МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НЕФТИ И ГАЗА им. И.М. ГУБКИНА

Выпуск 3

Я.И. ХУРГИН

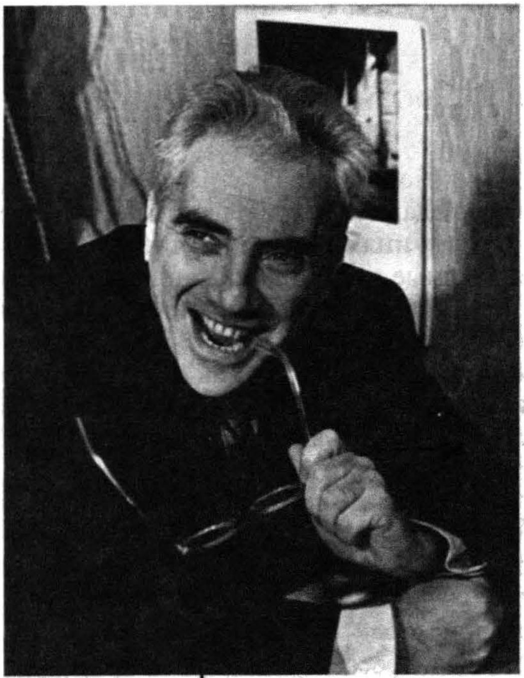
АЛГОРИТМ УСПЕХА,
или
Научно-педагогический калейдоскоп

Москва
2002

УДК 51

Хургин Я.И. Алгоритм успеха, или Научно-педагогический калейдоскоп. (Сер. «Они нас учили». Вып. 3.) — М.: Нефть и газ, 2002. — 88 с.

Книга, продолжающая серию «Они нас учили», принадлежит перу известного ученого и педагога, професора РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, доктора физико-математических наук Якова Исаевича Хургина, отдавшего вузу около 40 лет жизни. Размышления автора, в сжатом виде вобравшие в себя опыт его 60-летней научно-педагогической деятельности, адресованы студентам, аспирантам, преподавателям — всем, кто интересуется развитием науки и педагогики.



Яков Исаевич Хургин,
профессор, доктор физико-
математических наук

Моя жена Тамара была инициатором написания этой книги, дочь Ирина редактировала ее. Мы с женой прожили в счастливом браке более 55 лет, я всегда был окружен трогательной заботой жены и дочери и, несмотря на проблемы со здоровьем, до сих пор активно живу и плодотворно работаю. Им и посвящается это сочинение.

ПОЗНАНИЕ НАЧИНАЕТСЯ С УДИВЛЕНИЯ

Шестьдесят лет моя жизнь складывается из двух составляющих — научной и педагогической. Преподавал школьникам и студентам, аспирантам, инженерам и научным сотрудникам. Читал доклады и популярные лекции в различных аудиториях. Поэтому накопился большой педагогический опыт, и мне показалось полезным им поделиться.

Педагогическая работа — одна из самых интересных и продуктивных, ибо наиболее эффективное вложение капитала — это образование, подготовка квалифицированных кадров.

Мне кажется, что у меня был хороший контакт с аудиторией. При этом не имела значения ее численность. Говорят, студенты ко мне хорошо относились, я им «платил» тем же, — устанавливалась продуктивная обратная связь, что очень помогает педагогическому процессу.

Научная сторона моей жизни неотделима от педагогической, хотя это и разные профессии: есть хорошие, продуктивные научные сотрудники, не умеющие даже прочитать доклад, и есть прекрасные педагоги, абсолютно не способные к самостоятельной творческой деятельности. Но немало и таких, которые совмещают в себе и то, и другое, и тогда эти стороны деятельности стимулируют друг друга. Та же ситуация и с драматургом — он автор пьесы и к тому же актер — бывают же такие синтетические личности, которые могут и то, и другое...

Мне представляется, что «учить» научные факты не нужно — надо их осмыслить. Размышления, представленные здесь, — не цельное повествование, это — фрагменты, отдельные тезисы и соображения, но, думаю, некоторые из них читателю будут интересны, а то и полезны.

Я.И. Хургин с женой Тамарой Алексеевной

Первая моя успешная педагогическая работа — это руководство одним из школьных математических кружков при мехмате МГУ. Заниматься с этими способными ребятами, съезжавшимися со всей Москвы по воскресеньям в старое здание МГУ на Моховой улице, было просто удовольствием: удивленные глаза горят, любую задачу решают, все, что им рассказываешь, понимают с полуслова и усваивают. Я этому посвятил много лет, когда был студентом старших курсов, а затем учился в аспирантуре. Из этого кружка вышли многие выдающиеся математики, такие, как Александр Абрамов, Владимир Болтянский, Сергей Годунов и другие ученые.

БЕЗДЕЛЬЕ ВРЕДНО ДЛЯ ВАШЕГО ЗДОРОВЬЯ

Нельзя бездельничать, лениться... И мышцы, и мозги нуждаются в постоянной тренировке, нагрузке. Это надо внушать студентам с первых дней учебы. Успехов в жизни добиваются только трудолюбивые. Вот несколько примеров из жизни крупных деятелей науки и культуры.

В замечательной, умной и содержательной книге «Мои воспоминания» Алексей Николаевич Крылов (1863—1945) — инженер-адмирал и академик — пишет о необходимости систематической работы, которую следует менять время от времени, но всегда работать. Он занимался теорией корабля, математикой, страховым делом, теорией магнетизма, перископами, астрономией... Во время перерывов в этих занятиях вычислял траекторию Луны с 14 знаками, придумав экономные методы приближенных вычислений (без всякой вычислительной техники).

Аксель Иванович Берг (1893—1979) — полный адмирал (маршал) и академик — работал непрерывно. В 20-х годах в Питере, показывая новую подводную лодку высокому военному начальству, попал рукой в крутящуюся цепь. Ему оторвало пальцы, и он был списан с флота. Тогда Берг создал в одном из учебных институтов Питера радиофакультет, который и окончил. Во время войны организовал закрытый институт, занимавшийся радиолокацией.

Группа выдающихся ученых решила создать физико-технический институт (физтех). Но на это нужно было распоряжение Сталина. Берг в то время был зам.министра обороны по новой технике. Мне рассказывали, что он пошел к Сталину и добился постановления об организации физтеха.

Берг организовал Институт радиотехники и электроники Академии наук и был его первым директором.

Однажды в поезде Ленинград—Москва у него случился сердечный приступ. По радио в поезде объявили о том, что нужен врач. Появившаяся докторша, видимо по неграмотности, положила на сердце лед, что привело к тяжелейшему инфаркту миокарда — он проболел более полугода и был уволен из армии в запас.

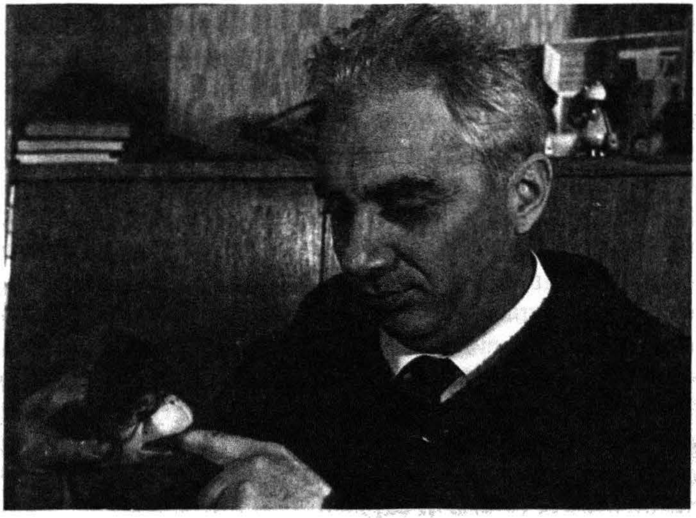
Берг мог бы успокоиться и почивать на лаврах, но он включился в борьбу за кибернетику с мракобесами-философами и партийными чиновниками, создал Совет по кибернетике в Академии наук, стал его председателем, и мне посчастливилось быть несколько лет его заместителем. Берг знал многие европейские языки, ибо был сыном генерала и в детстве имел трех гувернанток — англичанку, француженку и немку, которые, каждая в свой день, общались с ним на своем языке. Поэтому он постоянно читал иностранные научные журналы — тогда о кибернетике писали только они.

Его организационный напор был феноменален. За короткое время были созданы секции по всем проблемам кибернетики (математическим, биологическим, семиотическим, техническим, юридическим и т. д.), и все они устраивали конференции, издавали литературу и активно работали.

Он мне звонил домой в восемь часов утра и осуждал за то, что я еще не работаю, в то время как он встал в шесть и уже написал статью. Конечно, он не мог заниматься спортом, во время заседаний нередко принимал нитроглицерин — болело сердце, но не уходил домой, а продолжал активно работать. Поэтому жил и трудился до глубокой старости.

В течение десятка лет мы с женой тесно общались и дружили с Сергеем Владимировичем Образцовым — «легендой» нашей культуры. Дружили, несмотря на двадцатилетнюю разницу в возрасте. Он обладал способностью менять профессии, и все у него получалось. Художник, актер, кукольник, режиссер театра, эстрадник, профессор, кинорежиссер-документалист, писатель... Наверное, что-то я упустил, но повторяю: все у него получалось превосходно. Он всегда был занят. Мы жили неподалеку. Вернувшись домой после спектакля или концерта ближе к полуночи, когда мы уже обычно спали, Образцов звонил нам и звал в гости. Поскольку для общения оставались только ночные часы, мы вставали, шли и возвращались глубоко под утро. А вскоре надо было уже идти на работу. Но мы получали такой заряд интеллектуальной энергии, что сон шел не в счет.

В 1951 г. у Сергея Владимировича был юбилей, а незадолго до этого вышла его замечательная книга «Моя профессия» (М.: Искусство, 1950). Перед юбилеем я в очередной раз болел, лежал несколько недель. Надо сказать, что это был период перестройки квартиры Образцовых — Сергей Владимирович обожал ремонт,



Подарок «из-за кулис» театра кукол Сергея Образцова перемены, запах краски, хлопоты и выдумывание новой жизни. И я, лежа дома, написал к юбилею пародийную книжечку, страниц на пятьдесят на машинке, которую оформил Алексей, его сын-архитектор. Она была сделана точно так, как и книга Сергея Владимировича, и называлась «Моя квартира». Успех превзошел ожидания, даже Илья Эренбург, частый гость Образцовых, сказал: «Я бы такое написать не смог...» Нашей радости не было предела. Я об этом вспоминаю сейчас потому, что именно Сергей Владимирович научил меня, сам того не подозревая, свободно писать и изъясняться: он одинаково хорошо говорил и с эстрады, и дома за чаем, а писал так, как говорил. Поэтому я и стал лектором, поэтому и написал несколько популярных книг, имевших успех.

Сергей Владимирович никогда не ленился (в смысле — не бездельничал), всегда работал, творил, даже в санатории, презирал ничегонеделание и иронизировал над словосочетанием «ушел на заслуженный отдых». В 80 лет он давал полный двухчасовой концерт и писал детские книжки.

У него вышло много книг, но, пожалуй, самая содержательная, глубокая, философская — это «Эстафета искусств» (М.: Искусство, 1978), где прослежена цепь закономерных переходов от наскальных фресок к живописи, театру, фотографии, а затем к радио, кино и телевидению.

Мы 20 лет дружили с Георгием Борисовичем Федоровым — выдающимся археологом, писателем и удивительным человеком. Он прожил нелегкую жизнь, борясь с системой, бюрократиче-ской администрацией Академии наук, мешавшей ему «копать», т. е. работать, конфликтовал с властью, цеплявшейся за любой предлог, чтобы его отстранить от дел. Коллективы его экспедиций состояли из самых разных людей — квалифицированных ученых разных специальностей, активной молодежи. Их привлекала не только полевая работа, но и беседы во время отдыха, по вечерам, когда обсуждались самые животрепещущие вопросы жизни, политики, искусства. Появлялись там и диссиденты — этим вольнодумством начальство и было очень озабочено. Но Георгий Борисович был смелым человеком, ничего не боялся и активно выступал против затхлой атмосферы «гуманитарной» половины Академии наук. И это происходило в брежневские времена... Он был доктором наук, профессором и, кроме того, членом Союза писателей.

Г.Б. — как его все звали — имел широчайший круг друзей: Твардовский, Тендряков, Трифонов и другие писатели, многие выдающиеся ученые, цвет нашей интеллигенции, в том числе Юлий Ким, Галина Старовойтова, с которой он был очень дружен. С ней и с Юлием Кимом мы достаточно близко познакомились именно у Г.Б. Он не дожил до ее убийства.

Будучи больным человеком — при такой жизни сохранить здоровье было трудно (у него было 7 или 8 инфарктов, но его героически «вытягивала» наша медицина, понимая *какой* это пациент), — он никогда не бездельничал, писал систематически, в том числе и на больничной койке или дома, всегда превозмогая плохое самочувствие. Георгием Борисовичем было написано много статей, книг по археологии, сборников замечательных рассказов , детских книжек.

В конце жизни, будучи членом Пен-клуба, он поехал в Англию читать лекции по археологии и русской культуре, задержался там, и опять у него стало плохо с сердцем. Но в Лондоне никто не стал бороться за жизнь старого человека с 9-м инфарктом, как много раз делали у нас, где он был «знаменитый профессор Федоров».

О НАЧАЛАХ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Чем более высокую цель ставит лектор, тем содержательнее, интереснее для слушателей курс, тем эффективнее педагогический процесс.

Приведу примеры некоторых высказываний.

Начну с курса высшей математики. Андрей Николаевич Колмогоров — гениальный ученый и признанный лидер Московской математической школы на IV Международном конгрессе математиков, проходившем в Москве в 1966 г., сказал примерно следующее: «Математика — это то, посредством чего люди управляют природой и собой».

Уиллард Гибс — один из творцов статистической физики и термодинамики — был очень сдержанным человеком, но как-то на заседании Ученого совета он не выдержал, встал и произнес: «Математика — это язык».

Норберт Винер — творец кибернетики и один из самых крупных математиков XX столетия — где-то сказал: «Высшее назначение математики... состоит в том, чтобы находить скрытый порядок в хаосе, который нас окружает».

Лауреат Нобелевской премии по теоретической физике (1963) Юджин Вигнер как-то заметил: «...непостижимая эффективность математики».

На основе этих высказываний уже можно объяснить на первой же лекции значение, роль и содержание математики, в отличие от схоластического и уродливого школьного понимания этой науки.

Целесообразно рассказать студентам, что такое математическое моделирование, т. е. построение некоторой символической конструкции, предназначенной для объяснения реальности, вычисления и предсказания. Математическое моделирование — это описание процесса, объекта, явления на формальном математическом языке, т. е. с помощью уравнений конечных, дифференциальных, интегральных, операторных и т. д., неравенств и логических соотношений.

Математическая модель строится с помощью идеализации реального явления или процесса. Идеализация введена великим Галилеем, и он ею широко пользовался. Полезно развить идеи идеализации и привести ряд примеров. Вот цепь усложняющихся моделей: плоская Земля — геоцентрическая система Мира (Птолемей) — гелиоцентрическая система Мира (Коперник—Кеплер) — современные представления.

С высоты сегодняшних научных позиций (относительности движения и т. д.) можно высказать нечто совсем удивительное и важное: из трудов Коперника и Кеплера следует, что те же самые данные наблюдений, которые Гиппарх и Птолемей (90—160 гг. нашей эры) привели в стройную систему, создав геоцентрическую теорию, дали возможность Копернику и Кеплеру (XVI век) создать гелиоцентрическую теорию, основанную на совершенно других принципах. Современная точка зрения: в некотором смысле пригодны обе теории — обе математические модели, но гелиоцентрическая модель обладает важнейшим преимуществом — математической простотой.

Наука осознала, что научные теории — это изобретения человеческого разума, а математическая интерпретация мироздания — собственное творение человечества, где, вопреки чувственному опыту, одерживает верх математическая простота.

Если система Мира еще может рассматриваться с позиций чувственного опыта, то электромагнитные поля уже не подвластны чувственному опыту, как и многие иные физические объекты и процессы, например, ситуации с нефтью и газом, залегающими глубоко под землей, ибо, на самом деле, о нефти и газе мы больше не знаем, чем знаем.

Простейшая математическая модель — это система линейных алгебраических уравнений. Думаю, каждый преподаватель может изложить реальную ситуацию, математической моделью которой будет система линейных алгебраических уравнений.

Приведу содержательный пример из геофизики. Для определения пористости, проницаемости, нефтенасыщенности и других параметров нефтеносного пласта проводятся геофизические исследования в скважине, при которых измеряется 10—15 физических величин: потенциалы собственной поляризации пород, естественная и наведенная γ-активность и т. д. Затем производится интерпретация полученных данных. Набор коллекторских и литологических характеристик породы сопоставляется с набором показаний геофизических методов. В результате получаются петрофизические связи в виде системы алгебраических уравнений. Коэффициенты этих уравнений получаются из данных обработки кернов и другими методами. Вот где осуществляется необходимая идеализация. В простейшей ситуации алгебраические уравнения оказываются линейными, т. е. задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений.

После этих вступительных замечаний, изложения теории и соответствующих методов решения систем линейных уравнений, естественно обсудить проблему корректности. Ее ввел в науку замечательный французский математик Жак Адамар в начале 30-х годов XX века. Корректность задачи — это ситуация, когда малому изменению начальных данных и коэффициентов отвечает малое же изменение решения. Адамар рассматривал дифференциальные уравнения и построил пример дифференциального уравнения, у которого малому изменению начальных условий соответствует сколь угодно большое уклонение решения, т. е. построил пример некорректной задачи.

В замечательной книге «Теория колебаний» (1937) ученики Л.И. Мандельштама А.А. Андронов, А.А. Витт и С.Э. Хайкин ввели понятие грубой системы, фактически эквивалентное понятию некорректности, и широко им пользовались.

Много сделал в направлении изучения корректности наш выдающийся ученый и организатор науки, бывший долгое время ректором МГУ, Иван Георгиевич Петровский — я был хорошо с ним знаком: участвовал в его семинаре на мехмате МГУ, затем он был оппонентом моей кандидатской диссертации.

Даже для систем линейных алгебраических уравнений проблема корректности, грубости или устойчивости актуальна, и вот простой пример.

Система школьных уравнений

$$x_1 + 10\,x_2 = 11$$

$$10\,x_1 + 101\,x_2 = 111$$

имеет решение

$$x_1 = 1;\ x_2 = 1.$$

В то же время система

$$x_1 + 10\,x_2 = 11{,}1$$

$$10x_1 + 101\,{}_2 = 111$$

имеет резко отличающееся решение

$$x_1 = 11{,}1;\ x_2 = 0.$$

Таким образом, изменение правой части одного из уравнений менее чем на 1 % приводит к изменению решения (по x_1) более чем в 10 раз.

Подобные системы линейных алгебраических уравнений названы *плохо обусловленными* или неустойчивыми, или грубыми, и, конечно, целесообразно ознакомить студентов с этой проблемой. О том, как выпутываться из этой сложной ситуации, еще будет речь.

По поводу некорректности можно привести примеры и из элементарной физики, например, колебательный контур, и из области экономического планирования, где коэффициенты задаются экспертами. Эта задача рассмотрена в моей популярной книжке «Да, нет или может быть...» (М.: Наука, 1-е изд. 1977; 2-е изд. 1983, 85 с. и далее). Однако в книжке, в отличие от общей проблемы корректности, обсуждается задача, в которой колебания параметров уравнений — случайные величины, хотя имеется очень много задач с экспертными оценками колебаний параметров, и при этом надо уже использовать иной математический аппарат.

«ТРИШКИН КАФТАН» И ДРУГИЕ ПРИМЕРЫ ИЗ «ЖИЗНИ» МАТЕМАТИКИ

1. Рассказываю о понятии определенного интеграла (начало курса высшей математики). Студенты задают вопрос: что такое x в формуле

$$\int f(x)dx$$

Говорю: немая переменная, это может быть любая буква. Не понимают. Тогда пишу

$$\int f(☺)\, d☺$$

Смех в аудитории, но, наконец, поняли.

2. Лекция на II курсе факультета АиВТ — 8 групп (200 студентов). Задаю вопрос студенту, ответ — явная глупость, которая вызывает осуждающий гул аудитории. Тогда я рассказываю анекдот: у моего соседа сдохла корова. И что мне сосед? И что мне его корова? А все-таки приятно...

В аудитории смех, но мораль, кажется, всем ясна.

3. При геологическом или геофизическом описании пласта очень много нюансов, но это неудивительно — объект, в действительности, практически бесконечно сложный.

Кстати, великий Лев Толстой использовал понятие сложности объекта: у него в «Войне и мире» 85 оттенков выражений глаз и 97 оттенков улыбки.

