



Н. Я. Виленкин
В. И. Жохов
А. С. Чесноков
Л. А. Александрова
С. И. Шварцбурд

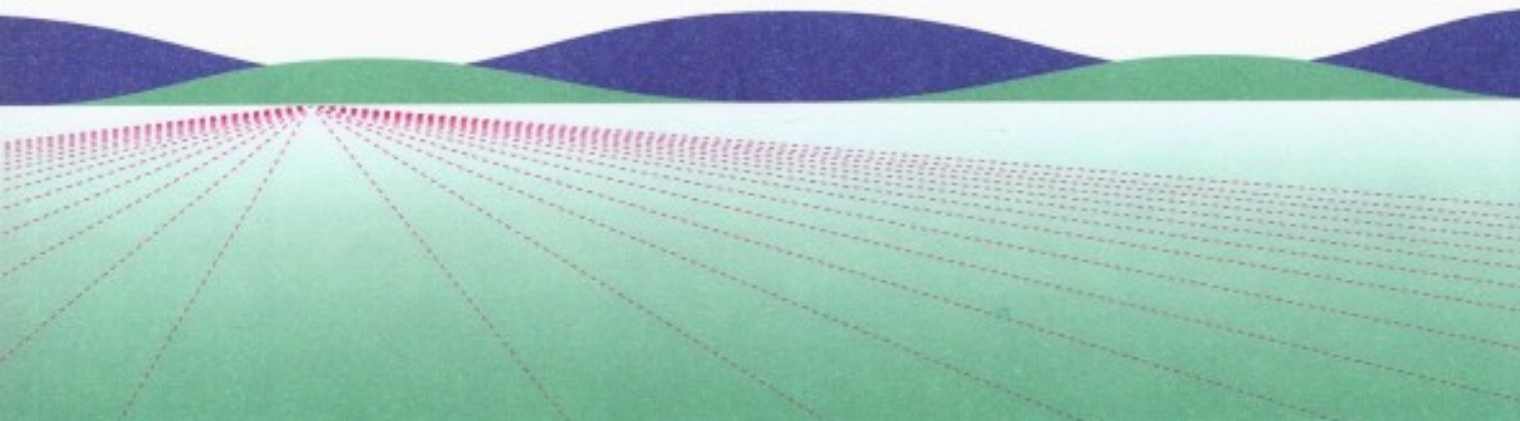
Математика

КЛАСС

6



Часть 1



Математика

6 класс

УЧЕБНИК
ДЛЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ
ОРГАНИЗАЦИЙ

В двух частях

Часть 1

Москва
«Просвещение»
2017

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72
М34

Авторы: Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков,
Л. А. Александрова

В учебнике использованы методические идеи, предложенные
С. И. Шварцбурдом.

Данное издание подготовили к печати В. И. Жохов и Л. А. Алек-
сандрова.

Математика. 6 класс. Учеб. для общеобразоват. организаций.
М34 В 2 ч. Ч. 1 / [Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков,
Л. А. Александрова]. — М.: Просвещение, 2017. — 159 с.: ил. —
ISBN 978-5-09-045293-9.

Учебник состоит из двух частей. Первая часть посвящена делимости чисел, обыкновенным дробям и действиям с ними. Система задач в учебнике разделена на три основные группы: упражнения для работы в классе, упражнения для повторения ранее пройденного материала и упражнения для домашней работы. Специальными значками выделены задачи для исследовательской работы и задачи для работы в группах.

Кроме того, имеются рубрики, помогающие научиться правильно говорить, рассуждать и мыслить, позволяющие успешно овладевать универсальными учебными действиями, а также рубрика, посвящённая истории математики.

Каждый пункт учебника завершается рубрикой «Проверьте себя», включающей проверочные работы и словарные диктанты.

Линию учебников математики для 5—6 классов Н. Я. Виленкина и др. продолжает линия учебников алгебры для 7—9 классов Ю. Н. Макарычева и др.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-09-045293-9(1)
ISBN 978-5-09-045327-1(общ.)

© Издательство «Просвещение», 2017
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2017
Все права защищены

ДОРОГИЕ РЕБЯТА!

Вы продолжаете изучать одну из самых древних и важных наук — математику. В современной жизни трудно обойтись без хорошего знания этой науки. Любому человеку нередко приходится выполнять различные вычисления и подсчёты.

Основа хорошего понимания математики — умение считать, думать, рассуждать, находить удачные решения задач. Все эти навыки и способности вы можете выработать, если будете настойчивы, трудолюбивы и внимательны на уроках, будете самостоятельно и с интересом заниматься дома.

В учебнике вы найдёте много интересных и полезных для себя сведений не только из области математики, но и из истории, техники, окружающего мира.

Любую тему вам поможет отыскать *Оглавление*, а забытое понятие или правило поможет вспомнить *Предметный указатель*.

В учебнике две главы, поэтому учебник разбит на две части, соответствующие его главам. Главы делятся на параграфы, а параграфы — на пункты. В конце каждого пункта учебника имеется рубрика «Проверьте себя». В этой рубрике помещены проверочные работы и словарные диктанты. Упражнения в учебнике имеют двойную нумерацию. В этой нумерации первая цифра соответствует номеру параграфа. Например, упражнение 1.20 — это упражнение 20 из § 1.

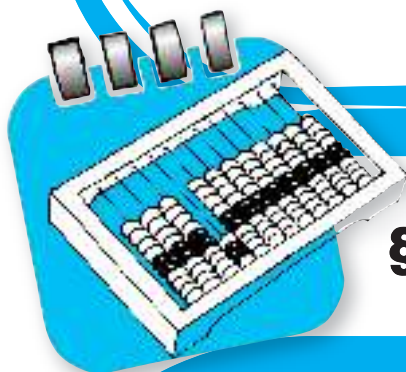
В учебнике вы увидите различные условные обозначения. Их объяснения приведены на с. 6.

Желаем вам успехов в овладении тайнами сложной, но увлекательной науки — МАТЕМАТИКИ.

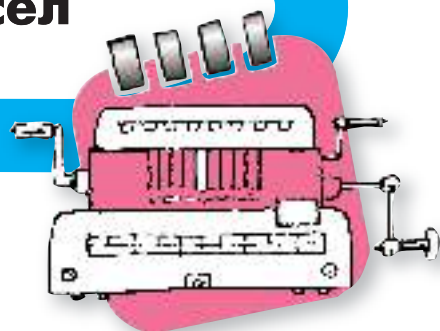


Глава I

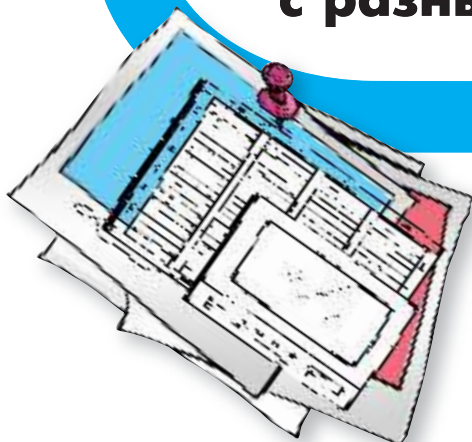
ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ



§ 1. Делимость чисел

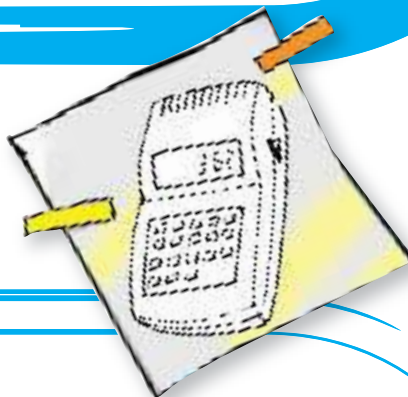


§ 2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями



§ 3. Умножение и деление обыкновенных дробей

§ 4. Отношения и пропорции



Условные обозначения



— сведения, на которые надо обратить внимание.



— сведения, которые надо хорошо запомнить. Иногда они выделены шрифтом.



— вопросы к объяснительному тексту учебника.



— упражнения для работы в паре или группе.



— упражнения для поисковой, исследовательской работы.



— упражнения для работы в классе по теме данного пункта.



— упражнения для повторения ранее пройденного материала. (Некоторые из этих упражнений имеют дополнительные номера: 1), 2), 3), 4) и т. д. Они предназначены для самостоятельной работы. При этом нечётные номера — это задания для 1-го варианта, а чётные — для 2-го варианта.)



— упражнения для домашней работы.



В рубрике, отмеченной славянским обозначением числа 1000, вы найдёте рассказы об истории возникновения и развития математики. Не зная прошлого науки, трудно понять её настоящее.



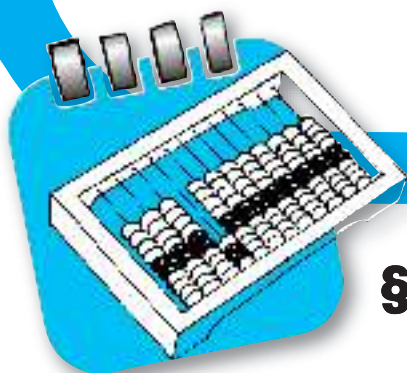
По тому как человек говорит, можно судить о его культуре и интеллекте, об умении думать. Поэтому учитесь говорить правильно. В этом вам помогут примеры и пояснения, данные в рубрике, отмеченной славянской буквой «глаголь».



В этой рубрике помещены задачи, помогающие учиться думать, рассуждать, делать наблюдения и выводы, расширяющие круг математических знаний и представлений.



Чтобы изучение математики было успешным, чтобы учиться было интересно, нужно быть внимательным и сообразительным, уметь хорошо и быстро запоминать, обладать сильной волей. Эти качества можно развить. В этом вам помогут специальные игры и упражнения рубрики, отмеченной славянской буквой «мысле́те».



§ 1. Делимость чисел

1. Делители и кратные

20 яблок можно разделить поровну между 4 ребятами. Каждый получит по 5 яблок. А если надо разделить (не разрезая) 20 яблок между 6 ребятами, то каждый получит по 3 яблока, а ещё 2 яблока останутся. Говорят, что число 4 является **делителем** числа 20, а число 6 не является делителем числа 20.

делитель

Делителем натурального числа a называют натуральное число, на которое a делится без остатка.

Число 12 имеет шесть делителей: 1, 2, 3, 4, 6 и 12.

Число 1 является делителем любого натурального числа.

Пусть на столе лежат пачки, в каждой из которых по 8 печений. Не раскрывая пачек, можно взять 8 печений, 16 печений, 24 печенья, а 18 печений так взять нельзя. Числа 8, 16, 24 делятся на 8, а 18 на 8 не делится. Говорят, что числа 8, 16, 24 **кратны** числу 8, а число 18 не кратно числу 8.

кратное

Кратным натурального числа a называют натуральное число, которое делится без остатка на a .

Любое натуральное число имеет бесконечно много кратных. Например, первые пять чисел, кратных 8, такие: 8, 16, 24, 32, 40. Наименьшим из кратных натурального числа является само это число.

- ?**
- ♦ Какое число называют делителем данного натурального числа?
 - ♦ Какое число называют кратным натуральному числу a ?
 - ♦ Какое число является делителем любого натурального числа?
 - ♦ Какое число и кратно n , и является делителем n ?

К

- 1.1 Продавец связывает морковь в одинаковые пучки. Сколько пучков он может навязать из 30 штук моркови?
- 1.2 В каждой коробке лежит по 6 чайных ложек. Можно ли, не вскрывая коробок, взять:
- а) 42 ложки; б) 49 ложек?
- 1.3 Верно ли, что:
- а) 5 — делитель 45; г) 27 — кратное 3;
 б) 16 — делитель 8; д) 6 — кратное 12;
 в) 17 — делитель 152; е) 156 — кратное 13?

Г

Следите за верным употреблением слов *кратно* и *кратное* (в значении существительного).

Кратно (какому числу?)

— число пятнадцать ^{д. п.} **кратно числу** три (или: пятнадцать ^{д. п.} **кратно трём**).

Кратное (какого числа?):

— число пятнадцать — ^{р. п.} **кратное числа** три (или: пятнадцать — ^{р. п.} **кратное трём**),

— числа девять, двенадцать, пятнадцать — ^{р. п.} **кратные трём**.

Слово *делитель* употребляется с родительным падежом зависимого слова:

— число шесть — ^{р. п.} **делитель числа** тридцать

(или: шесть — ^{р. п.} **делитель тридцати**),

— ^{р. п.} **делители одиннадцати** — числа один и одиннадцать.

Слова *делится* (без остатка) и *кратно* заменяют друг друга:

— сорок пять **делится** на девять,

— сорок пять **кратно** девяти.



- 1.4 Является ли число 15 делителем 105? Является ли делителем числа 105 частное $105 : 15$?

- 1.5 Выберите из чисел 15, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 те, которые являются:
- а) делителями 20;
 б) кратными 4;
 в) делителями 16 и кратными 4;
 г) кратными 3 и делителями 18.

- 1.6 Напишите все делители числа:
- а) 6; б) 18; в) 25; г) 19.

- 1.7 Приведите примеры пары чисел, имеющих делитель, равный:
- а) 5; б) 7; в) 11; г) 15.

1.8 Найдите все одинаковые (общие) делители пары чисел:

а) 16 и 24; б) 12 и 18; в) 30 и 45; г) 28 и 42.

Укажите наибольший из них.

1.9 Напишите все двузначные числа, кратные числу:

а) 8; б) 11; в) 48; г) 99.

1.10 Назовите три числа, которые одновременно делятся на каждое из чисел:

а) 6 и 8; б) 9 и 12; в) 6 и 4; г) 6 и 9.

1.11 Назовите наименьшее число, которое кратно каждому из пары чисел:

а) 4 и 5; в) 8 и 12; д) 3 и 12;
б) 5 и 15; г) 6 и 7; е) 15 и 10.



1.12 В спортивном празднике участвовали 90 школьников. Могут ли они на заключительном параде построиться: в две одинаковые шеренги? в пять одинаковых шеренг? в одиннадцать одинаковых шеренг? в колонну по 6 человек в ряд?

1.13 Докажите, что число 70 525 кратно числу 217, а число 729 является делителем числа 225 261.

1.14 На координатном луче отмечено число a (рис. 1). Отметьте на этом луче четыре числа, кратные числу a .



Рис. 1



1.15 Проверьте, что каждое из чисел 6, 28, 496 равно сумме всех его делителей, не считая самого числа.



1.16 Проверьте, что каждое из чисел 220 и 284 равно сумме делителей другого числа, не считая его самого.

1.17 Докажите, что произведение двух натуральных чисел кратно каждому из множителей.



1.18 На рисунке 2 изображён в натуральную величину один кадр старой фотоплёнки. Каких размеров получится фотография при пятикратном увеличении? Уместится ли изображение этого кадра при десятикратном увеличении на листе бумаги, размер которого 24×30 см?



Рис. 2

П

1.19 Вычислите устно:

а) $5 + 0,8$;
 $0,23 + 7$;
 $0,48 + 0,2$;
 $0,6 + 0,34$;
 $2,7 + 1,12$;

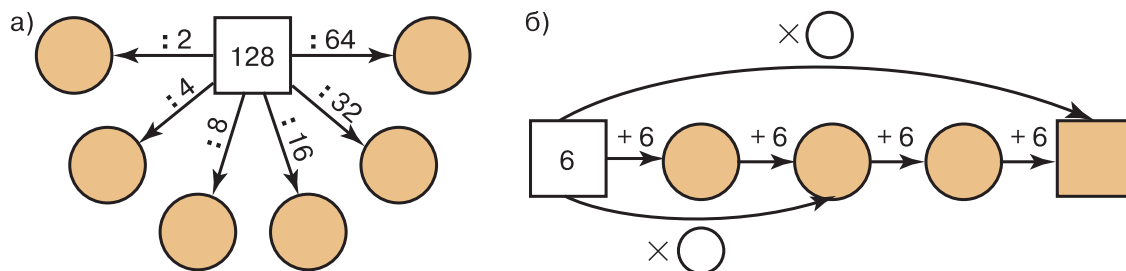
б) $0,76 - 0,3$;
 $2,54 - 2$;
 $0,82 - 0,02$;
 $0,63 - 0,6$;
 $0,8 - 0,25$;

в) $0,2 \cdot 4$;
 $2,1 \cdot 3$;
 $0,7 \cdot 10$;
 $0,5 \cdot 2$;
 $0,25 \cdot 4$;

г) $6 : 10$;
 $0,8 : 2$;
 $2,1 : 7$;
 $0,5 : 10$;
 $4,1 : 2$.



1.20 Найдите пропущенные числа (знаком \times обозначается умножение):



1.21 На координатном луче отмечены числа 1 и m (рис. 3). С помощью циркуля отметьте на луче числа: $m + 1$; $m - 1$; $m + m$.



Рис. 3

1.22 Даны три числовых выражения и три алгоритма вычисления их значений на калькуляторе. Укажите, какой алгоритм соответствует каждому из данных выражений:

а) $16,2 \cdot 0,8 + 1,4$; 1) $0,8 \oplus 1,4 \otimes 16,2 \equiv$;

б) $16,2 + 0,8 \cdot 1,4$; 2) $16,2 \otimes 0,8 \oplus 1,4 \equiv$;

в) $16,2 \cdot (0,8 + 1,4)$. 3) $0,8 \otimes 1,4 \oplus 16,2 \equiv$.

1.23 Найдите неполное частное и остаток при делении:

а) 243 на 15; б) 3629 на 12; в) 1075 на 29; г) 1632 на 51.

1.24 Найдите остаток от деления:

а) 273 на 10; г) 4236 на 5;

б) 3785 на 2; д) 100 на 3;

в) 3843 на 5; е) 1000 на 9.



1.25 При делении числа a на число b получили неполное частное c и остаток r . С помощью формулы $a = bc + r$ заполните пустые клетки таблицы.

a		458	273
b	15		10
c	8	10	
r	4	8	



1.26 Выполните действие:

а) $3,4 + 2,5$;
 $17,2 + 2,8$;
 $5,9 + 3,7$;
 $4,587 + 7,64$;

б) $5,7 - 1,3$;
 $8 - 3,4$;
 $12,3 - 1,8$;
 $10,273 - 5,49$;

в) $2,4 \cdot 3$;
 $3,02 \cdot 7$;
 $2,6 \cdot 3,7$;
 $4,5 \cdot 2,06$;

г) $3,5 : 7$;
 $8,4 : 4$;
 $60,8 : 1,9$;
 $20,52 : 3,8$.



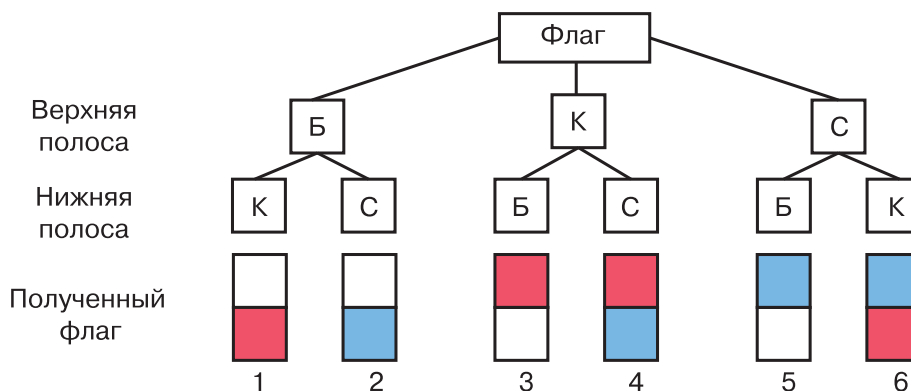
1.27 Государственные флаги многих стран состоят из горизонтальных или вертикальных полос разных цветов. Сколько могло бы быть различных государственных флагов, состоящих из двух горизонтальных полос одинаковой ширины и разного цвета — белого, красного и синего?

Решение. Пусть верхняя полоса флага — белая (Б). Тогда нижняя полоса может быть красной (К) или синей (С). Получили две комбинации — два варианта флага.

Если верхняя полоса флага — красная, то нижняя может быть белой или синей. Получили ещё два варианта флага.

Пусть, наконец, верхняя полоса — синяя, тогда нижняя может быть белой или красной. Это ещё два варианта флага.

Всего получили $3 \cdot 2 = 6$ комбинаций — шесть вариантов флага (см. схему).



комбинаторика

Для решения этой задачи мы рассмотрели все возможные варианты расположения цветных полос на флаге или все возможные комбинации. Такие задачи называют комбинаторными, а раздел математики, занимающийся подобными задачами, — **комбинаторикой**.

Р 1.28

Сколько существует флагов, составленных из трёх горизонтальных полос одинаковой ширины и различных цветов — белого, зелёного, красного и синего? Есть ли среди этих флагов Государственный флаг Российской Федерации?



1.29 Решите задачу:

1) Белгородская область славится своими фруктовыми садами. В одном из хозяйств фруктовые сады занимают площадь 36,4 га, в другом — в 1,2 раза больше, чем в первом, а в третьем — на 4,5 га меньше, чем во втором. Какую площадь занимают фруктовые сады в трёх хозяйствах?

2) Клюква — очень полезная ягода, богатая витамином С. В сентябре начинается период её заготовки. Одно эко-хозяйство заготовило 15,6 т клюквы, другое — в 1,5 раза меньше, чем первое, а третье — на 7,8 т больше, чем второе. Сколько тонн клюквы заготовили три эко-хозяйства вместе?

Д

1.30 Запишите все делители числа 24 и числа 36. Выпишите в порядке возрастания одинаковые делители этих чисел.

1.31 Выберите из чисел 14, 21, 31, 42, 51, 63, 68, 75 те, которые:
а) кратны 7; б) кратны 17; в) не кратны 8; г) не кратны 2.

1.32 Найдите наименьшее число, которое кратно каждому из трёх чисел:
а) 2, 5 и 15; б) 2, 4 и 5; в) 3, 6 и 12; г) 2, 7 и 5.

- 1.33** Выполните деление с остатком:
а) $385 : 13$; б) $548 : 12$; в) $3710 : 30$.
- 1.34** Площадь первого поля 27,3 га. Площадь второго поля на 4,8 га меньше площади первого, а площадь третьего поля в 1,6 раза больше площади второго. Чему равна площадь всех трёх полей вместе?
- 1.35** Выполните действия:
а) $18,36 + 0,64 : 0,8$; в) $3,44 : 0,4 + 24,56$;
б) $80 \cdot 11 - 42\,558 : 519$; г) $684 \cdot 245 - 675 \cdot 246$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Делители и кратные

Запишите два наибольших делителя (1—3).

- 1** Двадцати четырёх.
- 2** Сорока девяти.
- 3** Тридцати одного.

Запишите два наименьших кратных (4—5).

- 4** Пятнадцати.
- 5** Шестидесяти двух.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 6** Не существует такого натурального числа, которое являлось бы делителем любого из натуральных чисел.
- 7** Одним из кратных натурального числа «эм» является число «эм».
- 8** Любое натуральное число имеет бесконечно много делителей.

2. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2

Всякое натуральное число, запись которого оканчивается цифрой 0, делится без остатка на 10. Чтобы получить частное, достаточно отбросить эту цифру 0.

Например, 280 делится без остатка на 10, так как $280 : 10 = 28$.

При делении же числа 283 на 10 получаем неполное частное 28 и остаток 3 (т. е. последнюю цифру записи этого числа). Поэтому если последняя цифра в записи натурального числа отлична от нуля, то это число не делится без остатка на 10.

**признак делимости
на 10**

Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, то это число делится без остатка на 10. Если запись натурального числа оканчивается другой цифрой, то оно не делится без остатка на 10. Остаток в этом случае равен последней цифре числа.

Число $10 = 2 \cdot 5$. Поэтому число 10 делится без остатка и на 2, и на 5. Отсюда и любое число, запись которого оканчивается цифрой 0, делится без остатка и на 5, и на 2.

Например, $60 = 6 \cdot 10 = 6 \cdot (2 \cdot 5) = (6 \cdot 2) \cdot 5 = 12 \cdot 5$, значит, $60 : 5 = 12$. А из того, что $60 = 6 \cdot (5 \cdot 2) = (6 \cdot 5) \cdot 2 = 30 \cdot 2$, получаем, что $60 : 2 = 30$.

Каждое число можно представить в виде суммы полных десятков и единиц, например: $246 = 240 + 6$, $1435 = 1430 + 5$. Так как полные десятки делятся на 5, то и все число делится на 5 лишь в том случае, когда на 5 делится число единиц. Это возможно только тогда, когда в разряде единиц стоит цифра 0 или 5.

**признак делимости
на 5**

Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5, то это число делится без остатка на 5. Если же запись числа оканчивается иной цифрой, то число без остатка на 5 не делится.

Например, числа 870 и 875 делятся без остатка на 5, а числа 872 и 873 на 5 без остатка не делятся.

**чётное число
нечётное число**

Числа, делящиеся без остатка на 2, называют **чётными**, а числа, которые при делении на 2 дают остаток 1, называют **нечётными**. Из однозначных чисел числа 0, 2, 4, 6 и 8 чётны, а числа 1, 3, 5, 7 и 9 нечётны. Поэтому и **цифры 0, 2, 4, 6, 8 называют чётными, а цифры 1, 3, 5, 7, 9 — нечётными**. Все полные десятки делятся на 2 без остатка (т. е. они чётны). Значит, любое натуральное число чётно лишь в случае, когда в разряде единиц стоит чётная цифра, и нечётно, когда в разряде единиц стоит нечётная цифра.

**признак делимости
на 2**

Если запись натурального числа оканчивается чётной цифрой, то это число чётно (делится без остатка на 2), а если запись числа оканчивается нечётной цифрой, то это число нечётно.

Например, числа 2, 60, 84, 96, 308 чётные, а числа 3, 51, 85, 97, 509 нечётные.



- ♦ Как по записи натурального числа определить, делится оно без остатка на 10 или нет?
- ♦ Как по записи натурального числа узнать, делится оно без остатка на 5 или нет?
- ♦ Как по записи натурального числа узнать, делится оно без остатка на 2 или нет?

К

- 1.36** Запишите натуральные числа от 1 до 30 в порядке возрастания и подчеркните красным карандашом каждое второе число, а синим — каждое пятое. Какие числа окажутся подчеркнуты красным карандашом, какие — синим? Какие числа подчеркнуты обоими цветами? Назовите числа, не делящиеся ни на 2, ни на 5.

- 1.37** Назовите три числа, которые:

- а) делятся на 2; в) делятся на 2 и на 5;
б) делятся на 5; г) не делятся ни на 2 и ни на 5.



- 1.38** Назовите:

- а) два чётных числа, кратных 5;
б) два нечётных числа, кратных 5;
в) два чётных числа, которые не делятся на 5;
г) два нечётных числа, которые не делятся на 5.

- 1.39** Какие из чисел 200, 320, 3000, 50 000, 861, 76 540 делятся на 100? Какие из них делятся на 1000? Сформулируйте признаки делимости на 100, на 1000.



- 1.40** Напишите все трёхзначные числа, в запись которых входят лишь цифры 0, 2, 5 и которые:

- а) делятся на 2; б) делятся на 5.

- 1.41** Коля принёс несколько коробок с яйцами, по 10 яиц в каждой коробке. Может ли быть, что он принёс 35 яиц? 43 яйца? 50 яиц?

- 1.42** Купили 5 одинаковых коробок цветных карандашей. Может ли в них оказаться: всего 92 карандаша? 90 карандашей? 75 карандашей?



- 1.43** Подставьте в таблицу подходящие значения a и b и сделайте вывод о чётности или нечётности результата действия:

а)

Слагаемое a	Слагаемое b	Сумма $a + b$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
чётное	нечётное	?
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
чётное	чётное	?
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
нечётное	чётное	?
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
нечётное	нечётное	?

б)

Уменьшаемое a	Вычитаемое b	Разность $a - b$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
чётное	нечётное	?
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
чётное	чётное	?
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
нечётное	чётное	?
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
нечётное	нечётное	?

- 1.44** Можно ли, используя только цифры 3 и 4, записать:

- а) число, которое делится на 10; в) число, кратное 5;
б) чётное число; г) нечётное число?

1.45 Какие числа, кратные 5, удовлетворяют неравенству:

- а) $64 < x < 78$; в) $24 < y < 49$;
б) $405 < x < 450$; г) $1 < y < 30$?

Р 1.46 Верно ли утверждение?

- а) Если число делится на 2, то оно чётное.
б) Если число делится на 5, то оно оканчивается цифрой 5.
в) Если число оканчивается цифрой 0, то оно делится и на 2, и на 5.
г) Если число не оканчивается цифрой 0, то оно не делится ни на 2, ни на 5.

П

1.47 Вычислите устно:

- | | | | |
|---|---|---|---|
| а) $17 + 0,3$;
$0,05 + 25$;
$0,37 + 2,03$;
$3,84 + 0,2$;
$1,27 + 2,3$; | б) $0,728 - 0,7$;
$0,8 - 0,25$;
$1 - 0,6$;
$0,7 - 0,07$;
$3 - 0,85$; | в) $0,2 \cdot 5$;
$4 \cdot 2,5$;
$0,5 \cdot 20$;
$0,24 \cdot 1000$;
$2,7 \cdot 100$; | г) $2,6 : 2$;
$1,8 : 9$;
$3,7 : 10$;
$5,3 : 0,1$;
$6 : 0,3$. |
|---|---|---|---|

1.48 Какие различные натуральные числа надо вписать в кружки (рис. 4), чтобы произведение каждого двух чисел, помещённых в кружках, соединённых отрезком, равнялось 70? Подумайте, как можно назвать набор чисел, оказавшихся в кружках.

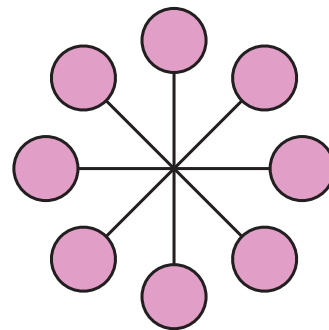


Рис. 4

1.49 Если к числу прибавить 4, то полученное число разделится без остатка на 6. Чему равен остаток от деления первого числа на 6?

1.50 На некоторых калькуляторах по алгоритму $12 \boxed{+} \boxed{=}$ получается результат 24. Попробуйте объяснить, почему получилось такое число. Подумайте, какие числа будут появляться на индикаторе после каждого нажатия клавиши $\boxed{=}$ при выполнении алгоритма:

$$8 \boxed{+} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=}$$

1.51 Подтвердите примерами следующее свойство суммы:

- а) если каждое слагаемое кратно числу a , то и сумма кратна числу a ;
б) если только одно слагаемое суммы не кратно числу a , то сумма не кратна числу a .

1.52 Назовите наименьший и наибольший делители числа 24. Назовите наименьшее кратное числу 24. Есть ли у этого числа наибольшее кратное? Назовите какое-нибудь число, кратное и 5, и 12.

1.53 Запишите все двузначные числа, являющиеся:

- а) делителями 100; в) делителями 100 и кратными 25.
б) кратными 25;

Р 1.54 Число b является делителем числа a . Докажите, что частное от деления a на b также является делителем числа a . Проверьте это утверждение, если $a = 18$, а $b = 3$.

Р 1.55 Докажите, что:

- а) если a кратно b , а b кратно c , то a кратно c ;
б) если a и b делятся на 6, то и $a + b$ делится на 6.

1.56 Какие из дробей $\frac{3}{8}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{11}{11}$, $\frac{2}{3}$ являются правильными и какие — неправильными?

- 1.57** а) При каких натуральных значениях a дробь $\frac{a-3}{8}$ будет правильной?
 б) При каких натуральных значениях b дробь $\frac{9}{b+2}$ будет неправильной?

1.58 Решите уравнение:

- а) $(x + 2,3) \cdot 0,2 = 0,7$; в) $4,2x + 8,4 = 14,7$;
 б) $(2,8 - x) : 0,3 = 5$; г) $0,39 : x - 0,1 = 0,16$.



1.59 На уроке физкультуры Андрей, Марат, Костя, Саша, Петя и Серёжа готовятся к прыжкам в высоту.

- а) Сколькими способами можно установить для них очередность прыжков?
 б) Сколькими способами можно установить очередность прыжков, если начинают обязательно Костя и Саша?



1.60 Решите задачу двумя способами (с помощью уравнения и без составления уравнения).

- 1) В бочке было несколько литров воды. После проливного дождя объём воды в бочке увеличился в 9 раз, а после того как 39,6 л воды использовали на полив огурцов в теплице, в бочке осталось 19,8 л воды. Сколько литров воды было в бочке первоначально?
 2) Для строительства спортивной площадки первый самосвал привёз несколько тонн песка, второй — ещё 4,2 т, а после разгрузки третьего самосвала объём привезённого песка увеличился в 4 раза. Сколько тонн песка привёз первый самосвал, если три самосвала вместе привезли 26,8 т?

Д

- 1.61** Найдите среди чисел 154, 161, 174, 178, 191, 315, 320, 346, 425, 475 числа:
 а) кратные 2; б) кратные 5; в) кратные 10; г) нечётные.



1.62 Отметьте верное утверждение буквой И (истинно), неверное утверждение буквой Л (ложно):

А	Если число делится на 10, то оно делится и на 2, и на 5.
Б	Если число делится на 5, то оно делится на 10.
В	Если число не оканчивается цифрой 5, то оно не делится на 5.
Г	Если число не делится на 2, то оно нечётное.

1.63 Напишите:

- а) все чётные числа, большие 10 и меньшие 21;
 б) все нечётные числа, большие 12, но меньшие 23.

1.64 Напишите три четырёхзначных числа, кратных 5.

1.65 Выберите из дробей $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{13}{19}$, $\frac{18}{18}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{125}{126}$ и $\frac{384}{383}$ сначала все правильные дроби, а затем неправильные.

1.66 Решите уравнение:

- а) $(4,9 - x) : 1,2 = 3$; б) $3,8 \cdot (x - 0,2) = 2,28$.

1.67 Найдите значение выражения:

- а) $(93 \cdot 7 + 141) : 72$; в) $7091 + 9663 - (243\,916 + 75\,446) : 527 : 3$;
 б) $(357 - 348 : 6) \cdot 4$; г) $8607 + 7605 + (376\,012 - 83\,314) : 414 : 7$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ**Проверочная работа****Признаки делимости на 10, на 5 и на 2**

- 1 Запишите число, кратное пяти, которое на координатном луче расположено между семьюдесятью шестью и восьмьюдесятью двумя.
- 2 Какой цифрой оканчивается чётное число, кратное пяти?
- 3 Какие цифры можно подставить вместо звёздочки в запись числа 5627^* , чтобы это число делилось на пять?
- 4 Запишите нечётные числа, которые больше трёхсот пятидесяти и меньше трёхсот пятидесяти семи.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 5 Если число делится без остатка на десять, то оно не кратно двум.
- 6 Натуральное число «бэ» делится без остатка на пятнадцать. Значит, число «бэ» — делитель пятнадцати.
- 7 На координатном луче наименьшее кратное натурального числа «эн», не равное самому числу «эн», расположено правее этого числа на расстоянии «эн» единичных отрезков.
- 8 Если число кратно десяти, то оно делится и на два, и на пять.

3. Признаки делимости на 9 и на 3

Узнаем, не выполняя деления, можно ли 846 яиц разложить в 9 корзин поровну.

В числе 846 содержится 8 сотен, 4 десятка и 6 единиц. Если раскладывать поровну в 9 корзин одну сотню яиц, то в каждую корзину можно положить 11 яиц, и одно яйцо останется. От восьми сотен останется 8 яиц.

Если раскладывать поровну в 9 корзин один десяток яиц, то в каждую корзину надо положить одно яйцо и одно яйцо останется. От четырёх десятков останется 4 яйца.

Не разложенными в корзины останутся 8 яиц от сотен, 4 яйца от десятков и ещё 6 яиц: $8 + 4 + 6 = 18$. Число 18 является суммой цифр числа 846. Так как 18 яиц можно разложить поровну в 9 корзин (по 2 яйца в каждую), то и все 846 яиц можно разложить поровну в 9 корзин. Это значит, что число 846 делится без остатка на 9.

признак делимости на 9

Если сумма цифр числа делится на 9, то и число делится на 9; если сумма цифр числа не делится на 9, то и число не делится на 9.

Пример 1. Число 76 455 делится на 9, так как сумма его цифр: $7 + 6 + 4 + 5 + 5 = 27$ — делится на 9.

Пример 2. Число 51 634 не делится на 9, так как сумма его цифр: $5 + 1 + 6 + 3 + 4 = 19$ — не делится на 9.

Так же обосновывается признак делимости на 3.

**признак делимости
на 3**

Если сумма цифр числа делится на 3, то и число делится на 3; если сумма цифр числа не делится на 3, то и число не делится на 3.



- ♦ Как по записи натурального числа узнать, делится оно на 9 или нет?
- ♦ Как по записи натурального числа узнать, делится оно на 3 или нет?

К

1.68 Какие из чисел 75 432, 2 772 825, 5 402 070 делятся на 3? Какие из них делятся на 9?



1.69 Запишите какие-нибудь три четырёхзначных числа, которые делятся на 9.

1.70 Какую цифру можно поставить вместо звёздочки в записи:

- а) $2*5$; б) $46*$; в) $*14$,
чтобы получившееся число делилось на 3?

1.71 Напишите три числа, записанные только с помощью:

- а) цифры 1, которые делятся на 3;
б) цифры 6, которые делятся на 9.



1.72 Любое ли число, которое оканчивается цифрой 3, делится на 3?

1.73 Мама принесла детям три одинаковых подарка. Может ли быть, что во всех подарках было 25 конфет? 75 конфет? 63 конфеты?

1.74 В каждом стойле коровника 9 коров. Может ли быть, что всего в коровнике 542 коровы? 288 коров?



1.75 Собрали 2 ц яблок и часть из них разложили в 9 одинаковых ящиков. Могло ли после этого остаться: 60 кг яблок? 56 кг яблок?

1.76 Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы полученное число делилось на 9:

- а) $111 * 22\,145$; б) $*73\,104\,560$; в) $478\,92 * 324$; г) $39\,708\,36*$?

1.77 Выпишите все натуральные числа меньше 100, которые делятся на 6. Проверьте, делятся ли эти числа на 2, на 3. Сформулируйте признак делимости на 6.

1.78 а) Какое наименьшее натуральное число, записанное только с помощью цифры 2, делится на 6?

- б) Существует ли натуральное число, записанное только с помощью цифры 3, которое делится на 6? Ответ обоснуйте.

1.79 Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы полученное число делилось на 6:

- а) $407\,932\,27*$; б) $44\,59 * 116$; в) $*27\,864\,112$; г) $9 * 573\,248$?

1.80 Из числа 73 264 871 вычеркните три цифры так, чтобы получилось число, кратное: а) 9; б) 6; в) 3.

П

1.81 Вычислите устно:

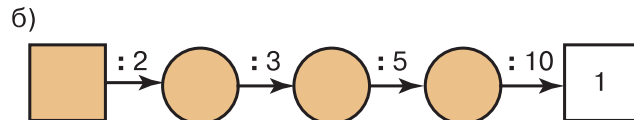
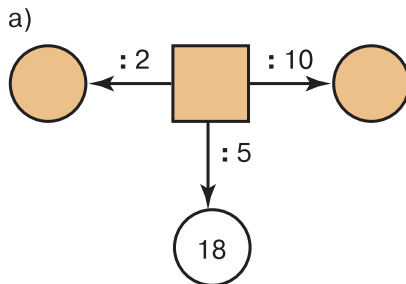
а) $6 + 0,1 + 0,04$;
 $7 + 0,05 + 0,8$;
 $3,4 + 0,007 + 0,06$;
 $19 + 1,02 + 0,18$;
 $2,01 + 1,3 + 0,09$;

б) $0,7 - 0,15$;
 $4 - 0,5$;
 $0,6 - 0,02$;
 $3 - 1,3$;
 $5 - 0,08$;

в) $0,3 \cdot 5$;
 $4 \cdot 0,5$;
 $50 \cdot 0,02$;
 $2,9 \cdot 10$;
 $31 \cdot 0,01$;

г) $5 : 100$;
 $26 : 10$;
 $0,8 : 4$;
 $2 : 0,1$;
 $8 : 0,4$.

1.82 Найдите пропущенные числа:



1.83 Подумайте, каким числом (чётным или нечётным) является:

- а) квадрат чётного числа; в) куб чётного числа.
 б) квадрат нечётного числа;

1.84 Длина прямоугольника 20 м, ширина — натуральное число метров. Верно ли, что значение площади (в квадратных метрах):

- а) кратно 2; б) кратно 5; в) кратно 4; г) кратно 8?

1.85 Какое значение получится на калькуляторе по алгоритму:

- а) $15,3 \times 0,05 + 1,4 \div$;
 б) $8,6 \div 2,2 \times 0,3 \div$?



1.86 Верно ли утверждение:

- а) если каждое слагаемое не кратно числу a , то и сумма не кратна числу a ;
 б) если уменьшаемое и вычитаемое кратны числу a , то и разность кратна числу a ?

1.87 Как быстро узнать, делятся ли на 2:

- а) суммы: $37\,843 + 54\,321$; $48\,345 + 75\,634$; $37\,244 + 52\,486$;
 б) разности: $87\,338 - 56\,893$; $153\,847 - 112\,353$; $84\,537 - 26\,237$?

1.88 Любое ли число, делящееся на 5, делится и на 10?



1.89 Всегда ли запись числа, делящегося на 5, оканчивается цифрой 5? Может ли число, не делящееся на 5, оканчиваться цифрой 5?

1.90 Какой цифрой оканчивается запись числа, делящегося на 5, если оно:

- а) чётно; б) нечётно?

1.91 Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы полученное число делилось на 5:

- а) $378*$; б) $25*5$; в) $4*13$?



1.92 Сколько трёхзначных чисел можно составить из различных нечётных цифр?



1.93 Сколько существует трёхзначных чисел, кратных пяти, в записи которых все цифры различны?

1.94 Запишите $1\frac{2}{5}$, $3\frac{5}{9}$, $2\frac{3}{11}$, $8\frac{11}{15}$ и $9\frac{1}{20}$ в виде неправильных дробей.

1.95 Исклучите целую часть из чисел: $\frac{18}{7}$, $\frac{25}{3}$, $\frac{17}{2}$, $\frac{12}{2}$, $\frac{18}{9}$, $\frac{15}{4}$.



1.96 Решите уравнение:

1) $17n - 11n - 2n = 511$; 3) $4x + 6x - x = 21,6$;
2) $23a - 8a - 13a = 33$; 4) $7y - y + 3y = 61,2$.

1.97 Вычислите: $0,5632 : 5,12 + 42,56 : 3,8 - (11 - 3,9 : 1,5)$.

Вычисления проверьте с помощью калькулятора.

Д

1.98 Какие из чисел 240, 242, 244, 246, 248, 250, 252 кратны 3? Какие из них делятся на 9?

1.99 В записи $*723$, $5*36$, $111*$ вместо звёздочки поставьте такие цифры, чтобы получившиеся числа делились на 9.



Р1.100 Отметьте верное утверждение буквой И (истинно), неверное утверждение буквой Л (ложно):

А	Если чётное число делится на 3, то оно делится на 6.
Б	Если число делится на 9, то оно делится на 3.
В	Если число оканчивается цифрой 3, то оно не делится на 3.
Г	Если число не делится на 3, то оно не делится на 9.



1.101 В некотором царстве, тридевятиом государстве жил-был царь, и было у него три сына. Повалился в то царство Змей Горыныч многоголовый прилетать, мирных жителей пугать. Отправил царь своих сыновей со Змеем Горынычем сражаться. Долго бились братья, прежде чем все его головы одолели. Сколько голов было у Змея Горыныча, если каждая голова погибала после третьего удара мечом и больше всех ударов нанёс младший брат — 14, меньше всех старший — 10, а остальные удары нанёс средний брат?

1.102 Представьте числа $1\frac{5}{7}$, $3\frac{3}{14}$, $18\frac{2}{9}$, $14\frac{11}{37}$ в виде неправильных дробей.

1.103 Исклучите целую часть из чисел: $\frac{62}{11}$, $\frac{79}{18}$, $\frac{1356}{226}$, $\frac{238}{14}$.

1.104 Найдите значение выражения $4,7k + 5,3k - 0,83$, если $k = 0,83$; $8,3$; $0,083$.

1.105 Решите уравнение:

а) $x + 3x + 5 = 17$; в) $3,2y - 2,7y = 0,6$;
б) $3,5x + 2,2x = 4,56$; г) $3,7z - z = 0,54$.

1.106 Найдите значение выражения:

$$(5,98 + 5,36) : 2,8 : (5 \cdot 0,003 + 15 \cdot 0,029).$$

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Признаки делимости на 9 и на 3

- 1 Используя только цифру два, запишите наименьшее число, кратное трём.
 - 2 Какую цифру можно подставить вместо звёздочки в запись числа $641*2$, чтобы это число делилось на девять?
 - 3 Запишите общий делитель двадцати одного и пятидесяти одного.
 - 4 Какую цифру можно подставить вместо звёздочки в запись числа $973*$, чтобы это число не было кратно трём?
- Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?*
- 5 Если число кратно девяти, то оно делится без остатка на три.
 - 6 Если девять — последняя цифра в записи натурального числа, то это число делится без остатка на девять.
 - 7 Разность двух нечётных чисел — число нечётное.
 - 8 Натуральное число, записанное двенадцатью одинаковыми цифрами, кратно трём.

4. Простые и составные числа

Число 7 делится только на 1 и само на себя. Другими словами, число 7 имеет только два делителя: 1 и 7. У числа 9 три делителя: 1, 3 и 9. Число 18 имеет шесть делителей: 1, 2, 3, 6, 9 и 18.

составное число
простое число

Такие числа, как 9 и 18, называют **составными** числами, а такие, как 7, — **простыми** числами.

Натуральное число называют простым, если оно имеет только два делителя: единицу и само это число. Натуральное число называют составным, если оно имеет более двух делителей.

Число 1 имеет только один делитель: само это число. Поэтому его не относят ни к составным, ни к простым числам.

Первыми десятью простыми числами являются 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. В приложении 1 (см. с. 148) приведена таблица простых чисел от 2 до 997.

разложение числа
на множители

Число 78 составное, потому что, кроме 1 и 78, оно делится, например, ещё на 2. Так как $78 : 2 = 39$, то $78 = 2 \cdot 39$. Говорят, что число 78 **разложено на множители** 2 и 39. Любое составное число можно разложить на два множителя, каждый из которых больше 1. Простое число так разложить на множители нельзя.



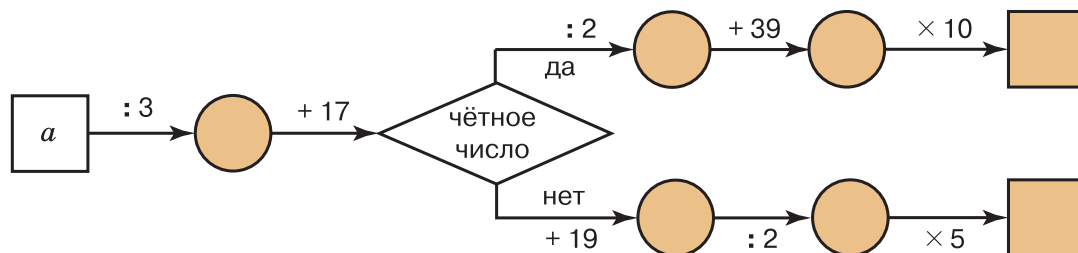
- ♦ Какие натуральные числа называют простыми?
- ♦ Какие натуральные числа называют составными?
- ♦ Почему число 1 не является ни простым, ни составным?

К

- 1.107** Сколько делителей имеет каждое из чисел: 31, 25, 100?
- 1.108** С помощью таблицы простых чисел, помещённой в приложении 1, определите, какие из чисел 101, 121, 253, 409, 561, 563, 863, 997 являются простыми, а какие составными.
- 1.109** Докажите, что числа 2968, 3600, 888 888, 676 767 являются составными.
- 1.110** Может ли произведение двух простых чисел быть:
а) простым числом; б) составным числом?
- 1.111** Может ли площадь квадрата выражаться простым числом, если длина его стороны выражается натуральным числом?
- 1.112** Известно, что число m делится на 9. Простым или составным является число m ?
- 1.113** Разложите на два множителя числа: 38; 77; 145; 159.
- 1.114** Сколькими способами можно разложить на два множителя числа: 18; 42; 55? Способы, при которых произведения отличаются только порядком множителей, считайте за один способ.
- 1.115** Верно ли, что все чётные числа являются составными?
- 1.116** Может ли выражаться простым числом объём куба, длина ребра которого выражается натуральным числом?
- 1.117** Найдите произведение простых чисел:
а) 37 и 3; б) 7, 11 и 13; в) 11 и 101.
- 1.118** Используя результаты, полученные в предыдущем задании, вычислите:
а) $101 \cdot 3 \cdot 37$; б) $3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$;
в) $7 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 101$; г) $3 \cdot 37 \cdot 11 \cdot 101$.

П

- 1.119** Вычислите устно:
- | | | | |
|--------------------------|-----------------|------------------------------|----------------|
| а) $0,01 + 1,1 + 0,09$; | б) $15 - 2,3$; | в) $2,5 \cdot 2,7 \cdot 4$; | г) $1 : 10$; |
| $8,1 + 2,99 + 1,01$; | $0,3 - 0,29$; | $3,9 \cdot 0,5 \cdot 2$; | $8,08 : 8$; |
| $1,88 + 3,7 + 0,12$; | $7 - 0,2$; | $1,25 \cdot 1,9 \cdot 8$; | $9 : 100$; |
| $2,8 + 1,85 + 2,15$; | $6 - 2,75$; | $4 \cdot 5,6 \cdot 0,25$; | $6,73 : 10$; |
| $1,07 + 0,88 + 1,93$; | $16,4 - 4$; | $0,5 \cdot 30 \cdot 0,1$; | $0,7 : 0,01$. |
- 1.120** Найдите пропущенные числа, если $a = 33$; 42; 75.



- 1.121** Выразите в процентах числа: 0,01; 0,29; 0,8; 1.
- 1.122** Выразите в виде десятичных дробей: 2 %, 5 %, 10 %, 20 %, 50 %, 68 %, 100 %, 130 %.

1.123 Длина и ширина прямоугольного параллелепипеда выражаются натуральными числами сантиметров, а высота равна 15 см. Можно ли утверждать, что объём (в кубических сантиметрах) этого параллелепипеда выражается числом:

а) кратным 2; б) кратным 3; в) кратным 5?



1.124 Сколько нечётных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4?

Решение. На первом месте в записи числа может стоять любая цифра, кроме нуля, — 4 варианта. На втором и на третьем местах — любая из этих пяти цифр. Так как число нечётное, на последнем месте могут быть только цифры 1 или 3 — т. е. имеем ещё два варианта. В соответствии с правилом умножения получаем, что нечётных четырёхзначных чисел можно составить $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = 200$.



1.125 Какую цифру нужно приписать к числу 10 слева и справа, чтобы получилось четырёхзначное число, делящееся:

а) на 9; б) на 3; в) на 6?

1.126 Выпишите из чисел 215 783, 3 289 775, 21 112 221, 44 856, 555 444, 757 575, 835 743 те, которые:

а) кратны 3; в) делятся без остатка на 3 и на 5;
б) кратны 9; г) кратны 9 и 2.



