наибольшее влияние на распределение скоростей $v_{\infty}$ и $v_g$, поскольку является функцией скорости метеоров. В зависимости от принятых моделей физической теории метеоров исправленные за селективность наблюдений распределения внеатмос-

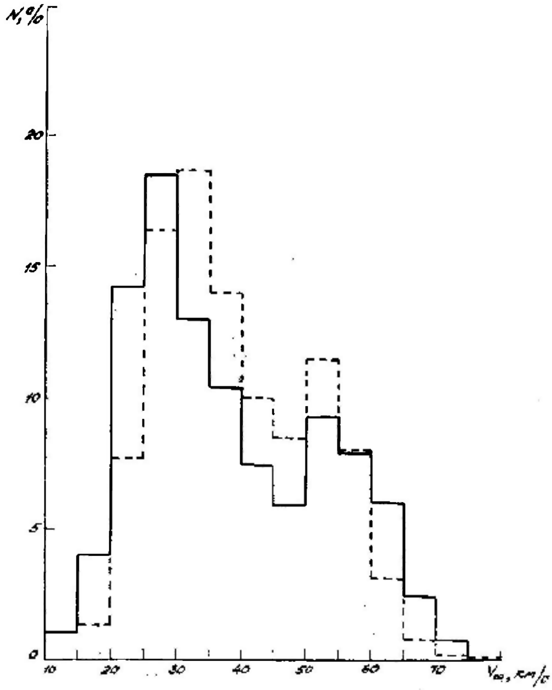


Рис. 1. Распределения внеатмосферных скоростей метеоров по радионаблюдениям 16—22 июня 1975 г.: — — — — наблюдаемое распределение; ———— исправленное с учетом замечаемости (геометрический и физический факторы)

ферных или геоцентрических скоростей метеорных тел получаются различными [5].

Эти особенности затрудняют практическое применение распределений скоростей $v_\infty$ и $v_g$ (в частности, их аппроксимацию, построение математической модели и ее использование для расчетов на ЭВМ). В этом смысле более удобным может оказаться применение распределений гелиоцентрических скоростей метеорных тел. Распределения метеоров по $v_h$ имеют более простой вид, есть основания считать, что они мало изменяются для разных областей небесной сферы и более стабильны во времени [6, 7]. Можно также ожидать, что селективность наблюдений (как геометрический, так и физический факторы замечаемости) должна не очень сильно искажать распределения гелиоцентрических скоростей метеоров [8], поскольку при усреднении данных наблюдений за период более суток при любой скорости $v_h$ будут регистрироваться метеоры со всевозможными скоростями $v_\infty$ и любыми радиантами (доступными для наблюдений на данной широте).

Некоторое усложнение расчетов, связанное с применением в качестве исходного распределения гелиоцентрических скоростей метеоров вместо распределения геоцентрических скоростей, не является существенным в связи с широким внедрением в практику ЭВМ. Зато таким путем можно в какой-то мере избежать трудностей, вызванных отсутствием экспериментальных распределений геоцентрических скоростей метеоров для углов элонгации радиантов от апекса $\varepsilon > 120° — 150°$.

Нами была поставлена задача исследовать распределения гелиоцентрических скоростей метеорных тел по данным многолетних радиолокационных наблюдений метеоров до $+12^m$ в Харькове. При обработке экспериментальных данных учтены с помощью весовых множителей геометрический и физический факторы замечаемости радиометеоров, рассчитанные по методике, изложенной в работе [9]. Астрономическая селекция наблюдений не учитывалась, поскольку в настоящей работе не рассматривается истинное распределение метеорных тел в Солнечной системе. Кроме того, до настоящего времени среди исследователей все еще нет единого мнения о правильной методике учета астрономической селекции.

Были проанализированы результаты измерений скоростей и радиантов свыше 100 тысяч индивидуальных метеоров по наблюдениям 1975—1977 гг. Наблюдения проводились круглосуточно циклами по 5—10 суток в каждом месяце (иногда и больше). Были построены общие (со всей наблюдательной части небесной сферы) распределения гелиоцентрических скоростей метеорных тел для каждого месяца отдельно, среднегодовые распределения и частные распределения для отдельных участков небесной сферы. Небесная сфера разбивалась при этом на «клетки» размером $10° \times 10°$ в эклиптикальной гелиоцентрической системе координат.

На рис. 2 показано усредненное за три года наблюдений

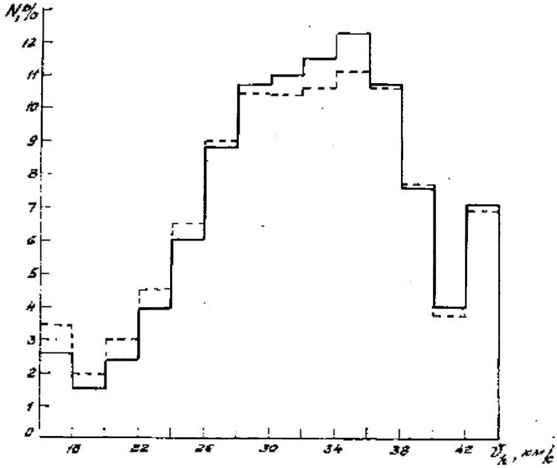


Рис. 2. Усредненное распределение гелиоцентрических скоростей метеоров по радионаблюдениям 1975—1977 гг. (обозначения см. на рис. 1)

распределение гелиоцентрических скоростей метеорных тел. Оно является типичным для всех циклов наблюдений, поэтому отдельно для каждого месяца распределения не представлены. Вместо этого в таблице приведены некоторые параметры распределений гелиоцентрических скоростей (среднее значение скорости $\bar{v}$, наиболее вероятное (модальное) значение скорости $v_м$ и соответствующее значение вероятности $W_м$), а также указано количество метеоров N, по которым получены распределения. Для каждого месяца объединены данные за три указанные выше года.

Можно отметить очень высокую статистическую обеспеченность результатов измерений: среднемесячные распределения построены по нескольким тысячам метеоров, а среднегодовые — по десяткам тысяч. Это исключает случайные статистические ошибки, обусловленные эффектом малой выборки. По данным, приведенным в таблице, видно, что распределения гелиоцентрических скоростей метеорных тел изменяются в течение года и ряда лет незначительно. Среднее значение скорости находится в пределах 31,5—33 км/с. Боль-

**Параметры распределений гелиоцентрических скоростей метеорных тел**

| Месяц или год | v, км/с | $v_м$, км/с | $W_м$ | N |
|---|---|---|---|---|
| Январь | 32,7 | 36 | 0,122 | 9080 |
| Февраль | 32,2 | 31<br>36 | 0,134<br>0,132 | 10333 |
| Март | 33,0 | 36 | 0,139 | 5221 |
| Апрель | 32,0 | 35 | 0,138 | 8579 |
| Май | 32,0 | 35 | 0,132 | 3951 |
| Июнь | 31,9 | 29<br>33 | 0,115<br>0,123 | 9626 |
| Июль | 31,5 | 29 | 0,111 | 12483 |
| Август | 31,9 | 29<br>33 | 0,107<br>0,114 | 12570 |
| Сентябрь | 32,0 | 29<br>33 | 0,111<br>0,122 | 9377 |
| Октябрь | 32,2 | 31 | 0,114 | 6188 |
| Ноябрь | 32,2 | 34 | 0,113 | 4366 |
| Декабрь | 32,3 | 33 | 0,117 | 8169 |
| 1975 | 32,2 | 35 | 0,124 | 53204 |
| 1976 | 32,3 | 34 | 0,120 | 33302 |
| 1977 | 32,1 | 35 | 0,167 | 15013 |

шинство распределений имеет одномодальный характер. В некоторые месяцы (февраль, июнь, август, сентябрь) наблюдается два близко расположенных максимума с небольшими «провалами» между ними, но статистически они незначительны.

На краях распределений значения N относятся не к интервалу скоростей $v_h = 2$ км/с, как для всего остального распределения, а для $v_h < 18$ км/с и $v_h > 42$ км/с, поэтому увеличение здесь N не означает увеличения плотности вероятности. Метеорных тел со скоростями $v_h < 18$ км/с наблюдается 2—3%, а тел, скорость которых превышает параболический предел, — в среднем около 5%. Часть из них можно объяснить случайными ошибками измерений.

Можно также отметить малое различие (не превышающее 1—2%) наблюдаемых и исправленных за замечаемость распределений гелиоцентрических скоростей метеоров. Это подтверждает сделанное выше предположение о несущественном влиянии селективности наблюдений на истинное распределение $v_h$.

Как показали исследования, распределения и среднее значение гелиоцентрической скорости метеорных тел для разных областей небесной сферы изменяются, но значительно мень-

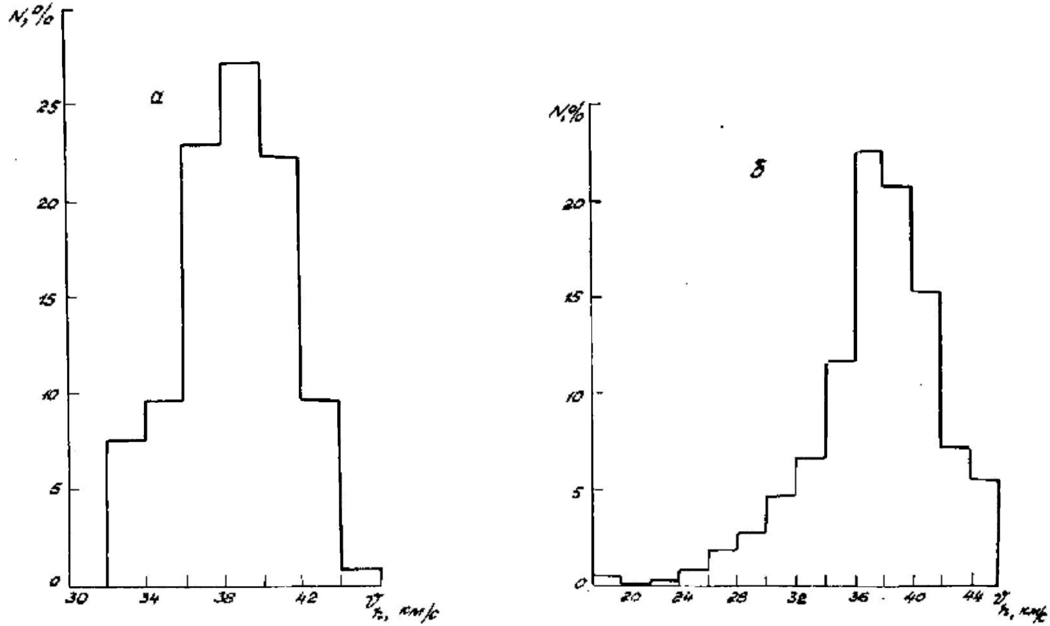


Рис. 3. Наблюдаемые распределения гелиоцентрических скоростей ярких (*а*) и слабых (*б*) фотографических метеоров

ше, чем распределение геоцентрических скоростей. Характер изменений такой же, как отмечен в работах [5, 6]: наибольшую среднюю гелиоцентрическую скорость (35—38 км/с) имеют метеоры, радианты которых находятся в антиапексной области и вблизи плоскости эклиптики. С увеличением широты радиантов средняя скорость $v_h$ уменьшается на 4—5 км/с. Однако с достаточной для многих практических целей точностью можно считать распределение гелиоцентрических скоростей метеорных тел независимым от координат радиантов и времени года.

Представляет интерес сравнить полученные в настоящей работе распределения с результатами фотографических наблюдений метеоров. На рис. 3 показаны наблюдаемые распределения гелиоцентрических скоростей ярких [10] и слабых [11] фотографических метеоров. Как видно из рисунка, эти распределения существенно отличаются от распределения скоростей мелких метеорных тел по данным радионаблюдений. Если для слабых радиометеоров среднее значение $\bar{v}_h \approx 32$ км/с, для более крупных — $v_h \approx 34$ км/с [6], то всего лишь 10% слабых фотографических метеоров имеют скорость $v_h < 32$ км/с, а ярких фотографических метеоров, по данным работы [10], с такими скоростями вообще не зарегистрировано. Близкие результаты получены и в работе [12] (за исключением того, что распределение $v_h$ имеет явно выраженный двумодальный характер). В распределении скоростей слабых фотографических метеоров (см. рис. 2, *б*) обращает на себя внимание очень высокая концентрация метеоров в интервале $v_h = 36—42$ км/с (около 60%).

Хотя распределение скоростей по фотографическим наблюдениям и не исправлено с учетом факторов селективности, можно сделать вывод, что средние гелиоцентрические скорости метеорных тел уменьшаются с уменьшением их массы. Такой же вывод следует и из анализа распределений элементов орбит.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кащеев Б. Л., Ушаков В. М. Изучение распределений метеоров по гелиоцентрическим скоростям радиометодом. — В кн.: Радиотехника. Харьков: Изд-во ХГУ, 1971, вып. 16, с. 62—66.

2. Андрианов Н. С., Пупышев Ю. А. О распределении по небесной сфере геоцентрических скоростей спорадических метеоров. — В кн.: Метеорное распространение радиоволн. Казань: Изд-во КГУ, 1970, вып. 7, с. 3—20.

3. Андреев В. В., Белькович О. И. Распределение геоцентрических радиантов и скоростей метеорных тел. — Астрономический вестник, 1975, т. 9, № 4, с. 224—231.

4. Волощук Ю. И., Кащеев Б. Л., Ткачук А. А. Скорости метеорных частиц по результатам радиолокационных наблюдений. 1. Распределения скоростей. — Астрономический вестник, 1981, т. 15, № 2, с. 125—133.

5. Ткачук А. А. Влияние селективности радионаблюдений на распределение скоростей метеоров. — В кн.: Метеорные исследования. М.: Радио и связь, 1981, № 7, с. 28—36.

6. Кащеев Б. Л., Новоселова Н. В., Ушаков В. М. Распределение метеоров по гелиоцентрическим скоростям. — В кн.: Радиотехника. Харьков: Изд-во ХГУ, 1971, вып. 3, с. 5—9.

7. Волощук Ю. И., Кащеев Б. Л. Распределение метеорных тел вблизи орбиты Земли. — М.: Наука, 1981. — 187 с.

8. Кащеев Б. Л., Ткачук А. А. Результаты радиолокационных наблюдений слабых метеоров. Каталог орбит метеоров до $+12^m$. — В кн.: Материалы мирового центра данных Б. М.: Изд-во ВИНИТИ, 1980. с. 232.