4. Пример неправильного применения математических операций — беда прикладников.

Утрированный пример, но возможный. Рассматривается пропорция:

кого — чего
кому — х

Затем сокращаем одинаковые буквы — и получаем искомое слово.

В чем здесь ошибка? В построении неадекватной математической модели. Это стандартная ситуация.

5. Хороший пример несистемного подхода: «тришкин кафтан». Если забыли басню Крылова, то оживите в памяти.

6. Авраам Линкольн, президент США, с математической точностью (или логикой) обдумывал свои выводы. Когда ему было 40 лет и он уже был членом Конгресса, он изучал Евклида, чтобы иметь возможность выявлять софизмы и доказывать свои выводы.

7. Разница между пессимистом и оптимистом в науке: пессимист в каждой задаче видит трудность, а оптимист — в каждой трудности видит задачу, которую нужно решить.

ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Важно понять самому и объяснить студентам, что неинтересных задач, проблем нет — есть неинтересные, пассивные, скучные люди, и задача лектора — выпукло показать, что изучаемый материал интересен, перспективен.

Дело в том, что сумма знаний по курсам лекций — автоматически не слагает специалиста. Нужно понимать взаимоотношения наук, т. е. науку в целом.

Необходимо понимать, как ставить задачу и как ее решать. Кроме того, нужно уметь наладить контакт со специалистом — заказчиком темы: технологом, геологом, механиком, химиком и другими и «выудить» из него точную постановку задачи. Но поставить четко задачу надо самому математику. Он не должен «ждать милостей от природы», ибо заказчик, как правило, не может грамотно поставить математическую задачу. Далее нужно выяснить у заказчика систему ограничений: чем можно пренебречь, что велико, а что мало, в каком виде решение может быть *воспринято* заказчиком. Надо научиться доводить полученные результаты до его сознания и бороться за свое решение, ибо если оно не традиционно, то будет встречено в штыки.

Аристотель говорил, что познание начинается с удивления. Вот и нужно слушателя удивить, заинтересовать, дабы была очевидна необходимость исследования новой проблемы.

Полезно ознакомить с историей возникновения проблемы, с генезисом идей и понятий, а затем постепенно подвести слушателей к восприятию тонкостей строгой формулировки. В то же время при построении лекции не следует забывать о проведении ретроспективного анализа после окончания каждого раздела курса, ибо, поднявшись на гору, мы всегда по-другому оцениваем то, что видели у ее подножия.

Моего друга в детском возрасте отвели в зоопарк, подвели к слону, говорят: «Вот слон». Он спрашивает: «Где слон?» Говорят: «Вот, ножки видишь?» Он: «Да». «Вот, хобот видишь?» Он: «Да». «Вот, хвостик видишь?» Он: «Да. А где же слон?»

Поэтому не нужно фиксироваться на мелочах, нужен крупный план, а уже потом детали.

Активность всегда целенаправленна. В ее основе психологическое понятие: «образ потребного будущего». Активность — это поиск действий, которые превратят существующую ситуацию в искомую, удовлетворяющую потребности или нужную для достижения цели. Творческая активность связана с осознанием цели и принятием решения о действиях, приближающих к цели. Разрешение проблемной ситуации состоит в принятии решения. При этом надо не только уметь использовать знания, уметь нечто сделать, но и *сметь принять решение.*

Интересно и полезно предлагать студентам трудные и даже неразрешимые задачи: когда недостаточно данных, не созданы методы решения, не заданы критерии оптимизации, не известны потери или выигрыши и т. д.

Обучение активному поиску сведений для решения задачи входит в индивидуальную работу с учащимися, служит ее важным элементом.

Вот высказывание крупного психолога Иосифа Моисеевича Фейгенберга, с которым я много лет дружил: консилиум — это иллюзия коллективного решения. В действительности, это система коллективной безответственности, ибо нет Лица, Принимающего Решение (ЛПР). А без него нет решения, а есть только иллюзия коллективного решения, где доля ответственности делится между участниками.

На самом деле принятие решения — это индивидуальное действие, носящее личный характер.

Еще один тезис. Не решение задач нужно для закрепления знаний, а знания нужны для решения задач. Главная цель решения задач — тренировка в определенных видах деятельности, где для достижения цели в заданных условиях требуется использование знаний. Поэтому нужно учить оперативно пополнять знания.

Интересны задачи, когда ограничено время, отпущенное для решения, т. е. надо осуществить выбор лучшего из возможных решений — это ситуация, приближенная к практике жизни. Хотя индивидуальность здесь существенна. Академик Сергей Львович Соболев очень быстро соображал и опубликовал прекрасные работы, а вот академик Иван Георгиевич Петровский работал медленно и кропотливо, написал не очень много, но все его работы по-настоящему фундаментальны.

И еще один тезис.

Всякая новая и глубокая теория не имеет логических оснований, опирается на догадку, хотя нестрогие аналогии можно проследить почти всегда. Поэтому излагая «точную» или «строгую» теорию, нужно обязательно возвращаться к тем самым нестрогим, интуитивным аналогиям. Это трудно, ибо научные работы обычно пишутся завершенными, но догадаться, как правило, об интуитивных посылках можно. Это необходимо для понимания действительного существа дела.

Хорошее высказывание: споры производят больше шума, чем проливают света...

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

Хотя я занимался многими разделами науки: чистой математикой, радиотехникой и радиофизикой, теорией управления и геофизикой, добычей, транспортом и переработкой нефти, нефтехимией и подземной гидромеханикой, а также проблемами высшей школы(по всем этим разделам есть публикации), но все же, скорее всего, я специалист по математическому моделированию реальных ситуаций.

В июле 1941-го я пошел добровольцем на фронт, участвовал в боях на Смоленском направлении, но уже в конце сентября серьезно заболел и, пройдя через 13 госпиталей, был демобилизован весной 1942-го. Тогда же поступил работать в очень режимное предприятие, собирал своими руками первую отечественную радиолокационную станцию, но затем был переведен в научную лабораторию будущего академика Михаила Александровича Леонтовича — замечательного физика.

Первую задачу по математическому моделированию я решал как раз в лаборатории академика М.А. Леонтовича в 1943 г. Задача относилась к теории антенн. Нужно было создать для радиолокатора антенну с острой диаграммой направленности, т. е. решить приближенно довольно сложную задачу электродинамики. Задача свелась к системе 7 комплексных линейных алгебраических уравнений, т. е. 14 вещественных линейных уравнений с 14 неизвестными.

Хотя это обычная задача, но решал я ее численно разными методами на арифмометре (с ручкой, которую надо было крутить столько раз, сколько в числе единиц — это очень еще далеко от персонального компьютера!), конечно, ошибался, пересчитывал многократно... Но разные методы счета давали разные результаты.

В чем же дело? Оказалось, что задача эта из теории функций комплексного переменного.

Наверное, нелишне напомнить, что при подходе к существенно особой точке по разным путям, последовательность значений функции сходится к разным значениям. Вот на такую особенность я и напоролся в задаче. Конечно, получилась некорректная, или плохо обусловленная, или грубая система уравнений, но я тогда об этом еще ничего не знал, хотя за стенкой работал профессор Семен Эммануилович Хайкин, лекции которого по физике я слушал.

Проблемам некорректности посвящено множество монографий и учебников. Но мы — тогда мой ученик, а теперь доктор наук, профессор кафедры высшей математики нашего университета Виталий Павлович Яковлев и я — столкнулись с ней при решении интегрального уравнения

$$F(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)h(y-x)dx,$$

где $h(x)$ — единственная характеристика самого прибора, а уравнение связывает колебания на входе и выходе линейного фильтра, одномерный объект и его оптическое изображение в телескопе или микроскопе, истинный контур спектральной линии с наблюдаемым на спектрографе и т. д.

Эта задача некорректна, и мы предложили, как теперь принято говорить, метод регуляризации, дающий уже корректное решение (Я.И. Хургин, В.П. Яковлев. Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике. М.: Физматгиз, 1962, § 6.2). Впрочем, Виталий Яковлев и Борис Цыбаков, еще будучи моими студентами, опубликовали свои результаты по этой теме. Это было до известной работы А.Н. Тихонова (ДАН, 151, № 3, 501—504, 1963), которому приписывается решение проблемы некорректности...

Превращение задачи из некорректной в корректную осуществляется сужением пространства функций — решений задачи. Это вообще мощный прием — работа в измененном в доступной мере пространстве функций.

Я уделил здесь много внимания проблеме корректности по двум причинам: во-первых, полезно показать слушателям, что даже при решении простых задачах могут возникнуть большие трудности, во-вторых, некорректность — сейчас модная проблема.

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Большую часть курса высшей математики занимает *линейная алгебра*. Впрочем, название «линейная алгебра» уже давно не соответствует реальному содержанию курса: кроме определителей, систем линейных уравнений и аналитической геометрии, все заметнее отступающих на второй план из-за более общих подходов, линейная алгебра представляет собой синтез идей алгебры, геометрии и анализа. Под анализом понимается раздел математики, связанный с пределами, дифференцированием и интегрированием. На самом деле, он и является настоящим организатором курса, ибо проблемы линейной алгебры с более общих позиций являются «конечномерными проекциями» основных проблем анализа и в то же время опорой или исходным материалом для них.

Впрочем, в книге Израиля Моисеевича Гельфанда «Линейная алгебра» читатель вводится в круг идей современного функционального анализа, где линейная алгебра выступает в качестве конечномерного аналога. Поэтому очень полезно посмотреть на линейную алгебру с общих позиций, введя понятие линейного пространства, т. е. множества объектов, которые можно складывать и умножать на числа. Это есть обобщение ситуации с векторами в обычном евклидовом пространстве. В качестве примеров линейного пространства выступает n-мерное пространство свободных векторов, т. е. таких, которые характеризуются длиной и направлением, сложение — по правилу параллелограмма, а умножение на число — это умножение длины вектора. Далее идут координатное пространство; пространство вещественных непрерывных и пространство комплекснозначных непрерывных функций на отрезке. Можно указать и другие примеры.

Теперь целесообразно остановиться на *теории вещественных чисел*, хотя бы кратко рассказав теории Дедекинда или Кантора.

Далее следует теория множеств — основа современной математики. Если о ней пойдет речь, то нужно рассказать о представлении математики как системы структур, изложенной в многотомном сочинении Н. Бурбаки и, в частности, в книге «Архитектура математики». Общий взгляд не займет много времени, но слушатели окунутся в современную идеологию математики и увидят ее многоэтажное монументальное здание.

Не буду далее останавливаться на понятиях предела и непрерывности. Но вот ряды, конечно, следует осветить довольно подробно по двум причинам: во-первых, следует объяснить идею аппроксимации и последовательного уменьшения ошибки отклонения от аппроксимируемой функции, и, во-вторых, обсудить не только проблему сходимости рядов, но и расходящиеся ряды, упомянув о методах улучшения сходимости.

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Традиционно эти разделы излагаются отдельно, хотя и исторически, и по применениям они представляют собой единый подход к решению практических задач. Еще в XVII веке Ньютон и Лейбниц занимались задачами небесной и прикладной механики и некоторыми задачами физики и именно для их решения создавали дифференциальное и интегральное исчисления. Но в XVIII и особенно в XIX веках активно развивалась тенденция к трактовке математического анализа как самостоятельной аналитической науки. Лекции по дифференциальному и интегральному исчислениям впервые были написаны Иоганном Бернулли в 1691—1692 гг. «в качестве учебного пособия для одного маркиза, который показал себя хорошим учеником» (Бурбаки). Этот маркиз — Гийом Франсуа де Лопиталь опубликовал в 1696 г. упомянутый трактат И. Бернулли под своим именем, заняв таким образом место в истории науки. Поэтому более правильно было бы называть правило Лопиталя правилом Бернулли — такие парадоксы в науке нередки.

Например, радио изобрел Попов, а на Западе это изобретение приписывают Маркони. Но наиболее впечатляющий пример неправильного приписывания авторства относится к деятельности Роберта Гука. О нем рассказано в брошюре академика Владимира Дмитриевича Арнольда «Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук» (М.: Наука, 1989). Приведу цитату.

«Имя Ньютона и его огромные заслуги и перед математикой, и перед физикой всем хорошо известны. Он родился в 1642 г., в год смерти Галилея, а умер в 1727 г. Работы Ньютона в области теории тяготения стали знамениты в континентальной Европе благодаря Вольтеру, который в последние годы жизни Ньютона посетил Англию и распропагандировал закон всемирного тяготения, произведший на него большое впечатление. Вольтер же поведал миру и о знаменитом яблоке, о котором ему рассказала племянница Ньютона Катерина Бартон.

Роберт Гук — старший современник Ньютона — известен гораздо меньше. Он родился в 1635-м, а умер в 1703 г. Гук был небогатым человеком и начал свою деятельность в качестве ассистента у Бойля (который всем известен благодаря открытому Гуком закону Бойля—Мариотта), т. е., попросту говоря, лаборантом. Впоследствии Гук стал работать в только что образованном Королевском обществе (т. е. в английской Академии наук) в должности куратора. Обязанности куратора Королевского общества были весьма нелегкими. Согласно контракту, он должен был на каждом заседании Общества (а они происходили еженедельно, кроме времени летних каникул) демонстрировать три или четыре опыта, доказывающих новые законы природы.

На этом посту Гук находился в течение 40 лет и все это время тщательнейшим образом исполнял свои обязанности. Разумеется, в контракт не входило условие, что все демонстрируемые законы должны быть изобретены им самим. Ему разрешалось читать книги, переписываться с другими учеными, интересоваться их открытиями. Требовалось только проверять, справедливы ли их утверждения, и убеждать членов Королевского общества в том, что такой-то закон надежно установлен. Для этого необходимо было этот закон экспериментально доказать, продемонстрировав соответствующий опыт. В этом и состояла служебная деятельность Гука.

Гук по обязанности интересовался всеми естественнонаучными открытиями других, но и самому ему тоже приходилось делать открытия. К концу жизни он насчитывал 500 открытых им законов. Надо сказать, что эти столь многочисленные открытия Гука составляют основу современной науки. Очень многие из них более или менее параллельно были открыты другими учеными, поэтому очень часто сейчас законы, открытые Гуком, известны, но приписываются другим людям. В итоге закон упругости (сила пропорциональна удлинению) носит имя Гука, а остальные его открытия носят другие имена. Гук, например, открыл клеточную структуру растений. Он усовершенствовал микроскоп и первым наблюдал, что растения состоят из клеток. Он разглядывал в микроскоп различные предметы и все, что видел, зарисовывал. Ясно, что, глядя в микроскоп на новые вещи, он немедленно делал новые открытия. Гук сам лично гравировал картинки, которые видел в микроскоп, и даже издал на основе этого книгу «Микрография», приведшую позднее Левенгука к его знаменитым биологическим открытиям.

В те времена легко было совершать фундаментальные открытия, и все их понемногу и совершали. Гюйгенс, к примеру, усовершенствовал телескоп, посмотрел на Сатурн и открыл его кольцо, а Гук обнаружил Красное пятно на Юпитере. Тогда открытия не были необычными событиями, они не регистрировались, не патентовались, как сейчас, они были чем-то совершенно повседневным. (Так дело обстояло не только в области естествознания. Математические открытия в то время сыпались тоже как из рога изобилие).

Но у Гука никогда не было достаточно времени, чтобы остановиться на каком-нибудь своем открытии и подробно его развить, так как на следующей неделе ему нужно было демонстрировать новые законы. Поэтому при всем многообразии достижений Гука его открытия выглядели несколько незавершенными, и иногда он в спешке делал утверждения, которые не мог аккуратно и строго математически обосновать.[1]

В частности, одним из открытий, на которые Гук претендовал, было открытие волновой природы света...».

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Важнейшим разделом курса высшей математики служит *гармонический анализ*. Синусы и косинусы известны еще из школы. Но их роль там не раскрыта. Дело, конечно, в том, что синусы и косинусы являются собственными функциями обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, так же как и их суммы, что дает возможность использовать их в задачах физики и техники.

[1] Ряд законов оказался неверным, ибо в то время не была развита грамотная статистическая обработка (Я.Х.).

В середине XVIII века в споре между Эйлером и Даламбером (1750) о том, что есть функция — аналитическое выражение (Даламбер) или произвольно начерченная линия (Эйлер), прозвучал голос молодого Даниила Бернулли, предложившего аналитически выразить любую линию рядом из синусов и косинусов. Однако Д. Бернулли не знал правила для определения коэффициентов этого ряда. Наконец, в 1805 г. Жозеф-Батист Фурье представил формулы для «коэффициентов Фурье». Это открытие Фурье произвело чрезвычайный эффект и на протяжении всего XIX века считалось одним из самых замечательных открытий анализа, хотя оно и достигалось простыми средствами.

Фурье в 1822 г. опубликовал «Аналитическую теорию тепла», где использовал общее дифференциальное уравнение теплопроводности (параболического типа)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2})$$

и разработал для его решения мощный метод разделения переменных, носящий его имя. Но, по-моему, более важными являются его исследования по теории тригонометрических рядов, приведшие к развитию гармонического анализа и решению огромного количества физических и технических задач. Поэтому, на мой взгляд, роль Фурье отражена не полностью или в недостаточной степени.

Полезно обсудить вопросы сходимости рядов Фурье и рассказать о примерах, когда ряд Фурье расходится или не сходится к исходной функции.

Далее речь о теореме Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции частными суммами ряда Фурье, которая после простого преобразования приводит к теореме о равномерной аппроксимации непрерывной функции последовательностью полиномов возрастающих степеней. Эту замечательную теорему прокомментировал академик Сергей Натанович Бернштейн: последовательность сходящихся полиномов потенциально содержит все свойства аппроксимируемой функции.

Мы всегда имеем дело с приближением к действительности, и поэтому идеология аппроксимации дает путь к пониманию существа математического анализа.

После создания основ дифференциального и интегрального исчислений, развитие теории обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений с частными производными и теории функций комплексного переменного шло почти одновременно в XVIII веке благодаря усилиям Эйлера, Даламбера, Тейлора, Даниила Бернулли, Иоганна I Бернулли, Лагранжа и ряда других ученых.

В швейцарском городке Базеле проживала семья Бернулли. С конца XVII столетия и по XX эта семья в каждом поколении давала ученых. Родоначальниками династии ученых были два брата — математики Якоб (1654—1705) и Иоганн (1667—1748). Якоб занял кафедру математики в Базельском университете в 1687 г., где преподавал до самой смерти, а после него кафедру возглавил Иоганн — он преподавал 43 года. Впоследствии более 200 лет Бернулли были профессорами в Базельском университете. 11 членов этого семейства занимали кафедры и были крупными учеными. В 1699 г. Парижская академия наук включила в свой состав восемь иностранных ученых — и двое из них были из семейства Бернулли. С тех пор без перерыва в течение столетия один из Бернулли обязательно был членом знаменитой «академии бессмертных».

Математическое дарование Бернулли проявлялось рано: все они имели первые ученые степени в 14—19 лет. Впрочем, раннее развитие математиков — это не такое уж редкое явление. Многие из наших выдающихся современников сделали первые самостоятельные научные работы в том же возрасте или окончили университет на 3—5 лет раньше своих сверстников. Я не упоминаю их имена, поскольку раннее проявление математического таланта вовсе не гарантирует крупных научных достижений в будущем, так же как и обычный «темп» развития способностей вовсе не ограничивает творческие возможности будущего ученого. К сожалению, нередки случаи как раз обратного явления: слишком рано развивающееся дарование, вследствие неверного воспитания, приводит к увяданию таланта или его уродливому развитию. Не следует думать, что для 14-летнего ребенка большое счастье оказаться студентом: естественные возрастные интересы его 17—18-летних, а то и более взрослых сокурсников, ему чужды и недоступны, ребята к нему относятся снисходительно, и он себя чувствует одиноким и неустроенным. Норберт Винер — один из самых крупных ученых нашего столетия, научная одаренность которого проявилась рано, — подводя итоги своей жизни, с большой тоской вспоминал свое детское одиночество, оторванность от сверстников, обернувшиеся тяжелым психическим бременем на всю жизнь.

Поэтому если вам надо принимать решение о выборе «ускоренного темпа» жизни для себя, ваших или даже не совсем ваших детей, то отбросьте эфемерные преждевременные аплодисменты и постарайтесь подумать о последствиях. Совсем еще не ясно, что важнее для полного, правильного развития личности, скажем, в 6-м классе — успешное решение задач на олимпиаде старших классов и самостоятельное изучение университетских учебников или игра в футбол, в казаки-разбойники и сочинение ребусов для школьной стенгазеты. Мой педагогический опыт подсказывает, что в наш век информационных водопадов и эмоциональных перегрузок чрезмерно ускоренный рост в отрыве от детского коллектива — пока скорее проигрыш, чем выигрыш...

