

В. Н. МОЛОДШИЙ

ЭЛЕМЕНТЫ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

УЧПЕДГИЗ

1953



В. Н. МОЛОДШИЙ

ЭЛЕМЕНТЫ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
МОСКВА 1953



I. ВВЕДЕНИЕ

Вопрос об использовании элементов истории математики в средней школе интересовал передовых русских преподавателей и учёных ещё в дореволюционное время. С 27 декабря 1911 г. по 3 января 1912 г. состоялся I Всероссийский съезд преподавателей математики. На этом съезде известный наш историк Виктор Викторович Бобынин [1] прочёл доклад «Цели, формы и средства введения исторических элементов в курс математики средней школы»[2]. Указания В. В. Бобынина об образовательном значении элементов истории математики содержали некоторые ценные идеи, но в практику дореволюционной школы эти идеи В. В. Бобынина не проникли. Царская средняя школа имела целью готовить «верноподанных» чиновников, для которых знание истории науки считалось не только ненужным, но даже и вредным.

Теперь в нашей стране отношение к истории науки и техники изменилось коренным образом. Партия и Правительство всемерно содействуют развитию истории науки и техники, помогают широкой популяризации истории науки и техники, особенно отечествен-

[1] О жизни и деятельности В. В. Бобынина см. работы К. А. Рыбникова и А. М. Лукомской в «Историко-математических исследованиях», вып. III, М., 1950.

[2] См. Труды I Всероссийского съезда преподавателей математики, т. I, СПБ, 1913, стр. 129 и следующие.

ной. Советские люди с интересом изучают историю науки и техники. И это естественно: изучение истории науки и техники играет важную роль в воспитании советского патриотизма, в повышении культурно-технического уровня трудящихся.

В объяснительной записке к программе по математике для средней школы сказано:

«В процессе преподавания математики учителем осуществляются общие задачи коммунистического воспитания — формирование марксистско-ленинского мировоззрения, воспитание советского патриотизма и советской национальной гордости, выработка воли и характера».

«... в процессе преподавания математики необходимо обращать внимание учащихся на большую культурно-историческую ценность математики, на её роль в системе наук, на её применение в технике и практике социалистического строительства. В связи с этим следует уделять достаточное внимание сообщению сведений по истории математики, разъясняя в особенности значение и роль выдающихся математиков нашей родины (Н. И. Лобачевский, П. Л. Чебышев, С. В. Ковалевская и др., а также деятели Советской математической школы).

Например, на уроках геометрии при изучении теории параллельных прямых совершенно необходимо указать, что, кроме геометрии Евклида, изучаемой в школе, есть ещё неевклидовы геометрии». «..при изучении в X классе вопроса «Развитие понятия числа» следует указать учащимся, как велико значение в мировой науке работ нашего математика П. Л. Чебышева и советских математиков в области теории чисел.

Многие наши преподаватели математики исполь-

зуют сведения из истории математики на уроках и во время внеклассных занятий. Их достижения (и недостатки) в этой области изучались недостаточно. А потребность в обобщении их опыта большая: преподаватели математики почти не имеют соответствующих руководств и методических пособий.

В 1950—1953 учебных годах я читал курс истории математики студентам Московского городского педагогического института имени В. П. Потёмкина. Студенты выразили пожелание не только прослушать этот курс, но и выяснить, как используются элементы истории математики в школах Москвы. Они в течение трёх лет посетили более ста двадцати десятилетних и около десяти семилетних школ Москвы (по одному или по два-три человека на каждую школу). Благодаря исключительной любезности и отзывчивости директоров, заведующих учебной частью и преподавателей математики этих школ студенты получили возможность составить себе ясное представление по всем интересующим их вопросам. На основании анализа их отчётов я и написал эту работу.

Таким образом, эта работа является результатом попытки обобщить трёхлетний опыт преподавателей математики более ста средних школ Москвы по использованию элементов истории математики в их практической деятельности.

II. РОЛЬ ЭЛЕМЕНТОВ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

Преподаватели большинства школ [1] указывают, что использование элементов истории математики на уро-

[1] Здесь и в дальнейшем имеются в виду только те школы Москвы, в которых были студенты МГПИ имени В. П. Потёмкина.

ках и во внеурочное время способствует лучшему разрешению воспитательных и образовательных задач школы.

Они говорят, что факты из истории математики, особенно отечественной, помогают развивать у учащихся благородное чувство советского патриотизма, чувство глубокой преданности делу строительства коммунизма, способствуют выработке у учащихся диалектико-материалистического мировоззрения, в частности помогают лучше разъяснить учащимся значение математики для развития науки и техники.

Преподаватели указывают также, что факты из истории математики оживляют преподавание и повышают интерес учащихся к математике, точным наукам и технике; расширяют умственный кругозор учащихся, помогают им лучше уяснить связь между различными разделами математики и тем самым способствуют лучшему уяснению школьного курса математики; способствуют развитию у учащихся трудолюбия (подготовка и оформление докладов, математические вечера, стенгазеты и т. д.).

Факты из истории математики способствуют развитию творческих способностей учащихся.

Преподаватели указывают, что учащиеся не только IX—X, но и V—VIII классов интересуются и хорошо воспринимают элементы истории математики как на уроках, так и во время внеклассных занятий. Так, преподаватель 259-й женской средней школы Дзержинского района В. С. Крылов говорит, что изучение вопросов истории математики помогло ученицам глубже понять программный материал. Ученицы заинтересовались математикой и стали посещать математические олимпиады в МГУ имени М. В. Ломоносова. Преподаватели 135-й школы Советского района П. Н.

Смарагдов, З. А. Лисицына и Ю. И. Заварская особо подчёркивают интерес к вопросам истории математики, который обнаружили учащиеся VI—VII классов их школы.

Впрочем, в одной школе студенты МГПИ имени В. П. Потёмкина встретились с иным положением вещей.

