П. Н. Карницкий

Вопросы о вселенной в математических задачах средней школы

Учпедгиз - 1959

П. Н. Карницкий

ВОПРОСЫ О ВСЕЛЕННОЙ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Пособие для учителей

Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР

МОСКВА 1959

ОТ АВТОРА

Предлагаемое пособие составлено на основе личного опыта работы в школе, а также в итоге проведения соответствующих педагогических исследований.

Учащиеся V—X классов на протяжении всех лет своего обучения в школе очень интересуются вопросами о Вселенной. Сведения о ней они получают в процессе изучения физической географии, физики и астрономии.

Значительную роль в удовлетворении интересов школьников по вопросам о Вселенной может сыграть освещение их в процессе решения задач по математике. Решение задач по усмотрению учителя может осуществляться при всех видах работы. Некоторые из них могут быть решены в классе, другие заданы для домашней работы, а третьи могут представить интересный материал для работы математического кружка.

Решение задач по вопросам о Вселенной, сопровождаемое небольшими рассказами, будет углублять знания учащихся по этим вопросам, полученные в процессе изучения других учебных предметов.

Многие задачи, приводимые в пособии, были апробированы на опыте. Они одобрены рядом учителей и научных работников, как задачи, способствующие формированию основ диалектико-материалистического мировоззрения учащихся и играющие важную роль в осуществлении научно-атеистического воспитания.

Для удобства пользования пособием в конце его даны нужные приложения с указанием наступления ближайших солнечных и лунных затмений, элементов солнечной системы, данных о широтах и долготах ряда городов и т. д. Материалы приложений могут быть использованы учителями для составления других задач по вопросам о Вселенной, для организации наблюдений над конкретными элементами Вселенной, рассматриваемыми в задачах и т. д.

ВВЕДЕНИЕ.

Математика имеет своим предметом изучения окружающую нас реально существующую природу и тем или иным образом отражает законы ее существования, движения, изменения и развития.

Практическая деятельность людей потребовала, чтобы математика рассматривала и изучала не только отдельные тела, характеризуемые отдельными формами, числами, величинами, а чтобы она рассматривала эти тела и явления, происходящие с ними во взаимосвязи и во взаимообусловленности с другими телами и явлениями.

Математика изучает абстрактно выделенные количественные и пространственные характеристики движущейся материи, окружающих нас реальных тел природы. Поэтому в задачах по отдельным разделам этого предмета должны быть так или иначе отражены все стороны, характеризующие жизнь природы и отдельных ее объектов, в том числе и элементы учения о Вселенной.

На примерах решения задач по вопросам о Вселенной на уроках математики, во время выполнения домашних заданий и на занятиях математического кружка учащиеся смогут повторить многие вопросы о жизни Вселенной, изучаемые ими в процессе преподавания физической географии, физики и астрономии. Они смогут приобрести конкретные понятия об отдельных элементах и объектах мироздания на основе собственных вычислений. В их представлениях будут возникать соответствующие картины о движении небесных тел, о взаимосвязи и взаимообусловленности этих движений, о материальности мира, первичности материи и познаваемости мира.

Содержание рекомендуемых задач в предлагаемой работе построено на основе интереса учащихся и тех знаний об объектах Вселенной, которые известны ученикам соответствующих классов.

Систематически решая задачи о мироздании, учащиеся в течение ряда лет смогут накопить конкретные сведения о Вселенной, что будет способствовать формированию правильных выводов о строении Вселенной, ее бесконечности и вечности. Вопросы о Вселенной рассматриваются не только в специальном курсе астрономии X класса, где они представлены в довольно большом объеме, но и в процессе изучения ряда других учебных предметов и в начальной школе.

Так, например, в I—III классах начальной школы вопросы о Вселенной освещаются в процессе организуемых учителем наблюдений, на практических занятиях, путем объяснительного чтения рассказов и статей, имеющихся в книгах для классного чтения.

«Учащиеся второго класса... наблюдают восход и заход Солнца, движение Солнца по небу, изменение высоты Солнца (утром, днем и вечером) и продолжительность дня по временам года. В III классе проводятся экскурсии для наблюдения линии горизонта «и производится» определение сторон горизонта по своей тени в полдень солнечного дня ...» [1]

В IV классе учащиеся получают представление о шарообразной форме Земли, ее размерах и подвергают критике легенды древних людей, представлявших себе Землю в виде ограниченной плоскости, и т. д.

Много вопросов астрономии освещается в V классе в процессе изучения физической географии. Программа, в частности, требует проведения ежемесячных наблюдений над Солнцем и изучение следующих вопросов: 1) ориентирование по Солнцу и Полярной звезде; 2) форма Земли, факты, подтверждающие шарообразность Земли; 3) сравнение Земли и Солнца по величине; 4) значение Солнца для жизни на Земле; 5) видимое движение Солнца в течение дня; 6) смена дня и ночи, суточное вращение Земли; 7) земная ось, полюсы и экватор; меридианы и параллели, градусная сеть, географическая широта и долгота; 8) изменение высоты Солнца в разное время года (на основе итогов ежемесячных наблюдений над Солнцем); 9) смена времен года, годовое движение Земли вокруг Солнца, различное освещение и нагревание северного и южного полушарий в дни зимнего и летнего солнцестояния, времена года в северном и южном полушариях и другие.

---

[1] Программы начальной школы на 1956/57 учебный год, М., Учпедгиз, 1957, стр. 92—93.

О большом значении вопросов о Вселенной, освещаемых в курсе физики для выработки основ диалектико-материалистического мировоззрения и в осуществлении научно-атеистического воспитания в программе по этому предмету, указывается, что «формирование научного мировоззрения неотделимо от борьбы с религиозными предрассудками и суевериями. Такие законы, как закон сохранения и превращения энергии, закон сохранения количества движения, закон всемирного тяготения, представление о вечности материи и ее движении, являются основой для атеистического воспитания учащихся. В курсе физики должна быть также показана реакционная роль церкви в борьбе с прогрессивной наукой»[1].

Помимо указанных общих положений программы, при изложении отдельных тем по физике и при решении задач неизбежно приходится обращаться ко многим другим вопросам Вселенной. Например, при изучении вопроса об относительном движении и покое тел говорится о движении отдельных миров: Земли, Солнца, звезд, планет и т. д.; при изучении темы о вращательном движении объясняется движение небесных тел; много вопросов о Вселенной рассматривается в связи с изучением оптики и т. д.

Все перечисленные вопросы о Вселенной, освещаемые согласно программ в процессе изучения отдельных учебных предметов, нашли свое отражение в соответствующих учебниках. Кроме этого, в учебниках приводится много других вопросов, связанных как с перечисленными выше вопросами о Вселенной, так и с изучаемыми отдельными темами указанных предметов. Они встречаются частично и в решаемых задачах по географии, физике и математике. Они отражены соответствующим образом и в учебных пособиях начальной школы.

Приведенные в работе задачи о Вселенной, рекомендуемые к решению в процессе изучения математики, представляют собой материал в помощь учителю. Не обязательно все они должны быть решены в классе. Часть из них может быть задана на дом, а некоторые из них могут явиться предметом обсуждения на математическом кружке. Решение наиболее трудных задач, по рекомендации учителей, приводится в приложениях.

---

[1] Программа по физике на 1957/58 учебный год, стр. 3—4

ПЯТЫЙ КЛАСС.

В V классе при повторении материала, пройденного в начальной школе, устной и письменной нумерации можно привести по вопросам Вселенной ряд примеров и задач, которые подобны рассматриваемым в стабильном задачнике, но составлены на основе других примеров. Наименования соответствующих объектов Вселенной частично известны учащимся из уроков физической географии и проводимых с ними наблюдений над небом.

1. Записать на доске (или в тетради) расстояние в километрах, которое отделяет нашу Землю от Солнца 149 500 000 *км* (желательно указать при этом, что в астрономии это расстояние принимается за единицу выражения расстояний во Вселенной, которая называется «астрономической единицей»), планету Марс от Солнца 277 700 000 *км* и самую дальнюю планету Плутон от Солнца 6 896 900 000 *км*.

2. Кроме «астрономической единицы» выражения расстояний во Вселенной, в астрономии за единицу расстояния принят «световой год», который составляет более 9 000 000 000 000 *км*. Написать это число на доске (в тетради).

Желательно объяснить при этом, что «астрономическими единицами» выражаются расстояния между объектами солнечной системы, т. е. между Солнцем и планетами, а «световыми годами» выражаются расстояния от Земли до звезд и т. д. Если есть возможность — следует показать соответствующие таблицы из атласа «Вселенная» или из специально выпущенных для школ таблиц по астрономии, поясняющих астрономические единицы для выражения расстояний во Вселенной.

3. Самая яркая звезда, которая особенно хорошо наблюдаема в зимние вечера в северном полушарии — Сириус, находится от Земли на расстоянии более 80 000 000 000 000 *км*. Запишите это число.

4. Звезда Вега находится от Земли на расстоянии около 250 000 000 000 000 *км*, а среднее расстояние от Земли до

Луны составляет 384 400 *км*. Запишите эти числа в тетрадях.

5. Расстояние от Сатурна до Солнца 1 425 600 000 *км*, а от Нептуна до Солнца — 4 494 100 000 *км*. Округлите эти числа до миллионов.

При решении задач на арифметические действия с целыми числами можно рассмотреть следующие задачи:

6. Определите, на сколько километров экваториальный диаметр Земли больше полярного, если они соответственно равны 12 757 *км* и 12 713 *км*? Найдите среднее арифметическое значение для диаметра Земли.

7. Средний диаметр Земли равен 12 735 *км*, а средний диаметр Луны составляет 3 476 *км*. На сколько километров диаметр Земли больше диаметра Луны? Во сколько раз диаметр Земли больше диаметра Луны?

8. Среднее расстояние от Земли до Солнца составляет около 149 500 000 *км*. В течение года это расстояние изменяется в ту и другую сторону почти на 2 500 000 *км*. Чему равно наибольшее и наименьшее расстояние между Землей и Солнцем?

9. Среднее расстояние от Земли до Луны равно 384 400 *км*, а от Земли до Солнца 149 500 000 *км*. Определите, на сколько километров дальше находится от Земли Солнце по сравнению с Луной? Во сколько раз расстояние до Солнца больше, чем до Луны?

При решении указанных задач у учащихся постепенно формируется понятие об очень больших расстояниях во Вселенной и о ее безграничных просторах.

Решая задачи на действия с распространенными единицами времени (год, месяц, число), следует наряду с имеющимися задачами в сборнике задач для V класса на определение возраста людей по датам их рождения и смерти привести задачу о Копернике. В связи с решением этой задачи учащимся можно напомнить об открытии гелиоцентрической системы мира и о борьбе науки с религией за научное мировоззрение.

10. Сколько времени жил выдающийся польский астроном Николай Коперник, если он родился 19 февраля 1473 года, а умер 24 мая 1543 года?

С большим интересом учащиеся решают задачу на вычисление продолжительности дня и ночи, которая может быть предложена в следующем виде:

11. На основе данных, печатаемых в отрывном календаре на каждый день о времени восхода и захода Солнца, определите продолжительность дня и ночи (для того дня, когда вы будете решать эту задачу).

Учащиеся V класса очень интересуются задачами о повторяемости солнечных и лунных затмений.

Поэтому полезно будет в процессе изучения арифметики решить с учащимися несколько задач о регулярной повторяемости затмений Солнца и Луны.

Задачи могут быть сформулированы в следующем виде и предложены при повторении действий с именованными числами.

12. Известно, что солнечные и лунные затмения регулярно повторяются примерно через 18 лет, 10 суток и 8 часов (этот период времени называется с а р о с, что означает повторение).

Определите, когда наступит затмение Солнца, следующее за наблюдавшимся в СССР затмением в 3 часа дня 30 июня 1954 года? Когда происходило аналогичное ему затмение до 1954 года?

13. Ближайшее солнечное затмение будет наблюдаться в СССР 15 февраля 1961 года в 11 часов. Когда аналогичное ему затмение наблюдалось раньше?

14. Ближайшее лунное затмение, видимое в Европейской части СССР, будет наблюдаться 19 декабря 1964 года в 5 часов 3 минуты. Когда наблюдалось предшествующее ему затмение и когда оно повторится вновь?

Некоторые из аналогичных задач можно решить в процессе выполнения домашних заданий, а отдельные из них можно рассмотреть на математическом кружке, где легко проверить и правильность вычислений с помощью таблиц затмений. При этом следует подвергнуть критике ненаучные представления и различные суеверия, относящиеся к затмениям. Это удается легко делать, так как сами учащиеся «предсказывают» наступление затмений.

На основе проводимых вычислений они под руководством учителя делают вывод о том, что никаких сверхъестественных сил, управляющих этим явлением природы, нет.

Повторяя действия с целыми числами, надо остановиться на решении ряда задач по вопросам Вселенной, из которых учащиеся узнают о соотношении единиц, выражающих расстояния во Вселенной, об удалении небесных тел от Земли и т. д.

15. Единицей выражения расстояний во Вселенной являются «световой год», равный расстоянию, которое проходит свет в течение года, распространяясь со скоростью 300 000 *км* в секунду. Скольким километрам примерно равен «световой год», если считать округленно в году 365 суток?

16. Зная, скольким километрам равен «световой год», определите, сколько он содержит «астрономических единиц», если в «астрономической единице» содержится около 150 000 000 *км*?

17. Расстояние до Сириуса равно 80 000 000 000 000 *км*. Вычислите, чему равно это расстояние в «астрономических единицах» и в «световых годах».

18. Сколько времени должен был бы находиться в пути самолет, летящий со скоростью 1000 *км* в час, снаряд, летящий со скоростью 1000 метров в секунду, и автомобиль, движущийся со скоростью 100 *км* в час, чтобы покрыть расстояние от Земли до Солнца, равное 149 500 000 *км*?

19. Решите предыдущую задачу для Сириуса, расстояние до которого составляет около 80 000 000 000 000 *км*.

20. Найти скорость, с которой движется любое тело вместе с Землей в результате суточного движения последней, если оно находится на экваторе, длина окружности которого равна примерно 40 000 *км* (при решении этой и следующей задачи необходимо разъяснить их условия с помощью глобуса).

21. За сколько времени может долететь до Луны и Марса будущий ракетный двигатель, если его скорость должна быть не менее 11 *км* в секунду, среднее же расстояние до Луны 384 400 *км*, а наименьшее расстояние до Марса 565 000 000 *км*?

22. Зная, что високосные годы принято считать один раз в четыре года — в годы, последние цифры которых делятся на четыре,— определите, когда наступит следующий високосный год и три следующих за ним високосных года.

23. Найти скорость, с какой движется любое тело, участвуя в суточном движении Земли, если оно находится в Москве (длина параллели для Москвы 22 500 *км*) и в Ленинграде (длина параллели для Ленинграда примерно равна 20 000 *км*).

Примечание. Аналогичную задачу рекомендуется дать и про местность, где находится школа. Но для этого необходимо в условии задачи привести длину параллели этого места, предварительно вычислив ее на основе данных в справочниках о географической широте населенного пункта, в котором находится школа (широты некоторых городов приводятся в приложении).

24. Звезда Вега из созвездия Лиры, в направлении которой движется Солнце, а вместе с ним и Земля со скоростью 20 *км* в секунду, находится от нас на расстоянии 250 000 000 000 000 *км*. Рассчитайте, через сколько времени мы оказались бы вблизи этой звезды, если бы она сама не перемещалась в мировом пространстве?

Желательно, чтобы учитель показал учащимся вечером названные в задачах объекты Вселенной. Во время решения задач следует пользоваться имеющимися в школе картинами по мирозданию и приборами, например необходима демонстрация астрономических картин, отражающих жизнь Вселенной, демонстрация глобуса, теллурия и т.д. При решении задач о вращении Земли, учащиеся вспомнят о ее движении, о причинах смены дня и ночи, о смене времен года и т. п. Подобную работу можно провести на занятиях математического кружка. Решение же приведенных задач рекомендуется провести не только на занятиях кружка, но и при выполнении учащимися домашних заданий.

При изучении дробей можно предложить следующие типы задач о Вселенной, анологичные рассматриваемым в задачнике на основе других примеров.

25. Свет, распространяясь со скоростью 300 000 *км* в секунду, проходит расстояние от Солнца до Земли за $8\frac{1}{3}$ минуты. Вычислите по этим данным расстояние до Солнца.

26. От ближайшей к Земле звезды Альфа-Центавра, которая видна в южном полушарии, свет доходит до Земли за $4\frac{1}{3}$ года. Сколько километров до этой звезды?

27. С какой скоростью движется Луна вокруг Земли, если известно, что полный оборот она совершает за $27\frac{1}{3}$ суток, а длина ее орбиты около 2 400 000 *км*?

28. С какой скоростью несется в мировом пространстве каждая точка Земли (в том числе и вы) вследствие движения Земли вокруг Солнца, если длина орбиты Земли приблизительно равна 900 000 000 *км*, а полный оборот Земля совершает вокруг Солнца примерно за $365\frac{1}{4}$ суток?

29. Земля при своем движении вокруг Солнца проходит путь в 900 000 000 *км* за 1 год ($365\frac{1}{4}$ суток). Какое расстояние она проходит за 10 суток? за 1 месяц? за 1 сутки? за 1 час? за 1 секунду?

30. Год содержит примерно $365\frac{1}{4}$ суток. Сколько в году часов, минут, секунд?

31. Считая, что сутки содержат 24 часа, определите, какую часть суток составляет 1 секунда?

32. Луна делает свой оборот вокруг Земли за $27\frac{1}{3}$ суток. За какое время она сделает $\frac{1}{4}$ оборота вокруг Земли?

