ЛОГИКА И МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

Г. Кайберг

ВЕРОЯТНОСТЬ И ИНДУКТИВНАЯ ЛОГИКА

Логика и методология науки

Henry E. Kyburg

PROBABILITY AND INDUCTIVE LOGIC

THE MACMILLAN COMPANY
COLLIER-MACMILLAN LIMITED, LONDON

Г. Кайберг

ВЕРОЯТНОСТЬ И ИНДУКТИВНАЯ ЛОГИКА

Перевод с английского
Б. Л. ЛИХТЕНФЕЛЬДА

Послесловие и общая редакция
А. И. РАКИТОВА

Москва
«ПРОГРЕСС»
1978

Спецредактор В. К. ФИНН
Издательский редактор О. Н. КЕССИДИ

Редакция литературы по философии и педагогике

К $\frac{10508 - 998}{006(01)-78}$ 23-78

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Главная цель этой книги — ввести читателя в широкий спектр философских исследований понятия вероятности и индукции, представленных в современной философской, математической и статистической литературе. Я намеренно употребил словосочетание «широкий спектр», так как с понятием вероятности ассоциируется обширный класс выражений: он охватывает как выражения, имеющие лишь неформальный смысл («Не воспринимай того, что я говорю, за откровение свыше, ибо я сам в этом не уверен»), так и выражения, обозначающие определенное множество математических функций с определенными формальными свойствами. Диапазон же исследований по индукции простирается от разрешимых или неразрешимых, но реальных проблем до псевдопроблем.

Вообще говоря, теоретические вопросы только выигрывают от рассмотрения их с нескольких точек зрения. Даже если эти точки зрения не согласуются друг с другом, всестороннее изучение их следствий может приблизить понимание истины. Однако проблемы вероятности и индукции подвергались столь многочисленным и столь различным толкованиям, что, придерживаясь какого-либо одного подхода, совсем не просто ознакомиться с альтернативными. В этом случае теряются преимущества, которые можно извлечь из обилия точек зрения. Следовательно, степень прогресса в понимании истины не является монотонно возрастающей функцией от числа n активно развиваемых подходов. Но, допустим, n зафиксировано. Сложившуюся тогда ситуацию можно изменить к лучшему, если облегчить знакомство каждого сторонника одной определенной точки зрения с $n-1$ оставшимися и в особенности если помочь восприимчивому новичку усвоить все n подходов. В этом и состоит первостепенная задача книги.

В соответствии с этой задачей я постарался свести к минимуму использование формального аппарата, а также, насколько это возможно, сделать материал доступным вне зависимости от философской эрудиции читателя. Однако, несмотря на то что изложение носит относительно замкнутый характер и акценты ставятся скорее на принципиальной стороне дела, нежели на математической, в книге, во-первых, есть разделы, которые читатели, хотя бы немного знакомые с математикой, одолеют быстрее и получат при этом больше информации, а во-вторых, страницы, смысл которых будет более понятен лишь при некотором знакомстве с основными понятиями математической логики. И тем не менее я настоятельно советую при чтении не пропускать ни одной главы, даже в случае возникновения затруднений математического или логического характера. Пропуск любой из глав, кроме, быть может, первой (и самой легкой), приведет к искаженному представлению о состоянии современных дискуссий по проблемам теории вероятностей и индукции.

Будущие философы, которых интересуют в основном глобальные и общие аспекты нашей темы, быть может, найдут главы, насыщенные формулами, ненужными. Следует отметить, однако, что не только при анализе статистических выводов, но и при обсуждении, на первый взгляд, чисто качественных проблем индукции исчисление вероятностей играет центральную роль. Более того, хотя статистические выводы можно считать всего лишь частными и нетипичными образцами индуктивных выводов, нельзя сколько-нибудь обоснованно отказать им в принадлежности к области индуктивной логики. А чтобы обсуждение статистических выводов было конструктивным, необходимо (хотя, очевидно, недостаточно) в определенной степени овладеть математическим аппаратом теории вероятностей.

В то же время читатели, хорошо знакомые с математической статистикой, возможно, сочтут, что в первой и восьмой главах слишком много «воды». Что касается отдельных точек зрения, разбираемых в этих главах, то с этим упреком можно согласиться, но относить его огульно ко всему кругу проблем, интересующих сторонников этих точек зрения, было бы ошибкой. И дело здесь не в том, что какие-то исследователи целиком стоят на неверном пути. Просто по пути, который они избрали, нельзя идти достаточно долго. Нам же важно понять допущения, лежащие в основе подобных подходов, и осознать вопросы, на которые эти исследователи ищут ответа.

Тем не менее я не ставил себе целью просто представить основные работы, касающиеся данной темы, и изложить историю вопроса. Одни мнения, бытующие в литературе, представляются мне в принципе неверными, другие, с моей точки зрения, вводят в заблуждение или же неуместны. Когда я высказываюсь по поводу такого рода взглядов, я стараюсь аргументировать свою позицию. Если же две точки зрения представляются мне по существу совпадающими, я пытаюсь выявить это сходство в надежде, что бывшие противники смогут наконец заключить мир и выступить единым фронтом. Таким образом, вторая цель книги — редукция множества точек зрения.

Хотя я сформулировал эту задачу, довольно основательно изучив обширную философскую и математическую литературу, я должен предупредить читателей, что имею собственное мнение и собственные решения некоторых обсуждаемых в книге проблем. Но в данном случае я стремился написать работу, которая могла бы служить объективным и критическим введением в широкий круг исследований, посвященных проблемам индукции и вероятности. Из всех этих концепций можно извлечь немало поучительного. Читателю предоставляется возможность самостоятельно оценить каждую концепцию, поскольку при нынешнем положении дел, очевидно, еще рано делать какие-либо окончательные выводы.

Проблемы интерпретации понятия вероятности и построения индуктивной логики, как правило, дискутируются совместно, и философы легко с этим свыкаются. Ряд исследователей, однако, занимаются либо понятием вероятности, либо исключительно (или преимущественно) проблемами индукции. Кроме того, многие из них имеют общую точку зрения на вероятность и расходятся во взглядах на индукцию. Поэтому, я полагаю, проблемы индуктивной логики целесообразно рассматривать отдельно от интерпретаций понятия вероятности, пусть даже ценой повторов. Разбивка текста книги на две части, в одной из которых рассматривается только понятие вероятности, а в другой — только индуктивная логика, создает дополнительные удобства для читателей, интересующихся лишь одной из этих областей: они имеют возможность сосредоточить внимание на соответствующей части. Не следует, однако, забывать, что большинство разделов второй части книги рассчитано на понимание математического аппарата (особенно исчисления вероятностей), представленного в первой ее части.

Пространные библиографические замечания в конце каждой главы призваны облегчить подобное раздельное чтение. Эти замечания содержат не только названия статей, книг и фамилии авторов, но и комментарии, обычно помещаемые в подстрочных примечаниях. Страницы цитируемых работ даны в самом тексте, а их выходные данные приводятся в библиографических замечаниях. Список приводимых здесь работ является достаточно полным и рассчитан на то, чтобы охватить все затронутые в основном тексте вопросы, и желающий может начать с него изучение специальной литературы. Правда, к некоторым публикациям из этого списка придется обращаться и по ходу чтения книги, чтобы полностью уяснить себе существо предмета. Но, поскольку книга является в основном обзором самых значительных работ в названной области, для получения полной картины необходимо обращаться к оригинальным источникам.

В дополнение к библиографиям, помещенным в конце каждой главы, в качестве приложения ко всему тексту дается относительно полная библиография современных публикаций, посвященных понятию вероятности и индукции. В нее включены публикации, имеющие, с моей точки зрения, непосредственное отношение к содержанию книги и вышедшие в свет за последние пятнадцать — двадцать лет вплоть до 1969 г. Я пытался учесть все философские издания, что наложило определенный отпечаток на характер библиографии: хотя математические публикации в ней и встречаются, их перечень отнюдь не исчерпывающий.

Вся ответственность за любые погрешности в систематизации материала, его изложении и библиографии ложится, естественно, на автора.

Г. Кайберг

Часть I

ВЕРОЯТНОСТЬ

ГЛАВА 1

НЕФОРМАЛЬНЫЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ПОНЯТИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

В естественном языке существует масса выражений, близких по значению слову 'вероятность': это и правдоподобие, и степень подтверждения (возможно, с помощью фактов), и степень уверенности на основании данного свидетельства. Аналогично прилагательное «вероятный» может означать все, что не является полностью определенным, а может служить для обозначения наиболее благоприятной альтернативы. Вероятностью мы руководствуемся в жизни.

Вне всякого сомнения, проблема интерпретации вероятности ставит ряд важных, философских по своей сути вопросов. Большинство современных философов, например, считают индуктивные (научные) выводы недостоверными; в лучшем случае такие выводы можно квалифицировать как вероятные. Впрочем, для некоторых философов эмпирическое свидетельство в пользу индуктивного вывода не делает его даже вероятным. Понять смысл подобных суждений (a fortiori оспаривать их) можно только тогда, когда четко представляешь себе, в чем состоит понятие вероятности, а если этих понятий несколько, то представляешь себе, в чем состоит каждое понятие вероятности и с каким из них имеешь дело в данном конкретном случае. Сказанное относится и к эпистемологическим вопросам (существуют ли утверждения о фактах, которые можно считать абсолютно достоверными или, самое большее, их можно считать вероятными?); и к вопросам теологического характера (если наши знания вполне вероятны, то обеспечивается ли эта вероятность откровением свыше или она в принципе ничем не отличается от вероятности такого, например, рода, как вероятность сведений об обратной стороне Луны?); и к этической проблематике (имеет ли смысл расценивать те или иные поступки как вероятно правильные, а их результаты — как вероятно полезные; должны ли мы в своих действиях выбирать наиболее вероятную альтернативу, наиболее полезную, или же альтернативу, произведение вероятности осуществления которой на полезность имеет максимальную величину?); и, конечно, к метафизическим и онтологическим доводам, так как слово 'вероятно' и его синонимы хотя и полезны, но туманны по значению.

Термин 'вероятность' в равной мере широко используется и в науке, и в повседневной жизни, и в философии. Вот типичные вероятностные высказывания: «Эмпирические обобщения при любом свидетельстве в их пользу можно считать лишь вероятными»; «Вероятность выпадения «шестерки» при каком-нибудь подбрасывании некоторой игральной кости равна 1/6»; «Если есть хоть какая-нибудь вероятность того, что бог существует, ты должен в это верить»; «Вероятность того, что некий белый американский рабочий доживет до сорока лет, если он дожил до тридцати девяти, равна 0,994»; «Вероятно, я не успею встретить поезд»; «Основные принципы квантовой механики, вероятно, справедливы»; «Если все когда-либо виденные вороны черные, то, вероятно, все вороны черные»; «Вороны, вероятно, черные»; «Распределение вероятностей случайной величины Q задается функцией плотности вероятностей $f_Q(x)$»; «То, что рассказал Марко Поло по возвращении из восточных стран, невероятно, но факт»; «Если вероятность выпадения «решки» при подбрасывании некоторой монеты равна 1/2, то вероятность выпадения двух «решек» при двух независимых испытаниях той же монеты равна 1/4»; «Индукция — вероятностный вывод»; «Вероятность выпадения «решки» при очередном подбрасывании этой проверенной во многих испытаниях монеты равна 1/2»; «Я не знаю, какова вероятность выпадения «решки» для данной монеты».

Никто не станет утверждать, разумеется, что во всех этих случаях слово 'вероятность' имеет один и тот же смысл. Очевидно, что в приведенных выше примерах мы располагаем многообразием смыслов или смысловых оттенков слова 'вероятность'. В научной литературе последних лет, в частности в философской и математической литературе, высказывается множество различных мнений относительно смысла понятия вероятности. Следует различать два типа понимания вероятности: вероятность в первом смысле есть понятие, определяемое системой аксиом *исчисления* вероятностей, т. е. правил, позволяющих подсчитывать вероятности одних событий, когда известны вероятности других событий; вероятность во втором смысле (по крайней мере в некоторых контекстах) не является формальным или количественным понятием, задаваемым в исчислении; это качественное понятие, выражающее степень уверенности, оценивающее гипотезы или отражающее категоричность (или недостаток категоричности) гипотезы или утверждения. В этой главе я намерен дать обзор результатов анализа в русле подходов второго типа. Заметим, что даже в этих рамках анализ может быть более или менее формальным и более или менее прояснять структуру тех текстов, в которых используется слово 'вероятность'.

Из всех интерпретаций вероятности, сформулированных в естественном языке, мы выберем для первого обсуждения новейшую и наболее радикальную интерпретацию С. Тулмина. Слово 'вероятно', согласно Тулмину, является центральным в группе слов, которую мы рассматриваем. Назначение этого слова — служить *модальным оператором*: когда мы выражаем данное суждение непосредственно, мы категорически полагаемся на его истинность, а вводя слово 'вероятно' в предложение, мы превращаем *категорическое* суждение в *осторожное*. Само предложение, считает Тулмин, выражает по-прежнему тот же факт; например, предложения: «Завтра будет дождь» и «Вероятно, завтра будет дождь» имеют одинаковое фактическое содержание. Оба предложения окажутся истинными, если завтра будет дождь, и ложными, если завтра дождя не будет. Различие состоит лишь в манере выражения мысли: в первом случае утверждение звучит категорически, безусловно, во втором — предусмотрительно, осторожно. Если завтра дождя не будет, то во втором случае я окажусь столь же неправ, как если бы я заявил, что завтра будет дождь, но в то же время я даю меньше основания для осуждения: ведь я предупредил, что мой прогноз может не оправдаться.

Слово 'вероятно' и его заменители действительно иногда употребляются подобным образом. Фраза: «Я, вероятно, навещу вас» — звучит более осторожно, чем просто: «Я навещу вас». Имеется в виду следующее: если я не выполню своего обещания, то *не обвиняйте* меня во лжи, — подобный смысловой оттенок довольно часто присутствует в вероятностных высказываниях. Когда я говорю: «Нет даже одного шанса на тысячу, что эта хорошо проверенная в испытаниях правильная монета десять раз подряд упадет на «решку»», — то среди других более важных вещей я еще и предупреждаю о *возможности* выпадения «решки» десять раз подряд, то есть *застраховываю* себя на этот случай. Таким образом, смысл, который можно назвать модальным, Тулмин справедливо находит в ряде вероятностных высказываний естественного языка. Но этим значением, по-видимому, обладают и многие выражения, требующие количественной экспликации понятия вероятности (аналогично вышеприведенному утверждению о выпадении десяти «решек»). Хотя тулминовский смысл, возможно, доминирует в некоторых контекстах, однако в большинстве случаев он не является самым важным (даже в выражениях обыденного языка, не говоря уже о высказываниях, наиболее интересных с точки зрения философии и науки). В этой связи нет необходимости отвергать предложенную Тулмином семантику вообще, следует лишь помнить, что она слабо связана с семантикой, интересующей ученых и философов.

Главная трудность тулминовской интерпретации вероятности состоит в том, что обычно (особенно в философской и научной литературе) вероятностное высказывание в противовес мнению Тулмина не считается ложным, даже *если* его утвердительная часть оказывается ложной. Когда я заявляю, что, вероятно, в следующих десяти бросаниях некоторой монеты хотя бы один раз выпадет «орел», а на самом деле десять раз выпала «решка», я не считаю, что ошибся (если монета «нормальная», а мои вычисления правильные). Точно так же, если предсказание: «Вероятно, сегодня ночью будут заморозки» не оправдается, я не стану упрекать себя в том, что совершил ошибку, если мои рассуждения достаточно обоснованны и разумны. Отсюда не следует, разумеется, что вероятностные высказывания не бывают ложными. Если, например, я утверждаю, что во время честной игры в покер получить все карты одной масти вероятнее, чем все карты подряд по старшинству, то мои расчеты содержат ошибку и мое утверждение ложно. Или, если мне известно, что монета несимметрична и тем не менее я берусь утверждать, что вероятность выпадения двух «решек» подряд равна 1/4, то в своих расчетах я не учел всех данных. Когда я предсказываю ночью заморозки, но при этом неправильно интерпретирую эмпирические данные или совершаю ошибку в вычислениях, вот тогда наверняка мои предсказания ложны. Более того, ошибочность моего предсказания в этом случае не зависит от того, что произойдет в действительности: оно будет ложным, даже если ночью и в самом деле будет мороз или если при двух бросаниях монеты действительно не выпадут две «решки», или если ко мне действительно придут все карты одной масти. Очевидно, ошибочность утверждений типа 'вероятно S' объясняется математическими огрехами или неправильной систематизацией эмпирических данных. Попытка снять с себя ответственность ссылкой на предусмотрительный характер утверждения («Не осуждайте меня, если S окажется ложным») выглядит неуместной, если эмпирическое свидетельство было учтено неправильно. Таким образом, в большинстве случаев, когда некто произносит 'вероятно S', — он говорит неправду и заслуживает осуждения, если, и только если корректно обработанные факты не делают веру в S разумной. Истинно ли S само по себе, не имеет значения. Но коль скоро это так, то, как правило, вероятность не является по преимуществу модальным оператором в смысле Тулмина.

А там, где тулминовская интерпретация действительно имеет место, она не представляет для нас особого интереса, поскольку она почти не затрагивает философских и научных проблем. Осторожный человек скажет так: «Два плюс два, вероятно, четыре»; в то время как менее осторожный человек безоговорочно заявит, что расширение Вселенной — вполне определенный факт. Следовательно, наречие 'вероятно' является в тулминовской интерпретации индикатором характера говорящего (впрочем, в такой же степени индикатором характера утверждения), но никак не влияет на *содержание* утверждения или на его *контекст*.

Вообще говоря, многие авторы разделяют точку зрения на *вероятность* как на понятие (используемое в обыденном и философском языке), которое не может быть втиснуто в исчисление. Но большинство из них не заходит так далеко, как Тулмин. По-видимому, первым автором, серьезно и обстоятельно отстаивавшим мнение о том, что слово 'вероятно' призвано во многих контекстах выражать *оценку* или *возможность оправдания*, был У. Нил. Сказать, что S вероятно, согласно Нилу, — это значит сказать, что осуществление S обоснованно, то есть находится в соответствии с *приемлемым типом индуктивных выводов* и т. п. Поэтому вероятность оказывается соотнесенной с эмпирическими данными, чего нет, например, у Тулмина. Другими словами, утверждая, что S вероятно, мы утверждаем, что у нас есть свидетельство, которое *делает вероятным* (*пробабилифицирует*) S. 'Пробабилифицирование' (слово, впервые введенное У. Нилом) означает фундаментальное отношение в теории рациональной веры. Это отношение распадается на ряд степеней: в одних случаях S пробабилифицируется свидетельством столь сильно, что мы считаем S практически определенным; в других случаях мы считаем, что на основании данного свидетельства S всего лишь более вероятно, чем не-S. Однако встречаются и такие случаи, когда трудно сказать, делает ли свидетельство высказывание S вероятным или если делает, то в какой степени. Таким образом, пробабилификация не является количественной (в любом сколько-нибудь полезном) смысле конструкцией и не может быть целиком включена в формальное исчисление. Само отношение пробабилификации нельзя, согласно Нилу, даже формализовать. Оно должно быть лишь распознаваемо в точности так же, как отдельные виды дедуктивных умозаключений. И хотя бы до некоторой степени это отношение должно быть объективным. Под объективностью понимается независимость от субъекта: делают ли данные факты данное высказывание вероятным, зависит только от фактов и высказываний самих по себе, но не от субъекта, обладающего этими фактами и формулирующего это высказывание. Но этого недостаточно, чтобы полностью охарактеризовать отношение пробабилификации в рамках формальной структуры.

Дж. Дэй придерживается точки зрения, близкой, за одним важным исключением, к точке зрения У. Нила. Он считает, что отношение пробабилификации *можно* адекватно формализовать и выделить такие свойства этого отношения, с помощью которых мы сможем зафиксировать его разные степени: очень вероятно, просто вероятно и более вероятно, чем невероятно. Формализация Дэя слишком сложна, и я не буду ее приводить. Кроме того, она имеет два серьезных недостатка. Во-первых, непонятно, как применять эту формализацию к реальным выводам, оперирующим вероятностями. Обратимся, например, к вероятностным высказываниям, приведенным выше. Пусть у нас есть масса эмпирических данных и мы хотим провести такую реконструкцию этих высказываний, чтобы в результате можно было разделить их на два класса: приемлемые и неприемлемые. Формализм Дэя бессилен это сделать. Но всякая формализация обязана в первую очередь обеспечить нас объективными критериями, на основе которых формализованное понятие можно было бы применять на практике. Утверждая что-либо со ссылкой на отношение пробабилификации, мы должны, коль скоро мы признаем формализм Дэя, располагать методом, с помощью которого можно было бы установить степень пробабилификации нашего утверждения. Но такого метода не существует. Второй недостаток еще более серьезен. Как Нил, так и Дэй сходятся в мнении о том, что понятие вероятности, содержащееся в аксиомах исчисления, существенным образом связано с *теорией шансов* и только в весьма частных случаях происходит от отношения пробабилификации, хотя они и не отрицают, что такие случаи существуют. Отношение пробабилификации тем самым мыслится как обобщение обычной вероятностной связи двух событий. Но тогда любым свойством отношения пробабилификации должна обладать и вероятностная мера, построенная на основе подсчета *возможных альтернатив*. Дэй предполагает, что отношение пробабилификации обладает свойством транзитивности: если A делает вероятным B, а B делает вероятным C, то A делает вероятным C, — что просто неверно для соответствующих вероятностей. Пусть, например, в A утверждается, что некоторая игральная кость выпадет не на «единицу»; в C — что в результате бросания мы получим «два» или «четыре», а в B — что выпадет «два» или «четыре» или «шесть» (предполагается, что кость симметрична и имеет шесть граней). Тогда A пробабилифицирует B, B пробабилифицирует C, но A вместо C пробабилифицирует не-C [1]. Формализм Дэя, следовательно, противоречив.

Тем не менее из этих многочисленных дискуссий относительно возможных значений 'вероятности' можно извлечь нечто поучительное. Подобно другим важнейшим терминам, 'вероятность' имеет множество значений разных оттенков и применяется в различных ситуациях. С. Тулмин убедительно показал, что одно из значений выражения 'вероятно S' — «Не обвиняйте меня во лжи, если S окажется ложью». Последнее, согласно Нилу, означает: «Я потому не виновен, что правильно учел все данные, хотя предсказания и не оправдались». Стремясь правильно оценить гипотезу на основе эмпирических фактов, мы можем воспользоваться исчислением вероятностей; если в данной ситуации применим классический подсчет альтернатив, то мы так и поступаем. Нередко, однако, утверждается, что без подсчета вероятностей обойтись вообще невозможно. Поэтому нет смысла изобретать вероятностные отношения, как это делает Дэй, пренебрегая их несовместимостью с исчислением вероятностей. Кроме того, Тулмин заявляет, что 'вероятно S' имеет то же фактическое содержание, что и просто S. С моей точки зрения, примеры подобного употребления слова 'вероятно' если и встречаются, то редко.

Все попытки извлечь смысл вероятности из естественного языка сталкиваются с одной и той же проблемой: едва мы почувствуем, что извлекли этот смысл, как тут же осознаем, что использование слова 'вероятно' в философских и научных контекстах не стало более осмысленным и точным. Там, где обычный подсчет альтернатив неприменим, любой философский анализ не способен привести к количественным оценкам. Но даже там, где он применим, мы вынуждены от него отказаться. Тем самым мы лишаемся объективных критериев оценки общезначимости или корректности вероятностных высказываний. И если исследования Тулмина

---

[1] Имеется в виду следующий подсчет вероятностей: $P(B/A) = {}^3/_5 > {}^1/_2$, $P(C/B) = {}^2/_3 > {}^1/_2$, но $P(C/A) = {}^2/_5 < {}^1/_2$. — *Прим. перев.*

крайне мало дают для этой оценки, то исследования Нила и Дэя — немногим больше.

Допустим, эти авторы правы и в большинстве случаев действительно невозможно эффективно формализовать или сделать количественным понятие вероятности. Пусть даже последнее можно сделать только тогда, когда работает классическое[1] определение вероятности. И тем не менее во всех возможных контекстах следует настойчиво искать смысл понятия вероятности, который можно включить в какую-нибудь количественную схему расчетов. Чем больше смыслов понятия вероятности мы сумеем охватить, тем лучше, несмотря на то, что каждый из этих смыслов отражает лишь некоторую часть смысла разговорного 'вероятно'. В противном случае мы становимся на сторону тех, кто придерживается пораженческих настроений в науке. Несостоятельность такой позиции не раз демонстрировалась в прошлом (вспомним, например, утверждения о невозможности создания летательного аппарата тяжелее воздуха, о неразрешимости уравнения $x^2 = -1$ и т. п.). Отказаться от попыток найти приемлемую с философской и научной точек зрения реконструкцию разнообразных применений понятия вероятности — значит, бросить дело, не начав его.

Упражнения

1. Укажите элемент «осторожности» (если он есть) в значении слова 'вероятно':

а) вероятно, на рождество выпадет снег;

б) железная дорога — надежный вид транспорта; вероятно, этот поезд придет вовремя;

в) я, вероятно, закончу эту статью в самый крайний срок;

г) в день нашей поездки за город обещали хорошую погоду, так что, скорее всего, будет солнечный день;

д) вероятно, при пяти бросаниях некоторой монеты выпадет хотя бы одна «решка»;

е) вероятно, победит команда США.

2. Какие из предложений а) — е) можно будет считать ложными, если то, что в них предсказывается, не произойдет? Почему?

3. Укажите в предложениях а)—е) отношение пробабилификации (если оно есть). Что пробабилифици-

[1] См. гл. 3.

руется? Какое свидетельство следует подобрать, чтобы сделать вероятным категоричное утверждение в каждом случае?

4. Укажите три ситуации, в которых можно сказать: «Вероятно, у игрока А — туз», — и которые отвечают следующим условиям: в первой ситуации 'вероятно' означает осторожную манеру выражения; во второй — соответствует отношению пробабилификации; в третьей — основано в первую очередь на подсчете возможных исходов.

5. Что имел в виду Юм, когда писал следующие слова: «Итак, оказывается вообще, что ни одно свидетельство о чуде никогда не было равносильным вероятности, а тем более доказательству...» (Д. Юм. Исследование о человеческом познании. Соч., т. 2, М., «Мысль», 1965, с. 130).

6. Что имел в виду Б. Батлер, когда писал: «Вероятность — лучшее руководство в нашей жизни»?

7. С точки зрения классической теории тепловых процессов справедливо утверждение: «В стакане холодной воды кристалл льда, *вероятно*, самопроизвольно не образуется». Если кристалл все же образуется, опровергнет ли это кинетическую теорию? Объясните свой ответ подробно. Ответьте, каким образом можно уклониться от признания противоположного мнения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 1

Во второй главе книги С. Тулмина (S. Toulmin. The Uses of Argument. Cambridge University Press, 1958) содержатся наиболее сильные утверждения относительно использования слова 'вероятно' в качестве квалификатора осторожности. Другие аргументы в пользу этой концепции вероятности представлены в его статье Probability (*Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary Volume, 24, 1950, p. 27—62). Критике этой точки зрения на вероятность посвящены следующие две статьи: J. King-Farlow. Toulmin's Analysis of Probability. *Theoria*, 29, 1963, p. 12—26, и C. L. Hamblin. The Modal «Probably». *Mind*, 68, 1959, p. 234—240.

Формализация понятия вероятности как оценочной характеристики, построенная Дж. Дэем, изложена в книге: J. Day. Inductive Probability (Humanities Press, New York, 1961). У. Салмон подверг острой критике взгляды Дж. Дэя в своей рецензии на его книгу, помещенной в журнале *The Philosophical Review* (72, 1963, p. 27—41).

Возможно, самые убедительные доводы в пользу этого подхода к понятию вероятности выдвинул У. Нил в книге: W. Kneal. Probability and Induction, Oxford University Press, 1949. Вероятность в этой работе выступает в качестве логического, но не метрического отношения, выражающего оценки.

Приведем ссылки еще на две статьи, содержание которых затрагивает обсуждавшийся в этой главе подход. Статья С. Блома содержит текстуальный анализ смысла слова 'вероятно' в классических текстах Аристотеля, Локка и др.: S. Blom. Concerning a Controversy on the Meaning of 'Probability'. *Theoria*, **21**, 1955; другая статья: J. Findley. Probability Without Nonsense. *Philosophical Quarterly*, 2, 1952, p. 218—239.

ГЛАВА 2

ИСЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Многие авторы считают, что вероятность, которую можно и должно расценивать как важное философское и научное понятие, обладает определенными количественными или метрическими свойствами.

То же касается, как мы увидим в части II, и альтернативных понятий *степени поддержки фактами* (degree of factual support) и (*эмпирической*) *обоснованности* (corroboration), тесно связанных с количественным определением вероятности. Хотя более или менее отличных друг от друга определений вероятности довольно много, существует только одно исчисление вероятностей, которое охватывает даже весьма различные количественные определения в качестве частных случаев. Ниже мы займемся рассмотрением этого исчисления.

Вместо 'вероятность H' будем писать '$P(H)$', где 'P' обозначает вероятностную функцию, а 'H' — ее аргумент. $P(H)$ — однозначная функция для любого H из области определения. В подавляющем большинстве интерпретаций обычного исчисления вероятностей значения этой функции являются числами, то есть $P(H)$ — число. Но что такое H? Прежде чем обратиться к формальным свойствам функции P, мы должны разобраться до некоторой степени в формальной структуре ее области определения.

Мы говорим о вероятности выпадения решки при испытаниях какой-нибудь монеты; о вероятности того, что некий Джон Доу доживет до сорока лет; о вероятности того, что американский служащий, доживший до тридцати девяти лет, доживет до сорока; о вероятности распада радиоактивного атома X; о вероятности того, что завтра будет дождь. Выражение 'завтра будет дождь' воспринимается как обозначение единичного события; 'выпадение решки при испытаниях некоторой монеты' или 'распад радиоактивного атома X' — как обозначение класса событий определенного *типа*; 'Джон Доу доживет до сорока лет' — как утверждение о некотором факте; 'американский служащий тридцати девяти лет доживет до сорока лет' — как общее высказывание или множество высказываний[1] определенного *вида*. Существуют четыре общепринятых интерпретации аргументов вероятностной меры. Чтобы суметь изложить математические основы теории вероятностей, мы должны бегло обсудить эти интерпретации. С более подробным их рассмотрением читатель встретится в следующих главах.

Во-первых, мы можем считать аргументы высказываниями[2] (утверждение о Джоне Доу — типичный пример). Мы будем говорить о вероятностях таких высказываний, как утверждение о том, что завтра будет дождь, или о том, что какой-нибудь выбранный наугад американский служащий тридцати девяти лет доживет до сорока лет, или о том, что случайно взятый атом X распадется за данный промежуток времени, и т. п. Вообще-то отрицание высказываний, конъюнкция или дизъюнкция двух высказываний также являются высказываниями. Поэтому если вероятностная мера определена на высказывании о том, что Джон Доу доживет до сорока лет, и на высказывании о том, что завтра будет дождь, мы полагаем, что она определена и на утверждении, что завтра дождя *не* будет, и на утверждении, что завтра будет дождь *и* Джон Доу доживет до сорока лет; и на утверждении, что завтра будет дождь *или* Джон Доу доживет до сорока лет.

Во-вторых, мы можем говорить о вероятностях предположений. Многие философы считают высказывание

[1] Термин 'множество высказываний определенного вида' используется в работах по теории индукции. Под ним понимается множество высказываний, которое получается из незамкнутой формулы исчисления предикатов при подстановке в нее различных индивидных констант, обозначающих индивиды из области релевантности данного индуктивного рассуждения. — *Прим. перев.*

[2] Согласно установившейся в логической литературе на русском языке традиции, английское proposition переводится как высказывание (или утверждение), sentence — как предложение. Под предложением понимается непосредственная действительность логического высказывания. — *Прим. перев.*

чем-то слишком туманным. Но даже тот, кто против высказываний самих по себе не возражает, в формальных построениях предпочитает оперировать с явно лингвистическими объектами, которые можно написать на бумаге или произнести. Таким образом, вероятностная мера, согласно этой интерпретации, определена на предложениях типа 'Джон Доу доживет до сорока лет'. Поскольку логические операции отрицания, конъюнкции или дизъюнкции не выводят нас за класс предложений, структура множества предложений, на которых определяется вероятность, в точности совпадает со структурой множества соответствующих высказываний, которым приписываются вероятности при первом подходе.

В-третьих, в качестве аргументов вероятностной меры можно рассматривать события или типы событий. Так, мы говорим о вероятности события, состоящего в том, что завтра будет дождь, или о вероятности события, состоящего в том, что Джон Доу отметит сорокалетний юбилей, или о вероятности события, состоящего в том, что некоторый атом X распадется. Операция отрицания не применяется непосредственно к событиям: областью ее действия являются исключительно лингвистические объекты. Но для любого данного события существует событие, противоположное ему[1]. Например, если взять событие, состоящее в том, что выпадет «решка», то противоположным ему событием будет событие, состоящее в осуществлении любого из исходов того же испытания, кроме «решки». Аналогичным образом можно рассматривать событие, состоящее в появлении одного или обоих из двух данных событий, или же событие, состоящее в осуществлении сразу двух данных событий. Структура множества событий не столь прозрачна, как структура множества предложений или высказываний. Нас, к примеру, может смутить отождествление двух событий, отличающихся перестановкой составных частей: «выйти замуж и родить ребенка» и «родить ребенка и выйти замуж». Тем не менее, чтобы изложить теорию вероятностей, определяя вероятности на событиях, мы вынуждены события E_1-и-E_2 и E_2-и-E_1 не различать.

В-четвертых, вероятностную меру можно считать

---

[1] Иногда оно называется дополнительным. — *Прим. перев.*

определенной на множествах. Это самый распространенный подход среди математиков. Предполагается, что любое вероятностное высказывание неявно содержит ссылку на множество возможных исходов — только в этом случае вероятность (или, как выражаются математики, *мера*) данного события определена. Так, когда мы говорим о вероятности выпадения одной «решки» при данном числе подбрасываний монеты, мы имеем в виду вероятность или меру множества исходов, в результате которых выпадает одна «решка», по отношению к мере множества всех возможных исходов. Когда мы ищем вероятность того, что тридцатидевятилетний американский служащий доживет до сорока лет, мы подсчитываем меру множества доживших до сорока лет служащих по отношению к мере множества служащих, доживших до тридцати девяти лет, и т. д. Очевидно, если вероятностная мера определена для данного множества, то она определена и для его дополнения в множестве возможных исходов и точно так же для объединения или пересечения двух множеств (объединением называется множество, составленное из всех элементов, принадлежащих либо первому, либо второму, либо обоим множествам; пересечением называется множество, состоящее из всех общих для данных множеств элементов). Например, в случае с монетой дополнением будет множество таких исходов, в результате которых выпадет число «решек», *не* равное единице.

Ниже, излагая исчисление вероятностей, мы будем использовать теоретико-множественную терминологию, не теряя при этом общности. Действительно, операции образования объединения, пересечения и дополнения легко переводятся в свои аналоги при других интерпретациях. Множеству $H \cup E$ соответствует при интерпретации H и E в качестве высказываний дизъюнкция $H \cup E$, которая является истинным высказыванием, если H, или E, или оба высказывания истинны. Если же H и E — предложения, то $H \cup E$ соответствует дизъюнкция предложений, то есть предложение русского языка, получающееся с помощью соединения предложений H и E союзом ‘или’, а в формализованном языке — формула $H \vee E$. И наконец, если H и E — события, то $H \cup E$ обозначает событие, состоящее в том, что осуществилось событие H или событие E или они оба, причем в любом порядке.

Чтобы облегчить чтение для тех, кто не знаком с используемыми в дальнейшем понятиями теории множеств, приведем исходные обозначения и определения. Обозначим через $\bar{H}$ дополнение H. Дополнение состоит из тех, и только тех, элементов некоторого универсального множества V, которые не принадлежат H (не следует забывать, что без универсального множества V понятие дополнения остается неопределенным). Через $H \cap E$ обозначим пересечение H и E: любой элемент принадлежит этому множеству, если, и только если, он принадлежит и H, и E. $H \cup E$ обозначает объединение H и E, то есть множество, составленное из всех таких, и только таких, элементов, каждый из которых принадлежит либо H, либо E, либо $H \cap E$.

Множество $\mathfrak{F}$ называется *полем множеств*, если оно удовлетворяет следующим условиям:

1) любой элемент $\mathfrak{F}$ является множеством;

2) V принадлежит $\mathfrak{F}$, причем любой элемент $\mathfrak{F}$ включен в V, то есть если H — элемент $\mathfrak{F}$, а x — элемент H, то x — элемент V (множество V называют универсальным множеством[1]);.

3) если H принадлежит $\mathfrak{F}$, то $\bar{H}$ (дополнение H в V) принадлежит $\mathfrak{F}$;

4) если H и E принадлежат $\mathfrak{F}$, то $H \cup E$ принадлежит $\mathfrak{F}$.

Так как $H \cap E = \overline{\bar{H} \cup \bar{E}}$ (теорема алгебры множеств), то из 3) и 4) легко получить, что пересечение H и E также принадлежит $\mathfrak{F}$, когда и H и E принадлежат $\mathfrak{F}$. Кроме того, из 3) и 4) следует, что объединение и пересечение любого конечного числа множеств принадлежат $\mathfrak{F}$, если каждое множество под знаком объединения или пересечения принадлежит $\mathfrak{F}$.

Вероятностные меры обычно определяются на алгебрах множеств. Иногда, правда, их приходится определять на σ-алгебрах множеств, допускающих объединения и пересечения бесконечного числа множеств. Обозначим через $\bigcup_{i=1}^{\infty} H_i$ объединение бесконечного числа множеств

[1] В литературе по теории вероятностей на русском языке употребляется термин «пространство элементарных событий» (реже — «выборочное пространство»), однако в данной книге его использование нежелательно, так как склоняет читателя только к одной из возможных интерпретаций. — *Прим. перев.*

H_1 H_2 H_3 ... Это множество состоит из тех, и только тех, элементов x, для каждого из которых найдется такое n, что x принадлежит H_n. Другими словами, элемент x тогда, и только тогда, принадлежит $\bigcup_{i=1}^{\infty} H_i$, когда существует такое H_n, что x ему принадлежит. Множество $\mathfrak{F}$ называется *σ-алгеброй,* если для него выполняются следующие условия:

1) $\mathfrak{F}$ является алгеброй множеств;

2) если для любого i H_i принадлежит $\mathfrak{F}$, то $\bigcup_{i=1}^{\infty} H_i$ тоже принадлежит $\mathfrak{F}$.

Объединение, пересечение и дополнение обладают рядом свойств, знание которых нам понадобится при вычислении вероятностей. Эти свойства имеют свои аналоги для дизъюнкции, конъюнкции и отрицания предложений или высказываний, а также для соответствующих операций над событиями.

(1) Коммутативность:

$$H \cup E = E \cup H,$$
$$H \cap E = E \cap H.$$

(2) Ассоциативность:

$$(H \cup E) \cup F = H \cup (E \cup F),$$
$$(H \cap E) \cap F = H \cap (E \cap F).$$

(3) Дистрибутивность:

$$H \cup (E \cap F) = (H \cup E) \cap (H \cup F),$$
$$H \cap (E \cup F) = (H \cap E) \cup (H \cap F).$$

(4) Законы де Моргана:

$$\overline{H \cup E} = \bar{H} \cap \bar{E},$$
$$\overline{H \cap E} = \bar{H} \cup \bar{E}.$$

Если H, E и F интерпретировать как предложения или высказывания, '$\cap$' — как знак конъюнкции, '$\cup$' — дизъюнкции, '—' — отрицания, '$=$' — как эквивалентности 'если, и только если', то при переводе на формализованный язык все эти законы оказываются тавтологиями логики высказываний.

Теперь перейдем к изложению теории вероятностей, предполагая, что вероятностная мера P определяется на элементах алгебры (или σ-алгебры) множеств. Если впоследствии вероятность будет определяться для предложений, высказываний или событий, то соответствующие алгебры (или σ-алгебры) нетрудно определить по аналогии.

I. Аксиома нормировки. $P(V) = 1$, *где* V — *универсальное множество, принадлежащее алгебре* (или σ-алгебре) *множеств, на которой определяется* P.

Иногда эту аксиому записывают так: если H достоверно, то $P(H) = 1$. Под достоверностью H могут подразумеваться весьма различные вещи в зависимости от интерпретации как аргументов, так и самой функции P. Когда под аргументом подразумеваются типы событий, достоверность H означает, что произвольное событие типа H должно произойти; если же аргументами являются высказывания или предложения, то H или логически истинно, или признается истинным по другим причинам. Пример первого рода: вытаскивание из некоторой урны черного или нечерного шара — класс событий, одно из которых обязано произойти при любом исходе вытаскивания шаров из любой урны. Примеры второго рода: предложение: 'первый шар, который я достал, оказался черным или нечерным' — логически истинно, а предложения: 'первый вынутый шар — круглый' или 'шар, который в данный момент представляется мне черным, является таковым на самом деле' — истинны постольку, поскольку при определенных условиях существуют средства, позволяющие непосредственно в этом убедиться.

II. Аксиома аддитивности. *Если* H *и* E *не пересекаются, то* $P(H \cup E) = P(H) + P(E)$.

Пусть H и E — множества событий, $H \cup E$ — их объединение. Условие аксиомы II означает, что пересечение $H \cap E$ пусто. Если же H и E — несовместимые типы событий, то $H \cup E$ — тип события, происходящего, когда осуществляется либо событие типа H, либо событие типа E. Несовместимость двух типов событий истолковывается как невозможность наступления события одного типа, когда известно, что наступило событие другого типа. В случае двух предложений или высказываний ($H \cup E$ — их дизъюнкция) несовместимость означает, что если одно из предложений считается (логически, аналитически или по другим причинам) истинным, то другое — ложным. Так как вероятность — действительное число, знак '+' в правой части равенства имеет обычный смысл.

Аксиому аддитивности, как уже отмечалось, можно применить для вычисления вероятности объединения произвольного конечного числа множеств. Однако для построения более мощного математического аппарата необходимо рассматривать бесконечное число альтернатив или объединение бесконечного числа множеств. Поэтому аксиому аддитивности следует сформулировать в расширенном виде:

II°. Расширенная аксиома аддитивности. *Если H_1, H_2, H_3 ... — такая бесконечная последовательность множеств, что для любого j $\bigcup\limits_{i \leqslant j} H_i$ и H_{j+1} не пересекаются, то*

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} H_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(H_i) = P(H_1) + P(H_2) + P(H_3) + \ldots$$

Любая функция множеств, удовлетворяющая аксиоме II, называется *аддитивной*, а удовлетворяющая аксиоме II° — *σ-аддитивной*[1]. Таким образом, с формальной точки зрения вероятностная мера является просто аддитивной (или счетно-аддитивной) неотрицательной функцией множеств, определенной на алгебре (или σ-алгебре) множеств и принимающей значения не больше 1.

III. Аксиома умножения. $P(H \cap E) = P(H)P(E|H)$. Эту «аксиому» в современной литературе часто называют определением условной вероятности *E при данном H*, то есть определением $P(E|H)$. В другой, теперь уже устаревшей трактовке условная вероятность была вторым исходным понятием, связь которого с безусловной вероятностью устанавливалась аксиомой умножения. (Заметим, что при $P(H) = 0$ '$P(E|H)$' не определена.)

Условная вероятность $P(E|H)$ — это функция

[1] Или счетно-аддитивной функцией множеств. — *Прим. перев.*

множеств, удовлетворяющая всем вероятностным аксиомам и определенная на подалгебре $\mathfrak{F}_H$, т. е. на множестве всех множеств вида $X \cap H$, где X — элемент $\mathfrak{F}$. H играет в этой подалгебре роль универсального множества V.

В качестве иллюстрации аксиом рассмотрим классический пример построения вероятностной меры для игры в кость (аргументами у нас будут множества; перевод на случаи типов событий, высказываний или предложений осуществляется без труда). Возьмем множество событий, состоящих в том, что кость выпала на грань с определенным числом от 1 до 6. Это множество является интересующим нас универсальным множеством V данного опыта. В литературе, посвященной понятию вероятности, его часто называют *классом*[1] *отнесения* (reference set), так как это как раз то множество, по отношению к мере которого определяются меры других множеств. Структура наших предположений такова, что любое испытание некоторой кости *должно* дать в результате один из элементов этого множества. Поэтому мера его принимается равной 1, согласно аксиоме I. Очевидно, единице равны: вероятность множества исходов, дающих в результате 1 или любое другое число; вероятность множества исходов, дающих в результате число, меньшее 10, и т. д.

Обозначим через T_5 множество исходов, дающих в результате 5, а через $T_{1,2}$ — множество исходов, дающих в результате 1 или 2. Эти множества не пересекаются: при данной конструкции кости и данных условиях игры никакой исход не может принадлежать одновременно обоим этим множествам. $P(T_5)$ обычно принимается равной 1/6, а $P(T_{1,2}) = 1/3$. Из аксиомы II (или II°) получаем:

$$P(T_5 \cup T_{1,2}) = P(T_5) + P(T_{1,2}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}.$$

Пусть теперь $T_{2,3,4}$ — множество исходов, дающих в результате 2 или 3, или 4. $P(T_{2,3,4})$ принимаем равной 1/2. Условной вероятностью $T_{1,2}$ при $T_{2,3,4}$ будет мера исходов $T_{1,2} \cap T_{2,3,4}$ по отношению к мере $T_{2,3,4}$, а не по отношению к мере всех возможных исходов. Естественно

[1] На протяжении всей книги различий между значениями слов ‘множество’ и ‘класс’ не делается. — *Прим. перев.*

принять $P(T_{1,2}|T_{2,3,4}) = 1/3$. Так как $T_2 = T_{1,2} \cap T_{2,3,4}$, имеем:

$$P(T_{1,2} \cap T_{2,3,4}) = P(T_2) = \frac{1}{6}.$$

В то же время, согласно аксиоме III,

$$P(T_{1,2} \cap T_{2,3,4}) = P(T_{2,3,4}) \times P(T_{1,2} | T_{2,3,4}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Рассмотрим еще один пример применения аксиомы умножения. Пусть H — множество исходов, дающих в результате число, меньшее 4, а E — множество исходов, дающих нечетное число. Тогда $H \cap E$ — множество исходов, являющихся одновременно нечетными числами и числами, меньшими 4, то есть 1 или 3. Используя соглашение об одинаковой мере всех возможных исходов, непосредственно получаем:

$$P(H \cap E) = \frac{1}{3}.$$

Применяя же аксиому умножения, вычисляем произведение меры первого множества (1/2) на условную меру второго множества при *данном* первом, а именно: меру множества нечетных чисел на множестве чисел, меньших 4(2/3). Таким образом:

$$P(H \cap E) = P(H)\, P(E | H) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

При обсуждении интерпретаций вероятности, а также в прикладных задачах теории вероятностей огромную роль играет понятие стохастической, или вероятностной, независимости. Про два события или суждения или множества говорят, что они стохастически или вероятностно независимы, когда вероятность одного из них равна 0 или когда условная вероятность одного, при условии, что дано другое, равна его безусловной вероятности.

Определение 1. *H называется стохастически независимым от E, если, и только если, $P(E) = 0$ или $P(H) = P(H|E)$.*

Чтобы продемонстрировать, как работает понятие стохастической независимости, рассмотрим испытание пары костей. Обозначим через A множество исходов этого испытания, в которых первая кость показывает 2, а через B — множество исходов, в которых вторая кость показывает 3. Поскольку, как правило, подобные события полагаются[1] независимыми, мы должны приписать множеству исходов, в которых вторая кость выпадет на 3, такую же меру, как и множеству исходов, в которых вторая кость выпадет на 3, *при условии*, что первая выпала на 2:

$$P(B) = P(B \mid A).$$

Польза от введения этого понятия обнаруживается при вычислении вероятности множества исходов рассматриваемого испытания, в которых первая кость выпадет на 2 *и* вторая на *3*:

$$P(B) = P(A) = \frac{1}{6} \quad \text{(построение вероятностной меры, зависящее от ее интерпретации)},$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) \quad \text{(аксиома умножения)},$$

$$P(B \mid A) = P(B) \quad \text{(независимость)},$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{36} \quad \text{(подстановка)}.$$

Приведем некоторые элементарные теоремы, которые нам пригодятся в дальнейшем:

Теорема 1. $P(H \cup \bar{H}) = 1$.
Теорема 2. $P(H \cap \bar{H}) = 0$.
Теорема 3. $P(\bar{H}) = 1 - P(H)$.
Теорема 4. $P(H) > 0$.
Теорема 5. $P(H \cup E) = P(H) + P(E) - P(H \cap E)$.
Теорема 6. *H не зависит от E тогда, и только тогда, когда E не зависит от H.*
Теорема 7. *Если H и E независимы, то* $P(H \cap E) = P(H) \cdot P(E)$.

Теорему 7 иногда называют частным случаем аксиомы умножения.

Следующая теорема не менее элементарна, чем предыдущие, однако она занимает центральное место при обсуждении проблем статистических выводов. В зависимости от отношения к этой теореме все статистики делятся на две школы (хотя, возможно, это деление не совсем точно).

---

[1] Из содержательных физических предположений. — *Прим. перев.*

Теорема 8 (Бэйеса). *Если* $P(E) \neq 0$, *то*

$$P(H \mid E) = P(H) \frac{P(E \mid H)}{P(E)}.$$

При некоторых интерпретациях вероятности теорему Бэйеса используют для подсчета условных вероятностей гипотез при данном свидетельстве. Эта теорема, по существу, является просто переформулировкой аксиомы умножения или, если хотите, определения условной вероятности.

Некоторые авторы считают теорему Бэйеса особенно необходимой при оценке вероятностей индуктивных выводов. В этом случае ее записывают в следующем виде:

Теорема 9. *Если одна, и только одна, из гипотез* $H_1, H_2, \ldots, H_n$ *истинна, то*

$$P(H_i \mid E) = \frac{P(H_i) \cdot P(E \mid H_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P(E \mid H_i)}.$$

В теореме 9 предполагается, что наши гипотезы попарно несовместимы, исчерпывают все возможные альтернативы и до получения свидетельства E имеют априорные вероятности $P(H_i)$. Исходя из этих предположений, легко показать, что априорная вероятность свидетельства E равна:

$$\sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P(E \mid H_i).$$

Общенаучное и философское значение теоремы Бэйеса станет совершенно ясным, если вдуматься в смысл теоремы 9. Чтобы найти апостериорную вероятность любой гипотезы, надо знать лишь априорные вероятности всех конкурирующих с ней альтернатив (включая ее саму), при условии, что данное свидетельство совместимо с интересующей нас гипотезой (подсчет условной вероятности свидетельства при данной гипотезе $P(E \mid H_i)$ не вызывает затруднений). Среди различных взглядов на сущность понятия вероятности немало точек зрения, согласно которым теорема Бэйеса является главным инструментом научных или индуктивных выводов или выводов из данных опыта вообще. Ниже, когда речь пойдет о конкретных подходах к проблеме индукции, мы еще вернемся к этой теореме. Сейчас же достаточно отметить, что, хотя теорема Бэйеса служит косвенным источником разногласий, никто не оспаривает ее дедуктивный статус обычной теоремы исчисления вероятностей.

Многие интересные и плодотворные результаты, полученные в теории вероятностей, касаются множеств, элементы которых представляют собой либо последовательности событий определенного вида, либо исходы последовательности одинаковых испытаний, либо высказывания с определенной пропозициональной формой и т. д. Чтобы не быть голословным, рассмотрим сначала в качестве универсального множества V, например, множество шаров в урне. Пусть алгебра множеств $\mathfrak{F}_V$ состоит из четырех множеств: $V, B, \bar{B}, \varnothing$, где B — множество черных шаров, $\varnothing$ — пустое множество, т. е. множество без элементов. Затем возьмем в качестве универсального множества V^2 множество всех пар элементов V. Тут мы сталкиваемся с вопросом: включать ли в V^2 пары $\langle a, b\rangle$, состоящие только из *различных* элементов, или же допускать пары с повторением одного элемента? Первая возможность описывает ситуацию с вытаскиванием двух шаров сразу или одного за другим, но без возвращения вынутого шара обратно в урну. Она называется «выборкой без возвращения». Второй возможности соответствует последовательное доставание шаров, причем после каждого вытаскивания шар возвращается обратно, так что он может быть вынут снова. Такой опыт называется «выборкой с возвращением». Проще всего договориться раз и навсегда, что V^2 — это множество *всех* пар, составленных из элементов V. Когда же мы будем иметь дело с выборкой без возвращения, все свое внимание сосредоточим на той части V^2, которая не содержит пар вида $\langle a, a\rangle$. Вычисляемые вероятности будут условными мерами вида $P(E|\bar{R})$, где $\bar{R}$ — подмножество V^2, состоящее из пар без повторений. Аналогичным образом можно построить универсальное множество V^3, состоящее из всех троек элементов V; V^4 — из всех четверок элементов V; ... V^n — из всех n-ок элементов V.

Что же представляет собой алгебра множеств на V^2, на которой мы хотим определить вероятностную меру? Это само V^2; множество пар шаров, первый из которых — черный, а второй — любого цвета; множество пар, в которых первый шар — нечерный, вне зависимости от цвета второго; множество пар, в которых второй шар — черный, а первый — любого цвета, множество пар, в которых второй шар — нечерный, а первый — любого цвета, множество пар, в которых первый и второй шары черные; множество пар, в которых оба шара — нечерные; множество пар, в которых первый шар — черный, а второй — нечерный; множество пар, в которых первый шар — нечерный, а второй — черный; и, наконец, пустое множество, которое всегда должно быть элементом алгебры множеств. Легко проследить, насколько быстро растет число элементов алгебры множеств. Нас, однако, как правило, будут интересовать лишь два вида множеств: во-первых, те подмножества V^n, в которых про каждый элемент n-ки сказано, какому из собственных подмножеств[1] исходного универсального множества V он принадлежит (для V^2, например, можно взять множество пар, в которых первый элемент — черный, а второй — нечерный шар); во-вторых, те подмножества V^n, в которых про i-й элемент n-ки сказано, какому из элементов $\mathfrak{F}_V$ он принадлежит (в нашем примере возьмем множество пар, в которых второй шар — черный). Кроме того, иногда мы будем рассматривать подмножества V^n, n-ки которых обладают определенной долей элементов, принадлежащих данному подмножеству из $\mathfrak{F}_V$. Так мы можем образовать множество пар, оба элемента которых — черные шары, или множество пар, в которых 50% шаров (т. е. ровно один) — черные.

Теперь мы хотели бы определить вероятностные меры на $\mathfrak{F}_{V^2}$, $\mathfrak{F}_{V^3}$, ..., $\mathfrak{F}_{V^n}$, исходя из меры на $\mathfrak{F}_V$. Эти меры не единственны, но среди множества определений есть два важных частных случая. Рассмотрим подмножество V^n, состоящее из таких n-ок, в которых i-ый элемент принадлежит множеству H из $\mathfrak{F}_V$. Естественно принять меру этого подмножества по отношению к мере V^n равной мере множества H по отношению к мере V. Если V^n трактовать как множество n-кратных выборок (с возвращением) из V или как множество исходов последовательности из n одинаковых испытаний, то только такая мера покажется адекватной. Определим условную вероятность множества n-ок, в которых i-ый элемент принадлежит H из $\mathfrak{F}_V$ при условии, что 1-ый элемент n-ки

[1] То есть не совпадающих ни с V, ни с $\varnothing$. — *Прим. перев.*

принадлежит H_1, 2-ой — H_2, $(i-1)$-ый элемент принадлежит H_{i-1}. Если принять очень сильное допущение: условная вероятность этого множества n-ок равна безусловной вероятности H в V^n другими словами, если предположить независимость элементов[1] n-ки, то мы получим первый из двух упоминавшихся выше частных случаев. Это дополнительное допущение гарантирует единственность меры на $\mathfrak{F}_{V^n}$. Второй же частный случай получается из более слабого постулата, а именно: условная вероятность H зависит только от того, какие множества $H_1, H_2, \ldots, H_{i-1}$ составляют второй аргумент и какова частота каждого из них (H_j может, конечно, совпадать с H_k), но не от порядка, в котором они следуют. Если это допущение выполняется, мы будем говорить, что элементы n-ки *перестановочны.* И хотя условие перестановочности не гарантирует единственность меры на $\mathfrak{F}_{V^n}$, оно позволяет доказать ряд интересных теорем.

Опустимся теперь с небес на землю за примерами. Пусть некоторая урна содержит черные и белые шары, причем p-ая часть из них — черные. Пусть V — множество однократных выборок из урны. При определенных условиях вытаскивания (наугад, после тщательного перемешивания...) представляется правдоподобным положить вероятность множества выборок B шара черного цвета равной p. Будем вытаскивать n-ки шаров, соблюдая следующие правила: каждый шар вытаскивается при выполнении одинаковых, только что отмеченных условий; как только он вынут и зафиксирован его цвет, он снова возвращается в урну, а содержимое урны тщательно перемешивается, прежде чем вытаскивается следующий шар. Множество n-ок обозначим V^n. Пусть B_i — подмножество V^n, в n-ках которого на i-ом месте находится черный шар. Новую алгебру множеств можно построить, исходя из n множеств B_i, составляя всевозможные дополнения, пересечения и объединения. Например, $B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_n$ — множество n-ок, состоящих только из черных шаров; $B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_n$ — множество n-ок, в которых хотя бы один шар черный; $\bar{B}_1 \cap B_2 \cap B_3 \ldots$

[1] Строго говоря, речь идет о независимости множеств, в n-ках которых на определенном месте стоит определенный элемент. — *Прим. перев.*

$\ldots \cap B_n$ — множество n-ок, в которых за белым следуют $n-1$ черный шар, и т. д. Чему же равна вероятность на $\mathfrak{F}_V{}^n$? Поскольку мы рассматриваем последовательность из n одинаковых испытаний, предположим в качестве первого допущения.

$$P(B_i) = P(B) = p.$$

Таким образом, на новой алгебре множеств мера каждого B_i равна мере B на исходной алгебре множеств. Далее, вполне естественно в данном примере считать элементы n-ки независимыми. Например,

$$P(B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_n) = P(B_1) \cdot P(B_2) \ldots P(B_n) =$$
$$= B(B) \ldots P(B) = [P(B)]^n.$$

Рассмотрим еще монету, которая хаотически выпадает то на одну, то на другую сторону. Пусть V — множество возможных исходов одного случайного опыта с монетой, проводимого при определенном комплексе условий. Предположив иррегулярность появления каждого исхода, мы не можем точно предсказать, сколько раз выпадет монета на «решку» в длинной серии испытаний. Тем не менее (в зависимости от интерпретации функции P!), мы можем определить функцию P на $\mathfrak{F}_V = \{V, H, \bar{H}, \varnothing\}$, где H — выпадение монеты на «решку». Обозначим через V^n множество исходов последовательности из n испытаний этой монеты, через H_i — множество n-ок, в которых на i-ом месте стоит решка. $\mathfrak{F}_{V^n}$ получается так же, как и в предыдущем примере. Несмотря на иррегулярность монеты, мы опять можем в качестве ограничения, накладываемого на новую вероятностную меру P, положить $P(H_i) = P(H) = q$ (где q — неизвестная нам величина), поскольку V^n состоит из исходов последовательности одинаковых испытаний. То есть на новой алгебре множеств мера каждого H_i равна мере H на исходной алгебре множеств. Если же мы считаем, что частота появления «решки» в первых i испытаниях служит основанием для выбора того значения меры, которое мы называем вероятностью выпадения решки в $(i+1)$-ом испытании, то тем самым мы *отрицаем* независимость испытаний. Если к тому же частота появления решки — *единственное* основание для выбора вероятности, а номера испытаний, в результате которых появилась «решка», не влияют на наш выбор, элементы n-ки перестановочны. Однако в отличие от предыдущего примера нельзя предложить одну-единственную формулу, определяющую вероятность на $\mathfrak{F}_{V^n}$, исходя из вероятности на $\mathfrak{F}$, так как условие перестановочности не гарантирует единственность. В главах 6 и 13 мы подробно разберем следствия, вытекающие из этого условия.

Приведем несколько формул, относящихся к последовательности независимых испытаний, на которые мы будем ссылаться в дальнейшем.

Теорема 10. *Пусть V — универсальное множество, H — подмножество V и $P(H) = p$. Пусть V^n — множество n-ок из V, H_i — множество n-ок, в которых i-ый элемент принадлежит H; $P(H_i) = P(H)$ и элементы n-ки независимы. Пусть E — множество n-ок, в которых на k определенных местах стоят элементы, принадлежащие H, а на $n-k$ оставшихся местах — $\bar{H}$. Тогда $P(E) = p^k(1-p)^{n-k}$.*

Доказательство. Если на первых k местах стоят элементы, принадлежащие H, то, используя независимость, получаем

$$P(H_1 \cap H_2 \cap \ldots \cap H_k \cap \bar{H}_{k+1} \cap \bar{H}_{k+2} \cap \ldots \cap \bar{H}_n) =$$
$$= P(H_1) \times P(H_2) \times \ldots \times P(H_k) \times P(\bar{H}_{k+1}) \times \ldots \times P(\bar{H}_n) =$$
$$= [P(H)]^k [P(\bar{H})]^{n-k} = P^k (1-p)^{n-k}.$$

Но порядок чередования H и $\bar{H}$ не может повлиять на окончательный результат, так как благодаря независимости в любом случае мы получим произведение n сомножителей, из которых k сомножителей равны p, а $n-k$ сомножителей равны $1-p$.

Чаще нам нужна вероятность множества n-ок, в которых ровно k элементов принадлежат H, вне зависимости от их мест расположения. Прежде чем подсчитать эту вероятность при условиях, сформулированных в теореме 10, нам придется познакомиться с некоторыми формулами комбинаторики. Перестановкой[1] множества из n объектов называется упорядоченная n-ка этих объектов. Например, Том на первом месте, Мэри — на

[1] Или подстановкой. — *Прим. перев.*

втором, Сюзанна — на третьем — это перестановка множества, состоящего из Тома, Мэри и Сюзанны. Мэри на первом месте, Сюзанна — на втором, Том — на третьем — это другая перестановка того же множества. Сколько перестановок имеет множество, состоящее из n объектов? Существует всего n вариантов выбора объекта на первое место. Когда первое место занято, остается $n-1$ объект для выбора на второе место. Число вариантов выбора на первые два места равно $n(n-1)$, так как каждый вариант выбора объекта на первое место может сочетаться с любым вариантом выбора на второе место. Но каждый способ заполнения первых двух мест может в свою очередь сочетаться с $n-2$ способами заполнения третьего места, так что общее число вариантов заполнения первых трех мест равно $n(n-1)(n-2)$. Если заполнено $n-1$ место, то остается один объект для помещения на n-ое место. Таким образом, общее число перестановок из n объектов равно $n(n-1)(n-2)\ \ldots\ 2\cdot 1$. Это выражение часто встречается в математике и посему имеет специальное обозначение $n!$ (читается: «эн-факториал»).

Формальное определение записать довольно просто:

Определение II. $0! = 1$ *и* $n! = n[(n-1)!]$.

Для того чтобы подсчитать, сколько всего существует n-ок, в которых k элементов принадлежат H и $n-k$ элементов принадлежат $\bar{H}$, необходимо знать число способов сочетания в n-ке k объектов типа H с $n-k$ объектами типа $\bar{H}$. Пусть C — это искомое число способов. Если мы поменяем местами объекты одного типа, то наше сочетание останется прежним. Такие перестановки можно совершить $k!$ способами для объектов типа H и $(n-k)!$ способами — для объектов типа $\bar{H}$. Следовательно, полное число перестановок, не влияющих на выбранное сочетание, равно $k!(n-k)!$. Если умножить это число на искомое число сочетаний, то должно получиться полное число перестановок из n объектов, т. е. $(n-k)!k!C = n!$. Отсюда $C = n!/(n-k)!k!$. Среди множества принятых обозначений этого числа выберем наиболее употребительный символ $\binom{n}{k}$[1].

[1] В отечественной математической литературе, пожалуй, чаще используется C_n^k. — *Прим. перев.*

Теорема 11. *Пусть V — универсальное множество, H — подмножество V и $P(H)=p$. Пусть V^n — множество всех n-ок из V, H_i — множество n-ок, в которых i-ый элемент принадлежит H, $P(H_i)=P(H)$ и все элементы n-ки независимы. Пусть E — множество n-ок, в каждой из которых ровно k элементов принадлежит H. Тогда*

$$P(E)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{(n-k)}.$$

Доказательство. Согласно только что выведенной формуле, существует $\binom{n}{k}$ способов сочетания k элементов типа H с $n-k$ элементами типа $\bar{H}$. Каждому сочетанию соответствует одна n-ка, в которой на k определенных местах стоят элементы, принадлежащие H. Мера любой такой n-ки по предыдущей теореме равна $p^k(1-p)^{n-k}$.

В последующем изложении нам нужно будет сослаться на еще одну важную предельную теорему — теорему Бернулли. Приведем ее здесь без доказательства. Хотя доказательство достаточно просто, для его представления необходимо ввести новые понятия, не имеющие прямого отношения к основному содержанию книги.

Теорема 12 (теорема Бернулли). *Пусть V — универсальное множество, H — подмножество V и $P(H)=p$. Пусть V^n — множество n-ок из V, H_i — множество n-ок, в которых i-ый элемент принадлежит H; $P(H_i)=P(H)$ и все элементы n-ки независимы. Пусть E — множество n-ок,* в которых абсолютная частота *f элементов, принадлежащих H, удовлетворяет неравенству $|f/n-p|>$ $>\varepsilon$, где ε — любое положительное число. Тогда*[1]

$$P(E)<\frac{pq}{n^2}\leqslant\frac{1}{4n^2}.$$

Смысл теоремы в следующем: мы можем сделать сколь угодно малой[2] вероятность того, что относительная частота H в n-ке сколь угодно мало будет отличаться от $P(H)$. На точном математическом языке это звучит так: для любых сколь угодно малых $\varepsilon>0$ и $\delta>0$ существует такое достаточно большое n, что вероятность

[1] $q=1-p$. — *Прим. перев.*

[2] Надлежащим выбором n. — *Прим. перев.*

отклонения больше, чем на ε относительной частоты H в n-ке от вероятности H будет меньше, чем δ. Мы привели слабую формулировку теоремы. На самом деле мера n-ок, для которых удовлетворяется неравенство с ε, еще меньше, т. е. неравенство с $P(E)$ можно усилить.

Чтобы прояснить сказанное, разберем один пример. Допустим, некоторый радиозавод выпускает в среднем один бракованный на десять хорошо работающих приемников. Какова вероятность того, что из четырех упакованных в ящик радиоприемников ровно один окажется с дефектом? Что можно сказать о частоте приемников с браком в кузове грузовика, содержащем десять тысяч радиоприемников?

Пусть исходное универсальное множество V состоит из радиоприемников, а интересующее нас подмножество D — из бракованных радиоприемников. Далее, пусть V^4 — множество всевозможных четверок радиоприемников. Поскольку в данный ящик нельзя дважды упаковать один радиоприемник, ситуация должна описываться в терминах выборок без возвращения. Но так как объем выборок мал по сравнению с объемом универсального множества, разница в числах незначительна и ею можно пренебречь. Договоримся, что $P(D) = 1/10$. Каковы причины нашего выбора $P(D)$ — прямое ли соответствие тому *факту*, что 1/10 продукции бракуется, или это *утверждение*, основанное на данном факте, или наш выбор пал на 1/10 по другим причинам — обо всем этом мы узнаем из следующих глав. Обозначим теперь через D_i множество четверок, в которых i-ый приемник неисправен, и положим $P(D_i) = P(D) = 1/10$. Пусть, кроме того, элементы четверки независимы.

Используя теорему 10, подсчитаем меру множества четверок, в которых первый и третий приемники неисправны:

$$\begin{aligned}P(D_1 \cap \bar{D}_2 \cap D_3 \cap \bar{D}_4) &= P(D_1) \times P(\bar{D}_2) \times P(D_3) \times P(\bar{D}_4) = \\ &= p \times 1(1-p) \times p \times (1-p) = \\ &= p^2(1-p)^2 = 0{,}0081.\end{aligned}$$

Вероятность же того, что ровно один приемник из четырех неисправен, находится по теореме 11:

$$\binom{4}{1} p^1 (1-p)^3 = 0{,}2916.$$

Складывая, согласно аксиоме аддитивности, вероятность трех неисправных радиоприемников с вероятностью четырех неисправных приемников, получим вероятность того, что неисправно не менее трех радиоприемников. Тот же результат получится, если, по теореме 4, от единицы отнять сначала вероятность того, что все приемники хорошо работают, затем отнять вероятность того, что один приемник неисправен, и, наконец, отнять вероятность того, что два приемника имеют дефекты. Поскольку вероятность того, что ровно один приемник с дефектом, уже подсчитана, применим второй метод расчета. Опять-таки по теореме 11 находим сначала вероятность того, что среди четырех радиоприемников два окажутся неисправными:

$$\binom{4}{2} p^2 (1-p)^2 = 0{,}0486,$$

а затем вероятность того, что все приемники исправны:

$$\binom{4}{0} p^4 (1-p)^0 = 0{,}6561.$$

Согласно аксиоме аддитивности, вероятность того, что ни одного, один или два приемника окажутся с дефектом, равна 0,9963, и, следовательно, согласно теореме 4, вероятность того, что неисправны не менее чем три приемника, равна $1 - 0{,}9963 = 0{,}0037$.

Вспомнив о грузовике, возьмем $\varepsilon = 0{,}05$. Тогда вероятность того, что относительная частота f/n неисправных приемников отличается от 0,10 более чем на 0,05, будет меньше $9/5200 < 0{,}002$. Если же взять нижнюю границу разности между f/n и 0,10 равной 0,01, то эта вероятность будет меньше $9/100 < 0{,}1$. Другими словами, можно быть на 90% уверенным (в некотором смысле 'уверенности'), что число бракованых радиоприемников в кузове грузовика лежит в пределах от 900 до 1100. Но это лишь грубая оценка. Практически мера множества грузовиков с относительной частотой неисправных приемников в пределах между 0,09 и 0,11 намного больше 0,90.

Упражнения

1. В начале параграфа говорилось о том, что вероятность можно определить не только на алгебре множеств,

но и на алгебре событий. Дайте определения алгебры событий и σ-алгебры событий.

2. Сформулируйте определения алгебры и σ-алгебры высказываний.

3. Докажите теорему 1, используя теорему 4.

4. Докажите теорему 5, используя теорему 8.

5. Докажите теорему 9.

6. Пусть $\mathfrak{F}$ — алгебра множеств, $\mathfrak{F}_H$ — класс всех множеств вида $H \cap X$, где X принадлежит $\mathfrak{F}$. Покажите, что в таком случае $\mathfrak{F}_H$ также является алгеброй множеств.

7. Пусть дана мера P, определенная на алгебре (σ-алгебре) множеств $\mathfrak{F}$, H принадлежит $\mathfrak{F}$ и $P(H) \neq 0$. Пусть, кроме того, $\mathfrak{F}_H$ — это класс всех множеств вида $H \cap X$, причем X является членом $\mathfrak{F}$. Докажите, что а) $\mathfrak{F}_H$ является алгеброй (σ-алгеброй) множеств и б) $P(E|H)$ — вероятностная мера на $\mathfrak{F}_H$, если $P(E)$ — вероятностная мера на $\mathfrak{F}$.

В следующих упражнениях проанализируйте возможные ответы и *неявные допущения*, лежащие в основе как вопросов, так и ответов.

8. Чему равна вероятность выпадения четырех «решек» при десяти испытаниях некоторой достаточно симметричной монеты?

9. Чему равна вероятность того, что число «решек» будет лежать в пределах от четырех до шести (включая границы), если производится десять испытаний достаточно симметричной монеты?

10. Чему равна вероятность того, что достаточно симметричная монета ни разу не выпадет на «решку» при десяти бросаниях?

11. Рассмотрим опыт с несимметричной монетой. Обозначим через p неизвестную нам вероятность выпадения «решки». Пусть мы хотим на 90% быть уверенными в том, что относительная частота выпадения «решки» отличается от вероятности выпадения «решки» не более чем на 0,01. Сколько раз необходимо для этого подбросить монету?

12. Какова вероятность получения в сумме семи очков при подбрасывании двух игральных костей?

13. Из колоды карт вытаскиваются одновременно две карты. Какова вероятность того, что обе карты

будут червонной масти? (Обратите внимание: элементы этой пары не являются независимыми.)

14. В ящике находится десять пар обуви. Три из них имеют дефекты. Вынимаются две пары. Какова вероятность того, что одна пара будет забракована? (Здесь опять-таки нет независимости.)

15. У игрока в покер на руках четыре карты червонной масти и одна трефовой. Он откладывает трефовую карту и берет из колоды новую карту. Какова вероятность того, что эта новая карта будет червонной масти?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 2

Со стандартным изложением исчисления вероятностей с теоретико-множественной точки зрения можно познакомиться по книге: H. Cramér. Introduction to Probability Theory. J. Wiley and Sons, New York, 1955, или по книге: Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1, изд. 2-е, М., «Мир», 1964; т. 2, М., «Мир», 1967, или по какому-нибудь другому общему руководству, включая H. E. Kyburg. Probability Theory. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1969. Когда этот подход к теории вероятностей только начинал разрабатываться, А. Н. Колмогоров предложил аккуратно построенную аксиоматизацию (см.: А. Н. Колмогоров. Основные понятия теории вероятностей. М., «Наука», 1974). Первая аксиоматика, в которой аргументами вероятностной меры являются высказывания, была построена Дж. Кейнсом (J. M. Keynes. Treatise on Probability. Macmillan, London, 1921). Более современный и элегантный вариант подобной аксиоматики предложил Р. Карнап в книге: R. Carnap. Logical Foundations of Probalility. University of Chicago Press, Chicago, 1950. К. Поппер построил аксиоматику, в которой связки аргументов вероятностной меры не обязательно обладают такими обычными логическими свойствами, как коммутативность (K. Popper. Two Autonomous Axiom Systems for the Calculus of Probabilities. *British Jornal for the Philosophy of Science*, **6**, 1955—1956, p. 51—57; и Appendices *iv and *v. In: The Logic of Scientific Discovery, Hutchinson and Co., London, 1959).

ГЛАВА 3

КЛАССИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

Нетрудно заметить, что почти все утверждения в чистой[1] теории вероятностей являются условными[2] по форме. Чтобы применять эту теорию на практике, нужно научиться каким-то образом получать отличные от 0 и 1 вероятности. В этой связи различные подходы к смыслу вероятностных утверждений можно истолковать как попытки разработать способы измерения вероятностей, закладываемых в исчисление. Впервые классический метод измерения вероятностей был разработан с целью описания азартных игр. Вероятность в классической схеме определяется как отношение числа альтернатив. Так, вероятность выпадения четверки при испытании некоторой шестигранной кости равна 1/6, поскольку среди шести *возможных* исходов лишь один благоприятствует наступлению интересующего нас события. Отношение числа *благоприятных* исходов к *общему* числу исходов равно 1 : 6.

Столь же просто вычислить вероятность события (или высказывания), разделив одно число возможностей на другое. Техника подсчета альтернатив достаточно проста. С ее помощью мы добиваемся надежных и правдоподобных результатов, когда речь идет о ситуациях, аналогичных ситуациям в азартных играх. Математики, заложившие основы теории вероятностей, занимались решением именно игровых задач. Однако почти во всех других ситуациях трудно выделить необходимые альтернативы. Ибо даже при подсчете вероятностей в азартных

[1] В отличие от прикладной статистики. — *Прим. перев.*

[2] То есть предполагается знание каких-либо вероятностей. — *Прим. перев.*

играх нужны правила отбора подходящих альтернатив. Вычисляя, например, вероятность выпадения шестерки, мы не рассматриваем множество из двух возможных исходов ‘шесть’ и ‘не-шесть’ и не считаем вероятность выпадения шестерки равной 1/2 только на том основании, что благоприятна в точности одна из двух альтернатив. Отталкиваясь от *произвольного* множества альтернатив, нельзя определять вероятности, надо найти условия, которым это множество должно удовлетворять.

Первый принцип, по-видимому, признается всеми: перед подсчетом возможных исходов следует убедиться в их *равновозможности.* ‘Шестерка’ и ‘не-шестерка’ не удовлетворяют этому требованию, так как вторая альтернатива содержит больше (а именно пять) возможностей, чем первая. В то же время ‘единица’, ‘двойка’ и т. д. образуют множество альтернатив с одинаковыми возможностями. И действительно, с любой попыткой расщепить одну из этих альтернатив можно сопоставить соответствующие расщепления других альтернатив. Если кто-либо вздумает, например, подразделить ‘шестерку’ на ‘шестерку в солнечный день’ и ‘шестерку в пасмурный день’, то ему скажут, что: а) такое подразделение не представляет для нас интереса и б) аналогичным неуместным расщеплениям можно подвергнуть ‘единицу’, ‘двойку’ и т. д.

Однако, руководствуясь столь грубой формой принципа равновозможностей, легко попасть впросак. Это видно на примере шулерских орудий азартных игр. При подбрасывании пары обычных игральных костей вероятность выпадения в сумме семерки равна 6/36, так как среди тридцати шести «одинаковых» альтернатив шесть дают в результате нужную сумму очков. Но кости могут оказаться как стандартными, так и нестандартными. На их грани могут, например, быть нанесены нестандартные пометки. Пусть на гранях одной кости нанесены одна, шесть, четыре и трижды три точки, а на гранях другой — одна, шесть, три и трижды четыре точки. Тогда вероятность суммы, равной семи, с классической точки зрения будет равна 12/36: из тридцати шести возможностей для двух костей двенадцать возможностей дают в сумме семь. Известны также и более утонченные способы жульничества. Допустим, центр тяжести одной кости смещен к грани, противоположной «тройке», а другой — к грани, противоположной «четверке». Такая пара костей значительно чаще будет давать в сумме семь, чем пара тщательно сбалансированных костей. Но у новой пары те же *возможные исходы* — почему же мы не считаем их равновозможными?

В свое время Лаплас предложил такой ответ: 'равновозможность' мы должны интерпретировать как равновероятность. Этот ответ составляет основу классической интерпретации вероятностей. Вероятность некоторого события (например, 'в сумме семь' при подбрасывании пары костей) определяется как отношение числа благоприятствующих наступлению этого события альтернатив к общему числу *равновероятных* исходов. В случае с парой стандартных игральных костей все возможные исходы предполагаются (и на самом деле являются) равновероятными. Чтобы вычислить вероятность какого-либо события, нужно лишь подсчитать число исходов, в результате которых наступает интересующее нас событие, и разделить это число на 36.

На первый взгляд создается впечатление, что определение вероятности через равновероятность образует замкнутый круг. Но это только на первый взгляд — необходимо лишь научиться распознавать равновероятные альтернативы, не обращаясь к понятию вероятности. В этом случае кругообразность элиминируется за счет того, что понятие равновероятности будет исходным для определения понятия вероятности, в то же время сама равновероятность будет определяться без ссылок на вероятность. Именно этого и пытался достичь Лаплас, когда выдвинул пресловутый «принцип индифферентности» — самый знаменитый принцип в истории теории вероятностей. Принцип индифферентности гласит: две возможности тогда, и только тогда, равновероятны, когда нет *оснований* для предпочтения одной из них. Вероятность, например, выпадения шестерки при испытании обычной игральной кости равна 1/6, потому что ко всем шести возможным исходам приложим принцип индифферентности: ни один из них нет оснований предпочесть другому, и, следовательно, все они равновероятны. В противоположность этому тридцать шесть возможных результатов подбрасывания пары нестандартных костей, упомянутых выше, неравновероятны, ибо не все исходы удовлетворяют принципу индифферентности. У нас есть *основания* для предпочтения исхода, в котором первая кость выпадет на «тройку», а вторая — на «четверку». Эти основания покоятся, конечно, на сведениях о смещении центров тяжести к граням, противоположным соответственно «тройке» и «четверке». Таким образом, принцип индифферентности в формулировке Лапласа выявляет условия применимости классического метода расчета к справедливым азартным играм и, кроме того, объясняет, почему этот метод непригоден в тех случаях, когда используются шулерские орудия игры.

Причины, по которым мы отказываемся признать альтернативы равновероятными, не *только* в асимметрии. Ведь стандартная кость также асимметрична: на ее грани нанесено различное число точек. В чем же тогда *релевантность* одной асимметрии и нейтральность другой? Мы учитываем ту асимметрию, которая связана с ожидаемыми частотами наступления определенных событий. Напрашивающийся отсюда вывод о влиянии релевантной асимметрии на *вероятности* определенных событий неприемлем, так как в противном случае круг замкнулся бы на том же самом слове 'вероятность', смысл которого мы намеревались объяснить. Мы просто утверждаем, что равновероятность возможных исходов означает отсутствие каких-либо сведений в пользу неравных частот осуществления этих исходов. В таком определении уже нет порочного круга. Даже покрасив одну грань в красный цвет, мы не уменьшаем силу принципа индифферентности. Мы уверены, что возникшая асимметрия не повлияет на относительную частоту выпадения окрашенной грани.

С этой классической точки зрения между вероятностью и частотой существует и обратная связь: не только информация или уверенность в том, что частоты будут разными, ставит под сомнение применимость принципа индифферентности, но и знание найденных по классической схеме вероятностей позволяет делать обоснованные предсказания о частотах наступления интересующих нас событий в длинной серии испытаний. К испытаниям кости или монеты, например, можно применить теорему 12. *Если* возможные исходы считаются равновероятными (по принципу индифферентности), а испытания (различные подбрасывания кости или монеты) — независимыми, *то* можно оценить вероятность относительной частоты наступления данного события в конечной серии испытаний. Пусть перед нами симметричная (по всем существенным параметрам) монета. Значит, у нас нет никаких оснований полагать, что одна из сторон монеты будет выпадать чаще или реже, если все обычные правила испытаний соблюдены. Применив принцип индифферентности, получаем вероятность выпадения решки 1/2. Применив принцип индифферентности еще раз, получаем независимость испытаний: коль скоро в первом испытании выпала «решка», у нас еще нет оснований считать, что во втором испытании менее (или более) правдоподобно выпадение «решки». Условия теоремы 12, таким образом, выполнены. Для 10 000 испытаний вероятность того, что «решка» выпадает от 4500 до 5500 раз, превышает 0,99. Итак, исходя из вероятностей элементарных событий, мы получаем крайне высокую вероятность определенных сложных событий.

Подобные не вызывающие доверия рассуждения Нагель называет «разновидностью априорного рационализма». Впрочем, Нагель оговаривает границы своего обвинения. Пока мы помним, что никакие 'вероятности' не способны точно предсказать реальную относительную частоту, мы не выходим за пределы обычных математических доказательств. Даже если, как в нашем примере, вероятность равна 0,99, конкретные 10 000 испытаний могут привести к любой частоте выпадения «решки». Если же взять 99% всей десятитысячной серии испытаний, то и такое множество может не отвечать сделанным предсказаниям. Ведь монета может быть подделана без нашего ведома.

В чем же тогда источник расширения наших познаний в области относительных частот? Все наши оценки получены с помощью вероятностей, рассчитанных по принципу индифферентности, а основанием для применения этого принципа служат эмпирические сведения об относительных частотах, которыми мы располагаем в начале исследования. Значит, расхождения между вероятностями и наблюдаемыми впоследствии относительными частотами вряд ли могут быть слишком большими. Преимущества такого дебюта весьма сомнительны. Поскольку вероятности оказываются в полной зависимости от относительных частот, классическая интерпретация вероятности теряет свое отличие от частотной (см. следующую главу). Скорее всего, именно по этой причине, а не вследствие приводимых ниже логических доводов классическая интерпретация оставалась забытой в течение сорока лет.

Философы выдвинули множество аргументов против принципа индифферентности. Вернемся к подделанной игральной кости. Если мы не знаем, к какой именно грани смещен центр ее тяжести, все возможности для нас одинаковы. Тогда по принципу индифферентности одинаковы и вероятности выпадения любого числа очков. В частности, вероятность выпадения «двойки» равна 1/6. Результат кажется странным, поскольку нам известно, что центр тяжести каким-то образом смещен, а ответ получился прежний. Дальше — больше. Так как у нас нет оснований считать отдельные испытания зависимыми, т. е. условие независимости теоремы 12 выполняется, то, согласно этой теореме, в длинной серии испытаний практически достоверно выпадение «двойки» в шестой части всех испытаний. Но, зная, что кость подделана, мы должны были бы считать практически достоверным выпадение «двойки» приблизительно не в шестой части всех испытаний, а в большем (если центр тяжести смещен к противоположной грани) или в меньшем числе испытаний (если центр тяжести смещен к какой-нибудь другой грани) [1].

Предположим теперь, что мы произвели длинную серию испытаний неоднородной игральной кости при научно контролируемых условиях. Пусть в результате «двойка» выпала приблизительно в одной трети всех подбрасываний. Мы непременно захотим объявить, что вероятность выпадения «двойки» при данных условиях опыта равна 1/3 или, во всяком случае, очень близка к 1/3. Но где же тогда те три равновероятные альтернативы, одна из которых благоприятствует выпадению «двойки»? Можно, конечно, попытаться их найти в возможных значениях скорости, положения центра масс, момента вращения кости во время подбрасывания, но все это будет слишком большим, и притом искусственным и необоснованным, усложнением задачи. Еще труд-

[1] Центр тяжести может быть, очевидно, смещен и так, что вероятность выпадения «двойки» действительно останется равной $^1/_6$. Здесь следовало бы добавить, что при смещении центра тяжести вероятности выпадения *всех* граней не могут оставаться прежними. — *Прим. перев.*

нее отыскать равновероятностные исходы и подсчитать по классическому определению вероятности в статистических задачах, которые приходится решать математикам, работающим в страховых компаниях. В чем заключается каждая из тысячи равновероятных альтернатив, 945 из которых благоприятствуют достижению сорокалетнего возраста 39-летним мужчиной? Другая проблема: в математике и физике встречаются вероятности, выраженные иррациональными числами (например, вероятность того, что при случайной перестановке чисел натурального ряда хотя бы одно число окажется на своем месте, равна $1-e^{-1}$)[1]. Такая вероятность в принципе не может быть представлена в виде отношения числа исходов: существует теорема о непредставимости иррационального числа в виде дроби.

Чтобы проиллюстрировать, к каким *логическим* курьезам приводит принцип индифферентности, рассмотрим пример с вытаскиванием шаров из урны. Пусть распределение шаров в урне нам неизвестно. Поскольку нет оснований считать вытаскивание красного шара более правдоподобным событием, чем вытаскивание некрасного, по принципу индифферентности полагаем вероятности этих событий равными 1/2. Рассуждая аналогично, получаем: вероятность вытаскивания голубого шара равна 1/2, вероятность вытаскивания зеленого шара также равна 1/2. Используя аксиому аддитивности, находим, что вероятность вытаскивания красного *или* зеленого, *или* голубого шара равна $1^1/_2$. Это уже *логический* абсурд, ибо последний результат противоречит аксиоме 1.

Если ограничить применение принципа индифферентности только такими альтернативами, относительно которых наше знание было бы симметричным, то подобные парадоксы будут устранены. Выделенные нами исходы вытаскивания шара из урны не удовлетворяют этому критерию, так как зеленый, красный и голубой цвета составляют лишь часть мыслимого множества цветов. 'Красный шар' заключает в себе одну возможность, а 'некрасный шар' — множество. Но как подсчитать число этих возможностей, в общем случае неясно. Для альтернативы 'не-двойка' при испытании шестигранной кости это очевидно, а вот для альтернативы 'некрасный

[1] Здесь e — основание натурального логарифма. — *Прим. перев.*

шар' — затруднительно. Можно, разумеется, составить конечный перечень из n цветов и постулировать, что в данном случае все возможности исчерпаны. Тогда 'некрасный шар' будет содержать $n-1$ возможность. Но как бы мы ни обосновывали составление списка из n цветов, ясно, что в результате вероятностная связь должна пониматься как чисто логическое отношение. Логической интерпретации вероятности посвящена особая глава. Здесь же достаточно отметить, что, умозрительно составляя для описания какой-либо ситуации список из n цветов, мы обрекаем себя на более громоздкие построения по сравнению с применением классического принципа индифферентности к готовым альтернативам.

Другого рода трудности получили название парадоксов Бертрана. Пусть перед нами стол с тремя ящиками. В первом ящике лежат две золотые монеты, во втором — две серебряные, а в третьем — одна золотая и одна серебряная монеты. Наугад выбирается один из ящиков, так что каждый ящик имеет одинаковые шансы быть выбранным. Из выдвинутого ящика случайным образом вытаскивается монета. Она оказывается золотой. Чему равна вероятность того, что и вторая монета из этого ящика — золотая?

Первый вариант ответа. Так как первая монета оказалась золотой, перед нами должен быть либо ящик с двумя золотыми монетами, либо ящик с одной золотой и одной серебряной монетами, но не ящик с двумя серебряными монетами. Поскольку нет оснований предпочесть один из оставшихся ящиков другому, можно применить принцип индифферентности. Всего имеются две альтернативы, из которых одна благоприятствует наступлению интересующего нас события. Следовательно, вероятность того, что вторая монета окажется золотой, равна 1/2.

Второй вариант ответа. Всего шесть альтернатив: выбрать первый ящик и вытащить из него первую монету; выбрать первый ящик и вытащить из него вторую (тоже золотую) монету; выбрать ящик с двумя серебряными монетами и вытащить первую из них; выбрать тот же ящик и вытащить вторую серебряную монету; выбрать третий ящик и вытащить золотую монету; выбрать третий ящик и вытащить серебряную монету. Три альтернативы несовместимы с условием, что вынута золотая монета. Из оставшихся трех альтернатив две благоприятствуют наступлению интересующего нас события. Следовательно, искомая вероятность равна 2/3.

Если соблюдаются обычные правила вытаскивания, второй ответ — правильный. Это можно показать, используя теорему Бэйеса. Вторая монета окажется золотой, если, и только если, выбранный нами ящик содержит две золотые монеты. Условная вероятность вытащить золотую монету при условии, что первая монета — золотая, равна дроби. В числителе стоит 1/3 — априорная вероятность выбрать первый ящик, умноженная на 1 — вероятность вытащить вначале золотую монету, если перед нами первый ящик. В знаменателе стоит 1/2 — полная вероятность получить при первом вытаскивании золотую монету, но вначале казалось, что принцип индифферентности приведет к другому ответу. Проверяя принцип индифферентности только на первом варианте ответа, нелегко понять, в чем ошибка.

Другую вероятностную проблему поясним на уже знакомом примере вытаскивания шаров из урны. Пусть мы вынули большое число шаров, и все они оказались красными. Естественно предположить, что доля красных шаров в урне близка к 1. Мы должны показать, что это предположение имеет высокую вероятность. Можно попытаться сделать это с помощью теоремы Бэйеса, но в таком случае необходимо приписать априорные (до вытаскивания шаров) вероятности различным гипотезам о цвете шаров в урне. Есть два относительно естественных способа это сделать. В обоих используется принцип индифферентности, но при первом способе он применяется к *описаниям состояний*, а при втором — к *описаниям структуры*. (К этим понятиям мы еще вернемся в гл. 5 при обсуждении логической интерпретации вероятности.) Описание состояния — это, по определению, предложение, в котором о каждом шаре говорится, каким именно цветом из данного перечня в n цветов он обладает. Например: у первого шара красный цвет, у второго — красный, у третьего — голубой и т. д. С другой стороны, в описании структуры речь идет только о *доле* шаров каждого цвета. Например, 3/10 всех шаров имеет голубой цвет, 1/10 всех шаров имеет красный цвет и т. д.

Оказывается, если применить принцип индифферентности к описаниям состояний, то легко вычисленная по теореме Бэйеса вероятность не зависит от эмпирических данных, что не соответствует нашим ожиданиям. В общем случае это показал Р. Карнап. Тот факт, что мы вытащили из данной урны некоторое количество красных шаров, не влияет (в смысле независимости, определенной выше) на вероятность любой гипотезы о цвете оставшихся в урне шаров. Посмотрим на примере, как это получается. Пусть в урне всего два шара, цвет каждого из которых может быть либо черным, либо белым. Приведем все четыре описания состояний:

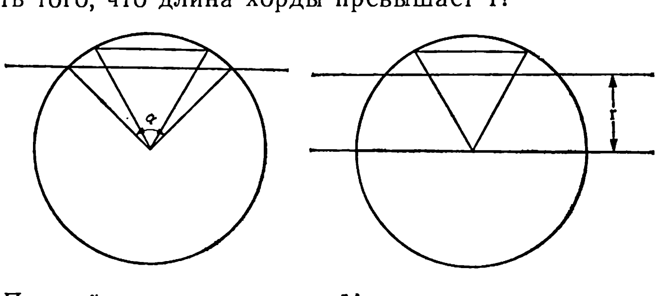
1. Первый шар — черный и второй шар — черный.
2. Первый шар — черный, а второй шар — белый.
3. Первый шар — белый, а второй шар — черный.
4. Первый шар — белый и второй шар — белый.

Полагая все альтернативы равновероятными, по теореме Бэйеса находим: вероятность вынуть вторым белый шар, при условии, что первым был вынут белый шар, равна 1/2, т. е. условная вероятность гипотезы об оставшемся шаре, при условии, что у нас есть сведения о вынутом шаре, — точно такая же, как и априорная вероятность гипотезы о том, что *второй* вынутый шар окажется белым.

Применив принцип индифферентности к описаниям структуры (считая, таким образом, описания структуры равновероятными), получим с помощью теоремы Бэйеса более правдоподобный результат. Однако заметим, что подобное применение принципа индифферентности совершенно аналогично его использованию в случае альтернатив «красный» и «некрасный». Напомним, что тогда мы сочли незаконным приписывание вероятностей 1/2 этим альтернативам, поскольку альтернатива «некрасный» содержит больше возможностей, чем альтернатива «красный». Но и сейчас мы должны отвергнуть равновероятность описаний структуры, поскольку, например, альтернатива «доля красных шаров равна $1/n$» содержит больше вариантов распределения n цветов по шарам, чем альтернатива «доля красных шаров равна 1». Проверить это утверждение можно в том случае, если подсчитать число описаний состояний, соответствующих каждому данному описанию структуры.

Принцип индифферентности приводит к парадоксам и в случае таких свойств (как, например, масса единицы объема), количественные значения которых находятся среди континуального множества чисел. Пусть мы, например, знаем, что плотность массы некоторого сплава лежит между 1 и 2. Рассмотрим теперь вероятности попадания плотности массы в различные, но равные по длине интервалы. Поскольку у нас нет оснований предпочесть один из равных интервалов другому, по принципу индифферентности можно заключить, что эти вероятности равны. Следовательно, с вероятностью 1/2 плотность сплава лежит в интервале от 1 до $1^1/_2$. В то же время мы можем применить аналогичные рассуждения к обратной величине — объему единицы массы. Для нашего сплава эта величина лежит в пределах от 1/2 до 1. Отсюда по принципу индифферентности находим, что с вероятностью 1/2 объем единицы массы лежит между 3/4 и 1. Этот результат не согласуется с нашим предыдущим утверждением, потому что в этом случае плотность массы с вероятностью 1/2 лежит в пределах от 1 до $1^1/_3$, а не до $1^1/_2$. Можно довести этот пример до абсурда иначе: первое применение принципа индифферентности приписывает вероятность 1/2 тому факту, что плотность сплава больше $1^1/_2$, а второе применение того же принципа — вероятность 1/2 тому факту, что плотность сплава меньше $1^1/_3$; следовательно, вероятность того, что плотность массы лежит в интервале от $1^1/_3$ до $1^1/_2$, равна 0.

Еще один вид задач получил название парадокса Бертрана. В этих задачах принцип индифферентности также приводит к противоречащим друг другу решениям. Пусть дана окружность единичного радиуса. Проведем наугад хорду в окружности. Чему равна вероятность того, что длина хорды превышает 1?



Первый вариант ответа. Угол α на рис. может лежать в пределах от 0° до 180°. Нет никаких оснований предпочесть один интервал значений угла другому, если они равны по величине. Таким образом, по принципу индифферентности с вероятностью 2/3 значение α больше 60°, то есть с вероятностью 2/3 длина хорды превышает 1.

Второй вариант ответа. Расстояние r от центра окружности до хорды может изменяться в пределах от 0 до 1. Нет никаких оснований предпочесть один интервал значений этого расстояния другому, коль скоро их длины равны. Следовательно, по принципу индифферентности, делаем вывод: с вероятностью $\sqrt{3}/2$ длина хорды больше 1.

Принцип индифферентности составляет ядро классической интерпретации вероятности. Там, где альтернативы ясно очерчены и есть основания верить, что они будут осуществляться при данных условиях опыта с приблизительно одинаковой частотой, принцип индифферентности приносит пользу. Однако в этой ситуации и частотная интерпретация вероятности приводит к тем же результатам, хотя, быть может, не столь непосредственно и просто. Многие статистики видят в классической интерпретации вероятности пройденный этап на пути к современным частотным концепциям, выраженным в той или иной форме.

Но в среде логиков и математиков еще не оставлены попытки спасти принцип индифферентности. Его хотят сформулировать так, чтобы его можно было применять в тех случаях, когда частотная интерпретация «не работает». На некоторых предложениях такого рода мы остановимся более детально при обсуждении логической интерпретации вероятности. В этой интерпретации вероятность выступает в качестве логического отношения, сходного с отношением следования, но более слабого. Логическая интерпретация унаследовала бо́льшую часть преимуществ и кое-какие трудности классической интерпретации вероятности.

В некотором смысле классическая интерпретация просто-напросто *совпадает* с принципом индифферентности, так как именно по принципу индифферентности мы подбираем подходящие для расчетов альтернативы. Некоторые разумные аспекты этого принципа переняли сторонники частотных, или эмпирических, концепций вероятности; в большинстве своем, однако, эти аспекты расцениваются ими как чисто эвристические правила, как своего рода прикидка на глазок, которую всегда можно заменить частотным анализом. Другие положительные черты принципа индифферентности унаследовала логическая интерпретация, при помощи которой удается избежать ряда трудностей, четко оговаривая область применения. Но саму по себе классическую интерпретацию надолго забыли и философы, и рефлектирующие математики.

Упражнения

1. Оправдывает ли классическая интерпретация нижеследующие рассуждения? Если да, то каким образом, если нет, то почему?

Подбрасывается пара монет. Всего три возможности: две «решки», два «орла», одна «решка» и один «орел». Ни один из этих исходов нет оснований считать более вероятным, чем другой. Поэтому вероятность выпадения двух «решек» равна 1/3.

2. Пусть в урне четыре шара. Каждый шар окрашен в черный или белый цвет. Перечислите шестнадцать описаний состояний и все описания структуры.

3. Допустим, мы вынули два шара из той урны, о которой шла речь в упражнении 2. Оба оказались черными. Применив принцип индифферентности к описаниям состояний, найдите условную вероятность того, что оба оставшихся в урне шара также черного цвета. Как изменится ответ, если принцип индифферентности применить к описаниям структуры?

4. Пусть игральная кость изготовлена наполовину из стали, а наполовину — из полимера той же плотности и упругости, что и сталь. Применим ли принцип индифферентности к исходам испытания этой кости? Ответ объясните.

5. Попробуйте использовать принцип индифферентности для подсчета вероятности выпадения в сумме четырех очков перед выпадением в сумме семи очков при испытаниях пары игральных костей.

6. Попробуйте использовать принцип индифферентности для подсчета вероятности получения пяти карт подряд червонной масти по старшинству при игре в покер. Почему мы можем (или не можем) использовать здесь этот принцип?

7. Попробуйте использовать принцип индифферентности для подсчета вероятности того, что в данном заезде ваша лошадь выйдет победителем, если в заезде участвует семь лошадей. Почему мы можем (или не можем) использовать здесь принцип индифферентности?

8. Допустим, центр тяжести игральной кости смещен в сторону одной из граней, но мы не знаем, в какую именно. Пусть принцип индифферентности вполне законно применяется к возможным исходам первого испытания этой кости. Можно ли каким-то образом избежать применения теоремы 12, согласно которой в длинной серии испытаний каждая грань будет выпадать приблизительно в шестой части всех подбрасываний?

9. Принцип индифферентности был сформулирован в терминах событий или видов событий. Как его сформулировать в применении к высказываниям?

10. Сформулируйте принцип индифферентности в терминах множеств.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 3

Знаменитый французский математик и астроном П. Лаплас (1749—1827) впервые детально продумал аргументы в защиту принципа индифферентности (Лаплас П. Опыт философии теории вероятностей. М., 1908). Некоторые применения принципа индифферентности, предложенные Лапласом, приводят к таким глубоким и неправдоподобным выводам, что скорее подрывают веру в этот принцип, нежели подтверждают его правильность. Дж. Кейнс (J. M. Keynes. A Treatise on Probability. Macmillan, London and New York, 1921) подробно излагает и критикует этот принцип, не очень отклоняясь от классической точки зрения. В книге Е. Нагеля (E. Nagel. Principles of the Theory of Probability, University of Chicago Press, Chicago, 1939) представлена классическая концепция вероятности, а также по многим аспектам проницательная критика этой концепции. Доказательство утверждения, согласно которому применение принципа индифферентности к описаниям состояний делает невозможным учет эмпирических данных, содержится в книге: R. Carnap. Logical Foundations of Probability. University of Chicago Press. Chicago, 1951, Section 110.

ГЛАВА 4

ЭМПИРИЧЕСКИЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ВЕРОЯТНОСТИ

Итак, классический принцип индифферентности ни достаточно четок, ни достаточно необходим. Поэтому он признается далеко не всеми. Чем больше уточнений вносят его сторонники, тем с большей быстротой и легкостью его противники выдвигают контраргументы. Кроме того, давно известно, что во многих прикладных задачах единственным способом установления вероятности какого-либо события является подсчет не числа одинаково правдоподобных альтернатив, а числа случаев, в результате которых данное событие могло произойти, приняв относительную частоту наступления этого события за индикатор его вероятности. Это касается, в частности, статистики страхования, демографической и сельскохозяйственной статистики, способов обработки результатов биологических экспериментов и других отраслей знания, переживавших подъем в XIX и XX веках. Например, ни один служащий страховой компании не стал бы подыскивать равновероятные альтернативы, чтобы установить вероятность смерти белого американца на сороковом году жизни. Для этого он просто обратился бы к статистическим данным и подсчитал отношение числа зарегистрированных смертельных случаев на сороковом году жизни среди белых американцев к общему числу зарегистрированных белых американцев в возрасте тридцати девяти лет.

Существует три способа эмпирической интерпретации вероятности в том виде, в каком это имело место в демографических, сельскохозяйственных и т. п. науках. Во-первых, вероятность можно буквально *отождествить* с относительной частотой. Во-вторых, вероятность можно считать *абстрактным двойником* относительной частоты. В-третьих, вероятность можно рассматривать как характеристику определенных *типов* событий, т. е. событий, выявляющих определенные виды *предрасположенностей* (propensities) или случайностных механизмов (chance set-ups).

В рамках первой интерпретации существует целое множество отличающихся друг от друга точек зрения. Большинство из них так или иначе восходит к концепции Р. фон Мизеса, автора книги «Вероятность, статистика и истина»[1], вышедшей в свет в 1928 г. и оказавшей большое влияние на дальнейшие исследования в этом направлении. Р. фон Мизес считает, что вероятность данного события должна интерпретироваться как предел относительной частоты его наступления в бесконечной серии испытаний. Многие математики, занимающиеся статистикой, до сих пор ссылаются на это определение как на последнее разумное слово. Еще большее число математиков и философов придерживаются достаточно близкой, но не совпадающей с позицией Мизеса точки зрения. Проанализировав интерпретацию вероятности фон Мизеса, остановимся на некоторых ее модификациях.

По мнению Мизеса[2], «теория вероятностей представляет собой науку такого же порядка, как геометрия или теоретическая механика... точно так же как геометрия изучает пространственные явления, теория вероятностей изучает массовые явления и повторяющиеся события» (с. vii).

Вероятностное высказывание, согласно фон Мизесу, становится осмысленным только тогда, когда мы отчетливо представляем себе *коллектив* (collective), по отношению к которому определена вероятность. На первых порах, по-видимому, и самому фон Мизесу было не совсем ясно, следует ли понимать под термином 'коллектив' реальную практически неограниченную последовательность событий; или это в полном смысле

---

[1] Русский перевод: Р. Мизес. Вероятность и статистика, М. — Л., 1930.

[2] Автор приводит цитату из предисловия Р. фон Мизеса к третьему немецкому изданию его работы, вышедшему в 1951 г. (см. библиографические примечания к данной главе). Поскольку русский перевод был сделан с первого издания книги, приводимый отрывок туда не вошел. — *Прим. перев.*

слова бесконечная последовательность, о существовании пределов в которой можно говорить с математической строгостью. В более поздней работе («Математическая теория вероятности») фон Мизес совершенно четко определяет коллектив как математическое понятие, идеализирующее эмпирическую реальность. В эмпирической реальности ему соответствует некоторая последовательность событий определенного вида. Практическая неограниченность этой реальной последовательности состоит в том, что, вообще говоря, ее всегда можно продолжить: испытания монеты можно повторить еще несколько раз, наблюдение α-распада атомов X можно проводить дольше.

Когда мы говорим о вероятности какого-нибудь события, мы мысленно извлекаем из коллектива соответствующую подпоследовательность, в дальнейшем имея ее в виду. Эта подпоследовательность состоит из событий определенного *сорта* (выпадение «решки» при испытании монеты, наступление смерти на сороковом году жизни и т. д.). Утверждать, что вероятность данного события существует, равносильно утверждению, что существует предел относительной частоты числа членов подпоследовательности в коллективе. Предложение «Вероятность выпадения «решки» равна 1/2» должно интерпретироваться следующим образом: имеется бесконечный коллектив (последовательность исходов подбрасываний монеты); в этом коллективе выделяется подпоследовательность, состоящая из исходов, дающих в результате выпадение «решки»; предел относительной частоты элементов подпоследовательности существует и равен 1/2.

Под существованием предела подразумевается сходимость ряда относительных частот в точном математическом смысле. Пусть T — бесконечный коллектив, состоящий из исходов испытаний монеты, H — подпоследовательность выпадения «решек» в этом коллективе. Тогда мы говорим, что предел относительной частоты H в T существует и равен p, если, и только если, для любого сколь угодно малого δ можно найти такое N, что для любого n, большего чем N, доля элементов H среди первых n членов T отличается от p меньше чем на δ. Обозначим через $f_n(H)$ относительную частоту элементов H среди первых n членов T. Определение того, что p является пределом относительной частоты H в T, в сокращенной символической записи выглядит так[1]:

$$(\delta)(\exists N)(n)(n > N \supset |f_n(H) - p| < \delta).$$

Это, безусловно, непроверяемое утверждение, относящееся к теоретической модели, призванной описать эмпирически данные последовательности. Никакое множество наблюдений не способно окончательно установить его справедливость. В определении ничего не говорится о том, *как найти* число N в зависимости от выбранного δ (в действительности, очевидно, нельзя установить способ, как это сделать). Утверждается лишь существование некоторого N. Но это утверждение является неопровержимым. Все это считалось недостатком предельно-частотной интерпретации вероятности. Однако в такой интерпретации вероятность является теоретическим понятием относительно высокого уровня, и поэтому отмеченные недостатки можно считать несущественными. Аналогичные «дефекты» непроверяемости и неопровержимости присущи такому абсолютно приемлемому понятию, как длина. Возьмем, к примеру, высказывание: «Длина некоторого стола равна четырем футам». Это высказывание можно считать равносильным утверждению о том, что для любого наперед заданного δ существует такая процедура измерения, что ее применение к данному столу дает результат, который, вероятно, будет отличаться от четырех меньше чем на δ. Вряд ли верификация или фальсификация вероятностных (в предельно-частотной интерпретации) высказываний вызывает больше проблем, чем верификация или фальсификация других эмпирических утверждений, вообще не вызывающих сомнений.

Фон Мизес постулирует еще одно условие, которому должен удовлетворять коллектив по отношению к подпоследовательностям или по отношению к интересующим нас событиям. Это условие — *иррегулярность* (ran-

---

[1] (x) — квантор всеобщности, читается «для любого x...»; $(\exists\, x)$ — квантор существования, читается «существует x...»; $\supset$ — символ материальной импликации, читается «если..., то...». — *Прим. перев.*

danness)[1]. Оно формулируется в терминах независимости от возможных выборок. Поясним, что это значит. Пусть из стохастического коллектива E_1, E_2, E_3, ... мы выбрали подпоследовательность E_1, E_3, E_5, ..., состоящую из каждого второго элемента; или подпоследовательность, состоящую из каждого третьего элемента; или подпоследовательность, состоящую из каждого четвертого элемента; или подпоследовательность элементов с индексами — простыми числами; или вообще любую последовательность, произвольно отмечая индексы элементов. В этом случае предел относительной частоты элементов H в каждой из выбранных подпоследовательностей должен быть равным пределу относительной частоты H во всем коллективе.

Не так давно считалось, что понятие иррегулярности может привести к некоторого рода затруднениям. Указывалась, в частности, очевидная противоречивость требования постоянства предела относительной частоты во *всех* подпоследовательностях. По меньшей мере одна подпоследовательность имеет другой предел относительной частоты H. Мы можем, например, выбрать подпоследовательность, которая состоит только из исходов H. Тогда предел относительной частоты события H будет равен 1, а не p (фактически подпоследовательностей с пределом 1 бесконечно[2] много). Коль скоро, как выяснилось, мы не можем предположить, что предел относительной частоты одинаков во всех подпоследовательностях, то для этой цели существует, вероятно, определенное множество выборок. Одно подходящее множество мы уже упомянули: подпоследовательности из каждого второго, каждого третьего, из каждого четвертого... каждого n-го элемента коллектива. Пусть дана последовательность (коллектив) такая, что для каждого n подпоследовательность, состоящая из каждого n-го члена исходной последовательности и начинающаяся с некоторого произвольного ее члена, будет иметь предел относительной частоты H, равный пределу относительной частоты H в исходной последовательности. В этом случае исход-

[1] Кроме прилагательного 'иррегулярный', в существующей литературе употребляются также синонимы 'беспорядочный', 'хаотичный', 'случайный', 'рандомизированный' и 'стохастический'. — *Прим. перев.*

[2] Если абсолютная частота H бесконечна. — *Прим. перев.*

ная последовательность будет называться последовательностью Бернулли. Тот факт, что последовательность Бернулли существует, можно не только доказать, но, более того, сформулировать *правила* построения таких последовательностей из нулей и единиц. Следовательно, предельно-частотная модель непротиворечива, если условие постоянства предела относительной частоты ограничено вышеупомянутым множеством последовательностей. Из этого ограниченного условия можно вывести равенство пределов относительных частот и для некоторых других видов подпоследовательностей: выбрать в качестве элементов такие члены коллектива, которые стоят сразу после двух $\bar{H}$ и одного H или после пяти H подряд и т. п.

Однако еще огромное число подпоследовательностей остается при этом вне поля нашего зрения. Например предел относительной частоты H в уже упоминавшейся подпоследовательности, индексами элементов которой являются простые числа, может отличаться от предела во всей последовательности Бернулли. В действительности какое бы число подпоследовательностей мы ни взяли, всегда найдутся новые, не включенные в наш список. Возникает вопрос: как долго можно составлять список подпоследовательностей, имеющих тот же предел относительной частоты, что и коллектив, или же не имеющих никакого предела? Самый сильный из полученных на сегодняшний день результатов состоит в следующем: пусть дано произвольное, но зафиксированное конечное или счетное множество подпоследовательностей; предположение о том, что у некоторой последовательности пределы относительных частот существуют и постоянны в данном множестве подпоследовательностей, не может привести к противоречию. Итак, располагая последовательностью, мы не можем выдвинуть требование о существовании одного и того же предела во всех ее подпоследовательностях, но, имея произвольное счетное множество подпоследовательностей, можем потребовать, чтобы постоянство пределов относительных частот выполнялось именно на этом множестве подпоследовательностей, выбранных из некоторой последовательности.

Допустив существование коллективов, фон Мизес без особого труда сумел показать, что пределы относительных частот удовлетворяют аксиомам исчисления вероятностей. Так, если K — коллектив, а H — свойство, определенное для его элементов, и предел относительной частоты H равен p, то предел относительной частоты $\bar{H}$ равен $1-p$. Аксиома умножения в общем случае нуждается в понятии составного коллектива[1]. Составной коллектив образован из множества пар: если первый элемент пары принадлежит коллективу, в котором определяется вероятность H, то второй — коллективу, в котором определяется вероятность T. По отношению к этому новому составному коллективу пар определяется вероятность $H \cap T$. Это означает, что пределы относительных частот в стохастических коллективах могут служить моделью для исчисления вероятностей и, следовательно, предельно-частотная интерпретация действительно является одной из интерпретаций этого исчисления.

Рейхенбах, а за ним Салмон предложили такую предельно-частотную интерпретацию, в которой формальное требование иррегулярности фон Мизеса объявляется несущественным. У Рейхенбаха коллективам Мизеса соответствуют вероятностные последовательности, представляющие собой эмпирически данные последовательности событий, упорядоченных, как правило, во времени. Рейхенбах, не возражая против математических способов задания вероятностных последовательностей, признает их пользу в формальных выкладках, а также в качестве иллюстративного материала, но отрицает их практическое значение. Более того, в рамках теории Рейхенбаха допускается рассмотрение актуально конечных последовательностей, поскольку в действительности (в подавляющем большинстве случаев, если не всегда) мы не встречаемся с бесконечными сериями наблюдений. Интересующую нас относительную частоту можно подсчитать для любой последовательности, и поэтому постулировать какую бы то ни было беспорядочность в чередовании ее элементов нет необходимости. Вместо формального условия иррегулярности выдвигается прагматический или эпистемологический критерий выбора эмпирической последовательности в зависимости от данного частного

[1] Операция образования составного коллектива в русском переводе книги Мизеса названа связыванием. — *Прим. перев.*

применения теории. Выбор конкретной последовательности зависит от суммы накопленных к данному моменту знаний (впрочем, это так и для Мизеса, несмотря на его требование иррегулярности). Формальное определение вероятности совпадает с определением Мизеса и является обычным математическим определением предела. Но, в отличие от Мизеса, Рейхенбах применяет это определение не только к бесконечным, но и к конечным последовательностям.

Как Салмон, так и Рейхенбах — оба (ссылаясь в качестве примера на естественное эвристическое правило: «Полагайся на вероятности, полученные из рассмотрения наименьшего референтного класса [1], о котором располагаешь необходимой информацией») считают, что на практике правила применения теории вероятностей отнюдь не являются частью семантики вероятностных высказываний. Эти правила включены в систему прагматических рекомендаций, регулирующих их условия применения. Пусть, например, у нас есть основания для уверенности в том, что относительная частота наступления смерти на тридцать девятом году жизни среди американских мужчин равна 0,012, а среди белых американских рабочих — 0,009. Но вместе с тем мы не располагаем достаточно надежной информацией такого же рода относительно учителей американских школ. Если в нашу задачу входит вычислить страховую сумму для тридцативосьмилетнего американского учителя, мы воспользуемся цифрой 0,009. Формально это решение оправдать нельзя, ибо относительная частота (вероятность) 0,012 не менее «объективна», чем относительная частота 0,009, а последняя в свою очередь не более объективна, чем неизвестное нам число p — относительная частота наступления смерти на тридцать девятом году жизни среди учителей американских школ. На наш выбор числа 0,009 повлияли многочисленные соображения прагматического порядка, такие, как конкурентоспособность страховой компании; ощущение того, что число 0,009 больше соответствует истине, и т. п. Эти соображения, по мнению Рейхенбаха и Салмона, не находятся в прямой зависимости от научного смысла вероятностного утверж-

---

[1] Термин, совпадающий по значению с 'вероятностной последовательностью' или 'классом отнесения'. — *Прим. перев.*

дения. Научный смысл содержится только в математической теории, а предельно-частотная интерпретация как раз его и раскрывает.

Кроме обычной, частотной, Рейхенбах предлагает металингвистическую интерпретацию вероятности. Согласно последней, вероятность высказываний определенного вида интерпретируется также, как относительная частота, но частота истинностных значений высказываний этого типа в бесконечном (или конечном) референтном классе высказываний. На основе этой интерпретации Рейхенбах строит вероятностную логику, в которой высказывания имеют бесконечное множество истинностных значений. Тем не менее эту интерпретацию *нельзя* назвать логической — она по-прежнему остается эмпирической: чтобы оценить относительную частоту истинностных значений высказываний данного типа в референтном классе, мы должны обратиться к реальному положению дел. С помощью эмпирических сведений устанавливается истинность или ложность высказываний, образующих вероятностную последовательность. Если же интерпретация действительно является логической, как, например, интерпретация Карнапа, то нам вообще нет необходимости привлекать эмпирические факты — достаточно исследовать чисто логические свойства определенных групп предложений.

Следует заметить, что эмпирические интерпретации вероятности, в которых вероятность определяется через предел относительной частоты, допускают сильную идеализацию. Реальные последовательности всегда конечны, и, как правило, есть основания предполагать, что они и не могут быть бесконечными. Для примера можно сослаться на количество людей, живущих в данных исторических и социальных условиях, или число ядер гелия на разных энергетических уровнях (в первом случае множество не может быть бесконечным, а во втором — у нас нет оснований полагать, что оно бесконечно в данных физических экспериментах). Более того, имеющийся начальный отрезок вероятностной последовательности согласуется с любым значением *предела* относительной частоты в бесконечной последовательности — он не противоречит даже отсутствию предела. Мизесовский вариант интерпретации расширяет идеализацию за счет допущения иррегулярности в качестве дополнительного свойства, которым должен обладать коллектив. Можно проследить два вида реакции на создавшуюся ситуацию в интерпретации вероятности. В одном направлении предпринимались попытки ограничить рассматриваемую идеализацию, предварительно оговорив сферу приложения теории вероятностей: не любая последовательность событий может претендовать на вероятностный анализ, а только такая последовательность эмпирических событий, условия реализации которой близки к идеальным. Другое направление, следуя лучшим математическим традициям, занимается исключительно идеализациями, оставляя вопрос об их приложимости прикладникам и бизнесменам. По-видимому, сторонникам первого направления ближе стиль работ Мизеса, представителям второго — Рейхенбаха.

В настоящее время второго направления придерживаются подавляющее большинство математиков и статистиков. Они начинают с абстрактной аксиоматики и под 'вероятностью' понимают нечто удовлетворяющее системе аксиом. Первым на этот путь встал А. Н. Колмогоров. У него сразу появилось множество последователей, работы которых по теории вероятностей были в большей степени связаны с теорией меры, нежели с проблемами приложения теории к эмпирической реальности[1]. Но и среди лиц, занимающихся приложениями теории вероятностей, и интерпретаторов понятия вероятности аксиоматический метод также достаточно распространен. Г. Крамер, к примеру, считает вероятность всего лишь «абстрактным двойником» относительной частоты, наблюдаемой в большом классе явлений. Мы просто замечаем, что относительные частоты определенных типов событий в определенных классах экспериментов или испытаний оказываются чрезвычайно устойчивыми, и предлагаем стохастическую (вероятностную) модель для объяснения и описания такой устойчивости. Сама по себе эта модель — абстрактная математическая структура. Ничем существенным она не отличается от других математических моделей. В одних случаях используется модель одного сорта, в других — совершенно другого. Предсказание применимости модели на прак-

[1] В работах математиков колмогоровской школы теории вероятностей получено немало результатов, имеющих прикладное значение. — *Прим. перев.*

тике не входит в задачу чистого математика. Он ведь не берется за предсказание, например, области применимости системы дифференциальных уравнений.

Некоторые авторы, эмпирически интерпретирующие вероятность, отправляясь от традиции фон Мизеса, развивают ее далее. Они пытаются найти общие абстрактные свойства, с помощью которых можно было бы охарактеризовать все феномены, подпадающие под вероятностный анализ. Для этого анализа подходит не *любая* длинная последовательность событий, а лишь та, у которой налицо определенная структура (или недостаток структурированности), являющаяся эмпирическим аналогом мизесовского понятия иррегулярности. К. Поппер, например, считает наиболее интересной и плодотворной интерпретацию, согласно которой вероятность хотя и связана с относительной частотой, но не определяется через ее предел и не является всего лишь абстрактным двойником относительной частоты. Вероятность характеризует поведение реальных сущностей или видов этих сущностей при определенных условиях. Вероятность — это абстрактное свойство, которое лучше всего представить себе как особый род потенциальности или предрасположенности. Эту предрасположенность можно (но не обязательно) выявить с помощью массовых явлений. Когда мы считали, что вероятность выпадения одного очка при подбрасывании данной игральной кости равна 1/6, мы совсем не предполагали, что эта кость уже подвергалась длинной серии испытаний или что ее вообще когда-либо применяли в игре. Под вероятностью 1/6 подразумевается определенная *степень предрасположенности* (propensity) к выпадению «единицы» при стандартных условиях подбрасывания игральной кости, которая зависит от способа обработки данной кости, но не от количества ее испытаний. Далее, *если* предрасположенность к выпадению единицы приблизительно в шестой части испытаний действительно имеет место, то эту диспозицию не смогут изменить любые конкретные результаты реальных последовательностей испытаний. Неожиданные результаты иногда, правда, включаются в совокупность эмпирических сведений о такого рода склонности, но при наличии другого более сильного свидетельства ими можно пренебречь. Во всяком случае относительная частота, являющаяся результатом конечного числа наблюдений, не является ни единственным, ни даже важнейшим аргументом в пользу той или иной диспозиции.

Я. Хаккинг разработал подход, при котором сфера применения теории вероятностей ограничивается еще более узким классом событий. Избегая слова 'вероятность', он полагает, что статистика занимается специфическим, по преимуществу физическим свойством, проявляющимся (если для этого созданы подходящие условия) в качестве относительной частоты в длинной серии испытаний. Этим свойством обладает не объект, а *случайностный механизм* (chance set-up). Последний есть «часть реального мира, или установка, на которой могут быть проведены одно или более испытаний, экспериментов или наблюдений...» (с. 13). Слово 'шанс' (chance) Хаккинг наделяет тем же смыслом, который имеет слово 'вероятность' при других эмпирических интерпретациях. «То, чему равна или чему была равна, или чему должна быть равна (при данном случайностном механизме) относительная частота, следует назвать *шансом* данного исхода» при данном случайностном механизме. Шанс, таким образом, — эмпирическая концепция, характеризующая определенные виды реальных ситуаций.

В конечном счете все обсуждаемые интерпретации содержат ссылки на массовые явления, повторяющиеся опыты и т. п. Понятие вероятности, которое подразумевает каждый исследователь, пытаясь его зафиксировать и точно определить, чрезвычайно важно в применении ко всем конкретным наукам — от теоретической физики до демографии. Это понятие играет главную роль в теории измерений (измерение можно представить как испытание на данной случайностной машине или как выборку из гипотетической идеализированной последовательности или популяции); оно же является центральным при обработке большого количества эмпирических данных с целью их систематизации и более простого описания. Остается только ответить на двойной вопрос: в какой мере это понятие заслуживает названия 'вероятность' и до какой степени оно охватывает все значения вероятностных высказываний (включая высказывания с использованием синонимов слова 'вероятность')?

Первая часть вопроса касается в основном терминологических разногласий и потому менее интересна. Если существует другое распространенное понятие, к которому подходит название 'вероятность', то этим различным понятиям следует дать разные имена. Карнап предложил снабдить 'вероятность' индексами: 'вероятность$_2$' означает частотную концепцию, а 'вероятность$_1$' — логическую концепцию степени подтверждения. В части II мы ознакомимся с концепциями авторов, возражающих против названия 'вероятность$_1$'. Степень подтверждения фактами имеет, по их мнению, структуру, совершенно отличную от структуры понятия, формализованного в исчислении вероятностей. Слово 'вероятность' уместно употреблять только по отношению к эмпирическим концепциям, по крайней мере в технической литературе. В то же время существует точка зрения, согласно которой при ближайшем рассмотрении обнаруживается, что даже в технической литературе слово 'вероятность' в подавляющем большинстве случаев не интерпретируется эмпирически. Поскольку для эмпирических концепций можно подобрать довольно много подходящих терминов ('шанс', 'относительная частота', 'доля' — в некотором особом смысле — и т. д.), лучше слово 'вероятность' закрепить за логическим понятием, а эмпирическое называть 'долей' или, скажем, 'мерой'. Предложение Я. Хаккинга вообще не употреблять слово 'вероятность', быть может, наиболее разумно, но, к сожалению, выкинуть слово из языка крайне трудно. Более реально, пожалуй, наложить аналитический «гипс» на значение этого слова, чем пытаться уничтожить его.

Главный аргумент, выдвигаемый против любой целиком эмпирической интерпретации (в любой ее форме) — это неприменимость ко многим высказываниям, в которых используется слово 'вероятность'. Самую высокую оценку своей частотной теории дал Рейхенбах: «Полученные результаты можно распространить на любое применение понятия вероятности в науке и в повседневной жизни» (р. 10). Однако существует немало вероятностных высказываний, не укладывающихся в рамки теории Рейхенбаха. В частности, когда мы говорим о вероятности научной гипотезы (в квантовой механике, например) или о вероятности определенного исторического события (Цезарь захватил некоторую часть Галлии), то остается невыясненным, каким образом можно выделить достаточно длинную вероятностную последовательность. Еще более сложно найти предел относительной частоты, если дана последовательность эмпирических фактов. Впрочем, последний вопрос не относится к Рейхенбаху. Рейхенбах сам утверждает, что предел относительной частоты всегда *неизвестен* и мы можем только приблизительно прикинуть границы, в которых лежит его значение. В части II при обсуждении заслуг Рейхенбаха в области индуктивной логики мы еще вернемся к тем трудностям, которые порождает такого рода трактовка. Здесь лишь заметим, что последние связаны именно с *применением* рейхенбаховской интерпретации вероятности, а не с самой интерпретацией. Настаивая на универсальности своей теории, Рейхенбах говорит, что утверждения об относительной частоте истинностных значений в бесконечной последовательности высказываний исторического характера не более проблематичны, чем утверждения о пределе относительной частоты выпадения «решки» в бесконечной последовательности испытаний некоторой монеты, которую многократно подбрасывали.

Тем не менее существенный недостаток эмпирической интерпретации состоит в следующем: при произнесении слова 'вероятность' мы высказываем предположения о тех или иных массовых явлениях. Это в равной мере относится и к азартным играм, и к историческим событиям. Говорить, что вероятность выпадения «решки» равна 1/2, значит утверждать, что множество исходов испытаний некоторой монеты образует стохастический коллектив, или высказывать предположение о возможностях случайностного механизма. Но при этом ничего не говорится о конкретном испытании данной монеты. Вероятность, таким образом, оказывается применимой только к *последовательности* событий, или к множеству потенциальных возможностей, или же к множеству экспериментальных условий. Что же касается оценки индивидуального события или какого-либо исхода данного испытания, то здесь она «не работает».

Однако на основании тех примеров вероятностных высказываний, которые были приведены в начале книги, совершенно очевидно, что основная функция понятия вероятности — разграничение приемлемых и неприемлемых гипотез, касающихся *уникальных* событий, *данных* испытаний или *данных* исходов. Вероятностные утверждения охватывают все виды частных суждений: мы говорим о высокой вероятности того, что завтра будет дождь; что стационарная модель Вселенной более вероятна, чем другие модели; что вероятностью авиационной катастрофы в данном путешествии можно пренебречь. Рейхенбах интерпретировал бы эти высказывания как сокращенные формулировки, которые следует понимать таким образом: неоднократно случалось так, что, когда погода была похожа на сегодняшнюю, на следующий день шел дождь; помимо стационарной модели Вселенной и эмпирических свидетельств в ее пользу, альтернативных моделей Вселенной и эмпирических данных в их пользу, мы рассматриваем модели, подобные стационарной, а также модели, подобные альтернативным, и соответствующие, аналогичные нашим, свидетельства. Так вот модели, подобные стационарной, подтверждались чаще, чем их альтернативы. Интерпретация Рейхенбахом третьего высказывания как эллиптического, на наш взгляд, более приемлема, но тем не менее большинство исследователей проблем вероятности, даже частотной ориентации, отказались от рейхенбаховской трактовки. Его формулировки слишком претят установившемуся словоупотреблению. Когда я говорю: «Вероятность того, что завтра будет дождь, крайне мала», — я ничего не говорю о днях, похожих на сегодняшний (в некотором смысле слова 'похожий'). Возможно, я располагаю данными (или основаниями для предсказаний) об этих днях и об относительной частоте выпадения осадков на следующий день, но в данном случае я говорю не об *этих* днях, а о *завтрашнем* дне. Когда же я говорю о том, что мой впечатлительный друг Боб Вильсон выдержит перелет через Атлантический океан в этот понедельник, я совсем не имею в виду все множество людей, когда-либо впервые пересекавших Атлантику на «Боинге-707», я говорю только о том перелете, который собирается совершить Боб Вильсон.

Большинство ученых, придерживающихся эмпирической интерпретации вероятности, склонны принять эти доводы против трактовки *всех* вероятностных утверждений как статистических. Следуя за фон Мизесом, они, как правило, не признают расшифровку вероятностных высказываний об индивидуальных объектах или событиях, полагая, что подобные высказывания часто попросту не имеют формального значения. Р. фон Мизес писал: «О вероятности смерти определенного индивидуума, если бы мы даже знали о нем очень много, мы не только ничего не могли бы высказать, но это выражение вообще не имело бы для нас никакого смысла» (с. 16). При этом, разумеется, не утверждается, что такие выражения лишены *какого бы то ни было* смысла, но что они не имеют значения, которое можно было бы формализовать с помощью исчисления вероятностей.

Если ограничиться высказываниями, использующими слово 'некоторый'[1] (вероятность того, что *некоторый* мужчина американского происхождения скончается на тридцать девятом году жизни; вероятность того, что *некоторое* подбрасывание данной игральной кости даст в результате одно очко), то, вообще говоря, эмпирическая интерпретация выглядит вполне убедительной. Но ограничение оказывается неожиданно сильным. Во-первых, число вероятностных высказываний, не поддающихся эмпирической интерпретации, огромно. Только твердолобый эмпирик может заявить, что предложение: «Вероятность того, что выпадет шесть очков при следующем подбрасывании этой кости, равна 1/6», абсурдно и не имеет эмпирического содержания. В таком случае то же самое можно будет сказать о предложениях такого, например, типа: «Вероятность того, что человек, застрахованный под номером 1149-А, умрет в следующем году, равна 0,0017»; «Вероятность того, что при первом подбрасывании монеты, которое когда-то произвел Юм, выпала «решка», равна 1/2» и т. п. И тем не менее найдется немало людей, мыслящих столь догматически. Впрочем, далеко не все объективисты (назовем их так) настроены *столь* догматически, чтобы не признать полной пригодности своих аргументов в отношении, например, вероятностных утверждений: «Крайне высока вероятность того, что в следующей серии из тысячи подбрасываний эта многократно испытанная кость приблизительно в 1/6 части всех испытаний даст в результате шесть очков»; «Очень близка к единице вероятность того, что из тысячи застрахованных людей с такими-то и такими-то признаками не более чем трое умрут в будущем году» или: «При условии, что предел частоты выпадения «решек» равен

[1] В английском оригинале речь идет о неопределенном артикле 'a'. — *Прим. перев.*

в точности 1/2, очень велика вероятность того, что в следующей тысяче испытаний меньше 3/4 раз выпадет «решка» ». Когда дело доходит до подобных предложений, многие объективисты прикрываются ширмой принципа «практической уверенности». Высокая вероятность заменяется практической достоверностью, а понятие *практической достоверности применяется* к единичным событиям. Да и сам фон Мизес поступает подобным образом. Мы уже приводили его утверждение о том, что вероятность смерти отдельного человека не является предметом теории вероятностей. Но тот же Мизес писал и другое: «...решив вероятностную задачу, мы приобретаем возможность узнать нечто определенное о реальном мире. В результате этого решения мы можем предсказать, что́ произойдет в длинной последовательности физических явлений; это предсказание проверяется с помощью наблюдений» (с. 63)[1]. Заявление такого рода в корне неверно. Единственное, что мы можем, это из одних вероятностных высказываний вывести другие вероятностные высказывания, но ни одно из этих высказываний не будет говорить о вероятности определенного события. Подобная вероятность не имеет смысла в теории фон Мизеса. Это бессмысленно и тогда, когда речь идет о концептуально простом событии, таком, как смерть отдельного человека, и тогда, когда речь идет о концептуально сложном, событии, таком, как смерть менее чем двухсот из двух тысяч застрахованных. Мы никак не сможем получить вероятность утверждения об исходе определенного эксперимента или наблюдения, кроме как приняв в качестве практической достоверности высокую вероятность, характеризующую бесконечное множество событий данного вида. Что же касается практической достоверности, то ее можно применить к любому элементу этого множества в отдельности.

Каков же в таком случае класс высказываний, образующий сферу приложения той или иной формы объективистской интерпретации? К этому классу относятся высказывания о вероятности, приписываемой событию с местоимением 'некоторый' для обозначения нефиксированного элемента множества: «Вероятность выпадения

[1] Цитата переведена с английского издания 1957 г. В первом немецком издании, с которого сделан русский перевод, этих слов нет. — *Прим. перев.*

«решки» при *некотором* испытании данной игральной кости равна 1/2», «Вероятность того, что в результате *некоторых* предстоящих родов родится мальчик, равна 0,51». Но даже такие утверждения в интерпретации объективистов выглядят несколько необычными. Трудно примириться с тем, что утверждение о целом классе событий (вообще говоря, воображаемом) предлагается воспринимать в качестве *смысла* утверждения естественного или научного языка о единственном (хотя и незафиксированном) объекте.

Среди наиболее важных прикладных задач теории вероятностей немало таких, в которых эксплицитно ставится вопрос о частотах или распределениях. (Насколько часто все тузы будут доставаться одной паре игроков в бридж? Каково распределение размеров обуви у новобранцев?) В большинстве случаев в технической литературе встречаются определения, образованные от слова 'вероятность': вероятностная мера, вероятностная независимость, распределение вероятностей, вероятностная закономерность. Во всех этих случаях большую роль играет эмпирическая концепция, основанная на относительных частотах. Но какая из эмпирических интерпретаций более других подходит к данному случаю? Предельно-частотные интерпретации фон Мизеса и Рейхенбаха, по-видимому, близки к результатам наблюдений частот в конечных последовательностях, но они страдают некоторой излишней идеализацией. Ни в одной *прикладной* задаче вероятность не относится к бесконечным последовательностям; достаточно того, что мы можем использовать математику, развиваемую в рамках частотного подхода. Эта математика пригодна для чисто математических исследований понятия вероятности. Но наиболее распространенными в современной науке оказались эмпирические интерпретации, в которых вероятность считается просто абстрактным двойником наблюдаемой частоты (как и все абстракции, она лучше «себя ведет»). Надежда на более тесную связь с наблюдениями оставлена. Вероятностные или стохастические теории считаются не лучше и не хуже любых других теорий; установить же, каким должно быть эмпирическое обоснование, одинаково трудно для любой теории. О своем подтверждении или опровержении вероятностные теории говорят не более, чем все прочие теории. До тех пор пока все сказанное выше не упускается из виду, использование слова 'вероятность' в контекстах с эмпирической интерпретацией не вызывает недоразумений; и, по-видимому, все оговорки легче укладываются в голове, если мы используем концепцию «абстрактного двойника», чем в контекстах с предельно-частотной или иной интерпретацией, предполагающей специальную модель реальных явлений.

Упражнения

1. Проследите в деталях все доводы в пользу того, что утверждение о существовании предела в бесконечной последовательности

$$(\delta)(\exists N)(n)(N < n \supset |f_n - p| < \delta)$$

никогда со всей определенностью нельзя ни верифицировать, ни опровергнуть.

2. Докажите, что это утверждение не является тавтологией.

3. Докажите, что если предел относительной частоты какого-нибудь свойства в бесконечной последовательности существует, то он меньше или равен единице.

4. В книге фон Мизеса показывается, что относительные частоты в коллективах удовлетворяют системе аксиом теории вероятностей. Предварительно фон Мизес вынужден определить операции образования новых коллективов с новыми частотами, определенным образом связанными со старыми пределами. Например, для доказательства аддитивности он вводит операцию *смешивания*: пусть в исходном коллективе предел частоты H равен p, предел частоты E равен q и H и E несовместны; тогда, смешивая E и H, т. е. отмечая элементы с признаком $G = E \cup H$, преобразуем наш коллектив в новый[1]. Докажите, что предел относительной частоты G в полученном коллективе существует и равен $p + q$.

5. Другая операция, определенная на коллективах, — *разделение*: пусть из исходного коллектива извлекается подпоследовательность элементов со свойством E; эту подпоследовательность можно рассматривать в качестве нового коллектива, часть элементов которого обладает

[1] В новом коллективе все элементы остались прежними, но теперь некоторые из них иначе отмечены. — *Прим. перев.*

свойством H. Допустим, предел относительной частоты E в исходном коллективе равен p, предел относительной частоты H в новом коллективе равен q. Докажите, что в старом коллективе предел относительной частоты $G = H \cap E$ существует и равен pq.

6. Приведите пример (т. е. найдите правило построения) бесконечного класса A, в котором не существует вероятности B.

7. Покажите, что если A является конечной последовательностью, то предел относительной частоты B в A всегда существует.

8. Докажите, что аксиомы теории вероятностей выполняются в интерпретации Рейхенбаха.

9. Проанализируйте все «за» и «против» эмпирической интерпретации нижеследующих высказываний:

а) вероятность того, что некоторое испытание данной игральной кости даст в результате «шестерку», равна 1/6;

б) вероятность того, что завтра будет дождь, равна 0,4;

в) вероятность того, что на рождество в этом году выпадет снег, достаточно высока;

г) вероятность того, что в десяти предстоящих испытаниях некоторой монеты выпадет хотя бы одна «решка», равна приблизительно 0,999;

д) вероятность выпадения «шестерки» приблизительно в шестой части всех подбрасываний из некоторой серии в тысячу испытаний данной монеты очень велика;

е) вероятность того, что наш поезд не опоздает, достаточно велика.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 4

Дж. Венн (J. Venn. The Logic of Chance. Macmillan, London, 1886) впервые предложил отождествить вероятность с пределом относительной частоты в бесконечном референтном классе. Венн утверждал, что вероятность выпадения «решки» при подбрасывании некоторой монеты должна приниматься равной p, если, и только если при неограниченном продолжении последовательности испытаний относительная частота выпадения «решек» будет сколь угодно мало отличаться от p. Он не разрабатывал в деталях математическую сторону частотной концепции. Это сделал Р. фон Мизес (R. von Mises. Wahrscheinlichkeit, Statistik, und Wahrheit. J. Springer, Berlin, 1928). Цитаты взяты из текста более позднего английского издания его книги[1]: Probability, Statistics and Truth. The Macmillan Company, New York, 1957.

Предельно-частотная интерпретация Г. Рейхенбаха впервые была опубликована в Германии в 1934 г., хотя идея этой интерпретации обсуждалась и раньше. Переработанное английское издание его работы (H. Reichenbach. The Theory of Probability. University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1949) является переводом с немецкого издания 1934 г., озаглавленного Wahrscheinlichkeitslehre. Многие результаты, изложенные в этой книге, имеют далеко идущие последствия для частотной теории вероятностей. Кроме того, в ней предпринимается попытка построить вероятностную логику, которую можно было бы проинтерпретировать эмпирически. В настоящее время эту точку зрения активно отстаивает У. Салмон, но его замечания, касающиеся этой темы, разбросаны по статьям, посвященным различным проблемам индукции, поэтому ссылки на его работы будут даны ниже.

Аксиоматическая трактовка понятия вероятности была предложена А. Н. Колмогоровым (см. библ. прим. к гл. 2)[2]. Современный подход к аксиоматике и ее интерпретации в рамках математической статистики излагается в книге Г. Крамера (H. Cramér. The Elements of Probability Theory. J. Wiley and Sons, New York, 1955). В гл. I и II этой книги показано, каким образом статистики интерпретируют вероятность в качестве двойника относительной частоты, соответствие которого реально наблюдаемым частотам устанавливается с помощью относительно неформальных и гибких канонов.

Философ Р. Брэйтвейт анализирует концепцию двойника в гл. V и VI своей книги: R. B. Braitwaite. Scientific Explanation, Cambridge University Press, 1953. Он предлагает эксплицитно установить соответствие

---

[1] См. примечания к стр. 60.

[2] В гл. 2 книги А. Н. Колмогорова, озаглавленной «Отношение к данным опыта», рассматривается эмпирическая интерпретация аксиом. — *Прим. перев.*

между моделью и реально наблюдаемыми частотами с помощью формального правила отклонения статистических гипотез. Я. Хаккинг (J. Hacking. The Logic of Statistical Inference. Cambridge University Press, 1966) показывает, что предложенное Р. Брэйтвейтом правило отклонения не может адекватно устанавливать связь между моделью и реальностью. Вместо этого правила он разрабатывает (на основе своей интерпретации вероятности в терминах случайностных механизмов) совершенно новый подход к теории статистических выводов, который мы обсудим в соответствующей главе. В некоторой степени аналогичная точка зрения К. Поппера излагается в статье: К. Popper. The Propensity Interpretation of Probability. *British Journal for the Philosophy of Science*, **10**, 1960, p. 25—42.

Если читателя заинтересуют подробности, касающиеся непротиворечивости понятия коллектива, который обладает свойством иррегулярности и относительная частота которого все же имеет предел, он может обратиться к статье А. Коуплэнда (A. H. Copeland. Consistency of the Conditions Determining Kollektives. *Transactions of the American Mathematical Society*, **42**, 1937, p. 333—357) и к статье А. Вальда (A. Wald. Widerspruchsfreiheit des Kollektivebegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, 8, 1937).

ГЛАВА 5

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТИ КАК СТЕПЕНИ СЛЕДОВАНИЯ

За последние десятилетия было предложено немало интерпретаций, в которых вероятность трактуется как логическое отношение между предложением [1], описывающим эмпирические данные (или множеством таких предложений), и предложением, выступающим в роли заключения. Если мы имеем основания для принятия свидетельства, то тем самым, полагают авторы этих интерпретаций, у нас есть частичные основания для принятия заключения или основания для сообщения ему определенной степени рациональной веры. Первой эксплицитной интерпретацией такого рода, построенной с использованием математической символики, была теория Дж. М. Кейнса (1921). Теорию Кейнса иногда ошибочно считают (как правило, сторонники частотной интерпретации) субъективной. Существуют, однако, интерпретации, субъективные аспекты которых более интересны и значительны, чем у Кейнса. Кейнс же всеми силами стремился доказать, что вероятностное отношение между высказываниями является *логическим* и *объективным.* Если я думаю, что гипотеза вероятна, то от этого она не делается вероятней. Она становится таковой только в результате объективного логического отношения, которое существует между ней и свидетельством.

Кейнс допускает, что это отношение описывается в рамках исчисления условных вероятностей и представляет свою теорию в аксиоматической форме. Тем не менее он не ограничивает значения вероятности областью

[1] В дальнейшем «свидетельством». — *Прим. перев.*

действительных чисел. Вероятности — это сущности *sui generis*. И хотя с достоверностью и невозможностью мы сопоставляем числа 1 и 0, хотя все другие степени вероятностного отношения лежат в этих пределах и хотя во многих случаях вероятности можно соотносить с действительными числами, отсюда никоим образом не следует, что вероятность всегда можно соотносить с действительными числами. Несмотря на то, что вероятность h_1 при e_1 и вероятность h_2 при e_2 находятся в интервале между 1 и 0, возможно у нас нет оснований утверждать, ни что первая вероятность больше второй, ни что вторая вероятность больше первой, ни что они равны между собой. Существуют несравнимые по величине вероятности.

Согласно Кейнсу, вероятность неопределима. Исходные вероятности должны постигаться с помощью интуиции (хотя *то*, что постигается, по своей природе объективно, а не субъективно). Коль скоро у нас есть достаточный запас исходных вероятностей, теория вероятностей позволяет дедуцировать другие вероятности. Кейнс чувствовал, что принцип индифферентности нужен как раз для того, чтобы получить исходные вероятности, которые постигаются лишь с помощью интуиции. Этот принцип должен применяться только в определенных ситуациях с достаточно простой структурой. И хотя кейнсианская формулировка принципа индифферентности лучше формулировок его предшественников, но и в ней не удалось избежать всех классических трудностей.

Большинство современных логических интерпретаций вероятности строится так или иначе на использовании понятия *логической области* (logical range). То же касается и некоторых теорий фактуальной поддержки или эмпирической обоснованности, играющих важную роль при обсуждении индуктивной логики. В применении и обосновании понятия логической области ведущая роль принадлежит Р. Карнапу. Аналогично Кейнсу Карнап считает, что вероятность во многих случаях является логическим понятием. В некоторых контекстах он склонен принять эмпирическое понятие, названное им ‘вероятность$_2$’. Однако если для Кейнса логическое вероятностное отношение неопределимо и должно, хотя бы иногда, основываться на интуиции, то Карнап вводит понятие логической вероятности$_1$, по меньшей мере частично определимой. В работе «Ответы и разъяснения» он строит вероятность$_1$ следующим образом. Пусть нам дан субъект X в момент времени T. Мы можем узнать, какова степень веры X в высказывание h в момент T (связанные с этим проблемы затрагиваются в следующей главе). Обозначим через Cr_X функцию уверенности (credence fuction) субъекта X; значения Cr_X (h, T) находятся в пределах от 0 до 1 и соответствуют степени реальной уверенности субъекта X в истинности h в момент времени T. Кроме того, эти значения равны максимальной ставке, которую X готов поставить в пользу h в споре об истинности h в момент времени T, если ставки не очень велики (рассмотрение этих ставочных коэффициентов мы также отложим до следующей главы).

Если X обнаруживает стремление к разумным оценкам, то степень его уверенности в h будет зависеть не только от времени T, но и от различных сведений, которыми он располагает к моменту времени T. Обозначим через $Cred(h, e)$ *функцию правдоподобия* (credibility function) h на основе e, где e представляет собой полный объем сведений к моменту времени T, а значения $Cred(h, e)$ соответствуют той уверенности в истинность h, которая *должна быть* у субъекта X.

Сделаем следующий шаг и рассмотрим функции рационального правдоподобия. Функция логической вероятности — это функция рационального правдоподобия, однако Карнап не предполагает, что она единственна. Вместо 'функции рационального правдоподобия' в качестве технического термина используется 'степень подтверждения' (degree of confirmation). Степень подтверждения строится как экспликат логической вероятности. Это значит, что термин 'степень подтверждения' аналогичен по своей семантике и назначению терминам 'логическая вероятность' или 'вероятность$_1$', но свободен от неясностей и двусмысленностей последних. Степень подтверждения h на основе свидетельства e зависит от внутренних логических и семантических отношений и свойств h и e и определяется только в рамках такого формального языка, в котором эти логические и семантические отношения можно полностью эксплицитно выделить. Если ранее Карнап был абсолютно уверен, что квалифицировать как рациональную можно лишь одну функцию подтверждения (c-функцию), теперь же он предпочитает оставлять этот вопрос открытым[1]. Таким образом, возможно, существует целое множество различных c-функций, одинаково хорошо эксплицирующих функции логической вероятности или рационального правдоподобия. Как бы там ни было, для Карнапа существует только одно средство изучения логической вероятности — формальное построение c-функций.

Чтобы свести к минимуму технический аппарат, рассмотрим теорию Карнапа на примере простейшего логического языка. Пусть язык **L** содержит две индивидные константы a и b, два одноместных предиката G и F и обычные логические связки конъюнкции &, дизъюнкции $\vee$ и отрицания $\sim$. Все возможные состояния мира (выразимые в этом языке) можно описать чисто механическим способом — за счет перебора ответов на следующие вопросы: «Обладает ли объект, обозначаемый константой a, свойством, которое обозначается предикатом F; обладает ли этот объект свойством, которое обозначается предикатом G?», «Обладает ли объект, обозначаемый константой b, свойством, которое обозначается предикатом F; обладает ли этот объект свойством, которое обозначается предикатом G?» Число различных множеств ответов и соответственно возможных *состояний мира*, которые можно описать на этом языке, равно 16. Назовем их *описаниями состояний*:

1. $Fa \,\&\, Ga \,\&\, Fb \,\&\, Gb$.
2. $Fa \,\&\, Ga \,\&\, Fb \,\&\, \sim Gb$.
3. $Fa \,\&\, Ga \,\&\, \sim Fb \,\&\, Gb$.
4. $Fa \,\&\, Ga \,\&\, \sim Fb \,\&\, \sim Gb$.
5. $Fa \,\&\, \sim Ga \,\&\, Fb \,\&\, Gb$.
6. $Fa \,\&\, \sim Ga \,\&\, Fb \,\&\, \sim Gb$,
7. $Fa \,\&\, \sim Ga \,\&\, \sim Fb \,\&\, Gb$.
8. $Fa \,\&\, \sim Ga \,\&\, \sim Fb \,\&\, \sim Gb$.
9. $\sim Fa \,\&\, Ga \,\&\, Fb \,\&\, Gb$.
10. $\sim Fa \,\&\, Ga \,\&\, Fb \,\&\, \sim Gb$.
11. $\sim Fa \,\&\, Ga \,\&\, \sim Fb \,\&\, Gb$.
12. $\sim Fa \,\&\, Ga \,\&\, \sim Fb \,\&\, \sim Gb$.

[1] См. прим. к стр. 95.

13. $\sim Fa \& \sim Ga \& Fb \& Gb$.
14. $\sim Fa \& \sim Ga \& Fb \& \sim Gb$.
15. $\sim Fa \& \sim Ga \& \sim Fb \& Gb$.
16. $\sim Fa \& \sim Ga \& \sim Fb \& \sim Gb$.

Если зафиксирован язык, то описание состояния, представляет собой высказывание, которое описывает некоторое состояние мира настолько подробно, насколько это возможно в данном языке.

Помимо описаний состояний, введем описания структуры. Описание структуры — это дизъюнкция описаний состояний, отличающихся друг от друга перестановками индивидных констант. Например, $Fa \& \sim Ga \& \sim Fb \& Gb$ и $\sim Fa \& Ga \& Fb \& \sim Gb$ могут быть получены один из другого перестановкой констант a и b. Следовательно, эти описания состояний принадлежат одному описанию структуры. Всего в нашем примере 10 описаний структуры:

1. $Fa \& Ga \& Fb \& Gb$.
2. $(Fa \& Ga \& Fb \& \sim Gb) \vee (Fa \& \sim Ga \& Fb \& Gb)$.
3. $(Fa \& Ga \& \sim Fb \& Gb) \vee (\sim Fa \& Ga \& Fb \& Gb)$.
4. $(Fa \& Ga \& \sim Fb \& \sim Gb) \vee (\sim Fa \& \sim Ga \& Fb \& Gb)$.
5. $(Fa \& \sim Ga \& Fb \& \sim Gb)$.
6. $(Fa \& \sim Ga \& \sim Fb \& Gb) \vee (\sim Fa \& Ga \& Fb \& \sim Gb)$.
7, $(Fa \& \sim Ga \& \sim Fb \& \sim Gb) \vee (\sim Fa \& \sim Ga \& Fb \& \sim Gb)$.
8. $(\sim Fa \& Ga \& \sim Fb \& Gb)$.
9. $(\sim Fa \& Ga \& \sim Fb \& \sim Gb) \vee (\sim Fa \& \sim Ga \& \sim Fb \& Gb)$.
10. $\sim Fa \& \sim Ga \& \sim Fb \& \sim Gb$.

Теперь припишем неотрицательные числовые значения описаниям состояний таким образом, чтобы сумма всех этих значений равнялась 1. В результате получим определение *меры* для описаний состояний. Чтобы продолжить меру на другие выражения нашего языка, постулируем следующее условие: если конъюнкция двух предложений логически ложна, то мера их дизъюнкции равна сумме мер каждого из них, то есть если предложения S_1 и S_2 логически несовместимы, то мера их дизъюнкции равна сумме мер S_1 и S_2. Этого достаточно, чтобы определить меру любого предложения данного языка. Действительно, любое непротиворечивое предложение представимо в виде дизъюнкции описаний состояний, а описания состояний попарно несовместимы.

Таким образом, мера данного произвольного предложения просто равна сумме мер тех описаний состояний, дизъюнкция которых логически эквивалентна нашему предложению. В языке **L**, к примеру, мера предложения $Fa \& Ga \& \sim Gb$ равна сумме мер двух описаний состояний: $Fa \& Ga \& Fb \& \sim Gb$ и $Fa \& Ga \& \sim Fb \& \sim Gb$.

Если известно, как распространить меру на множество всех предложений, то остается всего лишь шаг до определения степени подтверждения. Положим меру данного предложения равной его априорной вероятности (если мера какого-нибудь предложения равна p, то и его априорная вероятность равна p), а степень подтверждения h на основе e — равной условной вероятности h при e. Пусть $m(e)$ обозначает меру предложения e, а $c(h, e)$ — степень подтверждения h на основе e. Имеем:

$$c(h, e) = \frac{m(h \& e)}{m(e)}.$$

То есть степень подтверждения гипотезы h на основе свидетельства e определена как частное от деления априорной вероятности конъюнкции e и h на априорную вероятность e. Таким образом, карнаповское определение степени подтверждения для некоторого класса языков свелось к проблеме выбора априорных мер описаний состояний.

В существующей литературе часто можно встретить ссылки на две весьма естественно определяемые меры. Первая, обозначаемая Карнапом $m^{\dagger}$, приписывает каждому описанию состояния одинаковое значение: если имеется N описаний состояний, то каждое получает меру $1/N$ (в нашем примере 1/16). На первый взгляд такое распределение представляется в высшей степени естественным: оно вытекает из применения принципа индифферентности к описаниям состояний. Однако определенная на основе этой меры вероятность$_1$ не учитывает данных опыта. Приведем пример. Если e — это Fa, а h — Fb, то степень подтверждения h на основе e равна априорной вероятности h, то есть e иррелевантно h:

$$c(Fb, Fa) = \frac{m(Fb \& Fa)}{m(Fa)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2} = m(Fb).$$

В общем случае пусть e утверждает, что из n_e индивидов некоторые m_e индивидов обладают свойством F;

h утверждает, что из числа n_h индивидов (не входящих в e) некоторые m_h индивидов обладают свойством F; S_h — число описаний состояний, в которых истинно h; S_e — число описаний состояний, в которых истинно e; $S_{e\&h}$ — число описаний состояний, в которых и e, и h истинны. Подсчитаем эти числа.

Пусть π — число одноместных предикатов в языке. Тогда число возможных Q-предикатов[1], утверждающих, что некоторый объект обладает данным свойством, обозначаемым предикатом F, равно $2^{\pi-1}$, где 2^{π} — общее число Q-предикатов в языке, а $2^{\pi-1}$ — число тех из упомянутых Q-предикатов, в которые F входит без отрицания. Число способов приписывания каждому из фиксированных m_e индивидов какого-либо Q-предиката с F без отрицания равно $2^{(\pi-1)m_e}$. Аналогично число способов приписывания каждому из оставшихся $n_e - m_e$ индивидов какого-нибудь Q-предиката с отрицанием F равно $2^{(\pi-1)(n_e-m_e)}$. Число способов выбрать m_e из n_e индивидов равно $\binom{n_e}{m_e}$. Оставшимся $N - n_e$ индивидам[2] можно приписать произвольные Q-предикаты $2^{\pi(N-n_e)}$ способами. Таким образом, суммарное число описаний состояний, в которых e истинно, равно

$$S_e = \binom{n_e}{m_e} = 2^{(\pi-1)m_e} 2^{(\pi-1)(n_e-m_e)} 2^{\pi(N-n_e)}.$$

Подобным же образом находим

$$S_h = \binom{n_h}{m_h} 2^{(\pi-1)m_h} 2^{(\pi-1)(n_h-m_h)} 2^{\pi(N-n_h)}$$

и

$$S_{h\&e} = $$

$$= \binom{n_e}{m_e}\binom{n_h}{m_h} 2^{(\pi-1)(m_e+m_h)} 2^{(\pi-1)(n_e-m_e+n_h-m_h)} 2^{\pi(N-n_e-n_h)}.$$

---

[1] Типом индивида, или Q-предикатом, называется выражение вида $(\pm) F_1(x) \& (\pm) F_2(x) \& \ldots \& (\pm) F_\pi(x)$, где $(\pm)F(x)$ означает или $F(x)$ или $\sim F(x)$. Если некоторый Q-предикат приписывается индивидной константе, то тем самым объект, обозначаемый этой константой, полностью описан в нашем языке: по отношению к любому свойству сказано, обладает им объект или нет. — *Прим. перев.*

[2] N — общее число индивидных констант в языке. — *Прим. перев.*

Поскольку общее число описаний состояний равно $2^{\pi N}$ и каждому из них приписывается одинаковая мера $1/2^{\pi N}$, получаем:

$$m^{\dagger}(h)\cdot m^{\dagger}(e)=m^{\dagger}(h\mathbin{\&}e)$$

и

$$c^{\dagger}(h, e)=m^{\dagger}(h).$$

Другими словами[1], свидетельство о том, что из n_e обследованных объектов m_e обладают свойством F, *иррелевантно* по отношению к гипотезе, утверждающей, что другие m_h из n_h объектов обладают свойством F. Вряд ли независимость логической вероятности h от свидетельства e может нас удовлетворить — ведь обычно мы предполагаем, что новая выборка из генеральной совокупности должна быть похожа на старую.

Другую естественно определяемую меру Карнап обозначает m^*. Последняя строится так: сначала всем описаниям *структуры* приписывают одинаковую меру, а затем делят эту меру поровну между описаниями состояний, входящими в *данное* описание структуры.

Приведем априорные меры и функции подтверждения, соответствующие этим двум частным схемам, для рассмотренного выше примера с $N=\pi=2$:

$$m^{\dagger}(Fa\mathbin{\&}Ga\mathbin{\&}\sim Fb\mathbin{\&}Gb)=\frac{1}{16},$$

$$m^{\dagger}((Fa\mathbin{\&}Ga\mathbin{\&}\sim Fb\mathbin{\&}Gb)\vee(\sim Fa\mathbin{\&}Ga\mathbin{\&}Gb\mathbin{\&}Fb))=\frac{1}{8},$$

$$m^{\dagger}(Fa)=\frac{1}{2},$$

$$c^{\dagger}(Fa, Fb)=\frac{1}{2},$$

$$m^{*}(Fa\mathbin{\&}Ga\mathbin{\&}Fb\mathbin{\&}Gb)=\frac{1}{10},$$

$$m^{*}(Fa\mathbin{\&}Ga\mathbin{\&}\sim Fb\mathbin{\&}Gb)=\frac{1}{20},$$

$$m^{*}(Fa)=\frac{1}{2},$$

$$c^{*}(Fa, Fb)=\frac{3}{5}.$$

[1] В вышеприведенную часть текста нами внесены некоторые изменения; это объясняется тем, что в оригинале была допущена ошибка. — *Прим. перев.*

Как и следовало ожидать, когда мы имеем дело с мерой m^+, степень подтверждения Fa на основе Fb совпадает с априорной вероятностью Fa, несмотря на то, что речь идет об одном и том же свойстве. Если же выбрать меру m^*, степень подтверждения Fa на основе Fb равна 3/5, то есть несколько увеличивается по сравнению с априорной вероятностью Fa.

Однако, если число индивидных констант в языке растет, даже мера m^* приводит к явно неправдоподобным результатам. В работе «Континуум индуктивных методов» Карнап предлагает обобщенное определение понятия подтверждения: в зависимости от выбора параметра λ получается континуальное множество функций подтверждения. Значение λ отражает, так сказать, быстроту, с которой можно делать рациональные выводы из данных опыта, не слишком полагаясь на априорные рассуждения и не делая поспешных выводов из скудных наблюдений. Континуум c_λ определяется для языков первого порядка (содержащих индивидные константы, предикаты[1] и логические связки). Величина λ может зависеть или не зависеть от числа предикатов в языке. (Связь между вероятностью и индукцией приобретает, таким образом, двусторонний характер: не только понятие вероятности становится ключом к индуктивным рассуждениям, но и обычно признаваемые индуктивные выводы могут предопределить выбор конкретной функции подтверждения в качестве экспликата вероятности.)

В первоначальном варианте теории вероятности$_1$ Карнап наложил некоторые ограничения на языки, к которым применимо его определение. Например, функции c^+ и c^* определяются только для функционального исчисления первого порядка, содержащего конечное или счетное число индивидных констант и конечное число логически независимых одноместных предикатов. Эти ограничения вскоре удалось ослабить. В 1953 г. Кемени опубликовал работу, в которой допускались языки, удовлетворяющие следующим довольно слабым требованиям:

1. Язык-объект должен быть непротиворечивым.
2. Он не должен содержать аксиому бесконечности,

[1] Только одноместные. — *Прим. перев.*

то есть в нем не должно выводиться утверждение о существовании бесконечного числа различных индивидов.

3. Число типов индивидов[1] должно быть конечным.

4. Язык-объект должен содержать конечное число констант.

5. Любая константа должна иметь конечный порядок.

С логическими связями между предложениями данного языка Кемени обходится следующим образом. Пусть мера m определена для *всех* описаний состояний, включая логически невозможные. Определим новую меру m', учитывающую логические зависимости с помощью отношения

$$m'(S) = \frac{m(S \,\&\, A)}{m(A)},$$

где S — произвольное предложение, а A — конъюнкция всех аксиом или постулатов значения данного языка[2].

Более поздняя работа Карнапа была посвящена языкам первого порядка с конечным числом семейств предикатов. В этой работе функции подтверждения уже зависят от двух параметров λ и η. Аксиоматизация для частного случая языка, содержащего в качестве исходных лишь одноместные предикаты, была построена в работе «Ответы и разъяснения». Исходные предикаты образуют семейства таким образом, что любому индивиду может быть приписан в точности один предикат из каждого семейства. Аксиомы этой системы таковы:

А1. *Если e и e' логически эквивалентны, то* $c(h, e) = c(h, e')$.

А2. *Если h и h' логически эквивалентны, то* $c(h, e) = c(h', e)$.

А3. $c(h \,\&\, j, e) = c(h, e) \times c(j, e \,\&\, h)$.

А4. *Если $e \,\&\, h \,\&\, j$ логически ложно, то* $c(h \vee j, e) = c(h, e) + c(j, e)$.

---

[1] См. прим. 1 к стр. 87.

[2] Р. Карнап ввел в индуктивную логику понятие «постулаты значений» в связи с критикой И. Бар-Хиллела и Дж. Кемени трудностей, возникающих в связи с логической зависимостью некоторых исходных предикатов языка. (См.: Р. Карнап. Приложение В. Постулаты значений. — Значение и необходимость. М., ИЛ, 1959, с. 329—330.) — *Прим. перев.*

A5. *Если* t — *некоторая тавтология* и e — *не является логически ложным, то* $c(t, e) = 1$.

A6. *Если язык имеет конечное число моделей, то* $c(h, e) = 1$ *тогда, и только тогда, когда* h *является логическим следствием* e.

A7. *Величина* $c(h, e)$ *не меняется при любой конечной перестановке индивидных констант.*

A8. *Величина* $c(h, e)$ *не меняется при любой перестановке предикатов из произвольного семейства.*

A9. *Величина* $c(h, e)$ *не меняется при любой перестановке семейств с одинаковым числом предикатов.*

A10. *Величина* $c(h, e)$ *не меняется, если расширяется индивидная область языка, при условии, что ни в* h, *ни в* e *не входят кванторы.*

A11. *Величина* $c(h, e)$ *не меняется, если в язык вводятся новые семейства предикатов.*

Нижеследующие аксиомы относятся к языку с одним семейством из k предикатов $P_1, P_2, \ldots, P_k$. Пусть e_s — предложение, в котором говорится, что из s фиксированных индивидов s_1 фиксированных индивидов обладают свойством P_1, s_2 — свойством P_2, ..., s_k — свойством P_k; h_j — гипотеза, состоящая в том, что индивид a_{s+1} обладает свойством P_j; h'_j — гипотеза, состоящая в том, что индивид a_{s+2} обладает свойством P_j.

A12. (a) $c(h_j, e_s \& h'_j) \geqslant c(h_j, e_s)$; (b) $c(h_j, e_s \& h'_j) \neq c(h_j, e_s)$.

A13. *Если* $e_1, e_2, \ldots, e_s, \ldots$ — *последовательность таких предложений, что каждое* e_i *представляет собой свидетельство (определенного выше вида) об* i *индивидах, и каждое* e_{s+1} *логически имплицирует* e_s, то

$$\lim_{s\to\infty}\left[c(h_j, e_s) - \frac{s_j}{s}\right] = 0.$$

A14. *Пусть* i, j, l *будут тремя различными числами из* $1, \ldots, k$; e'_s *отличается от* e_s *только тем, что одной из* s *входящих в* e_s *индивидных констант, вместо* P_j, *приписано свойство* P_l. *Тогда* $c(h_j, e_s) = c(h_j, e'_s)$.

Из этих аксиом можно вывести следующую теорему для семейства с более чем двумя предикатами:

Теорема

$$c(h_j, e_s) = \frac{s_j + \lambda/k}{s + \lambda},$$

где λ — некоторое конечное положительное число, характеризующее функцию c.

λ характеризует c в том смысле, что выбор λ устанавливает значение c для любой пары предложений данного языка. Последняя аксиома, представленная в работе «Ответы и разъяснения», распространяет формулу на случай $k = 2$.

A15. *Для $k = 2$ и фиксированного s $c(h_j, e_s)$ является линейной функцией от s_j.*

Пока мы имеем дело только с предикатами из одного семейства, c-функция полностью определяется заданием величины λ. Если $\lambda = k$, где k — число предикатов в семействе, мы получаем c^*. При $\lambda = 0$ вероятность h_j приравнивается к относительной частоте P_j в выборке из s индивидов. В этом случае c-функция не удовлетворяет аксиоме A6. Если мы устремляем λ в бесконечность при $k = 2$, то получаем $c^\dagger$-функцию, не удовлетворяющую аксиоме A12.

Любая из рассмотренных Карнапом (в опубликованных работах) c-функций сообщает нулевую вероятность универсальному фактуальному обобщению в языке с бесконечным числом индивидных констант. И, как следствие этого, подобное обобщение не может иметь отличную от нуля вероятность при любом количестве эмпирических сведений в его пользу[1]. Таким образом, $c(l, e) = 0$ для любой c-функции из λ-континуума и для всякого фактуального обобщения l с квантором всеобщности и для произвольного конечного предложения e, свободного от кванторов.

Некоторые авторы находят подобное положение противоречащим интуиции. И посему, говорят они, нулевая вероятность универсальных обобщений служит достаточ-

[1] Здесь речь идет об апостериорной вероятности универсального обобщения, ранее — об априорной его вероятности. — *Прим. перев.*

ным основанием для того, чтобы не принимать c-функции Карнапа за адекватные экспликаты логической вероятности. Так, Я. Хинтикка построил альтернативную карнаповским функцию подтверждения, с помощью которой можно сообщить ненулевые вероятности универсальным закономерностям. Простоты ради рассмотрим частный случай системы Я. Хинтикки для языка с k логически независимыми одноместными предикатами. Как и в вышеприведенном примере, имеем $2^k Q$-предикатов. Если индивиду приписан некоторый Q-предикат, наши сведения об этом индивиде в данном языке максимальны. Теперь определим понятие конституэнты. Конституэнтой называется обобщение, в котором утверждается, что в мире экземплифицированы такие-то и такие-то типы индивидов, и *только* они. Например, для типов индивидов Q_1, Q_2 и Q_3 конституэнта принимает вид

$$(\exists x)\, Q_1(x) \,\&\, (\exists x)\, Q_2(x) \,\&\, (\exists x)\, Q_3(x) \,\&$$
$$\&\, (x)\,[Q_1(x) \vee Q_2(x) \vee Q_3(x)].$$

Из множества 2^k Q-предикатов можно образовать 2^{2^k} подмножеств, включая пустое множество. Поскольку хотя бы один Q-предикат должен быть экземплифицирован, всего существует $2^{2^k} - 1$ конституэнт. Я. Хинтикка добился ненулевых вероятностей универсальных обобщений за счет того, что на первой стадии вероятности приписываются конституэнтам. Эти вероятности не зависят от числа индивидных констант в языке. В статье «О комбинированной системе индуктивной логики» Хинтикка предложил приписывать одинаковые вероятности $1/(2^{2^k} - 1)$ всем конституэнтам, а в работе «Двумерный континуум индуктивных методов» априорные меры конституэнт пропорциональны[1] $[\alpha + w - 1!]/[(w - 1)!]$, где w — число различных Q-предикатов в конституэнте, а α — свободный параметр, аналогичный карнаповскому λ[2]. В обеих статьях Хинтикка предлагает разделить

[1] Приводимое автором выражение является числителем хинтикковской априорной вероятности в частном случае $\lambda(k) = k$. — *Прим. перев.*

[2] α характеризует относительный вес априорных факторов при подсчете вероятностей обобщений, в то время как λ характеризует относительный вес априорных факторов при оценке сингулярных предсказаний. — *Прим. перев.*

поровну вероятность конституэнты между описаниями структуры, истинность которых обеспечивает истинность данной конституэнты. Затем вероятность описания структуры делится поровну между входящими в него описаниями состояний в точности так же (только на более поздней стадии), как это делает Карнап при построении c^*.

Относительно подобных систем могут возникнуть два вида вопросов: во-первых, почему вероятность$_1$ должна удовлетворять аксиомам обычного исчисления вероятностей и, во-вторых, *какую* же функцию подтверждения следует выбрать? На первый вопрос были даны конкретные ответы в двух направлениях. Сразу несколько авторов (А. Шимони, Р. Лемон, Дж. Кемени) показали, что *если* вероятность$_1$ предназначена быть руководством к действию — например, при заключении пари или при выборе альтернатив в неопределенностной ситуации, — то она должна удовлетворять аксиомам теории вероятностей. (Первые результаты, устанавливающие связь между поведением в условиях неопределенности и вероятностной аксиоматикой, были получены Ф. Рамсеем; ссылки на его работу содержатся в следующей главе.) Такого рода оправдания аксиоматики теории вероятностей характерны для приверженцев субъективной интерпретации, хотя сторонники логической интерпретации вероятности также приветствовали эти оправдания. А. Шимони, к примеру, выдвинул тщательно продуманные аргументы в пользу аксиом теории вероятностей, но, будучи отнюдь не субъективистом, он надеется так сформулировать принцип индифферентности, что его можно будет принять на априорных основаниях.

Совершенно другим путем физик Р. Кокс пришел к оправданию системы аксиом условных вероятностей. В своей работе он использовал функциональный анализ. Р. Кокс начинает с предположения, что вероятность представляет собой функциональную зависимость, область определения которой состоит из пар высказываний (свидетельство, гипотеза), а область значений лежит в замкнутом интервале действительных чисел [0, 1]. По его мнению, всего лишь несколько весьма безобидных и естественных условий гарантируют выполнение аксиом исчисления вероятностей для вероятностной функции. Рассуждения Кокса красивы и нетривиальны.

После того как мы смирились с системой аксиом обычного исчисления вероятностей, нам еще надо решить, *какую* из континуума вероятностей$_1$ взять на вооружение? Мы уже говорили о том, что на первых порах Карнап был убежден в единственности вероятностной меры, приемлемой в качестве адекватного смысла вероятности$_1$. С течением времени его точка зрения изменилась. Континууму индуктивных методов соответствует континуум вероятностных мер, каждая из которых с некоторой степенью правдоподобия может служить смыслом вероятности$_1$. В своей последней работе «Основные системы индуктивной логики»[1] (находится в стадии завершения) Карнап намеревается построить уже двумерный континуум индуктивных методов. В настоящее время он предпочитает оставлять открытым вопрос о том, насколько этот континуум можно ограничить. Что же касается Я. Хинтикки и других логиков, то они пытаются проследить, к чему приводит выбор той или иной *c*-функции.

Когда в части II мы перейдем к обсуждению индуктивной логики, основанной на этих функциях, мы еще вернемся к вопросу о произвольности выбора вероятности$_1$. Резюмируя, отметим, что, *если* определена аддитивная мера на множестве высказываний некоторого языка, максимальная величина которой равна 1, мы можем естественно и просто получить вероятность$_1$, удовлетворяющую системе аксиом теории вероятностей. Но, с другой стороны, не существует единого мнения относительно выбора какой-либо одной меры из множества подходящих вероятностных мер.

В следующей главе мы увидим, что подобную неопределенность можно расценивать скорее как достоинство, нежели как недостаток. Субъективная интерпретация вероятности основана на предположении о принципиальной неустранимости произвола в оценке эмпирических данных. Субъективисты исходят из того, что адекватная формализация вероятностных отношений должна отражать эту недетерминированность.

[1] Р. Карнап скончался в 1970 г., не успев закончить эту работу. — *Прим. перев.*

Упражнения

1. Рассмотрим язык $\mathbf{L}_1^2$, содержащий две индивидные константы a и b и два логически независимых одноместных предиката P и Q. Подсчитайте $c^{\dagger}(Pa, t)$ и $c^*(Pa, t)$, где t есть $Pa \vee \sim Pa$. Покажите, что полученные результаты не зависят от выбора тавтологии в языке $\mathbf{L}$. Теперь подсчитайте $c^{\dagger}(Pa, Pb)$ и $c^*(Pa, Pb)$. Пусть нам дан язык с конечным числом индивидных констант. Тогда универсальное обобщение $(x)\varphi(x)$ можно представить в виде конъюнкции $\varphi(a) \& \varphi(b) \& \ldots$ $\ldots \& \varphi(n)$, где a, b, ..., n — все индивидные константы этого языка. Подсчитайте для $\mathbf{L}_2^2$ $c^{\dagger}((x)(P(x) \supset Q(x)), P(a) \& Q(a))$ и $c^*((x)(P(x) \supset Q(x)), P(a) \& Q(a))$.

2. Проделайте все расчеты из упражнения 1 для языка $\mathbf{L}_3^2$ с тремя индивидными константами и двумя предикатами.

3. Проделайте все расчеты из упражнения 1 для языка $\mathbf{L}_2^3$ с тремя предикатами P, Q и R и двумя индивидными константами.

4. Каким образом введение в язык новых индивидных констант влияет на $c^{\dagger}$, c^* и другие функции подтверждения? Как влияет введение новых предикатов?

5. Докажите, что аксиома A6 эквивалентна (при условии, что выполняются остальные аксиомы) следующему постулату, сформулированному в книге Карнапа «Логические основания вероятности»:

«Если в языке имеется лишь конечное число индивидных констант, то для любого описания состояния S $c(S, t) > 0$».

6. Объясните на словах суть и приведите оправдания аксиомам A5, A7, A8, A9.

7. В чем смысл аксиом A10, A11?

8. Объясните на словах содержание аксиомы A12.

9. Покажите, что при значении $\lambda = \infty$ нарушается аксиома A12.

10. Покажите, что при значении $\lambda = 0$ функция подтверждения не удовлетворяет аксиоме A6.

11. Пусть $\mathbf{L}$ — язык, содержащий бесконечное число индивидных констант; l — универсальное фактуальное обобщение в этом языке; e — произвольное конечное предложение без кванторов. Докажите, что если c удовлетворяет аксиомам Карнапа, то $c(l, e) = 0$.

12. Возьмите какое-нибудь универсальное обобщение и докажите, что оно имеет ненулевую вероятность в системе Хинтикки.

13. Назовите конституэнты для языка $\mathbf{L}_2^3$ из упражнения 3. Что изменится, если в этот язык ввести новые индивидные константы?

14. Пусть обобщение $(x)(Px \supset Qx)$ верифицировано на пяти индивидах. Какова степень подтверждения каждой конституэнты из упражнения 13? (Априорные меры конституэнт возьмите одинаковыми.)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 5

Первая эксплицитная трактовка вероятности как логического отношения между свидетельством и заключением была предложена Дж. Кейнсом (J. Keynes. Treatise on Probability. Macmillan, London and New York, 1921). Г. Джеффри (H. Jeffrey. Scientific Jnference (2nd ed.). Cambridge University Press, New York, 1957), исходя из идей Кейнса, построил систему, которая более пригодна для использования на практике. Б. Купман, следуя Кейнсу, считает, что вероятности частично, а не просто упорядочены и потому образуют решетку. Полученные Купманом результаты изложены в трех его статьях: B. O. Koopman. The Axioms and Algebra of Intuitive Probability. *Annals of Mathematics*, **41**, 1940, p. 269—292; Intuitive Probabilities and Sequences. *Annals of Mathematics*, **42**, 1941, p. 169—87, и The Bases of Probability. *Bulletin of the American Mathematical Society*, **46**, 1940, p. 763—774. Последняя статья перепечатана в сборнике под редакцией Кайберга и Смоклера (Studies in Subjective Probability. J. Wiley and Sons, New York, 1964). Целая серия работ Р. Карнапа по вероятности открывается его magnum opus — The Logical Foundations of Probability (2nd ed.). (University of Chicago Press, Chicago, 1962, первое издание вышло в 1950 г.). В двух последующих работах (The Contininium of Inductive Methods. University of Chicago Press, Chicago, 1952, Rudolf Carnap and Wolfgang Stegmüller. Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit, Springer, Vienna, 1959) система, опубликованная в Logical Foundations, была расширена. Третье расширение своей системы Р. Карнап обещал опубликовать[1] в Basic System of Inductive Logic. Приведенные в этой главе аксиомы взяты из работы Replies and Expositions. In: The Philosophy of Rudolf Carnap (P. A. Schilpp, ed.). Open Court, La Sane, Illinois, 1963, p. 859—1013. В статье Дж. Кемени (J. G. K e m e n y. A Logical Measure Function. *Journal of Symbolic Logic*, 18. 1953, p. 289—308) система Р. Карнапа строится для более широкого класса объектных языков, а в статье X. Путнама (H. P u t n a m. A Definition of Degree of Confirmation. *Philosophy of Science*, 23, 1956, p. 8—62) класс допустимых языков становится еще шире. Работа Р. Мартина (R. M a r t i n. A Formalization of Inductive Logic. *Journal of Symbolic Logic*, 23, 1958, p. 251—256) также является развитием концепции Р. Карнапа. Четкое изложение взглядов Р. Карнапа содержится в статье Дж. Кемени (J. K e m e n y. Carnap's Theory of Probability and Induction. In: The Philosophy of Rudolf Carnap (P. A. Schilpp, ed.). Open Court, La Salle, Illinois, 1963, p. 711—738).

Работы Я. Хинтикки появились сравнительно недавно. С логико-концептуальным аппаратом, положенным в основу его работ, можно ознакомиться по статье: J. H i n t i k k a. Distributive Normal Forms in First-Order Logic. In: Formal Systems and Recursive Functions (Crossley and Dummett, eds.). North-Holland. Amsterdam, 1965, p. 47—90. Различные варианты его системы опубликованы в статьях: J. H i n t i k k a. Towards a Theory of Inductive Generalization. In: Proceedings of the 1964 International Congress for Logic. Methodology, and Philosophy of Science, North-Holland, Amsterdam, 1965, p. 274—283; On a Combined System of Inductive Logic. In: Studia Logico-Mathematica et Philosophica in Honorem Rolf Nevalinna. *Acta Philosophica Fennica*, 18, 1965, p. 21—30; и A Two-Dimensional Continuum of Inductive Methods. In: Aspects of Inductive Logic (H i n t i k k a and S u p p e s eds.). North-Holland, Amsterdam, 1966, p. 113—132.

---

[1] В настоящее время вышел первый том этой работы. См. общую библиографию к книге. — *Прим. перев.*

Аргументы, оправдывающие обычные аксиомы исчисления вероятностей, были выдвинуты (независимо и почти одновременно) тремя авторами: A. Shimony (Coherence and the Axioms of Confirmation. *Journal of Symbolic Logic,* 20 1955, p. 644—660), J. G. Kemeny (Fair Bets and Inductive Probabilities. *Journal of Symbolic Logic.* 20, 1955, p. 263—273); and R. Sh. Lehman (On Confirmation and Rational Betting. *Journal of Symbolic Logic*, 20, 1955, p. 251—262). Аргументы другого рода предложил Р. Кокс (R. G. Cox. The Algebra of Probable Inference. Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1961).

ГЛАВА 6

СУБЪЕКТИВНЫЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ВЕРОЯТНОСТИ

Субъективная интерпретация вероятности является самой последней по времени и одной из самых интересных. Согласно этой интерпретации, вероятность означает реальную степень веры[1]. Впервые субъективная интерпретация была выдвинута в 1926 г. Ф. Рамсеем, а в 1937 г. Б. де Финетти впервые провозгласил ее важность для статистики. Однако до появления в 1954 г. книги Л. Сэвиджа «Основания статистики» субъективная интерпретация не оказывала сколько-нибудь заметного влияния на работы англоязычных статистиков. За время, прошедшее с тех пор, эта интерпретация существенно изменила практику статистических выводов, но не «перевесила» и не вытеснила частотную ориентацию большинства статистиков.

Степени доверия, которыми занимается теория вероятностей, представляют собой, согласно субъективной интерпретации, действительные субъективные степени

[1] Термины 'вера' и 'степень веры' (возможные русские эквиваленты 'уверенность' и 'степень уверенности') в рамках субъективной интерпретации вероятности употребляются для обозначения ответственного принятия субъектом некоторого предложения и степени этого принятия. Предложения мнения (belief sentences) являются объектами изучения формальной прагматики (см.: Р. Карнап. Значение и необходимость. М., ИЛ, 1959, Приложение С. О предложениях мнения. Ответ Алонзо Черчу, с. 331—334; Е. О некоторых понятиях прагматики, с. 353—356), которая исследует их как модальные предложения (примерами предложений мнения являются предложения следующего типа: «Иван думает, что *P*»; «я считаю, что *P*»; «мы согласны, что *P*»). Для изучения предложений мнения в рамках субъективной интерпретации вероятности характерно рассмотрение *степени* веры (уверенности, мнения, доверия). — *Прим. перев.*

веры людей. Отправным пунктом этой интерпретации служит множество степеней веры, присущих реальным людям. Степени веры в свою очередь должны интерпретироваться через поведение тех людей, которые ими обладают. Рамсей первым предложил измерять степени веры с помощью ставок при заключении пари: если некто согласен сделать ставку 1 : 5 [1], но не более, в пользу того, что в результате подбрасывания игральной кости выпадет «тройка», значит, степень его веры в это событие равна $1/(1+5)=1/6$. Кроме того, Рамсей указал пути преодоления (например, ограничение маргинальных полезностей) тех трудностей, которые возникают при заключении денежных пари. Он изобрел несложную технику одновременной оценки полезностей и вероятностей на базе одного-единственного высказывания, степень веры в которое равна 1/2. Л. Сэвидж в своей работе использовал более развитый математический аппарат и построил целую систему субъективных вероятностей, основанную на простом отношении *предпочтения* в множестве действий. Например, если субъект предпочитает сделать ставку в пользу события E, а не в пользу события F, следовательно, событие E для него более вероятно, чем событие F.

Хотя отправным пунктом субъективной интерпретации являются реальные степени веры, однако далеко не всякие степени веры, определенные на данном множестве высказываний, одинаково приемлемы. При некоторых распределениях степеней веры допускаются заведомо выгодные для противника условия пари, то есть при тех условиях пари, которые предлагает обладатель этих степеней веры, он не может выиграть вне зависимости от реального развития событий. Вот пример: если какой-то человек обладает степенью веры, равной 4/5, в то, что произойдет событие E, он должен, согласно нашей бихевиористской интерпретации, решиться на пари с отношением ставок 4 : 1; если же его степень веры в $\bar{E}$ равна 2/5, он должен согласиться сделать ставку 2 против 3 в пользу $\bar{E}$. Пусть все цифры означают доллары; если после заключения пари событие E не произойдет,

[1] То есть максимальное отношение (денежных) взносов данного субъекта (на которые он согласен) и его противника в споре равно $^1/_5$. — *Прим. перев.*

наш спорщик выиграет во втором пари три доллара, а в первом проиграет 4; если же E произойдет, то в результате первого пари он получит доход в один доллар, а в результате второго проиграет два доллара. Что бы ни произошло, он теряет один доллар. Таким образом, он заключил пари, заведомо выгодные противнику.

Можно показать, что, когда речь идет об одном-единственном событии E, необходимо и достаточно распределить степени веры в E и $\bar{E}$ так, чтобы их сумма равнялась 1, и тогда противник не сможет заключить заведомо выгодные пари, коль скоро степени веры отражают максимальные ставочные коэффициенты при наименьших приемлемых взносах. В общем случае степени веры, приписанные некоторому множеству высказываний, должны удовлетворять всем аксиомам исчисления вероятностей. Это требование является необходимым и достаточным для того, чтобы заключаемые пари не могли привести, выражаясь шахматным языком, к форсированному проигрышу (И. Леви назвал это утверждение Dutch Book Theorem)[1].

Множество степеней веры, определенных на множестве высказываний (или предложений, или событий), называется когерентным (coherent), если, и только если, для этого множества степеней веры выполняются аксиомы теории вероятностей. В этой терминологии Dutch Book Theorem звучит следующим образом: когерентность степеней веры необходима и достаточна для того, чтобы противник не имел возможности вступить в игру на заведомо выгодных для него условиях.

Поскольку не у всякого человека множество степеней его субъективных вер когерентно, то теорию вероятностей нельзя трактовать как теорию, описывающую реальные распределения степеней веры у реальных людей. Эта теория описывает некий идеал рациональности: реальным людям *следовало бы* распределять свои степени веры в соответствии с рекомендациями исчисления вероятностей. Здесь мы видим точку соприкосновения субъективной интерпретации с логической. Но, по мнению субъективистов, помимо аксиом исчисления вероятностей, нет никаких требований рациональности, которым должны были бы удовлетворять степени веры.

---

[1] Букв.: теорема о голландских условиях пари. — *Прим. перев.*

По сути дела, Сэвидж утверждает, что теория вероятностей представляет собой сложный механизм проверки на непротиворечивость. Человек, обнаруживший, что множество его вер не удовлетворяет теоремам исчисления вероятностей, оказывается, грубо говоря, в той же ситуации, что и человек, столкнувшийся с логической противоречивостью своих субъективных вер. Ему необходимо внести в них изменения, но ни теория вероятностей, ни математическая логика не предлагают для этого конкретных способов. Иначе говоря, существует необходимость согласования собственных мыслей, но логика не в силах дать способы согласования.

Р. Карнап в статье «Цель индуктивной логики» обсуждает эти вопросы достаточно подробно. Он различает функцию *действительной* веры (actual credence function) и функцию *рациональной* веры (rational credence function). Функция действительной веры — это теоретическая характеристика данного субъекта, которая вместе с функцией полезности (другой его теоретической характеристикой) дает психологическое объяснение действиям и решениям субъекта. Функция же рациональной веры характеризует абсолютно разумное поведение. При абсолютно разумном поведении заведомо невыгодные пари просто не заключаются, поэтому функция веры абсолютно разумного субъекта является когерентной в любой данный момент времени. Более того, если в промежутке между моментами времени T_n и T_{n+1} абсолютно разумный субъект получил свидетельство E, его функции веры Cr_n и Cr_{n+1} для любого предложения H связаны следующим соотношением:

$$\mathrm{Cr}_{n+1}(H) = \frac{\mathrm{Cr}_n(E \cap H)}{\mathrm{Cr}_n(E)} = \mathrm{Cr}_n(H \mid E).$$

Теперь естественно предположить, что существует функция Cr_0 абсолютно рациональной веры субъекта в начальный момент времени. Если за все время n были получены эмпирические данные A, то $\mathrm{Cr}_n(H) = \mathrm{Cr}_0(H \mid A)$. Функция рационального правдоподобия Карнапа $\mathrm{Cred}(H \mid A)$ определяется просто как обобщение функций условной веры: $\mathrm{Cred}(H \mid A)$ определена для некоторого H и любого непротиворечивого A, в то время как $\mathrm{Cr}_0(H \mid A)$ — это функция абсолютно рациональной веры, когда в действительности имеются данные A. Затем, как мы видели из предыдущей главы, Карнап формулирует дополнительные условия (например, требования инвариантности), которым должны удовлетворять формальные двойники функций правдоподобия. Истинный субъективист, однако, не последует его примеру и не будет накладывать никаких условий, кроме аксиом теории вероятностей.

Субъективная интерпретация служит рациональным фундаментом для индуктивных, и в частности статистических, выводов. В этом одна из наиболее привлекательных ее черт. Поскольку основным инструментом субъективного подхода является теорема Бэйеса, статистики часто именуют субъективный подход 'бэйесовским'. Это название не совсем удачно, так как даже сторонники частотной интерпретации вероятности, излагая основания математической статистики, нередко используют теорему Бэйеса.

Приведем пример субъективной интерпретации такого вывода, частотная интерпретация которого выглядит явной натяжкой. Пусть H — утверждение о том, что недавно найденная на чердаке старого дома в Провансе рукопись представляет собой неизвестную до сих пор поэму Данте Алигьери; E — утверждение о том, что Данте был близко знаком во время своего пребывания в Провансе с семьей, жившей в этом доме; априорные вероятности H и E для некоторого субъекта очень малы, скажем, равны 0,2, а условное правдоподобие E при H может быть, вполне оправданно, достаточно большим, например 0,7. При субъективном подходе мы в состоянии оценить условную вероятность H при данном E — она равна

$$\mathrm{Cr}\,(H \mid E) = \frac{\mathrm{Cr}\,(H)\,\mathrm{Cr}\,(E \mid H)}{\mathrm{Cr}\,(E)} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}7}{0{,}2} = 0{,}7.$$

Допустим, мы узнали, что E истинно. Тогда субъективист скажет, что мы должны приписать H степень правдоподобия 0,7. Для сторонника частотной интерпретации вероятности такого рода рассуждения — полный абсурд. Мы могли изменить свою веру в H, скажет он, вне всякой связи с истинностью E, и не претендовать на выяснение причины этого изменения вообще.

