Л 53 Лефевр В.А. Лекции по теории рефлексивных игр.— М.: «Когито-Центр», 2009.— 218 с.
ISBN 978-5-89353-292-0

УДК 159.9.51
ББК 88

В книге проведено систематическое изложение основ теории рефлексивных игр, построенной автором. Цель этой теории состоит в том, чтобы предсказывать индивидуальный выбор субъекта, входящего в группу, и исследовать возможности управления этим выбором. У группы, как у целого, могут быть собственные интересы. Связь интересов группы с индивидуальными интересами субъектов координируется принципом запрета эгоизма: каждый субъект, преследуя свои личные цели, не может наносить ущерб группе как целому. Этот принцип столь же важен в теории рефлексивных игр, как принцип гарантированного результата в классической теории игр. В книге рассмотрено большое число примеров анализа различных ситуаций из области личностных отношений, политики, международных отношений, военных решений и юриспруденции. К каждой главе дается набор специальных упражнений.

Содержание

Вике

Введение

Эти лекции не идут в русле классической теории игр. В них не используются такие понятия как стратегия, платежная матрица, гарантированный результат, полезность, точка равновесия. Излагаемая теория предназначена для решения задач, отличных от тех, которые решает классическая теория игр. Цель теории рефлексивных игр предсказывать индивидуальный выбор субъекта, входящего в группу, и указывать возможности управления этим выбором, которое мы называем *рефлексивным управлением*. Субъектами могут быть как отдельные люди, так и организации разного рода: политические партии, военные единицы, государства и даже цивилизации. Связь интересов группы с индивидуальными интересами субъектов регламентируется правилом, которое мы называем *принципом запрета эгоизма*: каждый субъект, входящий в группу, преследуя свои личные цели, не может наносить ущерб группе как целому. Этот принцип столь же важен в теории рефлексивных игр, как принцип гарантированного результата в классической теории игр.

Принцип запрета эгоизма делает неприемлемыми действия, выгодные для субъекта, но невыгодные для группы, в которую он входит. Однако этот принцип не запрещает антисоциальные действия, если субъект при этом не преследует свои личные интересы. Таким образом, бескорыстность может оправдать субъекта, совершившего действия наносящие ущерб группе или обществу.

Отметим,что указание на то, какие действия предпочтительны для субъекта и предпочтительны для группы не вводится в модель заранее. Оно порождается самим формализмом модели.

Существенное отличие от классической теории игр заключается в том, что делаются специальные предположения о ментальном механизме, порождающем выбор. Мы полагаем, что субъект обладает частично-упорядоченным множеством образов себя, т.е. у субъекта есть несколько образов себя, у каждого образа могут быть образы себя и.т.д. Иерархию образов изображает особая формула, которую мы называем *диагональной формой*. Следует подчеркнуть, что такая иерархия образов не является произвольной. Она всегда конечна и предопределяется графом отношений между субъектами. Это чрезвычайно важный момент. Уже много столетий известно, что внутренний мир человека может быть описан рекурсивными цепочками вида “он знает, что он знает, что он знает...” Однако использовать эти цепочки в моделях человеческого сознания не удавалось, поскольку отсутствовало правило прерывания такой цепочки. В теории рефлексивных игр такое правило существует, и именно оно делает теорию эффективной. Диагональная форма задает ментальную процедуру выбора и одновременно математическую функцию, описывающую этот выбор. Таким образом, написав по эмпирическим данным диагональную форму, мы автоматически получаем функцию выбора субъекта. В диагональной форме есть переменная, значение которой интерпретируется как интенция субъекта. Далее мы предполагаем, что субъект целенаправлен. Это означает, что у него возникают только такие интенции, которые он может превратить в реальность, так что интенции не задаются заранее. Целенаправленному субъекту соответствует уравнение. Решение этого уравнения интерпретируется как альтернатива, которую может выбрать субъект. Случай, когда оно не имеет решений интерпретируется как неспособность

субъекта при данных обстоятельствах совершить выбор. Уравнение может иметь и несколько решений, тогда каждое решение рассматривается как потенциальный выбор субъекта. Наконец, возможно, что любая альтернатива может быть решением уравнения. Мы полагаем в этом случае, что субъект обладает свободой выбора, т.е. группа не накладывает ограничений на его решения. В работе приведены примеры применения теории в области отношений между людьми, социальной жизни, политики, международных отношений, военных решений и юриспруденции.

Первый шаг к построению теории рефлексивных игр был сделан более сорока лет назад, когда рекурсивные цепочки “я знаю, что он знает, что я знаю...” были положены в основу модели субъекта, принимающего решение, и был введен термин “рефлексивные игры” (Лефевр, 1965, 1966, 1967). Далее был развит специальный формальный аппарат моделирования выбора (Lefebvre, 1982), впоследствие позволивший применять теорию рефлексивных игр для анализа конкретных ситуаций (Лефевр, 2003, 2007; Lefebvre, 2001).

Существенный вклад в теоретическое понимание рефлексии внесли Т.А.Таран, построившая многозначную булеву модель выбора социальных норм (Taran, 1998, 2001), В.Ю.Крылов, изучавший проблемы, связанные с аксиоматикой рефлексивных моделей (Крылов, 2000), Ю.А.Шрейдер, рассмотревший непрерывно-значные логики как языки рефлексии (Шрейдер, 1999), П.В.Баранов и В.Е.Лепский, развивавшие формальную модель субъекта с рефлексией и внутренней валютой (см. Лефевр, Баранов, Лепский, 1969), А.Ф.Трудолюбов, создавший модель рефлексивной игры на сетях зависимостей (Трудолюбов, 1972). Следует также указать на работу Т.Кайзера и С.Шмидта (2008). Они нашли связь теории рефлексивных игр с теорией функторов и категорий. В дополнение к сказанному отметим две попытки соединить рефлексивные игры с классической теорией игр. В одной из них рефлексивные игры включались в формализм классической теории игр (Новиков и Чхартишвили, 2003); в другой, наоборот, классическая теория игр включалась в теорию рефлексивных игр (Lefebvre, 2001; Лефевр, 2003). Только будущее покажет, продуктивно ли такое соединение.

Книге приданы два приложения. В Приложении А даются доказательства некоторых математических утверждений, используемых в работе, а в Приложении В содержатся задачи и упражнения, помогающие лучше понять излагаемый материал.

Я благодарен В.А.Филимонову, Т.Кайзеру и С.Шмидту за большое число советов и поправок. Неоценимую помощь оказала мне Викторина Лефевр, с которой я обсуждал замысел книги и основные идеи. Кроме того, она технически подготовила эти лекции к печати, сделав по ходу работы множество существенных замечаний. Без ее участия эта книга никогда не была бы написана.

Глава 1
Множества, булевы алгебры, экспоненциальные формулы и уравнения

В этой главе изложены исходные понятия теории множеств и булевых алгебр, которые будут использованы при построении формальной теории рефлексивных игр.

1.1. Множества

Множество это набор различимых элементов произвольной природы. Множеством называется также абстрактный объект, про который говорят, что он не содержит каких-либо элементов. Этот объект называют *пустым множеством*. Рассмотрим множество, про которое нам известно, что оно не пусто, т.е. что множество содержит по крайней мере один элемент. Мы будем называть это множество *универсальным* и обозначать его 1. Обозначим буквой M множество всех подмножеств универсального множества 1, включая пустое множество, обозначаемое 0. Мы полагаем, что каждое множество включает самого себя в качестве подмножества.

Выражение $A \supseteq B$, где $A \in M$ и $B \in M$ означает, что B есть подмножество A, причем B может быть самим множеством A. Выражение $A \supset B$ означает, строгое включение, т.е. B есть подмножество A, причем $B \neq A$. Условимся операцию объединения двух множеств обозначать $+$, а операцию пересечения $\cdot$. Черта над буквой обозначает унарную операцию нахождения дополнительного множества, т.е. $\overline{A}$ есть множество элементов универсального множества, не входящих в A. Для упрощения оперирования с множествами можно использовать диаграммы Венна. На рисунке 1.1.1 они приведены для объединенеия двух множеств, $A+B$, пересечения двух множеств, $A \cdot B$, и множества, дополнительного к данному, $\overline{A}$.

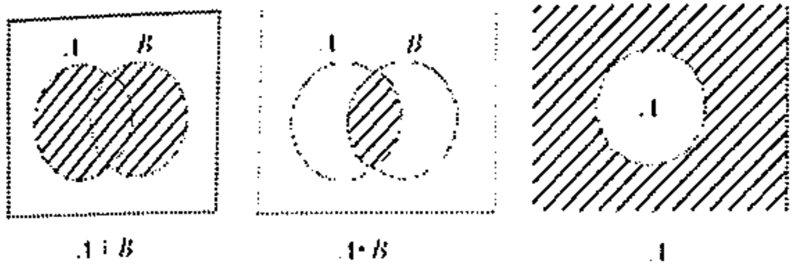

Рис.1.1.1. Диаграммы Венна

Квадрат соответствует универсальному множеству; заштрихованная часть - результат соответствующей операции. Множество, состоящее из элементов $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$, будет обозначаться $\{\alpha, \beta, \gamma, \ldots\}$.

Условимся для упрощения записывать $B \cdot C$, убирая точку, т.е. как BC. Мы также будем понимать выражение $A+BC$ как фиксацию того, что сначала находится пересечение B и C, а затем оно объединяется с A. Для множеств, принадлежащих M, справедливы следующие соотношения:

1. $A + A = A$
2. $A\,A = A$
3. $A + B = B + A$
4. $A\,B = B\,A$
5. $A + (B + C) = (A + B) + C$
6. $A\,(B\,C) = (A\,B)\,C$
7. $A\,(B + C) = AB + AC$
8. $A + BC = (A+B)\,(A+C)$
9. $A + B = \overline{\overline{A}\,\overline{B}}$
10. $A + 0 = A$
11. $A + 1 = 1$
12. $\overline{\overline{A}} = A$
13. $A + \overline{A} = 1$
14. $\overline{1} = 0$

1.2 Булевы алгебры

Соотношения 1-14, приведенные выше, совпадают с аксиомами булевой алгебры. Поэтому множество M с операциями $+$, $\cdot$, и отношением $\supseteq$ может быть рассмотрено как булева алгебра. Если универсальное множество состоит из одного элемента α, то булева алгебра состоит из двух элементов: единицы – универсального множества, состоящего из одного элемента α, и пустого множества $\{\,\}$. Если универсальное множество состоит из двух элементов α, β, то булева алгебра состоит из четырех элементов:

$$1=\{\alpha, \beta\}, \{\alpha\}, \{\beta\}, 0=\{\,\}.$$

В общем, если универсальное множество состоит из k элементов, то соответствующая булева алгебра состоит из 2^k элементов.

Булевы алгебры удобно представлять в виде решеток. Ребрам решеток соответствует отношение $A \supset B$, где B есть элемент, расположенный ниже на диаграмме. Примеры булевых решеток приведены на рис.1.2.1 и 1.2.2.

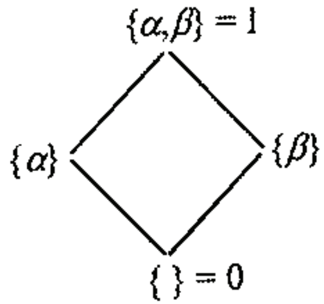

Рис.1.2.1. Булева решетка, соответствующая универсальному множеству из двух элементов α, и β

В дальнейшем, говоря о множестве M, т.е. о множестве всех подмножеств универсального множества 1, мы будем все время иметь в виду, что множество M является множеством элементов булевой алгебры с операциями $+$, $\cdot$, $\bar{\ }$ и отношением $\supseteq$.

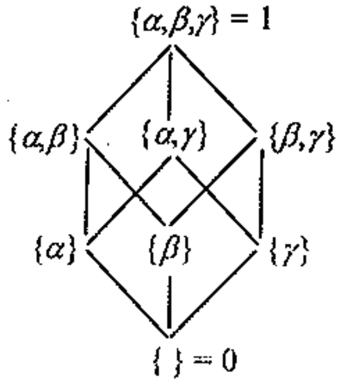

Рис.1.2.2. Булева решетка, соответствующая универсальному множеству из трех элементов α, β и γ

На множестве M могут быть определены функции, отображающие наборы элементов из M в элементы из M. Рассмотрим, например, функцию

$$f(a,b,c) = a + bc,$$

где $a,b,c \in M$. Эта функция отображает тройки a,b,c в элементы $a + bc$.

1.3. Экспоненциальные формулы

В дальнейшем важную роль будет играть функция

$$\Phi(a,b) = a + \overline{b}\,. \tag{1.3.1}$$

Мы условимся записывать ее в экспоненциальной форме:

$$\Phi(a,b) = a^{b}\,. \tag{1.3.2}$$

Условимся также, что в экспоненциальной многоэтажной записи выполняется конвенция:

$$a^{b^{c}} = a^{\left(b^{c}\right)}. \tag{1.3.3}$$

Справедливы следующие соотношения:

1. $a^{b}a^{c} = a^{b+c}$	2. $\left(a^{b}\right)^{c} = a^{bc}$
3. $(ab)^{c} = a^{c}b^{c}$	3. $a^{b} + a^{c} = a^{bc}$
5. $(a+b)^{c} = a^{c} + b^{c}$	6. $(a+b)^{c} = a^{c} + b$
7. $a^{c} + b = a + b^{c}$	8. $a^{a+b} + b^{a+b} = 1$
9. $a^{a} = 1$	10. $a^{ab} = 1$
11. $(a+b)^{a} = 1$	12. $a^{b} + b^{a} = 1$
13. $a^{0} = 1$	14. $1^{a} = 1$
15. $a^{1} = a$	16. $a^{\overline{a}} = a$
17. $0^{a} = \overline{a}$	

Каждое экспоненциалльное выражение может быть преобразовано в стандартную линейную запись. Например,

$$a^{b^{c+d}} = a^{b+\overline{c+d}} = a^{b+\overline{c}\,\overline{d}} = a+\overline{b+\overline{c}\,\overline{d}} = a+\overline{b}\;\overline{\overline{c}\,\overline{d}} = a+\overline{b}(c+d)\ .$$

Во многих случаях удобнее не переводить выражение к стандартному виду, а подставить значения переменных прямо в экспоненциальную формулу. Пусть, например, задана формула

$$a^{b^{cd}}\,,$$

определенная на множестве M универсального множества $\{\alpha,\beta,\gamma\}$. Множество M состоит из следующих восьми элементов: $1 = \{\alpha,\beta,\gamma\}$, $\{\alpha,\beta\}$, $\{\alpha,\gamma\}$, $\{\beta,\gamma\}$, $\{\alpha\}$, $\{\beta\}$, $\{\gamma\}$, $\{\ \} = 0$.

Пусть $a = \{\alpha\}$, $b = \{\alpha, \beta\}$, $c = \{\beta, \gamma\}$, $d = 1$. Подставляя в экспоненциальную формулу эти значения, получаем

$$\{\alpha\}^{\{\alpha,\beta\}^{\{\beta,\gamma\}1}} = \{\alpha\}^{\{\alpha,\beta\}+\overline{\{\beta,\gamma\}}} = \{\alpha\}^{\{\alpha,\beta\}+\{\alpha\}} =$$

$$= \{\alpha\}^{\{\alpha,\beta\}} = \{\alpha\} + \overline{\{\alpha,\beta\}} = \{\alpha\} + \{\gamma\} = \{\alpha,\gamma\}.$$

Подобным же образом могут быть произведены вычисления для более сложных экспоненциальных формул и универсальных множеств с большим числом элементов.

1.4. Уравнения

Рассмотрим функцию

$$y = Ax + B\overline{x}\ , \tag{1.4.1}$$

где x, A, $B \in M$; A и B не зависят от x.

Утверждение 1.4.1. Уравнение

$$Ax + B\overline{x} = x \tag{1.4.2}$$

имеет решение тогда и только тогда, когда

$$A \supseteq B\,. \tag{1.4.3}$$

Доказательство. Пусть уравнение имеет решение. Тогда $Ax = x$ и $B\overline{x} = 0$. Из первого равенства следует, что $A \supseteq x$, а из второго, что $x \supseteq B$, поскольку из того, что дополнение к x не пересекается с B, следует, что B содержится в x. Таким образом, $A \supseteq B$. Пусть $A \supseteq B$. Выберем такой x, что $A \supseteq x \supseteq B$. Ясно, что $Ax = x$ и $B\overline{x} = 0$, поскольку пересечение B с дополнением x пусто. Из последних двух равенств следует, что x есть решение уравнения (1.4.2) □

Из доказательства вытекает, что каждый x из интервала $A \supseteq x \supseteq B$ есть решение уравнения (1.4.2).

Рассмотрим несколько примеров. Пусть задано уравнение

$$Px + R = x. \tag{1.4.4}$$

Сначала ответим на вопрос – имеет ли оно решение. Для этого мы должны представить его в виде (1.4.2). Поскольку $x + \overline{x} = 1$, мы можем записать (1.4.4) как

$$Px + R(x + \overline{x}) = x$$

и привести к виду

$$(P + R)x + R\overline{x} = x\ .$$

В этом уравнении роль A играет $P + R$, а роль B играет множество R. Мы видим, что

$$(P + R) \supseteq R\ .$$

Таким образом, уравнение (1.4.4) имеет по крайней мере одно решение. Оно принадлежит интервалу

$$(P + R) \supseteq x \supseteq R\ .$$

Рассмотрим уравнение

$$P + R\overline{x} = x\ , \tag{1.4.5}$$

где $P \subset (P + R)$.

Проведем следующее преобразование левой части:

$$P(x + \overline{x}) + R\overline{x} = Px + (P + R)\overline{x}\ .$$

В этом случае

$$A = P,\ B = P + R\ .$$

Мы видим, что $A \subset B$, т.е. условие (1.4.3) не выполняется. Это означает, что уравнение (1.4.5) не имеет решений.

Наконец, рассмотрим уравнение, которое принимает свои значения из множества M универсального множества $\{\alpha, \beta, \gamma\}$:

$$\{\alpha,\beta\}x+\{\beta,\gamma\}\overline{x}=x, \qquad (1.4.6)$$

$$A=\{\alpha,\beta\},B=\{\beta,\gamma\}.$$

В данном случае не выполняется (1.4.3), поскольку B не является подмножеством A, поэтому уравнение (1.4.6) не имеет решений.

Уравнения могут быть записаны и в экспоненциальной форме. Например,

$$a^{b+c^{x}}=x. \qquad (1.4.7)$$

Преобразуем левую часть:

$$a^{b+c^{x}}=a^{b+c+\overline{x}}=a+\overline{b}\overline{c}x.$$

Теперь уравнение (1.4.7) имеет вид

$$a+\overline{b}\overline{c}x=x.$$

Представим левую часть в виде $Ax+B\overline{x}$:

$$a+\overline{b}\overline{c}x=a(x+\overline{x})+\overline{b}\overline{c}x=(a+\overline{b}\overline{c})x+a\overline{x},$$

$$A=a+\overline{b}\overline{c},B=a.$$

Мы видим, что $A\supseteq B$ и все решения уравнения (1.4.7) даются неравенствами

$$(a+\overline{b}\overline{c})\supseteq x\supseteq a.$$

Глава 2

Полные графы с ребрами двух типов

Мы предполагаем, что каждые два субъекта в группе находятся либо в отношении союза, либо в отношении конфронтации. Мы можем изобразить группу в виде графа, узлы которого соответствуют субъектам, а ребра отношениям между ними. В результате мы получаем граф, каждые два узла которого связаны ребром. Такие графы называются *полными*. Ребра, связывающие два узла a и b, обозначаются (a,b). Мы полагаем, что ребра (a,b) и (b,a) эквивалентны. Граф называется *элементарным*, если он состоит из одного узла. Мы разделяем множество всех ребер неэлементарного полного графа на два непересекающихся подмножества. Возможен случай, когда одно из них пусто. Мы назовем эти подмножества *отношениями* R и $\overline{R}$. Одно из них будет интерпретироваться как отношение союза, а другое как отношение конфликта. Если $(a,b)\in R$, мы скажем, что a и b связаны ребром R, что записывается как aRb. Если $(a,b)\in\overline{R}$, тогда a и b связаны ребром $\overline{R}$, что записывается как $a\overline{R}b$. Все последующие определения для R выполняются и для $\overline{R}$. Если два узла a и b могут быть связаны последовательностью ребер типа R, мы скажем, что a и b связаны по R. Если любые два узла графа связаны по R, мы скажем, что граф связан по R. Если каждый узел графа A связан с каждым узлом графа B ребром R, мы запишем ARB. В этом случае мы будем говорить, что A и B находятся в отношении R. Таким образом, отношение R между узлами переносится на отношение между графами. Выражение aRb будет далее обозначать отношение не только между узлами, но и между элементарными графами, состоящими из узлов a и b. Если граф G состоит из подграфов, которые попарно находятся в отношении R, мы скажем, что граф G *разделен* на эти подграфы, и будем записывать это как $G = A_1RA_2R...RA_n$, где $A_1, A_2, ..., A_n$ есть подграфы. Выражение $B \subseteq A$ означает, что граф B есть подграф A: множество узлов графа B есть подмножество узлов графа A, его ребра индуцируются графом A (если B не элементарный граф), т.е. каждое ребро B, связывающее два его узла a и b, совпадает с ребром графа A, связывающим эти узлы. Выражение $B \subset A$ означает, что B есть подграф A, не совпадающий с A. Если $B \subseteq A$ и $C \subseteq A$, то $D=B \cup C$ означает, что D есть граф, состоящий из объединения узлов, принадлежащих B и C с ребрами (если они есть), индуцируемыми графом A, а $E = B \cap C$ означает, что E есть граф, состоящий из пересечения множеств узлов (если пересечение не пусто), принадлежащих B и C с ребрами (если они есть), индуцируемыми графом A. Выражение $a \in A$ означает, что a есть узел графа A; $A_{(k)}$ означает, что граф состоит из k узлов. Выражение $G–A$ обозначает граф G, из которого изъяты все узлы, принадлежащие A. Выражение $<a,b,...>$ обозначает граф с узлами a, b, ... Далее будут рассматриваться полные и элементарные графы.

2.1. Основные определения.

Определение 1. Граф G *стратифицируем* по R, если он может быть представлен как $G = ARB$. Графы A и B называются *стратами* графа G по R.

Определение 2. Граф G *тотально стратифицируем*, если любой его неэлементарный подграф стратифицируем по R или по $\overline{R}$.

Определение 3. Если граф A есть страта в G по R, и если A не стратифицируем по R, то A называется *минимальной стратой* графа G по R.

2.2. Теорема о тотальной стратификации

Граф, состоящий из четырех узлов, связанный одновременно и по R и по $\overline{R}$, будет обозначаться $S_{(4)}$. Пример такого графа дан на рисунке 2.2.1.

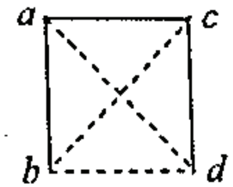

Рис. 2.2.1. Граф $S_{(4)}$. Сплошные ребра соответствуют отношению R, а пунктирные – отношению $\overline{R}$;
он связан и по слошным ребрам , и по пунктирным

Теорема о тотальной стратификации. Граф G тотально стратифицируем тогда и только тогда, когда среди его подграфов нет $S_{(4)}$. (Доказательство дано в Приложении А, утверждение А10)

Рассмотрим графы на рисунках 2.2.2 и 2.2.3.

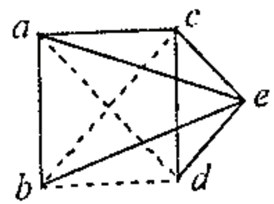

Рис. 2.2.2. Пример стратифицируемого графа, который тотально нестратифицируем

Граф на рисунке 2.2.2 стратифицируем, поскольку он представим как $<a,b,c,d>R<e>$. Но он содержит подграф

<a,b,c,d>, который есть $S_{(4)}$. Поэтому граф <a,b,c,d,e> тотально нестратифицируем.

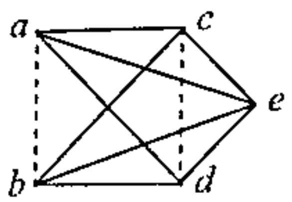

Рис. 2.2.3. Тотально стратифицируемый граф

У графа на рисунке 2.2.3 ни один из четырехузловых подграфов не есть $S_{(4)}$. Из теоремы о тотальной стратификации следует, что граф на рисунке 2.2.3 тотально стратифицируем. Поэтому правило определения того, является ли граф тотально стратифицируем, состоит в выяснении, содержит ли он подграф $S_{(4)}$. Если не содержит, граф тотально стратифицируем, если содержит, то нет. Заметим, что графы, состоящие из двух и трех узлов, тотально стратифицируемы.

Рассмотрим некоторый тотально нестратифицируемый граф. Начнем в произвольном порядке удалять по одному его узлы вместе с прилегающими к ним ребрами. Через определенное число шагов такая процедура с неизбежностью приводит нас к тотально стратифицируемому графу, поскольку, если мы дошли до графа из трех узлов, он тотально стратифицируем.

Глава 3
Декомпозируемые графы, полиномы и диагональные формы

В этой главе представлен формальный аппарат, который далее будет использоваться для анализа субъектов и групп.

3.1. Теорема о декомпозиции

Следующие утверждения доказываются в приложении А.

Утверждение 3.1.1. Граф не может быть стратифицируем по R и по $\overline{R}$ одновременно (А6).

Утверждение 3.1.2. Если граф стратифицируем по R, то его разделение на минимальные по R страты единственно, с точностью до нумерации страт (А4).

На этих утверждениях основана процедура декомпозиции стратифицируемого графа, которую мы называем D-процедурой. Она состоит из последовательных разделений графа на минимальные страты. Каждая минимальная страта, получаемая при этом, принадлежит определенному уровню разделения, имеющему свой порядковый номер. Мы исследуем каждую минимальную страту, находящуюся в отношении R к другим минимальным стратам, и проверяем, стратифицируема ли она по $\overline{R}$. (По определению минимальной страты она не стратифицируема по R.) Есла она не стратифицируема, ее рассмотрение заканчивается; если стратифицируема – она разделяется на свои минимальные страты по $\overline{R}$, которые принадлежат следующему уровню. Описанная процедура порождает деревья, типа показанного на рисунке 3.1.1. Отношения R и $\overline{R}$ чередуются по уровням. Например, на втором этаже R на третьем $\overline{R}$, на четвертом R и т.д.

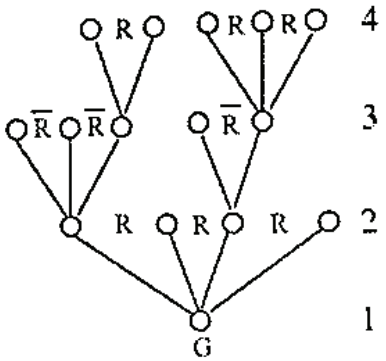

Рис. 3.1.1. Пример дерева декомпозиции графа G; справа даны номера уровней разделения

Каждый кружок на рисунке 3.1.1 соответствует подграфу графа G, символы R и $\overline{R}$ соответствуют отношениям между минимальными стратами. Если кружок является *концом*, т.е. из него не выходят ветви, ему соответствует либо элементарный граф, состоящий из одного узла, либо нестратифицируемый граф. В силу Утверждения 3.1.2, дерево декомпозиции стратифицируемого графа единственно, с точностью до порядка выходящих из кружков ветвей.

Мы называем граф *декомпозируемым*, если он не элементарен, и каждый кружок – конец в дереве декомпозиции соответствует элементарному графу.

Теорема о декомпозиции. Граф G декомпозируем тогда и только тогда, когда он тотально стратифицируем (A11).

Из этого утверждения следует (в силу теоремы о тотальной стратификации), что граф декомпозируем тогда и только тогда, когда среди его подграфов нет $S_{(4)}$.

3.2. Графы и грамматические деревья

Декомпозируемые графы могут быть представлены в аналитической записи, что облегчает их рассмотрение. Введем процедуру перехода от декомпозируемого графа к аналитической записи. Во-первых, строится дерево декомпозиции. Затем строится *грамматическое дерево*, изоморфное дереву декомпозиции. Символы R и $\overline{R}$ помещаются на те же места, что и в дереве декомпозиции. Концы ветвей грамматического дерева, из которых не исходят ветви, обозначаются буквами соответствующих узлов графа. Разветвления обозначаются другими буквами. Буквы, соответствующие концам ветвей, называются *концевыми*, а остальные буквы – *промежуточными*. Каждая промежуточная буква обозначает группу символов (букв, знаков R и $\overline{R}$, скобок), расположенных непосредственно выше нее, и может быть замещена этой группой символов, взятой в круглые скобки. В результате такой процедуры мы получаем *слово*, являющееся аналитической записью графа.

Рассмотрим граф на рисунке 3.2.1.

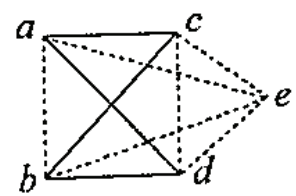

Рис. 3.2.1. Декомпозируемый граф

Сплошные линии на рисунке 3.2.1. соответствуют отношению R, а пунктирные – отношению $\overline{R}$. Этот граф декомпозируем, поскольку не содержит подграфа $S_{(4)}$. Дерево его декомпозиции дано на рисунке 3.2.2, а грамматическое дерево для этого же графа – на рисунке 3.2.3. Буквы a, b, c, d и e являются концевыми буквами, а A_1, A_2, A_3 и A_4 – промежуточными. Буква A_3 обозначает выражение $a\overline{R}b$, буква A_4 обозначает выражение $c\overline{R}d$. Заключим эт выражения в круглые скобки и подставим их на место A и A_4. Буква A_2 обозначает выражение $(a\overline{R}b)R(c\overline{R}d)$. Заключаем это выражение в скобки и замещаем им букву A_2 Наконец, выражение $((a\overline{R}b)R(c\overline{R}d))\overline{R}e$ ставим вместо буквы A_1, заключив его в скобки.

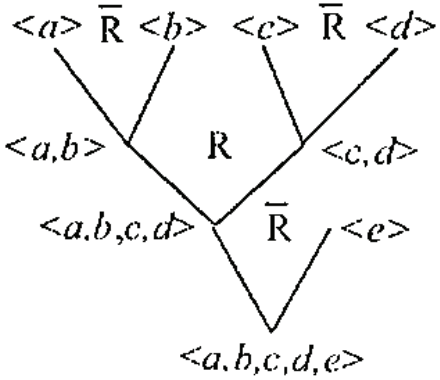

Рис. 3.2.2. Дерево декомпозиции графа на рисунке 3.2.1

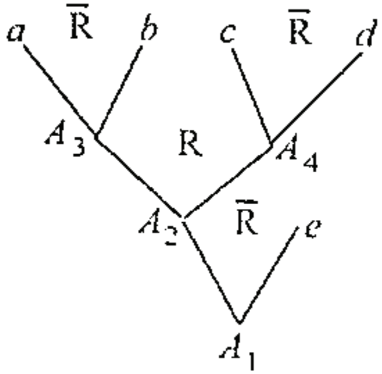

Рис. 3.2.3. Грамматическое дерево графа на рисунке 3.2.1

В результате грамматическое дерево принимает вид, приведенный на рисунке 3.2.4. Любой декомпозируемый граф может быть представлен в виде подобного дерева. Каждому узлу соответствует аналитическая запись некоторого подграфа.

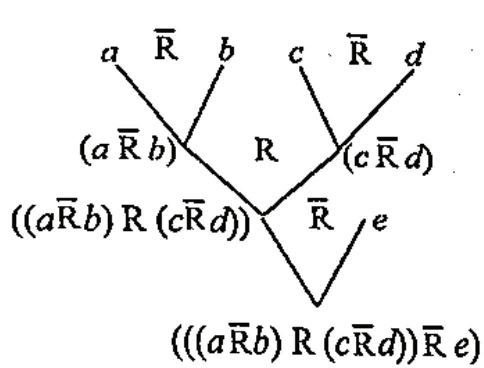

Рис. 3.2.4. Грамматическое дерево после замены букв A_1, A_2, A_3 и A_4 выражениями, которые они обозначают; нижняя аналитическая запись соответствует графу на рисунке 3.2.1

3.3. Полиномы и диагональные формы

Сделаем теперь следующий шаг. Мы будем рассматривать буквы в аналитической записи графа как переменные, определенные на множестве M всех подмножеств некоторого универсального множества, а символы R и $\overline{R}$ как операции пересечения $(\cdot)$ и объединения $(+)$, определенные на этом же множестве. Далее вместо одного из символов, R или $\overline{R}$, мы будем писать знак $\cdot$, а вместо другого знак $+$. Назовем знак $\cdot$ *умножением*, а знак $+$ *сложением*. Назовем аналитическую запись графа с данной выше интерпретацией - *полиномом*. Полином, состоящий из одной буквы, мы будем называть *элементарным*. Он соответствует элементарному графу. Если произвести замену знака R на $\cdot$, а знака $\overline{R}$ на $+$, то нижняя аналитическая запись на рисунке 3.2.4 станет следующим полиномом:

$$(((a + b) \cdot (c + d)) + e). \tag{3.3.1}$$

Полиномы могут быть заключены в квадратные скобки; условимся, что вместо выражения типа $[(A)]$ можно писать

[*A*]. Кроме того вместо выражения $(A \cdot B)$ можно писать $A \cdot$ или AB. Полином (3.3.1) приобретает вид:

$$[(a + b)\,(c + d) + e], \tag{3.3.2}$$

а грамматическое дерево на рисунке 3.2.4 превращается в дерево полиномов (рис.3.3.1):

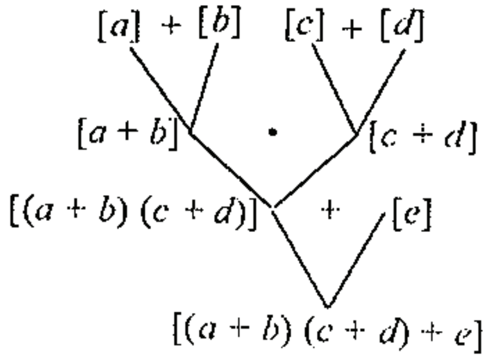

Рис. 3.3.1. Дерево полиномов

Условимся опускать линии при изображении дерева полиномов. От каждого неэлементарного полинома мы будем писать (вправо-вверх-наискосок) полиномы, примыкающие к нему непосредственно сверху, порождая, тем самым, древовидный объект, который мы будем называть *диагональной формой*. Для дерева на рисунке 3.3.1 она будет иметь следующий вид:

$$
\begin{array}{llllll}
 & & & [a] + [b] & & [c] + [d] \\
 & & [a + b] & & [c + d] & \\
 & [(a + b)\,(c + d)] & & & & \\
[(a + b)\,(c + d) + e] & & & & & + [e]
\end{array}
$$

Выражение [*a*], где *a* элементарный полином, назовем элементарной диагональной формой.

Неэлементарная диагональная форма интерпретируется как экспоненциальная формула (см. Главу 1), где

экспоненте P^W *соответствует функция* $\Phi = P + \overline{W}$ *. При проведении вычислений не делается различий между круглыми и квадратными скобками.*

Для практического нахождения полинома, соответствующего сравнительно простому декомпозируемому графу, не обязательно использовать грамматическое дерево в явном виде. Кроме того, полином можно не заключать в квадратные скобки.

Рассмотрим граф, состоящий из трех узлов (рис.3.3.2):

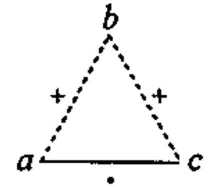

Рис. 3.3.2. Декомпозируемый граф

Мы видим, что граф может быть рзложен на два подграфа. Первый, состоящий из узла *b*, есть элементарный граф, а второй состоит из узлов *a* и *c*. Узел первого подграфа, *b*, находится в одном и том же отношении + с узлами *a* и *c* второго подграфа. Это означает, что первый и второй подграфы находятся в отношении +. Мы не можем далее разложить первый и второй подграфы на меньшие подграфы, находящиеся в отношении +. Поэтому первый и второй подграфы являются минимальными стратами по отношению +. Второй подграф может быть разложен на два своих подграфа, состоящих из узлов *a* и *c*, соответственно, которые находятся в отношении $\cdot$. В результате мы можем написать полином

$$b + ac.$$

На рисунке 3.3.3 показаны все графы из трех узлов *a*, *b*, *c* и соответствующие им полиномы.

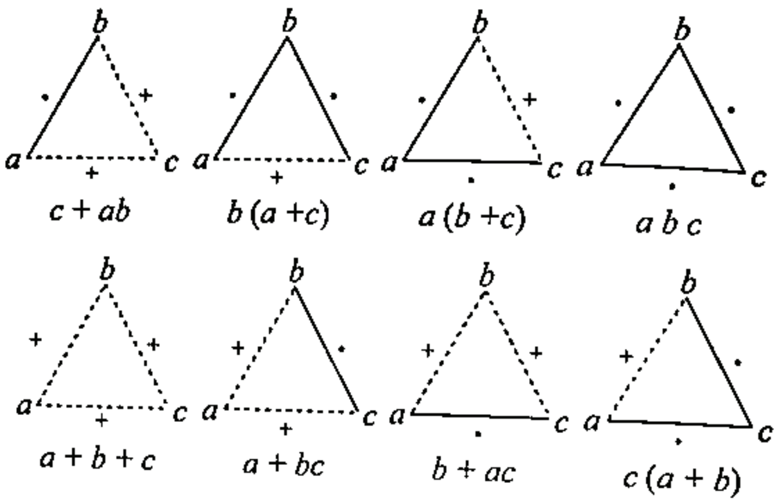

Рис. 3.3.3. Графы из трех узлов и соответствующие им полином[ы]

Подобным же образом могут быть найдены полиномы дл[я] декомпозируемых графов с большим числом узлов. Рас[-]смотрим, например, декомпозируемый граф, состоящий и[з] четырех узлов (рис.3.3.4):

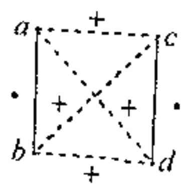

Рис. 3.3.4. Декомпозируемый граф

Этот граф разлагается на два подграфа с узлами a, b и c, d. Узлы первого подграфа связаны с узлами второго одним и тем же отношением +. Следовательно в таком же отношении находятся подграфы. Каждый из подграфов не разлагается на меньшие подграфы по отношению +, следовательно, они являются минимальными стратами по отношению +. При этом каждый подграф может быть разложен на элементарные подграфы по отношению $\cdot$. Таким образом, графу на рисунке 3.3.4 соответствует полином

$$ab + cd.$$

Заметим, что полином должен соответствовать аналитической записи графа. Поэтому до построения диагональной формы нельзя раскрывать скобки и производить другие преобразования полинома, отличные от коммутативных.

Опишем построение диагональной формы для случая, когда нам известен полином. Назовем полином минимальным по $\cdot$, если он не может быть представлен как произведение $A \cdot B$, и минимальным по +, если он не может быть представлен как сумма $A+B$. Каждый минимальный полином соответствует некоторой минимальной страте.

Процедура такова:

1. Рассматриваем известный нам полином и заключаем его в квадратные скобки.
2. Если полином элементарен, процедура заканчивается.
3. Если полином может быть представлен как произведение, раскладываем его на множители-полиномы, минимальные по $\cdot$, и пишем их вправо-вверх-наискосок друг за другом, помещая каждый минимальный множитель в квадратные скобки.
4. Если полином представим как сумма, раскладываем его на слагаемые-полиномы, минимальные по +, и пишем их справа-вверх-наискосок, помещая каждое слагаемое в квадратные скобки и соединяя их знаком +.
5. Для каждого полинома, записанного справа-наверху-наискосок, процедура повторяется, начиная с пункта 2.
6. Процедура заканчивается, когда каждый неэлементарный полином имеет диагональные элементы.

