Н. Я. Виленкин
В. И. Жохов
А. С. Чесноков
Л. А. Александрова
С. И. Шварцбурд

Математика

6 класс

Часть 2

Математика

6 класс

**УЧЕБНИК
ДЛЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ
ОРГАНИЗАЦИЙ**

В двух частях

Часть 2

Москва
«Просвещение»
2017

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72
М34

Авторы: Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков,
Л. А. Александрова

В учебнике использованы методические идеи, предложенные С. И. Шварцбурдом.

Данное издание подготовили к печати В. И. Жохов и Л. А. Александрова.

Математика. 6 класс. Учеб. для общеобразоват. организаций.
М34 В 2 ч. Ч. 2 / [Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, Л. А. Александрова]. — М. : Просвещение, 2017. — 143 с. : ил. — ISBN 978-5-09-045328-8.

Учебник состоит из двух частей. Вторая часть посвящена рациональным числам и действиям с ними. Система задач в учебнике разделена на три основные группы: упражнения для работы в классе, упражнения для повторения ранее пройденного материала и упражнения для домашней работы. Специальными значками выделены задачи для исследовательской работы и задачи для работы в группах.

Кроме того, имеются рубрики, помогающие научиться правильно говорить, рассуждать и мыслить, позволяющие успешно овладевать универсальными учебными действиями, а также рубрика, посвящённая истории математики.

Каждый пункт учебника завершается рубрикой «Проверьте себя», включающей проверочные работы и словарные диктанты.

Линию учебников математики для 5—6 классов Н. Я. Виленкина и др. продолжает линия учебников алгебры для 7—9 классов Ю. Н. Макарычева и др.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-09-045328-8(2)
ISBN 978-5-09-045327-1(общ.)

© Издательство «Просвещение», 2017
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2017
Все права защищены

Условные обозначения

— сведения, на которые надо обратить внимание.

— сведения, которые надо хорошо запомнить. Иногда они выделены шрифтом.

— вопросы к объяснительному тексту учебника.

— упражнения для работы в паре или группе.

— упражнения для поисковой, исследовательской работы.

— упражнения для работы в классе по теме данного пункта.

— упражнения для повторения ранее пройденного материала. (Некоторые из этих упражнений имеют дополнительные номера: 1), 2), 3), 4) и т. д. Они предназначены для самостоятельной работы. При этом нечётные номера — это задания для 1-го варианта, а чётные — для 2-го варианта.)

— упражнения для домашней работы.

Ѧ В рубрике, отмеченной славянским обозначением числа 1000, вы найдёте рассказы об истории возникновения и развития математики. Не зная прошлого науки, трудно понять её настоящее.

Г По тому как человек говорит, можно судить о его культуре и интеллекте, об умении думать. Поэтому учитесь говорить правильно. В этом вам помогут примеры и пояснения, данные в рубрике, отмеченной славянской буквой «глаголь».

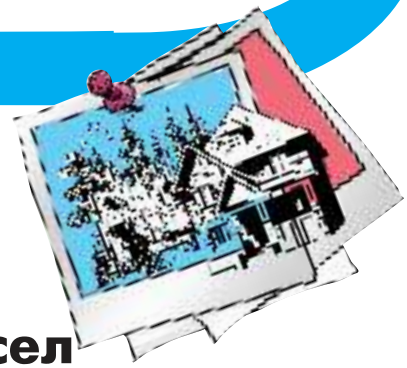
Р В этой рубрике помещены задачи, помогающие учиться думать, рассуждать, делать наблюдения и выводы, расширяющие круг математических знаний и представлений.

И Чтобы изучение математики было успешным, чтобы учиться было интересно, нужно быть внимательным и сообразительным, уметь хорошо и быстро запоминать, обладать сильной волей. Эти качества можно развить. В этом вам помогут специальные игры и упражнения рубрики, отмеченной славянской буквой «мыслете».

Глава II

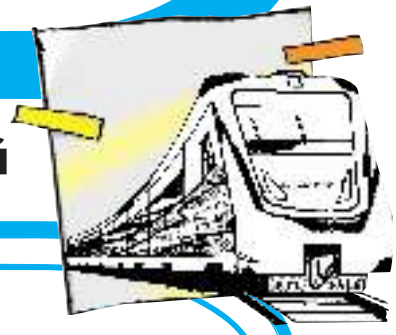
РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 5. Положительные и отрицательные числа



§ 6. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел

§ 7. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел



§ 8. Решение уравнений

§ 9. Координаты на плоскости

§ 5. Положительные и отрицательные числа

26. Координаты на прямой

Точка O на прямой AB (рис. 49) разбивает эту прямую на два дополнительных луча — OA и OB. Выберем единичный отрезок и примем точку O за начало отсчёта. Тогда положение любой точки на каждом из лучей задаётся её координатой. Чтобы отличить друг от друга координаты на этих лучах, условились ставить перед координатами на одном луче знак «+», а перед координатами на другом луче — знак «–».

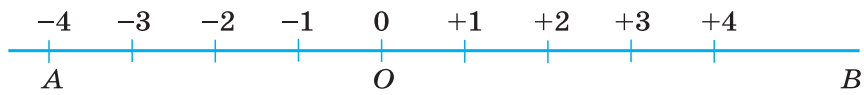


Рис. 49

положительные числа

Числа со знаком «+» называют **положительными**. Пишут: +1, +5, $+\frac{2}{3}$, $+2\frac{1}{4}$, +3,6 — и читают: «плюс один», «плюс пять», «плюс две третьих», «плюс две целых одна четвёртая», «плюс три целых шесть десятых» (рис. 50).

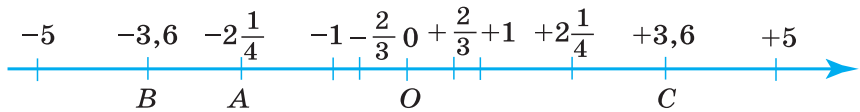


Рис. 50

отрицательные числа

Числа со знаком «–» называют **отрицательными**. Пишут: –1, –5, $-\frac{2}{3}$, $-2\frac{1}{4}$, –3,6 — и читают: «минус один», «минус пять», «минус две третьих», «минус две целых одна четвёртая», «минус три целых шесть десятых» (см. рис. 50).

Для краткости записи обычно опускают знак «+» перед положительными числами и вместо +7 пишут 7. Поэтому $+7 = 7$, $+2\frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$, $+6{,}3 = 6{,}3$, т. е. +7 и 7 — это одно и то же число, только по-разному обозначенное.

Начало отсчёта (или начало координат) — точка O изображает 0 (нуль). *Само число 0 не является ни положительным, ни отрицательным. Оно отделяет положительные числа от отрицательных.*

Прямые могут находиться в различных положениях. Поэтому дополнительные лучи могут идти не только влево и вправо, но, например, вверх и вниз. Если прямая расположена горизонтально, то обычно положительными считают координаты точек, расположенных справа от точки O, а отрицательными — координаты точек, расположенных слева от точки O (см. рис. 50). Если прямая расположена вертикально, то положительными считают координаты точек, находящихся выше точки O, а отрицательными — координаты точек, находящихся ниже точки O (рис. 51). Положительное направление отмечают стрелкой.

координатная прямая

Прямую с выбранными на ней началом отсчёта, единичным отрезком и направлением называют **координатной прямой**.

координата точки на прямой

Число, показывающее положение точки на прямой, называют **координатой** этой **точки**.

Точка A на рисунках 50 и 51 имеет координату $-2\frac{1}{4}$, точка B — координату $-3{,}6$, а точка C — координату 3,6.

Пишут: $A\left(-2\frac{1}{4}\right)$, $B(-3{,}6)$, $C(3{,}6)$.

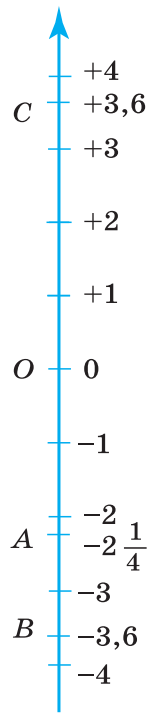


Рис. 51

С координатной прямой мы встречаемся на уроках истории («линия времени»). Шкалу с положительными и отрицательными числами и нулём имеют термометры. Начало отсчёта соответствует температуре таяния льда 0 °С. При 100 °С закипает вода.

- Что такое координатная прямая?
- Что называют координатой точки на прямой?
- Какими числами являются координаты точек на горизонтальной прямой, расположенных:
а) справа от начала координат;
б) слева от начала координат?

- Какую координату имеет начало координат?
- Какими числами обозначают координаты точек на вертикальной прямой, расположенных:
  а) выше начала координат;
  б) ниже начала координат?

К

5.1 Поезд вышел со станции Петропавловск (рис. 52) и идёт со скоростью 90 км/ч. В какой город придёт поезд через 3 ч? Где будет находиться поезд: а) через 10 ч, если он идёт в Новосибирск; б) через 5 ч, если он идёт в Челябинск?

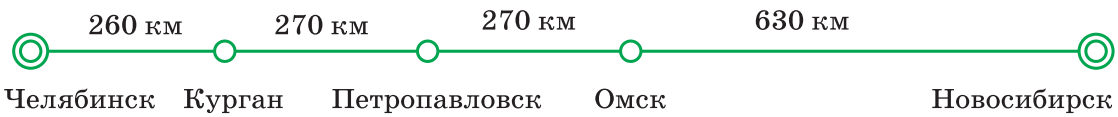


Рис. 52

5.2 Из спортивного лагеря (рис. 53) выходит группа туристов и движется по шоссе. Покажите, где будут находиться туристы:

а) через 3 ч, если они идут со скоростью 3 км/ч;

б) через 2 ч, если они идут со скоростью 4 км/ч.

Что ещё надо знать, чтобы на каждый вопрос был только один ответ?

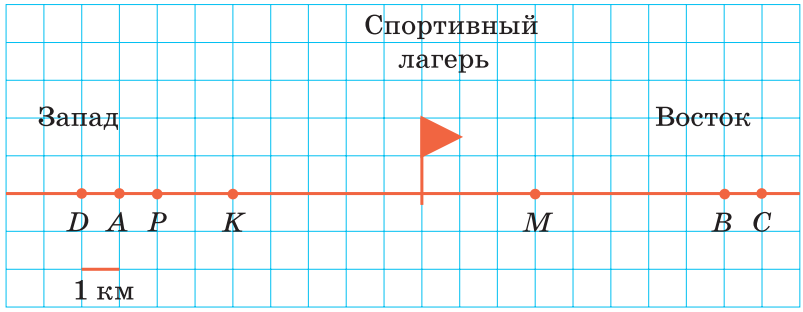


Рис. 53

5.3 Находясь в походе, туристы побывали в пунктах K, M и P (см. рис. 53). Где по отношению к лагерю находятся эти пункты?

5.4 Проведите горизонтальную прямую и отметьте на ней точку O. Отметьте на этой прямой точки A, B, C и K, если известно, что:

а) A правее O на 6 клеток;

б) B левее O на 5,5 клетки;

в) C правее O на $7\frac{1}{2}$ клетки;

г) K левее O на 2 клетки.

5.5 Измерьте в сантиметрах расстояние от точки O (рис. 54) до точек C и P. Где на прямой находится каждая из этих точек по отношению к точке O?

Рис. 54

5.6 Белка вылезла из дупла и бегает по стволу дерева вверх и вниз (рис. 55). Покажите, где будет находиться белка, если она удалится от дупла на 3 м. Сколько ответов можно дать на этот вопрос? Покажите на рисунке, где окажется белка, если она будет находиться: а) выше дупла на 2 м; б) ниже дупла на 3 м; в) ниже дупла на 1,5 м; г) выше дупла на 2,5 м.

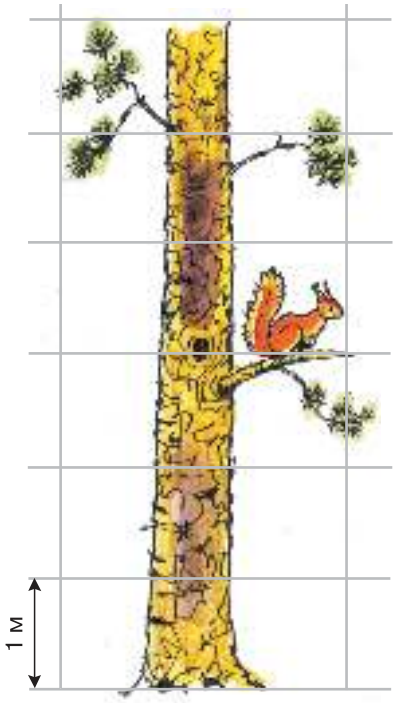


Рис. 55

5.7 Какую температуру показывает каждый из термометров, изображённых на рисунке 56?

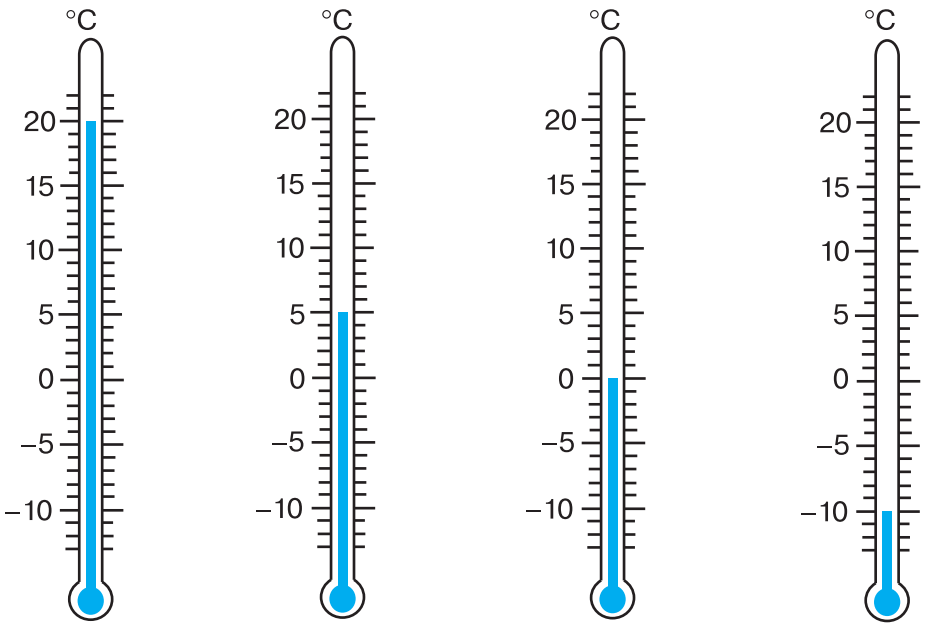


Рис. 56

5.8 Проведите вертикальную прямую и отметьте на ней точку O. Отметьте на этой прямой точки P, Q, M, N, если известно, что:

а) точка P выше точки O на 4 клетки;
б) точка Q ниже точки O на 3 клетки;
в) точка M выше точки O на 2,5 клетки;
г) точка N ниже точки O на 7,5 клеток.

5.9 Запишите координаты точек O, A, B, C, D, P, K, M и E (рис. 57). Начало отсчёта — точка O.

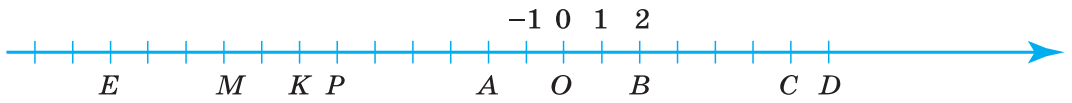


Рис. 57

5.10 Найдите по шкале (рис. 58) высоты гор и глубины морей и океанов.

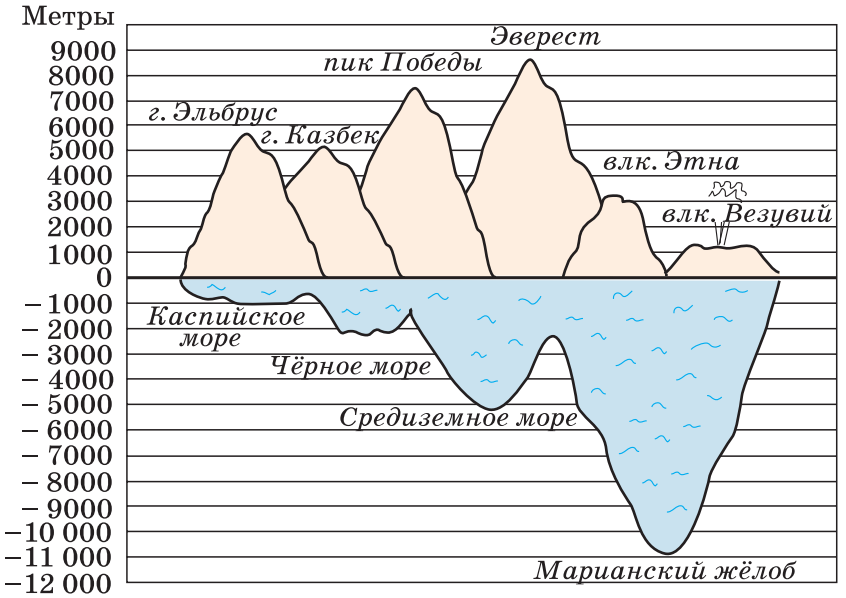


Рис. 58

5.11 Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки, имеющие координату x, если:

а) $x = 3;\ 8;\ -2;\ -6$; б) $x = -4{,}5;\ -2{,}4;\ 1{,}6;\ 5{,}8$; в) $x = -\frac{1}{3};\ -2\frac{1}{4};\ \frac{3}{4};\ 3\frac{2}{5}$.

5.12 Выбрав в качестве единичного отрезка 2 клетки, изобразите на координатной прямой точки с координатами:

а) $A(-1);\ B(-4);\ C(5);\ D(10)$;

б) $M(-0{,}5);\ N(3{,}2);\ K(-1{,}8);\ L(0{,}6)$;

в) $P\left(\frac{5}{6}\right);\ F\left(-1\frac{1}{3}\right);\ T\left(4\frac{3}{8}\right);\ Q\left(-\frac{2}{3}\right)$.

5.13 Треугольный флажок находится в точке с координатой -2, а прямоугольный — в точке с координатой $+2$ (рис. 59). Отметьте и обозначьте начало отсчёта и единичный отрезок. Запишите координаты точек B, C и D.

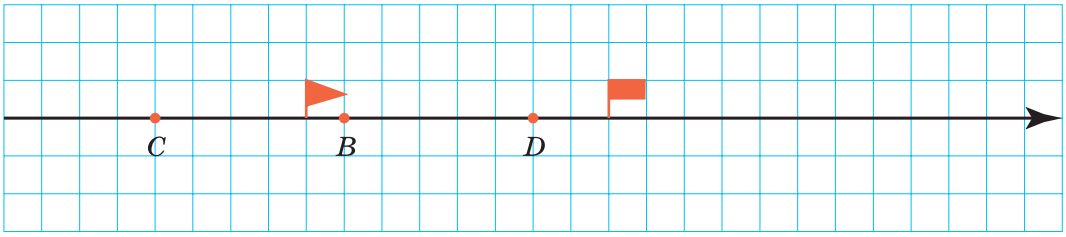


Рис. 59

Названия знаков «+» и «–» при числе во всех случаях по падежам не склоняют.

Например:

$a = -10$ (a равно минус десяти);
$x = +1{,}3$ ($икс$ равен плюс одной целой трём десятым);
-15 левее -7 (минус пятнадцать левее минус семи).

5.14 На координатной прямой изображены точки $A(-2)$ и $B(7)$. Найдите расстояние между точками A и B в единичных отрезках.

5.15 Назовите какие-нибудь три числа, расположенные на координатной прямой:

а) правее числа 11;
б) левее числа -8;
в) левее числа -820;
г) правее числа -78.

5.16 Изобразите вертикальную координатную прямую, обозначьте её t °C и отметьте на ней числа, соответствующие температуре: -12 °C; -11 °C; -7 °C; $+3$ °C; $-8{,}5$ °C; $+7{,}3$ °C.

5.17 На здании Московского университета установлен термометр со стрелкой. Какую температуру показывает этот термометр (рис. 60)?

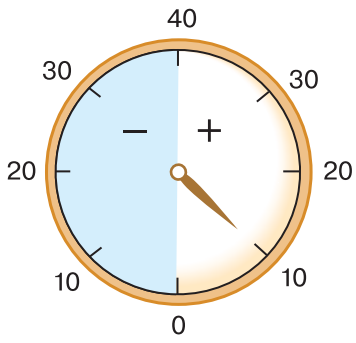


Рис. 60

5.18 Из чисел $-1{,}2$; $\frac{3}{5}$; $-\frac{11}{4}$; 0; 6; $-3\frac{7}{8}$; 7,2; -10; 8 выпишите сначала все отрицательные, а потом все положительные числа.

П

5.19 Вычислите устно:

а)
5 · 1,4
– 3,2
: 0,2
· 0,4
+ 2,4
?

б)
10 : 4
– 1,2
· 6
+ 1,2
: 18
?

в)
9 – 3,2
+ 0,5
: 9
· 0,3
: 0,01
?

г)
2,3 + 5,7
: 5
– 0,7
· 1,1
+ 0,01
?

д)
6 : 12
· 1,6
– 0,35
+ 0,15
: 4
?

5.20 Сколько натуральных чисел расположено на координатном луче между числами:

а) 0 и 8; б) 17,5 и 26; в) $2\frac{1}{6}$ и $9\frac{1}{2}$; г) 116 и 117?

5.21 Какое из чисел — правильная дробь или дробь, ей обратная, — на координатном луче расположено ближе к единице?

5.22 Древнегреческий учёный Аристóтель родился в 384 г. до н. э., а умер в 322 г. до н. э. Пифагóр родился в 570 г. до н. э. и умер в 500 г. до н. э. Историк Плутáрх родился в 46 г., умер в 127 г. Кто из этих учёных родился раньше? Сколько лет прожил каждый из них?

5.23 Площадь поверхности планеты Меркурий равна 75 млн км^2 и составляет $\frac{15}{92}$ площади поверхности планеты Венера. Найдите площадь поверхности планеты Венера.

5.24 Вычислите устно:

а) $4\frac{5}{7} \cdot \left(0{,}5 - \frac{1}{2}\right)$;

б) $3\frac{5}{7} \cdot (0{,}6 + 0{,}4)$;

в) $3{,}15 \cdot \left(4\frac{2}{3} - 3\frac{2}{3}\right)$;

г) $\left(7{,}8 - 7\frac{4}{5}\right) \cdot 2\frac{2}{7}$.

5.25 Найдите значение выражения:

а) $0{,}3 + (0{,}3)^2 + (0{,}3)^3$;

б) $0{,}5 - (0{,}5)^2 - (0{,}5)^3$;

в) $\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2$;

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$.

5.26 Из цифр 7, 8, 3 и 5 составьте четыре различных числа, оканчивающиеся цифрой 7 и кратные 3.

И

5.27 *цилиндр*

На рисунке 61, *а* изображён **цилиндр**. Сверху и снизу цилиндр ограничен кругами, которые называются *основаниями цилиндра*. Развёртка боковой поверхности цилиндра — прямоугольник. На рисунке 61, *б* изображена *развёртка поверхности цилиндра*. Попробуйте вычислить *площадь поверхности цилиндра*, если его *высота* 5 см, а радиус оснований 2 см.

5.28 Решите задачу:

1) На автомобиль погрузили 6 ящиков, 4 коробки и контейнер массой 0,13 т. Масса всего груза 0,73 т, массы ящика и коробки одинаковы. Чему равна масса одного ящика или одной коробки?

2) На катер погрузили 7 бочонков, 6 ящиков с рыбой и бочку горючего массой 0,35 т. Масса всего груза 0,61 т. Массы бочонка и ящика одинаковы. Чему равна масса одного бочонка или одного ящика?

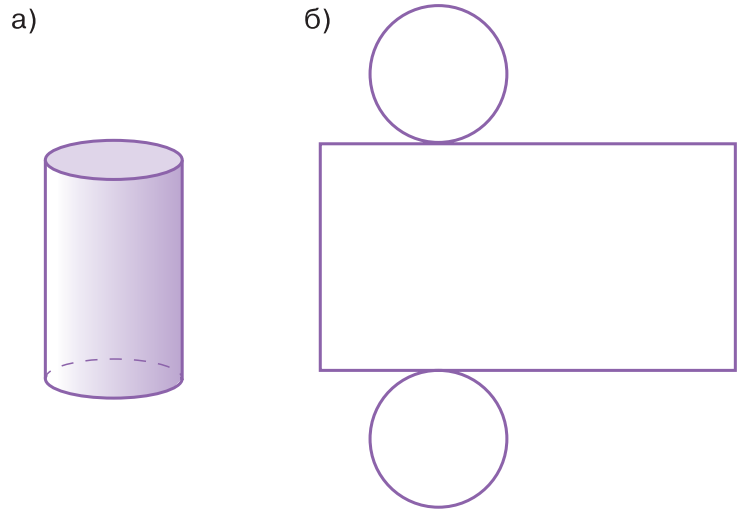


Рис. 61

5.29 Решите задачу:

1) Для работников завода построен дом на 240 квартир. Трёхкомнатные квартиры составляют 15 % всех квартир и $\frac{2}{3}$ числа однокомнатных квартир. Остальные квартиры двухкомнатные. Сколько в доме двухкомнатных квартир?

2) На лодочной станции было 150 лодок. Трёхместные лодки составляли 14 % всех лодок и $\frac{7}{8}$ числа пятиместных лодок. Остальные лодки были четырёхместные. Сколько четырёхместных лодок было на станции?

Д

5.30 Где по отношению к узлу верёвки находится каждая птица (рис. 62)? (Сторона клетки 1 дм.)

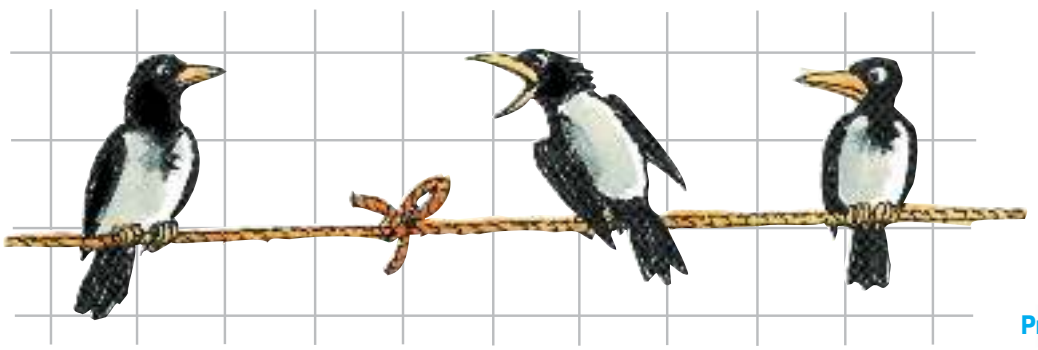


Рис. 62

5.31 Начертите в тетради горизонтальную прямую и отметьте на ней точку O. Отметьте на этой прямой точки M, N, P и K, если:

а) M правее O на 14 клеток;
б) N левее O на 15 клеток;
в) P левее O на 9 клеток;
г) K правее O на 2 клетки.

Напишите координаты точек M, N, P и K, если единичный отрезок равен длине одной клетки тетради; длине двух клеток тетради.

5.32 Отметьте на координатной прямой точки $M(-4)$, $N(3)$, $P(-8{,}5)$, $K(7{,}5)$, $C(-6)$, $T(6)$.

5.33 Приняв за единичный отрезок длину 6 клеток тетради, начертите координатную прямую и отметьте на ней точки $K\left(\frac{1}{3}\right)$, $C(-0{,}5)$, $D\left(-1\frac{1}{3}\right)$, $E\left(\frac{1}{6}\right)$, $F\left(1\frac{1}{6}\right)$, $A\left(-\frac{5}{6}\right)$, $B\left(\frac{2}{3}\right)$, $K\left(-\frac{1}{6}\right)$, $M(1{,}5)$.

5.34 Начертите шкалу температур от –60 до 60 °C, приняв отрезок длиной 1 см за 10 °C. Отметьте на этой шкале точку замерзания ртути (–39 °C), нормальную температуру человеческого тела (37 °C), точку замерзания бензина (–60 °C), точку кипения ацетона (56 °C), точку замерзания глицерина (–20 °C).

5.35 Через реку построен мост длиной 234 м. Он состоит из пяти пролётов, четыре из которых имеют одинаковую длину, а пятый на 14 м длиннее каждого из остальных. Чему равна длина каждого пролёта моста?

5.36 Экскурсантов можно посадить в лодки или по 4 человека, или по 6 человек. В том и другом случае свободных мест не останется. Сколько было экскурсантов, если их больше 40, но меньше 50?

5.37 Артель заготовила 840 кг клюквы. В первый день она заготовила 33 % всей клюквы, что составило $\frac{6}{7}$ количества клюквы, собранной во второй день. Сколько килограммов клюквы артель собрала в третий день?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Координаты на прямой

1 Чему равна координата начала отсчёта на координатной прямой?

2 Точка с отрицательной координатой расположена на расстоянии восемь единичных отрезков от начала отсчёта. Чему равна координата этой точки?

3 Найдите расстояние (в единичных отрезках) между точками с координатами «минус два» и «плюс один».

4 Запишите координаты точек, расположенных на расстоянии пять единичных отрезков от начала отсчёта.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

5 Точка с координатой «минус десять» на горизонтальной координатной прямой находится правее начала координат.

6 Координатной прямой называют прямую с выбранным на ней началом отсчёта и единичным отрезком.

7 Число нуль не является положительным числом.

8 Точка с координатой «минус три» на вертикальной координатной прямой находится ниже начала координат.

27. Противоположные числа

Точки с координатами 5 и –5 (рис. 63) одинаково удалены от точки O и находятся по разные стороны от неё. Чтобы попасть из точки O в эти точки, надо пройти одинаковые расстояния, но в *противоположных направлениях*. Числа 5 и –5 называются *противоположными числами:* 5 противоположно –5, а –5 противоположно 5.

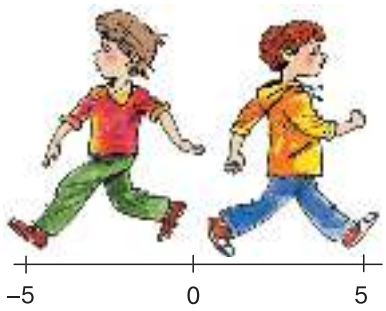


Рис. 63

противоположные числа

Два числа, отличающиеся друг от друга только знаками, называют **противоположными числами**.

Например, противоположными числами будут 8 и –8, так как число 8 = +8, значит, числа 8 и –8 различаются только знаками. Противоположными числами также будут 2,6 и –2,6; $-\frac{7}{8}$ и $\frac{7}{8}$.

Для каждого числа есть только одно противоположное ему число.

Число 0 противоположно самому себе.

Число, противоположное числу a, обозначают $-a$. Если $a = -7{,}8$, то $-a = 7{,}8$; если $a = 8{,}3$, то $-a = -8{,}3$; если $a = 0$, то $-a = 0$. Запись «–(–15)» означает число, противоположное числу –15. Так как число, противоположное числу –15, равно 15, то –(–15) = 15.

Вообще $-(-a) = a$.

целые числа

Натуральные числа, противоположные им числа и нуль называют **целыми числами**.

- Какие числа называют противоположными?
- Число b противоположно числу a. Какое число противоположно числу b?
- Какое число противоположно нулю?
- Существует ли число, имеющее два противоположных ему числа?
- Какие числа называют целыми?

К

5.38 Найдите числа, противоположные числам:

$-276;\ 124;\ -321;\ 62;\ 9;\ -1;\ 1;\ -7{,}8;\ -9;\ 0{,}5;\ -\frac{5}{7};\ 4\frac{3}{8};\ -3\frac{2}{9};\ \frac{1}{4}$.

5.39 Поставьте вместо звёздочки такое число, чтобы получилось верное равенство:

а) $-(-80) = *$; в) $-(-247) = *$; д) $-\left(-\frac{7}{12}\right) = *$;

б) $3{,}5 = -*$; г) $3{,}2 = -*$; е) $7\frac{9}{14} = -*$.

Г

Выражение $-(-a)$ можно читать разными способами:

— число, противоположное числу минус a,

— минус минус a.

Например, предложение «Если $k = -7$, то $-k = -(-7)$» можно прочитать так:

— если «ka» равно минус семи, то минус «ka» равно числу, противоположному минус семи;

— минус «ka» равно минус минус семи.

5.40 Найдите значение выражения:

а) $-m$, если $m = -8;\ -16;\ -13$;

б) k, если $-k = 27;\ -35;\ 7{,}1;\ -6{,}9;\ 80;\ -90;\ \frac{3}{7};\ -\frac{8}{15};\ 3\frac{1}{6}$;

в) $-(-c)$, если $c = 41;\ -3{,}6;\ 0;\ -2\frac{9}{35};\ \frac{8}{9}$.

5.41 Найдите координаты точек A, B и C (рис. 64).

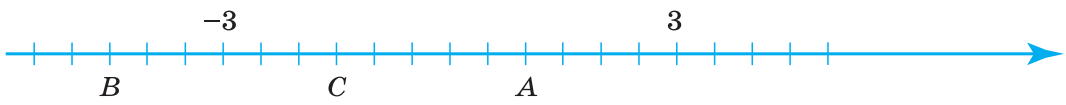


Рис. 64

5.42 Каким числом является $-x$, если число x:

а) отрицательное; б) нуль; в) положительное?

5.43 Заполните пустые места в таблице и отметьте на координатной прямой точки, имеющие своими координатами числа полученной таблицы.

x	3		5		0		−6
$-x$		4		−2		−1	

5.44 Решите уравнение:

а) $-x = 607$; б) $-a = 30{,}4$; в) $-y = -3\frac{15}{16}$.

5.45 Найдите целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:

а) -8 и -5; г) $-3{,}6$ и $4{,}2$; ж) $-7\frac{1}{3}$ и $-4\frac{4}{5}$;

б) -3 и 0; д) $-\frac{4}{5}$ и 3; з) -11 и $-3\frac{6}{7}$.

в) -2 и 2; е) $2\frac{2}{5}$ и $5\frac{3}{7}$;

П

5.46 Вычислите устно:

а) $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}$, $+\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{7}$, $:5$, ?

б) $6\cdot\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{5}$, $:4$, $+\frac{3}{5}$, ?

в) $\frac{6}{7}:\frac{2}{7}$, $\cdot\frac{2}{3}$, $+\frac{1}{4}$, $:9$, ?

5.47 Между какими целыми числами на координатной прямой расположено число:

$2{,}6$; -3; 0; $-6\frac{1}{3}$; $-0{,}8$?

5.48 Найдите числа, которые на координатной прямой находятся на расстоянии:

а) 6 единиц от числа -9; в) 10 единиц от числа -4;

б) 10 единиц от числа 4; г) 100 единиц от числа 0.

5.49 Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок длину 4 клеток тетради, и отметьте на этой прямой точки $A\left(-\frac{3}{4}\right)$, $B(0{,}5)$, $C(-1{,}75)$, $D\left(-2\frac{1}{4}\right)$, $E\left(1\frac{1}{4}\right)$, $F(2{,}25)$.

5.50 Отметьте на «линии времени» следующие события из истории математики: а) книга «Начала» была написана Евклидом в III в. до н. э.; б) теория чисел зародилась в Древней Греции в VI в. до н. э.; в) десятичные дроби появились в Китае в III в.; г) теория отношений и пропорций была разработана в Древней Греции в IV в. до н. э.; д) позиционная десятичная система счисления распространилась в странах Востока в IX в.

Сколько веков назад произошли эти события? Сравните «линию времени» и координатную прямую.

5.51 Укажите пары взаимно обратных чисел: $\frac{3}{7}$; $1{,}1$; 5; $2\frac{1}{3}$; $0{,}2$; $\frac{10}{11}$.

5.52 Витя купил 2,4 кг моркови. Сколько моркови купил Коля, если известно, что он купил:

а) на 0,7 кг больше Вити; е) $\frac{5}{4}$ того, что купил Витя;

б) на 0,9 кг меньше Вити; ж) 0,5 того, что купил Витя;

в) в 3 раза больше Вити; з) 20 % того, что купил Витя;

г) в 1,2 раза меньше Вити; и) 120 % того, что купил Витя;

д) $\frac{3}{8}$ того, что купил Витя; к) на 20 % больше того, что купил Витя?

5.53 Решите задачу:

1) Строительная компания закупила для строительства спортивного комплекса 540 тыс. штук кирпича. В первую неделю на строительную площадку было доставлено $\frac{7}{18}$ закупленного кирпича, во вторую неделю — на 15 % больше, чем в первую. Какое количество кирпича осталось доставить на строительную площадку?

2) Комбайнёры обмолотили за три дня 434 т зерна. В первый день они обмолотили $\frac{10}{31}$ этого количества, во второй день — на 10 % меньше, чем в первый, а в третий день — остальное зерно. Сколько тонн зерна обмолотили в третий день?

5.54 Ноты различаются по длительности их звучания. Знаком 𝅝 обозначают целую, ноту вдвое короче (половинную) — 𝅗𝅥, четвертную — ♩, восьмую — ♪, шестнадцатую — 𝅘𝅥𝅯.

1. Проверьте равенство длительностей:

а) 𝅝 = 𝅗𝅥♩♩; б) ♩ = ♪𝅘𝅥𝅯𝅘𝅥𝅯.

2. Найдите недостающую ноту:

а) ♩♩ = ♪♪♪ ? ; б) 𝅗𝅥♪ = 𝅘𝅥𝅯𝅘𝅥𝅯𝅘𝅥𝅯𝅘𝅥𝅯 ? .

Д

5.55 Какие числа противоположны числам: 124; −124; $3\frac{3}{7}$; $-\frac{2}{7}$; 0,6; −2,85; −1; 0?

5.56 Запишите все натуральные числа, меньшие 5, и числа, им противоположные.

5.57 Найдите значение:

а) m, если $-m = \frac{2}{3}$; в) k, если $-k = -0{,}2$;

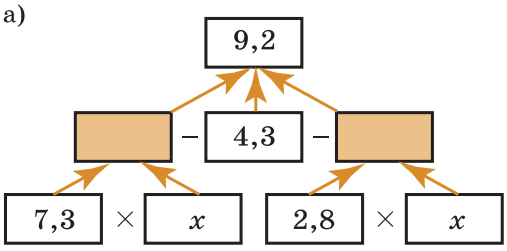
б) $-c$, если $c = 2\frac{1}{5}$; г) $-n$, если $n = -5\frac{2}{7}$.

5.58 В первый день магазин продал в 3 раза больше апельсинов, чем во второй, а в третий — в 2 раза больше, чем во второй. Сколько килограммов апельсинов продал магазин за три дня, если в первый день было продано на 84 кг больше, чем во второй?

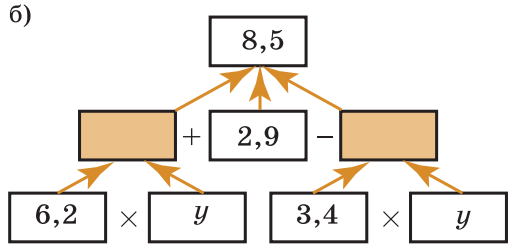
5.59 На поливных землях собирали с гектара 60,8 ц пшеницы. Замена старого сорта пшеницы новым даёт прибавку урожая на 25 %. Сколько теперь пшеницы собирают с 23 га поливного поля?

5.60 Составьте по каждой схеме уравнение и решите его:

а)



б)



5.61 Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{\left(15-9\frac{1}{3}\right):\frac{2}{3}}{\left(19\frac{2}{3}-11\frac{7}{9}\right)\cdot\frac{9}{71}}-8{,}45;$ б) $\dfrac{(11{,}81+8{,}19)\cdot 0{,}02}{9:11{,}25}+3{,}35.$

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Противоположные числа

1 Какое число противоположно минус двадцати?
2 Какое число противоположно девяноста?
3 Какое число противоположно нулю?
4 Какие целые числа расположены на координатной прямой между числами минус три и плюс два?
5 Найдите значение выражения $-(-15)$.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

6 Для любого числа можно указать противоположное ему число.
7 Положительные и отрицательные числа называют целыми числами.
8 Если число «бэ» отрицательное, то число минус «бэ» положительное.

28. Модуль числа

Расстояние до точки $M(-6)$ от начала отсчёта O равно 6 единичным отрезкам (рис. 65). Число 6 называют модулем числа -6.

Пишут: $|-6| = 6$.

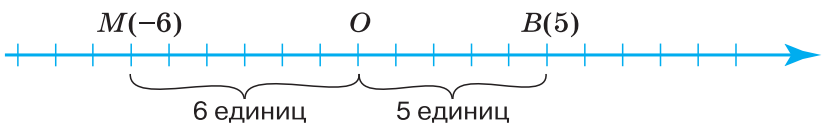


Рис. 65

модуль числа

Модулем числа a называют расстояние (в единичных отрезках) от начала координат до точки $A(a)$.

Модуль числа 5 равен 5, так как точка $B(5)$ удалена от начала отсчёта на 5 единичных отрезков.

Пишут: $|5| = 5$.

Модуль числа 0 равен 0, так как точка с координатой 0 совпадает с началом отсчёта O, т. е. удалена от неё на 0 единичных отрезков (см. рис. 65).

Пишут: $|0| = 0$.

Модуль числа не может быть отрицательным. Для положительного числа и нуля он равен самому числу, а для отрицательного — противоположному числу. Противоположные числа имеют равные модули: $|-a| = |a|$.

Например, $|7| = 7$; $\left|\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$; $|1{,}5| = 1{,}5$; $|0| = 0$; $|-7| = 7$;

$\left|-\frac{4}{7}\right| = \frac{4}{7}$; $|-1{,}5| = 1{,}5$.

- Что называют модулем числа?
- Как обозначают модуль числа?
- Как найти модуль положительного числа или числа 0?
- Как найти модуль отрицательного числа?
- Может ли модуль какого-нибудь числа быть отрицательным числом?

К

5.62 Найдите модуль каждого из чисел: 81; 1,3; −5,2; $\frac{8}{9}$; $-\frac{5}{7}$; $-2\frac{9}{25}$; −52; 0. Напишите соответствующие равенства.

5.63 Найдите значение выражения $|x|$, если $x = -12{,}3$; 12,3; −66; 83; $-\frac{1}{8}$; $3\frac{2}{7}$; $-6\frac{11}{12}$.

5.64 Найдите расстояние (в единичных отрезках) от начала отсчёта до каждой из точек: $A(3{,}7)$, $B(-7{,}8)$, $C(-200)$, $D(315{,}6)$, $E(0)$, $F\left(-\frac{1}{2}\right)$, $K\left(4\frac{3}{5}\right)$.

5.65 Найдите значение выражения:

а) $|-8| - |-5|$; в) $|-2{,}3| + |3{,}7|$; д) $\left|-\frac{4}{5}\right| - \left|-\frac{2}{3}\right|$;

б) $|-710| + |-290|$; г) $|-4{,}7| - |-1{,}9|$; е) $\left|3\frac{1}{7}\right| - \left|-1\frac{9}{14}\right|$.

5.66 Найдите значение выражения:

а) $|-10| \cdot |-15|$; в) $|28{,}52| : |-2{,}3|$; д) $\left|-2\frac{1}{3}\right| \cdot \left|\frac{9}{14}\right|$;

б) $|240| : |-80|$; г) $|0{,}1| \cdot |-10|$; е) $\left|-8\frac{1}{3}\right| : \left|\frac{5}{9}\right|$.

Г

Выражения, содержащие модули, читают так: $\left|-9\frac{1}{3}\right| = 9\frac{1}{3}$ — *модуль* минус девяти целых одной третьей *равен* девяти целым одной третьей.

5.67 Точка A лежит от начала отсчёта влево на 5,8 единицы, а точка B — вправо на 9,8 единицы. Чему равна координата каждой точки? Чему равен модуль каждой координаты?

5.68 Найдите:

а) отрицательное число, модуль которого равен 25; $\frac{4}{9}$; 7,4;

б) положительное число, модуль которого равен 12; 1; $\frac{13}{18}$; 3,2.

5.69 Напишите все числа, имеющие модуль:

а) 26; б) $\frac{5}{9}$; в) $3\frac{1}{4}$; г) 0; д) 5,7.

5.70 Отметьте на координатной прямой числа, модули которых равны 4; 2,5; 0; $5\frac{2}{3}$.

5.71 Запишите координаты точки $A(x)$, если:

а) $|x| = 3$; б) $|x| = 7{,}2$; в) $|x| = 1\frac{2}{5}$; г) $|x| = 0$.

5.72 Решите уравнение:

а) $|x| = 8{,}1$; б) $|x| = 7$; в) $|x| = 0$; г) $|x| = \frac{5}{12}$; д) $|x| = -1$.

5.73 Известно, что $|a| = 7$. Чему равен $|-a|$?

5.74 Из двух чисел выберите то, у которого модуль больше:

а) −5,87 и −7,82; в) −700,1 и 0,24; д) $-\frac{5}{8}$ и $\frac{5}{9}$;

б) −2,75 и 0; г) $-2\frac{5}{7}$ и $3\frac{4}{9}$; е) $-\frac{4}{9}$ и $-\frac{1}{2}$.

5.75 Из двух чисел выберите то, у которого модуль меньше:

а) −239 и −329; в) 0 и −4,6; д) −1,2 и 1;

б) −3,1 и 1,7; г) $\frac{2}{3}$ и $-\frac{3}{4}$; е) $-\frac{1}{7}$ и $\frac{1}{8}$.

П

5.76 Среди чисел $-(-7)$; −3; $\frac{1}{3}$; −7; 3; $-\frac{1}{7}$; $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{7}$ укажите пары:

а) противоположных чисел; б) обратных чисел.

5.77 Вычислите устно:

а) $1-\frac{4}{7}$ · 2 : $\frac{3}{7}$ $-1\frac{1}{3}$ = ?

б) $2-\frac{5}{9}$: 13 · 9 − 23 = ?

в) $\frac{16}{17}$: 8 · 17 $-1\frac{7}{8}$: 2 = ?

5.78 Какое из чисел на координатной прямой расположено правее:
а) –2 или –1; б) –6 или –7; в) 0 или –4,2; г) –11 или –15?

5.79 На рисунке 66, *а* изображён **конус**. *Основание конуса — круг, а развёртка боковой поверхности — сектор* (рис. 66, *б*). Вычислите *площадь поверхности конуса*, если радиус его основания 3 см, а развёртка боковой поверхности — сектор с прямым углом, радиус этого сектора 12 см. Есть ли в условии задачи лишние данные?

конус

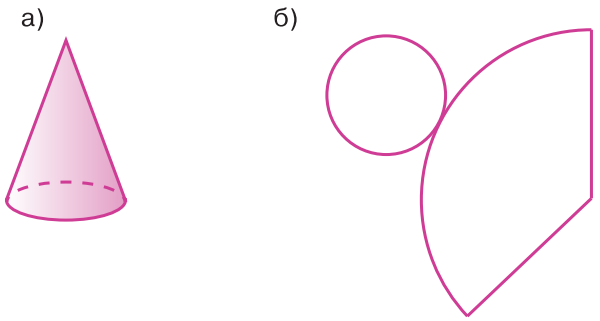


Рис. 66

5.80 Найдите значение k, если $-k$ равно –3,5; 6,8; $-\frac{3}{4}$; 0; $-7\frac{1}{3}$.

5.81 Решите уравнение: а) $-y = -8{,}75$; б) $-p = \frac{2}{3}$.

5.82 Нина купила на платье 4,8 м ткани. Сколько метров ткани купила Оля, если известно, что Нина купила:

а) на 0,3 м больше Оли;
б) на 0,5 м меньше Оли;
в) в 2 раза больше Оли;
г) в 1,5 раза меньше Оли;
д) $\frac{3}{4}$ того, что купила Оля;
е) $\frac{4}{3}$ того, что купила Оля;
ж) 0,2 того, что купила Оля;
з) 25 % того, что купила Оля;
и) на 25 % больше того, что купила Оля;
к) 125 % того, что купила Оля?

5.83 Найдите значение выражения:

1) $\frac{m}{2a} + \frac{m}{3a}$, если $m = 0{,}6 \cdot \frac{2}{3} + 0{,}35 : \frac{7}{16}$ и $a = 3{,}4 \cdot 2{,}3 - 5{,}32$;

2) $\frac{n}{3x} + \frac{n}{4x}$, если $n = 1{,}8 \cdot \frac{7}{9} + 0{,}4 : \frac{2}{17}$ и $x = 12{,}68 - 2{,}7 \cdot 3{,}4$.

Д

5.84 Отметьте на координатной прямой числа, модули которых равны 3; 8; 1; 3,5; $5\frac{1}{2}$.

5.85 Сравните модули чисел:

а) –45,1 и 8,31;
б) –45,3 и 57,8;
в) 76,9 и –57,1;
г) –13,8 и –13,7;
д) $-2\frac{2}{5}$ и $3\frac{1}{7}$;
е) $2\frac{2}{9}$ и $-5\frac{6}{7}$;
ж) $-\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{6}$;
з) $\frac{5}{8}$ и $-\frac{2}{3}$.

