И. А. ТЮЛИНА

ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ МЕХАНИКИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1979

УДК 531.01

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Московского университета

Рецензенты:
чл.-кор. АН УССР *А. Н. Боголюбов*,
д-р физ.-мат. наук *А. Т. Григорьян*

$\text{Т}\frac{20301-079}{077(02)-79}$ 78—79 1703010000

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга содержит материал, относящийся к развитию механики от античности до XX в., во взаимосвязи с запросами общественной практики, техники и смежных разделов естествознания. Проведен методологический анализ основных факторов развития механики, происхождения и физического содержания основных законов («аксиом») и основных понятий механики, возможности дедуктивного изложения фактического материала этой науки. Работа выполнена в традиции школы Н. Д. Моисеева — основателя курса истории и методологии механики в Московском университете.

Книга написана на основе курса истории и методологии механики, читаемого автором в течение 25 лет в Московском университете, и предназначается прежде всего для студентов механико-математических факультетов университетов. Книга может быть полезной для преподавателей высших и средних учебных заведений, а также для всех интересующихся историей механики.

Большую помощь в подготовке книги к печати автору оказал коллектив ученых Секции истории и методологии естествознания Ученого совета по естественным наукам МГУ (председатель Совета — К. А. Рыбников), неоднократно обсуждавший общий план и содержание некоторых разделов книги; автором учтены также некоторые замечания Г. К. Михайлова. Автор благодарна за ценные советы А. Н. Боголюбову, А. Т. Григорьяну, Б. И. Спасскому и Ц. С. Сарангову.

И. А. Тюлина

РАЗДЕЛ I

ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ИСТОРИИ МЕХАНИКИ

ГЛАВА 1

ОБ ОСНОВНЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ РАЗВИТИЯ МЕХАНИКИ

§ 1

МЕХАНИКА, ЕЕ ПРЕДМЕТ И МЕСТО СРЕДИ ДРУГИХ НАУК

Слово «механика» (от греческого корня «механэ», означающего машина) переводят как «ухищрение». Механику определяют как науку о движении (в частном случае, равновесии) и взаимодействии материальных тел. В механике изучаются не всякие движения тел и не всякие их взаимодействия. Например, химические реакции не изучаются в механике, но могут быть приняты во внимание. Когда говорят о движении в механике, то имеют в виду изменение с течением времени взаимного положения тел или их частей, при этом скорости движения предполагаются существенно меньшими, чем скорость света. Механические взаимодействия материальных объектов приводят к изменению движения тел или взаимного положения их частей.

Не впадая в механицизм, можно сказать, что механика не перестала быть основой познания многих явлений природы и теоретической базой техники, так как почти нет таких явлений природы, которые могут быть поняты без уяснения их механической стороны, и ни одно творение техники невозможно без использования законов механики. Поэтому в наши дни остаются верными слова Ф. Энгельса[1]: «Всякое движение заключает в себе механи-

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 20, с. 567—568.

ческое движение, перемещение больших или мельчайших частей материи; познать эти механические движения является *первой* задачей науки, однако лишь *первой* ее задачей. Но это механическое движение не исчерпывает движения вообще. Движение — это не только перемена места; в надмеханических областях оно является также и изменением качества».

Приступая к определению «механики», И. Ньютон разделял эту науку на рациональную (умозрительную) и практическую [1]: «К практической механике относятся все ремесла и производства, именуемые механическими, от которых получила свое название и сама механика». В этих словах — четкое указание на происхождение механики от ремесел и технической деятельности людей.

Ньютон указывает далее на условное разделение механики и геометрии. Само проведение прямых линий и кругов, служащее основанием геометрии, в сущности относится к механике. Геометрия не учит тому, как проводить эти линии, но предполагает (постулирует) выполнимость этих построений. Это рассуждение, подробно развитое в предисловии к трактату «Начала», заканчивается словами:

«Итак, геометрия основывается на механической практике и есть не что иное, как та часть общей механики, в которой излагается и доказывается искусство точного измерения».

Граница механики с физикой, по Ньютону, столь же условна, «размыта»; можно даже сказать, что механика является частью физики. Говоря о главном предмете сочинения, Ньютон не собирается детально заниматься усилиями, «производимыми руками», он предупреждает: «Будем, главным образом, заниматься тем, что относится к тяжести, легкости, силе упругости, сопротивлению жидкостей и к тому подобным притягательным или напирающим силам. Поэтому и сочинение это нами предлагается как математические основания физики. Вся трудность физики, как будет видно, состоит в том, чтобы по явлениям движения распознать силы природы, а затем по этим силам объяснить остальные явления» [2].

По способу обогащения новым фактическим материалом и современная механика может рассматриваться как составная часть физики [3]. Однако чаще эти две науки рассматриваются как смежные области естествознания. Особенностью механики по сравнению со многими разделами физики является возможность изложения ее дедуктивным методом. Это сближает механику с математическими науками.

Краткая характеристика предмета и задач механики, а также ее места среди других наук, высказанная Ньютоном, не потеряла

---

[1] Ньютон И. Математические начала натуральной философии (далее называем «Начала»), с. 2.
[2] Там же, с. 3.
[3] См.: Ишлинский А. Ю. Механика как основа познания явлений природы и база творений техники.— В кн.: Теоретическая механика во втузах, с. 61.

значения (в основных чертах) до наших дней. Если сравнить современное определение «механики», приведенное выше, с тем, которое дает Ньютон, то обнаружим большое совпадение обоих по смыслу[1]: «Рациональная механика есть учение о движениях, производимых какими бы то ни было силами, и о силах, требуемых для производства каких бы то ни было движений, точно изложенное и доказанное».

За три столетия, отделяющие нас от эпохи Ньютона, сохранилась главная задача физико-математических наук — объяснение и точное описание явлений природы, но небывало возросла производительная роль науки и, в частности, механики. Все более овладевая искусством предвычисления движения небесных тел (затмений, появления комет, противостояний планет), механика смогла указать положения новых небесных тел, которые затем были открыты наблюдателями. Механика стала давать конкретные рекомендации конструкторам сложнейших аппаратов, осуществляющих заданные движения по земле, в воде, в воздухе, а затем и в космосе. При изложении материала мы будем пытаться выявлять, как в процессе своего развития механика вместе с родственными науками все в большей мере становится производительной силой общества.

Об абстрактных механических моделях материальных тел и сред, основной набор которых сложился к XVIII в. (материальная точка, абсолютно твердое тело, идеальная жидкость), можно сказать, что они богаче конкретными свойствами реальных объектов, чем абстракции математики. Кроме количественных отношений и пространственных форм действительного мира механика учитывает разнообразные качественные признаки тел и сред, различая их, в частности, по агрегатному состоянию. В дальнейшем набор абстрактных моделей механики пополнялся новыми, а содержание прежних моделей углублялось и расширялось, примером чего может служить понятие механической системы со связями (сначала имелись в виду удерживающие голономные связи, затем делались обобщения для систем с неудерживающими связями, позже появилась механика неголономных систем).

В механике исходят из того, что протекающая во времени смена состояний движения материальной системы происходит по однозначно детерминированному закону. Активная деятельность человека, опыт, производство порождают представление об обусловленности одних явлений другими. Ф. Энгельс и В. И. Ленин указывали, что понятия причины и следствия несколько упрощают объективную связь явлений природы, давая лишь приблизительную схему действительных процессов. Однако они не сомневались в существовании объективной закономерности, причинности, необходимости в природе.

Основное абстрактное понятие механики — понятие силы, ко-

---

[1] Ньютон И. Начала, с. 2.

торой называется количественная мера взаимодействия материальных тел друг с другом, в результате которого происходит изменение состояния движения или взаимного положения частей тела. «Представление о силе возникает у нас само собой благодаря тому, что в своем собственном теле мы обладаем средствами переносить движение. Средства эти могут, в известных границах, быть приведены в действие нашей волей; в особенности это относится к мускулам рук, с помощью которых мы производим механические перемещения, движения других тел, носим, поднимаем, кидаем, ударяем и т. д., получая таким путем определенные полезные эффекты» [1].

Несмотря на непрекращающиеся методологические [2] дискуссии вокруг этого важного понятия, исторически оправданная категория силы продолжает плодотворно использоваться в современной механике. Многочисленные высказывания о необходимости построения новой системы механики без понятия силы (были и попытки такого построения) имели определенную историческую мотивировку, о чем еще пойдет речь.

Благодаря понятию силы, фактически осмысленному в начале XVII в., появилась возможность вводить количественные соотношения, выражающие те или иные гипотезы о характере механического взаимодействия материальных тел. Наиболее рано появились соотношения статики в виде условий равновесия рычага и в виде элементарной формы принципа виртуальных скоростей. Из динамических гипотез наиболее рано было изучено соотношение, характеризующее удар двух тел (сохранение движения их центра масс). В «Беседах» Галилея (первая половина XVII в.) фактически используются положение о сохранении механической энергии и принцип ускоряющих сил (в частном случае и в элементарной формулировке).

Исторический материал наглядно показывает, как гипотеза о характере механического взаимодействия тел отшлифовывается временем, сопоставлением результатов теории с опытом, наблюдением, практикой, как эта гипотеза превращается в элементарную форму закона механики, а затем в четко сформулированную аксиому. Это будет показано и на примере принципа возможных перемещений, элементарная форма которого была установлена в античности, и на примере развития идеи сложения сил (сначала только параллельных, а затем сходящихся), и на примере принципа ускоряющих сил. Последний приобрел четкую форму аксиомы механики только в «Началах» Ньютона, который указал предшественников в установлении этого принципа — Галилея, Гюйгенса, Рена, Валлиса.

О происхождении аксиом (это можно отнести в полной мере и

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 20, с. 598.

[2] Понятие методологии науки имеет несколько аспектов. Под выражением «методология механики» мы имеем в виду анализ путей решения фундаментальных проблем механики.

к аксиомам механики) В. И. Ленин писал[1]: «Практическая деятельность человека миллиарды раз должна была приводить сознание человека к повторению разных логических фигур, дабы эти фигуры могли получить значение аксиом».

Несколько слов нужно сказать о роли математических методов в развитии механики. Наиболее выпукло проявляется роль математики как формы изложения содержания законов, используемых механикой, или как своеобразного формализованного языка науки. Возможность записать одно и то же высказывание различными способами (координатным методом или векторным; в декартовых координатах, цилиндрических, сферических и т. д.) говорит о том, что математические формулы — язык механики. Об этой роли математики в естественных науках очень образно высказался А. Пуанкаре[2]: «Я позволю себе сравнить науку с библиотекой, которая должна беспрерывно расширяться; но библиотекарь располагает для своих приобретений лишь недостаточными кредитами; он должен стараться не растратить их понапрасну. Такая обязанность делать приобретения лежит на экспериментальной физике, которая одна лишь в состоянии обогащать библиотеку. Что касается физики математической, то ее призвание состоит в ведении каталога. Если каталог устроен хорошо, библиотека не делается от этого богаче... Каталог, указывая библиотекарю на пробелы в его собраниях, позволяет ему дать его кредитам рациональное употребление, а это тем более важно, ввиду их совершенной недостаточности. Итак, вот в чем значение математической физики. Она должна руководить обобщением так, чтобы от этого увеличивалась производительность науки».

Однако это не единственная роль математических средств механики: математически сформулированная теория может предвычислить и предсказать новые явления. Широко известны примеры этого: открытие Леверье и Адамсом планеты Нептун, теоретическое открытие Максвеллом тока смещения, роль формализма Гамильтона — Якоби в становлении квантовой механики.

Существенна и обратная связь — зависимость математики от состояния и запросов механики и физики. Дифференциальное и интегральное исчисление, теория дифференциальных уравнений в значительной мере были вызваны к жизни необходимостью разрешать проблемы физики и, в частности, механики. Дифференциальное исчисление в работах Ньютона имело кинематическую форму: название «теория флюксий» (флюксия — производная, флюента — функция) говорило о механическом характере «текущих» во времени характеристик. Производная трактовалась как скорость изменения флюенты.

Позже и другие области знаний сделались своеобразными «заказчиками» для разработки специфических методов математи-

---

[1] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 29, с. 172.
[2] Пуанкаре А. Наука и гипотеза, с. 160.

ки или ее разделов. Теория вероятностей, теория игр, теория алгоритмов и другие в значительной мере стимулировались проблематикой естествознания и социологии. Среди всех наук наиболее существенно влияли на развитие математики физика, механика, астрономия.

§ 2
СОЧЕТАНИЕ ЭМПИРИЧЕСКОГО И ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ЗНАНИЙ В МЕХАНИКЕ

В развитии учения о природе с античности существуют два различных подхода к изучению явлений окружающего мира: эмпирико-индуктивный и дедуктивный, или рационалистический. Временами эти два подхода переплетались; временами преобладал один из них, например, чисто умозрительный подход — спекулятивные попытки предугадать сущность явления. Пример такой гениальной догадки — атомизм Демокрита (V в. до н. э.), позже развитый Эпикуром и Лукрецием. Более поздний пример дедуктивного построения науки — механика и космология Декарта (XVII в.). По исторической традиции свойство сохранения суммарного количества движения в замкнутой механической системе до сих пор именуется законом сохранения количества движения, хотя с конца XVIII в. этот закон излагается в качестве простого следствия общей теоремы динамики об изменении количества движения системы. Заметим, что совокупность всех трех основных теорем динамики была сформулирована только в конце XVIII в. Лагранжем, в то время как предложения, являющиеся следствием каждой из трех теорем, были познаны эмпирически значительно раньше и с тех пор носят название законов (природы). Итак, название трех следствий общих теорем динамики «законами сохранения» имеет историческое происхождение.

Мнение Галилея о согласовании логики умственных рассуждений с данными чувственного опыта проявилось в «Диалоге» и в «Беседах», где участники научной полемики неоднократно обсуждают этот философский вопрос. Так в «Диалоге» Симпличио заявляет[1]: «На все это у нас есть чрезвычайно подходящие ответы, но я пока оставлю их в стороне, чтобы перейти к более специальным доводам и к чувственным опытам; их в конце концов следует предпочесть, как правильно говорит Аристотель, тому, к чему может привести человеческое рассуждение».

И далее Симпличио приводит наблюдаемые факты в виде доводов принципиального отличия Земли от небесных тел: на Земле все изменчиво, уничтожаемо, а небесные тела неизменчивы, неуничтожаемы, невозникающи. В ответ на эти доводы Сальвиати (Галилей) отвечает, что мы верим в существование изменений в

---

[1] Галилей Г. Диалог о двух системах мира, с. 50.

Мексике на основании известий, пришедших оттуда, хотя сами там не были и чувственного опыта об этом не имеем.

«Следовательно, раз вы не видите изменений на небе, — продолжает Сальвиати, — где, если бы они и были, вы не могли бы их видеть из-за большого расстояния, раз вы не имеете сообщений, так как и иметь их нельзя, то вы не можете делать вывода, что их там нет, как из наблюдения и понимания их на Земле вы правильно заключаете, что здесь они имеются»[1].

Точка зрения Галилея сводится к признанию решающей роли опыта в установлении правильности построенной теории, но опыт он понимает как целенаправленный, тесно увязанный с высказыванием определенных теоретических соображений. Выведя чисто умозрительно из математического определения равноускоренного движения точки несколько его свойств, выраженных в ряде теорем, Галилей ставит вопрос[2]:

«Но действительно ли таково ускорение, которым природа пользуется при движении тяжелых падающих тел, остается для меня сомнительным; поэтому для поучения меня и других, мне подобных, не мешало бы теперь привести несколько опытов, из числа многих проделанных, которые показали бы, что различные случаи падения тел совпадают со сделанными заключениями».

Говоря о всех науках, использующих математические доказательства (перспектива, астрономия, механика, музыка), Галилей делает вывод[3]: «...в них опыт, воспринимаемый чувствами, подтверждает принципы, являющиеся основою для всех дальнейших построений». Рассматривая творчество Галилея, мы увидим, как для проведения опытов с падением шариков вдоль гладких наклонных плоскостей он ввел свой знаменитый тезис о равновысоких наклонных плоскостях, содержащий зародыши энергетического принципа и принципа ускоряющих сил. Таким образом, опыт и наблюдения в трудах Галилея были опосредованы и освещены глубокими теоретическими соображениями.

С. И. Вавилов провел методологический анализ отношения Ньютона к гипотезам и опытным принципам. В ранней стадии своего творчества Ньютон сформулировал мнение по данному вопросу так[4]: «Я не желаю смешивать домыслы с достоверностями», как бы говоря, что тому и другому свое особое место в науке. В конце жизни, во втором издании «Начал», появилось более известное изречение Ньютона, ставшее формулой его индуктивизма (программного, но не всегда действительного). Это — знаменитая фраза «Hypotheses non fingo» (гипотез не измышляю).

И в оптике, и в механике, и в астрономии Ньютон стремился опираться только на опытные принципы, которые могли быть в

---

[1] Там же, с. 51.
[2] Галилей Г. Беседы и математические доказательства. Избр. труды, т. 2, с. 252—253.
[3] Там же.
[4] Вавилов С. И. Исаак Ньютон, с. 207.

будущем дополнены, обобщены, даже несколько изменены, но в основе своей были бы незыблемы и долговечны. Тем не менее он применял гипотезы для объяснения частных свойств отдельных явлений как нечто временное или вспомогательное (например гипотезу эфира).

Требуемый Ньютоном принцип наблюдаемости включал моменты теоретического осмысления, как и у Галилея. Ниже будет детально обсуждаться представление Ньютона об абсолютном пространстве, которое признавалось им истинным, хотя непосредственно и не могло наблюдаться.

В качестве примера индуктивного подхода могут быть названы многие руководства по индустриальной механике в XIX в., о чем еще пойдет речь. В дальнейшем в процессе формирования специальных механических дисциплин, таких, как гидромеханика, аэромеханика, теория упругости, созданию их математической теории предшествовало обстоятельное экспериментальное исследование всех физических сторон явления. Разделение специалистов-механиков на теоретиков и экспериментаторов становится более явным. До XIX в. о таких ученых, как Даламбер, Лаплас, трудно было сказать, какой метод предпочтительнее в их исследованиях: эмпирический или чисто теоретический. С бо́льшим основанием можно Лагранжа назвать «чистым теоретиком». К эпохе деятельности Лагранжа накопилось много различных подходов, индивидуальных решений задач, которые становились типичными в инженерной практике. Возникла насущная потребность изучить все эти явления на основе единой концепции. Потребность в систематизации накопившегося фактического материала привела Лангранжа к созданию «общей формулы динамики» (по сути механики), к формулировке трех основных теорем динамики, к выработке алгоритмического способа решения важнейших задач механики.

Подводя итог краткому анализу взаимодействия эмпирического и теоретического подходов к механике, следует привести яркую ленинскую характеристику развития любой отрасли знаний:

«...от живого созерцания к абстрактному мышлению *и от него к практике* — таков диалектический путь познания *истины*, познания объективной реальности» [1].

§ 3
ПРИНЦИП ПРОСТОТЫ И КРИТЕРИЙ ИСТИНЫ

Систематическое изложение материала механики возможно не единственным способом. Эти возможности расширились в процессе установления новых принципов механики, например вариационных, в процессе расширения самого понятия «механическое движение», расширения предмета и абстрактных моделей механики.

---

[1] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 29, с. 152—153.

Кроме того, в пограничных областях физики возникают новые взгляды на пространство и время, на понятия массы и поля, на характер взаимодействия материальных объектов.

Возникают принципиальные трудности сравнения старой и новой формы механики и трудности специального, терминологического и методологического характера. Проблемы, возникающие в сравнении различных теоретических подходов к построению механики, характерны не только для этой науки. О трудностях «стыковки» последовательно сменяющих друг друга фундаментальных теоретических систем естествознания пишут специалисты и философы [1].

При выборе между конкурирующими концептуальными системами возникает потребность в некотором критерии, опираясь на который можно сделать правильный выбор.

Системный характер всякого научного знания связан с упрощением, с выбором наименьшего числа принципиальных положений, полагаемых в основу теории. Исходя из этих принципов, анализируют, излагают, логически осмысливают более или менее широкий круг явлений в зависимости от масштабов теории. Было подмечено, что более простая теория, как правило, оказывается на более верном пути по сравнению со сложными многозвенными схемами. «Обобщением этого опыта познания явился широко известный в методологии естественных наук принцип простоты» [2]. В современных философских работах этот принцип вызывает большой интерес: обсуждается проблема экспликации этого принципа, различные его аспекты. Существует подход, названный в литературе «бритвой Оккама»: исходя из требования верифицируемости (проверяемости) гипотезы, постепенно «отрезают» дополнительные предположения к основной посылке, а иногда отрезают и саму посылку, породившую сложные ответвления. Нечто подобное имело место в процессе проверки истинности вихревой гипотезы Декарта, для спасения которой в XVIII в. высказывалось все больше разнообразных, подчас фантастических гипотез. Гипотеза «обросла» таким количеством переплетающихся «ветвей» (иногда противоречивых), что «бритва Оккама» отрезала вместе с побегами и основной ствол: вихревая гипотеза уступила место конкурирующей теории тяготения Ньютона.

Любопытен и другой подход к проблеме простоты теории. К. Поппер выдвинул критерий фальсификации. Например, проверку истинной траектории планет Кеплер начал с традиционной круговой орбиты. Эта гипотеза, как оказалось, легче фальсифицируется и отбрасывается, чем гипотеза об эллиптической орбите. Последняя гипотеза и сохранилась в качестве второго (вполне удовлетворительного) приближения к истине.

[1] См.: Мамчур Е. А. Проблема выбора теории; методологические регулятивы или ценностные соображения? — В кн.: Проблемы философии и методологии современного естествознания. М., «Наука», 1973, с. 360—365.

[2] Методологические принципы физики, с. 81.

Разработана своеобразная классификация подобных критериев отбора лучшей теории из числа «конкурирующих»; одни из таких критериев называют эмпирическими, другие, внеэмпирические, опираются на преимущества одной теории по сравнению с другой в систематическом и эстетическом отношении.

Примером внеэмпирического критерия для выбора пути построения общей теории иногда приводят критерий простоты, которым руководствовался А. Эйнштейн [1].

Воззрения Фарадея, Максвелла, Лоренца на электромагнитное поле как на состояние мирового эфира требовали все большего числа независимых допущений, в том числе гипотезы о сокращении продольных размеров движущегося тела в направлении движения. Лоренц, Фойгт, Пуанкаре заметили, что преобразование Лоренца дает переход от одной системы отсчета к другой в электродинамике.

Решающий шаг в построении целостной теории этих явлений сделал А. Эйнштейн, который отбросил многие специальные допущения предшественников и сформулировал общий принцип, положенный им в основу специальной теории относительности: принцип постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета и принцип относительности, т. е. полное равноправие всех систем отсчета, переходящих друг в друга с помощью преобразования Лоренца.

М. Лауэ подчеркивает чисто теоретическую сторону этого важного шага, сделанного А. Эйнштейном [2]: «Специальная теория относительности, о которой здесь идет речь, явилась итогом продолжавшегося в течение столетия развития. Именно поэтому она не поставила перед экспериментальным исследованием новых проблем... В принципе существует бесконечно много равноправных методов измерения. Математики используют это многообразие, когда они свободно создают неевклидовы геометрии. Но физика должна это многообразие ограничить выбором той геометрии, которая даст возможность простого изложения законов природы».

И в дальнейшем на пути к отысканию формулировки общего принципа относительности Эйнштейн подчеркивал теоретико-познавательное значение его сравнительной простоты [3]: «Кроме того, с самого начала ясно, что существует бесконечное множество уравнений поля, допускающих такую общековариантную формулировку. Выдающееся эвристическое значение общего принципа относительности состоит вот в чем: он приводит нас к отысканию тех систем уравнений, которые, будучи общековариантными, являются в то же время наиболее простыми; среди этих систем мы и должны искать уравнения поля, выражающие свойства физического пространства».

---

[1] См. об этом, например: Эйнштейн А. Собр. науч. трудов, т. IV, с. 287.
[2] Лауэ М. История физики, с. 88, 89.
[3] Эйнштейн А. Собр. науч. трудов, т. IV, с. 284.

Подобные точки зрения обычно связывают с концепцией математической простоты теории.

Однако требование простоты теории (иногда говорят об элегантности математической формы теории[1]) не должно рассматриваться как идеальный критерий истины, обходящийся без обращения к реальному и всестороннему процессу познания.

Впервые Эйлер вывел дифференциальные уравнения движения твердого тела в 1750—1751 гг., после этого он из года в год видоизменял эту систему уравнений: упрощал ее, пока не пришел в 1758 г. к той знаменитой форме уравнений движения твердого тела, которая до сих пор носит его имя. Несмотря на громадную работу Эйлера, его первые уравнения вращения твердого тела около неподвижной точки, не отнесенные к главным осям инерции, не перестают быть правильными. Сам по себе критерий простоты еще не дает суждения о правильности или неправильности теории.

Возвратимся к примеру двух конкурирующих подходов к построению картины мира в XVII—XVIII вв.: картезианской и ньютонианской. Если ньютонианская картина мира стала общепризнанной, как бы победив картезианскую, то это случилось не по причине простоты ее основной гипотезы. В отношении наглядности вихревая гипотеза Декарта была проще: она моделировалась сравнительно несложным экспериментом «искусственных небес», впервые поставленным Гюйгенсом. Теория тяготения Ньютона, несмотря на кажущуюся абсурдность ее основной гипотезы, победила потому, что с ее помощью оказалось возможным предвычислять явления природы. Вихревая гипотеза не согласовывалась даже с тремя законами Кеплера.

Разновидностью принципа простоты был принцип экономии мышления, исходя из которого Э. Мах нарисовал эскиз развития механики[2], находя поиск красоты и простоты основным ведущим принципом исследований Коперника, Галилея, Ньютона, Лагранжа и других ученых. Однако, несмотря на очевидную «экономизирующую» роль науки, требование экономии не должно быть изолированным от эмпирических и практических критериев истины.

Для Маха экономия мышления не является чем-то вспомогательным в развитии науки, но главной ее целью и средством; он считает, что экономия мысли — «дело, не выходящее за пределы кабинета ученого, превратилось в дело, имеющее глубокие корни в жизни человечества и оказывающее мощное обратное влияние на эту жизнь»[3].

Что касается постановки вопроса о сравнительной ценности той или иной теории без выхода «из кабинета ученого», т. е. без выхода из сферы самой теории, то вряд ли такую постановку вопроса можно причислить к последовательно материалистическим

[1] Методологические принципы физики, с. 113.
[2] Мах Э. Механика. Историко-критический очерк ее развития, с 413.
[3] Там же, с. 416.

методам познания истины. О подобном подходе к вопросу истинности человеческого мышления, истинности теорий, выдвигаемых им, писал К. Маркс[1]:

«Вопрос о том, обладает ли человеческое мышление предметной истинностью, — вовсе не вопрос теории, а практический вопрос. В практике должен доказать человек истинность, т. е. действительность и мощь, посюсторонность своего мышления. Спор о действительности или недействительности мышления, изолирующегося от практики, есть чисто схоластический вопрос».

Требования простоты, красоты теории, ее «экономичности», необходимо учитывать при построении новой теории реального явления, но нельзя забывать их второстепенную подсобную роль, о чем неоднократно высказывался В. И. Ленин[2]:

«Мышление человека тогда «экономно», когда оно правильно отражает объективную истину, и критерием этой правильности служит практика, эксперимент, индустрия. Только при отрицании объективной реальности, т. е. при отрицании *основ* марксизма, можно всерьез говорить об экономии мышления в теории познания».

§ 4
ОСНОВНЫЕ ФАКТОРЫ РАЗВИТИЯ МЕХАНИКИ

Периодизация истории механики — это своеобразная схема, классификация исторических фактов во времени; метод отбора наиболее важных моментов истории механики. Можно этот отбор назвать принципом систематизации упорядочения фактов. По какому принципу весь исторический материал развития механики можно разбить на крупные разделы?

В различных книгах по истории механики можно обнаружить различные подходы к этой проблеме. Самый простой путь изложения истории науки — это повествование во времени, хронологическое изложение открытий и установлений данного раздела знаний. Преимущественно этим методом пользуются Ф. Розенбергер[3] (в истории физики), И. Н. Веселовский[4] (в истории механики) и многие другие историки науки.

В названиях книг по истории науки и их разделов[5] часто фигурируют имена ученых, например, книга И. Б. Погребысского о развитии классической механики в XIX в. называется «От Лагранжа к Эйнштейну». При такой систематизации исторического материала может создаться впечатление, что основным фактором прогресса науки являются интеллектуальные потребности выдаю-

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 3, с. 1.
[2] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 18, с. 176.
[3] См.: Розенбергер Ф. История физики, ч. 1, с. 28.
[4] Веселовский И. Н. Очерки по истории теоретической механики.
[5] См. также: Кудрявцев П. С. История физики.

щихся ученых, их любознательность, способность к анализу и обобщению фактов. Без сомнения, творческий характер познания, проявление активности исследователя, его психологические особенности — все это существенно влияет на результаты исследований, на их масштабы и глубину, на характер оригинального сочинения, если дело касается теоретической работы.

Однако, чем занимается исследователь в определенную эпоху, какие проблемы встают перед наукой в целом, какие конкретные задачи, актуальные на данном историческом этапе, становятся узловыми и эпохальными — все это определяется преимущественно объективными факторами. Известное высказывание Ф. Энгельса в письме к В. Боргиусу [1] имеет прямое отношение к обсуждаемому вопросу:

«Если, как Вы утверждаете, техника в значительной степени зависит от состояния науки, то в гораздо большей мере наука зависит от состояния и потребностей техники. Если у общества появляется техническая потребность, то она продвигает науку больше, чем десяток университетов. Вся гидростатика (Торричелли и т. д.) была вызвана к жизни потребностью регулировать горные потоки в Италии в XVI и XVII веках. Об электричестве мы узнали кое-что разумное только с тех пор, как была открыта его техническая применимость. В Германии, к сожалению, привыкли писать историю наук так, как будто бы науки свалились с неба».

Почему в XVII в. почти все выдающиеся механики (как теоретики, так и практики) упорно занимаются проблемой колебания маятника — простого и составного, как тогда называли? Задача имела прямое отношение к проблеме создания точного хронометра (часов). Если перечислить всех механиков, кто занимался проблемой создания часов, то здесь мы встретим имена выдающихся ученых: Галилея, его сына Винченцо Галилея, Гюйгенса, Гука и других, а также имена опытных мастеров-изобретателей, как например, Гейнриха фон Вик (XIV в.), Иоста Бюрги (конец XVI в.), Исаака Тюро и др. И. Тюро вместе с X. Гюйгенсом работали над изобретением и совершенствованием часов [2]. Тюро был квалифицированным мастером-часовщиком, а Гюйгенс, хотя и умел конструировать своими руками зрительные трубы и часовые механизмы, был в большей мере теоретиком. Взаимоотношения Гюйгенса и Тюро — прекрасный пример сотрудничества теоретика и практика на пути к эпохальному изобретению.

Почему же проблема создания часов стала кардинальной именно в XVII в.? Проблема измерения точного времени была тесно связана с необходимостью астрономической навигации в открытом океане. Чтобы ориентироваться по положению небесных

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 39, с. 174.

[2] См.: Мандрыка А. П. Эволюция механики в ее взаимной связи с техникой, с. 206.

тел, надо знать место каждого из них на небесной сфере в данный момент суток.

Может быть само мореплавание и кругосветные путешествия, начатые в начале XVI в. и ставшие обычными в XVII в., были проявлением любознательности ученых-географов и неусидчивых мореплавателей? Если элементы любознательности имели место в поступках людей, то финансирование столь дорогих предприятий, как заморская экспедиция, было сугубо практическим делом. И огромные по тем временам суммы на такие экспедиции давали богатые купцы. Ими руководила жажда наживы, а в общественном масштабе — стремление к завоеванию колоний, дешевой рабочей силы, заморского золота, дешевого редкого сырья и природных даров. В таких формах реализовалась существенная социальная потребность, исторически предопределенная и тем самым закономерно объективная — нужда стадии первоначального накопления капитала, класса буржуазии, быстро набиравшего силы для захвата власти, для преобразования устаревающего способа производства. Вот один из ранних эпизодов превращения механики в производительную силу общества.

В 1931 г. в Лондоне на II Международном конгрессе истории науки неизгладимое впечатление[1] произвели доклады советской делегации и в особенности доклад Б. М. Гессена о социально-экономических корнях классической механики Ньютона. Под влиянием упомянутых докладов и сборника, в котором они были опубликованы — «Наука на распутьи», в зарубежной истории науки сформировалось новое направление, лидером которого стал выдающийся английский физик, прогрессивный общественный деятель Дж. Бернал. На западе это направление получило название экстерналистского, но по верному замечанию С. Р. Микулинского[2], это направление было бы правильнее назвать историко-материалистическим.

Вскоре сформировалось противоположное направление, которое называют интерналистским, или имманентным, во главе с французским историком физики А. Койре. Сторонники этого направления пытаются объяснить развитие науки преимущественно внутренними закономерностями, присущими самому научному познанию. Внимание этих историков науки сосредоточено на движении и развитии научных идей, иногда на особенностях творческого характера того или иного ученого, на его научном стиле, на преемственности методов внутри научной школы. Внешние факторы, такие, как запросы общественной практики, общие условия научной или научно-технической революции и прочие, историками этого направления почти полностью игнорируются.

История и методология естественных наук, опирающиеся на

---

[1] См.: **Микулинский** С. Р. Методологические вопросы историко-научного исследования.— В кн.: Проблемы истории и методологии научного познания, с. 29—30.

[2] Там же, с. 30.

философию марксизма-ленинизма, исходят из того, что развитие науки есть общественное явление, детерминированное всей совокупностью материальных и духовных условий жизни общества. Поэтому было бы вульгаризацией марксистской теории игнорировать как социально-экономические факторы развития науки, так и относительную самостоятельность мышления.

§ 5
ВЗАИМОСВЯЗЬ РАЗВИТИЯ МЕХАНИКИ И СИСТЕМ МИРОВОЗЗРЕНИЯ

Проблемы философии и методологии естествознания всегда приводили к полемике по основному вопросу философии, к борьбе материализма против идеализма. Наиболее острые вспышки этой непрекращающейся борьбы наблюдались в моменты проблемной ситуации в какой-либо из естественных наук. В дальнейшем мы рассмотрим вопрос о научной и научно-технической революциях в конкретных исторических условиях. Отметим, что как само представление о научной революции, так и периодизация общепризнанных научных революций — предмет оживленных длительных философских дискуссий [1].

Кроме этой важнейшей проблемы истории естествознания рассмотрим также взаимное влияние развития механики и философских воззрений.

Один из примеров влияния мировоззрения ученого на его результаты связан с развитием гелиоцентрического представления. Выдающийся датский астроном Тихо Браге к концу XVI в. обладал большим наблюдательным материалом. Однако его естественнонаучное мировоззрение (безусловно связанное с общей системой схоластического мировоззрения) не позволяло ему принять гелицентрическую гипотезу Коперника.

Иоганн Кеплер, получивший доступ к журналам астрономических наблюдений Т. Браге, на основе нового научного мировоззрения Коперника достиг поразительных результатов, не потерявших силу и до наших дней (как известно, три закона Кеплера играют важнейшую роль в небесной механике и динамике космического полета).

Пример влияния мировоззрения ученого на его научные результаты приводит Л. де Бройль. Он ставит вопрос, почему А. Пуанкаре, заметивший равноправие всех систем отсчета, полученных из одной допустимой системы с помощью преобразования Лоренца, не сделал решительного шага для построения специальной теории относительности. Ответ предлагается следующий [2]:

[1] См.: Родный Н. И. Некоторые вопросы научной революции.— В кн.: Проблемы истории и методологии научного познания, с. 35—57.
[2] Де Бройль Л. По тропам науки, с. 306—307.

«Он (Пуанкаре) занимал довольно скептическую позицию в отношении физических теорий, считая, что вообще существует бесчисленное множество различных, но логически эквивалентных точек зрения и образов, которые ученый выбирает лишь из соображений удобства. Этот номинализм, видимо, иногда мешал ему правильно понять тот факт, что среди логически возможных теорий имеются, однако, теории, которые наиболее близки к физической реальности».

Достигнув чрезвычайно ценных результатов в конкретных областях математики, механики, астрономии и физики (качественной теории дифференциальных уравнений, в теории устойчивости, в теории интегральных инвариантов, в решении задач теплопроводности и электромагнитных колебаний и т. д.), Пуанкаре в философских воззрениях примыкал к махизму. В. И. Ленин, отмечая выдающиеся заслуги Пуанкаре в науке, указывал, что в его философских работах много общего с воззрениями Маха, Дюгема, Пирсона. Тем не менее точка зрения Пуанкаре была обычной для многих естествоиспытателей конца XIX в., напуганных профессорским воем против «метафизики» материализма, но никак не могущих преодолеть стихийного убеждения в реальности внешнего мира[1].

Взаимодействие науки и мировоззрения было двусторонним. Примером влияния развития механики на формирование определенной системы мировоззрения служит возникновение механистического материализма XVIII—XIX вв., обусловленного крупными успехами развития механики.

ГЛАВА 2

ПРЕВРАЩЕНИЕ ИСТОРИИ МЕХАНИКИ В САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ НАУКУ

§ 1

РАННИЕ ИСТОРИКО-НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, ВЫЯСНЯЮЩИЕ ПУТИ РАЗВИТИЯ МЕХАНИКИ

Потребность в систематизирующих сводных трактатах по механике появилась в XVII в., когда накопился чрезвычайно обширный фактический материал решения конкретных задач статики и гидростатики, а также задач о движении тел. Как правило, учение о равновесии до этого времени отделялось от учения о движении (термин «динамика», введенный Лейбницем, вошел в употреб-

[1] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 18, с. 301.

ление не сразу, но лишь в XVIII в.). «Математические начала натуральной философии» Ньютона (1687) явились важнейшей вехой на пути создания и выделения механики из натурфилософии. Менее чем через полвека после выхода в свет «Начал» Ньютона появляется необходимость историко-методологического анализа развития механики. В процессе исторического разбора различных методов и путей построения механики ученые стремятся увидеть перспективу дальнейшего развития этой науки.

Так поступает Л. Эйлер, создавая фундаментальный трактат «Механика, т. е. наука о движении, изложенная аналитически» (1736). В Предисловии к трактату Л. Эйлер предлагает учение о равновесии сил называть статикой, а учение о движении — механикой.

Эйлер заметил, что теоретические работы по статике начались еще до Архимеда, в то время как исследование движения начато работами Галилея. Из сочинений по механике начала XVIII в. Эйлер обсуждает трактаты Германа («Форономия»), Вариньона («Новая механика») и «Начала» Ньютона. Особенно он выделяет трактат Ньютона, считая, что наибольшее развитие учение о движении получило благодаря этому труду. Программа Ньютона — на базе законов механики постепенно объяснять и математически описывать все более широкий круг физических явлений — поставлена Эйлером по-новому. Он поставил себе (и целому поколению механиков) грандиозную программу: построить сначала динамику частицы (точки), затем — динамику твердого тела, затем — динамику механической системы тел, механику жидкостей, упругих тел. Методы построения механики Эйлер решил заимствовать у Ньютона, но переведя его рассуждения на язык математического анализа: «...я попытался, насколько умел, выделить анализ из этого синтетического метода и те же предложения для собственной пользы проработать аналитически... Таким образом и возникло это сочинение о движении...» [1].

Даже сравнительно небольшой исторический этап в развитии механики, проанализированный Эйлером, позволил ему наметить далекие перспективы развития механики. Сам Эйлер и его выдающиеся современники сделали очень много для реализации этой обширной программы, заложив основы динамики точки, твердого тела, механики идеальной жидкости. Вслед за Эйлером поиск единообразного аналитического аппарата механики продолжил Лагранж. Он провел еще более глубокий историко-научный анализ путей развития механики от античности до его эпохи. В исторических введениях к каждому крупному разделу трактата «Аналитическая механика» Лагранж дает очерки развития главных принципов статики, гидростатики, динамики и гидродинамики; это удается ему, по оценке А. Н. Крылова [2], бесподобно; но самое

[1] Эйлер Л. Основы динамики точки, с. 34.
[2] См.: Крылов А. Н. Жозеф Луи Лагранж. — В кн.: Жозеф Луи Лагранж (к 200-летию со дня рождения), с. 13.

главное это то, что Лагранж использует огромную эвристическую ценность таких исторических экскурсов. Он четко видит перспективу дальнейшего хода науки и устремляется по намеченному пути.

Формализованный язык механики и методы ее построения, введенные Лагранжем, обусловили крупные достижения аналитической механики в XIX в.

§ 2
ИСТОРИКО-КРИТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ КОНЦА XIX В. И ИХ ПРЕДПОСЫЛКИ

Механика продолжала занимать ведущее место среди естественных наук XIX в. Под влиянием идей Ньютона развивалась кинетическая теория тепла и кинетическая теория газов, области на границе между механикой и физикой. Даже произведенный в электродинамике переворот (Фарадей, Максвелл) пытались увязать с кругом идей Ньютона.

Однако приближалось время заката механицизма. Установление всеобщего закона сохранения и превращения энергии в середине XIX в. (работы Джоуля, Майера, С. Карно, Клаузиуса и других) возобновило старый спор о двух мерах движения на новом уровне знаний. Был очерчен круг функционирования чисто механической меры количества движения. Преимущество получила вторая мера — энергия или работа, сохраняющаяся при любых формах движения. Возникло стремление заменить понятие силы в механике энергетическими понятиями, такими, как «действие» (в любой его форме), а принцип ускоряющих сил заменить каким-либо вариационным принципом механики. Начинались дискуссии о значении принципов классической механики, о взаимоотношениях механики со смежными ветвями естествознания.

В 1869 г. философский факультет Гетингенского университета объявил специальный конкурс на лучшее сочинение по критической истории общих принципов механики, тем самым поставив определенный социальный заказ перед учеными. На конкурс были поданы обширные работы, рассматривающие исторический материал развития механики и ее основных положений с позиций той или иной философской школы. Первую премию получило сочинение Е. Дюринга — «Критическая история общих принципов механики» (1873), вторую — работа Г. Клейна «Принципы механики, представленные исторически и критически» (1872). Сочинение Э. Маха «История и корни закона сохранения работы» (1872) премировано не было и прошло почти незамеченным. Иная судьба сложилась у его сочинения «Механика, представленная исторически и критически в ее развитии» (1883), встретившего как одобрение, так и критику физиков, в частности Больцмана, Планка, Жуковского и других.

История механики входила как составная часть и во многие сочинения по общей истории естествознания (Ф. Даннемана, П. Таннери, Л. Ольшки и др.), по истории физики (Ф. Розенбергера, Н. А. Любимова и др.), появлявшиеся в конце XIX — начале XX в. В книге М. Планка «Принцип сохранения энергии» (1887) показано, что факт сохранения энергии в различных процессах был установлен в результате борьбы за завоевание места основного закона природы; при этом Планк освещает обширный материал истории механики. П. Дюгем опубликовал в начале XX в. ряд обширных трактатов по истории механики, например, «Истоки статики» (в двух томах), трехтомные «Этюды о Леонардо да Винчи», «Система мира», «История космологических учений от Платона до Коперника» и другие.

Таким образом, история естествознания выделялась как самостоятельное научное направление, а история механики становилась одной из ветвей этой науки. Обратим внимание на работы двух авторов.

Сочинение Дюринга[1] не имело такого шумного успеха у читающей публики, как «Механика» Маха, хотя и было удостоено первой премии Гетингенского конкурса. Несмотря на достаточно богатый исторический материал, охваченный Дюрингом, методологическое освещение этого материала вызвало критику Ф. Энгельса. Резко полемическое произведение Энгельса «Анти-Дюринг» (1878) в основном оперирует материалом книги Дюринга — «Курс философии», но та же критика применима к «Критической истории общих принципов механики». Историко-методологический анализ развития механики и ее принципов, проводимый Дюрингом, отличается весьма путаной и непоследовательной, по виду материалистической, точкой зрения вульгарно-механистического толка. В частности, Энгельс критиковал априорный подход Дюринга к происхождению формальных принципов научного знания: «...формальные принципы, имеющие значение для всякого бытия, идут впереди, а те предметные области, к которым эти принципы должны применяться, следуют за ними. ...Стало быть, речь идет у него о принципах, выведенных из мышления, а не из внешнего мира...»[2]. Сравним это с аналогичными установками Дюринга в его премированном сочинении, которое начинается параграфом «Принципиальные взгляды и принципиальные факты». Здесь проводится мысль о том, что принципы механики имеют то же происхождение, что и формальные принципы. Это — простейшие предположения, на которых строится дедуктивное изложение механики. Отличие от постулатов математики (по Дюрингу, выбираемых априорно) замечено только в том, что принципы механики имеют связь с фактами, окончательное «засвидетельствование которых является делом природы». Историю Дюринг рассматривает как историю деятельности великих ученых.

[1] См. об этом: Моисеев Н. Д. Очерки развития механики, с. 420—423.
[2] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 20, с. 33.

Работа Маха «Механика» с первых до последних слов пронизана идеей: «...более или менее значительное знание достижимо только при величайшей экономии мысли. Поэтому сама наука может рассматриваться, как задача на минимум, состоящая в том, чтобы возможно полнее изобразить факты с наименьшей затратой работы мышления». «...Экономия мышления есть также весьма ясный логический идеал, сохраняющий свое значение даже после завершенного логического анализа»[1]. При этом не менее важную роль в сочинении Маха играет методологическое требование очищения «реального» опыта от всего того, что выходит за рамки ощущений. Мы проанализируем основные положения книги Маха в специальном разделе настоящей работы. Здесь же напомним слова В. И. Ленина о том, «что принцип экономии мышления, если его действительно положить «в основу теории познания», не может вести ни к чему иному, кроме субъективного идеализма. «Экономнее» всего «мыслить», что существуют только я и мои ощущения, это неоспоримо, раз мы вносим в гносеологию столь нелепое понятие»[2].

§ 3
О ПРЕДМЕТЕ ИСТОРИИ МЕХАНИКИ

История механики изучает процесс развития учения о простейшей форме движения материи (перемещение в пространстве) в связи с сопутствующими общественными явлениями. Работа историка механики, как и историка науки вообще, включает в себя изучение источников, подлинных сочинений выдающихся ученых и педагогов, их переписки, их проектов, расчетов, рукописей, опытных установок, записей экспериментов. Но собирание фактов развития науки и отдельных ее положений не исчерпывает работы историка науки. Другой стороной историко-научного исследования является осмысление фактов, попытка разгадать ход мысли того или иного ученого, путей и методов получения ценных результатов. Сравнение результатов различных ученых и школ, сравнение различных методов их исследования, т. е. все то, что можно назвать систематизирующей работой историка науки, как раз и составляет вторую сторону его деятельности. Сюда же относится изучение взаимосвязи механики в ее развитии с техникой, общественной практикой, со смежными областями естествознания, с философией.

По мере роста социальной роли науки проблематика историко-научных исследований заметно расширилась и углубилась. Международные конгрессы по истории науки, проводимые с 30-х годов XX в., показывают, что количество участников, докладчиков и исследователей в области истории науки неуклонно растет.

[1] Мах Э. Механика, с. 409, 415.
[2] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 18, с. 176.

От VIII конгресса в Милане в 1956 г. до XIII конгресса в Москве в 1971 г. количество участников возросло в 10 раз [1]. Увеличивается и количество научных работников, специально занимающихся историей науки.

По своим задачам и предмету история механики сходна как с точными, так и с гуманитарными науками, в ее обиходе имеются и методы логики, и методы социальных наук. Приведем высказывание С. Р. Микулинского о специфике и трудностях работы по истории науки. «Значительно более серьезны методологические трудности. Они состоят в том, что историк науки не может ограничиться тем, чтобы нарисовать два параллельных ряда — развитие научной мысли и общественное развитие той или иной эпохи, но должен раскрыть, и в каждом случае конкретно, взаимную связь между ними, конкретные формы их взаимодействия, раскрыть, как общественно-экономические, социальные, культурно-исторические условия, мировоззрение и т. д. вплетаются в ткань научного мышления, влияют на его стиль и направление» [2].

История науки нужна специалистам в данной области: с ее помощью можно проследить динамику развития отдельной проблемы или целостного направления науки, изучить условия, в которых эти теории создавались, предпосылки и приложения теории. История отдельной отрасли знаний нужна специалистам смежных и даже далеких областей, нужна философам. В. И. Ленин говорил: «Продолжение дела Гегеля и Маркса должно состоять в диалектической обработке истории человеческой мысли, науки и техники» [3].

Конкретный материал механики, ее методы, результаты, приложения понимаются глубже при изучении ее развития, ее поисков, тупиков, дискуссий — словом, ее истории. Для Ж. Лагранжа, В. Л. Кирпичева, Д. К. Бобылева исторический анализ был не просто введением в механику, а скорее эффективным средством исследования закономерностей развития этой науки, ее перспектив, установления сравнительной ценности ее принципов, воззрений, методов. Итак, первая важнейшая цель истории науки — изучение прошлого для понимания настоящего и по возможности предвидения ближайших перспектив развития. Кроме того, «...знакомство с ходом исторического развития человеческого мышления, с выступавшими в различные времена воззрениями на всеобщие связи внешнего мира необходимо для теоретического естествознания и потому, что оно дает масштаб для оценки выдвигаемых им самим теорий» [4].

---

[1] См.: Микулинский С. Р. Методологические вопросы историко-научного исследования.— В кн.: Проблемы истории и методологии научного познания, с. 21.

[2] Там же, с. 25.

[3] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 29, с. 131.

[4] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 20, с. 367.

Нет ничего странного, например, в том, что опередившие свое время исследования К. Э. Циолковского по теории межпланетных путешествий начали пропагандировать Я. И. Перельман и Н. А. Рынин, причастные к работам по истории науки и техники. Вскоре у Циолковского появились единомышленники в СССР, его последователи — сотрудники ГИРД (Группа изучения реактивного движения): В. П. Ветчинкин, Ф. А. Цандер, М. К. Тихонравов, С. П. Королев, В. П. Глушко, И. А. Меркулов. Они не только изучали работы Циолковского, но и развивали, реализовали его ценные предложения.

Знание истории механики углубляет педагогический процесс в конкретных механических дисциплинах: ведь структура современной механики и ее разделов не представляет собой чего-то неизменного; она является результатом исторического развития этих дисциплин. Выдающиеся ученые и педагоги — Н. Е. Жуковский, Г. К. Суслов, А. И. Некрасов, В. В. Голубев, А. П. Минаков не только прекрасно знали историю механики, но гибко и умело пользовались этими знаниями для углубления лекционного материала.

РАЗДЕЛ 2

УЧЕНИЕ О РАВНОВЕСИИ И ЕГО ПРЕДПОСЫЛКИ

(античность, средние века)

За тысячелетия до новой эры в древних государствах Индии, Китая, Ассирии, Вавилона, Египта, Урарту, Хорезма и других архитектура и техника достигли значительного уровня. Сооружались дворцы, храмы, стены, монументы, каналы. Например, в Урарту существовали большие гидросооружения, в Египте — ирригационные системы с плотинами, отводными каналами.

Древнеегипетский колодец — шадуф (журавль) представлял собой не что иное, как рычаг. Для строительства сооружений требовались перемещения от места вырезания больших глыб (тяжелых каменных блоков). Эти перемещения осуществлялись с помощью катков, земляных насыпей (наклонных плоскостей), рычагов. Для подъема глыбы с одной ступени пирамиды на следующую употреблялись своего рода качалки[1], также представлявшие собой рычаги. Лишь через тысячелетия правила сооружений и ремесел перестали передаваться только устно и появились письменные руководства для изготовления или постройки объекта.

Начнем рассмотрение развития механики и его предпосылок с V—IV вв. до н. э. В это время в Греции достиг своего расцвета рабовладельческий строй. Важным достижением было освоение сыродутного способа выплавки железа. Совершенствуется гончарное дело, основанное на изобретении гончарного круга. Постепенно осваивается и практически используется вращательное движение. Колеса повозок, происходящие от катков, были известны с III тысячелетия до н. э. Примерно в IV в. до н. э. появляется ворот, еще через два-три столетия — простейший токарный станок[2]. Применение блоков в Греции в это время не было новинкой, сведения об этом относятся к VIII в. до н. э. (Ассирия). Все эти «простые машины», как их принято называть (на самом деле — приспособления для перемещения и подъема тяжелых тел), со временем совершенствовались. Например, желоба (ручьи) блоков стали из-

---

[1] См.: Мандрыка А. П. Эволюция механики в ее взаимной связи с техникой, с. 33.

[2] См.: Боголюбов А. Н. Машина и человек, с. 11.

готовляться из железа. Появляются разнообразные рычаги: первого и второго рода, прямые и ломаные. Таким образом, к IV—III в. до н. э. известен следующий основной набор простых машин: рычаг, наклонная плоскость, клин, ворот, блок, зубчатое колесо, винт. Более сложные машины, такие, как домкрат (Герон Александрийский, I в. н. э.), счетчик оборотов (Ктесибий, II—I вв. до н. э.) и другие, представляли собой комбинацию перечисленных простых машин.

Интенсивно развивающаяся торговля способствовала совершенствованию судостроения: строятся триеры (три этажа гребцов), затем тетреры и т. д. до октер (восемь этажей).

Античные государства ведут войны с целью захвата земель, природных ресурсов и рабов. Военная техника также имела прямое отношение к развитию механики — науке, пока что суммирующей правила расчета конструкций простых машин, сооружений, метательных машин (катапульт) осадных машин (самбук) и пр. Эти правила передавались устно, но в IV в. до н. э. стали появляться и письменные руководства, в которых делались попытки осмыслить действие перечисленных машин, гражданских и военных.

Ученик Ктесибия Герон Александрийский был более изобретателем, чем теоретиком, хотя разделения механики (и других наук) на теоретические и прикладные еще не произошло. Подъемник тяжести Герона, о котором уже упоминалось, представлял собой сочетание зубчатых колес и червячной передачи (винта). Известные автоматы Герона были замысловатыми и сравнимыми с механическими автоматами XIX в.[1]. В сочинении «Пневматика» Герона описаны различные автоматы, например устройство для раздачи «святой воды». Широко известен эолипил Герона, прототип будущей реактивной турбины, точнее ее первого образца — сегнерова колеса.

Водяные мельницы появились очень давно, так, например, на горных реках Закавказья довольно сложные водяные мельницы использовались уже во II в. до н. э.; в Италии со II в. до н. э. применялся рычажный пресс в маслоделии и виноделии.

Знаменитый архитектор Рима Марк Витрувий в конце I в. до н. э. написал трактат «Десять книг по архитектуре», где дает определение машины, классификацию известных машин, совокупность правил строительного искусства и правил расчета машин. Машину Витрувий определял как «сочетание соединенных вместе деревянных частей, обладающих огромными силами для передвижения тяжестей»[2]. Книгой Витрувия пользовались около полутора тысяч лет.

Кроме технических потребностей в расчетах действия простых машин, части которых имели относительную подвижность, были

---

[1] Там же, с. 16.
[2] Витрувий М. Об архитектуре. М., 1936, с. 190.

и другие проблемы по расчету равновесия. Строительная механика нуждалась в расчете равновесия тяжелых подпертых балок, плит, стропил, мостов. Специфика таких задач исключала возможность учитывать какие-либо сдвиги или перемещения деталей сооружения и определила геометрическое направление статики, не рассматривающее перемещений.

Так, еще в IV в. до н. э. существовало два подхода к исследованию проблем равновесия: метод рассмотрения перемещений грузов в простой машине и чисто геометрический метод, изучавший как бы застывшее состояние равновесия (покой). Первый подход для краткости мы будем называть кинематическим (хотя термин «кинематика» вошел в обиход лишь в XIX в.), а второй подход — геометрическим. Эти два самостоятельных направления развития статики почти не взаимодействовали до XVII в.

ГЛАВА 1

ИЗУЧЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ МЕТОДОМ РАССМОТРЕНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

§ 1

ТРАКТАТ «МЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ»

Одно из первых сочинений, объясняющих действие простых машин, по-видимому[1], принадлежало Архиту Тарентскому (IV в. до н. э.). Первый дошедший до нашего времени трактат по механике «Механические проблемы» был создан в школе Аристотеля в том же веке. В тридцати шести главах этого сочинения содержится описание и объяснение действия многих приспособлений (весла, руля, паруса, лебедки, метательной машины, клина, колодезного журавля и др.). Важнейшей машиной считается рычаг или весы, свойство которых используется и во многих из перечисленных машин. В сочинении отмечено, что более удаленные от оси точки рычага движутся быстрее, чем менее удаленные. Замечено также и то, что для перемещения груза на конце более длинного плеча требуется меньшая затрата силы, чем на конце короткого плеча. Это эмпирическое наблюдение сформулировано в четкой количественной форме[2]: «Движимый груз имеет к движущему

---

[1] См.: Бобылев Д. К. Краткий исторический очерк открытий основных принципов и общих законов теоретической механики, с. 1.

[2] Aristotelis. Opera omnia, vol. 4, p. 59.

грузу отношение, обратное отношению длин плеч, ибо всегда, чем далее нечто отстоит от точки опоры, тем легче оно двигает».

Ученые Александрийской школы и через два-три столетия со времени Аристотеля изучали и комментировали «Механические проблемы». Так, в трактате Герона Александрийского «Механика» имеется формулировка правила расчета равновесия простой машины, близкая к приведенной выше. «В этой машине и в аналогичных ей приспособлениях, дающих большой выигрыш в силе, имеет место, однако, замедление, ибо мы употребляем при пользовании ею тем больше времени, чем меньше движущая сила в отношении к поднимаемому грузу, так что сила к силе и время ко времени находятся в том же обратном отношении»[1].

Формулировка Герона отличается большей общностью, так как нет указаний на конкретное устройство машины (рычаг или нечто другое), кроме того в новой формулировке затронут вопрос о проигрыше в скорости при одновременном выигрыше в силе. Можно утверждать, что в формулировке Герона содержится элементарная форма принципа возможных перемещений (так называемое «золотое правило механики»), так как возможные перемещения и виртуальные (термин XVIII в.) скорости отличаются лишь множителем, равным элементу времени.

§ 2
СРЕДНЕВЕКОВОЕ ПОНЯТИЕ «ТЯЖЕСТИ СООБРАЗНО ПОЛОЖЕНИЮ»

С VIII в. начинается расцвет культуры арабских государств на Ближнем Востоке и в Испании. Арабы восприняли и творчески перерабатывали часть научного наследия Александрийской школы. Арабоязычные ученые переводили и комментировали сочинения Аристотеля, Архимеда, Евклида, Герона и других античных механиков и математиков. В этих компилятивных сочинениях можно было встретить и оригинальные идеи, обеспечивающие развитие механики.

Примером могут служить трактаты Сабит Ибн Корра, ученого багдадской школы, энциклопедиста той эпохи, оставившего много оригинальных суждений в механике, астрономии, математике, медицине и других отраслях знаний. Рассмотрим лишь одно из его сочинений под названием «Книга о карастуне» (о безмене). Существенная часть книги может быть отнесена к направлению кинематической статики, так как автор оперирует с мыслимыми перемещениями точек рычага (безмена). Исследуется равновесие прямого неравноплечего рычага AB с промежуточной точкой подвеса C. Мысленно задаваясь конечными перемещениями стержня из горизонтального положения, Сабит ибн Корра замечает и фак-

---

[1] Herons von Alexandria. Mechanik und Katoptrik, S. 152.

тически постулирует тот факт, что один и тот же груз неодинаково эффективен на разных расстояниях от точки подвеса С: он эффективнее во столько раз, во сколько раз больше его расстояние от точки подвеса по сравнению с первоначальным. Фактически, считая неизменной величину произведения веса на расстояние его от точки подвеса С вдоль коромысла АВ для левого и правого груза, Сабит ибн Корра приходит к формулировке закона равновесия безмена[1]: «...если подвесить линию АВ в точке С и подвесить к ее концам два груза А и В, обратно пропорциональные ее частям, то АВ сохраняет равновесие параллельно горизонту».

Аналогичный подход совершенно независимо от трудов арабоязычных ученых наблюдается в трудах, исследующих равновесие простых машин, в Европе в XIII—XIV вв. Например, в трудах ученых школы Иордана Неморария (Франция) было выработано своеобразное понятие тяжести сообразно положению[2]. Один и тот же груз, рассуждали ученые этой школы, различно тяжел по положению в различных конфигурациях механизма (рычага, наклонной плоскости и др.). Так, например, груз на более длинном плече рычага более тяжел по положению, чем этот же груз на более коротком плече. Один и тот же груз тяжелее на той наклонной плоскости, которая «более берет напрямик к центру мира», т. е. на более короткой наклонной плоскости при той же высоте. Теория равновесия простых машин в школе Иордана Неморария опиралась на принцип сравнения относительной тяжести грузов при виртуальных сдвигах машины (например, при повороте рычага).

Блестящий представитель эпохи Возрождения Леонардо да Винчи (1452—1519) был одним из тех титанов по силе мысли, страсти и характеру, по многосторонности и учености, о которых писал Энгельс. К сожалению, до нашего времени дошли не все его труды по механике. Он больше принадлежал искусству, поэтому его очень ценные мысли по механике (он был также и инженером) несколько веков были неизвестны современникам. Как изобретатель и практик, связанный с архитектурой, Леонардо стремился найти короткие и прямые правила расчета равновесия простых машин. Следуя кинематическому направлению исследования равновесия, он вырабатывает свое понятие «потенциального» плеча рычага. Леонардо рассматривает круг, так как чаще всего грузы в простых машинах перемещаются по окружности. Помещая в разных точках круга различные грузы, он рассуждает следующим образом: все помещенные на окружности грузы будут иметь такую же «силу», какую имели бы подобные же грузы, помещенные на перпендикулярах к линии равенства (горизонтальный диаметр) (рис. 1).

---

[1] См.: Рожанская М. М. Механика на средневековом Востоке, с. 87. Отметим, что в данном месте цитируемой работы автор дает лишь кажущееся доказательство закона рычага.

[2] Moody E. A., Clagett M. The medieval science of weights. Madison, 1952, p. 128—134.

Грузы A и a имеют одинаковое «потенциальное» плечо. Об этом же понятии («потенциальное» или «духовное» плечо) Леонардо говорит в других примерах: ломаный рычаг, рычаг с веревками, образующими разные углы с горизонтальным стержнем рычага. Тяжесть сообразно положению груза пропорциональна весу гири и «духовному» плечу, т. е. длине перпендикуляра, опущенного из точки подвеса на направление нити.

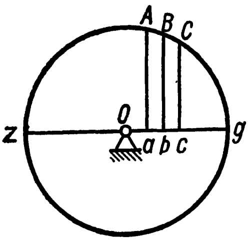


Рис. 1

Количественная характеристика относительной тяжести, широко используемая в механике до XVII в., фактически эквивалентна работе силы тяжести на конечном перемещении груза в простой машине.

§ 3
ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ФОРМА ПРИНЦИПА ВИРТУАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ В ТРУДАХ ГАЛИЛЕЯ И ДЕКАРТА

Наиболее важные научные достижения Галилея относятся к учению о движении, однако чрезвычайно внимательный к опыту лучших мастеров, к правилам, выработанным искусными строителями и ремесленниками, Галилей не мог пройти мимо «золотого правила статики», широко употребляемого в технике. Ранние работы Галилея, относящиеся к концу XVI в., — «О движении» и «Механика» [1] — главным образом рассматривают равновесие грузов в простых машинах.

Рассмотрим решение Галилея задачи о равновесии груза на наклонной плоскости, фактически предполагаемой гладкой. На наклонной плоскости gh (рис. 2) помещен груз в точке S. Галилей считает, что стремление груза опускаться по наклонной плоскости таково же, как стремление этого груза опускаться, если считать его соединенным с точкой рычага или круга zaS, касающегося наклонной плоскости в точке S и вращающегося вокруг неподвижного центра a. Движение груза вдоль gh, рассуждает Галилей, будет сообразно той тяжести, которую движущееся тело имеет в точке S рычага. Это утверждение означает признание эквивалентности связей, ограничивающих элементарное перемещение точки S, принадлежащей рычагу zaS и наклонной плоскости gh. Зная количественную меру относительной тяжести груза на конце ломаного рычага, Галилей вычисляет относительную тяжесть груза на наклонной плоскости. Тяжесть по положению груза S, принадлежащего ломаному рычагу zaS, пропорциональна «потенциальному» плечу ad этого груза. Из подобия треугольников Sad и hbg

[1] См.: Галилей Г. Избранные труды, т. 2, с. 7—38, 413—419.

следует, что $ad = hb \cdot aS/gh$. При данных величинах радиуса круга (ломаного рычага) aS и высоты наклонной плоскости hb относительная тяжесть груза S оказывается обратно пропорциональной длине наклонной плоскости gh.

Отсюда вытекает важное следствие: два груза на двух равновысоких наклонных плоскостях (рис. 3) уравновешиваются, если величины их тяжести прямо пропорциональны длинам наклонных плоскостей. Действительно, тяжести сообразно положению этих двух грузов, с одной стороны, прямо пропорциональны весу каждого груза, с другой стороны, обратно пропорциональны длине соответствующей наклонной плоскости; приравняв относительные

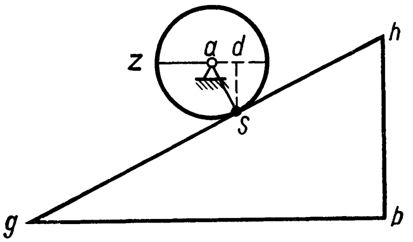


Рис. 2

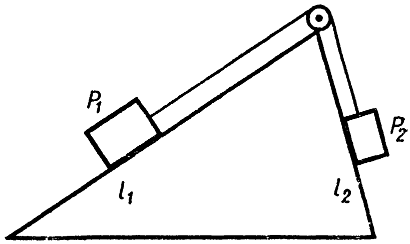


Рис. 3

тяжести обоих грузов $P_1 : l_1 = P_2 : l_2$, получаем вслед за Галилеем равенство $P_1 : P_2 = l_1 : l_2$.

В решении этой задачи Галилеем для развития статики простых машин существенными были три результата.

1. Было выведено четкое количественное правило расчета равновесия двух грузов на двух равновысоких наклонных плоскостях, которое часто использовалось при погрузочных работах.

2. Неосознанное использование элементарных перемещений груза (фактически точечного) в простой машине.