Вернусь к дифференциальным уравнениям. Их роль огромна. Великий Лаплас был уверен в принципиальной возможности — для бесконечного разума (!) — выразить дифференциальными уравнениями все законы природы. Эйлер, Даламбер и Лагранж заложили основы аналитической механики. Нелинейные дифференциальные уравнения рассматривались чуть ли не раньше линейных — к ним сводились задачи динамики точки и многие экстремальные задачи механики, физики и геометрии. Впрочем, и линейные уравнения заняли свое место. Здесь снова на первом плане Эйлер, но и Даламбер, Д.Бернулли, Лагранж, Лежандр. Стимулом для этого послужили линейные задачи механики и физики, например, распространение колебаний в упругой среде.

Обычно во всех читаемых курсах я стараюсь знакомить студентов с упоминаемыми мною учеными — это, безусловно, оживляет аудиторию. Расскажу о некоторых.

Упомянув о Леонарде Эйлере, невозможно удержаться от соблазна немного рассказать об этой колоритнейшей фигуре в богатом яркими талантами математическом мире.

Эйлер родился в 1707 г. в г. Базеле в Швейцарии, в семье пастора. Однако его отец не только готовил Леонарда к духовному званию, но и учил математике, ибо сам был учеником знаменитого математика Якоба Бернулли.

К 20 годам Леонард изучил теологию, медицину и восточные языки. В 1727 г. Эйлер был приглашен в Петербург на кафедру физиологии после того, как не прошел в результате жеребьевки на кафедру физики в Базельском университете (сколь опрометчива бывает подчас система отбора ученых с помощью голосования). Впрочем, к этому времени он уже преуспел в математике и физике: например, его сочинение о расположении мачт на корабле было напечатано Парижской академией и получило почетный отзыв.

В Петербурге Эйлер прожил много лет.

В 1729 г. в Петербургской академии он занял место профессора физики, а через год возглавил кафедру математики, где и трудился до 1741 г. Затем Эйлер вынужден был переехать в Берлин, поскольку его научной деятельности чинились препятствия, но в 1766 г. возвратился в Петербург, где уже безвыездно прожил до смерти.

Плодовитость Эйлера поистине феноменальна. Известно около 900 его сочинений. Его интересы весьма широки, а результаты, полученные им, фундаментальны. Так, в астрономии он довел до практического применения теорию движения Луны. Преуспел он в гидродинамике и оптике, в мореплавании и картографии, в артиллерии и теории чисел. Значителен его вклад в математический анализ, в дифференциальные уравнения и в вариационное исчисление. Впрочем, у него имеются труды по медицине, физиологии и даже по богословию.

В 1736 г., вследствие перенапряжения, Эйлер лишился одного глаза. Это не остановило потока его работ. Вскоре после возвращения в Петербург в 1766 г. он ослеп и на второй глаз, но и это не отразилось на его трудоспособности: он продолжал работу, диктуя статьи и книги сыну и ученикам до самой кончины, последовавшей в 1783 г.

Еще до первой мировой войны Швейцарским обществом естествоиспытателей, по международной подписке, было начато издание Полного собрания сочинений Эйлера. По первоначальным предположениям, оно должно было составить 40 томов. Между тем к середине XX века было уже опубликовано 50 томов, а ждущих своей очереди работ оставалось еще много. Возможно, общее число томов будет порядка 200!

Уравнения в частных производных рассматривались в связи с расширением круга приложений, когда появилась необходимость в функциях многих переменных: в задачах небесной механики, гидромеханики, физики упругих тел и другой технической практики.

Уравнения первого порядка уже рассматривал Эйлер в 1734—1735 гг. С другой стороны, в 1713—1715 гг. Б. Тейлор получил уравнение малых поперечных колебаний тонкой однородной струны с закреплёнными концами, выведенной из равновесия и затем свободно колеблющейся. Но только в 1747 г. Даламбер выразил формулировку Тейлора уравнением в частных производных

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

где a — константа, определяющаяся через плотность струны и ее натяжение.

Даламбер же дал решение этого уравнения в виде

$$y = \varphi(x+t) + \psi(x-t),$$

где φ и ψ — произвольные функции. Впрочем, в последующей статье он же предлагает решение методом разделения переменных

$$y = f(t)\cdot g(x)$$

и получает два обыкновенных линейных дифференциальных уравнения второго порядка, т. е. открывает метод разделения переменных. Эйлер первый понял, что уравнение колебаний струны отражает процесс распространения волн. И затем завершил метод Даламбера, позднее названный методом характеристик.

Даниил Бернулли представил решение уравнения колебаний струны в виде тригонометрического ряда с неопределенными коэффициентами

$$y = \sum_{1}^{\infty} c_{\text{к}} \sin \frac{\text{к}\pi x}{l},$$

где l — длина струны, $c_{\text{к}}=c_{\text{к}}(t)$. «Принцип наложения колебаний» Бернулли оказался очень плодотворным и был взят за основу метода разделения переменных. И хотя ему не удалось найти общий закон получения коэффициентов, было сделано главное: впервые в математической физике был использован гармонический анализ. Но об этом немного позже.

После решения задачи о колебаниях струны пошел цикл работ по изучению других уравнений с частными производными, вызванных потребностями мореплавания, машиностроения, небесной механики, механики жидкости и газа. Так, Даламбер приходит к уравнениям в полных дифференциалах при рассмотрении плоскопараллельного движения жидкости и интегрирует эту систему, прибегнув к функциям комплексного аргумента. Впрочем, он и ранее ими пользовался. Таким образом, дифференциальные уравнения и комплексные переменные — это единая область науки.

Задачи гидромеханики привели Даламбера к определению двух функций u(x,y) и v(x,y), удовлетворяющих уравнениям

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y},$$

и далее (1761) к уравнению второго порядка, называемому теперь уравнением Лапласа:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$$

хотя оно было известно еще Эйлеру. Но только после работ Лапласа это уравнение получило широкую известность как уравнение, отражающее сущность стационарных процессов, в которых действующие силы в любой момент времени одинаковы для данной точки пространства и зависят лишь от координат этой точки (тепловое равновесие тел, равновесие упругих тел, равновесие электричества в проводнике и т. д.).

Со временем уравнения в частных производных становятся основным математическим аппаратом не только механики, но и термодинамики, электродинамики, теории магнетизма.

Молодой Д. Бернулли говорил о возможности аналитического выражения любой функции на отрезке $[0,2\pi]$ рядом из синусов и косинусов. Эйлер и Даламбер отвергали (несправедливо) такую возможность, но, как я уже говорил, Д. Бернулли не имел правила для определения коэффициентов такого ряда. Но именно здесь Фурье использовал свои исследования по теории тригонометрических рядов. В «Аналитической теории тепла» Фурье писал: «Математический анализ столь же обширен, как и сама природа; он определяет все чувственные отношения, изменяет времена, пространства, силы, температуры». Однако Фурье свою теорию теплоты построил, исходя из господствующей в то время теории теплорода — жидкости, переносящей тепло... Теория теплорода давно отброшена и забыта, а метод тригонометрических рядов Фурье живет и продолжает развиваться, захватывая все новые области приложений.

Замечу, что Фурье не располагал определением сходимости и интеграла и поэтому не смог доказать сходимость ряда Фурье к разлагаемой функции. Это было сделано Леженом Дирихле в 1829 г. для кусочно-монотонных функций на основе точных определений Коши.

Рассказывая начала математического анализа, нельзя не сказать о Ньютоне и Лейбнице. Но о них известно много. А вот об Огюстене Луи Коши (1789—1857) мы знаем меньше. В 1897 г. он окончил Политехническую школу в Париже, в 1810 г. — Школу мостов и шоссе. В 1810—1813 гг. работал инженером в Шербуре. В 1816 г. (в возрасте 27 лет) стал членом Парижской академии наук. Во время июльской революции Коши, будучи роялистом, отказался присягать новому правительству и не захотел оставаться во Франции. Он отправился в Турин, где сардинский король создал для него кафедру. В 1833 г. Карл X пригласил Коши для обучения герцога Бордосского (графа Шамбера), с которым Коши несколько лет путешествовал по Европе. Ему не один раз предлагали различные ученые должности, но он отказывался, пока ему не предложили кафедру «без условий».

«Твердый» реакционер и католик, Коши, кроме того, был, по-видимому, малоприятным человеком. Когда ему присылали рукописи на отзыв, он просто бросал их в корзину. Но Коши — «архитектор» современного анализа, им написано более 700 работ. Возможно, его самомнение было столь велико, что он предпочитал писать свои работы, считая чужие неинтересными.

Коши работал неряшливо, с погрешностями, недомолвками и ошибками. Вот как об этом пишет Якоби — тоже великий математик (1846): «Когда Гаусс говорит, что он доказал что-либо, то это кажется мне весьма вероятным, когда это говорит Коши, можно держать пари столько же за это, сколько и против, но когда говорит Дирихле — это достоверно». Возможно, мысль Коши бежала значительно быстрее его руки, и он просто не успевал все аккуратно проверять и записывать.

Нечто подобное было присуще Андрею Николаевичу Колмогорову. Как-то я ему рассказывал о своих результатах, а он в своей обычной манере говорил: «Ну, п-о-онимаю», склонив набок голову. А затем сказал что-то, не сразу понятое мной... Оказывается, он не только уяснил рассказанное, но мыслью убежал далеко вперед и уже обсуждал эти новые идеи. Мне далось это нелегко! Однако свои статьи и книги Колмогоров писал довольно тщательно, без ошибок, хотя и не всегда достаточно доступно. Лекции и доклады его иногда были простыми и понятными, а иногда воспринимались с большим трудом. Как-то в Прибалтике проходила конференция по теории вероятностей, я на ней присутствовал, так же, как и ближайшие и очень талантливые его ученики. Колмогоров рассказывал о новом подходе к аксиоматике теории вероятностей. Увы, я мало что понял. И та же растерянность была написана на лицах его наиболее осведомленных учеников.

Замечательным свойством ряда Фурье является ортогональность его слагаемых. В 1875 г. Адриен-Мари Лежандром в связи с решением уравнения Лапласа в сферических координатах были введены «полиномы Лежандра», также ортогональные. Далее были открыты другие системы ортогональных полиномов, и, в конце концов, Давид Гильберт в 1906—1911 гг. ввел понятие «гильбертова пространства», т. е. изложил теорию ортогональных разложений в геометрической форме для бесконечномерного пространства.

Но гармонический анализ параллельно развивался и в другом направлении: он дал глубокие и широкие приложения в теории колебаний. Это — основные процессы в передаче и использовании электрической энергии, слаботочные процессы в радиотехнике, электронике, оптике, теории антенн, а вместе с тем и радиоизлучение космических объектов, голография и т. д. Кроме того, имеются широкие применения в механике, колебании крупных сооружений, включая трубопроводы и даже колебательные процессы в сейсморазведке и добыче нефти и газа.

Среди коллег на семинаре

Я много занимался теорией колебаний, но в основном в области радиотехники, радиофизики и теории антенн, где аппарат гармонического анализа — это основной инструмент. Поэтому и видение гармонического анализа, и оценка вклада Фурье у меня, естественно, субъективные.

Оторвемся временно от гармонического анализа и обратимся к, пожалуй, самой изящной, элегантной теме математического анализа — функциям комплексного переменного.

Еще Эйлер и Лагранж в XVIII веке использовали вычисления с комплексными величинами, и трудами Эйлера развита теория элементарных функций комплексного переменного. Затем Николай Бернулли, Эйлер и Даламбер рассматривали, как уже упоминалось, систему уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}; \ \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

и получили пары ее решений в виде действительной и мнимой частей аналитической функции $f(z) = u(x,y)+iv(x,y)$ комплексного переменного $z = x+iy$. При этом Эйлер рассматривает общую аналитическую функцию, заданную степенным рядом.

Развитие теории функций комплексного переменного обязано, в первую очередь, Гауссу, Лапласу, Эйлеру, Пуассону и Коши, хотя вклад Гаусса был понят не сразу: в письме Бесселю от 1811 г. Гаусс изложил многое, ему известное, о комплексном интегрировании, но опубликовано оно было лишь в 1880 г. Впрочем, и результаты Коши запаздывали с публикацией. Так, интегральную теорему Коши излагает полностью лишь в 1825 г., хотя первый мемуар относится к 1814 г.

Самые, пожалуй, замечательные свойства аналитических функций — это аналитичность функции при существовании непрерывной первой производной, возможность восстановить всю аналитическую функцию по ее значениям в малой области, теория вычетов и, конечно, разложение в ряды.

Подошла очередь рассказать об Израиле Моисеевиче Гельфанде, поскольку его биография чрезвычайно небанальна.

Окончив семилетку в маленьком местечке в Белоруссии, он в 14 лет приехал в Москву и поступил на работу в Ленинскую библиотеку, где выдавал талончики. Это было в начале 30-х годов. Он читал и читал математическую литературу. Затем придумал числа Бернулли и пришел к консультанту Ленинской библиотеки, профессору мехмата МГУ Дмитрию Евгеньевичу Меньшову — очень неординарному человеку. Тот сказал Гельфанду, что эти числа уже выдумал Бернулли 200 лет назад, но пригласил способного мальчика на семинары мехмата. Примерно год Гельфанд посещал разные семинары и... поступил в аспирантуру к Колмогорову. Тогда для этого еще не нужны были ни школьный аттестат за десятилетку, ни университетский диплом.

Гельфанд три года учился в аспирантуре, сдавал экзамены (а на мехмате надо было сдать восемь экзаменов по математике). При сдаче вариационного исчисления у него не хватало времени подробно изучить курс, но он все равно пришел на экзамен. Ему дали вопрос, он посидел — и... придумал небанальное доказательство теоремы...

Когда надо было защищать кандидатскую диссертацию, он выбрал некоторую тему, но его руководитель Колмогоров сказал, что за отведенное время ему не справиться... Через два месяца Гельфанд принес полностью выполненную работу. Ему был 21 год, и он стал доцентом МГУ, вел семинарские занятия в одной из групп на моем курсе, остальное время проводил в коридорах, разговаривая со студентами о математике. Любой разговор начинался так: он брал студента за пуговицу и спрашивал: «О чем вы думаете?» Если ответ был содержательным, то он включался в обсуждение любой математической тематики, если студент замирал в недоумении, то тут же получал задачу. По-видимому, так и я попал в его орбиту, получил тему, и уже вся моя жизнь была поглощена Гельфандом.

В 1938 г. Гельфанд начал вести семинар по функциональному анализу, на который ходили человек 20—25, я был секретарем семинара. Посещали семинар студенты, аспиранты и уже маститые математики, имевшие имя. Было очень интересно, обсуждались почти все основные проблемы функционального анализа, да и других разделов математики.

Во время войны И.М. Гельфанд вместе с мехматом МГУ был в Ашхабаде, но в 1943 г. МГУ практически возвратился в Москву, и занятия семинара возобновились. Участников, естественно, было мало, но состав был серьезный: будущие крупные ученые — Анатолий Мышкис, Ольга Олейник, Ольга Ладыженская, Марк Вишик... Но вдруг там появился студент Георгий Адельсон-Вельский: лохматый, в криво сидящих очках и длинном шарфе, на который, несмотря на то, что им было многократно завернуто горло, Гера все время наступал. Впечатление о нем было, мало сказать, странное... Однако Гельфанд на это не прореагировал.

На семинаре изучалась работа академика Сергея Натановича Бернштейна — к тому времени уже классика — «Об одной геометрической теореме и ее приложениях к уравнениям в частных производных эллиптического типа» (УМН, 8 (1941), 75—81). Реферировать работу С.Н. Бернштейна было поручено Мышкису, который славился умением «ловить блох на мытой собаке», т. е. обнаруживать погрешности и скрытые ошибки. Еще студентом он редактировал рукопись «Курса обыкновенных дифференциальных уравнений» И.Г. Петровского, очень скурпулезного автора, обнаружил и исправил много неточных утверждений и формулировок.

Мышкис, изучая работу С.Н. Бернштейна, нашел в ней ошибку в рассуждениях...

Как Гельфанд, так и слушатели семинара были в недоумении, и руководитель семинара просил всех обдумать сложившуюся ситуацию. На следующем заседании Адельсон-Вельский сказал, что знает, как исправить рассуждения Бернштейна... Гельфанд пригласил слушателя к доске, однако понять, что тот говорил, было нельзя. Гельфанд — не только гениальный ученый, но и гениальный педагог — вместо того, чтобы удалить из аудитории студента, поручил Мышкису выслушать Геру, и, если он поймет его рассуждения, рассказать затем всем остальным. Так и было сделано. Гера оказался прав и удостоился похвалы с одной стороны, но с другой — резко обруган за манеру изложения и поведения. Гельфанд ему сказал: «Не стройте из себя идиота» и еще что-то обидное, но внимание на него обратил — поручил написать то, о чем он говорил, и изложить это устно, но понятно. Борьба за этого талантливого, но абсолютно не подготовленного к научному общению человека, продолжалась больше двух лет. Гельфанд добился своего. Гера не только выполнил несколько серьезных научных работ, он даже участвовал в студенческом театре, а, главное, стал активно творчески работать.

Изучая статью Бернштейна, Адельсон-Вельский научился разбираться в хитросплетениях линий уровня гармонических функций двух переменных — поверхностей отрицательной кривизны — в очень трудной конструктивной задаче. В результате открылось неожиданное направление в теории функций комплексного переменного.

В конце войны академик Николай Николаевич Лузин — признанный руководитель московской (или российской) школы теории функций действительного переменного, учитель А.Н. Колмогорова, работавший в Математическом институте Академии наук, организовал на мехмате МГУ семинар по теории функций. Его участниками были Г. Адельсон-Вельский и Александр Кронрод — очень талантливый математик, в то время тоже студент.

На семинаре Лузин поставил проблему: построить теорию функций комплексного переменного без использования интеграла Коши. Ясно, что сделать это нужно было конструктивно, а не аналитически, как это было осуществлено в начале XIX века. Проблема была очень трудной, но Кронрод и Адельсон-Вельский взялись за нее с энтузиазмом, сумели изучить поведение линий уровня гармонических функций, откуда и следовало решение проблемы Лузина. В начале 1945 г. они опубликовали по этой тематике две заметки в Докладах Академии наук, представленные Н.Н. Лузиным. Впоследствии А. Кронрод развил эти исследования и защитил на их основе докторскую диссертацию. Затем он получил даже Государственную премию, правда, не за эти работы, но все равно, к счастью, попал в число лауреатов.

Гельфанд был выбран иностранным членом многих академий мира и, наконец, в последнюю очередь в Союзе — все-таки правда восторжествовала.

Совместно с Шиловым Гельфанд написал серию монографий по теории обобщенных функций, совместно с С.В. Фоминым — учебник по вариационному исчислению, издал много совместных монографий по обобщенным функциям, статей по самым разным вопросам, в том числе по биологии и медицине. Очень интересна монография «Очерки о совместной работе математиков и врачей», изданная в соавторстве с Б.И. Розенфельдом и М.А. Шифриным (текст писали соавторы, а Гельфанд редактировал его).

Несколько лет назад он эмигрировал в США, где он пользуется высочайшим авторитетом; организовал заочную математическую школу, имеющую большую популярность.

Остановлюсь еще на одном сюжете, связанном с аналитическими функциями, поскольку он сыграл в моей профессиональной жизни важную роль. Начну издалека.

В конце 20-х—начале 30-х гг. в радио и связи в дополнение к амплитудной модуляции появились новые способы передачи сигналов: частотная модуляция, амплитудно-импульсная, время-импульсная и др.

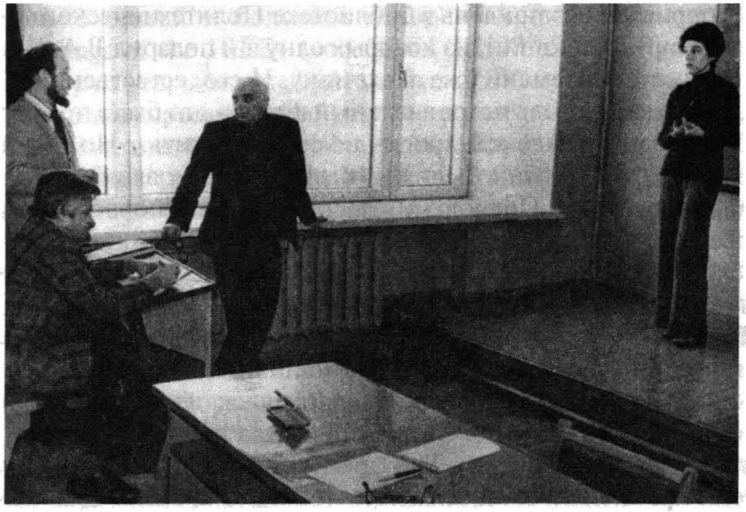
При амплитудно-импульсной модуляции, например, передаются не все значения речевого сигнала, а лишь его мгновенные значения через равные промежутки времени. При этом, вообще говоря, теряются детали передаваемого сигнала. Естественно, возник вопрос: можно ли быть уверенным в том, что на приемном конце переданный сигнал будет хотя бы приближенно восстановлен?