33. Зная, что среднее расстояние от Земли до Солнца составляет 149, 5 млн. *км*, вычислите, чему равно расстояние от Солнца до Меркурия и Венеры, если оно соответственно составляет 0,378 и 0,723 указанного расстояния.

Чему равно расстояние от Солнца до Марса, Юпитера и Сатурна, если оно соответственно в 1,524; 5,203 и 9,523 раза больше, чем расстояние между Землей и Солнцем?

34. За сколько земных суток происходит обращение Меркурия, Венеры, Марса, Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна и Плутона вокруг Солнца, если полный оборот этих планет вокруг Солнца происходит соответственно в 0,24; 0,62; 1,88; 11,86; 29,46; 84,02; 164,8; 248,4 земных года, средняя величина которого составляет 365,242 суток.

35. Вычислите, скольким километрам равно среднее значение диаметров планет, если они составляют: для Меркурия 0,38; для Венеры 0,96; для Марса 0,53; для Плутона 0,47 частей от величины диаметра Земли, равного 12 757 *км*. Сколько *км* содержит диаметр Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна, если они соответственно в 11,2; 9,5; 3,9; 4,2 раза больше диаметра Земли?

При решении задач на определение числовых масштабов и связанных с этим понятием полезно рассмотреть некоторые задачи следующего содержания:

36. Измерьте с помощью нитки или тесьмы длину экватора на школьном глобусе и определите, в каком масштабе изготовлен глобус, приняв, что истинная длина экватора Земли составляет 40 000 *км*.

37. Определив масштаб, в котором изготовлен глобус, измерьте ниткой кратчайшее расстояние между Москвой и Пекином. Вычислите, сколько километров между этими городами и за сколько времени можно долететь из Москвы до Пекина на реактивном самолете, скорость которого 1000 *км* в час?

38. Решите аналогичную задачу для Москвы и Нью-Йорка, для Москвы и Лондона, для Москвы и Каира.

Для представления об отношении гор на Земле к ее шаровидности могут служить задачи подобные следующей:

39. Одна из вершин Кавказских гор — Казбек — имеет высоту около 5000 *м* (5047 метров). Вычислите, какой высотой надо изобразить эту вершину на глобусе, диаметром 40 *см*, если радиус Земли около 6400 *км*.

Ответ на задачу, согласно которого Казбек должен быть представлен на глобусе высотой в 0,17 миллиметра, убеждает учащихся, почему Земля считается шарообразной. Как пылинка с диаметром в 0,17 *мм* не заметна на глобусе, так относительно не заметен с большого расстояния и Казбек, если смотреть на землю с какого-либо другого Мира, например с Луны, или если сфотографировать его с помощью ракеты, запущенной на большую высоту.

Небезынтересна в этом отношении и такая задача:

40. Какого диаметра следовало бы изготовить глобус, чтобы на нем гора Казбек была изображена высотой в 3 миллиметра?

Наглядному представлению и пониманию учащимися относительных расстояний планет от Солнца и их размеров способствуют следующие задания:

41. Зная, что расстояние от Земли до Солнца равно округленно 150 000 000 *км*, а расстояние от Солнца до Меркурия и Венеры соответственно составляет 0,4 и 0,7 от этого расстояния, а до Марса и Юпитера оно соответственно в 1,5 и 5,2 раза больше начертите план этого участка Солнечной системы в масштабе 1:10 000 000 000 000, обозначив Солнце в виде точки в центре чертежа и проведя соответствующие перечисленным планетам круговые орбиты из воображаемого Солнца.

Примечание. Аналогичные задачи имеются в сборнике задач по арифметике, но они даны на основе других примеров.

42. По данным расстояний планет от Солнца (их надо продиктовать учащимся, см. приложение) начертите в тетради, выбрав нужный масштаб, план солнечной системы. Расположите Солнце на этом рисунке не в центре страницы, а у нижнего конца.

43. Начертите на отдельной странице тетради, по данным диаметра Солнца и планет, соответствующие окружности, отражающие сравнительные размеры указанных небесных тел в определенном масштабе. Солнце нарисуйте в виде круга с большим диаметром, примерно равным ширине тетради, а планеты в виде кругов с радиусами, соответствующими выбранному масштабу для изображения Солнца.

Указанные задачи имеют большую роль в привитии практических навыков учащимся по вычерчиванию схем в определенном масштабе.

Выполняя это задание, учащиеся еще раз вспоминают о движении планет вокруг Солнца, о том, что наша Земля является рядовой, «средней» планетой как по величине, поскольку она не самая большая и не самая маленькая, так и по ее расположению от Солнца, так как она, по сравнению с другими планетами не самая близкая и не самая далекая и т. д.

В V классе программой по арифметике предусмотрены практические работы по проведению прямых на местности. Хорошему пониманию и сознательному проведению этих работ может способствовать решение задач, в которых данные расстояния необходимо изображать в тетрадях в определенном масштабе с помощью отрезков. При этом учащиеся сознательно убеждаются в необходимости уметь хорошо ориентироваться на местности, повторяют изученные на уроках географии способы ориентирования по Солнцу, Полярной звезде и другие способы. Примерное содержание задач может быть таким:

44. Во время пионерского похода два пионера получили от вожатого задание, для выполнения которого им необходимо совершить следующий путь: сначала пройти 1200 *м* в направлении на север, потом 800 *м* на запад, потом 1200 *м* к югу. Начертите путь этих пионеров в тетради в масштабе, при котором 1 *см* на рисунке соответствовал бы 200 *м* на местности, приняв верх тетради за северную сторону.

45. Два туриста должны были пройти следующий путь: сначала 5 *км* с востока на запад, потом 3 *км* на север и 5 *км* на восток. Начертите их путь в тетради в масштабе, при котором одному сантиметру на рисунке соответствовал бы 1 *км* на местности. Определите, сколько километров и в каком направлении им надо пройти еще, чтобы попасть в то место, из которого они начали свой путь?

46. Одному туристу с целью изучения природы местного края нужно пройти следующее расстояние: 20 *км* в направлении на юг, потом 30 *км* на восток, 50 *км* на север и 30 *км* на запад. Начертите в тетради путь туриста в масштабе, при котором 1 *см* на рисунке соответствовал бы 1 *км* на местности и определите по рисунку, сколько километров и в каком направлении должен пройти турист, чтобы попасть домой.

Во время повторения материала в конце учебного года также желательно решать задачи по вопросам Вселенной.

ШЕСТОЙ КЛАСС.

Одной из интересных задач, которую следует разобрать в самом начале изучения геометрии в VI классе, когда дается понятие об измерении углов, может быть задача о вычислении углов между направлениями на точку севера и точку восхода или захода Солнца для разных времен года. Задача может быть предложена в следующем виде:

47. Наблюдениями установлено, что для широты в 60° угол между направлением на точку севера и точку восхода Солнца в самый короткий день (22 декабря) составляет 139°, а в самый длинный день (22 июня) он примерно равен 35°.

Углы же между направлениями на точку севера и точку захода в эти дни соответственно составляют около 221° и 325°.

Зная эти данные, выполните следующую работу:

а) Начертите окружность произвольного радиуса и представьте себе, что она соответствует линии горизонта на ровной и открытой местности. Проведите внутри этой окружности два взаимно перпендикулярных диаметра, один из которых, соответствующий линии меридиана, проведите вертикально. Обозначьте основные направления сторон горизонта, отметив точку севера вверху чертежа. Укажите на линии горизонта точки, соответствующие восходу и заходу Солнца в дни равноденствий. Эти точки примерно совпадут с точками востока и запада.

Отметьте точки восхода и захода Солнца в указанные в задаче дни, а также соответствующие углы.

б) Вычислите величину угла между направлениями на точку восхода и захода Солнца для 22 декабря.

в) Сделайте эти вычисления для 22 июня.

г) Найдите разницу в полученных данных.

д) Ответьте на вопросы: Где восходит и заходит Солнце в другие дни года? Можно ли ориентироваться по наблюдению восхода Солнца и как это сделать в любой день года?

П р и м е ч а н и е. а) Для сокращения условия задачи пункт «а» учащимся можно не диктовать, а сделать устное указание о необходимости решения задачи с помощью рисунка.

б) Подобные задачи развивают у учащихся наблюдательность, так как у них появляется желание обязательно, хотя бы примерно, проверить аналогичные данные для своей местности. Эти данные убеждают их в том, что Солнце восходит примерно на востоке, а заходит на западе только в дни равноденствий, в остальные же дни года этого не случается.

На основе данных этой задачи и приводя соответствующие наблюдения над Солнцем, учащиеся приходят к твердому убеждению, что привычное и распространенное мнение о том, что «Солнце восходит на востоке и заходит на западе» (о чем говорится в книге по чтению для III класса и сохраняется у многих людей всю жизнь), неверное и мешает правильному ориентированию на местности.

в) Желательно, чтобы в этой задаче были указаны данные, относящиеся к местности, где находится школа. Для этого учителю необходимо подготовить эти данные на основе имеющихся таблиц с указанием широт и азимутов точек восхода и захода Солнца. Их можно найти в астрономических справочниках, а некоторые данные из них приводятся в конце предлагаемой работы.

Например, для г. Костромы, расположенного на широте 57°46′ соответствующие углы при восходе и заходе Солнца примерно равны: 134° и 226° для 22 декабря; 40° и 321° для 22 июня.

С большим интересом решаются учащимися задачи на определение высоты подъема Солнца над горизонтом в полдень для разных времен года. В итоге ученики вспоминают о взаимосвязи сезонных явлений на Земле с движением нашей планеты вокруг Солнца и с кажущимся движением Солнца по небу. Они вспоминают о наблюдениях, проводимых над Солнцем с учителем географии в V классе, и повторяют их при первой же возможности. Задачи могут быть сформулированы в следующем виде:

48. Вычислите, чему равна высота Солнца над горизонтом в полдень равноденствий для Москвы, если она находится на широте 55° 45′ и если известно, что для этих вычислений надо из 90° вычесть широту местности?

49. Вычислите, чему равна высота Солнца над горизонтом в полдень для Москвы в самый длинный и в самый короткий день, т. е. 22 июня и 22 декабря, зная, что для решения этой задачи надо к высоте Солнца в дни равноденствий прибавить (для лета), или отнять (для зимы) по 23°, 27′. Нарисуйте в тетрадях полуокружность, соответствующую меридиану, и углы, полученные в ответах от последних двух задач.

Полезными задачами для закрепления знаний об измерении углов и в практическом использовании этих знаний для ознакомления с вопросами о Вселенной являются такие задачи:

50. Зная, что Земля совершает полный оборот вокруг своей воображаемой оси за 24 часа, определите, на сколько градусов она повернется за 1 час? за 1 минуту? за 1 секунду?

51. Сколько раз в году наблюдается один и тот же азимут восхода или захода Солнца?

52. Сколько раз в году наблюдается одна и та же высота Солнца в полдень?

53. На сколько километров удален экватор от Москвы (широта 55° 45′), от Симферополя (широта 44° 57), от Костромы (широта 57° 46′), от вашей местности, если известно, что один градус долготы составляет 111,1 *км*?

54. Вычислите, чему равно ближайшее расстояние от указанных в предыдущей задаче пунктов до Северного полюса? до Южного полюса?

55. Архангельск находится на широте 64° 34′, а Астрахань на широте 46° 21′. Определите, на сколько севернее находится Архангельск от Астрахани в градусной мере и в километрах, если один градус меридиана равен по длине 111,1 *км*.

56. Определите, на сколько севернее или южнее находится город (село), в котором вы живете в сравнении с Москвой, находящейся на широте 55° 45′.

Указание. В условии этой задачи необходимо сообщить учащимся широту места, в котором находится школа.

Много интересных задач, связанных с умением ориентироваться на поверхности Земли и отысканием нужных направлений по сторонам горизонта, может быть решено во время проведения практических занятий на местности. Программой шестого класса предусмотрено измерение углов на местности и глазомерная оценка величины углов во время проведения практических занятий.

Примерное содержание задач по этому разделу программы может быть следующее:

57. Считая верхний край тетради за северную сторону, поставьте в тетради точку и проведите из нее направления по основным (север, юг, восток, запад) и промежуточным (северо-восток, юго-восток, северо-запад, юго-запад) сторонам горизонта. Разделите полученные углы пополам и назовите полученные направления.

58. Поставьте в тетради точку и проведите от нее направление на юго-восток и на северо-северо-запад.

59. Поставьте в тетради четыре точки в направлении восток-запад на расстоянии 3 *см* между каждой из них и проведите следующие направления: из первой точки — на север, юго-запад и юго-юго-восток; из второй точки — на восток, северо-запад и юго-юго-запад; из третьей — на юг, северо-восток и северо-северо-запад и из четвертой — на запад, северо-восток и юго-юго-восток.

60. При определении на местности различных направлений углы обычно отсчитываются от точки Севера и называются а з и м у т а м и. Поставьте в тетради точку и проведите из нее направления, соответствующие следующим азимутам: 180°, 90°, 270°, 0°, 45°, 135°, 315°.

61. Поставьте в тетради точку и проведите из нее направления, соответствующие таким азимутам: 0°, 180°, 30°, 70°, 220°, 320°, 350°.

62. Проведите в тетради линию горизонта в виде окружности и отметьте на ней основные направления по сторонам горизонта. Отметьте точку севера в верхней части рисунка. Укажите на линии горизонта места восхода и захода Солнца для широты 60°—22 марта, 20 июня, 18 сентября и 20 декабря, если соответствующие азимуты восхода и захода для этих дней составляют следующие величины: 87° и 273°; 35° и 325°; 84° и 276°; 139° и 221°. Как примерно можно назвать направления, в которых восходит и заходит Солнце в эти дни?

63. Начертите в тетради прямую линию длиной 3 *см* с юга на север. Из конца ее проведите два отрезка длиной по 4 *см*, соответствующие направлениям, азимуты которых составляют 45° и 270°. Из концов этих отрезков проведите по 2 отрезка длиной по 3 *см*, соответствующие направлениям с азимутами 270° и 90°. Проведите указанные направления с помощью транспортира и компаса.

64. Во время туристического похода группа пионеров шла по следующим направлениям: сначала вся группа шла на запад, потом они разделились на три группы и каждая из них пошла по следующим азимутам: первая группа пошла в прежнем направлении, вторая — по азимуту 225° и третья в направлении, азимут которого составил 315°. Пройдя еще такое же расстояние, как в начале пути, группы вновь разделились на 3 части и теперь в каждой из них оказалось по 3 человека. Движение же они продолжали по следующим азимутам: 0°, 180° и 270°.

Нарисуйте в тетради перемещение группы пионеров, отмечая каждого члена группы маленьким кружком, а их передвижение из одного пункта в другой — отрезком в 4 *см*.

65. Для ориентирования по Солнцу в солнечные дни часто пользуются часами. Для этого циферблат часов располагают в горизонтальной плоскости так, чтобы часовая стрелка показывала бы направление на Солнце. В этом случае примерное направление на юг совпадает с направлением биссектрисы угла, образованного часовой стрелкой и воображаемым направлением на число 12, изображенное на циферблате. Зная этот способ ориентирования — нарисуйте в тетради окружность, соответствующую циферблату часов, отметьте на ней точками и цифрами деления, соответствующие целым часам, и определите направление на юг для 5 часов дня, для 10 часов утра и для 3 часов дня, проведя их пунктирными линиями.

При изучении алгебры и решении примеров по формулам на подстановку и вычисление данных буквенных обозначений, а также при решении примеров на сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел возможно рассмотрение ряда вопросов Вселенной. Примерными задачами по этим темам могут быть следующие:

66. Для определения дня недели по известной дате какого-либо события, происшедшего по старому стилю можно пользоваться следующей формулой:

$$Q = p + 2q + \left[\frac{3\,(q+1)}{5}\right] + N + \left[\frac{N}{4}\right],$$

где p— число месяца, q — номер месяца, N — год. В квадратных скобках берутся только целые части частного, а остаток от деления числителя на знаменатель—отбрасывается. Кроме того, январь и февраль считаются как 13 и 14 месяцы предыдущего года. Найдя таким образом число Q, делят его на 7 и по полученному остатку определяют день недели, считая его по порядку от воскресенья. Например, если полученный остаток равен 1,то событие произошло в воскресенье, если 2— в понедельник, 3 — во вторник и т. д.

На основе приведенной формулы определите в какой день недели была открыта Колумбом Америка, если это произошло 12 октября 1692 года?

67. Великий русский писатель А. С. Пушкин родился 26 мая 1799 года, а умер 29 января 1837 года. В какой день недели родился и умер Пушкин?

68. Величайший преобразователь природы И. В. Мичурин родился 15 октября 1855 года. Какой это был день недели?

69. В какой день недели родился гениальный русский ученый М. В. Ломоносов, если известно, что он родился 8 ноября 1711 года?

70. Измерениями и вычислениями ученых установлено, что в центре диска освещенной полной Луны температура достигает свыше $+100°$ C, в то время как на темной, неосвещенной части Луны температура доходит до $-160°$ C. Определите, на сколько градусов температура в центре освещенной части Луны больше, чем в ее теневой части.

71. В центральной части лунного диска температура достигает $+100°$ C, быстро падая к его краям, где она доходит до $-50°$ C. Чему равна разность температур в центре диска Луны и на его краях?

72. Во время одного из лунных затмений установлено, что температура средней части диска Луны в течение затмения упала с $+70°$ C до $-117°$ C. На сколько градусов произошло уменьшение температуры средней части лунного диска?

73. На сколько севернее Москвы находится Кострома, если широта Москвы $+55°\,45'$, а Костромы $+57°\,46'$.