3. Неявное введение принципа эквивалентности связей, в данном случае наклонной плоскости и ломаного рычага. Такое молчаливое использование названного принципа (мысленной замены одной связи другой связью) было типичным в XVII в., например, мы встретим такой же подход в решении некоторых задач статики у Стевина.

В сочинении «О телах, пребывающих в воде...»[1] Галилей дает сравнительно четкую формулировку принципу виртуальных скоростей (название введено было позже Лагранжем): «...неравные по абсолютной величине грузы могут взаимно уравновешиваться и приобретать равные моменты всякий раз, когда их вес будет обратно пропорционален скорости их движения, т. е. когда один груз будет во столько же раз легче другого, во сколько раз скорость его движения будет больше скорости другого».

[1] Там же, с. 47.

Теория всевозможных простых машин строится Галилеем при неявном использовании принципа эквивалентности связей путем сведения действия одной простой машины к действию другой: действие винта сводится к действию элементарной наклонной плоскости. В основе расчета действия всех простых машин у Галилея была задача о равновесии тяжестей, приложенных к концам рычага, или на наклонной плоскости.

Большей четкости в использовании понятия элементарного перемещения точки подвеса грузов в простых машинах (фактически методику бесконечно малых сдвигов) достиг Р. Декарт (1596—1650), сочинение которого «Объяснение машин, при помощи которых можно малой силой поднимать весьма тяжелые грузы» посвящено учению о равновесии. Основной принцип в этом сочинении — «золотое правило статики» (элементарная форма принципа виртуальных скоростей). Вот одна из формулировок этого принципа, данная Декартом: «Изобретение всех простых машин основано на одном-единственном принципе, который гласит: та же сила, которая способна поднять груз, скажем, в 100 фунтов на высоту 2 футов, способна также поднять 200 фунтов на высоту 1 фута или 400 фунтов на высоту $^1/_2$ фута и т. д., если она будет приложена к этому грузу» [1].

Декарт считал, что этот принцип настолько ясен, что не нуждается в доказательстве. Термин «сила», как видно из текста, означает способность поднять определенный груз на данную высоту, т. е. в нашей терминологии это работа силы тяжести на определенном перемещении. Среди современников Декарта нашелся ученый, который понял необходимость введения нового термина. В трактате Соломона де Ко «Законы движущих сил и описание различных машин, столь же полезных, сколь и занимательных» (1615) введен термин «работа силы» для произведения силы тяжести на естественное (отвесное) перемещение точки ее приложения. Этот термин, однако, не привился и был введен заново в XIX в. Итак, основа теории равновесия простых машин Декарта — отчетливо сформулированный принцип виртуальных работ. Терминология изменялась на протяжении веков и термины «сила», «момент» и другие имели не всегда однозначное употребление.

В отличие от формулировки «золотого правила» статики Галилея, в которой фигурировали скорости, в формулировке Декарта фигурируют перемещения. Там, где траектория груза прямолинейна, эти перемещения конечные (например, 2 фута). У Декарта встречаются наиболее ранние четкие указания на необходимость в ряде случаев оперировать бесконечно малыми перемещениями точек приложения сил в простой машине. Мануфактурная промышленность того времени использовала приспособления, инстру-

---

1 Цит. по кн.: Григорьян А. Т. Механика от античности до наших дней, с. 125.

менты и механизмы, движение в которых осуществлялось не только по прямолинейным траекториям, но и по дугам окружностей и других кривых. Мы уже видели, что Галилей неосознанно подошел вплотную к необходимости пользоваться бесконечно малой дугой окружности, касающейся прямой (наклонной плоскости). Эти задачи вставали перед рядом ученых XVII в. Декарт наиболее четко высказывается о необходимости рассматривать перемещения грузов фактически как исчезающе малые. В одном из писем к Мерсенну он пишет [1]: «Относительная тяжесть каждого тела должна измеряться по началу у того движения, которое должна совершать поддерживающая его сила, как для того, чтобы его поднимать, так и для того, чтобы следовать за ним, если оно спускается».

Декарту же принадлежит замечание [2]: «Заметьте, что я говорю — начинать опускаться, а не просто опускаться, по причине того, что именно лишь начало спуска должно быть принимаемо во внимание».

В заключение следует отметить, что к XVII в. была разработана сравнительно четкая методика оперирования перемещениями грузов в простой машине для установления критерия равновесия. В создании количественного аппарата и четкой формулировки так называемого «золотого правила» статики (элементарной формы принципа виртуальных работ) ведущую роль сыграли труды Галилея и Декарта. Кроме разработки правила арифметических действий для подсчета фактической суммы виртуальных работ сил тяжести эти ученые положили начало оперирования бесконечно малыми перемещениями точек приложения сил и подчеркнули всеобщность этого принципа для всех известных машин и машин будущего.

ГЛАВА 2

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ НАПРАВЛЕНИЕ УЧЕНИЯ О РАВНОВЕСИИ

§ 1

ТРУДЫ АРХИМЕДА ПО МЕХАНИКЕ

Кроме технической потребности расчета равновесия грузов в простой машине с помощью рассмотрения их перемещений, с древних времен развивалось также и другое направление учения о равно-

[1] Duhem P. Les origines de la statique, t. 1, p. 341.
[2] Descartes R. Correspondance, t. 2, p. 233.

весии. Это направление было порождено задачами о равновесии опертых балок, плит, колонн, стропил, мостов и других конструкций, части которых не допускали перемещений. Именно при решении задач такого рода возник чисто геометрический метод, позволяющий изучать состояние покоя «застывшей» конфигурации сооружения.

Основоположником геометрического направления в учении о равновесии тяжелых тел был Архимед (287—212 гг. до н. э.) — один из наиболее выдающихся ученых античной эпохи. Наиболее известным культурным центром того времени был город Александрия на северном побережье Африки с богатой библиотекой и музеем. Архимед поддерживал связь с учеными Александрии, его учителем считают Конона Самосского, видного ученого-астронома III в. до н. э. Известная задача о спиралях была показана Архимеду Кононом; решение ее принадлежит Архимеду. Обмен научными мнениями и проблемами происходил также между Архимедом и александрийским ученым Эратосфеном (III в. до н. э.). Можно предполагать, что Архимед был лично знаком с двумя упомянутыми учеными во время пребывания его в Александрии, видимо, после 241 г. [1].

Архимед

В 218 г. началась вторая Пуническая война между Римом и Карфагеном, в которую были вовлечены Сиракузы (Сицилия), родина Архимеда. Известны рассказы Полибия, Тита Ливия, Плутарха об изобретательности осажденных римлянами жителей Сиракуз под руководством гениального механика и инженера Архимеда. Самбуки — огромные машины для тарана стен, размещенные на нескольких кораблях, осажденные разбивали из катапульт, выбрасывающих с большой точностью тяжелые камни. Железные механические лапы, выдвигаясь из ниш стен, захватывали и опрокидывали вражеские корабли. Благодаря превосходству военной техники Сиракуз оборона города была стойкой и длительной.

[1] Сведения об Архимеде и его труды по математике и механике см. в кн.: Архимед. Сочинения, с. 7 и др.

Только блокада помогла римлянам ворваться в город. Архимед был убит.

Первыми сочинениями Архимеда по механике были, по-видимому, «Книга опор» и «О весах», ссылки на которые сохранились в более поздних сочинениях Герона, Паппа, Евтокия Аскалонского, Симпликия и других. В этих двух сочинениях Архимеда вводилось важное понятие геометрической статики — центр тяжести тела. До нашего времени дошли следующие труды Архимеда по механике: «О равновесии плоских фигур или о центрах тяжести плоских фигур», «Послание к Эратосфену о механических теоремах» и трактат «О плавающих телах».

Можно считать, что определение центра тяжести тела Паппа Александрийского заимствовано у Архимеда из его ранних сочинений. Это определение гласит[1]: «...центром тяжести некоторого тела является некоторая расположенная внутри него точка, обладающая тем свойством: что если за нее мысленно подвесить тяжелое тело, то оно остается в покое и сохраняет первоначальное положение».

Судя по комментариям Симпликия, архимедовское определение центра тяжести было более общим: всякое тело, подвешенное за какую-нибудь свою точку, остается неподвижным в таком положении, когда точка подвеса и центр тяжести находятся на одной отвесной линии (т. е. перпендикулярной к поверхности Земли)[2].

Важнейший из дошедших до нашего времени сочинений Архимеда по механике трактат «О равновесии плоских фигур, или о центрах тяжести плоских фигур» начинается с семи постулатов[3]:

1. Равные тяжести на равных длинах уравновешиваются, на неравных же длинах не уравновешиваются, но перевешивают тяжести на большей длине.
2. Если при равновесии тяжестей на каких-либо длинах к одной из тяжестей будет что-нибудь прибавлено, то они не будут уравновешиваться, но перевесит та тяжесть, в которой было прибавлено.
3. Точно так же, если от одной из тяжестей будет отнято что-нибудь, то они не будут уравновешиваться, но перевесит та тяжесть, от которой не было отнято.
4. При совмещении равных фигур совмещаются и их центры тяжести.
5. Центры тяжести подобных фигур располагаются подобно.
6. Если величины уравновешиваются на каких-нибудь длинах, то на тех же самых длинах будут уравновешиваться и равные им.
7. Центр тяжести выпуклой фигуры расположен внутри ее периметра.

---

[1] **Архимед. Сочинения, с. 71.**
[2] Там же, с. 72, 81.
[3] Там же, с. 272.

После изложения этих постулатов теории равновесия плоских фигур Архимед доказывает ряд теорем, в частности, позволяющих производить перераспределение (мысленное) или перегруппировку частичных грузов в тяжелом теле без изменения положения центра тяжести этого тела. Четвертая теорема утверждает, что центр тяжести тела, составленного из двух равных тел, расположен в середине отрезка прямой, соединяющей их центры тяжести. Пятая теорема утверждает, что центр тяжести трех равных грузов, расположенных на одной прямой на равных расстояниях друг от друга, совпадает с центром тяжести среднего из них.

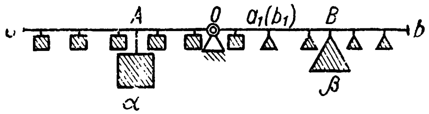


Рис. 5

Наибольший интерес представляет теорема шестая о равновесии прямого неравноплечего рычага: «Соизмеримые величины уравновешиваются на длинах, которые будут обратно пропорциональны тяжестям»[1].

Приведем архимедово доказательство шестой теоремы. Пусть величины грузов α, β обратно пропорциональны их расстояниям вдоль рычага AB до точки его опоры O

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{OB}{OA} \tag{1}$$

На продолжении горизонтальной прямой AB рычага (рис. 5) отложим по обе стороны от точек A и B отрезки, равные OB и OA соответственно. От точки A отложены вправо и влево отрезки Aa_1 и Aa, равные плечу OB. от точки B аналогично отложены два отрезка Bb_1 и Bb, равные плечу OA. Получается новый рычаг удвоенной длины $ab=2AB$, причем точка O опоры нового рычага — в его середине. Рассредоточим заданные грузы α и β в соответствии с пропорцией (1): груз α распределен по половине единицы веса на единицу длины отрезка aa_1, груз β таким же способом распределен по длине отрезка bb_1. Однородный тяжелый стержень ab, опертый в середине O, т. е. в его центре тяжести, самостоятельно не может нарушить свое состояние равновесия. Система рассредоточенных по стержню ab грузиков эквивалентна системе двух исходных грузов, заданных в прямом неравноплечем рычаге AB. Но так как операция рассредоточения двух заданных грузов α и β не могла нарушить состояние равновесия исходного рычага, если оно имело место (центры тяжести грузов α и β сохранили свое прежнее положение при рассредоточении их по длине стержня ab), то исходный рычаг AB необходимо должен быть в равновесии. Теорема доказана.

Следующая, седьмая теорема распространяет этот закон на случай, когда грузы и плечи несоизмеримы, доказательство ведет-

---

[1] Там же, с. 274.

ся «способом исчерпания» (предельным переходом). Остальные теоремы трактата Архимеда «О равновесии плоских фигур» посвящены вопросам расположения центров тяжести различных плоских фигур с однородным распределением веса по их площади: параллелограмма, трапеции, параболического сегмента и других.

В другом дошедшем до нашего времени сочинении Архимеда — «О плавающих телах» — содержится известное положение гидростатики, заключающееся в том, что на тело, погруженное в жидкость, действует направленная вверх сила, равная весу объема вытесненной телом жидкости.

Комментаторы Архимеда в эллинистической науке — Герон и Папп Александрийский — отражали в своем творчестве идеи Аристотеля, Архимеда, Евклида и не создали новой школы. В седьмой книге «Математического собрания» Паппа изложено интересное положение геометрической статики, трактуемой в духе Архимеда. Теорема, заимствованная у Паппа Паулем Гульденом (XVII в.), устанавливала взаимосвязь фигур, описываемых вращением некоторой линии вокруг данной оси, с траекторией кругового движения центра тяжести образующей линии. Арабские ученые раннего средневековья хорошо знали труды Архимеда. Они использовали и комментировали учение Архимеда о центре тяжести и его гидростатику.

§ 2
ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СТАТИКА В XVI—XVII ВВ.

К XI—XVI вв. труды Архимеда были в Европе забыты, и интерес к геометрической методике решения задач статики не проявлялся. Знакомство с трудами Архимеда началось после разгрома турками Византии (взятие Константинополя — 1453 г.), когда беженцы-греки завезли в Италию некоторые античные манускрипты. Одной из особенностей эпохи Возрождения был активный интерес к прошлому, к античному искусству и науке. Начинаются переводы [1] и освоение трудов Архимеда, Паппа, Герона и других. Так возник кружок итальянских ученых XVI в. — последователей Архимеда (Франческо Мавролико, Коммандино, Гвидо Убальди, Галилей в молодые годы).

Один из названных ученых — Гвидо Убальди — имел отношение к инженерной практике, он был инспектором тосканских крепостей. В его сочинении «Книга о механике» (1577) в основу учения о равновесии полагается критерий равновесия подвешенных тяжелых тел Архимеда и принцип приравнивания моментов сил тяжести относительно точки опоры (в схеме рычага). Без четкого определения и термина момента силы относительно точки Гвидо Убальди фактически в ряде случаев использует произведение величины груза на величину плеча силы его тяжести относительно

[1] Впрочем первый латинский перевод сочинений Архимеда был сделан в XII в.

точки опоры (в современном смысле; или «потенциального плеча», по Леонардо да Винчи).

Тот же подход к решению задачи о равновесии Т-образных весов проявил другой ученый XVI в. Дж. Б. Бенедетти, который фактически вводил понятие момента силы относительно точки[1]: «Нужно определять эффекты грузов при помощи перпендикуляра, опущенного из центра рычага на направление силы».

В разделе, называющемся «Четвертый день», сочинения «Беседы» Галилей излагает методы определения центров тяжестей различных фигур, используя понятие момента силы тяжести относительно точки опоры (например, в задаче о подъеме камня с помощью рычага второго рода, подведенного под край камня).

Новые важные положения в геометрическое учение о равновесии внес голландский ученый Симон Стевин (1548—1620). Он жил в эпоху интенсивного развития промышленности, ремесел, науки, торговли. Это была также эпоха больших политических событий в Нидерландах: освобождение от испанского владычества и нидерландская буржуазная революция. Стевин служил интендантом в армии принца Морица Оранского, позже был инспектором плотин Голландии и консультантом Адмиралтейства.

Главный труд Стевина по механике «Начала статики» впервые вышел на фламандском языке в 1586 г. (позже он был переиздан в собрании «Математические сочинения» Стевина).

В основу исследования равновесия тел Стевин полагал барицентрический критерий равновесия подвешенных тяжелых тел (совокупность основных постулатов Архимеда). Кроме того, он добавляет собственный новый принцип, многим современникам казавшийся сомнительным — принцип невозможности вечного движения. Рассмотрим примеры изящнейших доказательств Стевина.

Широко известным примером из статики Стевина является его доказательство правила равновесия грузов на двух наклонных плоскостях. На знакомой многим виньетке к заглавному листу сочинения Стевина с надписью «Чудо не есть чудо» изображен треугольник ABC, расположенный в вертикальной плоскости. Одна его сторона AC — горизонтальна, две другие наклонны, и правая сторона BC вдвое меньше левой стороны AB. Стевин располагает на этой трехгранной призме цепь из 14 равномерно нанизанных шаров так, что 4 шара попадают на более длинную сторону, 2 — на более короткую, а остальные 8 свободно и симметрично свисают. Рассуждения Стевина сводятся к следующему. Шары не могут не находиться в равновесии, так как вечного движения не существует. Нижняя часть цепи сама себя уравновесит (из-за симметрии), а шары на обеих плоскостях уравновесятся в прямо пропорциональном отношении длинам наклонных плоскостей.

Одним из важнейших достижений Стевина в учении о равновесии было установление им закона сложения и разложения сходя-

[1] Duhem P. Les origines de la statique, t. 1, p. 231.

щихся сил, который он выводит из закона равновесия наклонной плоскости для частного случая.

Стевин рассматривает некоторый груз P, уравновешенный на двух нитях, составляющих между собой прямой угол (рис. 6). Каковы должны быть величины грузов на других концах нитей? Он обозначает эти неизвестные величины через R и Q и говорит о том, что вместо нитей можно ввести наклонные плоскости. Вместо нити A_1B_1 можно ввести наклонную плоскость AB (реакция гладкой плоскости, перпендикулярна к ней). Вместо нити AB можно ввести другую наклонную плоскость A_1B_1. Рассматривая груз P, уравновешенный противовесом Q на наклонной плоскости AB, он записывает: $Q/P = AC/AB$. Аналогично для равновесия груза P на наклонной плоскости записывает: $R/P = A_1C_1/A_1B_1$.

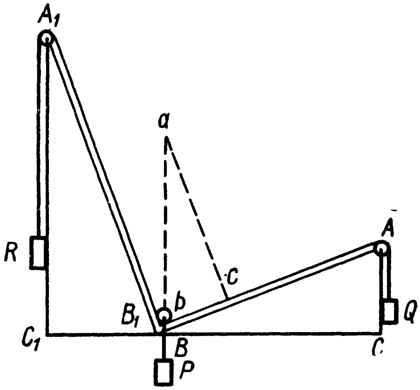


Рис. 6

Далее Стевин откладывает на нитях отрезки, по длине равные $R = ac$ и $Q = bc$ и строит прямоугольник с диагональю ab, доказывая, что $ab = P$. Записав окончательно пропорциональность трех грузов, уравновешенных на нитях под прямым углом (из подобия треугольников), он получает: $P : Q : R = ab : bc : ac$.

В этом рассмотрении содержится правило разложения и сложения сил по закону параллелограмма. Стевин в процессе обращения с веревочными машинами, особенно широко использующимися при погрузке и разгрузке кораблей, встречался с более разнообразными случаями, когда груз поддерживался в равновесии не двумя, а тремя веревками, образующими непрямые углы, причем эти веревки образовывали пространственную систему сходящихся прямых. Стевин не дает общей формулировки правила параллелограмма, но пользуется им для разнообразных случаев. В разделе трактата, посвященном веревочным машинам, он пользуется также и принципом возможных перемещений в форме «золотого правила» статики: как путь движущего относится к пути движимого, так сила движимого относится к силе движущего.

Выдающийся французский ученый Жиль Персон Роберваль (1602—1675) написал большой трактат по механике, который, однако, не был издан печатно. Представление о нем можно получить по другому изданному его сочинению в 36 страниц, включенному Мерсенном в его компилятивный труд «Всеобщая гармония» (1636). Роберваль полагал в основу статики два закона: законы равенства моментов сил и сложения и разложения сил. Последний устанавливался им из опыта с веревочными машинами и провозглашался как всеобщий закон статики. С помощью этого принципа он решал много различных задач статики; например, впервые рассмотрел и такую задачу: груз расположен на наклонной плоскости и уравновешен натяжением нити, не параллельной наклонной плоскости.

С именем Роберваля связан знаменитый парадокс о весах, (рис. 7), за которыми теперь упрочилось название мостовых весов[1]. До XVII в. не было редкостью совмещение в одном лице ученого и изобретателя. Однако не всегда изобретения освещались четкой количественной теорией их действия. Уровень развития всех областей точных знаний не позволял еще объяснить и математически описать всевозможные устройства. Гидравлический винт Архимеда, домкрат и эолипил Герона, ткацкий станок и геликоптер Леонардо да Винчи, карданов подвес, воздушный колокол (кессон) и балансир для карманных часов Гука, весы Роберваля и многие другие изобретения не опирались на какую-либо развернутую теорию их действия, но в их предложении безусловно сыграло немалую роль знание математики и законов физики их авторами. Весы Роберваля действовали и принимали новые усовершенствованные формы, а теории их не было. Два столетия существовал парадокс весов Роберваля, правильное разрешение которого было найдено только в начале XIX в.[2].

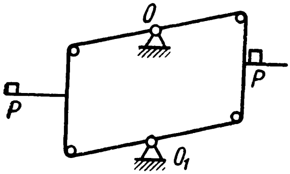


Рис. 7

ГЛАВА 3

ПЕРВЫЕ ПОПЫТКИ СВЯЗАТЬ КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОДЫ К ИЗУЧЕНИЮ РАВНОВЕСИЯ В XVII В.

§ 1

КРИТИКА КИНЕМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА СТОРОННИКАМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ

На протяжении почти двух тысяч лет два направления в учении о равновесии развивались изолированно друг от друга, без попыток взаимной увязки. К XVI в. все более явно намечалось крити-

[1] См.: Кирпичев В. Л. Беседы о механике, с. 24—26.

[2] См.: Пуансо Л. Начала статики, с. 204—208 (см. об этом § 1 главы 2 раздела 5).

ческое отношение сторонников чисто геометрических методов построения статики к направлению, опирающемуся на методику перемещений. Последователи Архимеда в XVI в. объявили учение о равновесии, связанное с рассмотрением перемещений в статике, лишенным научного значения. Они противопоставляли эффективным методам инженерного расчета условий равновесия системы (путем сравнения выигрыша в силе и проигрыша в перемещении поднятия груза в простой машине) логическую непогрешимость геометрической статики Архимеда и его школы. Эта критика имела некоторый успех оттого, что перспективный кинематический метод находился на той стадии развития и математического оформления, когда неразработанность терминологии и аппарата бесконечно малых перемещений приводила сторонников этой методики (Иордана Неморария и других) к неточностям, а иногда и к прямым ошибкам [1].

Среди противников кинематического направления статики укреплялось мнение, согласно которому трактаты, опирающиеся на понятие «тяжести сообразно положению» (главным образом имелась в виду книга Иордана Неморария «Доказательства, касающиеся тяжестей»), потеряли всякую жизненность уже в XIV в. [2].

Глава архимедовой школы в Италии в XVI в. Гвидо Убальди (маркиз Дель-Монте) считал, что в вопросе о равновесии и устойчивости весов Иордан Неморарий «нагромоздил развалины». Другой представитель школы архимедистов начала XVII в. Симон Стевин также резко критиковал методику оперирования перемещениями грузов при изучении равновесия [3]: «Покоящееся тело не описывает никакого круга. Два тела, находящиеся в положении равновесия, покоятся. Следовательно, два тела, находящиеся в положении равновесия, не описывают никакого круга». Продолжая эту мысль, Стевин заключает [4]: «Ничуть не удивительно, если те, кто принимали за истину заблуждения подобного рода, не дошли до познания причин, или, не находя никакой разумной формы для статики, вовсе уклонились от истины, упражняясь в написании множества ложных положений».

Критикуя принцип возможных перемещений, применявшийся в элементарной форме в терминах тяжести сообразно положению, сторонники геометрического варианта статики иногда неосознанно участвовали в разработке этого принципа. Частично это относится и к Гвидо Убальди, но в значительно большей степени к инженеру и знатоку техники по роду своей деятельности Симону Стевину. В своей статике веревочных машин, приспособленной к запросам погрузочных работ в портах и другим запросам производства, Стевин весьма часто и правильно использует «золотое правило» статики.

---

[1] См.: Моисеев Н. Д. Очерки развития механики, с. 38.
[2] См.: Григорьян А. Т., Зубов В. П. Очерки развития основных понятий механики, с. 57.
[3] Там же, с. 58.
[4] Там же.

§ 2

ПРИНЦИП ТОРРИЧЕЛЛИ И ЗАДАЧА О ГИДРАВЛИЧЕСКОМ ПРЕССЕ ПАСКАЛЯ

В трудах Э. Торричелли и Б. Паскаля в середине XVII в. наблюдаются первые попытки увязать методику перемещений с барицентрической теорией геометрической статики. Трактат Торричелли «О движении тяжелых тел, нисходящих естественным движением, и тел брошенных» (1641) развивал идеи Галилея; в частности, Торричелли переработал и дополнил таблицы стрельбы, составленные Галилеем, и придал им вид, в котором эти таблицы вошли в обиход артиллерийской практики [1]. В этом же сочинении можно найти материал, относящийся к теории равновесия системы тяжелых тел, например двух грузов, связанных нитью и помещенных на двух смежных равновысоких наклонных плоскостях. Основным принципом этой теории служило следующее положение [2]: «Когда тяжелое тело составлено так, что его центр тяжести не может никоим образом опускаться, то оно заведомо пребудет в покое в занимаемом им положении».

Тем самым истинными состояниями равновесия системы признаются лишь такие, при нарушении которых центр тяжести или пребывал бы на прежней высоте или поднимался.

Неустойчивые положения равновесия системы не включались Торричелли в число истинных положений равновесия. Позже он дал иную формулировку принципу, который носит его имя:

«Тело, свободно подвешенное за какую-нибудь из своих точек, не может пребывать в покое, если его центр тяжести не находится в самой низкой точке сферы, по которой этот центр тяжести движется» [3].

В этой редакции принципа из числа истинных состояний равновесия системы исключались не только неустойчивые, но и безразличные состояния равновесия.

В XVIII в. принцип Торричелли стал трактоваться как принцип наинизшего расположения центра тяжести системы тел при ее равновесии. Аналитическая запись этого принципа в виде равенства нулю первой вариации вертикальной координаты центра тяжести системы являлась более широким требованием, чем условие минимальности высоты центра тяжести.

Принцип, совпадающий по существу с только что изложенным, можно найти в сочинении Б. Паскаля «О равновесии жидкостей и о тяжести массы воздуха» (1663). Главные проблемы, которые интересуют здесь Паскаля, это задачи гидростатики. Шаг за шагом Паскаль устанавливает закон изотропного распределения давления в покоящейся жидкости.

---

[1] См.: Мандрыка А. П. История баллистики. М.—Л., «Наука», 1964, с. 86.
[2] Duhem P. Les origines de la statique, t. 2, p. 2.
[3] Там же, с. 3.

Паскаль использует принцип возможных перемещений и барицентрический критерий равновесия для получения важных результатов гидростатики. Приведем пример его рассуждений о действии гидравлического пресса, где рассматриваются мысленные перемещения поршней для выявления поведения центра тяжести системы поршней.

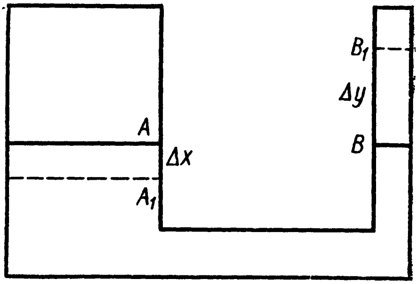


Рис. 8

Представим себе сообщающийся сосуд с широким и узким коленом, закрытыми поршнями A и B соответственно (рис. 8). Каково соотношение весов поршней при равновесии несжимаемой жидкости в сосуде? Для ответа на поставленный вопрос Паскаль придает мысленное перемещение Δx левому поршню A, отчего правый поршень B переместился бы на высоту Δy. По условию несжимаемости объемы перемещенной справа и слева жидкости равны:

$$\Delta x \cdot S_A = \Delta y \cdot S_B,$$

где S_A и S_B — площади поршней A и B соответственно. Далее Паскаль применяет принцип возможных перемещений, который мы запишем алгебраически, введя вес P_B правого и P_A левого поршней $\Delta x \cdot P_A - \Delta y \cdot P_B = 0$. Отсюда следует: центр тяжести обоих грузов (тяжелых поршней) не перемещается, что служит гарантией сохранения равновесия жидкости. Кроме того, последнее равенство дает соотношение величин тяжести каждого поршня при равновесии:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{S_A}{S_B} = \frac{P_A}{P_B},$$

т. е. силы тяжести поршней пропорциональны их площадям.

Так теоретически обоснован принцип действия гидравлического пресса, когда весьма малой силой P_B можно поднимать весьма тяжелый груз (поршень весом P_A в широком колене). Паскаль вывел в этом примере принцип гидростатики, который он формулирует для всей статики[1]: «Я принимаю за принцип, что никогда тело не движется под действием своего веса без того, чтобы центр тяжести его не понижался».

Это утверждение равносильно второй редакции принципа Торричелли, исключающей из числа истинных неустойчивые и безразличные состояния равновесия, не реализующиеся самостоятельно в природе и ускользающие от внимания естествоиспытателей XVII в. Итак, методы кинематического и геометрического направлений статики начинают согласовываться в середине XVII в.

[1] Архимед, Стевин, Галилей, Паскаль. Начала гидростатики, с. 239.

РАЗДЕЛ 3

ЗАРОЖДЕНИЕ УЧЕНИЯ О ДВИЖЕНИИ

ГЛАВА 1

ДОГАДКИ АНТИЧНЫХ НАТУРФИЛОСОФОВ О НЕКОТОРЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ ПРИРОДЫ

§ 1

СОЗЕРЦАТЕЛЬНЫЙ ХАРАКТЕР НАТУРФИЛОСОФИИ АНТИЧНОСТИ

Учение о движении в древности развивалось в полной разобщенности от учения о равновесии, называемого позже статикой. Статика довольно рано (с античного времени) трактуется математически. Для количественной теории движения материальных тел еще нет достаточного накопленного материала наблюдений и технического опыта. Источником материала, обобщаемого в натурфилософии в качестве зародыша будущей динамики, долгое время служило непосредственное созерцание явлений природы и техники. Технические средства подчинения сил природы человеку были на низком уровне: человек научился использовать силы тяжести с помощью простейших (для нашего времени) приспособлений — рычага, наклонной плоскости, ворота, блока и других.

Накапливались правила наивыгоднейшего использования простых машин, например, в перипатетической механике (IV в. до н. э.) значительный интерес вызывала проблема соотношения между «двигателем», «движимым», путем и временем «насильственного» движения. Этот расчет был подсказан практической задачей о величине тяги, действующей на тяжелое тело вдоль шероховатой поверхности. Пристальное внимание физиков привлекала проблема «естественного» падения тяжелого тела по отвесной линии, о закономерностях которого высказывались лишь догадки, так как не было возможности проводить эксперимент над падающими телами.

С древних времен велись наблюдения движения тяжелого тела, брошенного под углом к горизонту. Метательные орудия — лук, праща, катапульты — давали некоторый опытный материал. Однако до XVII в. существовало только качественное описание этого явления, подчас опиравшегося на псевдонаучные гипотезы.

Едва ли не самой древней областью познания свойств движения материальных тел была наблюдательная астрономия. Невооруженным глазом люди наблюдали движение Солнца, Луны и других небесных тел. Составлялись лунные и солнечные календари. В Индии (Дели) сохранились остатки древней обсерватории с определенными визирными линиями; издавна применялись угломерные инструменты из дерева и металла. Однако теория движения небесных тел опиралась на умозрительные соображения общего характера. Геоцентрическая система Птоломея воплощала в себе черты основных положений натурфилософии Платона и Аристотеля.

Революционная гелиоцентрическая гипотеза Коперника в XVI в. была не результатом обобщения качественно нового наблюдательного астрономического материала (такового не было к этому времени), а результатом нового прогрессивного мировоззрения ее автора Николая Коперника, воспитанного на идеях итальянского возрождения.

Итак, до XVI в. наблюдалось лишь зарождение учения о движении, значительно отстающего в своем развитии от уровня развития учения о равновесии.

§ 2
ВОЗЗРЕНИЯ ДРЕВНИХ НА МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Воззрения атомистов-материалистов древности Анаксагора, Эмпедокла, Демокрита (V в. до н. э.), Эпикура (IV в. до н. э.) и Лукреция Кара (I в. до н. э.) изложены в поэме последнего «О природе вещей» [1]. Основные черты этого воззрения сводятся к следующему. Окружающий нас материальный мир построен из атомов, движущихся в пустоте равномерно и прямолинейно в промежутках между взаимными столкновениями. Число атомов и их многообразие по форме бесконечно; качественного различия между атомами нет; они различны лишь по величине и форме. Взаимодействие атомов осуществляется только контактно. Все явления природы детерминированы. Социальные воззрения атомистов не были одинаковыми, но в их натурфилософии расхождения не были существенными. Взгляды автора поэмы «О природе вещей»

---

[1] См.: Лукреций Кар. О природе вещей.

ближе всего к воззрениям Эпикура. Однако Лукреций выдвинул и новую идею множественности миров[1]:

> «...остается признать неизбежно,
> что во вселенной еще и другие имеются земли,
> да и людей племена и также различные звери».

Почти тысячелетие продержалось мнение Аристотеля о том, что тяжелые тела падают быстрее легких. В трактате «Физика» Аристотель различает четыре вида движения: 1) движение в отношении сущности — возникновение и уничтожение; 2) движение в отношении количества — рост и убывание; 3) движение в отношении качества — изменение качественных характеристик; 4) движение в отношении места — перемещение в пространстве или механическое движение.

«Место тела» он определяет как «границу объемлющего тела», т. е. как поверхность, по которой тело соприкасается с внешней средой. Однако Аристотель усмотрел трудность этого определения для случая сложного движения: например, для рыбы, спящей в проточной воде, или для гвоздя, вбитого в палубу движущегося корабля: первой границей является подвижное тело (вода, корабль). Тогда для всех случаев с учетом указанных возможностей Аристотель дает второе определение «места» тела как «первой неподвижной границы объемлющего тела»[2]. Итак, тело, по Аристотелю, имеет место постольку, поскольку оно находится в соседстве с другой окружающей его средой.

Аристотель не признавал существования пустоты — природа боится пустоты. Возражая против этого основного тезиса учения Демокрита (о пустоте), Аристотель отвергал и его объяснение различной плотности тел различной пористостью. Плотность, по Аристотелю, есть внутреннее потенциальное или скрытое качество тел.

Учение о движении тел Аристотеля тесно связано с его картиной мира, с представлением о строении Вселенной. Здесь сказалось большое влияние идеалистической системы взглядов Платона.

Эта картина излагается Аристотелем в трактате «О небе». Все материальные тела Аристотель делил на четыре элемента природы (четыре стихии): земля, вода, воздух, огонь. Каждая из этих стихий имеет свое естественное место в мироздании: центральное место Вселенной — земной шар, далее — слой воды, слой воздуха, слой огня. Наружная сферическая граница естественного места огня представляет собой небо. Оно ограничивает всю Вселенную. Далее идет уже не материальный, а божественный «первый двигатель», который движет все, оставаясь сам неподвижным. Круговое движение первично: оно проще и совершеннее прямолинейного.

---

[1] Там же, с. 135.

[2] Аристотель. Физика, с. 78.

Любое тело данной стихии имеет свое естественное место, притягивающее это тело: камень стремится на землю — к своему естественному месту; вода (пар) — выше; дым, огонь — вверх. Все естественные (без вмешательства человека) движения совершаются радиально (вертикально).

Но есть другой род механического движения — насильственное, т. е. требующее двигателя. Как только двигатель прекращает свое действие, так прекращается и насильственное движение.

Закон насильственных движений Аристотель формулирует количественно: произведение величины «двигателя» на время движения равно произведению величины «движимого» на путь, пройденный им. Однако область применения этого закона Аристотель ограничивал: он справедлив только для достаточно сильного «двигателя», который мог бы сдвинуть груз («движимое»). Аристотель подходил к случаю, когда «двигатель» не может сдвинуть груз из-за трения, которое он считал скрытым свойством тел. К скрытым свойствам или причинам тел Аристотель относил и то, что тяжелые тела падают быстрее, чем легкие.

В многочисленных эллинистических государствах Средиземноморья на рубеже новой эры (от III в. до н. э. по IV в. н. э.) создаются крупные научные школы. Одной из наиболее известных школ этого времени была Александрийская (Египет), являвшаяся и крупнейшей научной библиотекой того времени, и своеобразной академией наук.

Здесь процветала перипатетическая, т. е. развивавшая основные положения Аристотеля, наука. Однако уже Стратон в III в. до н. э. высказывает ряд сомнений по поводу этого учения, соглашаясь с некоторыми взглядами учения атомистов. Стратон согласен с атомистами по вопросу существования пустоты и отказывается от аристотелианской теории стремления тел к их естественным местам; он считает, что все тела обладают свойством тяжести и поэтому нет скрытых качеств тяжести и легкости. Ученик Стратона Аристарх Самосский (320—250 гг. до н. э.) заметнее других отразил влияние мировоззрения Демокрита. Аристарх отвергал представление о небесных телах как об «эфирных телах огненной природы». Он пытался определить расстояние от Земли до Луны и до Солнца на основании астрономических наблюдений. Аристарх Самосский высказал гениальную гипотезу о подвижности Земли — о ее суточном вращении вокруг оси и о годичном обращении вокруг Солнца. Эта гипотеза, опережавшая состояние техники астрономических наблюдений, вызвала большое недоверие и оживленную полемику.

Современником Аристарха был ученый Александрии Эратосфен, который впервые измерил длину дуги меридиана Земли и вычислил (довольно близко к истинной) величину радиуса земного шара.

Наиболее влиятельным противником Аристарха Самосского относительно строения Вселенной был Клавдий Птоломей (середина II в. н. э.), работавший в Александрии. Обширный его трактат «Математическое собрание», получивший от арабов название «Альмагест», посвящен обоснованию геоцентрической системы мира и тесно связан с аристотелевой механикой. Движения небесных тел — тел огненной природы, ничего общего не имеющих с телами земными, происходят по кругам, как учил Аристотель. Согласуя с наблюдениями (а ко времени Птоломея они накопились в большом количестве) свою систему движения небесных тел вокруг неподвижного земного шара, Птоломей был вынужден ввести эпициклы для многих планет, центры которых, в свою очередь, двигались по кругам.

Одна из глав его сочинения специально посвящена опровержению гипотезы о суточном вращении Земли вокруг оси. Птоломей приводит аргумент против этого утверждения; при вращении Земли брошенные тела отклонялись бы в сторону, противоположную вращению (на запад). В те времена закон сложения относительного и переносного движений не был еще известен, поэтому рассуждения Птоломея не вызывали недоразумений современников, напротив, казались весьма убедительными.

На протяжении средних веков труды Аристотеля изучались, комментировались и дополнялись трудами арабских ученых и ученых Средней Азии[1].

ГЛАВА 2

ПЕРВЫЕ ПОПЫТКИ ВВЕДЕНИЯ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В УЧЕНИИ О ДВИЖЕНИИ

§ 1

ПОНЯТИЕ «ИМПЕТУСА» И ДИАГРАММА ОРЕЗМА

Попытки критики отдельных положений физики Аристотеля начались еще в раннем средневековье, но несмотря на то, что с XIII в. эти попытки стали преследоваться церковью, узаконившей перипатетическую натурфилософию, начиная с XIV в. критика различных положений физики Аристотеля усилилась.

Одна из теорем «Книги Иордана о соотношении грузов», созданной последователями Иордана Неморария в XIII в., утверждает, что форма тел меняет силу тяжести. Такое положение противо-

[1] См.: Рожанская М. М. Механика на средневековом Востоке. М., «Наука», 1976, с. 188—286.

речило воззрениям перипатетиков о врожденности свойства тяжести или легкости каждого тела. Наибольшие сомнения высказывались по поводу тезиса Аристотеля о том, что тяжелые тела падают быстрее легких. Начало критики этого тезиса положил в VI в. Иоанн Грамматик Филопон.

Тогда же зародилась идея импетуса, развитие которой мы проследим на более поздней стадии (XIV—XV вв.).

Жан Буридан, французский схоласт-номиналист середины XIV в. считал импетус причиной непрерывного ускорения естественного падения тяжелых тел. Он считал также, что тело, содержащее больше вещества (телесности), может принять больший импетус, и отмечал, что труднее остановить большое быстро движущееся колесо, чем маленькое. Тяжесть, по мнению Буридана, запечатлевает в падающем теле некий импетус, отчего движение становится быстрее. Импетус в естественно падающем теле накапливается, от этого движение его непрерывно ускоряется [1].

В Англии (Оксфорд) в XIII в. в Мертон-колледже возникло учение о униформном (равномерном) и дифформном (неравномерном) движении. Позже здесь же возникло четкое определение униформно-дифформного движения (Хейтесбери, XIV в.) как такого, когда в равные промежутки времени скорость имеет равные приращения. Мгновенная скорость в неравномерном движении тела определялась здесь как скорость, с которой двигалось бы тело равномерно по траектории начиная с данного момента времени.

Альберт Саксонский (XIV в.) продолжает развивать теорию Буридана об импетусе. Он пытается сформулировать некоторый количественный закон роста скорости падающего тела. После некоторых сомнений он утверждает, что скорость должна расти пропорционально пройденному пути.

Другой известный номиналист XIV в. Николь Орезм (в «Трактате о протяжении форм») разрабатывает диаграмму, изображающую геометрическую зависимость скорости от факторов движения. К своей диаграмме Орезм пришел из абстрактных философских размышлений. Средневековые схоласты, критикуя некоторые положения Аристотеля, отвергали и его тезис о глубокой принципиальной разнице между количеством и качеством. Схоласты выдвигали свой тезис, что количество и качество принципиально сходны и что изменение их происходит одинаково — путем прибавления некоторой величины. Орезм не только примкнул к этой теории, но и внес в нее нечто новое и важное. Он предложил изображать количество отрезками прямой, а изменения качеств — отрезками другой прямой, поставленными перпендикулярно к первой прямой (рис. 9).

---

[1] Clagett M. The Science of Mechanics in the Middle Ages. Madison, 1959, ch. 10, 11.

В рассуждениях о движении свободно падающего камня Орезм предлагает откладывать вдоль основной прямой количества времени или пути, считая их в этом вопросе равноправными, а на перпендикулярах к ней — «интенсивность движения». Треугольник *ACB* по Орезму, изображает равномерно-переменное качество. Его теорема гласит: «Всякое качество, если оно униформно-дифформно, по своей величине таково, каким было бы униформное качество того же или равного ему предмета, соответствующее градусу средней точки того же предмета» [1].

Если бы в диаграмме Орезма по прямой количества откладывались бы интервалы времени, а по перпендикулярным прямым соответствующие скорости, достигнутые точкой к данному времени в равноускоренном движении, то диаграмма выражала бы зависимость скорости от времени падающего в пустоте тяжелого тела. Многие ученые придавали именно такой смысл диаграмме Орезма. В сочинении Галилея «Беседы и математические доказательства» подобная диаграмма была основным математическим средством для построения теории падения тела в пустоте.

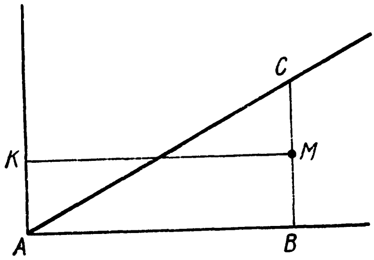


Рис. 9

В трудах Леонардо да Винчи имеется диаграмма, подобная диаграмме Орезма, но по одной прямой откладываются именно отрезки времени, а по перпендикулярам — скорости.

Изучая движения брошенных тел, Леонардо да Винчи дает подробное описание современного ему огнестрельного оружия, а также проводит расчет дальности и времени полета снаряда. Баллистическая траектория у него состоит из трех частей: прямолинейная часть — «насильственное движение» по направлению начального импульса, криволинейная часть — окружность или парабола и прямолинейное отвесное падение. Леонардо да Винчи считал, что импетус обусловливает только первый, прямолинейный участок движения снаряда, ибо импетус постепенно иссякает. Именно в силу уничтожения импетуса насильственное движение быстро уступает место естественному падению. На смешанном криволинейном участке происходит сложение двух движений: насильственного и естественного.

Леонардо много занимался изучением соударения тел. В частности, он уже четко сформулировал закон равенства углов падения и отражения для упругого шарика, падающего на горизонтальную плоскость.

---

[1] См.: Григорьян А. Т., Зубов В. П. Очерки развития основных понятий механики, с. 133.

§ 2
БАЛЛИСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА В СРЕДНИЕ ВЕКА

К XV в. огнестрельная артиллерия получила широкое распространение в Европе. В XIV в. преобладали пушки, стрелявшие под малыми углами возвышения. Дальность настильной траектории ядер таких орудий (бомбард) была небольшой. Для достижения большей дальности применялись мортиры — очень короткие орудия, стрелявшие под большими углами возвышения. Появилась необходимость изучения зависимости дальности от величины угла возвышения ствола мортиры[1]. Скорость ядра оценивалась по величине его углубления в дерево или земляную стенку. Эффективность действия снаряда (каменного ядра) у цели связывалась с силой отката пушки. Об этой силе судили по глубине вмятины металлического шарика в свинцовую плиту позади орудия. Наблюдения были визуальными и не отличались большой точностью. В этих условиях еще не было попыток учета погрешности наблюдений и математической обработки опытных данных. Строились различные догадки о форме баллистической кривой, об эффективности действия снаряда на основе таких малодостоверных эмпирических данных. Только условно можно назвать такие опыты артиллеристов экспериментами, а попытки построения теории полета ядра — баллистикой XV—XIV вв.

Николо Тарталья из Брешии (1499—1557) продолжал разработку теории составных баллистических траекторий Леонардо да Винчи. Чисто эмпирически он устанавливает факт необходимости бросания снаряда под углом 45° для достижения наибольшей дальности. Его современник Иеронимо Кардано (1501—1576) использовал принцип геометрического сложения горизонтального движения с отвесным естественно ускоренным. Его чертеж траектории снаряда близок к параболе. Однако обоснования этого результата Кардано не давал. Кардано считал, что импетус, сообщенный при выстреле снаряду, постепенно иссякает в брошенном, тяжелом теле.

Французский ученый Юлий Цезарь Скалигер (1484—1558) возражал против идеи иссякания импетуса, утверждая, что в пустоте импетус, сообщенный телу при бросании, должен сохраняться. Ускорение движения падающего тела Скалигер объяснял постепенным накоплением в теле импетусов, непрерывно получаемых телом от тяжести.

Испанский ученый Доминико Сото (1494—1560) утверждал, что скорость падения тяжелого тела должна расти пропорционально времени (а не пути). Используя диаграмму Орезма, Сото пришел к положению о том, что путь, пройденный за данное время телом в равноускоренном движении, равен пути, который за

---

[1] См.: Мандрыка А. П. Эволюция механики в ее взаимной связи с техникой, с. 140, 141.

данное время тело прошло бы в равномерном движении со скоростью, равной средней арифметической из начальной и конечной скорости в равноускоренном движении. Так по наметкам этой теоремы в трудах Орезма, следуя по пути рассуждения Леонардо да Винчи, Сото сформулировал правильную (линейную) зависимость скорости от времени для падающего тела.

§ 3
РОСТКИ ПРОГРЕССИВНЫХ ВОЗЗРЕНИЙ В НАТУРФИЛОСОФСКИХ ТРУДАХ СХОЛАСТОВ XIV—XV ВВ. И ВОЗНИКНОВЕНИЕ УНИВЕРСИТЕТОВ В ЕВРОПЕ

В средние века потребности цеховых корпораций ремесленников в грамотных мастерах, заинтересованность купечества и управляющих монастырей и замков в подготовленных работниках приводят к созданию особых школ в городах. В школах реализуется программа семи «свободных искусств»: грамматика, риторика и диалектика (тривиум); затем вторая ступень, или квадриум: геометрия, арифметика, астрономия и музыка. В наиболее развитых городах эти школы перерастают в своеобразные крупные цеховые организации, называвшиеся «общинами учащихся и учителей», или университетами. Наиболее рано возникли университеты в Болонье (XII в.), Падуе (1223), Перудже (1308), Флоренции (1349), Париже (XII в.), в Праге — Карлов университет (1348), Ягеллонский университет в Кракове (1364). Рано возникли и самобытные, отличавшиеся по структуре от континентальных, Оксфордский и Кембриджский университеты.

Наука, преподававшаяся в городских школах и университетах — схоластика, стремилась примирить разум и веру. После неудачных попыток запретить изучение в университетах трудов Аристотеля (начало XIII в.) католическая церковь перешла к политике поддержки наиболее реакционного крыла схоластики, реализма, стремившегося сблизить учение Аристотеля с церковной догмой. Термин реализм означал признание реального существования универсалий, т. е. общих категорий добра, зла, человечества и др.

В отличие от реалистов номиналисты считали эти категории простыми наименованиями, признавая реальное существование индивидуума или конкретного проявления универсалии. Стремясь освободить науку от пут религии, номиналисты развивали учение о «двоякой истине», о том, что существуют две истины: истина религии, а независимо от нее другая — истина разума. Наиболее отчетливо тезис о взаимной независимости истин науки от догм религии провозглашался в арабской философии. Ибн-Рушд (Аверроэс, XII в.) считал, что в философии имеются истины, неприемлемые для богословия, и наоборот. Подобную точку зрения в

Европе проповедовали номиналисты В. Оккам (XIV в.) и П. Помпонацци (XV в.).

Видными представителями номинализма были во Франции Иордан Номорарий, Альберт Саксонский, Жан Буридан, Николь Орезм; в Англии — Роджер Бэкон, Дунс Скотт, Вильям Оккам. Указанные прогрессивные особенности идеологии номиналистов не мешали им следовать некоторым реакционным представлениям. Они были далеки от проведения фактических экспериментов, заменяя их так называемыми умственными экспериментами и обращая главное внимание на сличение текстов. Слепое преклонение перед «авторитетами», возможность проведения диспутов только на основе оперирования текстами, полное пренебрежение к опыту культивировалось церковью. Роджер Бэкон (1214—1294) решился утверждать, что только опыт дает настоящее и окончательное решение научных вопросов. Он мечтал о полетах человека с помощью крыльев, ударяющих по воздуху, подобно птичьим; о мощных подъемных кранах, о совершенных астрономических инструментах. Бэкон первый объяснил явление радуги; один из первых в Европе составил рецепт пороха, раскрыв его значение для военного дела. На протяжении всей его жизни церковь преследовала Роджера Бэкона: его сочинения были преданы анафеме, свыше двух десятков лет пробыл он в суровом заключении. Тюрьма настолько подорвала его здоровье, что через два года после освобождения Бэкон умер. Так расправилась церковь с замечательным ученым.

Идеология номинализма вместе с конкретными научными положениями схоластов-номиналистов являлись первыми ростками прогрессивного мировоззрения в средневековой европейской философии. К. Маркс указывал [1]: «Номинализм был одним из главных элементов у английских материалистов и вообще является первым выражением материализма».

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 2, с. 142.

РАЗДЕЛ 4

НАУЧНАЯ РЕВОЛЮЦИЯ XVI—XVII вв. И СОЗДАНИЕ ФУНДАМЕНТА КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

ГЛАВА 1

ПРЕДПОСЫЛКИ ПЕРВОЙ НАУЧНОЙ РЕВОЛЮЦИИ

§ 1
ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ О НАУЧНОЙ РЕВОЛЮЦИИ

Яркую характеристику крупного переворота в мировоззрении и естествознании XVI—XVII вв. дал Ф. Энгельс [1]:

«Это был величайший прогрессивный переворот из всех пережитых до того времени человечеством, эпоха, которая нуждалась в титанах и которая породила титанов по силе мысли, страсти и характеру, по многосторонности и учености. Люди, основавшие современное господство буржуазии, были чем угодно, но только не людьми буржуазно ограниченными... Но что особенно характерно для них, так это то, что они почти все живут в самой гуще интересов своего времени, принимают живое участие в практической борьбе, становятся на сторону той или иной партии и борются, кто словом и пером, кто мечом, а кто и тем и другим вместе. Отсюда та полнота и сила характера, которые делают их цельными людьми. Кабинетные ученые являлись тогда исключением; это люди или второго и третьего ранга, или благоразумные филистеры, не желающие обжечь себе пальцы.

И исследование природы совершалось тогда в обстановке всеобщей революции, будучи само насквозь революционно...»

Диалектический материализм, не ограничиваясь констатацией переворотов в развитии научного мышления, раскрывает их сущ-

[1] Там же, т. 20, с. 346—347.

ность и законы. Периоды крутой ломки сложившейся системы научного знания, как правило, характеризуются следующими главными чертами.

1. Выдающиеся открытия науки приводят к принципиально новым понятиям, законам, структурам.

2. Всесторонняя разработка проблем, связанных с научным открытием, влечет за собой ломку всей целостной, сложившейся к этому времени научной картины мира.

3. Этот процесс, выдвигая много методологических и философских проблем, сопровождается яростной идеологической борьбой вокруг новых открытий.

4. Разработка областей, связанных с новым открытием, активизирует смежные, а иногда и далекие области знаний и техники; порождается лавина изменений в естествознании и технике.

Историки науки единодушно выделяют XVII в., называемый часто «великим веком», как эру зарождения научных методов естествознания. О хронологии научной революции XVII в. еще нет единого мнения, однако большинство историков науки считает, что эпоха революционных преобразований в науке может продолжаться не одно столетие, охватывая ряд наиболее результативных эпизодов противоборства новых воззрений с устаревшей, но прочно укоренившейся системой взглядов [1].

Природа новейшей революции в физике на рубеже XIX—XX вв. глубоко изучена и описана В. И. Лениным; современными физиками и философами о ней создана обширная литература [2]. Концепцию научной революции развивают многие зарубежные ученые и социологи: Л. де Бройль, Дж. Бернал, Т. Кун, К. Попер и другие. Тем не менее существуют и противники этой концепции.

На симпозиуме в Праге (1967) обсуждалась проблема научной революции XVII в. Раветц (Англия) обосновывал положение о том, что эта революция была в сфере философии, а не науки [3]: «Я считаю термин «научная революция» вводящим в заблуждение, когда он применяется к развитию науки... Эффективное изучение мира природы уже имелось, прежде чем философская революция произошла... Ученые могут спокойно сохранять свою веру, что наука встает чистой и свободной над низменными конфликтами классов и идеологий».

Аналогичное мнение высказал Б. Коэн (США), который признает три главных момента развития науки [4]: «непрерывность — преобразование — новшество в науке». И. Б. Погребысский, советский историк механики, участник пражского симпозиума,

---

[1] См.: Кедров Б. М. Философия и естествознание.— В кн.: Проблемы истории и методологии научного познания, с. 7—20.

[2] См.: Вавилов С. И. Ленин и современная физика, с. 26.

[3] Ravetz J. R. The Evolution of Science and of its History.— «Acta historice rerum naturalium necnon technicarum. Sp. Issue», 1967, N 3, p. 56—61.

[4] Там же, с. 61—70.

развил[1] вышеприведенную формулу Коэна на материале небесной и земной механики Ньютона, существенно усилив тезис о непрерывности развития механики: «Несмотря на столь резкое отличие в судьбе и тем самым в историческом значении двух частей научного наследия Ньютона, в обоих случаях налицо непрерывность развития».

Таким образом, существуют два взгляда на величайшие достижения естественных наук в XVII в.: установление важнейших законов механики, создание на их основе динамически обоснованной гелиоцентрической системы мира, создание качественно нового математического аппарата механики и физики (дифференциального и интегрального исчисления). Согласно одному мнению, названные изменения в науке считаются эволюционными; согласно другому — эти перемены, перевернувшие прежние воззрения о строении вселенной, считаются революционными. Материал настоящей работы иллюстрирует вторую точку зрения[2].

§ 2
ПРЕДПОСЫЛКИ СБЛИЖЕНИЯ МЕХАНИКИ С ОБЩЕСТВЕННОЙ ПРАКТИКОЙ

Открытие Америки и морского пути вокруг Африки предоставило зарождающемуся классу буржуазии новые возможности: освоение колоний, завоевание новых рынков сбыта, вывоз ценного сырья, развитие торговли, мореплавания, кораблестроения и промышленности в целом. «Прежняя феодальная, или цеховая, организация промышленности более не могла удовлетворить спроса, возраставшего вместе с новыми рынками. Место ее заняла мануфактура»[3].

В новых условиях строить корабли по-прежнему, «на глаз», сделалось невозможно. Это понимали видные ученые, соприкасающиеся в своей деятельности с практикой. Принадлежащее Стевину исследование равновесия судов с нагруженной вершиной (абордажных) начинается словами: «...над одним из судов было проделано испытание. Это дало мне повод исследовать, нельзя ли, прежде чем переходить к экспериментам в большом масштабе, осветить вопрос путем математических исчислений, касающихся формы и веса, и отсюда уже подходить к практическим решениям»[4].

В научном творчестве Стевина сочетались деятельность инженера и теоретика. Аппарат десятичных дробей, введенный им в

[1] Погребысский И. Б. О непрерывности в эволюции механики в XVII в. — История и методология естественных наук, вып. XI. 1971, с. 231.
[2] См.: Киселева Н. А., Тюлина И. А. О понятии научной революции. — Там же, с. 3—21.
[3] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 4, с. 425.
[4] Архимед, Стевин. Галилей. Паскаль. Начала гидростатики, с. 127.

арифметику, трохлеостатика — теория действия веревочных машин, широко используемых в портовых работах, теория и конкретные расчеты плотин, шлюзов — вот далеко не полный список достижений Стевина в науке и технике.

Большой интерес к технике проявлял Галилей: беседы с мастерами, изобретение телескопа, микроскопа, пропорционального циркуля, составление первых таблиц стрельбы. Галилей был близок к изобретению «маятникового исчислителя времени», о чем он писал губернатору голландской Индонезии Реалю. Морские путешествия нуждались в приборах и руководствах, составленных учеными: географических картах, картах звездного неба, эфемеридах движения планет. Для ориентации по звездам стали необходимы точные часы. Выдающийся «геометр» XVII в. Х. Гюйгенс вслед за Галилеем обратился к актуальной проблеме эпохи. Он не только изобрел маятниковые часы в содружестве с искусными часовщиками Тюро, Костером, но и построил математическую теорию их действия. Родина Гюйгенса — Голландия — была передовой страной в отношении политического устройства и экономики. В Голландии было изобретено много систем зрительных труб и телескопов, нужных мореплавателям и астрономам. Там же был предложен математический метод измерения расстояния между двумя пунктами — триангуляции (В. Снеллиус, 1615 г.), необходимый не только в земледелии, но и в картографии.

Для использования водной энергии, гидравлических машин практики все более часто прислушиваются к рекомендациям ученых. Б. Паскаль рассчитал действие гидравлического пресса, усовершенствовал насос. Галилея заинтересовал факт отказа действия помпы при откачке воды с глубины более 18 футов (10 метров). Правильное объяснение этого парадокса дал Торричелли, предложив использовать подъем воды (ртути) в колене запаянной трубки для наблюдения за состоянием атмосферы (барометра). Д. Папен и Бойль существенно усовершенствовали насосы. Расчетом действия водяных колес занимались А. Паран, Б. Белидор, позже К. Маклорен. Следует отметить, что случаи непосредственной увязки механики с практикой наблюдаются реже, чем повседневное взаимодействие теории и практики, растянутое во времени и опосредованное.

Проблема соударения тел, порождаемая картезианской физикой, с одной стороны, а также техническими процессами ковки, трамбовки, чеканки — с другой, стала одной из серьезных тем науки XVI—XVII вв. В Англии в XVII в. имело место хождение фальшивой монеты. Причина этого была связана с примитивной техникой чеканки монет. Металл резали ножницами, округляли куски молотком, вручную штамповали. При таком уровне изготовления монет было нетрудно и подменить настоящую монету. Преследование фальшивомонетчиков не помогло решить проблему. Тогда к чеканному делу привлекли ученых: К. Рена, позже И. Ньютона и Э. Галлея. Введение машины для штамповки монет, постройка новых плавильных печей помогли наладить дело. Ученые вынесли полезные опытные сведения, относящиеся к теории удара. Рен в 1669 г. представил Королевскому Обществу работу, содержащую правильные соотношения упругого удара (без определения такового); Ньютон продолжил опытные исследования явления удара и пришел к различию упругого и не вполне упругого удара, он ввел коэффициент восстановления [1], равный отношению относительных скоростей шаров до и после удара. Таковы примеры сближения механики с общественной практикой XVII в.

ГЛАВА 2

БОРЬБА НАУКИ ПРОТИВ ДОГМ СХОЛАСТИКИ

§ 1
НАУЧНЫЙ ПЕРЕВОРОТ, ПРОВОЗГЛАШЕННЫЙ КОПЕРНИКОМ

Николай Коперник родился 19 февраля 1473 г. в польском городе Торуни. Он рано лишился отца, попечение о его образовании принял на себя его дядя — Лука Ваценроде, будущий епископ Вармии. Коперник начал обучение в Краковском университете, а закончил образование в Италии в начале XVI в. Деятельность Коперника на родине была чрезвычайно разнообразной: администратор, экономист, юрист, врач, инженер [2]. Но вскоре его образованные друзья в Польше и других странах Европы узнали о нем как об ученом: он разослал им рукописные экземпляры «Малого комментария» [3], в котором излагал основные положения гелиоцентрической гипотезы. Его глубокие знания астрономии способствовали тому, что в 1516 г. он получил от имени папы Павла III предложение участвовать в разработке нового календаря. Отказавшись от официального участия в работе специальной комиссии, Коперник оказывал содействие в переработке юлианского календаря. Реформа календаря была проведена много позже смерти Коперника (в 1582 г.), однако при этом учли его расчет «антиципаций», т. е. интервалов времени опережения каждого года по юлианскому календарю астрономического года.

Основы правильных точных расчетов Коперника долго оставались неопубликованными. Только молодой немецкий астроном Г. Лаухен (Ретик), прибывший в Фрамборк к Копернику склонил

---

[1] См.: Ньютон И. Начала, с. 53—54.
[2] Николай Коперник. К 500-летию со дня рождения.
[3] См.: Коперник Н. О вращениях небесных сфер, с. 419—429.

его издать трактат о новой гелиоцентрической системе мира. Ретик стал горячим последователем и учеником Коперника и начал публикацию шести книг трактата «О вращениях небесных сфер» своего учителя. Книга увидела свет в мае 1543 г.; через несколько дней Н. Коперник умер.

Коперник называет своих предшественников в гелиоцентрическом воззрении: Гераклита, Экфанта, Никета (имя Аристарха Самосского упомянуто им только в рукописях). Коперник ведет полемику с Птолемеем о возможности суточного вращения Земли. Птолемей считал, что при вращении нашей планеты развивалась бы огромная скорость на ее поверхности и все неровности и строения разрушались бы. Кроме того, в полете пушечных ядер, птиц, в движении облаков наблюдалось бы отклонение их в сторону, противоположную вращению Земли. Отсутствие этого отклонения казалось Птолемею доказательством неподвижности Земли.

Николай Коперник

Возражения Птолемея о том, что поверхность Земли рассеялась бы от вращения, Коперник оборачивает против геоцентрической системы: так как размеры Вселенной во много раз больше размеров Земли, то вращение Вселенной вокруг центра Земли приводило бы к скоростям на периферии, во много раз большим, чем на поверхности Земли. Рассеяться должна была бы совокупность небесных тел Вселенной.

Явление, которое казалось Птолемею парадоксальным: почему камень, брошенный вверх, падает обратно в ту же точку Земли, если она под ним вращается, Коперник объясняет так. У брошенного вверх камня имеются два движения: относительно Земли и движение, присущее Земле, в результате чего появляется третье, составное движение «относительно Вселенной». Эта важная идея сложения движений высказана Коперником в следующих словах[1]: «...все тела, опускающиеся и поднимающиеся, мы должны признать необходимо обладающими по отношению к Вселенной двойным движением, а именно составленным из кругового и пря-

[1] Там же, с. 28.

молинейного». Итак, круговое движение камня (птицы, облака, снаряда) за счет вращения Земли присуще ему и во время полета вверх и обратно на Землю, поэтому отклонения на запад, ожидаемого Птоломеем, не может произойти.

Движение Земли Коперник трактует как движение рядовой планеты и определяет ее место в мироздании. Впервые в истории механики и астрономии появляется гелиоцентрическая схема строения Вселенной, состоящая из восьми концентрических кругов (сфер), центром которых является Солнце. После сферы Сатурна следует «покоящаяся сфера неподвижных звезд». Впервые Луна рассматривается в качестве спутника Земли.

Едва ли не самым важным положением первой книги является идея принципа относительности, высказанная здесь Коперником [1]: «И почему нам не считать, что суточное вращение для неба является видимостью, а для Земли действительностью? И все это так и обстоит, как сказал бы Виргилиев Эней: «В море из порта идем и отходят и земли и грады». Так при движении корабля в тихую погоду все находящееся вне представляется мореплавателям движущимся, как бы отражая движение корабля, а сами наблюдатели, наоборот, считают себя в покое со всем с ними находящимся. Это же, без сомнения, может происходить и при движении Земли, так что мы думаем, будто вокруг нее вращается вся Вселенная».

В этом предложении еще нет констатации равноправности различных инерциальных систем отсчета или другого равносильного утверждения, которое есть уже в весьма примитивной формулировке Галилея, где он рассуждает о механических явлениях, происходящих в трюме корабля. Но сама идея помещать наблюдателя на подвижную систему и относить движение к этой системе очень плодотворна.

Идея относительности движения пронизывает всю первую книгу сочинения Коперника. Вот, например, еще одно высказывание [2]: «...всякое, представляющееся нам изменение места происходит вследствие движения наблюдаемого предмета или наблюдателя, или, наконец, вследствие неодинаковости перемещений того и другого...».

Как же был встречен трактат Коперника, революционирующий точное естествознание XVI и XVII вв.? Ретик, которому вверил свое детище Коперник, не смог довести до конца издание этого сочинения, перепоручив это дело нюрнбергскому теологу и математику Андрею Осиандеру. Последний, опасаясь преследования церкви, решил «обезвредить» содержание книги анонимным предисловием, в котором он убеждает читателей не принимать новое учение за истину, а считать его лишь удобной рабочей гипотезой

---

[1] Там же.
[2] Там же, с. 22.

автора[1]: «Ведь нет необходимости считать, что гипотезы эти отвечают истине или даже правдоподобны. Достаточно, чтобы они приводили к согласию между наблюдениями и вычислениями... Если же кто-нибудь примет за истину, то, что придумано другими, то от такой науки станет еще глупее, чем был, когда приступал к ее изучению».