Когда руководители математического кружка IX—X классов одной школы посоветовали членам кружка включить в план тему «Жизнь и деятельность П. Л. Чебышева», то последние от неё отказались! Почему? Ввиду того, объяснили преподаватели, что участники кружка ставили перед собой чисто практическую цель — поступление в вуз. Они отказались от этой темы, чтобы иметь больше времени для решения трудных задач из задачника Моденова!

Приходится пожалеть, что руководители кружка не сумели убедить его участников в ошибочности такого примитивного подхода к важному делу подготовки к поступлению в вуз.

III. ФОРМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

Преподаватели считают, что факты из истории математики целесообразно использовать на уроках и во время внеклассных занятий (математические кружки, математические вечера, подготовка стенгазет, бюллетеней, журналов, монтажей, портретов и т. п.), когда они помогают лучшему решению воспитательных и образовательных задач нашей школы. Использование элементов истории математики на уроках поможет учащимся лучше усвоить содержание данной темы.

В математических кружках можно увеличить число исторических тем, выходящих за рамки программы,

если в школе имеются учащиеся, особо интересующиеся математикой и её историей.

Всё сообщаемое учащимся из истории математики должно быть достоверным, доступным пониманию учащихся и ни в коем случае не должно мешать изучению программного материала.

Многие преподаватели указывают на целесообразность координации использования элементов истории математики на уроках и в математических кружках. В 187-й средней школе Коминтерновского района план работы математического кружка старших классов согласуется, по возможности, с программой IX и X классов. Когда в IX классе этой школы изучалась тема «Логарифмы», в математическом кружке был подготовлен и зачитан доклад по истории логарифмов. Аналогично координировалось изучение темы «Комплексные числа». Затем эти доклады (в сокращённом виде) были опубликованы в школьной стенгазете. В 528-й средней школе Кировского района некоторые доклады по истории математики обсуждались сначала на кружке (руководитель преподаватель Е. Я. Терсков), потом лучшие из них зачитывались в классах, при изучении соответствующих тем. В 553-й средней школе Москворецкого района доклады по истории математики обсуждались сначала на кружке, потом, после доработки, зачитывались в так называемом «лектории» для всех учащихся школы, пожелавших их заслушать. В конце доклада докладчик указывал литературу, необходимую для более углублённого изучения рассмотренного вопроса.

В отдельных случаях преподаватели высказывались о формах использования элементов истории математики несколько односторонне. Говорили, что для изучения материала программы по математике не-

хватает времени, поэтому вопросы истории математики целесообразно изучать только во внеурочное время. Так, преподаватели одной школы Коминтерновского района считают, что вопросы истории математики надо изучать в кружках и на математических вечерах, а в классе только упоминать о выдающихся математиках, подчёркивая приоритет отечественных математиков.

Конечно, если преподавателям нехватает времени для изучения материала программы, то сказанное ими правильно. Было бы, однако, лучше, если бы за счёт рационального использования времени сообщение некоторого минимума исторических сведений, особенно о работах отечественных математиков, нашло место и на уроках в качестве составной части изучаемых тем.

В других школах преподаватели отстаивали противоположную точку зрения. Они утверждали, что факты истории математики необходимо излагать только на уроках, так как знать их должны все учащиеся.

Едва ли эта точка зрения может быть признана верной. Нельзя игнорировать индивидуальные склонности учащихся. В математических кружках учащиеся, интересующиеся математикой и её историей, могут глубже изучать то, что в сжатом виде сообщалось на уроках. Кроме того, математический кружок не ограничен вопросами программы.

IV. ЭЛЕМЕНТЫ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ НА УРОКАХ

Во время уроков преподаватели сообщали учащимся исторические сведения по следующим вопросам (и при изучении следующих тем)[1]:

[1] Звёздочками отмечены темы, на которых чаще всего останавливались преподаватели.

V класс

*) Как люди научились считать?

Системы счисления.

*) Простые числа. (Евклид, Эратосфен и Чебышев. Имена этих учёных называются: указывается, что они много сделали в изучении свойств простых чисел, что с их работами учащиеся познакомятся в старших классах.)

Как открыли десятичные дроби? (Астрономическая школа Улугбека, Гиясэддин Джемшид, Стевин.)

VI класс

*) Происхождение слова «алгебра».

Исторические сведения об отрицательных числах.

*) Как возникла геометрия? (Геометрия в Египте; Фалес, Евклид.)

*) Некоторые исторические сведения об аксиоме параллельности. (Короткое указание на то, что наряду с геометрией Евклида существует так называемая неевклидова геометрия, которую развил гениальный русский учёный Николай Иванович Лобачевский, живший с 1792 по 1856 г. и работавший профессором математики в г. Казани. Указывается, что учащиеся познакомятся с элементами геометрии Н. И. Лобачевского в старших классах школы.)

VII класс

*) Исторические сведения об уравнениях.

Исторические сведения об извлечении корней.

VIII класс

Что означает слово «иррациональный»?

Значение алгебраической символики (Виета).

*) Декарт и его геометрия.

*) Пифагор и его школа.

Золотое деление отрезков.

Исторические сведения о вычислении площадей фигур (Архимед, Герон).

Первые шаги тригонометрии.

IX класс

Теория пределов (Ньютон).

*) История логарифмов.

Сложные проценты и число e (непрерывные процессы в природе).

*) О построениях циркулем и линейкой.

*) Квадратура круга и число π (Гиппократовы луночки).

Как развивалась стереометрия.

*) Аксиомы и требования к ним (Лобачевский и Гильберт).

Развитие тригонометрии в работах Л. Эйлера.

Головин и его учебник тригонометрии.

X класс

Соединения. Приложения к теории вероятностей.

Советская школа теории вероятностей.

*) Исторические сведения о биноме Ньютона.

*) Развитие понятия о числе (П. Л. Чебышев и И. М. Виноградов).