Ясно, что при передаче совершенно произвольного, скажем, непрерывного сигнала $f(t)$ по значениям отсчетом $f(t_k)$ в периодические моменты времени $t_k=k\Delta$ (где $k=0, \pm 1, \pm 2,...$, а Δ — определенный интервал времени) невозможно не только однозначно, но даже приближенно восстановить функцию $f(t)$: в промежутках между моментами отсчета такая функция может вести себя как угодно, принимая любые значения.

Однако сигналы, передаваемые по каналам электро- или радиосвязи, проходят как в приемной, так и в передающей аппаратуре через некоторые линейные системы, в которых осуществляется фильтрация высокочастотных компонент спектра сигналов. Следует заметить, что невозможно осуществить неискаженный прием всего спектра частот сигнала: весьма высокочастотные оказываются неизмеримо ниже уровня различных паразитных колебаний (флуктуационных шумов, помех от соседних станций, атмосферных разрядов, наводок в аппаратуре и т. д.).

Поэтому целесообразно считать, что реальная аппаратура пропускает лишь некоторую конечную полосу частот, а в этих условиях спектральные компоненты передаваемых сигналов, лежащие вне этой полосы, не попадают в приемную аппаратуру, и, следовательно, можно считать, что передаваемые сигналы имеют спектр, сосредоточенный в конечном интервале (финитный).

Таким образом, вместо всего разнообразия мыслимых функций-сигналов можно рассматривать лишь сигналы с финитным спектром. В этом случае оказывается, что если отсчеты сигнала $f(k\Delta)$ брать не слишком редко (связав определенным образом интервал между моментами отсчетов с шириной полосы частот сигнала), то, в принципе, возможно не только приближенное, но даже абсолютно точное восстановление сигнала на приемном кон-



Защита дипломов: научная дискуссия

це, когда передаются лишь отсчеты $f(k\Delta)$ $(k=0, \pm 1, \pm 2,...)$. Этот фундаментальный для теории передачи сигналов факт был обнаружен В.А. Котельниковым в 1933 г.

Дело в том, что дальность передачи сигналов определяется затрачиваемой энергией, а она весьма ограничена как при непрерывной передаче, так и дискретной. Поэтому радиоинженеры пришли к необходимости организовать импульсную передачу, используя энергию сигналов между передаваемыми импульсами для соответствующего увеличения энергии в импульсе.

Сейчас хочу лишь подчеркнуть, что ограничение класса рассматриваемых функций как множества функций с финитным спектром дало возможность выяснить весьма глубокие закономерности.

Работа Котельникова опубликована в материалах к несостоявшемуся I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности в 1933 г. «О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи» (Всесоюзный энергетический комитет. Изд. управления связи РККА).

Я много занимался передачей информации с помощью импульсной системы связи и был знаком с теоремой Котельникова, но не понимал ее глубокого математического содержания. У Котельникова не было ни одного экземпляра этой статьи. Мне удалось получить эти материалы на один день в библиотеке Политехнического музея, сделать пару фотокопий, из которых одну я и подарил В.А. Котельникову, к тому времени уже академику. И его, естественно, спросил, чем вызван столь нетривиальный факт — это было примерно в 1955 г. Владимир Александрович не смог ответить... Но мне представлялось, что должны были быть глубокие основания для такого необычного факта. Поскольку я всегда записывал преобразования Фурье в комплексной форме, то размышления привели меня к необходимости понять этот факт с позиций целых аналитических функций комплексного переменного.

В 1945—1947 гг. я работал в Математическом институте Академии наук и был единственным сотрудником академика С.Н. Бернштейна, который в это время занимался изданием собрания сочинений своих трудов. Он работал тогда над завершением теории целых аналитических функций конечной степени и пытался и меня привлечь к этой тематике. Но в это время я был увлечен идеями Гельфанда и его задачами функционального анализа. Лишь через 10 лет, осознав силу и возможности применения целых функций конечной степени, я занялся всерьез приложениями этой теории.

Когда в 1955 г. я был приглашен в Московский физико-технический институт на кафедру радиофизики, которой заведовал член-корреспондент АН Сергей Михайлович Рытов — выдающийся физик Мандельштамовской школы, то организовал студенческий семинар по тематике своих научных интересов. Вот там я и предложил студентам разобраться в научном существе теоремы Котельникова. За тему взялись студенты — Борис Цыбаков и Виталий Яковлев, и мы вместе вскрыли математические причины этой теоремы. Оказалось, что ряд Котельникова — один из вариантов интерполяционных формул для целых функций комплексного переменного конечной степени, или, говоря иным языком, для функций с финитным спектром. Функция не может быть одновременно финитной и иметь финитный спектр.

Я затронул далеко не все вопросы, относящиеся к аналитическим функциям, но в книге такого формата это оправдано.

Из тематики, образовавшейся вокруг теоремы Котельникова, возник большой цикл работ. Совместно с В.П. Яковлевым мы написали две монографии «Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике» (М.: Физматгиз, 1962. 220 с.) и «Финитные функции в физике и технике» (М.: Наука, 1971. 408 с.), несколько статей и большой обзор в американском журнале «Proceedings of the IEEE» (vol. 65, N 7, 1977). В.П. Яковлев как профессор кафедры высшей математики РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина ведет серьезные семинары со студентами.

Проблематика аналитических функций весьма разнообразна, но я освещу только кое-какие ее аспекты, приведя выдержки из введения к книге «Финитные функции в физике и технике».

«Объединение фактов в раздел науки осуществляется двумя путями: либо объединяются явления, близкие по тематике, по качественным свойствам (механика, электричество, физиология, лингвистика), либо свойства качественно различных явлений изучаются при помощи единого метода (теория колебаний, теория передачи информации, кибернетика).

Объединение материала по общим закономерностям и соответствующим методам исследования (в частности, в теории колебаний), изучение с единой точки зрения при помощи одного и того же математического аппарата различных явлений в механике, оптике, радио и т. д. привело, как известно, к огромным успехам.

Законность и целесообразность объединения различных физических явлений по общим закономерностям и плодотворность изучения этих явлений при помощи единого математического аппарата, адекватного рассматриваемому кругу задач, в настоящее время ни у кого не вызывают сомнений.

В этом направлении была проведена огромная работа академиком Л.И. Мандельштамом и замечательными физиками его школы (А.А. Андронов, Г.С. Горелик, А.А. Витт, М.А. Леонтович, С.М. Рытов, С.Э. Хайкин и др.). Мастерское и достаточно популярное изложение этих вопросов читатель найдет в книгах Г.С. Горелика и А.А. Андронова, А.А. Витта и С.Э. Хайкина.

Мы будем изучать свойства определенного класса линейных систем и сигналов, преобразуемых этими системами. При математической идеализации физических объектов мы не будем стремиться к возможно большей общности рассмотрения. Наоборот, изучаемый класс линейных систем является довольно узким, и еще менее обширным представляется на первый взгляд класс функций, при помощи которых мы будем описывать сигналы.

Мы идем на эти ограничения, пренебрегая кажущейся общностью, так как ясно, что чем уже класс рассматриваемых математических объектов, тем больше общих свойств они имеют, тем более подробное их исследование возможно.

В 1903 г. Сергей Натанович Бернштейн — один из крупнейших математиков нашего века — доказал фундаментальную теорему об аналитичности решений аналитических дифференциальных уравнений. Эта теорема давала решение одной из знаменитых проблем Давида Гильберта. Сергей Натанович рассказывал как-то мне, что до того, как взяться за решение этой проблемы, он беседовал с Гильбертом, который высказался в том плане, что, по-видимому, все законы природы описываются аналитическими функциями, и поэтому он поставил такую математическую проблему. Аналогичной точки зрения придерживался и А. Пуанкаре. Впрочем, физики доквантового периода сознательно или подсознательно придерживались аналитичности.

Впоследствии квантовая механика, с одной стороны, и теория колебаний (релаксационные колебания, релейные режимы) — с другой, привели к отказу от аналитичности и появлению совсем другого математического аппарата. Наконец (в последние десятилетия), развитие кибернетики направлено в значительной степени в сторону дискретных представлений, и методы построения математических моделей, опирающиеся на аналитические функции, отступили на второй план.

Можно считать общепризнанным, что процесс познания природы человеком — это моделирование. Мы не будем останавливаться на общих проблемах моделирования. Но прежде чем обсуждать законность или целесообразность аналитических представлений в физике и технике, обратимся к вопросу об использовании математических моделей в естественных и прикладных науках.

Предположим, что в наших руках имеется математическая модель изучаемого процесса, например, система дифференциальных уравнений. При этом нам неизвестно ее происхождение, т. е. неизвестно, каким путем и опираясь на какие исходные положения составлена эта модель.

Вопрос о законности или целесообразности использования аналитических функций при построении математических моделей явлений или процессов в физике и технике — это вопрос о качестве таких моделей.

Нам представляется, что в настоящее время для весьма широкого круга задач физики, теории связи, теории управления динамическими системами модель, опирающаяся на аналитические функции, — это хорошая модель.

В пользу этого утверждения говорят последовательно проведенные решения методами теории целых аналитических функций ряда важных задач физики и техники, которые мы здесь приведем.

Но не только эти задачи решаются аналитическими методами. В модной теории элементарных частиц недавно аналитичность вновь вышла на поверхность, хотя ранее многими отрицалась как исходный априорный принцип. В книге Дж. Чью «Аналитическая теория S-матрицы», изданной в 1968 г., страстно проводится программа использования аналитичности как одного из основных постулатов при построении теории элементарных частиц. Глава I имеет впечатляющее заглавие: «Аналитичность как фундаментальный принцип физики».

Фон Нейман считал, что аналитические функции составляют крайне ограниченный специальный класс функций и нет никаких оснований считать лишь такие функции допустимыми в физике. Однако, по мнению Вигнера, дальнейшее 35-летнее развитие все же показало: несмотря на мнение фон Неймана, «физика в глубоком смысле основывается именно на аналитических функциях».

Сила и перспективность аналитических методов в линейных задачах, которые мы здесь рассматриваем, были нам ясны и при подготовке первого издания, так что то первое издание книги не было просто подведением итогов. Но за истекшие 10 лет значение развитых и развиваемых методов еще более прояснилось: на этом пути были решены не только многие новые задачи в круге вопросов, которыми мы занимались ранее, но и затронуты новые для нас области. Поэтому сегодня мы с еще большей уверенностью настаиваем на целесообразности построения моделей физических и технических задач на базе использования аналитических функций и даже более узкого их класса — функций экспоненциального типа конечной степени.

Речь идет о классе функций, преобразования Фурье которых сосредоточены в конечном интервале. В силу взаимности преобразований Фурье в одних случаях целесообразно при построении модели считать спектр финитным, в других — полагать финитной исходную функцию, и тогда ее спектр будет целой функцией конечной степени.

Следует отметить, что эти два класса функций, рассматриваемые как исходные, резко различаются по своим свойствам, и результаты, полученные для одного класса, совершенно неприемлемы для другого. Поэтому особую осторожность необходимо проявить при выборе одной из этих двух идеализаций.

Во всяком случае, при выборе одного из этих двух классов функций имеется возможность достаточно полно описывать свойства интересующих нас физических объектов, и, следовательно, вводимые ограничения при математической идеализации не приведут к потере физического существа задач.

Аналогичная ситуация в оптике — в проблеме разрешения.

Когда при помощи некоторого оптического прибора изучается определенный оптической объект, описываемый функцией $f(x)$, то наблюдаемый на выходе прибора отклик $F(y)$ будет, вообще говоря, в результате искажающего действия реальных приборов совершенно «непохожим» на изучаемый объект. Возможно ли восстановить распределение $f(x)$, или, другими словами, возможно ли разрешить отдельные детали (тонкую структуру объекта), наблюдая изображение $F(y)$, искаженное и обычно весьма мало похожее на $f(x)$?

Ответ на этот вопрос тесно связан с изучением спектрального разложения функции $f(x)$. Сейчас мы подчеркнем лишь, что если через $f(x)$ обозначить распределение яркости по угловой координате, то $f(x)$ — функция, равная нулю вне конечного промежутка, т. е. финитная функция. Если ее преобразование Фурье обозначить через $\tilde{f}(\omega)$, то функция $f(x)$ будет (обратным) преобразованием Фурье функции $\tilde{f}(\omega)$. В силу взаимности прямого и обратного преобразований Фурье при исследовании за исходную можно выбрать функцию $\tilde{f}(\omega)$. Тогда ее преобразование Фурье $f(x)$ будет, как мы заметили, равным нулю вне конечного интервала, и, следовательно, $\tilde{f}(\omega)$ является функцией с финитным спектром.

Рассматривая далее различные физические объекты в импульсной технике, радиофизике, оптике, теории антенн, мы столкнемся с целесообразностью изучения либо финитных функций, либо функций с финитным спектром (что вследствие взаимности преобразования Фурье математически одно и то же).

Именно рассмотрение финитных функций или функций с финитным спектром и является центральным стержнем этой книги. Оказывается, что подобные функции тесно связаны с целыми аналитическими функциями, и поэтому общим методом исследования служит мощный аппарат теории целых функций.

Теперь заметим, что в перечисленных областях науки большую роль играют линейные системы (или линейные приборы), отклик которых $F(y)$ на входное воздействие $f(x)$ связан с последним интегральным соотношением вида

$$F(y)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)h(y-x)dx, \qquad (*)$$

где аппаратная функция $h(x)$, называемая в разных разделах науки по-разному: импульсная переходная функция, отклик на σ-функцию и т. д. является единственной характеристикой самого прибора.

Во многих случаях задача состоит в определении входного воздействия $f(x)$ или каких-либо его свойств (или параметров) по результатам измерения отклика $F(y)$ прибора на это неизвестное заранее воздействие. При этом свойства самого прибора обычно известны, т. е. задана функция $h(x)$. С математической точки зрения эта задача сводится к решению интегрального уравнения или определению некоторых свойств его решения. Здесь, естественно, возникают три вопроса:

1. Возможно ли однозначное восстановление входного воздействия $f(x)$ по известному отклику прибора $F(y)$? Говоря математически, этот вопрос о существовании и единственности решения уравнения (*).

2. Так как принципиально нельзя абсолютно точно измерить отклик $F(y)$, то возможно ли по измеренному приближенно (с точностью до ε) отклику $F_\varepsilon(y)$ приближенно определить (с точностью до η) входное воздействие $f_\eta(x)$? При этом существенно, чтобы с повышением точности измерения отклика увеличивалась бы точность определения искомого входного воздействия, т. е. чтобы $f_\eta(x) \to f(x)$ при $\varepsilon \to 0$. Это, говоря математически, есть вопрос о корректности решения уравнения (*).

3. Обычно производятся измерения не при всех, а лишь при некоторых значениях аргумента. Возможно ли точное или приближенное определение входного воздействия $f(x)$ по некоторым элементам отклика $F(y)$, например, по значениям $F(y_n)$ в некоторой последовательности точек y_1, y_2, ... или по значениям функции $F(y_n)$ и ее производной $F'(y_n)$ в тех же точках, и т. д.? Это, говоря математически, задача интерполяции. Действительно, если, зная элементы $F(y)$ в точках $y_1, y_2,\ldots$, возможно восстановить функцию $F(y)$ при всех вещественных значениях y и если решение уравнения (*) существует и единственно, то по найденному $F(y)$ можно определить $f(x)$.

Ясно, что эти три вопроса являются основными во всех тех областях физики и техники, где явления описываются посредством уравнения (*). Сразу же заметим, что *если не наложить специальных ограничений на класс рассматриваемых входных воздействий* $\{f(x)\}$ *и на класс приборов, описываемых аппаратной функцией* $\{h(x)\}$, *то ответ на все три вопроса оказывается отрицательным.*

Так, например, не только корректность решения этого уравнения, но и вопросы о разрешимости и единственности решения в оптических задачах неоднократно подвергались сомнению.

Эта кажущаяся неоднозначность есть результат того, что при идеализации физического явления и формулировке математической задачи исследования уравнения (или его модификации) класс рассматриваемых функций оказался слишком широким. При ограничении класса рассматриваемых входных воздействий физически осмысленным требованием финитности воздействия и при некоторых, также физически оправданных предположениях относительно свойств аппаратной функции ответы на все три поставленные вопроса оказываются положительными. Мы укажем далее те условия, когда обсуждаемые задачи однозначно разрешимы, когда решение корректно и когда разрешима интерполяционная задача для различных случаев, а также дадим решение уравнения (*) в случае точно известного отклика и решение интерполяционных задач, когда точно известны элементы функции в точках отсчета.

До сих пор речь шла в основном о задаче анализа линейных систем. Однако задача синтеза, т. е. построения систем с заранее заданными свойствами, представляется во всяком случае не менее важной. Мы ее также решили.

Подводя итог обсуждению преподавания теории дифференциальных уравнений, уравнений математической физики и гармонического анализа, скажу, что эти разделы тесно связаны, их нельзя освещать отдельно и независимо друг от друга. Очень полезно взглянуть на них и в историческом аспекте, и в аспекте приложений к реальным задачам нашей отрасли техники, и тогда они заиграют всеми цветами радуги.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

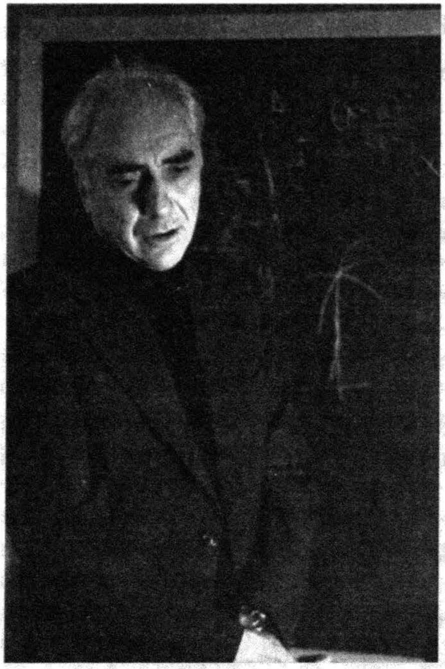
Неопределенность нас преследует всю жизнь. И естественно желание создать теории, объясняющие эту неопределенность и дающие возможность хотя бы снизить уровень неопределенности. Во всяком случае, есть два полюса неопределенности: вероятностный, опирающийся на наличие распределения вероятностей, и субъективный, личный, уникальный, требующий для осмысления иных методов. Об этом полюсе неопределенности ниже будет еще разговор.

Рекс Стаут, знаменитый автор детективов о Ниро Вульфе, написал: «Люди обладают способностью превращать возможности в вероятности, а вероятности в факты». Конечно, здесь вероятность понимается в бытовом смысле, а не в научном.

Впервые я преподавал теорию вероятностей аспирантам «ящика», в котором работал. Это было в конце 40-х годов. В то же время или чуть позже меня пригласили в Институт мер и измерительных приборов прочитать курс теории вероятностей. Я, естественно, считал, что специалисты по измерениям владеют основами этой науки, но глубоко ошибся... Научные сотрудники и инженеры этого заведения не имели ни малейшего представления о теории вероятностей. Я собирался им объяснить теорию случайных процессов. На лекции ходил полный зал — человек 60—100. Читать лекции было трудно: многие сотрудники по возрасту годились мне в отцы и деды, а в этой ситуации новые идеи не воспринимаются даже при совсем популярном изложении. Все-таки для более молодой части аудитории какая-то польза была, как мне удалось позже выяснить.

Вообще, чем старше аудитория, тем труднее воспринимаются новые идеи, тем более сложным становится педагогический процесс. Да и реакция оказывается неадекватной.

Как-то я читал теорию аналитических функций аспирантам нашего университета и сказал: «Обратите внимание на это замечательное свойство: возможность по значениям в как угодно малом интервале полностью и однозначно восстановить аналитическую функцию во всей плоскости!» На это один из слушателей заметил: «Чему тут удивляться, ну еще одна теорема...» Я был поражен и сказал им, что главное качество научного работника — это способность удивляться, радоваться новому и необычному факту, а не равнодушно его констатировать. Часть аудитории со мной как-то согласилась, но другая была равнодушна: они ведь уже были аспиранты, и их это очень возвышало в собственных глазах... Но вернусь к теории вероятностей.



Интересный вопрос от будущих математиков

Я многократно читал курс теории вероятностей, в частности, 20 лет на кафедре прикладной математики, да и несколько лет на кафедре нефтегазовой и подземной гидромеханики.