Если сравнить это высказывание с текстом предисловия самого Коперника, где он говорит о том, что он занимается изысканием истины в той мере, в какой это позволено человеческому разуму, то видим, какой недопустимый подлог совершил Осиандер, дав анонимное предисловие к трактату. Этот подлог был обнаружен в начале XVII в. Иоганном Кеплером.

Протестантские и католические служители церкви встретили трактат «О вращениях небесных сфер» различно. Первыми отреагировали на «еретическую» сущность сочинения более просвещенные представители протестанской церкви. Филипп Меланхтон, внимательно изучив учение Коперника, после знакомства с «Малым комментарием» заявил[2]: «Некоторые почитают за особую честь и удачу, если им удается высказать столь же абсурдные утверждения, как и тому сарматскому астроному, который привел в движение Землю и остановил Солнце. Поистине мудрым властям следовало бы одергивать тех, кто проявляет подобное легкомыслие».

Еще более резко отозвался о Копернике Мартин Лютер, напоминая, что истина — в священном писании — гласит, что Иисус Навин приказал остановиться Солнцу, а не Земле.

Папская курия и римская церковь долго игнорировали труд Коперника. Но когда там разобрались в сути дела, то реакция была иная, чем в Германии. Через 127 лет со дня рождения Коперника — 17 февраля 1600 г. — на площади Цветов в Риме был сожжен на костре Джордано Бруно за то, что проповедовал учение Коперника. Кардиналы папы Павла V не могли репрессировать Иоганна Кеплера, активного коперниканца, так как он жил в Германии. Зато Галилео Галилей дважды подвергался суду инквизиции. В 1616 г. труд Коперника (через 73 года после выхода в свет и после двух переизданий за это время) был запрещен. Этот запрет не снимали до 1822 г.

Прямые доказательства правильности предположения о движении Земли вокруг Солнца появились в XVIII — XIX вв. В 1725 г. Дж. Брадлей открыл явление аберрации света — кажущееся отклонение лучей света, идущих от звезд, под влиянием движения Земли. В. Я. Струве впервые измерил в 1837 г. годичный параллакс звезды Веги и, взяв в качестве базиса диаметр земной орбиты, вычислил расстояние от Земли до этой звезды.

---

[1] См.: Рыбка Е., Рыбка П. Коперник. Человек и мысль. М., «Мир», 1973, с. 192.

[2] Там же, с. 188.

Неопровержимым и наглядным доказательством суточного вращения Земли явился опыт Фуко с маятником, впервые продемонстрированный в 1851 г. в Парижском Пантеоне. В наше время суточное вращение Земли практически учитывается в гирокомпасе для получения направления полуденной линии. Отклонение падающих с большой высоты тяжелых тел к юго-востоку в нашем полушарии, отклонение воды рек, ветров, морских течений по закону Бэра — все это также служит доказательствами суточного вращения Земли.

Ф. Энгельс пишет об этом [1]: «Солнечная система Коперника в течение трехсот лет оставалась гипотезой в высшей степени вероятной... Когда же Леверье на основании данных этой системы не только доказал, что должна существовать еще одна неизвестная до тех пор планета, но и определил посредством вычисления место, занимаемое ею в небесном пространстве, и когда после этого Галле действительно нашел эту планету, система Коперника было доказана».

Как известно, отклонения движения планеты Уран от теоретической орбиты Леверье объяснил возмущающим действием другой неизвестной планеты. В 1845 г. он рассчитал ее место, а Галле, направив туда телескоп, открыл Нептун. Каждое завоевание наблюдательной и теоретической астрономии в течение последних столетий увеличивало неопровержимые доказательства верности учения Коперника.

В свете общей теории относительности снова возникла дискуссия о двух главнейших системах мира — птолемеевой и коперниковой. С тезисом о полном равноправии обеих систем отсчета, провозглашенным впервые Э. Махом [2], не согласен В. А. Фок [3].

Научная революция в естествознании, открытие, влекущее за собой коренную ломку взглядов на систему мира, на природу, предполагает, как правило, предварительное накопление огромного фактического материала, существенно новых опытных или наблюдательных данных, явлений, не укладывающихся в рамки старой научной схемы.

Коперник считал [4], что его система, построенная умозрительно, не нуждается в многочисленных предварительных наблюдениях с высокой точностью. Среди 27 табличных данных, отобранных им из собственных наблюдений, оказались данные о положении небесных тел, содержащие ошибку до 40′. Инструменты, которыми пользовался Коперник, по точности доставляемых наблюдений уступали инструментам Самаркандской обсерватории Улугбека.

Чем же обусловлен революционный характер результатов Коперника, если они не были плодом обобщения новых астроно-

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 21, с. 284.
[2] См.: Мах Э. Механика. Историко-критический очерк ее развития, с. 193.
[3] Николай Коперник. К 410-летию со дня смерти, с. 57—72.
[4] Николай Коперник. К 500-летию со дня рождения, с. 24.

мических наблюдений? Основным условием великого открытия Коперника было его прогрессивное мировоззрение. Десятилетнее пребывание в Италии, в кипящем котле народных восстаний, идейной борьбы, приобщило Коперника к духовной жизни итальянского общества. Гелиоцентрическая гипотеза (сам Коперник рассматривал ее как учение), по меткому замечанию П. С. Кудрявцева[1], расшатывала устои старого миропонимания более мощно, чем самые красноречивые афоризмы Бэкона.

Коперник отчетливо представлял себе, какой сокрушительный удар наносит он религии, если даже его далекий предшественник Аристарх Самосский подвергался преследованиям за оскорбление богов. Церковь не успела дать свой ответ на этот вызов — ученый умер много раньше того, когда сторонники его воззрений — Джордано Бруно, Галилей, Кампанелла, Кеплер, Рамус и др., (кто в большей мере, кто в меньшей) — начали принимать ответные удары.

Сравнивая научную революцию, провозглашенную Коперником, с последующими научными революциями, Б. М. Кедров находит[2] общее их свойство: «...отношения вещей и явлений перевертывались и становились обратными», диаметрально противоположными прежним.

Однако более поздние научные революции в естествознании существенно отличаются от той, которую начал Коперник в XVI в. «Перевороты, совершенные теорией относительности или квантовой механикой, существенно отличались от переворота Коперника, они не отменяли классической физики, а определяли пределы ее применимости. Релятивистская и квантовая физика включала в себя классическую как частный случай при $h=0$, $c=\infty$. Физика Галилея — Ньютона, возникшая из открытия Коперника, не включала в себя физику Аристотеля, она отменяла ее»[3].

§ 2
ЗАКОНЫ КЕПЛЕРА

27 декабря 1571 г. в местечке близ г. Вейль (Швабия) в доме бургомистра родился его внук Иоганн Кеплер, будущий знаменитый математик, астроном и физик. Отец Иоганна был солдатом наемных войск. Благодаря усилиям деда и собственным способностям И. Кеплер попал в 1588 г. в Тюбингенский университет, где он жил в бесплатном интернате для студентов из бедных семейств.

В 1596 г. Кеплер опубликовал книгу «Космографическая тай-

---

[1] Там же, с. 78.
[2] Там же, с. 63.
[3] См.: Кудрявцев П. С. Коперник и развитие физики. — В кн.: Николай Коперник. К 500-летию со дня рождения, с. 80.

на», в которой предлагал сложную схему мироздания, состоящую из сфер и многогранников, последовательно вписанных друг в друга. В качестве приложения в книге помещался «Первый рассказ о книгах вращения Николая Коперника», который заслужил одобрение Галилея, получившего книгу в дар.

Тихо Браге, выдающийся датский астроном, из-за переезда из Ураниборга (Дания) в Вандбек (близ Гамбурга) получил книгу Кеплера с большим опозданием. Тихо Браге оценил в книге иное: способности Кеплера к вычислениям. Став придворным математиком в Праге по приглашению императора Рудольфа II, Тихо Браге пригласил Кеплера работать с ним. Чувствуя непрочность своего положения, Кеплер принял предложение Тихо Браге и вскоре переехал в Прагу.

Иоганн Кеплер

Пребывание в Праге с 1600 по 1612 г. было чрезвычайно результативным в научном творчестве Кеплера, хотя материальные трудности не прекратились. Богатейшие астрономическими материалами журналы Тихо Браге, недоступные вначале, после смерти Тихо Браге в 1601 г. перешли к Кеплеру, так же как и должность придворного математика. С огромным интересом и героическим трудолюбием Кеплер принялся за многолетние вычислительные работы по выяснению характера движения планет. Труднее всего было объяснить движение Марса: его орбита наиболее заметно отличалась от окружности. О Марсе наиболее достоверные наблюдения были собраны Тихо Браге, начавшего их обработку. Кеплер продолжил исследование Тихо Браге о движении Марса: нужно было выявить зависимость расстояния от Марса до Земли во времени, затем представить орбиту Марса около центра Солнца в гелиоцентрической системе.

Вычисления привели Кеплера к выводу о том, что угол между плоскостями орбит Марса и Земли равен 1°50′. Далее, изменяя методы, предположения и подходы, пересчитывая в течение пяти лет до 70 раз все заново, Кеплер пришел к установлению двух законов, носящих его имя. Он установил закон площадей [1]: «Когда

[1] См.: Белый Ю. А. Иоганн Кеплер, с. 108.

я осознал, что существует бесконечное число точек орбиты и соответственно бесконечное число расстояний (ее от Солнца), у меня возникла мысль, что сумма этих расстояний содержится в площади орбиты. Я вспомнил, что таким же образом Архимед тоже делил площадь круга на бесконечное число треугольников».

Кеплер разбивает площадь орбиты Марса на множество треугольников, опирающихся на ее дуги, затем убеждается, что площади этих треугольников являются мерой времени их описания отрезком планета — Солнце. Используя закон площадей, выдвигая одну за другой гипотезы о форме орбиты, проводя утомительные вычисления, он, наконец, доказывает, что это эллипс, в одном из фокусов которого находится Солнце. Все эти результаты в основном были получены уже к 1605 г., но из-за различных трудностей, в особенности материальных, они были опубликованы только в 1609 г. в трактате «Новая астрономия».

В 1610 г. вышло небольшое, но сенсационное произведение Галилея — «Звездный вестник», которое Галилей послал Кеплеру. С помощью изобретенного им телескопа Галилей увидел и описал в «Звездном вестнике» четыре спутника Юпитера, фазы Венеры, которые Галилей объяснил так же, как и серп Луны. Суть объяснения сводилась к тому, что Луна, Венера (и другие планеты) — той же природы, что и Земля: они не светят, а отражают лучи Солнца. Обладая феноменальным зрением, Тихо Браге выдвигал возражения против гелиоцентрической системы, суть которых заключалась в том, что он не видит серпа Венеры, который доказывал бы вращение Венеры около Солнца. Таким образом, Галилей снял эти возражения Тихо Браге. Галилей измерил период собственного вращения Солнца (наблюдая пятна) — 27 дней.

19 апреля 1610 г. Кеплер поспешил отправить ответ на послание Галилею. Это письмо-отзыв о «Звездном вестнике» написано Кеплером в взволнованном тоне: удивление, преклонение перед авторитетом Галилея, размышление о победоносном развитии идей Коперника. Письмо было опубликовано и неоднократно переиздавалось под названием «Разговор с звездным вестником».

Кеплер пишет Галилею, что наличие четырех Лун около Юпитера означает, что такие же могут быть и у других планет. Он предполагает, что у Марса должно быть два спутника, шесть или восемь у Сатурна и по одному или двум у Венеры и Меркурия. В XIX в. были открыты два спутника Марса, к тому же времени — девять спутников Сатурна.

Дружеская переписка двух великих современников, борцов за коперниканство — Галилея и Кеплера — продолжалась, к сожалению, недолго. Если Кеплер безоговорочно верил Галилею, то Галилей не принял законов Кеплера, оставшись верным идее круговой инерции, т. е. тезису о круговом, равномерном движении планет.

В 1611 г. кончился сравнительно благополучный период жизни Кеплера; престол занял брат императора Рудольфа, Матвей, который утвердил почетную, т. е. без жалованья, должность придворного математика за Кеплером. С большим трудом Кеплеру удалось получить место профессора математики в Линце с 1612 г. Семейные бедствия преследовали ученого: тяжело заболела жена, умирали дети. Вскоре мать ученого обвинили в колдовстве и начали против нее процесс, длившийся шесть лет.

Сочинение Кеплера «Гармония мира», явившееся продолжением «Космографической тайны», появилось в свет только через 23 года, в 1619 г. Кеплером открыт и опубликован третий закон движения планет: «Если хочешь знать точное время открытия этого соотношения, то скажу, что 8 марта 1618 года оно было задумано, но дурно, к несчастью, вычисленное, отброшено как ложное; 15 мая вернулось с новой силой и рассеяло мрак моего ума. Оно в такой точности согласовалось с наблюдениями Тихо, что я думал, что брежу... Но дело оказалось вполне верно и в высшей степени точно: времена обращений планет относятся между собой как полуторные степени их средних расстояний».

Мы уже говорили, что в трактате «Новая астрономия» были выведены два первых закона Кеплера для орбиты Марса. В небольшом по объему, но важном сочинении «Очерки коперниканской астрономии» Кеплер распространил свою теорию на остальные известные к тому времени планеты, он нашел эксцентриситеты их орбит и изложил астрономию по-новому. Это сочинение значительно опередило современную Кеплеру науку; условия, в которых создавал его автор, были чрезвычайно неблагоприятными. Эта книга предназначалась для разъяснения таблиц планетных движений, которые в течение многих лет составлял Кеплер. Они были изданы в 1627 г. под названием «Рудольфинских таблиц». Актуальность этих таблиц для мореплавания того времени была чрезвычайно велика.

Обстоятельства жизни Кеплера оставались тяжелыми: его семья всегда нуждалась, ни император, ни полководец Валленштейн, которому Кеплер составлял гороскопы, жалованья ему не выплачивали.

Эти обстоятельства привели Кеплера к безвременной смерти 15 ноября 1630 г. Ценнейшие рукописи научных трудов Кеплера переходили из рук в руки, блуждая по странам Европы. В XVIII в. по инициативе Эйлера Петербургская академия наук приобрела 18 томов рукописей Кеплера (четыре тома попало до этого в Вену). Здесь они сохранились до настоящего времени.

Научный вклад Кеплера в развитие математики, оптики, механики и астрономии не утратил ценности и в наше время. В связи с развитием космонавтики усилился интерес к небесной механике и к теории кеплеровых движений, как часто называют теорию движения точки под действием центральной силы. Система мира Ньютона основана на трех законах Кеплера. Жизнь ученого была научным подвигом.

§ 3
УЧЕНИЕ О ДВИЖЕНИИ В ТРУДАХ ГАЛИЛЕЯ

Галилео Галилей родился 15 февраля 1564 г. в Пизе в семье Винченцо Галилея, торговца сукном, музыканта и теоретика музыки. Винченцо мечтал о медицинском образовании сына, но юный Галилей под руководством Остилио Риччи, бывшего преподавателя Флорентийской художественной академии, изучает точные науки и в особенности математику. После окончания Пизанского университета Галилей был оставлен в 1589 г. преподавать там математику. Ранний интерес к математике и механике вводит Галилея в кружок лиц, занимавшихся разработкой статики Архимеда. В кругу друзей молодого Галилея — маркиз Гвидо Убальди. Вскоре Галилей стал высказывать суждения, идущие вразрез с господствовавшей в университетах перипатетической наукой. Он усомнился в верности одного из важных тезисов перипатетической механики о том, что тяжелые тела падают быстрее легких. Первый биограф Галилея, Вивиани, упоминает об опытах Галилея, в которых тот наблюдал падение шаров различной тяжести, но одинаковой величины с «падающей» Пизанской башни.

В 1591 г. умер отец, и Галилей, вынужденный заботиться о семье и работать в условиях непонимания его местной профессурой, решил покинуть Пизу. По протекции Гвидо Убальди Галилей был приглашен в Падуанский университет на кафедру математики. Осенью 1592 г. Галилей прибыл в Падую, где оказались более благоприятные условия для работы ученого и кроме преподавания успешно развивалась научная работа Галилея. Интерес Галилея направлен к астрономии, физике, гидростатике и механике.

Изданием «Звездного вестника» в 1610 г., трактующего открытия новых астрономических явлений с позиций гелиоцентризма, Галилей вступает в борьбу за учение Коперника. Он принимает приглашение герцога Тосканы Козимо II Медичи, бывшего своего ученика, и переезжает во Флоренцию, надеясь на его поддержку в борьбе за новое учение. Но придворные «ученые» встретили его враждебно, упорно игнорируя открытия и доказательства.

В 1612 г. Галилей опубликовал «Рассуждения о телах, плавающих в воде», где формулируется принцип виртуальных скоростей в применении к явлениям гидростатики. В 1613 г. вышли его «Сообщение и рассуждения, относящиеся к солнечным пятнам», где Галилей вступил в спор с неким Шейнером, объяснявшим солнечные пятна присутствием вблизи Солнца темных тел. Вскоре ученик Галилея, Кастелли, написал ему о том, что перипатетики поднимают вопрос о несовместимости открытий Галилея со священным писанием. В знаменитом ответе Кастелли Галилей открыто выразил свои взгляды по этому вопросу[1]: «...поскольку

[1] Le Opere di Galileo Galilei, Ristampa della Edizione Nationale, Firenze, 1932, t. V, p. 282—283.

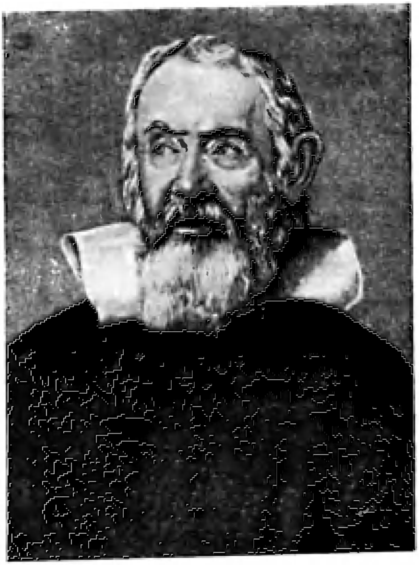
речь идет о явлениях природы, которые непосредственно воспринимаются нашими чувствами или о которых мы умозаключаем при помощи неопровержимых доказательств, нас нисколько не должны повергать в сомнение тексты писания, слова которых имеют видимость иного смысла, ибо ни одно изречение не имеет такой принудительной силы, какую имеет любое явление природы».

В 1615 г. в доносе суду инквизиции письмо Галилея к Кастелли цитировалось с искажениями. Суд инквизиции в марте 1616 г. обвинил Галилея в отступлении от догм церкви, ему запрещалось выступать публично в защиту коперниканства. Однако он продолжал разрабатывать идеи Коперника, результатом чего явилось сочинение «Диалог о двух главнейших системах мира — Птолемеевой и Коперниковой». Сочтя благоприятным фактом вступление на папский престол просвещенного кардинала М. Барберини, Галилей опубликовал сочинение в 1632 г., за что был вторично привлечен к суду инквизиции. Допросами и угрозами физической пытки инквизиторы добивались отречения Галилея от гелиоцентрической гипотезы, надеясь, что тысячи его последователей возвратятся в лоно церкви.

Для завершения еще более фундаментального труда, Галилей 22 июня 1633 г. принес на коленях публичное покаяние и стал до конца жизни узником инквизиции, проведя последние годы под домашним арестом в Арчетри, близ Флоренции, при строгом надзоре инквизиции. Он потерял зрение, но продолжал упорную работу над новым учением — динамикой. Не устрашась нарушения строгого запрета публиковаться, Галилей сумел издать трактат «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки». Он вышел в 1638 г. в Лейдене (Нидерланды), в стране, раньше других освободившейся от феодализма. В январе 1642 г. Галилей скончался, всей своей жизнью оправдав легенду о произнесенных на суде инквизиции словах: «А все-таки она вертится!». Семидесятичетырехлетний Галилей не прекратил борьбы: он заготовил несколько рукописных экземпляров трактата «Беседы», чтобы разослать их ученым Германии, Англии, Испании и других стран. В результате этих активных действий рукопись попала в Лейден, где была издана фирмой Эльзевиров.

В трактате «Беседы» содержатся основы учения о движении падающих и брошенных тел. Многие положения и представления Галилея опережали тогдашнее состояние механики (точнее соответствующего раздела физики), поэтому даже выдающиеся ученые его эпохи не принимали многие из этих представлений. Б. Кавальери, М. Мерсенн и даже Декарт не приняли тезис Галилея о том, что начинающее падать из состояния покоя тело проходит через все «степени медленности», не имея с первого момента падения определенную конечную скорость («парадокс континуума»).

Столь же сомнительным для современников был тезис о пустоте. Это представление, ставшее важнейшим в физике Ньютона, было обусловлено активным общением Галилея с флорентийскими и венецианскими мастерами, опытными ремесленниками, практиками. Именно от них узнал Галилей, что при выкачивании воды из шахт имеется предельная высота (18 локтей), на которую возможно поднять уровень воды в вертикальной трубке. Галилей считал, что если высота воды в трубке, соединяющей дно шахты с насосом, превысит указанный уровень, то тогда вес столба воды будет способен преодолеть «сопротивление образованию пустоты», после чего может образоваться пустота. Галилей не подтвердил это теоретическое положение экспериментально (позже это сделал Торричелли), но его убежденность сыграла немалую роль в развитии воззрений на пустоту.



Галилео Галилей

В ходе борьбы за гелиоцентрическую систему Галилей выдвинул положение, сыгравшее огромную роль и в дальнейшем развитии механики, и в развитии астрономии, и в формировании физических представлений в целом: принцип относительности. Этот принцип высказан им в следующей форме.

Если в трюме корабля, плывущего равномерно, прямолинейно и без качки (поступательно), наблюдать движение бабочек, других насекомых, поведение рыб в аквариуме, падение капель воды из сосуда и т. д., то ни по одному из этих явлений нельзя понять, движется корабль или покоится. Мухи и бабочки не собьются у кормовой части каюты, рыбы будут безразлично плавать во все стороны, капли будут падать отвесно. «Так все происходит потому, что общее движение корабля, будучи передано воздуху и всем предметам... сохраняется в них неослабно» [1].

Трактат «Беседы» состоит из «шести дней», на протяжении которых Сальвиати (выражающий мнение автора), Сагредо и Симпличио обсуждают важнейшие проблемы механики и физики. В самом начале сочинения подчеркивается необходимость общения ученого с практиками: «Обширное поле для размышления, думается мне, дает пытливым умам постоянная деятельность вашего знаменитого арсенала, синьоры венецианцы, особенно в

---

[1] Галилей Г. Избр. труды, т. 1, с. 86.

области, касающейся механики, потому что всякого рода инструменты и машины постоянно применяются здесь большим числом мастеров, из которых многие путем наблюдения над созданиями предшественников и, размышляя при изготовлении собственных изделий, приобрели большие познания и остроту рассуждений»[1].

«Первый день» посвящен теории падения тяжелых тел. Путем «умственных экспериментов» Галилей опровергает тезис Аристотеля о более быстром падении более тяжелых тел. Если наложить тяжелое тело поверх легкого и предоставить им вместе падать, то нижнее будет тормозить движение верхнего и общее движение будет медленнее падения тяжелого. Но вместе они стали бы тяжелее, чем одно верхнее, и потому должны падать быстрее, чем каждое тело. Это противоречие, по мнению Галилея, показывало неправильность положения Аристотеля о том, что более тяжелые тела падают быстрее легких.

Не ограничиваясь умозрительными доводами, Галилей перечисляет результаты реальных опытов с маятниками одинаковой длины и с одинаковыми по форме шариками различного веса (из пробки, из свинца и т. д.) Он приходит к выводу[2]: «Если бы совершенно устранить сопротивление среды, то все тела падали бы с одинаковой скоростью».

Галилей начал построение теории падения тел при отсутствии сопротивления воздуха с введения понятия равноускоренного движения (движение, при котором в равные промежутки времени скорость получает равные приращения). Исходя из этого определения и дав правильное геометрическое изображение зависимости скорости от времени в равноускоренном движении (улучшенную диаграмму Орезма), Галилей вывел ряд количественных соотношений, характеризующих свойства такого движения. Первая теорема Галилея устанавливает, что расстояние, пройденное телом из состояния покоя в равноускоренном движении за некоторое время, равно расстоянию, пройденному телом за то же время в равномерном движении со скоростью, равной половине конечной скорости первого типа движения. Доказательство теоремы опирается на установление равновеликости треугольника и прямоугольника на диаграмме Орезма.

Важнейшее свойство равноускоренного движения тела устанавливает вторая теорема[3]: «Если тело, выйдя из состояния покоя, падает равноускоренно, то расстояния, проходимые им за определенные промежутки времени, относятся между собой как квадраты времени».

Создав полную теорию равноускоренного движения точки, Галилей задает себе вопрос: действительно ли такое ускорение, которым природа пользуется при движении падающих тел? Вопрос, по мнению Галилея, выясняется только путем точного коли-

[1] Там же, т. 2, с. 116.
[2] Там же, с. 172.
[3] Там же, с. 249.

чественного эксперимента. Однако прямой опыт с падением тяжелого тела по отвесному направлению не мог дать Галилею надежных результатов: в его распоряжении не было даже точного хронометра. Отвесное падение тел протекало слишком быстро. Галилей справился с этим затруднением, проводя эксперименты с телом, скользящим вдоль гладкой наклонной плоскости.

Вдоль наклонной плоскости грузик двигался также равноускоренно, но с меньшим ускорением, что позволяло измерить время движения. Галилей проводил многочисленные опыты с бронзовыми шариками, соскальзывавшими по наклонным желобкам, обтянутым гладким пергаментом, причем наклоны плоскостей желобков менялись. В качестве измерителя интервалов времени использовались клепсидры — водяные часы, где количество вытекшей воды при постоянном расходе было мерой времени.

Чтобы строго теоретически обосновать эквивалентность типов движений тел при свободном отвесном падении и при движении вдоль гладкой наклонной плоскости, Галилей высказывает чрезвычайно важное положение[1]: «Степени скорости, приобретаемые одним и тем же телом при движении по наклонным плоскостям, равны между собой, если высоты этих наклонных плоскостей одинаковы».

Условимся для краткости называть в дальнейшем это положение основным тезисом Галилея о равновысоких наклонных плоскостях. В первом издании трактата Галилей доказывал этот тезис, ссылаясь на эксперимент. Важнейшим был опыт с маятником, нить которого встречала на пути препятствие в виде поперечной нити или гвоздика. Нить маятника задерживалась гвоздиком, грузик маятника переходил на другую окружность с центром в гвоздике. И в этом случае груз маятника поднимался на прежнюю высоту, с которой он спускался из состояния покоя. Галилей сделал из этих наблюдений чрезвычайно важный вывод: скорость, приобретаемая телом при опускании его с некоторой высоты по некоторому пути, достаточна для поднятия тела на такую же высоту по любому пути. Это была элементарная формулировка закона сохранения механической энергии, выведенного из эксперимента. Однако при подготовке второго издания «Бесед» (оно вышло лишь после смерти автора в 1655 г.) Галилей дает и другое доказательство тезиса о равновысоких наклонных плоскостях.

В новом варианте доказательства был использован новый опытный принцип, который является элементарным выражением принципа ускоряющих сил, наиболее четко сформулированного позже Ньютоном в его знаменитом втором законе динамики. Научная терминология Галилея не была четкой и однозначной, что вполне объяснимо: создавались новые отрасли науки, как это оговаривалось в названии сочинения. Фактически Галилей опери-

---

[1] Там же, с. 246.

ровал количественными характеристиками, соответствующими более поздним понятиям (силы, ускорения и их составляющих). Приведем один из примеров, где обсуждается по существу ускорение точки при соскальзывании по наклонной плоскости[1]: «Моменты или скорости одного и того же движущегося тела различны при различном наклоне плоскости». Скорости тела различны и на одной и той же плоскости на разных уровнях высоты. Значит, речь идет фактически об ускорениях, ибо далее говорится: «Наибольшими из них («скоростей», а на самом деле ускорений.— *И. Т.*) являются те, при которых движение совершается по линии, перпендикулярной к горизонту».

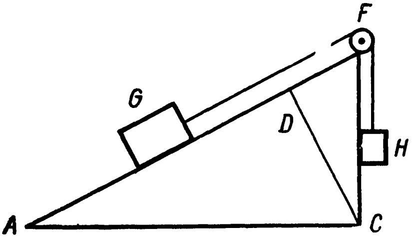


Рис. 13

Многочисленные высказывания Галилея о силе столь же нечетки в количественном отношении. Вот одно из таких высказываний[2]: «Когда вы держите в руке камень, то что иное делаете вы, как не сообщаете ему столько мощи, заставляющей его двигаться вверх, какова способность его веса тянуть вниз?»

Учитывая эти замечания, приведем формулировку Галилея принципа ускоряющих сил, в котором Ньютон увидел зародыш второго закона динамики[3]: «Совершенно ясно, что импульс тела к падению столь же велик, как то наименьшее сопротивление или та наименьшая сила, которые достаточны для того, чтобы воспрепятствовать падению и удержать тело».

Высказывание применимо и к вышеописанному случаю, когда удерживают рукой камень: стремление к падению камня нейтрализуется силой руки. Галилей разъясняет принцип, в дальнейшем повторенный еще несколько раз, на примере груза G, помещенного на гладкую наклонную плоскость и удерживаемого посредством нити GF противовесом H, прикрепленным к свободно свисающему концу нити FH (рис. 13). Если перерезать нить GF, то тело G будет двигаться равноускоренно по гладкой наклонной плоскости FA. Так как импульс тела (или его стремление) к падению «столь же велик», как сила, способная его остановить, то в роли этой силы выступает тяжесть противовеса H, уравновешивающего груз G с помощью нити GFH.

Опираясь на высказанный принцип, Галилей обосновал свой центральный тезис о равновысоких наклонных плоскостях[4].

---

[1] Там же, с. 255.
[2] Там же, с. 243.
[3] Там же, с. 256.
[4] Подробнее об этом см.: Тюлина И. А., Чиненова В. Н. К вопросу об основных понятиях и законах динамики Галилея. — В кн.: История и методология естественных наук, вып. XI, с. 232—240.

Ньютон называл Галилея своим предшественником в деле установления двух первых законов динамики[1]: «До сих пор я излагал начала, принятые математиками и подтверждаемые многочисленными опытами. Пользуясь первыми двумя законами и первыми двумя следствиями, Галилей нашел, что падение тел пропорционально квадрату времени и что движение брошенных тел происходит по параболе».

Д. Бернулли в докладе членам Петербургской академии наук в 1726 г. записал (одно из первых) дифференциальное уравнение движения тяжелой материальной точки[2]

$$dv = p\,dt,$$

где v — скорость точки, p — «давление» силы тяжести.

Д. Бернулли говорит, что в приведенной записи содержится «принцип Галилея», которому в докладе посвящено большое внимание. Дифференциальное уравнение, записанное Бернулли для падающей тяжелой точки, соответствует словесной формулировке Галилея: импульс тела к падению (этому соответствует dv/dt) столь же велик, как сила, способная его уравновесить — p. В современных терминах p — напряженность силы тяжести или вес, отнесенный к единице массы тела.

Доказав независимость конечной скорости от формы пути, при спуске тяжелой точки из состояния покоя, Галилей обосновал правильность обходного пути экспериментирования. Вместо исследования падения тяжелых тел по отвесной прямой Галилей изучал равноускоренное движение бронзового шарика, соскальзывающего по гладкому желобку, наклоненному к горизонтали под некоторым углом. В то же время Галилей умел преобразовывать полученные таким способом зависимости пути от времени для случая отвесного падения грузика. Итак, законы падения тяжелых тел были впервые в истории науки познаны, математически описаны и экспериментально проверены.

Остальная часть «третьего дня» трактата Галилея посвящена теории движения тяжелого тела вдоль ломаной, расположенной в вертикальной плоскости. Эффектом удара на стыке звеньев автор пренебрегает. Надлежащим предельным переходом он строит приближенную теорию колебания математического маятника; с учетом результатов «первого дня» Галилей устанавливает здесь пропорциональность длины маятника квадрату периода колебания.

«Четвертый день» посвящен теории движения тел, брошенных под углом к горизонту. Опираясь на рассуждения «третьего дня» о том, что импульс тела к падению уменьшается пропорционально увеличению длины наклонной плоскости, и считая процесс увеличения длины наклонной плоскости неограниченным, Галилей

[1] Ньютон И. Начала, с. 50.

[2] Bernoulli D. Examen principiorum mechanicae et demonstrationes geometricae de compositione et resolutione de virium, p. 130.

приходит к выводу[1]: «Когда тело движется по горизонтальной плоскости, не встречая сопротивления движению, то, как мы знаем из всего того, что было изложено выше, движение его является равномерным и продолжалось бы бесконечно, если бы плоскость простиралась в пространстве без конца».

По существу здесь устанавливается свойство инерции равномерного (неявно предполагаемого прямолинейным) движения тела, когда тяжесть, сопротивление воздуха и трение на тело не действуют. Закон инерции необходим Галилею для исследования движения тяжелого тела, брошенного под углом к горизонту. Добавляя к этому закону еще одно важное положение механики — принцип суперпозиции скоростей, Галилей приступает к исследованию траектории тела[2]: «Возникает сложное движение, слагающееся из равномерного горизонтального и естественно-ускоренного движений; его я называю движением бросаемых тел».

Галилей доказывает, что траектория такого движения тела — парабола; он доказывает разнообразные свойства движения, в частности тот факт, что наибольшая высота достигается при стрельбе под углом 45° к горизонту. Здесь же приводятся таблицы стрельбы, рассчитанные Галилеем, о которых он говорит, что они имеют важное практическое значение в применении к метанию снарядов посредством мортир.

§ 4
ПЕРВЫЕ КРУПНЫЕ ДОСТИЖЕНИЯ НАУЧНОЙ РЕВОЛЮЦИИ

Современное исследование природы, которое, по словам Энгельса, привело к научному, систематическому, всестороннему развитию познания окружающего мира, началось с конца XV — середины XVI в. «И исследование природы совершалось тогда в обстановке всеобщей революции, будучи само насквозь революционно: ведь оно должно было еще завоевать себе право на существование»,— писал Ф. Энгельс[3].

Труд Коперника выражал умонастроение передовых ученых его эпохи. В обнаруженных записях Леонардо да Винчи есть мысли об истории Земли, о ряде переворотов и событий, прошедших на ее поверхности и в ее недрах. Леонардо считал, что Земля — рядовая планета, не занимающая центрального места во Вселенной. Другой предшественник Коперника, Николай Кребс из Кузы (XV в.), считал Вселенную неограниченной, вопреки догме схоластики, без какого-либо неподвижного центра вообще. Земля и небесные тела — одной природы, Земля движется. Для объяс-

[1] Галилей Г. Избр. труды, т. 2, с. 304.
[2] Там же.
[3] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 20, с. 347.

нения этой мысли Николай Кузанский приводил пример с лодкой, в которой человек не знал бы о ее движении, не видя берега.

Качественно новые свойства движения, подмеченные современниками, Коперник смог облечь в форму точного математического описания. Однако его учение было чисто кинематическим и носило отпечатки перипатетических положений: сохранение некоторых эпициклов, приверженность круговой инерции небесных тел.

Возникла объективная необходимость построить новую физику, так как система воззрений Коперника была несовместима с перипатетической физикой. В творчестве Кеплера находит завершение учение Коперника, принявшее новые формы, выразившиеся в точных количественных соотношениях (законах Кеплера). Кеплер сделал даже попытку выйти за пределы кинематических описательных закономерностей планетных движений, высказав ряд гипотез о причине неравномерного движения планет по орбите. Открытия Кеплера носили также революционный характер: даже великие ученые эпохи, Галилей и Декарт, не могли принять и согласиться с непривычно новыми фактами, открытыми Кеплером.

Идея Николая Кузанского об отсутствии неподвижного центра Вселенной предшествовала воззрениям Коперника, исходившего из относительности движения при создании гелиоцентрической системы; движения планет и все явления неба были описаны Коперником с точки зрения «солнечного» наблюдателя. В трактате «Диалоги» Галилей детально разработал убедительную аргументацию в пользу системы Коперника; инерциальные системы отсчета стали называть галилеевыми. Имя Галилея носит и принцип относительности, впервые им сформулированный и фактически утверждающий, что любая система отсчета, находящаяся в равномерном прямолинейном движении относительно гелиоцентрической, в отношении описания механических процессов равноправна с ней.

Создавая заново основы теории движения тела, падающего или брошенного под углом к горизонту, Галилей фактически установил и использовал закон инерции, принцип ускоряющих сил, закон сохранения механической энергии и принцип суперпозиции движений. Несмотря на то что названные законы движения были высказаны пока еще в недостаточно четкой форме, они послужили исходным пунктом в построении новой физики XVII в.

§ 5
УЧЕНИЕ О МЕХАНИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ У ДЕКАРТА

В развитии механистического мировоззрения, материалистического и прогрессивного на ранней стадии своего развития, значительную роль сыграли труды Рене Декарта (1596—1650), выдающегося французского мыслителя, математика, физика и механика.

Философия Декарта дуалистична: он признавал независимое и самостоятельное существование материи и бога, однако вся деятельность бога, по Декарту, исчерпывается (в мире природы, материальных вещей) тем, что он создал материальный хаос, наделив его определенным и раз навсегда данным количеством движения. Декарт считал, что богу не потребовалось вносить в этот запутанный первозданный хаос никакой соразмерности и никакого порядка, ибо на основе законов движения материи и материальных частиц все тела природы, постепенно упорядочиваясь, смогли сами расположиться в таком виде, в каком наблюдает его человечество. Эту черту мышления Декарта — четкое отделение учения о природе от божественной воли — отмечали Маркс и Энгельс[1]:

Рене Декарт

«В своей *физике* Декарт наделил материю самостоятельной творческой силой и механическое движение рассматривал как проявление жизни материи. Он совершенно отделяет свою физику от своей *метафизики*. В *границах* его физики *материя* представляет собой единственную *субстанцию*, единственное основание бытия и познания».

Развивая взгляды Коперника, Бруно, Галилея и многих других, Декарт вступает в борьбу против схоластической идеологии, провозглашая материальное единство мира. Декарт отождествляет пространство и материю, не оставляя место пустоте. В этом тезисе физика Декарта существенно отличается не только от физики Галилея, от воззрений Гассенди, но и от будущих воззрений Ньютона. Это расхождение непринципиально (как и ряд других тезисов, ставших предметом полемики ньютонианцев и картезианцев); гораздо существеннее было то общее, что позволяет причислять и Декарта и Ньютона к родоначальникам механицизма: критика схоластики, уверенность в материальном единстве мира и в механистической обусловленности всех явлений природы.

Главными догмами, узаконенными церковью и проповедовавшимися схоластикой, были тезис о сотворении мира в шесть дней, признание скрытых враждебных качеств вещей, признание неогра-

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 2, с. 140.

ниченного произвола божьей воли в законах природы и в делах человеческих. Наиболее лаконичной формулой схоластики стало крылатое изречение Тертулиана: я верю, потому что нелепо. Там, где человек не мог понять сущности вещей, боялся сил природы, стихии, он выдвигал слепую веру в чудо, в божество.

Первым этапом познания в первой части трактата «Начала философии» Декарт провозглашал сомнение. Размышляя о каком бы то ни было явлении, нужно сначала усомниться во всем. Не должно быть никаких предвзятых суждений об этом явлении. Этот тезис был направлен против схоластики с ее грузом мертвых традиций. В этом вопросе Декарт солидарен с английским мыслителем Ф. Бэконом, боровшимся против ложных призрачных идей, предрассудков, мешающих познанию истины. Он называл их идолами схоластики.

Нужно усомниться во всем, призывал Декарт: палка, опущенная в воду, кажется нам изогнутой под углом. Наши чувства обманывают нас. Прямоугольная башня издали кажется круглой. Сон доставляет нам самые необычные видения, реальность которых мы опровергаем силой рассудка. Вращение Солнца вокруг Земли также оказалось лишь кажущимся. Наконец, сомнению подвергается даже факт существования самого мыслящего существа. Так появляется сомнение в реальном существовании окружающего нас мира.

На этом этапе познания критерием достоверного реального существования мыслящего субъекта являлся, по Декарту, один несомненный факт: я мыслю, следовательно существую (Cogito ergo sum). В этой формуле — вершина рационализма Декарта, граничащего с идеализмом (мышление предшествует существованию мыслящего субъекта).

Признаваемая Декартом высшая, наиболее достоверная интуиция позволяет ему далее этап за этапом развернуть путь познания истины. Интуиция позволяет исследователю познать основной принцип, раскрывающий сущность явлений природы. По Декарту, интуиция — не вера, не шаткое свидетельство наших чувств, а понятие ясного и внимательного разума. Главным методом построения теории Декарт, в отличие от Ф. Бэкона, считал дедукцию: из основного принципа логически выводятся все частные свойства явления.

Роль опыта сводилась в теории познания Декарта к роли контролера, к проверке правильности построенной теории. Кроме основного принципа, познанного силой разума, Декарт допускал еще введение дополнительных гипотез; их было много в его системе естественнонаучных воззрений.

Картезианская натурфилософия изложена в трактате «Начала философии» (1644); содержание его первой части уже было кратко изложено. Материал, касающийся земной механики, изложен во второй части трактата, называющейся «О началах материальных вещей».

Ограничиваясь пространственными и телесными формами тел при изучении механического движения, Декарт пишет[1]: «...природа материи, то есть тела, рассматриваемого вообще, состоит не в том, что оно — вещь твердая, весомая, окрашенная или каким-либо иным образом возбуждающая наши чувства, но лишь в том, что оно — субстанция, протяженная в длину, ширину и глубину».

Определяя материальное тело только как протяжение, отличая материальные тела только геометрическими характеристиками, Декарт пытался выдержать программу полной геометризации механики. Однако это ему не удалось. Позже он вводит качественное различие материи, заполняющей объем того или иного конкретного тела. Для этого он вводит (в третьей части трактата) три элемента видимого мира. Первый элемент состоит из мельчайших подвижных частиц, образующих Солнце и звезды. Второй элемент состоит из более крупных подвижных частиц, заполняющих мировое пространство наподобие жидкости (прообраз эфира). В этой среде как бы плавают планеты, состоящие из элемента третьего рода, наиболее крупных частиц, пространство между которыми заполнено элементом второго рода. Пустого пространства не существует, материя делима неограниченно.

Основной принцип, позволяющий раскрыть сущность явлений природы, — закон сохранения количества движения. Бог наделил определенным количеством движения отдельные части мира и сохраняет неизменным его суммарное количество.

Из основного принципа Декарт выводит «вторичные причины различных движений» или «законы природы» (три закона).

1. «Всякая вещь пребывает в том состоянии, в каком она находится, пока ничто его не изменит».

2. «Всякое движущееся тело стремится продолжать свое движение по прямой»[2].

Первые два закона природы с современной точки зрения составляют закон инерции. Третий закон касается передачи количества движения от одного тела к другому при ударе. Точной количественной закономерности в нем не высказано. Далее следуют семь правил для расчета соударения тел в различных случаях соотношений их «величин» (масс) и скоростей. Четкости в этих правилах нет: некоторые из них верны для упругого удара, другие — для неупругого удара.

В рассмотрении различных частных случаев соударения тел Декарт эффективно использует закон сохранения суммарного количества движения (оперируя чаще всего арифметической суммой). Он считает, что при ударе двух тел одно из них может сообщить другому лишь столько движения, сколько само одновременно потеряет, или отнять у другого столько движения, сколько само приобретает при ударе.

---

[1] Декарт Р. Начала философии, с. 466.
[2] Там же, с. 486, 487.

Факт, что масса тела А вдвое больше массы тела В, у него выражается словами: А вдвое превосходит В. Обычно считают, что у Декарта количество движения пропорционально массе и скорости тела. Четкого определения этой величины у Декарта нет, как нет четкого понятия массы тела. Явление удара Декарт полагал в основу взаимодействия тел, не признавая взаимодействия тел на расстоянии.

Космогоническая гипотеза Декарта сводит существо мироздания к мировому вихрю второго элемента: центральный вихрь Солнца, индивидуальные вихри вокруг планет, Луны, спутников. Тяжесть объясняется в картезианской механике реакцией вихря планеты на вихрь Солнца. Приливы и отливы океана объясняются взаимодействием вихрей Земли и Луны. Законы Кеплера Декарт игнорировал.

В картезианской натурфилософии объяснялось все: теплота, свет, химические процессы вплоть до психологических, как гипноз, сновидения и пр. Причем объяснения носили механический характер. Там, где не хватало конкретных знаний о существе явления, картезианцы смело вводили гипотезы, подчас фантастические. Обилие гипотез дискредитировало учение Декарта.

Однако по своим устремлениям и методологическим установкам — найти всем явлениям механическое толкование — физика Декарта, одного из основателей механицизма, была прогрессивной, так как отвергала схоластику и теологию.

§ 6
ТЕОРИЯ СОУДАРЕНИЙ В XVII В.

Шестой день «Бесед» Галилея посвящен проблеме удара. Но значительно большего успеха достиг в этом вопросе выдающийся чешский ученый Иоганн Маркус Марци (1595—1667). Проблема удара двух тел (или частиц) представляла интерес не только в технике (как например, в усовершенствовании монетного дела, связанного с чеканкой), но и для объяснения всех процессов в природе на базе картезианской физики, в которой удар признавался единственной формой взаимодействия материальных тел [1]. Давление представляло частный случай такого контактного взаимодействия. Взаимодействие тел через пустоту картезианцы отрицали.

В трактате «О пропорции движения» (1639) Марци пришел независимо от Галилея ко многим результатам, сходным с выводами «Бесед» Галилея (в вопросах естественно-ускоренного движения тел). В книге Марци имеется раздел, в котором излагаются его оригинальные исследования теории удара, значительно опережающие науку того времени. Опираясь на эксперименты, Марци излагает ряд правильных законов соударения тел, которые он

[1] Там же, с. 489—505.

называет «твердыми», по-видимому, имея в виду тот случай удара, который позже стали называть упругим ударом (без остаточной деформации соударяющихся тел). Рассматривая центральный удар шаров, движущихся по горизонтальной прямой, Марци формулирует четыре закона удара, из которых мы приведем три.

Два равных тела, двигавшиеся друг другу навстречу с равными скоростями, взаимно отражаются с теми же скоростями. Два равных тела, одно из которых покоится, а другое ударяет его, двигаясь с некоторой скоростью, обмениваются после удара скоростями: ударившее тело останавливается, а ударенное тело приобретает всю скорость ударившего тела. Если два равных соприкасающихся покоящихся тела будут ударены третьим таким же телом в направлении линии центров, то среднее тело останется в покое, ударившее тело остановится, а крайнее тело получит скорость ударившего тела. На чертежах книги Марци рассматриваются также и случаи косого удара шаров.

Во второй половине XVII в. проблемой удара занимаются многие ученые, проблемы картезианской физики и техники (чеканка) стимулировали развитие теории удара. В 1668—1669 гг. Лондонское Королевское общество объявило конкурс на лучшее исследование по теории соударения тел. На конкурс были представлены сочинения двух английских ученых Дж. Валлиса, К. Рена и голландца Х. Гюйгенса.

Первый участник этого конкурса — Джон Валлис (1616—1703), один из членов и основателей Лондонского Королевского общества, профессор Оксфордского университета, принадлежал к числу выдающихся механиков и математиков XVII в. В работе, представленной на конкурс, Валлис ограничился, не оговаривая этого, рассмотрением абсолютно неупругих ударов. В качестве основной количественной характеристики он использовал понятие «момента», что следовало понимать как произведение скорости тела на его вес. Этот термин сохранился в англоязычной литературе для произведения массы на скорость.

Рассматривая два тела с весом P_1 и P_2, движущиеся в одну сторону по прямой со скоростями v_1 и v_2 соударения, Валлис получает для общей скорости u этих тел после соударения соотношение

$$P_1v_1 + P_2v_2 = (P_1 + P_2)\,u.$$

Для случая движения тел навстречу

$$P_1v_1 - P_2v_2 = (P_1 + P_2)\,u.$$

Никакого доказательства этому верному результату Валлис в своем мемуаре не дает.

В 1669—1671 гг. вышел в свет трехтомный трактат Валлиса «Механика, или о движении», где имелась уже развернутая теория соударения тел; в основу этой теории (под большим влиянием Декарта) он положил два четко сформулированных закона: закон инерции и закон неизменности или сохранения суммарной величины «силы движения» или «момента», т. е. по существу суммы количеств движения соударяющихся тел. Очень ценно, что Валлис здесь, в отличие от первого мемуара, попытался ввести различие между абсолютно неупругим и абсолютно упругим ударами, характеризуя каждый из этих типов удара определенным образом.

Второй участник конкурса, член Лондонского Королевского общества, архитектор и профессор астрономии в Оксфорде Кристоф Рен (1632—1723) в мемуаре, поданном на конкурс, изложил правила расчета упругого удара, не дав этому явлению четкого определения. Доказательство своих соотношений он также не опубликовал. Имеются сведения, что для проверки своих правил Рен проделал ряд экспериментов [1].

Третьим участником конкурса был Гюйгенс, представивший свое предварительное сообщение о законах соударения Королевскому обществу в 1669 г. Это сообщение было значительно полнее мемуаров Валлиса и Рена и содержало как основные гипотезы, так и вывод теорем. Лондонское Королевское общество, напечатав статьи Валлиса и Рена, весьма несправедливо оставило мемуар Гюйгенса неопубликованным. Тогда в том же году Гюйгенс опубликовал свои результаты в Парижском «Журнале ученых» (более обширное изложение того же исследования Гюйгенса «О движении тел под влиянием удара» было опубликовано посмертно в 1703 г.).

Четкого разграничения упругого и неупругого удара у Гюйгенса еще нет. Имея в виду по существу упругие тела, Гюйгенс называет их «твердыми»; неупругих тел он не рассматривает.

Мемуар Гюйгенса «О движении тел под влиянием удара» написан весьма обстоятельно. Он начинается с формулировок трех основных гипотез, к которым далее добавляются еще две. Первая гипотеза представляет собой закон инерции.

Вторая утверждает, что после удара твердые тела равной величины обмениваются направлениями скоростей, не изменяя величины их. Таким образом, эту гипотезу можно считать определением упругого удара тел. В остальных гипотезах рассматриваются соударения упругих тел неравной массы или скорости.

Гюйгенс пользовался способом представления скоростей тела и до и после удара с помощью тех высот, падая с которых тела получали бы такие же скорости. Эти высоты Гюйгенс полагал пропорциональными квадрату самих скоростей в конце падения, устанавливая тем самым некоторую энергетическую закономерность. На основе этих соображений Гюйгенс сформулировал следующее важное предложение: при соударении двух тел сумма произведений их «величины» (массы) на квадраты их скорости остается неизменной до и после удара. Тем самым Гюйгенс впервые устанавливал закон сохранения кинетической энергии при

[1] См.: Ньютон И. Начала, с. 51.

ударе (предполагавшемся упругим). Высказывая мысль о том, что явление удара двух шаров (маятников) на равномерно плывущей и на покоящейся лодках протекает одинаково, Гюйгенс сформулировал кинематический принцип относительности в применении к явлению соударения тел:

«Движение тел, а также их одинаковые или разные скорости надо рассматривать как относительные по отношению к другим телам, которые мы считаем покоящимися, не учитывая того, что как те, так и другие тела могут участвовать в другом общем движении. Поэтому два тела, соударяясь, даже в случае, если оба вместе участвуют еще в другом равномерном движении, для лица, также участвующего в общем движении, действуют друг на друга так, как будто бы этого общего движения не существовало»[1].

Таков принцип относительности у Гюйгенса, который весьма эффективно его использовал для вывода различных соотношений. Вот один из примеров. Пусть корабль или лодка движется прямолинейно и равномерно со скоростью u. Пассажир соударяет два одинаковых по массе шара, каждый из которых имеет скорость u, причем прямая перемещения центров шаров при ударе совпадает с направлением движения корабля. Тогда по принципу относительности явление удара не зависит от движения корабля, шары обмениваются скоростями после удара. Следовательно, абсолютные скорости шаров до удара $2u$ и 0, а после удара 0 и $2u$, т. е. шары с неравными (абсолютными) скоростями при упругом ударе обмениваются скоростями, если масса шаров одинакова.

Существенные результаты в теории удара были получены французским физиком Э. Мариоттом (1620—1684), опубликовавшим работу «О столкновении, или ударе тел», где описываются результаты многочисленных экспериментов на его установке, называемой «ударной машиной». Под величиной тела Мариотт понимал его «объем с некоторой телесностью или сгущением вещества», что позже назвали массой.

Трудности, вставшие перед исследователями удара тел в это время, заключались в нечетком различии абсолютно упругих и неупругих ударов. Эксперимент имел дело с телами реальными, поэтому результаты опытов были разнородны. Те исследователи, которые обобщали материал неупругих ударов, подсознательно опирались на закон сохранения количества движения. Ученые, которые рассматривали удар, более близкий к абсолютно упругому (другой крайний случай), опирались на закон сохранения энергии. Одним из ярких проявлений взаимного непонимания в этом вопросе был знаменитый спор о мере движения в конце XVII в.[2].

---

[1] Гюйгенс Х. Три мемуара по механике, с. 213—214.

[2] См.: Тюлина И. А. К истории спора о мере движения. (К 150-летию со дня рождения Ф. Энгельса).— В кн.: История и методология естественных наук, вып. XIV, с. 33—38.

Первую четкую формулировку понятия абсолютно упругого удара (сохранение относительной скорости ударяющихся шаров до и после удара) дал Иоганн Бернулли в 1727 г. И. Бернулли был последователем г. Лейбница в теории удара. В 1686 г. Лейбниц поместил в периодическом издании «Acta eruditorum» статью полемического характера, что явствует даже из ее названия: «Краткое доказательство ошибки достопамятного Декарта и других касательно закона природы, благодаря которому бог желает сохранить всегда количество движения тем же». Этой статьей и было положено начало спора о мере движения: mv (по Декарту) или mv^2 (по Лейбницу).

И. Бернулли считает важнейшей характеристикой живую силу, а закон сохранения живых сил он провозглашает незыблемым и первостепенным по важности законом природы[1]: «...живая сила, которую лучше было бы назвать *способностью к действию,* является чем-то реальным и субстанциальным, что существует само по себе, и, поскольку она есть сама в себе, она не зависит ни от чего другого... Отсюда само собой вытекает, что живая сила всегда сохраняется, так что живая сила, находившаяся до действия в одном или нескольких телах, теперь, после действия, обязательно встретится нам в другом теле или в других нескольких телах, если только она не останется неизменной в прежних телах».

Защита положения об универсальности закона сохранения «живых сил» не была полностью аргументированной: в XVIII в. еще не сложилось представление о превращении механической энергии в другие виды. Тон научных публикаций И. Бернулли был остро полемическим; он говорит о том, что многие ученые считали мерой движения произведение массы тела на его скорость, что они «ошибочно полагали, что во Вселенной обязательно сохраняется одно и то же количество движения»[2]. Бернулли называет Лейбница первым, кто заметил различие «живых» и «мертвых» сил. Мертвыми силами тогда считали силы давления. веса, натяжения, т. е. то, что в механике называют в настоящее время силой. Важнейшей характеристикой механического движения сторонники Лейбница считали живую силу mv^2.

Позже Даламбер, назвав этот спор спором о словах[3], показал математическую сводимость одной меры к другой:

$$F = \frac{1}{2}\ \frac{d(mv^2)}{ds} = \frac{d(mv)}{dt},$$

где m — масса точки, v — ее скорость, s — расстояние, пройденное точкой за время t. Равенство показывает, что сила может быть выражена двояко: либо через производную по расстоянию

---

[1] См.: Бернулли И. Избранные сочинения по механике, с. 221.
[2] Там же, с. 98.
[3] См: Даламбер Ж. Динамика, с. 24—26.

от живой силы, либо через производную по времени от количества движения.

Глубокий философский анализ спора о мере движения дал Ф. Энгельс в XIX в. после установления всеобщего закона сохранения и превращения энергии. Он пришел к выводу[1], что механическое движение обладает двоякой мерой движения: если механическое движение превращается в механическое, то его мерой может быть количество движения или сила, измеряемая производной от количества движения по времени; если же механическое движение переходит в теплоту или другие виды движения, то его мерой должна служить энергия или работа. Эта последняя мера является более общей и универсальной. Энгельс провел глубокий анализ новейших для его эпохи достижений естествознания: работ Майера, Кольдинга, Джоуля, Томсона и других.

§ 7
ТРАКТАТ ГЮЙГЕНСА «МАЯТНИКОВЫЕ ЧАСЫ»

Уже в XIV в. использовались примитивные башенные часы с гирями и так называемыми задержками, т. е. с приспособлениями, замедляющими равноускоренное движение гирь и вала, приводимого в движение цепью, несущей груз. Эти часы необходимо было ежедневно регулировать, подправлять. В Германии в 1484 г. были сконструированы часы, отсчитывающие интервалы времени, близкие к четверти секунды.

Элементы математической теории колебания маятника были в трактате Галилея «Беседы». Он много наблюдал и использовал в своих исследованиях свойства маятника, первый открыл свойства маятника сохранять период колебаний (при малых амплитудах). Галилей записал пропорциональность периода качания маятника квадратному корню из его длины. В переписке ученых XVII в. (Галилея, Мерсенна, Риччиоли, Гримальди и других) остались свидетельства того, что им было ясно: качания маятника можно и нужно использовать для измерения отрезков времени. Галилей высказал мысль о соединении маятника с каким-либо счетчиком числа качаний для измерения времени. Помехой на пути реализации этой идеи было затухание колебаний маятника.

В 1636 г. Галилей вступил в переписку с голландскими учеными по этому вопросу. Идеей измерения времени заинтересовался Л. Реаль, бывший губернатор Голландской Индонезии. Проблема ориентации в море при пересечении больших водных пространств на пути к Зондским островам была весьма актуальной для мореплавателей. Хронометр нужен был для определения долготы места.

Усовершенствовать хронометр Галилею помешала слепота, и

---

[1] См.: Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 20, с. 418.

в 1641 г. он поручил доработку хронометра с маятником и гирями своему сыну Винченцо, который также не успел довести ее до завершения и публикации (в 1649 г. он умер).

Как всегда бывает в тех случаях, когда появляется общественная потребность в каком-либо изобретении, идея о нем как бы носится в воздухе. Есть упоминания[1] о том, что Иост Бюрги в 1580-х годах использовал маятник в часах. Другие же считают, что к его часам маятник был присоединен позже, в 1680-х годах, в эпоху Гюйгенса. Р. Гук спорил с Гюйгенсом о приоритете изобретения карманных часов с балансиром. Все это свидетельствует о том, что проблема назрела, к разрешению ее шли многие ученые и изобретатели своими путями и независимо друг от друга.

Христиан Гюйгенс родился 14 апреля 1629 г. в Гааге в семье известного ученого и изобретателя Константина Гюйгенса, богатого землевладельца и секретаря принца Оранского. Искусный шлифовальщик стекол, образованный математик и механик Константин Гюйгенс сам преподавал сыновьям математические науки. С шестнадцати лет Гюйгенс изучал в Лейденском университете право. В 22 года закончил первое оригинальное исследование о квадратуре гиперболы, эллипса и круга. Кроме математических увлечений у Гюйгенса появляется интерес к наблюдательной астрономии: он изготовляет зрительные трубы и устремляет их в небо. В 1655 г. он открыл кольцо Сатурна и один из его 9 спутников (самый большой — Титан), определив период его обращения.

Вскоре Гюйгенс переключился на проведение опытов по устройству часов с маятником, что привело его к изобретению маятниковых часов со свободным спуском. В 1657 г. он получил патент Генеральных штатов Голландии на это изобретение. В 1663 г. он избран членом Лондонского Королевского общества, а в 1666 г. в год основания Парижской Академии наук избран ее членом с предоставлением квартиры в здании Королевской библиотеки в Париже, где он жил и работал до 1681 г. Незадолго до отмены в 1685 г. Нантского эдикта религиозные гонения во Франции заметно усилились, и Гюйгенс покинул Францию. На родине в Гааге интересы Гюйгенса сосредоточились главным образом на оптике. Умер Х. Гюйгенс 8 июня 1695 г.

С открытием новой конструкции часов был связан период занятий Гюйгенса преимущественно механикой, завершившийся публикацией в 1673 г. обширного трактата, имевшего целью разработать теорию маятниковых часов и всех их устройств.

Трактат «Маятниковые часы или геометрические доказательства о движении маятников, приспособленных к часам» начинается (первая из пяти частей) с подробного технического описания часов с циклоидальным маятником. Здесь подвешенный груз описывал не дугу круга, как в проекте часов 1657 г., а циклоиду.

---

[1] См.: Розенбергер Ф. История физики, с. 153—154.

В следующей части теоретически обосновывается преимущество циклоидального маятника. Чтобы исследовать движение тяжелого тела по циклоиде, Гюйгенс строит фундамент динамики, или той ее части, которая необходима ему для такого обоснования: он формулирует три гипотезы, отражающие важные закономерности механического движения.

Первая гипотеза представляет собой довольно четко сформулированный закон инерции[1]: «Если бы веса не было и воздух не сопротивлялся движению тел, то каждое из них продолжало бы достигнутое движение прямолинейно и с постоянной скоростью».

Вторую гипотезу можно трактовать как принцип сложения движений[2]: «...случается, что тела производят сложное движение, составленное из равномерного движения в том или ином направлении и из движения, вызванного весом и направленного по вертикали вниз». Напомним, что закон инерции до Гюйгенса был сформулирован Декартом и Галилеем, хотя и в менее отчетливой форме. Закон геометрического сложения движений также был сформулирован и использовался Галилеем для получения параболы, описываемой телом, брошенным в пустоте под углом к горизонту.

Третья гипотеза содержит четкую идею независимости движения, высказанную столь ясно впервые[3]: «Эти два движения можно рассматривать отдельно, и каждое из них не влияет на другое». Трактат «Маятниковые часы» в каждой из пяти частей содержал важнейшие оригинальные положения динамики. Вполне понятно желание Гюйгенса строго изложить исходные положения — гипотезы, на которых строится последующее изложение. Однако к числу таких важных положений можно отнести еще два важнейших закона, или опытных принципа, не включенных автором в число выделенных им трех исходных гипотез. Такими принципами являются: принцип относительности (см. предыдущий параграф) и энергетический принцип. Не выделяя эту мысль в тексте, Гюйгенс неоднократно к ней возвращается; вот одна из формулировок его энергетического принципа[4]: «...тело не может под действием тяжести подняться выше той высоты, с которой оно упало».

При доказательстве своего главного тезиса о равновысоких наклонных плоскостях Галилей сформулировал аналогичное предложение, опираясь на которое он доказал свой тезис. Но тогда этот опытный факт показался Вивиани неубедительным, и Галилей дал иное доказательство теоремы. Гюйгенс из этого положения, выражающего закон сохранения механической энергии в частном случае сил тяжести, вывел важные количественные соотношения, о которых еще пойдет речь. Теорему Галилея о том, что

---

[1] Гюйгенс Х. Маятниковые часы.— В кн.: Три мемуара по механике, с. 34.
[2] Там же.
[3] Там же.
[4] Там же, с. 42.

при соскальзывании с равновысоких наклонных плоскостей (из состояния покоя) тело приобретает одинаковые скорости независимо от длин плоскостей, Гюйгенс обосновал на базе энергетического принципа так: если бы теорема была неверна, то, комбинируя определенным образом наклонные плоскости, можно было бы добиться повышения груза над исходной высотой без дополнительных затрат. Но тогда был бы нарушен принцип Гюйгенса, который мы назвали энергетическим.

Главное содержание второй части трактата посвящено построению теории движения тяжелой точки по циклоиде. Основным методом исследования является метод Галилея: рассматривать движение по кривой, расположенной в вертикальной плоскости, как предельный случай движения по ломаной, вписанной в эту кривую при неограниченном увеличении числа ее звеньев и при неограниченном уменьшении длины каждого звена. Движение вдоль каждого звена представляло собой движение по наклонной плоскости.

Гюйгенс обнаруживает, что циклоида есть линия кратчайшего времени несвободного падения точки с данной высоты по сравнению с другими траекториями, соединяющими краевые точки. Время падения по циклоиде тяжелой точки не зависит от начальной высоты точки, а в процессе колебания — от амплитуды колебания. Он доказал, что свойство изохронности, справедливое для кругового маятника лишь при достаточно малых размахах, для циклоиды справедливо абсолютно. Он показал связь этих двух типов колебаний. Гюйгенс установил зависимость полупериода колебаний точки по циклоиде глубиной a:

$$T = \pi \sqrt{\frac{2a}{g}}\,.$$

Эта формула верна и для полупериода малых колебаний кругового маятника длиной 2а.

Далее (часть третья) дается разработка теории эволют и эвольвент, которая понадобилась Гюйгенсу для сугубо практических целей: для правильного конструирования часов с циклоидальным маятником. Для этого надо привести в колебательное движение грузик на нити между двумя металлическими полосами, изогнутыми в форме двух равных циклоид (два примыкающих друг к другу цикла, обращенных выпуклостями вниз). При колебании нить охватывает поверхность левого или правого шаблона и, нисходя по касательной, опишет своим концом с грузиком эвольвенту той кривой, которую огибает нить. Эта жесткая «щека», взятая в форме циклоиды, имеющей своей эвольвентой такую же сдвинутую циклоиду, обеспечит (рис. 15) движение груза по циклоиде. Именно это и доказал Гюйгенс.

В следующей (четвертой) части, называющейся «О центре качания», содержатся начала динамики твердого тела. Впервые появляются количественные характеристики, которые позже стали называться моментом инерции твердого тела относительно оси и статическим моментом. Отмечая главную идею рассуждений Гюйгенса — энергетические соображения, выпишем результат его вычислений в современной форме, которой не было еще у Гюйгенса[1]: $l=\Sigma P_i r_i^2/\Sigma P_i r_i$; l — приведенная длина физического маятника, P_i — вес частицы, r_i — ее расстояние до оси подвеса.