История вычисления объёмов тел (Демокрит, Евдокс, Евклид и Архимед). (Иногда включают вопрос о вычислении объёма усечённой пирамиды в древнем Египте.) Теорема Эйлера о выпуклых многогранниках.

*) Уравнения высших степеней (Тарталья, Кардано, Феррари, Гаусс и Абель).

Нельзя не согласиться с тем, что эти вопросы из истории математики (особенно отмеченные звёздочками) действительно могут быть сделаны составной частью соответствующих тем уроков и способны по-

мочь учащимся глубже усвоить вопросы программы. Вот некоторые соображения, подтверждающие это заключение.

Когда преподаватель VIII класса выводит общую формулу корней квадратного уравнения, учащиеся вправе думать, что в дальнейшем последует вывод аналогичных формул для уравнений высших степеней. Но по непонятным для них причинам в старших классах преподаватель обычно ограничивается рассмотрением искусственных приёмов решения некоторых уравнений третьей, четвёртой и высших степеней.

Такое изложение теории алгебраических уравнений нарушает цельность её понимания, не создаёт правильной установки к дальнейшему её изучению.

Преподаватель без труда может устранить эти недочёты, если в X классе, в заключительной части изложения теории алгебраических уравнений, коснётся истории вопроса.

Преподаватель может сообщить учащимся примерно следующее:

Методы решения алгебраических уравнений первой и второй степеней были открыты давно: ими владели вавилоняне, древние греки, индусы, китайцы, узбеки, таджики и другие народы. В XVI в. итальянский учёный Тарталья нашёл общую формулу корней уравнения третьей степени. Ученик Кардано — Феррари вывел аналогичную формулу для уравнений четвёртой степени (оставляя в стороне доказательства или отнеся их на математический кружок, полезно указать, что всякое уравнение вида $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ может быть приведено к уравнению вида $x^3+px+q=0$, и выписать формулу Тарталья).

Как и в случае квадратного уравнения, эти формулы позволяют выразить корни уравнений 3-й и 4-й степе-

ней через их коэффициенты, с помощью конечного числа рациональных действий и извлечения корней. Принято выражать этот факт словами: «уравнения 3-й и 4-й степеней допускают решение в радикалах».

В XVII—XVIII вв. многие математики безрезультатно пытались найти подобную формулу для решения уравнения 5-й степени. Но в первой половине XIX в. норвежский математик Абель доказал, что такую формулу найти нельзя. По теореме Гаусса, каждое алгебраическое уравнение n-й степени имеет n действительных или комплексных корней. Однако уравнения 5-й и более высоких степеней разрешимы в радикалах только в частных случаях, как, например, $x^6 - 1 = 0$ и т. п.

Можно в заключение указать, что вопрос об условиях разрешимости уравнений в радикалах, степени выше четвертой, поставил и решил французский математик Э. Галуа (1811—1832).

В школе рассматривают только самые элементарные виды уравнений, степени выше четвёртой. Формулы, дающие выражения корней уравнений 3-й и 4-й степеней, сложны. Поэтому их и относят к курсу математики высшей школы и ограничиваются рассмотрением искусственных приёмов решений уравнений 3-й и 4-й степеней.

Опыт преподавательницы 656-й женской средней школы Молотовского района показывает, что такого рода исторические справки помогают учащимся лучше усвоить содержание темы «Уравнения высших степеней».

Содержание отдела о правильных многоугольниках излагается преподавателем обычно в такой последовательности:

Определение правильных многоугольников. Построение циркулем и линейкой правильных многоугольников, вписанных в окружность (квадрат, шестиугольник, треугольник, десятиугольник, пятиугольник, пятнадцатиугольник), и вычисление их сторон в зависимости от радиуса. Вычисление a_{2n} по a_n.

Эти сведения нужны учащимся не только сами по себе, но и для уяснения понятия о длине окружности и площади круга и для решения геометрических и тригонометрических задач.

Но в целом отдел не завершён. Учащимся непонятно, почему преподаватель учит их строить и вычислять стороны названных многоугольников и ничего не говорит о построении циркулем и линейкой правильных семиугольников, девятиугольников и т. п. В этой связи интересен следующий разговор между преподавателем одного московского вуза и вновь принятым студентом:

Преподаватель. Можно ли циркулем и линейкой построить правильный семиугольник?

Студент. Точно не знаю, но, думаю, можно. Правильные треугольники и пятиугольники строят, значит (!), можно построить и правильный семиугольник.

Преподаватель. Если это так, то почему преподаватель вашей школы обошёл этот вопрос?

Студент. Видимо, считал его недостаточно существенным.

Студент базировался на аналогии, оставив в стороне вопрос о её законности. Но если он и виноват, то ещё больше виноват преподаватель математики старших классов школы, в которой учился студент.

Закончив рассмотрение второго пункта темы, преподаватель мог бы поставить перед учащимися вопрос: «Вы видели, как циркулем и линейкой можно построить рассмотренные выше правильные многоугольники, а как построить правильный семиугольник, девятиугольник и т. п.?»

ники. Как вы думаете, можно ли циркулем и линейкой построить правильный многоугольник с любым числом сторон? В частности, зная, что циркулем и линейкой можно построить правильный треугольник и пятиугольник, нельзя ли отсюда заключить, что с их помощью можно построить правильный семиугольник и девятиугольник?»

По крайней мере, на последний вопрос некоторые учащиеся ответят утвердительно; он им покажется простым.

Тогда преподаватель должен сказать, что на эти вопросы математика ответила отрицательно и тем самым доказала незаконность подобной аналогии. Преподаватель может, далее, указать, — и этого будет вполне достаточно, — что немецкий математик Гаусс (1777—1855) доказал следующее предложение: с помощью циркуля и линейки можно вписать в окружность любой правильный многоугольник, число сторон которого N есть простое число вида $2^n + 1$. Следовательно, циркулем и линейкой можно вписать в окружность правильный треугольник ($2^1 + 1 = 3$) и пятиугольник ($2^2 + 1 = 5$). Можно также вписать (что Гаусс и сделал) правильный семнадцатиугольник ($2^4 + 1 = 17$ — число простое) и т. д.