Истинный субъективист также сталкивается с проблемами применения на практике теоремы Бэйеса. Если все когерентные функции веры одинаково приемлемы, то один и тот же человек с таким же правом может иметь разные функции веры в различные моменты времени, с каким разные люди могут иметь различные функции веры одновременно. В момент времени T_1 моя функция веры Cr_1, а моя функция условной веры в гипотезу H при свидетельстве E — $\mathrm{Cr}_1(H|E)$ — может равняться $\mathrm{Cr}_1(H \cap E)/\mathrm{Cr}_1(E)$. Предположим, в момент времени T_2 я наблюдал E, а до этого, т. е. с момента T_1, я ничего не наблюдал. В момент времени T_2 у меня будет новая функция веры в H — $\mathrm{Cr}_2(H)$. В этой ситуации субъективист захотел бы сказать, что $\mathrm{Cr}_2(H)$ *должна в принципе* равняться $\mathrm{Cr}_1(H|E)$. Именно так говорит Карнап, но Карнап — не настоящий субъективист: в глубине души он надеется отыскать одну-единственную функцию рационального правдоподобия. На карнаповское построение такой функции субъективист может ответить, что люди обычно чувствуют себя крайне неуютно, попав в положение буриданова осла. Свою же задачу он видит в составлении руководства для желающих иметь когерентные веры в любой данный момент времени и не противоречить самому себе в разные моменты времени.

Р. Джефри в книге «Логика решений» предложил более общий подход к проблеме эволюции степеней веры. Как правило, субъективисты (а также сторонники логической интерпретации) полагают, что свидетельство, полученное в результате какого-либо эксперимента, является истинным со всей определенностью: $\mathrm{Cr}_2(E)$ приравнивается $\mathrm{Cr}_1(E|E) = 1$. Нередко, однако, мы вынуждены принимать во внимание сведения, справедливость которых не установлена окончательно. При этом $\mathrm{Cr}_2(E)$ лишь отличается от $\mathrm{Cr}_1(E)$, но не равна 1. В этом случае значение $\mathrm{Cr}_2(E)$ должно подсчитываться, согласно Джефри, по следующей формуле:

$$\mathrm{Cr}_2(H) = \mathrm{Cr}_1(H \mid E)\,\mathrm{Cr}_2(E) + \mathrm{Cr}_1(H \mid \bar{E})\,\mathrm{Cr}_2(\bar{E}).$$

Но здесь условные вероятности опять-таки предполагаются неизменными. Трудно понять, каким образом этого можно избежать. Считается, что разность между $\mathrm{Cr}_1(E)$ и $\mathrm{Cr}_2(E)$ возникает в результате получения новых данных. Но она может возникнуть и в результате изменения, например, содержания сахара в крови. Совершенно ясно, что какие-либо физиологические причины (или просто размышления) скорее вызвали бы изменения значения функции веры для гипотезы H, чем для свидетельства E. Одно дело выдвигать Dutch Book Theorem в качестве аргумента для получения функции веры, которая когерентна в любой момент времени, и совсем другое — использовать теорему Бэйеса либо теорему Джеффри в качестве инструмента для подсчета изменения степеней веры.

Сторонники бэйесовского подхода стараются убедить остальных статистиков, ссылаясь, как правило, на исчезающее влияние априорных вероятностей или априорных распределений вероятностей, которые закладываются в теорему Бэйеса. Эти вероятности, собственно говоря, и составляют львиную долю субъективизма, но окончательные результаты все меньше и меньше от них зависят, по мере того как совокупность эмпирических данных, будь то частоты или распределения частот, растет. Субъективный элемент остается, говорят они, но окончательные результаты статистических выводов количественно от него не зависят сколько-нибудь ощутимым образом.

Это исчезающее влияние априорных величин по сравнению с влиянием эмпирических данных не осталось незамеченным. Даже такой непримиримый сторонник частотной интерпретации, как фон Мизес, считает своим долгом это отметить, чтобы аргументированно отстоять применение теоремы Бэйеса в статистике. Он отдает должное тому факту, что, как правило, любые первоначальные оценки довольно быстро теряют свое значение под напором эмпирических сведений, — факту, составляющему основу статистических выводов при субъективном подходе. Для Рейхенбаха теорема Бэйеса не менее важна. Однако большинство современных статистиков, придерживающихся частотной концепции, стремятся ограничить использование этой теоремы такими случаями, в которых априорные вероятности известны из надежных источников и могут быть проинтерпретированы эмпирически. При этом они заявляют, что, если подобная информация отсутствует, выбор априорных вероятностей носит субъективный характер и неминуемо скажется на всех последующих подсчетах (отличный пример полного отсутствия взаимопонимания между противоборствующими научными школами даже тогда, когда они пользуются одними и теми же словами).

Против субъективной интерпретации вероятности было выдвинуто три вида возражений. Поскольку некоторые из них были выдвинуты самими субъективистами, можно заключить, что эти возражения не являются решающими. Первые два возражения в равной степени затрагивают и логические интерпретации, рассмотренные в предыдущей главе; третье касается только субъективного подхода.

Во-первых, субъективная теория и логицистская программа исходят из маловероятного допущения, что степени веры имеют абсолютно точные значения, аналогично ставочным коэффициентам. Известное затруднение, связанное с логической интерпретацией, заключается в том, что в этой теории устанавливаются (или предполагается установить) законы, подробно описывающие степени веры до получения какого бы то ни было эмпирического свидетельства. В субъективной же интерпретации допустимы любые степени веры, лишь бы они были согласованы друг с другом. Принимая любую из этих интерпретаций, мы должны предположить, что вероятность всякого события — будь то обитание пушных зверей на Марсе или дождь в четверг в Детройте — может быть вычислена с точностью до любого десятичного знака. Ни в одной из интерпретаций не выявляется внутреннее отличие вероятности, основанной на скрупулезном анализе обширных эмпирических данных, от вероятности, логически или психологически априорной. Я могу считать вероятность выпадения «решки» при первом подбрасывании монеты, которую вы наугад достали из кармана, равной 1/2. Но и после тщательного изучения всевозможных механических характеристик этой монеты, как статических, так и динамических, после длинной серии испытаний я опять-таки могу прийти к выводу, что вероятность выпадения «решки» при следующем подбрасывании монеты равна 1/2. С точки зрения логической или субъективной интерпретации вся работа была проделана напрасно: вероятность осталась прежней. Вероятность 1/2 — это вероятность 1/2 и больше ничего.

Это возражение до некоторой степени приглушается новейшими исследованиями в области оснований теории вероятностей (под теорией понимается формализм вкупе с интерпретацией). И. Гуд и С. Смит построили обобщения субъективной интерпретации, в которых имеются вероятности разных уровней.

Второй контраргумент против субъективной и логической интерпретаций: в обеих интерпретациях можно получить очень большие вероятности, относящиеся к длинным гипотетическим последовательностям событий, на чисто априорных основаниях. Рассмотрим, например, последовательность вытаскиваний шаров из урны с возвращением. Пусть в логической или субъективной интерпретации вероятность того, что первый шар будет фиолетовым, равна 0,01; вероятность того, что второй шар будет фиолетовым, при условии, что первый шар был фиолетовым, равна 0,02. Тогда, при стандартных условиях проведения испытаний, подсчитав, чему равна вероятность того, что менее 10% вытащенных в произвольной длинной последовательности испытаний шаров окажутся фиолетовыми, мы получим на чисто априорных основаниях число 0,99. Если же подсчитать вероятность того, что фиолетовых шаров окажется меньше половины, то она окажется равной 0,9996. Слишком высокие вероятности подобных обобщений выглядят довольно неожиданными, если учесть, что они получены без привлечения эмпирических данных. Создается впечатление, что здесь что-то не так.

Субъективисты в ответ пожимают плечами. «Все примеры такого рода, — говорят они, — показывают, что наши первоначальные предчувствия (степени веры) приводят иногда к поразительным выводам, хотя мы себе ни разу не противоречили. Но для математики или философии в этом нет ничего удивительного. Если заключение тебя не устраивает, измени посылки». Сторонники логической интерпретации скажут в основном то же самое: заключение является неожиданным следствием исходных суждений, которые нельзя ни доказать, ни опровергнуть; или еще добавят, что подобные заключения бросают тень сомнения на априорную функцию меры, благодаря которой мы пришли к этому заключению.

Третье возражение относится только к субъективной интерпретации; оно является следствием субъективистского тезиса: «Если заключение тебя не устраивает, измени посылки». В субъективной интерпретации можно как угодно менять свои степени веры, лишь бы они не противоречили теоремам исчисления вероятностей. Но в этой интерпретации нет никаких условий адекватности, которые бы предотвращали выбор больших и малых вероятностей в соответствии с личным предвзятым отношением к разным событиям. Иначе говоря, поскольку свидетельство связано с гипотезой благодаря тем вероятностям, которые я им приписываю, я могу выбрать эти вероятности таким образом, чтобы свидетельство подтверждало или во всяком случае не подрывало веру в ту гипотезу, в которую мне хочется верить. Теория вероятностей, как заметил Сэвидж, может заставить нас изменить некоторые степени веры, но она не может указать, *какие именно* степени веры подлежат изменению.

Итак мы пришли, кажется, к явному абсурду: субъект должен быть обеспечен возможностью изменить свои степени веры, так сказать, задним числом, то есть после того, как он увидел, к каким апостериорным верам они его привели. Странная получается наука предсказания: сначала мы останавливаем свой выбор на определенной гипотезе, а затем подгоняем под этот выбор оценку свидетельства. Защищаясь, субъективист скажет, что обычно люди так не поступают; что никто не станет сначала решать, во что верить, а затем с помощью теории вероятностей оценивать источники своей веры для того, чтобы установить, какими должны быть априорные веры (или какими их следовало бы положить). Как раз наоборот: главная задача теории вероятностей — помочь нам изменить степени веры в соответствии с опытом, а не пересмотреть силу свидетельства в зависимости от наших собственных степеней веры. Умозрительно выполнение этой задачи может показаться не более чем счастливой случайностью. Субъективист же провозглашает, что это факт, эмпирическая данность — и тем себя успокаивает. Однако специалист по теории познания или ученый, занимающийся конкретными исследованиями, скажет, что теорию вероятностей *следовало бы* использовать таким образом и что только для этой цели она нам и нужна.

Упражнения

1. В тексте приводится пример того, что степени веры, не удовлетворяющие формуле $P(H) = 1 - P(\bar{H})$, могут повлечь за собой заведомо невыгодные условия пари.

Придумайте аналогичный пример, иллюстрирующий необходимость аксиомы аддитивности.

2. Постройте аналогичный пример для аксиомы умножения.

3. Постройте аналогичный пример для аксиомы нормировки.

4. Докажите следующее утверждение (стр. 108): вероятность того, что в произвольной длинной последовательности испытаний число фиолетовых шаров будет меньше 10%, равна 0,99. (Используйте неравенство

$$P\left[|f-P_1|>K\left(\frac{P_1}{H_1}+\frac{h-1}{h}P_1P_2-P^2\right)^{1/2}\right]<\frac{1}{K^2},$$

где P_1 — априорная вероятность вытащить фиолетовый шар; P_2 — условная вероятность вытащить второй шар фиолетового цвета, если первый шар оказался фиолетовым; f — относительная частота фиолетовых шаров в h испытаниях; K — любое число.)

5. Имеются две урны с номерами 1 и 2. В одной урне десять белых и пять черных шаров, в другой — десять черных и пять белых шаров. Пусть 0,75 — моя степень веры в то, что я вытаскиваю шары из первой урны. Какую условную вероятность я должен приписать этой гипотезе, если четыре вынутых (с возвращением) шара оказались черными? Пусть теперь я снова вытаскиваю четыре черных шара, соблюдая те же условия. Какова теперь должна быть, согласно теореме Бэйеса, вероятность того, что я вытаскивал шары из первой урны? Предположим, однако, моя уверенность по-прежнему, несмотря на теоретические рекомендации, осталась равной 0,75. Чем это можно объяснить?

6. Пусть ваша субъективная уверенность в том, что американцы выиграют первую игру на проходящем в настоящее время чемпионате мира, выражается числом 0,4; субъективная вероятность того, что они займут первое место, равна 0,6; условная вероятность того, что они выиграют первую игру, при условии, что займут первое место, равна 0,5. Чему равна условная вероятность того, что они выиграют чемпионат, если известно, что они победили в первой встрече? Предположим, они действительно выиграли первую игру, а субъективная вероятность того, что они выиграют чемпионат, равна 0,3. Как это можно объяснить?

7. Допустим, H — это утверждение о том, что футбольная команда, за которую я болею, выиграет сегодняшнюю встречу, а E — утверждение о том, что поле мокрое. Моя функция веры имеет в данный момент времени следующие значения:

$$\mathrm{Cr}(H)=0{,}4,\quad \mathrm{Cr}(H\mid E)=0{,}2,\quad \mathrm{Cr}(H\mid \bar{E})=0{,}5.$$

Какое ограничение налагает на мою веру в E требование·когерентности? Пусть я выглянул на улицу и моя степень веры в E стала равной 0,7, потому что на дворе слегка моросило. Как должны измениться остальные степени веры, согласно формуле Джеффри? Допустим, моя яичница подгорела, а кофе остыл, вследствие чего моя степень веры в H стала равной 0,2. Как должны измениться остальные степени веры?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 6

В сборнике под редакцией Кайберга и Смоклера (Kyburg and Smokler (eds.). Studies in Subjective Probability, J. Wiley and Sons, New York, 1964) собраны основные работы, посвященные теории субъективных вероятностей. Этот сборник составлен из перепечаток и переводов. Некоторые статьи упоминаются ниже.

Оригинальная работа Ф. Рамсея, в которой обсуждалась концепция субъективной (он называл ее по-другому) вероятности, была написана в 1926, а опубликована лишь в 1931 г. в посмертном сборнике (F. P. Ramsey. The Foundations of Mathematics, Humanities Press, London, 1931, 1950). Статья перепечатана в сборнике под редакцией Кайберга и Смоклера.

Исследования Б. де Финетти, совершенно независимые от исследований Рамсея, были опубликованы в целом ряде статей, выходивших в свет начиная с 1930 г. Одной из первых публикаций, ориентированных на философские вопросы, была следующая: B. de Finetti. Probabilismo: Saggio critico sulla teoria delle probabilitá e sul valore della scienze. Biblioteca di Filosofia diretta da Antonio Aliota, Perrella, Naples, 1931. Наибольшее влияние на последующее развитие теории оказала другая работа Б. де Финетти:: La Prévision: ses lois logiques; ses source subjectives. Annales de l'Institute Henri Poincaré, Volume 7, 1937, p. 1—68. Перевод этой статьи вместе с новыми (1964) примечаниями де Финетти имеется в сборнике под редакцией Кайберга и Смоклера.

Объемистый том, посвященный теории субъективных вероятностей и содержащий как логические основания, так и статистические приложения, написал Л. Сэвидж: L. J. Savage. The Foundations of Statistics, J. Wiley and Sons, New York, 1954.

Для изучающего философию лучшей является книга Р. Джефри: (R. Jeffrey. The Logic of Decision. McGraw-Hill, New York, 1965). В ней излагается общая теория субъективных вероятностей, подробно и всесторонне анализируются понятия полезности, вероятности и когерентности. В этой же книге предлагается обобщение формулы Бэйеса [1].

Р. Карнап (R. Carnap. The Aim of Inductive Logic. In: Logic, Methodology and Philosophy of Science (Nagel, Suppes, and Tarski, eds.). Stanford University Press, Stanford, California, 1962, p. 303—318) обсуждает связь между функцией веры, функцией рациональной веры, функцией условной рациональной веры и функцией правдоподобия. Статья И. Гуда (I. J. Good. Subjective Probability as the Measure of a Non-Measureable Set), опубликованная в том же сборнике (p. 319—329), что и статья Карнапа, посвящена вероятностям разного уровня. Похожую концепцию развивал К. Смит (C. A. B. Smith. Personal Probability and Statistical Analysis. *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, 128, 1965, p. 469—499).

---

[1] См. стр. 105.

ГЛАВА 7

ЭПИСТЕМОЛОГИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

В эпистемологической интерпретации вероятности основным ключом к пониманию сути вероятностных высказываний служит та роль, которую, формально и неформально, играет понятие вероятности в научных выводах. Через призму этой роли можно понять и некоторые из ранее рассмотренных интерпретаций, поскольку их авторов интересовали главным образом эпистемологические вопросы. В первую очередь сказанное относится к Кейнсу и Карнапу. Каждый из них стремился к эксплицитному раскрытию отношения, существующего между данными и заключением, когда заключение нельзя логически вывести из свидетельства, но последнее предоставляет веские аргументы в пользу заключения. Сами слова 'свидетельство' и 'заключение' указывают на то, что суть этого отношения следует искать в его связях с основаниями для веры в гипотезу при наличии действительно имеющегося свидетельства, например в гипотезу, согласно которой хинин — это лекарство от малярии, или в гипотезу, согласно которой существующие ныне формы жизни на Земле являются результатом эволюции более ранних форм жизни. Что, по нашему мнению, может действительно претендовать на статус знания или в чем и до какой степени можно быть уверенным на основании тех данных, которые мы осмеливаемся называть свидетельством? Этот вопрос сторонники логической интерпретации считают самым важным.

Но с ним можно связать и другие точки зрения. Так, Рейхенбах, будучи наиболее радикальным приверженцем частотной интерпретации, в своей работе «Теория вероятности» постоянно обращается к общим эпистемологическим проблемам, полагая, однако, что эти проблемы имеют чисто *прагматический* характер и отрицая какие бы то ни было виды рациональной веры. Что же касается субъективистов, то одни из них интересуются (или провозглашают, что интересуются) исключительно выбором оптимальных решений в условиях неопределенности, а другие — так же как Карнап, — теоретико-познавательными аспектами этой проблематики. Во втором направлении выделяются работы И. Леви.

Таким образом, любую интерпретацию вероятности можно поднять до уровня выяснения (в некотором смысле) эпистемологических вопросов. Чем же объяснить в таком случае, что интерпретация, обсуждаемая в этой главе, названа «эпистемологической»? Отчасти тем, что эпистемологические проблемы затрагиваются в ней даже более основательно, чем у Кейнса или Карнапа; отчасти тем, что в этой интерпретации неминуемо приходится отвечать на некоторые теоретико-познавательные вопросы наряду с решением чисто вероятностных проблем; и, наконец, отчасти тем, что другого более подходящего названия нет. В эпистемологической интерпретации вероятность выступает в качестве особого рода логического отношения между свидетельством и заключением, но в то же время это отношение отражает *известные* нам частоты, в силу чего эпистемологическая интерпретация противостоит как условно-логической интерпретации, так и — будучи неэмпирической — частотным или диспозиционным интерпретациям.

В эпистемологической интерпретации вероятностное отношение определяется на множестве предложений (данного языка), образующих рациональное ядро или систему наших знаний. Существенными компонентами этой системы являются утверждения о наблюдавшихся частотах. Приведем наиболее простой пример отношения вероятности и меры (термин более уместный, чем 'частота'): если мы *знаем*, что доля A в B равна p, что a есть A, и больше ничего не знаем об a, то вероятность того, что a есть B, относительно этой системы знаний мы полагаем равной p.

Представленное описание — не просто идеализация, это идеализация, недостижимая по нескольким причинам. Мы никогда не знаем, что мера того, что элементы класса A принадлежат классу B, в точности равна p, за исключением разве лишь тех малоинтересных случаев, когда A и B логически зависимы, например, когда A — класс неженатых мужчин, а B — множество всех мужчин. В реальной жизни у нас, как правило, есть основания для уверенности в том, что доля или мера B в A *близка* к p (отличается от p меньше, чем на δ). Кроме того, в реальной жизни не бывает таких ситуаций, когда мы знаем о некотором объекте *только* то, что он принадлежит к одному-единственному классу A. Например, мы не можем знать о некотором конкретном человеке только то, что он принадлежит к классу белых американских рабочих. Коль скоро мы произнесли слово 'конкретный', мы уже заявили, что нам известно столько характеристик этого человека, сколько потребуется, чтобы отличить его от любого другого человека. Этих характеристик может быть совсем мало (достаточно всего лишь снабдить объект номером 1 862 548, чтобы в эксперименте не спутать его с другими объектами), а может быть очень много (когда, например, личность застрахованного устанавливается по его досье в страховой компании). Лишь бы сведения о принадлежности объекта a классу A были единственными данными об a, *релевантными* его принадлежности классу B. Наконец, как и в случае высказываний о численных значениях, требование *определенной* информации о принадлежности a к множеству A иногда оказывается слишком сильным. Достаточно иметь *основания для веры* в принадлежность a классу A, причем в том же смысле, в каком мы имеем *основания для уверенности* в том, что мера B в A приблизительно равна p.

Когда знание, что a — элемент класса A, является единственным знанием, релевантным принадлежности a классу B, то мы будем говорить, что a — случайный элемент класса A относительно принадлежности классу B при некоторой определенной совокупности знаний. Теперь наше вероятностное высказывание выглядит так: вероятность того, что a суть B, равна приблизительно p, если, относительно системы наших знаний, a является случайным членом некоторого класса A относительно принадлежности классу B и если в той же совокупности знаний содержится утверждение о том, что доля B в A близка к p.

Случайность (или релевантность) принадлежности следует определить более точно. Она является четырехместным отношением, определенным на четверках элементов, состоящих из *объекта a*, *класса A*, *класса B* и данного *рационального ядра* или системы знаний K (только для таких четверок элементов высказывания о случайности или релевантности будут осмысленными). Под системой знаний я подразумеваю совокупность утверждений, верить в которые у нас есть *твердые основания.* В этой совокупности, конечно, содержится утверждение '$a \in A$', так как если a — случайный элемент A, то a — просто элемент A. Более того, в этой совокупности должно содержаться приемлемое высказывание о мере B в A; в нем утверждается не то, что доля B в A точно равна p, а то, что эта доля *близка* к p или заключена в интервале (p, q).«Приемлемость» высказывания означает, что мы располагаем адекватным свидетельством в его пользу, которое в свою очередь будет эксплицировано с помощью понятия вероятности. Из дальнейшего будет ясно, почему в данном случае не возникает порочный круг.

Что же еще необходимо, чтобы a можно было назвать случайным членом A по отношению к принадлежности к B при некоторой определенной совокупности знаний K? Когда речь идет только о точных статистических оценках вида 'мера B в A в точности равна p', на этот вопрос легко ответить. Можно просто постулировать, что не существует такого подмножества C множества A, что 1) у нас есть сведение о принадлежности a к C; 2) мы знаем долю B в C и эта доля отличается от доли B в A. Короче, можно сказать, что не существует такого подмножества C множества A, для которого: 1) предложение '$a \in C$' содержалось бы в системе наших знаний K и 2) предложение '% (C, B, q)' принадлежало бы K, где $q \neq p$. ('% (C, B, q)' — это высказывание о том, что мера B в C равна q.) Грубо говоря, именно на этом основано практическое приложение математической статистики. Когда служащий страховой компании назначает Джону Доу плату за страхование жизни, он выбирает наименьший класс, в котором Джон Доу является случайным членом по отношению к определенному сроку смерти и по которому компания располагает таблицами смертности.

При таком подходе к понятию случайности имеются определенные трудности. Предположим, нам известно, что a принадлежит как A, так и A', и мера B в A равна p, а мера B в A' равна p', причем $p \neq p'$. Если мы, кроме того, знаем долю B в пересечении A и A', то мы знаем все, что нам нужно. Но, вообще говоря, почему бы нам не знать меру B в A и A' и одновременно не иметь представления о мере B в их пересечении? Трудности подобного рода начинают катастрофически нарастать по мере переключения (а нам необходимо переключиться) на интервальные оценки долей.

Некоторые выражения, хотя и обозначают множества, о которых мы имеем статистические данные, не подходят для обозначения референтных классов. Пусть, например, $\{n\}$ — единичное множество, состоящее из исхода следующего подбрасывания определенной монеты; T — множество исходов всех испытаний; H — множество выпадений «решек» в этих испытаниях. Очевидно, n принадлежит множеству $(T \cap H) \cup \{n\}$, мера выпадения «решек» в котором равна 1. Кроме того, нет ни одного бесконечного подмножества этого множества, мера выпадения «решек» в котором отличалась бы от 1. И тем не менее, как бы нам того ни хотелось, мы не должны на этом основании полагать, что вероятность выпадения «решки» при следующем бросании равна 1. Эксплицитное определение n не влияет на наш окончательный вывод, поскольку вместо $\{n\}$ всегда можно взять некоторый относительно небольшой класс, про который известно, что n в нем содержится. Например, если n — это исход 23-го испытания, можно ввести в рассмотрение объединение множества $T \cap H$ с множеством исходов испытаний, у которых порядковый номер является простым числом. В этом множестве мера множества «решек» опять будет равна 1.

Н. Гудман ввел в обращение парадоксы иного рода, назвав 'непредсказуемыми' (nonprojectible) предикатные формы, служащие источником этих парадоксов. Пусть выражение 'зелубой[1] (x)' означает, что x является зеленым некоторое время вплоть до 2000 г. и голубым некоторое время после наступления 2000 г. Классическая

[1] В оригинале grue, то есть соединение прилагательных green и blue. — *Прим. перев.*

проблема непредсказуемых предикатов состоит в следующем: мы с легкостью переходим от посылки, согласно которой все виденные до сих пор изумруды были зелеными, к выводу, что изумруд, который мы увидим после 2000 г., также будет зеленым; в то же время нашей интуиции претит вывод, что изумруд, который мы увидим после 2000 г., будет зелубым, хотя все виденные ранее изумруды были не только зелеными, но и зелубыми. Впоследствии мы обсудим эту проблему в связи с другими парадоксами подтверждения. Очевидно, сходные проблемы могут возникнуть и в статистических выводах. Например, тот факт, что 80% попугаев определенного вида имеют зелубую окраску, не дает нам права заявить, что с вероятностью 0,8 первый пойманный после 2000 г. попугай будет зелубым.

Каким же образом лучше всего определить случайность? Ответ на этот вопрос зависит от того, есть ли у нас с самого начала разумный список предикатов или выражений, определяющих классы объектов. Можно начать с перечисления таких простых предикатов, как 'черный', 'зеленый', 'круглый', 'квадратный', 'длиннее, чем', 'горячее, чем', 'корова', 'собака' и т. д. Затем к этому списку добавим отрицания исходных предикатов: 'нечерный', 'незеленый' и т. д. Наконец, добавим коньюнкции предикатов нового перечня: 'зеленый и квадратный', 'круглый и нечерный' и т. д. Заметим, что описанная процедура, вообще говоря, не приводит к словосочетаниям, являющимся источниками парадоксов типа тех, с которыми мы столкнулись на примере с множеством $(T \cap H) \cup \{n\}$ или на примере с предикатом 'зелубой'. Охарактеризовать все множество подходящих предикатов — крайне сложная задача. Однако, если зафиксирован язык, используемый в данной области научных исследований, трудности не выглядят настолько неодолимыми. В любом случае соотнесенность с языком должна быть неотъемлемым элементом любой концепции, как это имеет место в логической интерпретации вероятности.

Итак, пусть у нас есть список названий подходящих референтных классов, на которые мы будем ссылаться как на *рациональные классы*. Тогда случайность можно определить следующим образом:

Д1. *a называется случайным членом A по отношению к принадлежности к B при данной системе знаний K, если, и только если:*

1) *предложение '$a \in A$' входит в систему K;*

2) *предложение '% (A, B, p, q)' входит в систему K для некоторых дробных p и q;*

3) *A и B — рациональные классы;*

4) *для любого рационального класса C, такого, что '$a \in C$' и '% (C, B, p', q') принадлежат K при некоторых p' и q', либо а) 'A включено в C' принадлежит K, либо б) (p, q) — подынтервал (p', q').*

К формальному определению случайности добавим *принцип эквивалентности:*

P1. *Если утверждение об эквивалентности двух предложений считается разумным, то эти предложения должны иметь одинаковые вероятности, то есть если предложение 'S эквивалентно T' принадлежит K и вероятность S представима интервалом (p, q), то и вероятность T должна представляться интервалом (p, q).*

С помощью этого принципа можно построить формальное определение вероятности.

Д2. *Вероятность предложения S относительно рациональной системы знаний K представима интервалом (p, q), если, и только если:*

1) *существуют такие термы a, A, B, что a является случайным членом A по отношению к принадлежности к B в системе K; предложения '% (A, B, p, q)' и 'S эквивалентно $a \in B$' входят в K;*

2) *для любой тройки a', A', B', если предложение 'S эквивалентно $a' \in B'$' принадлежит K и a' является случайным элементом A' по отношению к вхождению в класс B' в системе K, то предложение '% (A', B', p, q)' принадлежит K.*

Очевидно, Д1, P1, Д2 имплицируют единственность вероятности[1] (некоторые предложения могут вообще не иметь вероятности при данной рациональной системе K) и, более того, совпадение вероятностей эквивалентных предложений.

---

[1] Две вероятности, представимые одним интервалом (p, q), не различаются. — *Прим. перев.*

Это определение ‘вероятности’ будет достаточно полным только в том случае, если мы уточним, из каких предложений состоит система наших знаний. Здесь выявляется связь между понятием вероятности и эпистемологическими проблемами. Можно считать, что K состоит из множества утверждений, которые полагаются практически достоверными в данном контексте, — такой подход представляется естественным и плодотворным. Затем можно эксплицировать «практическую достоверность» через понятие вероятности. Логически замкнутого круга можно избежать, предполагая, что на самом высоком уровне рациональной системы знаний находятся логические истины и семантические постулаты, которые должны приниматься за практически достоверные высказывания в любом контексте. Теперь предположим, что некоторое множество утверждений образует уровень $1 - \delta$, если вероятности этих утверждений представимы интервалом, нижняя граница которого превышает $1 - \delta$. Вероятности предложений уровня $1 - \delta$ подсчитываются относительно рациональной системы самого высокого уровня. Логически истинные утверждения о мере расположены на этом самом высоком уровне, а эмпирически устанавливаемые утверждения о мере включены в множество высказываний, образующих уровень $1 - \delta$. Относительно предложений, включенных в систему более низкого уровня, вероятности вычисляются аналогично. Мы видим, таким образом, что можно говорить о вероятностях, определенных относительно рациональной системы знаний, которая в свою очередь определяется с помощью вероятностей, не попадая при этом в замкнутый круг. Существует еще ряд вопросов, относящихся к составу системы рациональных знаний и построению списка рациональных референтных классов. Но, поскольку эти вопросы связаны с индуктивной проблематикой, возникающей при различных подходах к индукции, мы отложим их обсуждение до части II.

Теперь перейдем к сопоставлению определения Д2 с интерпретациями вероятности, рассмотренными в предыдущих главах. Начнем с интерпретации вероятности в качестве степени веры. Представим вероятностный интервал из определения Р2 в виде интервала степеней рациональной веры. Для этого предположим, что некоторый субъект обладает системой рациональных знаний, в которой можно выделить множество практически достоверных в данном контексте утверждений. Относительно этого множества некоторое предложение S имеет вероятность, представимую интервалом (p, q). Если субъект достаточно разумен, его вера в S должна в принципе соответствовать интервалу (p, q). Эта «степень веры» будет выражаться в его поведении: он готов заключить пари при соответствующем интервале ставочных коэффициентов: от p против $1-p$ до q против $1-q$. Однако нет необходимости полагать, что значение термина ‘степень веры’ целиком определяется его бихевиористскими коррелятами.

Субъективисты считают, что игрок может предложить лишь одно множество ставочных коэффициентов и поэтому его степень веры должна быть представима в виде некоторого вещественного числа p^0. Если бы он соглашался на ставочные коэффициенты p против $1-p$ в пользу истинности S, а также на ставочные коэффициенты $1-q$ против q в пользу $\bar{S}$, то мог бы остаться в накладе (коль скоро $p \neq q$) вне зависимости от того, что произойдет. Но если мы хотим гарантировать, что данный субъект (будучи рациональным) не заключит заведомо проигрышное пари, то это не значит, что мы вынуждены наложить какие-то ограничения на степени его веры. Если же субъект не проигрывает заведомо, то этим он обязан данному множеству пари, которые он заключил, т. е. исключительно своему поведению. При одном и том же свидетельстве сегодня он может принимать одно множество условий пари, а завтра — другое. Этот факт признается и субъективистами. Эпистемологическая интерпретация только в одном расходится с субъективной интерпретацией вероятности: если дана система рациональных знаний и определенная совокупность фактов, то субъект может принять только одну ограниченную область ставочных коэффициентов, квалифицируя свой выбор как рациональный. Как в субъективной, так и в логической интерпретации Карнапа степени веры выражаются вещественными числами. Но в то время как субъективист сочтет рациональным любое значение ставочного коэффициента по отношению к изолированному предложению S, сторонник интерпретации вероятности в качестве степени следования будет считать рациональным на основании данного свидетельства только *один*[1] ставочный коэффициент. Интерпретация, рассмотренная в общих чертах в этой главе, допускает целый интервал рациональных значений ставочных коэффициентов и, следовательно, исходит из более широкого, чем у Карнапа, понятия рациональности; ограничение области изменения этих значений делает понятие рациональности, заложенное в эпистемологическую интерпретацию, более узким, чем у субъективистов.

Вероятность в эпистемологической интерпретации, как и у Карнапа, является логическим отношением. Если вероятностное высказывание истинно, то оно логически или аналитически истинно. Тот факт, что вероятность данного утверждения относительно данного свидетельства чему-то равна, должен устанавливаться чисто логически, без обращения к реальному миру. Истинность вероятностного высказывания инвариантна по отношению ко всем возможным мирам. Но как в таком случае вероятность может быть руководством к действиям в нашем конкретном мире?

Ответ достаточно прост: вероятность такова именно для *нас*; она должна соответствовать именно *нашей* степени веры, она детерминирована той системой рациональных знаний, которыми мы в действительности обладаем и которые в свою очередь детерминированы имеющимся в наличии эмпирическим свидетельством. Рациональной можно считать веру в ту гипотезу, которая получила поддержку со стороны фактов. Если у другого человека совокупность эмпирических данных другая, то он, возможно, должен верить не в то, во что должен верить я. Абсолютная рациональность состоит в согласованности множества вер с (эмпирическим) свидетельством, а не с фактическим *осуществлением* в будущем той или иной альтернативы. Последнее свидетельствует скорее о проницательности, чем о рациональности. Логика же относится к сфере рационального, а рациональность сама по себе наводит на мысль, что люди, как правило, не способны к ясновидению.

---

[1] Здесь автор допускает неточность: в логической интерпретации Карнапа в зависимости от значения свободного параметра λ (см. гл. 5) целая область ставочных коэффициентов признается рациональной. — *Прим. перев.*

Но как быть с аргументом, нередко выдвигаемым сторонниками частотной интерпретации (так я собирательно называю всех, кто интерпретирует вероятность через частоту или через предел частоты, или через диспозиции, представляющие частоты, или посредством абстрактных мер и т. д.), согласно которому нелепо говорить о высокой вероятности какого-либо события, если его осуществление не наблюдается «в высшей степени часто»? Нелепы, однако, *оба* предположения сторонников частотной интерпретации: *и* то, что мы знаем о частом осуществлении какого-либо события, *и* то, что мы знаем о его редком наступлении. Если же интерпретировать вероятность в качестве логического отношения, то нет ничего абсурдного в предположении, что при данном свидетельстве данной гипотезе вполне обоснованно можно приписать высокую вероятность, даже если в действительности (о чем могли бы свидетельствовать *дополнительные* факты) данное событие происходит редко.

С точки зрения эпистемологической интерпретации приведенный ответ можно усилить. В этой интерпретации любое значение вероятности основано на некотором утверждении о частоте или мере. Когда мы говорим, что вероятность какого-либо предложения относительно определенной совокупности рациональных знаний равна приблизительно p, мы просто, среди всего прочего, утверждаем, что истинность произнесенного высказывания зависит от события, которое — у нас есть основания в это верить — осуществляется, грубо говоря, np раз, если мы ожидаем его появления n раз. Со временем факты могут заставить нас отказаться от этой веры или изменить утверждение о мере, на котором основывалось выбранное значение вероятности. Но, по-моему, мы не можем заявить: «Вероятность того, что некоторое A есть также B, равна приблизительно p» до тех пор, пока у нас нет оснований для включения в систему наших рациональных знаний утверждения о том, что мера B в A приблизительно равна p.

Эпистемологическая интерпретация вероятности не противоречит частотной интерпретации. Сторонник последней занимается высказываниями, которые в языке-объекте образуют одну из составных частей метаязыковой конструкции вероятности. Нечто похожее имеет место у Карнапа, который различает два значения вероятности: вероятность$_1$ — логическая концепция и вероятность$_2$ — эмпирическая концепция. В этом отношении различие между эпистемологической интерпретацией и интерпретацией Карнапа состоит в том, что при первом подходе связь этих двух концепций оказывается более тесной, чем при втором.

И последнее — как быть с исчислением вероятностей? Поскольку вероятности в эпистемологической интерпретации задаются интервалами, очевидно, стандартное исчисление вероятностей для наших целей непригодно. Определение Д2 исключает обычный способ вычисления вероятностей. В то же время подсчитать вероятности, основываясь на эмпирических высказываниях языка-объекта, вообще не составляет труда. Так, если вероятность S представлена интервалом (p, q), то можно показать, что вероятность отрицания S представима интервалом $(1-q, 1-p)$. Можно, кроме того, доказать существование такой вещественнозначной функции R (на самом деле бесконечного множества подобных функций), что 1) при любом S, если вероятность S, согласно Д2, представлена интервалом (p, q), то $p \leqslant R(S) < q$ и 2) R является вероятностью, так как удовлетворяет аксиомам исчисления вероятностей.

Я бы сказал, что эпистемологическая интерпретация вероятности очень близка к смыслу слова 'вероятность' и его синонимам даже в тех контекстах, по отношению к которым, как правило, признается, что интерпретация Карнапа уступает место частотной интерпретации. Чтобы оценить, оправданно или нет подобное заявление, обратимся еще раз к высказываниям, с которых мы начали свой анализ, и посмотрим, насколько точно каждая интерпретация соответствует их контексту. Не будем касаться лишь простейшей классической интерпретации, ибо все, что было в ней верного, ныне поглощено другими интерпретациями.

1. Эмпирические обобщения при любом свидетельстве в их пользу можно считать лишь вероятными.

а) Большинство сторонников частотной интерпретации в принципе отрицают какой-либо научный смысл слова 'вероятный' в этом предложении. Само по себе обобщение или истинно или ложно; приписать ему вероятностную меру так же невозможно, как приписать ее любому другому единичному высказыванию. Мы могли бы, конечно, рассмотреть последовательность эмпирических обобщений, но любое обобщение, истинность которого нам известна, ложно.

b) В некоторых логических интерпретациях, аналогично теории Карнапа в ее нынешнем состоянии, априорная вероятность любого обобщения, а следовательно, и его апостериорная вероятность равна 0. Однако в других теориях, например в теории Хинтикки, это не так, и предложение 1) можно эксплицировать подходящим образом.

c) В субъективной интерпретации утверждение 1) — простая и естественная истина. Правдоподобной мы считаем ту гипотезу, которая, по нашему мнению, имеет ненулевые шансы оказаться верной. Такая гипотеза может становиться все более и более вероятной по мере накопления эмпирических данных.

d) Согласно эпистемологическому подходу, предложение 1), вообще говоря, также истинно. Но когда эмпирическое свидетельство, входящее в состав системы рациональных знаний, делает данное обобщение настолько же «практически достоверным», насколько достоверны другие обобщения этой системы рациональных знаний, тогда наше обобщение будет считаться просто истинным, а не вероятным. В этом случае эпистемологическая интерпретация вносит нечто новое.

2. Вероятность выпадения «шестерки» при каком-нибудь подбрасывании некоторой игральной кости равна 1/6.

a) Частотная интерпретация: кость имеет диспозицию к выпадению «шестерки» приблизительно в шестой части всех подбрасываний в длинной серии испытаний.

b) Большинство сторонников теории Карнапа согласились бы, что интерпретация вероятности в качестве степени следования здесь неприемлема.

c) Одни субъективисты сказали бы, что подобные утверждения попросту бесполезны, другие — что это высказывание соответствует требованию независимости множества испытаний с постоянной вероятностью 1/6 выпадения «шестерки». Напомним, что 'независимость' для субъективиста является сильным требованием: даже после миллиона подряд выпадений шестерок субъект готов сделать ставку пять против одного в пользу того, что шестерка не выпадет в следующем испытании.

d) В эпистемологической интерпретации аналогичные утверждения тогда, и только тогда, должны быть истинны для рационального субъекта, когда у него есть основания для уверенности в том, что приблизительно 1/6 всех испытаний некоторой игральной кости даст в результате «шестерку». Местоимение 'какой-нибудь' в применении к слову 'подбрасывание' имеет правдоподобную интерпретацию в качестве «некоторого случайного по отношению к выпадению шестерки испытания в данной системе рациональных знаний». Таким образом, смысл предложения 2) следующий: мои знания таковы, что утверждение о мере: «Приблизительно в шестой части испытаний выпадает шестерка» — приемлемо, а это утверждение близко по смыслу к интерпретации а).

3. Если есть хоть какая-нибудь вероятность того, что бог существует, ты должен в это верить.

a), b), d) Во всех этих интерпретациях высказывание 3) истинно по одной и той же причине: его посылка пуста.

c) Только в субъективной теории предложение 3) имеет абсолютно здравый смысл, и каждый волен приписать ему любую вероятность из интервала (0,1), включая концы. В этой интерпретации 3) звучит как совершенно откровенное (если говорящий сомневается) высказывание, относящееся к области прикладной этики.

4. Если существует хоть какая-нибудь вероятность, что этот гриб ядовит, ты должен в это верить.

Несмотря на внешнее сходство предложений 3) и 4), высказывание 4) можно проинтерпретировать в любой из рассматриваемых интерпретаций вероятности.

a) В частотной теории предложение 4) должно пониматься как эллиптическое условное высказывание об определенном классе грибов. Его значение таково: если в данном классе грибов (скажем, определенного вида) мера ядовитых грибов отлична от нуля, то ты должен к каждому конкретному грибу из этого класса относиться так, как будто он ядовит. Оправдать это можно тем, что отношение положительной полезности, которую мы приписываем съедобному грибу, к отрицательной полезности, которую мы связываем с употреблением в пищу ядовитого гриба, близко к нулю. Единственная трудность, возникающая при этой интерпретации предложения 4),— это проблема описания референтного класса грибов, на который мы имплицитно ссылаемся. Мы не можем сказать: «Если в произвольном классе грибов...», так как любой гриб принадлежит множеству всех грибов, а это множество имеет отличную от нуля меру ядовитых грибов. Хотя предложение 4) можно проинтерпретировать в частотной теории так, что оно имеет смысл как сокращенное выражение, в каждом конкретном случае трудно восстановить его полную формулировку. Разглядев данный гриб, с помощью этой интерпретации нельзя вынести обоснованное суждение.

b) Логическая интерпретация предложения 4) выглядит предпочтительнее, хотя по-прежнему трактует его как эллиптическое высказывание. Пусть h — гипотеза, что данный гриб ядовит; e — свидетельство, описывающее наши наблюдения над этим грибом (например, он имеет геминиальные пластинки, у него нет пленки, основание ножки имеет фиолетовый оттенок...); b — совокупность наших научных знаний о грибах. Получаем следующую интерпретацию предложения 4): если степень подтверждения h на основе e и b больше нуля, действуй так, как будто h истинно. Доводы, подкрепляющие эту рекомендацию в терминах полезностей, идентичны аргументам пункта a). Заметим, однако, что степень веры в h, которую должен иметь субъект, будучи рациональным, равна степени подтверждения h на основе e и b; предписание верить в h должно пониматься как косвенное указание: «Действуй так, как если бы ты уверовал в h». В логической интерпретации нетрудно в принципе восстановить на основе сокращенного полное высказывание, коль скоро нам дана совокупность научных сведений о грибах и перед нами — конкретный гриб.

c) В субъективной интерпретации предложение 4) оказывается бессодержательным. Пусть по-прежнему вышеупомянутые полезности сохраняют свои значения. Тогда благодаря одному только значению слова 'вероятность' субъективная степень веры в то, что гриб ядовит, сколько-нибудь существенно отличается от нуля, если, и только если, субъект готов действовать так, как будто гриб на самом деле ядовит.

d) Эпистемологическая интерпретация предложения 4): если конкретный гриб, перед которым мы остановились, не является случайным (по отношению к свойству быть ядовитым) членом некоторого класса грибов с нулевой мерой ядовитых его представителей, то мы должны действовать так, как будто перед нами ядовитый гриб. Вообще говоря, в рамках эпистемологической интерпретации, имея некоторую совокупность знаний K, можно всегда найти такой класс C, что наш гриб будет случайным его членом по отношению к свойству быть ядовитым. При этом степень точности нашей оценки меры несъедобных грибов в классе C зависит от нашей осведомленности в микологии: если мы практически ничего не знаем о грибах, наша оценка относительной частоты ядовитых грибов представима замкнутым интервалом (0,1); если же наши познания в этой области весьма обширны, то мы можем считать, что эта частота лежит в интервале между 0,5 и 0,6, или в замкнутом интервале (1,1), или в замкнутом интервале (0,0). Только в последнем случае следует поступать так, как будто гриб на самом деле неядовит. При эпистемологической интерпретации вероятности восстановить полное суждение из эллиптического оказывается на практике даже легче, чем при логической интерпретации.

5. Вероятность того, что некий белый американский рабочий доживет до сорока лет, если он дожил до тридцати девяти, равна 0,994.

a) Эмпирическая интерпретация предложения 5) аналогична эмпирической интерпретации предложения 2).

b) Логическая интерпретация обычно отсутствует, так как большинство сторонников логической интерпретации считают, что здесь мы имеем дело с явным примером статистической вероятности.

c) Субъективист проинтерпретировал бы предложение 5) аналогично предложению 2) или, кроме того, сформулировал бы его иначе: «Число 0,994 служит параметром определенной дескриптивной теории...»

d) С эпистемологической точки зрения местоимение 'некоторый' в выражении 'некоторый белый американский рабочий...' указывает на то, что интерпретация предложения 5) должна быть такой же, как интерпретация предложения 2).

6. Вероятно, я не успею встретить поезд.

a) Трудно понять, каким образом предложение 6) можно проинтерпретировать (даже как эллиптическое) с помощью какой-либо эмпирической интерпретации, разве что с помощью таких искусственных построений, как интерпретация Рейхенбаха.

b) Сторонник логической интерпретации сказал бы, что человек, встречающий поезд, в своем предсказании опирается на определенную совокупность данных, как-то: время прибытия поезда, возможности своего автомобиля и т. п. Относительно этой совокупности фактов гипотеза «Я не успею встретить поезд» обладает определенным значением вероятности, которое в действительности превышает 1/2.

c) Субъективисту нет нужды ссылаться на какое бы то ни было свидетельство; он может интерпретировать предложение 6) просто как утверждение о фактах, согласно которому субъект предпочел бы сделать ставку в некоторой воображаемой игре в пользу своего опоздания, а не в пользу своевременного прибытия на вокзал.

d) При эпистемологической интерпретации нужно знать исходную относительную частоту или иметь соответствующее высказывание о мере. Следовательно, мы должны предположить, что существует некоторое множество событий — прибытий на вокзал или условленных встреч, или встреч в 5 час. 34 мин. во вторник, — в котором, по мнению встречающего, мера опозданий больше 1/2. Само это множество может быть как действительным, так и гипотетическим; свидетельство, на основании которого численное значение интересующего нас параметра выбрано больше 1/2, может иметь характер обычных статистических данных, а может быть теоретическим по существу (хотя и неявно) и сложным по составу (например, встречающего замучил Эдипов комплекс, и хотя он это осознает, ему тем не менее неприятно встречать человека, который своей бородой напоминает ему отца, и т. п.). Кроме того, данный приезд на вокзал является случайным членом вышеупомянутого множества событий по отношению к подмножеству опозданий в системе знаний встречающего.

7. Основные принципы квантовой механики, вероятно, справедливы.

a) Частотная интерпретация кажется неприменимой к предложению 7), так же как и к предложению 1).

b) Ни одна современная логическая интерпретация не в состоянии приписать такое значение слову 'вероятно', при котором предложение 7) оказалось бы истинным.

c) Допустим, выражению 'основные принципы' можно придать точный смысл. Тогда, приписывая гипотезе, содержащейся в предложении 7), конечную субъективную вероятность, мы не должны в принципе испытывать затруднений.

d) При эпистемологической интерпретации вероятности неясно, каким образом можно извлечь из предложения 7) его непосредственный смысл. Напрашиваются две возможности: 1) значение предложения 7) в том, что основные принципы квантовой механики должны быть расположены на высоком уровне системы рациональных знаний; коль скоро к другим ингредиентам этой системы обоснованно применяется слово 'вероятно', мы применяем его и по отношению к предложению 7); 2) истинность любой данной последовательности утверждений общей теории квантовых явлений имеет высокую вероятность, интерпретация которой равносильна интерпретации статистических выводов типа предложений 2) и 5). Обе эти возможности мы обсудим в части II книги; ни в одной из них слово 'вероятность' не трактуется в контексте предложения 7) буквально.

8. Если все когда-либо виденные вороны черные, то, вероятно, все вороны черные.

a) Непосредственно к предложению 8) эмпирические интерпретации, очевидно, не приложимы. Однако можно попытаться придать смысл этому утверждению с помощью правила контрапозиции: если заметная часть ворон не черная, то крайне невероятно, чтобы все вороны, которых кто-либо видел, были черными, а отсюда уже следует предложение 8). Но законность этого метода рассуждений в высшей степени сомнительна.

b) К предложению 8) отлично подходит логическая интерпретация вероятности: степень подтверждения гипотезы 'все вороны черные' на основе свидетельства, описывающего результаты наблюдений черных ворон огромным числом людей, высока. Ни при одной из карнаповских функций подтверждения предложение 8) не становится истинным, но остается возможным [1]. При других логических функциях подтверждения, аналогичных функциям Я. Хинтикки, предложение 8) истинно.

c) Субъективная интерпретация также хорошо подходит для установления смысла предложения 8). Если все вороны, которых кто-либо видел, — черные, то решение вступить в спор при высоком ставочном коэффициенте в пользу утверждения, что все вороны черные, представляется вполне разумным.

d) Эпистемологическая интерпретация предложения 8) более сложна. Гипотеза, являющаяся составной частью этого предложения, по необходимости разбухает: не только все вороны, которых кто-либо видел, должны быть черными, но, кроме того, их множество должно быть случайным в данной системе рациональных знаний по отношению к определенной окраске перьев. При этих условиях вероятность утверждения '*практически* все вороны черные' может быть достаточно большой. Если слово 'практически' означает такую же степень, как уже знакомое нам 'практически достоверно', и если нам неизвестен ни один опровергающий пример, то 'практически все' часто заменяется на просто 'все'.

9. Вороны, вероятно, черные.

a) Эмпирическая интерпретация: мера множества черных ворон в множестве всех ворон близка к 1.

b) Логическая интерпретация: относительно действительно имеющегося у нас эмпирического свидетельства вероятность того, что некоторая данная ворона черная, высока. Это справедливо для *любой* вороны.

c) Субъективная интерпретация: я готов внести больше половины взноса при заключении пари в пользу того, что вороны (как вид) имеют черную (а не какую-нибудь другую) окраску перьев.

d) Эпистемологическая интерпретация: вороны как вид являются случайным членом множества видов класса птиц (или видов птиц северного полушария, или какого-то другого множества видов птиц) по отношению

---

[1] Если множество ворон конечно, то обобщение 'все вороны черные' получает отличную от нуля вероятность; если же множество ворон бесконечно — нулевую вероятность (экстремальный индуктивный метод при $\lambda = 0$ Карнап не считает адекватным), но вероятность того, что следующая ворона окажется черной, в любом случае будет высокой при данном в предложении 8) свидетельстве. — *Прим. перев.*

к свойству иметь одинаковую для всех особей данного вида окраску перьев. Доля видов птиц с одинаковой окраской перьев внутри вида достаточно велика. Следовательно, у всех ворон перья имеют, вероятно, одинаковый цвет. Поскольку известно, что некоторые вороны оказались черными, мы можем сказать, что, вероятно, все вороны имеют черную окраску. Заметим, что сходную интерпретацию можно построить и для предложения 8).

10. Распределение вероятностей случайной величины Q задается функцией распределения $F_Q(x)$: для любого вещественного числа x вероятность того, что Q примет значение, меньшее, чем x, равна $F_Q(x)$.

a) Наиболее естественна эмпирическая интерпретация.

b) Ни одна логическая интерпретация не подходит для предложения 10)[1].

c) Некоторые субъективисты интерпретируют функцию $F_Q(x)$ как предел последовательности функций распределения $P_Q(x)$, значения которых представляют собой соответствующие субъективные вероятности. Последовательность функций $P_Q(x)$ сходится к функции $F_Q(x)$ по мере того, как наши сведения о значениях, принимаемых случайной величиной Q, накапливаются (при условии, что исходная функция распределения $P_Q^0(x)$ удовлетворяет определенным требованиям).

d) Эпистемологическая интерпретация предложения 10) аналогична эпистемологической интерпретации предложения 2) или 5). Предложение 10) только тогда становится осмысленным, когда в нашей системе рациональных знаний имеется утверждение, что функция $F_Q(x)$ адекватно описывает распределение случайной величины Q. Так, наша система должна содержать утверждение, что доля измерений, в результате которых случайная величина Q приняла значение, меньшее, чем x, равна $F_Q(x)$; и вероятность того, что *случайное* измерение Q даст значение, меньшее, чем x, равна тому же числу $F_Q(x)$.

11. То, что рассказал Марко Поло по возвращении из восточных стран, невероятно, но факт.

---

[1] Благодаря работе Д. Баттенса [см. общую библиографию] появилась возможность построения подходящей интерпретации для предложений этого типа. — *Прим. перев.*

a) Ни одна эмпирическая интерпретация неприменима к предложению 11).

b), c), d) Все остальные интерпретации вероятности исходят из одной идеи: относительно совокупности фактов и небылиц, в которые верили современники Марко Поло, его рассказы нельзя считать правдоподобными с точки зрения рационального субъекта. Но относительно совокупности данных, в которые верит рациональный человек нашего времени, рассказы Марко Поло правдоподобны.

Другое дело — истинностное значение предложения 11). В субъективной интерпретации предложение 11) истинно, и эта истинность очевидна. В логической и эпистемологической интерпретациях истинностное значение предложения 11) зависит от конкретного содержания системы рациональных знаний современников Марко Поло. Судить об этом содержании мы можем лишь весьма приблизительно.

12. Если вероятность выпадения «решки» при подбрасывании некоторой монеты равна 1/2, то вероятность выпадения двух «решек» при двух независимых испытаниях той же монеты равна 1/4.

a), b), c) В эмпирической, логической и субъективной интерпретациях предложение 2) с необходимостью истинно.

d) С точки зрения эпистемологической интерпретации точное значение вероятности — это выдуманная нами идеализация. С предложением 12) мы вполне обоснованно можем сопоставить следующее утверждение: если относительно совокупности моих рациональных знаний вероятность того, что случайным членом множества исходов испытаний монеты окажется выпадение «решки», равна $1/2 \pm \varepsilon$, то относительно системы моих знаний вероятность того, что случайный элемент множества *пар* исходов испытаний монеты будет парой вида «решка — решка», равна $1/4 \pm 2\varepsilon + \varepsilon^2$.

13. Индукция — вероятностный вывод.

a) Большинство сторонников частотной интерпретации обычно считают, что слово ‘вероятностный’ в предложении 13) не имеет смысла, содержащегося в их интерпретации. Тем не менее некоторые из них даже предложение 13) трактуют с помощью эмпирической интерпретации понятия вероятности: в то время как дедуктивные выводы ведут из истинных посылок к истинным заключениям в 100% случаев, то индуктивные выводы в *большинстве случаев* приводят нас к истинным заключениям, коль скоро мы исходим из истинных посылок. На эту *частоту истинности* и указывает слово 'вероятностный' в предложении 13). Нельзя сказать, что эта интерпретация бессмысленна, но трудно представить себе, каким образом в ее рамках можно отстоять истинность предложения 13).

b) Логицист считает, что необходимость четкого понимания индуктивных методов составляет львиную долю тех причин, благодаря которым 'вероятность' в логической интерпретации эксплицируется как степень подтверждения. С этой точки зрения определение 13) тривиально истинно; проблема только в том, чтобы построить экспликацию двух его терминов.

c) Интерпретация предложения 13) не представляет собой серьезной задачи и для субъективиста. Под 'вероятностным выводом' он подразумевает демонстративный вывод из аксиом исчисления вероятностей, в особенности вывод, так или иначе использующий теорему Бэйеса.

d) Предложение 13) можно трактовать как утверждение о том, что индукция — это тип вывода, соответствующий (эпистемологической) концепции вероятности. В этом смысле предложение 13) ложно, так как многие научные или индуктивные выводы осуществляются в соответствии с чисто дедуктивными правилами. Наряду с этим при достаточно подробном эпистемологическом анализе тех или иных научных доказательств в конце концов выясняется, что если сам вывод и не соответствует концепции эпистемологической вероятности, а осуществляется по дедуктивным правилам вывода, то по крайней мере некоторые из его исходных посылок основаны на аргументах явно вероятностного характера.

14. Вероятность выпадения «решки» при следующем подбрасывании этой проверенной во многих испытаниях монеты равна 1/2.

a) Согласно большинству эмпирических интерпретаций вероятности предложение 14) должно пониматься как эллиптическое суждение об определенном случайностном механизме или монете вместе с подбрасывающим ее устройством. Хотя в предложении 14) говорится о *следующем* подбрасывании, в действительности, по мнению сторонников эмпирических интерпретаций, речь идет не о нем.

b) Относительно имеющегося у меня свидетельства, на которое я сослался, когда назвал монету 'проверенной во многих испытаниях', степень подтверждения гипотезы 'при следующем подбрасывании монета выпадет «решкой»' равна 1/2.

c) Согласно субъективной интерпретации следующее утверждение точно отражает смысл предложения 14): я готов согласиться не более чем на взнос, равный взносу противника, если я делаю ставку на выпадение «решки» при следующем подбрасывании монеты. Об уже проведенных испытаниях монеты говорится скорее для красного словца. Впрочем, эта ссылка может расцениваться и как предупреждение: для изменения моей степени веры потребуется немалое число испытаний.

d) Эпистемологическая интерпретация: субъект, произносящий утверждение 14), имеет достаточное количество сведений («проверенная во многих испытаниях»), служащих основанием для веры в то, что мера выпадения «решек» в испытаниях, проводимых на данной испытательной установке, близка к 1/2; кроме того, «следующее подбрасывание» является случайным членом множества испытаний, проводимых на этой случайностной машине, по отношению к множеству испытаний, дающих в результате выпадение «решки», в системе рациональных знаний этого субъекта. Если же мы не считаем вероятность выпадения «решки» в каком-нибудь отдельном испытании (в «следующем», пятнадцатом или каком-либо еще) равной 1/2, то причину этого надо искать либо в том, что у нас нет оснований для принятия гипотезы, согласно которой мера выпадения «решек» в множестве рассматриваемых испытаний близка к 1/2, либо в том, что у нас есть какая-то информация об интересующем нас отдельном испытании, и благодаря этой информации мы уже не можем считать его случайным членом множества испытаний.

15. Я не знаю, какова вероятность выпадения «решки» для данной монеты.

а) Эмпирическая интерпретация: у меня есть представление о некоторой монете и о некотором случайностном механизме; я потому произношу утверждение 15), что не знаю численного значения параметра, характеризующего этот случайностный механизм.

b), с) В логической и субъективной интерпретациях предложение 15) свидетельствует не о чем ином, как о лени или недостаточной проницательности. Для логициста не знать, чему равна вероятность, — это значит быть слишком ленивым, чтобы ее подсчитать; а для субъективиста — это значит быть настолько бестолковым, что не суметь разобраться в своих собственных предпочтениях.

d) А вот с точки зрения эпистемологической интерпретации не знать вероятность в некотором смысле даже невозможно, так как, на худой конец, можно заявить, что данная вероятность представима замкнутым интервалом [0,1]. Однако чаще всего нам нужен более узкий вероятностный интервал, а если наши знания столь неопределенны, лучше проявить скромность и вообще отказаться от каких бы то ни было вероятностных утверждений. В большей степени это относится к таким областям, в которых необходимый статистический материал можно собрать обычным образом, и в меньшей степени — к таким областям (как, например, исторические исследования), в которых неясно, как получить полноценные статистические данные.

Упражнения

1. Пусть из хорошо перетасованной стандартной колоды карт наугад вытаскивается одна карта с соблюдением обычных для азартных игр условий. Предположим, нам известно, что эта карта вытащена из первой половины колоды, и вытащил ее после полудня некий человек, назвавшийся Джоном. Является ли результат этого вытаскивания случайным членом множества всех карт в колоде по отношению к множеству карт пиковой масти, если перечисленные выше данные составляют полную совокупность имеющихся у нас сведений? Является ли результат этого вытаскивания случайным членом множества карт, вытащенных из любой колоды, по отношению к свойству быть картой пиковой масти, если пере-

численные выше данные составляют полную совокупность имеющихся у нас сведений? Может ли, а если может, то каким образом, это вытаскивание оказаться одновременно случайным членом обоих вышеупомянутых множеств? Почему оно не является случайным членом множества карт из верхней половины колоды? Почему оно не является случайным членом множества карт, которые вытащил Джон после полудня? Чему равна вероятность того, что вытащенная карта окажется картой пиковой масти? Чему равна вероятность того, что карта вытащена из верхней половины колоды?

2. Обозначим через $\langle a, b \rangle$ упорядоченную пару карт, вытаскиваемых одна за другой из стандартной колоды с возвращением и соблюдением обычных условий вытаскивания. Подсчитайте, исходя из определений D1 и D2, вероятность того, что: а) обе карты окажутся картами червонной масти; б) либо a, либо b, либо обе карты окажутся картами червонной масти.

3. Обозначим через $\langle c, d \rangle$ упорядоченную пару карт, вытаскиваемых одна за другой из стандартной колоды без возвращения и с соблюдением обычных условий вытаскивания. Подсчитайте, исходя из определений $D1$ и $D2$, вероятности того, что: а) c окажется картой червонной масти; б) d окажется картой червонной масти; в) обе карты окажутся картами червонной масти; г) хотя бы одна карта окажется картой червонной масти.

4. Пусть через B обозначено множество, про которое нам известно, что мера C в нем равна p. Пусть B^n означает множество всех упорядоченных множеств, состоящих из n объектов, каждый из которых принадлежит B, и $\langle a_1, \ldots, a_n \rangle$ — в нашей системе знаний случайный член множества B^n. Чему равна вероятность того, что ровно r объектов из n принадлежит множеству C?

5. Пусть B — множество из упражнения 4, но, кроме того, мы знаем, что оно состоит из N объектов, причем N_C из них принадлежит множеству C (то есть $p = N_C/N$). Пусть $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — элементы, выбранные из B без возвращения, из которых составлена упорядоченная n-ка $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle$. В каком классе эта n-ка будет случайным членом по отношению к определенному распределению в ней элементов, принадлежащих множеству C? Чему равна вероятность того, что ровно r объектов этой n-ки принадлежат C?

6. Пусть B — множество из упражнения 4, но единственное, что мы знаем о мере C в B, — это то, что она лежит в пределах между $p+\varepsilon$ и $p-\varepsilon$. Чему равна вероятность того, что *оба* элемента a_1 и a_2 принадлежат C? (Эксплицитно сформулируйте предположение случайности, на основании которого Вы сделали расчет.)

7. Пусть все условия остаются такими же, как в упражнении 6. Чему равна вероятность того, что ровно r из n объектов принадлежат C?

8. В генеральной совокупности мера множества людей с «коэффициентом интеллектуальности» (IQ) не более чем 100 равна 0,5. Пусть нас интересует вопрос логического характера: разумно или нет приписать вероятность $^1/_2$ суждению, что Джон Смит имеет «коэффициент интеллектуальности» не более чем 100? Какие еще сведения требуются для ответа на этот вопрос? Какая информация могла бы изменить наше мнение о том, что Джон Смит является случайным элементом генеральной совокупности людей по отношению к интересующему нас свойству?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 7

Эпистемологическая интерпретация, рассмотренная в этой главе, была предложена мною. Систематическое и строгое ее изложение читатель найдет в книге Probability and the Logic of Rational Belief (Weleyan University Press, Middletown, Connecticut, 1961). Трудности, связанные с этим подходом, обнаружил Ф. Шик (F. Schick. Rationality and Consistency, *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, p. 5—19). В той форме интерпретации, которую я представил здесь, этих трудностей удалось избежать (но не разрешить, в некотором смысле этого слова). Аналогичные замечания относятся к моим статьям Probability and Randomness. *Theoria*, **29**, 1963, p. 27—55, и Probability, Rationality and a Rule of Detachment, Proceedings of the Second International Congress for the Logic, History. and Philosophy of Science, North-Holland, Amsterdam, 1965, p. 301—310. Дальнейшее обсуждение и попытки решения проблем, возникающих при этом подходе, читатель найдет в гл. 14.

Часть II

ИНДУКТИВНАЯ ЛОГИКА

ГЛАВА 8

ЕСТЕСТВЕННЫЙ ЯЗЫК И ИНДУКТИВНЫЕ ВЫВОДЫ [1]

Аргументы, которые мы выдвигаем в своих рассуждениях, ведут от посылок к заключению. С помощью аргументов мы стремимся заставить рационально мыслящего субъекта принять заключение, коль скоро он принимает посылки или коль скоро он верит в определенной степени в посылки, — верить в соответствующей степени в заключение. В дальнейшем мы будем иметь дело с рассуждениями, сила которых зависит от рациональных отношений, существующих между посылками и заключением.

По традиции рациональные рассуждения делятся на дедуктивные и индуктивные. В корректном дедуктивном выводе заключение с необходимостью следует из посылок: конъюнкция всех посылок и отрицания заключения противоречива. Например, заключение «Сократ смертен» дедуктивно следует из посылок «Сократ — человек» и «все люди смертны», потому что конъюнкция этих посылок и отрицания заключения «Сократ — человек, и все люди смертны, и Сократ бессмертен» противоречива или логически ложна. Корректные дедуктивные выводы можно охарактеризовать и по-иному: условное высказывание, антецедент которого представляет собой конъюнкцию всех посылок нашего рассуждения, а консеквент — его заключение, логически истинно.

[1] Английское ‘argument’ переводится в зависимости от контекста то как ‘довод’ или ‘аргумент’, то как ‘рассуждение’, ‘вывод’, или ‘доказательство’. Не во всех случаях можно с полной уверенностью сказать, что имел в виду автор. Отметим также, что слово ‘inference’ всегда переводится как ‘вывод’, а слово ‘reasoning’ — как ‘рассуждение’. — *Прим. перев.*

Теперь несложно определить корректные индуктивные выводы: ими являются все оставшиеся типы выводов.

Эта характеристика дедуктивных и косвенно индуктивных выводов обладает двумя существенными недостатками. Во-первых, концепция логической истины куда более ненадежна, чем это кажется на первый взгляд. Во-вторых, большинство выводов, с которыми мы встречаемся на практике, имеет вид энтимем с одной или несколькими опущенными посылками.

Одно довольно-таки простое понятие логической истины состоит в следующем: данное предложение логически истинно, если его можно получить из какой-нибудь теоремы формального логического исчисления, заменяя индивидные константы именами индивидов, предикатные символы — предикатами, символы отношений — выражениями, обозначающими отношения. Так, в приведенном выше примере мы можем взять теорему '$[Fa \,\&\, (x)\,(Fx \subset Gx)] \supset Ga$' и превратить ее в общезначимое условное высказывание, представляющее наши рассуждения о Сократе: вместо 'a' пишем 'Сократ', вместо 'F' — 'быть человеком', вместо 'G' — 'быть смертным'. Однако это понятие логической истины оказывается недостаточным для того, чтобы установить общезначимость таких, например, рассуждений, как «Джон — холостяк, следовательно, Джон не женат». Хотя конъюнкция посылки и отрицания заключения «Джон — холостяк, и Джон не является неженатым мужчиной», противоречива, но эта противоречивость возникает не в силу смысла логических операторов 'все', 'и', 'не' и т. п. Противоречивость возникает из-за отношения, существующего между смыслами слов 'холостяк' и 'не женат'. Таким образом, хотя условное высказывание: «Если Джон холостяк, то он не женат» вне зависимости от семейного положения Джона всегда с необходимостью истинно, мы можем установить его истинность только при помощи анализа слова 'холостяк'. Подобные истины называются аналитическими. Сама по себе аналитичность — довольно скользкое понятие. Целесообразность введения этого понятия многими оспаривалась и оспаривается поныне. Но для нашей цели — приблизительного разграничения дедуктивных и индуктивных рассуждений в общем случае — можно вполне им ограничиться: в эксплицитных дедуктивных рассуждениях посылки аналитически имплицируют заключения.

Более серьезное препятствие на пути к четкому разграничению индуктивных и дедуктивных рассуждений — энтимемный характер большинства реальных рассуждений. Когда я заявляю, что поскольку Сократ — человек, он смертен, я, очевидно, опускаю посылку «Все люди смертны». Но когда я утверждаю, что поскольку все вороны, которых я когда-либо видел, были черными, то вообще все вороны имеют черную окраску перьев, — остается неясным, были ли при этом опущены какие-то посылки или нет, а если были, то приемлемы ли они в той мере, в какой приемлема посылка «Все люди смертны», или, если они не только не опущены, но и приемлемы, то можно ли с точки зрения сформулированного выше критерия считать это рассуждение дедуктивным.

Думается, на данном этапе попытка неформально охарактеризовать сами индуктивные рассуждения более оправданна, чем попытка провести строгое разграничение дедуктивных и индуктивных рассуждений. Итак, индуктивное рассуждение не является эксплицитно дедуктивным. Нередко его заключение оказывается простым обобщением посылок, как это имеет место в нашем примере: «Все вороны, которых я когда-либо видел, были черными; следовательно, все вороны(вероятно) черные». Иногда заключение индуктивного рассуждения является частным суждением, но никогда не является простым повторением частных суждений, служащих посылками вывода. Например: «Все ирландские сеттеры, которых я когда-либо видел, были легко возбудимы, следовательно, следующий ирландский сеттер, которого я увижу, также будет (вероятно) легко возбудимым». Тот факт, что заключение индуктивного рассуждения утверждается лишь с некоторой вероятностью или правдоподобием, хотя и является характерной чертой индуктивных рассуждений, но никоим образом не обязательной. Другая характерная черта индуктивных рассуждений — заключение выходит за рамки посылок, или несет в себе большее содержание, чем посылки, или утверждает нечто большее по сравнению с тем, что утверждается в посылках. Правда, многие дедуктивные энтимемы также обладают этим свойством. Структура некоторых индуктивных рассуждений очень сложна. Так, например, чрезвычайно сложным является индуктивное рассуждение, с помощью которого мы приходим к заключению о том, что основные принципы квантовой механики достаточно правдоподобны по отношению к эмпирическим данным физики микромира.

Эксплицитно заданные посылки индуктивного рассуждения не влекут заключение — из этого факта вырастает проблема индукции. Если мы возьмем конъюнкцию *посылок* и отрицания заключения, то эта конъюнкция не будет противоречивой; если же мы составим условное высказывание, у которого антецедентом будет конъюнкция посылок, а консеквентом — заключение нашего индуктивного рассуждения, то мы не найдем каких-либо аналитических связей, которые могли бы получившееся высказывание сделать аналитически истинным.

К этой проблеме можно относиться по-разному. Можно просто уйти от нее, заявив, что индукция — это факт человеческого существования. Люди делают индуктивные умозаключения, одни это делают лучше, другие — хуже; надежные индуктивные выводы — это просто такие аргументы, которые выдвигаются людьми, преуспевающими в индуктивных рассуждениях, — и больше ничего мы сказать не в состоянии. Другой подход к проблеме индукции — попытаться выявить имплицитные посылки, из которых вкупе с данным свидетельством можно было бы чисто дедуктивно вывести индуктивные заключения. Вместо отношения дедуктивной выводимости можно заниматься поисками вероятностного отношения *частичного* следования, существующего между посылками и заключением. Впрочем, второй подход может включать в себя первый: для того, чтобы обеспечить выполнение вероятностного отношения на некоторых посылках и заключении, мы должны, возможно, найти какие-то дополнительные посылки. Еще одна точка зрения на индукцию состоит в следующем: индукция — это процедура отбора одной гипотезы из некоторого их множества, причем выбирается именно такая гипотеза, которая, быть может, наилучшим образом объясняет данное свидетельство. Для субъективиста проблема заключается в том, чтобы показать, как в ответ на ощущения органов чувств и последующую модификацию наших степеней веры в атомарные высказывания мы можем контролировать с помощью теоремы Бэйеса или более общей теоремы Джеффри изменение наших степеней веры в различные другие высказывания.

Все эти подходы мы обсудим в следующих главах. В этой же главе разбирается преимущественно первый подход, то есть точка зрения, согласно которой индукция представляет собой просто одну из характерных особенностей реакции человека на окружающий мир и которая допускает анализ, но никоим образом не оправдание. С. Тулмин является одним из главных сторонников этой точки зрения.

В работе «Применение рассуждений» он утверждает, что ни один вид реально значимых рассуждений не является по своей природе аналитическим. Мы можем ссылаться либо на дедуктивные, либо на индуктивные *основания* (warrants) своих умозаключений, но ни в том, ни в другом случае наше рассуждение не будет окончательно обоснованным. Никакой тип обоснования (за исключением применяемого в математике) не является строго аналитическим. Вернемся к нашему примеру.

Сократ — человек, следовательно, Сократ смертен.

В этом выводе мы полагаемся на дедуктивное основание: из посылки 'x — человек' можно дедуктивно вывести[1] заключение 'x смертен'. Тем не менее, поскольку заключение 'Сократ смертен' не следует аналитически из посылки 'Сократ — человек', наш вывод нельзя назвать аналитическим. Так как само обоснование мы не можем считать абсолютно достоверным[2], наш вывод не является окончательным и уж во всяком случае не аналитическим. Рассмотрим теперь пример, в котором вывод строится на индуктивном основании:

Из генеральной совокупности, содержащей 10 000 телефонных аппаратов, производится выборка, состоящая из 500 аппаратов, причем соблюдаются необходимые условия составления выборки, включая стратификацию и рандомизацию. 10 телефонных аппаратов из 500 оказались бракованными. Следовательно, меньше 5% аппаратов генеральной совокупности имеют дефекты.

---

[1] Если гипотеза '$(x)(Fx \supset Gx)$' (см. с. 144) принята в качестве аксиомы. — *Прим. перев.*

[2] Потому что высказывание 'Все люди смертны' не обязано быть аксиомой. — *Прим. перев.*

Обоснование этого вывода в некотором смысле более сложно: оно должно гарантировать, что посылки типа рассмотренных в примере служат адекватным фундаментом для выведения заключения рассмотренного вида. При таком основании не исключена возможность неверного предсказания в каком-нибудь частном случае, и поэтому такое основание называется индуктивным. Данный вывод может не только использовать какие-то основания, но и обеспечивать другие рассуждения новыми основаниями. Возьмем следующий пример рассуждения:

Все люди, родившиеся не позднее, чем 150 лет назад, умерли; следовательно, все люди смертны.

Этот вывод, с одной стороны, использует простое индуктивное предписание: из посылки 'Все наблюдавшиеся A оказались B' делается заключение, что все A являются B. Но, с другой стороны, этот вывод устанавливает основание для нашего первого примера с Сократом, так как заключение 'Все люди смертны' — это просто иная форма рассуждения: из того, что x — человек, можно вывести, что x смертен. Некоторые индуктивные рассуждения, аналогичные только что рассмотренному, одновременно используют одни основания и устанавливают другие, в то время как дедуктивные рассуждения, согласно Тулмину, не могут обеспечивать нас основаниями.

Если согласиться с этой точкой зрения, то к каким следствиям в отношении индуктивной логики она нас приведет? Наиболее важный и непосредственный результат этого подхода, если Тулмин прав, будет следующим: только тщательно изучая рассуждения, которые выдвигают ученые в пользу своих заключений, можно установить принципы индуктивных рассуждений. Никакие умозрительные построения здесь не помогут. Например, чтобы установить формы рассуждений, приемлемых в физике, надо рассмотреть аргументы, выдвигаемые прирожденными физиками. «У нас нет иного способа объяснить, почему данный вид умозаключений «работает» в физике, кроме как отыскать более глубокие аргументы из области той же физики. (В практической логике не существует спасительного пути... к априорной теории.)» (с. 258). Другое (главное для Тулмина) следствие подобного понимания дедуктивных и индуктивных рассуждений тесно связано с его интерпретацией понятия вероятности: проанализировать относительную силу или относительную надежность различных рассуждений невозможно. Напомним, что в тулминовской интерпретации слово 'вероятно' служит показателем отношения субъекта к утверждению, которое он произносит. Сказать, что завтра, вероятно, будет дождь, — значит, сказать только то, что завтра будет дождь, но произнести это с осторожностью.

Выше я уже касался тулминовской интерпретации вероятности. В частности, я отмечал, что она препятствует более конструктивному количественному анализу. Интерпретация Тулмина — это путь капитуляции. Лишь несколько авторов занимают по вопросу об интерпретации понятия вероятности близкую Тулмину позицию. Однако довольно значительное число философов в той или иной степени согласны с его мнением о том, что исследование реальных рассуждений ученых — это единственный источник информации о правилах индуктивных выводов. Нередко эта точка зрения сопровождается утверждением, согласно которому построение *формальной* системы индуктивной логики невозможно (еще один призыв к капитуляции?); часто к этому утверждению добавляется, что суждение о разумности индуктивных рассуждений истинно аналитически, поскольку образцы для индуктивных рассуждений мы должны искать в реально используемых индуктивных аргументах.

П. Строусон принимает оба дополнительных тезиса. Он откровенно отрицает возможность построения системы количественной индуктивной логики. «В действительности мы никогда не можем выразить подтверждающую силу свидетельства точнее, чем с помощью таких слов, как 'незначительная', 'достаточная', 'убеждающая окончательно'...» («Введение в логическую теорию», с. 247). На вопрос: «Будут ли наши индуктивные выводы по-прежнему успешными?» — можно дать утвердительный ответ, ибо мы располагаем достаточной совокупностью данных в пользу такого ответа; но утверждение о *разумности* индукции является попросту аналитическим. Как и С. Тулмин, П. Строусон понимает, что единственный способ установить, какие выводы мы должны делать в данной конкретной области, — это посмотреть, какие выводы *обычно делаются* именно в этой области.

В индуктивной логике, если таковая существует, нет никаких нормативных предписаний, которыми следовало бы руководствоваться сверх и до принятия тех норм, которыми руководствуются ученые в данной отрасли научных исследований. Хотя индукцию в целом оправдать нельзя, однако, считает Строусон, можно оправдать отдельные виды индуктивных рассуждений («Об оправдании индукции»). Более того, он полагает, что сама проблема общего оправдания индукции является надуманной; достаточно уже того, что, как показал Юм, индуктивные степени веры естественны. Своей критикой Строусон бросает вызов тем авторам, которые пытаются обосновать антииндуктивистские правила принятия решений [1]. «Если мы говорим, что проблема индукции существует и поставил ее Д. Юм, то мы должны присовокупить к этому, что он и решил ее» (там же, с. 21).

Р. Харре́ следует по пути, проложенному Строусоном и Тулмином. Подобно Строусону, он считает, что имеют смысл только вопросы такого вида: «Каково оправдание данной индуктивной процедуры?», в то время как требование общего оправдания индуктивных методов следует считать ошибочным. «Не существует таких критериев разумности, которые можно было бы применять повсеместно» («Распад проблемы индукции»). Аналогично Тулмину, Р. Харре́ полагает, что многие научные высказывания предоставляют нам правила вывода, которые не нуждаются в индуктивном оправдании. Таким образом, если мы назвали данное предписание правилом вывода, нас не беспокоит, оправданны или нет наши собственные предсказания. Если же мы обратимся к соответствующему утверждению, то мы ни в коем случае не должны упускать из виду, что оно, возможно, окажется ложным. Своими корнями это курьезное учение о готовых рецептах вывода уходит в работы Г. Райла «Предсказание и вывод» и «‘Если’, ‘таким образом’ и ‘потому что’». В последних Г. Райл пытается дать прагматическое обоснование индукции: вопрос об индукции снимается, если мы *видим*, что индуктивные выводы оправдываются. С этой точки зрения, наблюдая A и B, мы не выводим из своих наблюдений обобщение ‘Все A обла-

[1] Например, основанные на инверсном методе оценки (см. стр. 188). — *Прим. перев.*

дают свойством *B*', а, скорее, принимаем соответствующее правило вывода: из того факта, что некоторый объект обладает свойством *A*, делай вывод, что он обладает свойством *B*. Затем, наблюдая за успешным применением этого правила к конкретным выводам, мы видим, что оно *работает*.

Г. Александер в статье «Обобщения в качестве правил вывода» внимательно проанализировал рекомендацию рассматривать определенные классы общих высказываний в качестве правил вывода. Говоря о «материальных правилах вывода», мы ничего не добавляем к давно известным результатам анализа проблемы в терминах энтимем (т. е. выводов с опущенными посылками). Г. Александер полагает, что реконструкцию дедуктивных и индуктивных рассуждений следует осуществлять так, как это делалось в традиционной логике, эксплицитно включая при этом все существенные допущения в множество посылок. Кроме того, по мнению П. Ачинстайна, проблема состоит не в том, чтобы показать, как данное правило (если как раз с помощью этого правила вы хотите предложить реконструкцию данного вывода) работало в *прошлом*, а в том, чтобы показать его действенность в будущем. «Ученый не только отмечает случаи успешного применения его теории в прошлом, но и делает вывод, что она с успехом будет применяться в будущем» («От успеха к истине», с. 8). П. Ачинстайн обвиняет Г. Райла в том, что он играет на двусмысленности выражения 'работает'. Райл, однако, отклоняет эти обвинения. Он говорит, что универсальный закон или теория, подобно рецепту или конструкции, безотносительны ко времени. Судить об истинности *основания* (the basis) данного вывода, исходя из его успешного использования на практике, — это все равно что *судить* о правильности составления рецепта по вкусовым качествам суфле, удачно приготовленного в соответствии с этим рецептом. Мы *изучаем* достоинства и недостатки некоторой конструкции или рецепта, проверяя их на деле, но изучать — не значит делать вывод. Дискуссия, на мой взгляд, была подытожена в работах Г. Стоупс-Ро: «...дело в том, что когда мы хотим показать адекватность рецепта или теории, апеллируя к случаям их успешного применения на практике, возникает разрыв между тем, что буквально утверждается — были случаи успешного применения, — и адекватностью самого рецепта или теории». В чем бы ни состояла природа этого разрыва, он является как раз тем вакуумом, который индуктивная логика или теория научных методов призвана заполнить, хотя многие были бы рады воздержаться от слова 'вывод' по отношению к процедуре, с помощью которой мы перебираемся с одного края этой пропасти на другой.

Н. Хэнсон также придерживается прагматического и дескриптивного подхода к научным выводам: «Высказывание 'Наблюдение *F* служит хорошим основанием для *G*' истинно с необходимостью, если оно истинно всегда. Чтобы установить справедливость основания, не требуется ничего, кроме рефлексии...» («Надежные индуктивные основания», с. 123). Он также проводит различие между проблемой (допуская, что такая проблема *существует*) оправдания индуктивных предписаний и проблемой оправдания универсальных обобщений. «Утверждение 'Все *F* обладают свойством *G*' само по себе не указывает, в каком качестве оно должно предстать для проверки: то ли в качестве индуктивного предписания, то ли в качестве фактуального свидетельства в пользу этого предписания» (с. 123).

Многие авторы поддались искушению вообще не замечать нормативные факторы, которые можно было бы обнаружить в нашей оценке индуктивных выводов. Строусон, Тулмин, Харрé и до некоторой степени Хэнсон — все сходятся в том, что для оценки индуктивных аргументов мы должны просто обратиться к индуктивным рассуждениям, которые считаются корректными в соответствующих отраслях знания. Однако ряд авторов занимают еще более крайние позиции.

Безусловно, за всеми этими искусственными построениями скрывается определенная доля здравого смысла: если бы данная система индуктивной логики противоречила достаточно большому числу индуктивных стандартов, принятых в конкретных науках, то мы были бы правы, заподозрив в ней что-то неладное. Как при формализации дедуктивной логики пробным камнем ее адекватности может служить согласованность данной формализации с приемлемыми образцами дедуктивных умозаключений, так и в отношении индуктивной логики полезным руководством при формулировке общих принципов индукции могут служить результаты исследования реальных научных выводов. Тем более достойно сожаления, что именно те авторы, которые провозглашают полное совпадение индуктивной логики с изучением приемлемых образцов индуктивных рассуждений, не тратят особых усилий на описание и анализ этих образцов (обычная ситуация: тот, кто тратит время, призывая других обратиться к *реальным* индуктивным процедурам в конкретных науках, сам по большей части несведущ в этих вопросах; правда, Хэнсон — исключение из этого правила).

Итак, мы разобрали несколько подходов, согласно которым индуктивные рассуждения, встречающиеся в конкретных науках, сами предоставляют нам стандарты убедительности в соответствующих науках (выражая их). При другом связанном с ними подходе предпринимается попытка найти всего несколько принципов, но таких, которые распространялись бы в равной мере на все науки, и на основе этих принципов построить индуктивную логику. К числу сторонников этого подхода принадлежат М. Блэк и Н. Гудман. М. Блэк, не колеблясь, говорит о «...нерешенной задаче отыскания удовлетворительных формулировок канона индуктивного вывода» («Модели и метафоры», с. 211), прямо заявляя, что не признает мнение, согласно которому «индукция нуждается в оправдании или защите, если этим словам придается обычное для философов значение» (с. 262). Н. Гудман пишет в своей книге «Факт, вымысел и предсказание»: «Данное рассуждение [согласующееся с общими правилами дедуктивных выводов] считается оправданным или корректным, даже если его заключение окажется ложным... По аналогии с этим главная цель оправдания индуктивных выводов — показать, что они согласуются с общими правилами индукции» (с. 66). Н. Гудман убеждает нас, что проблема расшифровки этих правил зависит от предварительного решения проблемы *предсказуемости* (projectibility) (к этой проблеме мы еще вернемся в последней главе). В любом случае оправдание приемлемости научного вывода состоит в том, что рассуждения, которые приводят нас от свидетельства в пользу заключения к самому заключению, согласуются с общими правилами или канонами индуктивного вывода. А оправдание этих правил или канонов состоит в том, что они воплощают в себе концепцию, которую мы неявно подразумеваем, говоря о надежных индуктивных рассуждениях или *законных* научных доказательствах.

В принципе можно было бы уповать на то, что каноны индуктивных процедур не нужны, что в конечном счете все индуктивные рассуждения в науке можно свести к единственному принципу индукции. Некоторые предложенные для этой цели постулаты отстаивались как аналитически истинные. Например, Г. Броун утверждал, что принцип единообразия природы является тавтологией, так как, если какие-то объекты начинают вести себя в высшей степени странно, это не значит, что природа перестала быть единообразной — просто мы недостаточно долго наблюдали природу и потому нафантазировали. К. Кэмпбелл обращает наше внимание на тот факт, что продолжающееся сосуществование данных явлений *заложено* как в нашем языке, так и в нашем рассудке. Подобные гамбиты развиваются совсем не так, как это от них ожидают. Даже если существование однородных областей является достаточным аргументом в пользу оправдания частных научных выводов — хотя на самом деле это не так, поскольку оправдать индукцию ссылкой на единообразие можно только в том случае, когда мы располагаем дополнительной информацией о том, где еще эти закономерности проявляются и как далеко они простираются, — аналитичность принципа единообразия не позволяет нам использовать этот принцип для оправдания экстраполяции прошлого опыта в будущее. Если утверждение о единообразии природы стало аналитическим, то утверждение о продолжающемся *существовании* природы нельзя считать аналитическим, но лишь возможным, и именно от него теперь должно зависеть оправдание индукции.

Более правдоподобно утверждение, согласно которому сам принцип индукции является аналитически истинным. Тем самым оправдывается наша вера в продолжение в будущем обнаруженных в прошлом закономерностей, а также наша вера, что природа, какой мы ее знаем, будет по-прежнему существовать. Впервые аналитическую истинность принципа индукции эксплицитно отстаивал А. Мур в своей работе «Принцип индукции». Сформулированный им принцип гласит: «Более вероятно, чем невероятно, что постоянно наблюдаемые в прошлых экспериментах закономерности, как универсальные, так и статистические, будут постоянно выполняться в будущем» (с. 741). Именно этот принцип Мур объявляет аналитическим. Его аналитичность связана со смыслом, который мы придаем слову 'вероятно' или слову 'разумно'. При этом ничего не говорится ни о том, что слово 'вероятно' заключает в себе указание на будущие частоты, ни о том, что в основе этого понятия предполагается какая-то логическая структура. В противовес этой точке зрения М. Бродбек считает, что, превращая принцип индукции в аналитическое высказывание, мы лишаем себя фундамента, на котором должна быть построена индуктивная логика. На чем основано наше предпочтение больших по объему выборок перед малыми? И почему мы стараемся накопить как можно более разнообразные, а не однообразные сведения? Всякое познание преимуществ одних видов выборок перед другими основано, по ее мнению, на индукции. Если принцип индукции объявляется аналитическим, то действительная проблема индукции совсем не затрагивается: когда мы говорим, что наблюдавшееся в прошлом единообразие имплицирует разумность предположения относительно будущего единообразия, мы ничего иного, кроме как единообразия в прошлом, не *утверждаем*. «И все-таки, если проблема индукции действительно возникает, то она заключается во взаимосвязанности наблюдавшегося и ненаблюдавшегося...» («Существует ли аналитический принцип индукции?», с. 750), с чем аналитический принцип индукции вообще не связан. В ответ Мур говорит, что индуктивные правила, относящиеся к однородности, размерам, вариации признаков в выборке и т. п., «образуют полное расширение принципа индукции как такового» (с. 572). Однако в «полное расширение» принципа индукции следовало бы включить еще кое-что: оно должно содержать всю индуктивную логику, или множество канонов индукции, составление которых Блэк и Гудман считают «реальной» задачей теории индукции. Но Мур не разрабатывает индуктивную логику и не отвечает сколько-нибудь подробно на самое серьезное заявление М. Бродбек, согласно которому проблема индукции заключается во взаимосвязанности наблюдавшегося и ненаблюдавшегося, в то время как аналитический принцип не может объяснить эту взаимосвязь.

Г. Максвелл энергично принимается за решение проблемы индукции, доказывая, что «будущее с необходимостью похоже до некоторой степени на настоящее» («Аналитическое оправдание индукции», с. 43). Лишь не выходя за пределы некоторой концептуальной структуры, рассуждает он, можно задаваться познавательными вопросами. Сомневаться, что вороны будут черными в будущем, коль скоро они были черными в прошлом, — значит, предполагать, что вороны как вид останутся распознаваемыми и, следовательно, хотя бы в большинстве сохранят единообразие в окраске перьев. «...до тех пор пока заранее предполагается, что будущее до некоторой степени похоже на прошлое, осмысленные вопросы, касающиеся будущего, в принципе невозможны» (с. 44). С последним трудно согласиться: пусть после всех наблюдений я задаю себе в данный момент времени вопрос; вопрос о бессмысленности моего вопроса в будущем остается пока открытым; но для индуктивной логики важнее другое — никакой ответ на этот вопрос не даст нам принципы индукции, которые можно было бы использовать для оправдания частных выводов на основе реально имеющегося свидетельства. Главный вопрос: «По *каким параметрам* будущее будет похоже на прошлое?» — остается без ответа. Заметим, что тезис Максвелла лишь слегка отличается в этом отношении от тезиса Кэмпбелла.

В статье «Выборка и проблема индукции» Х. Нильсен выдвигает аналогичный принцип для статистических выводов. Он говорит, что в указанных выводах мы заключаем не от *подмножества* к генеральной совокупности, а от *выборки* к генеральной совокупности. Наш вывод вполне обоснован, поскольку *репрезентативность* — это логическое требование, предъявляемое к выборке. Таким образом, согласно Нильсену, выборка должна быть похожа на генеральную совокупность, из которой ее извлекли. Однако здесь он неправ. Определенная доля правильных выборок, т. е. выборок, которые извлекаются в соответствии с условием одинаковой частоты любой возможной выборки в длинной последовательности выборок, в общем случае окажется *непохожей* на генеральную совокупность. Тем не менее большинство правильно извлеченных выборок будет репрезентативным по отношению к генеральной совокупности, и этого, как правило, достаточно, чтобы приписать статистическую вероятность заключению о том, что генеральная совокупность по составу аналогична выборке. Одна трудность, разумеется, остается: как установить, что извлеченное нами подмножество действительно является *выборкой* в смысле Нильсена? Как давным-давно заметил К. Броуд, нельзя обосновывать научное знание «надежными» выборками из Вселенной, ибо все, что доступно наблюдению, расположено слишком близко к нам в пространстве и во времени; и потому мы не можем включить в нашу выборку достаточно удаленные от нас точки пространства — времени («Принципы недостоверной индукции»).

Итак, анализ общепринятых индуктивных рассуждений обычно предназначается для решения двух общих проблем, связанных с индукцией. Одна из них — проблема оправдания, другая — проблема разъяснения. Оправдать в некотором смысле отдельные виды индуктивных рассуждений можно, лишь рассмотрев сами эти рассуждения: если мы хотим узнать, каким образом принятие определенных научных гипотез оправданно, мы должны восстановить выдвигавшиеся в их пользу аргументы и предлагавшиеся для их подтверждения факты. Можно ли на этом пути достигнуть общего оправдания индукции — другой вопрос. Утверждения тех философов, которые заявляют, что уничтожили (а не разрешили) общую философскую проблему индукции, оказываются чрезмерно сильными. Что касается другой общей проблемы, то результаты анализа реальных научных рассуждений в большей степени относятся к сущности разъяснения, чем оправдания. То, что разъясняется, представляет собой частный случай оправдания, но то, посредством чего это делается, является скорее разъяснением, чем оправданием.

Еще один вопрос: можно ли считать разъяснение, получающееся в результате подобного анализа, наилучшим с точки зрения возлагавшихся на этот анализ надежд? Многие авторы понимают, что можно проанализировать индуктивные рассуждения более глубоко и в конце концов установить несколько весьма общих принципов, при помощи которых можно разработать каноны индуктивных процедур. Некоторые авторы полагают, что эти принципы по своей природе должны быть эмпирическими; в следующей главе мы рассмотрим соответствующие точки зрения. И наконец, есть авторы, которые пытаются отыскать постулаты индуктивного рассуждения в той или иной интерпретации вероятности или в каком-нибудь общем методологическом принципе; к этим точкам зрения мы обратимся в последующих главах.

Упражнения.

1. Попробуйте двумя способами провести реконструкцию следующего рассуждения:

Полли — ворона, следовательно, Полли — черная.

2. Попробуйте двумя способами провести реконструкцию следующего рассуждения:

Джонсон — американец, следовательно, он является членом семьи с годовым доходом свыше трех тысяч долларов.

3. Попробуйте несколькими способами провести реконструкцию следующего рассуждения:

В данной выборке из некоторого множества курильщиков рак легких встречается в два раза чаще, чем в выборке из множества некурящих людей. Следовательно, курение — одна из причин рака легких.

4. Стандартные рецепты индуктивных выводов допускают переход от предложения, описывающего состав выборки (например, 75% наблюдавшихся B обладали свойством C), к предложению, описывающему состав генеральной совокупности (около 75% B обладают свойством C). Каким образом применение этого рецепта в каком-нибудь частном случае может быть подвергнуто критике?

5. Покажите, что индуктивное рассуждение допускает (хотя, быть может, и неубедительную) реконструкцию в качестве дедуктивной энтимемы.

6. Докажите, что любая дедуктивная энтимема может рассматриваться как индуктивное рассуждение.

7. Приведите пример индуктивного рассуждения из области той конкретной науки, с которой вы хорошо знакомы. Проведите его реконструкцию: а) в качестве дедуктивной антимемы; в) в качестве индуктивной антимемы; с) в качестве вывода, использующего определен-

ный рецепт. Какова природа этого рецепта? (Нуждается ли сам рецепт в подтверждении эмпирическими данными? Является ли он предположением, заложенным в структуре данной науки? Является ли он аналитически истинным?)

8. Внимательно прочитайте одну из статей (или несколько взаимосвязанных работ), упоминающихся в библиографических примечаниях к данной главе. Подробно и убедительно изложите аргументы, выдвигаемые в этой работе. Представьте возражения к этим аргументам (в данном упражнении прийти к определенному выводу желательно, но не обязательно).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 8

В книге С. Тулмина (S. Toulmin. The Uses of Argument. Cambridge University Press, 1958) наиболее подробно излагаются его взгляды на дедуктивные и индуктивные рассуждения. Эта точка зрения подвергалась резкой критике не только в статье X. Александера (H. G. Alexander. General Statements as Rules of Inference. (Feigle, ed.), Minnesota Studies in the Philosophy of Science, vol. II, University of Minnesota Press, Minneapolis, 1958), но особенно в статьях: H. Castañedā. Are Conditionals Principles of Inference? *Analysis*, **18**, 1957—1958, p. 77—82; J. Cooley. Toulmin's Revolution in Logic. *Journal of Philosophy*, **56**. 1959; p. 297—319. Истоки точки зрения Тулмина следует искать в двух статьях G. Pyle. Predicting and Inferring (Korner, ed.). The *Colston Papers*, **9**, 1957, p. 165—170; 'If', 'So' and 'Because' (Black, ed.). Philosophical Analysis, Cornell University Press, Ithaca, 1950, and 1963, p. 302—318. Позицию, аналогичную тулминовской, занимает П. Строусон в своей книге Introduction to Logical Theory (New York, J. Willey and Sons, 1952); его замечания об индукции (On Justifying Induction) опубликованы в журнале *Philosophical Studies* (9, 1958, p. 20—21). Работа Р. Харре (R. Harré. Dissolving the 'Problem' of Induction) напечатана в журнале *Philosophy* (26, 1957, p. 58—64).

Концепция рецептов вывода получила дальнейшее развитие в статье: P. Achinstein. From Success to Truth. *Analysis*, **21**, 1960—1961, p. 6—9. Ответ Райла см.: Comment on Mr. Achinstein's Paper. *Analysis*, **21**, 1960—1961, p. 9—11. Заключительное слово см.: H. V. Stopes-Roe. Recipes and Induction: Ryle V. Achinstein. *Analysis*, **21**, 1960—1961, p. 115—120.

В работе Н. Хэнсона выражены взгляды *sui generis*: хотя он считает, что выдвижение верной научной гипотезы не является делом случая и что существует конструктивная логика научных открытий, но правдоподобные рассуждения, составляющие предмет этой логики, недемонстративны и, возможно, неформализуемы в принципе, несмотря на то, что они все-таки являются *рассуждениями*, а не *догадками*. Чтобы отстоять этот тезис, нужно тщательно изучить и проанализировать научные открытия, вошедшие в историю. Результаты этой работы представлены главным образом в книге Patterens of Discovery, Cambridge University Press, 1958. Приведенная в тексте цитата взята мною из статьи Good Inductive Reasons. *The Philosophical Quarterly*, **11**, 1961, p. 123—124.

Крайняя точка зрения на индуктивную логику как на чисто эмпирическую область психологии, занимающуюся исследованием поведения ученых и мотивации этого поведения, выражена в работах: D. G. C. McNabb. Hume on Induction. *Revue Internationale de Philosophie*, **6**, 1952, p. 184—198; J. Katz. The Problem of Induction and Its Solution. University of Chicago Press, Chicago, 1962; E. Gross. Toward a Rationale for Science. *Journal of Philosophy*, **54**, 1957, p. 829—838.

Со взглядами М. Блэка можно ознакомиться по нескольким статьям и книгам; мною цитировались публикации по сборнику его статей Models and Metaphors. (Cornell University Press, Ithaca, New York, 1962). Высказывание Н. Гудмана, приведенное в тексте, взято из его книги: Fact, Fiction and Forecast, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1955.

По поводу аналитичности принципа единообразия природы пишет Г. Броун в интересной и небольшой по объему книге: G. Brown. Probability and Scientific Inference, Longmans Green, London, 1957; Р. Кэмпбелл в статье: R. Campbell. One Form of Scepticism about

Induction (*Analysis*, **23**, 1962—1963, p. 80—83); А. Мур в статьях: A. Moore. The Principle of Induction и The Principle of Induction (II): A Reply to Miss Brodbeck. *Journal of Philosophy*, **49**, 1952, p. 741—747 and p. 750—758; М. Бродбек в статье: M. Brodbeck. An Analytic Principle of Induction? *Journal of Philosophy*, **49**, 1952, p. 747—750; Г. Максвелл в статье: G. Maxwell. An 'Analytic' Vindication of Induction. *Philosophical Studies*, **12**, 1961, p. 43—45.

О подмножествах и выборках можно прочитать статью: H. A. Nielsen. Sampling and the Problem of Induction. *Mind*, **68**, 1959, p. 478—481 и статью: C. D. Broad. The Principles of Problematic Induction. *Proccedings of the Aristotelian Society* (Sup. Vol. **28**). 1927—1928, p. 1—446.

ГЛАВА 9

ДЕМОНСТРАТИВНАЯ ИНДУКЦИЯ

В обыденной жизни можно говорить о достоверности науки, не боясь, что тебя опровергнут. Да и сами ученые нередко преподносят результаты своих исследований таким образом, будто их рассуждения демонстративны, а выводы абсолютно достоверны. Можно услышать, например, что такая-то теория была доказана с помощью такого-то эксперимента. Подобная манера выражения бытует и среди философов. Вдобавок сохранились еще такие сторонники рационализма, которые всякую истину считают необходимой и, более того, полагают, что постигнуть ее можно с помощью одного только разума. У. Мэтсон, например, заявляет, что научные положения с необходимостью истинны, как теоремы математики («Против индукции и эмпиризма»), не считая нужным показать, почему это так. Логики, анализирующие утверждения, встречающиеся в естественном языке, выдвигают более правдоподобные аргументы в пользу необходимости научных выводов. Так, Дж. Нельсон в статье «Подтверждение гипотез» пишет: «...если ученые останавливаются на какой-нибудь гипотезе, то этот выбор всегда окончателен». Мы можем, например, чисто спекулятивно рассуждать, есть ли жизнь на Марсе, в то время как ученые, коль скоро они накопили достаточное количество подходящих для этой цели сведений, никогда не скажут, что жизнь на Марсе «в высшей степени вероятна»; они заявят, что в данный момент жизнь на Марсе является раз и навсегда установленным фактом, поскольку «с помощью спектрограммы раз и навсегда установлено, что зеленые пятна на поверхности Марса представляют собой растительность». Говорить иначе — значит, согласно

Нельсону, злоупотреблять языком. Однако подсчет случаев различного словоупотребления в естественном языке здесь, очевидно, ни при чем. Этот подсчет столь же не способен служить основанием для вывода о существовании жизни на Марсе, сколь не способен обосновать классификацию, согласно которой киты относятся к классу млекопитающих, а не рыб. Как заметил Л. Резник в своих комментариях к статье Нельсона, когда философ произносит слова 'вероятно' и 'достоверно', он расценивает эти слова в качестве технических терминов[1].

В другой своей статье («Квантифицируемы ли индуктивные обобщения?») Нельсон, не мудрствуя лукаво, предлагает простой способ «сделать» индуктивные выводы достоверными: не навешивать на них квантор всеобщности. Так, он заявляет, что из посылки 'некоторые вороны — черные' не следует делать заключение 'все вороны — черные'. Рассуждать следует по-иному: из посылок 'эта ворона черна' и 'та ворона черна' заключаем, что 'вороны черные'. Этот индуктивный вывод является в некоторой степени двусмысленным. Его заключение можно понимать так, что оно будет *окончательно* верифицировано результатами наших наблюдений: «...так получается потому, что двусмысленность — это характеристика общепринятой манеры выражать результаты индуктивных рассуждений; двусмысленность состоит в том, что индуктивное обобщение может обладать (окончательным) подтверждением или свидетельством в свою пользу» (с. 61). Если же нам не повезло и подобная двусмысленность отсутствует, у нас никогда не будет свидетельства, релевантного будущим наблюдениям, так как в будущем нам, несомненно, предстоит увидеть еще не наблюдавшихся ворон. Поскольку ни одна из них еще не попадала в поле нашего зрения, постольку мы не располагаем никакими сведениями относительно этих ворон. Тут же нашелся противник точки зрения Нельсона. Дж. Левелин обвинил его в неправильном использовании научных терминов: предложение

[1] По всей видимости, это рассуждение означает следующее: когда философ произносит слова 'вероятно' и 'достоверно' по отношению к научным гипотезам, он придает этим словам смысл, который они имеют в науке, а не в естественном языке. — *Прим. перев.*

'вороны имеют черную окраску перьев' вообще не является высказыванием. Поскольку одни вороны черные, а другие нет, то это предложение истинно и ложно одновременно. Но как раз минимальное требование, которое логик вправе предъявить к научным утверждениям, состоит в том, что они не должны обладать двусмысленностью такого рода.

У. Нил отстаивал более обоснованную точку зрения, согласно которой синтетические обобщения определенного вида можно считать достоверными, хотя априорно установить их истинность нельзя. Дж. Дэй придерживается точки зрения Нила на индукцию (как и в вопросе интерпретации слова 'вероятно'). Он утверждает, что далеко не всякие индуктивные умозаключения вероятны, «так как часто мы называем наши обобщения истинными или достоверными» (с. 256).

Но если подвергнуть достоверность строгому философскому анализу, то окажется, что она скорее склоняет нас к научным выводам, чем является присущим этим выводам достоинством. До тех пор пока мы допускаем, что обобщение может натолкнуться на контрпример, мы не считаем его абсолютно достоверным. Когда возможность контрпримера исключается или полагается *нереальной*, необходимо объяснить себе причины этого и тем самым превратить обобщение в аналитическую истину, не содержащую никакой информации[1]. Тем не менее вышеназванные авторы привлекают наше внимание к важному понятию *практической достоверности*, которая является такой степенью подтверждения, при которой мы можем отделить заключение научного вывода от подтверждающих его эмпирических данных. Следует, однако, заметить, что практическая достоверность — довольно скользкое понятие. Так, если в примере Нельсона ученого-астронома, обладающего острым философским взглядом на вещи, спросить: «*Абсолютно ли достоверно*, что на Марсе есть жизнь? Разве никто до сих пор не ошибался при расшифровке спектрограмм?», он бы ответил: «Допустим, но, во всяком случае, в высшей степени вероятно, что жизнь на Марсе есть». Если же зна-

---

[1] Подразумевается информация, сообщающая нечто новое об окружающем мире. — *Прим. перев.*

ния представляются состоящими из практически достоверных утверждений, которые в некотором абсолютном смысле всего лишь вероятны, то концепция системы рациональных знаний оказывается весьма полезной. В рамках подобной концептуальной структуры утверждения, которые всего лишь практически достоверны, можно считать приемлемыми. В дальнейшем мы увидим, что эта возможность позволяет трактовать многие индуктивные выводы как дедуктивные по форме. Такая трактовка необходима потому, что многие научные выводы, стоит их только подвергнуть анализу, приобретут статус дедуктивных умозаключений, посылки которых принимаются в данном исследовании (причем соответствующее высказывание может быть как общим, так и частным). В то же время мы не можем принять любое утверждение, которое кажется нам приемлемым. Ученый несет ответственность не только за доказательность своих рассуждений, но и за приемлемость исходных посылок. Оставим пока вопрос о критерии принятия данного высказывания в систему рациональных знаний и сосредоточимся на дедуктивных рассуждениях, наиболее часто встречающихся в конкретных науках (исключая, конечно, чисто математические доказательства).

Анализ этих рассуждений будем называть анализом *демонстративной индукции* (demonstrative induction). Самый значительный вклад в этот анализ внес Г. фон Вригт в своей работе «Трактат по вероятности и индукции». Книга посвящена главным образом логической проблеме анализа механизма индуктивных выводов, а не психологической проблеме научного озарения или сугубо философской проблеме оправдания индукции. Логика необходимых, достаточных и необходимых и достаточных условий изучается в 4, 5 и 6 главах работы. В остальных главах рассматривается недемонстративная индукция, под которой, по существу, подразумевается процедура *вероятностной* элиминации возможных причинных связей с помощью наблюдаемых событий. Основная же часть книги, посвященная логике условных высказываний, представляет собой тщательно продуманное, аккуратное и эксплицитное изложение индуктивных канонов Милля.

Три понятия составляют базис для реконструкции демонстративных индуктивных рассуждений: понятие *необходимого условия*, понятие *достаточного условия* и понятие *необходимого-и-достаточного условия*. Для начала определим эти понятия. Вообще говоря, условие интерпретируется как свойство, или характеристика, или еще что-нибудь такое, что предсказуемо для исследуемых видов сущностей, будь то физические индивиды, абстрактные индивиды, события, занимающие целую область пространства — времени, либо точечные события. Достаточным условием какого-либо события называется условие, которое достаточно для его осуществления: достаточным условием гибели (некоторого индивида) является распад (этого индивида); достаточным условием ничейного исхода игры является одинаковое количество голов, забитых каждой командой; достаточным условием воспламенения является достаточное количество кислорода, достаточная температура и наличие метана. Символически, используя обозначение '(x)' для квантора всеобщности (читается «для любого x») и '$\supset$' — для союза 'если..., то...', достаточность условия F для осуществления G можно выразить так: все, что обладает F, обладает и G, или условное высказывание

$$(x)(Fx \supset Gx)$$

истинно.

Необходимым называется условие, отсутствие которого препятствует осуществлению рассматриваемого события. Кислород является необходимым условием воспламенения, так как в случае отсутствия кислорода воспламенение не произойдет. А вот метан не является необходимым условием воспламенения, потому что его можно заменить бутаном и наблюдать горение, коль скоро имеется кислород и получена достаточная для воспламенения температура. Необходимым условием для наступления смерти является остановка дыхания или остановка кровообращения. Используя те же обозначения и, кроме того, знак '$\sim$' (обозначение отрицания), будем говорить, что *необходимость условия* F для осуществления G означает следующее: все, что не обладает F, не обладает и G, или что условное высказывание

$$(x)(\sim Fx \supset \sim Gx)$$

истинно. Поскольку предложение '$(x)(\sim Fx \supset \sim Gx)$'

логически эквивалентно предложению '$(x)(Gx \supset Fx)$', последнее также может выражать утверждение: 'F является необходимым условием G'.

Необходимым и достаточным называется условие, которое и необходимо, и достаточно. Так, необходимым и достаточным условием ничейного исхода игры является равенство количества голов, забитых каждой командой. Пусть через '$\equiv$' обозначается бинарная связка 'если и только если'. Тогда необходимость и достаточность F для осуществления G можно выразить утверждением: 'Все, что обладает F, обладает и G, а все, что не имеет F, не имеет и G' или же утверждением, что высказывание

$$(x)(Fx \equiv Gx)$$

истинно.

В любом из рассмотренных фон Вригтом случаев ученый начинает свое исследование с поиска необходимого или достаточного, или необходимого и достаточного условия, которое должно содержаться в исходном списке всех возможных свойств, предполагаемых в качестве условий наличия интересующего нас свойства. Рассматриваются также конъюнкции и дизъюнкции представленных в списке свойств. Таким образом, если мы считаем, что F_1, F_2, F_3 могут быть интересующими нас условиями, то всевозможные конъюнкции и дизъюнкции этих свойств мы будем также рассматривать в качестве свойств, наличие которых порождает соответствующие условия. Заметим, что если F_1 является достаточным условием G, то $F_1 \& F_2$ тоже является достаточным условием G, так как предложение

$$(x)(F_1x \supset Gx),$$

выражающее первое утверждение, влечет предложение

$$(x)((F_1x \& F_2x) \supset Gx).$$

В общем случае из достаточности F для осуществления G следует достаточность конъюнкции F с произвольным свойством для осуществления G. Аналогично, если F_3 — необходимое условие G, то $F_2 \vee F_3$ — тоже необходимое условие G, так как из предложения

$$(x)(Gx \supset F_3x)$$

следует предложение

$$(x)\,(Gx \supset (F_3x \vee F_2x)).$$

В общем случае, если F — необходимое условие G, то дизъюнкция F с произвольным свойством также является необходимым условием G.

Механизм элиминации прост, естествен и знаком каждому из нас. Он основан на том, что высказывания '$(x)\,(Hx \supset Kx)$' и '$Ha\,\&\,\sim Ka$' противоречат друг другу. Поэтому, чтобы исключить F как возможное достаточное условие G, нужно установить, что некоторый объект a имеет свойство F, но не обладает свойством G. Если у нас есть основания для принятия предложения $Fa\,\&\,\sim Ga$, то, не желая впасть в противоречие, мы не можем принять предложение $(x)\,(Fx \supset Gx)$, выражающее необходимость F для G.

Пусть, например, мы собираемся установить причину распространенного простудного заболевания (отвлекаясь пока от различия между причиной и условием). Допустим, список возможных достаточных условий простуды содержит переохлаждение. Тогда интересующее нас предположение можно записать так:

$$(x)\ (x \text{ переохладился} \supset x \text{ простудился}).$$

Если мы хотим исключить переохлаждение как достаточное условие простуды, мы должны найти опровергающий пример, то есть отыскать человека, который переохладился, но не простудился. Следовательно, одного только факта, что мой брат Джон, возвращаясь с охоты, переохладился, но не простудился, хватает, чтобы опровергнуть предположение, что достаточно переохладиться, чтобы заболеть простудой. Предложение: 'Джон переохладился и не простудился' противоречит сформулированному выше обобщению.

Аналогично, чтобы исключить необходимость F для G, надо отыскать пример G при отсутствии F: '$\sim Fb\,\&\,Gb$' противоречит обобщению '$(x)\,(Gx \supset Fx)$', которое логически эквивалентно, как было замечено выше, предложению '$(x)\,(\sim Fx \supset \sim Gx)$'. Рассматривая последний пример далее, мы можем предположить, что хотя простуда не всегда возникает в результате переохлаждения, все же иногда так бывает, и, что самое главное, никогда простудное заболевание не возникает без переохлаждения. Это допущение равносильно признанию того, что переохлаждение — необходимое условие заболевания простудного характера. Запишем нашу гипотезу:

$$(x)\ (x \text{ простудился} \supset x \text{ переохладился}).$$

И опять для опровержения этой гипотезы достаточно найти один подходящий пример. Пусть известно, что двоюродная бабка Эллен скорее всего не выходила из своей жарко натопленной квартиры на протяжении нескольких месяцев и тем не менее простудилась. Хотя мы уверены[1], что двоюродная бабка Эллен не переохлаждалась, факт остается фактом — она простудилась. Этот факт опровергает гипотезу, что переохлаждение — необходимое условие простудного заболевания.

Если допускаются все возможные комбинации обусловливающих[2] свойств, то с помощью индуктивной элиминации можно, как показал фон Вригт, получить достоверный вывод: когда все возможные достаточные условия элиминированы, то одно оставшееся условие будет конъюнкцией всех возможных обусловливающих свойств. Когда же речь идет о поиске необходимого условия, то, если все возможные необходимые условия, кроме одного, исключены, оставшееся условие будет дизъюнкцией все обусловливающих свойств.

В качестве иллюстрации снова рассмотрим пример с поиском условий простудного заболевания. Пусть все условия, влияющие на простуду, перечисляются в следующем списке:

C_1x x гулял в сырую погоду;
C_2x x переохладился;
C_3x x был заражен вирусом X.

Отсутствие какого-нибудь свойства мы (не теряя при этом общности) по традиции не будем считать воздействующим фактором. Если мы почувствуем, например

[1] Уверенность в данном случае является слабым доводом. — *Прим. перев.*

[2] Подразумевается множество свойств, каждое из которых каким-то образом связано с интересующим нас свойством. При этом ни необходимость, ни достаточность заранее не предполагаются. — *Прим. перев.*

что *отсутствие* контакта с сырым воздухом может повлиять на возникновение простуды, то введем четвертое возможное условие C_4, помня, что C_1 и C_4 — несовместимые свойства. Кроме того, если достаточное условие представляется в виде дизъюнкции (например, $C_1x \vee C_2x$), то мы будем считать (опять-таки в соответствии с традицией), что имеются *два* достаточных условия (а именно C_1x и C_2x). Поэтому список возможных достаточных условий возникновения простуды состоит из трех исходных условий и всевозможных конъюнкций этих условий:

$$
\begin{array}{l}
C_1x,\\
C_2x,\\
C_3x,\\
C_1x \,\&\, C_2x,\\
C_1x \,\&\, C_3x,\\
C_2x \,\&\, C_3x,\\
C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x.
\end{array}
$$

Аналогичный анализ дает в результате следующий список необходимых условий:

$$
\begin{array}{l}
C_1x,\\
C_2x,\\
C_3x,\\
C_1x \vee C_2x,\\
C_2x \vee C_3x,\\
C_1x \vee C_3x,\\
C_1x \vee C_2x \vee C_3x.
\end{array}
$$

Возможные законы, устанавливающие достаточные условия, элиминируются приведением в пример индивидов, удовлетворяющих этим условиям, но не заболевших простудой. Так, C_2x исключается как достаточное условие простуды приведением в качестве примера Джона. $C_2x \,\&\, C_3x$ исключается как достаточное условие простуды приведением в качестве примера человека, который был носителем вируса X, переохладился, но не заболел. Очевидно, если $C_2x \,\&\, C_3x$ элиминировано из списка возможных достаточных условий простуды, выполняется $C_2a \,\&\, C_3a$ для некоторого a. Единственное средство исключить все возможные достаточные условия, кроме одного, — отыскать опровергающие примеры для всех пунктов списка, кроме последнего. Коль скоро мы подошли к этой стадии, можно заключить, что достаточным условием простудного заболевания является сочетание переохлаждения, контакта с сырым воздухом и заражения вирусом X. Безусловно, наш вывод целиком и полностью зависит от исходного списка условий. Исключив все возможные достаточные условия, кроме одного, можно продолжить поиск опровергающих примеров и найти пример, опровергающий единственную оставшуюся возможность, т. е. найти, скажем, Питера, который каждый день заражался вирусом X, часто переохлаждался во время охоты, жил в сырой, но очень теплой квартире и тем не менее не знал, что такое простуда. Пример с Питером, если он найден, показывает, что список возможных достаточных условий был неполным.

Возможные законы, устанавливающие необходимые условия, элиминируются отысканием примера, в котором индивид, заболевший простудой, не имел соответствующего свойства. Например, двоюродная бабка Эллен может служить примером для исключения C_2x как необходимого условия простуды. Опять-таки, если все необходимые условия, кроме одного, элиминированы, необходимым условием является последнее, наиболее сложное условие нашего списка. И снова, если наш список возможных необходимых условий неадекватен поставленной задаче, мы можем, в конце концов, исключить все содержащиеся в нем необходимые условия.

Очевидно, полученные результаты не могут считаться особенно интересными. Действительно, сто́ит составить конечный перечень возможных обусловливающих свойств, как с помощью чисто механической процедуры получается список всех возможных причинных связей (описывающих необходимые, достаточные и необходимые и достаточные условия) между обусловливающими свойствами или их сочетаниями и обусловливаемым свойством. Можно, таким образом, вообще не упоминать условия и сразу говорить о законах.

Если мы установили какое-либо одно необходимое и достаточное условие, то тем самым в общем случае мы установили целое множество необходимых условий и целое множество достаточных условий. Например, если в данной ситуации истинно обобщение

$$(x)((C_1x \,\&\, C_3x) \equiv Cx)$$

(где 'Cx' — обозначает 'x простудился'), то $C_1x \& C_2x \& C_3x$, как и $C_1x \& C_3x$, будет достаточным условием простуды, а C_1x, C_3x, $C_1x \vee C_2x$ и т. д. будут необходимыми условиями простуды. И все-таки мы можем составить список возможных необходимых условий и попытаться исключить все условия из этого списка, кроме одного. Это можно сделать, взяв список возможных достаточных условий и образовав все возможные дизъюнкции его членов, — в результате получится список возможных необходимых и достаточных условий. В нашем примере подобный перечень возможных необходимых и достаточных условий содержит 127 формул:

C_1x,
C_2x,
C_3x,
$C_1x \,\&\, C_2x$,
$C_1x \,\&\, C_3x$,
$C_2x \,\&\, C_3x$,
$C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.

$(C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$(C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$(C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$(C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$(C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$(C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,

$C_1x \vee C_2x$,
$C_1x \vee C_3x$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_2x)$,
$C_1x \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.
$C_2x \vee C_3x$,

$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$.
$C_2x \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.

$C_1x \vee C_2x \vee C_3x$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x \& C_3x)$.

$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.

$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.

$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$(C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$(C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$(C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$(C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.

$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,

$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$(C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.

$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.

$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.

$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, Cx_3)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,

$$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x),$$
$$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x),$$
$$C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x),$$
$$C_1x \vee C_2x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x).$$

$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_2x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee (C_1x \,\&\, C_2x) \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$,
$C_1x \vee C_3x \vee (C_1x \,\&\, C_3x) \vee (C_2x \,\&\, C_3x) \vee (C_1x \,\&\, C_2x \,\&\, C_3x)$.

Этот огромный список получается из перечисления всех возможных универсальных законов, относящихся к трем свойствам как условиям некоторого четвертого свойства. Если же мы захотим учесть другие факторы, кроме сырого воздуха, переохлаждения и заражения вирусом X, рассматриваемые в этиологии простудных заболеваний, соответствующие списки станут катастрофически громоздкими. Ни одно звено реального научного вывода никогда не строится подобным образом. Всегда существуют разумные основания для ограничения общего числа обобщений, подлежащих рассмотрению. Вернемся к нашему примеру: если бы C_1x, C_2x и C_3x исчерпывали все правдоподобные релевантные условия, можно было бы, вероятно, ограничиться рассмотрением следующих законов:

$$(x)(C_1x \equiv Cx),$$
$$(x)(C_2x \equiv Cx),$$
$$(x)(C_3x \equiv Cx),$$
$$(x)(C_1x \ \& \ C_3x \equiv Cx),$$
$$(x)(C_2x \ \& \ C_3x \equiv Cx).$$

В данном случае нас интересует, является ли каждое исходное условие само по себе необходимым и достаточным для возникновения простуды; если же воздействующих факторов несколько, наверное, один из них, предполагаем мы, — заражение вирусом, которое происходит, когда организм находится в неблагоприятных условиях. Может, конечно, случиться и так, что в результате экспериментов все пять законов будут опровергнуты; тогда мы займемся поисками более сложных связей или попытаемся проверить новые факты, такие, как употребляемая пища, наследственная сопротивляемость болезням и т. п.

Накладывая дополнительные ограничения на форму рассматриваемых условий, с помощью теории фон Вригта мы можем получить более интересные результаты, нежели отмеченные выше. Но, очевидно, любой из этих результатов можно получить и другим путем: составляя перечень только тех возможных законов, которые совместимы с предполагающейся системой знаний, и пытаясь затем все эти законы, кроме одного, элиминировать. Если мы хотим построить индуктивную логику для того, чтобы понять конкретные действия ученых, то последняя процедура действительно более реалистична, чем первая. Более разумно предположить, что в данном конкретном исследовании ученый ограничивает число правдоподобных возможностей до трех или четырех (самое большее — до десяти или двенадцати) и затем всеми доступными ему средствами стремится исключить *каждую* из этих возможностей. К определенному выводу он приходит только тогда, когда лишь один закон выстоял, несмотря на самые решительные попытки его фальсификации. Значительно менее правдоподобным выглядит утверждение, что ученый составляет перечень свойств, которые в том или ином сочетании могут быть обусловливающими, а затем пытается элиминировать все, кроме одного, возможные законы из огромного списка, получившегося на основе исходного перечня предположительно обусловливающих свойств. Если бы мы могли составить конечный перечень всех мыслимых свойств, рассмотрение общей процедуры элиминации представляло бы интерес. Но фон Вригт прекрасно понимает, что исследование всегда нужно начинать с имеющихся в нашем распоряжении знаний. Если, прежде чем приступим к наблюдениям, мы можем в достаточной степени увериться, что лишь некоторые свойства из составленного списка релевантны, то, вообще говоря, эта уверенность может распространяться на относительно небольшое число условий. Многие чисто формальные возможности исключаются благодаря тем знаниям, которые полагаются незыблемыми в данных исследованиях.

В принципе нет никаких затруднений в использовании на практике логики элиминации: сам закон представляет собой общее высказывание, а предложение, описывающее наши наблюдения, является частным высказыванием, противоречащим этому закону. Однако построение множества законов — а мы надеемся их все, кроме одного, элиминировать — заслуживает более пристального внимания, так как понимание этой процедуры связано и с реальной научной практикой, и с логикой индукции. Откуда берется подходящее множество возможных законов? Какого рода основания обеспечивают принятие эмпирической гипотезы, утверждающей, что один из этих законов окажется верным? Имеют ли подобные множества законов внутреннюю структуру? Ясно, что эти множества не являются такими сложными и исчерпывающими, какими их считали Милль и фон Вригт. Но, насколько я знаю, для ответа на поставленные выше вопросы сделано крайне мало, причем меньше всех сделали именно те философы, чей лозунг: «Изобретай концепции и проверяй их применение».

Важную работу проделал С. Новак в статье «Некоторые проблемы причинной интерпретации статистических закономерностей». Он анализирует необходимые и достаточные условия в области статистики и получает ряд интересных результатов. Если, к примеру, $A \& S$ — необходимое и достаточное условие B и S_1 является существенным компонентом S (то есть если S состоит из S_1 и S_2), то вероятность B при данном $A (P(B/A))$ будет равна произведению вероятности S_1 при данном

$A(P(S_1/A))$ на вероятность B при данных A и $S_1(P(B/A \& S_1))$. Если эти вероятности интерпретируются как эмпирические частоты, предполагаемую связь можно проверить на опыте (с помощью теории статистических выводов, но о ней — в гл. 11) и, следовательно, прояснить возможную причинную связь между B и S_1 [1]. Новак показывает, что подобные исследования составляют с практической и теоретической точек зрения значительную и важную часть реальных статистических задач выдвижения и проверки статистических гипотез. Поэтому мы должны более тщательно и строго обсудить ряд проблем, аналогичных проблеме ложной корреляции или проблеме мнимой независимости. Без анализа в терминах необходимых и достаточных условий нам здесь не обойтись.

Самая трудная философская проблема, возникающая в связи с логикой условий и логикой причинных отношений, — это проблема характеризации причинного отношения. До сих пор мы говорили только об общих условных высказываниях вида '$(x)(Fx \supset Gx)$', например '(x) (x переохладился $\supset x$ простудился)' или '(x) (x — растение, не поливавшееся в течение нескольких дней, $\supset x$ — растение с поникшими листьями)'. Но среди общих условных высказываний этого вида встречаются такие, которые не имеют никакого отношения к науке, хотя и могут быть истинными, например '(x) (x — монета, лежащая в моем кармане, $\supset x$ сделана из меди)'. Если первые два обобщения истинны, то мы чувствуем, что их следует отнести к естественнонаучным законам; истинность же последнего условного высказывания представляется случайной. Часто первые обобщения, в противоположность последнему, считаются истинными с необходимостью. Многие логики предлагают ввести новую связку '$\supset_N$' и назвать ее «номологической импликацией» (nomological implication) в отличие от обычной импликации, обозначаемой знаком '$\supset$'. Так, если достаточность Fx обусловлена причинно, вместо '$(x)(F(x) \supset Gx)$' предлагается писать

$$(x)(Fx \supset_N Gx).$$

---

[1] Так как $P(B \& S_1/A) = P(S_1/A)P(B/A \& S_1)$, измеряя указанные автором частоты, мы проверяем равенство $P(B \& S_1/A) = P(B/A)$, то есть импликацию $B \& A \supset S_1$, а не $B \supset S_1$.— *Прим. перев.*

Связка '$\supset_N$' не является истинностной функцией: истинностное значение высказывания '$S \supset_N T$' не определяется на основе лишь истинностных значений S и T. Но вопрос, *чем* определяется истинность предложений вида '$S \supset_N T$', остается нерешенным даже для тех, кто полагает, что необходимые и достаточные условия или причинные отношения должны описываться с помощью этой новой связки.

Другие логики считают, что вводить новую связку не обязательно. По их мнению, общие условные высказывания становятся законами природы исключительно благодаря своей общности и той роли, которую они играют в системе наших знаний. Если предложение справедливо называется законом природы, то отсюда не следует, что оно описывает особое отношение между своим антецедентом и консеквентом.

В пользу обеих точек зрения можно привести правдоподобные аргументы. Однако мы не будем сейчас вдаваться в эти дебаты, так как интересующий нас в данный момент логический механизм элиминативной индукции не претерпевает изменений при переходе от одной точки зрения к другой. Общее условное высказывание '$(x)(Fx \supset Gx)$' всегда является логическим следствием[1] соответствующей номологической импликации '$(x)(Fx \supset_N Gx)$', и поэтому любое единичное наблюдение, опровергающее (элиминирующее) обычное условное обобщение, будет опровергать и соответствующую номологическую импликацию. Если мы наблюдаем объект со свойством F, не обладающий свойством G, то отвергаются обе гипотезы.

Некоторые авторы (например, А. Эвинг) утверждали, что оправдание индукции должно быть основано на концепции причинности. Но сейчас нам важно понять, в чем состоит отличие логики индуктивного вывода от оправдания индукции. Логика элиминативной индукции

---

[1] Что здесь подразумевает автор под словом 'всегда', остается неясным. Очевидно, любая формальная система логического вывода должна содержать, например, аксиому '$(A \supset_N B) \supset (A \supset B)$' чтобы в ней была доказуема упомянутая автором выводимость. (См., например, формализацию оператора логико-концептуальной истины в работе Д. Батенса, выходные данные которой помещены в общей библиографии к книге.) — *Прим. перев.*

одинаково применима и к общим условным высказываниям, и к номологическим импликациям. Коль скоро мы ясно поняли, что оправдание индукции зависит от исходного предположения о наличии причинных связей, то обсуждение проблемы оправдания лучше отложить до следующей главы. В гл. 10 будут рассмотрены различные предположения, которые, как заявляли их сторонники, лежат в основе индуктивной логики.

Существуют демонстративные индуктивные рассуждения, не имеющие элиминативной структуры В этих выводах главным является понятие *естественного вида* (natural kind). Ученые очень часто облекают свои рассуждения в подобную форму: вид S, говорят они, принадлежит некоторому определенному роду G; свойство P принадлежит некоторому определенному классу свойств K. В процессе познания мы убеждаемся (имеем тому адекватное эмпирическое свидетельство) в следующем: все виды рода G таковы, что если один представитель какого-нибудь вида обладает свойством, принадлежащим определенному классу свойств, то и все остальные представители этого вида обладают тем же свойством. В этом индуктивном выводе мы исходим из эмпирических обобщений о роде G и классе K, а также из наблюдения над некоторыми представителями S и приходим к заключению, которое является обобщением, что все представители S имеют свойство P, которым обладает один наблюдавшийся представитель. В литературе по индукции демонстративные индуктивные выводы этого сорта обсуждались недостаточно.

Любой ученый-естественник, биолог или психолог знает, что характер внутривидовых отношений между полами, скажем у рыб, передается по наследству и в естественных условиях подвержен крайне незначительным флуктуациям при переходе от одного индивида к другому. Пусть классу K принадлежат свойства, характеризующие брачное поведение индивидов. Разумеется, эти свойства не должны быть слишком точными характеристиками (в противном случае мы бы заранее знали, что они не применимы ко всем представителям вида), но и не должны быть слишком расплывчатыми. Только экспериментальный опыт может подсказать нам, где та граница точности, при нарушении которой фальсифицируется обобщение, не учитывающее тонких отличий одного индивида от другого. Особой проблемы тут не возникает — на обобщение как таковое нас наводит наш экспериментальный опыт, а готовое обобщение подтверждается, возможно, разнообразными теоретическими структурами и наблюдениями над различными видами. Это обобщение можно сформулировать следующим образом: если у одной нормальной пары рыб любого вида (то есть любого вида, принадлежащего классу всех рыб), находящейся в естественной среде обитания, обнаруживается определенное брачное поведение, то и все нормальные пары этого вида в естественных условиях ведут себя при размножении подобным образом. Слова 'нормальный' и 'естественная среда обитания' мы должны проинтерпретировать на основании опытных данных (аналогично степени точности в описании свойства P из множества K). После принятия этого обобщения мы подробно изучаем брачное поведение конкретной пары данного вида рыб и заключаем, что полученное в результате наблюдений описание фиксирует брачное поведение *всех* пар рыб этого вида. Заключение является демонстративным следствием конъюнкции принятого нами вначале широкого обобщения с предложениями, составляющими описание брачного поведения одной-единственной пары рыб. Заметим, что широкое обобщение, служащее посылкой нашего вывода, не обязано основываться на большом числе экспериментальных данных — оно может следовать из общей теории биологических или психологических феноменов. Но если обобщение, касающееся всех видов рыб, принимается в качестве практически достоверного в систему рациональных знаний, то факт принятия этого обобщения не может служить разновидностью его обоснования, хотя сам этот факт действительно имеет эмпирическое обоснование. Сложное описание результатов наших наблюдений может быть аналогичным образом принято в систему рациональных знаний, после чего из конъюнкции этих двух предложений выводится индуктивное обобщение.

Рассмотрим пример другого рода. Пусть мы имеем следующее обобщение, относящееся к химическим соединениям: если какая-то проба данного (чистого) соединения плавится при определенной температуре (давление зафиксировано), то и любая другая проба этого соединения плавится при той же температуре (если величина давления остается прежней). Пусть теперь мы провели эксперимент, в котором измерялась точка плавления двух проб химического соединения X, и получили температуру плавления T °C. Из обобщения, касающегося всех химических соединений (в пользу которого могут быть выдвинуты аргументы различных видов), а также из предложений, описывающих результаты отдельных наблюдений, мы дедуцируем индуктивное заключение о температуре плавления T °C для всех проб химического вещества X. Но хотя заключение дедуктивно следует из посылок, оно вызывает у нас некоторое чувство сомнения. Это чувство возникает по двум причинам. Во-первых, взятое в качестве посылки обобщение, которое мы квалифицировали как практически достоверное и которое мы считали просто приемлемым, не может оказаться *достоверным*, какому бы глубокому философскому анализу мы его ни подвергали. Всегда остается возможность его фальсификации. Конечно, любая фальсификация подобной посылки повлекла бы за собой серьезные изменения внутренней структуры физических наук, но все-таки в некотором важном смысле это может случиться. С другой, практической стороны дела, *не может* так быть, что одна проба химического соединения плавится при температуре T °C, а другая — при другой температуре. Второй и, по-видимому, самый серьезный источник сомнения в достоверности заключения нашего вывода кроется в нашем отношении к предложению, описывающему наблюдения. Некоторые философы полагают, что на свете нет ничего более простого, чем *наблюдать* плавление вещества при температуре T °C. Но ученый, который использовал точку плавления как дополнительное средство химического анализа, оценит ситуацию совсем по-иному. Как раз измерение температуры таит в себе даже гораздо больше подводных камней, чем другие измерения. Если мы уверены, что данная проба расплавилась при температуре *около* (но не точно) T °C, то наша уверенность покоится в лучшем случае на надежных (но не достоверных) основаниях. Впрочем, нам и этого достаточно. Мы можем располагать абсолютно адекватными основаниями для принятия утверждения, что экспериментальная проба (и, следовательно, все остальные пробы) плавится при температуре $T \pm \Delta T$ °C. Обычно результаты научных экспериментов представляются именно в этой форме (здесь ΔT — стандартная ошибка измерения температуры). Таким образом, предложение вида 'X плавится при температуре $T \pm K\Delta T$ °C' может иметь любую, какую только захотим [1], доверительную вероятность. Подробное обсуждение этих аргументов придется отложить до обсуждения статистических выводов. Попутно заметим, что с вероятностью и статистическими понятиями связаны даже такие образцы индуктивных выводов, которые по большей части представляются чисто демонстративными.

Упражнения

1. Докажите, что если F является необходимым условием G, то $F \vee F'$ также является необходимым условием G.

2. Докажите, что если F является достаточным условием G, то $F \& F'$ также достаточное условие G.

3. Иногда мы обнаруживаем, что листья наших домашних растений завяли. Можно предположить, что возможные необходимые и достаточные условия этого феномена следующие: A (недостаток воды), B (недостаток солнечных лучей), C (слишком высокая температура в помещении), D (слишком низкая температура в помещении). Какое наблюдение исключило бы D как возможное достаточное условие увядания? Какое наблюдение исключило бы A как необходимое условие увядания?

4. Составьте полный список возможных необходимых условий для примера из упражнения 3. Если все необходимые условия, кроме одного, элиминированы, то каким будет оставшееся условие?

5. Составьте полный список возможных достаточных условий для примера из упражнения 3. Если все они, кроме одного, элиминированы, то каким будет оставшееся условие?

6. Перечислите десять возможных необходимых и достаточных условий для примера из упражнения 3, каждое из которых содержит более чем одно необходимое условие и одновременно более чем одно достаточное условие.

---

[1] Очевидно, доверительная вероятность связана с точностью оценки: чем меньше коэффициент K, тем меньше значение вероятности того, что «истинная» температура лежит в интервале $[T - K\Delta T, T + K\Delta T]$. — *Прим. перев.*

7. Докажите, что в общем случае элиминация всех возможных необходимых условий, кроме одного, оставляет в сохранности дизъюнкцию всех возможных необходимых условий.

8. Докажите, что в общем случае элиминация всех достаточных условий, кроме одного, оставляет в сохранности конъюнкцию всех членов списка в качестве единственного достаточного условия.

9. В каком случае утверждение, сформулированное в упражнении 8, неверно? (Обратите внимание на условия упражнения 3.)

10. Конь по имени Скаут иногда прекрасно выполняет упражнения, а иногда заартачится — и ни с места. Допустим, различные факторы, которые мы собираемся принять во внимание, таковы: *A* (его недавно покормили), *B* (сильно затянута подпруга), *C* (его объезжал специалист), *D* (его объезжал любитель), *E* (он голоден). Какие обобщения мы проверяли бы вначале? Каким образом провести эксперименты? Предположим, ни одно обобщение не выдержало проверки — что тогда?

11. Сплавы обладают характерной теплопроводностью (электропроводностью, теплоемкостью, пределом прочности и т. п.). Допустим, был изготовлен новый сплав; у трех его образцов мы измерили предел прочности и получили значения 1,35; 1,41 и 1,38. Каков общий вид заключения, которое можно отсюда вывести? Какого вида рассуждение привело нас к этому заключению?

12. Приведите примеры элиминативной индукции, встречавшиеся во время вашего обучения какой-либо науке или заимствованные из повседневной жизни.

13. Приведите примеры доказательств, встречавшихся Вам в повседневной жизни, в которых использовалось понятие естественного вида.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 9

Обличительная, но неубедительная «речь» У. Мэтсона (W. I. Matson. Against Induction and Empiricism) опубликована в журнале *Proceedings of the Aristotelian Society* (**23**, 1961, p. 143—158). Две статьи Дж. Нельсона (J. Nelson. The Confirmation of Hypotheses. *Philosophical Review*, **67**, 1958, p. 95—100; Are Inductive Generalizations Quantifiable? *Analysis*, **22**, 1961—1962, p. 59—65) намного проще, но нисколько не убедительнее. Трезвая точка зрения на взгляды Нельсона выражена в статьях: L. Resnick. Confirmation and Hypothesis. *Philosophy of Science*, **26**, 1959, p. 25—30; J. E. Llewelyn. Quantified Inductive Generalizations, *Analysis*, **22**, 1961—1962, p. 134—137.

Мнение У. Нила по этому поводу выражено в его работах: W. Kneal. Probability and Induction, Oxford University Press, 1949, и Some Aspects of Probability and Induction; A Reply to Mr. Bennett. *British Journal for the Philosophy of Science*, **8**, 1951—1958, p. 57—63. См. также книгу Дж. Дэя (J. P. Day. Inductive Probability, Humanities Press, New York, 1961).

Первая классическая попытка описать научные выводы с помощью логики условий была предпринята Д. Миллем (Д. С. Милль. Система логики силлогистической и индуктивной. М., 1914). Впервые эта работа была опубликована в 1843 г.

Г. фон Вригт досконально и аккуратно исследовал возможности логики условий (G. H. von Wright. A Treatise on Induction and Probability. Harcourt, Brace and World, New York, 1951). Вряд ли к результатам его исследований можно еще что-нибудь добавить. Четкое и стилистически безупречное изложение мыслей делает эту книгу превосходным руководством для желающих изучить сравнительно небольшой круг затронутых в ней проблем.

Относительно точки зрения, согласно которой условные высказывания, описывающие причинные отношения, содержат «нечто большее», чем обычные импликации, см. работы: N. Goodman. Fact, Fiction, and Forecast, 2nd ed., Bobbs Merrill, New York, 1965; A. Burks. The Logic of Causal Propositions. *Mind*, **60**, 1951, p. 363—382; H. A. Simon. On the Definition of the Causal Relation. *Journal of Philosophy*, **49**, 1952, p. 517—528; and H. Reichenbach. Nomological Statements and Admissible Operations, North-Holland, Amsterdam, 1954.

Понятие естественного вида в связи с проблемами индукции проанализировал У. Селларс (W. Sellars. Counterfactuals, Dispositions and the Causal Modalities, Minnesota Studies in Philosophy of Science, II, University of Minnesota Press, Minneapolis, 1957, p. 225—303).

В этой статье имеется интересный материал по проблеме причинной необходимости.

Насколько я знаю, единственной работой, в которой эксплицитно обсуждаются демонстративные индуктивные рассуждения, использующие понятие естественного вида, является моя статья: Demonstrative Induction. *Philosophy and Phenomenological Research*, **21**, 1960—1961, p. 80—92. В своей книге (H. E. Kyburg. Probability and the Logic of Rational Belief, Wesleyan University Press, Middletown, Connecticut, 1961) я рассматривал демонстративные рассуждения в целом, и в частности рассуждения, использующие понятие естественного вида.

В заключение приведу выходные данные статьи С. Новака, на которую я ссылался в тексте: S. Nowak. Some Problems of Causal Interpretation of Statistical Relationships, *Philosophy of Science*, **27**, 1960, p. 23—38.

ГЛАВА 10

ВЕРОЯТНОСТИ И ДОПУЩЕНИЯ

В процессе обсуждения индукции допущениям отводится двойная роль. Последняя соответствует двум традиционно философским проблемам: проблеме общего оправдания индукции и проблеме выяснения структуры конкретных индуктивных рассуждений. Эти две проблемы не являются независимыми друг от друга. С одной стороны, если бы мы нашли общее оправдание индукции, т. е. общее оправдание экстраполяции прошлого опыта в будущее, то надежда на такое выяснение структуры конкретных индуктивных рассуждений, при котором общее оправдание индукции можно было бы использовать для оправдания конкретных индуктивных рассуждений, представлялась бы вполне разумной. С другой стороны, если бы мы смогли найти общие принципы оправдания конкретных индуктивных рассуждений, мы бы тем самым нашли общее оправдание индукции. И все-таки существует концептуальное отличие одной проблемы от другой. Действительно, как будет ясно из дальнейшего, постулаты, которые были предложены для общего оправдания индукции, в противоположность нашим ожиданиям, не выявляют логические свойства конкретных индуктивных рассуждений.

Большинство философов считают, что индуктивные выводы с достаточной степенью вероятны. Если при этом вероятность интерпретируется эмпирически, то возникает необходимость в определенных допущениях, касающихся реального мира, которые могли бы служить большими посылками индуктивных выводов. Если же вероятность интерпретируется как логическое отношение, существующее между посылкой конкретного индуктивного вывода и его заключением, то необходимость каких бы то ни было больших посылок остается под вопросом. На самом деле многие логицисты чувствовали, что они вынуждены обратиться к фактуальным предположениям для того, чтобы установить конкретный вид чисто логической меры индуктивных заключений. В защиту больших посылок, т. е. фактуальных допущений, можно предложить различные аргументы, поскольку и логическая, и эмпирическая интерпретации вероятности предоставляют различные возможности для детальной разработки оправдания индукции с помощью предположений.

При эмпирической интерпретации вероятности обычно считается, что фактуальные допущения, положенные в основу индукции, имеют вероятностный характер. Примером подобного отношения к допущениям является точка зрения Б. Рассела. В своей книге «Человеческое познание. Его сфера и границы» он эмпирически интерпретирует вероятность как относительную частоту в конечной последовательности испытаний. Согласно этой концепции, говорить, что индуктивные заключения вероятно истинны, — значит утверждать, что они выполняются в большинстве случаев. Для того чтобы приписать научным выводам вероятность такого рода, необходимо сформулировать ряд постулатов. Б. Рассел выдвигает сформулированные в терминах относительной частоты эмпирические постулаты, которые, как он полагает, могут гарантировать (вкупе с эмпирическим свидетельством) неопровержимость индуктивных заключений. Эти постулаты не должны покоиться на метафизических основаниях. Но они не должны также рассматриваться в качестве обычных твердо установленных материальных гипотез, подобных гипотезе о списке возможных обусловливающих свойств или общему условному высказыванию о естественных видах. Сам Рассел расценивает свои постулаты как посылки, в которые мы должны верить, если наша вера в научные выводы должна быть оправдана. Если исходить из допущения, что научные положения в основном справедливы, то какие знания о реальном мире необходимо предположить, чтобы вера в науку была рациональной? Будет ли ответ на этот вопрос служить адекватным основанием для веры в посылки и если будет, то почему, — остается неясным.

Дж. Уисдом выдвинул четыре постулата, во многом аналогичные постулатам Рассела. Первый постулат — ограничение естественного многообразия. Этот постулат восходит к «Трактату по вероятности» Дж. Кейнса. Хотя Кейнс интерпретировал вероятность скорее логически, чем эмпирически, он, тем не менее, чувствовал, что для оправдания индукции потребуется ввести подобный постулат. Этот постулат противоположен по смыслу словам Гамлета, которые он произносит в диалоге с Горацио[1]. Для того чтобы индукция приносила пользу, в мире должно быть меньше разнообразия, чем в воображении философа. Второй постулат — это постулат пространственно-временной близости: никакие изменения в мире не происходят без причины, каким-то магическим образом, но лишь вследствие событий, близких в пространстве и времени. Третий постулат — принцип единообразия следствий: одни и те же причины всегда порождают одни и те же следствия. И, наконец, четвертый постулат — принцип больших и малых изменений: небольшие изменения (например, наличие одного лишнего нейтрона в ядре атома) могут повлечь за собой существенные изменения. По мнению Уисдома, «... эти четыре индуктивных постулата формируют не более чем описание универсума, в котором до сих пор научные выводы оказывались в достаточной степени справедливыми» (с. 162). Следовательно, эти постулаты выдвигаются не для того, чтобы служить основанием для веры в такой универсум, в котором научные выводы будут в достаточной степени справедливыми и в дальнейшем.

Дж. Кемени также намерен отыскать фактуальные допущения, на которых основана наука. «Короче говоря, индукция не может быть оправдана. Можно лишь предложить более или менее правдоподобно звучащие допущения и считать, что индукция основана на этих допущениях..., т. е. приносит пользу благодаря справедливости этих допущений. Хотя, возможно, мы не в состоянии оправдать индукцию, мы должны с доверием относиться

---

[1] Подразумевается следующее двустишие:

«Горацио, много в мире есть того,
Что вашей философии не снилось».

(В. Шекспир. Гамлет. М., 1975, стр. 42. Перев. Б. Пастернака). — *Прим. перев.*

к подобным допущениям, чтобы не осложнять себе жизнь» (с. 121). Дж. Кемени, как известно, внес большой вклад в построение логической интерпретации вероятности, однако в данном случае, когда он говорит о невозможности оправдания индукции, он, очевидно, должен иметь в виду какую-то эмпирическую частотную интерпретацию.

Одну из самых известных попыток обосновать одновременно индуктивную логику и ее оправдание с помощью широких фактуальных обобщений предпринял А. Бёркс. Свои взгляды он излагает четко и вполне вразумительно. В статье «Теория индукции, основанная на допущениях» А. Бёркс утверждает, что зависимость индукции от допущений должна восприниматься как факт. Существование трех противоречащих друг другу индуктивных методов — одно из доказательств этой зависимости. Всё три метода являются в прямом смысле вероятностными, т. к. при каждом из них оценочная функция удовлетворяет аксиомам исчисления вероятностей. В чем же заключается неформальное содержание этих методов? Первый (стандартный) метод: чем чаще мы наблюдаем событие A, тем чаще оно будет повторяться в будущем. Второй (инверсный) метод: чем чаще мы наблюдаем событие A, тем реже оно будет повторяться в будущем. Третий (стохастический) метод: прошлые и будущие наступления события A стохастически независимы друг от друга. По мнению Бёркса, мы не можем выдвинуть *индуктивные* основания для предпочтения одного из этих методов. Если же мы выбираем один из них, то, очевидно, принимаем какое-то допущение или соглашаемся с каким-то предположением.

В другой статье («О допущениях индуктивных выводов») А. Бёркс упорно стремится показать, что естественное допущение, лежащее в основе стандартного метода, не достаточно для оправдания индукции. Поэтому он добавляет еще два допущения: 1) принцип ограниченного многообразия — существует конечное число несводимых друг к другу экстенсиональных одноместных предикатов первого порядка; 2) принцип единообразия или принцип причинности. Последний состоит из двух пунктов: а) если всего одно частное высказывание, соответствующее данному универсальному высказыванию о причинной связи, оказывается истинным, то универсальное высказывание о причинной связи также истинно; б) существует область объектов, для которых справедливы некоторые причинные связи. Нетрудно понять, что слишком высокая степень общности этих допущений препятствует их использованию для оправдания каких бы то ни было индуктивных выводов. А для общего оправдания индукции (для которого они и предназначались), как признает сам Бёркс, они являются слишком слабыми утверждениями. «Если бы мы смогли оправдать обобщение, согласно которому любое универсальное высказывание о причинных связях с одинаковой степенью правдоподобия относительно предложенных допущений принадлежит классу истинных высказываний, то в итоге мы получили бы результат, на который надеялись. Однако сформулированные нами три допущения недостаточны для оправдания этого или аналогичного обобщения, необходимого для наших целей. Придется признать, что нужное допущение пока не найдено» (с. 597). Но даже если необходимые допущения будут найдены и соответствующим образом сформулированы, с точки зрения Бёркса они ни в коей мере не претендуют на какой-либо иной статус, кроме статуса допущений, т. е. откровенных предположений. Утверждать, что они вероятны (подобно тому, как Кейнс говорит о вероятности принципа ограничения естественного многообразия), — значит произносить в точности такое же синтетическое (благодаря эмпирической интерпретации вероятности) суждение, как и суждение об истинности этих допущений.

Все эти усилия по обоснованию индуктивной логики и оправданию индукции с помощью фактуальных посылок обладают двумя неизбежными пороками. Во-первых, эти попытки не обеспечивают нас — а по природе вещей и не могут обеспечить — основаниями для принятия фактуальных посылок. Ни один из упоминавшихся выше современных авторов и не пытается оправдать выдвинутые им допущения. Подобное оправдание служило бы непосредственным оправданием индукции в целом, а на это, как показал Д. Юм, не стоит рассчитывать. Истинность предлагаемых постулатов является для их создателей не более чем актом веры. Такого рода постулирование, как заметил Рассел, обладает всеми преимуществами воровства. Другие философы стремились показать, что можно построить индуктивное оправдание постулатов, необходимых для оправдания индукции, не попадая в логический круг. Попытку такого построения предпринял Р. Брэйтвейт. М. Блэк оказался самым рьяным сторонником индуктивного оправдания принципов индукции и написал по этому поводу множество статей. Поскольку оправдание индукции, до тех пор пока оно не связано с построением индуктивной логики, находится в стороне от главной темы этой книги, я не буду обсуждать ни аргументы М. Блэка, ни контраргументы его противников. Тем не менее в библиографических замечаниях к данной главе приводится довольно-таки полная библиография, касающаяся этой дискуссии. Здесь лишь заметим, что некоторые логики, занимающиеся индукцией, придерживаются взглядов М. Блэка.

Второй неизбежный недостаток рассматриваемого подхода к индукции состоит в следующем: мы не располагаем даже самыми скудными сведениями в пользу того, что выдвинутые постулаты вкупе с любым количеством эмпирических данных достаточны для получения сколь-нибудь интересных научных выводов. Аргументы, предлагаемые в защиту детально разработанных постулатов, описывающих характер универсума, неизменно оказываются слишком абстрактными. Чем более правдоподобным выглядит постулат, тем более он кажется далеким от рассуждений, действительно встречающихся в науке. Н. Гудман писал: «...принимать бездоказательные и даже сомнительные постулаты — значит вести себя куда более смело, чем при обычных научных предсказаниях, так как мы пользуемся при этом непривычными и дорогостоящими средствами оправдания индуктивных выводов» (с. 65).

Таким образом, все попытки представить общее вероятностное оправдание индукции при помощи эмпирической (хотя бы в некоторой степени) интерпретации вероятности окончились неудачей. Этот результат — один из самых явных провалов, которые когда-либо случались в философии. Большинство философов, эмпирически интерпретирующих вероятность, отказались от дальнейших поисков вероятностного оправдания индукции (Г. Рейхенбах сочинил фантастическую сцену, в которой тень Юма распекает Б. Рассела за те постулаты, которые он выдвинул в «Человеческом познании». В той же сцене Юм говорит, что по меньшей мере один человек, а именно сам Рейхенбах, не признает никаких видов рациональной веры). Р. фон Мизес писал: «Согласно основной точке зрения, выраженной в книге («Вероятность, статистика и истина»), теория вероятностей как прикладная отрасль знаний сама выступает в качестве индуктивной науки. Получаемые теоремы и формулы теории вероятностей не могут служить обоснованием индуктивной процедуры как таковой и тем более не могут обеспечить нас численными оценками правдоподобия научных выводов, получаемых с помощью какой-нибудь другой индуктивной науки...» (с. ix). Г. Рейхенбах отводил частотной концепции вероятности такую широкую сферу приложения, какую ей никто не отводил, и все-таки он не занимался поисками вероятностного оправдания индукции, хотя и чувствовал, что понятие вероятности является настолько фундаментальным, что способно служить для разъяснения научных доказательств во всех областях науки. Несмотря на то что большинство статистиков (их взгляды мы разберем в главе, посвященной статистическим выводам) солидарны с точкой зрения фон Мизеса, согласно которой теория вероятностей не может быть использована для разъяснения научных выводов, существуют философы — и наиболее активно отстаивает свою позицию У. Салмон, — которые все еще считают рейхенбаховский подход к индукции самым плодотворным.

Проблема общего оправдания индукции не является в этом случае центральной — она уступает место задаче отыскания принципов, которые были бы явно применимы к специальным случаям и которые, если это возможно, образовали бы общую структуру для анализа любых конкретных индуктивных рассуждений. Поскольку самой несложной и непосредственной формой индукции является, согласно Рейхенбаху, простая экстраполяция наблюдавшихся относительных частот, именно этот вид индукции попадает в центр его внимания. Тем не менее не следует забывать, что, занимаясь этим специальным видом индукции, мы намереваемся с его помощью, быть может косвенным образом, выяснить определенные аспекты всех остальных видов индуктивных выводов.

В 1950 г. была опубликована статья Г. Файгля «De Principiis non Disputandum..?», которая впоследствии стала одной из наиболее часто цитируемых работ по проблеме индукции. В этой работе Г. Файгль вводит различие между оправданием (justification) и защитой[1] (vindication). Требовать общего оправдания индуктивных методов — значит, утверждает Файгль, требовать невозможного. Мы можем оправдать частные виды индукции, ссылаясь на ее общие принципы, но нельзя аналогичным образом оправдать сами принципы. Что мы действительно можем, так это отстоять с прагматической точки зрения применение индуктивных правил. Наша главная цель состоит в том, чтобы показать, что мы способны отстоять принцип, на основании которого оправдавшие себя в прошлом методы останутся эффективными и в будущем. А в чем мы действительно нуждаемся — так это в защите принципа оценок, т. е. принципа, с помощью которого мы оцениваем относительные частоты. Чтобы отстоять этот принцип, мы должны просто показать, что если предсказание будущего осуществимо, то такое-то правило индуктивной оценки представляет собой средство для осуществления предсказаний. Доказывать, что оно является по необходимости единственным правилом и даже наилучшим правилом, не нужно.

Это как раз тот тип оправдания, который пытался найти Рейхенбах для прямого правила индукции: если мы наблюдали, что из n объектов со свойством B m объектов обладает свойством A, то оценка предела относительной частоты объектов со свойством A среди объектов со свойством B должна приниматься равной m/n. Довод Рейхенбаха в пользу этого правила состоит в следующем: если предел относительной частоты объектов со свойством A среди объектов со свойством B не существует (вспомним определение предела, приведенное выше), то ни одно правило не подскажет верную оценку предела и, следовательно, прямое правило ничем не хуже других правил; если же предел относительной частоты существует, можно предложить несколько правил, с помощью которых мы получим этот предел. Даже простое угадывание *может* привести к верному значению предела. Но прямое правило, заявляет Рейхенбах, оказывается единственным правилом, *гарантирующим* получение верного значения предела, потому что в качестве дедуктивного следствия существования предела относи-

[1] В данном контексте, пожалуй, в большей степени подходит глагол 'отстоять'. — *Прим. перев.*

тельной частоты мы имеем: для любого сколь угодно малого δ и для любого сколь угодно малого ε существует такой номер в последовательности объектов со свойством B (скажем, номер N), что, начиная с этого номера вероятность (интерпретируемая как частота) того, что разность между оценкой по прямому правилу и действительным пределом относительной частоты будет превышать δ меньше чем ε. Преимущество прямого правила заключается, таким образом, в том, что оно гарантирует, в вероятностном смысле, гипотетическое достижение предела, если это достижение в принципе возможно, хотя и не говорит, как найти число N.

Подобного рода оправдания были предложены многими авторами; среди недавних публикаций выделяются работы У. Салмона. Следует также отметить, что определенное правило оценки, которое можно отстоять, приведет нас к индуктивной логике определенного сорта. Прямому правилу соответствует одна логика, а упоминавшемуся А. Бёрксом инверсному правилу, если бы его можно было отстоять, соответствовала бы логика другого сорта.

Д. Кэйдинг утверждает, что прагматическая защита индукции не может быть успешной, т. к. если поставлена цель правильного предсказания будущего, то «...нельзя доказать, что индуктивная процедура является наилучшим средством достижения этой цели». Кэйдинг, однако, упускает из виду один момент: Г. Файгль никогда и не говорил, что индукция является наилучшим методом. А М. Блэк («Можно ли отстоять индукцию?») и Э. Мадден («Загадка индукции») заметили, что на основании наблюдения любой *конечной* последовательности нельзя быть уверенным, что применение индукции будет успешным, даже если применение каких-то других методов оказалось успешным. Эта проблема называется проблемой *короткой последовательности*. Рейхенбах понимал, что эту проблему нельзя решить непосредственно. Дж. Ленц («Проблемы оправдания индукции ученым-прикладником») также останавливается на проблеме короткой последовательности, возникающей в связи с прагматической защитой индукции, и также приводит пример, в котором *любое* асимптотическое правило вида «оценивай относительную частоту объектов со свойством B среди объектов со свойством A с помощью выражения

$m/n + f(n)$, где n — число наблюдавшихся объектов со свойством A, m — число наблюдавшихся объектов со свойством B» и $f(n)$ стремится к 0 при увеличении n, можно оправдать точно так же, как прямое правило. В конце концов он приходит к выводу, что даже прямое правило «не гарантирует правильность или хотя бы вероятностную правильность какого бы то ни было реального научного предсказания».

Начиная с 1956 г. У. Салмон предпринял героическое наступление на многочисленных противников прагматической защиты. В статье «Оправдание индукции» он утверждает, что прагматическое оправдание столь же хорошо приложимо к инверсной линии поведения (если из n объектов со свойством A m объектов обладали свойством B, то предсказывай, что предел относительной частоты объектов со свойством B среди объектов со свойством A равен $(n - m)/n$), как и к обычной линии поведения, нашедшей свое отражение в прямом правиле. Инверсная линия поведения является самокорректирующейся (т. е. отражающей изменения в наших неявных допущениях), она может привести к успеху и т. д. У. Салмон показывает («Регулярные правила индукции»), что выполнение этих требований не гарантировано. Действительно, предсказания, полученные с помощью инверсного правила, противоречивы: если 1/8 объектов со свойством A обладает свойством B_1, 5/8 — свойством B_2 и 2/8 — свойством B_3, где B_1, B_2 и B_3 — попарно несовместимые свойства, то правило Блэка привело бы к предсказанию, что 7/8 объектов со свойством A обладают свойством B_1, 3/8 — свойством B_2 и 6/8 — свойством B_3, откуда следует, что 16/8 объектов со свойством A обладают либо свойством B_1, либо свойством B_2, либо свойством B_3. Салмон формулирует два условия, выполнение которых застраховывает нас от столь абсурдных результатов. Правила, удовлетворяющие этим условиям, он называет *регулярными*, поскольку их формальные свойства соответствуют формальным свойствам регулярных функций подтверждения Р. Карнапа. Эти условия следующие:

Требование I: Возьмем: 1) последовательность событий S_i, определенную свойством A; 2) множество попарно несовместимых и исчерпывающих все возможности свойств $B_1, \ldots, B_k$; 3) выборку из n элементов последовательности S_i, m_j из которых обладают свойством $B_j (1 \leqslant j \leqslant k)$. Тогда любое правило оценки E_j вероятности $P(A, B_j)$ или относительной частоты $F(A, B_j)$ свойства B_j во всей последовательности S_i должно быть таким, чтобы выполнялось равенство

$$\sum_{j=1}^{k} E_j = 1.$$

Требование II: При условиях, сформулированных в требовании I, ни одно E_j не должно быть отрицательным («Регулярные правила индукции», с. 386—387).

Итак, предложенные М. Блэком и А. Берксом в качестве реальных возможностей правила элиминируются, поскольку приводят к противоречию.

Остается рассмотреть проблему короткой последовательности и проблему выбора наилучшего правила среди множества правил, удовлетворяющих сформулированным выше двум требованиям. В статье «Защита индукции» У. Салмон предложил два критерия: критерий сходимости (criterion of convergence) и критерий лингвистической инвариантности (criterion of linguistic invariance). Он надеялся, что с помощью этих двух критериев можно будет прийти к обоснованному решению как проблемы короткой последовательности, так и проблемы выбора *единственного* правила среди семейства регулярных асимптотических правил. Критерий лингвистической инвариантности формулируется так: «Ни одно индуктивное правило не может быть приемлемым, если результаты его использования зависят от произвольно выбранного языка» (с. 246). Основываясь на этом критерии, У. Салмон отвергает, например, теорию индукции Р. Карнапа как теорию оценок, поскольку карнаповские функции подтверждения зависят от богатства языка, для которого они определяются. В действительности У. Салмону удается показать, что любое методологическое правило оценок, за исключением, быть может, прямого правила, будет непременно нарушать предложенные критерии. Это существенный вклад в решение проблемы защиты индукции. Никто не ожидал, что подобные утверждения можно доказать. В той же статье У. Салмон следующим образом решает проблему короткой последовательности: оценка относительной частоты на основании короткой последовательности должна максимально близко подходить к оценке предела относительной частоты. Только это правило оценок из всех возможных асимптотических правил для короткой последовательности не нарушает, казалось бы, критерия лингвистической инвариантности.

На той же конференции С. Баркер выступил с комментариями и показал, что прямое правило также нарушает критерий лингвистической инвариантности. Это усиление результата Салмона производит гнетущее впечатление. Вспомним странный предикат Н. Гудмана 'зелубой', т. е. зеленый до 2000 г. и голубой после. Очевидно, применяя прямое правило к последовательности образцов изумруда, мы получим оценку доли зеленых образцов изумруда, равную 1. Аналогично доля оценки зелубых образцов изумруда будет равна 1. Но ни один объект не может быть одновременно и зеленым и зелубым, так что мы опять пришли к противоречию.

В своем ответе С. Баркеру У. Салмон постулирует применимость прямого правила оценок только к чисто остенсивным предикатам. Он утверждает, что предикаты типа 'зелубой' не являются «чисто остенсивными», потому что мы должны их определить. Зелубые объекты не выглядят похожими, в то время как зеленые выглядят. Чисто остенсивным называется предикат, который обладает следующими тремя свойствами: «1) он *может* быть определен остенсивно; 2) на утвердительные и отрицательные примеры остенсивного определения можно указать невербально; 3) характеристика, в отношении которой утвердительные примеры похожи друг на друга и отличаются от отрицательных, подлежит непосредственной проверке» («Отстаивая индукцию», с. 38).

Это решение не совсем удовлетворительно. Как показало обсуждение последующих работ Салмона, не все философы считают критерий лингвистической инвариантности столь естественным, как это полагает Салмон. Более того, даже если принять решение Салмона, за бортом остается значительная часть предполагавшейся защиты индукции. Остается нерешенной, например, проблема короткой последовательности. Как заметил С. Баркер, «необходимо показать, как можно отстоять другие типы индуктивных правил. Особенно важно, по-моему, отстоять правило для вывода от предела относительной частоты к относительным частотам в коротких последовательностях и ввести более сложные правила вывода, касающиеся отношения между научной гипотезой и свидетельством в ее пользу» (с. 54). В данный момент этот подход к индуктивной логике философами не развивается.

Статистик может кое-что добавить к этим результатам. Одна из основных задач математической статистики состоит в оценке таких статистических параметров, как, например, параметр p биномиального распределения [1] (в терминах, используемых философами, p — это гипотетический предел относительной частоты) или параметры, соответствующие среднему значению и среднему отклонению от среднего значения некоторой нормально распределенной случайной величины и т. п. Представители ведущей англо-американской (как ее часто называют) школы математической статистики признают эмпирическую, в качестве абстрактного двойника относительной частоты, интерпретацию вероятности. В математической статистике индуктивным правилам философов соответствуют оценочные функции или *оценки*. В типичной задаче оценки статистической меры объектов со свойством B среди объектов со свойством A, или оценки (говоря научным языком) величины параметра p в биномиальном (вид распределения здесь заранее предполагается) распределении числа объектов со свойством B среди объектов со свойством A, можно представить наши данные в виде последовательности нулей и единиц $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, где x_1 принимает значение 1, если первый объект, обладающий свойством A, обладает и свойством B и значение 0 в противном случае и т. д. Для произвольного номера i x_i принимает значение 1, если i-ый объект, обладающий свойством A, обладает и свойством B, и значение 0 в противном случае. Статистическая оценка — это функция, которая каждой упорядоченной n-ке $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ставит в соответствие некоторое число, лежащее в замкнутом интервале между нулем и единицей. Так, например, функция $E_c(x_1, \ldots$ $\ldots, x_n) = 1/2$, являющаяся константой, представляет

[1] См. стр. 40.

собой одну из возможных оценок, хотя никто не захочет использовать ее на практике, т. к. она совершенно не учитывает эмпирических данных. Можно изучать в целом множество возможных оценок и рассматривать различные желательные для нас свойства, которыми они могут обладать. Можно, например, считать желательным свойством оценки ее сходимость[1] к истинному значению оцениваемой величины при бесконечном увеличении объема выборки; или можно считать желательным свойством равенство истинному значению математического ожидания оценки; или стремиться, чтобы она была настолько эффективной, насколько это возможно, в том смысле что оценка должна быть близка, вообще говоря[2], к оцениваемой величине. Оценка, удовлетворяющая первому условию, называется 'состоятельной'. Критерий сходимости Салмона ограничивает множество рассматриваемых оценок состоятельными оценками. Оценка, удовлетворяющая второму условию, называется 'несмещенной'. В некоторых задачах, аналогичных оценке параметра биномиального распределения по случайной выборке, существует оценка, обладающая всеми желательными свойствами одновременно. В этом случае наилучшей среди всех возможных оценок оказывается оценка, получаемая согласно прямому правилу Салмона. Однако в общем случае мы должны выбирать оценку, сравнивая ее преимущества и недостатки с преимуществами и недостатками других оценок, но общей формулы, в соответствии с которой можно было бы взвесить эти преимущества и недостатки, статистика не знает. Представители рассматриваемой школы не ставят перед собой такой задачи. Задача математической статистики, по их мнению, состоит лишь в изучении различных математических свойств различных оценок. Тем самым они, очевидно, не считают себя логиками, занимающимися индукцией, даже когда разрабатывают теорию оценок. Тем не менее их теория оценок имеет самое непосредственное отношение к индуктивной логике, развиваемой философами, которые придерживаются

---

[1] Подразумевается сходимость по вероятности. — *Прим. перев.*

[2] То есть дисперсия (мера рассеяния) данной оценки должна быть минимальной в множестве всех возможных оценок. — *Прим. перев.*

точки зрения Рейхенбаха и Салмона. Философы намеревались ограничить свои исследования оценкой биномиального параметра, но, очевидно, для многих ситуаций эта проблема нетипична. В то же время статистики не занимаются проблемами, порождаемыми предикатами Гудмана, так что в статистике, по-видимому, существуют вопросы, при рассмотрении которых можно извлечь пользу из результатов философских исследований.

Упражнения

1. Каким образом можно использовать принципы Дж. Уисдома для исследования причин распространенного простудного заболевания? Предположим, мы обнаружили, что простудное заболевание вызывается некоторым вирусом. Какого рода свидетельство следует привести в качестве оправдания этого утверждения? Каким образом можно использовать принципы Дж. Уисдома (если это действительно возможно) для реконструкции рассуждений, благодаря которым мы приходим от посылки к заключению?

2. При попытке общего оправдания индукции часто используется постулат всеобщей причинной связи. Одна из формулировок этого постулата выглядит так: «Для любого вида событий E существует другой такой вид событий E', что за любым событием вида E' всегда следует какое-нибудь событие вида E, и любому событию вида E всегда предшествует какое-нибудь событие вида E'». Попробуйте отстоять этот принцип, если приводится следующий контрпример: пусть E обозначает перелом ноги; иногда причиной перелома является падение с лестницы, иногда — автомобильная катастрофа, иногда — падение во время лыжной прогулки и т. п.

3. Предположим, мы хотим исследовать определенный вид событий A. Каким образом принцип, аналогичный сформулированному в упражнении 2, может помочь спланировать эксперимент?

4. Предположим, мы хотим исследовать определенный вид событий A. Пусть мы располагаем некоторой информацией (например, результатами экспериментов или наблюдений), относящейся к осуществлению A. Каким образом принцип, аналогичный сформулированному в упражнении 2, может способствовать анализу имеющейся информации, т. е. селекции выводов о причине,

которые можно сделать на основе имеющейся информации?

5. Допустим, мы хотим исследовать определенный вид событий *A*. Пусть мы располагаем информацией, относящейся к осуществлению *A*, и пусть эта информация достаточна для заключения о том, что события вида *B* являются причиной событий вида *A*. Какого рода рассуждения можно было бы использовать, чтобы на основании имеющейся информации прийти к этому выводу? Какую роль может сыграть принцип, сформулированный в упражнении 2, при утверждении этого вывода как достоверного?

В библиографических примечаниях к данной главе приведены выходные данные работ, в которых затрагиваются вопросы, поставленные в упражнениях 6, 7 и 8. Более современные публикации по этим вопросам можно найти самостоятельно.

6. Опишите вкратце индуктивные доводы, выдвинутые Р. Брэйтвейтом в защиту индукции, и некоторые контраргументы, предложенные противникам этих доводов. Подумайте, как следует оценить сложившуюся ситуацию.

7. Опишите вкратце аргументы и контраргументы, выдвинутые по поводу мнения М. Блэка о возможности индуктивного оправдания индукции, при котором удается избежать логического круга. Подумайте и оцените сложившуюся ситуацию.

8. Опишите вкратце, в чем состоят попытки У. Салмона отстоять индукцию и какие контраргументы были выдвинуты против этих попыток.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 10

Пользующаяся наибольшей популярностью книга Б. Рассела «Человеческое познание. Его сфера и границы» содержит четкое изложение некоторых довольно спорных постулатов. Столь же общие по своей природе, но в некоторой степени более простые постулаты предложил Дж. Уисдом (J. Wisdom. Foundations of Inference in Natural Science. Methuen, London, 1952). Впервые принцип ограниченного многообразия сформулировал Дж. Кейнс (J. M. Keynes: Treatise on Probability. Macmillan, London, 1921). Высказывание Дж. Кемени взято мною из его, быть может, слишком просто написанной книги: J. Kemeny. A Philosopher Looks at Science. D. van Nostrand, Princeton, New Jersey, 1959.

В тексте этой главы я ссылался на две статьи А. Бёркса: A. Burks. The Presupposition Theory of Induction. *Philosophy of Science*, **20**, 1953 p. 177—197; и On the Presuppositions of Induction. *Review of Metaphysics*, 8, 1954—1955, p. 574—611.

В превосходной книге Брейтвейта (R. Braithwaite. Scientific Explanation. Cambridge University Press, 1953) предпринимается попытка построить индуктивное оправдание индукции. Комментарии по этому поводу см.: A. Shimony. Braithwaite on Scientific Method. *Review of Metaphysics*, 7, 1953—1954, p. 644—660, H. Kyburg. R. B. Braithwaite on Probability and Induction. *British Journal for the Philosophy of Science*, **9**, 1958—1959, p. 203—220.

М. Блэк до сих пор старается найти индуктивное оправдание индукции. См. некоторые его статьи: M. Black. The Justification of Induction. In: Language and Philosophy. Cornell University Press, Ithaca, New York, 1949, p. 95—88; Inductive Support of Inductive Rules. In: Problems of Analysis. Cornell University Press, Ithaca, New York, 1950, p. 191—208; Self-Supporting Inductive Arguments. *Journal of Philosophy*, **55**, 1958, p. 718—725 (reprinted in Black's Models and Metaphors, Cornell University Press, Ithaca, New York, 1962). Аргументы М. Блэка критиковал П. Ачинстайн. Между ними состоялся следующий обмен мнениями: P. Achinstein. The Circularity of Self-Supporting Inductive Argument. *Analysis* **22**, 1961—1962, p. 138—141; M. Black. Self-Support and Circularity: A Reply to Mr. Achinstein. *Analysis*, **23**, 1962—1963, p. 43—44; P. Achinstein. Circularity and Induction. *Analysis*, **23**, 1962—1963, p. 123—127.

В ссылке на Гудмана подразумевается его книга: N. Goodman. Fact, Fiction and Forecast, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1955. Приведем выходные данные занятной статьи Г. Рейхенбаха: H. Reichenbach. A Conversation Between Bertrand Russel and David Hume. *Journal of Philosophy*, **46**, 1949,

p. 545—549. Точка зрения Р. фон Мизеса выражена в его книге[1] Probability, Statistics, and Truth (Macmillan, New York, 1957). Подробное изложение предельно-частотной теории индукции Г. Рейхенбаха содержится в его монументальном труде: The Theory of Probability. University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1949.

«Эпоха реабилитации» индукции Г. Файглем начинается со статьи: De Principiis non Desputandum...? In: *Philosophical Analysis* (Max Black, ed.). Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1963, p. 113—147. Аргументы против этого подхода выдвинули М. Блэк, Д. Кэйдинг и Э. Мэдсон (M. Black. Can Induction be Vindicated? *Philosophical Studies*, **10**, 1959, p. 5—16 (reprinted in Models and Metaphors); 'Pragmatic' Justifications of Induction. In: Problems of Analysis, p. 157—190; D. Kading, Concerning Mr. Feigl's 'Vindication' of Induction. *Philosophy of Science*, **27**, 1960, p. 405—407; E. Madden, The Riddle of Induction. *Journal of Philosophy*, **55**, 1958, p. 705—718.

Дискуссию по проблемам, затронутым в работе У. Салмона, см.: W. Salmon. Regular Rules of Induction. *The Philosophical Review*, **65**, 1956, p. 385—388; Vindication of Induction. In: Current Issues in the Philosophy of Science (Feigl and Maxwell, eds.). Holt, Rinehart, and Winston, New York, 1961, p. 245—256; Rejoinder to Barker, in the same volume, p. 260—262; и On Vindicating Induction. In: Induction: Some Current Issues (Kyburg and Nagel, eds.). Wesleyan University Press, Middletown, Connecticut, 1963, p. 27—41. S. Barker. Comments on Salmon's 'Vindication of Induction' и Rejoinder to Salmon. In: Current Issues in the Philosophy of Science, p. 257—260 and p. 276—278; и M. Black. Comments on Paper, In: Induction: Some Current Issues, p. 42—44. В последней из приведенных книг собрано множество замечаний по поводу понятия лингвистической инвариантности Салмона, высказанных во время дискуссии.

Завораживающая, хотя и несколько трудная для восприятия статья. У. Селларса (W. Sellars. Induction as Vindication. *Philosophy of Science*, **31**, 1964, p. 197—

[1] См. прим. к с. 60.

231) посвящена различным отношениям, существующим между защитой, индукцией и вероятностью.

Точка зрения статистиков на проблему оценки излагается почти в каждом современном руководстве по статистике, например: S. S. Wilks. Elementary Statistical Analysis. Princeton University Press, Princeton, 1951. В некоторых из этих книг в предметном указателе вместо терминов 'оценивание' и 'оценка' приводится термин 'статистическая проверка гипотез'.

ГЛАВА 11

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ

В предыдущей главе утверждалось, что в индуктивной логике есть вопросы, по существу которых статистик может сообщить немало интересного. Всех статистиков, подобно логикам, можно подразделить на разные школы в зависимости от того, какое понятие вероятности они используют. В данной главе мы коснемся преимущественно взглядов тех статистиков, которые придерживаются той или иной разновидности частотной или эмпирической интерпретации вероятности. Таким образом, мы объединяем в одну школу всех, кто считает вероятность пределом относительной частоты; кто считает вероятность попросту абстрактным двойником реально существующей и, возможно, наблюдаемой относительной частоты; кто не желает заботиться о явном построении интерпретации, с которой он работает, пока эта интерпретация «позволяет иметь дело» с эмпирическими относительными частотами. Подавляющее большинство современных статистиков принадлежит этой школе.

Литература по статистике огромна и насыщена формулами. Попытки прочитать все работы по статистике или написать обзор всей литературы по математической статистике заранее обречены на провал. В этой главе я хочу проиллюстрировать два подхода, которые в числе других главных направлений в статистике были поддержаны некоторыми философами и с которыми большинство философов по крайней мере должны быть знакомы. При первом подходе строится теория статистической проверки гипотез. В настоящее время большинство статистиков склоняются к другому подходу, при котором ставится задача разработать общие методы представления всех статистических проблем как проблем принятия решений в условиях неопределенности. Второе направление именует свои результаты «теорией статистических решений». Эти два подхода не противоречат друг другу. Как будет видно из дальнейшего, первый подход в некотором смысле является всего лишь частным случаем второго. В конце главы мы остановимся на связи между теорией статистических решений и теорией игр.

Чтобы ввести основные понятия теории статистической проверки гипотез и теории статистических решений, мы рассмотрим два примера одного сорта. Допустим, мы заинтересованы в покупке партии из 1000 одинаковых машин. Поставщик предлагает нам партию, в которой может быть либо 1/3 бракованных машин (обычная доля брака), либо 3/4 бракованных машин. Если доля бракованных машин равна 1/3, то цена нас вполне устраивает, если же доля бракованных машин равна 3/4, то установленная на них цена оказывается слишком высокой. Нужно решать, будем ли мы закупать эту партию машин и тем самым подвергаться риску, что затраты окажутся неоправданными (если доля брака равна 3/4), или лучше отказаться от этой закупки, нарушив тем самым связи с поставщиком и поставив себя перед необходимостью поиска нового. В терминах теории статистической проверки гипотез задача состоит в том, чтобы осуществить статистическую проверку гипотезы, что доля брака в партии равна 1/3, и статистическую проверку гипотезы, что доля брака в партии равна 3/4. Если подобная терминология выглядит в данном случае несколько странно, можно рассмотреть другой пример с теми же числами. В применении ко второму примеру терминология теории статистической проверки гипотез кажется более подходящей. Пусть нас интересует влияние данного препарата на генетическую структуру некоторого растения. Допустим, в естественных условиях только 1/3 потомства плодоносит. Наш препарат, согласно теоретическим представлениям, должен повысить долю плодоносящих растений до 3/4. Нужно проверить гипотезу, согласно которой 1/3 потомства плодоносит, и сравнить ее с гипотезой, согласно которой доля плодоносящих растений в потомстве равна 3/4.

Во втором примере очень просто выбрать *нулевую гипотезу*, то есть гипотезу, которая предсказывает, какую долю мы наблюдали бы в длинной серии измерений, если бы «ничего не изменилось» или если бы наши ожидания, сформулированные в альтернативной гипотезе, не оправдались. Итак, нулевая гипотеза: 'доля плодоносящих растений в потомстве равна 1/3'. В теории статистической проверки гипотез, вообще говоря, вероятность нулевой гипотезы подсчитать легче, чем вероятности альтернативных гипотез (например, в медицине вероятность гипотезы, что доля выздоравливающих r равна стандартному значению 0,90, сравнивается с вероятностью достижения прогресса в лечении данной болезни, то есть с гипотезой, что $r > 0{,}90$). Но, когда требуется решить, какова доля бракованных образцов в партии или плодоносящих растений в потомстве и т. п., выбор «нулевой» гипотезы не является однозначным. Тем не менее предположим, что в качестве непременного этапа формализации задачи одна из гипотез получает название нулевой и подлежит затем статистической проверке и сравнению с альтернативной гипотезой. Каждая гипотеза, и нулевая, и конкурирующая, может быть сложной. Так, в последнем примере мы могли бы проверять нулевую гипотезу $0{,}4 \leqslant r \leqslant 0{,}9$, сравнивая ее с альтернативной $r < 0{,}4$ или $r > 0{,}9$.

Строго говоря, с классической точки зрения вся работа статистика сводится к установлению определенных характеристик некоторого решающего правила [1], предложенного либо ученым, либо человеком другой профессии, который заинтересован в статистике. В действительности характеристики различных решающих правил существенным образом влияют на выбор данного решающего правила, но с классической точки зрения тут нет никакой закономерности.

Что же такое решающее правило? Решающее правило — это предписание отвергнуть нулевую гипотезу

---

[1] Вместо более употребительного термина 'критерий значимости' используется редкий для теории статистической проверки термин 'решающее правило'. Последний термин более предпочтителен по двум причинам: во-первых, классическая теория статистической проверки предстает как частный случай теории статистических решений; во-вторых, устраняется путаница, связанная с употреблением слова 'критерий' для обозначения разных понятий: критерия значимости и критерия проверки (случайной величины, принимающей определенное значение при данном составе выборки; в зависимости от этого значения принимается определенное решение). — *Прим. перев.*

при определенных условиях проведения опыта, если получена определенная совокупность данных. Сам опыт состоит в следующем: из генеральной совокупности извлекается выборка. Эта *выборка* должна быть *случайной* в том смысле, который придают этому слову сторонники частотной интерпретации: выборка должна быть извлечена с помощью метода, обеспечивающего одинаково частое извлечение каждого элемента генеральной совокупности в длинной последовательности актов выбора. При простой статистической проверке некоторой гипотезы и сравнении ее с конкурирующей число элементов выборки — ее объем — заранее устанавливается экспериментатором. (При дальнейшем развитии теории рассматриваются три альтернативы: отвергнуть нулевую гипотезу, не суметь ее отвергнуть, продолжить эксперименты.) Объем выборки n в нашем примере возьмем равным 4. Интуиция подсказывает, что этот объем слишком мал, но благодаря его небольшой величине наши расчеты значительно упрощаются, а лежащие в основе этих расчетов принципы в равной мере подходят для любого n.

Если выборка будет иметь определенный состав, то в результате проверки мы можем отвергнуть нулевую гипотезу в соответствии с принятым решающим правилом. Рассмотрим определенное решающее правило, скажем R: отвергай H_0, то есть гипотезу, согласно которой доля бракованных машин во всей партии равна 1/3, если из четырех машин не менее трех оказались бракованными. Противоположный результат — не суметь отвергнуть нулевую гипотезу. Статистики нередко подчеркивают, что не суметь отвергнуть нулевую гипотезу — не значит принять ее. Тем не менее этот вывод равносилен принятию нулевой гипотезы на некоторое время. В примере с препаратом, вызывающим мутации, коль скоро нулевая гипотеза не отвергнута, мы начинаем искать новый препарат, а в примере с машинами мы покупаем данную партию. Но с классической точки зрения подобные действия уже не являются предметом теоретической статистики; у статистика другие заботы — охарактеризовать предложенное решающее правило.

Какие же характеристики решающего правила нас интересуют? Согласно рассматриваемой точке зрения, нас в первую очередь интересуют возможности совершить ошибку или избежать ее совершения. При эмпирической интерпретации вероятности, принятой в данной главе, нельзя приписать вероятность совершению ошибки. Во-первых, потому, что результат единственной статистической проверки, как и всякое уникальное событие, не подлежит вероятностной оценке. Бессмысленно приписывать вероятность, если у нас нет всего референтного класса. Во-вторых, потому, что, даже если бы мы нашли разумный способ ввести полную вероятность ошибки (интерпретируя ее, скажем, как относительную частоту ошибок в длинной последовательности применений решающего правила R), непонятно, как подсчитать ее величину. Вместо этого мы отдельно рассматриваем два типа ошибок, называемых по традиции ошибкой первого рода, или ошибкой типа I, и ошибкой второго рода, или ошибкой типа II.

Двум возможностям ошибочного применения такого решающего правила, как, например, правило R, соответствуют два типа ошибок: во-первых, мы можем отвергнуть нулевую гипотезу, когда она истинна (ошибка первого рода), и, во-вторых, мы можем не суметь ее отвергнуть, когда она ложна (ошибка второго рода). Одно из требований, предъявляемых к разумной статистической проверке, — проверяемая гипотеза, то есть нулевая гипотеза, должна быть сформулирована так, чтобы мы были в состоянии подсчитать вероятность ошибки первого рода. Пусть, например, в качестве нулевой гипотезы берется простая альтернатива $p = 1/2$, а в качестве конкурирующей — сложная альтернатива $p > 1/2$. Подсчитать вероятность того, что мы ошибочно отвергнем конкурирующую гипотезу $p > 1/2$ при таком решающем правиле, как R, обычно не представляется возможным. Но все-таки мы можем вычислить максимальное значение этой вероятности. При условиях, заданных в нашем примере, вероятность ошибки второго рода так же легко найти, как и вероятность ошибки первого, поскольку мы рассматриваем выбор между двумя *простыми* гипотезами $p = 1/3$ и $p = 3/4$. Вероятность совершения ошибки первого рода при данном решающем правиле называется *уровнем значимости* [1], или размером критерия. В типичных приложениях теории статистиче-

[1] В работах по контролю качества продукции — «риском производителя». — *Прим. перев.*

ской проверки гипотез не только уточняется содержание нулевой гипотезы, но и принимается точное значение уровня значимости. Результат статистической проверки звучит так: «Нулевая гипотеза отвергается с уровнем значимости 0,05» (или с уровнем значимости 0,01, или с уровнем значимости 0,005). Таким образом, *если* препарат неэффективен (не вызывает существенных изменений интересующего нас показателя), если p в действительности равно 0,25, *то* вероятность того, что благодаря применению используемого решающего правила нулевая гипотеза будет ошибочно отвергнута, равна 0,05 (или 0,01, или 0,005 и т. п.). По-видимому, еще раз сто́ит напомнить, что эта вероятность относится к длинной последовательности статистических проверок, то есть является эмпирической характеристикой множества всех таких проверок, а к нашей единственной проверке имеет отношение лишь постольку, поскольку мы захотели по каким-то субъективным причинам выбрать ее для характеристики проводимой проверки.

С ошибкой второго рода, или ошибкой типа II, связана мощность решающего правила, то есть его способность установить ложность нулевой гипотезы. Мощность решающего правила определяется как разность между единицей и вероятностью совершения ошибки второго рода. В принципе мы могли бы уменьшить вероятность ошибки первого рода до нуля, договорившись *никогда* не отвергать нулевую гипотезу (вследствие чего она не будет отвергаться по ошибке), но при таком правиле вряд ли статистическая проверка гипотез останется полезной. Действительно, мощность подобного правила будет равна нулю, а вероятность совершения ошибки второго рода будет равна 1, то есть с вероятностью, равной 1, мы не сумеем отвергнуть ложную нулевую гипотезу. Когда простая нулевая гипотеза, например $p = 1/2$, противопоставляется сложной альтернативе $p > 1/2$, нередко в результате статистической проверки мы так и не узнаем, справедливость какой простой альтернативы привела нас к ошибке второго рода. И все-таки мы можем сравнить мощности различных решающих правил: решающее правило T_1 может быть более мощным, чем правило T_2, вне зависимости от действительного значения p, удовлетворяющего неравенству $p > 1/2$.

Итак, мы ввели следующие понятия:

H_0 — нулевая гипотеза, или гипотеза, подлежащая статистической проверке;

H_1 — конкурирующая гипотеза;

ошибка первого рода — отвергнуть H_0, когда она истинна;

ошибка второго рода — не суметь отвергнуть H_0, когда она ложна, или ошибочно принять H_0;

$\left.\begin{array}{l}\text{уровень значимости}\\ \text{риск производителя}\end{array}\right\}$ — (максимальная) вероятность отвергнуть H_0, когда она истинна;

мощность решающего правила — (максимальная) вероятность отвергнуть H_0, когда она ложна.

Вернемся теперь к конкретному примеру и посмотрим, как используются введенные понятия на практике. Пусть мы проверяем гипотезу: 'В партии из 1000 машин 1/3 машин имеет дефекты', а в качестве альтернативы берем гипотезу: 'В партии из 1000 машин 3/4 машин имеют дефекты'. Первую гипотезу будем считать нулевой. Проверка состоит в следующем: из партии извлекаются (при соблюдении условий, обеспечивающих случайность выборки) 4 машины и по отношению к этой выборке применяется правило R: если три или четыре машины имеют дефекты, то нулевая гипотеза отвергается.

Ошибка первого рода. При условии, что нулевая гипотеза истинна, можно подсчитать вероятность того, что мы ее отвергнем, рассматривая длинную последовательность статистических проверок. Согласно теореме Бернулли, вероятность извлечения выборки с четырьмя бракованными машинами равна

$$\binom{4}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{1}{81}.$$

Аналогично вероятность (которая будто бы является относительной частотой в длинной последовательности) извлечения выборки с тремя бракованными машинами из четырех равна

$$\binom{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{8}{81}.$$

---

[1] В оригинале — size, т. е. размер критерия (см. прим. к стр. 206). — *Прим. перев.*

Следовательно, вероятность того, что мы отвергнем нулевую гипотезу, когда она истинна, поступая в соответствии с предписанием R, равна $8/81 + 1/81 = 1/9 \approx 0{,}11$. Это и есть вероятность ошибки первого рода, или, в разговорном языке, *уровень* предложенного правила. Итак, имеется один шанс из девяти, что при подобной проверке истинная нулевая гипотеза будет отвергнута.

Ошибка второго рода. Поскольку в нашем примере конкурирующая гипотеза также является простой, можно непосредственно подсчитать вероятность ошибки второго рода, то есть вероятность того, что в соответствии с решающим правилом R нулевая гипотеза *не будет* отвергнута, когда она *ложна*. Таким образом, нужно вычислить вероятность (которая будто бы является относительной частотой в длинной последовательности выборок) того, что из четырех машин 0 или 1, или 2 машины окажутся бракованными при условии, что доля бракованных машин во всей партии равна 3/4. Эта вероятность равна

$$\binom{4}{0}\left(\frac{3}{4}\right)^0\left(\frac{1}{4}\right)^4 + \binom{4}{1}\left(\frac{3}{4}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^3 + \binom{4}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{67}{256}.$$

Вероятность ошибки второго рода равна $67/256 \approx 0{,}26$. Следовательно, мощность предложенного правила равна приблизительно $1 - 0{,}26 = 0{,}74$.

При классическом подходе работа статистика на этом заканчивается. Он может охарактеризовать предложенные процедуры статистических проверок, но он не в состоянии в рамках своей теории оценить относительную нежелательность ошибок первого и второго рода и предложить на основании этой оценки «наилучшую» процедуру. Иногда, правда, если дана нулевая гипотеза, зафиксированы объем выборки и необходимый уровень значимости (вероятность ошибки первого рода), он может найти решающее правило, которое обладает наибольшей мощностью при данной конкурирующей гипотезе или при данном классе конкурирующих гипотез. Но когда ошибки обоих типов установлены, он, по существу, передает дело в руки заказчика.

На следующем этапе развития математической статистики были предприняты попытки учесть относительную нежелательность разных типов ошибок. Так возникла теория статистических решений. Чтобы решить задачу с помощью этой теории, нужно более детально описать возможные ситуации, то есть ввести в рассмотрение потери[1], связанные с возможными исходами. В качестве данной возьмем величину потерь, связанных с покупкой нормальной партии машин: если 1/3 машин имеет дефекты и мы закупили всю партию, величина наших потерь равна 0. Если же мы закупили партию, в которой оказалось впоследствии три четверти бракованных машин, то величина наших потерь максимальна. Оценим ее числом 10. Когда нулевая гипотеза истинна, то есть 1/3 машин имеет дефекты, а мы отказались закупить партию, мы поставили себя перед необходимостью искать нового поставщика и одновременно незаслуженно обидели своего старого. Связанные с этим решением потери оценим числом 8. Наконец, если мы отказались закупить партию, в которой доля бракованных машин и в самом деле равна 3/4, мы поступили в общем-то правильно, но все-таки поставили себя перед необходимостью искать нового поставщика. Положим, связанная с этим решением величина потерь равна 5. Все альтернативы представим в виде таблицы:

Действие	Доля бракованных машин в партии	Величина потерь
Покупать	1/3	0
Не покупать	1/3	8
Покупать	3/4	10
Не покупать	3/4	5

Пусть по-прежнему выборка, на изучении которой мы основываем свое решение, состоит из четырех машин, выбранных из всей партии с помощью метода, обеспечивающего одинаково частое извлечение каждой машины в длинной серии выборок. Правило, которое каждому варианту распределения брака в выборке ставит в соответствие определенную совокупность действий, будем называть стратегией. Стратегии бывают *чистыми* и *сме-*

[1] Можно было бы, конечно, вместо величины потерь ввести отрицательную полезность. — *Прим. перев.*

шанными. Чистой стратегией называется правило, при котором каждому распределению интересующего нас признака соответствует определенное действие. Смешанной стратегией называется правило, при котором каждому варианту состава выборки ставится в соответствие дополнительный случайный опыт, вероятности исходов которого известны, и в зависимости от наступления того или иного исхода этого дополнительного опыта предпринимается определенное действие. Очевидно, чистая стратегия является частным случаем смешанной: чистая стратегия получается из смешанной, если вероятности исходов дополнительных опытов равны 0 и 1. Но если вероятности исходов дополнительного опыта равны 0 и 1, этот опыт можно не проводить. Для нашего примера можно предложить следующую смешанную стратегию: закупить партию (с вероятностью 1), если обнаружим менее чем три бракованные машины в выборке из четырех машин; отказаться от покупки (с вероятностью 1), если все четыре машины имеют дефекты; если же мы обнаружим три бракованные машины в выборке из четырех машин, то проводим случайный опыт с подбрасыванием монеты и закупаем партию машин тогда, и только тогда, когда монета выпадает на «решку», закупая, таким образом, партию машин с вероятностью 1/2.

Ограничимся пока рассмотрением чистых стратегий. Одной из возможных является чистая стратегия, при которой партия машин закупается, если в выборке обнаружено 0 или 4 бракованные машины; в противном случае партия машин не закупается. Другая (также «ненормальная») чистая стратегия состоит в том, что партия машин закупается, если первая же проверенная машина оказалась бракованной или две последние машины в выборке оказались без дефектов; а в противном случае партия машин не закупается. Более естественно выглядит стратегия, соответствующая решающему правилу R: закупать партию машин тогда, и только тогда, когда в результате применения решающего правила R к нашей выборке мы не сумеем отвергнуть нулевую гипотезу. Однако теория статистических решений дает нам нечто большее: с ее помощью мы оцениваем *все* возможные стратегии в зависимости от потерь, к которым приводят различные возможные исходы.

При данном состоянии природы[1] — то есть при условии, что определенная простая гипотеза истинна, — можно подсчитать вероятности различных распределений интересующего нас признака в выборке. Если зафиксирована чистая стратегия, каждое распределение ведет к определенному решению. Зафиксировав состояние природы и определенное действие из таблицы, приведенной выше, получаем значение величины потерь. Поскольку с каждым возможным исходом мы связали определенное число, для каждой стратегии и каждого состояния природы можно подсчитать *полезность* этой стратегии при данном состоянии природы. Полезностью стратегии, имеющей n возможностей, называется *математическое ожидание* полезности[2], приписанной каждой возможности. Математическое ожидание определяется как сумма произведений вероятности каждого исхода на его полезность. Пусть некто вступает в игру при следующих условиях: подбрасывается симметричная монета, и, если выпадет «решка», он получает один доллар, а если выпадет «орел», он отдает два доллара. В этом случае математическое ожидание его выигрыша[3] равно

$$\frac{1}{2}(1{,}00)+\frac{1}{2}(-2{,}00)=-0{,}50.$$

Прежде чем показать, чему равна полезность некоторых стратегий, подсчитаем их общее число. Всего имеется $2^4=16$ различных выборок (первая машина может быть бракованной или небракованной; вторая машина может быть бракованной или небракованной и т. д.). Каждой стратегии соответствует некоторое *подмножество* множества из шестнадцати выборок, состоящее из таких выборок, извлечение которых данная стратегия связывает с закупкой всей партии. Всего имеется 2^{16} подмножеств множества из шестнадцати объектов, включая пустое множество (то есть стратегию «не заку-

[1] Состояниями природы в теории статистических решений называют альтернативы, соответствующие различным распределениям интересующего нас признака в генеральной совокупности. — *Прим. перев.*

[2] См. примечание к стр. 212.

[3] То есть полезность стратегии, связанной со вступлением в игру при данном состоянии природы («монета симметрична»). — *Прим. перев.*

пать партию машин при любом составе выборки») и универсальное множество (то есть стратегию «закупать партию машин при любом составе выборки»). Следовательно, всего имеется шестнадцать стратегий — впечатляюще много для столь простого примера. Но, как будет видно в дальнейшем, достаточно рассмотреть только шесть (чистых, то есть несмешанных) стратегий:

S_0 — закупать партию, если в выборке окажется менее чем 0 бракованных машин, то есть не закупать ни при каком составе выборки;

S_1 — закупать партию, если в выборке окажется менее чем 1 бракованная машина;

S_2 — закупать партию, если в выборке окажется менее чем 2 бракованные машины;

S_3 — закупать партию, если в выборке окажется менее чем 3 бракованные машины;

S_4 — закупать партию, если в выборке окажется менее чем 4 бракованные машины;

S_5 — закупать партию, если в выборке окажется менее чем 5 бракованных машин.

Теперь подсчитаем математическое ожидание величины потерь для каждой стратегии при условии, что истинна одна гипотеза, а затем при условии, что истинна другая гипотеза. Математическое ожидание величины потерь для S_4 при условии, что 1/3 машин из всей партии имеет дефекты, равно сумме двух произведений. Первое произведение равно вероятности[1] того, что ровно четыре машины в выборке окажутся бракованными,

$$\binom{4}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{1}{81},$$

умноженной на потери, связанные с отказом купить партию, если доля бракованных машин равна 1/3 (берем число 8 из вышеприведенной таблицы). Второе произведение равно вероятности того, что менее чем 4 машины в выборке окажутся бракованными (8/81), умноженной на величину потерь, соответствующую закупке партии, если доля бракованных машин в ней равна 1/3 (берем число 0 из вышеприведенной таблицы). Таким образом,

---

[1] Вероятность вычислена для выборки с возвращением, но допущенная при этом ошибка невелика. — *Прим. перев.*

математическое ожидание величины потерь для S_4 при условии, что справедлива гипотеза $p = 1/3$, равно

$$\left(\frac{1}{81} \times 8\right) + \left(\frac{80}{81} \times 0\right) = \frac{8}{81} \approx 0{,}1.$$

Аналогично можно вычислить математическое ожидание величины потерь для стратегии S_4 при условии, что доля бракованных машин в партии равна 3/4. Опять получаем сумму двух произведений: первое произведение равно вероятности того, что 4 машины в выборке окажутся бракованными при условии, что справедлива наша гипотеза, умноженной на величину потерь, связанную с отказом купить партию при данной доле бракованных машин; второе произведение равно вероятности того, что менее чем 4 машины будут иметь дефекты, умноженной на величину потерь, соответствующую закупке партии, в которой 3/4 машин имеют дефекты. Итак, математическое ожидание величины потерь для S_4 при условии, что справедлива гипотеза $p = 3/4$, равно

$$\binom{4}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^0 \times 5 + \left[1 - \binom{4}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^0\right] \times 10 =$$

$$= \frac{81}{256} \times 5 + \frac{175}{256} \times 10 = \frac{2155}{256} = 8{,}5.$$

Точно так же подсчитываются математические ожидания величины потерь для остальных стратегий. Результаты этих подсчетов сведены в табл. I.

Таблица I

Стратегия	Математическое ожидание величины потерь, если 3/4 машин имеют дефекты	Математическое ожидание величины потерь, если 1/3 машин имеет дефекты
S_0	5,0	8,0
S_1	5,05	6,4
S_2	5,25	3,25
S_3	6,3	0,78
S_4	8,5	0,1
S_5	10,0	0,0

Выше я говорил, что вместо шестнадцати достаточно рассмотреть шесть стратегий. Подробное доказательство этого утверждения выходит за рамки данной книги, но можно привести один или два примера, чтобы прояснить лежащую в основе этого доказательства идею. Будем говорить, что стратегия S *доминирует* над стратегией T, если по крайней мере одна гипотеза обеспечивает для S большее математическое ожидание полезности, чем для T, и ни при одной из гипотез математическое ожидание полезности T не будет больше, чем для S. Если S доминирует над T, мы, очевидно, предпочтем стратегию S и не будем рассматривать как реальную стратегию T. Любая из возможных стратегий, не упомянутая в вышеприведенном списке из шести стратегий, доминируется какой-нибудь стратегией из этого списка или смешанной стратегией, составленной из двух чистых стратегий, принадлежащих этому списку.

Рассмотрим, например, стратегию S^1, при которой партия машин закупается, если число бракованных машин в выборке не равно трем. При условии, что доля бракованных машин в партии равна 3/4, вероятность закупки, производимой согласно S^1, равна 148/256, а математическое ожидание величины потерь равно 7,84. Если же доля бракованных машин в партии равна 1/3, вероятность того, что партия закупается, равна 73/81, а математическое ожидание величины потерь равно 0,79. Сравниваем эти потери с потерями 6,3 и 0,78 стратегии S_3 и получаем, что при любом состоянии природы, то есть при любой доле бракованных машин в партии, стратегия S_3 предпочтительнее стратегии S^1.

В качестве другого примера рассмотрим стратегию S^*, при которой партия машин закупается, если число бракованных машин в выборке равно 0 или 1 или если две первые наугад выбранные машины окажутся бракованными. Вероятность закупки партии, согласно этой стратегии, равна 22/256 при условии, что доля бракованных машин равна 3/4; математическое ожидание величины потерь при данной гипотезе равно 5,43. А при гипотезе, согласно которой каждая третья машина имеет дефекты, вероятность закупки партии равна 52/81 и математическое ожидание величины потерь равно 2,86. Как видно из табл. I, ни одна из 6 стратегий не доминирует над S^*. Однако можно составить смешанную стратегию из двух чистых стратегий, которая бы доминировала над S^*. Допустим, мы поступаем согласно смешанной стратегии, которая состоит из стратегий S_2

и S_3, причем относительная частота (в множестве наших поступков) стратегии S_2 равна α, а относительная частота стратегии S_3 равна $1-\alpha$. Если справедлива гипотеза, что доля бракованных машин равна 1/3, то математическое ожидание величины потерь, связанных с этой смешанной стратегией, равно $3{,}25\alpha+(1-\alpha)0{,}78$. Положим эту величину равной 2,86 и получим значение $\alpha=0{,}754$. При этом значении α мы будем поступать согласно S_2 в 75,4% случаев, а согласно S_3 — в 24,6% случаев и взвешенное математическое ожидание величины потерь будет равно математическому ожиданию величины потерь стратегии S^* при условии, что доля бракованных машин равна 1/3. Что получится, если доля бракованных машин равна 3/4? При условии, что справедлива эта гипотеза, математическое ожидание величины потерь для смешанной стратегии равно $0{,}754\times 5{,}25+0{,}246(6{,}3)=5{,}40$, то есть меньше чем 5,43. Следовательно, S^* доминируется нашей смешанной стратегией.

Табл. I, составленная на основе понятий теории статистических решений, содержит в некоторой степени больше информации, чем ответ статистика, придерживающегося классической точки зрения: мы теперь знаем не только вероятности ошибок, связанных с нашими гипотезами, но и математические ожидания величины потерь при каждой гипотезе. Более того, мы теперь можем не только подсчитать характеристики некоторых стратегий, выбранных нами предварительно, но и сравнить между собой все $2^{16}=65\,536$ возможных стратегий. В частности, мы можем сказать, что любая стратегия, не содержащаяся в списке из шести стратегий, менее выгодна, чем какая-то из шести стратегий или какая-то смешанная стратегия, составленная из этих шести. Однако окончательный выбор стратегии пока ни на чем не основан.

Чтобы предложить рациональные основания для окончательного выбора, нужно иметь представление о некоторой рациональной линии поведения, в соответствии с которой мы собираемся действовать. Если условия проведения опыта позволяют принять статистическую гипотезу о частоте, с которой каждое из состояний природы (1/3 бракованных и 3/4 бракованных машин) будет встречаться в различных партиях, мы сможем рационально обосновать выбор стратегии, непосредственно подсчитав взвешенное математическое ожидание величины потерь. Если, например, партия с 3/4 бракованных машин и имеет относительную частоту 2/5, то взвешенное математическое ожидание величины потерь для S_0, усредненное по состояниям природы, равно $[5 \cdot (2/5)] + [8 \cdot (3/5)] = 6{,}8$. Подсчитав подобным образом взвешенное математическое ожидание величины потерь для всех остальных реальных стратегий, получаем табл. II.

Таблица II

Стратегия	Взвешенное математическое ожидание величины потерь
S_0	6,8
S_1	5,9
S_2	4,0
S_3	2,6
S_4	3,5
S_5	5,0

Из таблицы видно, что к минимальным средним потерям ведет стратегия S_3 — закупать партию, если в выборке оказалось менее чем три бракованные машины.

В общем случае, разумеется, априорные вероятности гипотез не даны. Возможно, мы впервые закупаем партию машин на этом заводе, или мы никогда не записывали раньше результаты своих закупок, на основании которых можно было бы оценить эти априорные вероятности. В науке, когда проверяются следствия, вытекающие из общей теории (например, когда мы предлагаем альтернативную формулировку, надеясь найти изменения в генетической структуре), подобные априорные вероятности неизвестны. Но если мы не в состоянии использовать априорные вероятности, нам приходится выбирать другую линию поведения. Одна такая линия поведения изучается в теории игр; она основана на принципе минимакса. Рациональность принципа минимакса заключается в следующем: в примерах, подобных нашему, один из здравых критериев выбора состоит в том, что надо постараться, насколько это возможно, предохранить себя от неприятных последствий своего выбора. Заглянем в табл. I. Если мы выберем стратегию S_4 и доля бракованных машин в партии окажется равной

1/3, то математическое ожидание величины потерь равно всего лишь 0,1. Но в то же время наш конкурент может подстроить выгодную для него долю брака в закупаемой партии и, если он знает, что мы придерживаемся стратегии S_4, может подсунуть нам партию машин с долей брака 3/4. Тогда математическое ожидание наших потерь будет равно 8,5. Если бы мы выбрали стратегию S_0, мы могли бы иметь математическое ожидание потерь, равное 5 при доле брака 3/4, но тогда наш конкурент мог бы подстроить нам долю брака 1/3 и математическое ожидание величины потерь равнялось бы 8.

Что же делать, если наши интересы сталкиваются (или возможно сталкиваются) с интересами других? Мы можем оградить себя от крупных неприятностей, если выберем стратегию согласно принципу минимакса: выбирай стратегию с минимумом максимального риска. В табл. III каждой стратегии поставлено в соответствие максимальное значение математического ожидания величины потерь.

Таблица III

Стратегия	Максимальное математическое ожидание величины потерь
S_0	8,0
S_1	6,4
S_2	5,25
S_3	6,3
S_4	8,5
S_5	10,0

Согласно принципу минимакса, если у нас нет никаких данных об априорных вероятностях гипотез, следует остановиться на стратегии S_2.

Иной результат получается, если вместо минимизации максимального риска мы хотим минимизировать *максимальное сожаление* (regret), где под *сожалением* понимается разность между получившимся при выбранной стратегии математическим ожиданием величины потерь и минимальным математическим ожиданием величины потерь для данного состояния природы. Так, если доля брака в партии равна 3/4, существует стратегия, при которой математическое ожидание величины потерь равно 5, и, следовательно, при данной гипотезе нас интересует только разность между математическим ожиданием величины потерь для каждой стратегии и его минимальным значением 5. Поскольку во втором столбце табл. I минимальное значение равно 0, математическое ожидание величины потерь и математическое ожидание сожаления совпадают. В табл. IV приведены математические ожидания сожаления.

Таблица IV

Стратегия	Математические ожидания сожаления, если доля бракованных машин равна 3/4	Математические ожидания сожаления, если доля бракованных машин равна 1/3	Максимум математического ожидания сожаления
S_0	0,0	8,0	8,0
S_1	0,05	6,4	6,4
S_2	0,25	3,25	3,25
S_3	1,3	0,78	1,3
S_4	3,5	0,1	3,5
S_5	5,0	6,0	5,0

Применяя принцип минимакса к данным табл. IV, получаем другой результат: следует выбрать стратегию S_3, а не стратегию S_2. Впрочем, это не удивительно, ведь в основу выбора был положен другой критерий рационального поведения.

Для выбора стратегии можно использовать различные критерии. Например, в отсутствие всякой информации об относительной частоте каждого состояния природы можно выбрать стратегию, для которой будет минимальным среднее арифметическое значение математического ожидания величины потерь. Математическое ожидание осредняется по возможным гипотезам о состоянии природы.

Сказанного, я думаю, достаточно для иллюстрации главных направлений в теории статистических выводов. На материале этого иллюстративного фрагмента всякая критика выглядела бы неуместной и по большей части необъективной, но прежде чем продолжить обсуждение, следует упомянуть некоторые моменты, заслуживающие внимания с точки зрения дальнейших рассуждений. Во-первых, адекватность теоретико-игрового (основанного на принципе минимакса) подхода, на котором мы прервали разговор, остается под вопросом, даже когда он используется для выбора стратегии при закупке партии машин. Даже в обществе с рыночной экономикой предположение о том, что поставщик старается навредить заказчику, неправдоподобно, хотя подобными предположениями действительно пытались обосновать рациональность принципа минимакса. Но еще более неправдоподобным является предположение, что ученый и изучаемая им природа имеют разные интересы в эпистемологической игре. Невозможно найти подходящий способ представить научный вывод как статистическую игру, в которой человек играет против природы.

Во-вторых, хотя вполне разумным является допущение, что, решая вопрос о том, купить партию, состоящую из 1000 машин, или нет, мы можем оценить (пусть приблизительно) связанные с этим потери; аналогичные непосредственные оценки величины потерь, связанных с принятием научной гипотезы, когда она ложна, или с отбрасыванием гипотезы, когда она истинна, нереальны. Чтобы суметь применить к принятию или отбрасыванию научной гипотезы тот же статистический аппарат, который в настоящее время применяется для принятия решения купить ящик болтов, были предложены различные концепции эпистемической, или познавательной, полезности. Поскольку эти концепции строились исходя из интерпретации вероятности в качестве степени следования или логической меры, мы разберем их в главе, посвященной теориям подтверждения.

В-третьих, в общей теории статистической проверки гипотез, основы которой были заложены Дж. Нейманом и Е. Пирсоном, решающее правило понимается не как относящееся к данному частному исходу эксперимента, а как общее правило выводов. При таком подходе мы ищем правило, которое бы как можно реже отвергало нулевую гипотезу, когда она истинна, и как можно чаще отвергало бы конкурирующую гипотезу, когда она ложна. Но когда дело дойдет до выбора одной из двух гипотез в конкретной ситуации, тогда, как показал Я. Хакинг, этот критерий может оказаться иррелевантным.

В статье «Догадываясь по частоте» (с. 96) Я. Хакинг приводит простой и ясный пример использования двух правил выбора между двумя гипотезами, одна из которых считается более предпочтительной с точки зрения классического критерия, но тем не менее в конкретной ситуации другое правило демонстративно лучше. Возьмем две гипотезы h и i. Пусть производимая проверка может иметь четыре исхода: E_1, E_2, E_3 и E_4. Частоты (относительные) этих исходов приведены в таблице V.

Таблица V

	$P(E_1)$	$P(E_2)$	$P(E_3)$	$P(E_4)$
h	0,00	0,01	0,01	0,98
i	0,01	0,01	0,97	0,01

Рассматриваются два следующих правила: R_1 — отвергать h, если, и только если, произойдет E_3; R_2 — отвергать h, если, и только если, произойдет либо E_1, либо E_2. В табл. VI приведены характеристики этих правил.

Таблица VI

	Вероятность ошибки первого рода (ошибочно отвергнуть h)	Вероятность ошибки второго рода (ошибочно принять h)	Мощность
R_1	0,01	0,03	0,97
R_2	0,01	0,98	0,02

Согласно классическому критерию, R_1 явно предпочтительнее, чем R_2. Частота ошибочного отклонения h в длинной серии проверок равна 0,01, а частота справедливого принятия h равна 0,97. Используя правило R_2, мы будем столь же часто ошибочно отвергать h, но значительно реже (в 2% случаев) будем правы, если примем решение о принятии h.

Пусть, однако, наступил исход E_1, говорит Хаккинг. Какое правило тогда предпочтительней? Очевидно, R_2. Ведь если наступил исход E_1, то, следуя R_2, мы никогда не совершим ошибку, а следуя R_1, будем всегда совершать ошибки. Существует, разумеется, правило, которое, согласно классическому критерию, лучше, чем R_1, и лучше, чем R_2, и которое лишено замеченного

Хаккингом недостатка. Действительно, пусть правило R_3 определяется так: отвергай h, если, и только если, наступил исход E_1 или исход E_3. При этом решающем правиле h будет ошибочно отвергаться, как при R_1 и R_2, только в 1% случаев, но в отличие от R_1 и R_2 правило R_3 имеет мощность 0,98. Тем не менее Хаккинг прав: существует большое число статистических ситуаций, когда нам необходим критерий для применения классического решающего правила.

Чтобы решить эти три проблемы, Р. Фишер и Я. Хаккинг предприняли попытку развить теорию статистических выводов, оставаясь в рамках эмпирической интерпретации вероятности. Р. Фишер получил много важных результатов, относящихся к абстрактной теории статистических выводов. К несчастью, его работы очень трудны для восприятия, а их интерпретация является более чем спорной. В особенности это касается его книги «Статистические методы и статистические выводы», в которой больше, чем в других работах, затрагивается философская проблематика. Я. Хаккинг в книге «Логика статистических выводов», напротив, четко излагает свои мысли и приводит большое число аргументов против классического подхода Неймана — Пирсона. Однако и эта книга слишком насыщена формулами; здесь мы ее обсуждать не будем, так как всякая критика должна быть в соответствующей степени формальной. Но каждый, кто хочет заниматься философскими проблемами статистики, обязан прочитать обе эти книги.

В последние годы на математическую статистику значительное влияние оказали работы, основанные на субъективной интерпретации вероятности. Субъективный подход к статистическим выводам мы обсудим в главе, посвященной теориям подтверждения, так как исследования субъективистов больше соприкасаются в логическом плане с работами Карнапа и других философов, чем с традиционной статистикой.

Упражнения

1. Рассматриваются две гипотезы H_1 и H_2. Чтобы решить, какая из них справедлива, мы должны провести определенный опыт (причем только один раз) и принять решение, учитывая, какой исход наступил. Пусть экспе-

римент имеет три возможных исхода, вероятности осуществления которых записаны в таблице:

	$P(E_1)$	$P(E_2)$	$P(E_3)$
H_1	0,01	0,05	0,94
H_2	0,92	0,06	0,02

Допустим, H_1 считается нулевой гипотезой. Рассмотрим решающее правило I: отвергай H_1, если, и только если, наступает E_1; другое решающее правило II: отвергай H_1, если, и только если, наступает либо E_1, либо E_2. Чему равны характеристики этих решающих правил?

2. Допустим, ботаник изучает крайне редкое растение и его интересует, является ли ген, ответственный за определенное свойство C (которое мы можем с полным основанием считать генетически независимым от остальных свойств), доминантным или рецессивным. Имеется всего четыре растения, полученные с помощью перекрестного опыления. Если ген, ответственный за свойство C, является доминантным, то в среднем три из четырех поколений обладают свойством C; если же ген, ответственный за свойство C, является рецессивным, свойство C будет присутствовать среди поколений в длинной серии испытаний с частотой 1/4. Пусть H_1 — гипотеза о доминировании, H_2 — гипотеза о рецессивности. Придумайте три решающих правила для нулевой гипотезы H_1, основанные на выращивании четырех растений и результатах наблюдения за свойством C. Подсчитайте уровень значимости и мощность решающего правила.

3. Пусть проверяется нулевая гипотеза H_1, утверждающая, что 1/10 объектов со свойством A обладает также свойством B. Конкурирующая гипотеза H_2 утверждает, что 2/3 объектов со свойством A обладают свойством B. Выборка может состоять только из двух объектов, обладающих свойством A. Придумайте решающее правило с уровнем значимости 0,01. Чему равна мощность этого правила? Пусть конкурирующей будет не H_2, а H_3, то есть гипотеза, что 1/2 объектов со свойством A обладает свойством B. Чему равна мощность

решающего правила при новой конкурирующей гипотезе? Пусть конкурирующей будет сложная гипотеза, утверждающая, что более чем 1/10 объектов со свойством A обладает свойством B. Что можно сказать о мощности решающего правила в этом случае?

4. Допустим, мы проверяем нулевую гипотезу, согласно которой данная монета имеет вероятность выпадения «решки», равную 1/2. Конкурирующая гипотеза: 'вероятность выпадения «решки» равна 1/4'. Придумайте решающее правило (ему будет соответствовать смешанная стратегия) с уровнем значимости, равным в точности 0,10. Какова мощность этого правила?

5. Для примера, рассмотренного в тексте, покажите, что следующая стратегия неприемлема: 'закупать партию, если ровно одна машина в выборке имеет дефекты; в противном случае партию не закупать' (показать, что эта стратегия доминируется стратегией S_0 или ..., или S_5, или смешанной стратегией, составленной из двух чистых стратегий).

6. Для примера, рассмотренного в тексте, покажите, что стратегия 'покупать партию, если, и только если, первая машина окажется небракованной', неприемлема.

7. Для того же примера покажите, что стратегия 'закупать партию, если, и только если, в выборке не окажется бракованных машин, либо только первая машина имеет дефекты, либо только вторая машина имеет дефекты', неприемлема.

8. Для того же примера покажите, что выбор стратегии, минимизирующей среднее арифметическое математических ожиданий сожаления, совпадает с выбором стратегии, минимизирующей среднее арифметическое математических ожиданий величины потерь.

9. Для того же примера покажите, что стратегия, минимизирующая взвешенное математическое ожидание величины потерь, совпадает со стратегией, минимизирующей взвешенное математическое ожидание сожаления. Априорную вероятность того, что 3/4 машин будут бракованными, принять равной p. Докажите справедливость этого результата в общем случае.

10. Для того же примера составьте *общее* решающее правило, которое приводило бы к выбору данной допустимой стратегии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 11

Начало современной теории статистической проверки гипотез было положено целым рядом работ Дж. Неймана и Е. Пирсона. Несколько позже Дж. Нейман стал отрицать, что термин «вывод» (inference) вообще применим к работе статистика и вместо него стал употреблять термин «индуктивное поведение» (inductive behavior). Эта новая точка зрения в элементарном виде выражена в книге: J. Neyman. Fist Course in Probability and Statistics. H. Holt and Company, New York, 1950. Исключительно полное и современное изложение этой теории представлено в книге: E. L. Lehman. Testing Statistical Hypotheses. J. Wiley and Sons, New York, 1959.

Элементарным введением в теорию статистических решений может служить популярная книга Г. Чернова, Л. Мозеса «Элементарная теория статистических решений» (М., «Советское радио», 1961). Для чтения этой книги достаточно самых скудных познаний в области математики. На более высоком уровне написана книга: D. Blackwell and M. A. Girshick. Theory of Games and Statistical Decisions. J. Wiley and Sons, New York, 1950. В последней содержится относительно формальное изложение основных понятий теории игр. Тот, кто прочтет элементарное введение в теорию игр, написанное Дж. Уильямсом (J. D. Williams. The Compleat Strategyst. McGraw-Hill, New York, 1953), получит подлинное наслаждение.

Приведем выходные данные классической работы А. Вальда по теории статистических решений: A. Wald. Statistical Decision Functions. J. Wiley and Sons, New York, 1950, и классической работы по теории игр Дж. фон Неймана и О. Моргенштерна. «Теория игр и экономическое поведение» (М., «Наука», 1971).

В одной из первых своих работ Р. Фишер (R. Fisher. The Design of Experiments. 6th ed., Oliver and Boyd, Edinburgh, 1951) предложил подход, не очень противоречащий подходу Неймана и Пирсона. Более современной и куда более спорной, глубокой и ориентированной на философские вопросы является другая книга Р. Фишера: R. A. Fisher. Statistical Methods and Scientific Inference. London, 1956. В статье Logical and Fiducial Probabilities (*Bulletin de l' Institut International de Statistique*, **40**, 1963, p. 884—901) я стремился показать, что, вопреки заявлениям самого Фишера, он в действительности придерживается логической концепции. Наконец, очень сложная для восприятия книга Я. Хаккинга (I. Hacking. Logic of Statistical Inference. Cambridge University Press, 1965) представляет собой исключительно профессионально написанную работу, в которой философ предпринимает попытку построить теорию статистических выводов, основанную на эмпирической концепции «шанса». В этой книге и статье Guessing by Frequency (*Proceedings of the Aristotelian Society*, n. s. LXIV, 1063—1064, p. 55—70) Я. Хаккинг приводит примеры, указывающие на очевидные трудности, связанные с классическим подходом.

ГЛАВА 12

ПРОСТОТА И ГИПОТЕТИКО-ДЕДУКТИВНЫЙ МЕТОД

Общую схему гипотетико-дедуктивного метода так долго никто не развивал, что теперь трудно (а может быть, это было бы и ошибочным) относиться к ней с доверием. Одним из первых ее сторонников был Дж. Дьюи. Он защищал гипотетико-дедуктивный метод в слишком общей форме — почти как способ существования. В совместной работе по логике М. Коэна и Э. Нагеля этому методу отводится не столь универсальная роль, однако при обсуждении научных выводов его роль остается все же центральной.

В последние годы К. Поппер, С. Баркер, Дж. О. Уисдом и др. придерживались или самого гипотетико-дедуктивного подхода к трактовке научных выводов, или же его модификаций. Этому подходу прежде всего присуще отрицание фундаментальной роли «индукции» в научных исследованиях. Но когда вышеназванные авторы предают индукцию анафеме, неизбежно возникает подозрение, что они подразумевают под индукцией нечто совершенно особенное, например считают индукцией наивную точку зрения на науку как на простую сумму обобщений конкретных экспериментов по принципу: то, что происходило, будет происходить и в будущем. Однако, я полагаю, никто (во всяком случае, никто из современных авторов) не станет всерьез утверждать, что наука имеет дело только с такими незатейливыми обобщениями, хотя многие, подобно Рейхенбаху, рассматривают этот тип вывода «от прошлого — к будущему» в качестве основополагающего. В своем крайнем выражении отрицание индукции перерастает в отрицание вообще какой бы то ни было формы вывода от опытных данных к универсальным научным гипотезам, причем противоположный взгляд расценивается как возврат к авторитарности в науке. Согласно сторонникам этой крайней точки зрения, самое главное в научных методах — это, с одной стороны, свободное, ничем не ограниченное конструирование емких научных гипотез, а с другой — проверка этих свободных творений нашего разума с помощью таких добросовестных, строгих и трудных экспериментальных процедур, какие мы только в состоянии изобрести.

Одной из наиболее привлекательных черт этого подхода является его простота. Так как вопрос о происхождении гипотезы оказывается совершенно неуместным, мы можем не беспокоиться по поводу связи этой гипотезы с теми фактами, на которые она нас наводит. Коль скоро гипотеза уже существует, не имеет значения, каким образом я до нее додумался: наблюдая ли природу вообще или какое-либо, например кристаллическое, тело или сочетая глубокое проникновение в суть дела со свободными ассоциациями. Единственное, что меня интересует, — это как данная гипотеза выдержит проверку. *Логическое* же отношение между гипотезой и изобретенными для ее проверки испытаниями является непосредственно *дедуктивным*: эмпирически проверяемое утверждение дедуктивно выводится из H, граничных условий и, возможно, из некоторых дополнительных гипотез. Отношение между гипотезой и испытаниями, разумеется, *не просто* логическое, так как внимания заслуживают лишь те испытания, которые происходят из искреннего желания опровергнуть гипотезу. Но это уже дело психологии, а не логики.

Однако и для логики ряд проблем остается нерешенным. К примеру, на некоторой стадии познания мы столкнемся, очевидно, с бесконечным множеством гипотез, каждая из которых не опровергнута экспериментом. Очевидно, мы не сможем обдумать каждую из них эксплицитно, однако такое возражение не представляется решающим, так как, вне всякого сомнения, порой возникают ситуации, при которых число эксплицитно рассматриваемых гипотез является достаточно большим. Когда мы ищем функциональную связь, например между давлением и температурой газа при постоянном объеме, всегда остается бесконечное множество подходящих зависимостей, не опровергаемых ни одним (конечным) множеством имеющихся фактов. Для осуществления выбора между гипотезами, не опровергнутыми к данному моменту экспериментами, были предложены два критерия — простота (simplicity) и содержательная емкость (content).

Одни авторы считают, что мы должны выбирать *простейшую* согласующуюся с наблюдениями гипотезу (возможно, потому, что она наиболее вероятна), в то время как другие считают, что мы должны выбирать самую *содержательно емкую* гипотезу (быть может, по причине ее наибольшей фальсифицируемости, т. е. наименьшей вероятности!).

Наиболее общая точка зрения — среди нефальсифицированных гипотез выбирается простейшая. Однако для логика, занимающегося индукцией, здесь как раз и возникает вопрос, что такое простота и как измерять и сравнивать различные ее степени. За последнее время было предложено немало процедур определения и измерения простоты, начиная с элегантного предложения Свеноньеса и кончая довольно-таки бесхитростным моим проектом. Все эти предложения подразделяются на два вида. Одни из них имеют, по существу, меньшее отношение к проблемам индуктивной логики, поскольку направлены на изучение логической простоты исходного экстралогического словаря. Это стало особенно ясно благодаря тому, что Куайн продемонстрировал редуцируемость экстралогических предикатов в достаточно богатом для науки языке к некоторому единственному двуместному предикату. Другие же предложения направлены на выявление относительной простоты конкурирующих гипотез или теорий, представленных в одном и том же языке. Например, Г. Джеффрис предлагает связать определение простоты функциональной зависимости с числом и типом параметров в ее аналитической форме. С. Баркер использует функцию логической меры Кемени для измерения простоты теории: теория S проще теории T, если ее логическая мера меньше логической меры T, то есть для достаточно больших n T может быть истинна бóльшим числом способов для n объектов, чем S. Если говорить о связи с вероятностью, то логическая мера соответствует априорной вероятности (в ее логической интерпретации). Таким образом, по мнению

Баркера, S проще T значит, что априорная логическая вероятность S меньше априорной логической вероятности T. Баркер, как и Джеффрис, одновременно утверждает, что наш выбор падает на более простые закономерности или теории не только потому, что они проще, но также и потому, что они «с наибольшей вероятностью истинны». Впрочем, это заявление не столь противоречиво, как это может показаться: когда Баркер говорит, что более простая гипотеза наиболее вероятна, он подразумевает апостериорную, а не априорную ее вероятность; кроме того, он вообще не использует логическую интерпретацию вероятности при оценке простейшей гипотезы как наиболее *вероятно* истинной. Заметим, однако, что в любой стандартной логической интерпретации вероятности апостериорная вероятность гипотезы S по отношению к выводимому из нее свидетельству E тогда, и только тогда, больше апостериорной вероятности конкурирующей с ней гипотезы T по отношению к выводимому также из T свидетельству E, когда априорная вероятность S больше априорной вероятности T. То есть $c(S, E) > c(T, E)$, если, и только если, $\frac{m(S \& E)}{m(E)} > \frac{m(T \& E)}{m(E)}$ и, следовательно, если, и только если, $m(S \& E) > m(T \& E)$. Так как E является следствием и S и T, получаем

$$m(S \& E) = m(S) \quad \text{и} \quad m(T \& E) = m(T),$$

поэтому

$$c(S, E) > c(T, E),$$

если, и только если, $m(S) > m(T)$. Этот вывод сохраняет свою силу для всех стандартных логических интерпретаций вероятности. При гипотетико-дедуктивной реконструкции среди «выживающих» (то есть не опровергнутых) гипотез наибольшую условную вероятность по отношению к данному свидетельству имеет та гипотеза, *априорная* вероятность которой была наибольшей. Возросшая совокупность эмпирических сведений может заставить нас отвергнуть сразу все гипотезы, но никогда не изменит вероятностное ранжирование оставшихся.

В целом эта дискуссия о простоте оказалась странным образом незаконченной. Ее результаты не привели к согласию ни в вопросе измерения простоты, ни по поводу понятия простоты, для которого мы должны отыскать меру, ни в вопросе уточнения роли, которую должна играть простота научной гипотезы в процессе ее принятия. Р. Харре́ ввел упоминавшееся выше различие между *формальной* и *концептуальной* простотой; это различие могло бы объяснить некоторые противоречия, связанные с понятием простоты. Свеноньес, Гудман, Кемени и Суппес в основном имели дело с концептуальной простотой — простотой экстралогического базиса научного языка. Джеффрис же, Баркер и др. имели в виду простоту различных выраженных внутри данного языка закономерностей. Но и это полезное различение двух видов простоты не сделало дискуссию более конструктивной и информативной. Кстати, как замечает сам Харре, формальная и концептуальная простота не являются независимыми.

К. Поппер предпочитает основывать отбор одной гипотезы из множества предложенных, но пока не опровергнутых гипотез скорее на принципе фальсифицируемости, чем на критерии простоты. Принятой должна быть та гипотеза, которая раньше других опровергалась бы экспериментом, если бы была ложной. Такая гипотеза имеет наибольшую содержательную емкость и называется наиболее фальсифицируемой гипотезой. Но Поппер, кроме того, показал в главе 7 своей книги, что подобная фальсифицируемость близка по смыслу нашему интуитивному понятию простоты. Эта близость фальсифицируемости и простоты порождает одно из тех парадоксально звучащих потиворечий, для которых индуктивная логика представляется гораздо более благодатной почвой, чем любая другая область. Противоречие здесь в следующем: с одной стороны, Баркер и Джеффрис утверждают, что мы должны отобрать, коль скоро приходится выбирать, *самую* вероятную гипотезу и ‘самая вероятная’ гипотеза оказывается ‘самой простой’; с другой стороны, Поппер утверждает, что мы должны выбрать *наименее* вероятную гипотезу, так как ее легче других проверить и легче других опровергнуть, если она ошибочна (Джеффрис. Научные выводы, с. 36). Рассматривая эту ситуацию, Дж. Харсани фактически стал на сторону Джеффриса, так как утверждал, что, хотя самая смелая гипотеза имеет небольшую априорную вероятность, мы должны предпочесть гипотезу с наибольшей апостериорной вероятностью, коль скоро мы располагаем эмпирическим свидетельством. Позиция Харсани вызывает три возражения. Во-первых, Поппер вообще не считает понятие апостериорной вероятности (в терминологии Карнапа, степени подтверждения) полезным. Во-вторых, мы уже установили выше, что при гипотетико-дедуктивной структуре научного вывода самая вероятная гипотеза апостериорно является и самой вероятной априорно среди множества неопровергнутых гипотез. В-третьих, наивероятнейшая апостериорно гипотеза — это просто гипотеза, которая описывает, *что произошло* (т. е. в точности повторяет свидетельство E), оставляя полностью неопределенным ход будущих событий. Такую гипотезу, разумеется, никто не выберет.

Но самое интересное в этой ситуации то, что в действительности ни Баркер, ни Джеффрис, ни любой другой логик, занимающийся индукцией или анализом научных выводов, не встретит вообще никаких трудностей, когда нужно будет решить, располагая результатами обычного научного эксперимента, какую гипотезу принять. Дело в том, что гипотеза, «наиболее вероятная» для Джеффриса, — это та же самая гипотеза, которая для Поппера является «наименее вероятной». Ответственными за это могут быть несколько факторов. Джеффрис предполагает, что у нас есть список возможных универсальных законов, в соответствии с которыми должны происходить события определенного сорта. Поэтому он даже не рассматривает те законы, которые для Поппера являются 'самыми вероятными' (тривиальным образом), то есть законы, которые либо слегка выходят, либо вообще не выходят за пределы наших наблюдений. Более того, Джеффрис использует формулу Бэйеса, согласно которой условная вероятность гипотезы при данном свидетельстве равна условной вероятности свидетельства при этой гипотезе (эта вероятность равна 1 в гипотетико-дедуктивной модели), умноженной на отношение априорных вероятностей гипотезы и свидетельства. Если зафиксировать априорную вероятность гипотезы, то можно частично согласовать эти точки зрения, замечая, что высокая фальсифицируемость гипотезы означает малую априорную вероятность свидетельства. Действительно, ведь Джеффрис, в частности, утверждает, что апостериорная вероятность (и следовательно, приемлемость) гипотезы обратно пропорциональна вероятности свидетельства. Даже ранжирование закономерностей в соответствии с критерием простоты в первом приближении одинаково при обоих альтернативных подходах: прямолинейная зависимость, с точки зрения Поппера, наиболее фальсифицируема (и наиболее невероятна), впрочем как и вообще любая теория с меньшим числом параметров (380—381). Для Джеффриса же теория с небольшим числом сглаживающих параметров одновременно и вероятнее, и проще. Но тогда, при прочих равных условиях, закон с наименьшим числом параметров оказывается простейшим с обеих точек зрения.

Однако главное и единственно серьезное расхождение заключается в отказе Поппера отождествить эмпирическую обоснованность (corroboration) гипотезы с ее апостериорной вероятностью. Свой отказ он мотивирует, во-первых, утверждением, что выбирается гипотеза, которая не является наиболее вероятной, и, во-вторых, утверждением, согласно которому выбор падает на самую содержательно емкую гипотезу, выдержавшую наиболее строгие и искренние попытки ее опровергнуть. Конечно, такая концепция научного принятия содержит определенные трудности, на что критики Поппера не преминули тотчас же обратить внимание. Д. Стоув объявил психологические характеристики испытаний гипотезы («искренняя попытка фальсифицировать» и др.) совершенно неуместными по отношению к силе эмпирического свидетельства, хотя именно из этих характеристик формируется попперовское понятие «испытание». Так, Стоув пишет: «Если бы мы допускали связь между психологическими характеристиками испытания и его значением в качестве фактуальной поддержки, то тем самым мы допускали бы, что различие намерений двух ученых приводит к вопросу о том, чья проверка гипотезы оказала большее влияние на ее принятие, хотя оба ученых проверяли одну и ту же гипотезу с помощью одного и того же эксперимента». Но тогда возникает другой вопрос: должны ли мы теперь в слово 'испытание' вкладывать один и тот же смысл в обоих случаях? И если должны, рассуждает Дж. Уарнок, то почему положительный результат некоторой конкретной реализации этого испытания заставляет нас верить в положительные результаты последующих реализаций? А если не должны, то почему мы верим, что в будущем результаты разных испытаний будут одинаковы? П. Гибонс считает, что упорядочивание испытаний по степени их строгости бесполезно. Сам Поппер признает, что понятие «искренность намерений экспериментатора» нельзя формализовать. Это становится особенно ясно при обсуждении парадоксов подтверждения: даже Дж. Уоткинс допускает такие условия, при которых наблюдение белого ботинка является «испытанием» гипотезы, утверждающей, что все вороны черные. Кроме того, Р. Винсент показал, что критерий Поппера, впрочем как и любой другой критерий, разбивается о «подводные камни» парадокса Гудмана.

Логику неприятен весь этот психологизм, поскольку логик ищет вневременные характеристики силы эмпирического свидетельства. И даже более того, в действительности каждый способен отличить степень проверенности гипотезы от успешности, с которой она выдержала испытания. Не все сторонники гипотетико-дедуктивного метода считают, подобно Попперу, что мы всерьез сталкиваемся с проблемой различения умозрительных и хорошо проверенных гипотез. Поппер же находит эту проблему настолько серьезной, что предлагает для экспликации этого различия свое определение 'степени эмпирической обоснованности' (begree of corroboration). Точнее говоря, Поппер предложил сразу два таких определения, а другие авторы предложили еще массу аналогичных понятий: степени поддержки фактами (degree of factual support), степени правдоподобного следования (degree of plausible implications) и т. д. Во всех этих определениях используется функция вероятностной меры, аргументами которой служат предложения некоторого языка. Функция является аддитивной, максимум ее равен 1, и т. д.

В серии из трех статей в «Британском журнале по философии науки» Поппер поместил свои формулы. В первой статье он определяет степень объяснительной силы x по отношению к множеству эмпирических сведений y следующим образом:

$$E(x, y) = \frac{P(y, x) - P(y)}{P(y, x) + P(y)},$$

где $P(x)$ — логическая мера x, а $P(y, x)$ — условная мера y при данном x, то есть $P(y, x) = P(x \& y)/P(x)$. Кемени и Оппенгейм сформулировали очень близкое определение степени поддержки фактами. Но для Поппера это только начало: далее он определяет степень эмпирической обоснованности x свидетельством y

$$c(x, y) = E(x, y)[1 + P(x)P(x, y)]$$

и показывает, что эта функция удовлетворяет всем условиям адекватности, которым, по его мнению, должна удовлетворять степень эмпирической обоснованности.

Как понятие объяснительной силы, так и понятие эмпирической обоснованности могут быть соотнесены с некоторым предложением, например предложением z, включенным в систему наших знаний. Тогда $E(x, y, z)$ (объяснительная сила x по отношению к свидетельству y, когда предполагается z) определяется следующим образом:

$$E(x, y, z) = \frac{P(y, x \& z) - P(y, z)}{P(y, x \& z) + P(y, z)},$$

а $C(x, y, z)$ (степень эмпирической обоснованности x свидетельством y в предположении z) определяется равенством:

$$C(x, y, z) = E(x, y, z)[1 + P(x, z)P(x, y \& z)].$$

Впоследствии Поппер обнаружил существование более простой формулы, удовлетворяющей его требованиям

$$C(x, y, z) = \frac{P(y, x) - P(y)}{P(y. x) - P(x \& y) + P(y)}.$$

И. Леви утверждает, что попперовское понятие степени подтверждения[1] как руководство к принятию научных гипотез нарушает некоторые свойства эпистемических полезностей (подробнее на них мы остановимся в

[1] Здесь автор по непонятным причинам нарушает принятую терминологию, согласно которой ‘эмпирическая обоснованность’ и ‘фактуальная поддержка’ соответствуют не степени подтверждения (степени обоснованности), а увеличению степени подтверждения (возрастанию степени обоснованности). См. выше, а также гл. 13, стр. 257. — *Прим. перев*

последней главе), в частности принцип независимости исходных полезностей принятия и непринятия научных гипотез от состава используемых для этого эмпирических сведений. Сам Леви предлагает крайне простую процедуру приписывания полезностей: если $P(\sim x)$ — полезность принятия x, когда гипотеза x истинна, то $-P(x)$ — полезность принятия x, когда она ложна. С помощью этих полезностей мы получаем математическое ожидание полезности принятия x на основе свидетельства y

$$U(x, y) = P(x, y) P(\sim x) - P(\sim x, y) P(x).$$

Другое построение, но в том же примерно русле, предложили Кемени и Оппенгейм. Они тоже предполагали данной функцию логической меры m, сообщающую некоторый вес каждому описанию состояния в фиксированном языке. Кемени и Оппенгейм сформулировали десять условий, которым должна удовлетворять, по их мнению, адекватная теория фактуальной поддержки. Например, четвертое условие постулирует равенство степеней фактуальной поддержки для логически эквивалентных гипотез и логически эквивалентных свидетельств: если $\vdash H \equiv H'$ и $\vdash E \equiv E'$, то $F(H, E) = F(H', E')$. Шестое условие устанавливает зависимость F только от следующих условных мер: $m(H, E)$, $m(H, \bar{E})$, $m(\bar{H}, E)$ и $m(\bar{H}, \bar{E})$. Когда условия адекватности налицо, отыскивается простейшая функция, удовлетворяющая шестому условию, и затем проверяется, удовлетворяет ли она остальным девяти условиям. Получается интересный и удивительный результат. Функция меры Витгенштейна, приписывающая каждому описанию состояния одинаковый вес, используется в качестве вспомогательной функции. Она связывается с общей функцией меры m через определенный параметр q. В окончательном виде все q сокращаются, и мы получаем следующее выражение для фактуальной поддержки гипотезы H свидетельством E:

$$F(H, E) = \frac{p(E, H) - p(E, \bar{H})}{p(E, H) + p(E, \bar{H})},$$

коль скоро все m выражены через p и q.

Н. Решер также разрабатывает формальное понятие степени эмпирической поддержки (degree of evidential support). Он определяет эту степень $des(p, q)$ для гипотезы p и свидетельства q — через функцию логической меры L следующим равенством:

$$des(p,\ q) = \frac{L(p,\ q) - L(p)}{1 - L(p)} L(q).$$

Проблемой, подтверждающей силы эмпирических наблюдений, занимался и Г. Финч. Он рассмотрел эту проблему под углом зрения современной теории принятия решений и теории информации. Его вывод таков: достаточная для принятия или отбрасывания гипотезы сила эмпирического подтверждения находится по формуле

$$\frac{Pr(o \mid h)}{Pr(o)} - 1,$$

где o — предложение наблюдения, h — гипотеза, а Pr — функция логической меры, связанная с количеством информации. Эта величина является показателем способности o подтверждать или антиподтверждать[1] h.

Для полноты картины приведем еще карнаповскую меру *увеличения подтверждения* (increase of confirmation) гипотезы h благодаря свидетельству e по сравнению с априорной вероятностью h. Если c — функция подтверждения, то ее приращение, естественно, равно

$$c(h,\ e) - c(h).$$

Хотя на основании вышеизложенного может создаться впечатление, что мы столкнулись с огромным количеством разнообразных концепций, табл. VII выводит нас из этого заблуждения. При составлении таблицы я ввел единое обозначение P для функции логической меры, проделал некоторые алгебраические преобразования (предполагая $P(x) \neq 0$) и расположил факторы, влияющие на вид окончательного выражения по разным столбцам.

Предложенная каждым автором функция является произведением членов соответствующей строки. Члены первого столбца представляют собой разность между

---

[1] 'Антиподтверждение' — более широкий термин, чем 'фальсификация,' т. е. под фальсификацией обычно подразумевается полное опровержение гипотезы, в то время как антиподтверждение может иметь различные степени. — *Прим. перев.*

Таблица VII

Автор	1	2	3	4
Карнап	$P(e, h) - P(e)$	$P(h)$	1	$\frac{1}{P(e)}$
Решер	$P(e, h) - P(e)$	$P(h)$	$\frac{1}{P(\bar{h})}$	1
Поппер 1a	$P(e, h) - P(e)$	1	1	$\frac{1}{P(e, h) + P(e)}$
Поппер 1b	$P(e, h) - P(e)$	$1 + P(h)P(h, e)$		$\frac{1}{P(e, h) + P(e)}$
Поппер 2	$P(e, h) - P(e)$	1	$\frac{1}{P(\bar{h})}$	$\frac{1}{P(e, h) + P(e)}$
Финч	$P(e, h) - P(e)$	1	1	$\frac{1}{P(e)}$
Кемени—Оппенгейм	$P(e, h) - P(e, \bar{h})$	1	1	$\frac{1}{P(e, h) + P(e, \bar{h})}$
Леви	$P(e, h) - P(e, \bar{h})$	$P(h)$	$P(\bar{h})$	$\frac{1}{P(e)}$

условной вероятностью свидетельства при данной гипотезе и его априорной вероятностью (в шести строках) или его условной вероятностью при отрицании данной гипотезы (в двух строках). Три автора считают $P(h)$ существенным фактором, а Поппер (1b) предлагает вместо самой $P(h)$ монотонно возрастающую в зависимости от $P(h)$ функцию $1 + P(h)P(h, e)$. Два автора (в том числе один из трех вышеупомянутых) считают существенной обратную величину к $P(\bar{h})$, которая также монотонно возрастает при увеличении $P(h)$. Наконец, члены четвертого столбца должны выражать неожиданность установления эмпирических фактов e (их невероятность). В трех строках этот фактор полагается равным просто обратной величине к априорной вероятности свидетельства; Поппер же во всех трех своих публикациях вместо $P(e)$ предлагает монотонно возрастающую в зависимости от $P(e)$ функцию $P(e, h) + P(e)$. Функция Кемени и Оппенгейма также монотонно возрастает в зависимости от $P(e)$. Чтобы это установить, достаточно заметить, что

$$P(e, h) + P(e, \bar{h}) = P(e)\left(\frac{P(h, e)}{P(h)} + \frac{P(\bar{h}, e)}{P(\bar{h})}\right)$$

или что $P(e) = P(h)P(e, h) + P(\bar{h})P(e, \bar{h})$, то есть $P(e, h) + P(e, \bar{h})$ — это невзвешенное усреднение, в то время как $P(e)$ — взвешенное усреднение.

Х. Торнебом в статье «Две меры силы свидетельства» обсуждает новое определение информации. Одна из мер, о которых говорится в заглавии статьи, — это обычная бэйесовская условная вероятность, а другая — это как раз новая теоретико-информационная мера. Она определяется следующим образом (с. 83):

$$\frac{\log P(H \mid E) - \log P(H)}{-\log P(H)}.$$

С помощью простых преобразований можно показать, что эта мера аналогична (по своему воздействию на выбор гипотезы) мерам, представленным в нашей таблице. Сначала преобразуем числитель

$$\frac{\log P(E \mid H) - \log P(E)}{-\log P(H)}.$$

Так как $\log P(A)$ монотонно возрастает при увеличении $P(A)$, последнее выражение соответствует членам первого столбца таблицы: оно увеличивается при увеличении $P(E, H)$ и уменьшается при увеличении $P(E)$. (Заметим, однако, что в целом $\log P(E|H) - \log P(E)$, вообще говоря, не увеличивается монотонно в зависимости от $P(E|H) - P(E)$. Знаменатель же соответствует членам третьего столбца таблицы и монотонно возрастает вместе с $P(\bar{H})$, поскольку $P(\bar{H}) = 1 - P(H)$.

Итак, в любом случае ясно, что, несмотря на полемику по частным вопросам, большинство авторов подразумевали один и тот же критерий принятия (или хотя бы серьезного рассмотрения) научной гипотезы. Теперь становится более понятным несерьезное отношение ко всем этим мерам даже со стороны их авторов. Предложенные функции выявляют интересные факторы, влияющие на беспристрастную оценку гипотез, но они оказываются скорее эмпирическим отражением наших поступков, нежели логическим объяснением, почему мы так поступаем или почему мы должны так поступать.

Упражнения

1. В каком отношении теория Птолемея, согласно которой Солнце, звезды и планеты вращаются вокруг Земли, проще, чем теория Коперника, в которой Солнце

и звезды остаются неподвижными? По каким показателям теорию Коперника можно считать более простой, чем теорию Птолемея?

2. Пусть экспериментально измеряется множество пар величин (время и расстояние; давление и объем и т. п.). Получив в данном опыте определенные значения величин, ученый стремится найти такую функцию $y=f(x)$, которая бы, с одной стороны, превращалась в верное числовое равенство при подстановке в нее экспериментально полученных пар, а с другой — в такую функцию, с помощью которой мы могли бы предсказать неизвестные пары значений. Но при любом конечном числе полученных в эксперименте пар существует бесконечное число функций, задающих соответствие, выполненное на всех парах. На чем основывает ученый свой выбор одной-единственной функции из бесконечного множества возможных? Ответ объясните.

3. Пусть при условиях, сформулированных в упражнении 2, выбирается некоторая функция. Можно ли сказать, что причиной этого выбора послужила наибольшая вероятность данной функции? Или наибольшая ее простота? Или, быть может, эта функция является самой простой из множества наиболее вероятных функций? Или, наоборот, самой вероятной из множества наиболее простых функций? Ответы обсудите.

4. Пусть какой-нибудь ученый получил на опыте множество пар значений некоторых величин (скажем, значений давления и объема определенной массы некоторого газа) и утверждает, что эти пары значений удовлетворяют некоторому закону (к примеру, закону Бойля: произведение давления на объем является величиной постоянной для данной массы газа при неизменной температуре). Однако почти никогда полученные значения не удовлетворяют данному закону абсолютно точно. Более того, всегда остается некоторое множество функций (возможно, более сложных), которые абсолютно точно удовлетворяют найденным значениям. Почему же выбрана именно эта, а не какая-либо другая функция?

5. Совершенно ясно, что убийца лорда Бёрнкастла находится среди людей, собравшихся в гостиной. Таким образом, убийцей был или сын и наследник лорда, подвергшийся ограблению, или вспыльчивая сестра покойного, или старший лакей Уильямс. На определенной ста-

дии расследования сотрудники Скотланд-ярда оценивали вероятность совершения преступления каждым из перечисленных лиц примерно следующими числами: 0,6, 0,3 и 0,1. Вдруг в комнату ворвался младший инспектор и сообщил потрясающую новость: в руке убитого лорда Бёрнкастла была зажата вставная челюсть Уильямса. Вероятность того, что убийцей является кто-то, кроме Уильямса, при условии, что найденная челюсть принадлежит Уильямсу, крайне мала, скажем, 0,05. Но даже если Уильямс и совершил преступление, вероятность того, что он в этой ситуации забыл свою челюсть, также невелика — скажем, 0,4. Чему равна степень эмпирической обоснованности или степень фактуальной поддержки каждой из гипотез, согласно которой убийцей является один из трех перечисленных выше людей, в свете новых данных, если она подсчитывается по различным формулам, приведенным в тексте этой главы? Чему равно новое значение вероятности каждой гипотезы?

6. Допустим, мы рассматриваем всего четыре гипотезы, априорные вероятности которых даны ниже, и хотим оценить их апостериорные вероятности после получения свидетельства e, априорная вероятность которого равна 1/4, а условные вероятности при каждой из четырех гипотез тоже приведены ниже:

$$P(H_1)=\frac{1}{2}, \qquad P(e|H_1)=\frac{1}{3},$$

$$P(H_2)=\frac{2}{3}, \qquad P(e|H_2)=\frac{1}{2},$$

$$P(H_3)=\frac{3}{4}, \qquad P(e|H_3)=\frac{1}{6},$$

$$P(H_4)=\frac{1}{4}, \qquad P(e|H_4)=\frac{3}{4}.$$

Подсчитайте, в какой степени свидетельство e эмпирически обосновывает каждую гипотезу, пользуясь различными формулами, обсуждавшимися в этой главе. Подсчитайте апостериорную вероятность каждой гипотезы. (Заметим, что гипотезы не являются логически несовместимыми, как это обычно бывает в научных исследованиях.)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 12

Сочинения Дж. Дьюи в основном из-за его стиля, как правило, с трудом воспринимаются современным читателем. Самая общая трактовка научных выводов содержится в его книге: J. Dewey. Logic: the Theory of Inquiry. H. Holt and Co., New York, 1938. См. также: Essays in Experimental Logic. Dover Publications, New York, 1953. В замечательном логическом трактате М. Коэна и Э. Нагеля (M. R. Cohen and E. Nagel. An Introduction to Logic and Scientific Method. Harcourt, Brace and World, New York, 1934) наиболее плодотворные идеи Дж. Дьюи представлены в рамках системы, построенной последовательно и относительно формально. Та часть этой книги, которая посвящена дедуктивной логике, была переиздана, но в ней отсутствуют страницы, посвященные научным методам.

Основные идеи К. Поппера излагаются в его книге: K. Popper. The Logic of Scientific Discovery. Hutchinson, London, 1959, которая является английским переводом немецкого издания Logik der Forschung (1934). Но в английском издании имеется дополнительный материал, в который вошли статьи, рассматривающие понятие эмпирической обоснованности и уже упоминавшиеся мною. Взгляды К. Поппера на науку и научные выводы выражены также в сборнике его работ: Conjectures and Refutations. R. and K. Paul, London, 1963. Взгляды С. Баркера, касающиеся этих вопросов, наиболее подробно изложены в его книге: S. Barker. Induction and Hypothesis. Cornell University Press, Ithaca, New York, 1957. Приведу выходные данные книги Дж. Уисдома, на которую я ссылался в тексте: J. O. Wisdom. Foundations of Inference in Natural Science, Methuen, London, 1952.

С аргументами Дж. Агасси, выдвинутыми в защиту точки зрения К. Поппера, можно ознакомиться по статье: J. Agassi. Corroboration versus Induction. *British Journal for the Philosophy of Science,* **9**, 1958—1959.

Кроме упомянутой статьи Баркера, по поводу простоты научной гипотезы можно прочитать следующие работы: N. Goodman. New Notes on Simplicity. *Journal of Symbolic Logic,* **17**, 1952, p. 189—191; Axiomatic

Measurement of Simplicity. *Journal of Philosophy*, **52**, 1955, p. 709—722; Recent Developments in the Theory of Simplicity. *Philosophy, and Phenomenological Research*, **19**, 1958—1959, p. 429—446; J. G. Kemeny. Two Measures of Complexity. *Journal of Philosophy*, **52**, 1955, p. 722—733, и A Philosopher Looks at Science. D. van Nostrand, Princeton, New Jersey, 1959; P. Suppes. Nelson Goodman on the Concept of Logical Simplicity. *Philosophy of Science*, **23**, 1956, p. 153—159; L. Svenonius. Definability and Simplicity. *Journal of Symbolic Logic*, **20**, 1955, p. 235—250; H. Kyburg. A Modest Proposal Concerning Simplicity. *Philosophical Review*, **70**, 1961, p. 390—395; R. Ackermann. Some Remarks on Kyburg's Modest Proposal. *Philosophical Review*, **71**, 1962, p. 236—240; and H. Jeffreys. Scientific Inference. Cambridge University Press, 1937, 1957.

В статье Дж. Харсаньи (J. Harsanyi. Popper's Improbability Criterion for the Choice of Scientific Hypothesis. *Philosophy*, **35**, 1960, p. 332—340) предпринимается попытка установить мир между сторонниками вероятностного подхода к научным выводам и его противниками. Другие мнения, высказанные в связи с концепцией К. Поппера, опубликованы в статьях: D. C. Stove. Review of Popper's «Logic of Scientific Discovery». *Australasian Journal of Philosophy*, **38**, 1960, p. 173—187; G. J. Warnock. Review of Popper's «Logic of Scientific Discovery». *Mind*, **69**, 1960, p. 99—101; P. C. Gibbons. On the Severity of Tests. *Australasian Journal of Philosophy*, **40**, 1962, p. 79—82.

Мнение Дж. Уоткинса относительно парадокса «черной вороны и белого ботинка» выражено в целом ряде статей, на которые я буду ссылаться в следующей главе, т. к. в них рассматриваются в основном трудности теории подтверждения Карнапа. Взгляды Р. Винсента изложены в статье: R. H. Vincent. Popper on Qualitative Confirmation and Disconfirmation. *Australasian Journal of Philosophy*, **40**, 1962, p. 159—166.

И. Леви выдвинул неопровержимые аргументы против попперовской концепции эмпирической обоснованности (I. Levi. Corroboration and Rules of Acceptance. *British Journal for the Philosophy of Science*, **13**, 1962—1963, p. 307—313). Он показал, что попперовская концепция несовместима со свойствами функции полезности, которые обычно считают бесспорными. Правда, при этом предполагалось, что имеет смысл говорить об эпистемических полезностях, чего К. Поппер явно не признает. В тексте этой главы я ссылался на статью Дж. Кемени и П. Оппенгейма (J. Kemeny and P. Oppenheim. Degree of Factual Support. *Philosophy of Science*, **19**, 1952, p. 307—324). Формализация Решера представлена в статье: N. Resher. Theory of Evidence. *Philosophy of Science*, **25**, 1958, p. 83—94. Его небольшая работа Plausible Implication (*Analysis*, **21**, 1960—1961, p. 128—135) также имеет отношение к обсуждаемой теме. В статье Г. Финча (H. Finch. Confirming Power of Obeservations Metricized for Decisions Among Hypotheses. *Philosophy of Science*, **27**, 1960, p. 293—307, 391—404) подробно анализируются эти вопросы. Формула увеличения степени подтверждения, предложенная Р. Карнапом, взята из предисловия ко второму изданию его книги: R. Karnap. The Logical Foundations of Probability. 2nd ed., University of Chicago Press, Chicago, 1962 (1st ed. 1950).

Статья X. Торнебома (H. Tornebohm. Two Measures of Evidential Strength) опубликована в сборнике: Aspects of Inductive Logic, Hintikka and Suppes (eds.). North-Holland, Amsterdam, 1966, p. 81—95. В том же сборнике помещена статья Я. Хинтикки и Ю. Питаринена (J. Hintikka, J. Pitarinen. Semantic Information and Inductive Logic, p. 96—112), в которой также обсуждаются различные меры информационного содержания и делается вывод, что адекватной является только мера $P(H/E)-P(E)$, предложенная Карнапом.

ГЛАВА 13

ТЕОРИИ ПОДТВЕРЖДЕНИЯ

Индуктивная логика, связанная или с логической, или с субъективной интерпретацией вероятности, удивительно проста: вся концепция строится на использовании теоремы Бэйеса; степень подтверждения (вероятность) гипотезы H относительно полного имеющегося в нашем распоряжении свидетельства E определяется как дробь

$$\frac{P(H \& E)}{P(E)}.$$

Для сторонника субъективной интерпретации остается актуальной проблема оценки априорных вероятностей $P(H \& E)$ и $P(E)$; можно оценить чью-либо степень веры посредством системы предпочтений, но, как показал И. Леви, предпочтения часто оказываются слишком смутными и беспорядочными, чтобы быть степенями рациональной веры. Тем самым трудности индуктивной логики, основывающейся на субъективной интерпретации, являются трудностями самой интерпретации. Что же касается реальных приложений теории, то, разумеется, существует еще множество — вполне, впрочем, разрешимых — практических проблем; но это в первую очередь статистические, а не теоретические и философские проблемы.

Логическая интерпретация исчисления вероятностей всегда развивалась с целью очистить, если это необходимо, с помощью постулатов и конвенций индуктивный вывод от окружающих его неясностей и путаницы. Но, возможно, вследствие своей ясности и точности логицистская программа оказалась открытой для контрпримеров и парадоксов.

Странности, называемые «парадоксами подтверждения», были впервые замечены Я. Хосиассон-Линденбаум в 1940 г. и получили своего рода «крещение» от К. Гемпеля в 1945 г. Рассмотрим предложение 'все вороны черные'. Всякий, кто хоть сколько-нибудь верит в логику подтверждения, должен считать наблюдение черной вороны подтверждением (пусть слабым) этого предложения. Одним из самых естественных свойств подтверждения является следующее: если предложение S подтверждает предложение T и T логически эквивалентно T', то S подтверждает T', и причем в той же степени. Предложение 'все вороны черные' логически эквивалентно предложению 'все нечерные объекты являются неворонами'. Наблюдение белого ботинка подтверждает второе обобщение, точно так же как наблюдение черной вороны подтверждает первое. Но тогда, в силу эквивалентности двух обобщений, наблюдение белого ботинка подтверждает обобщение 'все вороны черные'. Наконец, исходная гипотеза может быть сформулирована так: 'Любой предмет является невороной или имеет черный цвет'. Нетрудно доказать, что эта гипотеза подтверждается всяким наблюдением черного объекта (вне зависимости от того, является ли он вороной, кошкой и т. д.) в той же мере, в какой она подтверждается любым наблюдением объекта, не являющегося вороной (вне зависимости от его цвета). Таким образом, как и для закона о том, что все вороны черные, мы имеем один подходящий вид подтверждения (черная ворона) и два парадоксальных вида, например 'белый ботинок' и 'черный кот'.

Дж. Уоткинс недавно предложил этот парадокс в качестве аргумента против индуктивистского разделения утверждений на аналитические и эмпирические («Между аналитическим и эмпирическим»). В своем ответе («Эмпирические утверждения и фальсифицируемость») К. Гемпель признал, что эти следствия теории подтверждения «интуитивно парадоксальны», но настаивал на том, что они «обычно не вызывают возражений». Это как раз то направление в исследовании парадоксов, которого придерживались Я. Хосиассон-Линденбаум в своей ранней работе и сам Гемпель в «Исследованиях по логике подтверждения» (1945). В ответе Уоткинсу Гемпель, кроме того, указывает, что совершенно аналогичные следствия возникают в теории фальсификации Поппера — Уоткинса. ‘Белый ботинок’ может с полным основанием рассматриваться как результат попытки фальсифицировать теорию черноты всех ворон: когда я на него впервые взглянул, я подумал, что это ворона, хотя он был белым, но затем, после проверки, я убедился, что это ботинок. Этот довод развил И. Шефлер; он подверг критике аргументацию Уоткинса и в результате пришел к выводу, что расхождение могло возникнуть потому, что Гемпель не предлагает никаких методологических рецептов, в то время как Поппер предлагает. Следующий «обмен мнениями» был спровоцирован упоминавшимся выше Д. Стоувом, который попытался прояснить проблему с помощью введения различия между прагматическим понятием *испытания* (test) и логическим (вернее, «семантическим») понятием *свидетельства* (evidence). «Попытка» фальсифицировать гипотезу о том, что все вороны черные, с помощью наблюдений над белыми ботинками, очевидно, бесполезна в любой теории, но *«попытки»*, которые могут быть предприняты с целью фальсифицировать или подтвердить примером гипотезу, совершенно не связаны с силой свидетельства (если таковая имеется), являющейся результатом подобных попыток («Попперовское подтверждение и парадокс ворон»). Х. Александер тоже заметил, что в теории фальсификации Поппера — Уоткинса возникают те же парадоксы, что и в теории подтверждения, но, если принять во внимание всю систему наших знаний, теорию подтверждения можно спасти благодаря количественному анализу парадоксов. Следуя Хосиассон-Линденбаум, Александер указывает, что, поскольку, как мы знаем, большинство объектов в мире не является воронами, наблюдение ‘белого ботинка’ не будет столь же сильным подтверждением гипотезы ‘все вороны черные’, как наблюдение черной вороны.

Итог современным дискуссиям превосходно подвел Дж. Макки; он проследил все доказательства и пришел к заключению, которого и следовало ожидать. Если исследователь не располагает никакой предварительной информацией, то по отношению к такой ситуации Гемпель совершенно прав: и белый ботинок, и черный кот, и черная ворона будут подтверждать обобщение ‘все вороны черные’. Но если имеются хоть какие-то сведения об относительном числе черных объектов и ворон и нечерных объектов и неворон, благодаря количественным подсчетам парадокс можно свести на нет. Это показали Я. Хосиассон-Линденбаум, Х. Александер, И. Гуд и П. Суппес (последние два с субъективной точки зрения на вероятность). И если на дополнительную информацию, сообщающую значение понятию *испытания*, не накладывается никаких ограничений, наблюдения черных ворон и нечерных неворон сколько-нибудь ощутимо подтверждают обобщение только тогда, когда они получены в результате подлинного испытания.

В не так давно вышедшей статье Г. фон Вригт во многом прояснил связь между сингулярным[1] подтверждением обобщений с квантором всеобщности и условием эквивалентности, согласно которому: если две формулы логически эквивалентны, они будут подтверждаться одними и теми же примерами. Фон Вригт вводит понятие *области релевантности* (range of relevance) обобщения, т. е. множества объектов, *к* которым относится наше обобщение. Таким образом, классическое обобщение о воронах может быть построено как обобщение обо всех объектах. «Когда речь идет о воронах, и только о них, обобщение, что все вороны черные, — это обобщение одного рода. Оно становится обобщением совсем другого рода, если говорить о птицах, и только о них; и наконец, оно является обобщением третьего рода, когда речь идет — если это действительно так — о всех вещах в мире без исключения» (с. 216). На основе очень простых аксиом подтверждения (или индуктивной вероятности) фон Вригт показывает, что в случае 'белого ботинка' степень подтверждения обобщения не будет возрастать, так как вероятность того, что какой-нибудь объект вне области релевантности обобщения не опровергнет обобщение, максимальна (т. е. равна единице). Если же мы наблюдаем некоторый предмет в пределах области релевантности обобщения, то результаты нашего наблюдения будут подтверждать обобщение, даже если наблюдавшийся объект не является вороной. *Естественной* областью релевантности обобщения называется множество объектов, к которым относится антеце-

[1] То есть подтверждением с помощью отдельного примера. — *Прим. перев.*

дент; в случае 'все вороны черные' — это множество ворон, в случае 'все нечерные объекты являются неворонами' — это совершенно другое множество нечерных объектов. В естественной области релевантности обобщение 'все вороны черные' подтверждают только черные вороны.

Другой способ достижения того же результата — сформулировать все обобщения в виде статистических (хотя и предельной формы) обобщений данных, касающихся соответствующей области релевантности фон Вригта. В статистических обобщениях противоречие исчезает: из посылки 'почти все *A* суть *B*' нельзя вывести (даже вероятностно) 'почти все не-*B* суть не-*A*'. Если мы считаем обобщение 'все вороны черные' предельным случаем обобщения 'почти все вороны черные', то, очевидно, только вороны являются релевантными объектами для обобщения. Если, с другой стороны, мы рассматриваем его как имплицитное обобщение о птицах вообще, то оно является предельной формой совершенно иного статистического обобщения, а именно: 'почти все птицы не являются нечерными воронами'. Для того чтобы подтвердить это обобщение, мы не только можем, но и должны, помимо ворон, проверить птиц с различной окраской перьев.

Во всем этом есть один момент, который не бросается в глаза человеку, который пытается анализировать обобщение, не понимая в принципе философские проблемы. Когда мы рассматриваем обобщение вне связи со знаниями, частью которых оно является, трудно сообразить, какую именно статистическую гипотезу обобщает и представляет в чистом виде данное обобщение. Трудно, кроме того, понять, что в самом обобщении *предполагается* какая-то область или релевантность. В то же время не исключено, что в некоторой специальной области исследования будет совершенно ясно, к чему относилось исходное статистическое высказывание. Итак, мы наблюдаем значительный прогресс по сравнению с чрезмерной простотой и искусственностью аргументов, выдвигавшихся в классических дискуссиях о парадоксах подтверждения, на которые жаловался М. Блэк.

Еще один парадокс, порожденный логицистской интерпретацией вероятности и возникающий также на почве субъективной интерпретации, — это парадокс идеального свидетельства. Его рассматривали К. Поппер и Р. Винсент («Парадокс идеального свидетельства»). Пусть a — утверждение о том, что некоторое подбрасывание данной монеты даст в результате выпадение «решки». Очевидно, при отсутствии какой бы то ни было предварительной информации предложению a можно с достаточной степенью правдоподобия приписать вероятность, равную 1/2. Пусть теперь монета подвергается обширной серии испытаний. Предположим (после миллиона бросаний), у нас появляется уверенность в том, что относительная частота выпадения «решки» равна $1/2 \pm \varepsilon$. Обозначим через E свидетельство, на котором основана эта уверенность. Тогда вероятность при данном a также равна 1/2. Следовательно, результаты миллиона испытаний монеты оказываются совершенно иррелевантными по отношению к вероятности a. Этот вывод явно парадоксален. Мы должны учесть силу свидетельства, но неясно, как это сделать. Согласно Попперу, последнее невозможно, ибо «фундаментальный постулат субъективной теории [теории подтверждения] — это постулат о том, что степени рациональности веры линейно упорядочены силой свидетельства» (с. 408).

Хотя мы столкнулись с серьезной трудностью большинства теорий подтверждения, ее нельзя назвать решающей, как это делает Поппер. Теории подтверждения всегда содержат в качестве неформального условия принцип тотального свидетельства, который требует, чтобы мы использовали всю имеющуюся информацию о поведении (или внутренней структуре) монеты. Этот принцип можно рассматривать как требование максимизации силы свидетельства. Итак, принимая принцип тотального свидетельства, мы должны использовать всю имеющуюся информацию, а не продолжать собирать ее без конца. Вопрос о том, когда можно прекратить сбор информации, — прагматический; он рассматривался некоторыми статистиками и мало кем из философов. Можно, кроме того, отстаивать точку зрения, согласно которой по поведению субъекта невозможно отличить друг от друга две ситуации, описанные Поппером: в любом случае субъект должен быть готов внести одну и ту же денежную ставку в пользу истинности a. Но коль скоро ситуации не различаются бихевиористически, то нет основания и для их эпистемологического разграничения.

Другой ответ Попперу: хотя в логической (или субъективной) теории поведение субъекта при заключении пари, относящегося к *единственному* испытанию новой монеты, и поведение субъекта при заключении пари, относящегося к *единственному* испытанию достаточно проверенной монеты, неразличимы, и в логической, и в субъективной теории легко провести разграничение ситуаций с осуществлением целой серии испытаний. Если монета достаточно проверена, вероятность выпадения «решки» в данном испытании будет относительно нечувствительна к исходам предыдущих испытаний. Например, вероятность того, что десять раз подряд выпадет «решка», весьма близка к $(1/2)^{10} = 1/1024$. С другой стороны, если монета не проверена, вероятность выпадения «решки» в данном испытании может сильно зависеть от исходов предыдущих испытаний. При условии, что монета первые девять раз выпала «решкой» — и это все, что мы о ней знаем, — можно впасть в соблазн (и не без основания) приписать вероятности выпадения «решки» при десятом подбрасывании значение, более близкое к единице, нежели к 1/2. Таким образом, вероятность выпадения десяти «решек» подряд для непроверенной монеты будет намного больше 1/1024. Таким образом, если задано множество степеней веры, относящихся к поведению монеты, можно отличить степени веры, основанные на недостатке знания, от вер, базирующихся на идеальном свидетельстве.

Этот ответ, однако, непосредственно приводит к другой трудности, которой мы вскользь уже касались в гл. 6 в связи с субъективной интерпретацией вероятности. Значения ни на чем не основанных априорных вероятностей могут предопределить крайне высокие вероятности содержательных утверждений о реальном мире. Например, априорная вероятность того, что менее 10% вытащенных из урны шаров в бесконечно длинной последовательности испытаний окажутся фиолетовыми, может превышать 0,99. Точнее говоря, это заключение выводится из следующих предположений: все вытаскивания *взаимозаменяемы* (вероятность вытаскивания определенной последовательности фиолетовых и нефиолетовых шаров зависит только от числа фиолетовых шаров в последовательности); априорная вероятность вытаскивания фиолетового шара равна 0,01, а условная вероятность вытаскивания второго фиолетового шара, если первый шар оказался фиолетовым, равна 0,02. Опять-таки логицист сошлется на принцип тотального свидетельства и напомнит нам, что, по мере того как мы накапливаем эмпирические сведения, априорная вероятность утверждения становится все более оторванной от действительности и несущественной для окончательных выводов величиной. Тем не менее, вполне естественно возникает вопрос: почему при таких высоких априорных вероятностях мы должны беспокоиться в поисках дополнительных сведений? Здесь явно не все в порядке, в особенности если принять эпистемологическую точку зрения, согласно которой вероятность должна быть руководством к рациональной вере. На сегодняшний день дискуссия не закончена. Ссылки на неупоминавшиеся работы можно найти в библиографии к данной главе.

Следующий парадокс, подобно классическому парадоксу белых ботинок и черных ворон, вытекает из несогласованности интуитивных оценок вероятности и результатов тривиального подсчета степеней подтверждения. С помощью этого парадокса Р. Винсент стремится доказать, что никакая правдоподобная теория подтверждения не может содержать аксиому умножения («Заметка по поводу некоторых количественных теорий подтверждения»). Пусть q состоит из гипотезы (аналогичной законам Ньютона) и граничных условий, так что q достаточно для выведения p, где p — следующее предположение: 'свободно падающее вблизи поверхности Земли тело за три секунды будет проходить расстояние, равное 44 м'. Так как q влечет p, конъюнкция q и p эквивалентна q, и, следовательно (обозначая через $c(x, y)$ степень подтверждения x данным y), получаем

$$c(p \& q, r) = c(q, r)^{1}.$$

Согласно аксиоме умножения,

$$c(p \& q, r) = c(p, r) \times c(q, p \& r)$$

или

$$c(p, r) = \frac{c(q, r)}{c(q, p \& r)}.$$

---

[1] Под r автор подразумевает допущения, которые не всегда осознанно присоединяются к эмпирическим данным или теоретическим гипотезам. — *Прим. перев.*

Поскольку одно p не может сильно[1] подтверждать q, $c(q, p \& r) \approx c(q, r)$ и $c(p, r) \approx 1$. Другими словами, при изменившихся обстоятельствах, без учета законов Ньютона, практически достоверно, что свободно падающее вблизи поверхности Земли тело за три секунды будет проходить расстояние равное 44 м!

Приведем количественный пример, который показывает, что сделанное заключение не верно и что впечатление парадоксальности возникает из-за небрежного обращения с числами. Я заимствовал этот пример у Винсента, сделав его несколько более специальным. Винсент говорит, что если q — это предложение 'все шары в урне U красные', а p обозначает предложение 'первые три шара, вытащенные из урны, оказались красными', то на основании вышесказанного p будет практически достоверным относительно наших неявных допущений. Но если в качестве неявного допущения предположить равновероятность описаний структуры (так как, если бы мы использовали гипотезу равновероятности описаний состояний, карты были бы подтасованы в нашу пользу) и, кроме того, предположить, что в урне всего пять шаров, получим[2]

$$c(p, r) = \frac{3}{10} \text{ (выборка с возвращением)},$$

$$c(p, q \& r) = 1,$$

$$c(q, p \& r) = \frac{5}{9},$$

$$c(q, r) = \frac{1}{6},$$

так что

$$c(p, r) = \frac{3}{10} = \frac{c(q, r)}{c(q, p \& r)} = \frac{1}{6} : \frac{5}{9}.$$

Даже если бы число шаров было настолько большим, что разность между $c(q, p \& r)$ и $c(q, r)$ была меньше,

[1] Так как это утверждение автор эксплицирует с помощью равенства $c(q, p \& r) \approx c(q, r)$, речь идет об относительно малой силе подтверждения р по сравнению с r. Но в таком случае пафос последующего восклицания теряет смысл. — *Прим. перев.*

[2] Первая строчка — непосредственный подсчет карнаповской степени подтверждения p на основе r. Затем показывается, что введение в совокупность наших знаний «закона» q не подрывает веру в адекватность понятия степени подтверждения. — *Прим. перев.*

мы бы все равно сочли парадокс недействительным: $c(q, r)$ и $c(q, p \& r)$ будут уменьшаться, но их отношение вообще не должно стремиться к единице; на самом деле, если предположить равновероятность описаний структуры, отношение становится все *меньше* и *меньше*.

Есть еще один, последний парадокс, который Поппер рассматривал как решающий аргумент против системы Карнапа:

«Можно привести примеры, в которых z в значительной степени подтверждает x и основательно подрывает веру в y, несмотря на то что z подтверждает x в меньшей степени, чем y» (с. 390).

Например, если x — предложение, в котором говорится, что при следующем подбрасывании кости выпадает «шестерка», в предложении y — что выпадает некоторая другая грань, а в предложении z — что выпало четное число, то z увеличивает вероятность x и уменьшает ее для y, хотя в то же время степень подтверждения x меньше, чем y:

$$c(x) = \frac{1}{6} < c(x, z) = \frac{1}{3},$$

$$c(y) = \frac{5}{6} > c(y, z) = \frac{2}{3},$$

хотя

$$c(x, z) < c(y, z).$$

По мнению Поппера, такая ситуация внутренне противоречива, т. к. утверждать, что «x имеет свойство P ..., а y не обладает свойством P, и y имеет свойство P в большей степени, чем x», — значит противоречить самому себе (с. 391).

Это справедливый упрек, но относится он не к существу дела, а к той манере, в которой Карнап излагает свои аргументы. Ведь Карнап сам заявлял, что предложение 'a — теплое, b — нетеплое, и b — теплее, чем a' противоречиво, а предложение, в котором речь идет о различной силе подтверждения, звучит аналогично. На самом деле, однако, эти два случая не идентичны, а их кажущееся сходство возникает вследствие тех неясностей, которые содержит в себе *неформальная* характеристика классификационного понятия подтверждения. Эта путаница устраняется Карнапом в предисловии к новому изданию «Логических оснований вероятности». Карнап различает два разных триплета понятий, ни при одном из которых парадокс Поппера не проходит.

Обоснованность	Возрастание степени обоснованности
1. h обосновано благодаря e.	h становится более обоснованным благодаря i.
2. h обосновано благодаря e в большей степени, чем h' благодаря e'.	h становится обоснованнее благодаря i в большей степени, чем h' благодаря i'.
3. Степень обоснованности h благодаря e равна u.	Увеличение степени обоснованности h благодаря i равно u.

Каждое из этих понятий допускает простую и очевидную экспликацию в терминах функций подтверждения. Замеченный Поппером парадокс возникал потому, что Карнап ошибочно считал понятия, на которые мы ссылаемся в предложении 1) второго столбца и в предложениях 2) и 3) первого столбца, триплетом понятий, аналогичных соответственно понятиям «теплый», «теплее», «при такой-то температуре». Но это, разумеется, не тот случай, когда x обосновано благодаря z, y не обосновано благодаря z и степень обоснованности y благодаря z больше, чем степень обоснованности x благодаря y. Таким образом, одно из наиболее серьезных, на первый взгляд, возражений, выдвинутых против основной идеи теории подтверждения, оказывается (как заметил Бар-Хиллел) следствием терминологической путаницы.

В гл. 10 при обсуждении проблемы оценок мы уже встречались со знаменитым предикатом Н. Гудмана 'зелубой'. Такие предикаты порождают серьезные трудности в теории подтверждения и при обычном подходе. Я не отношу эту трудность к числу «парадоксов» теории подтверждения, во-первых, потому, что она кажется принадлежащей к разряду проблем, суть которых видна более непосредственно, а методы решения которых должны быть более прямыми по сравнению с такой привлекательной «штукой», как парадокс; во-вторых, эта проблема в равной мере задевает все индуктивные теории и теории научного вывода, которые их авторы объявляют неиндуктивными. Напомним, что данный объект является ‘зелубым’, если до 2000 г. он зеленый, а после 2000 г. — голубой. Первоначальная версия парадокса Гудмана сводилась попросту к констатации того факта, что любое свидетельство, оправдывающее нашу веру в гипотезу, что все изумруды зеленые, или сообщающее высокую степень подтверждения этому обобщению, в равной степени оправдывает веру в гипотезу, что все изумруды зелубые, или же сообщает последнему обобщению такую же высокую степень подтверждения. Как отмечалось в гл. 10, говоря об оценках, мы не устраняем парадокс. Парадоксальность обобщения не связана с его универсальностью; с той же проблемой мы сталкиваемся при рассмотрении только статистических выражений: ‘почти все изумруды зеленые’ и ‘почти все изумруды зелубые’. Поскольку эти два высказывания противоречат друг другу и поскольку любое свидетельство в пользу одного из них служит также свидетельством в пользу другого, ни одно из высказываний не может иметь вероятность больше 1/2. А так как мы можем изобретать подобные предикаты ad libitum (зерасный — зеленый сейчас и красный потом; зелтый, зеолетовый и т. д.), то степень подтверждения обобщения ‘все изумруды зеленые’ можно уменьшить до любого сколь угодно малого значения.

С такого же рода проблемами мы сталкиваемся при обсуждении вероятностных утверждений, основанных на статистических гипотезах. Каждый, кто в принципе согласен приписать какую-либо вероятность выпадению «решки» в следующем испытании монеты, приписал бы этому событию вероятность 1/2, если известно, что данная монета в половине всех проведенных ранее испытаний выпала «решкой». Исход следующего подбрасывания можно, однако, представить как элемент объединения двух множеств: множества исходов всех испытаний, дающих в результате выпадение «решки», и множества, являющегося пересечением единичного множества, состоящего из исхода следующего бросания, с множеством исходов испытаний, дающих в результате выпадение «орла»:

$$V \cup (\{\text{исход следующего подбрасывания}\} \cap T).$$

Доля выпадений «решки» в этом множестве сколь угодно близка к единице. Почему же мы не говорим, что вероятность выпадения «решки» равна единице, даже если монета испытывалась много раз? Как отмечалось выше, проблемы, с которыми мы сталкиваемся при определении иррегулярности, оказываются непреодолимыми, если любой определимый класс расценивается как потенциально референтный класс. Думается, все определимые классы нельзя считать в равной мере подходящими для того, чтобы служить прочным основанием наших индуктивных рассуждений.

Более того, аналогичные затруднения могут возникнуть благодаря таким чисто статистическим предикатам, как 'обладает относительной частотой A, лежащей в пределах между 0,3 и 0,4'. Рассмотрим, например, следующие предложения:

Практически для всех выборок, состоящих из 1000 образцов со свойством B, доля образцов со свойством A лежит вне интервала $[r-\varepsilon, r+\varepsilon]$, где r — мера свойства A среди образцов, обладающих свойством B.

Практически для всех выборок, состоящих из 1000 образцов со свойством B, доля образцов, обладающих свойством A, лежит в пределах между $r-\delta_1$ и $r+\delta_2$.

Практически для всех выборок, состоящих из 1000 образцов со свойством B, доля образцов, обладающих свойством A, лежит в пределах между $r-\gamma_1$ и $r+\gamma_2$.

Можно выбрать ε, δ_1, δ_2, γ_1, γ_2 таким образом, что все три предложения будут истинными и в конъюнкции с предложением, описывающим некоторую выборку, состоящую из 1000 образцов со свойством B, могут быть использованы для того, чтобы приписать высокие вероятности или принять следующие три предложения:

Мера свойства A среди образцов со свойством B не лежит в пределах между $k-\varepsilon$ и $k+\varepsilon$.

Мера свойства A среди образцов со свойством B лежит в пределах между $k-\delta_1$ и $k+\delta_2$.

Мера свойства A среди образцов со свойством B лежит в пределах между $k-\gamma_1$ и $k+\gamma_2$.

Все эти предложения не могут быть одновременно истинны [1].

Например, если мы вытаскиваем (с возвращением) шары из урны и обнаруживаем, что 600 шаров из 1000 имеют черный цвет, то более вероятно, чем невероятно, что в последующих выборках: 1) доля черных шаров будет лежать в пределах между 0,00 и 0,61; 2) доля черных шаров будет заключена в интервале [0,59, 1,00]; 3) доля черных шаров *не* будет находиться в интервале [0,59, 0,61].

Почти во всех более или менее формальных теориях научного вывода, которые я до сих пор обсуждал, на том или ином этапе приходится рассматривать проблему предиката 'зелубой' или какие-нибудь ее варианты. С этой проблемой связано множество еще не разъясненных курьезов. Пока множество странных предикатов не удается охарактеризовать в целом; более того, ни одно из решений, предложенных для простейших частных случаев, не стало общепризнанным. Так Гудман пытался решить (в известном смысле) эту проблему в терминах «закрепления», т. е. учитывая, насколько прочно укоренился данный предикат в нашем языке. Но почему наш язык должен быть именно таким? Мы могли бы, например, говорить на языке, в котором предикаты 'зелубой' и 'голеный' (голубой до 2000 г. и зеленый после) обозначают элементарные цветовые свойства. Баркер и Ачинстайн пытаются доказать, что говорить на таком языке невозможно. Гудман в статье «Позициональность и изображения» отвергает их попытку установить логическую асимметрию между предикатами 'зелубой' и 'зеленый'; то же самое в другой статье делает Юлиан. У. Салмон пришел к выводу, что мы должны оперировать только с остенсивно определяемыми предикатами (предикат лишь тогда может быть остенсивно определен, когда по отношению к соответствующему свойству объекты *выглядят* одинаково). И Салмон, и Гудман подразумевают при этом такую индукцию, которая предназначена для разъяснения. Салмон предполагает, что объекты, кото-

---

[1] Предполагается, что $\delta_2 \leqslant \varepsilon$ и $\gamma_1 \leqslant \varepsilon$. Тогда мера образцов со свойством A оказывается лежащей одновременно в двух непересекающихся интервалах $(k-\delta_1,\ k-\varepsilon)$ и $(k+\varepsilon,\ k+\gamma_2)$. — *Прим. перев.*

рые выглядели одинаковыми по отношению к данному свойству, будут и дальше так выглядеть, в то время как, по мнению Гудмана, если предикат укоренился в языке, его использование в будущем бесспорно. Но даже если эти допущения справедливы, нам еще следует договориться о том, что означает выражение 'выглядят одинаково'; я полагаю, легко вообразить существа ('зелубоголеные'), которым все зелубые объекты кажутся похожими и которые были бы страшно удивлены, если бы в 2000 г. все зелубые предметы стали голеными! Решение Салмона, как и решение Гудмана, подходит только для остенсивных предикатов и, следовательно, не подходит для предикатов типа 'имеет массу, равную 5 единицам массы до 2000 г. и 1/5 единицы после 2000 г.' или типа упоминавшихся выше статистических предикатов.

Х. Лебланк и К. Гемпель («Индуктивные противоречия») сравнительно недавно рассматривали проблемы, порождаемые необычными предикатами Гудмана. Лебланк внимательно изучил якобы противоречивые следствия, к которым, как утверждалось, должен прийти субъект, использующий общепринятые правила экстраполяции, если он не возражает против введения в язык необычных предикатов Гудмана. В результате Лебланк показал, что никакие *формальные* противоречия не возникают. По мнению Гемпеля, проблема отнюдь не в том, чтобы суметь определить, какие предложения законоподобны (lawlike), а какие — нет (как утверждал Гудман); точно с такой же проблемой мы сталкиваемся в связи с представлением числовых отношений как количественных закономерностей: существует бесконечное число законов вида $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$ ..., которые несовместимы друг с другом и в одинаковой степени подтверждаются эмпирическими данными и которые, кроме того, одинаково законоподобны. Гемпель также не предлагает никакого решения, хотя, как и Лебланк, заявляет, что в формальной теории подтверждения странные предикаты Гудмана не порождают никаких *противоречий*. Тем не менее эти предикаты становятся причиной неприятных следствий.

Некоторое время назад считалось (С. Баркер), что рассматриваемая проблема характерна для направления, принимающего за основу научных выводов индукцию через простое перечисление[1]. Очевидно, однако, что с этой проблемой столкнется каждый, кто считает, что научный вывод — это выбор простейшей гипотезы среди множества приемлемых гипотез. Действительно, если мы допустили предикаты 'зелубой' и 'голеный' в наш язык, то гипотеза, что все изумруды зелубые, будет много проще (например, потому, что обычно не содержит ссылок на время), чем гипотеза, что они зеленые, т. е. зелубые вплоть до 2000 г. и голеные после его наступления. Вопрос, как найти способ отделять чувственно воспринимаемые предикаты, такие, как 'голубой' и 'зеленый', от странных предикатов Гудмана, Баркера и др., — это, безусловно, наиболее важный вопрос, с которым сталкиваются современные системы индуктивной логики. Кроме того, это один из самых неотложных вопросов, поскольку вот уже тридцать лет, как его пытаются решить.

Но существование подобных трудностей не отбивает охоту у логиков к построению теории подтверждения. Для такого субъективиста, как Р. Джефри, предикаты Гудмана не более, чем досужие академические выдумки. Ни один человек до сей поры не приписал положительную вероятность гипотезе, согласно которой все изумруды зелубые. Сколько именно зелубых изумрудов мы наблюдали в реальности, не имеет ровно никакого значения, ибо мы все равно не обязаны считать эту сумасбродную гипотезу вероятной. Согласно этому взгляду на индукцию, превосходно изложенному в книге Джефри «Логика предпочтения», единственная цель индуктивной логики — построить экспликат понятия *рационального поведения*. Все, что нам дано, — это субъективные веры (вероятности) и субъективные оценки выгоды (полезности), а найти нужно экспликат рациональности, который предопределяет (или должен предопределять) линию поведения в условиях неопределенности. Вопрос о гипотезах, заслуживающих (или не заслуживающих) доверия, не возникает сам собой. Тем более не возникает вопрос о *принятии* гипотез. Действительно, в субъективной теории, усовершенствованной Джефри, даже предложения, описывающие *эмпирические данные*, никогда не считаются приемлемыми. Достаточно убедиться, что

[1] Иногда употребляются названия 'энумеративная индукция', 'популярная индукция'. — *Прим. перев.*

новые функции субъективной вероятности соответствуют изменившимся обстоятельствам.

В своей новой системе индуктивной логики Карнап обходит трудности, связанные с надуманными предикатами, с помощью простой уловки: в достаточно богатом для целей индукции языке эти предикаты неопределимы. Но даже в языках, значительно более мощных по своим выразительным средствам, избежать трудностей не сложно: для этого надо приписать ничтожную (или нулевую) априорную вероятность описаниям состояний, радикально неоднородным по своей структуре, т. е. таким, в которых любой объект до a_n обладает свойством P_i, а любой объект, следующий за a_n, обладает другим свойством P_j[1].

Однако даже в новой системе Карнапа остается нерешенной проблема подтверждения универсальных обобщений: в языке с бесконечным числом индивидных констант универсальные обобщения имеют нулевую априорную, а следовательно, и апостериорную вероятность. Карнап, подобно Джефри, задумал индуктивную логику как руководство к действиям в условиях неопределенности и поэтому может довольствоваться рассмотрением степени сингулярного подтверждения, иными словами, вероятности того, что результат следующего наблюдения удовлетворяет обобщению. При таком подходе достаточно, чтобы частное высказывание ‘следующая ворона будет черной’ имело высокую вероятность, и нет необходимости требовать, чтобы универсальное обобщение ‘все вороны черные’ также имело высокую вероятность.

Все это наводит нас на один существенный вопрос, который затрагивает не только субъективные теории индукции, подобные теории Джефри, но и некоторые из логицистских теорий, аналогичных теории Карнапа. Вопрос такой: принимаются или нет индуктивные заключения? Джефри и Карнап отвечают «нет», а другие субъективисты и логицисты говорят «да». Сторонники гипотетико-дедуктивного метода склоняются к положительному ответу на этот вопрос. Чем более скрупулезно

---

[1] Очевидно, подобная индуктивная логика будет, с одной стороны, приписывать ничтожную вероятность появлению объекта со «странным» свойством, а с другой — приписывать ничтожную вероятность появлению вообще нового объекта. — *Прим. перев.*

мы анализируем аргументы, выдвигаемые сторонниками гипотетико-дедуктивного метода и индуктивистами (т. е. авторами теорий фальсификации и теорий подтверждения), тем более явственно ощущаем важность этой проблемы. Поппер считает, что Карнап выходит за пределы справедливого юмовского скептицизма, когда говорит лишь о «вероятности» гипотезы. Поппер просто *примет* гипотезу (не навсегда, конечно, а только до следующего испытания), но никогда не скажет, что она вероятна. Иронизируя, Карнап в ответ хмурит брови: почти по той же причине *принятие* гипотезы на время или еще как выглядит абсолютно необоснованным и дерзким шагом перед лицом здравого скептицизма Юма. Каждый может рассчитывать на свою способность приписать определенное значение вероятности данной гипотезе.

Таким образом, возникает вопрос: следует ли говорить о принятии гипотез, или должна ли индуктивная логика включать в себя правило принятия? Карнап — один из немногих философов, занимающих определенную позицию по этому вопросу и считающих его фундаментальным вопросом теории индукции. Он говорит, что подавляющее большинство современных авторов допускают в своих рассуждениях «одну существенную ошибку»: они думают, что в результате индуктивного вывода мы принимаем новое высказывание («Цель индуктивной логики»). С точки зрения Карнапа, в итоге индуктивных рассуждений мы приписываем некоторую степень подтверждения новому высказыванию. И это все, утверждает он, что нам нужно или чего можно желать, занимаясь индуктивными выводами. На основе полученных степеней подтверждения можно определить интересующие нас математические ожидания и принять решение, какое из действий следует совершить.

Парадокс лотереи является самым серьезным аргументом против правил принятия, хотя и стоит особняком по отношению к общему философскому анализу. Рассмотрим лотерею, в которой продается 1 000 000 билетов и разыгрывается один выигрыш. Почти при любой интерпретации вероятность того, что данный билет (скажем, под номером 1) окажется выигрышным, равна 0,000 001, а вероятность того, что он окажется невыигрышным, равна 0,999 999. Очевидно, если высокая вероятность гарантирует принятие гипотезы, то последняя гипотеза должна быть принята. На чем же основано различие между данным случаем и случаем абсолютно приемлемых статистических гипотез? Ответить на этот вопрос трудно. Но то же рассуждение применимо и по отношению к билету под номером 7, и к билету под номером 56 и т. д. На самом деле, эти рассуждения применимы к любому билету, номер i которого лежит в пределах от 1 до 1 000 000 включительно. Поэтому, будучи рациональным, субъект вправе — а в действительности обязан — принять предложение вида 'билет номер i не выиграет'. Вдобавок общепризнанным считается следующий принцип приемлемости: если S и T — приемлемые предложения, то их конъюнкция тоже приемлема. Но в случае нашей лотереи мы получаем, что конъюнкция 1 000 000 предложений вида 'билет номер i не выиграет' приемлема, коль скоро одно предложение этого вида считается приемлемым. Далее, рассматриваемая конъюнкция логически эквивалентна предложению '*ни один* билет в данной лотерее не будет выигрышным', которое противоречит первоначально принятому предложению 'в лотерее разыгрывается один выигрыш'. Вместо примера с лотерейными билетами подобный парадокс можно построить для статистических гипотез. Одна из реакций на этот парадокс — отрицание возможности построения правила принятия в индуктивной логике.

Однако Поппер, Блэк, Дэй и др. отстаивали тезис, согласно которому ученые хотя и принимают гипотезы, но лишь на время. Гемпель утверждал, что подобное предположение связано с определенными затруднениями, а Леви показал, насколько усложняется отношение между эмпирическим обоснованием и принятием даже в схеме Поппера. Пока этот вопрос остается открытым. В пользу правила принятия гипотезы были выдвинуты следующие аргументы.

1. На практике люди принимают достаточно вероятные утверждения и считают их практически достоверными. С одной стороны, всего лишь *вероятно*, что я обнаружу лист бумаги на своем письменном столе, но, с другой стороны, это *достоверно*, поскольку я только что положил этот лист на стол. Требовать, чтобы все подобные утверждения считались только вероятными, — значит противоречить здравому смыслу.

2. Среди «практически достоверных» предложений есть предложения, описывающие наши эксперименты, и такие авторы, как Карнап, должны считать эти предложения абсолютно достоверными, ибо в противном случае они лишаются предложений, по отношению к которым можно подсчитать вероятности других предложений. Включив правило выбора в систему индуктивной логики, мы смогли бы избежать этой необходимости, допуская, что предложения, описывающие наблюдения, в высшей степени вероятны, но не достоверны и, следовательно, со временем могут быть исправлены или заменены другими. Вероятность должна быть настолько большой, чтобы эти предложения непосредственно принимались в систему рациональных знаний.

3. Как было отмечено выше, большинство встречающихся на практике научных выводов является по форме дедуктивными. Так, ученые обычно заявляют, что если одна проба вещества X плавится при температуре приблизительно $t\,^{\circ}$C, то и любая другая проба этого же вещества плавится приблизительно при $t\,^{\circ}$C; или что поташ совершенно необходим для роста растений, потому что растения, высаженные на участке с дефицитом поташа, росли медленно, и т. д. Все подобные рассуждения можно достаточно естественно реконструировать при условии, что в качестве посылок разрешается использовать предложения, свидетельства в пользу которых, строго говоря, недостоверны и неокончательно установлены, хотя обычно требуется установить лишь практическую достоверность.

Убедительны или нет эти аргументы, но, во всяком случае, они показывают, что поиски правдоподобного правила принятия индуктивного заключения не лишены смысла. В следующей главе мы рассмотрим три системы индуктивной логики, включающие правила принятия.

Упражнения

1. Постройте количественный пример, показывающий, что парадокс подтверждения белым ботинком является с количественной точки зрения иллюзорным.

2. Если в поисках эмпирического обоснования обобщения 'все вороны черные' мы принимаем во внимание наблюдения над снегирем, то какую область следует считать областью релевантности этого обобщения?

3. Как в общем случае определить область релевантности произвольного обобщения?

4. Есть ли другие способы избежать парадокса лотереи, кроме как наложить запрет на правила индуктивного принятия?

5. Покажите, что если вероятность, при которой гипотеза становится приемлемой, меньше $1/n$, то никакая лотерея с числом билетов, меньшим n, не может привести к парадоксу, даже если она несправедлива[1].

6. Приведите контраргументы к трем доводам, сформулированным в конце главы.

7. Подробно проиллюстрируйте, каким образом проблема предикатов Гудмана может затронуть гипотетико-дедуктивную схему индукции.

8. Обсудите различные способы элиминации парадокса Гудмана, предложенные в оригинальных статьях, упоминающихся в библиографии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 13

Критика И. Леви субъективной интерпретации вероятности содержится в его книге (I. Levi. Gambling with Truth. A. A. Knopf, New York, 1967), подробно обсуждаемой в следующей главе. См. также его рецензию на книгу Р. Джефри «Логика решений»: Probability Kinematics. *Britisch Journal for the Philosophy of Science*, **18**, 1967, p. 205—206.

Приведем выходные данные двух основополагающих статей, посвященных парадоксам подтверждения: J. Hosiasson—Lindenbaum. On Confirmation. *Journal of Symbolic Logic*, **5**, 1940, p. 133—148; C. Hempel. Studies in the Logic of Confirmation. Mind, **54**, 1945, p. 97—121. В конце 50-х годов в литературе по парадоксам подтверждения возник своего рода бум. См.: C. Hempel. Empirical Statements and Falsifiability. *Philosophy*, **33**, 1958, p. 342—348; Inductive Inconsistencies. *Synthese*, **12**, 1969, p. 439—469; Deductive-Nomological vs. Statistical Explanation. *Minnesota Studies in*

---

[1] То есть вероятности выигрыша для различных билетов не равны между собой. — *Прим. перев.*

the Philosophy of Science. Vol. III (F e i g l, ed.), 1962, p. 98—169; J. W. N. W a t k i n s. Between Analytic and Empirical. *Philosophy*, **32**, 1957, p. 112—131; A Rejoinder to Professor Hempel's Reply. *Philosophy*, **33**, 1958, p. 349—355; Mr. Stove's Blunders. *Australasian Journal of Philosophy*, **37**, 1959, p. 240—241; A Reply to Mr. Stove's Reply. *Australasian Journal of Philosophy*, **38**, 1960, p. 54—58; Confirmation without Background Knowledge. *Britisch Journal for the Philosophy of Science*, **10**, 1959—1960, p. 318—320; Professor Scheffler's Note. *Philosophical Studies*, **12**, 1961, p. 16—19; I. S c h e f f l e r. A Note on Confirmation. *Philosophical Studies*, **11**, 1960, p. 21—23; A Rejoinder on Confirmation. *Philosophical Studies*, **12**, 1961, p. 19—20; D. C. S t o v e. Popperian Confirmation and the Paradox of the Ravens. *Australasian Journal of Philosophy*, **37**, 1959, p. 149—155; A Reply to Mr. Watkins. *Australasian Journal of Philosophy*, **38**, 1960, p. 51—54; H. C. A l e x a n d e r. The Paradoxes of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **9**, 1958—1959, p. 227—233; The Paradoxes of Confirmation — A Reply to Dr. Agassi. *British Journal for the Philosophy of Science,* **10**, 1959—1960, p. 229—234; J. L. M a c k i e. The Paradox of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **13**, 1962—1963, p. 265—277; I. J. G o o d. The Paradox of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **11**, 1960—1961, p. 145—149; The Paradox of Confirmation (II). *British Journal for the Philosophy of Science*, **12**, 1961—1962; The White-Shoe is a Red Herring. *British Journal for the Philosophy of Science*, **17**, 1966—1967, p. 322.

Парадоксы подтверждения обсуждаются также в статье П. Суппеса: P. S u p p e s. A Bayesian Approach to the Paradoxes of Confirmation. Aspects of Inductive Logic (S u p p e s and H i n t i k k a, eds.). North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966, p. 198—207. В статьях, помещенных в этом сборнике, М. Блэк аккуратно анализирует философские вопросы, возникающие в связи с парадоксами (M. B l a c k. Notes on the Paradoxes of Confirmation, p. 175—197), а Г. фон Вригт предлагает весьма убедительную точку зрения на парадоксы подтверждения, основанную на концепции релевантности обобщения (G. v o n W r i g h t. The Paradoxes of Confirmation, p. 208—219).

Парадокс идеального свидетельства обсуждался К. Поппером (К. Popper. The Logic of Scientific Discovery. Hutchinson, London, 1959) и Р. Винсентом (R. H. Vincent. The Paradox of Ideal Evidence. *Philosophical Review*, **71**, 1962, p. 497—503). Р. Винсент, кроме того, анализировал другой парадокс (A Note on Some Quantitative Theories of Confirmation. *Philosophical Studies*, **12**, 1961, p. 91—92).

В предисловии ко второму изданию книги Р. Карнапа (R. Carnap. Logical Foundations of Probability (2nd ed.). University of Chicago Press, Chicago, 1962) содержится его ответ К. Попперу по поводу противоречивости теории подтверждения. См. также небольшую статью И. Бар-Хиллела: Y. Bar-Hillel. Comments on 'Degree of Confirmation' by Professor K. R. Popper. *British Journal for the Philosophy of Science*, **6**, 1955—1956, p. 155—157.

Проблема «зелубой — голеный» Р. Гудмана увидела свет в его книге: N. Goodman. Fact, Fiction, and Forecast. Harvard University Press, Cambridge, 1955. Приведем выходные данные некоторых статей, отражающих дискуссию, развернувшуюся вокруг этой проблемы: N. Goodman. Positionality and Pictures. *Philosophical Review*, **69**, 1960, p. 523—525; S. Barker and P. Achinstein. On the New Riddle of Induction. *Philosophical Review*, **69**, 1960, p. 511—522; J. Ullian. More on 'Grue' and Grue. *Philosophical Review*, **70**, 1961, p. 386—389; W. Salmon. On Vindicating Induction. In: Induction (Kyburg and Nagel, eds.). Wesleyan University Press, Middletown, Conn., 1963, p. 27—41; H. Leblanc. A Revised Version of Goodman's Paradox of Confirmation. *Philosophical Studies*, **14**, 1963, p. 49—51; D. Davidson. Emeroses by Other Names. *Journal of Philosophy*, **63**, 1966, p. 778—780; J. Vickers. Characteristics of Phojectible Predicates. *Journal of Philosophy*, **64**, 1967, p. 280—286; H. Smokler. Goodman's Paradox and the Problem of Rules of Acceptance. *American Philosophical Quarterly*, **3**, 1969, p. 1—6; R. Jeffrey. Goodman's Query. *Journal of Philosophy*, **63**, 1966.

Четким, блестящим изложением субъективной точки зрения на индукцию и индуктивное поведение отличается книга Р. Джефри: R. Jeffrey. The Logic of Decision, McGraw-Hill, New York, 1966. Современное изложение системы Р. Карнапа должно содержаться в его работе Basic System of Inductive Logic, которая, как предполагается, должна вскоре выйти в свет (см. общую библиографию). Цитата, приведенная в тексте этой главы, взята из статьи: R. Carnap. The Aims of Inductive Logic. In: Nagel, Suppes, and Tarski (eds.). Logic, Methodology, and Philosophy of Science. Stanford University Press, Stanford, California, 1962, p. 303—318.

Парадокс лотереи впервые разбирался в моей книге Probability and the Logic of Rational Belief (Wesleyan University Press, Middletown, Connecticut, 1961). В этой книге из результатов анализа парадокса я сделал вывод, что не следует накладывать на множество принятых высказываний требование дедуктивной замкнутости, но не поставил под сомнение существование правил принятия. Одновременно со мной проблемы, связанные с этим парадоксом, заметил К. Гемпель (C. Hempel. Deductive— Nomological vs. Statistical Explanation. In: *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, Vol. II (Feigl and Maxwell, eds.). University of Minnesota Press, Minneapolis, p. 98—169). Переработанный вариант представил И. Леви в своей книге Gambling with Truth. Эти вопросы также обсуждались Ф. Шиком (F. Schick. Consistency and Rationality. *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, p. 5—19). Мой ответ на статью Ф. Шика см.: A. Further Note on Rationality and Consistency. *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, p. 463—465. Менее формальный анализ см.: R. C. Sleigh. A Note on Some Epistemic Principles of Chisholm and Martin. *Journal of Philosophy*, **61**, 1964, p. 216—218; K. Lehrer. Knowledge and Probability. *Journal of Philosophy*, **61**, 1964, p. 368—372.

ГЛАВА 14

ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ

Существуют три теории подтверждения, в которых индуктивному правилу принятия отводится важное место. Сначала мы рассмотрим теорию, возникшую благодаря исследованиям Я. Хинтикки и разработанную им совместно с Р. Хилпиненом. Эта теория близка по духу теории Р. Карнапа. В статьях Я. Хинтикки появился ряд новых формул, смысл которых я намереваюсь здесь разъяснить, однако следует еще раз подчеркнуть, что эта книга является введением в оригинальные работы, но отнюдь не заменяет их.

Рассмотрим язык L_k, содержащий k примитивных одноместных предикатов; произвольное (возможно, бесконечное) число индивидных констант; обычный набор логических связок и индивидных переменных, но не содержащий символа равенства. С помощью k одноместных предикатов можно образовать 2^k типов индивидов. Так, если $k = 2$, получается всего четыре различных типа индивида:

$$\begin{array}{ll} C_1(x) & P_1(x) \,\&\, P_2(x), \\ C_2(x) & P_1(x) \,\&\, \sim P_2(x), \\ C_3(x) & \sim P_1(x) \,\&\, \sim P_2(x), \\ C_4(x) & \sim P_1(x) \,\&\, P_2(x). \end{array}$$

Формулы, описывающие возможные типы индивидов, Я. Хинтикка называет *атрибутивными конституэнтами* (attributive constituents), или Ct-предикатами. Таким образом, в общем случае, если в языке имеется k одноместных предикатов, число атрибутивных конституэнт равно 2^k. Представим их в виде следующей последовательности:

$$Ct_1(x),\ Ct_2(x),\ Ct_3(x),\ \ldots,\ Ct_i(x),\ \ldots,\ Ct_{2^k}(x).$$

Заметим, что атрибутивные конституэнты — это попросту Q-предикаты Р. Карнапа. Их можно было бы назвать также *наиболее сильными* предикатами (strongest predicates).

Когда мы знаем, что, приписав данному индивиду определенную атрибутивную конституэнту, получим истинную формулу, — наши знания об этом индивиде, выразимые в языке L_k, максимальны.

Определим теперь конституэнты, которые являются высказываниями, или замкнутыми формулами, в отличие от атрибутивных конституэнт, являющихся формулами со свободной индивидной переменной или матрицами (эта терминология представляет собой, возможно, не лучший вариант, но другой терминологии нет). Произвольная конституэнта C_w имеет вид:

$$(\exists x)\,Ct_{i_1}(x) \,\&\, (\exists x)\,Ct_{i_2}(x) \,\&\, \ldots \,\&\, (\exists x)\,Ct_{i_w}(x) \,\&\, (x)\big(Ct_{i_1}(x) \vee Ct_{i_2}(x) \vee \ldots \vee Ct_{i_w}(x)\big).$$

Другими словами, конституэнта — это высказывание, в котором говорится, что такие-то и такие-то атрибутивные конституэнты экземплифицированы, т. е. выполняются для некоторого индивида, и что, более того, экземплифицированы только эти конституэнты. В примере с $k = 2$ мы уже написали все возможные атрибутивные конституэнты. Перечислим теперь все возможные конституэнты:

1. $(\exists x)\,C_1(x) \,\&\, (x)\,(C_1(x))$,
2. $(\exists x)\,C_2(x) \,\&\, (x)\,(C_2(x))$,
3. $(\exists x)\,C_3(x) \,\&\, (x)\,(C_3(x))$,
4. $(\exists x)\,C_4(x) \,\&\, (x)\,(C_4(x))$,
5. $(\exists x)\,C_1(x) \,\&\, (\exists x)\,C_2(x) \,\&\, (x)\,(C_1(x) \vee C_2(x))$,
6. $(\exists x)\,C_1(x) \,\&\, (\exists x)\,C_3(x) \,\&\, (x)\,(C_1(x) \vee C_3(x))$,
7. $(\exists x)\,C_1(x) \,\&\, (\exists x)\,C_4(x) \,\&\, (x)\,(C_1(x) \vee C_4(x))$,
8. $(\exists x)\,C_2(x) \,\&\, (\exists x)\,C_3(x) \,\&\, (x)\,(C_2(x) \vee C_3(x))$,
9. $(\exists x)\,C_2(x) \,\&\, (\exists x)\,C_4(x) \,\&\, (x)\,(C_2(x) \vee C_4(x))$,
10. $(\exists x)\,C_3(x) \,\&\, (\exists x)\,C_4(x) \,\&\, (x)\,(C_3(x) \vee C_4(x))$,

11. $(\exists x)\, C_1(x) \,\&\, (\exists x)\, C_2(x) \,\&\, (\exists x)\, C_3(x) \,\&$
$\& \, (x)\, (C_1(x) \vee C_2(x) \vee C_3(x)),$

12. $(\exists x)\, C_1(x) \,\&\, (\exists x)\, C_2(x) \,\&\, (\exists x)\, C_4(x) \,\&$
$\& \, (x)\, (C_1(x) \vee C_2(x) \vee C_4(x)),$

13. $(\exists x)\, C_1(x) \,\&\, (\exists x)\, C_3(x) \,\&\, (\exists x)\, C_4(x) \,\&$
$\& \, (x)\, (C_1(x) \vee C_3(x) \vee C_4(x)),$

14. $(\exists x)\, C_2(x) \,\&\, (\exists x)\, C_3(x) \,\&\, (\exists x)\, C_4(x) \,\&$
$\& \, (x)\, (C_2(x) \vee C_3(x) \vee C_4(x)),$

15. $(\exists x)\, C_1(x) \,\&\, (\exists x)\, C_2(x) \,\&\, (\exists x)\, C_3(x) \,\&\, (\exists x)\, C_4(x)) \,\&$
$\& \, (x)\, (C_1(x) \vee C_2(x) \vee C_3(x) \vee C_4(x)).$

Предполагая, что универсум не пуст, т. е. что по крайней мере одна атрибутивная конституэнта экземплифицирована, получаем в общем случае $2^{2^k} - 1$ конституэнт. Каждая из этих конституэнт описывает возможное состояние мира. Например, первая конституэнта описывает состояние мира, при котором всё в мире экземплифицирует первую атрибутивную конституэнту; тринадцатая конституэнта описывает состояние мира, при котором выполняется обобщение '$(x)\,(P_1(x) \supset P_2(x))$'.

На первой стадии определения функции меры, которая призвана охарактеризовать нашу индуктивную логику, следует приписать априорные меры возможным состояниям мира, т. е. конституэнтам. Затем вероятность, приписанная данной конституэнте, распределяется между описаниями состояний, соответствующими этой конституэнте. В простейшем случае мы приписываем одинаковую вероятность каждой конституэнте, а затем делим ее поровну между описаниями состояний (определение описаний состояний совпадает с карнаповским), образующими данную конституэнту. Общее число конституэнт зависит только от числа предикатов в нашем языке, а общее число описаний состояний зависит, вдобавок, от количества индивидных констант. В рассматриваемом нами простом примере каждая конституэнта получила бы априорную вероятность 1/15 при любом числе индивидных констант. Пусть теперь в языке имеется пять индивидных констант (заметим, что если число индивидных констант меньше четырех, то некоторые из пятнадцати конституэнт не могут быть истинными). Тогда общее число описаний состояний равно $(2^k)^5 = 4^5 = 1024$. (В языке с N индивидными константами получаем $(2^k)^N = 2^{Nk}$ описаний состояний.) Из них только одно описание состояния соответствует первой конституэнте, поэтому оно получает априорную вероятность 1/15, равную априорной вероятности конституэнты. А вот пятой конституэнте соответствуют 30 описаний состояний, поэтому каждое из этих описаний состояний получает априорную меру 1/450. Одиннадцатой конституэнте соответствуют 150 описаний состояний, и, следовательно, каждое из них получает априорную вероятность, равную 1/3600. В дальнейшем мы увидим, что более простые типы универсумов (универсумов, в которых меньшее число атрибутивных конституэнт экземплифицировано) обычно получают более высокие априорные вероятности, чем более сложные типы универсумов.

Благодаря свидетельству некоторые конституэнты исключаются из рассмотрения и вероятности (сумма которых по-прежнему равна единице) перераспределяются между оставшимися конституэнтами. Первый же наблюдавшийся индивид элиминирует три из четырех первых конституэнт, приведенных в списке, составленном для нашего примера. Если же мы наблюдали индивиды, обладающие атрибутивными конституэнтами C_1, C_3 и C_4, то тем самым из дальнейшего рассмотрения исключаются первые двенадцать конституэнт нашего списка, а также четырнадцатая конституэнта, и остаются только тринадцатая (логически эквивалентная обобщению '$(x)(P_1(x) \supset P_2(x))$') и пятнадцатая конституэнты. В общем случае можно показать, что наиболее вероятной относительно данной совокупности сведений будет именно та конституэнта, в которой утверждается, что во всем универсуме существуют такие, и только такие, типы индивидов, которые мы уже наблюдали.

В этом состоит существенное различие между системами, происходящими от работ Я. Хинтикки, и системами, происходящими от работ Р. Карнапа. В системе Карнапа универсальные обобщения имеют, вообще говоря, небольшие вероятности, а для языков с бесконечным числом индивидных констант вероятность любого универсального обобщения равна нулю. В системе Хинтикки это не так. Универсальное обобщение, например, такое, как '$(x)(P_1(x) \supset P_2(x))$', может получить довольно большую вероятность, даже если универсум состоит из бесконечного числа индивидов. Более того, поскольку любое непротиворечивое обобщение можно представить в дистрибутивной нормальной форме, т. е. в виде дизъюнкции конституэнт, любое не противоречащее свидетельству обобщение будет иметь конечную апостериорную вероятность.

К тому же, как показали Я. Хинтикка и Р. Хилпинен, можно сформулировать такое правило принятия, которое не приводит к обычным затруднениям, связанным с принятием гипотез. Например, если рассмотреть множество предложений, принятых согласно этому правилу на основании данной совокупности сведений, то это множество оказывается демонстративно непротиворечивым. Более того, даже любое предложение, являющееся следствием конъюнкции произвольного числа принятых по этому правилу предложений, будет приемлемым согласно тому же правилу. Для принятия общих высказываний Я. Хинтикка и Р. Хилпинен предложили следующее правило[1] (с. 11):

О. П.

$$Ac\,(h,\ e) =_{Df} \begin{cases} (i)\, P\,(h,\ e) > 1 - \varepsilon, \text{ где } 0 < \varepsilon \leqslant 0{,}5 \\ (ii)\, n > n_0. \end{cases}$$

В первой строчке этого правила полагается, что вероятность h относительно данного свидетельства e должна быть больше, чем $1 - \varepsilon$, где ε означает уровень принятия. Эта часть правила является чисто вероятностной. Во второй строчке правила через n обозначено число индивидов в e, а через n_0 — такое их число, что при $n > n_0$ одна, и только одна, конституэнта C_w может быть принята на основе e. Единственной приемлемой конституэнтой оказывается конституэнта, в которой утверждается, что в универсуме существуют такие, и только такие, типы индивидов, которые уже наблюдались в e.

Помимо сформулированного выше правила, Я. Хинтикка и Р. Хилпинен предложили правило принятия сингулярных высказываний[2] (с. 18):

---

[1] Сокращение О. П. соответствует английскому D. Ac. и расшифровывается как «определение принятия». — *Прим. перев.*

[2] То есть высказываний об отдельном индивиде. Сокращение О. С. П. вместо английского D. Ac. Sing. обозначает «определение сингулярного принятия». — *Прим. перев.*

О. С. П.

Сингулярная гипотеза $A(a_i)$ тогда, и только тогда, приемлема, когда приемлемо обобщение $(x)A(x)$.

Я. Хинтикка и Р. Хилпинен показывают, что с помощью этого правила удается избежать парадокса лотереи[1]. Если соответствующее универсальное обобщение достаточно вероятно (т. е. имеет вероятность больше чем $1-\varepsilon$), то вероятность конъюнкции любого числа сингулярных гипотез вида $A(a_i)$ будет также больше чем $1-\varepsilon$. Но одновременно Я. Хинтикка и Р. Хилпинен показывают, что нельзя построить единое правило принятия, полагая 'h' из О. П. обозначающим не только обобщения, но и сингулярные гипотезы. Если общее высказывание $(x)A(x)$ *неприемлемо*, то парадокс не возникает, даже когда сингулярные гипотезы имеют вероятности больше чем $1-\varepsilon$.

Численные значения вероятностей, получавшихся в первоначальном варианте системы индуктивной логики, казались Я. Хинтикке завышенными в том смысле, что они вели к принятию обобщений на основе весьма скудных сведений в их пользу. Поэтому Я. Хинтикка впоследствии предложил распределять априорные вероятности между конституэнтами не равномерно, а отдавая некоторое предпочтение более сложным конституэнтам: вероятность, приписанная конституэнте с w экземплифицированными типами индивидов, пропорциональна величине $(w/K)^{\alpha}$, где K — общее число конституэнт, а α — свободный (аналогично λ Р. Карнапа) параметр, характеризующий данный индуктивный метод.

В статье «Двумерный континуум индуктивных методов» Я. Хинтикка вводит новый свободный параметр α по-другому, хотя функция α как характеристики данного индуктивного метода остается прежней. Чем большее значение принимает α, тем большее количество эмпирических сведений требуется для того, чтобы обобщение было достаточно вероятным. При $\alpha=\infty$ получается система Р. Карнапа, в которой априорная и апостериорная вероятности любого обобщения, не яв-

---

[1] См. стр. 264.

ляющегося тавтологией, равны нулю[1]. В системе Я. Хинтикки, кроме α, есть свободный параметр λ, который, как и в системе Р. Карнапа[2], служит показателем осторожности в сингулярных предсказаниях (чем больше λ, тем в большей степени мы полагаемся на априорные расчеты вероятности сингулярной гипотезы и тем в меньшей степени полагаемся на наблюдавшиеся относительные частоты).

Были предложены два обобщения однопараметрических систем Я. Хинтикки. В статье «Индуктивные обобщения в упорядоченном универсуме» первоначальный вариант системы Я. Хинтикки распространяется на специальный случай с многоместными предикатами, при котором индивиды образуют упорядоченный универсум. А в статье «Об индуктивных обобщениях в одноместной логике первого порядка с равенством» система Хинтикки строится для языка логики первого порядка с одноместными предикатами, включая знак равенства. Заметим, что, хотя оба расширения удалось корректно построить, задача оказалась отнюдь не простой.

Подход Хинтикки обладает двумя весьма привлекательными чертами. Первая состоит в том, что, в отличие от системы Р. Карнапа, в системе Я. Хинтикки универсальное обобщение может получить достаточно высокую вероятность. Один из факторов, благодаря которым достигается этот эффект, — невозможность образования в системе Я. Хинтикки предикатов Н. Гудмана. В действительности ни один из языков (включая язык с двуместным предикатом порядка), для которых строилась система Я. Хинтикки, не был достаточно богат для того, чтобы в нем можно было определить предикат типа ‘зелубой’. Тем не менее нетрудно понять, каким образом можно было бы избежать этих странных предикатов в общем случае: если начать с множества относительно остенсивных предикатов типа ‘голубой’ и ‘зеленый’, то

---

[1] То есть в системе Карнапа мы должны были бы исследовать бесконечное число индивидов, чтобы получить ненулевую вероятность универсального эмпирического обобщения в бесконечном универсуме. — *Прим. перев.*

[2] Исключение составляет переменная, от которой зависит λ: в системе Карнапа λ зависит от полного числа типов индивидов в языке-обьекте, а в системе Я. Хинтикки — от числа типов индивидов в данной конституэнте. — *Прим. перев.*

априорная вероятность конституэнты, из которой следует, что все изумруды голубые, или конституэнты, из которой следует, что все изумруды зеленые, была бы намного больше, чем априорная вероятность конституэнты, из которой следовало бы, что все изумруды зелубые. Я. Хинтикка полагает — и не без основания, — что задачей индуктивной логики или теории подтверждения является разумное объяснение научных выводов, выразимых внутри структуры данного языка.

Другая привлекательная черта системы Я. Хинтикки состоит в том, что, как мы уже видели, с помощью этой системы можно построить очень простое и естественное правило принятия. Это правило принятия не приводит ни к одному из обычных противоречий и позволяет достичь такого желаемого результата, как логическая замкнутость множества принятых высказываний: любое логическое следствие любого множества приемлемых, согласно правилам Хинтикки, предложений будет также приемлемо на основе этих правил.

Однако подходу Хинтикки присущ и ряд серьезных недостатков. Во-первых, языки, для которых удалось построить системы индуктивной логики, чрезвычайно просты. Даже если мы хотим распространить индуктивную логику на языки логики первого порядка с двуместными предикатами, усложнения нарастают с бешеной скоростью. До сих пор не было предпринято ни одной попытки построить систему для языка логики первого порядка с предикатами произвольной местности (хотя принципиальных трудностей подобного построения не видно). Проблема же построения индуктивных выводов для языков, содержащих не только предикаты любого типа, но и любой степени каждого типа, представляется ошеломляюще сложной. Но в то же время именно такой язык необходим для всякого научного исследования, и если индуктивная логика не должна оставаться всего лишь академическим упражнением, если она должна хоть как-то повлиять на квалификацию научных выводов по степени обоснованности или хотя бы реалистически характеризовать научные выводы, то она обязана заниматься выводами, описываемыми в достаточно богатом языке.

Более того, те трудности, которые мы обсуждали в связи с субъективной и логической интерпретациями вероятности, сохраняют свою силу и в данном случае. Я имею в виду приписывание высоких априорных вероятностей приближенным статистическим обобщениям. Благодаря второму условию правила принятия (т. е. благодаря требованию, согласно которому n должно быть больше чем n_0), ничто, очевидно, не вынуждает нас *принять* подобное обобщение, но его существование производит несколько неприятное впечатление.

Наконец, когда мы вспоминаем конкретное построение системы Р. Карнапа или Я. Хинтикки, нас преследует мысль о произвольности исходных вероятностей. Если какие-то значения вероятностей показались слишком завышенными, мы вводим выражение $(w/K)^{\alpha}$. Если же другие вероятности кажутся слишком заниженными, мы стараемся изменить исходное распределение вероятностей. Разумеется, ничто не скрывается. Индуктивные методы характеризуются значениями свободных параметров. Однако, по всей видимости, не существует простого и естественного способа, с помощью которого можно было бы ограничить множество значений параметров.

И. Леви своей главной задачей считает разъяснение так называемого 'локального оправдания' (local justification) индукции и именно в этом русле стремится разработать подход к научным выводам. Локальное оправдание противопоставляется глобальному оправданию. До сих пор мы имели дело в первую очередь с глобальным оправданием, поскольку обсуждали связь между высказываниями, которые можно рассматривать как непосредственно истинные или в которые можно верить без рассуждений, и высказываниями, в пользу которых первые высказывания выдвигаются как свидетельства. Эти свидетельства в контексте глобального оправдания могут быть такими, как, например, предложение 'из сотни извлеченных шаров 40 оказались красными', или 'эта ворона черная', или 'при пятом подбрасывании монеты выпала «решка»' и т. п. Когда мы говорим о локальном оправдании, мы сосредоточиваем свое внимание на реальном научном исследовании. При этом в качестве *не подлежащих сомнению* (evident) берутся не только предложения, описывающие наблюдения, но и теоретические положения и вообще «любые доводы, а также предположения, в которые верит исследователь и которые релевантны исследуемой проблеме, но которые не вызывают сколько-нибудь обоснованных сомнений ни у одного из участников данных разработок или у кого-то еще, кто достаточно квалифицирован, чтобы оценить результаты исследований» (с. 4). Таким образом, правдоподобие гипотезы должно оцениваться по отношению к сведениям, включающим в себя как исходные знания b, не подлежащие сомнению в данном исследовании (но не по причине их вечной неприкосновенности), так и специальное свидетельство e, состоящее из предложений, описывающих наблюдения и т. п.

Для локального оправдания, согласно И. Леви, существенным является не только наличие особого исходного знания b и особого свидетельства e, но и принятие во внимание того вопроса, который исследователь ставит перед собой, и того множества релевантных выводов, каждый из которых исследователь считает вполне пригодным в качестве ответа на данный вопрос: «...когда мы защищаем данное заключение как обоснованное благодаря определенным сведениям, предположение, что подобная защита должна быть соотнесена со всем множеством предложений, рассматриваемых в качестве релевантных ответов, выглядит правдоподобным...» (с. 33). При этом полагается, что множество релевантных ответов имеет определенную структуру. *Предельным разбиением* (ultimate partition) называется множество таких предложений L, для которых: 1) из $b \& e$ можно вывести сильную дизъюнкцию всех элементов U_e; 2) ни один элемент U_e нельзя вывести из $b \& e$; 3) любой ответ, который исследователь, использующий U_e, считает релевантным, логически эквивалентен какому-нибудь элементу множества M_e, порожденного множеством U_e: M_e содержит конъюнкцию C_e всех элементов U_e (логически ложную при условии, что истинно $b \& e$); M_e содержит дизъюнкцию S_e всех элементов U_e; M_e содержит дизъюнкцию элементов любого непустого подмножества U_e (одна из этих дизъюнкций — S_e; она выводится из $b \& e$ и состоит из всех элементов U_e).

Приведем один пример, заимствованный из книги И. Леви, который поможет нам уяснить эти определения. Пусть некоторый социолог хочет предсказать, какой из кандидатов — X, Y или Z — победит на выборах.

Предельное разбиение U_e для данной проблемы состоит из трех предложений:

X победит на выборах;
Y победит на выборах;
Z победит на выборах.

Множество M_e, порождаемое этим разбиением, состоит из следующих элементов:

1) либо X, либо Y, либо Z победит на выборах (S_e):
2) либо X, либо Y победит на выборах;
3) либо X, либо Z победит на выборах;
4) либо Y, либо Z победит на выборах;
5) X победит на выборах;
6) Y победит на выборах;
7) Z победит на выборах;
8) X и Y и Z победят на выборах (C_e).

В рамках локального оправдания индукции необходимо располагать дополнительной информацией двух видов: во-первых, нужно знать численные значения вероятностей, приписанных каждому элементу (гипотезе H_i) предельного разбиения U_e (эти вероятности должны удовлетворять обычной системе аксиом и, кроме того, должны выполняться следующие условия: $p(H_i) > 0$ и $\Sigma p(H_i, e) = 1$, где сумма берется по всем элементам U_e [1]); во-вторых, мы должны знать функцию эпистемической полезности (выражение К. Гемпеля), значения которой представляют собой выгоду от принятия истинной гипотезы или выгоду от принятия ложной гипотезы. С понятием эпистемической полезности мы уже сталкивались в связи с мерами эмпирической обоснованности, осуждавшимися в главе 11. На первой стадии построения функции полезности И. Леви определяет емкость (content) гипотезы. Это определение имеет смысл только по отношению к данному предельному разбиению U_e. Емкость $\mathrm{cont}(H, e)$ гипотезы H в M_e при данном e равна m/n, где n — число элементов в предельном разбиении U_e, а m — число элементов в предельном разбиении, которые несовместимы с H, т. е. которые *исключаются* благодаря H. Следует отметить, что это определение

[1] Очевидно, второе условие следует из аксиом, определения U_e и b & e. — *Прим. перев.*

является новым, хотя и аналогичным определению содержательной емкости гипотезы, которая приравнивалась $1-p(H)$, где $p(H)$ — априорная вероятность гипотезы H. Новое в этом определении то, что емкость гипотезы определяется по отношению к *данному* предельному разбиению, всем элементам которого придается одинаковый вес. Более того, *условная* емкость H при данном e и новом свидетельстве f определяется точно так же по отношению к предельному разбиению $U_{e\&f}$, содержащему элементы, совместимые с e и f. Выгода $U(H, e)$ принятия истинной гипотезы H при данном e и величина потерь $u(H, e)$, связанных с принятием ложной гипотезы H при данном e, определяются через емкость $\sim H$ при данном e:

$$U(H, e) = 1 - q\,\mathrm{cont}(\sim H, e),$$

$$u(H, e) = -q\,\mathrm{cont}(\sim H, e),$$

где q — произвольная константа, причем $0 < q < 1$. И. Леви показал, что любая пара функций полезности, удовлетворяющая определенным весьма общим и интуитивно приемлемым требованиям (таким, например, как требование того, что верному ответу следует отдавать предпочтение по сравнению с ошибочным ответом), является парой линейных функций от $U(H, e)$ и $u(H, e)$, если последние определяются подобным образом.

С помощью этих функций полезности и уже упоминавшейся вероятностной меры можно найти математическое ожидание $E(H, e)$ эпистемической полезности принятия H при данном e:

$$E(H, e) = p(H, e)\,U(H, e) + p(\sim H, e)\,u(H, e).$$

Используя принцип максимизации математического ожидания полезности Бэйеса, получаем следующее правило индуктивного принятия (с. 86):

Правило А:

1) принимай высказывание $b \,\&\, e$ и все его дедуктивные следствия;
2) отвергай все такие элементы a_i множества U_e, что $p(a_i, e) < q\,\mathrm{cont}(\sim a_i, e)$, т. е. принимай дизъюнкцию всех неотвергнутых элементов U_e как наиболее сильное высказывание в множестве M_e, индуктивно приемлемое на основе $b \,\&\, e$;

3) принимай все дедуктивные следствия из конъюнкции наиболее сильного высказывания, индуктивно приемлемого на основе 2) и предложения $b \& e$;
4) не принимай (при данных b, e, U_e, вероятностном распределении и q) ни одно из предложений твоего языка, которое не является приемлемым на основе 1), 2) или 3).

Это правило — краеугольный камень работы И. Леви. Две трети его книги посвящено выяснению и объяснению результатов, вытекающих из постулирования правила А. В формулировке этого правила встречается ряд параметров, смысл которых необходимо прокомментировать. Рассмотрим исходное знание b. Очевидно, исходные знания являются существенным компонентом многих научных выводов и не только дедуктивных по форме. И. Леви использует исходные знания при рассмотрении и прямых, и обратных статистических выводов[1]. Трудно понять, каким образом пренебрежение исходным знанием может остаться без последствий. Специфическое для данного исследования свидетельство e, которое описывает в основном наблюдения, мы рассматривали во всех теориях. Хорошо было бы иметь критерий для квалификации данного предложения как не подлежащего сомнению знания. Само по себе правило А может обеспечить нас таким критерием, но для этого придется изменить его контекст, потому что вопрос о том, является ли данный элемент некоторого предельного разбиения, релевантного какому-нибудь предложению в b, приемлемым, — это один вопрос, а вопрос о том, какой элемент M_e приемлем, — это другой вопрос. Предельное разбиение U_e, распределение вероятностей и число q — спорные и трудные для определения параметры, от которых зависят результаты применения правила А.

Число q отражает степень осторожности: чем ближе q к 0, тем более осторожно относится исследователь к принятию гипотез; чем ближе q к 1, тем более поспешно исследователь переходит от неверия к уверенности, т. е. тем более поспешно он будет принимать относительно сильное высказывание из множества M_e. q — субъективный параметр, и выбор его значения целиком во

[1] То есть выводов от состава генеральной совокупности к составу выборки и выводов от состава выборки к составу генеральной совокупности. — *Прим. перев.*

власти субъекта. Тем не менее, утверждает И. Леви, можно предположить, что некоторая группа исследователей ограничивает себя определенными значениями q. «Возможно, величины q никоим образом не будут отражать верные предчувствия этих исследователей. Выбор величины q — это частичное обязательство оценивать выводы в соответствии с определенными стандартами» (с. 89).

С предельным разбиением U_e и вероятностной мерой $p(H, e)$ связаны еще большие затруднения. Вероятности, о которых говорит правило А, являются индуктивными и должны быть приписаны предложениям. Может, конечно, случиться так, что они будут основаны на известных статистических вероятностях (с. 191). Однако в общем случае независимо от того, имеется статистическая информация или нет, вероятностная мера «служит показателем риска, на который готов согласиться субъект, действуя так, как будто гипотеза истинна» (с. 190). И. Леви почти ничего не может сказать об этих вероятностях, кроме того, что они могут быть связаны со статистическими частотами. «Эти вероятности могут быть субъективными, т. е. вероятностями, которые приписывает предложениям субъект. Или же они могут быть вероятностями, которые следует приписать в соответствии с некоторым стандартным методом [так они понимаются в теории подтверждения]» (с. 191, n). Мы уже сталкивались с проблемами, порождаемыми подобными вероятностями. Стандартные методы приписывания вероятностей, как отмечает и сам И. Леви, не были разработаны для языков, приближающихся по своим выразительным средствам к реальному научному языку, т. е. для языков, достаточно богатых для целей реконструкции настоящих научных выводов. В то же время И. Леви замечает, что нахождение субъективных вероятностей, основанных на субъективных предпочтениях, — ненадежное дело. А разработанные на данный момент стандартные методы включают в себя не менее произвольные параметры типа параметров λ и η Р. Карнапа или типа параметров α и λ Я. Хинтикки. Кроме того, как субъективная, так и логическая интерпретации вероятности приводят к неоправданно высоким априорным степеням веры, относящимся к частотам в длинных последовательностях событий.

Особенно каверзным является вопрос о том, какое разбиение можно считать предельным разбиением для данного контекста. Очевидно, разные предельные разбиения могут привести к индуктивному принятию различных наиболее сильных высказываний. «Существует ли система критериев для установления предельных разбиений, которыми следует воспользоваться при любом данном контексте, — трудный вопрос. В данный момент на него невозможно ответить» (с. 37). На самом деле существует тривиальная техника, с помощью которой можно избежать нежелательных заключений: если H не выводится из свидетельства и правило А предписывает принять H при данных b, e, U_e, распределении вероятностей (зависящем, быть может, от η и λ) и q, то мы можем избежать принятия H, выбирая в качестве предельного разбиения множество U'_e, состоящее из гипотез вида $a_i \,\&\, H^0$ и $a_i \,\&\, \sim H^0$, где a_i — элемент исходного разбиения U_e, и правило А ведет к отклонению некоторого элемента U_e вида $a_i \,\&\, H^0$ или $a_i \,\&\, \sim H^0$, причем a_i — дизъюнкт[1] элемента M_e, эквивалентного H. Последнее легко установить, поскольку его необходимым и достаточным условием является выполнение неравенства

$$p\,(a_i \,\&\, H^0,\ e) \neq \frac{1}{2}\, p\,(a_i,\ e)$$

для некоторого дизъюнкта a_i элемента M_e, эквивалентного H. И. Леви подчеркивает (с. 95), что этот результат показывает не только достаточность одной высокой вероятности для принятия данного предложения, поскольку всегда найдется такое предельное разбиение, относительно которого можно принять предложение с высокой вероятностью. Этот результат вдобавок показывает, что любое предложение, вероятность которого больше 1/2, может быть принято на основе некоторого предельного разбиения. Итак, образуя различные предельные разбиения, можно добиться принятия какого бы то ни было высказывания с ненулевой вероятностью. Подобное положение вызывает чувство неловкости.

[1] Дизъюнкты формулы A определяются индукцией по длине A следующим образом: если A не является дизъюнкцией, то единственным дизъюнктом формулы A является сама A; если A есть $B \vee C$, то дизъюнктами формулы A являются дизъюнкты формулы B и дизъюнкты формулы C. — *Прим. перев.*

Действительно, при той реконструкции индуктивного принятия, которую предлагает И. Леви, субъект может на основе одного и того же свидетельства одновременно (хотя и с помощью разных предельных разбиений) принять некоторое высказывание и его отрицание. Однако не следует слишком спешить и утверждать, что этот подход не заслуживает внимания. Ведь наши интуитивные представления об общем абстрактном понятии принятия индуктивных заключений далеки от той ясности, при которой на них можно было бы положиться с самого начала. Хотя полученные результаты приводят нас в замешательство, со временем может оказаться, что какие-то предельные разбиения можно охарактеризовать таким образом, что они не приведут нас к подобным результатам. Другие авторы, например Ф. Шик (с. 477), также считают неубедительной точку зрения, согласно которой веру в гипотезу можно отстоять только относительно некоторого множества возможных альтернатив.

При этом, однако, забываются два исключительно важных достоинства, которыми обладает теория И. Леви. Во-первых, его правило индуктивного принятия не нарушает *дедуктивную убедительность* (deductive cogency) теории (термин И. Леви): 1) любое высказывание, выводимое из высказываний, принятых по правилу А, также приемлемо в соответствии с правилом А; 2) множество высказываний, приемлемых по правилу А, при *данном* предельном разбиении является демонстративно непротиворечивым. Это достоинство теории И. Леви оставалось в тени, и о нем вспомнили лишь в связи с системой Я. Хинтикки. Другая привлекательная черта системы Леви состоит в том, что с ее помощью можно реконструировать важные образцы научных выводов так, что эта реконструкция выглядит реалистично. Более того, внутри этой концептуальной структуры можно подвергнуть глубокому анализу различные другие теории научного вывода (например, теории К. Поппера, Р. Карнапа). В результате подобного анализа удается обнаружить как достоинства этих теорий, так и их ограниченность. Нельзя представить себе более убедительного доказательства плодотворности концепции совокупности знаний или более убедительного доказательства возможности рассматривать недостоверные высказывания в качестве свидетельств, чем та польза, которую извлек в своем анализе И. Леви из предложения 'b & e'.

Последним рассмотрим мой собственный подход, при котором я стремился объединить преимущества глобального подхода к оправданию индукции с «эластичностью», свойственной локальному оправданию. Первоначальный вариант системы изложен в моей книге «Вероятность и логика рациональной веры». Основным понятием этой концепции является понятие системы рациональных знаний или совокупности предложений данного уровня. Эту систему можно построить как множество предложений. Совокупность рациональных знаний данного уровня характеризуется подмножеством предложений F (возможно, предложений, описывающих наблюдения), которые считаются приемлемыми, потому что обладают самой высокой степенью практической достоверности, и числом $i (1 \leqslant i \leqslant n)$ — показателем степени практической достоверности предложений данной совокупности рациональных знаний. Число i называется *уровнем* (level) данной системы, а множество F — *базисом* (basis) данной системы. Самый высокий уровень n системы содержит предложения, принадлежащие множеству F, аксиомы теории множеств и логики, а также все дедуктивные следствия, которые можно получить из этих предложений. Любому числу $i \leqslant n$ ставится в соответствие такое число r_i $(1/2 < r_i \leqslant 1)$, что для любых i и j, если $i > j$, то $r_i > r_j$. Множество предложений, образующих рациональную систему уровня i $(i < n)$ с базисом F, должно состоять из тех, и только тех, предложений, вероятность которых относительно рациональной системы уровня $i+1$ представима интервалом (p, q), причем $'p > r'_i$ — теорема арифметики.

Ф. Шик показал, что первоначальный вариант системы обладает одним недостатком: если дана рациональная система уровня i, можно вывести противоречие, соответствующее некоторой версии парадокса лотереи и принадлежащее рациональной системе уровня $i-2$. Я доказал, что если условное высказывание '$S \supset T$' принадлежит рациональной системе уровня i и S — элемент рациональной системы уровня $i-1$, то T также будет элементом рациональной системы уровня $i-1$. Рассмотрим теперь справедливую лотерею, описанную предложением, принадлежащим рациональной системе уровня i, Пусть в лотерее разыгрывается так много билетов, что для любого k предложение 'билет k не выиграет' принадлежит рациональной системе уровня $i-1$. Каждое подобное предложение обозначим через L_k. В системе уровня i содержатся также следующие условные высказывания:

$$'L_1 \supset (L_2 \supset L_1 \& L_2)',$$
$$'L_3 \supset (L_1 \& L_2 \supset L_1 \& L_2 \& L_3)',$$
$$'L_4 \supset (L_1 \& L_2 \& L_3 \supset L_1 \& L_2 \& L_3 \& L_4)'.$$

Так как все L_k находятся на уровне $i-1$, условные высказывания

$$'L_1 \& L_2 \supset L_1 \& L_2 \& L_3',$$
$$'L_1 \& L_2 \& L_3 \supset L_1 \& L_2 \& L_3 \& L_4'$$

также находятся на уровне $i-1$. Дальше — хуже. Поскольку L_2 является элементом системы рациональных знаний уровня $i-1$, оно также является элементом системы уровня $i-2$. А поскольку $'L_2 \supset L_1 \& L_2'$ принадлежит рациональной системе уровня $i-1$, конъюнкция $'L_1 \& L_2'$ тоже принадлежит рациональной системе уровня $i-2$. Так как условное высказывание $'L_1 \& L_2 \supset \supset L_1 \& L_2 \& L_3'$ принадлежит системе уровня $i-1$, а конъюнкция $'L_1 \& L_2'$ находится на уровне $i-2$, конъюнкция $L_1 \& L_2 \& L_3$ также находится на уровне $i-2$. Поскольку условное высказывание $'L_1 \& L_2 \& L_3 \supset L_1 \& L_2 \& L_3 \& L_4'$ принадлежит рациональной системе уровня $i-1$, а конъюнкция $'L_1 \& L_2 \& L_3'$ находится на уровне $i-2$, конъюнкция $'L_1 \& L_2 \& L_3 \& L_4'$ тоже находится на уровне $i-2$ и т. д. Таким образом, конъюнкция всех предложений вида L_k принадлежит системе рациональных знаний уровня $i-2$, но эта конъюнкция противоречит высказыванию, в котором говорится, что лотерея справедлива, и которое также находится на этом уровне.

Эту парадоксальность можно устранить, если одновременно рассматривать не более чем два уровня рациональной системы. Пусть через F обозначено множество предложений любого сорта, которые мы решили использовать в качестве базиса глобального оправдания. Система рациональных знаний самого высокого уровня, обозначаемая через ${}_1RC_F$, содержит предложение F, аксиомы логики и математики и все предложения, дедуктивно выводимые из них. Таким образом, система рациональных знаний самого высокого уровня удовлетворяет условию дедуктивной убедительности И. Леви. Она замкнута относительно дедукции, и если мы обнаружим в ней какое-либо противоречие, мы будем вынуждены изменить должным образом аксиомы математики или логики или же изменить состав F, хотя в любом случае будем говорить об «изменении всего базиса эмпирического познания».

Рациональная система уровня r состоит из таких предложений, вероятность которых относительно рациональной системы уровня 1 больше чем r. Точнее говоря, если S — предложение нашего языка и вероятность S относительно рациональной системы ${}_1RC_F$ уровня 1 с базисом F представима парой дробей (p, q), и если '$p > r$' — теорема, то $S \in {}_rRC_F$. Состав системы рациональных знаний уровня r только тогда точно определен, когда мы точно определили для нашего языка вероятностную меру. Последнее, как отмечалось выше, потребует составления множества рациональных классов. Эта проблема отнюдь не тривиальна, но обычно полагается, что ее можно решить на априорных основаниях, т. е. наложить на язык ограничение, согласно которому такой предикат, как 'зелубой' не считается подходящим. Случай одноместных предикатов мы обсуждали в гл. 7, посвященной эпистемологической интерпретации вероятности. Здесь лишь добавим, что в результате изумруды в принципе могут оказаться зелубыми, но *основания* для нашей веры в это были бы равносильны *основаниям* для принятия новой теории реального мира. Одной из характерных черт *теории* является то, что она расширяет или изменяет множество классов и свойств, которые считаются рациональными. Возможно, в этой новой теории 'зелубой' не будет больше рациональным и полезным предикатом.

Можно доказать, что рациональная вера передается, так сказать, «по наследству» от рациональной системы более высокого уровня к рациональной системе более низкого уровня: любое предложение S, принадлежащее ${}_1RC_F$, принадлежит также ${}_rRC_F$. Следовательно, коль скоро множество ${}_1RC_F$ дедуктивно замкнуто, то множество ${}_rRC_F$ тоже дедуктивно замкнуто по отношению к элементам F, логическим и математическим истинам. Можно, кроме того, показать, что если S является элементом рациональной системы (некоторого уровня) и

'$S \supset T$' — логически истинно, то T тоже принадлежит этой рациональной системе.

Тем не менее множество $_rRC_F$ не является дедуктивно замкнутым. Требование, которое И. Леви считает крайне важным, — требование дедуктивной убедительности — не удовлетворяется. Интуиция мне подсказывает, что нет таких оснований, которые можно было бы предложить для того, чтобы не принять предложение 'билет № 1 не выиграет', но которые нельзя было бы использовать для большинства научных гипотез. И. Леви всего лишь показывает, что существуют предельные разбиения, при которых принятие предложения 'билет № i не выиграет' не допускается. То же самое истинно и для любого предложения S, не выводимого из свидетельства. Полагаясь на интуицию, И. Леви ратует за дедуктивную убедительность, но моя интуиция подсказывает мне, что данное предложение должно приниматься или не приниматься (при *данной* совокупности сведений и *данном* значении r) раз и навсегда. В таком случае единственный способ проверить, какая из противоречащих друг другу интуиций правильна — попробовать построить согласующиеся с ними системы индуктивной логики.

Что представляет собой индуктивная логика, основанная на концепции системы рациональных знаний и на эпистемологической интерпретации вероятности? Относительно рациональной системы уровня 1 все индуктивные выводы являются в строгом смысле статистическими. В рациональной же системе уровня 1 существует некоторое множество (логически истинных) статистических высказываний; примером может служить высказывание о том, что доля выборок, состоящих из 1000 объектов со свойством A, в которых доля объектов, обладающих свойством B, отличается не более, чем на ε, от доли объектов со свойством B в генеральной совокупности, лежит в пределах между 0,91 и 1,0. Эта доля зависит от величины параметра p, характеризующего всю генеральную совокупность. Если, на худой конец, $p = 1/2$, то доля ε-репрезентативных выборок равна 0,91; если же параметр p равен 0 или 1, то все выборки ε-репрезентативны. Допустим, наше свидетельство описывает выборку, состоящую из 1000 объектов со свойством A, из которых 400 объектов имеет свойство B.

Эта выборка относительно системы $_1RC_F$ является случайным членом множества всех выборок, состоящих из 1000 объектов, по отношению к свойству быть ε-репрезентативной. В любой ситуации выполнение этих условий не является неправдоподобным. Напомним, что если эпистемологическая случайность характеризуется так, как это было предложено выше, то onus probandi ложится на того субъекта, который отрицает случайность. По большей части, чтобы действительно установить, что некоторая сущность *не* является случайным членом некоторого множества по отношению к определенному свойству, надо ipso facto установить, что она является случайным членом другого множества по отношению к тому же свойству.

Следовательно, мы можем с достаточной степенью обоснованности утверждать, что относительно рациональной системы уровня 1 с базисом F вероятность того, что наша единственная выборка, состоящая из 1000 объектов, 400 из которых обладают свойством B, ε-репрезентативна, представима интервалом [0,91; 1,0]. Тогда в рамках рациональной системы уровня 0,9 мы можем попросту принять предложение об ε-репрезентативности этой выборки. Но предложение об ε-репрезентативности этой выборки логически эквивалентно предложению о том, что мера B среди A в генеральной совокупности отличается от меры B среди A в выборке менее чем на ε. Это оправдывает в свою очередь принятие теоретического предложения о мере '$\%(A, B, 0{,}4 - \varepsilon,\ 0{,}4 + \varepsilon)$' в рациональную систему уровня 0,9.

Остановимся подробнее на вероятностных высказываниях об A, которые можно сформулировать по отношению к данной рациональной системе. Пусть a — элемент множества A. Если a окажется элементом нашей выборки и мы обнаружим, что ему присуще свойство B (т. е. если '$a \in B$' принадлежит F), то, конечно, a уже не будет случайным элементом по отношению к принадлежности B ни в одной системе рациональных знаний любого уровня. В рациональной системе уровня, например, 0,90 может содержаться предложение, которое делает невозможной случайность принадлежности B 'следующего A, подлежащего наблюдению' по отношению к данной рациональной системе. Так может получиться, если, например, мы обнаружили какие-то закономерности в нашей выборке, состоящей из 1000 объектов со свойством A. Но, допустим, a является случайным членом A по отношению к принадлежности B относительно рациональной системы уровня 0,9. Тогда мы можем сказать, что вероятность принадлежности a классу B представима интервалом $(0{,}4 - \varepsilon,\ 0{,}4 + \varepsilon)$.

Аналогичным образом можно рассмотреть рациональную систему уровня 0,8. В общем случае мы сможем включить более сильное статистическое высказывание о мере B в A скорее в рациональную систему данного уровня, чем в рациональную систему более высокого уровня. Предположим, мы обнаружили, что в рациональную систему данного уровня с тем же базисом можно включить статистическое высказывание '$\%(A, B, 0{,}4 - \delta, 0{,}4 + \delta)$' и $\delta < \varepsilon$. Если a — случайный элемент A по отношению к принадлежности B относительно рациональной системы уровня 0,8, то вероятность того, что a есть B относительно рациональной системы этого уровня и с тем же базисом будет представима интервалом $[0{,}4 - \delta,\ 0{,}4 + \delta]$. Заметим, что истинностные значения двух логических высказываний 'a — случайный элемент A по отношению к принадлежности B относительно рациональной системы уровня 0,8 и с базисом F' и 'a — случайный элемент A по отношению к принадлежности B относительно рациональной системы уровня 0,9 с базисом F' независимы друг от друга и оба независимы от истинностного значения высказывания 'a — случайный элемент A по отношению к принадлежности B относительно рациональной системы ${}_1RC_F$'. Вообще говоря, если первое высказывание истиннно, то второе и третье тоже будут истинными; но будет ли так в данном частном случае — зависит от действительного состава F рассматриваемой рациональной системы.

Существует вероятностное высказывание, которое является абсолютно верным, но которое не представляет особого интереса. Если A и B — эмпирически определяемые классы, мы можем на чисто априорных основаниях заявить, что мера B в A представима интервалом $[0,1]$, включая концы. Так что если a — случайный элемент A по отношению к принадлежности B в рациональной системе уровня 1 и с базисом F (если мы уже наблюдали объект a, то это не так), то вероятность принадлежности a классу B по отношению к этой рациональной системе представима интервалом $[0, 1]$.

При более общем рассмотрении статистических выводов мы должны изучить не только простые меры, разбираемые здесь, но и произвольные распределения вероятностей. В большинстве отделимых заключений этой теории речь идет о мерах, интересных с прикладной точки зрения. Эти заключения отделяются от рациональной системы, в которой содержатся общие (достаточно обоснованные фактами) высказывания эмпирического характера. Детальное обсуждение связанных с этим вопросов увело бы нас слишком далеко в сторону.

Один частный случай заслуживает особого рассмотрения, поскольку ведет, благодаря некоторому дополнительному принципу, к универсальным обобщениям. Пусть мы проверили 1000 объектов со свойством C и обнаружили, что все они обладают свойством D. Используя доводы, аналогичные приведенным выше, при соответствующих условиях рандомизации мы можем отделить и принять в рациональную систему уровня 0,9 статистическое высказывание '$\%\,(C, D, 1 - \varepsilon, 1)$'.

Предполагая необходимую случайность, мы получим следующие вероятностные высказывания об индивиде a. Относительно рациональной системы уровня 0,9 и с базисом F вероятность того, что a есть D представима интервалом $[1 - \varepsilon, 1]$, где $1 - \varepsilon$ предполагается большим, чем 0,9. Относительно рациональной системы уровня 1 с базисом F вероятность того, что a принадлежит D, представима интервалом $[0,1]$. Но если a — случайный член C по отношению к принадлежности D относительно рациональной системы уровня 0,9 с базисом F, то предложение '$a \in D$' настолько же вероятно (хотя и относительно рациональной системы не самого высокого уровня), насколько вероятно любое из высказываний рациональной системы уровня 0,9.

Все сказанное справедливо, даже если известно, что имеются такие C, которые не являются D. Разумеется, произвольный индивид a, про который мы знаем, что он обладает свойством C, но *не* обладает свойством D, не может считаться случайным элементом класса C по отношению к принадлежности классу D относительно рациональной системы уровня 0,9, и поэтому вероятность предложения '$a \in D$' будет в этих условиях представима скорее интервалом [0,0], чем $[1-\varepsilon, 1]$. Но когда *неизвестно*, что существуют объекты со свойством C, не обладающие свойством D, мы получаем особый частный случай. Допустим, '$(\exists x)(x \in C \,\&\, \sim x \in D)$' не содержится в рассматриваемой рациональной системе. Последнее препятствует не только наблюдению какого-нибудь C, которое не было бы D, но и выдвижению теоретических оснований существования объекта со свойством C, который не обладает свойством D. Возьмем некоторый индивид a, про который известно, что он принадлежит классу C. Возможны две альтернативы: либо a является случайным членом класса C по отношению к принадлежности классу B относительно рациональной системы уровня 0,9, либо он является элементом какого-нибудь другого класса K, о составе которого мы располагаем противоречивой или более подробной информацией. В первом случае мы можем считать предложение '$a \in D$' в высшей степени вероятным относительно рациональной системы уровня 0,9. Во втором случае, если мы располагаем более подробной информацией, — и это все, что нас беспокоит, — у нас опять-таки есть основания для того, чтобы приписать предложению '$a \in D$' крайне высокую вероятность относительно рациональной системы уровня 0,9. Случай же с противоречивой информацией вряд ли может возникнуть, если у нас нет оснований для принятия предложения '$(\exists x)(x \in C \,\&\, \sim x \in D)$' в рациональную систему уровня 0,9.

Таким образом, если предложение '$(\exists x)(x \in C \,\&\, \sim x \in D)$' не содержится ни в одной рациональной системе, то, как только предложение '$a \in C$' попадает в рациональную систему уровня 0,9, предложение '$a \in D$' становится крайне вероятным относительно этой рациональной системы. Но последнее равносильно принятию обобщения '$(x)(x \in C \,\&\, \sim x \in D)$' в рациональную систему уровня 0,9. Итак, пусть мы включили это обобщение в рациональную систему уровня 0,9 при условии, что у нас нет оснований для включения противоречащего ему экзистенциального высказывания в какую бы то ни было рациональную систему. Тем самым мы сохраняем ту степень дедуктивной убедительности, которая отмечалась выше, — противоречие не может возникнуть, так как общее высказывание никогда не приводит к принятию таких сингулярных высказываний, принятие которых не было бы уже почти обосновано с помощью статистического высказывания. Общее высказывание никогда не принимается при помощи чисто вероятностного правила принятия, а если оно принято, то из этого не следует принятие новых высказываний, которые бы противоречили высказываниям, принятым согласно чисто вероятностному правилу. Поэтому можно ввести следующее правило:

Если ни одно предложение вида '$(\exists x)(x \in \phi \& \sim x \in \psi)$' не содержится в рациональной системе ${}_1RC_F$ или ${}_rRC_F$ и если статистическое высказывание '$\%(\phi, \psi, r, 1)$' принадлежит рациональной системе ${}_rRC_F$, то универсальное обобщение '$(x)(x \in \phi \supset x \in \psi)$' может быть принято в рациональную систему уровня ${}_rRC_F$.

Разумеется, это дополнительное правило содержит ссылку на множество F. Любое изменение состава этого множества может, безусловно, повлиять на приемлемость обобщения. Причем изменения могут быть связаны не только с наблюдением индивида b, обладающего свойством ϕ, но не обладающего свойством ψ и тем самым побуждающего нас к принятию предложения '$b \in \phi \& \sim b \in \psi$', а следовательно, и предложения '$(\exists x)(x \in \phi \& \sim x \in \psi)$' в любую рациональную систему, но и с расширением наших познаний таким образом, что принятие предложения '$(\exists x)(x \in \phi \& \sim x \in \psi)$' в рациональную систему уровня r произойдет благодаря целой цепочке рассуждений и принятий, а не непосредственно.

Если же некоторые универсальные обобщения уже принадлежат рациональной системе уровня r, то легко понять, как с помощью по существу дедуктивных рассуждений и индуктивного свидетельства можно приписать другим универсальным обобщениям крайне высокие вероятности относительно рациональной системы уровня 0,9 (дедуктивные рассуждения этого вида мы обсуждали в гл. 9). Напомним, что они нуждались в универсальных посылках эмпирического характера. Теперь становится понятным, каким образом мы иногда получаем в свое распоряжение эти посылки.

Теории часто рассматриваются как сложные универсальные обобщения. Коль скоро это действительно так, их можно проанализировать с помощью только что представленной техники. Однако согласно другой точке зрения на теории, их следует рассматривать как концептуальные структуры. Вторая точка зрения — и это можно считать ее преимуществом — позволяет нам ограничиться исследованием истинности дедуктивных следствий теории, по сути дела включая ее в рациональную систему уровня r с базисом F при условии, что в этой рациональной системе не содержится контрпример. (Утверждение, согласно которому теории принимаются несмотря на то, что некоторые их следствия ложны, необоснованно; более правдоподобным является утверждение, что новая теория, описывая более узкий класс событий, приходит на смену старой.) Одни элементы теории связаны со структурой языка и поэтому находятся на самом высоком уровне системы рациональных знаний. Другие же элементы теории будут совершенно обычным образом включены в рациональную систему уровня r. Остается лишь ответить на вопрос: существуют ли такие компоненты достаточно общих теорий, для принятия которых необходимо иметь правила, отличающиеся от предложенного выше правила принятия простых обобщений? Это чрезвычайно трудная проблема философии науки. Многие авторы полагают, что роль теории по существу состоит в обеспечении нас концептуальной структурой, в рамках которой осуществляются индуктивные процедуры. Наиболее известными сторонниками этой точки зрения являются П. Дюгем, Ф. Рамсей и в последнее время Т. Кун. Мы не будем останавливаться на выводах и рассуждениях этих авторов, так как в качестве исходного они выдвинули следующий тезис: критерии признания теорий радикально отличаются по своей природе от критериев принятия эмпирических гипотез.

Выносить приговор собственным работам автору не полагается. Однако три характерные черты моей системы, рассматривавшиеся некоторыми философами как недостатки, заслуживают упоминания. Во-первых, система основана на эпистемологической интерпретации вероятности, с которой связаны трудности, обсуждавшиеся выше [1] (отсутствие исчисления, пригодного для

[1] См. гл. 7, стр. 117—124.

простых подсчетов вероятностей; сложность определения вероятности). Во-вторых, для рациональной системы уровня r не выполняется требование дедуктивной убедительности. И. Леви, например, считает этот дефект неизбежным. В-третьих, возникает проблема формирования множества рациональных предикатов, которая затрагивает мою систему не меньше, чем другие. Мы уже описали в общих чертах процедуру, с помощью которой решается эта проблема для случая первопорядкового исчисления предикатов с одной переменной. Эта процедура выглядит достаточно разумной. Но описанная вкратце система не может обеспечить нас основаниями для обеднения языка. Однако бо́льшую пользу принесет различение на основе данного примитивного словаря (как с остенсивно определяемыми предикатами, так и с теоретическими предикатами) выражений, обозначающих возможные референтные классы и обоснованно предсказуемые свойства, и выражений, которые таковыми не являются. Необходимость этого различения возникает почти при каждом из рассмотренных подходов к индукции.

Итак, за последние годы была проделана большая работа по интерпретации понятия вероятности и анализу индуктивной логики. Наибольший успех был достигнут при анализе статистических выводов. И все же существующие в статистике две или три научные школы по-прежнему разобщены. Было предложено немало систем индуктивной логики и немало подходов к решению ее проблем. От многих традиционных предрассудков удалось избавиться. Однако работа, как ясно из всего изложенного, далека от завершения. Впереди — широкое поле деятельности. Оно потребует настойчивых усилий от будущих исследователей.

Упражнения

1. Пусть язык содержит три одноместных логически независимых предиката P_1, P_2, P_3 и восемь индивидных констант. Сколько в этом языке конституэнт? Назовите их. Сколько в таком языке описаний состояний? Сколько описаний состояний соответствует каждой конституэнте? (Указание: используйте число $A(n, r)$ различных

способов размещения n различных объектов по r различным ящикам, причем ни один из ящиков не остается пустым.)

$$A(n,\ r)=\sum_{i=0}^{r}(-1)^i\binom{r}{i}(r-i)^n.$$

2. Пусть некоторый ученый полагает, что заражение определенным вирусом необходимо для возникновения простудного заболевания и что этим вирусом является либо вирус A, либо вирус B, либо вирус C. Сформулируйте вопрос, который задает себе ученый. Постройте соответствующее предельное разбиение. Перечислите все возможные релевантные ответы. Допустим, в результате исследований было получено свидетельство e. Пусть условная вероятность $P(e/H_A)$ получения этого свидетельства, — если вирус A ответствен за простудное заболевание, — равна 0,1; аналогичные вероятности $P(e/H_B)$ и $P(e/H_C)$ равны, соответственно, 0,4 и 0,1. Пусть исходные вероятности $P(H_A)$, $P(H_B)$ и $P(H_C)$ равны, соответственно, 0,5, 0,3 и 0,2. Если ученый выбирает значение q, равное 1, какую гипотезу он примет? Какую гипотезу примет ученый, если $q=1/2$?

3. Покажите, что множество ${}_1RC_F$ дедуктивно замкнуто по отношению к элементам F. Покажите, что если S — произвольное предложение данной рациональной системы и '$S \supset T$' логически истинно, то T принадлежит этой рациональной системе. Докажите, что если S — элемент множества ${}_1RC_F$, а T — элемент множества ${}_rRC_F$, то '$S \& T$' — элемент множества ${}_rRC_F$.

4. Используя концепцию системы рациональных знаний, проанализируйте следующие утверждения здравого смысла: т. к. в 51% зарегистрированных рождений родился мальчик, то a) приблизительно 51% всех рождений составляет рождение мальчиков; b) вероятность того, что первый ребенок мистера Джоунса будет мальчиком, равна приблизительно 0,51; c) вероятность того, что моя дочь — мальчик, равна 0.

5. Используя концепцию системы рациональных знаний, проанализируйте следующие утверждения здравого смысла: т. к. все вороны, которых кто-либо видел, черные, то a) вероятно, практически все вороны черные;

b) вероятно, все вороны черные; c) практически достоверно, что первая ворона, которую ты увидишь в будущем, окажется черной.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ПРИМЕЧАНИЯ К ГЛАВЕ 14

Системы индуктивной логики Я. Хинтикки представлены в статьях: J. Hintikka. Towards a Theory of Inductive Generalization. Proceedings of the 1964 International Congress for Logic, Methodology, and Philosophy of Science (Bar-Hillel, ed.). North-Holland, Amsterdam, 1965, p. 274—288; Distributive Normal Forms in First-order Logic. In: Formal Systems and Recursive Functions, Proceedings of the Eighth Logic Colloquium, Oxford, 1963 (Crossley and Dummet, eds.). North-Holland, Amsterdam, 1965, p. 48—91; On a Combined System of Inductive Logic. Studia Logico-Mathematica et Philosophica in Honorem Rolf Nevalinna. *Acta Philophica Fennica*, **18**, 1965, p. 21—30; A Two-Dimensional Continuum of Inductive Methods. In: Aspects of Inductive Logic (Hintikka and Suppes, eds.). North-Holland, Amsterdam, 1956, p. 113—132.

В последнем сборнике опубликованы также следующие работы: Knowledge, Acceptance, and Inductive Logic, p. 1—20, by Hintikka and R. Hilpinen; Inductive Generalization in an Ordered Universe, p. 155—174, by R. Tuomela; On Inductive Generalization in Monadic First — Order Logic with Indentity, p. 133—154, by R. Hilpinen. Все цитаты взяты мною из этой книги.

С главными результатами исследований И. Леви можно ознакомиться по его книге: I. Levi. Gambling with the Truth (A. A. Knopf ed.), New York, 1967. В тексте настоящей главы я ссылался на страницы этой книги. Другие публикации И. Леви, посвященные этой тематике, см.: Belief and Action. *The Monist*, **48**, 1964, p. 306—316; Corroboration and Rules of Acceptance. *British Journal for the Philosophy of Science*, **13**, 1963; On the Seriousness of Mistakes. *Philosophy of Science*, **29**, 1962, p. 307—313; Decision Theory and Confirmation. *Journal of Philosophy*, **58**, 1961, p. 614—625; Must the Scientist make Value Judgements? *Journal of Philosophy*, **57**, 1960,

p. 345—357. В двух статьях (D. Harrah. A Logic of Questions and Answers. *Philosophy of Science*, 28, 1961, и Communication: A Logical Model, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1963) обсуждается ключевая для системы И. Леви проблема: какие ответы на данный вопрос можно считать релевантными.

Мои взгляды наиболее полно изложены в книге Probability and the Logic of Rational Belief (Wesleyan University Press, Middletown, Connecticut, 1961). Построенная в этой книге система была разрушена Ф. Шиком (F. Schick. Consistency and Rationality. *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, p. 5—19). В исправленном виде система появилась в моей работе: Probability, Rationality and a Rule of Detachment. Proceedings of the 1964 Congress for Logis, Methodology, and Philosophy of Science (Bar-Hillel, ed.). North-Holland, Amsterdam, 1965, p. 301—310. В данной главе она была представлена почти без изменений. Другие мои работы по той же теме см.: A Further Note on Rationality and Consistency. *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, p. 463—465; The Rule of Detachment in Inductive Logic? Proceedings of an International Colloquium on Inductive Logic (Lakatos, ed.). North-Holland, Amsterdam, 1968, p. 98—165; Probability and Rationality. *Philosophical Quarterly*, **11**, 1961, p. 3—10.

Всесторонний анализ многих проблем, затронутых в этой главе, содержится в статье Ф. Шика, написанной с большим пониманием и проникновением в суть дела: F. Schick. Consistency. *Philosophical Review*, **75**, 1966, p. 467—494. В этой статье обсуждается подход И. Леви. С точкой зрения П. Дюгема можно ознакомиться по его книге: P. Duhem. The Aim and Structure of Physical Theory. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1954, а со взглядами Ф. Рамсея — по его работе: F. Ramsey. General Propositions and Causality. In: Foundations of Mathematics and Other Essays (R. and Paul ed.), London, 1931. Оригинальные и спорные идеи Т. Куна изложены в его книге «Структура научных революций» (М., «Прогресс», 1976).

БИБЛИОГРАФИЯ[1]

Abelson R. Review of Lerner's «Evidence and Inference. *Philosophy and Phenomenological Research*, 21, 1960—1961, 413—414.

Abruzzi A. Problems of Inference in the Socio-Physical Sciences. *Journal of Philosophy*, 51, 1954, 537—549.

Achinstein P. From Success to Truth. *Analysis*, 21, 1960—1961, 6—9.

Achinstein P. The Circularity of a Self-Supporting Inductive Argument. *Analysis*, 22, 1961—1962, 138—141.

Achinstein P. Circularity and Induction. *Analysis*, 23, 1962—1963, 123—127.

Achinstein P. Variety and Analogy in Confirmation Theory. *Philosophy of Science*, 30, 1963, 207—221.

Achinstein P. Models, Analogies, and Theories. *Philosophy of Science*, 31, 1964, 328—350.

Achinstein P. On the Meaning of Scientific Terms. *Journal of Philosophy*, 61, 1964, 497—509.

Achinstein P. The Problem of Theoretical Terms. *American Philosophical Quarterly*, 2, 1965, 193—203.

Achinstein P. and S. F. **Barker**. On the New Riddle of Induction. *Philosophical Review*, 69, 1960, 511—522.

Ackermann R. Inductive Simplicity. *Philosophy of Science*, 28, 1961, 152—161.

Ackermann R. Some Remarks on Kyburg's Modest Proposal. *Philosophical Review*, 71, 1962, 236—240.

Ackermann R. Inductive Simplicity in Special Cases. *Synthese*, 15, 1963, 436—444.

Ackermann R. Nondeductive Inference, New York, Dover, 1966.

Ackermann R. Discussion: Projecting Unprojectibles. *Philosophy of Science*, 33, 1966, 70—75.

Ackermann R. Conflict and Decision. *Philosophy of Science*, 34, 1967, 188—193.

Ackoff R. and C. W. **Churchman**. Methods of Inquiry. St. Louis, Mo.: Educational Publishers, 1950.

[1] Звездочками отмечены работы, с которыми автор рекомендует ознакомиться в первую очередь, а кружочками — некоторые работы зарубежных и советских авторов, добавленные при подготовке перевода. — *Прим. перев.*

A d a m s E. W. The Logic of Conditionals. *Inquiry*, 8, 1965, 166—197.
A d a m s E. W. Probability and the Logic of Conditionals. In: H i n t i k k a and S u p p e s (eds.). Aspects of Inductive Logic, 1966, 265—316.
A g a s s i J. Corroboration Versus Induction. *British Journal for the Philosophy of Science*, 9, 1958—1959, 311—317.
A g a s s i J. The Role of Corroboration in Popper's Methodology. *Australasian Journal of Philosophy*, 39, 1961, 82—91.
A g a s s i J. Empiricism and Inductivism. *Philosophical Studies*, 14, 1963, 85—86.
A g a s s i J. Analogies as Generalizations. *Philosophy of Science*, 31, 1964, 351—356.
A r a s s i J. The Mystery of the Ravens. *Philosophy of Science*, 33, 1966, 395—402.
A l e x a n d e r H. G. General Statements as Rules of Inference. Minnesota Studies in the Philosophy of Science, II, 1958, 309—329.
A l e x a n d e r H. G. The Paradoxes of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, 9, 1958—1959, 227—233.
A l e x a n d e r H. G. The Paradoxes of Confirmation — A Reply to Dr. Agassi. *British Journal for the Philosophy of Science*, 10, 1959—1960, 229—234.
A l e x a n d e r H. G. Convention, Falsification, and Induction. Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volume XXXIV, 1960, 131—144.
A m b r o s e A. The Problem of Justifying Inductive Inference. *Journal of Philosophy*, 44, 1947, 253—272.
°А м с т е р д а м с к и й С. Об объективных интерпретациях понятия вероятности. — Сб. «Закон, необходимость, вероятность», М., «Прогресс», 1967.
A n g e l R. B. Explanation and Prediction, and Plea for Reason. *Philosophy of Science*, 34, 1967, 276—282.
A n s c o m b e F. J. Mr. Kneale on Probability and Induction. *Mind*, 60, 1951, 299—309.
A n s c o m b e F. J. Bayesian Statistics. *American Statistician*, 15, 1961, 21—24.
A n s c o m b e F. J. Bayesian Inference Concerning Many Parameters, with Reference to Supersaturated Designs. *Bulletin of the International Statistical Institute*, 40, 1963, 721—733.
A r r o w K. J. Alternative Approaches to the Theory of Choice in Risk-Taking Situations. *Econometrica*, 19, 1951, 404—437. (Reprinted: *Cowles Commission Paper* No. 51, Chicago, 1952.)
A r r o w K. J. Exposition of the Theory of Choice Under Uncertainty. *Synthese*, 16, 1964, 253—269.
A s h b y W. R. Induction, Prediction, and Decision-Making in Cybernetic Systems. In: K y b u r g and N a g e l (eds.). Induction: Some Current Issues, 55—68.
A t k i n s o n R. F. The Gambler's Fallacy — A Reply to Mr. Simopoulos. *Analysis*, 16, 1955, 66—68.
A x i n n S. Fallacy of the Single Risk. *Philosophy of Science*, 33, 1966, 154—162.
A y e r A. J. The Conception of Probability as a Logical Relation, K o r n e r (ed.). *The Colston Papers*, 9, 1957, 12—17.
A y e r A. J. On the Probability of Particular Events. *Revue Internationale de Philosophie*, 15, 1961, 366—375.

Bar-Hillel Y. A Note on State Descriptions. *Philosophical Studies*, 2, 1951, 72—75.
Bar-Hillel Y. A Note on Comparative Inductive Logic. *British Journal for the Philosophy of Science*, 3, 1952—1953, 308—310.
Bar-Hillel Y. An Examination of Information Theory. *Philosophy of Science*, 22, 1955, 86—105.
Bar-Hillel Y. Comments on 'Degree of Confirmation' by Professor K. R. Popper. *Britisch Journal for the Philosophy of Science*, 6, 1955—1956, 155—157.
Bar-Hillel Y. Further Comments on Probability and Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, 7, 1956—1957, 245—248.
Bar-Hillel Y. Information and Content: A Semantic Analysis. *Synthese*, 9, 1953—1955, 299—305.
Bar-Hillel Y. On an Alleged Contradiction in Carnap's Theory of Inductive Logic. *Mind*, 73, 1964, 265—267.
Bar-Hillel Y. Language and Information. Reading, Mass., Addison-Wesley, 1964.
Bar-Hillel Y. On Alleged Rules of Detachment in Inductive Logic, Lakatos (ed.). The Problem of Inductive Logic, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 120—128.
Bar-Hillel Y. and R. Carnap. An Outline of the Theory of Semantic Information. Technical Report No. 247, Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, 1952.
Bar-Hillel Y. and R. Carnap. Semantic Information. In: *The British Journal for the Philosophy of Science*, 4, 1953—1954, 145—157.
Bar-Hillel Y. (ed.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, II. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1965.
Barker S. F. Induction and Hypothesis: A Study of the Logic if Confirmation. Ithaca, Cornell University Press, 1957.
Barker S. F. Review of von Wright's «The Logical Problem of Induction». In: *Journal of Philosophy*, 55, 1958, 130—131.
Barker S. F. Review of Jeffreys' «Scientific Inference». In: Philosophical Review, 67, 1958, 404—407.
Barker S. F. Comments on Salmon's Vindication of Induction' In: Feigl and Maxwell (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science, 1961, 257—260.
Barker S. F. The Role of Simplicity in Explanation. Feigl and Maxwell (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science, 1961, 265—273.
Barker S. F. Rejoinder to Salmon. In: Feigl and Maxwell (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science, 1961, 276—278.
Barker S. F. On Simplicity in Empirical Hypotheses. *Philosophy of Science*, 28, 1961, 162—171.
Barker S. F. and P. Achinstein. On the New Riddle of Induction. *Philosophical Review*, 69, 1960, 511—522.
Barnard G. A. Statistical Inference. *Journal of the Royal Statistical Society (B)*, 11, 1949, 116—149.
Barnard G. A. Comments on Savage. In: Barnard and Cox (eds.). Foundations of Statistical Inference, 1962, 39—49.
Barnard G. A. Logical Aspects of the Fiducial Argument. *Bulletin of the International Statistical Institute*, 40, 1963, 870—883.
Barnard G. A. and D. R. Cox (eds.). The Foundations of Statistical Inference. New York, J. Wiley and Sons, Inc., 1962.

Barnard G. A., Jenkens and Winsten. Likelihood Inference and Time Series. *Journal of the Royal Statistical Society*, (*A*), **125**, 1962, 321—327.
Barett W. The Present State of the problem of Induction. *Theoria*, **6**, 1940, 151—157.
Barlett M. S. Probability in Logic, Mathematics, and Science. *Dialectica*, **3**, 1949, 104—113.
Barlett M. S. Comments on Savage. In: Barnard and Cox (eds.). Foundations of Statistical Inference, 1962, 36—39.
Bartley W. W. A Note on Barker's Discussion of Popper's Theory of Corroboration. *Philosophical Studies*, **12**, 1961, 5—10.
Bartley W. W. Goodman's Paradox: A Simple-minded Solution. *Philosophical Studies*, **19**, 1968, 85—88.
°Batens D. Studies in the Logic of Induction and in the Logic of Explanation. Containing a New Theory of Meaning Relations, *De Tempel*, Brugge, 1975.
Baumer W. H. Evidence and Ideal Evidence. *Philosophy and Phenomenological Research*, **24**, 1963—1964, 567—572.
Baumer W. H. Confirmation Without Paradoxes. *British Journal for the Philosophy of Science*, **15**, 1964—1965, 177—195.
Baumer W. H. Invalidly Invaludating a Paradox. *Philosophical Quarterly*, **15**, 1965, 350—352.
Baumer W. H. The One Systematically Ambiguous Concept of Probability. *Philosophy and Phenomenological Research*, **28**, 1967—1968, 264—268.
Bennet F. Some Aspects of Probability and Induction (I). *British Journal for the Philosophy of Science*, **7**, 1956—1957, 220—230.
Bennet F. Some Aspects of Probability and Induction (II). *British Journal for the Philosophy of Science*, **7**, 1956—1957, 316—322.
Berenda C. W. On Verifiability, Simplicity, and Equivalence. *Philosophy of Science*, **19**, 1952—1953, 70—76.
Bergmann G. The Logic of Probability. *American Journal of Physics*, **9**, 1941, 263—272.
Bergmann G. Frequencies, Probabilities, and Positivism. *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 26—44.
Bergmann G. Some Comments on Carnap's Logic of Induction. *Philosophy of Science*, **13**, 1946, 71—78.
Berkson J. Smoking and Lung Cancer. *American Statistician*, **17**, October, 1963, 15—22.
Berlyne D. E. The Motivation of Inductive Behaviour. In: Kyburg and Nagel (eds.). Induction: Some Current Issues, 74—92.
Beveridge W. I. B. Review of Wisdom's «Foundations of Inference in Natural Science». In: *British Journal for the Philosophy of Science*, **3**, 1952—1953, 291—293.
Birnbaum A. Intrinsic Confidence Methods, Bulletin de l'Institut International de Statistique, 33[e] session, Paris, 1961.
Birnbaum A. Confidence Curves: An Omnibus Technique for Estimation and Testing Statistical Hypotheses. *Journal of the American Statistical Association*, **56**, June, 1961, 246—249.
Birnbaum A. A Unified Theory of Estimation. *Annals of Mathematical Statistics*, 32, 1961, 112—135.
Birnbaum A. On the Foundations of Statistical Inference. Binary Experiments. *Annals of Mathematical Statistics*, **32**, 1961, 414—435.

Birnbaum A. Another View in the Foundations of Statistics. *American Statistician*, **16**, 1962, 17—21.
Birnbaum A. On the Foundations of Statistical Inference. *Journal of the American Statistical Association*, **57**, 1962, 269—306.
Black M. Language and Philosophy. Ithaca: Cornell University Press, 1949.
Black M. The Justification of Induction. In his: Language and Philosophy, 1949, 59—88.
Black M. (ed.). Philosophical Analysis. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1963.
Black M. Problems of Analysis. Ithaca, Cornell University Press, 1950 and 1963.
Black M. How Difficult Might Induction Be? In his: Problems of Analysis, 1954, 209—225.
Black M. Pragmatic Justifications of Induction. In his: Problems of Analysis, 1954, 157—190.
Black M. Inductive Support of Inductive Rules. In his: Problems of Analysis, 1954, 191—208.
Black M. Self-Supporting Inductive Arguments. *Journal of Philosophy*, **55**, 1958, 718—725.
Black M. Induction and Probability, Raymond Klibansky. *Philosophy in Mid-Century*, **1**, 1958, 154—163.
Black M. Can Induction be Vindicated? *Philosophical Studies*, **10**, 1959, 5—16.
Black M. Models and Metaphors. Ithaca, Cornell University Press, 1962.
Black M. Self-Support and Circularity: A Reply to Mr. Achinstein. *Analysis*, **23**, 1962—1963, 43—44.
Black M. Comments on Salmon's Paper. In: Kyburg and Nagel (eds.), Induction: Some Current Issues, 1963, 42—44.
Black M. Notes on the 'Paradoxes of Confirmation'. Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic, 1966, 175—197.
Black M. The Raison d'être of Inductive Argument. *British Journal for the Philosophy of Science*, **17**, 1966—1967, 177—204.
Blackwell D. and L. Dubins. Merging of Opinions with Increasing Information. *Annals of Mathematical Statistics*, **33**, September, 1962, 882—886.
*Blackwell D. and M. A. Girshick. Theory of Games and Statistical Decisions. New York, J. Wiley and Sons, 1954.
Blom S. Concerning a Controversy on the Meaning of 'Probability. *Theoria*'. **21**, 1955, 65—98.
Boden M. The Paradox of Explanation. *Proceedings of the Aristotelian Society*, New Series, **62**, 1961—1962, 159—178.
Bohnert H. G. Communication by Ramsay — Sentence Clause. *Philosophy of Science*, **34**, 1967, 341—347.
Bohnert H. G. In Defense of Ramsey's Elimination. *Journal of Philosophy*, **65**, 1968, 275—281.
Bolker E. A Simultaneous Axiomatization of Utility and 'Subjective Probability'. *Philosophy of Science*, **34**, 1967, 333—340.
Braithwaite R. B. Scientific Explanation, a Study of the Function of Theory, Probability and Law in Science. Cambridge, Cambridge University Press, 1953.
Braithwaite R. B. Moral Principles and Inductive Policies, Proceedings of the British Academy, 1950, 51—68.

Braithwaite R. B. Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher. New York, Cambridge University Press, 1955.
Braithwaite R. B. On Unknown Probabilities. Körner (ed.). The Colston Papers, **9**, 1957, 3—11.
Braithwaite R. B. The Role of Values in Scientific Inference. In: Kyburg and Nagel (eds.). Induction: Some Current Issues, 1963, 180—193.
Braithwaite R. B. Why is it Reasonable to Base a Betting Rate Upon an Estimate of Chance? Logic, Methodology and Philosophy of Science, Y. Bar-Hillel (ed.). Amsterdam North-Holland Publishing Company, 1965, 263—274.
Broad C. D. The Principles of Problematic Induction. *Proceedings of the Aristotelian Society*, **28**, 1927—1928, 1—46.
Broad C. D. On the Relation Between Induction and Probability (I). *Mind*, **27**, 1918, 389—404.
Broad C. D. On the Relation Between Induction and Probability (II.) *Mind*, **29**, 1920, 11—45.
Broad C. D. The Principles of Demonstrative Induction (I), (II). *Mind*, 39, 1930, 317—320; 426—439.
Broad C. D. Review of Kneale's «Probability and Induction». *Mind*, **59**, 1950, 94—115.
Brodbeck M. The New Rationalism: Dewey's Theory of Induction. *Journal of Philosophy*, **46**, 1949, 780—791.
Brodbeck M. An Analytic Principle of Induction? *Journal of Philosophy*, 49, 1952, 747—750.
Brody B. A. Confirmation and Explanation. *Journal of Philosophy*, **65**, 1968, 282—299.
Bronowski J. The Common Sense of Science. Cambridge, Harvard University Press, 1953.
Bronowski J. Science and Human Values. New York, J. Messner, 1956.
Bronowski J. The Scandal of Philosophy. *British Journal for the Philosophy of Science*. **8**, 1957—1958, 329—334.
Brown G. S. Probability and Scientific Inference. New York, Longmans, Green and Company, 1957.
Brown G. S. Randomness. *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary Volume, **31**, 1957, 145—150.
Bub J. and M. Radner. Miller's Paradox of Information. *The British Journal for the Philosophy of Science*, **19**, 1968, 63—67.
Buchdahl G. Convention, Falsification, and Induction. *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary Volume, 34, 1960, 113—130.
Buchdahl G. Induction and Scientific Method. *Mind*, **60**, 1961, 16—34.
Bunge M. Metascientific Queries. Springfield, Ill., Ch. C. Thomas, 1959.
Bunge M. The Place of Induction in Science. *Philosophy of Science*, **27**, 1960, 262—270.
Bunge M. The Weight of Simplicity in the Construction and Assaying of Scientific Theories. *Philosophy of Science*, **28**, 1961, 120—149.
Bunge M. The Complexity of Simplicity. *Journal of Philosophy*, **59**, 1962, 113—135.

Bunge M. The Myth of Simplicity. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, Inc., 1963.
Bures Ch. E. The Concept of Probability. *Philosophy of Science*, **5**, January, 1938, 1—20.
Burks A. W. Peirce's Theory of Abduction. *Philosophy of Science*, **13**, 1946, 301—306.
Burks A. W. Reichenbach's Theory of Probability and Induction, *Review of Metaphysics*, 4, 1951, 377—393.
Burks A. W. Review of Carnap's «Logical Foundations of Probability». In: *Journal of Philosophy*, **48**, 1951, 524—535.
Burks A. W. The Presupposition Theory of Induction, *Philosophy of Science*, 20, 1953, 177—197.
Burks A. W. Justification in Science. In: M. White (ed.). Academic Freedom, Logic, and Religion, 1953.
Burks A. W. Review of Carnap's «Continuum of Inductive Methods». In: *Journal of Philosophy*, **50**, 1953, 731—734.
Burks A. W. On the Presuppositions of Induction. *Review of Metaphysics*, **8**, 1954—1955, 574—611.
Burks A. W. On the Significance of Carnap's System of Inductive Logic for the Philosophy of Induction. Schilpp (ed.). The Philosophy of Rudolf Carnap, 1963, 739—760.
Campbell K. One Form of Scepticism about Induction. *Analysis*, **23**, 1962—1963, 80—83.
Cannavo S. Extensionality and Randomness in Probability Sequences. *Philosophy of Science*, **33**, 1966, 134—146.
Carlsson G. Sampling, Probability and Causal Inference. *Theoria*, **18**, 1952, 139—154.
Carnap R. Wahrheit und Bewährung. In: Induction et probabilité, Actes du congrés internationale de philosophie scientifique. Paris, Sorbonne, **IV**, 1935, 18—23.
Carnap R. On Inductive Logic. Philosophy of Science, 12, 1945, 72—97.
Carnap R. The Two Concepts of Probability. *Philosophy and Phenomenological Research*, **5**, 1944—1945, 513—532.
Carnap R. Remarks on Induction and Truth. *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 590—602.
Carnap R. Rejoinder to Mr. Kaufmann's Reply. *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 609—611.
Carnap R. Theory and Prediction in Science. *Science*, **104**, 1946, 520—521.
Carnap R. Probability as a Guide in Life. *Journal of Philosophy*, 44, 1947, 141—148.
Carnap R. On the Application of Inductive Logic. *Philosophy and Phenomenological Research*, **8**, 1947—1948, 133—148.
Carnap R. Reply to Nelson Goodman. *Philosophy and Phenomenological Research*, 8, 1947—1948, 461—462.
*Carnap R. The Logical Foundations of Probability, 2nd ed. Chicago, University of Chicago Press, 1962.
Carnap R. The Nature and Application of Inductive-Logic. Chicago, University of Chicago Press, 1957.
Carnap R. The Problem of Relations in Inductive Logic. *Philosophical Studes*, 2, 1951, 75—80.
Carnap R. Inductive Logic and Science. *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, **80**, 1951—1954, 189—197.

Carnap R. Meaning Postulates. *Philosophical Studies*, 3, 1952, 65—73.
Carnap R. The Continuum of Inductive Methods. Chicago, University of Chicago Press, 1952.
Carnap R. On the Comparative Concept of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, 3, 1952—1953, 311—318.
Carnap R. Remarks to Kemeny's Paper. *Philosophy and Phenomenological Research*, 13, 1952—1953, 375—376.
Carnap R. What is Probability? *Scientific American*, 189, 1953, 128—138.
Carnap R. and Y. Bar-Hillel. Semantic Information. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 4, 1953—1954, 145—157.
Carnap R. Statistical and Inductive Probability. Brooklyn, New York, The Galois Institute, 1955.
Carnap R. Remarks on Popper's Note on Content and Degree of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, 7, 1956—1957, 243—244.
Carnap R. Preface to the 2nd ed. of «Logical Fundations of Probability». Supplementary Bibliography, 1962.
Carnap R. The Aim of Inductive Logic. In: Nagel, Suppes, and Tarski (eds.). Logic Methodology and Philosophy of Science (I), 1963, 303—318.
Carnap R. Remarks on Probability. *Philosophical Studies*, 14, 1963, 65—75.
Carnap R. Replies and Systematic Expositions. In: P. A. Schilpp (ed.). The Philosophy of Rudolf Carnap. La Salle, Ill., Open Court, 1963, 966—998.
Carnap R. Discussion: Variety, Analogy, and Periodicity in Inductive Logic. *Philosophy of Science*, 30, 1963, 222—227.
Carnap R. Probability and Content Measure. In: Feyerabend (ed.). Mind, Matter, and Method, 1966, 248—260.
Carnap R. Inductive Logic and Inductive Intuition. I. Lakatos (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 258—267.
Carnap R. and Y. Bar-Hillel. An Outline of the Theory of Semantic Information. Technical Report Number 247, Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, 1952.
°Carnap R. and Jeffrey R. (eds.). Studies in Inductive Logic and Probability, Vol. 1, Berkley etc., University of California Press, 1971.
Carnap R. and W. Stegmüller. Induktive Logik and Wahrscheinlichkeit. Vienna, Springer, 1959.
Carter C. F., G. P. Meredith, and G. L. S. Shackle. Uncertainty and Business Decisions. Liverpool, Liverpool University Press, 1962.
Castañeda H. N. Are Conditionals Principles of Inference? *Analysis*, 18, 1957—1958, 77—82.
Castañeda H. N. On a Proposed Revolution in Logic. *Philosophy of Science*. 27, 1960, 279—292.
Caws P. The Paradox of Induction and the Inductive Wager. *Philosophy and Phenomenological Research*. 22, 1961—1962, 512—520.
Caws P. Three Logics, or the Possibility of the Improbable. *Philosophy and Phenomenological Research*, 25, 1964—1965, 516—526.
Chapman H. W. Induction Again. *Analysis*, 7, 1939—1940, 73—74.

Chapman H. W. Mr. Urmson on the Word 'Probable. *Analysis*, **3**, 1947—1948, 71—76.
Chatalian G. Probability: Inductive versus Deductive. *Philosophical Studies*, **3**, 1952, 49—56.
Chatalian G. Induction and the Problem of the External World. *Journal of Philosophy*, **49**, 1952, 601—607.
Cheng Chung-Ing. Requirements for the Validity of Induction, an Examination of Charles Peirce's Theory. *Philosophy and Phenomenological Research*, **28**, 1968, 392—402.
*Chernoff H. and L. E. Moses. Elementary Decision Theory. New York, J. Wiley and Sons, Inc., 1959.
°Чернов Г., Мозес Л. Элементарная теория статистических решений. М., «Советское радио», 1962.
Chin Y. L. The Principle of Induction and the A Priori. *Journal of Philosophy*, **37**, 1940, 178—187.
Chisholm R. Epistemic Statements and the Ethics of Belief. *Philosophy and Phenomenological Research*, **16**, 1955—1956, 447—460.
Chisholm R. Evidence as Justification. *Journal of Philosophy*, **58**, 1961, 739—748.
Church A. On the Concept of a Random Sequence. *Bulletin of the American Mathematical Society*, **46**, 1940, 130—135.
Churchman C. W. Probability Theory. *Philosophy of Science*, **12**, 1945, 147—173.
Churchman C. W. Statistics, Pragmatics, Induction. *Philosophy of Science*, **15**, 1948, 249—268.
Churchman C. W. Theory of Experimental Inference. New York, Macmillan, 1948.
Churchman C. W. A Critique of Scientific Critiques. *Review of Metaphysics*, **7**, 1953—1954, 89—97.
Churchman C. W. A Pragmatic Theory of Induction. In: Frank (ed.). The Validation of Scientific Theories, 18—24.
Churchman C. W. Science and Decision Making. *Philosophy of Science*, **23**, 1956, 247—249.
Churchman C. W. Prediction and Optimal Decision. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1961.
Churchman C. W. and R. Ackoff. Methods of Inquiry. St. Louis, Mo., Educational Pubishers, 1950.
Clendinnen F. J. Katz on the Vindication of Induction. *Philosophy of Science*, **32**, 1965, 370—376.
Clendinnen F. J. Induction and Objectivity. *Philosophy of Science*, **33**, 1966, 215—229.
Clopper C. J. and E. S. Pearson. The Use of Confidence or Fiducial Limits Illustrated in the Case of a Binominal. *Biometrika*, **26**, 1934, 404—413.
Coburn R. C. A Defect in Harrod's Inductive Justification of Memory. *Philosophical Studies*, **11**, 1960, 81—85.
Coburn R. C. Braitwaite's Inductive Justification of Induction. *Philosophy of Science*, **28**, 1961, 65—71.
Cohen J. and M. Hansel. Risk and Gambling: the Study of Subjective Probability. New York, Philosophical Library, Inc., 1956.
Cohen L. J. What Has Confirmation to Do with Probabilities? *Mind*, 75, 1966, 463—481.
Cohen L. J. A Logic for Evidential Support I. *British Journal for the Philosophy of Science*, **17**, 1966—1967, 21—43.

C o h e n L. J. The Logic of Evidential Support II. *British Journal for the Philosophy of Science*, **17**, 1966—1967, 105—126.
C o h e n L. J. Discussion: Confirmation Still without Paradoxes. *Britsh Journal of the Philosophy of Science*, **19**, 1968—1969, 57—71.
C o h e n M. R. and E. N a g e l. An Introduction to Logic and Scientific Method. New York, Harcourt, Btace and Company, 1934.
C o l l i n s A. W. The Use of Statistics in Explanation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **17**, 1966—1967, 127—140.
C o l o d n y R. G. (ed.). Frontiers of Science and Philosophy. Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 1962.
C o l o d n y R. G. (ed.). Beyond the Edge of Certainty: Essays in Contemporary Science and Philosophy. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1965.
C o l o d n y R. G. (ed.). Mind and Cosmos: Essays in Contemporary Science and Philosophy. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 1966.
C o o l e y J. C. Professor Goodman's 'Fact, Fiction and Forecast'. *Journal of Philosophy*, **54**, 1957, 293—311.
C o o l e y J. C. A Somewhat Adverse Reply to Professor Goodman. *Journal of Philosophy*, **55**, 1958, 159—166.
*C o o l e y J. C. Toulmin's Revolution in Logic. *Journal of Philosophy*, **56**, 1959, 297—319.
C o p e l a n d A. H. Predictions and Probabilities. *Erkenntnis*, **6**, 1936—1937, 189—203.
C o p e l a n d A .H. Consistency of the conditions determining kollektivs. *Transactions of the American Mathematical Society*, **42**, 1937, 333—357.
C o p e l a n d A. H. The Role of Observations in a Formal Theory of Probability. *Erkenntnis*, **9**, 1939—1940, 159—163.
C o p e l a n d A. H. Postulates for the Theory of Probability. *American Journal of Mathematics*, **63**, 1941, 741—762.
C o p e l a n d A. H. Statistical Induction and the Foundations of Probability. *Theoria*, **28**, 1962, 27—44 and 87—109.
C o p e l a n d A. H. Mathematical Proof and Experimental Proof. *Philosophy of Science*, **33**, 1966, 303—316.
C o o p e r N. The Concept of Probability. *British Journal for the Philosophy of Science*, **16**, 1965—1966, 226—238.
°К о с т ю к В. Н. Методология научного исследования. Киев — Одесса, «Вища школа», 1976.
°К о с т ю к В. Н. Теория индуктивного рассуждения и ее формализация. Сб.: Философия в современном мире. Философия и логика. М., «Наука», 1974.
C o x D. R. Some Problems Connected with Statistical Inference. *Annals of Mathematical Statistics*, **29**, 1958, 357—372.
C o x D. R. Comments on Savage. In: B a r n a r d (ed.). Foundations of Statistical Inference, 1962, 49—53.
C o x R. T. Probability, Frequency, and Reasonable Expectation. *American Journal of Physics*, **14**, 1946, 1—13.
*C o x R. T. The Algebra of Probable Inference. Baltimore, J. Hopkins Press, 1961.
C r a m é r H. Mathematical Methods of Statistics. Princeton, Princeton University Press, 1951.
К р а м е р Г. Математические методы статистики. М., ИЛ, 1948.

Cramér H. The Elements of Probability Theory. New York, J. Wiley and Sons, 1955.
Crawshay W. R. Equivocal Confirmation. *Analysis*, **11**, 1950—1951, 73—79.
Creed I. The Justification of the Habit of Induction. *Journal of Philosophy*, **37**, 1940, 85—97.
Crossley J. N. and M. A. E. Dummett (eds.). Formal Systems and Recursive Functions. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1965.
Crossley J. N. (ed.) Sets, Models, and Recursion Theory. Amsterdam, Nort-Holland Publishing Company, 1967.
Crow C. Some Remarks on Induction. *Synthese*, **15**, 1963, 379—387.
Cunningham M. A. The Justification of Induction. *Analysis*, **7**, 1939—1940, 13—19.
Cunningham R. L. Inductive Ascent the Same as Inductive Descent? *Mind*, **72**, 1963, 598.
Danielson S. Modal Logic Based on Probability Theory. *Theoria*, **33**, 1967, 189—197.
Danto A. and S. Morgenbesser (eds.) Philosophy of Science. New York, Meridian Books, 1960.
Dantzig D. van. Carnap's Foundation of Probability Theory. *Synthese*, **8**, 1953, 459—470.
Dantzig D. van. Some Informal Information on 'Information'. *Synthese*, **9**, 1953—1955, 137—144.
Darlington J. On the Confirmation of Laws. *Philosophy of Science*, **26**, 1959, 14—24.
Darlington J. Reply to Linhart. *Philosophy of Science*, **26**, 1959, 363.
Darwin C. G. Logic and Probability in Physics. *Philosophy of Science*, **6**, No. 1, January, 1939, 48—64.
Das R. Induction and Non-Instantial Hypothesis. *British Journal for the Philosophy of Science*, **8**, 1957—1958, 317—325.
Davidson D. Actions, Reasons and Causes. *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, 685—700.
Davidson D. Emeroses by Other Names. *Journal of Philosophy*, **63**, 1966, 778—780.
Davidson D. Causal Relations. *The Journal of Philosophy*, **64**, 1967, 691—703.
Davidson D. and P. Suppes. A Finitistic Axiomatization of Subjective Probability and Utility. *Econometrica, Journal of the Econometric Society*, **24**, July, 1956, 264—275.
Davidson D., P. Suppes, and S. Siegel. Decision Making: An Experimental Approach. Stanford, Stanford University Press, 1957.
Day J. P. Review of von Wright's «Logical Problem of Induction». In: *Philosophy*, **35**, 1960, 77—80.
Day J. P. Inductive Probability. New York. Humanities Press, 1961.
Dietl P. Paresis and the Alleged Asymmetry between Explanation and Prediction. *British Journal for the Philosophy of Science*, **17**, 1966—1967, 313—318.
Doob J. L. Probability and Statistics. *Transactions of the American Mathematical Society*, **36**, 1934, 759—775.
Doob L. J. Probability as Measure. *Annals of Mathematical Statistics*, **12**, 1941, 206—214.

Dotterer R. H. Ignorance and Equal Probability. *Philosophy of Science*, 8, 1941, 297—303.
Dubins L. and D. Blackwell. Merging of Opinions with Increasing Information. *Annals of Mathematical Statistics*, 33, September, 1962, 882—886.
Dubins L. E., and L. J. Savage. How to Gamble if You Must; Inequalities for Stochastic Processes. New York, McGraw-Hill, 1965.
Ducasse C. J. Some Observations Concerning the Nature of Probability. *Journal of Philosophy*, 38, 1941, 393—403.
Ducasse C. J. Probability. *Journal of Philosophy*, 58, 1941, 393—403.
Ducasse C. J. Deductive Probability Arguments. *Philosophical Studies*, 4, 1953, 29—31.
Dummet M. A. E., and J. N. Crossley (eds.). Formal Systems and Recursive Functions. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1965.
Eaton R. M. General Logic. An Introductory Survey, New York, Ch. Scribner's Sons, 1931.
Edwards P. Russell's Doubts about Induction. *Mina*, 58, 1949, 141—163.
*Edwards L. and E. Savage. Bayesian Statistical Inference for Psychological Research. *Psychological Review*, 70, 1963, 193—242.
Ehrenfest-Afanasjewa T. On the Use of the Notion 'Probability' in Physics. *American Journal of Physics*, 26, 1958, 388—392.
Ellis B. A Vindication of Scientific Inductive Practices. *American Philosophical Quarterly*. 2, 1965, 296—304.
Emmerich D. S., and J. G. Greeno. Some Decision Factors in Scientific Investigation. *Philosophy of Science*, 33, 1966, 262—270.
Ennis R. H. Enumerative Induction and Best Explanation *Journal of Philosophy*, 65, 1968, 523—529.
Essler W. K. Wissenschaftstheorie. 3. Wahrscheinlichkeit und Induktion. Freiburg (Breisgau) — München, Alber, 1973.
Ewing A. C. Causality and Induction. *Philosophy and Phenomenological Research*, 12, 1951—1952, 465—485.
Ezorsky G. On Verifying Universal Empirical Propositions. *Analysis*, 26, 1965—1966, 110—112.
Fain H. The Very Thought of Grue. *Philosophical Review*, 76, 1967, 61—73.
Feibleman J. R. Pragmatism and Inverse Probability. *Philosophy and Phenomenological Research*, 5, 1944—1945, 309—319.
Feibleman J. K. On the Theory of Induction. *Philosophy and Phenomenological Research*, 14, 1953—1954, 332—342.
Feibleman J. K. The Logical Structure of the Scientific Method. *Dialectica*, 13, 1959, 208—225.
Feigl H. The Logical Character of the Principle of Induction. *Philosophy of Science*, 1, 1934, 20—29.
*Feigl H. De'Principiis Non Disputandum...? In: Black (ed.), Philosophical Analysis, 1950, 113—147.
Feigl H. Confirmability and Confirmation. *Revue Internationale de Philosophie*, 5, 1951, 268—279.
Feigl H. Scientific Method without Metaphysical Presuppositions. *Philosophical Studies*, 5, 1954, 17—29.
Feigl H. Some Major Issues and Developments in the Philosophy of Science. In: *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, 1, 1956, 3—37.

Feigl H. On the Vindication of Induction. *Philosophy of Science*, 28, 1961, 212—216.
Feigl H. and M. Scriven (eds.). Minnesota Studies in the Philosophy of Science, I; the Foundations of Science and the Concepts of Psychology and Psychoanalysis. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1962.
Feigl H., M. Scriven, and G. Maxwell (eds.). Concepts, Theories, and the Mind-Body Problem, Minnesota Studies in the Philosophy of Science, II. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1958.
Feigl H. and W. Sellars (eds.). Readings in Philosophical Analysis. New York, Appleton-Century Crofts, 1949.
Feigl H. and G. Maxwell (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1961.
Feigl H. and G. Maxwell (eds.). Scientific Explanation, Space, and Time, Minnesota Studies in the Philosophy of Science, III. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1962.
Feller W. An Introduction to Probability Theory and its Applications, 2nd ed. New York, J. Wiley and Sons, 1957.
°Финн В. К. О возможности формализации правдоподобных рассуждений средствами многозначных логик. Сб. VII Всесоюзный симпозиум по логике и методологии науки. Тезисы сообщений. Киев, «Наукова думка», 1976.
Fenstad J. E. Representations of Probabilities Defined on First Order Language. In: J. N. Crossley (ed.). Sets, Models and Recursion Theory. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1967, 156—172.
Fenstad J. E. Review of Hintikka and Suppes (eds.). «Aspects of Inductive Logic». In: *Synthese*, 17, 1967, 449—460.
Feuer L. S. The Principle of Simplicity. *Philosophy of Science*, 24, 1957, 109—122.
Feyerabend P. K. Comments on Hanson's 'Is there a logic of discovery'. In: Feigl and Maxwell. Current Issues in the Philosophy of Science, 1961, 35—39.
Feyerabend P. K. A Note on the Problem of Induction. *Journal of Philosophy*, 61, 1964, 349—353.
Feyerabend P. K., and G. Maxwell. Mind, Matter, and Method; Essays in Honor of Herbert Feigl. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1966.
Finch H. A. Validity Rules for Proportionally Quantified Syllogisms. *Philosophy of Science*, 24, 1957, 1—18.
Finch H. A. An Explanation of Counterfactuals by Probability Theory. *Philosophy and Phenomenological Research*, 18, 1957—1958, 368—378.
Finch H. A. Due Care in Explicating Counterfactuals: A Reply to Mr. Jeffrey. *Philosophy and Phenomenological Research*, 20, 1959—1960, 117.
Finch H. Confirming Power of Observations Metricized for Decisions Among Hypotheses. *Philosophy of Science*, 27, 1960, 293—307, 391—404.
Findley J. N. Probability without Nonsense. *Philosophical Quarterly*, 2, 1952, 218—239.
Finetti B. de. Sul significato Doggetivo della probabilita. *Fundamenta Mathematica*, 17, 1931, 298—329.

Finetti B. de. La logique de la Probabilité. In: Induction et probabilité, Actes du congrès internationale de philosophie scientifique. Paris, Sorbonne, IV, 1935, 31—39.
Finetti B. de. La logique de la Probabilité. In: Induction et probabilité, 1935, 31—39.
*Finetti B. de. La Prevision: ses lois logiques, ses sources subjectives. *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, **7**, 1937, 1—68.
Finetti B. de. La vrai et la probable. *Dialectica*, **3**, 1949, 78—92.
Finetti B. de. Foundations of Probability. Klibansky (ed.). *Philosophy in Mid-Century*, **I**, 1958, 140—147.
Finetti B. de. La probabilita e la statistica nei rapporti con l'induzione, seconde i diversi punti di vista. Induzione e Statistica. Rome: Instituto Matematico Dell' Universita, 1963.
*Finetti B. de. Foresight: Its Logical Laws, Its Subjective Sources. In: Kyburg and Smoker (eds.). Studies in Subjective Probability, 1964, 93—158.
Firth R. Coherence, Certainty, and Epistemic Priority. *Journal of Philosophy*, **61**, 1964, 547—557.
Fisher R. A. The Conditions Under Which Chi Square Measures the Discrepancy Between Observation and Hypothesis. *Journal of the Royal Statistical Society*, **87**, Part III, 1924, 442—540.
Fisher R. A. Statistical Methods for Research Workers. New York, Hafner Publishing Company, 1963.
Fisher R. A. Theory of Statistical Estimation. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **22**, Part, 5, 1925, 700—725.
Fisher R. A. Inverse Probability. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **26**, Part 4, 1930, 528—535.
Fisher R. A. Probability, Likelihood, and Quantity of Information in the Logic of Uncertain Inference. *Proceedings of the Royal Society*, A, **146**, 1934, 1—8.
Fisher R. A. The Fiducial Argument in Statistical Inference. *Annals of Eugenics*, **6**, Part 4, 1935, 391—398.
Fisher R. A. Induction et probabilité, Actes du Congress internationale de philosophie scientifique. Paris, Sorbonne, **IV**, 1935.
Fisher R. A. The Design of Experiments, Edinburgh, Oliver and Boyd, Limited, 1935.
Fisher R. A. The Logic of Inductive Inference. *Journal of the Royal Statistical Society*, **98**, Part I, 1935, 39—54.
Fisher R. A. Uncertain Inference. *Proceedings of the American Academy of Arts and Science*, **71**, Number 4, 1936, 245—258.
Fisher R. A. Statistical Methods and Scientific Inference. *Journal of the Royal Statistical Society*, B, **17**, 1955, 69—78.
*Fisher R. A. Statistical Methods and Scientific Inference. New York, Hafner Publishing Company, 1956.
Fisk M. Falsifiability and Corraboration. *Philosophical Studies*, **9**, 1959, 49—65.
Fisk M. Review of Day's «Inductive Probability». In: *Philosophical Studies*, **11**, 1961—1962.
Fitch F. B. Justification in Science. In: M. White (ed.). Academic Freedom, Logic and Religion. Philadelphia, University of Pennsylvania Press, 1953, 99—107.
Flew A. (ed.). Logic and Language. New York, Philosophical Library, 1951.

F l e w A. Review of Brown's «Probability and Scientific Inference». In: *Philosophy*, **9**, 1959, 380—381.
F o g e l i n R. J. Inferential Constructions. *American Philosophical Quarterly*, 4, 1967, 15—27.
F r a n k R. G. (ed.). The Validation of Scientific Theories. Boston, Beacon Press, 1954.
F r a n k P. G. The Variety of Reasons for the Acceptance of Scientific Theories. In: P. F r a n k. The Validation of Scientific Theories, 3—18.
F r a n k P. G. Philosophy of Science: The Link between Science and Philosophy. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1957.
F r a s e r D. A. S. On the Definition of Fiducial Probability. *Bulletin of the International Statistical Institute*, **40**, 1963, 842—856.
F r a s e r D. A. S. The Structure of Inference. New York, J. Wiley and Sons, 1968.
F r e u d e n t h a l H. Is there a Specific Problem of Application for Probability? *Mind*, **50**, 1941, 367—373.
F r e u d e n t h a l H. Models in Applied Probability. *Synthese*, **12**, 1960, 202—212.
F r e u d e n t h a l H. Abus philosophiques de la statistique. Revue de Metaphysique et de Morale, **67**, 1962, 237—246.
F r e u d e n t h a l H. Realistic Models in Probability. In: I. L a k a t o s (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 1—14.
F r e u n d J. E. On the Confirmation of Scientific Theories. *Philosophy of Science*, **17**, 1950, 87—94.
F r e u n d J. E. On the Problem of Confirmation. *Methods*, **3**, 1951, 33—42.
F r e u n d J. E. Modern Elementary Statistics. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1952.
F r i t z Ch. A. What is Induction? *Journal of Philosophy*, **57**, 1960, 126—138.
F r y Th. C. A Mathematical Theory of Rational Inference: A Nonmathematical Discussion of Bayes' Theorem, *Scripta Mathematica*, **2**, 205—221.
G a i f m a n H. Concerning Measures on First-Order Calculi. In: *Israel Journal of Mathematics*, **2**, 1—18.
G e o r g e s c u - R o e g e n N. The End of the Probability Syllogism? *Philosophical Studies*, **5**, 1954, 31—32.
G i b b o n s P. C. On the Severity of Tests. *Australasian Journal of Philosophy*, **40**, 1962, 79—82.
G i r s h i c k M. A. and D. B l a c k w e l l. Theory of Games and Statistical Decisions. New York, J. Wiley and Sons, 1954.
G o l d b e r g S. Probability: An Introduction. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1960.
G o o d I. J. Probability and the Weighing of Evidence. London, C. Griffin, 1950.
G o o d I. J. Rational Decisions. *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, **14**, 1952, 107—114.
G o o d I. J. Kinds of Probability. *Science*, **129**, 1959, 443—446.
G o o d I. J. The Paradox of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **11**, 1960—1961, 145—149.
G o o d I. J. The Paradox of Confirmation (II). *British Journal for the Philosophy of Science*, **12**, 1961—1962, 63—64,

Good I. J. Subjective Probability as a Measure of a Non-Measurable Set. In: Nagel, Suppes, and Tarski (eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science (I), 319—329.
Good I. J. On the Principle of Total Evidence. *British Journal for the Philosophy of Science*, 17, 1966—1967, 319—321.
Good I. J. The White Shoe is a Red Herring. *British Journal for the Philosophy of Science*, 17, 1966—1967, 322.
Goodman N. A Query on Confirmation. *Journal of Philosophy*, 43, 1946, 383—385.
Goodman N. The Logical Simplicity of Predicates. *Journal of Symbolic Logic*, 14, 1949, 32—41.
Goodman N. An Improvement in the Theory of Simplicity. *Journal of Symbolic Logic*, 14, 1949, 228—229.
Goodman N. Sense and Certainty. *Philosophical Review*, 61, 1952, 160—167.
Goodman N. New Notes on Simplicity. *Journal of Symbolic Logic*, 17, 1952, 189—191.
Goodman N. Axiomatic Measurement of Simplicity. *Journal of Philosophy*, 52, 1955, 709—722.
Goodman N. Fact, Fiction and Forecast. Cambridge, Harvard University Press, 1955.
Goodman N. The Test of Simplicity. *Science*, 128, 1958, 1064—1069.
Goodman N. Recent Developments in the Theory of Simplicity. *Philosophy and Phenomenological Research*, 19, 1958—1959, 429—446.
Goodman N. Positionality and Pictures. *Philosophical Review*, 69, 1960, 523—525.
Goodman N. Safety, Strength. Simplicity. *Philosophy of Science*, 28, 1961, 150—151.
Goodman N. Comments on 'The New Riddle of Induction'. *Journal of Philosophy*, 63, 1966, 328—331.
Goodman N. Two Replies. *Journal of Philosophy*, 64, 1967, 286—287.
Goodstein L. On von Mises Theory of Probability. *Mind*, 49, 1940, 58—62.
Gordon R. D. Inverse Probability and Modern Statisticians. *Philosophy of Science*, 7, 1940, 389—399.
Goudge Th. A. Peirce's Treatment of Induction. *Philosophy of Science*, 7, 1940, 56—68.
Grandy R. E. Some Comments on Confirmation and Selective Confirmation. *Philosophical Studies*, 18, 1967, 19—24.
Greeno J. G., and D. S. Emmerich. Some Decision Factors in Scientific Investigation. *Philosophy of Science*, 33, 1966, 262—270.
Gregg J. R., and F. T. C. Harris (eds.). Form and Strategy in Science: Studies Dedicated to J. H. Woodger on the Occasion of his Seventieth Birthday. Dordrecht, Holland, D. Reidel Publishing Company, 1964.
Gross E. Toward a Rationale for Science. *Journal of Philosophy*, 54, 1957, 829—838
Guenther W. C. Concepts of Statistical Inference. New York, McGraw-Hill, 1965.
Hacking I. Guessing by Frequency. *Proceedings of the Aristotelian Society*, 64, 1963—1964, 55—70.

H a c k i n g I. Review of Leblanc's «Statistical and Inductive Probabilities». *Philosophical Quarterly*, **14**, 1964, 281.
*H a c k i n g I. Logic of Statistical Inference. Cambridge, Cambridge University Press, 1965.
H a c k i n g I. Salmon's Vindication of Induction. *Journal of Philosophy*, **62**, 1965, 260—266.
H a c k i n g I. Salmon's Vindication. *Philosophy of Science*, **32**, 1965, 269—271.
H a c k i n g I. On the Foundations of Statistics. *British Journal for the Philosophy of Science*, **15**, 1964—1965, 1—26.
H a c k i n g I. Review of Kyburg and Smokler (eds.). Studies in Subjective Probability. *British Journal for the Philosophy of Science*, **16**, 1965—1966, 334—339.
H u c k i n g I. Review of Isaac Levi's «Gambling with Truth, Synthese», **17**, 1967, 444—447.
H a c k i n g I. Slightly More Realistic Personal Probability. *Philosophy of Science*, **34**, 1967, 311—325.
H a c k i n g I. On Falling Short of Strict Coherence. *Philosophy of Science*, **35**, 1968, 284—286.
H a i l p e r i n Th. Foundations of Probability in Mathematical Logic. *Philosophy of Science*, 4, 1937, Supplement Number 2, 125—150.
H a l l d e n S. Preference Logic and Theory Choice. *Synthese*, **16**, 1966, 307—320.
H a l l d e n S. On Preference, Probability, and Learning. *Synthese*, **16**, 1966, 307—320.
H a l m o s P. R. The Foundations of Probability. *The American Mathematical Monthly*, **51**, 1944, 497—510.
H a m b l i n C. L. The Modal «Probably». *Mind*, **68**, 1959, 234—240.
H a m l y n D. W. Review of Harrod's «Foundations of Inductive Logic». In: *Philosophy*, **33**, 1958, 369—370.
H a m m e r t o n M. Bayesian Statistics and Popper's Epistemology. *Mind*, **77**, 1968, 109—112.
H a n e n M. Goodman, Wallace, and the Equivalence Condition. *Journal of Philosophy*, **58**, 1966, 271—280.
H a n s e l M. and J. C o h e n. Risk and Gambling: the Study of Subjective Probability. New York, Philosophical Library, Inc., 1956.
H a n s o n N. R. Patterns of Discovery. Cambridge, Cambridge University Press, 1958.
H a n s o n N. R. The Logic of Discovery. *Journal of Philosophy*, **55**, 1958, 1073—1089.
H a n s o n N. R. More on 'The Logic of Discovery'. *Journal of Philosophy*, **57**, 1960, 182—186.
H a n s o n N. R. Is there a Logic of Scientific Discovery. *Australasian Journal of Philosophy*, **38**, 1960, 91—100.
H a n s o n N. R. Is there a Logic of Discovery. In: F e i g l and M a x w e l l (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science, 20—35.
H a n s o n N. R. Good Inductive Reasons. *Philosophical Quarterly*, **11**, 1961, 123—134.
H a n s o n N. R. The Idea of a Logic of Discovery. *Dialectica*, **4**, 1965—1966, 48—61.
H a n s o n N. R. An Anatomy of Discovery. *Journal of Philosophy*, **64**, 1967, 321—352.
H a r m a n G. How Belief is Based on Inference. *Journal of Philosophy*, **61**, 1964, 353—359.

Harman G. The Inference to the Best Explanation. *Philosophical Review*, 74, 1965, 88—95.
Harman G. Lehrer on Knowledge. *Journal of Philosophy*, **63**, 1966, 241—247.
Harman G. Unger on Knowledge. *Journal of Philosophy*, **64**, 1967, 390—395.
Harman G. Detachment, Probability, and Maximum Likelihood. *Nous*, **1**, 1967, 401—411.
Harman G. Enumerative Induction as Inference to the Best Explanation. *Journal of Philosophy*, **65**, 1968, 529—533.
Harman G. Knowledge, Inference, and Explanation. *American Philosophical Quarterly*, **5**, 1968, 164—173.
Harman G. H. Introduction: A Discussion of the Relevance of the Theory of Induction (with a Digression to the Effect that neither Deductive Logic nor the Probability Calculus has anything to do with Inference). In: Swain (ed.), Induction, Acceptance and Rational Belief.
Harper W. and H. E. Kyburg. Discussion: The Jones Case. *British Journal for the Philosophy of Science*, **19**, 1968, 247—258.
Harrah D. A Logic of Questions and Answers. *Philosophy of Science*, **28**, 1961, 40—46.
Harré R. Dissolving the 'Problem' of Iinduction. *Philosophy*, **32**, 1957, 58—64.
Harré R. Simplicity as a Criterion of Induction. *Philosophy*, **34**, 1959, 229—234.
Harré R. Review of Barker's «Induction and Hypothesis». *Mind*, **71**, 1962, 412—420.
Harré R. Review of J. J. Katz's «The Problem of Induction and its Solution». *Mind*, **73**, 1964, 457—458.
Harris F. T. C. and J. R. Gregg (eds.). Form and Strategy in Science: Studies Dedicated to J. H. Woodger on the Occasion of his Seventieth Birthday. Dordrecht, Holland, D. Reidel Publishing Company, 1964.
Harrod R. F. Induction and Probability. *Philosophy*, **26**, 1951, 37—52.
Harrod R. F. Foundations of Inductive Logic. New York, Harcourt, Brace and World, 1956.
Harrod R. F. New Argument for Induction: Reply to Professor Popper. *British Journal for the Philosophy of Science*, **10**, 1960, 309—312.
Harrod R. F. The General Structure of Inductive Argument. *Proceedings of the Aristotelian Society*, **61**, 1960—1961, 41—56.
Harsanyi J. C. Popper's Improbability Criterion for the Choice of Scientific Hypotheses. *Philosophy*, **35**, 1960, 332—340.
Hartley H. O. In Dr. Bayes; Consulting Room. *American Statistician*, **17**, 1963, 22—24.
Hawkins D. Existential and Epistemic Probability. *Philosophy of Science*, **10**, 1943, 255—261.
Hay W. H. Professor Carnap and Probability. *Philosophy of Science*, **19**, 1952, 170—177.
Hay W. H. Review of Carnap's «Continuum of Inductive Methods». In: *Philosophical Review*, **62**, 1953, 468—472.
Hay W. H. Review of Wright's «Treatise on Probability and Induction». In: *Journal of Philosophy*, **50**, 1953, 782—788.

H a y e k F. Degree of Explanation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **6**, 1955—1956, 209—225.
H e i d e l b e r g e r H. Knowledge, Certainty and Probability. *Inquiry*, **6**, 1963, 242—250.
H e i d e l b e r g e r H. Probability and Knowledge: A Reply to Miss Weyland. *Inquiry*, **6**, 1963, 417—418.
H e i m e r O. and P. O p p e n h e i m. A Syntactical Definition of Probability and Degree of Confirmation. *Journal of Symbolic Logic*, **10**, 1945, 25—60.
H e m p e l C. G. On the Logical Form of Probability Statements. *Erkenntnis*, **7**, 1937—1938, 154—160.
H e m p e l C. G. Supplementary Remarks on the From of Probability-Statements, Suggested by the Discussion. *Erkenntnis*, **7**, 1937—1938, 360—363.
H e m p e l C. G. A Purely Syntactical Definition of Confirmation. *Journal of Symbolic Logic*, **8**, 1943, 122—143.
H e m p e l C. G. Studies in the Logic of Confirmation. *Mind*, **54**, 1945, 1—26, 97—121.
H e m p e l C. G. The Theoretician's Dilemma. In: F e i g l (ed.). *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, **2**, 1958, 37—98.
H e m p e l C. G. Empirical Statements and Falsifiability. *Philosophy*, **33**, 1958, 342—348.
*H e m p e l C. G. Deductive-Nomological vs. Statistical Explanation. In: F e i g l (ed.). *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, III, 98—169.
H e m p e l C. G. Inductive Inconsistencies, Logic and Language, 1962, 128—158. Also in: *Synthese*, **12**, 1960, 439—469.
H e m p e l C. G. Coherence and Morality. *Journal of Philosophy*, **62**, 1965, 539—542.
H e m p e l C. G. Aspects of Scientific Explanation. New York, The Free Press, 1965.
H e m p e l C. G. Aspects of Scientific Explanation. In: Aspects of Scientific Explanation. New York, The Free Press, 1965, 331—496.
H e m p e l C. G. Recent Problems of Induction. In: C o l o d n y (ed.). Mind and Cosmos, III, Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 1966.
H e m p e l C. G. The White Shoe: No Red Herring. *British Journal for the Philosophy of Science*, **18**, 1967—1968, 239—240.
H e m p e l C. G. Maximal Specificity and Lawlikeness in Probabilistic Explanation. *Philosophy of Science*, **35**, 1968, 116—133.
H e m p e l C. G. On a Claim by Skyrms Concerning Lawlikeness and Confirmation. *Philosophy of Science*, **35**, 1968, 274—278.
H e m p e l C. G. and P. O p p e h e i m. A Definition of 'Degree of Confirmation'. *Philosophy of Science*, **12**, 1945, 98—115.
H e m p e l C. G. and P. O p p e n h e i m. Studies in the Logic of Explanation. *Philosophy of Science*, **15**, 1948, 135—175.
H e s s e M. B. Review of Jeffreys' «Scientific Inference, Philosophy», 34, 1959, 66—68.
H e s s e M. B. Subjunctive Conditionals. *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary Volyme, **36**, 1962, 201—214.
H e s s e M. B. Analogy and Confirmation Theory. *Philosophy of Science*, **31**, 1964, 319—327.
H e s s e M. B. The Explanatory Function of Metaphor. In: Y. B a r-H i l l e l (ed.). Logic, Methodology and Philosophy of Science (II),

Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1965, 249—259.
H e s s e M. B. Consilience of Inductions. In: I. L a k a t o s (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 232—257.
H e s s e M. B. A Self-Correcting Observation Language. In: B. V a n R o o t s e l a a r and J. F. S t a a l (eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, III. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 297—310.
H i l l m a n D. J. The Measurement of Simplicity. *Philosophy of Science*, **29**, 1962, 225—252.
H i l l m a n D. J. The Probability of Induction. *Philosophical Studies*, **14**, 1965, 51—56.
H i l p i n e n R. On Inductive Generalization in Monadic First-Order Logic with Identity. In: H i n t i k k a and S u p p e s (eds.). Aspects of Inductive Logic, 1966, 133—154.
*H i l p i n e n R. Rules of Acceptance and Inductive Logic. *Acta Philosophica Fennica*, **21**, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968.
H i l p i n e n R. and J. H i n t i k k a. Knowledge, Acceptance, and Inductive Logic. In: H i n t i k k a and S u p p e s (eds.). Aspects of Inductive Logic, 1966, 1—20.
H i n t i k k a J. Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions. Ithaca, Cornell University Press, 1962.
H i n t i k k a J. Towards a Theory of Inductive Generalization. In: Y. B a r - H i l l e l (ed.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, II. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1964, 274—288.
H i n t i k k a J. On a Combined System of Inductive Logic. *Studia Logico-Mathematica et Philosophica in Honorem Rolf Nevanlinna, Acta Philosophica Fennica*, **18**, 1965, 21—35.
H i n t i k k a J. Distributive Normal Forms in First-Order Logic. In: C r o s s l e y (ed.). Formal Systems, 1965, 48—91.
*H i n t i k k a J. A Two-Dimensional Continuum of Inductive Methods. In: H i n t i k k a and S u p p e s (eds.). Aspects of Inductive Logic, 1966, 113—132.
H i n t i k k a J. Jnduction by Enumeration and Induction by Elimination. In: I. L a k a t o s (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 191—216.
H i n t i k k a J. The Varieties of Information and Scientific Explanation. In: B. Van R o o t s e l a a r and J. F. S t a a l (eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, III. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 311—332.
H i n t i k k a J. and R. H i l p i n e n. Knowledge, Acceptance, and Inductive Logic. In: H i n t i k k a and S u p p e s (eds.). Aspects of Inductive Logic, 1966, 1—20.
°H i n t i k k a J. (ed.) Rudolf Carnap, Logiical Empiricist. Materials and Perspectives. Dordrecht-Boston, 1975.
H i n t i k k a J. and J. P i e t a r i n e n. Semantic Information and Inductive Logic. In: H i n t i k k a and S u p p e s (eds.). Aspects of Inductive Logic, 1966, 96—112.
H i n t i k k a J. and P. S u p p e s (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966.

Hirst. Review of Barker's «Inductior and Hypothesis». In: *Philosophical Quarterly*, **10**, 1960, 375—376.
Hjorth S. The Meanings of Probability Statements. *Theoria*, **25**, 1959, 27—30.
Hodges J. L. and E. L. Lehmann. Basic Concepts of Probability and Statistics. San Francisco, Holden-Day, Inc., 1964.
Hofstadter A. Quine's View of Knowledge: The Myth of the Whole. *Journal of Philosophy*, **51**, 1954, 397—417.
Hooker C. A. Craigian Transcriptionism. *American Philosophical Quarterly*, **5**, 1968, 152—163.
Hooker C. A. Goodman, 'Grue' and Hempel. *Philosophy of Science*, **35**, 1968, 232—247.
Hooker C. A. and D. Stove. Releyance and the Ravens. *British Journal for the Philosophy of Science*, **18**, 1967—1968, 305—315.
Hopf E. On Causality, Statistics, and Probability. *Journal of Mathematics and Physics*, **13**, 1934, 51—102.
Hosiasson J. Why Do We Prefer Probabilities Relative to Many Data? *Mind*, **40**, 1931, 23—36.
Hosiasson J. La théorie des probabilités est-elle une logique généralisée? Actes du congrès internationale de philosophie scientifique, Paris, 1936, 58—64.
Hosiasson J. On Confirmation. *Journal of Symbolic Logic*, **5**, 1940, 133—148.
Hosiasson J. Induction et Analogie. *Mind*, **50**, 1941, 351—365.
Hotelling H. The Statistical Method and the Philosophy of Science. *American Statistician*, **12**, 1958, 9—14.
Huff D. How to Lie with Statistics. New York, W. W. Norton, 1954.
Hullet J. and R. Schwartz. Grue: Some Remarks. *Journal of Philosophy*, **58**, 1966, 259—271.
Hume. A Treatise of Human Nature. Oxford, Oxford University Press, 1960.
Юм Д. Трактат о человеческой природе. Соч., т. 1, М., «Мысль», 1966.
Humphreys W. C. Statistical Ambiguity and Maximal Specificity. *Philosophy of Science*, **35**, 1968, 112—115.
Hutten E. H. Induction as a Semantic Problem. *Analysis*, **10**, 1949—1950, 126—136.
Hutten E. H. Probability-Sentences. *Mind*, **61**, 1952, 38—56.
Hutten E. H. Review of Day's «Inductive Probability». *Mind*, **71**, 1962, 583.
Issman S. Les problèmes de la deduction logique et des inférences inductives. *Revue Internationale de Philosophie*, **13**, 1959, 132—134.
Jardine R. The Resolution of the Confirmation Paradox. *Australasian Journal of Philosophy*, **43**, 1965, 359—368.
Jeffrey R. C. Valuation and Acceptance of Scientific Hypotheses. *Philosophy of Science*, **23**, 1956, 237—246.
Jeffrey R. C. A Note on Finch's 'An Explication of Counterfactuals by Probability Theory'. *Philosophy and Phenomenological Research*, **20**, 1959, 116.
Jeffrey R. C. Comments on Leblanc Paper. In: Kyburg and Nagel (eds.). Induction: Some Current Issues, 18—21.
Jeffrey R. C. Popper on the Rule of Succession. *Mind*, **73**, 1964, 129.
Jeffrey R. C. New Foundations for Bayesian Decision Theory. Y. Bar-Hillel (ed.)., Logic, Methodology and Philosophy of

Science, II, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1964, 289—300.
Jeffrey R. C. The Logic of Decision. New York, McGraw-Hill, 1965.
Jeffrey R. C. Ethics and the Logic of Decision. *Journal of Philosophy*, 62, 1965, 528—539.
Jeffrey R. C. Solving the Problem of Measurement. *Journal of Philosophy*, 58, 1966, 400—401.
Jeffrey R. C. Goodman's Query. *Journal of Philosophy*, 63, 1966, 281—283.
Jeffrey R. C. Review of Isaac Levi's «Gambling with Truth». In: *Journal of Philosophy*, 65, 1968, 313—322.
Jeffrey R. C. Probable Knowledge. In: I. Lakatos (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 166—190.
Jeffrey R. C. Dracula Meets Wolfman: Acceptance vs. Partial Belief. In: Swain (ed.). Induction, Acceptance and Rational Belief.
°Jeffrey R. and Carnap R. (eds.). Studies in Inductive Logic and Probability. Vol. 1, Berkeley etc., University of Caifornia Press, 1971.
*Jeffreys H. Scientific Inference. Cambridge, Cambridge University Press, 1957.
Jeffreys H. The Problem of Inference. *Mind*, 45, 1936, 324—333.
Jeffreys H. Theory of Probability. Oxford, Oxford University Press, 1939.
Jeffreys H. Bertrand Russell on Probability. *Mind*, 59, 1950, 313—319.
Jeffreys H. Review of von Wright's «A Treatise on Induction and Probability». In: *British Journal for the Philosophy of Science*, 3, 1952—1953, 276—277.
Jeffreys H. The Present Position in Probability Theory. *British Journal for the Philosophy of Science*, 5, 1954—1955, 275—289.
Jones R. M. The Non-Reducibility of Koopman's Theorem of Probability in Carnap's System for MC. *Philosophy of Science*, 32, 1965, 368—369.
Jourdain P. E. B. Causality, Induction, and Probability. *Mind*, 28, 1919, 162—179.
Juhos B. Deduktion, Induktion and Wahrscheinlichkeit. *Methods*, 6, 1954, 259—276.
Kac M. Probability and Related Topics in Physical Sciences. New York, Interscience, 1959.
Kac M. Statistical Independence in Probability, Analysis, and Number Theory. Rahway, N. J., Mathematical Association of America, 1959.
Kading D. Concerning Mr. Feigl's 'Vindication' of Induction. *Philosophy of Science*, 27, 1960, 405—407.
Kadish M. Note on the Grounds of Evidence. *Journal of Philosophy*, 46, 1949, 229—243.
Kahane H. Nelson Goodman's Entrenchement Theory. *Philosophy of Science*, 32, 1965, 377—383.
Kahane H. Reply to Ackermann. *Philosophy of Science*, 34, 1967, 184—187.
Kahane H. Baumer on the Confirmation Paradoxes. *British Journal for the Philosophy of Science*, 18, 1967—1968, 52—56.

Katz J. J. The Problem of Induction and Its Solution. Chicago, University of Chicago Press, 1962.
Kaufmann F. The Logical Rules of Scientific Procedure. *Philosophy and Phenomenological Research*, **2**, 1941—1942, 457—471.
Kaufmann F. Scientific Procedure and Probability. *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 47—66.
Kaufmann F. On the Nature of Inductive Inference. *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 602—609.
Keene G. B. Randomness. *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary Volume **31**, 1957, 151—160.
Keene G. B. Confirmation and Corroboration. *Mind*, **70**, 1961, 85—87.
Keene G. B. Mill's Method of Hypothesis. *Filosofia*, Supplementary Volume **13**, 1962, 595—598.
Kemble E. C. The Probability Concept. *Philosophy of Science*, **8**, 1941, 204—232.
Kemble E. C. Is the Frequency Theory of Probability Adequate for all Scientific Purposes? *American Journal of Physics*, **10**, 1942, 6—16.
Kemeny J. G. Review of Carnap's «Logical Foundations of Probability». In: *Journal of Symbolic Logic*, **16**, 1951, 205—207.
Kemeny J. G. Review of Carnap's «Logical Foundations of Probability». In: *Review of Metaphysics*, **5**, 1951—1952, 145—156.
Kemeny J. G. Extension of the Methods of Inductive Logic. *Philosophical Studies*, **3**, 1952, 38—42.
Kemeny J. G. A Contribution to Inductive Logic. *Philosophy and Phenomenological Research*, **13**, 1952—1953, 371—374.
Kemeny J. G. A Logical Measure Function. *Journal of Symbolic Logic*, **18**, 1953, 289—308.
Kemeny J. G. Review of Wright's «A Treatise on Induction and Probability». In: *Philosophical Review*, **62**, 1953, 93—101.
Kemeny J. G. The Use of Simplicity in Induction. *Philosophical Review*, **62**, 1953, 391—408.
Kemeny J. G. Two Measures of Complexity. *Journal of Philosophy*, **52**, 1955, 722—733.
Kemeny J. G. Fair Bets and Inductive Probabilities. *Journal of Symbolic Logic*, **20**, 1955, 263—273.
Kemeny J. G. A Philosopher Looks at Science. Princeton, N. J., D. Van Nostrand, 1959.
*Kemeny J. G. Garnaps Theory of Probability and Induction. In: Schilpp (ed.). The Philosophy of Rudolf Carnap, 1963, 711—738.
Kemeny J. G. and Oppenheim. Degree of Factual Support. *Philosophy of Science*, **19**, 1952, 307—324.
Kessen W. Comments on Berlyne's Paper. In: Kyburg and Nagel (eds.). Induction: Some Current Issues, 94—97.
*Keynes J. M. A Treatise on Probability. London, Macmillan, 1952.
Khatchadourian H. Some Metaphysical Presuppositions of Science. *Philosophy of Science*, **22**, 1955, 194—204.
Kim J. Inference, Explanation, and Prediction. *Journal of Philosophy*, **61**, 1964, 360—368.
King-Farlow J Toulmin's Analysis of Probability. *Theoria*, **29**, 1963, 12—26.
Klibansky R. Philosophy in Mid-Century. Part. I, Logic, 1958.

K n e a l e W. Probability and Induction. Oxford, Oxford University Press, 1949.
K n e a l e W. Probability and Induction. *Mind*, **60**, 1951, 310—317.
K n e a l e W. Some Aspects of Probability and Infuction: A Reply to Mr. Bennet. *British Journal for the Philosophy of Science*, **8**, 1957—1958, 57—63.
K n e e b o n e G. T. Frequency Theory of Induction. *Proceedings of the Aristotelian Society*, **50**, 1949—1950, 27—42.
K n e e b o n e G. T. Induction and Probability. *Philosophy*, **26**, 1951, 261—262.
*K o l m o g o r o f f A. N. Foundations of the Theory of Probability. New York, Chelsea, 1950.
°К о л м о г о р о в А. Н. Основные понятия теории вероятностей. 2-ое изд., «Наука», 1974.
*K o o p m a n B. O. The Axioms and Algebra of Intuitive Probability. *Annals of Mathematics*, **41**, 1940, 269—292.
K o o p m a n B. O. The Bases of Probability. *Bulletin of the American Mathematical Society*, **46**, 1940, 763—774.
K o o p m a n B. O. Intuitive Probabilities and Sequences. *Annals of Mathematics*, **42**, 1941, 169—187.
K o r n e r St. (ed.). The Colston Papers, **9**, Observation and Interpretation: A Symposium of Philosophers and Scientists. London, Butterworths Scientific Publications, 1957.
K o s l o w A. Review of Jeffreys' «Scientific Inference». In: *The Journal of Philosophy*, **57**, 1960, 384—391.
K o t a r b i n s k a J. The Controversy: Deductivism versus Inductivism. In: N a g e l (ed.), Logic, Methodology and Philosophy of Science, **1**, 1961, 265—274.
K r a f t Ch. H., and J. W. P r a t t and A. S e i d e n b e r g. Intuitive Probability on Finite Sets. *Annals of Mathematical Statistics*, **30**, 1959, 408—419.
K r a f t V. The Problem of Induction. In: F e y e r a b e n d (ed.). Mind, Matter, Method, 1966, 306—318.
K r a u s s P. and D. S c o t t. Assigning Probabilities to Logical Formulas. In: H i n t i k k a and S u p p e s (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966, 219—264.
K u h n Th. S. Historical Structure of Scientific Discovery, *Science*, **136**, 1962, 760—764.
K u h n Th. S. The Structure of Scientific Revolutions. Chicago, University of Chicago Press, 1962.
°К у н Т. Структура научных революций. М., «Прогресс», 1975.
K y b u r g H. E. Jr. The Justification of Induction. *Journal of Philosophy*, **53**, 1956, 392—400.
K y b u r g H. E. R. B. Braithwaite on Probability and Induction. *British Journal for the Philosophy of Science*, **9**, 1958—1959, 203—220.
K y b u r g H. E. Demonstrative Induction. *Philosophy and Phenomenological Research*, **21**, 1960—1961, 80—92.
K y b u r g H. E. Probability and Rationality. *The Philosophical Quarterly*, **11**, 1961, 3—10.
*K y b u r g H. E. Probability and the Logic of Rational Belief. Middletown, Conn., Wesleyam University Press, 1961.
K y b u r g H. E. A Modest Proposal Concerning Simplicity. *The Philosophical Review*, **70**, 1961, 390—395.

Kyburg H. E. Review of C. West Churchman's «Prediction and Optimal Decision». In: *Journal of Philosophy*, **59**, 1962, 549—554.
Kyburg H. E. Probability and Randomness. *Theoria*, **29**, 1963, 27—55.
Kyburg H. E. Review of Rudolf Carnap's «Logical Foundations of Probability», 2nd ed. *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, 362—364.
Kyburg H. E. Review of Pap's «Introduction to the Philosophy of Science». In: *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, 358—362.
Kyburg H. E. Review of Leblanc's «Statistical and Inductive Probabilites». In: *American Mathematical Monthly*, **70**, 1963, 1022—1023.
Kyburg H. E. Logical and Fiducial Probability. *Bulletin of the International Statistical Institute*, **40**, Ottawa, 1963, 884—901.
Kyburg H. E. Comments on Braithwaite Paper. In: Kyburg and Nagel (eds.). Induction. Some Current Issues, 196—199.
Kyburg H. E. A Further Note on Rationality and Consistency. *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, 463—465.
Kyburg H. E. Probability, Rationality, and a Rule of Detachment, Y. Bar-Hillel (ed.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, II. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1964, 301—310.
Kyburg H. E. Recent Work in Inductive Logic. *American Philosophical Quarterly*, **1**, 1964, 1—39.
Kyburg H. E. Comments on Salmon's Inductive Evidence'. *American Philosophical Quarterly*, **2**, 1965, 10—12.
Kyburg H. E. Salmon's Paper. *Philosophy of Science*, **32**, 1965, 147—151.
Kyburg H. E. Probability and Decision. *Philosophy of Science*, **33**, 1966, 250—261.
Kyburg H. E. Review of Schilpp (ed.). The Philosophy of Rudolf Carnap In: *The Journal of Philosophy*, **65**, 1968, 503—515.
Kyburg H. E. The Rule of Detachment in Inductive Logic. In: I. Lakatos (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 98—165.
Kyburg H. E. Bets and Beliefs. *American Philosophical Quarterly*, **5**, 1968, 54—63.
Kyburg H. E. Review of Hintikka and Suppes (eds.). «Aspects of Inductive Logic». In: *Philosophical Review*, **77**, 1968, 526—528.
Kyburg H. E. Review of Jeffrey's «The Logic of Decision». In: *Philosophical Review*, **77**, 1968, 250—253.
Kyburg H. E. Probability Theory. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1969.
Kyburg H E. Conjunctivits. In: Swain (ed.). Induction, Acceptance and Rational Belief.
Kyburg H. E. and E. Nagel (eds.). Induction: Some Current Issues. Middletown, Conn., Wesleyan University Press, 1963.
Kyburg H. E. and H. Smokler (eds.). Studies in Subjective Probability. New York, J. Wiley and Sons, 1964.
Kyburg H. E. and W. Harper. Discussion: The Jones Case. *British Journal for the Philosophy of Science*, **19**, 1968—1969, 247—258.
Laer P. H. Van. Philosophy of Science. Pittsburgh, Duquesne Studies, 1956.
Lakatos I. (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968.

Lakatos I. and A. Musgrave (eds.). Problems in the Philosophy of Science. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968.
Lakatos I. Changes in the Problem of Inductive Logic. In: I. Lakatos (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Sompany, 1968, 315—417.
LeBlanc H. Evidence logique et degré de confirmation. *Revue Philosophique de Louvain*, **52**, 1954, 619—625.
LeBlanc H. Two Probability Concepts. *Journal of Philosophy*, **53**, 1956, 679—698.
LeBlanc H. On Logically False Evidence Statements. *Journal of Symbolic Logic*, **22**, 1957, 345—349.
Leblanc H. On Chances and Estimated Chances of Being True. *Revue Philosophique de Louvain*, **57**, 1959, 225—239.
LeBlanc H. On So-called Degrees of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **10**, 1959—1960, 312—315.
LeBlanc H. A New Interpretation of $c(h, e)$. *Philosophy and Phenomenological Research*, **21**, 1960—1961, 373—376.
LeBlanc H. On Requirements of Conditional Probability. *Journal of Symbolic Logic*, **25**, 1960, 238—242.
LeBlanc H. Probabilities as Truth Value Estimates. *Philosophy of Science*, **28**, 1961, 414—417.
LeBlanc H. The Problem of the Confirmation of Laws. *Philosophical Studies*, **12**, 1961, 81—84.
LeBlanc H. Statistical and Inductive Prababilities. In: Kyburg and Nagel (eds.). Induction: Some Current Issues, 3—16.
LeBlanc H. Statistical and Inductive Probabilities. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1962.
LeBlanc H. That Positive Instances are No Help. *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, 453—462.
LeBlanc H. A. Revised Version of Goodman's Paradox on Confirmation. *Philosophical Studies*, **14**, 1963, 49—51.
LeBlanc H. On Requirements for Conditional Probability Functions. *Journal of Symbolic Logic*, **25**, 1966, 238—242.
Lee H. N. An Epistemological Analysis of Induction. In: Tulane Studies in Philosophy, II, New Orleans, Tulane University, 1953, 83—94.
*Lehmann E. L. Testing Statistical Hypothese. New York, J. Wiley and Sons, Inc., 1959.
Lehmann E. L. and J. L. Hodges. Basic Concepts of Probability and Statistics. San Francisco, Holden-Day, Inc., 1964.
Lehman R. Sh. On Confirmation and Rational Betting. *Journal of Symbolic Logic*, **20**, 1955, 251—262.
Lehrer K. Descriptive Completencess and Inductive Methods. *Journal of Symbolic Logic*, **28**, 1963, 157—160.
Lehrer K. Knowledge and Probability. *Journal of Philosophy*, **61**, 1964, 368—372.
Lehrer K. Knowledge, Truth and Evidence. *Analysis*, **25**, 1964—1965, 168—175.
Lehrer K. Letter: On Knowledge and Probability. *Journal of Philosophy*, **62**, 1965, 67—58.
Lehrer K., R. Roelofs and M. Swain. Reason and Evidence: An Unsolved Problem. *Ratio*, **9**, 1967, 38—48.
Lehrer K. Justification, Explanation, and Induction. In: Swain (ed.), Induction, Acceptance and Rational Belief.

Lenz J. W. Carnap on Defining 'Degrees of Confirmation'. *Philosophy of Science*, **23**, 1956, 230—236.
Lenz J. W. Problems for the Practicalists' Justification of Induction, *Philosophical Studies*, **9**, 1958, 4—8.
Lerner D. (ed.). Evidence and Inference. Glencoe, Ill., The Free Press, 1959.
Lev J. and H. Walker. Statistical Inference. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1953.
Levi I. Review of Harrod's «Foundations of Inductive Logic». In: *Journal of Philosophy*, **55**, 1958, 209—212.
Levi I. Must the Scientist Make Value Judgements? *Journal of Philosophy*, **57**, 1960, 345—357.
Levi I. Decision Theory and Confirmation. *Journal of Philosophy*, **58**, 1961, 614—625.
Levi I. On the Seriousness of Mistakes. *Philosophy of Science*, **29**, 1962, 47—65.
Levi I. Corroboration and Rules of Acceptance. *British Journal for the Philosophy of Science*, **13**, 1962—1963, 307—313.
Levi I. Review of H. LeBlanc's «Statistical and Inductive Probabilities». In: *Journal of Philosophy*, **60**, 1963, 21.
Levi I. Belief and Action. *The Monist*, **48**, 1963—1964, 306—316.
Levi I. Deductive Cogency in Inductive Inference. *Journal of Philosophy*, **62**, 1965, 68—77.
Levi I. Hacking Salmon on Induction. *Journal of Philosophy*, **62**, 1965, 481—487.
Levi I. On Potential Surprise. *Ratio*, **80**, 1966, 107—129.
Levi I. Utility and Acceptance of Hypothese. In: Morgenbesser (ed.). Philosophy of Sciente Today, New York, Basic Books, 1967.
*Levi I. Gambling with the Truth: An Essay on Induction and the Aims of Science. New York, Alfred A. Knopf, 1967.
Levi I. Probability Kinematics. *British Journal for the Philosophy of Science*, **18**, 1967—1968, 197—209.
Levi I. Information and Inference. *Synthese*, **17**, 1969, 369—391.
Levi I. Putnam's Three Truth Values. *Philosophical Studies*, **10**, 1959, 65—69.
Levi I. Probability and Evidence. In: Swain (ed.). Induction, Acceptance and Rational Belief.
Levi I. and S Morgenbesser. Belief and Disposition. *American Philosophical Quarterly*, **1**, 1964, 221—232.
Lévy P. Le fondement du calcul des probabilités. *Revue de Metaphysique*, **59**, 1954, 164—179.
Lewis C. I. An Analysis of Knowledge and Valuation. LaSalle, Ill., Open Court, 1946.
Lewis H. D. (ed.). Contemporary British Philosophy. New York, Macmillan, 1956.
Lewy C. On the Justification of Induction. *Analysis*, **6**, 1939, 87—90.
Lindeman E. and L. Savage. Bayesian Statistical Inference for Psychological Research. *Psychological Review*, **70**, 1963, 193—242.
Lindley D. V. Statistical Inference. *Journal of the Royal Statistical Society*, B, **15**, 1953, 30—76.
Lindley D. V. A Statistical Paradox. *Biometrika*, **44**, 1957, 187—192.

L i n d l e y D. V. Introduction to Probability and Statistics: Part 1, Probability. Cambidge, Cambridge University Press, 1965.
L i n d l e y D. V. Introduction to Probability and Statistics: Part 2, Inference. Cambridge, Cambridge University Press, 1965.
L i n h a r t H. Darlington's 'On the Confirmation of Laws'. *Philosophy of Science*, **26**, 1949, 362.
°Л и х т е н ф е л ь д Б. Л. Вероятностная парадоксальность индуктивной логики Р. Карнапа и Я. Хинтикки. Сб.: Методы логического анализа. М., «Наука», 1977.
L l e w e l y n J. E. Unquantified Inductive Generalizations. *Analysis*, **22**, 1961—1962, 134—137.
L u c a s J. R. The One Concept of Probability. *Philosophy and Phenomenological Research*, **26**, 1965—1966, 180—199.
*L u c e R. D. and H. R a i f f a. Games and Decisions: Introduction and Critical Survey. New York, J. Wiley and Sons, 1957.
°Л ь ю и с Р. Д., Х. Р а й ф а. Игры и решения, М., ИЛ, 1961.
M a c e C. A. (ed.). British Philosophy in Midcentury. London, Allen and Unwin, 1957.
M a c h o l R. E. (ed.). Recent Developments in Information and Decision Process. New York, Macmillan, 1962.
M a c k i e J. L. The Paradox of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **13**, 1962—1963, 265—277.
M a c k i e J. L. Miller's So-called Paradox of Information. *British Journal for the Philosophy of Science*, **17**, 1966—1967, 144—147.
M a d d e n E. H. Aristotle's Treatment of Probability and Signs. *Philosophy of Science*, **24**, 1957, 167—172.
M a d d e n E. H. Review of Wright's «Logical Problem of Induction». In: *Philosophy and Phenomenological Research*, **18**, 1957—1959, 550—551.
M a d d e n E. H. The Riddle of Induction. *Journal of Philosophy*, **55**, 1958, 705—718.
M a h a l a n o b i s P. C. The Foundations of Statistics. *Dialectica*, **8**, 1954, 95—111.
M a l i n o v i c h S. The Verification of Universal Empirical Propositions. *Analysis*, **25**, 1964—1965, 202—204.
M a r g e n a u H. Probability, Many-Valued Logics, and Physics. *Philosophy of Science*, **6**, 1939, 65—87.
M a r g o l i s J. The Demand for a Justification of Induction. *Synthese*, **11**, 1959, 259—264.
M a r g o l i s J. 'Entitled to Assert'. *Synthese*, **17**, 1967, 292—298.
M a r t i n R. M. A Formalization of Inductive Logic. *Journal of Symbolic Logic*, **23**, 1958, 251—256.
M a r t i n R. M. Intension and Decision. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1963.
M a s s e y G. J. Hempel's Criterion of Maximal Specificity. *Philosophjcal Studies*, **19**, 1968, 43—47.
M a t h e r s R. A. A Note on R. H. Vincent's Cognitive Sensibilities. *Philosophical Studies*, **14**, 1963, 75—77.
M a t s o n W. I. Against Induction and Empiricism. *Proceedings of the Aristotelian Society*, New Series, **62**, 1961—1962, 143—158.
M a x w e l l G. An 'Analytic' Vindication of Induction. *Philosophical Studies*, **12**, 1961, 43—45.
M a x w e l l G. and H. F e i g l (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science. New York, Holt, Rinehart, and Winston, 1961.

Maxwell G. and P. K. Feyerabend. Mind, Matterm and Method; Essays in Honor of Herbert Feigl. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1962.
Maxwell G., H. Feigl, and M. Scriven (eds.). Minnesota Studies in the Philosophy of Science, I. the Foundations of Science and the Concepts of Psychology and Psychoanalysis. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1962.
Maxwell G., Grover, H. Feigl, and M. Scriven. Concepts, Theories, and the Mind-Body Problem, Minnesota Studies in the Philosophy of Science. II. Minneapolis University of Minnesota Press, 1958.
Maxwell G., Grover and H. Feigl (eds.). Scientific Explanation, Space, and Time, Minnesota Studies in the Philosophy of Science, III. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1962.
Mayberry Th. C. Donald Williams on Induction. *Journal of Thought*, **3**, 1968, 204—211.
Mayo B. Probability: A Rejoinder to Mr. Urmson. *Analysis*, **8**, 1947—1948, 30—32.
Mays W. Probability Models and Thought and Learning Processes. *Synthese*, **15**, 1963, 204—221.
McLendon H. J. Has Russell Answered Hume? *Journal of Philosophy*, **49**, 1952, 145—159.
McNabb D. G. C. Hume of Induction. *Revue Internationale de Philosophie*, **6**, 1952, 184—198.
Mellor D. H. Experimental Error and Deducibility. *Philosophy of Science*, **32**, 1965, 105—122.
Mellor D. H. Connectivity, Chance and Ignorance. *British Journal for the Philosophy of Science*, **16**, 1965—1966, 209—225.
Mellor D. H. Inexactness and Explanation. *Philosophical Studies*, **33**, 1966, 345—359.
Mellor D. H. Imprecision and Explanation. *Philosophy of Science*, **34**, 1967, 1—9.
Menger K. On the Relation Between the Calculs of Probability and Statistics. *Notre Dame Mathematical Lecture*, **4**, 1944, 44—53.
Menger K. Random Variables from the Point of View of a General Theory of Variables. *Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, **2**, 1954, 215—229.
Meredith G. P., C. F. Cater, and G. L. S. Shackle. Uncertainty and Business Decisions. Liverpool, Liverpool University Press, 1962.
Michalos A. Two Theorems on Degree of Confirmation. *Ratio*, **7**, 1965, 196—198.
Michalos A. Estimated Utility and Corroboration. *British Journal for the Philosophy of Science*, **16**, 1965—1966, 327—331.
Michalos A. Review of Hacking's «Logic of Statistical Inference». In: *Dialectica*, **5**, 1966—1967, 647—649.
Michalos A. Descriptive Completeness and Linguistic Variance, *Dialogue*, **6**, 1967—1968, 224—228.
°Michalos A. C. The Popper — Carnap Controversy. The Hague Nijthoff, 1971.
Mill J. S. A System of Logic, Ratiocinative and Inductive, Being a Connected View of the Principles of Evidence and the Methods of Scientific Investigation, 2 vols. London, Longman's, 1868. New York, Harper and Brothers, 1900, 8th ed.

Miller D. A. Paradox of Information. *British Journal for the Philosophy of Science*, **17**, 1966—1967, 59—61.
Miller D. On the So-Called Paradox: A Reply to Professor J. L. Mackie. *British Journal for the Philosophy of Science*, **17**, 1966—1967, 147—149.
Miller D. The Straight and Narrow Rule of Induction, a Reply to Dr. Bub and Mr. Radner. *British Journal for the Philosophy of Science*, **19**, 1968, 145—152.
Minas J. S. Comment on Richard C. Jeffrey's 'Ethics and the Logic of Decision'. *Journal of Philosophy*, **62**, 1965, 542—544.
Mises R. von. On the Foundations of Probability and Statistics. *Annals of Mathematical Statistics*, **12**, 1941, 191—205.
Mises R. von. Comments on D. Williams' Paper. *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 45—46.
Mises R. von. Comments on Donald Williams' Reply. *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 611—613.
*Mises R. von. Probability, Statistics, and Truth. New York, Macmillan, 1957.
°Мизес Р. Вероятность и статистика, М. — Л., 1930.
Moore A. The Principle of Induction. *Journal of Philosophy*, **49**, 1952, 741—747.
Moore A. The Principle of Induction (II): A Rejoinder to Miss Brodbeck. *Journal of Philosophy*, **49**, 1952, 750—758.
Morgenbesser S. A Note on Justification. *Journal of Philosophy*, **58**, 1961, 748—749.
Morgenbesser S. Goodman and the Ravens. *Journal of Philosophy*, **59**, 1962, 493—495.
Morgenbesser S. and A. Danto (eds.). Philosophy of Science. New York, Meridian Books, 1960.
Morgenbesser S. and I. Levi. Belief and Disposition. *American Philosophical Quarterly*, **1**, 1964, 221—232.
Morgenbesser S. (ed.). Philosophy of Science Today. New York, Basic Books, 1967.
Morgenstern O. and J. von Neumann. Theory of Games and Economic Behaviour. Princeton, Princeton University Press, 1944. New York, J. Wiley and Sons, 1964.
°Моргенштерн О., Дж. Нейман фон. Теория игр и экономическое поведение. М., «Наука», 1971.
Moses L. E. and H. Chernoff. Elementary Decision Theory. New York, J. Wiley and Sons, Inc., 1959.
°Мозес Л., Г. Чернов. Элементарная теория статистических решений. М., «Советское радио», 1962.
Mosteller F. and D. Wallace. Inference and Disputed Authorship: The Federalist. Reading, Mass, Addison — Wesley, 1964.
Mundle C. W. K. Probability and Scientific Inference. *Philosophy*, **34**, 1959, 150—154.
Musgrave A. and I. Lakatos (eds.). Problems in the Philosophy of Science. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968.
Myhill J. On the Concept of a Random Sequence. *Journal of Symbolic Logic*, **16**, 1951, 236.
Nagel E. The Meaning of Probability. *Journal of the American Statistical Association*, **31**, 1936, 10—26.
Nagel E. Probability and the Theory of Knowledge. *Philosophy of Science*, **6**, 1939, 212—253.

*N a g e l E. Principles of the Theory of Probability. *International Encyclopedia of United Science*. Chicago, University of Chicago Press, 1949.
N a g e l E. Jeffreys' Theory of Probability. *Journal of Philosophy*, **37**, 1940, 524—528.
N a g e l E. Probability and Non-demonstrative Inference. *Philosophy and Phenomenological Research*, **5**, 1944—1945, 485—507.
N a g e l E. Is the LaPlacean Theory of Probability Tenable? *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 614—618.
N a g e l E. Review of Carnap's «On Inductive Logic». *Journal of Symbolic Logic*, **11**, 1946, 19—23.
N a g e l E. Kneale's Probability and Induction. *Journal of Philosophy*, **47**, 1950, 545—551.
N a g e l E Reichenbach's Theory of Probability. *Journal of Philosophy*, **47**, 1950, 551—555.
N a g e l E. The Structure of Science. New York, Harcourt, Brace and World, 1961.
N a g e l E. Carnap's Theory of Induction. In: S c h i l p p (ed.). The Philosophy of Rudolf Carnap. LaSalle, Ill., Open Court, 1963, 785—826.
N a g e l E. and M. C o h e n. An Introduction to Logic and Scientific Method. New York, Harcourt, Brace and Company, 1934.
N a g e l E. and T a r s k i (eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, I. Stanford, Stanford University Press, 1962.
N a g e l E. and H. E. K y b u r g. Induction: Some Current Issues. Middletown, Connecticut, Wesleyan University Press, 1963.
N e l s o n E. J. Professor Reichenbach on Induction. *Journal of Philosophy*, **33**, 1936, 577—580.
N e l s o n E. J. The Ground of Induction: A Review. *Philosophy and Phenomenological Research*, **9**, 1948—1949, 139—143.
N e l s o n E. J. Causal Necessity and Induction. *Proceedings of the Aristotelian Society*, New Series, **64**, 1963—1964, 289—300.
N e l s o n J. O. The Confirmation of Hypothese. *Philosophical Review*, **67**, 1958, 95—100.
N e l s o n J. O. Are Inductive Generalizations Quantifiable? *Analysis*, **22**, 1961—1962, 59—65.
N e l s o n J. O. Logical Notation and Indoor Ornithology. *Ratio*, **10**, 1968, 169—172.
*Н е й м а н Дж. фон, М о р г е н ш т е р н О. Теория игр и экономическое поведение. М., «Наука», 1971.
N e y m a n J. Ouline of a Theory of Statistical Estimation Based on the Classical Theory of Probability. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, A, **236**, 1937, 333—380.
N e y m a n J Fiducial Argument and the Theory of Confidence Intervals. *Biometrika*, **32**, 1941, 128—150.
*N e y m a n J. Basic Ideas and Some Recent Results of the Theory of Testing Statistical Hypotheses. *Journal of the Royal Statistical Society*, **105**, 1942, 292—327.
N e y m a n J. Raisonnement inductif or comportement inductif. *Proceedings of the International Statistical Conference*, **3**, 1947, 423—433.
N e y m a n J. First Course in Probability and Statistics. New York, Henry Holt and Company, 1950.
N e y m a n J. Lectures and Conferences on Mathematical Statistics and Probability, 2nd ed. Washington, United States Department of Agriculture, 1952.

Neyman J. The Problem of Inductive Inference. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **8**, 1955, 13—45.
*Neyman J. 'Inductive Behaviour' as a Basic Concept of Philosophy of Science. *Review of the International Statistical Institute*, **25**, 1957, 7—22.
Neyman J. and E. S. Pearson. The Testing of Statistical Hypotheses in Relation to Probabilities A Priori. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **29**, 1932—1933, 492—510.
Neyman J. and E. S. Pearson. On the Problem of the Most Efficient Tests of Statistica Hypotheses. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, A, **231**, 1933, 289—337.
Neyman J. and E. S. Pearson. Contributions to the Theory of Testing Statistical Hypotheses. *Statistical* Research Memoirs, **1**, 1936, 1—37; **2**, 1938, 25—57.
Nicod J. Foundations of Geometry and Induction. New York, The Humanities Press, 1950.
Nielsen H. A. Sampling and the Problem of Induction, *Mind*, **68**, 1959, 474—481.
Nowak S. Some Problems of Causal Interpretation of Statistical Relationships. *Philosophy of Science*, **27**, 1960, 23—38.
°Niiniluto I., Tuomela R. Theoretical Concepts and Hypothetico-Inductive Inference, Dordrecht — Boston, Reidel, 1973.
Nyman A. Induction et Intuition. *Theoria*, **19**, 1953, 21—41.
O'Connor J. Differential Properties and Goodman's Diddle. *Analysis*, **28**, 1967—1968, 59.
Ofsti A. Some Problems of Counter-Inductive Policy as Opposed to Inductive. *Inquiry*, **5**, 267—282.
Oliver J. W Deduction and the Statistical Syllogism. *Journal of Philosophy*, **50**, 1953, 805—807.
Oliver W. D. A Re-examination of the Problem of Induction. *Journal of Philosophy*, **49**, 1952, 769—780.
Oppenheim P. and O. Helmer. A Syntactical Definition of Probability and Degree of Confirmation. *Journal of Symbolic Logic*, **10**, 1945, 25—60.
Oppenheim O. and C. G. Hempel. A Definition of Degree of Confirmation. *Philosophy of Science*, **12**, 1945, 98—115.
Oppenheim P. and C. G. Hempel. Studies in the Logic of Explanation, *Philosophy of Science*, **15**, 1948, 135—175.
Oppenheim P. and J. G. Kemeny. Degree of Factual Support. *Philosophy of Science*, **19**, 1952, 307—324.
Ore O. Pascal and the Invention of Probability Theory. *American Mathematical Monthly*, **67**, 1960, 409—418.
O'Toole E. J. A Note on Probability. *Philosophical Studies* (Dublin), **11**, 1961—1962, 112—127.
Pakswer S. Information, Entropy, and Inductive Logic. *Philosophy of Science*, **21**, 1954, 254—259.
Palmieri L. E. Confirmation, Intention, and Language. *Methods*, **11**, 1959, 33—40.
Palmieri L. E. Induction, Deduction, and Certainty. *Methods*, **11**, 1959, 169—172.
Pap A. An Introduction to the Philosophy of Science. New York, The Free Press of Glencoe, 1962.
Parzen E. Modern Probability Theory and its Applications. New York, J. Wiley and Sons, 1960.

Passmore J. A. Popper's Account of Scientific Method. *Philosophy*, 35, 1960, 326—331.
Pearson E. S. and C. J. Clopper. The Use of Confidence or Fiducial Limits Illustrated in the Case of a Binomial. *Biometrika*, **26**, 1934, 404—413.
Pearson K. The Fundamental Problem of Practical Statistics. *Biometrika*, **13**, 1920, 1—16.
Pearson E. S. and J. Neyman. The Testing of Statistical Hypotheses in Relation to Probabilities A Priori. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **29**, 1932—1933, 492—510.
Pearson E. S. and J. Neyman. On the Problem of the Most Efficient Tests of Statistical Hypothese. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, **A**, **231**, 1933, 289—337.
Pearson E. S. and J. Neyman. Contributions to the Theory of Testing Statistical Hypotheses. *Statistical Research Memoirs*, **1**, 1936, 1—37; 2, 1938, 25—57.
Peirce Ch S. The Probability of Induction, 1878. Reprinted in Collected Papers, II, 415—432.
Peirce Ch. S. A Theory of Probable Inference. 1883. Reprinted in Collected Papers, II, 433—477.
Pierce Ch. S. Collected Papers ed. by Ch. Hartshorne and P. Weiss. Cambridge, Harvard University Press, 1932—1933.
Peirce C. S. The Philosophy of Peirce: Selected Writings, ed. Buchler. New York, Harcourt, Brace and Company, 1950.
Petitjohn W. C. Salmon on 'the Short Run'. *Philosophy of Science*, **23**, 1956, 149.
Pfeiffer P. E. Concepts of Probability Theory. New York, McGraw-Hill, 1965.
Pietarinen J. and J. Hintikka. Semantic Information and Inductive Logic. In: Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic, 1966, 96—112.
Polanyi M. Personal Knowledge. Chicago, University of Chicago Press, 1958.
Pollock J. L. Counter-Induction. *Inquiry*, **5**, 1962, 284—294.
Pollock J. L. Non-analytic Implication. *Inquiry*, **10**, 1967, 196—203.
Polya G. Heuristic Reasoning and the Theory of Probability. *American Mathematical Monthly*, **41**, 1941, 450—465.
Polya G. On Patterns of Plausible Inference. In: Courant Anniversary Volume, 1948, 277—288.
Polya G. Mathematics and Plausible Reasoning. Princeton, Princeton University Press, 1954.
Popper K. R. A Set of Independent Axioms for Probability. *Mind*, **47**, 1938, 275—277.
Popper K. R. Degree of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **5**, 1954—1955, 143—149.
*Popper K. R. Two Autonomous Axiom Systems for the Calculs of Probabilities. *British Journal for the Philosophy of Science*, **6**, 1955—1956, 51—57.
Popper K. R. 'Content' and 'Degree of Comfirmation': A Reply to Dr. Bar-Hillel. *British Journal for the Philosophy of Science*, **6**, 1955—1956, 157—163.
Popper K. R. Three Views Concerning Human Knowledge. In: Lewis (ed.). Contemporary British Philosophy. New York, Macmillan, 1956, 355—388.

Popper K. R. Reply to Professor Carnap. *British Journal for the Philosophy of Science*, 7, 1956—1957, 244—245.
Popper K. R. Adequacy and Consistency: A Second Reply to Dr. Bar-Hillel. *British Journal for the Philosophy of Science*, 7, 1956—1957, 249—256.
Popper K. R. A Second Note on Degree of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, 7, 1956—1957, 350—353.
Popper K. R. Probability Magic or Knowledge Out of Ignorance. *Dialectica*, 11, 1957, 354—373.
*Popper K. R. The Propensity Interpretation of the Calculus of Probability and the Quantum Theory. In: Körner (ed.). *The Colston Papers*, 9, 1957, 65—70.
Popper K. R. The Aim of Science. *Ratio*, 1, 1957—1958, 24—35.
Popper K. R. A Third Note on Degree of Corroboration or Conformation. *British Journal for the Philosophy of Science*, 8, 1957—1958, 294—302.
Popper K. R. On Mr. Harrod's New Argument for Induction. *British Journal for the Philosophy of Science*, 9, 1958—1959, 221—224.
Popper K. R. The Logic of Scientific Discovery. London, Hutchinson and Company, 1959.
Popper K. R. The Propensity Interpretation of Probability. *British Journal for the Philosophy of Science*, 10, 1959—1960, 25—42.
Popper K. R. Probabilistic Independence and Corroboration by Empirical Tests. *British Journal for the Philosophy of Science*, 10, 1959—1960, 315—318.
Popper K. R. On Carnap's Version of Laplace's Rule of Succession. *Mind*, 71, 1962, 69—73.
Popper K. R. On the Sources of Knowledge and Ignorance. In: Conjectures and Refutations. London, R. and K. Paul, 1963, 23—30.
Popper K. R. Truth, Rationality, and the Growth of Scientific Knowledge. In: Conjectures and Refutations. London, R. and K. Paul, 1963, 215—250.
Popper K. R. The Demarcation Between Science and Metaphysics. In: Conjectures and Refutations. London, R. and K. Paul, 1963, 253—292.
Popper K. R. Science: Conjectures and Refutations. In: Conjectures and Refutations. London, R. and K. Paul, 1963, 23—30.
Popper K. R. The Demarcation Between Science and Metaphysics, In: Schilpp (ed.). The Philosophy of Rudolf Carnap. La-Salle, Ill., Open Court, 1963, 183—226.
Popper K. R. Creative and Non-creative Definitions in the Calculs of Probability *Synthese*, 15, 1963, 167—186.
*Popper K. R. Conjectures and Refutations. London, R. and K. Paul, 1963.
Popper K. R. Creative and Non-creative Definitions in the Calculus of Probability. In: Gregg and Harris (eds.). Form and Strategy in Science. Dordrecht, Holland, D. Reidel Publishing Company, 1964, 171—190.
Popper K. R A Comment on Miller's New Paradox of Information. *British Journal for the Philosophy of Science*, 17, 1966—1967, 61—69.
Popper K. R. A Paradox of Zero Information. *British Journal for the Philosophy of Science*, 17, 1966—1967, 141—143.
Popper K. R. The Mysteries of Udolpno: A Reply to Professor Jeffrey and Bar-Hillel. *Mind*, 76, 1967, 103—110.

Popper K. R. Epistemology without a Knowing Subject, In: B. Van Rootselaar and J. F. Staal (eds.). Logic, Methodology, and Philosophy of Science, III. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 333—373.
Post H. R. Simplicity in Scientific Theories. *British Journal for the Philosophy of Science*, **11**, 1960—1961, 32—41.
°Prrelecki M., Szaniawski K. and Wojcicki R. (eds.) Formal Methods in the Methodology of Empirical Sciences. Proceedings of the Conference for Formal Methods in the Methodology of Empirical Sciences. Wroclaw etc., 1976.
Putnam H. A Definition of Degree of Confirmation for Very Rich Languages *Philosophy of Science*, **23**, 1956, 58—62.
Putnam H. Degree of Confirmation and Inductive Logic. In: Schilpp (ed.). The Philosophy of Rudolf Carnap. LaSalle, Ill., Open Court, 1963, 761—784.
°Пятницын Б. Н. К вопросу о семантике вероятностной и индуктивной логики. Сб.: Логическая семантика и модальная логика. М., «Наука», 1967.
°Пятницын Б. Н., Субботин А. Л. О характере и теории индуктивных умозаключений. Сб.: Логика и эмпирическое познание, М., «Наука», 1972.
°Пятницын Б. Н. Философские проблемы вероятностных и статистических методов. М., «Наука», 1976.
Quine W. Van O. Mathematical Logic. Gambridge, Harvard University Press, 1951 (revised edition).
Quine W. Van O. From a Logical Point of View. Cambridge, Harvard University Press, 1953.
Quine W. Van O. The Scope and Language of Science. *British Journal for the Philosophy of Science*, 8, 1957—1958, 1—17.
Quine W. Van O. Word and Object. New York, J. Wiley and Sons, 1960.
Radner M. and J. Bub. Miller's Paradox of Information. *The British Journal for the Philosophy of Science*, **19**, 1968, 63—67.
*Raiffa H. and R. Schlaifer. Applied Statistical Decision Theory. Division of Reasearch, Harvard Business School, 1961.
Raiffa H. and R. Luce. Games and Decisions: Introduction and Critical Survey. New York, J. Wiley and Sons, 1957.
°Райфа Х., Р. Д. Льюис. Игры и решения. М., ИЛ, 1961.
*Ramsey F. P. The Foundations of Mathematics, ed. by Braithwaite. London, R. and K. Paul, 1950.
Ramsey F. P. Truth and Probability. In: Ramsey. The Foundations of Mathematics, 156—198.
Ramsey F. P. Further Considerations. In: Ramsey. The Foundations of Mathematics, 199—211.
Ramsey F. P. Probability ind Partial Belief. In: Ramsey. The Foundations of Mathematics, 256—257.
Ramsey F. P. General Propositions and Causality. In: Foundations of Mathematics and Other Essays. London, R. and K. Paul, 1931, 237—255.
Reichenbach H. Die logischen Grundlagen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs. *Erkenntnis*, 3, 1932—1933, 401—425. English translation: The Logical Foundations of the Concept of Probability. In: Feigl. Readings in Philosophical Analysis.

Reichenbach H. On Probability and Induction. *Philosophy of Science*, **5**, 1938, 21—45.
Reichenbach H. On the Justification of Induction. *Journal of Philosophy*, **37**, 1940, 97—103.
Reichenbach H. Philosophical Foundations of Probability, Proceedings of the Berkeley Synıposium on Probability and Statistics. Berkeley, University of California Press, 1943, 1—20.
Reichenbach H. Reply to Donald C. Williams' Criticism of the Frequency View of Probability. *Philosophy and Phenomenological Research*, **5**, 1945, 508—512.
*Reichenbach H. The Theory of Probability. Berkeley and Los Angels, University of California Press, 1949.
Reichenbach H. A Conversation Between Bertrand Russell and David Hume. *Journal of Philosophy*; **46**, 1949, 545—549.
Rescher N. Can There Be Random Individuals? *Analysis*, **18**, 1957—1958, 114—117.
Rescher N. A Contribution to Modal Logic. *Review of Metaphysics*, **12**, 1958, 186—199.
Rescher N. Theory of Evidence. *Philosophy of Science*, **25**, 1958, 83—94.
Rescher N. The Problem a Logical Theory of Belief Statements. *Philosophy of Science*, **27**, 1960, 88—95.
Rescher N. A Problem in the Theory of Numerical Estimation. *Synthese*, **12**, 1960, 34—39.
Rescher N. Plausible Implication. *Analysis*, **21**, 1960—1961, 128—135.
Rescher N. On the Probability of Non-recurring Events. In: Feigl and Maxwell (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1961, 228—237.
Rescher N. The Concept of Randomness. *Theoria*, **27**, 1961, 1—11.
Rescher N. Non-deductive Rules of Inference and Problems in the Analysis of Inductive Reasoning. *Synthese*, **13**, 1961, 242—251.
Rescher N. A Probabilistic Approach to Modal Logic. *Acta Philosophica Fennica*, **16**, 215—226.
Rescher N. Discrete State Systems, Markov Chains, and Problems in the Theory of Scientific Explanation and Prediction. *Philosophy of Science*, **30**, 1963, 325—345.
Rescher N. Hypothetical Reasoning. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1964.
Rescher N. Notes on Preference, Utility, and Cost. *Synthese*, **16**, 1966, 332—343.
Rescher N. and B. Skyrms. A Methodological Problem in the Evalution of Explanation. *Nous*, **2**, 1968, 121—129.
Resnik L. Confirmation and Hypothesis. *Philosophy of Science*, **26**, 1959, 25—30.
Ritchie A. D. The Gambler's Fallacy. *Analysis*, **15**, 1954, 47.
Robbins H. and E. Samuel. Testing Statistical Hypotheses — the 'Compound' Approach. In: Machol (ed.). Recent Developments in Information and Decision Processes. New York, Macmillan, 1962, 63—70.
Robbins H. A. New Approach to a Classical Statistical Decision Problem. In: Kyburg and Nagel (eds.). Induction: Some Current Issues. Middletown, Conn., Weskeyan University Press, 1963, 101—110.

Robinson R. E. Measurement and Statistics: Towards a Clarification of the Theory of 'Permissible Statistics'. *Philosophy of Science*, **32**, 1965, 229—243.
Roelofs R., K. Lehrer, and M. Swain. Reason and Evidence: An Unsolved Problem. *Ratio*, **9**, 1967, 38—48.
Rosett R. N. Gambling and Rationality. *Journal of Political Economy*, **73**, 1965, 595—607.
°Rossi L. Notes on the Syntax and Semantics of Probability Logic. Helsinki, 1971.
Rosthal R. Review of Barker's «Induction and Hypothesis». In: *Philosophy and Phenomenological Research*, **19**, 1958—1959, 123—124.
°Рузавин Г. И. Вероятностная логика и ее роль в научном исследовании. Сб.: Проблемы логики научного познания, М., «Наука», 1964.
Rozeboom W. W. Ontological Induction and the Logical Typology of Scientific Variables. *Philosophy of Science*, **28**, 1961, 337—377.
Rozeboom W. W. Why I know So Much More Than You Do. *American Philosophical Quarterly*, **4**, 1967, 281—290.
Rozeboom W. W. New Dimensions of Confirmation. *Philosophy of Science*, **35**, 1968, 134—155.
°Ракитов А. И. Статистическая интерпретация факта и роль статистических методов в построении эмпирического знания. Сб.: Проблемы логики научного познания, М., «Наука», 1964.
Rudner R. S. The Scientist *Qua* Scientist Makes Value Judgements. *Philosophy of Science*, **20**, 1953, 1—6.
Rudner R. S. Value Judgements in the Acceptance of Theories. In: Frank (ed.). The Validation of Scientific Theories. Boston, Beacon Press, 1954, 24—28.
Rudner R. S. Comments on Salmon's 'Vindication of Induction'. In: Feigl and Maxwell (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1961, 262—264.
Rudner R. S. An Introduction to Simplicity. *Philosophy of Science*, **28**, 1961, 109—119.
Russell B. Human Knowledge, Its Scope and Limits. New York, Simon and Schuster, 1948.
°Рассел Б. Человеческое познание, М., ИЛ, 1957.
Russell L. J. Review of Carnap's «Continuum of Inductive Methods». In: *Philosophy*, **28**, 1953, 272—273.
*Ryle G. 'If', 'So' and 'Because', In: Black (ed.). Philosophical Analysis. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1950, 302—318.
Ryle G. Predicting and Inferring. In: Körner (ed.). *The Colston Papers*, **9**, 1957, 165—170.
Ryle G. Comment on Mr. Achinstein's Paper. *Analysis*, **21**, 1960—1961, 9—11.
Ryle G. Induction and Hypothesis. *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary Volume **16**, 1937, 36—62.
Rynin D. Probability and Meaning. *Journal of Philosophy*, **44**, 1947, 589.
Rynin D. Evidence. *Synthese*, **12**, 1960, 6—24.
Salmon W. The Frequency Interpretation and Antecedent Probabilities. *Philosophical Studies*, **4**, 1953, 44—48.
Salmon W. The Uniformity of Nature. *Philosophy and Phenomenological Research*, **14**, 1953, 39—48.

Salmon W. The Short Run. *Philosophy of Science*, **22**, 1955, 214—221.
Salmon W. Regular Rules of Induction. *Philosophical Review*, **65**, 1956, 385—388.
Salmon W. Reply to Pettijohn. *Philosophy of Science*, **23**, 1956, 150—151.
Salmon W. The Predictive Inference. *Philosophy of Science*, **24**, 1957, 180—190.
Salmon W. Should We Attempt to Justify Induction? *Philosophical Studies*, **8**, 1957, 33—48.
Salmon W. Review of Barker's «Induction and Hypothesis in Philosophical Review», **68**, 1959, 247—253.
Salmon W. Barker's Theory of the Absolute. *Philosophical Studies*, **10**, 1959, 50—53.
Salmon W. On Vindicating Induction. In: Kyburg and Nagel (eds.). Induction: Some Current Issues. Middletown, Conn., Wesleyan University Press, 1963, 27—41.
Salmon W. Vindication of Induction. In: Feigl and Maxwell (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1961, 245—257.
Salmon W. Rejoinder to Barker. In: Feigl and Maxwell (eds.). Current Issues in the Philosophy of Science. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1961, 260—262.
Salmon W. Review of Day's «Inductive Probability». In: *Philosophical Review*, **72**, 1963, 392—396.
Salmon W. What Happens in the Long Run? *Philosophical Review*, **74**, 1965, 373—378.
Salmon W. The Status of Prior Probabilities in Statistical Explanation. *Philosophy of Science*, **32**, 1965, 137—146.
Salmon W. Reply to Kyburg. *Philosophy of Science*, **32**, 1965, 152—154.
Salmon W. The Concept of Inductive Evidence. *American Philosophical Quarterly*, **2**, 1965, 1—6.
Salmon W. Rejoinder to Barker and Kyburg. *American Philosophical Quarterly*, **2**, 1965. 13—16.
Salmon W. Consistency, Transitivity, and Inductive Support. *Ratio*, **7**, 1965, 164—169.
Salmon W. The Foundations of Scientific Inference. In: Colodny (ed.). Mind and Cosmos: Essays in Contemporary Science and Philosophy. Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 1966, 135—275.
Salmon W. Use, Mention, and Linguistic Invariance. *Philosophical Studies*, **17**, 1966, 13—18.
Salmon W. The Foundations of Scientific Inference. Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 1966.
Salmon W. Carnap's Inductive Logic. *Journal of Philosophy*, **64**, 1967, 725—739.
*Salmon W. The Justification of Inductive Rules of Inference. In: I. Lakatos (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 24—43.
Salmon W. Who Needs Inductive Acceptance Rules. In: I. Lakatos (ed.). The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 139—144.
Samuel E. and H. Robbins. Testing Statistical Hypotheses — the 'Compound' Approach. In: Machol (ed.). Recent Developments

in Information and Decision Processes. New York, Macmillan, 1962, 63—70.
Sass L. D. The Justification of Induction. *Analysis*, 7, 1939—1940, 56—60.
*Savage L. J Foundations of Statistics. New York, J. Wiley and Sons, 1954.
Savage L. J. The Foundations of Statistics Reconsidered, Proceedings of the Fourth (1960) Berkeley Symposium on Mathematics and Probability. Berkley, University of California Press, 1961, 575—585.
Savage L. J. Subjective Probability and Statistical Practice. In: Savage et al. Foundations of Statistical Inference. New York, J. Wiley and Sons, 1962, 9—35.
Savage L. J. and L. E. Dubins. How to Gamble if You Must; Inequalities for Stochastic Processes. New York, McGraw-Hill, 1965.
Savage E. and Lindeman. Bayesian Statistical Inference for Psychological Research. *Psychological Review*, 70, 1963, 193—242.
Savage L. J. Implications of Personal Probability for Induction. *Journal of Philosophy*, 58, 1966, 593—607.
Savage L. J. Difficulties in the Theory of Personal Probability. *Philosophy of Science*, 34, 1967, 305—310.
Savage L. J. et al. The Foundations of Statistical Inference. New York, J. Wiley and Sons, 1962. (Also listed under Barnard and Cox, eds.).
Schagrin M. L. An Analytic Justification of Induction. *British Journal for the Philosophy of Science*, 14, 1963—1964, 343—344.
Scheffler I. On Justification and Commitment. *Journal of Philosophy*, 51, 1954, 180—190.
Scheffler I. Explanation, Prediction, and Abstraction. *British Journal for the Philosophy of Science*, 7, 1956—1957, 293—309.
Scheffler I. Inductive Inference: A New Approach. *Science*, 127, 1958, 177—181.
Scheffler I. A Note on Confirmation. *Philosophical Studies*, 11, 1960, 21—23.
Scheffler I. A Rejoinder on Confirmation. *Philosophical Studies*, 12, 1961, 19—20.
Scheffler I. The Anatomy of Inquiry. New York, A. A. Knopf, 1963.
Scheffler I. Conditions of Knowledge: An Introduction to Epistemology and Education. Chicago, Scott, Foresman and Company, 1966.
Scheffler I. Reflections on the Ramsey Method. *Journal of Philosophy*, 65, 1968, 269—274.
Schick F. Rationality and Consistency. *Journal of Philosophy*, 60, 1963, 5—19.
Schick F. Review of Katz's «The Problem of Induction and its Solution». In: *Journal of Philosophy*, 60, 1963, 453—462.
*Schick F. Consistency. *Philosophical Review*, 75, 1966, 467—495.
Schick F. Review of Jeffrey's «The Logic of Decision». In: *Journal of Philosophy*, 58, 1966, 396—400.
Schick F. Three Logics of Belief. In: Swain (ed.). Induction, Acceptance and Rational Belief.
Schilpp P. A. (ed.). The Philosophy of Rudolf Carnap. LaSalle, Ill., Open Court, 1963.

Schlaifer R. and H. Raiffa. Applied Statistical Decision Theory. Division of Research, Harvard Business School, 1961.
Schlesinger G. The Probability of the Simple Hypothesis. *American Philosophical Quarterly*, **4**, 1967, 152—158.
Schoenberg I. Confirmation by Observation and the Paradox of the Ravens. *British Journal for the Philosophy of Science*, **15**, 1964—1965, 200—212.
Schon D. Comments on Mr. Hanson's 'The Logic of Discovery'. *Journal of Philosophy*, **56**, 1959, 500—503.
Schwartz R. and J. Hullet. Grue: Some Remarks. *Journal of Philosophy*, **58**, 1966, 259—271.
°Scott D. and P. Krauss. Assigning Probabilities to Logical Formulas. In: Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966, 219—264.
Scriven M. The Principle of Inductive Simplicity. *Philosophical Studies*, **6**, 1955, 26—30.
Scriven M., H. Feigl, and G. Maxwell (eds.). Minnesota Studies in the Philosophy of Science, I: the Foundations of Science and the Concepts of Psychology and Psychoanalysis. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1962.
Scriven M., H. Feigl, and G. Maxwell. Concepts, Theories, and the Mind-Body Problem, Minnesota Studies in the Philosophy of Science, II. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1958.
Sellars W. and H. Feigl (eds.). Readings in Philosophical Analysis. New York, Appleton-Century Crofts, 1949.
Sellars W. Interence and Meaning. *Mind*, **62**, 1953, 313—338.
Sellars W. Counterfactuals, Dispositions, and the Causal Modalities. In: Feigl, Scrivens, and Maxwell (eds.). Minnesota Studies in the Philosophy of Science, II. Minneapolis: University of Minnesota Press, 1957, 225—303.
Sellars W. Induction as Vindication. *Philosophy of Science*, **31**, 1964, 197—231.
Shackle G. L. S. Expectation in Economics, 2nd. ed. Cambridge, Cambridge University Press, 1952.
Shackle G. L. S. Decision, Order and Time. Cambridge, Cambridge University Press, 1961.
Shackle G. L. S., C. F. Carter, and Meredith G. P. Uncertainty and Business Decisions. Liverpool, Liverpool University Press, 1962.
Sharpe R. A. Validity and the Paradox of Confirmation. *Philosophical Quarterly*, **14**, 1964, 170—173.
Shiman P. L. Comments on Ashby Paper. In: Kyburg and Nagel (eds.). Induction: Some Current Issues. Meddletown, Conn., Wesleyan University Press, 1963, 68—70.
Shimony A. Braithwaite on Scientific Method. *Review of Metaphysics*, **7**, 1953—1954, 644—660.
*Shimony A. Coherence and the Axioms of Confirmation. *Journal of Symbolic Logic*, **20**, 1955, 1—28.
Shimony A. Amplifying Personal Probability Theory: Comments on L. J. Savage's 'Difficulties in the Theory of Personal Probability'. *Philosophy of Science*, **34**, 1967, 326—332.
Siegel S, D. Davidson, and P. Suppes. Decision Making: An Experimental Approach. Stanford, Stanford University Press, 1957.

Silvers S. Some Comments on Quine's Analysis of Simplicity. *Philosophy of Science*, **31**, 1964, 59—61.
Simon H. A. Prediction and Hindsight as Confirmatory Evidence. *Philosophy of Science*, **22**, 1955, 227—230.
Simon H. A. On Judging the Plausibility of Theories. In: B. Van Rootselaar and J. F. Staal (eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, III. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968, 439—459.
Simopoulos J. C. The Gambler's Fallacy — A Further Note. *Analysis*, **15**, 1955, 94—96.
Skyrms B. On Failing to Vindicate Induction. *Philosophy of Science*, **32**, 1965, 253—268.
Skyrms B. Choice and Chance: An Introduction to Inductive Logic. Belmont, Calif., Dickenson Publishing Company, 1966.
Skyrms B. Nomological Necessity and the Paradoxes of Confirmation. *Philosophy of Science*, **33**, 1966, 230—249.
Skyrms B. The Explication of '*x* Knows That *p*'. *Journal of Philosophy*, **64**, 1967, 373—389.
Skyrms B and N. Rescher. A Methodological Problem in the Evaluation of Explanation. *Nous*, **2**, 1968, 121—129.
Slaght R. L. Induction, Acceptance, and Rational Belief: A Selected Bibliography. In: Swain (ed.). Induction, Acceptance and Rational Belief.
Sleigh R. C. A Note on Some Epistemic Principles of Chisholm and Martin. *Journal of Philosophy*, **61**, 1964, 216—218.
Sleigh R. C. A Note on Knowledge and Probability. *Journal of Philosophy*, **61**, 1964, 478.
Sloman A. Rules of Inference, or Suppressed Premises? *Mind*, **73**, 1964, 84—96.
Slote M. A. Some Thoughts on Goodman's Riddle, *Analysis*, **27**, 1966—1967, 128—132.
Small K. Professor Goodman's Puzzle. *Philosophical Review*, **70**, 1961, 544—552.
Smart J. J. C. Excogitation and Induction. *Australasian Journal of Philosophy*, **28**, 1950, 191—199.
*Smith C. A. B. Consistency in Statistical Inference and Decision. *The Journal of the Royal Statistical Society*, B, **23**, 1961. 1—37.
Smith C. A. B. Comments on Savage. In: Savage et al. Foundations of Statistical Inference, 1962, 58—62.
Smith C. A. Personal Probability and Statistical Analysis. *The Journal of the Royal Statistical Society*, A, **128**, 1965, 469—489.
Smokler H. Consistency and Rationality: A Comment. *Journal of Philosophy*, **62**, 1965, 77—80.
Smokler H. Goodman's Paradox and the Problem of Rules of Acceptance. *American Philosophical Quarterly*, **3**, 1966, 71—76.
Smokler H. Informational Content: A Problem of Definition. *Journal of Philosophy*, **63**, 1966, 201—211.
*Smokler H. The Equivalence Condition. *American Philosophical Quarterly*, **4**, 1967, 300—307.
Smokler H. Conflicting Conceptions of Confirmation. *Journal of Philosophy*, **65**, 1968, 300—312.
Smokler H. and H. E. Kyburg (eds.). Studies in Sobjective Probability. New York, J. Wiley and Sons, 1964.

S m u l l y a n A. The Concept of Empirical Knowledge. *Philosophical Review*, **65**, 1956, 362—370.
S m u l l y a n A. Fundamentals of Logic. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, Inc., 1962.
S n e e d J. D. Entropy, Information, and Decision. *Synthese*, **17**, 1967, 329—407.
°С о л о м о н о в Р. Машина для выводов по индукции. Сб.: Математика, т. 2, № 1, М., ИЛ, 1958.
S o m e z i V. Can Induction Be Mechanized? *Methods*, **7**, 1955, 147—151.
S o s a E. The Analysis of 'Knowledge That *p*'. *Analysis*, **25**, 1964, 1—8.
S p i l s b u r y R. J. A Note on Induction. *Mind*, **58**, 1949, 215—217.
S p i l s b u r y R. J. Review of Churchman's «Theory of Experimental Inference». In: *Mind*, **59**, 1950, 115—116.
S t a a l, J. F. and B. V a n R o o t s e l a a r (eds.). Logic, Methodology and the Philosophy of Science, III. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968.
S t a l n a k e r R. C. A Theory of Conditionals. Studies in Logical Theory, N. R e s c h e r (ed.). American Philosophical Quarterly Monograph Series, **2**, 1968, 98—112.
S t e g m ü l l e r W. Explanation, Scientific Systematization and Non-explanatory Information. *Ratio*, **8**, 1966, 1—24.
S t e g m ü l l e r W. and R. C a r n a p. Induktive Logik and Wahrscheinlichkeit, Vienna, Springer, 1959.
S t e n n e r A. J. A Note on 'Grue'. *Philosophical Studies*, **18**, 1967, 76—78.
S t e w a r t J. P. and J. S w e i g a r t. Another Look at Fact, Fiction, and Forecast. *Philosophical Studies*, **10**, 1959, 81—89.
S t o c k e r M. Knowledge, Causation, and Decision. *Nous*, **2**, 1968, 65—73.
S t o o t h o f f R. H. Review of Day's «Inductive Probability». In: *Philosophical Quarterly*, **13**, 1963, 87—88.
S t o o t h o f f R. H. Review of Katz's «The Problem of Induction and Its Solution». In: *Philosophical Quarterly*, **15**, 1965, 85—86.
S t o p e s - R o e H. V. Recipes and Induction: Ryle v. Achinstein. *Analysis*, **21**, 1960—1961, 115—120.
S t o v e D. C. Review of Goodman's «Fact, Fiction, and Forecast». In: Australasian Journal of Philosophy, **33**, 1955, 128—132.
S t o v e D. C. Review of Harrod's «Foundation ox Inductive Logic». In: *Australasian Journal of Philosophy*, **36**, 1958, 71—79.
S t o v e D. C. Popperian Confirmation and the Paradox of the Ravens. *Australasian Journal of Philosophy*, **37**, 1959, 149—155.
S t o v e D. C. A Reply to Mr. Watkins. *Australasian Journal of Philosophy*, **38**, 1960, 51—54.
S t o v e D. C. Review od Popper's «Logic of Scientific Discovery». In: *Australasian Journal of Philosophy*, **38**, 1960, 173—187.
S t o v e D. C. Hempel and Goodman on the Ravens. *Australasian Journal of Philosophy*, **43**, 1965, 300—310.
S t o v e D. C. Hume, Probability, and Induction. *Philosophical Review*, **74**, 1965, 160—177.
S t o v e D. C. Hempel's Paradox. *Dialectica*, **4**, 1965—1966, 444—455.
S t o v e D. C. On Logical Definitions of Confirmation. *British Journal for the Philosophy of Science*, **16**, 1965—1966, 265—272.
S t o v e D. C. Hempel's Paradox. *Dialogue*, **4**, 1966, 446.

Stove D. C. and C. A. Hooker. Relevance and the Ravens. *British Journal for the Philosophy of Science*, **18**, 1967—1968, 305—313.
Strawson P. F. Introduction to Logical Theory. London, Methuen and Company, Ltd. New York, J. Wiley and Sons, 1952.
Strawson P. F. On Justifying Induction. *Philosophical Studies*, **9**, 1958, 20—21.
Stuart A. Some Remarks on Sampling with Unequal Probabilities. *Bulletin of the International Statistical Institute*, **40**, 1963, 773—780.
°Сачков Ю. В. Введение в вероятностный мир, М., «Наука», 1971.
Suppes P. Nelson Goodman on the Concept of Logical Simplicity. *Philosophy of Science*, **23**, 1956, 153—159.
Suppes P., D. Davidson, and S. Siegel. Decision Making: An Experimental Approach. Stanford, Stanford University Press, 1957.
Suppes P. Some Oren Problems in the Foundations of Subjective Probability. In: R. E. Machol (ed.). Information and Decision Processes. New York, J. Wiley and Sons, 1960, 162—169.
Suppes P. The Philosophical Significance of Decision Theory. *Journal of Philosophy*, **58**, 1961, 605—614.
Suppes P. Concept Formation and Bayesian Decisions. In: Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966, 21—48.
Suppes P. Probabilistic Inference and the Concept of Total Evidence. In: Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966, 50—65.
Suppes P. A. Bayesian Approach to the Paradoxes of Confirmation. In: Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966, 199—207.
Suppes P. and J. Hintikka (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966.
Suppes P. Probabilistic and the Concept of Total Evidence. *Technical Report*, **94**, March 1966, Psychology Series, Stanford.
Suppes P. and D. Davidson. A Finitistic Axiomatization of Subjective Probability and Utility. *Econometrica*, 24, 1956, 264—275.
Suppes P., D. Davidson, and S. Siegel. Decision Making: An Experimental Approach. Stanford, Stanford University Press, 1957.
Suppes P., E. Nagel, and A. Tarski (eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, I. Stanford, Stanford University Press, 1962.
Suppes P. and J. Hintikka (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966.
Svenonius L. Definability and Simplicity. *Journal of Symbolic Logic*, **20**, 1955, 235—250.
Swain M., K. Lehrer, and R. Roelofs. Reason and Evidence: An Unsolved Problem. *Ratio*, **9**, 1967, 38—48.
Swain M. The Consistency of Rational Belief. In: Swain (ed.). Induction, Acceptance and Rational Belief.
Swain M. (ed.). Induction, Acceptance, and Rational Belief. Dordrecht, Hollamd, Reidel Publishing Company, 1969.
Sweigart J. W., and J. P. Stewart. Another Look at Fact, Fiction and Forecast, *Philosophical Studies*. **10**, 1959, 81—89.
Swinbourne R. G. 'Grue'. *Analysis*, 28, 1967—1968, 123—128.

°Swinbourne R. G. Paradoxes of Confirmation — a Survey. *American Philosophical Quartery*, 8, 1971, N 4.
Szaniawski K. The Value of Perfect Information. *Synthese*, **17**, 1967, 408—424.
°Szaniawski K., Przelecki M., and Wojcicki P. (eds.). Formal Methods in the Methodology of Empirical Sciences. Proceedings of the Conference for Formal Methods in the Methodology of Empirical Sciences, Wroclaw etc., 1976.
Tarski A. Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences. New York, Oxford University Press, 1965.
Tarski A., E. Nagel and A. Suppes (eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, I. Stanford, Stanford University Press, 1962.
Thomson J. J. Grue. *Journal of Philosophy*, **63**, 1966, 289—309.
Thomson J. J. More Grue. *Journal of Philosophy*, **63**, 1966, 528—534.
Tintner G. The Theory of Choice under Subjective Risk and Uncertainty. *Econometrica*, **9**, 1941, 298—304.
Tintner G. A Contribution to the Non-Static Theory of Choice. *Quarterly Journal of Economics*, **56**, 1942, 274—306.
Tintner G. Foundations of Probability and Statistical Inference. *Journal of the Royal Statistical Society*, A, **112**, 1949, 251—286.
Todd W. Counterfactual Conditions and the Presuppositions of Induction. *Philosophy of Science*, **31**, 1964, 101—110.
Todd W. Probability and the Theorem of Confirmation. *Mind*, **76**, 1967, 260—263.
Törnebohm H. Information and Confirmation. Göteborg, Acta Universitatis Gothoburgensis, 1964.
Törnebohm H. Two Measures of Evidential Strength. In: Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966, 81—95.
Toulmin S. Probability. *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary Volume **24**, 1960, 27—62.
Toulmin S. What Kind of Discipline Is Logic? Actes du XIeme congrès international de philosophie, V. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1953, 7—11.
Toulmin S. The Philosophy of Science. London, Hutchinson's University Library. New York, Longmans, Green and Company, 1953.
*Toulmin S. The Uses of Argument. Cambridge, Cambridge University Press, 1958.
Tukey J. W. Some Examples with Fiducial Relevance. *Annals of Mathematical Statistics*, **28**, 1957, 687—695.
Tukey J. W. Conclusions versus Decisions. *Technometrics*, **2**, 1960, 423—433.
Tuomela R. Inductive Generalization in an Ordered Universe. In: Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, Noth-Holland Publishing Company, 1966, 155—174.
°Tuomela R., Niiniluoto I. Theoretical Concepts and Hypothetico-Inductive Inference. Dordrecht — Boston, Reidel, 1973.
Tuomela R. The Application Process of a Theory with Special Reference to Some Behavioral Theories. Helsinki, Suomalainen Tiedeakatemia, 1968.
°Уемов А. И. К интенсиональной трактовке выводов из данных опыта. Сб.: Логика и эмпирическое познание, М., «Наука», 1972.

Ullian J. Luck, License, and Lingo. *Journal of Philosophy*, **58**, 1961, 731—738.
Ullian J. More on 'Grue' and Grue. *Philosophical Review*, **70**, 1961, 386—389.
Unger P. Experience and Factual Knowledge. *Journal of Philosophy*, **64**, 1967, 152—173.
Unger P. An Analysis of Factual Knowledge. *Journal of Philosophy*, **65**, 1968, 157—170.
Urmson J. O. Two of the Senses of 'Probable'. *Analysis*, **8**, 1947, 9—16.
Van Rootselaar, B., and J. F. Staal (eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, III. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968.
Venn J. The Logic of Chance. London and Cambridge, Macmillan, 1866.
Verhagen A. M. W. The Notion of Induced Probability in Statistical Inference. Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation, Australia, 1966, Paper 21.
Vickers J. M. Some Remarks on Coherence and Subjective Probability. *Philosophy of Science*, **32**, 1965, 32—38.
Vickers J. M. Some Features of Theories of Belief. *Journal of Philosophy*, **63**, 1966, 197—201.
Vickers J. M. Characteristics of Projectible Predicates. *Journal of Philosophy*, **64**, 1967, 280—286.
°Vickers J. M. Belief and Probability. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Hoolland, Boston — U.S.A., 1976.
Vigier J.-P. The Concept of Probability in the Frame of the Probabilistic and the Causal Interpretation of Quantum Mechanics. Körner (ed.). *The Colston Papers*, **9**, 71—77.
Villegas C. On Qualitative Probability σ-algebras. *Annals of Mathematical Statistics*, **35**, 1964, 1787—1796.
Vincent R. H. Note of Some Quantitative Theories of Confirmation. *Philosophical Studies*, **12**, 1961, 91—92.
Vincent R. H. Popper on Qualitative Confirmation and Disconfirmation. *Australasian Journal of Philosophy*, **40**, 1962, 159—166.
Vincent R. H. The Paradox of Ideal Evidence. *Philosophical Review*, **71**, 1962, 497—503.
Vincent R. H. On My Cognitive Sensibility. *Philosophical Studies*, **14**, 1963, 77—79.
Vincent R. H. Corroboration and Probability. *Dialectica*, **2**, 1963—1964, 194—205.
Vincent R. H. Review of Leblanc's «Statistical and Inductive Probabilities.» In: *Dialectica*, **2**, 1963—1964, 475—480.
Vincent R. H. The Problem of the Unexamined Individual. *Mind*, **73**, 1964, 550—556.
Vincent R. H. The Paradoxes of Confirmation. *Mind*, **73**, 1964, 273—279.
°Войшвилло Е. К. Семантическая информация. Понятия экстенсиональной и интенсиональной информации. Сб.: Кибернетика и современное научное познание, М., «Наука», 1976.
Wald A. Die Widerspruchsfreiheit des Kollektivebegriffs der Wahrscheinlichkeits rechnung. *Ergebnisse eines mathematische Kolloquiums*, **8**, 1937, 38—72.
Wald A. Contributions to the Theory of Statistical Estimation and

Testing Hypotheses. *Annals of Mathematical Statistics*, **10**, 1939, 299—326.
*Wald A. Statistical Decisions Functions. New York, J. Wiley and Sons, 1950.
Wald A. On the Principles of Statistical Inference. South Bend, Ind., University of Notre Dame Press, 1942.
Walk K. Simplicity, Entropy, and Inductive Logic. In: Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966, 66—80.
Walker E. R. Verification and Probability. *Journal of Philosophy*, **44**, 1947, 701—710.
Walker H. and J. Lev. Statistical Inference. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1953.
Wallace D. L., and F. Mosteller. Inference and Disputed Authorship: The Federalist. Reading, Mass., Addison-Wesley, 1964.
Wallace J. R. Lawlikeness = Truth. *Journal of Philosophy*, **58**, 1966, 780—781.
Wallace J. R. Goodman, Logic, Induction. *Journal of Philosophy*, **63**, 1966, 310—328.
Warnock G. J. Review of Popper's «Logic of Scientific Discovery». In: *Mind*, **69**, 1960, 99—101.
Watanabe S. A Mathematical Explication of Inductive Inference. Colloquium on the Foundations of Mathematics, Mathematical Machines, and Their Applications, 1962.
Watkins J. W. N. Decisions and Uncertainty. *British Journal for the Philosophy of Science*, **6**, 1955—1956, 66—78.
Watkins J. W. N. Between Analytic and Empirical. *Philosophy*, **32**, 1957, 112—131.
Watkins J. W. N. A Rejoinder to Professor Hempel's Reply. *Philosophy*, **33**, 1958, 349—355.
Watkins J. W. N. Mr. Stove's Blunders. *Australasian Journal of Philosophy*, **37**, 1959, 240—241.
Watkins J. W. N. Confirmation without Background Knowledge. *British Journal for the Philosophy of Science*, **10**, 1959—1960, 318—320.
Watkins J. W. N. A Reply to Mr. Stove's Reply. *Australasian Journal of Philosophy*, **38**, 1960, 54—58.
Watkins J. W. N. Professor Scheffler's Note. *Philosophical Studies*, **12**, 1961, 16—19.
Watling J. Review of Goodman's «Fact, Fintion, and Forecast». In: *Mind*, **65**, 1956, 267—273.
Weyl H. Philosophy of Mathematics and Natural Science. Princeton, Princeton University Press, 1949.
Weyland F. A Note on 'Knowledge, Certainty, and Probability'. *Inquiry*, **7**, 1964, 417.
Wheatley J. Entrenchment and Engagement. *Analysis*, **27**, 1966—1967, 119—127.
White M. Probability and Confirmation. *Journal of Philosophy*, **36**, 1939, 323—328.
White M. (ed.). Academic Freedom, Logic, and Religion. Philadelphia, University of Pennsylvania Press, 1953.
Whiteley C. H. On the Justification of Induction. *Analysis*, **7**, 1939—1940, 68—72.

Whiteley C. H. More About Probability. *Analysis*, **8**, 1947—1948, 76—80.
Whiteley C. H. Review of Wisdom's «Foundations of Inference in the Natural Sciences». In: *Mind*, **62**, 1953, 113—114.
Wilks S. S. Shortest Average Confidence Intervals from Large Samples. *Annals of Mathematical Statistics*, **9**, 1938, 166—175.
Wilks S. S. Elementary Statistical Analysis. Princeton, Princeton University Press, 1958.
Wilks S. S. Mathematical Statistics, New York, J. Wiley and Sons, 1962.
Will F. L. Donald Williams' Theory of Induction. *Philosophical Review*, **57**, 1948, 231—247.
Will F. L. Generalization and Evidence. In: Black (ed.). Philosophical Analysis. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, Inc., 1963, 359—386.
Will F. L. Kneale's Theories of Probability and Induction. *Philosophical Review*, **63**, 1954, 19—42.
Will F. L. The Justification of Theories. *Philosophical Review*, **64**, 1955, 370—388.
Will F. L. Justification and Induction. *Philosophical Review*, **68**, 1959, 359—372.
Will F. L. The Preferability of Probable Beliefs. *Journal of Philosophy*, **62**, 1965, 57—67.
Will F. L. Consequences and Confirmation. *Philosophical Review*, **75**, 1966, 34—58.
Williams D. C. On the Derivation of Probabilities from Frequencies. *Philosophy and Phenomenological Research*, **5**, 1944—1945, 449—484.
Williams D. C. The Challenging Situation in the Philosophy of Probability. *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 67—86.
Williams D. C. The Problem of Probability. *Philosophy and Phenomenological Research*, **6**, 1945—1946, 619—622.
Williams D. C. The Ground ox Induction. Cambridge, Harvard University Press, 1947.
Williams D. C. Review of Reichenbach's «Theory of Probability». In: *Philosophy and Phenomenological Research*, **11**, 1950—1951, 252—257.
Williams D. C. Professor Carnap's Philosophy of Probability. *Philosophy and Phenomenological Research*, **13**, 1952—1953, 103—121.
Williams D. C. The External World and Mr. Chatalian. *Journal of Philosophy*, **50**, 1953, 13—18.
Williams D. C. Mr. Chatalian on Probability and Deduction. *Philosophical Studies*, **4**, 1953, 28—29.
Williams D. C. On the Direct Probability of Inductions. *Mind*, **62**, 1953, 465—483.
Williams J. S. The Role of Probability in Fiducial Inference. *Sankhya: The Indian Journal of Statistics*, A, **28**, 1966, 271—296.
Williams P. M. The Structure of Acceptance and its Evidential Basis. *British Journal for the Philosophy of Science*, **19**, 1968—1969, 325—344.
Wilson P. R. On the Confirmation Paradox. *British Journal for the Philosophy of Science*, **15**, 1964—1965, 196—200.

Wilson P. R. A New Approach to the Confirmation Paradox. *Australasian Journal of Philosophy*, 42, 1964, 393—401.
Wilson P. R. On the Argument by Analogy. *Philosophy of Science*, 31, 1964, 34—39.
Wisdom J. A Note on Probability. In: Black (ed.). Philosophical Analysis. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, Inc., 1963, 387—393.
Wisdom J. Foundations of Inference in Natural Science. London, Methuen and Company, 1952.
Wisdom J. A. Reply to Dr. Das's Criticisms. *British Journal for the Philosophy of Science*, 8, 1957—1958, 325—328.
°Wojcicki R., Przelecki M., and Szaniawski K. (eds.). Formal Methods in the Methodology of Empirical Sciences. Proceedings of the Conference for Formal Methods in the Methodology of Empirical Sciences, Wroclaw etc., 1976.
Workman R. The Logical Status of the Principle of Induction. *Synthese*, 13, 1961, 68—74.
Workman R. Two Extralogical Uses of the Principle of Induction. *Philosophical Studies*, 13, 1962, 27—32.
Wright G. H. von. On Probability. *Mind*, 49, 1940, 265—283.
Wright G. H. von. Carnap's Theory of Probability. *Philosophical Review*, 60, 1951, 362—374.
Wright G. H. von. Über Wahrscheinlichkeit, eine Logische und Philosophische Untersuchung. Helsinki, 1945.
*Wright G. H. von. A Treatise on Induction and Probability. New York, Harcourt, Prace and World, 1951.
Wright G. H. von. The Logical Problem of Induction, 2nd rev. ed. New York, Macmillan, 1957.
Wright G. H. von. A New System of Modal Logic. In: Logical Studies. London, R. and K. Paul, 1957, 89—126.
Wright G. H. von Logical Studies, London, R. and K. Paul, 1957.
Wright G. H. von. Remarks on the Epistemology of Subjective Probability. In: Nagel, Suppes and Tarski (eds.). Logic, Methodology and Philosophy of Science, I. Stanford, Stanford University Press, 1962, 330—339.
Wright G. H. von. The Logic of Preference. Edinbourgh University Press, 1963.
*Wright G. H. von. The Paradoxes of Confirmation. In: Hintikka and Suppes (eds.). Aspects of Inductive Logic. Amsterdam North-Holland Publishing Company, 1966, 208—219.
Zaragüeta B. J. La fonction estamative dans l'induction empirique. *Revue Philosophique de Louvain*, 49, 1951, 198—201.
Symposium: Salmon, Barker, Kyburg. Inductive Evidence. *American Philosophical Quarterly*, 2, 1965, 265—280.
Carnap Festschrift. Logic and Language. Dordrecht, Holland, D. Reidel Publishing Company, 1962.

Глава 1

Ответы к упражнениям из главы 1 здесь не приводятся, так как все предлагаемые вопросы рассчитаны на то, что читатель постарается самостоятельно их проанализировать.

Глава 2

8. $\binom{10}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0{,}2051.$

9. $\binom{10}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^6 + \binom{10}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^5 + \binom{10}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 0{,}6563.$

10. $\frac{10!}{10!0!}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 0{,}00098.$

12. $\frac{6}{36} = 0{,}1667.$

13. $\frac{13}{52}\cdot\frac{12}{51} = 0{,}0588.$

Глава 3

1. Нет. Вероятность одного из исходов (а именно одна «решка» и один «орел») есть основания считать в два раза большей по сравнению с вероятностью каждого из остальных равновероятных между собой исходов. Действительно, первая монета может выпасть на «решку» и вторая — на «орла», а может наоборот: первая монета выпасть на «орла» и вторая — на «решку».

4. Да. Поскольку кость не является, очевидно, шулерской, можно утверждать, что каждая из шести эле-

ментарных альтернатив будет осуществляться приблизительно с одинаковой относительной частотой 1/6 в длинной последовательности испытаний.

7. $1/7 = 0{,}143$. Принцип индифферентности неприменим к скачкам, так как исход заезда зависит от многих факторов (например, возможности лошадей, квалификации жокеев и т. д.). Эта зависимость ставит под сомнение предположение о равновероятности всех альтернатив.

8. Да. Можно утверждать, что $P(H_i) = P(H)$ при $i = 1$, и, следовательно, условия теоремы 12 не выполнены.

Глава 4

9. а) К этому предложению применима эмпирическая интерпретация вероятности, если местоимение 'некоторое' означает «любое произвольное»; в противном случае, т. е. если 'некоторое' означает «определенное» испытание, эмпирическая интерпретация непригодна.

б) Кажется, эмпирическая интерпретация здесь не подходит, поскольку речь обычно идет об определенном дне, но в то же время можно выдвинуть вполне обоснованные аргументы в пользу того, что вероятность дождя в любой день, похожий по всем существенным аспектам на завтрашний, равна 0,4.

в) В этом предложении речь опять-таки идет об определенном рождестве, а не обо всех вообще праздниках рождества или о праздниках, которым предшествует день с такой погодой, как сегодня и т. п., однако подобная трактовка возможна.

г) В этом высказывании явно говорится о десяти предстоящих испытаниях, а не о любых испытаниях некоторой монеты, поэтому применимость эмпирической интерпретации сомнительна. Но поскольку, опираясь на значение относительной частоты «решек», мы подразумеваем случайные исходы испытаний определенной монеты, вполне правдоподобно выглядит утверждение о том, что предстоящие десять испытаний этой монеты являются случайной выборкой из всех возможных испытаний той же монеты.

д) В данном случае эмпирическая интерпретация кажется более подходящей, чем в случае г), потому что в предложении д) говорится не об определенной серии в тысячу испытаний, а, скорее, о любой произвольной (случайной) серии в тысячу испытаний данной кости. Утверждение д) основано на предполагаемом значении относительной частоты выпадений «шестерки» в бесконечном воображаемом множестве исходов испытаний этой игральной кости.

е) Поскольку речь идет только о данном прибытии, а не о любом множестве подобных событий, эмпирическая интерпретация не адекватна смыслу высказывания е). Тем не менее прибытие поезда в 6 час. 20 мин. в Бостон сегодня можно рассматривать в качестве случайного элемента множества всех прибытий поездов в 6 час. 20 мин. в Бостон и считать поэтому, что частотная точка зрения наиболее пригодна для интерпретации предложения е), хотя эта интерпретация и воспринимается как натяжка.

Глава 5

1. $c^{\dagger}(Pa, t) = {}^{1}/_{2}$,
$c^{*}(Pa, t) = {}^{1}/_{2}$.

Полученные значения вероятности не зависят от того, какую из тавтологий языка L мы выберем, так как любые две тавтологии логически эквивалентны друг другу, имеют одинаковую меру 1, истинны во всех описаниях состояния или структуры.

$$c^{\dagger}(Pa,\ Pb) = \frac{1}{2},$$

$$c^{*}(Pa,\ Pb) = \frac{3}{5},$$

$$c^{\dagger}((x)(Px \supset Qx),\ Pa \,\&\, Qa) = \frac{9}{16},$$

$$c^{*}((x)(Px \supset Qx),\ Pa \,\&\, Qa) = \frac{4}{5}.$$

4. Величина $c(h, e)$ остается неизменной при добавлении в язык новых индивидных констант, если h и e не содержат кванторы. В противном случае величина $c(h, e)$ изменяется (в примерах с квантором всеобщности из упражнения 1 величина c уменьшается). Введение в язык

новых предикатов не меняет величину функции подтверждения[1]).

9. Если $\lambda = 0$, получаем функцию $c^\dagger$, значения которой противоречат аксиоме A12.

10. При $\lambda = \infty$ вероятность h_j отождествляется с относительной частотой P_j в выборке, состоящей из s индивидов. Это правило не удовлетворяет аксиоме A6, так как $c(h, e)$ может равняться 1, хотя h не является логическим следствием e.

Глава 6

5. Если четыре вынутых из урны шара оказались черными, условная вероятность, которую я должен приписать гипотезе, согласно которой передо мной первая урна, равна

$$P(H_1 \mid E) = \frac{\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^4}{\frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 + \frac{1}{4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{3}{19} = 0{,}1579.$$

Если я действительно вытащил из урны четыре черных шара, моя степень веры в H_1 должна быть равной 0,1579. Но если она осталась равной 0,75, значит, я пренебрег свидетельством, которое должно было заставить меня изменить свою степень веры. Перед лицом свидетельства мои веры перестают быть согласованными во времени.

6. При условии, что американцы выиграют первую игру, условная вероятность того, что они выиграют чемпионат мира, равна

$$\mathrm{Cr}(H \mid E) = \frac{0{,}6 \times 0{,}5}{0{,}4} = 0{,}75.$$

Если они действительно побеждают в первой игре, но Ваша степень веры в их победу на чемпионате равна 0,3, Ваши степени веры не согласованы во времени и либо (1) они не являются рациональными, либо (2) Вы располагаете дополнительными сведениями (например, знаете о травме, полученной кем-то из игроков), побудившими Вас изменить степень веры.

[1] Последнее утверждение справедливо для функции подтверждения, соответствующей прямому правилу статистики ($\lambda = 0$). Для других функций подтверждения, например для функции $c^+ (\lambda(k) = k)$, оно очевидно, не верно, так как $k = 2^\pi$, где π — число предикатов в языке. — *Прим. перев.*

7. Согласно требованию когерентности, моя вера в E должна удовлетворять всем теоремам исчисления вероятностей

$$0{,}2 = \frac{0{,}4 \cdot \mathrm{Cr}(E \mid H)}{\mathrm{Cr}(E)} \text{ (теорема Бэйеса)},$$

$$0{,}5 = \frac{0{,}4 \cdot \mathrm{Cr}(\bar{E} \mid H)}{1 - \mathrm{Cr}(E)} \text{ (теорема Бэйеса и теорема 3)}.$$

А так как $Cr(\bar{E}|H) = 1 - Cr(E|H)$, мы можем найти из этих уравнений $Cr(E)$:

$$\mathrm{Cr}(E) = \frac{1}{3} = 0{,}3333.$$

Если моя вера в E становится равной 0,7 и при этом, как утверждает Джефри, условные вероятности $Cr(H|E)$ и $Cr(H|\bar{E})$ должны оставаться прежними, то моя вера в победу футбольной команды должна быть равна

$$\mathrm{Cr}_2(H) = 0{,}2 \cdot 0{,}7 + 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}29.$$

Если же моя яичница подгорела, а кофе остыл и это привело к тому, что моя степень веры в H стала равной 0,2, то Джефри сказал бы, что я ошибся, изменив свою степень веры из-за подобных фактов. Однако это могло произойти и потому, что изменялись мои условные веры $\mathrm{Cr}(H|E)$ и $\mathrm{Cr}(H|\bar{E})$ или же просто потому, что мои веры несогласованы между собой.

Глава 7

1. Вытаскиваемая карта является элементом множества карт из данной колоды по отношению к свойству быть картой пиковой масти при имеющейся совокупности сведений; она также является случайным элементом множества карт, вытаскиваемых из любой хорошо перетасованной колоды, по отношению к тому же свойству при той же совокупности данных. Определение случайного члена выполнено для каждого из множеств; в частности, выполняется[1] условие пункта 4а). Вытаски-

[1] Очевидно, если условие из пункта 4а выполняется для обоих множеств, эти множества совпадают, т. е. под множеством карт, вытаскиваемых из любой хорошо перетасованной колоды, подразумевается множество различных карт, которые могут быть вытащены из этих колод. — *Прим. перев.*

ваемая карта не является случайным членом множества карт из верхней половины колоды, потому что для этого множества не выполнено условие из пункта 2) определения. Вытаскиваемая карта не является случайным членом множества карт, которые вытаскивает Джон после полудня, так как мы не знаем, выполнено ли условие пункта 3) определения. Вероятность[1] того, что вытаскиваемая карта окажется картой пиковой масти, равна $^1/_4+\varepsilon$; вероятность того, что она будет вытащена из верхней половины колоды, равна 1, поскольку мы знаем, что карта вытаскивается из верхней половины колоды.

2. Вероятность того, что и a и b окажутся картами червонной масти, равна $(^1/_4+\varepsilon)(^1/_4+\varepsilon)=\,^1/_{16}+\varepsilon/_2+$ $+\varepsilon^2$. Вероятность того, что либо a, либо b, либо обе карты окажутся картами червонной масти, равна

$$\binom{2}{1}\left(\frac{1}{4}+\varepsilon\right)^1\left(\frac{3}{4}-\varepsilon\right)^1+\binom{2}{2}\left(\frac{1}{4}+\varepsilon\right)^2\cdot 1=$$
$$=\frac{7}{16}+\frac{3\varepsilon}{2}-\varepsilon^2.$$

8. Существует, разумеется, масса сведений о Джоне, знание которых может препятствовать утверждению о том, что Джон является случайным членом генеральной совокупности. Мы можем знать что-то, например, о его происхождении, или о его образовании, или о его работе, или о его доходе и т. д. Зная любой из этих фактов, мы должны причислить Джона к группе людей, в которой мера людей с коэффициентом интеллектуальности, меньшим, чем 100, может отличаться от 1/2. И действительно, в любой из этих групп мера, скорее всего, отличается от 1/2, следовательно, соответствующая информация об этой группе людей повлияет на наш выбор значения вероятности того, что Джон имеет коэффициент интеллектуальности, меньший, чем 100.

Глава 8

2. Все американцы, которых я знаю, являются членами семей с годовым доходом более чем 3000 долла-

[1] Автор вынужден отказаться от интервального представления вероятностей, так как для этого представления непригодно обычное исчисление вероятностей (см. с. 124). Выбор верхней границы интервала $[^1/_4-\varepsilon, ^1/_4+\varepsilon]$ ни на чем не основан; в ответе к упражнению 2 (см. ниже), как следствие этого выбора, получаем нижнюю границу интервала $[^3/_4-\varepsilon, ^3/_4+\varepsilon]$ в качестве вероятности противоположного события. — *Прим. перев.*

ров; Джонсон — американец, поэтому он, вероятно, является членом семьи с годовым доходом более чем 3000 долларов. Почти все американцы являются членами семей с годовым доходом более чем 3000 долларов. Джонсон — американец, следовательно, вера в то, что он является членом семьи с годовым доходом более чем 3000 долларов, разумна.

4. В некотором частном случае можно утверждать, что выборка не была случайной, или не была правильно извлечена из генеральной совокупности, или не была репрезентативной, в особенности, если объем выборки слишком мал или если известно, что процедура извлечения может привести — для этого есть разумные основания — к доле C в выборке, отличной от доли C в генеральной совокупности (например, если выборка, призванная определить, как мужчины проводят свое свободное время, состоит только из женатых мужчин). Можно, конечно, заявить, что любое заключение о составе генеральной совокупности необоснованно, если объем выборки не является очень большим — 50 или более процентов от всей генеральной совокупности.

6. Любую данную дедуктивную энтимему можно трактовать в качестве индуктивного рассуждения. До тех пор пока опущенные посылки не восстановлены, вывод не является эксплицитно дедуктивным. Если восстанавливаемые посылки таковы, что после их добавления заключение следует логически из посылок, рассуждение верно и его можно назвать дедуктивным. Однако, какую бы энтимему мы ни взяли в качестве примера, всегда можно добавить к ней такую посылку, что после ее добавления посылки не влекут логически заключение, а лишь дают для него надежные основания. В этом случае рассуждение всегда является индуктивным. Таким образом, любая дедуктивная энтимема может рассматриваться после реконструкции как индуктивное заключение.

Глава 9

1. Если F — необходимое условие G, то

$$(x)(\sim Fx \supset \sim Gx),$$

а эта формула эквивалентна формуле

$$(x)(Gx \supset Fx).$$

Далее, используя логически общезначимую формулу

$$(x)(Fx \supset (x)(Fx \vee F'x),$$

получаем

$$(x)(Gx \supset Fx \vee F'x),$$

которая эквивалентна формуле

$$(x)(\sim (Fx \vee F'x) \supset \sim Gx).$$

Последнее означает, что $F \vee F'$ является необходимым условием G. Следовательно, если F — необходимое условие G, то и $F \vee F'$ — необходимое условие G.

3. Чтобы исключить D (недостаток тепла) как достаточное условие увядания, надо поставить эксперимент, в результате которого некоторое растение не завяло бы при низкой температуре в помещении. Чтобы исключить A (недостаток воды) как необходимое условие увядания, надо найти такое растение, которое бы завяло в то время, как его регулярно поливают.

5. Вот полный список возможных достаточных условий для примера из упражнения 3:

Ax	$Ax \& Bx$	$Bx \& Dx$	$Ax \& Bx \& Cx$
Bx	$Ax \& Cx$	$Cx \vee Dx$	$Ax \& Bx \& Dx$
Cx	$Ax \& Dx$		$Ax \& Bx \& (Cx \vee Dx)$.
Dx	$Bx \& Cx$		

Если все эти условия, кроме одного, элиминированы, то останется $Ax \& Bx \& (Cx \vee Dx)$ в качестве единственного возможного достаточного условия увядания.

9. Утверждение о том, что после исключения всех возможных достаточных условий, кроме одного, единственным достаточным условием будет конъюнкция всех возможных обусловливающих свойств, неверно тогда, когда какие-либо два из возможных обусловливающих свойств логически несовместимы.

В примере из упражнения 3 элиминация всех возможных достаточных условий, кроме одного, оставляет в качестве единственного возможного достаточного условия конъюнкцию всех свойств, кроме двух логически несовместимых, конъюнктивно соединенную с дизъюнкцией этих двух последних.

Глава 10

Ответы на вопросы из упражнений к этой главе заняли бы слишком много места, поэтому их обсуждение предоставляем читателю.

Глава 11

1.

	Уровень значимости	Вероятность ошибки второго рода	Мощность решающего правила
Решающее правило I	0,01	0,08	0,92
Решающее правило II	0,98	0,94	0,06

3. Рассмотрим следующее решающее правило T: отвергай H_1, если все A оказались B. Уровень значимости этого решающего правила равен

$$\binom{2}{2}\left(\frac{1}{10}\right)^2\left(\frac{9}{10}\right)^0 = 0{,}01.$$

Мощность этого решающего правила при конкурирующей гипотезе H_2 равна

$$1-\binom{2}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^2+\binom{2}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^1 = 0{,}666.$$

Мощность T при конкурирующей гипотезе H_3 равна

$$1-\binom{2}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^2+\binom{2}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^1 = 0{,}25.$$

5. Если в партии 3/4 бракованных машин, то математическое ожидание величины потерь при интересующей нас стратегии S^* равно

$$\binom{4}{1}\left(\frac{3}{4}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^3\cdot 10+\left[1-\binom{4}{1}\left(\frac{3}{4}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^3\right]\cdot 5 =$$

$$=\frac{3}{64}\cdot 10+\frac{61}{64}\cdot 5=\frac{335}{64}=5{,}2344.$$

Если же в партии 1/4 машин с дефектом, то математическое ожидание величины потерь при стратегии S^* равно

$$\binom{4}{1}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot 0+\left[1-\binom{4}{1}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]\cdot 8=$$
$$=\frac{32}{81}\cdot 0+\frac{49}{81}\cdot 8=4{,}8395.$$

Очевидно, S^* доминируется смешанной стратегией, при которой с вероятностью 1/2 применяется стратегия S_1 и с вероятностью 1/2 — стратегия S_2. Существуют также другие вероятности применения S_1 и S_2, для которых соответствующая смешанная стратегия доминирует над S^*.

Глава 12

Так как почти каждый вопрос из упражнений к этой главе является, по существу, одним из множества уже обсуждавшихся в тексте вопросов, читателю предлагается ответить на них самостоятельно.

Глава 13

2. Скорее всего, областью релевантности этого обобщения служит множество всех птиц, хотя в принципе ею может быть любое множество, в которое множество всех птиц включено как подмножество.

3. Область релевантности обобщения определяется с помощью анализа тех статистических данных, которые мы собираемся обобщить в данном научном исследовании. Наиболее естественную область релевантности нельзя определить заранее. До получения конкретных результатов и анализа лежащих в основе их получения неявных допущений непонятно, каким образом можно установить естественную область релевантности обобщения.

4. Можно, например, утверждать, что конъюнкция двух приемлемых гипотез не обязательно приемлема. Это один из способов устранить парадокс лотереи. Некоторые авторы возражают против этого способа, считая, что он противоречит интуиции. Однако он помогает избавиться и от некоторых других парадоксов. Более того, этот способ может выглядеть вполне разумным, если попытаться ответить на вопрос, почему можно признать рациональным субъекта, который принимает каждую из гипотез как вероятно истинную и тем не менее некото-

рые из своих вер считает вероятно ложными. С другими точками зрения на парадокс лотереи можно ознакомиться по работам, упоминавшимся в библиографических примечаниях к главе 13.

Глава 14

2. Проблема в том, чтобы определить, какой из трех вирусов является необходимым условием распространенного простудного заболевания, т. е. отсутствие какого из них делает невозможным заболевание. Предельное разбиение U_e состоит из трех высказываний:

искомым является вирус A;
искомым является вирус B;
искомым является вирус C.

Полное множество релевантных ответов M_e состоит из следующих высказываний:

либо A, либо B, либо C является искомым вирусом (S_e);
либо A, либо B является искомым вирусом;
либо A, либо C является искомым вирусом;
либо B, либо C является искомым вирусом;
A является искомым вирусом;
B является искомым вирусом;
C является искомым вирусом;
A и B и C являются искомыми вирусами (C_e).

$$P(H_A, e) = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}1}{0{,}5 \cdot 0{,}1 + 0{,}3 \cdot 0{,}4 + 0{,}2 \cdot 0{,}2} = \frac{0{,}05}{0{,}19} = 0{,}2632,$$

$$P(H_B, e) = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}4}{0{,}19} = 0{,}6316,$$

$$P(H_C, e) = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}1}{0{,}19} = 0{,}1052,$$

$$\mathrm{cont}(\sim a_i, e) = \frac{1}{3}.$$

Если ученый выбирает значение q, равное 1, он отвергает H_A и H_C и принимает H_B (совместно с $b \& e$) в качестве наиболее сильного утверждения, которое можно получить с помощью индукции. Если же для данного ученого $q = 1/2$, он отвергнет H_C и примет $H_A \vee H_B$.

ПОСЛЕСЛОВИЕ

ФИЛОСОФИЯ, ИНДУКЦИЯ И ВЕРОЯТНОСТЬ

В свое время И. Кант назвал «скандалом» то обстоятельство, что идеализм берклианского толка* не удается опровергнуть в рамках традиционной философии. Спустя два столетия А. Норт, обращаясь к Уайтхеду, сказал, что подлинным скандалом в философии является проблема индукции**. И действительно, между проблемой опровержения философского идеализма и проблемой индукции существует определенная давно замеченная связь. Если принять тезис, согласно которому наши знания возникают на чисто эмпирической основе и являются простыми результатами наблюдений над событиями и экспериментов над предметами внешнего мира, то вопрос о сущности и происхождении наших идей решается как будто бы просто. На первый взгляд они оказываются плодами индуктивного обобщения или индуктивной экстраполяции тех или иных свойств и отношений. Однако уже Дж. Беркли заметил, что сама по себе индукция, или, точнее говоря, индуктивный способ рассуждения и исследования, не может служить опровержением идеализма, и в частности субъективного, ибо при этом нужно еще ответить на вопрос: над чем, собственно, осуществляется исходное «прямое» наблюдение или эксперимент. Если объектами наблюдений и экспериментов оказываются феномены, родственные или целиком совпадающие с ощущениями, то кантовский скандал становится хроническим. А между тем именно к такому пониманию этих объектов склонялись не только сам Беркли, но и Д. Юм. Феноменологический эмпиризм Д. Юма оставлял открытым вопрос о природе объектов наблюдения; их можно рассматривать как материальные феномены с точки зрения здравого смысла и психологической привычки, но нельзя оправдать такое рассмотрение в строгом логическом смысле. Последнее обстоятельство выдвигает на первый план значение исследований индуктивных рассуждений в связи, так сказать, с внутренними потребностями философии. Но есть и другой, я бы сказал, сциентистский план этой проблемы.

Индуктивные рассуждения практически повсеместно применяются в классическом и современном естествознании. Поэтому еще со времен Ф. Бэкона философы пытались создать адекватную им логическую теорию — индуктивную логику.

* И. Кант. Соч., т. 3. М., «Мысль», 1964, с. 101.

** См., например: J. Agassi. Positive evidence in science and technology. — *Philosophy of Science*, vol. 37, 1970, № 2.

Индуктивный вывод, или индуктивное рассуждение, представляет собой особый способ движения мысли от одних утверждений к другим. При этом — в отличие от дедуктивного вывода, в котором следствие с необходимостью получается из посылок по строго определенным правилам, и по тем же правилам с полной определенностью совершается перенос значений истинности с посылок на следствия, — в индуктивном выводе такая жесткая необходимость отсутствует. В мире индуктивных рассуждений почти всегда царствует бо́льшая или меньшая неопределенность, и о том, что данное следствие выводится из данных посылок, можно говорить лишь с большей или меньшей вероятностью. В этом смысле дедуктивная логика, представляющая собой теорию дедуктивного вывода, является логикой необходимого следования, тогда как индуктивная логика, стремящаяся разработать аналогичную теорию для неопределенностных рассуждений и выводов, может рассматриваться в подавляющем большинстве случаев как теория вероятностных рассуждений. С этой точки зрения индуктивная логика принципиально связана с учением о вероятности, но, прежде чем обсудить более подробно связь индукции с понятием вероятности, важно отметить еще один фактор, объясняющий серьезный интерес к индуктивной логике, неуклонно возрастающий на протяжении всего периода развития современного эмпирического естествознания.

Дело в том, что дедуктивная логика исследует те виды рассуждений, которые преимущественно встречаются в математике. Если математика обрела строгую дедуктивную форму почти две с половиной тысячи лет назад, во всяком случае к моменту написания «Начал» Евклида, то и создание теории дедуктивных рассуждений, по крайней мере в ее первом аристотелевском варианте, можно отнести, примерно, к этому же времени.

Напротив, индуктивная логика — «дитя» последних трех столетий. Естествоиспытатель нового времени решает, как правило, две взаимосвязанные задачи. Первая — установить некоторые «бесспорные» эмпирические факты на основе наблюдений над явлениями природы и затем на их основе путем обобщений или выделения главного и существенного или каким-либо иным подобным способом сформулировать теоретические принципы и законы. Вторая задача: коль скоро законы, гипотезы или принципы выдвинуты заранее, хотя бы и в виде догадки, — установить их соответствие реальным процессам и феноменам путем наблюдения над последними. В обоих случаях — и тогда, когда посылками рассуждения служат эмпирические высказывания, а заключениями теоретические, и тогда, когда посылками оказываются гипотезы, претендующие на роль законов и принципов, а заключениями — эмпирические высказывания, предполагающие определенные наблюдения над экспериментами, — мы неизбежно сталкиваемся с неопределенностью (в последнем случае — на этапах рассуждения, которые следуют за дедуктивным выводом эмпирического высказывания). Эта неопределенность проистекает либо из невозможности осуществить достаточно большое (в пределе бесконечное) число наблюдений, либо из-за неточности и несовершенства приборов и органов восприятия, либо, наконец, в силу изменчивости, непостоянства самих изучаемых феноменов. Поэтому неопределенность образует органическую черту индуктивных рассуждений. Следствием этого обстоятельства является постоянное стремление уменьшить эту неопределенность и в конечном счете сделать заключения индуктивных выводов, если это, разумеется, возможно, достоверными. Таким образом, этот второй фактор, привлекающий внимание исследователей к индуктивной логике, диктуется потребностями науки, использующей de facto индуктивные рассуждения вне зависимости от того, существует ли адекватная логическая теория, но желающей — характерная черта науки в целом — иметь такую теорию и притом в математически совершенном виде, ибо, как считал К. Маркс, «..наука только тогда достигает совершенства, когда ей удается пользоваться математикой» *. Современная индуктивная логика как раз и призвана решить эту задачу. Наконец, последнее обстоятельство, вызывающее интерес к развитию индуктивной логики, связано с необходимостью предвидеть развитие самой науки. Дж. Агасси говорит: «Предсказание успешности научных методов в будущем особенно важно для тех, кто добывает себе пропитание на поприще науки **, — это и есть настоящая проблема индукции. Итак, «сопричастность» к решению основного вопроса философии, широкое использование при конструировании научных понятий, принципов и законов эмпирических наук, а также при проверке гипотез и, наконец, прогнозирование и гарантирование эффективности научных методов в будущем — вот три важных эпистемологических фактора, вызывающих широкий интерес к индуктивной логике.

Однако в чем же заключается проблема, которую в философской литературе иногда называют «скандалом» ***.

Индуктивная логика ни в коем случае не является, как иногда думают, порождением бэконовского эмпиризма. Ее следы, или, точнее, «первый вариант», можно найти уже в первой и третьей книгах «Топики» Аристотеля, где описывается простейший случай так называемой индукции через простое перечисление. Ее суть заключается в том, что путем последовательного перебора доступных наблюдению примеров устанавливается некий общий принцип, из которого затем по законам дедуктивной логики могут быть получены все остальные утверждения науки. Значение индуктивной логики было, по-видимому, во всем объеме понято лишь философами «Сада» Эпикура. К сожалению, труды философов «Сада», как и труды их учителя, в силу извечного антагонизма официальной философии к материализму, слишком долго придавались забвению. Отчасти реабилитированные П. Гассенди ****, эти работы, особенно касающиеся индуктивной логики, стали известны лишь в XX в., но не оказали надлежащего влияния на формирование современной индуктивной логики. «Переоткрытая» благодаря Ф. Бэкону, эта логика прошла сложный путь со своими Сциллой и Харибдой; она подвергалась то полному отрицанию со стороны некоторых представителей карте-

---

* П. Лафарг. Воспоминания о Марксе. М., Госполитиздат, 1967, с. 11.

** J. Agassi. Op. cit., p. 266.

*** Дж. Агасси, подметивший связь между «скандалом» Канта и «скандалом» Уайтхеда, полагает, что термин «скандал» следует понимать в его первоначальном смысле (от греч. σκάνδαλον — западня, ловушка), т.е. как особую философскую трудность.

**** См.: И. Боричевский. Древняя и современная философия науки, ч. I, М. — Л., с. 22.

зианского рационализма, то некритически усваивалась отдельными представителями эмпирического естествознания *.

Уже в бэконовском варианте индуктивная логика выступала как некоторый набор правил. Они формулировались в виде таблиц, констатирующих наличие или отсутствие определенных свойств, а также таблиц возрастания или уменьшения интенсивности последних. Интересно заметить, что, претендуя на роль технологии открытий, эти правила, как часто бывало в истории философии, не привели тем не менее самого Ф. Бэкона к каким-либо значительным естественнонаучным открытиям. Творец «Нового Органона», несмотря на всю присущую ему остроту мышления, с увлеченностью, свойственной многим великим первооткрывателям, не видел слабых сторон предложенного им метода познания и рассуждения, А между тем эти слабости, со всей отчетливостью обнаруженные полтора столетия спустя Д. Юмом, вообще поставили под сомнение право индуктивной логики называться логикой.

Философский скептицизм Д. Юма был плодотворен по крайней мере в одном отношении: он позволил ему со всей ясностью сформулировать требование оправдания индуктивной логики. Согласно принципу философского эмпиризма, положенному благодаря авторитету Ф. Бэкона, а затем и Дж. Локка в основу индуктивных рассуждений и исследований, все наши знания возникают лишь на основе опыта, т. е. наблюдений и эксперимента. Если все обстоит действительно так, то сами принципы и правила индуктивной логики, регулирующие такие рассуждения, также должны быть получены из опыта. Поскольку опыт имеет дело с более или менее случайными эффектами и всегда предполагает большую или меньшую долю неопределенности, то правила индуктивной логики должны также включать в себя элемент неопределенности, случайности, ненадежности. Отсюда и возникает особая задача — дать строгое, точное и объективное обоснование и оправдание индуктивной логики. Эта задача, поставленная в общем виде Д. Юмом, до сих пор — и это хорошо показано в книге Г. Кайберга — не получила своего удовлетворительного решения. Она-то, по существу, и составляет содержание современного «скандала» в философии, из которого так и не могут выбраться представители логического позитивизма, критического рационализма, лингвистической философии и других направлений современной западноевропейской и американской мысли. Более того, многолетние обсуждения и затяжные дискуссии, проводившиеся на протяжении всего XX в., привели некоторых философов к выводу, что «скандал», связанный с индуктивной логикой, нельзя разрешить средствами современной формальной логики и потому его следует вообще обойти, объявив самое задачу обоснования и оправдания индукции ненаучной. При этом сама научность зачастую рассматривается почти как синоним эмпиричности. Однако еще Кант понимал — и это

* Ф. Розенбергер во втором томе своей «Истории физики», говоря о Бойле, замечает, что приверженность последнего к эмпиризму и индуктивизму Бэкона помешала окончательно сформулировать открытый им физический закон, поскольку такая формулировка гребовала, по существу, выхода за рамки индуктивного обобщения, точнее, тех его структур, которые были разработаны в «Новом органоне» (Ф. Розенбергер. История физики, ч. II, М. — Л., 1937, с. 119).

было, по-видимому, одним из сильнейших мотивов его критического философствования,— что индуктивистский подход и эмпирические знания в целом должны базироваться на чем-то более прочном и надежном, чем правила индуктивной логики, если последние рассматриваются лишь как обобщение процедур наблюдения и опирающихся на них рассуждений. Отсюда непосредственно проистекало стремление Канта найти априорные, в конечном счете трансцендентные, основания для строго научного познания сущности изучаемых феноменов, т. е. вещи в себе. Последняя, согласно Канту и вопреки широко распространенному заблуждению, не есть нечто вообще непознаваемое, но есть непознаваемое средствами эмпирического исследования, т. е. с помощью индуктивных рассуждений. Таким образом, «скандал» в философии, подмеченный И. Кантом, и скандал, связанный с обоснованием индуктивной логики, сливаются воедино, превращаясь в постоянный недуг всех разновидностей эмпиризма.

Начиная с первой четверти XX в. исследования в области индуктивной логики веером расходятся в разные стороны. На диаметрально противоположных концах этого веера располагаются школа индуктивной логики Р. Карнапа и школа критического рационализма, или критического реализма, или, по терминологии Лакатоса, критического эмпиризма, возглавляемая К. Поппером и поныне остающаяся наиболее влиятельной школой западноевропейской и американской философии науки.

Смысл того, что поклонники и представители критического рационализма называют «попперианской революцией» в философии науки, заключается в провозглашении критерия фальсифицируемости главным демаркатором науки от метафизики (философии) и в утверждении, что главная задача методологии — изучение механизмов роста научного знания (диахронный аспект), а не изучение его формальной структуры (синхронный аспект). При этом сам К. Поппер считает, что индуктивная логика не может служить адекватным механизмом описания законов роста научного знания. Научные теории возникают не как результат индуктивных обобщений, что характерно для индуктивистской традиции Бэкона — Милля, но как результат творческих догадок, особого озарения ученого. Если Милль считал, что «индукцию можно определить как процесс нахождения и доказывания общих предложений» *, то для К. Поппера нахождение новых знаний, как он настоятельно подчеркивал еще в своей первой книге, «Logik der Forschung», есть процесс психологический, а доказательство возможно лишь в форме логической дедукции. Контраст между позицией критического рационализма и логического эмпиризма становится совершенно очевидным, если сравнить позицию Поппера и одного из самых старых и «призрачных» представителей Венского кружка В. Крафта.

В специальной статье, посвященной проблемам индуктивной логики **, В. Крафт замечает: на основании того, что в одном американском городе, по данным переписи, p% граждан составляют негры, нельзя заключать, пользуясь индуктивной экстраполяцией,

* Дж. Милль. Система логики силлогистической и индуктивной. М., 1914, с. 256.

** V. Kraft. Das Problem der Induktion. Zeitschrift für allgemeine Wissenschafttheorie, 1970, Bd. 1, H. 1.

что в другом американском городе, достаточно сходном с первым, будет такой же процент черного населения. Такая индукция не обоснована, если мы располагаем незначительной и неполной информацией. Однако тысячекратно повторявшиеся наблюдения за сменой дня и ночи позволяют, по мнению К. Крафта, считать достаточно обоснованной экстраполяцию этого факта в будущее. Любопытно, что К. Поппер в статье, посвященной его пониманию индуктивной логики (по-видимому, совсем не имея в виду только что упомянутого рассуждения В. Крафта *), приводит аналогичный пример, но истолковывает его в прямо противоположном смысле. С его точки зрения, подобная индуктивная экстраполяция опирается лишь на привычку, обусловленную тем, что люди — странные существа, привыкшие искать регулярности в мире, в котором гораздо больше хаоса, чем порядка. Утверждение, что ежесуточно происходит и будет происходить смена дня и ночи, опирается на опыт прошлого и не может иметь силы научного знания для любой точки пространства и временного интервала. Так, современники П. Марсельского, побывавшего за Полярным кругом, не верили этому отважному путешественнику, рассказавшему, что где-то за «тридевять земель» имеется точка, в которой не происходит ежесуточной смены дня и ночи. Точно так же, замечает Поппер, неверными являются и такого рода обобщения, как «хлеб питателен» и «все живые существа смертны». Бактерии, размножающиеся путем деления, обладают своего рода бессмертием, а хлеб в некоторых случаях может оказаться ядом. Тысяча сходных и якобы подтверждающих то или иное общее положение наблюдений на самом деле ничего не доказывают. Дело в том, что, во-первых, законы науки претендуют на то, чтобы быть верными (истинными) везде и всегда, а наблюдения ограничены местом и временем. Во-вторых, законы или претендующие на роль законов высказывания должны относиться к бесконечному числу феноменов, тогда как любые наблюдения по своей природе образуют ограниченную последовательность. Наконец, в-третьих, даже невероятно большое количество наблюдений не может доказать общего утверждения типа «все лебеди белые», тогда как для его опровержения достаточно всего одного опровергающего факта. Вот почему, по мнению К. Поппера и его последователей, верификация и фальсификация асимметричны. Более того, верификация вообще невозможна, ибо ни один научный закон не может быть проверен и верифицирован окончательно и бесповоротно. Универсальные высказывания, претендующие на роль научных законов и теорий, не только появляются в форме догадок предположительного знания, но и в случае согласования дедуцированных из них следствий с эмпирическими данными остаются лишь более или менее вероятными. В лучшем случае для оценки «эмпирической обоснованности», «фактуальной поддержки» таких гипотез мы должны выработать особые функции, позволяющие получить интересующую нас оценку в точном количественном выражении, и в этом пункте гипотетико-дедуктивная модель Поппера смыкается с поисками вероятностных функций оценки, которые предпринимают индуктивисты

* K. Popper. Conjectural Knowledge: My Solution of the Problem of Induction. — In: Objective Knowledge. An Evolutionary Approach, Oxford, 1972.

школы Р. Карнапа, правда для несколько иных целей. Есть и еще один пункт, где антииндуктивистская фальсификационистская методология К. Поппера перекрещивается с учением о вероятности. Не будучи достоверными, гипотезы, согласно К. Попперу, могут рассматриваться лишь как более или менее вероятное знание. Чем интереснее и глубже гипотеза, чем больше ее эмпирическое содержание, чем больше она поддается (по крайней мере в принципе) фальсификации, тем более она невероятна, но в то же время тем более она правдоподобна. Г. Кайберг, несколько иронически относящийся к антииндуктивизму К. Поппера и к предлагаемым им формулам вероятностной оценки эмпирических следствий, полученных из гипотез средствами дедуктивной логики, недостаточно анализирует попперовское понимание вероятности гипотезы. А между тем здесь есть над чем задуматься. В самом деле, согласившись с тем, что наиболее смелыми и обладающими наибольшим содержанием являются наиболее фальсифицируемые (т. е., в понимании К. Поппера, наиболее отдаленные от достоверности) гипотезы, мы должны были бы прийти к заключению, что безумно смелыми и предельно содержательными должны быть гипотезы, вероятностная оценка которых приближается к нулю.

Несмотря на то что сторонники антииндуктивистской позиции критического рационализма верно подмечают ряд недостатков современных тенденций в разработке и обосновании индуктивной логики, они сами не застрахованы от целого ряда серьезных упреков. Первый из них состоит в игнорировании того реального факта, что индуктивные рассуждения фактически повсеместно применяются в практике научных исследований. Каждому, кто хоть немного знаком со статистической теорией и практикой, безотносительно к тому, идет ли речь о применении статистики в медицине, сельском хозяйстве, демографии, социологии или физике, ясно, что статистические рассуждения и методы составляют важнейший раздел или, лучше сказать, область индуктивной логики. В этом пункте нередко сходятся мнения как статистиков, так и логиков *. Желают того К. Поппер и его последователи или нет, но индуктивные обобщения, индуктивные экстраполяции и методы элиминативной индукции, рассчитанные на оценку или исключение конкурирующих гипотез, фактически работают почти во всех областях современной науки.

Второй упрек заключается в том, что методология критического рационализма, объявляя проблему оправдания индукции неразрешимой хотя бы потому, что признание регулярностей в объективном мире провозглашается ненаучным (или метафизическим) допущением, сама вынуждена делать столь же метафизическое допущение о хаотичности мира. Здесь, кстати, отметим одно противоречие. Тезис о хаотичности, иррегулярности, сам может рассматриваться как научный или эмпирический лишь на основе ряда регулярно повторяющихся наблюдений.

В противоположность К. Попперу, логики, разрабатывающие теорию оправдания и технический аппарат индуктивной логики, исходят как из факта ее практического применения, так и из общефилософской презумпции, полагающей, что общетеоретическое знание может быть получено в форме логически обоснованного перехода от эмпирического уровня к теоретическому. В первона-

---

* I. H a c k i n g. Logic of Statistical Inference. Cambridge, 1965.

чальной версии эта позиция была связана с логическим верификационизмом и поисками незыблемых, объективных и инвариантных элементов знания, основанных на наблюдении. После того как в ходе дискуссии 30-х гг. концепция безусловной верификации потерпела крушение и была заменена идеей вероятностного подтверждения, Р. Карнап, его ученики и последователи проделали огромную по объему работу, направленную на разработку математизированного аппарата индуктивной логики.

Задача, которую ставили перед собой Р. Карнап и сторонники его программы, заключалась в том, чтобы с помощью исчисления вероятностей упорядочить по степеням подтверждения множество гипотез $H_1, H_2, \ldots, H_n$ по отношению к эмпирическому свидетельству e. Поскольку гипотезы и свидетельство формулируются в некотором языке, то все проблемы сводятся к отысканию определенной функции подтверждения $c(h, e)$, понимаемой как мера на множестве предложений языка.

Взгляды Р. Карнапа на протяжении почти полувекового периода его интенсивной научной деятельности претерпели большие изменения. Известная эволюция, в частности, свойственна и его пониманию индуктивной логики, ее задач и целей. Отказываясь от обсуждения онтологических предпосылок индуктивных рассуждений, первоначально он рассматривал задачу построения индуктивной логики и ее оправдания как проблему обоснования рациональной веры. Затем центр тяжести исследований был смещен в сторону поиска методов вычисления вероятностей сингулярных гипотез, образующих, по его мнению, основу научных предсказаний, их повседневную реальность. В последний период научные интересы Р. Карнапа были направлены на построение современного формального аппарата индуктивных методов, используемых не столько в реальных исследованиях, сколько в логических изысканиях с целью рациональной реконструкции процедуры подтверждения. Во всех этих поисках центральное место занимает вопрос об интерпретации вероятностной меры, выступающей в форме функции подтверждения $c(h, e)$. По существу, решаемые при таком подходе к логике науки проблемы можно суммировать следующим образом:

1. Построить логически безупречный язык науки с выделенным в нем подъязыком наблюдения и определить процедуру редукции теоретических понятий к понятиям наблюдения и соответственно теоретических предложений к предложениям наблюдения.

2. Определить на предложениях этого языка вероятностную функцию подтверждения, удовлетворяющую колмогоровским аксиомам теории вероятностей.

3. Разработать дополнительную систему аксиом, исходя из условий адекватности функции подтверждения задачам индуктивной логики, и тем самым сузить класс вероятностных мер до класса индуктивных мер.

4. Показать, что получившиеся меры ведут к правдоподобным оценкам вероятности гипотез при любом данном свидетельстве.

Не говоря уже о том, что знаменитая теорема Геделя (и ряд других результатов) поставила формальные барьеры на пути создания универсального и полностью формализованного языка науки, исследования последних лет вызывают большие сомнения в том, что остальные пункты этой программы могут быть выполнены.

И. Лакатос с проницательностью, свойственной некоторым критическим умам, заметил в специальном примечании к своей статье «Изменения в проблеме индуктивной логики»: «Любопытно, не породит ли последующее развитие индуктивной логики негативные результаты, которые могут доказать, что определенные элементарные требования адекватности, относящиеся к построению c-функций, возможно, не могут быть выполнены для богатых — и даже не очень богатых — языков?»* Хотя некоторые парадоксальные нарушения условий адекватности нивелируются в современных системах индуктивной логики типа системы Я. Хинтикки (см. в гл. 5, 7, 13, 14 обсуждение парадокса Гемпеля, парадокса лотереи Гудмана, проблемы универсальных обобщений), недавно были получены результаты, в которых устанавливается вероятностная несовместимость индукции по индивидам и индукции по свойствам в системах Р. Карнапа и Я. Хинтикки **.

Таким образом «скандал», связанный с разработкой, обоснованием и оправданием индуктивной логики, со временем не только не утихает, но разрастается в небывалых масштабах. Спор между эволюционным (диахроническим) антииндуктивистским направлением, с одной стороны, и структурным, формально-логическим, индукционистским — с другой, продолжает углубляться, стимулируемый неразрешенными до сих пор задачами. Вот почему исследования по индуктивной логике, а в связи с ней и по основным концепциям вероятности являются одной из центральных задач научной методологии и гносеологии диалектического материализма.

В самом деле, методология, способная преодолеть противопоставления эволюционистского и структурного подхода, противоположность диахронизма и синхронизма, антииндуктивизма и индуктивизма, должна рассматривать эти противоположные тенденции в единстве. Но такое единство предполагает единство логики, диалектики и теории познания, которое осуществляется лишь в рамках диалектического материализма.

За последние десятилетия советские философы, работающие в области логики, методологии и философии науки, выполнили ряд серьезных исследований, посвященных анализу методов научного познания, эволюции науки, анализу ее структуры и законов функционирования. Значительные результаты достигнуты в области применения точных методов анализа к различным сферам теории познания. В работах Ю. В. Сачкова, А. С. Кравца, Б. Н. Пятницина, В. И. Купцова, Г. А. Геваркяна и других советских исследователей неоднократно и в разных аспектах обсуждались философские проблемы теории вероятностей. Однако выходы в область индуктивной логики остаются и на сегодняшний день совершенно недостаточными.

Стоит, пожалуй, отметить, что со времени перевода на русский язык знаменитого трактата Дж. Милля «Система логики силлогистической и индуктивной» (1-е изд. — 1899 г., 2-е — 1914), третья и самая большая часть которого целиком посвящена пробле-

* I. Lakatos. Changes in the Problem of Inductive Logic. — In: The Problem of Inductive Logic. Amsterdam, 1968, p. 326.

** Б. Л. Лихтенфельд. Вероятностная парадоксальность индуктивной логики Р. Карнапа и Я. Хинтикки. — Сб. Методы логического анализа, М., «Наука», 1977.

мам индукции, на русском языке вообще не было опубликовано ни одной оригинальной монографии по вопросам индуктивной логики. Даже в обычных учебниках логики разделы, посвященные индукции, никогда не выходили за рамки одной главы, излагавшей, как правило, упрощенные варианты концепции Дж. Милля. Монографии же, излагающие современное состояние индуктивной логики, до сих пор вообще не публиковались.

Если сказанное выше о связи индуктивной логики, философии (в частности, теории познания) и теории вероятностей дает некоторое представление о важности разработки проблемы индукции, соприкасающейся с мировоззренческими, методологическими и научными вопросами, то излишне приводить новые аргументы, доказывающие необходимость исследований в области индуктивной логики в рамках теории познания диалектического материализма. Перевод и издание на русском языке книги профессора Кайберга «Вероятность и индуктивная логика», несомненно, будет способствовать ознакомлению широких кругов советских ученых, работающих в области философии, естественных и общественных наук, с новейшими достижениями и тенденциями в развитии индуктивной логики и логико-философскими интерпретациями понятия вероятности.

Г. Кайберг известен как автор книг «Вероятность и логика рациональной веры» (1961), «Логические основания статистических выводов» (1974), а также большого числа статей, посвященных преимущественно логико-философским проблемам индуктивной логики и, в частности, проблемам статистических выводов. Хотя за последние два десятилетия появилось немало монографий, посвященных различным аспектам индуктивной логики, предлагаемая читателю книга обладает рядом достоинств, которые с точки зрения стоящих перед нами задач выгодно отличают ее от других книг по данной тематике, опубликованных в странах Западной Европы и США. В отличие от таких работ, как «Логические основания вероятности» Р. Карнапа, «Теоретические понятия и гипотетико-индуктивный вывод» И. Ниинилуото, Р. Туомелы, «Логика решений» Р. Джефри, «Логика исследования» К. Поппера и др., излагающих более или менее детально какой-то один аспект или направление в логике эмпирического познания и соответствующую концепцию вероятности, книга Г. Кайберга знакомит читателя со всем кругом проблем и фактически почти со всеми направлениями и тенденциями, обозначившимися в современной индуктивной логике. Она может служить как хорошим вводным курсом для самостоятельного изучения, так и пособием для систематического преподавания логики эмпирического познания в качестве спецкурса в рамках университетского образования философов. Другое достоинство книги заключается в том, что она рассчитана как на читателей, уже знакомых с основами символической логики, теории вероятностей и математической статистики, так и на тех, кто приступает к изучению этих дисциплин впервые. Наконец, третье большое достоинство работы Г. Кайберга состоит в том, что в отличие от большинства буржуазных авторов, занимающих ярко выраженные субъективистские или вульгарно эмпирические философские позиции, Г. Кайберг придерживается философской концепции, которую вернее всего можно было бы обозначить как естественнонаучный реализм, и поэтому обсуждение всей проблематики, касающейся, собственно, теории вероятностей и теории индукции, лишено у него какой-либо ярко выраженной односторонней философской окраски. Наконец, немаловажное значение имеет и то, что книга не только с самого начала была задумана как вводный курс для аспирантов и студентов, но и, по-видимому, возникла как результат неоднократного чтения и проработки такого курса. Она построена на современной дидактической основе. Все главы строятся примерно по одной схеме: изложение и разъяснение основного тезиса, аргументы «про» и «контра», иллюстративный материал, показывающий как слабые, так и сильные стороны данной концепции, формулировка нерешенных проблем, отношение к другим концепциям, оценка слабых и сильных сторон данной точки зрения и, наконец, контрольные задачи и вопросы. Стиль книги отличается простотой, четкостью основных формулировок и легкой иронией, снимающей излишнюю нагрузку в местах, требующих повышенного внимания.

Несмотря на все указанные достоинства, книга Г. Кайберга не лишена ряда недостатков, связанных с отдельными неточностями или пробелами в изложении. Некоторые из этих неточностей были исправлены переводчиком и редакторами непосредственно при подготовке перевода. В других случаях были сделаны специальные примечания, уточняющие или разъясняющие отдельные положения автора или терминологические неясности и нововведения. На ряде же вопросов следует остановиться более детально.

Рассматривая концепцию вероятности, предложенную С. Тулмином, Г. Кайберг справедливо утверждает, что понятие истины и лжи в вероятностных высказываниях определяется не столь просто, как в категорических. Однако, заявляя, что неверная интерпретация или ошибка в вычислениях (стр. 15) исходных данных автоматически делает ложным вероятностное предсказание, автор допускает смешение понятий. Высказывание «вероятно, завтра будет холодно», опирающееся на неверно обработанные данные, по его мнению, ложно, даже если в действительности завтра будет мороз. Правильнее было бы сказать, что такое высказывание истинно в самом традиционном классическом смысле, хотя и необоснованно. В противном случае нам пришлось бы отказаться не только от критерия практики, но и от критерия соответствия, лежащего в основе всех естественнонаучных концепций.

Вторая глава рассчитана в основном на читателей, малознакомых с исчислением вероятностей и символической логикой, и призвана познакомить их с основными понятиями и методами этих дисциплин. Изложение элементов исчисления вероятностей слишком лаконично и может служить лишь средством «освежения» в памяти материала для тех, кто ранее был знаком с данной проблематикой. Читателям, впервые столкнувшимся с понятиями современной логики, теории множеств и теории вероятностей и не усвоившим по этой причине материала книги, я рекомендую перед повторным ее прочтением проработать хотя бы отдельные главы следующих книг: Гмурман В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. М., изд-во «Высшая школа», 1972; Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Гос. изд-во физико-математической литературы, 1962; Столл Р. Логика, множества, аксиоматические теории. М., «Наука», 1970 Впрочем, на русском языке имеется много хороших переводных и отечественных изданий подобного рода и каждый может выбрать себе «помощника по плечу».

В гл. 4 и др. главах говорится о «чисто логических» свойствах гипотезы и свидетельства, которые учитывает функция меры Р. Карнапа и других логицистов. К числу таких чисто логических свойств Г. Кайберг относит повторяемость предикатов в свидетельстве. Но повторяемость предикатов не есть чисто логическое свойство в том смысле, что из повторяемости не следует никаких дедуктивных связей между гипотезой и свидетельством. Когда англоязычные авторы говорят о логических свойствах, то подразумевают, что для их обнаружения не надо обращаться к реальному миру. В русском языке такие свойства в целом лучше назвать «лингвистическими», а в данном случае — «индуктивно-логическими».

В гл. 4 (стр. 74—76), полемизируя с некоторыми представителями частотной концепции вероятности и называя их объективистами, Г. Кайберг упрекает представителей этого направления в догматизме. Он, в частности, полагает, что в рамках частотной концепции невозможно построить и обосновать высказывание о вероятности единичного события, ибо такое событие уникально. Если не углубляться в существо вопроса, то рассуждения Г. Кайберга могут показаться справедливыми. Есть, однако, два аргумента, обнаруживающих, что в данном вопросе он гораздо больший догматик, чем критикуемые им объективисты.

Во-первых, следует критически рассмотреть сами понятия «уникальность», «единичность». Мыслитель такого ранга, как Спенсер, видел здесь проблему: вопрос о существовании совершенно уникальных событий оставался для него открытым. Г. Кайберг же воспринимает уникальность единичного события как нечто само собой разумеющееся и целиком опирается на это довольно сомнительное и непроанализированное им самим предположение.

Во-вторых, единичное событие, например переход Цезаря через Рубикон, можно представить как ряд последовательных действий, которые могут быть выполнены и другими людьми при некоторых сходных обстоятельствах. В этом случае «уникальное» историческое событие может рассматриваться как некоторая сумма отнюдь не уникальных элементов. Разумеется, такой подход требует уточнения и обоснования, которым здесь не место. Тем не менее он ясно показывает, что доводы Г. Кайберга отнюдь не безупречны.

На следующих страницах той же главы обсуждается еще более важный в философском отношении вопрос. Г. Кайберг справедливо обращает внимание на то, что общая формулировка частотной концепции вероятности предполагает бесконечную последовательность экспериментов, тогда как в действительности мы всегда имеем дело лишь с конечными последовательностями. Этот упрек относится, как указывает сам автор, не только к данному варианту интерпретации вероятности, но и ко всей математике вообще. Если уж частотная концепция представляется слишком сильной идеализацией, то что же следует сказать о математическом анализе и понятии континуума? Континуальные множества (а на континууме определяются функции математического анализа) используются для моделирования, строго говоря, дискретных вещественных систем, и такое моделирование весьма эффективно. Поэтому всю математику можно было бы назвать слишком сильной идеализацией реальной действительности. Хотя это обстоятельство и является поводом для серьезных эпистемологических изысканий, его ни в коем случае нельзя считать аномальным или нежелательным явлением. По-видимому, «сила» таких идеализаций есть предпосылка их эффективной применимости к решению механических, физических, астрономических и т. п. задач. Аналогичная предпосылка эффективности вероятностных и статистических методов заслуживает более детального обсуждения, нежели простой ссылки на смежные области.

Так называемая субъективная или персоналистская интерпретация вероятностей не имеет ничего общего с понятием субъективного идеализма или познавательного субъективизма. То обстоятельство, что Г. Кайберг не делает надлежащих терминологических разъяснений, не должно вводить читателя, впервые сталкивающегося с подобной терминологией, в заблуждение.

На протяжении всей книги, и особенно в гл. 7 и 14, неоднократно говорится о рациональном знании, рациональной вере, о вероятности как экспликате рациональной веры и т. д. Понятие рациональности при этом нигде не определяется и потому остается неясным, как возникает, чем проверяется и для чего необходимо и в каких ситуациях используется это понятие. Поскольку в разных философских школах этому важному с гносеологической точки зрения понятию придается различный смысл, следует иметь в виду, что рациональными в неопозитивистской традиции считаются математические термины, а также термины, сводимые к предикатам наблюдения. Соответственно, рациональными высказываниями — высказывания, переводимые на базисный, эмпирический язык, или высказывания, сформулированные на языке математики. Для критических рационалистов критерий рациональности высказывания главным образом определяется принципиальной возможностью фальсификации и критической контраргументации.

В полном объеме рациональными высказываниями следовало бы считать правильные высказывания в той или иной форме, поддающиеся практической проверке, относящиеся к принципиально воспроизводимым феноменам, поддающиеся количественной оценке или содержащие количественно измеримые понятия; для таких рациональных понятий и высказываний характерны объективность (интерсубъективность) и выразимость в фиксированном языке.

Понятия обоснования и оправдания, занимающие центральное место во всей проблематике индуктивной логики, также используются в тексте без должных разъяснений. У читателя могло возникнуть впечатление, что «оправдание» и «обоснование» есть процедуры, специфичные лишь для индуктивной логики. В действительности аналогичные процедуры имеют место для большинства других наук, хотя их удельный вес существенно меньше.

Точно так же обстоит дело и с объяснением внутреннего и внешнего контекста индуктивной логики. Правила логики устанавливают нормы и процедуры перехода от одних высказываний к другим и тем самым задают как бы канву для объяснения процесса индуктивных рассуждений. Однако ответить на вопрос, почему вообще могут существовать индуктивные рассуждения, т. е. дать внешние объяснения, отнюдь не так просто. Располагая законом всемирного тяготения и, например, результатами измерений массы Земли, Луны и расстояния между ними, мы можем объяснить на основе законов классической механики, как и почему Луна вращается вокруг Земли. Но совсем не просто ответить на вопрос, почему вообще тела притягиваются или почему они обладают массой. Ссылка на то, что это есть общее свойство материальных тел, может удовлетворить лишь невзыскательный ум. Я думаю, что аналогичным образом обстоит дело с проблемой обоснования и оправдания индукции. Внутреннее объяснение (оправдание) можно, пожалуй, дать для отдельных подходов, внешнее следует искать, и притом для индукции в целом. И тот, кто добьется в этом успеха, сделает огромный шаг на пути развития логики и теории познания.

Книга Г. Кайберга, несомненно, полезна каждому, кто интересуется состоянием современной философской мысли и перспективами развития логики и теории познания.

Однако читатель, желающий подробнее ознакомиться с современным состоянием индуктивной логики и связанной с ней философской проблематикой, должен после ознакомления с работой Г. Кайберга перейти к тщательному изучению оригинальных работ. Большая их часть указана в библиографии, прилагаемой к настоящей книге. Для ознакомления с публикациями, появившимися после 1969 г., следует обратиться к библиографическим указателям и каталогам, среди которых наиболее доступными советскому читателю являются следующие: «Новая советская литература по общественным наукам. Философские науки», «Новая иностранная литература по общественным наукам. Философия и социология».

А. Ракитов

ОГЛАВЛЕНИЕ

Г. Кайберг

ВЕРОЯТНОСТЬ И ИНДУКТИВНАЯ ЛОГИКА

Редактор О. Н. Кессиди
Художественный редактор А. Д. Суима
Технический редактор В. П. Перминова
Корректор Г. Н. Иванова

Сдано в производство 12.01.78. Подписано к печати 9.10.78. Бумага тип. № 1, 84×108$^1/_{32}$, Литературная гарнитура. Высокая печать. Печ. л. прив. 19,74. Уч.-изд. л. 19,9. Изд. № 25518. Тираж 8 000 экз. Заказ № 1008. Цена 1 р. 50 к.

Издательство «Прогресс» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, 119021, Зубовский бульвар, 17

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой «Союзполиграфпрома» при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 198052, Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29

1р. 50 к.