Это всегда было интересно: непривычная постановка вопросов вызывала явную активность аудитории. И все же мне трудно рассказывать об этом курсе, поскольку я к нему привык и уже не вижу «изюминок», хотя они постоянно присутствовали. Вот несколько замечаний.

Читаю курс теории вероятностей у прикладных математиков. Сначала плохо доходит частота наступления события и связь ее с вероятностью. Провожу эксперимент: беру четыре пятикопеечные монеты, большие — 60-х годов. Три раздаю студентам, умеющим подбрасывать монету, одну оставляю себе. Мы вчетвером раз за разом подбрасываем монеты, и я записываю, у кого что выпало. У студентов гербы-«орлы» нерегулярно чередуются с «решками», а у меня всегда выпадает герб. После 8 или 10 бросаний аудитория начинает гудеть... Спрашиваю: разве так не может быть? Подумав, отвечают: конечно, может, но почему именно у вас?.. Разъясняю еще раз — так может быть, поскольку не противоречит исходным положениям, когда выпадение «орла» и «решки» одинаково вероятно. В аудитории сомнения. Спрашиваю, что их волнует? Ответы разнообразны, но в конце концов устанавливаем, что такая ситуация противоречит повседневному опыту, но не противоречит теории... И подробно обсуждаю: что следует из теории и что из опыта и какая между ними разница.- Студенты понимают существо дела.

Тогда я признаюсь, что у меня монета фальшивая: с обеих сторон гербы. Я ее специально сделал, спилив напильником «решки» с двух монет и склеив их спиленными сторонами. Дальше обсуждение еще продолжается, но этот опыт запоминается надолго, мне об этом говорили бывшие студенты через 20—25 лет после окончания института.

Обычно курс теории вероятностей начинают с классического определения вероятности. После определения, по-моему, полезно рассказать об истории этой науки.

Еще с XIII века делались попытки решить простейшие теоретико-вероятностные задачи, но прорыв удался Паскалю и Ферма, которые в переписке в самой середине XVII века обсуждали задачу о разделении ставки при игре в кости: если игроки внесли одинаковые ставки и один заканчивает игру раньше времени, то как разделить ставки «по справедливости»? Справедливость — туманная категория, но здесь все измеряется в деньгах.

Блез Паскаль (1623—1662) был разносторонним математиком и физиком, а Пьер Ферма (1601—1665) — юристом, но любителем математики, много сделавшим вместе с Декартом для развития аналитической геометрии и многих других разделов науки.

Так вот, в задаче о разделении ставки Паскаль и Ферма оба приходят к единому решению, хотя и разными путями: делят ставку пропорционально вероятности выиграть всю ставку, если игра будет продолжена. Конечно, и Паскаль, и Ферма понимали глубокое натурфилософское значение понятия вероятности.

Первым руководством по теории вероятностей был труд (1657) Христиана Гюйгенса (1629—1695), прославившегося многими выдающимися открытиями. В 1666 г. он стал первым президентом Французской академии наук, хотя сам был голландцем.

Гюйгенс пишет: «Я полагаю, что при внимательном изучении предмета читатель заметит, что имеет дело не только с игрой, но что здесь закладываются основы очень интересной и глубокой теории».

Якоб Бернулли, о котором говорилось выше, сделал много в теории вероятностей. Он написал книгу «Искусство предположений», но опубликовал ее его брат Иоганн лишь в 1713 г. Я. Бернулли предполагал применить разработанные методы к статистике народонаселения, но не успел — умер. А Иоганн выпустил в 1709 г. книгу «Примеры искусства предположений в применении к правовым вопросам», где речь шла об оценке свидетельских показаний, страховых вопросах, выборах по жребию и пожизненных рентах, т. е. по многим вопросам, которые не поддаются теоретико-вероятностной трактовке.

Первый серьезный курс теории вероятностей написал замечательный ученый Пьер Лаплас (1749—1827) — «Аналитическая теория вероятностей» (1812). Затем было написано Приложение ко 2-му изданию в 1814 г. «Опыт философии теории вероятностей», в котором наряду с изложением разумных точек зрения приводятся приложения к «нравственным наукам»: к свидетельским показаниям, решениям судов, результатам голосования и т. п. Авторитет Лапласа был велик, к его голосу прислушивались, но в результате этих «Приложений к нравственным наукам» математики перестали принимать теорию вероятностей всерьез, относились как к математическому развлечению, и на полвека работа в области теории вероятностей остановилась.

Понадобился гений русского академика Пафнутия Львовича Чебышева, чтобы сформулировать основные задачи теории вероятностей и указать путь, по которому она должна развиваться. Почти за полстолетия Чебышев написал всего четыре статьи по теории вероятностей, но они полны глубокого содержания.

Простая схема равновероятных случаев не таит подводных камней, но оказывается, что не всегда просто установить равновероятность. Такова известная задача кавалера де Мере: играя в кости, де Мере подметил, что при одновременном бросании трех игральных костей более часто выпадает комбинация, дающая в сумме 11 очков, чем комбинация, дающая в сумме 12 очков. С точки зрения де Мере эти комбинации были равновероятны. Он рассуждал так: 11 очков можно получить шестью различными способами — (6-4-1), (6-3-2), (5-5-1), (5-4-2), (5-3-3), (4-4-3) и столькими же способами можно получить 12 очков — (6-5-1), (6-4-2), (6-3-3), (5-5-2), (5-4-3), (4-4-4), а равенство числа исходов в этой схеме означает и равновероятность событий.

Этой задачей заинтересовался Гюйгенс, но ошибка де Мере была указана Паскалем: исходы, указываемые де Мере, на самом деле не равновероятны, ибо необходимо учитывать не только выпавшие очки, но и то, на каких именно костях они выпали. Например, комбинация 6-4-1 выпадает при шести исходах, а комбинация 4-4-4 только при одном.

Поучительна задача о разорении игрока: умелый игрок даже с малым начальным капиталом может иметь меньше шансов на разорение, чем игрок с большим капиталом, но менее умелый.

Обсуждению частотного подхода (Р. Мизеса) следует уделить внимание вследствие его естественности для нематематика, да и для математика тоже. Речь идет о соотношении вероятности наступления события и его частоты. Когда вводят новую физическую величину, то указывают способ ее измерения. Тогда о величине говорят, что она имеет физический смысл.

Измерения нельзя произвести абсолютно точно. Подсчет частоты — это способ измерения вероятности, но в теории вероятностей все рассуждения вероятностные. Поэтому нужно указать вероятность уклонения частоты от вероятности. Здесь в силу вступают разные неравенства: Чебышева или законы больших чисел.

В теории вероятностей много неожиданных вещей. Вот простая задача. Два игрока по очереди бросают монету до выпадения первого герба. Какова вероятность выигрыша первого игрока?

Решение банально: пространство элементарных событий состоит из последовательностей (г — герб, р — решка)

$$\omega_n = \underbrace{\text{рр}\ldots\text{р}}_{n-1 \text{ раз}}\text{г},$$

а вероятность

$$P(\omega_n) = \frac{1}{2^n}.$$

Тогда вероятность выигрыша первого игрока есть

$$\sum_{n \geq 0} P(\omega_{2n+1}) = \sum_{n \geq 0} 2^{-(2n+1)} = \frac{2}{3},$$

что интуитивно не прогнозируется и как-то противоречит вере в то, что игроки равноправны.

Когда обсуждается понятие условной вероятности, то полезно решить задачу о совпадении дней рождения. В аудитории из n человек (желательно больше 20), каждый, конечно, имеет свой день рождения. Какова вероятность, что найдется в аудитории хотя бы одна пара студентов, имеющих общий день рождения?

До формального решения задачи производится опрос: кто что думает. Почему-то говорят, что надо поделить 365 на 2, либо, что больше ста, или вообще что-то невразумительное. Поэтому решение задачи поучительно: оно показывает ошибочность интуитивных оценок. Затем опрашивается вся аудитория: у кого когда день рождения? И пара, а то и несколько пар с общим днем рождения находятся.

Оказывается, решить задачу несложно, но уже при $n=23$ вероятность, что найдется такая пара, равна 0,507, а при $n=40$ эта вероятность равна 0,891.

В моей практике пара находилась неоднократно. Эта задача подробно разобрана в прекрасной книге В. Феллера «Введение в теорию вероятностей и ее приложения», том 1 (М.: ИЛ, 1952.; 2-е изд. М.: Мир, 1964). Там есть и таблица вероятностей в зависимости от *n*.

О теореме умножения вероятностей. С логической точки зрения утверждение, приписывающее вероятности элементарным событиям, не является теоремой (которую можно доказать), а определением (которое нельзя доказать, но разумность его должна быть мотивирована).

В курсе теории вероятностей, как мне кажется, надо много внимания уделять маловероятным событиям. Когда студент переходит Ленинский проспект на зеленый сигнал светофора или стоит на остановке, вероятность попасть в аварию у него меньше, чем при перебегании улицы перед близко идущим транспортом. Однако даже при соблюдении правил перехода ежедневно в Москве многие из пешеходов гибнут или получают травмы. Например, моя пожилая соседка стояла у автобусной остановки, около нее произошло столкновение трех автомашин, одна из них вылетела на тротуар и врезалась в женщину. В результате та провела несколько месяцев с переломами в больнице.

Даже при зеленом сигнале светофора за рулем может оказаться пьяный или неопытный водитель, и вы попадете в переделку. Гельфанд говорил: «Психологию водителя надо изучать на тротуаре».

Хорошие примеры маловероятных событий дают статистическая физика и радиоастрономия. Переход электрона в атоме водорода в другое энергетическое состояние в межзвездном пространстве происходит примерно с вероятностью $< 10^{-20}$, тогда излучается волна в 21 см. Однако радиоастрономические антенны устойчиво регистрируют эту волну. Дело в том, что атомов в межзвездном пространстве намного больше, чем 10^{20} и волна устойчиво регистрируется.

Грубо говоря, количество излучающих атомов умножается на вероятность и получается совсем не малая, а вполне ощутимая величина, которую и регистрируют.

Напомню принцип практической уверенности (сформулированный С.Н. Бернштейном): если вероятность события мала, то в однократном эксперименте оно не произойдет. Принцип не противоречит наличию малых вероятностей, но надо понимать, что такое «малая вероятность», а когда наблюдений много, то событие практически произойдет.

У французов есть изречение: в медицине и любви не говори «всегда» и «никогда». Думаю, это относится и ко многим другим областям человеческой жизни.

Теорема Байеса вызывает недоумения: откуда взять априорные вероятности? Впрочем, ее применяют в медицинской диагностике, и даже опубликованы на эту тему монографии. Однако, на самом деле, набора симптомов (симптомокомплексов) будет невероятно много, и поэтому на каждый приходится практически ноль наблюдений. В то же время существует необайесовский подход, у которого много сторонников, и есть серьезные публикации.

Когда я начал работать в «ящике», то выяснилось, что у радистов возникают проблемы фильтрации, как они говорили, последовательности прямоугольных импульсов. Они просили написать соответствующий ряд Фурье, дабы можно было предсказать, что будет на выходе фильтра. Но я сказал: такой ряд Фурье не существует, он расходится. Они подняли меня на смех: «Идем, мы тебе покажем его на осциллографе». Я увидел последовательность коротких импульсов, но с гладкими боками. «Где же прямоугольные импульсы?» — спросил я и услышал: «Не можем же мы их сделать совсем прямоугольными, они, конечно, гладкие, без углов, но короткие».

И тут я понял недостатки моего образования: математические абстракции — для математиков, а в реальной жизни устроено все как-то иначе. И пришлось приспосабливаться к реальной жизни, хотя на это и ушло немало времени.

Из специальных вопросов применения вероятностных методов я иногда рассказывал о корреляционном приеме. Хотя острый интерес он представляет для радиоспециалистов, в нашей отрасли тоже может быть использован, например, при геофизическом исследовании в скважине, контроле за процессом бурения или добычи. Не буду на нем останавливаться — специалист найдет это в литературе.

Впрочем, и элементарные вопросы имеют интересные применения. Схема Бернулли может рассматриваться как модель многих физических и технических задач: флуктуации плотности газа, дробовой эффект в вакууме, одномерное случайное блуждание.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Очень сложен курс математической статистики, если его не читать примитивно: вот набор формул-рецептов и будьте любезны им пользоваться.

Факты математической статистики обоснованы теоремами теории вероятностей, есть и теоремы в самой математической статистике, но не в этом соль.

Математическая статистика — это набор приемов обработки экспериментальных данных, но все дело в условиях, когда эти приемы могут быть использованы. Основной изъян адаптированных курсов как раз и заключается в отсутствии четких разъяснений, когда предлагаемые методы обработки применимы, а когда не применимы и могут привести не только к ошибкам, но и к противоречивым результатам. Поэтому разъяснение ситуации, когда метод не применим, хотя внешне это не проявляется, — важнейший пункт изложения материала математической статистики. Я часто пользовался для разъяснения этих ситуаций убедительными примерами — их можно почерпнуть из квалифицированной литературы, но использовать их надо обязательно.

Страховое дело — это проблема из математической статистики. Например, американцы, сделав подсчеты, взимают за страховой полис (жизненный) с курящих на 15% больше. Этот пример показывает реальные задачи, встречающиеся в математической статистике, и реальный вред от курения.

Однако математическая статистика больше похожа на физику и не следует ей доверять беспрекословно. У Карнеги в связи со страхованием есть такое утверждение со ссылкой на американскую статистику: предполагаемый срок продолжительности нашей жизни составляет 2/3 времени между вашим теперешним возрастом и 80 годами. Таким образом, у меня уже предполагаемый срок жизни отрицательный. Вот что значит статистический анализ при игнорировании вероятностного смысла задачи.

Приведу несколько парадоксальных или впечатляющих примеров. Мужчины, как правило, имеют больший рост, чем женщины. Если построить по статистике, скажем, эмпирическое распределение роста всех людей в Москве, то оно будет иметь два максимума: один — это рост мужчин, другой — женщин. Но если в цехе работает пять одинаковых на вид станков, производящих болты одинакового размера, то в случае, когда они поступают вместе на контроль, может получиться распределение размеров многовершинное, если одни станки работают нормально, а другие — разладились. И многовершинность — сигнал о разладке. Впрочем, в природе встречаются распределения с несколькими горбами. Вопрос о том, является ли распределение многовершинным или это смесь одновершинных, не прост, и им занимались классики.

Есть замечательная центральная предельная теорема теории вероятностей, объясняющая, почему нормальное распределение так часто встречается. Если измеряется напряжение (в вольтах) дома в розетке, а оно, конечно, флюктуирует (немного колеблется), то центральная предельная теорема верна, но вы не намерите вместо 220 вольт напряжения 2200 или 3 вольта, хотя, следуя нормальному распределению, это может быть, но с очень маленькой вероятностью... Вот в такой ситуации малые вероятности не могут появиться, эти значения напряжения ограничиваются устройствами аппаратуры. Надо объяснить студентам, что наука- наукой, но должен быть здравый смысл в модели ее применения: в одних интервалах совпадение с моделью хорошее, а в других плохое, а некоторые интервалы вообще не описываются моделью. Выбор модели, адекватной модели — это искусство, и теоремы здесь не помогут, нужен навык, а то и талант.

Еще пример. Наземные испытания космического корабля новой конструкции надежны, но все же принимается решение сделать пять однотипных кораблей, выбрать случайным образом четыре, и лишь если все четыре запуска будут успешными, пятый посылать с экипажем. Разумность такой программы кажется безусловной.

Каковы же гарантии благополучного запуска пятого корабля?

Хотя аварии можно считать случайными событиями, но они, конечно, зависимы хотя бы из-за идентичной конструкции. Однако именно поэтому аварии можно считать независимыми случайными событиями — они происходят в результате действия факторов, учет которых невозможен.

Вот здесь исследователь предполагает статистическую независимость аварий и их равновероятность. Отсюда вроде бы следует, что чем больше вероятность р успешного полета в каждом из четырех испытаний, тем меньше вероятность аварийной ситуации при пятом полете. На самом же деле это утверждение ошибочно. Легко подсчитать, что вероятность f неудачного полета на пятом пуске после четырех удачных равна $f = p^4(1-p)$ и с изменением р от 0 до 1 вероятность f сначала не убывает, а возрастает, а убывать начинает при $p = 0{,}8$, когда f достигает максимума $f = 0{,}082$. Если речь идет о жизни космонавтов, то вероятность 0,082 недопустимо велика. Казавшееся очевидньм оказалось неверным.

Идея аппроксимации экспериментальных данных лежит на поверхности, и наиболее часто применяется метод наименьших квадратов, придуманный Лагранжем. Мы им в лаборатории повсеместно пользовались.

К сожалению, «король» математиков Карл Фридрих Гаусс на склоне жизни затеял постыдную борьбу за приоритеты с молодым Лагранжем — он утверждал, что много лет использовал метод наименьших квадратов, но не опубликовал свои результаты.

Когда изучаются многомерные статистические закономерности, то наиболее распространенным способом описания служит регрессионный анализ. Если есть всего две переменных и предполагается наличие зависимости $y = f(x)$, то используется условное математическое ожидание, называемое уравнением регрессии у на х. Слово «регрессия» ввел в статистику Френсис Гельстон (1822—1911). Об этой незаурядной личности я рассказал в своих популярных книжках «Как объять необъятное» и в «Да, нет или может быть...».

На практике мы в лаборатории прикладной математики все время пользовались регрессией, и она, в частности, сыграла важную роль в решении спора между нефтедобытчиками и нефтепереработчиками о том, где обессоливать нефть: на нефтеперерабатывающих заводах или на нефтепромыслах. Ее популярное изложение имеется в книжке «Да, нет или может быть...» (гл. Идентификация технических объектов). Я об этом рассказал достаточно подробно, ибо это впечатляющий пример, когда научный подход без дополнительных затрат дал весомый экономический эффект.

В теории вероятностей есть несколько понятий сходимости случайных величин: сходимость по вероятности, в среднем квадратическом, с вероятностью единица... Если они вводятся, то нужно показать их взаимоотношения.

ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Это вероятностные ситуации, развивающиеся во времени. Их теория и глубока, и содержательна, поскольку в основном в технике рассматриваются обычно динамические задачи, да и в других областях знания тоже.

Изучать просто случайный процесс во всей общности бессмысленно — слишком много разных ситуаций. Поэтому изучаются классы процессов: стационарные (с распределениями, не зависящими от начала отсчета времени), марковские и много других. И тут перед преподавателем возникает задача: с чего начинать, сколь полно излагать, что доказывать, а что оставлять на веру... Я пробовал разные варианты.

Стационарные я хорошо знал — с ними работал в радиотехнике, марковские легче объяснить, ибо все начинается с игры в орлянку и легко обобщается. Однако процессы массового обслуживания требуют уже развитого математического аппарата.

Возвращусь к стационарным процессам. Есть понятия стационарности в широком и в узком смысле. Хорошая задача для студентов: построить пример процесса, не стационарного в узком, а стационарного — в широком смысле. Другая задача: пусть $f(x)$ — обычная непрерывная функция, $\xi(t)$ — стационарный процесс. Доказать, что $f(\xi(t))$ также стационарный процесс.

Есть в прикладном аспекте теории стационарных процессов понятие «время корреляции». Это то время, через которое значения случайного процесса становятся практически независимыми. Время корреляции — нечеткое понятие, его надо разъяснять на примерах, объяснить существо дела. Однако строгого определения нет. Разными авторами приводятся какие-то формулы, для которых легко построить противоречащие примеры, но, по сути, — это привычное в прикладных науках наукообразие. В то же время существо дела легко объясняется.

ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Такой курс я читал несколько раз в физтехе и у нас, в Губкинском, и выпустил несколько публикаций по теории информации. С этой теорией я познакомился сразу по выходе первого перевода (плохого!) работ Клода Шеннона в 1953 г., изучил их и старался по возможности использовать и пропагандировать. В 1955 г. я прочитал доклад на эту тему в ИРЭ (Институт радиотехники и электроники), он произвел впечатление и привел к двум событиям: мне предложили перейти на работу в ИРЭ, что удалось осуществить лишь в 1957 г., и я был приглашен Габриэлем Семеновичем Гореликом — великолепным физиком Мандельштамовской школы и деканом радиофакультета МФТИ — на кафедру радиофизики, которую возглавлял Сергей Михайлович Рытов, ученый из той же Мандельштамовской школы. Я читал физтеховским студентам лекции по статистической радиофизике (на самом деле почти полностью теорию случайных процессов) и теорию информации. Курс теории информации привлек студентов: здесь было то новое, что тогда витало в воздухе. Тут же был организован семинар, и одной из его тем стало обсуждение работ Котельникова, однако его докторская диссертация «Теория потенциальной помехоустойчивости» была значительно менее перспективной и более прагматичной, чем работа Шеннона, но все же тоже была пионерской в теории радиоприема. О теореме Котельникова выше речь уже шла.