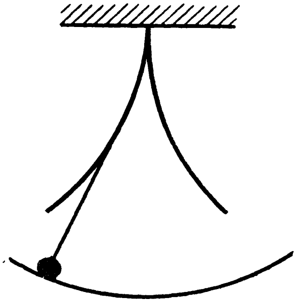


Рис. 15

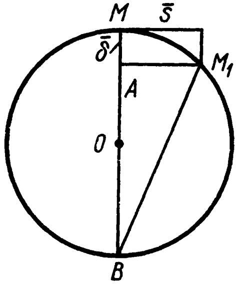


Рис. 16

Последняя (пятая) часть трактата разрабатывает теорию центробежной силы, о которой Гюйгенс написал еще и отдельный мемуар, изданный посмертно в 1703 г. Схема рассуждений Гюйгенса такова. Тяжелое тело, подвешенное на отвесной нити, или натягивает нить, или после обрыва ее падает равноускоренно. Гюйгенс считает, что то же самое происходит при равномерном вращении камня в праще. Камень или натягивает нить, или, сорвавшись, вначале двигается равномерно ускоренно в радиальном направлении.

В обоих перечисленных случаях натяжение нити пропорционально силе (по терминологии Гюйгенса), обеспечивающей равноускоренное движение точек при нарушении связи. Коэффициентом пропорциональности этих двух факторов служит «величина тела» (масса). Силу, способную подобно тяжести оборвать нить, Гюйгенс назвал центробежной силой и следующим образом нашел ее величину (это доказательство опубликовано посмертно).

Пусть тело (точка) движется равномерно по окружности радиуса R (рис. 16). Постоянную скорость точки обозначим через u. Бесконечно малое перемещение точки MM_1 за время τ можно представить как сумму (векторную) перемещения по касательной, которое происходило бы по инерции со скоростью u, и радиального перемещения $\delta = a\tau^2/2$, a — центростремительное ускорение. Рассматривая MM_1B, можно получить соотношение

[1] Там же, с. 130, словесная формулировка соотношения (предложение V).

$$s^2 = (2R - \delta)\,\delta = 2R\,\delta - \delta^2 = 2R\frac{a\tau^2}{2} - \left(\frac{a\tau^2}{2}\right)^2.$$

Так как время τ бесконечно мало, то последним членом можно пренебречь. Отсюда $s^2 = 2R\delta$ или $u^2\tau^2 = 2R \cdot a\tau^2/2$, так получается величина искомого ускорения $a = u^2/R$.

Заметим, что Гюйгенс нашел величину ma (где m — масса точки), названную им центробежной силой.

Еще до Гюйгенса молодой Ньютон в годы чумы (1665—1666), находясь в Вулсторпе, вывел такое же соотношение для центростремительного ускорения. Когда в 1673 г. из трактата «Маятниковые часы» он узнал основную концепцию Гюйгенса о центробежной силе (вывода там еще не было), то чрезвычайно высоко оценил подход Гюйгенса к этому вопросу[1]:

«...если тело обращается около Земли по кругу под действием силы тяжести, то эта сила и есть центростремительная... Такого рода предложениями Гюйгенс в превосходном своем сочинении «Horlogium oscillatorium» и сопоставил силу тяжести с центробежными силами обращающихся тел».

После этого Ньютон повторил в трактате «Начала» свое собственное доказательство зависимости центростремительного ускорения от величины скорости и радиуса окружности.

По словам первого биографа Гюйгенса В. Гравезанда, он был первым из смертных, кто точно измерил время. Характерной чертой творчества Гюйгенса было прекрасное владение математикой и стремление использовать эти знания для практических целей; все его работы были направлены непосредственно на пользу людям.

ГЛАВА 3

СОЗДАНИЕ ФУНДАМЕНТА КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ — ЗАВЕРШАЮЩИЙ ЭТАП НАУЧНОЙ РЕВОЛЮЦИИ

§ 1

ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕХНИКИ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ XVII В.

Развитие мануфактурной промышленности достигло в середине XVII в. высокого уровня. Водяная мельница, одна из первых машин, претерпела ряд существенных усовершенствований: сложные комбинации верхнебойных, среднебойных и нижнебойных

[1] Ньютон И. Начала, с. 80.

колес, ременных передач от водяного двигателя к фабрике обеспечивали бесперебойное функционирование последней во все времена года. Изобретение доменного процесса, автоматических часов (без ежедневной регулировки), печатного станка, мельницы-мешалки для перемалывания тряпок в бумажной мануфактуре, механизмов для дробления руды в металлургии — все эти достижения ставили на очередь дня введение машин в производство.

К. Маркс видел в таком пока еще единичном введении машин важные предпосылки развития технической мысли, развития точных наук и прежде всего математики и механики[1]: «Очень важную роль сыграло спорадическое применение машин в XVII столетии, так как оно дало великим математикам того времени практические опорные пункты и стимулы для создания современной механики».

Аналитическая геометрия Декарта, результат введения элемента диалектики в математику (переменной величины), дифференциальное и интегральное исчисление, элементы дифференциальной геометрии (Гюйгенс) — все это развивалось в трудах ученых, прославивших свои имена крупными открытиями в области механики. Теория флюксий Ньютона носила четко выраженный кинематический характер. В методы геометрии все более проникают идеи механики: кривая рассматривается в это время как результат сложного движения точки; поверхность — как результат перемещения кривой. В движении кулачковых и других механизмов, все шире внедряющихся в технику, усматриваются более сложные траектории, чем известные в средние века или античности (прямолинейные отрезки и дуги окружностей).

В чисто механических задачах появляется множество разрозненных методов, индивидуальных приемов решения, которые необходимо сравнить, объединить, осмыслить. Появляется настоятельная общественная потребность создания сводных обобщающих трактатов по механике. Уже после сочинений Декарта механика стала претендовать на господствующую роль в естественных науках: все явления неживой природы и некоторые биологические процессы сводились к чисто механическим движениям частиц того или иного рода.

Механика стала связующим звеном между математическими методами, с одной стороны, и все еще слабо расчлененной натурфилософией — с другой. От механики и математики ждали в XVII в. рациональных рекомендаций, оценок, реконструкций тех ремесел и промышленности, развитие которых через столетие переросло в промышленный переворот. Не случайно в наказах основателей Академии наук отмечается ведущая роль механико-математических дисциплин. От академии наук «требовали совершенствования познаний о натуральных объектах, а также всех полезных ис-

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 23, с. 361.

кусств, мануфактур, механической практики, машин и изобретений»[1].

Великая проблема планетных движений со времени Коперника — Кеплера не переставала быть в центре внимания ученых. Еще Кеплер высказал идею о притяжении, исходящем от Солнца к планетам. Магнетизм, открытый В. Гильбертом, показал возможность притяжения тел на расстоянии. Технической предпосылкой точного математического описания движения небесных тел оставалась проблема определения долгот. Великие морские державы — Англия, Голландия, Испания, даже Франция — дорого заплатили бы за эффективное решение этой проблемы. Для оказания помощи в этом деле были созданы финансируемые монархами научные учреждения: Королевская обсерватория в Париже в 1672 г. и Королевская обсерватория в Гринвиче в 1675 г. Английский парламент в начале XVII в. установил премию за эффективный метод определения долготы с точностью до полградуса. Таковы причины, обусловившие чрезвычайную актуальность поиска законов движения тел солнечной системы в XVII в.

§ 2
ОРГАНИЗАЦИЯ АКАДЕМИЙ НАУК В ЕВРОПЕ

Средневековые университеты постепенно затягивала тина невежества, бесплодного фразерства, педантизма, шарлатанства под видом схоластической мудрости. Джордано Бруно писал об Оксфорде[2]: «Вот плоды Англии, их найдете вы сколько угодно: все эти доктора грамматики в наши дни! Здесь царит из них некое созвездие педантического, упрямейшего невежества и предвзятости в соединении с мужицкой неотесанностью...»

За свободомыслие на эшафот попадали профессора университетов, например канцлер Кембриджского университета, единомышленник Эразма Роттердамского Джон Фишер. Во время Варфоломеевской ночи был убит профессор Парижского университета, сторонник гелиоцентрического учения Коперника Пьер Рамус. Вскоре после этого из-за гонений на гугенотов покинули Францию выдающиеся ученые Папен, Рёмер и Гюйгенс.

«Великий век» (заслуженное наименование XVII в.) нуждался в общении ученых, в объединении их коллективных усилий перед лицом грандиозных задач, встававших перед новой наукой, революционизированной величайшими открытиями XVI и первой половины XVII в. Все сильнее ощущалась необходимость централизованного финансирования научной работы, техники экспериментов, публикаций ученых.

---

[1] Бернал Дж. Наука в истории общества, с. 250.

[2] Скржинская Е. Ч. Кэмбриджский университет и Ньютон. — В кн.: Исаак Ньютон (к 300-летию со дня рождения), с. 404.

Настоятельную потребность эпохи пытаются реализовать сначала сами ученые и частные лица. Например, аббат Мерсенн (1588—1648) вел широкую переписку, улавливал наиболее актуальные проблемы и выдвигал их на конкурс (например, на вызов Мерсенна о нахождении центра качания составного маятника в 1646 г. откликнулись видные ученые эпохи Р. Декарт, Ж. Роберваль, О. Фабри), собирал своеобразные конференции, в которых участвовали такие ученые, как Декарт, Гассенди, Паскаль. Из кружка ученых, собиравшихся в доме Абер-де-Монмора, возникло научно-техническое общество. Этот кружок ученых был взят под покровительство королевской власти по инициативе Кольбера, предприимчивого министра Людовика XIV. Так возникла в 1666 г. Французская Академия наук, первыми членами которой стали Х. Гюйгенс, Ж. Роберваль, Д. Кассини, О. Рёмер, Э. Мариотт и другие.

Первые академии наук возникли в Италии, на родине Возрождения. В 1560 г. в Неаполе была создана «Академия тайн природы». Знаменитая Академия Деи Линчеи (рысьеглазых) была основана в Риме в 1603 г.; Галилей был одним из ее первых членов. После смерти Галилея во Флоренции в 50-х годах была создана «Академия дель Чименто» (опытных знаний); ее членами были Э. Торричелли, В. Вивиани, Дж. Борелли и другие.

В середине XVII в. в Лондоне создается частный кружок ученых, собиравшихся обсуждать свои научные результаты в области натуральной философии, как тогда называли науку о природе. Вот выдержки из писем Дж. Валлиса, одного из основателей этого научно-технического общества[1]: «Мы договорились между собой встречаться еженедельно где-либо в Лондоне в определенный день и час, внеся при этом некоторый вступительный взнос и делая еженедельные сборы в погашение расходов по научным экспериментам, для того чтобы обсуждать согласно выработанным нами правилами эти вопросы... В наши задачи (из коих исключались вопросы теологии и государственные дела) входило изучение и обсуждение философских исследований, а также связанных с ними вопросов физики, анатомии, геометрии, астрономии, мореплавания, статики, магнетики, химии, механики, выполнение естественнонаучных экспериментов, ознакомление с состоянием этих наук, как они были разработаны у нас и за границей».

Далее Валлис подробно перечисляет проблемы века, которые обсуждались в их кружке: о циркуляции крови, о гипотезе Коперника, о природе комет и новых звезд, о спутниках Юпитера, о пятнах на Солнце, о его вращении около своей оси, о возможности или невозможности пустоты, о торричеллевом эксперименте с ртутью и т. д.

Из этого сокращенного списка проблем видно, что в центре внимания лондонского кружка ученых были наиболее актуальные

[1] См.: Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов, с. 26.

вопросы научной революции XVI—XVII вв., ознаменованной на первом этапе открытиями Коперника, Кеплера, Галилея, Торричелли, У. Гарвея, Гильберта и других. В 1662 г. общество было принято под покровительство королевской власти и стало называться Лондонским Королевским обществом (день подписания первой хартии или устава — 15 июля). Первыми членами Общества стали Р. Бойль, К. Рен, Дж. Валлис, Р. Гук—куратор, ответственный за подготовку трех-четырех крупных экспериментов к каждому собранию.

В 1700 г. возникла Берлинская Академия наук, в 1725 г.— Петербургская. Возникает научная периодика: с 1665 г. издается в Лондоне «Philosophical Transactions»; в то же время в Париже основан «Journal des savants»; в Лейпциге основан журнал «Acta Eruditorum».

§ 3
СОЗДАНИЕ ТЕОРИИ ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

В 1661 г. в Лондоне была образована комиссия для изучения природы тяжести, в которую вошли Р. Бойль, Р. Гук и другие. В 1666 г. Гук доложил о проделанных им опытах, в которых он пытался установить убывание тяжести с возрастанием высоты над поверхностью Земли. Опыты оказались неубедительными, хотя основная идея была плодотворной. Спустя два месяца Гук выступил с новым докладом, в котором утверждал, что Солнце должно обладать некоторым притягивающим свойством по отношению к планетам. Интересна его аналогия между движениями грузика конического маятника и планеты по ее орбите. Стремление грузика и планеты продолжать начатое движение по прямой (по свойству инерции) нарушается притягивающим изгибающим началом: у грузика — натяжением нити, у планеты — притяжением Солнца. Гук утверждал, что на основе предположения о притягивающем свойстве можно было бы по двум-трем положениям планет рассчитать их орбиты и движение. Однако такая программа не была выполнимой для самого ее автора; будучи проницательным и остроумным экспериментатором, Гук не был математиком.

Через восемь лет Гук опубликовал большой мемуар «Попытка доказательства годичного движения на основе наблюдений» (1674). Здесь он подходит к истине еще ближе, резюмируя сочинение следующими тремя положениями.

1. Не только Солнце притягивает планеты, но и планеты притягивают Солнце и друг друга.

2. Приведенное в движение тело движется по прямой до тех пор, пока притягивающее изгибающее начало не отклонит его от прямолинейного движения, после чего оно будет вынуждено двигаться по окружности или эллипсу.

3. Притягивающее действие тем больше, чем ближе тело к центру притяжения. Что касается степени убывания этой силы, делает Гук в заключение важное добавление, то она не определена им на опыте. Однако как только зависимость силы от расстояния станет известной, астрономы смогут найти законы небесных движений.

Что же думал по этому поводу его младший великий современник и коллега Исаак Ньютон?

1660-е годы были в основном периодом оптических увлечений Ньютона. Однако вынужденный из-за чумы 1665 г. жить на своей ферме Вулсторп, он размышлял о природе тяготения. Неясное звено в цепи рассуждений Гука — чему пропорциональна притягивающая сила центрального тела — чрезвычайно интересовало многих, в том числе и Ньютона. И вот, в Вулсторпе Ньютон впервые провел расчет, в котором фигурировала сила тяготения, обратно пропорциональная квадрату расстояний.

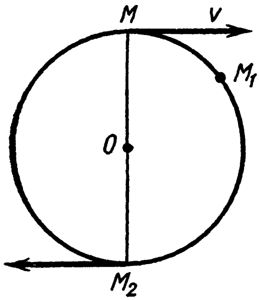


Рис. 17

Уже в эту пору Ньютон вывел зависимость центростремительного ускорения точки от величины скорости и радиуса жесткой окружности, по которой равномерно движется точка. Известно, что эту зависимость ($a=v^2/R$) Гюйгенс вывел несколько ранее, но опубликовал ее лишь в 1673 г. Таким образом, Ньютон вывел эту формулу независимо от Гюйгенса. Он рассуждал, по-видимому, так (рис. 17) [1].

Пусть точка М массы m движется равномерно по окружности со скоростью v. Что мешает точке двигаться по инерции, уйдя с круга по прямой? Этим препятствием служит давление связи N на точку М, именно оно вызывает изменение количества движения точки Δmv, именно оно мешает «устремлению точки от центра» (*conatus recedendi*). За меру силы N Ньютон принимает величину этого «устремления», а именно изменения количества движения точки. В этом уже зачаток второго закона Ньютона. Так как масса точки не меняется, мы в дальнейшем для величины «устремления точки от центра» будем писать не Δmv, а Δv. Пройдя половину окружности, точка меняет направление скорости на противоположное, поэтому величина устремления от центра за это время равна: $\Delta v = 2v$. Отношение величины «устремления» $2v$ к скорости движения v равно 2 и совпадает с отношением хорды перемещения (т. е. диаметра MM_2) к радиусу R. Итак, Ньютон замечает отношение:

$$\frac{\Delta v_2}{v} = \frac{MM_2}{R} = 2.$$

[1] Herivel J. W. Sur les premières recherches de Newton en dynamique.

Такая пропорция имеет силу и для четверти периода, когда хорда MM_4 равна стороне вписанного квадрата. Индекс 4 означает число сторон вписанного правильного многоугольника. Запишем по Ньютону:

$$\frac{\Delta v_4}{v} = \frac{l_4}{R}.$$

Для числа звеньев n соответствующая пропорции будет иметь вид:

$$\frac{\Delta v_4}{v} = \frac{l_n}{R},$$

где l_n — длина стороны правильного n-угольника. Далее Ньютон совершает предельный переход, считая, что число сторон правильного вписанного многоугольника стремится к бесконечности, сумма длин сторон стремится к длине окружности $2\pi R$; сумма приращений скорости $\Sigma\, \Delta v_n$, названная «полным устремлением от центра за один оборот», так относится к величине скорости v, как длина окружности к радиусу, т. е. это отношение равно 2π. Далее по существу Ньютон вводит радианную меру дуги окружности и соответствующего центрального угла: он рассматривает такое перемещение точки M по окружности, при котором дуга MM_1 равна радиусу R. Тогда «устремление от центра» Δv в точности равно v (на основании выведенной выше пропорциональности). Время, затраченное на прохождение дуги $MM_1 = R$ равно $\Delta t = R/v$. Тогда центростремительная сила (скорость изменения скорости в единицу времени) или ускорение равно:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R/v} = \frac{v^2}{R}.$$

Предельный переход здесь не нужен, так как скорость по величине постоянна, а искривление траектории одинаково в каждой точке, следовательно, величина ускорения (у Ньютона для этого используется термин ускоряющая, или центростремительная, сила) будет такая же, как и в точке M_1. Ньютон вывел эту формулу в 1664—1665 гг.; ко времени опубликования трактата «Математические начала натуральной философии» (1687) он познакомился с выводом Гюйгенса той же формулы. Высоко оценив доказательство Гюйгенса, Ньютон включил в свое сочинение приведенное выше собственное доказательство, правда в чрезвычайно лаконичной форме[1].

На основе III закона Кеплера Ньютон смог вывести обратно-квадратичную зависимость ускорения от расстояния между взаимодействующими телами. Суть его рассуждений такова. Если обозначить через $a_л$ и $a_з$ ускорения Луны и тела, движущегося

---

[1] См.: Ньютон И. Начала, с. 80.

вокруг Земли по орбите с радиусом Земли $R_з$, то отношение ускорений

$$\frac{a_л}{a_з} = \left(\frac{2\pi}{T_л}\right)^2 R_л : \left(\frac{2\pi}{T_з}\right)^2 R_з = \frac{T_з^2}{T_л^2}\,\frac{R_л}{R_з},$$

где $T_л$ и $T_з$ — периоды обращения тел по своим круговым орбитам. По III закону Кеплера можно заменить отношение квадратов периодов через кубы соответствующих радиусов $R_з$ и $R_л$:

$$\frac{a_л}{a_з} = \frac{R_з^3 \cdot R_л}{R_л^3 \cdot R_з} = \frac{R_з^2}{R_л^2}.$$

Таким образом Ньютон получил ядро будущего закона тяготения.

Приведем рассуждения Ньютона[1], которые он провел в трактате через двадцать лет после приведенного вывода. Речь идет о том искусственном спутнике, который мысленно «запустил» Ньютон на околоземную орбиту; его центростремительное ускорение было обозначено буквой $a_з$): «Если бы около Земли вращалось бы несколько лун, подобно тому как около Юпитера и Сатурна, то времена их обращений (на основании наведения) следовали бы планетным законам, открытым Кеплером, и поэтому их центростремительные силы были бы по предложению I обратно пропорциональны квадратам расстояний. Если бы наинизшая из этих лун была малой и почти что касалась вершин высочайших гор, то центростремительная сила, которой бы она удерживалась на своей орбите (согласно предыдущему расчету), равнялась бы приблизительно силе тяжести на вершине этих гор; если бы этот спутничек лишить его поступательного движения по орбите, то вследствие отсутствия центробежной силы, от которой он продолжает оставаться на своей орбите, он под действием предыдущей стал бы падать на Землю и притом с такой же скоростью, с какой на вершинах этих гор падают тяжелые тела, ибо в обоих случаях действующие силы равны... Следовательно, та сила, которою Луна удерживается на своей орбите, есть та же самая, которую мы называем силой тяжести, ибо в противном случае или сказанный спутничек на вершинах гор не имел бы тяжести, или падал бы...»

Для проверки истинности полученного результата Ньютон сопоставил найденную величину $a_з$ с величиной ускорения свободного падения на Земле. Зная, что расстояние до Луны примерно в 60 раз больше радиуса Земли, Ньютон находит величину $a_з$. Не имея под руками в Вулсторпе иных данных для нахождения радиуса Земли, кроме тех, что приведены в «Диалогах» Галилея, Ньютон воспользовался значением $R_з$, равным 3500 итальянских миль, что привело к величине $a_з$, заниженной по сравнению с данными конца XVII в. примерно на 16%.

---

[1] Там же, с. 513.

Вероятно, такое существенное расхождение в величинах охладило отношение Ньютона к «философским проблемам», как тогда называли проблемы строения мира. Так или иначе, но ничего из приведенных вычислений Ньютон не публиковал на протяжении двадцати лет. По возвращении в Кембридж в 1667 г. он снова углубился в занятия оптикой, химией, а этому эпизоду, именуемому историками «размышлениями под яблоней», суждено было всплыть позже при тяжбе с Гуком из-за приоритета в вопросе гипотезы обратных квадратов.

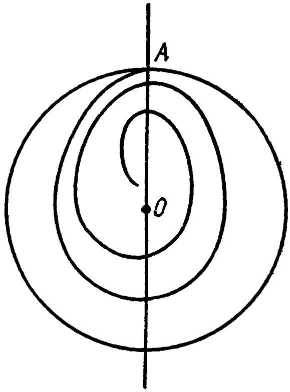


Рис. 18

Мемуар Гука о годичном движении Земли с изложенными выше тремя гипотезами был опубликован после возвращения Ньютона из Вулсторпа и, следовательно, уже после его «размышлений под яблоней». У Ньютона было что сказать на поставленные Гуком вопросы, но он молчал.

В 1679 г., став секретарем Королевского общества, Гук обратился к Ньютону в Кембридж с письмом, где прямо спрашивал мнение Ньютона о своих гипотезах. Ньютон уклонился от дискуссии, сказав, что в последние годы он был далек от «философии» и ничего не слышал о гипотезах Гука относительно небесных движений. Однако в конце письма к Гуку Ньютон привел свои доводы, доказывающие вращение Земли на основе факта отклонений падающего с высоты тела от вертикали к востоку. Ньютон дорисовал воображаемый путь такого тела внутри Земли, если бы она была полой — криволинейная дуга замыкалась в центре Земли.

Гук очень быстро откликнулся, указывая, что, по его мнению, эта кривая должна быть «эллиптоидом». С. И. Вавилов в книге «Исаак Ньютон» назвал эту кривую «секретом Гука». Эскизы этой кривой найдены в записках Королевского общества (рис. 18) [1]. Эксцентрический эллиптоид Гука представляет собой некую спираль вокруг центра Земли, а при отсутствии сопротивления получается эллипс.

Ньютону пришлось принять участие в дискуссии. Он вынужден был признать, что Гук ближе к истине в вопросе о внутренней части траектории. При этом Ньютон объяснил, что он имел в виду случай постоянной силы тяжести внутри Земли. На это Гук возразил, что он, в свою очередь, имел в виду закон обратных квадратов вплоть до центра Земли; что касается отклонения падающих тел, то в северном полушарии это отклонение от вертикали происходит не строго на восток, а на юго-восток.

---

[1] Розенфельд Л. Ньютон и закон тяготения.— В кн.: У истоков классической иауки, с. 80.

Так впервые явно была высказана гипотеза обратных квадратов. Интуицию Гука очень высоко оценил С. И. Вавилов[1]: «Если связать в одно все предположения и мысли Гука о движении планет и тяготении, высказанные им в течение почти 20 лет, то мы встретим почти все главные выводы «Начал» Ньютона, только высказанные в неуверенной и мало доказательной форме. Не решая задачи, Гук нашел ее ответ. Вместе с тем перед нами вовсе не случайно брошенная мысль, но несомненно плод долголетней работы. У Гука была гениальная догадка физика-экспериментатора, прозревающего в лабиринте фактов истинные соотношения и законы природы».

Необходимость решения задач небесной механики становилась очевиднее с каждым годом, но Ньютон по-прежнему оставался в стороне от «философии». Он занимался лекциями, химией, Вулсторпской фермой...

Гипотеза обратных квадратов витала в воздухе, она привлекала все большее внимание членов Лондонского Королевского общества. В 1684 г. трое из них — Галлей, Рен и Гук, сидя в кофейне, завели разговор о великой проблеме планетных движений. Все трое сходились на том, что движение планет слагается из двух движений: прямолинейного равномерного движения и как бы падения на Солнце. Галлей заявил, что он вывел обратноквадратичную зависимость тяготения от расстояния из III закона Кеплера для кругового движения. Рен предложил в качестве приза книгу стоимостью в 40 шиллингов тому, кто выведет форму эллиптической орбиты при действии на тело упомянутой силы тяготения. Он не рисковал ввести себя в расход: проблема была не под силу его собеседникам. Как пишет С. И. Вавилов, «оставалось одно — обратиться к всеведущему Ньютону».

В мае 1684 г. Галлей поехал в Кембридж и поставил перед Ньютоном этот вопрос. Так Ньютон был вовлечен в серьезную работу над проблемой тяготения. Ньютон не только разработал метод расчета эллиптической орбиты на базе гипотезы обратных квадратов. Он делал все фундаментально: построил основы динамики, ее аксиомы (законы), определения, понятия, создал математический аппарат «первых и последних отношений» — по сути элементы дифференциального и интегрального исчислений. Так возникла книга «De motu» (О движении) — ядро будущего трактата «Математические начала натуральной философии». К ноябрю Ньютон вручил Галлею рукопись и по его же настоянию стал готовить более развернутое изложение работы. В начале 1685 г. трактат «О движении» был представлен Королевскому обществу. Но публиковать его Ньютон все еще не разрешал, трактат был только занесен в регистр Общества.

Интерес и энергия Ньютона теперь не ослабевали. По свидетельству его секретаря Гемфри, Ньютон забывал о сне и еде.

---

[1] Вавилов С. И. Исаак Ньютон, с. 104.

Трудоспособность его была поразительной. Работа быстро продвигалась и к 1687 г. была закончена. Трактат «Начала» состоял из трех больших книг. Две первые назывались «О движении тел», третья «О системе мира». В ней излагался закон всемирного тяготения, фактически выведенный из законов Кеплера.

Энергичный Э. Галлей взял на себя хлопоты и денежные издержки, связанные с публикацией «Начал». Однако на пути к завершению издания ему пришлось выдержать тяжбу из-за приоритета в вопросе о соотношении обратных квадратов.

На одном из заседаний Общества ученые высказывали заслуженные похвалы Ньютону. Гук был уязвлен (и не без основания) тем, что его работы и достижения в этом вопросе были забыты.

Вечером в кофейне, где собрались некоторые из коллег, он высказал свои притязания. Кто-то указал ему в ответ, что лишь его вина в том, что разработку гипотезы выполнил не он сам. До Ньютона дошли сведения об этом заочном обсуждении его труда. В гневном письме Галлею Ньютон грозит исключить III книгу из издания, оставив трактат без венца. Здесь-то Ньютон и сообщает, что закон квадратичного убывания тяжести известен ему лет двадцать (имелись в виду «размышления под яблоней» во время чумы). После дипломатического письма Галлея Ньютон тем не менее согласился упомянуть имя Гука, что и сделано в Поучении II отдела первой книги.

В дополнение к этому известному эпизоду хотелось бы привести высказывание американского физика Р. С. Вестфал[1]: «Порой кажется, что деятельное великолепие Гука было создано для того, чтобы высекать искры из флегматичной гениальности Ньютона».

Изложенному эпизоду часто дают характеристику как драматическому событию в том смысле, что судьба теории тяготения находилась в зависимости от человеческих отношений. Вестфал заканчивает цитированную фразу: «Кроме самих Ньютона и Гука, полемика не требовала никакого постороннего агента».

И этот вывод, и драматизация отношений Ньютона и Гука — некоторое преувеличение. Несомненно, взаимодействие творчества таких натур, как Ньютон и Гук, Максвелл и Фарадей, играло немалую роль в ускорении развития науки. Играют роль и другие факторы. В книге Л. де Бройля «По тропам науки» ставится риторический вопрос: если бы Ньютон жил в наше беспокойное время, открыл ли бы он закон всемирного тяготения?

Думается, что не пришлось бы открывать этот закон в XX в., ибо в таком законе была насущная потребность в XVII—XVIII вв., а поэтому столь же блистательно или с большими трудностями, чем Ньютон, ученые той эпохи пришли бы к открытию закона

---

[1] Вестфал Р. С. Ответ Ньютона Гуку и теория цветов.— В кн.: У истоков классической науки, с. 114.

всемирного тяготения. Об эпохе XVII в. — вершине научной революции — можно сказать словами Ф. Энгельса[1]: это была эпоха, нуждавшаяся в титанах и породившая титанов по силе мысли, характера, по страсти и учености.

§ 4
ТРАКТАТ НЬЮТОНА «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАЧАЛА НАТУРАЛЬНОЙ ФИЛОСОФИИ»

Со времени провозглашения гелиоцентрической системы мира Коперником естествознание, заявив о своей независимости от теологии, вышло на путь истинно научного познания. С этого времени развитие точных наук в соответствии с ходом экономического и политического прогресса стран Европы набирало темпы: научная революция шла к завершающему этапу.

В центре политических событий XVII в. — эпохи второй решительной схватки буржуазии с феодализмом — была буржуазная революция в Англии, одной из наиболее развитых стран. После нескольких этапов подъема и спада революционного движения в Англии установилась буржуазно-конституционная монархия. Вслед за существенными переменами в экономике, политике, мировоззрении происходили важные изменения в развитии техники и науки. Поворотным моментом эволюции точных наук, в особенности механики, явилось создание трактата Ньютона «Начала», завершающего важнейшие достижения его современников и предшественников: «В истории естествознания не было события более крупного, чем появление «Начал» Ньютона. Причина была в том, что эта книга подводила итоги всему сделанному за предшествующие тысячелетия в учении о простейших формах движения материи»[2].

Биография Ньютона внешне может показаться однообразной: он жил в уединении, сосредоточенно занимаясь разработкой «натуральной философии» (точного естествознания). Однако его внутренняя интеллектуальная жизнь была напряженной, наполненной большими событиями. Менее чем за десять лет сельский юноша превратился в ученого с редкой самостоятельностью и силой мысли.

Исаак Ньютон родился 5 января 1643 г. в деревне Вулсторп, близ городка Грэнтем, севернее Кембриджа, в фермерской семье. Отец умер до рождения сына. Из-за перемен в семье (когда ему было 13 лет, умер его первый отчим) учеба в грэнтемской школе прерывалась. Только в 18 лет Ньютон поступил в Тринити-колледж в Кембридже. Двадцатишестилетнему Ньютону его учитель

---

[1] См.: Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 20, с. 346.
[2] См.: Вавилов С. И. Исаак Ньютон, с. 110.

И. Барроу уступил люкасовскую кафедру (по имени Г. Люкаса, пожертвовавшего средства для ее основания). В это время Ньютон углубленно занимался оптикой, химией, не забывая и ферму в Вулсторпе. Обстоятельства, втянувшие его в напряженную работу над трактатом «Математические начала натуральной философии», уже освещены. В конце XVII в. Ньютона привлекли к руководству деятельностью Монетного двора (с 1699 г. он стал главным его директором). В 1699 г. он был избран иностранным членом Парижской Академии наук. В 1703 г. он избран президентом Лондонского Королевского общества, членом которого он был с 1672 г., затем он был возведен в сан дворянства. Умер И. Ньютон 20 марта 1727 г.

Исаак Ньютон

В принципиальном отношении трем обширным книгам «Начал» Ньютона не уступают три важнейших небольших по объему раздела трактата: «Предисловие автора», «Определения» и «Аксиомы, или законы движения». В «Предисловии» сформулирована цель трактата: дать тщательное развитие приложений математики к физике. О том, как Ньютон определял предмет и место механики среди других наук, уже говорилось в Введении к настоящей работе. Кратко программу Ньютона выражают следующие слова Предисловия [1]: «...по явлениям движения распознать силы природы, а затем по этим силам объяснить остальные явления».

Рассмотрим важный для создания фундамента классической механики раздел «Определения».

«Определение 1. Количество материи (масса) есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально плотности и объему ее» [2]. Ясно, что более позднее понимание плотности как массы единицы объема вещества приводило бы такое определение к порочному кругу; однако здесь нет тавтологии. Будучи атомистом по воззрениям относительно строения вещества, Ньютон понимал плотность иначе. Атомистические воззрения Ньютона в трактате «Начала» не излагаются, высказывания по этому вопросу можно найти в его сочинении «Оптика», статье «О природе кислот» и в письмах к ученым. В тексте «Начал» вслед за приведенным

---

[1] Ньютон И. Начала, с. 2.
[2] Там же, с. 23.

выше первым определением (массы) сказано: «Воздуха двойной плотности в двойном объеме вчетверо больше, в тройном — вшестеро. То же относится к снегу или к порошкам, когда они уплотняются от сжатия или таяния. Это же относится и ко всякого рода телам, которые в силу каких бы то ни было причин уплотняются. Однако при этом я не принимаю в расчет той среды, если таковая существует, которая свободно проникает в промежутки между частицами» [1].

Из переписки Ньютона видно, что иерархия дискретных частиц, по Ньютону, была сложной [2]: «Представим себе, что частицы тел расположены так, что промежутки или пустые пространства между ними равны им всем по величине, что частицы могут быть составлены из других частиц, более мелких, пустое пространство между коими равно величине всех этих меньших частиц».

Можно считать, что плотность, по Ньютону, определяется числом идентичных корпускул в данном (например, единичном) объеме вещества.

Определение (второе) количества движения устанавливает эту меру пропорционально скорости тела и его массе.

Далее определяется «врожденная сила материи» — инерция — как присущая ей способность «сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения» [3]. Здесь же Ньютон поясняет: «Эта сила всегда пропорциональна массе, и если отличается от инерции массы, то разве только воззрением на нее».

Следующее (четвертое) определение касается важного в динамике Ньютона понятия силы [4]: «Приложенная сила есть действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения».

Ньютон поясняет, что действие силы не остается в теле после прекращения приложения ее (далее тело будет двигаться по инерции). В качестве примеров сил указываются удар, давление, центростремительная сила. Переводчик «Начал» на русский язык А. Н. Крылов замечает по поводу четвертого определения, что оно определяет силу только динамически. Измерение величины силы с помощью динамометра или пружинных весов основано на статическом действии силы. Действие силы при равновесии проявляется в деформации опоры.

Раздел «Определения» Ньютон завершает «Поучением», где вводятся важные понятия абсолютного и относительного времени и пространства:

«I. Абсолютное, истинное математическое время само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо

[1] Там же, с. 23.
[2] См.: Вавилов С. И. Исаак Ньютон, с. 147.
[3] Ньютон И. Начала, с. 25.
[4] Там же, с. 26.

внешнему, протекает равномерно и иначе называется длительностью.

Относительное, кажущееся или обыденное время есть или точная, или изменчивая, постигаемая чувствами внешняя, совершаемая при посредстве какого-либо движения, мера продолжительности, употребляемая в обыденной жизни вместо истинного математического времени, как-то: час, день, месяц, год.

II. Абсолютное пространство по самой своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным.

Относительное есть его мера или какая-либо ограниченная подвижная часть, которая определяется нашими чувствами по положению его относительно некоторых тел и которое в обыденной жизни принимается за пространство неподвижное»[1].

Ньютон понимал, что вводимое им абсолютно неподвижное пространство является идеализацией: «Возможно, что какое-нибудь тело в области неподвижных звезд, а может быть, и много далее, находится в абсолютном покое, но узнать по взаимному положению тел в наших областях, не сохраняет ли какое-нибудь из них постоянное положение относительно этого весьма отдаленного, нельзя»[2]. По существу Ньютон был «релятивистом», но, выполняя задачу систематизации научных знаний, он вынужден был ограничиться исторически оправданной упрощенной абстракцией пространства и времени. Различие реального и теоретического факта характерно для всего творчества Ньютона; вот одно из высказываний, подтверждающих это[3]:

«Таким образом относительные количества не суть те самые количества, коих имена им обычно придаются, а суть лишь результаты измерений сказанных количеств (истинные или ложные), постигаемые чувствами и принимаемые обычно за самые количества». Ньютон поясняет далее, что под названиями «время», «пространство», «место» и «движение» следует понимать их меры, постижимые чувствами, т. е. лишь относительные количества. Совершают ошибку те, кто истолковывают такие термины, как сами эти действительные величины, измеряемые физиками. «Не менее того засоряют математику и физику и те, кто смешивают самые истинные количества с их отношениями и их обыденными мерами».

Далее формулируются законы движения.

«Закон I. Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменять это состояние.

Закон II. Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

---

[1] Там же, с. 30.
[2] Там же, с. 32, 33.
[3] Там же, с. 35—36.

Закон III. Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе — взаимодействие двух тел друг на друга между собою равны и направлены в противоположные стороны»[1].

Второй закон позволяет найти силу, если известно движение точки; если же в каждый момент движения известна сила, то можно найти все свойства движения материальной точки. Так как при движении тела по инерции (или при таком движении системы отсчета) не требуется действие силы, то второй закон справедлив не только в абсолютном пространстве, но и по отношению к любой инерциальной системе отсчета.

Ньютон указывает, что Галилей уже использовал первый и второй законы[2] и что Рен, Валлис и Гюйгенс добавляли еще и третий закон при исследовании явлений удара. Понятие массы явно не входит в три закона динамики, однако количество движения Ньютоном определено как величина, пропорциональная массе. Пропорциональность силы тяготения (тяжести) массе Ньютон проверял многочисленными опытами.

Далее Ньютон выводит ряд следствий из трех законов. Первое следствие сформулировано как принцип независимости сил: при силах совокупных тело описывает диагональ параллелограмма в то же самое время, как его стороны — при раздельных, в доказательстве следствия речь идет об импульсах силы. Четвертое следствие устанавливает закон сохранения движения центра масс изолированной системы[3].

В 5-м и 6-м следствиях дается формулировка принципа относительности Галилея (наименование это дано в XX в.)[4]: «Относительные движения друг по отношению к другу тел, заключенных в каком-либо пространстве, одинаковы, покоится ли это пространство, или движется равномерно и прямолинейно без вращения».

Так, Ньютон фактически вводит понятия о привилегированных системах отсчета — инерциальных. Широко известный пример Ньютона с вращающимся ведром, наполненным водой, подчеркивает разницу между инерциальными и неинерциальными системами отсчета: пока вода не вращается, у нее плоская поверхность. Ньютон приводил и другие примеры тех экспериментов, которые могли бы выявить движение системы отсчета, если бы она имела элемент вращения. В такой системе два шарика, соединенные нитью, приводили бы нить в натянутое состояние. В этом примере фактически была высказана идея, воплощенная позже в устройстве прибора для измерения угловой скорости (тахометра).

Первая книга трактата Ньютона называется «О движении тела» (в пустоте). Она начинается с отдела, излагающего элементы дифференциального и интегрального исчисления (в весьма

[1] Там же, с. 39—41.
[2] Там же, с. 50—51.
[3] Там же, с. 41.
[4] Там же, с. 49.

краткой форме), причем эти идеи высказаны на языке геометрии, т. е. в построениях геометрических фигур с мысленно выполняемыми процессами предельного перехода, например от ступенчатой кривой к плавной. С. И. Вавилов указывал, что[1] «...математическая работа для Ньютона имела главным образом вспомогательное значение орудия при физических изысканиях».

В первой книге «Начал» Ньютон выводит законы Кеплера, исходя из определенных предположений о характере силы. Так, например, закон площадей (второй закон Кеплера) доказывается Ньютоном чисто геометрически на основе единственного предположения о центральности сил. Теорема первая (отдела второго) гласит: площади, описываемые радиусами, проводимыми от обращающегося тела к неподвижному центру сил, лежат в одной плоскости и пропорциональны временам описания их.

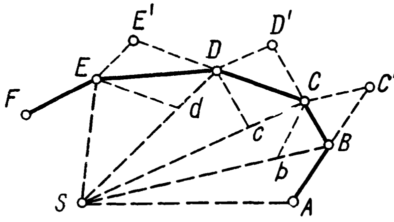


Рис. 20

Обозначая через S неподвижный центр притяжения (рис. 20), Ньютон разбивает время на равные промежутки; в течение первого из них тело описывает по инерции отрезок AB. Без действия сил оно за следующий промежуток времени пришло бы в точку C' вдоль прямой отрезка AB, причем $BC'=AB$ по первому закону динамики. Площади треугольников ASB и BSC' равны. По схеме Ньютона, когда тело пришло в точку B, на него подействовала «одним большим натиском» центростремительная сила S, вследствие чего тело отклонилось от пути BC' и пошло по BC — диагонали параллелограмма $BC'Cb$, сторона которого Bb представляет перемещение точки B, если бы на него действовала только сила S за рассматриваемый промежуток времени. Из построения видно, что BC лежит в плоскости SAB, а площадь треугольника SCB равна площади треугольника $SC'B$, следовательно, равна и площади первоначального треугольника SAB. Так же протекает движение точки и в следующий промежуток времени. Ньютон рассуждает так: «Увеличивая число треугольников и уменьшая их высоту бесконечно, получим, что в пределе периметр $ABCD$ будет кривой линией», расположенной в одной плоскости и удовлетворяющей свойству сохранения площадей, описываемых радиусом за равные промежутки времени.

В первой книге Ньютон решает множество задач о невозмущенном движении планеты (кометы) под действием силы притяжения Солнца, обратно пропорциональной квадрату расстояния между телами. Он находит коническое сечение, проходящее через несколько заданных точек. Эти задачи имели прямое отношение

[1] Вавилов С. И. Исаак Ньютон, с. 152.

к проблеме определения кеплеровых орбит небесных тел по нескольким наблюдениям [1].

Изучая орбиты тел, движущихся под действием центростремительной силы, Ньютон установил закон сохранения живых сил (в этом случае): если скорости двух тел, движущихся под действием некоторой центростремительной силы, равны при равном удалении от центра (одно тело движется по криволинейной орбите, второе — по прямолинейной), то эти скорости будут равны во всяких других положениях тел при равном их удалении от центра (Предложение XL первой Книги).

Далее Ньютон рассматривает движение планеты под действием возмущающих сил притяжения со стороны какой-либо соседней планеты, ставит задачу трех и более взаимодействующих тел (отдел XI).

До сих пор под термином «тело» подразумевалась, как видно из рассуждений, материальная точка. Но в XII и XIII отделах Ньютон занимается разработкой основ теории притяжения сферических тел (а затем и произвольной формы). Сначала ставится и решается задача о притяжении точки сферическим телом с плотностью, зависящей от радиуса. Фактически Ньютон интегрирует отдельные силы притяжения между мысленно выделенными элементами тел (исчезающе малых размеров) с материальной точкой.

Затем рассматривается притяжение двух сфер, которое сводится к притяжению их центров, в которых сосредоточены массы сфер. Рассматриваются вопросы взаимодействия световых корпускул с линзами, призмами и пр.

Так совершается переход к оптическим задачам (о распространении, преломлении световых лучей), трактуемым чисто механически. Из задач технического характера решаются задачи о колебании маятников в среде без сопротивления (по окружности, циклоиде и на сфере).

Вторая книга «Начал» называется так же, как и первая: «О движении тел»; отличие — в характере задач, так как движение рассматривается в среде, оказывающей сопротивление. Поэтому большая часть книги посвящена вопросам гидромеханики.

Однако главная цель, которую ставит перед собой Ньютон в этой книге, состоит в опровержении вихревой гипотезы Декарта; он доказал, что если бы космическое пространство было заполнено некоторой материальной средой, то она оказывала бы сопротивление движению тел, тогда (точный расчет это доказывал) траектории планет не были бы замкнутыми (отдел четвертый). Но планеты движутся по эллипсам, что подтверждено наблюдениями, т. е. правильны законы Кеплера. Следовательно, рассуждал Ньютон, мировое пространство пусто, гипотеза вихрей неверна.

---

[1] См.: Дубошин Г. Н. Астрономия в работах Ньютона, с. 89—101.

Во второе издание «Начал» вошел теоретически обобщенный Ньютоном эмпирический материал Дезагюлье и Гоуксби, проводивших опыты по бросанию шаров с башни собора Св. Павла в Лондоне. Шары были различных размеров (стеклянные, заполненные различными веществами). Описываются также собственные опыты Ньютона с падением шаров из различного материала в воде. Ньютон вводит поочередно гипотезы о зависимости сопротивления воздуха от скорости движения в нем тела в виде линейного, квадратичного и двучленного закона. Эти задачи имеют большое значение в баллистике. Несколько позже Д. Бернулли, Эйлер и другие довели эту теорию до приложения в артиллерийской практике (составление таблиц стрельб с учетом сопротивления воздуха).

В четвертом отделе исследуется круговое движение тела в сопротивляющейся среде. В пятом отделе, посвященном гидростатике, выводится ряд свойств несжимаемой жидкости. Затем исследуются свойства сжимаемой жидкости, плотность которой пропорциональна давлению (закон Бойля — Мариотта). Здесь, в частности, выведена барометрическая формула, впервые полученная Галлеем.

Большой интерес представляет шестой отдел, в котором Ньютон исследует качания маятников в сопротивляющейся среде. С одной стороны, Ньютон указал возможность определять с помощью колебаний характеристики сопротивления среды. Но второй, более принципиальной стороной этой проблемы был вопрос об установлении факта пропорциональности веса и массы. Ньютон описывает свои опыты с качаниями маятников, грузы которых были: в одном случае из дерева, в другом — из золота, затем — из свинца. Ньютон пришел к выводу, что вес тел пропорционален их инерции, т. е. массе, независимо от формы и химического состава тел. Этот важнейший физический факт в учении о тяготении позже неоднократно проверяли: в 1828 г. Бессель с большой точностью, а затем Этвеш (в конце XIX в.) с точностью до 10^{-8}.

В седьмом отделе изучается механизм сопротивления и влияния формы тел на сопротивление, которое оказывает жидкость на движение тел. А следующий отдел посвящен изучению волнового движения в средах, в частности звуковым волнам в воздухе. Ньютон выводит формулу для скорости звука в воздухе[1]: «Скорости распространяющихся в упругих жидкостях сотрясений находятся в прямом отношении корней квадратных сил упругости жидкости и в обратном отношении корней квадратных их плотностей, причем предполагается, что сила упругости жидкости пропорциональна сгущению ее».

Последнее предположение о пропорциональности давления (силы упругости) плотности жидкости есть формулировка закона Бойля — Мариотта для сжимаемой жидкости. Эта формула для

---

[1] Ньютон И. Начала, с. 480.

скорости звука давала расхождения с данными опытов, чего не мог объяснить Ньютон. Позже Лаплас объяснил это расхождение тем, что процесс распространения звуковой волны не является изотермическим и закон Бойля — Мариотта является упрощением.

В девятом отделе встречаем классическую формулу пропорциональности сопротивления трения (касательного) вязкой жидкости производной скорости по нормали к направлению потока. Эта формула, ставшая основой механики вязкой жидкости, высказана тоже словесно:[1] «Сопротивление, происходящее от недостатка скользкости жидкости, при прочих одинаковых условиях предполагается пропорциональным скорости, с которой частицы жидкости разъединяются друг от друга». (Скорости разъединения слоев стали трактовать как производную скорости по нормали к направлению движения.) В этом, заключительном отделе второй книги «Начал» Ньютон пытается дать окончательное опровержение вихрям Декарта, показав несогласованность вихревой гипотезы Декарта с законами Кеплера. По-видимому, из-за того, что Ньютон оперировал только величинами количеств движения, не вводя момента количества движения, столь важного для исследования вращательных движений тел и сред, в его выкладки вкралась ошибка. Однако общий вывод Ньютона о том, что вихревые движения жидкости не удовлетворяют третьему закону Кеплера (для элементов жидкости), правилен. Итак, вихревую гипотезу Декарта Ньютон считал опровергнутой.

Трактат Ньютона был задуман для обоснования одной из самых замечательных гипотез Ньютона — закона всемирного тяготения. Две первые книги «Начал» были как бы введением к самой содержательной третьей книге — «О системе мира».

Эта книга начинается формулировкой четырех правил умозаключения в физике[2].

«Правило I. Не должно принимать в природе иных причин сверх тех, которые истинны и достаточны для объяснения явлений.

Правило II. Поэтому, поскольку возможно, должно приписывать те же причины того же рода проявлениям природы».

Поясняя эти два правила, Ньютон указывает, что «природа проста и не роскошествует излишними причинами вещей». Следовательно, одни и те же причины лежат в основе падения камней в Европе и в Африке, в основе отражения света на Земле и на планетах и т. д.

«Правило III. Такие свойства тел, которые не могут быть ни усиляемы, ни ослабляемы и которые оказываются присущими всем телам, над которыми возможно производить испытания, должны быть почитаемы за свойства всех тел вообще.

Правило IV. В опытной физике предложения, выведенные из совершающихся явлений помощью наведения, несмотря на воз-

---

[1] Там же, с. 486.
[2] Там же, с. 502.

можность противных им предположений, должны быть почитаемы за верные или в точности, или приближенно, пока не обнаружатся такие явления, которыми они еще более уточнятся или же окажутся подверженными исключениям»[1].

Мы видим в этих методологических установках Ньютона программу индуктивного способа познания истины о законах природы. Ньютон в этом отношении был последователем Ф. Бэкона, отказываясь от далеко уходящих гипотез. Его девизом было: «Гипотез не измышляю» (Hypotheses non fingo). Он не вдавался в поиски причин там, где у него не хватало на это опытных средств. Единственным надежным путем ему казался путь индукции: от явления (опытов) к обобщениям, к теории. Именно это и фиксирует он в своих Правилах умозаключения.

Далее следует изложение шести «Явлений», устанавливающих из многократных многовековых наблюдений законы Кеплера для отдельных планет.

Исходя из этих явлений, рассуждениями, схема которых изложена выше при описании так называемого «размышления под яблоней» (1665), Ньютон выводит закон всемирного тяготения, устанавливая, что сила взаимодействия между Солнцем и планетой, планетой и спутником прямо пропорциональна массе каждого тела и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Пропорциональность силы тяготения массе каждого из взаимодействующих тел Ньютон также обосновывал, исходя из явления (опыта). Он вторично указывает, что проделал опыты с маятниками одинаковой длины, грузики которых были из различных материалов. Колебания таких маятников с точностью до одной тысячной оказались изохронными. Это доказывало, что ускорение силы тяжести (проявления силы тяготения на Земле) не зависит от веса, формы и материала колеблющегося грузика, т. е. пропорциональность веса количеству материи — массе тела.

Так как идея дальнодействия была подсказана магнитными явлениями, открытыми и изученными В. Гильбертом задолго до выхода в свет «Начал», то, естественно, Ньютон попытался сопоставить эти два рода взаимодействия. Ньютон указывает[2]: «Сила тяжести иного рода, нежели сила магнитная, ибо магнитное притяжение не пропорционально притягиваемой массе. Магнитная сила в том же самом теле может быть увеличиваема и уменьшаема. При удалении от магнита она убывает не обратно пропорционально квадратам расстояний, а ближе к кубам, поскольку я смог судить по некоторым грубым опытам».

Насколько Ньютон был физиком, указывают два момента этого фрагмента. Он уловил главное отличие силы тяготения от силы магнитного взаимодействия. Даже при низком уровне

---

[1] Там же, с. 504.
[2] Там же, с. 518.

экспериментальной техники того времени Ньютон был на пороге установления правильной количественной закономерности (закона Кулона) магнитного взаимодействия.

Ньютон предвидел сомнения в реальности тяготения из-за невозможности обнаружить тяготение между земными телами (такие сомнения высказывал X. Гюйгенс и другие), он объяснял это техническими затруднениями: тяготение земных тел во столько раз меньше сил тяжести, во сколько раз масса этих тел меньше массы Земли.

Позже, в 1798 г. Г. Кавендиш отмел такие возражения, показав, как можно с помощью крутильных весов измерять тяготения между земными телами. Позже этот метод был усовершенствован и сделался доступным для демонстраций тяготения земных тел в учебных лабораториях.

Оставался еще один пробел в системе воззрений Ньютона: в чем состоит механизм тяготения? Именно по вопросу о природе тяжести и тяготения картезианцы XVIII в. атаковали ньютонианцев. Картезианская физика каждому явлению отыскивала какие-нибудь механические схемы («механизм» явления), подчас гипотетические, весьма надуманные. Передача силового воздействия от тела к телу через пустоту казалась самому Ньютону парадоксальной[1]: «Непостижимо, — читаем в одном из его писем, — чтобы неодушевленная грубая материя могла без посредства чего-либо нематериального действовать и влиять на другую материю без взаимного соприкосновения, как это должно бы происходить, если бы тяготение в смысле Эпикура было существенным и врожденным в материи. Предполагать, что тяготение является существенным, неразрывным и врожденным свойством материи, так что тело может действовать на другое на любом расстоянии в пустом пространстве, без посредства чего-либо передавая действие и силу, — это, по-моему, такой абсурд, который немыслим ни для кого, умеющего достаточно разбираться в философских предметах. Тяготение должно вызываться агентом, постоянно действующим по определенным законам. Является ли, однако, этот агент материальным или нематериальным, решать это я предоставил моим читателям».

Остальные разделы третьей книги «Начал» с грандиозным размахом и силой набрасывают контуры механистической картины «мироздания». Из закона всемирного тяготения последовательно строится теория движения планет, их спутников, комет по их эллиптическим и параболическим траекториям. Особенности движения Луны объясняются возмущающим действием Солнца. Приливы и отливы имеют причиной действие притяжения Солнца и Луны на воды океана. Ньютон дал на основе теории тяготения научное объяснение предварению равноденствий. Встало на научную почву и решение проблемы о фигуре Земли: предположение

---

[1] Вавилов С. И. Исаак Ньютон, с. 129.

о первоначально жидкой вращающейся массе позволило Ньютону вывести зависимость между ее сжатием и отношением центробежной силы к силе тяжести на экваторе.

Назвав «Систему мира» Ньютона «вечным источником гордости всего мыслящего человечества», Н. И. Идельсон отмечает[1]: «Никогда, ни до, ни после появления «Начал», совокупность проблем такого порядка не ставилась совместно перед мыслителем и никогда природа не раскрывала сразу столько своих тайн перед одним, хотя бы и гигантским усилием...»

§ 5
ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СТАТИКА ВАРИНЬОНА

Едва ли не самым примечательным событием истории науки XVII в. было появление в 1687 г. «Начал» И. Ньютона — первого систематического изложения учения о движении материальных тел. В том же 1687 г. в Париже вышел в свет труд П. Вариньона «Проект новой механики», дополняющий сочинение Ньютона важными обобщениями в области статики, почти не затрагиваемой в «Началах» Ньютона. Окончательная редакция трактата Вариньона появилась в 1725 г. под названием «Новая механика, или статика». Термин «динамика», предложенный Лейбницем для учения о движении, был принят не сразу. Большая часть двухтомного сочинения Вариньона посвящена систематическому изложению геометрической статики, основанной на едином принципе сложения и разложения сил. Все силы (тяга руки, давление груза на опору, натяжение веревки) Вариньон оценивает по отношению к весу тела. Силы рассматриваются как величины геометрические, «превращенные из фунтов в футы и туазы». На отрезках, изображающих силы по величине и направлению, вместо стрелки нарисована всюду рука, натягивающая отрезок нити, что является первым шагом к «векторизации» понятия силы[2].

Из восьми аксиом Вариньона три содержали правильные утверждения[3]; позже эти предложения (несколько измененные редакционно) были включены в аксиоматику статики. Две из этих аксиом утверждают, что твердое тело под действием двух сил, приложенных в точке, будет пребывать в равновесии тогда и только тогда, когда эти силы равны по величине и противоположны по направлению. Вариньон делает существенное добавление, что любая из сил может быть заменена сопротивлением опоры. Третья правильная аксиома (пятая по порядку) указывает правило сложения двух коллинеарных сил, приложенных в одной

[1] Идельсон Н. И. Закон всемирного тяготения и теория движения Луны.— В кн.: Исаак Ньютон. К 300-летию со дня рождения, с. 178.

[2] См.: Крамар Ф. Д. Развитие геометрического аппарата механики.— «Вестн. АН КазССР», № 12, 51, 1964.

[3] См.: Тюлина И. А. Геометрическая статика П. Вариньона.

точке. После изложения аксиом следует «Основной принцип»: если на тело в некоторой точке действует произвольное число сил, направленных как угодно, то тело либо не будет двигаться, либо получит перемещение, которое будет таким же, как если бы на тело подействовала одна сила, называемая результирующей всех данных сил.

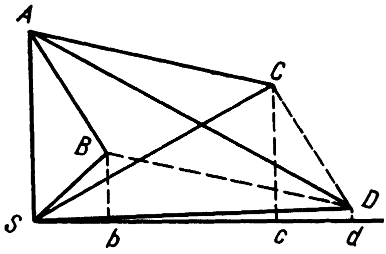


Рис. 21

Правило сложения сходящихся сил Вариньон «доказывает» в виде двух лемм. По существу здесь идет речь о сложении двух элементарных перемещений, которые получило бы тело под влиянием каждой из сил в отдельности. Для многих сходящихся сил фактически находится замыкающая сторона их силового многоугольника. Вариньон устанавливает возможность переноса силы в твердом теле по линии ее действия.

Однако имя Вариньона известно каждому, изучающему статику, в связи с леммой XVI, называемой теперь теоремой Вариньона:

если выбрать произвольную точку S и построить треугольники с вершиной в этой точке на сторонах AB и AC параллелограмма $ABCD$ (рис. 21) и на его диагонали AD, то сумма (если точка S лежит вне угла BAC) или разность (если точка S лежит внутри угла BAC) площадей треугольников, построенных на сторонах, равна площади треугольника SAD.

Вариньон изящно доказывает это положение, замечая, что высоты трех треугольников, имеющих общее основание AS, связаны аналогичным соотношением. Из частных случаев самый интересный тот, когда точка S лежит на диагонали или ее продолжении, тогда площади треугольников, построенных на сторонах AB и AC с вершиной в точке S, между собой равны.

Вслед за этой важной леммой Вариньон определяет момент силы относительно точки S как произведение силы на «плечо» (кратчайшее расстояние точки S до линии действия силы). Можно сформулировать лемму Вариньона с помощью этого понятия: момент равнодействующей двух сходящихся сил относительно некоторой точки плоскости сил равен алгебраической сумме моментов составляющих относительно той же точки.

Далее идет первая теорема трактата, называемая теперь «теоремой о трех силах», пока для частного случая.

В трактате Вариньона впервые заложены основы графостатики. Техника веревочных машин, а также действие ветровой нагрузки на парус — вот две технические предпосылки, навеявшие идею веревочного многоугольника Вариньона. Форма невесомой нерастяжимой веревки, закрепленной по краям и несущей один, два и более грузов в своих точках, напоминала форму паруса, надутого ветром (в профиле). Еще более тесной становилась аналогия, когда число грузов стремилось к бесконечности или попросту веревка становилась весомой, с равномерно распределенным по ее длине весом. Методы графической статики — оперирование двумя взаимными (веревочными и силовым) плоскими многоугольниками — были следствием размышлений ученого над задачей равновесия тяжелой цепи, закрепленной по концам.

В теоремах VIII—X и их следствиях излагается сущность главного метода графостатики. Этап за этапом от простого случая двух параллельных, направленных в одну сторону сил, до произвольной плоской системы сил, не приводящей к паре, Вариньон обосновал оперирование двумя взаимными фигурами — веревочным многоугольником, напоминающим веревку, в узлах которой приложены силы по различным направлениям, и силовым многоугольником (рис. 22). Первый многоугольник в графостатике начала XX в. называли шарнирным многоугольником, или многоугольником Вариньона[1]. Графостатика XIX в. исходила из методов геометрической статики Вариньона, существенно дополнив его учение.

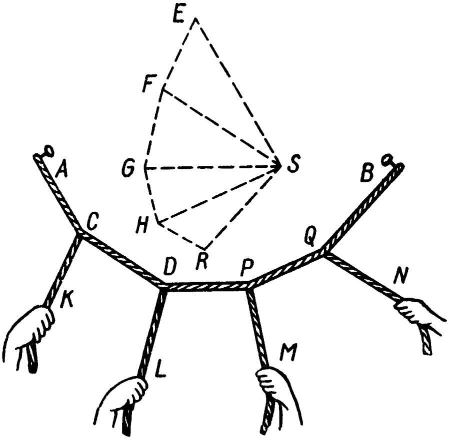


Рис. 22

Теорема XI и ее следствия устанавливают, что формой равновесия тяжелой однородной нити является цепная линия; здесь же изучаются свойства такой линии.

Принципиальное значение в статике Вариньона имеет раздел «Рычаги всех родов, различных форм и размеров под действием всевозможных сил и грузов»[2]. Новая абстракция силы реакции, введенная впервые Вариньоном, выступает особенно отчетливо в задаче о равновесии обобщенного рычага. Рассматривается (рис. 23) твердое тело с неподвижной горизонтальной осью B, на которое действуют произвольные силы, приводящиеся слева от вертикали, проходящей через точку B, к одной силе E, справа — к одной силе F. Напомним, что до этого Вариньон не рассматривал несходящиеся силы на плоскости. Применяя теорему о трех силах, Вариньон доказывает (теорема XXI), что для равновесия такого тела необходимо и достаточно, чтобы силы E, F

[1] См., например: Кирпичев В. Л. Основания графической статики, с. 30—36.
[2] Varignon P. Nouvelle mécanique, t. 1, p. 300.

и сила «сопротивления опоры» B (la charge d'appui) могли образовать замкнутый треугольник и чтобы прямая действия силы B проходила через точку пересечения двух активных сил E и F.

Следствия II и III теоремы XXI очень важны для дальнейшего решительного шага — предельного перехода от двух сходящихся сил к двум параллельным. Следствие II утверждает, что две силы, приложенные к концам коромысла прямого неравноплечного рычага первого рода, т. е. с точкой опоры в промежутке между приложенными силами, при равновесии относятся между собой обратно пропорционально кратчайшим расстояниям их линий действия от точки опоры рычага (моменты этих сил относительно точки опоры равны). Отметим, что эти силы не являются параллельными. Утверждается и обратное: при равенстве моментов сил рычаг останется в равновесии.

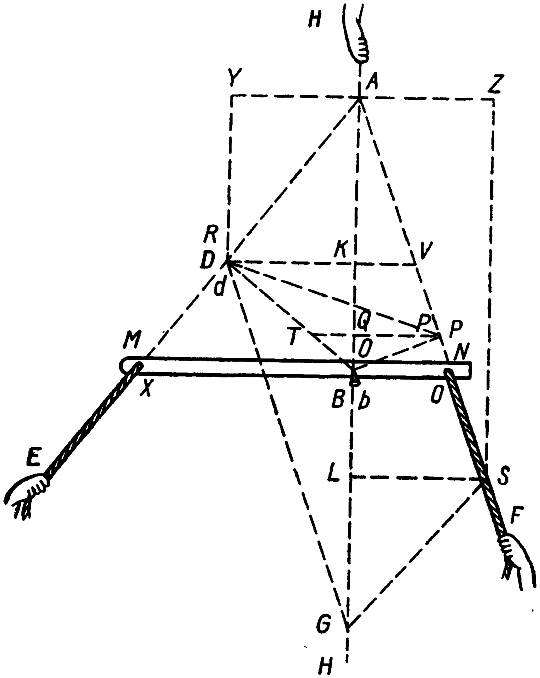


Рис. 23

Вариньон переходит[1] к случаю, когда на твердое тело с точкой опоры действуют параллельные силы. Непосредственно для схемы рис. 23 Вариньон предлагает точку схода двух сил удалять в бесконечность, делая угол между прямыми действия сил бесконечно малым, так что активные силы E, F станут параллельными. В этом процессе предельного перехода сохраняется равенство моментов сил относительно точки опоры, а отсюда легко вывести обратное отношение величин сил и соответствующих плеч. Кроме того, Вариньон находит, что сила реакции опоры равна сумме приложенных сил. Этого результата не было в теории равновесия рычага Архимеда — Стевина.

Множество задач, заимствованных из техники, решается в трактате Вариньона. Самым замечательным достижением Вариньона в создании системы геометрической статики является увязка двух основных принципов его учения: сложения сил и приравнивания моментов сил. Если статика Роберваля постули-

[1] Там же, т. 1, р. 315—317.

ровала эти два положения независимо друг от друга, то у Вариньона они переплелись в его знаменитой леммс XVI, называемой теперь теоремой Вариньона. Даже после введения Пуансо теории пар, когда геометрическая статика приобрела современный вид (за исключением векторизации), многие ученые полагали теорему Вариньона в основу построения курса геометрической статики вместо теории пар. Для статики плоской системы сил этот способ вполне приемлем, он существенно сокращает объем курса статики.

В заключение добавим несколько слов об остальных разделах второго тома «Новой механики» Вариньона. В самом начале раздела девятого цитируется письмо Вариньону из Базеля от его друга Иоганна Бернулли от 26 января 1717 г., в котором он дал более общую, чем у Галилея, формулировку принципа виртуальных скоростей[1]: «При всяком равновесии любых сил, каким бы способом они ни были приложены и в каком бы направлении они ни действовали одна на другую, посредственно или непосредственно; сумма энергий положительных будет равна сумме энергий отрицательных, взятых с положительным знаком».

Девятый и десятый разделы последовательно излагают статику простых машин (тех же, что и в геометрической статике) и гидростатику на основе принципа виртуальных скоростей. О виртуальных скоростях Вариньон говорит, что это малые перемещения точек системы, переместившейся или параллельно самой себе (имеется в виду каждый отрезок) или за счет некоторого поворота около неподвижной точки. Отождествление бесконечно малых перемещений точек с виртуальными скоростями этих точек типично для механики XVIII в.

Выявление количественного смысла характеристики энергии дается Вариньоном более четко. Он определяет энергию как произведение величины силы на перемещение точки ее приложения вдоль прямой действия силы; при этом учитывается знак энергии.

§ 6
ЗАРОЖДЕНИЕ МИРОВОЗЗРЕНИЯ МЕХАНИСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛИЗМА В XVII—XVIII ВВ.