9. Ткачук А. А. Замечаемость слабых радиометеоров. — В кн.: Проблемы космической физики. Киев: Вища школа, 1974, вып. 9, с. 92—98.

10. Whipple F. L. Photographic meteor orbits and theirdistribution in space. — Astron. J., 1954, vol. 59, N 1218, p. 201—217.

11. McCrosky R. E., Posen A. Orbital elements of Photographic meteors. — Smithson. Contribs. Astrophys, 1961, vol. 4, N 2, p. 15—17.

12. Бабаджанов П. Б., Крамер Е. Н. Методика и некоторые результаты фотографических исследований метеоров. — М.: Изд-во АН СССР. — 144 с.

Поступила в редакцию
в сентябре 1981 г.

# ОБ УЧЕТЕ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ СЕЛЕКЦИИ

**В. С. Заболотников**

Исследования распределений элементов орбит метеорных тел имеют очень большое значение для понимания природы метеорного вещества в Солнечной системе. Однако вследствие того, что частицы, движущиеся по орбитам разных форм, размеров и наклонений, имеют различную вероятность попадания на Землю, экспериментальные данные искажены наблюдательной селекцией, которую обычно называют астрономической. Поскольку распределения являются практически единственным источником информации о происхождении спорадического метеорного вещества, то вопрос учета астрономической селекции имеет принципиальное значение.

В настоящее время для учета влияния астрономического фактора чаще всего используется формула Э. Эпика [1], приведенная Ф. Уипплом [2] к более удобному для этой цели виду. Такое применение формулы основано на чисто физических соображениях, так как позволяет вычислить вероятность столкновения метеорного тела с Землей за промежуток времени, равный периоду его оборота по своей орбите. В то же время Эпиком решалась совершенно другая задача, поэтому необходимо более строгое математическое обоснование использования с иной целью полученной им формулы. До сих пор такого обоснования сделано не было, что является достаточно серьезной причиной для того, чтобы еще раз рассмотреть вопрос учета астрономической селекции.

Рассмотрим фазовую функцию, полностью описывающую структуру всего облака межпланетных метеорных частиц. В качестве аргументов этой функции выберем шесть Кеплеровых элементов, характеризующих форму, размеры и ориентацию орбиты в пространстве, а также положение частицы на траектории. Поскольку в небесной механике существуют модификации одних и тех же элементов, то выбор аргументов становится неоднозначным и может быть сделан по-разному. Однако фазовая функция, определенная в какой-либо конкретной системе параметров кеплеровой орбиты, путем замены переменных может быть переписана в любом другом ее виде, поэтому без потери общности выберем в качестве аргументов следующий набор элементов: $a$ — большая полуось; $e$ — эксцентриситет: $i$ — наклонение плоскости орбиты к плоскости эклиптики; $\omega$ — аргумент перигелия; $\Omega$ — долгота узла и $v$ — истинная аномалия. Таким образом, в общем виде фазовая функция запишется так:

$$F = \frac{dN}{N da de di d\omega d\Omega dv}, \tag{1}$$

где $N$ — полное число частиц в Солнечной системе. При записи соотношения (1) предполагалось выполнение условия стационарности в облаке межпланетных метеорных частиц.

Функция (1) полностью определяет структуру комплекса метеорных частиц в любой точке Солнечной системы, в том числе и в окрестности орбиты Земли. Эта же функция однозначно характеризует структуру потока метеоров, наблюдаемых с поверхности притягивающей и движущейся Земли. Если считать, что число зарегистрированных метеоров, т. е. тех метеоров, которые за единцу времени наблюдения пересекут реальную собирающую площадку, расположенную в метеорной зоне, в среднем характеризует поток частиц на всю поверхность Земли, то можно установить зависимость между параметрами наблюдаемого потока и параметрами фазовой функции (1). Решим эту задачу.

Для учета притяжения Земли заменим ее сферой радиусом $\tau$, который связан с радиусом Земли $R$ следующей известной формулой:

$$\tau = R \frac{v_\infty}{v_g}, \tag{2}$$

где $v_\infty$ — наблюдаемая скорость частицы; $v_g$ — ее геоцентрическая скорость.

Зафиксируем произвольным образом некоторые значения элементов $a$, $e$, $i$ и момент наблюдения $t_0$. Тогда за время $dt$ поверхности планеты смогут достичь все частицы, находящиеся в момент $t_0$ внутри цилиндра высотой $v_\infty dt$ и поперечным сечением $\pi\tau^2$. Кроме того, ось цилиндра ориентирована по вектору геоцентрической скорости $v_g$.

С помощью функции (1) отыщем число частиц, пересекающих за единицу времени dt единичную площадку, расположенную в основании рассмотренного выше цилиндра. Для этого в плоскости эклиптики определим систему прямоугольных декартовых координат, аналогичную той, которую вводит Э. Эпик [1]. Ось x направим по линии узлов, а ось y — вдоль вектора скорости орбитального движения Земли. Затем в соотношении (1) произведем замену переменных. Вместо $\omega$ и $\Omega$ введем x и y соответственно. В результате получим

$$F = QI^{-1}, \tag{3}$$

где Q определяется следующим соотношением:

$$Q = \frac{dN}{N da de di dv dx dy}. \tag{4}$$

Здесь I — абсолютная величина якобиана функционального преобразования;

$$I = \left\| \begin{matrix} \frac{\partial\omega}{\partial x} & \frac{\partial\omega}{\partial y} \\ \frac{\partial\Omega}{\partial x} & \frac{\partial\Omega}{\partial y} \end{matrix} \right\|. \tag{5}$$

Можно показать, что

$$I = \frac{d\omega}{dx} = tg\alpha, \tag{6}$$

где $\alpha$ — угол между осью x и вектором гелиоцентрической скорости $v_g$. Формула $\frac{d\omega}{dx} = tg\,\alpha$ впервые получена Эпиком [1].

Если обозначить $dS = dxdy$, то площадка $d\sigma_g$, нормальная вектору $v_g$, определяется следующим очевидным равенством:

$$d\sigma_g = dS \cdot \mathrm{Cos}\,\varphi_g, \tag{7}$$

где $\varphi_g$ — угол между вектором $v_g$ и нормалью к плоскости эклиптики. Из соответствующего сферического треугольника найдем

$$\cos\varphi_g = \sin\varepsilon_g \cdot \sin\psi. \tag{8}$$

Здесь $\varepsilon_g$ — элонгация геоцентрического радианта; $\psi$ — угол между плоскостью эклиптики и плоскостью, проходящей через радиант и линию апекс-антиапекс. Элемент истинной аномалии dv связан с высотой цилиндра $v_\infty dt$ следующей формулой:

$$dv = v_\infty dt \sin\alpha. \tag{9}$$

Вводя обозначение

$$P'_g = \frac{dN}{N da de di d\sigma_g dt} \qquad (10)$$

и учитывая (4), (6), (7) и (8), из (3) с точностью до нормирующего множителя получим

$$F = P'_g \frac{\sin\varepsilon_g \cdot \sin\Psi}{\operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha v_\infty}. \qquad (11)$$

Из (10) видно, что число частиц с данными элементами a, e, i, пересекающих за единицу времени площадку $d\sigma_g$, равно

$$dN = NP_g' da de di d\sigma_g dt. \qquad (12)$$

Интегрируя (12) по площади всего поперечного сечения $\pi\tau^2$ в предположении, что (10) не зависит от прицельного расстояния, найдем полное число частиц, выпавших на всю поверхность Земли за время dt. Кроме того, если $P_g$ — распределение этих частиц по элементам a, e, i, то с точностью до постоянной можно записать

$$P_g = P_g'\tau^2. \qquad (13)$$

С учетом (13) формула (11) будет иметь следующий вид:

$$F = P_g \frac{\sin\varepsilon_g \cdot \sin\Psi}{\tau^2 \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha v_\infty}. \qquad (14)$$

Поскольку предполагалось, что реальные наблюдения в среднем характеризуют поток частиц на всю поверхность планеты, то соотношение (14) устанавливает связь между параметрами распределения, полученного непосредственно из наблюдений, и параметрами фазовой функции. Приписывая каждой метеорной частице каталога индивидуальных орбит весовой коэффициент, пропорциональный сомножителю, стоящему в правой части соотношения (14), мы тем самым приводим ее к единичному фазовому объему $da de di d\omega d\Omega dv$. С другой стороны, поскольку исследования распределений проводятся для того, чтобы сравнить число частиц, движущихся по орбитам разных форм, размеров и наклонений, функция F обладает необходимым для этого свойством — она позволяет сравнивать между собой число метеороидов, приходящихся на единичный фазовый объем. В этом смысле распределения, полученные на основе функции (1), можно считать истинными. Таким образом, соотношение (14) устанавливает зависимость между распределениями, полученными из наблюдений, и истинными распределениями, что решает задачу учета астрономической селекции.

С помощью замены переменных можно показать, что формула Эпика с точностью до постоянной приводится к следующему виду:

$$P_{э} = \frac{\tau^2 \operatorname{tg} \alpha}{\sin \varepsilon_g \cdot \sin \Psi} \cdot \tag{15}$$

Сравнение (14) и (15) показывает, что формула Эпика входит сомножителем в правую часть соотношения (14), а следовательно, полностью не решает проблему учета астрономической селекции и не может применяться для построения распределений элементов орбит.

При выводе формулы (14) используется условие попадания частицы на Землю, однако при этом остается неясным физический смысл учета астрономической селекции. Чтобы решить этот вопрос, дадим иной вывод равенства (14). Для этого заметим, что все частицы, находящиеся внутри цилиндра, о котором шла речь выше, имеют одни и те же большую полуось, эксцентриситет и наклонение плоскости орбиты, но отличаются друг от друга значениями остальных элементов — аргумента перигелия, долготы узла и истинной аномалии. Причем значения этих переменных могут изменяться в очень небольших пределах — $\Delta\omega$, $\Delta\Omega$ и $\Delta v$, величина которых зависит от радиуса эффективного сечения захвата и от значений остальных параметров орбиты — a, e, i. Поэтому число частиц dK с данными a, e, i, выпавших на поверхность Земли за единицу времени dt, определяется следующим интегралом:

$$dK = N \int_{\omega_1}^{\omega_2} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \int_{v_1}^{v_2} F\, da\, de\, di\, d\omega\, d\Omega\, dv. \tag{16}$$

Так как интервалы $\Delta\omega$, $\Delta\Omega$, $\Delta v$ малы, то можно считать, что функция F внутри них остается постоянной. Тогда из (16) вытекает

$$dK = NF\, da\, de\, di\, \Delta\omega \Delta\Omega \Delta v. \tag{17}$$

Величина $\Delta v$ определяется из соотношения (9). Размеры интервалов $\Delta\omega$ и $\Delta\Omega$ можно получить из элементарных геометрических соображений. Не останавливаясь на них, приводим сразу конечный результат

$$\Delta\omega = \frac{\tau \operatorname{tg} \alpha}{\sin \psi}; \tag{18}$$

$$\Delta\Omega = \frac{\tau}{\sin\varepsilon_g}. \qquad (19)$$

Теперь, если подставить (9), (18) и (19) в (17), а затем поделить обе части на dadedidt, вновь придем к соотношению (14).

Равенство (17) разъясняет физический смысл учета астрономической селекции. Приписывая каждой метеорной частице весовой коэффициент, обратно пропорциональный объему $\Delta\omega\Delta\Omega\Delta v$, мы тем самым как бы «размазываем» частицу по этому объему.

Для случая стационарного облака метеорных частиц более выгодно вместо истинной аномалии v ввести в фазовую функцию время t, так как в этом случае она будет зависеть только от пяти переменных — a, e, i, $\omega$, $\Omega$. Если такую функцию обозначить через $F_1$, то ее общий вид определится следующим образом:

$$F_1 = \frac{dN}{N da de di d\omega d\Omega dt}. \qquad (20)$$

Связь между F и $F_1$ устанавливается с помощью интеграла площадей, который можно записать в таком виде:

$$\frac{dv}{dt} = \sqrt{p},$$

где p — параметр орбиты.

Легко показать, что

$$\sqrt{p} = v_h \cdot \sin\alpha.$$

Тогда F и $F_1$ связаны следующим соотношением:

$$F_1 = F v_h \cdot \sin\alpha. \qquad (21)$$

С учетом (21) соотношение (14) можно переписать

$$F_1 = P_x \frac{\sin\varepsilon_g \cdot \sin\psi v_n}{r^2 \operatorname{tg}\alpha \cdot v_\infty}. \qquad (22)$$

По сравнению с F функция $F_1$ имеет более конкретный физический смысл. Она позволяет сравнивать между собой число частиц, порождаемых за единицу времени dt пучком траекторий, заключенных в единичный объем $da de di d\omega d\Omega$. Поэтому более разумно в качестве весовых коэффициентов, учитывающих астрономическую селекцию, использовать коэффициенты, стоящие в правой части формулы (22).

Кроме того, функция $F_1$ позволяет перейти к распределениям, пропорциональным полному числу частиц, движущихся по данному пучку траекторий. Для этого, воспользовавшись условием стационарности, проинтегрируем $F_1$ по периоду оборота частиц по своей орбите. Если результат интегрирования обозначить через $F_2$, то получим

$$F_2 = F_1 a^{3/2}.$$

Для того, чтобы непосредственно из наблюдений получить функцию $F_2$, необходимо правую часть соотношения (22) домножить на $a^{3/2}$.

В заключение сделаем несколько замечаний общего характера. Известно, что с поверхности Земли можно наблюдать только те метеорные частицы, элементы орбит которых удовлетворяют следующему условию:

$$\begin{cases} a(1-e) < 1 \text{ а. е.;} \\ a(1+e) > 1 \text{ а. е.} \end{cases}$$

Естественно, что функция $F_1$, полученная на основе экспериментальных данных, характеризует распределения элементов только таких орбит. Поэтому можно сказать, что, оставаясь в границах того наблюдательного материала, который получен с поверхности Земли, мы решаем только часть задачи по учету астрономической селекции. Вопрос о построении фазовой функции, описывающей структуру всего облака метеорного вещества в Солнечной системе, в конечном счете упирается в проблему учета ненаблюдаемых орбит.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Öpik E. J. Collision probabilities with the planets and the distribution of interplanetary matter. — Proc. Roy. Irish Acad., 1951, vol. 54, N 12 p. 165.
2. Whipple F. L. Photographic meteor orbits and their distribution in space. — Astron. J., 1954, vol. 59, p. 201.



Поступила в редакцию
в сентябре 1981 г.

# МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ И АКТИНОМЕТРИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ ВО ВРЕМЯ СОЛНЕЧНОГО ЗАТМЕНИЯ 31 ИЮЛЯ 1981 г. В г. ТОМСКЕ и пос. КРАСНОЯРКА КЕМЕРОВСКОЙ ОБЛАСТИ

**С. В. Коржинская**

Экспедицией Томского государственного университета и Томского отделения ВАГО во время солнечного затмения 31 июля 1981 г. были проведены метеорологические и актинометрические наблюдения в полосе полного затмения пос. Красноярка Кемеровской области и в полосе частного затмения (г. Томск).

Синоптическая обстановка в районе с. Красноярка характеризовалась малоградиентным полем повышенного давления. В течение всего затмения и нескольких часов после него отмечалась абсолютно ясная безветренная погода, но накануне шли дожди, что обеспечило высокую относительную влажность. Место для проведения наблюдений было выбрано на большой поляне с травянистым покровом в удалении от высоких деревьев и строений. Температура и относительная влажность измерялись аспирационным психрометром Ассмана, поверенным на заводе-изготовителе, атмосферное давление — барометром-анероидом БАММ-1, поверенным в бюро поверки Западно-Сибирского территориального управления по гидрометеорологии. Скорость ветра регистрировалась ручным чашечным анемометром МС-13, поверенным на заводе-изготовителе в 1977 г., но не бывшим еще в употреблении. Психрометр и анемометр были укреплены на стойке высотой 160 см. Барометр-анероид располагался рядом на столике. Результаты измерения температуры, влажности и давления во времени и в зависимости от фазы затмения с введением поправок представлены в табл. 1 и на рис. 1. Здесь, как и в дальнейшем, указывается местное декретное летнее время (местное декретное время плюс 1 ч). Время отмечалось по наручным часам, проверенным предварительно по секундным сигналам с точностью до $^1/_2$ минуты.

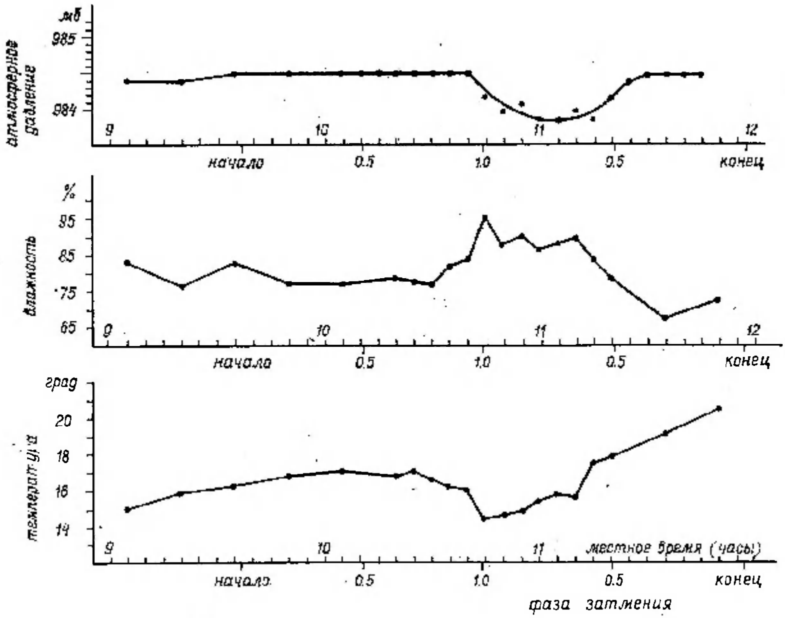


Рис. 1. Изменения температуры, влажности и давления во время солнечного затмения 31.VII.81 г. (пос. Красноярка Кемеровской обл.)

Синоптическая обстановка в г. Томске на день затмения характеризовалась размытым полем пониженного давления, что обусловило пасмурную погоду практически в течение всего затмения. Лишь после наступления максимальной фазы отмечалось кратковременное сползание облачности с солнечного диска. Наблюдения велись с площадки астрономической обсерватории Томского университета. Площадка покрыта железными листами, окрашенными в светлую краску. Для регистрации температуры, влажности и давления использовались приборы, аналогичные вышеупомянутым. Психрометр и анемометр крепились на вертикальных рейках, установленных вдоль ограждения площадки. Барометр анероид располагался рядом на столике. Результаты этих измерений представлены в табл. 2.

Анализ результатов измерения температуры во время солнечного затмения в пос. Красноярка (в полосе полного за-

Таблица 1

**Температура, влажность и давление во время затмения 31.VII.81 г. по наблюдениям в с. Краснoярка Кемеровской обл.**

| Время | Температура, °С | Влажность, % | Давление, мбар |
|---|---|---|---|
| 9 ч 05 м | 15,1 | 83 | 984.4 |
| 20 | 16,0 | 77 | 984.4 |
| 35 | 16,3 | 83 | 984.5 |
| 50 | 16,9 | 77 | 984.5 |
| 10 05 | 17,1 | 77 | 984.5 |
| 20 | 16,9 | 79 | 984.5 |
| 25 | 17,1 | 78 | 984.5 |
| 30 | 16,7 | 77 | 984.5 |
| 35 | 16,3 | 82 | 984.5 |
| 40 | 16,1 | 84 | 984.5 |
| 45 | 14,5 | 96 | 984.2 |
| 50 | 14,7 | 88 | 984.0 |
| 55 | 14,9 | 90 | 984.1 |
| 11 00 | 15,5 | 87 | 983.9 |
| 05 | 15,9 | 88 | 983.9 |
| 10 | 15,8 | 90 | 984.0 |
| 15 | 17,7 | 84 | 983.9 |
| 20 | 17,9 | 79 | 984.2 |
| 35 | 19,1 | 68 | 984.4 |
| 50 | 20,5 | 73 | 984.5 |
| 12 05 | 19,9 | 67 | 984.5 |
| 20 | 21,7 | 67 | 984.5 |
| 32 | 22,0 | 64 | 984.5 |

тмения) показал, что падение температуры началось не сразу, а приблизительно через 30 мин после начала частного затмения. Это объясняется тем, что затмение пришлось на утренние часы, когда увеличение высоты Солнца над горизонтом оказывало на прогрев воздуха большее действие, чем сокращение площади солнечного диска. Момент максимального понижения температуры воздуха запаздывает по отноше-

Таблица 2

**Температура, влажность и давление во время затмения 31.VII.81 по наблюдениям в г. Томске**

| Время | Температура, град. | Влажность, % | Давление, мбар |
|---|---|---|---|
| 9 ч 02 м | 16,3 | 98 | 1000 |
| 15 | 16,1 | 100 | 1000,1 |
| 25 | 16,1 | 98 | 1000,1 |
| 35 | 16,3 | 91 | 1000,1 |
| 45 | 16,3 | 91 | 1000,1 |
| 55 | 16,3 | 91 | 999,1 |
| 10 00 | 16,3 | 91 | » |
| 10 | 16,2 | 92 | » |
| 20 | 16,3 | 91 | » |
| 30 | 16,4 | 91 | » |
| 35 | 16,3 | 91 | » |
| 40 | 16,3 | 91 | » |
| 45 | 16,1 | 90 | » |
| 50 | 16,3 | 91 | » |
| 55 | 16,1 | — | » |
| 11 00 | 16,2 | 91 | » |
| 05 | 16,3 | 91 | » |
| 10 | 16,1 | 91 | » |
| 20 | 16,9 | 91 | » |
| 30 | 17,3 | 89 | » |
| 40 | 17,1 | 84 | » |
| 50 | 17,1 | 87 | » |
| 12 00 | 17,3 | 90 | » |

нию к середине полной фазы затмения на 4 мин. Амплитуда составляет 2,6°. Интересно отметить, что субъективное ощущение наблюдателями похолодания было значительнее, чем это показали приборы.

Если учесть суточный ход температуры, на кривой (см. рис. 1, *а*) можно выделить вторичный минимум, наступивший через 27 мин после середины полной фазы. Этот интересный эффект был отмечен еще при наблюдении затмений в 1936, 1952, 1956 гг. Двойной минимум температуры почвы и температуры воздуха наблюдался везде, где фаза затмения была значительной (>0,8) и эффект не был смазан облачностью или проходящим фронтом [2, 3, 6, 9]. Вторичный минимум объясняется согласно [9] скачкообразным увеличением турбулентного обмена после разрушения инверсии, возникшей в результате солнечного затмения. Отток тепла из низлежащих слоев воздуха вследствие этого начинает преобладать над притоком от земной поверхности, а это приводит к вторичному кратковременному понижению температуры на фоне уже начавшегося ее роста.

Значительная облачность при наблюдении частного солнечного затмения в Томске сгладила эффект охлаждения воздуха, что хорошо видно из табл. 2.

Изменения атмосферного давления, связанное с солнечным затмением, удалось зарегистрировать только в полосе полного затмения. Понижение давления, начавшееся вблизи максимальной фазы, продолжалось в течение 25 мин и составило 0,6 мбар. К концу частного затмения атмосферное давление восстановилось до прежнего уровня. Это небольшое, но отчетливое понижение давления хорошо видно на рис. 1,*в*. С ним, по-видимому, связан и небольшой порыв ветра (2—3 м/с), отмеченный по анемометру на фоне полного штиля через 25 мин после регистрации минимального давления.

Аналогичные этим изменения атмосферного давления были зарегистрированы во время затмения 19.VI 1936 г. на ст. Белореченской [13], 25.II 1952 г. — в Шаартаузе, Ленинабаде [2] и Красноярске [3]. При наблюдении затмения 25.II 1952 г. в Сталинграде [1] был зарегистрирован порыв ветра через 25 мин после конца затмения. Объяснить это, как считают авторы, можно образованием термического сжатия воздуха в зоне затмения и сопутствующим небольшим изменением давления с последующим выравниванием барического градиента путем перемещения воздуха в виде порыва ветра.

Но чаще всего ход атмосферного давления и ветер во время затмения определялись синоптической обстановкой и суточным ходом [1, 3, 8, 10, 12, 14, 15].

По нашим наблюдениям, в Томске давление в течение всего затмения оставалось постоянным (см. табл. 2). Ручной чашечный анемометр регистрировал штиль или слабые движения воздуха меньше 1 м/с.

Изменения относительной влажности, по наблюдениям в пос. Красноярка, близки обратному ходу температурной кривой (рис. 1, *б*). Максимальная относительная влажность (96%) зарегистрирована при минимальной температуре воздуха. Было отмечено появление обильной росы на траве, метеоприборах, других предметах. Наблюдения за относительной влажностью в Томске не показали каких-либо интересных связей (см. табл. 2).

В программу актинометрических наблюдений в полосе полного солнечного затмения входила регистрация прямой солнечной радиации термоэлектрическим актинометром М-3 в паре с гальванометром ГСА-1, суммарной, рассеянной и отраженной радиации — походным альбедометром М-69 в паре с гальванометром ГСА-1МА. Регистрация прямой солнечной радиации проводилась дополнительно через светофильтры ЗС-1, КС-11, ЖС-18.

В Томске (в полосе частного солнечного затмения) в условиях пасмурной погоды регистрировалась только рассеянная радиация.

Отсчеты брались каждые 3—5 мин. Место нуля по актинометру определялось в начале, середине и конце наблюдений, а по альбедометру — в каждой серии измерений суммарной, рассеянной и отраженной радиации.

Результаты актинометрических наблюдений представлены в табл. 3—5 и на рис. 2—5 в делениях гальванометра.

Таблица 3

**Прямая солнечная радиация по наблюдениям через фильтры ЗС-1, КС-11, ЖС-18 и без фильтров в пос. Красноярка Кемеровской области**

| Время | Прямая солнечная радиация | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Без фильтра | КС-11 | ЖС-18 | ЗС-18 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 9 ч 02 м | 13,5 | 9,5 | 10,5 | 2,5 |
| 43 | 21,0 | 11,5 | 14,5 | 3,5 |
| 49 | 30,0 | 19,5 | 23,5 | 5,5 |
| 53 | 32,2 | 20,5 | 24,6 | 5,5 |
| 56 | 32,7 | 20,6 | 25,5 | 5,5 |
| 59 | 32,2 | 20,0 | 24,5 | 4,7 |
| 10 03 | 30,5 | 18,5 | 22,5 | 4,5 |

Продолжение табл. 3

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 05 | 28,8 | 18,2 | 21,7 | 4,2 |
| 08 | 26,7 | 16,7 | 19,9 | 3,6 |
| 11 | 24,6 | 15,2 | 17,7 | 3,3 |
| 15 | 20,7 | 12,7 | 15,7 | 2,7 |
| 19 | 18,4 | 10,6 | 13,7 | 2,7 |
| 21 | 16,2 | 9,5 | 11,7 | 2,2 |
| 24 | 13,7 | 8,2 | 9,7 | 1,9 |
| 27 | 11,0 | 7,0 | 8,0 | 2,0 |
| 30 | 9,0 | 6,0 | 7,0 | 1,5 |
| 32 | 7,0 | 5,0 | 5,2 | 1,0 |
| 34 | 5,0 | 3,5 | 4,0 | 0,8 |
| 36 | 3,5 | 2,0 | 2,1 | 0,1 |
| 39 | 1,5 | 1,0 | 1,0 | 0,0 |
| 40 | 0,6 | 0,1 | 0,1 | » |
| 41 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | » |
| 44 | » | » | » | » |
| 48 | 2,0 | 2,0 | 2,0 | 0,5 |
| 50 | 4,0 | 2,5 | 3,0 | 1,0 |
| 54 | 7,3 | 5,3 | 5,3 | 2,3 |
| 56 | 8,8 | 5,9 | 7,0 | 2,3 |
| 11 00 | 11,3 | 7,3 | 8,8 | 2,8 |
| 05 | — | — | — | — |
| 19 | 29,3 | 18,3 | 22,4 | 5,3 |
| 23 | 32,3 | 20,3 | 24,8 | 5,8 |
| 30 | 38,3 | 23,8 | 29,3 | 6,3 |
| 34 | 40,5 | 25,0 | 31,5 | 7,0 |
| 38 | 43,5 | 27,0 | 31,0 | 7,5 |
| 41 | 45,0 | 28,0 | 33,5 | 7,6 |
| 46 | 47,5 | 29,5 | 36,0 | 8,5 |
| 56 | 50,5 | — | 37,0 | 8,5 |
| 12 01 | 51,0 | 30,5 | 37,5 | 8,5 |
| 08 | 51,0 | 31,0 | 37,5 | 9,5 |
| 17 | 50,5 | 30,5 | 37,5 | 8,5 |
| 23 | 51,5 | 30,0 | 38,0 | 8,5 |
| 32 | 52,5 | 30,5 | 39,5 | 9,0 |