В области теории информации работа шла как по разработке теории, так и созданию новых кодов для разных ситуаций, новых методов кодирования и их применению. Здесь было много заманчивых постановок задач. Но вскоре я открыл семинар по биологии, какая-то часть из участников информационного семинара перешла туда, хотя работу с Яковлевым и Цыбаковым над теоремой Котельникова я не прервал. Но в теории информации всех потрясала вышеупомянутая теорема Шеннона о возможности передачи любого фиксированного количества информации из пункта А в такой же традиционный пункт В практически безошибочно (с как угодно малой вероятностью ошибок). Это выглядело фантастичным и несбыточным, пока не придумали эффективные коды.

Однако главным была смена философской парадигмы: если раньше Мир состоял из материи и энергии, то теперь — из материи, энергии и информации. Происходила жестокая борьба с марксистско-ленинскими философами, но она достигла цели. Совет по кибернетике, где я был заместителем председателя, организовал множество конференций, семинаров, обсуждений — и постепенно «философы» сдали свои нерушимые позиции. Кстати, за годы моей работы в Совете по кибернетике мы организовали немало профессиональных конференций и съездов, на которых широко обсуждались все проблемы кибернетики и, в частности, теории информации.

ТЕОРИЯ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Невероятностный полюс неопределенности - это личное мнение, высказывание или уникальная ситуация.

Выйдет ли Маша замуж за Сашу?

Выиграет ли Каспаров следующий матч на первенство мира по шахматам?

Эти проблемы не решаются математикой XIX века, а теория вероятностей здесь бессильна. В то же время для применения математической статистики нужны большие выборки однородных событий или случайных величин.

Сенсационный доклад Лотфи Заде на Международной конференции по автоматическому управлению в 1966 г. я как следует не понял. И лишь в конце 70-х гг. у нас возникли проблемы с обработкой экспертной информации. Для этого были разработаны специальные методы и процедуры, опубликованы монографии, и мы применяли разработанные методы. Но этого было недостаточно, и вот тут я всерьез обратился к нечетким множествам.

Есть несколько попыток преодоления субъективной неопределенности: разработанная Дж. фон Нейманом теория стратегических игр, включая теорию полезности при принятии решений; многокритериальная оптимизация. Однако все эти теории все глубже прячут субъективные решения, от которых никуда не уйти. А теория Л. Заде впрямую именно этому посвящена: функция принадлежности элемента x нечеткому множеству задается субъективно, и разные люди для того же элемента x могут задать другую функцию принадлежности. Это совсем непривычный подход — математика всегда была объективной, но она «вместе с водой выплескивала и ребенка» — места для человека с его мнениями, неопределенными высказываниями и недомолвками там не было!

В лаборатории прикладной математики нам удалось практически использовать математический аппарат, разработанный Л. Заде и его последователями, и решить ряд важных прикладных задач. За 15 лет мы выпустили немало публикаций по применениям теории нечетких множеств в нефтехимии, геологии, нефтегазовой гидромеханике. Я несколько раз прочитал курс лекций по теории и применениям нечетких множеств, он воспринимался с интересом, студенты и аспиранты сделали несколько научных работ. Мне сейчас кажутся перспективными эти применения, и я продолжаю работу в этом направлении. Как всегда, новое воспринимается сначала в штыки, затем говорят: «кое-что в этом есть» и, наконец, «очевидно, это полезно, перспективно и давайте это осваивать». Уже потом начинают широко применять. Такая же ситуация в нашем Губкинском университете была с распознаванием образов: сначала меня обвиняли в идеализме и всех прочих грехах, а через три года это стало обязательным разделом у геофизиков.

В нефтегазовой гидромеханике параметры пласта — пористость, проницаемость, нефтегазонасыщенность и т. д., да и многие технологические параметры не могут быть измерены многократно, в одинаковых условиях, как того требует применение методов математической статистики, и эти параметры естественно считать нечеткими числами. Один разговор с профессором К.С. Басниевым привел меня к необходимости развить теорию нечеткого моделирования. Определяя размеры результирующей нечеткости при решении уравнений, в которые входят упомянутые параметры в виде коэффициентов, можно оценить связь между исходной нечеткостью и достоверностью принимаемых решений. Как показали наши расчеты, нечеткость исходных данных в один или несколько процентов приводит к нечеткости решений, т. е. к их недостоверности в десятки процентов. И это в ситуации, когда нужно принимать ответственные решения, где недостоверность оценивается в миллионы рублей, а то и долларов. Поэтому мне представляется необходимым развивать применение теории нечетких множеств в нефтегазовой практике.

Сейчас к применениям теории нечетких множеств в нашей отрасли отношение колеблется между «встречей в штыки» и «кое-что в этом есть»... Поэтому я и борюсь за необходимость изучать теорию нечетких множеств и за применение ее специалистами нашей отрасли.

При решении проблем, связанных с оптимизацией качества промышленной продукции, исследователь часто сталкивается с необходимостью выбора и принятия ответственных решений в очень сложной, неоднозначной обстановке — при дефиците точной информации.

Например, при унификации товарного ассортимента химической продукции одного назначения путем обоснованного сокращения числа типов и марок выпускаемых продуктов задача состоит в оптимальном выборе нескольких лучших марок продукции и снятии с производства остальных, что должно дать значительный экономический эффект.

Другим примером является выбор лучшего варианта сложного объекта (технологического оборудования, процесса, конструкции) на ранних этапах проектирования, когда отсутствуют временные и экономические ресурсы на проработку проектов для получения необходимого объема точной информации.

Помимо стохастической составляющей неопределенность в подобных задачах выбора порождается следующими факторами: новизной, уникальностью поставленной задачи; расплывчатым, нечетким описанием критериев оптимизации и параметров объектов и процессов; наличием показателей качества, не измеряемых в количественных шкалах.

Наличие таких факторов приводит к тому, что сбор необходимого объема исходного статистического материала либо принципиально невозможен, либо требует значительных затрат времени и средств. В этой ситуации приходится использовать информацию, полученную в результате обработки суждений Лица, Принимающего Решения (ЛПР) и экспертов. Суждения нечетки, неоднозначны, что обусловлено особенностями человеческой психологии и языка (размытость понятий и категорий мышления, лингвистическая полиморфность языка). Например, ЛПР в процессе постановки задачи часто затрудняется четко сформулировать цели оптимизации. Расплывчатый характер описаний в постановке оптимизационной задачи и в предпочтении экспертов приводит к необходимости применения нечетких множеств.

Мы с В.Поляковым (моим аспирантом и сотрудником) назвали эту ситуацию нечетким выбором, предложив нечеткую модель этой задачи, и получили окончательные результаты в виде соответствующей формулы.

РАБОТЫ ПО ГЕОФИЗИКЕ

Когда я вник в проблемы геофизики, то понял: специалисты в этой области, как правило, неграмотно применяют статистические методы. В ситуации, когда есть результаты одного или же очень малой серии экспериментов, статистические методы не работают.

При обычной интерпретации ошибки велики: практически по всем геофизическим методам реальные погрешности превышают допустимые «по бюрократической инструкции» иногда в 2—3 раза, а то и больше.

Оценка воспроизводимости данных ГИС заключается в сопоставлении результатов обработки 25 квалифицированными интерпретаторами данных от средних оценок : они довольно значительны.

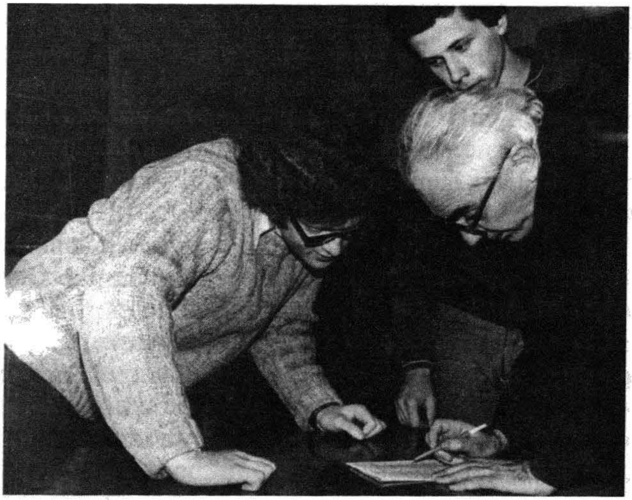
Особое место в этом смысле имеет работа, проведенная в конце 70-х годов в ЦГЭ (Центральная геофизическая экспедиция) моим, к сожалению, ныне покойным другом и великолепным математиком Александром Семеновичем Кронродом. Он просчитал на новой мощной по тем временам американской ЭВМ прямые задачи электрометрии по различным тестовым ситуациям, а затем этот материал в виде стандартных кривых был предоставлен коллективу из 13 интерпретаторов в ЦГЭ и МИНХиГП , причем интерпретаторы не знали, откуда взят материал. Погрешности интерпретации дали следующие сенсационные результаты: для электрического сопротивления — до 80 %, для зоны проникновения бурового раствора — до 60, для толщины пласта — до 12 %. Этот эксперимент особо интересен тем, что здесь нет принципиально ни систематических ошибок, не случайной их составляющей.

Таким образом, величины личных (субъективных) составляющих погрешностей являются по величине компонентом совокупной ошибки интерпретации данных ГИС.

Как-то в середине 80-х я пришел к квалифицированному геофизику-интерпретатору Татьяне Федоровне Дьяконовой для обсуждения вопроса об ошибках интерпретации. Вместе мы проработали несколько лет и выяснили, что статистический подход здесь неадекватен, и я предложил воспользоваться аппаратом теории нечетких множеств. Это дало и понимание ситуации, и прямые ответы на возникшие вопросы. Результаты и анализ этой работы отражены в моих статьях: «Нечеткий подход к задачам регистрации и интерпретации данных при геофизическом исследовании скважин» (ДАН, 1993, т. 329, № 4, 442 с.), «Нечеткие уравнения в задачах нефтегазовой геофизики» (// Техническая кибернетика. 1993. — № 5. — С. 141—148), «Нечеткая концепция математического моделирования процессов разработки нефтегазовых месторождений» (// Газовая промышленность. 1994. — №1. — С. 24—26) и др.

СЕМИНАР НА КАФЕДРЕ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

С 1973 г. я начал читать курсы «Введение в специальность» и «Теория вероятностей» на кафедре прикладной математики и организовал для студентов семинар. Из 50 студентов пришло около 20. Я рассказывал о теории множеств и других математических струк-



Студенческий семинар. Середина семидесятых

турах, теореме Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций полиномами и о многом другом. Но дело не в темах: мне удалось увлечь несколько способных студентов, из которых впоследствии девять стали моими дипломниками, причем шестеро — с красными дипломами. Все они защитили кандидатские диссертации. «Мотором» этой группы был Саша Хачатрян, обладающий хорошими организаторскими способностями и склонностью к серьезной научной работе.

(Кстати, впоследствии большая часть этих моих учеников эмигрировала в США; трое успешно работают по специальности и, по их словам, превосходят своих коллег — выходцев из университетов США — и по уровню подготовки, и по научным результатам; другие успешно занимаются бизнесом. Те, кто имеет сейчас научные и деловые связи с Россией, несколько раз за последние годы были в Москве и неоднократно говорили мне: их успехи — результат как нашей системы образования, так и моего личного вклада в их научную судьбу).

Так вот, на этом семинаре я разбирал задачу о колебаниях при игре с бросанием монеты, результаты которой активно противоречат нашей интуиции. Немного расскажу о ней.

Два игрока подбрасывают симметричную монету, причем Петр получает «+1», если выпадает герб, а Семен «-1», если выпадает решка. Лидером считается тот, у кого сумма выигрышей превосходит сумму проигрышей. Ситуацию можно себе представить графически на квадратной сетке с шагом в единицу, причем по оси абсцисс отмечаются номера подбрасываний монеты, а на оси ординат откладывается (+1), если выпал герб, и (-1), если выпала решка. Таким образом, если ломаная расположена в верхней полуплоскости, то лидер Петр, если в нижней — Семен. Перемена лидерства происходит, когда ломаная пересекает ось абсцисс.

Интуитивно представляется, что примерно в половине случаев будет лидером Петр, а в другой половине — Семен. Однако это совсем неверно. Лидерство в этой игре меняется реже, чем подсказывает интуиция. Как бы длинны ни были серии бросаний, самое вероятное число перемен лидерства равно нулю, одна перемена лидерства более вероятна, чем две и т. д. Иначе говоря, если бы результаты достаточно длинных игр описывал современный адвокат или психолог, он бы классифицировал большинство монет, как неправильные, фальшивые.

Вот экспериментальные данные из уже упомянутой увлекательной книги В. Феллера. Число подбрасываний — 10 000.

Ломаная остается на:

отрицательной стороне	*положительной стороне*
первые 7804 шага	
	следующие 8 шагов
следующие 2 шага	
	следующие 54 шага
следующие 30 шагов	
	следующие 2 шага
следующие 48 шагов	
	следующие 6 шагов
следующие 2046 шагов	
в целом 9930 шагов	в целом 70 шагов
доля времени 0,9930	доля времени 0,007

Мало того, и это представляется интуитивно абсурдным (!), вероятность того, что при 10 000 бросаний одна из сторон находится в выигрыше больше 0,1, и более чем один эксперимент из десяти приведет к результатам еще «хуже» описанных.

МАТЕМАТИКА + БИОЛОГИЯ

В 1957/58 учебном году я читал на физтехе курс теории информации и как-то сказал: был бы молодым, занялся бы биологией (мне было тогда 38 лет!). Студенты подняли бучу и уговорили меня организовать семинар по биологии, к которому я, честно говоря, был не совсем подготовлен. Обосновались мы на базе ИРЭ, где я тогда работал на основной ставке. Тематика была весьма разнообразной, а интерес подогревала надежда, что математики, придя в биологию, наведут там логический порядок, решат не решенные ранее задачи... Скажу сразу — эта программа потерпела крах, но польза для биологов от «пришествия» математиков была большая. Позже объясню причины краха.

Мы изучали, как могли, физиологию, генетику и т. п. Ребята работали с энтузиазмом.

Рядом с ИРЭ во дворе старого МГУ был корпус, где располагалась кафедра физиологии 2-го мединститута, которой заведовал профессор Анохин — тип важного ученого мужа, который с презрением относился к нашему желанию разобраться в их проблемах. Но у него был близкий ученик Владимир Полянцев, возглавлявший лабораторию, которая занималась проблемами управления дыхательным центром. Мы с Володей подружились, и я принимал участие в острых опытах.

Один из них осуществлялся так: перерезался нерв от дыхательного центра к легким и подшивался нерв от лапы, конечно же, несчастного кролика. Кое-что получалось. Думалось, что нейрофизиология должна просто заняться расшифровкой импульсных кодов, которые идут по нервным каналам — мы их видели на осциллографе. Я тогда активно изучал теорию информации, и модель казалась прозрачной. Работать с Полянцевым было интересно, мы перенесли семинар на их территорию, чтобы не связываться с заместителем директора по кадрам ИРЭ (бывшим начальником одного из сталинских концлагерей), и обсуждали разные проблемы нейрофизиологии — Полянцев был очень эрудированным физиологом.

Как-то я прочитал доклад на семинаре у Анохина — но тут была стена: никакого взаимопонимания не возникло. Мне кажется, что Анохин к тому времени уже отучился слушать — он только вещал... А вот с профессором Шидловским, тоже крупным физиологом с той же кафедры, мы часто общались, и он мне многое объяснил. Впрочем, и я ему тоже.

В тот период, когда семинар базировался «на территории» Полянцева, мы, в частности, обсуждали проблему заикания. Возможны разные механизмы, приводящие к этому тяжелому недугу. Но, во всяком случае, часть заикающихся страдает из-за нарушения работы обратной связи, т. е. управления. Не помню все обсужденные нами подходы, но об одном упомяну. Харьковский гипнотизер Дубровский на эстраде вылечивал заикание. Гипноз тогда меня интересовал как пример управления словом, причем очень эффективный. Но Дубровский был хитер: он не давал проследить устойчивость эффекта во времени, а на самом деле эффект угасал.

В то же время оказалось, что под гипнозом люди теряют ряд реакций, например, реакцию сознательного выбора: испытуемый под гипнозом не может выбрать определенную спичку из кучки, а может взять лишь по прямому указанию и т. д. Эти опыты мне показывал гипнотизер Орлов.

Несколько позже Сергей Васильевич Фомин — прекрасный математик, ученик Колмогорова, Гельфанда и мой товарищ, тоже заинтересовался физиологией высшей нервной деятельности, и мы с ним решили вести этот семинар вместе. В то же время я случайно познакомился с Игорем Александровичем Шевелевым, талантливым физиологом, способным не только грамотно ставить эксперимент в своей области (изучения зрительного анализатора), но и активно включаться в решение новой для себя научной проблемы. Он работал в Институте высшей нервной деятельности и нейрофизиологии АН (ВНД), заведовал лабораторией. В этом институте был вместительный зал, и поэтому мы перенесли семинар туда. Поскольку тогда был бум применения математики и теории управления в биологии, среди его участников оказались не только студенты физтеха, но и молодые научные сотрудники со всей Москвы. Какие темы мы рассматривали?

1. Вместе с Шевелевым изучали механизм работы зрительного анализатора кошки и одновременно работали над построением математической модели работы сетчатки глаза. Этим под моим руководством занимался студент физтеха Сергей Кузьминых. Он коечто сделал в этой области и затем поступил в аспирантуру. К сожалению, вычислительная техника в конце 50-х — начале 60-х годов была слишком примитивной, поэтому модели Сергея не могли быть реализованы.

2. Подробно обсуждались работы западной школы Рашевского, где использовался аппарат теории интегральных и интегродиффе-

ренциальных уравнений. Но они ничего не проясняли. Мы сильно критиковали коллег за методы «стрельбы из пушек по воробьям» — такая математика в биологии не работала.

3. Разбирали модели активной среды. В коллективе Виктора Варшавского в Ленинграде этой тематикой занимались под влиянием Гельфанда и Михаила Цетлина — очень талантливого физика и математика, к сожалению, рано умершего. Приезжала из Ленинграда сотрудница Варшавского и подробно рассказывала о полученных ими результатах. Гельфанд и Цетлин тогда разработали модель распространения волн возбуждения типа сердечных сокращений и фибрилляции (трепетания) сердца — редкого, но очень неприятного явления. Сотрудники Варшавского реализовали это на ЭВМ.

4. Много времени было посвящено изучению проблем регулирования и управления. Мы свято верили в эти теории — они разрабатывались и совершенствовались у нас на глазах. Проблему оптимального управления сформулировал с одних позиций в конце 40-х — начале 50-х годов Александр Аронович Фельдбаум (он работал в том же закрытом институте, что и я), с других позиций — Александр Яковлевич Лернер, с которым я тесно дружил. Он работал в Институте автоматики и телемеханики, позже переименованном в Институт проблем управления (ИПУ). Оптимальное управление выглядело теоретически убедительно, но еще больше впечатляло его успешное применение в технике. Напомню, что Норберт Винер, отец кибернетики (за открытое существование которой мы боролись с мракобесами-философами), также опирался на обратную связь в теории управления. А здесь уже совсем рядом была оптимизация. Беседы о теории управления и оптимизации на семинаре шли постоянно. В то же время мы резко дискутировали с традиционной павловской теорией условных рефлексов (конечно, боролись завуалированно, ибо директор ВНД Э.А. Асратян был учеником Павлова).

5. Изучались конкретные электрические свойства тканей, нервных волокон, рецепторов.

6. Обсуждались проблемы применения ЭВМ для обработки и интерпретации биологических наблюдений.

7. Какое-то время мы посвятили изучению игры в бильярд с точки зрения предельных возможностей зрительного анализатора. Эту тему я позже, уже работая в нашем Университете нефти и газа, разбирал на студенческом семинаре, что вызвало живой интерес. В этой работе участвовала моя ученица и сотрудница Людмила Плотицина — она ездила в ВНД, изучала возможности зрительного анализатора.

Вести биологический семинар было сложной педагогической проблемой: сначала надо было увлечь физтехов-участников, среди которых были Валентин Кринский — впоследствии лауреат Госпремии за открытие процессов автоколебаний в жидкости, Владимир Смолянинов, Сергей Кузьминых, о котором уже была речь, и многие другие. Активным участником был и универсальный специалист Модест Гаазе-Раппопорт, всегда задававший вопросы и выступавший. После 1960 г. на семинаре появились Владимир Логинов и Нинель Фастовец — мои дипломники, а затем аспиранты. Принимала участие в работе семинара и Евгения Семенова — сотрудница МЭИ.