Два крупнейших ученых-мыслителя XVII—XVIII вв. Декарт и Ньютон сыграли огромную роль в формировании нового прогрессивного естественнонаучного мировоззрения — механистического материализма. Несмотря на острую полемику последователей Декарта — картезианцев с ньютонианцами, оба лагеря в основу системы воззрений на явления природы полагали убеждение в материальности внешнего мира с его объективными закономер-

[1] Там же, т. 2, р. 179.

ностями и познаваемости законов природы человеческим разумом. Еще более сближало оба лагеря толкование всевозможных явлений природы на основе законов механики.

Были и расхождения во взглядах. Картезианцы полагали в основу механического взаимодействия тел и частиц удар и давление. Они объясняли тяжесть натиском одного слоя мирового вихря на другой слой или взаимодействием вихря Солнца с вихрем планеты. В вихревом движении участвует вещество мирового эфира: в мире нет пустоты.

В теории тяготения Ньютона существовало представление о дальнодействии тел и частиц в пустоте. Это представление не было повторением пройденного этапа — атомизма древних, оно было наполнено новым содержанием и давало возможность найти точный количественный ответ на многие трудные вопросы естествознания.

Вольтер о различии двух направлений писал[1]: «Француз, прибывающий в Лондон, находит все в ином виде, как в философии, так и в прочем. Он оставил наполненную вселенную, а находит пустую. В Париже ее рассматривают как состоящую из вихрей; в Лондоне ничего подобного не усматривают. У нас давление Луны вызывает морской прилив, у англичан море тяготеет к Луне. Согласно картезианцам, все происходит посредством непостижимого натиска; согласно Ньютону, в этом повинно тяготение, причина которого столь же непонятна. В Париже Землю представляют себе в виде дыни; в Лондоне она сплющена с двух сторон. Для картезианца свет существует в воздухе; для ньютонианца он прибывает от Солнца в шесть с половиной минут. Французская химия имеет дело с кислотами, щелочами и эфиром; тяготение господствует даже в английской химии».

В полемике по конкретным научным проблемам небесной и земной механики (а иногда эти споры выходили за рамки механики) ньютонианцы имели все больший перевес. Главным их преимуществом была возможность вычислить (иногда и предвычислить) интересующие ученых параметры. Примером может служить предсказание Ньютона о возвращении кометы Галлея в 1757 г. Клеро внес поправку в этот расчет на основе ньютоновой же теории возмущений и предсказал возвращение кометы к перигелию в апреле 1759 г.

«...И тогда, впервые за историю человечества, астрономы начинают «ожидать» комету. Волнение, вызванное этим необычайным обстоятельством, передается широким кругам парижан. И комета приходит, на восторг народа, на славу Ньютона и Клеро!»[2].

---

[1] См.: Люблинская А. Д. К вопросу о влиянии Ньютоиа иа французскую науку.— В кн.: Исаак Ньютон. К 300-летию со дня рождеиия, с. 382.

[2] См: Идельсон Н. И. Закон всемирного тяготения и теория движения Луны.— В кн.: Исаак Ньютон. К 300-летию со дия рождеиия, с. 194.

Научная революция, начавшаяся в механике, стала быстро распространяться на другие отрасли естествознания. Наиболее тесно примыкающая наука — математика — испытывает качественные изменения. Инфинитезимальные подходы к принципу виртуальных скоростей, оперирование скоростями точек вместо их возможных перемещений, фактическое введение новых понятий тангенциального и нормального ускорений — все это приводило к необходимости разрабатывать новый математический аппарат точного естествознания. Так в трудах по механике создаются анализ бесконечно малых, дифференциальное и интегральное исчисление, элементы дифференциальной геометрии.

В XVIII в. научная революция перешла на область химии [1]. Представления и закономерности механики переносятся также в оптику, теорию теплоты и даже в социологию (философские взгляды утопистов, теория притяжения страстей Шарля Фурье), открывая все более широкую дорогу механицизму. У. Гарвей открыл кровообращение на основе механических представлений. Идеи ньютонианской механики оказали значительное влияние на Канта в его космологии, Дж. Дальтона в химии, Д. И. Менделеева в работе, подготовившей установление периодического закона химических элементов. Механицизм XVII в. и, в частности, идеи Ньютона сыграли важнейшую роль в формировании прогрессивного мировоззрения французских материалистов конца XVIII в.

Не было бы преувеличением сказать, что механика (в особенности динамика) XVII в. явилась ключом к научному естествознанию XVIII в.

---

[1] См.: Кедров Б. М. Философское значение трудов Николая Коперника.— В кн.: Николай Коперник. К 500-летию со дня рождения, с. 67.

РАЗДЕЛ 5

ПРОМЫШЛЕННЫЙ ПЕРЕВОРОТ И РАЗВИТИЕ МЕХАНИКИ В XVIII—НАЧАЛЕ XIX В.

ГЛАВА 1

ОСОБЕННОСТИ ПРОМЫШЛЕННОГО ПЕРЕВОРОТА В РАЗВИТЫХ СТРАНАХ ЕВРОПЫ

§ 1

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ ВВЕДЕНИЕ ПАРОВОГО ДВИГАТЕЛЯ

Расцвет мануфактурной промышленности предрешал также и закат мануфактур. Ибо именно мануфактурное ремесло подготовило разделение труда на операции, которые вместо рук человека способен был выполнить механизм. Объединение разнообразных ремесел под одной крышей или в рамках одного предприятия было вторым важным шагом к введению фабричного производства. Оба эти шага не были разделены во времени.

Однако хозяин мануфактуры не мог подчинить себе рабочих настолько, чтобы использовать для своей выгоды все рабочее время. Противоречия между производительными силами и производственными отношениями становились все острее. К. Маркс глубоко проанализировал этот процесс и отметил, что мануфактура не могла охватить общественное производство во всем его объеме[1]:

«Она выделялась как архитектурное украшение на экономическом здании, широким основанием которого было городское ремесло и сельские побочные промыслы. Ее собственный узкий технический базис вступил на известной ступени развития в про-

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 23, с. 381.

тиворечие с ею же самою созданными потребностями производства».

Следствием этой ситуации явился промышленный переворот: резкий «взрыв» самых разнообразных изобретений машин вместо рук человека, организация предприятий нового типа, в основе которых лежало машинное производство. Машины явились не только качественно новым техническим агрегатом, не сводящимся к совокупности «простых» машин, но и существенно новым экономическим фактором: машины стали основой накопления капитала. Всякая достаточно сложная машина состоит (по Марксу) из трех существенно различных частей: двигателя, передаточного механизма и исполнительного механизма. Промышленный переворот начался с исполнительного механизма[1]: «Когда Джон Уайет в 1735 г. возвестил о своей прядильной машине, а вместе с нею — о промышленной революции XVIII века, он ни звуком не упомянул о том, что осел, а не человек приводит эту машину в движение, и тем не менее эта роль действительно досталась ослу. Машина для того, «чтобы прясть без помощи пальцев», — так говорилось в программе Джона Уайета».

Гигантские паровые машины приводили в движение насосы, откачивавшие Гарлемское озеро в Голландии; примитивные паровые машины (типа машин Ньюкомена) применялись для раздувания кузнечных мехов, но все это не вызвало промышленного переворота, оставаясь многие десятилетия в рамках мануфактур.

«Машина, от которой исходит промышленная революция, заменяет рабочего, действующего одновременно только одним орудием, таким механизмом, который разом оперирует множеством одинаковых или однородных орудий и приводится в действие одной двигательной силой, какова бы ни была форма последней»[2].

Развитие исполнительного механизма, заменяющего сложные движения рук человека, было тесно связано с чисто механическими проблемами расчета движения деталей машин по сложным траекториям и с разнообразными законами движения. Например, челнок-самолет, изобретенный Кеем в 1733 г., должен был выбрасываться механизмом и описывать строго определенную траекторию по заданному режиму. Сами механизмы все более усложнялись, представляя собой либо шарнирные соединения рычагов, либо зацепления зубчатых колес, либо кулачковые механизмы, ременные передачи, т. е. то, что в терминах механики XIX в. называется системами тел со связями различного типа.

Для изучения равновесия таких систем наилучшим принципом статики оказался принцип виртуальных скоростей. Не случайно возникает чрезвычайно большой интерес к этому принципу.

Особые трудности вызывала проблема расчета движения сложных механических систем. Такая проблема становится централь-

---

[1] Там же, с. 383.
[2] Там же, с. 387.

ной в деятельности ученых в области механики в XVIII в. На первом этапе промышленного переворота наблюдается явная тенденция заменить понятие силы понятием сообщенного движения. Адинамическую программу выдвигали Л. Карно, Даламбер, Эйлер и другие. В конце XVIII в. появилась необходимость самостоятельного изучения геометрической картины движения звеньев механизма, отвлекаясь от динамической стороны вопроса.

Вторым этапом промышленного переворота было введение в 80-х годах универсального фабричного двигателя. Поиски такого двигателя начались уже с середины XVIII в., когда увеличились размеры рабочей машины, возросло число одновременно действующих орудий труда — все это требовало более мощного двигателя.

Машины прядильной фабрики, принадлежащей Аркрайту, в середине XVIII в. приводились в движение водой. Водяные колеса совершенствовались весьма быстро, но их прогресс не успевал за ростом потребностей фабричного производства. Особенно перспективным казалось применение горизонтального водяного колеса, давним прообразом которого были мутовчатые мельницы на горных реках. В таком гидравлическом двигателе вода работала не только силой удара, но и силой давления. Рациональная форма лопастей или трубочек такого колеса (рабочего канала) могла превратить его в гидравлическую турбину. Изобретение Сегнера из Геттингена, несколько обширных теоретических мемуаров Эйлера позволяли значительно увеличить коэффициент полезного действия горизонтального колеса. Однако интерес к гидравлическим двигателям был вскоре отодвинут на второй план. Привязанность водяного двигателя к источнику энергии (реке) ограничивала его ценность. Когда в конце XIX в. была изобретена передача электроэнергии на далекие расстояния, гидравлическая турбина показала невиданно высокую эффективность и стала вытеснять паровой двигатель.

Но в 70—80-х годах XVIII в. соревнование выиграл паровой двигатель, который мог быть помещен близко к месту сырья, на фабрике, заводе, на пароходе, паровозе и пр. Широкое повсеместное внедрение парового двигателя выдвигало перед физико-математическими науками ряд глубоких проблем.

Перед механикой вставала потребность энергетического расчета всего комплекса машин, приводимых в движение паровым двигателем, необходимость сравнения затраченной и полученной или полезной мощности. Энергетические закономерности, понятие силы, энергии, силовой функции, коэффициента полезного действия были в центре внимания теоретиков механики. Подготовлена почва для введения наиболее полной исчерпывающей меры движения — работы.

Официальными организациями, проводившими рассмотрение, анализ, отбор и одобрение множества разнообразных изобретений и предложений, были академии наук. Тесный контакт науки и производства обогащал взаимно и механиков и инженеров того времени. Таким способом запросы общественной практики в эпоху промышленного переворота влияли на развитие механики и ее специальных отраслей.

§ 2
ЗАПРОСЫ ТЕХНИКИ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ, СТИМУЛИРУЮЩИЕ РАЗВИТИЕ МЕХАНИКИ

В процессе технического перевооружения всех отраслей промышленности и транспорта механики-теоретики встречали множество разнообразных задач статики, динамики и зарождающейся кинематики, только еще претендующей на самостоятельное выделение. Учение о движении объектов безотносительно к силам и массам, возникнув под давлением запросов техники, образовало круг вопросов кинематики механизмов. Уже Даламбер в фундаментальном трактате «Динамика» в первое же десятилетие промышленного переворота (1743) писал[1]: «Что касается доказательства самих этих принципов, то для того чтобы придать этим доказательствам всю эту ясность и простоту, какая только в данном случае казалась мне возможной, я старался вывести их лишь из рассмотрения движения, причем это рассмотрение должно быть опять-таки наиболее простым и наиболее ясным. В движении любого тела весьма отчетливо мы видим лишь то, что тело проходит известное расстояние, и что на это тратится известное время... я, исходя из этих соображений, так сказать, игнорирую «движущие причины» и рассматриваю исключительно движение, которое производится ими».

Высказанное положение Даламбера не было им реализовано, оставшись скорее программным. Тем не менее даже в виде установки или программы идея выделения геометрического учения о движении была своевременной. Через несколько десятилетий эта программа стала выполняться в рамках теории механизмов и машин, а затем при построении кинематики.

Из-за обилия и разнообразия задач, выдвигаемых техникой и естествознанием перед механикой XVIII в., ограничимся обзором основных узловых проблем, породивших ту или иную методику этой науки.

Проблемы движения небесных тел после открытия закона всемирного тяготения продолжали оставаться в центре внимания большинства ученых — Клеро, Маклорена, Даламбера, Эйлера, Лагранжа и других. Труднодоступный математический язык «Начал» Ньютона отпугнул многих ученых континента от этой «книги за семью печатями». Есть мнение[2], что Ньютон не оказал замет-

[1] Даламбер Ж. Л. Динамика, с. 24.
[2] Погребысский И. Б. О непрерывности в эволюции механики в XVII в. — ИМЕН, вып. XI, с. 227—232.

ного влияния на развитие механики XVIII в. Однако в Англии этот трактат пытались «перевести» на язык современной математики (Маклорен, «Трактат о флюксиях» 1742 г.). Непосредственно на базе трех законов Ньютона можно было решать огромный круг задач динамики точки — свободной и несвободной, в пустоте и в среде с сопротивлением. Динамика точки находила источник и приложения своих закономерностей не только в небесной механике, но и во внешней баллистике. После формулировки Ньютоном нескольких эмпирических законов сопротивления воздуха стало возможным записывать дифференциальные уравнения движения точки в сопротивляющейся среде, решать их для различных случаев, составлять таблицы стрельб, обогащая артиллерийскую науку своими расчетами.

Кораблестроение, проблемы устойчивости корабля при качке, некоторые проблемы небесной механики (теория движения Луны, Земли) оказывали большое влияние на развитие динамики твердого тела, где абстрактная модель материальной точки оказалась недостаточной. Требовалось изучать вращательное движение твердого тела около центра масс. Таким образом, к второй трети XVIII в. динамика материальной точки и твердого тела в основных чертах были созданы.

Более сложной проблемой была задача расчета движения механизмов и их звеньев в совокупности. Об этих трудностях Лагранж писал[1]: «...в том случае, когда исследуют движения многих тел, действующих друг на друга путем удара или давления, будь то непосредственно, как при обычном ударе, или же при посредстве нитей или несгибаемых рычагов, к которым они прикреплены... то этого рода задача принадлежит к проблемам более высокого порядка...».

Ученые XVIII в. как бы соревнуются в решении таких проблем. Трактат Даламбера «Динамика» выделяется в этом отношении: в нем высказан и разработан принцип динамики системы, позволяющий формально сводить задачу динамики системы к изучению равновесия сил. Такой же подход к проблемам динамики системы находим в работах Германа и Эйлера. Однако только Лагранжу удалось найти наиболее удачное сочетание принципа Даламбера с наиболее общим принципом статики (принципом виртуальных скоростей) для создания алгоритмичного аппарата аналитической динамики.

Запросы оптической промышленности, изготовляющей подзорные трубы, очки, микроскопы, телескопы, бинокли, монокли и пр., стимулировали развитие теоретической оптики. Теория распространения, преломления, отражения света трактовалась тогда механистически, преимущественно с точки зрения ньютонианской задачи о притяжении и отталкивании корпускул света и частиц среды. В XVIII в. еще один чисто механический подход приме-

[1] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 299.

нялся в оптике: вариационные принципы отбора истинных траекторий светоносных частиц.

Вот далеко не полный перечень проблем техники и естествознания, встававших перед механикой XVIII в.

§ 3
ОРГАНИЗАЦИЯ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ В ЕВРОПЕ (XVIII В.)

Научная революция XVI—XVII вв. дала такое обилие теоретического материала, что осмыслить его, довести до широкого круга технически грамотных людей, извлечь из этого научного богатства практически эффективные приложения — все это стало делом не одного десятилетия. Поэтому трудно проследить непосредственную связь причины и следствия в результатах научной революции и промышленного переворота XVIII—XIX вв. Между моментами взлетов этих двух явлений произошел спад активности Лондонского Королевского общества[1]:

«Эти изменения нашли свое отражение на Олимпе науки — в Королевском обществе; стимул для усилий поставить науку на службу ремеслу постепенно иссяк, и само общество влачило довольно жалкое существование. Конрад фон Уффенбах, посетивший в 1710 г. Королевское общество в Грешем-колледже, пишет, что коллекция научных инструментов этого последнего не только не была сколько-нибудь аккуратно прибрана, но, наоборот, покрыта пылью, грязью и копотью и многие из инструментов были сломаны или окончательно испорчены».

Описание продолжается в том же духе: Общество терпело серьезные финансовые затруднения, его члены почти прекратили уплату членских взносов. Развитие техники вырвалось на много вперед, опережая темпы развития науки. Лишь в конце XVIII в. в Англии был основан Королевский институт (1799), имевший цели: «...распространения познания и облегчения широкого введения полезных механических изобретений и усовершенствований...»[2].

К началу XVIII в. Россия представляла собой страну, располагавшую колоссальными природными ресурсами, запасами промышленного сырья, богатую умельцами, искусными кустарями-ремесленниками, опытными мастеровыми людьми. Однако общее развитие производительных сил находилось еще на низком уровне в сравнении с западноевропейскими странами. Вековая отсталость России была обусловлена рядом экономических и военно-

---

[1] Бернал Дж. Наука в истории общества, с. 283.
[2] Там же, с. 300.

политических причин, из которых важнейшими были неизжитые последствия монголо-татарского ига. К концу XVII в. возникла необходимость преодолеть эту экономическую отсталость в течение короткого срока. Петр I оказался достаточно здравомыслящим монархом, чтобы осознать эту необходимость и найти меры к ее преодолению. Петровские реформы содействовали нарождавшемуся классу буржуазии: торговцам, промышленникам, фабрикантам. Велось лихорадочное строительство заводов, флота, городов на границе государства, укреплений.

Технически грамотные мастера, администраторы, хозяйственники были нужны как никогда в России. В 1701 г. в Москве была открыта Школа математических и навигационных наук, где преподавал выдающийся педагог того времени Леонтий Филиппович Магницкий (1669—1739). В 1715 г. на базе этой школы была организована Морская академия в Петербурге, президентом которой был известный деятель культуры этой эпохи Григорий Григорьевич Скорняков-Писарев, автор первого русского печатного учебника по механике — «Наука статическая или механика» (1722). В Москве и других городах России были основаны различные специальные школы.

С 1720 г. Петр I вынашивает планы основания Академии наук. 24 января 1724 г. ровно за год до своей смерти Петр издает указ об организации Академии наук в Петербурге. В уставе ее отражено, что кроме научно-исследовательского общества (социетета) при академии предусмотрен университет и специальная гимназия для подготовки отечественных кадров ученых.

Известный немецкий физик и философ Христиан Вольф (1679—1754) был привлечен в качестве консультанта по подбору состава сотрудников академии из-за границы. В первом составе было семнадцать профессоров (академиков), в том числе Яков Герман, Николай и Даниил Бернулли, Христиан Гольдбах, а с 1727 г. Леонард Эйлер. Фактическое открытие Петербургской Академии наук состоялось 27 декабря 1725 г. В дальнейшем количество академиков увеличивалось за счет отечественных и зарубежных ученых, среди которых в первую очередь надо назвать М. В. Ломоносова, Г. В. Рихмана, В. Л. Крафта и других. Исследования по механике в Петербургской Академии наук приобрели особое значение и размах. Журналы этой академии пользовались большим спросом на западе. Позже Д. Бернулли писал Эйлеру из Базеля[1]: «Не могу Вам в достаточной мере выразить, с какой жадностью повсюду спрашивают о Петербургских записках... Было бы желательно, чтобы их печатанье шло скорее».

Берлинская Академия наук, основанная в 1700 г. при Фридрихе I по предложению Лейбница и усиленная в 1743 г. Фридрихом II, стала подлинно научным центром лишь во время пребы-

[1] См.: Григорьян А. Т. Очерки истории механики в России, с. 20.

вания Эйлера, а затем Лагранжа на посту президента класса физико-математических наук в 1750—1760-х годах. Мемуары Берлинской Академии наук за эти годы ценятся в основном из-за публикаций этих двух выдающихся ученых.

Самые крупные и коренные перемены в организации научно-исследовательской работы, высшего образования и народного просвещения произошли во Франции в ходе буржуазной революции 1789—1794 гг. Двадцать два университета Франции, которые представляли собой отставшие в науке и технике учреждения, к 1793 г. были упразднены. Новая система учебных заведений и научных учреждений была организована с целью наибольшей связи теории с запросами общественной практики. Ученые были не только революционерами в науке (Монж в геометрии, Лавуазье в химии, Бюффон в учении о Земле и другие), они были республиканцами и преобразователями общественного порядка (Монж, Л. Карно, Фуркруа и другие). Они занимались реформой устаревшей государственной машины и системы образования.

Одной из первых задач французской науки того времени была реформа мер и весов (окончательно завершенная в 1799 г.). Не менее радикальным шагом было основание парижской Политехнической школы в 1794 г. — первоклассного высшего учебного заведения по физико-математическим и химико-технологическим областям знаний. Виднейшие ученые Франции преподавали здесь на самом высоком современном уровне, причем деятельность ученых в рамках школы была ориентирована на решение задач практики, техники, производства. Профессорами Политехнической школы были Монж, Лагранж, Лаплас, Бертолле, Пуансо, Пуассон, Фурье, Лежандр, Араго, Ампер, Малюс и другие.

Кроме Политехнической школы были организованы Нормальная школа (для подготовки квалифицированных педагогов), Школа горного дела, реорганизована Школа мостов и дорог и другие.

Королевская академия наук была преобразована в 1795 г. в Институт Франции для того, чтобы более «поддержать науки и технические искусства в постоянной близости между собой и подчинить их обычно взаимному воздействию прогресса и пользы», как провозгласил об этой реорганизации докладчик Конвента Дону. Благодаря демократизации науки, образования и просвещения Франция заняла ведущее положение в мировой науке, оказывая большое влияние на развитие образования и наук в странах, вставших на путь экономического и культурного прогресса.

ГЛАВА 2

РАЗВИТИЕ СТАТИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА И МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В XVIII И НАЧАЛЕ XIX В.

§ 1
РАЗВИТИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТАТИКИ (Д. БЕРНУЛЛИ, ПУАНСО)

Вскоре после появления в 1725 г. замечательного трактата Вариньона по геометрической статике («Новая механика») Д. Бернулли выступил с критикой обоснования правила параллелограмма сил, исходного принципа статики Вариньона. В работе 1726 г., выполненной в Петербурге, называвшейся «Исследование принципов механики и геометрическое доказательство сложения и разложения сил», Д. Бернулли критикует два фундаментальных положения механики Вариньона: пропорциональность силы величине той скорости, которую эта сила сообщает телу, и независимость движений, сообщаемых отдельными силами телу.

Действительно, согласно шестой аксиоме Вариньона скорость тела пропорциональна той силе, которая вывела тело из состояния покоя, сообщив ему данную скорость за некоторое время. Возражая против этого тезиса, Д. Бернулли выписывает[1] равенство: $dv=pdt$, выражающее принцип ускоряющих сил для прямолинейного неравномерного движения точки. Формула Бернулли, в которой ускорение точки приравнивается силе, отнесенной к единице массы p, является одной из первых записей дифференциального уравнения движения точки[2]. Эта формула Д. Бернулли явственно показывает ошибочность суждения Вариньона о пропорциональности скорости приложенной силе: на самом деле ей пропорционально ускорение.

Второе положение Вариньона, существенно использованное им при «доказательстве» параллелограмма сил (лемма II), игнорирует разницу между переносным и относительным перемещением точки в сложном движении. Веселовский правильно указывает по этому поводу[3]: «В действительности же между обоими параллелограммами имеется очень существенная разница; можно представить, что на тело действуют две силы, но трудно вообразить, что тело в данный момент имеет две скорости относительно одной и той же системы отсчета». Веселовский приводит яркий пример (проведение касательной по методу Роберваля), в котором непра-

[1] Bernoulli D. Examen principiorum mechanicae, p. 131.
[2] Это уравнение встречается ранее в работе П. Вариньона: Varignon P. Courbe de projection. Hist. de l'Acad. de sci. de Paris, t. 1. 1709, p. 85—101.
[3] Веселовский И. Н. Очерки по истории теоретической механики, с. 99.

вильное применение параллелограмма скоростей приводит к серьезной ошибке [1].

Далее Д. Бернулли делает попытку доказать закон параллелограмма сил, опираясь на статические и геометрические соображения. Он формулирует три гипотезы статики, которые сводятся к следующему:

1. Две любые силы могут быть заменены эквивалентными силами.
2. Две силы, имеющие одинаковое направление, эквивалентны одной силе, равной их сумме, и две силы, прямо противоположные по направлению, эквивалентны одной силе, равной их разности.
3. Данная сила, эквивалентная двум равным силам, является одинаково наклоненной к той и другой из них, т. е. направленной вдоль внутренней биссектрисы угла, образованного этими двумя силами.

Геометрическое доказательство параллелограмма сил Д. Бернулли имеет довольно сложный вид. Однако почти все последующие ученые, пытавшиеся доказать принцип сложения и разложения сил по правилу параллелограмма, использовали ряд опытных фактов о свойствах равновесия сил в твердом теле, главнейшими из которых были три гипотезы Д. Бернулли.

Геометрическое доказательство принципа сложения сил по правилу параллелограмма с наибольшей четкостью было проведено Луи Пуансо (1777—1859) в кратком, но весьма оригинальном трактате «Начала статики» (1803).

Как для многих представителей Политехнической школы, для Пуансо характерно применение строгой математической теории к практическим конкретным задачам. Он предпочитает чисто геометрическую трактовку вопросов механики.

Пуансо вводит строгое определение абсолютно твердого тела как совокупности точек, неизменно связанных между собой. Впервые четко сформулирован принцип освобождаемости от связей [2]: «... сопротивления, испытываемые телом от посторонних причин, могут быть заменены соответственными силами ... после такой замены сопротивлений силами можно считать тело свободным в пространстве».

В разделе «Принципы» определяется операция сложения (и разложения) сил, вводятся аксиомы статики, предварительные леммы. Первая аксиома утверждает, что две равные, противоположно направленные силы, приложенные к одной точке, уравновешиваются. Следствие этой аксиомы констатирует возможность переноса силы по линии ее действия в твердом теле. Встречается (никак не выделенное) утверждение, эквивалентное третьей гипотезе Д. Бернулли: равнодействующая двух равных сходящихся

---

[1] См. там же, с. 99.
[2] Пуансо Л. Начала статики, с. 8.

сил проходит по биссектрисе внутреннего угла между линиями действия сил.

Наиболее важные положения геометрической статики Пуансо доказывает в виде четырех теорем, в которых определены правила сложения параллельных и сходящихся сил. Первые две теоремы, доказательство которых проводится в духе Архимеда, утверждают, что равнодействующая двух параллельных сил, направленных в одну сторону, равна сумме величин сил и делит отрезок, соединяющий точки приложения составляющих, в отношении, обратно пропорциональном силам. Третья и четвертая теоремы обосновывают фундаментальное правило геометрической статики, называемое правилом параллелограмма (для сложения двух сходящихся сил).

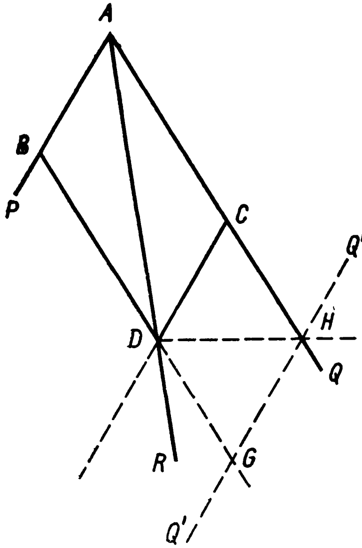


Рис. 24

Теорема III. Равнодействующая двух каких-либо сил P и Q (рис. 24), приложенных к одной и той же точке A и действующих под некоторым углом, направлена по диагонали параллелограмма ABCD, построенного на линиях AB и AC, выражающих по величине и направлению силы P и Q.

Прежде всего, Пуансо замечает, что равнодействующая должна находиться в плоскости сил P и Q, ибо нет никакой причины, чтобы она была выше этой плоскости, предпочтительнее, чем в симметричном положении ниже этой плоскости. Сверх того, она должна быть расположена в угле BAC, образованном двумя силами, ибо точка A не может двигаться в части плоскости, находящейся за AC, равным образом она не может двигаться за линию AB. Далее утверждается, что равнодействующая двух сил P и Q обязана пройти через точку D.

Для доказательства Пуансо проделывает следующее несложное построение: отрезок AC продолжает на длину CH, равную AB; и далее на отрезках CH и CD, равных между собой, строится ромб CHGD. Затем в вершинах этого ромба H и G прилагаются равные и противоположно направленные силы величиной Q: в точке G — сила Q′, а в точке H — сила Q″. Очевидно, что равнодействующая четырех сил P, Q, Q′, Q″ должна пройти через точку D. Ибо сила P и Q′ — параллельные, и их равнодействующая поделит отрезок BG в обратном отношении самих сил, т. е. как BD : DG, следовательно, она пройдет через D. Что касается равнодействующей двух равных, сходящихся в точке H сил Q и Q″, то их равнодействующая пройдет по диагонали ромба, т. е. по

HD, значит, также пройдет через точку D. Но в системе четырех сил P, Q, Q′, Q″ силы Q′, Q″ взаимно уничтожаются, следовательно, равнодействующая двух сил P и Q пройдет через точку D.

Следствие. Если бы были известны одни только направления сил P, Q и их равнодействующая R, то мы могли бы определить отношение между величинами сил P и Q (рис. 25).

Действительно, рассуждает Пуансо, взяв на направлении равнодействующей какую-нибудь произвольную точку D и проведя через нее линии DC и DB, параллельные направлениям сил P и Q,

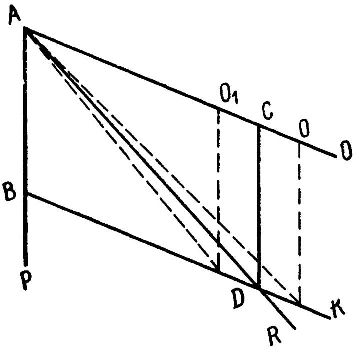


Рис. 25

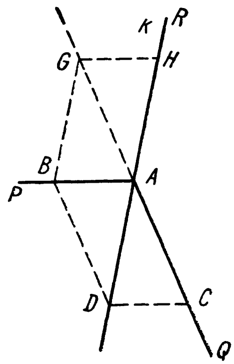


Рис. 26

мы получили бы P : Q=AB : AC. Такое отношение в силу подобия фигур дала бы любая точка линии равнодействующей. Но если взять любое другое отношение AB : AO, где AO≠AC, то тогда по только что доказанной теореме равнодействующая должна пройти через диагональное направление нового параллелограмма AOKB, но это даст новое направление равнодействующей, что противоречит предположению.

Теорема IV. Равнодействующая двух каких-либо сил P и Q (рис. 26), приложенных к одной и той же точке *A*, выражается по величине и направлению диагональю параллелограмма ABDC, построенного на линиях *AB* и *AC*, которые изображают собой величину и направление этих сил.

Доказательство. Относительно направления равнодействующей утверждение уже доказано, теперь надо показать, что длина диагонали параллелограмма изображает величину равнодействующей в том же масштабе. Назовем равнодействующую сил P и Q через R и приложим ее к точке A по направлению AK, противоположному AD. Отрезок AK=R будет изображать силу R_1, уравновешивающую силы P и Q. Тогда сила Q равна и противоположна равнодействующей двух других сил P и R_1; следовательно, продолженное в обратную сторону направление силы Q представляет направление равнодействующей сил P и R_1. Если через точку B провести к направлению AK параллель BG, из точки G — параллель CH к направлению AB, то согласно следствию $AB:AH=P:R_1$, так как точка G лежит на линии равнодействующей двух сил P и R_1. Но отрезок AB равен величине силы P, тогда и отрезок AH дает в том же масштабе величину силы R_1. По построению треугольник ABG равен треугольнику ABD, следовательно, и отрезок AG равен величине силы Q. Наконец, отрезок AD равен величине $R=R_1$ (из равенства названных треугольников), и точки K и H совпадают.

Важнейшей заслугой Пуансо явилось введение им в статику чрезвычайно ценной и плодотворной новой абстракции — пары сил. Основная часть трактата «Начала статики» посвящена разработке теории пар: преобразованию системы сил и пар, приложенных к твердому телу на основе принципа сложения и разложения сил. После этого разрыв в предшествующем развитии статики между направлением, основанным на принципе сложения сил, и направлением, основанным на принципе рычага, исчезал. В сочинении Пуансо установлена и использована возможность изложения статики на основе единственного принципа сложения и разложения сил.

Важным следствием теории пар явилась теория приведения произвольной системы сил, приложенных в твердом теле, к заданному центру. Пуансо исследовал все возможные случаи приведения, указав его инварианты. Наиболее интересен случай равновесия твердого тела; когда результирующая сила и момент результирующей пары равны нулю. Таким способом в сочинении Пуансо впервые выведены шесть уравнений равновесия твердого тела. За последующие полтора столетия ничего существенно нового в построение статики не было введено. Эффективно используя принцип освобождаемости от связей (введением «сил сопротивления опор»), Пуансо разработал теорию равновесия важнейших случаев несвободного твердого тела: тела с одной неподвижной точкой, затем — с двумя, тела, опирающегося на неподвижную плоскость, затем — на несколько плоскостей; в каждом случае подробно исследован вопрос о нахождении давления тела на опоры.

После раздела «О центрах тяжести», содержащего изящные оригинальные способы определения центров тяжести тел и общие формулы для центра параллельных сил, следует завершающий обширный раздел: «О машинах» (одна треть всего объема книги). В отличие от орудия, служащего для передачи действия сил, например рычага, Пуансо определяет машину следующим образом [1]. «Машины суть не что иное, как тела или системы тел, движения которых стеснены некоторыми препятствиями».

Набор машин, рассматриваемых Пуансо, начинается с «простых машин», или орудий (весы, ворот, винт, наклонная плоскость

---

[1] Там же, с. 144.

и другие), и завершается сложными машинами типа домкрат, весы Роберваля. Дано правильное решение парадокса весов Роберваля, основанное на параллельном переносе силы тяжести с добавлением присоединенной пары, а также на свойствах эквивалентного преобразования пар. Только в XIX в. в геометрическую статику были введены силы трения, хотя Амонтон эмпирически исследовал закон трения в конце XVII в., а в XVIII в. Кулон детально разработал приложения закона трения в учении о равновесии.

Основное отличие классических руководств по геометрической статике XIX и начала XX в. от трактата Пуансо сводилось к различным методам обоснования принципа сложения и разложения сил. Большинство ученых XIX в. продолжало изыскивать новые доказательства принципа сложения сходящихся сил (Лаплас, Пуассон, Дарбу, Остроградский, Чебышев, Головин, Имшенецкий, Жуковский, Чаплыгин, Бобылев, Фридман и другие). Как правило, логическим доказательствам параллелограмма сил предпосылалось не менее трех аксиом статики, важнейшими из которых неизменно были три гипотезы Д. Бернулли. К концу XIX в. стали встречаться высказывания ученых, подвергающие сомнению необходимость логического умозрительного доказательства параллелограмма сил. В предисловии к «Механике» Г. Кирхгофа читаем [1]: «...неясности проявляются, например, в различии взглядов на то, можно ли законы инерции и параллелограмма сил рассматривать как результаты опыта (как аксиомы) или как законы, которые могут и должны быть логически доказаны».

В заключение обзора развития геометрической статики заметим, что в XX в. она приобрела новую форму изложения — векторную, почти не изменившись по существу со времени Пуансо. Что касается аксиоматики, то раньше всех встают на путь включения параллелограмма сил в число аксиом статики русские механики: В. Л. Кирпичев [2] в 1902 г., Е. Л. Николаи [3] в 1922 г., Лойцянский и Лурье [4] в 1934 г. и другие.

Наиболее обоснованно отказывается от доказательства параллелограмма сил А. И. Некрасов в 1932 г. Приведем его высказывание по этому вопросу, цитируя послевоенное издание «Курса теоретической механики» [5]: «...существует много чисто математических доказательств верности предположения о параллелограмме сил, но во всех этих математических доказательствах все же всегда имеются некоторые части, принимаемые без доказательства. Мы примем без математического доказательства само правило параллелограмма сил, рассматривая его не как математическую

---

[1] Кирхгоф Г. Механика, с. 3.
[2] Кирпичев В. Л. Основания графической статики, с. 3.
[3] Николаи Е. Л. Лекции по теоретической механике.
[4] Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики.
[5] Некрасов А. И. Курс теоретической механики, с. 17.

теорему, а как факт естествознания, доказываемый лишь опытным путем...».

Точка зрения естествоиспытателя о том, что природа, опыт, общественная практика — более достоверный критерий истинности научного суждения, нежели формальная логика, является важнейшим тезисом содержательного курса механики А. И. Некрасова [1].

§ 2
РАЗРАБОТКА ПРИНЦИПА ВИРТУАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ УЧЕНЫМИ XVIII И НАЧАЛА XIX В.

Формулировка принципа виртуальных скоростей в трактате Вариньона «Новая механика» [2], заимствованная им, по его словам, из письма И. Бернулли 1717 г., давала четкую количественную зависимость, необходимо имеющую место при равновесии любой системы сил, в виде равенства нулю суммы работ («энергий»).

Время опубликования приведенной формулировки совпадало с завершающей фазой периода мануфактурной промышленности. Машина, механизм становились главными объектами изучения в механике. Промышленный переворот XVIII — начала XIX в. усилил интерес механиков к проблемам расчета равновесия и движения механизмов и машин, того, что позже стали называть механической системой со связями. Анализируя доказательство Лагранжа принципа виртуальных скоростей, Кирпичев писал [3]: «Это доказательство интересно как указатель тесной связи нашего начала с машинами и механизмами разного рода. Само начало возможных перемещений выросло на почве изучения машин, и следы этого происхождения видны во многих доказательствах начала».

Л. Карно (1753—1823), по-видимому, сделал первую попытку обоснования и аналитической записи принципа виртуальных скоростей. В его сочинении «Опыт о машинах вообще» (1783) содержится теория равновесия и движения механической системы, которую Карно называет машиной. В 1803 г. вышло третье издание этого сочинения под названием «Общие принципы равновесия и движения». Одна из основных проблем этого сочинения — вывод условия равновесия машины при помощи расчета приращения работы сил (термина такого еще нет) на виртуальных перемещениях точек приложения сил. Карно вводит вместо сил, действующих в машине, заменяющую схему грузов, производящих посредством нитей в точках приложения сил те же действия, что и сами силы.

Пусть в некоторой точке M приложена сила F; в первое мгновение после нарушения равновесия точка M имела бы «геометри-

[1] См.: Свешникова В. А. К вопросу об аксиоме параллелограмма сил.
[2] Varignon P. Nouvelle mécanique, t. 2, p. 179.
[3] Кирпичев В. Л. Беседы о механике, с. 21.

ческое движение» (т. е. перемещение, допустимое связью) со скоростью u. Угол между направлением силы F и скоростью u обозначен через z. Вместо силы в той же точке, по схеме Карно, подводится нерастяжимая невесомая нить по направлению действия силы F. К свободному концу нити, свисающей после огибания идеального направляющего блока (дающего нити нужное направление в точке M), подвешен груз P такой же величины, как и сила F. Так поступает Карно в каждой точке системы. В результате он приходит к системе грузов, связанных посредством частей машины, в точках которой присоединены нити, несущие грузы. Равновесие полученной системы грузов трактуется с помощью принципа Торричелли о наинизшем положении центра тяжести системы. Как и Торричелли, Карно вместо условия минимальности высоты центра тяжести системы грузов ограничивается записью условия экстремума вертикальной координаты этого центра. Так Карно получает формулу:

$$\mathrm{S} F u \cos z = 0,$$

являющуюся первой аналитической записью принципа виртуальных скоростей. Символ S означает суммирование по всем точкам системы. Выражение, стоящее под знаком суммы, Карно называет «моментом активности», придавая чрезвычайно большое значение этой характеристике в теории машин. Он указывает, что именно это количество нужно по возможности экономить, чтобы извлечь из двигателя весь тот эффект, который он способен дать. На современном языке левую часть равенства можно назвать виртуальной мощностью машины (т. е. работой всех приложенных сил на виртуальных перемещениях точек приложения в единицу времени).

Подробно исследуя явление удара, Карно выводит уравнение сохранения суммарного количества движения соударяющихся тел, а затем приходит к теореме, носящей его имя: при соударении произвольного числа жестких тел сумма живых сил перед соударением равна сумме живых сил после удара, сложенной с суммой живых сил отдельных тел, если бы они свободно двигались со скоростями, потерянными в процессе удара. В современной терминологии эта теорема Карно верна для абсолютно неупругих ударов. Карно делает вывод, что выгоднее конструировать такие машины, в которых движения передаются от звена к звену безударно, так чтобы не происходило потерь живой силы на удар.

В оригинальных работах Л. Карно явственно сквозит инженерный подход к решению проблем механики, однако терминология Карно и его стремление обойтись без понятия силы делают затруднительным подробное изложение его рассуждений. Тем не менее многие его идеи и результаты в целом оказали заметное влияние на дальнейшее развитие механики.

Знаменитый французский механик и математик Жозеф Луи Лагранж (1736—1813) весьма рано проявлял склонности к занятиям точными науками. В 19 лет он уже получил должность профессора математики в Туринской артиллерийской школе. В 1756 г. он был избран иностранным членом Берлинской Академии наук. В 1766 г. после отъезда Эйлера из Берлина в Россию Лагранж занял его место президента физико-математического отделения Берлинской Академии наук. Берлинский период деятельности Лагранжа (до 1787 г.) был особенно плодотворен, трактат «Аналитическая механика» написан именно тогда. В 1787 г. Лагранж переезжает в Париж, где избирается в состав Парижской Академии наук, иностранным членом которой он был в 1772 г. После революции 1789 г. он остается во Франции и принимает деятельное участие в выполнении научных и педагогических заданий Конвента.

Трактат Лагранжа «Аналитическая механика» начинается со статики, с научно-исторического исследования «О различных принципах статики». Проследив историю развития основных принципов статики — принципа рычага, принципа сложения и разложения сил, принципа виртуальных скоростей, Лагранж приходит к выводу, что два первых принципа могут быть выведены из третьего — самого общего принципа статики.

Этому принципу Лагранж придает следующую формулировку: «Если какая-либо система любого числа тел, или точек, на каждую из которых действуют любые силы, находится в равновесии и если этой системе сообщить любое малое движение, в результате которого каждая точка пройдет бесконечно малый путь, представляющий ее виртуальную скорость, то сумма сил, помноженных каждая соответственно на путь, проходимый по направлению силы точкой, к которой она приложена, будет всегда равна нулю, если малые пути, проходимые в направлении сил, считать положительными, а проходимые в противоположном направлении считать отрицательными» [1].

Лагранж далее выражает уверенность, что все общие принципы, которые могли бы быть еще впредь открыты в учении о равновесии, представляли бы не что иное, как тот же принцип виртуальных скоростей. Однако этот принцип Лагранж не считает очевидным настолько, чтобы его можно было признать начальным. Естественным основанием для принципа виртуальных скоростей Лагранж считает принцип блоков, или принцип полиспастов. Лагранж проводит доказательство, используя заменяющую схему полиспастов с одной нитью и единичным грузом на конце нити. Этот груз через полиспасты производит на точки материальной системы действие, эквивалентное действию заданной системы сил.

Допустим, что точки материальной системы подвержены действию сил P, Q, R... Лагранж представляет, что к этим точкам привязаны нити, идущие от подвижных блоков полиспастов, причем

---

[1] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 42. Подробнее см. Тюлина И. А. Жозеф Луи Лагранж, с. 118.

каждый полиспаст имеет число подвижных блоков и число витков, равные величинам каждой из сил.

Тогда единичный груз π на свободном конце нити полиспастов вызывает тот же эффект, что и сами силы. Лагранж пишет: «Ясно, что для сохранения равновесия этой системы, подверженной действию различных сил, необходимо, чтобы при любом бесконечно малом перемещении точек системы груз не опускался»[1].

Лагранж обозначает через $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ возможные бесконечно малые смещения точек системы вдоль линии действия сил $P, Q, R \ldots$ Тогда высота h, на которую груз мог бы опуститься, выражалась бы так:

$$P\alpha + Q\beta + R\gamma + \ldots = \frac{h}{2}.$$

Необходимым условием равновесия системы является равенство нулю величины h, т. е.

$$P\alpha + Q\beta + R\gamma + \ldots = 0.$$

Достаточность этого условия Лагранж доказывает только для двусторонних связей. Если допустить, что это равенство имеет место, то оно должно удовлетворяться как положительными перемещениями, так и отрицательными, и, таким образом, не существует никаких оснований для того, чтобы равновесие было нарушено в ту или другую сторону. Следовательно, должно иметь место равновесие. «Таков случай весов, находящихся в равновесии, так как нет никаких оснований для того, чтобы они скорее наклонились на одну сторону, чем на другую», — поясняет автор[2].

Отдел второй «Статики» Лагранжа называется «Общая формула статики». Вместо виртуальных перемещений $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ Лагранж вводит дифференциалы dp, dq, $dr, \ldots$ расстояний p, q, $r \ldots$ между подвижным и неподвижным блоками полиспастов и получает общую формулу статики:

$$P\,dp + Q\,dq + R\,dr + \ldots = 0.$$

Выражения Pdp, Qdq, Rdr, ... Лагранж называет моментами сил, по терминологии XIX в. это работа сил на виртуальном перемещении, взятая со знаком минус[3].

Далее Лагранж поясняет, как пользоваться этой формулой для расчета состояния равновесия системы: сначала рассматривается случай системы, допускающий поступательное или вращательное движение без изменения относительного взаимного расположения точек системы. Здесь же в отделе третьем Лагранж вводит функцию П, являющуюся потенциальной энергией системы, хотя он этого термина не употреблял. Необходимое и достаточное условие

[1] Там же, с. 45.
[2] Там же, с. 47.
[3] Минус, отличающий лагранжев момент силы от величины работы, объясняется уменьшением расстояний p, q, r, ...

равновесия системы под действием консервативных сил характеризуется экстремумом этой функции. При этом Лагранж доказывает, что положение равновесия, соответствующее минимуму функции П, устойчиво, а максимуму — неустойчиво.

В отделе четвертом Лагранж выводит условия равновесия для систем со связями и дает метод, называемый сейчас методом неопределенных множителей Лагранжа. В отделе пятом рассматривается применение этого метода и общей формулы статики к решению отдельных конкретных задач о системах материальных точек, связанных нитями или стержнями, жесткими или упругими, о равновесии упругой пластинки, о равновесии твердого тела под действием любой системы сил. В последующих отделах излагается гидростатика.

«Статика» Лагранжа имеет весьма богатое содержание, значение которого для развития аналитической механики чрезвычайно велико.

Наряду с Лагранжем вопросом обоснования закона возможных перемещений занимались и другие представители парижской Политехнической школы.

Жан Батист Жозеф Фурье (1768—1830) — член Парижской Академии наук с 1817 г., особенно прославившийся позже своим трудом «Аналитическая теория тепла» (1822), в 1798 г. опубликовал в журнале Политехнической школы статью о принципе возможных перемещений — «Мемуар о статике, содержащей доказательство принципа виртуальных скоростей и теорию моментов».

Понятие «момента силы» Фурье употребляет в смысле Карно и Лагранжа. Оригинальным и чрезвычайно ценным было введение Фурье условия равновесия некоторых систем с неудерживающими связями. Пристальное внимание всех, кто занимался исследованием развития учения о связях, вызывал пункт шестой мемуара Фурье. Здесь в очень краткой форме, без обоснования, но вполне отчетливо утверждается, что условием равновесия гибкой нерастяжимой нити под действием сил, приложенных к ее концам, является неположительность суммы элементарных работ всех сил на возможных перемещениях точек их приложения. М. В. Остроградский позже указывал на первую запись такого условия для систем с неудерживающими связями у Фурье. Из других примеров подобного рода в том же мемуаре упоминается случай равновесия двух жестких поверхностей, прижимаемых друг к другу равными и противоположными силами, приложенными в точке соприкосновения поверхностей перпендикулярно к обеим поверхностям.

В пункте одиннадцатом[1] раздела первого Фурье еще раз повторяет, что для систем с освобождающими «условиями» (т. е. связями) полный момент сил положителен для всех перемещений с освобождением (напомним, что «полный момент сил» по терми-

[1] Fourier J. B. Mémoire sur la statique, p. 29.

нологии того времени означал суммарную работу активных сил, взятую со знаком минус).

В рассматриваемом мемуаре Фурье дал правильный анализ устойчивости положения равновесия: критерий устойчивости найден Фурье в виде требования положительности квадратичной части приращения «полного момента сил» на виртуальном перемещении точек приложения сил при равенстве нулю линейной части этого приращения. В современной терминологии такое условие дает минимум потенциальной энергии системы активных сил.

Важный шаг в разработке понятия идеальных связей сделал П. С. Лаплас (1749—1827) в первом томе трактата «Небесная механика».

Общая формула статики (принцип виртуальных скоростей) трактуется Лапласом как следствие уравнений равновесия материальной системы, известных в геометрической статике. Рассуждение на эту тему содержится в первой книге «Небесной механики»[1] Лапласа, называющейся «Об общих законах равновесия и движения».

Кратко рассуждения Лапласа можно передать так. Материальную точку механической системы, остающуюся на некоторой поверхности или линии, можно рассматривать как свободную, добавив к действующим на нее силам еще силы реакции поверхности (линии). Условие равновесия всех сил в данной точке, мысленно изолированной от других точек системы, записывается в виде равенства нулю суммы проекций всех сил на данную координатную ось (на основе принципа сложения и разложения сил геометрической статики). Так получены три уравнения равновесия сходящихся в каждой точке системы сил, известные со времени опубликования трактата Вариньона «Новая механика» (1725). Лаплас умножает каждое такое уравнение на возможное перемещение точки по поверхности (линии) и суммирует все такие уравнения для всех точек, мысленно выделенных из системы.

Самое интересное и оригинальное рассуждение Лапласа состоит в том, что он утверждает равенство нулю суммы произведений сил реакций на возможные перемещения точек. Объясняет это равенство Лаплас ортогональностью сил реакций поверхности (или двух поверхностей в случае линии их пересечения) к возможным перемещениям точек по своим поверхностям. Таким образом, здесь, видимо, впервые, используется абстракция «идеальных связей».

Отбрасыванием суммы элементарных работ сил реакций связей на возможных перемещениях точек их приложения (используем современную терминологию) Лаплас получал общую формулу статики Лагранжа, или аналитическую запись принципа виртуальных скоростей, подчеркивая, что эта формула является простым следствием принципов геометрической статики.

---

[1] Laplace P. S. Mécanique céleste, t. 1, p. 44—47.

Такая же трактовка принципа виртуальных скоростей встречается в сочинениях Пуассона. Ученые Парижской Политехнической школы, разрабатывавшие индустриальную или техническую механику, придали энергетическую форму и трактовку величине, называемой ранее полным моментом сил. Г. Кориолис в «Трактате о механике твердых тел и о расчете действия машин» (1844) называет сумму произведений действующих сил на возможные перемещения точек их приложения по линии действия сил «работой движения» [1]. Автор указывает, что термин «работа» для той же суммы используется Навье, Прони и другими (мы можем добавить Понселе, если говорить об ученых первой половины XIX в.).

§ 3
ДАЛЬНЕЙШАЯ РАЗРАБОТКА ПРИНЦИПА ВИРТУАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ В ТРУДАХ ОСТРОГРАДСКОГО И ЕГО ШКОЛЫ

Широко обобщил и существенно углубил понимание принципа виртуальных скоростей выдающийся русский механик и математик М. В. Остроградский [2] (1801—1861).

Михаил Васильевич Остроградский вырос в семье мелкопоместного дворянина Миргородского уезда Полтавской губернии, в детские годы получил домашнее образование. В 1820 г. М. В. Остроградский окончил Харьковский университет, но диплома не получил из-за вражды реакционно настроенного профессора Дудровича по отношению к учителю Остроградского Т. Ф. Осиповскому. Совершенствовать свои знания Остроградскому пришлось в Париже, где его учителями были Лаплас, Коши, Пуассон. Эти ученые были высокого мнения о работах Остроградского. Первой его работой, опубликованной в Париже, был «Мемуар о распространении волн в цилиндрическом бассейне» (1826).

В 1828 г. Остроградский возвращается в Россию и преподает в должности профессора математику и механику в Корпусе инженеров путей сообщения, в Педагогическом институте, в Главном инженерном училище, в Главном артиллерийском училище.

Большая часть научных трудов М. В. Остроградского относится к аналитической и прикладной механике (теория притяжения, гидромеханика, проблемы колебания упругого тела, теория удара, обобщение принципа виртуальных скоростей, дифференциальные уравнения механики, внешняя баллистика и др.). Для деятельности М. В. Остроградского характерно сочетание владения строгой теорией во всей ее общности с конкретной практической направленностью ее приложений.

---

[1] Coriolis G. G. Traité de la Mécanique des corps solides et du calcul de l'effets des machines, p. IX.

[2] Геронимус Я. Л. Очерки о работах корифеев русской механики, с. 13—58.

Чрезвычайно важна для развития аналитической статики разработка Остроградским принципа виртуальных перемещений в случае систем с неудерживающими связями. Он закончил первое исследование на эту тему в 1834 г.; оно вышло в свет в 1838 г. под названием «Общие соображения относительно моментов сил». Под термином «момент сил», в отличие от Лагранжа и его школы, Остроградский понимал произведение силы на виртуальное перемещение и на косинус угла между ними (в более поздней терминологии это означало работу сил на виртуальном перемещении точки ее приложения). Различие с тем, что понимал Лагранж под термином «момент сил», было в знаке. Остроградский расширил применение принципа виртуальных скоростей, дав новую более общую формулировку принципа[1]: «Для равновесия системы необходимо и достаточно, чтобы дифференциал $Pdp+Qdq+Rdr+\ldots$ не был положительным ни при каком возможном перемещении».

Остроградский считает, что обоснование Лагранжем принципа виртуальных перемещений с помощью заменяющей схемы полиспастов, включенное им во второе издание «Аналитической механики» (1811), вполне подходит для вывода этого принципа в таком более расширенном понимании. Ведь указание Фурье на необходимость такого расширения было опубликовано в 1798 г. в том же выпуске журнала Политехнической школы, где впервые опубликовано доказательство Лагранжа с помощью полиспастов. Напомним замечание Лагранжа, предшествующее записи общей формулы статики[2]: «Ясно, что для сохранения равновесия этой системы, подверженной действию различных сил, необходимо, чтобы при любом бесконечно малом перемещении системы груз не опускался».

Однако Лагранж записал только строгое равенство нулю вариации вертикальной координаты груза. Видимо, историческая традиция (в формулировке принципа Торричелли условию неопускания центра тяжести системы грузов при равновесии придавали форму равенства нулю вариации координаты центра тяжести) сыграла роль в такой записи общей формулы статики Лагранжа.

Остроградский впервые предложил записывать общую формулу статик в виде: $P\delta p+Q\delta q+R\delta r+\ldots\leqslant 0$. Он разработал алгоритм использования неопределенных множителей Лагранжа в общем случае равновесия системы материальных точек, подверженной ограничению со стороны неудерживающих связей. Метод Остроградского позволяет найти не только величину неопределенного множителя λ, но и его знак, который был безразличен в случае систем с удерживающими (двусторонними) связями. Механический смысл неопределенных множителей — реакции связей — в этом методе приобретает особую отчетливость, так как знак λ позволяет судить о том, какие из связей перестают влиять с некоторого момента времени (освобождают точку).

[1] Остроградский М. В. Избр. труды, с. 206.
[2] Лагранж Ж. Л. Аналитическая механика, т. 1, с. 45.

Остроградский рассматривает[1] в качестве первого примера случай материальной точки на гладкой освобождающей поверхности, например на поверхности гладкой сферы:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2. \quad (1)$$

Мы несколько видоизменим форму записи соотношений Остроградского, не нарушая смысла его рассуждений. Уравнение, которому удовлетворяют координаты материальной точки, запишем в виде: $x^2+y^2+z^2-R^2=C$, где $C=0$, если точка находится на сфере, $C>0$, если точка вне сферы.

Проварьируем вслед за Остроградским уравнение связи:

$$2x\,\delta x + 2y\,\delta y + 2z\,\delta z = \delta C, \quad (2)$$

δC равно нулю, когда точка на сфере, больше нуля, когда она вне сферы. Условие равновесия точки под действием силы с проекциями X, Y, Z гласит:

$$X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z = \delta\pi,$$

где $\delta\pi=0$ для неосвобождающей связи, $\delta\pi<0$ для случая освобождения точки от связи. Пусть на точку действует только ее вес. Тогда последнее условие примет вид:

$$-mg\,\delta z = \delta\pi. \quad (3)$$

Умножим вариацию связи (2) на неопределенный множитель Лагранжа λ и сложим с условием равновесия (3):

$$2\lambda x\,\delta x + 2\lambda y\,\delta y + (-mg + 2\lambda z)\,\delta z = \delta\pi + \lambda\delta C.$$

Так как виртуальные перемещения точки, не покидающей сферу, входят в число виртуальных перемещений, правая часть равенства равна нулю; из независимости вариаций координат δx, δy, δz следует $x=0$, $y=0$, $2\lambda z=mg$. Этот же случай позволяет получить из уравнения связи $z=\pm R$.

Рассмотрим теперь равенство $\delta\pi+\lambda\delta C=0$. Так как $\delta\pi\leqslant 0$, то $\lambda\delta C\geqslant 0$. Если связь освобождает, то $\delta C>0$ и $\lambda>0$. Следовательно, точка на внешней поверхности гладкой сферы под действием веса может находиться в равновесии только при $\lambda=mg/2R$, т. е. в верхнем положении. Изменение знака λ при обращении этой величины в нуль означало бы, что точка покидает связь (реакция, проходя через значение нуль, должна изменить знак; давление поверхности должно быть заменено натяжением нити). В случае удерживающей связи вопрос о знаке множителя λ не играет роли.

---

[1] См.: Тюлина И. А., Казарян А. И. Трактовка принципа возможных перемещений в трудах М. В. Остроградского и его школы.

Далее Остроградский рассматривает равновесие веревочного многоугольника, имеющего n узлов, в которых приложены заданные силы.

Остроградский указывает два метода решения задачи о равновесии гибкой нити, каждый элемент которой находится под действием данных сил. Более интересен метод, представляющий собой непосредственное приложение вышеприведенного рассуждения Остроградского к элементу нити и последующее суммирование элементарных работ сил на виртуальных перемещениях.

Затем исследуется равновесие несжимаемых жидкостей.

Под непосредственным влиянием работ Остроградского создано сочинение Карла Яниша «О началах равновесия и движения», в предисловии к которому автор пишет[1]: «Поводом к настоящему сочинению служили мысли, изложенные в мемуаре г. Остроградского: «Общие рассуждения о моментах сил». Автор был одушевлен желанием распространить в круге русских математических читателей и сделать ему доступными новые и прекрасные идеи и теории равновесия и движения, заключающиеся в сем мемуаре».

Ученик Остроградского, его ассистент в Институте инженеров путей сообщения, К. Яниш в своей работе продолжил развитие и обобщение принципа виртуальных перемещений, дав первое строгое доказательство этой формулы статики в общем случае (требование неположительности суммы элементарных работ сил на виртуальных перемещениях). Сущность доказательства состоит в сочетании идеи чисто геометрического доказательства принципа возможных перемещений Ампера с трактовкой возможных перемещений Остроградского.

В середине XIX в. установилась научная переписка между Остроградским и Н. Д. Брашманом. По выражению Н. Е. Жуковского, Брашман заложил научные основы преподавания механики в Московском университете. Его курс «Теория равновесия тел твердых и жидких, или статика и гидростатика», опубликованный в 1837 г., через год был удостоен Демидовской награды благодаря отзыву Остроградского, который нашел оригинальными попытки автора обобщения принципа возможных перемещений на случай систем с неудерживающими связями. Таким образом идеи Остроградского отразились и на деятельности ученых Московского университета. Н. Е. Жуковский писал[2]: «Мой высокочтимый учитель Ф. А. Слудский был носителем идей Лагранжа и Остроградского. На лекциях он часто вспоминал Остроградского и с особым удовольствием излагал в его духе статью об отрицательных моментах (для неудерживающих связей. — *И. Т.*) и о начале наименьшего действия».

---

[1] Яниш К. О началах равновесия и движения, с. IX.
[2] См.: Остроградский М. В. Избр. труды, с. 449.

ГЛАВА 3

РАЗВИТИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ В XVIII И НАЧАЛЕ XIX В.

§ 1

ТРУДЫ ЭЙЛЕРА ПО ДИНАМИКЕ

Л. Эйлер родился 15 апреля 1707 г. в Базеле в семье сельского пастора П. Эйлера, ученика Я. Бернулли. После домашнего обучения (отец хорошо знал математику) Л. Эйлер поступил в семинарию, затем в Базельский университет, где в это время занимал кафедру математики И. Бернулли. Ученый обратил внимание на чрезвычайно одаренного студента и стал заниматься с ним отдельно. Шестнадцатилетний Эйлер стал магистром искусств, защитив диссертацию, посвященную сравнению картезианского и ньютонианского воззрений.

Когда друзья Эйлера — Николай и Даниил Бернулли приняли приглашение работать во вновь организованной Петербургской Академии наук, они обещали вызвать туда Эйлера. Он прибыл в Петербург в 1727 г., где кроме братьев Бернулли был еще один ученый из Базеля — Я. Герман, автор выдающегося сочинения по динамике — «Форономия» (1716). Эйлер включился в научную тематику Д. Бернулли, который проводил опытные стрельбы, измеряя время вертикального полета сферического снаряда.

Первое научное исследование Эйлера было посвящено определению максимальной высоты подъема снаряда, времени подъема и времени падения его[1]. Здесь впервые Эйлер учитывал сопротивление воздуха. Позже эти результаты вошли в трактат «Механика» (1736) под названием «О свободном криволинейном движении точки в сопротивляющейся среде», чему предшествовало шесть работ по баллистике. В протоколах ученых конференций отражено, что доклады Эйлера следовали один за другим, иногда по два в день, а один из докладов 1733 г. произносился в течение трех заседаний конференции. Доклады его энергично обсуждались, иногда возникали оживленные дискуссии. Только за первый год после прибытия он сделал 13 научных докладов. Он выступал с докладами и лекциями и в академическом университете, называвшемся гимназией при академии по математике и физике.

Обстановку в Петербурге в эту эпоху хорошо описывает А. Н. Крылов[2]: «У Разумовского был 16-летний брат Кирилл. Приставил он к нему в наставники какого-то доку — чиновника

---

[1] См.: Эйлер Л. Исследования по баллистике, с. 532—534.

[2] Крылов А. Н — В кн.: Леонард Эйлер. К 150-летию со дня смерти, с. 4.

по фамилии Теплов, дал неограниченный кредит и отправил в учение за границу. За два года Кирилл объездил чуть ли не дюжину столичных и университетских городов, изучил в них самым обстоятельным образом все вертепы, публичные и игорные дома и, снабженный пачками дипломов и свидетельств, выданных щедро оплаченными из данного братом неограниченного кредита профессорами, вернулся в Россию.

Малограмотная Елизавета, которая, может быть, и в самом деле верила, что Кирилл «все науки произошел», назначила его в возрасте 18 лет президентом Академии наук, которую он и начал реформировать, поучая знаменитейших академиков тому, что им следует делать и как истинно научно работать».

Леонард Эйлер

В этой обстановке Эйлер не остался в Петербурге: он уехал в Берлин, где, став вице-президентом Академии наук, проработал до 1766 г. Но и за четверть века, проведенного в Берлине, Эйлер не терял научных связей с Россией: он оставался почетным членом Петербургской Академии наук (получая пенсию 200 рублей ежемесячно). Он принимал на обучение и домашний пансионат русских учеников-адъюнктов, например С. К. Котельникова, С. Я. Румовского, М. Софронова; они обучались у Эйлера в Берлине и жили некоторое время в его семье. Эйлер давал многочисленные отзывы на присылаемые из России работы; он хлопотал по изысканию, закупке необходимого в Петербурге лабораторного оборудования, аппаратуры, типографских станков и прочего.

Летом 1766 г. Эйлер возвратился в Петербург. Он активно включился в научную деятельность академии, принял участие в разработке плана ее реорганизации, в различных мероприятиях, способствующих прогрессу экономики страны: составление карт России, экспертиза по устройству пильных машин и пожарных насосов, комиссия мер и весов, демографические исследования, испытание модели Кулибина для одноарочного моста через Неву, организация школьного обучения в стране, консультации кораблестроения и других производств.

Он умер 7 сентября 1783 г. на семьдесят седьмом году жизни.

Эйлер опубликовал более 800 работ, из них около 600 — в Петербурге. Издание полного собрания (Opera omnia) в Швейцарии продолжается более пятидесяти лет и еще не окончено. В нем около 70 томов.

Отправным пунктом для многих исследований Эйлера служили трактаты по механике Ньютона, Вариньона и Германа. В Предисловии к своему первому фундаментальному трактату «Механика, или наука о движении, изложенная аналитически» (1736), Эйлер пишет, что он решил переработать результаты этих и других сочинений по механике однообразным и упрощенным методом, приведя их в определенный порядок. Благодаря этому был найден чрезвычайно плодотворный единообразный подход к задачам динамики, заключающийся в записи дифференциальных уравнений движения объекта на основе принципа ускоряющих сил. В ряде случаев Эйлер проинтегрировал соответствующие уравнения.

Подобрав «ключ» к упорядоченному построению учения о движении, Эйлер создал обширную программу всестороннего охвата всех проблем механики этим методом [1]: «Сначала мы будем рассматривать тела бесконечно малые, т. е. те, которые могут рассматриваться как точки. Затем мы приступим к телам, имеющим конечную величину, — тем, которые являются твердыми, не позволяя менять своей формы. В-третьих, мы будем говорить о телах гибких. В-четвертых, о тех, которые допускают растяжение и сжатие. В-пятых, мы подвергнем исследованию движение многих разъединенных тел, из которых одно препятствует другим выполнить свои движения так, как они стремятся это сделать. В-шестых, будем рассматривать движение жидких тел. По отношению к этим телам мы будем рассматривать не только то, как они, предоставленные сами себе, продолжают движение, но, кроме того, мы будем исследовать, как на эти тела воздействуют внешние причины, т. е. силы».