1.127 а) Верно ли, что если число оканчивается цифрой 6, то оно делится на 6?
б) Верно ли, что если число делится на 6, то его запись оканчивается цифрой 6?
в) Может ли нечётное число делиться на чётное число?
г) Может ли чётное число делиться на нечётное число?



1.128 Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы число делилось без остатка на 3 и на 5:

а) 241*; б) 1734 *; в) 43*5?



1.129 Решите задачу:

1) Для приготовления песочного теста потребовалось $\frac{5}{9}$ пачки сливочного масла. Сколько граммов масла потребовалось, если всего в пачке 180 г масла?

2) Для приготовления крема израсходовали $\frac{5}{8}$ упаковки сливок. Сколько граммов сливок израсходовали, если в упаковке было 600 г?



1.130 Даша пообещала: «Я схожу в булочную и вымою посуду». Можно ли обещание считать выполненным, если Даша: а) вымыла посуду, но не сходила в булочную; б) сходила в булочную, но не вымыла посуду; в) и вымыла посуду, и сходила в булочную; г) не вымыла посуду и не была в булочной?

Подумайте, в чём сходство этой задачи с задачей нахождения решений неравенства $2 < x < 6$ среди чисел 1; 3; 5; 7.

Д

1.131 Докажите, что числа 575, 10 053, 3627, 565 656 являются составными.

1.132 С помощью таблицы простых чисел, помещённой в приложении 1, выберите из чисел 122, 132, 153, 157, 187, 499, 550, 621, 881, 865 и 909 простые числа.

1.133 Запишите все делители числа 90. Выпишите из них те, которые являются простыми числами.

1.134 Разложите на два множителя всеми возможными способами числа 30, 33, 42, 99. Способы, при которых произведения отличаются только порядком множителей, считайте за один способ.

- 1.135** Объём прямоугольного параллелепипеда равен 1001 см^3 . Найдите измерения параллелепипеда, если ни одно из них не равно 1 см.
- 1.136** В инкубатор заложили 1200 яиц. Из $\frac{23}{24}$ всех яиц вылупились цыплята. При этом оказалось, что петушки составляют $\frac{2}{5}$ всех вылупившихся цыплят. Сколько петушков и сколько курочек вылупилось из яиц?
- 1.137** Найдите значение выражения: $(15,964 : 5,2 - 1,2) \cdot 0,1$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

Простые и составные числа

- 1 Витя некоторое число разложил на два множителя: три и семнадцать. Что это за число?
- 2 Сколько делителей имеет число сорок девять?
- 3 Запишите делители восемнадцати, которые являются простыми числами.
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 4 Тридцать четыре — число составное.
- 5 Единица — простое число.
- 6 Произведение двух простых чисел всегда число составное.
- 7 Квадрат чётного числа — число чётное.
- 8 Если запись натурального числа оканчивается не менее чем двумя нулями, это натуральное число делится без остатка на сто.

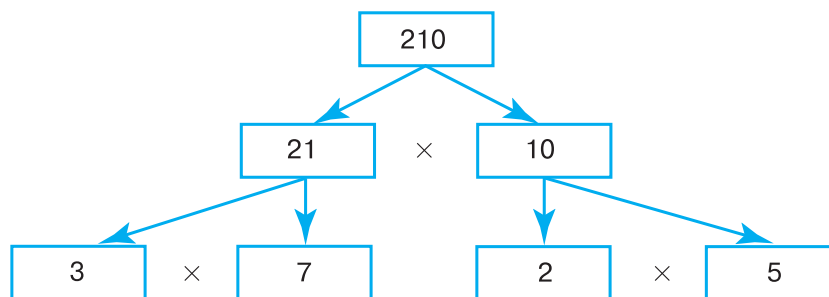
Проверочная работа № 2

Простые и составные числа

- 1 Сколько делителей имеет число семьдесят один?
- 2 Запишите все простые числа, каждое из которых больше сорока пяти и меньше пятидесяти пяти.
- 3 Запишите делители сорока двух, которые являются простыми числами.
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 4 Квадрат простого числа не может быть простым числом.
- 5 Простое число не может быть чётным.
- 6 Число пятьдесят семь составное.
- 7 Если чётное число кратно трём, то оно делится без остатка на шесть.
- 8 Если натуральное число не кратно трём, то оно не делится на пятнадцать.

5. Разложение на простые множители

Число 210 является произведением чисел 21 и 10. Значит, $210 = 21 \cdot 10$. Числа 21 и 10 составные. Их тоже можно представить в виде произведений $21 = 3 \cdot 7$, $10 = 2 \cdot 5$. Получаем: $210 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$. Теперь в произведении $3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$ все множители — простые числа. Таким образом, число 210 **разложено на простые множители**:



Число 210 можно разложить на простые множители иным способом: $210 = 30 \cdot 7 = 10 \cdot 3 \cdot 7 = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$. Получились те же самые простые множители, только записанные в другом порядке. Обычно записывают множители в порядке их возрастания:

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

*разложение числа
на простые
множители*

Всякое составное число можно разложить на простые множители. При любом способе получается одно и то же разложение, если не учитывать порядка записи множителей.

При разложении чисел на простые множители используют признаки делимости.

Разложим, например, на простые множители число 756. Оно делится на 2, так как оканчивается чётной цифрой 6. Имеем $756 : 2 = 378$. Проведём вертикальную черту и запишем слева от неё делимое 756, а справа — делитель 2. Частное запишем под числом 756.

Число 378 тоже делится на 2. При делении получаем в частном 189.

Число 189 не делится на 2, так как оканчивается нечётной цифрой. Но 189 делится на 3, так как сумма его цифр ($1 + 8 + 9 = 18$) делится на 3. Имеем $189 : 3 = 63$.

Число 63 также делится на 3. При делении получим число 21.

Число 21 также делим на 3, причём получаем в частном простое число 7.

При делении числа 7 на 7 получаем 1.

Разложение на множители закончено.

Значит, $756 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.

756	2
378	2
189	3
63	3
21	3
7	7
1	



- Существуют ли составные числа, которые нельзя разложить на простые множители?
- Чем могут отличаться два разложения одного и того же числа на простые множители?

К

1.138 Разложите на простые множители числа:

- а) 216; 162; 144; 512; 675; 1024;
 б) 60; 180; 220; 350; 400; 1200; 8000;
 в) 11; 1001; 1225; 21 780; 45 630.

1.139 Напишите все двузначные числа, разложение которых на простые множители состоит:

- а) из двух одинаковых множителей;
 б) из трёх одинаковых множителей.



1.140 Запишите все двузначные числа, которые раскладываются на два различных простых множителя, один из которых равен:

- а) 11; б) 13; в) 23; г) 47.



1.141 Выясните, делится ли число a на число b без остатка, если:

- а) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 7$;
 б) $a = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$ и $b = 3 \cdot 3 \cdot 5$;
 в) $a = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$ и $b = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$;
 г) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$ и $b = 21$;
 д) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ и $b = 135$;
 е) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ и $b = 1000$.

В случае когда a делится на b , найдите частное.

П

1.142 Вычислите устно:

- | | | | |
|---|---|--|---|
| а) $3,99 + 2,01$;
$2,3 + 0,007$;
$3,62 + 1,08$;
$3,06 + 1,94$;
$12,77 + 0,13$; | б) $0,7 - 0,06$;
$1 - 0,48$;
$2 - 1,02$;
$0,65 - 0,5$;
$0,8 - 0,25$; | в) $1,6 : 100$;
$5 : 10$;
$12 : 1000$;
$2,3 : 0,1$;
$4 : 0,01$; | г) $0,4 \cdot 0,31 \cdot 25$;
$3,8 \cdot 1,7 - 2,8 \cdot 1,7$;
$4,7 \cdot 12,5 \cdot 0,8$;
$3,1 \cdot 3,7 + 3,1 \cdot 6,3$;
$49,3 + 0 \cdot 49,3$. |
|---|---|--|---|

1.143 При каких натуральных значениях a произведение $23a$ является простым числом?

1.144 Существует ли прямоугольник, стороны которого выражаются натуральными числами, а периметр — простым числом?



1.145 Найдите по два простых делителя каждого из чисел: 54; 62; 143; 182; 3333; 5005.

1.146 Какие простые числа являются решениями неравенства $17 < p < 44$?

1.147 Могут ли быть простыми числами координаты точек A , B , C и D (рис. 5), если p — простое число?

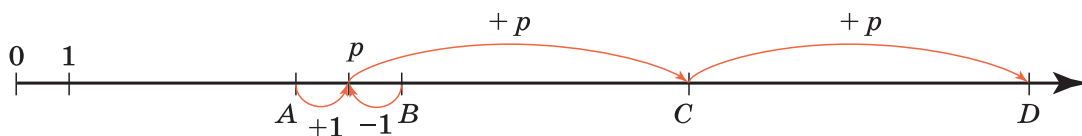


Рис. 5

1.148 Представьте:

- а) число 3 в виде дроби со знаменателем 5;
 б) число 1 в виде дроби со знаменателем 12.



1.149 Выполните действие:

- а) $\frac{5}{17} + \frac{3}{17}$; в) $2\frac{3}{5} + 3\frac{1}{5}$; д) $3\frac{5}{18} + 1\frac{7}{18}$;
 б) $\frac{5}{9} - \frac{1}{9}$; г) $2\frac{5}{7} - 1\frac{2}{7}$; е) $4\frac{8}{15} - 2\frac{1}{15}$.



1.150 Из 35 учащихся пятого класса 22 читают журналы, 27 — газеты, а 3 ученика не читают ни газеты, ни журналы. Сколько учащихся читают газеты и журналы?

- 1.151** а) Книга на 100 % дороже альбома. На сколько процентов альбом дешевле книги?
 б) Масса гуся на 25 % больше массы утки. На сколько процентов масса утки меньше массы гуся?

- 1.152** Для какого числового выражения составлен алгоритм вычислений на калькуляторе:
 а) $7,46 \oplus 8,7 \ominus 0,016 \oplus 6,9 \equiv$;
 б) $10,2 \oplus 8,83 \ominus 2,06 \equiv$?



1.153 Стороны треугольника 12 см, 17 см и x см.

- а) Составьте выражение для вычисления периметра этого треугольника.
 б) Подумайте, каким может быть значение x и каким быть не может.

1.154 Кроме рассмотренных нами признаков делимости полезно знать и некоторые другие признаки. Например, признак делимости на 4:

*при-
знак
дели-
мости
на 4*

Если две последние цифры данного числа образуют число, которое кратно 4, то и само число кратно 4.

Пользуясь этим признаком, укажите числа, которые делятся на 4:

234 856, 1 094 178, 48 954 036, 73 581 300.

1.155 Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы полученное число делилось на 4:

- а) $45\ 16*$; б) $37\ 4*2$; в) $36\ 35*$; г) $84\ 9*6$?

1.156 Какие из чисел 3552, 4712, 6576, 4836 делятся на 3 и на 4? Как вы думаете, числа, которые делятся на 3 и на 4, делятся на 12? Ответ обоснуйте.

1.157 Какие из чисел 7284, 2708, 3912, 9096 делятся на 12?

1.158 Какие цифры можно поставить вместо звёздочки, чтобы полученное число делилось на 12:

- а) $765*$; б) $3*68$; в) $45*8$; г) $*260$?



1.159 Решите задачу:

1) За два перегона поезд проехал 156,5 км. При этом первый перегон был короче второго на 17,8 км. Найдите протяжённость каждого перегона.

2) Междугородний автобус между двумя станциями сделал одну остановку в пути. При этом расстояние от начала маршрута до остановки оказалось на 23,7 км больше, чем остальной путь. Найдите расстояние до остановки и после неё, если протяжённость всего пути составила 142,4 км.

1.160 Найдите значение выражения:

- 1) $(13 - 9,5 : 3,8) \cdot 0,3$; 3) $(1,3 \cdot 2,8 + 1) : 0,8$;
 2) $(16,1 : 4,6 - 3,07) \cdot 0,2$; 4) $(3,7 \cdot 2,3 - 5) : 0,3$.



1.161 На поверхности куба (рис. 6) найдите кратчайший путь:

- а) из точки A в точку C через точку B ;
 б) из точки A в точку C , который пересекал бы все рёбра куба, кроме ребра AC .

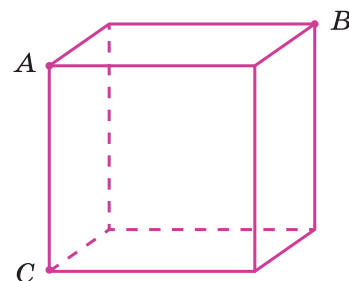


Рис. 6

Д

1.162 Разложите на простые множители числа:

а) 54; 65; 99; 162; 10 000; б) 1500; 7000; 3240; 4608.

1.163 Выполните действия:

а) $\frac{5}{8} + \frac{7}{8} - \frac{1}{8}$; б) $\frac{5}{9} - \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{9}\right)$; в) $4\frac{4}{33} + 3\frac{7}{33}$; г) $5\frac{13}{18} - 2\frac{7}{18}$.

1.164 Цветочная клумба имеет форму прямоугольника, длина которого в 1,8 раза больше ширины. Найдите площадь клумбы, если её периметр равен 11,2 м.

1.165 Подставьте в таблицу подходящие натуральные значения x и y и сделайте выводы о чётности или нечётности результата действия в каждом случае:

а)			б)		
Множитель	Множитель	Произведение	Делимое	Делитель	Частное
x	y	$x : y$	x	y	$x : y$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
чётный	чётный	?	чётное	чётный	?
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
чётный	нечётный	?	чётное	нечётный	?
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
нечётный	чётный	?	нечётное	чётный	?
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
нечётный	нечётный	?	нечётное	нечётный	?

1.166 Выполните действия:

а) $(424,2 - 98,4) : 3,6 \cdot 0,9 + 9,1$; б) $(96,6 + 98,6) : 6,4 \cdot 1,2 - 0,2$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Разложение на простые множители

- 1 Запишите однозначные составные числа.
- 2 Какого множителя недостаёт в разложении ста пяти на простые множители:
 $105 = 3 \cdot \square \cdot 5$?
- 3 Сколько пятёрок содержится в разложении пятидесяти на простые множители?
- 4 При каких натуральных значениях «эм» произведение сорока одного и «эм» — простое число?
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 5 Простое число не имеет делителей.
- 6 Наибольшее двузначное составное число — это девяносто девять.
- 7 Любое составное число можно разложить на простые множители.
- 8 Число семьдесят семь простое.

Словарный диктант

Запишите математические термины:

- | | | | |
|---|------------------|---|------------------|
| 1 | Пр...тое ч...сло | 5 | Кра...н...е |
| 2 | Д...лим...сть | 6 | Пр...изв...дение |
| 3 | При...на... | 7 | Н...имен...шее |
| 4 | Трё...начн...е | 8 | Р...зл...жение |

6. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа

Задача. Какое наибольшее число одинаковых подарков можно составить из 48 конфет «Ласточка» и 36 конфет «Дюшес», если надо использовать все конфеты?

Решение. Каждое из чисел 48 и 36 должно делиться на число подарков. Поэтому сначала выпишем все делители числа 48.

Получим: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

Затем выпишем все делители числа 36.

Получим: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Общими делителями чисел 48 и 36 будут: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Видим, что наибольшим из этих чисел является 12. Его называют **наибольшим общим делителем** чисел 48 и 36.

Значит, можно составить 12 подарков. В каждом подарке будет 4 конфеты «Ласточка» ($48 : 12 = 4$) и 3 конфеты «Дюшес» ($36 : 12 = 3$).

*наибольший
общий делитель*

Наибольшее натуральное число, на которое делятся без остатка несколько чисел, называют наибольшим общим делителем этих чисел.

Найдём наибольший общий делитель чисел 24 и 35.

Делителями числа 24 будут 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, а делителями числа 35 будут 1, 5, 7, 35.

Видим, что числа 24 и 35 имеют только один общий делитель — число 1. Такие числа называют **взаимно простыми**.

*взаимно простые
числа*

Натуральные числа называют взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен 1.

Наибольший общий делитель можно найти, не выписывая всех делителей данных чисел.

Разложим на множители числа 48 и 36, получим:

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3, \quad 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3.$$

Из множителей, входящих в разложение первого из этих чисел, вычеркнем те, которые не входят в разложение второго числа (это две двойки).

Остаются множители $2 \cdot 2 \cdot 3$. Их произведение равно 12. Это число и является наибольшим общим делителем чисел 48 и 36. Так же находят наибольший общий делитель трёх и более чисел.

Чтобы найти наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел, надо:

- 1) разложить их на простые множители;
- 2) из множителей, входящих в разложение одного из этих чисел, вычеркнуть те, которые не входят в разложение других чисел;
- 3) найти произведение оставшихся множителей.

Если все данные числа делятся на одно из них, то это число и является наибольшим общим делителем данных чисел.

Например, наибольшим общим делителем чисел 15, 45, 75 и 180 будет число 15, так как на него делятся все остальные числа: 45, 75 и 180.



- ♦ Какое число называют наибольшим общим делителем двух натуральных чисел?
- ♦ Какие два числа называют взаимно простыми?
- ♦ Как найти наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел?
- ♦ Число a кратно числу b . Какое число является наибольшим общим делителем чисел a и b ?

К

1.167 Найдите все общие делители чисел:

- а) 18 и 60; б) 72, 96 и 120; в) 35 и 88.

1.168 Разложите каждое число на простые множители и выпишите общие множители:

- а) 36 и 48; б) 84 и 96; в) 45 и 60; г) 72 и 90.

Укажите наибольшее число, на которое делятся числа каждой пары.



1.169 Найдите разложение на простые множители наибольшего общего делителя чисел a и b , если:

- а) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$;
 б) $a = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ и $b = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$.

Г

В предложениях с сочетаниями *общий делитель*, *наибольший общий делитель* числительные читают в родительном падеже, если перед ними нет слова *чисел*, и в винительном падеже в противном случае:


р. п. р. п.

— пять — общий делитель **двадцати** и **тридцати**,

в. п.

— число пять — наибольший общий делитель чисел **двадцать**
 в. п.

и **двадцать пять**.

- 1.170** Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 42 и 63; б) 30 и 40; в) 45 и 30; г) 66 и 88.
- 1.171** Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 21 и 84; б) 27 и 81; в) 32 и 96; г) 75 и 300.
- 1.172** Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 324 и 432; б) 225 и 275; в) 504 и 414; г) 825 и 575.
- 1.173** Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 45, 60 и 105; б) 108, 72 и 96;
в) 324, 111 и 432; г) 320, 640 и 960.
- 1.174** Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 35 и 39; б) 79 и 97; в) 44, 21 и 5; г) 15, 26 и 77.
- 1.175** Являются ли взаимно простыми числа:
а) 35 и 40; б) 77 и 20; в) 10, 30, 41; г) 231 и 280?
- 1.176** Найдите среди чисел 9, 14, 15 и 27 три пары взаимно простых чисел.
-  **1.177** Запишите все правильные дроби со знаменателем 12, у которых числитель и знаменатель — взаимно простые числа.
- 1.178** В магазине помидоры и огурцы расфасовали в одинаковые упаковки, сделав ассорти. Сколько таких упаковок получилось из 84 помидоров и 112 огурцов? Сколько помидоров и сколько огурцов было в каждой упаковке?
- 1.179** В спортивных соревнованиях приняли участие 108 мальчиков и 144 девочки. И мальчиков, и девочек разбили на группы с одинаковым количеством человек в каждой группе. Какое наибольшее количество человек могло быть в каждой группе? Сколько получилось групп мальчиков и групп девочек?



П

- 1.180** Вычислите устно:
- | | | | | |
|--|--|---|--|---|
| а) $0,7 \cdot 10$ | б) $5 : 10$ | в) $4 - 0,8$ | г) $0,9 + 0,06$ | д) $1 - 0,7$ |
| $\begin{array}{r} : 2 \\ - 0,3 \\ : 0,4 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} \cdot 0,2 \\ + 2 \\ : 0,7 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} : 0,8 \\ : 10 \\ \cdot 0,5 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} : 0,3 \\ - 0,2 \\ \cdot 0,1 \\ \hline ? \end{array}$ | $\begin{array}{r} \cdot 5 \\ : 15 \\ \cdot 100 \\ \hline ? \end{array}$ |

- 1.181** С помощью рисунка 7 определите, являются ли числа a , b и c простыми.



Рис. 7

-  **1.182** Существует ли куб, ребро которого выражается натуральным числом и у которого:
а) сумма длин всех рёбер выражается простым числом;
б) площадь поверхности выражается простым числом?
-  **1.183** Разложите на простые множители числа:
а) 875; 2376; 5625; б) 2025; 3969; 13 125.
- 1.184** Почему если одно число можно разложить на два простых множителя, а другое — на три простых множителя, то эти числа не равны?

1.185 Можно ли найти четыре различных простых числа, чтобы произведение двух из них равнялось произведению двух других?



1.186 Сколькими способами в девятиместном микроавтобусе могут разместиться 9 пассажиров? Сколькими способами могут разместиться пассажиры, если один из них, хорошо знающий маршрут, сядет рядом с водителем?



1.187 Найдите значение выражения:

- а) $(3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11) : (3 \cdot 11)$; в) $(2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13) : (3 \cdot 7)$;
б) $(2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7) : (2 \cdot 3 \cdot 7)$; г) $(3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 23) : (3 \cdot 11 \cdot 17)$.

1.188 Сравните числа:

- а) $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{7}$; б) $\frac{11}{13}$ и $\frac{8}{13}$; в) $1\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{3}$; г) $2\frac{2}{7}$ и $3\frac{1}{5}$.

1.189 С помощью транспортира постройте $\angle AOB = 35^\circ$ и $\angle DEF = 140^\circ$.

1.190 Решите задачу:

- 1) Луч OM разделил развёрнутый угол AOB на два угла: AOM и MOB . Угол AOM в 3 раза больше угла MOB . Чему равны углы AOM и MOB ? Постройте эти углы.
2) Луч OK разделил развёрнутый угол COD на два угла: COK и KOD . Угол COK в 4 раза меньше угла KOD . Чему равны углы COK и KOD ? Постройте эти углы.



1.191 Решите задачу:

- 1) На молокозавод доставили 960 л молока. Из $\frac{7}{16}$ всего молока приготовили творог, $\frac{5}{9}$ оставшегося молока переработали на сливки, а остальное молоко разлили в бутылки по 1,5 л и отправили в магазин. Сколько бутылок молока отправили в магазин?
2) В плодоводческом хозяйстве собрали 720 ц вишни. Из $\frac{5}{12}$ всей вишни сварили варенье, $\frac{9}{14}$ оставшейся вишни переработали на сок, а остальную вишню расфасовали в ящики по 7,5 кг и отправили на продажу. Сколько ящиков вишни отправили на продажу?

1.192 Представьте в виде обыкновенной дроби числа 0,3; 0,13; 0,2 и в виде десятичной дроби числа $\frac{3}{8}$; $4\frac{1}{2}$; $3\frac{7}{25}$.

1.193 Выполните действие, записав каждое число в виде десятичной дроби:

- а) $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$; б) $1\frac{1}{4} + 2\frac{3}{25}$.



1.194 Вы умеете представлять числа в виде произведения простых чисел. Попробуйте представить в виде суммы простых слагаемых числа 10, 36, 54, 15, 27 и 49 так, чтобы слагаемых было возможно меньше. Какие предположения о представлении чисел в виде суммы простых слагаемых вы можете высказать?

Д

1.195 Найдите наибольший общий делитель чисел a и b , если:

- а) $a = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$;
б) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 3 \cdot 11 \cdot 13$.

1.196 Найдите наибольший общий делитель чисел:

- а) 585 и 360; б) 680 и 612; в) 60, 80 и 48; г) 195, 156 и 260.

1.197 Докажите, что числа 864 и 875 взаимно простые.

- 1.198 Сравните числа: а) $\frac{5}{9}$ и $\frac{7}{9}$; б) $1\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$; в) $\frac{14}{5}$ и $2\frac{4}{5}$.
- 1.199 Постройте угол AOC , равный 130° . Проведите внутри угла AOC луч OB так, чтобы $\angle BOC = 40^\circ$. Измерьте угол AOB .
- 1.200 На трёх факультетах колледжа обучаются 540 человек. При этом на факультете менеджмента обучается пятеро, а на юридическом — втрое больше студентов, чем на финансово-экономическом факультете. Сколько человек обучается на каждом факультете?
- 1.201 Периметр прямоугольника равен 66 дм. Длина одной его стороны составляет $\frac{3}{11}$ периметра. Найдите площадь прямоугольника.
- 1.202 Представьте в виде обыкновенной дроби числа: 0,5; 0,16; 0,25.
- 1.203 Представьте в виде десятичной дроби числа: $\frac{4}{5}$; $\frac{8}{125}$; $\frac{7}{20}$; $4\frac{1}{2}$.
- 1.204 Найдите значение выражения:
а) $1,53 \cdot 54 - 0,42 \cdot (512 - 491,2) + 1,116$;
б) $((27,12 + 43,08) \cdot 0,007 - 0,0314) \cdot 100$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа

Запишите наибольший общий делитель (1—3).

- 1 Восьми и двенадцати.
- 2 Тринадцать и тридцати девяти.
- 3 Девятнадцать и тридцати шести.
- 4 Запишите двузначное число, меньшее двенадцати, взаимно простое с двенадцатью.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 5 Два последовательных натуральных числа всегда взаимно простые.
- 6 Восемнадцать — делитель трёх.
- 7 Наибольший общий делитель восьми и шестнадцати равен восьми.
- 8 Числа семнадцать и пятьдесят один взаимно простые.

7. Наименьшее общее кратное

Задача. Шаг Володи 75 см, а шаг Кати 60 см. На каком наименьшем расстоянии они сделают по целому числу шагов?

Решение. Число сантиметров пути должно делиться без остатка и на 75, и на 60, т. е. оно должно быть кратным и 75, и 60.

Выпишем числа, кратные 75. Получим:

75, 150, 225, 300, 375, 450, 525, 600, 675, 750, ...

Затем выпишем числа, кратные 60. Получим:
60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, 600, 660, ...

Общими кратными чисел 75 и 60 будут числа 300, 600, ...
Наименьшим из них является 300. Это число называют **наименьшим общим кратным** чисел 75 и 60.

Значит, наименьшим расстоянием, на котором Володя и Катя сделают целое число шагов, будет 300 см. При этом Володя сделает 4 шага ($300 : 75 = 4$), а Катя — 5 шагов ($300 : 60 = 5$).

*наименьшее общее
кратное*

Наименьшим общим кратным натуральных чисел a и b называют наименьшее натуральное число, которое кратно и a , и b .

Наименьшее общее кратное чисел 75 и 60 можно найти и не выписывая подряд кратные этих чисел. Для этого разложим числа 75 и 60 на простые множители: $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$, а $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Выпишем множители, входящие в разложение первого из этих чисел, и добавим к ним недостающие множители 2 и 2 из разложения второго числа.

Получаем пять множителей $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$, произведение которых равно 300. Это число является наименьшим общим кратным чисел 75 и 60.

Так же находят наименьшее общее кратное для трёх и более чисел.

Чтобы найти наименьшее общее кратное нескольких натуральных чисел, надо:

- 1) разложить их на простые множители;
- 2) выписать множители, входящие в разложение одного из чисел;
- 3) добавить к ним недостающие множители из разложений остальных чисел;
- 4) найти произведение получившихся множителей.

Заметим, что если одно из данных чисел делится на все остальные числа, то это число и является наименьшим общим кратным данных чисел.

Например, наименьшим общим кратным чисел 12, 15, 20 и 60 будет число 60, так как оно делится на все данные числа.



- ♦ Какое число называют наименьшим общим кратным натуральных чисел a и b ?
- ♦ Как найти наименьшее общее кратное нескольких чисел?
- ♦ Какое число является наименьшим общим кратным чисел m и n , если число m кратно числу n ?

К

1.205 Найдите разложение на простые множители наименьшего общего кратного чисел a и b , если:

- а) $a = 3 \cdot 5$, $b = 7 \cdot 5$; б) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$.

1.206 Найдите наименьшее общее кратное чисел a и b , если:

- а) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$;
 б) $a = 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$;
 в) $a = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$;
 г) $a = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$.

1.207 Найдите наименьшее общее кратное чисел:

- а) 6 и 8; б) 12 и 16; в) 72 и 99; г) 84 и 48.



1.208 Найдите наименьшее общее кратное чисел:

- а) 10, 15 и 30; б) 6, 8 и 12; в) 6, 9 и 18; г) 77, 91 и 143.

1.209 Рассмотрите пары чисел:

- а) 11 и 13; б) 15 и 19; в) 24 и 35; г) 27 и 32.

Как называют числа, представленные в каждой паре? Подумайте, как найти наименьшее общее кратное чисел каждой пары. Найдите наименьшее общее кратное данных чисел в каждой паре.

1.210 Рассмотрите пары чисел:

- а) 26 и 78; б) 32 и 96; в) 24 и 72; г) 25 и 100.

Какая особенность объединяет эти пары чисел? Как вы думаете, чему равно наименьшее общее кратное чисел каждой пары?



1.211 Вдоль дороги через каждые 30 м стояли деревянные столбы линии электропередачи. Их решили заменить на новые железобетонные, расставив их через каждые 50 м. Первый столб поставили на месте старого столба. На каком расстоянии от него будет находиться ближайший столб, поставленный в то же место, где стоял деревянный столб?



1.212 В портовом городе начинаются три туристских теплоходных рейса, первый из которых длится 15 суток, второй — 20 суток и третий — 12 суток. Вернувшись в порт, теплоходы в этот же день снова отправляются в рейс. Сегодня из порта вышли теплоходы по всем трём маршрутам. Через сколько суток они впервые снова вместе уйдут в плавание?

П

1.213 Вычислите устно:

- | | | | |
|--|--|--|--|
| а) $0,75 - 0,7$
$\cdot 20$
$- 0,2$
$: 0,4$
<hr/> ? | б) $1 - 0,25$
$\cdot 2$
$: 0,3$
$- 0,05$
<hr/> ? | в) $0,9 - 0,09$
$: 9$
$+ 0,6$
$\cdot 10$
<hr/> ? | г) $23,9 - 3,9$
$\cdot 0,15$
$- 0,8$
$: 0,1$
<hr/> ? |
|--|--|--|--|



1.214 Каждую из дробей $\frac{a}{5}$ и $\frac{b}{6}$, где a и b — натуральные числа, можно представить в виде десятичной. Могут ли a и 5, b и 6 быть взаимно простыми? Могут ли два одинаковых числа быть взаимно простыми?

1.215 Найдите наибольший общий делитель для числителя и знаменателя дроби:

- а) $\frac{3}{6}$; б) $\frac{14}{21}$; в) $\frac{22}{66}$; г) $\frac{39}{65}$.



1.216 Какие из следующих утверждений верны:

- а) два чётных числа не могут быть взаимно простыми;
 б) чётное и нечётное числа всегда взаимно простые;

- в) два различных простых числа всегда взаимно простые;
г) простое и составное числа могут быть взаимно простыми;
д) любое натуральное число и натуральное число, не являющееся ни простым, ни составным, обязательно взаимно простые;
е) последовательные натуральные числа всегда взаимно простые?

1.217 Найдите наибольший общий делитель чисел:

- а) 12 и 24; б) 6 и 9; в) 75 и 45; г) 81 и 243; д) 4725 и 7875.



1.218 Лист картона имеет форму прямоугольника, длина которого 48 см, а ширина 40 см. Этот лист надо разрезать без отходов на равные квадраты. Какие наибольшие квадраты можно получить из этого листа?

1.219 Число m кратно 12. Докажите, что число m делится на 4.

1.220 Назовите все двузначные числа, записанные одинаковыми цифрами. Найдите наибольший общий делитель всех этих чисел.



1.221 Сколько трёхзначных чисел можно составить из чётных цифр?

1.222 Запишите в виде дроби частное: а) $3 : 7$; б) $5 : 11$; в) $23 : 34$.

1.223 Запишите в виде частного дробь: а) $\frac{6}{11}$; б) $\frac{19}{9}$; в) $\frac{37}{10}$; г) 0,6; д) 0,13.



1.224 Запишите в виде обыкновенной дроби частное и выделите целую часть:

- а) $18 : 7$; б) $23 : 8$; в) $16 : 5$; г) $343 : 14$.

1.225 Найдите среднее арифметическое чисел: 3,8; 4,2; 3,5; 4,1.



1.226 Среднее арифметическое двух чисел равно 54. Одно число в 2 раза больше другого. Найдите эти числа.

1.227 Решите задачу:

1) В цистерне было 38 т керосина. В первый день израсходовали в 2,4 раза больше керосина, чем во второй день. К утру третьего дня в цистерне осталось 9,1 т керосина. Сколько тонн керосина израсходовали в первый день?

2) Утром на базе было 19 т муки. До обеда с базы выдали в 3,2 раза больше муки, чем после обеда. К вечеру на базе осталось 4,3 т муки. Сколько тонн муки выдали с базы до обеда?



Р1.228 По таблице простых чисел (см. приложение 1) подсчитайте, сколько простых чисел в каждой из первых десяти сотен (т. е. среди чисел от 1 до 100, от 101 до 200 и т. д.). Заметили ли вы какие-либо закономерности в расположении простых чисел? Два простых числа, разность которых равна 2, называют **близнецами**. Найдите в таблице все пары чисел-близнецов. Какие из них самые большие? Сколько таких пар среди первых 500 натуральных чисел? среди чисел от 500 до 1000? Учёные до сих пор не знают, есть ли самая большая пара чисел-близнецов.



1.229 Найдите наименьшее общее кратное чисел:

- а) 18 и 45; б) 30 и 40; в) 210 и 350; г) 20, 70 и 15.

1.230 Найдите наименьшее общее кратное чисел a и b , если:

- а) $a = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$, $b = 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13$; б) $a = 504$, $b = 540$.

1.231 Артель «Дары леса» заготовила 78 ц морошки, клюквы и брусники. При этом клюквы заготовили в 5 раз больше, чем морошки, а брусники — на 15 ц больше, чем морошки. Сколько центнеров каждой ягоды заготовила артель?

1.232 Масса первых трёх искусственных спутников Земли, запущенных в 1957—1958 гг., была равна 1918,9 кг. Найдите массу каждого из этих спутников, если масса второго была больше массы первого на 424,7 кг, а масса третьего больше массы второго на 818,7 кг.

1.233 Решите уравнение:

а) $(x + 36,1) \cdot 5,1 = 245,82$; в) $(x + 24,3) : 18,3 = 3,1$;

б) $(m - 0,67) \cdot 0,02 = 0,0152$; г) $(y - 15,7) : 19,2 = 4,7$.

1.234 Запишите в виде дроби частное и выделите из неё целую часть:

а) $27 : 8$; б) $72 : 8$; в) $483 : 18$; г) $1225 : 12$.

1.235 За конкурс «Музыкальное приветствие» команды КВН получили следующие оценки:

Название команды	Оценки судей							Средний балл
Весёлые	5	5	4	4	3	4	4	
Находчивые	4	5	4	4	4	4	4	
Юморные	4	5	4	3	3	5	4	

Расположите команды по возрастанию их средних баллов.

1.236 Поезд шёл 3 ч со скоростью 65,2 км/ч и 2 ч со скоростью 83,3 км/ч. Найдите среднюю скорость поезда за эти 5 ч.

1.237 Найдите значение выражения:

а) $51 - (3,75 : 3 + 86,45 : 24,7) \cdot 2,4$;

б) $(650\,000 : 3125 - 196,5) \cdot 3,14$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Наименьшее общее кратное

Запишите наименьшее общее кратное (1—3).

1 Восьми и девяти.

2 Двадцати пяти и пятидесяти.

3 Шести и пятнадцати.

4 Туристов можно переправить через реку на маленькой лодке, в которую помещаются трое пассажиров, или в большой лодке, в которую могут сесть пять туристов. При этом каждый раз в лодках не останется свободных мест. Сколько было туристов, если их меньше тридцати?

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

5 Существует такое натуральное число «а», что $\text{НОД}(a; 60) = 25$.

6 Не существует такого натурального числа «эм», что $\text{НОК}(m; 18) = 60$.

7 Наименьшее общее кратное двух взаимно простых чисел равно их произведению.

8 Произведение двух простых чисел — простое число.

А



Пифагóр (VI в. до н. э.) и его ученики изучали вопрос о делимости чисел. Число, равное сумме всех его делителей (без самого числа), они называли **совершенным числом**. Например, числа 6 ($6 = 1 + 2 + 3$), 28 ($28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$) совершенные. Следующие совершенные числа — 496, 8128, 33 550 336. Пифагорейцы знали только первые три совершенных числа. Четвёртое — 8128 — стало известно в I в. н. э. Пятое — 33 550 336 было найдено в XV в. К 1983 г. было известно уже 27 совершен-

ных чисел. Но до сих пор учёные не знают, есть ли нечётные совершенные числа, есть ли самое большое совершенное число.

Интерес древних математиков к простым числам связан с тем, что любое число либо простое, либо может быть представлено в виде произведения простых чисел, т. е. простые числа — это как бы кирпичики, из которых строятся остальные натуральные числа.

Вы, наверное, обратили внимание, что простые числа в ряду натуральных чисел встречаются неравномерно — в одних частях ряда их больше, в других — меньше. Чем дальше мы продвигаемся по числовому ряду, тем реже встречаются простые числа. Возникает вопрос: существует ли последнее (самое большое) простое число? Древнегреческий математик Евклíд (III в. до н. э.) в своей книге «Начала», бывшей на протяжении двух тысяч лет основным учебником математики, доказал, что простых чисел бесконечно много, т. е. за каждым простым числом есть ещё бóльшее простое число.



Для отыскания простых чисел другой греческий математик того же времени

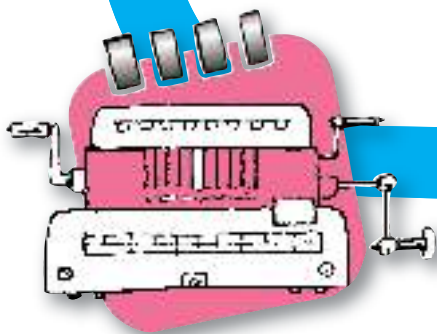
Эратосфéн придумал такой способ. Он записывал все числа от 1 до какого-то числа, а потом вычёркивал единицу, которая не является ни простым, ни составным числом, затем вычёркивал через одно все числа, идущие после 2 (числа, кратные 2, т. е. 4, 6, 8 и т. д.). Первым оставшимся числом после 2 было 3. Далее вычёркивались через два все числа, идущие после 3 (числа, кратные 3, т. е. 6, 9, 12 и т. д.). В конце концов оставались невычеркнутыми только простые числа:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Так как греки делали записи на покрытых воском табличках или на натянутом папирусе, а числа не вычёркивали, а выкалывали иглой, то таблица к концу вычислений напоминала решето. Поэтому метод Эратосфена называют **решетом Эратосфена**: в этом решете «отсеиваются» простые числа от составных. Простыми числами от 2 до 60 являются 17 чисел: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59.

Таким способом и в настоящее время составляют таблицы простых чисел, но уже с помощью вычислительных машин.

решето
Эратосфена



§ 2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

8. Основное свойство дроби

Разделим круг на 4 равные части и 3 из них закрасим, а потом каждую четверть круга разделим ещё на 5 равных частей (рис. 8). Тогда весь круг окажется разделённым на $4 \cdot 5 = 20$ частей, а в трёх закрашенных четвертях круга будет $3 \cdot 5$ таких частей. Поэтому $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$, т. е. $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$.

Это равенство можно записать и так: $\frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$.

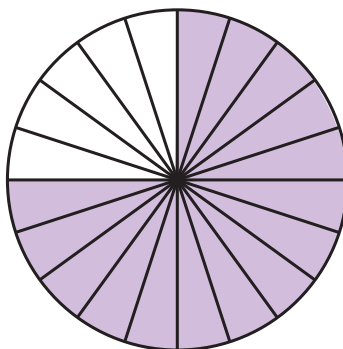


Рис. 8

основное свойство дроби

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.

Это свойство называют **основным свойством дроби**.

Например, $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$; $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$; $\frac{16}{8} = \frac{2}{1}$.

Две равные дроби являются различными записями одного и того же числа.



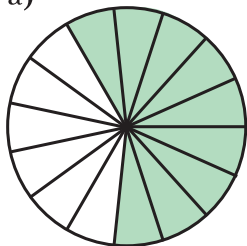
- ♦ Сформулируйте основное свойство дроби.
- ♦ Изменится ли дробь, если её числитель и знаменатель умножить на 15, а потом разделить на 3?

К

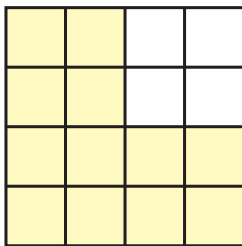
2.1 Используя рисунок 9, объясните, почему равны дроби:

а) $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$; б) $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$; в) $\frac{5}{7} = \frac{10}{14}$.

а)



б)



в)

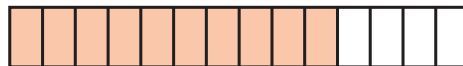


Рис. 9

Г

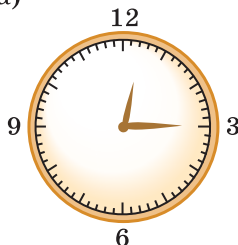
Равенство двух дробей можно читать разными способами. Например, равенство $\frac{3}{7} = \frac{9}{21}$ можно прочитать так:

- и. п. — дробь три седьмых равна д. п. дроби девять двадцать первых,
- дроби три седьмых и девять двадцать первых равны,
- и. п. — три седьмых равны д. п. девяти двадцать первым.

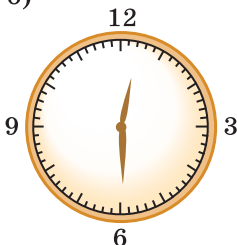
2.2 По рисунку 10 объясните, почему равны дроби:

а) $\frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{15}{60}$; б) $\frac{1}{2} = \frac{6}{12} = \frac{30}{60}$; в) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{45}{60}$; г) $\frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{20}{60}$.

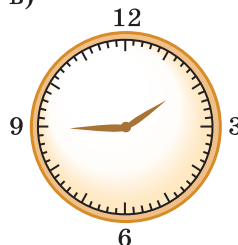
а)



б)



в)



г)



Рис. 10



2.3 Поясните с помощью часов, почему:

а) $\frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \frac{40}{60}$; б) $\frac{1}{6} = \frac{2}{12} = \frac{10}{60}$; в) $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{50}{60}$.


2.4 Начертите два отрезка AB и CD длиной по 8 см. Отметьте цветным карандашом $\frac{3}{4}$ отрезка AB и $\frac{6}{8}$ отрезка CD . Сравните с помощью циркуля цветные части отрезков AB и CD .

2.5 Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок 18 клеток тетради.

Отметьте на координатном луче точки с координатами $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$. Какие из этих чисел изображаются на координатном луче одной и той же точкой? Запишите соответствующие равенства.

2.6 Умножьте числитель и знаменатель каждой дроби $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{25}{8}$, $\frac{39}{40}$ на 5. Запишите соответствующие равенства.


2.7 Разделите числитель и знаменатель каждой дроби $\frac{6}{3}$, $\frac{9}{6}$, $\frac{15}{9}$, $\frac{21}{33}$ на 3. Запишите соответствующие равенства.

 **2.8** Сколько двенадцатых долей содержится в $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$?

2.9 Объясните, почему верно равенство:

а) $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$; б) $\frac{44}{100} = \frac{11}{25}$.

2.10 Запишите в виде обыкновенных дробей частные: $3 : 8$; $12 : 32$; $20 : 48$; $5 : 12$. Какие из полученных дробей равны?

 **2.11** Какое натуральное число надо записать вместо буквы, чтобы было верным равенство:

а) $\frac{14}{21} = \frac{x}{3}$; б) $\frac{m}{18} = \frac{5}{9}$; в) $\frac{17}{51} = \frac{1}{n}$; г) $\frac{15}{y} = \frac{5}{6}$?

2.12 Запишите по две дроби, равные данной:

а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{4}{6}$; в) $\frac{3}{5}$; г) $\frac{12}{14}$.

П

2.13 Вычислите устно:

а) $\begin{array}{r} 50 \cdot 10 \\ : 125 \\ \cdot 75 \\ - 160 \\ \hline ? \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 300 : 60 \\ \cdot 40 \\ : 50 \\ \cdot 19 \\ \hline ? \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 12 + 0,6 \\ : 3 \\ - 0,2 \\ \cdot 2,5 \\ \hline ? \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 1 - 0,4 \\ \cdot 5 \\ - 0,5 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$	д) $\begin{array}{r} 0,7 - 0,06 \\ : 8 \\ \cdot 10 \\ : 0,4 \\ \hline ? \end{array}$
---	--	---	--	--

2.14 Какое число надо умножить на 3, чтобы получить:

3,3; 33,3; 6,6; 6,66; 0,99; 0,999?


2.15 Найдите значение выражения:

а) $2^3 + 2,6$; б) $0,3^2 + 1,1$; в) $(1,6 - 0,7)^2$; г) $(0,6 \cdot 0,5 + 0,7)^3$.

2.16 На координатном луче (рис. 11) отмечены числа a и 3. Кратно ли число a трём? Отметьте на луче два общих кратных числа a и 3.



Рис. 11

 **2.17** Найдите, пользуясь рисунком 12, координаты точек A , B , C и D . Есть ли среди этих точек такие, координаты которых — общие кратные чисел m и n ?

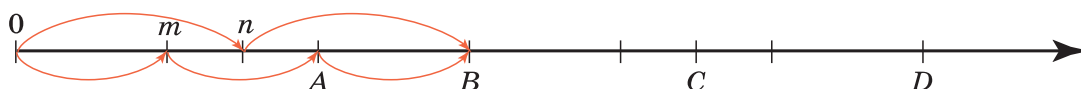


Рис. 12



2.18 На сколько процентов увеличится площадь прямоугольника, если его длину увеличить на 30 %, а ширину — на 20 %?

2.19 Составьте алгоритм вычисления на калькуляторе значения выражения:

а) $2,85 \cdot (3,27 - 1,45)$; б) $\frac{3,6}{5,41 + 6,59}$.



2.20 Используя «решето Эратосфена», найдите все простые числа до 100.

2.21 Разложите на простые множители числа:

1) 375; 8505; 41 472; 2) 425; 4225; 8775.

2.22 Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел:

1) 2450 и 3500; 2) 792 и 2178.



2.23 Из двенадцати лучших бегунов шестого класса нужно отобрать четверых для участия в эстафете. Сколькими способами можно составить такую команду? Сколькими способами четыре члена команды могут распределить между собой этапы эстафеты?

2.24 Решите задачу:

1) Школьники во время каникул совершили велосипедный поход. Весь путь составил 79,2 км. Первые 48,6 км они двигались со скоростью 12,15 км/ч и сделали привал на 2,5 ч, а потом ехали со скоростью 15,3 км/ч. Сколько времени школьники были в походе?

2) Группа поисковиков-исследователей прошла 32,4 км. Первые 4,5 ч они шли по дороге со скоростью 5,2 км/ч и сделали привал на 1,6 ч, а остальное время они шли по болотистой местности со скоростью 2,5 км/ч. Сколько времени поисковики-исследователи затратили на весь переход?

2.25 Составьте задачу по выражению: $\frac{1}{12} + \frac{5}{12}$.

2.26 Выполните действия: $8,12 \cdot 0,25 + 3,24 \cdot 0,25$.



2.27 Выполните действия с помощью калькулятора и округлите ответ до сотых:

а) $2,835 : 0,225 \cdot 4,537 - 32,929$;
б) $(4,976 + 15,2473) \cdot 2,14 - 5,0784$.

Д

2.28 Разделите числитель и знаменатель каждой из дробей $\frac{18}{27}$, $\frac{27}{36}$, $\frac{72}{63}$, $\frac{45}{72}$ на 9. Запишите соответствующие равенства.

2.29 Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок длину 12 клеток тетради. Отметьте на луче точки с координатами: $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{4}{6}$. Какие из этих чисел являются координатами одной и той же точки?

2.30 Сколько:

а) шестых долей содержится в $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$;

б) пятнадцатых долей содержится в $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$?

2.31 Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел:

а) 18 и 36; в) 378 и 441;
б) 33 и 44; г) 11 340 и 37 800.

2.32 Поезд прошёл перегон от станции отправления до первой стоянки за 3 ч 15 мин со скоростью 72,8 км/ч, а следующий перегон за 2 ч 24 мин со скоростью 68,5 км/ч. Найдите среднюю скорость поезда на всём пути, если стоянка длилась 36 мин.

2.33 Решите уравнение:

а) $2,45 \cdot (m - 8,8) = 4,41$; б) $7,54k - 3,6k = 5,91$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Основное свойство дроби

Запишите в виде дроби частное (1—2).

- 1 Семи и двадцати трёх.
- 2 Пятнадцати и двадцати пяти.
- 3 Представьте в виде неправильной дроби число две целых одна третья.
- 4 Представьте в виде смешанного числа дробь пятнадцать седьмых.

Сколько восьмых долей содержится (5—6):

- 5 В шести шестнадцатых?
- 6 В трёх четвёртых?

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7 Десять пятнадцатых равны двум третьим.
- 8 Одна четвёртая равна нулю целых двадцати пяти сотым.

9. Сокращение дробей

Если числитель и знаменатель дроби $\frac{15}{20}$ разделить на 5,

то получится равная ей дробь $\frac{3}{4}$, т. е. $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$.

сокращение дроби

Деление числителя и знаменателя на их общий делитель, отличный от единицы, называют **сокращением дроби**.

несократимая дробь

Дробь $\frac{3}{4}$ сократить нельзя, так как числа 3 и 4 взаимно простые. Такую дробь называют **несократимой**.

Наибольшее число, на которое можно сократить дробь, — это наибольший общий делитель её числителя и знаменателя.

Например, наибольшим общим делителем чисел 150 и 225 является 75. Значит, дробь $\frac{150}{225}$ можно сократить на 75,

получим $\frac{150}{225} = \frac{2}{3}$.

Тот же ответ можно получить, сокращая дробь $\frac{150}{225}$ последовательно на общие делители чисел 150 и 225, используя для их нахождения признаки делимости: $\frac{150}{225} = \frac{50}{75} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

Иногда удобно при сокращении дроби разложить числитель и знаменатель на несколько множителей, а потом уже сократить.

Например, $\frac{135}{180} = \frac{5 \cdot 27}{18 \cdot 10} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5}$. Сократим на $3 \cdot 3 \cdot 5$ и получим $\frac{135}{180} = \frac{3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$. Дробь $\frac{3}{4}$ несократимая.



- ♦ Что называют сокращением дроби?
- ♦ Какую дробь называют несократимой?

К

2.34 Назовите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби:

- а) $\frac{4}{6}$; б) $\frac{8}{12}$; в) $\frac{6}{18}$; г) $\frac{20}{50}$.



2.35 Сократите дроби:

- а) $\frac{22}{66}$, $\frac{125}{75}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{24}{360}$, $\frac{125}{1000}$, $\frac{100}{250}$, $\frac{198}{126}$,
 б) $\frac{42}{720}$, $\frac{75}{300}$, $\frac{40}{64}$, $\frac{3}{243}$, $\frac{18}{300}$, $\frac{45}{900}$, $\frac{120}{180}$.