5.86 Грузоподъёмность первого самосвала составляет $\frac{4}{7}$ грузоподъёмности второго самосвала. Чему равна грузоподъёмность второго самосвала, если грузоподъёмность первого равна 12 т?

5.87 Семья израсходовала за месяц 6 м^3 горячей воды, что составило 80 % от потребления холодной воды. Какой воды больше израсходовала данная семья: горячей или холодной? Сколько кубометров холодной воды было израсходовано?

5.88 Длина первого участка пути составляет $\frac{7}{9}$ длины второго участка. Чему равна длина всего пути, если второй участок длиннее первого на 36 км?

5.89 По акции цена на товар была снижена на 15 %. Какова новая цена на товар, если она меньше первоначальной на 180 р.?

5.90 Найдите значение выражения $\frac{36 \cdot 1{,}5 + 3{,}6 \cdot 85}{1{,}8} + \frac{11{,}88}{0{,}11}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Модуль числа

1 Какое число противоположно самому себе?

2 Чему равен модуль минус шести?

3 Чему равен модуль числа семьдесят?

4 Решите уравнение $|a| = 11$.

5 Модуль числа «цэ» равен семи. Чему равен модуль числа минус «цэ»?

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

6 Уравнение $|x| = 0$ имеет два корня.

7 Модуль любого числа — число положительное.

8 Равенство $|-m| = m$ верно при любых значениях «эм».

29. Сравнение чисел

Вчера в комнате термометр показывал 18 °С, а сегодня показывает 21 °С. Вчера в комнате было холоднее, чем сегодня. Число 18 меньше числа 21. Можно записать: $18 < 21$.

Вчера на улице термометр показывал –15 °С, а сегодня он показывает –9 °С. Вчера было холоднее, чем сегодня. Поэтому считают, что –15 меньше –9. Пишут: $-15 < -9$.

Неделю назад на улице термометр показывал –10 °С, а сегодня он показывает 5 °С. Неделю назад было холоднее, чем сегодня. Число –10 меньше числа 5. Пишут: $-10 < 5$.

сравнение отрицательных и положительных чисел

Любое отрицательное число меньше любого положительного числа. Из двух отрицательных чисел меньше то, модуль которого больше. Нуль больше любого отрицательного числа, но меньше любого положительного числа.

Например, $-7{,}5 < 3$, так как число $-7{,}5$ отрицательное, а число 3 положительное; $-15 < -9$, так как числа -15 и -9 отрицательные и модуль -15 больше модуля -9, т. е. $|-15| > |-9|$.

На горизонтальной координатной прямой точка с большей координатой лежит правее точки с меньшей координатой.

На рисунке 67 видим, что точка $B(6)$ лежит правее точки $A(-10)$, а точка $A(-10)$ лежит правее точки $C(-15)$.

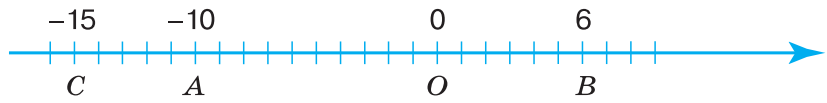


Рис. 67

- Какое число больше: положительное или отрицательное?
- Какое из двух отрицательных чисел считают бóльшим? А какое из них — меньшим?
- Какое из чисел больше: отрицательное или 0?
- Какое из чисел меньше: положительное или 0?
- Как расположены на координатной прямой точки $A(a)$ и $B(b)$, если a меньше b? если 0 больше b?

К

5.91 Отметьте на прямой числа 0; 1; −3; −5; 8; −7; −2; −10 и 3. Сравните:

а) 0 и 3; б) 0 и −5; в) 8 и 0; г) −7 и 0; д) −2 и 3; е) −7 и 1; ж) 1 и −10; з) 3 и −3; и) 1 и 8; к) −5 и −3; л) −5 и −10; м) −2 и −5.

5.92 В Ростове и Воронеже измеряли температуру 1, 6, 11, 16, 21 и 26 декабря в 12 ч дня. Результаты (в градусах Цельсия) указаны в таблице. Сравните температуру в Ростове и Воронеже в одно и то же время.

	Число декабря					
	1	6	11	16	21	26
Температура в Ростове, °С	9,2	3,5	−2,6	−3,1	−7,8	−19
Температура в Воронеже, °С	6,4	0	0	−1,5	−3,6	−21

Неравенства, составленные из положительных и отрицательных чисел, читают так:

$6 > -4$ — шесть больше минус четырёх;

$-8 < -1$ — минус восемь меньше минус единицы.

5.93 Пользуясь таблицей, назовите города сначала в порядке возрастания их высоты над уровнем Мирового океана, а затем в порядке убывания.

Название города	Высота над уровнем Мирового океана, м	Название города	Высота над уровнем Мирового океана, м
Москва	150	Ереван	1100
Санкт-Петербург	5	Мехико	2240
Астрахань	–25	Париж	130

5.94 Сравните числа и результат запишите в виде неравенства:

а) -5 и 0; б) 7 и 0; в) 0 и $-3{,}2$; г) $\frac{1}{10}$ и 0.

5.95 Сравните числа и результат запишите в виде неравенства:

а) 3 и -4; б) -10 и 10; в) $8{,}9$ и $-9{,}8$; г) -240 и $3{,}2$.

5.96 Поставьте вместо звёздочки знак $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-\frac{3}{5} * \frac{1}{7}$; б) $-\frac{2}{15} * \frac{3}{4}$; в) $3 * -\frac{2}{3}$; г) $-2\frac{2}{5} * 3\frac{3}{7}$.

5.97 Сравните числа и результат запишите в виде неравенства:

а) -12 и -13; б) -46 и -41; в) -1 и -10; г) -240 и -239.

5.98 Сравните числа и результат запишите в виде неравенства:

а) $-4{,}5$ и -5; б) $-6{,}56$ и $-6{,}506$; в) -2 и $-1{,}9$; г) $-0{,}009$ и $-0{,}01$.

5.99 Сравните числа и результат запишите в виде неравенства:

а) $-8\frac{5}{6}$ и -9; б) $-\frac{2}{3}$ и -1; в) $-\frac{7}{6}$ и -1; г) $-3\frac{5}{7}$ и -3.

5.100 Поставьте вместо звёздочки знак $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-5{,}5 * -7{,}2$; б) $-96{,}9 * -90{,}3$; в) $-2\frac{2}{7} * -4\frac{1}{2}$; г) $-2\frac{2}{7} * -\frac{5}{7}$.

5.101 Поставьте вместо звёздочки знак $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-\frac{3}{4} * -\frac{4}{5}$; б) $-\frac{7}{10} * -\frac{3}{8}$; в) $-\frac{5}{6} * -\frac{11}{24}$; г) $-5\frac{5}{14} * -5\frac{8}{21}$.

5.102 Между какими соседними целыми числами заключено число:

а) $-2{,}73$; в) $-0{,}63$; д) $-1\frac{4}{7}$;

б) $-9{,}5$; г) $0{,}87$; е) $-6\frac{13}{15}$?

Ответ запишите в виде двойного неравенства.

5.103 Известно, что x и y — положительные числа, а m и n — отрицательные. Сравните:

а) 0 и n; г) 0 и $-m$; ж) $-m$ и n; к) $-|m|$ и m;
б) y и 0; д) x и m; з) $-x$ и y; л) x и $|x|$;
в) $-x$ и 0; е) n и x; и) $|m|$ и m; м) x и $|-x|$.

5.104 Запишите в виде неравенства предложение:

а) $-4{,}3$ — отрицательное число;
б) $27{,}1$ — положительное число;
в) a — отрицательное число;
г) b — положительное число.

П

5.105 Белка сидит на дереве в точке $M(4)$, а дятел — в точке $N(-3)$. Какое расстояние от дятла до белки? Кто из них дальше от дупла, если дупло принято за начало отсчёта?

5.106 На улице температура a °C, а в квартире b °C. На сколько градусов температура в квартире выше, чем на улице? Решите задачу при:

а) $a = 12$, $b = 20$; б) $a = -11$, $b = 19$.

5.107 Какие числа имеют модуль, равный 2; 1,7; $5\frac{3}{7}$; 0; 1; $-(-4)$?

5.108 Определите координаты точек B, C и D, если $A(m)$ (рис. 68).

Рис. 68

5.109 В старинной задаче имеются такие сведения: «Один купец имел 730 рублей и был должен другому 380 рублей. Второй купец имел 970 рублей и был должен первому 460 рублей». Сколько денег останется у каждого купца после взаимных расчётов? Попробуйте сформулировать задачу, используя понятие отрицательного числа.

5.110 При каких значениях a верно равенство $a + |a| = 0$ и при каких неверно?

5.111 Возраст Москвы около 870 лет, Новгорода — 1100 лет, Рима — 2700 лет, Александрии — 2300 лет, Киева — более 1400 лет. В каком веке возник каждый из городов?

5.112 Найдите значение:

а) $|x| - |y|$, если $x = -64{,}1$, $y = -7{,}6$; б) $|x| + |y|$, если $x = -54{,}5$, $y = 52{,}8$.

5.113 Определите, у какого из двух чисел модуль больше:

а) $-3{,}815$ и $-3{,}823$; б) $\frac{4}{15}$ и $0{,}28$; в) $-2\frac{5}{7}$ и $1\frac{2}{3}$; г) $-\frac{4}{9}$ и $-\frac{7}{15}$.

Ж

5.114 Из рисунка 69 видно, что куб можно составить из шести одинаковых четырёхугольных пирамид, у которых вершина O, а основаниями служат грани куба. Найдите объём пирамиды, если ребро куба 1,2 см. Найдите ребро куба, если объём одной пирамиды $\frac{1}{6}$ см^3.

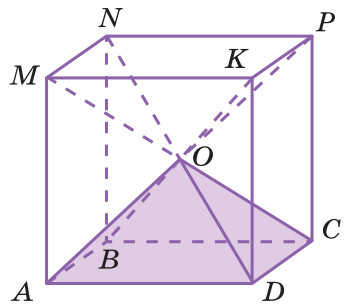


Рис. 69

5.115 Найдите неизвестный член пропорции:

1) $3{,}5 : x = 0{,}8 : 2{,}4$; 2) $6{,}8 : 2{,}5 = x : 1{,}5$.

5.116 Решите задачу:

1) Для приготовления компота смешали 2,5 кг яблок, 2 кг груш и 0,5 кг вишни. Найдите процентное содержание каждого вида фруктов, взятых для приготовления компота.

2) Для приготовления травяного чая смешали 0,16 кг душицы, 0,52 кг зверобоя и 0,12 кг мяты. Найдите процентное содержание каждого вида трав в полученной смеси.

5.117 Вычислите:

1) $61{,}71 : ((14{,}42 - 13{,}74) \cdot 1{,}5) + 63{,}163 : 7{,}61$;
2) $73{,}32 : ((15{,}41 - 14{,}76) \cdot 1{,}6) + 55{,}186 : 6{,}73$.

Проверьте результат вычислений с помощью калькулятора.

Д

5.118 Поставьте вместо звёздочки знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-3542 * -2763$; в) $-\frac{3}{5} * -0{,}7$; д) $-\frac{4}{5} * -\frac{3}{4}$;

б) $-65{,}43 * -65{,}39$; г) $-1{,}16 * -1\frac{1}{5}$; е) $-0{,}8 * \frac{2}{3}$.

5.119 Какие цифры можно написать вместо звёздочки, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-3841 < -384*$; в) $-*5{,}44 > -25{,}44$; д) $-\frac{5}{7} < -\frac{*}{7}$;

б) $-5*83 > -5183$; г) $-999{,}* > -999{,}1$; е) $-\frac{*}{8} > -\frac{3}{4}$?

5.120 Расположите числа 2,8; 0,5; 0; −1; −1,1; 0,1 и −1,6:

а) в порядке возрастания; б) в порядке убывания.

5.121 За контрольную работу 6 человек получили оценку «5», 10 человек — «4», а остальные четверо — «3». Сколько процентов всех учащихся получили оценку «5», сколько — «4» и сколько — «3»?

5.122 Найдите неизвестный член пропорции $\frac{7}{9} : 3{,}1 = x : 9{,}3$.

5.123 Вычислите: $\dfrac{\left(4{,}4 - 4{,}15 + 1\frac{7}{15} + \frac{7}{60}\right) : 3\frac{2}{3}}{\left(3\frac{1}{2} - 2{,}75\right) : 0{,}2 - 2\frac{1}{2}}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Сравнение чисел

1 Сравните числа пять и минус сто.
2 Сравните числа нуль и минус пятнадцать.
3 Запишите в виде неравенства предложение «Число «эм» положительное».
4 Сравните числа «ка» и минус «ка», если «ка» — отрицательное число.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

5 Любое отрицательное число меньше нуля.

6 Модуль отрицательного числа — число положительное.

7 На координатной прямой число минус пятнадцать расположено левее числа минус пять.

8 Модуль числа «эм» равен расстоянию (в единичных отрезках) от начала отсчёта до точки с координатой «эм».

30. Изменение величин

Температура может как повышаться, так и понижаться. Пусть, например, утром температура воздуха была 3 °С, в середине дня достигла 9 °С, а вечером стала 7 °С. За первую половину дня температура повысилась на 6 °С, а за вторую половину дня понизилась на 2 °С. Повышение температуры выражают положительными числами, а понижение — отрицательными. Так, если температура повысилась на 6 °С, то говорят, что её изменение равно 6 °С или +6 °С, если понизилась на 2 °С, то говорят, что её изменение равно –2 °С.

Длина пружины может как увеличиваться, так и уменьшаться. Увеличение длины пружины будем выражать положительными числами, а уменьшение — отрицательными.

Точка на координатной прямой может перемещаться влево или вправо по этой прямой. Перемещение точки вправо обозначают положительными числами, а перемещение влево — отрицательными (рис. 70).

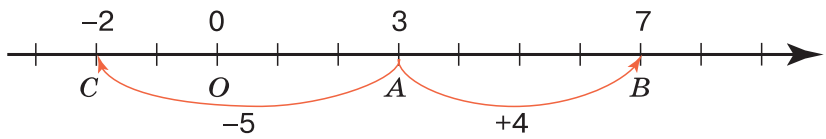


Рис. 70

Таким образом, *увеличение любой величины можно выразить положительными числами, а уменьшение — отрицательными.*

- В каком случае изменение температуры положительно, а в каком случае — отрицательно?
- Что значит отрицательное изменение длины пружины?
- Что означает положительное перемещение точки по координатной прямой и что означает отрицательное перемещение точки по этой прямой?
- Каким числом выражается перемещение точки на координатной прямой влево и каким — вправо?

К

5.124 Объясните смысл предложения:

а) изменение температуры равно t °C, если $t = 28; -30; -8; 4{,}5; -1{,}7$;

б) изменение длины пружины равно x мм, если $x = -10; 12; -9; -4$.

5.125 Изменение температуры равно m °C. Чему равно m, если температура:

а) понизилась на 6 °C; в) повысилась на 60 °C;

б) повысилась на 3,6 °C; г) понизилась на 3,4 °C?

5.126 Изменение длины пружины равно c мм. Чему равно c, если длина пружины:

а) увеличилась на 6 мм; в) уменьшилась на 23 мм;

б) уменьшилась на 5 мм; г) увеличилась на 18 мм?

5.127 Прочитайте показания термометров, изображённых на рисунке 71. Какую температуру будет показывать каждый из этих термометров, если температура изменится:

а) на −1 °C; б) на 1 °C; в) на 2 °C; г) на −2 °C?

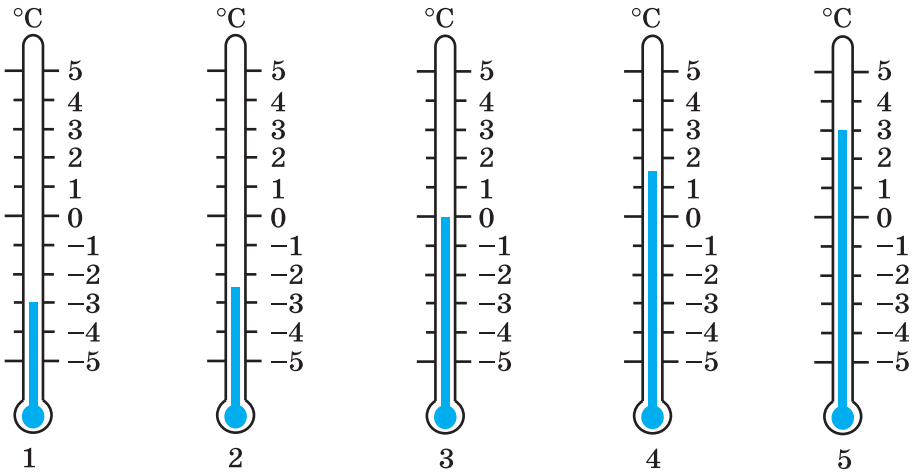


Рис. 71

5.128 Отметьте на координатной прямой точку $A(2)$. Укажите:

а) точку B, в которую перейдёт точка A при перемещении на -6;

б) точку C, в которую перейдёт точка A при перемещении на 6;

в) точку D, в которую перейдёт точка A при перемещении на -7;

г) точку E, в которую перейдёт точка A при перемещении на 3.

Назовите координаты точек B, C, D и E.

5.129 На сколько единиц переместилась точка $P(4)$ по координатной прямой, если она попала в точку $K(-2)$? А если она попала в точку $T(6)$?

5.130 С помощью рисунка 72 найдите значение неизвестного числа x.

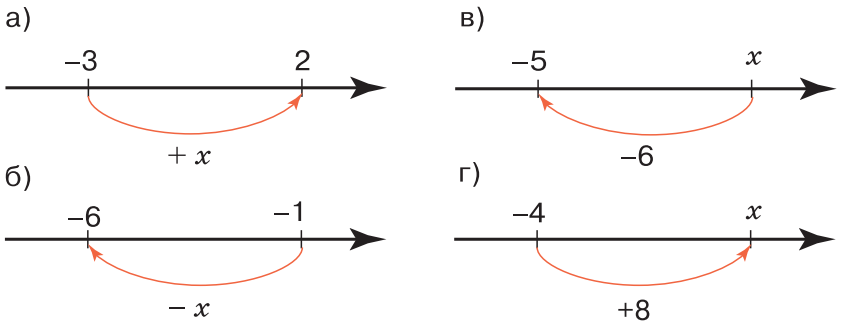


Рис. 72

П

5.131 Среди чисел 1,6; $-2\frac{1}{8}$; 0; $-\left(-\frac{3}{7}\right)$; 12; −19 укажите числа: а) положительные; б) отрицательные; в) неположительные; г) неотрицательные; д) не являющиеся ни положительными, ни отрицательными.

5.132 Верно ли неравенство: $a > b$; $d < a$; $b > c$; $a > c$; $d > b$ (рис. 73)?

Рис. 73

5.133 На рисунке 74 под цифрой 1 показан вид фигуры спереди, а под цифрой 2 — вид сверху. Какая это может быть фигура?

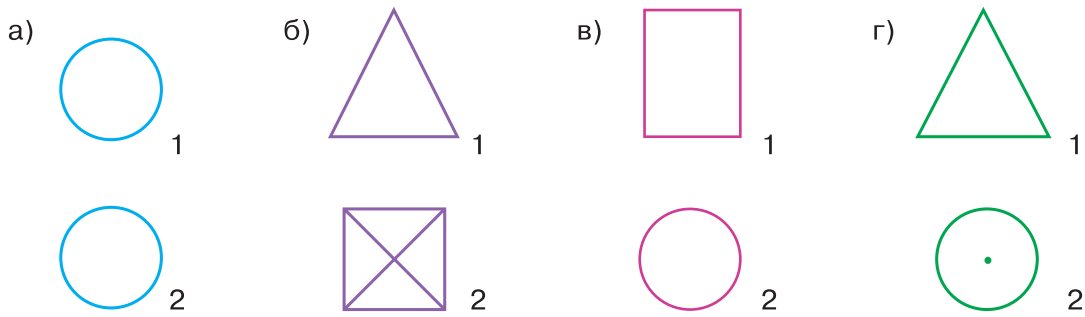


Рис. 74

5.134 Сравните числа:

а) 0 и 800;

б) −45 и −20;

в) −68 и 0;

г) $-\frac{2}{9}$ и $-\frac{5}{9}$;

д) $-\frac{5}{12}$ и $-\frac{11}{18}$;

е) $-\frac{3}{5}$ и $-\frac{8}{15}$;

ж) −3,11 и −3,1;

з) −4,5 и 2,4;

и) −0,708 и −1.

5.135 Какие целые числа заключены между числами:

а) −4,8 и 2,85;

б) −3,11 и 3,1;

в) −5,3 и −1,2;

г) $-2\frac{2}{7}$ и $3\frac{1}{5}$;

д) $-8\frac{1}{7}$ и $-3\frac{2}{5}$;

е) $-3\frac{1}{4}$ и $-\frac{3}{4}$?

5.136 Назовите какое-нибудь число, которое:

а) меньше $\frac{3}{5}$, но больше $\frac{2}{5}$;

б) меньше $-\frac{5}{7}$, но больше $-\frac{6}{7}$;

в) меньше 0,17, но больше 0,16.

5.137 Из всего собранного зерна пшеница составляла 80 %, причём 70 % этой пшеницы была пшеница твёрдых сортов. Сколько тонн зерна было собрано, если твёрдой пшеницы было собрано 560 т?

5.138 Под строительство спортивной площадки отвели поле прямоугольной формы площадью 9200 м^2 и шириной 80 м. По периметру участка планируется сделать беговые дорожки шириной 5 м, а в центральной части — футбольное поле. Найдите периметр и площадь футбольного поля.

Д

5.139 В воскресенье утром температура воздуха была −2 °С. Какой стала температура воздуха в понедельник, если за сутки она изменилась:

а) на −5 °С; б) на 3 °С; в) на 2 °С?

5.140 Отметьте на координатной прямой точку $C(-4)$. Укажите точку B, в которую перейдёт точка C при перемещении по координатной прямой на −3, и точку D, в которую перейдёт точка C при перемещении на +9.

5.141 Отметьте на координатной прямой точку $M(-4)$. После перемещения по координатной прямой она попала в точку $C(3)$. Чему равно перемещение?

5.142 Для поощрения участников математического конкурса были куплены линейки, угольники и транспортиры. Линейки составляли $\frac{4}{9}$ всех инструментов, а угольники — 0,6 оставшихся инструментов. Сколько инструментов было куплено, если транспортиров оказалось 36 штук?

5.143 Найдите значение выражения:

а) $(8{,}74 + 0{,}66 : 13{,}2 - 3{,}79) \cdot 0{,}31$;

б) $(9{,}68 - 0{,}77 : 15{,}4 + 0{,}87) \cdot 4{,}2$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа
Изменение величин

1 Сравните числа минус пять и минус восемь.

2 Найдите сумму модуля минус девяти и модуля трёх.

3 Решите уравнение $|k| = -7$.

4 Запишите, какое изменение уровня воды в реке, если он понизился на десять сантиметров.

5 Длина пружины была равна двадцати сантиметрам, а затем изменилась на минус два сантиметра. Какой стала длина этой пружины?

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

6 Если температура изменилась на минус три градуса, значит, она понизилась на три градуса.

7 На координатной прямой между числами минус три и два расположены целые числа минус два, минус один и единица.

8 Точка $M(-2)$ при перемещении на минус два перейдёт в точку с координатой минус четыре.

Словарный диктант

Запишите математические термины:

1. Изм...нение
2. К...рд...ната точки
3. Пр...мая
4. П...л...жительное число
5. П...вышение
6. Н...чало от...чёта
7. Модул... ч...сла
8. Пр...т...воположные числа

Отрицательные числа появились значительно позже натуральных чисел и обыкновенных дробей. Первые сведения об отрицательных числах встречаются у китайских математиков во II в. до н. э. Положительные числа тогда толковались как имущество, а отрицательные — как долг, недостача.

Но ни египтяне, ни вавилоняне, ни древние греки отрицательных чисел не знали. Лишь в VII в. индийские математики начали широко использовать отрицательные числа, но относились к ним с некоторым недоверием.

В Европе отрицательными числами начали пользоваться с XII—XIII вв., но до XVI в., как и в древности, они понимались как долги, большинство учёных считали их «ложными», в отличие от положительных чисел — «истинных».

Признанию отрицательных чисел способствовали работы французского математика, физика и философа Рене́ Дека́рта (1596—1650). Он предложил геометрическое истолкование положительных и отрицательных чисел — ввёл координатную прямую (1637).

Окончательное и всеобщее признание как действительно существующие отрицательные числа получили лишь в первой половине XVIII в. Тогда же утвердилось и современное обозначение для отрицательных чисел.

§ 6. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел

31. Сложение чисел с помощью координатной прямой

Пусть температура воздуха равна 8 °С. Если она изменится на 3 °С (т. е. повысится на 3 °С), то она станет равной 11 °С (рис. 75): 8 + 3 = 11. Таким образом, температура стала равной сумме первоначального значения и изменения.

Пусть температура воздуха равна 8 °С. Если она изменится на –3 °С (т. е. понизится на 3 °С), то она станет равной 5 °С (рис. 76). Будем и в этом случае записывать результат в виде суммы первоначального значения и изменения: 8 + (–3) = 5.

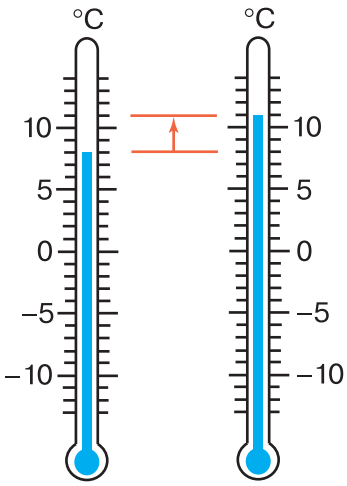


Рис. 75

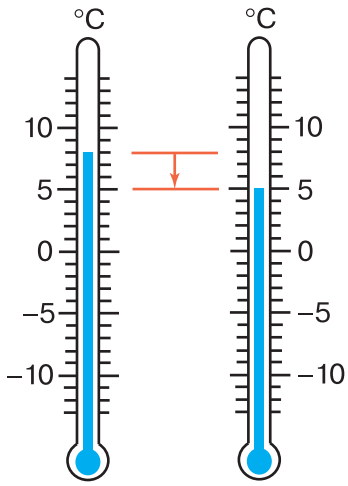


Рис. 76

На рисунке 77 показано сложение числа 8 с числами 3 и –3 на координатной прямой.

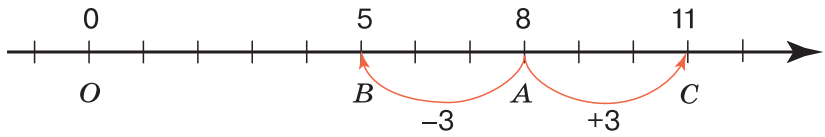


Рис. 77

Прибавить к числу a число b — значит изменить число a на b единиц.

Любое число от прибавления положительного числа увеличивается, а от прибавления отрицательного числа уменьшается.

Пример 1. Найдём сумму –7 и 4.

Решение. На рисунке 78 видно, что при перемещении точки $A(-7)$ на 4 единицы, т. е. на 4 единицы вправо, она переходит в точку $B(-3)$. Значит, $(-7) + 4 = -3$.

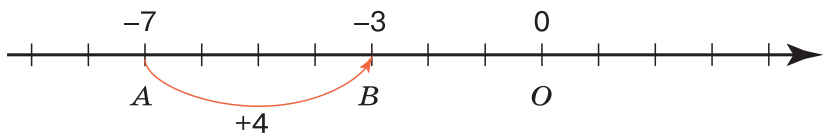


Рис. 78

Пример 2. Найдём сумму чисел –2 и –4.

Решение. На рисунке 79 видно, что при перемещении точки $A(-2)$ на -4 единицы, т. е. на 4 единицы влево, она переходит в точку $C(-6)$. Значит, $(-2) + (-4) = -6$.

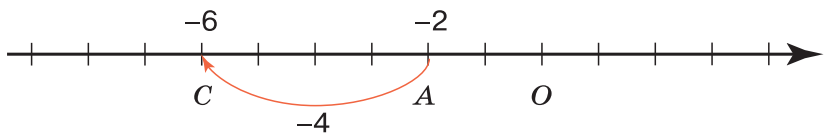


Рис. 79

Пример 3. Найдём сумму чисел 4 и -4.

Решение. На рисунке 80 видно, что при перемещении точки $A(4)$ на 4 единицы влево она переходит в начало координат $O(0)$. Значит, $4 + (-4) = 0$.

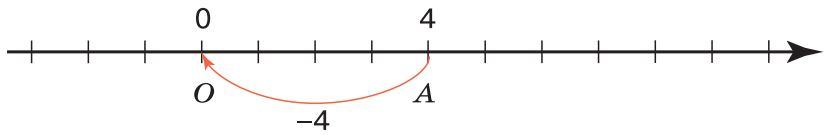


Рис. 80

Сумма двух противоположных чисел равна нулю:

$$a + (-a) = 0.$$

Пример 4. Найдём сумму чисел –5 и 0.

Решение. Прибавить к числу –5 число 0 — значит изменить число –5 на 0. Другими словами, оставить число –5 без изменения. Поэтому (–5) + 0 = –5.

От прибавления нуля число не изменяется:

$$a + 0 = a.$$

- Что значит прибавить к числу a число b?
- К числу a прибавили число b. Как изменится число a, если b положительное; если b отрицательное; если $b = 0$?
- Чему равна сумма противоположных чисел? Запишите вывод в виде равенства, содержащего букву.

К

6.1 Найдите с помощью координатной прямой сумму чисел:

а) –1 и 2; в) –3 и –6; д) –5 и 6;
б) 3 и –4; г) 1 и –5; е) –3 и –2.

Сумму, в которую входят отрицательные числа, читают так:
(–4) + (–6) — сумма минус четырёх и минус шести,
— к минус четырём прибавить минус шесть.

6.2 Выполните сложение чисел:

а) 4 и 0; в) –5 и 0; д) 7 и –7;
б) 0 и –3; г) –3 и 3; е) 0 и 1.

6.3 Найдите значение выражения:

а) 123 – (–72 + 72); в) (–3,9 + 3,9) + (–9,1);
б) –405 + (0 + 405); г) 0 + (4,8 + (–4,8)).

6.4 На координатной прямой отмечены числа a и $a + 1$ (рис. 81). Изобразите на этой же прямой числа:

а) $a + 2$; б) $a + (-3)$; в) $a + (-4{,}5)$; г) $a + \left(-\frac{1}{2}\right)$.

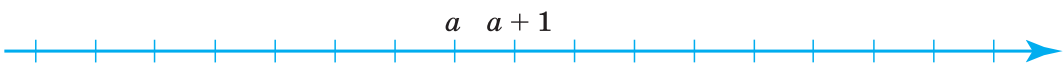


Рис. 81

6.5 На координатной прямой точке A соответствует число $a + 4$, а точке B — число $a + (-4)$. Какое число соответствует середине отрезка AB?

6.6 Температура воздуха была –2 °С. Какой стала температура воздуха, когда она изменилась на 3 °С; на 1 °С; на 2 °С; на –3 °С; на 5 °С; на –4 °С? Сложение чисел выполняйте с помощью координатной прямой.

6.7 С помощью координатной прямой найдите значение выражения:

а) –6 + 4 – 9; в) –1 – 5 + 9; д) –3 + 7 – 8;
б) 8 – 12 + 4; г) –2 – 3 + 5; е) 1 – 6 + 10.

6.8 По геометрической модели, представленной на рисунке 82, найдите значения x и y.

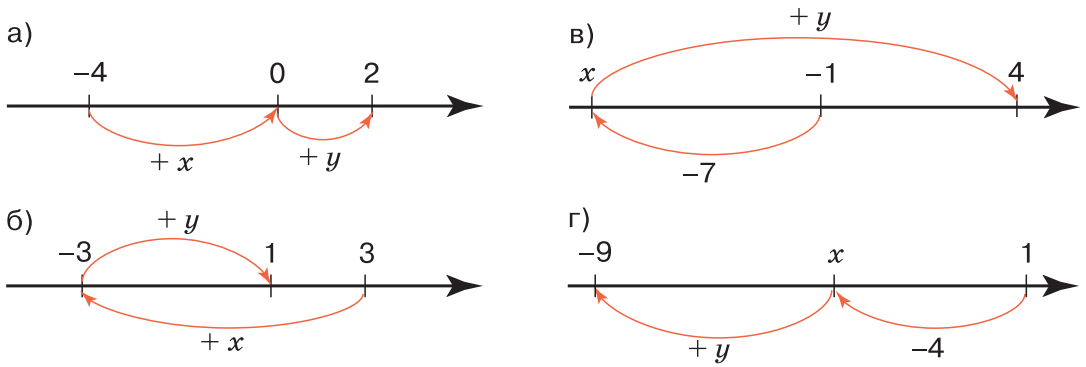


Рис. 82

6.9 С помощью координатной прямой решите уравнение:

а) $-5 + x = -1$; в) $3 + x = -2$;
б) $x + (-4) = 1$; г) $x + 2 = -2$.

П

6.10 Вычислите устно:

а) $3 : 6 \cdot 8 - 1{,}8 - 0{,}18 = ?$

б) $0{,}4 \cdot 4 + 5{,}2 - 2 : 6 = ?$

в) $2 : \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{12} - \frac{1}{4} = ?$

г) $1 - \frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = ?$

6.11 Назовите координаты точек A, K, C, D, M и B (рис. 83).

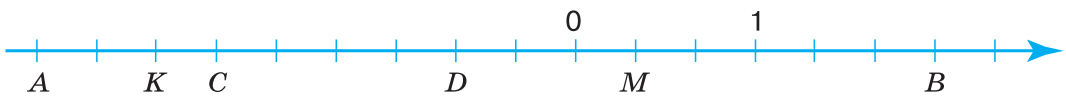


Рис. 83

6.12 Какие числа на координатной прямой удалены:

а) от числа 4 на 5 единиц;
б) от числа −1 на 3 единицы;
в) от числа −6 на 4 единицы;
г) от числа 3 на 2 единицы?

6.13 Сколько целых чисел расположено между числами −50,5 и 50,5?

6.14 Может ли быть положительным, отрицательным, нулём число, записанное в виде:

а) $-a$; б) $-(-a)$?

6.15 Найдите сумму:

а) $|-7| + |-3|$;

б) $|-2{,}3| + |-0{,}8|$;

в) $\left|-\frac{3}{7}\right| + \left|-\frac{2}{7}\right|$;

г) $\left|-\frac{3}{4}\right| + \left|-\frac{1}{8}\right|$.

6.16 Сравните числа:

а) $-5{,}2$ и $-3{,}7$;

б) $-\frac{5}{7}$ и $-\frac{6}{7}$;

в) $-3\frac{1}{2}$ и -1;

г) $-\frac{3}{4}$ и $-\frac{7}{8}$.

6.17 На тренировке 84 % всех выстрелов биатлониста попали в цель. Сколько было сделано выстрелов, если в цель он попал 168 раз?

6.18 От провода длиной 13 м отрезали 30 % его длины. Сколько метров провода осталось?

6.19 На праздник Вася подарил маме букет из 15 тюльпанов. Через некоторое время 6 тюльпанов завяли и их выбросили. Сколько процентов всех тюльпанов осталось в букете?

6.20 Стенной шкаф имеет высоту 1,8 м. Его глубина составляет 30 % высоты, а ширина — 250 % глубины. Найдите объём шкафа.

6.21 Выполните действия:

1) $61{,}7 \cdot 52{,}1 - 43{,}6 \cdot ((119{,}62 + 218{,}48) : 13{,}8)$;
2) $73{,}2 \cdot 48{,}3 - 37{,}4 \cdot ((166{,}02 + 219{,}38) : 16{,}4)$.

6.22 На фотографии видны две башни Московского Кремля — Арсенальная и Тайницкая. Рассмотрите форму отдельных их частей: использованы ли архитекторами известные вам фигуры — призма, цилиндр, пирамида, конус?

Проверьте, нет ли элементов, размеры которых находятся в отношении золотого сечения.

Д

6.23 Найдите с помощью координатной прямой сумму чисел:

а) -4 и 5;
б) 3 и -2;
в) -6 и 8;
г) -7 и 0;
д) 8 и -8;
е) -6 и -5;
ж) 0 и -3;
з) -1 и -8.

6.24 В шестых классах школы 80 учащихся. Из них отличники составляют 21,25 %. В пятых классах — 90 учащихся, из которых 20 % составляют отличники. В каких классах больше отличников и на сколько человек?

6.25 Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, длина которого 21 см, а ширина составляет $\frac{3}{7}$ длины и 30 % высоты.

6.26 Найдите значение выражения:

а) $(203 - 20{,}809 - 150 + 83{,}079) : (1{,}3472 + 1{,}1528)$;
б) $30{,}3 \cdot (124{,}9 - (48{,}96 : 6{,}8 + 36{,}04) : 9{,}2)$.

32. Сложение отрицательных чисел

Пусть температура воздуха была равна –6 °C, а потом она изменилась на –3 °C (т. е. понизилась на 3 °C). Тогда она станет равной –6 + (–3) градусам (рис. 84).

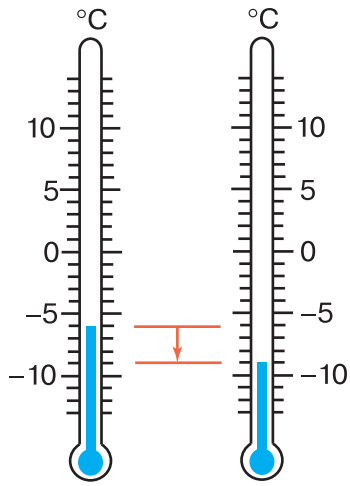


Рис. 84

Чтобы сложить числа –6 и –3 с помощью координатной прямой, надо точку $A(-6)$ переместить влево на 3 единичных отрезка (рис. 85). Получим точку $B(-9)$.

Значит, $-6 + (-3) = -9$.

Но $9 = 6 + 3$, причём $6 = |-6|$, а $3 = |-3|$.

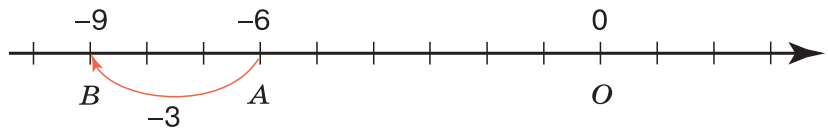


Рис. 85

сложение отрицательных чисел

Чтобы сложить два отрицательных числа, надо:

1) сложить их модули;

2) поставить перед полученным числом знак «–».

Например, $-8{,}7 + (-3{,}5) = -(8{,}7 + 3{,}5) = -12{,}2$;

$$-2\frac{1}{4} + \left(-3\frac{1}{8}\right) = -\left(2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{8}\right) = -\left(2\frac{2}{8} + 3\frac{1}{8}\right) = -5\frac{3}{8}.$$

- Сформулируйте правило сложения отрицательных чисел.
- Может ли при сложении отрицательных чисел получиться нуль? отрицательное число?

К

6.27 Число –2 изменили на –5. С какой стороны от начала отсчёта расположено полученное число? Чему равно его расстояние от начала отсчёта? Чему равна сумма чисел –2 и –5?

6.28 В первую половину ночи температура изменилась на –5 °C, во вторую — на –4° C. На сколько градусов изменилась температура за ночь?

6.29 Выполните сложение:

а) $-35 + (-9)$; в) $-17 + (-8)$; д) $-48 + (-52)$;
б) $-7 + (-14)$; г) $-5 + (-238)$; е) $-9 + (-16)$.

6.30 Поставьте вместо звёздочки знак $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-17 + (-31) * -17$; в) $-45 * -5 + (-45)$;
б) $-22 + (-35) * -35$; г) $-1 * -1 + (-13)$.

6.31 Сравните значение выражения с данным числом:

а) $-45 + (-55)$ и -100; б) $-67 + (-39)$ и -105; в) $-136 + (-144)$ и -290.

6.32 Найдите значение выражения $x + y + (-16)$, если:

а) $x = -17$, $y = -29$; б) $x = -91$, $y = -74$; в) $x = -34$, $y = -25$.

6.33 Выполните сложение:

а) $-1{,}6 + (-4{,}7)$; в) $-8{,}8 + (-4{,}2)$; д) $-2{,}27 + (-0{,}73)$;
б) $-5{,}6 + (-2{,}4)$; г) $-1{,}75 + (-8{,}25)$; е) $-0{,}08 + (-1{,}94)$.

6.34 Сравните:

а) $-1{,}2 + (-0{,}5)$ и $-1{,}6$; б) $-3{,}6$ и $-0{,}9 + (-2{,}7)$; в) $-4{,}5 + (-3{,}6)$ и $-7{,}2$.

6.35 Вычислите удобным способом:

а) $-2{,}5 + (-0{,}87) + (-7{,}5)$;
б) $-4{,}7 + (-3{,}9) + (-1{,}1)$;
в) $-0{,}37 + (-1{,}53) + (-0{,}1)$.

6.36 Выполните сложение:

а) $-\frac{3}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right)$; б) $-\frac{5}{9} + \left(-\frac{1}{3}\right)$; в) $-\frac{4}{5} + \left(-\frac{2}{3}\right)$; г) $-\frac{2}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right)$.

6.37 Выполните сложение:

а) $-1\frac{1}{2} + \left(-2\frac{1}{2}\right)$; б) $-4\frac{3}{7} + \left(-1\frac{1}{4}\right)$; в) $-5\frac{7}{12} + \left(-2\frac{3}{4}\right)$; г) $-1\frac{3}{8} + \left(-2\frac{5}{6}\right)$.

6.38 Найдите значение выражения:

а) $(-0{,}251 + (-0{,}37)) + (-0{,}2 + (-0{,}152))$;

б) $\left(-3\frac{3}{8} + \left(-4\frac{1}{4}\right)\right) + \left(-1\frac{5}{6} + \left(-2\frac{5}{12}\right)\right)$.

П

6.39 Вычислите устно:

а)
$$\begin{array}{r} 2 : 4 \\ \cdot\ 3 \\ -\ 1{,}2 \\ :\ 0{,}1 \\ \hline ? \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 6 \cdot 0{,}6 \\ +\ 1{,}2 \\ :\ 0{,}4 \\ \cdot\ 0{,}3 \\ \hline ? \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \\ :\ \frac{1}{2} \\ \cdot\ \frac{3}{7} \\ \hline ? \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \\ \cdot\ 1\frac{1}{3} \\ -\ \frac{5}{6} \\ \hline ? \end{array}$$

6.40 Расположите числа -15; $-8{,}8$; 3; $-\frac{3}{5}$; $-\frac{2}{7}$; $5{,}5$; $\frac{2}{3}$; $-10\frac{3}{7}$; 0; $-10\frac{2}{7}$; $-8{,}2$; 1 в порядке убывания.

6.41 Известно, что x и y — положительные числа. Сравните:

а) 0 и x; в) $-x$ и y; д) $|x|$ и $-x$; ж) $-x$ и $|y|$;

б) $-y$ и 0; г) y и $-x$; е) $|y|$ и y; з) $|-x|$ и $-y$.

6.42 При каких значениях m верно неравенство:

а) $m > -m$; б) $-m > m$; в) $m > m + m$?

6.43 На координатной прямой отмечены точки $A(x)$ и $B(y)$. Найдите координату середины C отрезка AB, если:

а) $x = 4$, $y = 8$; б) $x = -2$, $y = -4$; в) $x = -3$, $y = 5$.

6.44 Объём цилиндра равен произведению площади одного его основания и высоты. Объём конуса в 3 раза меньше объёма цилиндра с такими же основанием и высотой (рис. 86). Вычислите объём цилиндра и объём конуса, у которых высоты по 12 см и радиусы оснований по 2 см.

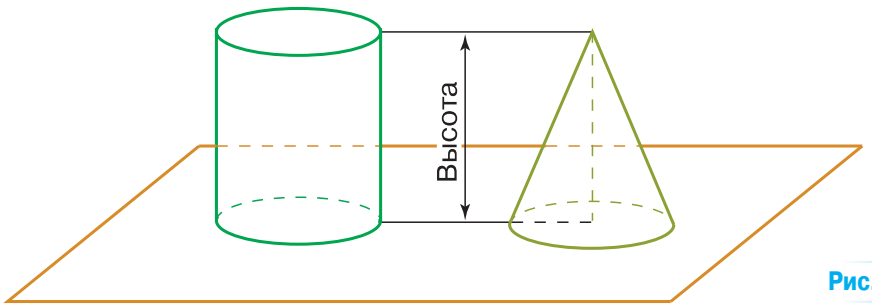


Рис. 86

6.45 Выполните действия:

1) $\left(\left(169{,}68 : 5\frac{3}{5} - 22\frac{4}{5}\right) \cdot 9\frac{2}{5} + 9{,}7\right) \cdot 22{,}5$;

2) $\left((253{,}26 : 6{,}3 - 31{,}7) \cdot 8\frac{3}{5} + 7\frac{2}{5}\right) \cdot 32\frac{3}{5}$.

Д

6.46 Выполните сложение:

а) $-46 + (-18)$; в) $-144 + (-56)$; д) $-5{,}8 + (-1{,}8)$;

б) $-8 + (-12)$; г) $-6{,}4 + (-3{,}6)$; е) $-3{,}74 + (-1{,}74)$.

6.47 Выполните сложение:

а) $-\frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right)$; в) $-\frac{4}{5} + \left(-\frac{5}{6}\right)$; д) $-1\frac{2}{5} + (-2{,}8)$;

б) $-\frac{2}{3} + \left(-\frac{3}{5}\right)$; г) $-3\frac{1}{7} + \left(-1\frac{3}{14}\right)$; е) $-1\frac{1}{3} + (-2{,}25)$.

6.48 Найдите значение выражения:

а) $\left(-3{,}25 + \left(-1\frac{3}{4}\right)\right) + \left(-1\frac{2}{3} + \left(-1\frac{4}{9}\right)\right)$; б) $\left(-\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{15}\right)\right) + \left(-1{,}85 + (-1{,}35)\right)$.

6.49 Сплавили кусок меди, объём которого 15 см^3, и кусок цинка, объём которого 10 см^3. Чему равна масса 1 см^3 сплава, если масса 1 см^3 меди 8,9 г, а масса 1 см^3 цинка 7,1 г? Результат округлите до десятых долей грамма.

6.50 В бассейн налили 1400 м^3 воды, что составляет 35 % объёма всего бассейна. Чему равен объём всего бассейна?

6.51 Решите уравнение:

а) $\frac{2}{3}x + \frac{4}{9}x = 3{,}2$; б) $\frac{5}{12}x - \frac{4}{15}x = 0{,}51$; в) $x - 0{,}2x = \frac{8}{15}$; г) $x + 1{,}4x = \frac{6}{25}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Сложение отрицательных чисел

Найдите сумму **(1—3)**:

1 Минус восемнадцати и нуля.
2 Минус шести и минус трёх.
3 Минус десяти и десяти.

4 Число минус восемь изменили на минус шесть. Какое число получили?
5 Какое число нужно прибавить к минус семи, чтобы получить минус пятнадцать?

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

6 Любое число от прибавления отрицательного числа увеличивается.
7 Модуль суммы минус трёх и минус четырёх равен семи.
8 Сумма двух отрицательных чисел меньше каждого из слагаемых.

33. Сложение чисел с разными знаками

Если температура воздуха была равна 9 °С, а потом она изменилась на –6 °С (т. е. понизилась на 6 °С), то она стала равной 9 + (–6) градусам (рис. 87).

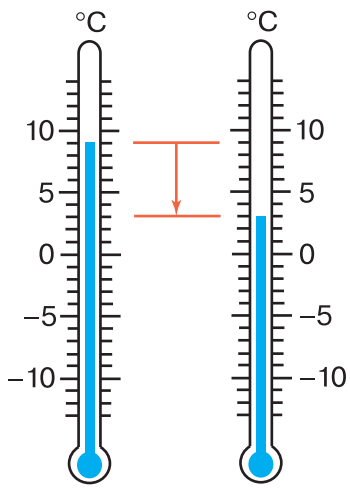


Рис. 87

Чтобы сложить числа 9 и –6 с помощью координатной прямой, надо точку $A(9)$ переместить влево на 6 единичных отрезков (рис. 88). Получим точку $B(3)$.

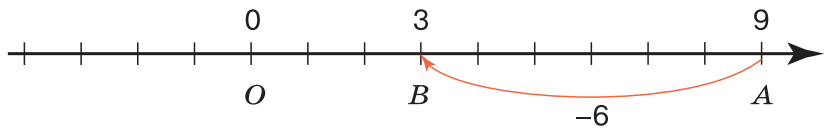


Рис. 88

Значит, 9 + (–6) = 3. Число 3 имеет тот же знак, что и слагаемое 9, а его модуль равен разности модулей слагаемых 9 и –6.

Действительно, $|3| = 3$ и $|9| - |-6| = 9 - 6 = 3$.

Если та же температура воздуха 9 °С изменилась на –12 °С (т. е. понизилась на 12 °С), то она стала равной 9 + (–12) градусам (рис. 89).