Эйлер в значительной части выполнил эту программу. Изложение его важнейших достижений по механике начнем с динамики материальной точки, изложенной в трактате «Механика». В основу динамики Эйлер полагает три закона: закон инерции, закон независимости действия сил и принцип ускоряющих сил (второй закон Ньютона). Первый закон динамики у Эйлера имеет форму трех теорем [2]. «Тело, находящееся в состоянии абсолютного покоя, должно вечно пребывать в покое, если не получит побуждения к движению от внешней причины».

«Если тело имеет абсолютное движение, то оно всегда будет двигаться равномерно, а также и раньше в любой момент времени его движение имело ту же скорость, — если только на него не действует или не действовала какая-либо внешняя причина».

---

[1] Эйлер Л. Основы динамики точки, с. 89.
[2] Там же, с. 68—72.

Следующее Предложение констатирует прямолинейность движения изолированной точки.

Метод доказательства этих теорем опирается на формальную логику (так называемый принцип достаточного основания): нет преимущественной причины для отклонения тела, предоставленного двигаться без действия сил и внешних факторов, влево или вправо, увеличивать свою скорость или уменьшать, а поэтому тело будет двигаться с той скоростью, которая у него имеется в некоторый момент времени, выбранный за начальный. Сравнивая этот метод рассуждений с системой механики Ньютона, у которого аксиомы и основные положения устанавливались опытным путем, что делало механику наукой о природе, частью физики, А. Н. Крылов заметил[1], что «еще за четыреста лет до Эйлера буриданов осел подох с голоду между двумя стогами сена, поэтому все такие рассуждения Эйлера не представляют истинных доказательств, а представляют более или менее искусственную маскировку отсутствия таковых, — может быть тут сказалась семинарско-богословская школа, которую в юные годы проходил Эйлер».

Абстракции абсолютного и относительного пространства и времени Эйлер заимствует у Ньютона, поясняя в обширном тексте, что введение этих понятий не означает реального существования пустого неподвижного вместилища движущихся объектов[2]: «...но, не заботясь о том, есть ли такое пространство или нет, мы требуем только одного, чтобы тот, кто хочет исследовать вопрос об абсолютном покое, представил себе такое пространство и отсюда уже судил о состоянии покоя или движения тел. Удобнее всего будет в конце концов договориться так, чтобы, отвлекаясь от окружающего мира, мы представили себе бесконечное и пустое пространство и допустили, что в нем помещены тела...».

Эйлер с полной ясностью отдавал себе отчет и писал о том, что без абстракции абсолютного пространства и времени невозможно детерминированное толкование явлений перемещения тел в природе, тех явлений, которые и составляют предмет науки механики.

При формулировке основных понятий и законов механики важное значение Эйлер придавал непроницаемости, или свойству окружающего мира, по которому в одном и том же месте одновременно не могут находиться два или более материальных тела. Именно это свойство Эйлер полагает в основу понимания движущего фактора — силы, которую он определяет так же, как и Ньютон. Массу он понимал как количество материи в теле, которую следует определять не по объему, а по величине его инерции.

Понятию массы посвящена теорема пропорциональности силы инерции тела количеству материи в нем[3]. Таким образом, массу

---

[1] Крылов А. Н.— В кн.: Леонард Эйлер. К 150-летию со дня смерти, с. 20.
[2] Эйлер Л. Основы динамики точки, с. 41—42.
[3] Там же, с. 116.

он вводил так же, как и Ньютон. Принцип ускоряющих сил он формулировал так же в духе Ньютона, но более развернуто. Вот одна из его формулировок[1]: «...приращение скорости прямо пропорционально действующей силе и пропорционально времени и обратно пропорционально силе инерции тела...» (т. е. массе). Эту закономерность Эйлер впервые записал в виде дифференциального уравнения прямолинейного движения точки:

$$dc = npdt/A,$$

где c — скорость движения точки, p — действующая на точку сила, A — масса точки, t — время, n — коэффициент, зависящий от размерностей.

Вслед за этим уравнением Эйлер вывел дифференциальную форму теоремы об изменении кинетической энергии точки (не называя ее так):

$$cdc = npds/A.$$

Эйлер уже понимал важность и общность полученной закономерности[2]: «Это положение охватывает все установленные до сих пор принципы, определяющие природу и все законы движения...».

Тем не менее эта закономерность играла довольно ограниченную подсобно-вычислительную роль в его работах.

Для случая криволинейного движения точки Эйлер записывает дифференциальное уравнение движения в проекциях на касательную и главную нормаль к траектории точки. Обозначая через P, N составляющие силы, через r — радиус кривизны траектории, через ds — элемент дуги при прочих прежних обозначениях, Эйлер получает исходные дифференциальные уравнения движения материальной точки: $r = Ac^2/nN$, $Acdc = nPds$.

При решении разнообразных задач о движении точки без сопротивления он использует не только эти уравнения, но и их первый интеграл (интеграл живых сил).

Несколько позже (1746) в работе, где исследовалось движение материальной точки по подвижной поверхности (например движение шарика во вращающейся трубке), Эйлер вывел из этих уравнений движения точки еще один интеграл — закон площадей. В результате переписки с Эйлером Д. Бернулли исследовал более широкую задачу о движении нескольких шариков во вращающейся трубке. Так оба ученых установили закономерность, заключающуюся в том, что при движении нескольких тел вокруг неподвижного центра сумма произведений массы каждого тела на его скорость вращения вокруг центра и на его расстояние от того же центра не зависит от взаимного действия, которое тела могут про-

---

[1] Там же, с. 124.
[2] Там же, с. 126.

изводить друг на друга, и должна всегда оставаться неизменной, если не имеется какого-либо внешнего действия[1]. Ту же закономерность выводит в качестве теоремы П. Дарси, применяя ее в задачах технического происхождения.

Во втором томе «Механики» Эйлер рассматривает задачи на приложение общей теории к движению материальной точки по заданной кривой или по заданной поверхности. Баллистические задачи свободного движения точки при наличии сопротивления Эйлер исследовал во многих отдельных работах и в первом томе трактата «Механика».

В целом можно сказать, что фундаментальные достижения Ньютона в динамике материальной точки получили аналитическую разработку и стали широко приложимы к задачам техники и естествознания только после трудов Эйлера.

Подводя итог основным достижениям Эйлера в его первом фундаментальном трактате по динамике (1736), необходимо отметить, что в механику был введен единообразный математический аппарат решения задач динамики: запись дифференциальных уравнений движения материального объекта, их интегрирование при известных начальных условиях. Эйлер выполнил первую задачу своей обширной программы, дав полное последовательное изложение динамики материальной точки. В теории Эйлера были получены и использованы теоремы изменения кинетической энергии точки и теорема о кинетическом моменте системы, хотя эти теоремы еще не выделены Эйлером в качестве основных общих закономерностей динамики.

В 1742 г. вышло в свет сочинение Маклорена «Трактат о флюкциях». Колин Маклорен (1698—1746), профессор Эдинбургского университета, поставил перед собой цель изложить содержание трактата Ньютона «Начала» в более доходчивой форме, используя алгебраическую символику исчисления бесконечно малых и методы аналитической геометрии. Наиболее ценной идеей Маклорена оказалось разложение перемещения, скорости, ускорения и силы по трем взаимно перпендикулярным неподвижным направлениям в пространстве. Однако наиболее плодотворно использовал эту идею Эйлер. Он составил дифференциальные уравнения движения точки в проекциях на декартовы неподвижные оси, чего еще не было у Маклорена.

В 1765 г. вышел в свет второй фундаментальный трактат Эйлера по аналитической динамике «Теория движения твердых или жестких тел, установленная на основных принципах нашего познания и приспособленная ко всяким движениям, которые могут иметь названные тела». Обширное «Введение, содержащее необходимые пояснения и дополнения о движении точки» с преимущественным использованием разложения движений по трем неподвижным в пространстве направлениям посвящено глубокому фило-

[1] См.: Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 317.

софскому осмысливанию абстракций механики, понятий относительного и абсолютного движения, важнейших понятий динамики — силы, массы, инерции, непроницаемости. Эйлер высказывает твердую уверенность в объективности окружающего нас мира, законов природы, законов движения. Вот одно из высказываний Эйлера, исключающее априорное толкование понятие места тела»[1]: «Итак, место есть нечто такое, что не зависит от тел, и оно не представляет собой только чистое понятие нашего разума». Аналогично трактует Эйлер понятие времени.

Реальные физические качества материальных тел обсуждаются Эйлером весьма подробно. Наиболее существенное значение придавал он свойству непроницаемости материальных тел. Можно изучить движение воображаемых нематериальных тел: движение тени или зайчика от зеркала. Такое движение не является предметом механики. Механика изучает перемещение в пространстве реальных тел, тел непроницаемых. Взаимодействия таких тел Эйлер называет силой.

«Непроницаемость представляет собой то свойство тел, в силу которого в одном и том же месте не могут находиться одновременно два или большее количество тел», — поясняет Эйлер[2]. Далее он описывает природу силового взаимодействия двух тел друг на друга[3]: «Следовательно, два тела действуют друг на друга в том случае, когда они сходятся так, что каждое из них в отдельности не может сохранить своего состояния, не проходя сквозь другое тело... Силы, изменяющие в этом случае состояние тел, порождаются непроницаемостью этих последних...».

Со времени создания своей магистерской диссертации Эйлер не переставал совмещать в своем мировоззрении черты картезианства и ньютонианства.

В отношении Эйлера к принципиальным положениям механики преобладали элементы картезианства; это проявлялось, например, в переписке с М. В. Ломоносовым[4]. В приведенном выше отрывке, характеризующем отношение Эйлера к понятию силы, явно обнаруживается отказ от дальнодействия через пустоту и признание только контактного взаимодействия тел и сред. «Массой тела, или количеством материи, называется величина заключенной в теле инерции, вследствие которой тело стремится сохранить свое состояние в противодействии всякому его изменению»[5]. По существу это определение не отличается от ньютонова понимания массы тела.

Как и Ньютон, Эйлер подчеркивает мысль, что в природе нет других движений кроме относительных, ибо всякое движение обусловлено или перемещением наблюдаемого предмета, или переме-

---

[1] Эйлер Л. Основы динамики точки, с. 361.
[2] Там же, с. 358.
[3] Там же, с. 366.
[4] Ломоносов М. В Полн. собр. соч., т. 2, с. 171—183.
[5] Эйлер Л Основы динамики точки, с. 384.

щением наблюдателя (или их совместным неодинаковым перемещением). Однако Эйлер, как и Ньютон, четко сознает необходимость введения абстракции абсолютного покоя и абсолютного движения. Эйлер с особенной ясностью показал, что в противном случае законы динамики Ньютона были бы несостоятельны. Но опыт и наблюдения показывают, что вычисленные по законам ньютоновской механики движения небесных и земных тел правильно описывают истинные движения. Следовательно, основные понятия механики Ньютона, тесно увязанные с абстракцией абсолютного пространства и времени, имеют объективный характер.

«Всякий, кто склонен отрицать существование абсолютного пространства, придет в величайшее смущение. В самом деле, вынужденный отбросить абсолютный покой и движение, как пустые слова, лишенные смысла, он должен будет не только отбросить законы движения, покоящиеся на этом принципе, но и допустить, что вообще не может быть никаких законов движения... пришлось бы утверждать, что все происходит случайно и без всякой причины» [1].

Таким образом, детерминированность механического движения Эйлер связывал с полезной ньютоновой абстракцией абсолютно неподвижного пространства.

Принцип ускоряющих сил и принцип суперпозиции движения позволяет Эйлеру записать три дифференциальных уравнения движения материальной точки массы A в проекциях на неподвижные декартовы оси координат:

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{\lambda p}{A};\quad \frac{d^2y}{dt^2}=\frac{\lambda q}{A};\quad \frac{d^2z}{dt^2}=\frac{\lambda r}{A};$$

p, q, r — проекции результирующей силы, приложенной в данной точке, на неподвижные оси декартовой системы координат; λ — коэффициент пропорциональности, вводимый по традиции XVIII в. из-за неразработанности учения о размерностях.

Далее, замечая, что «вся механика основывается на одном-единственном принципе», Эйлер дает количественную формулировку этому важнейшему принципу динамики [2]: «Таким образом, приращение скорости, взятое по направлению действия силы, прямо пропорционально произведению действующей силы на промежуточек времени и обратно пропорционально массе тельца». Нетрудно видеть, что это — более полное (детализированное) выражение второго закона динамики Ньютона. Несколько неопределенное ньютоновское «изменение количества движения» имеет в динамике Эйлера точное количественное выражение, а именно производная по времени от количества движения материальной точки. В применении к динамике твердого тела принцип ускоряющих сил выступает у Эйлера в форме, весьма близкой к формулировке принципа Даламбера, о чем пойдет речь ниже.

[1] Там же, с. 328.
[2] Там же, с. 402—403.

Основное содержание трактата «Теория движения твердых тел» посвящено разработке динамики неизменяемой системы. Не выделяя в качестве общего закона равенство действия и противодействия сил, но применяя это свойство для внутренних сил в твердом теле, Эйлер проводит суммирование (фактически интегрирование) отдельных динамических соотношений, записанных для элемента твердого тела, предполагаемого вырезанным из сплошной среды.

Модель сплошной среды была введена Эйлером в 1750 г. в мемуаре «Открытие нового принципа механики»[1]. Здесь высказана аксиома («новый принцип») о том, что принцип ускоряющих сил, или три дифференциальных уравнения движения материальной точки, справедлив и для мысленно выделенного элемента твердого тела или жидкости. При интегрировании таких элементарных соотношений по всему объему тела без введения аксиомы Эйлера потребовался бы новый тип интеграла (типа позже разработанного интеграла Стильтьеса), взятого по совокупности дискретных точек. Аксиома Эйлера позволяла обойти этот пока еще не исследованный математический вопрос.

Эйлер ввел новые количественные характеристики распределения масс в твердом теле, доказал существование трех взаимно перпендикулярных осей, относительно которых моменты инерции тела имеют экстремальное значение. Эти оси Эйлер назвал главными. Он установил свойство вращения твердого тела без действия внешних сил вокруг главной оси инерции, проходящей через центр масс, с неизменной угловой скоростью: такую ось Эйлер назвал свободной осью. Эскизы геометрии масс находим в сочинении «Корабельная наука», созданном Эйлером в 40-х годах.

Позже, в 1755 г., вопрос о существовании трех главных осей инерции в каждом твердом теле был затронут в исследовании профессора Геттингенского университета Сегнера, посвященном конструкции искусственного примитивного гирогоризонта.

В трактате Эйлера впервые формулируется общая постановка задачи определения движения твердого тела с помощью поступательного и вращательного движений его. Рассматривая произвольное движение свободного твердого тела, подверженного действию произвольных сил, Эйлер замечает, что это движение разлагается на поступательное движение, соответствующее движению центра инерции тела, и вращательное движение вокруг некоторой оси, проходящей через центр инерции. Поэтому задание движения твердого тела заключается в задании: 1) скорости движения центра инерции; 2) направления, в котором движется центр инерции; 3) проходящей через центр инерции мгновенной оси, вокруг которой тело вращается; 4) угловой скорости вращения тела вокруг этой оси. Эти элементы вполне определяют движение твердого тела.

---

[1] Euler L. Découverte d'un nouveau principe de Mécanique.

В конце трактата Эйлер выводит дифференциальные уравнения движения свободного твердого тела в неподвижной прямоугольной системе координат. Движение центра инерции твердого тела определяется уравнениями:

$$\int \frac{d^2x}{dt^2} dm = P, \quad \int \frac{d^2y}{dt^2} dm = Q, \quad \int \frac{d^2z}{dt^2} dm = R,$$

где P, Q, R — компоненты равнодействующей сил, приложенных к различным точкам тела, по неподвижным осям: dm — масса элемента объема.

Вращательное движение твердого тела вокруг центра инерции определяется уравнениями:

$$\int z \frac{d^2y}{dt^2} dm - \int y \frac{d^2z}{dt^2} dm = S,$$

$$\int x \frac{d^2z}{dt^2} dm - \int z \frac{d^2x}{dt^2} dm = T,$$

$$\int y \frac{d^2x}{dt^2} dm - \int x \frac{d^2y}{dt^2} dm = U,$$

где S, T, U — суммарные моменты сил, приложенных к точкам тела, относительно осей Ox, Oy, Oz.

Что касается уравнений вращательного движения твердого тела, то Эйлер дает для них еще и другую форму, приспособленную для определения вращательного движения тела в системе осей, жестко связанных с движущимся твердым телом и направленных вдоль главных осей инерции. Эта вторая форма эйлеровых уравнений вращательного движения твердого тела была указана им в «Записках Берлинской Академии наук» за 1758 г., она имеет вид:

$$A \frac{dp}{dt} = (B - C) qr + L,$$

$$B \frac{dq}{dt} = (C - A) rp + M,$$

$$C \frac{dr}{dt} = (A - B) pq + N,$$

где p, q, r — проекции угловой скорости вращения твердого тела на три главные оси, жестко связанные с телом; A, B, C — главные моменты инерции тела относительно осей; L, M, N — суммарные моменты всех сил, приложенных к точкам рассматриваемого тела, относительно тех же осей.

Таково основное содержание трактата Эйлера «Теория движения твердых тел». Дальнейшее развитие классической механики мало что добавило к аналитической динамике свободного твердого тела в части, касающейся составления дифференциальных уравнений движения. Интегрирование этих уравнений было проведено Эйлером только для одного часто встречающегося случая: когда моменты внешних сил относительно главных осей твердого тела равны нулю.

В небесной механике наиболее важными работами Эйлера были два сочинения: «Теория движения Луны» (1753) и «Новая теория движения Луны» (1772).

Настоятельная потребность в способах определения долготы местности при кораблевождении выразилась в установлении английским парламентом в 1714 г. премии за изобретение такого способа. Точное знание положения Луны относительно гелиоцентрической системы отсчета позволило бы мореплавателям определить долготу места. Теория движения Луны приводит к задаче трех тел: Луна, Земля и Солнце. Во втором сочинении 1772 г. Эйлер умело использовал тот факт, что масса Солнца велика по сравнению с массами двух других тел, а расстояние от них до Солнца много больше взаимного расстояния Луны и Земли. Чрезвычайно удачным оказался выбор Эйлера декартовых прямоугольных координат, определяющих положение Луны в переносном и относительном движениях. Метод Эйлера был развит далее в XIX в. А. Н. Крылов высоко оценил[1] трактат Эйлера «Новая теория Луны», считая, что уравнения и метод их интегрирования Эйлера — актуальны для современной теории нелинейных колебаний.

Возникновение механики машин в конце XVIII в. связывают с именами Л. Карно и Эйлера[2]. Эйлера интересовали разнообразные вопросы техники кораблестроения, конструирования различных механизмов, сооружений. Его предложения использовать силу реакции для судовых двигателей и в турбине опирались на детальные теоретические исследования. В ряде работ (середина XVIII в.) Эйлер сформулировал общий принцип для решения задач о поступательном и вращательном движении тела переменной массы, на основе которого записывается дифференциальное уравнение движения объекта (судна, турбины) и получаются выражения для величин силы реакции или момента сил реакции, действующих на тело. Для наиболее интересных (практически) случаев Эйлер определил полезную мощность (или эффект, по его терминологии) машины, рассчитал наивыгоднейшее ее устройство. Он предложил идею направляющего аппарата в турбине и введение заслонки на выходе из канала рабочего колеса.

Теоретические исследования Эйлера о действии горизонтального водяного колеса опередили практику турбиностроения примерно на 75 лет: первые турбины (Манури Декто, Вейтлау, Бюрдена, позже Фурнейрона, Сафонова, Фрэнсиса и других) стали

[1] См.: Крылов А. Н.— В кн.: Леонард Эйлер. К 150-летию со дня смерти, с. 22—28.
[2] См.: Боголюбов А. Н. Теория механизмов и машин. — В кн.: История механики с конца XVIII в. до середины XX в., с. 192.

применяться в промышленности только в XIX в. Что касается гидродинамической теории действия турбины, то ее разработка относится к концу XIX в. (после открытия возможности электропередачи на большие расстояния). Отличие от теории Эйлера было в том, что в новых работах рассматривалось не одномерное течение воды, как у Эйлера, а трехмерное течение в канале рабочего колеса. Таким образом, в фундаментальных трудах по гидродинамике, в мемуарах о действии водомета и турбины Эйлер на полтораста лет опередил развитие соответствующей теории.

Когда швейцарская фирма Эшер — Висс к 200-летию проекта турбины Эйлера воссоздала модель турбины по его описанию и расчетам, то ее максимальный коэффициент полезного действия оказался 71,2%, т. е. выше, чем у первых турбин начала XIX в. (турбина Бюрдена имела коэффициент полезного действия 67%).

В современной технической литературе используется формула Эйлера для расчета сил на концах приводного ремня.

Кроме решения многих конкретных задач технического характера, Эйлер посвятил науке о машинах серию работ, развивающих общие положения этой науки: важные теоремы кинематической геометрии, кинематики механизмов, теории гибких звеньев, теории зубчатых зацеплений, теории трения[1].

§ 2
ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА И ЕГО ПРЕДЫСТОРИЯ

Исходя из законов Ньютона, Эйлер превратил механику в четкую количественную теорию с эффективным аналитическим аппаратом дифференциальных уравнений движения материальных объектов. Крупным достижением первой половины XVIII в. было построение в общих чертах динамики материальной точки и динамики твердого тела. Однако главным объектом механики в период промышленного переворота был механизм, машина, состоящая из многих сочлененных звеньев. Проблема движения таких механических систем представляла значительные трудности на пути исследователей. Лагранж так характеризовал это положение[2]: «Однако в том случае, когда исследуют движения многих тел, действующих друг на друга путем удара или давления, будь то непосредственно, как при обычном ударе, или же при посредстве нитей или несгибаемых рычагов, к которым они прикреплены, или же вообще каким-либо иным образом, то этого рода задача принадлежит к проблемам более высокого порядка, которая не может быть разрешена с помощью приведенных выше положений. Дело в том, что в этом случае силы, действующие на тело, неизвестны, и их следует определить на основании действий, которые

[1] См.: Боголюбов А. Н. Теория механизмов и машин в историческом развитии идей, с. 75—80.
[2] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 299.

тела должны оказывать одно на другое, в соответствии с их взаимным положением. Таким образом, здесь необходимо привлечь на помощь еще один принцип, который служит для определения силы тел, находящихся в движении, в соответствии с их массой и скоростью».

Потребность в новом принципе стала ощущаться уже в конце XVII в. при расчете движения физического маятника. Маятником в часах был грузик на стержне. Абстракция математического маятника (грузик на нити или на невесомом стержне) была далека от реальности. Промежуточным звеном при переходе от схемы математического маятника к схеме физического был невесомый стержень, несущий два грузика или две материальные точки. В 1646 г. Мерсенн объявил конкурс на решение задачи о нахождении математического маятника, изохронного с данным составным (физическим). На этот вызов Мерсенна ответили Декарт, Фабри и Роберваль, высказав ряд интересных мыслей. Им не удалось все же найти окончательного решения задачи, впервые его нашел Гюйгенс в трактате «Маятниковые часы» (1673).

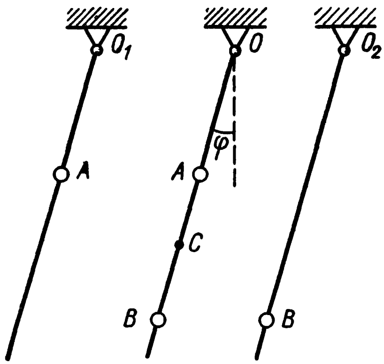


Рис. 28

В предыстории принципа Даламбера более интересно решение этой задачи Я. Бернулли в работах 1686—1703 гг. Схема его рассуждений может быть передана следующим образом. Представим себе (рис. 28) два равных точечных грузика на невесомых стержнях, образующих два математических маятника, причем длина стержня O_1A меньше длины O_2B (O_1 и O_2 — точки подвеса, A и B — точечные грузы). Если отклонить стержни на некоторый угол и предоставить им колебаться, то частота колебаний короткого маятника была бы больше частоты более длинного.

Представим себе теперь, что оба грузика A и B насажены на один и тот же невесомый стержень OAB. В тех же условиях в новом составном маятнике наблюдалась бы своеобразная передача движений: груз A более близкий к точке подвеса как бы ускорял колебание более далекого груза B, этот же последний как бы замедлял колебание верхнего груза A. Следовательно, рассуждал Бернулли, где-то между A и B должна существовать такая точка C, что помещенный в этом месте груз ничего не терял бы и не приобретал бы по сравнению со свободным движением (т. е. когда он был бы один насажен на стержень такой длины). Передача движений от точки A к точке B происходит, по мнению Бернулли, по закону рычага, т. е. по закону статики. Я. Бернулли называл свободными побуждениями к движению активные силы, приводящие в движение маятник. Для всех трех грузов A, B и C это — силы тяжести (входящие в проекции на касательную к траектории). Истинными побуждениями к движению Я. Бернулли называл произведение массы грузика на его тангенциальное ускорение в составном маятнике. Потерянные (приобретенные) побуждения к движению получаются вычитанием двух вышеупомянутых побуждений к движению. Для точки A потерянное побуждение к движению равно $m_A g \sin\varphi(1-OA/OC)$, для точки B приобретенное побуждение к движению равно $m_B g \sin\varphi(OB/OC-1)$, здесь φ — угол отклонения стержня от вертикали, g — ускорение силы тяжести, m_A и m_B — массы точечных грузов.

Принципиальным в рассуждении Бернулли является тот момент, когда он, считая уравновешенными потерянные и приобретенные побуждения к движению грузов A и B, применяет к ним закон рычага (второго рода): $m_A OA(1-OA/OC)=m_B OB(OB/OC-1)$.

Из последнего равенства получалась длина OC такого математического маятника, который имел бы колебания, изохронные тем, какие имелись бы в составном маятнике OAB:

$$OC=\frac{m_A OA^2+m_B\cdot OB^2}{m_A OA+m_B OB}.$$

Это применение уравнений статики к потерянным силам Лагранж оценил очень высоко, считая его зародышем принципа, установленного позже Даламбером.

Однако Я. Бернулли не объявил этот прием общим принципом динамики для решения задач о движении сложных механических систем, так как почвы для широкого применения такого принципа в XVII в. еще не было. В ходе промышленного переворота вполне назрел вопрос о методах решения проблем прикладного характера, которые на языке механики были задачами динамики системы. Это были те самые проблемы «более высокого порядка», по словам Лагранжа, которые рассматривали вопросы движения многих тел, связанных нитями или стержнями, шарнирами, зубцами и пр. Без понятия внутренней силы реакции связей (оно еще не было разработано в динамике) прежний ньютонов принцип ускоряющих сил не позволял решать такие задачи, так как в каждой мгновенной конфигурации механизма силы реакции изменяли свою величину. Лагранж писал[1]: «Однако при разрешении всякой задачи требовалась всегда особая ловкость для определения всех сил, которые в данном случае должны быть приняты во внимание. Это и придавало указанным задачам большую привлекательность и побуждало математиков к соревнованию».

Только в появившемся в 1743 г. сочинении Даламбера «Динамика» был предложен прямой и общий метод, с помощью которого можно было разрешить, или во всяком случае выразить в виде

[1] Там же, с. 311.

уравнений, все проблемы механики. Этот метод приводил все законы движения тел к законам их равновесия и таким образом сводил формально динамику к статике. Лагранж отмечает, что принцип, примененный Я. Бернулли при определении центра колебания, обладал тем преимуществом, что он поставил это определение в зависимость от условий равновесия рычага; однако только Даламбер подошел к этому принципу с более общей точки зрения и выявил его плодотворность.

Передадим содержание принципа Даламбера, цель которого, по словам самого Даламбера, «показать, каким образом все задачи динамики можно решать одним и при том весьма простым и прямым методом» [1].

Пусть дана система тела A, B, C, ... и т. д. и пусть телам сообщены движения $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, ... и т. д., которые из-за связанности тел видоизменяются в движения $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{c}_1$, ... и т. д. Тогда сообщенные движения $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, ... можно представить как геометрические суммы:

$$\mathbf{a}=\mathbf{a}_1+\boldsymbol{\alpha},\ \mathbf{b}=\mathbf{b}_1+\boldsymbol{\beta},\ \mathbf{c}=\mathbf{c}_1+\boldsymbol{\varkappa},$$

где $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\varkappa}$, ... и т. д. геометрические составляющие исходных движений. Движения тел A, B, C, ... будут по Даламберу такие, как если бы каждому из них вместо движений $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, ... сообщим движения $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{c}_1$, ..., а составляющие $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\varkappa}$, ... теряются из-за связанности самих тел. «Другими словами, — говорит Даламбер, — если бы тела получили только эти движения $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\varkappa}$, ... и т. д., то эти движения взаимно уничтожились бы и тела оставались бы в покое» [2].

Аналогичный принцип в частных случаях применяли в начале XVIII в. Я. Бернулли и его ученик Я. Герман [3]. В решении задачи о движении физического маятника Герман использует тот же подход, что и его учитель Я. Бернулли, но в несколько видоизмененной форме.

Во второй части первой книги «Фorономии» Герман занимается нахождением приведенной длины физического маятника, состоящего из двух точечных грузиков. Германа не интересуют нормальные составляющие сил, поскольку они не вызывают движения: он сосредоточил внимание на тангенциальных силах. Он постулирует эквивалентность всех тангенциальных сил в связанном движении грузиков. Фактически это означает равенство нулю разности касательной составляющей силы тяжести каждого грузика и произведений их масс на тангенциальные ускорения.

Напомним, что в 1725 г. Я. Герман прибыл в Петербург и работал в российской Академии наук до 1731 г. Эйлер высоко оценил трактат Германа «Форономия» (1716) и упомянул его в Предисловии к «Механике» (ставя это произведение в один ряд с сочинениями Ньютона и Вариньона).

---

[1] Даламбер Ж. Динамика, с. 33.
[2] Там же, с. 109.
[3] Hermann J. Phoronomia sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum.

В промежутке времени между моментом знакомства Эйлера с содержанием «Форономии» Германа и моментом выхода «Динамики» Даламбера Эйлер решил задачи о движении системы тел, развивая метод Германа в более четкой форме. В Комментариях Петербургской Академии наук (Т. 7. 1740) опубликована работа Эйлера «О малых колебаниях тел, как твердых, так и гибких. Новый и легкий метод». В отличие от методов своих предшественников Тэйлора, Бернулли, Эйлер пытается свести задачу о движении гибких тел к задаче статики. В конце §13 Эйлер утверждает эквивалентность системы приложенных сил совокупности сил, равных произведениям масс точек на их тангенциальные ускорения, рассуждая, как Герман. Но Эйлер более ясно выражает связь этого действия с соотношениями статики[1]:
«§14. И так как эти подставленные силы (произведения масс точек на их тангенциальные ускорения. — *И. Т.*) должны быть эквивалентны силам, действующим на тело, то из статики ясно, что если вместо них взять силы, равные по величине, но прямо противоположные по направлению, то тело должно быть в равновесии... Таким образом, все исследование, касающееся колебательных движений тел, приводится к принципам статики».

Если нельзя утверждать, что этот принцип в руках Эйлера стал всеобщим, как принцип Даламбера, то следует отметить, что Эйлер решает много разнообразных задач динамики системы этим методом: находит приведенную длину физического маятника, состоящего не из двух грузов, как было у Я. Бернулли и Германа, а из четырех; находит приведенную длину произвольного физического маятника; находит период колебания шарового сегмента, лежащего выпуклой стороной на горизонтальной плоскости. Тем же методом решает он классические задачи о колебании гибкой пластинки и о колебании струны, разобранные ранее в трудах И. и Д. Бернулли и Тэйлора. Принцип Германа — Эйлера есть не что иное, как форма принципа Даламбера, найденная несколько раньше опубликования трактата Даламбера «Динамика». В работах по динамике твердого тела Эйлер также использовал свой принцип эквивалентности двух категорий сил. Даже в гидромеханике Эйлер использовал этот принцип[2]: «Будет ли сосуд с водой находиться в покое, или же он или вода находятся в состоянии некоторого движения, все равно, реакция воды равна актуальным силам минус силы требуемые».

Эйлер определял реакцию воды на сосуд, из которого она истекала; сила реакции сосуда на элемент жидкости будет такая же, но со знаком минус. Тогда для элемента жидкости утверждается следующее: если к актуальным (активным) силам прибавить силы реакции стенок сосуда и вычесть требуемые силы (т. е. произведение массы элемента на ее ускорение), то результат равен нулю.

[1] Цит. по: Веселовский И. Н. Некоторые вопросы механики Л. Эйлера, с. 278.
[2] Euler L. Théorie plus complètes des machines, p. 232.

Современная формулировка принципа Даламбера, использующая термин сил инерции, эквивалентна предложению Эйлера.

Тот же принцип использует Эйлер в «Теории движения твердых тел[1]: «... все эти элементарные силы, взятые в совокупности (речь идет о требуемых силах. — *И. Т.*), являются эквивалентными действительно приложенным к данному телу силам, так как обе эти системы сил производят то же самое изменение в движении тела».

Там, где силы реакции интересуют Эйлера, он вычленяет их явно и в формулировках и в вычислениях; в последнем предложении эти силы неявно включены в совокупность всех сил, действительно приложенных к телу.

По существу принцип Германа—Эйлера в работах Эйлера обладает не меньшей общностью, чем принцип Даламбера, но он сам не провозгласил его новым общим принципом, считая его видоизменением второго закона динамики. Это сделал Лагранж, приравняв значимость обоих принципов и различая их лишь по форме[2]: «Этот способ сведения законов динамики к законам статики в действительности является менее прямым, чем способ, вытекающий из принципа Даламбера, но зато он приводит к большей простоте в применениях; он представляет собой возврат к методу Германа и Эйлера, который применил его при разрешении многих проблем механики. В некоторых курсах механики его можно встретить под названием принципа Даламбера».

Последние слова Лагранжа свидетельствуют о том, что неясности в связи с принципом Даламбера возникли еще в XVIII в.

В динамике машин в XIX в. было выработано понятие сил инерции. Изучение так называемого центробежного эффекта, возникающего в связи с большими скоростями вращающихся деталей машин (токарные, текстильные станки, центробежные регуляторы, турбины и пр.), привело к понятию центробежной силы инерции, действующей на связи. Но так как обычно исследуют движение массивных деталей, а не тех опор, с которыми они связаны, то интуитивно переносили точку приложения силы инерции к вращающейся материальной частице. Споры о реальности или фиктивности сил инерции происходили уже в середине XIX в., примером чего может служить критика М. В. Остроградским[3] воззрений Пуассона, отрицавшего реальное действие сил инерции в движущемся теле.

Французский ученый Ш. Делоне в «Трактате рациональной механики» (1856) дал такую трактовку принципа Даламбера, которая приводится во многих современных учебниках теоретической механики: в каждый момент времени имеет место динамическое равновесие приложенных к материальной точке, принадлежа-

---

[1] Цит. по: Веселовский И. В. Некоторые вопросы механики Л. Эйлера, с. 281.

[2] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 313.

[3] См.: Остроградский М. В. Избранные труды, с. 277, 278.

щей данной системе, активных сил, сил реакции внешних и внутренних связей и силы инерции точки. Последняя сила фиктивна и равна произведению массы точки на ее ускорение, взятое с минусом. Принцип Даламбера сводит задачу динамики системы к задаче о равновесии сил.

В векторной форме условие равновесия всех перечисленных сил принимает следующий вид:

$$\mathbf{F} + \mathbf{R} + \mathbf{\Phi} = 0,$$

где $\mathbf{F}$ — главный вектор активных сил, $\mathbf{R}$ — главный вектор реакций связей, $\mathbf{\Phi} = -m\mathbf{W}_c$ — главный вектор сил инерции. Очевидно, записанное равенство эквивалентно принципу ускоряющих сил в сочетании с принципом освобождаемости от связей:

$$m\mathbf{W} = \mathbf{F} + \mathbf{R}.$$

Таким образом, метод кинетостатики, идею которого высказал Даламбер, не содержит чего-либо принципиально нового по сравнению с принципом ускоряющих сил. Однако в задачах с непоступательным движением механических систем, где нужно определять динамические реакции опор, метод кинетостатики имеет значительные преимущества. Допустим, речь идет о вращении однородного маховика вокруг оси, не проходящей через его центр масс. Составляя уравнения кинетостатики в этой задаче для определения динамических реакций опор, можно не заботиться о выборе осей координат. Выбранные оси могут быть подвижными, что представляло бы неудобство для применения общих теорем динамики.

Жан Лерон Даламбер

Это не единственное преимущество для инженеров метода кинетостатики по сравнению с другими динамическими методами. Ценным качеством метода кинетостатики является единообразие в действиях как в статике, так и в динамике. Эти действия формально сводятся к записи уравнений равновесия всех сил, включая и силы инерции, приложенных к системе или выделенной ее части.

Даже некоторые учебные курсы и пособия, отказывающие принципу Даламбера в эффективности и считающие его архаичным[1], вынуждены признать широкое распространение этого метода в инженерной практике[2]. Принцип Даламбера и метод кинетостатики был вызван к жизни запросами промышленного переворота и до сих пор продолжает играть существенную роль в динамике машин и механизмов.

§ 3
ОБЩАЯ ФОРМУЛА ДИНАМИКИ ЛАГРАНЖА

Выдающейся заслугой Лагранжа является то, что он нашел самую общую закономерность механики, основанную на сочетании принципа Даламбера (в форме Германа — Эйлера) с принципом возможных перемещений. Лагранж предлагает аналитическую запись выражения обеих категорий сил, фигурирующих в принципе Германа — Эйлера. Проекции активных сил, приложенных к точкам системы со связями, обозначаются Лагранжем через X_i, Y_i, Z_i. Для аналитического выражения второй категории сил, требуемых для совершения истинного совокупного движения тел системы, Лагранж фактически (без специальных оговорок) применяет принцип ускоряющих сил: он записывает вместо них произведения масс точек на их ускорения в проекциях на декартовы оси $m_i\ddot{x}_i$; $m_i\ddot{y}_i$; $m_i\ddot{z}_i$.

По принципу Германа — Эйлера устанавливается эквивалентность обеих вышеупомянутых категорий сил, что записывается посредством самого общего, по мнению Лагранжа, принципа статики — принципа виртуальных скоростей. Так приходит Лагранж к своей знаменитой общей формуле динамики:

$$\Sigma\left[(X_i - m_i\ddot{x}_i)\,\delta x_i + (Y_i - m_i\ddot{y}_i)\,\delta y_i + (Z_i - m_i\ddot{z}_i)\,\delta z_i\right] = 0.$$

Теперь это соотношение называют общим уравнением динамики системы Даламбера — Лагранжа. Это и есть общий алгоритм, приводящий к решению любой динамической задачи.

Мечта ученых века рационализма — одним законом охватить все проблемы механики — свершилась. Со времени этого открытия прошло двести лет, но до сих пор не исчезает удивление[3]: «Неужели природа механической действительности так проста, что позволяет — даже Лагранжу — объять себя в единой формуле?»

---

[1] См.: Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах, ч. II, с. 359.
[2] Там же, с. 329.
[3] См.: Идельсон Н. И. — В кн.: Жозеф Луи Лагранж. К 200-летию со дня рождения, с. 17.

Из этой формулы Лагранж этап за этапом получает все закономерности динамики, общие теоремы, принцип наименьшего действия, все формы дифференциальных уравнений движения, экстремальные свойства положения равновесия, все важнейшие свойства движения тел и системы. Все это в дальнейшем будет кратко изложено.

Однако при тщательном изучении принципиальной части динамики Лагранжа нельзя не заметить[1], что «Лагранж совершенно не упоминает о знаменитых опытах Ньютона, которыми установлена пропорциональность массы весу тела независимо от его химического состава, иными словами, установлено постоянство ускорения силы тяжести в данном месте земной поверхности. Без этого установления понятие о массе, которого Лагранж совсем не дает, не имеет определенности, и значит вся динамика витает в эмпиреях как отрасль анализа, не связанная с физической природой земных вещей, и кажется приложимой лишь к изучению движения тел небесных, которое само для себя устанавливает числовую меру их масс, в долях массы солнца, принимаемой за единицу».

Далее А. Н. Крылов критикует лагранжевское определение силы, по которому «силы измеряются количеством движения» тела. В записях Лагранжа количества движения тела правильно приравниваются импульсу силы, так что на вычисления такое нечеткое определение не повлияло. Но в тексте трактата эта неточность усиливается дальнейшим рассуждением о называемой Лагранжем «зарождающейся силе», которая приравнивается им произведению массы на ускорительную силу (так называли в то время ускорение). А. Н. Крылов разъясняет, что попытка Лагранжа назвать «зарождающуюся силу» по-другому, например, давлением движущей силой и пр., не вносит ясность в вопрос: что такое сила.

Причину этой путаницы А. Н. Крылов видит в том, что Лагранж стремился одновременно с эскизом исторического развития динамики (что выполнено бесподобно, по выражению А. Н. Крылова) попутно дать определения ее основных понятий и формулировки основных законов. Это Лагранжу удалось не вполне.

Крылов замечает[2]: «Лагранж в век Руссо, Вольтера, Даламбера, Дидро, последовавший за веком Расина и Корнеля, т. е. в век, когда красота стиля французских писателей достигла своего совершенства, захотел избавить и общую часть своего произведения от палисада педантизма, при котором не может быть и речи о красоте стиля; но здесь он, может быть, зашел несколько дальше, чем следовало».

---

[1] Крылов А. Н. Там же, с. 10—11.
[2] Там же, с. 17.

§ 4
РАЗВИТИЕ И ПРИЛОЖЕНИЯ ОБЩЕЙ ФОРМУЛЫ ДИНАМИКИ В ТРАКТАТЕ ЛАГРАНЖА

Рассматривая различные типы механических систем с точки зрения различных классов возможных перемещений, допустимых природой системы, Лагранж приходит к формулировке общих свойств движения, которые теперь называются общими теоремами динамики системы: теорема о движении центра масс (когда система может поступательно перемещаться), теорема об изменении кинетического момента системы (когда связи системы допускают ее вращение в целом вокруг некоторой неподвижной оси) и теорема живых сил (когда действительные перемещения точек системы принадлежат к числу возможных перемещений).

Далее Лагранж преобразовал общую формулу динамики и вывел все общие свойства движений для случая, когда силы импульсивные.

Наконец, он перешел к изложению принципа наименьшего действия. Первоначально принцип наименьшего действия появился в работах П. Мопертюи (1698—1759) в качестве общего закона природы, по которому количество действия в механических, оптических и других явлениях расходуется минимально; именно это свойство — минимум действия — отличает истинную траекторию частицы от сравнимой. Мерой действия Мопертюи[1] считал сумму произведений масс частиц на их скорости и на элементы пути. Мопертюи применил свой принцип для расчета соударения двух упругих тел и для установления законов отражения и преломления света.

Исходя из этих довольно специальных применений принципа, Мопертюи придавал универсальное значение этому закону, более того, он извлекал отсюда новое доказательство существования бога. Природа, рассуждал Мопертюи, при совершении своих действий избирает всегда наиболее простые пути, что наилучшим образом подтверждает существование бога, который мудро управляет Вселенной и совершающимися в ней изменениями. Как правильно отмечает Даламбер[2], там, где речь идет просто об изменении скорости тел при ударе, Мопертюи говорит не иначе как «об изменении в природе»; там, где речь идет об экстремальности некоторой количественной характеристики при ударе тел, Мопертюи говорит о том, что природа действует всегда по самому простому пути.

Против теологического толкования механических законов и результатов Мопертюи выступило много ученых: механиков, математиков, философов и публицистов. В дискуссии[3] приняли участие

[1] Вариационные принципы механики, с. 784.
[2] Там же, с. 111.
[3] Там же, с. 785.

Дарси, Кёниг, Куртиврон, Эйлер, Даламбер. Вольтер зло высмеивал президента академии наук — Мопертюи, критикуя его принцип и особенно «доказательство» существования бога на основе законов механики.

Заслуга аналитического оформления принципа наименьшего действия, новой записи выражения действия, правильного понимания принципа и его новых приложений принадлежала Л. Эйлеру, благодаря которому этот закон механики получил признание.

Лагранж заинтересовался этим принципом еще в туринский период своей деятельности. Он придал новую форму выражению действия, а именно вместо эйлерового выражения $A=\int\limits_A^B v ds$ (где v — скорость, s — дуга), записанного для одной материальной точки, Лагранж вводит величину действия для системы материальных точек (под действием консервативных сил), суммируя по точкам величину действия A, умноженную на массу m_i точки, и переходя к аргументу времени t вместо эйлерова аргумента s — длины дуги траектории точки. Действие, по Лагранжу,

$$A=\sum_{i=1}^{n} m_i \int\limits_A^B v_i^2\, dt = \int\limits_A^B 2T\, dt,$$

где T — кинетическая энергия системы в данный момент времени. Как и Эйлер, Лагранж утверждает, что истинное движение системы отличается от ее кинематически возможных движений тем, что вариация действия для истинных движений равна нулю. В раннем периоде творчества Лагранж придавал фундаментальное значение этому принципу механики, указав ряд его интересных приложений.

Однако ко времени создания «Аналитической механики», имеющей единую базу в виде общей формулы динамики, Лагранж изменил свой взгляд на значение принципа наименьшего действия[1]: «Таков тот принцип, которому... я даю здесь название принципа наименьшего действия и на который я смотрю не как на метафизический принцип, а как на простой и общий вывод из законов механики».

Далее Лагранж переходит к изложению одного из важнейших оригинальных результатов своей аналитической динамики, к выводу из общей формулы динамики так называемых уравнений Лагранжа первого и второго рода.

Лагранж вводит обобщенные параметры или координаты, число которых меньше числа обычных координат (декартовых, сферических или других) на число связей, наложенных на систему, и равно числу степеней подвижности или степеней свободы системы. Сделав переход в общей формуле динамики к новым параметрам и приравняв нулю множители при вариациях независимых

[1] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 320.

(обобщенных) параметров, Лагранж получает систему дифференциальных уравнений движения. Итак, зная выражения кинетической энергии и силовой функции, мы обходимся без индивидуальных приемов для записи уравнений движения системы, они получаются автоматически из алгоритма, записанного в виде уравнений Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q_i}\right) = \frac{\partial U}{\partial q_i}, \quad i = 1, 2, \ldots, k,$$

где q_i — обобщенные параметры, T — кинетическая энергия системы, U — силовая функция, k — число степеней свободы системы.

Из этих уравнений путем двукратного их интегрирования можно получить обобщенные координаты как функции времени, т. е. кинематические уравнения движения системы.

Но иногда (особенно в технике) требуется определить не только характер движения системы и ее частей, но и давления на опоры, или реакции связей. Для решения проблем такого характера Лагранж создал другой математический аппарат, обобщив метод неопределенных множителей на динамику. Умножив соотношения для вариаций связей, как делалось это в статике, на неопределенные множители $\lambda, \mu, \nu, \ldots$ (по числу условных уравнений, выражающих на языке XX в. соотношения для двусторонних, голономных идеальных связей), Лагранж прибавляет полученные соотношения к общему уравнению динамики. Так получается уравнение:

$$\sum_{i=1}^{3n} (X_i - m_i\ddot{x}_i)\,\delta x_i + \lambda\delta L + \mu\delta M + \nu\delta N = 0, \qquad (1)$$

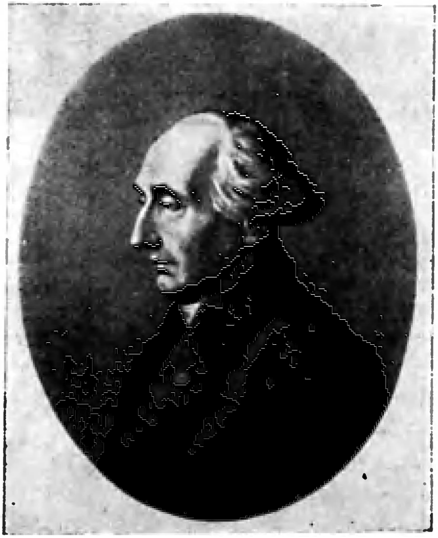
где $L(x_1, \ldots x_{3n})=0$, $M(x_1, \ldots x_{3n})=0$, $N(x_1, \ldots x_{3n})=0$ — условные уравнения, или уравнения связей указанного типа. Группируя скобки при вариациях декартовых координат и приравнивая их нулю, Лагранж получает уравнения движения, которые теперь называют уравнениями Лагранжа первого рода. Вместе с уравнениями связей полученные уравнения позволяют найти кинематические уравнения движения, а также величины $\lambda, \mu, \nu, \ldots$ Таким образом, находятся величины внутренних и внешних сил реакций. В конкретных задачах Лагранж выясняет физический смысл неопределенных множителей.

Например, в задаче о движении тела по заданной поверхности[1] «коэффициент λ служит для определения давления тела на поверхность, заданную уравнением $L=0$; если же тело движется по заданной линии, то мы будем рассматривать последнюю, как получающуюся пересечением двух поверхностей, выраженных уравнениями $L=0$, $M=0$; два коэффициента послужат тогда для определения давлений, производимых телом на данную линию перпендикулярно к обеим поверхностям».

[1] Там же, т. 2, с. 208.

В задаче о колебании простого маятника заданной длины Лагранж поясняет[1]: «...натяжение, обозначенное через λ, определится следующим образом...», таким образом, здесь механический смысл множителя λ — натяжение нити.

Изучая движение несжимаемой жидкости, он пишет[2]: «...мы докажем, что величина λ, отнесенная к поверхности жидкости, выражает давление, которое здесь производит жидкость и которое, если оно не равно нулю, должно уравновешиваться сопротивлением или действием стенок».



Жозеф Луи Лагранж

Относительно метода неопределенных множителей Лагранжа весьма удачно выразился Н. И. Идельсон[3]: «Таким образом и здесь... не было необходимости проводить внутренние сечения и изучать действующие на них поверхностные силы, не пришлось пользоваться принципом отвердевания или усиления реакции связей — единая формула (1) здесь сделала свое дело: она как бы автоматически привела нас к уравнениям движения изучаемых систем, а множитель λ, как некий Протей, приобретал в ней каждый раз особенное механическое значение».

Отдел четвертый, главные достижения которого — вывод двух форм дифференциальных уравнений движения системы, завершается замечаниями относительно возможности найти общие интегралы системы дифференциальных уравнений: интегралы движения центра масс системы, интегралы площадей и интеграл энергии.

Переходя к разработке важнейших приложений полученной системы дифференциальных уравнений движения системы, Лагранж прежде всего дает «Общий приближенный метод решения задач динамики, основанный на вариации произвольных постоянных».

Если бы Лагранж ограничился выводом общей формулы динамики, охватывающей наиболее полно весь разнообразный мир механических явлений, дав две разновидности дифференциальных

[1] Там же, с. 225.
[2] Там же, с. 312.
[3] Идельсон Н. — В кн.: Жозеф Луи Лагранж. К 200-летию со дня рождения, с. 21.

уравнений движения, позволяющих единообразно решать всевозможные проблемы динамики, то и тогда значение его трактата было бы чрезвычайно велико. Однако Лагранж не довольствовался созданием единого математического аппарата аналитической механики, с помощью которого любая проблема механики могла быть выраженной в виде дифференциальных уравнений второго порядка. Он стремился и сумел найти наиболее общие и эффективные пути решения этих уравнений и доведения до числовых результатов обширной группы динамических задач.

Лагранж замечает [1], что дифференциальные уравнения движения системы «требуют еще интегрирований, которые зачастую превышают возможности известного нам анализа; поэтому приходится прибегать к приближениям, и наши формулы дают также наиболее подходящие средства для этой цели». Приближенный метод интегрирования уравнений движения динамики был навеян задачами небесной механики и теми способами последовательных приближений, которые использовались в астрономической практике XVIII в. Сущность метода, который позже превратился в общий метод вариации произвольных постоянных, сводилась к тому, что, зная движение планеты под действием притяжения одного только Солнца, пытались найти близкое к данному невозмущенному движению реальное, вызванное также и действием соседней планеты, масса которой много меньше солнечной массы.

---

[1] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 412.

РАЗДЕЛ 6

ПРЕИМУЩЕСТВЕННОЕ РАЗВИТИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ЭПОХУ РАЗВИТОГО МАШИННОГО ПРОИЗВОДСТВА

ГЛАВА 1

СПЕЦИФИКА ЗАПРОСОВ К МЕХАНИКЕ СО СТОРОНЫ ТЕХНИКИ И СМЕЖНЫХ РАЗДЕЛОВ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ В XIX В.

§ 1

РАЗНООБРАЗИЕ ПРОБЛЕМ, ВЫДВИГАЕМЫХ ТЕХНИКОЙ ПЕРЕД МЕХАНИКОЙ

Завершение промышленного переворота XVIII и начала XIX в., ознаменовавшееся изобретением и внедрением парового двигателя во все отрасли производства, создало мощную энергетическую базу экономики. Машины проникли во все сферы производства вплоть до изготовления машин машинами.

Рост городов, заводских поселков, городского населения привел к расширению внутреннего рынка, к увеличению спроса на сельскохозяйственную продукцию. Это повлекло за собой введение машин в сельское хозяйство, применение минеральных удобрений, усиленное развитие химической технологии.

К третьей четверти XIX в. производительные силы капиталистического мира достигли весьма высокого уровня. Небывало возросла дифференциация техники и индустрии на разнообразные отрасли. Разнообразными становятся и запросы общественной практики к точным наукам, и в частности к механике. Не претендуя на полный обзор, приведем лишь отдельные примеры технических потребностей.

Напомним, что в середине XVIII в. насущной проблемой стало изыскание наиболее эффективного двигателя для промышленности и транспорта. Народное творчество и инженерная мысль предложили идею горизонтального водяного колеса. Основным отличием этого гидравлического двигателя от ранее известных было то, что в нем вода действовала не ударом (как в верхнебойных колесах), не своей тяжестью (как в ковшевых колесах), а давлением. Впервые появилась возможность практически использовать реактивный принцип во вращательном движении. Недостатком таких двигателей, как и вообще водяных колес, была привязанность к месту источника водной энергии. Поэтому универсальным фабрично-заводским и транспортным двигателем стал экономически менее выгодный паровой двигатель Ползунова — Уатта.

В первой половине XIX в., не довольствуясь разнообразным применением в производстве паровых машин, коэффициент полезного действия которых был низким, инженеры упорно ищут другие типы двигателей. Вскоре получили широкое распространение гидравлические турбины (в Европе одной из первых была турбина Фурнейрона, на Урале — Игнатия Сафонова). Спрос на такой двигатель необычно возрос в 1870-х годах после введения электропередачи на расстояние. С этого времени гидроэнергия получила широкое распространение из-за возможности применять электропривод в промышленности вдали от источника энергии. Быстроходность турбин, ранее вредная, теперь стала полезной стороной этого двигателя. В связи с новым скачком в развитии техники после введения электропривода и передачи электроэнергии на большие расстояния возросли требования к теории.

В начале XX в. возникла гидродинамическая теория турбомашин в трудах Пражиля, Лоренца, Стодола, Проскуры, Жуковского, Чаплыгина и других. Сущность теории состояла в применении гидродинамических уравнений Эйлера для течения жидкости в канале рабочего колеса турбины. Следует отметить тесную связь новой трехмерной теории турбин с одномерной теорией такого же аппарата, созданной самим Эйлером полтора столетия назад. Коэффициент полезного действия турбин оказался значительно выше, чем у парового цилиндрического двигателя.

Другим важным шагом на пути технического прогресса в конце XIX в. было введение на транспорте двигателей внутреннего сгорания различных типов.

Указанные отрасли техники в своем развитии ставили ряд теоретических проблем перед гидромеханикой, газовой динамикой, теорией сопротивления материалов и другими разделами механики. Тепловые процессы в паровых турбинах, двигателях внутреннего сгорания и пр. стимулировали развитие кинетической теории газов, кинетической теории теплоты, термодинамики. Эти отрасли физики развивались в тесном контакте с механикой.

В свою очередь, наука обогащала практику: повышалась мощность двигателей, уменьшались потери, на основе расчетов повышалась эффективность двигателей судов, что позволяло увеличить их тоннаж. А этот факт, в частности, послужил одной из причин создания теории подобия, повлек за собой разработку новых методов строительной механики. Любая техническая проблема порождала сложный комплекс научных проблем.

Разнообразие и усложнение запросов техники к механике способствовало появлению, развитию и обособлению от нее множества специальных дисциплин. Это становилось главной чертой развития механики в XX в. Однако процесс дробления механики на самостоятельные отрасли начался раньше: примерно с середины XIX в. основное внимание ученых в области механики переносится шаг за шагом с проблем общих закономерностей механических движений на исследование более узких прикладных проблем. В конце XIX в. появляются курсы лекций по гидромеханике, теории сопротивления материалов, теории механизмов и другие.

§ 2
ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕХАНИКИ С РАЗВИТИЕМ ФИЗИКИ В XIX В.

Для физики начала XIX в. характерно механистическое толкование различных процессов (тепловых, оптических, молекулярных, акустических, электрических). Термодинамика и электродинамика складывались в XIX в. при заметном влиянии идей Ньютона. Большинство физиков этого времени были также и механиками.

В конце XVIII в. Румфорд наблюдал интенсивное выделение тепла при сверлении пушечных стволов. На основе этих наблюдений он высказал сомнения в верности гипотезы теплорода. Опыты Дэви в начале XIX в., в которых наблюдалось таяние льда и повышение температуры воды за счет трения, окончательно убедили этого ученого отказаться от гипотезы теплорода. Дэви выдвинул ряд положений кинетической теории теплоты для объяснения наблюдаемых явлений. Напомним, что еще в XVIII в. М. В. Ломоносов высказал ряд догадок о кинетической природе теплоты [1].

Важнейшим достижением физики XIX в. было установление всеобщего закона сохранения и превращения энергии (Майер, Джоуль, Кольдинг, Гельмгольц). Врач Майер пришел к открытию закона сохранения энергии в результате наблюдений за изменением состава крови человека при переезде из средних широт в тропики. Джоуль в 1840-х годах на основании тщательно проведенных опытов установил факт пропорциональности количества тепла, выделяющегося в проводнике при прохождении электрического тока, квадрату силы тока. Он определил и механический эквивалент теплоты, количественно разработав закон сохранения энергии.

---

[1] См.: Ломоносов М. В. Полн. собр. соч., т. 2, с. 37—39, 183—185, 352.

Одна из ранних количественных формулировок закона сохранения механической энергии принадлежит Гельмгольцу. В сочинении «О сохранении силы» (1847), отклоненном Поггендорфом от публикации в «Анналах физики» (ранее это случилось с работами Майера), проводится мысль о неуничтожимости энергии во всех физиологических процессах. Этот вопрос увязывается автором с механической проблемой — невозможностью вечного двигателя первого рода. По мнению Гельмгольца, энергия лишь переходит в различные формы. Воззрения Гельмгольца основывались на гипотезе существования центров притяжения и отталкивания, с помощью которой он объяснял строение вещества. Силы природы, по мнению Гельмгольца, зависят только от изменения взаимных расстояний таких центров. Он ввел понятие о силе напряжения, которую затем стали называть потенциальной энергией.

Гельмгольц дал выражения энергии для гравитационных, статических, электрических и магнитных полей. Он придавал энергетическую трактовку явлениям, происходящим в гальванических и термоэлектрических элементах. Вот одна из формулировок Гельмгольца закона сохранения механической энергии[1]: «Когда тела природы действуют друг на друга с силами притяжения или отталкивания, независимыми от времени и от скорости, то сумма их живых сил и потенциальной энергии (в оригинале — «напряженной силы» — И. Т.) остается постоянной».

В середине XIX в. работы Майера и Гельмгольца были встречены без достаточного понимания их значения. В течение десяти лет протекала оживленная полемика между сторонниками закона сохранения энергии (Майер, Гельмгольц, Джоуль, Томсон) и его противниками (Пфафф, Зейфер, Мунке). К 1860-м годам накопился обширный экспериментальный материал, подтверждающий справедливость закона. Большинство естествоиспытателей приняли этот закон в форме, которую ему придал Гельмгольц.

Энгельс в последней четверти XIX в. в результате детального рассмотрения предпосылок и важнейших работ, касающихся установления закона сохранения энергии, дал наиболее глубокое и общее толкование этому закону. Он подчеркнул, что закон сохранения энергии является также и законом превращения одной формы энергии в другую. Одним из первых Энгельс оценил подлинное значение работ Майера.

Роль энергетических характеристик возросла и в механике. «Действие», по Лагранжу, по Гамильтону связано с понятием энергии. Началась переоценка роли принципа ускоряющих сил (законов динамики Ньютона), в котором важнейшей мерой движения была сила, или изменение количества движения.

Исследования процесса перехода одной формы движения (энергии) в другую были связаны с созданием новых разделов физики: термодинамики, электродинамики, статистической меха-

[1] Гельмгольц Г. О сохранении силы, с. 53.

ники. С. Карно, Клапейрон исходили из анализа материала эксплуатации паровых машин: они исследовали эмпирические индикаторные диаграммы, позволяющие связывать величину произведенной механической работы с количеством затраченной теплоты. Результаты исследований С. Карно, Клапейрона, Джоуля, обобщенные Томсоном и Клаузиусом, послужили началом формирования термодинамики. Эта новая физическая теория уже в конце XIX в. оказывала обратное влияние на практическую деятельность инженеров, конструкторов паровых и газовых турбин, на совершенствование двигателей внутреннего сгорания. Так, например, поиск наиболее эффективного двигателя внутреннего сгорания проходил по пути приближения рабочего цикла в цилиндре двигателя к циклу Карно, в котором оптимально чередовался процесс изотермического расширения с процессом адиабатического сжатия горючей смеси. В основу расчетов полагалось энергетическое соотношение, связывающее работу сил, приложенных к поршню, с тепловой энергией, выделяющейся при сгорании топлива.

Механические представления сыграли не менее важную роль в развитии кинетической теории газа в трудах Гиббса и Больцмана. При количественном изучении перехода тепловой энергии в механическую работу Томсон, Клаузиус и Гельмгольц пришли ко второму закону термодинамики: вечный двигатель второго рода (тепловой) не может быть построен. Обосновать теоретически этот закон на основе корпускулярной теории строения вещества удалось только Больцману. Корпускулярные воззрения Больцмана встречали энергичные, возражения со стороны его коллег по Венскому университету[1]: Маха, Гельма, Оствальда.

При издании двухтомного сочинения «Теория газов», в промежутке времени между изданием первого и второго тома Больцман счел нужным заняться анализом принципов классической механики, результатом чего стали «Лекции о принципах механики» (1897). Считая программу построения новой картины мира на основе законов механики безнадежной, Больцман все же не оставлял мысли о важнейшей роли механики и ее моделей, образов в некоторых областях физики[2]: «Возможность появления в теории электричества, в теории теплоты и т. д. уравнений, аналогичных уравнениям механики, так же как и особые свойства величин, встречающихся в этих теориях, можно объяснить тем, что явления теплоты, электричества и т. д. вызваны скрытым механическим движением. Неясности в отношении величин, встречающихся в других разделах физики, можно осветить с помощью механических образов, например энтропию и понятие необратимости можно рассмотреть, применяя исчисление вероятностей к поведению множества материальных точек».

---

[1] См.: Планк М. Принцип сохранения энергии. М.—Л., ГОНТИ, 1938, с. XI, 137, Брода Э. Людвиг Больцман. — ВИЕТ. 1957, № 4, с. 50.

[2] Больцман Л. Два отрывка из «Лекций о принципах механики».— В кн.: Вариационные принципы механики, с. 467.

ГЛАВА 2

КРАТКИЙ ОБЗОР ОСНОВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН XIX И НАЧАЛА XX В.

Представление о том, что можно называть механическим движением (простейшей формой движения материальных тел и сред), а также представления о новых формах взаимодействия материальных объектов существенно расширяются в новых специальных теориях. Рассмотрим некоторые из них.

§ 1
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА В XIX В.

Методы аналитической механики Лагранжа завершили важный этап развития учения о равновесии и движении механических систем с голономными связями. Была найдена единая формула механики, позволяющая вывести общие свойства равновесия систем, записать дифференциальные уравнения движения систем с конечным числом степеней свободы или сплошной среды. В XIX в. одной из главных проблем аналитической динамики стала разработка общих методов интегрирования дифференциальных уравнений движения.

Важнейшее значение в связи с этим приобрели работы ирландского ученого В. Гамильтона (1805—1865). В исследованиях[1] 30-х годов он сводит задачу об интегрировании уравнений движения консервативной системы свободных материальных точек к определению одной функции (которую он назвал характеристической)

$$W = \int_0^t 2T\,dt,$$

представляющей собой действие в вариационном принципе Лагранжа. Несколько позже он ввел так называемую главную функцию: $S = W - ht$, или

$$S = \int_0^t (T + U)\,dt,$$

где h — полная энергия консервативной системы, U — силовая

[1] См.: Гамильтон В. Об общем методе в динамике, посредством которого изучение движений всех свободных систем притягивающихся или отталкивающихся точек сводится к отысканию и дифференцированию одного центрального соотношения или характеристической функции.— В кн.: Вариационные принципы механики, с. 175—289.

функция системы. Гамильтон показывает, что функция W удовлетворяет уравнению в частных производных:

$$H\left(q_1, q_2, \ldots, q_n \frac{\partial W}{\partial q_1}, \frac{\partial W}{\partial q_2}, \ldots, \frac{\partial W}{\partial q_n}\right) - h = 0, \qquad (*)$$

где H — получила название функции Гамильтона. Она зависит от обобщенных координат и обобщенных импульсов следующим образом:

$$H(q_1, q_2, \ldots, q_n, p_1, p_2, \ldots, p_n) = T - U.$$

Гамильтон устанавливает связь решения уравнения в частных производных (*) с решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений движения в канонической форме:

$$\frac{dq_k}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_k}, \quad \frac{dp_k}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_k},$$

где к=1, 2, .., n — число свободных точек у Гамильтона. Позже этот метод был распространен на произвольные системы со стационарными условиями и консервативными силами, тогда число канонических координат стало равно удвоенному числу степеней свободы системы.