Таблица 4

**Рассеянная, суммарная и отраженная радиации по наблюдениям в пос. Красноярка Кемеровской области**

| Время | Рассеянная радиация ($D_1$) | Суммарная радиация ($R_k$) | Отраженная радиация (Q) |
|---|---|---|---|
| 9 ч 03 м | 6,2 | 27,3 | 6,3 |
| 22 | 6,2 | 35,8 | 8,5 |
| 36 | 8,0 | 36,2 | 8,5 |
| 45 | 7,1 | 38,5 | 9,0 |
| 50 | 6,2 | 36,2 | 8,5 |
| 54 | 5,6 | 34,2 | 8,2 |
| 58 | 5,2 | 32,2 | 5,5 |
| 10 02 | 4,0 | 29,4 | 6,1 |
| 05 | 4,0 | 28,1 | 6,0 |
| 08 | 3,5 | 25,9 | 5,9 |
| 12 | 3,1 | 23,1 | 5,2 |
| 16 | 2,3 | 20,2 | 4,9 |
| 20 | 2,1 | 18,6 | 3,5 |
| 24 | 1,6 | 13,8 | 3,1 |
| 27 | 1,2 | 11,3 | 2,7 |
| 32 | 0,8 | 7,8 | 1,4 |
| 36 | 0,5 | 3,4 | 0,6 |
| 40 | 0,0 | 0,4 | 0,0 |
| 45 | 0,0 | 0,8 | 0,2 |
| 47 | 0,3 | 2,3 | 0,6 |
| 50 | 0,8 | 5,4 | 1,3 |
| 53 | 1,1 | 8,1 | 1,8 |
| 56 | 1,6 | 11,0 | 2,7 |
| 11 ч 00 м | 1,9 | 14,9 | 3,5 |
| 08 | 3,1 | 24,2 | 5,2 |
| 15 | 4,2 | 30,7 | 6,2 |
| 21 | 4,9 | 36,4 | 6,9 |
| 27 | 6,4 | 43,5 | 9,0 |
| 33 | 6,9 | 49,0 | 10,2 |
| 40 | 8,1 | 59,5 | 11,0 |
| 12 00 | 10,3 | 62,5 | 12,5 |
| 10 | 10,6 | 67,2 | 13,8 |
| 22 | 10,5 | 66.5 | 12,5 |

Таблица 5

**Рассеянная солнечная радиация по наблюдениям в г Томске**

| Время | Рассеянная радиация ($D_1$) | Облачность |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 9 ч 20 м | 8,1 | 10/10 |
| 25 | 8,9 | » |
| 30 | 8,3 | » |
| 35 | 9,1 | » |
| 40 | 10,0 | » |
| 42 | 10,0 | » |
| 45 | 11,0 | » |
| 48 | 11,8 | » |
| 51 | 10,8 | » |
| 54 | 9,3 | » |
| 57 | 9,0 | » |
| 10 00 | 8,8 | » |
| 03 | 8,0 | 9/8 AC, St |
| 06 | 7,0 | » |
| 09 | 6,2 | » |
| 12 | 5,9 | » |
| 15 | 5,2 | » |
| 18 | 4,5 | » |
| 21 | 4,1 | » |
| 24 | 4,1 | » |
| 27 | 4,0 | » |
| 30 | 3,6 | » |
| 33 | 3,2 | » |
| 36 | 2,3 | » |
| 39 | 1,8 | » |
| 42 | 1,0 | » |
| 45 | 0,8 | » |
| 48 | 0,9 | » |
| 51 | 2,1 | AC с просветами |
| 54 | 4,9 | |
| 57 | 5,3 | » |
| 11 00 | 7,1 | » |
| 03 | 8,8 | 10/10 |
| 06 | 7,9 | » |
| 09 | 8,1 | » |

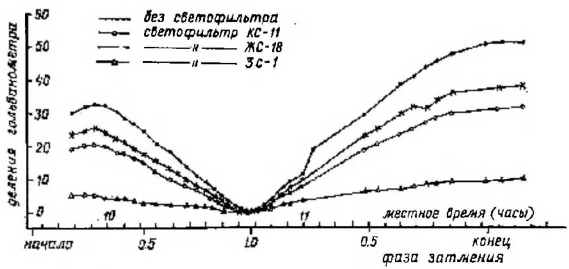


Рис. 2. Прямая солнечная радиация во время солнечного затмения 31.VII.81 г. (пос. Красноярка Кемеровской обл.)

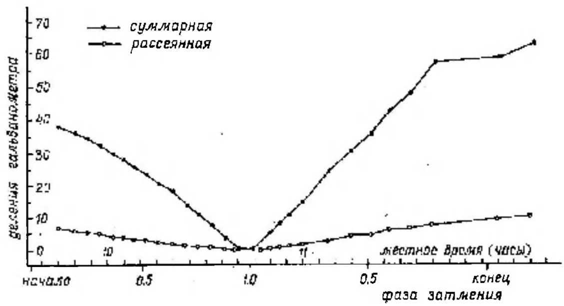


Рис. 3. Суммарная и рассеянная солнечная радиация во время солнечного затмения 31.VII.81 г. (пос. Красноярка Кемеровской обл.)

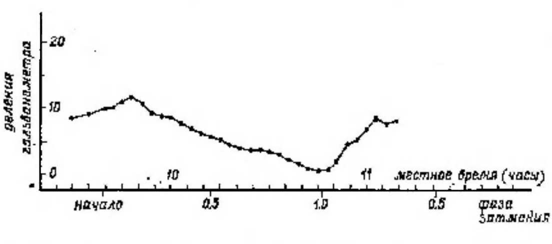


Рис. 4. Рассеянная солнечная радиация во время солнечного затмения 31.VII.81 г. (г. Томск)

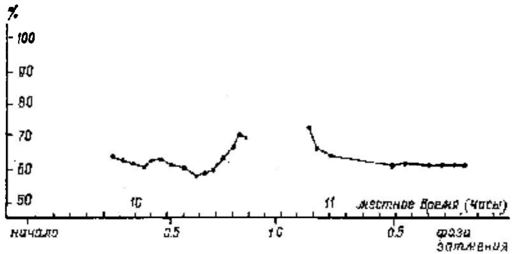


Рис. 5. Прямая солнечная радиация, измеренная через светофильтр КС-11, в процентном отношении к радиации, измеренной без светофильтра (пос. Краснюярка Кемеровской обл.)

В момент, близкий к полной фазе, прямая радиация упала до нуля. Наступили глубокие сумерки, что зарегистрировано минимальными отсчетами рассеянной радиации. По нашим наблюдениям, и в пос. Красноярка, и в Томске минимальные отсчеты совпали с максимальной фазой затмения.

Подсчитана прямая солнечная радиация, измеренная через светофильтры, в процентном отношении к радиации, измеренной без светофильтров. Результаты эти, к сожалению, недостаточно точны, так как при очень малых отсчетах на гальванометре в условиях уменьшающейся прямой радиации неизбежно возникают погрешности, а при подсчете отношения ошибка еще больше возрастает. Отсчеты, близкие к моменту максимальной фазы, отброшены. По этим результатам уверенно можно сказать лишь об увеличении доли длинноволновой радиации вблизи максимальной фазы (см. рис. 5). В это время большая часть радиации приходит от краев солнечного диска. А радиация, исходящая из фотосферы Солнца на краях солнечного диска, проходит более толстый слой солнечной атмосферы, поэтому края солнечного диска оказываются более «красными» [17].

## Выводы

1. В полосе полного солнечного затмения в условиях, не искаженных меняющейся синоптической обстановкой, отмеча-

ется существенное похолодание с запаздыванием минимума на несколько минут относительно максимальной фазы затмения. Причем на температурной кривой можно выделить также менее глубокий вторичный минимум. Похолодание сопровождается ростом относительной влажности. Атмосферное давление понижается после наступления максимальной фазы на несколько десятых миллибара и восстанавливается до прежнего уровня ближе к окончанию частного затмения.

В условиях частного затмения при пасмурной погоде все эти эффекты сглажены.

2. Прямая солнечная радиация с началом затмения начинает уменьшаться и в момент полной фазы падает до нуля. Вблизи полной фазы доля длинноволновой составляющей в прямой солнечной радиации возрастает. В условиях полной фазы отмечаются глубокие сумерки, что фиксируется минимальными отсчетами по альбедометру.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Карпов А. Н. Изменение некоторых метеорологических факторов в Сталинграде во время солнечного затмения 25 февраля 1952 г. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1953, № 14 (21), с. 16—23.

2. Бахарев А. М. Наблюдения солнечного затмения 25 февраля 1952 г. в Сталинграде. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1953, № 14 (21), с. 24—30.

3. Хазанов Б. Е. Метеорологические наблюдения во время солнечного затмения 25 февраля 1952 г. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1953, № 14 (21), с. 31—36.

4. Давид Н. Изменение интенсивности радиации во время полного солнечного затмения 19 июня 1936 г. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1940, № 3, с. 16—18.

5. Ситников П. Ф. Наблюдения солнечного затмения 19 июня 1936 г. Томским отделением ВАГО. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1940, № 3, с. 18—23.

6. Бердичевская В. С. Меотеорологические наблюдения во время солнечного затмения 19 июня 1936 г. — Бюлл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1940, № 3, с. 25—28.

7. Темникова Н. С. Метеорологические условия во время солнечного затмения 30 июня 1954 г. в Латвийской ССР. — Бюл. ВАГО. М: Изд-во АН СССР, 1957, № 20, с. 12—18.

8. Бахарев А. М. Наблюдение солнечного затмения 30 июня 1954 г. в Таджикистане. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР. 1957, № 20 (27), с. 19—26.

9. Непрокин В. И. Ход метеорологических элементов во время солнечного затмения 30 июня 1954 г. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР. 1957, № 20 (27), с. 27—31.

10. Семакин Н. К. Метеорологические измерения во время частных солнечных затмений. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1957, № 20 (27), с. 37—40.

11. Куничев Л. А. Ход солнечной радиации в Сочи во время затмения 30 июня 1954 г. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1957, № 20 (27), с. 41—46.
12. Фоменко Б. Д. Метеорологические наблюдения во время солнечного затмения 30 июня 1954 г. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1957, № 20 (27), с. 47—50.
13. Фенологические и метеорологические наблюдения во время полного солнечного затмения 19 июня 1936 г. на ст. Белореченская. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1940, № 3, с. 30—33.
14. Гуляк Ю. К., Безкостный Н. Д. Наблюдения солнечного затмения 30 июня 1954 г. в с. Михновцы Полтавской обл. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР. 1957, № 20 (27), с. 51—54.
15. Фоменко Б. Д. Изменение суммарной радиации во время солнечного затмения 30 июня 1954 г. по наблюдениям в Тихорецке и Сальске. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1957, № 24 (31), с. 37—40.
16. Мильхикор М. А. Результаты наблюдений солнечного затмения 30 июня 1954 г. в г. Черкассы. — Бюл. ВАГО. М.: Изд-во АН СССР, 1959. № 25 (32), с. 44—45.
17. Солнечные затмения и их наблюдения. — М.: Физматгиз, 1960. — 238 с.

Поступила в редакцию
в ноябре 1981 г.

# ФОРМУЛЫ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ РЕФРАКЦИИ И ВОЗДУШНОЙ МАССЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ ИЗ МОДЕЛИ ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЫ С ПОСТОЯННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ

**М. Р. Федянин, А. М. Морозов**

Для многих практических целей необходимо иметь аналитические выражения для астрономической рефракции и воздушной массы во всем диапазоне зенитных расстояний.

Полученные в [1] формулы для вычисления астрономической рефракции и воздушной массы хотя и просты по форме, но включают в себя интеграл вероятностей, что бывает не всегда удобным при практическом использовании полученных выражений. К тому же ошибки вычисляемых величин, особенно воздушной массы, вблизи горизонта весьма велики.

Очень полезной для вывода формул рефракции и воздушной массы оказалась модель земной атмосферы с постоянной плотностью [2]. Фактически эти же модельные представления лежат в основе формул рефракции Кеплера и Кассини [3].

В настоящей работе проведено исследование, показывающее целесообразность такого упрощенного представления о строении атмосферы в некоторых случаях.

## 1. Формулы рефракции

Пользуясь моделью атмосферы с постоянной плотностью, выведем формулу астрономической рефракции (рис. 1).

В точке A находится наблюдатель. Луч света от небесного светила S падает на границу атмосферы в точке B под углом $i_1$ к нормали, преломляется под углом $i_2$ к нормали и попадает в точку A; $z_a$ — видимое зенитное расстояние. По закону преломления на границе вакуум—атмосфера имеем

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n, \tag{1}$$

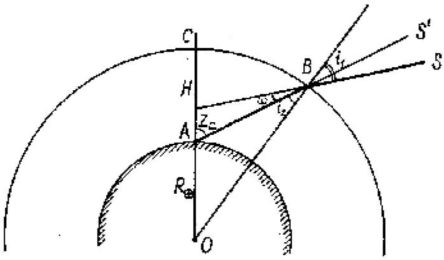


Рис. 1. К выводу формулы рефракции

где n — показатель преломления воздуха по отношению к вакууму.