Руководить семинаром было сложно еще потому, что и возрастной состав участников (уже в ВНД), и их профессиональные знания сильно различались, и не всегда легко удавалось их согласовать. Но польза от семинара была очевидной: удалось создать надежный костяк из физтехов, интересующихся биологией. Этот этап завершился введением в физтехе специальности «Биофизика». Позднее мне удалось уговорить академика Глеба Франка не только возглавить подготовку по специальности, но и создать для выпускников нормальные условия (квартира и работа в Пущине, около Серпухова, куда переехал Институт биофизики).

С другой стороны, удалось привлечь в нейрофизиологию и вообще в биологию физиков, математиков, технарей. У части биологов изменилось отношение к «вмешательству» математиков. Даже директор ВНД Э.А. Асратян стал настолько лояльнее ко мне и в целом к математике, что предложил мне возглавить в их институте лабораторию кибернетики.

Я уже упоминал, что в свое время работал в Математическом институте им. Стеклова, директором которого был академик И.М. Виноградов — активный борец за «чистоту рядов» Академии наук по национальному признаку. По понятным причинам я был отчислен из этого института в 1947 г. И вот, уже в 1961-м, Асратян и Виноградов встретились в академической поликлинике — и моя судьба была решена: бумаги о назначении в ВНД пролежали полгода в Президиуме АН без движения. Стало ясно, в чем дело, и в 1962 г. я стал профессором Института (ныне Университета) нефти и газа им. И.М. Губкина, где и работаю до сих пор.

Биологический семинар просуществовал 5 лет и распался после моего перехода в наш университет. Но интерес к биологии не иссяк, в частности, я и сейчас поддерживаю контакты с И. Шевелевым.

В конце 40-х годов в аспирантуру Института судебной психиатрии им. Сербского поступила Полина Никифорова, с которой я был уже к этому времени знаком — она была одесситкой и ближайшей подругой моей жены с первого курса университета. Полина была необычным человеком — прекрасный рассказчик, талантливый врач, обаятельная, высокообразованная, общительная и красивая женщина. Учась в аспирантуре, она почти ежедневно заходила к нам. Тогда я и познакомился с психиатрией, и это показалось мне очень занимательным. Окончив аспирантуру, Полина вернулась в Одессу, но практически каждый год вместе с мужем, Кириллом Великановым, приезжала к нам на несколько недель, а мы летом ездили в Одессу к ним на дачу, так что наши дети воспитывались вместе. Мы подружились и с Мэлой Цуцульковской (она училась вместе с Полиной в аспирантуре), тоже талантливым психиатром, она долгие годы проработала в Институте психиатрии АМН, где сейчас заведует отделением юношеской шизофрении.

Заинтересовавшись медицинскими проблемами, я часто обсуждал вопросы, связанные с психиатрией, с Полиной Никифоровой, и в результате мы кое-что опубликовали по этой теме. Примерно в это же время мы с моими учениками заинтересовались применением программ распознавания образов. Данные нам предоставили сотрудники Института психиатрии (эти материалы, кстати, послужили основой для диссертационной работы моей аспирантки Нинель Фастовец).

Здесь оказались свои трудности: надо было обработать большой материал, более 800 историй болезни на ЭВМ. Дело происходило в 60-е годы, надо было работать на БЭСМ: с одной стороны, трудно добыть машинное время, с другой — нужно было писать программу в кодах машины, а это еще далеко до персонального компьютера. Но все-таки проблема была решена, и психиатры тоже начали использовать математические методы. Вместе с моими учениками мы участвовали в работах по урологии, и в результате были защищены три кандидатских диссертации. Об одной расскажу подробнее, ибо пришлось решать нелёгкую педагогическую, да и научную задачу.

Сын Полины Никифоровой и моего друга Кирилла Великанова, выдающегося уролога из Одессы, был в 80-х годах в аспирантуре в Москве на кафедре урологии 2-го мединститута. Когда до окончания аспирантуры оставалось месяца три, он пришел ко мне, разложил на двуспальной кровати бумажную простыню с таблицами и сказал: «Вот что у меня есть. Но я не знаю, что с этим делать». Сергей Великанов был способным, хорошим врачом, но никудышным научным работником. Пришлось вникать в существо дела. Речь шла о нового типа операции аденомы (опухоли) предстательной железы — болезни, которой страдают больше половины мужчин, приближающихся к пожилому возрасту. Обычно делали полостную операцию с далеко не 100-процентным положительным исходом — много пациентов приходилось оперировать повторно. Профессор В.Я. Симонов, руководитель моего подопечного, пользуясь зарубежными данными, разработал довольно безопасную операцию, не требующую полостного разреза. Вот Сергей и принес мне кое-как собранные результаты нескольких десятков операций, на основе которых надо было доказать: этот способ лучше, чем традиционный. Доказать это было не так уж трудно — мне понадобилось применить некоторые нестандартные статистические процедуры, однако объяснить самому диссертанту существо этих процедур и научить его отвечать на возможные при защите вопросы оказалось трудной педагогической задачей.

Растолковать метод статистической обработки данных специалисту другой области всегда нелегко. Тут же еще был страх перед защитой и вопросами оппонентов.

Вместе с моими учениками мы выполнили еще несколько работ по урологии, две из которых привели к защитам кандидатских диссертаций: Сергея Тропынина и Сергея Арутюняна. О работе с С. Арутюняном следует сказать подробнее. Мы долго совместно работали и достигли некоторых успехов. Дело в том, что есть больные, у которых отсутствует функция почек. В этом случае единственный способ спасения больного — это пересадка (трансплантация) донорской здоровой почки. Но по разным причинам эта пересаженная почка может быть отторгнута организмом, и нужно проводить специальные мероприятия, дабы ликвидировать процесс отторжения. При этом необходимо быстро узнать о начале процесса отторжения, чтобы успеть его предотвратить. Вот и нужно было создать алгоритм быстрой фиксации начала процесса отторжения.

В 1988 г. теория диагностических игр Гельфанда (с соавторами) еще не была опубликована, но кое-что об этом мы с моими учениками Эдуардом Френкелем и Александром Лифшицем знали и применили к задаче Арутюняна. Впрочем, мы использовали и иной аппарат. В результате получили совместное авторское свидетельство на изобретение: «Способ диагностики острого отторжения пересаженной почки».

Э. Френкеля после окончания нашего института удалось отправить в США на стажировку. Там он смог проявить себя: читал лекции профессуре, затем поступил в аспирантуру Гарвардского университета, которую окончил за год вместо шести по норме. Он был выбран Нобелевским стипендиатом на три года (это оплачивает сообщество Нобелевских лауреатов, отбирая по восемь человек в год), и стал первым из России за всю историю этой процедуры. Затем он быстро защитил кандидатскую (докторскую по американским канонам) диссертацию, стал профессором, и сейчас — полный профессор в Беркли (Калифорния). Мы с ним часто переписываемся — он не забыл своего первого учителя.

А. Лившиц поступил ко мне в аспирантуру, но через год или два должен был уйти, ибо обрел семью, ребенка, а на аспирантскую стипендию их не прокормить. Очень жаль, был способным математиком, а ушел в бизнес.

В середине 80-х годов я включился в невропатологию. Меня привлек к проблеме ишемического инсульта профессор Александр Романович Шахнович, работающий в Институте нейрохирургии им. Бурденко. Это очень талантливый врач-невропатолог и глубокий научный работник. Мы с ним были давно знакомы. Его аспирантка по этой тематике, Тамара Бехтерева, собрала кое-какой клинический материал. Вместе с двумя сотрудниками моей лаборатории мы начали его обработку. Оказалось, что данных маловато. Мы предприняли попытку получить данные из других клиник, но не тут-то было: каждая из них свято хранила свои материалы, ну просто «собаки на сене». Необходимую информацию удалось все же получить в другом городе, где работал бывший аспирант Шахновича. Таким образом мы и разработали адекватный алгоритм обработки и получили первые результаты, которые были доложены тогда на Всесоюзной конференции, а затем и опубликованы.

Медики со временем освоили наш алгоритм и использовали его. Но случилось непредвиденное: летом 1989-го у меня произошел этот самый ишемический инсульт. К счастью, меня быстро положили в больницу, а через два часа моя дочь привезла Шахновича. Его вмешательство предотвратило смерть, через десять дней я был уже дома, и в августе 2002 г. отпраздновал 13-ю годовщину своего второго рождения. Конечно, приходится иногда Шахновичу меня консультировать и проводить терапию, но все же я работоспособен, о чем свидетельствует эта книжка.

«ПРИМАТИКИ» — И КВН, И НАУКА

Вскоре после моего прихода в наш институт ректор подписал приказ об организации лаборатории прикладной математики и назначил меня ее руководителем. Постепенно собрался довольно пестрый состав: выпускники физтеха, МИФИ, наши выпускники, кое-кто пришел со стороны. Необходимо было создать из них работоспособный коллектив. Я организовал научный семинар, на котором сотрудники рассказывали о своих работах, реферировали литературу, приглашали докладчиков со стороны. Все шло, как обычно, и постепенно эта разнородная компания превратилась в эффективно действующий коллектив, работающий по заказам институтов нефтеперерабатывающей промышленности. В 1964 г. лаборатория была преобразована в Отраслевую лабораторию прикладной математики, которую финансировал Миннефтехимпром, и эффективно проработала 25 лет, до 1989 г., когда были вообще ликвидированы отраслевые лаборатории.

В шутку сотрудников лаборатории называли «приматики» — производное от «прикладной математики», — так она многим и запомнилась.

Этот педагогический прием — создание семинара — для организации коллектива из группы научных сотрудников очень эффективен. Но в спаянности нашего коллектива еще помогла игра в КВН: меня попросили стать руководителем команды института, несколько членов команды были моими сотрудниками — обстановка была веселая и жизнерадостная. Не место здесь писать о КВНе — об этом мы с некоторыми членами команды недавно издали книжечку воспоминаний «Легендарный КВН шестидесятых годов» (М.: Нефть и газ, 1999) — к ней я и отсылаю читателя.

Но об одном из КВНовцев нельзя не сказать. Речь идет о капитане команды Славе Харечко. Он наш выпускник, по окончании института был распределен вместе с женой в Зеленоград, где им предоставили работу и квартиру. Лида добросовестно работала, а Слава выпускал стенгазету, слонялся — к такой работе у него душа не лежала. Поэтому чуть ли не ежедневно он появлялся в институте и готовил команду КВН к боям. Слава был весьма незаурядной личностью: всегда в центре внимания, истинный король общения, активист розыгрышей всех и вся, хотя внешне выглядел скромно, говорил тихо. Он был очень активным членом сообщества, и в лаборатории его боготворили — он «создавал климат» доброжелательства, дружбы и единения. Он был моей опорой в организации коллектива, мы с ним очень подружились, и Слава впоследствии, по разным причинам личного характера, находил кров у нас дома. Впрочем, у нас постоянно бывали и другие сотрудники лаборатории, и КВНовцы — и тоже жили, когда в этом была необходимость. Мы часто устраивали дома разные праздники, приходили 20—30 человек — жизнь здесь была веселой.

Но вернемся к Славе Харечко. Он был неорганизованным, всегда опаздывал, куда-то исчезал, но все это делал с такой милой беззащитной улыбкой, что наказывать всерьез его было невозможно. К теоретической работе он был абсолютно не годен: когда ребята шли в техническую библиотеку, он засыпал над журналом

КВН—66: играет «Керосинка»

— не его это было дело. Я это понимал: его призванием были юмор, сатира, розыгрыш, и я познакомил его с заведующим редакцией сатиры и юмора Всесоюзного радио. Слава с ними активно сотрудничал, а потом ушел в киножурнал «Фитиль», где, наконец, нашел себя и работал с полной отдачей...

20 лет прошло со дня его гибели в автокатастрофе, но он и сейчас незримо присутствует в нашей жизни.

Вернусь к семинару лаборатории. Среди докладов на семинаре особенно запомнились два, наверное, из-за нетривиальности последствий.

К сожалению, геологов учат не той математике, которая им нужна... Изучают математику XVII— начала XX веков, причем из XX самую малость, а им нужна современная наука, широко использующая дискретные представления. Эта неадекватность имеет далеко идущие последствия.

Как-то меня пригласил заведующий кафедрой высшей математики профессор М.А. Гусейнзаде и сказал: «Вот вам диссертационная работа одного нашего геолога, там есть математика, обсудите ее доброжелательно и дайте отзыв». Такое предложение было в порядке вещей, хотя работа была по геологии. Я просмотрел работу и пришел в ужас от ее математической составляющей. Тогда мы в лаборатории попросили автора сделать доклад. Это было что-то невразумительное... Я сказал, что диссертация содержит много погрешностей, ее надо доработать, и мы готовы ему помочь. Однако вместо этого пошла волна давления на меня. Я не собирался выступать на Ученом совете, но двое моих сотрудников «закусили удила». Я их отговаривал, но они рвались в бой за чистоту науки. На защите мои сотрудники начали задавать вопросы, автор отвечал невпопад. Затем они выступили против. Ученый совет сразу разобраться не мог. Коль скоро мои сотрудники активно выступили против, пришлось мне взять слово и сказать, что диссертацию можно привести в порядок, но для этого нужно на время отложить защиту.

Диссертация была принята при очень большом количестве черных шаров, в ВАК ее отправили, но Экспертный совет никак не пропускал. По-видимому, понадобились титанические усилия, чтобы ее утвердить...

Совсем другая история произошла с аспирантом Барановым с кафедры автоматизации производственных процессов. Он занимался оптимизацией конкретного нефтехимического процесса. Провел много экспериментов, записал километры пленки, обрабатывал эти записи, выяснил, что это случайный стационарный процесс... Когда он докладывал, я его спросил, регулировался ли процесс в период съема информации. Он с гордостью ответил, что да, показатели процесса все время поддерживались регулятором. И вот тут случился казус: если процесс был зарегулирован, то на самом деле диссертант изучал лишь шумы установки. А это абсолютно ни к чему: зарегулированным процессом нельзя управлять! Изучать же шумы в этой ситуации бессодержательно. Он стоял в полной растерянности, ибо понял: у него не было никакой диссертации, хотя это была предзащита! В дальнейшем, по слухам, он бросил научную работу и занялся инженерными делами.

Работа лаборатории шла по нескольким направлениям. Мы занимались распознаванием образов в применении к геофизике и медицине, управлением технологическими установками, решали некоторые задачи для нефтехимиков. В 1968 г. постановлением правительства по предложению министра нефтедобывающей промышленности В.Д. Шашина лаборатории было поручено разобраться с острой проблемой обессоливания и обезвоживания нефтей. Это была большая работа, о ней я уже обстоятельно рассказал в популярной книжке «Да, нет или может быть...» (1-е изд. М.: Наука, 1977; 2-е

Начало 70-х годов. Кафедра высшей математики.
В центре — зав. кафедрой М.А. Гусейнзаде и Я.И. Хургин.
В нижнем ряду — «приматики»: Я. Харечко, В. Деев, В. Кивелиди, В. Логинов и Б. Кудрявцев

изд. 1983). Отмечу лишь, что работа была завершена в 1971 г., по ней сделано много дипломов, несколько кандидатских и докторских диссертаций.

Другим направлением была совместная работа с нефтехимиками (ВНИИНП) по оптимизации качества нефтяных составов: масел, смазок, антикоррозионных покрытий, ингибированных нефтяных составов и т. д. Ее идеология и результаты изложены в коллективной монографии с коллегами из ГДР (где они рассказали о своих работах). Она называется «Оптимизация качества. Сложные продукты и процессы» (М.: Химия, 1989). Немецкое издание Churgin, Peschel Herausgegeben «Optimierung von Erzeugnissen und Prozessen» (Изд. Veb Verlag Technik, Berlin, 1989).

В этом проекте использовались и совершенствовались методы планирования экспериментов, причем работа велась так: сначала с химиками обговаривалась вся работа, мы планировали эксперименты, они их проводили, мы обрабатывали данные, если было необходимо, снова проводили эксперименты, снова обрабатывали и, наконец, давали жизнь новому продукту. Так мы разработали больше 20 продуктов, качество которых оценивалось тоже по большому числу параметров. По этому показателю они не уступали, а часто и превосходили лучшие зарубежные аналоги.

Традиционно в конце года мы докладывали на Ученом совете ВНИИНП о результатах работы за прошедший год. Директор института профессор Г.Д. Радченко сначала вообще был против наших работ, но поскольку результаты все время были впечатляющие, постепенно привык и стал относиться доброжелательнее. На одном из таких докладов профессор Ю.Н. Шехтер, с которым мы сотрудничали, сказал: «Вот у нас во всех отделах по 100 человек, а у меня 60, но четыре сотрудника Хургина их не только заменяют, но и приносят ощутимый успех». Закрывая заседание Ученого совета, Радченко сказал во всеуслышание: «Большое вам спасибо... Нам очень нужны ваши мозги». Это была полная победа!

В лаборатории велись и другие работы, тоже небанальные, но я не стану здесь о них подробно рассказывать.

Конечно, педагогическая деятельность не была заброшена: я читал лекции на своем факультете, а также по планированию эксперимента у нас на химико-технологическом факультете как студентам, так и сотрудникам, читал доклады во ВНИИНП, выпустил много дипломников и аспирантов по этой тематике.

АСПИРАНТУРА — ЭТО НАУЧНАЯ ШКОЛА

Я подготовил более 20 кандидатов наук. Расскажу лишь о некоторых из них и о тематике, по которой мы работали.

Первыми аспирантами, еще физтеховскими, были Михаил Размахнин и Владимир Логинов. Размахнин работал в области радиотехники и радиофизики, которыми я тогда занимался, и его диссертация относилась к использованию шумовых сигналов для помехоустойчивой передачи информации.

Владимир Логинов был моим и студентом, и дипломником, и аспирантом, и сотрудником лаборатории прикладной математики уже в Губкинском институте. Мы с ним занимались вопросами распознавания образов как в теоретическом плане, так и в применении к задачам геофизики. Размахнин и Логинов защищали в 1966 г. диссертации в один день, в Ученом совете физтеха.

Они были очень разными. Размахнин хорошо пел и имел теноркие амбиции, был человеком контактным и с чувством юмора. Логинов почти никогда не улыбался, и основным его состоянием было мрачное молчание. Но оба работали активно. К сожалению, Размахнин интересовался радиопроблемами, а Логинов занимался распознаванием образов, что отвечало тому научному направлению, на которое я переключился, перейдя в Губкинский институт. Логинову и Размахнину на одной «площадке» было тесно, отношения были крайне напряженными, и передо мной возникла проблема выбора. Поскольку Логинов работал по новой тематике, я выбрал его и «перетащил» в свою лабораторию.

Окончил физтех и Евгений Лапига. Он долго тянул с защитой, но в конце концов блестяще защитил диссертацию на степень кандидата физико-математических наук по тематике, связанной с обессоливанием нефти: «Физическая гидродинамика водонефтяных эмульсий в электрическом поле».

В кругу моих интересов, относящихся к распознаванию образов, работала и моя физтеховская дипломница - студентка, попавшая ко мне на III курсе, а затем позже и аспирантка в моей лаборатории Нинель Фастовец. Очень живая, подвижная и заводная, она участвовала в физтеховской самодеятельности, прекрасно училась и участвовала во всех моих семинарах. Ее диссертация (1971) относилась и к распознаванию нефтеносных пластов, и к психиатрии: «Исследование некоторых методов статистического моделирования и их применение к задачам диагностики». Сейчас она доцент кафедры высшей математики нашего университета и великолепный преподаватель.

Давид Поляк защитил диссертацию (1967) по теории многолинейных систем массового обслуживания с приложениями к вопросам оптимизации работы на нефтебазах.

Екатерина Климова была сотрудницей кафедры высшей математики. Поступив в аспирантуру, написала диссертацию в 1968 г. по теории кусочно-линейных Марковских процессов с применением к задаче оптимизации транспорта нефтепродуктов. К сожалению, она рано погибла...

Яков Коган пришел в аспирантуру из Института автоматики и телемеханики, подготовил в 1969 г. диссертацию по теоретической теме на степень кандидата физико-математических наук, защитил ее в ЦЭМИ. Тема: некоторые задачи синтеза нелинейных систем управления при наличии помех. Очень способный человек, впоследствии успешно работал в Институте проблем управления, написал несколько книг, сейчас профессор математики в университете г. Хайфа (Израиль).

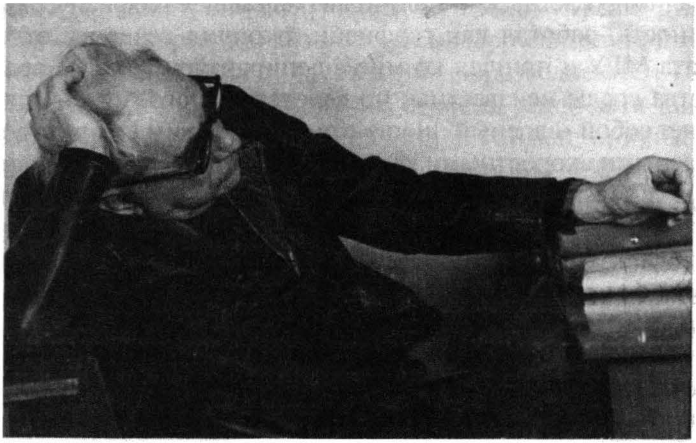
Наум Каушанский приехал для поступления в аспирантуру из Одессы, выполнил диссертационную работу в 1969 г. по синтезу оптимальных интерференционных систем с применением в сейсморазведке.