Среди результатов Гамильтона, полный обзор[1] которых здесь трудно дать, важное место занимает принцип стационарного действия. Количество действия, по Гамильтону, совпадает с его главной функцией S. Действие S на любом отрезке AB истинного движения системы принимает стационарное значение (первая вариация действия равна нулю), если в качестве сравнимых движений рассматриваются такие, траектории которых начинаются в точке A и оканчиваются в точке B в соответственно одинаковые моменты времени. При этом Гамильтон замечает, что полная энергия системы на сравнимых траекториях может быть различной, тогда как в принципе наименьшего действия эта величина была одинаковой для всех сравнимых траекторий. Теория Гамильтона нашла приложения в небесной механике и оптико-механической аналогии.

Среди многочисленных интересных работ, в которых развивались методы аналитической динамики Гамильтона в XIX в., особое значение имеют исследования К. Якоби (1804—1851), изложенные в «Лекциях по динамике»[2], прочитанных в 1842/43 г. в Кенигсбергском университете. Якоби выводит из вариационного принципа Гамильтона основные уравнения движения в форме Лагранжа, затем он преобразует их в канонические уравнения для переменных q и p (обобщенных координат и обобщенных импуль-

---

[1] Вариационные принципы механики, с. 538—568; Сретенский Л. Н. Аналитическая механика (XIX в.).— В кн.: История механики с конца XVIII в. до середины XX в., с. 7—17.

[2] Якоби К. Лекции по динамике.

сов), распространяя результаты на системы, подчиненные геометрическим связям.

Важным оригинальным вкладом Якоби является разработка теории «Последнего множителя», некоторого обобщения интегрирующего множителя Эйлера. Якоби исследует свойства множителя с помощью теории функциональных определителей, носящих теперь его имя. Множитель Якоби позволяет ограничиться нахождением всех интегралов дифференциальных уравнений Гамильтона, кроме одного. Недостающий интеграл системы найдется квадратурой. Якоби существенно переработал метод Гамильтона, позволяющий связать решения некоторого уравнения в частных производных с решением системы канонических уравнений движения. В качестве уравнения в частных производных Якоби рассмотрел уравнение

$$\frac{\partial S}{\partial t}+H\left(t, q_1, q_2, \ldots, q_n, \frac{\partial S}{\partial q_1}, \frac{\partial S}{\partial q_2}, \ldots, \frac{\partial S}{\partial q_n}\right)=0.$$

Если известен полный интеграл этого уравнения, то общее решение системы канонических уравнений Гамильтона можно найти. В качестве приложений этой теории Якоби дал решение задачи о движении точки под действием ньютонианского притяжения двумя неподвижными центрами (примерно столетием раньше такую задачу иным способом решил Эйлер) и задачи о движении материальной точки по гладкой поверхности эллипсоида без действия активных сил.

В тот же период, что и Якоби, разработкой аналитического аппарата динамики, основанного на вариационных принципах механики, занимался выдающийся русский ученый М. В. Остроградский. В мемуарах «О мгновенных перемещениях систем, подчиненных переменным условиям» и «О принципе виртуальных скоростей и о силе инерций»[1] Остроградский дает оригинальную трактовку возможных перемещений точек системы со связями общего типа, в частности с нестационарными связями[2].

Ощутимый вклад внес Остроградский в развитие классического метода Лагранжа вариации произвольных постоянных, дав вывод дифференциальных уравнений возмущенного движения тела с помощью скобок Пуассона (обобщение скобок Лагранжа) для произвольных постоянных интегрирования уравнений невозмущенного движения тела. В обстоятельной работе «Об интегралах общих уравнений динамики» Остроградский распространяет теорию Гамильтона — Якоби, связывающую полный интеграл уравнения в частных производных с проблемой интегрирования системы канонических уравнений динамики, на случаи систем с нестационарными связями.

---

[1] См.: Остроградский М. В. Избранные труды.
[2] См. об этом: Геронимус Я. Л. Очерки о работах корифеев русской механики, с. 13—58.

В «Мемуаре о дифференциальных уравнениях проблемы изопериметров» Остроградский существенно переработал и обобщил принцип стационарного действия Гамильтона, впервые показав, что канонические уравнения являются нормальной формой любых дифференциальных уравнений, возникающих из вариационной проблемы динамики. Для систем со связями, зависящими от времени Остроградский вывел вариационный принцип стационарного действия (получивший название принципа Гамильтона — Остроградского) в качестве частного случая решения более широкой вариационной задачи[1]. Он показал, что справедливость канонических уравнений для обобщенной функции Гамильтона $H = H(t, q, p)$, связанной с кинетическим потенциалом L соотношениями $p_k = dL/d\dot{q}_k$, эквивалентна требованию равенства нулю первой вариации действия по Гамильтону — Остроградскому;

$$S = \int_{t_0}^{t} L dt,$$

где L — функция t, обобщенных координат q и их производных по времени $\dot{q}$.

Некоторое время после введения этого вариационного принципа его считали видоизменением принципа наименьшего действия Лагранжа. В работах русских ученых 1860-х годов (Ф. А. Слудского, М. И. Талызина) показано, что принцип наименьшего действия Эйлера — Лагранжа и принцип стационарного действия Гамильтона — Остроградского существенно различны, так как им соответствуют различные вариации. В принципе наименьшего действия в формах Эйлера, Лагранжа или Якоби допустимые движения характеризуются совпадением крайних положений движений и тем (это четко подчеркнул Сомов[2]), что первая вариация полной энергии на всех сравниваемых траекториях равна нулю. Таким образом, принцип наименьшего действия — изоэнергетический принцип, принцип стационарного действия — изохронный.

Значительный вклад в исследование сущности и различия двух вариационных принципов механики внесли русские ученые XIX в. И. Д. Соколов, В. П. Ермаков, Г. К. Суслов, Д. К. Бобылев выяснили, при каких условиях действие является минимальным. Суслов и Воронец обобщили принцип стационарного действия Гамильтона — Остроградского на случай систем с неголономными связями. Бобылев отмечал, что принцип стационарного действия более широк, чем принцип наименьшего действия; уже в конце XIX в. принцип Гамильтона — Остроградского нашел применение в теории упругости, гидродинамике, в электродинамике и теории магнетизма. Бобылев предвидел, что этот принцип имеет большие перспективы в математической физике.

---

[1] Там же, с. 30—50.

[2] См.: Сомов О. И. Замечания, относящиеся к принципу наименьшего действия; Об алгебраическом способе доказательства гамильтонова начала.

Уже говорилось о том, что методы Гамильтона, Якоби, Остроградского не были только математическими теориями: сначала эти методы имели приложения в небесной механике, затем вышли за пределы механики, завоевав широкое признание физиков благодаря оптико-механической аналогии. Квантовая механика существенно опирается на основные идеи аналитической динамики; видоизмененный аппарат теории Гамильтона — Якоби применяется при исследовании движения элементарных частиц, при изучении структуры атома[1].

Другой важной стороной теории Гамильтона — Якоби явились исследования свойств так называемых «канонических преобразований». Якоби показал, что характеристическая функция Гамильтона — частный случай функции, производящей касательное преобразование канонических уравнений. Норвежский ученый второй половины XIX в. С. Ли ввел групповые представления в теорию канонических преобразований, установил связь касательного преобразования с задачей возмущенного движения[2].

Несколько в стороне от главного направления развития аналитической механики находится локально-вариационный принцип Ф. Гаусса (1777—1855). В 1829 г. в замечательной работе «Об одном новом общем основном законе механики», состоящей всего из четырех страниц, Гаусс, выдающийся немецкий математик, глубокий знаток астрономии, геодезии, теории магнетизма, формулирует новый принцип механики — принцип наименьшего принуждения[3]: «Движение некоторой системы материальных точек, связанных между собой произвольным образом и подчиненных одновременно произвольным внешним ограничением, совершается в каждое мгновение в наибольшем возможном согласовании со свободным движением, или же при наименьшем возможном принуждении, причем в качестве меры принуждения, которую испытывает вся система в каждый момент времени, рассматривается сумма произведений квадратов отклонений каждой точки от ее свободного движения на массы этих точек».

Мера принуждения $Zw = m(bc)^2 + m'(b'c')^2 + m''(b''c'')^2 + \ldots$, где m, m', m'' — массы точек, a, a', a'' — положения их в момент времени t. Положения, которые эти точки примут по истечении элемента времени dt под действием активных сил, даже если были ненулевые начальные скорости (в предположении свободного движения точек), обозначены через b, b', b''. Истинные положения точек по истечении того же элемента времени в связанном движении обозначены через c, c', c''. Минимальность принуждения для истинного движения по сравнению с кинематически возможными следует из того, что связи могут быть самыми общими (в том чис-

---

[1] См.: Ланцош К. Вариационные принципы механики. М., «Мир», 1965, с. 356—371, 394—395.

[2] История механики с XVIII в. до середины XX в., с. 31—35.

[3] Gauss K. F. Werke, Bd. 5, S. 24.

ле неудерживающими), т. е. отклонения (и принуждение) могут стать сколь угодно большими.

Чрезвычайно интересно замечание Гаусса, выявляющее внутреннюю связь его принципа с методом наименьших квадратов[1]. «Является весьма замечательным, что свободные движения, если они при наличии имеющихся условий системы не могут иметь места, модифицируются природой в точности таким образом, как вычисляющий математик, пользуясь способом наименьших квадратов, выравнивает результаты эксперимента, относящиеся к величинам, связанным между собой некоторой заданной зависимостью».

Внимание многих ученых XIX в. было привлечено к этому новому вариационному принципу механики. В следующие десятилетия после опубликования принципа Гаусса в работах Ф. Мёбиуса и А. Риттера была дана разработка этого принципа в приложении к задачам отбора истинных положений равновесия (т. е. к статике) для систем с удерживающими и неудерживающими связями.

В 1858 г. Г. Шеффлер дал аналитическую запись принципу наименьшего принуждения Гаусса. Величина принуждения вычисляется в координатной форме. Если на точку массой m_i, принадлежащую связанной системе, действуют активные силы с проекциями X_i, Y_i, Z_i и начальная скорость в каждой точке имеет проекции $\dot{x}_i$, $\dot{y}_i$, $\dot{z}_i$, то по истечении элемента времени dt точка в свободном движении придет в положение с координатами (выпишем только одну из них):

$$x_i + \dot{x}_i dt + \frac{1}{2}\,\frac{X_i}{m_i}\,dt^2,$$

здесь удерживаются только члены до второго порядка малости. Координата точки по истечении того же времени в истинном связанном движении системы записывается в виде:

$$x_i + \dot{x}_i dt + \frac{1}{2}\,\ddot{x}_i dt^2,$$

где $\ddot{x}_i$, $\ddot{y}_i$, $\ddot{z}_i$ — проекции ускорения точки (выписана лишь одна координата). Вычитанием этих двух выражений Шеффлер получает проекцию «отклонения» точки в истинном движении от свободного движения в течение бесконечно малого промежутка времени dt. Далее он умножает квадраты этих отклонений на соответствующие массы точек, суммирует по точкам и координатам и получает выражение «принуждения»:

$$Zw = \Sigma\,\frac{1}{m_i}\left[(X_i - m_i\ddot{x}_i)^2 + (Y_i - m_i\ddot{y}_i)^2 + (Z_i - m_i\ddot{z}_i)^2\right].$$

После этого принцип Гаусса выражается как условие локальной минимальности принуждения по отношению ко всем кинематически возможным движениям (из тех же положений с теми же началь-

[1] Там же, с. 28.

ными скоростями). Варьированию подвергаются только проекции ускорений точек. Формально окончательная запись принципа Гаусса — Шеффлера выражает не только условие минимальности принуждения:

$$\delta Zw = \Sigma\,[(X_i - m_i\ddot{x}_i)\,\delta\ddot{x}_i + (Y_i - m_i\ddot{y}_i)\,\delta\ddot{y}_i + (Z_i - m_i\ddot{z}_i)\,\delta\ddot{z}_i] = 0.$$

Остроградский трактует принцип наименьшего принуждения Гаусса как принцип наименьшего давления на связи точек системы в истинном связанном движении (по отношению к сравнимым движениям). Последователь Остроградского профессор Киевского университета Рахманинов[1] в 1870-х годах придал тому же принципу форму принципа наименьшей потерянной работы. Герц в книге «Принципы механики, изложенные в новой связи» (1894) придает новую форму принципу Гаусса, трактуя его как принцип наименьшей кривизны[2] истинной траектории, описываемой системой в пространстве n измерений. Гиббс в 1879 г. вывел уравнения движения неголономных систем из принципа Гаусса[3]. В 1899 г. по сути те же уравнения, что и Гиббс, независимо от него, вывел Аппель:

$$\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_1} = \frac{\partial U}{\partial q_1},\quad \frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_2} = \frac{\partial U}{\partial q_2},\ \ldots,\ \frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_n} = \frac{\partial U}{\partial q_n}, \tag{1}$$

где U — силовая функция, S — по наименованию Аппеля энергия ускорений, которая выражается через ускорения так же, как кинетическая энергия через скорости:

$$S = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} m_j(\ddot{x}_j^2 + \ddot{y}_j^2 + \ddot{z}_j^2).$$

Вместе с дифференциальными уравнениями движения (1) уравнения неголономных связей дают полную систему уравнений, соответствующую числу неизвестных (т. е. обобщенных координат). Как и Гиббс, Аппель исходил из принципа Даламбера (принцип Гаусса являлся его следствием), хотя путь преобразований Аппеля иной. Аппель разработал ряд различных применений и теорем, вытекающих из уравнений движения неголономной системы. На два года ранее Аппеля динамикой неголономных систем занимался Чаплыгин[4].

Критические замечания представителей конкретных прикладных областей механики в адрес аналитиков, начавшиеся во второй половине XIX в., усиливаются в XX в. Приведем одно из высказы-

---

[1] См.: Рахманинов И. И. Начало наименьшей потерянной работы, как общее начало механики.
[2] См.: Григорьян А. Т., Вяльцев А. Н. Генрих Герц.
[3] История механики (с конца XVIII в. до середины XX в.), с. 43—44.
[4] Там же, с. 45.

ваний американского ученого К. Трусделла в адрес Лагранжа — родоначальника аналитической механики[1]: «В конце столетия существовала удручающая тенденция отворачиваться от основных проблем как в механике, так и в чистом анализе. Вопреки великой традиции Якова Бернулли и Эйлера, этот формализм быстро укреплялся в французской школе и нашел отображение в «Аналитической механике»... Как следует из ее названия, «Аналитическая механика» — не трактат по теоретической механике, а скорее монография об одном методе вывода дифференциальных уравнений движения...».

Тем не менее разработка так называемого «формализма Лагранжа — Гамильтона» была необходимым этапом познания общих закономерностей теории движения материальных систем. Предшествующий этап (XVII—XVIII вв.) более ощутимо был связан с конкретными задачами. В решении и обобщении подходов к решениям ряда важных задач вырабатывались основные модели классической механики в трудах Ньютона, Эйлера, Даламбера и семьи Бернулли.

Механика XIX в., обильно обогащенная конкретными знаниями, перешла к построению общей абстрактной теории, раскрывая внутренние закономерности большой совокупности установленных фактов, выявляя связь различных методов и подходов, различных принципов (в том числе и вариационных), стремясь соединить все это в общей теории. Аналитическая динамика стала разделом точного естествознания, в котором теоретическое мышление в познании законов природы играло самостоятельную и весьма существенную роль. Создавалось впечатление, что без вмешательства чего-либо внешнего (кроме общения ученых посредством публикаций) в «кабинетных» условиях получались новые результаты, важные для дальнейшего развития учения о природе. Однако этот этап был ограничен во времени, а автономия теоретической мысли была относительной: и то и другое было обусловлено ограниченностью исходных конкретных знаний.

Упреки в адрес теоретиков (в том, что односторонность их методов исследования несет опасность формализации науки, полного ухода от практически интересных задач) были необоснованы. Уже к концу XIX в. область приложения математического аппарата аналитической динамики оказалась значительно шире круга механических явлений. Вариационные принципы механики благодаря полной независимости от какой-либо специальной системы отсчета получили применение в общей теории относительности, где основные уравнения должны быть инвариантны при произвольных преобразованиях координат.

В квантовой теории остаются верными законы сохранения энергии и импульса, первоначально возникшие в механике. В квантовой механике нашли широкое применение многие методы

---

[1] Цит. по кн.: Погребысский И. Б. От Лагранжа к Эйнштейну, с. 77.

аналитической динамики, так что формализм Лагранжа — Гамильтона оказался жизнеспособным и вне границ классической механики.

§ 2
ТЕОРИЯ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ И УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

Многие технические проблемы и задачи естествознания приводили к исследованию задачи о малых колебаниях системы: задача о колебании математического, затем физического маятника, теория колебания нематериальной струны с несколькими нанизанными материальными точками, теория прецессии и нутации Земли: теория качки корабля около центра масс и другие.

По поручению Петербургской Академии наук в 1737 г. Эйлер начал исследование о равновесии и движении корабля; через 30 лет его теоретические расчеты были им доведены до конкретных рекомендаций. В центре внимания исследователя оказалась проблема устойчивости корабля при качке (в русском переводе XVIII в. фигурировал термин «твердостояние»). В 1749 г. в Петербурге вышел двухтомный трактат Эйлера по этой проблеме — «Корабельная наука», в котором заложены основы двух важных и близких друг к другу разделов механики — учения о статической устойчивости и теории малых колебаний около положения равновесия. Первый том посвящен построению общей теории устойчивости для плавающего тела, второй — дает приложение этой общей теории к частному случаю — плавающему кораблю с его специфическими формами. Эйлер развивает способ расчета моментов[1] восстанавливающих сил, фактически разрабатывая аналитическую теорию устойчивости плавающего тела, основы которой были заложены в трудах Архимеда и Стевина. Устойчивость, по Эйлеру, трактуется как некоторая количественная характеристика положения равновесия, пропорциональная моменту восстанавливающих сил при бесконечно малом отклонении тела от начального положения. Кроме теории статической устойчивости Эйлер обосновывает в книге второй подход: определить длину простого математического маятника, период малых колебаний которого был бы таким же, как период малых колебаний тела. Второй подход приводил к дифференциальным уравнениям движения тела, которые после линеаризации превращались по виду в уравнения свободных гармонических колебаний точки.

Даламбер разработал теорию малых колебаний для различных конкретных приложений: для малых колебаний маятников (простых и составных), для плавающих тел, для колебания твердого тела около закрепленной точки или центра инерции, для

[1] См.: Моисеев Н. Д. Очерки развития теории устойчивости, с. 205—217.

колебания материальной точки на пружине и пр. Однако общей теории малых колебаний Даламбер не создал.

Лагранж в первом издании «Аналитической механики» (1788) наметил пути построения общей теории малых колебаний консервативной системы со стационарными условиями. Он рассматривал задачи о колебании струны, несущей одну, затем множество материальных точек, позже его интересовали задачи о вековых возмущениях элементов планетных орбит в связи с проблемой устойчивости планетной системы. При подготовке ко второму изданию трактата Лагранж существенно переработал и дополнил эту теорию.

Составляя дифференциальные уравнения возмущенного движения (т. е. колебаний), Лагранж удерживает только линейные члены уравнения. Полученную систему дифференциальных уравнений (линейных, с постоянными коэффициентами) Лагранж преобразует к эквивалентной системе, выражая прежние координаты через новые независимые переменные (позже их назвали «нормальными координатами»). Каждое уравнение новой системы содержит только одну нормальную координату, представляя уравнение свободных гармонических колебаний типа:

$$\xi = E \sin (\sqrt{k}\, t + \varepsilon),$$

где ε, E — произвольные постоянные, k — квадрат нормальной частоты, ξ — нормальная координата. Общее решение строится как линейная комбинация частных решений, одно из которых было выписано выше. Алгебраическое уравнение (типа векового уравнения), корнями которого были бы квадраты нормальных частот, явно не выписывается Лагранжем, но способ его составления им указан.

Здесь появляется некая форма нормально-частотного критерия устойчивости, лишь затронутая, но не сформулированная ранее Даламбером[1]: «Так как приведенное выше решение основано на допущении, что переменные ξ, ψ, φ... представляют собой очень малые величины, то для того, чтобы это решение было законным, требуется, чтобы указанное допущение фактически осуществлялось; а это требует, чтобы все корни (уравнения для квадрата нормальной частоты. — *И. Т.*) были вещественными, положительными и неравными между собою, с тем, чтобы время t, возрастающее до бесконечности, всегда находилось под законом синуса или косинуса. Если бы некоторые из этих корней были отрицательными или мнимыми, то вместо соответствующих синусов или косинусов они ввели бы вещественные экспоненциальные величины, а если бы они были просто равны между собой, то ввели бы алгебраические степени дуги... так как изложение этих случаев не представляет интереса для рассматриваемого нами вопроса, то мы на нем не будем останавливаться».

---

[1] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 452.

Задерживая свое внимание лишь на случае вещественных положительных неравных квадратов частот k', k'', ..., Лагранж еще раз указывает на возможность тригонометрического представления решения уравнений. Отсюда вытекает утверждение о том, что наибольшее значение истинных координат относительно положения равновесия не превосходит по модулю суммы модулей амплитуд нормальных колебаний, зависящих лишь от постоянных — начальных условий. Фактически речь идет об устойчивом состоянии равновесия системы.

Приведенный текст Лагранжа означает, что в случае кратности корней частотного соотношения в решении системы дифференциальных уравнений возмущенного движения появятся члены, содержащие множитель времени t перед знаком синуса или косинуса аргумента. Это означало бы, по мнению Лагранжа (ранее такое же мнение высказал Даламбер), неограниченное возрастание координаты, т. е. неустойчивость малых колебаний системы. Авторитет Даламбера и Лагранжа, а вслед за ними присоединившихся к высказанному мнению Лапласа с Пуассоном обусловили живучесть этого неправильного взгляда на неустойчивость малых колебаний около положения равновесия (до середины XIX в.).

Лишь в 1858—1859 гг. почти одновременно и независимо друг от друга Вейерштрасс[1] и Сомов различными методами доказали ошибочность приведенного выше утверждения. Мемуар О. И. Сомова, в котором мы находим верное разрешение парадокса Даламбера — Лагранжа, назывался «Об алгебраическом уравнении, с помощью которого определяются малые колебания системы материальных точек». В вводной части мемуара автор пишет[2]: «В мемуаре, который я имею честь представить Академии, я показываю с помощью примеров, что уравнение, о котором идет речь, может иметь кратные корни, но что это никоим образом не влечет за собой необходимости, чтобы время имелось вне знака синуса или косинуса в общих интегралах уравнений движения. Далее я даю доказательства вещественности корней уравнения, рассматриваемого во всей своей общности. Наконец, я показываю, как должно образовывать общие интегралы уравнения движения в случае равных корней; и выясняю, почему время не фигурирует вне знаков синуса или косинуса».

Вейерштрасс и Сомов различными методами доказали, что не всегда наличие кратных корней частотного уравнения влечет за собой неустойчивость колебаний. В случае, если система уравнений движения допускает расщепление на подсистемы низшего порядка, существование кратных корней влечет за собой

---

[1] Weierstrass K. Über ein die homogenen Functionen 2-en Grades betreffendes Theorem nebst Anwendung desseben auf die Theorie der kleinen Schwindungen.

[2] Somoff J. Sur l'équation algébrique à l'aide de laquelle on détermine les oscillations tres petites d'un systém de pointes materiels. Mémoires de l'Acad. des Sci. de St. Pet., sér. VII, N 14. 1859, p. 1—30.

лишь совпадение периодов колебания в отдельных подсистемах и не приводит к неустойчивости.

Существенный успех теории устойчивости был достигнут в связи с решением технической задачи о действии центробежного регулятора паровой машины. Теория такого регулятора оказалась связанной с проблемами точного приборостроения, в частности с теорией действия регулятора часового механизма, соединенного с подвижной астрономической трубой. В 1840 г. появилась первая работа, относящаяся к названной проблеме, принадлежащая английскому астроному Дж. Эри. В 1868 г. Максвелл в работе «О регуляторах» проводит анализ устойчивости в задачах о действии регулятора паровой машины и регулятора часового механизма.

Внутреннюю связь проблемы устойчивости с теорией малых колебаний системы раскрыл в своих фундаментальных исследованиях по теории центробежных регуляторов профессор, директор Петербургского технологического института И. А. Вышнеградский. В работе «О регуляторах прямого действия» (1877) Вышнеградского заложены основы будущей теории автоматического регулирования. Его идеи получили дальнейшее развитие в трудах Жуковского, Грдины, Стодолы и других ученых.

Развитие классической теории устойчивости по первому приближению было завершено в 70—80-х годах XIX в. трудами Э. Рауса (Англия) и Н. Е. Жуковского. Раус в «Трактате об устойчивости заданного состояния движения» (1877) исследует устойчивость движения; Жуковский в докторской диссертации «О прочности движения» (1882) исследует орбитальную устойчивость, рассмотрев много частных примеров (движение точки по плоскости под действием центральной силы, движение точки под действием двух притягивающих центров, вращательное движение волчка, задача трех точек и др.).

Чрезвычайно большую роль для небесной механики сыграли исследования А. Пуанкаре устойчивости установившихся состояний движения тел Солнечной системы. В трактате «Новые методы небесной механики» (1892) Пуанкаре рассматривает также и неустановившиеся движения в случае, если невозмущенное движение является периодическим и коэффициенты уравнений первого приближения представляют собой периодические функции времени. Методы исследования вопроса об устойчивости траектории точки выходят за рамки обычных; без знания интегралов уравнений движения Пуанкаре проводит качественный анализ поведения решений этих уравнений.

Выдающуюся роль в дальнейшем развитии теории устойчивости сыграли замечательные по глубине исследования Александра Михайловича Ляпунова (1857—1918).

В докторской диссертации «Общая задача об устойчивости движения» (1892) Ляпунов рассматривает дифференциальные уравнения возмущенного движения общего вида. Со всей строгостью рассмотрен вопрос: в каких случаях исследование линейных уравнений первого приближения дает полное решение задачи. Ляпунов сформулировал основные понятия и дал постановку задачи строгой теории устойчивости [1]. Анализ обыкновенных случаев, когда первое приближение решает вопрос до конца, не исчерпывал исследования; в монографии рассмотрен также ряд более сложных случаев. Были изучены некоторые нелинейные уравнения, для которых существуют периодические решения.

Ляпунов разработал два основных метода исследования устойчивости. Первый основан на интегрировании дифференциальных уравнений возмущенного движения при помощи бесконечных рядов специального вида (ряды Ляпунова — Пуанкаре). Второй метод связан с построением некоторой функции V обобщенных координат и времени, обладающей некоторой закономерностью знаков (еще требовалась определенная закономерность знаков ее полной производной по времени). Обобщенные скорости в выражении полной производной функции V по времени должны удовлетворять дифференциальным уравнениям движения. Этот метод был своеобразным обобщением подхода Лагранжа — Дирихле к доказательству теоремы об устойчивости положения равновесия консервативной системы, о чем говорит сам автор [2].

Трактат Ляпунова «Общая задача об устойчивости движения» сыграл исключительно важную роль в развитии теории устойчивости для качественной теории дифференциальных уравнений, для решения задач техники и небесной механики. Последующее развитие теории устойчивости, основы которой заложил Ляпунов, касалось развития понятия устойчивости на конечном промежутке времени, расширения методов теории на случай наличия возмущения правых частей дифференциальных уравнений. Подлинная разработка методов Ляпунова началась в нашей стране в 20-е годы XX в.

§ 3
ВНЕШНЯЯ БАЛЛИСТИКА

Предмет этой дисциплины — расчет движения тела, брошенного с поверхности Земли, в атмосфере или за ее пределами. Наиболее интересные прикладные вопросы, возникающие перед внешней баллистикой, касаются определения траектории и закона движения материальной точки под действием определенных сил, например, силы тяжести, силы сопротивления воздуха и других.

С конца XVII в. в артиллерийской практике применялись таблицы стрельбы (главным образом для навесной стрельбы из мортир), составленные Галилеем и дополненные Торричелли на

[1] См.: Моисеев Н. Д. Очерки развития теории устойчивости, с. 569, 644—647.
[2] См.: Ляпунов А. М. Избранные труды, с. 84.

основе параболической, или пустотной, теории движения материальной точки.

Ранние опыты по исследованию движения в воздухе и жидкости привели Х. Гюйгенса[1] к установлению эмпирического закона сопротивления, пропорционального квадрату скорости движения тела в воздухе (1669). Ньютон на основе опытов (Ф. Гоуксби, Ж. Дезагюлье и собственных) создал математическую теорию сопротивления воздуха, разработку которой продолжали в XVIII в. Вариньон, Д. Бернулли, Даламбер, Эйлер и другие.

В XVIII в. был изобретен баллистический маятник. После попадания в маятник снаряда или пули он отклонялся из первоначального положения на некоторый угол. По этому отклонению измерялась скорость снаряда. Английский инженер и математик Б. Робинс опубликовал обширный экспериментальный материал в 1742 г. в сочинении «Новые основания артиллерии». Эйлер переработал это сочинение, издав его под тем же названием[2] в 1745 г. В результате глубокого анализа опытного материала книги Робинса Эйлер заменил квадратичный закон сопротивления двучленным: первое слагаемое пропорционально квадрату скорости снаряда, второе — четвертой степени скорости. Он показал, что в более широком диапазоне скоростей такая зависимость точнее описывает полет снаряда в воздухе, чем квадратичная зависимость (хотя полностью от прежней формулы не отказались в баллистике).

Эйлер разработал численные методы решения основной задачи баллистики — интегрирования дифференциального уравнения движения снаряда, в частности используя медленно сходящиеся ряды. Для прицельной (настильной) стрельбы он предложил другую методику, согласно которой движение снаряда разделялось на составляющую, вызванную действием тяжести, и составляющую, обусловленную действием силы сопротивления. Позже Эйлер нашел другие способы решения основной задачи баллистики, из них наиболее распространенным оказался способ представления траектории в виде ряда последовательных дуг. Наиболее важным практическим результатом Эйлера была разработка схемы составления таблиц стрельбы с учетом сопротивления воздуха. По этой схеме в 1764 г. были составлены таблицы Ф. Гревеницем. Более удобные для практики таблицы в конце XVIII в. были составлены И. Ламбертом и Э. Брауном, а в XIX в. они непрерывно совершенствовались А. Лежандром, Ф. Отто, А. Сиаччи и другими.

Многочисленные исследования ученых XIX в. были посвящены нахождению приближенных решений либо путем упрощения дифференциального уравнения движения снаряда, либо введением упрощающей гипотезы о характере стрельбы (прицельной или в ограниченном диапазоне углов возвышения). К исследованиям

---

[1] См.: Мандрыка А. П. История баллистики, с. 113.
[2] См.: Эйлер Л. Исследования по баллистике, с. 7.

такого рода относятся работы И. Дидиона, Ж. Борда, П. Сен-Робера, Н. В. Маиевского, Н. А. Забудского и других.

Однако усилия ученых были направлены не только на решение основной задачи баллистики (нахождения траектории и закона движения снаряда при действии главных сил), но также на возможно более полный учет дополнительных явлений, приводящих к важнейшим поправкам к основной теории. К началу XX в. для разработки методов дальней и сверхдальней стрельбы потребовалось учитывать влияние вращения Земли на траекторию снаряда.

Кроме этой важной поправки стали вносить и другие. Уже в XVIII в. Робинс заметил, что центр масс вращающегося снаряда описывает пространственную кривую. В XIX в. Пуассон, затем Остроградский пытались дать математическую трактовку этого явления. Они исследовали движение вращающегося сферического снаряда, рассматривая его не как материальную точку, а как твердое тело. При взаимодействии математической теории (описывающей не только движение центра масс снаряда, но собственное вращение, прецессию и нутацию) и опытных данных была выработана новая точка зрения на конструирование орудия и снаряда. Вращение снаряда было использовано как стабилизирующее средство, повышающее дальность стрельбы и уменьшающее рассеивание. Во второй половине XIX в. вводят нарезные стволы и продолговатые снаряды. Вводится новая модель снаряда: он стал рассматриваться не как материальная точка, а как твердое тело заданной формы и заданного распределения масс. На основе общей теории движения твердого тела было установлено, что продолговатый вращающийся снаряд имеет собственное быстрое вращение около продольной оси динамической и геометрической симметрии, прецессию около вектора скорости снаряда и нутационное движение около вектора опрокидывающего момента. Законы сопротивления воздуха необходимо было изменять для новых диапазонов скоростей. Необходимо было изучить явление деривации — отклонение продолговатого снаряда от плоскости бросания влево или вправо, в зависимости от направления нарезки. Ученые разных стран применяли экспериментальные подходы к проблеме (немецкий физик Магнус обдувал потоком воздуха снаряд, закрепленный в кардановом шарнире) и чисто теоретические подходы, основанные на некоторых допущениях (Сен-Робер), но в первую половину 1860-х годов существенных сдвигов в решении проблемы не произошло.

В результате внимательного анализа экспериментальных данных Магнуса, изучения опытов (бельгийских артиллеристов) с различной крутизной нарезов каналов стволов и после опытов, поставленных вблизи Петербурга (Волково поле), Н. В. Маиевский опубликовал свое первое исследование по указанной проблеме — «О влиянии вращательного движения на полет продолговатых снарядов в воздухе» (1865). Здесь Маиевский указал ошибку, допущенную Сен-Робером, и дал новое несравненно более полное и точное решение задачи. Постановка задачи была классической: дифференциальные уравнения движения снаряда в форме Эйлера после определенных допущений относительно закона сопротивления и малости изменения угла нутации проинтегрированы приближенными методами. Была получена зависимость для характеристик деривации снаряда. В 1870 г. в «Курсе внешней баллистики» Маиевский дал новое исследование той же проблемы в предположении квадратичного закона сопротивления и малых углов возвышения. Он уточнил решение в исследовании 1872 г.[1]. За десятилетие, с 1865 по 1875 г., кроме работ Маиевского не появилось ни одного более или менее серьезного исследования проблемы вращения продолговатого снаряда ни в отечественной литературе, ни за рубежом. Работа Маиевского 1865 г. была переведена на французский язык; все его исследования этого десятилетия получили широкую известность за границей.

Лишь в конце XIX и начале XX в. появились новые серьезные исследования по этому вопросу, в которых авторы исходили из постановки задачи Маиевского (Н. А. Забудский, Де-Спарр, Шарбонье, А. Н. Крылов, Д'Адемар и другие).

Своеобразное ответвление внешней баллистики — динамика ракет и ракетных аппаратов — возникло в конце XVIII и начале XIX в., когда началось широкое использование ракет в качестве зажигательных снарядов. Англичане познакомились с достижениями ракетной техники Индии в конце XVIII в. Например, при осаде английскими войсками Серингапата они были обстреляны ракетами, представлявшими собой железную гильзу с порохом от 3 до 6 кг, снабженную бамбуковой палкой до 2,5 м для устойчивости полета. Действие этого оружия описал английский полковник Конгрэв, который в начале XIX в. сам занялся разработкой проекта боевой ракеты для артиллерии Англии. Опытные ракеты Конгрэва имели дальность до 2,5 км. После Трафальгарской битвы (1805) англичане несколько раз бомбардировали Булонь, применяя зажигательные ракеты. В следующем году это оружие было опробировано при бомбардировке Копенгагена. В других европейских странах также начались работы, подготавливающие использование ракеты как боевого оружия. Вскоре появляются теоретические работы в этой области: во Франции — Ж. Монжери, в Англии — В. Мура[2].

В России при Петре I было организовано Ракетное заведение, где квалифицированные пиротехники, изыскивая наилучшие составы пороха, изготовляли ракеты различного назначения — сигнальные, фейерверочные, осветительные. Пушечный мастер Онисим Михайлов переводил работы о ракетах, изданные в других странах. Русские артиллеристы внимательно следили за опытом

---

[1] См.: Мандрыка А. П. Николай Владимирович Маиевский. М., ГИТЛ, 1954, с. 146—164.

[2] См.: Мандрыка А. П. Из истории решения основной задачи внешней баллистики для реактивного снаряда.— ВИЕТ, вып. 19, 1965, с. 139—144.

использования ракет в боевых целях за границей. В XIX в. производство боевых ракет возглавил К. И. Константинов (1819—1871) — образованный инженер, артиллерист. В его книге «О боевых ракетах» (1856) описана технология производства ракет и дано теоретическое обоснование некоторых расчетных формул (для определения реактивной силы, действующей на ракету, для обработки стендовых испытаний с помощью баллистического маятника и др.). Немалое место в работе русских ученых занимали вопросы стабилизации ракет. Кроме применения хвостового оперения делались попытки использовать косые или тангенциальные отверстия в теле ракеты, чтобы истекающие через них пороховые газы придавали вращательное движение ракете, стабилизирующее ее полет. Научно обоснованный эксперимент с помощью современной измерительной аппаратуры, обновленная технология производства, творческий подход к решению практических задач ракетной баллистики позволили русским артиллеристам к 1860-м годам создать образцы боевых ракет, имеющих бо́льшую дальность и более безопасных в обращении, чем западные. В это время дальность полета русских ракет достигала пяти километров[1].

Однако кучность по площадям и дальность боевых ракет уступали этим качествам нарезной артиллерии. В России дольше, чем в других странах, сохранялось производство боевых ракет (до 1890-х годов), но постепенно и здесь применимость ракет сужалась: они стали применяться как сигнальные и осветительные средства. Реактивный принцип движения привлекал изобретателей и ранее как основа движителей кораблей, гидравлических турбин и для других целей[2].

Реактивный принцип движения основан на использовании относительной скорости отбрасываемой струи жидкости, газов или частиц твердого вещества. При этом суммарная масса (или состав частиц) движущегося тела изменяется. Так механика подошла к новой абстрактной модели «тела переменной массы». Дифференциальные уравнения движения объектов переменной массы или переменного состава (ракеты, водометного судна, водяной турбины, сгорающего метеорита, аэростата, с которого сбрасывается балласт, тающей льдины, развертывающегося рулона бумаги, веретена с наматываемой на него нитью и т. д.) эпизодически появлялись в научной и технической литературе. Однако не было почвы для создания общей теории движения тела переменной массы. В исследованиях классиков механики (Д. Бернулли, Эйлера[3], Лагранжа[4], Пуассона и других) можно найти под-

---

[1] См.: Тарасова В. А. Работы по ракетной технике в России.— В кн.: Из истории ракетной техники, с. 7—17.

[2] История механики с конца XVIII в. до середины XX в., с. 226—243.

[3] См.: Тюлина И. А., О работах Л. Эйлера по теории гидрореактивного судна и водяной турбины.

[4] См.: Тюлина И. А., Надеева Р. И. К истории одной задачи внутренней баллистики.— ИМЕН, вып. 9, 1970, с. 115—116.

робную теорию действия водометного движителя, гидрореактивной турбины, теорию отдачи артиллерийского орудия (некоторые из выводов и практических рекомендаций этих исследований опережали специальные области изысканий более чем на сто лет); однако никто из них не ставил целью построить общую теорию тела переменной массы.

В качестве примера попытки построить теорию такого класса движений можно привести работу 1812 г. Георга фон Бюкуа[2], где фигурирует уравнение, содержащее производную массы по времени. Однако здесь не было еще четкой модели объекта переменной массы, строгого вывода уравнения движения и анализа важнейших случаев. В набросках Бюкуа не было увязки теоретических положений с прикладными проблемами.

В конце XIX в. в России проводились настойчивые поиски способов полета на аппаратах тяжелее воздуха и способов выведения ракеты в космическое пространство. Развитие этих научных направлений в стране, не преодолевшей вековой экономической отсталости от стран запада, кажется парадоксальным. Однако имелись объективные предпосылки для развития аэромеханики и механики космического полета в России конца XIX в. Значительные успехи ракетной артиллерии во второй половине века вызвали большой интерес ученых и инженеров к реактивному принципу движения. Развитие производства и капиталистических отношений в России, начавшееся позже, чем на западе, имело существенные особенности, о которых писал В. И. Ленин. Так, например, машинное переоснащение в нашей стране (промышленный переворот) протекало и позже, и в более короткие сроки, чем в западной Европе.

«Пореформенная эпоха резко отличается в этом отношении от предыдущих эпох русской истории. Россия сохи и цепа, водяной мельницы и ручного ткацкого станка стала быстро превращаться в Россию плуга и молотилки, паровой мельницы и парового ткацкого станка. Нет ни одной отрасли народного хозяйства, подчиненной капиталистическому производству, в которой бы не наблюдалось столь же полного преобразования техники»[2].

Нет ничего удивительного, что в таких условиях ученые России не только не отставали от уровня западной науки, но в отдельных случаях указывали более далекие перспективы развития науки и техники. Так было с изысканиями новых способов полета в атмосфере и за ее пределами и с изысканиями нового типа двигателя — реактивного. В России было подано свыше двадцати проектов реактивных приборов[3].

---

[1] См.: Михайлов Г. К. К истории динамики систем переменного состава и теории реактивного движения. М., 1974, Препринт ИПМ АН СССР, с. 7—9.
[2] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 3, с. 597—598.
[3] См.: Сокольский В. Н. Работы отечественных ученых по созданию основ теории межпланетных сообщений.— В кн.: Из истории ракетной техники, с. 34.

Теоретическая разработка основных проблем межпланетных полетов начинается в 1880-х годах в работах К. Э. Циолковского (1857—1935). В его обширной и разнообразной научно-изобретательской деятельности главное внимание уделяется проблеме космического полета ракеты. Циолковский разработал основные принципы создания летательного реактивного прибора и проанализировал условия межпланетного полета. Еще в 1897 г. он вывел формулу для величины скорости полета ракеты в пустоте при отсутствии внешних сил:

$$\frac{v}{v_1} = \ln\left(1 + \frac{M_2}{M_1}\right),$$

где v — наибольшая скорость ракеты, M_1 — масса ракеты без топлива, M_2 — масса топлива, v_1 — относительная скорость отделяющихся частиц. Впоследствии отношение массы топлива к массе ракеты без топлива было названо числом Циолковского.

При выводе этой формулы Циолковский исходил из очень плодотворной гипотезы о постоянстве относительной скорости истечения v_1 продуктов горения. Из формулы Циолковского видно, что при больших значениях скорости истечения, а также при достаточно малом относительном весе корпуса ракеты по отношению к весу горючего могут быть достигнуты космические скорости полета ракеты. В серии работ 1903—1930 гг. Циолковский дал подробный анализ многих важнейших проблем и частных вопросов устройства и режима полета ракеты: о вертикальном полете ракеты в поле постоянной силы тяжести, затем в поле ньютоновского тяготения, о влиянии сопротивления воздуха, о перегрузках, дыхании, питании человека в космическом корабле. Многие его предвидения полностью оправдались во второй половине XX в. (идея жидкостного топлива, многоступенчатых ракет и др.).

Исследования И. В. Мещерского в конце XIX и начале XX в. имели целью построить общую теорию движения тел переменной массы, объединив все известные ранее разобщенные случаи такого движения. В магистерской диссертации «Динамика точки переменной массы» (1897) вводится вполне ясная математическая и наполненная реальным физическим смыслом модель точки переменной массы (центр масс поступательного движущегося тела, к которому присоединяются или отделяются материальные частицы). Мещерский рассматривает несколько разновидностей взаимодействия отделяющихся (присоединяющихся) частиц с рассматриваемой точкой.

Наибольший интерес автора вызывает случай непрерывного изменения массы тела при ненулевой скорости частиц относительно основного тела. Именно в этом случае ударного отделения или присоединения частиц выведено знаменитое уравнение Мещерского, которое в векторной форме имеет вид:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} + \frac{dm}{dt}\mathbf{u},$$

где m — переменная масса точки, $\mathbf{v}$ — вектор ее скорости, $\mathbf{F}$ — результирующий вектор сил, приложенных к точке, u — вектор относительной скорости центра масс отделяющихся или присоединяющихся частиц. Второе слагаемое, которое в нынешней терминологии называется реактивной силой, Мещерский назвал «прибабочной силой». Он рассмотрел в названной работе несколько интересных конкретных случаев, в том числе задачу о вертикальном подъеме ракеты при учете сил сопротивления воздуха, малые колебания круглого маятника переменной массы в среде с сопротивлением, астрономические задачи и т. д. Мещерский указал частный случай, когда из основного уравнения выводится уравнение более простого вида, названное спустя 31 год уравнением Леви-Чивита. Считая абсолютную скорость центра тяжести налипающих на тело частиц равной нулю, Мещерский получил и исследовал это уравнение:

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}.$$

Этот случай интересен для астрономических задач о движении астероида, масса которого изменяется за счет налипания метеорной пыли. В новом исследовании движения тела переменной массы (1904) Мещерский вывел более общие уравнения движения точки переменной массы, когда имеет место одновременное присоединение частиц и отделение с различными относительными скоростями. В числе многих конкретных приложений теории Мещерский рассмотрел задачу о движении водомета, схема решения которой применима к описанию действия воздушно-реактивного двигателя самолета.

По экспериментальному пути исследования баллистики ракет пошли американские ученые в начале XX в. В 1915—1918 гг. Р. Годдард провел серию экспериментов по определению «качества пороховых ракет», а также скорости истечения пороховых газов. «Качеством ракеты» Годдард называл отношение кинетической энергии выходящих газов к тепловой энергии горючего. Опыты проводились как в атмосфере, так и в пустоте, при этом было установлено, что скорость истечения пороховых газов во втором случае больше (при одинаковой длине снаряда и такой же массе пороха). В 1919 г. Годдард опубликовал исследование о вертикальном движении ракеты, при этом многие результаты русских ученых, в частности формулу Циолковского, он получил заново, видимо, не зная об исследованиях в России, где эта формула получила большое распространение в работах ГЛЛ, ГИРД, РНИИ.

В 1912—1913 гг. во Франции возможность выхода в космос исследовал Р. Эно-Пельтри. Исходя из предположения о линейном изменении массы ракеты во времени, он пришел к той же зависимости скорости ракеты от массы, что и Циолковский.

Понятия первой и второй космической скорости, известные в механике по существу со времени Ньютона, стали опорными величинами при выяснении условий получения эллиптической, параболической, гиперболической и круговой орбит в исследованиях по баллистике ракет (в работах Циолковского, Эно-Пельтри, Оберта и других).

Разнообразные вопросы процесса запуска аппарата в космическое пространство стали занимать ученых XX в.: проблемы выбора и расхода горючего (Циолковский, Гоманн, Душкин и др.), проблемы аэродинамики крылатых и бескрылых ракет в различных слоях атмосферы (Цандер, Эно-Пельтри, Кондратюк, Гоманн и другие), выборы оптимальных режимов изменения массы ракеты и других условий запуска (Оберт, Гамель и другие).

Чрезвычайно ценной идеей в баллистике ракет явилась мысль об использовании многоступенчатых реактивных аппаратов. Принцип ступенчатой конструкции ракет позволял резко снизить отношение начальной массы ступени к ее конечной (на активном участке) массе (работы Цандера, Циолковского, Кондратюка, Годдарда, Оберта и других).

Самым трудным в практическом отношении оказался ряд проблем, связанных с устройством ракетного двигателя. Наиболее полезной оказалась идея жидкостного ракетного двигателя, разработкой которой после ранних высказываний об этом Циолковского занимались Глушко[1], Цандер, Тихонравов, Душкин, Годдард, Оберт и другие. Первые опытные запуски таких ракет перед второй мировой войной были предвестниками выхода человечества в космос в середине XX в.

§ 4
ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Круг проблем прикладной механики более четко определялся в XX в., когда в высших учебных заведениях начали организовываться кафедры прикладной механики. Главное внимание специалистов по прикладной механике в первой половине XX в. было обращено либо к теории механизмов и машин, либо к теории гироскопов.

Теория механизмов и машин изучает строение, кинематику и динамику машин. Термин «машина» в механике и в особенности в истории механики имел неоднозначный смысл. Машины или так называемые «простые машины» до XVIII в. означали приспособления для подъема тяжестей или перемещений грузов по поверх-

[1] См.: Глушко В. П. О горении готовых топливных смесей в полузамкнутом объеме.

ности (грунт, настил, наклонная плоскость и т. п.). В мануфактурном периоде развития промышленности встречаются машины, занимающие как бы промежуточное положение между «простыми машинами» и современными машинами, обладающими тремя составными частями: более или менее сложный исполнительный механизм, передаточный механизм и двигатель.

После завершения промышленного переворота в большинстве европейских стран развитие механики и ее специальных отраслей связано с запросами машинного производства, объектом исследования является машина в современном значении этого термина. «Простые машины» (полиспасты, вороты, рычаги и пр.) фигурируют только как иллюстрации или примеры для подготовки учащихся (например машина Атвуда). В дальнейшем мы будем использовать термин «машина» в смысле сочетания нескольких «простых машин» или сложной механической системы со связями, что не обязательно предполагает весь комплекс главных частей современной машины.

Возникновение механики машин в конце XVIII в. связано с работами Л. Эйлера, Л. Карно, Г. Монжа. Исследованием трения несмазанных деталей машин в это время занимались Г. Амонтон, Б. Белидор, Л. Эйлер, Ш. Кулон, Р. Прони.

В Парижской Политехнической школе разработкой кинематики механизмов занимались Ж. Ашетт, А. Бетанкур, Х. Ланц. В «Курсе построения машин» (1808) Бетанкура и Ланца была сделана попытка систематизации машин (21 группа) по типу выполняемого преобразования движения (например прямолинейное в круговое).

Развитие элементов динамики машин мы находим уже в курсах Ж. Кристиана, Г. Кориолиса, В. Понселе, хотя значительное внимание в систематически изложенных курсах механики посвящено разработке и выделению теорем кинематики из учения о движении тел. Наиболее четкую программу выделения кинематики из целостного учения о движении материальных объектов наметил Ампер в работе «Опыт по философии наук» (1834) [1]: «Трактат и рассмотрение всех движений независимо от сил, которые их вызывают, был бы крайне полезен для инструкции, которую можно предложить в конструировании различных машин. Этой-то науке, в которой движения должны быть исследованы сами по себе, как мы их замечаем в телах, нас окружающих, и особенно в машинах, я даю название Cinémathique (кинематика)...».

В курсах прикладной механики Понселе, которые он читал и часто переиздавал, начиная с 1830 г., содержится отдельная кинематическая часть. Мгновенная скорость движения точки определяется Понселе как предел средней скорости при стремлении интервала времени движения к нулю. Тангенциальное ускорение определяется Понселе как тангенс угла касательной к графику

---

[1] Ampère A. M. Essai sur la philosophie de sciences, p. 52.

зависимости скорости от времени с осью абсцисс (в данный момент). Понселе рассматривал различные способы задания движения, сложение движений и скоростей, передачу движений в различных механизмах.

Наиболее строгую и полную теорию относительного движения материальной точки дал Г. Кориолис[1] в «Мемуаре об уравнениях относительного движения систем тел» — (1835). Он строго вывел теорему, носящую теперь его имя, о сложении переносного, относительного и добавочного ускорения в сложном движении точки. Правда теорема выведена не в терминах ускорений, а в терминах сил, так как всюду фигурируют произведения массы точки на соответствующее ускорение.

Понселе и Кориолис ввели понятие работы сил[2] на элементарном перемещении точки ее приложения и разработали энергетические принципы индустриальной механики (т. е. принципы сравнения затраченной и полезной работы машины).

Разработка понятий кинематики механизмов проводится и в Англии. В 1841 г. Р. Виллис в сочинении «Принципы механизмов» уточняет понятие механизма, вводит новый принцип классификации механизмов, предлагает расчет зубчатой передачи и пр. Однако следует отметить описательный характер большинства таких сочинений по кинематике первой половины XIX в. В них велись изыскания общих методов классификации и исследования действия механизмов. Во Франции это направление привело к созданию кинематической геометрии[3] в работах Ф. Савари, Т. Оливье, М. Шаля, А. Маннгейма, С. Аронгольда и Л. Бурместера.

Инженерная механика в Австрии и Германии в середине XIX в. развивалась по иному пути; детали машин изучались здесь как реальные физические тела, расчет действия машин производился с учетом расширения и сжатия их частей или заполняющего полости газа, с учетом вязкости жидкости, протекающей по трубам или обтекающей лопатки машин. Механика и теория механизмов затрагивались вперемежку с элементами теории сопротивления материалов, теории теплоты и пр. Примером такого энциклопедического руководства может служить многотомная «Теоретическая и практическая механика» Ю. Вейсбаха (1850-е годы) или его же «Курс инженерной техники машин». В работах и курсах Вейсбаха, Ф. Редтенбахера, И. Радингера и других создавался раздел науки, получивший позже название «деталей машин».

Фундаментальное значение для теории механизмов имели труды П. Л. Чебышева в середине XIX в. Чебышева, в частности, заинтересовала проблема параллелограмма Уатта — преобразование прямолинейного возвратно-поступательного движения штока, жестко связанного с поршнем паровой машины, в качательное

---

[1] Coriolis G. G. Sur les équations du mouvement relatif des systems de corps.
[2] Coriolis G. G. Sur la maniere d'établir les differens principes de Mécanique.
[3] История механики с конца XVIII в. до середины XX в., с. 194—196.

движение конца балансира. Уатт экспериментально нашел звено некоторой длины, один конец которого движется по дуге окружности, другой — по отрезку почти прямой линии (с достаточной степенью приближения). Неизбежные неточности прямолинейного хода шатуна в направляющих приводят к потерям на трение и быстрому изнашиванию частей машины. Чебышев отмечает, что при изменении формы этого механизма потребовались бы новые правила расчетов его звеньев. На пути построения теории конструирования механизмов, преобразующих одно движение в другое с необходимой степенью точности, Чебышев пришел к созданию нового раздела математического анализа: теории функций, наименее уклоняющихся от нуля. Этой проблеме посвящены работы Чебышева «Теория механизмов, известных под названием параллелограммов» (1854), «О функциях, наименее уклоняющихся от нуля» (1873) и др.

Задача в постановке Чебышева сводилась к нахождению искомых параметров механизма таким образом, чтобы на некотором заданном отрезке максимальное отклонение траектории точки от ее касательной в средней точке отрезка наименее уклонялось от нуля по сравнению с другими сравнимыми траекториями. Ученый разработал приложение созданной им математической теории к конструированию механизмов, некоторые точки которых описывают траектории, мало отличающиеся от заданных (в рассмотренных им задачах это — прямая и окружность). Сам Чебышев создал свыше 40 различных механизмов и около 80 их модификаций, среди них — различные механизмы с остановками, выпрямители и ускорители движения, некоторые находят применение в современном машиностроении. В работе Чебышева «О параллелограммах» (1869) рассматриваются проблемы структуры механизмов. Здесь впервые выведена структурная формула для плоских механизмов: $3m-2(n+v)=1$, где m — число подвижных звеньев, n — число подвижных шарниров и v — число неподвижных шарниров. В формуле выражено требование, чтобы механизм обладал одной степенью свободы. Через 14 лет эта формула была заново выведена Грюблером.

Глубокие идеи Чебышева по синтезу механизмов не сразу нашли последователей среди русских ученых, что в значительной степени объяснялось отставанием России в середине XIX в. в экономическом и техническом развитии от передовых стран Европы, где идеи Чебышева были оценены по заслугам.

Первым направлением творческой разработки идей Чебышева была серия исследований в школе метрического синтеза механизмов. Так, например, Н. Е. Жуковский в 1880-х годах, рассмотрев предложенные Чебышевым приближенные прямила, иным способом обосновал его результаты, а именно при помощи теории мгновенных центров ускорений высших порядков. Механизмы, предложенные ранее Чебышевым, Жуковский разбивает на четыре типа.

Решение задачи Чебышева о нахождении наиболее тесно соприкасающейся со своей касательной кривой могло быть увязано с аппаратом кинематической геометрии (с методами Л. Бурместера). Исследования Бурместера привели к разработке им нескольких методов для определения скоростей и ускорений движения точек плоского механизма. Точки наиболее тесного соприкосновения кривой со своей касательной получили наименование точек Бурместера.

А. П. Котельников в начале XX в. детально рассмотрел случаи механизмов, близкие к тем, которыми занимался Чебышев; точки, в которых радиус кривизны кривой, вычерчиваемой точкой механизма, обращался в бесконечность, обеспечивая касание 4-го или 5-го порядка (именно такие случаи впервые рассматривал Чебышев), Котельников назвал точками Чебышева. Увязка методики Чебышева и Бурместера была осуществлена.

Второе направление исследований Чебышева по теории механизмов, имевших также плодотворное развитие в XX в., — это задачи динамического синтеза. Наиболее интересная проблематика этой области — задача о центробежном регуляторе. Со времен Уатта центробежные регуляторы страдали недостатком изохронности. В 1871 г. Чебышев ставит задачу построения приближенно-изохронного регулятора (с наименьшим отклонением от регулярного режима). Решение этой задачи Чебышева послужило отправной точкой работ в трех прикладных областях.

Метод оптимизации Чебышева при рассмотрении некоторой среднеквадратичной динамической характеристики, зависящей от геометрических параметров механизма, применяется в настоящее время конструкторами при динамическом уравновешивании коленного вала двигателей внутреннего сгорания (от тракторов до самолетов).

П. Л. Чебышев поддерживал связь с некоторыми европейскими учеными, например Дж. Сильвестром (Англия). По совету Чебышева Сильвестр рассмотрел ряд проблем кинематики механизмов и получил интересные результаты в теории инверсоров, в теории структуры механизмов, в задачах преобразования движения и др. Английский ученый А. Кели провел ряд исследований плоского движения, при котором описываются кривые третьего, четвертого и шестого порядка.

В 1870-х годах Ш. Поселье и Л. И. Липкин нашли решение задачи об инверсоре, используя теорему о том, что с помощью шарнирного механизма можно воспроизвести любую алгебраическую кривую.

В конце XIX в. интересные результаты в теории шарнирных механизмов получили Г. Гарт (шестизвенный инверсор), А. Кемпе (теорема о возможности воспроизведения алгебраической кривой любого порядка с помощью кинематической цепи из низших пар), С. Робертс (четырехзвенное прямило) и др.

Систематизация накопленного материала по исследованию действия шарнирных механизмов началась в 1870-х годах. Видное место в этой области занимают работы Ф. Рело (Германия). В курсе «Теоретическая кинематика» (1875) Рело дает определение машины, вводит понятие кинематической пары, из совокупности которых образуется кинематическая цепь. Механизм Рело определил как замкнутую кинематическую цепь принужденного движения с одним закрепленным звеном. Такой подход позволяет Рело представить кинематику механизмов как стройную теорию. Основные положения этой теории были одобрены и восприняты в механике, определение машины вызывало споры. Теорию кинематических пар развивали немецкие ученые Ф. Грасгоф, М. Грюблер (структурные исследования) и др.

Геометрические методы кинематики механизмов разрабатывал в конце XIX в. Л. Бурместер, о работах которого уже говорилось. О. Мор и Р. Смит предложили весьма эффективный графический метод плана скоростей и ускорений. В России смежной тематикой занимались в конце XIX в. О. И. Сомов (ускорения высших порядков), В. Н. Лигин (в основном теория зубчатых и шарнирных механизмов), Х. И. Гохман, И. М. Занчевский, Д. Н. Зейлигер, П. О. Сомов, Н. Б. Делоне.

В начале XX в. внимание специалистов теории механизмов переключилось главным образом на вопросы динамики механизмов. Еще в конце XIX в. возникли некоторые графические методы динамики, аналогичные приемам графостатики. Н. Е. Жуковский разработал метод кинетостатики, формально сводящий динамическую задачу о кинематической цепи к задаче о равновесии рычага.

В 1913—1915 гг. ученик Жуковского Л. В. Ассур предложил классификацию плоских стержневых механизмов (деление по определенному принципу на классы и порядки всей совокупности механизмов). Он распространил свой метод последовательного наращивания кинематических степеней свободы. В начале XX в. появились содержательные оригинальные курсы по кинематике и динамике механизмов Н. И. Мерцалова.

Выдающийся ученый в области сельскохозяйственного машиностроения В. П. Горячкин выполнил много теоретических и прикладных работ по теории механизмов, создав новое направление (теорию машин-орудий), плодотворно развивающееся после 1917 г.

К концу второго десятилетия XX в. теория механизмов вполне сложилась как специальная механическая дисциплина, выработавшая свой круг проблем, свои методы. В рамках этой новой дисциплины была создана четкая система структуры и классификации плоских механизмов; известную самостоятельность получила кинематическая геометрия; графические методы кинетостатики и динамики машин образовали еще одно направление этой науки. Находились в стадии становления более специфические области: теория регулирования машин, проблемы синтеза механизмов, теория машин-орудий и др.

Вторым важным аспектом прикладной механики была теория гироскопов, тесно связанная с теорией вращения твердого тела вокруг неподвижной точки. Техническими и физическими истоками этой теории были прежде всего астрономические задачи (движение Луны, Земли и других небесных тел), проблема движения корабля при качке, задача о движении продолговатого артиллерийского снаряда, а с конца XIX в. — проблемы расчета движения гироскопических приборов.

В 1749 г. вышел в свет мемуар Даламбера «Исследование о предварении равноденствий и о нутации Земли». Даламбер выявил и наметил теоретический путь исследования нутации Земли и полного объяснения известного со времен Гиппарха явления предварения равноденствий (прецессионным движением Земли). В семи мемуарах[1] с 1749 по 1760 г. Эйлер разработал основные вопросы кинематики твердого тела, дал подробную теорию распределения масс в твердом теле (теория моментов инерции), вывел различные формы дифференциальных уравнений движения твердого тела и дал разбор случая полной интегрируемости этих уравнений. Эйлер много занимался астрономическими задачами и разработал приложения динамики твердого тела к задаче о предварении равноденствий.

Интегрируемый случай дифференциальных уравнений вращательного движения твердого тела, получивший наименование случая Эйлера (а в XIX в. — Эйлера — Пуансо), характеризуется равенством нулю моментов внешних сил относительно неподвижной точки твердого тела (центра масс).

В 1834 г. Л. Пуансо дал геометрическую интерпретацию этого случая движения твердого тела; он ввел важное для динамики понятие эллипсоида инерции твердого тела; затем он показал, что в названном случае движение твердого тела может быть представлено качением без скольжения эллипсоида инерции тела по некоторой неподвижной плоскости. Пуансо ввел понятия полодии и герполодии, провел геометрическое исследование случаев устойчивости вращения твердого тела вокруг главных осей эллипсоида инерции.

Лагранж исследовал вращение твердого тела некоторой формы около неподвижной точки в 1773 г., рассмотрев и усовершенствовав решение Эйлера задачи о вращении тела без действия внешних сил. Позже, при подготовке второго издания «Аналитической механики» в начале XIX в., Лагранж вернулся к этой проблеме, начав более глубокое ее исследование. Однако до конца жизни он не успел закончить работу. Доработку рукописей Лагранжа по этому вопросу провел Ж. Бинэ, который часть фрагментов включил во второе издание сочинения, а более отрывочные записи Лагранжа опубликовал в конце второго тома под названием «Из черновых записей Лагранжа».

---

[1] См.: Сретенский Л. Н. Динамика твердого тела в работах Эйлера.— В кн.: Леонард Эйлер. К 250-летию со дня рождения, с. 210—230.

Этот материал сводится к следующему[1]. Лагранж вводит понятие мгновенной оси вращения твердого тела около неподвижной точки, опираясь на обоснование примененного им подхода, детально разработанного ранее. Далее заново выводятся кинематические уравнения Эйлера вращения твердого тела в дифференциальной форме. Затем заново выводятся динамические уравнения Эйлера, исходя из той формы дифференциальных уравнений движения системы, которые теперь называют «уравнениями Лагранжа второго рода».

Лагранж подчеркивает, что свободные оси в твердом теле открыл Эйлер и наиболее изящная и удобная во многих случаях форма дифференциальных уравнений движения впервые выведена Эйлером[2].

Существенно новым достижением Лагранжа в этой проблеме была постановка задачи о движении твердого тела (п. 34 девятого отдела второго тома), получившая в дальнейшем наименование «случая Лагранжа»: когда точка опоры или подвеса не совпадает с центром тяжести тела. Лагранж ввел упрощающие предположения о динамической симметрии твердого тела и о расположении точки опоры на оси симметрии. Тогда из третьего уравнения движения (отнесенного к оси динамической симметрии) получается интеграл, также получивший имя Лагранжа, $r = \mathrm{const}$, означающий постоянство величины угловой скорости около динамической оси симметрии. Этот важный результат вместе с выделением практически интересного случая движения тяжелого симметричного гироскопа (как стали позже называть случай Лагранжа) представляет чрезвычайно большое достижение в динамике твердого тела. Однако Лагранж этим не ограничился: он наметил путь интегрирования и двух первых уравнений движения, довел его до квадратур в эллиптических функциях. Он выяснил также условия, при которых ось тела совершает малые колебания или движение по конусу малого раствора, в основном совершая вращение около собственной оси.

В 1811 г. Д. Пуассон более детально исследовал проблемы для случая, найденного Лагранжем, и довел его почти до современного состояния. Пуассон опубликовал эти исследования несколько раньше посмертного выхода в свет второго тома «Аналитической механики» Лагранжа (1815), он, видимо, ничего не знал о результатах его учителя по тому же вопросу.

Следующий, существенный шаг в развитии динамики твердого тела сделала С. В. Ковалевская. В 1888 г. из 15 исследований, представленных на конкурс Парижской Академии наук о вращении твердого тела около неподвижной точки, премия Бордена была присуждена работе под девизом: «Говори, что знаешь, делай, что должен, — будь, чему быть». Автором этого исследования

---

[1] См.: Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 2, с. 228—300.
[2] Там же, с. 281.

оказалась Софья Васильевна Ковалевская (1850—1891). В ее работе, называвшейся «Задача о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки», найден еще один случай (носящий ее имя), для которого решение может быть получено при произвольных начальных условиях. Этот случай характеризуется условием динамической симметрии и соотношением главных моментов инерции $A=B=2C$, когда центр масс тела расположен в плоскости равных главных моментов инерции, точка опоры расположена в той же плоскости. Ковалевская довела решение до квадратур, которые оказались не эллиптическими, как в случаях Эйлера и Лагранжа, а гиперэллиптическими. Глубокий анализ проблемы, выполненный Ковалевской, привел ее к выводу о том, что в общем случае найти однозначные общие интегралы, обладающие свойством меромофности в комплексной плоскости, невозможно.

Весьма наглядную геометрическую интерпретацию движения твердого тела в случае Ковалевской дал Н. Е. Жуковский в 1896 г. В 1892 г. Н. Б. Делоне построил модель гироскопа Ковалевской, усовершенствованную позже Н. И. Мерцаловым.