Из $\Delta$AOB по теореме синусов находим

$$\frac{R_\oplus}{\sin i_2} = \frac{R_\oplus + H}{\sin(\pi - z_a)}, \tag{2}$$

где H — высота однородной атмосферы. Отсюда имеем

$$\sin i_2 = \left(1 + \frac{H}{R_\oplus}\right)^{-1} \sin z_a. \tag{3}$$

Угол рефракции $\omega = i_1 - i_2$. Используя (1) и (3), получаем

$$\omega = \arcsin\left(\frac{n \sin z_a}{1 + H/R_\oplus}\right) - \arcsin\left(\frac{\sin z_a}{1 + H/R_\oplus}\right). \tag{5}$$

Используя соотношение для обратных тригонометрических функций, преобразуем (5) к виду

$$\omega = \arcsin\left[\frac{n \sin z_a}{1 + \mu}\sqrt{1 - \left(\frac{\sin z_a}{1 + \mu}\right)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\sin z_a}{1 + \mu}\sqrt{1 - \left(\frac{n \sin z_a}{1 + \mu}\right)^2}\right], \tag{6}$$

где

$$\mu = \frac{H}{R_\oplus}. \tag{7}$$

Формула (6) дает искомое выражение для вычисления астрономической рефракции. Как оказалось, формула эта в таком же виде впервые была получена Кассини [3]. Необходимо особо подчеркнуть следующее. Член в квадратных скобках формулы (6) есть разность двух очень близких по значению величин. При вычислениях с небольшим числом значащих цифр до некоторого z формула «не работает». Вероятно, вследствие этого Кассини использовал упрощенные формулы для вычисления рефракции при небольших и отдельно при больших зенитных расстояниях.

При численных расчетах на всех z по формуле (6) и по другим формулам, полученным ниже из тех же модельных представлений, нами сохранялись в процессе счета 16 разрядов с последующим округлением конечных величин.

В табл. 1 приведены табличные значения рефракции согласно [4], а также значения рефракции в соответствии с формулой (6) и уравнением Релэя [5] с коэффициентами, взятыми из [4]:

$$\omega = 58{,}''3\operatorname{tg} z_a - 0{,}''067\operatorname{tg}^3 z_a. \qquad (8)$$

Приведены также соответствующие относительные ошибки по отношению к табличным значениям рефракции. Значения n и H формулы (6) вычислены для стандартных метеорологических условий, при этом

$$n = 1{,}000285; \qquad H = 8288 \text{ м}.$$

Изменяя n и H, можно добиться хорошего согласия вычисляемых и табличных значений рефракции в большем диапазоне $z_a$. В этом случае n и H уже, естественно, не будут соответствовать стандартным метеоусловиям и потеряют прежний физический смысл. Табл. 1 показывает, что формула (6) дает существенно лучшие результаты, чем формула Релэя (8).

Наконец, для вычисления рефракции предлагаем нижеследующую формулу, полученную в результате умножения правой части (6) на эмпирический сомножитель (17) (см. [6]).

$$\omega = \omega_{(6)} \times \left\{1 - q\left[\left(\frac{z_a}{r}\right)^s - \left(\frac{z_a}{r}\right)^t\right]\right\}, \qquad (9)$$

где $q = -29{,}140935$; $r = 1{,}628154$; $s = 89{,}364893$; $t = 116{,}135918$; $z_a$ выражается в радианах.

Значения параметров q, r, s, t находились методом деформируемого многогранника, критерий сходимости — минимум суммы квадратов абсолютных ошибок по всему диапазону зенитных расстояний.

Таблица I

**Сравнение значений рефракции, даваемых различными формулами**

| $z_a$ | Табл. $\omega''$ | $\omega''$ по формуле (6) | Относит. ошибка, % | $\omega''$ по формуле (8) | Относит. ошибка, % | $\omega''$ по формуле (9) | Относит. ошибка, % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0,00 | 0,00 * |
| 10 | 10 | 10 | 0,0 | 10 | 0,0 | 10,32 | 0,19 * |
| 20 | 21 | 21 | 0,0 | 21 | 0,0 | 21,30 | 0,47 * |
| 30 | 34 | 34 | 0,0 | 34 | 0,0 | 33,79 | 0,57 * |
| 40 | 49 | 49 | 0,0 | 49 | 0,0 | 49,08 | 0,78 * |
| 45 | 59 | 59 | 0,0 | 58 | —1,7 | 58,48 | —0,88 |
| 50 | 70 | 70 | 0,0 | 69 | —1,4 | 69,65 | —0,50 |
| 55 | 84 | 84 | 0,0 | 83 | —1,2 | 83,41 | —0,70 |
| 60 | 101 | 101 | 0,0 | 101 | 0,0 | 101,05 | 0,05 |
| 65 | 125 | 125 | 0,0 | 124 | —0,8 | 124,88 | —0,10 |
| 70 | 159 | 160 | 0,6 | 159 | 0,0 | 159,46 | 0,29 |
| 75 | 215 | 216 | 0,5 | 214 | —0,5 | 215,05 | 0,02 |
| 80 | 319 | 321 | 0,6 | 318 | —0,3 | 320,32 | 0,41 |
| 81 | 353 | 355 | 0,6 | 351 | —0,6 | 353,71 | 0,20 |
| 82 | 394 | 395 | 0,3 | 391 | —0,8 | 394,21 | 0,05 |
| 83 | 444 | 445 | 0,2 | 439 | —1,1 | 444,25 | 0,06 |
| 84 | 509 | 508 | —0,2 | 497 | —2,4 | 507,48 | —0,30 |
| 85 | 593 | 588 | —0,8 | 566 | —4,6 | 589,70 | —0,56 |
| 86 | 706 | 692 | —2,0 | 638 | —9,6 | 700,83 | —0,73 |
| 87 | 865 | 826 | —4,5 | 647 | —25,2 | 859,34 | —0,65 |
| 88 | 1103 | 989 | —10,3 | 96 | —91,3 | 1101,08 | —0,17 |
| 89 | 1481 | 1149 | —22,4 | —9259 | —725 | 1488,83 | 0,53 |
| 89,51 | 1760 | 1204 | —31,6 | $-10^5$ | —5800 | 1767,59 | 0,43 |
| 90,0 | 2123 | 1223 | —42,4 | $-\infty$ | $-\infty$ | 2095,33 | —1,30 |

Результаты вычислений по формуле (9) также приведены в табл. 1. Причем относительные ошибки до $z_a = 40°$ рассчитаны с использованием табличных значений рефракции, взятых из АЕ с точностью до $0'',1$ (отмечено *).

Характер изменения параметров, входящих в (9), с изменением метеорологических элементов (когда значения метеоэлементов отличны от стандартных) требует специального исследования.

## 2. Формулы воздушной массы

Приведем здесь более короткий по сравнению с [6] вывод формулы воздушной массы (рис. 2).

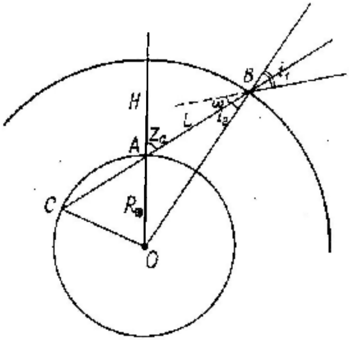


Рис. 2. К выводу формулы воздушной массы. Связь угла рефракции с воздушной массой

В модели атмосферы с постоянной плотностью плотность воздуха постоянна во всех точках в пределах такой атмосферы. Относительная воздушная масса на пути луча равна геометрическому расстоянию $AB = L(z_a)$, деленному на высоту однородной атмосферы H:

$$l(z_a) = L(z_a)/H. \tag{10}$$

Найдем величину L. В планиметрии известно следующее утверждение: $AB \times BC = OB^2 - R_+^2$, где $BC = AB + AC$. Из равнобедренного треугольника AOC по теореме синусов находим

$$AC = R_+ \cdot \frac{\sin 2z_a}{\sin z_a}\, 2R_+ \cos z_a \qquad \text{и} \qquad (11)$$

$$(R_+ + H)^2 - R_+^2 = L(L + 2R_+ \cos z_a) \qquad \text{или} \qquad (12)$$

$$L^2 + 2R_+ \cos z_a \cdot L - [(R_+ + H)^2 - R_+^2] = 0. \tag{13}$$

Решая относительно L полученное квадратное уравнение и используя (10), получаем

$$l(z_a) = \sqrt{\left(\frac{R_+}{H} \cos z_a\right)^2 + 2\frac{R_+}{H} + 1} - \frac{R_+}{H} \cos z_a. \tag{14}$$

Используя (7), получим окончательно

$$l = \sqrt{\frac{1}{\mu^2}\cos^2 z_a + 2\frac{1}{\mu} + 1} - \frac{1}{\mu}\cos z_a. \qquad (15)$$

При стандартных атмосферных условиях (H=8.288 км, $\mu$= =0,0013) относительная ошибка, вычисляемая с использованием (15), максимальна при $z_a \simeq 88°$ и составляет $\approx$4,6,%. Относительная ошибка резко спадает при $z_a$ как меньших, так и больших 88°.

Вычисляемая по (15) воздушная масса соответствует табличным значениям еще точнее, если $1/\mu$ аппроксимировать многочленом n-й степени, а коэффициенты многочлена найти одним из методов минимизации абсолютной (или относительной) ошибки

$$\left[\frac{1}{\mu}\right](z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n. \qquad (16)$$

Ниже сравнение с табличными воздушными массами [4] проведено для l, вычисленных по (15), где $1/\mu$ аппроксимировано уравнением прямой.

Наконец, воздушную массу, вычисленную по формуле (15), умножали на множитель вида [6]:

$$\lambda(z) = 1 - q\left[\left(\frac{z}{r}\right)^s - \left(\frac{z}{r}\right)^t\right], \qquad (17)$$

где q, r, s, t — определяемые параметры. Вариацией параметров добивались наилучшего согласования вычисляемых и табличных воздушных масс.

В нашей наблюдательной практике по электрофотометрии звезд (где применялись формулы (15) — (17)) представляли практический интерес формулы для вычисления воздушных масс по аргументу — истинное зенитное расстояние. В дальнейшем в этом разделе используется аргумент истинное z.

Задача минимизации функции ошибок решалась несколькими способами на ЭВМ ЕС-1022. Для минимизации были использованы подпрограммы DMI № 21 и DMI № 03, входящие в SSP (пакет научных подпрограмм), [Математическое обеспечение ЕС ЭВМ. Пакет научных подпрограмм. Минск, 1978, ч. 10, вып. 17] и некоторые другие вспомогательные подпрограммы. Подпрограмма DMI № 21 содержит метод

Ньютона второго порядка, DMI № 03 — метод деформируемого многогранника.

Результаты вычислений приведены в табл. 2. Здесь в целях экономии места приводятся только относительные ошибки для больших зенитных расстояний (для меньших z ошибки незначительны).

Таблица 2

**Относительные ошибки вычисления воздушной массы по различным формулам**

| $z^{\circ}$ | $\frac{l_{выч} - l_{табл}}{l_{табл}} \cdot 100\%$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 84,993333 | 1,1316 | —0,1034 | —0,1151 | —0,0379 | 1,2104 |
| 85,164444 | 1,1847 | —0,0799 | —0,0954 | —0,0162 | 1,2690 |
| 85,335555 | 1,2372 | —0,0576 | —0,0771 | 0,0040 | 1,3258 |
| 85,507222 | 1,2971 | —0,0261 | —0,0497 | 0,0332 | 1,3915 |
| 85,679167 | 1,3538 | 0,0033 | —0,0245 | 0,0600 | 1,4541 |
| 85,851111 | 1,4137 | 0,0375 | 0,0054 | 0,0915 | 1,5206 |
| 86,023333 | 1,4682 | 0,0682 | 0,0316 | 0,1192 | 1,5821 |
| 86,195833 | 1,5441 | 0,1168 | 0,0757 | 0,1646 | 1,6602 |
| 87,239444 | 1,8939 | 0,3924 | 0,3253 | 0,4167 | 2,0575 |
| 88,305000 | 1,7546 | 0,4671 | 0,3890 | 0,4656 | 2,0674 |
| 89,410278 | 0,4057 | —0,3339 | —0,3672 | —0,3418 | 0,7956 |
| 90,000000 | —0,1432 | —0,2500 | —0,2101 | —0,2362 | 0,3688 |
| 90,590000 | —0,6053 | 0,1722 | 0,3454 | 0,2425 | 0,0097 |

1. Формула воздушной массы

$$l_1 = \sqrt{\frac{1}{\mu^2}\cos^2 z + 2\frac{1}{\mu} + 1} - \frac{1}{\mu}\cos z, \qquad (18)$$

где $1/\mu = p \cdot z + v$; $p = 5{,}469041$; $v = -17{,}82092$; $z$ — в градусах.

$$2.\ l_2 = l_1 \times \left\{1 - q\left[\left(\frac{z}{r}\right)^s - \left(\frac{z}{r}\right)^t\right]\right\}, \qquad (19)$$

где $p = 329{,}069254$ ($z$ — в радианах); $v = -1$ (задавалось сразу); $q = 0{,}065846$; $r = 1{,}579897$; $s = 21{,}255623$; $t = 42{,}624174$.

Минимизировалась методом деформируемого многогранника функция суммы квадратов абсолютных ошибок по 52 табличным точкам

$$F(p,\ q,\ r,\ s,\ t,)=\sum_{i=1}^{52}[l_2(z_i)-l_{\text{табл}}(z_i)]^2. \qquad (20)$$

3. Формула воздушной массы та же, что и в п. 2 комментария. При вычислении конкретной воздушной массы нас больше интересует то, с какой гарантированной ошибкой вычислим мы l при заданном z, а не то, что приведенный набор параметров обеспечивает минимальную сумму квадратов ошибок по заданному множеству точек (зенитных расстояний). В этом случае практический интерес представляет минимум функции вида

$$F(p,q,r,s,t)=\max_{i=1}^{i=52}[l_2(z_i)-l\text{табл}(z_i)]. \qquad (21)$$

Минимизация производилась также методом деформируемого многогранника, при этом $p=328{,}665971$; $v=-1$; $q=0{,}068350$; $r=1{,}577778$; $s=21{,}949997$; $t=43{,}899994$.

4. Формула воздушной массы (19). Варьировались все параметры, минимизировалась функция вида (21) с 6 параметрами, использовался метод деформируемого многогранника. После второго приближения значения параметров следующие: $p=328{,}670382$; $v=-0{,}990383$; $q=0{,}064839$; $r=1{,}578643$; $s=21{,}946667$; $t=43{,}921638$.

5. Ошибки, полученные при использовании $l_1$ из (18), где численные значения p и v те же, что и в п. 4 (z — в радианах). Метод Ньютона второго порядка дает тот же порядок величин ошибок. Понятие высоты однородной атмосферы не ограничивается только уровнем моря и стандартными условиями для воздуха. Для произвольных высот в атмосфере, если не требуется высокая точность, пользуясь моделью атмосферы с постоянной плотностью, можно довольно просто вычислять значения функции Чепмена [7], позволяющей находить воздушные массы для произвольных направлений в атмосфере.

### 3. Связь рефракции и воздушной массы

В рамках принятой модели атмосферы легко получить формулу, связывающую рефракцию и воздушную массу.

Опуская все промежуточные вычисления, приведем несколько вариантов формулы связи (см. рис. 2)

$$l = \frac{n\sin z_a - \sin(z_a + \omega)}{\mu \sin\omega}; \qquad (22)$$

$$l = \frac{n\sin z_a - \sin(z_a + \omega)}{\sin z_a \sqrt{n^2 - 2n\cos\omega + 1} - \sin\omega}; \qquad (23)$$

$$l = \frac{1}{\mu}\left(\sqrt{(1 + \mu)^2 - n^2\sin^2 z_a} + n\sin\omega\sin z_a - \cos z_a\right). \qquad (24)$$

Все обозначения в формулах (22) — (24) прежние. Для «сбалансированности» значений $l$ и $\omega$ рефракция $\omega$ в (22) — (24) должна вычисляться по формуле (6). Хорошим свойством полученных формул является простота учета зависимости воздушной массы от всех метеорологических параметров приземной атмосферы.

Формулы (22) — (24) дают идентичные результаты. В табл. 3 приведены результаты вычислений по формуле (22) при следующих значениях параметров: $R_{+} = 6371$ км; $H = 8{,}2887$ км; $n = 1{,}000285$.

Таблица 3

**Связь воздушной массы и рефракции (22)**

| $z_a$ | $l_{табл}$ | $l_{(22)}$ | $z_a$, | $l_{табл}$ | $l_{(22)}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 1,001 | 1,0006 | 80° | 5,600 | 5,6432 |
| 10 | 1,015 | 1,0154 | 81 | 6,277 | 6,2350 |
| 20 | 1,064 | 1,0641 | 82 | 6,884 | 6,9633 |
| 30 | 1,154 | 1,1545 | 83 | 7,768 | 7,8795 |
| 40 | 1,304 | 1,3048 | 84 | 8,900 | 9,0620 |
| 45 | 1,413 | 1,4133 | 85 | 10,395 | 10,6367 |
| 50 | 1,553 | 1,5543 | 86 | 12,439 | 12,8138 |
| 55 | 1,740 | 1,7411 | 87 | 15,360 | 15,9555 |
| 60 | 1,995 | 1,9961 | 88 | 19,790 | 20,6919 |
| 65 | 2,357 | 2,3592 | 89 | 26,960 | 28,0369 |
| 70 | 2,904 | 2,9096 | 89,51 | 32,000 | 33,1945 |
| 75 | 3,816 | 3,8294 | 90 | 38,000 | 39,2208 |

Примечание. Максимальная относительная ошибка вблизи $z_a = 88°$ составляет около $+4{,}6\%$.

## Основные выводы

1. Полученные в настоящей работе формулы для вычисления рефракции, воздушной массы и формулы, связывающие их, показывают, что модель атмосферы с постоянной плотностью может успешно применяться для решения некоторых задач атмосферной оптики.

2. Полученные формулы дают возможность вычислять рефракцию (9) и воздушные массы во всем диапазоне зенитных расстояний с большой точностью. Формулы просты и удобны при вычислениях на ЭВМ.

3. Воздушная масса и рефракция имеют естественную зависимость от атмосферных метеорологических параметров.

4. Наиболее точная из всех приведенных здесь формула (9) с использованием эмпирического сомножителя вида (17) также сохраняет зависимость от метеорологических параметров атмосферы (сомножитель $\omega_{(6)}$). Открывается принципиальная возможность использования этой формулы при значениях метеорологических элементов, отличных от стандартных. Для этого необходимо изучать поведение входящих в формулу констант (являющихся таковыми для стандартных метеоусловий) в зависимости от температуры, давления и т. п., т. е. в общем случае параметры, входящие в формулу (9), станут функциями температуры, давления и т. п.

### ЛИТЕРАТУРА


1. Saar E. An Astronomical Refraction Formula for all Zenith Angles. — Публикации Тартусской астрофиз. обс. им. В. Струве, 1973, т. 41, с. 191—203.

2. Мак-Картни Э. Оптика атмосферы. Рассеяние света молекулами и частицами. — М.: Мир, 1979. — 421 с.

3. Нефедьева А. И. Астрономическая рефракция. Ч. I. — Известия АОЭ, 1968, № 36, с. 3—168.

4. Аллен К. У. Астрофизические величины. — М.: Мир, 1977. — 446 с.

5. Гемфрис В. Физика воздуха. — М.-Л.: 1936. — 392 с.

6. Федянин М. Р., Морозов А. М. Некоторые результаты исследования оптических параметров атмосферы. — Астрономия и геодезия, 1982, вып. 10.

7. Крейг Р. А. Метеорология и физика верхней атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1970, с. 474—476.



Поступила в редакцию
в ноябре 1981 г.

# НАБЛЮДЕНИЯ СЕРЕБРИСТЫХ ОБЛАКОВ В ТОМСКЕ В 1981 г.

**Н. П. Фаст**

Летом 1981 г. в Томске были продолжены регулярные наблюдения сумеречного сектора зари с целью обнаружения и регистрации серебристых облаков. Наблюдения велись в течение 93 ночей через 15-минутные интервалы.

В табл. 1 приведена средняя за ночь закрытость сектора зари тропосферными облаками. Приняты следующие обозначения: 0 — наблюдения не велись; 1 — сектор зари чист от тропосферных облаков, условия для обнаружения серебристых облаков хорошие; 2 — сектор зари наполовину закрыт тропосферными облаками, обнаружение серебристых облаков возможно; 3 — сектор зари полностью закрыт тропосферными облаками или имеются незначительные просветы в облачности, обнаружение серебристых облаков при таких условиях невозможно или крайне затруднено; 4 — наблюдались серебристые облака.

Характеристики зарегистрированных облаков приведены в табл. 2. Яркость и морфологические формы приведены в соответствии с «Инструкцией для наблюдений серебристых облаков» [Астрономический Календарь, постоянная часть.— М., 1962, с. 505—537]. Высоты и протяженность облачных полей измерялись горным компасом.

Опытные наблюдатели легко прогнозируют появление серебристых облаков по цвету неба в секторе зари и по окраске самой зари. Как правило, перед появлением серебристых облаков цвет зоревого сегмента какой-то светящийся. Возможно, это из-за больших полей уже присутствующих серебристых облаков типа флёр, опознание которых затруднено.

Высокая прочность атмосферы и зеленоватый цвет зари наблюдались с вечера 10 июня. Появившиеся серебристые облака имели форму радиально расходящихся лучей, т. е. направление полос было с севера на юг. Высокая прозрачность

Таблица 1

**Средняя за ночь закрытость сектора зари тропосферными облаками**

| Месяц | Даты ночей | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1—2 | 2—3 | 3—4 | 4—5 | 5—6 | 6—7 | 7—8 | 8—9 | 9—10 | 10—11 | 11—12 | 12—13 | 13—14 | 14—15 | 15—16 | 16—17 | 17—18 | 18—19 | 19—20 | 20—21 | 21—22 | 22—23 | 23—24 | 24—25 | 25—26 | 26—27 | 27—28 | 28—29 | 29—30 | 30—31 | 31—1 |
| Май | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 |
| Июнь | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 4 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 4 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 | 3 | |
| Июль | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 4 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Август | 0 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Таблица 2

**Характеристики наблюдавшихся серебристых облаков**

| Дата ночи | Время поясное | Макс. яркость в баллах | Морфологические формы, протяженность, высота |
|---|---|---|---|
| 10—11.VI | 00.15—00.45 | 2 | Радиально-расходящиеся полосы. |
| 16—17.VI | 22.45—01.15 | 4 | Флёр, гребешки III а, полосы. Высота облаков достигала 25°, наибольшая протяженность была в 23.40 $A_л=300°$, $A_п=70°$. |
| 22—23.VI | 23.55—02.15 | 2 | Флёр, полосы IIa, IIIa. Протяженность полос до 60—70°, высота до 20°. В 01.15 высота была 40°. В 01.50 облака дошли до зенита. |
| 5—6.VII | 01.15—02.30 | 2 | Флёр. |
| 7—8.VII | 22.50—03.15 | 5 | Все формы. В 02.00 огромные вихри СО доходили до зенита. До 75% небосвода было под полем СО. |
| 9—10.VII | 23.10—01.40 | 4 | Все формы. Поле большое, но облака низкие, высота от 2—3° до 8°. |
| 10—11.VII | 22.45—23.17 | 1 | Флёр, гребешки IIa, низкие по горизонту |
| 13—14.VII | 00.15—02.45 | 3 | Протяженность облаков была до 130°, высота до 6°. Полосы, флёр, гребешки. |
| 19—20.VII | 00.15—02.35 | 3 | I, IIa, IIIa. Протяженность до 70°, высотой от 5 до 8°. |
| 4—5.VIII | 21.45—00.00 | 2 | Совершенно светящийся сектор. Флёр, полосы, гребешки. |
| | 02.50—03.45 | 2 | Протяженность до 40°, $h_в=25°$. |

атмосферы отмечалась в ночь появления серебристых облаков (с 16 на 17 июня).

Резкое похолодание, кратковременная гроза и повышение прозрачности атмосферы наблюдались к вечеру 22 июня. Можно было ожидать появления серебристых облаков, но вдоль сектора зари тянулись плотным слоем тропосферные облака. Тем не менее уже в первых разрывах тропосферной облачности были замечены серебристые облака, которые к утру уже доходили до зенита.

5—6 июля. В 23.00 наблюдалось «небо для СО». Уверенно серебристые облака были зарегистрированы только в 01.15 при яркости 2 балла, но поле облаков было большим.

На следующую ночь была гроза, небосвод был полностью закрыт тропосферными облаками, т. е. обнаружить серебристые облака было невозможно. Их обнаружили только в 22.50 7 июля в разрывах тропосферной облачности. Эти облака в течение всей ночи были необыкновенно мощными, яркими, возникали и исчезали на глазах. Наибольшая яркость поля серебристых облаков была у горизонта, верхняя часть его делала небосвод необыкновенно светящимся. Временами до 75 % небосвода было под полем серебристых облаков.

Такие мощные поля серебристых облаков обычно наблюдаются и в течение последующих ночей. Но в ночь с 8 на 9 июля была морось, дождь, общая облачность достигала 10/10 баллов, и серебристые облака не были обнаружены. В следующую ночь с 9 на 10 июля сектор зари светился. Серебристые облака были уверенно зарегистрированы в $23^{h}00^{m}$. В последующую ночь серебристые облака снова были отмечены, но поле их было незначительным, яркость мала.

С 12 на 13 июля снова было чудесное небо, серебристые облака не появлялись. 13 июля вечером небосвод в секторе зари был зеленоватого цвета, можно было ожидать появления серебристых облаков. Облака проявились в 00.15, но были какими-то невыразительными, малой яркости, но протяженностью до 135°. Светящийся цвет сектора зари наблюдался до конца сумерек. Рассветное небо было сине-зеленого цвета. Создается впечатление, что условия, необходимые для образования серебристых облаков, имели место с 5 по 14 июля.

Очень высокая прозрачность атмосферы предшествовала и появлению серебристых облаков с 19 на 20 июля.

Во время полного солнечного затмения 31 июля в Ленинск-Кузнецком Е. Фаст были обнаружены серебристые облака, имевшие форму несколько размытых полос, параллельных горизонту, протяженностью до 30—40°, высота верхнего края 5—6°. Облака наблюдались в течение 6 мин (с 8.45 до 8.51 поясного времени). Это первый случай обнаружения облаков в дневное время с наземной станции.

Поступила в редакцию
в ноябре 1981 г.

# НАБЛЮДЕНИЯ СЕРЕБРИСТЫХ ОБЛАКОВ

**Б. С. Мамонтов**

В работе приведены результаты регулярных наблюдений серебристых облаков, проведенных в Смоленске, Серпухове и спорадические наблюдения на Кавказе, Памире, Северном Тянь-Шане, в Приморском крае, Карелии.

## 1. Наблюдения серебристых облаков в г. Смоленске в 1959—1962 г.

Регулярные наблюдения серебристых облаков в г. Смоленске были начаты с мая 1959 г. по программе МГГ по следующим пунктам:

1. Регистрация появлений серебристых облаков.
2. Выяснение сезонности и времени появлений серебристых облаков.
3. Получение фотоснимков.
4. Теодолитные наблюдения.

Для наблюдений использовались фотоаппараты ФЭД-2 с объективами «Индустар-50» (1 : 3,5) и «Индустар 26-М» (1 : 2,8), теодолит ТТ-50.

За четыре года наблюдений в г. Смоленске зарегистрировано 26 появлений серебристых облаков. Для 11 ночей получены фотоснимки. В пяти случаях замечено, что перед восходом Солнца серебристые облака могут подниматься в зенит и даже наблюдаться в южной части неба. В ночь на 10 мая 1961 г. наблюдалось перемещение серебристых облаков к зениту, а затем они снова «опустились» к северу. Максимум появлений серебристых облаков приходился на интервал между первой половиной июня и первой половиной июля. Подробности изложены в [1].

В 1962 г. серебристые облака наблюдались с января по август, регистрировались типы зорь и возможности наблюдений серебристых облаков с учетом закрытия неба тропосферными облаками. Для большей части европейской территории СССР погода была, к сожалению неблагоприятной для наблюдений (табл. 1). Так, из 243 ночей только в 60 случаях были «окна» сквозь тропосферные облака, что составляет 25% от 8 месяцев наблюдений. Серебристые облака наблюдались пять раз, во всех случаях получены фотографии. Две ночи подряд серебристые облака наблюдались в Карелии на широте $\varphi=62{,}5°$, причем в ночь с 28 на 29 июля 1962 г. они просматривались до зенита.

Характеристики серебристых облаков в соответствии с Инструкцией по наблюдению [2] за период с 1959 по 1962 г. приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Характеристики серебристых облаков, наблюдавшихся в г. Смоленске ($\varphi=54{,}8°$)**

| Дата ночи | Время появления (моск. декретн.) | Макс. яркость | Морфологические формы |
|---|---|---|---|
| | | 1959 г. | |
| 28—29.VI | 22.15—23.10 | 2 | I, IIа |
| 2—3.VII | 23.50—00.50 | 2 | I, IIа, IIб |
| 5—6.VII | 23.20—23.45 | 2 | I, IIа |
| 6—7.VII | 01.00—03.45 | 5 | I, IIб, IIIб, IVа, IVб |
| 10—11.VII | 23.50—02.35 | 5 | I, IIа, IIб, IIIб. К утру СО поднялись к зениту. |
| 11—12.VII | 23.45—00.20 | 1 | I, IIа |
| 13—14.VII | 22.50—03.00 | 5 | Все формы |
| 14—15.VII | 22.15—03.00 | 3 | IIа, IIIб |
| 20—21.VII | 22.20—00.30 | 2 | I, IIа. (г. Сычевка, $\varphi=34{,}3°$; $\lambda=55{,}8°$) |
| | | 1960 г. | |
| 29—30.VI | 00.10—00.40 | 2 | IIIб |
| 17—18.IX | 20.20—20.32 | 3 | IIа |
| 18—19.IX | 20.00—06.20 | 3 | I, IIа. Под утро СО поднялись к зениту и просматривались в южной части неба |
| 19—20.IX | 20.00—20.35 | 1 | I, IIа |
| | | 1961 г. | |
| 23—24.IX | 03.40—05.00 | 3 | I, IIа, IVв. Утром СО перешли через зенит и наблюдались на юге |

| Дата ночи | Время появления (моск. декретн.) | Макс. яркость | Морфологические формы |
|---|---|---|---|
| 9—10.V | 22.05—01.10 | 3 | I, IIа. СО сначала поднялись к зениту, а затем опустились к северу |
| 3—4.VI | 00.15—00.55 | 1 | IIа |
| 5—6.VI | 23.30—02.45 | 2 | I, IIа |
| 6—7.VI | 22.00—00.00 | 3 | I, IIа, IIб |
| 7—8.VI | 01.00—04.00 | 3 | I, IIа |
| 14—15.VI | 23.30—01.30 | 2 | I, IIа. Флер наблюдался в зените |
| 16—17.VI | 3.15—02.30 | 3 | 1, IIа, IIб |
| 20—21.VI | 23.10—03.00 | 5 | Все формы |
| 8—9.VII | 00.00—02.15 | 2 | IIа, IIб |
| 12—13.VII | 23.00—00.15 | 3 | I, IIа, IIб |
| | | 1962 г. | |
| 7—8.VI | 23.50—02.00 | 3 | I, II |
| 22—23.VI | 23.50—02.45 | 3 | II |
| 2—3.VII | 23.45—02.00 | 5 | II, III |
| 27—28.VII | 23.50—01.40 | 3 | I, II (Карелия) |
| 28—29.VII | 00.00—02.00 | 5 | II, III (Карелия) |

В табл. 2 приведена средняя за ночь закрытость сектора зари тропосферными облаками за 1962 г. Приняты следующие обозначения: 0 — наблюдения не проводились; 1 — сектор зари чист от тропосферной облачности, состояние А, Б по [2]; 2 — сектор зари наполовину закрыт тропосферными облаками, состояние В; 3 — сектор зари полностью закрыт тропосферными облаками или имеются незначительные просветы в облачности, состояние Г, Д; 4 — были зарегистрированы серебристые облака.

## 2. Наблюдения серебристых облаков в г. Серпухове в 1966—1981 гг.

Наблюдения серебристых облаков в г. Серпухове были начаты в 1966 г. Во время наблюдений отмечалось состояние сектора зари, регистрировалось наличие или отсутствие серебристых облаков, проводилось фотографирование появлявшихся серебристых облаков. Характеристики наблюдавшихся в Серпухове серебристых облаков для всего периода при-

Таблица 2

**Условия видимости серебристых облаков в г. Смоленске**

| Год | Месяц | Дата ночей | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1—2 | 2—3 | 3—4 | 4—5 | 5—6 | 6—7 | 7—8 | 8—9 | 9—10 | 10—11 | 11—12 | 12—13 | 13—14 | 14—15 | 15—16 | 16—17 | 17—18 | 18—19 | 19—20 | 20—21 | 21—22 | 22—23 | 23—24 | 24—25 | 25—26 | 26—27 | 27—28 | 28—29 | 29—30 | 30—31 | 31—1 |
| 1962 | Февраль | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| | Март | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | Апрель | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 0 |
| | Май | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | Июнь | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 4 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 0 |
| | Июль | 1 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 | 4 | 1 | 1 | 1 |

ведены в табл. 3. Здесь проводилась более или менее регулярная регистрация закрытости сектора зари тропосферными облаками. Результаты наблюдений сведены в табл. 4.

Таблица 3

**Характеристики серебристых облаков наблюдавшихся в г. Серпухове ($q=54{,}6°$) за период с 1966 по 1981 г.**

| Дата ночи | Время появлений (моск. декретн.) | Макс. ярк. | Морфологические формы. Примечания |
|---|---|---|---|
| | | 1966 г. | |
| 21—22.VI | $00^h00^m—02^h00^m$ | 1 | II |
| 27—28.VI | 23.00—01.00 | 4 | I, II, III |
| 30.VI—1.VII | 23.00—01.30 | 5 | Все формы |
| 8—9.VII | 21.45—00.10 | 5 | II, III, IV |
| | | 1967 г. | |
| 10—11.VII | $23^h00^m—03^h00^m$ | 5 | д. Никифорово. Все формы. |
| 16—17.VII | 22.00—03.20 | 4 | Все формы |
| | | 1968 г. | |
| 13—14.VI | $00^h00^m—02^h00^m$ | 2 | П. Москва (Нагатино) |
| 30.VI—1.VII | 23.00—01.00 | 3 | I, II |
| | | 1976 г. | |
| 5—6.VI | $23^h00^m—00^h45^m$ | 4 | I, II, IV |
| 19—20.VI | 22.30—01.00 | 3 | II, IV |
| 23—24.VI | 22.30—23.45 | 3 | II, III |
| 25—26.VI | 22.00—01.15 | 5 | II, IV |
| 3—4.VII | 22.30— | 3 | I |
| 8—9.VII | $23^h30^m—00^h15^m$ | 3 | II, III |
| 11—12.VII | 23.00—00.00 | 3 | II, III |
| | | 1977 г. | |
| 7—8.VI | $23^h00^m—01^h00^m$ | 3 | I, II |
| 30.VI—1.VII | 23.15—00.15 | 3 | I, II |
| | | 1978 г. | |
| 22—23.VI | $23^h20^m—00^h30^m$ | 2 | II |
| 23—24.VI | 23.00—02.15 | 2 | I, II, III |
| 28—29.VI | 23.30—03.00 | 1 | I, II |
| 9—10.VII | 22.40—23.40 | 2 | I, II |

| Дата ночи | Время появлений (моск. декретн.) | Макс. ярк. | Морфологические формы. Примечания |
|---|---|---|---|
| | | 1979 г. | |
| 21—22.V | $22^h30^m$—$00^h30^m$ | 2 | II. Сомнительный случай |
| | | 1981 г. | |
| 7—8.VII | $03^h30^m$—$04^h30^m$ | 3 | IIa, IIIa. Четко различается два слоя серебристых облаков |
| 15—16.VII | 03.30—04.10 | 3 | II, III |

## 3. Наблюдения серебристых облаков в различных географических зонах СССР

По инициативе автора был выполнен целый ряд эпизодических наблюдений серебристых облаков во время командировок, экспедиций и т. п. Поскольку эти наблюдения были произведены в районах малонаселенных, труднодоступных или в местах, где регулярные наблюдения не ведутся, ниже приводятся сообщения и об этих спорадических наблюдениях.

### Карелия

Наблюдения за серебристыми облаками в Карелии проводились во второй половине июля 1962 г. в районе г. Петрозаводска ($\varphi=62,5°$). Серебристые облака наблюдались две ночи подряд с 27 на 28 и с 28 на 29 июля, располагались они от горизонта на севере и до зенита, протяженность облачного поля была, от 62 до 70°. В обоих случаях серебристые облака наблюдались на фоне тропосферной облачности (получено 15 фотоснимков).

### Приморский край

Спорадические наблюдения серебристых облаков в Приморье проводились с 1963 по 1964 г. в Садгороде, недалеко от Владивостока ($\varphi=43°$), до 23 ч по местному времени с мая по октябрь. В 1964—1965 гг. наблюдения велись в районе г. Артема на широте 43,5° с мая по октябрь. С середины мая

Таблица 4

**Условия видимости серебристых облаков в 1976—1980 гг. в г. Серпухове**

| Год | Месяц | Даты ночей | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1—2 | 2—3 | 3—4 | 4—5 | 5—6 | 6—7 | 7—8 | 8—9 | 9—10 | 10—11 | 11—12 | 12—13 | 13—14 | 14—15 | 15—16 | 16—17 | 17—18 | 18—19 | 19—20 | 20—21 | 21—22 | 22—23 | 23—24 | 24—25 | 25—26 | 26—27 | 27—28 | 28—29 | 29—30 | 30—31 | 31—1 |
| 1976 | Май | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | Июнь | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | 4 | 1 | 3 | 1 | 4 | 1 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | |
| | Июль | 1 | 1 | 1 | 4 | 1 | 1 | 4 | 3 | 4 | 1 | 4 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 | 1 | 1 |
| | Август | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1977 | Май | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | Июнь | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | |
| | Июль | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 |
| | Август | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 |
| 1978 | Май | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 3 | 0 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 0 | 3 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| | Июнь | 3 | 3 | 0 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 4 | 4 | 3 | 2 | 3 | 1 | 4 | 2 | 2 | |
| | Июль | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Август | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 0 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 | 0 | 2 | 3 |
| 1979 | Апрель | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | Май | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| | Июнь | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | |
| | Июль | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 |
| | Август | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 1 | 1 |

Продолжение табл. 4

| Год | Месяц | Даты ночей | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1—2 | 2—3 | 3—4 | 4—5 | 5—6 | 6—7 | 7—8 | 8—9 | 9—10 | 10—11 | 11—12 | 12—13 | 13—14 | 14—15 | 15—16 | 16—17 | 17—18 | 18—19 | 19—20 | 20—21 | 21—22 | 22—23 | 23—24 | 24—25 | 25—26 | 26—27 | 27—28 | 28—29 | 29—30 | 30—31 | 31—1 |
| 1980 | Май | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| | Июнь | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | |
| | Июль | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | Август | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 3 |

и до середины августа небо здесь часто закрыто тропосферными облаками, а с середины августа по ноябрь стоит практически безоблачная погода. За три года патрулирования серебристые облака в Приморье не наблюдались ни разу.

### Северный Тянь-Шань

Наблюдения серебристых облаков в июле 1968 г. проводились в полевых условиях во время географической экспедиции по маршруту Алма-Ата — пос. Баканас — Алма-Ата — Пржевальск — Фрунзе — Андижан — Самарканд — Мары — Красноводск — Баку — Тбилиси — Батуми — Сочи — Севастополь. Погодные условия были благоприятными для наблюдений, серебристые облака не наблюдались ни разу.

### Памир

В 1971 г. наблюдения на Памире велись с середины июля до середины августа в районе хребта Петра I, в 1972 г. — весь август в районе ледника Федченко, в 1976 г. — в полевых условиях по маршруту Актюбинск — Макат — Нукус — Муйнак — Хива — Самарканд — Душанбе — Ванч — пос. Хрустальный — Хорог — пос. Чашма — Мургаб — Ош — Андижан — Красноводск — Баку.

На Памире и в Средней Азии в июле — августе устанавливается безоблачная погода. Условия для обнаружения серебристых облаков хорошие. Памирский тракт от Душанбе до г. Хорога проходит на высотах от 2500 до 3500 м н. у. м., а от г. Хорога до г. Ош — на высотах 4000—5200 м. Атмосфера здесь абсолютно прозрачная, гражданские сумерки на Памире и в Средней Азии длятся около 30 мин, а астрономические — около часа. За все указанное время на Памире и в Средней Азии серебристые облака не были зарегистрированы ни разу.

### Кавказ

В июле 1961 г. наблюдения за серебристыми облаками были проведены в районе Западного Кавказа, в июле — августе 1970 г. — в районе Пятигорска — Нальчика, в июле — августе 1978 г. — в районе Орджоникидзе — Сухуми и в августе 1980 г. — в районе Дигории. Наблюдения велись в полевых условиях. Серебристые облака не были замечены ни разу.

## Наблюдения серебристых облаков с самолета 16—17 июля 1973 г.

Серебристые облака 16—17 июля 1973 г. яркостью 3 балла [2] в виде нескольких полос и струй без флёра были замечены в Ленинграде в аэропорту по азимуту $A=320°\pm5°$ и по высоте над горизонтом от 18 до 22°. Далее их можно было наблюдать непрерывно на всей трассе полета от Ленинграда ($\varphi=60.0°$) до Москвы ($\varphi=55.3°$) с высоты полета до 9000 м с момента взлета самолета в 01.40 до 03.00 ч (время московское декретное). В 03.00 серебристые облака занимали поле протяженностью до 100° от $A_л=300°$ и до $A_п=40°$, высота над горизонтом от 15° до 25°. Серебристые облака наблюдались на площади не менее одного миллиона квадратных километров.

Подводя итоги, можно отметить следующее.

1. Все случаи регистрации серебристых облаков пришлись на период с мая по сентябрь с максимумом появлений в средних широтах во второй половине июня — первой половине июля.
2. Яркие серебристые облака наблюдаются и в северных широтах (выше 60° с. ш.). Южнее 45° с. ш. за весь указанный период они не были зарегистрированы ни разу.
3. Серебристые облака в одном и том же пункте могут наблюдаться от нескольких минут до нескольких суток.
4. Довольно часто серебристые облака распространяются до зенита и наблюдаются даже в южной части неба (в утренние часы перед восходом Солнца). Вечером в зените их может обнаружить только опытный наблюдатель.

Поступила в редакцию
в сентябре 1981 г.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Мамонтов Б. С. Наблюдения серебристых облаков в Смоленске в 1959—1961 гг. — В кн.: Наблюдения серебристых облаков. М.: Наука, 1967, с. 102—111.
2. Инструкция для наблюдений серебристых облаков. — Астрономический календарь (постоянная часть). М., 1962, с. 505—537.

## РЕФЕРАТЫ НА ОПУБЛИКОВАННЫЕ СТАТЬИ

УДК 521.1

Бордовицына Т. В. **О построении метода тейлоровских разложений для спутниковых задач.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 3—8.

Обсуждаются два возможных подхода к построению алгоритма тейлоровских разложений для спутниковых задач.

Библ. 2.

УДК 523.531

Лебединец В. Н., Манохина А. В. **Об учете селективности наблюдений метеоров.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 9—17.

Кратко изложена история развития и внедрения современной теории замечаемости метеоров при радиолокационных и фотографических наблюдениях. Показано, что переход к «модели В» коэффициента светимости и учет геометрического фактора замечаемости фотографических метеоров приводит к хорошему согласию исправленных за избирательность наблюдений распределений орбит радио- и фотографических метеоров. Это совпадающее распределение орбит близко к распределению орбит радиометеоров, полученному еще в 1967 г. Б. Л. Кащеевым, В. Н. Лебединцом и М. Ф. Лагутиным по данным первого Харьковского каталога 12 500 орбит радиометеоров до $+7^m$, и сильно отличается от распределений, первоначально полученных по данным лучших каталогов орбит фотографических метеоров.

Библ. 20, ил. 2.

УДК 523.24

Быкова Л. Е., Шихалев В. В., Юрга В. А. **IX спутник Сатурна Феба: наблюдательный материал (1898—1981 гг.) и астрометрическая эфемерида (1983—2000 гг.).** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 18—21.

В работе приводятся собранные и обработанные авторами наблюдения Фебы, охватывающие интервал времени с 1898 до 1981 г., и дается представление наблюдений новой системой параметров орбиты спутника, полученной ранее. Средняя квадратическая ошибка представления составляет 1″,5. На основе новых параметров численным интегрированием вычисляется астрометрическая эфемерида Фебы до 2000 года.

Библ. 9, табл. 3.

УДК 523.53

А н д р е е в Г. В., Р я б о в а Г. О. **Вычисление плотности падающего потока метеоров методом численного интегрирования.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 22—30.

Рассматривается существующий метод вычисления плотности падающего потока метеоров по данным радиолокационных измерений. Показывается, что применяемые в нем селективные функции достаточно хорошо описывают избирательность радиолокационного способа наблюдения метеоров только близ опорной скорости и опорного направления. Предлагается новый способ численного интегрирования основного дифференциального уравнения теории падающего потока, точность которого зависит только от точности применяемой модели физической теории метеоров.

Библ. 15, ил. 2, табл. 2.

УДК 521.6+519.65

Т а м а р о в В. А., С е р е б р е н н и к о в А. Г. **Аппроксимация параметров движения ИСЗ сплайн-функциями.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 31—37.

Кубический и рациональный сплайны применены для аппроксимации прямоугольных координат и скоростей искусственных спутников Земли. Полученные результаты обсуждаются с точки зрения оперативности вычислений и объема числовой информации, определяющей сплайн.

Библ. 5, табл. 1.

УДК 521.1 — 521.6

Ш а р к о в с к и й Н. А. **Алгоритм вычисления возмущений от лунно-солнечных приливов в численном интегрировании уравнений движения ИСЗ.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 38—43.

Построен рекурсивный алгоритм вычисления возмущений в движении ИСЗ, обусловленных приливными деформациями в теле Земли.

Библ. 2.

УДК 629.78 + 521.1

К р а е в С. С. **Применение метода DUD к задаче улучшения параметров орбит.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 44—51.

Метод нелинейных наименьших квадратов, предложенный Рэлстоном применяется к задаче улучшения параметров орбит. Свойства метода исследуются на модельной задаче и сравниваются со свойствами других методов.

Библ. 4.

УДК 523.53

Волощук Ю. И., Кащеев Б. Л., Ткачук А. А. **Распределение гелиоцентрических скоростей метеоров.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 52—59.

Приведены результаты измерений гелиоцентрических скоростей метеоров по радионаблюдениям в Харькове в 1975—1977 гг. (свыше 100 тысяч индивидуальных метеоров до $+12^m$). Анализ показал, что распределение мало изменяется во времени. Среднее значение $\overline{v}_h = 32$ км/с. Зависимостью параметров распределений от координат радиантов метеоров в ряде случаев можно пренебречь. Сравнивая полученные данные с результатами фотографических наблюдений, можно сделать вывод, что средняя гелиоцентрическая скорость метеорных тел уменьшается с уменьшением их массы.

Библ. 12, ил. 3, табл. 1.

УДК 523.62 + 523.68

Заболотников В. С. **Об учете астрономической селекции.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 60—66.

Исследуется влияние астрономической селекции на распределение элементов орбит спорадических метеорных частиц. Выводится формула для фазовой функции относительно кеплеровских элементов, которая полностью описывает структуру комплекса метеорных частиц в любой точке Солнечной системы. Показывается, что используемая формула Эпика не полностью решает проблему учета астрономической селекции.

Библ. 2.

УДК 551.590.24(571.1)

Коржинская С. В. **Метеорологические и актинометрические наблюдения во время солнечного затмения 31 июля 1981 г. в г. Томске и пос. Красноярка Кемеровской области.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11, Томск: Изд-во 1984, с. 67—79.

Приводятся результаты метеорологических и актинометрических наблюдений во время солнечного затмения 31 июля 1981 г. в г. Томске и пос. Красноярка Кемеровской области и проводится сравнение их с результатами прошлых затмений.

Библ. 17, ил. 5, табл. 5.

УДК 520.1

Федянин М. Р., Морозов А. М. **Формулы астрономической рефракции и воздушной массы, полученные из модели земной атмосферы с постоянной плотностью.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 80—89.

Получены простые формулы рефракции и воздушной массы, а также формулы, связывающие воздушную массу с углом рефракции. Приведены результаты вычисления численных значений параметров, входящих в формулы. Отыскание параметров осуществлялось известными методами минимизации функции ошибок.

Библ. 7, ил. 2, табл. 3.

УДК 551.593.653

Фаст Н. П. **Наблюдения серебристых облаков в Томске в 1981 г.**— В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 90—93.

Приведены таблицы закрытости сектора зари тропосферными облаками для 93 ночей мая — августа 1981 г. и характеристики наблюдавшихся серебристых облаков. Дано описание некоторых появлений серебристых облаков. Сообщается об уникальном наблюдении их днем во время полной фазы затмения солнца 31 июля.

Табл. 2.

УДК 551.593.653

Мамонтов Б. С. **Наблюдения серебристых облаков.** — В кн.: Астрономия и геодезия. Вып. 11. Томск: Изд-во ТГУ, 1984, с. 94—103.

В работе приведены результаты регулярных наблюдений серебристых облаков, проведенных в Смоленске (1959—1962 гг.), Серпухове (1966—1981 гг.), и спорадические наблюдения на Кавказе (1961, 1970, 1978, 1980 гг.), Памире, Северном Тянь-Шане, в Приморском крае, Карелии.

Библ. 2, табл. 4.

## ABSFRRACTS ON THE PUBLISHED ARTICLES

**On construction of the method of Taylor expansion for the satellite problems.** Bordovitsina T. V. — In: Astronomy and Geodesy, 11. Tomsk, 1984, p. 3—8.

Two probable approaches to the construction of the algorithm of Taylor expansion for the satellite problems have been discussed.

Bibl. 2.

**On the account of meteor observation selectivity.** Lebedinets V. N., Manochina A. V.—In: Astronomy and Geodesy, 11. Tomsk, 1984, p. 9—17.

The history of development and inculcation of modern meteor noticeability theory at radio- and photographic observations is shortly stated. It is shown that the transition of the luminosity coefficient to the „B model" and the account of the geometry factor of photographic meteor noticeability leads to a good agreement between the distributions of radio- and photographic meteor orbits corrected for the observation selectivity. These distributions are close to those obtained in 1967 by B. L. Kashcheyev, V. N. Lebedinets and M. F. Lagutin from the first Kharkov catalogue of 12 500 radiometeor orbits up to $+7^m$ and significantly differ from the distributions obtained originally from the best catalogues of photographic meteor orbits.

Bibl. 20, ill. 2.

**Phoebe, Saturn IX: observations (1898—1981) and astronomical ephemeris (1983—2000).** Bykova L. E., Shikhalev V. V., Yurga V. A.— In: Astronomy and Geodesy, 11 Tomsk, 1984, p. 18—21.

Phoebe observations of 1898—1981 collected and processed by the authors are given in the paper. The presentation of the observations is done by a new system of satellite orbital parameters which has been obtained before. The mean quadratic error of the presentation is $1'',5$. The astronomical ephemeris of Phoebe is calculated by integrating on the basis of new parameters up to the year of 2000.

Bibl. 7, tabl. 3.

**Calculation of the meteor flux density by the numerical integration method.** Andreev G. V., Ryabova G. O. — In: Astronomy and Geodesy, 11. Tomsk, 1984, p. 22—30.

The available method of calculation of the ratio meteor flux density is discussed. It is shown that selective functions applied in this method sufficiently exactly describe selectivity of radar method of meteor observations only near reference velocity and reference direction. The new approach to numerical integration of the basic differential equation of the flux theory is offered. The accuracy of the approach depends only on the accuracy of epmloyed model of the physical meteor theory.

Bibl. 15, il. 2, tabl. 2.

**The approximation of the parameters of ASE motion by the spline-functions.** Tamarov V. A., Serebrennikov A. G. — In: Astronomy and Geodesy, 11 Tomsk, 1984, p. 31—37.

Cubical and rational splines have been applied for the approximation of the rectangular coordinates and velocities of the Earth artificial satellites. The results were discussed from the point of view of operating speed and the amount of numerical information determining spline.

Bibl. 5, tabl. 1.

**Algorithm of the calculation of effects of the tidal deformation of the Earth in the numerical integration of equations of the motion of Earth satellites.** Sharkovsky N. A. — In: Astronomy and Geodesy, 11. Tomsk, 1984, p. 38—43.

The recursive algorithm of calculation of effects of tidal deformation of the Earth on the motion of Earth satellites has been worked out.

Bibl. 2.

**The applying of the „DUD" method to the orbit improvement problem.** Kraev S. S. — In Astronomy and Geodesy, 11. Tomsk, 1984, p. **44—51.**

The „Does not Use Derivatives" (DUD) nonlinear least squares method proposed by Ralston is applied to the orbit improvement problem. The convergence properties of the DUD method are evaluated on the model problem and compared with those of other methods.

Bibl. 4.

**Distribution of the Heliocentric Velocities of Meteors.** Voloshuk Yu. I., Kashcheev B. L., Tkachuk A. A. — In: Astronomy and Geodesy, 11. Tomsk, 1984, p. 52—59.

The results of measurements of the heliocentric velocities of meteors from radioobservations in Kharkov in 1975—1977 (over 100 thousand individual meteors up to $+12^m$) are given. Analysis testified that the distribution is changed insignificantly with time. The mean value $V_h = 32$ km/s. The dependence of the distribution parameters on the radiants of meteors in a number of cases be neglected. From comparison of these data with the results of photographic observations one can draw a conclusion that mean heliocentric velocity of meteoroids diminish with the decrease of their masses.

Bibl. 12, ill. 3, tabl. 1.

**On taking into account astronomical selection.** V. S. Zabolotnikov. — In: Astronomy and Geodesy, 11. Tomsk, 1984, p. 60—66.

The effect of astronomical selection on distribution of orbital elements of sporadic meteors is discussed. A formula for phase function in relation to Kepler's elements is derived. This formula completely describes the structure of a complex of meteor particles at any point of the solar system. It is shown that the used Opik's formula does not solve the problem of taking into account astronomical selection completely.

Bibl. 2.

**Meteorological and actinometric observations during the solar eclipse on the 31st of July, 1981, in the city of Tomsk and the settlements of Krasnoyarka of the Kemerovo region.** S. V. Korzhinskaya. — In: Astronomy and Geodesy, 11 Tomsk, 1984, p. 67—79.

The results of meteorological and actinometric observations during the solar eclipse on the 31st of July, 1981, in the city of Tomsk and the settlement of Krasnoyarka of the Kemerovo region are given and their comparison with those of the preceding eclipses is made.

Bibl. 17, il. 5, tabl. 5.

**Formulae of astronomical refraction and air mass obtained from the model of terrestrial atmosphere with constant density.** Fedyanin M. R., Morosov A. M—In: Astronomy and Geodesy, 11, Tomsk, 1984, p. 80—89.

Simple formulae of refraction and air mass, as well as formulae relating air mass to the angle of refraction have been obtained. The results of computing the numerical values of parameters involved in the formulae are given. The finding of the parameters was carried out by the familiar methods of the minimization of the function of errors.

Bibl. 7, ill. 2, tabl. 3.

**Observation of Luminous Clouds Made in Tomsk in 1981.** Fast N. P. — In: Astronomy and Geodesy, 11. Tomsk, 1984, p. 90—93.

The tables of covering the dawn sector by tropospheric clouds for 93 nights of May—August, 1981, and characteristics of observed luminous clouds are given. Some appearances of luminous clouds are describea. It is reported about a unique observation of them in the day-time during the total phase of the solar eclipse on the 31st of July 1981.

Tabl. 2.

**Observations of Luminous Clouds.** B. S. Mamontov. — In: Astronomy and Geodesy, 11, Tomsk, 1984, p. 94—103.

In this paper the results of regular observations of luminous clouds made in Smolensk (1959—1962), Serpukhov (1966—1981). and sporadic observations made in the Caucasus (1961, 1970, 1978, 1980), in the Pamirs, in the North Tien Shan, in the Primorye Territory and in Karelia are given.

Bibl. 2, tabl. 4.

## СОДЕРЖАНИЕ

АСТРОНОМИЯ И ГЕОДЕЗИЯ

*Выпуск 11*

Редактор К. Г. **Шилько**
Технический редактор **Р. М. Подгорбунская**
Корректор **Г. В. Астапенко**

---

ИБ1129. Сдано в набор 21.12.83. Подписано в печать 02.11.84. К305235. Формат $60\times84^1/_{16}$. Бумага типографская. Гарнитура литературная. Печать высокая. Печ. л. 7,0+2,25. Усл. печ. л. 6,51+2,09. Уч.-изд. л. 6,5+1,8. Тираж 500 экз. Заказ 430. Цена 1 р. 30 к.

---

Издательство ТГУ, 634029, Томск, ул. Никитина, 4.
Тип. «Красноярский рабочий», г. Красноярск, пр. Мира, 91.