Если с помощью циркуля и линейки правильный многоугольник с m сторонами вписан в окружность, то путём последовательного деления соответствующих центральных углов пополам можно вписать циркулем и линейкой правильные многоугольники с $2m$, $2^2 m$,..., $2^k m$,... сторонами.

Следовательно, с помощью циркуля и линейки можно вписать в окружность правильный многоугольник с N сторонами, если число N, разложенное на простые множители, содержит только: 1) простые множи-

тели вида $2^n + 1$, различные между собой и 2) множитель 2 в какой-либо целой положительной степени. Например, можно построить циркулем и линейкой правильный десятиугольник и пятнадцатиугольник, так как $10 = 5 \cdot 2$, $15 = 5 \cdot 3$.

Нельзя вписать в окружность правильный многоугольник циркулем и линейкой, если число его сторон не удовлетворяет указанным условиям. Таким образом, правильный семиугольник и правильный девятиугольник вписать в окружность циркулем и линейкой нельзя. Число сторон первого $m = 7$, число простое, но ни при каком натуральном n $2^n + 1$ не равно 7. Во втором случае $2^3 + 1 = 9 = 3 \cdot 3$ есть сложное число, равное произведению двух одинаковых простых чисел.

Как видим, если преподаватель «пожертвует» на историю вопроса 20 минут, он даст учащимся значительно больше, чем при тривиальном изложении темы.

Обычно поступающие на физико-математический факультет МГПИ имени В. П. Потёмкина определяют аксиомы как истины самоочевидные, а потому и не требующие доказательства. Такое толкование аксиом математики, принятое в XVII—XVIII вв. и даже в первой половине XIX в., в силу ряда исторических условий, не является правильным. После открытия Н. И. Лобачевским неевклидовой геометрии математики знают, что очевидность — не существенное свойство аксиом. Аксиома параллельности Н. И. Лобачевского «не очевидна», долгое время отвергалась многими математиками. Однако она является аксиомой, истинность которой столь же достоверна, сколь достоверна и истинность аксиомы параллельности Евклида. Аксиомы — это объективные истины, которые описы-

вают наиболее существенные, наиболее общие свойства изучаемых в математических теориях величин и геометрических фигур. Именно поэтому с помощью аксиом доказывают остальные свойства величин и геометрических фигур. Общность математических аксиом ограничена. Аксиома параллельности Евклида описывает одно из основных свойств прямых линий, изучаемых в геометрии Евклида. В геометрии Н. И. Лобачевского, Римана и других геометриях аксиома параллельности Евклида не является справедливой (как принято говорить: не выполняется).

Можно ли всё это рассказывать учащимся, пока они не будут иметь представления об элементах геометрии Н. И. Лобачевского? Безусловно, нельзя!

Надо признать также и то, что приведённый выше список исторических вопросов (особенно отмеченных звёздочками) достаточен, чтобы учащиеся получили минимум знаний, необходимый преподавателю для решения воспитательных и образовательных задач.

Наряду с сообщениями исторических сведений решались и задачи с историческим содержанием. Такие задачи обычно заимствовались из задачников Ларичева, Попова, из книг Перельмана, Игнатьева и из хрестоматий по элементарной математике.

Конечно, далеко не все темы, из указанных выше, могли быть освещены в классах одним и тем же преподавателем. Обычно преподаватели учитывали режим времени и из этих тем выбирали, по их мнению, наиболее существенные, помогающие лучшему усвоению программы и решению воспитательных задач школы.

Наряду с достижениями преподавателей в деле использования элементов истории математики на уроках имеются и некоторые недостатки.

Повидимому, некоторые преподаватели использовали устаревшую литературу и сообщали учащимся сведения, опровергнутые новыми научными данными. Например, некоторые преподаватели называют индусские цифры арабскими цифрами [1]; именуют среднеазиатских учёных (Мухаммед бен Муса-ал-Хорезми [около 830 г.] из Хорезма, Омар ал-Хайям [около 1048—1122 г.], Гиясэддин Джемшид [около 1427 г.] из Кашана) арабскими учёными [2]; приписывают открытие десятичных дробей С. Стевину (однако за 150 лет до С. Стевина десятичные дроби открыл и использовал Гиясэддин Джемшид [3]); говорят, что строго научное обоснование арифметики комплексных чисел дал Гаусс. (Это неверно. Впервые арифметика комплексных чисел получила научное обоснование в работе норвежского землемера Г. Весселя, опубликованной в трудах Датской Академии наук в 1799 г. Работа Весселя вышла в свет примерно за тридцать лет до мемуара Гаусса о биквадратичных вычетах, где было вновь воспроизведено обоснование арифметики комплексных чисел, в несколько улучшенном виде.)

Нельзя признать положительным и то, что некоторые преподаватели излишне подробно останавливаются на второстепенных (с точки зрения задач школы) вопросах истории математики. Так, в нескольких школах преподаватели восьмых классов уделили время

---

[1] По этому вопросу см. И. Г. Башмакова и А. П. Юшкевич, Происхождение систем счисления. Энциклопедия элементарной математики, том I, М.—Л., 1951, стр. 38—50.

[2] По этому вопросу см. Т. Н. Кары-Ниязов, Астрономическая школа Улугбека, изд. АН СССР, 1950; А. П. Юшкевич, Математика народов Средней Азии в IX—XV вв.; Историко-математические исследования, выпуск IV, М.—Л., 1951.

[3] Там же.