2.36 Сократите:

- а) $\frac{2 \cdot 3}{4 \cdot 5}$, $\frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 2}$, $\frac{5 \cdot 4}{4 \cdot 9}$, $\frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 7}$; б) $\frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 6}$, $\frac{15 \cdot 3}{11 \cdot 10}$, $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7}$, $\frac{2 \cdot 3}{9 \cdot 8}$.

2.37 Сократите дробь:

- а) $\frac{14a}{21a}$; б) $\frac{10b}{25b}$; в) $\frac{ab}{4b}$; г) $\frac{6xy}{18y}$.



2.38 Представьте в виде обыкновенной несократимой дроби:

0,2; 0,8; 0,5; 0,15; 0,24; 0,35; 0,75; 0,05; 0,125; 0,025; 0,008; 0,375.

2.39 Какую часть часа составляют 45 мин, 12 мин, 15 мин, 40 мин, 35 мин?

2.40 Какую часть развёрнутого угла составляют 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 135° , 150° ?



2.41 Какую часть килограмма составляют 125 г, 250 г, 750 г?

2.42 Выполните действие и сократите результат:

- а) $\frac{4}{15} + \frac{8}{15}$; б) $\frac{13}{20} - \frac{7}{20}$; в) $\frac{7}{18} + \frac{5}{18}$; г) $\frac{19}{24} - \frac{11}{24}$.

2.43 Выполните действие и сократите результат:

- а) $4\frac{7}{8} - 3\frac{5}{8}$; б) $3\frac{4}{9} + 2\frac{2}{9}$; в) $9\frac{11}{12} - 9\frac{5}{12}$; г) $1\frac{3}{10} + 4\frac{1}{10}$.

2.44 Один станок-автомат за 12 ч изготавливает 40 высокоточных деталей, а другой за 9 ч — 30 таких же деталей. Сравните производительность обоих станков.

2.45 Из 20 м ткани сшили 8 одинаковых платьев для взрослых, а из 12 м сшили 8 детских платьев. Сколько метров ткани пошло на одно детское платье и сколько — на одно платье для взрослых?



2.46 Применив распределительный закон, представьте числитель дроби в виде произведения, а затем сократите:

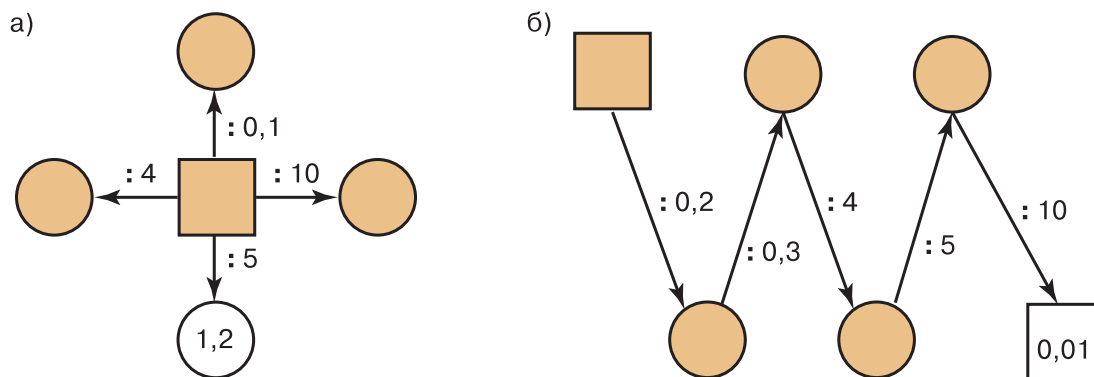
а) $\frac{12 \cdot 5 + 12 \cdot 9}{12 \cdot 21}$; в) $\frac{14 \cdot 5 - 14 \cdot 2}{28}$;
 б) $\frac{8 \cdot 8 - 8 \cdot 7}{8 \cdot 5}$; г) $\frac{19 \cdot 8 - 19 \cdot 6}{38}$.

П

2.47 Вычислите устно:

а)
$$\begin{array}{r} 450 \cdot 2 \\ - 250 \\ : 13 \\ \cdot 7 \\ \hline ? \end{array}$$
 б)
$$\begin{array}{r} 364 + 116 \\ : 6 \\ + 70 \\ \cdot 8 \\ \hline ? \end{array}$$
 в)
$$\begin{array}{r} 20 \cdot 0,5 \\ - 2,5 \\ : 1,5 \\ \cdot 0,12 \\ \hline ? \end{array}$$
 г)
$$\begin{array}{r} 4,8 : 2 \\ + 0,8 \\ : 0,4 \\ \cdot 0,2 \\ \hline ? \end{array}$$
 д)
$$\begin{array}{r} 3 - 0,4 \\ : 0,13 \\ \cdot 0,1 \\ : 0,2 \\ \hline ? \end{array}$$

2.48 Найдите пропущенные числа:



2.49 Найдите среди чисел 1, 3, 10, 12, 13, 15, 16, 39 пары взаимно простых чисел.

2.50 Найдите равные среди чисел:

$$\frac{1}{3}, \frac{3}{6}, 1, \frac{4}{12}, \frac{10}{25}, \frac{1}{2}, \frac{3}{9}, \frac{7}{7}, 0,5, \frac{11}{11}, 0,4.$$



2.51 При каких натуральных значениях букв равны дроби:

а) $\frac{5}{6}$ и $\frac{m}{18}$; б) $\frac{1}{4}$ и $\frac{5}{x}$; в) $\frac{a}{3}$ и $\frac{3}{b}$; г) $\frac{x}{2}$ и $\frac{7}{y}$?

2.52 В бригаде 5 рабочих. Зарплата первого рабочего увеличилась на 10 %, второго — на 20 %, третьего — на 30 %, а у четвёртого и пятого осталась прежней. На сколько процентов в среднем выросла зарплата рабочего этой бригады, если раньше все имели одинаковую зарплату?

2.53 Разделите числитель и знаменатель дроби:

а) $\frac{15}{10}$ на 5; б) $\frac{12}{18k}$ на 6; в) $\frac{6a}{9}$ на 3; г) $\frac{21x}{14y}$ на 7.

2.54 Умножьте числитель и знаменатель дроби:

а) $\frac{2}{7}$ на 7; б) $\frac{5}{a}$ на 4; в) $\frac{2n}{9}$ на 8; г) $\frac{3x}{5y}$ на 2.



2.55

Древнегреческих, а также древнеиндийских математиков интересовали числа, которые соответствовали количеству точек, расположенных в виде некоторой геометрической фигуры — треугольника, квадрата и др. Такие числа называли **фигурными**. Например, число 10 называли треугольным, число 16 — квадратным (рис. 13). Такое представление помогало древним учёным изучать свойства чисел. Используя рисунок 13, попробуйте найти ещё несколько треугольных и квадратных чисел. Какими свойствами обладают эти числа? Подумайте, как можно находить треугольные и квадратные числа, используя ряд натуральных чисел.

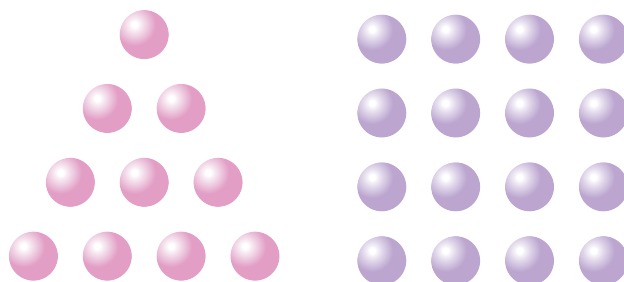


Рис. 13



2.56

Сколько пятизначных чисел можно составить из чётных цифр, если цифры в записи числа не повторяются?

2.57

Скорость теплохода по течению реки равна 28,3 км/ч, а скорость течения — 2,8 км/ч. Найдите скорость теплохода против течения реки.

2.58

Скорость моторной лодки по течению реки 18,9 км/ч, а против течения — 14,5 км/ч. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения реки.

2.59

Бригада изготовила за 3 дня 6000 деталей при плане 5100 деталей. Причём в первый день была изготовлена треть всех выпущенных деталей, а во второй день — $\frac{2}{5}$ плана. Сколько деталей изготовила бригада в третий день?



2.60

Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{4}{11} + \frac{3}{11} - \frac{5}{11}; & 3) 2\frac{2}{9} - 1\frac{1}{9} + 3\frac{5}{9}; \\ 2) \frac{8}{15} - \frac{4}{15} + \frac{1}{15}; & 4) 7\frac{2}{7} + 1\frac{3}{7} - 2\frac{1}{7}. \end{array}$$

2.61

Решите задачу:

1) От лесозаготовительного пункта до деревоперерабатывающего завода лес сначала сплавляли по реке, скорость которой 6,6 км/ч, а затем буксировали по озеру. Найдите расстояние от лесозаготовительного пункта до деревоперерабатывающего завода, если сплав по реке занял 3 ч 20 мин, а буксировка по озеру — 2,5 ч со скоростью 7,2 км/ч.

2) От пристани до острова на реке турист проплыл на плоту, затратив на весь путь 3 ч 45 мин, а обратно он вернулся на катере, который шёл 0,5 ч со скоростью 18 км/ч. Найдите собственную скорость катера.

Д

2.62

Сократите дроби:

$$\text{а) } \frac{4}{10}, \frac{8}{12}, \frac{6}{9}, \frac{9}{12}; \quad \text{б) } \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{10}{2}, \frac{6}{30}; \quad \text{в) } \frac{15}{60}, \frac{88}{33}, \frac{2}{100}, \frac{50}{100}.$$

2.63

$$\text{Сократите: а) } \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 8}; \quad \text{б) } \frac{2 \cdot 6}{6 \cdot 9}; \quad \text{в) } \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{9 \cdot 10 \cdot 16}.$$

2.64 Представьте в виде обыкновенной несократимой дроби следующие десятичные дроби: 0,875; 0,75; 0,035.

2.65 Выполните действие и сократите результат:

а) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$; б) $\frac{5}{14} + \frac{2}{14}$; в) $3\frac{7}{18} - 1\frac{1}{18}$; г) $4\frac{6}{15} + 3\frac{4}{15}$.

2.66 Юные натуралисты изучали прибрежную флору своего родного края. Они начали исследование с озера и проплыли вдоль его берега 18,6 км, затратив на этот путь 3 ч. Затем юные исследователи вошли в реку, которая вытекает из озера, и прошли по ней ещё 2,4 ч. Сколько километров ребята проплыли по реке, если скорость её течения равна 1,8 км/ч?

2.67 В четырёх больших и трёх маленьких коробках с цветными карандашами всего 132 карандаша. В двух больших и трёх маленьких таких же коробках всего 84 карандаша. Сколько карандашей в одной маленькой коробке?

2.68 Выполните действия:

а) $(867\,000 : 2125 - 396,4) \cdot 2,15$;
б) $(26,16 : 6 + 2,6 \cdot 1,4) : 0,4 - 0,4$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Сокращение дробей

Сократите дробь (1—3).

- 1 Четыре десятых.
- 2 Десять тридцать пятых.
- 3 Восемнадцать двадцать четвёртых.

Какую долю (4—6):

- 4 Одной тонны составляют два центнера?
- 5 Одного часа составляют десять минут?
- 6 Величины прямого угла составляют тридцать градусов?

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7 Ноль целых сорок пять сотых равны девяти двадцатым.
- 8 Чтобы получить дробь, равную данной, всегда можно к её числителю и знаменателю прибавить одно и то же число.

10. Приведение дробей к общему знаменателю

*приведение дроби
к новому
знаменателю*

Умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ на одно и то же число 2. Получим равную ей дробь $\frac{6}{8}$, т. е. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$. Говорят, что мы **привели дробь $\frac{3}{4}$ к новому знаменателю 8**. Дробь можно привести к любому знаменателю, кратному знаменателю данной дроби.

**дополнительный
множитель**

Число, на которое надо умножить знаменатель дроби, чтобы получить новый знаменатель, называют **дополнительным множителем**. При приведении дроби к новому знаменателю её числитель и знаменатель умножают на дополнительный множитель.

Пример 1. Приведём дробь $\frac{2}{7}$ к знаменателю 35.

Решение. Число 35 кратно 7, так как $35 : 7 = 5$. Дополнительным множителем является число 5. Умножим числитель и знаменатель данной дроби на 5, получим $\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{10}{35}$.

общий знаменатель

Любые две дроби можно привести к одному и тому же знаменателю, или, иначе, к **общему знаменателю**.

Например, $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ и $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$.

Общим знаменателем дробей может быть любое общее кратное их знаменателей (например, произведение знаменателей).

**наименьший
общий знаменатель**

Обычно дроби приводят к **наименьшему общему знаменателю**. Он равен наименьшему общему кратному знаменателей данных дробей.

Пример 2. Приведём к наименьшему общему знаменателю дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$.

Решение. Наименьшим общим кратным чисел 4 и 6 является 12.

Чтобы привести дробь $\frac{3}{4}$ к знаменателю 12, надо умножить числитель и знаменатель этой дроби на дополнительный множитель 3 ($12 : 4 = 3$). Получим $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$.

Чтобы привести дробь $\frac{5}{6}$ к знаменателю 12, надо числитель и знаменатель этой дроби умножить на дополнительный множитель 2 ($12 : 6 = 2$). Получим $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$.

Итак, $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, а $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$.

**приведение дроби
к наименьшему
общему
знаменателю**

Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:

- 1) найти наименьшее общее кратное знаменателей этих дробей, оно и будет их наименьшим общим знаменателем;
- 2) разделить наименьший общий знаменатель на знаменатели данных дробей, т. е. найти для каждой дроби дополнительный множитель;

3) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на её дополнительный множитель.

В сложных случаях наименьший общий знаменатель и дополнительные множители находят с помощью разложения на простые множители.

Пример 3. Приведём дроби $\frac{11}{60}$ и $\frac{31}{168}$ к наименьшему общему знаменателю.

Решение. Разложим знаменатели данных дробей на простые множители:

$$\begin{aligned} 60 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5; \\ 168 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7. \end{aligned}$$

Найдём наименьший общий знаменатель:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840.$$

Дополнительным множителем для дроби $\frac{11}{60}$ является произведение $2 \cdot 7$, т. е. произведение тех множителей, которые надо добавить к разложению числа 60, чтобы получить разложение общего знаменателя 840. Поэтому

$$\frac{11}{60} = \frac{11 \cdot 2 \cdot 7}{60 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{154}{840}.$$

Для дроби $\frac{31}{168}$ таким же способом находим дополнительный множитель 5. Значит,

$$\frac{31}{168} = \frac{31 \cdot 5}{168 \cdot 5} = \frac{155}{840}.$$

Итак,
$$\frac{11}{60} = \frac{154}{840}, \quad \frac{31}{168} = \frac{155}{840}.$$



- ♦ К какому новому знаменателю можно привести данные дроби?
- ♦ Можно ли привести дробь $\frac{2}{7}$ к знаменателю 35? к знаменателю 25?
- ♦ Какое число называют дополнительным множителем?
- ♦ Как найти дополнительный множитель?
- ♦ Какое число может служить общим знаменателем двух дробей?
- ♦ Как привести дроби к наименьшему общему знаменателю?

К

2.69 Приведите дробь:

- а) $\frac{7}{6}$ к знаменателю 18; в) $\frac{12}{13}$ к знаменателю 78;
 б) $\frac{4}{15}$ к знаменателю 60; г) $\frac{15}{17}$ к знаменателю 51.



2.70 Выразите в минутах, а потом в шестидесятых долях часа:

- а) $\frac{3}{4}$ ч и $\frac{7}{15}$ ч; б) $\frac{2}{3}$ ч и $\frac{11}{20}$ ч; в) $\frac{5}{12}$ ч и $\frac{3}{5}$ ч; г) $\frac{5}{6}$ ч и $\frac{7}{20}$ ч.

2.71 Сколько содержится:

- а) восьмых в $\frac{3}{4}$; в) пятнадцатых в $\frac{7}{5}$; д) двадцатых в $\frac{2}{5}$;
 б) десятых в $\frac{3}{5}$; г) сотых в $\frac{1}{4}$; е) сотых в $\frac{2}{25}$?



2.72 Сократите дроби $\frac{5}{15}$, $\frac{13}{26}$, $\frac{15}{40}$, $\frac{24}{32}$, а потом приведите их к знаменателю 24.

2.73 Можно ли привести к знаменателю 36 дроби:

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{15}{45}?$$



2.74 Можно ли представить в виде десятичной дроби:

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{25}, \frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{12}{15}, \frac{9}{18}?$$

В каком случае обыкновенную дробь можно представить в виде десятичной?

2.75 Запишите в виде десятичной дроби, приведя:

а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{4}{5}$ к знаменателю 10;

б) $\frac{1}{4}$, $\frac{11}{25}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{39}{50}$ к знаменателю 100;

в) $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{125}$, $\frac{111}{125}$, $\frac{137}{500}$ к знаменателю 1000.



2.76 Запишите в виде десятичной дроби:

а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{2}{25}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $\frac{5}{8}$; д) $\frac{13}{125}$; е) $\frac{7}{200}$.

2.77 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{3}$; б) $\frac{4}{5}$ и $\frac{3}{7}$; в) $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{9}$; г) $\frac{5}{8}$ и $\frac{4}{9}$.

2.78 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{12}$; б) $\frac{8}{15}$ и $\frac{3}{5}$; в) $\frac{7}{16}$ и $\frac{3}{8}$; г) $\frac{7}{10}$ и $\frac{21}{40}$.



2.79 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{8}$; г) $\frac{8}{15}$ и $\frac{11}{12}$; ж) $\frac{11}{30}$ и $\frac{8}{45}$; к) $\frac{9}{98}$ и $\frac{5}{56}$;
 б) $\frac{4}{9}$ и $\frac{7}{15}$; д) $\frac{9}{10}$ и $\frac{5}{12}$; з) $\frac{11}{20}$ и $\frac{9}{16}$; л) $\frac{13}{750}$ и $\frac{7}{450}$;
 в) $\frac{5}{12}$ и $\frac{1}{8}$; е) $\frac{13}{12}$ и $\frac{13}{18}$; и) $\frac{8}{33}$ и $\frac{9}{77}$; м) $\frac{10}{297}$ и $\frac{14}{363}$.

2.80 Выполните задание согласно алгоритму:

1) Приведите дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{12}$ к наименьшему общему знаменателю.

2) Сравните полученные дроби.

3) Выполняя действия по командам 1 и 2, сравните дроби $\frac{11}{15}$ и $\frac{7}{10}$.

2.81 Выполните действия по алгоритму:

1) Приведите дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{8}$ к наименьшему общему знаменателю.

2) Сложите полученные дроби с одинаковыми знаменателями.

3) Выделите целую часть дроби.

2.82 Выполните действия по алгоритму:

1) Приведите смешанные дроби $3\frac{1}{2}$ и $1\frac{1}{18}$ к наименьшему общему знаменателю.

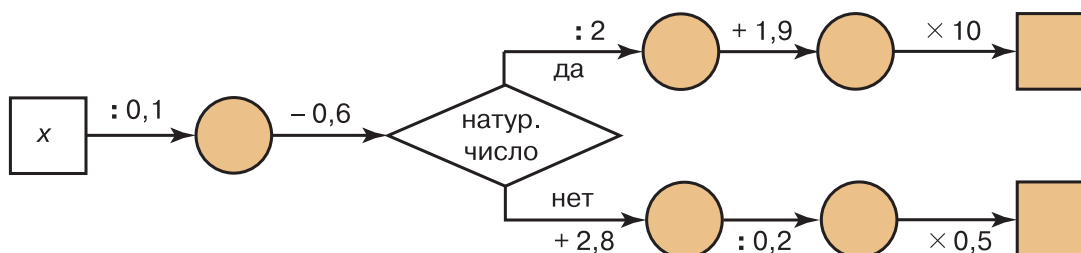
2) Выполните вычитание полученных чисел.

3) Сократите дробную часть полученного результата.

П

2.83 Вычислите устно:

а) $16 \cdot 4$ + 11 : 15 · 17 + 18 ?	б) $95 : 5$ + 56 : 25 · 27 + 29 ?	в) $38 \cdot 0,01$: 1,9 · 50 · 0,3 - 0,2 ?	г) $0,6 : 3$ · 1,5 + 2,9 : 0,8 - 1,3 ?	д) $2 - 1,2$ · 0,5 : 0,1 + 0,9 : 0,7 ?
--	--	--	---	---

2.84 Найдите пропущенные числа, если $x = 0,8; 0,16; 0,06; 1$.

2.85 На какое число надо умножить 24; 8; 16; 6; 12, чтобы получить 48?

2.86 С помощью транспортира разделите одну окружность на 6, а другую — на 3 равные дуги. Постройте многоугольники, изображённые на рисунке 14. У каждого из этих многоугольников равны стороны и равны углы. Такие многоугольники называют **правильными**. Подумайте, является ли правильным многоугольником прямоугольник; квадрат.

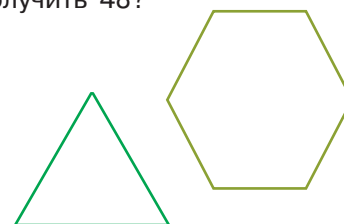


Рис. 14

2.87 Сократите: $\frac{75}{90}, \frac{150}{120}, \frac{140}{210}, \frac{330}{495}$.

2.88 Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя и сократите дробь:

а) $\frac{168}{160}$; б) $\frac{880}{1008}$; в) $\frac{3240}{972}$; г) $\frac{2835}{7425}$.

2.89 При каком значении x верно равенство:

а) $\frac{15}{35} = \frac{x}{7}$; б) $\frac{x}{6} = \frac{40}{48}$; в) $\frac{26}{65} = \frac{2}{x}$; г) $\frac{6}{x} = \frac{30}{35}$?

2.90 Плот оторвался от берега, и его унесло за 12 мин на 600 м. В этот момент вслед за ним отправилась моторная лодка. На каком расстоянии от места стоянки лодка догонит плот, если её собственная скорость равна 200 м/мин?

2.91 Космический корабль «Вега-1» двигался к комете Галлея со скоростью 34 км/с, а сама комета двигалась ему навстречу со скоростью 46 км/с. Какое расстояние было между ними за 15 мин до встречи?

2.92 Сколько чётных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 3, 5, 6, 8? Есть ли среди них числа, кратные трём? кратные девяти?

2.93 Сократите: 1) $\frac{15 \cdot 17 - 15 \cdot 6}{15 \cdot 17 + 15 \cdot 6}$; 2) $\frac{81 \cdot 17 - 15 \cdot 81}{81 \cdot 17 + 81 \cdot 4}$.

2.94 Найдите значение выражения:

1) $4\frac{4}{33} + 3\frac{7}{33}$; 2) $5\frac{13}{18} - 2\frac{7}{18}$; 3) $\frac{23}{48} - \frac{13}{48} + \frac{5}{48}$; 4) $\frac{7}{45} + \frac{14}{45} - \frac{1}{45}$.

2.95 Выполните действия и проверьте ваши вычисления с помощью калькулятора:

- 1) $111 - ((0,9744 : 0,24 + 1,02) \cdot 2,5 - 2,75)$;
 2) $200 - ((9,08 - 2,6828 : 0,38) \cdot 8,5 + 0,84)$.

Д

2.96 Приведите дробь:

- а) $\frac{5}{6}$ к знаменателю 24; в) $\frac{11}{19}$ к знаменателю 57;
 б) $\frac{12}{13}$ к знаменателю 65; г) $\frac{12}{13}$ к знаменателю 78.

2.97 Представьте в виде десятичной дроби:

$$\frac{4}{5}, \frac{8}{25}, \frac{1}{4}, \frac{3}{50}, \frac{17}{20}.$$

2.98 Сократите дроби $\frac{15}{36}$, $\frac{42}{45}$, $\frac{25}{100}$, $\frac{9}{30}$, а потом приведите их к знаменателю 60.

2.99 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

- а) $\frac{5}{7}$ и $\frac{1}{2}$; в) $\frac{3}{26}$ и $\frac{5}{39}$; д) $\frac{7}{13}$ и $\frac{2}{11}$;
 б) $\frac{7}{20}$ и $\frac{1}{15}$; г) $\frac{8}{11}$ и $\frac{35}{44}$; е) $\frac{17}{24}$ и $\frac{5}{8}$.

2.100 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

- а) $\frac{7}{60}$, $\frac{13}{540}$ и $\frac{9}{20}$; в) $\frac{11}{15}$, $\frac{7}{12}$ и $\frac{37}{60}$;
 б) $\frac{52}{105}$, $\frac{7}{95}$ и $\frac{61}{63}$; г) $\frac{71}{108}$, $\frac{23}{72}$ и $\frac{47}{90}$.

2.101 Жук ползёт вверх по стволу дерева (рис. 15) со скоростью 6 см/с. По тому же дереву ползёт вниз гусеница. Сейчас она находится на 60 см ниже жука. С какой скоростью ползёт гусеница, если через 5 с расстояние между ней и жуком будет 100 см?

2.102 Решите задачу:

- 1) Моторная лодка против течения реки шла 48 мин со скоростью 220 м/мин, а на обратный путь она затратила 33 мин. Найдите собственную скорость моторной лодки.
 2) Речной трамвай от одной пристани до другой идёт по течению реки 36 мин со скоростью 420 м/мин, а на обратный путь он затрачивает 45 мин. Найдите скорость течения реки.

2.103 Выполните действия:

- а) $62,3 + (50,1 - 3,3 \cdot (96,96 : 9,6)) \cdot 1,8$;
 б) $51,6 + (70,2 - 4,4 \cdot (73,73 : 7,3)) \cdot 1,6$.



Рис. 15

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ**Проверочная работа № 1****Приведение дробей к общему знаменателю**

Приведите дробь (1—3).

- 1 Одна седьмая к знаменателю сорок два.
- 2 Три четвёртых к знаменателю тридцать шесть.
- 3 Восемь шестидесятых к знаменателю тридцать.

Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби (4—6).

- 4 Одна третья и одна пятая.
- 5 Одна шестая и одна девятая.
- 6 Одна седьмая и пять четырнадцатых.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7 Двадцать секунд равны одной пятой минуты.
- 8 Дробь несократима, если её числитель и знаменатель — взаимно простые числа.

Проверочная работа № 2**Приведение дробей к общему знаменателю**

Представьте в виде десятичной дроби (1—3).

- 1 Одиннадцать двадцать пятых.
- 2 Одна целая две пятых.
- 3 Тридцать одна пятисотая.
- 4 С помощью сокращения приведите дроби шесть восемнадцатых и десять двенадцатых к общему знаменателю.
- 5 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби три четвёртых и девять десятых.
- 6 Двадцать четыре — знаменатель дроби, равной пяти восьмым. Чему равен её числитель?

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7 Если знаменатель одной из двух дробей кратен знаменателю второй, то он и является наименьшим общим знаменателем этих дробей.
- 8 Существуют дроби, равные своему числителю. (Если да, приведите пример.)

11. Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

*сравнение, сложение,
вычитание дробей
с разными
знаменателями*

Мы умеем сравнивать, складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями.

Чтобы сравнить (сложить, вычесть) дроби с разными знаменателями, надо:

- 1) привести данные дроби к наименьшему общему знаменателю;
- 2) сравнить (сложить, вычесть) полученные дроби.

Пример 1. Сравним дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{5}$.

Решение. Приведём дроби к общему знаменателю 15.

$$\text{Получим } \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}, \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}.$$

Так как $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$, то $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$.

Пример 2. Найдём значение суммы $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$.

$$\text{Решение. } \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{19}{15} = 1\frac{4}{15}.$$

Пример 3. Найдём значение разности $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$.

$$\text{Решение. } \frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15}.$$

Для сложения и вычитания дробей верны изученные ранее свойства этих действий. Они иногда помогают упрощать вычисления.

Пример 4. Найдём значение выражения: $\frac{10}{51} + \frac{5}{9} + \frac{1}{9} + \frac{7}{51}$.

Решение. Сгруппируем дроби, имеющие одинаковые знаменатели:

$$\frac{10}{51} + \frac{5}{9} + \frac{1}{9} + \frac{7}{51} = \left(\frac{10}{51} + \frac{7}{51}\right) + \left(\frac{5}{9} + \frac{1}{9}\right) = \frac{17}{51} + \frac{6}{9} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1.$$

Пример 5. Найдём значение выражения: $\frac{31}{35} - \left(\frac{17}{35} + \frac{1}{5}\right)$.

Решение. Используя свойство вычитания суммы из числа, получим:

$$\frac{31}{35} - \left(\frac{17}{35} + \frac{1}{5}\right) = \frac{31}{35} - \frac{17}{35} - \frac{1}{5} = \frac{14}{35} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}.$$



- ♦ Как сравнить две дроби с разными знаменателями?
- ♦ Расскажите, как сложить дроби с разными знаменателями.
- ♦ Расскажите, как выполнить вычитание дробей с разными знаменателями.

К

2.104 Сравните дроби:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{8}{21}$; б) $\frac{4}{15}$ и $\frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{30}$ и $\frac{3}{10}$; г) $\frac{19}{60}$ и $\frac{4}{15}$.

Г

При сравнении дробей первую из них можно прочитать в именительном падеже, а вторую — в родительном либо добавить слово *дробь* и не изменять названия дробей.

Например, запись $\frac{4}{90} < \frac{6}{45}$ читают:

— ^{и. п.} **четыре девяностых** меньше ^{р. п.} **шести сорок пятых**,

— дробь ^{и. п.} **четыре девяностых** меньше ^{в. п.} дроби **шесть сорок пятых**.

2.105 Что меньше: а) $\frac{4}{15}$ или $\frac{1}{30}$; б) $\frac{9}{14}$ или $\frac{14}{21}$?

2.106 Что больше: а) $\frac{7}{12}$ или $\frac{29}{48}$; б) $\frac{13}{18}$ или $\frac{11}{15}$?

2.107 Сравните дроби:

а) $\frac{11}{15}$ и $\frac{7}{12}$; б) $\frac{4}{9}$ и $\frac{5}{11}$; в) $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{3}$; г) $\frac{13}{24}$ и $\frac{19}{36}$.

2.108 Расположите в порядке возрастания дроби:

а) $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{11}{30}$; б) $\frac{11}{12}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$.

2.109 Докажите неравенство:

а) $\frac{123}{800} > \frac{1}{8}$; б) $\frac{361}{6000} < \frac{1}{15}$; в) $\frac{43}{1575} > \frac{17}{630}$.



2.110 Объясните, не приводя дроби к общему знаменателю, почему $\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$, $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$, $\frac{4}{5} > \frac{4}{7}$. Сформулируйте правило сравнения двух дробей с одинаковыми числителями и разными знаменателями. Используя это правило, сравните:

а) $\frac{5}{9}$ и $\frac{5}{11}$; б) $\frac{7}{13}$ и $\frac{7}{8}$; в) $\frac{14}{27}$ и $\frac{14}{25}$.

2.111 Запишите все дроби с числителем 2, большие, чем $\frac{2}{9}$.



2.112 Сравните промежутки времени двумя способами:

1) выразив их в минутах;

2) приведя дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{4}{15}$ ч и $\frac{3}{10}$ ч; б) $\frac{7}{20}$ ч и $\frac{11}{30}$ ч; в) $\frac{3}{5}$ ч и $\frac{2}{3}$ ч; г) $\frac{5}{12}$ ч и $\frac{8}{15}$ ч.

2.113 Запишите все дроби со знаменателем 5, большие, чем $\frac{1}{5}$, и меньшие, чем $\frac{6}{5}$. Отметьте эти дроби на координатном луче.

2.114 В лесопитомнике $\frac{11}{20}$ всех деревьев занимают саженцы ели, а $\frac{8}{15}$ — саженцы сосны. Каких саженцев в лесопитомнике больше: ели или сосны?

2.115 20 шагов папы составляют 16 м, а 10 шагов сына — 7 м. Чей шаг короче?



2.116 Через узкую трубу бассейн наполняется за 10 ч, а через широкую — за 4 ч. Какая труба даёт меньше воды: широкая за 3 ч или узкая за 7 ч?

2.117 Трёхметровое бревно распилили на 7 равных частей, а четырёхметровое — на 10. Части какого бревна длиннее?

2.118 Три брата Андрей, Матвей и Тимофей вскапывали грядки одинаковой длины. За одно и то же время один вскопал $\frac{2}{3}$ грядки, другой — $\frac{5}{9}$ грядки, а третий — $\frac{3}{5}$ грядки. Какую часть грядки осталось вскопать каждому, если известно, что Андрей вскопал больше Тимофея, а Матвей — больше Андрея?



2.119 Начертите координатный луч, приняв отрезок длиной в 18 клеток тетради за единичный. Отметьте на этом луче точку $A\left(\frac{1}{3}\right)$. Отложите вправо от точки A отрезок AC , равный $\frac{5}{18}$ единичного отрезка. Найдите координату точки C . Отложите от точки C влево отрезок CD , равный $\frac{7}{18}$ единичного отрезка. Найдите координату точки D . Как можно найти координаты точек C и D , не выполняя построений?

Г

Суммы и разности дробей можно читать разными способами. Например:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$$

— сумма **двух третьих** и **трёх пятых**,

— к **двум третьим** прибавить **три пятых**,

— сумма дробей **две третьих** и **три пятых**.

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$$

— из **двух третьих** вычесть **три пятых**,

— разность дробей **две третьих** и **три пятых**.

2.120 Выполните действие:

а) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{2} + \frac{7}{9}$; ж) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; к) $\frac{8}{9} - 0$;

б) $\frac{1}{3} + \frac{1}{7}$; д) $\frac{5}{7} + 0$; з) $\frac{3}{5} - \frac{4}{7}$; л) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$;

в) $\frac{3}{5} + \frac{3}{4}$; е) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5}$; и) $\frac{5}{7} - \frac{1}{6}$; м) $\frac{3}{4} + \frac{2}{9}$.



2.121 На координатном луче отмечены точки $A\left(\frac{1}{n}\right)$ и $B\left(\frac{1}{m}\right)$ (рис. 16). Отметьте на луче точку с координатами: а) $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$; б) $\frac{1}{n} - \frac{1}{m}$.

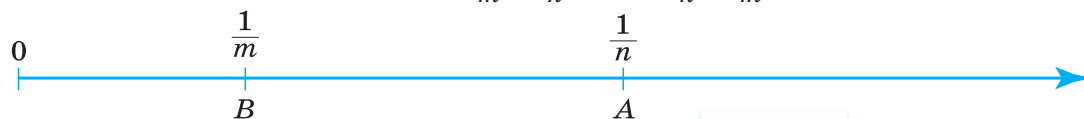


Рис. 16

2.122 Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$; в) $\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$; д) $\frac{11}{18} + \frac{1}{6}$; ж) $\frac{4}{5} - \frac{7}{15}$;
 б) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$; г) $\frac{5}{7} - \frac{3}{14}$; е) $\frac{5}{12} + \frac{3}{4}$; з) $\frac{11}{21} + \frac{3}{7}$.

2.123 Найдите значение выражения:

а) $\frac{5}{9} - \frac{5}{12}$; в) $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$; д) $\frac{21}{22} - \frac{3}{55}$; ж) $\frac{11}{21} - \frac{2}{35}$;
 б) $\frac{7}{12} - \frac{7}{20}$; г) $\frac{19}{21} - \frac{11}{15}$; е) $\frac{5}{42} + \frac{10}{63}$; з) $\frac{5}{24} + \frac{7}{60}$.

2.124 Замените десятичную дробь обыкновенной дробью и выполните действие:

а) $0,5 + \frac{1}{3}$; б) $\frac{5}{6} + 0,75$; в) $\frac{11}{15} - 0,4$; г) $0,95 - \frac{5}{12}$.



2.125 Замените обыкновенную дробь десятичной и выполните действие:

а) $2,15 + \frac{7}{20}$; б) $\frac{3}{4} - 0,35$; в) $4,3 + \frac{3}{8}$; г) $1,2 - \frac{24}{25}$.

2.126 Выполните действия $\frac{1}{4} + \frac{3}{50}$, $\frac{7}{25} + \frac{8}{20}$, $\frac{4}{5} - \frac{1}{2}$, $\frac{17}{40} - \frac{11}{200}$ сначала в обыкновенных дробях, а потом в десятичных.

2.127 Выполните действия:

а) $\frac{19}{20} - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right)$; б) $\frac{1}{30} + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right)$; в) $\frac{11}{15} - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right)$; г) $\frac{5}{18} + \left(\frac{2}{9} + \frac{1}{2}\right)$.



2.128 Выполните действие:

а) $\frac{7}{20} + \frac{11}{30}$; б) $\frac{19}{60} - \frac{8}{45}$; в) $\frac{5}{48} + \frac{17}{36}$; г) $\frac{11}{30} - \frac{16}{45}$.

2.129 Найдите значение выражения:

а) $\frac{5}{8} + \frac{1}{4} + \frac{7}{12}$; в) $\frac{3}{7} + \frac{11}{14} - \frac{2}{21}$; д) $\frac{13}{18} - \frac{1}{24} - \left(\frac{29}{72} + \frac{6}{36}\right)$;
 б) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} + \frac{1}{12}$; г) $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9}$; е) $\left(\frac{7}{8} - \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}$.



2.130 Решите уравнение:

а) $x + \frac{4}{15} = \frac{2}{3} + \frac{2}{5}$; в) $y - \frac{5}{20} = \frac{5}{8} - \frac{3}{10}$;
 б) $\left(\frac{4}{5} - x\right) + \frac{13}{20} = \frac{25}{30}$; г) $\frac{2}{3} - \left(\frac{7}{9} - a\right) = \frac{1}{3}$.

2.131 Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{4} + 0,7 - \frac{1}{5}$; б) $0,8 - 0,3 - \frac{2}{5}$; в) $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} + 0,6$; г) $\frac{7}{9} + 0,4 - 0,6$.

2.132 Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{3}{8} + \frac{5}{12}$; б) $\frac{5}{11} + \frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{6}{11}$.

2.133 Используя свойство вычитания числа из суммы, найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{7}{12} + \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{12}$; б) $\left(\frac{1}{6} + \frac{7}{15}\right) - \frac{2}{15}$.



2.134 Используя свойство вычитания суммы из числа, найдите значение выражения:

а) $\frac{5}{16} - \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{3}\right)$; б) $\frac{17}{24} - \left(\frac{1}{5} + \frac{5}{24}\right)$.

2.135 Найдите значение выражения $\frac{a}{10} + \frac{a}{15}$, если $a = 1; 2; 5; 7$.

2.136 Найдите значение выражения $\frac{x}{12} - \frac{1}{x}$, если $x = 4; 5; 6$.

2.137 На уроке физкультуры мальчики играли в футбол, а девочки в волейбол. Игра в футбол длилась $\frac{7}{10}$ урока, а в волейбол — $\frac{11}{15}$ урока. Какая игра длилась дольше и на сколько?

2.138 Велосипедист в первый час проехал $\frac{1}{3}$ пути, во второй час — $\frac{3}{10}$ пути, а в третий час — $\frac{4}{15}$ пути. Какую часть пути велосипедисту осталось проехать?

2.139 Одна сторона прямоугольника равна $\frac{9}{20}$ м, а другая на $\frac{1}{5}$ м меньше. Найдите периметр прямоугольника.

2.140 Периметр треугольника ABC равен $\frac{17}{20}$ м. Сторона AB равна $\frac{17}{50}$ м, сторона BC на $\frac{9}{50}$ м короче AB . Найдите длину стороны AC .

2.141 Пасечник привёз на медовую ярмарку $\frac{12}{25}$ ц цветочного мёда и $\frac{9}{20}$ ц липового мёда. К концу работы ярмарки у него осталось $\frac{3}{50}$ ц мёда. Сколько мёда продал на ярмарке пасечник?

2.142 В первый день было отремонтировано $\frac{4}{15}$ всей дороги, во второй день — на $\frac{3}{20}$ больше, чем в первый, а в третий день — на $\frac{7}{10}$ меньше, чем за два предыдущих дня вместе. Какую часть дороги отремонтировали за три дня?

2.143 Бассейн наполнен водой на $\frac{3}{5}$ объёма. Какую часть бассейна осталось бы наполнить водой, если бы в него добавили ещё $\frac{3}{20}$ объёма?

2.144 Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода, и за час они сблизилась на $\frac{8}{15}$ пути. При этом один из них прошёл $\frac{1}{3}$ этого расстояния. Какую часть пути прошёл другой пешеход?

2.145 Велосипедист увидел впереди себя пешехода, идущего в том же направлении со скоростью $\frac{2}{25}$ км/мин. С какой скоростью двигался велосипедист, если каждую минуту он приближался к пешеходу на $\frac{3}{20}$ км?

2.146 Один рабочий может выполнить всю работу за 6 дней, а другой — за 8 дней. Какую часть работы выполняют оба рабочих за 1 день, работая вместе?

2.147 Один трактор может вспахать поле за 12 ч, а другой — за 15 ч. Какую часть поля вспашут оба трактора, если первый будет работать 5 ч, а второй — 8 ч?

П

2.148 Вычислите устно:

а) $12 \cdot 8$
 $+ 14$
 $: 11$
 $\cdot 15$
 $: 25$
 $?$

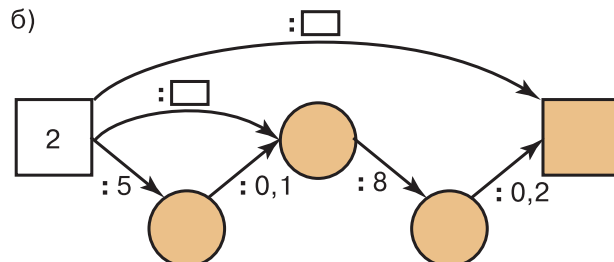
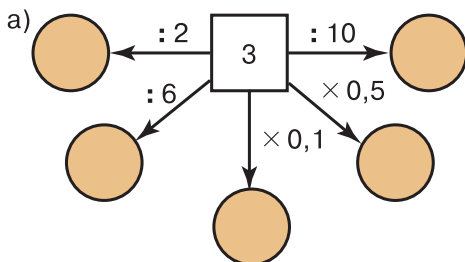
б) $16 \cdot 3$
 $: 12$
 $\cdot 13$
 $+ 38$
 $: 18$
 $?$

в) $1 : 2$
 $\cdot 0,6$
 $+ 6$
 $: 0,7$
 $- 3,4$
 $?$

г) $3,2 - 2$
 $\cdot 5$
 $: 0,1$
 $: 1,5$
 $\cdot 0,01$
 $?$

д) $3,5 + 2,5$
 $: 20$
 $\cdot 12$
 $- 3$
 $\cdot 0,5$
 $?$

2.149 Найдите пропущенные числа:



2.150 Найдите значение выражения:

а) $0,7^2 - 0,6^2$; б) $3^3 - 17,5$; в) $0,5^2 \cdot 8$; г) $2,6 : 0,1^3$.

2.151 Значение какого выражения будет вычислено на калькуляторе по алгоритму:

а) $0,82 \div 0,4 \square 2,9 \square 0,2 \square$;
 б) $0,25 \square 0,16 \square 1,36 \square 3,5 \square$?

2.152 Древнегреческими учёными — последователями Пифагора открыты **дружественные** числа. Так они называли два числа, каждое из которых равно сумме делителей другого числа (не считая самого числа). Пифагорейцы знали только одну пару дружественных чисел — 220 и 284. Проверьте, что эти числа действительно дружественные.

2.153 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{5}{8}$ и $\frac{9}{16}$; б) $\frac{5}{12}$ и $\frac{11}{18}$.

2.154 Сократите, а затем приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{75}{90}, \frac{44}{99}, \frac{33}{44}$; б) $\frac{40}{64}, \frac{42}{144}, \frac{100}{180}$.

2.155 Запишите числа:

а) $3\frac{5}{3}, 17\frac{18}{5}, 9\frac{17}{4}$ так, чтобы их дробная часть была правильной дробью;

б) $3\frac{5}{5}, 6\frac{18}{3}, 11\frac{33}{11}$ в виде натуральных чисел.

2.156 Запишите в виде неправильной дроби дробную часть чисел $3\frac{3}{4}, 5\frac{1}{8}, 2\frac{7}{17}$, уменьшив целую часть на 1.

2.157 В среду в шестом классе пять уроков по разным предметам: русскому языку, истории, математике, географии и физкультуре. Сколько вариантов расписания на среду можно составить для этого класса?

2.158 Решите задачу:

1) Из аэропорта вылетел самолёт со скоростью 600 км/ч. Через 0,5 ч вслед за ним вылетел другой самолёт со скоростью 750 км/ч. Через сколько часов после своего вылета второй самолёт будет впереди на 225 км?

2) С автовокзала вышел автобус со скоростью 60 км/ч. Через 0,5 ч вслед за ним вышла легковая автомашина со скоростью 75 км/ч. Через сколько часов после своего выезда легковая автомашина будет впереди автобуса на 45 км?



2.159 Решите задачу:

1) Пёс бросился догонять своего хозяина, когда тот отошёл на 0,9 км, и догнал его через 3 мин. С какой скоростью шёл хозяин, если пёс бежал со скоростью 0,4 км/мин?

2) Служебная собака бросилась догонять нарушителя границы, когда между ними было 1,8 км. С какой скоростью бежал нарушитель, если скорость собаки 19 км/ч и она догнала нарушителя через 0,2 ч?

2.160 Выполните действия и проверьте ваши вычисления с помощью калькулятора:

1) $(28,376 + 35,99 : 5,9 - 3,45 \cdot 2,8) : 3,52$;

2) $(6,4 \cdot 8,25 - 32,396 + 35,51 : 5,3) : 4,48$.

Д

2.161 Сравните дроби:

а) $\frac{1}{7}$ и $\frac{4}{21}$; в) $\frac{3}{5}$ и $\frac{11}{20}$; д) $\frac{4}{9}$ и $\frac{8}{15}$; ж) $\frac{37}{115}$ и $\frac{38}{175}$;

б) $\frac{3}{5}$ и $\frac{8}{15}$; г) $\frac{4}{7}$ и $\frac{16}{28}$; е) $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{18}$; з) $\frac{9}{65}$ и $\frac{16}{117}$.

2.162 Выполните действие:

а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; г) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$; ж) $\frac{1}{8} + \frac{1}{4}$; к) $\frac{5}{12} - \frac{2}{9}$; н) $\frac{5}{9} + \frac{3}{4}$;

б) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$; д) $\frac{5}{7} - \frac{1}{6}$; з) $\frac{2}{3} - \frac{5}{9}$; л) $\frac{1}{8} + \frac{7}{12}$; о) $\frac{23}{40} - \frac{3}{8}$;

в) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$; е) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$; и) $\frac{1}{2} - \frac{5}{12}$; м) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$; п) $\frac{9}{35} - \frac{3}{28}$.

2.163 Слесарь может выполнить задание за 6 ч, а его ученик это же задание — за 8 ч. Какую часть задания они могут выполнить вместе за 1 ч?

2.164 Один генератор израсходует бак бензина за 18 ч непрерывной работы, а другой — за 15 ч. Какой генератор израсходует меньше бензина: первый за 5 ч или второй за 4 ч?

2.165 Одна труба может наполнить бассейн за 9 ч, а другая — за 12 ч. Какая часть бассейна будет заполнена после того, как первая труба отработает 4 ч, а вторая — 5 ч?

2.166 Из пунктов *A* и *B* одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Один из них за 1 ч проходит $\frac{1}{6}$ расстояния *AB*, а другой — $\frac{1}{5}$ расстояния *AB*. На какую часть расстояния *AB* они сближаются каждый час?

2.167 Из металлического уголка требуется изготовить каркас аквариума, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда. Длина параллелепипеда равна $\frac{3}{4}$ м,

высота на $\frac{7}{20}$ м меньше длины, а ширина на $\frac{1}{5}$ м меньше высоты. Сколько метров металлического уголка потребуется для изготовления аквариума?

2.168 В книге три рассказа. Наташа прочла первый рассказ за $\frac{1}{3}$ ч, на чтение второго рассказа она потратила на $\frac{1}{6}$ ч больше, а чтение третьего рассказа заняло на $\frac{7}{12}$ ч меньше, чем чтение первого и второго рассказов вместе. Сколько времени ушло у Наташи на чтение всей книги?

2.169 На решение задачи и уравнения Митя затратил $\frac{4}{5}$ ч. Сколько времени выполняла эту работу Оля, если на решение задачи она затратила на $\frac{5}{12}$ ч меньше, а на решение уравнения — на $\frac{1}{3}$ ч больше, чем Митя?

2.170 Выполните действия:

а) $\left(\frac{5}{8} - \frac{2}{5}\right) + \frac{3}{20}$; в) $\frac{5}{6} - \left(\frac{3}{10} + \frac{2}{5}\right)$;

б) $\frac{1}{8} + \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{4}\right)$; г) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) - \frac{5}{8}$.

2.171 Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{25} + 0,34 - \frac{4}{25}$; б) $\frac{7}{9} - 0,4 - \frac{4}{15}$.

2.172 Из двух сельских поселений, расстояние между которыми 10 км, одновременно в одном направлении вышли два автомобиля. Скорость впереди идущего автомобиля равна 1,2 км/мин, а следующего за ним — 1,7 км/мин. Через сколько минут второй автомобиль догонит первый?

Р2.173 Теплоход «Ракета» идёт по реке со скоростью 55 км/ч. Впереди теплохода идёт баржа со скоростью 25 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч, если сейчас баржа впереди теплохода на 50 км?

2.174 С железнодорожной станции в 12 ч вышел скорый поезд со скоростью 70 км/ч. На 3 ч раньше с этой же станции был отправлен в том же направлении товарный поезд. В 16 ч скорый поезд догнал товарный. Найдите скорость товарного поезда.

2.175 Найдите значение выражения:

а) $18,305 : 0,7 - 0,0368 : 0,4 + 0,492 : 1,2$;
 б) $(0,0288 : 1,8 + 0,7 \cdot 0,12) \cdot 35,24$;
 в) $(15,964 : 5,2 - 1,2) \cdot 0,1$;
 г) $(21,62 \cdot 3,5 - 52,08 : 8,4) \cdot 0,5$.

2.176 Запишите числа:

а) $7\frac{12}{6}$, $8\frac{37}{37}$ в виде натурального числа;

б) $4\frac{8}{3}$, $15\frac{12}{7}$, $8\frac{25}{4}$ так, чтобы их дробная часть была правильной дробью.

2.177 Запишите дробную часть чисел $2\frac{5}{9}$, $7\frac{13}{15}$, $1\frac{8}{9}$ в виде неправильной дроби, уменьшив целую часть чисел на 1.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ**Проверочная работа № 1****Сравнение дробей с разными знаменателями**

- 1 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби две пятых и три четвёртых.
Какая дробь меньше (2—5)?
- 2 Пять восьмых или восемь седьмых.
- 3 Одна третья или одна четвёртая.
- 4 Три десятых или семь двадцатых.
- 5 Две пятых или одна третья.
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 6 На координатном луче точка, координата которой равна пяти восьмым, лежит правее точки с координатой три четвёртых.
- 7 Две третьих меньше шестидесяти процентов.
- 8 Не существует дробей с числителем восемь, больших, чем восемь девятых.

Проверочная работа № 2**Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями**

Для числового выражения $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$ ответьте на вопросы (1—4).