В лаборатории прикладной математики мы много занимались использованием статистических методов как в управлении процессами нефтепереработки, так и оптимизацией качества нефтепродуктов.

Борис Кудрявцев пришел из физтеха, защитил диссертацию на тему «Оптимизация технологических объектов по стохастическим моделям при наличии неуправляемых параметров и статистической непредставительности экспериментального материала». Оппонировали ему профессор В. Налимов и Р. Липцер.

Элеонора Калинина окончила МИФИ и много лет успешно работала в моей лаборатории по применению методов планирования эксперимента в нефтехимии. Ее диссертация — «Оптимизация технологических процессов методами активного эксперимента при коррелированных ошибках и нестационарном шуме» была защищена в 1970 г.

В команде КВН был геолог Василий Кивелиди. Его талант не ограничивался рамками КВН, мы с ним беседовали и на научные темы. Он понимал значение математических методов в гео-



Слушая выступление одного из аспирантов

логии и решил всерьез заняться математикой. Хотел даже поступить на вечернее отделение мехмата МГУ, но я его отговорил, ибо он вполне мог «подковаться» по литературе с моей помощью. Так мы и поступили.

В поисковой геологии и геофизике есть много структур, о которых геофизики даже после основательной и тяжелой работы не могут сказать уверенно: есть нефть в обнаруженном локальном поднятии или же структура пустая. Это недостаток методики обработки геофизических данных. Мы с Кивелиди разработали алгоритм, который давал с большой достоверностью ответ на этот вопрос, и Кивелиди в 1971 г. защитил диссертацию — «Некоторые вопросы вероятностного поиска». Впоследствии, уже работая в ЦГЭ, он с помощью этого алгоритма обнаружил около 100 структур, которые можно было перевести в перспективные, и из некоторых была добыта нефть. Таким образом, без дополнительных затрат, на основании уже полученной геофизической информации была значительно повышена ее достоверность.

Коллега Кивелиди экономист Валерий Эскин включился в работу по вероятностному поиску и выполнил диссертацию «Вопросы методики анализа экономической эффективности и оптимизации разведочных геофизических работ на нефть и газ». Она была защищена на нашем Ученом совете по экономике в 1972 г.

В продолжение этих работ мы втроем написали небольшую книгу «Методы вероятностного поиска и их применение в геолого-геофизических исследованиях на нефть и газ».

Владимир Глоговский получил в нашем вузе геофизическую специальность, работал как геофизик, окончил вечернее отделение мехмата МГУ и пришел ко мне в аспирантуру. В сейсморазведке свойства среды неизвестны, но вследствие того, что Земля представляет собой «слоеный пирог» с очень большим количеством слоев с разными скоростными характеристиками распространения упругих волн, их можно считать случайными. При численном решении обратной задачи сейсморазведки уравнения распространения волн превращаются в системы линейных алгебраических уравнений со случайными коэффициентами, о методах решения которых в литературе практических не было сведений. Поэтому мы взялись за эту задачу и смогли создать теорию и алгоритм вычисления математического ожидания решения, а Глоговский блестяще защитил диссертацию на степень кандидата физико-математических наук в Вычислительном центре Академии наук; оппонентами были доктор физико-математических наук В. Диткин и член-корреспондент АН УССР, доктор физико-математических наук В. Королюк.

Впоследствии В. Глоговский активно работал в сейсморазведке и защитил докторскую диссертацию в МГУ, а сейчас возглавляет фирму по сейсморазведке.

Анатолий Бодров долго работал в моей лаборатории, но, будучи не очень активным и пробивным, тянул с написанием диссертации. Затем он перешел на другую работу, где и написал диссертацию все еще под моим руководством (Решение нелинейных задач оптимального компаундирования автомобильных бензинов) и защитил ее в 1977 г. в Азербайджанском институте нефти и химии им. А. Азизбекова.

Благодаря моим контактам с учеными Технического университета в городе Карл-Маркс-Штадте (ГДР), ко мне в аспирантуру поступил Аксель Шнайдер. Он работал в тесном контакте со старшим научным сотрудником моей лаборатории кандидатом технических наук Е. Клименко. Мы занимались процессом депарафинизации. Шнайдер выполнил диссертацию — «Исследование оптимальных температурных режимов кристаллизации игольчатых кристаллов в процессе депарафинизации масел» и защитил ее в 1979 г.

Две диссертации в области сейсморазведки были подготовлены и защищены в 1984 г. под совместным руководством — моим и В.М. Глоговского — в ЦГЭ и на кафедре прикладной математики.

Александр Хачатрян, мой ученик с первого курса и дипломник, написал диссертацию «Разработка интерполяционной модели коррекции статических поправок в сейсморазведке МОГТ» и защитил ее МГУ в 1984 г., получив степень кандидата физико-математических наук. В том же году Марк Райман, пришедший в нашу аспирантуру из ЦГЭ, защитил диссертацию — «Методы численного моделирования волновых полей и их миграционного преобразования в сейсморазведке».

Александр Яновский поступил ко мне в аспирантуру, уже поработав в промышленности в г. Волгограде. Его диссертация (1985) — «Анализ адаптивной динамической системы оптимального управления технологическим процессом дуосол» — относится к разработке сложной эффективной системы управления с помощью современного аппарата многомерной математической статистики и анализа случайных процессов, а также анализа априорной информации методами экспертного опроса.

Как уже было упомянуто, моя лаборатория долго и успешно сотрудничала с нефтехимиками (ВНИИНП). В этот период были защищены еще две диссертации Аллой Лапига — «Методы решения задач управления качеством нефтепродуктов» (1983) и Владимиром Поляковым — «Автоматизация и оптимизация производства нефтепродуктов с помощью нечетких моделей принятия решений» (1986).

Результаты этих работ отражены в коллективной монографии, о которой речь была выше.

Павел Чеботарев был и моим студентом, и дипломником, и аспирантом, работал в лаборатории по вопросам как теории, так и приложений экспертных оценок и проблемы выбора. Он участвовал во многих работах, проводимых в нашем институте по проблемам высшего образования, в частности, по определению потенциала вуза в области качественной подготовки специалистов, а также в работах по выбору оптимального набора показателей, характеризующих метод разработки месторождений. Это очень талантливый научный работник, имеющий международное признание. Он был вынужден перейти на работу в Институт проблем управления, где и защитил в 1990 г. выполненную у нас диссертацию — «Агрегирование предпочтений методом обобщенных строчных сумм».

Инна Эдельман, моя дипломница и аспирантка, подготовила диссертацию в Институте проблем нефти и газа РАН под совместным руководством — профессора Е. В. Радкевича и моим — «Модулированные волны в насыщенных пористых средах» и защитила ее в 1995 г.в нашем институте.

Не все аспиранты смогли в итоге защитить диссертации. Это происходило по разным причинам, о которых не стоит рассказывать. Но об одном трагикомическом случае расскажу. В конце 60-х годов пришли с мехмата МГУ два выпускника.

Для проверки их возможностей я им поручил написать компьютерную программу, нужную для задачи Кивелиди. Через некоторое время программу принес один из этих выпускников по фамилии Шкловер и попросился в аспирантуру. Я его взял. Дело было осенью. К зиме отношения между ним и Кивелиди испортились. К концу года, как обычно, мы написали отчет, где упомянули, что автором программы является Шкловер; в январе я уехал в санаторий. Получаю письмо от Шкловера — страниц пять, которое начинается так: «Уважаемый Яков Исаевич». Но слово «Уважаемый» зачеркнуто, и сверху написано «Здравствуйте». Я удивился, но еще больше удивился тексту, где Шкловер требовал признать его автором теории (нашей с Кивелиди), а не просто автором программы. В письме также была цитата из начала учебника по математическому анализу с непонятными комментариями. Похоже, что у него было не все в порядке с мозгами.

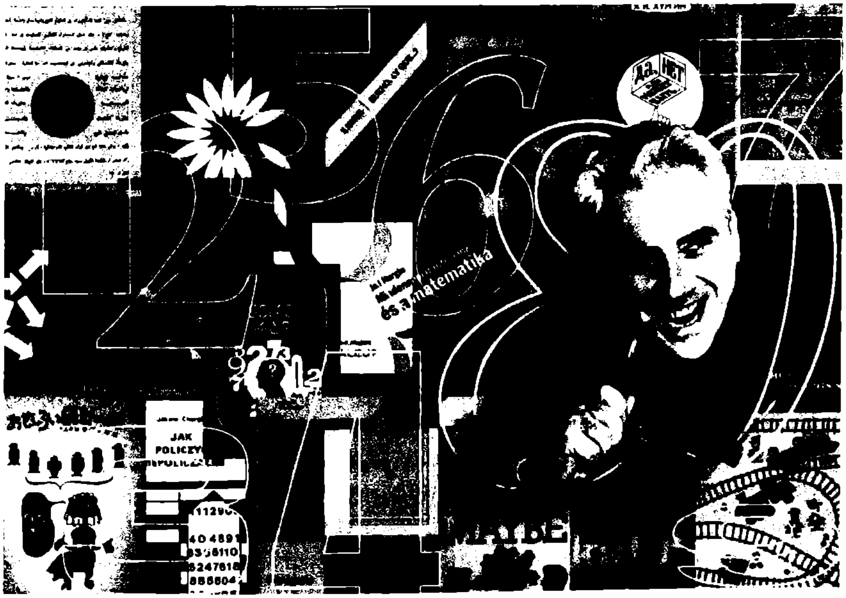
Вскоре Шкловер пошел в профком института и пожаловался на антисемитизм Гусейнзаде, который в нашем конфликте занял объективную позицию. Чем-чем, но Гусейнзаде никогда не страдал антисемитизмом. В результате Шкловера отчислили из аспирантуры. Через некоторое время он появился в ЦГЭ, в лаборатории, где работали Эскин и Глоговский. Надо сказать, что Глоговский физически очень сильный, а Шкловер — хлипкий интеллигент. Шкловер и там стал бороться за свой приоритет, теперь уже по тематике Глоговского. Я предупредил коллег о его особенностях, но им очень нужен был программист. Глоговский — человек уравновешенный, но Шкловер его допек. Тогда Глоговский взял его как следует «за грудки» и сказал: «Или ты немедленно отсюда увольняешься, или я тебя размажу по стенке...» Этого Шкловер почему-то не захотел и уволился.

Прошло несколько лет, и наша подруга, работавшая в некой программистской организации, как-то случайно упомянула о том, что у них происходит конфликт с одним странным парнем. Он вступил в конфронтацию с начальником лаборатории на почве приоритета. Вдруг на доске объявлений появился приказ об увольнении начальника по профнепригодности и назначении на его должность... Я сказал: «Шкловера». Подруга воскликнула: «Откуда вы знаете?» Так и оказалось. Этот приказ написал и повесил Шкловер. Его выгнали, но пришлось со Шкловером судиться, пока, наконец, не добились его окончательного увольнения.

Ни Глоговского, ни Кивелиди, ни Хачатряна, ни других способных аспирантов мне не удалось оставить в лаборатории — это противоречило проводимой тогда кадровой политике. Впоследствии руководство института предлагало мне оставлять в лаборатории новых аспирантов, но «поезд уже ушел»... Люди, которые составляли костяк лаборатории, либо разбрелись по другим организациям, либо эмигрировали.

ПО ФОРМУЛЕ — «ОБЪЯТЬ НЕОБЪЯТНОЕ»

Мой товарищ, издавший книжку в «молодогвардейской» серии «Эврика», предложил познакомить меня с главным редактором этой серии. Они выпускали хорошие книжки, которые покупали нарасхват. Я им показал кое-что из мною написанного и получил



Буклет с обложками российских и зарубежных изданий Я.И. Хургина, выпущенный к его 80-летию заказ на книгу. Это было в 1966 г. Летом в Крыму я захворал, лежал и со скуки писал книжку «Ну и что?», которую осенью по договору должен был сдать в печать. Надо сказать, что писал я ее с удовольствием. Книжка получилась хорошая — выдержала два русских издания по 100 тыс. экземпляров и 11 переводов на разные языки.

Это популярная книжка о математике, ее применении, некоторых современных теориях. Насколько я знаю, ею пользовались педагоги в школах с математическим уклоном для кружковой работы, хотя она была написана для коллег-нематематиков, ибо многим инженерам, биологам, психологам и другим специалистам стало ясно, что с математикой, не школьной, а современной и адекватной их задачам, надо познакомиться. Коллеги-нематематики меня хвалили — им книжка открыла глаза на математику.

Успех «Ну и что?» (М.: Молодая гвардия, 1967) меня вдохновил, и я написал еще две популярные книги: «Как объять необъятное» (М.: Знание, 1977) и «Да, нет или может быть...» (М., Наука, 1979)). Они также изданы массовыми тиражами с переизданиями на русском языке и имеют довольно много переводов. «Как объять необъятное» посвящена в основном математической статистике, «Да, нет или может быть...» — теории принятия решений. На ежегодных конкурсах научно-популярной литературы, проводимых обществом «Знание», все эти книжки, выдержавшие по нескольку изданий, получили премии.

Похоже, что эти работы меня прославили больше, чем научные труды, хотя и они были не лишними: я удостоен почетного звания «Заслуженный Соросовский профессор».

За последние несколько лет я написал ряд книг, в том числе объемную монографию «Проблемы неопределенности в задачах нефти и газа»; по рекомендации К.С. Басниева отдал ее в издательство «Недра», но тут случился дефолт, издательство не имело средств для ее издания и пять лет она пролежала без движения. Только весной 2001 г. была передана в одно из издательств, относящихся к МГУ. Недавно вышла книга «Популярная теория вероятностей», переиздана в новой, расширенной редакции популярная книга «Ну и что?» (М.: «Интерконтакт Наука», 2002). В 80—90-е гг. я опубликовал довольно много статей по проблемам преподавания математики, в частности, теории вероятностей, и несколько статей с соавторами по проблемам высшей школы.

Мы с коллегами активно занимались проблемами качественной вузовской подготовки специалистов, использовав для этого последние достижения математической статистики, теории экспертных оценок, кластерного анализа и других современных методов. Общий вывод таков: для оценки условий подготовки существует объективная характеристика, дающая возможность сопоставлять между собой разные вузы, факультеты и кафедры. Результатом нашей общей работы стала брошюра: Ангелопуло О.К., Виноградов В.Н., Моисеев С.Г., Поршаков Б.П., Скобло В.А., Хургин Я.И., Шейнбаум В.С. «Методика определения потенциала вуза в качественной подготовке специалистов». В ней подробно рассмотрены разные методики и сделаны серьезные выводы о широких возможностях в сфере обучения, которые открываются при профессиональном и дифференцированном подходе.

В связи с проблемой фундаментализации образования в 1966 г. вышла моя статья «Основной компонент фундаментального образования», главный тезис которой: фундаментальное образование дает возможность специалисту перестраиваться, менять специализацию, направление работы, а то и профессию — какие только коллизии не случаются в жизни.

Как-то, в середине 80-х годов, меня пригласили бывшие студенты на празднование 20-летия окончания института. Когда я им читал курс высшей математики, их было около 200, на встречу пришли человек 50. За столом я спросил, кто из них работает по своей прямой специальности. Оказалось — около 20%. Остальные либо поменяли специальность, либо даже профессию. Но меня удивила и порадовала их убежденность в том, что я им помог в жизни, дав фундаментальные основы: оказались полезными общие точки зрения на явления природы, объекты техники, которые я пропагандировал, да и вообще вся нетрадиционная математическая ткань.

Пару лет назад мы шли по улице, и вдруг ко мне бросается девушка, оставив своего молодого человека: «Вы меня, наверное, не помните, но я слушала ваши лекции по математической статистике... Сейчас я на экономических курсах, и нам тоже читают математическую статистику... Но как плохо, неинтересно и бесполезно, а ваши лекции — это было замечательно!» Девушку я, к сожалению, не узнал, но порадовался.

Такие эмоциональные реакции стоят значительно больше, чем официальная похвала.

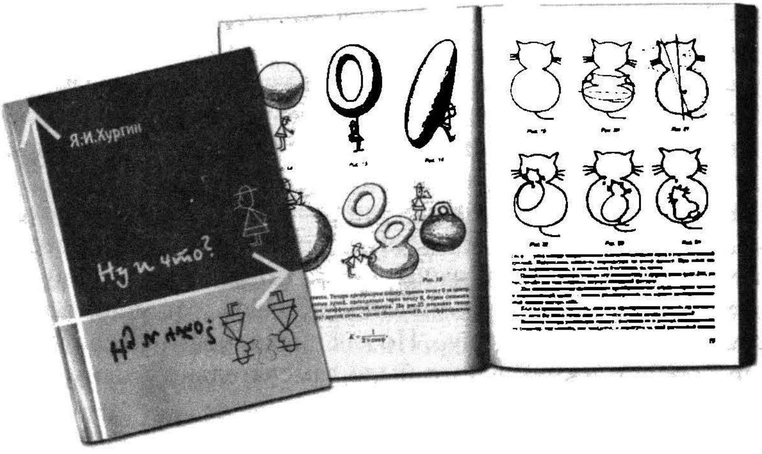
АБИТУРИЕНТАМ XXI ВЕКА

Стоит ли идти в вуз? И зачем? Чтобы получить правильные ответы на эти вопросы, необходимо сформулировать свою систему ценностей: что приносит радость, удовлетворение в жизни.

Дело в том, что на самом деле удовлетворение приносят лишь самостоятельно достигнутые результаты. Это начинается с раннего детства: что-то взять, влезть на табурет... Хорошо нарисовать, правильно написать букву... Лучших результатов достигают те, кто больше умеет, больше знает, лучше владеет профессией. А для этого нужно образование. Но как его получить? Пассивно, слушая лекции и выполняя задания, настоящего образования не получишь. Нужна огромная работа по добыванию знаний, ибо их объем растет, образно говоря, в геометрической прогрессии.

Во времена Ньютона, Лейбница рост знаний шел медленно. Во второй половине XX века за 5 лет происходило обновление знаний на 50 %, а теперь — за 20 месяцев. И то, возможно, я преуменьшаю.

Поэтому необходимо научиться добывать нужные знания, хотя... ненужных знаний не бывает. Поэтому и надо подумать о стратегии жизни. Лучше всего работать в рамках серьезной научной школы, а таких в любом хорошем вузе есть несколько.



«Ну и что?», бестселлер Я.И. Хургина, вышедший третьим изданием в издательстве «Интерконтакт Наука» в 2002 году

Если рассчитывать на один день, то лучше отправиться на танцы, в кино или к друзьям. Если строить стратегию на год, то нужно все время видеть впереди зачетные сессии, когда приходится выкладываться до конца. Если же стратегия выбирается на срок обучения в вузе, то надо не ограничиваться сдачей экзаменов, а думать о том, чтобы сделать качественный диплом — показать себе и экзаменационной комиссии, на что вы способны. Если думать о последующем поступлении в аспирантуру, то мало сделать хороший диплом — надо выбрать направление в науке, которое вас увлекает и в то же время вам «по плечу».

Здесь много нюансов и побочных линий — возможности не научной, а инженерной работы, ничуть не менее важной и престижной, чем научная или педагогическая, возможности проявить себя на организационной стезе, ну и еще многое другое. Но главное: выбранные стратегии должны соответствовать возможностям, потребностям вашей личности — нет двух совсем похожих людей, все разные, и у каждого своя «искра». Вот ее и надо увидеть, почувствовать и разжечь! Задачи, которые вы ставите перед собой, не должны быть слишком легкими — тогда нет радости достижения цели, и не должны быть слишком трудными, дабы перед трудностями не опустились руки.

Думайте, думайте и думайте о своих возможностях и желаниях...

ОГЛАВЛЕНИЕ

Хургин Яков Исаевич

Алгоритм успеха,
или
Научно-педагогический калейдоскоп

Редактор *В.Б. Овчаров*
Компьютерная верстка *Е.В. Ромашова*

* * *

Подписано в печать 16.10.2002. Усл. п. л. 5,5.
Формат 60x90/16. Тираж 1000 экз. Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Заказ № 170.

* * *

Государственное унитарное предприятие
Издательство «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина
Лицензия ИД № 06329 от 26.11.2001.
119991, Москва, ГСП-1, Ленинский просп., 65
Тел.: (095) 135-84-06, 930-97-11, факс (095) 135-74-16.
Отпечатано в типографии издательства

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК