МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ И.А. БУНИНА
ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАЛУЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ К.Э. ЦИОЛКОВСКОГО

Ю. М. Колягин, О. А. Саввина

МАТЕМАТИКИ-ПЕДАГОГИ РОССИИ. ЗАБЫТЫЕ ИМЕНА

ЕЛЕЦ – 2008

УДК 37(09) (075.8)
ББК 22.1г. Р 30 +74.03
К 62

Печатается по решению редакционно-издательского совета Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина от 14. 02. 2008 г., протокол № 1

Колягин Ю. М., Саввина О. А.

К 62 Математики-педагоги России. Забытые имена. Книга 2. Осип (Иосиф) Иванович Сомов. – Елец: ЕГУ им. И.А.Бунина, 2008. – 45 с.

ISBN 978-5-94809-300-0

В настоящем издании предлагается исследование научно-методического наследия педагога, ученого и общественного деятеля XIX века О.И. Сомова.

Книга адресована как студентам педагогических вузов, аспирантам и преподавателям, так и широкому кругу читателей.

УДК 37(09) (075.8)
ББК 22.1г. Р 30 + 74.03

ISBN 978-5-94809-300-0

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ И. А. БУНИНА
ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАЛУЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ К. Э. ЦИОЛКОВСКОГО

Ю. М. Колягин, О. А. Саввина

МАТЕМАТИКИ-ПЕДАГОГИ РОССИИ. ЗАБЫТЫЕ ИМЕНА

ЕЛЕЦ – 2008

КНИГА 2

ОСИП (ИОСИФ) ИВАНОВИЧ СОМОВ

Под редакцией доктора педагогических наук, профессора, заслуженного работника высшей школы РФ ***В. П. Кузовлева*** *(Елец, ЕГУ им. И. А. Бунина); доктора педагогических наук, профессора* ***Ф. С. Авдеева*** *(Орел, ОГУ); кандидата педагогических наук, профессора* ***Ю. А. Дробышева*** *(Калуга, КГПУ им. К. Э. Циолковского)*

Вместо введения

В течение моей весьма богатой событиями жизни мне не раз приходилось встречать весьма именитых ученых-математиков, преподававших (а нередко и не преподававших) в высшей школе. Многие из них с жаром брались за написание учебников для средней школы, зная о ней по своим детским воспоминаниям, понаслышке или же не зная совсем.

Первая мысль о причине этого, казалось, странного явления представлялась мне очевидной: занятия математикой-наукой с возрастом стали бесплодными, и человек переключился на иное – то, что он считал для себя заведомо простым, но весьма престижным делом – за написание школьных учебников или же за их «научное» редактирование. При этом для многих из этих ученых амбиции превалировали над делом: «Математику я знаю хорошо, я защитил докторскую диссертацию (стал академиком); так чего же мне не написать учебник по элементарной (низшей) математике? Действующие учебники, – полагал этот ученый, – не столь уж хороши (и это часто было правдой), а я заведомо напишу лучше, поскольку знаю математику на порядок лучше любого методиста, а тем более учителя».

Так я представлял себе ход мысли такого математика, и в беседах с некоторыми из них убеждался в том, что близок к правде. Увы, но это правда: на моей памяти не было написано ни одного школьного учебника, составленного такими «от математики учеными мужами», достойного, пригодного для массовой школы. Более того, неоднократно подготовленные известными учеными школьные учебники, которые к тому же благодаря их авторитету сразу внедрялись повсеместно в массовую школу, приносили ощутимый вред всей системе школьного (а следовательно, и высшего) математического образования.

Одно подтверждение тому приведу. В 1958 г., когда я преподавал в сельской школе, в школу был введен новый учебник геометрии для 9 класса В.Г. Болтянского и И.М. Яглома, излагавший стереометрию на векторной основе. Ровно год школа промучилась с этим учебником. В следующем году он был признан Министерством (!) непригодным и в школу вернули учебник геометрии А.П. Киселева.

Хотя справедливости ради следует иметь в виду и русскую поговорку «нет худа без добра» – сухой позитивный остаток от издания таких учебников со временем проявлялся: книга служила дополнительной литературой для учителя. Да и опыт с отрицательным результатом всегда имел немалую ценность.

Увы, никто тогда не считал (да и до сих пор не считает) всерьез, что *педагогический эксперимент не имеет права на ошибку*: дети не кирпичики, из которых складывается, например, печка – можно разобрать и заново ее переложить. Педагогические ошибки могут нанести (и часто наносили) непоправимый вред целому поколению молодых людей, сделать их ущербными, в нашем случае – математически неграмотными.

Занимаясь в последние годы проблемами отечественного школьного образования, я обнаружил, что вопрос об участии именитых ученых в делах средней школы более сложен. Были в нашем Отечестве случаи, когда написание пригодного для школы учебника математики кое-кому из крупных ученых-математиков удавалось.

Другое дело – учебники для высшей школы. Их, как правило, писали профессора, работавшие в вузах помногу лет, им, как говорится, и карты в руки. Например, блестящий учебник по математическому анализу написал Н.Н. Лузин (начав с переработки учебника В. Грэнвиля). Но Н.Н. Лузин успешно преподавал в университете и был не только великим математиком, но и талантливым педагогом. А ученые-математики, предпринимавшие активные попытки внедрить свои идеи и учебники в среднюю школу (а иногда даже в начальную), в школе не преподавали (или преподавали, но очень недолго). Их имена были в свое время на слуху: П.С. Александров, В.Г. Болтянский, Н.Я. Виленкин, Н.А. Глаголев, А.Н. Колмогоров, А.И. Маркушевич, А.И. Фетисов, А.Я. Хинчин. Список можно и продолжить.

То, что при этом многие из них состояли членами Академии педагогических наук, существа дела, конечно, не меняло.

Занимаясь проблемой школьного учебника математики вплотную и будучи одним из авторов вполне успешного и долго действующего учебника алгебры для средней школы, я обнаружил еще один любопытный факт: до революции 1917 года число авторов учебников математики составляло не один десяток. Замечу, что и сейчас, в начале XXI века, число учебников по каждому учебному предмету непозволительно велико (при этом в школе учебников не хватает). Но тому есть весьма объективные причины и не об этом сейчас речь.

Обращаясь к опыту прошлого, естественно возникают вопросы: «Кто эти учебники писал? Долго ли жили те или иные учебники? Почему сошли на нет, уступив пальму первенства (и очень надолго) учебникам А.П. Киселева? И какой сухой методический позитивный остаток от всех этих трудов можно усмотреть и использовать в современной школе?»

Для ответа на первый из перечисленных вопросов я решил сделать первый отсев: из множества имен авторов учебников XIX – начала XX вв. выделить имена известных ученых-математиков России, чей вклад в науку математику был признан весомым.

Хотелось бы также ответить на поставленные вопросы не формально, а сущностно: просмотреть по биографическим материалам конкретного ученого сведения о том, где и у кого он учился, каким было влияние на него разных людей (семьи, учителей, общественности), что побудило его заняться не своим непосредственным делом, а побочным – написанием школьных учебников.

Для начала я избрал исследование «школьных дел» академика Петербургской Академии наук Осипа Ивановича Сомова – ученика М.В. Остроградского, соратника В.Я. Буняковского и П.Л. Чебышева. Его учебник «Начальная алгебра» (1862) в то время был признан одним из лучших учебников алгебры для средних учебных заведений.

Приступая к методической оценке школьных дел О.И. Сомова, хочу оговориться, что я намеренно ограничусь лишь парой фраз о его научных заслугах как крупного отечественного математика и механика и буду описывать и осмысливать только те факты, которые имеют отношение к поставленной мной историко-образовательной проблеме. Поэтому прежде чем переходить к творческой биографии О.И. Сомова как талантливого русского педагога-математика, приведем «официальную» выдержку с оценкой его трудов как ученого-математика и механика: «Для творчества Сомова характерно применение результатов, полученных в аналитической механике, к вопросам геометрии; он ввел понятие об ускорениях высших порядков и применил их к изучению ряда геометрических свойств кривых и поверхностей»[1].

Ю.М. Колягин

[1] Сомов Осип (Иосиф) Иванович // Математический энциклопедический словарь. М., 1988. С.748.

Детские и юношеские годы. Учеба и учителя

Осип (Иосиф) Иванович Сомов родился 1(13) июня 1815 года в селе Отрада Клинского уезда Московской губернии в старинной дворянской семье. Его отец окончил Морской кадетский корпус, служил и, выйдя в отставку, поселился в своем имении. Однако хозяйствовал отец Осипа Ивановича неудачно и поэтому быстро обеднел. Мать Осипа Ивановича была *«скромной и обаятельной женщиной… В многочисленном семействе Сомовых (у них было 14 детей) всегда царили дружба, взаимная любовь и уважение»*[2]. Осипу Ивановичу прочили военную карьеру. Но, получив хорошее домашнее воспитание, он с 1827 г. стал учиться в частном пансионе Л.А. Лейбрехта и посещал одновременно и Московскую губернскую гимназию, где обратил на себя внимание учителя математики и физики П.Н. Погорельского, который считался одним из лучших педагогов Москвы того времени[3]. О Погорельском следует сказать особо, поскольку именно он, по всей видимости, заложил фундамент педагогических интересов О.И. Сомова. Судьба нередко бывает несправедлива к человеку (или нам кажется такой). Биографические сведения о Платоне Николаевиче Погорельском скудны. Приятное исключение составляет лишь глава о нем из книги В.Е. Прудникова[4].

Платон Николаевич Погорельский родился в 1800 г. По окончании курса Московской губернской гимназии он поступил в Московский университет, в 1822 г. получил степень кандидата[5], в 1827 г. – магистра физико-математических

[2] Никифорова Т.Р. Осип Иванович Сомов. М.-Л., 1964. С.8.

[3] Константинова С. Критерий – практика // Изобретатель и рационализатор. 2006. № 6.

[4] Прудников В.Е. Русские педагоги-математики XVIII–XIX веков. М., 1956. С.385-387.

[5] В начале XIX века существовала следующая иерархия учёных степеней: студент, кандидат, магистр, доктор. Приведем фрагмент из документа «О производстве в учёные степени на основании Положения о сем», разъясняющий различия между этими учеными степенями: «Под наименованием Студента Действительного разумеется тот, кто кончил весь курс наук по своему Факультету, в Университетах Российских преподаваемых, и получил на то надлежащий аттестат… Студент по окончании всего курса наук и при испытании, оказавший отличные сведения, наипаче же особливые способности по какой-либо части, и в засвидетельствование познаний своих, представивший письменное сочинение, получает степень Кандидата.

наук. Окончив университет, П.Н. Погорельский работал сначала учителем арифметики в Московском Благородном пансионе и женском отделении Александринского сиротского института, затем – учителем математики и физики в Московской губернской гимназии (1-й Московской гимназии). «За отлично-усердную службу» в гимназии был всемилостивейше награждён бриллиантовым перстнем, а за службу в институте – золотой табакеркой[6].

С 1830/31 учебного года преподавал в Московском университете. Здесь он учил студентов исчислению на счетах, повторяя некоторые части алгебры, читал прямолинейную тригонометрию и конические сечения[7].

С 1836 по 1839 гг. П.Н. Погорельский прослужил в должности инспектора Московской 1-й гимназии, а в 1839 г. назначен первым директором 3-й Московской гимназии. Строгость и суровость Погорельского не мешали воспитанникам любить своего наставника. Платон Николаевич был не только прекрасным учителем (учил математике И.С. Тургенева, привил любовь к математике П.Л. Чебышеву), но и хорошим организатором: устроил при гимназии богатую библиотеку, основал физический кабинет, привлекал к преподаванию лучших выпускников Московского университета, находил благотворителей[8].

О педагогическом таланте П.Н. Погорельского ходили легенды. *«Он излагал свой материал в предельно ясной и общедоступной форме, умение разъяснять предмет считал искусством. До последних своих дней Чебышев помнил его верные слова: «Спустись пониже, говори проще, если хочешь, чтобы тебя поняли»*[9]. Преподаватель 3-й Московской гимна-

---

Кандидат, желающий получить степень Магистра, должен иметь полное сведение о преподанной ему системе науки в целом ее составе, в частях и связи их, так, чтобы он в состоянии был в порядке сообщить свои сведения другим или приложить их к употреблению… » // Сборник постановлений по Министерству народного просвещения. 1802-1825. СПб.: В тип. Имп. Академии наук, 1864. Т.1. Стб.1134-1145.

[6] Гобза Г. Столетие Московской 1-й гимназии. 1804-1904 гг. Краткий исторический очерк. М. 1903. С.326.

[7] Шевырев С.П. История Императорского Московского университета, написанная к его столетнему юбилею. 1755–1855. М., 1855. С. 548.

[8] Христофорова Н.В. Российские гимназии XVIII–XX веков. М., 2001. С. 50–51.

[9] Лебедев С.Л. Человек насквозь я русский // История. Издательский дом «Первое сентября». № 16/2005.

зии П. Виноградов о своем директоре рассказывал следующее:

«Не ограничиваясь наблюдением за преподаванием учителей, Платон Николаевич часто сам являлся руководителем учеников в рекреационное время. Входя во время перемен в класс, он слушал, как лучшие ученики объясняют своим товарищам непонятый теми урок. Он умел направлять на верную дорогу неумелые объяснения; слишком бойким он говаривал: «Спустись пониже, говори попроще, если хочешь, чтобы тебя поняли». Часто он сам брался за мел и начинал объяснение.

«Что посеешь, то и пожнешь». И мне кажется, не этим ли между прочим семенам, посеянным первым директором, 3-я гимназия обязана тем, что до настоящего времени ее ученики высказывают какое-то особенное тяготение к математике: успехи их по этому предмету и теперь значительно выше, чем по другим предметам; и большая часть кончивших курс избирает себе математический факультет»[10].

Наверное, многое мог рассказать о нем и Осип Иванович Сомов.

Требовательность П.Н. Погорельского к себе и другим отразилась и в его деятельности, связанной с учебниками математики. Будучи неудовлетворенным качеством школьной учебной литературы того времени, он в начале 1830-х гг. перевел с французского «Курс чистой математики» (известный как курс Беллавеня). Перевод книги оказался столь удачным, что она на долгое время стала гимназическим учебником математики. Особенно удачным оказался авторский перевод раздела «Алгебра», на основе которого П.Н. Погорельский выпустил свой учебник алгебры, который до середины XIX в. был весьма популярен. *«Учебники Погорельского,* – пишет В.Е. Прудников, – *удачно сочетали полноту содержания с ясностью и сжатостью изложения… бросается в глаза ма-*

[10] Виноградов П. Краткий очерк пятидесятилетия Московской III гимназии (1839-1889). М., 1889. С.40-41.

стерство изложения и точность языка»[11]. Забегая вперед, отметим: не удивительно, что учебники О. И. Сомова характеризовались аналогично (учитель воспитал ученика!).

Прожить Платону Николаевичу суждено было недолго – всего 52 года, а сделано было им во славу отечественного образования удивительно много.

[11] Прудников В.Е. Русские педагоги-математики XVIII–XIX веков. М., 1956. С.398.

Научно-педагогическая деятельность О.И. Сомова

По-видимому, под влиянием П.Н. Погорельского юный Сомов увлекся математикой и потому в 1832 г. поступил на физико-математический факультет Московского университета. Значительное влияние на молодого студента оказали два талантливых математика – Николай Ефимович Зернов и Николай Дмитриевич Брашман, которые к концу обучения О.И. Сомова (в 1834 г.) пришли в университет. «Высокое педагогическое мастерство, начитанность и эрудиция, большая любовь к делу были отличительными чертами обоих»[12]. Н.Е. Зернов приобщил Сомова к строгости математических рассуждений и правильному математическому мышлению, а Н.Д. Брашман фактически определил тему магистерской диссертации О.И. Сомова, которую тот защитил в 1841 г.

Вскоре после окончания университета О.И. Сомов женился, в 1840 г. у него родилась дочь, а затем и сыновья. Из них только Павел Иосифович Сомов (1852–1919) оставил заметный след в науке.

Н.Д. Брашман
(1796 – 1866)

Н.Е. Зернов
(1804 – 1862)

Он пошел по стопам отца: в 1837 г. с отличием окончил физико-математический факультет Петербургского университета, в 1885 – защитил кандидатскую диссертацию, в 1888

[12] Никифорова Т.Р. Осип Иванович Сомов. М.-Л., 1964.

– докторскую. Работал профессором Варшавского, а с 1903 года – Петербургского университета. Автор ряда серьезных работ по механике, Павел Иосифович завершил также последние труды своего отца по механике, редактировал издание учебника по аналитической геометрии.

Для содержания своей семьи О.И. Сомов начинает преподавать математику в Московском коммерческом училище (с 1839 г.) и в Московском дворянском институте (с 1840 г.). В училище он преподает коммерческую арифметику и физику, а в институте – математику.

По-видимому, специфика этих учебных заведений определила склонность О.И. Сомова к непременной прикладной направленности излагаемых им учащимся знаний. Об учительском опыте О.И. Сомова В.Е. Прудников писал следующее: «Пришлось ему преподавать и в низших классах средних учебных заведений. Он по собственному опыту знал, как детскому уму трудно усваивать слишком отдаленные истины и как необходима тщательная методическая отработка материалов при изложении геометрии и алгебры в классе и учебнике»[13]. О.И. Сомов считал, что для того, чтобы учебники (и преподавание) математики были педагогически практичными, необходимы простота, ясность, отчетливость, логическая последовательность изложения в сочетании с полнотой содержания. Все эти важные педагогические принципы О.И. Сомов сумел воплотить во всех своих учебных руководствах как для средней, так и для высшей школы.

Итак, пусть и небольшой, *но свой опыт преподавания математики в средней школе у О. И. Сомова был.*

К 1840 г. имя молодого математика становится известным благодаря его работе «Теория определенных алгебраических уравнений высших степеней» (1838), отмеченной Демидовской премией. В 1841 г. его приглашают в Петербургский университет на должность адъюнкта. В университете О.И. Сомов проработал 35 лет.

---

[13] Прудников В.Е. Русские педагоги-математики XVIII–XIX веков. М.: Учпедгиз, 1956. С.450.

Активность педагогической, творческой и общественной деятельности О.И. Сомова поражает. Работая в полной мере в университете, он, кроме того, занимался следующим:

– инспектировал частные пансионы и школы Петербурга в течение 17 лет;

– долгое время был членом Учебного комитета при попечителе Петербургского учебного округа;

– участвовал в работе Ученого комитета Министерства народного просвещения, в комиссии для поступающих в университет гимназистов и в Особой учебной комиссии при военном ведомстве.

О.И. Сомов также читал лекции: в Институте горных инженеров (1849-1862), в Морской Академии (1849-1862), в Пажеском корпусе (1842-1849), в Институте инженеров путей сообщения (1848-1869).

По его инициативе были организованы педагогические занятия на физико-математическом факультете университета. Осип Иванович сам вел занятия: давал критический обзор русской учебной литературы, знакомил будущих педагогов с основами методики математики. Эти занятия посещали известные впоследствии математики-методисты В.А. Евтушевский, А.П. Киселев, В.А. Латышев.

Подчеркну важное: О.И. Сомов был *хорошо знаком с положением дел в современной ему средней школе, в деталях знал недостатки математической подготовки выпускников средних школ.* Важно и то, что он продолжал активную научную работу, писал учебники, издавал лекции. Его перу принадлежат 11 учебников и учебных пособий для высшей и средней школы, многие из них получили широкое распространение и переиздавались вплоть до начала XX века[14].

Не лишним будет отметить и участие О.И. Сомова в создании в начале 1860-х гг. «Энциклопедического словаря», главным редактором которого был педагог-математик П.Л. Лавров. Осип Иванович написал для этого словаря 10 статей и заметок, в том числе статью «Алгебра», в которой

[14] Никифорова Т.Р. Осип Иванович Сомов. – М.-Л.: Наука, 1964. С.70.

дана краткая история развития алгебры. Словарь свидетельствует о том, что его авторы-математики В.Я. Буняковский, М.В. Остроградский, О.И. Сомов и П.Л. Чебышев глубоко интересовались историей своей науки, активно способствовали популяризации математических знаний.

Методические идеи О.И. Сомова

Какие же методические положения О.И. Сомов считал важными, стремился донести их будущим учителям и воплотить в своих учебниках? О.И. Сомов полагал, что каждое математическое положение необходимо сопровождать примерами его применения на практике, был сторонником принципа историзма в преподавании. Он находил нужным учитывать возрастные особенности учащихся и цели преподавания математики на каждом этапе обучения; соблюдать принцип преемственности обучения; поддерживать интерес к изучению математики, обращать внимание на мотивацию изучаемого; создавать предпосылки для возможного самообразования. Не чуждался Осип Иванович и конкретных методических рекомендаций. Вот, например, указания Сомова о том, как улучшить преподавание элементарной математики в Морском кадетском корпусе.

В подготовительном классе обратить внимание на вычислительные навыки; чтобы учащиеся «вычисляли скоро и верно», умели проверить свои вычисления, сократить выкладки, приучить учащихся к устному счету.

В младшем классе излагать теоретическую арифметику с доказательствами «простыми и наглядными»; изучить свойства пропорций и их применение к решению практических задач. Объяснить употребление букв для обозначения вычислений в общем виде; показать, как с помощью уравнений решаются те задачи, которые ранее решались арифметически; как формулой изображается «общий способ для решения всех вопросов одного рода». Такой переход от арифметики к алгебре – самый естественный и доступный для учащихся.

На среднем и старшем курсах ввести черчение частей различных сооружений и машин – подготовлять к изучению начертательной геометрии.

В первых двух гардемаринских классах «соединить рациональную часть начертательной геометрии с практической» (у каждого учащегося должна быть чертежная доска и инструменты); изучить теорию проекций[15].

[15] Никифорова Т.Р. Осип Иванович Сомов. М.-Л., 1964. С.21

Учебники алгебры

Откроем теперь учебники О.И. Сомова; сначала учебник алгебры, а затем геометрии. Итак, перед вами фрагмент текста учебника «Начальная алгебра» (1860, 1-е издание). Вот как в первой главе учебника автор делает переход от арифметики к алгебре (с. 2):

«Чтобы представить правило вычисления в общем и сокращенном виде, согласились означать действия над числами особыми знаками, как это уже было в Арифметике, а числа, над которыми должно произвести действия, означать буквами, преимущественно латинскими: a, b, c, d, … x, y, z и греческими: α, β, γ, … ω. Такое общее сокращательное изображение правила вычисления называют ***формулой.***

Так: 1) a+b+c есть формула сложения. Здесь буквы: a, b, c – означают слагаемые …».

А вот тот же фрагмент из 5-го издания (1880), отредактированный автором (с.1):

«В арифметике были изложены правила для сложения, вычитания, умножения и деления целых и дробных чисел, потом решались с помощью этих основных действий над числами различные задачи, в которых требовалось находить по заданным числам другие, неизвестные. При этом легко было заметить, что действия, которые должно было производить над данными числами, чтобы вычислить неизвестные, зависят от условий задачи, но не зависят от заданных чисел, т.е. от числа единиц или долей единицы, содержащихся в каждом данном ЧИСЛЕ; так что если бы заданы были другие числа при тех же условиях задачи, то правило или способ решения остался бы без перемены, т.е. все задачи одного рода решаются по одному правилу или одним способом. Например:

1) Все задачи, в которых по трем данным членам геометрической пропорции требуется найти четвертый член, решаются по общему правилу, названному тройным, а именно: неизвестный член, рассматриваемый как крайний, получается перемножением средних членов и разделением полученного произведения на данный крайний член.

Выражение словами общего правила вычисления может быть затруднительно, когда задано много чисел и надобно производить над ними много действий; поэтому стали искать средство сокращенно выражать правила вычисления. Для этой цели согласились вместо слов:

сложить, умножить, делить, употреблять знаки: +, -, × или · и :, а данные и искомые числа означать буквами (преимущественно латинскими и греческими).

Общее, сокращенное, обозначение способа вычисления с помощью знаков арифметических действий и букв называется ***формулой***.

Например: 1) Формула сложения двух чисел есть a+b, где a и b означают всякие слагаемые…».

Почувствовали разницу? Усилена мотивация и логика изложения. Изложено просто и ясно, и даже длинноты предложений текста не портят его логики. Авторская мысль «течет как ручей»: спокойно и непрерывно.

А теперь фрагмент текста из другой третьей главы первого издания (с. 67)[16].

«Может случиться, что, решая уравнения, выведенные из условий вопроса, мы получим для неизвестных числа, которые, удовлетворяя уравнениям, не удовлетворяют требованию вопроса. В таком случае или условия вопроса несообразны, или было сделано при составлении уравнения неверное предположение, или полученные числа представляют решение другого вопроса.

Пример: Отцу 41 год, а сыну 14; спрашивается, через сколько лет отец будет в четыре раза старше своего сына?

Означим через $\boldsymbol{x}$ искомое число лет. По прошествии $\boldsymbol{x}$ лет, отцу будет $41+\boldsymbol{x}$ лет, а сыну $14+\boldsymbol{x}$, следовательно, $41+\boldsymbol{x}=(14+\boldsymbol{x})\cdot 4$, (a)

$$\text{или } 41+\boldsymbol{x}=56+4\boldsymbol{x};\ \text{откуда } \boldsymbol{x}=-\frac{15}{3}=-5.$$

Подставим -5 вместо $\boldsymbol{x}$ в уравнение (a), получим

$$41-5=(14-5)\cdot 4 \text{ или } 36=36;$$

следовательно, найденное решение удовлетворяет уравнению; но оно не удовлетворяет вопросу, потому что в вопросе требуется положительное число, которое должно прибавить к летам отца и сына. Очевидно, что нет такого числа; в противном случае, оно должно бы удовлетворять непременно уравнению (a) и уравнению $-3\boldsymbol{x}=-15$, из него выведенному. А это невозможно, потому что никакое положительное число, подставленное вместо $\boldsymbol{x}$ и помноженное на отрицательное число -3, не может дать положительного произведения 15.

Подставив отрицательное решение в уравнение, из которого оно было выведено, вместо неизвестного, мы увидим, какие должно сделать перемены в вопросе, чтобы требования его были возможны. Так,

[16] В 5-м издании текст не изменялся.

в предыдущем примере, подставив -5 вместо x в уравнение (а), мы получим $41-5=(14-5)\cdot 4$.

Это показывает, что из лет отца и лет сына должно вычесть по 5 лет, чтобы года отца были в 4 раза больше лет сына, т.е. *пять лет тому назад отец был в четыре раза старше сына.*

Итак, вместо предыдущего вопроса, можно предположить следующий: «отцу 41 год, а сыну 14; спрашивается, сколько лет тому назад отец был в четыре раза старше сына». Требования нового вопроса возможны. В самом деле, означив опять через x искомое число, мы составим следующее уравнение:

$$41-x=(14-x)\cdot 4,$$

которое может быть выведено из уравнения (а) через перемену x на $-x$. Решим новое уравнение, найдем положительное число $x=5$».

Этот фрагмент, на наш взгляд, хорошо показывает, как ясность языка учебника О.И. Сомова сочетается с полнотой освещения вопроса.

Приведем еще один весьма показательный фрагмент текста 5-го издания учебника (с. 148–151)[17].

«Всякая арифметическая задача состоит в том, что по нескольким известным величинам и по данным соотношения между этими известными величинами и другими, неизвестными, отыскиваются неизвестные. Алгебра дает особый способ для решения арифметических задач. Этот способ основан на том, что словесно выраженные условия арифметических задач могут быть переводимы на алгебраический язык, т.е. выражаемы посредством алгебраических формул.

Перевод словесно выраженных условий задачи на алгебраический язык вообще называется составлением формул.

Составить по условиям задачи уравнение с одним неизвестным значит так перевести эти условия на алгебраический язык, чтобы вся совокупность этих условий выразилась одним уравнением, содержащим одно неизвестное. Для этого необходимо, чтобы число отдельных независимых между собой условий задачи было бы равно числу подразумеваемых в ней неизвестных.

Вследствие чрезвычайного разнообразия задач приемы составления уравнений, соответствующих этим задачам, чрезвычайно разнообразны. Общих правил для составления уравнений нет.

Но есть одно общее указание, которое руководит нашим рассуждением при переводе условий задачи на алгебраический язык и

[17] В 1-м издании этот текст отсутствовал.

позволяет нам с самого начала рассуждения идти верным путем к достижению окончательной цели. Это общее указание или общий принцип составления уравнения мы выразим следующим образом:

Чтобы составить по условиям задачи уравнение с одним неизвестным, нужно:

1) выбрать между неизвестными, которые в задаче или прямо указываются, или подразумеваются, какое-нибудь одно, принимаемое за первое, и обозначить это неизвестное какой-нибудь буквой, напр., $\boldsymbol{x}$;

2) посредством этого обозначения и обозначений, данных в задаче, выразить все величины, о которых в задаче прямо говорится или которые подразумеваются, наблюдая, чтобы при составлении таких выражений постепенно принимались во внимание все данные в задаче числа и все относящиеся к данным или к неизвестным величинам условия;

3) после такого применения всех условий разыскать между составленными или просто записанными выражениями два таких, которые в силу одного из данных условий должны быть равны между собою, и соединить эти выражения знаком равенства.

Применим этот принцип к решению задачи:

Задача. Число монет в одном кошельке вдвое меньше, чем в другом. Если выложить из первого шесть монет, а во второй прибавить восемь монет, то число монет в первом окажется в семь раз менее, чем во втором. Узнать, сколько монет в каждом кошельке?

В этой задаче указаны несколько известных и несколько неизвестных величин. Примем за первое неизвестное число монет первого кошелька и обозначим его через $\boldsymbol{x}$. Затем займемся обозначением всех величин, к которым относятся условия задачи.

Число монет первого кошелька есть $\boldsymbol{x}$. Отношение чисел монет во втором и первом кошельках 2. Значить число монет второго кошелька $2\boldsymbol{x}$. Из первого вынимают 6 монет. Поэтому в первом кошельке остается монет $\boldsymbol{x}$-6. Во второй прибавляют 8 монет. Следовательно, во втором кошельке получится монет $2\boldsymbol{x}+8$. Новое отношение между числами монет второго и первого кошелька есть $(2\boldsymbol{x}+8):(\boldsymbol{x}-6)$. Оно также равно 7. На этом основании составляем уравнение$(2\boldsymbol{x}+8):(\boldsymbol{x}-6)=7$, решая которое, получим $x=10$, после чего нетрудно определить другие неизвестные, о которых мы здесь упоминали.

Если бы мы приняли за первое неизвестное число монет второго кошелька и обозначили бы его для отличия от предыдущего обозначения через у, то, как легко убедиться, получилось бы другое уравнение, именно $(\boldsymbol{y}+8):(\boldsymbol{y}/2-6)=7$, которое также разрешает задачу и дает ответ $\boldsymbol{y}=20$.

Можно было бы принять за первое неизвестное число монет, оказавшееся в первом кошельке после выкладки из него 6 монет, тогда, обозначив это неизвестное через ***z***, идя тем же путем, каким мы шли при составлении первого уравнения, мы получили бы уравнение $(2(z+6)+8):z=7$, откуда $z=4$».

Понятно, что учитель на уроке может изложить сказанное здесь короче, ограничившись и краткой записью, но О.И. Сомов таких смысловых длиннот не боится. Как уже упоминалось, он считал полезным и необходимым строить преподавание математики так, чтобы открыть возможность ученику для самообразования. Посмотрите на этот фрагмент под таким углом зрения, и вы убедитесь в том, что это возможно. Учебник «исполняет» обязанности учителя. Кроме того, молодой неопытный учитель может из текста легко усмотреть, как можно объяснять этот учебный материал.

На нашем современном языке сказали бы, что учебник начальной алгебры О.И. Сомова существенно *ометодичен*. В то время еще практически не было частных методик; не было, конечно, и так называемых «поурочных разработок» (они появились в 1950-х годах). Поэтому «ометодиченный» текст учебника был достаточной редкостью.

Отметим, что учебник алгебры О.И. Сомова конкурировал с учебником Н.Т. Щеглова[18], который вполне соответствовал гимназической программе и использовался в практике преподавания. Сравните начало изложения курса алгебры Сомова, приведенное ранее, с началом того же курса из учебника Щеглова (с. 1-2):

[18] **Щеглов Николай Тихонович** (1800–1870) – автор учебников по арифметике, физике и др.; обучался в Тульской семинарии, потом в педагогическом институте и Санкт-Петербургском университете; в 1823 г. назначен преподавателем физики, начертательной геометрии и химии при Санкт-Петербургском университете, а в 1829 г. утвержден адъюнктом. С 1836 г. был профессором в Александровском лицее. Основные труды Щеглова: «Арифметика» (СПб., 1832); «Начальные основания физики» (СПб., 1834); «Начальные основания алгебры» (СПб., 1853); «Химия» (СПб., 1841); «Таблицы Бригговых логарифмов» (1856).

«1. Алгебра есть общая арифметика. Она показывает самые общие способы исчисления количеств и общие способы решения вопросов, к ним относящихся[19].

В ней числа, изображающие величины различных количеств, заменяются буквами французской либо греческой азбуки: $a, b, c, \ldots, x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \delta \ldots$. Каждая буква может представлять какое угодно число - целое или дробь, отвлеченное или именованное.

Однородные или в чем-нибудь сходные количества в алгебре очень часто пишутся одною буквою, а для различия их величины ставятся знаки над этою буквою, либо малые цифры внизу ее с правой стороны, например, a', a'', a''' ; … это выговаривается: а со знаком, с двумя знаками, с тремя знаками и проч. Также пишут a_1, a_2, a_3 … и выговаривают: а один, а два, а три, и т.д.

Как для теоретического изложения алгебраических действий, так и для общего решения задач можно брать какие угодно буквы вместо чисел. Следовательно, одна и та же буква в разнородных задачах будет иметь различные значения; но в одной и той же задаче каждая буква отдельно должна изображать какое-нибудь определенное количество, чем-нибудь различное от всякого другого.

2. Сложение, вычитание, умножение и деление между буквенными количествами в алгебре изображается теми же значками, что и в обыкновенной арифметике: + , -, × или (.), и $\div$.

Таким образом, сумма из a, b, c изображается через $a+b+c$ и выговаривается: a сложенное с b и c, или a плюс b плюс c.

Для вычитания b из a пишут: $a-b$ и выговаривают: a без b, или a минус b.

Деление a на b изображается через $a : b$, или $\frac{a}{b}$.

Умножение буквенных количеств делается так: пишутся эти количества одно подле другого, и между ними ставится знак × или (.), или короче: ставятся помножаемые буквы одна подле другой без знака. Например:

$$a \times b \times c = a.\ b.\ c = abc;$$

этим и означено, что a помножено на b и на c.

Нельзя делать этого сокращения между числами. Например, 5×2 и 52 имеют совершенно различные значения».

После выхода учебника алгебры О.И. Сомова критики, естественно, сразу усмотрели его главное отличие от книги

[19] До Р.Х. алгебра не была известна. Она появляется в 4-м веке после Р.Х. в творениях Диофанта, александрийского ученого, состоявших из 13 книг, из коих шесть дошли до нас – сноска Н.Т. Щеглова.

Н.Т. Щеглова – *доступность, краткость и ясность.* Это решило исход дела: в пяти из семи учебных округах учебник алгебры О.И. Сомова стал действующим.

А вот как оценивали учебники, написанные О.И. Сомовым, его современники. На учебник «Начальная алгебра» была помещена развернутая положительная рецензия[20], которая завершалась следующими словами: «…разбираемый учебник принадлежит к числу лучших, благодаря сжатому, систематическому изложению… дополнительные же статьи представляют весьма полезное прибавление … для лиц, готовящихся к специальному математическому образованию».

Итак, учебники О.И. Сомова успешно применялись в гимназии: они использовались в пяти учебных округах России и получили одобрение Ученого комитета в лице П.Л. Чебышева[21]. Но в 1871 г. реальные гимназии были переименованы в реальные училища, а, согласно принятому в следующем году Уставу (1872 г.), им дана совершенно новая организация.

По Уставу 1872 г. реальные училища имели целью «доставлять учащемуся в них юношеству общее образование, приспособленное к практическим потребностям и к приобретению технических познаний»[22] (подразумеваются потребности торговли и промышленности). Училища состояли из шести классов (могли иметь и меньшее количество классов); в четырех низших давалось общее образование, а с пятого - начинались специальные предметы. Пятый и шестой классы делились на два отделения: основное и коммерческое. Кроме того, при старшем, основном, отделении дозволялось открывать дополнительный класс, включающий три разряда: общий - для подготовки в высшие специальные учебные заведения, механико-технический и химико-технический - для желающих приобрести среднее техническое образование[23].

[20] Гольденберг А.И. Обозрение русской учебной литературы по математике. М., 1872.
[21] Прудников В.Е. П.Л. Чебышев – ученый и педагог. С.233.
[22] Устав реальных училищ 1872 г. // Начальное и среднее образование в Санкт-Петербурге. XIX - начало XX века. Сборник документов. - СПб., 2000. С.234.
[23] Устав реальных училищ 1872 г. Указ. соч. С.234.

О.И. Сомов принимал участие в разработке программы по математике для реальных училищ, которая отличалась от программы гимназий преимущественно введением ряда дополнений. Так, в курс алгебры дополнительного класса реальных училищ вводились новые «статьи»:

«1) извлечение квадратных корней из количеств $a \pm \sqrt{b}$; 2) мнимые величины и преобразование выражения $\sqrt{a+bi}$; 3) приложение свойств трехчлена 2-й степени к разысканию maxima и minima; 4) способ неопределенных коэффициентов; 5) бином Ньютона со всяким показателем; 6) о рядах и разложение степенных количеств в строки; 7) логарифмические и тригонометрические строки и приложение их к составлению таблиц; 8) способ пределов; 9) теория соединений с повторениями»[24].

Поэтому следующее, уже четвертое, издание «Начальной алгебры», О.И. Сомов пополнил новыми разделами в соответствии с программой реальных училищ.

В 1881 г. в ведение министерства народного просвещения перешли все профессиональные училища, а в 1883 г. при Ученом комитете министерства было образовано особое отделение по техническому образованию. В 1888 г. этим отделением были разработаны «Основные положения о промышленных училищах»[25]. В связи с появлением средних технических учебных заведений устав реальных училищ в 1888 г. был пересмотрен, а программы отдельных предметов подвергнуты изменениям. Так, в 1888 г. в программу реальных училищ вошел вопрос о максимуме и минимуме дробно-рациональной функции $\frac{ax^2+bx+c}{mx^2+nx+p}$[26].

О.И. Сомова уже не было в живых, но его учебники оставались популярными, и переработку очередного, седьмого, издания учебника сделал его сын – П.О. Сомов. Рассмотрим, каким образом в учебнике О.И. Сомова предлагается находить максимумы и минимумы данной дробно-рациональной

[24] Прудников В.Е. П.Л.Чебышев - ученый и педагог. М., 1964. С.226.

[25] Из «Основных положений о промышленных училищах» - о их задачах и правах учащихся // Начальное и среднее образование в Санкт-Петербурге. XIX – начало XX века. Сборник документов. СПб., 2000. С.258.

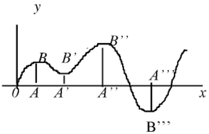
[26] Учебные планы и примерные программы предметов, преподаваемых в реальных училищах МНП. Утверждены г. министром народного просвещения. СПб., 1889. С. 83 -87.

функции[27]. Этот материал представляет интерес по крайней мере потому, что он рассматривается без применения привычного сегодня аппарата производной.

«С непрерывным возрастанием переменной x зависящая от нее переменная y может возрастать до некоторой величины b, соответствующей величине $x=a$, а потом уменьшаться. Величина b имеет свойство, что она больше весьма близких к ней значений переменной y, соответствующих величинам x, весьма близким a, как большим, так и меньшим величины a. Такая величина b называется *наибольшею (maximum)* относительно близких к ней величин переменной y.

Если с непрерывным возрастанием x переменная у уменьшается до некоторой величины b, соответствующей $x=a$, а потом увеличивается, то величина b меньше весьма близких к ней значений y, соответствующих величинам x, весьма близким к a, как большим, так и меньшим величины a. Такая величина b называется *наименьшею (minimum)* относительно близких к ней значений переменной y.

Наибольшие и наименьшие значения переменной y могут быть изображены наибольшею или наименьшею ординатою точки, описывающей линию. Чертеж представляет две наибольшие ординаты AB и $A''B''$ и две наименьшие $A'B'$ и $A'''B'''$.



< · >

IX. Некоторые вопросы о разыскании наибольших и наименьших величин.

1. Не трудно найти наибольшее или наименьшее значение трехчлена второй степени

$$y=ax^2 + bx + c,$$

в котором a, b, c суть вещественные постоянные количества, а x переменная.

Взяв a общим множителем за скобку, получим

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right); \qquad (1)$$

прибавив и вычтя в скобках квадраты половины коэффициента первой степени x, будем иметь

[27] Сомов И. Начальная алгебра / Под ред. П.Сомова. 7-е изд. СПб., 1901. С.317-327.

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right),$$

что можно написать так:

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a} \qquad (2).$$

Так как квадрат $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ при всякой вещественной величине x не может быть отрицательным, то $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ всегда имеет одинаковый знак с коэффициентом a при x^2 в данном трехчлене (1).

1) Когда $a>0$, мы будем иметь

$$y \geq c - \frac{b^2}{4a}$$

при всякой вещественной величине x; т.е. величина y не может быть меньше величины $c - \frac{b^2}{4a}$; она сделается ей равною, когда $x + \frac{b}{2a} = 0$, т.е. когда $x = -\frac{b}{2a}$, с увеличением же или уменьшением x она будет увеличиваться; следовательно, трехчлен (1) *получает наименьшее значение при* $x = -\frac{b}{2a}$*; когда* $a > 0$.

2) Когда $a < 0$, мы будем иметь

$$y \leq c - \frac{b^2}{4a}$$

при всяком x, т.е. y не может быть больше величины $c - \frac{b^2}{4a}$; она сделается равною, когда $x + \frac{b}{2a} = 0$, т.е. при $x = -\frac{b}{2a}$, а с изменением x она будет уменьшаться; следовательно, трехчлен (1) *получает наибольшее значение при* $x = -\frac{b}{2a}$, *когда* $a < 0$.

Заметим еще, что формула (2) дает для y при $x = \pm\infty$ в случае $a > 0$ самую большую величину $+\infty$, а в случае $a < 0$ самую малую величину $-\infty$.

< · >

2. Не трудно также найти наибольшее или наименьшее значение для формулы вида

$$y = ax + \frac{b}{x}, \qquad (3)$$

где a и b – постоянные вещественные количества, имеющие одинаковые знаки. Можно положить, что a и b положительные; в противном случае мы переменим x на $-x'$

$$y = -ax' - \frac{b}{x'},$$

с положительными коэффициентами.

Допустив, что $a > 0$ и $b > 0$; прибавим и вычтем $2\sqrt{a}\sqrt{b}$; от этого формула (3) примет вид

$$y = ax + \frac{b}{x} + 2\sqrt{a}\sqrt{b} - 2\sqrt{a}\sqrt{b},$$

где 1-й, 2-й и 4-й член составляют точный квадрат от $\sqrt{ax} - \sqrt{\frac{b}{x}}$; следовательно,

$$y = \left(\sqrt{ax} - \sqrt{\frac{b}{x}}\right)^2 + 2\sqrt{ab}.$$

А это показывает, что $y \geq 2\sqrt{ab}$ при всякой положительной величине x и что $y=2\sqrt{ab}$ при

$$\sqrt{ax} - \sqrt{\frac{b}{x}} = 0,$$

т.е. при

$$x = +\sqrt{\frac{b}{a}};$$

следовательно, величина (3) получает наименьшее значение при

$$x = +\sqrt{\frac{b}{a}}.$$

Чтобы узнать, не имеет ли величина у наибольшего или наименьшего значения при отрицательных х, положим х= - х'; от этого формула (3) примет вид

$$y = -ax' - \frac{b}{x'} = -\left(ax' + \frac{b}{x'}\right).$$

Величина, находящаяся в скобках, как сейчас видели, получает наименьшее значение $2\sqrt{ab}$ при положительном $x' = +\sqrt{\frac{b}{a}}$; поэтому у имеет наибольшее значение $-2\sqrt{ab}$, при отрицательном $x = -\sqrt{\frac{b}{a}}$.

< · >

4. Найдем наибольшее или наименьшее значение выражения

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx^2 + nx + p}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

предполагая, что x принимает только вещественные значения.

Если будет дана величина y, то для определения соответствующего этому x мы имеем уравнение (4), которое приводится к квадратному

$$(a-my)\, x^2 + (b+ny)\, x + c - py = 0. \qquad (5)$$

Умножая уравнение (4) на знаменателя его, мы должны обращать внимание на сказанное в №II дополнительных статей относительно введения посторонних решений: значения x, для которых

$$mx^2 + nx + p = 0,$$

должны быть исключены из рассмотрения. Это не представляет неудобства, так как те значения x, обращающие в нуль знаменатель, при которых числитель не равен нулю, дают для у бесконечность; если же окажутся значения x, обращающие в нуль зараз и знаменатель, и числитель, то оба эти трехчлена имеют общий линейный множитель, на который данное выражение может быть предварительно сокращено. Таких случаев мы предполагать далее не будем. Решая уравнение (5), находим:

$$x = \frac{-(b-ny) \pm \sqrt{(b-ny)^2 - 4(a-my)(c-py)}}{2(a-my)} \quad (6).$$

Так как мы отыскиваем вещественные значения x, дающие maximym или minimum выражения (4), то мы должны рассматривать только такие значения y, при которых подкоренное выражение положительное или в крайнем случае равно нулю, и между этими значениями выбирать наибольшие или наименьшие. Итак, мы имеем условие:

$$(n^2 - 4mp)\, y^2 + 2(2mc+2ap - bn)\, y + b^2 - 4ac \geq 0. \quad (7)$$

Пусть y_1 и y_2 корни уравнения

$$(n^2 - 4mp)\, y^2 + 2(2mc+2ap - bn)\, y + b^2 - 4ac = 0;$$

тогда неравенство (7) можно записать так:

$$(n^2 - 4mp)\,(y - y_1)\,(y - y_2) \geq 0 \;\; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \;\; (8)$$

Здесь могут встретиться несколько случаев:

1) $n^2 - 4mp > 0$.

Пусть будут y_1 и y_2 вещественные и $y_1 > y_2$, тогда неравенство (8), или

$$(y - y_1)\,(y - y_2) \geq 0$$

может удовлетворяться только, если

$$y \geq y_1 \text{ или } y \leq y_2 .$$

В ряду значений y между $+\infty$ и y_1, корень y_1 будет *minimum* в ряду значений между y_2 и $-\infty$ корень y_2 будет *maximum*. Соответствующие тому значения x получатся по формуле (6):

$$x_1 = -\frac{1}{2}\frac{b-ny_1}{a-my_1} \quad и \quad x_2 = -\frac{1}{2}\frac{b-ny_2}{a-my_2}$$

Если корни y_1 и y_2 мнимые или если они вещественные, но равные, то при всяком y:

$$(n^2 - 4mp)(y - y_1)(y - y_2) \geq 0;$$

поэтому у может иметь всякие значения от $-\infty$ до $+\infty$: ни maximum ни minimum существовать не будут.

2) $n^2 - 4mp < 0$.

Если y_1 и y_2 вещественные и неравные, то неравенство (8) можно заменить таким:

$$(y - y_1)(y - y_2) \leq 0.$$

Это возможно только, если

$$y_1 \geq y \geq y_2 .$$

В ряду этих значений у очевидно y_1 - maximum, а y_2 - minimum.

Когда корни y_1 и y_2 делаются равными, то пределы для y сливаются и maximum и minimum более не существуют.

Их не может быть также, если корни y_1 и y_2 мнимые, потому что тогда при всяком y

$$(y - y_1)(y - y_2) > 0$$

и неравенство (8) удовлетворяться не может.

3) $n^2 - 4mp = 0$.

В этом случае неравенство (7) всегда удовлетворяется вещественными значениями y. Если $(2mc + 2pa - bn)$ положительное, то

$$y \geq \frac{1}{2}\frac{4ac-b^2}{2mc+2pa-bn};$$

если же $(2mc + 2pa - bn)$ отрицательное, то

$$y \leq \frac{1}{2}\frac{4ac-b^2}{2mc+2pa-bn}.$$

В первом случае $\frac{4ac-b^2}{2mc+2pa-bn}$ представляет minimum y, а во втором случае оно для y maximum»[28].

Налицо витиеватость и «малоизящность» объяснения, но надо признаться, что и автор был ограничен в выборе

[28] Сомов И. Начальная алгебра / Под ред. П. Сомова. 7-е изд-е. СПб., 1901. С. 317-325.

средств, он, как уже сказано, был вынужден обходиться без аппарата производной. Объяснение материала поневоле получалось распространенным. Об этом задумались и на официальном уровне: вскоре вопрос о нахождении и наибольших и наименьших значений дробно-рациональной функции был исключен из министерской программы математики реальных училищ[29].

В заключение отметим, что в 1838 г. вышли три учебных пособия по алгебре для университетов авторов Н.И. Лобачевского, М.В. Остроградского и О.И. Сомова. Из них книга О. И. Сомова признана была наилучшей в методическом отношении[30].

[29] Учебные планы и примерные программы предметов, преподаваемых в реальных училищах МНП. Утверждены 26 июля 1895 года. СПб., 1898.
[30] Гольденберг А.И. Обозрение русской учебной литературы по математике. М., 1877.

УЧЕБНЫЯ РУКОВОДСТВА

ДЛЯ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ

ГЕОМЕТРІЯ.

КУРСЪ СТАРШИХЪ ЮНКЕРСКИХЪ КЛАССОВЪ УЧИЛИЩЪ: НИКОЛАЕВСКАГО-ИНЖЕНЕРНАГО И МИХАЙЛОВСКАГО-АРТИЛЛЕРІЙСКАГО И ТРЕТЬИХЪ СПЕЦІАЛЬНЫХЪ КЛАССОВЪ КАДЕТСКИХЪ КОРПУСОВЪ.

СОСТАВЛЕНО НА ОСНОВАНІИ НАСТАВЛЕНІЯ ДЛЯ ОБРАЗОВАНІЯ ВОСПИТАННИКОВЪ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ, ВЫСОЧАЙШЕ УТВЕРЖДЕННАГО 24-ГО ДЕКАБРЯ 1848 ГОДА

Профессоромъ С. Петербургскаго Университета Докторомъ Математики и Астрономіи, членомъ корреспондентомъ Императорской Академіи Наукъ

І. Сомовымъ.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.

Въ типографіи Императорской Академіи Наукъ.

1857.

Титульный лист первого издания
«Аналитической геометрии» И.И. Сомова (СПб., 1857).

Учебники геометрии

Учебник «Аналитическая геометрия» вышел в 1857 г., он был написан по поручению начальника штаба военных учебных заведений России. Из гимназического курса аналитическая геометрия была исключена в 1845 г., но в программе по математике для кадетских корпусов сохранилась. Учебник составлен применительно к программам по аналитической геометрии старших юнкерских классов Николаевского инженерного и Михайловского артиллерийского училищ.

Изложение материала в этом учебнике начинается с определения предмета аналитической геометрии. Под предметом аналитической геометрии автор, согласно распространенному тогда представлению, подразумевает «исследование свойств протяжений и определение их величин с помощью вычислений или математического анализа»[31]. Исходя из такого широкого видения предмета аналитической геометрии и построен весь курс. В первом отделе автор сначала рассматривает приложения алгебры (и в особенности применения переменных величин) к решению различных геометрических вопросов, затем подробно описывает теорию проекций (определяются проекция точки, проекция отрезка на прямую и плоскость и пр.). И, наконец, во втором отделе после некоторых разъяснений смысла понятия геометрического места О.И. Сомов подводит к понятию координат точки как «величин, определяющих положение точки геометрического места»[32]. Автор разводит понятия точки и её места на плоскости. Далее следуют определения координат точки в пространстве. Фузионизм изложения геометрии на плоскости и в пространстве является одной из характерных особенностей первых пунктов курса. Далее рассматривается исследование плоских линий, включающее следующие вопросы: уравнение плоской линии, отнесённой к осям, взятым в её плоскости, уравнение прямой, перемена координат, разделение кривых

[31] Сомов И.И. Аналитическая геометрия. 1857. - С.11.
[32] Сомов И.И. Там же. - С.44.

на алгебраические и трансцендентные, общее уравнение кривых второго порядка и их характеристики (параметры, фокусы, радиусы, директрисы, диаметры, хорды и пр.).

Ряд сведений излагается в форме решения задач: I. Пересечение двух прямых и условие параллельности. II. Уравнение прямой, проведённой через две данные точки. III. Уравнение прямой, проведённой через данную точку параллельно данной прямой. IV. Угол между двумя прямыми и условие перпендикулярности. V. Уравнение прямой, проведённой через данную точку перпендикулярно к данной прямой.

Задачи для самостоятельного решения практически отсутствуют, за исключением отдела II, в котором приводятся всего лишь следующие семь задач для упражнения:

1) Найти координаты точки, разделяющей в данном отношении $\frac{m}{n}$ расстояние между двумя точками $M(x, y)$ и $M'(x', y')$.

2) Через данную точку $M'(x', y')$ провести прямую, разделяющую в данном отношении $\frac{m}{n}$ расстояние между двумя точками.

3) Решить треугольник по данным координатам его вершин.

4) Провести прямую через данную точку и через пересечение двух других данных прямых.

5) Доказать, что перпендикуляры, опущенные из вершин углов треугольника на противоположные стороны, пересекаются в данной точке.

6) Доказать, что прямые, разделяющие пополам углы треугольника, пересекаются в одной точке.

7) Доказать, что прямые, проведённые из вершин углов треугольника в середины противоположных сторон, пересекаются в одной точке[33].

Весьма полезным представляется пункт, в котором приводятся нетипичные примеры для геометрического представления уравнений 2-го и 3-го порядка

$$x^2+y^2+1=0,\ x^2+y^2=0,\ y^2-x^2=0,\ (x^2+y^2+1)(y-x)=0.$$

[33] Сомов И.И. Аналитическая геометрия. 1857. С.65.

Подобные примеры, к сожалению, часто исключаются из современных учебников, поэтому процитируем соответствующий фрагмент из учебника О.И. Сомова.

«Алгебраическое уравнение о двух переменных: x, y, рассматриваемых как прямолинейные координаты, не всегда принадлежит особенной линии порядка, определяемого степенью уравнения:

a) Уравнение может ничего не выражать, например, уравнение

$$x^2+y^2+1=0,$$

которому не могут удовлетворять никакие вещественные величины x и y.

b) Уравнение может принадлежать одной или нескольким отдельным точкам, например,

$$x^2+y^2=0,$$

$$y^2(x - \alpha)^2+ x^2(y - \beta)^2=0;$$

первое удовлетворено только координатами начала: $x=0$, $y=0$, а второе координатами точек:

$$x=0,\ y=0,$$

$$x=\alpha,\ y= \beta.$$

c) Уравнение может быть разложено на несколько других, низших степеней, принадлежащих или линиям низших порядков, или представляющих два предыдущих обстоятельства. Например, уравнение

$$y^2- x^2=0 \text{ или } (y + x)(y - x) =0$$

может быть удовлетворено величинами x и y, обращающими в нуль, или множитель $y + x$, или множитель $y - x$, т.е. уравнению $y^2-x^2=0$ удовлетворяют координаты точек двух прямых линий: $y + x=0$, $y - x =0$, проходящих через начало координат и разделяющих пополам углы, составляемые координатными осями.

Уравнение 3-й степени

$$(x^2+y^2+1)(y - x)= 0$$

принадлежит только прямой линии $y - x = 0$ потому, что может быть удовлетворено только координатами точек этой прямой.

Итак, уравнение $F(x,y)=0$ степени n о двух переменных: x, y, рассматриваемых как прямолинейные координаты, тогда только принадлежат линии порядка n, когда первая его часть $F(x,y)$ не разлагается на рациональные множители и когда ему удовлетворяют переменные вещественные величины: x и y»[34].

[34] Сомов И.И. Аналитическая геометрия. 1857. С.77-78.

Изучение общего уравнения кривой в учебнике О.И. Сомова предваряет знакомство с понятиями центра, диаметра, вершины, которые потом уточняются. Понятия эллипса, гиперболы и параболы даются и уточняются неоднократно в контексте изложения общей теории как её частные приложения. Сначала эллипс и гипербола определяются как кривые второго порядка с центрами, для которых разность из коэффициентов $B^2 - 4AC$, входящих в общее уравнение $Ax^2+Bxy+Cy^2+Q= 0$, обладает определённым свойством. Затем даются понятия малой и большой осей эллипса и выводится его каноническое уравнение, выясняются его свойства (вогнутость и пр.) и вид графика. Похожие рассуждения проводятся для гиперболы. Наконец, рассматривается случай, когда в общем уравнении кривой второго порядка $B^2 - 4AC=0$ выясняется, что в этом случае кривая не имеет центра и устанавливается ее уравнение $y^2=2px$. Затем даются понятия параметра, фокусов, эксцентриситетов, радиус-вектора, устанавливаются известные характеристические свойства этих кривых, рассматриваются самые различные способы «черчения» этих кривых. После вывода уравнений касательной и нормали для общего случая кривых второго порядка и для частных случаев рассматривается еще одно уравнение гиперболы, отнесённой к асимптотам, даются полярные координаты. Второй отдел завершается пунктом «Конические сечения», в котором еще раз появляются эллипс, парабола и гипербола, а последний отдел посвящен преимущественно изучению прямых в пространстве, хотя небольшого объема сведения приводятся и о поверхностях второго порядка.

В 1901 г. вышло 4-е издание учебника по аналитической геометрии, но уже под редакцией П.И. Сомова.

Вот краткое его содержание:

Отдел I.

Приложение начальной алгебры к решению определенных геометрических вопросов.

А. Предмет аналитической геометрии. Примеры на решение геометрических вопросов с помощью алгебры.

В. О проекциях.

стемы, по полноте при умеренном его объеме, по выбору способов и приемов доказательств, так равно по простоте и особенной ясности изложения, удовлетворяющего самым взыскательным педагогическим условиям»[35].

Для учащихся морского кадетского корпуса О.И. Сомов подготовил и опубликовал в 1861 г. «Начальные основания аналитической геометрии двух измерений». Предваряя его содержание, он писал: «В нем заключается только самое существенное из курса аналитической геометрии, необходимое для того, чтобы учащиеся укрепились в алгебре, через приложение его к решению геометрических вопросов …»[36]. В этом суть одного из важных методических воззрений О.И. Сомова – о значимости взаимосвязи и взаимопреемственности изучаемых разделов курса математики – арифметика плавно «переходит» в алгебру, которая столь же естественно «переходит» в геометрию. Кроме того, проявляется и стремление автора тесно связать изучение теории и практики. Так, далее О.И. Сомов пишет: «…и вместе с тем ознакомились с кривыми линиями, которые им могут встретиться в астрономии, навигации и механике»[37].

Приведем краткое содержание этого учебника:

Глава 1. Предмет аналитической геометрии. Примеры на решение геометрических вопросов с помощью алгебры. Однородность и построение формул.
Глава 2. Определения положения точки на плоскости. Уравнение прямой линии. Задачи на прямую линию и точку.
Глава 3. Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.
Глава 4. Перемена координат. Полярные координаты.
Глава 5. Касательные. Дифференциал дуги. Угол смежности. Радиус кривизны. Развертка.
Глава 6. Замечательнейшие из кривых алгебраических высших порядков и трансцендентных: парабола Неля, прогрессика, синусоида, архимедова спираль.

---

[35] Прудников В.Е. В.Я. Буняковский – ученый и педагог. М., 1954.
[36] Сомов О.И. Начальные основания аналитической геометрии двух измерений. СПб., 1861. Предисловие.
[37] Сомов О.И. Указ. соч. Предисловие.

Отдел II.

Приложение анализа к исследованию геометрических мест на плоскости.

A. Общие понятия о геометрических местах вообще.

B. Определение положения точки на плоскости. Уравнение прямой линии. Задачи на прямую линию и точку.

C. Перемена координат.

D. О плоских линиях вообще. Линии второго порядка.

E. О касательных вообще. Касательная к линиям 2-го порядка.

F. Уравнения линий второго порядка в кратчайших и трилинейных координатах.

G. Обвертывающие линии. Тангенциальные координаты.

H. Полярные координаты.

J. Конические сечения.

Отдел III.

Геометрические места в пространстве трех измерений.

A. Определение положения точки в пространстве. Уравнение поверхности и линии. Расстояние между двумя точками. Плоскость и прямая линия.

B. Перемена прямолинейных координат в прямолинейные. Полярные координаты.

C. О кривых поверхностях. Поверхности второго порядка.

D. Касательные плоскости и нормали к поверхностям.

E. Сопряженные диаметры поверхностей 2-го порядка.

Прибавления. Определители и приложение их к решению совокупных уравнений первой степени.

Следует обратить внимание на то, что содержание учебника свидетельствует о явном превышении официальной программы по математике. Автор это понимал: дополнительные, необязательные для всех учащихся разделы набраны в тексте учебника мелким шрифтом. Да и само изложение не производит того яркого впечатления доступности, каковое возникает при чтении учебника алгебры. По-видимому, избыточная полнота содержания курса и более строгое его изложение отвечали задачам математической подготовки будущих военных инженеров и артиллеристов, уровень которой и должен был превышать уровень выпускников гимназий.

Несмотря на указанные особенности, учебник по аналитической геометрии М.В. Остроградский и В.Я. Буняковский оценивали как *«сочинение образцовое как по строгости си-*

Глава 7. Вычисления дуг кривых линий и криволинейных площадей. Вычисление поверхностей и объемов тел вращения.

В.Е. Прудников справедливо отмечает: «Все перечисленные вопросы излагаются сжато, ясно, причем изложение иллюстрируется многочисленными хорошо выполненными чертежами»[38] и, добавим от себя, большим числом конкретных примеров и практических задач, а также стремлением автора возбудить повышенный интерес у учащихся (о чем ярко свидетельствует содержание шестой главы учебника).

По-видимому, как автор учебников О.И. Сомов уже «набил руку» – эта книга вышла через год после издания удачного учебника алгебры. Об этом же говорят его следующие учебные руководства: «Начертательная геометрия» (1862), «Теоретическая механика» (1872–1874), которая считалась лучшим учебником своего времени по этой дисциплине[39].

Трудолюбие, энциклопедическая образованность, глубокое знание избранных им для исследования разделов математики и механики, понимание особенностей педагогики математики сочетались в личности О.И. Сомова со скромностью и «русской приветливостью», врожденной добротой и готовностью помочь каждому, кто в этом нуждается. При этом О.И. Сомов был непоколебим, отстаивая свои убеждения «внушенных ему совестью или чувством долга»[40]. Таким он остался в памяти тех, кто его знал. Поверим в это и мы, его далекие потомки, и воздадим должное его трудам.

[38] Прудников В.Е. Русские педагоги-математики XVIII–XIX веков. М., 1956. С. 457.
[39] История отечественной математики. Киев, 1967. Т. 2. С.246.
[40]Прудников В.Е. Указ. соч. С. 460-461.

Вместо заключения

Подведем итог. Почему столь плодотворной и столь успешной была деятельность на поприще создания школьных учебников крупного ученого-математика О. И. Сомова, сделавшего себе заслуженную и достойную этих заслуг научную карьеру (академик Петербургской АН, заведующий кафедрой прикладной математики университета, почетный профессор университета), но взявшего на себя нелегкое (и часто неблагодарное) дело написания школьных учебников? Что побудило его, наряду с созданием учебников для высшей школы, обратиться к учебникам для школы средней?

Начнем с ответа на последний вопрос.

И современники О.И. Сомова, и историки образования отмечают *неуклонное стремление этого ученого к распространению и развитию отечественного математического образования.* Вероятно, это было связано с неудовлетворительной математической подготовкой выпускников средних учебных заведений различных видов (частных и государственных), которую О.И. Сомов наблюдал длительное время в силу своих общественных обязанностей. Свою роль в формировании такой позиции сыграли и недостатки учебных пособий, написанных для высшей и средней школы, которые О.И. Сомов неоднократно рецензировал, и уверенность в том, что он способен создать учебники лучше имеющихся.

Вернемся к первому вопросу – почему его деятельность как автора учебников оказалась успешной? О.И. Сомов был не только превосходным ученым, но и широко эрудированным человеком. Главное же заключается в том, что *он обладал большим запасом педагогических знаний, постоянно держал руку на пульсе средней школы, знал ее нужды*. И, конечно, будучи талантливым педагогом, использовал в полной мере и свой учительский опыт, и те опыт и знания, которые почерпнул у своих учителей и соратников (Н.Д. Брашман, В.Я. Буняковский, Н.Е. Зернов, М.В. Остроградский, П.Н. Погорельский, П.Л. Чебышев). Все те, у кого О.И. Сомов учился, и те, кто с ним вместе работал, отчетливо понимали роль базовой математической подготовки в средней школе для получения качественного математического образования в высшей школе. И не только понимали, но и делали многое для улучшения математической подготовки в средней школе, в том числе писали школьные учебники.

Библиографический список

1. Виноградов П. Краткий очерк пятидесятилетия Московской III гимназии (1839-1889). /Сост. П.Виноградов. М., 1889.

2. Гольденберг А.И. Обозрение русской учебной литературы по математике. /А.И. Гольденберг М., 1872.

3. Гобза Г. Столетие Московской 1-й гимназии. 1804-1904 гг. Краткий исторический очерк / Г. Гобза. М. 1903.

4. История отечественной математики. Киев: Наукова Думка, 1967. Т. 2.

5. Лебедев С.Л. Человек насквозь я русский. / С.Л. Лебедев // История. Издательский дом «Первое сентября». № 16. 2005.

6. Константинова С. Критерий – практика / С. Константинова // Изобретатель и рационализатор. 2006. № 6.

7. Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В. Прохоров. М.: Сов. энциклопедия, 1988. С.748.

8. Начальное и среднее образование в Санкт-Петербурге. XIX - начало XX века. Сборник документов. СПб., 2000.

9. Никифорова Т.Р. Осип Иванович Сомов / Т.Р. Никифорова. М.-Л.: Наука, 1964.

10. О производстве в учёные степени на основании Положения о сем // Сборник постановлений по Министерству народного просвещения. 1802-1825. СПб.: В тип. Имп. Академии наук, 1864. Т.1. Стб.1134-1145.

11. Прудников В.Е. В.Я. Буняковский - ученый и педагог. / В.Е. Прудников. М.: Учпедгиз, 1954.

12. Прудников В.Е. П.Л.Чебышев - ученый и педагог / В.Е. Прудников. М.: Просвещение, 1964.

13. Прудников В.Е. Русские педагоги-математики XVIII–XIX веков. / В.Е. Прудников. М.: Учпедгиз, 1956.

14. Сомов И.И. Аналитическая геометрия. / И.И. Сомов. Изд. 1. СПб., 1857. Изд.4. СПб., 1907.

15. Сомов О.И. Начальная алгебра / О.И. Сомов. Изд. 1., 1860; Изд.7. СПб., 1901.

Содержание

16. Сомов О.И. Начальные основания аналитической геометрии двух измерений / О.И. Сомов. СПб., 1861.

17. Учебные планы и примерные программы предметов, преподаваемых в реальных училищах МНП. Утверждены г. министром народного просвещения на основании Устава реальных училищ, изд. 1888 года. СПб., 1889.

18. Учебные планы и примерные программы предметов, преподаваемых в реальных училищах МНП. Утверждены 26 июля 1895 года. СПб., 1898.

19. Христофорова Н.В. Российские гимназии XVIII–XX веков / Н.В. Христофорова. М.: Греко-латинский кабинет, 2001.

20. Шевырев С.П. История Императорского Московского университета, написанная к его столетнему юбилею. 1755–1855 / С.П. Шевырев. М.: Изд-во Московского университета, 1855.

21. Щеглов Н.Т. Начальные основания алгебры. / Н.Т.Щеглов. СПб., 1853.