- 1 Чему равен наименьший общий знаменатель дробей?
- 2 Чему равен дополнительный множитель для первой дроби?
- 3 Чему равен дополнительный множитель для второй дроби?
- 4 Чему равно значение суммы?

Для числового выражения $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ ответьте на вопросы (5—8).

- 5 Чему равен наименьший общий знаменатель дробей?
- 6 Чему равен дополнительный множитель для первой дроби?
- 7 Чему равен дополнительный множитель для второй дроби?
- 8 Чему равно значение разности?

Проверочная работа № 3**Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями**

- 1 Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби две девятых и семь восемнадцатых.
Найдите сумму (2—3).
- 2 Трёх десятых и семи двадцатых.
- 3 Одной второй и одной третьей.
Найдите разность (4—5).
- 4 Четырёх седьмых и трёх четырнадцатых.
- 5 Одной третьей и одной четвёртой.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 6 Сумма одной второй и одной четвёртой меньше единицы.
- 7 Разность одной второй и одной четвёртой больше двадцати процентов.
- 8 Дробь семнадцать восемнадцатых имеет простой знаменатель и чётный числитель.

Проверочная работа № 4

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Найдите сумму (1—2).

- 1 Одной второй и одной четвёртой.
- 2 Четырёх пятых и одной третьей.

Найдите разность (3—4).

- 3 Одной третьей и одной шестой.
- 4 Единицы и трёх одиннадцатых.
- 5 Запишите уравнение «сумма «икс» и одной третьей равна одной второй» и решите его.
- 6 Какое число надо вычесть из одной пятой, чтобы получить одну тридцатую?

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7 В первый день турист прошёл одну восьмую всего пути, во второй — четверть всего пути. Значит, за два дня он прошёл больше тридцати процентов пути.
- 8 Из двух дробей с равными числителями больше та, у которой больше знаменатель.

Словарный диктант

- 1 Как называется дробь, числитель и знаменатель которой — взаимно простые числа?
- 2 Как называется натуральное число, которое не делится на два без остатка?
- 3 Как называется операция деления числителя и знаменателя дроби на их общий делитель, отличный от единицы?
- 4 Натуральное число «эм» делится на натуральное число «а» без остатка. Как в этом случае называется число «а»?
- 5 Как называется число, на которое умножают числитель и знаменатель дроби при приведении её к новому знаменателю?
- 6 Как называется результат сложения дробей?
- 7 Как называется дробь, бóльшая или равная единице?
- 8 Как называется натуральное число, имеющее ровно два делителя?

12. Сложение и вычитание смешанных чисел

Переместительное и сочетательное свойства сложения позволяют привести сложение смешанных чисел к сложению их целых частей и сложению их дробных частей.

Пример 1. Найдём значение суммы $16\frac{3}{8} + 19\frac{1}{4}$.

Решение. Приведём дробные части чисел к наименьшему общему знаменателю 8, затем представим смешанные числа в виде суммы их целой и дробной частей:

$$16\frac{3}{8} = 16 + \frac{3}{8}; \quad 19\frac{1}{4} = 19\frac{2}{8} = 19 + \frac{2}{8}.$$

Значит,

$$16\frac{3}{8} + 19\frac{1}{4} = 16 + \frac{3}{8} + 19 + \frac{2}{8} = (16 + 19) + \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{8}\right) = 35 + \frac{5}{8} = 35\frac{5}{8}.$$

Пишут короче: $16\frac{3}{8} + 19\frac{1}{4} = 16\frac{3}{8} + 19\frac{2}{8} = 35\frac{5}{8}.$

Пример 2. Найдём значение суммы $5\frac{5}{6} + 3\frac{3}{4}$.

Решение. Сначала приводим дробные части данных чисел к наименьшему общему знаменателю 12, затем отдельно складываем целые и дробные части:

$$5\frac{5}{6} + 3\frac{3}{4} = 5\frac{10}{12} + 3\frac{9}{12} = 8\frac{19}{12} = 9\frac{7}{12}.$$

сложение
смешанных чисел

Чтобы сложить смешанные числа, надо:

- 1) привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю;
- 2) отдельно выполнить сложение целых частей и отдельно — дробных частей;
- 3) если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, выделить целую часть из этой дроби и прибавить её к полученной целой части.

При вычитании смешанных чисел пользуются свойствами вычитания суммы из числа и вычитания числа из суммы.

Пример 3. Найдём значение разности $5\frac{7}{9} - 2\frac{1}{6}$.

Решение. Приведём дробные части к наименьшему общему знаменателю 18 и представим данные числа в виде суммы целой и дробной частей:

$$5\frac{7}{9} = 5\frac{14}{18} = 5 + \frac{14}{18}; \quad 2\frac{1}{6} = 2\frac{3}{18} = 2 + \frac{3}{18}.$$

По свойству вычитания суммы из числа имеем:

$$\begin{aligned} 5\frac{7}{9} - 2\frac{1}{6} &= \left(5 + \frac{14}{18}\right) - \left(2 + \frac{3}{18}\right) = \\ &= 5 + \frac{14}{18} - 2 - \frac{3}{18} = (5 - 2) + \left(\frac{14}{18} - \frac{3}{18}\right) = 3 + \frac{11}{18} = 3\frac{11}{18}. \end{aligned}$$

Пишут короче: $5\frac{7}{9} - 2\frac{1}{6} = 5\frac{14}{18} - 2\frac{3}{18} = 3\frac{11}{18}.$

Если дробная часть уменьшаемого окажется меньше дробной части вычитаемого, то надо одну единицу целой части уменьшаемого превратить в дробь с тем же знаменателем.

Пример 4. Найдём значение разности $3\frac{4}{9} - 1\frac{5}{6}$.

Решение. Приведём дробные части данных чисел к наименьшему общему знаменателю 18:

$$3\frac{4}{9} = 3\frac{8}{18}; \quad 1\frac{5}{6} = 1\frac{15}{18}.$$

Так как дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, то уменьшаемое записываем так:

$$3\frac{4}{9} = 3\frac{8}{18} = 3 + \frac{8}{18} = 2 + 1 + \frac{8}{18} = 2 + \frac{18}{18} + \frac{8}{18} = 2 + \frac{26}{18} = 2\frac{26}{18}.$$

$$\text{Значит, } 3\frac{4}{9} - 1\frac{5}{6} = 2\frac{26}{18} - 1\frac{15}{18} = 1\frac{11}{18}.$$

Обычно пишут короче:

$$3\frac{4}{9} - 1\frac{5}{6} = 3\frac{8}{18} - 1\frac{15}{18} = 2\frac{26}{18} - 1\frac{15}{18} = 1\frac{11}{18}.$$

вычитание
смешанных чисел

Чтобы выполнить вычитание смешанных чисел, надо:

- 1) привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю;
- 2) если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, превратить её в неправильную дробь, уменьшив на единицу целую часть;
- 3) отдельно выполнить вычитание целых частей и отдельно дробных частей.



- ♦ Расскажите, как сложить смешанные числа и на каких свойствах сложения основано сложение смешанных чисел.
- ♦ Расскажите, как выполнить вычитание смешанных чисел и на каких свойствах основано правило вычитания смешанных чисел.

К

2.178 Выполните сложение:

- а) $3\frac{2}{7} + 5\frac{3}{14}$; в) $7\frac{3}{8} + 1\frac{5}{6}$; д) $7\frac{2}{9} + 4$; ж) $7 + 3\frac{5}{8}$;
 б) $5\frac{7}{8} + 2\frac{5}{12}$; г) $1\frac{1}{9} + 2\frac{3}{5}$; е) $8\frac{3}{5} + \frac{1}{15}$; з) $\frac{2}{3} + 4\frac{3}{5}$.

2.179 Выполните вычитание:

- а) $1 - \frac{3}{4}$; в) $9 - \frac{11}{12}$; д) $5 - 2\frac{2}{5}$;
 б) $2 - \frac{5}{6}$; г) $7 - 1\frac{7}{8}$; е) $6 - 5\frac{5}{8}$.

2.180 Выполните действие:

- а) $5\frac{7}{15} - \frac{3}{20}$; в) $2\frac{9}{16} - \frac{3}{8}$; д) $2\frac{2}{3} - 2\frac{3}{8}$;
 б) $3\frac{7}{9} - \frac{4}{15}$; г) $4\frac{2}{5} - 1\frac{2}{7}$; е) $7\frac{5}{12} - 3\frac{2}{9}$.

2.181 Выполните вычитание:

а) $1\frac{5}{12} - \frac{9}{10}$; в) $5\frac{7}{8} - \frac{9}{10}$; д) $7\frac{4}{7} - 5\frac{7}{9}$;
б) $6\frac{3}{10} - \frac{11}{15}$; г) $10\frac{1}{2} - 4\frac{9}{14}$; е) $2\frac{3}{10} - 1\frac{11}{15}$.

2.182 Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{4} - \left(1 - \frac{11}{12}\right)$; в) $6\frac{3}{16} - \left(2\frac{3}{8} + 3\frac{5}{12}\right)$;
б) $2 - \left(\frac{13}{33} - \frac{5}{22}\right)$; г) $8\frac{1}{12} - 3\frac{4}{15} - 1\frac{7}{30}$.

2.183 Найдите значение выражения:

а) $\left(13 - 8\frac{5}{12}\right) + \left(17\frac{1}{2} - 16\frac{1}{5}\right)$;
б) $\left(63\frac{2}{3} + 3\frac{1}{8}\right) - \left(13 - 10\frac{5}{9}\right)$;
в) $\left(15\frac{1}{2} - 2\frac{3}{8}\right) - \left(5\frac{5}{6} + 6\frac{3}{4}\right) + \left(10\frac{2}{3} - 5\frac{5}{8}\right)$;
г) $\left(20 - 19\frac{3}{4}\right) + \left(17\frac{3}{4} - 17\right) + \left(2\frac{1}{2} - \frac{17}{24}\right)$.

2.184 Выполните действие:

а) $2,4 + 1\frac{2}{3}$; б) $3,7 - 2\frac{2}{5}$; в) $7\frac{1}{6} - 6,2$; г) $9\frac{4}{15} - 1,8$.

2.185 Решите уравнение:

а) $x + 2\frac{2}{11} = 5$; в) $n - 6\frac{5}{6} = \frac{2}{9}$; д) $3\frac{11}{24} - x = 1\frac{1}{6} + 1\frac{1}{9}$;
б) $26\frac{5}{8} + a = 30$; г) $11\frac{1}{4} - x = 3\frac{7}{10}$; е) $y + \frac{5}{7} - \frac{1}{8} = \frac{2}{3} - \frac{1}{14}$.

2.186 Найдите по формуле $A = m - 6\frac{1}{2}$:

а) значение A , если $m = 6\frac{3}{4}$; $8\frac{7}{8}$; 11 ;
б) значение m , если $A = 6\frac{3}{4}$; $3\frac{5}{8}$; 0 .

2.187 Школьный бассейн наполняется через первую трубу за 4 ч, а через вторую — за 6 ч. Какую часть бассейна останется наполнить после совместной работы обеих труб в течение часа?

2.188 Один комбайн может засеять поле за 16 ч, а другой — за 24 ч. Первый комбайн работал 7 ч, а второй — 11 ч. Какая часть поля осталась незасеянной?

2.189 Котлован под фундамент нового здания один экскаватор может выкопать за 8 дней, второй — за 12 дней, а третий — за 15 дней. Какую часть котлована останется выкопать после того, как первый экскаватор отработает 3 дня, второй — 5 дней, а третий — 2 дня?

2.190 От рулона полиэтиленовой плёнки длиной 10 м отрезали кусок длиной $4\frac{4}{5}$ м. Сколько метров плёнки осталось в рулоне?

2.191 Одна шахматная партия длилась $\frac{11}{12}$ ч, а другая — $\frac{5}{6}$ ч. Сколько времени длилась третья партия, если на все три партии было затрачено 3 ч?

2.192 Когда от верёвки отрезали кусок, то оставшаяся часть имела длину 2 м. Какой длины была бы оставшаяся часть, если бы от верёвки отрезали на $\frac{2}{5}$ м меньше? на $\frac{3}{4}$ м больше?

2.193 Запишите все числа, большие $2\frac{1}{3}$ и меньшие $3\frac{1}{12}$, знаменатель дробной части которых равен 12.

2.194 На координатном луче отмечена точка $A\left(\frac{m}{n}\right)$ (рис. 17). Отметьте на луче точки, координаты которых равны:

а) $1 + \frac{m}{n}$; б) $2 - \frac{m}{n}$; в) $2 + \frac{m}{n}$; г) $1 + 1\frac{m}{n}$.



Рис. 17

2.195 Найдите периметр треугольника ABC , если

$$AB = 3\frac{2}{5} \text{ м}, BC = 2\frac{3}{4} \text{ м и } AC = 2\frac{7}{10} \text{ м}.$$

2.196 Ленту разрезали на две части так, что длина одной части равна $6\frac{3}{8}$ м, а другой — на $2\frac{4}{5}$ м меньше. Какой длины была лента первоначально?

2.197 В одном ящике $5\frac{3}{10}$ кг винограда, что на $2\frac{4}{5}$ кг меньше, чем в другом ящике. Сколько килограммов винограда в двух ящиках?

2.198 Папа купил в магазине $5\frac{1}{2}$ кг картофеля, моркови на $2\frac{2}{3}$ кг меньше, чем картофеля, а репчатого лука на $1\frac{1}{6}$ кг больше, чем моркови. Сколько килограммов овощей купил папа?

2.199 За три рейса самосвал перевёз 20 т гравия. За первые два рейса он перевёз $14\frac{7}{16}$ т гравия, за последние два рейса — $13\frac{11}{20}$ т. Сколько тонн гравия самосвал перевёз за каждый рейс по отдельности?

2.200 В трёх бидонах 10 л молока. В первом и втором бидонах было $6\frac{3}{4}$ л, а во втором и третьем — $5\frac{1}{3}$ л молока. Сколько литров молока было в каждом бидоне?

2.201 На сахарный завод в понедельник привезли $212\frac{1}{2}$ т свёклы, во вторник — на $297\frac{1}{5}$ т больше, чем в понедельник, а в среду — на $114\frac{2}{5}$ т меньше, чем во вторник и понедельник вместе. Из 7 т свёклы получается 1 т сахара. Сколько сахара получится из привезённой свёклы?

- 2.202** Скорость катера в стоячей воде равна $15\frac{5}{12}$ км/ч, а скорость течения реки — $2\frac{3}{4}$ км/ч. Найдите скорость катера по течению реки и против течения.
- 2.203** Скорость теплохода по течению реки равна $29\frac{5}{6}$ км/ч, а по озеру — $26\frac{3}{4}$ км/ч. Найдите скорость теплохода против течения реки.
- 2.204** Из двух селений одновременно навстречу друг другу вышли трактор и гужевая повозка. Каждый час расстояние между ними уменьшалось на $28\frac{31}{40}$ км. С какой скоростью двигался трактор, если повозка шла со скоростью $7\frac{5}{8}$ км/ч?
- 2.205** Мотоциклист обогнал автобус и удалялся от него со скоростью $\frac{3}{10}$ км/мин. С какой скоростью двигался мотоциклист, если скорость автобуса составляла $1\frac{4}{15}$ км/мин?



2.206 Найдите значение выражения:

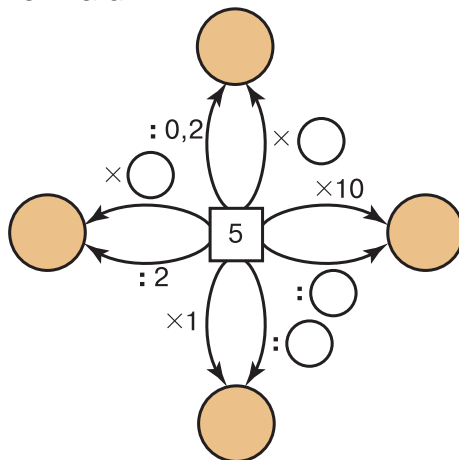
- а) $1\frac{7}{9} + 28 + 2\frac{5}{12} + 5\frac{2}{9} + \frac{7}{12} + 4\frac{3}{4}$; в) $8\frac{5}{9} - \left(4\frac{2}{9} + 2\frac{1}{6}\right)$;
 б) $5\frac{3}{5} - 3,15 + 7\frac{12}{25}$; г) $\left(18\frac{7}{12} + 3\frac{1}{5}\right) - 7\frac{5}{12}$.

П

2.207 Вычислите устно:

- | | | | | |
|--|--|---|--|--|
| а) $\begin{array}{r} 70 : 5 \\ \cdot 7 \\ - 18 \\ : 5 \\ + 64 \\ \hline ? \end{array}$ | б) $\begin{array}{r} 15 \cdot 6 \\ - 18 \\ : 12 \\ + 90 \\ : 16 \\ \hline ? \end{array}$ | в) $\begin{array}{r} 1,4 + 5,6 \\ : 2 \\ - 1,7 \\ : 0,3 \\ \cdot 0,1 \\ \hline ? \end{array}$ | г) $\begin{array}{r} 1 : 4 \\ + 0,05 \\ \cdot 7 \\ + 3,4 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$ | д) $\begin{array}{r} 4 - 3,4 \\ \cdot 1,4 \\ + 0,06 \\ : 1,8 \\ \cdot 3 \\ \hline ? \end{array}$ |
|--|--|---|--|--|

2.208 Найдите пропущенные числа:



2.209 Найдите натуральные значения m , при которых верно неравенство:

- а) $\frac{m}{13} < \frac{9}{52}$; б) $\frac{m}{85} < \frac{2}{17}$; в) $\frac{m}{6} < \frac{5}{30}$.

2.210 На сколько процентов увеличится объём куба, если длину каждого его ребра увеличить на 20 %?

2.211 Почтовый самолёт поднялся с аэродрома в 10 ч 40 мин утра, пробыл в полёте 5 ч 15 мин, а на земле во время стоянки 1 ч 37 мин. Когда самолёт вернулся на аэродром?

2.212 Четырёхугольник с равными сторонами называют ромбом (рис. 18). Подумайте, является ли ромб правильным многоугольником. В чём сходство решения этой задачи с нахождением решений двойного неравенства $0 < y < 10$ среди чисел 0,12; 15; 2,7; 10,5?

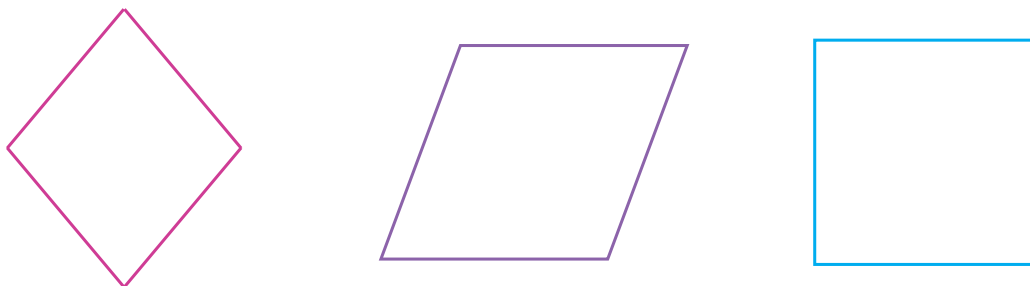


Рис. 18

2.213 Докажите переместительное и сочетательное свойства сложения для дробей с одинаковыми знаменателями на основе таких же свойств для натуральных чисел.

2.214 Выполните действие:

а) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$; в) $\frac{3}{10} + \frac{1}{2}$; д) $\frac{2}{9} + 0$; ж) $\frac{19}{75} - \frac{11}{50}$; и) $\frac{11}{14} + \frac{8}{21}$;
 б) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{3} - \frac{1}{7}$; е) $\frac{9}{20} + \frac{3}{8}$; з) $\frac{13}{50} - \frac{17}{75}$; к) $\frac{7}{15} - 0$.

2.215 Три сына хана получили в наследство большую отару овец. Старшему сыну достались 25 частей стада, среднему — 10 частей, а младшему — 1 часть. Сколько овец было в отаре, если средний брат получил на 765 овец больше, чем младший?

2.216 В городе семизначные телефонные номера. Сколько в нём может быть номеров, начинающихся цифрами 235?

2.217 Выполните вычисления с помощью калькулятора и результат округлите до тысячных:
 $3,281 \cdot 0,57 + 4,356 \cdot 0,278 - 13,758 : 6,83$.

2.218 Решите задачу:

- Для борьбы с вредителями садов готовится известково-серный отвар, состоящий из 6 частей серы, 3 частей негашёной извести и 50 частей воды (по массе). Сколько получится килограммов отвара, если воды взять на 8,8 кг больше, чем серы?
- Для приготовления фарфора на 1 часть гипса берут 2 части песка и 25 частей глины (по массе). Сколько получится килограммов фарфора, если взять глины на 6,9 кг больше, чем песка?

Д

2.219 Выполните действия:

1) $7225 : 85 + 64 \cdot 2345 - 248\,838 : 619$;
 2) $54 \cdot 3465 - 9025 : 95 + 360\,272 : 712$.

2.220 Выполните действие:

а) $91\frac{1}{6} + 3\frac{5}{18}$; г) $39\frac{5}{6} + 12\frac{5}{9}$; ж) $4 + 3\frac{3}{7}$;
б) $1\frac{4}{15} + 2\frac{3}{20}$; д) $36\frac{5}{7} + 12\frac{7}{8}$; з) $8\frac{7}{9} + 3$;
в) $5\frac{1}{8} + 41\frac{7}{12}$; е) $5\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$; и) $3\frac{11}{24} + \frac{1}{6}$.

2.221 Найдите значение разности:

а) $1 - \frac{8}{15}$; г) $7\frac{3}{8} - 5$; ж) $10\frac{3}{23} - 7\frac{19}{46}$;
б) $3 - \frac{2}{11}$; д) $45 - 44\frac{3}{8}$; з) $16\frac{2}{5} - 4\frac{3}{7}$;
в) $4 - 3\frac{4}{9}$; е) $6\frac{7}{15} - 3\frac{1}{5}$; и) $19\frac{5}{12} - 8\frac{17}{18}$.

2.222 Решите уравнение:

а) $1 - k = \frac{3}{5} + \frac{1}{10}$; б) $t + 1 = \frac{4}{9} + \frac{2}{3}$; в) $x + 2\frac{3}{8} = 5\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}$.

2.223 Найдите значение выражения:

а) $3\frac{5}{16} + \frac{1}{4} - 2\frac{1}{16}$; в) $6\frac{11}{12} - 3\frac{1}{6} - 1\frac{1}{4}$;
б) $\frac{1}{8} + 2\frac{3}{5} + 2\frac{7}{8}$; г) $3\frac{7}{9} - 1\frac{5}{18} + 3\frac{1}{2}$.

2.224 Один насос откачал $\frac{7}{20}$ резервуара воды, а другой — $\frac{17}{30}$ этого же резервуара. Какую часть резервуара воды осталось откачать?

2.225 Одна бригада может покрасить многоэтажный дом за 8 дней, а другая — за 12 дней. Какую часть дома останется покрасить, если первая бригада будет работать 3 дня, а вторая — 5 дней?



2.226 Для экспедиции, работающей в тайге, сбросили с вертолётa упаковку с продуктами, которая упала на землю через 3 с. С какой высоты была брошена эта упаковка, если в первую секунду она пролетела $4\frac{9}{10}$ м, а в каждую следующую секунду она пролетала на $9\frac{4}{5}$ м больше, чем в предыдущую?

2.227 Берёза выше ели на $3\frac{5}{14}$ м, а сосна выше берёзы на $4\frac{3}{10}$ м. Какую высоту имеют ель и сосна, если высота берёзы составляет $12\frac{16}{35}$ м?

2.228 Найдите значение выражения:

а) $5,7 + 3\frac{2}{5} - 7\frac{1}{2}$; б) $3\frac{7}{15} + 4,6 - 1\frac{2}{3}$.

2.229 Два человека вышли на остановке из автобуса и отправились в противоположных направлениях каждый в своё селение, расстояние между которыми 10,6 км. Через 1,2 ч один из них, двигаясь со скоростью 4,5 км/ч, достиг своего селения, а второму оставалось ещё пройти 0,4 км. С какой скоростью двигался второй человек?

2.230 Для приготовления варенья из вишни на 3 части сахара берут 2 части ягод (по массе). Сколько килограммов сахара и сколько килограммов ягод надо

взять, чтобы получить 10 кг варенья, если при варке его масса уменьшается в 1,5 раза?

2.231 Найдите значение выражения:

а) $(44,96 + 28,84 : (13,7 - 10,9)) : 1,8$; б) $102,816 : (3,2 \cdot 6,3) + 3,84$.

2.232 Решите уравнение:

а) $(x - 4,7) \cdot 7,3 = 38,69$; в) $23,5 - (2,3a + 1,2a) = 19,3$;
б) $(3,6 - a) \cdot 5,8 = 14,5$; г) $12,98 - (3,8x - 1,3x) = 11,23$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1. Сложение смешанных чисел

- 1 Представьте в виде смешанного числа дробь восемнадцать седьмых.
- 2 Представьте в виде неправильной дроби число три целых две пятых.

Для числового выражения $1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{4}$ ответьте на вопросы (3—8).

- 3 Чему равен наименьший общий знаменатель дробных частей данных чисел?
- 4 Чему равен дополнительный множитель для дробной части первого числа?
- 5 Чему равен дополнительный множитель для дробной части второго числа?
- 6 Чему равна сумма дробных частей данных чисел?
- 7 Чему равна сумма целых частей данных чисел?
- 8 Чему равно значение данного выражения?

Проверочная работа № 2. Сложение смешанных чисел

- 1 Сократите дробь восемнадцать двадцать седьмых.
- 2 Представьте в виде смешанного числа дробь двадцать три восьмых.
- 3 Представьте в виде неправильной дроби число три целых четыре седьмых.

Найдите сумму (4—5).

- 4 Двух целых четырёх девятых и пяти.
- 5 Одной шестой и пяти целых двух третьих.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 6 Сто минут равны одной целой двум третьим часа.
- 7 Корень уравнения $y + 2\frac{2}{5} = 4$ — число две целых три пятых.
- 8 Сумма четырёх целых трёх пятых и трёх целых пяти шестых больше восьми.

Проверочная работа № 3. Вычитание смешанных чисел

- 1 Представьте в виде смешанного числа дробь двадцать пять двенадцатых.
- 2 Представьте в виде неправильной дроби число одна целая три одиннадцатых.

Для числового выражения $3\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}$ ответьте на вопросы (3—8).

- 3 Чему равен наименьший общий знаменатель дробных частей данных чисел?
- 4 Чему равен дополнительный множитель для дробной части первого числа?

- 5 Чему равен дополнительный множитель для дробной части второго числа?
- 6 Чему равна разность дробных частей данных чисел?
- 7 Чему равна разность целых частей данных чисел?
- 8 Чему равно значение данного выражения?

Проверочная работа № 4. Вычитание смешанных чисел

- 1 Сократите дробь семнадцать пятьдесят первых.
- 2 Представьте в виде смешанного числа дробь сорок одна двенадцатая.
- 3 Представьте в виде неправильной дроби число одна целая четыре пятнадцатых.

Найдите разность (4—6).

- 4 Восьми целых шести седьмых и пяти.
- 5 Десяти и семи восьмых.
- 6 Четырёх целых одной третьей и одной шестой.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

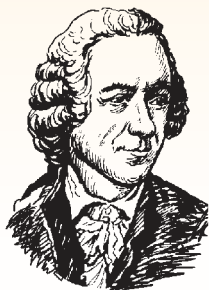
- 7 Корень уравнения $2\frac{2}{5} - y = 1\frac{4}{5}$ — число три пятых.
- 8 Разность пяти целых трёх восьмых и четырёх целых трёх седьмых больше единицы.

теория чисел



Раздел математики, в котором изучаются свойства чисел и действий над ними, называют **теорией чисел**.

Начало созданию теории чисел положили древнегреческие учёные Пифагор, Евклид, Эратосфен и другие.



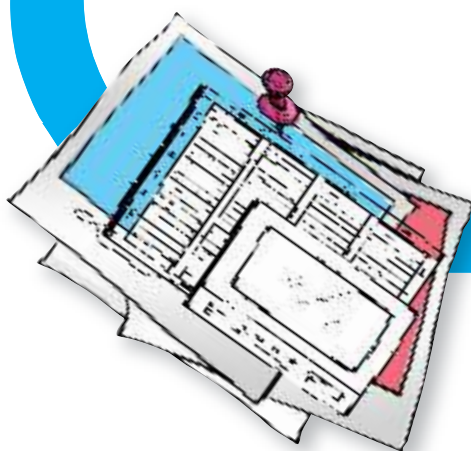
Некоторые проблемы теории чисел формулируются очень просто — их может понять любой шестиклассник. Но решение этих проблем иногда настолько сложно, что на него уходят столетия, а на некоторые вопросы ответов нет до сих пор. Например, древнегреческим математикам была известна всего одна пара дружественных чисел — 220 и 284. И лишь в XVIII в. знаменитый математик, член Петербургской академии наук Леонард Эйлер нашёл ещё 65 пар дружественных чисел (одна из них — 17 296 и 18 416). Однако до сих пор неизвестен общий способ нахождения пар дружественных чисел.

Было высказано предположение, что любое нечётное число, большее 5, можно представить в виде суммы трёх простых чисел. Например:

$$21 = 3 + 7 + 11, 23 = 5 + 7 + 11.$$

Эта гипотеза, высказанная ещё в 1742 г., была доказана совсем недавно, в 2013 г.

А более общее утверждение «любое чётное число, большее 2, можно представить в виде суммы двух простых чисел» (например: $28 = 11 + 17$, $56 = 19 + 37$, $924 = 311 + 613$) до сих пор не доказано (из него добавлением 3 получается предыдущая гипотеза).



§ 3. Умножение и деление обыкновенных дробей

13. Умножение дробей

Задача 1. В бутылке $\frac{3}{4}$ л сока. Сколько сока в 5 таких бутылках?

Решение. Для решения задачи надо найти произведение $\frac{3}{4} \cdot 5$. Но умножить $\frac{3}{4}$ на натуральное число 5 — значит найти сумму пяти слагаемых, каждое из которых равно $\frac{3}{4}$:

$$\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3+3+3+3+3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}.$$

Значит, в 5 бутылках $3\frac{3}{4}$ л сока.

умножение дроби на натуральное число

Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо её числитель умножить на это число, а знаменатель оставить без изменения.

Задача 2. Длина прямоугольника $\frac{4}{5}$ дм, а ширина $\frac{2}{3}$ дм (рис. 19). Чему равна площадь прямоугольника?

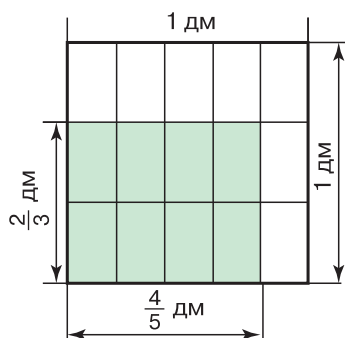


Рис. 19

Решение. Из рисунка видно, что данный прямоугольник можно получить так: разделить одну сторону квадрата со стороной 1 дм на 5 одинаковых частей и взять 4 такие части, а другую сторону разделить на 3 одинаковые части и взять 2 такие части. При таком делении квадрат будет состоять из 15 равных частей, а прямоугольник будет состоять из 8 таких частей. Значит, площадь прямоугольника равна $\frac{8}{15}$ дм². Но мы знаем, что площадь прямоугольника равна произведению длины и ширины. Следовательно, число $\frac{8}{15}$ можно получить умножением $\frac{4}{5}$ на $\frac{2}{3}$.

$$\text{Итак, } \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}.$$

**умножение дроби
на дробь**

Чтобы умножить дробь на дробь, надо:

- 1) найти произведение числителей и произведение знаменателей этих дробей;
- 2) первое произведение записать числителем, а второе — знаменателем.

Обычно вначале обозначают произведение числителей и произведение знаменателей, затем производят сокращение и только потом выполняют умножение. В ответе, если это возможно, из дроби исключают целую часть.

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{15} = \frac{4 \cdot 14}{7 \cdot 15} = \frac{4 \cdot 2}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}; \quad \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{15} = \frac{3 \cdot 4}{8 \cdot 15} = \frac{1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}.$$

Задача 3. Сколько километров проедет велосипедист за $1\frac{5}{12}$ ч, если будет двигаться со скоростью $9\frac{3}{5}$ км/ч?

Решение. Так как пройденный путь равен произведению скорости и времени, то для решения задачи надо найти произведение чисел $9\frac{3}{5}$ и $1\frac{5}{12}$.

Представим каждое из этих чисел в виде неправильной дроби:

$$9\frac{3}{5} = \frac{48}{5}; \quad 1\frac{5}{12} = \frac{17}{12}.$$

Теперь воспользуемся правилом умножения дробей. Получим:

$$9\frac{3}{5} \cdot 1\frac{5}{12} = \frac{48}{5} \cdot \frac{17}{12} = \frac{48 \cdot 17}{5 \cdot 12} = \frac{4 \cdot 17}{5} = \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5}.$$

Таким образом, за $1\frac{5}{12}$ ч велосипедист проедет $13\frac{3}{5}$ км.

**умножение
смешанных чисел**

Для того чтобы выполнить умножение смешанных чисел, надо их записать в виде неправильных дробей, а затем воспользоваться правилом умножения дробей.

С помощью умножения дробей решают такие же задачи, как и с помощью умножения натуральных чисел.

Задача 4. За 1 ч автоматическая линия производит $\frac{11}{25}$ ц пластмассы. Сколько пластмассы линия производит за $\frac{3}{4}$ ч?

Решение. Такие задачи с натуральными числами или с десятичными дробями мы решали с помощью умножения.

Решим и эту задачу умножением: $\frac{11}{25} \cdot \frac{3}{4} = \frac{33}{100}$.

Итак, за $\frac{3}{4}$ ч производится $\frac{33}{100}$ ц пластмассы, т. е. 33 кг.

Тот же ответ можно получить, если выразить данные числа в десятичных дробях: $\frac{11}{25} = 0,44$, $\frac{3}{4} = 0,75$, $0,44 \cdot 0,75 = 0,33$, но 0,33 ц = 33 кг.

Умножение дробей обладает переместительным и сочетательным свойствами.

Кроме того, для любого значения a :

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0; \quad a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

Например, $\frac{8}{9} \cdot 0 = 0$, $1\frac{3}{5} \cdot 1 = 1\frac{3}{5}$.



- ♦ Расскажите, как умножить дробь на натуральное число.
- ♦ Расскажите, как выполнить умножение двух дробей и как выполнить умножение смешанных чисел.
- ♦ Какими свойствами обладает действие умножения дробей?
- ♦ Запишите свойства нуля и единицы при умножении.

К

3.1 Выполните умножение:

- а) $\frac{3}{8} \cdot 2$; в) $\frac{7}{15} \cdot 40$; д) $\frac{1}{2} \cdot 30$; ж) $\frac{2}{3} \cdot 1$;
 б) $\frac{5}{18} \cdot 12$; г) $\frac{7}{8} \cdot 24$; е) $\frac{9}{11} \cdot 11$; з) $\frac{19}{20} \cdot 0$.

3.2 Сторона квадрата $\frac{7}{8}$ м. Найдите периметр квадрата.



3.3 В одну банку помещается $\frac{8}{25}$ кг крупы. Сколько этой крупы вместят две; пять; десять таких же банок?

3.4 Найдите периметр треугольника ABC , если $AB = \frac{2}{15}$ м, BC больше AB в 4 раза, а AC меньше BC на $\frac{1}{15}$ м.



3.5 Выполните умножение:

- а) $\frac{2}{3}$ ч $\cdot 2$; б) $\frac{8}{15}$ ч $\cdot 5$; в) $\frac{5}{6}$ ч $\cdot 6$; г) $\frac{7}{12}$ ч $\cdot 5$.

3.6 Станок-автомат изготавливает одну деталь за $\frac{5}{12}$ мин. За сколько минут станок изготовит 3 детали; 4 детали; 60 деталей?

Г

Произведение дробей, квадраты и кубы дробей можно прочитать так:

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{21}$$

— **три восьмых** умножить на **шестнадцать двадцать первых**,

— произведение чисел **три восьмых** и **шестнадцать двадцать первых**,

— произведение **трёх восьмых** и **шестнадцати двадцать первых**;

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2$$

— квадрат **пяти седьмых**,

— **пять седьмых** в квадрате;

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3$$

— куб **двух пятых**,

— **две пятых** в кубе.



3.7 Выполните действие:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}$; б) $\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{4}$; в) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{11}$; г) $\frac{5}{7} \cdot \frac{5}{6}$; д) $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9}$; е) $\frac{11}{12} \cdot \frac{7}{9}$.



3.8 Выполните умножение:

а) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2}$; б) $\frac{11}{15} \cdot \frac{3}{5}$; в) $\frac{15}{16} \cdot \frac{5}{9}$; г) $\frac{14}{17} \cdot \frac{34}{63}$; д) $\frac{12}{25} \cdot \frac{5}{16}$; е) $\frac{9}{26} \cdot \frac{13}{18}$.



3.9 Выполните действие:

а) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; в) $\left(\frac{1}{7}\right)^2$; г) $\left(\frac{5}{6}\right)^3$.

3.10 Сторона квадрата $\frac{7}{8}$ м. Чему равна площадь квадрата?

3.11 Ребро куба равно $\frac{5}{8}$ дм. Найдите объём куба.

3.12 Масса 1 л растительного масла составляет $\frac{23}{25}$ кг. Чему равна масса растительного масла в бутылке вместимостью $\frac{1}{2}$ л, $\frac{3}{4}$ л, $\frac{5}{2}$ л?

3.13 Всадник скачет со скоростью $\frac{9}{40}$ км/мин. Какой путь он преодолеет за $\frac{1}{2}$ мин; $\frac{2}{3}$ мин?

3.14 Найдите значение выражения $\frac{73}{1000} \cdot \frac{41}{100}$ двумя способами: по правилу умножения обыкновенных дробей и по правилу умножения десятичных дробей. Сравните результаты.

3.15 Найдите произведение $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{4}$. Проверьте результат, представив эти числа в виде десятичных дробей.



3.16 Представьте первый множитель в виде обыкновенной дроби и выполните умножение: а) $0,75 \cdot \frac{4}{9}$; б) $0,8 \cdot \frac{5}{8}$.

3.17 Представьте первый множитель в виде десятичной дроби и выполните умножение: а) $\frac{1}{5} \cdot 0,3$; б) $\frac{3}{20} \cdot 6,4$.

3.18 Выполните действия:

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6}$; б) $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{49} \cdot \frac{2}{3}$; в) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{20} \cdot \frac{25}{28}$; г) $\frac{125}{149} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{121}{1000}$.

3.19 Длина прямоугольного параллелепипеда равна $\frac{7}{12}$ м, ширина — $\frac{5}{14}$ м, а высота — $\frac{18}{25}$ м. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда.

3.20 Представьте в виде произведения двух дробей число:

а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{9}{8}$; г) $1\frac{5}{9}$.

3.21 Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{5}{12} + \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{12}{19}$; г) $\left(3\frac{1}{14} - 2\frac{5}{7}\right) \cdot \left(7 - 6\frac{3}{5}\right)$;
 б) $\frac{6}{7} \cdot \left(\frac{11}{18} - \frac{5}{12}\right)$; д) $\left(3\frac{1}{12} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot \left(1\frac{1}{6} - \frac{5}{12}\right)$;
 в) $\left(4 - 3\frac{7}{15}\right) \cdot \frac{5}{8}$; е) $\left(6\frac{7}{12} - 5\frac{11}{15}\right) \cdot \left(1\frac{3}{17} - \frac{10}{17}\right)$.

**3.22** Выполните умножение:

а) $3\frac{1}{4} \cdot 4$; б) $10 \cdot 5\frac{2}{5}$; в) $2\frac{5}{7} \cdot 7$; г) $0 \cdot 1\frac{4}{9}$; д) $1\frac{5}{7} \cdot 1$; е) $3\frac{8}{9} \cdot 0$.

**3.23** Выполните действие:

а) $4\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$; б) $1\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{8}$; в) $\frac{4}{9} \cdot 2\frac{3}{4}$; г) $2\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{5}$; д) $2\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{11}$; е) $\frac{8}{15} \cdot 1\frac{7}{8}$.

**3.24** Выполните умножение:

а) $1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{1}{4}$; б) $1\frac{3}{4} \cdot 1\frac{5}{7}$; в) $1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{5}$;
г) $1\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$; д) $3\frac{5}{6} \cdot 1\frac{7}{23}$; е) $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{15}$.

**3.25** Найдите по формуле пути $s = vt$ значение s , если:

а) $v = 9\frac{1}{2}$ км/ч, $t = 4\frac{1}{2}$ ч; б) $v = 3\frac{3}{5}$ м/мин, $t = \frac{5}{6}$ мин.

3.26 Найдите по формуле объёма прямоугольного параллелепипеда $V = abc$ значение V , если $a = \frac{4}{5}$ дм, $b = 2\frac{1}{2}$ дм, $c = 1\frac{3}{4}$ дм.

3.27 Найдите массу металлической детали, объём которой равен $3\frac{1}{3}$ дм³, если масса 1 дм³ этого металла равна $7\frac{4}{5}$ кг.

3.28 Из двух городов одновременно навстречу друг другу вышли два поезда и встретились через $3\frac{3}{5}$ ч. Найдите расстояние между городами, если скорость одного поезда равна 75 км/ч, а скорость другого составляет $\frac{9}{10}$ от скорости первого поезда.

3.29 С одной кочки одновременно прыгнули лягушка и жаба и отправились в одном направлении равномерными прыжками. Длина прыжка жабы равна $7\frac{1}{5}$ см, что в $3\frac{1}{3}$ раза меньше прыжка лягушки. На каком расстоянии (в метрах) друг от друга окажутся жаба и лягушка, сделав по 20 прыжков?

3.30 Во дворе заливали каток с помощью двух шлангов. Через первый шланг за 1 ч поступало $2\frac{4}{5}$ м³ воды, а через второй — $2\frac{1}{5}$ м³. Первым шлангом каток заливали $1\frac{1}{2}$ ч, а вторым — в $1\frac{1}{6}$ раза дольше. Сколько воды израсходовали на заливку катка?

3.31 С первого поля, площадь которого $57\frac{1}{2}$ га, собирали с 1 га по $32\frac{1}{2}$ ц пшеницы, а со второго поля, площадь которого в $1\frac{1}{5}$ раза больше площади первого, собирали по $36\frac{1}{4}$ ц пшеницы с 1 га. Сколько всего центнеров пшеницы собрали с двух полей?

**3.32** Найдите значение выражения:

а) $4\frac{11}{18} \cdot \frac{6}{7} - 1\frac{4}{9}$; б) $\left(\left(1\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{5}{8}\right) \cdot 10\frac{2}{3} - 7\frac{1}{3}$;
в) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3 - 2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$; г) $\left(1\frac{4}{9} + 2\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot \left(2\frac{1}{2} - \frac{11}{14}\right)$.

П

3.33 Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} 14 + 49 \\ : 3 \\ + 59 \\ : 20 \\ \hline ? \end{array}$$

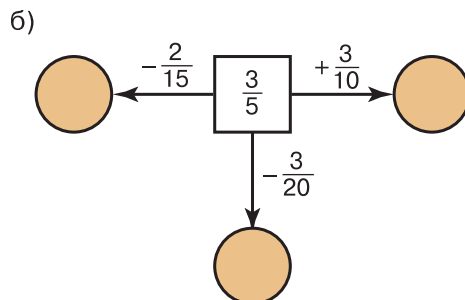
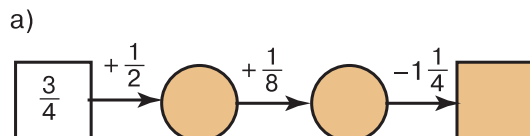
$$\begin{array}{r} 125 \cdot 20 \\ : 50 \\ \cdot 140 \\ - 196 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,5 \cdot 8 \\ + 1,2 \\ - 2,5 \\ : 3 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 0,9 \\ + 2,7 \\ - 0,9 \\ : 8 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,6 \cdot 5 \\ + 2,4 \\ - 3 \\ : 0,8 \\ \hline ? \end{array}$$

3.34 Найдите пропущенные числа:



3.35 Сумму данных дробей сложите с их разностью. Попробуйте догадаться, как быстрее и проще получить ответ:

а) $\frac{2}{5}$ и $\frac{1}{10}$; б) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$.

3.36 Представьте дробь $\frac{2}{3}$:

- а) в виде разности двух дробей со знаменателем 3; 18; 21;
б) в виде суммы двух дробей со знаменателем 3; 9; 12.

3.37 На координатном луче (рис. 20) отмечены дробь $\frac{2}{7}$ и число a . Покажите, где расположены на луче точки $A\left(\frac{1}{7}\right)$, $B\left(\frac{4}{7}\right)$, $C\left(a + \frac{2}{7}\right)$, $D\left(a - \frac{2}{7}\right)$.



Рис. 20



3.38 Кто быстрее? Найдите в таблице последовательно все числа от 1 до 25:

а)

24	6	18	2	13
20	15	9	22	5
3	25	12	19	11
10	23	7	1	16
17	4	21	14	8

б)

11	19	3	16	7
23	6	13	9	22
25	20	18	2	15
8	17	4	12	21
14	1	24	10	5



3.39 Найдите значение выражения:

а) $7\frac{1}{3} + 5\frac{3}{5}$; в) $3\frac{3}{4} + 4\frac{7}{9}$; д) $39\frac{5}{9} - 4\frac{1}{6}$;

б) $6\frac{2}{3} - 1\frac{2}{5}$; г) $20\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}$; е) $11\frac{5}{8} + 8\frac{5}{6}$.



3.40 Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{2}{7} + 3\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{11}{14} + \frac{13}{28}\right)$;

б) $\left(8\frac{7}{12} - 2\frac{5}{8}\right) - \left(3\frac{7}{12} - 1\frac{1}{3}\right)$.



3.41 В алфавите племени Аоку всего шесть букв — А, К, М, О, Р, У. Все слова в языке этого племени состоят из четырёх букв. Какое наибольшее число слов может быть в языке племени Аоку? В скольких из этих слов буквы не повторяются?

3.42 На хлебозаводе было $10\frac{2}{3}$ т муки. Сколько тонн муки стало на хлебозаводе после того, как на выпечку хлеба израсходовали $8\frac{1}{2}$ т, а затем привезли $12\frac{5}{6}$ т муки?

3.43 Сколько килограммов составляют:

а) 1 % центнера; б) 7 % центнера; в) 2,5 % центнера?

3.44 Сколько квадратных метров составляют:

а) 1 % гектара; в) 15 % ара;
б) 3,5 % гектара; г) 0,07 % квадратного километра?

3.45 Запишите, какую часть числа составляют: 1 %; 3 %; 15 %; 25 %; 10 %; 20 %; 50 %.



3.46 Запишите в виде десятичной и в виде обыкновенной дроби: 35 %; 48 %; 75 %; 110 %; 125 %.

Образец записи: $5\% = 0,05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$.



3.47 Запишите в виде процентов: $\frac{1}{4}$; 0,7; 0,12; $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{25}$.

Образец записи: $\frac{3}{50} = 0,06 = 6\%$.

3.48 Решите задачу:

1) Туристический маршрут был рассчитан на три дня. В первый день туристы прошли $\frac{3}{8}$ всего пути, а во второй — $\frac{5}{12}$ пути. Какую часть пути им осталось пройти в третий день?

2) Бассейн наполняется водой с помощью двух труб. Через одну трубу наполнилось $\frac{4}{15}$ всего бассейна, а через другую — $\frac{5}{9}$ бассейна. Какая часть бассейна осталась незаполненной после отключения обеих труб?

3.49 Решите уравнение:

а) $x - 6\frac{8}{9} = 1\frac{1}{6}$; б) $14\frac{7}{8} - y = 10\frac{5}{6}$.



3.50 Упростите выражение:

1) $3,7x + 2,5y + 1,6x + 4,8y$;
2) $4,5m + 1,9n + 3,3m + 4,3n$.

Д

3.51 Выполните умножение:

а) $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$; в) $\frac{17}{30} \cdot \frac{26}{51}$; д) $\frac{57}{37} \cdot \frac{74}{86}$;
 б) $\frac{6}{25} \cdot \frac{20}{21}$; г) $\frac{40}{7} \cdot \frac{14}{5}$; е) $\frac{81}{115} \cdot \frac{46}{81}$.

3.52 Выполните действие:

а) $\frac{3}{16} \cdot 4$; в) $\frac{5}{13} \cdot 39$; д) $4\frac{2}{7} \cdot 2$;
 б) $23 \cdot \frac{5}{46}$; г) $5 \cdot 2\frac{1}{5}$; е) $3\frac{5}{14} \cdot 7$.

3.53 Выполните умножение:

а) $3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{9}$; в) $2\frac{2}{25} \cdot 1\frac{9}{16}$;
 б) $2\frac{14}{15} \cdot 6\frac{6}{11}$; г) $\frac{13}{43} \cdot 8\frac{7}{26}$.

3.54 Найдите значение выражения:

а) $\frac{2}{5}m$, если $m = \frac{1}{2}$; $\frac{2}{5}$; $2\frac{1}{2}$; $1\frac{7}{8}$; $\frac{15}{16}$;
 б) $\frac{4}{9}x$, если $x = \frac{1}{4}$; $\frac{4}{9}$; $4\frac{1}{2}$.

3.55 Скорость улитки $\frac{1}{12}$ м/мин. Какое расстояние проползёт улитка за $\frac{3}{4}$ ч; за $\frac{3}{5}$ ч; за $\frac{5}{6}$ ч?

3.56 Масса 1 дм³ стали равна $7\frac{4}{5}$ кг. Найдите массу стального куба, ребро которого $2\frac{1}{2}$ дм.

3.57 Колесо делает $27\frac{5}{6}$ оборота в минуту. Сколько оборотов оно совершит за 3 мин; за $1\frac{1}{4}$ мин; за $\frac{2}{3}$ мин?

3.58 Деревянный брус имеет форму прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 6 м, $\frac{3}{20}$ м и $\frac{1}{10}$ м. Для выполнения строительных работ было куплено 40 штук такого бруса по цене 6400 р. за 1 м³. На какую сумму был закуплен брус?

3.59 Выполните действия:

а) $\frac{9}{56} - \left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12}\right) \cdot \left(\frac{3}{14} + \frac{1}{2}\right)$; в) $\left(3\frac{1}{14} - 2\frac{5}{21}\right) \cdot (2,7 - 2,1)$;
 б) $\left(\frac{2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{17}\right)$; г) $\left(4\frac{13}{18} - 3\frac{7}{9}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{17}\right)$.

3.60 Выполните действия:

а) $\left(2\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{8}{15} - \frac{5}{9}$; в) $\frac{7}{11} \cdot \left(\left(\frac{3}{7}\right)^2 + \frac{5}{7}\right)$;
 б) $\left(2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \frac{2}{9}$; г) $\left(\frac{7}{12} - \frac{3}{16} - \frac{5}{24}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^2$.