Рассмотрим граф на рисунке 3.3.2. Ему соответствует полином $b + ac$. Построим диагональную форму. Во-первых заключим полином в квадратные скобки:

$$[b + ac].$$

Исходный полином есть сумма двух полиномов, мин мальных по +: b и ac. Помещаем каждый в квадратн скобки, соединяем знаком + и пишем справа-ввер наискосок от исходного полинома:

$$\begin{array}{l} \qquad\quad [b] + [ac] \\ [b + ac] \end{array}$$

Мы видим, что полином [b] является элементарным и может быть далее разложен, а полином [ac] не элемен тарен, он является произведением двух полиномов, a и Помещаем их в квадратные скобки и пишем друг за друго справа-вверх-наискосок от полинома [ac]:

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad [a]\,[c] \\ \qquad\quad [b] + [ac] \\ [b + ac] \end{array} \qquad (3.3.1)$$

Процедура построения диагональной формы закончена.

Каждой неэлементарной диагональной форме соот ветствует функция, являющаяся композицией булевы операций +, ·, ¯, представимая как

$$Aa + B\bar{a} \qquad (3.3.2)$$

по любому своему аргументу a, где A и B не зависят от a.

В дальнейшем мы используем две интерпретаци диагональной формы. С одной стороны, она будет пони маться как изображение субъекта с его внутренним миром а с другой – как экспоненциальная формула, представ ляющая функцию и позволяющая проводить вычисления Таким образом, диагональная форма играет роль и кар тинки и формулы.

Глава 4

Исходная модель

В этой главе вводится исходная модель. Далее мы будем использовать эту модель и некоторые ее расширения, которые будут введены в главе 6.

4.1. Общая схема

Субъектом называется индивид или любая организация, в которую включены люди. Совокупность субъектов образует группу. Каждые два субъекта в группе находятся либо в отношении союза, либо в отношении конфликта. Понятия союза и конфликта, в рамках нашей модели, являются фундаментальными и не могут быть сведены к другим понятиям. Группе соответствует множество действий, которые могут быть выполнены субъектами. В исходной модели, каждый субъект может выполнить каждое из этих действий.

Для любого подмножества действий определяется, возможно или невозможно реализовать их одновременно. Каждое подмножество действий называется *альтернативой*. Субъект способен выбрать одну из альтернатив, а затем реализовать любое совместимое множество действий, входящих в выбранную альтернативу. Выбор субъекта зависит от отношений в группе и влияний, которые на него оказывают другие субъекты. Кроме того, у субъекта возникает *интенция* (намерение) совершить выбор той или иной альтернативы. Интенция рассматривается как *само-воздействие*. Субъекты бывают целенаправленными и нецеленаправленными. У первых возникают лишь таки интенции, которые могут быть претворены в реальност Интенции вторых – произвольны.

Субъект способен интегрировать воздействия все субъектов, включая самовоздействие, в воздействие групп как целого. Каждому субъекту соответствует диагональна форма, построенная на основе графа отношений в группе Диагональная форма описывает структуру рефлекси субъекта, т.е. иерархию образов себя, и одновременн задает функцию выбора субъекта. Этой функции соответствует формальная процедура вычисления ее значений рассматриваемая как модель ментальной генерации выбора. Граф отношений в группе и влияния других накладывают ограничения на выбор субъекта. Модель позволяет предсказывать возможные выборы субъекта с учетом таких ограничений.

4.2. Представление субъекта

Мы полагаем, что субъект может выполнить любое из действий $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_S$, $S \geq 1$. Все эти действия являются *приемлемыми* для субъекта, т.е. он способен выполнить каждое из них и технически, и морально. *Предполагается, что на множестве действий не задано отношение предпочтений*. Множество действий рассматривается как универсальное множество. Множество M всех подмножеств универсального множества, включая пустое, есть множество альтернатив. Другими словами, каждая альтернатива есть подмножество множества действий. Выбор пустой альтернативы интерпретируется как отказ субъекта совершить выбор какой бы то ни было не пустой альтернативы. Активность субъекта заключается в том, что он выбирает альтернативу из множества M, а затем реализует выбор. Таким образом в модели производится

различение выбора и реализации выбора. На множестве всех подмножеств действий задается унарное отношение реализуемости. Полагается, что пустое множество и одноэлементное множество всегда реализуемы. Для остальных множеств реализуемость (или нереализуемость) должна быть специально задана. Если выбрана не пустая альтернатива, то затем может быть реализовано любое ее *непустое* реализуемое подмножество, причем только одно. Чтобы стали понятны причины различения выбора и реализации, рассмотрим пример. Пусть универсальное множество состоит из двух действий:

α_1 – повернуть налево
α_2 – повернуть направо

Представим множество всех альтернатив в виде булевой решетки:

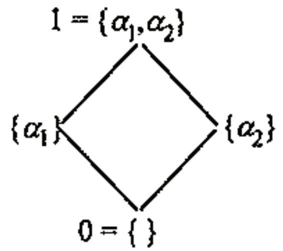

Рис. 4.2.1. Булева решетка множества альтернатив

Выбор альтернативы { } означает, что субъект выбрал бездействие: он не совершит ни действие α_1, ни действие α_2. Выбор альтернативы $\{\alpha_1\}$ означает, что субъект совершит только действие α_1, а выбор альтернативы $\{\alpha_2\}$, что только действие α_2. Рассмотрим теперь выбор альтернативы $\{\alpha_1, \alpha_2\}$. Поскольку субъект не может одновременно совершить действие α_1 – повернуть налево и действие α_2 – повернуть направо, такие действия являются *несовместимыми*, и альтернатива $\{\alpha_1, \alpha_2\}$ *нереализуема*. Однако выбрав ее, субъект может затем реализовать либо подмножество действий $\{\alpha_1\}$, либо подмножество действий $\{\alpha_2\}$. Смыс выбора альтернативы $\{\alpha_1,\alpha_2\}$ состоит в том, что субъек отбрасывает пустую альтернативу $\{\ \}$. Вот причины, п которым мы задаем унарное отношение реализуемости н множестве M. Заметим, что есть и такие ситуации, в кото рых действия α_1, и α_2 совместимы. Пусть, например, α_1 покупка часов, а α_2 – покупка телефона. Человек впол может купить часы и телефон одновременно. В это случае, выбрав альтернативу $\{\alpha_1, \alpha_2\}$, субъект может реа лизовать одно из трех подмножеств действий: $\{\alpha_1\}$, $\{\alpha_2\}$ $\{\alpha_1,\alpha_2\}$.

Каждому субъекту соответствует диагональна форма. Она задает его функцию выбора. Рассмотри функцию выбора субъекта a_k:

$$\Phi_k = \Phi(a_1, ..., a_k, ..., a_n). \quad (4.2.1)$$

Переменные $a_1, ..., a_k, ..., a_n$ определены на множестве M всех подмножеств универсального множества действий. Значение функции Φ_k есть выбор субъекта a_k. Переменной a_i соответствует субъект a_i. Значение a_i есть альтернатива, к выбору которой субъект a_i склоняет субъекта a_k. Значение переменной a_k есть интенция или намерение субъекта a_k выбрать определенную альтернативу. Введем теперь субъектов двух типов: субъекты первого типа нецеленаправлены, субъекты второго типа целенаправлены. У нецеленаправленного субъекта может возникнуть любая интенция, т.е. переменная a_k принимает любое значение из M, и выбор субъекта задается функцией (4.2.1). У целенаправленного субъекта при заданных значениях $a_1, ..., a_{k-1}, a_{k+1}..., a_n$ возникают лишь такие интенции, которые могут превратиться в выбор. Каждая такая интенция есть решение уравнения (4.2.2):

$$a_k = \Phi_k\ (a_1, ..., a_k, ..., a_n). \quad (4.2.2)$$

одновременно такое решение интерпретируется как возможный выбор. Это уравнение может не иметь решений. Их отсутствие интерпретируется как неспособность субъекта a_k совершить интенциональный выбор.

Приступим теперь к рассмотрению связи диагональной формы с ментальным аспектом активности субъекта. Диагональная форма строится с помощью декомпозиции графа группы, членом которой является субъект. Она представляет субъекта, у которого есть иерархия образов самого себя. Диагональная форма является деревом, в разветвлениях и концах ветвей которого находятся полиномы, помещенные в квадратные скобки. Эти полиномы образуют частично упорядоченное множество, если полином, отличный от начального, считать следующим за полиномом, относительно которого он находится справа-вверх-наискосок. Каждому полиному, входящему в диагональную форму, соответствует своя диагональная форма, в которой он нижний полином. Мы положим, что диагональная форма B следует за диагональной формой A, если нижний полином формы B следует за нижним полиномом формы A. Рассматривая диагональные формы как изображения субъектов, мы будем говорить, что B есть образ себя у субъекта A, если B следует за A. Это дает нам возможность строить по диагональной форме рекурсивные высказывания типа "A_m есть образ себя у A_{m-1}, который есть образ себя у A_{m-2}, который есть образ себя ... у A_1". Каждому высказыванию соответствует маршрут по ветвям дерева от одного из его концов до корня. Поэтому высказывания конечны. Для каждой диагональной формы их набор единственен.

В качестве примера рассмотрим диагональную форму (4.2.3). Частичный порядок полиномов, входящих в нее, дан на рисунке 4.2.2. Зная его, находим частичный порядок на множестве диагональных форм (рис. 4.2.3). Диагональная форма и частичный порядок полиномов:

$$[a_1 + a_2\, a_3]^{[a_1] + [a_2\, a_3]^{[a_2]\,[a_3]}} \quad (4.2$$

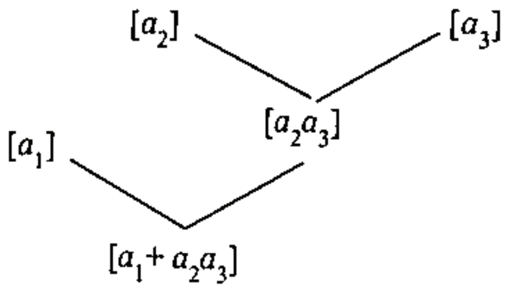

Рис. 4.2.2. Частичный порядок полиномов

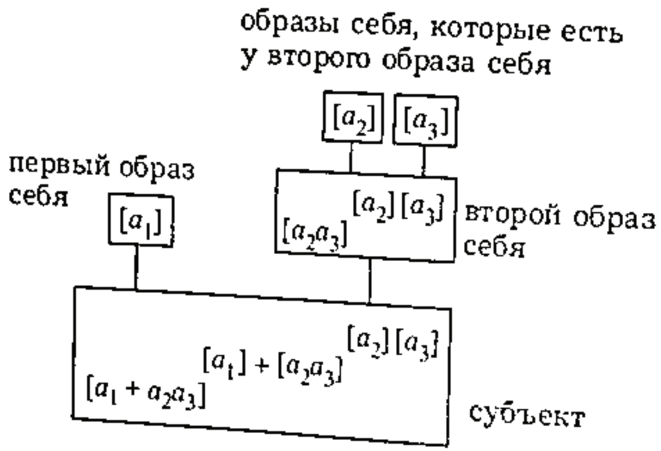

Рис. 4.2.3. Частичный порядок диагональных форм

Каждому нижнему полиному диагональной формы соответствует группа, воздействующая на субъекта. Знаку · соответствует отношение союза, а знаку + отношение

онфликта. Значение полинома интерпретируется как оздействие, которое оказывает на субъекта группа. Полиномам, следующим за нижним, соответствуют минимальные страты, на которые разбита исходная группа. Каждая инималльная страта воздействует на соответствующий браз себя у субъекта. Отношения между образами предпределяются отношениями между минимальными стратами, на них воздействующими. Если минимальные страты союзе, то и образы в союзе; если минимальные страты в онфликте, то и образы в конфликте.

Субъекта, состоящего из одной буквы, мы называем *лементарным*. Ему соответствует полином [a], являющийся одновременно его диагональной формой.

Неэлементарный субъект может быть изображен иагональной формой вида

$$\Phi = P^{W}, \qquad (4.2.4)$$

де P есть нижний полином диагональной формы, $W = A_1 * A_2 * \ldots * A_k$; $k \geq 2$; $*$ либо $\cdot$, либо $+$, и A_i – диагональные формы, представляющие образы себя у субъекта.

Выражение W соответствует *интегральному образу* себя у субъекта, который, в рамках нашей модели, состоит из набора образов себя, находящихся либо в отношении союза друг с другом, либо в отношении конфликта. Например, обобщенный образ себя у субъекта (4.2.3) представляется выражением

$$W = [a_1] + [a_2\, a_3]^{[a_2]\,[a_3]}, \qquad (4.2.5)$$

где $A_1 = [a_1]$ – первый образ себя; $A_2 = [a_2\, a_3]^{[a_2]\,[a_3]}$ – второй образ себя; знак + означает, что образы в конфликте.

Выражение (4.2.4) задает функцию, которую называем *функцией рефлексии*. Она может быть пр… ставлена как

$$\Phi = P + \overline{W} \ . \quad (4.2$$

Переменные P и W принимают значения из м… жества альтернатив. Значение P интерпретируется к… альтернатива, к выбору которой субъекта склоняет груп… Действия, входящие в множество P, мы называем *привл… кательными для группы*, а действия, входящие в мн… жество $\overline{P}$, *непривлекательными для группы*. Следу… подчеркнуть, что P это множество привлекательных д… группы действий, совершение которых *ожидается имен… от данного субъекта*. Воздействия группы на друго… субъекта могут быть иными, и от него группа будет ож… дать других действий. Множество W есть результа… выбора, произведенного интегральным образом себя, т.… результат *мысленного* выбора субъекта. Полагая, что мыс… ленно выбрать “нечто” означает предпочесть это “нечто”, мы скажем, что W состоит из действий, *привлекательны… для субъекта*. Действия, входящие в $\overline{W}$, мы назове… *непривлекательными для субъекта*. Выбору субъект… соответствует значение Φ.

Проведем теперь обоснование выбора функци… (4.2.6) в качестве функции рефлексии. Мы покажем, что посредством этой функции в модель закладывается прин… цип запрета эгоизма:

каждый субъект, преследуя свои личные интересы, не может наносить ущерб группе, членом которой он является.

В рамках нашего рассмотрения этот принцип может быть сформулирован так. Выбор альтернативы с действиями, которые привлекательны для субъекта и непривлекательны для группы – неприемлем.

Рассмотрим диаграмму Венна (рис.4.2.4).

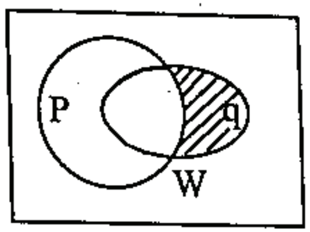

Рис. 4.2.4. Заштрихованное множество q есть множество запрещенных действий

Множество запрещенных действий таково:

$$q = \overline{P}W, \quad (4.2.7)$$

где $\overline{P}$ – множество действий, непривлекательных для группы, а W – множество действий, привлекательных для субъекта.

Множеству “разрешенных” действий соответствует выражение

$$\overline{q} = P + \overline{W} \ . \quad (4.2.8)$$

Субъект выбирает множество всех разрешенных действий. В результате мы получили функцию (4.2.6).

Выбор самого субъекта и выбор каждого неэлементарного субъекта, входящего в иерархию его образов себя, основан на принципе запрета эгоизма.

Заметим, что действие, непривлекательное для группы, может войти в выбор субъекта, если оно и для него непривлекательно, т.е. если оно принадлежит множеству

$$\overline{P}\overline{W} = \overline{P}(P + \overline{W}) \ . \quad (4.2.9)$$

Таким образом, *субъект может идти против интересов группы, если при этом он не преследует свои индивидуальные интересы и готов идти на жертвы.*

Мы предположили, что в ментальной сфере субъекта происходит последовательная декомпозиция графа на минимальные страты, а также интеграция воздействий со стороны отдельных групп в единое воздействие со стороны группы, их объединяющей, представляемое значением соответствующего полинома. Пусть с точки зрения субъекта, множество A есть воздействие, оказываемое одной группой, а множество B – другой. (Группа может состоять и из одного субъекта.) Мы полагаем что если эти группы находятся в отношении союза, то, с точки зрения субъекта, они способны к консенсусу, и поэтому их совместное влияние склоняет его к выбору действий, общих для двух групп. Таким образом, воздействию со стороны групп, находящихся в союзе соответствует *пересечение* множеств A и B :

$$AB.$$

Если же группы находятся в отношении конфликта, то консенсуса нет. Каждая группа воздействует на субъекта независимо. Таким образом, совместному воздействию групп, находящихся в конфликте соответствует *объединение* множеств A и B :

$$A + B.$$

Это есть обоснование того, что союзу соответствует операция $\cdot$, а конфликту операция $+$.

4.3. Представление группы

1. Рассматривается группа, состоящая из субъектов $a_1, a_2, \ldots, a_n$, где $n \geq 1$.

2. На любой неэлементарной группе задаются бинарные отношения $\cdot$ (союз) и $+$ (конфликт), одно из которых может быть пустым. В результате получаем граф

отношений G. В рамках *исходной* модели группы предполагается, что граф G декомпозируем.

3. Задается набор действий $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_S\}$, $S \geq 1$, общий для всех субъектов. Он рассматривается как универсальное множество 1. Множество всех подмножеств универсального множества (включая пустое) интерпретируется как множество альтернатив и обозначается M.

4. Для каждого субъекта на множестве M задается унарное отношение реализуемости.

5. Далее строится матрица влияний $\|p_{ij}\|$, $i = 1, \ldots, n$; $j=1, \ldots, n$; где $p_{ij} \in M$; p_{ij} есть альтернатива, к выбору которой субъект a_i склоняет субъекта a_j. Элемент вида p_{kk} есть самовоздействие (интенция) субъекта a_k.

6. Используя граф отношений, строится диагональная форма Φ, представляющая одновременно и иерархию образов себя, и функцию, соответствующую выбору каждого субъекта, входящего в группу.

7. Буквы $a_1, a_2, \ldots, a_n$ рассматриваются как переменные. Каждому субъекту соответствует одна и та же функция

$$\Phi = \Phi(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,. \tag{4.3.1}$$

8. Если субъекты нецеленаправленны, значения переменных для каждого из них предопределяются матрицей $\|p_{ij}\|$, все элементы которой известны. Элемент p_{kk} интерпретируется одновременно как интенция субъекта и как его самовоздействие. Столбец матрицы с номером j содержит воздействия на субъекта a_j. Таким образом, субъекту a_j соответствует выражение

$$\Phi_j = \Phi\,(p_{1j}, p_{2j}, \ldots, p_{nj}) \,. \tag{4.3.2}$$

Величина Φ_j есть элемент M, и мы интерпретируем ее как альтернативу, которую выбирает субъект a_j. Если

Φ_j есть пустое множество, то субъект реализует эту альтернативу, т.е. не совершает никаких действий. Если Φ_j не пусто, то любое не пустое реализуемое подмножество действий, входящее в Φ_j, может быть реализовано субъектом a_j, причем только одно.

9. Случаю, когда субъекты целенаправленны, соответствует матрица влияний $\|p_{ij}\|$, диагональные элементы которой, p_{kk}, заранее неизвестны. Этим элементам соответствуют интенции субъектов, входящих в группу. Они могут быть найдены из следующих уравнений относительно p_{kk}:

$$p_{kk} = \Phi\,(p_{1k}, p_{2k}, \ldots, p_{kk}, \ldots, p_{nk})\ , \qquad (4.3.3)$$

где $k = 1, 2, \ldots, n$. Величина p_{kk} интерпретируется одновременно и как интенция субъекта a_k, и как его самовоздействие, и как его выбор.

Уравнение вида (4.3.3) может как иметь решение, так и не иметь его. Отсутствие решения означает, что при данном графе отношений и данном наборе воздействий, субъект a_k не способен совершить интенциональный выбор. В этом случае мы будем говорить, что субъект a_k находится *во фрустрации* или *в состоянии фрустрации*. Возможно также, что любой элемент из M есть решение уравнения (4.3.3). В этом случае мы будем говорить, что субъект a_k обладает *свободой выбора* или находится *в состоянии свободы выбора*. Мы будем говорить, что субъект, способный выбрать лишь пустую альтернативу $\{\ \}$, находится *в пассивном состоянии*, а субъект, способный выбрать непустую альтернативу, находится *в активном состоянии*. Иногда удобно говорить о выборе, а иногда – о состояниях субъекта. Особенно в тех случаях, когда субъект совершает выбор между альтернативами 1 и 0.

4.4. Примеры анализа

Группа состоит из трех субъектов: a_1, a_2, a_3. На этой группе задаются два бинарных отношения: $\cdot$ (союз) и $+$ (конфликт). Пусть пары (a_1,a_3) и (a_2,a_3) связаны отношением союза, а пара (a_1,a_2) отношением конфликта. Построим граф, соответствующий этой группе (рис.4.4.1):

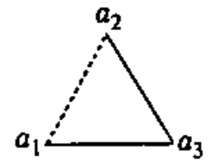

Рис. 4.4.1. Сплошные ребра обозначают союз, пунктирное – конфликт

Пусть каждый субъект может выполнить действия α_1, α_2, α_3. Множество действий $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$ есть универсальное множество 1. Множество всех подмножеств множества действий есть M. Это множество альтернатив. На нем задается унарное отношение реализуемости. Предположим, что оно одно и то же для всех субъектов: действия α_1 и α_3 не могут быть выполнены одновременно. Тогда

$1 = \{\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3\}$ не реализуемо
$\{\alpha_1,\ \alpha_2\}$ реализуемо
$\{\alpha_1,\ \alpha_3\}$ не реализуемо
$\{\alpha_2,\ \alpha_3\}$ реализуемо
$\{\alpha_1\}$ реализуемо
$\{\alpha_2\}$ реализуемо
$\{\alpha_3\}$ реализуемо
$0 = \{\ \}$ реализуемо

Сначала рассмотрим случай, когда субъекты нецеленаправлены. Построим матрицу влияний.

Пусть у субъекта a_1 есть интенция выбрать альтернативу $\{\alpha_2, \alpha_3\}$, и он склоняет субъекта a_2 выбрать альтернативу 0, а субъекта a_3 – альтернативу $\{\alpha_2, \alpha_3\}$. У субъекта a_2 есть интенция выбрать альтернативу $\{\ \} = 0$, и он склоняет a_1 выбрать $\{\alpha_1, \alpha_3\}$, а a_3 – выбрать $\{\alpha_2\}$. У субъекта a_3 есть интенция выбрать альтернативу 1, и он склоняет a_1 выбрать $\{\alpha_2\}$, а a_2 – выбрать $\{\alpha_1, \alpha_2\}$. В столбце a_1 находятся влияния на субъекта a_1 со стороны себя и субъектов a_2, a_3; в столбце a_2 – влияния на субъекта a_2 со стороны себя и субъектов a_1, a_3; наконец, в столбце a_3 – влияния на a_3 со стороны себя и субъектов a_1, a_2.

Таблица 4.4.1

Матрица влияний в группе из трех нецеленаправленных субъектов; по строкам идут воздействия, которые субъект оказывает на себя и других, а по столбцам – воздействия, которые субъект получает от себя и других

	a_1	a_2	a_3
a_1	$a_1 = \{\alpha_2, \alpha_3\}$	$a_1 = 0$	$a_1 = \{\alpha_2, \alpha_3\}$
a_2	$a_2 = \{\alpha_1, \alpha_3\}$	$a_2 = 0$	$a_2 = \{\alpha_2\}$
a_3	$a_3 = \{\alpha_2\}$	$a_3 = \{\alpha_1, \alpha_2\}$	$a_3 = 1$

Построим теперь диагональную форму, соответствующую графу на рисунке 4.4.1. Полином таков:

$$a_3(a_1 + a_2). \qquad (4.4.1)$$

Используя процедуру построения диагональной формы для случая, когда полином известен, получаем (4.4.2). Эта форма, с одной стороны, описывает вид иерархии образов себя, общий для всех трех субъектов, а с другой – она представляет общую для всех трех субъектов функцию выбора.

$$\begin{array}{r} [a_1] + [a_2] \\ [a_3]\,[a_1 + a_2] \\ X = [a_3\,(a_1 + a_2)] \end{array} \qquad (4.4.2)$$

В последнем случае диагональная форма рассматривается просто как экспоненциальная формула. Она может быть упрощена:

$$X = a_1 + a_2 + \overline{a}_3. \qquad (4.4.3)$$

Обозначим альтернативы, выбираемые субъектами a_1, a_2, a_3. буквами $X_{a_1}, X_{a_2}, X_{a_3}$, соответственно. Подставив последовательно значения из первого, второго и третьего столбцов матрицы влияний в равенство (4.4.3), получаем:

$$X_{a_1} = \{\alpha_2, \alpha_3\} + \{\alpha_1, \alpha_3\} + \overline{\{\alpha_2\}} = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = 1 \ ,$$
$$X_{a_2} = 0 + 0 + \overline{\{\alpha_1, \alpha_2\}} = \{\alpha_3\} \ ,$$
$$X_{a_3} = \{\alpha_2, \alpha_3\} + \{\alpha_2\} + \overline{1} = \{\alpha_2, \alpha_3\} \ .$$

Субъект a_1 выбирает множество действий $1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ и может реализовать любое непустое подмножество этих действий, за исключением $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ и $\{\alpha_1, \alpha_3\}$, которые нереализуемы. Субъект a_2 выбирает множество $\{\alpha_3\}$, состоящее из одного действия α_3. Множество, состоящее из одного элемента, всегда реализуемо. Субъект a_3 выбирает множество $\{\alpha_2, \alpha_3\}$; ему соответствуют три реализуемых подмножества $\{\alpha_2, \alpha_3\}$, $\{\alpha_2\}$ и $\{\alpha_3\}$. Субъект a_3 может реализовать любое из них. Отметим, что модель не предсказывает, какое именно из реализуемых подмножеств выбранного множества будет реализовано.

Рассмотрим теперь целенаправленных субъектов. В этом случае интенция каждого субъекта не задается заранее. Она должна быть найдена посредством решения уравнения. Матрица влияний в этом случае такова (Таблица 4.4.2):

Таблица 4.4.2
Матрица влияний в группе из трех целенаправленных субъектов

	a_1	a_2	a_3
a_1	a_1	$a_1 = 0$	$a_1 = \{\alpha_2, \alpha_3\}$
a_2	$a_2 = \{\alpha_1, \alpha_3\}$	a_2	$a_2 = \{\alpha_2\}$
a_3	$a_3 = \{\alpha_2\}$	$a_3 = \{\alpha_1, \alpha_2\}$	a_3

Когда субъекты целенаправлены, диагональными элементами – интенциями – служат неизвестные величины a_1, a_2, a_3, а не определенные множества (как в случае, когда субъекты нецеленаправлены). Субъектам a_1, a_2, a_3 соответствуют следующие уравнения:

$$a_1 = a_1 + a_2 + \overline{a}_3, \quad (4.4.4)$$

$$a_2 = a_1 + a_2 + \overline{a}_3, \quad (4.4.5)$$

$$a_3 = a_1 + a_2 + \overline{a}_3, \quad (4.4.6)$$

получаемые в результате последовательной подстановки неизвестных a_1, a_2, a_3 на место X в уравнении (4.4.3).

Приведем эти уравнения к виду $a_i = Aa_i + B\overline{a}_i$, ($i = 1, 2, 3$):

$$a_1 = a_1 + (a_2 + \overline{a}_3)\overline{a}_1, \quad (4.4.7)$$

$$a_2 = a_2 + (a_1 + \overline{a}_3)\overline{a}_2, \quad (4.4.8)$$

$$a_3 = (a_1 + a_2)a_3 + \overline{a}_3. \quad (4.4.9)$$

В первом уравнении неизвестная величина – a_1. Значения для a_2 и a_3 берутся из столбца a_1 матрицы

влияний. Во втором уравнении неизвестная – a_2. Значения для a_1 и a_3 берутся из столбца a_2. Наконец, в третьем уравнении неизвестная – a_3. Значения для a_1 и a_2 берутся из столбца a_3.

Для субъекта a_1 получаем уравнение

$$a_1 = a_1 + \{\alpha_1, \alpha_3\}\overline{a}_1, \quad (4.4.10)$$

$A = 1$, $B = \{\alpha_1, \alpha_3\}$, $A \supset B$, следовательно уравнение (4.4.10) решаемо. Решения этого уравнения удовлет-воряют неравенствам

$$1 \supseteq a_1 \supseteq \{\alpha_1, \alpha_3\}.$$

Из них следует, что существуют два решения, каждое из которых содержит элементы α_1 и α_3:

$$a_1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = 1,$$
$$a_1 = \{\alpha_1, \alpha_3\}.$$

Субъект a_1 может выбрать любое из этих решений и реализовать любое не пустое реализуемое подмножество действий выбранного множества.

Для субъекта a_2 получаем уравнение

$$a_2 = a_2 + \{\alpha_3\}\overline{a}_2, \quad (4.4.11)$$

$A = 1$, $B = \{\alpha_3\}$, $A \supset B$, поэтому уравнение имеет решения, удовлетворяющие неравенствам

$$1 \supseteq a_2 \supseteq \{\alpha_3\}.$$

Этим неравенствам соответствуют четыре решения, каждое из которых содержит элемент α_3. Субъект способен выбрать любое из четырех указанных ниже множеств. После выбора он может реализовать любое реализуемое подмножество выбранного множества.

$$a_2 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = 1,$$
$$a_2 = \{\alpha_1, \alpha_3\},$$
$$a_2 = \{\alpha_2, \alpha_3\},$$
$$a_2 = \{\alpha_3\}.$$

Для субъекта a_3 получаем уравнение

$$a_3 = \{\alpha_2, \alpha_3\} a_3 + \overline{a}_3 . \qquad (4.4.12)$$

$A = \{\alpha_2, \alpha_3\}$, $B = 1$. В этом случае $A \subset B$, из чего следует, что уравнение не имеет решения. Субъект a_3 не способен совершить интенциональный выбор, и мы полагаем, что он находится в состоянии фрустрации.

4.5. Принцип запрета эгоизма и формализм модели

Принцип запрета эгоизма, с формальной точки зрения, заключается в выполнении равнства

$$\Phi = P + \overline{W} ,$$

где Φ – выбор субъекта. Ниже мы рассматриваем математический формализм, соответствующий ментальному процессу генерации P и W.

Нецеленаправленный субъект a_k может быть представлен как

$$\Phi(a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots a_n) = P + \overline{W} , \qquad (4.5.1)$$

где P, W есть функции

$$P = P\,(a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots, a_n), \qquad (4.5.2)$$
$$W = W\,(a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots, a_n); \qquad (4.5.3)$$

P – множество привлекательных для группы действий, ожидаемых от субъекта a_k, W – множество действий, привлекательных для субъекта a_k (см.(4.2.6)). Задав

значения влияний на субъекта a_k со стороны его самого и других субъектов, мы, тем самым, предопределяем множества P и W.

Для целенаправленного субъекта множества P и W существуют лишь для таких наборов значений переменных $a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots, a_n$, для которых выполняется равенство

$$a_k = \Phi(a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots, a_n). \qquad (4.5.4)$$

В этом случае P и W могут рассматриваться как функции, определенные на множестве таких наборов. Мы видим, что сам формализм модели генерирует множества P и W. Эти множества никак не вводятся в модель извне, т.е. нам не нужно знать заранее, какие действия привлекательны для группы, и какие для субъекта.

При фиксированных значениях

$$a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}, a_{k+1}, \ldots, a_n$$

значения P и W могут зависеть от выбора значения a_k, удовлетворяющего соотношению (4.5.4). Таким образом, предпочтения группы могут зависеть от выбора субъекта. Это возможно, поскольку речь идет не о реальной группе, а о ее представлении во внутреннем мире субъекта. Выбор воздействует на представление. У этого воздействия есть ясный смысл. Субъект "прогнозирует", какие действия будут привлекательными для группы после его выбора. Его собственные предпочтения тоже могут зависеть от его собственного выбора.

Чтобы продемонстрировать реализацию принципа запрета эгоизма в формализме модели, рассмотрим целенаправленного субъекта a_1 с диагональной формой (4.4.2), которому соответствует уравнение (4.4.7). Его решения лежат в интервале

$$1 \supseteq a_1 \supseteq (a_2 + \overline{a}_3) . \qquad (4.5.5)$$

При любых значениях a_1, a_2 и a_3, удовлетворяющих неравенствам (4.5.5), множество действий, привлекательных для группы, P, и множество действий, привлекательных для субъекта, W, есть

$$P = [a_3 (a_1 + a_2)], \quad W = [a_3] [a_1 + a_2]^{[a_1] + [a_2]} = a_3. \qquad (4.5.6)$$

Пусть универсальное множество субъекта a_1 есть $1 = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, и пусть $a_2 = \{\alpha, \beta\}$ и $a_3 = \{\alpha, \beta, \gamma\}$. Предположим, что субъект a_1 выбрал альтернативу $\{\alpha, \beta, \delta\} = a_2 + \overline{a}_3$, принадлежащую интервалу

$$1 \supseteq a_1 \supseteq (a_2 + \overline{a}_3).$$

В этом случае

$$a_1 = \{\alpha, \beta, \delta\},$$
$$P = \{\alpha, \beta\},$$
$$W = \{\alpha, \beta, \gamma\}.$$

Множество действий, запрещенных для субъекта:

$$\overline{P} W = \{\gamma\} .$$

Множество действий, непривлекательных для субъекта:

$$\overline{W} = \{\delta\} .$$

Множество действий, непривлекательных одновременно для субъекта и для группы:

$$\overline{P}\,\overline{W} = \{\delta\} .$$

Множество действий, привлекательных одновременно и для субъекта и для группы:

$$PW = \{\alpha, \beta\}.$$

Мы видим, что выбранное субъектом множество $\{\alpha, \beta, \delta\}$ состоит из двух действий, α и β, привлекательных как для него, так и для группы, и действия δ, непривлекательного для него и группы. Этот выбор находится в согласии с принципом запрета эгоизма, поскольку вошедшее в выбор непривлекательное для группы действие не является привлекательным для субъекта.

4.6. Действия, всегда выбираемые и никогда не выбираемые

Пусть субъекту a соответствует уравнение

$$a = Aa + B\overline{a} , \qquad (4.6.1)$$

где $A \supseteq B$. Все решения этого уравнения принадлежат интервалу

$$A \supseteq a \supseteq B . \qquad (4.6.2)$$

Если $A = B$, решение единственно; если $A \supset B$, решений несколько. В последнем случае модель не позволяет предсказать, какое именно решение окажется выбором субъекта. Однако с ее помощью можно выделить два специальных множества. Первое – это множество всех тех действий, которые присутствуют в любом выборе; второе - множество всех тех действий, которые отсутствуют в любом выборе. Обозначим их R и S соответственно.

Для любого решения a, удовлетворяющего условию (4.6.2), должны выполняться соотношения

$$Ra = R, \qquad (4.6.3)$$

$$Sa = 0, \qquad (4.6.4)$$

Сначала докажем, что $R = B$. Действительно, любое де ствие из B входит в каждый выбор a, принадлежащ интервалу (4.6.2), и ни одно действие, входящее в $\bar{B}$ этим свойством не обладает. Таким образом, B ест множество всех тех действий, которые присутствуют любом выборе.

Докажем теперь, что $S = \overline{A}$. Ни одно действи входящее в $\overline{A}$, не входит ни в один выбор субъекта, любое действие из множества A входит хотя бы в оди выбор. Таким образом, $\overline{A}$ есть множество всех действий, которых нет ни в одном выборе. Эти рассуждени поясняет диаграмма Венна (4.6.1).

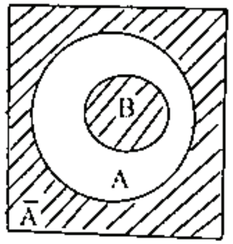

Рис. 4.6.1. Диаграмма Венна

Заштрихованная область в центре (B) соответствует множеству R; заштрихованная область с внешней стороны большого круга $(\overline{A})$ – множеству S.

Рассмотрим пример. Пусть субъекту a соответствует уравнение

$$a = (b + c)a + c\overline{a}\ , \tag{4.6.5}$$

универсальное множество есть $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, $b = (\alpha, \beta\}$ и $c = \{\delta\}$. Зная эти значения, находим

$$A = \{\alpha, \beta, \delta\},\ B = \{\delta\}. \tag{4.6.6}$$

Решения уравнения (4.6.5) принадлежат интервалу

$$\{\alpha, \beta, \delta\} \supseteq a \supseteq \{\delta\}. \tag{4.6.7}$$

Из чего следует, что уравнение (4.6.5) имеет четыре решения, т.е у субъекта есть четыре выбора:

$$\{\alpha, \beta, \delta\}, \{\alpha, \delta\}, \{\beta, \delta\}, \{\delta\}.$$

Множество всегда выбираемых действий есть

$$R = B = \{\delta\},$$

т.е. оно состоит из одного действия δ. Множество никогда не выбираемых действий есть

$$S = \overline{A} = \overline{\{\alpha, \beta, \delta\}} = \{\gamma\}\ ,$$

т.е. оно состоит из одного действия γ.

Далее будут рассматриваться только целенаправленные субъекты.

Глава 5

Теоремы о разнообразии

Пусть множество действий состоит лишь из одного д ствия α_1, т.е. универсальное множество есть $\{\alpha_1\}$, а м жество его подмножеств M состоит из двух множе $1=\{\alpha_1\}$ и $0=\{\ \}$. В этом случае субъект находится в сост нии *активности*, если он при заданных условиях мо: выбрать только множество 1, в состоянии *пассивност* если он может выбрать только множество 0, в состоян *свободы выбора*, если он может выбрать либо 1, либо 0, в состоянии *фрустрации*, если он не может соверши выбор. Интуиция нам подсказывает, что должны сущес вовать группы, в которых одновременно присутству субъекты в этих четырех состояниях, а также группы, которых есть субъект, способный находиться в каждом и указанных состояний в зависимости от воздействий, ок: зываемых на него другими субъектами.Эти интуитивны соображения мы называем *минимальным требованием* *разнообразию*, которому должна удовлетворять модель.

5.1. Первая теорема о разнообразии

Формулировка: Существует группа с декомпозируемы графом отношений и матрицей влияний такая, что в не есть субъекты, находящиеся в четырех различных состо яниях.

Доказательство. Рассмотрим группу субъектов с таб лицей отношений (Таблица 5.1.1) и матрицей влияни (Таблица 5.1.2):

Таблица 5.1.1
Таблица отношений

	a	b	c	d	e
a		·	+	·	·
b	·		+	·	·
c	+	+		·	·
d	·	·	·		+
e	·	·	·	+	

Таблица 5.1.2
Матрица влияний

	a	b	c	d	e
a	a	0	1	0	0
b	1	b	1	0	0
c	0	0	c	1	1
d	0	0	0	d	1
e	0	0	0	0	e

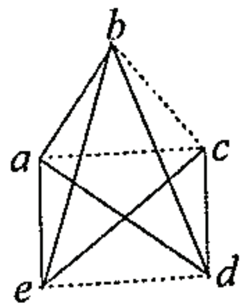

Рис. 5.1.1. Граф отношений

По таблице отношений может быть построен г (рис.5.1.1). Этот граф декомпозируем. Ему соответст полином

$$(ab + c)\,(e + d) \quad (5.$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{c} [a]\,[b] \\ [ab] \quad + [c] \qquad\qquad [e] + [d] \\ [ab + c] \qquad\qquad [e + d] \\ [(ab + c)\,(e + d)] \end{array}$$

После упрощений получаем:

$$x = e + d + \overline{c}(\overline{a} + \overline{b}), \quad (5.1.$$

где x может быть замещен переменными d, e, c и Используя Таблицу 5.1.2, находим, что субъектам d, e, c a соответствуют уравнения

$$d = 0 + d + \overline{1}(\overline{0} + \overline{0}) = d, \quad (5.1.$$

$$e = e + 1 + \overline{1}(\overline{0} + \overline{0}) = 1, \quad (5.1.$$

$$c = 0 + 0 + \overline{c}(\overline{1} + \overline{1}) = 0, \quad (5.1.$$

$$a = 0 + 0 + \overline{0}(\overline{a} + \overline{1}) = \overline{a}. \quad (5.1.$$

Из этих уравнений следует, что d находится состоянии свободы выбора, e – в активном состоянии, c – пассивном, и a – в состоянии фрустрации.

5.2. Вторая теорема о разнообразии

Формулировка: Существует группа субъектов с декомпозируемым графом отношений такая, что в ней есть субъект, способный находиться в любом из четырех возможных состояний в зависимости от влияний на него других субъектов.

Доказательство. Пусть таблица отношений задана Таблицей 5.2.1, а наборы влияний субъектов b, c, d, e, f на субъекта a даны в Таблице 5.2.2.

Таблица 5.2.1
Таблица отношений

	a	b	c	d	e	f
a		+	+	+	.	.
b	+		.	.	.	.
c	+	.		+	.	.
d	+	.	+		.	.
e	.	.	.	.		+
f	.	.	.	.	+	

Таблица 5.2.2
Четыре набора влияний

	1	2	3	4
b	1	1	1	0
c	0	1	1	1
d	0	0	1	1
e	1	1	0	0
f	0	1	0	0

По Таблице 5.2.1 строим граф отношений (рис. 5.2.1). По графу отношений пишем соответствующий ему полином (5.2.1):

$$(a + b\,(c + d))\,(e + f). \qquad (5$$

Этому полиному соответствует диагональная форма (5.

[c] + [d]
[b] [c + d]
[a] + [b (c + d)] [e]+[f]
[a + b (c + d)] [e+f]
[(a + b (c + d)) (e + f)]

(5.

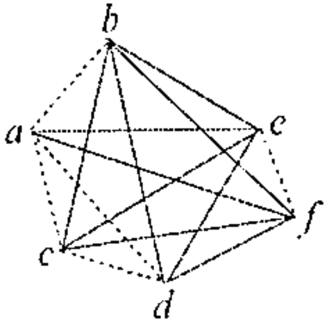

Рис. 5.2.1. Граф отношений

Получаем уравнение

$$a = (a + b(c + d))(e + f) + \overline{a}\overline{b}\ . \qquad (5.2$$

Подставляя значения переменных из столбцов Табли 5.2.2 в уравнение (5.2.3) , находим:

$$a = a, \quad a = 1, \quad a = 0, \quad a = \overline{a}.$$

Из этих равенств следует справедливость утве ждения.

Глава 6

Расширение исходной модели

В рамках исходной модели мы предположили, что граф отношений декомпозируем, и что существует множество действий, единое для всех субъектов. В расширенной модели мы откажемся от этих ограничений. Затем мы проведем дальнейшее обобщение модели, предположив, что граф отношений может быть своим у каждого субъекта. Наконец, мы введем понятие неосознанности, для включения которого в модель следует предположить, что значение переменных на первом этаже и последующих этажах диагональной формы могут быть различными.

6.1. Недекомпозируемый граф отношений

Поскольку отношения между парами субъектов могут быть любыми, то при числе субъектов большем трех группе может соответствовать недекомпозируемый граф. В этом случае мы предполагаем, что существует процедура, при которой каждый субъект последовательно исключает из рассмотрения других субъектов до тех пор, пока граф отношений не станет декомпозируемым. Такой момент обязательно наступит, поскольку граф для трех субъектов всегда декомпозируем. Мы предполагаем, что у каждого субъекта есть строгий порядок важности для него остальных членов группы. Сначала субъект удаляет наименее важного для него члена группы. Если после этого граф становится декомпозитуемым, процедура удаления заканчивается, если нет – удаляется наименее значимый из

оставшихся, и так далее, пока граф не станет де-
позируемым. Заметим, что порядок, в котором удаля
субъекты, может быть различным для разных субъек

Рассмотрим следующий граф (рис.6.1.1):

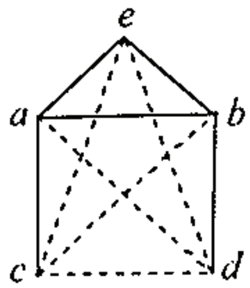

Рис. 6.1.1. Недекомпозируемый граф

Этот граф недекомпозируем, поскольку его подграф <a, c, d> есть $S_{(4)}$. Пусть для субъекта a значимость дру субъектов убывает в таком порядке:

$$c,\ b,\ d,\ e, \qquad (6.1.$$

т.е. наиболее значимым для него является субъект c, наименее значимым – e. Процедура последовательного уд ления начинается с субъекта e, после чего граф становит таким (рис.6.1.2):

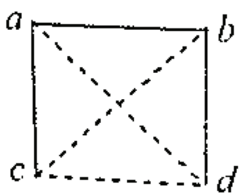

Рис. 6.1.2. Недекомпозируемый граф

Этот граф есть $S_{(4)}$, поэтому он недекомпозируе Наименее значим для a среди оставшихся субъектов явля ется d. После его удаления остается граф из трех узло (рис.6.1.3).

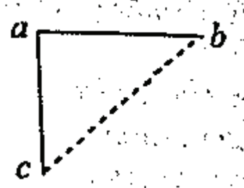

Рис. 6.1.3. Декомпозируемый граф

Этот граф декомпозируем. Ему соответствует полином

$$a(b + c).$$

Пусть для субъекта c значимость других субъектов убывает в таком порядке:

$$e,\ a,\ d,\ b. \qquad (6.1.2)$$

Удаление начинается с субъекта b, после чего граф на рисунке 6.1.1 превращается в граф (рис.6.1.4):

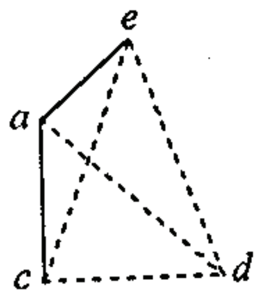

Рис. 6.1.4. Декомпозируемый граф

Этот граф декомпозируем, поскольку среди его подграфов нет $S_{(4)}$; ему соответствует полином

$$d + a(e + c).$$

Мы видим, что субъекту a при порядке значимости (6.1.1) понадобилось два удаления, чтобы трансформировать недекомпозируемый граф в декомпозируемый, а субъекту с при порядке значимости (6.1.2) понадобилось только одно.

6.2. Индивидуализация наборов действий

Мы предполагаем, что каждый субъект может им свое особое множество действий с заданным на нем св особым отношением реализуемости. Рассмотрим груп состоящую из субъектов a, b и c.

Субъект a. Пусть он может выполнить только о действие – α_1. Множество его альтернатив

$$1 = \{\alpha_1\},$$
$$0 = \{\ \}.$$

Субъект b.Пусть он может выполнить три действ α_2, α_3, α_4. Множество его альтернатив таково:

$$\begin{aligned} 1 = &\{\alpha_2,\ \alpha_3,\ \alpha_4\} \\ &\{\alpha_2,\ \alpha_3\} \\ &\{\alpha_3,\ \alpha_4\} \\ &\{\alpha_2,\ \alpha_4\} \\ &\{\alpha_2\} \\ &\{\alpha_3\} \\ &\{\alpha_4\} \\ 0 = &\{\ \} \end{aligned}$$

Субъект c. Пусть он может выполнить два действи α_5 и α_6. Множество его альтернатив

$$\begin{aligned} 1 = &\{\alpha_5,\ \alpha_6\}, \\ &\{\alpha_5\}, \\ &\{\alpha_6\}, \\ 0 = &\{\ \}. \end{aligned}$$

Этот пример поясняет, что у различных субъекто множества альтернатив могут быть различными. Пр моделировании выбора в таких группах, влияния други субъектов на выбор определенного субъекта, должн

представляться на языке его собственного множества альтернатив, т.е. должно быть указано, к какой именно альтернативе данного субъекта склоняет его каждый из остальных субъектов.

6.3. Индивидуализация графа отношений

До сих пор мы рассматривали граф отношений с точки зрения внешнего наблюдателя. Теперь перейдем к более общей схеме, предполагая, что у субъектов могут быть различия в восприятии состава группы и отношений между членами группы. Рассмотрим набор из трех субъектов. Пусть каждый субъект по-своему воспринимает этот набор как группу, например (рис. 6.3.1):

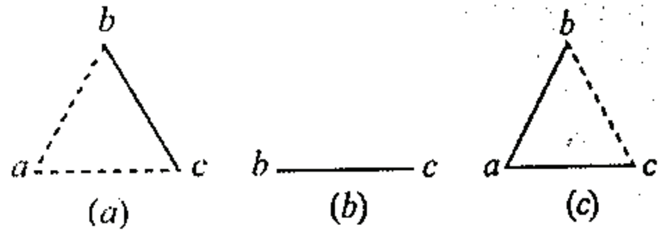

Рис. 6.3.1. Графы отношений в группе, с точки зрения каждого субъекта

Субъекты a и c по разному представляют отношения в группе. Субъект b не включил в состав гуппы субъекта a. Он воспринимает отношение между собой и c как союз, а субъект c полагает, что это конфликт. В этом случае каждому субъекту соответствует своя диагональная форма.

6.4. Осознаваемые и неосознаваемые субъектом влияния других субъектов

Рассмотрим следующую диагональную форму относительно субъекта a:

$$\frac{[a]\,[b]}{[a\ b]} \qquad (6.4.1)$$

Выражениям в квадратных скобках на втором этаже соответствуют два образа себя у субъекта. Эти образы принадлежат сфере осознаваемого субъектом. Выражение в квадратных скобках на первом этаже принадлежит сфере неосознаваемого субъектом. Значения переменных a и b на первом этаже осознаются субъектом только через их появление на втором этаже. Сделаем теперь следующий шаг. Предположим, что воздействия других субъектов на первом и последующих этажах могут быть различными. Поэтому в диагональной форме субъекта каждому воздействующему на него члену группы будут соответствовать две переменные – одна находится только на первом этаже, а другая на более высоких этажах. При этом мы полагаем, что интенции соответствует одна и та же переменная на всех этажах. При таком расширении субъекту соответствует уравнение

$$a = \frac{[a]\,[b_2]}{[a\ b_1]} \qquad (6.4.2)$$

Пусть, например, на осознаваемом уровне a получает от b указание выбрать альтернативу 1, а на неосознаваемом – выбрать альтернативу 0, тогда

$$a = \frac{[a]\,[1]}{[a\ 0]} \qquad (6.4.3)$$

или

$$a = \overline{a} \qquad (6.4.4)$$

Это означает, что в результате воздействий со стороны b субъект a находится в состоянии фрустрации.

Глава 7
Суперактивность

Мы называем субъекта ***суперактивным***, если при любом наборе воздействий на него других субъектов он выбирает альтернативу 1, т.е. множество, состоящее из всех действий. Мы назовем группу суперактивной, если каждый ее член суперактивен.

7.1. Суперактивные субъекты

С формальной точки зрения, субъект суперактивен, если уравнение

$$a_k = \Phi(a_1, \ldots, a_k, \ldots, a_n), \qquad (7.1.1)$$

соответствующее субъекту, имеет только одно решение $a_k=1$ для любого набора значений переменных $a_1, \ldots, a_{k-1}, a_{k+1}, \ldots, a_n$. Это определение эквивалентно условию, что для любого набора значений переменных $a_1, \ldots, a_k, \ldots, a_n$ выполняется тождество

$$\Phi(a_1, \ldots, a_k, \ldots, a_n) \equiv 1 . \qquad (7.1.2)$$

Докажем это утверждение. Ясно, что (7.1.1) следует из (7.1.2). Покажем теперь, что (7.1.2) следует из (7.1.1).

Функция $\Phi(a_1, \ldots, a_k, \ldots, a_n)$ представима в виде

$$\Phi = A\,(a_1, \ldots, a_{k-1}, a_{k+1}, \ldots, a_n)\,a_k + B(a_1, \ldots, a_{k-1}, a_{k+1}, \ldots, a_n)\,\overline{a}_k .$$

Запишем уравнение (7.1.1) как

$$a_k = Aa_k + B\overline{a}_k . \qquad (7.1.3)$$

Из того что уравнение (7.1.1) имеет только одно решен[ие] a_k=1, следует, что при любых значениях переменных $a_1, \ldots, a_{k-1}, a_{k+1}, \ldots, a_n$

$$A = 1,\ B = 1. \qquad (7.1.4)$$

Таким образом, функция Ф представима в виде

$$\Phi = a_k + \overline{a}_k = 1\,,$$

где a_k может принимать любое значение. Из этого следует (7.1.2).

7.2. Суперактивные группы

Рассмотрим графы отношений (рис. 7.2.1):

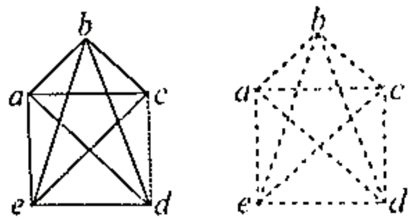

Рис. 7.2.1. Графы отношений в однородных группах

Левый граф представляет группу субъектов, в которой каждые два субъекта находятся в отношении союза, а правый – группу, с попарным отношением конфликта. Такие группы мы будем называть *однородными*. Графы однородных групп декомпозируемы; им соответствуют полиномы вида

$$a_1\, a_1 \ldots a_n,$$

$$a_1 + a_1 + \ldots + a_n,$$

и двухэтажные диагональные формы

$$\Phi = [a_1\, a_2 \ldots a_n]^{[a_1]\,[a_2]\,\ldots\,[a_n]} \qquad (7.2.1)$$

$$\Phi = [a_1 + a_2 + \ldots + a_n]^{[a_1] + [a_2] + \ldots + [a_n]} \qquad (7.2.2)$$

Эти выражения могут быть представлены как

$$a_1 a_2 \ldots a_n + \overline{a_1 a_2 \ldots a_n} \equiv 1, \qquad (7.2.3)$$

и

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \overline{a_1 + a_2 + \ldots + a_n} \equiv 1, \qquad (7.2.4)$$

соответственно. Таким образом, каждый субъект в однородной группе суперактивен, он выбирает альтернативу 1 и не может выбрать какую-либо другую альтернативу.

Понятие суперактивности позволяет по-новому подойти к поведению *толпы*, которая может быть рассмотрена как однородная группа, если предположить, что отношения между всеми субъектами в толпе одинаковы. Поведение толпы характеризуется тем, что она неуправляема изнутри, т.е. ни один субъект, включенный в толпу, не в состоянии воздействовать на поведение окружающих. Эту черту характеризуют тождества (7.2.3) и (7.2.4). Выбор отдельного субъекта не зависит от набора влияний на него других субъектов; он выбирает альтернативу 1 при любых воздействиях.

Суперактивными могут быть не только однородные группы. Рассмотрим граф на рисунке 7.2.2:

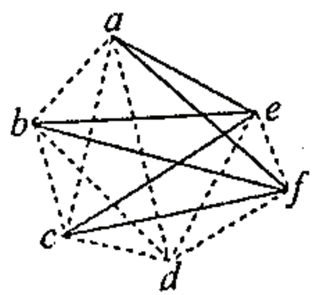

Рис. 7.2.2. Граф отношений

Этот граф декомпозируем, ему соответствует полином

$$d + (a + b + c)\ (e + f) \quad (7.$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{rr} [a] + [b] + [c] & [e] + \\ [a + b + c] & [e + f] \\ [d] + [(a + b + c)\ (e + f)] & \\ [d + (a + b + c)\ (e + f)] & , \quad (7.2 \end{array}$$

которая может быть представлена как

$$d + (a + b + c)(e + f) + \overline{d + (a + b + c)(e + f)} \equiv 1\,.$$

Мы видим, что группа является суперактивной, хотя она не однородна.

Если считать граф отношений неизменным в течен длительного времени, а влияния субъектов друг на дру меняющимися событиями, то суперактивность являет долговременным состоянием.

7.3. Теорема о невозможности суперпассивности

Поставим вопрос, существует ли субъект, который пр любых воздействиях на него со стороны других субъект выбирает альтернативу 0? Такого субъекта можно было б назвать *суперпассивным*. Чтобы такой субъект существо вал, должно существовать уравнение вида (7.1.1), имеюще решение $a_k = 0$ для любого набора значений переменны $a_1, \ldots, a_{k-1}, a_{k+1}, \ldots, a_n$.

Теорема о невозможности суперпассивности. При любо $n \geq 2$ существует по крайней мере один набор значени переменных $a_1, \ldots, a_{k-1}, a_{k+1}, \ldots, a_n$, при котором любо уравнение вида (7.1.1) имеет решение $a_k = 1$.

Доказательство. Функция Ф, соответствующая любой неэлементарной диагональной форме, может быть представлена как

$$\Phi = P(a_1, \ldots, a_k, \ldots, a_n) + \overline{W}(a_1, \ldots, a_k, \ldots, a_n)\ . \quad (7.3.1)$$

Функции P соответствует полином, являющийся композицией операций $\cdot$ и $+$. В нем отсутствует унарная операция отрицания. Зададим каждой переменной в (7.3.1) значение 1. Тогда $P = 1$, из чего следует, что

$$\Phi(1, \ldots, a_k{=}1, \ldots, 1) = 1,$$

т.е. уравнение вида (7.1.1) имеет решение $a_k{=}1$ по крайней мере для одного набора значений переменных. □

Следовательно, суперпассивных субъектов не существует.

Глава 8
Парадокс примирителя

Есть один феномен, о котором не любят говорить полити... Попытка примирить конфликтующие друг с другом групп... часто приводит не к разрядке напряженности, а к ее уси... лению. Далее мы покажем, как этот феномен можно объяс... нить с помощью нашей модели.

8.1. Уточнение понятия влияние

Прежде чем переходить к детальному рассмотрению фено... мена усиления напряженности при попытках примирения... нам следует уточнить понятие *влияние*. В рамках наше... теоретической модели оно используется в очень широко... смысле. Один субъект может убедить другого или посо... ветовать ему что-то сделать. Или один субъект провоци... рует другого к совершению определенного действия. Ил... первый субъект своими особенностями, например, свое... слабостью, помимо своего желания склоняет второго субъ... екта к специфическому поведению, к военным действия... против себя. Или, наоборот, один из субъектов оказы... вается столь могучим, что побуждает другого субъект... обратиться в бегство даже при отсутствии угрожающи... действий со стороны первого субъекта. Итак, субъекты... могут влиять друг на друга произвольным образом. При... этом в ментальном мире субъекта влиянию пары, нахо... дящейся в союзе, соответствует пересечение влияни... членов этой пары, а влиянию пары, находящейся в кон... фликте – объединение влияний членов этой пары. Други...

словами, мы полагаем, что "ум субъекта" рассматривает влияния от пары друзей как результат консенсуса, а от пары врагов как результат его отсутствия, независимо от того, намеренные ли эти воздействия в действительности.

Говоря о примирителях, мы будем полагать, что они могут склонять враждующих субъектов как к отказу от насилия, так и к применению его. Последнее не означает, что примирители сознательно побуждают субъектов совершать акты насилия. Сами пути прекращения насилия, предлагаемые примирителями, могут вести к насилию. Например, предложение вывести войска из некоторого района может побудить жителей этого района поднять вооруженное восстание против оккупантов. Мы считаем, однако, что каждый миротворец находится в отношении союза с каждым членом конфликтующих групп, а друг с другом миротворцы могут находиться как в отношении союза, так и в отношении конфликта.

В нашей схеме каждый субъект, который входит в одну из конфликтующих групп, находится в союзе с каждым членом своей группы и стоит перед выбором одной из двух альтернатив: применять насилие (1) – не применять насилие (0) по отношению к врагам. У примирителя также есть две альтернативы: использовать наказание (1) – использовать поощрение (0). Например, экономическая поддержка одних групп снижается, и их лидеры находятся под угрозой замены своими политическими конкурентами, а другие группы получают усиленную экономическую поддержку, и их лидерам выдаются почетные награды.

Каждый субъект, участвующий в конфликте, может влиять на каждого субъекта, склоняя его к выбору одной из альтернатив. Кроме того, он может влиять на примирителя, склоняя его использовать поощрение или наказание.

Подчеркнем следующее. Конфликт между группами может иметь многовековую историю, особенно если это

религиозный или межнациональный конфликт. Поэто[му]
влияние миротворцев обычно направлено не столько [на]
изменение отношения “конфликт” на отношение “союз”,
сколько на прекращение насилия. Мы будем предполагать,
что включение миротворца в конфликтную ситуацию не
меняет отношений между остальными субъектами, т.е. они
остаются такими же, какими были до прихода миротворца.

8.2. Конфликт двух групп, остоящих из двух субъектов

Представим себе, что страны-союзники c и d находятся в попарном конфликте со странами-союзниками e и f. Эта ситуация изображается графом на рисунке 8.2.1.

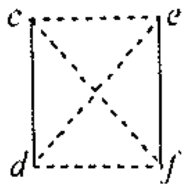

Рис. 8.2.1. Граф отношений в группе, состоящей из двух пар союзников, находящихся в конфликте

Этот граф декомпозируем, ему соответствует полином (3.2.1):

$$cd + ef \qquad (8.2.1)$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{ccc} & [c]\,[d] & & [e]\,[f] \\ & [cd] & + & [ef] \\ [cd+ef] & & & \end{array} \qquad (8.2.2)$$

Пусть субъекты выбирают альтернативы из множества $M = \{1, 0\}$, где 1 означает совершить насилие, а 0 – не совершать.

Диагональной форме (8.2.2) соответствуют уравнения вида $x = cd + ef$, где $x = c, d, e, f$:

$$c = cd + ef,$$
$$d = cd + ef,$$
$$e = cd + ef,$$
$$f = cd + ef.$$

Предположим, что матрица влияний такова (Таблица 8.2.1):

Таблица 8.2.1
Матрица влияний

	c	d	e	f
c	c	1	0	0
d	1	d	0	0
e	0	0	e	1
f	0	0	1	f

Значения переменных берутся из этой таблицы: для первого уравнения d, e, f – из столбца c; для второго уравнения – c, e, f из столбца d; для третьего – c, d, f из столбца f. В столбца e; наконец, для четвертого – c, d, e из столбца f. В результате получаем уравнения

$$c = c,\ d = d,\ e = e,\ f = f.$$

Эти уравнения имеют вид $x = x$. Их можно представить как $x = x + 0\bar{x}$. В этом уравнении $A = 1$, $B = 0$. Таким образом, $1 \supseteq x \supseteq 0$, т.е. $x = 1, 0$. Мы видим, что субъекты c, d, e и f обладают свободой выбора, т.е. каждый из них может выбрать как альтернативу 1 –

совершить насилие, так и альтернативу 0 – не соверш
насилия. Если все они выберут 0, это будет означать,
ситуация разрешена, насилие прекратилось без учас
примирителей.

Посмотрим теперь, что произойдет, если к двум к
фликтующим подгруппам подключился примиритель
вступивший в союз с каждым субъектом (рис. 8.2.2). П
миритель склоняет каждого субъекта либо к отказу
насилия, либо к насилию; при этом примиритель не толь
оказывает влияние на субъектов, но и сам совершает выб
– наказывать или поощрять.

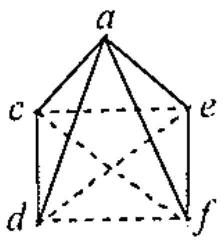

Рис. 8.2.2. Группа с примирителем

Этот граф декомпозируем, ему соответствует полином

$$a(cd + ef) \qquad (8.2.3)$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{c} [c]\,[d] \qquad [e]\,[f] \\ [cd] \qquad + [ef] \\ [a]\,[cd + ef] \\ [a(cd + ef)] \end{array} \qquad (8.2.4)$$

Она приводима к виду

$$a(cd + ef) + \overline{a(cd + ef)} \equiv 1\,. \qquad (8.2.5)$$

Из (8.2.5) следует, что группа, возникшая после того
как к конфликтующим парам субъектов подключился

примиритель, делается суперактивной. Субъекты c, d, e, f выбирают альтернативу 1, т.е. выбирают путь насилия.

Таким образом, до того как миротворец подключился к конфликтующей группе, насилие могло быть предотвращено, а после его подключения группа делается суперактивной и независимо от влияний путь к выбору ненасильственных действий оказывается закрытым. Отметим, что примиритель в этом случае выбирает 1, т.е.становится на путь наказаний.

8.3. Конфликт одного субъекта с группой из двух субъектов

Этой ситуации соответствует граф отношений на рисунке 8.3.1:

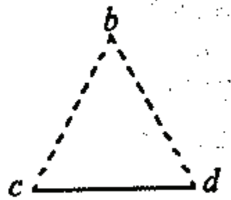

Рис. 8.3.1. Конфликт одного субъекта, b, с группой, состоящей из двух субъектов – c и d

Графу соответствует полином

$$b + cd \qquad (8.3.1)$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{c} [c]\,[d] \\ [b] + [cd] \\ [b + cd] \end{array} \qquad (8.3.2)$$

Упростив (8.3.2), находим уравнения для субъектов b, c и d:

$$b = b + cd,$$

$$c = b + cd, \qquad (8.$$
$$d = b + cd.$$

Матрица влияний дана на Таблице 8.3.1. После подстановки значений из матрицы в уравнения (8.3.3) получаем:

$$b = b,\ c = 0,\ d = 0.$$

Таблица 8.3.1
Матрица влияний

	b	c	d
b	b	0	0
c	1	c	0
d	0	0	d

Из этих уравнений следует, что b обладает свободой выбора, т.е. он может выбрать как 1, так и 0. Субъекты c и d выбирают альтернативу 0, т.е. группа, которой соответствует рисунок 8.3.1, обладает потенциалом к отказу от насилия.

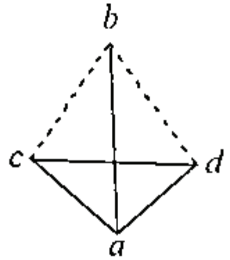

Рис. 8.3.2. Граф группы с примирителем a, в которой субъект b конфликтует с парой субъектов c и d

Посмотрим теперь, что произойдет, если к этой ситуации подключится примиритель a (рис.8.3.2). Этому графу соответствует полином (8.3.4) и диагональная форма (8.3.5), которая после преобразований принимает вид (8.3.6).

Полином:

$$a\,(b + cd), \qquad (8.3.4)$$

диагональная форма:

$$\begin{array}{llll} & & & [c]\,[d] \\ & & [b] + [cd] & \\ & [a]\,[b + cd] & & \\ [a\,(b + cd)] & & & , \end{array} \qquad (8.3.5)$$

$$a(b+cd)+\overline{a(b+cd)}\equiv 1\,. \qquad (8.3.6)$$

Группа, граф отношений в которой дан на рисунке 8.3.2, суперактивна. Субъекты b, c, и d выбирают альтернативу 1, т.е. насилие. Примиритель, a, также выбирает альтернативу 1, для него это использование наказаний для предотвращения насилия.

Таким образом, включение примирителя в группу, состоящую из субъекта, конфликтующего с двумя другими субъектами, находящимися в союзе, делает группу суперактивной, и возможность отказа от насилия, которая была у группы прежде, исчезает.

8.4. Конфликт двух субъектов

В двух предыдущих разделах мы привели примеры, что подключение миротворца к конфликту может увеличить напряженность. Тем не менее нам хорошо известно, что посредничество примирителя часто оказывается исключительно полезным. Примером может служить помощь, оказываемая профессиональными консультантами супружеским парам, находящимся в конфликте.

Рассмотрим случай, когда в конфликте находятся две элементарные группы, т.е. два субъекта (рис.8.4.1):

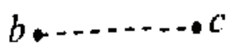

Рис. 8.4.1. Конфликт двух субъектов

Графу на рисунке 8.4.1 соответствует полином

$$b + c \tag{8.4.1}$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{r} [b] + [c] \\ [b + c] \end{array} \quad , \tag{8.4.2}$$

которая эквивалентна тождеству

$$b + c + \overline{b + c} \equiv 1 \, .$$

Мы видим, что группа на рисунке 8.4.1 суперактивна.

После прихода примирителя граф делается таким (рис. 8.4.2):

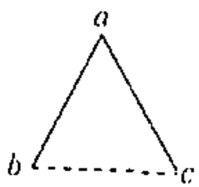

Рис. 8.4.2. К конфликтующим субъектам b и c подключился примиритель a

Этому графу соответствует полином (8.4.4):

$$a(b + c) \tag{8.4.4}$$

и диагональная форма (8.4.5):

$$\begin{array}{r} [b] + [c] \\ [a]\,[b + c] \\ [a\,(b + c)] \end{array} \quad , \tag{8.4.5}$$

которая может быть приведена к виду (8.4.6):

$$a(b+c)+\overline{a} \, . \tag{8.4.6}$$

В результате получаем три уравнения:

$$\begin{aligned} b &= a(b+c)+\overline{a}, \\ c &= a(b+c)+\overline{a}, \\ a &= a(b+c)+\overline{a}. \end{aligned} \tag{8.4.7}$$

Появляется ли теперь возможность отказа от насилия? Рассмотрим следующую матрицу (Таблица 8.4.1):

Таблица 8.4.1
Матрица влияний

	a	b	c
a	a	1	1
b	0	b	0
c	0	0	c

Мы видим, что примиритель a толкает к насилию субъектов b и c. Эти субъекты толкают друг друга к отказу от насилия, а примирителя – к отказу от политики наказаний. При задаваемых Таблицей 8.4.1 влияниях, уравнения (8.4.7) принимают вид

$$b = b, \quad c = c, \quad a = \overline{a} \, .$$

Субъекты b и c обретают свободу выбора и делаются способными выбрать ненасильственный курс действий – 0.

А миротворец a находится во фрустрации. Таким образом, когда конфликтуют два субъекта присутствие миротворца способно погасить насилие.

8.5. Обобщение

Анализ, проведенный в разделах 8.2, 8.3 и 8.4, показывает, что успех миротворца предопределяется тем, какие группы он старается примирить. Если конфликтуют две пары субъектов, находящихся в союзе, или один субъект с парой субъектов, находящихся в союзе, то присутствие примирителя может стимулировать насилие. Однако, если в конфликте находятся две элементарные группы, т.е. два индивида, присутствие примирителя способно остановить насилие. Проведем обобщение этого результата.

Пусть группе, состоящей из набора конфликтующих групп, соответствует полином

$$(a_1 \ldots a_{k_1}) + \ldots + (r_1 \ldots r_{k_n}), \qquad (8.5.1)$$

где $\max(k_1, \ldots, k_n) > 1$.
Используя полином (8.5.1), строим диагональную форму

$$\begin{array}{llllll} & & [a_1]\ldots[a_{k_1}] & & & [r_1]\ldots[r_{k_n}] \\ & [a_1 \ldots a_{k_1}] & & + \;.\;.\;.\;.\; + & [r_1 \ldots r_{k_n}] & \\ [(a_1 \ldots a_{k_1}) + \ldots + (r_1 \ldots r_{k_n})] & & & & & \end{array} \qquad (8.5.2)$$

Упростив (8.5.2), находим, что форма эквивалентна (8.5.1).

Напишем уравнение для субъекта a_1:

$$a_1 = (a_1 \ldots a_{k_1}) + \ldots + (r_1 \ldots r_{k_n}) \qquad (8.5.3)$$

Положим теперь, что в правой части (8.5.3) значения всех переменных, отличных от a_1, равны нулю. В результате уравнение (8.5.3) может быть приведено к одному из следующих двух видов:

$$a_1 = 0, \;\; a_1 = a_1. \qquad (8.5.4)$$

Второе уравнение соответствует случаю, когда $k_1 = 1$. Каждое из этих уравнений имеет решение 0. Поэтому субъект a_1 способен к выбору ненасильственной альтернативы. Подобное рассмотрение может быть проведено для каждого из остальных субъектов. Следовательно, группа, состоящая из конфликтующих подгрупп, среди которых есть, по крайней мере, одна неэлементарная, может перейти в состояние, при котором субъекты примут решение не применять силу.

Посмотрим теперь, что произойдет, если к группе подключится миротворец z. После его подключения, группе конфликтующих подгрупп соответствует полином (8.5.5):

$$z((a_1 \ldots a_{k_1}) + \ldots + (r_1 \ldots r_{k_n})) \qquad (8.5.5)$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{lllll} & & & [a_1]\ldots[a_{k_1}] & [r_1]\ldots[r_{k_n}] \\ & & [a_1 \ldots a_{k_1}] & + \;.\;.\;.\; + & [r_1 \ldots r_{k_n}] \\ & [z][(a_1 \ldots a_{k_1}) + \ldots + (r_1 \ldots r_{k_n})] & & & \\ [z((a_1 \ldots a_{k_1}) + \ldots + (r_1 \ldots r_{k_n}))] & & & & \end{array} \qquad (8.5.6)$$

Эта форма может быть приведена к виду

$$z((a_1 \ldots a_{k_1}) + \ldots + (r_1 \ldots r_{k_n})) + \overline{z((a_1 \ldots a_{k_1}) + \ldots + (r_1 \ldots r_{k_n}))} \equiv 1. \qquad (8.5.7)$$

После подключения миротворца группа конфликтующих подгрупп стала суперактивной, каждый субъект выбирает насилие, а миротворец – наказание.

Рассмотрим группу, которая состоит из попарно конфликтующих индивидов $a_1, \ldots, a_n$. Этой группе соответствует полином

$$a_1 + \ldots + a_n \qquad (8.5.8)$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad [a_1] + \ldots + [a_n] \\ [a_1 + \ldots + a_n] \end{array} \quad , \qquad (8.5.9)$$

которая может быть приведена к виду

$$a_1 + \ldots + a_n + \overline{a_1 + \ldots + a_n} \equiv 1 . \qquad (8.5.10)$$

Группа, состоящая из n попарно конфликтующих индивидов, суперактивна. После подключения к группе примирителя z ее полином и диагональная форма делаются такими:

$$z\,(a_1 + \ldots + a_n)\,, \qquad (8.5.11)$$

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\qquad [a_1] + \ldots + [a_n] \\ \qquad\qquad [z]\,[a_1 + \ldots + a_n] \\ [z\,(a_1 + \ldots + a_n)] \end{array} \quad . \qquad (8.5.12)$$

Упростив форму, находим, что она эквивалентна выражению $z(a_1 + \ldots + a_n) + \bar{z}$, и субъектам вместе с миротворцем соответствуют уравнения

$$\begin{array}{l} a_1 = z(a_1 + \ldots + a_n) + \bar{z}\,, \\ a_2 = z(a_1 + \ldots + a_n) + \bar{z}\,, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_n = z(a_1 + \ldots + a_n) + \bar{z}\,, \\ z = z(a_1 + \ldots + a_n) + \bar{z}\,. \end{array} \qquad (8.5.13)$$

Пусть примиритель провоцирует субъектов $a_1, a_2, \ldots, a_n$ к выбору насилия, а каждый из этих субъектов склоняет примирителя к выбору тактики поощрения. Пусть все субъекты $a_1, a_2, \ldots, a_n$ склоняют друг друга к отказу от

насилия. Представим себе, например, что их объединяет общая неприязнь к воздействиям примирителя, провоцирующим насилие. Матрица влияний в этом случае дана на Таблице 8.5.1. Подставляя значения из матрицы влияний в уравнения (8.5.13) (из столбца a_1 в уравнение дла a_1, из столбца a_2 в уравнение для a_2 и т.д.), находим решения (8.5.14):

$$a_1 = a_1,\ a_2 = a_2,\ \ldots,\ a_n = a_n,\ z = \bar{z}\,. \qquad (8.5.14)$$

Таблица 8.5.1
Матрица влияний

	a_1	a_2	.....	a_n	z
a_1	a_1	0	.....	0	0
a_2	0	a_2	.....	0	0
...	....				
a_n	0	0	.....	a_n	0
z	1	1	.....	1	z

Мы видим, что каждый из субъектов $a_1, \ldots, a_n$ приобрел свободу выбора, т.е. он способен выбрать ненасильственную линию поведения. Такое оказалось возможным благодаря включению миротворца в группу и его провокационным влияниям. Сам примиритель находится во фрустрации.

Итак, примиритель одним своим присутствием повышает напряженность борьбы, если конфликтуют группы индивидов, и может своими влияниями снизить напряженность, если конфликтуют отдельные индивиды.

8.6. Случай двух миротворцев

Рассмотрим конфликт двух пар субъектов, представленных на рисунке 8.2.1. Пусть к этой группе подключаются два миротворца a и b, находящиеся в союзе друг с другом (рис.8.6.1). Граф декомпозируем, ему соответствует полином

$$ab\,(cd + ef) \tag{8.6.1}$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{llll} & & [c]\,[d] & [e]\,[f] \\ & & [cd] \quad + & [ef] \\ & [a]\,[b]\,[cd \;+ ef] & & \\ [ab\,(cd + ef)] & & & \end{array} \quad . \tag{8.6.2}$$

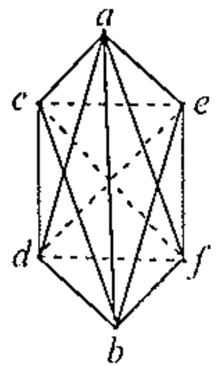

Рис. 8.6.1. Группа из двух конфликтующих пар субъектов и двух примирителей, находящихся в союзе

Упрощая выражение (8.6.2), находим, что

$$ab(cd + ef) + \overline{ab(cd + ef)} \equiv 1\,. \tag{8.6.3}$$

Группа на рисунке 8.6.1 суперактивна и появляется парадокс примирителя. Добавление второго примирителя, находящегося в союзе с первым, не устранило парадокс.

Рассмотрим теперь случай, когда примирители a и b находятся в конфликте (рис.8.6.2). Этот граф декомпозируем, ему соответствует полином (8.6.4):

$$(a + b)\,(cd + ef), \tag{8.6.4}$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{llll} & & & [c]\,[d] \qquad [e]\,[f] \\ & & [a] + [b] & [cd] \quad + \; [ef] \\ & [a + b] & [cd + ef] & \\ [(a + b)\,(cd + ef)] & & & \end{array} \; , \tag{8.6.5}$$

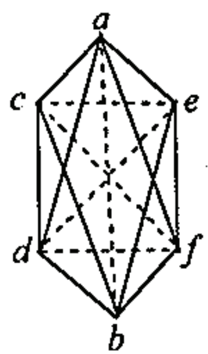

Рис. 8.6.2. Группа из двух конфликтующих подгрупп и двух примирителей, находящихся в конфликте

преобразуя которую, находим

$$(a+b)(cd+ef) + \overline{(cd+ef)} = a + b + (\bar{c} + \bar{d})(\bar{e} + \bar{f}) \quad . \tag{8.6.6}$$

В результате мы получаем шесть уравнений вида

$$x = a + b + (\bar{c} + \bar{d})(\bar{e} + \bar{f})\,, \tag{8.6.7}$$

где x может быть замещен переменными a, b, c, d, e, f.

Таблица 8.6.1
Матрица влияний

	a	b	c	d	e	f
a	a	0	0	0	0	0
b	0	b	0	0	0	0
c	1	1	c	1	1	1
d	1	1	1	d	1	1
e	1	1	1	1	e	1
f	1	1	1	1	1	f

Пусть примирители a и b склоняют остальных субъектов к ненасильственным действиям, а друг друга к использованию пооощрений. Субъекты c, d, e, f склоняют друг друга к насилию, а миротворцев – к тактике наказаний. Этим влияниям соответствует матрица на Таблице 8.6.1. Подставляя $x = a$, $x = b$, $x = c$, $x = d$, $x = e$, $x = f$ и соответствующие значения переменных из матрицы влияний в уравнение (8.6.7), находим, что

$$a = a,\ b = b,\ c = 0,\ d = 0,\ e = 0,\ f = 0.$$

Мы видим, что примирители a и b обладают свободой выбора, они могут выбрать как путь наказаний, так и путь поощрений, а каждый из субъектов c, d, e, f выбирает ненасильственный путь действий. Таким образом, группу, состоящую из двух пар союзников, находящихся в конфликте друг с другом, *можно* склонить к выбору ненасильственных действий, если подключить к ним двух миротворцев, находящихся друг с другом в конфликте.

Глава 9
Рефлексивное управление

Рефлексивное управление это воздействие на субъектов, склоняющее их принять решения, заранее подготовленные управляющей стороной (Лефевр, 1965, 1967; Таран, Шемаев, 2004). В рамках модели, которую мы строим, любое воздействие одного субъекта на другого или на группу субъектов может рассматриваться как рефлексивное управление. Мы различаем четыре типа рефлексивного управления:

первый – манипулирование посредством влияний;

второй – манипулирование путем изменения отношений;

третий – манипулирование порядком значимости. Этот тип рефлексивного управления может осуществляться, только если граф группы недекомпозируем;

четвертый тип – воздействие на неосознанную сферу субъектов.

В этой главе мы положим, что каждый субъект производит выбор альтернативы из множества {0, 1}.

9.1. Манипулирование посредством влияний

Сначала рассмотрим манипулирование влиянием, которое мы называем *прямым*. Его схема такова:

a желает, чтобы b выбрал x и для этого осуществляет влияние x.

Рассмотрим граф отношений на рисунке 9.1.1:

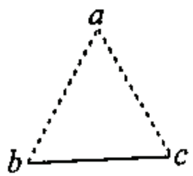

Рис. 9.1.1. Граф отношений

Графу соответствует полином

$$a + bc \tag{9.1.1}$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{c} \qquad\qquad [b]\ [c] \\ \qquad [a] + [bc] \\ [a + bc] \end{array} \tag{9.1.2}$$

Упростив, находим, что эта форма эквивалентна полиному (9.1.1.). Напишем уравнение для субъекта b:

$$b = a + bc \tag{9.1.3}$$

или

$$b = (a + c)b + a\overline{b}\,; \tag{9.1.4}$$

$A = a + c$, $B = a$, $A \supseteq B$, из чего следует, что все значения b из интервала

$$(a + c) \supseteq b \supseteq a \tag{9.1.5}$$

являются решениями уравнения (9.1.4).

Пусть $c = 0$. В этом случае

$$a \supseteq b \supseteq a \tag{9.1.6}$$

и, следовательно,

$$b = a. \tag{9.1.7}$$

Если a желает, чтобы b выбрал 1, его влияние на b должно быть 1, если a желает, чтобы b выбрал 0, его влияние на b должно быть 0.

Пусть $c = 1$. Подставляя это значение в (9.1.5), получаем интервал

$$1 \supseteq b \supseteq a\,. \tag{9.1.8}$$

Если $a = 1$, то $b = 1$, т.е. субъект b подчиняется требованию субъекта a. Если $a = 0$, то субъект b будет обладать свободой выбора и не "обязан" слушаться a. Поэтому субъект a может склонить субъекта b выбрать 1, но не может склонить его выбрать 0.

Рассмотрим инверсионное влияние. Оно применяется по отношению к субъекту, который выбирает альтернативу, противоположную той, к которой его склоняют. Вот его схема:

> a желает, чтобы b выбрал x, но для этого a должен осуществить влияние $\overline{x}$.

Пусть граф отношений таков (рис.9.1.2):

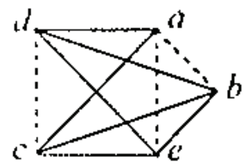

Рис. 9.1.2. Граф отношений

Этот граф декомпозируем, ему соответствует полином (9.1.9) и диагональная форма (9.1.10), из которой после преобразования получаем уравнение для b (9.1.11).

Полином:

$$(c + d)\,(a + be), \tag{9.1.9}$$

диагональная форма:

$$
\begin{array}{ccc}
 & & [b]\,[e] \\
 & [c] + [d] & [a] + [be] \\
 & [c + d] & [a + be] \\
[(c + d)\,(a + be)] & & \\
\end{array}
\quad , \tag{9.1.10}
$$

уравнение для b:

$$b = c + d + \overline{a}(\overline{b} + \overline{e})\,. \tag{9.1.11}$$

Пусть $c = 0$, $d = 0$ и $e = 0$, тогда выбор b дает функция

$$b = \overline{a}\,. \tag{9.1.12}$$

Это рассмотрение показывает, что в рамках нашей модели существует инверсионное управление.

Поставим теперь следующий вопрос: может ли один субъект посредством своего влияния перевести другого субъекта в состояние свободного выбора? Схема такова:

> a желает, чтобы b обрел свободу выбора и для этого осуществляет влияние x.

Рассмотрим граф на рисунке 9.1.1. Субъекту b соответствует уравнение (9.1.3) Пусть $c = 1$, и пусть управляющий субъект a склоняет субъекта b выбрать 0. В результате мы приходим к уравнению

$$b = b. \tag{9.1.13}$$

У этого уравнения два решения: $b = 1$ и $b = 0$, следовательно субъект a своим толчком в сторону нуля перевел субъекта b в состояние свободного выбора. Если бы a толкнул субъекта b в сторону единицы, то b выбрал бы 1 и не обрел бы свободы выбора.

В этом примере управляющий субъект, желая сделать выбор управляемого субъекта свободным, толкает его к выбору 0. Сейчас мы покажем, что возможен случай

перехода в состояние свободного выбора при толчке в сторону 1. Рассмотрим граф на рисунке 9.1.1 и будем считать, что не a осуществляет рефлексивное управление субъектом b, а c. В этом случае мы также получаем уравнение (9.1.3). Полагая, что $a = 0$, приходим к уравнению

$$b = bc. \tag{9.1.14}$$

Если управляющий субъект c подтолкнет субъекта b к выбору единицы, то

$$b = b, \tag{9.1.15}$$

т.е. субъект b обретет свободу выбора.

В нашей модели субъект может быть в состоянии *фрустрации*. Это происходит в тех случаях, когда соответствующее субъекту уравнение не имеет решений, что означает, что субъект не может совершить выбор. Рассмотрим схему

> a желает сделать субъекта b неспособным совершить выбор, и для этого осуществляет влияние x.

Пусть группе соответствует граф отношений на рисунке 5.1.1. Напишем теперь уравнение для субъекта b, полагая, в уравнении (5.1.2) $x = b$:

$$b = e + d + \overline{c}(\overline{a} + \overline{b})\,. \tag{9.1.16}$$

Пусть $e = 0$, $d = 0$, $c = 0$, тогда

$$b = \overline{a} + \overline{b}\,. \tag{9.1.17}$$

Если теперь субъект a толкнет субъекта b в сторону выбора альтернативы 1, то уравнение станет таким:

$$[b]\ [e]$$

$$[c] + [d] \qquad [a] + [be]$$

$$[c + d] \qquad [a + be]$$

$$[(c + d)(a + be)] \qquad , \qquad (9.1.$$

уравнение для b:

$$b = c + d + \overline{a}(\overline{b} + \overline{e})\,. \qquad (9.1.11)$$

Пусть $c = 0$, $d = 0$ и $e = 0$, тогда выбор b дает функция

$$b = \overline{a}\,. \qquad (9.1.12)$$

Это рассмотрение показывает, что в рамках нашей модели существует инверсионное управление.

Поставим теперь следующий вопрос: может ли один субъект посредством своего влияния перевести другого субъекта в состояние свободного выбора? Схема такова:

> a желает, чтобы b обрел свободу выбора и для этого осуществляет влияние x.

Рассмотрим граф на рисунке 9.1.1. Субъекту b соответствует уравнение (9.1.3) Пусть $c = 1$, и пусть управляющий субъект a склоняет субъекта b выбрать 0. В результате мы приходим к уравнению

$$b = b. \qquad (9.1.13)$$

У этого уравнения два решения: $b = 1$ и $b = 0$, следовательно субъект a своим толчком в сторону нуля перевел субъекта b в состояние свободного выбора. Если бы a толкнул субъекта b в сторону единицы, то b выбрал бы 1 и не обрел бы свободы выбора.

В этом примере управляющий субъект, желая сделать выбор управляемого субъекта свободным, толкает его к выбору 0. Сейчас мы покажем, что возможен случай

перехода в состояние свободного выбора при толчке в сторону 1. Рассмотрим граф на рисунке 9.1.1 и будем считать, что не a осуществляет рефлексивное управление субъектом b, а c. В этом случае мы также получаем уравнение (9.1.3). Полагая, что $a = 0$, приходим к уравнению

$$b = bc. \qquad (9.1.14)$$

Если управляющий субъект c подтолкнет субъекта b к выбору единицы, то

$$b = b, \qquad (9.1.15)$$

т.е. субъект b обретет свободу выбора.

В нашей модели субъект может быть в состоянии *фрустрации*. Это происходит в тех случаях, когда соответствующее субъекту уравнение не имеет решений, что означает, что субъект не может совершить выбор. Рассмотрим схему

> a желает сделать субъекта b неспособным совершить выбор, и для этого осуществляет влияние x.

Пусть группе соответствует граф отношений на рисунке 5.1.1. Напишем теперь уравнение для субъекта b, полагая, в уравнении (5.1.2) $x = b$:

$$b = e + d + \overline{c}(\overline{a} + \overline{b})\,. \qquad (9.1.16)$$

Пусть $e = 0$, $d = 0$, $c = 0$, тогда

$$b = \overline{a} + \overline{b}\,. \qquad (9.1.17)$$

Если теперь субъект a толкнет субъекта b в сторону выбора альтернативы 1, то уравнение станет таким:

$$b = \overline{b}\,, \qquad (9.1$$

из которого следует, что субъект b находится в состоя[нии] фрустрации.

Можно привести пример и того, что субъек[т] переходит в состояние фрустрации и при толчке в сторо[ну] альтернативы 0. Пусть граф отношений таков:

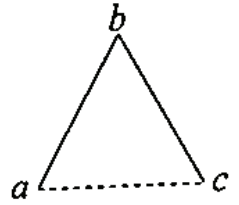

Рис. 9.1.3. Граф отношений

Этому графу соответствует полином

$$b\,(a + c), \qquad (9.1.19)$$

диагоналльная форма

$$[a] + [c]$$
$$[b]\,[a + c]$$
$$[b\,(a + c)] \qquad (9.1.20)$$

и уравнение для субъекта b

$$b = b\,(a + c) + \overline{b}\,. \qquad (9.1.21)$$

Пусть $c = 0$, тогда

$$b = ba + \overline{b}\,. \qquad (9.1.22)$$

Чтобы перевести субъекта b в состояние фрустрации, a должен толкнуть его в сторону альтернативы 0. В этом случае мы получаем уравнение (9.1.18).

Рассмотрим теперь случай, когда субъект b управляется группой, состоящей из субъектов a и c. Пусть первая схема такова:

Субъекты a и c желают, чтобы b выбрал x. Для этого субъект a должен склонять субъекта b к выбору y, а субъект c – к выбору z.

Построим следующий граф (рис. 9.1.4):

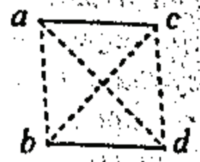

Рис. 9.1.4. Граф отношений

Этому графу соответствует полином

$$ac + bd, \qquad (9.1.23)$$

диагональная форма

$$[a]\,[c] \qquad [b]\,[d]$$
$$[ac] \qquad + [bd]$$
$$[ac + bd] \qquad (9.1.24)$$

и уравнение для b

$$b = ac + bd\,. \qquad (9.1.25)$$

Пусть $d = 0$, тогда

$$b = ac. \qquad (9.1.26)$$

Мы видим, что выбор b в этом примере полностью предопределяется субъектами a, c. Если хотя бы один из них толкнет b в сторону альтернативы 0, то субъект b выберет 0; если оба, a и c, будут толкать b в сторону 1, то b выберет эту альтернативу. Пусть вторая схема такова:

субъекты a и c желают, чтобы субъект b получил свободу выбора; для этого a осуществляет влияние x, а c – влияние y.

Рассмотрим граф на рисунке 9.1.1. Уравнение для b дает соотношением (9.1.3). Чтобы b обрел свободу выбора, а должен толкать b к выбору 0, а c – к выбору 1.

Заметим, что в нашей модели субъекты не могут совершать толчки в сторону состояния свободы выбора или фрустрации. Они способны совершать толчки только в сторону выбора той или иной альтернативы, что переводит субъекта в некоторое предопределенное толчками состояние. В случае, когда субъект суперактивен, манипулирование влияниями бесполезно, поскольку при любом их наборе субъект будет выбирать альтернативу 1.

9.2. Манипулирование отношениями

Основная черта этого вида управления состоит в том, что управляющий субъект a изменяет граф отношений в группе. Это ведет либо к изменению возможностей выбора субъектом b, либо приводит его в состояние свободы выбора или фрустрации. Необходимо заметить, что изменение графа отношений может оказать воздействие и на выбор других субъектов.

Мы выделим два типа манипуляций отношениями. Суть первого заключается в том, что субъект a изменяет отношение (a, b); суть второго – a покидает группу. Рассмотрим схему:

> субъект a желает, чтобы b мог приобрести свободу выбора, и для этого изменяет отношение (a, b).

Граф отношений между субъектами дан на рисунке 9.2.1. Ему соответствует полином

$$a\,b\,c \tag{9.2.1}$$

и диагональная форма

$$[a]\,[b]\,[c]$$
$$[a\;b\;c] \qquad \equiv 1. \tag{9.2.2}$$

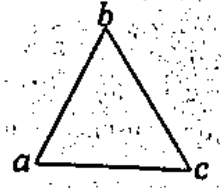

Рис. 9.2.1. Граф отношений

Эта группа суперактивна. Следовательно, субъект b может выбрать только альтернативу 1. Этот граф отношений не оставляет ему возможности приобрести свободу выбора ни при каком изменении влияний со стороны других субъектов.

Посмотрим, что произойдет, если субъект a изменит отношение (a, b) с союза на конфликт (рис. 9.2.2):

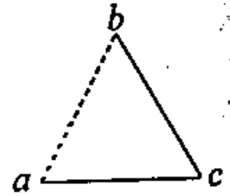

Рис. 9.2.2. Граф отношений после изменения отношения (a, b)

Новому графу соответствует полином

$$c\,(a + b), \tag{9.2.3}$$

диагональная форма

$$[a] + [b]$$
$$[c]\;[a + b]$$
$$[c\;(a + b)] \tag{9.2.4}$$

и уравнение для b:

$$b = b + a + \overline{c}\,. \tag{9.2.5}$$

При $a = 0$ и $c = 1$ уравнение становится таким:

$$b = b. \qquad (9.2.$$

При указанных значениях a и c субъект b обретает свободу выбора. Следовательно, при новом графе отношений у субъекта появляется возможность получить свободу выбора. Рассмотрим схему

> a желает, чтобы b потерял возможность получить свободу выбора, для этого он изменяет отношение (a, b).

Пусть начальной ситуации соответствует граф на рисунке 9.2.2. Субъект a изменяет отношение (a, b) с конфликта на союз. В результате возникает ситуация, которой соответствует граф на рисунке 9.2.1. Субъект b становится суперактивным и теряет возможность приобрести свободу выбора.

Мы показали в Главе 8, что группа, соответствующая графу на рисунке 8.2.2, суперактивна, т.е. каждый входящий в эту группу субъект может выбрать только альтернативу 1. Рассмотрим схему

> a желает, чтобы у c появились шансы обрести свободу выбора, для этого a покидает группу.

В результате граф отношений становится графом на рисунке 8.2.1. Этому графу соответствует диагональная форма (8.2.2) и уравнение для c

$$c = cd + ef. \qquad (9.2.7)$$

Мы видим, что после того как субъект a покинул группу, субъект c может обрести свободу выбора, например, если $d = 1$ и $e = 0$.

9.3. Манипулирование порядком значимости субъектов

Когда граф отношений недекомпозируем, субъект должен упорядочить других субъектов по значимости для себя и удалять по одному, начиная с наименее значимого, до тех пор пока граф отношений не станет декомпозируемым. Если субъект a стремится манипулировать выбором субъекта b, его подстерегает одна опасность: a может оказаться столь незначимым для b, что тот удалит его из графа, т.е. перестанет его замечать. В этом случае субъект a должен стараться так изменить порядок значимостей других для b, чтобы самому остаться в графе.

Рассмотрим пример. Пусть граф отношений таков (рис. 9.3.1):

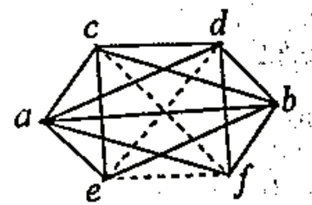

Рис. 9.3.1. Недекомпозируемый граф

Этот граф недекомпозируем, поскольку он содержит подграф $S_{(4)}$: $<e, c, d, f>$. Пусть порядок значимости субъектов для b таков: c, d, f, e, a. Сначала субъект b удаляет из графа субъекта a. В результате возникает граф $<b, c, d, e, f>$. Этот граф также недекомпозируем, поскольку он содержит подграф $S_{(4)}$: $<e, c, d, f>$. Следующим удаляется субъект e. Появляется декомпозируемый граф (рис.9.3.2). Этому графу соответствует полином

$$b\,d\,(c + f), \qquad (9.3.1)$$

диагональная форма

$$[c]\ +[f]$$
$$[b]\,[d]\,[c+f]$$
$$[b\,d\,(c+f)] \qquad (9.3.2)$$

и уравнение для b

$$b = c + f + \overline{b} + \overline{d} \qquad (9.3.3)$$

или

$$b = (c + f + \overline{d})b + \overline{b}\ . \qquad (9.3.4)$$

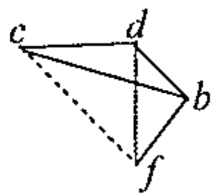

Рис. 9.3.2. Декомпозируемый граф

Уравнение (9.3.4) имеет решение при условии, что

$$(c + f + \overline{d}) \supseteq b \supseteq 1\ . \qquad (9.3.5)$$

Из неравенств (9.3.5) следует, что уравнение (9.3.4) имеет решение только при условии, что $c + f + \overline{d} = 1$. Это решение единственно: $b = 1$. В случае, когда $c + f + \overline{d} = 0$, уравнение (9.3.4) не имеет решений, и субъект b находится в состоянии фрустрации.

Переменная, соответствующая субъекту a, не входит в неравенства (9.3.5), поэтому от субъекта a никак не зависит, сможет ли b принять решение или нет. Однако у a есть возможность не быть удаленным. Схема такова:

> a желает не быть удаленным из графа субъекта b и для этого изменяет порядок значимости субъектов для b.

Пусть субъект a сформировал у субъекта b такой порядок значимости: c, d, e, a, f. Субъект a переместился с последнего места на предпоследнее, а субъект f с третьего на последнее. Теперь для b наименее значим субъект f, и b удаляет его первым. В результате возникает следующий граф (рис. 9.3.3):

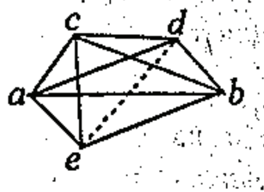

Рис. 9.3.3. Граф группы после удаления субъекта f

Этот граф декомпозируем, ему соответствует полином

$$a\,b\,c\,(e + d), \qquad (9.3.6)$$

диагональная форма

$$[e] + [d]$$
$$[a]\,[b]\,[c]\,[e+d]$$
$$[a\,b\,c\,(e+d)]\ , \qquad (9.3.7)$$

и уравнение для b

$$b = e + d + \overline{a} + \overline{b} + \overline{c} \qquad (9.3.8)$$

или

$$b = (e + d + \overline{a} + \overline{c})b + \overline{b}\ , \qquad (9.3.9)$$

в которое входит переменная a, и субъект a может влиять на выбор b. Это уравнение имеет решение лишь при условии, что

$$e + d + \overline{a} + \overline{c} = 1\ . \qquad (9.3.10)$$

В этом случае $b = 1$. Мы можем видеть, что субъект a, склоняя субъекта b выбрать 0, гарантированно исключает возможность того, что b не сможет произвести выбор.

9.4. Управление через подсознание

Рассмотрим теперь воздействие на неосознаваемую сф
субъекта (см. Главу 6). Пусть группа состоит из двух су
ектов a и b, которые находятся в конфликте. Диагонал
форма

$$[a+b]^{[a]+[b]} \qquad (9.4.1)$$

Наделим субъекта b подсознанием. Для этого будем р
сматривать буквы a на первом и втором этажах к
независимые переменные a_1 и a_2: a_1 – это воздейств
субъекта a, которое не осознается субъектом b, а a_2 то,
которое им осознается. Субъекту b соответствует ураз-
нение

$$b = [a_1+b]^{[a_2+b]} \qquad (9.4.2)$$

Предположим, что

> субъект a желает, чтобы субъект b обрел свободу выбора.

Для этого a воздействует как на осознаваемую, так и на неосознаваемую сферу b. Чтобы добиться своей цели, субъект a должен оказывать неосознаваемое субъектом b влияние ($a_1 = 0$), склоняя его выбрать альтернативу 0, и осознаваемое субъектом b влияние ($a_2 = 1$), склоняющее b выбрать альтернативу 1. Подставляя эти значения в (9.4.2), находим

$$b = [0+b]^{[1+b]} = b\,. \qquad (9.4.3)$$

Теперь субъект b обладает свободой выбора.

Глава 10
Область личностных отношений

В этой главе мы покажем, как с помощью теории рефлексивных игр можно анализировать отношения между отдельными людьми.

10.1. Сын, мать и отец

Сын подумывает о женитьбе. У него есть две возможности: жениться либо на α, либо на β. У сына очень хорошие отношения и с матерью, и с отцом. У матери с отцом напряженные отношения. Мать склоняет сына выбрать α, а отец – β. Может ли сын совершить выбор и какой? Описанной ситуации соответствует граф отношений

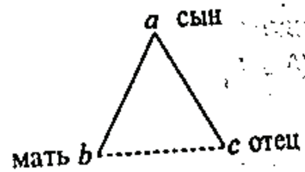

Рис. 10.1.1. Граф отношений

Универсальное множество состоит из двух действий, которые мы назовем α и β:

α – жениться на α,
β – жениться на β.

Множество M состоит из четырех альтернатив:

$1 = \{\alpha, \beta\}$ нереализуема (мы полагаем, что дело происходит в обществе, где полигамия не практикуется),

$$\{\alpha\} \text{ реализуема,}$$
$$\{\beta\} \text{ реализуема,}$$
$$0 = \{\ \} \text{ реализуема.}$$

Альтернатива 1 означает “жениться” без уточнения “на ком”; альтернатива 0 – “не жениться”. Графу на рисунке 10.1.1 соответствует полином

$$a\,(b + c), \qquad (10.1.1)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{c} [b] + [c] \\ [a]\,[b + c] \\ [a\,(b + c)] \end{array} \qquad (10.1.2)$$

и уравнение для сына

$$a = (b + c)\,a + \overline{a}\,. \qquad (10.1.3)$$

Это уравнение имеет решение лишь при условии, что $b + c = 1$. Значение b – это влияние матери, значение c – влияние отца. В данном случае $b = \{\alpha\}$, $c = \{\beta\}$. Поскольку $\{\alpha\} = \overline{\{\beta\}}$, то $\{\alpha\} + \{\beta\} = 1$, и уравнение (10.1.3) имеет решение

$$a = \{\alpha, \beta\} = 1. \qquad (10.1.4)$$

При данных влияниях сын выбирает альтернативу 1, т.е. принимает решение жениться, без уточнения, на ком. Множества, $\{\alpha\}$ и $\{\beta\}$, входящие в 1, реализуемы.

Теперь посмотрим, что произошло бы, если бы и отец, и мать склоняли сына не жениться. В этом случае $b = 0$, $c = 0$. Подставляя эти значения в (10.1.3), получаем

$$a = \overline{a}\,. \qquad (10.1.5)$$

Это уравнение не имеет решений, и следовательно, сын находится во фрустрации: он не может совершить выбор.

Сын также будет находиться во фрустрации, если и отец и мать будут оказывать на сына сильное давление, склоняя его, например, жениться на α. В этом случае $b = \{\alpha\}$, $c = \{\alpha\}$. Уравнение (10.1.3) принимает вид

$$a = \{\alpha\}a + \overline{a}\,, \qquad (10.1.6)$$

где $A = \{\alpha\}$, $B = 1$. Неравенство $A \supseteq B$ – не выполняется, следовательно уравнение (10.1.6) не имеет решения.

Если отец (или мать) будет толкать сына к альтернативе $1 = \{\alpha, \beta\}$ – жениться, то сын выберет эту альтернативу, поскольку в этом случае $A = 1$, $B = 1$, т.е. уравнение (10.1.3) имеет решение $a = 1$.

Изменим теперь отношения, в которых находятся сын, мать и отец. Пусть сын находится в конфликте как с матерью, так и с отцом, а у отца с матерью хорошие отношения. В этом случае граф отношений таков (рис.10.1:2):

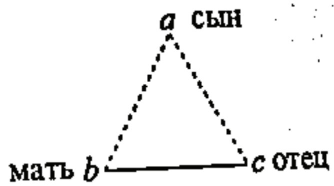

Рис. 10.1.2. Граф отношений

Этому графу соответствует полином

$$a + bc, \qquad (10.1.7)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{c} [b]\,[c] \\ [a] + [bc] \\ [a + bc\,] \end{array} \qquad (10.1.8)$$

и уравнение для сына

$$a = a + bc\,\overline{a}\,, \qquad (10.1.9)$$

$A = 1$, $B = bc$, $A \supseteq B$. Это уравнение имеет решение при любых значениях b и c, следовательно, сын не может быть в состоянии фрустрации.

Пусть мать и отец склоняют сына к выбору различных альтернастив: $b = \{\alpha\}$, $c = \{\beta\}$. Поскольку

$$\{\alpha\}\{\beta\} = 0, \tag{10.1.10}$$

мы можем записать (10.1.9) как

$$a = a, \tag{10.1.11}$$

т.е. сын обретает свободу выбора.

Пусть теперь мать и отец склоняют сына выбрать одну и ту же альтернативу, т.е. $b = \{\alpha\}$, $c = \{\alpha\}$. Уравнение (10.1.9) принимает вид

$$a = a + \{\alpha\}\overline{a}\ , \tag{10.1.12}$$

$A = 1$, $B = \{\alpha\}$. Решения этого уравнения удовлетворяют неравенствам

$$1 \supseteq a \supseteq \{\alpha\}\ . \tag{10.1.13}$$

Из этих неравенств следует, что уравнение (10.1.12) имеет два решения:

$$a = 1 = \{\alpha, \beta\},$$
$$a = \{\alpha\}.$$

Таким образом, модель предсказывает, что сын может выбрать одну из двух альтернатив: либо решить жениться ($a = \{\alpha, \beta\}$), либо выбрать α ($a = \{\alpha\}$). Если сын выберет альтернативу 1, то затем он должен будет реализовать свой выбор, остановившись либо на α, либо на β. Если сын выберет альтернативу $\{\alpha\}$, это значит, что он принял решение жениться на α, и кандидатура β больше не рассматривается.

Изучим теперь случай, когда у сына есть три кандидатуры – α, β и γ. Универсальное множество состоит из трех действий, а множество M состоит из восьми альтернатив:

$1 = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ нереализуема,
$\{\alpha, \beta\}$ нереализуема,
$\{\alpha, \gamma\}$ нереализуема,
$\{\beta, \gamma\}$ нереализуема,
$\{\alpha\}$ реализуема,
$\{\beta\}$ реализуема,
$\{\gamma\}$ реализуема,
$0 = \{\ \}$ реализуема.

Рассмотрим сценарий, связанный с графом отношений на рис.10.1.1. Пусть мать склоняет сына к выбору альтернативы $\{\alpha\}$, а отец – к выбору альтернативы $\{\beta\}$. При таких влияниях в примере с двумя кандидатурами, как мы видели выше, сын примет решение жениться. Что произойдет в случае трех кандидатур? Подставив значения $b = \{\alpha\}$, $c = \{\beta\}$ в (10.1.3), получаем

$$a = (\{\alpha\} + \{\beta\})a + \overline{a}$$

или

$$a = \{\alpha, \beta\}a + \overline{a}\ ; \tag{10.1.14}$$

где $A = \{\alpha, \beta\}$, $B = 1 = \{\alpha, \beta, \gamma\}$. В данном случае отношение $A \supseteq B$ не выполняется, следовательно уравнение (10.1.14) не имеет решений. Это означает, что сын не способен совершить выбор и находится в состоянии фрустрации. Таким образом, появление третьего действия радикально изменяет возможности субъекта совершить выбор.

Пусть мать не желает, чтобы сын женился на α, а отец не желает, чтобы сын женился на β. Условимся, в рамках нашей модели, считать, что "нежелание" вы альтернативы x эквивалентно давлению в сторону альтернативы $\overline{x}$. Таким образом, если мать не желает, чт сын выбрал альтернативу $\{\alpha\}$, она склоняет его к выб альтернативы $\overline{\{\alpha\}} = \{\beta,\gamma\}$, а нежелание отца, чтобы с выбрал альтернативу $\{\beta\}$ означает, что он толкает сын выбору альтернативы $\overline{\{\beta\}} = \{\alpha,\gamma\}$. Каков будет выбор с при таких условиях? Влияния матери и отца таковы:

$$b = \{\beta, \gamma\}, \quad c = \{\alpha, \gamma\}. \tag{10.1.15}$$

В случае сценария, соответствующего рисунку 10.1.1, подстановка этих значений приводит к уравнению

$$a = (\{\beta,\gamma\} + \{\alpha,\gamma\})a + \overline{a} \tag{10.1.16}$$

или

$$a = \{\alpha,\beta,\gamma\}a + \overline{a}, \tag{10.1.17}$$

или

$$a = a + \overline{a} = 1. \tag{10.1.18}$$

Таким образом, в этом случае сын примет решение жениться без уточнения, на ком именно.

Посмотрим теперь, каков будет выбор сына при сценарии, соответствующем рисунку 10.1.2. Подставляя значения (10.1.15) в уравнение (10.1.9), приходим к уравнению

$$a = a + \{\beta,\gamma\}\{\alpha,\gamma\}\overline{a} \tag{10.1.19}$$

или

$$a = a + \{\gamma\}\overline{a}.$$

Это уравнение имеет решение и

$$1 \supseteq a \supseteq \{\gamma\}.$$

Между 1 и $\{\gamma\}$ находятся все подмножества $\{\alpha, \beta, \gamma\}$, содержащие элемент γ:

$$1 = \{\alpha, \beta, \gamma\}, \{\alpha, \gamma\}, \{\beta, \gamma\}, \{\gamma\}. \tag{10.1.20}$$

Сын может выбрать любое из этих подмножеств.

Приведем теперь примеры рефлексивного управления выбором сына, универсальное множество которого есть $\{\alpha, \beta, \gamma\}$. Пусть мать желает, чтобы сын женился либо на α, либо на β, а отец не хочет, чтобы сын женился вообще. Рассмотрим сценарий на рисунке 10.1.1. Какое влияние на сына должен оказать отец, чтобы сын не женился? Подставим в уравнение (10.1.3) значение влияния матери $b = \{\alpha, \beta\}$:

$$a = (\{\alpha,\beta\} + c)a + \overline{a}. \tag{10.1.21}$$

Отец контролирует значение с, и у него есть возможности для проведения рефлексивного управления. Он не может, однако, заставить сына выбрать альтернативу 0, поскольку нет такого значения с, при котором уравнение (10.1.21) имеет решение 0. Но он может перевести сына в состояние фрустрации, склоняя его к выбору одной из следующих альтернатив:

$$\{\alpha, \beta\}, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\,\}. \tag{10.1.22}$$

Поскольку соотношение $A \supseteq B$, необходимое для того, чтобы уравнение (10.1.21) имело решение, не выполняется, если с принимает значение из набора (10.1.22), то сын будет находиться в состоянии фрустрации и не совершит никакого выбора, в том числе и выбора жениться.

Рассмотрим теперь рефлексивное управление, связанное с воздействием на неосознаваемую сферу сына. Пусть мать находится в союзе и с отцом, и с сыном, а у отца с сыном конфликт. Эти отношения показаны на графе (рис.10.1.3):

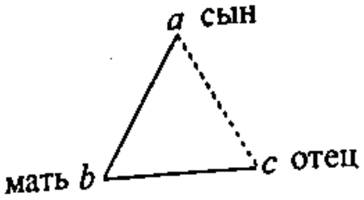

Рис. 10.1.3. Граф отношений

Этому графу соответствует полином

$$b\,(a + c) \qquad (10.1.23)$$

и уравнение для a

$$[a] + [c]$$
$$[b]\,[a + c]$$
$$a = [b\,(a + c)] \qquad (10.1.24)$$

Пусть мать может влиять на сына и на осознаваемом и неосознаваемом уровне (см. раздел 9.4). Матери соответствует переменная b. Будем теперь рассматривать буквы b на первом и втором этаже как независимые переменные и обозначать их b_1 и b_2. Теперь уравнение (10.1.24) может быть записано как

$$[a] + [c]$$
$$[b_2]\,[a + c]$$
$$a = [b_1\,(a + c)] \qquad (10.1.25)$$

Пусть мать вообще не хочет, чтобы сын женился, т.е. ее цель, чтобы сын выбрал 0. Мы видим, что она достигает этого при $b_1 = 0$ и $b_2 = 1$. Таким образом мать, влияя на подсознание сына, должна склонять его оставаться неженатым, а на уровне сознания – склонять сына жениться.

10.2. Побег из тюрьмы

Пять заключенных – Джон, Том, Боб, Питер и Ларри – находящиеся в одной камере, замышляют побег. Граф отношений между ними представлен на рисунке 10.2.1:

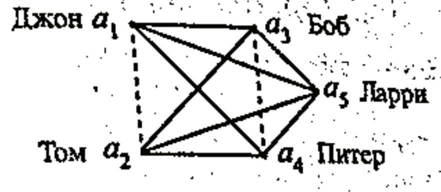

Рис. 10.2.1. Граф отношений

Мы можем видеть, что Джон (a_1) и Том (a_2), находятся в конфликте, и Боб (a_3) и Питер (a_4), находятся в конфликте. У Ларри врагов нет, но он не пользуется уважением других заключенных, непрерывно выполняя их мелкие поручения. Пусть у каждого заключенного – a_1, a_2, a_3, a_4 и a_5 – есть свой план побега. Обозначим эти планы α_1, α_2, α_3, α_4 и α_5, соответственно. Каждый заключенный стремится убедить остальных принять его план. Каковы будут их индивидуальные выборы? Граф на рисунке 10.2.1 декомпозируем, ему соответствует полином

$$a_5\,(a_1 + a_2)\,(a_3 + a_4) \qquad (10.2.1)$$

и диагональная форма

$$[a_1] + [a_2] \qquad [a_3] + [a_4]$$
$$[a_5]\,[a_1 + a_2] \qquad [a_3 + a_4]$$
$$[a_5\,(a_1 + a_2)\,(a_3 + a_4)] \qquad (10.2.2)$$

Каждый план мы рассматриваем как действие. Таким образом, $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}$ есть универсальное множество; а множество альтернатив, M, состоит из $2^5 = 32$ подмножеств этого множества. Мы полагаем, что планы несовместимы друг с другом. Выбор альтернативы $1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}$ интерпретируется как решение "бежать" (независимо от плана), а выбор альтернативы $0 = \{\,\}$ как решение отказаться от побега. В множестве M есть только шесть реализуемых альтернатив:

$$\{\alpha_1\}, \{\alpha_2\}, \{\alpha_3\}, \{\alpha_4\}, \{\alpha_5\}, \{\ \}. \quad (10.2.$$

Матрица влияний такова:

Таблица 10.2.1
Матрица влияний

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1	a_1	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1\}$
a_2	$\{\alpha_2\}$	a_2	$\{\alpha_2\}$	$\{\alpha_2\}$	$\{\alpha_2\}$
a_3	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_3\}$	a_3	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_3\}$
a_4	$\{\alpha_4\}$	$\{\alpha_4\}$	$\{\alpha_4\}$	a_4	$\{\alpha_4\}$
a_5	$\{\alpha_5\}$	$\{\alpha_5\}$	$\{\alpha_5\}$	$\{\alpha_5\}$	a_5

Диагональной форме (10.2.2) соответствуют уравнения вида

$$x = a_5(a_1 + a_2)(a_3 + a_4) + \bar{a}_5, \qquad (10.2.4)$$

где $x = a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$. Для каждой величины x значения остальных переменных берутся из столбца, ей соответствующего. Начнем рассмотрение с заключенного Ларри (a_5), который не имеет врагов и не пользуется уважением; полагаем, что $x = a_5$. Значение других переменных берем из последнего столбца матрицы влияний. В результате получаем уравнение относительно a_5:

$$a_5 = a_5(\{\alpha_1\} + \{\alpha_2\})(\{\alpha_3\} + \{\alpha_4\}) + \bar{a}_5 \qquad (10.2.5)$$

или

$$a_5 = \{\alpha_1, \alpha_2\}\{\alpha_3, \alpha_4\} a_5 + \bar{a}_5. \qquad (10.2.6)$$

Поскольку

$$\{\alpha_1, \alpha_2\}\{\alpha_3, \alpha_4\} = 0, \qquad (10.2.7)$$

уравнение (10.2.6) принимает вид

$$a_5 = \bar{a}_5. \qquad (10.2.8)$$

Следовательно Ларри находится в состоянии фрустрации и не может совершить выбор.

Теперь рассмотрим заключенного Джона (a_1). Полагаем, что в (10.2.4) $x = a_1$, значения остальных переменных берем из первого столбца матрицы влияний и получаем уравнение относительно a_1:

$$a_1 = \{\alpha_5\}(a_1 + \{\alpha_2\})(\{\alpha_3\} + \{\alpha_4\}) + \overline{\{\alpha_5\}} \qquad (10.2.9)$$

или

$$a_1 = \overline{\{\alpha_5\}}, \qquad (10.2.10)$$

поскольку

$$\{\alpha_5\}(\{\alpha_3\} + \{\alpha_4\}) = 0.$$

Составляя подобные уравнения для других заключенных, мы найдем

$$a_2 = \overline{\{\alpha_5\}}, \qquad (10.2.11)$$
$$a_3 = \overline{\{\alpha_5\}}, \qquad (10.2.12)$$
$$a_4 = \overline{\{\alpha_5\}}, \qquad (10.2.13)$$

Таким образом, четверо узников отвергли план малоуважаемого ими Ларри, который не совершил выбора, поскольку находился во фрустрации. Они выбрали альтернативу

$$\overline{\{\alpha_5\}} = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\} \qquad (10.2.14)$$

и далее пытались достигнуть какого-либо соглашения. Новое универсальное множество есть $1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$. Множество M состоит из шестнадцати альтернатив. Выбор альтернативы 1 означает решение "бежать", а 0 – отказаться от побега.

Предположим, что Ларри предложил отказаться от побега, а остальные узники продолжали настаивать каждый на своем плане. Новая матрица влияний представлена в Таблице 10.2.2.

Таблица 10.2.2
Матрица влияний

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1	a_1	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1\}$	$\{\alpha_1\}$
a_2	$\{\alpha_2\}$	a_2	$\{\alpha_2\}$	$\{\alpha_2\}$	$\{\alpha_2\}$
a_3	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_3\}$	a_3	$\{\alpha_3\}$	$\{\alpha_3\}$
a_4	$\{\alpha_4\}$	$\{\alpha_4\}$	$\{\alpha_4\}$	a_4	$\{\alpha_4\}$
a_5	0	0	0	0	a_5

Во всех строках, кроме последней, находятся те же множества, что и в матрице на Таблице 10.2.1. В последней строке содержится новое давление на других, осуществляемое Ларри (a_5). Он склоняет остальных узников выбрать альтернативу 0 – отказаться от побега. Давление на Ларри со стороны других заключенных не изменилось, поэтому и в новой ситуации ему соответствуют уравнения (10.2.5) и (10.2.8). Таким образом, Ларри продолжает оставаться в состоянии фрустрации.

Напишем уравнение для Джона. Подставляя в уравнение (10.2.4) значение из столбца a_1 матрицы влияний (Таблица 10.2.2), получаем:

$$a_1 = 0(a_1 + \{\alpha_2\})(\{\alpha_3\} + \{\alpha_4\}) + \overline{0}, \qquad (10.2.15)$$

Таким образом,

$$a_1 = 1.$$

Мы можем составить аналогичные уравнения для остальных трех заключенных и, решив их, найдем, что выбор

Тома (a_2), Боба (a_3) и Питера (a_4) такой же, как у Джона (a_1):

$$a_2 = 1, \qquad (10.2.16)$$
$$a_3 = 1, \qquad (10.2.17)$$
$$a_4 = 1. \qquad (10.2.18)$$

Итак, Ларри опять находится в состоянии фрустрации, а остальные заключенные выбрали альтернативу 1 – бежать, т.е. опять отвергли план малоуважаемого Ларри.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. В сценариях, рассмотренных выше, мы говорим, что Ларри малоуважаем. Как низкое уважение к нему отражено в формализме модели? Что же является "слабостью" Ларри, которая влияет на процесс вычисления выборов? Его "слабость" в том, что при заданных отношениях между другими членами группы он находится в союзе с каждым и, тем самым, оказывается "другом" конфликтующих пар Джон – Том, Боб – Питер. Другими словами, он является другом Джона и другом его врага Тома, другом Боба и другом его врага Питера. Гипотеза о том, что "слабость" Ларри заключена в его тотальной миролюбивости, может быть проверена с помощью другого сценария.

Пусть Ларри находится не в союзе, а в конфликте с каждым из членов группы, чьи отношения остались прежними и пусть универсальное множество есть

$$1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}.$$

Граф отношений представлен на рисунке 10.2.2. Этот граф декомпозируем. Ему соответствует полином

$$a_5 + (a_1 + a_2)(a_3 + a_4) \qquad (10.2.19)$$

и диагональная форма

$$[a_1] + [a_2] \qquad [a_3] + [a_4]$$
$$[a_1 + a_2] \qquad [a_3 + a_4]$$
$$[a_5] + [(a_1 + a_2)(a_3 + a_4)]$$
$$[a_5 + (a_1 + a_2)(a_3 + a_4)] \qquad (10.2.20)$$

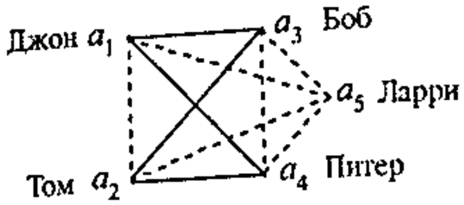

Рис. 10.2.2. Граф отношений

Преобразуя выражение (10.2.20), приходим к тождеству

$$a_5 + (a_1 + a_2)(a_3 + a_4) + \overline{a_5 + (a_1 + a_2)(a_3 + a_4)} \equiv 1\,, \quad (10.2.21)$$

т.е. группа стала суперактивной, и каждый заключенный, включая Ларри, выбирает одну и ту же альтернативу:

$$1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}, \qquad (10.2.22)$$

– бежать, независимо от конкретного плана побега.

Мы видим, что в сценарии, где Ларри находится со всеми в конфликте, а не в союзе, он лишился слабости: он не находится в состоянии фрустрации, и его предложение какого-либо плана не делает этот план отвергаемым другими.

10.3. Кража

Представим себе, что убежал только Ларри, и его не поймали. Оставшись вчетвером, узники долго обвиняли друг друга в том, что они отказались от побега, и отношения между ними изменились. Джон (a_1) и Том (a_2) стали союзниками и вступили в конфликт с парой Боб (a_3) – Питер

(a_4), которые тоже стали союзниками. Новой конфигурации отношений отвечает граф на рисунке 10.3.1:

Рис. 10.3.1. Граф отношений

Ему соответствует полином

$$a_1a_2 + a_3a_4, \qquad (10.3.1)$$

и диагоналльная форма

$$[a_1]\,[a_2] \qquad [a_3a_4]$$
$$[a_1a_2] \qquad + [a_3a_4]$$
$$[a_1a_2 + a_3a_4] \qquad (10.3.2)$$

Вскоре Джон (a_1) обнаружил, что у него исчезла хорошо спрятанная сигарета. Он начал подозревать, что ее украл кто-нибудь из сокамерников. Наиболее легко это мог сделать его новый друг Том (a_2), который знал, где Джон хранит сигарету. С другой стороны, естественно было предположить, что сигарету украли враги Джона – Боб (a_3) или Питер (a_4). Кроме того, Джон допускал, что он просто потерял сигарету или выкурил ее и забыл об этом.

Пусть Джон пытается понять, была ли сигарета украдена, и если была, то кем. Фундаментальное множество Джона состоит из следующих действий:

α_2 – считать виновником Тома,
α_3 – считать виновником Боба,
α_4 – считать виновником Питера.

Множество M состоит из восьми альтернатив. Пусть все они реализуемы. Дадим им следующую интерпретацию:

$1 = \{\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$ подозреваются Том, Боб и Питер,
$\{\alpha_2, \alpha_3\}$ подозреваются Том и Боб,
$\{\alpha_2, \alpha_4\}$ подозреваются Том и Питер,
$\{\alpha_3, \alpha_4\}$ подозреваются Боб и Питер,
$\{\alpha_2\}$ подозревается Том,
$\{\alpha_3\}$ подозревается Боб,
$\{\alpha_4\}$ подозревается Питер,
$0 = \{\,\}$ никто не подозревается;
сигарета не была украдена.

Напомним, что выбрав непустую альтернативу, Джон может реализовать любое непустое подмножество действий входящих в эту альтернативу. Напишем уравнение для Джона. Из (10.3.2) следует, что

$$a_1 = a_1 a_2 + a_3 a_4. \tag{10.3.3}$$

Джон подозревает каждого из трех заключенных, т.е. каждый из них невольно, своим обликом склоняет Джона к подозрению. Поэтому мы полагаем, что

$$a_2 = \{\alpha_2\},\ a_3 = \{\alpha_3\},\ a_4 = \{\alpha_4\}. \tag{10.3.4}$$

Подставляя это значение в (10.3.3), получаем

$$a_1 = a_1 \{\alpha_2\} + \{\alpha_3\}\{\alpha_4\}, \tag{10.3.5}$$

или

$$a_1 = a_1 \{\alpha_2\}\,. \tag{10.3.6}$$

Это уравнение может быть записано как

$$a_1 = \{\alpha_2\} a_1 + \{\,\}\overline{a}_1\,, \tag{10.3.7}$$

где $A = \{\alpha_2\}$ $B = \{\,\} = 0$. Поскольку $A \supset B$, это уравнение имеет решения

$$\{\alpha_2\} \supseteq a_1 \supseteq \{\,\}\,. \tag{10.3.8}$$

Таким образом, Джон может выбрать одну из двух альтернатив:

$$\{\alpha_2\},$$
$$\{\,\} = 0. \tag{10.3.9}$$

Выбор $\{\alpha_2\}$ означает, что Джон будет считать, что сигарету украл его друг Том; выбор $\{\,\}$ означает, что Джон будет считать, что сигарета не была украдена.

10.4. Начальник и награда

В офисе работают пять человек: Алекс, Барт, Дэвид, Грегори и Эдвард, который является начальником. Вышестоящая инстанция сообщила Эдварду, что он может (если считает это целесообразным) выдвинуть одного из своих подчиненных на соискание ведомственной награды. Сотрудникам Эдварда известно, что одного из них могут включить в список соискателей, и они могут влиять на выбор. Пусть граф отношений в группе таков (рис. 10.4.1):

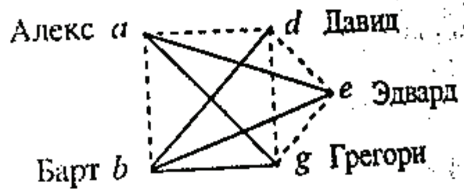

Рис. 10.4.1. Граф отношений

Универсальное множество Эдварда в этой ситуации состоит из четырех действий: α, β, δ и γ, где α – выдвинуть Алекса, β – выдвинуть Барта, δ – Дэвида и γ – Грегори. Алекс и Барт не считают своим конкурентом молодого и неопытного сотрудника Дэвида, поэтому оба они подталкивают Эдварда к его выбору, демонстрируя тем самым личную скромность. Они уверены, что Дэвид не будет выбран. Грегори и Дэвид настроены благожелательно ко всем и хотят, чтобы кого-либо из оффиса представили на конкурс. Таким образом,

$$a = \{\delta\},\ b = \{\delta\},\ g = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\} = 1,\ d = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\} = 1. \quad (10.4.1)$$

Граф на рисунке 10.4.1 недекомпозируем, поскольку содержит подграф $S_{(4)}: <a, b, g, d>$. Чтобы совершить выбор, Эдвард должен по одному убирать наименее значимых сотрудников. Пусть их значимость убывает для него в таком порядке:

Алекс, Барт, Грегори, Дэвид.

Наименее значимым является Дэвид. Эдвард удаляет его и граф (рис.10.4.1) превращается в следующий граф (рис. 10.4.2):

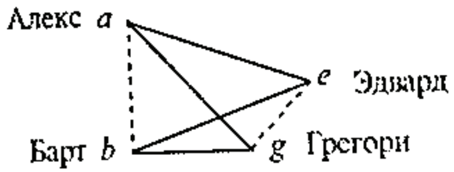

Рис. 10.4.2. Граф отношений после удаления Дэвида

Этот граф декомпозируем, ему соответствует полином

$$(a + b)(e + g), \quad (10.4.2)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{ccccc} & & [a] + [b] & & [e] + [g] \\ & [a + b] & & [e + g] & \\ [(a + b)(e + g)] & & & & \end{array} \quad (10.4.3)$$

и уравнение для Эдварда

$$e = (a + b)(e + g). \quad (10.4.4)$$

Подставляя в это уравнение значения переменных из (10.4.1), получаем

$$e = (\{\delta\} + \{\delta\})(e + 1) = \{\delta\}. \quad (10.4.5)$$

Начальник, Эдвард, выбрал Дэвида, наименее значимого сотрудника, который был даже "исключен" им из графа отношений, чтобы превратить граф в декомпозируемый. Заметим, что исключение субъекта d из графа отношений не означает, что изменится множество альтернатив субъекта e. Альтернативы, содержащие элемент δ, могут выбираться, и другие субъекты могут склонять субъекта e к их выбору.

Посмотрим теперь, что бы произошло, если бы Алекс и Барт не пытались убедить начальника в своей скромности, а вместо этого каждый из них склонял бы Эдварда выбрать именно его. Пусть при этом Грегори свое воздействие не меняет. Влияние Дэвида не существенно, поскольку он исключен из графа отношений.

Влияния теперь таковы:

$$a = \{\alpha\},\ b = \{\beta\},\ g = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\} = 1. \quad (10.4.6)$$

Подставляя эти значения в (10.4.4), находим

$$e = \{\alpha, \beta\}. \quad (10.4.7)$$

Эдвард выбирает альтернативу, состоящую из пары Алекс – Барт, и затем реализует свой выбор, выделяя из пары одного. В этом случае и у Алекса, и у Барта были бы шансы на выдвижение.

Глава 11
Социальные процессы и политика

В этой главе мы даем примеры анализа групп, состоящих из таких субъектов как социальный блок, политическая партия или преступная банда. Использованию модели в этой области должно предшествовать эмпирическое исследование, в результате чего выделяются единицы, играющие роль субъектов, обладающих набором возможных действий и находящихся в отношениях сотрудничества или конфликта.

11.1. Выбор экономического пути

Представим себе, что в некоторй стране дебатируется вопрос о выборе экономической системы. Есть силы стоящие за выбор социалистического пути, ратующие за национализацию крупной частной собственности. Есть также силы, им противостоящие, предлагающие выбрать экономику, основанную на свободном рынке. Обозначим путь построения социалистической экономики α, а рыночной – β. Таким образом универсальное множество состоит из двух несовместимых элементов – α и β. Множество альтернатив таково:

$1 = \{\alpha, \beta\}$ – нереализуема,
$\{\alpha\}$ – выбор социализма – реализуем,
$\{\beta\}$ – выбор рыночной экономики – реализуем,
$0 = \{\ \}$ – бездействие – реализуемо.

Пусть в этой стране основные социальные силы таковы:

политическая элита	a,
армия	b,
тайная полиция	c,
население	d,
бизнес	e.

Предположим , что политическая элита находится в союзе с населением и тайной полицией; армия находится в союзе с населением и в конфликте с политической элитой, тайной полицией и бизнесом. Тайная полиция находится в союзе с населением, а бизнесс в конфликте со всеми. Этим социальным силам соответствует граф на рисунке 11.1.1:

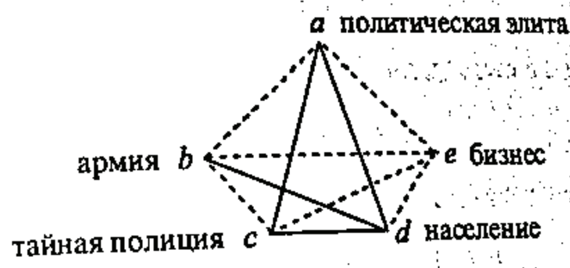

Рис. 11.1.1. Граф отношений

Представим себе далее, что решение о курсе страны должна принять политическая элита. Остальные блоки общества могут влиять на этот процесс. Граф на рисунке 11.1.1 декомпозируем и ему соответствует полином

$$e + d(b + ac), \tag{11.1.1}$$

диагональная форма

$$\begin{array}{lllll} & & & & [a]\,[c] \\ & & & [b] + [ac] & \\ & & [d]\,[b + ac] & & \\ & [e] + [d(b + ac)] & & & \\ [e + d(b + ac)] & & & & \end{array} \tag{11.1.2}$$

и уравнение для политической элиты (a):

$$a = e + d(b + ac). \quad (11.1.3)$$

Пусть армия требует от политической элиты прекратить бездействие и выбрать определенный экономический курс:

$$b = \overline{0} = \{\alpha, \beta\} = 1 .$$

Тайная полиция требует перехода к социализму:

$$c = \{\alpha\} .$$

Население также склонно жить при социализме:

$$d = \{\alpha\} .$$

Бизнесс требует свободного рынка:

$$e = \{\beta\} .$$

Подставляя эти значения в (11.1.3), получаем

$$a = \{\beta\} + \{\alpha\}(1 + a\{\alpha\}) \quad (11.1.4)$$

или

$$a = 1 = \{\alpha, \beta\}. \quad (11.1.5)$$

Следовательно, при таком распределении сил, политическая элита выбирает активный курс; бездействие исключено. Она может принять решение либо строить социализм, либо создавать рыночную экономику.

Рассмотрим теперь несколько других вариантов. Пусть, например, все блоки общества, влияющие на элиту, довольны сложившейся ситуацией и не хотят ничего менять. В этом случае

$$b = 0, c = 0, d = 0, e = 0.$$

Подставляя эти значения в (11.1.3), находим, что

$$a = 0.$$

Если все блоки хотят строить социализм –

$$a = \{\alpha\},$$

или строить капитализм –

$$a = \{\beta\}.$$

Мы видим, что во всех таких случаях политическая элита подчиняется единодушным требованиям социальных блоков.

Вообразим, что бизнес (e), желая привлечь на свою сторону население (d), начинает строить дешевое жилье, больницы, создает многочисленные фонды, субсидирующие малоимущих и.т.д. Эти меры приводят к тому, что население перестает желать каких бы то ни было изменений и перестает склонять политическую элиту выбрать курс на построение социализма, призывая оставить все как есть. Влияние остальных сил остается таким же, как в первом примере. Подставляя значения $b = 1$, $c = \{\alpha\}$, $d = 0$, $e = \{\beta\}$ в уравнение (11.1.3), получаем

$$a = \{\beta\} . \quad (11.1.6)$$

Изменение влияния на элиту привело к тому, что последняя решила выбрать курс – к рынку.

11.2. Выборы премьер-министра

Президент (a) должен назначить премьер-министра. В стране есть шесть партий – b, c, d, e, f, g – и три кандидата на должность премьера – α, β, γ. Универсальное множество есть $\{\alpha, \beta, \gamma\}$, и множество альтернатив состоит из восьми элементов. Место премьера одно, поэтому реализуемыми являются следующие альтернативы:

$$\{\alpha\}, \{\beta\}, \{\gamma\}, \{\ \} .$$

Пусть граф отношений таков (рис.11.2.1):

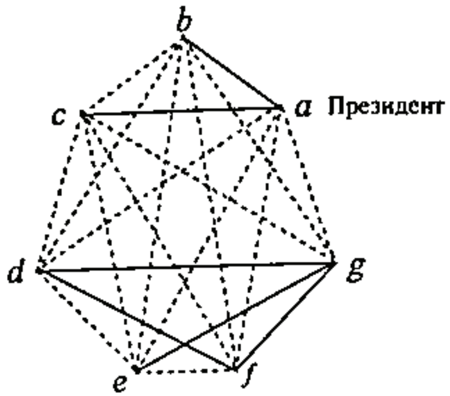

Рис. 11.2.1. Граф отношений

Субъекты образуют две группировки: a, b, c и d, e, f, g. Эти группировки находятся в конфликте. Внутри первой – a находится в союзе с b и c, а b и c находятся в конфликте между собой. Внутри второй – g находится в союзе с d, e и f, где e находится в конфликте с d и f, которые находятся в союзе друг с другом. Графу на рисунке 11.2.1 соответствует полином

$$a(b + c) + g(e + df), \qquad (11.2.1)$$

диагональная форма

$$[d]\,[f]$$
$$[b] + [c] \qquad [e] + [df]$$
$$[a]\,[b + c] \qquad [g]\,[e + df]$$
$$[a(b + c)] \qquad + [g(e + df]$$
$$[a(b + c) + g(e + df)] \qquad (11.2.2)$$

и уравнение для a

$$a = a(b + c) + g\,(e + df). \qquad (11.2.3)$$

Пусть партия b склоняет президента назначить премьером α, партия c не назначать α, т.е. назначить либо β, либо γ. Партии d и f предлагают назначить γ, партия e – назначить β, а партия g – α. Таким образом, значения влияний на президента (a) таковы:

$$b = \{\alpha\},\ c = \{\beta, \gamma\},\ d = \{\gamma\},\ e = \{\beta\},\ f = \{\gamma\},\ g = \{\alpha\}.$$

Подставим эти значения в (11.2.3):

$$a = a\,(\{\alpha\} + \{\beta, \gamma\}) + \{\alpha\}(\{\beta\} + \{\gamma\}\{\gamma\}). \qquad (11.2.4)$$

После вычислений получаем равенство

$$a = a. \qquad (11.2.5)$$

Итак, президент в этой ситуации обладает свободой выбора. Он может назначить премьером любого кандидата, в зависимости от факторов, лежащих вне описания ситуации, и может даже отказаться от назначения, чему соответствует выбор пустой альтернативы $\{\ \} = 0$.

А что бы произошло, если бы все партии настаивали, чтобы президент назначил на должность премьера одного определенного кандидата, например, α? Полагая переменные b, c, d, e, f, g равными $\{\alpha\}$ и подставляя их в (11.2.3), находим, что

$$a = \{\alpha\}, \qquad (11.2.6)$$

т.е. президент назначит α. Если все партии склоняют президента никого не назначать, президент выполнит это требование, поскольку при значениях переменных, равных $\{\ \}$,

$$a = \{\ \}. \qquad (11.2.7)$$

Представим себе теперь, что произошли следующие изменения в рассмотренном сценарии. Партии **d**, **e**, **f** и **g** заявили, что они отказываются от какого бы то ни было диалога с президентом. Партии b и c продолжают сотрудничать с президентом, при этом партия b продолжает склонять президента назначить на должность премьера α, а партия c стала поддерживать кандидата γ. При таком повороте событий

$$b = \{\alpha\},\ c = \{\gamma\}. \tag{11.2.8}$$

Новой ситуации соответствует граф

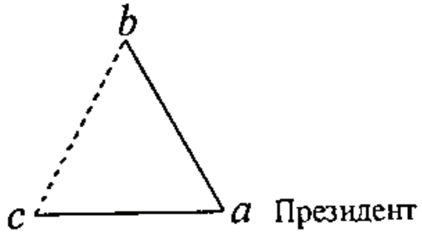

Рис. 11.2.2. Граф отношений

Находим полином:

$$a(b + c), \tag{11.2.9}$$

диагональную форму:

$$\begin{array}{lll} & & [b] + [c] \\ & [a]\,[b + c] & \\ [a(b + c)] & & \end{array} \tag{11.2.10}$$

и уравнение для a:

$$a = a(b + c) + \overline{a}\ . \tag{11.2.11}$$

Подставляя в это уравнение значения влияний из соотношений (11.2.8), получаем

$$a = \{\alpha, \gamma\}a + \overline{a}\ . \tag{11.2.12}$$

В этом уравнении $A = \{\alpha, \gamma\}$, $B = 1$, т.е. $A \subset B$, и следовательно, уравнение не имеет решений, что означает, что президент не может совершить выбор, поскольку он находится в состоянии фрустрации.

11.3. Банды в городе

В городе орудуют пять банд. Произошел скачок их активности, которая не ослабевает в течение длительного времени. Возникает вопрос, в чем причина этого? Мы полагаем, что каждая банда стоит перед выбором: активная линия поведения (1) или пассивная (0). Мы полагаем также, что каждая банда склоняет каждую другую банду либо к активности, либо к пассивности. Представим себе, что после анализа ситуации мы построили следующий граф отношений между бандами:

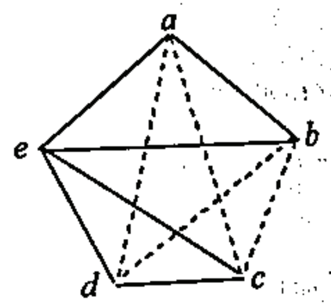

Рис. 11.3.1. Граф отношений

Этому графу соответствует полином

$$e(cd + ab) \tag{11.3.1}$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{llll} & & [c]\,[d] \quad [a]\,[b] & \\ & & [cd] + [ab] & \\ & [e]\,[cd + ab] & & \\ [e(cd + ab)] & & & \equiv 1. \end{array} \tag{11.3.2}$$

Следовательно, группа, образованная бандами находится в суперактивном состоянии. Каждая банда при этом тоже суперактивна. Состояние суперактивности, как было показано в главе 7, не зависит от текущих взаимных влияний субъектов друг на друга. Оно зависит только от долговременных отношений между бандами, которые представлены графом на рисунке 11.3.1. Таков ответ на вопрос, почему высокая активность банд держится постоянной.

Предположим теперь, что недостаточно финансируемая полиция способна нейтрализовать активность только одной из пяти банд. Пусть например, нейтрализуется банда a. Граф отношений станет таким (рис.11.3.2):

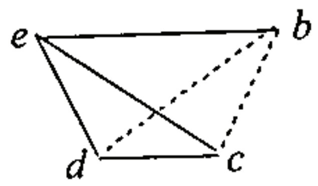

Рис. 11.3.2. Граф отношений после нейтрализации банды a

Этому графу соответствует полином

$$e(b + dc) \tag{11.3.3}$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{llll} & & & [d]\,[c] \\ & & [b] + [dc] & \\ & [e]\,[b + dc] & & \\ [e(b + dc)] & & & \equiv 1. \end{array} \tag{11.3.4}$$

Группа, состоящая из банд b, c, d, e суперактивна, поэтому нейтрализация банды a не приведет к ликвидации состояния суперактивности.

Что произойдет, если будет нейтрализована банда b? Появится граф отношений (рис. 11.3.3), которому соответствует полином (11.3.5) и диагональная форма (11.3.6).

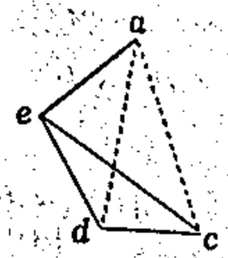

Рис. 11.3.3. Граф отношений после нейтрализации банды b

Полином:

$$e(a + dc), \tag{11.3.5}$$

диагональная форма:

$$\begin{array}{llll} & & & [d]\,[c] \\ & & [a] + [dc] & \\ & [e]\,[a + dc] & & \\ [e(a + dc)] & & & \equiv 1. \end{array} \tag{11.3.6}$$

Группа, состоящая из банд a, c, d, e тоже суперактивна, так что нейтрализация банды b не снизит активность оставшихся банд.

Подобный анализ случаев, когда нейтрализуются банды c и d показывает, что нейтрализация одной из них оставляет группу банд суперактивной. Что произойдет, если будет нейтрализована банда e, находящаяся в союзе со всеми другими бандами? Возникает граф отношений (рис. 11.3.4):

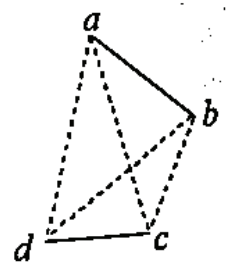

Рис. 11.3.4. Граф отношений после нейтрализации банды e

которому соответствует полином

$$a\,b + c\,d \qquad (11.3.7)$$

и диагональная форма

$$[ab + dc]^{[ab]^{[a][b]} + [dc]^{[d][c]}} \not\equiv 1\,. \qquad (11.3.8)$$

Эта форма не равна тождественно единице, например, при $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$, $d = 0$ ее значение равно 0. Таким образом, нейтрализация банды e делает состояние группы банд не суперактивным. Поэтому, с точки зрения модели, нейтрализация банды e снизит уровень преступной активности в городе.

Глава 12
Международные отношения

При моделировании международных отношений субъектами являются страны или объединения стран. Мы будем полагать, что каждый субъект в ситуации международного кризиса стоит перед альтернативой, какую линию поведения проводить – активную (1) или пассивную (0). В этой главе будет проведен анализ нескольких реальных международных кризисов. Анализируя эти кризисы, мы пользуемся понятиями союз, конфликт, влияние. Однако у нас нет объективных "приборов", которые позволяли бы однозначно определить, каковы отношения и влияния. Сегодня единственный способ их нахождения это использование экспертных оценок. Во всех примерах, рассмотренных в этой книге, экспертом является автор. Обладая определенными знаниями о реальных субъектах и их взаимодействиях, я суммирую эти знания в тех или иных оценках. Например, мне очевидно, что Германия и Советский Союз во время Второй мировой войны находились в конфликте. В несколько меньшей степени мне очевидно, что в предвоенные месяцы эти страны не находились в конфликте. Оценивая отношения биполярным конструктом союз-конфликт, я склоняюсь оценить их отношения перед началом войны словом "союз". Так что я использую не только свои явные знания, но и интуицию. Другой аналитик может со мной не согласиться. В идеале, в этом случае мы должны встать у доски и начать моделировать предвоенную ситуацию вместе. Как показывает мой опыт, моделирование с использованием различных исходных данных является достаточно эффективным аналитическим инструментом. Модель упорядочивает наши знания и стимулирует интуицию.

12.1. Год 1941-й

Проанализируем международные отношения, сложившиеся в первой половине 1941 года. Наиболее существенными в этот период были отношения между Германией, Советским Союзом, Англией и США. Ситуация до нападения Германии на Советский Союз может быть представлена следующим графом (рис. 12.1.1):

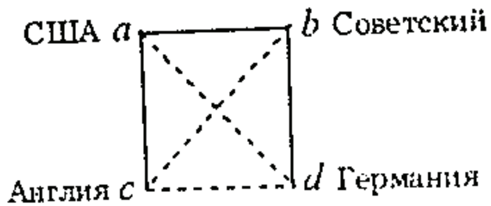

Рис. 12.1.1. Отношения в 1941 году до 22 июня (первый вариант)

Хотя отношения между США и Советским Союзом не были особенно дружественными, обе стороны рассматривали друг друга в качестве потенциальных союзников в борьбе против Гитлера. Между Германией и Советским Союзом был заключен пакт о ненападении. Гитлер уверял Сталина, что концентрация войск у советских границ – отвлекающий маневр в борьбе Германии с Англией, а Сталин снабжал Гитлера сырьем. Так что в рамках нашей модели мы будем считать, что Германия и Советский Союз не находились в отношении конфликта. Поскольку отношения бинарны, мы скажем, что они находились в союзе. Англия была в союзе с США; этот союз был жизненно необходим для Англии, ведущей борьбу с Германией. При этом Англия находилась в плохих отношениях с Советским Союзом. Сталин полагал, что Англия склоняет Германию напасть на Советский Союз, чтобы отвести угрозу от своих берегов, а английское правительство видело, что Сталин экономически помогает Гитлеру. США, поддерживая Англию, находились в отношении конфронтации с Германией.

Граф на рисунке 12.1.1 недекомпозируем, поскольку он есть $S_{(4)}$. Рассмотрим выбор каждой страны.

США. Порядок важности государств такой: Англия, Германия, Советский Союз. После удаления узла b возникает граф (рис. 2.1.2):

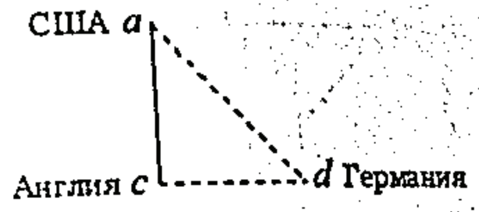

Рис. 12.1.2. Граф отношений после исключения из рассмотрения Советского Союза

Этому графу соответствует полином

$$d + ac, \tag{12.1.1}$$

диагональная форма

$$\begin{array}{ccc} & & [a]\,[c] \\ & [d] + [ac] & \\ [d + ac] & & \end{array} \tag{12.1.2}$$

и уравнение для a

$$a = d + ac. \tag{12.1.3}$$

Германия старалась не подталкивать Соединенные Штаты к активным действиям:

$$d = 0,$$

а Англия, наоборот, склоняла США активно защищать ее от Германии:

$$c = 1.$$

Уравнение (12.1.3) принимает вид:

$$a = a. \qquad (12.1.4)$$

Таким образом, Соединенные Штаты в этот период обладали свободой выбора.

Советский Союз. Порядок важности государств такой: Германия, США, Англия. Граф отношений после удаления Англии (рис.12.1.3):

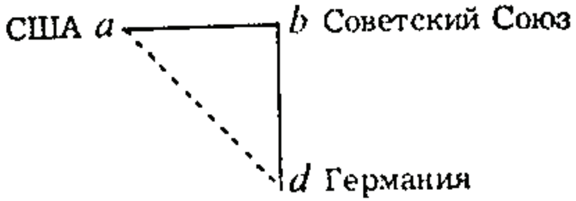

Рис. 12.1.3. Граф отношений после исключения из рассмотрения Англии

Графу соответствует полином

$$b(a + d), \qquad (12.1.5)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{ccc} & & [a] + [d] \\ & [b]\,[a + d] & \\ [b(a + d)] & & \end{array} \qquad (12.1.6)$$

и уравнение относительно b:

$$b = (a + d)b + \overline{b}\ . \qquad (12.1.7)$$

И США, и Германия склоняли Сталина к выбору пассивной линии поведения:

$$a = 0,\ d = 0.$$

Уравнение (12.1.7) принимает вид

$$b = \overline{b}\ . \qquad (12.1.8)$$

Таким образом, согласно модели, советское руководство находилось в состоянии фрустрации, что соответствует колебаниям и безинициативности Сталина в последние месяцы перед германской агрессией. Он не хотел выглядеть в глазах Америки агрессором и боялся быть обвиненным в провоцировании конфликта с Германией.

Германия. Порядок важности других государств для Германии был таков: Советский Союз, Англия, США. После удаления США из графа отношений получаем (рис.12.1.4):

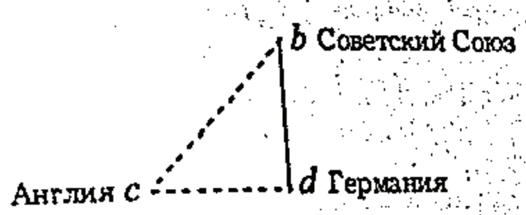

Рис. 12.1.4. Граф отношений после исключения из рассмотрения США

Графу соответствует полином

$$c + bd, \qquad (2.1.9)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{ccc} & & [b]\,[d] \\ & [c] + [bd] & \\ [c + bd] & & \end{array} \qquad (12.1.10)$$

и уравнение относительно d:

$$d = c + bd. \qquad (12.1.11)$$

Англия казалась Гитлеру неприступной и стимулировала его этим к активным действиям по отношению к Советскому Союзу, который представлялся более слабым, чему способствовала неопределенная политика Кремля. Поэтому, $c = 1$ и уравнение (12.1.11) становится таким:

$$d = 1. \qquad (12.1.1$$

Германия в этот период проводит активную лин... поведения.

Англия. Германия, США, Советский Союз – таки... был порядок важности государств для Англии. После удаления из списка Советского Союза граф отношений становится таким как на рисунке 12.1.2. Напишем уравнение для Англии:

$$c = d + ac. \qquad (12.1.13)$$

Германия ведет боевые действия против Англии, стимулируя ее к активности. Поэтому $d = 1$ и уравнение (12.1.13) принимает вид:

$$c = 1. \qquad (12.1.14)$$

Англия находится в активном состоянии.

При данных предположениях, состояния стран в период с января 1941 года до 22 июня таковы: Германия и Англия – активное, Советский Союз – фрустрация, США – свобода выбора.

Как было отмечено во введении к этой главе, оценка германо-советских отношений в предвоенные месяцы как союза не является вполне очевидной. Посмотрим, какие предсказания дает модель, если положить, что в предвоенные месяцы Германия и Советский Союз находились в состоянии конфликта. Граф отношений в этом случае изображен на рисунке 12.1.5. Этому графу соответствует полином

$$d + a(b + c) \qquad (12.1.15)$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{llll} & & & [b] + [c] \\ & & [a]\,[b + c] & \\ & [d] + [a(b + c)] & & \\ [d + a(b + c)] & & & \end{array} \qquad (12.1.16)$$

После упрощения напишем уравнение для Германии:

$$d = d + a\bar{d}. \qquad (12.1.17)$$

Решения этого уравнения задаются неравенствами

$$1 \supseteq d \supseteq a. \qquad (12.1.18)$$

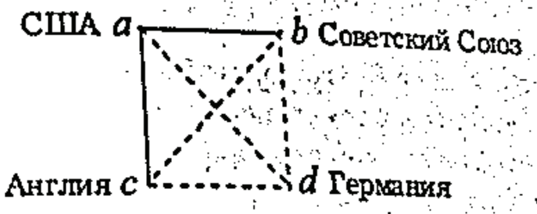

Рис. 12.1.5. Отношения в 1941 году до 22 июня (второй вариант)

Мы видим, что выбор Германии не зависит ни от влияния Советского Союза, ни от влияния Англии, а только от влияния Америки. Если США склоняют Германию к активности ($a = 1$), то Германия выберет активную линию поведения, а если США склоняют Германию к пассивности, то она будет обладать свободой выбора и может выбрать пассивную линию поведения. Столь существенная зависимость состояния Германии от влияния США при отсутствии какой бы то ни было зависимости от влияний Советского Союза и Англии кажется малоправдоподобной, с исторической точки зрения. Поэтому второй вариант дает менее реалистические предсказания. Но он и основан на менее правдоподобном предположении, что в этот период отношения между Советским Союзом и Германией могут быть охарактеризованы как конфликт.

12.2. Венгрия, 1956

23 октября 1956 года в Будапеште начались студенческие демонстрации, переросшие во всеобщее восстание против

политического строя, установленного в Венгрии Советским Союзом. 24 октября во главе страны встал Имре Надь, возглавивший восставших. 4 ноября советские войска вошли в Будапешт. Восстание было подавлено. Имре Надь вскоре был арестован и в 1958 году казнен якобы за государственную измену.

Реакция стран запада на “венгерские события” была крайне пассивной. Войска Северо-Атлантического пакта не были направлены в Венгрию, чтобы защитить восставших, а США ограничились осуждающими декларациями. Советское правительство чувствовало себя полным хозяином положения.

Моделируя международные отношения во время венгерского восстания, мы будем рассматривать четырех субъектов: Венгрию, Советский Союз, США и Западную Европу. Три субъекта, по крайней мере морально, находились в союзе: Венгрия, Западная Европа и США. Советский Союз находился в конфликте со всеми остальными. Граф отношений представлен на рисунке 12.2.1:

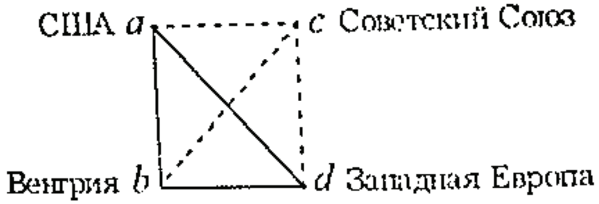

Рис. 12.2.1. Граф отношений во время Венгерского восстания

Этому графу соответствует полином (12.2.1):

$$c + abd, \qquad (12.2.1)$$

диагональная форма

$$[a]\,[b]\,[d]$$
$$[c] + [abd]$$
$$[c + abd] \qquad (12.2.2)$$

и уравнения для субъектов

$$x = c + abd, \qquad (12.2.3)$$

где $x = a, b, c, d$.

Далее мы строим следующую матрицу влияний (таблица 12.2.1):

Таблица 12.2.1. Матрица влияний

		a	b	c	d
США	a	a	1	0	0
Венгрия	b	1	b	1	1
Советский Союз	c	0	1	c	0
Западная Европа	d	0	0	0	d

Мы видим, что США призывают к пассивности Советский Союз и никак не стимулируют Западную Европу быть активной. Однако декларативно поддерживают восставших. Советский Союз пытается “успокаивать” США и Западную Европу, и в то же самое время своей агрессией стимулирует Венгрию к активности. Восставшая Венгрия призывает к активности США и Западную Европу и самим актом восстания стимулирует к активности Советский Союз. Западная Европа стимулирует всех выбрать пассивную линию поведения.

Подставим в уравнение (12.2.3) значения величин a, b, c, d из таблицы 12.2.1:

$$a = 0 + a\,1\,0 = 0,$$
$$b = 1 + 1\,b\,0 = 1,$$
$$c = c + 0\,1\,0 = c,$$
$$d = 0 + 0\,1\,d = 0.$$

Модель показывает, что США и Западная Евр[...] выбирают пассивную линию поведения, Венгрия выбира[...] активную линию поведения, а Советский Союз име[...] свободу выбора.

12.3. Иранский кризис, 2006 год

Этот кризис достиг высшей точки в июне 2006 года. Он был связан с опасениями многих стран по поводу того, что Иран приступает к производству обогащенного урана, который может быть использован для создания ядерного оружия. Субъекты, вовлеченные в это обострение международных отношений, могут быть разделены на две группы. В первую группу входят субъекты, противостоящие Ирану – США, Израиль, Европейский Союз; во вторую – Иран и поддерживающие его Китай и Россия. Мы можем считать, что субъекты, входящие в одну группу, находятся в отношении союза друг с другом, а субъекты, находящиеся в разных группах – в состоянии конфликта, за исключением Европейского Союза и России, которые в это время находились в достаточно дружественных отношениях. Описанной ситуации соответствует следующий граф (рис.12.3.1):

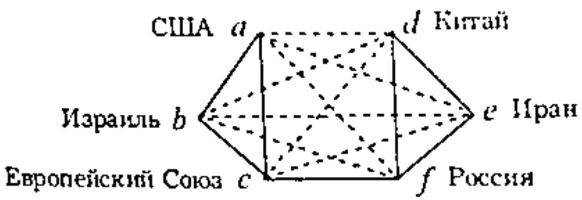

Рис. 12.3.1. Отношения между главными субъектами, вовлеченными в иранский кризис 2006 года

Этот граф недекомпозируем, поскольку его подграф $<a, c, d, f>$ есть $S_{(4)}$.

США. Мы полагаем, что порядок значимости других субъектов для США таков: Иран, Израиль, Европейский Союз, Россия, Китай. Первым из графа удаляется узел d. В результате появляется граф (рис. 12.3.2):

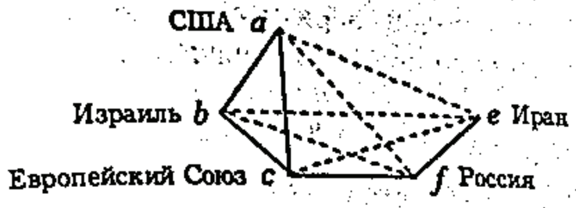

Рис. 12.3.2. Граф отношений после исключения из рассмотрения Китая

Полученный граф также недекомпозируем, поскольку его подграф $<a, c, f, e>$ есть $S_{(4)}$. Следующим из рассмотрения удаляется узел f, соответствующий России. Появляется граф (рис. 12.3.3):

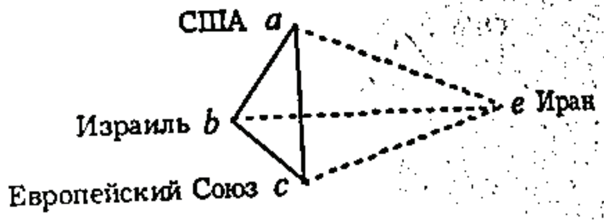

Рис. 12.3.3. Граф отношений после исключения из рассмотрения Китая и России

Этот граф декомпозируем. ему соответствует полином

$$e + abc, \tag{12.3.1}$$

диагональная форма

$$\begin{array}{c} [a]\,[b]\,[c] \\ [e] + [abc] \\ [e + abc] \end{array}, \tag{12.3.2}$$

и уравнения для США

$$a = e + abc\,. \qquad (12.3.3)$$

Как в рамках этого процесса Ирак воздействует на США? Он склоняет США к активности уже только тем, что готовится стать ядерной державой. Поэтому $e = 1$. Этой информации достаточно чтобы заключить, что

$$a = 1 + abc = 1, \qquad (12.3.4)$$

т.е. Соединенные Штаты выбирают активную линию поведения.

Израиль. Порядок важности других субъектов: Иран, Соединенные Штаты, Россия, Европейский союз, Китай. Во-первых из графа убирается узел d (Китай). Возникает недекомпозируемый граф (рис. 12.3.2). Затем убирается узел c, соответствующий Европейскому Союзу. Появляется граф (рис.12.3.4):

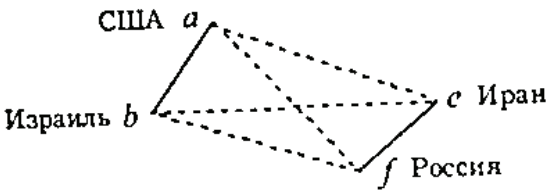

Рис. 12.3.4. Граф отношений после исключения из рассмотрения Китая и Европейского Союза

Этому графу соответствует полином (12.3.5):

$$ab + ef, \qquad (12.3.5)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{ccc} & [a]\,[b] & \quad [e]\,[f] \\ & [ab] & + [ef] \\ [ab + ef] & & \end{array} \qquad (12.3.6)$$

и уравнение для Израиля

$$b = ab + ef.$$

Соединенные Штаты склоняли Израиль к пассивности, боясь возникновения взрывоопасной ситуации ($a = 0$). Россия также склоняла Израиль к пассивности, опасаясь возможного удара по Ирану силами США и Израиля ($f = 0$). Этой информации достаточно, чтобы определить выбор Израиля. Зная, что $a = 0$ и $f = 0$, находим, что

$$b = 0, \qquad (12.3.7)$$

т.е. Израиль выбирает пассивную линию поведения.

Европейский Союз. Порядок важности: США, Иран, Россия, Израиль, Китай. После удаления узла d (Китай) появляется граф, представленный на рисунке 12.3.2, который недекомпозируем. Затем удаляется узел b, соответствующий Израилю. В результате появляется следующий граф (рис. 12.3.5):

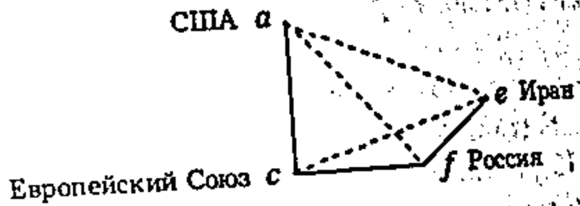

Рис. 12.3.5. Граф отношений после исключения из рассмотрения Китая и Израиля

Этот граф недекомпозируем, поскольку он есть $S_{(4)}$. Следующим удаляется узел f, соответствующий России. Появляется граф (рис. 12.3.6), которому соответствует полином

$$e + ac, \qquad (12.3.8)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{ccc} & & [a]\,[c] \\ & [e] & + [ac] \\ [e + ac] & & \end{array} \qquad (12.3.9)$$

и уравнение для Европейского Союза

$$c = e + ac. \qquad (12.3.1$$

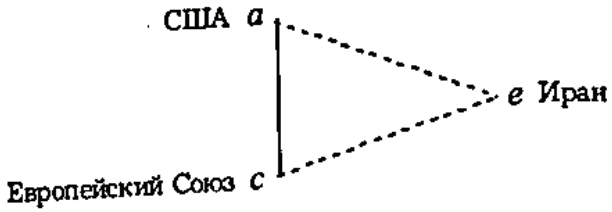

Рис. 12.3.6. Граф отношений после исключения из рассмотрения Китая, Израиля и России

Иран проводит политику, склоняющую Европейский Союз к пассивности ($e = 0$), а Соединенные Штаты призывают Европейский Союз к активности ($a = 1$). В результате получаем уравнение

$$c = c. \qquad (12.3.11)$$

Следовательно, Европейский Союз обладает свободой выбора.

Россия. Порядок важности стран для России таков: США, Иран, Китай, Европейский Союз, Израиль. После исключения Израиля из рассмотрения (узел b) граф отношений становится таким (рис.12.3.7):

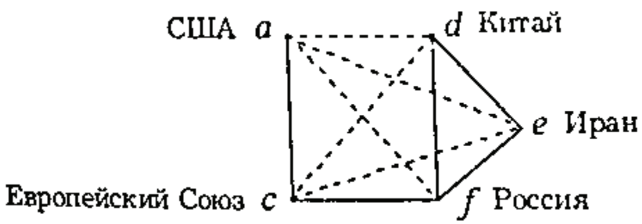

Рис. 12.3.7. Граф отношений после исключения из рассмотрения Израиля

Следующим исключается из рассмотрения Европейский Союз (узел с) и появляется декомпозируемый граф (рис. 12.3.8):

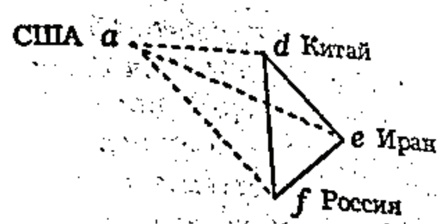

Рис. 12.3.8. Граф отношений после исключения из рассмотрения Израиля и Европейского Союза

Ему соответствует полином

$$a + def, \qquad (12.3.12)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{r} [d]\,[e]\,[f] \\ [a] + [def] \\ [a + def] \end{array} \qquad (12.3.13)$$

и уравнение для России

$$f = a + def. \qquad (12.3.14)$$

Соединенные Штаты склоняют Россию к пассивности, $a = 0$, а Иран и Китай подталкивают ее к активной защите интересов Ирана, $e = 1$, $d = 1$. Таким образом,

$$f = f\,. \qquad (12.3.15)$$

Россия обладает свободой выбора.

Китай. Порядок важности: США, Россия, Иран, Европейский Союз, Израиль. У Китая, как и у России, список государств замыкают Европейский Союз и Израиль. Таким образом, Китай оперирует графом на рисунке 12.3.8. Китаю соответствует уравнение

$$d = a + def. \qquad (12.3.16)$$

Соединенные Штаты склоняют Китай к пассивности, $a = 0$; Иран к активности, $e = 1$. Россия не предпринимала каких-либо специальных шагов, чтобы побудить Китай активно поддерживать право Ирана проводить обогащение урана, так что мы будем полагать, что Россия склоняет Китай к пассивности, $f = 0$. Поэтому

$$d = 0, \qquad (12.3.17)$$

Китай выбирает пассивную линию поведения.

Иран. Порядок важности других стран таков: США, Израиль, Европейский союз, Россия, Китай. После того как исключается Китай, появляется граф, представленный на рисунке 12.3.2. После удаления из рассмотрения России, возникает граф, изображенный на рисунке 12.3.3. Уравнение для Ирана таково:

$$e = e + abc. \qquad (12.3.18)$$

Европейский Союз склоняет Иран к пассивности, $c = 0$. Независимо от значений переменных a и b, выполняется равенство $abc = 0$, так что знание влияния Европейского Союза достаточно, чтобы найти окончательный вид уравнения для Ирана:

$$e = e\,. \qquad (12.3.19)$$

Таким образом, Иран обладает свободой выбора.

Результат нашего анализа таков. Во время иранского кризиса 2006 года четкую политику проводили США (активная линия поведения), Израиль (пассивная) и Китай (пассивная). Три других субъекта (Иран, Россия, Европейский Союз) проводили менее детерминированную политику. Модель приписывает этим странам способность к свободному выбору.

12.4. Анализ фрустрации

В этом разделе мы постараемся показать, какие реальные политические процессы в рамках международных отношений могут соответствовать фрустрации .

В течение нескольких лет бойцы палестинской террористической организации Хамас обстреливали ракетами территорию Израиля. В последние дни декабря 2008 года Израиль нанес удар по базам террористов в полосе Газа. Далее мы будем рассматривать ситуацию до вторжения израильских наземных сил в Газу. Этой ситуации соответствует граф на рисунке 12.4.1. Обратим внимание на то, что мы связали отношениями разнородные единицы. Соединенные Штаты и Израиль – государства, Хамас – террористическая организация, а антиизраильские силы – это совокупность стран и организаций, выступающих против Израиля. Соединенные Штаты находятся в союзе с Израилем и, в целом, с антиизраильскими силами. С Хамасом США находятся в конфликте. Израиль находится в конфликте с Хамасом и с антиизраильскими силами, а последние находятся в союзе с Хамасом. Далее мы будем моделировать выбор Соединенных Штатов.

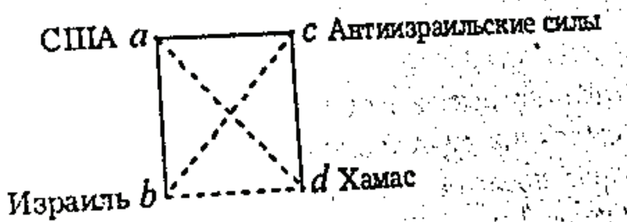

Рис. 12.4.1. Граф отношений вокруг конфликта Израиля и Хамаса

Этот граф недекомпозируем, поскольку он $S_{(4)}$. Мы полагаем, что для Соединенных Штатов порядок значимости субъектов, вовлеченных в кризис, таков: Израиль, антиизраильские силы, Хамас. Поэтому из рассмотрения исключается Хамас. Оставшимся трем сторонам соответствует граф $<a, b, c>$, полином:

$$a(b + c),$$

диагональная форма:

$$\begin{array}{ccc} & & [b]+[c] \\ & [a]\,[b+c] & \\ [a(b+c)] & & \end{array} \qquad (12.4.1)$$

и уравнение для Соединенных Штатов

$$a=(b+c)a+\bar{a}\ . \qquad (12.4.2)$$

Как Израиль, так и антиизраильские силы опасаются активности Соединенных Штатов, но по разным причинам. Израиль не желает, чтобы процесс уничтожения террористических баз был остановлен и заменен бесплодным переговорным процессом. Антиизраильские силы боятся, что США могут оказать Израилю военную и политическую помощь. Поэтому и Израиль, и антиизраильские силы склоняют Соединенные Штаты к пассивности, $b = 0$, $c = 0$. Уравнение (12.4.2) становится таким:

$$a=\bar{a}\ . \qquad (12.4.3)$$

Модель предсказывает, что Соединенные Штаты находятся в состоянии фрустрации. В чем оно проявляется? Этот вопрос проясняет статья Поля Рихтера в газете "Лос-Анжелес Таймс" (Paul Richter, Behind closed doors. US seeks an exit. *Los Angeles Times*, December 31, 2008). В этой публикации вскрывается конфликт между позицией Белого дома и Государственного департамента:

> Дипломатия Соединенных Штатов затруднена противоречиями между Белым домом и Государственным департаментом, сообщают источники. Президент Буш, неизменный сторонник права Израиля совершать любые шаги, которые он посчитает необходимыми для своей обороны. Однако Государственный департамент должен учитывать растущее международное давление прекратить военную кампанию."

Мы видим, что влияния антиизраильс... США породили две противостоящие т... оказались материализованными в позици... Госдепартамента. В результате в перв... Соединенные Штаты оказались неспособны ... деленную линию поведения.

Глава 13
Область военных решений

В этой главе мы покажем, как теория рефлексивных игр может быть использована для прогноза решений, прини- маемых субъектом на поле боя. Сначала мы проверим теорию, сравнив ее предсказания с очевидными интуитив- ными предсказаниями, а затем проведем моделирование ситуации боевого взаимодействия.

13.1. Интуиция и предсказания модели

Командир батальона получил приказ сосредоточить свои силы в километре от берега реки и, если он найдет это возможным, форсировать реку. В районе дислокации батальона есть три переправы А, В, С. Батальон может переправиться по любой одной из них. Каждая переправа обороняется взводом противника, что является достаточно серьезным препятствием. Поставим теперь вопрос – какое решение примет командир: переправиться в месте А, переправиться в месте В, переправиться в месте С, или отказаться от переправы? Чтобы ответить на этот вопрос у нас есть только скудное описание ситуации, данное выше. Мы должны попытаться извлечь из него хоть какие-нибудь ограничения на выбор командира. Сделать это не удается – слишком мало информации. Мы не можем найти какие-либо предпочтения между альтернативами. Следовательно мы должны сказать, что выбор субъекта зависит от факторов, которые не даны в описании ситуации. Это означает, что его выбор нами непредсказуем, т.е. что с

нашей позиции, командир батальона обладает свободой *выбора.*

Представим себе теперь, что по данному описанию **мы построили модель ситуации,** которая предсказывает, **что командир батальона примет** решение переправляться **в месте А. Такое предсказание** должно подорвать нашу **веру в модель, поскольку в** описании ситуации не содержатся **какие-либо различия между А, В и С.** Мы можем **считать только такое предсказание** удовлетворительным, **которое говорит, что в описанной** ситуации командир **батальона может выбрать любую** переправу, т.е. он **обладает свободой выбора.**

Посмотрим теперь, что предсказывает модель. **Ситуации соответствует граф (рис.13.1.1):**

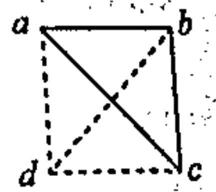

Рис. 13.1.1. Граф отношений

Узел d соответствует батальону, узел a – взводу, обороняющему переправу А, b – взводу, обороняющему В, c – взводу, обороняющему С. Графу соответствует полином

$$d + abc, \qquad (13.1.1)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{r} [a]\,[b]\,[c] \\ [d] + [abc] \\ [d + abc] \end{array} \qquad (13.1.2)$$

и уравнение для командира батальона

$$d = d + abc. \qquad (13.1.3)$$

Универсальное множество состоит из трех действий: α, β, γ, где α – переправиться через реку в месте А, β – переправиться в месте В и γ – в месте С. Реализуемыми являются только альтернативы $\{\alpha\}$, $\{\beta\}$, $\{\gamma\}$ и 0. Выбор альтернативы 0 означает, что командир принял решение не форсировать реку. Каждый взвод противника оказывает на командира батальона воздействие; его смысл "не используй эту переправу":

$$a = \overline{\{\alpha\}} \text{ – не использовать переправу А,}$$
$$b = \overline{\{\beta\}} \text{ – не использовать переправу В,}$$
$$c = \overline{\{\gamma\}} \text{ – не использовать переправу С,}$$

или
$$a = \{\beta, \gamma\},$$
$$b = \{\alpha, \gamma\},$$
$$c = \{\alpha, \beta\}.$$

Подставляя эти значения в (13.1.3), находим:

$$d = d + \{\beta, \gamma\}\{\alpha, \gamma\}\{\alpha, \beta\}. \tag{13.1.4}$$

Поскольку
$$\{\beta, \gamma\}\{\alpha, \gamma\}\{\alpha, \beta\} = 0,$$

окончательно получаем

$$d = d, \tag{13.1.5}$$

т.е. командир батальона обладает свободой выбора. Мы видим, что предсказание модели соответствует независимому выводу, вытекающему из анализа ситуации.

Предположим далее, что противник усилил оборону переправ В и С, оставив оборону А прежней. Каким будет решение командира батальона в новых условиях? Ясно, что симметрия нарушилась: переправа А делается более привлекательной, чем переправы В и С. Однако потенциальная возможность использования других переправ тоже должна

сохраняться. Промоделируем эту ситуацию с [illegible] делим влияния. Взвод a, обороняющий п[illegible], не "отталкивает" батальон, а "притягивает" его:

$$a = \{\alpha\}. \tag{13.1.6}$$

Влияния взводов b и c остаются прежними:

$$b = \{\alpha, \gamma\}, \tag{13.1.7}$$
$$c = \{\alpha, \beta\}. \tag{13.1.8}$$

Подставив эти значения в (13.1.3), получаем:

$$d = d + \{\alpha\}\{\alpha, \gamma\}\{\alpha, \beta\}. \tag{13.1.9}$$

Поскольку
$$\{\alpha\}\{\alpha, \gamma\}\{\alpha, \beta\} = \{\alpha\}, \tag{13.1.10}$$

уравнение (13.1.9) принимает вид
$$d = d + \{\alpha\}, \tag{13.1.11}$$

или
$$d = d + \{\alpha\}\overline{d}. \tag{13.1.12}$$

Решения этого уравнения даются неравенствами
$$1 \supseteq d \supseteq \{\alpha\}. \tag{13.1.13}$$

Таким образом,
$$d = \{\alpha, \beta, \gamma\}, \{\alpha, \beta\}, \{\alpha, \gamma\}, \{\alpha\}. \tag{13.1.14}$$

Командир батальона имеет возможность выбрать одну из четырех альтернатив, при этом в каждой из них присутствует действие α. Ни одно из других действий не входит во все альтернативы. Таким образом, переправа А оказывается *выделенной*. При любом выборе командир батальона может принять решение использовать именно эту переправу.

Мы видим, что для простейших случаев предсказания модели соответствуют нашей интуиции и здравому смыслу.

13.2. Выбор пути

Рассмотрим более сложный случай. Отдельный батальон d, находящийся в горах, имеет цель спуститься в долину. Ему противостоит отряд противника a, стремящийся удержать батальон в горах. Все пути, ведущие в долину, проходят через села b и c. Жители этих сел враждебны батальону, и поддерживают отряд противника. При этом сами они враждуют друг с другом. Этой ситуации соответствует граф отношений на рисунке 13.2.1.

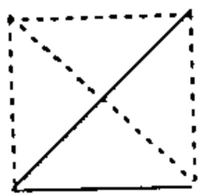

Рис. 13.2.1.Граф отношений

Универсальное множество командира батальона состоит из всех возможных путей спуска с гор в долину. Мы полагаем, что эти пути несовместимы, т.е. батальон может двигаться лишь по одному из них. Множество альтернатив M состоит из всех подмножеств универсального множества, включая пустое, которому соответствует отказ от спуска с гор. Множество a состоит из тех путей, к выбору которых склоняет командира батальона поведение отряда противника. Например, некоторые пути выхода остаются не прикрытыми противником. Это может склонить командира батальона использовать один из этих путей. Множества b и c состоят из тех путей, к выбору которых командира батальона с... сел. Граф на рисунке 13.2.1 с... ветствует полином

$$\mathbf{d} + a(\mathbf{b} + \mathbf{c}), \quad (13.2.1)$$

диагональная форма

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\qquad [b] + [c] \\ \qquad\qquad\qquad [a]\,[b + c] \\ \qquad\qquad [d] + [a(b + c)] \\ [d + a(b + c)] \end{array} \quad (13.2.2)$$

и уравнение для командира батальона

$$\mathbf{d} = \mathbf{d} + \mathbf{a}\,. \quad (13.2.3)$$

В этом уравнении отсутствуют переменные b и c, следовательно выбор командира батальона не зависит от влияний, которые оказывают на него жители враждебных сел. Решая (13.2.3), находим, что

$$1 \supseteq d \supseteq a. \quad (13.2.4)$$

В случае, когда a не пусто, командир батальона может выбрать любую альтернативу, содержащую a в качестве своего подмножества, и после этого реализовать одно из подмножеств этой альтернативы, состоящее из одного пути. В случае, когда $a = 0$, т.е. поведение противника не подталкивает командира батальона к выбору каких-либо путей, он обладает свободой выбора и может выбрать любую альтернативу, включая пустую. Если выбранная альтернатива не пуста, то далее он может выделить путь, по которому батальон будет спускаться в долину.

Как изменился бы выбор командира батальона, если бы жители сел b и c были в союзе, а не в конфликте? Граф отношений в этом случае показан на рисунке 13.2.2.

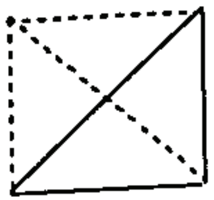

Рис. 13.2.2. Граф отношений

Этому графу соответствует полином

$$d + abc, \tag{13.2.5}$$

диагональная форма

$$\begin{array}{c} [a\}\,[b]\,[c] \\ [d] + [abc] \\ [d + abc] \end{array} \tag{13.2.6}$$

и уравнение для командира батальона

$$d = d + abc, \tag{13.2.7}$$

из котрого следует, что

$$1 \supseteq d \supseteq abc\,. \tag{13.7.8}$$

Мы видим, что при сценарии, когда враждебные села a и b находятся не в конфликте, а в союзе, выбор командира батальона зависит от влияний, которые оказывают на него жители этих сел.

Пусть, например, село b склоняет командира батальона выбрать альтернативу 0 (b=0). Давление в сторону нуля означает, что субъект b своим поведением побуждает батальон к бездействию. В результате этого воздействия командир батальона переходит в состояние свободы выбора.

13.3. Рефлексивное управление

Рассмотрим сценарий, которому соответствует [illegible] на рисунке 13.2.1. Выбор командира батальона задается неравенствами $1 \supseteq d \supseteq a$. Представим себе, что глава враждебного отряда решил устроить засаду на одном из путей возможного спуска батальона. Какое рефлексивное управление посредством влияния он должен произвести? Пусть он осуществит влияние a=1, т.е. убедит командира батальона, что каждый путь в долину безопасен. В этом случае он не получит возможности предсказать, по какому именно пути будет спускаться батальон, и не сможет устроить засаду. Пусть глава отряда убедит командира батальона, что a = 0, что означает, что все пути вниз опасны. Тогда командир батальона обретает свободу выбора, и предсказать его путь в долину невозможно. Наиболее целесообразно подтолкнуть командира батальона к выбору некоторого конкретного пути α, т.е. использовать воздействие $a = \{\alpha\}$. В результате выбор командира батальона будет даваться неравенствами

$$1 \supseteq d \supseteq \{\alpha\}, \tag{13.3.1}$$

что означает, что выбор будет производиться из множества подмножеств, каждое из которых содержит α. При таком рефлексивном управлении путь α окажется входящим в каждую альтернативу и, тем самым, будет выделен из всех других путей. Однако нет никакой гарантии, что батальон воспользуется именно этим путем.

Глава 14
Теорема о правосудии

Вердикт идеального судьи не должен зависеть от эмоциональных воздействий оказываемых на него другими участниками судебного процесса. Его не должно завораживать красноречие адвоката или ужасать обвинение прокурора. Решение судьи должно быть основано только на установленных фактах и законе. В этой главе мы покажем, что с помощью теории рефлексивных игр может быть построена модель идеального суда.

14.1. Идеальный суд

В соответствии с классической схемой, в судебном заседании участвуют четыре субъекта: подсудимый, судья, защитник, обвинитель. Универссальное множество выбора для судьи состоит из двух действий: вынести решение 'виновен' – α, или вынести решение 'невиновен' – β. Таким образом, есть четыре альтернативы, которые могут быть представлены в виде булевой решетки (рис. 14.1.1):

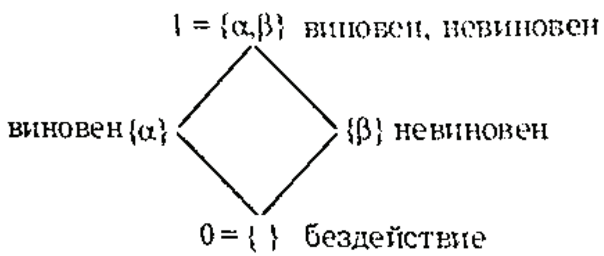

Рис. 14.1.1. Альтернативы выбора у судьи

Участники процесса могут склонять судью выбрать некоторую альтернативу, оказывая на него эмоциональное давление. Если судья выбрал { }, это значит, что он отказывается выполнять свои функции. Если судья выбрал альтернативу $\{\alpha,\beta\}$, это означает, что он сохранил за собой возможность реализовать либо $\{\alpha\}$, либо $\{\beta\}$, т.е. признать подсудимого виновным или невиновным, основываясь на аргументации, не связанной с эмоциями. Мы назовем суд *совершенным*, если судья выбирает альтернативу $1=\{\alpha,\beta\}$ при любых эмоциональных воздействиях со стороны других участников суда: обвинителя, обвиняемого и защитника.

Теорема о правосудии. Классический суд совершенен.

Доказательство. Классическому суду соответствует граф отношений 14.1.2:

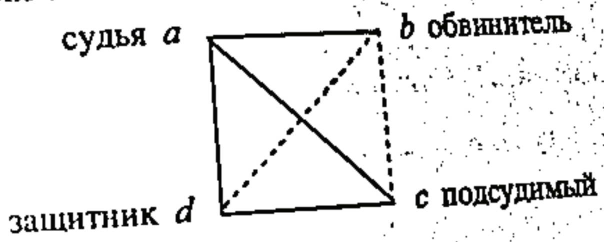

Рис. 14.1.2. Граф отношений в классическом суде

Подсудимый и защитник находятся в отношении союза между собой и в отношении конфликта с обвинителем. Судья находится в отношении сотрудничества (союза, в нашей терминологии) со всеми остальными участниками суда. Графу на рисунке 14.1.2 соответствует полином

$$a(b + cd) \tag{14.1.1}$$

и диагональная форма

$$
\begin{array}{llll}
 & & & [c]\,[d] \\
 & & [b] + [cd] & \\
 & [a]\,[b + cd] & & \\
[a(b + cd)] & & & \equiv 1 = \{\alpha, \beta\}. \quad \square
\end{array}
\qquad (14.1.2)
$$

Мы видим, что судья суперактивен; таким образом, в классическом суде свое решение о виновности или невиновности подсудимого судья выносит независимо от того, какие эмоциаональные воздействия на него оказывают другие участники суда. Пусть, например, все они – и подсудимый, и обвинитель, и защитник – горячо убеждают судью в виновности подсудимого ($c = \{\alpha\}$, $b = \{\alpha\}$, $d = \{\alpha\}$). И в этом случае, в соответствии с тождеством (14.1.2), судья будет принимать независимое решение.

14.2. Суд без защитника

Останется ли суд совершенным, если удалить из схемы защитника? В этом случае граф таков (рис. 14.2.1):

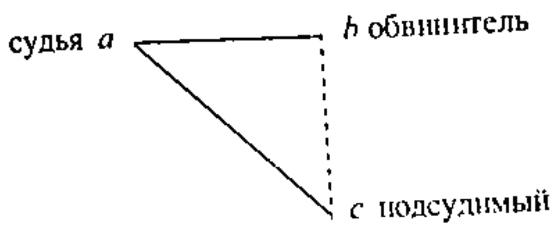

Рис. 14.2.1. Граф отношений после удаления из схемы защитника

Этому графу соответствует полином

$$a(b + c), \qquad (14.2.1)$$

диагональная форма

$$
\begin{array}{lll}
 & & [b] + [c] \\
 & [a]\,[b + c] & \\
[a(b + c)] & &
\end{array}
\qquad (14.2.2)
$$

и уравнение для судьи

$$a = (b + c)a + \bar{a}\,. \qquad (14.2.3)$$

Это уравнение не имеет решения, если

$$(b + c) \subset 1\,. \qquad (14.2.4)$$

Пусть, например, $b = \{\alpha\}$ и $c = \{\alpha\}$, т.е. обвинитель с пафосом утверждает, что подсудимый виновен, и сам подсудимый сокрушенно признает, что он виновен. В этом случае выполняется (14.2.4); судья не может вынести вердикт; он находится в состоянии фрустрации. Поэтому суд, из которого удален защитник, не является совершенным.

Граф отношений классического суда (рис. 14.1.2) возник в результате многовекового отбора. Поэтому мы с уверенностью можем считать, что судья в классическом суде, в идеале, способен выносить приговор независимо от эмоционального давления, оказываемого на него другими участниками процесса.

Заключение

Классическая теория игр решает задачи двух типов – дескриптивные и прескриптивные. Первые связаны с предсказанием выбора, вторые отвечают на вопрос, какой выбор игроку следует совершить. В обоих случаях используется принцип гарантированного результата или минимизации возможных потерь. Применяя теорию игр, мы, тем самым, соглашаемся, что принцип гарантированного результата описывает процесс принятия решения игроками, и что свои собственные решения мы основываем на нем же. Если мы убеждены, что другие игроки склонны к нерациональному риску, и мы сами склонны к риску, мы не должны пользоваться аппаратом классической теории игр.

Теория рефлексивных игр, основанная на модели ментального механизма, реализующего принцип запрета эгоизма, также способна решать как дескриптивные так и прескриптивные задачи. В первом случае мы пытаемся предсказать выбор субъектов, полагая, что этот выбор подчинен принципу запрета эгоизма. Во втором случае, зная отношения между субъектами, и их влияния на нас, мы можем выяснить, существует ли у нас выбор, удовлетворяющий принципу запрета эгоизма, и если существует, то каков он.

Отсутствие выбора может служить сигналом к тому, что мы должны изменить свой взгляд на проблему. Рассмотрим пример. У меня есть два друга, живущие далеко от меня в одном городе. У них плохие отношения. Я могу поехать в этот город и остановиться либо у одного, либо у другого. Каждый из них очень хочет, чтобы я приехал, но

не приглашает меня, опасаясь, что я остановлюсь у другого. Гостиницы в этом городе нет. Формальный анализ этой ситуации говорит нам, что я нахожусь во фрустрации, т.е. не могу решить, поехать или нет. Невозможность выбора, удовлетворяющего принципу запрета эгоизма, порождает следующий вопрос: имеет ли смысл стремиться совершить именно этот выбор? Может быть, мне нужно ввести новые альтернативы. Например, подумать о том, не пригласить ли друзей в гости к себе.

Таким образом, теория рефлексивных игр способна дать нам совет, какие альтернативы мы должны выбирать, чтобы наше решение удовлетворяло принципу запрета эгоизма. Кроме того, она позволяет нам выделять ситуации, в которых мы должны радикально менять подход к своим решениям.

Приложение А

Полные графы и их стратификация[1]

В этом приложении приведены доказательства основных утверждений о полных графах с ребрами двух типов.

Утверждение А.1. Если полный граф G стратифицируем по R, в нем есть, по крайней мере, две различные минимальные страты по R.

Доказательство. Граф G представим в виде $G=ARB$. Если хотя бы один из графов, A или B, не является минимальной стратой по R, то он всегда содержит минимальную страту графа G, поскольку число элементов конечно. □

Утверждение А.2. Если A и B две различные минимальные страты G по R, то их пересечение пусто.

Доказательство. Предположим $C=A\cap B$ не пусто; тогда C есть страта G по R. Следовательно один из графов A или B не является минимальной стратой G по R. □

Утверждение А.3. Если полный граф G стратифицируем по R, то каждый его узел принадлежит некоторой его минимальной страте по R.

Доказательство. Граф G, стратифицируемый по R, содержит конечное число N минимальных непересекающихся страт по R. Рассмотрим полный граф A, соответствующий их объединению. Предположим, что множество узлов графа G-A не пусто. Тогда G представим в виде $G=AR(G-A)$, и G-A есть страта. Но согласно утверждению А.1, существует минимальная страта $H\subseteq G-A$, т.е. G содержит $N+1$ минимальных страт по R вместо N. Следовательно, множество узлов в G-A пусто. □

Из утверждений А.1, А.2 и А.3 следует, что полный граф G, стратифицируемый по R, может быть представлен как композиция его минимальных страт: $G=A_1RA_2RA_3...$.

Утверждение А.4. Если полный граф G стратифицируем по R, то его разделение на минимальные страты единственно, с точностью до нумерации.

---

[1] Это приложение является частью приложения, опубликованного ранее в книге В.А.Лефевра "Алгебра совести", Москва, Когито-Центр, 2003.

Доказательство. Предположим, что в дополнение к разделению $G=A_1RA_2RA_3...$ существует другое разделение $G=A'_1RA'_2RA'_3...$, которое содержит минимальную страту A', не совпадающую ни с одной стратой первого разделения. G может быть представлен как объединение $G=A_1\cup A_2\cup A_3...$. Его пересечение с A' есть $G\cap A'=(A_1\cap A')\cup(A_2\cap A')\cup(A_3\cap A')$. Левая часть этого выражения представляет не пустое множество, поскольку $G\cap A'=A'$, но правая часть представляет пустое множество, потому что пересечение двух различных минимальных страт G по R пусто. Из этого противоречия следует, что A' совпадает с одним из графов $A_1,A_2,A_3...$. □

Утверждение А.5. Полный граф G стратифицируем по R, тогда и только тогда, когда он не связан по $\overline{R}$.

Доказательство необходимости. Пусть граф G представим в виде $G=ARB$. Предположим, он связан по $\overline{R}$. Выберем произвольные узлы $\alpha\in A$ и $\beta\in B$. Они должны быть связаны по $\overline{R}$, т.е. существует цепочка $\alpha\,\overline{R}\,\alpha_1\,\overline{R}\,\alpha_2\,\overline{R}\,...\,\overline{R}\,\alpha_n\,\overline{R}\,\beta$. Поскольку ни один из узлов A не соединен ребром $\overline{R}$ ни с одним из узлов B, $\alpha_1\in A$, $\alpha_2\in A$, и наконец, $\beta\in A$. Но поскольку мы выбрали $\beta\in B$ наше предположение о связанности по $\overline{R}$ неверно.

Доказательство достаточности. Пусть граф G не связан по $\overline{R}$. Тогда можно найти два узла $\alpha\in G$ $\beta\in G$, которые нельзя связать цепочкой по $\overline{R}$. Пусть $A\subset G$ состоит из узла α и всех узлов, связанных с ним по $\overline{R}$; и пусть $B\subset G$ состоит из узла β и всех узлов, связанных с ним по $\overline{R}$. Ни один из узлов A не связан ни с одним из узлов B ребром $\overline{R}$, потому что в противном случае, α и β были бы связаны по $\overline{R}$. Следовательно все узлы A связаны со всеми узлами B только ребрами R, т.е. $A\cup B=ARB$. Рассмотрим теперь граф $C=G-(A\cup B)$. Если множество его узлов не пусто, то каждый узел $\gamma\in C$ связан с каждым узлом A ребром R, поскольку в противном случае узел γ был бы связан с узлом α по $\overline{R}$ и принадлежал бы A. Таким образом, каждый узел графа $B\cup C=G-A$ связан с каждым узлом графа A ребром R, и следовательно, $G=AR(G-A)$. □

Утверждение А.6. Если полный граф G стратифицируем по R, он не стратифицируем по $\overline{R}$.

Доказательство. Докажем, что если G стратифицирован по R, он связан по R. По определению стратификации $G=ARB$. Возьмем два различных узла α и β; если они принадлежат различным стратам, A и B, они связаны ребром R и, следовательно, связаны по R. Если оба узла принадлежат какой-нибудь одной страте, A или B, то для произвольного узла γ в другой страте существуют связи $\alpha R\gamma$ и $\gamma R\beta$, поэтому $\alpha R\gamma R\beta$, т.е. α и β связаны по R. Следовательно граф G связан по R и согласно утверждению А.5, не может быть стратифицируем по $\overline{R}$. □

Из утверждения А.6 следует, что полный граф G не может быть не связан и по R, и по $\overline{R}$. Если он не связан по $\overline{R}$, тогда согласно утверждению А.5, он стратифицируем по R; если он вдобавок не связан по R, он стратифицируем по $\overline{R}$, что невозможно в силу утверждения А.6.

Утверждение А.7. Полный граф G не стратифицируем по R и не стратифицируем по $\overline{R}$, тогда и только тогда, когда он двусвязен.

Доказательство необходимости Пусть граф G не стратифицируем ни по R, ни по $\overline{R}$. Поскольку G не стратифицируем по R, он связан по $\overline{R}$; в противном случае, согласно утверждению А.5, он был бы стратифициру-ем по R. Аналогично если G не стратифицируем по $\overline{R}$, он связан по R.

Доказательство достаточности Пусть граф G одновременно связан и по R, и по $\overline{R}$. G не стратифицируем по R, потому что в противном случае он был бы не связан по $\overline{R}$, в силу утверждения А.5. Аналогично, G не стратифицируем по $\overline{R}$, потому что в противном случае он был бы не связан по R. □

Утверждение А.8 Если полный граф G стратифицируем по R, $G=ARB$, и граф $H\subset G$ двусвязен, тогда либо $H\subseteq A$, либо $H\subseteq B$.

Доказательство Предположим противное, т.е. $H=H_1\cup H_2$, где $H_1\cap H_2=\varnothing$ и $H_1\subseteq A$ и $H_2\subseteq B$. Поскольку все узлы A связаны со всеми узлами B только ребрами R, то $H=H_1RH_2$, то есть H стратифицируем по R и в силу утверждения А.5, не связан по $\overline{R}$, что противоречит условию дву-связности H. □

Утверждение А.9. Если G – полный двусвязный граф, то существует такой полный двусвязный граф $S_{(4)}$ (с четырьмя узлами), что $S_{(4)}\subset G$ (Batchelder & Lefebvre, 1982).

Докажем сначала две леммы.

Лемма 1. *Если полный граф имеет ребра только типа R, он не может быть преобразован в полный двусвязный граф добавлением лишь одного дополнительного узла α.*

Доказательство. Узел α должен быть связан ребром с каждым узлом графа G. Чтобы G стал связан по $\overline{R}$, необходимо связать каждый узел графа G с узлом α ребром $\overline{R}$. В результате мы получим граф $\alpha\overline{R}G$ стратифицируемый по $\overline{R}$ и, следовательно, несвязанный по R. □

Лемма 2. ***Пусть полный граф G связан по $\overline{R}$.*** Добавим [illegible] ***связанный с каждым узлом G; пусть и R, и $\overline{R}$*** *есть среди* [illegible] ***Тогда существуют два таких узла $\beta\in G$ и $\gamma\in G$,*** связанные [illegible] ***один из них связан с α ребром R, а другой*** *ребром* $\overline{R}$.

Доказательство. **Пусть узел $\beta_1\in G$ связан с α** ребром $\overline{R}$, и узел $\beta_2\in G$ связан с α ребром R. **Так как G связан по $\overline{R}$**, можно соединить β_1 и β_2 цепочкой ребер $\overline{R}$. **Предположим лемма 2 неверна.** Начнем двигаться по цепочке от узла β_1 к узлу β_2. **Следующий узел** после β_1 должен быть связан с α ребром $\overline{R}$, **иначе лемма 2 будет** верна; следующий узел опять должен быть связан с α ребром $\overline{R}$, **и следующий**, и т.д. Поскольку цепочка конечна, **мы достигнем узла β_2** и обнаружим, что он связан с узлом α ребром $\overline{R}$. **Это противоречит условию**, что узел β_2 связан с α ребром R. Следовательно, лемма 2 верна. □

Доказательство утверждения **А.9. Пусть $G_{(n)}$** полный двусвязный граф с n узлами, $n\geq 4$. **Начнем по одному убирать его узлы вместе с ребрами, пока граф не потеряет свою двусвязность. Это с необходимостью произойдет,** потому что граф из трех узлов не может быть двусвязным. Процесс элиминирования узлов можно представить как движение справа налево по следующей цепочке:

$$G_{(n-k)}\subset G_{(n-k+1)}\subset\ldots\subset G_{(n-1)}\subset G_{(n)},$$

где n-$k\geq 3$, граф $G_{(n-k+1)}$ двусвязен, а граф $G_{(n-k)}$ односвязен, потому что в силу следствия из утверждения А.6, полный граф не может быть одновременно не связан ни по R ни по $\overline{R}$. Не теряя общности, предположим, что $G_{(n-k)}$ не связан по $\overline{R}$, Тогда в силу утверждения А.5 он стратифицируем по R, т.е. может быть представлен в виде $G_{(n-k)}=ARB$. Согласно лемме 1, граф $G_{(n-k)}$ не может быть связан ребрами только типа R, потому что в этом случае было бы невозможно преобразовать его в двусвязный граф добавлением только одного узла α. Следовательно, по крайней мере один из графов A или B (пусть это будет B) содержит конечное число таких полных подграфов, $P_1, P_2, \ldots, P_i, \ldots, P_m$, где $m\geq 1$, связанных по $\overline{R}$, что узлы, принадлежащие разным подграфам, не связаны по $\overline{R}$. Найдем, какие нужно установить связи между узлом α и графами A и B, чтобы преобразовать $G_{(n-k)}$ в $G_{(n-k+1)}$. Граф A состоит по крайней мере из одного узла α_1, и все узлы графа A связаны с каждым узлом графа B только ребрами R. Чтобы граф $G_{(n-k+1)}$ был связан по $\overline{R}$, хотя бы один узел $\alpha_1\in A$ должен быть связан с узлом α ребром $\overline{R}$. Таким образом мы получаем: (I) $\alpha\overline{R}\alpha_1$. Кроме того, узел α должен быть связан ребром $\overline{R}$ по крайней мере с одним узлом y каждого графа P_i. Чтобы граф $G_{(n-k+1)}$ был связан по R, узел α должен быть связан ребром R по крайней мере с одним узлом $x \in B$. До добавления ребра R, узел x должен соединяться с другими узлами не только ребрами R, потому что в противном случае добавление еще одного ребра R к узлу x превратило бы граф $G_{(n+1)}$ в несвязанный по $\overline{R}$. Таким образом, узел α должен быть связан ребром R с таким узлом $x \in B$, у которого есть по крайней мере одно ребро $\overline{R}$. Это означает, что узел x принадлежит одному из графов P_i, но у каждого графа P_i есть узел y, связанный с α ребром $\overline{R}$. Поскольку каждый из графов P_i связан по $\overline{R}$, к нему применима лемма 2; следовательно, существуют такие два узла β и γ, принадлежащие одному и тому же графу P_i, что узел β связан с узлом γ ребром $\overline{R}$, узел α связан а узлом β ребром $\overline{R}$, а с узлом γ ребром R. Таким образом мы получаем: (II) $\beta \overline{R} \gamma$, (III) $\alpha \overline{R} \beta$ и (IV) $\alpha R \gamma$. Кроме того, узел α_1 связан с узлами β и γ ребрами R; следовательно (V) $\alpha_1 R \beta$ и (VI) $\alpha_1 R \gamma$. Объединяя (I)-(VI), получаем полный граф, состоящий из четырех узлов $\alpha, \alpha_1, \beta, \gamma$, связанных и по R, и по $\overline{R}$ (см. рис.А.1). □

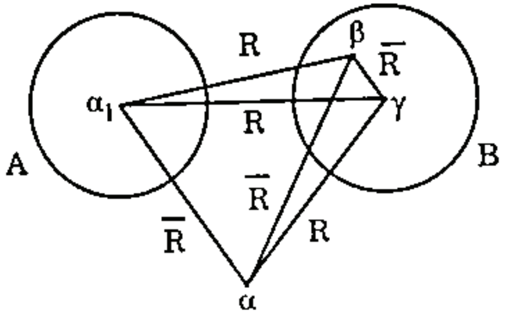

Рис.А.1. К доказательству утверждения А.9

Утверждение А.10. Полный граф G тотально стратифицируем тогда и только тогда, когда среди его подграфов $A \subseteq G$ нет графа $S_{(4)}$.

Доказательство необходимости. Если граф G тотально стратифицируем, то каждый неэлементарный граф $A \subseteq G$ стратифицируем либо по R, либо по $\overline{R}$. Но граф $S_{(4)}$ не стратифицируем ни по R, ни по $\overline{R}$, следовательно, его нет среди подграфов графа G.

Доказательство достаточности. Предположим, что графа $S_{(4)}$ нет среди подграфов графа G. Тогда, согласно утверждению А.9, не существует двусвязного подграфа графа G; и следовательно, все неэлементарные подграфы графа G стратифицируемы, т.е. G тотально стратифицируем. □

Утверждение **А.11. Полный граф G** декомпозируем тогда и только тогда, **когда он тотально стратифицируем.**

Доказательство необходимости. **Пусть все концы** дерева декомпозиции **графа G соответствуют его узлам. Предположим,** что граф G не является **тотально стратифицируемым. Это означает,** что среди его подграфов **существует $S_{(4)}$. Рассмотрим D процедуру с** начала. После первого разделения графа G **на минимальные страты, граф $S_{(4)}$** будет принадлежать **одному из них (согласно утверждению А.8).** И вообще, если на k-ом **уровне разделения граф $S_{(4)}$ является подграфом** графа A и граф A **стратифицируем, то на (k+1)-ом уровне $S_{(4)}$** является подграфом некоторой **минимальной страты графа A. Следовательно,** ввиду конечности дерева **декомпозиции, граф $S_{(4)}$ должен быть подграфом** графа, соответствующего **концу дерева, что противоречит** условию, что все концы **являются узлами.** □

Доказательство достаточности. **Пусть граф G** тотально стратифицируем. **В силу утверждений А10.9 и А10.10 в нем нет** двусвязных подграфов; **поэтому каждый неэлементарный подграф** может быть разделен **на минимальные страты. Следовательно,** дерево декомпозиции не имеет **концов, соответствующих неэлементарным графам.** □

Приложение В

Задачи и упражнения

Введение

Далее даются сжатые описания поведения субъектов. Определите для каждого случая, действовал ли субъект в соответствии с принципом запрета эгоизма.

1. В 356 году до новой эры Герострат сжег храм Артемиды, чтобы прославиться.

2. Богач завещал свое состояние церкви, надеясь попасть в рай.

3. Дети просили отца пораньше вернуться домой с работы. Отец пришел поздно, потому что зашел в бар.

4. Население требовало от короля объявить амнистию, но он остался непреклонен, несмотря на угрозу восстания.

5. Данко вырвал из груди свое сердце, чтобы осветить путь людям.

6. Народ требовал от правителя хлеба и зрелищ. Правитель дал народу только зрелища, которые сам очень любил.

7. Несмотря на протесты зрителей, император помиловал поверженного гладиатора, поскольку не любил убивать людей.

8. В следующий раз, милуя поверженного, император сказал зрителям, что каждый, кто желает смерти другого, попадет в ад. Молчание людей свидетельствовало, что они приняли это к сведению.

Глава 1

I. Нарисуйте диаграммы Венна для следующих множеств, предполагая, что множества имеют непустое пересечение.

1. $A + BC$ 2. $(A + B)C$ 3. ABC 4. $A + B + C$

5. $\overline{A + B}$ 6. $\overline{AB}$ 7. $A + \overline{B}$ 8. $A\overline{B}$

9. $\overline{A} + \overline{B}$ 10. $\overline{\overline{A} + \overline{B}}$ 11. $\overline{\overline{A}\ \overline{B}}$ 12. $\overline{\overline{A} + B}$

II. Исследуйте каждое из следующих у...
(1) определите, решаемо ли с...
(2) если решаемо, укажите ...

13. $x = (a+b)x + b\overline{x}$

14. $x = bx + (a+b)\overline{x}$, где $(a+b) \supset b$

15. $x = x + a\overline{x} + b$ 16. $x = x + b$ 17. $x = \overline{x} + c$

III. Исследуйте уравнения, определенные на м... всех подмножеств универсального множества $\{\alpha, \beta, \gamma\}$:

18. $x = \{\alpha, \beta\}x + \{\alpha\}$ 19. $x = \{\beta\}x + \{\alpha, \beta\}\overline{x}$

20. $x = \{\alpha\}x + \{\alpha\}\overline{x}$ 21. $x = \overline{\{\alpha\}}x + \{\alpha, \beta\}\overline{x}$

22. $x = \overline{\{\alpha\}}x + \{\beta, \gamma\}$ 23. $x = \overline{\{\alpha, \beta\}}x + \{\alpha, \beta\}$ 24. $x = \{\alpha\}\overline{x}$

IV. Представьте в линейной записи экспоненциальные формулы:

25. a^{b^c} 26. $a + b^{c^d}$ 27. $a^{b+c} + d^e$ 28. $a^{b^{c+d}}$

29. a^{b+a^c} 30. $a^{b^{a+b^{\overline{a}}}}$ 31. $a^{ab^{\overline{c}}}$ 32. $a^{\overline{b}^{a^b}}$

33. $a^{\overline{b}^{\overline{c}}} + c^{\overline{b}}$ 34. $a^{0^{\overline{b}}+0^{\overline{a}}}$

V. Исследуйте уравнения, заданные в экспоненциальной форме:

35. $x = a^x$ 36. $x = x^x$. 37. $x = x^{x^x}$ 38. $x = a^x + b^x$

39. $x = a^x + b$ 40. $x = a^x + x$ 41. $x = a^{b^x}$ 42. $x = (a+b)^{x+c}$

43. $x = (ax)^{bx}$ 44. $x = (a+x)^{b+x}$ 45. $x = x^{a^x}$ 46. $x = x^{a+x^b}$

VI. Исследуйте уравнения, заданные на множестве M всех подмножеств универсального множества $\{\alpha, \beta, \gamma\}$:

47. $x = 0^{\{\alpha,\beta\}\overline{x}}$ 48. $x = \{\alpha, \beta\}^{\overline{\{\gamma\}}+\overline{x}}$

49. $x = \{\alpha\}^{\{\alpha,\gamma\}+\overline{\{\beta\}}x}$ 50. $x = \{\alpha, \gamma\}^{\{\beta\}+\{\alpha\}x}$

Глава 2

I. Условимся обозначать сплошные ребра буквой R, а пунктирные – $\overline{R}$. Рассмотрим следующий граф:

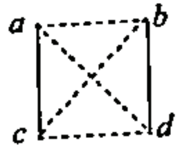

Рис. B1-1. Стратифицируемый граф

Этот граф стратифицируем. Он может быть разложен на две минимальные страты по $\overline{R}$:

$$<a, c> \overline{R} <b, d>$$

Подобным образом разложите на минимальные страты следующие графы:

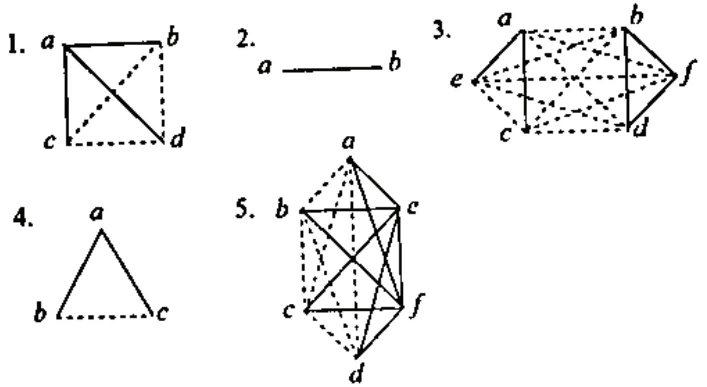

Рис. B1-2. Задачи 1-5

II. Для каждого графа определите, является ли он графом $S_{(4)}$:

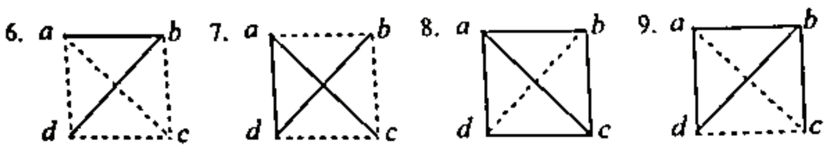

Рис. B1-3. Задачи 6-9

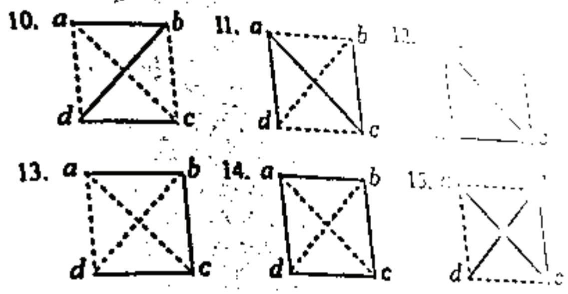

Рис. B1-4. Задачи 10-15

III. Определите для каждого графа, содержит ли он подграф $S_{(4)}$, и если содержит, то сколько:

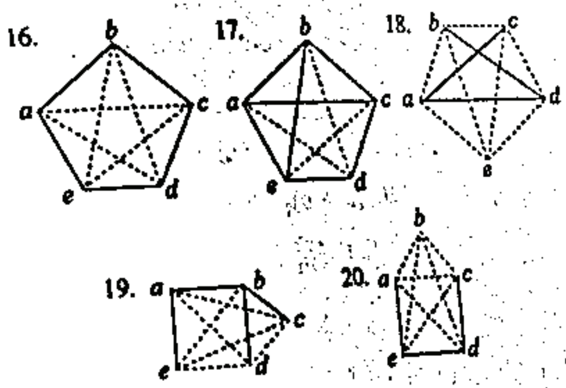

Рис. B1-5. Задачи 16-20

Глава 3

1. Определите для каждого графа декомпозируем ли он:

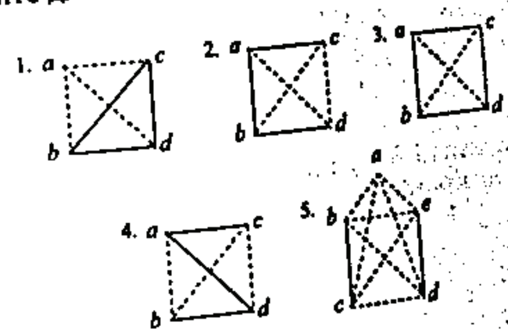

Рис. B1-6. Задачи 1-5

II. Напишите полиномы, соответствующие следующим декомпозируемым графам:

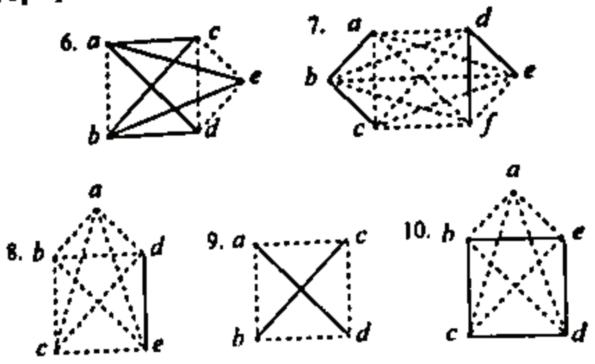

Рис. В1-7. Задачи 6-10

III. Постройте графы, соответствующие данным полиномам:

11. $a(b + c)$ 12. $a + bc$ 13. $a + b + c$ 14. abc
15. $ab + cd$ 16. $ab + c(d + e)$ 17. $(a + bc)d$ 18. $a + b + cd$
19. $(a + b)(c + d)$ 20. $(a + b)(c + de)$ 21. $(ab + c)de$

IV. По даным полиномам построить диагональные формы:

22. $a + b + c$ 23. $a + bc$ 24. $(a + b)(c + d)$
25. $a(b + c)$ 26. $d + a(b + c)$ 27. $abc(d + e)$
28. $a(b + c) + de$ 29. $(ab + cd)e$ 30. $ab(c + d)$
31. $a + bc + def$ 32. $a + b(c + d(e + f))$
33. $a + bc(d + ef)$ 34. $(a + b + c)(d + ef)g$
35. $(ab + cd)(eh + fg)$ 36. $abc + d(g + ef)$

Глава 4

I. По образцу рисунка 4.2.3 составьте диаграммы частичного порядка для следующих диагональных форм:

1. $[a + b]^{[a] + [b]}$ 2. $[ab(c + d)]^{[a][b][c + d]^{[c] + [d]}}$

3. $[(a + bc)d]^{[a + bc]^{[a] + [bc]^{[b][c]}}}$

II. Переведите следующие диаго... Следует помнить, что диагона... циальными выражениями, в кото... при преобразованиях эквивал...

4. $[a + bc]^{[a] + [bc]^{[b][c]}}$ 5. $[a(b + c$

6. $[a(bc + d)]^{[a][bc + d]^{[bc]^{[b][c]} + [d]}}$

7. $[a + b(c + d)]^{[a] + [b(c + d)]^{[b][c + d]^{[c] + [d]}}}$

III. **Исследуйте уравнения вида $a = \Phi(a)$, где $\Phi(a)$ сп... диагональные формы:**

8. $[ab + cd]^{[ab]^{[a][b]} + [cd]^{[c][d]}}$

9. $[a(b + c + d + e)]^{[a][b + c + d + e]^{[b] + [c] + [d] + [e]}}$

10. $[(a + bc)(d + ef)]^{[a + bc]^{[a] + [bc]^{[b][c]}} [d + ef]^{[d] + [ef]^{[e][f]}}}$

IV. Заданы - **граф отношений между субъектами a, b, c и d.**

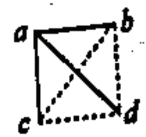

Рис. В1-8. Граф отношений к задаче 11

универсальное множество действий: $1 = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ и матрица влияний:

Таблица В1-1. Матрица влияний к задаче 11

	a	b	c	d
a	a	$\{\beta\}$	$\{\alpha,\beta\}$	1
b	$\{\alpha\}$	b	$\{\alpha\}$	$\{\beta\}$
c	$\{\alpha\}$	$\{\alpha\}$	c	$\{\beta\}$
d	$\{\alpha,\beta\}$	$\{\alpha\}$	$\{\beta\}$	d

11. Найдите выбор каждого субъекта.

V. Рассмотрите ситуацию, описанную в разделе 4.5, предполагая, что субъект a_1 выбрал альтернативу 1. Его универсальное множество есть $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$.

12. Найдите множество действий P, привлекательных для группы.

13. Найдите множество действий W, привлекательных для субъекта a_1.

14. Найдите множество действий $\overline{P}W$, запрещенных для субъекта a_1.

VI. Найдите множество всех всегда выбираемых действий, R, и множество никогда не выбираемых действий, S, для субъекта с универсальным множеством $1 = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, если

15. $A = \{\alpha, \beta\}$, $B = 0$; 16. $A = 1$, $B = \{\alpha, \beta\}$;

17. $A = 1$, $B = 0$; 18. $A = 0$, $B = 0$

Глава 5

I. Используя граф отношений на рисунке 5.1.1, найдите:

1. Состояние субъекта b при матрице влияний в Таблице 5.1.2

2. Состояние субъектов a, b, c, d, e при матрице влияний

Таблица В1-2. [illegible]

	a	b	c		
a	a	1	0		
b	0	b	0		
c	0	1	c	[illegible]	
d	1	1	0	d	
e	0	0	0	0	[illegible]

II. Могут ли субъекты a, b, c, d, e, кото[illegible] нения (5.1.2), одновременно находиться

3. В активном состоянии

4. В пассивном состоянии

5. В состоянии фрустрации

6. В состоянии свободы выбора

III. Пусть граф отношений таков:

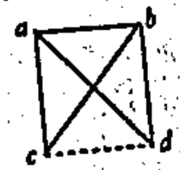

Рис. В1-9. Граф отношений к задачам 7 и 8

7. Постройте матрицу влияний, при которой субъекты a и b находятся в состоянии фрустрации, а субъекты c и d – в состоянии свободы выбора.

8. Можно ли изменив только одно отношение, добиться чтобы все члены группы находились в активном состоянии, независимо от того, какова матрица влияний?

Глава 6

I. Пусть граф отношений таков:

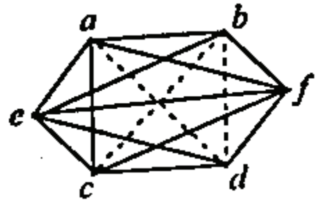

Рис. В1-10. Граф отношений к задачам 1-4

Каковы возможные выборы субъекта a, если порядок значимости других субъектов для него следующий:

1. b, c, d, e, f 2. b, f, e, d, c 3. d, b, c, f, e 4. f, d, e, c, b

II. Рассмотрим группу с графом отношений

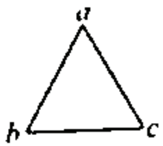

Рис. В1-11. Граф отношений к задачам 5 и 6

Пусть для a универсальное множество есть $\{\alpha\}$, для b – $\{\beta, \gamma\}$, для c – $\{\delta, \eta, \theta\}$.

5. Каков будет выбор каждого субъекта?

6. Какие альтернативы они могут реализовать, если действие β несовместимо с γ, и δ несовместимо с η?

Глава 7

I. На следующих рисунках даны графы отношений между субъектами, причем отношение между a и b не указано. Каким должно быть это отношение (союз или конфликт), чтобы группа оказалась суперактивной?

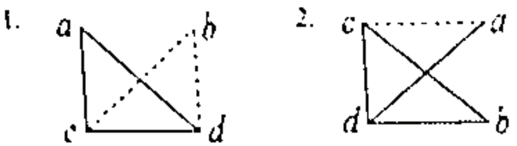

Рис. В1-12. Задачи 1 и 2

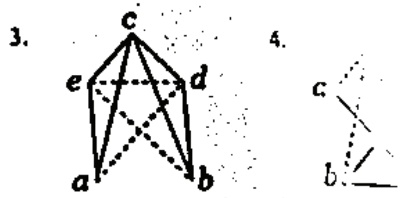

Рис. В1-13.

II. Каким должно быть отношение ... стала суперактивной?

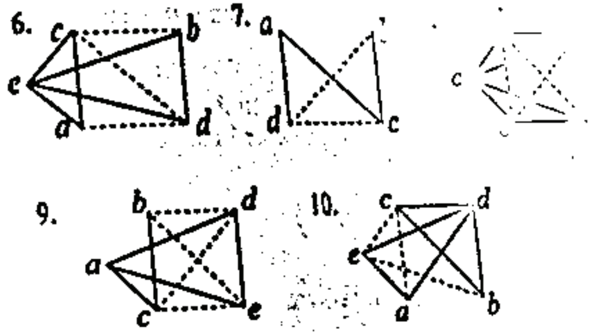

Рис. В1-14. Задачи 6-10

Глава 8

1. Рассмотрим группу, которой соответствует граф отнош...

Рис. В1-15. Граф отношений к задачам 1-4

1. Суперактивна ли эта группа?

2. Будет ли эта группа суперактивной, если к ней подключится примиритель a?

3. Будет ли группа суперактивной, если к ней подключатся два примирителя, a и b, находящиеся в союзе друг с другом?

4. Будет ли группа суперактивной, если к ней подключатся два примирителя, a и b, находящиеся в конфликте друг с другом?

II. Рассмотрим граф отношений

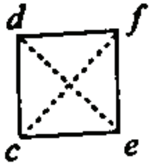

Рис. В1-16. Граф отношений к задачам 5-7

5. Суперактивна ли эта группа?

6. Будет ли эта группа суперактивной, если к ней подключится субъект *a*, находящийся в дружественных отношениях со всеми остальными субъектами?

7. Будет ли эта группа суперактивной, если к ней подключится субъект *a*, находящийся во враждебных отношениях со всеми остальными субъектами?

Глава 9

I. Манипулирование посредством влияний.

Схема:

"*a* желает, чтобы *b* выбрал *x*, и для этого осуществляет влияние *x*"

Рассмотрим граф

Рис. В1-17. Граф отношений к задачам 1-8

Может ли *a* применить указаданную схему, чтобы склонить субъекта *b* выбрать 1, если

1. $c = 1$ 2. $c = 0$ 3. $d = 1$ 4. $d = 0$

Может ли *a*, используя данную схему, склонить субъекта *b* выбрать 0, если

5. $d = 0$ 6. $c = 1$ 7. $d = 0$, $c = 0$ 8. $d = 0$, $c = 1$

Схема (инверсионное управление):

"*a* желает, чтобы *b* выбрал *x*, но для этого *a* должен осуществить влияние $\overline{x}$ "

Рассмотрим граф отноше...

Рис. В1-18. Граф отн...

9. Пусть *a* желает, чтобы *b* выбрал 1. М... помощью инверсионного упра...?

Схема:

"*a* желает, чтобы *b* обрел свободу выбора, и для этого о... влияние *x*"

Рассмотрим граф отношений

Рис. В1-19. Граф отношений к задачам 10-13

Может ли *a* перевести *b* в состояние свободы выбора, если

10. $c = 1$, $d = 1$; 11. $c = 0$, $d = 1$; 12. $c = 1$, $d = 0$; 13. $c = 0$, $d = 0$.

Схема:

"*a* желает сделать субъекта *b* неспособным совершить выбор и для этого осуществляет влияние *x*"

Рассмотрим граф отношений

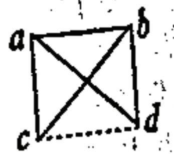

Рис. В1-20. Граф отношений к задачам 14-17

Может ли *a* выполнить свою задачу, если

14. $c = 0$, $d = 0$; 15. $c = 1$, $d = 1$; 16. $c = 0$, $d = 1$; 17. $c = 1$, $d = 0$.

II. Манипулирование отношениями

Схема:

"*a* желает, чтобы у *b* появились шансы обрести свободу выбора, для этого он изменяет отношение (*a*, *b*)"

Пусть граф отношений таков:

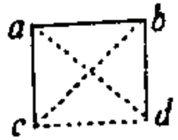

Рис. В1-21. Граф отношений к задаче 18

18. Достигнет ли *a* своей цели, если изменит отношение (*a*, *b*)?

Схема:

"*a* желает чтобы у *b* появились шансы обрести свободу выбора, для этого он покидает группу"

19. Достигнет ли *a* своей цели, если покинет группу, отношения в которой изображаются предыдущим графом?

III. Манипулирование порядком значимости субъектов.

Схема:

"*a* желает не быть удаленным из графа субъекта *b* и для этого изменяет порядок значимости субъектов для *b*"

Рассмотрим недекомпозируемый граф отношений

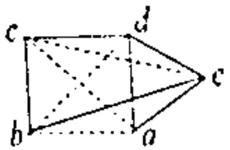

Рис. В1-22. Граф отношений к задачам 20-22

Останется ли *a* в графе для следующих порядков значимостей:

20. *c, d, a, e* ; 21. *e, c, a, d* ; 22. *d, e, a, c*

Глава 10

I. Пусть сыну соответствует следующий граф отношений:

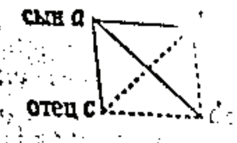

Рис. В1-23. Граф отношений к ...

Его универсальное множество есть {α, ...}.

1. Каков будет выбор сына, если *b* = {α}, *c* = { ... }, *d* = { ... }?

2. Каково должно быть влияния матери, чтобы ... жениться?

3. В каком состоянии будет сын, если и мать, и отец, и ... склонять его не жениться?

II. Рассмотрим граф на рисунке 10.2.1. Предположим, что Джона и Тома перевели в другую камеру, каждый из оставшихся настаивает на своем плане побега, а планы Джона и Тома они не рассматривают.

4. Каковы будут выборы Боба, Питера и Ларри?

III. Рассмотрим сценарий с исчезнувшей сигаретой (рис.10.3.1). Пусть Том был помещен в тюремную больницу, но продолжает быть для Джона одним из подозреваемых. Отношения между оставшимися в камере узниками сохранились прежними. При этом все сочувствуют Тому и находятся с ним в отношении союза.

5. Каков будет выбор Джона?

IV. Рассмотрим граф на рисунке 10.4.1.

6. Каков будет выбор Эдварда, если порядок значимости членов его группы для Эдварда таков: Алекс (*a*), Барт (*b*), Дэвид (*d*), Грегори (*g*), а влияния остаются прежними.

Глава 11

1. Рассмотрим сценарий, которому соответствует рисунок 11.1.1.

1. Конфликт между политической элитой и армией сменился союзом, и больше никаких изменений не произошло. Каков будет выбор политической элиты?

2. Тайная полиция оказалась расформированной. Других изменений не произошло. Каков будет выбор политической элиты?

3. Власть перешла к армии. Население пассивно ($d = 0$). Политическая элита продолжает существовать как одна из действующих сил. Какое экономическое решение примет армия?

II. Рассмотрим граф отношений на рисунке 11.2.1.

4. Партии f и g были распущены и пусть, кроме того, $d = 0$, $e = 0$. Какой выбор совершит президент?

5. Между президентом и партией c (рис.11.2.1) возник конфликт. При этом $b = \{\alpha\}$, $c = \{\alpha\}$, $g = 0$. Каков будет выбор президента?

6. Президент свергнут. К власти пришла партия g. Стоит вопрос о войне с соседним государством. Множество альтернатив есть $\{1, 0\}$, где 1 – война, 0 – мир, $c = 0$, $b = 0$, $d = 0$, $e = 1$, $f = 1$. В каком состоянии находится партия g?

III. Рассмотрим сценарий, которому соответствует рисунок 11.3.1.

7. Агентам полиции, внедренным в преступный мир, удалось поссорить банду a с бандами b и e. Перестанет ли группа банд быть суперактивной?

Глава 12

I. Рассмотрим сценарий, которому соответствует рисунок 12.1.1. Пусть матрица влияний такова:

Таблица В1-3. Матрица влияний к задачам 1 и 2

		a	b	c	d
США	a	a	1	1	0
Советский Союз	b	1	b	0	1
Англия	c	0	0	c	1
Германия	d	0	1	0	d

1. Предположим, что в это время конфликт между Германией и Англией был бы прекращен. В каком состоянии находились бы в этом случае США, Советский Союз, Англия и Германия?

2. Предположим, что был прекращен конфликт не только между Англией и Германией, но и между США и Германией. В каком состоянии находилась бы каждая страна?

II. Рассмотрим граф отношений на р[illegible]

3. В каком состоянии находилась С[illegible] Советским Союзом и США сущест[illegible]

III. Рассмотрим граф отношений на р[illegible]

4. Пусть у России установились отнош[illegible] США. В каком состоянии находится к[illegible]

IV. Уже много десятилетий продолжается [illegible] и Тайванем. На протяжении всего это[illegible] влияние на его течение оказывали США и [illegible] считать, что Китай и Россия, равно как Тай[illegible] и С[illegible] союзе друг с другом, а между парами существует отношение [illegible]фликта. Пусть матрица влияний такова:

Таблица В1-4. Матрица влияний к задаче 5

		a	b	c	d
Китай	a	a	0	0	0
Россия	b	0	b	0	0
Тайвань	c	1	0	c	1
США	d	1	0	0	d

5. В каком состоянии находится каждый субъект?

Глава 13

1. Рассмотрим сценарий, которому соответствует рисунок 13.1.1. Его
Представим себе, что взвод a перешел на сторону батальона d. Его
отношения с d изменились с враждебных на дружеские, а отно-
шения со взводами b и c стали враждебными.

1. Каков будет выбор командира батальона в этой ситуации?

II. В некоторой стране идет гражданская война. Племя b стремится
уничтожить племя d. Третье племя, c, находится в союзе с племенем
b и в конфликте с племенем d. В стране находится миротворец a,
который убедил лидеров племен c и d попытаться склонить племя b
к прекращению огня, позволив племени b ловить рыбу в своих
озерах. Положим, что набор альтернатив у племени b есть $\{1,0\}$, где
1 – насилие, а 0 – отсутствие насилия. Разрешение ловить рыбу в
своих озерах есть влияния племен c и d на племя b, склоняющие
племя b к выбору ненасильственного пути, т.е. $c = 0$, $d = 0$.

2. Что еще должен сделать миротворец, чтобы остановить кровопролитие?

III. Три страны, a, b и c, находящиеся в союзе друг с другом, имеют потенциального противника – страну d. Страны a, b и c собираются приступить к совместному проекту – разработке нового военного самолета. Есть два варианта, α и β. Самолет α обладает лучшими боевыми качествами, но более дорог, чем самолет β. Страна a предпочитает вариант α, а страна b – вариант β. Каждая и них старается склонить страну c поддержать свой проект. Кроме того, известно, что потенциальный противник, страна d, приступила к разработке самолета типа α, что для страны c является одним из аргументов в пользу проекта α.

3. Какой вариант поддержит страна c?

Глава 14

I. Представим себе, что в судебный процесс, отношения в котором представлены на рисунке 14.1.2, введен общественный обвинитель, находящийся в конфликте со всеми участниками суда.

1. Останется ли суд совершенным?

II. Пусть в суд введен общественный защитник, находящийся в конфликте только с обвинителем.

2. Останется ли суд совершенным?

III. Пусть во время суда возник конфликт между судьей и подсудимым, в результате чего подсудимый был удален из зала заседаний.

3. Останется ли суд совершенным?

Заключение

1. Проанализируйте ситуацию с двумя друзьями, которая описана в Заключении.

Ответы и об[illegible]

Введение

Принцип запрета эгоизма отвергает действия с[illegible] группе или обществу в случае, когда субъект п[illegible] интересы. Поэтому схема

субъекту выгодно [полезно] – обществу невыгодно [вредно]

противоречит запрету эгоизма, в то время как схемы

субъекту выгодно – обществу выгодно,

субъекту невыгодно – обществу выгодно,

субъекту невыгодно – обществу невыгодно

не противоречат принципу запрета эгоизма.

1. Действия Герострата идут по схеме "субъекту выгодно – обществу невыгодно", следовательно, Герострат не вел себя в соответствии с принципом запрета эгоизма.

2. Действия богача, который завещал свое состояние церкви, чтобы попасть в рай, идут по схеме "субъекту выгодно – группе выгодно", что не противоречит принципу запрета эгоизма.

3. Действия отца ложатся в схему "субъекту выгодно – группе невыгодно". Они противоречат принципу запрета эгоизма.

4. Действия короля ложатся в схему "субъекту невыгодно – обществу невыгодно". Его действия не противоречат принципу запрета эгоизма.

5. Поступок Данко олицетворяет схему "субъекту невыгодно – обществу выгодно", что соответствует принципу запрета эгоизма.

6. Организовав зрелища, правитель действовал по схеме "субъекту выгодно – обществу выгодно", что не противоречит принципу запрета эгоизма.

7. Император действовал по схеме "субъекту выгодно – обществу невыгодно", что противоречит принципу запрета эгоизма. Он сохранил жизнь человеку, совершая действие, предпочтительное для себя, вопреки требованию народа.

8. Сохранив человеку жизнь и объяснив мотивы своего поступка, император изменил предпочтения общества. Тем самым, его действие

оказалось включенным в схему "субъекту выгодно – обществу выгодно", т.е. оно не противоречит принципу запрета эгоизма.

Глава 1

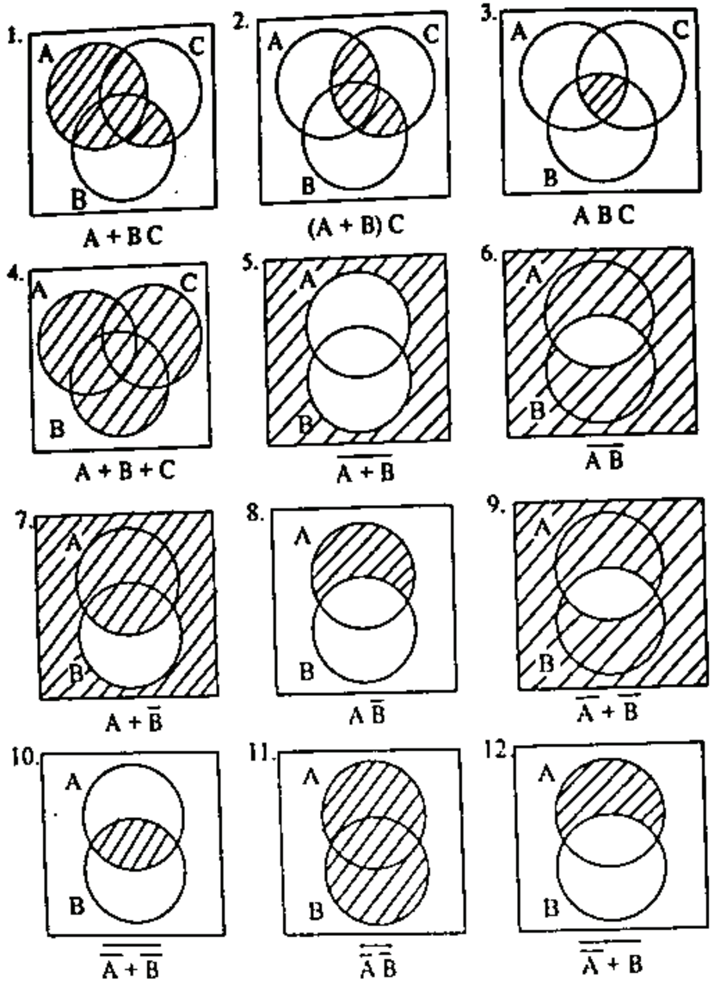

Рис. B2-1. Ответы к задачам 1-12

13. $(a + b) \supseteq x \supseteq b$

14. не имеет решения

15. $1 \supseteq x \supseteq (a + b)$

16. $1 \supseteq x \supseteq b$

17. имеет решение только при $c = 1$: $x = 1$

18. $\{\alpha, \beta\} \supseteq x \supseteq \{\alpha\}$

19. не имеет решения

20. $x = \{\alpha\}$

21. Уравнение приводимо к виду $x = \{$…
$\{\beta, \gamma\} \supseteq \{\alpha, \beta\}$ не выполняется, п…
подмножество левого. Поэтому ур…

22. $x = \{\beta, \gamma\}$

23. $1 \supseteq x \supseteq \{$

24. не имеет решения

25. $a + \overline{b}c$

26. $a + b + \overline{c}d$

27. $a + \overline{b}\,\overline{c} + d$ +

28. $a + \overline{b}\,(c + d)$

29. $a + \overline{b}c$

30. a

31. 1

32. a

33. a

…$a + \overline{b}$

35. имеет решение только при $a = 1$: $x = 1$

36. $x = 1$

37. $1 \supseteq x \supseteq 0$

38. имеет решение только при условии, что $a + b = 1$: $x = 1$

39. имеет решение только при условии, что $a + b = 1$: $x = 1$

40. $x = 1$

41. $(a + \overline{b}) \supseteq x \supseteq a$

42. имеет решение только при условии, что $c \supseteq \overline{a}\overline{b}$: $x = a + b$

43. имеет решение только при условии, что $a + \overline{b} = 1$: $x = 1$

44. $1 \supseteq x \supseteq (a + \overline{b})$

45. $1 \supseteq x \supseteq 0$

46. $1 \supseteq x \supseteq \overline{a}b$

47. $1 \supseteq x \supseteq \{\gamma\}$

48. $1 \supseteq x \supseteq \{\alpha, \beta\}$

49. $x = \{\alpha, \beta\}$

50. $x = \{\alpha, \gamma\}$

Глава 2

1. $<a>\ R\ <b, c, d>$

2. $<a>\ R\ <b>$

3. $<a, c, e>\ \overline{R}\ <b, d, f>$

4. $<a>\ R\ <b, c>$

5. $<a, b, c, d>\ R\ <e>\ R\ <f>$

6. не S_4

7. S_4

8. не S_4

9. не S_4

10. S_4

11. S_4

12. S_4

13. S_4

14. не S_4

15. S_4

16. содержит 5 подграфов S_4

17. нет подграфов S_4

18. содержит 1 подграф S_4

19. содержит 2 подграфа S_4

20. содержит 1 подграф S_4

Глава 3

1. декомпозируем
2. недекомпозируем
3. декомпозируем
4. недекомпозируем
5. декомпозируем
6. $(a+b)(c+d+e)$
7. $b(a+c)+d(e+f)$
8. $a+b+c+de$
9. $ad+bc$
10. $a+(b+d)(c+e)$

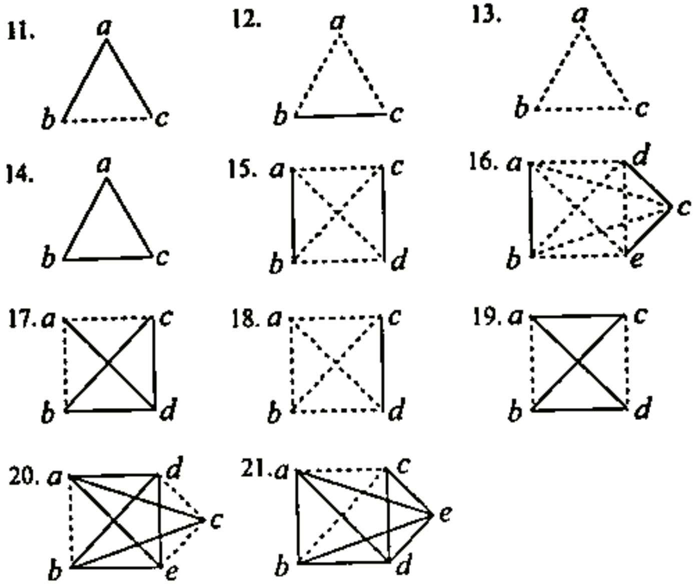

Рис. В2-2. Ответы к задачам 11-21

$[b]\ [c]$
$[a]+[b]+[c] \qquad [a]+[bc]$
22. $[a+b+c]$ 23. $[a+bc]$

$[a]+[b] \qquad [c]+[d]$
$[a+b] \qquad [c+d]$
24. $[(a+b)(c+d)]$

$[b]+[c]$
$[a]\ [b+c]$
25. $[a(b+c)]$

$[b]+[c]$
$[a]\ [b+c]$
$[d]+[a(b+c)]$
26. $[d+a(b+c)]$

$[a]\ [b]\ [c]\ [d+e]$
27. $[abc(d+e)]$

$[a]\ [b+c]$
$[a(b+c)]$
28. $[a(b+c)+de]$

$[a]\ [b] \qquad [c]\ [d]$
$[ab]+[cd]$
$[ab+cd]$
29. $[(ab+cd)e]$

$[c]+[d]$
$[a]\ [b]\ [c+d]$
30. $[ab(c+d)]$

$[b]\ [c] \qquad [d]\ [e]\ [f]$
$[a]+[bc] \quad +[def]$
31. $[a+bc+def]$

$[c]+[d(e+f)]$
$[b]\ [c+d(e+f)]$
$[a]+[b(c+d(e+f))]$
32. $[a+b(c+d(e+f))]$

$[e]\ [f]$
$[d]+[ef]$
$[b]\ [c]\ [(d+ef)]$
$[a]+[bc(d+ef)]$
33. $[a+bc(d+ef)]$

$[e]\ [f]$
$[a]+[b]+[c] \qquad [d]+[ef]$
$[d+ef]$
$[a+b+c]$
34. $[(a+b+c)(d+ef)g]$

$[e]\ [h] \qquad [f]\ [g]$
$[a]\ [b] \qquad [c]\ [d] \qquad [eh] \quad +[fg]$
$[ab] \quad +[cd]$
$[eh+fg]$
$[ab+cd]$
35. $[(ab+cd)(eh+fg)]$

$[e]\ [f]$
$[g]+[ef]$
$[d]\ [g+ef]$
$[a]\ [b]\ [c] \quad +[d(g+ef)]$
$[abc]$
36. $[abc+d(g+ef)]$

Глава 4

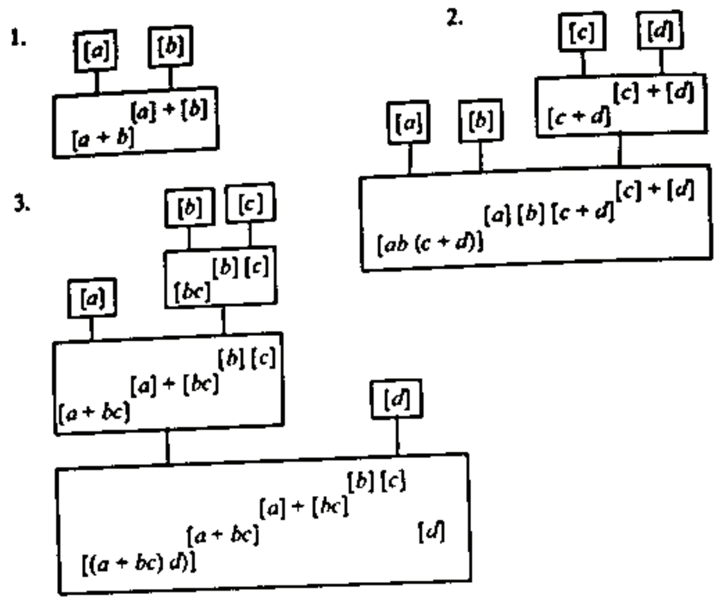

Рис. В2-3. Ответы к задачам 1-3

4. $a + bc$ 5. $\overline{a} + b + c$ 6. 1 7. $a + b$

8. $(b + cd) \supseteq a \supseteq cd$

9. Имеет решение лишь при условии, что $b + c + d + e = 1$: $a = 1$

10. $a = 1$

11. Субъект a находится во фрустрации, субъект $b : 1 \supseteq b \supseteq \{\alpha, \gamma, \delta\}$, субъект c : $c = 1$, субъект d : $1 \supseteq d \supseteq \{\beta\}$

12. $W = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ 13. $P = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ 14. $\overline{P}W = \{\}$

15. $R = 0$, т.е. множество всех всегда выбираемых действий пусто, $S = \{\gamma\}$

16. $R = \{\alpha, \beta\}$, $S = 0$, т.е. множество всех никогда невыбираемых действий пусто,

17. $R = 0$, $S = 0$; оба множества пусты, т.е. нет ни всегда выбираемых действий, ни никогда не выбираемых действий.

18. $R = 0$, всегда выбираемых действий нет; S [illegible] никогда невыбираемыми.

Глава 5

1. Субъект b находится в активном состоянии [illegible]

2. Субъекты a и b – в активном состоянии, с[illegible] фрустрации, субъекты d и e – в состоянии св[illegible]

3. Могут.

Рассмотрим, например, следующую таблицу:

Таблица В2-1. Матрица влияний к [illegible] 3

	a	b	c	d	e
a	a	0	0	0	0
b	0	b	0	0	0
c	0	0	c	0	0
d	0	0	0	d	1
e	1	1	1	1	e

При этой матрице все решения уравнений (5.1.2) равны 1.

4. Не могут.

Чтобы убедиться в этом, достаточно рассмотреть одного субъекта e. Ему соответствует уравнение

$$e = Ae + B\overline{e},$$

где $A = 1$ и $B = d + \overline{c}(\overline{a} + \overline{b})$. Решения этого уравнения принадлежат интервалу

$$1 \supseteq e \supseteq B,$$

где B либо 1, либо 0. В первом случае субъект e будет находиться в активном состоянии, а во втором – в состоянии свободы выбора. Следовательно, ни при каком наборе влияний на него он не будет находиться в состоянии пассивности.

5. Не могут.

Состояние фрустрации возникает, когда в уравнении выбора субъекта $A \subset B$. Решая предыдущую задачу, мы нашли, что для субъекта e $A \supseteq B$

при любых влияниях на него. Следовательно, e не может находиться в состоянии фрустрации.

6. Не могут.

Состояние свободы выбора возникает при условии, что решения уравнения принадлежат интервалу $1 \supseteq x \supseteq 0$, т.е. выполняется соотношение $A \supset B$. Рассмотрим уравнение для субъекта c:

$$c = Ac + B\overline{c} \ ,$$

где $A = e + d$ и $B = e + d + \overline{a} + \overline{b}$. Мы видим, что $A \subsetneq B$. Следовательно, субъект c не может быть в состоянии свободы выбора.

7. Графу соответствует полином

$$ab\,(c + d),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{c} \qquad\qquad\qquad [c] + [d] \\ \qquad [a]\,[b]\,[\,[c + d] \\ [ab\,(c + d)] \end{array}$$

и уравнения

$$a = c + d + \overline{a} + \overline{b}$$
$$b = c + d + \overline{a} + \overline{b}$$
$$c = c + d + \overline{a} + \overline{b}$$
$$d = c + d + \overline{a} + \overline{b}$$

Следующая матрица переводит субъектов в указанные состояния.

Таблица В2-2. Матрица влияний к задаче 7

	a	b	c	d
a	a	1	1	1
b	1	b	1	1
c	0	0	c	0
d	0	0	0	d

8. Можно.

Например путем замены отношения конфликта между c и d отношением союза.

Глава 6

1. Выбор возможен лишь при $b + c = 1$;

Граф отношений недекомпозиру... При ... субъектов f и e граф продол... Удаление субъекта d превращает его в ... граф:

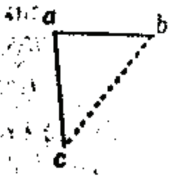

Рис. В2-4. Граф отношений к ... 1

Этому графу соответствует полином

$$a(b + c),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{c} \qquad\qquad [b] + [c] \\ \qquad [a]\,[b + c] \\ [a(b + c)] \end{array}$$

и уравнение для a $\qquad a = (b + c)\,a + \overline{a}\,,$

из которого следует, что выбор возможен только при $b + c = 1$. Это ... есть $a = 1$.

2. $a = 1$.
3. $(b + d) \supseteq a \supseteq d$
4. $1 \supseteq a \supseteq (d + \overline{e} + \overline{f} + \overline{c})$
5. Графу соответствует диагональная форма

$$\frac{[a]\,[b]\,[c]}{[abc]} \equiv 1,$$

поэтому каждый субъект выберет альтернативу 1. Однако, смысл единицы для субъектов различный:

для субъекта a, $1 = \{\alpha\}$
для субъекта b, $1 = \{\beta, \gamma\}$
для субъекта c, $1 = \{\delta, \eta, \theta\}$

6. Выбрав 1, субъект a может реализовать альтернативу $\{\alpha\}$; субъект b – либо $\{\beta\}$, либо $\{\gamma\}$; субъект c может реализовать каждую из альтернатив $\{\delta\}$, $\{\eta\}$, $\{\theta\}$, $\{\delta, \theta\}$, $\{\eta, \theta\}$.

Глава 7

1. Союз
2. Конфликт
3. Конфликт
4. Конфликт
5. Союз
6. Союз
7. Конфликт
8. Союз
9. Конфликт
10. Союз

Глава 8

1. Нет.

Группе соответствует полином

$$g(d+c)+fe$$

и диагональная форма

$$[g(d+c)+fe]^{[g(d+c)]^{[g]\,[d+c]^{[d]+[c]}}+[fe]^{[f]\,[e]}}$$

Эта форма элвивалентна исходному полиному, который равен 0 при $g=0$ и $f=0$.

2. Будет.

Чтобы получить полином, соответствующий группе после подключения к ней примирителя a, следует умножить на a полином, соответствующий группе до прихода в нее примирителя:

$$a(g(d+c)+fe).$$

Этому полиному соответствует диагональная форма

$$[a(g(d+c)+fe)]^{[a]\,[g(d+c)+fe)]^{[g(d+c)]^{[g]\,[d+c]^{[d]+[c]}}+[fe]^{[f]\,[e]}}} \equiv 1.$$

3. Будет.

После подключения двух примирителей a и b, находящихся в отно-шении союза, группе будет соответствовать следующий полином:

$$ab(g(d+c)+fe)$$

и диагональная форма

$$[ab(g(d+c)+fe)]^{[a]\,[b]\,[g(d+c)+fe)]}$$

4. Нет.

После подключения двух примирителей, ... группе соответствует полином

$$(a+b)(g(d+c)+fe)$$

и диагональная форма

$$[(a+b)(g(d+c)+fe)]^{[a+b]^{[a]+[b]}\,[g(d+c)+fe]^{[g(d+c)]^{[g]\,[d+c]^{[d]+[c]}}+[fe]^{[f]\,[e]}}},$$

которая эквивалентна выражению

$$a+b+(\overline{g}+\overline{d}\overline{c})(\overline{f}+\overline{e}).$$

При $a=0$, $b=0$, $f=1$ и $e=1$ это выражение равно 0.

5. Группа не суперактивна.

Ей соответствует полином

$$(d+e)(c+f)$$

и диагональная форма

$$[(d+e)(c+f)]^{[d+e]^{[d]+[e]}\,[c+f]^{[c]+[f]}}$$

эквивалентная исходному полиному, который равен нулю при $d=0$ и $e=0$.

6. Группа не будет суперактивной.

После подключения к ней субъекта a, ей будет соответствовать полином

$$a(d+e)(c+f)$$

и диагональная форма

$$[a(d+e)(c+f)]^{[a]\,[d+e]^{[d]+[e]}\,[c+f]^{[c]+[f]}},$$

которая эквивалентна выражению

$$(d+e)(c+f)+\overline{a}\,.$$

Это выражение равно нулю при $a=1$, $d=0$, $e=0$.

7. Будет.

Группе соответствует полином

$$a+(d+e)(c+f)$$

и диагональная форма

$$[d]+[e] \qquad [c]+[f]$$
$$[d+e] \qquad [c+f]$$
$$[a]+[(d+e)(c+f)]$$
$$[a+(d+e)(c+f)] \qquad \equiv 1.$$

Глава 9

1. Может.

Графу соответствует полином

$$(a+d)(c+b),$$

диагональная форма

$$[a]+[d] \qquad [c]+[b]$$
$$[a+d] \qquad [c+b)]$$
$$[(a+d)(c+b)]$$

и уравнение для b

$$b=(a+d)(c+b).$$

При $c=1$, субъект a посредством влияния $a=1$ заставляет субъекта b выбрать альтернативу 1.

2. Не может 3. Не может 4. Не может 5. Может
6. Не может 7. Может 8. Может 9. Может

Субъекту b соответствует уравнение

$$b=a(b+c)+\overline{a}\,.$$

Чтобы b выбрал 1, a должен оказать влияние 0.

10. Не может.

Графу соответствует полином

$$a+b+cd,$$

диагональная форма

[…]

и уравнение для b

$$b=\ldots$$

При $c=1$ и $d=1$, субъект b […] на него оказывает a.

11. Может. 12. Может. 13. […]

14. Может.

Графу соответствует полином

$$\ldots c(c+\ldots$$

диагональная форма

$$[a]\,[b]\,[c+c]$$
$$[ab(c+d)]$$

и уравнение для b

$$b=c+d+\overline{a}+\overline{b}\,.$$

При $c=0$ и $d=0$, субъект a должен сове[…] b оказался неспособным совершить выбор.

15. Не может. 16. Не может. 17. Не мож[…]

18. Достигнет.

После изменения отношения (a,b) графу […]

$$ac+bd,$$

диагональная форма

$$[a]\,[c] \qquad [b]\,[d]$$
$$[ac] \qquad +[bd]$$
$$[ac+bd]$$

и уравнение для b $\qquad b=ac+bd.$

У b появляются шансы обрести свободу выбора. […] $c=0$ и $d=1$.

19. Достигнет.

20. Не останется.

После удаления субъекта *e*, граф будет недекомпозируемым, и следующим должен быть удален субъект *a*.

21. Не останется. 22. Останется.

Глава 10

1. Сын неспособен сделать выбор.

Ему соответствует полином

$$a(b+c+d),$$

диагональная форма

$$[b]+[c]+[d]$$
$$[a]\,[b+c+d]$$
$$[a(b+c+d)]$$

и уравнение

$$a=(b+c+d)a+\overline{a}\ .$$

Условие того, что это уравнение решается есть $b+c+d=\{\alpha,\beta,\gamma\}=1$. В данном случае $b+c+d=\{\alpha\}\subset 1$. Поэтому выбор невозможен.

2. $b=\{\alpha,\beta,\gamma\}=1$

3. Сын будет в состоянии фрустрации.

4. Боб (a_3): $1\supseteq a_3\supseteq\{\alpha_3,\alpha_4\}$
Питер (a_4): $1\supseteq a_4\supseteq\{\alpha_3,\alpha_4\}$
Ларри (a_5): не может произвести выбор

После того как Джона и Тома перевели в другую камеру, отношения в группе стали такими:

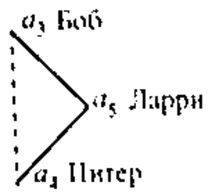

Рис. B2-5. Граф отношений к задаче 4

Этому графу соответствует полином

$$a_5(a_3+a_4),$$

диагональная форма

$$[c_5]\,[\ldots$$
$$[a_5(a_3+a_4)]$$

и уравнения

$$a_3=c_5(\ldots_3+\ldots$$
$$a_4=c_5(\ldots+\ldots$$
$$a_5=c_5(\ldots_3+\ldots$$

Матрица влияний такова:

Таблица B2-3. Мат...

	a_3	a_4	c_5
a_3	a_3	$\{\alpha_3\}$	$\{\ldots\}$
a_4	$\{\alpha_4\}$	a_4	$\{\ldots\}$
a_5	$\{\alpha_5\}$	$\{\alpha_5\}$	c_5

Решая уравнения с данными в матрице значе... выборы, указанные выше.

5. Джон выберет альтернативу 1.

После того как Том был отправлен в тюре... шений стал таким:

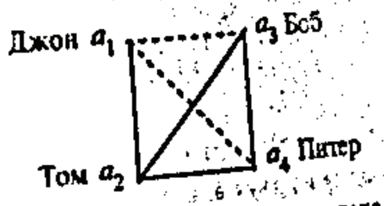

Рис. B2-6. Граф отношений к задаче 5

Этому графу соответствует полином

$$a_2(a_1+a_3a_4)$$

и диагональная форма

$$[a_3]\,[a_4]$$
$$[a_1]+[a_3a_4]$$
$$[a_2]\,[a_1+a_3a_4]$$
$$[a_2(a_1+a_3a_4)] \quad \ldots = 1.$$

Таким образом, Джон выберет альтернативу $\{\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\} = 1$. Этот выбор может быть интерпретирован как заключение Джона, что сигарета была не потеряна, а украдена кем-то из его сокамерников.

6. Эдвард не сможет принять решение. Он будет в состоянии фрустрации.

После удаления Грегори граф отношений продолжает оставаться недекомпозируемым. В соответствии со своим порядком значимости, Эдвард исключает из графа Дэвида, и граф становится таким:

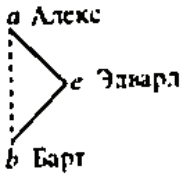

Рис. В2-7. Граф отношений к задаче 6

Ему соответствует полином

$$e\,(a + b),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{r} [a] + [b] \\ [e]\,[a + b] \\ [e\,(a + b)] \end{array}$$

и уравнение для Эдварда

$$e = (a + b)e + \overline{e}\,.$$

$a = \{\delta\}$, $b = \{\delta\}$, поэтому $(a + b) \subset 1$. Уравнение не имеет решения.

Глава 11

1. Выбор политической элиты принадлежит интервалу $1 \subseteq a \subseteq \{\beta\}$, т.е. она может выбрать одну из двух альтернатив: $1 = \{\alpha, \beta\}$, $\{\beta\}$. Выбор 1 интерпретируется как решение не бездействовать, а реализовать определенный экономический курс, выбор $\{\beta\}$ - как решение создавать рыночную экономику. Ситуации соответствует граф

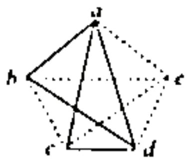

Рис. В2-8. Граф отношений к задаче 1

полином [illegible]

диагональная форма

$$\begin{array}{r} [c] + [illegible] \\ [e + ad\,(b + c)] \end{array}$$

и уравнение для a

$$a = (d + [illegible]$$

Заметим, что выбор политической [illegible] позиции населения (d) и бизнеса (c): [illegible]

$$1 \subseteq a \subseteq \{ [illegible]$$

2. $a = 1$. Элита не будет бездействовать. Ситуации соответствует граф

Рис. В2-9. Граф отношений к задаче 2

полином

$$e + d\,(a + b),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{r} [a] + [b] \\ [d]\,[a + b] \\ [e] + [d\,(a + b)] \\ [e + d\,(a + b)] \end{array}$$

и уравнение для a

$$a = e + d\,[illegible]$$

В этом случае выбор политической элиты не зависит от [illegible].
При $d = \{\alpha\}$, $e = \{\beta\}$

$$a = 1\,.$$

Политическа элита выбирает активную линию поведения, в ходе которой она сама решит, какой избрать экономический курс.

3. Армия примет решение, которое ей продиктует бизнес.
Армии соответствует уравнение:

$$b = e + d\,(b + ac),$$

которое отличается от уравнения (11.1.3) тем, что в левой части находится b. Мы знаем, что $d = 0$, поэтому

$$b = e.$$

4. Президент обладает свободой выбора.
Ситуации соответствует граф

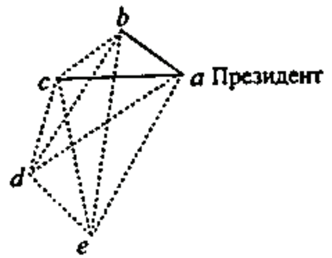

Рис. В2-10. Граф отношений к задаче 4

полином

$$d + e + a(b + c),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad [b] + [c] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad [a]\,[b + c] \\ \qquad\qquad [d] + [e] + [a(b + c)] \\ [d + e + a(b + c)] \end{array}$$

и уравнение для a

$$a = a + d + e.$$

Подставляя в это уравнение значения влияний $d = 0$, $e = 0$, получаем:

$$a = a.$$

5. Президент выбирает кандидата α.
Ситуации соответствует граф

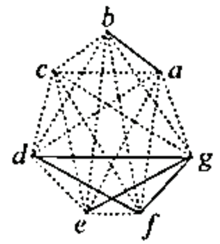

Рис. В2-11. Граф отношений к задаче 5

полином

$$ab + c + g(e + df),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad [a]\,[b] \\ \qquad\qquad [ab] + [c] + [g(e + df)] \\ [ab + c + g(e + df)] \end{array}$$

и уравнение для a

$$a = ab + c + g(e + df).$$

После подстановки значений переменных находим, что

$$a = \{\alpha\}.$$

6. Партия g в состоянии свободы выбора.
Ситуации соответствует граф

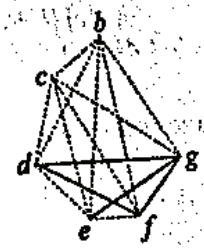

Рис. В2-12. Граф отношений к задаче 6

полином

$$b + c + g(e + df),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad [d]\,[f] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad [e] + [df] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad [g]\,[e + df] \\ \qquad\qquad [b] + [c] + [g(e + df)] \\ [b + c + g(e + df)] \end{array}$$

и уравнение для g

$$g = b + c + g(e + df).$$

После подстановки значений переменных находим, что

$$g = g,$$

т.е. партия g обладает свободой выбора.

7. Группа банд перестает быть суперактивной.
Ситуации соответствует граф

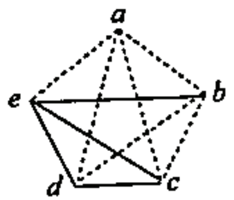

Рис. В2-13. Граф отношений к задаче 7

полином

$$a + e\,(b + c\,d),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad [c]\,[d] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad [b] + [c\,d] \\ \qquad\qquad\qquad [e]\,[b + c\,d] \\ \qquad\quad [a] + [e\,(b + c\,d)] \\ [a + e\,(b + c\,d)] \end{array}$$

которая эквивалентна исходному полиному. Он не равен тождественно единице. Например, если положить все переменные равными нулю, он станет равен нулю.

Глава 12

1. Все страны находятся в состоянии свободы выбора.
После изменения отношений между Англией и Германией граф отношений станет таким:

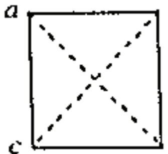

Рис. В2-14. Граф отношений к задаче 1

полином:

$$(a + d)\,(b + c),$$

диагональная форма:

$$\begin{array}{lll} & [a] + [d] & [b] + [c] \\ & [a + d] & [b + c] \\ [(a + d)\,(b + c)] & & \end{array}$$

и уравнения вида

$$x = (a + d)\,(b + c),$$

где $x = a, b, c, d$.

Подставляя в правую часть соответствующ... из матрицы влияний, находим, что каждая страна находится в состоянии свободы выбора.

2. Советский Союз находится в состоянии свободы выбора, а остальные страны в активном состоянии.
Граф таков:

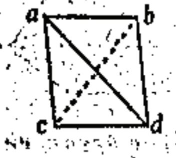

Рис. В2-15. Граф отношений к задаче 2

полином:

$$ad\,(b + c),$$

диагональная форма:

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad [b] + [c] \\ \qquad\quad [a]\,[d]\,[b + c] \\ [ad\,(b + c)] \end{array}$$

и уравнения для стран:

$$x = b + c + \overline{a} + \overline{d},$$

где $x = a, b, c, d$.
Подставляя в эти уравнения значения переменных из матрицы влияний, находим состояния стран.

3. Субъекты находятся в суперактивном состоянии.
Граф таков:

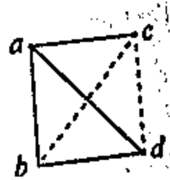

Рис. В2-16. Граф отношений к задаче 3

полином:

$$a\,(c + bd),$$

диагональная форма:

$$[b]\,[d]$$
$$[c] + [bd]$$
$$[a]\,[c + bd]$$
$$[a\,(c + bd)] \qquad \equiv 1.$$

4. Субъекты находятся в суперактивном состоянии.
Граф ситуации таков:

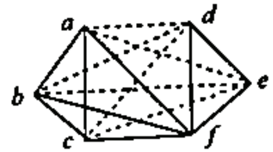

Рис. В2-17. Граф отношений к задаче 4

полином:

$$f\,(abc + de)$$

и диагональная форма:

$$[a]\,[b]\,[c] \qquad [d]\,[e]$$
$$[abc] \qquad + [de]$$
$$[f]\,[abc + de]$$
$$[f\,(abc + de)] \qquad \equiv 1.$$

5. Китай находится в активном состоянии, Россия и Тайвань – в пассивном, США – в состоянии свободы выбора.
Граф таков:

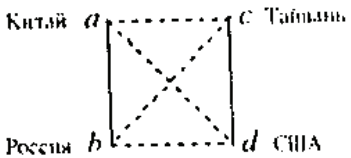

Рис. В2-18. Граф отношений к задаче 5

полином:

$$ab + cd,$$

диагональная форма:

$$[a]\,[b] \qquad [c]\,[d]$$
$$[ab] \qquad + [cd]$$
$$[ab + cd]$$

и уравнения:

$$x = ab + cd,$$

где $x = a, b, c, d$. Подставляя в эти уравнения значения из матрицы влияний, находим состояния стран.

Глава 13.

1.Командир батальона выберет пере... А.
После изменения отношений граф ста...

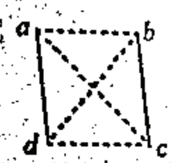

Рис. В2-19. Граф отношений к задаче 1

полином

$$ad + bc,$$

диагональная форма

$$[a]\,[d] \qquad [b]\,[c]$$
$$[ad] \qquad + [bc]$$
$$[ad + bc]$$

и уравнение для командира батальона

$$d = ad + bc.$$

Переправа А **привлекает командира батальона, поскольку она не** захвачена врагом. **Это значит, что командир батальона получает от взвода** a воздействие $a = \{\alpha\}$. **Переправы b и c отталкивают командира** батальона:

$$b = \overline{\{\beta\}} = \{\alpha, \gamma\},$$
$$c = \overline{\{\gamma\}} = \{\alpha, \beta\}.$$

Подставляя эти значения в уравнение, **находим, что командир батальона** выбирает $\{\alpha\}$, т.е. переправу А, **которая находится в руках взвода,** перешедшего, на его сторону.

2. Миротворец **должен прекратить свою деятельность.**
Ситуации соответствует граф

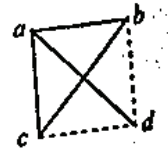

Рис. В2-20. Граф отношений к задаче 2

полином

$$a\,(bc + d)$$

и диагональная форма

$$\begin{array}{c} \qquad\qquad [b]\,[c] \\ \qquad [bc] \quad + [d] \\ [a]\,[bc + d] \\ [a\,(bc + d)] \end{array} \equiv 1.$$

Группа находится в суперактивном состоянии. Следовательно, племя b продолжает уничтожение племени d. Тот факт, что миротворец убедил лидеров племен c и d склонить племя b к прекращению кровопролития, ничего не меняет.Племя b будет находиться в активном состоянии при любых влияниях со стороны субъектов c и d.

Однако прекращение миротворцем своей деятельности решает проблему. В этом случае граф станет таким:

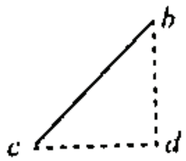

Рис. B2-21. Граф отношений к задаче 2 после ухода миротворца

полином

$$d + bc,$$

диагональная форма

$$\begin{array}{c} \qquad\qquad [b]\,[c] \\ \qquad [d] + [bc] \\ [d + bc] \end{array}$$

и уравнение для b

$$b = d + bc.$$

Влияние на b, направленное на прекращение огня, есть $c = 0$, $d = 0$. Поэтому $b = 0$, что означает, что кровопролитие прекращается.

3. Страна c предпочтет самолет α.
Ситуации соответствует граф:

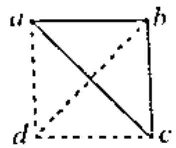

Рис. B2-22. Граф отношений к задаче 3

полином

$$d + abc,$$

диагональная форма

$$\begin{array}{c} \qquad [d] + [abc] \\ [d + abc] \end{array}$$

и уравнение для c

$$c = d + abc.$$

страна a склоняет страну c выбрать проект α: $a = \{\alpha\}$; страна b склоняет страну c выбрать проект β: $b = \{\beta\}$. Потенциальный противник d своим примером склоняет c выбрать самолет α: $d = \{\alpha\}$. Подставляя эти значения в уравнение для c, находим, что $c = \{\alpha\}$.

Глава 14

1. Суд перестанет быть совершенным.
После включения в судебный процесс общественного обвинителя граф отношений станет таким:

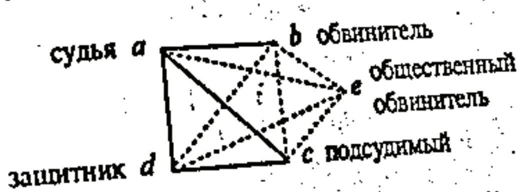

Рис. B2-23. Граф отношений к задаче 1

Этому графу соответствует полином

$$e + a\,(b + cd),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{c} \qquad\qquad\qquad [c]\,[d] \\ \qquad\qquad [b] + [cd] \\ \qquad [a]\,[b + cd] \\ [e] \quad + [a\,(b + cd)] \\ [e + a\,(b + cd)] \end{array}$$

и уравнение для судьи:

$$a = e + a\,(b + cd).$$

Предположим, защитник потребовал прекратить процесс ($d = 0$). После этого уравнение для судьи станет таким:

$$a = e + ab.$$

Мы видим, что теперь судья во власти двух обвинителей b и e. Если они потребуют осуждения ($b = e = \{\alpha\}$), подсудимый будет осужден; если они потребуют оправдания ($b = e = \{\beta\}$), подсудимый будет оправдан. Наконец, если они потребуют прекращения суда ($b = e = 0$), суд будет прекращен. Этот суд не является совершенным, поскольку есть случаи, когда судья выбирает альтернативы, отличные от 1.

2. Суд останется совершенным.
После включения в судебный процесс общественного защитника возникает следующий граф:

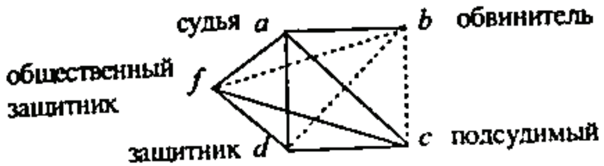

Рис. B2-24. Граф отношений к задаче 2

Полином

$$a\,(b + cdf),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{llll} & & & [c]\,[d]\,[f] \\ & & [b] + [cdf] & \\ & [a]\,[b + cdf] & & \\ [a\,(b + cdf)] & & & \end{array} \qquad \equiv 1.$$

Таким образом, независимо от влияний, судья всегда будет выбирать альтернативу 1.

3. Суд перестанет быть совершенным.
После удаления подсудимого из зала заседаний граф отношений станет таким:

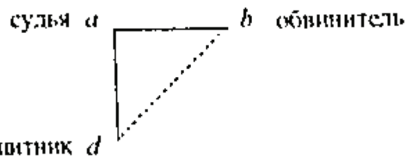

Рис. B2-25. Граф отношений к задаче 3

Полином

$$a\,(b + d),$$

диагональная форма

$$\begin{array}{lll} & & [b] + [d] \\ & [a]\,[b + d] & \\ [a\,(b + d)] & & \end{array}$$

и уравнение для судьи

$$a = (b + d)a + \overline{a}\,.$$

Пусть, например, обвинитель требует признать подсудимого виновным, а защитник настаивает на том, что процесс должен быть прерван: $b = \{\alpha\}$, $d = 0$. В этом случае уравнение для судьи не имеет решения, т.е. судья находится в состоянии фрустрации. Таким образом, есть случай, когда судья не выбирает альтернативу 1. Следовательно, суд несовершенен.

Заключение

1. Множество моих альтернатив есть {1,0}; 1 - поехать, 0 - остаться дома. Граф отношений, где a и b – мои друзья, таков:

Рис. B2-26. Граф отношений к задаче 1

Диагональная форма

$$\begin{array}{lll} & & [a] + [b] \\ & [Я]\,[a + b] & \\ [Я(a + b)] & & \end{array}$$

уравнение для меня

$$Я = (a + b)Я + \overline{Я}.$$

Мои друзья не зовут меня в свой город, так что $a = 0$, $b = 0$. Мой выбор описывает соотношение

$$Я = \overline{Я}.$$

Я нахожусь во фрустрации. У меня нет выбора, согласующегося с принципом запрета эгоизма. Это может быть стимулом для моего пересмотра ситуации. Например, мне стоит подумать, не пригласить ли мне моих друзей к себе, вместо того чтобы решать поехать к ним или нет. Другими словами, я создаю новую пару альтернатив: пригласить друзей к себе (1) – не приглашать (0). Мне соответствует то же самое уравнение, но значения a и b будут другими. Я знаю, что мои друзья хотят видеть меня, т.е. $a = 1$, $b = 1$. Подставляя эти величины в уравнение, нахожу: $Я = 1$. Модель говорит мне, что выбрав альтернативу "пригласить", я буду действовать в соответствии с принципом запрета эгоизма.

Библиография

Кайзер, Т.Б., Шмидт, С.Е. (2008).
Обобщенная семантика для рефлексивного анализа групп. *Рефлексивные процессы и управление*, т.8, No.1.

Крылов, В.Ю. (2000).
Математические и теоретические проблемы математической психологии. Москва: Янус К.

Лефевр, В.А. (1965).
Исходные идеи логики рефлексивных игр. *Проблемы исследования систем и структур*, Москва: Изд-во АН СССР.

Лефевр, В.А. (1966).
Элементы логики рефлексивных игр. *Проблемы инженерной психологии*, вып.4.

Лефевр, В.А. (1967).
Конфликтующие структуры. Москва: Высшая школа.

Лефевр, В.А., Баранов, П.В., Лепский, В.Е. (1969).
Внутренняя валюта в рефлексивных играх. *Техническая кибернетика*, No.4.

Лефевр, В.А. (2003).
Алгебра совести (дополненный перевод второго английского издания). Москва: Когито-Центр.

Лефевр, В.А. (2007).
Рефлексивный агент в группе. *Рефлексивные процессы и управление*, т.7, No.1.

Новиков, Д.А., Чхартишвили, А.Г. (2003).
Рефлексивные игры. Москва: СИНТЕГ.

Таран, Т.А., Шемаев, В.Н. (2004).
Булевы модели рефлексивного управления и их применение для описания информационой борьбы в социально-экономических системах. *Автоматика и телемеханика*, No.11.

Трудолюбов, А.Ф. (1972).
Решения на сетях зависимостей и рефлексивные многочлены. *VI Симпозиум по Кибернетике*, часть III. Тбилиси.

Шрейдер, Ю.А. (1999).
Непрерывно-значные логики ...
Научно-техническая инфор...

Batchelder, W. H. & Lefebvre, V. A. (1...).
A Mathematical Analysis of a Natural C... ...ons of a Graph. *Journal of Mathematical Psych...* ... 26.

Lefebvre, V.A. (1982).
Algebra of Conscience. Holland: D.Re...

Lefebvre, V.A. (2001).
Algebra of Conscience (второе расширенное издание). Holland: Kluwer.

Taran, T.A. (1998).
Model of Reflexive Behavior in a Conflict Situation. *Journal of Computer and Systems Sciences Int.*, 37 (1).

Taran, T.A. (2001).
Many-valued Boolean Model of the Reflexive Agent. Multi-Valued Logic, Vol.7.

Научное издание

Лефевр Владимир Александрович
ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРИИ РЕФЛЕКСИВНЫХ ИГР
Книга печатается в авторской редакции

Обложка – *И.И. Ефремов*
Компьютерная верстка – *Виктория Лефевр*

ИД № 005006 от 07.06.01.
Сдано в набор 23.06.09. Подписано в печать 14.07.09.
Формат 60x84/16. Печать офсетная. Бумага офсетная.
Тираж 800 экз. Заказ 257

Отпечатано с оригинал-макета заказчика в типографии
ФГНУ «Росинформагротех»,
141261, пос. Правдинский Московской обл., ул. Лесная, 60
Тел. (495) 993-44-04

Владимир Ле...

АЛГЕБРА СО...

Сознание человека рассматривается в к...
матических моделей, на основании кот...
теза о двух принципиально различных э...
определяющих особенности поведения ч...
конфликта. Развитие этих моделей позв...
собность человека осуществлять мораль...
такие параметры, как свобода воли и сво...
же применить для них критерии личной ...

60 x 90/16, 4...