анекдоту «как был наказан богами болтливый ученик Пифагора, поведавший людям об открытии несоизмеримых величин». И без этих анекдотов преподаватель может рассказать учащимся много интересного о школе Пифагора (теорема Пифагора и её использование в Египте, Вавилоне, Китае и древней Греции. Открытие несоизмеримых величин).

В одной из школ преподаватель сообщает учащимся преимущественно сведения о происхождении и развитии математических терминов и символов. В некоторых случаях это полезно. Например, хорошо, если учащиеся понимают значение алгебраической символики для алгебраического исчисления (Виета, Декарт). Но сводить дело использования элементов истории математики к описанию развития математических терминов и символов, конечно, нельзя.

В одной из школ в конце года учащиеся VI—X классов писали сочинения на исторические темы: «Пифагор и его теорема», «Жизнь и деятельность Архимеда», «Жизнь и деятельность Н. И. Лобачевского» и т. д. Сочинения учащихся хорошо оформлялись. За годовые сочинения учащимся ставились оценки в их табели. В другой школе в конце года учащиеся VI класса писали сочинение на тему «Что такое алгебра».

Преподаватели некоторых школ указывают, что сочинения на исторические темы встречались учащимися с интересом. Трудно, однако, судить, насколько приемлема такая форма учёта овладения учащимися элементами истории математики. Но одно несомненно: учащиеся шестых классов не знают, чем занимается алгебра (даже школьная!), и поэтому написать сочинение на такую тему не могут. Можно также сомневаться, что учащиеся смогут за короткое время рассказать о жизни и деятельности Н. И. Лобачевского.

V. ЭЛЕМЕНТЫ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ НА ВНЕКЛАССНЫХ ЗАНЯТИЯХ

Во внеурочное время вопросы истории математики изучались преимущественно на математических кружках. Вспомогательную роль при этом играли математические вечера, стенгазеты, журналы, бюллетени, монтажи, выполнение портретов математиков.

В некоторых школах изучались следующие вопросы:

1. Что дала советская власть математике?
2. Русские и советские математики и их достижения.
3. Значение математики для науки, техники и жизни людей.
4. Теория и практика в исследованиях П. Л. Чебышева.

Ввиду сложности вопросов доклады на эти темы зачитывались в кружках преподавателями, и только в нескольких школах такие доклады готовились учащимися. Так, доклад на тему «Русские и советские математики и их достижения» прочла ученица VIII класса 43-й школы Фрунзенского района. Доклад на аналогичную тему прочла ученица IX класса 428-й школы Сокольнического района.

В большинстве школ учащиеся (а иногда и педагоги) делали доклады о жизни и деятельности выдающихся математиков нашей родины.

*) 5. Л. Магницкий и М. В. Ломоносов.
*) 6. Л. Эйлер и русская математика XVIII века.
*) 7. Жизнь и деятельность Н. И. Лобачевского.
8. Жизнь и деятельность М. В. Остроградского.
*) 9. Жизнь и деятельность П. Л. Чебышева.
*) 10. Жизнь и деятельность С. В. Ковалевской.

11. Жизнь и деятельность Н. Е. Жуковского.

12. Жизнь и деятельность С. А. Чаплыгина.

13. Выдающиеся русские педагоги-математики (Киселёв и др).

*) 14. Советские математики — лауреаты Сталинских премий (И. М. Виноградов, А. Н. Колмогоров, Л. С. Понтрягин и др.).

Преподаватели указывают, что правдивые и красочные доклады о жизни и деятельности отечественных математиков помогали им внести свою лепту в благородное дело воспитания у учащихся чувства советского патриотизма, чувства глубокой преданности великому делу партии Ленина—Сталина, способствовали развитию у учащихся диалектико-материалистического понимания предмета и закономерностей развития математики.

Далее, в кружках (на математических вечерах) изучались следующие вопросы [1]:

1. Как люди научились считать?

2. История систем счисления.

*) 3. Проблема простых чисел (Евклид, Эратосфен, Лежандр, Чебышев).

4. Проблема Гольдбаха и её решение И. М. Виноградовым.

*) 5. Теорема Пифагора и большая теорема Ферма.

6. Как развивалось понятие:

а) дробного числа,

б) отрицательного (и положительного) числа,

в) иррационального числа,

*) г) комплексного числа.

---

[1] Часть из них воспроизводит тематику вопросов, изучаемых на уроках. Здесь, конечно, имелось в виду углубить и расширить сказанное на уроках.

7. История десятичных дробей.

*) 8. История логарифмов.

9. Логарифмическая линейка.

10. История счётных приборов.

11. История метрической системы мер.

12. Первые шаги алгебры.

*) 13. Решение уравнений 3-й и 4-й степеней (о разрешимости уравнений в радикалах).

14. История бинома Ньютона. Принцип полной математической индукции (второй вопрос выделялся иногда в самостоятельную тему).

15. Зарождение геометрии (Египет, Вавилон и Китай).

16. Три знаменитые задачи древности:

а) трисекция угла,

б) удвоение куба,

*) в) квадратура круга и число π.

*) 17. Пифагоровы числа.

18. «Начала» Евклида.

19. Построения циркулем и линейкой.

20. Теорема Эйлера о многогранниках.

21. Жизнь и деятельность:

Фалеса, *) Пифагора, Демокрита, Евклида, *) Архимеда, Диофанта, Ипатии, Виета, *) Декарта, Ньютона.

На вопросах истории тригонометрии никто не останавливался, за исключением преподавателей двух-трёх школ. А жаль! На этих вопросах можно хорошо разъяснить учащимся связь астрономии с математикой. Кроме того, можно рассказать, какие заслуги имеют русские учёные и преподаватели в деле развития тригонометрии как науки (Л. Эйлер, Н. И. Лобачевский) и в создании научно и методически выдержанного учебника тригонометрии (М. Головин и др.).

Приходится также сожалеть, что доклады № 1, 2, 4, 7, 10 и 15 обратили на себя меньше внимания, чем они заслуживают.

Конечно, из всех перечисленных тем преподаватели использовали только часть (чаще небольшую). При выборе они руководствовались своими вкусами и возможностями (время, имеющаяся литература и т. п.), а также пожеланиями участников кружков.

Вот несколько планов работ математических кружков, которые, как мне кажется, надо признать удачными.

План работы математического кружка VIII—IX классов 163-й школы Ленинградского района:

13. IX. Организационное собрание. Утверждение плана.
20. IX. Неопределённые уравнения.
27. IX. Как считали в старину.
4. X. Геометрия Н. И. Лобачевского.
11. X. Построения одной линейкой.
18. X. Построения одним циркулем.
25. X. Системы счисления.
1. XI. Геометрия Н. И. Лобачевского (окончание).
8. XI. Арифметика у древних народов.
15. XI. Извлечение квадратного корня из многочленов.
22. XI. Геометрические софизмы.
27. XI. Подготовка к математическому вечеру.
15. I. Подготовка к математическому вечеру.
17. I. Декарт и его роль в математике.
24. I. Арифметика Л. Магницкого.
31. I. Архимед как математик.
7. II. Метод параллельного перенесения.
14. II. Эратосфеново решето.

21. II. Различные доказательства одной и той же теоремы.

28. II. Извлечение кубических корней из чисел.

7. III. Непрерывные дроби.

14. III. Кубические уравнения.

21. III. Отчётное собрание.

В целях воспитания у учащихся чувства советского патриотизма и гордости за огромные достижения русской и советской науки и техники, математическое объединение школы с помощью учеников выпустило серию математических бюллетеней, посвящённых работам выдающихся отечественных математиков (Л. Магницкий, Л. Эйлер, Н. И. Лобачевский, И. М. Виноградов, педагог Киселёв и др.).

Как видно, работа математического кружка 163-й школы была организована хорошо. Может быть, несколько был перегружен план его работы, однако поскольку этот план был выполнен в полном соответствии с желаниями членов кружка и при их активном участии, то он заслуживает одобрения.

В 259-й средней женской школе Дзержинского района работал математический кружок учениц десятых классов (руководитель преподаватель В. С. Крылов). На кружке в числе прочих изучались следующие исторические вопросы:

1. История понятия иррационального числа.
2. Развитие понятия комплексного числа.
3. История логарифмов (после доклада проводились занятия по изучению логарифмической линейки).
4. Спрямление окружности.
5. Тригонометрия у нас и на Западе.
6. Жизнь и деятельность:
   а) Н. И. Лобачевского,
   б) П. Л. Чебышева,

в) С. В. Ковалевской.

В математическом кружке старших классов 409-й школы Калининского района (руководитель преподаватель С. И. Шилов) среди прочих тем были разобраны следующие вопросы истории математики:

1. Уравнение 3-й степени.
2. Геометрия циркуля и линейки.
3. Замечательные задачи древности.
4. Жизнь и деятельность С. В. Ковалевской.
5. Жизнь и деятельность Н. И. Лобачевского.

В большинстве школ доклады по истории математики были сделаны на базе серьёзного изучения литературных источников. Сообщаемые в них факты достоверны, изложение хорошее. Видно, что преподаватели оказывали докладчикам повседневную квалифицированную помощь.

Ученица IX класса 403-й школы сделала на математическом кружке IX и X классов доклад о деятельности П. Л. Чебышева. Она начала доклад с кратких биографических данных, характеризующих жизненный путь П. Л. Чебышева, затем отметила две основные черты научного творчества П. Л. Чебышева. Первая гениальная способность П. Л. Чебышева связывать теорию с практикой, умение черпать темы отвлечённейших теоретических исследований из вопросов практики. В связи с этим она процитировала известные слова П. Л. Чебышева о необходимости связи теории с практикой. Докладчик сообщила, что П. Л. Чебышев сконструировал несколько десятков механизмов, а в связи с вопросом об улучшении параллелограма Уатта (механизма, превращающего круговое движение в прямолинейное) разработал теорию многочленов, наименее уклоняющихся от нуля. Конечно, вопрос о содержании этой теории остался открытым.

Второй чертой была гениальная способность П. Л. Чебышева развивать большой значимости методы в самых разнообразных отделах математики. Она сослалась на работы П. Л. Чебышева в области теории вероятностей и теории чисел. В первом случае докладчик назвала работы Чебышева по основным теоремам теории вероятностей, во втором сформулировала постулат Бертрана, доказанный Чебышевым, и выписала доказанную им ассимптотическую формулу для функции $\pi(x)$[1].

Работа математического кружка активизировалась, если руководитель умел развить в его участниках творческий подход к изучаемым вопросам. В 231-й школе Щербаковского района на заседании математического кружка для учеников VII—VIII классов (руководитель — С. Г. Токарь) один из учеников сообщил разработанный им метод приближённого деления угла на три равные части. Это сообщение было заслушано участниками кружка с большим интересом.

Однако в отдельных случаях доклады учащихся содержали ошибки. Повидимому докладчики не получали от своих руководителей надлежащей помощи.

Такие доклады учащимся почти ничего не дают. Отчасти они даже вредны, так как невольно приучают слушателей мириться с ошибками и неясными утверждениями.

Ученик VI класса одной из школ сделал доклад о жизни и деятельности Н. И. Лобачевского. Он неплохо справился с первой частью доклада, где речь шла о жизни Н. И. Лобачевского. Но разъяснить слушателям смысл открытий Н. И. Лобачевского докладчику не удалось. Докладчик ошибочно утверждал, что якобы

[1] $\pi(x)$ — число простых чисел в ряде натуральных чисел от 1 до x.

Н. И. Лобачевский открыл свою геометрию, рассматривая псевдосферу, причём его открытие «опровергло геометрию Евклида». Точно так же и ученица VIII класса одной школы утверждала, что «учение Евклида было разбито Лобачевским».

Нельзя достаточно рационально разъяснить учащимся V—VIII классов содержание геометрии Н. И. Лобачевского. Это можно сделать в IX—X классах, при условии проведения большой предварительной работы в VI—X классах. Как организовать всю эту работу, рассказывается в содержательной статье И. Ф. Тесленко «О неевклидовых геометриях в средней школе», опубликованной в журнале «Математика в школе» (1952, № 4).

Ученик IX класса одной школы сделал на математическом кружке доклад о числе π и квадратуре круга. Если исключить введение к докладу, то его содержание не вызывает никаких недоумений. Докладчик показывает, что квадратура круга разрешима в положительном смысле, если циркулем и линейкой можно построить отрезок, в принятой единице масштаба, равный π. Затем он излагает историю числа π (Египет, Вавилон, Архимед, Виета, Ламберт, Лежандр, Эрмит, Линдеман) и заканчивает указанием, что поскольку число π оказалось трансцедентным, то с помощью циркуля и линейки нельзя построить квадрат, равновеликий кругу. Но во введении докладчик утверждал, что якобы с помощью циркуля и линейки нельзя построить только отрезки, длины которых выражаются трансцедентными числами. Выходит, будто отрезок, длина которого равна $\sqrt[3]{2}$, можно построить циркулем и линейкой и тем самым решить задачу об удвоении куба!

В большинстве школ, где на кружках (для учащихся VIII—X классов) изучался вопрос об открытии Н. И. Лобачевским неевклидовой (гиперболической) геометрии, заслушивались доклады не только о содержании этой геометрии, но так же о жизни, материалистическом и атеистическом мировоззрении и деятельности её творца — Н. И. Лобачевского. Перед учащимися вставал образ одного из самых благородных и гениальных наших учёных первой половины XIX в., посвятившего всю свою жизнь науке и служению своему народу. Учащиеся начинали понимать, что многие исследования современной математики и физики своими корнями уходят к творчеству Н. И. Лобачевского. В докладах, посвящённых П. Л. Чебышеву, отмечались не только его достижения в теории чисел и других областях математики, но и в прикладных вопросах, в первую очередь в теории механизмов. Как правило, зачитывались замечательные слова П. Л. Чебышева о необходимости теснейшей связи теории с практикой. (На один из таких докладов мы ссылались выше.)

Однако в некоторых случаях докладчики (учащиеся IX—X классов) много говорили о содержании неевклидовой геометрии, но обходили вопрос о приоритете Лобачевского в открытии этой геометрии. Часто оставался открытым вопрос о мировоззрении Н. И. Лобачевского, не отмечалась его решительная борьба за материалистическое истолкование истин математики, за изгнание идеализма из математики. В одном из докладов о С. В. Ковалевской докладчица (ученица IX класса) блестяще обрисовала образ С. В. Ковалевской как передового общественного деятеля и литератора своего времени и... ни одним словом не обмолвилась о её математических работах!

Конечно, такой, несколько узкий, подход к важнейшим темам отечественной истории математики не может быть признан правильным.

Значительную роль в изучении элементов истории математики могут сыграть, и в некоторых школах играют, математические вечера, стенгазеты, журналы, бюллетени, фотомонтажи.

Практика работы преподавателей показывает, что математический вечер должен являться завершающим звеном работы математических кружков. Этим определяется и его содержание.

В стенгазетах, бюллетенях и журналах в первую очередь публикуются материалы, относящиеся к работе математических кружков и к математическим вечерам. К ним дополняются портреты, различного рода задачи и т. п.

В 69-й школе, после предварительного изучения вопроса, был проведён математический вечер учащихся VIII—X классов, посвящённый геометрии Н. И. Лобачевского. В программу вечера входили доклады: 1. «История попыток доказать аксиому параллельности Евклида. Предложения, равносильные аксиоме параллельности Евклида», 2. «Содержание геометрии Н. И. Лобачевского», 3. «Истинна ли геометрия Н. И. Лобачевского?»

Два первых доклада сделали учащиеся, третий — педагог.

Стены зала, где происходил вечер, были украшены портретами великих математиков, организована выставка геометрических фигур и выпущен специальный номер стенной газеты.

Аналогичный вечер был проведён в 193-й школе Коминтерновского района. Однако в этой школе уде-

лили больше внимания биографии Н. И. Лобачевского и выяснению значения его работ (доклад на последнюю тему сделал преподаватель). В конце вечера была проведена математическая викторина, составленная преимущественно на материалах биографии Н. И. Лобачевского.

В 656-й женской школе Молотовского района с большим успехом прошёл вечер, посвящённый С. В. Ковалевской. После доклада о жизни и творчестве С. В. Ковалевской с воспоминаниями выступила её дочь. Учащиеся прочли несколько стихотворений, написанных С. В. Ковалевской. В конце вечера одна ученица исполнила «Лунную сонату» — любимое музыкальное произведение С. В. Ковалевской. К вечеру ученицы выпустили специальный номер стенгазеты и фотомонтаж:

В 602-й школе Тимирязевского района были проведены два математических вечера, посвящённые Пифагору и Л. Эйлеру (преподаватель — А. Г. Ченгемирова).

В программу первого вечера входило:

1. Доклады:
   а) Пифагорейская школа,
   б) Различные доказательства теоремы Пифагора,
   в) Пифагоровы числа.
2. Математическая олимпиада учащихся VIII—X классов.
3. Решение занимательных задач.

В программе второго вечера значилось:

1. Доклады:
   а) Русская Академия наук и Леонард Эйлер,
   б) Научное творчество Леонарда Эйлера.

2. Занимательные задачи, софизмы.

К этому вечеру учащиеся выпустили «Альбом математиков».

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существующая литература по истории математики, как правило, недоступна учащимся. Она рассчитана на подготовленных читателей: студентов, преподавателей и научных работников. Особенно трудна для учащихся литература, посвящённая описанию жизни и деятельности советских математиков. Поэтому изучение ряда важных вопросов истории математики на кружках, иногда и на уроках, сводится к описанию жизни великих математиков; сущность и значение их открытий освещаются недостаточно.

В одной школе преподаватели пытались организовать доклады учащихся о деятельности академика И. М. Виноградова, но доступной для учащихся литературы не нашли и от своего хорошего начинания отказались.

Преподавательница другой школы подбирала материал по вопросам истории математики, суммировала его и в максимально популярной и сжатой форме излагала в письменном виде. После этого учащиеся использовали ее конспекты для подготовки своих докладов. Конечно, такая работа характеризует преподавателя с положительной стороны, но назвать подобное положение вещей нормальным нельзя.

Преподаватели чаще всего обращаются к следующим источникам: журнал «Математика в школе», Гнеденко «Очерки по истории математики в России» (Гостехиздат, 1946), Шереметьевский «Очерки по истории математики» (Учпедгиз, 1940), Берман «Число и наука о нём» (Гостехиздат, 1948), Беллюстин В.

«Как постепенно дошли люди до настоящей арифметики» (Учпедгиз, 1940), Депман «Из истории математики» (Детгиз, 1951), Абельсон «Рождение логарифмов» (Гостехиздат, 1948).

К этим общим руководствам присоединяют работы по отдельным темам. Так, при рассмотрении геометрии Н. И. Лобачевского обращаются к книгам: П. С. Александров и А. Н. Колмогоров «Н. И. Лобачевский» (Гостехиздат, 1943), Ф. В. Каган «Лобачевский» (изд. АН СССР, 1948) и Б. Кутузова «Геометрия Лобачевского и элементы оснований геометрии» (Учпедгиз, 1950). Материал для рассказа о жизни и деятельности С. В. Ковалевской заимствуют из работ Полубариновой-Кочиной. Используют также статьи из БСЭ и математических хрестоматий.

К сожалению, преподаватели не привлекают материалы, опубликованные в «Историко-математических исследованиях», пять выпусков которых изданы Гостехиздатом в 1948—1952 гг. В этих «Исследованиях» опубликовано много нового материала по истории математики, особенно отечественной.

Существующая литература по методике математики помогает преподавателям хорошо организовать и провести урок по любой теме курса математики средней школы. Есть литература, посвящённая методике внеклассных занятий, но в ней вопрос об использовании элементов истории математики в школе, как правило, не рассматривается. Только в журнале «Математика в школе» печатались необходимые преподавателям статьи. В «Известиях Академии педагогических наук РСФСР» за 1951 г., вып. 31, кн. 1 опубликованы доклады действительных членов академии А. И. Маркушевича и П. С. Александрова, в которых рассказывается об освещении вопросов истории математики,

особенно отечественной, в школе. Такие статьи помогают преподавателям, но их мало.

Преподаватели указывают также, что имеющиеся в стабильных учебниках исторические экскурсы, по сути дела, представляют маленькие справки и в работе им не помогают.

Не во всех районах изучается опыт преподавателей по использованию элементов истории математики в школе. Вместе с тем преподаватели указывают, что методисты Сталинского, Молотовского, Свердловского, Ждановского, Ленинградского, Москворецкого и некоторых других районов г. Москвы помогали преподавателям, изучали их опыт. В этих районах районные методисты организовывали для преподавателей доклады по истории математики по темам, нужным для школы, проводили обмен опытом, устраивали выставки докладов учеников, математических стенгазет и т. п. Так, районный методист Москворецкого района прочёл для преподавателей два доклада, посвящённых жизни и деятельности П. Л. Чебышева и С. В. Ковалевской. В 547-й школе этого же района на объединении математиков был заслушан и обсуждён доклад «Об элементах историзма в преподавании математики».

Преподаватели указывают, что большую помощь им оказывает Московский городской институт усовершенствования учителей. Институт снабжает преподавателей литературой, организует лекции и семинары по истории математики.

В целях улучшения работы по использованию элементов истории математики в курсе средней школы преподаватели большинства школ высказали такие пожелания:

Опубликовать сборник биографий математиков, имена которых встречаются в курсе математики сред-

ней школы. Биографии учёных и их работы должны быть описаны языком, доступным учащимся VI—X классов. Особенно это необходимо в части освещения жизни и деятельности дореволюционных и советских учёных нашей родины. В сборнике надо осветить популярно не только жизнь, общественную и педагогическую деятельность математиков, преимущественно отечественных, но и рассказать об основных математических проблемах, решённых этими математиками, и о значении этих проблем для развития науки и техники.

Издать ряд небольших брошюр по истории математики, доступных пониманию учащихся VI—X классов. Как в сборниках, так и в отдельных брошюрах нельзя ограничиваться только одними вопросами истории, нужно дать методику изучения их в школе.

Отпечатать портреты выдающихся математиков, в первую очередь тех, имена которых упоминаются в школе.

Преподаватели высказали также пожелание, чтобы институт усовершенствования учителей, районные педагогические кабинеты и журнал «Математика в школе» более активно занялись разработкой методики использования элементов истории математики в курсе математики средней школы.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

I. Введение 3
II. Роль элементов истории математики в школе . . . 5
III. Формы использования элементов истории математики в школе 7
IV. Элементы истории математики на уроках 9
V. Элементы истории математики на внеклассных занятиях 20
VI. Заключение 31

Редактор *Н. И. Лепешкина*
Техн. редактор *С. Т. Шикин*

А04345. Подписано к печати 7/VIII 1953 г.
Бумага 84×108$^{1}/_{32}$. Бумажных листов 0,563.
Печатных листов 1,84. Учетно-изд. л. 1,34.
Тираж 25 000 экз. Заказ 65. Цена 35 к.

Типография треста Росполиграфпром,
гор. Калуга, пл. Ленина, 5.

Цена 35 коп.