- 3.61** Выразите обыкновенной дробью: 26 %; 45 %; 80 %; 90 %.
- 3.62** Запишите в виде процентов: 0,23; 0,4; 0,07; $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{3}{50}$.
- 3.63** Моторная лодка догоняет плот. Сейчас расстояние между ними 35 км. Скорость плота 2,5 км/ч, а скорость моторной лодки 9,5 км/ч. Какое расстояние будет между ними через t ч, если $t = 0,5$; 3; 5?
- 3.64** Решите уравнение:
а) $9,5x - (3,2x + 1,8x) + 3,75 = 6,9$;
б) $11,3y - (9,7y - 0,8y) + 7,4 = 17$.
- 3.65** Выполните действия:
 $7,72 \cdot 2,25 - 4,06 : (0,824 + 1,176) - 12,423$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1. Умножение дробей

- 1 Сократите дробь тридцать девять пятьдесят вторых.
- 2 Представьте в виде смешанного числа дробь сорок одна шестнадцатая.
- 3 Представьте в виде неправильной дроби число одна целая семь девятнадцатых.
Найдите произведение (4—6).
- 4 Семи девятым и девяти.
- 5 Трёх и одной двенадцатой.
- 6 Одной четвёртой и одной третьей.
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 7 Корень уравнения $3 \cdot x = 2$ — число две третьих.
- 8 Произведение семи пятнадцатых и единицы равно единице.

Проверочная работа № 2. Умножение дробей

Найдите произведение (1—5).

- 1 Семи и пяти седьмых.
- 2 Трёх восьмых и двух.
- 3 Одной пятой и двух третьих.
- 4 Четырёх седьмых и одной четвёртой.
- 5 Двух целых трёх пятых и пяти.
- 6 На какое число надо умножить пять шестых, чтобы получить десять?
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 7 Квадрат трёх пятых равен трём двадцать пятым.
- 8 Произведение одной третьей и пятидесяти процентов равно одной шестой.

14. Нахождение дроби от числа

Задача 1. Путешественник прошёл за два дня 20 км. В первый день он прошёл $\frac{3}{4}$ этого расстояния. Сколько километров прошёл путешественник в первый день?

Решение. Длина $\frac{1}{4}$ пути равна $20 : 4 = 5$, т. е. 5 км, а длина $\frac{3}{4}$ пути равна $5 \cdot 3 = 15$, т. е. 15 км. Тот же ответ получится, если 20 умножить на $\frac{3}{4}$, т. е. $20 \cdot \frac{3}{4} = \frac{20 \cdot 3}{4} = 5 \cdot 3 = 15$.

Ответ: 15 км.

Задача 2. Огород занимает $\frac{4}{5}$ всего земельного участка. Картофель занимает $\frac{2}{3}$ огорода. Какую часть всего земельного участка занимает картофель?

Решение. Изобразим весь земельный участок в виде прямоугольника $ABCD$ (рис. 21). Из рисунка видно, что участок, занятый картофелем, занимает $\frac{8}{15}$ земельного участка. Тот же ответ можно получить, если умножить $\frac{4}{5}$ на $\frac{2}{3}$:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}.$$

Ответ: $\frac{8}{15}$ всего земельного участка.

В первой задаче мы находили $\frac{3}{4}$ от 20, а во второй — $\frac{2}{3}$ от $\frac{4}{5}$.

Такие задачи называют **задачами на нахождение дроби от числа** и решают их с помощью умножения.

Чтобы найти дробь от числа, нужно умножить число на эту дробь.

Решим ещё две задачи на нахождение дроби от числа.

Задача 3. Путешественник прошёл за два дня 20 км. В первый день он прошёл 0,6 всего пути. Сколько километров прошёл путешественник в первый день?

Решение. Так как $0,6 = \frac{6}{10}$, то для решения задачи надо умножить 20 на $\frac{6}{10}$. Получим $20 \cdot \frac{6}{10} = \frac{2 \cdot 6}{1} = 12$. Значит, в первый день путешественник прошёл 12 км.

Тот же ответ получится, если умножить 20 на 0,6.

Имеем: $20 \cdot 0,6 = 12$.

Ответ: 12 км.

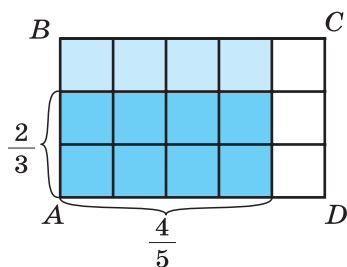


Рис. 21

Задача 4. Огород занимает 8 га. Картофелем занято 45 % площади этого огорода. Сколько гектаров занято картофелем?

Решение. Так как $45\% = 0,45$, то для решения задачи надо умножить 8 на 0,45. Получим $8 \cdot 0,45 = 3,6$. Значит, картофелем занято 3,6 га.

Ответ: 3,6 га.



- ♦ Сформулируйте правило нахождения дроби от числа.
- ♦ Расскажите, как найти несколько процентов от числа.

К

3.66 На рисунке 22 изображён отрезок AB , разделённый на 12 равных частей. Определите по рисунку, какую часть составляет:

- а) отрезок AM от отрезка AB ;
- б) отрезок AM от отрезка AC ;
- в) отрезок AM от отрезка AN ;
- г) отрезок AN от отрезка AB ;
- д) отрезок AN от отрезка AC ;
- е) отрезок AC от отрезка AB .



Рис. 22

3.67 На рисунке 23 изображён квадрат $ABCD$, разделённый на 16 равных частей. Определите по рисунку, какую часть составляет:

- а) квадрат $AEFP$ от квадрата $ABCD$;
- б) квадрат $AEFP$ от квадрата $AMNK$;
- в) квадрат $AMNK$ от квадрата $ABCD$.

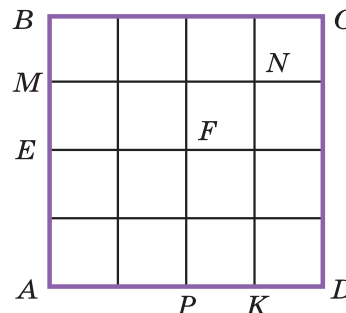


Рис. 23

3.68 Найдите:

- а) $\frac{3}{4}$ от 12;
- б) $\frac{7}{8}$ от 64;
- в) $\frac{1}{3}$ от $\frac{9}{16}$;
- г) $\frac{5}{8}$ от $\frac{4}{25}$.

3.69 Найдите:

- а) 0,4 от 30;
- б) 0,55 от 40;
- в) 0,2 от 0,8;
- г) 0,7 от 4,2.

3.70 Найдите:

- а) 30 % от 50;
- б) 35 % от 12,6;
- в) 42 % от $\frac{5}{7}$;
- г) 65 % от $5\frac{1}{13}$.

3.71 В книге 140 страниц. Алёша прочитал 0,8 этой книги. Сколько страниц прочитал Алёша?

3.72 В книге 140 страниц. Володя прочитал $\frac{4}{5}$ этой книги. Сколько страниц прочитал Володя?

- 3.73** В книге 140 страниц. Максим прочитал 80 % этой книги. Сколько страниц прочитал Максим?
- 3.74** Дачный участок имеет площадь 15 соток. Из них $\frac{2}{5}$ занимает огород, а 0,3 — сад. Какую площадь занимают сад и огород вместе?
- 3.75** На автостоянке было припарковано 20 автомобилей отечественного и зарубежного производства. Иномарки составляли 0,45 всех автомобилей. Сколько автомобилей отечественного производства было на стоянке?
- 3.76** Масса овцы 86,5 кг. Масса одного ягнёнка составляет 0,2 массы овцы. Чему равна масса овцы с шестью одинаковыми ягнятами?
- 3.77** В художественной школе была организована выставка детских рисунков, на которой было представлено 144 работы. При этом графические рисунки составляли $\frac{5}{18}$ всех работ, рисунки акварелью — 0,75 остальных работ. Сколько рисунков акварелью было представлено на выставке?
- 3.78** В 2014 г. было запущено строительство газопровода «Сила Сибири» длиной более 6,5 тыс. км. Протяжённость газопровода по европейской части России составляет 0,4 общей протяжённости газопровода, а по территории Ханты-Мансийского АО — 13 % протяжённости по европейской части России. На сколько километров протянулся газопровод по территории Ханты-Мансийского АО?
- 3.79** Длина школьного спортивного зала равна 30 м, ширина составляет $\frac{3}{5}$ длины, а высота — 0,3 ширины. Найдите объём и площадь спортивного зала.
- 3.80** Площадь огорода 0,04 га. Капустой засажено 0,8 огорода, а остальная часть — другими овощами. Сколько гектаров засажено другими овощами?
- 3.81** Число жителей города 750 тыс. человек. Ежегодно население в нём увеличивается на 0,2 %. Сколько жителей будет в городе через год? через два года?
- 3.82** В интернет-магазине ноутбук стоил 36 000 р., а в магазине электроники его цена составила 120 % от цены в интернет-магазине. Сколько стоит ноутбук в магазине электроники?
- 3.83** Глубина горного озера к началу лета была 60 м. За июнь его уровень понизился на 15 %, а в июле оно обмелело на 12 % от уровня июня. Какой стала глубина озера к началу августа?
- 3.84** В первый день Ира прочитала $\frac{1}{3}$ всей книги, во второй — $\frac{1}{4}$ оставшейся части. Какую часть всей книги Ире осталось прочитать?
- 3.85** На осеннюю ярмарку фермер привёз $7\frac{1}{5}$ т картофеля. В первую неделю он продал 0,4 всего картофеля, а во вторую неделю — $\frac{4}{5}$ того, что было продано в первую. Сколько тонн картофеля фермеру осталось продать?
- 3.86** В таксомоторном парке были автомобили марок «Рено» и «Лада». При этом автомобили «Лада» были представлены марками «Лада-Калина» и «Лада-Приора». Известно, что автомобили «Рено» составляли $\frac{5}{8}$ всех автомобилей, а «Лада-Приора» — $\frac{2}{3}$ всех машин марки «Лада». Какую часть всех автомобилей составляли автомобили марки «Лада-Калина»?



3.87 До обеда путник прошёл 0,75 намеченного пути, а после обеда он прошёл $\frac{1}{3}$ пути, пройденного до обеда. Прошёл ли путник за день весь намеченный путь?

3.88 На ремонт тракторов в зимнее время было затрачено 39 дней, а на ремонт комбайнов — на 7 дней меньше. Время ремонта прицепного инвентаря составило $\frac{7}{16}$ того времени, которое ушло на ремонт комбайнов. На сколько дней больше длился ремонт тракторов, чем ремонт прицепного инвентаря?

3.89 За три дня, с 26 по 28 ноября 2010 г., в Новосибирске выпало 87 % месячной нормы осадков в виде мокрого снега. При этом пик — $\frac{2}{3}$ выпавших осадков пришёлся на 27 ноября, а наименьшее количество осадков — 0,4 оставшейся части выпало в третий день. Сколько процентов месячной нормы осадков выпадало ежедневно в период с 26 по 28 ноября?



3.90 Найти несколько процентов от числа можно с помощью калькулятора при наличии на нём клавиши [%]. Например, найти 32,5 % от числа 6,24 можно по алгоритму 6.24 [X] 32.5 [%]. Выполните действия по этому алгоритму.

Найдите с помощью калькулятора:

а) 0,5 % от 18,24; б) 97 % от 16,8.

П

3.91 Вычислите устно:

а)
$$\begin{array}{r} 100 - 89 \\ \cdot 6 \\ - 12 \\ \cdot 6 \\ \hline ? \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 80 \cdot 4 \\ + 180 \\ : 25 \\ \cdot 14 \\ \hline ? \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 0,7 \cdot 0,7 \\ + 0,08 \\ - 0,29 \\ : 2 \\ \hline ? \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 2,8 : 7 \\ \cdot 8 \\ + 2,4 \\ : 0,7 \\ \hline ? \end{array}$$

д)
$$\begin{array}{r} 0,72 : 3,2 \\ + 3,2 \\ : 5 \\ \cdot 0,7 \\ \hline ? \end{array}$$

3.92 Найдите значение выражения:

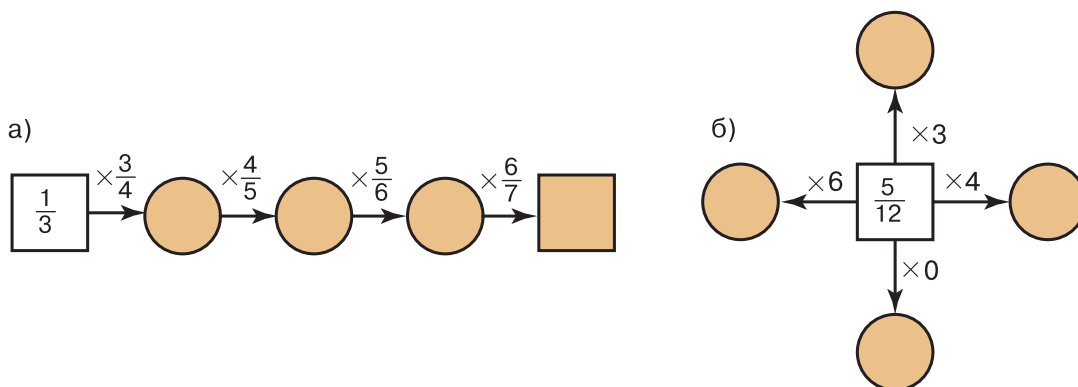
а) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; б) $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^2$; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$.



3.93 К какому числу надо прибавить $\frac{1}{3}$, чтобы получить 1; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{6}$; $1\frac{1}{9}$?



3.94 Найдите пропущенные числа:



- 3.95** Папа начинает работу в 7 ч 15 мин, а мама — в 9 ч. Когда заканчивает работу каждый из них, если рабочий день папы 8 ч 15 мин и перерыв на обед 1 ч, а рабочий день мамы 7 ч и перерыв на обед $\frac{3}{4}$ ч?



- 3.96** Нужно срочно доставить 9 пакетов в пункты, указанные на плане звёздочкой (рис. 24). Посыльный, посмотрев на план, быстро сообразил, как ему ехать. Он вручил пакеты, объехав пункты, ни разу не проезжая дважды одним и тем же путём. Какой маршрут выбрал посыльный?

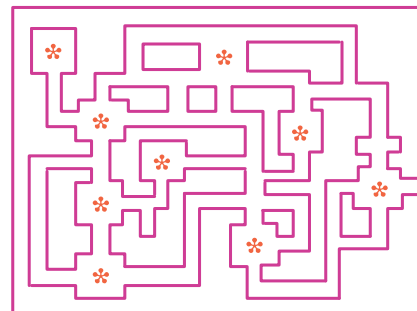


Рис. 24

- 3.97** Выполните действие:

а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$; г) $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$;

б) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; д) $3 - 1\frac{2}{5}$;

в) $2\frac{1}{9} + 1\frac{1}{3}$; е) $2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6}$.

- 3.98** Выполните действие:

а) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$; в) $\frac{5}{9} \cdot \frac{1}{5}$; д) $2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$;

б) $\frac{4}{5} \cdot 5$; г) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$; е) $2\frac{4}{7} \cdot 3\frac{1}{9}$.



- 3.99** Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{4} \cdot 4\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{57} + \left(4\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{16}{21} + \frac{2}{27} \cdot 4\frac{1}{2}$;

б) $\left(\frac{4}{5} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(23\frac{2}{3} - 15\frac{5}{9}\right) \cdot \frac{45}{58} - \frac{1}{2}$.

- 3.100** Между какими последовательными натуральными числами расположено число: $1\frac{1}{2}$; $3\frac{7}{8}$; $\frac{40}{7}$; $\frac{54}{25}$?

- 3.101** Найдите какие-нибудь три решения неравенства:

а) $x < 1$; б) $3 < x < 5$; в) $4 < x < 5$.



- 3.102** В шестом классе учатся 25 человек. Сколькими способами из них можно выбрать двух представителей в совет школы?



- 3.103** Скорость полёта вороны 40 км/ч. Скорость полёта скворца в $1\frac{1}{5}$ раза больше скорости вороны, а скорость голубя в $1\frac{1}{6}$ раза больше скорости скворца. Найдите скорость полёта голубя.

- 3.104** Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат со стороной 1,1 дм. Найдите высоту параллелепипеда, если его объём $2,42 \text{ дм}^3$.



- 3.105** Решите задачу:

1) В столовой 19 табуреток двух видов — с тремя и с четырьмя ножками. У всех табуреток 72 ножки. Сколько табуреток каждого вида в столовой?

2) Для детского сада куплено 36 трёхколёсных и двухколёсных велосипедов. У этих велосипедов 93 колеса. Сколько трёхколёсных и сколько двухколёсных велосипедов было куплено?



3.106 Выполните действия и проверьте вычисления с помощью калькулятора:

- 1) $(0,6739 + 1,4261) \cdot 557,55 : (16,7 \cdot 2,9 - 42,13)$;
- 2) $(1,3892 + 0,8108) \cdot 537,84 : (15,8 \cdot 3,6 - 52,48)$;
- 3) $801,4 - (74 - 525,35 : 7,9) \cdot (64,4 - 6,88 : 8,6)$;
- 4) $702,3 - (59 - 389,64 : 6,8) \cdot (59,3 - 5,64 : 9,4)$.

3.107 Решите уравнение:

- 1) $165,64 - (a - 12,5) = 160,54$;
- 2) $278,74 - (6,5 - b) = 276,84$.

Д

3.108 Штангист тяжёлой весовой категории поднял штангу массой 156 кг, а штангист лёгкой весовой категории поднял штангу, масса которой составляет $\frac{9}{13}$ массы первой. На сколько килограммов масса первой штанги больше массы второй штанги?

3.109 Сплав состоит из олова и сурьмы. Масса сурьмы в этом сплаве составляет $\frac{3}{17}$ массы олова. Найдите массу сплава, если олова в нём 27,2 кг.

3.110 Угол A равен 40° , а угол B составляет 135 % от угла A . Найдите градусную меру суммы углов A и B .

3.111 На пакетике семян огурцов указан процент всхожести — 98 %. Сколько семян из партии 140 штук не взойдёт?

3.112 Численность населения Московской области в 2015 г. составляла примерно 7,2 млн человек. За год прирост населения составил 1,5 %. Найдите численность населения Московской области в 2016 г. Результат округлите до десятых.

3.113 С бахчи собрали 36 т дынь и арбузов. На бахчевой рынок в город отправили 0,7 всех арбузов и 0,8 всех дынь. Сколько тонн дынь и арбузов отправили в город, если арбузы составляли $\frac{5}{9}$ всего урожая?

3.114 На участке сибирского леса 70 % занимает лиственница, $\frac{5}{12}$ оставшейся площади занимает кедр, а остальную площадь — лиственные деревья. Сколько гектаров занимают лиственные деревья, если площадь всего участка 720 га?

3.115 За три дня на элеватор доставили 651 т зерна. В первый день было доставлено $\frac{10}{31}$ всего зерна, во второй — 0,9 того, что было доставлено в первый день. Сколько тонн зерна было доставлено на элеватор в третий день?

3.116 Путешественники по Африке $\frac{3}{7}$ всего намеченного пути проехали на верблюдах, $\frac{7}{12}$ оставшегося пути — на автомобиле, а затем на плоту спускались по реке. Какую часть всего пути заняло путешествие по реке? Сколько километров путешественники проплыли по реке, если весь их путь составил 588 км?

3.117 Бюджет семьи в октябре распределился следующим образом: 70 % бюджета составили затраты на питание, оплата коммунальных услуг и налогов составила 20 % затрат на питание, а остальное было израсходовано на культурный досуг и занятия спортом. Сколько процентов всего бюджета составили расходы на спорт и досуг?

3.118 В трёх ящиках было 76 кг вишни. Во втором ящике было в 2 раза больше, чем в первом, а в третьем — на 8 кг больше вишни, чем в первом. Сколько килограммов вишни было в каждом ящике?

3.119 Выполните действия:

- а) $27,36 \cdot 0,1 - 0,09$;
 б) $(54,23 \cdot 3,2 - 54,13 \cdot 3,2 + 0,68) : 0,2$;
 в) $(23,82 + 54,58) \cdot (1,202 + 0,698) - 2,1 \cdot (3,53 - 1,89)$;
 г) $316\,219 - (27\,090 : 43 + 16\,422 : 119)$.



3.120

пира-
мида

Вырежьте из плотной бумаги фигуры, показанные на рисунке 25, и склейте фигуры, изображённые на рисунке 26.

Эти фигуры называют **пирамидами**. У пирамид боковые грани — треугольники, а основание — многоугольник. Название пирамиды зависит от того, какой многоугольник является её основанием. На рисунке 26, а изображена треугольная пирамида, а на рисунке 26, б — четырёхугольная.

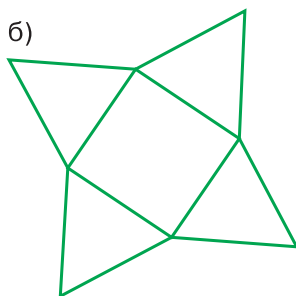
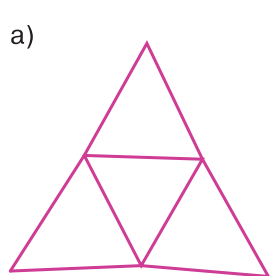


Рис. 25

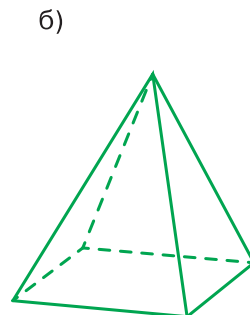
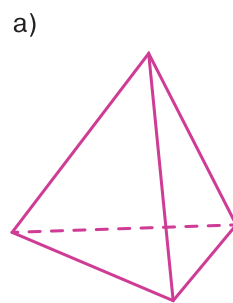


Рис. 26

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1. Нахождение дроби от числа

Найдите произведение (1—2).

- 1 Семи девятыми и единицы.
- 2 Нуля целых двух десятых и одной второй.

Найдите (3—6):

- 3 Одну шестую от двенадцати.
- 4 Три пятых от двадцати.
- 5 Одну четвёртую от нуля целых восьми десятых.
- 6 Одну третью от шести седьмых.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7 Площадь прямоугольника равна пяти седьмым квадратного метра, если его стороны равны одной пятой метра и одной седьмой метра.
- 8 Чтобы найти дробь от числа, нужно вычислить произведение дроби и этого числа.

Проверочная работа № 2. Нахождение дроби от числа

Найдите (1—4):

- 1 Ноль целых две десятых от пяти.
- 2 Тридцать процентов от трёхсот.
- 3 Одну девяную от шестидесяти трёх.
- 4 Три четвёртых от четырёхсот.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 5 Три восьмых от восьми центнеров составляют тридцать килограммов.
- 6 Пять двенадцатых одного часа составляют двадцать пять минут.
- 7 Значение правильной дроби от числа меньше этого числа.
- 8 Если две седьмых некоторого числа равны одной второй, то это число равно восьми девятым.

15. Применение распределительного свойства умножения

Распределительное свойство умножения относительно сложения и относительно вычитания позволяет упрощать вычисления.

Пример 1. Найдём значение выражения $\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot 15$.

Решение. $\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot 15 = \frac{4}{5} \cdot 15 - \frac{1}{3} \cdot 15 = 12 - 5 = 7$.

Пример 2. Найдём значение произведения $2\frac{1}{14} \cdot 7$.

Решение. Представим вначале число $2\frac{1}{14}$ в виде суммы его целой и дробной частей: $2\frac{1}{14} = 2 + \frac{1}{14}$, а затем применим распределительное свойство. Получим:

$$2\frac{1}{14} \cdot 7 = \left(2 + \frac{1}{14}\right) \cdot 7 = 2 \cdot 7 + \frac{1}{14} \cdot 7 = 14 + \frac{1}{2} = 14\frac{1}{2}.$$

умножение
смешанного числа
на натуральное
число

Чтобы умножить смешанное число на натуральное число, можно:

- 1) умножить целую часть на натуральное число;
- 2) умножить дробную часть на это натуральное число;
- 3) сложить полученные результаты.

Пример 3. Найдём значение выражения $5\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + 1\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{7}$.

Решение. На основе распределительного свойства умножения представим эту сумму в виде произведения суммы $5\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8}$ и числа $\frac{2}{7}$:

$$5\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + 1\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{7} = \left(5\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8}\right) \cdot \frac{2}{7} = 7 \cdot \frac{2}{7} = 2.$$

Используя распределительное свойство умножения, можно упрощать выражения вида $\frac{3}{8}a + \frac{1}{4}a$ и $\frac{3}{4}b - \frac{1}{5}b$:

$$\frac{3}{8}a + \frac{1}{4}a = \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\right)a = \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{8}\right)a = \frac{5}{8}a;$$

$$\frac{3}{4}b - \frac{1}{5}b = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right)b = \left(\frac{15}{20} - \frac{4}{20}\right)b = \frac{11}{20}b.$$

В простых случаях можно писать сразу:

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x = x \quad \text{— две третьих } x \text{ и одна третья } x \text{ — это } x;$$

$$\frac{7}{9}x - \frac{5}{9}x = \frac{2}{9}x \quad \text{— разность семи девятых } x \text{ и пяти девя-} \\ \text{тых } x \text{ — это две девятых } x.$$



Расскажите, как можно умножить смешанное число на натуральное число.

К

3.121 Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{2}{7} + \frac{5}{21}\right) \cdot 21$; в) $\left(\frac{3}{8} + \frac{5}{12}\right) \cdot 24$;
б) $\left(\frac{7}{12} - \frac{5}{9}\right) \cdot 12$; г) $\left(\frac{8}{11} - \frac{3}{22}\right) \cdot 44$.

3.122 Выполните умножение:

а) $6\frac{1}{5} \cdot 4$; в) $3 \cdot 7\frac{1}{4}$; д) $4\frac{1}{4} \cdot 4$; ж) $10 \cdot 5\frac{2}{5}$; и) $27\frac{4}{9} \cdot 9$;
б) $9\frac{2}{7} \cdot 2$; г) $6 \cdot 1\frac{1}{7}$; е) $2\frac{1}{8} \cdot 8$; з) $11\frac{1}{3} \cdot 3$; к) $12\frac{9}{13} \cdot 13$.



3.123 Найдите значение выражения:

а) $\left(4\frac{2}{3} + 5\frac{1}{2}\right) \cdot 6$; в) $\left(8 - 1\frac{1}{9}\right) \cdot 9$;
б) $\left(3\frac{2}{7} + \frac{5}{7}\right) \cdot 7$; г) $\left(4 - 1\frac{1}{3} \cdot 2\right) \cdot 15$.



3.124 Найдите значение выражения:

а) $8\frac{5}{11} \cdot 4\frac{2}{9} + 8\frac{5}{11} \cdot 6\frac{7}{9}$; в) $9\frac{3}{8} \cdot 2\frac{5}{7} - 2\frac{5}{7} \cdot 7\frac{3}{8}$;
б) $6\frac{3}{5} \cdot 7\frac{1}{6} - 2\frac{1}{6} \cdot 6\frac{3}{5}$; г) $3\frac{3}{4} \cdot 3\frac{3}{4} + 3\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}$.

3.125 Упростите выражение:

а) $\frac{2}{9}x + \frac{4}{9}x$; г) $\frac{5}{6}b - \frac{3}{4}b$; ж) $k - \frac{1}{7}k$;
б) $\frac{7}{12}m - \frac{5}{12}m$; д) $\frac{3}{11}y + \frac{8}{11}y$; з) $1\frac{3}{4}t - \frac{7}{8}t$.
в) $\frac{5}{7}a - \frac{9}{14}a$; е) $\frac{3}{5}b + b$;

3.126 Упростите выражение:

а) $\frac{2}{3}c + \frac{1}{9}c - \frac{7}{9}c$; в) $\frac{5}{18}x + \left(\frac{5}{12}x - \frac{1}{4}x\right)$;
б) $\frac{3}{4}a - \frac{5}{8}a + \frac{7}{8}a$; г) $\frac{11}{18}n - \left(\frac{5}{18}n + \frac{1}{6}n\right)$.



3.127 Решите уравнение:

а) $\left(\frac{2}{3}x - \frac{4}{5}\right) \cdot 15 = 8$; в) $\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}x = 18$;
б) $\left(\frac{5}{7} - \frac{2}{3}y\right) \cdot 21 = 1$; г) $\frac{7}{12}m + \frac{2}{3}m - \frac{1}{4}m = 7$.



3.128 Шаг дяди Стёпы $1\frac{1}{5}$ м. Какое расстояние он пройдёт, если сделает 5 шагов; 12 шагов; 20 шагов; 24 шага?



3.129 Продолжительность жизни берёзы 150 лет. Сосна живёт в $2\frac{1}{3}$ раза дольше берёзы, а мамонтово дерево — в 5 раз дольше сосны. Сколько лет составляет продолжительность жизни мамонтова дерева?

3.130 Квартира состоит из двух комнат. Длина большей комнаты $5\frac{3}{10}$ м, а ширина 4 м. Длина меньшей комнаты 4 м, а ширина $3\frac{3}{10}$ м. На сколько площадь одной комнаты меньше площади другой?

3.131 Площадь поля a га. В первый день вспахали $\frac{1}{3}$ поля. Какая площадь осталась невспаханной? Найдите значение получившегося выражения при $a = 57$; 234; $142\frac{1}{2}$.



3.132 В первый день туристы прошли $\frac{2}{9}$ всего пути, во второй день — $\frac{2}{3}$ всего пути. Сколько километров пройдено за два дня, если весь путь n км? Составьте выражение для решения задачи, упростите его и найдите значение при $n = 27$; 36; $33\frac{3}{4}$.

3.133 Семья купила двухкомнатную квартиру жилой площадью s м². Одна комната составляла 0,36 жилой площади, а вторая составляла $\frac{5}{6}$ площади первой комнаты. Чему равна площадь двух комнат вместе? Найдите значение получившегося выражения при $s = 50$; 75.

3.134 В бидоне было a л молока. Из бидона перелили в кастрюлю $\frac{5}{12}$ этого молока и в кувшин 0,6 того количества, которое вылили в кастрюлю. Сколько молока осталось в бидоне? Найдите значение получившегося выражения при $a = 1,2$; $4\frac{4}{5}$.

3.135 На складе было m кг гвоздей. Кладовщик в первый раз выдал 40 % имевшихся гвоздей, во второй раз — 75 % остатка. Сколько килограммов гвоздей осталось на складе? Найдите значение получившегося выражения при $m = 1200$; 300; 50.



3.136 Выполните действия:

а) $\left(1\frac{2}{9} + 1\frac{1}{6}\right) \cdot \left(2 - 1\frac{25}{42}\right)$; в) $\left(4 + 5\frac{1}{6}\right) \cdot \left(3\frac{2}{3} - \frac{13}{33}\right)$;
б) $\left(4 + 2\frac{7}{15}\right) \cdot \left(10 - 8\frac{16}{23}\right)$; г) $6\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} - 11\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9}$.

3.137 Сравните выражения

$$\left(6 - 5\frac{1}{6}\right) \cdot \left(5 - 3\frac{4}{5}\right) \text{ и } 6 \cdot 5\frac{1}{6} - 5 \cdot 3\frac{4}{5}.$$

3.138 Найдите значение выражения:

а) $2\frac{2}{5}a + b$, если $a = 2\frac{1}{12}$, $b = 3\frac{27}{40}$; б) $8\frac{3}{4}(a + b)$, если $a = 2\frac{1}{7}$, $b = 1\frac{1}{7}$.

П

3.139 Вычислите устно:

а) $\begin{array}{r} 70 - 56 \\ \cdot 3 \\ + 14 \\ : 4 \\ \hline ? \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 900 : 150 \\ \cdot 180 \\ + 240 \\ : 18 \\ \hline ? \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 8 \cdot 0,9 \\ - 5,4 \\ + 3 \\ : 16 \\ \hline ? \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 4,2 : 0,6 \\ \cdot 0,8 \\ + 0,4 \\ : 10 \\ \hline ? \end{array}$	д) $\begin{array}{r} 0,63 : 0,7 \\ + 3,1 \\ : 8 \\ \cdot 0,1 \\ \hline ? \end{array}$
---	---	---	---	---

3.140 Выполните умножение устно:

а) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{11}{14}$; б) $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{5}$; в) $3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot 6 \cdot \frac{1}{6}$.

3.141 Вычислите:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{9}$; в) $\left(1 - \frac{3}{4}\right)^3$.

3.142 От какого числа надо отнять $\frac{1}{4}$, чтобы получить 1; $\frac{1}{8}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{11}{12}$; $1\frac{7}{8}$?



3.143 Подумайте, как из числа, записанного в центре (рис. 27), можно получить числа, записанные в кружках.

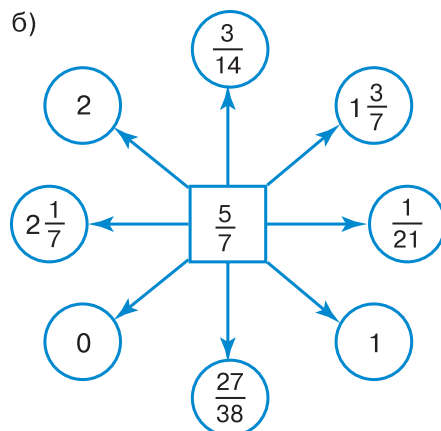
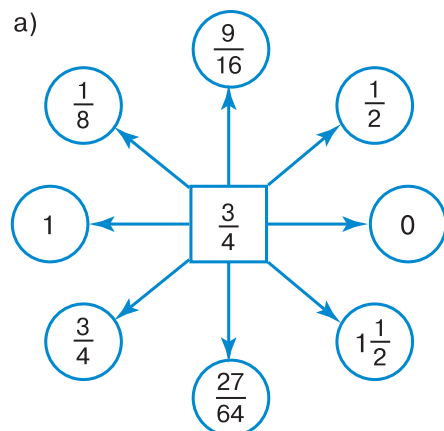


Рис. 27



3.144 Москва основана в 1147 г., а Санкт-Петербург — в 1703 г. Сколько лет Москве и сколько лет Санкт-Петербургу? На сколько лет Москва старше Санкт-Петербурга?



3.145 Подсчитайте по модели, сколько граней, вершин, рёбер у треугольной пирамиды; у четырёхугольной пирамиды. Попробуйте догадаться, сколько граней, вершин, рёбер у шестиугольной пирамиды.

3.146 Было собрано 180 кг яблок. На приготовление сока израсходовали $\frac{7}{12}$ всех яблок, а остальные яблоки оставили в свежем виде на зиму. Сколько килограммов яблок было оставлено на зиму?

3.147 Смородина — очень полезная ягода, богатая витамином С. В саду было посажено 24 куста чёрной и красной смородины. Красная смородина составила 0,25 всех кустов. Сколько кустов чёрной смородины было посажено в саду?



3.148 В саду 30 плодовых деревьев. Яблони составляют 0,6 всех деревьев. Сколько яблонь в саду? Сколько в саду других плодовых деревьев?



3.149 Турист прошёл в первый день $\frac{3}{8}$ всего намеченного пути, причём до обеда он прошёл $\frac{2}{3}$ пути, пройденного за этот день. Какую часть всего намеченного пути прошёл турист в первый день до обеда?

3.150 Музыкальный телевизионный конкурс проходил в три этапа. По результатам первого этапа 40 % участников не прошли на второй этап, а по результатам второго этапа 75 % оставшихся участников не попали на третий этап. Сколько процентов участников конкурса состязалось на третьем этапе?



3.151 В магазин привезли 658 кг персиков. В первый день продали $\frac{2}{7}$ всех персиков, а во второй день — 0,3 оставшихся персиков. Сколько килограммов персиков продали во второй день?



3.152 Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{21}{25} \cdot \frac{5}{7} - \frac{3}{16} \cdot \frac{4}{15}; & \text{в) } 15\frac{2}{5} \cdot 1\frac{5}{7} + 6\frac{10}{27} \cdot 3\frac{3}{8}; & \text{д) } \left(\frac{3}{4}\right)^3; \\ \text{б) } 5\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{13} - 2\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{14}; & \text{г) } 15\frac{4}{7} - 4\frac{3}{8} \cdot \left(1\frac{3}{7} - \frac{34}{35}\right); & \text{е) } \left(\frac{5}{6}\right)^2. \end{array}$$

3.153 Выполните действия:

$$\begin{array}{l} 1) (3,52 : 1,1 + 6,2) \cdot (7,2 - 4,62 : 2,2); \\ 2) (2,86 : 2,6 - 0,8) \cdot (3,4 + 7,04 : 3,2). \end{array}$$

Д

3.154 Выполните умножение:

$$\text{а) } 7\frac{2}{13} \cdot 2; \quad \text{б) } 5\frac{7}{16} \cdot 8; \quad \text{в) } 8\frac{3}{28} \cdot 5; \quad \text{г) } 5 \cdot 3\frac{1}{5}; \quad \text{д) } 6\frac{3}{8} \cdot 2; \quad \text{е) } 9\frac{2}{9} \cdot 9.$$

3.155 Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \left(3\frac{3}{5} - 2\frac{1}{15}\right) \cdot 5; & \text{г) } 3\frac{4}{13} \cdot 15\frac{3}{41} - 3\frac{4}{13} \cdot 2\frac{3}{41}; \\ \text{б) } \left(1\frac{14}{17} - 1\frac{1}{34}\right) \cdot 34; & \text{д) } \left(2\frac{3}{4} + 4\frac{1}{8}\right) \cdot 1\frac{5}{11}; \\ \text{в) } 8\frac{3}{17} \cdot 5\frac{1}{4} + 3\frac{14}{17} \cdot 5\frac{1}{4}; & \text{е) } 1\frac{2}{5} \cdot \left(1\frac{1}{14} - \frac{5}{7}\right). \end{array}$$

3.156 Упростите и найдите значение выражения:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \frac{5}{7}a + \frac{3}{14}a \text{ при } a = 4\frac{2}{3}; \quad \frac{7}{13}; \\ \text{б) } \frac{3}{8}y + y - \frac{1}{4}y \text{ при } y = 2\frac{2}{3}; \quad \frac{4}{9}; \\ \text{в) } \frac{13}{15}m - \frac{3}{4}m + \frac{1}{12}m \text{ при } m = 2\frac{1}{2}; \quad 6\frac{1}{4}; \\ \text{г) } \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}x - \frac{4}{9}x \text{ при } x = 1\frac{13}{23}; \quad \frac{9}{46}. \end{array}$$

- 3.157** Турист шёл 3 ч со скоростью $4\frac{3}{4}$ км/ч и 3 ч со скоростью $4\frac{1}{4}$ км/ч. Сколько километров прошёл турист за эти 6 ч?
- 3.158** Масса одной упаковки моркови составляет $3\frac{3}{10}$ кг, а другой в $2\frac{1}{2}$ раза больше. Сколько моркови будет во второй упаковке, если в неё добавить ещё $1\frac{3}{4}$ кг?
- 3.159** Олег решал уравнение в течение $\frac{1}{12}$ ч. Задачу он решал на $\frac{1}{3}$ ч дольше, чем уравнение. Сколько времени Олег решал уравнение и задачу?
- 3.160** После удачной рыбалки Костя принёс домой 1,4 кг рыбы. Из $\frac{2}{7}$ этой рыбы сварили уху, а 80 % оставшейся рыбы пожарили. Сколько рыбы пожарили?
- 3.161** В первый день маслобойня переработала $\frac{4}{9}$ поступившего количества семян подсолнечника, во второй день — 0,6 остатка. Сколько тонн семян подсолнечника переработала маслобойня за эти два дня, если было привезено s т семян? Найдите значение получившегося выражения при $s = 90$; 63.
- 3.162** На обувной фабрике было выпущено n пар кроссовок: мужских, женских и детских. Мужские кроссовки составляли 45 % общего выпуска, 80 % от мужских кроссовок составляли женские кроссовки, а остальное — детские. Сколько пар детских кроссовок было выпущено?
- 3.163** Найдите значение выражения:
 а) $(3,75 : 1,25 - 0,75) : 1,5 + 0,75$;
 б) $(14 - 12,725) \cdot 12,4 - 2,6 : (11,2 - 7,95)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

Применение распределительного свойства умножения

Найдите (1—4):

- 1 Ноль целых три десятых от тридцати.
 - 2 Десять процентов от шести.
 - 3 Четыре девярых от восемнадцати.
 - 4 Квадрат трёх восьмых.
 - 5 Сумму одной третьей и одной седьмой умножьте на двадцать один.
 - 6 Две целых одну пятую умножьте на три.
- Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 7 Значение выражения $3\frac{6}{7} \cdot 3 + 3 \cdot 1\frac{1}{7}$ равно пятнадцати.
 - 8 Произведение пяти и трёх целых четырёх пятых равно девятнадцати.

Проверочная работа № 2

Применение распределительного свойства умножения

- 1 Сумму одной третьей и одной шестой умножьте на шесть.
- 2 Четыре целых три пятых умножьте на пять.

Запишите выражение и упростите его (3—5).

3 Сумма пяти восьмых «игрек» и трёх восьмых «игрек».

4 Разность одной третьей «эм» и одной шестой «эм».

5 Разность «цэ» и семи девярых «цэ».

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

6 Произведение шести целых одной девятнадцатой и семи больше сорока двух.

7 Корень уравнения $\frac{3}{7}x + \frac{2}{7}x = 5$ — число семь.

8 Площадь прямоугольника со сторонами четыре метра и одна целая три четвёртых метра равна шести квадратным метрам.

16. Взаимно обратные числа

Если умножить $\frac{8}{15}$ на $\frac{15}{8}$, то получится 1:

$$\frac{8}{15} \cdot \frac{15}{8} = \frac{8 \cdot 15}{15 \cdot 8} = 1.$$

Точно так же 1 получится при умножении 7 на $\frac{1}{7}$, $\frac{23}{75}$ на $\frac{75}{23}$ и т. д.

взаимно обратные
числа

Два числа, произведение которых равно 1, называют **взаимно обратными**.

Значит, взаимно обратными будут числа $\frac{8}{15}$ и $\frac{15}{8}$, 7 и $\frac{1}{7}$, $\frac{23}{75}$ и $\frac{75}{23}$. Числу $\frac{a}{b}$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$, обратно число $\frac{b}{a}$.

В самом деле, $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1$.

Пример 1. Найдём число, обратное числу $3\frac{5}{6}$.

Решение. Запишем число $3\frac{5}{6}$ в виде неправильной дроби:

$$3\frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 6 + 5}{6} = \frac{23}{6}.$$

Значит, обратным числу $3\frac{5}{6}$ будет число $\frac{6}{23}$.

Пример 2. Найдём значение произведения $\frac{5}{11} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3}$.

Решение. $\frac{5}{11} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{5}{11} \cdot \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3}\right) = \frac{5}{11} \cdot 1 = \frac{5}{11}$.

Значит, если число x сначала умножить на некоторое число a , а потом умножить на число, обратное a , то получим опять x .



♦ Какие числа называют взаимно обратными?

♦ Как записать число, обратное дроби $\frac{a}{b}$?

♦ Как записать число, обратное натуральному числу?

♦ Как записать число, обратное смешанному числу?

К

3.164 Найдите произведение чисел:

- а) $10 \cdot \frac{1}{10}$; в) $\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5}$; д) $\frac{5}{12} \cdot 2\frac{2}{5}$; ж) $\frac{4}{15} \cdot 3,75$;
 б) $\frac{1}{6} \cdot 6$; г) $\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{3}$; е) $2\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{17}$; з) $0,6 \cdot 1\frac{2}{3}$.

3.165 Будут ли взаимно обратными числа:

- а) $7\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{37}$; в) 0,2 и 5; д) $3\frac{1}{2}$ и $2\frac{1}{3}$;
 б) 48 и $\frac{1}{46}$; г) 2,5 и 0,4; е) 0 и 1?

3.166 Найдите число, обратное числу:

- а) $\frac{7}{10}$; в) $\frac{11}{4}$; д) $\frac{1}{5}$; ж) 0,8;
 б) 5; г) $\frac{8}{9}$; е) $7\frac{11}{13}$; з) 1,25.

3.167 Найдите значение выражения:

- а) $1\frac{77}{81} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5}$; б) $3,4 \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7}$; в) $\frac{11}{12} \cdot 5,6 \cdot \frac{12}{11}$.



3.168 Выполните деление:

- а) $1 : 3$; в) $1 : 0,2$; д) $1 : \frac{7}{12}$; ж) $1 : 1,2$;
 б) $1 : \frac{1}{6}$; г) $1 : 0,7$; е) $1 : 2\frac{1}{7}$; з) $1 : 1,5$.

3.169 Выполните действия:

- а) $\left(\frac{4}{7} + \frac{3}{7}\right) : 100$; в) $\left(1\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\right) : \frac{2}{9}$;
 б) $\left(\frac{3}{5} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{30}{43}$; г) $\left(\frac{8}{21} - \frac{2}{7}\right) \cdot 10\frac{1}{2}$.



3.170 Решите уравнение:

- а) $\frac{3}{4}x = 1$; в) $0,8a = 1$; д) $\frac{8}{19}x = \frac{8}{19}$;
 б) $\frac{23}{20}y = 1$; г) $0,7b = 1$; е) $\frac{12}{5}y = \frac{12}{5}$.

3.171 Найдите:

- а) $\frac{1}{15}$ от 15; б) 0,3 от $3\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{3}$ от 1,5; г) 0,25 от 4.

3.172 Фермеру надо вспахать участок земли размером $1\frac{7}{10}$ га. До обеда он вспахал $\frac{10}{17}$ этого участка. Сколько гектаров земли вспахал фермер до обеда?

3.173 Для приготовления блинов потребовалось $\frac{2}{5}$ кг муки, а для выпечки пирогов в $2\frac{1}{2}$ раза больше. Сколько муки потребовалось для выпечки блинов и пирогов вместе?

П

3.174 Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} 200 - 101 \\ : 3 \\ + 37 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \cdot 5 \\ - 130 \\ : 29 \\ + 270 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 0,3 \\ + 4,1 \\ : 100 \\ \cdot 20 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,45 : 9 \\ \cdot 6 \\ + 2,7 \\ : 0,01 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,6 : 0,7 \\ : 20 \\ + 4,8 \\ : 26 \\ \hline ? \end{array}$$

3.175 Представьте в виде неправильной дроби: $1\frac{1}{4}$; $1\frac{5}{7}$; $2\frac{1}{9}$; $5\frac{2}{11}$; 3.3.176 Найдите наименьшее и наибольшее значения выражения $\frac{3}{5}x$, если $x = 1$; $\frac{1}{7}$; $1\frac{2}{3}$; $\frac{2}{9}$.

3.177 Верно ли выполнены вычисления:

а) $16 \cdot 2\frac{1}{2} = 16 \cdot 2 + 16 : 2 = 32 + 8 = 40$;

б) $42 \cdot 4\frac{1}{3} = 42 \cdot 4 + 42 : 3 = 168 + 14 = 182$;

в) $72 \cdot \frac{3}{4} = 72 - 72 : 4 = 72 - 18 = 54$;

г) $84 \cdot \frac{5}{6} = 84 - 84 : 6 = 84 - 14 = 70$?

Ответ объясните.



3.178 На озере находятся 7 островов, которые соединены между собой мостами так, как показано на рисунке 28. На какой остров должен доставить катер путешественников, чтобы они могли пройти по каждому мосту и только один раз? С какого острова катер должен забрать этих людей? Почему нельзя доставить путешественников на остров А?

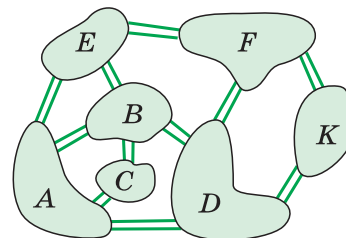


Рис. 28

3.179 Выполните умножение:

а) $3\frac{2}{5} \cdot 5$; б) $7\frac{1}{4} \cdot 4$; в) $2\frac{1}{8} \cdot 4$; г) $1\frac{2}{9} \cdot 3$; д) $2\frac{5}{18} \cdot 6$.



3.180 Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{9}$; в) $2\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}$; д) $\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{15}\right) \cdot \frac{3}{4}$;

б) $\frac{1}{7} \cdot 2\frac{1}{3}$; г) $3\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{11}$; е) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot 6$.

3.181 Задания олимпиады по математике распечатывали на трёх копировальных машинах. На первой машине распечатали 35 % всех заданий, а на второй машине — 25 % всех заданий. Сколько заданий распечатали на третьей машине, если всего было 240 заданий?

3.182 Среднее арифметическое трёх чисел равно 3,1. Найдите эти числа, если второе число больше первого на 0,9, а третье число больше первого в 2 раза.



3.183 Выполните действия:

$$\begin{aligned} & 1) (7,061 : 2,3 - 2,2) \cdot (4,2 + 17,391 : 5,27); \\ & 2) (3,7 + 14,058 : 6,39) \cdot (23,641 : 4,7 - 4,6). \end{aligned}$$

Д

3.184 Найдите числа, обратные числам:

а) $\frac{10}{27}$; $\frac{12}{59}$; $\frac{23}{98}$; $\frac{11}{122}$; $\frac{43}{315}$; $\frac{10}{3}$; $\frac{41}{8}$;

б) $11\frac{11}{12}$; $\frac{1}{20}$; 80; 100; 1; 0,5; 1,2.

3.185 Выполните действия:

а) $\frac{8}{11} \cdot 8\frac{1}{4}$; г) $0,8 \cdot \frac{1}{5}$;

б) $1\frac{8}{13} \cdot 3\frac{5}{7}$; д) $(0,2 + 0,4) \cdot \frac{2}{3}$;

в) $0,2 \cdot 1\frac{2}{3}$; е) $(1,3 - 0,7) \cdot 1\frac{2}{3}$.

3.186 Положили сушить 150 кг вишни. После сушки масса ягод уменьшилась на 80 %. Сколько килограммов вишни получилось после сушки?

3.187 Среднее арифметическое четырёх чисел равно 2,75. Найдите эти числа, если второе больше первого в 1,5 раза, третье больше первого в 1,2 раза и, наконец, четвертое больше первого в 1,8 раза.

3.188 Найдите значение выражения:

а) $208,57 - 108,57 : ((60,4 - 57,6) \cdot (3,6 + 3,45))$;

б) $565,3 - 465,3 : ((1,25 + 5,8) \cdot (55,8 - 49,2))$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа

Взаимно обратные числа

Запишите число, обратное (1—3):

- 1 Одной третьей.
- 2 Четырём седьмым.
- 3 Двум целым одной четвёртой.
- 4 Какое число надо умножить на три восьмых, чтобы получить единицу?
- 5 Каков корень уравнения $0,2a = 1$?

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 6 Числа две девярых и три вторых взаимно обратные.
- 7 Для любого числа существует обратное ему число.
- 8 Для правильной дроби обратным числом является неправильная дробь.

17. Деление

Задача. Площадь прямоугольника $\frac{5}{7}$ м². Длина одной стороны $\frac{3}{4}$ м. Найдите длину другой стороны.

Решение. Обозначим длину другой стороны через x м. По формуле площади прямоугольника должно выполняться равенство $\frac{3}{4}x = \frac{5}{7}$. Умножим обе части равенства на число $\frac{4}{3}$, обратное числу $\frac{3}{4}$. Так как произведение $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$ равно 1, то получим, что $x = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3}$, или $x = \frac{20}{21}$. Таким образом, длина другой стороны прямоугольника равна $\frac{20}{21}$ м.

В этой задаче мы нашли неизвестный множитель в произведении $\frac{3}{4} \cdot x = \frac{5}{7}$. По смыслу деления это число равно частному от деления числа $\frac{5}{7}$ на число $\frac{3}{4}$. Видим, что это частное равно произведению делимого и числа, обратного делителю, т. е. $\frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{21}$.

деление дробей

Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

Пример 1. Разделим $2\frac{2}{5}$ на $1\frac{1}{15}$.

Решение. Представим сначала числа $2\frac{2}{5}$ и $1\frac{1}{15}$ в виде неправильных дробей:

$$2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}; \quad 1\frac{1}{15} = \frac{16}{15}.$$

$$\text{Поэтому } 2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{15} = \frac{12}{5} : \frac{16}{15} = \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{12 \cdot 15}{5 \cdot 16} = \frac{3 \cdot 3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}.$$

Пример 2. Разделим $\frac{7}{8}$ на 6.

Решение. Числом, обратным делителю, является $\frac{1}{6}$, так как $6 \cdot \frac{1}{6} = 1$. Значит, $\frac{7}{8} : 6 = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{48}$.



- ♦ Сформулируйте правило деления дробей.
- ♦ Как выполняется деление смешанных чисел?

К

3.189 Выполните деление:

а) $\frac{3}{8} : \frac{5}{7}$; в) $\frac{4}{5} : \frac{4}{7}$; д) $\frac{3}{5} : \frac{9}{25}$; ж) $\frac{12}{25} : \frac{8}{15}$;
 б) $\frac{1}{5} : \frac{3}{4}$; г) $\frac{3}{16} : \frac{5}{12}$; е) $\frac{3}{7} : \frac{1}{2}$; з) $\frac{9}{14} : \frac{18}{35}$.

3.190 Выполните деление:

а) $\frac{7}{8} : 2$; в) $1 : \frac{3}{11}$; д) $8 : \frac{4}{5}$;
 б) $\frac{3}{8} : 3$; г) $5 : \frac{2}{5}$; е) $4 : \frac{8}{9}$.



3.191 Выполните деление:

а) $3\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$; в) $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{10}$; д) $4\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$; ж) $0 : 5\frac{1}{18}$;
 б) $\frac{4}{15} : 3\frac{1}{15}$; г) $10\frac{1}{3} : 2\frac{2}{3}$; е) $4\frac{3}{4} : 3$; з) $3\frac{1}{4} : 1$.

3.192 Представьте в виде дроби частное:

а) $\frac{m}{n} : \frac{a}{k}$; б) $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$; в) $\frac{m}{k} : a$; г) $b : \frac{c}{n}$.

Г

Частное двух дробей можно читать разными способами:

$\frac{2}{7} : \frac{11}{14}$ — $\frac{\text{и. п.}}{\text{в. п.}}$ **две седьмых** разделить на **одиннадцать четырнадцатых**,
 — частное чисел $\frac{\text{в. п.}}{\text{в. п.}}$ **две седьмых** и **одиннадцать четырнадцатых**,
 — частное $\frac{\text{р. п.}}{\text{р. п.}}$ **двух седьмых** и **одиннадцати четырнадцатых**.

3.193 Найдите по формуле площади прямоугольника $S = ab$ значение:

а) S , если $a = 4\frac{1}{5}$ и $b = \frac{3}{7}$; б) a , если $S = 15$ и $b = 7\frac{1}{2}$.

3.194 С какой скоростью должен передвигаться трактор, чтобы пройти 15 км за $\frac{5}{6}$ ч; за $\frac{5}{3}$ ч?3.195 Масса $\frac{4}{5}$ дм³ сосны равна $\frac{2}{5}$ кг. Чему равна масса 1 дм³ сосны? Чему равен объём соснового бруска массой 1 кг?3.196 Сумма двух чисел равна $12\frac{4}{7}$. Одно из них в $1\frac{2}{7}$ раза больше другого. Найдите эти числа.3.197 Если задуманное число умножить на $2\frac{1}{17}$ и к произведению прибавить $1\frac{5}{11}$, то получится $8\frac{5}{11}$. Найдите задуманное число.3.198 Площадь прямоугольника $\frac{15}{64}$ м². Найдите периметр прямоугольника, если его ширина $\frac{3}{8}$ м.



3.199 Длина и ширина прямоугольника соответственно равны $5\frac{3}{5}$ м и $2\frac{3}{8}$ м. Найдите ширину другого прямоугольника, длина которого $3\frac{1}{5}$ м, а площадь равна площади первого прямоугольника.

3.200 Представьте делимое в виде обыкновенной дроби и выполните действие:

а) $0,25 : \frac{3}{4}$; б) $0,6 : \frac{2}{5}$.

3.201 Представьте делимое в виде десятичной дроби и выполните действие:

а) $\frac{4}{25} : 0,2$; б) $\frac{3}{8} : 0,375$.



3.202 Выполните действия:

а) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} : \frac{4}{7}$; в) $\frac{15}{16} : \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{4}$;
 б) $\frac{11}{12} : \frac{7}{24} \cdot \frac{21}{22}$; г) $\frac{13}{14} \cdot \frac{7}{25} : \frac{13}{25}$.

3.203 Выполните действия:

а) $3\frac{3}{4} \cdot \left(4\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4}\right)$; в) $\left(6\frac{1}{2} - 4\frac{1}{4}\right) : 2\frac{1}{2}$; д) $\left(2\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6}\right) : 1\frac{1}{2}$;
 б) $\left(2\frac{2}{7} + 1\frac{1}{7}\right) \cdot 1\frac{1}{6}$; г) $\left(4\frac{8}{15} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 1\frac{7}{8}$; е) $\left(3\frac{1}{6} - 2\frac{7}{15}\right) : 1\frac{2}{5}$.



3.204 Выполните действия:

а) $\left(1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{9}\right) : \left(4\frac{26}{27} - 2\frac{2}{9}\right)$; б) $\left(6\frac{1}{24} - \frac{2}{3}\right) : \left(3\frac{1}{2} + 1\frac{7}{8}\right)$.

3.205 Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{3}{8} + 0,25 + \frac{1}{6}\right) : 1\frac{7}{12}$; в) $6,25 \cdot 8 - 3\frac{2}{3} : 5,5 + 2,4 \cdot 4\frac{7}{12}$;
 б) $8 : 0,16 - 3\frac{3}{4} \cdot 6,4$; г) $\left(\left(1\frac{2}{5}\right)^2 - 1,6\right) : 0,12$.

3.206 Решите уравнение:

а) $\frac{2}{7}x = 2\frac{2}{7}$; в) $\frac{3}{7}a + \frac{2}{5} = 1$;
 б) $\frac{3}{5}y = 2\frac{9}{10} - \frac{1}{5}$; г) $\frac{5}{9}x - \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$.





3.207 Решите уравнение:

а) $\frac{2}{7}x + \frac{3}{7}x = 2\frac{7}{14}$; в) $m + \frac{3}{8}m = \frac{1}{4}$; д) $\frac{2}{5}z + \frac{2}{3}z - \frac{7}{15}z = 2\frac{1}{2}$;
 б) $\frac{3}{5}z + \frac{2}{3}z - 3 = \frac{4}{5}$; г) $y - \frac{2}{9}y = 4\frac{2}{3}$; е) $\frac{5}{8}x + x - \frac{3}{4}x = 1\frac{3}{4}$.



3.208 Решите уравнение:

а) $3\frac{1}{3} : k = 1\frac{1}{3} : 2$; в) $3\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}x + \frac{4}{7}\right) = 2\frac{1}{3}$;
 б) $y : 1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$; г) $\left(\frac{5}{8}x - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.

- 3.209** Углы AOB и BOC вместе составляют развёрнутый угол AOC . При этом угол AOB в $1\frac{2}{5}$ раза больше угла BOC . Найдите градусные меры углов AOB и BOC . Выполните построение этих углов с помощью транспортира.
- 3.210** Луч OM разделил угол $СОК$, равный 90° , на два угла $СОМ$ и $МОК$. Угол $СОМ$ больше угла $МОК$ в $2\frac{3}{5}$ раза. Чему равны углы $СОМ$ и $МОК$? Постройте эти углы с помощью транспортира.
- 3.211** Отец старше сына в $3\frac{1}{3}$ раза, а сын моложе отца на 28 лет. Сколько лет отцу и сколько лет сыну?
- 3.212** Масса двух арбузов равна $13\frac{3}{4}$ кг. При этом масса одного арбуза составляет $\frac{4}{7}$ массы другого арбуза. Чему равна масса каждого арбуза?
- 3.213** Белка с бельчонок запасли на зиму 350 грибов. Бельчонок собрал 75 % числа грибов, собранных белкой. Сколько грибов собрала белка и сколько бельчонок?
- 3.214** Снегоуборочная машина до обеда расчистила участок, составляющий $\frac{5}{7}$ от длины участка, расчищенного ею после обеда. Сколько километров дороги она расчистила за весь день, если участок, расчищенный после обеда, оказался на 14 км больше участка, расчищенного до обеда?
- 3.215** Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 5 км. Скорость первого пешехода составляла $\frac{2}{3}$ скорости второго. Найдите скорости каждого пешехода, если они встретились через полчаса.
-  **3.216** Мотоциклист стал догонять велосипедиста, когда между ними было 33 км, и догнал его через $\frac{3}{4}$ ч. Известно, что скорость велосипедиста составляла $\frac{3}{14}$ скорости мотоциклиста. Найдите скорости мотоциклиста и велосипедиста.
- 3.217** Геологоразведочная группа к месту разработки $2\frac{2}{15}$ ч летела на вертолёт, а затем ещё $3\frac{3}{4}$ ч ехала на вездеходе. При этом на вертолёт она преодолела путь в $3\frac{1}{5}$ раза больший, чем на вездеходе. С какой скоростью геологоразведочная группа передвигалась на вертолёт и на вездеходе, если весь путь равен 504 км?
- 3.218** В бочонке и бидоне 80 л кваса. В бидоне $\frac{2}{3}$ количества кваса, находящегося в бочонке. Квас из бочонка разлили в 20 кувшинов, а из бидона — в 32 банки. Где больше кваса: в одном кувшине или в одной банке? На сколько литров?
-  **3.219** Турист 3 ч шёл пешком со скоростью 5 км/ч, а далее 4 ч он ехал на поезде, скорость которого в 12 раз больше. Оставшийся путь турист проехал на автобусе за 8 ч. С какой средней скоростью двигался турист за время путешествия, если скорость автобуса составляла $\frac{4}{5}$ скорости поезда?

П

3.220 Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} 184 - 112 \\ : 8 \\ + 45 \\ : 3 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 700 : 14 \\ \cdot 9 \\ + 90 \\ : 18 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,64 : 0,8 \\ \cdot 9 \\ + 2,8 \\ : 100 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,6 \cdot 0,1 \\ : 0,6 \\ + 3,6 \\ : 1,4 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 - 0,44 \\ : 0,7 \\ \cdot 0,5 \\ - 0,12 \\ \hline ? \end{array}$$


3.221 Найдите число, обратное дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $1\frac{1}{3}$; 0,7. Сравните данное число и ему обратное.

3.222 Существует ли число:

а) обратное самому себе; б) не имеющее обратного?

3.223 Не выполняя умножения, сравните:

а) $3 \cdot \frac{1}{3}$ и 3; б) $1\frac{5}{9} \cdot \frac{5}{6}$ и $\frac{5}{6}$; в) $\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{5}$ и $\frac{3}{8}$; г) $\frac{11}{12} \cdot 1\frac{1}{11}$ и 1.

 3.224 Кроме неравенств со знаками $>$ и $<$, которые называют **строгими**, используют **нестрогие неравенства**, для которых введены знаки \geq (больше или равно) и \leq (меньше или равно). Неравенства $3 \leq 4$ и $5 \leq 5$ верные, так как одно из условий выполнено: 3 меньше, чем 4; 5 равно 5.

Подумайте, какие натуральные числа являются решениями неравенства:

а) $x \leq 4$; б) $5 \leq x \leq 9$; в) $3 < x \leq 5$.

3.225 Найдите число, обратное числу:

а) $\frac{5}{8}$; б) 4; в) $3\frac{1}{3}$; г) 0,8; д) 1,4.3.226 Докажите, что числа a и b взаимно обратны, если:а) $a = 0,5$, $b = 2$; б) $a = 1,25$, $b = \frac{4}{5}$; в) $a = 0,15$, $b = 6\frac{2}{3}$.
 3.227 Выполните деление и результат округлите до сотых:
а) $3,2 : 0,7$; в) $175 : 23$;
б) $14,28 : 3,6$; г) $0,00677 : 1,3$.

3.228 Округлите числа:

а) 0,479; 1,071; 2,750; 4,4981 до десятых;
б) 0,0825; 0,8537; 1,3576; 4,57003 до тысячных.

3.229 На лыжных соревнованиях Света пробежала дистанцию за 1 мин 46 с, а Таня — на 15 % быстрее. Какой результат показала Таня?

 3.230 Решите задачу:

1) Телевизионная антенна улавливает 60 каналов. Из них 35 каналов Свете неинтересны, и она их никогда не включает, 0,6 остальных каналов показывают новости, 0,3 от новостных каналов — музыкальные, а остальные — детские и познавательные, которые Света любит смотреть. Сколько каналов любит смотреть Света?

2) В библиотеке на стеллаже стояло 180 книг. Из них 60 — учебники, 0,7 остальных книг — художественная литература, 0,2 от художественной литературы — познавательная, а остальное — справочная литература и энциклопедии. Сколько экземпляров справочной и энциклопедической литературы стояло на стеллаже?

 3.231 Решите уравнение:

1) $(0,2x + 0,4x) \cdot 3,5 = 6,3$; 3) $(x - 0,2x) : 0,4 = 1,6$;
2) $(0,7x - 0,2x) \cdot 6,4 = 9,6$; 4) $(0,4x + x) : 0,7 = 1,6$.

Д

3.232 Выполните деление:

а) $\frac{4}{9} : \frac{3}{8}$; в) $\frac{86}{113} : \frac{43}{51}$; д) $8 : \frac{2}{3}$; ж) $2\frac{1}{7} : 1\frac{11}{14}$; и) $2\frac{3}{23} : 7\frac{21}{46}$;
 б) $\frac{3}{7} : \frac{9}{14}$; г) $\frac{27}{64} : 9$; е) $7 : 3$; з) $3\frac{3}{5} : 1\frac{11}{25}$; к) $2\frac{47}{49} : 12\frac{3}{7}$.

3.233 Найдите значение выражения:

а) $7\frac{1}{8} : 4\frac{3}{4} \cdot 8$; б) $11\frac{1}{3} : \frac{4}{21} : 4\frac{1}{4}$; в) $1\frac{7}{9} \cdot 2\frac{2}{5} : 1\frac{3}{5}$; г) $\frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} : 1\frac{1}{9}$.

3.234 Выполните действия:

а) $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1 : 1\frac{1}{6}$; г) $\left(3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} + 4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2}\right) \cdot 4\frac{4}{5}$;
 б) $2\frac{3}{4} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : 3\frac{1}{6}$; д) $\left(11\frac{5}{11} - 8\frac{21}{22}\right) : 1\frac{2}{3}$;
 в) $\left(\frac{2}{15} + \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{30}{43} - 2 : 2\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{32}$; е) $\left(\left(1\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{4}\right) : \frac{7}{8}$.

3.235 Решите уравнение:

а) $(x - 8) \cdot \frac{2}{5} = 2$; б) $2\frac{1}{3}x - 2\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$.

3.236 У велосипеда, изобретённого крепостным уральским мастером Ефимом Артамоновым в 1800 г., переднее колесо было больше заднего. Длина окружности переднего колеса была равна $3\frac{1}{7}$ м, а заднего — $1\frac{4}{7}$ м. Сколько оборотов делало заднее колесо за $5\frac{1}{2}$ оборота переднего колеса?

3.237 Самолёт за $\frac{2}{5}$ ч пролетел 360 км. С какой скоростью летел самолёт?

3.238 Ёмкость объёмом 15 м^3 наполняется водой через шланг за $8\frac{1}{3}$ ч. Сколько кубометров воды пропускает шланг за 1 ч?

3.239 Расход бензина в автомобиле при пробеге по городу в $1\frac{1}{3}$ раза больше, чем при пробеге по скоростной трассе. На сколько километров хватит полного бака бензина объёмом 40 л при движении по городу, если при движении по скоростной трассе на 400 км пути расходуется $\frac{5}{8}$ бака бензина?

3.240 В начале учебного года было куплено 200 тетрадей в клетку и в линейку. При этом число тетрадей в линейку составляло $\frac{2}{3}$ от числа тетрадей в клетку. Сколько тетрадей в клетку и сколько в линейку было куплено в начале года?

3.241 В парке дуб был посажен на 84 года раньше сосны. Сколько лет каждому дереву, если возраст сосны составляет 60 % возраста дуба?

3.242 Два катера движутся навстречу друг другу. Сейчас между ними 25 км. Скорость одного из них составляет $\frac{7}{8}$ скорости другого. Найдите скорость каждого катера, если известно, что они встретятся через $\frac{5}{12}$ ч.

- 3.243** Турист ехал на автобусе $1\frac{1}{3}$ ч и на поезде $4\frac{4}{15}$ ч. Всего этими видами транспорта турист проехал 456 км. При этом на автобусе он проехал $\frac{3}{16}$ того пути, который он проехал на поезде. С какой скоростью турист ехал на автобусе и с какой — на поезде?
- 3.244** Выполните деление и округлите ответ до тысячных:
а) $1,765 : 1,3$; б) $5,394 : 23$; в) $2,6 : 11,2$.
- 3.245** Вычислите:
а) $74 : 100 - 0,4 : 10 + 17,8 : 1000$;
б) $0,35 \cdot 10 + 0,0237 \cdot 100 - 0,00087 \cdot 1000$;
в) $37 \cdot 0,01 - 0,2 \cdot 0,1 + 8,9 \cdot 0,001$;
г) $0,7 : 0,1 + 0,0474 : 0,01 - 0,00174 : 0,001$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

Деление дробей

- 1 Сократите дробь девятнадцать пятьдесят седьмых.
- 2 Представьте в виде неправильной дроби число две целых одна девятая.
- 3 Запишите число, обратное одной целой пяти шестым.
Найдите частное (4—6):
- 4 Семи восьмых и семи.
- 5 Трёх и двенадцати.
- 6 Одной пятой и одной третьей.
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 7 Корень уравнения $\frac{2}{7} : y = \frac{4}{7}$ — число одна вторая.
- 8 Если некоторое число больше своего обратного, то это число больше единицы.

Проверочная работа № 2

Деление дробей

- Найдите частное (1—5):*
- 1 Семи и одной третьей.
 - 2 Трёх седьмых и двух.
 - 3 Одной пятой и двух третьих.
 - 4 Четырёх девярых и четырёх.
 - 5 Шести целых трёх пятых и трёх.
 - 6 На какое число надо разделить три восьмых, чтобы получить три?
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
 - 7 Частное единицы и двух седьмых равно единице.
 - 8 Если велосипедист проехал пять километров за две пятых часа, то его средняя скорость была равна двенадцати целым пяти десятым километра в час.

18. Нахождение числа по его дроби

Задача 1. Расчистили от снега $\frac{2}{5}$ катка, что составляет 800 м². Найдите площадь всего катка.

Решение. Обозначим площадь катка через x м². По условию $\frac{2}{5}$ этой площади равны 800 м², т. е. $\frac{2}{5}x = 800$.

Значит, $x = 800 : \frac{2}{5} = 800 \cdot \frac{5}{2} = 2000$. Площадь катка равна 2000 м².

нахождение числа
по его дроби

Чтобы найти число по данному значению его дроби, надо это значение разделить на дробь.

Задача 2. Пшеницей засеяно 2400 га, что составляет 0,8 всего поля. Найдите площадь всего поля.

Решение. Так как $2400 : 0,8 = 24\,000 : 8 = 3000$, то площадь всего поля равна 3000 га.

Задача 3. Увеличив производительность труда на 7 %, рабочий сделал к заданному сроку на 98 деталей больше, чем намечалось по плану. Сколько деталей рабочий должен был сделать по плану?

Решение. Так как $7\% = 0,07$, а $98 : 0,07 = 1400$, то рабочий по плану должен был сделать 1400 деталей.



♦ Сформулируйте правило нахождения числа по данному значению его дроби.

♦ Расскажите, как найти число по данному значению его процентов.

К

3.246 Девочка прошла на лыжах 300 м, что составило $\frac{3}{8}$ всей дистанции. Чему равна длина дистанции?

3.247 Свая возвышается над водой на 1,5 м, что составляет $\frac{3}{16}$ длины всей сваи. Чему равна длина всей сваи?




3.248 На элеватор отправили 211,2 т зерна, что составляет 0,88 зерна, намолоченного за день. Сколько зерна намолотили за день?

3.249 Во время распродажи цена на товар уменьшилась на 24 %, уменьшение цены составило 57,6 р. Сколько стоил товар до распродажи?

3.250 Масса вяленой рыбы составляет 55 % массы свежей рыбы. Сколько нужно взять свежей рыбы, чтобы получить 231 кг вяленой?

3.251 Для полива огорода наполнили водой две ёмкости. Вместимость одной ёмкости составляет $\frac{9}{16}$ вместимости другой и равна 288 л. Сколько литров воды в двух ёмкостях вместе?

- 3.252** После того как $\frac{4}{9}$ заготовленного на зиму сена было израсходовано на кормление животных, осталось 36 т сена. Сколько тонн сена было заготовлено на зиму?
- 3.253** При сушке картофель теряет 85,7 % своей массы. Сколько надо взять сырого картофеля, чтобы получить 71,5 т сушёного?
-  **3.254** Банк купил несколько акций завода и через год продал их за 576,8 млн р., получив 3 % прибыли. Какую сумму банк затратил на приобретение акций?
- 3.255** Как известно, Михаил Ломоносов отправился из Холмогор (Архангельская область) в Москву пешком. Первые три дня пути он шёл, догоняя обоз, который отправился из Холмогор на некоторое время раньше. Сколько километров прошёл М. Ломоносов, догоняя обоз, если в первый день он преодолел $\frac{10}{29}$ всего пути, во второй день — $\frac{4}{5}$ пути, пройденного в первый день, а в третий день — остальные 66 км?
- 3.256** Ученик сначала прочитал 75 страниц, а потом ещё несколько страниц. Их количество составило 40 % от прочитанного в первый раз. Сколько страниц в книге, если всего прочитано $\frac{3}{4}$ книги?
- 3.257** Лесник, объезжая верхом на лошади лесные угодья, сначала проехал 18,6 км до сторожки, затем ещё $\frac{5}{6}$ от пройденного пути. После этого ему осталось проехать $\frac{4}{15}$ всего пути. Сколько километров составляет весь путь лесника?
- 3.258** Найдите число, если известно, что $\frac{1}{3}$ этого числа равна 0,6 от числа 18.
- 3.259** Найдите число, если известно, что 45 % этого числа составляют 28 % от числа 180.
- 3.260** Город Тула знаменит своими самоварами, которые в XIX в. изготавливали из разных материалов: зелёной меди (латуни), красной меди, томпака и мельхиора. Мельхиор содержал 60 % меди, 25 % цинка, а остальную часть сплава составлял никель. Какую массу имел сплав для мельхиорового самовара, если масса никеля в нём составляла 1,8 кг?
- 3.261** Овощная база в первый день отпустила 40 % всего имевшегося картофеля, во второй день — 60 % остатка, а в третий день — остальные 72 т. Сколько тонн картофеля было на базе?
- 3.262** Трое рабочих изготовили некоторое число деталей. Первый рабочий изготовил 0,3 всех деталей, второй — 0,6 остатка, а третий — остальные 84 детали. Сколько всего деталей изготовили рабочие?
- 3.263** Бригада железнодорожников в первый день отремонтировала $\frac{2}{9}$ всего участка пути, во второй день — $\frac{4}{7}$ оставшегося участка пути, а в третий день — остальные 6 км. Сколько километров пути отремонтировала бригада за три дня?
- 3.264** Автомобиль в первый час прошёл $\frac{4}{9}$ всего пути, во второй час — $\frac{3}{5}$ оставшегося пути, а в третий час — остальной путь. Известно, что в третий час он прошёл на 40 км меньше, чем во второй час. Сколько километров прошёл автомобиль за эти три часа?



3.265

Находить число по заданному значению его процентов можно с помощью калькулятора. Например, найти число, 2,4 % которого составляют 7,68, можно по следующему алгоритму: $7.68 \div 2.4 \%$. Выполните вычисления.

Найдите с помощью калькулятора:

а) число, 12,7 % которого равны 4,5212;

б) число, 8,52 % которого равны 3,0246.

П

3.266 Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} 162 - 127 \\ : 7 \\ \cdot 19 \\ + 15 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 900 : 150 \\ \cdot 70 \\ - 312 \\ : 18 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,5 \cdot 6 \\ : 1,8 \\ \cdot 0,12 \\ + 0,44 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 - 2,1 \\ : 7 \\ \cdot 1,4 \\ + 0,02 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,6 + 3,2 \\ : 0,2 \\ - 33,5 \\ \cdot 9 \\ \hline ? \end{array}$$

3.267 Не выполняя деления, сравните:

а) $9 : \frac{3}{5}$ и 9; б) $6 : \frac{7}{6}$ и 6; в) $\frac{9}{11} : \frac{7}{19}$ и $\frac{9}{11}$; г) $1\frac{1}{8} : \frac{3}{8}$ и $1\frac{1}{8}$.



3.268

Во сколько раз меньше своего обратного числа число: $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{6}$; 0,3?

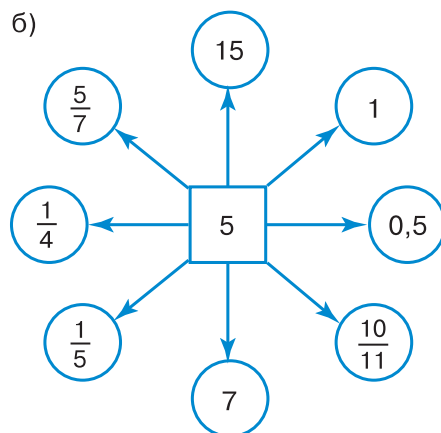
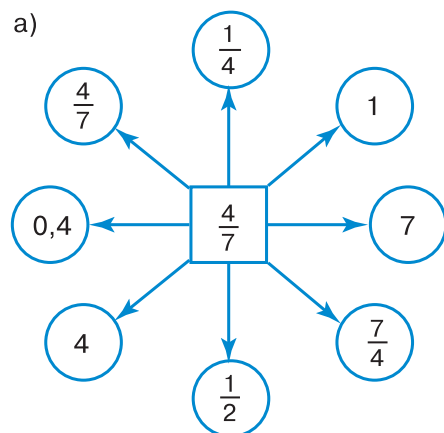


3.269

Придумайте число, которое меньше своего обратного числа в 4 раза; в 9 раз.

3.270

Разделите устно центральное число на числа в кружочках:



3.271

Во время ремонта пол в кухне, размером $4,2 \times 3,6$ м, решили выложить кафельной плиткой. В магазине можно было купить плитку размером $0,3 \times 0,3$ м по цене 200 р. за штуку и размером $0,4 \times 0,4$ м по цене 320 р. за штуку. Какую плитку купить выгоднее? Сколько рублей составит выгода?



3.272

Найдите правило размещения чисел в полукругах и вставьте недостающие числа (рис. 29).



3.273

Выполните деление:

- а) $\frac{5}{8} : \frac{5}{16}$; д) $\frac{5}{7} : 5$; и) $6 : \frac{2}{3}$;
 б) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$; е) $\frac{8}{11} : 4$; к) $1\frac{5}{12} : \frac{1}{6}$;
 в) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$; ж) $\frac{4}{9} : \frac{1}{9}$; л) $2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{5}$;
 г) $\frac{2}{9} : \frac{1}{3}$; з) $1\frac{1}{3} : 2$; м) $3\frac{18}{25} : 6\frac{1}{5}$.

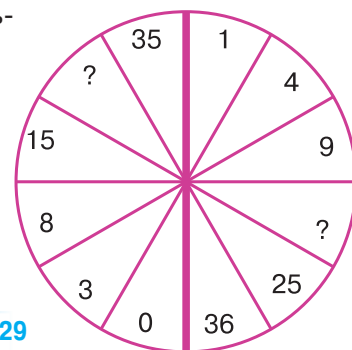



Рис. 29

3.274 Решите задачу:

1) За $\frac{3}{5}$ ч велосипедист проехал $7\frac{1}{2}$ км. Сколько километров проедет велосипедист за $2\frac{1}{2}$ ч, если будет ехать с такой же скоростью?

2) За $\frac{1}{3}$ ч пешеход прошёл $1\frac{1}{2}$ км. Сколько километров пройдёт пешеход за $2\frac{1}{2}$ ч, если будет идти с такой же скоростью?

 **3.275** Сократите дробь: 1) $\frac{360}{480}$; 2) $\frac{2500}{3500}$; 3) $\frac{540}{810}$; 4) $\frac{1700}{2550}$.

3.276 Найдите значение выражения:

1) $2\frac{1}{3} : 2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{3}{5}$; 3) $1\frac{1}{9} \cdot 2\frac{1}{5} : 7\frac{1}{3}$;

2) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{12}{13} : 3\frac{3}{8}$; 4) $3\frac{2}{3} : 7\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$.

 **3.277** Выполните действия:

1) $10,1 + 9,9 \cdot 107,1 : 3,5 : 6,8 - 4,85$;

2) $12,3 + 7,7 \cdot 187,2 : 4,5 : 6,4 - 3,4$.

Д

3.278 За неделю расход бензина малолитражным автомобилем составил $\frac{5}{7}$ вместимости бензобака. Сколько литров бензина вмещает бензобак, если было израсходовано 30 л бензина?

3.279 На уроке литературы на дом было задано чтение повести В. Короленко «Дети подземелья». Эта повесть настолько интересна и трогательна, что не может оставить кого-либо равнодушным. Лёня прочитал в первый же день 39 страниц, что составило 60 % всей повести. Сколько страниц занимает вся повесть?

3.280 Использование нового трактора для вспашки поля дало экономию времени в 70 % и заняло 42 ч. Сколько времени потребовалось бы для выполнения этой работы на старом тракторе?

3.281 Столб, врытый в землю на $\frac{2}{13}$ своей длины, возвышается над землёй на $5\frac{1}{2}$ м. Найдите всю длину столба.

3.282 Строители в конце года сдали 432 тыс. м² жилья, что превысило запланированную площадь на 8 %. Сколько тысяч квадратных метров жилья должны были сдать строители?

3.283 Точка *C* делит отрезок *AB* на два отрезка *AC* и *CB*. Длина отрезка *AC* составляет 0,65 длины отрезка *CB*. Найдите длины отрезков *CB* и *AB*, если *AC* = 3,9 см.

3.284 На эстафете по лёгкой атлетике беговая дистанция была разбита на три участка. Длина первого участка составляла 45 % длины всей дистанции, длина второго участка — 0,8 от длины первого участка. Чему равна длина всей беговой дистанции, если длина третьего участка составила 380 м?

3.285 Из полной бочки взяли 14,4 кг квашеной капусты и затем ещё $\frac{5}{12}$ этого количества. После этого в бочке осталось $\frac{5}{8}$ находившейся там ранее квашеной капусты. Сколько килограммов квашеной капусты было в полной бочке?

- 3.286** После того как туристы преодолели на байдарках 0,48 всего пути, им осталось пройти ещё 24 км. Чему равна протяжённость пути туристов?
- 3.287** Три группы школьников посадили деревья вдоль дороги. Первая группа посадила 35 % всех имевшихся саженцев, вторая — 60 % оставшихся саженцев, а третья группа — остальные 104 саженца. Сколько всего саженцев посадили?
- 3.288** Учащимся шестых классов было предложено выбрать один из трёх видов спорта, которым они будут заниматься во время дополнительного часа физкультуры. В результате выяснилось, что $\frac{5}{12}$ всех шестиклассников выбрали плавание, 0,6 от их числа выбрали гимнастику, а остальные выбрали карате. Сколько всего учащихся в шестых классах, если занятия карате выбрали на 6 человек меньше, чем плавание?
- 3.289** Выполните действия:
- а) $(1,704 : 0,8 - 1,73) \cdot 7,16 - 2,64$;
 - б) $227,36 : (865,6 - 20,8 \cdot 40,5) \cdot 8,38 + 1,12$;
 - в) $(0,9464 : (3,5 \cdot 0,13) + 3,92) \cdot 0,18$;
 - г) $275,4 : (22,74 + 9,66) \cdot (937,7 - 30,6 \cdot 30,5)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1. Нахождение числа по его дроби

Найдите частное (1—3).

- 1** Восьми девятых и четырёх.
- 2** Двух третьих и одной второй.
- 3** Какое число втрое меньше шести седьмых?

Найдите число (4—6), если:

- 4** Три пятых этого числа равны пятнадцати.
- 5** Половина этого числа равна трём седьмым.
- 6** Одна третья этого числа равна нулю целых трём десятым.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7** Пять двенадцатых вдвое больше пяти шестых.
- 8** Площадь теплицы — сорок квадратных метров, что составляет одну восьмую площади огорода. Значит, площадь огорода равна трёмстам двадцати квадратным метрам.

Проверочная работа № 2. Нахождение числа по его дроби

Найдите число (1—4), если:

- 1** Нуль целых три десятых этого числа равны шести.
- 2** Двадцать процентов этого числа равны десяти.
- 3** Девятая часть этого числа равна девяти.
- 4** Три четвёртых этого числа равны трёмстам.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 5** Сорок килограммов составляют четыре седьмых от семи центнеров.
- 6** Двенадцать минут составляют двадцать процентов одного часа.

- 7 Если число разделить на правильную дробь, то частное окажется меньше этого числа.
- 8 Если пятнадцать процентов некоторого числа равны тридцати, то это число равно двумстам.

19. Дробные выражения

Дробь $\frac{2}{3}$ равна частному $2 : 3$, поэтому частное от деления одного выражения на другое можно записать с помощью черты. Например, выражение

$$(41,3 - 4,4) : (15,3 + 33,9)$$

можно записать так: $\frac{41,3 - 4,4}{15,3 + 33,9}$. Выполнив указанные действия, найдём значение этого выражения: 0,75, или $\frac{3}{4}$.

дробное выражение

Частное двух чисел или выражений, в котором знак деления обозначен чертой, называют **дробным выражением**.

Например, $\frac{3,7}{8,5 \cdot 6,2}$, $\frac{\frac{3}{4} + \frac{7}{8}}{1,3 - 0,8}$, $\frac{a - b}{a + b}$, $\frac{9,6}{ab}$ — дробные выражения.

числитель дробного выражения

знаменатель дробного выражения

Выражение, стоящее над чертой, называют **числителем**, а выражение, стоящее под чертой, — **знаменателем дробного выражения**. Числителем и знаменателем дробного выражения могут быть любые числа, а также числовые или буквенные выражения.

С дробными выражениями можно выполнять действия по тем же правилам, что и с обыкновенными дробями.

Пример 1. Найдём значение выражения $\frac{3\frac{1}{2}}{1\frac{2}{3}}$.

Решение. Умножив числитель и знаменатель этого дробного выражения на 6, получим:

$$\frac{3\frac{1}{2}}{1\frac{2}{3}} = \frac{3\frac{1}{2} \cdot 6}{1\frac{2}{3} \cdot 6} = \frac{21}{10} = 2,1.$$

Пример 2. Найдём произведение $\frac{16,4}{1,4} \cdot 1\frac{3}{4}$.

Решение. $\frac{16,4}{1,4} \cdot 1\frac{3}{4} = \frac{16,4}{1,4} \cdot \frac{7}{4} = \frac{16,4 \cdot 7}{1,4 \cdot 4} = \frac{4,1}{0,2} = \frac{41}{2} = 20,5$.

Пример 3. Найдём сумму $\frac{2}{0,7} + \frac{3}{1,4}$.

Решение. $\frac{2}{0,7} + \frac{3}{1,4} = \frac{4 + 3}{1,4} = \frac{7}{1,4} = \frac{70}{14} = 5$.

При сложении дробных выражений удобнее сначала представить их в виде обыкновенных дробей, а потом уже выполнять сложение:

$$\frac{2}{0,7} + \frac{3}{1,4} = \frac{20}{7} + \frac{30}{14} = \frac{20}{7} + \frac{15}{7} = \frac{35}{7} = 5.$$



- ♦ Какое выражение называют дробным?
- ♦ Как называют выражение, находящееся над чертой? под чертой?

К

3.290 Назовите числитель и знаменатель выражения:

а) $\frac{2,7}{3,6}$; б) $\frac{4\frac{3}{7}}{8\frac{5}{9}}$; в) $\frac{5,1 - 2\frac{3}{4}}{7,45 \cdot 3,2}$; г) $\frac{5a - 3b}{4ab}$.

3.291 Напишите дробное выражение, числитель которого $3a - 2b$, а знаменатель — $6,7x + y$.

3.292 Запишите в виде дробного выражения частное:

$$(3,8 \cdot 4,5 - 0,7) : (6,3 : 2,1 - 2,6).$$

Найдите значение этого выражения.



3.293 Найдите значение выражения:

а) $\frac{3,2}{12,8}$; б) $\frac{3,75}{2,5}$; в) $\frac{1,2}{0,15}$; г) $\frac{0,02}{0,005}$.



3.294 Найдите значение выражения:

а) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{16}}$; б) $\frac{7}{\frac{3}{5}}$; в) $\frac{5}{\frac{9}{2}}$; г) $\frac{8,4}{2,4}$.

3.295 Найдите значение выражения:

а) $\frac{2\frac{3}{10}}{1\frac{4}{5}}$; б) $\frac{5\frac{1}{2}}{1\frac{3}{5}}$; в) $\frac{2,4 \cdot 12,6 \cdot 3,5}{6,3 \cdot 4,8 \cdot 31,5}$; г) $\frac{1,7 \cdot 4,92 \cdot 7,2}{4,8 \cdot 0,82 \cdot 5,1}$.

3.296 Выполните действие:

а) $0,68 \cdot \frac{3}{4}$; б) $3,212 : \frac{4}{5}$; в) $\frac{5}{6} \cdot 24,6$; г) $0,121 : \frac{11}{12}$; д) $43,75 \cdot \frac{2}{35}$; е) $\frac{13}{21} \cdot 8,4$; ж) $5,6 : 3\frac{1}{2}$; з) $10\frac{2}{3} \cdot 6,3$; и) $2\frac{3}{20} \cdot 4,2$.

3.297 Выполните действие:

а) $\frac{2,3}{1,5} + \frac{6,7}{4,5}$; б) $\frac{1,5}{3,2} + \frac{1,9}{9,6}$; в) $\frac{7,4}{5,7} - \frac{9,1}{11,4}$; г) $\frac{2,4}{7,7} - \frac{2,8}{12,1}$.

3.298 Выполните действия:

а) $\frac{\frac{3}{4} \cdot 1,8 \cdot 1\frac{1}{5} : 0,07}{\frac{1}{5} : 0,49 \cdot 2\frac{5}{8}};$

в) $\frac{12,75 \cdot \frac{4}{25} \cdot 1,8}{1\frac{1}{2} \cdot 2,04 : 20};$

б) $\frac{0,2 \cdot 6,2 : 0,31 - \frac{5}{6} \cdot 0,3}{2 + 1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,01};$

г) $\frac{\left(1,75 \cdot \frac{2}{5} + 1,75 : 1\right) \cdot 1\frac{5}{7}}{\left(\frac{17}{40} - 0,325\right) : \frac{1}{5} \cdot 0,4}.$

3.299 Найдите значение выражения $\frac{a}{5,7 - 4,5} + \frac{a}{2,8 + 4,4}$, если:

а) $a = 2\frac{1}{7} + 1\frac{4}{5};$ б) $a = 1,8 \cdot (1 - 0,6).$

3.300 Найдите значение выражения $\frac{2x}{y} - \frac{x}{2y}$, если:

а) $x = 18,1 - 10,7$ и $y = 35 - 23,8;$
 б) $x = 10\frac{5}{6} - 1\frac{1}{2}$ и $y = 11\frac{3}{5} + 9\frac{2}{3} - \frac{4}{15}.$

3.301 Найти с помощью калькулятора значение выражения $\frac{5,4 - 3,275}{3,4 \cdot 12,5}$ можно по алгоритму:

$$5.4 \boxed{-} 3.275 \boxed{\div} 3.4 \boxed{\div} 12.5 \boxed{=}$$

Выполните вычисления по этому алгоритму.

Постройте алгоритм нахождения значения выражения и выполните по ней вычисления:

а) $\frac{3,2 \cdot 1,05}{0,6 \cdot 11,2};$ в) $\frac{2,185 : 43,7 + 1,05}{0,44 \cdot 12,5};$

б) $\frac{0,85 : 3,4 + 1,92}{6,2 \cdot 0,28};$ г) $\frac{(4,2 - 2,7) : 0,003}{2,125 : 1,7}.$

П

3.302 Вычислите устно:

а) $\begin{array}{r} 270 - 214 \\ : 28 \\ \cdot 37 \\ + 26 \\ \hline ? \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 100 : 25 \\ \cdot 15 \\ : 120 \\ \cdot 180 \\ \hline ? \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 6 - 1,2 \\ : 8 \\ \cdot 10 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 1 - 0,79 \\ : 0,3 \\ + 5,3 \\ : 1,5 \\ \hline ? \end{array}$	д) $\begin{array}{r} 9 - 4,5 \\ : 1,5 \\ \cdot 1,7 \\ + 4,9 \\ \hline ? \end{array}$
---	--	---	---	--

3.303 На координатном луче отмечены числа a и b (рис. 30). Можно ли указать на луче точку с координатой $a : \frac{1}{2};$ $b : \frac{1}{3};$ $a : \frac{2}{3}?$



Рис. 30

3.304 Вычислите: а) $\left(\frac{2}{3} : \frac{4}{9}\right)^2;$ б) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{4}{9}\right)^2;$ в) $\left(\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{12} : \frac{5}{14}\right)^2.$



- 3.305** Найдите произведение дробей $\frac{2}{3}$ и $\frac{11}{7}$ и произведение дробей, обратных данным. Каким свойством обладают эти два произведения? Проверьте ваше предположение ещё на одном примере. Докажите это свойство в общем виде (с помощью буквенных выражений).



- 3.306** Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $1\frac{1}{3} : x$, если $x = 1$; $\frac{1}{9}$; $2\frac{3}{5}$; $\frac{8}{3}$.

- 3.307** Составьте задачу по уравнению:

а) $x \cdot 3 = \frac{1}{5}$; б) $1\frac{1}{3} + y = 1\frac{1}{2}$; в) $2\frac{1}{10} : a = \frac{1}{10}$.



- 3.308** Ваня и Таня должны были встретиться на станции, чтобы вместе поехать на поезде, который отправляется в 8 ч утра. Ваня думает, что его часы спешат на 35 мин, хотя в действительности они отстают на 15 мин. А Таня думает, что её часы отстают на 15 мин, хотя они на самом деле спешат на 10 мин. Что произойдёт, если каждый из них, полагаясь на свои часы, будет стремиться прийти за 5 мин до отхода поезда?

- 3.309** Возраст Серёжи составляет $\frac{2}{7}$ возраста отца. Серёже 12 лет. Сколько лет отцу?

- 3.310** Комбайнёр за 1 ч скосил пшеницу с площади 3 га, что составляет 15 % того, что он скосил за день. Какую площадь скосил комбайнёр за день?

- 3.311** Груши составляют 25 % всех деревьев сада, остальные 150 деревьев — яблони. Сколько грушевых деревьев в саду?

- 3.312** На приусадебном участке 14 соток занимает огород, что составляет 0,56 всего участка. Чему равна площадь приусадебного участка?



- 3.313** Найдите число, если:

а) 0,9 его равны $1\frac{2}{7}$; б) $\frac{5}{6}$ его равны 3,5; в) 35 % его равны 49.

- 3.314** Участок земли, площадь которого 6 а, составляет $\frac{2}{3}$ сада, а площадь сада составляет $\frac{3}{7}$ всего приусадебного участка. Чему равна площадь всего приусадебного участка?

- 3.315** По плану бригада должна отремонтировать за месяц 25 % дороги между двумя посёлками. За первую неделю отремонтировали 2 км 100 м дороги, что составило 30 % месячного плана. Чему равна длина всей дороги между посёлками?



- 3.316** Решите задачу:

- 1) В гостинице 200 номеров. Из них одноместные номера составляют 40 %, двухместных номеров на 32 больше, чем одноместных, а остальное — номера «люкс». Сколько номеров «люкс» в гостинице?
- 2) В театре 800 мест. Из них 55 % — места в партере, в амфитеатре на 200 мест меньше, чем в партере, а остальное — места в бельэтаже. Сколько мест в бельэтаже?



- 3.317** Найдите значение выражения:

а) $5,72 \cdot \frac{3}{11}$; б) $8,4 : 2\frac{1}{3}$; в) $6,3 \cdot 1\frac{2}{9}$; г) $11,7 : 1\frac{6}{7}$.

3.318 Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \frac{2,56 \cdot 0,44 \cdot 2,25}{3,2 \cdot 0,12 \cdot 0,6}; \quad \text{б) } \frac{1\frac{2}{7} \cdot 2\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{4}}{5\frac{2}{5} \cdot 1\frac{6}{7} \cdot \frac{1}{4}}; \quad \text{в) } \frac{12\frac{4}{5} \cdot 3\frac{3}{4} - 4\frac{4}{11} \cdot 4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3} : \frac{7}{18}}; \quad \text{г) } \frac{28,8 : 13\frac{5}{7} + 6,6 : \frac{2}{3}}{1\frac{11}{16} : 2,25}.$$

3.319 Нападающие Коля и Никита во время баскетбольного матча принесли своей команде $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{14}$ всех очков. Сколько очков набрала за матч эта команда, если Коля набрал на 7 очков больше, чем Никита?

3.320 По автомагистрали в одном направлении едут велосипедист и мотоциклист. Мотоциклист движется со скоростью 90 км/ч, а велосипедист — 15 км/ч. Какое время потребуется велосипедисту, чтобы проехать $\frac{1}{5}$ того расстояния, которое мотоциклист преодолеет за 4 ч?

3.321 Для изготовления красного медного самовара тульские мастера использовали сплав меди и цинка. Какую массу имел самовар, изготовленный из сплава куска меди объёмом 1,2 дм³ и куска цинка объёмом 0,8 дм³, если масса 1 см³ меди около 9 г, а масса 1 см³ цинка около 7 г?

3.322 Кухня в 10 м² составляет 0,4 всех жилых помещений квартиры. Площадь жилых помещений составляет $\frac{5}{18}$ площади всей квартиры. Найдите площадь всей квартиры.



3.323 Вырежьте из плотной бумаги фигуры, изображённые на рисунке 31, и склейте фигуры, изображённые на рисунке 32. Эти фигуры называют **призмами**. У прямой призмы боковые грани — прямоугольники, а верхнее и нижнее основания — равные многоугольники. На рисунке 32, а изображена **треугольная призма**, а на рисунке 32, б — **четырёхугольная**. Каждый прямоугольный параллелепипед — это четырёхугольная призма.

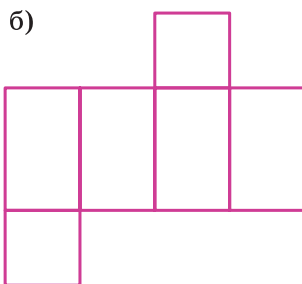
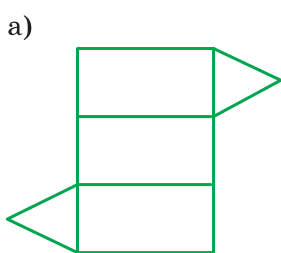


Рис. 31

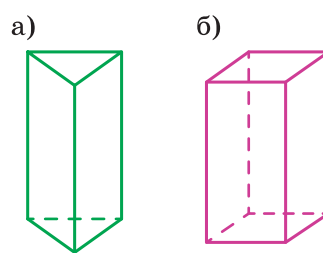


Рис. 32

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Дробные выражения

Найдите число (1—2):

- 1 Две седьмых которого равны четырнадцати.
- 2 Пятнадцать процентов которого равны тридцати.

Найдите значение величины (3—4):

- 3 Восьмая часть которой равна сорока квадратным метрам.
- 4 Ноль целых четыре десятых которой равны двенадцати минутам.

- 5 Запишите дробное выражение, знаменатель которого — число пять, а числитель равен сумме «эм» и пятнадцати.
- 6 Найдите значение знаменателя дробного выражения $\frac{0,5k}{k - 0,8}$ при «ка», равном единице.
- Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?*
- 7 Чтобы найти число по данному значению его дроби, надо дробь разделить на это значение.
- 8 Частное нуля целых восьми десятых и одной четвёртой равно нулю целых двум десятым.



В самых древних дошедших до нас письменных источниках — вавилонских глиняных табличках и египетских папирусах — встречаются не только натуральные числа, но и дроби.

Дроби были нужны, чтобы выразить результат измерения длины, массы, площади в случаях, когда единица измерения не укладывалась в измеряемой величине целое число раз.

Тогда вводили новую, меньшую единицу измерения. Названия этих новых единиц измерения и стали первыми названиями дробей. Например, дробь $\frac{1}{2}$ до сих пор называют «половина»; у римлян слово «унция» сначала было названием двенадцатой доли единицы массы, но потом унция стала обозначать одну двенадцатую долю любой величины (говорили: «Семь унций пути», т. е. семь двенадцатых пути).

В Древнем Вавилоне, как вы знаете, дроби были шестидесятеричными. Используя современные обозначения, число можно было бы записать, например, в виде $4;52;03$. Это означало: $4 + \frac{52}{60} + \frac{3}{60^2}$.

И сейчас, когда мы пишем 3 ч 21 мин 47 с, то, по сути дела, записываем доли часа в шестидесятеричной системе счисления:

$$21 \text{ мин} = \frac{21}{60} \text{ ч}, \quad 47 \text{ с} = \frac{47}{60^2} \text{ ч} = \frac{47}{3600} \text{ ч}.$$

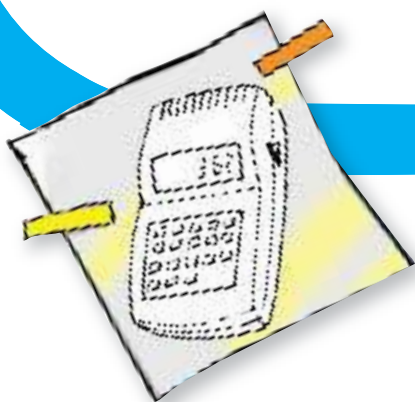
У египтян были особые знаки для дробей $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$ и общий способ записи для долей (т. е. дробей с числителем 1). Все остальные дроби они записывали в виде суммы долей.

$$\text{Например: } \frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}, \quad \frac{5}{24} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12}, \quad \frac{7}{13} = \frac{14}{26} = \frac{1}{2} + \frac{1}{26}.$$

(Подумайте, как можно быстро находить такую сумму.)

Запись дробей с помощью числителя и знаменателя появилась в Древней Греции, только греки знаменатель записывали сверху, а числитель — снизу. Дроби в привычном для нас виде впервые стали записывать индусы около 1500 лет назад, но они не использовали черту между числителем и знаменателем. Черта дроби стала общеупотребительной лишь с XVI в.

В старину применяли в основном обыкновенные дроби. Это объяснялось различными соотношениями между единицами измерения: они делились и на 12, и на 16, и на 40 частей. Но потом было замечено, что самыми удобными для вычислений являются десятичные дроби. С XVII—XVIII вв. они получили всеобщее распространение, особенно после создания и введения в большинстве стран метрической системы мер.



§ 4. Отношения и пропорции

20. Отношения

Задача 1. От куска материи длиной 5 м отрезали 2 м. Какую часть куска материи отрезали?

Решение. Сначала узнаем, какую часть всего куска материи составляет 1 м. Так как в куске 5 м, то 1 м составляет $\frac{1}{5}$ куска. Значит, 2 м составляют $\frac{2}{5}$ всего куска материи. Тот же ответ можно получить, разделив 2 на 5. Действительно, $2 : 5 = \frac{2}{5}$. Ответ можно также записать в виде десятичной дроби или в процентах: $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$.

*отношение
двух чисел*

Частное двух чисел называют **отношением** этих **чисел**. Отношение показывает, во сколько раз первое число больше второго или какую часть первое число составляет от второго.

*отношение
величин*

Если значения двух величин выражены одной и той же единицей измерения, то их отношение называют также отношением этих величин (отношением длин, отношением масс, отношением площадей и т. д.).

Задача 2. Длина железной дороги 360 км. Электрифицировано 240 км этой дороги. Какая часть дороги электрифицирована? Во сколько раз вся дорога длиннее её электрифицированной части?

Решение. Чтобы найти, какая часть дороги электрифицирована, берём отношение $240 : 360$. Записываем это отношение в виде дроби и сокращаем её на 120. Получим $240 : 360 = \frac{240}{360} = \frac{2}{3}$. Значит, электрифицировано $\frac{2}{3}$ всей дороги.

Чтобы узнать, во сколько раз вся дорога длиннее своей электрифицированной части, берём отношение $360 : 240$. Записываем его в виде дроби и сокращаем эту дробь на 120.

Получим $360 : 240 = \frac{360}{240} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1,5$. Значит, вся дорога в 1,5 раза длиннее её электрифицированной части.

*взаимно обратные
отношения*

Числа $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$ взаимно обратны, поэтому и отношения 2 к 3 и 3 к 2 также называют *взаимно обратными*.

Если значения двух величин выражены разными единицами измерения, то для нахождения отношения этих величин надо предварительно перейти к одной единице измерения.

Задача 3. Масса станка 9,6 ц, а масса электромотора 36 кг. Найдите отношение массы электромотора к массе станка.

Решение. Выразим массу станка в килограммах. Получим $9,6 \text{ ц} = 960 \text{ кг}$. Значит, отношение массы электромотора к массе станка равно $\frac{36}{960} = \frac{3}{80} = 0,0375$.

Итак, масса электромотора составляет 0,0375 массы станка.

Этот ответ можно выразить в процентах: $0,0375 = 3,75 \%$.

Значит, масса электромотора составляет 3,75 % массы станка.



- ♦ Что называют отношением двух чисел?
- ♦ Что показывает отношение двух чисел?
- ♦ Как узнать, какую часть число a составляет от числа b ?
- ♦ Как узнать, сколько процентов одно число составляет от другого?

К

4.1 Найдите отношение:






- а) 124 к 3; в) 12,3 к 3; д) 0,25 к 0,55; ж) $6\frac{5}{6}$ к 8,2;
б) 6 к 20; г) 9,1 к 0,07; е) $8\frac{2}{13}$ к $\frac{15}{13}$; з) 1,35 к $5\frac{5}{8}$.

Г

Возможны разные способы использования термина *отношение* в речи.

Выражение $35 : 27$ можно читать:

- отношение числа $\begin{matrix} \text{р. п.} & \text{в. п.} & \text{д. п.} & \text{в. п.} \\ \text{тридцать пять} & & & \text{двадцать семь} \end{matrix}$ к числу $\begin{matrix} \text{р. п.} & \text{в. п.} & \text{д. п.} & \text{в. п.} \\ \text{тридцать пять} & & & \text{двадцать семь} \end{matrix}$,
- отношение чисел $\begin{matrix} \text{р. п.} & \text{в. п.} & \text{д. п.} & \text{в. п.} \\ \text{тридцать пять} & & & \text{двадцать семь} \end{matrix}$,
- отношение $\begin{matrix} \text{р. п.} & \text{д. п.} \\ \text{тридцати пяти} & \text{к двадцати семи} \end{matrix}$.

-  **4.2** Проволока разрезана на два куска. Первый кусок имеет длину 9 м, а второй — 14,4 м. Найдите, какую часть всей проволоки составляет первый кусок; второй кусок. Какую часть длины первого куска составляет от длины второго куска?
- 4.3** Внутри угла AOC проведён луч OB так, что $\angle AOB = 56^\circ$ и $\angle BOC = 40^\circ$. Какую часть угла AOC составляет угол AOB ; угол BOC ? Выполните построение этих углов с помощью транспортира.
-  **4.4** Площадь прямоугольника 22,05 дм². Длина этого прямоугольника 10,5 дм. Найдите отношение длины прямоугольника к его ширине. Что показывает это отношение? Запишите отношение, обратное полученному отношению. Что будет показывать это отношение?
- 4.5** Отношение a к b равно $\frac{2}{7}$. Найдите обратное отношение. Чему будет равно отношение m к n , если отношение n к m равно 1,25?
- 4.6** Сплав из свинца и олова содержит 1,52 кг свинца и 0,76 кг олова. В каком соотношении взяты свинец и олово? Какую часть сплава (по массе) составляет олово и какую часть — свинец?
- 4.7** Какую часть урока заняла самостоятельная работа, которая длилась 20 мин, если продолжительность урока 45 мин?
-  **4.8** В классе 36 учащихся. Из них 15 мальчиков, а остальные — девочки. Какую часть учащихся составляют мальчики, а какую — девочки? Чему равно отношение числа девочек к числу мальчиков и что оно показывает?
- 4.9** Две проходческие бригады строили тоннель, двигаясь навстречу друг другу. Одна бригада построила $\frac{5}{9}$ всего тоннеля, а вторая — остальную часть. Во сколько раз часть тоннеля, построенная первой бригадой, больше части, построенной второй бригадой?
- 4.10** Расстояние от села до города автомашина прошла за 3 ч. В первый час она прошла четверть всего расстояния, во второй час — треть всего расстояния. Во сколько раз расстояние, пройденное в третий час, больше расстояния, пройденного во второй час? Какую часть расстояния, пройденное в первый час, составляет от расстояния, пройденного в третий час?
-  **4.11** Молоко разлили в три бидона. В первый налили 0,1 всего молока, во второй — 0,3 всего молока, а в третий — 0,6 всего молока. Что показывает отношение:
а) 0,1 к 0,3; б) 0,1 к 0,6; в) 0,3 к 0,6; г) $(0,3 + 0,1)$ к 0,6?
- 4.12** В классе 30 учащихся, из них 6 человек получили за контрольную работу отметку «5». Какая часть класса получила отметку «5»? Сколько процентов всех учащихся это составляет?
- 4.13** Из 1000 семян моркови не всходит 20 семян. Найдите, сколько процентов семян всходит (процент всхожести).
-  **4.14** После установки нового оборудования завод за смену вместо 240 холодильников стал выпускать 300 холодильников. На сколько процентов увеличилось производство холодильников за смену?
- 4.15** Что показывает отношение: а) пути, пройденного автомашиной, ко времени её движения; б) числа деталей, изготовленных станком-автоматом, ко времени его работы; в) стоимости купленных яблок к их массе; г) объёма прямоугольного параллелепипеда к площади его основания?



4.16 По коэффициенту трудового участия (КТУ) заработок между тремя рабочими распределили следующим образом: первому — 40 % всех денег, второму — 35 % всех денег, а третьему — остальные 25 %. Определите, округлив результаты до десятых, сколько процентов составляли деньги, полученные:

- первым рабочим, от денег, полученных двумя другими;
- вторым рабочим, от денег, полученных двумя другими;
- первым рабочим, от денег, полученных вторым;
- вторым рабочим, от денег, полученных первым;
- третьим рабочим, от денег, полученных первым.

4.17 Имеющиеся деньги брат и сестра распределили так, что сестра получила в 3 раза больше, чем брат. Определите:

- какую часть денег получила сестра и какую — брат;
- сколько процентов всех денег получила сестра и сколько — брат;
- какую часть денег брата составляют от денег сестры.

4.18 Известно, что сумма углов любого треугольника равна 180° . В треугольнике ABC найдите угол A , если:

- $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 80^\circ$;
- угол A больше угла B на 20° и меньше угла C на 40° ;
- угол B составляет $\frac{2}{3}$, а угол C составляет $\frac{1}{5}$ суммы всех углов треугольника ABC ;
- угол A составляет $\frac{5}{6}$ угла B и угол $C = 70^\circ$.



4.19 Найдите, сколько процентов число 9,729 составляет от числа 84,6. Для этого можно выполнить вычисление на калькуляторе по алгоритму

$$9.729 \div 84.6 \%.$$

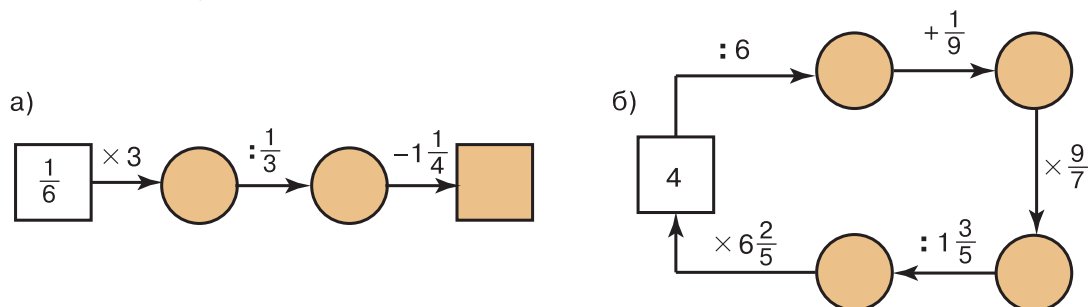
С помощью калькулятора: а) найдите, сколько процентов составляет 0,0912 от 36,48 и 13,524 от 16,8; б) решите задачу: «Из 327 га вспахано 225 га. Сколько процентов земли вспахано? Сколько процентов земли осталось вспахать?» Ответ округлите до десятых долей процента.

П

4.20 Вычислите устно:

а) $\begin{array}{r} 16 \cdot 10 \\ + 190 \\ - 0,2 \\ : 5 \\ \cdot 7 \\ \hline ? \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 800 : 25 \\ \cdot 30 \\ - 510 \\ : 10 \\ \cdot 2 \\ \hline ? \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 7 : 5 \\ - 0,2 \\ \cdot 6 \\ + 3,8 \\ : 5 \\ \hline ? \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 0,5 \cdot 20 \\ + 1,8 \\ : 4,1 \\ + 5,2 \\ : 1,2 \\ \hline ? \end{array}$	д) $\begin{array}{r} 4 - 2,8 \\ \cdot 7 \\ : 0,4 \\ \cdot 0,01 \\ + 3,3 \\ \hline ? \end{array}$
---	--	---	--	--


4.21 Найдите пропущенные числа:



4.22 На сколько надо увеличить знаменатель дроби $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{17}$, $\frac{8}{32}$, $\frac{2}{3}$, чтобы получить дробь $\frac{1}{4}$?

4.23 Выразите в процентах числа: 0,2; 0,15; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{20}$; 1; 3.

4.24 Половина от половины числа равна половине. Найдите это число.


 **4.25** Кто быстрее? Найдите в таблице последовательно все числа от 26 до 50.

а)

42	47	34	29	43
50	28	39	48	35
40	33	36	26	30
49	44	31	38	46
32	37	45	41	27

б)

37	30	47	46	44
42	33	27	36	39
34	48	50	31	43
28	41	38	49	26
45	32	29	40	35

 **4.26** Найдите значение выражения:

а) $\frac{5}{7} \cdot 0,4$; в) $\frac{1\frac{1}{6} + 1\frac{1}{3}}{2,5}$; д) $\frac{1,2 \cdot 5,6}{0,7 \cdot 0,3}$;
 б) $\frac{5}{7} : 0,7$; г) $\frac{7,5}{1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}}$; е) $\frac{1,8}{0,06}$.

4.27 На подкормку овощей и фруктовых деревьев израсходовано $\frac{2}{3}$ из имевшихся 18 ц удобрений. На подкормку овощей пошло $\frac{3}{4}$ израсходованных удобрений. Сколько центнеров удобрений израсходовано на подкормку овощей?

4.28 На окраску окон и дверей было истрачено 3,2 кг белил, что составляет $\frac{5}{8}$ всех белил, истраченных на ремонт. А на ремонт было истрачено $\frac{4}{5}$ всех купленных белил. Сколько килограммов белил было куплено?

 **4.29** Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если:

- 1) его ширина 2,5 см и составляет $\frac{5}{8}$ высоты, а длина в 3,4 раза больше высоты;
- 2) его высота 3,5 см и составляет 0,7 ширины, а длина в 2,4 раза больше ширины.

Д

4.30 Двое мальчиков бросали баскетбольный мяч в корзину. Один мальчик сделал 20 бросков и попал в корзину 13 раз, а другой сделал 26 бросков и попал в корзину 15 раз. Найдите для каждого мальчика, какую часть составляли попадания от числа бросков. Чей результат лучше?

4.31 Крутизной лесницы называют отношение высоты ступеньки к её глубине. Чему равна крутизна лестницы, если высота ступеньки 18 см, а глубина 30 см?

- 4.32** На пути от автовокзала до пункта назначения автобус сделал две остановки. Протяжённость участка дороги до первой остановки равна 32 км, от первой до второй остановки — 28 км, а от второй остановки до пункта назначения — 40 км. Какую часть пути занимает каждый участок?
- 4.33** Для варенья на 3,5 кг ягод было взято 4,2 кг сахарного песка. В каком отношении по массе были взяты ягоды и сахарный песок?
- 4.34** Для приготовления рассола при засолке огурцов на 1200 г воды взяли 40 г соли. Найдите процентное содержание соли в рассоле. Рассол получился крепким, поэтому добавили ещё 800 г воды. Каким стало процентное содержание соли в рассоле?
- 4.35** Комбайнёр намолотил 76 т зерна, превысив задание на 12 т. На сколько процентов комбайнёр перевыполнил задание?
- 4.36** На складе были пшеница, овёс и кукуруза, причём пшеница составляла 64 % всего количества зерна, овёс — 16 %. В товарный состав загрузили всю пшеницу и всю кукурузу. Какой процент погруженного зерна составляла пшеница? Какой процент погруженного зерна составляла бы пшеница, если бы вместо кукурузы погрузили овёс?
- 4.37** Длина прямоугольника a см, а ширина b см. Длина другого прямоугольника m см, а ширина n см. Найдите отношение площади первого прямоугольника к площади второго. Найдите значение получившегося выражения, если:
- а) $a = 9$, $b = 12$, $m = 8$, $n = 3$;
 б) $a = 6,4$, $b = 0,2$, $m = 3,2$, $n = 0,5$.
- 4.38** Найдите значение выражения:
- а) $\frac{(2,3 + 5,8) \cdot 3\frac{5}{7}}{(4,9 - 2,3) : \frac{7}{9}}$; в) $\frac{0,21 \cdot 1,25}{13,6 - 11,1}$;
- б) $\frac{\frac{1}{8} : \frac{5}{16} + 2,25 \cdot 0,8}{\left(2\frac{1}{48} - 1\frac{55}{72}\right) : 3\frac{1}{12}} + 3\frac{3}{5}$; г) $\frac{2,781}{2,06} + \frac{7,825}{3,13}$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа № 1

Отношения

Запишите отношение (1—2):

- 1 Двадцати трёх к восьми.
- 2 Нуля целых двух десятых к нулю целых трём десятым.

Найдите значение отношения (3—4):

- 3 Пяти килограммов к двадцати пяти килограммам.
- 4 Нуля целых четырёх десятых к одной целой двум десятым.
- 5 Какую часть число семь составляет от девяти?
- 6 Во сколько раз тринадцать больше шести?

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7 Отношение двух чисел увеличится, если каждое из них удвоить.
- 8 Десять минут составляют одну десятую часть часа.

Проверочная работа № 2

Отношения

Запишите значение отношения, обратного отношению (1—2):

- 1 Восьми и трёх.
- 2 Десяти и девяноста.

Найдите значение отношения величин (3—6):

- 3 Пятидесяти метров к тридцати метрам.
- 4 Трёх литров к десяти кубическим дециметрам.
- 5 Двухсот килограммов к одной тонне.
- 6 Пятнадцати минут к одному часу.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7 Пятьдесят процентов в четыре раза меньше двух.
- 8 Если отношение двух чисел равно нулю целых двум десятым, то значение обратного отношения равно пяти.

Проверочная работа № 3

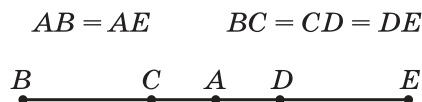
Отношения

- 1 Какую часть число двенадцать составляет от четырнадцати?

Выразите в процентах значение отношения (2—3):

- 2 Четырёх сантиметров к двадцати сантиметрам.
- 3 Шести секунд к одной минуте.
- 4 Во сколько раз три меньше восьми?

Ответьте на вопросы по рисунку (5—6):



- 5 Какую часть отрезка BE составляет отрезок BD ?
- 6 Во сколько раз отрезок AB длиннее отрезка BC ?

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 7 Отношение двух взаимно обратных чисел равно единице.
- 8 Если первое число составляет сорок процентов второго, то второе число в две целых одну вторую раза больше первого.

21. Пропорции

Отношения $3,6 : 1,2$ и $6,3 : 2,1$ равны, так как значения частных равны 3. Поэтому можно записать равенство $3,6 : 1,2 = 6,3 : 2,1$, или $\frac{3,6}{1,2} = \frac{6,3}{2,1}$.

Равенство двух отношений называют пропорцией.

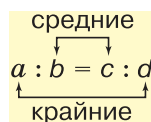
С помощью букв пропорцию записывают так:

$$a : b = c : d \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Эти записи читают так: «Отношение a к b равно отношению c к d » или « a так относится к b , как c относится к d ».

крайние члены
пропорции
средние члены
пропорции

В пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, или $a : b = c : d$ числа a и d называют **крайними членами**, а числа b и c — **средними членами пропорции**. В дальнейшем будем считать, что все члены пропорции отличны от нуля: $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$.



В пропорции $\frac{3,6}{1,2} = \frac{6,3}{2,1}$ найдём произведение её крайних членов и произведение средних членов. Получим $3,6 \cdot 2,1 = 7,56$; $1,2 \cdot 6,3 = 7,56$. Значит, $3,6 \cdot 2,1 = 1,2 \cdot 6,3$.

В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов.

Верно и обратное утверждение:

основное свойство
пропорции

если произведение крайних членов равно произведению средних членов пропорции, то пропорция верна.

Это свойство **называют основным свойством пропорции**.

Пропорция $20 : 16 = 5 : 4$ верна, так как $20 \cdot 4 = 16 \cdot 5 = 80$.

Поменяем местами в этой пропорции средние члены. Получим новую пропорцию: $20 : 5 = 16 : 4$. Она тоже верна, так как при такой перестановке произведение крайних и произведение средних членов не изменилось. Эти произведения не изменятся, если в пропорции $20 : 5 = 16 : 4$ поменять местами крайние члены.

Если в верной пропорции поменять местами средние члены или крайние члены, то получившиеся новые пропорции тоже верны.

Используя основное свойство пропорции, можно найти её неизвестный член, если все остальные члены известны.

Пример 1. Найдём в пропорции $0,5 : a = 2 : 13$ неизвестный средний член a .

Решение. Используя основное свойство пропорции, получим $a \cdot 2 = 0,5 \cdot 13$. Отсюда $a = \frac{0,5 \cdot 13}{2}$; $a = 3,25$.

Пример 2. Решим уравнение $\frac{8,75}{3\frac{3}{4}} = \frac{x}{0,75}$.

Решение. Используя основное свойство пропорции, получим $8,75 \cdot 0,75 = 3\frac{3}{4} \cdot x$. Отсюда $x = \frac{8,75 \cdot 0,75}{3\frac{3}{4}}$. Представим $3\frac{3}{4}$ в виде десятичной дроби 3,75 и сократим выражение на 0,75, имеем $x = \frac{8,75}{5}$; $x = 1,75$.



- ♦ Что такое пропорция?
- ♦ Как называются числа x и y в пропорции $x : a = b : y$?
- ♦ Как называются числа m и n в пропорции $a : m = n : b$?
- ♦ Сформулируйте основное свойство пропорции.
- ♦ Какие перестановки членов пропорции снова приводят к верным пропорциям?
- ♦ Останется ли пропорция верной, если поменять местами какой-нибудь средний её член с одним из крайних? Приведите пример.
- ♦ Останется ли пропорция верной, если оба средних числа поменять местами с крайними членами? Проверьте ваш ответ на пропорции $3 : 4 = 9 : 12$.

К

4.39 Запишите пропорцию:

- а) 5 так относится к 3, как 2 относится к 1,2;
- б) 0,9 так относится к $\frac{1}{3}$, как 45 относится к $16\frac{2}{3}$;
- в) отношение $\frac{2}{7}$ к 0,1 равно отношению 14 к 4,9.

Проверьте полученные пропорции, определяя отношения чисел.



4.40 Из каких отношений $0,6 : 5$; $4,2 : 7$; $\frac{3}{4} : 6,25$ можно составить верную пропорцию?

4.41 Прочитайте пропорции и проверьте, верные ли они, используя основное свойство пропорции:

- а) $4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4} = 36 : 26$; в) $2\frac{1}{4} : 9 = 1 : 39$; д) $\frac{18}{3} = \frac{30}{5}$;
- б) $3 : 7,5 = 2\frac{1}{2} : 6\frac{1}{4}$; г) $\frac{0,35}{0,6} = \frac{0,106}{0,18}$; е) $\frac{15}{1,8} = \frac{2,7}{0,09}$.



4.42 Решите уравнение:

- а) $y : 51,6 = 11,2 : 34,4$; в) $4,5 : 2,25 = y : 3,5$;
- б) $5\frac{3}{5} : 3\frac{1}{2} = 5\frac{1}{4} : x$; г) $\frac{25}{6} : x = \frac{20}{21} : \frac{4}{7}$.

4.43 Решите уравнение:

- а) $\frac{67,8}{a} = \frac{7,62}{6,35}$; б) $\frac{18,3}{6} = \frac{x}{0,5}$; в) $\frac{y}{1,2} = \frac{2,5}{4,8}$; г) $\frac{6,3}{0,21} = \frac{1,5}{a}$.

4.44 Решите уравнение:

а) $\frac{12,3}{6} = \frac{7x}{4,2}$;

в) $\frac{0,2}{x-2} = \frac{0,5}{2,5}$;

б) $\frac{1}{2}x : 5 = 16 : 0,8$;

г) $2\frac{2}{3} : 0,24 = 1\frac{7}{9} : (x + 0,06)$.



4.45 Переставив средние или крайние члены пропорции, составьте три новые верные пропорции из пропорции:

а) $5 : 15 = 4 : 12$; б) $\frac{12}{0,2} = \frac{30}{0,5}$; в) $\frac{m}{n} = \frac{l}{k}$.



4.46 Используя верное равенство $4 \cdot 9 = 0,2 \cdot 180$, составьте четыре верные пропорции.



4.47 Вычислите устно:

а)
$$\begin{array}{r} 15 \cdot 10 \\ + 350 \\ : 25 \\ \cdot 20 \\ - 150 \\ \hline ? \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 900 : 15 \\ \cdot 9 \\ + 260 \\ : 16 \\ \cdot 20 \\ \hline ? \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 1 \cdot 4 \\ - 0,1 \\ \cdot 6 \\ : 4,5 \\ + 0,38 \\ \hline ? \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 1,4 + 3,6 \\ : 0,25 \\ \cdot 0,14 \\ - 2,7 \\ \cdot 7,3 \\ \hline ? \end{array}$$

д)
$$\begin{array}{r} 3 \cdot 1,6 \\ - 1,2 \\ : 1,8 \\ - 0,2 \\ \cdot 0,4 \\ \hline ? \end{array}$$

4.48 Какой знак действия надо подставить вместо звёздочки, чтобы получилось верное равенство:

а) $\frac{7}{8} * 1\frac{1}{7} = 1$; б) $2 * 1\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{7} * \frac{4}{7} = \frac{3}{4}$; г) $0,3 * \frac{5}{6} = \frac{1}{4}$?



4.49 Найдите отношение величин:

а) 1,5 м и 30 см; б) 1 кг и 250 г; в) 1 ч и 15 мин; г) 50 см^2 и 1 дм^2 .

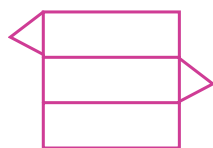
4.50 $\frac{5}{9}$ числа равны $\frac{3}{17}$ этого числа. Какое это число?

4.51 Какое число надо прибавить к числителю и знаменателю дроби $\frac{7}{27}$, чтобы получить дробь $\frac{3}{7}$?

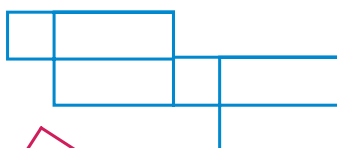


4.52 Какие из фигур (рис. 33) являются развёртками:

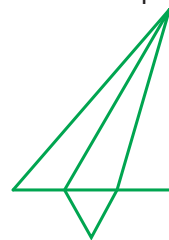
а) четырёхугольной призмы; б) треугольной призмы; в) треугольной пирамиды?



A



B



C



D



E



F

Рис. 33



4.53 Из ружья сделано 50 выстрелов, при этом 5 пуль пролетели мимо цели. Определите процент попаданий.

4.54 Угол A равен 30° , а угол B равен 50° . Какую часть от угла B составляет угол A ? Во сколько раз угол B больше угла A ?

4.55 В начале зимы лыжи стоили 1800 р., а в конце сезона — 1200 р. На сколько процентов была снижена цена? Сколько процентов новая цена составляет от прежней цены?



4.56 В парке посадили клёны и дубы, причём на каждые 4 клёна приходится один дуб. Сколько процентов от всех посаженных деревьев составляют клёны? Сколько всего посадили деревьев в парке, если клёнов посадили 480?

Д

4.57 Верна ли пропорция:

а) $2,04 : 0,6 = 2,72 : 0,8$; б) $0,0112 : 0,28 = 0,204 : 0,51$?

4.58 Решите уравнение:

а) $2\frac{1}{3}k = 4\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{9}$; б) $3\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{11} = 8\frac{1}{2}m$; в) $y : \frac{4}{5} = 3\frac{1}{8} : 1\frac{1}{4}$; г) $3\frac{1}{9} : \frac{4}{9} = z : \frac{3}{14}$.

4.59 Из 225 кг руды получили 34,2 кг меди. Какое процентное содержание меди в руде?

4.60 Через 2 ч после выхода со станции A тепловоз увеличил скорость на 12 км/ч и через 5 ч после начала движения прибыл в пункт назначения B . Какая была скорость тепловоза в начале пути, если расстояние от A до B равно 261 км?

4.61 Если к $\frac{2}{7}$ неизвестного числа прибавить 0,8, то получится 1,2. Найдите неизвестное число.

4.62 Выполните действия:

а) $\left(3,2 : 4 + 4\frac{4}{5} : 3,2\right) \cdot 4,8$; б) $(385,7 : 0,19 - 30) \cdot 0,2 - (35,7 \cdot 3,29 + 2,547)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Пропорции

Запишите пропорцию (1—2).

1 Число восемнадцать так относится к четырём, как двадцать семь относится к шести.

2 Отношение трёх к пяти равно отношению двух к семи.

3 Запишите средние члены пропорции $1,5 : 2 = 4,5 : 6$.

4 Запишите крайние члены пропорции $\frac{2}{1,9} = \frac{3}{2,8}$.

5 Определите, верна ли пропорция в задании 3.

6 Определите, верна ли пропорция в задании 4.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

7 Корень уравнения $\frac{20}{5} = \frac{x}{0,5}$ — число два.

8 Из любых четырёх натуральных чисел можно составить пропорцию.

22. Прямая и обратная пропорциональные зависимости

Если станок с числовым программным управлением за 2 ч изготавливает 28 деталей, то за вдвое большее время, т. е. за 4 ч, он изготовит вдвое больше таких деталей, т. е. $28 \cdot 2 = 56$ деталей. Во сколько раз больше времени будет работать станок, во столько раз больше деталей он изготовит. Значит, равны отношения $4 : 2$ и $56 : 28$. Следовательно, верна пропорция $4 : 2 = 56 : 28$. Такие величины, как время работы станка и число изготовленных деталей, называют прямо пропорциональными величинами.

*прямо
пропорциональные
величины*

Две величины называют **прямо пропорциональными**, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Если две величины прямо пропорциональны, то отношения соответствующих значений этих величин равны.

Пусть путь из города А в город В поезд со скоростью 40 км/ч проходит за 12 ч. Если скорость движения увеличить вдвое, т. е. сделать её равной 80 км/ч, то на этот же путь поезд затратит вдвое меньше времени, т. е. 6 ч. Во сколько раз увеличится скорость движения, во столько же раз уменьшится время движения. В этом случае отношение $80 : 40$ будет равно не отношению $6 : 12$, а обратному отношению $12 : 6$. Следовательно, верна пропорция $80 : 40 = 12 : 6$. Такие величины, как скорость и время, называют обратно пропорциональными величинами.

*обратно
пропорциональные
величины*

Две величины называют **обратно пропорциональными**, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

Если величины обратно пропорциональны, то отношение значений одной величины равно обратному отношению соответствующих значений другой величины.

Не всякие две величины являются прямо пропорциональными или обратно пропорциональными. Например, рост ребёнка увеличивается при увеличении его возраста, но эти величины не являются пропорциональными, так как при удвоении возраста рост ребёнка не удваивается.

Задачи на пропорциональные величины можно решить с помощью пропорции.

Задача 1. За 3,2 кг товара заплатили 115,2 р. Сколько следует заплатить за 1,5 кг этого товара?

Решение. Запишем кратко условие задачи в виде таблицы, обозначив буквой x стоимость (в рублях) 1,5 кг этого товара.

Запись будет иметь следующий вид:

	Вес товара	Стоимость товара
I покупка	3,2 кг	115,2 р.
II покупка	1,5 кг	x р.

Зависимость между весом товара и стоимостью покупки прямо пропорциональна, так как если купить в несколько раз больше товара, то и стоимость покупки увеличится во столько же раз. Условно обозначим такую зависимость одинаково направленными стрелками.

Запишем пропорцию: $\frac{3,2}{1,5} = \frac{115,2}{x}$.

Теперь найдём неизвестный член пропорции:

$$x = \frac{1,5 \cdot 115,2}{3,2} = 54.$$

Ответ: 54 р.

Задача 2. Два прямоугольника имеют одинаковую площадь. Длина первого прямоугольника 3,6 м, а ширина 2,4 м. Длина второго прямоугольника 4,8 м. Найдите ширину второго прямоугольника.

Решение. Обозначив буквой x ширину (в метрах) второго прямоугольника, запишем кратко условие задачи:

	Длина	Ширина
I прямоугольник	3,6 м	2,4 м
II прямоугольник	4,8 м	x м

Зависимость между шириной и длиной при одном и том же значении площади прямоугольника обратно пропорциональная, так как если увеличить длину прямоугольника в несколько раз, то надо ширину во столько же раз уменьшить. Условно обозначим такую зависимость противоположно направленными стрелками.

Запишем пропорцию:

$$\frac{3,6}{4,8} = \frac{x}{2,4}.$$

Теперь найдём неизвестный член пропорции:

$$x = \frac{3,6 \cdot 2,4}{4,8} = 1,8.$$

Ответ: 1,8 м.



- ♦ Какие величины называют прямо пропорциональными? Что можно сказать об отношениях соответствующих значений таких величин?
- ♦ Приведите примеры прямо пропорциональных величин.
- ♦ Какие величины называют обратно пропорциональными? Что можно сказать об отношениях соответствующих значений таких величин?
- ♦ Приведите примеры обратно пропорциональных величин.
- ♦ Приведите примеры величин, у которых зависимость не является ни прямо, ни обратно пропорциональной.

К

4.63 Определите, является ли прямо пропорциональной, обратно пропорциональной или не является пропорциональной зависимость между величинами:

- а) путём, пройденным автомашиной с постоянной скоростью, и временем её движения;
- б) стоимостью товара, купленного по одной цене, и его количеством;
- в) площадью квадрата и длиной его стороны;
- г) массой стального бруска и его объёмом;
- д) числом рабочих, выполняющих с одинаковой производительностью труда некоторую работу, и временем выполнения этой работы;
- е) стоимостью товара и его количеством, купленным на определённую сумму денег;
- ж) возрастом человека и размером его обуви;
- з) объёмом куба и длиной его ребра;
- и) периметром квадрата и длиной его стороны;
- к) дробью и её знаменателем, если числитель не изменяется;
- л) дробью и её числителем, если знаменатель не изменяется.

Задачи **4.64—4.75** решите, составив пропорцию.

4.64 Стальной шарик объёмом 6 см^3 имеет массу $46,8 \text{ г}$. Чему равна масса шарика из той же стали, если его объём $2,5 \text{ см}^3$?



4.65 Из 21 кг хлопкового семени получили $5,1 \text{ кг}$ масла. Сколько масла получится из 7 кг хлопкового семени?

4.66 Для строительства стадиона 5 бульдозеров расчистили площадку за 210 мин . За какое время 7 бульдозеров расчистили бы эту площадку?

4.67 Для перевозки груза потребовалось 24 машины грузоподъёмностью $7,5 \text{ т}$. Сколько нужно машин грузоподъёмностью $4,5 \text{ т}$, чтобы перевезти тот же груз?



4.68 Для определения всхожести семян посеяли горох. Из 200 посеянных горошин взошло 170. Какой процент горошин дал всходы (процент всхожести)?

4.69 Весной при проведении работ по озеленению города на улице посадили липы. Принялось 95 % всех посаженных лип. Сколько посадили лип, если принялось 57 лип?

4.70 В лыжной секции занимаются 80 учащихся. Среди них 32 девочки. Какой процент участников секции составляют девочки и какой — мальчики?

4.71 На АвтоВАЗе было запланировано в год выпустить 300 000 автомобилей, однако план был выполнен на 115 %. Сколько автомобилей выпустил АвтоВАЗ?

4.72 За 3 месяца шахтёры отправили на коксоперерабатывающее предприятие 72 % запланированного угля. Сколько процентов угля отправят шахтёры за 5 месяцев, если будут работать с той же производительностью?

4.73 За 5 дней было собрано 22,5 % всей пшеницы. Сколько дней потребуется, чтобы собрать 94,5 % всей пшеницы?



4.74 В железной руде на 7 частей железа приходится 3 части примесей. Сколько тонн примесей в руде, которая содержит 73,5 т железа?

4.75 На ценнике указана стоимость 150 г сыра — $84,57 \text{ р}$. Чему равна стоимость 450 г этого же сыра?

П

4.76 Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} 800 : 16 \\ \cdot 7 \\ - 80 \\ : 30 \\ \cdot 15 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 309 + 541 \\ - 306 \\ : 70 \\ \cdot 30 \\ : 21 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 - 3,4 \\ \cdot 4 \\ + 2,7 \\ : 13 \\ \cdot 0,03 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,4 + 3,5 \\ : 1,5 \\ \cdot 0,125 \\ + 4 \\ : 0,03 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7,5 : 25 \\ \cdot 1,6 \\ + 0,2 \\ : 0,15 \\ - 0,1 \\ \hline ? \end{array}$$

4.77 Представьте в виде суммы двух дробей с числителем 1 каждую из следующих дробей: $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{13}{40}$.

4.78 Из чисел 3, 7, 9 и 21 составьте две верные пропорции.

4.79 Средние члены пропорции 6 и 10. Какими могут быть крайние члены? Приведите примеры.

4.80 При каком значении x верна пропорция:

$$\text{а) } \frac{x}{4} = \frac{9}{x}; \quad \text{б) } \frac{x}{4} = \frac{x}{9}; \quad \text{в) } \frac{x}{6} = \frac{3x}{18}; \quad \text{г) } \frac{x}{x} = \frac{3}{5}; \quad \text{д) } \frac{x}{x} = \frac{7}{x}?$$

4.81 Найдите отношение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 2 \text{ мин к } 10 \text{ с;} & \text{в) } 0,1 \text{ кг к } 0,1 \text{ г;} \\ \text{б) } 0,3 \text{ м}^2 \text{ к } 0,1 \text{ дм}^2; & \text{г) } 4 \text{ ч к } 1 \text{ сут;} \end{array} \quad \text{д) } 3 \text{ дм}^3 \text{ к } 0,6 \text{ м}^3.$$

4.82 Где на координатном луче должно быть расположено число c , чтобы была верна пропорция $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (рис. 34)?



Рис. 34

4.83 Развивайте свою память! Закройте таблицу листом бумаги. На несколько секунд откройте первую строку и затем, вновь закрыв её, постарайтесь повторить или записать три числа этой строки. Если вы верно воспроизвели все числа, переходите ко второй строке таблицы. Если в какой-либо строке допущена ошибка, сами напишите несколько наборов из такого же, как в строке, количества двузначных чисел и тренируйтесь в их запоминании. Если вы можете без ошибок воспроизвести не менее пяти двузначных чисел, у вас хорошая память.

				35	71	26
			42	17	69	38
		53	20	74	16	41
	19	46	81	23	52	37
23	30	77	17	91	28	65
64	33	59	25	71	46	84
						12

4.84 Решите уравнение:

$$\text{а) } 4,5 : (3x) = 4 : 28; \quad \text{в) } 1,25 : 0,4 = 1,35 : (0,3x);$$

$$\text{б) } (2x) : 9 = 2\frac{1}{3} : 5\frac{1}{4}; \quad \text{г) } 1\frac{1}{5} : 1 = (2x) : \frac{2}{3}.$$

4.85 Можно ли составить верную пропорцию из следующих чисел:

$$\text{а) } 15; 14; 8 \text{ и } 75; \quad \text{б) } \frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 1\frac{3}{4}; 1\frac{5}{16}?$$



4.86 Из равенства произведений $3 \cdot 24 = 8 \cdot 9$ составьте три верные пропорции.

4.87 Длина отрезка AB равна 8 дм, а длина отрезка CD равна 2 см. Найдите отношение длин отрезков AB и CD . Какую часть длины отрезка AB составляет длина отрезка CD ?

4.88 В забеге принимали участие 350 школьников. Из них 64 % — мальчики, а остальные — девочки. На сколько больше участвовало в забеге мальчиков, чем девочек?



4.89 Найдите значение выражения:

а) $\frac{3\frac{1}{8} + 2\frac{1}{12} - \frac{1}{3}}{7,3 - 0,4 \cdot 8,5};$ б) $\frac{12 \cdot 0,8 - 1,8}{2\frac{1}{12} + 2\frac{1}{15} - \frac{1}{4}}.$

4.90 Решите задачу:

1) В каждой партии из 1500 фонариков в среднем 18 фонариков бракованные. Какой процент всей партии составляют исправные фонарики?

2) В партии на 1200 шариковых ручек приходится 15 ручек, которые не пишут. Какой процент от всей партии составляют пишущие ручки?



4.91 Найдите значение выражения:

- 1) $6,0008 : 2,6 + 4,23 \cdot 0,4;$
 2) $2,91 \cdot 1,2 + 12,6288 : 3,6.$

Д

4.92 Из 20 кг яблок получается 16 кг яблочного пюре. Сколько яблочного пюре получится из 45 кг яблок?

4.93 Трое маляров могут закончить работу за 5 дней. Для ускорения работы добавили ещё двух маляров. За какое время они закончат работу, если все маляры работают с одинаковой производительностью?

4.94 Бетонная плита объёмом $2,5 \text{ м}^3$ имеет массу 4,75 т. Каков объём плиты из такого же бетона, если её масса 6,65 т?

4.95 В сахарной свёкле содержится 18,5 % сахара. Сколько сахара содержится в 38,5 т сахарной свёклы? Ответ округлите до десятых долей тонны.

4.96 В оливках содержится 64,8 % масла. Сколько килограммов оливок необходимо взять, чтобы в них содержалось 40,5 кг масла?

4.97 В 80 кг картофеля содержится 14 кг крахмала. Найдите процентное содержание крахмала в таком картофеле.

4.98 В семенах льна содержится 47 % масла. Сколько масла содержится в 80 кг семян льна?

4.99 Рис содержит 75 % крахмала, а ячмень — 60 %. Сколько надо взять ячменя, чтобы в нём содержалось столько же крахмала, сколько его содержится в 5 кг риса?

4.100 Найдите значение выражения:

- а) $203,81 : (141 - 136,42) + 38,4 : 0,75;$
 б) $96 : 7,5 + 288,51 : (80 - 76,74).$

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ**Проверочная работа № 1****Прямая пропорциональная зависимость**

Запишите пропорцию для решения задачи (1—4).

- 1 За девять килограммов товара заплатили шестьдесят рублей. Сколько надо заплатить за два килограмма этого товара?
- 2 По плану должны были скосить рожь на тридцати гектарах. Сколько процентов плана выполнили, когда скосили двадцать девять гектаров?
- 3 В два бидона помещается пять литров молока. Сколько молока поместится в шесть таких бидонов?
- 4 Две величины прямо пропорциональны. Значение одной из них выросло с 8 до 12. Чему равно отношение соответствующих значений второй величины?
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 5 Рост человека прямо пропорционален его возрасту.
- 6 Если при увеличении одной величины в несколько раз другая увеличивается во столько же раз, то эти величины прямо пропорциональны.
- 7 Если число «эм» составляет двадцать процентов от числа «эн», то отношение «эм» к «эн» равно нулю целых двум десятым.
- 8 При постоянной скорости пройденный автобусом путь прямо пропорционален времени движения.

Проверочная работа № 2**Прямая и обратная пропорциональные зависимости**

Запишите пропорцию для решения задачи (1—4).

- 1 За двенадцать порций мороженого заплатили семьдесят восемь рублей. Сколько надо заплатить за пять порций этого мороженого?
- 2 Два прямоугольника имеют одинаковую площадь. Ширина и длина одного из них 19 см и 23 см, а ширина второго — 10 см. Чему равна длина второго прямоугольника?
- 3 Путь от одной станции до другой поезд проходит за шесть часов. Сколько времени затратит поезд на этот путь, если его скорость уменьшится в два раза?
- 4 Две величины обратно пропорциональны. Значение одной из них снизилось с 16 до 12. Чему равно отношение соответствующих значений второй величины?
Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?
- 5 Объём куба прямо пропорционален длине его ребра.
- 6 Если при уменьшении одной величины в несколько раз другая увеличивается во столько же раз, то эти величины прямо пропорциональны.
- 7 Если число «эм» составляет двадцать пять процентов от числа «эн», то отношение «эн» к «эм» равно четырём.
- 8 Если одна из обратно пропорциональных величин увеличивается в несколько раз, то другая уменьшается во столько же раз.

23. Масштаб

Участки земной поверхности изображают на бумаге в уменьшенном виде. Например, отрезок 1000 м изображают на карте (рис. 35) отрезком в 1 см. Так как $1000 \text{ м} = 100\,000 \text{ см}$, то каждый отрезок на карте в 100 000 раз меньше соответствующего отрезка на местности.



Рис. 35

масштаб

Отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности называют **масштабом** карты.

В рассмотренном нами примере масштаб карты равен $1 : 100\,000 = \frac{1}{100\,000}$. Говорят, что карта сделана в масштабе одна сотысячная.

Задача 1. Длина отрезка на карте 3 см. Найдём длину соответствующего отрезка на местности, если масштаб карты $1 : 1\,000\,000$.

Решение. Обозначим длину отрезка на местности (в сантиметрах) буквой x и найдём отношение длины отрезка на карте к длине отрезка на местности: $3 : x$, которое и будет равно масштабу карты.

Значит, $3 : x = 1 : 1\,000\,000$.

Решив уравнение, получим

$$x = 3 \cdot 1\,000\,000 = 3\,000\,000.$$

Но $3\,000\,000 \text{ см} = 30\,000 \text{ м} = 30 \text{ км}$.

Ответ: длина отрезка на местности 30 км.

Задача 2. Длина отрезка на местности 4,5 км. Чему равна длина этого отрезка на карте, сделанной в масштабе $1 : 100\,000$?

Решение. Обозначим длину (в километрах) отрезка на карте буквой x и составим пропорцию: $x : 4,5 = 1 : 100\,000$.

Решив уравнение, получим $x = 4,5 : 100\,000 = 0,000045$.

Но $0,000045 \text{ км} = 0,045 \text{ м} = 4,5 \text{ см}$.

Ответ: длина отрезка на карте 4,5 см.



- Что называют масштабом карты?
Чему равен масштаб чертежа, если на нём детали увеличены в 5 раз? уменьшены в 50 раз?

К

4.101 Определите по карте (рис. 36) расстояние от опушки леса (точка А) до точки пересечения дороги с рекой (точка В). Масштаб карты 1 : 100 000.

4.102 Расстояние между городами А и В на карте равно 8,5 см. Найдите расстояние между городами на местности, если масштаб карты $\frac{1}{1\,000\,000}$.

4.103 Длина железной дороги Москва — Санкт-Петербург приближённо равна 650 км. Изобразите отрезком эту дорогу, применив масштаб 1 : 10 000 000.

4.104 Протяжённость территории России с запада на восток составляет примерно 10 000 км. Уместится ли на одной странице тетради это расстояние в масштабе одна десятимиллионная?

4.105 На рисунке 37 дан план квартиры в масштабе 1 : 100. Определите по плану, какие размеры имеют кухня, ванная и комнаты и чему равна их площадь в действительности.

4.106 Отрезку на карте, длина которого 3,6 см, соответствует расстояние на местности в 72 км. Чему равно расстояние между городами, если на этой карте расстояние между ними 12,6 см?

4.107 Длина Байкало-Амурской магистрали 4324 км. Какой длины получится линия, изображающая эту магистраль на карте, сделанной в масштабе:
1) 1 : 10 000 000; 2) 1 : 2 000 000?

4.108 Отрезок на местности длиной 3 км изображён на карте отрезком 6 см. Чему равна на карте длина отрезка, изображающего отрезок 10 км? Какой отрезок на местности изображается на карте отрезком длиной 1,8 см?

4.109 Длина детали на чертеже, сделанном в масштабе 1 : 5, равна 7,2 см. Чему будет равна длина этой детали на другом чертеже, сделанном в масштабе 1 : 3? в масштабе 2 : 1?



1:100 000

Рис. 36



Рис. 37

П

4.110 Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} \text{а) } 370 + 230 \\ : 50 \\ \cdot 30 \\ + 340 \\ + 14 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 720 : 18 \\ + 280 \\ : 16 \\ \cdot 50 \\ : 125 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 7,2 : 2,4 \\ - 0,6 \\ : 0,12 \\ \cdot 0,125 \\ + 7,5 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } 6 - 4,5 \\ \cdot 0,4 \\ : 0,12 \\ \cdot 7 \\ + 0,8 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{д) } 8 \cdot 1,2 \\ + 0,4 \\ \cdot 0,01 \\ : 0,5 \\ : 0,1 \\ \hline ? \end{array}$$

4.111 Какое число надо отнять от числителя и знаменателя дроби $\frac{31}{47}$, чтобы получить дробь, равную $\frac{5}{9}$?



4.112 Составьте три пропорции, используя верное равенство:

- а) $18 : 2 = 54 : 6$; в) $2,8 \cdot 45 = 6,3 \cdot 20$;
б) $4,5 : 1,5 = 1,26 : 0,42$; г) $3,9 \cdot 0,14 = 0,6 \cdot 0,91$.

4.113 Две трети от двух третьих числа равны двум третьим. Какое это число?



4.114 Сколько гектаров в 1 м^2 ? Сколько часов в 1 с ? Сколько литров в 1 см^3 ?



4.115 Известно, что объём пирамиды в 3 раза меньше объёма призмы такой же высоты и с таким же основанием (рис. 38). Вычислите объём четырёхугольной пирамиды, в основании которой прямоугольник со сторонами $\frac{2}{3} \text{ дм}$ и $\frac{9}{10} \text{ дм}$, а высота равна 5 дм .

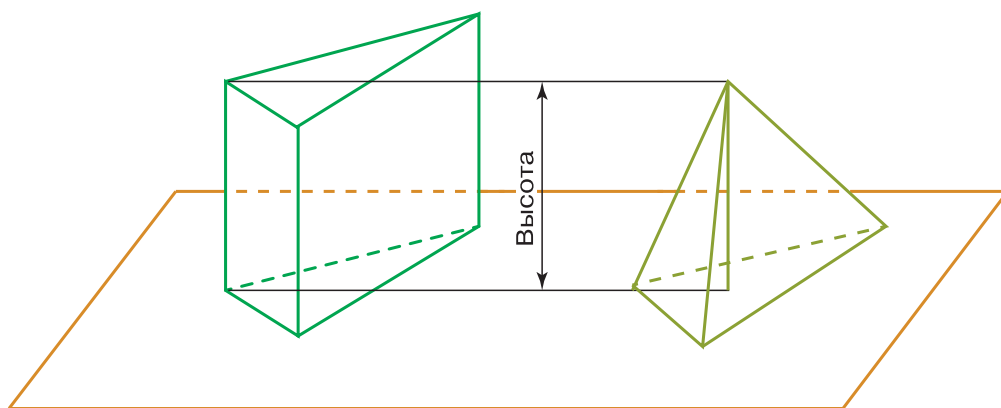


Рис. 38

4.116 Чтобы приготовить 4 порции картофельной запеканки, нужно взять $0,44 \text{ кг}$ картофеля. Сколько картофеля потребуется, чтобы приготовить 12 порций запеканки?

4.117 Некоторое расстояние ласточка пролетела за $0,5 \text{ ч}$ со скоростью 50 км/ч . За сколько минут пролетит то же расстояние стриж, если будет лететь со скоростью 100 км/ч ?

4.118 Начертите окружность и постройте два её радиуса, угол между которыми 120° . Закрасьте часть круга между этими радиусами. Какая часть круга окажется закрашенной и какая часть круга останется незакрашенной?



4.119 Решите задачу:

- 1) Сумма двух чисел $7,2$, причём $\frac{1}{3}$ большего числа равна меньшему числу. Найдите эти числа.
- 2) Разность двух чисел $1,5$, причём $\frac{1}{4}$ большего числа равна меньшему числу. Найдите эти числа.



4.120 Решите уравнение:

1) $\frac{3\frac{9}{14}}{2\frac{1}{7}} = \frac{x}{1,5}$; 2) $\frac{2\frac{8}{15}}{3\frac{4}{5}} = \frac{1,5}{z}$.

Д

- 4.121** Найдите с помощью карты расстояние от Москвы до Екатеринбурга.
- 4.122** Измерьте длину и ширину своей комнаты. Начертите в тетради план этой комнаты в масштабе 1 : 100.
- 4.123** Расстояние на местности в 20 м изображено на плане отрезком 1 см. Определите масштаб плана.
- 4.124** Длина дома на плане 25 см. Чему равна длина дома на местности, если план сделан в масштабе 1 : 300?
- 4.125** Расстояние между городами равно 1300 км. Каким отрезком будет изображено это расстояние на карте, масштаб которой 1 : 10 000 000?
- 4.126** Длина детали на чертеже, сделанном в масштабе 1 : 3, равна 2,4 см. Чему будет равна длина этой детали на другом чертеже, сделанном в масштабе 2 : 1?
- 4.127** Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \frac{10\frac{10}{11} : 12}{2\frac{21}{22}} \cdot 6\frac{1}{2}; \quad \text{б) } \frac{8 : 2\frac{2}{5}}{5\frac{1}{4} : 7} : \frac{2\frac{1}{7} : \frac{5}{7}}{4 : \frac{8}{9}}.$$

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Проверочная работа. Масштаб

Определите масштаб карты, если:

- 1 Расстояние между двумя пунктами на местности в десять тысяч раз больше соответствующего расстояния на карте.
- 2 Расстоянию в один сантиметр на карте соответствует расстояние в один километр на местности.
- 3 Масштаб карты «одна миллионная». Какое расстояние на карте соответствует расстоянию в десять километров на местности?
- 4 Длина детали пять сантиметров. Чему будет равна длина изображения этой детали на чертеже в масштабе «два к одному»?

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 5 Отношение длины отрезка на местности к длине соответствующего отрезка на карте называется масштабом карты.
- 6 Если масштаб чертежа «одна четвёртая», то размеры изображения детали на чертеже в четыре раза больше размеров самой детали.
- 7 Масштаб «одна двадцатитысячная» означает, что расстояние на плане в двадцать тысяч раз меньше, чем на местности.
- 8 Чтобы размеры детали на чертеже были в десять раз больше размеров самой детали, чертёж надо выполнить в масштабе «десять к одному».

Словарный диктант

Запишите математические термины:

- | | |
|--------------------|------------------------|
| 1 Пр...изв...дение | 5 Пр...порциональность |
| 2 Ма...таб | 6 Ме...ность |
| 3 С...тве...вующий | 7 Ув...л...чение |
| 4 Ч...ртёж | 8 ...тн...шение |

24. Длина окружности и площадь круга

Возьмём круглый стакан, поставим на лист бумаги и обведём его карандашом. На бумаге получится окружность. Если «опоясать» стакан ниткой, а потом распрямить её, то длина нитки будет приближённо равна длине нарисованной окружности (рис. 39).

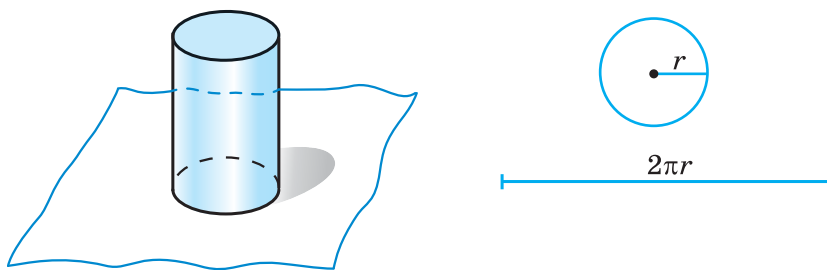


Рис. 39

длина окружности

Длина окружности прямо пропорциональна длине её диаметра. Поэтому для всех окружностей отношение длины окружности к длине её диаметра является одним и тем же числом. Его обозначают греческой буквой π (читается: «пи»). Если обозначить длину окружности буквой C , а длину диаметра буквой d , то $C : d = \pi$. Поэтому $C = \pi d$.

Так как диаметр окружности вдвое больше её радиуса, то длина окружности с радиусом r равна $2\pi r$.

Получили другую формулу длины окружности:

$$C = 2\pi r.$$

Подсчёты показали, что с точностью до десятичных $\pi \approx 3,1416$. Если значение округлить до сотых, то получим значение 3,14. Примерно такую же точность даёт значение $\pi \approx \frac{22}{7}$. В старших классах будет рассказано, как проводились такие подсчёты.

На рисунке 40 изображены круг и два квадрата $ABCD$ и $EFKM$. Радиус круга равен r , поэтому длина стороны квадрата $ABCD$ равна $2r$, а его площадь $4r^2$.

Площадь треугольника EOF вдвое меньше площади квадрата $AEOF$, поэтому площадь $EFKM$ вдвое меньше площади квадрата $ABCD$, т. е. равна $2r^2$. Площадь круга S больше площади квадрата $EFKM$, но меньше площади квадрата $ABCD$:

$$2r^2 < S < 4r^2.$$

Примерно площадь круга равна $3r^2$.

Можно доказать, что

$$S = \pi r^2.$$

площадь круга

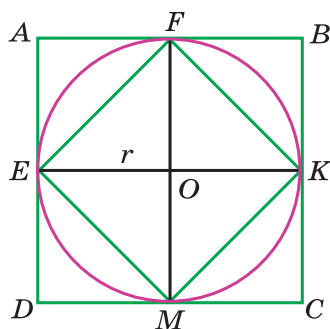


Рис. 40



Напишите формулы для нахождения длины окружности по длине её диаметра и по длине её радиуса.

- ♦ Пропорциональна ли длина окружности длине её радиуса?
- ♦ Напишите формулу площади круга.
- ♦ Пропорциональна ли площадь круга длине его радиуса?

К

- 4.128** Найдите длину окружности, если её диаметр равен 21 см; 3,5 см; 10,5 дм. Число π считайте равным $3\frac{1}{7}$.

Г

Формулы длины окружности и площади круга читаются так:

$C = \pi d$ — «цэ» равно «пи дэ»;

$C = 2\pi r$ — «цэ» равно двум «пи эр»;

$S = \pi r^2$ — «эс» равно «пи эр» квадрат.

Выражение $\pi \approx 3,14$ читают так:

«Пи приближённо равно трём целым четырнадцати сотым».

- 4.129** Диаметр долгоиграющей виниловой пластинки равен 20 см. Найдите длину окружности этой пластинки. Число π округлите до десятых.
- 4.130** Определите диаметр окружности, если её длина равна 56,52 дм; 37,68 см ($\pi \approx 3,14$).
- 4.131** Колесо на расстоянии 380 м сделало 150 оборотов. Найдите диаметр колеса. Результат округлите до сотых метра ($\pi \approx 3,14$).
- 4.132** Найдите длину окружности, радиус которой равен 24 см; 4,7 дм; 18,5 м. Число π округлите до сотых.
- 4.133** Чему равна длина окружности, если её радиус равен 1,54 м; 5,67 дм? Значение числа π возьмите равным $\frac{22}{7}$.
- 4.134** Выполните необходимые измерения и найдите длину половины окружности, изображённой на рисунке 41.
- 4.135** Измерьте радиус и вычислите площадь каждого круга на рисунке 42.
- 4.136** Окружность арены во всех цирках мира имеет длину 40,8 м. Найдите диаметр и площадь арены ($\pi \approx 3$).
- 4.137** Диаметр циферблата Кремлёвских курантов 6,12 м, длина минутной стрелки 2,54 м. Найдите площадь циферблата. Какой путь проходит конец минутной стрелки курантов за час? Ответы округлите до сотых долей метра.

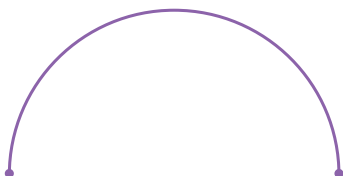


Рис. 41

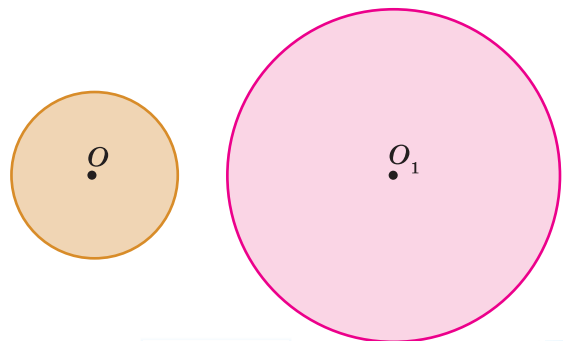


Рис. 42

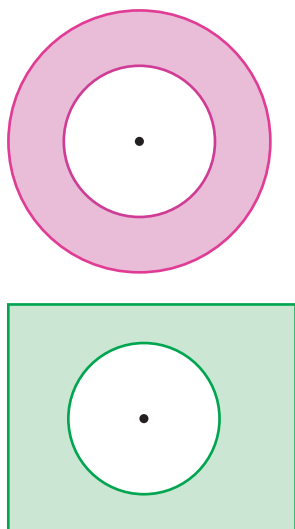


Рис. 43

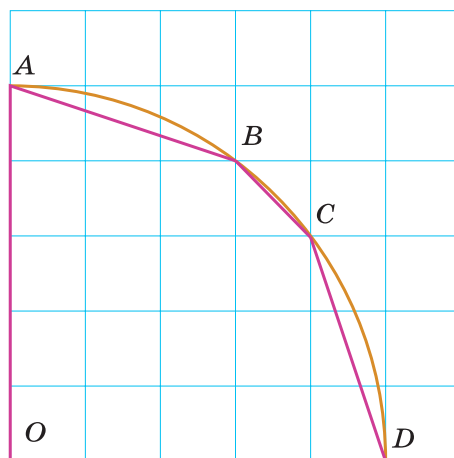


Рис. 44



4.138 Выполните измерения и вычислите площадь каждой закрашенной фигуры на рисунке 43.

4.139 По рисунку 44 найдите площадь пятиугольника $OABCD$. Сравните её с площадью четверти круга, радиус OD которого равен 5 см.

П

4.140 Вычислите устно:

а) $500 + 310$: 90 · 60 - 120 : 14 ?	б) $910 : 13$ - 8 - 80 : 160 · 350 ?	в) $1,5 \cdot 0,6$ + 2,5 : 1,7 - 0,6 : 0,2 ?	г) $6,8 + 2,2$: 6 + 3 · 0,2 : 1,8 ?	д) $5 - 3,6$ · 4 : 14 : 0,02 + 0,7 ?
--	---	---	---	---

4.141 Какой знак действия надо поставить вместо звёздочки, чтобы получилось верное равенство:

а) $\frac{1}{3} * \frac{2}{5} = \frac{11}{15}$; в) $\frac{6}{35} * 1\frac{1}{14} = 0,16$;
б) $\frac{3}{7} * \frac{5}{21} = \frac{5}{49}$; г) $1\frac{1}{3} * 2\frac{2}{3} = 3\frac{5}{9}$?



4.142 Некоторое число вычли из числителя и прибавили к знаменателю дроби $\frac{29}{39}$. После сокращения получили дробь $\frac{6}{11}$. Найдите это число.



4.143 Масштаб карты 1 : 100 000. Заполните таблицу:

Расстояние между пунктами на карте		4 см			16 мм
Расстояние между пунктами на местности	1 км		5,5 км	800 м	

4.144 Запишите масштаб карты, если отрезок на местности в 1 км изображается на карте отрезком 10 см.

4.145 Запишите масштаб рисунка, если он изображает фигуру, увеличивая её в 50 раз.



4.146 Решите задачу, составив пропорцию:

1) В 2,5 кг баранины содержится 0,4 кг белков. Сколько килограммов белков содержится в 3,2 кг баранины?

2) В 6,5 кг свинины содержится 2,6 кг жиров. Сколько жиров содержится в 10,5 кг свинины?

4.147 Вычислите:

- 1) $3^2 \cdot 1\frac{1}{6}$; 3) $(3,1)^3 + 2,75$; 5) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2^3$;
 2) $2\frac{2}{3} : 2^3$; 4) $26 - (2,1)^2$; 6) $\left(2\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2$.



4.148 На рисунке 45 изображён план двухкомнатной квартиры в масштабе 1 : 200. Определите по плану сумму площадей двух жилых комнат (I и II) и общую площадь остальных помещений этой квартиры.

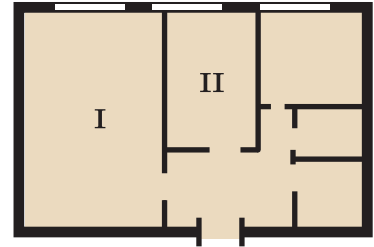


Рис. 45

Д

4.149 С помощью тонкой нити измерьте длину какой-нибудь окружности (на стакане, ведре, тарелке), измерьте длину диаметра. Найдите отношение длины окружности к длине диаметра и сравните полученный результат с числом π .

4.150 Найдите длину окружности, если её радиус равен 36 см; 0,44 см; 125 км. (Число π округлите до сотых.)

4.151 Диаметр колеса тепловоза равен 120 см. За 2,5 мин колесо сделало 750 оборотов. С какой скоростью идёт тепловоз?

4.152 Выполните измерения и вычислите площадь каждой заштрихованной фигуры (рис. 46).

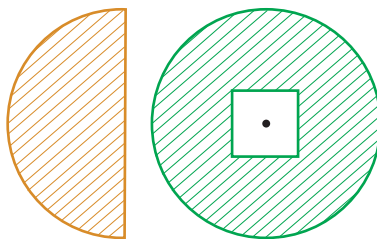


Рис. 46

4.153 Поезд за 8 ч прошёл $\frac{4}{15}$ всего пути. За какое время он пройдёт $\frac{2}{3}$ пути?

4.154 Ведро вмещает 6 л бензина. В такое же ведро вместо бензина налито равное (по массе) количество дёгтя. Сколько литров дёгтя налито в ведро, если масса 1 л бензина 0,8 кг, а масса 1 л дёгтя 1,2 кг?

4.155 Найдите неизвестный член пропорции:

- а) $3\frac{2}{5} : x = 6\frac{4}{5} : 1\frac{1}{3}$; в) $4\frac{2}{5} : x = 8\frac{4}{5} : 2\frac{1}{2}$;
 б) $7\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2} = 3\frac{2}{3} : y$; г) $6\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4} = 3\frac{1}{4} : y$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ**Проверочная работа № 1****Длина окружности**

- 1 Чему равен радиус окружности, если её диаметр равен сорока двум сантиметрам?
- 2 Чему равен диаметр окружности, если её радиус равен девятнадцати дециметрам?

Найдите длину окружности, приняв число «пи» приближённо равным трём (3—4), если:

- 3 Диаметр окружности равен 10 м.
- 4 Радиус окружности равен 3 дм.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 5 С точностью до сотых число «пи» приближённо равно трём целым четырнадцати сотым.
- 6 Отношение длины окружности к её диаметру одинаково для любых окружностей.
- 7 Число «пи» приближённо равно двадцати двум седьмым.
- 8 Длина окружности обратно пропорциональна длине её радиуса.

Проверочная работа № 2**Длина окружности и площадь круга**

- 1 Чему равен диаметр окружности, если её длина равна восемнадцати метрам? Число «пи» округлите до целых.
- 2 Чему равен радиус окружности, если её длина равна двенадцати сантиметрам? Число «пи» округлите до целых.

Найдите площадь круга, округлив число «пи» до целых (3—4), если:

- 3 Радиус круга равен 3 м.
- 4 Диаметр круга равен 4 дм.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

- 5 Площадь круга прямо пропорциональна квадрату его радиуса.
- 6 Формула длины окружности: $C = \pi r$.
- 7 С точностью до сотых число «пи» приближённо равно трём целым четырнадцати сотым.
- 8 Площадь круга «эс» равна произведению числа «пи» и квадрата радиуса круга «эр квадрат».

25. Шар

шар
центр шара
радиус шара
диаметр шара
сфера

Футбольный мяч, глобус, арбуз дают нам представление о **шаре** (рис. 47).

Все точки поверхности шара одинаково удалены от **центра шара**. Отрезок, соединяющий точку поверхности шара с центром, называют **радиусом шара**.

Отрезок, соединяющий две точки поверхности шара и проходящий через центр шара, называют **диаметром шара**. Диаметр шара равен двум радиусам.

Поверхность шара называют **сферой**.

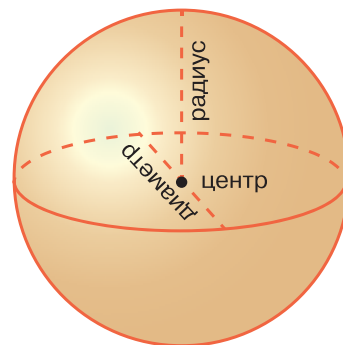


Рис. 47

? ♦ Что называется радиусом шара? диаметром шара?
♦ Что такое сфера?

К

4.156 Диаметр земного шара приближённо равен 12,7 тыс. км. Скольким тысячам километров равен радиус и длина экватора Земли? (Число тысяч округлите до десятых.)

4.157 Один из самых больших глобусов Земли был изготовлен в 1889 г. для Парижской всемирной выставки. Его диаметр был 12,7 м. В каком масштабе этот глобус изображал Землю? Чему равна длина экватора и меридианов на этом глобусе?

4.158 Полярная крачка на зимовье перелетает из Арктики в Антарктиду. Какое расстояние она преодолевает, если полярный диаметр Земли равен 12 714 км?

4.159 Площадь поверхности Луны приближённо равна 38 млн км², что составляет 0,075 площади поверхности Земли. Найдите площадь поверхности Земли. (Результат округлите до миллионов квадратных километров.)

4.160 Диаметр планеты Меркурий приближённо равен 5 тыс. км. Диаметр планеты Венера в 2,48 раз больше, а диаметр планеты Марс составляет $\frac{17}{31}$ диаметра Венеры. Найдите диаметры планет Венера и Марс.

П

4.161 Вычислите устно:

а)
$$\begin{array}{r} 320 + 180 \\ : 20 \\ \cdot 6 \\ - 80 \\ \cdot 13 \\ \hline ? \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 630 : 90 \\ \cdot 60 \\ + 180 \\ : 15 \\ \cdot 25 \\ \hline ? \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 3,5 + 4,5 \\ : 10 \\ - 0,3 \\ \cdot 17 \\ + 2,5 \\ \hline ? \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 0,5 \cdot 1,8 \\ - 0,15 \\ : 0,3 \\ + 5,5 \\ : 1,6 \\ \hline ? \end{array}$$



4.162 Масштаб плана 1 : 1000. На плане изображён круглый бассейн. Определите диаметр бассейна и его площадь, если на плане радиус бассейна 1 см.

4.163 Заполните таблицу (r — радиус, d — диаметр, C — длина окружности, S — площадь круга):

r	1				0,5				
d			3						
C		π				5π		1	
S				π			16π		1



4.164 Цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 расставьте в клетки так, чтобы равенства были верными:

$$\square \square \cdot \square = \square \square \square = \square \cdot \square \square.$$

4.165 Длина внутренней окружности кольца равна 3,5 дм. Чему равна длина внешней окружности, если её диаметр в 2 раза больше диаметра внутренней окружности?

4.166 На рисунке 48 изображена разметка хоккейной площадки.

а) Внутри центрального круга находится центральная (синяя) точка вбрасывания диаметром 30 см, а в нейтральной зоне находятся точки вбрасывания (красные), диаметр которых в 2 раза больше диаметра центральной точки. Во сколько раз площадь красной точки вбрасывания больше площади синей точки?

б) Центральный круг имеет диаметр 9 м, а радиус полукруга судейской зоны составляет $\frac{2}{3}$ радиуса центрального круга. Найдите площадь полукруга судейской зоны. Какую часть площади центрального круга она занимает?



Рис. 48



4.167 Решите задачу:

- 1) В классе 30 человек. Из них английский язык изучают в $2\frac{1}{3}$ раза больше учащихся, чем французский. Сколько человек изучают каждый язык?
- 2) В секции дзюдо занимается 44 человека. Из них девочек в $2\frac{2}{3}$ раза меньше, чем мальчиков. Сколько девочек и сколько мальчиков занимается в секции?



4.168 Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{1}{12}x + \frac{11}{30}x - \frac{7}{18}x$, если $x = 5\frac{5}{11}$;
- 2) $\frac{1}{14}y + \frac{8}{21}y - \frac{3}{35}y$, если $y = 1\frac{4}{11}$.

Д

- 4.169** Длина экватора Луны приближённо равна 10,9 тыс. км. Чему равен диаметр Луны? (Результат округлите до сотен километров.)
- 4.170** Длина экваториального радиуса Земли равна 6378 км, а полярного — 6357 км. На сколько длина окружности экватора больше длины окружности, проходящей через полюса Земли?
- 4.171** Найдите площадь $\frac{3}{8}$ круга, радиус которого равен 12 см.
- 4.172** Для перевозки картофеля выделили две автомашины. На первую машину погрузили в 1,2 раза больше картофеля, чем на вторую. Сколько тонн картофеля погрузили на каждую автомашину, если на вторую погрузили на 0,9 т меньше, чем на первую?
- 4.173** Найдите значение выражения:
 - а) $150,88 : (3,2 \cdot 2,3) - 60,27 : (4,1 \cdot 1,4)$;
 - б) $592,92 : (2,7 \cdot 7,2) - 102,48 : (6,1 \cdot 1,6)$.

ПРОВЕРЬТЕ СЕБЯ

Словарный диктант

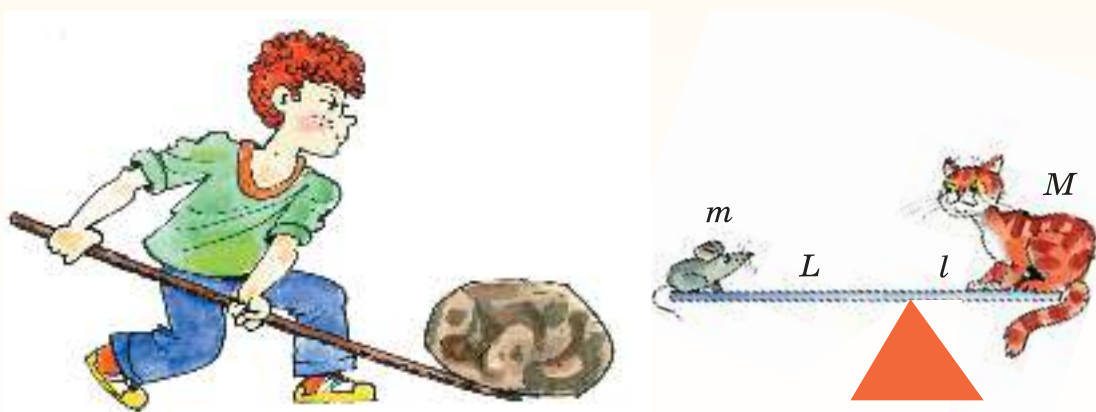
- 1 Как иначе называется частное двух чисел?
- 2 При увеличении одной величины в несколько раз другая увеличивается во столько же раз. Как называются такие две величины?
- 3 Как называют равенство двух отношений?
- 4 Какое название имеет геометрическая фигура — поверхность шара?
- 5 Как называется пропорция, в которой произведение крайних членов равно произведению средних?
- 6 Как называется отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности?
- 7 Как называется отрезок, соединяющий центр шара с любой точкой его поверхности?
- 8 Как называют два числа, произведение которых равно единице?

А

Слово «пропорция» (от латинского *proportio*) означает «соразмерность», «определённое соотношение частей между собой».

Учение об отношениях и пропорциях особенно успешно развивалось в IV в. до н. э. в Древней Греции, славившейся произведениями искусства, архитектуры, развитыми ремёслами. С пропорциями связывались представления о красоте, порядке и гармонии, о созвучных аккордах в музыке. Теория отношений и пропорций была подробно изложена в «Началах» Евклида (III в. до н. э.), там, в частности, приводится и доказательство основного свойства пропорции.

С глубокой древности люди пользовались различными рычагами. Весло, лом, весы, ножницы, качели, тачка и т. д. — примеры рычагов. Выигрыш, который даёт рычаг в прилагаемом усилии, определяется пропорцией $\frac{M}{m} = \frac{L}{l}$, где M и m — массы грузов, а L и l — «плечи» рычага.



Пропорциональность в природе, искусстве, архитектуре означает соблюдение определённых соотношений между размерами отдельных частей растения, скульптуры, здания и является непременным условием правильного и красивого изображения предмета.

Золотым сечением и даже «божественной пропорцией» называли математики древности и Средневековья деление отрезка, при котором длина его большей части так относится к длине всего отрезка, как длина меньшей части к большей. Это отношение приблизительно равно $0,618 \approx \frac{5}{8}$. Золотое сечение чаще всего применяется в произведениях искусства, в архитектуре, встречается в природе.

На рисунке а изображена знаменитая скульптура Аполлона Бельведерского, разделённая в таком отношении (точка C делит отрезок AD , точка B делит отрезок AC).

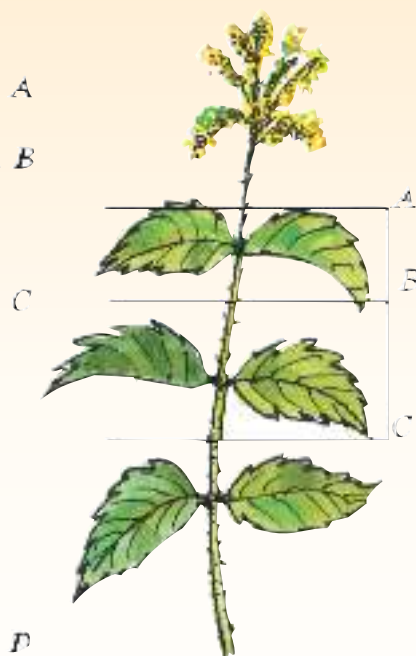
Окружающие нас предметы также часто дают примеры золотого сечения. Например, переплёты многих книг имеют отношение ширины и длины, близкое к числу 0,618.

Рассматривая расположение листьев на общем стебле растений (рис. б), можно заметить, что между каждыми двумя парами листьев (A и C) третья расположена в месте золотого сечения (точка B).

золотое
сечение



a)



б)

Красивейшее произведение древнегреческой архитектуры — Парфенон — построено в V в. до н. э. Отношение высоты фасада здания к его длине равно 0,618.



ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ (ДО 997)

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997

Приложение 2

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ЕДИНИЦАМИ ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИН,
ПЛОЩАДЕЙ И ОБЪЁМОВ

$$\begin{array}{lcl}
 1 \text{ см} & = & 10 \text{ мм} \\
 1 \text{ дм} & = & 10 \text{ см} \\
 1 \text{ м} & = & 10 \text{ дм}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 1 \text{ см}^2 & = & 100 \text{ мм}^2 \\
 1 \text{ дм}^2 & = & 100 \text{ см}^2 \\
 1 \text{ м}^2 & = & 100 \text{ дм}^2 \\
 1 \text{ а} & = & 100 \text{ м}^2 \\
 1 \text{ га} & = & 100 \text{ а} \\
 1 \text{ км}^2 & = & 100 \text{ га}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 1 \text{ см}^3 & = & 1000 \text{ мм}^3 \\
 1 \text{ дм}^3 & = & 1000 \text{ см}^3 \\
 1 \text{ м}^3 & = & 1000 \text{ дм}^3
 \end{array}$$

$$1 \text{ км}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ м}^3$$

Приложение 3

КВАДРАТЫ И КУБЫ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

КВАДРАТЫ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n^2	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

$$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$$

КУБЫ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

$$6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

Приложение 4

СКЛОНЕНИЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫХ

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ

по типу склонения можно разделить на пять групп:

1—4	5—20, 30	50—80	40, 90	100
И. четыре	шестнадцать	восемьдесят	сорок	сто
Р. четырёх	шестнадцати	восемьдесяти	сорока	ста
Д. четырёх	шестнадцати	восемьдесяти	сорока	ста
В. как И. или Р.	шестнадцать	восемьдесят	сорок	сто
Т. четырьмя	шестнадцатью	восемьюдесятью	сорока	ста
П. о четырёх	о шестнадцати	о восьмидесяти	о сорока	о ста

200—900 В составных количественных числительных склоняются все части:

И. триста	девятьсот	пятьсот семьдесят три
Р. трёхсот	девятисот	пятисот семидесяти трёх
Д. трёмстам	девятистам	пятистам семидесяти трём
В. триста	девятьсот	пятьсот семьдесят три
Т. тремястами	девятьюстами	пятьюстами семьюдесятью тремя
П. о трёхстах	о девятистах	о пятистах семидесяти трёх

ПОРЯДКОВЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ

В составных порядковых числительных склоняется только последнее слово:

И. двадцать пятый	четыреста тридцать шестой
Р. двадцать пятого	четыреста тридцать шестого
Д. двадцать пятому	четыреста тридцать шестому
В. как И. или Р.	как И. или Р.
Т. двадцать пятым	четыреста тридцать шестым
П. о двадцать пятом	о четыреста тридцать шестом

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ

В состав дробных числительных входят количественные и порядковые числительные.

При склонении дробных числительных изменяются все их части:

И. две целых тридцать семь сто семьдесят девятым
Р. двух целых тридцати семи сто семьдесят девятым
Д. двум целым тридцати семи сто семьдесят девятым
В. как И.
Т. двумя целыми тридцатью семью сто семьдесят девятыми
П. о двух целых тридцати семи сто семьдесят девятым

$$2\frac{37}{179}$$

И. ноль (нуль) целых двести девяносто семь тысячных
Р. нуля целых двухсот девяноста семи тысячных
Д. нулю целых двумстам девяноста семи тысячным
В. как И.
Т. нулём целых двумястами девяноста семью тысячными
П. о нуле целых двухстах девяноста семи тысячных

$$0,297$$

Приложение 5

ПОВТОРЕНИЕ КУРСА МАТЕМАТИКИ 5 КЛАССА

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

СВОЙСТВА СЛОЖЕНИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

1. Сумма чисел не изменяется при перестановке слагаемых. Это свойство сложения называют **переместительным**. С помощью букв его можно записать так:

$$a + b = b + a.$$

В этом равенстве буквы a и b могут принимать любые натуральные значения и значение 0.

2. Чтобы прибавить к числу сумму двух чисел, можно сначала прибавить первое слагаемое, а потом к полученной сумме прибавить второе слагаемое. Это свойство сложения называют **сочетательным**. С помощью букв его можно записать так:

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c.$$

Здесь a , b и c — любые натуральные числа или нуль.

3. От прибавления нуля число не изменяется. Это **свойство нуля при сложении** с помощью букв можно записать так:

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

Здесь буква a может иметь любое значение.

СВОЙСТВА ВЫЧИТАНИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

1. Для того чтобы вычесть сумму из числа, можно сначала вычесть из этого числа первое слагаемое, а потом из полученной разности вычесть второе слагаемое. Это свойство называют **свойством вычитания суммы из числа**. С помощью букв его можно записать так:

$$a - (b + c) = a - b - c.$$

Здесь $b + c < a$ или $b + c = a$.

2. Чтобы из суммы вычесть число, можно вычесть его из одного слагаемого, а к полученной разности прибавить другое слагаемое. Конечно, вычитаемое число должно быть меньше слагаемого, из которого его вычитают, или равно ему. Это свойство называют **свойством вычитания числа из суммы**. С помощью букв его можно записать так:

$$(a + b) - c = a + (b - c), \text{ если } c < b \text{ или } c = b;$$

$$(a + b) - c = (a - c) + b, \text{ если } c < a \text{ или } c = a.$$

3. Если из числа вычесть нуль, оно не изменится. Это **свойство нуля при вычитании** с помощью букв можно записать так:

$$a - 0 = a.$$

Здесь буква a может принимать любые натуральные значения и значение 0.

4. Если из числа вычесть это число, получится нуль. Это **свойство нуля при вычитании** с помощью букв можно записать так:

$$a - a = 0.$$

Здесь буква a может принимать любые натуральные значения и значение 0.

СВОЙСТВА УМНОЖЕНИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

1. Произведение двух чисел не изменяется при перестановке множителей. Это свойство умножения называют **переместительным**. С помощью букв его записывают так:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

2. Чтобы умножить число на произведение двух чисел, можно сначала умножить его на первый множитель, а потом полученное произведение умножить на второй множитель. Это свойство умножения называют **сочетательным**. С помощью букв его можно записать так:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c.$$

3. Сумма n слагаемых, каждое из которых равно 1, равна n . Поэтому верно равенство:

$$1 \cdot n = n.$$

4. Сумма n слагаемых, каждое из которых равно нулю, равна нулю. Поэтому верно равенство:

$$0 \cdot n = 0.$$

5. **Распределительное свойство умножения относительно сложения:** для того чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и сложить получившиеся произведения. С помощью букв это свойство записывают так:

$$(a + b) c = ac + bc.$$

6. **Распределительное свойство умножения относительно вычитания:** для того чтобы умножить разность на число, можно умножить на это число уменьшаемое и вычитаемое и из первого произведения вычесть второе. С помощью букв это свойство записывают так:

$$(a - b) c = ac - bc.$$

СВОЙСТВА ДЕЛЕНИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

1. При делении любого числа на 1 получается это же число:

$$a : 1 = a.$$

2. При делении числа (не равного нулю) на это же число получается единица:

$$a : a = 1.$$

3. При делении нуля на число (не равное нулю) получается нуль:

$$0 : a = 0.$$

ДРОБНЫЕ ЧИСЛА

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители складывают, а знаменатель оставляют тот же.

При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями из числителя уменьшаемого вычитают числитель вычитаемого, а знаменатель оставляют тот же.

Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, надо:

- 1) разделить с остатком числитель на знаменатель;
- 2) неполное частное будет целой частью;
- 3) остаток (если он есть) даёт числитель, а делитель — знаменатель дробной части.

Чтобы представить смешанное число в виде неправильной дроби, надо:

- 1) умножить его целую часть на знаменатель дробной части;
- 2) к полученному произведению прибавить числитель дробной части;
- 3) записать полученную сумму числителем дроби, а знаменатель дробной части оставить без изменения.

При сложении (вычитании) чисел в смешанной записи целые части складывают (вычитают) отдельно, а дробные — отдельно.

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Чтобы сравнить две десятичные дроби, надо сначала уравнивать у них число десятичных знаков, приписав к одной из них справа нули, а потом, отбросив запятую, сравнить получившиеся натуральные числа.

Чтобы сложить (вычесть) десятичные дроби, надо:

- 1) уравнивать в этих дробях количество знаков после запятой;
- 2) записать их друг под другом так, чтобы запятая была записана под запятой;
- 3) выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую;
- 4) поставить в ответе запятую под запятой в данных дробях.

Чтобы умножить десятичную дробь на натуральное число, надо:

- 1) умножить дробь на это число, не обращая внимания на запятую;
- 2) в полученном произведении отделить запятой столько цифр справа, сколько их отделено запятой в десятичной дроби.

Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую на столько цифр вправо, сколько нулей стоит в множителе после единицы.

Чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, надо:

- 1) разделить дробь на это число, не обращая внимания на запятую;
 - 2) поставить в частном запятую, когда кончится деление целой части.
- Если целая часть меньше делителя, то частное начинается с нуля целых.

Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т. д., надо перенести запятую в этой дроби на столько цифр влево, сколько нулей стоит после единицы в делителе. При этом иногда приходится написать перед целой частью нуль или несколько нулей.

Умножить число на $0,1$; $0,01$; $0,001$ — то же самое, что разделить его на 10, 100, 1000. Для этого надо перенести запятую влево на столько цифр, сколько нулей стоит перед единицей в множителе.

Чтобы перемножить две десятичные дроби, надо:

- 1) выполнить умножение, не обращая внимания на запятые;
- 2) отделить запятой столько цифр справа, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.

Если в произведении получается меньше цифр, чем надо отделить запятой, то впереди пишут нуль или несколько нулей.

Чтобы разделить число на десятичную дробь, надо:

- 1) в делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе;
- 2) после этого выполнить деление на натуральное число.

Чтобы разделить десятичную дробь на $0,1$; $0,01$; $0,001$, надо перенести в ней запятую вправо на столько цифр, сколько в делителе стоит нулей перед единицей (т. е. умножить её на 10, 100, 1000). Если цифр не хватает, надо сначала приписать в конце дроби несколько нулей.

Чтобы обратить десятичную дробь в проценты, надо её умножить на 100.

Чтобы перевести проценты в десятичную дробь, надо разделить число процентов на 100.

ОТВЕТЫ

§ 1. Делимость чисел

1.29 1) 119,26 га; 2) 44,2 т. **1.34** 85,8 га. **1.35** а) 19,16; б) 798; в) 33,16; г) 1530. **1.58** а) 1,2; б) 1,3; в) 1,5; г) 1,5. **1.60** 1) 6,6 л; 2) 2,5 т. **1.67** а) 11; б) 1196; в) 16 552; г) 16 313. **1.96** 1) 127,75; 2) 16,5; 3) 2,4; 4) 6,8. **1.97** 2,91. **1.105** а) 3; б) 0,8; в) 1,2; г) 0,2. **1.106** 9. **1.137** 0,187. **1.159** 1) 69,35 км и 87,15 км; 2) 83,05 км и 59,35 км. **1.160** 1) 3,15; 2) 0,086; 3) 5,8; 4) 11,7. **1.166** а) 90,55; б) 36,4. **1.190** 1) 45° ; 135° ; 2) 36° ; 144° . **1.191** 1) 160 бутылок; 2) 2000 ящиков. **1.200** 300, 180 и 60 студентов. **1.201** 270 дм². **1.204** а) 75; б) 46. **1.227** 1) 20,4 т; 2) 11,2 т. **1.231** 45 ц, 9 ц и 24 ц. **1.232** 83,6 кг; 508,3 кг; 1327 кг. **1.233** а) 12,1; б) 1,43; в) 32,43; г) 105,94. **1.237** а) 39,6; б) 36,11.

§ 2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

2.24 1) 8,5 ч; 2) 9,7 ч. **2.26** 2,84. **2.27** а) 24,24; б) 38,20. **2.33** а) 10,6; б) 1,5. **2.52** На 12 %. **2.59** 1960. **2.61** 1) 40 км; 2) 20,4 км/ч. **2.66** 19,2 км. **2.67** 12. **2.68** а) 24,94; б) 19,6. **2.90** 750 м. **2.91** 72 000 км. **2.93** 1) $\frac{11}{23}$; 2) $\frac{2}{21}$. **2.95** 1) 101,05; 2) 181,99. **2.102** 1) 270 м/мин; 2) 42 м/мин. **2.103** а) 92,486; б) 92,816. **2.158** 1) Через 3,5 ч; 2) через 5 ч. **2.159** 1) 0,1 км/мин; 2) 10 км/ч. **2.160** 1) 7,05; 2) 6,05. **2.168** $1\frac{1}{12}$ ч. **2.169** 43 мин. **2.170** а) $\frac{3}{8}$; б) $\frac{31}{72}$; в) $\frac{2}{15}$; г) $\frac{1}{4}$. **2.171** а) 0,3; б) $\frac{1}{9}$. **2.172** 20 мин. **2.173** 40 км. **2.174** 40 км/ч. **2.175** а) 26,468; б) 3,524; в) 0,187; г) 34,735. **2.210** На 72,8 %. **2.217** 1,067. **2.218** 1) 11,8 кг; 2) 8,4 кг. **2.219** 1) 149 763; 2) 187 521. **2.223** а) $1\frac{1}{2}$; б) $5\frac{3}{5}$; в) $2\frac{1}{2}$; г) 6. **2.224** $\frac{1}{12}$. **2.226** $44\frac{1}{10}$ м. **2.227** $9\frac{1}{10}$ м и $16\frac{53}{70}$ м. **2.228** а) 1,6; б) 6,4. **2.229** 4 км/ч. **2.230** 9 кг; 6 кг. **2.231** а) 30,7; б) 8,94. **2.232** а) 10; б) 1,1; в) 1,2; г) 0,7.

§ 3. Умножение и деление обыкновенных дробей

3.28 513 км. **3.29** 3,36 м. **3.48** 1) $\frac{5}{24}$; 2) $\frac{8}{45}$. **3.59** а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{2}$; в) 0,5; г) $\frac{1}{4}$. **3.60** а) $2\frac{7}{9}$; б) 6; в) $\frac{4}{7}$; г) $\frac{1}{4}$. **3.63** $35 - 7t$; 31,5 км; 14 км; 0 км. **3.64** а) 0,7; б) 4. **3.65** 2,917. **3.89** 17,4 %, 58 % и 11,6 %. **3.99** а) $5\frac{5}{9}$; б) $5\frac{7}{12}$. **3.103** 56 км/ч. **3.104** 2 дм. **3.105** 1) 4 и 15; 2) 21 и 15. **3.106** 1) 185,85; 2) 268,92; 3) 324,4; 4) 602,51. **3.107** 1) 17,6; 2) 4,6. **3.108** На 48 кг. **3.109** 32 кг. **3.110** 94° . **3.114** 126 га. **3.115** 252 т. **3.116** $\frac{5}{21}$; 140 км. **3.117** 16 %. **3.118** 17 кг; 34 кг; 25 кг. **3.119** а) 2,646; б) 5; в) 145,516; г) 315 451. **3.151** 141 кг. **3.152** а) $\frac{11}{20}$; б) $1\frac{5}{48}$; в) $47\frac{9}{10}$; г) $13\frac{4}{7}$; д) $\frac{27}{64}$; е) $\frac{25}{36}$. **3.153** 1) 47,94; 2) 1,68. **3.155** а) $7\frac{2}{3}$; б) 27; в) 63; г) 43; д) 10; е) $\frac{1}{2}$. **3.157** 27 км. **3.159** $\frac{1}{2}$ ч. **3.160** 800 г. **3.161** $\frac{7}{9}$ с; 70 т; 49 т. **3.163** а) 2,25; б) 15,01. **3.182** 2,1; 3; 4,2. **3.183** 1) 6,525; 2) 2,537. **3.186** 30 кг. **3.187** 2; 3; 2,4; 3,6. **3.188** а) 203,07; б) 555,3. **3.217** 180 км/ч и 32 км/ч. **3.231** 1) 3; 2) 3; 3) 0,8; 4) 0,8. **3.233** а) 12; б) 14; в) $2\frac{2}{3}$; г) $\frac{7}{10}$.

3.234 а) $1\frac{3}{70}$; б) 3; в) $\frac{3}{8}$; г) 10; д) $1\frac{1}{2}$; е) 3. 3.235 а) 13; б) 2. 3.241 126 лет, 210 лет. 3.242 28 км/ч; 32 км/ч. 3.243 54 км/ч; 90 км/ч. 3.245 а) 0,7178; б) 5; в) 0,3589; г) 10. 3.255 174 км. 3.257 46,5 км. 3.260 12 кг. 3.276 1) $1\frac{2}{5}$; 2) $\frac{8}{13}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{5}$. 3.277 1) 49,8; 2) 58,95. 3.278 42 л. 3.279 65 страниц. 3.282 400 000 м². 3.284 2000 м. 3.285 54,4 кг. 3.287 400. 3.288 72 человека. 3.289 а) 0,224; б) 83,244; в) 1,08; г) 37,4. 3.314 21 а. 3.315 28 км. 3.317 а) 1,56; б) 3,6; в) 7,7; г) 6,3. 3.318 а) 11; б) 3; в) 1; г) 16. 3.319 98 очков. 3.322 90 м².

§ 4. Отношения и пропорции

4.27 9 ц. 4.28 6,4 кг. 4.29 1) 136 см³; 2) 210 см³. 4.35 На 18,75 %. 4.36 $76\frac{4}{21}\%$; 80 %. 4.38 а) 9; б) 30; в) 0,105; г) 3,85. 4.58 а) $2\frac{1}{7}$; б) $\frac{8}{17}$; в) 2; г) $1\frac{1}{2}$. 4.60 45 км/ч. 4.61 1,4. 4.62 а) 11,04; б) 280. 4.84 а) 10,5; б) 2; в) 1,44; г) 0,4. 4.89 а) $1\frac{1}{4}$; б) 2. 4.91 1) 4; 2) 7. 4.92 36 кг. 4.93 3 дня. 4.94 3,5 м³. 4.95 7,1 т. 4.97 17,5 %. 4.98 37,6 кг. 4.99 6,25 кг. 4.100 а) 95,7; б) 101,3. 4.117 За 15 мин. 4.119 1) 5,4 и 1,8; 2) 2 и 0,5. 4.120 1) 2,55; 2) 2,25. 4.126 14,4 см. 4.127 а) 2; б) $6\frac{2}{3}$. 4.146 1) 0,512 кг; 2) 4,2 кг. 4.147 1) 10,5; 2) $\frac{1}{3}$; 3) 32,541; 4) 21,59; 5) 18; 6) $42\frac{2}{3}$. 4.151 ≈ 68 км/ч. 4.154 4 л. 4.155 а) $\frac{2}{3}$; б) $1\frac{1}{4}$; в) $1\frac{1}{4}$; г) $1\frac{7}{8}$. 4.168 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{2}$. 4.172 5,4 т; 4,5 т. 4.173 а) 10; б) 20.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Абсцисса точки 103, ч. 2
Алгебра 94, ч. 2

В

Вычитание дробей 54, ч. 1
— отрицательных и положительных чисел 47, ч. 2
— смешанных чисел 65, ч. 1

Г

Граф 71, ч. 2
График 110, ч. 2
— движения 112, ч. 2

Д

Деление дробей 99, ч. 1
— отрицательных и положительных чисел 58, ч. 2
— смешанных чисел 99, ч. 1
Делитель 7, ч. 1
Диаграмма круговая 108, ч. 2
— столбчатая 108, ч. 2
Длина окружности 138, ч. 1
Дополнительный множитель 48, ч. 1
Дробное выражение 111, ч. 1
Дробь несократимая 43, ч. 1
— периодическая 64, ч. 2

З

Знаменатель общий 48, ч. 1
— — наименьший 48, ч. 1
Золотое сечение 146, ч. 1

К

Конус 22, ч. 2
Координата точки на плоскости 103, ч. 2
— — — прямой 7, ч. 2
Координатная плоскость 103, ч. 2
— прямая 7, ч. 2
Коэффициент 81, ч. 2
Кратное 7, ч. 1

Л

Линейное уравнение 90, ч. 2

М

Масштаб 134, ч. 1
Модуль числа 19, ч. 2

Н

Наибольший общий делитель 29, ч. 1
Наименьшее общее кратное 34, ч. 1

Нахождение дроби от числа 82, ч. 1
— несколько процентов числа 83, 117, ч. 1
— процентного отношения 118, ч. 1
— числа по его дроби 106, ч. 1
— — — — процентам 106, ч. 1
Неравенство нестрогое 103, ч. 1
— строгое 103, ч. 1

О

Ордината точки 103, ч. 2
Основное свойство дроби 39, ч. 1
— — пропорции 124, ч. 1
Ось абсцисс 103, ч. 2
— ординат 103, ч. 2
Отношение 117, ч. 1
Отношения взаимно обратные 118, ч. 1

П

Параллельные лучи, отрезки, прямые 99, ч. 2
Перпендикулярные лучи, отрезки, прямые 96, ч. 2
Пирамида 88, ч. 1
Площадь круга 138, ч. 1
Подобные слагаемые 84, ч. 2
Приведение дроби к общему знаменателю 48, ч. 1
Призма 115, ч. 1
Признаки делимости на 2, 5 и 10 13, ч. 1
— — — 3 и 9 17, 18, ч. 1
Пропорциональная зависимость прямая 128, ч. 1
— — обратная 128, ч. 1
Пропорция 124, ч. 1
—, крайние члены 124, ч. 1
—, средние члены 124, ч. 1

Р

Разложение числа на множители 21, ч. 1
— — — простые множители 25, ч. 1
Раскрытие скобок 75, 76, 84, ч. 2
Решение уравнений 89, 90, ч. 2

С

Свойства действий с рациональными числами 68, ч. 2
Система координат на плоскости 103, ч. 2
Сложение дробей 54, ч. 1
— отрицательных и положительных чисел 38, 42, ч. 2

Сложение подóбных слагаемых 84, ч. 2
— сме́шанных чисел 64, ч. 1

Сокраще́ние дрóби 43, ч. 1

Сравне́ние дрóбей 54, ч. 1

— отрицáтельных и положи́тельных
чисел 24, ч. 2

Сфе́ра 143, ч. 1

У

Умноже́ние дрóбей 73, 74, ч. 1

— отрицáтельных и положи́тельных
чисел 52, 53, ч. 2

— сме́шанных чисел 74, 89, ч. 1

Ц

Цили́ндр 12, ч. 2

Ци́фры нечётные 13, ч. 1

— чётные 13, ч. 1

Ч

Чи́сла-близнецы 36, ч. 1

— взаимно обратные 95, ч. 1

— взаимно простые 29, ч. 1

— дру́жественные 59, ч. 1

— нечётные 13, ч. 1

— отрицáтельные 6, ч. 2

— положи́тельные 6, ч. 2

— простые 21, ч. 1

— противополо́жные 15, ч. 2

— рациона́льные 63, ч. 2

— соверше́нные 38, ч. 1

— составные 21, ч. 1

— фи́гурные 46, ч. 1

— це́лые 15, ч. 2

— чётные 13, ч. 1

Ш

Ша́р 143, ч. 1

Ша́ра диáметр 143, ч. 1

— ра́диус 143, ч. 1

— центр 143, ч. 1

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I. Обыкновенные дроби	4
§ 1. ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ	7
1. Делители и кратные	—
2. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2	12
3. Признаки делимости на 9 и на 3	17
4. Простые и составные числа	21
5. Разложение на простые множители	25
6. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа	29
7. Наименьшее общее кратное	33
§ 2. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ	39
8. Основное свойство дроби	—
9. Сокращение дробей	43
10. Приведение дробей к общему знаменателю	47
11. Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаме- нателями	54
12. Сложение и вычитание смешанных чисел	64
§ 3. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ	73
13. Умножение дробей	—
14. Нахождение дроби от числа	82
15. Применение распределительного свойства умножения	89
16. Взаимно обратные числа	95
17. Деление	99
18. Нахождение числа по его дроби	106
19. Дробные выражения	111
§ 4. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ	117
20. Отношения	—
21. Пропорции	124
22. Прямая и обратная пропорциональные зависимости	128
23. Масштаб	134
24. Длина окружности и площадь круга	138
25. Шар	143
ПРИЛОЖЕНИЯ	148
1. Таблица простых чисел	—
2. Соотношения между единицами измерения длин, площадей и объёмов	149
3. Квадраты и кубы натуральных чисел	—
4. Склонение числительных	150
5. Повторение курса математики 5 класса	151
ОТВЕТЫ	155
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	157



6b08cb68-4a97-11e3-bd2c-0050569cd055

Учебное издание

Виленкин Наум Яковлевич
Жохов Владимир Иванович
Чесноков Александр Семёнович
Александрова Лидия Александровна

МАТЕМАТИКА

6 класс

Учебник для общеобразовательных организаций

В двух частях

Часть 1

Центр естественно-математического образования
Редакция математики и информатики
Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редакторы *Т. Г. Войлокова, Л. В. Кузнецова*
Младший редактор *Е. А. Андрееenkova*
Художник *В. В. Верженская*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Техническое редактирование *О. Ю. Мызниковой*
Компьютерная вёрстка *С. В. Лаврицевой*
Компьютерная графика *И. В. Губиной*
Корректоры *А. А. Кочерыгина, О. А. Матвиенко*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000.
Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 06.09.16. Формат
84×108¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookCSanPin. Тираж 50 экз.
Заказ № .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение». 127521, Москва, 3-й проезд
Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в типографии «Onebook» ООО «Сам Полиграфист». 129090, Москва, Про-
топоповский пер., 6. Тел.: +7(495) 545-37-10.
E-mail: indo@onebook.ru Сайт: www.onebook.ru