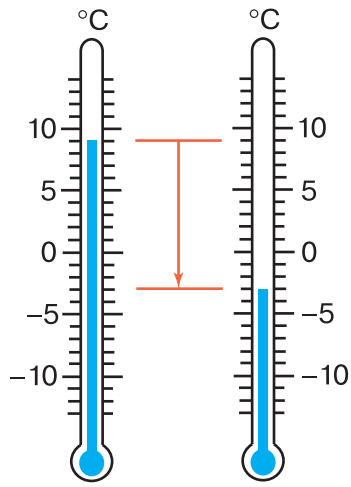


Рис. 89

Сложив числа 9 и –12 с помощью координатной прямой (рис. 90), получим 9 + (–12) = –3. Число –3 имеет тот же знак, что и слагаемое –12, а его модуль равен разности модулей слагаемых –12 и 9.

Действительно, $|-3| = 3$ и $|-12| - |-9| = 12 - 9 = 3$.

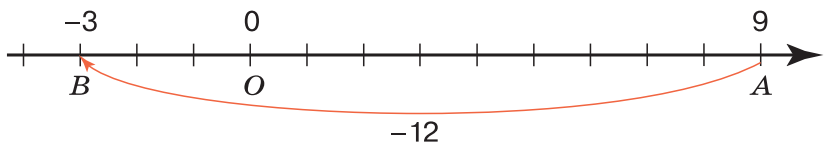


Рис. 90

сложение чисел с разными знаками

Чтобы сложить два числа с разными знаками, надо:

1) из большего модуля слагаемых вычесть меньший;

2) поставить перед полученным числом знак того слагаемого, модуль которого больше.

Обычно сначала определяют и записывают знак суммы, а потом находят разность модулей.

Например:

1) $6{,}1 + (-4{,}2) = +(6{,}1 - 4{,}2) = 1{,}9$, или, короче,
$6{,}1 + (-4{,}2) = 6{,}1 - 4{,}2 = 1{,}9$;

2) $-3\frac{2}{7} + 4\frac{5}{7} = 4\frac{5}{7} - 3\frac{2}{7} = 1\frac{3}{7}$;

3) $2{,}7 + (-3{,}4) = -(3{,}4 - 2{,}7) = -0{,}7$;

4) $-8\frac{4}{5} + 2\frac{1}{3} = -\left(8\frac{4}{5} - 2\frac{1}{3}\right) = -\left(8\frac{12}{15} - 2\frac{5}{15}\right) = -6\frac{7}{15}$.

При сложении положительных и отрицательных чисел можно использовать калькулятор. Чтобы ввести отрицательное число на калькуляторе, надо ввести модуль этого числа, потом нажать клавишу «изменение знака» [±] или [+/–]. Например, чтобы ввести число –56,81, надо последовательно нажимать клавиши: [5], [6], [·], [8], [1], [±].

Операции над числами любого знака выполняются на калькуляторе так же, как над положительными числами.

Например, сумму –6,1 + 3,8 вычисляют по алгоритму [6] [·] [1] [±] [+] [3] [·] [8] [=].

Короче этот алгоритм пишут так: –6.1 [+] 3.8 [=].

- Числа a и b имеют разные знаки. Какой знак будет иметь сумма этих чисел, если больший модуль имеет отрицательное число? если меньший модуль имеет отрицательное число? если больший модуль имеет положительное число? если меньший модуль имеет положительное число?
- Сформулируйте правило сложения чисел с разными знаками.
- Как ввести в калькулятор отрицательное число?

К

6.52 Число 6 изменили на –10. С какой стороны от начала отсчёта расположено получившееся число? На каком расстоянии от начала отсчёта оно находится? Чему равна сумма 6 и –10?

6.53 Число 10 изменили на –6. С какой стороны от начала отсчёта расположено получившееся число? На каком расстоянии от начала отсчёта оно находится? Чему равна сумма 10 и –6?

6.54 Число –10 изменили на 3. С какой стороны от начала отсчёта расположено получившееся число? На каком расстоянии от начала отсчёта оно находится? Чему равна сумма –10 и 3?

6.55 Число –10 изменили на 15. С какой стороны от начала отсчёта расположено получившееся число? На каком расстоянии от начала отсчёта оно находится? Чему равна сумма –10 и 15?

6.56 В первую половину дня температура изменилась на –4 °С, а во вторую — на +12 °С. На сколько градусов изменилась температура в течение дня?

6.57 Выполните сложение:

а) $26 + (-6)$; в) $-17 + 30$; д) $-9 + 10$;
б) $-70 + 50$; г) $80 + (-120)$; е) $-100 + 99$.

6.58 Сравните значения выражений:

а) $-32 + 30$ и $30 + (-32)$; в) $26 + (-36)$ и $-26 + 36$.
б) $-12 + 18$ и $-12 + (-18)$;

6.59 Найдите значение выражения:

а) $-35 + 70 + (-21)$; б) $44 + (-55) + (-9)$; в) $14 + (-67) + 42$.

6.60 Угадайте корень уравнения и выполните проверку:

а) $x + (-3) = -11$; в) $m + (-12) = 2$;
б) $-5 + y = 15$; г) $3 + n = -10$.

6.61 Выполните сложение:

а) $-6{,}3 + 7{,}8$; в) $1 + (-0{,}39)$; д) $-4{,}1 + 0{,}1$; ж) $1{,}4 + (-5{,}6)$;
б) $-9 + 10{,}2$; г) $0{,}3 + (-1{,}2)$; е) $-2{,}2 + 1{,}8$; з) $5{,}8 + (-6)$.

6.62 Прибавьте:

а) к сумме -6 и -12 число 20;
б) к числу 2,6 сумму $-1{,}8$ и 5,2;
в) к сумме -10 и $-1{,}3$ сумму 5 и 8,7;
г) к сумме 11 и $-6{,}5$ сумму $-3{,}2$ и -6.

6.63 Какое из чисел 8; 7,1; $-7{,}1$; -7; $-0{,}5$ является корнем уравнения $-6 + x = -13{,}1$?

6.64 Выполните действия с помощью калькулятора:

а) $-3{,}2579 + (-12{,}308)$; г) $-3{,}8564 + (-0{,}8397) + 7{,}84$;
б) $7{,}8547 + (-9{,}239)$; д) $-0{,}083 + (-6{,}378) + 3{,}9834$;
в) $-0{,}00154 + 0{,}0837$; е) $-0{,}0085 + 0{,}00354 + (-0{,}00921)$.

6.65 Выполните сложение:

а) $\frac{5}{9} + \left(-\frac{8}{9}\right)$; в) $-\frac{5}{8} + \frac{3}{4}$; д) $-\frac{5}{12} + \frac{7}{9}$;

б) $\frac{3}{4} + \left(-\frac{2}{3}\right)$; г) $-\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$; е) $\frac{8}{15} + \left(-\frac{7}{10}\right)$.

6.66 Выполните сложение:

а) $5\frac{4}{9} + \left(-5\frac{4}{9}\right)$; в) $-1 + \frac{3}{8}$; д) $-1\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$; ж) $-2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5}$;

б) $2\frac{1}{4} + \left(-1\frac{1}{6}\right)$; г) $-3\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}$; е) $-\frac{3}{8} + 5\frac{1}{16}$; з) $2\frac{4}{7} + \left(-3\frac{5}{14}\right)$.

6.67 Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{2}{5} + (-0{,}5)\right) + \left(-1\frac{1}{4}\right)$; в) $-3{,}7 + \left(-5\frac{11}{30} + 3\frac{4}{15}\right)$;

б) $\left(0{,}6 + \frac{2}{3}\right) + \left(-2\frac{1}{15}\right)$; г) $\frac{2}{5} + \left(-1{,}7 + \frac{3}{5}\right)$.

П

6.68 Найдите значение суммы:

а) $-15 + (-38)$; г) $-\frac{3}{8} + \left(-\frac{1}{2}\right)$; ж) $-0{,}2 + \left(-\frac{1}{15}\right)$;

б) $-2{,}3 + (-3{,}9)$; д) $-0{,}25 + \left(-\frac{1}{2}\right)$; з) $\frac{3}{7} + 1 + \left(-\frac{3}{7}\right)$;

в) $-1\frac{2}{5} + \left(-2\frac{1}{5}\right)$; е) $-1 + \left(-\frac{1}{7}\right)$; и) $-12 + \left(-10\frac{14}{17}\right)$.

6.69 Найдите значение выражения:

а) $-1{,}2 + (-1{,}3 + (-1{,}4))$; б) $\left(-3\frac{3}{7} + \left(-2\frac{1}{14}\right)\right) + \left(-3\frac{1}{2}\right)$.

6.70 Сколько целых чисел расположено между числами:
а) 0 и 24; б) -12 и -3; в) -20 и 7?

6.71 Представьте число -10 в виде суммы двух отрицательных слагаемых так, чтобы:
а) оба слагаемых были целыми числами;
б) оба слагаемых были десятичными дробями;
в) одно из слагаемых было правильной обыкновенной дробью.

6.72 Чему равно расстояние (в единичных отрезках) между точками координатной прямой с координатами:

а) 0 и a; б) $-a$ и a; в) $-a$ и 0; г) a и $-3a$?

Ж

6.73 Радиусы географических параллелей земной поверхности, на которых расположены города Афины и Москва, соответственно равны 5040 км и 3580 км (рис. 91). На сколько параллель Москвы короче параллели Афин?

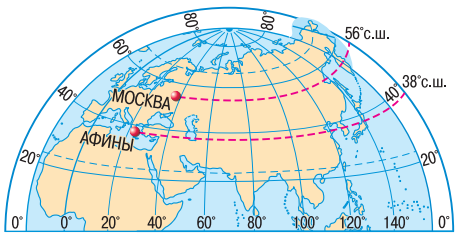


Рис. 91

6.74 Составьте уравнение для решения задачи: «Поле площадью 2,4 га разделили на два участка. Найдите площадь каждого участка, если известно, что один из участков:

а) на 0,8 га больше другого;
б) на 0,2 га меньше другого;
в) в 3 раза больше другого;
г) в 1,5 раза меньше другого;
д) составляет $\frac{2}{3}$ другого;
е) составляет 0,2 другого;
ж) составляет 60 % другого;
з) составляет 140 % другого».

6.75 Решите задачу:

1) В первый день путешественники проехали 240 км, во второй день — 140 км, в третий день они проехали в 3 раза больше, чем во второй, а в четвёртый день они отдыхали. Сколько километров они проехали в пятый день, если за 5 дней они проезжали в среднем по 230 км в день?

2) Фермер с двумя сыновьями поместили собранные яблоки на 4 стеллажа, в каждом по 9 ящиков, вмещающих 15 кг яблок. Фермер собрал 280 кг яблок, а младший сын — в 4 раза меньше. Сколько килограммов яблок собрал старший сын?

6.76 Выполните действия:

1) $(2{,}35 + 4{,}65) \cdot 5{,}3 : (40 - 2{,}9)$; 2) $(7{,}63 - 5{,}13) \cdot 0{,}4 : (3{,}17 + 6{,}83)$.

Д

6.77 Выполните сложение:

а) $17 + (-5)$; в) $-8 + (-43)$; д) $-0{,}5 + 6$; ж) $6{,}1 + (-8{,}3)$;
б) $-21 + 19$; г) $-15 + (-18)$; е) $-2{,}4 + (-3{,}2)$; з) $-3{,}84 + 4{,}16$.

6.78 Выполните сложение:

а) $-\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$; в) $\frac{5}{8} + \left(-\frac{7}{12}\right)$; д) $-2 + 1\frac{3}{4}$; ж) $2\frac{2}{3} + \left(-1\frac{5}{6}\right)$;

б) $-\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$; г) $-1 + \frac{3}{5}$; е) $3 + \left(-1\frac{2}{7}\right)$; з) $-5\frac{1}{3} + 4{,}5$.

6.79 Представьте в виде суммы двух равных слагаемых каждое из чисел: 10; -8; $-6{,}8$; $-\frac{2}{7}$; $-3\frac{1}{9}$; $1\frac{3}{5}$.

6.80 Найдите значение $a + b$, если:

а) $a = -1{,}6$, $b = 3{,}2$; б) $a = -2{,}6$, $b = 1{,}9$; в) $a = -\frac{5}{8}$, $b = \frac{3}{4}$.

6.81 На одном этаже жилого дома было 8 квартир. Жилую площадь по 22,8 м^2 имели 2 квартиры, по 16,2 м^2 — 3 квартиры, по 34 м^2 — 2 квартиры. Какую жилую площадь имела восьмая квартира, если на этом этаже в среднем на каждую квартиру приходилось по 24,7 м^2 жилой площади?

6.82 В составе товарного поезда было 42 вагона. Крытых вагонов было в 1,2 раза больше, чем платформ, а число цистерн составляло $\frac{3}{5}$ числа платформ. Сколько вагонов каждого вида было в составе поезда?

6.83 Найдите значение выражения $\dfrac{\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{21} + \frac{15}{28} : \frac{5}{84}}{5 : 0{,}5 - 9{,}36}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Сложение чисел с разными знаками

Найдите сумму **(1—3)**:

1 Минус восьми и пяти.

2 Минус двенадцати и пятнадцати.

3 Минус ста и ста.

4 Число минус шесть изменили на четыре. Какое число получили?

5 Какое число нужно прибавить к минус трём, чтобы получить четыре?

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

6 Сумма двух чисел с разными знаками всегда отрицательна.

7 Модуль суммы одиннадцати и минус пяти равен шести.

8 Сумма двух чисел с разными знаками на координатной прямой находится между слагаемыми.

34. Вычитание

Вычитание отрицательных чисел имеет тот же смысл, что и вычитание положительных чисел: по заданной сумме и одному из слагаемых находят другое слагаемое. Чтобы найти искомое слагаемое, можно прибавить к сумме число, противоположное известному слагаемому.

Например, 8 + 3 = 11, и потому 11 – 8 = 3. Но 11 + (–8) тоже равно 3.

вычитание отрицательных и положительных чисел

Чтобы из данного числа вычесть другое, *надо к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому: $a - b = a + (-b)$.*

Любое выражение, содержащее лишь знаки сложения и вычитания, можно рассматривать как сумму.

Например, $-18 - 14 = -18 + (-14)$; $-8 + 6 - k = -8 + 6 + (-k)$.

Разность двух чисел положительна, если уменьшаемое больше вычитаемого, и отрицательна, если уменьшаемое меньше вычитаемого. Если уменьшаемое и вычитаемое равны, то их разность равна нулю.

Задача. Чему равна длина отрезка AB, если $A(-5)$ и $B(9)$?

Решение. Длина отрезка AB показывает, на сколько единичных отрезков надо переместить вправо точку A, чтобы она перешла в точку B, т. е. сколько надо прибавить к числу –5, чтобы получилось число 9. Поэтому если обозначить длину отрезка AB буквой x, то $-5 + x = 9$.

Отсюда $x = 9 - (-5)$; $x = 14$.

Значит, длина отрезка равна 14 единичным отрезкам.

нахождение длины отрезка на координатной прямой

Чтобы найти длину отрезка на координатной прямой, *надо из координаты его правого конца вычесть координату его левого конца.*

- Что означает вычитание отрицательных чисел?
- Каким действием можно заменить вычитание числа a из числа b? Ответ запишите в виде соответствующего буквенного равенства.
- Как найти длину отрезка на координатной прямой?

К

6.84 За день температура воздуха изменилась на –12 °С и к вечеру стала равна –8 °С. Какой была температура утром?

6.85 Температура воздуха утром была 5 °С, а к вечеру она стала равной –2 °С. На сколько градусов изменилась температура воздуха за день?

6.86 Вчера термометр показывал x °С, сегодня температура понизилась на 12 °С. Какую температуру показывает термометр сегодня, если $x = 25; 12; 6; 0$? Решите задачу двумя способами: сложением и вычитанием.

6.87 Проверьте равенство $a - (-b) = a + b$, если:

а) $a = 18$, $b = 16$; в) $a = -2{,}3$, $b = -0{,}5$; д) $a = -\frac{5}{7}$, $b = \frac{2}{7}$;

б) $a = 44$, $b = -7$; г) $a = -4{,}8$, $b = 3{,}9$; е) $a = -3\frac{1}{12}$, $b = -2\frac{5}{12}$.

Разность, в которую входят отрицательные числа, читают так:
$(-7) - (-12)$ — разность минус семи и минус двенадцати,
— из минус семи вычесть минус двенадцать,
— от минус семи отнять минус двенадцать.

6.88 Выполните вычитание:

а) $10 - (-3)$; г) $-15 - (-15)$; ж) $-21 - (-19)$; к) $7 - 12$;
б) $12 - (-14)$; д) $-10 - (-11)$; з) $-56 - (-44)$; л) $-5 - 5$;
в) $9 - (-9)$; е) $-34 - (-35)$; и) $1 - 3$; м) $-28 - 8$.

6.89 Выполните действие:

а) $7{,}2 - (-1{,}2)$; д) $-1{,}4 - 1{,}4$; и) $0 - (-40{,}6)$;
б) $-3{,}4 - (-4{,}2)$; е) $5{,}05 - (-5{,}05)$; к) $0 - 64{,}8$.
в) $-5{,}6 - (-3{,}1)$; ж) $-7{,}62 - (-7{,}62)$;
г) $2{,}5 - 8{,}5$; з) $-0{,}21 - 0$;

6.90 Выполните вычитание:

а) $-\frac{2}{15} - \left(-\frac{7}{15}\right)$; в) $\frac{5}{12} - \left(-\frac{1}{12}\right)$; д) $\frac{1}{2} - \frac{4}{5}$; ж) $-\frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{9}\right)$;

б) $-\frac{7}{15} - \left(-\frac{2}{15}\right)$; г) $-\frac{4}{9} - \frac{2}{3}$; е) $-\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{6}\right)$; з) $\frac{3}{8} - \frac{5}{12}$.

6.91 Выполните действие:

а) $-1\frac{3}{8} - \frac{1}{4}$; в) $1\frac{3}{5} - \left(-2\frac{1}{6}\right)$; д) $-3\frac{1}{4} - 0{,}75$; ж) $1\frac{5}{11} - 2\frac{3}{22}$;

б) $\frac{3}{8} - 1\frac{1}{4}$; г) $-3\frac{7}{12} - \left(-1\frac{3}{8}\right)$; е) $-2{,}4 - \left(-1\frac{1}{3}\right)$; з) $-4\frac{4}{9} - \left(-3\frac{5}{6}\right)$.

6.92 Решите уравнение и выполните проверку:

а) $-2 + x = 4{,}3$; в) $5 - x = 1{,}7$; д) $z + \frac{7}{18} = -\frac{2}{3}$;

б) $8{,}1 + y = -6$; г) $4 - y = -2\frac{2}{3}$; е) $z + 0{,}4 = -1\frac{2}{3}$.

6.93 Представьте в виде суммы разность:

а) $-28 - (-32)$; б) $-28 - 32$; в) $28 - (-32)$; г) $-32 - (-28)$.

6.94 Представьте в виде суммы разность:

а) $x - 80$; б) $-30 - p$; в) $6 - (-a)$; г) $-m - (-9)$.

6.95 Назовите каждое слагаемое в сумме:

а) $-8 + x$; в) $-m - 25$; д) $-n + 9 - k$;
б) $7 - 6$; г) $10 - a + y$; е) $-a - b - c$.

6.96 Составьте сумму из следующих слагаемых:

а) $-x$; $-y$; $-4{,}8$; в) p; -20; 6; $-k$; $10{,}3$;
б) $1{,}5$; $-a$; b; $-c$; г) $-7{,}6$; m; $-n$; $-t$; $-l$.

6.97 Найдите значение выражения:

а) $(62 - 28) - 40$; в) $-6 - (-8 - 20)$;
б) $-50 + (37 + 30)$; г) $-7 - (-12 + 13)$.

6.98 Найдите значение выражения:

а) $4{,}1 - (-1{,}8 + 2{,}5)$; в) $(14{,}5 - 85) + 55{,}5$;
б) $(-3{,}2 + 60) - 0{,}8$; г) $(-2{,}1 + 3{,}7) + 4{,}4$.

6.99 Найдите значение выражения:

а) $\left(-1\frac{2}{3} - 2\frac{1}{3}\right) + 2{,}5$; в) $-2\frac{2}{5} - \left(-3\frac{3}{8} - 2\frac{1}{4}\right)$;

б) $\left(-4\frac{2}{7} + 3\frac{3}{14}\right) - 1\frac{1}{2}$; г) $-3{,}15 - \left(-4\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}\right)$.

6.100 Найдите расстояние между точками $A(a)$ и $B(b)$, если:

а) $a = 2$, $b = 8$; в) $a = -1$, $b = 6$; д) $a = 3{,}2$, $b = -4{,}7$;
б) $a = -3$, $b = -5$; г) $a = 5$, $b = -4$; е) $a = -8{,}1$, $b = -2{,}5$.

П

6.101 Выполните сложение:

а) $3{,}8 + (-8{,}9)$; в) $-\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$; д) $-1\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$;

б) $-3{,}4 + 2{,}5$; г) $1\frac{2}{7} + \left(-\frac{5}{7}\right)$; е) $4 + \left(-3\frac{5}{6}\right)$.

6.102 Найдите значение выражения:

а) $3{,}75 + (-2{,}11) + 1{,}36$; б) $-4{,}27 + (-3{,}11) + (-0{,}62)$.

6.103 Найдите число, противоположное числу $-7{,}2$; $\frac{3}{5}$; $-2\frac{1}{7}$; $3{,}85$.

6.104 Решите уравнение:

а) $-x = 3{,}5$; в) $-x = -7{,}2 + 9$; д) $-k = 11 + (-12{,}3)$;

б) $-p = -\frac{3}{5}$; г) $-m = -6\frac{3}{8} + 5\frac{1}{8}$; е) $-y = -13 + \left(-8\frac{5}{12}\right)$.

6.105 Между какими соседними целыми числами расположено число:

-21; $2\frac{1}{3}$; $-\frac{8}{9}$; $\frac{3}{11}$; $-7{,}2$; $-\frac{11}{3}$?

6.106 Запишите все целые числа, модули которых:

а) меньше 4; б) больше 4 и меньше 10.

6.107 Может ли сумма двух чисел быть меньше:

а) одного из слагаемых; б) каждого из слагаемых? Приведите примеры.

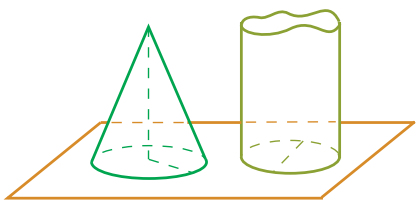


Рис. 92

6.108 Высота конуса 24 см, а площадь основания 15 см^2. Какой высоты должен быть цилиндр с такой же площадью основания, чтобы его объём был равен объёму конуса (рис. 92)? Нет ли в задаче лишних данных?

6.109 На пришкольном участке было собрано 360 кг овощей. Картофеля было собрано в 5 раз больше, чем свёклы, а капусты — на 80 кг больше, чем свёклы. Сколько килограммов каждой культуры было собрано?

6.110 Решите задачу:

1) В трёх ящиках 21 кг гвоздей. В первом ящике в $1\frac{5}{7}$ раза больше гвоздей, чем во втором. Масса гвоздей третьего ящика составляет $\frac{2}{7}$ массы гвоздей второго ящика. Сколько килограммов гвоздей было в каждом ящике?

2) В овощеводческом хозяйстве помидоры, огурцы и морковь занимали 560 га. Посевы моркови составляли $\frac{1}{7}$ площади, занятой под огурцами. Огурцами было занято $\frac{7}{8}$ площади, отведённой под помидоры. Как велика площадь, занятая в отдельности помидорами, огурцами и морковью?

6.111 Выполните действия:

1) $40{,}1 - 4{,}06 \cdot (29{,}58 : 3{,}48) + 8{,}112 : 0{,}78$;
2) $50{,}2 - 3{,}04 \cdot (45{,}22 : 4{,}76) + 9{,}202 : 0{,}86$.

Д

6.112 Выполните действие:

а) $26 - (-5)$; в) $14 - (-18)$; д) $-3{,}3 + 9{,}6$; ж) $-5 - (-2{,}9)$.
б) $-4 + (-18)$; г) $4{,}7 - 8{,}1$; е) $7 - (-4{,}9)$;

6.113 Выполните действие:

а) $-3\frac{1}{2} - \left(-1\frac{3}{4}\right)$; в) $-1\frac{5}{8} + \frac{3}{4}$; д) $-\frac{8}{15} - (-0{,}4)$; ж) $7{,}8 - 8\frac{1}{4}$.

б) $2\frac{2}{3} - 3\frac{5}{9}$; г) $\frac{2}{5} - 0{,}7$; е) $-3{,}2 - 2\frac{1}{3}$;

6.114 Найдите значение выражения $(a + b) - c$, если:

а) $a = 2{,}6$, $b = -1{,}4$, $c = 2{,}1$; б) $a = b = -2{,}4$, $c = -3{,}9$.

6.115 Отметьте на координатной прямой точки $A(-4)$ и $B(9)$. Найдите расстояние между точками A и B в единичных отрезках.

6.116 Найдите расстояние в единичных отрезках между точками:

а) $A(-7)$ и $B(-3)$; б) $M(2{,}3)$ и $N(-4{,}2)$; в) $P\left(-\frac{2}{3}\right)$ и $K\left(\frac{1}{6}\right)$; г) $C\left(-2\frac{5}{7}\right)$ и $D\left(1\frac{2}{7}\right)$.

6.117 Найдите значение выражения:

а) $24 - (-13) - (-12)$; в) $-4{,}3 - 5{,}4 - 2{,}6$; д) $4{,}7 - (-2) - (-1{,}5)$;
б) $-33 - 16 - (-11)$; г) $1\frac{2}{9} - 1\frac{1}{3} + 1\frac{5}{8}$; е) $-7\frac{2}{15} + 4\frac{1}{6} - 1{,}2$.

6.118 Заполните пустые места таблицы:

Команда	«Звезда»	«Орёл»	«Трактор»	«Сокол»	«Чайка»
Число забитых мячей	49	37		21	6
Число пропущенных мячей		28	23	35	
Разность	33		−6		−22

6.119 Для учащихся было куплено 70 билетов в кукольный театр. В партер было куплено билетов в 1,5 раза больше, чем на балкон и бельэтаж вместе. Число билетов на балкон составило 0,4 от числа билетов в бельэтаж. Сколько билетов каждого вида было куплено?

6.120 На выставке детского творчества были представлены рисунки и поделки из природного материала, всего 1001 экспонат. При этом поделки составляли 30 % от числа рисунков. Сколько рисунков и сколько поделок было представлено на выставке?

6.121 В доме 300 квартир. Однокомнатные квартиры составляют 28 % всех квартир дома, а остальные квартиры — двухкомнатные и трёхкомнатные, причём двухкомнатных квартир в 1,7 раза больше, чем трёхкомнатных. Сколько квартир каждого вида в доме?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1. Вычитание

Найдите разность **(1—5)**:

1 Минус двадцати и нуля.
2 Минус шести и минус трёх.
3 Семи и минус десяти.
4 Минус восьми и четырёх.
5 Двенадцати и минус двенадцати.
6 Найдите значение выражения $-4 - 7$.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Разность минус пяти и минус двух равна сумме минус пяти и двух.
8 Разность двух отрицательных чисел может быть положительной.

Проверочная работа № 2. Вычитание

Найдите разность **(1—2)**:

1 Минус пятнадцати и минус семи.
2 Двадцати и пятидесяти.
3 Из какого числа нужно вычесть минус пять, чтобы получить минус пять?
4 Какое число нужно вычесть из минус семи, чтобы получить минус десять?
5 Ночью температура воздуха была равна минус двенадцати градусам, а днём поднялась до минус трёх градусов. На сколько градусов изменилась температура воздуха?
6 Найдите расстояние между точкой с координатой минус четыре и точкой с координатой шесть.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Длина отрезка на координатной прямой равна шести единичным отрезкам. Координата правого конца отрезка равна минус двум. Значит, координата левого конца равна минус восьми.
8 Разность отрицательна, если уменьшаемое больше вычитаемого.

Складывать и вычитать отрицательные числа научились китайские учёные ещё до нашей эры.

Индийские математики представляли себе положительные числа как имущество, а отрицательные числа как долг.

Вот как индийский математик Брахмагу́пта (VII в.) излагал правила сложения и вычитания: «Сумма двух имуществ есть имущество», «Сумма двух долгов есть долг», «сумма имущества и долга равна их разности» и т. д. Попробуйте перевести эти древнеиндийские правила на современный язык.

§ 7. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел

35. Умножение

Задача 1. Фабрика выпускает в день 200 мужских костюмов. Когда стали выпускать костюмы нового фасона, расход ткани на один костюм увеличился на 0,4 м^2. На сколько изменился расход ткани на костюмы за день?

Решение. Расход ткани на каждый костюм увеличился на 0,4 м^2. Поэтому, чтобы решить задачу, надо умножить 0,4 на 200. Получим 0,4 · 200 = 80. Значит, расход ткани на костюмы за день увеличился на 80 м^2, иными словами, изменился на 80 м^2.

Задача 2. Фабрика выпускает в день 200 мужских костюмов. Когда стали выпускать костюмы нового фасона, расход ткани на один костюм изменился на –0,4 м^2. На сколько изменился расход ткани на костюмы за день?

Решение. Расход ткани на каждый костюм уменьшился на 0,4 м^2. Поэтому расход ткани на костюмы за день уменьшился на 80 м^2 (0,4 · 200 = 80). Это значит, что расход ткани на костюмы за день изменился на –80 м^2.

Таким образом, произведение –0,4 и 200 равно –80, т. е. –0,4 · 200 = –(0,4 · 200) = –80.

Считают, что и 200 · (–0,4) = –(200 · 0,4) = –80.

умножение двух чисел с разными знаками

Чтобы перемножить два числа с разными знаками, *надо перемножить модули этих чисел и поставить перед полученным числом знак «–».*

Например, (–1,2) · 0,3 = –(1,2 · 0,3) = –0,36;
1,2 · (–0,3) = –(1,2 · 0,3) = –0,36.

Сравнивая эти два произведения с произведением 1,2 · 0,3 = 0,36, можно заметить, что *при изменении знака любого множителя знак произведения меняется, а его модуль остаётся тем же.*

Если же меняются знаки обоих множителей, то произведение меняет знак дважды, и в результате знак произведения

не меняется: $8 \cdot 1{,}1 = 8{,}8$; $(-8) \cdot 1{,}1 = -8{,}8$; $(-8) \cdot (-1{,}1) = -(-8{,}8) = 8{,}8$. Видим, что произведение отрицательных чисел есть число положительное.

умножение двух отрицательных чисел

Чтобы перемножить два отрицательных числа, *надо перемножить их модули.*

Например, $(-3{,}2) \cdot (-9) = |-3{,}2| \cdot |-9| = 3{,}2 \cdot 9 = 28{,}8$.

Обычно пишут короче: $(-3{,}2) \cdot (-9) = 3{,}2 \cdot 9 = 28{,}8$. Так как $(-3) \cdot 2 = -(3 \cdot 2)$, то можно первый множитель писать без скобок, т. е. $(-3) \cdot 2 = -3 \cdot 2$.

- Сформулируйте правило умножения двух чисел с разными знаками.
- Как перемножаются два отрицательных числа?

К

7.1 Уровень воды в реке изменяется каждые сутки на a дм. Как изменится уровень воды в реке за 3 суток, если $a = 4$; -3?

7.2 При увеличении температуры воздуха на 1 °С столбик жидкости в термометре поднимается на 3 мм. На сколько изменится высота столбика жидкости, если температура воздуха изменится: а) на 15 °С; б) на −12 °С?

7.3 Турист движется по шоссе со скоростью v км/ч. Сейчас он находится в точке 0 (рис. 93). Если он движется в положительном направлении, то его скорость считают положительной, а если в отрицательном направлении — отрицательной. Значение $t = -4$ означает «4 ч назад».

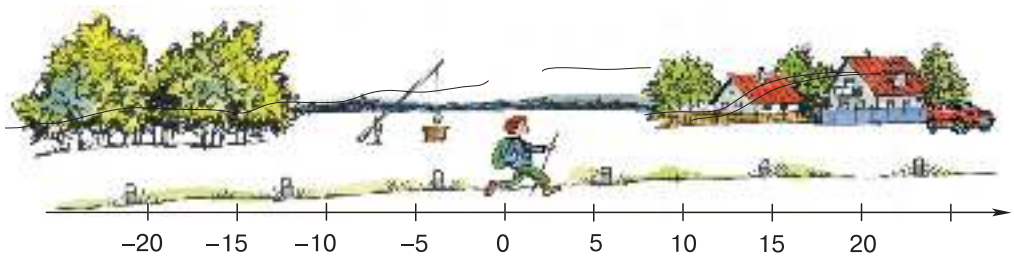


Рис. 93

Где будет находиться турист через t ч? Решите задачу при следующих значениях букв:

а) $v = 5$, $t = 4$; в) $v = 5$, $t = -4$;
б) $v = -5$, $t = 4$; г) $v = -5$, $t = -4$.

7.4 Выполните умножение:

а) $-5 \cdot 6$; в) $-10 \cdot 11$; д) $-1 \cdot 12$;
б) $9 \cdot (-3)$; г) $-14 \cdot 0$; е) $0 \cdot (-1)$.

7.5 Выполните умножение:

а) $-8 \cdot (-7)$; в) $-65 \cdot (-2)$; д) $-3 \cdot (-3)$;
б) $-11 \cdot (-12)$; г) $-1 \cdot (-1)$; е) $-40 \cdot (-40)$.

7.6 Найдите значение выражения $-42y$, если $y = 0$; 1; -1; 3; 5; -30.

Г

Произведение, в которое входят отрицательные числа, читают так:

$2{,}4 \cdot (-0{,}5)$ — произведение двух целых четырёх десятых и минус нуля целых пяти десятых,
— две целых четыре десятых умножить на минус нуль целых пять десятых,

$-20y$ — минус двадцать *игрек*,
— произведение минус двадцати и *игрек*.

7.7 Догадайтесь, чему равен корень уравнения, и выполните проверку:

а) $-8 \cdot x = 72$; в) $6 \cdot y = -54$;
б) $-4 \cdot x = -40$; г) $-6 \cdot y = 66$.

7.8 Вычислите степень числа:

а) $(-1)^3$; б) $(-1)^2$; в) $(-4)^3$; г) $(-10)^4$; д) $(-2)^3$; е) $(-5)^2$.

7.9 Выполните умножение:

а) $0{,}7 \cdot (-8)$; в) $12 \cdot (-0{,}2)$; д) $-1{,}45 \cdot 0$;
б) $-0{,}5 \cdot 6$; г) $-2{,}5 \cdot 0{,}4$; е) $0 \cdot (-1{,}1)$.

7.10 Выполните умножение:

а) $-0{,}6 \cdot (-0{,}9)$; в) $-1{,}1 \cdot (-1{,}1)$; д) $-2{,}5 \cdot (-0{,}4)$;
б) $-0{,}3 \cdot (-2{,}4)$; г) $-0{,}2 \cdot (-0{,}2)$; е) $-0{,}1 \cdot (-0{,}01)$.

7.11 Выполните умножение:

а) $1{,}2 \cdot (-14)$; в) $-8{,}8 \cdot 302$; д) $-17{,}5 \cdot (-17{,}4)$;
б) $-20{,}5 \cdot (-46)$; г) $-9{,}8 \cdot (-50{,}6)$; е) $3{,}08 \cdot (-4{,}05)$.

7.12 Выполните умножение и сделайте вывод:

а) $1 \cdot (-3{,}9)$; б) $(-1) \cdot 7{,}4$; в) $-65 \cdot (-1)$; г) $-1 \cdot 7{,}4$.

7.13 Найдите значение выражения:

а) $3 \cdot (-2) + (-3) \cdot (-4) - (-5) \cdot 7$;
б) $(-18 + 23 - 16 + 9) \cdot (-18)$;
в) $(-4{,}5 + 3{,}8) \cdot (2{,}01 - 3{,}81)$;
г) $(2{,}8 - 3{,}9) \cdot (-4{,}3 - 2{,}6)$;
д) $-4{,}5 \cdot 0{,}1 + (-3{,}7) \cdot (-2{,}1) - (-5{,}4) \cdot (-0{,}2)$;
е) $(2{,}3 \cdot (-1{,}8) - 1{,}4 \cdot (-0{,}8)) \cdot (-1{,}5)$;
ж) $-3{,}8 \cdot (-1{,}5) - (-1{,}2) \cdot 0{,}5 - 6{,}5$;
з) $-2{,}321 \cdot (-3{,}2 + 2{,}3 - 4{,}8 + 6{,}7) - 1{,}579$.

7.14 Вычислите степень числа:

а) $(-0{,}1)^2$; б) $(-0{,}1)^3$; в) $(-1{,}2)^2$; г) $(-0{,}6)^3$; д) $(-2{,}5)^2$; е) $(-0{,}2)^3$.

7.15 Найдите значение произведения:

а) $-\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}$; в) $-\frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{12}{25}\right)$; д) $-\frac{5}{12} \cdot 18$;

б) $\frac{4}{15} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)$; г) $-\frac{7}{15} \cdot \left(-\frac{9}{14}\right)$; е) $-10 \cdot \left(-\frac{7}{10}\right)$.

7.16 Найдите значение произведения:

а) $-3\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$; в) $-3\frac{3}{5} \cdot 6\frac{1}{4}$; д) $1{,}8 \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$;

б) $1\frac{1}{8} \cdot \left(-5\frac{1}{3}\right)$; г) $-3\frac{1}{5} \cdot 1{,}2$; е) $-2\frac{2}{15} \cdot (-6{,}25)$.

7.17 Поставьте вместо $*$ знак $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное равенство:

а) $-68 \cdot 9 * 0$; в) $7{,}3 \cdot (-8) * 7{,}3$; д) $-8 \cdot \frac{2}{7} * 0$;

б) $-4{,}5 \cdot (-45) * 0$; г) $7{,}3 \cdot (-8) * -8$; е) $-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} * -\frac{1}{2}$.

7.18 Выполните действия:

а) $\left(2\frac{7}{15} - 4\right) \cdot \left(8\frac{16}{23} - 10\right)$;

б) $11\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} - 4\frac{7}{12} \cdot \frac{4}{11}$;

в) $22{,}5 - 24 \cdot \left(\frac{2}{9} - \frac{2}{3}\right)$;

г) $\left(-\frac{3}{7} - \frac{5}{14} - \frac{8}{21}\right) \cdot \frac{3}{14} + \frac{1}{8}$;

д) $\left(4\frac{1}{3} - 2{,}2\right) \cdot \left(-\frac{3}{16}\right) - 3{,}05$;

е) $\left(-0{,}25 - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot (-0{,}2) + 3{,}9$.

7.19 Вычислите степень дробного числа:

а) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$; б) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$; в) $\left(-\frac{5}{4}\right)^2$; г) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$; д) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2$; е) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^4$.

7.20 Запишите в виде произведения сумму:

а) $x + x + x + x + x + x$;
б) $-a - a - a - a$;
в) $-2y - 2y - 2y$;
г) $5x + 5x + 5x + 5x + 5x$.

7.21 Найдите значение выражения:

а) $x + 4 + x + 4 + x + 4$, если $x = 9{,}1$;
б) $a - 1 + a - 1 + a - 1 + a - 1$, если $a = -2{,}1$.

7.22 Найдите значение:

а) x^2, если $x = -6$; $-\frac{1}{7}$; $0{,}3$; $-0{,}7$; $-1\frac{2}{3}$; $2\frac{1}{4}$;

б) y^3, если $y = -3$; $-\frac{3}{5}$; $0{,}1$; $-0{,}1$; $-1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{3}$.

П

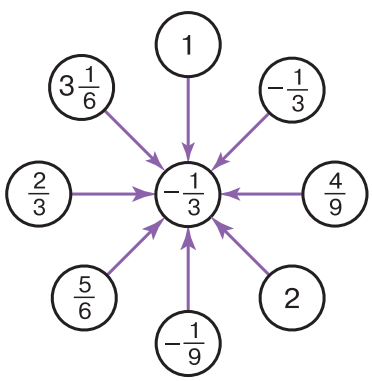
7.23 Выполните действие:

а) $3{,}7 - 4{,}8$;
б) $-5{,}2 - 4{,}7$;
в) $-5{,}6 - (-3{,}8)$;
г) $\frac{5}{7} - \frac{13}{14}$;
д) $-1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}$;
е) $-\frac{5}{9} - \left(-\frac{2}{3}\right)$;
ж) $-0{,}5 - \left(-\frac{1}{4}\right)$;
з) $-\frac{1}{3} + 0{,}5$.

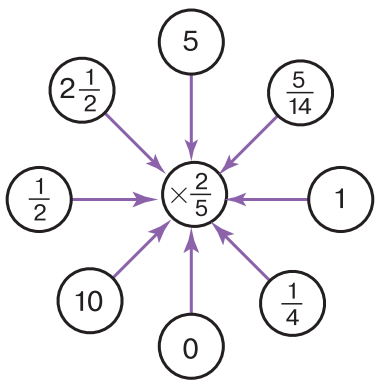
7.24 Сравните: а) $|-3{,}5 + 2{,}9|$ и $|-3{,}5| + |2{,}9|$; б) $|-8{,}7 - 0{,}7|$ и $|-8{,}7| + |-0{,}7|$.

7.25 Вычислите устно:

а)



б)



7.26 Представьте число −12 в виде разности: а) двух положительных чисел; б) двух отрицательных чисел; в) отрицательного и положительного чисел.

7.27 Может ли быть верным равенство $a - b = b - z$?
Приведите примеры. Найдите условие, при котором данное равенство верно.

7.28 Может ли разность двух чисел быть больше их суммы?

7.29 Подберите такие отрицательные значения x и y, чтобы значение выражения $x - y$ было равно:

а) −10; б) 2,5; в) 0; г) $-\frac{1}{6}$; д) 1; е) 0,1.

7.30 Выполните действия:

а) 3,78 − (2,56 − 2,97); б) −6,19 + (−1,5 + 5,19).

7.31 Решите уравнение:

а) $x + 3{,}2 = 1{,}8$; в) $3{,}7 - x = -2{,}3$;
б) $4{,}8 - x = 5{,}6$; г) $x - 3{,}9 = -2{,}7$.

7.32 Сосна выше ели на 1,2 м. Чему равна высота сосны и чему равна высота ели, если известно, что:

а) сосна выше ели в 1,5 раза;
б) ель в 1,6 раза ниже сосны;
в) высота ели составляет $\frac{2}{5}$ высоты сосны;
г) высота ели составляет 0,4 высоты сосны;
д) высота ели составляет 80 % высоты сосны?

7.33 Найдите значение выражения:

1) $\dfrac{\frac{3{,}5}{4{,}8} : \frac{7}{8} + \frac{4{,}4}{3{,}9} \cdot 3\frac{1}{4}}{26 \cdot 0{,}8 - 20{,}44 : 2{,}8}$; 2) $\dfrac{\frac{2{,}1}{5{,}1} \cdot 5\frac{2}{3} - \frac{2{,}6}{4{,}5} : 3\frac{7}{15}}{10{,}26 : 3{,}8 + 1{,}4 \cdot 12}$.

Д

7.34 Найдите значение произведения:

а) $-24 \cdot 36$; д) $-4{,}3 \cdot 5{,}1$; и) $-1 \cdot (-1)$;
б) $-48 \cdot (-15)$; е) $-2{,}7 \cdot (-6{,}4)$; к) $(-3)^2$;
в) $33 \cdot (-11)$; ж) $-1 \cdot (-3{,}84)$; л) $(-2{,}5)^2$;
г) $1{,}6 \cdot (-2{,}5)$; з) $-7{,}2 \cdot 0$; м) $(-0{,}2)^3$.

7.35 Выполните умножение:

а) $\frac{2}{7} \cdot \left(-5\frac{1}{4}\right)$; в) $3{,}6 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$; д) $-2{,}8 \cdot \left(-1\frac{1}{7}\right)$;

б) $-4\frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$; г) $-\frac{4}{7} \cdot 4{,}2$; е) $-2\frac{1}{3} \cdot 0{,}125$.

7.36 Найдите значение выражения:

а) $38 \cdot (-3) - (-24) \cdot (-4) + (-16) \cdot (-30)$;

б) $(-2{,}8 + 6{,}1 - 3{,}4 + 6{,}2) \cdot (-3{,}4)$;

в) $(4{,}3 - 7{,}8) \cdot (-5{,}6 + 8{,}3)$;

г) $\left(-3\frac{1}{3} + 2\frac{5}{6}\right) \cdot \left(-8\frac{5}{9} + 7\frac{2}{9}\right)$;

д) $1\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-2\frac{1}{7}\right) \cdot 1\frac{2}{5}$;

е) $\frac{5}{6} \cdot \left(-15{,}3 - 24{,}3 \cdot \frac{5}{9}\right)$.

7.37 В среду привезли на 4,8 т больше сена, чем во вторник. Сколько тонн сена привезли за эти два дня, если во вторник привезли в 1,4 раза меньше, чем в среду?

7.38 Первое число 60. Второе число составляет 80 % первого, а третье число составляет 50 % суммы первого и второго. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

7.39 Среднее арифметическое двух чисел равно 12,32. Одно из них составляет треть от другого. Найдите каждое число.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Умножение

Найдите произведение **(1—4)**:

1 Минус тридцати и нуля.

2 Минус шести и минус девяти.

3 Восьми и минус десяти.

4 Минус девяти и девяти.

5 Найдите квадрат минус восьми.

6 Число «а» — положительное, а число «бэ» — отрицательное. Сравните с нулём произведение этих чисел.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Произведение двух отрицательных чисел — положительное число.

8 Произведение двух целых чисел не может быть меньше каждого из множителей.

36. Деление

Деление отрицательных чисел имеет тот же смысл, что и деление положительных чисел: по данному произведению и одному из множителей находят второй множитель.

Например, разделить -12 на -4 — это значит найти такое число x, что $-4 \cdot x = -12$. Сначала найдём знак числа x. Так как при умножении -4 на x получилось отрицательное число -12, то множители -4 и x должны иметь разные знаки. Поэтому x — положительное число. Теперь найдём модуль числа x. Так как модуль произведения равен произведению модулей множителей, то $|-12| = |-4| \cdot |x|$. Отсюда $|x| = |-12| : |-4|$. Но так как x — положительное число, то $x = |x|$. Значит, $x = 3$.

Пишут: $(-12) : (-4) = |-12| : |-4| = 3$, или короче:

$$(-12) : (-4) = 12 : 4 = 3.$$

деление двух отрицательных чисел

Чтобы разделить отрицательное число на отрицательное, *надо разделить модуль делимого на модуль делителя.*

Например: $-4{,}5 : (-1{,}5) = 4{,}5 : 1{,}5 = 3$;

$$-\frac{2}{3} : \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{6}.$$

Разделить -24 на 4 — это значит найти такое число x, что $4 \cdot x = -24$. При умножении 4 на x получилось отрицательное число -24, значит, множители 4 и x должны иметь разные знаки. Поэтому x — отрицательное число. При этом должно выполняться равенство $|4| \cdot |x| = |-24|$.

Отсюда $|x| = |-24| : |4| = 24 : 4 = 6$. Значит, x — отрицательное число с модулем 6, т. е. $x = -6$.

Итак, $-24 : 4 = -6$.

Рассуждая таким же образом, получим, что $24 : (-4) = -6$.

деление двух чисел с разными знаками

При делении чисел с разными знаками надо:

1) разделить модуль делимого на модуль делителя;

2) поставить перед полученным числом знак «–».

Обычно вначале определяют и записывают знак частного, а потом уже находят модуль частного.

Например, $3{,}6 : (-3) = -(3{,}6 : 3) = -1{,}2$;

$$\left(-\frac{3}{8}\right) : \frac{3}{4} = -\left(\frac{3}{8} : \frac{3}{4}\right) = -\left(\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{3}\right) = -\frac{1}{2}.$$

При делении нуля на любое число, не равное нулю, получается нуль.

Делить на нуль нельзя!

- Сформулируйте правило деления отрицательного числа на отрицательное.
- Сформулируйте правило деления чисел, имеющих разные знаки.
- Чему равно частное $0 : a$, где $a \neq 0$?

К

7.40 Верно ли выполнено деление:

а) $-36 : 2 = -18$;
б) $60 : (-1{,}5) = -4$;
в) $2{,}7 : (-1) = 2{,}7$;
г) $-7{,}5 : (-5) = 1{,}5$?

7.41 Найдите частное:

а) $-38 : 19$;
б) $45 : (-15)$;
в) $270 : (-9)$;
г) $-36 : (-6)$;
д) $-42 : (-14)$;
е) $-72 : (-18)$.

7.42 Найдите частное:

а) $-4{,}4 : 4$;
б) $-8{,}6 : (-4{,}3)$;
в) $650 : (-1{,}3)$;
г) $-950 : (-9{,}5)$;
д) $-5{,}1 : (-17)$;
е) $48{,}1 : (-48{,}1)$;
ж) $-5{,}42 : (-27{,}1)$;
з) $10{,}01 : (-1{,}3)$.

Частное, в которое входят отрицательные числа, читают так:
$-54 : (-2{,}7)$ — частное минус пятидесяти четырёх и минус двух целых семи десятых,
— минус пятьдесят четыре разделить на минус две целых семь десятых.
$(-6m) : (-3)$ — частное минус шести *эм* и минус трёх,
— минус шесть *эм* разделить на минус три.
Равенство, содержащее отрицательные числа, читают так:
$-\frac{2}{7}x = -\frac{4}{11}$ — минус две седьмых *икс* равны минус четырём одиннадцатым.

7.43 Выполните деление:

а) $-1 : (-7)$; в) $1 : (-3)$; д) $-7 : 5$;
б) $-1 : 6$; г) $-5 : (-3)$; е) $4 : (-18)$.

7.44 Выполните действие:

а) $-\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; в) $\frac{4}{15} : \left(-\frac{8}{25}\right)$; д) $\frac{2}{3} : (-8)$;

б) $-\frac{9}{11} : \left(-\frac{3}{22}\right)$; г) $-\frac{3}{4} : \left(-\frac{9}{16}\right)$; е) $-5 : \frac{5}{7}$.

7.45 Выполните деление:

а) $3\frac{3}{7} : \left(-\frac{8}{21}\right)$; б) $-2\frac{3}{4} : (-11)$; в) $-1\frac{2}{9} : \left(-5\frac{1}{3}\right)$; г) $-4\frac{2}{7} : 1\frac{19}{21}$.

7.46 Выполните действие:

а) $4{,}2 : \left(-2\frac{1}{3}\right)$; б) $-\frac{3}{5} : (-0{,}8)$; в) $-5{,}2 : 1\frac{2}{5}$; г) $3{,}2 : \left(-\frac{1}{2}\right)$.

7.47 Выполните действия:

а) $-4 \cdot (-5) - (-30) : 6$;
б) $15 : (-15) - (-24) : 8$;
в) $-8 \cdot (-3 + 12) : 36 + 2$;
г) $2{,}3 \cdot (-6 - 4) : 5$;
д) $(-8 + 32) : (-6) - 7$;
е) $-21 + (-3 - 4 + 5) : (-2)$;
ж) $-6 \cdot 4 - 64 : (-3{,}3 + 1{,}7)$;
з) $(-6 + 6{,}4 - 10) : (-8) \cdot (-3)$.

7.48 Найдите значение выражения:

а) $(3m + 6m) : 9$, если $m = -12$; $-5{,}96$;
б) $(5{,}2a - 5{,}2b) : 5{,}2$, если $a = -27$, $b = -3{,}64$.

7.49 Чему равно частное:

а) $87x$ и 87; г) $-41c$ и c;
б) $-3{,}7k$ и $3{,}7$; д) $-1{,}9x$ и x?
в) $9m$ и m;

7.50 Решите уравнение и выполните проверку:

а) $-x \cdot 4 = -100$; в) $-0{,}1y = 33$;
б) $3 \cdot (-x) = -27$; г) $\frac{1}{3}x = -1$.

7.51 Решите уравнение:

а) $\frac{3}{5}x = -\frac{9}{10}$; б) $-\frac{4}{7}y = \frac{8}{21}$; в) $-\frac{5}{9}x = -1\frac{13}{27}$; г) $-\frac{2}{3}y + 5 = 2\frac{5}{9}$.

7.52 Яша задумал число, умножил его на 5, а затем из произведения вычел 2,7. В результате он получил −21,7. Какое число Яша задумал?

7.53 Найдите значение выражения:

а) $\frac{-2,4}{-0,8}$; в) $\frac{1,4}{-4,2}$; д) $\frac{5,4\cdot(-1,7)}{-5,1\cdot 0,6}$; ж) $-0,75 : 1\frac{8}{17}$; и) $\frac{6\frac{4}{5}}{-1\frac{2}{15}}$;

б) $\frac{-7,6}{3,8}$; г) $\frac{-1,3}{6,5}$; е) $0,72 : \left(-\frac{8}{9}\right)$; з) $-2,8 : 4\frac{2}{3}$; к) $\frac{-1\frac{1}{3}}{2\frac{1}{6}}$.

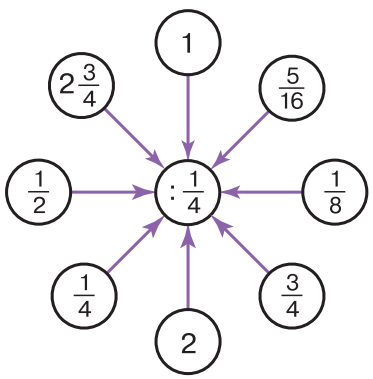
7.54 Найдите неизвестный член пропорции:

а) $\frac{x}{-2,3} = \frac{-5,8}{-4,6}$; б) $\frac{-2,8}{35} = \frac{-4,2}{x}$; в) $\frac{-2\frac{2}{9}}{x} = \frac{11\frac{2}{3}}{-1\frac{2}{5}}$; г) $\frac{-\frac{2}{7}}{\frac{3}{14}} = \frac{x}{\frac{5}{6}}$.

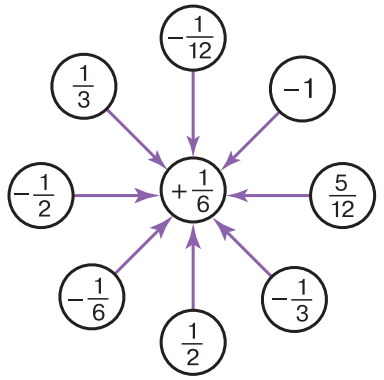
П

7.55 Вычислите устно:

а)



б)



7.56 При каких значениях множителей произведение xy равно нулю? не равно нулю?

Р **7.57** В каких случаях может быть верно равенство:

а) $x = x^2$; б) $x = x^3$; в) $x^2 = x^3$?

7.58 Проверьте на примерах справедливость равенства $|ab| = |a| \cdot |b|$. Попробуйте доказать, что это равенство верно при любых значениях a и b.

7.59 Вычислите:

а) $-17 \cdot 5$; г) $-0,2 \cdot 0,3$; ж) $-1,3 \cdot (-5)$;

б) $-\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$; д) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$; з) $\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)\cdot(-5)$;

в) $2\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)$; е) $(-3)^3$; и) $(-0,3 - 0,2)\cdot(-6)$.

7.60 Представьте числа 9; 16 и 25 в виде произведения двух равных множителей. Сколькими способами можно это сделать?

7.61 Найдите значение выражения:

а) $-2,3 \cdot 0,1 + 35 \cdot (-0,01) - (-2,1)\cdot(-0,2)$;

б) $(4,8 - 7,3 + 2,1 - 2,7 + 3,1)\cdot(-183)$.

7.62 На рисунке 94 показана карта мира с часовыми поясами. Определите с её помощью, какое время будет:

а) в Екатеринбурге и Рио-де-Жанейро, если в Москве полночь 12 июня;
б) в Лондоне, Сиднее и Лос-Анджелесе, если в Москве 11 ч утра 12 июня;
в) в Нью-Йорке и Владивостоке, если в Москве 6 ч утра 12 июня.

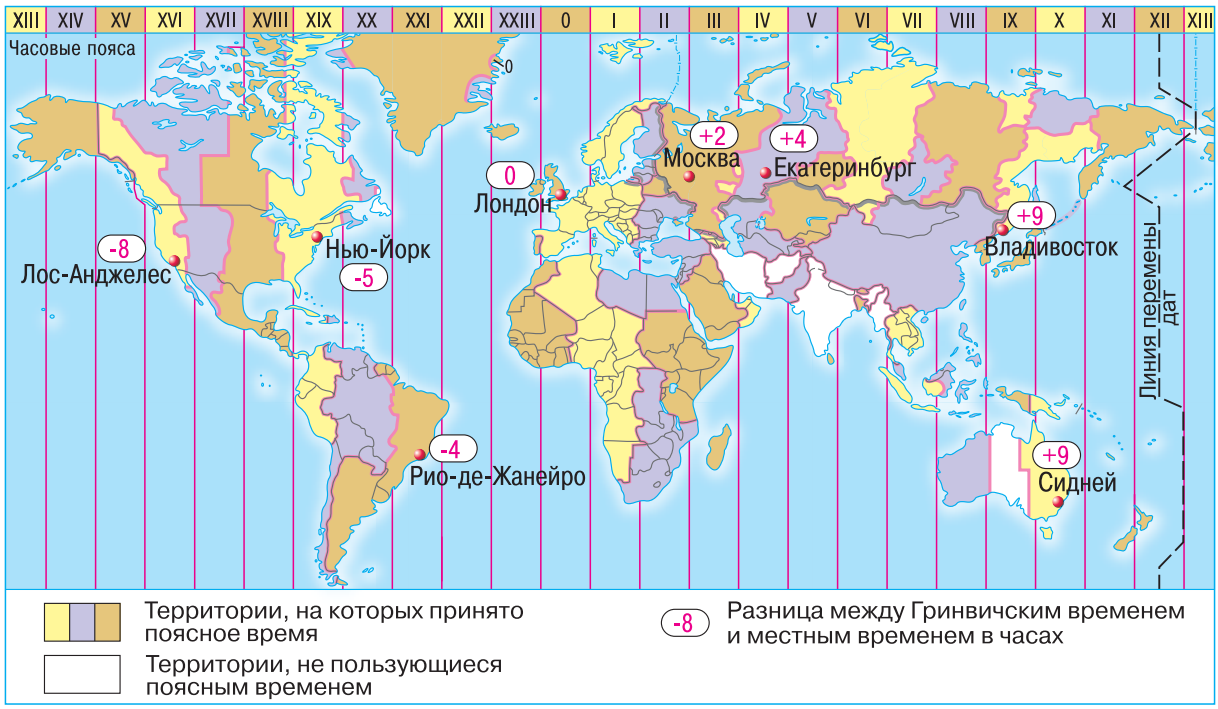


Рис. 94

7.63 Костя и Вера вышли одновременно из одного и того же пункта в одном и том же направлении. Костя идёт со скоростью a км/ч, а Вера — со скоростью b км/ч. Какое расстояние будет между ними через t ч? Составьте формулу для решения задачи, обозначив искомое расстояние (в километрах) буквой s и зная, что $a > b$. Найдите по формуле:

а) s, если $a = 4{,}2$, $b = 3{,}6$, $t = \frac{1}{3}$;
в) b, если $s = 0{,}3$, $a = 5{,}4$, $t = \frac{1}{6}$;
б) a, если $s = 2{,}2$, $b = 3{,}2$, $t = \frac{1}{4}$;
г) t, если $s = 1{,}2$, $a = 5{,}1$, $b = 3{,}3$.

7.64 Решите предыдущую задачу, заменив в ней слова «в одном и том же направлении» на слова «в противоположных направлениях». Найдите по полученной формуле:

а) s, если $a = 4{,}2$, $b = 3{,}6$, $t = \frac{1}{3}$;
в) b, если $s = 1{,}5$, $a = 5{,}4$, $t = \frac{1}{6}$;
б) a, если $s = 2{,}2$, $b = 3{,}2$, $t = \frac{1}{4}$;
г) t, если $s = 5{,}6$, $a = 5{,}1$, $b = 3{,}3$.

7.65 При каких целых значениях x верно неравенство:

а) $-3{,}2 < x < 1{,}8$; б) $-5\frac{1}{3} < x < \frac{1}{4}$; в) $-0{,}3 < x < 4$?

7.66 Вычислите с помощью калькулятора:

а) $-3{,}82 \cdot 0{,}375 - 3{,}8275$; б) $4{,}15 \cdot (-1{,}236) + 3{,}0994$.

Д

7.67 Выполните деление:

а) $57 : (-19)$; в) $-147 : (-7)$; д) $-86{,}2 : (-0{,}1)$;

б) $-123 : 41$; г) $14{,}31 : (-2{,}7)$; е) $-51{,}34 : (-1{,}7)$.

7.68 Выполните деление:

а) $-1\frac{3}{8} : \frac{4}{11}$; в) $-1\frac{1}{8} : \left(-\frac{1}{2}\right)$; д) $0{,}1 : \left(-\frac{1}{12}\right)$;

б) $\frac{4}{7} : \left(-1\frac{2}{7}\right)$; г) $-0{,}12 : \left(-1\frac{4}{5}\right)$; е) $-\frac{4}{9} : 1{,}6$.

7.69 Решите уравнение:

а) $-6{,}32x = 60{,}04$; г) $-\frac{2}{3}x = \frac{5}{6}$;

б) $y : (-3{,}08) = -4{,}5$; д) $-2{,}4 \cdot (-m) = -0{,}24$;

в) $8{,}37 \cdot (-y) = 20{,}088$; е) $\frac{3}{8}x = -0{,}24$.

7.70 Найдите значение выражения:

а) $(48 - 57) : 0{,}9$; д) $3{,}2 : (-0{,}4 \cdot 0{,}2)$;

б) $(-84{,}2 - 15{,}8) : (-0{,}01)$; е) $-4{,}9 : (-0{,}2 \cdot 0{,}3 - 0{,}1)$;

в) $(-24{,}6 + 13{,}8) : 2{,}7$; ж) $1\frac{5}{12} : \left(-\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right)$;

г) $643{,}2 : (-87{,}3 + 85{,}7)$; з) $\left(-0{,}2 + \frac{1}{3}\right) : 3{,}2$.

7.71 Легковой автомобиль обогнал грузовик и через 25 мин удалился от него на 15 км. С какой скоростью двигался легковой автомобиль, если скорость грузовика составляла 56 км/ч?

7.72 Найдите значение выражения $\frac{4{,}64}{5{,}1} : \frac{2}{3} + \frac{4{,}32}{8{,}5} \cdot 1\frac{1}{4}$.

7.73 Решите уравнение: а) $\frac{m}{-7{,}2} = \frac{5{,}3}{3{,}6}$; б) $\frac{-7\frac{1}{4}}{x} = \frac{9\frac{2}{3}}{3\frac{1}{3}}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Деление

Найдите частное **(1—4)**:

1 Минус сорока и минус единицы.

2 Минус сорока двух и минус семи.

3 Девяноста и минус десяти.

4 Минус восемнадцати и восемнадцати.

5 Какое число надо разделить на девять, чтобы получить минус восемь?

6 Числа «ка» и «пэ» отрицательные. Сравните с нулём частное этих чисел.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Частное двух чисел с разными знаками — положительное число.

8 Частное двух целых чисел не может быть больше каждого из этих чисел.

37. Рациональные числа

рациональное число

Число, которое можно записать в виде отношения $\frac{a}{n}$, где a — целое число, а n — натуральное число, называют **рациональным числом**.

Любое целое число a является рациональным числом, так как его можно записать в виде $\frac{a}{1}$.

Например, $-3 = \frac{-3}{1}$; $2 = \frac{2}{1}$; $0 = \frac{0}{1}$.

Рациональным числом будет и любая отрицательная дробь, так как, например, $-\frac{2}{3}$ можно записать так: $\frac{-2}{3}$.

Числа 0,23; $2\frac{2}{7}$; −3,513; $-4\frac{2}{5}$ тоже рациональные числа, так как $0{,}23 = \frac{23}{100}$; $2\frac{2}{7} = \frac{16}{7}$; $-3{,}513 = \frac{-3513}{1000}$; $-4\frac{2}{5} = \frac{-22}{5}$.

Сумма, разность и произведение рациональных чисел тоже рациональные числа.

Например:
$$-\frac{2}{3} + \frac{3}{7} = \frac{-14+9}{21} = \frac{-5}{21};$$
$$\frac{5}{8} - \frac{3}{4} = \frac{5-6}{8} = \frac{-1}{8};$$
$$-\frac{3}{8} \cdot 2\frac{1}{5} = \frac{-33}{40}.$$

Если делитель отличен от нуля, то частное двух рациональных чисел тоже рациональное число.

Например: $-0{,}5 : \frac{3}{7} = -\frac{5 \cdot 7}{10 \cdot 3} = \frac{-35}{30} = \frac{-7}{6}$.

Вы уже умеете выражать некоторые обыкновенные дроби в виде десятичных дробей.

Например,

$\frac{7}{25} = 0{,}28$, так как 7 : 25 = 0,28.

7	25
70	0,28
50	
200	
200	
0	

Не все обыкновенные дроби можно представить в виде десятичной дроби.

Например, если будем делить 1 на 3, то получим сначала нуль целых, потом три десятых, а далее при делении всё время будут повторяться остаток 1 и в частном цифра 3.

1	3
10	0,33...
9	
10	
9	
1	

Деление никогда не кончится. Значит, дробь $\frac{1}{3}$ нельзя представить в виде десятичной дроби. Но если разрешить писать бесконечные десятичные дроби, то $\frac{1}{3} = 0{,}333...$

Разделив 5 на 11, получим, что $\frac{5}{11} =$ $= 0{,}454545\ldots$, а разделив 1 на 15, получим, что $\frac{1}{15} = 0{,}0666\ldots$

5	11
50	0,4545...
44	
60	
55	
50	
44	
60	
55	
5	

периодическая дробь

В записях $0{,}333\ldots$, $0{,}4545\ldots$ и $0{,}0666\ldots$ одна или несколько цифр начинают повторяться бесконечно много раз. Такие записи называют **периодическими дробями**.

Вместо $0{,}333\ldots$ пишут $0{,}(3)$, вместо $0{,}4545\ldots$ пишут $0{,}(45)$, а вместо $0{,}0666\ldots$ пишут $0{,}0(6)$.

Любое рациональное число можно записать либо в виде десятичной дроби (в частности, целого числа), либо в виде периодической дроби.

Для дроби $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ число 0,3 является приближённым значением до десятых с недостатком: $0{,}3 < \frac{1}{3}$. Число 0,4 является приближённым значением этой дроби до десятых с избытком: $\frac{1}{3} < 0{,}4$. Таким образом, $0{,}3 < \frac{1}{3} < 0{,}4$.

Если число $\frac{5}{11} = 0{,}4545\ldots$ округлить до десятых, то получим $\frac{5}{11} \approx 0{,}5$, если это число округлить до сотых, то получим $\frac{5}{11} \approx 0{,}45$, а если округлить до тысячных, то получим $\frac{5}{11} \approx 0{,}455$.

- Какие числа называют рациональными?
- Покажите, что любое целое число является рациональным числом.
- Покажите, что любая десятичная дробь является рациональным числом.
- Какими числами являются сумма, разность, произведение рациональных чисел? Всегда ли частное двух рациональных чисел является рациональным числом?
- Какая запись числа называется периодической дробью?

К

7.74 Представьте в виде $\frac{a}{n}$ (где a — целое число, а n — натуральное число) следующие числа:

а) 4; 1; 0; −1; б) 0,35; 1,23; −3,18; −1,008; в) $2\frac{5}{7}$; $-\frac{2}{3}$; $-\frac{7}{12}$; $-3\frac{8}{9}$.

7.75 Представьте в виде дроби $\frac{a}{b}$ (где a — целое число, b — натуральное число) значение выражения:

а) $-\frac{5}{7}+\frac{3}{14}$; б) $2\frac{3}{11}-1\frac{9}{22}$; в) $\frac{4}{9}-\frac{5}{18}$; г) $0{,}5-3{,}1$.

7.76 Представьте в виде дроби $\frac{a}{b}$, где a — целое число, а b — натуральное число, значение выражения:

а) $\frac{3}{8}\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)$; б) $-3\frac{1}{3}\cdot 0{,}9$; в) $-2\frac{1}{5}\cdot\frac{10}{11}$; г) $-1\frac{5}{12}\cdot\frac{1}{17}$.

7.77 Представьте в виде дроби $\frac{a}{b}$, где a — целое число, а b — натуральное число, значение выражения:

а) $\frac{2}{3}:\left(-\frac{7}{9}\right)$; б) $0{,}27:0{,}9$; в) $-0{,}26:(-0{,}13)$; г) $-\frac{1}{3}:0{,}6$.

7.78 Выразите в виде десятичной или периодической дроби число:

а) $\frac{5}{9}$; б) $\frac{7}{12}$; в) $\frac{27}{40}$; г) $\frac{7}{42}$.

7.79 Выразите в виде десятичной или периодической дроби число:

а) $5\frac{13}{25}$; б) $4\frac{7}{15}$; в) $3\frac{5}{18}$; г) $1\frac{9}{75}$.

7.80 Какие из дробей $\frac{3}{5}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{18}{35}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{7}{200}$, $\frac{23}{40}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{5}{64}$ можно представить в виде десятичной дроби?

7.81 Проверьте, что следующие равенства верны:

а) $0{,}222\ldots=\frac{2}{9}$; в) $0{,}818181\ldots=\frac{9}{11}$; д) $0{,}4666\ldots=\frac{7}{15}$;

б) $5{,}(6)=5\frac{2}{3}$; г) $0{,}(06)=\frac{2}{33}$; е) $2{,}8(12)=2\frac{134}{165}$.

Выражение $\frac{x}{y}$ можно прочитать разными способами:

— частное *икс* и *игрек*,
— дробь с числителем *икс* и знаменателем *игрек*,
— дробь: *икс*, делённый на *игрек*.

Бесконечные десятичные дроби читают так:
0,666... — ноль целых шестьсот шестьдесят шесть тысячных и так далее,
0,(6) — ноль целых и шесть в периоде,
2,5333... — две целых пять тысяч триста тридцать три десятитысячных и так далее,
2,5(3) — две целых пять десятых и три в периоде.

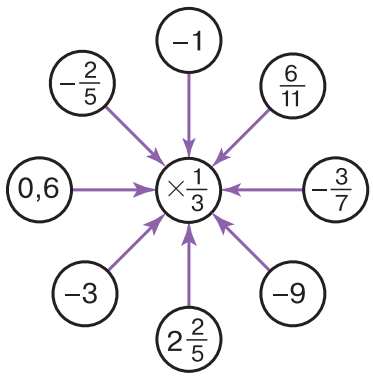
7.82 Для дробей $\frac{3}{11}$ и $\frac{5}{9}$ найдите десятичные приближения с недостатком и с избытком до: а) десятых; б) сотых. Запишите ответ в виде двойного неравенства.

7.83 Выразите дроби $\frac{1}{12}$, $\frac{7}{45}$, $\frac{3}{11}$, $1\frac{7}{11}$, $\frac{2}{7}$ в виде приближённого значения десятичной дроби до сотых.

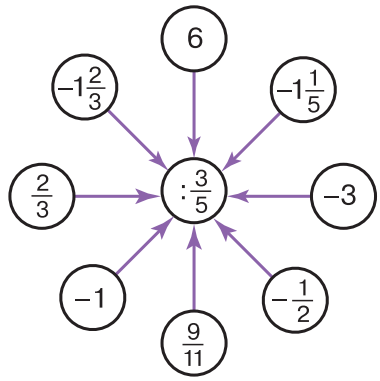
П

7.84 Вычислите устно:

а)



б)



7.85 Одинаковы ли знаки чисел x и y, если верно неравенство:
а) $xy < 0$; б) $xy > 0$; в) $xy < -3$; г) $xy > 5$?

7.86 При каких значениях m верно равенство:

а) $|m| = m$; г) $m = |-m|$; ж) $m + |m| = 2m$;

б) $|m| = -m$; д) $m = -m$; з) $m - |m| = 2m$?

в) $-m = |-m|$; е) $m + |m| = 0$;

Р **7.87** Может ли быть верным равенство $a : b = b : a$?
Как доказать, что утверждение «Равенство $a : b = b : a$ верно при любых значениях a и b» несправедливо?

7.88 Отметьте на координатной прямой точки с целыми координатами:
а) модуль которых больше 3 и меньше 7,1;
б) кратными двум, модуль которых больше 5 и меньше $10\frac{2}{7}$.

7.89 Выполните деление:

а) $-50 : (-5)$; г) $2{,}4 : (-6)$; ж) $-\frac{5}{6} : \frac{5}{6}$;

б) $4 : (-5)$; д) $-3{,}6 : 1{,}8$; з) $-1\frac{1}{6} : \left(-3\frac{1}{2}\right)$;

в) $-3 : 7$; е) $-7{,}2 : (-0{,}04)$; и) $-\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$.

7.90 Можно ли привести дробь $\frac{1}{15}$ к знаменателю 20; 24; 45; 75; 80; 100; 1000?

7.91 Можно ли привести к знаменателю 60 дроби $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{22}$?

7.92 Можно ли представить в виде десятичной дроби числа $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{25}$; $\frac{4}{7}$?

7.93 Можно ли привести к знаменателю 100 дробь $\frac{1}{m}$, если $m = 2$; 25; 3; 4?

7.94 Найдите значение выражения:

1) $-2{,}79 : 3{,}1 + 24{,}24 : 2{,}4$;
2) $2{,}07 : (-2{,}3) + 13{,}13 : 1{,}3$;
3) $(1 - 1{,}5 \cdot 1{,}4) \cdot (-2{,}8)$;
4) $(1 - 1{,}3 \cdot 1{,}6) \cdot (-3{,}2)$;
5) $\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right) : 3\frac{1}{2}$;
6) $\left(-\frac{1}{4} + \frac{7}{8}\right) : \left(-1\frac{1}{4}\right)$.

Д

7.95 Представьте в виде дроби $\frac{a}{b}$, где a — целое число, b — натуральное число, значение выражения:

а) $-\frac{2}{9} + \frac{5}{18}$; в) $-\frac{22}{7} \cdot 1\frac{3}{11}$; д) $-7{,}5 : (-0{,}25)$;

б) $3{,}9 - 4{,}7$; г) $-5{,}6 \cdot (-1{,}2)$; е) $-0{,}8 : (-0{,}6)$.

7.96 Проверьте, что верно равенство:

а) $0{,}444\ldots = \frac{4}{9}$; б) $0{,}3(5) = \frac{16}{45}$.

7.97 Выразите дроби $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{22}$, $\frac{4}{15}$ в виде приближённого значения десятичной дроби, округлив результат до тысячных.

7.98 Два мотоциклиста едут по шоссе навстречу друг другу. Сейчас между ними 44 км. Скорость одного из них составляет $\frac{5}{6}$ скорости другого. Найдите скорость движения каждого мотоциклиста, если известно, что через 16 мин они встретятся.

7.99 Найдите значение выражения:

а) $(-0{,}8 \cdot 1{,}2 + 1{,}06) : (-0{,}5)$; б) $(-30{,}15 : 15 + 0{,}91) \cdot (-2{,}4)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа
Рациональные числа

Представьте в виде десятичной дроби число **(1—4)**:

1 Одна целая одна пятая.
2 Минус две целых три двадцать пятых.
3 Минус шесть пятнадцатых.
4 Минус одна восьмая.

5 Запишите периодическую дробь одна целая и семь в периоде.
6 Число $0{,}(35)$ округлите до тысячных.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Число минус восемь не является рациональным.
8 Произведение любых двух рациональных чисел также рациональное число.

38. Свойства действий с рациональными числами

переместительное свойство сложения

сочетательное свойство сложения

Сложение рациональных чисел обладает **переместительным** и **сочетательным свойствами**. Иными словами, если a, b и c — любые рациональные числа, то

$$a + b = b + a, \quad a + (b + c) = (a + b) + c.$$

Прибавление нуля не изменяет числа, а сумма противоположных чисел равна нулю. Значит, для любого рационального числа a имеем

$$a + 0 = a, \quad a + (-a) = 0.$$

переместительное свойство умножения

сочетательное свойство умножения

Умножение рациональных чисел тоже обладает **переместительным** и **сочетательным свойствами**. Другими словами, если a, b и c — любые рациональные числа, то

$$ab = ba, \quad a(bc) = (ab)c.$$

Умножение на 1 не изменяет рационального числа, а произведение числа на обратное ему число равно 1. Значит, для любого рационального числа a имеем

$$a \cdot 1 = a, \quad a \cdot \frac{1}{a} = 1, \text{ если } a \neq 0.$$

Умножение числа на нуль даёт в произведении нуль, т. е. для любого рационального числа a имеем

$$a \cdot 0 = 0.$$

Произведение может быть равно нулю лишь в том случае, когда хотя бы один из множителей равен нулю: если $a \cdot b = 0$, то либо $a = 0$, либо $b = 0$ (может случиться, что и $a = 0$, и $b = 0$).

распределительное свойство умножения относительно сложения

Умножение рациональных чисел обладает и **распределительным свойством относительно сложения**. Другими словами, для любых рациональных чисел a, b и c имеем

$$(a + b) \cdot c = ac + bc.$$

- Перечислите свойства сложения рациональных чисел.
- Перечислите свойства умножения рациональных чисел.
- В каком случае произведение двух чисел равно нулю?

К

7.100 Сформулируйте словами переместительное свойство сложения $a + b = b + a$ и проверьте его:

а) при $a = 0{,}7$, $b = 1{,}2$; б) при $a = -3\frac{1}{2}$, $b = -1\frac{1}{4}$.

7.101 Сформулируйте словами сочетательное свойство сложения $a + (b + c) = (a + b) + c$ и проверьте его:

а) при $a = -0{,}7$, $b = -0{,}3$, $c = 1{,}2$; б) при $a = -1\frac{1}{7}$, $b = -1\frac{3}{7}$, $c = -1\frac{4}{7}$.

7.102 Сложив отдельно положительные и отдельно отрицательные числа, найдите значение выражения:

а) $-17 + 83 + 49 - 27 - 36 + 28$;

б) $2{,}15 - 3{,}81 - 5{,}76 + 3{,}27 + 5{,}48 - 4{,}33$;

в) $4\frac{1}{2} + 2\frac{1}{6} - 5\frac{5}{9} - 3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{9}$;

г) $0{,}8 - \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + 0{,}3 - \frac{1}{2} + 0{,}4$.

7.103 Сложив сначала противоположные числа, найдите значение выражения:

а) $387 - 243 - 753 - 387 + 243$;

б) $-6{,}37 + 2{,}4 - 3{,}2 + 6{,}37 - 2{,}4$;

в) $3\frac{1}{2} + 2\frac{2}{5} - 5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{5}$;

г) $0{,}5 + 2\frac{4}{5} - 3{,}3 - 2{,}8 - \frac{1}{2} + 3{,}3$.

7.104 Упростите выражение:

а) $x + 8 - x - 22$;

б) $-x - a + 12 + a - 12$;

в) $a - m + 7 - 8 + m$;

г) $6{,}1 - k + 2{,}8 + p - 8{,}8 + k - p$.

7.105 Выбрав удобный порядок вычислений, найдите значение выражения:

а) $7{,}8 + 3\frac{5}{8} - 2{,}8 - 3\frac{3}{8}$;

б) $4\frac{3}{8} - 3\frac{3}{7} - 9{,}5 + 5\frac{1}{8}$;

в) $4\frac{9}{14} - \frac{5}{12} - 3\frac{3}{14} - 3\frac{1}{12} + 1\frac{1}{14}$;

г) $3\frac{1}{3} - 0{,}8 - 2\frac{3}{4} + 2{,}5 + 0{,}3 + 1\frac{7}{12}$.

7.106 Сформулируйте словами переместительное свойство умножения $ab = ba$ и проверьте его:

а) при $a = -0{,}3$, $b = 0{,}4$;

б) при $a = -2\frac{1}{3}$, $b = -4\frac{1}{6}$.

7.107 Сформулируйте словами сочетательное свойство умножения $a(bc) = (ab)c$ и проверьте его:

а) при $a = 0{,}2$, $b = -0{,}5$, $c = 3{,}2$;

б) при $a = -\frac{2}{3}$, $b = -1\frac{1}{4}$, $c = -\frac{3}{5}$.

7.108 Выбрав удобный порядок вычислений, найдите значение выражения:

а) $-2 \cdot (-50) \cdot 6 \cdot 12$;

б) $11 \cdot (-4) \cdot (-7) \cdot 25$;

в) $-0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot (-5) \cdot (-1{,}25)$;

г) $-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{14}\right) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{7}{5}$;

д) $-3\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right) \cdot (-3) \cdot (-7)$;

е) $-0{,}2 \cdot 2\frac{3}{5} \cdot (-0{,}5) \cdot \left(-\frac{5}{13}\right)$.

7.109 Положительное или отрицательное число получится, если перемножить:

а) одно отрицательное число и два положительных числа;

б) два отрицательных числа и одно положительное число;

в) 7 отрицательных и несколько положительных чисел;

г) 20 отрицательных и несколько положительных чисел?

Сделайте вывод.

7.110 Определите знак произведения:

а) $-2 \cdot (-3) \cdot (-9) \cdot (-1{,}3) \cdot 14 \cdot (-2{,}7) \cdot (-2{,}9)$;
б) $4 \cdot (-11) \cdot (-12) \cdot (-13) \cdot (-15) \cdot (-17) \cdot 80 \cdot 90$.

7.111 Решите уравнение, использовав свойство произведения, равного нулю:

а) $4 \cdot (x - 5) = 0$;
б) $-8 \cdot (2{,}6 + x) = 0$;
в) $1{,}5 \cdot (41 - x) = 0$;
г) $(3x - 6) \cdot 2{,}4 = 0$.

7.112 Решите уравнение:

а) $(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$;
б) $(x + 3) \cdot (x + 4) = 0$;
в) $(2x + 8)(x - 5) = 0$;
г) $(-x - 1)(12 - 4x) = 0$.

7.113 Сформулируйте словами распределительное свойство умножения относительно сложения $(a + b) \cdot c = ac + bc$ и проверьте его:

а) при $a = 0{,}2$, $b = -0{,}3$, $c = -0{,}5$; б) при $a = -\frac{2}{7}$, $b = -\frac{3}{7}$, $c = -1\frac{2}{5}$.

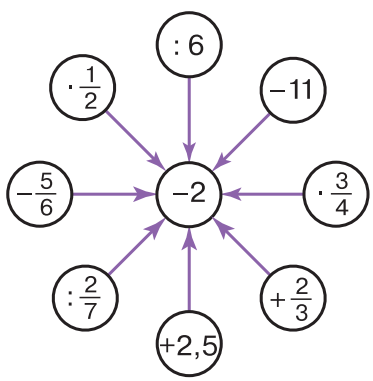
7.114 Выбрав удобный порядок вычислений, найдите значение выражения:

а) $0{,}3 \cdot (-0{,}6) - (-0{,}7) \cdot (-0{,}6)$;
б) $8 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 7 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$;
в) $-\frac{2}{11} \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot \left(-\frac{2}{11}\right)$;
г) $\left(-\frac{2}{7} - \frac{3}{4}\right) \cdot (-28)$.

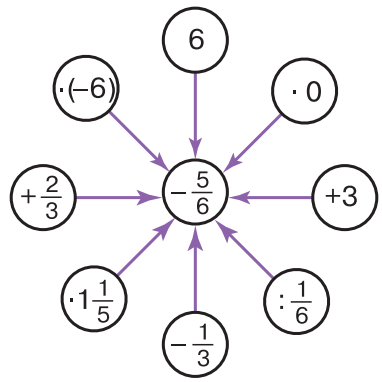
П

7.115 Вычислите устно:

а)



б)



7.116 Найдите сумму всех целых чисел:

а) от -6 до 7; б) от -18 до 17; в) от -22 до 20.

7.117 Решите уравнение:

а) $|x| = 5{,}2$; б) $|a| = -3\frac{1}{7}$; в) $|y| = 0$.

7.118 Придумайте такие значения x и y, при которых верно соотношение:

а) $\frac{x}{y} = 1$; в) $\frac{x}{y} = -1$; д) $\frac{x}{y} > 1$;
б) $\frac{x}{y} = 0$; г) $\frac{x}{y} > 0$; е) $\frac{x}{y} < 1$.

7.119 Найдите наибольшее значение выражения:

а) $-|x|$; б) $2-|x|$; в) $-|x-1|$; г) $-(x-1)^2$.

7.120 Решать некоторые математические задачи помогают специальные схемы, состоящие из точек и соединяющих их дуг или стрелок (рис. 95). Такие схемы называют *гра́фами*, точки *вершинами гра́фа*, а дуги — *ре́брами гра́фа*. Ответьте на вопросы, используя графы.

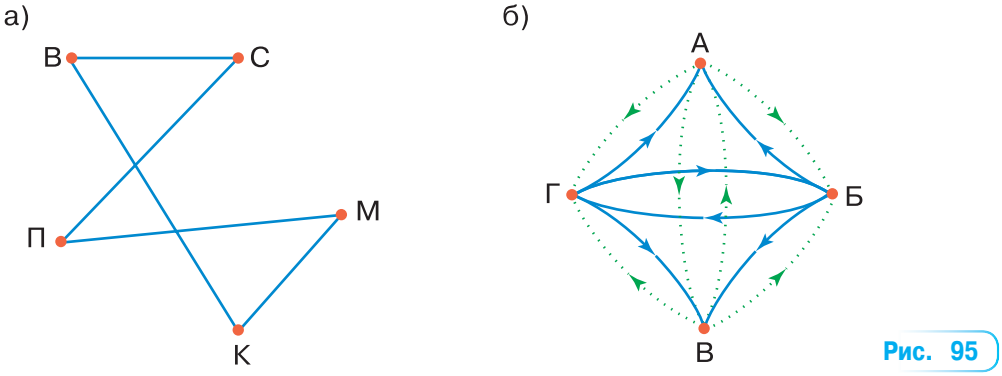


Рис. 95

а) В спортивном зале собрались Витя, Коля, Петя, Серёжа и Максим (рис. 95, *а*). Оказалось, что каждый из мальчиков знаком только с двумя другими. Кто с кем знаком? (Ребро графа означает «мы знакомы».)

б) Во дворе гуляют братья и сёстры одной семьи. Кто из этих детей мальчики, а кто девочки (рис. 95, *б*)? (Пунктирные рёбра графа исходят от сестёр, а сплошные — от братьев.)

7.121 Вычислите:

а) $2-\frac{1}{16}\cdot 4$; в) $0{,}5\cdot(-4)$; д) $1-1\frac{1}{6}$; ж) $\frac{1}{4}-5\frac{1}{2}$;

б) $\left(5-1\frac{1}{6}\right)\cdot 6$; г) $8:(-0{,}4)$; е) $-1:\frac{5}{8}$; з) $0{,}25-\frac{1}{2}$.

7.122 Сравните: а) 2^3 и 3^2; б) $(-2)^3$ и $(-3)^2$; в) 1^3 и 1^2; г) $(-1)^3$ и $(-1)^2$.

7.123 Округлите 5,2853 до тысячных; до сотых; до десятых; до единиц.

7.124 Решите задачу:

1) Мотоциклист догоняет велосипедиста. Сейчас между ними 23,4 км. Скорость мотоциклиста в 3,6 раза больше скорости велосипедиста. Найдите скорости велосипедиста и мотоциклиста, если известно, что мотоциклист догонит велосипедиста через $\frac{2}{3}$ ч.

2) Легковая автомашина догоняет автобус. Сейчас между ними 18 км. Скорость автобуса составляет $\frac{5}{8}$ скорости легковой автомашины. Найдите скорости автобуса и легковой автомашины, если известно, что легковая автомашина догонит автобус через $\frac{2}{3}$ ч.

7.125 Найдите значение выражения:

1) $(0{,}7245:0{,}23-2{,}45)\cdot 0{,}18+0{,}074$;
2) $(0{,}8925:0{,}17-4{,}65)\cdot 0{,}17+0{,}098$;
3) $(-2{,}8+3{,}7-4{,}8)\cdot 1{,}5:0{,}9$;
4) $(5{,}7-6{,}6-1{,}9)\cdot 2{,}1:(-0{,}49)$.

Проверьте ваши вычисления с помощью калькулятора.

Д

7.126 Выбрав удобный порядок вычислений, найдите значение выражения:

а) $-24 + (-16) + (-10) + 23 + 17$;

б) $36 + 72 + 24 - 36 - 72 - 24$;

в) $-3{,}4 - 7{,}7 + 4{,}2 - 8{,}9 + 3{,}5$;

г) $-3{,}9 + 8{,}6 + 4{,}7 + 3{,}9 - 4{,}7$;

д) $4\frac{2}{7} - 3\frac{2}{9} - 5\frac{5}{7} + 1\frac{1}{3} - 5\frac{1}{9} + 2\frac{3}{7}$;

е) $6\frac{2}{3} - 5\frac{2}{9} - 4\frac{3}{7} + 5\frac{2}{9} + 4\frac{3}{7} - 6\frac{1}{3}$.

7.127 Упростите выражение:

а) $-36 + m + 24$;

б) $n + 42 - 13$;

в) $5{,}7 - 7{,}7 + a$;

г) $-0{,}44 + x - 0{,}22$;

д) $\frac{3}{8} - 0{,}375 + k$;

е) $m + \frac{5}{9} - \frac{2}{3}$.

7.128 Найдите значение выражения:

а) $-5 \cdot (-1{,}2) \cdot (-7)$;

б) $-12{,}5 \cdot 2{,}4 \cdot (-3) \cdot (-5)$;

в) $-\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot 1\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$;

г) $-0{,}7 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) \cdot 4{,}5 \cdot 10$.

7.129 Выполните действия:

а) $0{,}8 \cdot (-0{,}3) - 0{,}6 \cdot (-0{,}3)$;

б) $-\frac{3}{11} \cdot 0{,}4 - 0{,}4 \cdot \left(-\frac{8}{11}\right)$;

в) $-\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{8}$;

г) $2\frac{2}{9} \cdot 3{,}7 - 2\frac{2}{9} \cdot (-5{,}3)$;

д) $\left(-1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{7}\right) \cdot 14$;

е) $\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{4}\right) \cdot 20$.

7.130 По плану метростроевцы должны были проложить 2,5 км тоннелей. Они проложили 3,2 км тоннелей. На сколько процентов метростроевцы выполнили план и на сколько процентов они перевыполнили план?

7.131 Автобус отправился от автовокзала, расположенного в центре города, в районный посёлок. Длина его маршрута составила 120 км. Из них 6 км он двигался по городу, 24 км — по грунтовой дороге, а остальное расстояние — по шоссе. Расход бензина на каждые 100 км составляет: по городу — 42 л, по грунтовой дороге — $\frac{5}{6}$ от расхода по городу, а по шоссе — на 20 % меньше, чем по грунтовой дороге. Сколько литров бензина израсходовал автобус на путь туда и обратно?

7.132 Выезжая из села, велосипедист заметил на мосту пешехода, идущего в том же направлении, и догнал его через 12 мин. Найдите скорость пешехода, если скорость велосипедиста 15 км/ч, а расстояние от села до моста 1 км 800 м.

7.133 Выполните действия:

а) $-4{,}8 \cdot 3{,}7 - 2{,}9 \cdot 8{,}7 - 2{,}6 \cdot 5{,}3 + 6{,}2 \cdot 1{,}9$;

б) $-14{,}31 : 5{,}3 - 27{,}81 : 2{,}7 + 2{,}565 : 3{,}42 + 4{,}1 \cdot 0{,}8$;

в) $3{,}5 \cdot 0{,}23 - 3{,}5 \cdot (-0{,}64) + 0{,}87 \cdot (-2{,}5)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Действия с рациональными числами

1 Найдите сумму минус восемнадцати, минус тридцати девяти и восемнадцати.
2 Найдите произведение минус пятидесяти, сорока семи и минус двух.
3 Решите уравнение $17 \cdot (x - 3) = 0$.
4 Найдите сумму всех целых чисел от минус четырёх до шести.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

5 Сумма двух рациональных чисел не может быть меньше разности этих чисел.
6 Произведение двух взаимно обратных чисел равно единице.
7 Произведение десяти чисел, среди которых три отрицательных, — отрицательное число.
8 Если к уменьшаемому прибавить минус единицу, то разность уменьшится на единицу.

Словарный диктант

1 Как называется расстояние (в единичных отрезках) от точки на координатной прямой до начала отсчёта?
2 Как называется число, показывающее положение точки на прямой?
3 Как называется число, которое можно представить в виде отношения «а» к «бэ», где «а» — целое число, а «бэ» — натуральное?
4 Как называются два числа, расположенные на координатной прямой по разные стороны от начала отсчёта, модули которых равны?
5 Как называется такая запись числа: $4{,}2(31)$?
6 Как называется результат вычитания рациональных чисел?
7 Как можно назвать числа: пятнадцать, сто шесть? Приведите два варианта.

С рациональными числами люди, как вы знаете, знакомились постепенно. Вначале при счёте предметов возникли натуральные числа. На первых порах их было немного. Так, ещё недавно у туземцев островов в Торресовом проливе (отделяющем Новую Гвинею от Австралии) были в языке названия только двух чисел: «урапун» (один) и «оказа» (два). Островитяне считали так: «оказа-урапун» (три), «оказа-оказа» (четыре) и т. д. Все числа, начиная с семи, туземцы называли словом, обозначавшим «много».

Учёные полагают, что слово для обозначения сотни появилось более 7000 лет назад, для обозначения тысячи — 6000 лет назад, а 5000 лет тому назад в Древнем Египте и в Древнем Вавилоне появляются названия для громадных чисел — до миллиона. Но долгое время натуральный ряд чисел считался конечным: люди думали, что существует самое большое число.

Величайший древнегреческий математик и физик Архимéд (287—212 гг. до н. э.) придумал способ описания громадных чисел. Самое большое число,

которое умел называть Архимед, было настолько велико, что для его цифровой записи понадобилась бы лента в две тысячи раз длиннее, чем расстояние от Земли до Солнца.

Но записывать такие громадные числа ещё не умели. Это стало возможным только после того, как индийскими математиками в VI в. была придумана цифра «нуль» и ею стали обозначать отсутствие единиц в разрядах десятичной записи числа.

При разделе добычи и в дальнейшем при измерениях величин, да и в других похожих случаях люди встретились с необходимостью ввести «ломаные числа» — обыкновенные дроби. Действия над дробями ещё в Средние века считались самой сложной областью математики. До сих пор немцы говорят про человека, попавшего в затруднительное положение, что он «попал в дроби».

Чтобы облегчить действия с дробями, были придуманы десятичные дроби. В Европе их ввёл в 1585 г. голландский математик и инженер Симóн Стевúн.

Отрицательные числа появились позднее, чем дроби. Долгое время такие числа считали «несуществующими», «ложными» прежде всего из-за того, что принятое истолкование для положительных и отрицательных чисел «имущество — долг» приводило к недоумениям: можно сложить или вычесть «имущества» или «долги», но как понимать произведение или частное «имущества» и «долга»?

Однако, несмотря на такие сомнения и недоумения, правила умножения и деления положительных и отрицательных чисел были предложены в III в. греческим математиком Диофáнтом (в виде: «вычитаемое, умноженное на прибавляемое, даёт вычитаемое; вычитаемое на вычитаемое даёт прибавляемое» и т. д.), а позже индийский математик Бхáскара (XII в.) выразил те же правила в понятиях «имущество», «долг» («Произведение двух имуществ или двух долгов есть имущество; произведение имущества и долга есть долг». То же правило и при делении).

Было установлено, что свойства действий над отрицательными числами те же, что и над положительными (например, сложение и умножение обладают переместительным свойством). И наконец, с начала XIX в. отрицательные числа стали равноправными с положительными.

В математике существуют и другие числа — иррациональные, комплексные и др. О них вы узнаете в старших классах.

§ 8. Решение уравнений

39. Раскрытие скобок

раскрытие скобок

Выражение $a + (b + c)$ можно записать без скобок:

$$a + (b + c) = a + b + c.$$

Эту операцию называют **раскрытием скобок**.

Пример 1. Раскроем скобки в выражении $a + (-b + c)$.

Решение.

$a + (-b + c) = a + ((-b) + c) = a + (-b) + c = a - b + c.$

Если перед скобками стоит знак «+», то можно опустить скобки и этот знак «+», сохранив знаки слагаемых, стоящих в скобках. Если первое слагаемое в скобках записано без знака, то его надо записать со знаком «+».

Пример 2. Найдём значение выражения

$$-2{,}87 + (2{,}87 - 7{,}639).$$

Решение. Раскрывая скобки, получим

$$-2{,}87 + (2{,}87 - 7{,}639) = -2{,}87 + 2{,}87 - 7{,}639 = 0 - 7{,}639 = -7{,}639.$$

Чтобы найти значение выражения $-(-9 + 5)$, надо сложить числа -9 и 5 и найти число, противоположное полученной сумме: $-(-9 + 5) = -(-4) = 4$.

То же значение можно получить по-другому: вначале записать числа, противоположные данным слагаемым (т. е. изменить их знаки), а потом сложить: $9 + (-5) = 4$.

Таким образом,

$$-(-9 + 5) = 9 - 5 = 4.$$

Чтобы записать сумму, противоположную сумме нескольких слагаемых, *надо изменить знаки данных слагаемых.*

Значит, $-(a + b) = -a - b$.

Пример 3. Найдём значение выражения

$$16 - (10 - 18 + 12).$$

Решение.

$$16 - (10 - 18 + 12) = 16 + (-(10 - 18 + 12)) =$$
$$= 16 + (-10 + 18 - 12) = 16 - 10 + 18 - 12 = 12.$$

Чтобы раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «–», *надо заменить этот знак на «+», поменяв знаки всех слагаемых в скобках на противоположные, а потом раскрыть скобки.*

Пример 4. Найдём значение выражения

$$9{,}36 - (9{,}36 - 5{,}48).$$

Решение.

$$9{,}36 - (9{,}36 - 5{,}48) = 9{,}36 + (-9{,}36 + 5{,}48) =$$
$$= 9{,}36 - 9{,}36 + 5{,}48 = 0 + 5{,}48 = 5{,}48.$$

Раскрытие скобок и применение переместительного и сочетательного свойств сложения позволяют упрощать вычисления.

Пример 5. Найдём значение выражения

$$(-4 - 20) + (6 + 13) - (7 - 8) - 5.$$

Решение. Сначала раскроем скобки, потом найдём отдельно сумму всех положительных и отдельно сумму всех отрицательных чисел и, наконец, сложим полученные результаты:

$$(-4 - 20) + (6 + 13) - (7 - 8) - 5 =$$
$$= -4 - 20 + 6 + 13 - 7 + 8 - 5 =$$
$$= (6 + 13 + 8) + (-4 - 20 - 7 - 5) = 27 - 36 = -9.$$

Пример 6. Найдём значение выражения

$$-3\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3}.$$

Решение. Сначала представим каждое слагаемое в виде суммы их целой и дробной частей, затем раскроем скобки, потом сложим отдельно целые и отдельно дробные части и, наконец, сложим полученные результаты:

$$-3\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3} = -\left(3 + \frac{5}{6}\right) + \left(2 + \frac{3}{4}\right) - \left(1 + \frac{2}{3}\right) =$$
$$= -3 - \frac{5}{6} + 2 + \frac{3}{4} - 1 - \frac{2}{3} = \left(-3 + 2 - 1\right) + \left(-\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) =$$
$$= -2 + \frac{-10 + 9 - 8}{12} = -2 + \frac{-9}{12} = -2 - \frac{3}{4} = -2\frac{3}{4}.$$

- Как раскрывают скобки, перед которыми стоит знак «+»?
- Как можно найти значение выражения, противоположное сумме нескольких чисел?
- Как раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «–»?

К

8.1 Раскройте скобки:

а) $75 + (48 + 15)$; в) $4{,}57 + (2{,}6 - 4{,}57)$;
б) $81 - (64 - 19)$; г) $9{,}5 - (10{,}1 + 3{,}4)$.

8.2 Раскройте скобки:

а) $m + (n - k)$; б) $c + (-a + b)$; в) $x - (-y - x)$; г) $p - (q + s)$.

8.3 Найдите значение выражения:

а) $-(-5{,}75 + 3{,}24)$; б) $-(6{,}38 - 2{,}47)$; в) $-\left(-\frac{3}{8} - \frac{1}{4}\right)$.

8.4 Раскройте скобки:

а) $85 + (7{,}8 + 98)$;
б) $(4{,}7 - 17) + 7{,}5$;
в) $64 - (90 + 100)$;
г) $-(80 - 16) + 84$.

8.5 Раскройте скобки:

а) $-a + (m - 2{,}6)$;
б) $c + (-a - b)$;
в) $a - (b - k - n)$;
г) $-(a - b + c)$;
д) $(m - n) - (p - k)$;
е) $-(a + b) + (-c + d)$.

8.6 Раскройте скобки и найдите значение выражения:

а) $5{,}4 + (3{,}7 - 5{,}4)$;
б) $-8{,}79 + (-1{,}76 + 8{,}79)$;
в) $7{,}2 - (3{,}2 - 5{,}9)$;
г) $-6{,}9 - (4{,}21 - 10{,}9)$;
д) $3{,}4 + (2{,}9 - 3{,}4 + 4{,}1)$;
е) $3{,}94 - (3{,}67 + 3{,}94 - 4{,}67)$;
ж) $(4{,}8 + 2{,}75) - (4{,}8 - 3{,}25)$;
з) $(3{,}72 - 5{,}43) - (4{,}57 + 3{,}22)$.

8.7 Раскройте скобки и найдите значение выражения:

а) $\frac{2}{7} + \left(\frac{5}{7} - \frac{3}{8}\right)$;
б) $4\frac{2}{5} + \left(-\frac{2}{5} - \frac{3}{7}\right)$;
в) $3{,}15 + \left(\frac{2}{3} - 2{,}15\right)$;
г) $\frac{5}{12} - \left(\frac{1}{12} - \frac{2}{3}\right)$;
д) $4\frac{5}{8} - \left(2\frac{3}{8} + 1\frac{1}{4}\right)$;
е) $-8\frac{14}{15} - \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{15}\right)$;
ж) $\left(8\frac{3}{4} - 7\frac{2}{9}\right) + \left(2{,}25 - 2\frac{7}{9}\right)$;
з) $\left(7\frac{11}{18} - 3{,}2\right) - \left(2\frac{5}{18} + 1{,}8\right)$.

8.8 Упростите выражение:

а) $0{,}4 + (m - 22)$;
б) $(6 - x) + \frac{1}{7}$;
в) $-0{,}16 + (4{,}06 - m)$;
г) $(16 - a) - 20\frac{7}{12}$;
д) $p + (1{,}4 - p)$;
е) $-a + (a - 1{,}1)$;
ж) $\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} - m\right)$;
з) $-8{,}3 - (-x - 8{,}3)$.

8.9 Упростите выражение:

а) $m - (n + m)$;
б) $-(n - x) - x$;
в) $a - (a - b)$;
г) $p + (-m + k - p)$;
д) $m + (k - a - m)$;
е) $-a - (m - a + p)$;
ж) $-(m - a) - (k + a)$;
з) $m - (a + m) - (-a - m)$.

8.10 Напишите сумму двух выражений и упростите её:

а) $-4 - m$ и $m + 6{,}4$;
б) $1{,}1 + a$ и $-26 - a$;
в) $a + 13$ и $-13 + b$;
г) $a + b$ и $p - b$;
д) $-m + n$ и $-k - n$;
е) $m - n$ и $n - m$.

8.11 Напишите разность двух выражений и упростите её:

а) $-3 + a$ и $a + 60{,}1$;
б) $3{,}2 - n$ и $-n + 1\frac{4}{5}$;
в) $m + n$ и $k + m$;
г) $-a + b$ и $b - a$;
д) $-p - a$ и $k - a$;
е) $m - a$ и $-a + m - b$.

8.12 Решите уравнение:

а) $7{,}2 - (6{,}2 - x) = 2{,}2$;
б) $-5 + (a - 25) = -4$;
в) $\frac{5}{16} - \left(\frac{3}{16} - x\right) = \frac{5}{8}$;
г) $(x + 3) - 17 = -20$;
д) $-(10 - b) + 23{,}5 = -40{,}4$;
е) $\left(m + \frac{8}{15}\right) - \frac{2}{15} = 0{,}8$.

8.13 Решите с помощью уравнения задачу:

а) На одной полке 42 книги, а на другой — 34. Со второй полки сняли несколько книг, а с первой — столько, сколько осталось на второй. После этого на первой полке осталось 12 книг. Сколько книг сняли со второй полки?
б) В первом классе 42 ученика, во втором — на 3 ученика меньше, чем в третьем. Сколько учеников в третьем классе, если всего в этих трёх классах 125 учеников?

8.14 Найдите значение выражения:

а) $-5\frac{7}{10} + 3\frac{14}{15}$; б) $3\frac{5}{12} - 4\frac{9}{16}$; в) $-3\frac{1}{6} - 1\frac{3}{4}$; г) $-5\frac{7}{8} + \frac{9}{10}$.

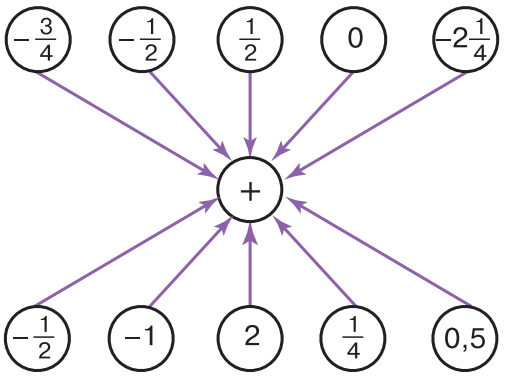
8.15 Найдите значение выражения:

а) $2\frac{3}{8} + 3\frac{5}{12} - 6\frac{3}{16}$;
б) $3\frac{4}{15} - 8\frac{1}{12} + 1\frac{7}{30}$;
в) $3\frac{1}{2} - 2\frac{5}{6} - 1\frac{4}{9}$;
г) $5\frac{1}{4} - 2\frac{1}{12} - 4\frac{2}{3}$.

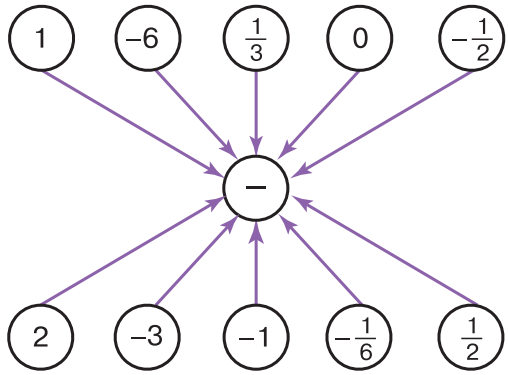
П

8.16 Вычислите устно:

а)



б)



8.17 Найдите наибольшее значение выражения:

а) $157 - x$, если $x = 68; -19; 0{,}17; -5\frac{2}{9}$;

б) $-30x$, если $x = 0{,}2; -0{,}7; 8; -2\frac{1}{3}$;

в) $x : (-0{,}5)$, если $x = 12{,}5; -3{,}5; -1\frac{1}{2}; 6$.

8.18 Укажите четыре последовательных целых числа, если:

а) меньшее из них равно −12;
б) большее из них равно −18;
в) меньшее из них равно n;
г) большее из них равно k.

8.19 Найдите координаты середины отрезка, если координаты его концов равны:

а) –3 и 5; б) –6 и 1; в) –2,5 и 1,5; г) –8 и $-1\frac{1}{3}$.

8.20 Каким числом может быть значение выражения $x + y$, если:

а) $x > 0$, $y > 0$; в) $x > 0$, $y < 0$; д) $x > 0$, $y = 0$;
б) $x < 0$, $y < 0$; г) $x = 0$, $y < 0$; е) $x = 0$, $y = 0$?

8.21 Решите с помощью графа задачу: «Вера, Нина, Оля и Люба надели платья разных цветов (красное, синее, белое, голубое). На вопрос, кто из них в каком платье, три девочки ответили: 1) Оля — в синем, Люба — в белом; 2) Оля — в красном, Нина — в синем; 3) Вера — в синем, Люба — в голубом. В каждом ответе только одна часть верна, а другая нет. Платье какого цвета надела каждая девочка?»

8.22 Найдите значение выражения:

а) $35 - 8 + 14 - 35 + 8 - 14$;

б) $\frac{2}{3} + 0{,}4 - \frac{2}{3} + 0{,}6$;

в) $-\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot 1\frac{1}{2}$;

г) $-\frac{5}{7} \cdot (-3{,}2) \cdot 1\frac{2}{5} \cdot (-10)$;

д) $\frac{3}{5} \cdot \frac{6}{7} + \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$;

е) $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{7}\right) \cdot (-35)$.

8.23 Представьте:

а) в виде десятичных дробей: $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{4}$; $3\frac{1}{2}$; $4\frac{6}{25}$; $1\frac{3}{4}$;

б) в виде обыкновенных дробей: 1,2; 3,25; 0,75; 1,125.

8.24 Найдите неизвестный член пропорции: 1) $4\frac{3}{4} : 7\frac{1}{8} = x : 12$; 2) $6\frac{1}{2} : x = 6\frac{5}{6} : 4{,}1$.

8.25 Решите уравнение:

1) $-2(3{,}1x - 1) + 3(1{,}2x + 1) = -14{,}5$; 2) $-5(4{,}2y + 1) + 4(1{,}4y - 2) = -20{,}7$.

Д

8.26 Раскройте скобки и найдите значение выражения:

а) $8{,}757 - (7{,}8 - 1{,}043)$;

б) $3{,}96 + (2{,}375 - 3{,}96)$;

в) $\frac{3}{8} + \left(\frac{1}{8} - \frac{3}{4}\right)$;

г) $\left(2\frac{3}{7} + 1\frac{5}{9}\right) - \left(1\frac{4}{7} + \frac{5}{9}\right)$;

д) $-\left(2{,}77 - 7\frac{2}{9}\right) - \left(0{,}23 - 4\frac{7}{9}\right)$;

е) $-\left(\frac{5}{6} + 1{,}37\right) - \left(-2{,}87 - \frac{1}{3}\right)$.

8.27 Упростите выражение:

а) $0{,}2 - (x - 3{,}3)$; в) $2{,}9 - (x - 6{,}7)$; д) $c - (a + c)$;
б) $m - (3{,}5 + m)$; г) $9 - \left(8\frac{2}{3} - x\right)$; е) $(m + n) - (n - m)$.

8.28 Решите уравнение:

а) $8{,}4 - (x - 7{,}2) = 8{,}6$;

б) $-1{,}3 + (x - 4{,}8) = -7{,}1$;

в) $3{,}3 - (x - 6{,}7) = 100$;

г) $-\frac{5}{7} - (m - 1) = \frac{11}{14}$;

д) $1\frac{5}{6} - \left(y + \frac{2}{3}\right) = 1\frac{1}{2}$;

е) $-2\frac{4}{9} + \left(-\frac{2}{3} + x\right) = \frac{7}{18}$.

8.29 Найдите значение выражения:

а) $1\frac{2}{15} - 2\frac{3}{10} - 1\frac{1}{6}$; в) $4\frac{2}{35} - 2\frac{5}{14} - 1\frac{3}{10}$;

б) $2\frac{5}{21} - 4\frac{1}{7} + 1\frac{1}{14}$; г) $1\frac{2}{9} + 2\frac{5}{6} - 5\frac{1}{5}$.

8.30 Решите задачу, составив пропорцию:

а) Масса 15 л керосина равна 12,3 кг. Чему равна масса 35 л керосина?
б) Из 0,3 т свежих яблок получается 57 кг сушёных. Сколько сушёных яблок получится из 5,5 т свежих?

8.31 Затрачивая на изготовление каждой детали $\frac{2}{3}$ мин, бригада выпускала за смену 540 деталей. На сколько процентов повысится производительность труда этой бригады, если на изготовление каждой детали будет затрачиваться $\frac{3}{5}$ мин?

8.32 Решите уравнение: а) $4{,}8 : 1{,}5 = 1{,}8 : \left(\frac{1}{8}x\right)$; б) $4\frac{1}{3} : (2x) = 1{,}3 : 3$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Раскрытие скобок

Запишите выражение и упростите его **(1—4):**

1 Сумма минус четырёх и разности четырёх и «эм».

2 Разность семи и суммы «икс» и семи.

3 Разность выражения «а» плюс «бэ» и выражения «бэ» минус два».

4 Сумма выражения «икс» минус «игрек» и выражения «игрек» минус «икс».

5 Запишите выражение, противоположное сумме «ка» и минус десяти.

6 Выражение $-x + 3$ заключите в скобки, перед которыми стоит знак «минус».

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Если раскрываются скобки, перед которыми стоит знак «плюс», то знаки слагаемых, стоящих в скобках, изменяются.

8 Если сумма нескольких слагаемых заключается в скобки, перед которыми стоит знак «минус», то знак каждого слагаемого меняется на противоположный.

40. Коэффициент

Переместительное и сочетательное свойства умножения позволяют упрощать выражения.

Пример 1. Упростим выражение $0{,}3a \cdot (-0{,}7b)$.

Решение. Это выражение является произведением четырёх множителей: $0{,}3 \cdot a \cdot (-0{,}7) \cdot b$. Сгруппировав отдельно числовые и отдельно буквенные множители, получим:

$$0{,}3a \cdot (-0{,}7b) = 0{,}3 \cdot a \cdot (-0{,}7) \cdot b = \\ = (0{,}3 \cdot (-0{,}7)) \cdot (a \cdot b) = -0{,}21ab.$$

Число $-0{,}21$ называют *коэффициентом* в полученном выражении.

числовой коэффициент

Если выражение является произведением числа и одной или нескольких букв, то это число называют **числовым коэффициентом** (или просто **коэффициентом**).

Коэффициент обычно пишут перед буквенными множителями.

Коэффициентом такого выражения, как a или ab, считают 1, так как $a = 1 \cdot a$; $ab = 1 \cdot ab$.

При умножении -1 на любое число a получается число $-a$:

$$-1 \cdot a = -a.$$

Поэтому числовым коэффициентом выражения $-a$ считают число -1.

Пример 2. Найдём коэффициент выражения $-a \cdot (-b)$.

Решение. Так как $-a \cdot (-b) = ab$, то, значит, коэффициентом выражения $-a \cdot (-b)$ является 1.

- Что называют числовым коэффициентом выражения?
- Чему равен коэффициент выражения ax? А выражения $-ax$?

К

8.33 Упростите выражение:

а) $-12 \cdot a \cdot (-8)$; г) $x \cdot (-1{,}5) \cdot 2{,}2$; ж) $\frac{4}{5} \cdot c \cdot \left(-1\frac{1}{4}\right)$;

б) $-8{,}3 \cdot 10 \cdot x$; д) $-3{,}2 \cdot a \cdot (-3)$; з) $-1\frac{3}{5} \cdot m \cdot \frac{5}{8}$;

в) $4 \cdot (-6{,}5) \cdot m$; е) $\frac{7}{9} \cdot a \cdot (-3)$; и) $0{,}8 \cdot t \cdot \left(\frac{3}{4}\right)$.

8.34 Найдите коэффициент произведения:

а) $8m \cdot 7$; в) $6c \cdot (-7)$; д) $-m \cdot n$;
б) $-4 \cdot (-12x)$; г) $-8a \cdot 9$; е) $-c \cdot (-b)$.

8.35 Найдите коэффициент произведения:

а) $-2p \cdot (-1{,}4)$; в) $-0{,}11x \cdot (-2m)$;
б) $-2{,}5m \cdot (-3)$; г) $-2{,}1ab \cdot (-1)$.

8.36 Найдите коэффициент произведения:

а) $\frac{2}{15}m \cdot \left(\frac{-3}{4}n\right)$; в) $\frac{2}{3}a \cdot \left(\frac{-7}{8}b\right) \cdot \left(\frac{-3}{8}\right)$;

б) $-1\frac{2}{5}a \cdot \left(-1\frac{3}{7}\right)$; г) $-1\frac{3}{5} \cdot (-m) \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)$.

8.37 Определите знак коэффициента:

а) $-a \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot (-d)$; в) $-5a \cdot 6b \cdot (-0{,}3c)$;
б) $-3a \cdot (-2b) \cdot 3c \cdot (-4)$; г) $\frac{-1}{2}m \cdot 0{,}3n \cdot (-5p) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$.

8.38 Упростите выражение и подчеркните коэффициент:

а) $-3m \cdot (-8k)$; г) $4 \cdot (-2x) \cdot (3y)$; ж) $\frac{2}{3}a \cdot (-6b) \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)$;

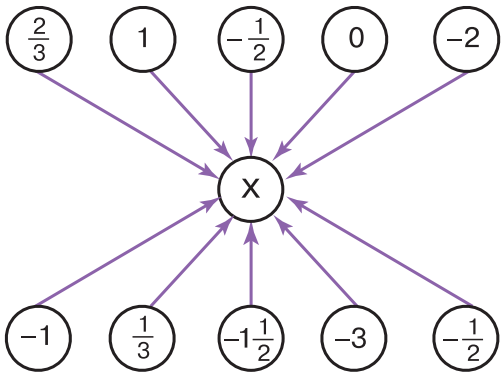
б) $5a \cdot (-6b)$; д) $-0{,}5 \cdot (-3n) \cdot (0{,}2m)$; з) $\left(-1\frac{1}{2}b\right) \cdot (-0{,}5) \cdot (-4c)$;

в) $-2c \cdot (-0{,}4b)$; е) $-0{,}6 \cdot 5c \cdot (-20)$; и) $\frac{3}{8}m \cdot \left(\frac{-2}{3}n\right) \cdot \frac{7}{8}$.

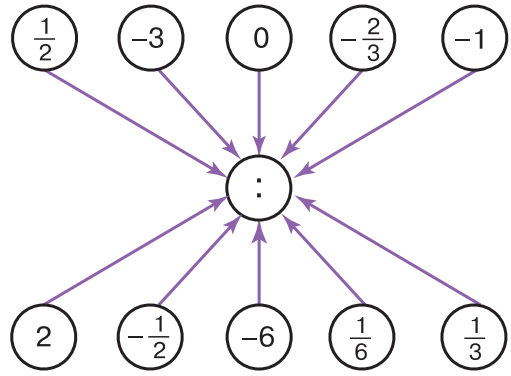
П

8.39 Вычислите устно:

а)



б)



8.40 На координатной прямой (рис. 96) отмечены числа a и b. Определите знак произведения ab.

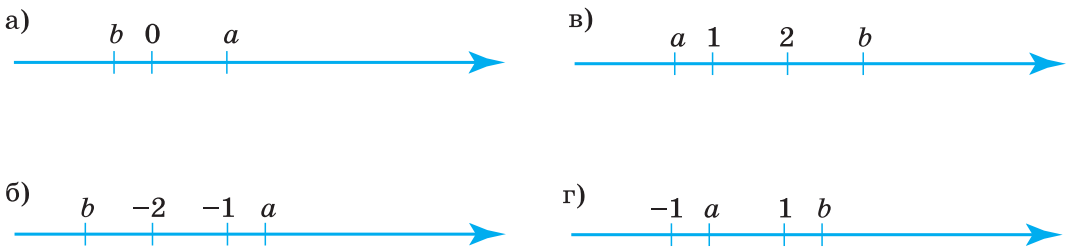


Рис. 96

8.41 Найдите произведение всех целых чисел:

а) от -6 до -1;
б) от -12 до 1;
в) модуль которых меньше 10;
г) модуль которых больше 3 и меньше 5,6.

8.42 Каким числом: положительным, отрицательным или нулём — будет произведение xy, если:

а) $x > 0$, $y > 0$; в) $x > 0$, $y < 0$; д) $x < 0$, $y = 0$;
б) $x < 0$, $y < 0$; г) $x = 0$, $y < 0$; е) $x = 0$, $y = 0$?

8.43 Найдите наименьшее целое положительное и наибольшее целое отрицательное решения неравенства:

а) $|x| > 4$; б) $|x - 3| > 5$; в) $|x| > 3\frac{1}{6}$.

8.44 Найдите значение выражения:

а) $(3{,}2 - 5) - (3{,}2 + 7)$; б) $\left(\frac{2}{3} - 1{,}2\right) - \left(-1{,}8 + \frac{2}{3}\right)$.

8.45 Вычислите:

а) $-1 + \frac{5}{7}$; б) $-2 + \frac{3}{4}$; в) $3 - \frac{1}{7}$; г) $1 - \frac{2}{3}$; д) $-2 - \frac{1}{7}$; е) $-5 - 2\frac{3}{7}$.

8.46 Найдите значение выражения:

а) $-(m + n) + (k + m) - (k - 0{,}13)$, если $n = -2{,}13$;

б) $(c + d + k) - (c + k - 15{,}3)$, если $d = -14{,}7$.

8.47 Напишите сумму двух выражений и упростите её:

а) $a + b$ и $p - b$; б) $-m + n$ и $-k - n$.

8.48 Напишите разность двух выражений и упростите её:

а) $-a + b$ и $b - a$; б) $-4 - m$ и $6{,}4 - m$.

8.49 Найдите значение выражения:

1) $-2{,}6 \cdot (3 - 3{,}8) + 4{,}2 \cdot (4 - 2{,}7)$; 2) $-1{,}212 : 0{,}4 + 2{,}9 \cdot (2 - 4{,}3)$.

Д

8.50 Упростите выражение и подчеркните его числовой коэффициент:

а) $-a \cdot (-7)$; в) $3ab \cdot 2$; д) $2a \cdot (-3b)$;

б) $b \cdot (-4m)$; г) $-mn \cdot (-5)$; е) $-5a \cdot 0{,}2b$.

8.51 Упростите выражение и подчеркните его числовой коэффициент:

а) $-\frac{3}{4}a \cdot \left(-\frac{1}{3}c\right)$; в) $-\frac{10}{7}k \cdot \left(-\frac{7}{5}l\right)$; д) $\frac{4}{5}a \cdot \left(-\frac{3}{8}b\right) \cdot \frac{5}{9}c$;

б) $-\frac{2}{3}m \cdot \left(-\frac{3}{8}n\right)$; г) $\frac{5}{12}x \cdot \left(-\frac{4}{15}y\right)$; е) $\frac{3}{7}m \cdot \frac{7}{9}n \cdot 6k$.

8.52 Выполните действия:

а) $-13{,}6 \cdot (-7{,}2 + 313{,}2 : 8{,}7)$; в) $-9{,}396 : 2{,}7 - 0{,}2 \cdot 1{,}7$;

б) $-16{,}3 \cdot (-8{,}3 + 212{,}8 : 7{,}6)$; г) $-0{,}8 \cdot 1{,}6 - 14{,}911 : 3{,}7$.

8.53 Решите уравнение: а) $1\frac{3}{4} : 3{,}75 = 4x : 15$; б) $\frac{1}{2} : 13 = \frac{1}{3}x : 4\frac{1}{3}$.

8.54 Из 3,2 кг ржаной муки получается 4,48 кг хлеба. Сколько муки расходует хлебозавод на выпечку 28 т хлеба?

8.55 Стены дома 8 каменщиков сложили за 42 дня. Сколько нужно каменщиков, чтобы сложить стены такого же дома за 28 дней?

8.56 Выполнив план на 25 %, трактористы вспахали 144 га. Сколько земли нужно вспахать, чтобы выполнить 65 % плана?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Коэффициент

Найдите коэффициент выражения **(1—6).**

1 Минус шесть «эм».

2 Произведение пяти «ка» и девяти.

3 Произведение «цэ» и «дэ».
4 Минус «икс».
5 Произведение одной второй «игрек» и минус шести.
6 Произведение минус «эм» и «эн».

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Коэффициент выражения an равен нулю.
8 Разность коэффициентов выражений $3x$ и $5x$ равна минус двум.

41. Подобные слагаемые

Распределительное свойство умножения $(a + b) \cdot c = ac + bc$ справедливо для любых чисел a, b и c.

Замену выражения $(a + b) \cdot c$ выражением $ac + bc$ или выражения $c \cdot (a + b)$ выражением $ca + cb$ также называют **раскрытием скобок**.

Пример 1. Раскроем скобки в выражении $-3 \cdot (a - 2b)$.

Решение. Умножим -3 на каждое из слагаемых a и $-2b$. Получим $-3 \cdot (a - 2b) = -3 \cdot a + (-3) \cdot (-2b) = -3a + 6b$.

Пример 2. Упростим выражение $2m - 7m + 3m$.

Решение. В данном выражении все слагаемые имеют общий множитель m. Значит, по распределительному свойству умножения $2m - 7m + 3m = m \cdot (2 - 7 + 3)$. В скобках записана сумма коэффициентов всех слагаемых. Она равна -2. Поэтому $2m - 7m + 3m = -2m$.

В выражении $2m - 7m + 3m$ все слагаемые имеют общую буквенную часть и отличаются друг от друга только коэффициентами. Такие слагаемые называют *подобными*.

подобные слагаемые

Слагаемые, имеющие одинаковую буквенную часть, называют **подобными слагаемыми.**

Подобные слагаемые могут отличаться только коэффициентами.

сложение (приведение) подобных слагаемых

Чтобы сложить (или говорят: привести) подобные слагаемые, *надо сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.*

Пример 3. Приведём подобные слагаемые в выражении $5a + a - 2a$.

Решение. В данной сумме все слагаемые подобны, так как у них одинаковая буквенная часть a. Сложим коэффициенты: $5 + 1 - 2 = 4$. Значит, $5a + a - 2a = 4a$.

- Какие слагаемые называют подобными?
- Чем могут отличаться друг от друга подобные слагаемые?
- На основании какого свойства умножения выполняют приведение (сложение) подобных слагаемых?

К

8.57 Раскройте скобки:

а) $3 \cdot (x + y - z)$;
б) $(a - b + c) \cdot 8$;
в) $-5 \cdot (m - n - k)$;
г) $(-x - y + z) \cdot (-4)$;
д) $2 \cdot (-x + 2y - 3)$;
е) $-3 \cdot (2a - 5b + 4)$.

8.58 Раскройте скобки:

а) $a \cdot (b - m + n)$;
б) $-a \cdot (3m + k - n)$;
в) $-x \cdot (6b - 3c + 4)$;
г) $(-2a + 3b + 5c) \cdot 4m$;
д) $-2x \cdot (b + 2c - 3m)$;
е) $(4x - 3y + 2) \cdot (-5z)$.

8.59 Выполните действия, применив распределительное свойство умножения:

а) $9 \cdot 13 + 9 \cdot 7$;
б) $27 \cdot 19 - 17 \cdot 19$;
в) $8 \cdot 11 + 16 \cdot 11$;
г) $9 \cdot 17 - 3 \cdot 17$;
д) $1{,}5 \cdot 13 + 1{,}5 \cdot 7$;
е) $0{,}9 \cdot 0{,}8 - 0{,}8 \cdot 0{,}8$;
ж) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7}$;
з) $1\frac{1}{19} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{19} \cdot \frac{3}{4}$;
и) $2\frac{3}{8} \cdot 4\frac{4}{7} - 2\frac{1}{8} \cdot 4\frac{4}{7}$.

8.60 Сложите подобные слагаемые:

а) $-9x + 7x - 5x + 2x$;
б) $5a - 6a + 2a - 10a$;
в) $11p + 2p + 20p - 7p$;
г) $-3{,}8k - k + 3{,}8k + k$;
д) $a + 6{,}2a - 6{,}5a - a$;
е) $-18n - 12n + 7{,}3n + 6{,}5n$;
ж) $\frac{2}{9}m + \frac{2}{9}m - \frac{3}{9}m - \frac{5}{9}m$;
з) $\frac{2}{3}a - \frac{1}{6}a + \frac{1}{2}a - \frac{1}{12}a$;
и) $b + 0{,}4b - \frac{1}{5}b - \frac{1}{2}b$;
к) $0{,}6c - 0{,}73c - \frac{3}{5}c + \frac{3}{4}c$.

Выражения вида $7x - 3x + 6x - 4x$ читают так:
— сумма семи *икс*, минус трёх *икс*, шести *икс* и минус четырёх *икс*,
— семь *икс* минус три *икс* плюс шесть *икс* минус четыре *икс*.

8.61 Выполните приведение подобных слагаемых:

а) $10a + b - 10b - a$;
б) $-8y + 7x + 6y + 7x$;
в) $-8x + 5{,}2a + 3x + 5a$;
г) $5a + 7a - 9{,}2m + 15m$;
д) $\frac{2}{7}x - \frac{4}{9}y - \frac{5}{14}x + \frac{2}{3}y$;
е) $-6a + 5a - x + 4$;
ж) $23x - 23 + 40 + 4x$;
з) $-a + x + 1{,}1a - 1{,}3x$;
и) $-12p + 3k + 3{,}2p - 2{,}3k$;
к) $0{,}5a - \frac{2}{3}b - \frac{2}{5}a - \frac{1}{3}b$.

8.62 Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $2x - (2a - x)$;
б) $-3b + (a - 3b)$;
в) $3 \cdot (2x - y) + y$;
г) $-4 \cdot (-a + 3c) - 5a$;
д) $5n \cdot (-2m - 4) + 20n$;
е) $15k - 3k \cdot (5 - 8m)$.

8.63 Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $7 \cdot (2x - 3) + 4 \cdot (3x - 2)$;
б) $-2 \cdot (4k + 8) - 3 \cdot (5k - 1)$;
в) $-8 \cdot (2 - 2y) + 4 \cdot (3 - 4y)$;
г) $(3x - 11) \cdot 2 - 5 \cdot (4 - 3x)$;
д) $(8a - 1) \cdot (-6) + (3a - 7) \cdot (-2)$;
е) $-0{,}5 \cdot (-2x + 4) - (10 - x)$;
ж) $-6 \cdot \left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{6}\right) + 4 \cdot \left(\frac{3}{4}a - \frac{1}{12}\right)$;
з) $5 \cdot \left(\frac{2}{5}x - 0{,}7\right) - 3 \cdot \left(\frac{1}{3}x - 0{,}2\right)$.

8.64 Найдите значение выражения:

а) $4x - 2a + 6x - 3a + 4a$, если $x = -0{,}15$, $a = 0{,}03$;
б) $-6{,}3m + 8 - 3{,}2m - 5$, если $m = -2$; $-\frac{1}{8}$; $-0{,}4$.

8.65 Решите уравнение:

а) $3(2x + 8) - (5x + 2) = 0$;
б) $-6(4x - 3) + (7 - 6x) = 0$;
в) $-3(3y + 4) + 4(2y - 1) = 0$;
г) $8(3 - 2x) + 5(3x + 5) = 9$.

8.66 Две бригады работали на уборке урожая картофеля. Первая бригада собрала картофель с 5 га, а вторая — с 6 га. При этом вторая бригада собирала с каждого гектара на 4 т меньше, чем первая. Сколько тонн с гектара собирала каждая бригада, если обе бригады вместе собрали 240 т картофеля?

8.67 От одной пристани отошёл теплоход, который двигался со скоростью 22 км/ч. Через 2 ч ему навстречу от другой пристани отчалил второй теплоход, скорость которого 26 км/ч. Через какое время после выхода первого теплохода они встретятся, если расстояние между пристанями 204 км?

П

8.68 Вычислите устно:

а)
$$\begin{array}{r} 34 - 90 \\ : (-14) \\ \cdot (-15) \\ + 39 \\ \hline ? \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} -23 - 29 \\ : (-13) \\ \cdot (-17) \\ - 32 \\ \hline ? \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} -14 \cdot (-7) \\ : (-2) \\ - 2 \\ : 17 \\ \hline ? \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 45 - 90 \\ : (-15) \\ \cdot (-17) \\ - 49 \\ \hline ? \end{array}$$

8.69 Чему равна сумма тысячи слагаемых, каждое из которых равно -1? Чему равно произведение тысячи множителей, каждый из которых равен -1?

8.70 Найдите значение выражения $1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \ldots + 97 - 99$.

8.71 Решите устно уравнение:

а) $x + 4 = 0$;
б) $a + 3 = a - 1$;
в) $m + m + m = 3m$;
г) $(y - 3)(y + 1) = 0$.

8.72 Выполните умножение:

а) $0{,}2 \cdot \frac{3}{7} \cdot 5 \cdot \frac{1}{3}$;
б) $3{,}5 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{7}$;
в) $2{,}5 \cdot 1\frac{2}{7} \cdot 4 \cdot \frac{7}{9}$;
г) $\frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{9} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 9$.

8.73 Назовите коэффициент выражения:

а) $-3m$; б) $\frac{2}{5}cd$; в) mk; г) $-am$.

8.74 Найдите коэффициент выражения:

а) $-p \cdot (-k)$; б) $-\frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{4}b$; в) $0{,}2b \cdot 4c$; г) $-3a \cdot (-0{,}2b)$.

8.75 Расстояние от Москвы до Нижнего Новгорода 440 км. Каким должен быть масштаб карты, чтобы на ней это расстояние имело длину 8,8 см?

8.76 Отрезком какой длины изображается на карте расстояние 35 км, если масштаб карты 1 : 100 000?

8.77 Расстояние от Новосибирска до Красноярска изображается на карте, масштаб которой 1 : 10 000 000, отрезком 6,3 см. Определите это расстояние на местности.

8.78 Стол на плане кухни, выполненном в масштабе 2 : 5, имеет форму прямоугольника со сторонами 38 мм и 26 мм. Найдите, какую площадь занимает этот стол на кухне в натуральную величину.

8.79 Отрезок на плане, масштаб которого 2 : 7, имеет длину 4,2 см. Какой длины будет этот отрезок на плане, сделанном в масштабе 5 : 3?

8.80 Решите задачу:

1) Комбайнёр перевыполнил план на 15 % и убрал зерновые на площади 230 га. Сколько гектаров по плану должен убрать комбайнёр?
2) Бригада плотников израсходовала на ремонт здания 4,2 м^3 досок. При этом она сэкономила 16 % выделенных для ремонта досок. Сколько кубических метров досок было выделено на ремонт здания?

8.81 Найдите значение выражения:

1) $-3{,}4 \cdot 7{,}1 - 3{,}6 \cdot 6{,}8 + 9{,}7 \cdot 8{,}6$; 2) $-4{,}1 \cdot 8{,}3 + 2{,}5 \cdot 7{,}9 - 3{,}9 \cdot 4{,}2$.

8.82 Решите с помощью графа задачу: «Марина, Лариса, Жанна и Катя умеют играть на разных инструментах (пианино, виолончели, гитаре, скрипке), но каждая только на одном. Они же знают иностранные языки (английский, французский, немецкий, испанский), но каждая только один. Известно: 1) девушка, которая играет на гитаре, говорит по-испански; 2) Лариса не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка; 3) Марина не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает ни немецкого, ни английского языка; 4) девушка, которая говорит по-немецки, не играет на виолончели; 5) Жанна знает французский язык, но не играет на скрипке. Кто на каком инструменте играет и какой иностранный язык знает?»

Д

8.83 Раскройте скобки:

а) $(x + y - z) \cdot 3$; г) $(2x - y + 3) \cdot (-2)$;
б) $4 \cdot (m - n - p)$; д) $(3m - 2n + p) \cdot (-1)$;
в) $-8 \cdot (a - b - c)$; е) $(a + 5 - 6 - c) \cdot m$.

8.84 Найдите значение выражения, применив распределительное свойство умножения:

а) $9 \cdot 157 + 9 \cdot 143$; г) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$;

б) $3{,}5 \cdot 2{,}4 - 3{,}5 \cdot 1{,}4$; д) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{14} - 1\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7}$;

в) $4{,}75 \cdot 3{,}2 + 3{,}2 \cdot 3{,}25$; е) $12{,}9 \cdot \frac{3}{8} - 11{,}3 \cdot \frac{3}{8}$.

8.85 Приведите подобные слагаемые:

а) $3m + 2m + 4m$; в) $0{,}9b - 1{,}3b + 0{,}7b$; д) $x - 0{,}2x - 0{,}7x$;

б) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a - \frac{1}{6}a$; г) $\frac{1}{12}m - \frac{1}{4}m - \frac{1}{3}m$; е) $c - 0{,}8c - \frac{1}{5}c - \frac{1}{2}c$.

8.86 Приведите подобные слагаемые:

а) $0{,}3a - 0{,}2b - 0{,}7a + 0{,}2b$; г) $\frac{5}{7}k - \frac{2}{3} - \frac{3}{14}k - \frac{1}{3}$;

б) $4a - 6a - 2a + 12 - 11$; д) $0{,}2m - \frac{2}{9} - 4m + \frac{5}{9}$;

в) $\frac{2}{3}a + \frac{3}{8}b - \frac{1}{6}a - \frac{1}{4}b$; е) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}c - \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}c$.

8.87 Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $5m - (3m + 5) + (2m - 4)$; в) $0{,}2(6x - 5) - 4(0{,}2x - 2)$;

б) $-5(x + 3) - (2x - 1)$; г) $0{,}4(1{,}5y + 3) - 2{,}5(3 - 0{,}6y)$.

8.88 Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $\frac{1}{8}c - \left(\frac{5}{9}c - \frac{1}{4}c\right)$; в) $\frac{2}{9}(1{,}8m - 5{,}4) - \frac{3}{7}(2{,}1m - 4{,}2)$;

б) $\frac{3}{4}\left(\frac{4}{3}x - 4\right) - 8\left(2\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}\right)$; г) $\frac{1}{3}(0{,}3y - 0{,}6) - \frac{1}{4}(0{,}4y - 0{,}8)$.

8.89 Решите уравнение:

а) $3(y - 5) - 2(y - 4) = 8$; в) $\frac{1}{3}(3x - 6) - \frac{2}{7}(7x - 21) = 9$;

б) $-5(5 - x) - 4x = 18$; г) $5{,}4(3y - 2) - 7{,}2(2y - 3) = 1{,}2$.

8.90 Цена яблок на 20 р. ниже цены груш. Для консервирования компота купили 3 кг груш и 5 кг яблок. По какой цене покупали фрукты, если всего за покупку заплатили 620 р.?

8.91 На трёх полках 75 книг. На первой полке книг в 2 раза больше, чем на второй, а на третьей на 5 книг меньше, чем на первой. Сколько книг на каждой полке?

8.92 Определите масштаб карты, если расстояние между двумя пунктами на местности 750 м, а на карте 25 мм.

8.93 Отрезком какой длины изображается на карте расстояние 6,5 км, если масштаб карты 1 : 25 000?

8.94 На карте отрезок имеет длину 12,6 см. Чему равна длина этого отрезка на местности, если масштаб карты 1 : 150 000?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Подобные слагаемые

Запишите выражение и раскройте в нём скобки **(1—2).**

1 Произведение разности «ка» и семи и трёх.

2 Произведение минус пяти и суммы «цэ» и минус девяти.

3 Найдите значение выражения $0{,}7 \cdot 26 - 16 \cdot 0{,}7$, применив распределительное свойство умножения.

Приведите подобные слагаемые в выражении **(4—6):**

4 Сумма двух «дэ» и восьми «дэ».

5 Сумма минус четырёх «эн» и семи «эн».

6 Сумма минус «икс» и минус «икс».

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Подобные слагаемые — это слагаемые, имеющие одинаковую буквенную часть.

8 Привести подобные слагаемые — значит сложить их коэффициенты.

42. Решение уравнений

решение уравнений

Пример 1. Решим уравнение $4 \cdot (x + 5) = 12$.

Решение. По правилу отыскания неизвестного множителя имеем $x + 5 = 12 : 4$, т. е. $x + 5 = 3$. Это же уравнение можно получить, разделив обе части данного уравнения на 4 или умножив обе части на $\frac{1}{4}$. Теперь легко найти значение x. Имеем $x = 3 - 5$, или $x = -2$.

Число -2 является корнем уравнения $x + 5 = 3$ и уравнения $4 \cdot (x + 5) = 12$, так как $-2 + 5 = 3$ и $4 \cdot (-2 + 5) = 12$.

Корни уравнения не изменяются, если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.

Пример 2. Решим уравнение $2x + 5 = 17$.

Решение. По правилу отыскания неизвестного слагаемого имеем $2x = 17 - 5$, т. е. $2x = 12$. Уравнения $2x + 5 = 17$ и $2x = 17 - 5$ имеют один и тот же корень 6, так как $2 \cdot 6 + 5 = 17$ и $2 \cdot 6 = 17 - 5$.

Уравнение $2x = 17 - 5$ можно записать так: $2x = 17 + (-5)$. Видим, что корень уравнения $2x + 5 = 17$ не изменяется, если перенести слагаемое 5 из левой части уравнения в правую, изменив его знак на противоположный.

Пример 3. Решим уравнение $5x = 2x + 6$ (рис. 97).

Решение. Вычтем из обеих частей уравнения по $2x$ (снимем с обеих чашек весов по два батона хлеба). Получим $5x - 2x = 2x - 2x + 6$. Но $2x - 2x = 0$, значит, $5x - 2x = 6$. Это уравнение можно получить из данного, если слагаемое $2x$ перенести из правой части в левую, изменив его знак на противоположный. Решая дальше уравнение $5x - 2x = 6$, получим $3x = 6$ и $x = 2$.

Число 2 есть корень уравнения $5x - 2x = 6$ и уравнения $5x = 2x + 6$, так как $5 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 6$ и $5 \cdot 2 = 2 \cdot 2 + 6$.

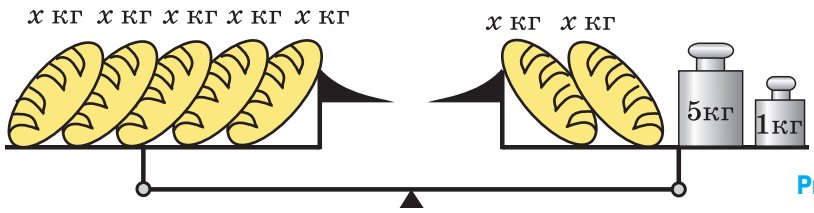


Рис. 97

Корни уравнения не изменяются, если какое-нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом его знак.

Пример 4. Решим уравнение $\frac{1}{3}x + 12 = x$.

Р е ш е н и е. Умножим левую и правую части уравнения на 3 для того, чтобы освободиться от дробного коэффициента. Получим $x + 36 = 3x$. Перенесём с противоположными знаками слагаемое 36 из левой части в правую, а слагаемое $3x$ из правой части в левую: $x - 3x = -36$. Упростим левую часть уравнения: $-2x = -36$. Теперь разделим обе части уравнения на -2, получим $x = 18$.

Число 18 является корнем данного уравнения $\frac{1}{3}x + 12 = x$, так как верно равенство $\frac{1}{3} \cdot 18 + 12 = 18$.

Во всех рассмотренных примерах мы приводили данные уравнения к виду $ax = b$, где $a \neq 0$.

линейное уравнение

Уравнение, которое можно привести к такому виду с помощью переноса слагаемых и приведения подобных слагаемых, называют **линейным** уравнением с одним неизвестным.

- Обе части уравнения умножили на число, не равное 0. Изменились ли корни данного уравнения?
- Обе части уравнения разделили на одно и то же число, отличное от нуля. Изменились ли корни данного уравнения?
- Сформулируйте правило переноса слагаемых из одной части уравнения в другую.
- Какие уравнения называют линейными?

К

8.95 Перенесите из левой части уравнения в правую то слагаемое, которое не содержит неизвестного:

а) $8x + 5{,}9 = 7x + 20$; б) $6x - 8 = -5x - 1{,}6$.

8.96 Соберите в левой части уравнения все слагаемые, содержащие неизвестное, а в правой — не содержащие неизвестное:

а) $15y - 8 = -6y + 4{,}6$; б) $-16z + 1{,}7 = 2z - 1$.

8.97 Решите уравнение:

а) $6x - 12 = 5x + 4$;
б) $-9a + 8 = -10a - 2$;
в) $7m + 1 = 8m + 9$;
г) $-12n - 3 = 11n - 3$;
д) $4 + 25y = 6 + 24y$;
е) $11 - 5z = 12 - 6z$;
ж) $4k + 7 = -3 + 5k$;
з) $6 - 2c = 8 - 3c$.

Уравнение $-7y + 9 = -8y - 3$ читают так:
— сумма минус семи *игрек* и девяти равна сумме минус восьми *игрек* и минус трёх. Корень этого уравнения — число минус двенадцать.

8.98 С помощью умножения обеих частей уравнения на одно и то же число освободитесь от дробных чисел и решите уравнение:

а) $\frac{7}{9}x + 3 = \frac{2}{3}x + 5$;

б) $\frac{2}{3}y - \frac{1}{2}y + 2 = \frac{1}{4}y - 3$;

в) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x + 5 = x$;

г) $0{,}2x + 2{,}3 = 0{,}7x - 3{,}2$.

8.99 Решите уравнение и выполните проверку:

а) $-40 \cdot (-7x + 5) = -1600$;

б) $(-20x - 50) \cdot 2 = 100$;

в) $2{,}1 \cdot (4 - 6y) = -42$;

г) $-3 \cdot (2 - 15x) = -6$.

8.100 Найдите корень уравнения:

а) $0{,}5x + 3 = 0{,}2x$;

б) $-0{,}4a - 14 = 0{,}3a$;

в) $2x - 6\frac{1}{4} = \frac{3}{4}x + 7\frac{1}{2}$;

г) $6{,}9 - 9n = -5n - 33{,}1$;

д) $\frac{3}{4}k - 12{,}5 = \frac{9}{8}k - \frac{1}{8}$;

е) $4{,}7 - 8z = 4{,}9 - 10z$;

ж) $7{,}3a = 1{,}6a$;

з) $-19t = 11t$.

8.101 Решите уравнение, используя основное свойство пропорции:

а) $\frac{x-3}{6} = \frac{7}{3}$;

б) $\frac{5}{2x+3} = \frac{2{,}5}{4{,}5}$;

в) $\frac{x+7}{3} = \frac{2x-3}{5}$;

г) $\frac{0{,}2}{x+3} = \frac{0{,}7}{x-2}$.

8.102 В первом бидоне в 3 раза больше молока, чем во втором. Если из первого перелить 20 л во второй, то молока в бидонах будет поровну. Сколько молока в каждом бидоне?

8.103 Длина отрезка AB на 2 см больше, чем длина отрезка CD. Если длину отрезка AB увеличить на 10 см, а длину отрезка CD увеличить в 3 раза, то получатся равные результаты. Найдите длину отрезка AB.

8.104 Автобус проходит расстояние от города до села за 1,8 ч, а легковая автомашина — за 0,8 ч. Найдите скорость автобуса, если известно, что она меньше скорости легковой автомашины на 50 км/ч.

8.105 На первую автомашину погрузили на 0,6 т зерна больше, чем на вторую. Если бы на первую автомашину погрузили в 1,2 раза больше, а на вторую в 1,4 раза больше, то груза на обеих автомашинах было бы поровну. Сколько тонн груза погрузили на каждую автомашину?

8.106 Туристы отправились в трёхдневный поход. В первый день они прошли $\frac{5}{11}$ всего пути, во второй день — $\frac{2}{3}$ оставшегося пути, а в третий день — последние 10 км. Найдите длину туристического маршрута.

8.107 В школьной библиотеке есть художественная, научно-популярная и справочная литература. Число книг с художественными произведениями составляет $\frac{3}{4}$ всех книг библиотеки, число научно-популярных книг составляет $\frac{3}{10}$ от числа художественных, а остальные 160 книг — справочники. Сколько всего книг в библиотеке?

8.108 Маркетинговая служба торгового центра проводила анализ продаж мобильных устройств в течение месяца и установила, что в первую декаду месяца было продано 0,56 всех мобильных устройств, во вторую декаду — $\frac{5}{14}$ того, что было продано в первую, а в третью декаду — остальные 240 устройств. Сколько мобильных устройств было продано в течение всего месяца? (*Примечание*. Декада — это треть месяца, или 10 дней.)

8.109 Верёвку длиной 63 м разрезали на два куска так, что 0,4 длины первого куска были равны 0,3 длины второго куска. Найдите длину каждого куска верёвки.

8.110 На отливку блока объёмом 2,5 м^3 требуется 5,5 т бетона. На сколько увеличится расход бетона при отливке блока объёмом 2,9 м^3?

8.111 В растворе содержится 40 % соли. Если добавить 120 г соли, то в растворе будет содержаться 70 % соли. Сколько граммов соли было в растворе первоначально?

П

8.112 Вычислите устно:

а)
$$\begin{array}{r} 8 \\ -\ 70 \\ -\ 19 \\ :\ 3 \\ \cdot\ (-2) \\ \hline ? \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} -19 \\ +\ 100 \\ :\ (-3) \\ -\ 13 \\ +\ 6 \\ \hline ? \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} -18 \\ -\ 46 \\ :\ 16 \\ -\ 77 \\ :\ (-3) \\ \hline ? \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} -\ 15 \\ \cdot\ 60 \\ :\ 9 \\ \cdot\ (-13) \\ -\ 260 \\ \hline ? \end{array}$$

8.113 При каких значениях a верно неравенство: а) $a < -a$; б) $-a < a$; в) $-a > a$?

8.114 Приведите подобные слагаемые:

а) $9{,}5m + 3m$; г) $\frac{5}{7}m - m$; ж) $-4x - x + 3$;

б) $6b - b$; д) $1{,}2y + 3{,}6y - 0{,}7y$; з) $7x - 6y - 2x + 8y$.

в) $a - \frac{2}{3}a$; е) $\frac{4}{9}a + \frac{2}{9}a - \frac{1}{3}a$;

8.115 Упростите выражение: а) $2x - (x + 1)$; б) $n + 2(3n - 1)$.

8.116 Фасовочная машина может всю привезённую продукцию обработать за 20 ч. Определите:

а) какую часть всей продукции она обработает за 1 ч;
б) сколько процентов всей продукции она обработает за 1 ч;
в) какую часть всей продукции она обработает за 8 ч;
г) сколько процентов всей продукции она обработает за 9 ч.

8.117 За какое время всё свекловичное поле уберёт уборочная машина, если известно, что она за 1 ч убирает: а) 5 % всего поля; б) $\frac{1}{6}$ всего поля; в) 0,4 всего поля?

8.118 За какое время двигатель израсходует весь бензин из бака, если он: а) за 3 ч расходует 12 % всего бензина; б) за 3 ч расходует $\frac{4}{15}$ всего бензина; в) за 6 ч расходует 0,24 всего бензина?

8.119 Докажите, что при любом значении буквы значение выражения:

1) $5 \cdot (7y - 2) - 7 \cdot (5y + 2)$ равно -24; 2) $4 \cdot (8a + 3) - 8 \cdot (4a - 3)$ равно 36.

8.120 Найдите значение выражения:

1) $(503{,}44 : 12{,}4 - 225{,}36 : 7{,}2) \cdot (1{,}6905 : 0{,}49)$;
2) $(971{,}1 : 23{,}4 - 211{,}14 : 6{,}9) \cdot (6{,}5704 : 0{,}86)$.

8.121 *Старинная задача.*

— Скажи мне, учитель, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?

— Вот сколько, — ответил учитель. — Половина изучает математику, четверть — природу, седьмая часть проводит время в размышлении, и, кроме того, есть ещё три женщины.

Д

8.122 Решите уравнение и выполните проверку:

а) $-20 \cdot (x - 13) = -220$;
б) $(30 - 7x) \cdot 8 = 352$;
в) $\frac{5}{12}y - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$;
г) $(2{,}8 - 0{,}1x) \cdot 3{,}7 = 7{,}4$;
д) $(3x - 1{,}2) \cdot 7 = 10{,}5$;
е) $\frac{1}{3}x + \frac{5}{6}x = 3{,}5$.

8.123 Решите уравнение:

а) $-27x + 220 = -5x$;
б) $7a = -310 + 3a$;
в) $-2x + 16 = 5x - 19$;
г) $25 - 3b = 9 - 5b$;
д) $3 + 11y = 203 + y$;
е) $12x - 25 = 3x - 7$.

8.124 Решите уравнение:

а) $-4 \cdot (-z + 7) = z + 17$;
б) $c - 32 = (c + 8) \cdot (-7)$;
в) $12 - 2 \cdot (k + 3) = 26$;
г) $-5 \cdot (3a + 1) - 11 = -16$;
д) $-3{,}2n + 4{,}8 = -2 \cdot (1{,}2n + 2{,}4)$;
е) $-5 \cdot (0{,}8z - 1{,}2) = -z + 7{,}2$.

8.125 Одно число больше другого в 4,5 раза. Если от большего числа отнять 54, а к меньшему прибавить 72, то получатся равные результаты. Чему равны эти числа?

8.126 Бутылка с кефиром в 2 раза тяжелее пустой бутылки (рис. 98). Галя выпила половину бутылки кефира. Сколько граммов кефира выпила Галя?

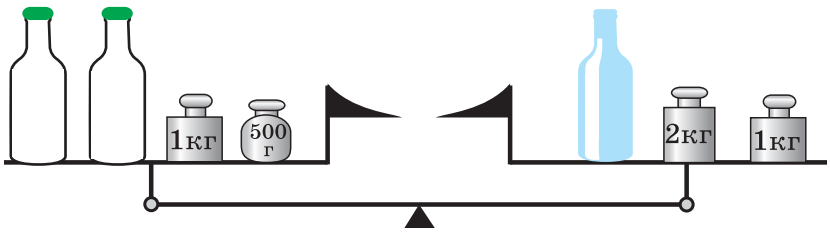


Рис. 98

8.127 У Миши и Коли в коллекциях было одинаковое число марок. Когда Миша подарил часть своих марок младшему брату, а Коля в 1,4 раза меньшее число своих марок отдал на выставку, у Миши осталось 20 марок, а у Коли — 40 марок. Сколько марок было у каждого мальчика первоначально, сколько марок Коля отдал на выставку и сколько марок Миша подарил брату?

8.128 На одной полке было в 3 раза больше книг, чем на другой. Когда с одной полки сняли 8 книг, а на другую положили 32 книги, то на полках стало книг поровну. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

8.129 В двух бочках было 725 л воды. Когда для полива огорода из первой бочки израсходовали $\frac{1}{3}$ имевшейся в ней воды, а из второй — $\frac{2}{7}$, то в обеих бочках воды стало поровну. Сколько литров воды было в каждой бочке первоначально?

8.130 Решите уравнение, используя основное свойство пропорции:

а) $\dfrac{4{,}6}{x+4{,}4}=\dfrac{8{,}4}{3x+5{,}1}$; б) $\dfrac{2\frac{2}{3}}{x+\frac{1}{3}}=\dfrac{1\frac{1}{2}}{x-1\frac{1}{8}}$.

8.131 Для приготовления травяного чая смешали зверобой и душицу. Душица составила 30 % всей смеси. Если в эту смесь добавить ещё 120 г душицы, то она составит 45 % смеси. Сколько граммов душицы было в травяной смеси первоначально?

8.132 Поезд шёл 3,5 ч со скоростью 64,4 км/ч. На сколько надо увеличить скорость поезда, чтобы пройти это расстояние за 2,8 ч?

8.133 Одна поливочная машина может полить всю улицу за 15 мин, а другая — за 12 мин. Какую часть улицы польют обе машины за 1 мин? за 3 мин?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1. Решение уравнений

Запишите уравнение и решите его (1—3).

1 Разность «икс» и восьми равна девяти.
2 Сумма «игрек» и трёх равна минус семи.
3 Минус два «икс» равны минус шести.
4 Решите уравнение $5y=3y+16$.
5 Является ли линейным уравнение в задании 4?
6 Изменятся ли корни уравнения, если к обеим его частям прибавить одно и то же число?

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Решить уравнение — значит найти все его корни или убедиться, что корней нет.
8 Если обе части уравнения умножить на одно и то же число, не равное нулю, то корни уравнения не изменятся.

Проверочная работа № 2. Решение уравнений

Запишите уравнение и решите его (1—3).

1 Два «икс» равны разности «икс» и шести.
2 Сумма одной третьей «игрек» и единицы равна минус двум.
3 Разность пяти «икс» и двадцати одного равна двум «икс».
4 Решите уравнение $3y-4=y+8$.
5 Является ли линейным уравнение в задании 4?
6 Составьте уравнение для решения задачи: «На одной полке «икс» книг, а на другой — втрое больше. Если со второй полки переложить на первую пятнадцать книг, то на этих полках книг станет поровну. Сколько книг на каждой полке?»

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Корень уравнения $\dfrac{2-x}{9}=\dfrac{2}{3}$ — число минус четыре.

8 Чтобы в уравнении $\dfrac{2}{3}y+2=\dfrac{1}{2}y+3$ освободиться от всех дробных коэффициентов, обе части уравнения надо умножить на три.

алгебра

Среди задач, которые с давних времён приходилось решать людям, много было похожих, однотипных: вычисление площадей участков, нахождение объёмов фигур определённой формы, деление доходов, вычисление стоимости товара, измерение массы с помощью различных единиц и др.

Для однотипных задач в разное время в разных странах пытались отыскать общие способы, правила решения. В этих правилах раскрывалось, как найти неизвестную величину через данные числа для группы похожих задач. Так возникла **алгебра** — один из разделов математики, в котором вначале в основном рассматривалось решение различных уравнений.

Некоторые алгебраические понятия и общие приёмы решения задач знали уже в Древнем Вавилоне и Египте более 4000 лет назад. Большой вклад в создание алгебры внёс выдающийся древнегреческий математик Диофа́нт (III в.), которого по праву считают «отцом алгебры». Диофант умел решать очень сложные уравнения, применял для неизвестных буквенные обозначения, ввёл специальный символ для вычитания, использовал сокращения слов.

В начале нашей эры греческая наука и культура пришли в упадок. Но к тому времени больших успехов в развитии математики достигли индийские учёные. С V по XII в. ими было сделано много открытий, значительно обогатились начала алгебры. Культуру древних индийцев усвоили их соседи — арабы, узбеки, персы, таджики и другие народы Средней Азии. И в IX—XV вв. мировым центром наук становится Средняя Азия, подарившая миру много учёных-математиков. Их труды в дальнейшем оказали большое влияние на развитие науки в Европе.

В 825 г. арабский учёный аль-Хорезми́ написал книгу «Китаб аль-джебр валь-мукабала», что означает «Книга о восстановлении и противопоставлении». Её по праву считают первым в мире учебником алгебры. С этого времени алгебра становится самостоятельной наукой. Само слово «алгебра» произошло от слова «аль-джебр» — восполнение: так аль-Хорезми называл перенос отрицательных слагаемых из одной части уравнения в другую с переменой знака. В дальнейшем большой вклад в развитие алгебры внесли европейские учёные Франсуа́ Вие́т (1540—1603) и Рене́ Дека́рт, которые ввели в алгебру буквы и разработали правила действий с буквенными выражениями.

§ 9. Координаты на плоскости

43. Перпендикулярные прямые

перпендикулярные прямые

Две прямые, образующие при пересечении прямые углы, называют **перпендикулярными** (рис. 99).

Пишут: $AB \perp MN$. Эту запись читают: «Прямая AB перпендикулярна прямой MN».

Если $AB \perp MN$, то $MN \perp AB$.

Для построения перпендикулярных прямых используют угольник (рис. 100) или транспортир (рис. 101).

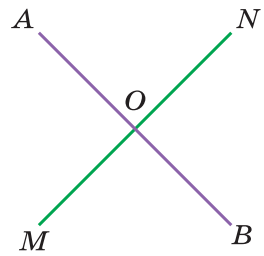


Рис. 99

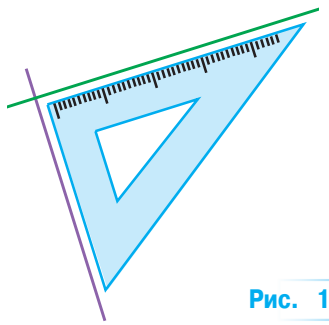


Рис. 100

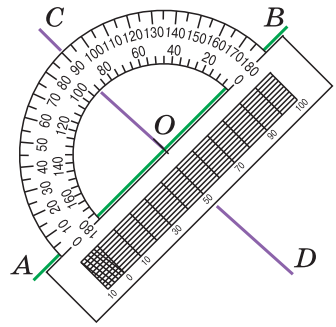


Рис. 101

перпендикулярные отрезки (лучи)

Отрезки (или лучи), лежащие на перпендикулярных прямых, называют перпендикулярными отрезками (или лучами) (рис. 102).

а) б)

Рис. 102

- Какие прямые называют перпендикулярными?
- Какие отрезки и какие лучи называют перпендикулярными?
- С помощью каких чертёжных инструментов строят перпендикулярные прямые?

К

9.1 Постройте с помощью транспортира две перпендикулярные прямые.

9.2 Сначала определите на глаз, а потом проверьте с помощью угольника, какие пары прямых на рисунке 103 перпендикулярны.

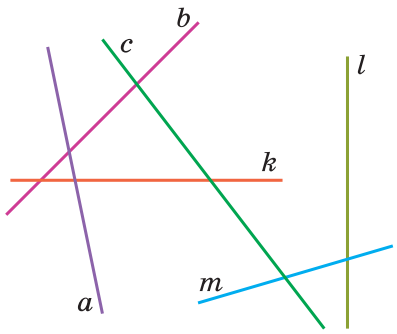


Рис. 103

9.3 Начертите прямую MP и отметьте точку A, не лежащую на этой прямой. Проведите с помощью угольника через точку A прямую, перпендикулярную прямой MP. Сколько прямых, перпендикулярных MP, можно провести через точку A?

9.4 Начертите в тетради прямую AB и отметьте точку M так, как показано на рисунке 104. Проведите через точку M перпендикуляр к прямой AB.

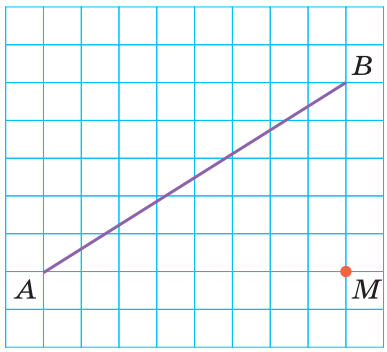


Рис. 104

9.5 Какие из отрезков, изображённых на рисунке 105, перпендикулярны?

9.6 Начертите прямой угол. Отметьте на сторонах угла по одной точке и проведите через них прямые, перпендикулярные сторонам угла. Отметьте точку пересечения этих прямых. Что за четырёхугольник получился на чертеже?

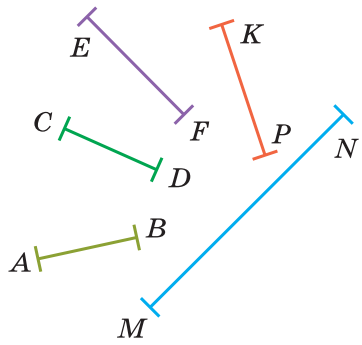


Рис. 105

П

9.7 Найдите корень уравнения:

а) $2x - 5 = x + 2$;

б) $\frac{2}{5}x + \frac{3}{5} = \frac{1}{5}x$;

в) $0{,}5y - 0{,}6 = 0{,}1y + 0{,}2$;

г) $\frac{2}{3}z = \frac{2}{9}z - \frac{4}{9}$.

9.8 Сумма трёх последовательных целых чисел равна нулю. Какие это числа?

9.9 Расставьте числа 1, –2, 3, –4, 5, –6, 7, –8, 9 в клетках квадрата (рис. 106) так, чтобы их произведения по всем горизонталям, вертикалям и диагоналям были положительны.

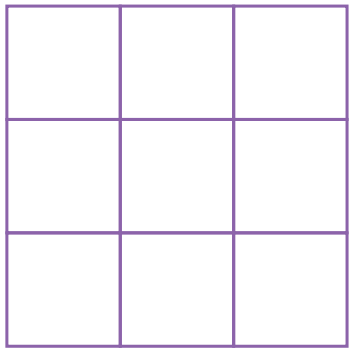


Рис. 106

9.10 С бахчи собрали 200 ц арбузов. Из них 40 % отправили в город на продажу, $\frac{1}{4}$ оставшихся арбузов отправили в детские оздоровительные комплексы, а остальные — на плодоперерабатывающее предприятие. Сколько тонн арбузов отправили на плодоперерабатывающее предприятие?

9.11 В первый день туристы прошли 50 % намеченного пути, во второй день — 60 % пути, пройденного в первый день, а в третий день они преодолели последние 6 км пути. Сколько километров составлял весь маршрут туристов?

9.12 *Старинная задача.* В клетке сидят фазаны и кролики. У них 19 голов и 62 ноги. Сколько фазанов и сколько кроликов в клетке?

9.13 Найдите значение выражения:

1) $\dfrac{2\frac{3}{7}\cdot\frac{4,9}{5,1}-1\frac{1}{3}:(-2)}{(9-1,5):25}$; 2) $\dfrac{9\frac{3}{4}:3+\frac{8,1}{5,2}\cdot\left(-1\frac{4}{9}\right)}{(8,5-4,7):38}$.

Д

9.14 Перечертите рисунок 107 в тетрадь. Проведите через точки M и P прямые, перпендикулярные прямой l.

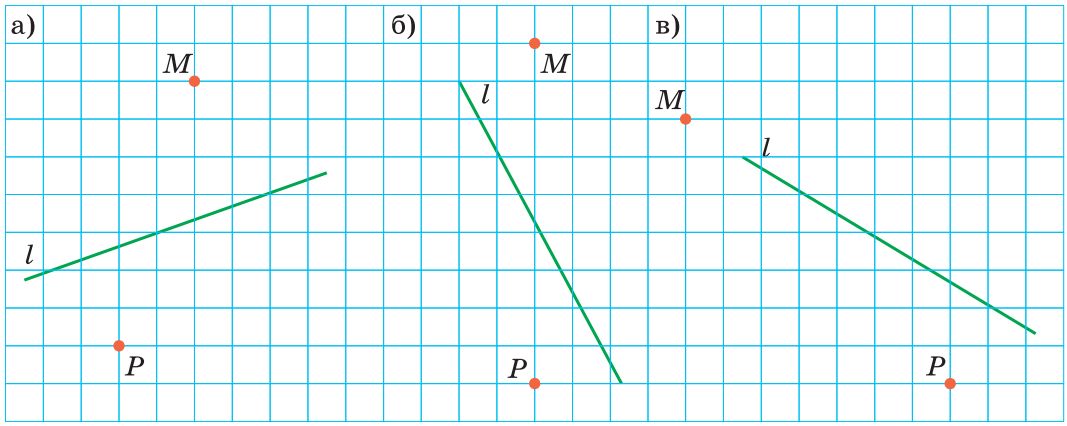


Рис. 107

9.15 Начертите два перпендикулярных отрезка AB и MN так, чтобы они:
а) не пересекались; б) пересекались.

9.16 Начертите два перпендикулярных луча так, чтобы они:
а) не пересекались; б) пересекались; в) имели общее начало.

9.17 В каждом из двух вагонов трамвая было одинаковое число пассажиров. После остановки в первом вагоне стало на 20 пассажиров меньше, а во втором — на 10 пассажиров меньше и число пассажиров в первом вагоне составило $\frac{5}{6}$ числа пассажиров во втором вагоне. Сколько пассажиров было в каждом вагоне до остановки?

9.18 Выполните действия:

а) $12 + 7,8 \cdot (8,1 - 8,4)$;
б) $-6 - 4,5 \cdot (5,2 - 10,6)$;
в) $18,2 : (-9,1) \cdot 0,7 - 3,4 \cdot (-2,3) : 17$;
г) $-16,4 : (-8,2) \cdot (-0,6) + 5,2 \cdot 3,8 : (-19)$.

44. Параллельные прямые

Две различные прямые могут либо пересекаться в одной точке, либо не пересекаться.

параллельные прямые

Две непересекающиеся прямые на плоскости называют **параллельными.**

Пишут: $AB \parallel MN$. Эту запись читают: «Прямая AB параллельна прямой MN». Если $AB \parallel MN$, то $MN \parallel AB$ (рис. 108).

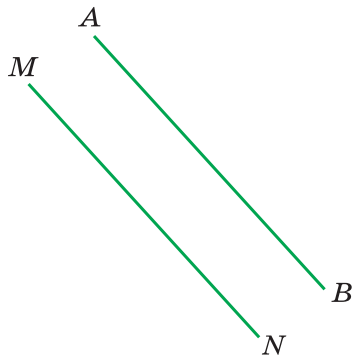


Рис. 108

параллельные отрезки (лучи)

Отрезки (лучи), лежащие на параллельных прямых, называют параллельными отрезками (лучами) (рис. 109, 110).

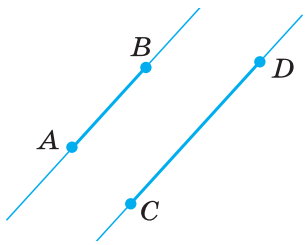


Рис. 109

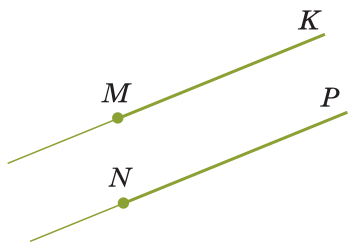


Рис. 110

Прямые m и n на рисунке 111 перпендикулярны прямой l. Они параллельны друг другу.

Если две прямые на плоскости перпендикулярны третьей прямой, то они параллельны.

Поэтому противоположные стороны любого прямоугольника параллельны (рис. 112). Они образуют прямые углы с двумя другими сторонами этого прямоугольника.

На рисунке 113 показано, как с помощью угольника и линейки можно построить прямую n, параллельную прямой m.

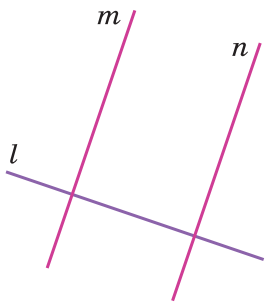


Рис. 111

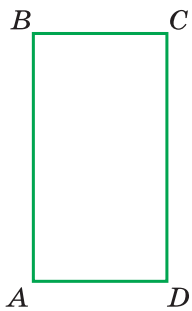


Рис. 112

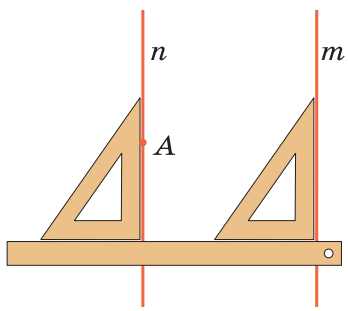


Рис. 113

Через каждую точку плоскости, не лежащую на данной прямой, можно провести только одну прямую, параллельную данной прямой.

- Какие прямые называют параллельными?
- Какие отрезки называют параллельными?
- На плоскости проведена прямая и отмечена точка, не лежащая на этой прямой. Сколько прямых, параллельных данной, можно провести через эту точку?
- Могут ли пересечься две прямые, перпендикулярные одной и той же прямой?

К

9.19 Начертите пять параллельных друг другу прямых.

9.20 Начертите прямую l и отметьте точки M и K вне этой прямой. Проведите через точки M и K прямые, параллельные прямой l.

9.21 Начертите треугольник и проведите через каждую вершину прямую, параллельную противоположной стороне.

9.22 Найдите с помощью линейки и угольника все пары параллельных прямых, изображённых на рисунке 114.

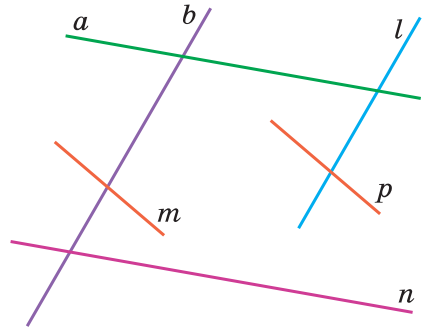


Рис. 114

9.23 Начертите прямую m и отметьте на ней три точки — A, B и C. Через эти точки проведите прямые, перпендикулярные прямой m. Отметьте на этих прямых параллельные отрезки.

9.24 Начертите четырёхугольник так, чтобы две его стороны были параллельны, а две другие не параллельны. Полученный четырёхугольник называют *трапецией*.

9.25 Начертите трапецию $ABCD$ так, чтобы стороны AD и BC были параллельны, а стороны AB и CD были равны. Такую трапецию называют *равнобедренной* или *равнобокой*.

9.26 Начертите трапецию $ABCD$ так, чтобы стороны AD и BC были параллельны, а сторона AB была перпендикулярна стороне BC. Будет ли сторона AB перпендикулярна AD? Ответ поясните. Полученную трапецию называют *прямоугольной*.

9.27 Начертите четырёхугольник так, чтобы его противоположные стороны были параллельны и при этом в нём:

а) не было прямых углов; б) были прямые углы.

Полученный четырёхугольник называют *параллелограммом*. Как называют параллелограмм, у которого есть прямые углы? Установите, сколько прямых углов в параллелограмме.

9.28 Начертите параллелограмм, у которого все стороны равны и при этом:

а) нет прямых углов; б) есть прямые углы.

Параллелограмм, у которого все стороны равны, называют *ромбом*. Как называют ромб, у которого углы прямые?

Р **9.29** Верно ли утверждение:

а) прямоугольник является квадратом;
б) квадрат является прямоугольником;
в) квадрат является ромбом;
г) ромб является квадратом?

Ответ поясните.

П

9.30 Постройте угол AOB, равный 35°. Отметьте точку M на стороне OA и точку N на стороне OB. Проведите через точку M прямую, перпендикулярную стороне OB, а через точку N прямую, перпендикулярную стороне OA.

9.31 Решите уравнение: а) $3x - 5 = x + 7$; б) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{2}x + 1$; в) $\frac{6}{y} = \frac{3}{8}$; г) $\frac{4}{5} = \frac{x}{10}$.

9.32 Приведите подобные слагаемые: $x - 7 + 2x - 5x + 1$.

9.33 Вычислите: $\frac{3{,}2}{0{,}4}$; $\frac{0{,}96}{3}$; $\frac{2{,}4 \cdot 9}{3}$; $\frac{15 \cdot 4}{12}$.

9.34 Что больше: a или $2a$? a или $\frac{a}{2}$?

9.35 $\frac{5}{7}$ некоторого числа равны $\frac{7}{5}$ этого числа. Какое это число?

9.36 До конца суток осталось $\frac{2}{3}$ того времени, которое прошло от начала суток. Который сейчас час?

И **9.37** Из пятидесяти звеньев составлена цепь. Найдите длину этой цепи, если просвет каждого звена 16 мм, а толщина 4 мм (рис. 115).

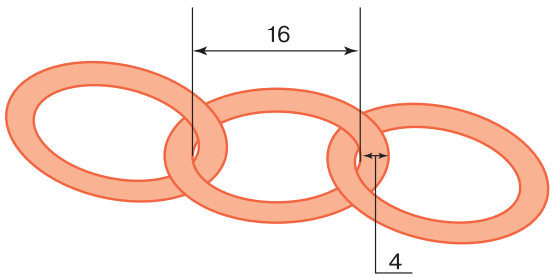


Рис. 115

9.38 Выполните действия:

1) $45{,}09 : 1{,}5 - \left(2\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{2} - 2{,}5 \cdot 2\frac{1}{2}\right) : 4\frac{1}{4}$; 2) $\left(5{,}05 : \frac{1}{40} - 2{,}8 \cdot \frac{5}{7}\right) \cdot 0{,}3 + 1{,}6 \cdot 0{,}1875$.

Д

9.39 Перечертите рисунок 116 в тетрадь. Проведите через точку K прямую: а) параллельную прямой a; б) перпендикулярную прямой a.

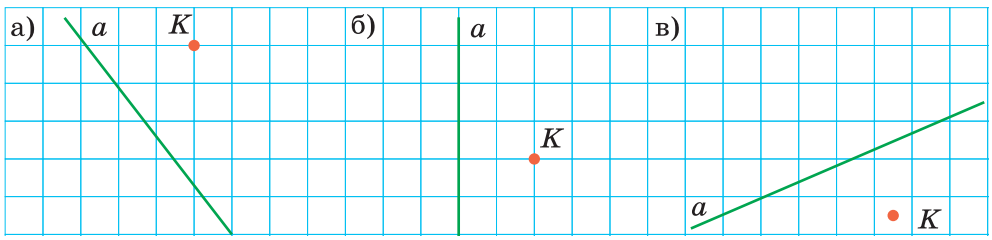


Рис. 116

9.40 Начертите угол ABC, равный $75°$. На стороне BA отметьте точку M и проведите через неё две прямые, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна стороне BC.

9.41 В лаборатории стояло 25 столов с ящиками. В одних столах было по 3 ящика, а в других — по 4 ящика. Сколько было столов с тремя ящиками и сколько столов с четырьмя ящиками, если общее число всех ящиков равно 91?

9.42 Товар был куплен продавцом на оптовом складе по цене 300 р. за единицу товара, а продан по цене 480 р. Сколько процентов от оптовой цены составила розничная цена? На сколько процентов продавец увеличил цену товара?

9.43 На пришкольном участке разбит сад, который занимает $\frac{3}{7}$ всего участка, а $\frac{3}{4}$ сада занимают яблони. Какую площадь занимают яблони, если площадь пришкольного участка составляет $1\frac{3}{4}$ га?

9.44 Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{1}{14} - \frac{2}{7}\right) : (-3) - 6\frac{1}{13} : \left(-6\frac{1}{13}\right)$;

б) $\left(7 - 8\frac{4}{5}\right) \cdot 2\frac{7}{9} - 15 : \left(\frac{1}{8} - \frac{3}{4}\right)$;

в) $(204{,}12 : 10{,}5 - 3{,}2 \cdot 1{,}2) \cdot 6\frac{1}{2} + 7 : 2\frac{1}{3}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Перпендикулярные и параллельные прямые

Запишите на математическом языке предложение **(1—3).**

1 Прямая «эм эн» перпендикулярна прямой «цэ дэ».

2 Прямая «а дэ» параллельна прямой «бэ цэ».

3 Прямая «эм» перпендикулярна прямой «ка».

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

4 Две прямые, перпендикулярные одной и той же прямой, пересекаются.

5 У любого четырёхугольника есть параллельные стороны.

6 Две различные прямые на плоскости могут либо пересекаться в одной точке, либо не иметь общих точек.

7 Если прямая перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и второй.

8 Если даны прямая и точка, не лежащая на этой прямой, то через данную точку можно провести две прямые, параллельные данной прямой.

45. Координатная плоскость

Места в зрительном зале кинотеатра задают двумя числами: первым числом обозначают номер ряда, а вторым — номер кресла в этом ряду. При этом места (3; 8) и (8; 3) различны: первое является креслом № 8 в третьем ряду, а второе — креслом № 3 в восьмом ряду.

система координат на плоскости
начало координат
координатная плоскость

Подобным образом можно обозначить и положение точки на плоскости. Для этой цели на плоскости проводят *две перпендикулярные координатные прямые* — x и y, которые пересекаются в начале отсчёта — точке O (рис. 117). Эти прямые задают **систему координат на плоскости**. Точку O называют **началом координат**. Плоскость, на которой выбрана система координат, называют **координатной плоскостью**.

Пусть M — некоторая точка координатной плоскости (см. рис. 117). Проведём через неё прямую MA, перпендикулярную координатной прямой x, и прямую MB, перпендикулярную координатной прямой y.

координаты точки на плоскости
абсцисса точки
ордината точки
ось абсцисс
ось ординат

Так как точка A имеет координату 6, а точка B — координату -5, то положение точки M определяется парой чисел $(6; -5)$. Эту пару чисел называют **координатами** точки M. Число 6 называют **абсциссой** точки M, а число -5 называют **ординатой** точки M. Координатную прямую x называют **осью абсцисс**, а координатную прямую y — **осью ординат**.

Точку M с абсциссой 6 и ординатой -5 обозначают так: $M(6; -5)$. При этом всегда на первом месте пишут абсциссу точки, а на втором — её ординату. Если переставить координаты местами, то получится другая точка — $N(-5; 6)$, которая показана на рисунке 117.

Каждой точке M на координатной плоскости соответствует пара чисел: её абсцисса и ордината. Наоборот, каждой паре чисел соответствует одна точка плоскости, для которой эти числа являются координатами.

На рисунке 118 показано, как попасть в точку C с координатами $(-4; -3)$: сначала надо пройти по оси x от начала отсчёта влево на 4 единицы, а потом пройти на 3 единицы вниз.

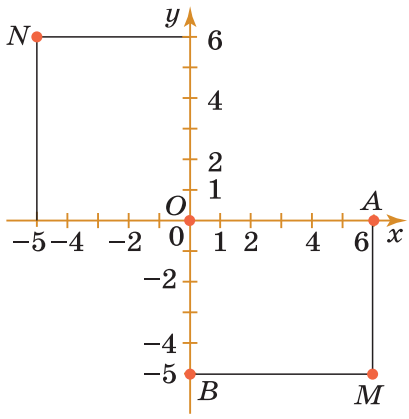


Рис. 117

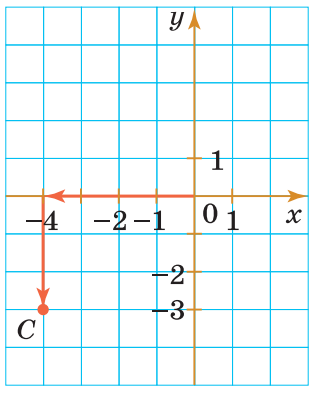


Рис. 118

В географии положение точек на земной поверхности тоже определяют двумя числами — географическими координатами: широтой и долготой.

- Под каким углом пересекаются координатные прямые x и y, образующие систему координат на плоскости? Как называют каждую из этих прямых? Как называют точку пересечения этих прямых?
- Как называют пару чисел, определяющих положение точки на плоскости? Как называют первое число? Как называют второе число?
- Расскажите, как найти абсциссу и ординату точки на координатной плоскости.
- Расскажите, как построить точку по её координатам.

К

9.45 По рисунку 119 определите, сколько клеток надо пройти слева направо и сколько — снизу вверх, чтобы попасть из точки O в точки M, K, P и N.

9.46 Шестиклассники участвовали в спортивной игре. Сначала звено было в точке O (рис. 120). Командир звена получил приказ: «Идите на восток 5 км, а затем на север 4 км». Назовите координаты точки B, в которую должно попасть это звено. Сформулируйте приказы для других звеньев, которые должны попасть из точки O в точки C, D, E, K, M, N. Назовите координаты этих точек.

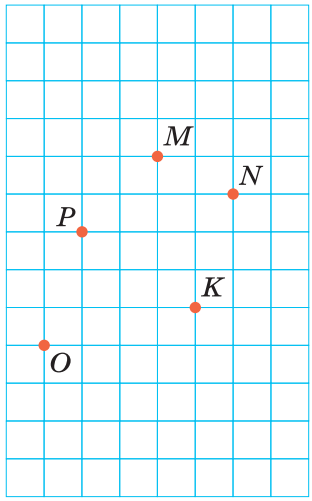


Рис. 119

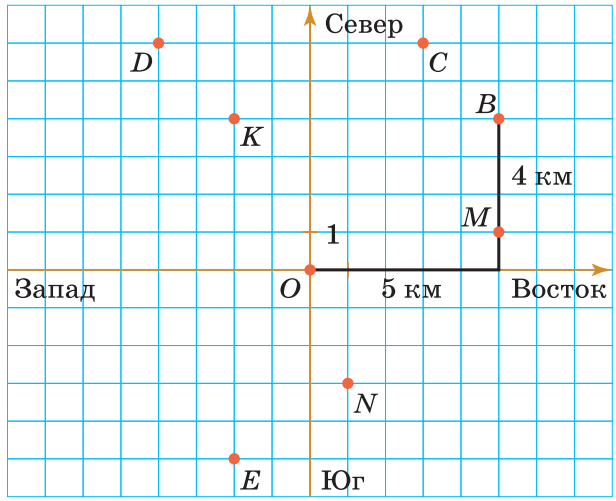


Рис. 120

9.47 Возьмите географическую карту и назовите широту и долготу городов: Москва, Санкт-Петербург, Екатеринбург, Владивосток.

Запись $M(-2; 7)$ читают так:
— точка *эм* с абсциссой минус два и ординатой семь;
— точка *эм* с координатами минус два и семь;
— координаты точки *эм* — пара чисел минус два и семь.

9.48 Постройте координатные прямые x и y и отметьте точки $A(2; 8)$, $B(3; -4)$, $C(-4; 5)$, $D(-3; -7)$, $E(0; 5)$, $M(0; -4)$, $K(6; 0)$, $P(-7; 0)$.

9.49 Найдите координаты точек A, B, C и D (рис. 121).

9.50 У каких точек на координатной плоскости абсцисса равна нулю? У каких точек равна нулю ордината? Какая точка имеет координаты (0; 0)?

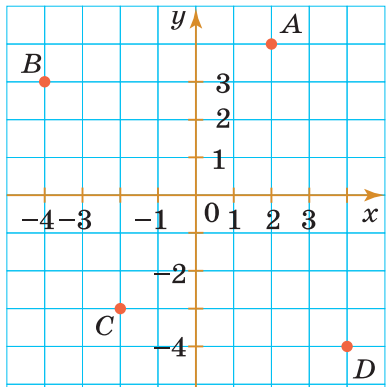


Рис. 121

9.51 Где расположены на координатной плоскости точки, абсцисса которых равна 4? А где расположены точки, ордината которых равна −1?

9.52 Изобразите на координатной плоскости точки $A(-2; -2)$, $B(-1; -1)$, $C(0; 0)$, $D(1; 1)$, $E(2; 2)$. Проверьте с помощью линейки, лежат ли эти точки на одной прямой и лежит ли на этой прямой точка $M(-5; 5)$.

9.53 Постройте на координатной плоскости четырёхугольник $ABCD$, если $A(-10; -2)$, $B(-2; -2)$, $C(-2; -6)$, $D(-10; -6)$. Является ли он прямоугольником? квадратом? Найдите периметр и площадь этого четырёхугольника, если единичный отрезок равен 1 см. Проведите отрезки AC и BD и найдите координаты точки пересечения E этих отрезков.

9.54 Постройте треугольник OBC, где $O(0; 0)$, $B(4; 6)$, $C(1; 5)$.

9.55 На миллиметровой бумаге (рис. 122) отмечены точки A, B, C, D, E, F, K и M. Найдите их координаты.

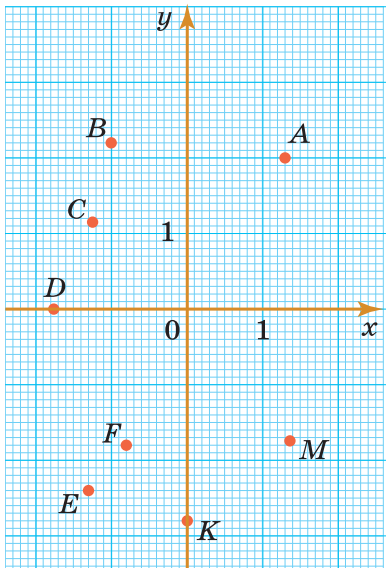


Рис. 122

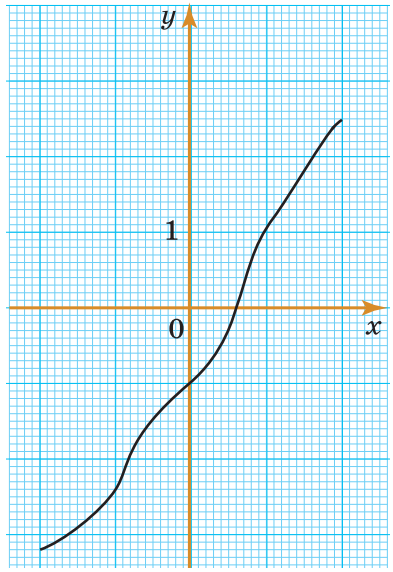


Рис. 123

9.56 На координатной плоскости проведена линия (рис. 123). Найдите на этой линии точку:
а) абсцисса которой равна 2; 1,7; −1,2;
б) ордината которой равна 1,8; 2,1; −1,6; −2,5; −3,2.

9.57 Даны точки $A(1; 3)$, $B(-1; 4)$, $C(7; -5)$, $D(0; 6)$. Какие из этих точек расположены: а) выше оси абсцисс; б) левее оси ординат?

9.58 Отметьте на координатной плоскости точку $A(2; 5)$ и точку B с противоположными координатами. Две точки координатной плоскости, имеющие противоположные координаты, называют *симметричными относительно начала координат*. С помощью линейки выясните, лежат ли точки A, B и O (начало координат) на одной прямой. С помощью циркуля установите, верно ли, что $OA = OB$.

9.59 Отметьте на координатной плоскости точки M и K, имеющие противоположные абсциссы и одинаковые ординаты. Такие точки координатной плоскости называют *симметричными относительно оси ординат* или, другими словами, симметричными относительно оси y. Проведите отрезок MK. Обозначьте точку пересечения отрезка MK с осью y буквой C. С помощью угольника проверьте, верно ли, что отрезок MK перпендикулярен оси y. Верно ли, что выполняется равенство $CM = CK$? Ответ поясните.

9.60 Отметьте на координатной плоскости точки T и E, имеющие одинаковые абсциссы, но противоположные ординаты. Такие точки координатной плоскости называют *симметричными относительно оси абсцисс*. Проверьте, верно ли, что $TE \perp Ox$ и $AT = AE$, где O — начало координат, A — точка пересечения TE с осью абсцисс.

9.61 Отметьте на координатной плоскости точки $A(-1; 6)$, $B(7; -5)$, $C(-3; -3)$, $D(4; 0)$. Постройте точки, симметричные данным относительно:

а) начала координат; б) оси абсцисс; в) оси ординат.

9.62 Постройте на координатной плоскости отрезок PQ, если $P(0; 5)$, $Q(-5; 0)$. Постройте отрезок, симметричный отрезку PQ относительно:

а) начала координат; б) оси ординат; в) оси абсцисс.

П

9.63 Вычислите устно:

а)
$$\begin{array}{r} -2{,}8 - 3{,}2 \\ : 1{,}2 \\ \cdot 1{,}6 \\ + 8{,}5 \\ \hline ? \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 1{,}4 - 8{,}2 \\ : 3{,}4 \\ \cdot 0{,}5 \\ + 0{,}8 \\ \hline ? \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 0{,}8 - 7 \\ - 1{,}9 \\ : 3 \\ \cdot 0{,}2 \\ \hline ? \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} -10 + 1{,}8 \\ : 0{,}41 \\ + 5{,}4 \\ \cdot 0{,}5 \\ \hline ? \end{array}$$

9.64 Что больше: x или x^2? x^2 или x^3?

9.65 Найдите все дроби со знаменателем 15, которые больше $\frac{8}{9}$ и меньше 1.

9.66 Числа 90 и 100 разделили на одно и то же число. В первом случае получили остаток 18, а во втором случае — остаток 4. Найдите делитель.

9.67 Из корзины взяли 6 яблок, затем треть остатка и ещё 6 яблок. После этого в корзине осталась половина первоначального числа яблок. Сколько яблок было в корзине?

9.68 Попробуйте найти простой способ для вычисления значения выражения:

$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{6\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 8} + \frac{1}{8\cdot 9} + \frac{1}{9\cdot 10}.$$

9.69 Начертите какой-нибудь треугольник ABC. Через вершину C проведите прямую l, параллельную стороне AB, и прямую m, перпендикулярную стороне AB.

9.70 Найдите длину окружности, радиус которой 7 см; 0,7 см; 0,14 см, приняв $\pi \approx \frac{22}{7}$.

9.71 Найдите радиус окружности, длина которой 6,28 мм; 3,14 см; 0,0628 м, приняв $\pi \approx 3{,}14$.

9.72 Средний радиус Марса составляет 0,53 радиуса Земли. Найдите длину окружности, опоясывающей планету Марс, если средний радиус Земли равен 6371 км.

9.73 Вычислите: $(-0{,}4)^2$; $(-0{,}1)^3$; $(0{,}6)^2$; $(0{,}2)^3$; $\frac{3}{5} + 4{,}2$; $2\frac{1}{4} + 3{,}75$.

9.74 Найдите объём и площадь поверхности куба, ребро которого равно:
а) 4 см; б) 0,2 м.

9.75 Решите уравнение:
1) $0{,}8 \cdot (9 + 2x) = 0{,}5 \cdot (2 - 3x)$; 2) $0{,}5 \cdot (x + 3) = 0{,}8 \cdot (10 - x)$.

9.76 Решите задачу:
1) На заводе производится замена оборудования. После того как 51 станок заменили новыми, осталось заменить ещё 83 % станков. Сколько всего станков на заводе надо было заменить новыми?
2) Купили пачку бумаги. После того как израсходовали 30 листов, осталось 85 % пачки. Сколько листов бумаги было в пачке?

9.77 Решите уравнение:
1) $(13{,}4 - y) \cdot 4{,}3 - 20{,}05 = 78{,}05 + 6{,}7y$;
2) $(16{,}2 - x) \cdot 3{,}2 - 50{,}08 = -8{,}12 - 5{,}1x$.

Д

9.78 Постройте ломаные линии $ABCDE$ и MNK по координатам точек $A(-6; 2)$, $B(-4; 6)$, $C(1; 1)$, $D(2; -5)$, $E(8; -1)$ и $M(-5; -5)$, $N(-1; 7)$, $K(8; 4)$. Найдите координаты точек пересечения ломаных $ABCDE$ и MNK.

9.79 Постройте четырёхугольник $ABCD$ по координатам его вершин $A(-8; 6)$, $B(6; 5)$, $C(1; -3)$, $D(-7; 1)$. Найдите координаты точки пересечения отрезков AC и BD.

9.80 Отметьте на координатной плоскости точки $M(0; 5)$, $N(8; 1)$, $C(2; 2)$, $D(-6; -2)$. Найдите координаты точки пересечения прямых MN и CD. На какой из этих прямых лежит точка $K(0; 1)$?

9.81 Постройте треугольник ABK по координатам его вершин $A(-2; -2)$, $B(1; 5)$, $K(6; -2)$. Найдите координаты точки пересечения стороны AK с осью ординат.

9.82 Постройте на координатной плоскости треугольник ABC, если $A(4; 4)$, $B(7; 0)$, $C(1; -2)$. Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC относительно: а) начала координат; б) оси ординат; в) оси абсцисс.

9.83 Решите уравнение:
а) $-3{,}7 \cdot (2{,}5x - 7{,}6) = -3{,}66 + 2{,}1x$;
б) $0{,}4 \cdot (y - 0{,}6) = 0{,}5 \cdot (y - 0{,}8) + 0{,}08$.

9.84 Отметьте точку M и проведите через неё две прямые m и l так, чтобы они образовали угол, равный 62°.

9.85 Постройте угол COD, равный 50°. Через точку M, лежащую на стороне OD, проведите прямую m, параллельную стороне OC, а через точку K, лежащую на стороне OC, проведите прямую n, параллельную стороне OD. Измерьте транспортиром углы, образовавшиеся при пересечении прямых m и n.

9.86 Найдите значение выражения:
а) $-3{,}8 \cdot (4 - 4{,}9) + 13{,}4 \cdot (3 - 2{,}8)$; б) $-3{,}636 : 0{,}6 + 2{,}6 \cdot (5 - 1{,}1)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Координатная плоскость

Запишите на математическом языке предложение **(1—2)**.

1 Точка «цэ» с координатами минус четыре и единица.
2 Ордината точки «дэ» равна минус пяти, а абсцисса — минус трём.
3 Запишите, чему равна ордината точки A (2; 3).
4 Запишите координаты точек, лежащих на оси «игрек» на расстоянии в шесть единичных отрезков от начала координат.
5 Чему равна ордината любой точки оси абсцисс?

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

6 На координатной плоскости оси координат перпендикулярны.
7 Точка «эм» с координатами минус два и три расположена правее оси ординат.
8 Точка «дэ» с координатами два и минус четыре расположена ниже оси абсцисс.

46. Столбчатые диаграммы

круговая диаграмма
столбчатая диаграмма

В селе 90 домов. У 15 из них железная крыша, у 45 черепичная и у 30 шиферная. По этим данным построена *круговая диаграмма* (рис. 124). По-другому эти числа можно изобразить с помощью **столбчатой диаграммы** (рис. 125). Для этого надо нарисовать три столбика, высота которых соответствует количеству домов каждого вида. Пусть высота первого столбика 15 мм, второго 45 мм, третьего 30 мм. Если бы каждый дом изображался столбиком в 2 мм, то высоты всех трёх столбиков на рисунке увеличились бы в 2 раза.

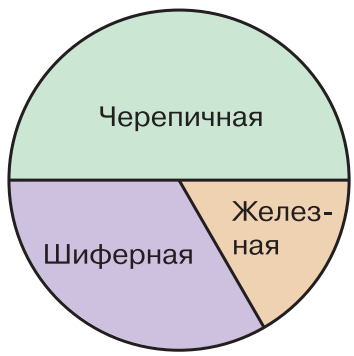


Рис. 124

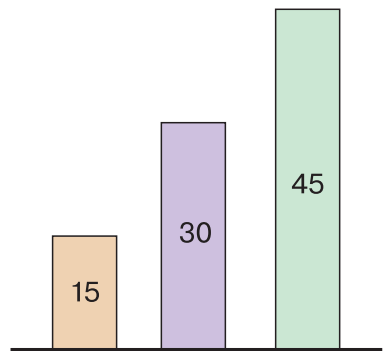


Рис. 125

К

9.87 В селе 22 двухэтажных дома, а остальные 68 одноэтажные. Постройте круговую и столбчатую диаграммы (один дом — 2 мм).

9.88 Постройте столбчатую диаграмму, показывающую массы первых десяти космических кораблей серии «Венера».

Название и год запуска	Венера-1 1961	Венера-2 1965	Венера-3 1965	Венера-4 1967	Венера-5 1969
Масса, кг	643,5	963	960	1106	1130
Название и год запуска	Венера-6 1969	Венера-7 1970	Венера-8 1972	Венера-9 1975	Венера-10 1975
Масса, кг	1130	1180	1184	4936	5033

9.89 Постройте столбчатую диаграмму по следующим данным:

а) наибольшая глубина озера Байкал 1620 м, Онежского озера 127 м, озера Иссык-Куль 668 м, Ладожского озера 225 м;

б) расстояние до Солнца от планеты Меркурий $\approx$ 58 млн км, от планеты Венера $\approx$ 108 млн км, от планеты Земля $\approx$ 150 млн км, от планеты Марс $\approx$ $\approx$ 228 млн км.

П

9.90 Отметьте на координатной плоскости точки $A(-2; 4)$, $B(-4; -5)$, $C(8; 0)$, $D(-4; 4)$. Найдите координаты точки пересечения прямых AB и CD.

9.91 На координатной плоскости отмечены точки $A(2; 3)$, $B(-3; 4)$, $C(-5; 6)$, $D(3; -4)$, $E(0; -5)$, $K(0; 3)$, $N(-2; 0)$, $M(5; 0)$. Какие из этих точек расположены:

а) выше оси абсцисс; в) правее оси ординат; д) на оси абсцисс;
б) ниже оси абсцисс; г) левее оси ординат; е) на оси ординат?

9.92 Вычислите: а) $\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{4}\right)\cdot 16$; б) $12\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}-6$; в) $2:\frac{2}{3}\cdot 1\frac{1}{2}$; г) $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{7}+\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{7}$.

9.93 Раскройте скобки: а) $\frac{1}{4}\cdot(4\cdot 12x)$; б) $\left(\frac{3}{4}-a\right)\cdot\frac{2}{3}$.

9.94 Из делителя вычли его $\frac{4}{5}$. Как изменится частное?

9.95 Какой цифрой оканчивается разность

$1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot 26\cdot 27 - 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots \cdot 25\cdot 27$?

9.96 Запишите в виде двойного неравенства условия, которым подчиняются (рис. 126):

а) абсциссы любой точки фигуры; б) ординаты любой точки фигуры.

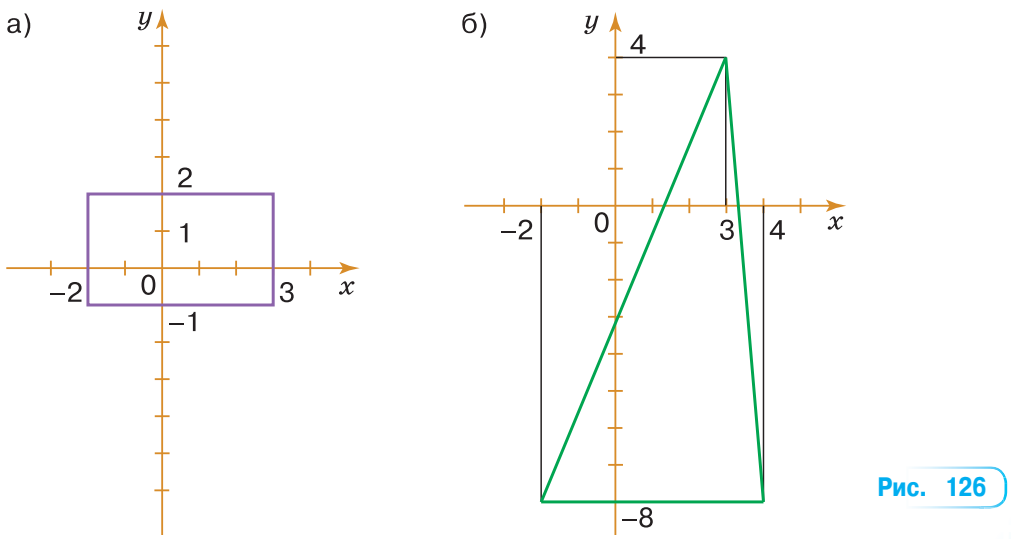


Рис. 126

9.97 Найдите массу 1 $см^3$ вещества, если $\frac{2}{3}$ $см^3$ этого вещества имеют массу $\frac{4}{9}$ г. Найдите объём этого вещества, если его масса равна 1 г.

9.98 Найдите значение выражения:

1) $\left(1{,}75 \cdot \frac{4}{7} - 1{,}75 : 1\frac{1}{8}\right) \cdot 4{,}5 - 4{,}5$; 2) $\left(2{,}75 \cdot \frac{4}{11} - 2{,}75 : 4\frac{1}{8}\right) \cdot 2{,}7 - 2{,}7$.

Д

9.99 Постройте столбчатую диаграмму по следующим данным:

а) площадь России равна 17,1 млн $км^2$, площадь КНР — 9,6 млн $км^2$, площадь Индии — 3,3 млн $км^2$ и площадь США — 9,4 млн $км^2$;

б) длина Днепра — 2,2 тыс. км, Дона — 1,9 тыс. км, Днестра — 1,4 тыс. км, Печоры — 1,8 тыс. км, Волги — 3,5 тыс. км.

9.100 В одной пачке было в 2,5 раза больше тетрадей, чем в другой. Когда из второй пачки переложили в первую 5 тетрадей, то во второй стало в 3 раза меньше тетрадей, чем в первой. Сколько тетрадей было в каждой пачке первоначально?

9.101 Для оклейки стен обоями на 1 $м^2$ требуется 0,25 рулона обоев, 0,09 кг крахмала, 0,01 кг клея, 0,07 кг газетной бумаги. Сколько материалов потребуется для оклейки обоями комнаты, если площадь всех её стен вместе с окнами и дверями равна 35,3 $м^2$, а площадь окон и дверей — 10,2 $м^2$? Ответ округлите с избытком до десятых долей килограмма и до целых рулонов.

9.102 Найдите значение выражения:

а) $(1{,}6 + 154{,}66 : 70{,}3) : 1{,}9 - 0{,}3$;

б) $(89{,}54 : 2{,}2 + 3{,}3) : 1{,}1 + 0{,}9$;

в) $\left(0{,}3 - \frac{3}{20}\right) \cdot 2\frac{6}{7} - \frac{2}{5} : 1{,}4$;

г) $\left(1{,}08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7} - 0{,}25 : \frac{1}{3}$.

47. Графики

Когда Маше был год, её рост составлял 70 см, когда ей было 3 года — 100 см, 5 лет — 120 см и 7 лет — 130 см. По этим данным можно построить диаграмму (рис. 127). На этой диаграмме не полностью видно, как менялся рост Маши: она росла всё время, а на диаграмме виден её рост, только когда ей был 1 год, 3 года, 5 лет и 7 лет. Соединим верхние концы столбиков отрезками. Получится ломаная линия, которая нагляднее показывает, как изменялся рост Маши (рис. 128). Мы видим, что в 4 года её рост примерно равнялся 110 см, а в 6 лет — 125 см.

Если бы рост Маши измерялся всё время, то получилась бы не ломаная, а гладкая линия, такая же, как на рисунке 129. По этой линии можно узнать рост Маши в любом возрасте от 1 года до 7 лет. Например, в 2 года её рост был 90 см. Эту линию называют **графиком** роста Маши.

график

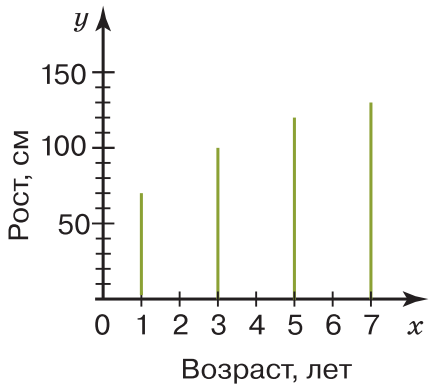


Рис. 127

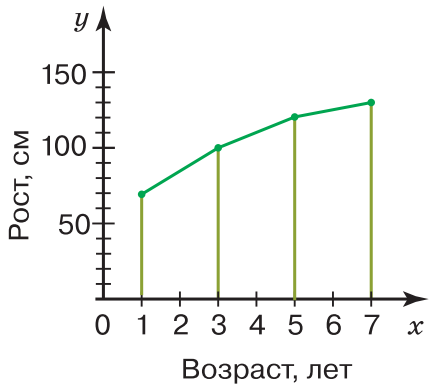


Рис. 128

Для большей точности построения графиков их чертят на миллиметровой бумаге. Например, график роста Маши на миллиметровой бумаге показан на рисунке 130. Графики чертят и с помощью компьютеров, которые обеспечивают ещё большую точность.

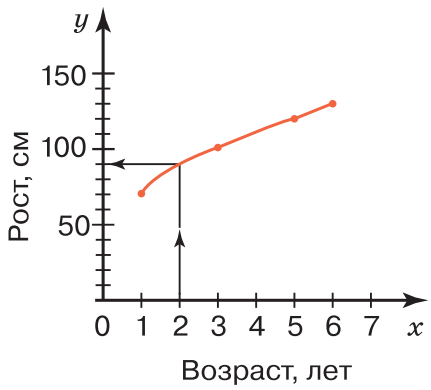


Рис. 129

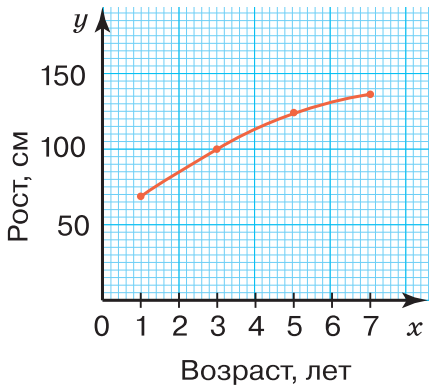


Рис. 130

Графиками пользуются для изображения движений.

Пусть поезд, идущий со скоростью 60 км/ч, вышел в 3 ч утра из г. Ромска. Тогда в 4 ч он окажется на расстоянии 60 км от Ромска, в 5 ч — на расстоянии 120 км от него и т. д. Следующая таблица показывает расстояние от Ромска до поезда в разные моменты времени:

Время суток, ч	3	4	5	6	7	8	9
Расстояние от г. Ромска, км	0	60	120	180	240	300	360

Изобразим пары чисел (3; 0), (4; 60), (5; 120) и т. д. точками на координатной плоскости. При этом удобнее выбирать разные масштабы на осях координат. Будем на оси абсцисс изображать 1 ч отрезком в 2 клетки, а на оси

ординат — 60 км отрезком в 2 клетки. Получим точки A, B, C, D, E, F и H (рис. 131).

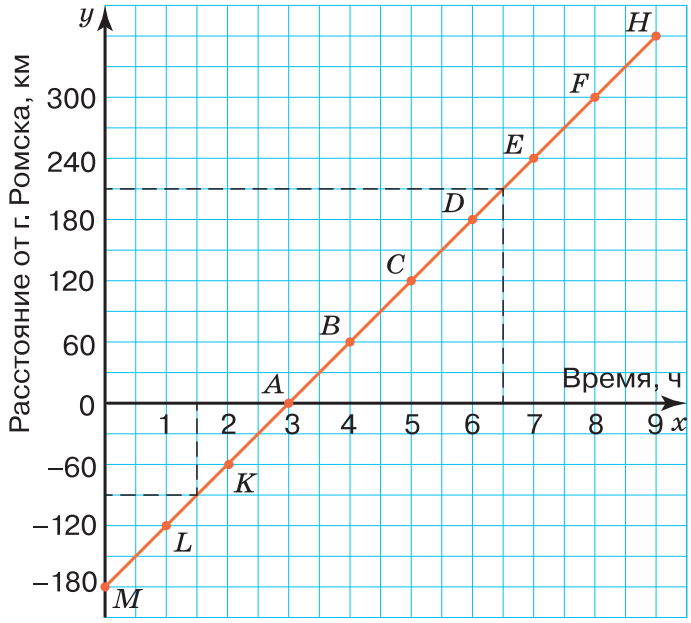


Рис. 131

Все эти точки лежат на одной прямой.

Если бы поезд не вышел из Ромска в 3 ч утра, а прошёл мимо него в это время, то таблицу можно было бы продолжить и влево:

Время суток, ч	0	1	2
Расстояние от г. Ромска, км	−180	−120	−60

график движения

Знак «−» здесь показывает, что поезд ещё не дошёл до г. Ромска, а идёт к нему. Точки с координатами (0; −180), (1; −120); (2; −60) лежат на одной прямой с ранее найденными точками. Эту прямую называют **графиком движения** поезда (см. рис. 131). По графику можно узнать, где находился поезд в 6 ч 30 мин (он отошёл от г. Ромска на 210 км), где он был в 1 ч 30 мин (он не дошёл до г. Ромска 90 км), когда он отошёл от г. Ромска на 270 км (в 7 ч 30 мин) и т. д.

К

9.103 На рисунке 132 показан график изменения массы Пети в зависимости от его возраста. Какова масса Пети в возрасте 6 лет; 8,5 года; 10 лет?

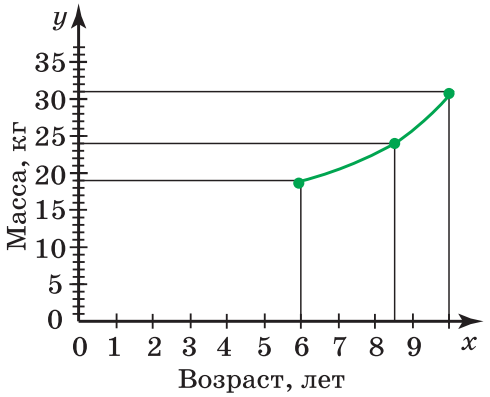


Рис. 132

9.104 На рисунке 133 изображён график изменения температуры воздуха в течение суток.

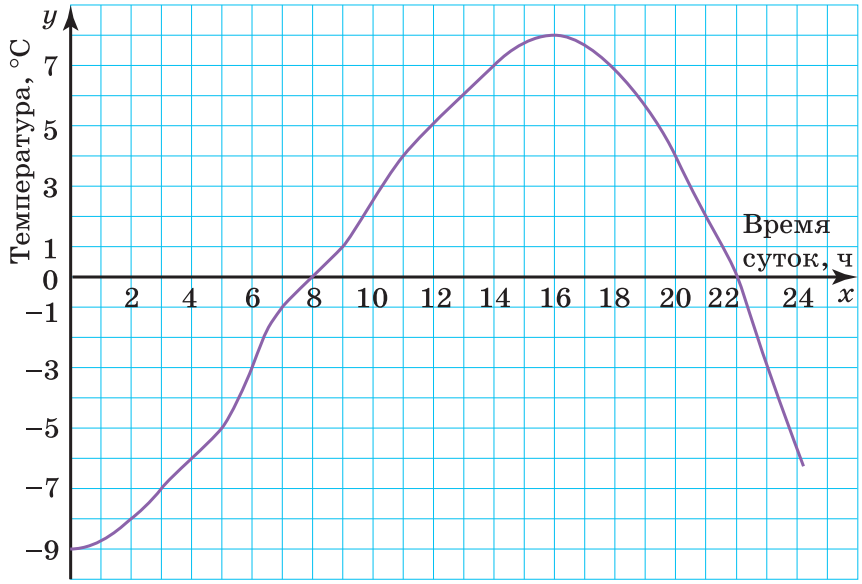


Рис. 133

Ответьте на следующие вопросы:

а) Чему равнялась температура воздуха в 3 ч; в 12 ч?
б) В какие часы температура воздуха была отрицательной?
в) В какие часы температура воздуха была положительной?
г) Когда температура воздуха равнялась 0 °C; 2 °C; −6 °C?
д) На сколько градусов изменилась температура с 2 до 13 ч; с 18 до 24 ч?

9.105 Высота сосны изменялась в зависимости от её возраста следующим образом:

Возраст сосны, лет	0	1	20	30	40	50	60	70	80	90
Высота сосны, м	0	3,2	6	9,2	12,4	14,9	17	19,2	21,3	24

Постройте график зависимости высоты сосны от её возраста. Пользуясь графиком, найдите:

а) высоту сосны в 15 лет; в 35 лет; в 75 лет;
б) возраст сосны, когда её высота была 10 м; 16 м; 20 м;
в) на сколько метров выросла сосна за первые 20 лет; за вторые 20 лет; за третьи 20 лет;
г) на сколько метров выросла сосна за время от 15 до 45 лет.

9.106 В пустой кувшин (рис. 134) наливают воду стаканом, содержащим 0,2 л, и каждый раз отмечают

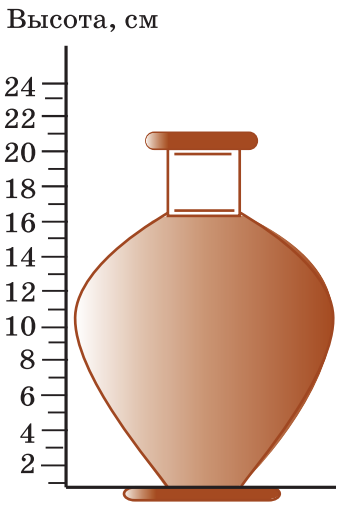


Рис. 134

высоту воды в кувшине. На рисунке 135 изображён получившийся график. Пользуясь графиком, определите:

а) какой будет уровень воды в кувшине, если в него налить 0,8 л воды; 2 л воды;

б) сколько воды надо налить в кувшин, чтобы уровень воды оказался на высоте 7 см; на высоте 13 см;

в) почему сначала уровень воды в кувшине растёт быстрее, потом медленнее, а затем опять быстрее.

9.107 На рисунке 136 изображены графики движения двух автомобилей: грузового (график AB) и легкового (график CD). Определите, пользуясь графиком:

а) в какое время автомобили вышли из города;

б) на каком расстоянии от города был легковой автомобиль в 4 ч 30 мин; в 7 ч;

в) на каком расстоянии от города был грузовой автомобиль в 4 ч; в 6 ч 30 мин;

г) в какое время грузовой автомобиль находился в 135 км от города; в 210 км от города;

д) в какое время легковой автомобиль находился в 135 км от города; в 225 км от города;

е) в какое время и на каком расстоянии от города легковой автомобиль догнал грузовой автомобиль;

ж) какой автомобиль шёл с постоянной скоростью;

з) какова была скорость грузового автомобиля между 5 ч и 6 ч; между 6 ч и 7 ч;

и) на каком расстоянии друг от друга были автомобили в 5 ч; в 7 ч.

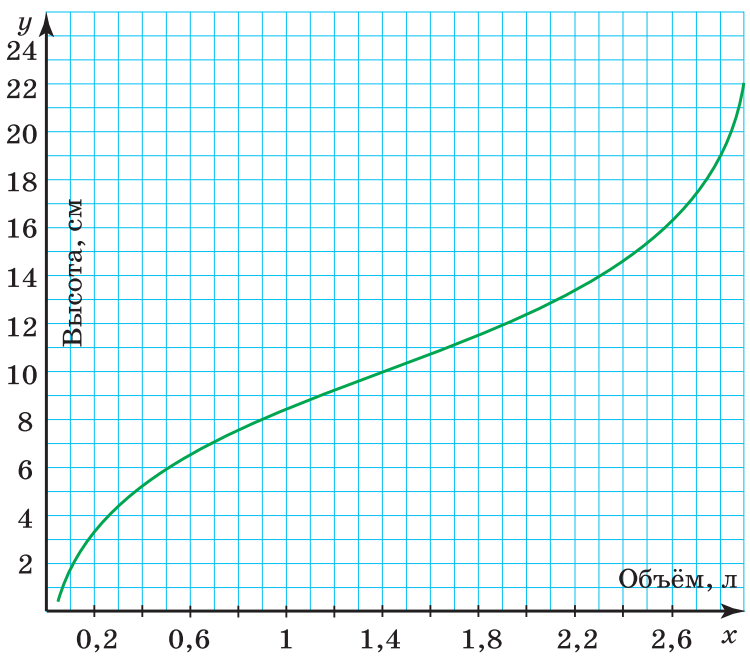


Рис. 135

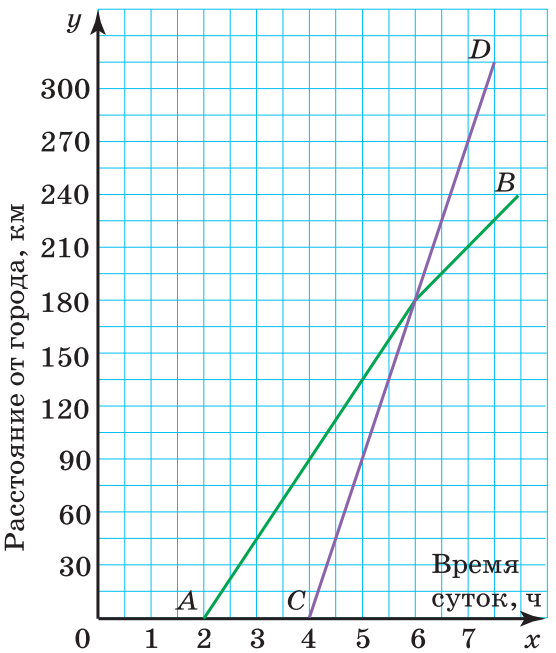


Рис. 136

9.108 Рыболов рассказал, что, выйдя из дома, он шёл 2 ч по берегу реки и дошёл до места, где в неё впадает приток. Там он ловил рыбу 1,5 ч, а потом пошёл дальше. Через 1 ч он выбрал новое место, где в течение 2 ч ловил рыбу, варил уху, обедал. После обеда он отправился домой. На всё это он затратил 9 ч. График движения рыболова изображён на рисунке 137. Ответьте на следующие вопросы:

а) На каком расстоянии от дома был рыболов через 30 мин; через 4 ч 40 мин; через 5,5 ч после выхода из дома?

б) Через сколько часов после выхода из дома рыболов был в 5 км от дома?

в) Когда расстояние от дома увеличивалось; уменьшалось; не изменялось?

г) Сколько километров прошёл рыболов за последние 2 ч?

д) С какой скоростью рыболов шёл в первый и с какой — в последний час пути? Чему равна скорость движения рыболова в промежутке времени между 4 ч и 4,5 ч после выхода из дома?

Рис. 137

9.109 Вычислите устно:

а) $-1{,}8 - 4{,}6 : 1{,}6 + 12{,}1 : (-3)$ = ?

б) $0{,}1 - 10 : 3 - 2{,}7 : 4$ = ?

в) $4{,}6 - 6 \cdot 2 - 1{,}4 : 3$ = ?

г) $\frac{1}{4} - 1 \cdot 4 : 6 - \frac{1}{4}$ = ?

9.110 Найдите:

а) $\frac{2}{3}$ от 12,6; б) 0,2 от 26; в) 15 % от 20.

9.111 Найдите число, если:

а) $\frac{5}{7}$ его равны 35; б) 0,12 его равны 48; в) 18 % его равны 24.

9.112 Определите:

а) какую часть 12 составляет от 18;
б) какую часть 70 составляет от 100;
в) сколько процентов 8 составляет от 40.

9.113 Вычислите: $\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$; $\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$; $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3}$; $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$; 0,6 + 0,24; 0,6 – 0,24; 0,6 · 0,24; 0,6 : 0,24.

9.114 Где расположена на координатной плоскости точка $M(x, y)$, если:

а) $x > 0$, $y > 0$; в) $x < 0$, $y > 0$; д) $x > 0$, $y < 0$;
б) $x < 0$, $y < 0$; г) $x = 0$, $y = 0$; е) $x = 0$?

9.115 Решите уравнение: а) $3x - 2{,}5 = x$; б) $\frac{3}{4}y - 1 = \frac{1}{2}y$; в) $0{,}7z = 0{,}5z + 3$.

9.116 Решите уравнение: а) $|x| + |-12| = |-22|$; б) $|-7| \cdot |x| = |-49|$.

9.117 Найдите целые решения неравенства: а) $3 < |x| < 7$; б) $5\frac{1}{3} < |x| < 10{,}1$.

9.118 Начертите на координатной плоскости такой отрезок, чтобы абсциссы и ординаты его точек удовлетворяли условиям:

а) $-2 \leqslant x \leqslant 5$, $-3 \leqslant y \leqslant 7$; б) $|x| \leqslant 6$, $|y| \leqslant 4$.

9.119 Сумма двух чисел равна 75, причём $\frac{2}{3}$ одного числа равны $\frac{4}{9}$ другого. Найдите эти числа.

9.120 Масса трёх сазанов 10,8 кг. Масса третьего сазана составляла 50 % массы первого, масса второго была в 1,5 раза больше массы первого. Найдите массу каждого сазана.

9.121 Моторная лодка прошла вверх по реке 60 км, а вниз 150 км. Найдите среднюю скорость лодки на всём пути, если её собственная скорость 20 км/ч, а скорость течения 4 км/ч.

9.122 В первый день магазином было продано $\frac{4}{9}$ привезённой моркови, во второй день — $\frac{3}{8}$ оставшейся моркови, а в третий день — последние 70 кг. Сколько килограммов моркови было привезено в магазин?

9.123 Найдите значение выражения: 1) $\dfrac{18{,}6 : \frac{3}{4} - 14{,}4 \cdot \frac{5}{12}}{47{,}52 : 1{,}8 - 17}$; 2) $\dfrac{24{,}3 : \frac{9}{13} - 4{,}5 \cdot 3\frac{1}{3}}{56{,}81 : 2{,}3 - 18}$.

Д

9.124 На рисунке 138 показан график температуры воды в электрическом самоваре. На прямой x откладывали время в минутах после включения самовара, а на прямой y — температуру воды в градусах Цельсия. Определите по графику:

а) температуру воды через 20 мин после включения самовара;
б) момент закипания воды в самоваре;
в) сколько минут кипела вода в самоваре;
г) когда температура воды в самоваре была 88 °С.

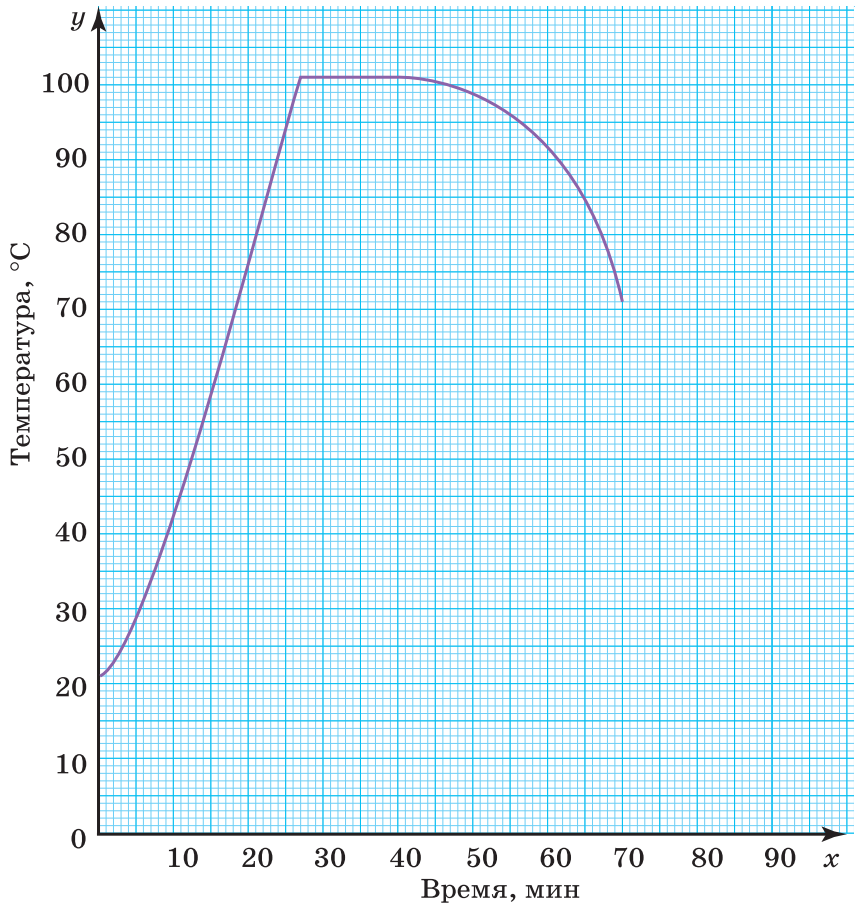


Рис. 138

9.125 У Леры в двух альбомах было 450 фотографий, причём в одном альбоме $\frac{2}{5}$ имевшихся там фотографий составляли фотографии друзей. Во втором альбоме фотографии друзей составляли 0,8 имевшихся там фотографий. Сколько всего фотографий было в каждом альбоме, если фотографий друзей Леры в обоих альбомах было одинаковое количество?

9.126 В один из дней после уроков в школе $\frac{1}{9}$ всех учащихся пошли на олимпиаду по математике, $\frac{2}{3}$ всех учащихся — в спортивные секции, а остальные 142 ученика отправились домой. Сколько всего учащихся в школе, если в этот день не было пропустивших уроки?

9.127 Катер прошёл от одной пристани до другой 240 км и вернулся обратно. Найдите среднюю скорость катера на всём пути, если его собственная скорость 18 км/ч, а скорость течения 2 км/ч.

9.128 На рисунке 139 изображён график движения поезда. Определите по графику:

а) какое расстояние прошёл поезд за первые 2 ч;
б) сколько минут поезд стоял на каждой остановке;
в) расстояние между остановками поезда;
г) среднюю скорость движения поезда за 3 ч.

9.129 На рисунке 140 изображён график движения. Придумайте рассказ к этому графику.

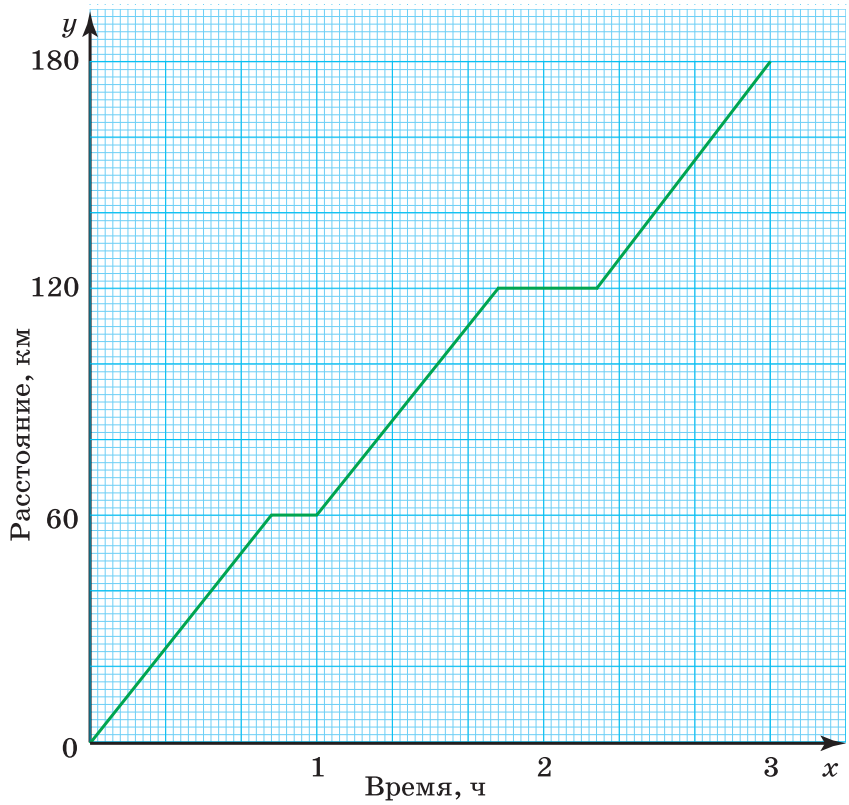


Рис. 139

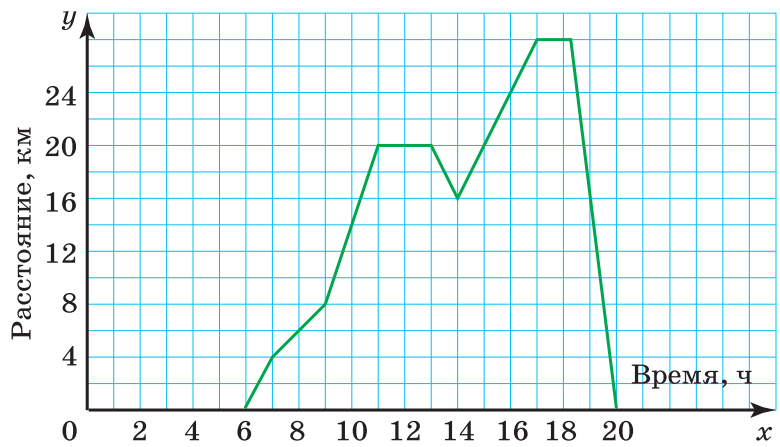


Рис. 140

9.130 Найдите значение выражения:

а) $\left(6\frac{3}{5} : 6 - 8{,}016 \cdot 0{,}125 + \frac{2}{15} \cdot 0{,}03\right) \cdot 2\frac{3}{4}$;

б) $\left(9\frac{3}{20} - 1{,}24\right) : 2\frac{1}{3} + \left(\frac{3}{4} + 2\frac{5}{8}\right) : 0{,}625$;

в) $(70{,}4 \cdot 51{,}6 - 3541{,}84) \cdot (603{,}48 : 56{,}4) - 889{,}75$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Словарный диктант

Запишите математические термины:

1 Д...гра...а
2 К...рд...наты точки
3 К...фиц...ент
4 П...р...лельные пр...мые
5 Тр...нспорт...р
6 ...рд...ната
7 Корни ур...внения
8 ...б...ци...са

Идея задавать положение точки на плоскости с помощью чисел зародилась в древности — прежде всего у астрономов и географов при составлении звёздных и географических карт, календаря. Уже во II в. древнегреческий астроном Клáвдий Птоломéй пользовался широтой и долготой в качестве координат.

В XVII в. французские математики Рене́ Декáрт и Пьер Ферма́ впервые открыли значение использования координат в математике.

Описание применения координат дал в книге «Геометрия» в 1637 г. Р. Декарт, поэтому прямоугольную систему координат часто называют декартовой. Слова «абсцисса», «ордината», «координаты» первым начал использовать в конце XVII в. Го́тфрид Вильге́льм Ле́йбниц.

Вопросы и задачи на повторение

К

10.1 Приведите примеры: а) целых чисел; б) натуральных чисел; в) отрицательных чисел, не являющихся целыми; г) положительных чисел, не являющихся натуральными; д) рациональных чисел, не являющихся целыми; е) двух рациональных взаимно обратных чисел; ж) двух противоположных целых чисел; з) двух рациональных чисел, произведение которых равно 0; равно 1; и) двух целых чисел, сумма которых равна 0; равна 1.

10.2 При каком условии равно нулю:

а) произведение рациональных чисел; б) частное рациональных чисел?

10.3 Верно ли, что: а) число, обратное произведению двух чисел, равно произведению чисел, обратных множителям; б) число, обратное сумме двух чисел, равно сумме чисел, обратных слагаемым; в) число, противоположное произведению двух чисел, равно произведению чисел, противоположных множителям; г) число, противоположное сумме двух чисел, равно сумме чисел, противоположных слагаемым?

10.4 Найдите значение выражения:

1) $\left(3{,}5 + 2\frac{1}{3}\right) : \left(3{,}5 - 2\frac{1}{3}\right)$;

2) $\left(5{,}6 - 3\frac{1}{3}\right) : \left(1{,}5 + 1\frac{1}{3}\right)$;

3) $\left(16 - 8\frac{1}{3}\right) : \left(-2\frac{5}{9}\right)$;

4) $\left(15 - 9\frac{2}{3}\right) : \left(-3\frac{5}{9}\right)$.

10.5 Ответьте на вопросы.

а) Какое число называют делителем данного числа? кратным данного числа? Приведите примеры.
б) Какое число называют чётным? Приведите примеры.
в) Как формулируется признак делимости на 2? на 3? на 9? на 5? на 10?
г) Какое число называют простым? составным? Приведите примеры. Является ли простым число 11? число 2? число 1?
д) Какие числа называют взаимно простыми? Приведите примеры. Чему равны наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное взаимно простых чисел?

10.6 Сформулируйте основное свойство дроби. Приведите примеры использования основного свойства дроби.

10.7 Из натуральных чисел, расположенных между числами 11 и 43, выпишите те числа, которые: а) кратны числу 7; б) кратны числу 3; в) кратны числу 9; г) кратны числу 5; д) нечётные.

10.8 Запишите все делители чисел 18; 24; 45.

10.9 Какие из чисел 3572, 81 375, 158 457, 237 583, 67 932, 2 487 960 делятся нацело на 3? делятся нацело на 9? делятся нацело на 5? делятся нацело на 15?

10.10 Найдите значение выражения:

1) $13 \cdot 1\frac{7}{65} - 15{,}3$;

2) $8\frac{1}{3} \cdot 3{,}5 \cdot \frac{3}{25} \cdot 6{,}25 : \frac{1}{5} : \frac{1}{16}$;

3) $17 \cdot 2\frac{15}{68} - 37{,}9$;

4) $7{,}2 \cdot \frac{7}{12} \cdot 2{,}7 \cdot 2\frac{22}{25} : 2\frac{4}{5} : \frac{1}{125}$.

10.11 Верно ли, что:
а) сумма простых чисел есть число простое;
б) произведение двух простых чисел есть число простое;
в) произведение двух составных чисел есть число составное?

10.12 При строительстве железной дороги перемещается грунт. Сколько ездок должен сделать 25-тонный грузовик, чтобы перевезти 220 млн $м^3$ грунта, если масса одного кубометра грунта $2\frac{1}{2}$ т?

10.13 Сформулируйте и запишите с помощью букв: а) свойства сложения рациональных чисел; б) свойства умножения рациональных чисел; в) свойства нуля при сложении; г) свойства 0 и 1 при умножении рациональных чисел. Придумайте примеры, в которых использование свойств арифметических действий упрощает вычисления.

10.14 Постройте столбчатую диаграмму сравнительной продолжительности жизни некоторых деревьев по следующим данным: баобаб — 5000 лет, кипарис — 3000 лет, кедр — 1200 лет, дуб — 1000 лет, сосна обыкновенная — 600 лет, берёза — 250 лет, рябина — 80 лет.

10.15 Ответьте на вопросы.
а) Чему равен модуль положительного числа? отрицательного числа? Чему равен модуль нуля?
б) Может ли быть положительным, отрицательным или нулём значение выражения $-m$; $-\frac{m}{n}$; $|m|$; $m - n$?
в) Верно ли равенство $|-a| = a$? $|x| = -x$? $|-b| = |b|$?

10.16 Валерий заболел. На рисунке 141 показано изменение температуры больного. Ответьте на вопросы.
а) Сколько дней у Валерия была повышенная температура?
б) В какой день после начала болезни температура была самой высокой?
в) В какие дни болезни температура повышалась? понижалась?
г) В какие дни болезни температура Валерия была ниже 37 °С?
д) В какой день температура Валерия была 36,6 °С?

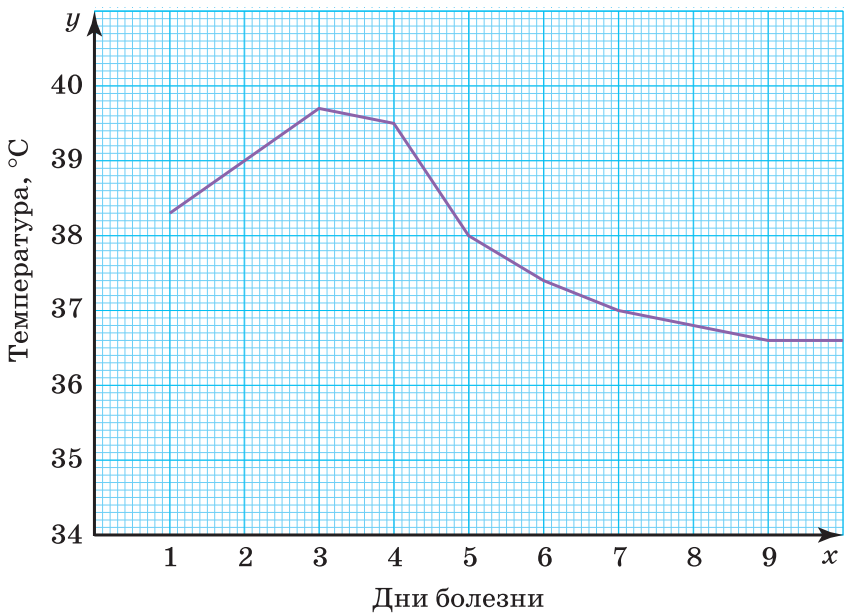


Рис. 141

10.17 На рисунке 142 изображён график изменения температуры воздуха в течение суток. Определите по графику:

а) температуру воздуха в 4 ч; в 14 ч; в 22 ч;
б) время суток, когда температура воздуха была равна 0 °С; 5 °С; –3 °С;
в) промежутки времени, когда температура воздуха повышалась; понижалась;
г) промежутки времени, когда температура воздуха была положительной; отрицательной.

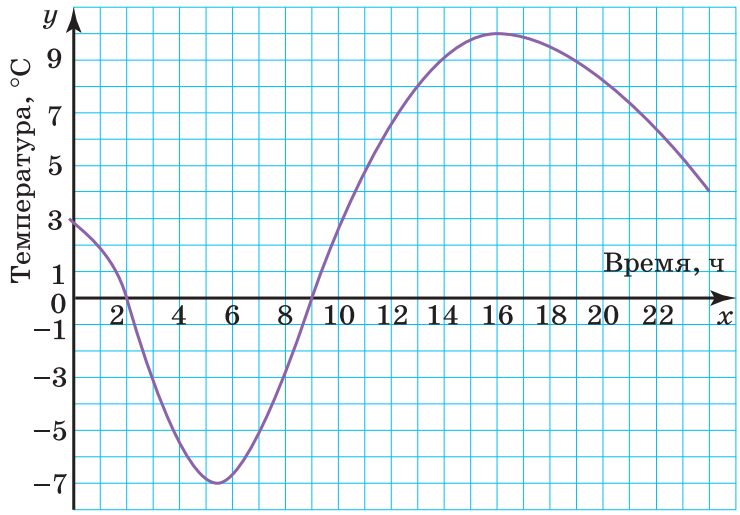


Рис. 142

10.18 По какому правилу выполняется: а) сложение дробей с одинаковыми знаменателями; б) сложение дробей с разными знаменателями; в) умножение дробей; г) деление дробей; д) сравнение рациональных чисел; е) сложение рациональных чисел с одинаковыми знаками; с разными знаками; ж) вычитание рациональных чисел; з) умножение рациональных чисел с одинаковыми знаками; с разными знаками; и) деление рациональных чисел с одинаковыми знаками; с разными знаками; к) раскрытие скобок, перед которыми стоит знак «+»; знак «–»?

10.19 В каком порядке следует выполнять действия в выражении без скобок, если в нём содержится по одному разу вычитание, возведение числа в куб и деление?

10.20 Выполните действия:

1) $-\frac{1}{5} \cdot (-0{,}4) \cdot 0{,}3 - 0{,}01064 : (-0{,}14)$;

2) $0{,}00936 : (-0{,}18) - 0{,}7 \cdot (-0{,}3) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$;

3) $-36 : 25 - (2{,}4 + 2{,}7 \cdot 0{,}3)$;

4) $44 : (-25) - (4{,}3 \cdot 0{,}8 - 3{,}7)$;

5) $-2{,}5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 - 11{,}2 : \frac{7}{9}$;

6) $-10{,}8 : \frac{6}{11} - 12{,}5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$.

10.21 Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{2{,}727 \cdot \frac{5}{9}}{10{,}1}$; б) $\dfrac{0{,}5508 \cdot \frac{17}{18}}{3{,}06}$.

10.22 Составьте алгоритм вычислений и с помощью калькулятора найдите значение выражения:

а) $(3{,}45 - 4{,}65) : 6 + 0{,}75 \cdot 12{,}5 : 0{,}625 + 67{,}25 - 81{,}75$;
б) $(12{,}8 : 0{,}64 + 12{,}6 : 9) \cdot (302{,}4 : 0{,}9 - 84{,}5) + 4{,}45$.

10.23 Сравните числа с помощью вычитания:

а) $\frac{7}{9}$ и $\frac{5}{7}$; б) $\frac{8}{15}$ и $\frac{7}{12}$; в) $-\frac{9}{11}$ и $-\frac{6}{7}$; г) $-\frac{9}{10}$ и $-\frac{7}{8}$.

10.24 Узнайте:

а) что меньше: $\frac{7}{8}$ или $\frac{8}{9}$; $\frac{9}{11}$ или $\frac{15}{17}$;

б) что больше: $\frac{13}{14}$ или $\frac{15}{16}$; $\frac{13}{15}$ или $\frac{19}{21}$.

10.25 Здание Государственного Кремлёвского дворца в Москве имеет форму прямоугольного параллелепипеда длиной 120 м и общим объёмом 369 600 м^3. Найдите высоту здания над землёй, если оно заглублено в землю на 15 м и длина здания больше его ширины в $1\frac{5}{7}$ раза.

10.26 Выполните действия:

а) $(156{,}6 : 18 - 8{,}6) \cdot 100 : 0{,}1 - 99$;
б) $11{,}21 - (38{,}418 : 0{,}3 - 4{,}8 \cdot 11{,}6) : 11 + 13{,}79$;
в) $(2{,}727 : (-0{,}9) + 1{,}9 \cdot (-5{,}3) + 1{,}58) : 4{,}8$;
г) $4{,}2 \cdot (-0{,}3) : 0{,}9 - 5{,}6 : (-1{,}4) \cdot 3{,}7$.

10.27 Выполните действия:

а) $-\frac{11}{13} : \left(-1\frac{9}{13}\right) + 5{,}52 : (-13{,}8) - 0{,}1$;

б) $\left(7 - 4\frac{3}{4}\right) \cdot 1\frac{1}{3} + \left(6 - 4\frac{2}{5}\right) : 1\frac{1}{3}$;

в) $10 - 3\frac{3}{4} \cdot \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{5}\right) : 1\frac{5}{9}$;

г) $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{3} - 5\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{13} \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^3$;

д) $-\frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9} - \frac{8}{15} : \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{1}{12}$;

е) $\frac{8}{9} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{3}{7} : 3\frac{3}{7} + \frac{5}{6} : 3\frac{1}{3}$.

10.28 Приведите примеры:

а) отношения двух величин;
б) верной пропорции и назовите её крайние и средние члены;
в) двух величин, зависимость между которыми прямо пропорциональная;
г) двух величин, зависимость между которыми обратно пропорциональная.

10.29 В чём состоит основное свойство пропорции? Придумайте примеры использования этого свойства пропорции:

а) для доказательства, что пропорция верна;

б) для решения уравнения.

10.30 а) Чему равно отношение длины окружности к её диаметру? отношение площади круга к квадрату его радиуса?

б) По какой формуле вычисляется длина окружности? площадь круга?

в) Какое получится число при округлении числа π до сотых?

10.31 Сравните числа, найдя их отношение:

а) $0{,}52$ и $\frac{13}{23}$; в) $\frac{11}{14}$ и $\frac{9}{11}$;

б) $\frac{17}{29}$ и $0{,}85$; г) $\frac{15}{17}$ и $\frac{16}{19}$.

10.32 Бригада проходчиков при строительстве тоннеля метро в течение недели ежедневно проходила по 0,8 м. За x дней длина тоннеля увеличилась на y м. Выразите y через x. Является ли зависимость y от x прямой пропорциональностью? Найдите значение y при $x = 1; 3; 7$.

10.33 Площадь прямоугольника равна 12 см^2. Длины сторон прямоугольника равны a см и b см. Найдите a, если $b = 2; 4; 6; 12$. Найдите формулу зависимости a от b. Является ли эта зависимость обратно пропорциональной?

10.34 Решите уравнение:

а) $\frac{x - 0{,}8}{x + 0{,}2} = \frac{6{,}3}{7{,}3}$; в) $\frac{k - 1{,}2}{3{,}2} = \frac{k - 3{,}45}{1{,}7}$;

б) $\frac{10{,}5}{y - 3{,}6} = \frac{51}{y + 1{,}8}$; г) $\frac{2x - 3{,}2}{1{,}2} = \frac{5x - 6}{0{,}5}$.

10.35 За $2\frac{3}{4}$ ч поезд прошёл расстояние 330 км. Какой путь пройдёт поезд за 7,5 ч, если будет идти с той же скоростью?

10.36 Масса муки составляет 0,7 массы выпеченного из неё хлеба. Сколько получится хлеба, если взять $3\frac{1}{2}$ ц муки? Сколько муки надо взять, чтобы выпечь 100 кг хлеба?

10.37 Начертите окружность, радиус которой 2,5 см, и отрезок, длина которого равна длине окружности (длину окружности округлите до десятых долей сантиметра).

10.38 Сравните площадь круга, радиус которого 6 см, и площадь прямоугольника со сторонами 6,5 см и 1,4 дм.

10.39 Назовите коэффициент выражения:

а) $8y$; б) $-3x$; в) a; г) $-p$; д) $-3a \cdot 5b$.

10.40 Сформулируйте правило приведения подобных слагаемых.

10.41 Какие правила необходимо применять для решения уравнения:

а) $2x + 12{,}3 = x$;

б) $-3x = 6\frac{3}{7}$?

10.42 Выполните действия:

а) $1\frac{1}{3}\cdot\left(8\frac{2}{3}:1\frac{4}{9}-3\frac{3}{8}+1\frac{5}{8}\right)-1\frac{5}{6}$;

б) $\left(3\frac{1}{15}-1\frac{1}{15}:1\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)\cdot 2\frac{1}{7}-1\frac{1}{7}$;

в) $19{,}6\cdot 2\frac{1}{2}-\left(2{,}0625-1\frac{5}{12}\right):\frac{1}{8}$;

г) $\frac{5}{16}:0{,}125+1{,}456:\frac{7}{25}+4{,}5\cdot\frac{4}{5}$.

10.43 При $x=2;\ -2;\ \frac{1}{2}$ найдите значение выражения: а) $-2x^3$; б) $\frac{1}{6}x^2$.

10.44 Упростите выражение. Найдите его значение при $y=-2\frac{3}{5}$:

а) $-6\cdot\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{3}y\right)-2\cdot\left(1-3\frac{1}{2}y\right)$; б) $-8\cdot\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{4}y\right)-3\cdot\left(1-2\frac{1}{3}y\right)$.

10.45 Решите уравнение:

1) $5\cdot(x-7)=3\cdot(x-4)-27$;
2) $3x+2\cdot(2x-3)=8-7\cdot(x-2)$;
3) $4\cdot(x-3)-16=5\cdot(x-5)$;
4) $3\cdot(2x-5)+4x=5\cdot(x-3)+27$.

10.46 Газовая плитка и два баллона имеют массу 7 кг. Масса плитки меньше массы баллона на 2 кг. Найдите массу баллона.

10.47 Кофейник и две чашки вмещают 740 г воды. В кофейник входит на 380 г воды больше, чем в чашку. Сколько граммов воды вмещает кофейник?

10.48 За три дня было продано 830 кг апельсинов. Во второй день продали на 30 кг меньше, чем в первый, а в третий — в 3 раза больше, чем во второй. Сколько килограммов апельсинов было продано в первый день?

10.49 Велосипедист проехал 43 км. По просёлочной дороге он проехал в 3 раза большее расстояние, чем по лесной тропинке, а по тропинке — на 35 км меньше, чем по шоссе. Какой длины была каждая часть пути?

10.50 Решите уравнение:

а) $\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}=2-\frac{1}{3}x+2\frac{1}{4}x$;

б) $1-1\frac{1}{2}y+3\frac{2}{5}y=1\frac{1}{3}y-2\frac{7}{15}y+2\frac{1}{2}$;

в) $2\cdot\left(\frac{2}{5}z+1\right)+3\frac{1}{3}=4-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{4}{5}z-1\right)$;

г) $5-\left(1\frac{1}{2}v+\frac{1}{3}\right)\cdot 6=2\frac{1}{3}v-5\frac{1}{2}$.

10.51 Площадь двух участков, засеянных кукурузой, равна 60 га. На одном участке с каждого гектара собрали 85 т зелёной массы, а на другом — 95 т. С первого участка собрали на 1500 т больше, чем со второго. Найдите площадь каждого участка.

10.52 В одной силосной яме 110 т силоса, а в другой — 130 т. После того как из второй ямы взяли силоса в 2 раза больше, чем из первой, в первой оказалось на 5 т больше, чем во второй. Сколько тонн силоса взяли из каждой ямы?

10.53 Периметр треугольника ABC равен 85 см. Сторона AB меньше стороны BC на 15 см, а сторона AC больше стороны AB на 22 см. Найдите длину стороны BC.

10.54 Сумма четырёх последовательных целых чисел равна 2. Найдите эти числа.

10.55 Сумма пяти последовательных целых чисел равна −10. Найдите эти числа.

10.56 Путешественник проплыл на теплоходе на 120 км больше, чем проехал на поезде. Если бы он проехал на поезде в 8 раз больше, а проплыл на теплоходе в 4 раза больше, чем в действительности, то его путь составил бы 1800 км. Сколько километров преодолел путешественник на каждом виде транспорта?

10.57 Как найти: а) дробь от числа; б) число по его дроби; в) масштаб карты; г) расстояние на местности по известному расстоянию на карте и масштабу карты?

10.58 Длина дороги 25,5 км. За 5 дней бригада отремонтировала $\frac{3}{5}$ дороги, ремонтируя ежедневно участки дороги одинаковой длины. Сколько километров дороги бригада ремонтировала за один день?

10.59 Решите двумя способами задачу:

а) В районе зерновыми культурами занято 52,5 км^2. Рожь занимает $\frac{2}{5}$ всех посевов, а пшеница — $\frac{1}{3}$. Остальную часть занимает ячмень. Сколько гектаров занимает ячмень?

б) Собрали 72,8 т фруктов. Половину этих фруктов отправили в магазины, четверть — в школы и детские сады, а остальные заложили на хранение поровну в 4 холодильника. Сколько тонн фруктов заложили в каждый холодильник?

10.60 В школе учатся 360 девочек. Сколько учащихся в школе, если мальчики составляют 52 % всех учащихся?

10.61 Фермер снял с каждого из 9 га своей плантации 35 т овощей. Консервный завод купил 12 % собранных фермером овощей. Сколько тонн овощей купил консервный завод у фермера?

10.62 Для строительства железной дороги будет поставляться 70 тыс. т проката, из которых 50 тыс. т — прокат, устойчивый при низких температурах. Какой процент всего проката составит прокат, устойчивый при низких температурах?

10.63 Жильцы дома решили озеленить свой двор. Они разбили газон площадью 250 м^2. На каждые 100 м^2 они высевали 1,2 кг смеси семян. В эту смесь входило: $\frac{1}{5}$ мятлика лугового, $\frac{2}{5}$ овсяницы и 40 % райграса пастбищного. Сколько семян каждого вида понадобилось?

10.64 Сколькими числами определяется положение точки: а) на координатной прямой; б) на координатной плоскости? Как называют эти числа?

10.65 а) Постройте на координатной прямой точки: $M(-3)$, $K\left(1\frac{1}{3}\right)$, $P(-0{,}6)$.

б) Постройте на координатной плоскости точки: $B(-1;\ 4)$, $C(0;\ 5)$, $D(-2;\ 0)$. Назовите абсциссу и ординату каждой точки.

10.66 На координатной плоскости постройте треугольник ABC, если $A(-3;\ 6)$, $B(-3;\ -4)$, $C(2;\ -4)$. Запишите координаты точек пересечения сторон треугольника с осями координат.

10.67 На координатной плоскости начертите треугольник MKP, если $M(-5;\ 5)$, $K(-4;\ 9)$, $P(5;\ 10)$. Измерьте транспортиром углы этого треугольника.

10.68 Постройте квадрат $ABCD$ по координатам его вершин $A(0; 3)$, $B(3; 6)$, $C(6; 3)$ и $D(3; 0)$. Проведите отрезки AC и BD. Найдите координаты точки, в которой пересекаются эти отрезки.

10.69 На координатной плоскости начертите окружность с центром в точке $C(-4; 0)$ и радиусом, равным 5 единичным отрезкам. Запишите координаты точек пересечения окружности с осями координат.

10.70 Отметьте на координатной плоскости вершины $A(-4; 2)$, $B(1; 7)$ и $C(6; 2)$ квадрата $ABCD$. Найдите координаты вершины D.

10.71 Турист шёл в гору со скоростью 3 км/ч. Пройденный им путь можно вычислить по формуле $s = 3t$. Является ли зависимость пути, пройденного туристом, от времени прямой или обратной пропорциональной зависимостью? Составьте таблицу значений s для $t = 1; 2; 3; 4; 5$ ч. Постройте график движения туриста.

10.72 Сумма двух чисел равна 177. При делении большего из них на меньшее в частном получается 3 и в остатке 9. Найдите эти числа.

10.73 От причала вниз по реке отправили плот, который двигался со скоростью 4 км/ч. Через 3 ч вслед за ним вышла лодка. Её собственная скорость 9 км/ч. На каком расстоянии от причала лодка догонит плот?

10.74 Велосипедист и пешеход одновременно отправились навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 6,2 км. При встрече оказалось, что пройденный пешеходом путь составляет $\frac{11}{20}$ пути, проделанного велосипедистом. Сколько часов был в пути велосипедист до встречи с пешеходом, если его скорость была на 4,5 км/ч больше скорости пешехода?

10.75 Расстояние между городами A и B равно 450 км. Из A в B вышла грузовая автомашина. Спустя 2 ч навстречу ей из B вышла легковая автомашина. Скорость грузовой автомашины 60 км/ч, а скорость легковой в $1\frac{1}{2}$ раза больше. Постройте графики движения обеих автомашин. Через сколько часов после своего выхода легковая автомашина встретит грузовую?

10.76 Какие прямые называют перпендикулярными? Какие отрезки считают перпендикулярными? Постройте такие отрезки. Какие лучи считают перпендикулярными? Постройте такие лучи.

10.77 Какие прямые называют параллельными? Какие отрезки считают параллельными? Постройте три параллельные прямые.

10.78 Начертите угол CDK, равный 130°. Отметьте точку M, не лежащую на сторонах этого угла, и проведите через точку M прямые, параллельные сторонам угла CDK.

10.79 Начертите угол APK, равный 80°. Отметьте на стороне PA точку M и проведите через неё прямые, перпендикулярные сторонам угла APK.

10.80 На координатной плоскости отметьте точки $A(-5; 10)$, $B(3; -6)$, $C(-3; -4)$, $D(9; 2)$, $E(-7; 4)$, $F(3; 9)$, $K(4; 5)$, $P(7; 14)$, $M(-8; -4)$ и $N(-6; 2)$. Проведите прямые AB, CD, EF, KP и MN. С помощью угольника и линейки определите, какие из этих прямых параллельны и какие перпендикулярны друг другу. Определите координаты точки пересечения прямой CD с осью x и координаты точки пересечения прямой KP с осью y.

10.81 Лесорубы заготовили 32 000 м^3 строительного леса. На барже сплавили 60 % заготовленного леса, а остальной отправили по железной дороге. На сколько кубометров меньше леса отправили по железной дороге, чем по воде?

10.82 На ремонт физкультурного зала было израсходовано 44 кг краски, что составляет 20 % всей краски, отпущенной со склада на ремонт школы. Сколько килограммов краски было на складе, если школе отпущено 12,5 % имевшейся там краски?

10.83 На сколько процентов изменится площадь прямоугольника с измерениями 30 см и 20 см, если бóльшую сторону увеличить на 10 %, а другую уменьшить на 10 %? Есть ли лишние данные в условии задачи?

10.84 После первого усовершенствования производительность станка возросла на 10 %, а после второго — ещё на 10 %. На сколько процентов возросла производительность станка в результате двух усовершенствований?

10.85 За первый месяц было построено $\frac{7}{24}$ всей дороги от туристической базы до шоссе, во второй месяц — $\frac{3}{8}$ всей дороги, а в третий месяц — остальные $13\frac{1}{3}$ км. Какой длины дорога?

10.86 В кафе в первый день продали $\frac{2}{7}$ имевшегося сока, во второй — $\frac{3}{5}$ остатка. Сколько литров сока было в кафе, если во второй день продали 60 л?

10.87 Фермер привёз на мельницу 3 мешка пшеницы. В первый мешок вошло $\frac{5}{18}$ всей полученной пшеницы, во второй — $\frac{1}{3}$ всей пшеницы, а в третий — на 10 кг больше, чем во второй. Сколько килограммов пшеницы привёз фермер на мельницу? Сколько килограммов муки получилось из этого зерна, если 9 % ушло в отходы?

10.88 В начале года для класса были закуплены тетради в клетку и в линейку. К концу года количество израсходованных тетрадей в клетку составило $\frac{3}{7}$ всех закупленных тетрадей, а количество тетрадей в линейку — $\frac{5}{14}$ всех тетрадей. Сколько тетрадей осталось, если тетрадей в клетку было израсходовано на 10 больше, чем тетрадей в линейку?

10.89 Масло перелили из бака в 3 бидона. В первый бидон вошло $\frac{3}{10}$ всего масла, во второй — $\frac{1}{2}$ всего масла, а в третий — на 6 л меньше, чем в первый бидон. Сколько масла было в баке?

10.90 Типография израсходовала за два дня 60 % всей полученной бумаги, причём во второй день было израсходовано бумаги в $1\frac{1}{5}$ раза больше, чем в первый день. Сколько бумаги израсходовала типография в первый день, если было получено $6\frac{3}{5}$ т бумаги?

10.91 За день было продано 75 % всего завезённого картофеля. До обеденного перерыва было продано $\frac{5}{7}$ картофеля, проданного после обеденного перерыва. Сколько картофеля продано до перерыва и сколько после перерыва, если было завезено $3\frac{1}{5}$ т картофеля?

10.92 В классе за контрольную работу по математике 8 учеников получили оценку «5», 18 учеников — «4», 12 учеников — «3», а несколько учеников получили оценку «2». Сколько учеников получили оценку «2», если средний балл класса за контрольную работу равен 3,8?

Д

10.93 Выполните действие:

а) $0{,}38 \cdot \frac{2}{19}$; в) $\frac{3}{8} - 0{,}48$; д) $13{,}13 : 1\frac{2}{11}$;

б) $3{,}16 : \frac{4}{7}$; г) $0{,}169 : \frac{13}{14}$; е) $232{,}3 : 33\frac{2}{3}$.

10.94 Найдите значение выражения:

а) $(2{,}2)^2 + (-0{,}2)^2$; в) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^3$;

б) $(-0{,}2 + 0{,}1)^2$; г) $\left(-\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right)^3$.

10.95 Найдите значение дробного выражения:

а) $\frac{4{,}2 \cdot 8{,}7}{2{,}9 \cdot 21}$; б) $\frac{5{,}25 \cdot 1\frac{1}{3}}{25 \cdot 8\frac{2}{5}}$; в) $\frac{8{,}4 \cdot 0{,}2}{0{,}36}$.

10.96 Выполните действия:

а) $8\frac{5}{7} + 3{,}15 + 1\frac{2}{7} + 4{,}25$; д) $2{,}1 + 1\frac{7}{30} - (4 - 2{,}9)$;

б) $4{,}7 + \frac{2}{3} + 1\frac{3}{5} + 3{,}3$; е) $22 - \left(4\frac{5}{7} + 8{,}91 + 1{,}09\right)$;

в) $8\frac{19}{20} + 5{,}875 + 20\frac{35}{40}$; ж) $76 - 4\frac{7}{25} + 8{,}28$;

г) $6{,}75 + 3\frac{1}{4} - 7\frac{5}{28}$; з) $2\frac{5}{6} - 1{,}6 - \frac{2}{3}$.

10.97 Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{4}a + 0{,}75a - a$, если $a = 0{,}1$;

б) $\frac{2}{3}x + \frac{5}{6}x - 2x$, если $x = -3{,}2$;

в) $-(4{,}7m + 2{,}8m - 5{,}7m) - 3{,}7m$, если $m = -0{,}01;\ 0{,}1$;

г) $1 - (0{,}2x - 0{,}4y - 0{,}5) - 0{,}4y$, если $x = -4$, $y = -7{,}7$.

10.98 Запишите все делители числа 28 и числа 36.

10.99 Запишите все двузначные числа:

а) кратные числу 17; б) кратные числу 28.

10.100 Решите уравнение:

а) $37{,}5 - x + 12\frac{3}{4} = 5{,}35$;

б) $6\frac{1}{3} - y + 2{,}1 = 6\frac{1}{3}$;

в) $-4 \cdot (3 - 5z) = 18z - 7$;

г) $1{,}2 - 2 \cdot (1{,}3x + 1) = 5{,}6x - 27{,}04$;

д) $8(2a - 6) = 2(4a + 3)$;

е) $-3(2{,}1m - 1) + 4{,}8 = -6{,}7m + 9{,}4$.

10.101 На первом катере было в 2 раза больше людей, чем на втором. Когда на ближайшей пристани с первого катера сошли 98 человек, а со второго — 16 человек, то на обоих катерах людей стало поровну. Сколько человек было на каждом катере первоначально?

10.102 На одном элеваторе было зерна в 3 раза больше, чем на другом. С первого элеватора вывезли 960 т зерна, а на второй привезли 240 т, после чего на обоих элеваторах зерна стало поровну. Сколько тонн зерна было на каждом элеваторе первоначально?

10.103 На железнодорожной станции стояли два состава, причём в одном из них было в 2 раза больше вагонов, чем в другом. Когда от первого состава отцепили 14 вагонов и прицепили их ко второму составу, то вагонов в составах стало поровну. Сколько вагонов было в каждом составе?

10.104 Постройте в координатной плоскости треугольник MKN, если $M(-7; -5)$, $N(-3; 5)$, $K(7; 1)$. Измерьте углы и стороны этого треугольника. Найдите координаты середины стороны MN.

10.105 Отметьте на координатной плоскости точки $A(3; 6)$, $B(1; -4)$ и $M(-5; 2)$. Проведите через точку M прямую CD, параллельную прямой AB, и прямую EF, перпендикулярную прямой AB.

10.106 Постройте на координатной плоскости треугольник CDE, если $C(-6; -2)$, $D(3; 1)$ и $E(3; -2)$. Запишите координаты точек пересечения сторон треугольника с осями координат.

10.107 На координатной плоскости отметьте точку $A(-3; 0)$. Начертите окружность с центром A и радиусом, равным 5 единичным отрезкам. Запишите координаты точек пересечения этой окружности с осями координат.

10.108 Решите уравнение:

а) $x : 3{,}5 = 1{,}2 : 0{,}4$;

б) $2{,}5 : 6{,}8 = 1{,}5 : y$;

в) $2{,}3 : 6{,}9 = x : \frac{6}{7}$;

г) $4 : y = 5\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3}$.

10.109 На завод привезли свёклу, из которой при переработке получают 12 % сахара. Сколько получится сахара из 2629,5 тыс. т свёклы?

10.110 Женщины составляют 34,5 % всех рабочих фабрики. Остальные рабочие — мужчины. Сколько рабочих на фабрике, если мужчин на ней 262?

10.111 У геологической экспедиции 40 % маршрута проходили по степи, 26 % — по горной местности, а остальные 102 км — по долине реки. Сколько километров маршрута экспедиции прошло по степи и сколько — по горной местности?

10.112 Андрей в первый день прочитал 30 % всей книги, во второй день — 25 % всей книги, в третий день — остальные 180 страниц. Сколько страниц прочитал Андрей в первый день?

10.113 Чтобы доставить нефть из Тюмени на Сахалин, её надо везти поездом 7150 км и по морю 550 км. После того как была построена Байкало-Амурская магистраль, путь сократился на 1000 км. На сколько процентов сократился путь? (Ответ округлите до единиц.)

10.114 На карте железная дорога Москва—Санкт-Петербург, имеющая длину 650 км, изображена линией длиной 5 см. Какую длину на этой карте имеет линия, изображающая Байкало-Амурскую магистраль, если длина этой магистрали 3145 км? (Ответ округлите до десятых.)

10.115 Решите уравнение:

а) $6(2x - 3) + 2(4 - 3x) = 5$; б) $3\left(2\frac{1}{2}x - 0{,}2\right) - 15\frac{1}{15} = 6 - \left(\frac{2}{3} - 0{,}5x\right)$.

10.116 Отлитый в 1735 г. Царь-колокол, хранящийся в Московском Кремле, имеет диаметр 6,6 м. Вычислите длину окружности основания Царь-колокола.

10.117 Сколько граммов семян потребуется для посева цветов на круглой клумбе диаметром 3,4 м, если на 1 м^2 высевают 12 г семян? (Ответ округлите до единиц, считая $\pi = 3{,}14$.)

10.118 Выполните действия:

а) $(112 : 28 - 36 - 24) : (-1{,}4)$;
б) $4{,}9 - 4{,}8 : (3 - 19) - 1{,}4 : (-8)$;
в) $-5{,}7 : (-19) - 0{,}8 \cdot (-4) + 2{,}7 : 0{,}3$;
г) $(-6{,}4 \cdot 0{,}3 + 5{,}4 \cdot 0{,}3) : (-0{,}2) - 5{,}1$.

10.119 В открытом грунте с $2\frac{1}{2}$ га получили 800 ц огурцов, а в теплице со 100 м^2 — 3200 кг. Где выше урожайность (т. е. урожай с 1 га) и на сколько процентов?

10.120 В двух бригадах было поровну рабочих. Когда в первую бригаду поступило 8 человек, а из второй ушли 2 человека, в первой бригаде стало в 3 раза больше рабочих, чем во второй. Сколько рабочих было в каждой бригаде?

10.121 Шаг Пети на 12 см длиннее шага Толи. Но 4 шага Пети короче 6 шагов Толи на 54 см. Найдите длину шага каждого мальчика.

10.122 Найдите значение выражения:

а) $\left(7 - 1\frac{4}{23} \cdot 3\frac{5}{6} + 3\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{19}\right) : \frac{2}{3} - \frac{2}{3}$;

б) $\frac{3}{16} \cdot 1\frac{3}{5} : \left(7\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} - \frac{3}{5}\right) - 3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3}$.

10.123 Расстояние между городом и сельским поселением машина прошла за 1 ч 15 мин. Если бы скорость машины была на 10 км/ч меньше, то этот путь она прошла бы за 1 ч 30 мин. Найдите скорость машины и расстояние от города до сельского поселения.

10.124 В первом баке 840 л воды, а во втором $\frac{4}{7}$ того, что в первом. Из первого бака выливают в минуту в 3 раза больше воды, чем из второго. Через 5 мин в первом баке осталось на 40 л воды меньше, чем во втором. Сколько литров воды выливают из каждого бака за одну минуту?

10.125 От двух станций, расстояние между которыми 750 км, одновременно навстречу друг другу вышли два поезда — пассажирский и скорый. Скорый поезд шёл со скоростью 75 км/ч. Через сколько часов поезда встретились, если известно, что скорый поезд до встречи прошёл в 1,5 раза больше, чем пассажирский? С какой скоростью двигался пассажирский поезд?

10.126 Теплоход проходит за 15 ч против течения столько же, сколько за 13 ч по течению. Найдите скорость течения, если собственная скорость теплохода 70 км/ч.

10.127 Найдите 4 числа, каждое из которых, начиная со второго, на 7 больше предыдущего, если среднее арифметическое их равно 25,5.

10.128 Начертите треугольник ABC с прямым углом B. Как разделить этот треугольник на четыре равных треугольника?

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

Повторение: десятичные дроби

1 Запишите в виде десятичной дроби число $-2\frac{9}{100}$.

2 Запишите в виде десятичной дроби число «семь двадцать пятых».

3 Найдите сумму нуля целых четырёх десятых и нуля целых четырёх сотых.

4 Найдите разность единицы и нуля целых пяти сотых.

5 Найдите произведение нуля целых семи десятых и нуля целых одной десятой.

6 Найдите частное трёх и нуля целых пяти десятых.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 В виде десятичной дроби можно представить только такую обыкновенную дробь, разложение знаменателя которой на простые множители содержит лишь числа «два» и «пять».

8 Частное минус нуля целых одной сотой и минус нуля целых одной тысячной равно десяти.

Проверочная работа № 2

Повторение: проценты

1 Запишите в процентах десятичную дробь «ноль целых семь сотых».

2 Запишите в виде десятичной дроби двадцать восемь процентов.

3 Запишите в процентах десятичную дробь «одна целая две десятых».

4 Запишите в виде десятичной дроби сто пятьдесят процентов.

5 Запишите в процентах обыкновенную дробь «три двадцатых».

6 Как называется один процент центнера?

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Ноль целых семь десятых больше пятидесяти шести процентов.

8 Девять метров составляют девять процентов километра.

Проверочная работа № 3

Повторение: обыкновенные дроби

1 Запишите число «три целых семь двести пятидесятых».

2 Представьте в виде смешанного числа дробь «двадцать три пятых».

3 Запишите в виде неправильной дроби число $2\frac{1}{7}$.

4 Найдите произведение одной шестой и двух пятых.

5 Найдите частное одной шестой и двух пятых.

6 Найдите разность одной третьей и одной девятой.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Число «одна целая две пятых» обратно числу «пять седьмых».

8 Сумма $1\frac{3}{8} + 2\frac{3}{4}$ равна трём целым шести восьмым.

Проверочная работа № 4

Повторение: задачи на дроби

1 Найдите две третьих от двенадцати.

2 Сколько сантиметров составляют ноль целых три десятых от двух метров?

3 Найдите число, если две третьих этого числа равны двенадцати.

4 Ноль целых четыре десятых некоторого числа равны восьми. Найдите это число.

5 Во сколько раз одна целая две десятых больше нуля целых четырёх сотых?

6 Какую часть число «тринадцать» составляет от числа «девятнадцать»?

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Площадь прямоугольника со сторонами одна пятая метра и одна четвёртая метра равна одной десятой квадратного метра.

8 Если одна пятая килограмма конфет стоит двадцать рублей, значит, цена конфет четыре рубля за килограмм.

Проверочная работа № 5

Повторение: задачи на проценты

1 Найдите шесть процентов от десяти.

2 Какое число составляет тридцать процентов от числа «четыре»?

3 Найдите число, если десять процентов этого числа равны трём.

4 Двадцать пять процентов некоторого числа равны девяти. Найдите это число.

5 Сколько процентов число «один» составляет от числа «пять»?

6 Найдите процентное отношение восьмидесяти килограммов и одной тонны.

*Верно ли высказывание (ответьте «**да**» или «**нет**»)?*

7 Число «сто пятьдесят» составляет двести процентов числа «семьдесят пять».

8 Если рабочий вместо предусмотренных планом ста деталей изготовит сто восемь, значит, он перевыполнит план на восемь процентов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математика — самая древняя из наук, она была и остаётся необходимой людям. Слово «математика» греческого происхождения. Оно означает «наука», «размышление». В древности полученные знания, открытия часто старались сохранить в тайне. Например, в школе Пифагора запрещено было делиться своими знаниями с непифагорейцами. За нарушение этого правила один из учеников, требовавший свободного обмена знаниями, — Гиппáс — был изгнан из школы. Его сторонников стали называть математиками, т. е. приверженцами науки.

Все без исключения начинают изучать основы математики уже с первых классов школы, потому что эта наука нужна всем, особенно сейчас, когда она проникла во все отрасли знаний — физику и химию, науки о языке и медицину, астрономию и биологию и т. д. Математики учат вычислительные машины сочинять стихи и музыку, измерять размеры атомов и проектировать плотины электростанций.

Математика необходима в любой профессии, какую бы вы ни выбрали для себя. Но кроме того, вы могли заметить: это и очень интересная и увлекательная наука. Любите её.

С 7 класса вы начинаете изучать два раздела — два предмета: алгебру и геометрию. Желаем вам успехов и радости открытий в необозримом море — математике!

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ (ДО 997)

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997

Приложение 2

СКЛОНЕНИЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫХ

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ

по типу склонения можно разделить на пять групп:

	1—4	5—20, 30	50—80	40, 90	100
И.	четыре	шестнадцать	восемьдесят	сорок	сто
Р.	четырёх	шестнадцати	восьмидесяти	сорока	ста
Д.	четырём	шестнадцати	восьмидесяти	сорока	ста
В.	как И. или Р.	шестнадцать	восемьдесят	сорок	сто
Т.	четырьмя	шестнадцатью	восьмьюдесятью	сорока	ста
П.	о четырёх	о шестнадцати	о восьмидесяти	о сорока	о ста

200—900 *В составных количественных числительных склоняются все части:*

И.	триста	девятьсот	пятьсот семьдесят три
Р.	трёхсот	девятисот	пятисот семидесяти трёх
Д.	трёмстам	девятистам	пятистам семидесяти трём
В.	триста	девятьсот	пятьсот семьдесят три
Т.	тремястами	девятьюстами	пятьюстами семьюдесятью тремя
П.	о трёхстах	о девятистах	о пятистах семидесяти трёх

ПОРЯДКОВЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ

В составных порядковых числительных склоняется только последнее слово:

И.	двадцать пятый	четыреста тридцать шестой
Р.	двадцать пятого	четыреста тридцать шестого
Д.	двадцать пятому	четыреста тридцать шестому
В.	как И. или Р.	как И. или Р.
Т.	двадцать пятым	четыреста тридцать шестым
П.	о двадцать пятом	о четыреста тридцать шестом

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ

В состав дробных числительных входят количественные и порядковые числительные.

При склонении дробных числительных изменяются все их части:

И. две целых тридцать семь сто семьдесят девятых
Р. двух целых тридцати семи сто семьдесят девятых
Д. двум целым тридцати семи сто семьдесят девятым
В. как И.
Т. двумя целыми тридцатью семью сто семьдесят девятыми
П. о двух целых тридцати семи сто семьдесят девятых

$2\frac{37}{179}$

И. ноль (нуль) целых двести девяносто семь тысячных
Р. нуля целых двухсот девяноста семи тысячных
Д. нулю целых двумстам девяноста семи тысячным
В. как И.
Т. нулём целых двумястами девяноста семью тысячными
П. о нуле целых двухстах девяноста семи тысячных

0,297

Приложение 3

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ЕДИНИЦАМИ ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИН, ПЛОЩАДЕЙ И ОБЪЁМОВ

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$
$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$
$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$$

$$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$$
$$1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2$$
$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2$$
$$1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2$$
$$1 \text{ га} = 100 \text{ а}$$
$$1 \text{ км}^2 = 100 \text{ га}$$

$$1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3$$
$$1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$$
$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$$

$1 \text{ км}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ м}^3$

Приложение 4

КВАДРАТЫ И КУБЫ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

КВАДРАТЫ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n^2	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

$\mathbf{6^2 = 6 \cdot 6 = 36}$

КУБЫ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

$\mathbf{6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216}$

ОТВЕТЫ

§ 5. Положительные и отрицательные числа

5.28. 1) 60 кг; 2) 20 кг. **5.29.** 1) 150; 2) 105. **5.35.** Четыре по 44 м и 58 м. **5.36.** 48. **5.37.** 239,4 кг. **5.53.** 1) 88 500; 2) 168 т. **5.58.** 252 кг. **5.59.** 1748 ц. **5.60.** а) $x = 3$; б) $y = 2$. **5.61.** а) 0,05; б) 3,85. **5.88.** 288 км. **5.89.** 1020 р. **5.90.** 308. **5.115.** 1) 10,5; 2) 4,08. **5.116.** 1) 50 %, 40 %, 10 %; 2) 20 %, 65 %, 15 %. **5.117.** 1) 68,8; 2) 78,7. **5.121.** 30 %, 50 %, 20 %. **5.122.** $2\frac{1}{3}$. **5.123.** 0,4. **5.137.** 1000 т. **5.138.** 350 м; 7350 м^2. **5.142.** 162. **5.143.** а) 1,55; б) 44,1.

§ 6. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел

6.20. 1,3122 м^3. **6.21.** 1) 2146,37; 2) 2656,66. **6.25.** 5670 см^3. **6.26.** а) 46,108; б) 3642,06. **6.45.** 1) 1804,5; 2) 2624,3. **6.49.** 8,2 г. **6.51.** а) 2,88; б) 3,4; в) $\frac{2}{3}$; г) 0,1. **6.75.** 1) 350 км; 2) 190 кг. **6.76.** 1) 1; 2) 0,1. **6.81.** 35,4 м^2. **6.82.** 15; 18; 9. **6.83.** $14\frac{2}{7}$. **6.109.** 40 кг, 200 кг, 120 кг. **6.110.** 1) 12 кг, 7 кг, 2 кг; 2) 280 га, 245 га, 35 га. **6.111.** 1) 15,99; 2) 32,02. **6.119.** 42; 20; 8. **6.121.** 84; 136; 80.

§ 7. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел

7.33. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{9}$. **7.36.** а) 270; б) −20,74; в) −9,45; г) $\frac{2}{3}$; д) 2; е) −24. **7.37.** 28,8 т. **7.38.** 54. **7.39.** 18,48; 6,16. **7.61.** а) −1; б) 0. **7.66.** а) −5,26; б) −2,03. **7.70.** а) −10; б) 10 000; в) −4; г) −402; д) −40; е) 30,625; ж) −8,5; з) $\frac{1}{24}$. **7.71.** 92 км/ч. **7.72.** 2. **7.73.** а) −10,6; б) −2,5. **7.94.** 1) 9,2; 2) 9,2; 3) 3,08; 4) 3,456; 5) $-\frac{1}{7}$; 6) $-\frac{1}{2}$. **7.99.** а) −0,2; б) 2,64. **7.124.** 1) 13,5 км/ч; 48,6 км/ч; 2) 45 км/ч; 72 км/ч. **7.125.** 1) 0,2; 2) 0,2; 3) −6,5; 4) 12. **7.129.** а) −0,06; б) $\frac{2}{11}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) 20; д) −37; е) −7. **7.130.** На 128 %, на 28 %. **7.131.** 72,24 л. **7.132.** 6 км/ч. **7.133.** а) −44,99; б) −8,97; в) 0,87.

§ 8. Решение уравнений

8.24. 1) 8; 2) 3,9. **8.25.** 1) 7,5; 2) 0,5. **8.28.** а) 7; б) −1; в) −90; г) $-\frac{1}{2}$; д) $-\frac{1}{3}$; е) $3\frac{1}{2}$. **8.29.** а) $-2\frac{1}{3}$; б) $-\frac{5}{6}$; в) $\frac{2}{5}$; г) $-1\frac{13}{90}$. **8.30.** а) 28,7 кг; б) 1045 кг. **8.31.** На $11\frac{1}{9}$ %. **8.32.** а) 4,5; б) 5. **8.49.** 1) 7,54; 2) −9,7. **8.52.** а) −391,68; б) −321,11; в) −3,82; г) −5,31. **8.53.** а) 1,75; б) 0,5. **8.54.** 20 т. **8.55.** 12. **8.56.** 374,4 га. **8.67.** 5 ч 20 мин. **8.80.** 1) 200 га; 2) 5 м^3. **8.81.** 1) 34,8; 2) −30,66. **8.89.** а) 15; б) 43; в) −5; г) $-5\frac{1}{3}$. **8.90.** 70 р. и 90 р. **8.91.** 32, 16 и 27. **8.92.** 1 : 30 000. **8.93.** 26 см. **8.94.** 18,9 км. **8.120.** 1) 32,085; 2) 83,276. **8.121.** 28. **8.125.** 162 и 36. **8.126.** 250 г. **8.127.** 90, 50 и 70 марок. **8.128.** 60 и 20 книг. **8.129.** 375 л и 350 л. **8.130.** а) 2,5; б) 3. **8.131.** 132 г. **8.132.** На 16,1 км/ч. **8.133.** $\frac{3}{20}$; $\frac{9}{20}$.

§ 9. Координаты на плоскости

9.10. 9 т. **9.11.** 30 км. **9.12.** 7 фазанов и 12 кроликов. **9.13.** 1) 10; 2) 10. **9.17.** 70 пассажиров. **9.18.** а) 9,66; б) 18,3; в) −0,94; г) −2,24. **9.38.** 1) 29,06; 2) 60,3. **9.41.** 9 и 16 столов. **9.42.** 160 %; на 60 %. **9.43.** $\frac{9}{16}$ га. **9.44.** а) $1\frac{1}{14}$; б) 19; в) 104,4. **9.67.** 60 яблок. **9.75.** 1) −2; 2) 5. **9.76.** 1) 300; 2) 200. **9.77.** 1) −3,68; 2) −5,2. **9.83.** а) 2,8; б) 0,8. **9.86.** а) 6,1; б) 4,08. **9.100.** 100 и 40. **9.101.** 7 рулонов; 2,3 кг; 0,3 кг; 1,8 кг. **9.102.** а) 1,7; б) 40,9; в) $\frac{1}{7}$; г) 1. **9.119.** 30 и 45. **9.120.** 3,6 кг; 5,4 кг; 1,8 кг. **9.121.** 21 км/ч. **9.123.** 1) 2; 2) 3. **9.125.** 300 и 150 фотографий. **9.126.** 639 учащихся. **9.127.** $17\frac{7}{9}$ км/ч. **9.130.** а) 0,2805; б) 8,79; в) 81,81.

Вопросы и задачи на повторение

10.4. 1) 5; 2) 0,8; 3) −3; 4) −1,5. **10.10.** 1) −0,9; 2) 1750; 3) −0,15; 4) 1458. **10.12.** 22 млн. **10.20.** 1) 0,1; 2) −0,136; 3) −4,65; 4) −1,5; 5) −14,8; 6) −20,6. **10.21.** а) 0,15; б) 0,17. **10.22.** а) 0,3; б) 5386,55. **10.25.** 29 м. **10.26.** а) 1; б) 18,42; в) −2,4; г) 13,4. **10.27.** а) 0; б) 4,2; в) 1; г) $4\frac{1}{4}$; д) $\frac{7}{12}$; е) $4\frac{5}{8}$. **10.34.** а) 7,1; б) 5; в) 6; г) 1,12. **10.35.** 900 км. **10.36.** 5 ц; 70 кг. **10.42.** а) $3\frac{5}{6}$; б) $4\frac{6}{7}$; в) $43\frac{5}{6}$; г) 11,3. **10.44.** а) −26,4; б) −27,4. **10.45.** 1) −2; 2) 2; 3) −3; 4) 5,4. **10.46.** 3 кг. **10.47.** 500 г. **10.48.** 190 кг. **10.49.** 1,6 км; 4,8 км; 36,6 км. **10.50.** а) $-3\frac{2}{3}$; б) $\frac{45}{91}$; в) $-\frac{25}{36}$; г) $\frac{3}{4}$. **10.51.** 40 га и 20 га. **10.52.** 25 т; 50 т. **10.53.** 31 см. **10.54.** −1; 0; 1; 2. **10.55.** −4; −3; −2; −1; 0. **10.58.** 3,06 км. **10.59.** а) 1400 га; б) 4,55 т. **10.60.** 750. **10.61.** 37,8 т. **10.62.** $71\frac{3}{7}$ %. **10.63.** 0,6 кг; 1,2 кг; 1,2 кг. **10.72.** 42 и 135. **10.73.** $17\frac{1}{3}$ км. **10.74.** 0,4 ч. **10.75.** Через 2,2 ч. **10.81.** На 6400 м^3. **10.82.** 1760 кг. **10.83.** Уменьшилась на 1 %. **10.84.** На 21 %. **10.85.** 10 км. **10.86.** 140 л. **10.87.** 180 кг; 163,8 кг. **10.88.** 30 тетрадей. **10.89.** 60 л. **10.90.** $1\frac{4}{5}$ т. **10.91.** 1 т и $1\frac{2}{5}$ т. **10.92.** 2 ученика. **10.95.** а) 0,6; б) $\frac{1}{30}$; в) $4\frac{2}{3}$. **10.96.** а) 17,4; б) $10\frac{4}{15}$; в) 35,7; г) $2\frac{23}{28}$; д) $2\frac{7}{30}$; е) $7\frac{2}{7}$; ж) 80; з) $\frac{17}{30}$. **10.97.** а) 0,05; б) 1,6; в) 0,055; −0,55; г) 2,3. **10.100.** а) 44,9; б) 2,1; в) 2,5; г) 3,2; д) 6,75. **10.101.** 164 и 82. **10.102.** 1800 т и 600 т. **10.103.** 56 и 28. **10.108.** а) 10,5; б) 4,08; в) $\frac{2}{7}$; г) 1. **10.109.** 315,54 тыс. т. **10.110.** 400 рабочих. **10.111.** 120 км и 78 км. **10.112.** 120 страниц. **10.113.** ≈ 13 %. **10.114.** ≈ 24,2 см. **10.115.** а) 2,5; б) 3. **10.117.** ≈ 109 г. **10.118.** а) 40; б) 5,375; в) 12,5; г) −3,6. **10.119.** В теплице на 900 %. **10.121.** 63 см и 51 см. **10.122.** а) $3\frac{5}{6}$; б) $1\frac{1}{4}$. **10.123.** 60 км/ч; 75 км. **10.124.** 120 л и 40 л. **10.125.** Через 6 ч; 50 км/ч. **10.126.** 5 км/ч. **10.127.** 15; 22; 29; 36.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Абсци́сса то́чки 103, ч. 2
А́лгебра 94, ч. 2

В

Вычита́ние дробе́й 54, ч. 1
— отрица́тельных и положи́тельных чи́сел 47, ч. 2
— сме́шанных чи́сел 65, ч. 1

Г

Граф 71, ч. 2
Гра́фик 110, ч. 2
— движе́ния 112, ч. 2

Д

Деле́ние дробе́й 99, ч. 1
— отрица́тельных и положи́тельных чи́сел 58, ч. 2
— сме́шанных чи́сел 99, ч. 1
Дели́тель 7, ч. 1
Диагра́мма кругова́я 108, ч. 2
— сто́лбчатая 108, ч. 2
Длина́ окру́жности 138, ч. 1
Дополни́тельный мно́житель 48, ч. 1
Дро́бное выраже́ние 111, ч. 1
Дро́бь несократи́мая 43, ч. 1
— периоди́ческая 64, ч. 2

З

Знамена́тель о́бщий 48, ч. 1
— — наиме́ньший 48, ч. 1
Золото́е сече́ние 146, ч. 1

К

Ко́нус 22, ч. 2
Координа́та то́чки на пло́скости 103, ч. 2
— — — прямо́й 7, ч. 2
Координа́тная пло́скость 103, ч. 2
— прямая 7, ч. 2
Коэффицие́нт 81, ч. 2
Кра́тное 7, ч. 1

Л

Лине́йное уравне́ние 90, ч. 2

М

Масшта́б 134, ч. 1
Мо́дуль числа́ 19, ч. 2

Н

Наибо́льший о́бщий дели́тель 29, ч. 1
Наиме́ньшее о́бщее кра́тное 34, ч. 1
Нахожде́ние дро́би от числа́ 82, ч. 1
— не́скольких проце́нтов от числа́ 83, 117, ч. 1
— проце́нтного отноше́ния 118, ч. 1
— числа́ по его дро́би 106, ч. 1
— — — — проце́нтам 106, ч. 1
Нера́венство нестро́гое 103, ч. 1
— стро́гое 103, ч. 1

О

Ордина́та то́чки 103, ч. 2
Основно́е сво́йство дроби 39, ч. 1
— — пропо́рции 124, ч. 1
Ось абсци́сс 103, ч. 2
— ординат 103, ч. 2
Отноше́ние 117, ч. 1
Отноше́ния взаи́мно обра́тные 118, ч. 1

П

Паралле́льные лучи, отре́зки, прямы́е 99, ч. 2
Перпендикуля́рные лучи, отре́зки, прямы́е 96, ч. 2
Пирами́да 88, ч. 1
Пло́щадь кру́га 138, ч. 1
Подо́бные слага́емые 84, ч. 2
Приведе́ние дроби к о́бщему знамена́телю 48, ч. 1
При́зма 115, ч. 1
При́знаки дели́мости на 2, 5 и 10 13, ч. 1
— — — 3 и 9 17, 18, ч. 1
Пропорциона́льная зави́симость прямая 128, ч. 1
— — обратная 128, ч. 1
Пропо́рция 124, ч. 1
—, кра́йние члены 124, ч. 1
—, сре́дние члены 124, ч. 1

Р

Разложе́ние числа на мно́жители 21, ч. 1
— — — просты́е мно́жители 25, ч. 1
Раскры́тие ско́бок 75, 76, 84, ч. 2
Реше́ние уравне́ний 89, 90, ч. 2

С

Сво́йства де́йствий с рациона́льными чи́слами 68, ч. 2
Систе́ма координа́т на пло́скости 103, ч. 2
Сложе́ние дробей 54, ч. 1
— отрица́тельных и положи́тельных чи́сел 38, 42, ч. 2

Сложение подóбных слагáемых 84, ч. 2
— смéшанных чúсел 64, ч. 1
Сокращéние дрóби 43, ч. 1
Сравнéние дробéй 54, ч. 1
— отрицáтельных и положúтельных чисел 24, ч. 2
Сфéра 143, ч. 1

У

Умножéние дробéй 73, 74, ч. 1
— отрицáтельных и положúтельных чúсел 52, 53, ч. 2
— смéшанных чúсел 74, 89, ч. 1

Ц

Цилúндр 12, ч. 2
Цúфры нечётные 13, ч. 1
— чётные 13, ч. 1

Ч

Чúсла-близнецы 36, ч. 1
— взаúмно обрáтные 95, ч. 1
— взаúмно просты́е 29, ч. 1
— дрýжественные 59, ч. 1
— нечётные 13, ч. 1
— отрицáтельные 6, ч. 2
— положúтельные 6, ч. 2
— просты́е 21, ч. 1
— противополóжные 15, ч. 2
— рациональные 63, ч. 2
— совершéнные 38, ч. 1
— составны́е 21, ч. 1
— фигýрные 46, ч. 1
— цéлые 15, ч. 2
— чётные 13, ч. 1

Ш

Шар 143, ч. 1
Шáра диáметр 143, ч. 1
— рáдиус 143, ч. 1
— центр 143, ч. 1

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава II. Рациональные числа

§ 5. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА . . . 6

26. Координаты на прямой . . . —
27. Противоположные числа . . . 15
28. Модуль числа . . . 19
29. Сравнение чисел . . . 23
30. Изменение величин . . . 28

§ 6. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ . . . 33

31. Сложение чисел с помощью координатной прямой . . . —
32. Сложение отрицательных чисел . . . 38
33. Сложение чисел с разными знаками . . . 41
34. Вычитание . . . 47

§ 7. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ . . . 52

35. Умножение . . . —
36. Деление . . . 57
37. Рациональные числа . . . 63
38. Свойства действий с рациональными числами . . . 68

§ 8. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ . . . 75

39. Раскрытие скобок . . . —
40. Коэффициент . . . 80
41. Подобные слагаемые . . . 84
42. Решение уравнений . . . 89

§ 9. КООРДИНАТЫ НА ПЛОСКОСТИ . . . 96

43. Перпендикулярные прямые . . . —
44. Параллельные прямые . . . 99
45. Координатная плоскость . . . 103
46. Столбчатые диаграммы . . . 108
47. Графики . . . 110

ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ . . . 120

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 134
ПРИЛОЖЕНИЯ 135
1. Таблица простых чисел . . . . . —
2. Склонение числительных 136
3. Соотношения между единицами измерения длин, площадей и объёмов 137
4. Квадраты и кубы натуральных чисел . . . . . —
ОТВЕТЫ 138
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 140

6b08cb75-4a97-11e3-bd2c-0050569c0d55

Учебное издание

Виленкин Наум Яковлевич
Жохов Владимир Иванович
Чесноков Александр Семёнович
Александрова Лидия Александровна

МАТЕМАТИКА

6 класс

Учебник для общеобразовательных организаций

В двух частях

Часть 2

Центр естественно-математического образования
Редакция математики и информатики
Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редакторы *Т. Г. Войлокова, Л. В. Кузнецова*
Младший редактор *Е. А. Андреенкова*
Художники *В. В. Верженская, М. М. Салтыков*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Техническое редактирование и компьютерная вёрстка *Т. А. Поповой, О. А. Карповой*
Компьютерная графика *А. Г. Вьюниковской*
Корректоры *Н. В. Белозёрова, Е. В. Барановская, И. Б. Окунева, Н. А. Смирнова, Г. Н. Смирнова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 07.09.16. Формат 84×108 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookCSanPin. Тираж 50 экз. Заказ № .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение». 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в типографии «Onebook» ООО «Сам Полиграфист».
129090, Москва, Протопоповский пер., 6. Тел.: +7(495) 545-37-10.
E-mail: info@onebook.ru Сайт: www.onebook.ru