74. На сколько севернее города Кейптаун, расположенного на широте $-33°\,56'$, находится Париж, широта которого составляет $+48°\,50'$?

75. На сколько южнее города Сант-Яго, расположенного на широте $-33°\,27'$, находится Москва, широта которой $+55°\,45'$?

76. При обозначении географических координат очень часто долготу местности записывают не в градусной мере, а в часах, минутах и секундах, выражающих собой время в течение которого Земля повертывается от начального меридиана до меридиана местности, или от меридиана данной местности до начального меридиана (см. таблицу долгот в приложениях), обозначая их знаком «плюс», если отсчет ведется к востоку от начального меридиана и знаком «минус», если отсчет ведется к западу. Зная это, определите в градусной мере долготу города Берн, если она составляет $+0$ час. 30 мин. от Гринвича и долготу города Мадрид, если она равна -0 час. 15 мин. Найдите разность долгот этих городов.

77. Долгота Вашингтона составляет — 5 час. 8 мин. от Гринвича, а долгота Каира + 2 часа 5 мин. Определите долготы указанных городов в градусной мере и найдите их разность.

78. Определите широту места, если известно, что полярное расстояние зенита составляет 34° 15′.

79. Определите широту места, если известно, что зенитное расстояние полюса составляет 32° 14′.

80. Чему равна разность долгот в градусной мере между двумя городами, если разность местного времени между ними составляет 1 час? 2 часа? 30 мин.? 15 мин? 3 часа? 30 мин?

81. В каких местах на Земле наблюдается полдень в то время, когда он наблюдается в Москве? Когда он наблюдается в вашей местности?

82. В каких местах на Земле считают полдень для Москвы 3 часа дня? 11 часов дня? 6 часов вечера? 12 часов ночи? 6 часов утра следующего дня?

Определите долготы этих мест относительно Москвы в градусной мере.

83. Долгота Омска от Пулковского меридиана составляет +2 часа 52 мин., а долгота Пулкова от Гринвичского меридиана равна +2 часам 1 мин.

Определите долготу Омска от Гринвича и вычислите ее в градусной мере.

84. Долгота Варшавы от Пулкова составляет —0 час. 37 мин., а долгота Пулкова от Гринвича равна +2 часам 1 мин. Вычислите, чему равна долгота Варшавы относительно Гринвича и определите ее в градусной мере.

85. Долгота Москвы от Пулкова равна +0 час. 29 мин. Долгота Пулкова от Гринвича +2 часа 1 мин., а долгота Казани от Москвы +11° 33′. Вычислите, чему равна долгота Казани от Гринвича в мерах времени (в часовых углах) и в градусной мере.

86. Долгота Вены +16° 20′, а долгота Стокгольма +18° 20′. Сколько времени будут показывать часы в Стокгольме, когда в Вене 10 часов? Сколько будут показывать часы в Вене, когда в Стокгольме 3 часа?

В VI классе также возможно рассмотрение ряда вопросов о Вселенной при решении задач на пропорциональные величины, примерами которых могут быть такие задачи:

87. Зная, что полярный диаметр Земли равен 12 713 *км*, а экваториальный —12 757 *км*, определите чему должен рав-

няться полярный диаметр Земли на глобусе диаметром в 1 метр. Правильно ли делают, что Землю на глобусах представляют в виде шара, не показывая сжатия Земли?

88. Расстояния Венеры и Земли от Солнца можно считать приблизительно прямо пропорциональными числам 7 и 10. Зная, что расстояние от Земли до Солнца равно 149 500 000 *км*, определите, на каком расстоянии от Солнца находится Венера?

89. Во время приближенных расчетов считают, что расстояния до Солнца от Марса и Юпитера прямо пропорциональны соответственно числам 15 и 52. Определите расстояние до Юпитера, если известно, что Марс находится от Солнца на расстоянии 227,7 млн. *км*.

90. Высчитайте, чему равно приближенное расстояние от Сатурна до Солнца, если известно, что Венера удалена от Солнца на 108,1 млн. *км*, а расстояния этих планет от Солнца соответственно пропорциональны числам 100 и 7.

СЕДЬМОЙ КЛАСС.

Программа VII класса по геометрии позволяет рассмотреть задачу об определении размеров Земли, а при проведении практических занятий на местности и работы с эклиметром, можно рассмотреть целый ряд задач по определению высоты Солнца и Полярной звезды с помощью этого прибора. Кроме того, возможно рассмотрение ряда задач, имеющих большое практическое и познавательное значение по определению расстояний между любыми двумя пунктами Земли на основе правила, предложенного русским математиком академиком Чебышевым, по данным географических широт и долгот определенных пунктов.

Задачу об определении размеров Земли можно дать следующего содержания:

91. Размеры Земли впервые были определены греческим ученым Эратосфеном, жившим в 276—196 гг. до н. э. Он наблюдал Солнце в полдень летнего солнцестояния в Сиене, где теперь город Ассуан, и в Александрии, которые находятся примерно на одном меридиане. Расстояние между ними составляло 5000 стадий. В то время, когда в Сиене солнце находилось в зените, т. е. освещало дно колодца, в Александрии его лучи падали под углом в 7°,2 к вертикали.

Вычислите по этим данным величину окружности Земли, зная, что одна греческая стадия равна примерно 157,5 *м* и сравните ее с современными данными этой величины, которая равна 40 800 *км*.

Задача решается очень просто, поскольку дуга в 7°,2 составляет $\frac{1}{50}$ часть окружности Земли, длина которой равна расстоянию между Сиеной и Александрией. На основе этого учащиеся вычисляют, что по данным Эратосфена длина окружности Земли немного отличается от более поздних измерений (см. рис. 1 в приложении).

В связи с решением указанной задачи можно напомнить учащимся о движении Земли, а также и о строении солнечной системы, путем решения на занятиях кружка, или самостоятельно ряда задач об элементах планет, имеющих примерно следующее содержание:

92. Марс обращается вокруг своей воображаемой оси за 24 часа 37 мин. Этот период называется марсовыми сутками. Определите, сколько марсовых суток содержится в марсовом годе, если известно, что Марс обращается вокруг Солнца за 1,88 земных года.

93. Высчитайте, сколько в юпитеровом годе, измеряемом временем обращения Юпитера вокруг Солнца и равном 11,86 земным годам содержится юпитеровых суток, если известно, что Юпитер обращается вокруг своей воображаемой оси за 9 час. 55 мин?

94. Нептун обращается вокруг Солнца за 164,8 земных года, а вокруг оси — за 15 час. 36 мин.

Вычислите, сколько нептуновых суток содержится в нептуновом годе.

95. Начертите в тетради пути планет вокруг Солнца, приняв за 1 *мм* 50 млн. *км*, изобразив Солнце в центре рисунка, а планеты на орбитах в виде маленьких окружностей (данные о расстоянии планет от Солнца приведены в приложениях).

96. Начертите в тетради в виде окружностей относительные размеры Солнца и планет в масштабе, при котором 1 *см* соответствовал бы 70 000 *км* (данные о размерах планет приведены в приложениях).

Во время проведения практических занятий с эклиметром следует рассмотреть ряд задач следующего содержания:

97. Зная, что полуденная высота солнца в дни равноденствий может быть определена вычитанием широты местности из 90°, вычислите, чему она равна для вашей местности и по возможности проверьте результат с помощью эклиметра.

98. Для определения высоты Солнца в полдень в дни солнцестояний необходимо к полуденной высоте Солнца в дни равноденствий прибавить (для 22 июня) или отнять (для 22 декабря) по 23° 27′.

Вычислите высоту полуденного Солнца в дни солнцестояний для вашей местности и по возможности проверьте результат с помощью эклиметра.

99. Определите, на каких широтах находятся пункты, в которых наибольшая полуденная высота Солнца в году составляет 90°; 30°; 60°? В которых наименьшая высота Солнца за год составляет 3°; 7°; 11°?

100. Измерьте с помощью эклиметра высоту Солнца в полдень 22 декабря (или около 20-х чисел декабря) и 21 марта (или около 20-х чисел этого месяца).

Найдите разность в полученных углах и вычислите высоту Солнца для 22 июня.

101. Вычислите по условиям предыдущей задачи, на сколько отвеснее падают солнечные лучи в вашей местности в день летнего солнцестояния (22 июня) в сравнении с зимним солнцестоянием и объясните на основе этого наступление лета и зимы.

102. Измерьте с помощью эклиметра высоту Полярной звезды в вашей местности. Сравните угол, под которым видна Полярная звезда с широтой вашей местности, а также с высотой полуденного Солнца в дни равноденствий.

103. Измерив с помощью эклиметра высоту Полярной звезды, определите чему равно для вашей местности зенитное расстояние полюса.

В заключение практических занятий по определению недоступных расстояний на местности с помощью треугольников и симметрии следует на основе правила Чебышева рассмотреть ряд задач на определение расстояний между двумя пунктами Земли по их географическим координатам.

104. Русский математик, академик Чебышев, предложил следующее простое правило для определения расстояния между точками на земной поверхности: взять разность широт и долгот двух мест, выразить их в дуговых минутах; удвоить разность широт; большее из двух полученных чисел удвоенной разности широт и разности долгот умножить на 7, а меньшее на 3; произведения сложить; полученную сумму разделить на 8, тогда и найдем, сколько километров между двумя пунктами. Пользуясь этим правилом, определите расстояние между Москвой и Казанью, находящихся на широте $+55^\circ 45'$ и $+55^\circ 48'$, если разность долгот этих городов составляет $11^\circ 33'$.

105. Определите по правилу Чебышева кратчайшее расстояние между Москвой (широта $+55^\circ 45'$; долгота $+0$ час. 29 мин. от Пулкова) и Костромой (широта $+57^\circ 46'$; долгота $+0$ час. 42 мин. от Пулкова).

106. Сколько километров между Кишиневом (широта $+47^\circ 2'$; долгота — 0 час. 6 мин. от Пулкова) и Владивостоком (широта $+43^\circ 7'$; долгота $+6$ час. 46 мин. от Пулкова)?

107. На каком расстоянии находится Пулково (широта $+59^\circ 46'$; долгота $+2$ часа 1 мин. от Гринвича) от Сант-Яго (широта — $33^\circ 27'$; долгота — 4 часа 43 мин. от Гринвича)?

ВОСЬМОЙ КЛАСС.

В VIII классе при решении задач на подобие треугольников учащиеся с большим интересом решают задачи на определение длины конуса тени, отбрасываемого Землей, или Луной, при освещении их Солнцем.

Приводимые задачи рекомендуется решить на занятии математического кружка или при выполнении домашних заданий.

Сами задачи могут быть даны в такой редакции:

108. При освещении Земли Солнцем образуется конус полной тени. Определите длину этой тени от центра Земли до вершины конуса, в случае наибольшего и наименьшего расстояния от Земли до Солнца, если известно, что радиус Земли равен 6368 *км*, а диаметр Солнца в 109 раз больше диаметра Земли. Наибольшее расстояние между Солнцем и Землей составляет 152 млн. *км*, наименьшее — 147 млн. *км* (см. рис. 2 в приложениях).

109. Приняв во внимание условие предыдущей задачи, найдите радиус сечения земной тени на расстоянии, равном среднему удалению Луны от Земли, составляющем около 384 000 *км*.

110. Определите, на сколько простирается конус полной тени, отбрасываемой Луной. Достигает ли ее тень Земли при наибольшем и наименьшем расстоянии Луны от нашей планеты, равном примерно 357 000 *км* и 407 000 *км*?

111. Подсчитайте, во сколько раз сечение земной тени на расстоянии Луны от Земли больше диаметра Луны, если принять округленно, что диаметр Луны составляет 0,25 диаметра Земли, а диаметр Солнца в 109 раз больше диаметра Земли. Среднее расстояние между Луной и Землей составляет 60 земных радиусов, а между Землей и Солнцем 23 000 земных радиусов. Радиус Земли можно принять округленно за 6400 *км*.

Решая задачи на метрические соотношения в треугольнике и круге, можно разобрать две задачи, поясняющие вращение небесных тел: Луны вокруг Земли и Земли вокруг Солнца. Эти задачи с геометрической точки зрения относятся к типу простейших геометрических задач, рассматриваемых в этой теме. Решение их сводится к выражению перпендикуляра, проведенного из точки окружности на диаметр через отрезки диаметра.

К моменту изучения этой темы учащиеся изучат на уроках физики закон всемирного тяготения и явление инерции. Поэтому они уже будут уметь объяснять причины движения рассматриваемых небесных тел.

Величина смещения этих тел к центральному телу, вокруг которого происходит их вращение, не определяется в процессе преподавания физики, поскольку это чисто геометрическая задача. К тому же в момент изучения этих понятий в физике учащиеся еще не подготовлены к решению подобных задач по математике.

Условия задачи таковы:

112. Зная линейную скорость движения Луны вокруг Земли, определите, на сколько сантиметров приближается Луна к Земле за 1 сек. под влиянием притяжения ее Землей из предполагаемого места, в котором находилась бы Луна при отсутствии притяжения, т. е. из того места, где оказалась бы Луна через 1 сек., если бы она находилась под влиянием одного только движения по инерции.

Принять орбиту Луны за окружность с диаметром около 760 000 *км*. Скорость движения Луны по орбите около 1 *км* в секунду (см. рис. 3 в приложениях).

113. Решите аналогичную задачу для Земли, приняв диаметр ее орбиты за 300 млн. *км* и зная, что скорость движения Земли по орбите около 30 *км/сек*.

В данных задачах длина перпендикуляра, опущенного на диаметр орбиты, будет соответствовать линейной скорости движения небесного тела по орбите. Искомой величиной является меньший отрезок диаметра. Задача весьма упрощается, если разность между большим и меньшим отрезками диаметра орбиты принять приближенно за диаметр орбиты, что в этих задачах сделать вполне правомерно.

Одну из этих задач надо решить в классе, или задать учащимся на дом. Другую — разобрать на занятии математического кружка, где, кроме ссылок на научное объяснение движения небесных тел, надо подвергнуть критике ненаучные представления об этом явлении, согласно которым движение миров совершается якобы под влиянием сверхъестественных сил.

Учащиеся на этом примере еще раз убеждаются, что явления природы, в данном случае движение небесных тел, надо рассматривать не изолированно друг от друга, а во взаимообусловленности с другими телами и явлениями.

Решая задачи на теорему Пифагора, надо разобрать задачу о расширении горизонта с поднятием над поверхностью Земли. Она имеет простое решение в общем виде и может быть представлена наглядно с помощью окружности, соответствующей большому кругу земной поверхности. Если вне ее взять точку, обозначающую высоту подъема и провести из нее две линии: одну к центру окружности, а другую касательную к ней, то, соединив точку касания с центром окружности, получим прямоугольный треугольник. На основе соотношения между его элементами определяется дальность горизонта, равная длине касательной, для вычисления которой в общем виде получается выражение $C = \sqrt{2RH}$,

где R — радиус Земли, а H — высота подъема.

Задача может быть дана в общем виде, и в частном и имеет следующее содержание:

114. На сколько километров открывается горизонт перед наблюдателем с высоты в H метров? (см. рис. 4 в приложениях).

115. В учебнике по географии для IV класса говорится, что перед человеком, стоящим на ровном месте, открывается горизонт на 4 *км*, а при подъеме на высоту в 1 *км* он увеличивается до 100 *км*.

Проверьте эти данные.

Задача решается по предыдущей формуле. В первой ее части вместо высоты надо подставить примерное расстояние от поверхности Земли до уровня глаз, т. е. около 170 *см* для среднего человеческого роста. Оба условия задачи имеют примерные ответы с приведенными в учебнике географии и это вполне убеждает учащихся в их правильности.

116. На сколько километров открылся горизонт перед наблюдателями со стратостата, поднявшимися на высоту 19 *км*?

117. На сколько километров вокруг себя может видеть наблюдатель, находящийся на наблюдательном пункте, помещенном на мачте корабля, если высота мачты над палубой 33 метра, а палуба возвышается над поверхностью моря на 11 метров? На какое расстояние видит наблюдатель, находящийся на палубе и командир корабля, находящийся на капитанском мостике, возвышающимся над палубой на 12 метров?

118. С самолета, находящегося на высоте в 1,2 *км* над поверхностью Земли, опытный наблюдатель может видеть отдельные предметы, находящиеся на равнине на расстоянии 127,5 *км*. Определите по этим данным приближенное значение радиуса Земли.

119. Главное здание Московского государственного университета на Ленинских горах имеет высоту в 232 метра. Оно заканчивается шпилем с пятиконечной звездой, изнутри и с поверхности которой (с помощью устройства специальных перил вдоль горизонтальных лучей звезды) возможно проводить наблюдения. Определите, на сколько километров вокруг себя видит наблюдатель, находящийся на этой звезде?

На каком расстоянии от МГУ будет видна звезда с поверхности Земли?

120. Определите дальность горизонта, которая откроется будущим путешественникам на равнинной поверхности Луны, если принять расстояние от ее поверхности до уровня глаз человека за 1,7 *м*. Диаметр Луны составляет 3 500 *км*. Сравните дальность горизонта на Луне с дальностью видимого горизонта человеком на Земле, диаметр которой составляет 12 756 *км*.

121. Вычислите, чему будет равна дальность горизонта на Марсе для будущего путешественника, если расстояние от поверхности Марса до уровня глаз человека принять за

170 *см* и если известно, что радиус Марса составляет 3300 *км*.

Интересный материал для закрепления знаний о движении Земли получают учащиеся при решении следующих задач и им подобных:

122. Сторонники взглядов о неподвижности Земли в качестве доказательства ее неподвижности выдвигали тот факт, что брошенные вертикально вверх тела падают примерно в то место, из которого они брошены. Ошибочность подобных взглядов состоит в том, что при этом не учитывалось движение тел, находящихся у поверхности Земли, по инерции вместе с Землей. Вычислите для экватора, на каком расстоянии к Западу от места бросания тела оно должно было бы упасть обратно, достигнув высоты 20 *м*, если бы оно не двигалось вместе с Землей по инерции?

123. Школьник прыгнул с места на высоту 70 *см*. На каком расстоянии западнее места прыжка он должен был приземлиться, если бы он не перемещался вместе с Землей, если прыжок совершался на широте 60°, а радиус Земли 6376 *км*.

124. Решите предыдущую задачу для своей местности.

При решении примеров и задач по алгебре на действия с положительными и отрицательными показателями степеней следует рассмотреть ряд задач о масштабах Вселенной. Задачи могут быть предложены в следующей редакции:

125. Известно, что астрономическая единица, употребляемая для выражения расстояний в солнечной системе, составляет 150 000 000 *км*, или $15 \cdot 10^{12}$ *см*, а единица, употребляемая для выражения размеров атомов-ангстрем (сокращенное обозначение — Å) в 10 раз меньше миллимикрона, т. е. равна 10^{-8} *см*. Вычислите, во сколько раз астрономическая единица больше ангстрема?

126. Во сколько раз километр больше микрона? миллимикрона? ангстрема?

127. Расстояние до Сириуса составляет около 9 световых лет, а диаметр атома водорода равен $2 \cdot 10^{-8}$ *см*. Вычислите во сколько раз расстояние до Сириуса больше, чем диаметр атома водорода?

128. В 1 *см*^{3} при нормальных условиях находится $2{,}7 \cdot 10^{19}$ атомов газа водорода. Зная, что диаметр атома водорода составляет $2 \cdot 10^{-8}$ *см*, подсчитайте, какой длины была бы прямая линия, если бы атомы водорода, находящиеся в 1 *см*^{3}, положить рядом друг с другом вдоль этой линии. Сравните указанную цепочку из водородных атомов с расстоянием до Солнца. Сколько раз эта «цепочка» смогла бы обернуть Землю по экватору?

129. Единица выражения расстояний между звездами — парсек содержит 3,26 световых года. Вычислите, во сколько раз парсек больше миллимикрона.

130. Вычислите, во сколько раз наибольшая единица выражения расстояний во Вселенной (в микромире), мегапарсек (миллион парсеков) больше наименьшей единицы длины икс (сокращенное обозначение — X), равной одной тысячной доли ангстрема и применяемой для выражения расстояний в атомах и их частях (в микромире)?

131. Радиус атома углерода равен 0,75 ангстрема, а радиус электрона измеряется величиной порядка 10^{-13} *см*. Во сколько раз радиус атома углерода больше радиуса электрона?

132. Вычислите, сколько весит один атом водорода, если известно, что в 1 *г* водорода содержится $6{,}023 \cdot 10^{23}$ атомов?

133. Во сколько раз атом водорода тяжелее электрона, если его масса равна $9{,}1 \cdot 10^{-28}$ *г*?

На занятиях по физике в VIII классе, учащиеся очень хорошо усваивают формулу, выражающую закон всемирного тяготения. Для закрепления знаний они решают ряд задач, но громоздкость вычислений, связанных с большими числами, как правило, затрудняет эти решения, поскольку учащиеся обнаруживают недостаточные навыки в наиболее рациональных способах вычислений.

Например, в задаче по определению точки между Солнцем и Землей, в которой притяжение тела к этим объектам должно быть одинаково, физическая сущность вопроса очень проста. Математическое же решение задачи вызывает у многих учащихся трудности вычислительного характера, связанные с недостаточными навыками в производстве действий с большими числами.

Условие задачи таково:

134. На каком расстоянии от Земли находится точка, в которой притяжение тела к Земле и Солнцу будет одинаково, если среднее расстояние между их центрами $15 \cdot 10^7$ *км*, а масса Солнца в $13 \cdot 10^5$ раза больше массы Земли (см. рис. 5 в приложениях).

135. Найти точку между Землей и Луной, в которой притяжение тела к этим объектам Вселенной одинаково, если масса Земли в 81 раз больше массы Луны, а расстояние между их центрами в 60 раз больше радиуса Земли, равного 6368 *км*?

136. Определите, чему равнялась сила притяжения между Землей и Марсом в момент великого противостояния Марса в сентябре месяце 1956 года, когда Марс находился от Земли на расстоянии 56,5 млн. *км*. Масса Земли равна $5{,}974 \cdot 10^{27}$ *г*, а масса Марса составляет 0,108 от массы Земли.

При решении этих задач получается квадратное уравнение, которое громоздко вследствие больших чисел. Если извлечь из обеих частей равенства квадратный корень, получается простое уравнение первой степени. Эти задачи интересны не только с точки зрения расширения и закрепления знаний о Вселенной, но и с математической стороны, поскольку решения их основаны на исследовании корней уравнения и дают возможность учащимся поупражняться в действиях с большими числами.

Этим же целям служат такие типы задач:

137. Чему равна сила тяготения между Землей и Солнцем, если масса Солнца в 330 000 раз больше массы Земли, величина которой равна $6 \cdot 10^{27}$ *г*, а расстояние между их центрами составляет $15 \cdot 10^{7}$ *км*?

138. Рассчитайте на основе Закона всемирного тяготения, с какой силой притягивается Землей гиря массой в 1 *кг*, находящаяся у ее поверхности, если радиус Земли 6 368 *км*, а масса Земли составляет $6 \cdot 10^{27}$ *г*.

139. Сколько весила бы гиря массой в 4 *кг* на высоте равной радиусу Земли, величина которого 6368 *км*, если масса Земли $6 \cdot 10^{27}$ *г*.

140. Определить массу Земли, зная, что ее радиус равен 6 338 *км*, а ускорение силы тяжести 980 *см/сек*^{2} (см. рис. 6 в приложениях).

ДЕВЯТЫЙ КЛАСС.

В теме, посвященной изучению окружности и ее частей, следует предложить учащимся для домашней работы задачу о вычислении Эратосфеном длины дуги земного меридиана, приведенную в этой работе для VII класса (см. задачу № 91), где решение ее рекомендуется провести самим учителем или разобрать на занятии кружка. В IX классе учащиеся легко решают эту задачу самостоятельно. Полезно дать учащимся ряд аналогичных задач следующего типа:

141. В то время, когда в Киеве в полдень 22 июня Солнце наблюдается под углом в 63°, в Ленинграде оно видно под углом 53° 30′ над горизонтом. Зная, что эти города находятся примерно на одном меридиане, определите, чему равно расстояние между Ленинградом и Киевом в градусах и километрах. Окружность Земли принять равной 40 000 *км*.

Кроме этого, можно решить несколько задач на определение длин орбит и соответствующих им площадей, относящихся к ряду планет.

142. Найти длину орбиты Земли, описываемую при ее движении вокруг Солнца. Принять среднее расстояние от Земли до Солнца за 150 млн. *км*. Вычислить с какой скоростью движется по орбите Земля и вместе с ней мы, если один год примерно составляет $365\frac{1}{4}$ суток.

143. Зная, что диаметр Луны составляет около 3500 *км*, высчитайте величину площади лунного диска, видимого с Земли и сравните эту площадь с площадью Африки, равной 29,2 млн. *кв. км*.

144. Вычислите площадь круга с радиусом равным радиусу Земли, средняя величина которого составляет 6368 *км*.

Предыдущая задача имеет целью не простое и формальное определение площади сечения Земли по большому кругу. Ответ на нее может быть использован впоследствии при решении задачи об определении доли солнечного излучения, падающего на Землю.

Преподаватели физики неоднократно указывают учащимся, что на Землю падает всего лишь одна двухмиллиардная доля солнечного излучения, но математически этот простой вопрос в школе не решается. Рассмотреть же его необходимо. Задачи подобные приведенным можно решать на занятии математического кружка и по отношению к другим планетам.

Для выработки представлений о размерах звезд-гигантов полезно будет дать учащимся задачу о сравнении площади земной орбиты с площадью сечения звезды Антарес по большому кругу.

145. Радиус земной орбиты 150 млн. *км*, а диаметр Антареса 450 млн. *км*. Вычислите, во сколько раз площадь сечения указанной звезды по большому кругу больше, чем площадь орбиты Земли. Нарисуйте круг в масштабе 1 *см*: 30 000 000 *км*, соответствующий сечению Антареса, а внутри его круг, соответствующий земной орбите.

Аналогичная задача может быть дана и про звезду Бетельгейзе, внутри которой может поместиться не только земная орбита, но и орбита Марса.

При решении этих задач можно напомнить учащимся о борьбе ученых за гелиоцентрическое мировоззрение и подвергнуть критике ненаучные утверждения, согласно которым Земля неподвижна и находится в центре Вселенной.

Большой интерес вызывает у учащихся следующие задачи:

146. Измерьте длину окружности глобуса, которым вы пользуетесь в школе и определите, во сколько раз его диаметр меньше диаметра Земли, величина которого составляет около 12 736 *км*.

147. На сколько удлинилась бы длина орбиты Земли, если бы расстояние Земли от Солнца, равное 149,5 млн. *км*, увеличилось бы на 1 метр? На сколько увеличилась бы при этом продолжительность года, если бы скорость движения Земли по орбите при этом не изменилась бы?

148. Определите разность линейных скоростей вращения двух тел, находящихся в плоскости земного экватора, если одно из них находится на поверхности Земли, а другое на высоте 10 *км*.

149. Вычислите величину отклонения к востоку падающего тела, если оно начало свободное падение из некоторой точки, находящейся в плоскости экватора на высоте 10 *км*.

150. На сколько сантиметров к востоку от вертикали, проведенной из начальной точки падения тела к поверхности Земли, упадет тело в пункте, находящемся на широте 60°, если высота падения 7 *км*, а радиус Земли 6376 *км*?

151. Решите предыдущую задачу для своей местности.

152. Человек, находящийся на горизонтальных лучах звезды, венчающей здание Московского университета на Ленинских горах, расположенной на высоте 232 *м*, бросил в направлении к северу камень. На сколько сантиметров восточнее полуденной линии упал бы этот камень?

Судя по опыту работы, можно утверждать, что эти задачи играют значительную роль не только в повторении научных знаний о Земле, используемых для критики ненаучных представлений, но и в политехническом обучении, так как учащиеся приобретают навыки в практических измерениях длин окружности, кроме этого, они играют большое значение в развитии математического мышления.

Следующие две задачи дают приблизительное представление учащихся об изображении орбит планет и Луны на рисунках, приводимых в учебниках, на схемах, а также выполняемых в тетрадях. Даже приблизительные и легко выполнимые учащимися построения, без изложения им теории эллипса и свойств элементов, характеризующих указанную кривую, приводят к выводу, что в тех масштабах, в которых выполняются на указанных чертежах схемы орбит, их можно изображать в виде окружностей. Они убеждаются в том, что на этих рисунках фокусы эллипсов, характеризующих орбиты, должны находиться на очень близких расстояниях, а поэтому проведенные из указанных фокусов эллипсы мало отличаются по форме от окружностей, проведенных из точки, находящейся между фокусами, и их почти нельзя различить даже при внимательном рассмотрении.

153. Принимая округленно наибольшее расстояние от Земли до Солнца за $24\,000R$, наименьшее за $22\,000R$, а среднее за $23\,000R$, где R — радиус Земли, начертите в тетради в виде отрезка в масштабе $1:4000R$ средний диаметр земной орбиты. Проведите из его середины окружность. Затем по обе стороны от центра круговой орбиты отметьте точки согласно указаниям о наибольшем и наименьшем расстоянии Земли до Солнца, в одной из которых фактически должно находиться Солнце. Ответьте на вопрос: правильно ли изображают иногда в школьных учебниках и на рисунках земную орбиту в виде сильно вытянутого эллипса? Если построить по данным задачи эллипс, сильно ли он будет отличаться по своей форме от проведенной окружности?

154. Наибольшее расстояние Луны от Земли можно принять округленно за $64R$, наименьшее — за $56R$, а среднее за $60R$, где R — радиус Земли. Начертите в тетради в виде отрезка прямой линии средний диаметр лунной орбиты в масштабе $1:8R$. Проведите из его середины окружность, соответствующую приблизительной форме орбиты на рисунке. Отметьте затем на отрезке по обе стороны центра окружности точки, соответствующие наибольшему и наименьшему расстоянию Луны от Земли, обозначив в одной из них Землю.

Ответьте на вопрос: правильно ли изображают на некоторых рисунках орбиту Луны в виде очень вытянутого эллипса? Если построить по данным задачи эллипс, сильно ли он будет отличаться по своей форме от проведенной окружности?

Наглядному представлению и пониманию учащимися относительных расстояний планет от Солнца и их размеров способствует следующее задание:

155. По данным расстояний планет от Солнца начертите на одной странице тетради, выбрав нужный масштаб, план солнечной системы.

Расположите Солнце на этом рисунке не в центре страницы, а у нижнего конца. Размеры диаметров планет в сравнении с расстоянием их от Солнца увеличьте в 10 000 раз. (Данные об элементах солнечной системы см. в приложениях.)

Много интересных задач по вопросам Вселенной может быть рассмотрено в IX классе при решении задач по тригонометрии.

В задачнике по тригонометрии в теме: «Обобщение понятий угла и дуги» рассматриваются технические и геометрические задачи о вращении колес машин, движении стрелок часов, об измерении дуг окружности и т. д. В них спрашивается, на сколько градусов повернется в определенное время стрелка часов, колесо машины и т. д.

Аналогичные задачи приведены в задачнике в темах: «Радианное измерение углов» и «Угловая скорость».

В связи с этими задачами необходимо рассмотреть ряд задач по вопросам о движении Земли и планет вокруг Солнца. Как минимум можно ограничиться рассмотрением движения Земли.

Содержание задач может быть таким:

156. Какой угол описывает земной радиус в результате суточного вращения Земли в течение суток? 4-х часов? 1 часа? 1 минуты? 1 секунды?

157. На какой угол повертывается воображаемый радиус земной орбиты за 1 сутки? за 1 час? за 1 минуту? за 1 секунду?

В обеих задачах величину углов необходимо выразить как в градусной, так и в радианной мере.

158. Определите угловую скорость радиуса Земли при ее суточном вращении и сравните ее с угловой скоростью радиуса земной орбиты и минутной стрелки часов, приняв, что Земля движется вокруг Солнца примерно по окружности и равномерно.

159. На какой угол (в градусной мере и в радианах) перемещается за сутки воображаемая линия, соединяющая Солнце с Венерой и Солнце с Марсом, если известно, что указанные планеты свой полный оборот вокруг Солнца соответственно совершают за 224,32 и 686,67 земных суток?

160. Определите величину угла (в градусной мере и в радианах), на который перемещаются за сутки, воображаемые линии, соединяющие Солнце с Юпитером, Сатурном и Ураном, если известно, что указанные планеты полный оборот вокруг Солнца соответственно завершают за 11,86; 29,5 и 84,02 земного года, содержащего 365,25 суток.

Подобные задачи о планетах, Луне, Солнце могут быть легко составлены учителем на основе данных о солнечной системе, которые приводятся в приложениях к предлагаемой работе.

В теме, посвященной «решению прямоугольных треугольников» (см § 6 сборника задач по тригонометрии Рыбкина), рассматривается задача на определение длины окружности «параллельного круга», соответствующего определенной широте местности.

В связи с этим желательно решить конкретную задачу об определении длины параллели того места, где находится школа. С таким дополнением задача в еще большей степени заинтересовывает учащихся, особенно, если добавить к ней вопрос об определении линейной скорости движения вместе с Землей самой школы или домов данной местности и самих учеников.

Подобная задача может быть разобрана в V классе при решении задач по арифметике и в VI классе, в процессе изучения физики. Но там в условии задачи задается длина параллели. Здесь же учащиеся сами определяют ее. Задача может быть дана в следующей редакции:

161. Определите скорость, с которой движется ваша школа (дом) в результате суточного вращения Земли, если широта данной местности равна φ, а радиус Земли 6368 *км*.

Указание. Широту местности надо дать, узнав ее по справочнику. Если данного населенного пункта в справочнике нет, надо взять географическую широту какого-либо города, находящегося примерно на широте данной местности и имеющегося в справочнике. Таблицы широт некоторых городов приведены в приложении.

При решении этой задачи вначале определяется длина параллели на широте φ (см. рис. 7 в приложениях).

162. Вычислите, скольким километрам равна длина одного градуса дуги параллели на широте экватора, на полярных кругах и в вашей местности, если радиус Земли 6368 *км*?

Много интересных задач о Вселенной можно рассмотреть при решении таких задач:

163. Определите расстояние между двумя пунктами земной поверхности, широта которых $60°$, а разность долгот $15°$.

164. Чему равно расстояние между двумя пунктами, находящимися на широте вашей местности, если разность долгот этих пунктов составляет $11°21'$?

165. Вычислите, чему равно расстояние между двумя пунктами, находящимися на широте $55°45'$, зная, что когда в одном из этих пунктов полдень, то в другом 3 часа 30 мин. дня?

166. На какой широте находится место, линейная скорость которого при суточном вращении Земли вдвое меньше чем в Киеве, находящимся на широте $50°27'$?

Радиус Земли принять равным 6368 *км*.

167. На какой широте находится место, движущееся при суточном вращении Земли втрое медленнее (имеется в виду линейная скорость), чем ваша местность?

168. На каких широтах находятся пункты Земли, линейная скорость движения которых при суточном вращении в 2; 3; 7 и 10 раз меньше, чем скорость движения экваториальных точек?

Ряд задач по вопросам Вселенной может быть разобран в процессе решения задач по алгебре в IX классе. Такими задачами могут быть задачи на определение масс небесных тел по массе центрального светила, на вычисление массы последнего, на определение величины притяжения тел в зависимости от широты местности и т. д.

Все они очень просты с точки зрения физики и способствуют развитию и усвоению навыков в математических преобразованиях и вычислениях.

169. Найти массу Солнца, зная, что средняя скорость движения Земли по орбите составляет около 30 *км/сек*, а радиус орбиты $15 \cdot 10^7$ *км* (см. рис. 8 в приложениях).

170. Определите массу Солнца, считая, что средний радиус земной орбиты равен $15 \cdot 10^7$ *км*, а период движения Земли вокруг Солнца $365\frac{1}{4}$ суток.

171. Луна движется вокруг Земли со скоростью 1,02 *км/сек*. Расстояние от Земли до Луны составляет около 384 000 *км*. Определите по этим данным массу Земли.

Указание. Решение этой задачи аналогично № 169 (см. рис. 8. в приложениях).

ДЕСЯТЫЙ КЛАСС.

Предлагаемые задачи по X классу составлены в соответствии с программами и учебниками по астрономии, математике и физике.

Решая задачи по геометрии на определение объемов и поверхностей небесных светил, учащиеся могут вычислить относительные размеры этих тел.

Условия задачи могут быть предложены в следующем виде:

172. Определите объем земного шара, зная, что средний его радиус равен 6368 *км*. Во сколько раз его объем больше объема школьного глобуса диаметром в 40 *см*?

173. Приняв приблизительно, что диаметр Луны в четыре раза меньше диаметра Земли, найдите, во сколько раз объем Земли больше объема Луны.

174. Сколько могло бы поместиться в такой шар, как Солнце, земных шаров или лун, если известно, что диаметр Солнца в 109 раз больше земного, а радиус Луны в 4 раза меньше радиуса Земли?

Большой интерес вызывают у учащихся задачи на определение части солнечного излучения, падающего на Землю и планеты, поскольку на протяжении своего обучения в школе они неоднократно слышали, что Земля получает всего лишь около одной двухмиллиардной части этого излучения.

Для решения этой задачи необходимо найти отношение площади сечения Земли по большому кругу к площади сферической поверхности с радиусом, равным расстоянию от Земли до Солнца.

Задачи могут быть даны в следующей редакции:

175. Вычислите, какая доля солнечного излучения попадает на Землю, если расстояние до Солнца $15 \cdot 10^7$ *км*, а радиус Земли составляет 6368 *км* (см. рис. 9 в приложениях).

176. На какую планету попадает больше солнечного излучения на Землю или Юпитер, если их диаметры соответственно равны 12 736 *км* и 143 600 *км*, а их расстояния до Солнца составляют $15 \cdot 10^7$ *км* и $78 \cdot 10^7$ *км*?

Из ответа к этой задаче учащиеся узнают, что поверхность Юпитера получает больше тепла, чем земная.

При решении указанных задач надо пояснять учащимся, что тепловой режим планеты зависит не от общего количества получаемого ею излучения от Солнца, а от величины излучения, приходящегося на единицу поверхности, откуда и вытекает, что на Земле теплее, чем на Юпитере. Этот вывод легко делают учащиеся на основе решения такой задачи:

177. По условиям предыдущей задачи определите, во сколько раз падает больше солнечного излучения на 1 *кв. см* поверхности Земли, в сравнении с Юпитером.

178. Вычислите, во сколько раз поверхность земного шара больше поверхности Луны, если диаметр Земли равен 12 757 *км*, а диаметр Луны составляет 3500 *км*.

179. Сделайте чертеж и объясните, какое было бы распределение климатических поясов и какова наблюдалась бы разница в продолжительности дня и ночи на различных пунктах Земли, если бы земная ось была наклонена к своей орбите не под углом 66° 33′, а под углами 0°, 45°, 90°.

180. Зная границы климатических поясов на Земле в градусной мере широт, ограничивающих пояса: жаркого 23° 30′ по обе стороны от экватора, умеренного — между 23° 30′ и 66° 30′ и холодного — между 66° 30′ и 90° по обе стороны от экватора, вычислите, чему равна поверхность каждого из указанных поясов.

На основе вычисления величины поверхности Земли и данных об атмосферном давлении учащиеся вычисляют вес земной атмосферы.

О величине атмосферного давления, которое примерно равно 1 $кГ/см^2$, учащиеся узнают из уроков физики еще в VI классе.

Определить вес всего воздуха, находящегося у поверхности нашей планеты, они не могли на занятиях по физике, поскольку не были достаточно знакомы с математикой.

Содержание этой задачи весьма подходит для рассмотрения ее в процессе преподавания геометрии.

181. Найдите вес земной атмосферы, приняв, что атмосферное давление примерно равно 1 *кГ/см*^{2}, а средний радиус Земли составляет 6368 *км*?

При решении задач по тригонометрии учащиеся с большим интересом решают задачу о парсеке (парсек содержит 3,26 световых года).

182. Для выражения расстояний во Вселенной часто применяется единица, называемая парсеком. Определите, сколько километров содержится в парсеке, если он соответствует тому расстоянию, с которого виден средний радиус земной орбиты, т. е. длина в 150 млн. *км* под углом в одну секунду? (См. рис. 10 в приложениях.)

Дополнительный вопрос к этой задаче, который не имеет отношения к тригонометрии и должен быть разобран на занятии кружка или при выполнении домашних заданий, можно сформулировать в виде следующей задачи:

183. Скольким астрономическим единицам и световым годам соответствует расстояние в один парсек? В один килопарсек (1000 парсеков)? в один мегапарсек (миллион парсеков)? Сравните число астрономических единиц в парсеке и число секунд в радиане.

Для упражнений в технике вычисления и перевода одних единиц в другие, а также для повторения и твердого закрепления понятий о единицах длины и соотношений между ними следует задать для домашней работы или разобрать на занятии математического кружка ряд задач такого содержания:

184. Сколько в мегапарсеке миллимикронов, микронов, миллиметров?

185. Сколько в мегапарсеке ангстремов и иксов единиц длины?

186. Исследования и теоретические расчеты показывают, что радиус ядра в ядерных единицах (ядерная единица равна 10^{-13} *см*) может быть выражен произведением коэффициента 1,45, умноженного на корень кубический из числа нуклонов ядра (равного сумме протонов и нейтронов ядра). Подсчитайте, во сколько раз радиус ядра углерода (атомный вес 12) меньше радиуса атома углерода, равного 0,75 ангстрема.

187. Во сколько раз мегапарсек больше ядерной единицы измерения, равной 10^{-13} *см*.

При решении подобных задач надо привести конкретные примеры тел и расстояний, для измерения которых употребляются соответствующие единицы длины.

Например, в миллимикронах, ангстремах и иксах выражаются радиусы атомов; в микронах — толщина волоса и т. д. Астрономическая единица удобна при выражении расстояний в солнечной системе, световые годы — в Галактике; килопарсеки и мегапарсеки — в Метагалактике.

Говоря о Метагалактике, надо сказать, что благодаря современным телескопам являются доступными для изучения светила, находящиеся от нас на расстоянии более 300 мегапарсеков, т. е. на расстоянии порядка одного миллиарда световых лет.

При повторении решений задач о прямоугольном треугольнике следует рекомендовать учащимся, кроме перечисленных, решить следующие задачи:

188. Под каким углом виден с Земли диаметр Солнца и Луны, если диаметр Солнца в 109 раз больше земного, а диаметр Луны составляет 0,27 диаметра Земли, средняя величина которого равна 12 736 *км*. Расстояние до Солнца равно 150 млн. *км*, а до Луны 384 000 *км*. Какой вывод можно сделать из сравнения этих углов?

Решив эту задачу, учащиеся убеждаются, что, несмотря на то что диаметр Солнца почти в 400 раз больше диаметра Луны, видимые размеры этих светил одинаковы. Они видны под одним и тем же углом зрения, так как Солнце почти во столько же раз находится дальше от Луны, во сколько раз его линейные размеры больше соответствующих размеров Луны.

Лучшему пониманию и закреплению выводов, полученных в результате решения этой задачи, а также развитию навыков самостоятельных измерений и вычислений может послужить такая задача:

189. Измерьте диаметр трехкопеечной монеты и определите на каком расстоянии надо поместить ее от глаза, чтобы она была видна под тем же углом, под каким видна Луна или Солнце.

Проверьте это, для чего возьмите монету в руку и поместив ее на нужном расстоянии от глаза «закройте» ею Луну или Солнце. При рассматривании Солнца смотрите на него через закопченное или цветное стекло, что необходимо во избежание порчи зрения.

Уяснению понятий о причинах различной видимости величины планет на небе способствуют задачи следующего типа:

190. Под каким углом видны диаметры Юпитера и Сатурна, если они соответственно в 11,2 и 9,5 раз больше диаметра Земли, величина которого составляет 12 736 *км*. Решить задачу для случая наименьших расстояний до этих планет от Земли (для Юпитера — 627 млн. *км* и для Сатурна 275 млн. *км*).

Как показал опыт работы, подобные задачи следует решать о тех планетах, которые видны в это время на небе. Решив эту задачу на занятии математического кружка, надо по возможности показать учащимся планеты в природе, сопроводив это рассказом об особенностях наблюдаемых планет.

Примечание. Нужные материалы о видимости планет можно найти в астрономическом календаре, а также в обычном отрывном календаре, где они печатаются около первого числа каждого месяца.

Звездная карта, с помощью которой легко находятся созвездия на небесной сфере, а по ним и планеты, согласно указаний об их видимости приводится в приложениях.

В задачнике по тригонометрии в теме о решении косоугольных треугольников приводится задача на определение расстояния до недоступного предмета, находящегося по другую сторону реки.

Интересной и простой задачей является задача на определение расстояний до звезд. Одну такую задачу по определению расстояний до звезды Веги из созвездия Лиры надо предложить учащимся решить дома или на занятии математического кружка. При этом желательно показать учащимся эту звезду в природе, сопроводив наблюдение рассказом о том, что наше Солнце, являясь рядовой звездой в Галактике, не стоит на месте, а движется, как и все другие звезды. В частности, Солнце движется примерно в направлении к указанной звезде со скоростью около 20 *км/сек*.

Упоминаемая задача может быть предложена в таком виде:

193. Приняв за базис диаметр земной орбиты, равный примерно 300 млн. *км*, определите расстояние до звезды Веги, годичный паралакс которой равен $0'',25$ (рис. к этой задаче будет аналогичен рис. 10, приведенному в приложениях).

Решая эту задачу, учащиеся убеждаются, что наличие параллактического смещения звезд является доказательством движения Земли вокруг Солнца.

Для занятий математического кружка дается ряд тригонометрических задач, на основе решения которых могут быть вычислены учащимися размеры небесных тел.

Известно, что радиус небесного светила легко определяется, если дано расстояние до него и угол, под которым она наблюдается с Земли.

194. Угловая величина Солнца составляет 1919″,2. Зная, что расстояние до него равно 150 млн. *км*, определите диаметр Солнца и вычислите, во сколько раз он больше земного (см. рис. 11 в приложениях).

195. Диаметр Луны наблюдается с Земли под углом в 31′. Расстояние до Луны около 384 000 *км*. Определите по этим данным диаметр Луны и сравните его с земным.

Часто при определении расстояний вместо угла, под которым видно с Земли светило, пользуются параллаксом, т. е. углом, под которым с данного светила был бы виден радиус Земли. В этом случае задача по определению расстояний несколько усложняется, но не превышает средней трудности решаемых тригонометрических задач.

Соответствующий рисунок с обозначением указанных углов, вершины которых надо расположить в центре Земли и светила, делает задачу простой. Сторонами этих углов являются: линия, соединяющая центры Земли и светила, которая будет общей для обеих углов, и соответствующие касательные, проведенные в одной плоскости с указанной линией из центра одного тела к поверхности другого, по обе стороны от этой линии. Из мест касания надо провести линии к центрам рассматриваемых тел, в результате чего будут обозначены их радиусы. Один из них — радиус Земли — считается известным, другой — радиус светила — искомым.

В итоге вычислений получается простая формула, согласно которой радиус светила определяется из произведения радиуса Земли на отношение угла, под которым виден радиус светила с Земли к параллаксу, т. е. к углу, под которым был бы виден радиус Земли с данного светила.

Предыдущие две задачи с учетом параллакса могут быть записаны так:

196. Определите радиус Солнца, если он виден с Земли под углом 959″,6, а параллакс составляет 8″,8 и если радиус Земли равен 6368 *км* (см. рис. 12 в приложениях)

197. Радиус Луны виден с Земли под углом 15′,5, а ее параллакс равен 57′. Зная, что радиус Земли составляет 6338 *км*, определите радиус Луны.

ОСВЕЩЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ВОПРОСОВ ОБ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКАХ ЗЕМЛИ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

Запуск первых искусственных спутников Земли свидетельствует о высоком развитии науки и техники в СССР, о преимуществе социалистической системы, где в плановом порядке возможно объединить усилия различных отраслей науки и промышленности для решения крупных научно-технических проблем.

По различным вопросам запуска искусственных спутников Земли имеется очень много материала в газетах и журналах. Интересный материал содержится в книге А. Штернфельда «Искусственные спутники Земли», а также в книгах: Васильева М. «Путешествие в космос»; К. Э. Циолковского «На Луне»; Голосицкого «Жизнь на других мирах»; Гильзина «Путешествие к далеким мирам»; Ф. Ю. Зигеля «Искусственные спутники Земли» и в других.

В предлагаемой работе приводится ряд задач о спутниках, составленных преимущественно на основе официальных сообщений, печатавшихся в газетах. Разбирая содержание задач, разъясняя их решение и анализируя полученные ответы, учащимся может быть сообщено много полезных и нужных сведений по запуску искусственных спутников и по ряду вопросов о жизни Вселенной.

Примерное содержание предлагаемых задач может быть следующим:

198. Вес первого искусственного спутника, запущенного в СССР 4 октября 1957 года, составлял 83,6 *кг*. Второй искусственный спутник, запущенный в СССР 3 ноября 1957 года, весил 508,3 *кг*.

Определить на сколько килограммов второй спутник был тяжелее первого? Во сколько раз вес второго спутника был больше, чем вес первого спутника?

199. Первый американский спутник «Авангард», запущенный 17 марта 1958 года, весил 1500 граммов. Во сколько раз американский спутник «Авангард» был легче первого и второго советских спутников? Во сколько раз первый и второй спутники были тяжелее американского спутника, запущенного 31 января 1958 года и имевшего вес вместе с ракетой-носителем около 14 *кг*.

200. Период обращения третьего советского искусственного спутника Земли в момент его запуска составлял около 106 минут, а после совершения спутником одной тысячи оборотов он оказался равным 105,1 минуты. На сколько секунд сократилось время оборота спутника вокруг Земли.

201. Второй искусственный спутник Земли, запущенный в СССР 3 ноября 1957 года, в начале движения совершал полный оборот вокруг Земли за 103,75 минуты, а первый спутник, запущенный 4 октября, в начале движения совершал полный оборот вокруг Земли за 96,17 минуты. На сколько секунд быстрее совершал полный оборот вокруг Земли первый спутник в сравнении со вторым?

202. Наибольшее удаление второго спутника от Земли (высота апогея) во время его запуска 3 ноября 1957 года составляло 1671 *км*, а через 138 суток, т. е. к 21 марта 1958 года, оно составляло около 770 *км*. Если предположить, что приближение спутника к Земле было равномерным за эти дни, вычислите, на сколько километров в среднем ежедневно уменьшалась высота апогея второго спутника в эти дни.

203. Убывание времени полного оборота вокруг Земли за сутки у первого спутника, его ракеты-носителя и второго спутника к 9 ноября 1957 года соответственно составляло 2,94 сек.; 6,2 сек. и 2,3 сек. На сколько секунд быстрее убывало время полного оборота к 9 ноября у первого спутника и его ракеты-носителя в сравнении со вторым спутником? Как в это время менялась у названных тел угловая скорость и их приближение к Земле?

204. Среднее расстояние от Земли до Луны составляет около 384 000 *км*. Вычислите, за сколько времени смог бы преодолеть это расстояние пешеход, передвигающийся со скоростью 4 *км* в час; автомобиль движущийся со скоростью 70 *км* в час; самолет, летящий со скоростью 1000 *км* в час; снаряд, движущийся со скоростью 1000 *м* в секунду и первый искусственный спутник Земли, скорость которого в начале его движения по орбите составляла около 8 *км* в секунду?

205. Первый искусственный спутник Земли, запущенный в СССР 4 октября 1957 года, в начале движения совершал полный оборот вокруг Земли за 96,17 минуты. 27 октября он совершал полный оборот вокруг Земли за 95,31 минуты, а ракета-носитель совершала оборот в этот день за 94,68 минуты. На сколько секунд уменьшилось время полного оборота спутника и ракеты-носителя к 27 октября. На сколько секунд ракета-носитель совершала полный оборот вокруг Земли 27 октября быстрее, чем спутник? Что происходило со скоростью спутника и ракеты-носителя, начиная с 4 октября до 27 октября?

206. Скорость запущенных в СССР спутников в 1957 году составляла во время начала их движения по орбите около 8000 метров в секунду. Вычислите, сколько *км* они пролетали по орбите за час?

207. 9 ноября 1957 года первый искусственный спутник совершал полный оборот вокруг Земли за 94,72 минуты, а его ракета-носитель за 93,48 минуты. Зная, что в начале своего движения 4 октября они совершали полный оборот вокруг Земли за 96,17 минуты, определите, на сколько секунд сократилось время оборота спутника и ракеты-носителя к 9 ноября. Что произошло в это время с их угловыми скоростями?

208. Второй искусственный спутник, запущенный 3 ноября 1957 года, совершал 9 ноября полный оборот вокруг Земли за 103,52 минуты. Зная, что в начале своего движения он совершал полный оборот вокруг Земли за 103,75 минуты, определите, на сколько секунд сократилось время оборота вокруг Земли у второго спутника к 9 ноября 1957 года. Что произошло в это время с его угловой скоростью?

209. Наибольшее удаление первого спутника и его ракеты-носителя от Земли (высота апогея) в момент запуска спутника 4 октября 1957 года составляло 947 *км*. 9 ноября наибольшее удаление спутника от Земли было 810 *км*, а ракеты-носителя — 695 *км*. Определите на сколько километров уменьшилась высота апогея спутника к 9 ноября в сравнении с 4 октября? На сколько *км* уменьшилась за это время высота апогея ракеты-носителя? Зная удаление от Земли ракеты-носителя и спутника на 9 ноября, а также время их полного оборота вокруг Земли, которое в этот день составляло соответственно 93,48 минуты и 94,72 минуты вместо 96,17 минуты во время запуска спутника 4 октября, ответьте на вопрос, как были связаны между собой время оборота вокруг Земли ракеты-носителя и спутника с их скоростью и с их приближением к Земле?

Примечание. Из закона физики о сохранении момента количества движения тела, движущегося по некоторой кривой, известно, что по мере уменьшения по какой-либо причине расстояния движущегося тела от оси вращения, происходит ускоренное вращение тела. Это явление легко пронаблюдать, проделав такой опыт: если к карандашу привязать за нитку груз — гайку или металлический шарик, или иное какое-либо тело и сообщить этому телу вращение по окружности, то в случае, когда другим концом нитка плотно привязана к карандашу, она начнет наматываться на карандаш. Если при этом карандаш расположить горизонтально и не сообщать ему никаких движений, то по мере наматывания на него нити — скорость вращения груза по кривой будет непрерывно возрастать. Описанный опыт до некоторой степени иллюстрирует уменьшение периода обращения спутника вокруг Земли по мере его приближения к Земле. Имея в виду это замечание, проделайте указанный опыт и ответьте на вопрос, что быстрее приближалось к Земле, первый спутник или ракета-носитель, если известно, что ракета-носитель сразу же после отделения от нее спутника стала обгонять его и уже к вечеру 28 октября она сделала на один оборот вокруг Земли больше спутника, к 10 ноября она обогнала спутник почти на три полных оборота, а к 25 ноября она обогнала его более чем на четыре оборота. Указанный опыт очень легко усваивается учащимися всех классов начиная с V класса и они, проделывая его, правильно объясняют и понимают явление приближения спутников к Земле и увеличение их скорости по орбите.

210. Наибольшая высота первого искусственного спутника от Земли (высота апогея) в момент его запуска 4 октября 1957 года составляла 947 *км*, а 9 ноября она была 810 *км*. Вычислите на сколько метров в среднем уменьшилась за это время высота апогея спутника в течение суток?

211. Период обращения первого искусственного спутника Земли постепенно уменьшаясь составлял на 9 ноября 94,72 минуты, а в момент запуска спутника 4 октября он составлял 96,17 минуты. Вычислите, на сколько секунд, в среднем, за одни сутки уменьшался за это время период обращения первого искусственного спутника Земли?

212. Второй искусственный спутник Земли, запущенный 3 ноября 1957 года, имел наибольшее расстояние от Земли, или высоту апогея в 1671 *км*, а наименьшее расстояние, или высоту перигея в 225 *км*. Для первого спутника, запущенного 4 октября 1957 года, эти величины были соответственно равны 947 *км* и 228 *км*. Зная, что радиус Земли составляет 6368 *км*, вычислите, чему было равно расстояние между апогеем и перигеем для первого и второго спутников во время их запуска?

213. Вычислите, какую наименьшую скорость параллельно поверхности Земли надо сообщить телу (снаряду или ракете), чтобы оно не упало на поверхность Земли, а превратилось бы в спутника Земли. Решите эту задачу для тела, движущегося на небольшой высоте, допустив, что сопротивление воздуха отсутствует. Принять ускорение силы тяжести равным 9,81 *м/сек*^{2}, а радиус Земли 6368 *км* (указание к решению см. в приложении).

214. Вычислите, чему должна быть равна наименьшая начальная скорость ракеты, могущей преодолеть силу земного притяжения и навсегда удалиться от Земли, если известно, что величина этой скорости равна квадратному корню из удвоенного произведения ускорения силы тяжести на радиус Земли.

215. На первых советских искусственных спутниках Земли работали по два передатчика. Один из них работал на частоте 40,002 мегагерц. Определите, на какой длине волны работал этот радиопередатчик. Вычислите, на какой частоте работал второй радиопередатчик, если длина излучаемых им радиоволн была около 15 метров?

216. Вычислите, чему равнялась дальность горизонта, открывавшаяся с первого, второго и третьего спутников во время их наибольшего удаления от Земли, соответственно равного 947, 1671 и 1880 *км*?

217. Вычислите радиус обозреваемой поверхности Земли, видимой с первого, второго и третьего спутников во время их наибольшего удаления от Земли, которое соответственно равнялось 947, 1671 и 1880 километрам. (Указание к решению см. в приложении.)

218. 4 января 1958 года прекратил свое существование первый в мире искусственный спутник Земли, запущенный в СССР 4 октября 1957 года. За три месяца он сделал примерно 1400 оборотов вокруг Земли и прошел путь около 60 миллионов километров. Второй спутник с 3 ноября 1957 года по 14 апреля 1958 года совершил около 2370 оборотов вокруг Земли, пройдя путь более 100 млн. *км*. Вычислите, на какой примерно средней высоте вращались спутники, если принять их орбиты за круговые и если радиус Земли 6368 *км*.

219. Пользуясь формулой закона всемирного тяготения и применив ее для тела, находящегося на поверхности Земли и для того же самого тела, находящегося на некоторой высоте от Земли выведите формулу зависимости изменения величины силы тяготения от высоты подъема тела над Землей. Напишите формулу зависимости изменения ускорения силы тяжести от высоты подъема тела над Землей. Вычислите на основе этой формулы величину ускорения силы тяжести на расстояниях от Земли, равных удалению первых трех искусственных спутников, запущенных в СССР, во время их наибольшего расстояния от Земли, т. е. соответственно на расстояниях 947, 1671 и 1880 *км* от Земли. Вычислите, чему равно ускорение силы тяжести на расстоянии 3000 *км*; 20 000 *км* от Земли и на расстоянии Луны.

220. Открытый Кеплером закон, связывающий периоды обращения планет вокруг Солнца с их средним расстоянием от Солнца, может быть применим для определения зависимости периодов обращения искусственных спутников от их расстояния от Земли.

В этом случае закон Кеплера можно прочитать так: квадраты периодов обращения искусственных спутников вокруг Земли относятся как кубы их средних расстояний от Земли. Этот закон будет справедлив и по отношению к спутнику и к Луне. Зная это, определите период обращения спутника на среднем расстоянии от Земли в 1400 *км*, если период обращения Луны вокруг Земли составляет 27 суток 7 часов 43 минуты 11 секунд, а среднее расстояние до Луны 384 400 *км*.

221. Вычислите, чему было равно среднее расстояние первого искусственного спутника от Земли, если он, совершив к 9 декабря 1957 года свой тысячный оборот вокруг Земли, прошел расстояние в 43,2 миллиона километров.

222. Второй искусственный спутник Земли, совершив к 13 января 1958 года тысячу оборотов вокруг Земли, прошел путь в 45,4 млн. *км*. К 21 марта он прошел путь в 89 млн. *км*, совершив вокруг Земли 2000 оборотов. Чему равнялось при этом среднее расстояние второго спутника от Земли.

223. Первый спутник с момента запуска до прекращения своего существования пролетел расстояние около 60 млн. *км*, а второй — более 100 млн. *км*. Зная, что наименьшее расстояние до Марса составляет 56,5 млн. *км*, а расстояние до Луны 384 400 *км* определите, на сколько километров первый и второй спутники пролетели большее расстояние, чем до Марса; во сколько раз пройденный ими путь оказался больше, чем расстояние до Луны?

224. Максимальная высота орбиты второго спутника через 2000 оборотов снизилась с 1671 *км* до 770 *км*. На какую величину она снижалась за 1 оборот. На сколько в среднем уменьшался период вращения второго спутника вокруг Земли, если за 2000 оборотов он сократился на 9,5 минуты.

225. Наибольшая высота орбиты третьего советского искусственного спутника Земли в момент его запуска 15 мая 1958 года составляла 1880 *км*, а к 27 июля 1958 года, когда он совершил тысячу оборотов вокруг Земли, его наибольшая высота составляла 1800 *км*.

Вычислите, на сколько сантиметров в среднем уменьшалась высота спутника за один оборот? На сколько сантиметров снижалась высота спутника за одни сутки?

226. Максимальная высота первого, второго и третьего советских искусственных спутников Земли за тысячу оборотов вокруг Земли соответственно снизилась на 330, 370 и 80 *км*. Вычислите, на сколько сантиметров первый и второй спутники приближались к Земле быстрее, чем третий спутник?

227. После совершения одной тысячи оборотов вокруг Земли первым, вторым и третьим советскими спутниками — период обращения их соответственно уменьшился на 3,5; 3,9 и 0,85 минуты. На сколько секунд, в среднем уменьшались их периоды в течение одного оборота вокруг Земли?

1. Некоторые постоянные величины.

1. Экваториальный радиус Земли	6378,245 *км.*
2. Полярный радиус Земли	6356,864 *км.*
3. Средний радиус Земли	6368 *км.*
4. Продолжительность года	365,242119879 суток или 365 суток 5 час. 48 мин. 45,98 сек.
5. Среднее расстояние Земли от Солнца .	149 450 000 *км.*
6. Окружность любого меридиана	40 000 *км.*
7. Длина окружности экватора	40 070 *км.*
8. Один градус меридиана равен по длине .	111,1 *км.*
9. Масса Земли	$6 \cdot 10^{21}$ *Т.*
10. Среднее расстояние Луны от Земли . .	384 404 *км.*
11. Диаметр Луны	3476 *км.*
12. Масса Луны	$7 \cdot 10^{19}$ *Т.*
13. Время обращения Луны вокруг Земли .	27 суток 7 час. 43 мин. 11,5 сек.
14. Радиус Солнца	693 000 *км.*
15. Масса Солнца	$1{,}983 \cdot 10^{27}$ *Т.*
16. Астрономическая единица	149,450 млн. *км.*
17. Световой год	$9{,}46 \cdot 10^{12}$ *км.*
18. Парсек.	3,26 световых года или $30{,}8 \cdot 10^{12}$ *км* или 206 265 астр. ед.
19. Килопарсек	1000 парсеков
20. Мегапарсек	1 000 000 парсеков
21. Единица длины ангстрем	10^{-8} *см*, или 0,1 миллимикрона.
22. Единица длины икс	0,001 ангстрема или 10^{-11} *см.*
23. Нормальное ускорение силы тяжести на экваторе Земли и на уровне моря . . .	9,78 *м/сек*^{2}.

2. Элементы солнечной системы.

Наименование	Среднее расстояние от Солнца в астр. ед.	Средн. расстояние до Солнца в млн. *км*	Время обращ. вокруг Солнца в земн. годах	Скорость движен. по орбите в *км/сек.*	Время обращен. вокруг оси	Число спутников	Величина силы тяжести (для земли—1 единица)	Средний попереч. (для земли 12 736 *км* принимается за единицу)	Масса (для земли $6 \cdot 10^{27}$ *г* принимается за 1)
Меркурий .	0,4	57,8	0,24	48,9	88 сут	—	0,27	0,38	0,037
Венера . .	0,7	106,1	0,62	35,0	—	—	0,84	0,96	0,826
Земля . .	1	149,5	1	29,8	23 час. 56 мин.	1	1	1	1
Марс . . .	1,5	227,7	1,88	24,2	24 час. 37 мин.	2	0,37	0,53	0,108
Юпитер . .	5,2	777,6	11,86	13,1	9 час. 55 мин.	12	2,32	11,2	317,2
Сатурн . .	9,5	1425,6	29,50	9,6	10 час. 14 мин.	9	0,92	9,5	95,2
Уран . . .	19,2	2868,1	84,02	6,8	10 час. 48 мин.	5	0,78	3,9	14,6
Нептун . .	30,1	4494,1	164,8	5,4	15 час. 36 мин.	1	1,11	4,2	17,3
Плутон . .	39,5	5896,9	248,4	4,8	—	—	—	—	—
Солнце . .	—	—	—	—	27 сут.	9 пл.	28	109	330 000
Луна . . .	1	149,5	—	0,95	$27\frac{1}{3}$ сут.	—	0,16	0,27	0,012

3. Ближайшие полные солнечные затмения.

Когда произойдет (время московское)	Сколько мин. продлится полное затмение	Область видимости
1959 г. 2 октября в 16 час.	3	Канарские острова Центральная Африка
1961 » 15 февраля в 11 час.	3	Франция, Италия, Венгрия, СССР
1962 » 5 февраля в 3 часа	4	Нозая Гвинея
1963 » 21 июля в 0 час.	1	Аляска
1965 » 31 мая в 0 час.	5	Тихий океан
1966 » 12 ноября в 17 час.	2	Боливия, Аргентина, Бразилия
1968 » 22 сентября в 14 час.	1	Арктика, Сибирь, Китай
1970 » 7 марта в 21 час.	3	Мексика, Флорида
1972 » 10 июля в 23 часа	3	Северо-Восточная Азия, Канада.
1973 » 30 июня в 15 час.	7	Южная Америка, Африка
1974 » 20 июня в 8 час.	5	Австралия
1976 » 23 октября в 8 час.	5	Африка, Австралия
1977 » 13 октября в 0 час.	3	Венецуэла, Тихий океан
1979 » 26 февраля в 20 час.	3	США, Канада
1980 » 16 февраля в 12 час.	4	Африка, Индия
1981 » 31 июля в 7 час.	2	Тихий океан, Сибирь.

4. Ближайшие полные лунные затмения.

Дата и время (время московское)	Начало полного затмения (время московское)	Конец полного затмения (время московское)	Будет ли видно затмение в Европейской части СССР
1960 г. 13 марта	10 час. 42 мин.	12 час. 18 мин.	нет
1960 » 5 сентября	13 час. 38 мин.	15 час. 8 мин.	»
1961 » 26 августа	6 час. 1 мин.	6 час. 15 мин.	»
1963 « 30 декабря	13 час. 25 мин.	14 час. 49 мин.	»
1964 « 25 июня	3 час. 18 мин.	4 час. 56 мин.	»
1964 « 19 декабря	5 час. 3 мин.	6 час. 7 мин.	да

Дата и время (время московское)	Начало полного затмения (время московское)	Конец полного затмения (время московское)	Будет ли видно затмение в Европейской части СССР
1967 » 24 апреля	14 час. 26 мин.	15 час. 48 мин.	нет
1967 » 18 октября	12 час. 48 мин.	13 час. 44 мин.	»
1968 » 13 апреля	7 час. 21 мин.	8 час. 17 мин.	»
1968 » 6 октября	14 час. 10 мин.	15 час. 12 мин.	»
1971 » 10 февраля	10 час. 3 мин.	11 час. 21 мин.	»
1971 » 6 августа	21 час. 53 мин.	23 час. 35 мин.	да
1972 » 30 января	13 час. 32 мин.	14 час. 14 мин.	нет
1974 » 29 ноября	17 час. 38 мин,	19 час. 54 мин.	да
1975 » 25 мая	8 час. 1 мин.	9 час. 31 мин.	нет
1975 » 19 ноября	1 час. 1 мин.	1 час. 47 мин.	да
1978 » 24 марта	18 час. 40 мин.	20 час. 10 мин.	»
1978 » 16 сентября	21 час. 22 мин.	22 часа 44 мин.	»
1979 » 6 сентября	13 час. 28 мин.	14 час. 20 мин.	нет
1982 » 9 января	22 час. 14 мин.	23 часа 38 мин.	да

5. Азимуты точек восхода и захода солнца.

(Касание верхней точки диска к горизонту)

Широта		40°		45°		50°		55°		60°	
Месяц и число		в.	з.	в.	з.	в.	з.	в.	з.	в.	з.
Январь	1	120	240	122	238	126	234	131	229	139	221
	11	118	242	121	239	124	236	129	231	136	224
	21	116	244	118	242	121	239	125	235	131	229
	31	112	248	114	246	117	243	120	240	125	235
Февраль	10	108	252	110	250	112	248	114	246	118	242
	20	104	256	105	255	106	254	108	252	110	250
Март	2	099	261	099	261	100	260	101	259	103	257
	12	094	266	094	266	094	266	095	265	095	265
	22	088	272	088	272	088	272	088	272	087	273
Апрель	1	083	277	083	277	082	278	081	279	079	281
	11	078	282	077	283	076	284	074	286	072	288
	21	074	286	072	288	070	290	068	292	064	296
Май	1	069	291	068	292	065	295	062	298	057	303
	11	066	294	063	297	060	300	056	304	050	310
	21	063	297	060	300	056	304	051	309	044	316
	31	060	300	057	303	053	307	048	312	039	321

Широта	40°		45°		50°		55°		60°	
Месяц и число	в.	з.	в.	з.	в.	з.	в.	з.	в.	з.
Июнь 10	058	302	055	305	051	309	045	315	036	324
20	058	302	055	305	050	310	044	316	035	325
30	058	302	055	305	051	309	044	316	035	325
Июль 10	059	301	056	304	052	308	047	313	038	322
20	062	298	059	301	055	305	050	310	043	317
30	064	296	062	298	059	301	054	306	048	312
Август 9	068	292	066	294	063	297	060	300	054	306
19	072	288	071	289	068	292	065	295	062	298
29	077	283	075	285	074	286	072	288	069	291
Сентябрь 8	082	278	081	279	080	280	079	281	077	283
18	086	274	086	274	086	274	085	275	084	276
28	092	268	092	268	092	268	092	268	092	268
Октябрь 8	097	263	097	263	098	262	099	261	100	260
18	102	258	102	258	104	256	105	255	107	253
28	106	254	107	253	109	251	111	249	115	245
Ноябрь 7	110	250	112	248	114	246	117	243	122	238
17	114	246	116	244	119	241	123	237	128	232
27	117	243	119	241	123	237	127	233	134	226
Декабрь 7	119	241	122	238	125	235	130	230	138	222
17	120	240	123	237	126	234	131	229	139	221
27	120	240	123	237	126	234	131	229	139	221

Примечания: 1. Азимуты даны геодезические, т. е. азимуту 0° соответствует направление на точку севера, и счет углов ведется по часовой стрелке; в — азимут восхода; з — азимут захода. 2. Углы выражены везде в градусах. 3. Эта таблица с точностью ±1° годна для любого года. 4. На основе данных этой таблицы, можно с точностью ±1° подсчитать азимуты для любой широты, находящейся между указанными в таблице широтами. Для этого надо определить средний прирост азимута широты и произвести другие очевидные вычисления на основе правил интерполирования. Например, для широты 52° соответствующие азимуты на 17 декабря составят 128° и 232°.

6. Географические координаты некоторых городов и пунктов различных стран мира.

Название	Широта северная (+), южная (—)	Долгота от Гринвича восточн. (+), западная (—)
Амстердам	+ 52° 23′	+ 0 ч. 20 м.
Афины	+ 42 4	+ 1 16
Берлин	+ 52 30	+ 0 54
Берн	+ 46 57	+ 0 30

Название	Широта северная (+), южная (—)	Долгота от Гринвича восточн. (+), западная (—)
Брюссель	+ 50° 51′	+ 0 ч. 17 м.
Белград	+ 44 48	+ 1 22
Вашингтон	+ 38 53	— 5 8
Вена	+ 48 13	+ 1 5
Каир	+ 30 2	+ 2 5
Кептаун	— 33 56	+ 1 14
Константинополь	+ 41 0	+ 1 56
Копенгаген	+ 55 41	+ 0 50
Лиссабон	+ 38 42	— 0 37
Лондон	+ 51 31	+ 0 0
Мадрид	+ 40 24	— 0 15
Остров св. Елены	— 15 55	— 0 23
Остров Ферро	+ 27 50	— 1 11
Париж	+ 48 50	+ 0 9
Пекин	+ 39 54	+ 7 46
Пулково	+ 59 46	+ 2 1
Рим	+ 41 54	+ 0 50
Сант-Яго	— 33 27	— 4 43
Стокгольм	+ 59 21	+ 1 12
Тегеран	+ 35 41	+ 3 26
Токио	+ 35 39	+ 9 19

7. Географические координаты некоторых городов СССР.

(Долгота от Гринвича)

	Широта	Долгота
Алма-Ата	43°16′	5 час. 7 мин.
Архангельск	64°34′	2 час. 42 мин.
Астрахань	46°21′	3 час. 12 мин.
Ашхабад	37°45′	3 час. 53 мин.
Баку	40°21′	3 час. 19 мин.
Благовещенск	50°15′	8 час. 30 мин.
Вильнюс	54°41′	1 час. 41 мин.
Витебск	55°10′	2 час. 1 мин.
Владивосток	43°07′	8 час. 47 мин.
Владимир	55°08′	2 час. 42 мин.
Вологда	58°13′	2 час. 39 мин.
Воронеж	51°39′	2 час. 37 мин.
Выборг	60°43′	1 час. 60 мин.
Горький	56′20°	2 час. 56 мин.
Днепропетровск	48°28′	2 час. 20 мин.
Ереван	40°14′	2 час. 58 мин.
Житомир	50°15′	1 час. 55 мин.
Иваново	57°00′	2 час. 44 мин.
Иркутск	52°16′	6 час. 57 мин.

Казань	55°48′	3 час. 17 мин.
Калинин	56°52′	2 час. 24 мин.
Калуга	54°31′	2 час. 25 мин.
Каунас	54°53′	1 час. 37 мин.
Киев	50°27′	2 час. 2 мин.
Киров	58°36′	3 час. 19 мин.
Кишенев	47°02′	1 час. 55 мин.
Кострома	57°46′	2 час. 44 мин.
Краснодар	45°03′	2 час. 36 мин.
Куйбышев	53°11′	3 час. 20 мин.
Курск	51°44′	2 час. 25 мин.
Ленинград	59°57′	2 час. 1 мин.
Львов	49°49′	1 час. 36 мин.
Минск	53°54′	1 час. 50 мин.
Могилев	53°54′	2 час. 1 мин.
Москва	55°45′	2 час. 30 мин
Новгород	58°31′	2 час. 5 мин.
Новосибирск	55°01′	5 час. 32 мин.
Новочеркасск	47°25′	2 час. 40 мин.
Одесса	46°29′	2 час. 3 мин.
Омск	54°59′	4 час. 53 мин.
Оренбург	51°45′	3 час. 40 мин.
Орел	52°58′	2 час. 24 мин.
Петрозаводск	61°47°	2 час. 18 мин.
Пермь	58°01′	3 час. 45 мин.
Полтава	49°35′	2 час. 18 мин.
Псков	57°49′	1 час. 53 мин.
Рига	56°58′	1 час. 37 мин.
Ростов-на-Дону	47°13′	2 час. 40 мин.
Рязань	54°38′	2 час. 39 мин.
Самарканд	39°39′	4 час. 28 мин.
Саратов	51°32′	3 час. 4 мин.
Свердловск	56°49′	4 час. 2 мин.
Севастополь	44°37′	2 час. 14 мин.
Семипалатинск	50°24′	5 час. 20 мин.
Симферополь	44°57′	2 час. 16 мин.
Смоленск	54°46′	2 час. 18 мин.
Сталинабад	38°33′	4 час. 35 мин.
Сталинград	48°42′	2 час. 58 мин.
Таллин	59°26′	1 час. 39 мин.
Тамбов	52°44′	2 час. 49 мин.
Ташкент	41°20′	4 час. 37 мин.
Тбилиси	41°42′	2 час. 59 мин.
Тобольск	58°12′	4 час. 33 мин.
Томск	56°30′	5 час. 40 мин.
Тула	54°12′	2 час. 30 мин.
Ульяновск	54°19′	3 час. 14 мин.
Уфа	54°43′	3 час. 44 мин.
Фрунзе	42°53′	4 час. 59 мин.
Хабаровск	48°28′	9 час. 0 мин.
Харьков	50°00′	2 час. 25 мин.
Херсон	46°38′	2 час. 11 мин.
Чернигов	51°29′	2 час. 5 мин.
Черновцы	48°17′	1 час. 44 мин.
Якутск	62°02′	8 час. 39 мин.

8. Некоторые данные о звездах

Название звезды (и созвездия)	Расстояние в свет. год. (от Земли)	Расстояние в парсеках	Скорость лучевая в $\frac{км}{сек}$	Параллакс
α Тельца (Альдебаран)	64	20	+ 54	0,″ 051
β Ориона (Ригель)	540	170	+ 24	0,″ 006
α Возничего (Капелла)	52	16	+ 30	0,″ 063
α Ориона (Бетельгейзе)	300	90	+ 21	0,″ 011
α Б. Пса (Сириус)	8,7	2,7	— 8	0,″ 376
α Близнецов (Кастор)	47	1,45	+ 2	0,″ 069
β Близнецов (Поллукс)	33	10	+ 3	0,″ 100
α Льва (Регул)	80	24	+ 3	0,″ 041
α Девы (Спика)	300	90	+ 1	0,″ 011
α Волопаса (Арктур)	37	11,4	— 5	0,″ 088
α Скорпиона (Антарес)	270	83	+ 3	0,″ 012
α Лиры (Вега)	27	8,3	— 14	0,″ 121
α Орла (Альтаир)	16	4,9	— 26	0,″ 204
α Лебедя (Денеб)	800	250	— 3	0,″ 004

9. Работа с подвижной картой звездного неба.

Пользуясь подвижной картой звездного неба, можно очень быстро установить положение звезд и созвездий относительно горизонта для любого времени суток определенного числа и месяца.

Для пользования карту надо соответствующим образом подготовить к работе, для чего необходимо сделать следующее: обрезать накладной круг по внешнему кругу, на котором обозначены различные часы суток от 0 час. до 24 час. Аккуратно вырезать в накладном круге определенную его часть, соответствующую широте места, в котором предполагается пользование картой. Например, при пользовании картой в Костромской области (широта 58°) для выреза избирается линия с отметками 60°, для Тулы широта 54° — линия с отметками 55° и т. д.

Приготовленный таким образом подвижной круг накладывается на звездную карту так, чтобы нужный час, когда предполагается провести наблюдение (отмечен на подвижном круге) совпал бы с соответствующим числом и месяцем наблюдения (месяцы и числа отмечены на двух внешних кругах звездной карты). В этом случае в вырезанной внутри подвижного круга части будут расположены те созвездия и звезды, которые видны на небесной сфере в данное время (месяц, число, час), при соответствующем ориентировании карты по сторонам горизонта, обозначенным на подвижном круге.

Пользуясь картой, надо помнить, что соответствие показаний карты и наблюдаемой картины звездного неба будут полным только в том случае, если карту приподнять перед собой, так, чтобы ее край с надписью «Юг» был повернут к южной точке горизонта.

Если карта лежит на столе, то в этом случае она отражает расположение звезд, как в зеркале. Кроме этого, следует иметь в виду, что очертания созвездий на карте изображены в несколько искаженном виде вследствие того, что сферу нельзя изобразить на плоскости без искажений.

С помощью указанной карты можно определить не только положение звезд, о которых идет речь в задачах, чтобы при первой же возможности показать их учащимся, но и положение планет на основе предварительного ознакомления по справочнику или календарю об их видимости в данное время.

10. Указания к решению некоторых задач.

1. к № 91. Дуга CA (рис. 1) составляет $7^\circ{,}2$, или $\frac{1}{50}$ часть длины окружности Земли. По данным же задачи она составляет 5000 стадий, что соответствует длине около 800 *км*. Из этого вытекает, что длина окружности Земли примерно равна $800 \cdot 50 = 40\,000$ *км*.

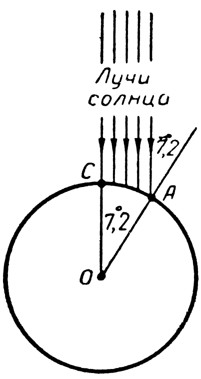


Рис. 1.

2. к № 108. Если O и O_1 (рис. 2) принять за центры Солнца и Земли, то из подобия треугольников AOO_2 и BO_1O_2 вытекает соотношение $\frac{AO}{BO_1} = \frac{OO_2}{O_1O_2}$, на основе которого решается задача.

3. к № 112. Если O — положение Земли, а A — положение Луны в какой-то момент времени (рис. 3), то D — предполагаемое положение Луны, в котором она находилась бы

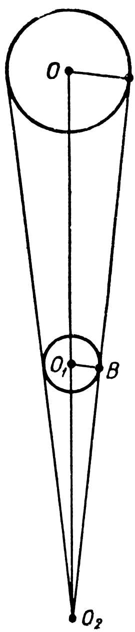


Рис. 2.

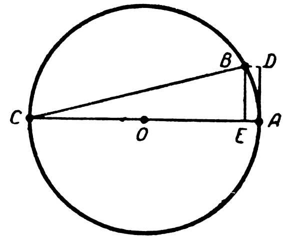


Рис. 3.

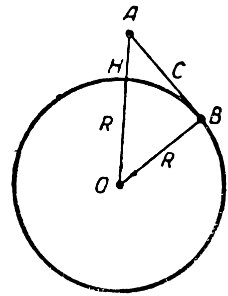


Рис. 4.

через 1 секунду при отсутствии ее притяжения землей, B — фактическое положение Луны на орбите. Опустив из B перпендикуляр на AC и считая примерно, что BD направлено вдоль отрезка CB, так как ошибка при этом будет очень маленькой, из треугольника ABC имеем, что $BE^2 = AD^2 = (AC - AE) \cdot AE$. Но отрезок $AD = V$, т. е. скорости движения Луны по орбите. Отрезок $AC = 760\,000$ *км*, т. е. равен диаметру лунной орбиты, а отрезок $BD = AE = x$, т. е. примерно соответствует искомой величине.

Введя эти обозначения, имеем, что $V^2 = (760\ 000 - x) \cdot x$, откуда $V^2 = 760\ 000x - x^2$. Но ввиду того что величина x^2 очень мала в сравнении с V^2 ею можно пренебречь, на основе чего получим, что $x = \frac{v^2}{760\,000}$ *км*.

4. к **№ 114.** Если принять C за дальность горизонта (рис. 4), H — за высоту подъема, а R — за радиус земли, то из треугольника OAB имеем, что $C^2 = (R + H)^2 - R^2$, или $C^2 = 2RH + H^2$.

Но так как H^2 (при небольших высотах) — очень мало в сравнении с R, то этой величиной можно пренебречь, на основе чего можно примерно записать, что $C = \sqrt{2RH}$.

5. к № 134. Если принять, что O_1 и O_2 — соответствуют положению центра Солнца и Земли (рис. 5), а O_3 — соответствует положению тела, тогда применив формулу закона

Рис. 5.

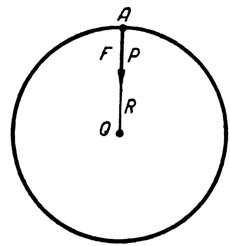


Рис. 6.

всемирного тяготения для Солнца и тела, а также для Земли и тела получим, что: $F_1 = k\frac{m_1 \cdot m_2}{(15 \cdot 10^7 - x)^2}$ и $F_2 = k\frac{m_2 m_3}{x^2}$, где m_1 — масса Солнца, m_2 — масса тела, m_3 — масса Земли, k — постоянная тяготения, x — искомое расстояние.

По условию задачи силы притяжения тела к Солнцу и Земле должны быть одинаковыми, т. е. $F_1 = F_2$. Приравнивая правые части указанных выражений, легко определяется x.

6. к № 140. Если принять, что O — центр тяжести Земли (рис. 6), A — центр тяжести любого тела, находящегося на поверхности Земли, а m_1 и m_2 соответственно их массы, то по закону всемирного тяготения имеем, что $F = k\frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$, где R — радиус Земли.

По второму же закону динамики имеем, что $P = m_2 \cdot g$.

Поскольку эти силы равны, то приравнивая правые части получаем для вычисления массы следующее выражение: $m_1 = \frac{g \cdot R^2}{k}$, где g — ускорение силы тяжести, а k — постоянная тяготения. Если при решении задачи ускорение силы тяжести взять в $\frac{см}{сек^2}$, а радиус Земли выразить в *см*, тогда постоянную тяготения надо принять за $6{,}6 \cdot 10^{-8}$. При этом масса Земли будет выражена в граммах.

7. к № 161. Из треугольника OO_1A (рис. 7) находим, что $O_1A = R_\varphi = R \cdot \cos \varphi$, откуда вытекает, что длина широты будет равна: $C = 2\pi R_\varphi$.

8. к № 169. При движении Земли вокруг Солнца на нее действует центростремительная сила, которая равна силе тяготения между Солнцем и Землей (рис. 8). Указан-

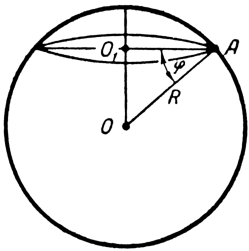


Рис. 7.

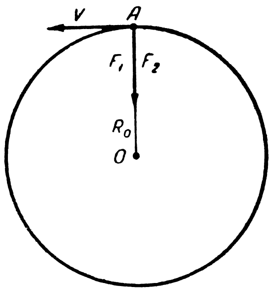


Рис. 8.

ные силы могут быть определены по формулам: $F_1 = m_1 \cdot \frac{v^2}{R}$; $F_2 = k\,\frac{m_1 \cdot m_2}{R_0^2}$. Приравнивая правые части указанных формул, получим следующее выражение для вычисления массы Солнца: $m_2 = \frac{v^2 \cdot R_0}{k}$, где m_2 — масса Солнца; v — средняя линейная скорость движения Земли вокруг Солнца; R_0 — радиус земной орбиты; κ — постоянная тяготения.

Если при вычислении скорость выразить в $\frac{см}{сек}$, а R_0 — в *см*, тогда постоянную тяготения надо принять за $6{,}6 \cdot 10^{-8}$ или за $\frac{1}{15} \cdot 10^{-6}$. В этом случае масса Солнца будет выражена в граммах.

9. к № 175. Величина солнечного излучения, падающего на Землю, может быть примерно определена из соотношения $n = \frac{S_1}{S_2}$, где S_1 — площадь сечения Земли по большому кругу, а S_2 — площадь поверхности сферы с радиусом равным расстоянию от Земли до Солнца (рис. 9).

Очевидно, что $S_1 = \pi R_I^2$, а $S_2 = 4\pi R_0^2$, откуда следует,

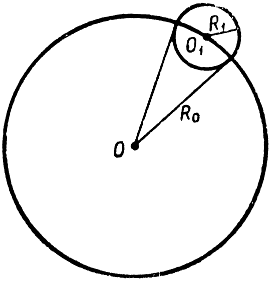


Рис. 9.

что $n = \frac{R_1^2}{4 R_0^2}$, где R_1 — радиус Земли, а R_0 — радиус земной орбиты.

10. к № 182. Из прямоугольного треугольника ABO (рис. 10) имеем, что $x = \frac{R_0}{\sin B}$, где R_0 — радиус земной орбиты, а $\angle B = 1''$.

При решении этой и других аналогичных задач, в которых даны очень малые углы, следует иметь в виду, что синусы очень малых углов могут быть заменены величиной углов, выраженной в радианах. Поэтому предыдущую формулу можно переписать в таком виде: $x = \frac{R_0}{\sin B} = \frac{R_0}{k \text{ радиан}}$.

Величина же $\angle B = 1''$ в радианах легко определяется из следующего соотношения:

$180°$	π радиан;
$1''$	k радиан.

Очевидно, что $180° : 1'' = \pi : к$, откуда $k = \frac{1'' \cdot \pi}{180°} = \frac{1'' \cdot \pi}{(180 \cdot 60 \cdot 60)''} = \frac{3{,}14}{180 \cdot 60 \cdot 60}$ радиан.

11. к № 194. Из прямоугольного треугольника AOB (рис. 11) имеем, что $R = C \cdot \sin A$, или переводя угол A в радианы и заменив синус угла через величину угла в радианах, имеем что $A'' = k$ радиан, на основе чего получим, что $R = C \cdot k$, где R — радиус Солнца; C — расстояние от Земли до Солнца; k — угол в радианах, соответствующий половине угловой величины Солнца.

12. к № 196. Заменяя угловую меру углов CAO и AOB (рис. 12) через радианную меру, имеем, что угол $CAO = p$ радиан, а угол $AOB = k$ радиан.

Из прямоугольных треугольников AOC и AOB имеем, что: $R_2 = AO \cdot k$ и $R_1 = AO \cdot p$, откуда следует, что $R_2 = R_1 \cdot \frac{k}{p}$, где R_2 — искомый радиус светила; R_1 — радиус Земли; k и p — данные углы в радианах.

13. к № 213. Движение спутника вокруг Земли может установиться, когда центростремительная сила F, приложенная к спутнику, будет равна силе тяжести спутника P (рис. 13). Если A — спутник, O — центр Земли, а v — линейная скорость спутника, то центростремитель-

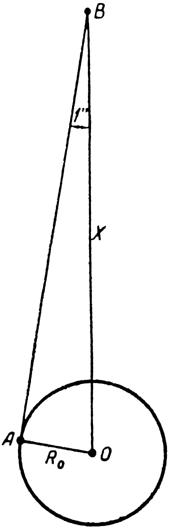


Рис. 10.

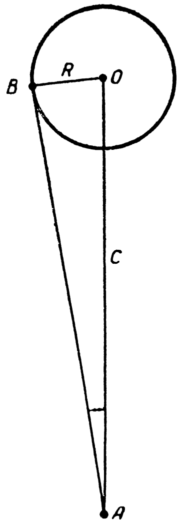


Рис. 11.

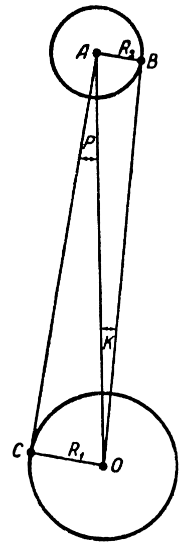


Рис. 12.

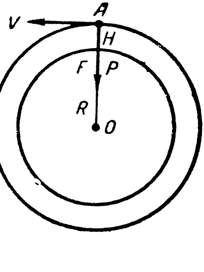


Рис. 13.

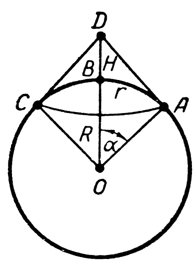


Рис. 14.

ная сила, действующая на спутник будет равна: $F = \frac{m \cdot v^2}{R+H}$: сила же тяжести $P = m \,.\, g$.

Приравнивая правые части указанных выражений, находим линейную скорость спутника, которая будет равна:

$v = \sqrt{g \cdot (R + H)}$, где g — ускорение силы тяжести для Земли, R — радиус Земли, а H — высота спутника.

В случае, когда H очень мала в сравнении с R формула для вычислений упрощается и принимает вид $v = \sqrt{g \cdot R}$.

14. к № 217. Из прямоугольного треугольника AOD (рис. 14) имеем, что $AD = \sqrt{H \cdot (H + 2R)}$. Радиус обозреваемой поверхности — r будет равен примерно длине дуги AB, которая содержит α дуговых градусов.

Из треугольника ADO имеем, что $\cos \alpha = \frac{R}{R+H}$, откуда находим угол α.

Знаем, что 1° долготы содержит около 111 *км*, вычисляем r в *км*.

КРАТКИЙ УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Астрономия. Учебник для физико-математических факультетов пединститутов. Под общей ред. профессора П. И. Попова, изд. 3, М., Учпедгиз, 1953.
2. Астрономический календарь. Переменная часть. Ежегодник. Изд. Горьков. отд. ВАГО.
3. Астрономический календарь (школьный). Составил В. А. Шишаков, М., Учпедгиз, 1954.
4. Астрономический календарь (краткий). Отв. ред. чл. корр. АН УССР А. А. Яковкин, изд. АН УССР, Киев, 1954.
5. Баев К. А. и Шишаков В. А., Начатки мироведения, изд. 5, Гостехиздат, 1955.
6. Большая Советская Энциклопедия, изд. 2. Статьи по вопросам о Вселенной.
7. Волков А., Земля и небо. Занимательные рассказы по географии и астрономии. Госиздат детской литературы министерства просвещения РСФСР, 1957.
8. Вопросы истории религии и атеизма, изд. АН СССР, 1950.
9. Воронцов-Вельяминов Б. А., Астрономия. Учебник для средней школы, изд. 10, Учпедгиз, 1956.
10. Воронцов-Вельяминов Б. А., Очерки о Вселенной, изд. 3, М., Гостехиздат, 1955.
11. Воронцов-Вельяминов Б. А., Сборник задач и упражнений по астрономии, изд. 3, ГИТТЛ, 1953.
12. Всехсвятский С. К., Как познавалась Вселенная, ГИТТЛ, 1954.
13. Галилео Галилей, Диалог о двух главнейших системах мира птоломеевой и коперниковой, ГИТТЛ, 1948.
14. Гончаров Н. К., Научно-атеистическое воспитание — существенная часть коммунистического воспитания. Журн. «Советская педагогика», 1954, № 8.
15. Гурев Г., Системы мира, изд. «Московский рабочий», 1950.
16. Каменьщиков Н., Сборник астрономических задач для юношества, Госиздат, М.—Пг., 1923.
17. Карницкий П. Н., Элементы учения о Вселенной в средней школе, изд. Костромского пединститута, Кострома, 1958.
18. Карницкий П. Н., Об изучении вопросов о Вселенной в семилетней школе, журн. «Советская педагогика», 1952, № 7.
19. Карницкий П. Н., Элементы учения о мироздании в курсе физики семилетней школы, М., Учпедгиз, 1953.

20. Карницкий П. Н., О рассказе «Горизонт» в книге для чтения для третьего класса, журн. «Начальная школа», 1956, № 10.
21. Набоков М. Е., Методика преподавания астрономии, изд. 2, Учпедгиз, 1955.
22. Научно-популярные книжки по астрономии, издаваемые ГИТТЛ, стенограммы лекций Всесоюзного общества по распространению политических и научных знаний, книжки из серии «В помощь лектору», издаваемые Госкультпросветиздатом и другие.
23. Паренаго П. П., Строение Вселенной, Госкультпросветиздат, 1949.
24. Перельман Я. И., Занимательная астрономия, изд. 7, ГИТТЛ, 1954.
25. Полак И. Ф., Время и календарь, изд. 3, ГИТТЛ, М.—Л., 1949.
26. Попов П. И., Общедоступная практическая астрономия изд. 3, ГИТТЛ, 1953.
27. Селешников С. И., Борьба материализма против идеализма в астрономии. Ленинградское отд. Всесоюзного общества по распространению политических и научных знаний, Л., 1956.
28. Семакин Н. К., Работа с астрономическим кружком, М., Учпедгиз, 1953.
29. Счастнев П. Н., Сборник задач и упражнений по физической географии, изд. 2, М., Учпедгиз, 1950.
30. Таблицы по астрономии. Под ред. проф. П. И. Попова. Пособие для средней школы, изд. 2, Учпедгиз, М., 1955.
31. Учебно-методическая литература и программы средней школы по математике, физической географии, физике и астрономии.
32. Шишаков В. А., Вселенная. Альбом наглядных пособий, изд. Госкультпросветиздат, 1945.
33. Ярославский Е., Библия для верующих и неверующих, Госполитиздат, 1958.

СОДЕРЖАНИЕ

Карницкий

ВОПРОСЫ О ВСЕЛЕННОЙ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Редактор *Сидорова Л. А.*
Художественный редактор *Максаев А. В.*
Технический редактор *Головко Б. Н.*
Корректор *Голубева М. В.*

* * *

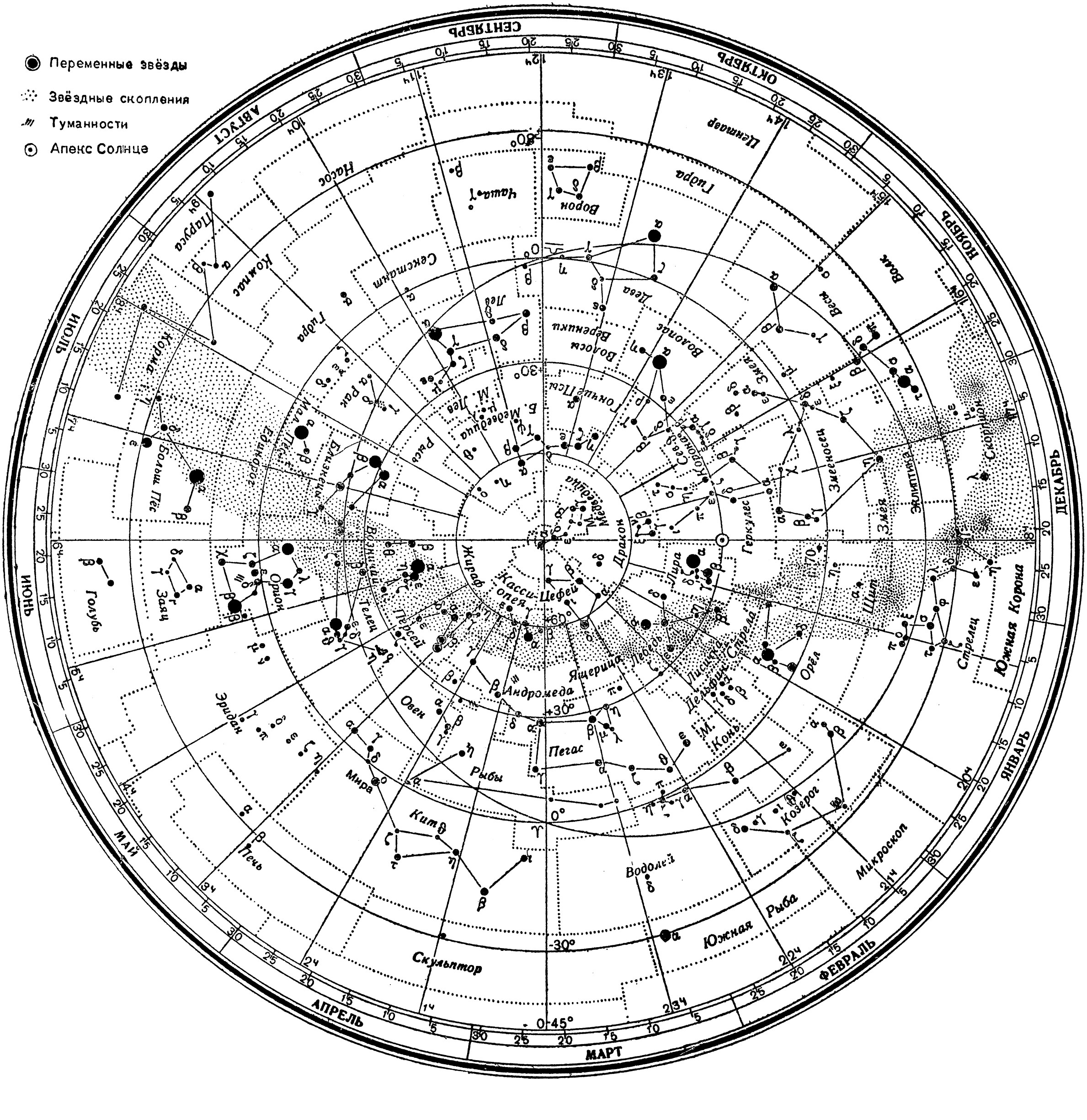
Сдано в набор 12/XI 1958 г.
Подписано к печати 28/II 1959 г. $84\times108^{1}/_{32}$.
Печ. л. 4,25 (3,49)+вкл. 0,26 (0,21).
Уч.-изд. л. 3,44+вкл. 0,15. Тираж 24 тыс. экз.
А 00779. Цена 1 руб. 05 коп. Заказ № 3927.

* * *

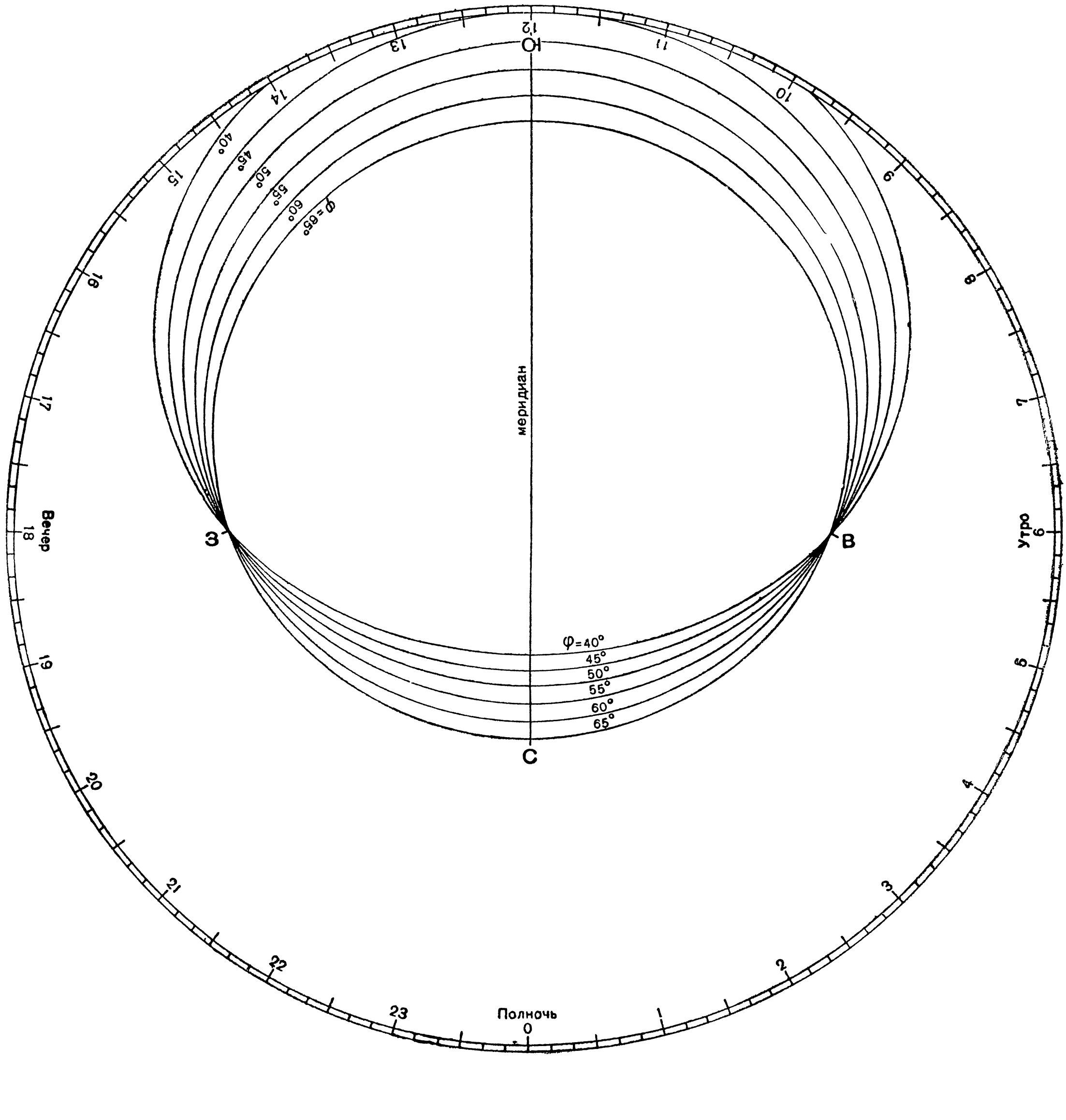
Учпедгиз. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41
Полиграфкомбинат им. Я. Коласа, Минск, Красная, 23

ПОДВИЖНАЯ КАРТА ЗВЁЗДНОГО НЕБА

Переменные звёзды
Звёздные скопления
Туманности
Апекс Солнце



НАКЛАДНОЙ КРУГ К КАРТЕ ЗВЁЗДНОГО НЕБА



Цена 1р. 05к.