Специфические случаи движения твердого тела, для которых могут быть получены частные решения задачи, исследовались в конце XIX в. в трудах зарубежных и отечественных ученых: В. Гесса, Г. Г. Аппельрота, А. М. Ляпунова, С. А. Чаплыгина, В. А. Стеклова, Д. К. Бобылева, Д. Н. Горячева, Б. К. Млодзиевского, О. Штауде и других.

Специальным прикладным разделом динамики твердого тела с одной неподвижной точкой является теория гироскопа. Развитие этой практической области началось после 1851 г., когда Л. Фуко поставил в Парижском Пантеоне знаменитый опыт с качающимся маятником, обнаруживающим вращение Земли и позволяющим измерить угловую скорость ее вращения. Через год Фуко сконструировал прибор, названный им гироскопом, основная деталь которого — массивный маховик, быстро вращающийся в трехосном кардановом подвесе. Прибор позволял отмечать смещение конца стрелки, жестко связанной с внешним кольцом подвеса, определяя таким образом вертикальную составляющую угловой скорости вращения Земли.

В докладах Фуко, поясняющих действие его приборов, отмечались три свойства гироскопа, чрезвычайно полезные для дальнейшего использования этого прибора: возможность наблюдать вращение Земли с помощью трехосного (с тремя степенями свободы) гироскопа с неизменно ориентированной осью; возможность ориентации собственной оси ротора (гироскопа) в плоскости горизонта при двух степенях свободы; для измерения географической широты места (двухосный гироскоп, позволяющий перемещение собственной оси в вертикальной фиксированной плоскости). Таким образом, принципиальные возможности прибора Фуко для наблюдения вращения Земли, для сохранения ориентации системы в инерционном пространстве, для измерения долготы и широты местности были выявлены уже самим изобретателем этого прибора. Однако на пути использования гироскопа в указанных целях стояли многочисленные технические трудности: прибор уже представлял собой не одно твердое тело, а систему тел, в которой действовали разнообразные мало изученные силы (трение, сопротивления, упругие силы и пр.).

Трудной задачей было достижение непрерывного вращения ротора с постоянной угловой скоростью; лишь после введения электропривода эта задача получила разрешение. Немалой трудностью было уменьшение величины момента внешних сил, приложенных к ротору, относительно вертикальной оси. В. Томсон в 1884 г. предложил использовать плавающий кожух гироскопа.

Многие технические трудности подобного рода были преодолены в достаточно совершенных конструкциях гироскопических устройств Г. Аншютца-Кемпфе, Э. Сперри и других в конце XIX и начале XX в.

Допущения, принятые А. Фепплем в прецессионной теории гироскопа, позволяли найти зависимости для величины направляющего момента и других характеристик гирокомпаса. Используя эти формулы, надлежащим выбором угловой скорости собственного вращения ротора добивались значительной величины направляющего момента гирокомпаса по сравнению с моментом сил в подвесе. Аналогично добивались достаточно высокой частоты собственных колебаний ротора вокруг вертикальной оси по сравнению с угловой скоростью «рысканья» корабля. Правда эта теория распространялась только на гирокомпасы с двумя степенями свободы (на неподвижном относительно Земли основании). В XX в. в результате длительных усилий ученых, инженеров и технологов было достигнуто высокое совершенство гироскопических приборов. Перед точным приборостроением настоящего времени поставлены (и решаются) проблемы конструирования инерциальных навигационных систем, обеспечивающих полет и возвращение с Луны космических кораблей, достижения поверхности других планет космическими аппаратами[1].

§ 5
ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ

Древние строители Египта, Греции и Рима владели некоторыми эмпирическими правилами, по которым выбирались надежные размеры сооружений, монументов, мостов; иными словами, они располагали элементарными сведениями о прочности материалов. Есть мнение, что эти ценные сведения и опыт строительного искусства древних был в значительной мере утерян на протяжении средних веков. С. П. Тимошенко приводит примеры того[2], как

[1] Развитие механики гироскопических и инерциальных систем.
[2] См.: Тимошенко С. П. История иауки о сопротивлении материалов, с. 11.

инженеры эпохи Возрождения вновь приобретали навыки воздвижения обелисков, специально изучая образцы египетских обелисков. Без каких-либо теоретических подходов и расчетов люди с давних пор умели пользоваться упругими свойствами дерева, веревок, сухожилий животных (лук, стрелы, рессоры, пружины).

Первым серьезным научным трудом в области сопротивления материалов справедливо считается трактат Галилея «Беседы и математические доказательства...» (значительная часть первого и второго «дней» этого сочинения). Галилей отмечает, что проблема прочности материалов не была для него чисто лабораторной: многими ценными наблюдениями он обязан своему общению с мастерами венецианского арсенала. Ученый ставит вопрос: увеличивается ли прочность геометрически подобных сооружений при увеличении их размеров, и он отвечает на этот вопрос отрицательно. В результате многократно поставленных экспериментов на растяжение и изгиб бруса Галилей получает некоторые количественные зависимости сопротивления растяжению и изгибу от ширины и толщины бруса.

В работе Гука «О восстановительной способности, или об упругости, объясняющей силу упругих тел» (1678) на основе тонких и многократно проведенных опытов с пружинами и изгибающимися консолями сформулирован важный количественный закон о том, что сила и способность всякого упругого тела восстанавливать свое естественное состояние пропорциональны той мере, на которую оно выведено из этого естественного состояния, совершено ли это путем разряжения, отделения его частей одна от другой или же путем сгущения (уплотнения) этих частей. Это свойство Гук приписывает всем материалам, перечисляя металлы, дерево, камни, ткани, волос, рог, мышцы, стекло и пр. Эту закономерность подтвердил Э. Мариотт, занимавшийся экспериментальным изучением упругих свойств материалов в связи с проектированием водопровода для Версальского дворца в конце XVII в. Мариотт и Гук считали, что закон пропорциональности деформации нагрузке справедлив до момента разрушения материала.

Промышленный переворот в развитых странах Европы в XVIII в. выдвинул ряд новых проблем строительной техники, конструирования машин, двигателей, строительства мостов, каналов, шлюзов, фабричных и складских помещений. Усиливается потребность в специальном образовании инженеров по проектированию сооружений, дорог и мостов. Специальные дисциплины и курсы преподаются в Школе мостов и дорог (Франция), в Парижской Политехнической школе и других специальных учебных заведениях Европы[1]. Экспериментально исследуют упругие свойства материалов ученые многих европейских стран: А. Паран, Ш. Кулон, Б. Белидор, Ж. Бюффон, П. Мушенбрук, Р. Реомюр, Ж. Ламбларди, П. Жирар и другие.

---

[1] История механики с древнейших времен до конца XVIII в., с. 160—175.

В начале XVIII в. Паран в серии исследований пришел к правильному решению задачи о прочности изогнутой балки. Он показал, что значительная часть поперечного сечения балки работает на сжатие. Рассмотрев эпюру силы сопротивления, распределенных по поперечному сечению балки в виде двух неравных треугольников, из условия равновесия консоли Паран нашел результирующее сжимающее усилие в поперечном сечении равным результирующему растягивающему усилию. Он впервые отметил, что в опорном сечении кроме нормальных сил действует перерезывающая поперечная сила, касательная к сечению.

В книгах ученых XVIII в. уже можно найти сводные эмпирические данные в виде таблиц разрушающих нагрузок для наиболее употребительных материалов. Так постепенно формируется понятие предела прочности. Представление о пределе прочности можно встретить в работе С. К. Котельникова «Книга, содержащая в себе учение о равновесии и движении тел» (1774). Котельников называет предел прочности материала «особенной крепостью»[1] и дает правило его определения посредством отношения наибольшей величины нагрузки на стержень, разрывающей его, к площади поперечного сечения стержня. Таким же способом Котельников определял «особенную крепость в переломе», т. е. при изгибе стержня.

В трудах ученых XVIII в., проводивших экспериментальное исследование упругих свойств материалов при растяжении, поперечном, продольном изгибе и закручивании стержней или проволоки, появлялись количественные зависимости максимальных нагрузок от размеров испытываемого тела и его физических характеристик. Однако в этих работах еще не было введено понятие модуля упругости, пределов текучести и пропорциональности напряжения деформации. Тем не менее для строителей XVIII в. механика могла дать некоторые критерии прочности различных видов строительных материалов. В большинстве инженерных руководств описывались и применялись два подхода к изучению прочности материалов: метод Галилея (определение максимальной величины растягивающего усилия, при достижении которой происходит разрушение материала) и метод Мариотта (определение наибольшего удлинения, при достижений которого наступает разрушение).

В теории изгиба широкое применение получила формула Вариньона, заново выведенная Бильфингером в 1729 г. Формула устанавливала зависимость для наибольшей силы от закона ее распределения по сечению изгибаемой балки. Теоретический подход Ш. Кулона к проблеме изгиба балок в третьей четверти XVIII в. содержал весьма ценные подходы, а именно он разлагал усилия, действующие в поперечном сечении балки, на нормальные и касательные к сечению. Не менее полезной оказалась в даль-

[1] Там же, с. 161.

нейшем идея Кулона связывать процесс разрушения сжатых стержней со сдвигом слоев материала.

Серия работ XVIII в. по теории изгиба балок и стержней не была непосредственно связана с запросами строительной техники этого времени, скорее это были изыскания физических приложений математического анализа и дифференциального и интегрального исчисления. Определение формы упругой линии и вычисление величины прогиба изогнутой балки точными аналитическими методами находим в это время в трудах И. и Д. Бернулли, Эйлера, Лагранжа. В ранних работах Эйлера (1740-е годы) при рассмотрении равновесия изогнутой консоли (упругого стержня, закрепленного в одном конце) применялся метод мысленного рассечения стержня. При расчете силы, которую нужно приложить в срезанном сечении для того, чтобы оставшийся элемент сохранил свою прежнюю форму, Эйлер кроме нормальной составляющей силы ввел еще и касательную составляющую этой силы, поперечную по отношению к оси стержня. Затем Эйлер вывел формулу для величины критической нагрузки при продольном изгибе:

$$P = \frac{\pi^2 Ek^2}{l^2},$$

где l — длина стержня, Ek^2 — его жесткость, P — величина критической нагрузки при продольном изгибе. Формула Эйлера позже была подтверждена исследованиями Лагранжа по теории продольного изгиба колонн. Однако теория опережала инженерную мысль и экспериментальные исследования более чем на столетие. В середине XIX в. инженеры, не получив опытного подтверждения этой формулы из-за неточности эксперимента, игнорировали строгую теорию продольного изгиба Эйлера — Лагранжа. Только после нескольких катастроф на железнодорожных мостах в конце XIX в. были проведены более точные эксперименты по продольному изгибу стержней, подтвердившие правильность теории и формулы Эйлера.

Исследуя точное дифференциальное уравнение изогнутой оси упругого стержня, Эйлер классифицировал упругие кривые на девять видов. При более детальном исследовании величины «жесткости стержня» Эйлер пришел к результату, что она пропорциональна ширине сечения стержня и квадрату (а не кубу, как выяснилось позже) его высоты; коэффициентом пропорциональности у Эйлера была некоторая физическая характеристика природы вещества стержня. Продолжая исследования Эйлера по продольному изгибу балок или колонн, Лагранж нашел величины критических сил, когда изгиб оси стержня происходит по двум, трем и большему числу полуволн синусоиды. Он же изучил зависимость стрелы прогиба от величины нагрузки, превышающей критическое значение.

Важной проблемой, связанной с изучением гибкости тел, была проблема колебательного движения струны и мембраны, рассматриваемая в XVIII в. в трудах Д. Бернулли, Даламбера, Эйлера и Лагранжа. Д. Бернулли, исходя из предположения о бесконечной малости колебаний струны, ввел допущение о пропорциональности восстанавливающей силы отклонению от положения равновесия. В середине XVIII в. Д. Бернулли высказал важное в теории колебаний положение о суперпозиции простых гармонических колебаний системы, хотя термин этот был введен позже. Плодотворной идеей Д. Бернулли о замене упругой непрерывной нити множеством отдельных материальных точек, нанизанных на нематериальную нить, воспользовались Эйлер и Лагранж для продолжения исследования проблемы колебания струны.

Любопытно, что в работе «Метод нахождения кривых линий...» (1744) Эйлер применил принцип подвижного равновесия, эквивалентный принципу Даламбера, для изучения колебаний мембраны, расположенной в вертикальной плоскости и закрепленной в верхнем конце[1]. Эйлер нашел выражение для длины простого математического маятника, изохронного рассматриваемой колебательной системе (мембране), а также вывел формулу для частот. Он указал, что этой формулой можно воспользоваться для определения коэффициентов упругости различных металлов. Эту идею реализовал в XIX в. А. Т. Купфер.

Особенно широко известно решение Даламбером задачи о колебании струны (1750). Применив свой принцип сведения условий движения системы точек к уравнениям равновесия некоторых категорий сил, Даламбер пришел к дифференциальному уравнению поперечных колебаний однородной струны в виде

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

Фактически это было уравнение в частных производных, хотя символов частных производных еще не было. Уравнение, записанное Даламбером, получило название одномерного волнового уравнения, постоянная a имеет смысл скорости распространения волны, y — поперечное отклонение некоторого сечения от положения равновесия.

Даламбер указал решение волнового уравнения в виде суммы двух произвольных функций: $y=h(x-at)+g(x+at)$, которое после использования граничных условия обращения в нуль координаты y на концах струны, т. е. при $x=0$ и $x=l$ (для любых значений t) принимает вид

$$y = \varphi(at + x) - \varphi(at - x),$$

где φ — произвольная периодическая функция с периодом $2l$.

Через год Эйлер установил связь произвольной функции, входящей в общий интеграл уравнения колебания струны, с началь-

[1] Там же, с. 170.

ной формой струны и начальным распределением скоростей в ее точках. Между Даламбером и Эйлером возникла дискуссия о природе произвольных функций, входящих в интегралы уравнений с частными производными. Даламбер вкладывал в понятие произвольной функции следующее содержание: функция имеет произвольное аналитическое выражение (в его случае это была нечетная периодическая функция). Эйлер имел в виду, что произвольная функция может быть произвольно начерчена безотрывочным движением руки. Он считал, что это шире, чем произвольное аналитическое выражение.

Казалось бы, решение Д. Бернулли, представленное бесконечным тригонометрическим рядом с неопределенными коэффициентами, могло примирить обе точки зрения: подобно тому как звук, издаваемый струной, слагается из основного тона и бесконечного множества обертонов, любая функция и, следовательно, кривая может быть составлена из множества дуг синусоид, как бы деформированных с помощью коэффициентов, о которых шла речь. Однако Даламбер и Эйлер не приняли это мнение.

Какое-либо аналитическое выражение не обязательно непрерывно и с непрерывной кривизной, а тригонометрический ряд Бернулли изображает именно такую функцию, считал Даламбер.

Возражения Эйлера сводились к тому, что кривая, которую он рисует, может пойти произвольно, в то время как ряд Бернулли, составленный из бесконечной суммы тригонометрических функций (произведение синуса, содержащего под своим знаком абсциссу, на косинус от величины, кратной времени), не допускает произвола, в частности, он представляет нечетную периодическую функцию. Тем самым высказывалось сомнение в том, может ли тригонометрический ряд представлять любую функцию.

В спор вступил молодой Лагранж, подобно арбитру ответивший на вопросы спорящих и примиривший их взгляды. Лагранж ответил утвердительно на вопрос Даламбера о возможности представления тригонометрическим рядом любой функции, заданной аналитическим выражением. Подробный анализ этого положения позже (примерно через полстолетия) дал ученик Лагранжа Фурье. В то же время, найдя решение проблемы тем же путем, что и Д. Бернулли, Лагранж вместо неопределенных коэффициентов тригонометрического ряда, представляющего решение, записал некоторые функции, выражающие зависимость этих коэффициентов от начального состояния струны (начальной координаты и начальной скорости частицы). Тем самым он усовершенствовал метод Бернулли и обосновал правильность построения Эйлера в решении проблемы.

Из изложенного видно, что предмет спора выходил за рамки физики или механики; этот спор проливает свет на тесную взаимосвязь развития всех точных наук, на истоки развития новых эффективных математических методов, таких, как теория уравнений математической физики и теория функций. Эйлер и Лагранж исследовали в 1760-х годах колебания мембран, найдя решения волнового уравнения для двумерного движения (Лагранж распространил эту задачу для исследования колебаний в трехмерном пространстве).

Самостоятельную область механики деформируемого твердого тела представляла строительная механика, где модель абсолютно твердого тела дополнялась некоторыми соображениями относительно расчета запаса прочности сооружения. В XVIII в. типичными задачами строительной механики были расчет подпорных стен и расчет формы арок. Такие задачи интересовали и военных инженеров, проектировавших оборонительные укрепления, погреба для пороха и снарядов. В работах Белидора, Кулона, Прони и других подпорная стена рассматривалась как твердое тело. Задача сводилась к нахождению силы давления земли на стену и к вычислению опрокидывающего момента, по величине которого можно было определить необходимую толщину стены.

Начало построения теории расчета арок положил французский ученый Делагир во второй половине XVII в. Он рассматривал арку как совокупность идеально гладких клиньев (силы взаимодействия между которыми направлены по нормали к поверхности соприкосновения клиньев) и определил графическим методом величину веса клиньев, обеспечивающую равновесие (устойчивое) арки. Делагир рассчитывал также размеры колонн, поддерживающих арку. При этом он приравнивал моменты собственного веса относительно нижней внешней точки или ребра опоры и опрокидывающего момента сил давления арки на верхнее основание колонны. Позже эти результаты вошли в курс «Инженерной науки» Белидора и в расчетные таблицы Перроне. В решении задачи о равновесии арок Кулон высказал идею рассмотрения не только скольжения клиньев арки, но и возможных их поворотов.

Выдающийся вклад в строительную механику сделал И. П. Кулибин (1735—1818) при проектировании постоянного моста через Неву. По проекту Кулибина проезжая часть моста должна была поддерживаться шестью решетчатыми арочными деревянными фермами, перекрывавшими пролет в 300 метров. Фермы такого типа стали применяться в мостостроении лишь с 1820 г. Кулибин опытным путем исследовал, как будет работать арка под нагрузкой. Это был путь изучения рабочего (а не предельного) состояния арки. Величину распора в арке Кулибин определил при помощи весьма простого устройства, состоящего из наклонного бруса, один конец которого упирается в горизонтальную плоскость, а второй поддерживается горизонтальной нитью, переброшенной через блок и нагруженной гирей. Произведя серию опытов при разном весе и разном наклоне бруса, Кулибин установил зависимости, которые описываются формулой для распора H трехшарнирной арки, находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки интенсивности $q: H = ql^3/8f$, где l — длина пролета, f — стрела подъема. Хотя кулибинская арка и была бесшарнирной, но моделирование ее в качестве трехшарнирной для определения распора вполне оправдано даже с современной точки зрения. Ибо, если бесшарнирная арка очерчена по кривой давления от нагрузки, то величина распора в ней будет отличаться от распора в трехшарнирной арке только за счет продольных деформаций.

Для определения величины распора в зависимости от положения груза в пролете Кулибин использовал веревочный многоугольник. Ту же идею он применил для нахождения оптимального очертания оси арки. Наконец, Кулибин разработал теорию подобия, т. е. теорию, по которой на основании испытания модели можно судить о работе всего сооружения. Расчеты Кулибина просты. При увеличении всех линейных размеров в n раз вес модели увеличится в n^3 раз, а площади сечений элементов в n^2 раз. При этом грузоподъемность каждого элемента, работающего на растяжение и сжатие, а следовательно, и всей фермы увеличится в n^2 раз. Эти рассуждения Кулибина были подтверждены Эйлером.

В 1776 г. была построена модель моста Кулибина в $^1/_{10}$ натуральной величины, которая для того времени представляла собой довольно значительное сооружение (ее длина составляла около 30 м). Модель блестяще выдержала все испытания и заслужила полное одобрение комиссии Академии наук, в которую входил Л. Эйлер.

В начале XIX в., когда промышленный переворот завершился внедрением машин в большинство процессов производства, механика деформируемого твердого тела имела некоторые достижения, намечавшие общие подходы к изучению равновесия и движения упругих систем. Были созданы простейшие теории поперечного изгиба и кручения стержней, намечены исходные этапы точной теории продольного изгиба стержней, создана математическая теория колебания стержней (струны) и мембран, введены количественные характеристики типа модуля упругости (Эйлером в теории продольного изгиба), выработаны представления не только о нормальных, но также и касательных напряжениях[1] (в работах Парана, Эйлера, Кулона).

Существенно новый подход к проблемам теории упругости мы встречаем в работах XIX в., в которых разработана общая теория напряжений. Инженерная практика XIX в. нуждалась в точной математической теории, позволяющей исследовать отдельные конкретные задачи о равновесии и движении упругих систем. Одной из актуальнейших областей техники этого времени было строительство железнодорожных трасс и необходимых для них мостов. В мостостроении началось применение металла (в особенности чугуна) вместо камня.

---

[1] См.: Трусделл К. Этапы развития понятия напряжения.— В кн.: Проблемы механики сплошной среды, с. 439—448.

Анри Навье (1785—1836) — выпускник Школы мостов и дорог, инженер и ученый, в кругу занятий которого были, в частности, и расчеты напряжений в цепях висячих мостов, создание руководства для инженеров-строителей и машиностроителей, начал исследовать действительную работу сооружения под нагрузкой, рассматривая не только предельные (разрушающие) усилия, а упругое рабочее состояние материала.

За годы инженерной деятельности, научно-экспериментальной работы и преподавания прикладной механики в Парижской Политехнической школе Навье провел интересные исследования по изгибу призматических брусьев и пластин. Он ввел понятие модуля упругости как отношение нагрузки, приходящейся на единицу площади поперечного сечения, к произведенному ею относительному удлинению. Он экспериментально определил модуль упругости железа, проводя опыты во время участия в строительстве моста Инвалидов в Париже.

В 1821 г. Навье представил Парижской Академии наук «Мемуар о законах равновесия и движения твердых и упругих тел», в котором были выведены общие уравнения равновесия и движения изотропного упругого тела (в смещениях). Вывод был основан на молекулярной теории строения вещества Лапласа, Пуассона, берущей свои истоки в воззрениях Ньютона — Бошковича. Упругое тело считали состоящим из молекул, взаимодействующих силами притяжения и отталкивания. В естественном состоянии эти противоположные силы уравновешиваются; с уменьшением расстояний между молекулами преобладают силы отталкивания между ними, чем и объясняется свойство упругости. Исходя из этих представлений Навье вывел дифференциальные уравнения равновесия и движения упругого тела, содержащие одну постоянную, зависящую от упругих свойств материала.

Развивая исследования Навье (результаты этих исследований были опубликованы лишь в 1827 г.), появились работы других видных ученых, направленные к построению общей теории упругости. Одним из рецензентов Навье в его теоретических изысканиях 1820 г. был О. Коши (1789—1857). Высказав несколько критических замечаний о методах рассуждений Навье, Коши в 1822 г. опубликовал краткий мемуар — «Исследование равновесия и внутреннего движения твердых тел и жидкостей, упругих и неупругих».

В 1827 г. Коши опубликовал две статьи, в которых давал развернутую математическую разработку общих соображений, высказанных им в 1822 г. В первой [1] из этих статей Коши вводит шесть компонент тензора деформаций, которые встречались уже в гидромеханике Эйлера и Лагранжа. Однако Коши выражает компоненты тензора деформаций через производные от трех проекций вектора смещения для произвольной деформируемой среды.

---

[1] Cauchy A. L. Exersices matématiques, vol. 2, p. 41—60.

Коши находит выражения для удлинения любого линейного элемента и вводит главные удлинения по трем взаимно перпендикулярным направлениям главных осей деформации. Во второй[1] из названных статей Коши изучает тензор напряжений. Терминов «вектор» и «тензор» у Коши, естественно, нет: векторное и тензорное исчисления были созданы позже, имея своими исходными пунктами конкретные работы по механике и физике, где новые понятия, символы и термины вырабатывались в качестве адекватного математического языка.

Понятие напряжения вводится Коши как давление на некоторой площадке, являющееся результирующим трех давлений по трем проекциям выбранной площадки на три координатные плоскости, проходящие через центр тяжести площадки. Подобно Эйлеру Коши рассматривает условие равновесия сил давлений на гранях элементарного, мысленно выделенного из общего объема среды, тетраэдра. Таким способом Коши получает общие уравнения равновесия сплошной среды в напряжениях. Он устанавливает свойство взаимности напряжений: давления на двух пересекающихся площадках с общим центром и одинаковой площадью обладают тем свойством, что проекция одного из них на нормаль ко второй площадке равна проекции второго давления на нормаль к первой площадке. Фактически Коши пришел к понятию эллипсоида напряжений, введя понятие главных осей напряжений и рассмотрев изменение напряжения на площадке в зависимости от изменения ее ориентации вокруг центра площадки. Коши вывел также и эллипсоид деформаций, указав свойства его главных осей.

В третьей фундаментальной работе[2] (1828) Коши выводит классические уравнения динамики изотропного (термин Коши) упругого тела в перемещениях, первая строка которых в обозначениях Ламе имеет вид:

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho X=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

Коши пришел к этим уравнениям, исходя из двух допущений. Для изотропного упругого тела направления главных осей деформации совпадают с направлением главных осей напряжений (в качестве обоснования делается ссылка на симметричность распределения деформации и напряжений относительно главных осей). Второе допущение сводилось к следующему: главные напряжения выражаются суммой соответствующего главного удлинения и объемного расширения, умноженного на вторую упругую постоянную. Общие уравнения теории упругости Коши содержали две упругих постоянных. В споре ученых о числе упругих постоянных изотропного упругого тела (Навье, Пуассон, Коши, Ламе, Грин и др.) выяснились физические основы теории упругости[3].

---

[1] Там же, с. 60—69.
[2] Там же, *v.* III, с. 160—187.
[3] См.: Погребысский И. Б. От Лагранжа к Эйнштейну, с. 81—117.

В результате общих усилий ученых в начале XIX в. была создана общая теория напряжений и выработан континуальный подход вместо феноменологического подхода, основанного на представлении о молекулярном строении материи. Главной идеей построения механики сплошной среды (гипотеза сплошности), идущей от Эйлера, Клеро, Лагранжа, была операция мысленного выделения из среды элементарного объема той или иной формы и замена воздействия на его поверхность внешней среды (мысленно отброшенной) некоторым равносильным полем векторов напряжения, определенным по поверхности элемента. Этот метод нашел свое математическое оформление в общем виде для произвольной сплошной среды в вышеизложенных работах Коши.

Изучением напряженного состояния анизотропного тела в этот период занимались Навье, Пуассон, Коши и другие в рамках молекулярной теории.

Работавшие в России два молодых французских инженера — Г. Ламе и Э. Клапейрон — выполнили исследование, опубликованное только через пять лет в Париже (1833), в котором получен ряд результатов о распределении напряжений и разработаны приложения общих уравнений теории упругости к решению некоторых конкретных задач.

В 1830-х годах английский ученый Дж. Грин, рассматривая в работах по оптике эфир как некоторую упругую среду, применял принцип сохранения энергии или принцип равенства элементарной работы внутренних сил полному дифференциалу некоторой однородной функции второй степени шести компонент деформаций. В самом общем случае эта функция зависит от 21 постоянной; для изотропной среды число постоянных уменьшается до двух. Более подробный анализ проблемы с привлечением термодинамических и других свойств материалов дали в середине XIX в. В. Томсон (Кельвин) и Г. Кирхгоф.

Воззрения физиков этой эпохи на явление распространения света как на волновой процесс в упругом эфире привлекли внимание механиков к задаче о распространении волн в упругой среде.

В теории колебаний упругой среды первые результаты принадлежат М. В. Остроградскому и Д. Пуассону. Несколько ранее Пуассона Остроградский (1829—1832) рассмотрел малые колебания изотропной упругой среды при заданных начальных возмущениях. Он изучил распространение колебаний от первоначально возмущенной ограниченной части упругой среды. При этом Остроградский четко различает два типа волн, распространяющихся с различными скоростями в упругой среде. Наличие двух типов упругих волн в те же годы было обнаружено Пуассоном (1831). Впоследствии в 1849 г. Дж. Стокс описал подробнее характер этих волн: это волны объемного расширения и волны сдвига.

Чрезвычайно важным вкладом в разработку общих методов аналитической теории упругости был полуобратный метод решения задач теории упругости, предложенный в 1853 г. Б. Сен-Венаном (1797—1886). Согласно этому методу задаются лишь некоторые компоненты смещений и напряжений, а недостающие компоненты определяются уравнениями теории упругости. Исходя из решений элементарной теории сопротивления материалов таким методом можно прийти к строгим решениям, представляющим практический интерес. Этот метод Сен-Венан продемонстрировал при решении задачи о кручении и изгибе призматических стержней различных поперечных сечений. После работ Сен-Венана теория упругости находит широкое применение в технике второй половины XIX в. Элементы теории упругости включают в программы обучения широкого круга инженеров.

При решении разнообразных прикладных и физических задач, связанных с теорией упругости и теорией сопротивления материалов ученые и инженеры второй половины XIX в. проявляли большое искусство, сочетая строгую теорию и приближенные подходы к проблемам с элементарными математическими приемами теории сопротивления материалов, широко опирающимися на экспериментальный материал. Подробный анализ всех практически интересных решений отдельных задач можно найти в специальной литературе[1]; здесь же ограничимся кратким обзором главных проблем и методов их решений.

Ученик и последователь Остроградского — Д. И. Журавский[2], получивший сильную математическую подготовку и тесно связанный в своей деятельности со строительной техникой, пришел к правильному заключению о необходимости детального анализа действия касательных напряжений в изогнутой балке. В существовавшей литературе не было указаний по этому вопросу, и Журавский сам решил эту задачу. Постепенно усложняя случаи закрепления и нагружения консоли, затем балки на двух опорах, он вывел формулы для расчета касательных напряжений в различных сечениях балки. Сен-Венан высоко оценил метод Журавского. Этот метод вскоре вошел в учебники по сопротивлению материалов. Журавский разработал также эффективный метод расчета мостовых ферм, примененный при постройке первой в России железной дороги Петербург — Москва.

Методы расчета статически определимых ферм заняли значительное место в развитии строительной механики: графический метод расчета ферм совершенствовался в работах Шведлера, Кульмана, Риттера, Кремоны и других.

Важным разделом строительной механики является расчет устойчивости сжатых колонн и стержней. Исследования в этой области в XVIII в. (Эйлера, Лагранжа) не получили практической разработки и признания из-за неудовлетворительно постав-

---

[1] См.: Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов. История механики с конца XVIII в. до середины XX в., гл. 2 и 8.

[2] См.: Ракчееев Е. Н. Очерк развития теории упругости в России. (1861—1917 г.).— ТИИЕТ, т. 22, с. 214—239.

ленных опытов, дававших плохое согласование теории с данными опытов. В середине XIX в. большое распространение получили эмпирические формулы (Ходкинсона, Гордона и др.). Участившиеся в конце XIX в. аварии открытых мостов, не имевших верхних горизонтальных связей, заставили задуматься ученых и инженеров над проблемой устойчивости упругих систем. Вновь проведенные тщательные эксперименты Баушингера, Тетмайера, Консидера дали материал для составления таблицы критических напряжений сжатия стержней для различных гибкостей.

Петербургский ученый и инженер Ф. С. Ясинский составил такую таблицу и провел детальный анализ задачи о продольном изгибе, сравнивая решение точного дифференциального уравнения продольного изгиба с результатами эксперимента. Он пришел к выводу, что точное решение уравнения продольного изгиба дает то же самое значение критической нагрузке, что и формула Эйлера, полученная из приближенного уравнения. Много ценного в теорию продольного изгиба внесли в конце XIX в. Ф. Энгессер, Дж. Брайан и другие. Что касается теории устойчивости упругих систем (оболочек, тонкостенных конструкций), то в начале XX в. ценные результаты были получены С. П. Тимошенко, Б. Г. Галеркиным, И. Г. Бубновым и другими.

Скорее запросы физики, чем инженерная техника простимулировали исследования Рэлея (Дж. Стрэтта) по теории поверхностных волн на упругом теле. Эта теория имела выход в сейсмологию. Развитие этой теории и ее геофизических приложений продолжалось в работах А. Лява. Проблемой колебания струн и стержней занимались Дюгамель, Стокс, Гельмгольц, Кирхгоф, Рэлей. Монография Рэлея «Теория звука» в значительной мере посвящена колебаниям упругих систем — струны, стержня, мембраны, пластины, оболочки.

В тесной связи с задачами о колебании упругих тел рассматривались динамические задачи об ударе твердых тел. Наиболее выдающиеся результаты по теории поперечного и продольного удара стержней принадлежат Сен-Венану (1850-е годы). Наибольшее практическое значение приобрело решение контактной задачи (Ж. Буссинеск, И. Себер, А. Гюгонио, Г. Герц).

Плоская задача теории упругости была предметом исследования еще в XIX в., но наиболее важные результаты в этой области были получены в XX в. после применения в теории упругости методов теории аналитических функций. Однако частную плоскую задачу об изгибе кривого бруса X. С. Головин решил в конце XIX в. В 1862 г. Дж. Эйри ввел в рассмотрение некоторую функцию, вторые производные которой определяют компоненты напряжений в плоской задаче теории упругости при отсутствии объемных сил. Дж. Максвелл обнаружил, что эта функция удовлетворяет бигармоническому уравнению. Именно этот метод и нашел в дальнейшем широкое распространение при решении плоской задачи теории упругости.

В XX в. не только теория сопротивления материалов, строительная механика, но и теория упругости все шире входят в программу подготовки квалифицированных инженеров, так как трудно назвать отрасль промышленности или техники, в которой расчеты на прочность не имели бы первостепенного значения.

§ 6
МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Проблемы использования свойств жидкостей и газов возникали с древних времен при постройке гидротехнических сооружений, водопроводов, насосов, плотин, парусных и весельных судовых движителей и пр. Герон Александрийский и его учитель Ктесибий описывали множество гидравлических и пневматических устройств, например, водяные часы и орган, сифоны, поплавок с сифонной трубкой, регулирующий скорость вытекания жидкости из сосуда. Архимед, предшественник Ктесибия и Герона, был не только теоретиком, но и изобретателем в области использования свойств жидкости. Он предложил водоподъемный винт, который носит его имя. Он же, по-видимому, был родоначальником принципа гидростатического взвешивания. В тесной связи с этими опытами и изобретениями находятся его теоретические результаты: знаменитый закон гидростатики, по которому погруженные в жидкость тела выталкиваются вверх с силой, равной весу вытесненной телом жидкости.

Стевин в конце XVI и начале XVII в. выдвинул принцип затвердевания жидкости: выделяя в жидкой массе воображаемый поверхностный сосуд, он утверждал, что давление на его поверхность не зависит от того, чем заполнен этот сосуд — жидкостью или твердым веществом. Опираясь на этот принцип, Стевин обосновал закон сообщающихся сосудов, рассчитывал давление на боковые стенки и дно сосуда произвольной формы. Тот же принцип позволил обосновать закон Архимеда. Как и Архимед, Стевин принимал за истинные положения равновесия плавающих тел только устойчивые положения. Стевин утверждал, что равновесие плавающего тела наблюдается при расположении центра тяжести этого тела ниже и на одной вертикали с центром тяжести вытесненного им объема воды.

В работах Галилея и Паскаля есть попытки применения принципа виртуальных скоростей в гидростатике. Паскаль сформулировал важный закон гидростатики о независимости давления жидкости на некоторую площадку от ее ориентации в данной точке. Позже этот принцип был распространен на случай движущейся жидкости.

В конце XVII в. Гюйгенс ввел принцип, согласно которому при равновесии жидкой массы на поверхности Земли равнодействующая силы притяжения и центробежной силы в каждой точке перпендикулярна поверхности жидкой массы.

Ньютон в третьей книге «Начал» при определении формы Земли опирался на принцип равенства центральных столбов жидкости: одного, направленного от полюса по оси вращения, и другого, направленного по радиусу плоскости экватора. Оба столба одинакового сечения сообщаются в центре планеты, рассматриваемой как жидкий эллипсоид.

Клеро[1], обобщая принцип Ньютона, вывел необходимое и достаточное условие равновесия жидкости. Вместо двух ньютоновых столбов Клеро рассматривал канал любой формы, выделенный внутри жидкости и заканчивающийся в двух точках свободной поверхности (или замкнутый). Он утверждал, что равновесие в таком канале невозможно, если усилия всех частей жидкости в нем не уравновешиваются. Под термином «усилие» Клеро понимал то, что Эйлер четко определил и назвал давлением жидкости. Принцип Клеро гласил, что разность давлений, взятая по всему ходу канала, при равновесии равна нулю. Он записал это математически, сделав первый важный шаг к превращению гидростатики в точную науку.

Однако только Эйлер сумел создать аналитический аппарат гидростатики, а позже и гидродинамики. Наиболее значительная работа Эйлера по гидростатике — «Общие принципы равновесия жидкостей»[2]. Эйлер обращает здесь внимание на эффективность важной и ясной, по его словам, идеи давления, представленного высотой столба жидкости. Он формулирует задачу, по его мнению, общую для всей гидростатики: по заданным в каждой точке силе и плотности найти давление в каждом элементе при равновесии жидкости.

Эйлер рассматривает равновесие внешних сил и сил давлений, действующих на гранях мысленно выделенного в жидкости элемента в виде параллелепипеда, ребра которого параллельны трем декартовым осям координат. Приравнивая результирующие силы давлений к результирующим внешних сил, действующих на элемент в данном направлении, он пришел к уравнению равновесия жидкости в дифференциальной форме:

$$dp = q\,(P\,dx + Q\,dy + R\,dz),$$

где p — давление, q — плотность жидкости, P, Q, R — составляющие внешних сил, отнесенные к единице веса жидкости. При этом указывается условие интегрируемости правой части уравнения равновесия:

$$\frac{\partial (Pq)}{\partial y} = \frac{\partial (Qq)}{\partial x}, \quad \frac{\partial (Qq)}{\partial z} = \frac{\partial (Rq)}{\partial y}, \quad \frac{\partial (Rq)}{\partial x} = \frac{\partial (Pq)}{\partial z}.$$

---

[1] См.: Клеро А. Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики.
[2] Euler L. Principes généraux de l'état d'équilibre des fluides.

Во второй части трактата Эйлер рассматривает условия равновесия жидкости под действием силы тяжести, в третьей части — равновесие жидкости в центральном поле тяготения.

Ж. Лагранж[1] справедливо отмечает, что «принцип равенства давлений по всем направлениям... является основой равновесия жидкостей». Однако сам Лагранж предпринял попытку вывода всех свойств жидкости в состоянии равновесия «непосредственно из самой природы жидкостей, рассматривая последние как собрание молекул, сильно разобщенных, независимых друг от друга и способных совершенно свободно двигаться во всех направлениях»[2]. Лагранж предпринял новую систематизацию материала гидростатики. Он стремился все закономерности механики вывести чисто математически из единого принципа. Этим единым принципом всей механики Лагранжа была так называемая «общая формула динамики» (теперь называемая уравнением Даламбера — Лагранжа). В частном случае равновесия системы эта формула переходила в «общую формулу статики» (принцип возможных перемещений).

Лагранж вывел уравнения равновесия несжимаемой жидкости из принципа возможных перемещений с помощью своего знаменитого метода неопределенных множителей. В механике несжимаемой жидкости в качестве условного уравнения он записал условие несжимаемости или неизменности объема каждого элементарного параллелепипеда $dxdydz$. Умножив вариацию условного уравнения на неопределенный множитель λ, сложив это с правой частью «общей формулы статики», Лагранж получил уравнение равновесия несжимаемой жидкости в виде

$$\int \left[\Gamma (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) + \lambda \left(\frac{\partial \delta x}{\partial x} + \frac{\partial \delta y}{\partial y} + \frac{\partial \delta z}{\partial z} \right) \right] dxdydz = 0.$$

Преобразовав левую часть по способу, который теперь носит название способа Гаусса — Остроградского, а затем приравняв скобки при независимых вариациях δx, δy, δz нулю, Лагранж получил уравнения равновесия несжимаемой жидкости (ранее записанные Эйлером) в виде:

$$\Gamma X - \frac{\partial \lambda}{\partial x} = 0,$$

$$\Gamma Y - \frac{\partial \lambda}{\partial y} = 0,$$

$$\Gamma Z - \frac{\partial \lambda}{\partial z} = 0,$$

здесь Γ — плотность жидкости, X, Y, Z — проекции сил на оси координат. В ходе этих преобразований Лагранж, как отметили

[1] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 242.
[2] Там же.

Л. Г. Лойцянский и А. И. Лурье[1], впервые дал выражение относительного удлинения $dx\left(1+\frac{\partial\delta x}{\partial x}\right)$ и сдвига $\left(\frac{\partial\delta x}{\partial y}+\frac{\partial\delta y}{\partial x}\right)$ и т. д. Лагранж раскрывает физический смысл неопределенного множителя λ: «Что касается величины λ, значение которой мы выше определили, то... можно сказать, что сила λ стремится сжать каждую частицы жидкости $dxdydz$; таким образом, эта сила представляет собой не что иное, как давление, испытываемое со всех сторон частицей жидкости, которому она противодействует благодаря своей несжимаемости»[2].

Тем же методом Лагранж последовательно решает ряд задач о равновесии жидкости, например, для случая, когда несжимаемая жидкость заключена в сосуд. Далее рассматривается вопрос о равновесии сжимаемых и упругих жидкостей. Здесь из физических соображений вместо λ вводится коэффициент ε, выражающий силу упругости каждого элемента сжимаемой жидкости. Такова краткая характеристика достижений в области аналитической гидростатики в XVIII в.

Наиболее распространенными работами в серии исследований по гидромеханике XVII и XVIII вв. были гидравлические расчеты различных водяных двигателей, расчеты течения воды в трубах, каналах и т. п.

В письме к Боргиусу Ф. Энгельс писал: «Вся гидростатика (Торричелли и т. д.) вызвана была к жизни потребностью регулировать горные потоки Италии в XVI и XVII веках»[3]. В равной мере это относится к гидравлике: «Торричелли... в зависимости от промышленных гидротехнических сооружений впервые изучает движение жидкостей»[4].

Достаточно подробная библиография работ по гидравлике[5] начинается с работ итальянских авторов XVI—XVII вв. Обширный сборник трудов итальянских авторов по гидравлике вышел во Флоренции в 1722 г., затем в Парме в 1766 г. появился еще один сборник под названием «Новое собрание авторов, которые трактовали о движении вод»[6]. Сюда вошли работы Кастелли, Гульемини, Гранди и других, что составляло в общей сложности семь томов.

Интерес к водяным двигателям особенно усилился во второй половине XVII — первой половине XVIII в., когда мануфактурное производство в странах Европы все более дифференцировалось, а цеховое оборудование усложнялось. Потребовались гидравлические двигатели с более высоким коэффициентом полезного дейст-

---

[1] См. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Примечание редакторов русского перевода в кн.: Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 588.
[2] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, с. 263.
[3] Маркс К., Энгельс Ф. Соч., т. 39, с. 174.
[4] Там же, т. 20, с. 501.
[5] Montucla T. F. Histoire de mathématique, t. 3, 1802, p. 691—832.
[6] Nuova raccolta d'auctori che trattano del moto dell'aque. Parme, 1766.

вия и более приспособленные к эксплуатации при различных условиях падения воды, ее расхода и пр.

В трактатах Б. Белидора[1] и Р. Прони[2], занимавших весьма видное место в научно-технической литературе XVIII в., даются не только подробное описание, рисунки, чертежи, но и анализ действия разнообразных гидравлических машин.

Водяные двигатели получили широкое распространение в этот период и в России. На картах России XVI—XVII вв. речки испещрены черточками, обозначавшими плотины и водяные мельницы с колесами различного типа. Мутовчатые мельницы, встречавшиеся на Руси в средние века, были прообразом современных турбин[3].

Наиболее значительные в теоретическом отношении исследования по гидравлике XVIII в. связаны с именами И. и Д. Бернулли и Л. Эйлера.

Отец и сын Бернулли в работах 1727—1740 гг. рассматривали главным образом одномерные течения. Слово гидродинамика ввел в науку Бернулли в трактате, название которого определяло сущность этого учения: «Гидродинамика, или записки о силах и движениях жидкости»[4]. Но следует заметить, что если судить по содержанию трактата, этот термин у Д. Бернулли соответствует современному «гидравлика»[5]. Завершив в 1738 г. труд, начатый в Петербурге, Д. Бернулли в предисловии отмечает: «Я охотно объявляю, что главнейшая часть этой работы обязана руководству, замыслам и поддержке со стороны Петербургской академии наук»[6].

Трудно охарактеризовать этот труд удачнее, чем это сделал Лагранж: «Произведение, которое вообще блещет анализом, столь же изящным по своему изложению, сколь простым по своим выводам»[7]. Все сочинение, исключая гидростатику (часть II), пронизано единым методом, основанным на применении принципа сохранения механической энергии (или живых сил): «Важнейшим началом является сохранение живых сил, или, как я выражаюсь, равенство между действительным опусканием и потенциальным подъемом»[8].

Д. Бернулли поясняет, что выражение «потенциальный подъем» он вводит в употребление вместо выражения «живая сила», считая первое «более приемлемым для некоторых философов». Он намекает на те оживленные дискуссии, которые происходили в

---

[1] Belidor B. Architecture hydraulique.
[2] Prony R. Nouvelle architecture hydraulique. Paris, 1790.
[3] См.: Данилевский В. В. Русская техника. Л., Лениздат, 1948, с. 272.
[4] См.: Бернулли Д. Гидродинамика, с. 9.
[5] Тогда как термин «гидравлика» в XVIII в. часто применялся в более общем смысле и соответствовал современному «гидродинамика».
[6] Бернулли Д. Гидродинамика, с. 9.
[7] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 2, с. 305.
[8] Бернулли Д. Гидродинамика, с. 27.

XVIII в. вокруг понятий механики. Итак, потеря высоты текущей жидкостью вызывает приращение кинетической энергии.

Чрезвычайно существенным вкладом Д. Бернулли является введение им гипотезы поперечных сечений и формулировка принципа неразрывности: «...оказалось необходимым ввести еще одно допущение, а именно следующее: после того как, конечно, мысленно мы представили себе жидкость разбитой на слои, перпендикулярные к направлению движения, мы допускаем, что части жидкости одного и того же слоя движутся с равной скоростью, так что скорость жидкости оказывается повсюду обратно пропорциональной соответствующему сечению сосуда» [1].

Первую аналитическую запись этого важного положения о неразрывности движения дал Эйлер (см. ниже). Д. Бернулли решает с помощью энергетического метода задачи об определении скоростей жидкостей, вытекающих из сосуда через отверстие (в боковой стенке, в дне и т. д.), о нахождении времени вытекания воды и другие.

Наиболее оригинальны X, XII, XIII отделы трактата. В отделе X изучается механика газов. Здесь приводится известный закон Бойля — Таунлея — Мариотта обратной пропорциональности давления и объема газа, рассматривается отклонение от этого закона для высоких плотностей.

Далее Д. Бернулли делает попытку определения упругой силы воздуха. Свойство упругости воздуха интересовало его как потенциальная возможность введения нового типа двигателя. В этой связи в X отделе после обсуждения, каковы могли бы быть движущие силы, полученные сжатием воздуха в цилиндре с поршнем, Д. Бернулли ставит вопрос о еще большей силе, которую могли бы дать «огненные машины» (паровые), а также о той небывало большой силе, которая могла бы быть освобождена при превращении «огненного порошка» (пороха) в газ при его сгорании.

Интерес Д. Бернулли к тем свойствам жидкостей и газов, которые могли бы быть использованы в двигателях нового типа, закономерен. Поиски такого рода были актуальными в середине XVIII в. Позже он опубликовал интересный проект реактивного судна.

Здесь же в «Гидродинамике» он приступает к теоретическому исследованию проблемы реакции струи жидкости, вытекающей из сосуда. Интересно сопоставление сосуда с вытекающей водой и пушки, на которую действует вылетающее ядро. Упомянув в начале XIII отдела возможность использовать силу реакции истекающей воды для приведения в движение кораблей, Д. Бернулли окончательно формулирует это предложение в § 26: сила, толкающая корабль вперед, равна реакции вытекающей воды, уменьшенной на величину силы, проистекающей от инерции

[1] Там же, с. 30.

воды, непрерывно вливаемой в корабль[1]. Ту же задачу расчета силы реакции Д. Бернулли решает в исследовании, удостоенном премии на конкурсе Парижской Академии наук в 1753 г. на изыскание наилучшего корабельного двигателя.

Наряду с точными математическими расчетами, составляющими большую часть трактата «Гидродинамика», в некоторых его отделах (X, XI) встречаются чисто качественные рассуждения в духе картезианской физики, к воззрениям которой примыкали Д. Бернулли и его отец: о соударениях частиц среды, о свойствах вихрей и т. п. Так, Д. Бернулли предлагает ввести два равных и противоположных вихря на одной оси. Это, по его мнению, могло бы объяснить многие явления: «По крайней мере уже одно всеобщее взаимное друг к другу тяготение небесных тел, которое не может быть взято под сомнение, в достаточной мере показывает, что следует либо распроститься с вихревой гипотезой, либо допустить совершенно свободное перекрещивание многих вихрей во всех направлениях»[2].

Даниил Бернулли

В 1743 г. вышла в свет «Гидравлика, впервые открытая и доказанная на чисто механических основаниях»[3]. И. Бернулли, который привел в определенную систему знания в области гидравлики. В основу этой системы был положен принцип живых сил.

В первой части «Гидравлики» И. Бернулли рассматривает движение воды в сосудах и цилиндрических каналах, составленных из многих сомкнутых между собой цилиндрических труб.

Вторая часть содержит прямой и общий метод решения задач о движении воды в каналах произвольной формы. Основным рабочим принципом «Гидравлики» является также принцип сохранения механической энергии (живых сил), который И. Бернулли

---

[1] Анализ расчетных формул, указанных здесь Д. Бернулли, и сопоставление этих результатов с более поздними выводами Д. Бернулли, Эйлера и др. по той же задаче можно найти в работе И. А. Тюлиной «Из истории водометного движителя» (ВИЕТ, 1961, вып. 2, с. 107—116).

[2] Бернулли Д. Гидродинамика, с 347.

[3] Bernoulli I. Hydraulica.

разработал в начале XVIII в. В его работе «Рассуждение о законах передачи движения» (1726) и в более позднем исследовании «Об истинном значении живых сил и их применении в динамике»[1] принцип сохранения живых сил провозглашается важнейшим принципом всей механики. И. Бернулли дает специфическую (применительно к механике жидкостей) форму этого закона. Он пользуется понятием давления, вводит его символ, причем определяет не только давление жидкости на стенки в состоянии равновесия, но и внутреннее давление слоев жидкости как в состоянии покоя, так и движения. У И. Бернулли давление всегда выражается прямо или косвенно через вес.

Приведем одну из формул закона сохранения живых сил из «Гидравлики» И. Бернулли (для первой стадии истечения воды из цилиндрической горизонтальной трубы)

$$p = \frac{h^2 - m^2}{2h} v^2,$$

где p — разность давлений жидкости в двух смежных сечениях; v — скорость ее истечения из трубы диаметром m; h — диаметр струи в сечении, близком к выходному сечению трубы.

Наиболее уязвимым местом первоначального варианта «Гидравлики», значительную часть которого (шесть параграфов) И. Бернулли исключил после критики Эйлера, было исследование реакции вытекающей струи.

Кроме энергетического принципа, И. Бернулли использует также и другой прием, в котором связывает ускоряющие и движущие силы. Эти соображения по смыслу равносильны второму закону Ньютона.

Именно этот метод, опирающийся по существу на принцип ускоряющих сил или на второй закон Ньютона, в видоизмененной форме использует в своих замечательных исследованиях по гидравлике Л. Эйлер (1750-е годы).

Гидродинамические исследования начала XVIII в. связаны с разработкой теории сопротивления жидкостей. Книга вторая ньютоновских «Начал» посвящена проблемам движения тел в среде с сопротивлением и проблемам движения жидкостей. Сначала Ньютон рассматривает движение тяжелой материальной точки в среде, сопротивление которой предполагается зависящим линейно от скорости движения. Затем рассматриваются задачи с квадратичными законами сопротивления и, наконец, с двучленным законом, содержащим линейное и квадратичное слагаемые. Движение тяжелой точки, брошенной под углом к горизонту, он рассматривает только для случая квадратичного сопротивления.

[1] См.: Бернулли И. Избранные сочинения по механике, с. 41.

Случаи движения точки при линейном законе сопротивления изучал Валлис, при квадратичном законе — Гюйгенс.

Что касается природы сил сопротивления движению тела в среде (как позже стали говорить — сопротивления давления), то Ньютон считал, что определяются они тремя факторами: сцеплением, трением и плотностью.

Существенную роль в построении теории сопротивления движению тел в жидкости или в воздухе у Ньютона играл эксперимент. Во второй книге «Начал» описываются 13 опытов, проведенных с шарами, падающими в сосуд с водой, а также опыты физиков этого времени Ф. Гоуксби и Ж. Дезагюлье с падением шаров в воздухе.

Сравнивая результаты опытов с теорией, Ньютон нашел, что сопротивление движению шаров как в воде, так и в воздухе с помощью его теории представляется в общем правильно.

О сопротивлении трения, оказываемом жидкостью движущемуся в ней телу, Ньютон высказал следующую гипотезу: «Сопротивление, происходящее от недостатка скользкости жидкости, при прочих одинаковых условиях предполагается пропорциональным скорости, с которой частицы разъединяются друг от друга» [1].

В «Началах» содержится ошибочное решение задачи о вращении жидкости в цилиндре с учетом вязкости. Г. Стокс [2] указывает, что суть ошибочных рассуждений Ньютона состоит в том, что вместо моментов сил трения, действующих на наружную и внутреннюю поверхности каждого мысленно выделенного цилиндрического слоя вязкой жидкости, Ньютон ввел в рассмотрение сами эти силы. Результат, полученный Ньютоном, сводится к пропорциональности времени одного оборота частицы расстоянию слоя от оси вращения, тогда как на самом деле это время пропорционально квадрату расстояния.

Гипотеза Ньютона о сопротивлении трения долгое время вызывала споры. В течение полутора столетий гидравлики и физики на основании опытных фактов то опровергали, то принимали гипотезу Ньютона. В исследованиях французских ученых второй половины XVIII в. Шези, Кулона сила трения жидкости считалась пропорциональной второй степени скорости течения жидкости в трубах. Г. Гаген, проведя анализ опытов французских ученых XVIII в. Купле, Боссю и Дюбуа, вывел закономерность, в которой трение воды о твердое тело пропорционально скорости в степени 1,75.

В конце XVIII в. Кулон изобрел крутильные весы, с помощью которых изученные им законы кручения проволоки применялись к экспериментальному исследованию сопротивления жидкости. Для этого круглые горизонтальные диски, подвешенные на про-

[1] Ньютон И. Начала, с. 486, см. также Космодемьянский А. А. Работы Ньютона по динамике и гидродинамике.—В кн.: Московский университет — памяти Исаака Ньютона, с. 81—88.

[2] Stokes G. G. Mathematical and physical Papers, vol. 1, p. 103.

волоке и погруженные в жидкость (воду, масло), получали крутильные колебания. Сила трения замедляла движение и служила причиной затухания колебаний. Кулон пришел к выводу, что липкость для масла в 17,5 раза больше, чем для воды. Смазывание поверхности диска салом не меняет зависимости, следовательно, трение происходит в слоях жидкости, а не на смоченной поверхности. Сопротивление трения жидкости не зависит от давления.

Кулон полагал[1] сопротивление трения зависящим от скорости согласно формуле av^2+bv, где v — скорость движения, a и b — эмпирические коэффициенты, определяемые в различных условиях опыта. Опыты Кулона сыграли важнейшую роль в развитии теории сопротивления. После них на трение стали смотреть как на измеряемую долю сопротивления.

В начале XIX в. Жирар провел ряд опытов, целью которых было уменьшить погрешность от употребления средней скорости в трубах. Жирар понимал, что, по существу, необходимо вводить в рассмотрение относительную скорость внутренних струй жидкости. Не умея определять относительные скорости слоев жидкости, Жирар путем сужения трубки старался уменьшить ошибку, оперируя средней скоростью. Однако в действительности ошибка все еще была существенной.

Экспериментальные средства совершенствовались, опытные данные накапливались, и вскоре Навье придал гипотезе Ньютона несколько иную формулировку, после чего эта гипотеза утвердилась в теории вязкой жидкости. В формулировке Ньютона сила трения предполагается пропорциональной скорости, с которой частицы «разъединяются друг от друга», т. е. относительной скорости концентрических слоев жидкости (если она протекает в трубке). Для этой величины Навье ввел количественную меру, пропорциональную градиенту скорости $\partial v/\partial n$ или производной скорости по нормали к направлению скорости.

В различных странах Европы в XVIII в. проводились многочисленные исследования по определению эмпирических формул для сопротивления воздуха движению артиллерийского снаряда (сопротивление движению).

Д. Бернулли во время пребывания в Петербурге в 1726—1727 гг. проводил опытные стрельбы. Теоретический анализ опытных результатов, данный Д. Бернулли, привлек внимание молодого Эйлера. Уже в 1727 г. появилось одно из первых исследований Эйлера по баллистике «Размышления по поводу недавно предпринятых опытов стрельбы из орудий»[2], где рассматривается вопрос о движении тела с учетом сопротивления среды. Более подробное и обширное исследование проблемы обтекания тел

---

[1] См. Петров Н. П. Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости.—В кн.: Гидродинамическая теория смазки. М. — Л., ГТТИ, 1934, с. 32.

[2] Euler L. Meditationi in experimenta tormentorum nuper instituta.— Opera postuma, t. 2, 1862, p. 800—804.

жидкостью Эйлер предпринял в 1745 г. в связи с существенней-шей переработкой книги Б. Робинса «Новые основания артиллерии» (1742)[1]. Среди фундаментальных комментариев Эйлера к каждому разделу книги Робинса имеются рассуждения, сыгравшие важную роль в развитии гидромеханики в целом. Так, Эйлер замечает, что если «текучая среда была бы бесконечно тонкой», так что трение слоев ее отсутствовало бы, «то тело не испытывало бы никакого воздействия от столкновения с такой текучей средой и, следовательно, не встречало бы в ней никакого сопротивления».

Таким образом, Эйлер формулирует основной тезис гидродинамики идеальной жидкости. Этот вывод сделан в процессе определения величины силы воздействия потока в канале на равномерно движущееся в нем твердое тело. Эйлер указывает, что ненулевое сопротивление тел в реальной жидкости появляется за счет срыва струй. Для уменьшения сопротивления Эйлер предложил заострять корму корабля.

В баллистических исследованиях Эйлер неоднократно делает замечания о факторе вязкости жидкости, который следует учитывать для определения полного сопротивления. Специально этому вопросу посвящена его работа «Попытка теории трения жидкости»[2] (1751). Здесь Эйлер пытается выразить с помощью математических соотношений потерю динамического напора (говоря современным языком) за счет трения жидкости о стенки канала. При этом используются эмпирические коэффициенты. Опыты, в которых они получены, Эйлер анализирует, проявив глубокий интерес к физической стороне явления.

Труды Ж. Даламбера по гидродинамике начали появляться почти одновременно с гидродинамическими исследованиями Эйлера. Сочинение Даламбера 1744 г. «Трактат о равновесии движения жидкостей»[3], по словам автора, пронизано стремлением соединить геометрию (математику, а точнее, аналитические методы) с физикой (результатами опытов). Даламбер занимался экспериментальными исследованиями сопротивления движению тел в жидкости в связи с запросами кораблестроения. Его подход ко всем задачам механики системы и, в частности, к вопросам гидромеханики базируется на основной идее, выраженной в его знаменитом принципе, согласно которому законы динамики могут быть представлены в форме уравнений статики. В упомянутом трактате этот метод применяется к разнообразным тонким вопросам движения жидкости в трубах или сосудах. Даламбер исследовал законы сопротивления при движении тел в жидкостях и указал интегрируемый в квадратурах случай. Процесс образования вихрей и разреженности за движущимся телом он объяснил вязкостью жидкости и ее трением о поверхность обтекаемого тела.

---

[1] Robins B. New principes of gunnery. London, 1742.
[2] Euler L. Tentamen theorie de frictione fluidorum.
[3] D'Alambert J. L. Traité de l'équilibre du mouvement des fluides.

В 1775—1777 гг. Даламбер, Кондорсе и Боссю провели серию опытов над сопротивлением плавающих тел в безграничной жидкости и в узких каналах. Такие задачи выдвигались практикой кораблестроения (обтекание тел, ограниченных кривыми поверхностями, напоминающими контур корабля). Результаты этих опытов, опубликованные в отчете «Новые эксперименты о сопротивлении жидкостей» (1777), подвергали сомнению одно из существенных положений теории сопротивления Ньютона, а именно пропорциональность сопротивления тела квадрату синуса угла между направлениями скорости потока и касательной к поверхности тел. В настоящее время формула Ньютона применяется для приближенного решения ряда задач газовой динамики. Таким образом, в XVIII в. теория сопротивления среды, в отличие от других разделов гидродинамики, черпала основные зависимости из опыта и наблюдения [1].

Мы переходим теперь к теоретическим гидродинамическим исследованиям. В 1748 г. Берлинская Академия наук объявила конкурс на лучшее исследование о сопротивлении жидкостей. Вскоре Даламбер представил работу по этой проблеме. Но академия вернула ему рукопись с рекомендацией сравнить выводы с результатами опытов. В конце 1752 г. он опубликовал книгу «Опыт новой теории сопротивления жидкостей» [2].

Во введении он дает критический обзор развития гидромеханики до середины XVIII в. Многие положения гидромеханики Ньютона он считает гениальными, но недоказанными или «неприменимыми к природе». Даламбер отмечает, однако, что большинство геометров, нападающих на ньютонову теорию сопротивления, имели успех не более чем Ньютон. Выделив в виде исключения Д. Бернулли, которого тут же он во многом и упрекает, Даламбер заявил, что он (Даламбер) владеет новым мощным принципом механики, и только трудность вычислений делает невозможным сравнение его теории с экспериментом.

Принцип, с помощью которого Даламбер решал все задачи динамики, состоял в уравновешивании так называемых потерянных сил или в сведении задач динамики формально к уравнениям статики. В гидростатике Даламбер использовал уравнения равновесия идеальной жидкости в частных производных, введенных Клеро. Так были получены первые дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости, о которых Лагранж сказал, что они «не обладали еще всей той общностью и простотой, которые им могут быть приданы» [3].

Оригинальным результатом Даламбера является введение им в названном сочинении комплексной скорости как функции комплексной координаты точки для плоского безвихревого течения

---

[1] См.: Слезкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости, с. 14.

[2] D'Alambert J. L. Essai d'une nouvelle théorie sur la résistance des fluides.

[3] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 2, с. 307.

несжимаемой жидкости. В этом же сочинении Даламбер заметил теоретический факт отсутствия сопротивления телу, движущемуся равномерно и прямолинейно в покоящейся идеальной жидкости. Позже[1] Даламбер впервые назвал это явление «парадоксом, предложенным геометрам теорией сопротивления жидкостей». С тех пор за этим предложением установилось название парадокса гидродинамики.

Фундамент аналитической гидромеханики с четким понятием внутреннего гидродинамического давления, со строгим и ясным выводом уравнений движения идеальной жидкости содержится в нескольких работах Эйлера, относящихся к 1750—1766 гг.

В мемуаре 1752 г. «Принципы движения жидкостей»[2] Эйлер по существу пришел к важнейшим соотношениям гидродинамики идеальной жидкости. В статье содержится вывод уравнения неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

где x, y, z — координаты частицы в неподвижной системе отсчета (как теперь называют в механике сплошной среды — «эйлеровы координаты» частицы), u, v, w — компоненты скорости частицы в той же системе координат.

Исследуя движение твердого тела в жидкости, Эйлер фактически вводит новую механическую модель — модель сплошной среды, основанную на его новой аксиоме. Сущность этой аксиомы состоит в том, что второй закон Ньютона, впервые записанный Эйлером в виде трех дифференциальных уравнений движения материальной точки

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = P, \quad M\frac{d^2y}{dt^2} = Q, \quad M\frac{d^2z}{dt^2} = R,$$

он считает справедливым и для элемента твердого тела или жидкости, мысленно выделенного из всей среды. При интегрировании всех этих элементарных соотношений по целому объему, строго говоря, потребовался бы обобщенный интеграл Стильтьеса, взятый по совокупности дискретных точек, но аксиома Эйлера позволяла обойти этот вопрос. Можно согласиться с Трусделлом[3] в том, что этот новый закон механики Эйлера содержит фундаментальную идею механики континуума, развитую в XIX в. Коши, Кирхгофом и другими. Новый подход позволил Эйлеру составить дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости. Рассматривая элементарный параллелепипед жидкости с ребрами dx, dy, dz, Эйлер находит аналитические выражения для ускорения жидкой частицы с массой $q\,dx\,dy\,dz$ (где q — плотность) и приравнивает их соответствующим проекциям сил, отнесенных к

[1] D'Alambert J. L. Suite des recherches sur le mouvement des fluides.
[2] Euler L. Principes du mouvement des fluides. Berlin. 1752.
[3] Introd. to v. 12 sér. 2 Opera omnia L. Euleri, 1954, p. 42.

единице массы. В этих проекциях силовое воздействие на жидкий элемент за счет гидродинамического давления имеет вид:

$$\frac{1}{q}\,\frac{\partial p}{\partial x},\quad \frac{1}{q}\,\frac{\partial p}{\partial y},\quad \frac{1}{q}\,\frac{\partial p}{\partial z},$$

здесь p — внутреннее давление жидкости.

Там же Эйлер вводит функцию S, которую позже Гельмгольц назвал потенциалом скоростей, и находит условие безвихревого течения жидкости, записывая уравнение, которое теперь стало носить имя Лапласа.

Один из параграфов мемуара посвящен вопросам трения жидкости в трубах.

Наиболее известен мемуар Эйлера «Общие принципы движения жидкостей»[1], который по праву считают важнейшей из его гидродинамических работ. Здесь заново и предельно ясно излагаются результаты «Принципов движения жидкостей». Для неизвестных функций — компонентов скорости u, v, w, давления p, плотности q и температуры r — составлены пять условий: уравнение неразрывности, три уравнения движения и уравнение состояния: $p=p\ (q,\ r)$ — соотношение, отражающее физические свойства жидкости, в котором давление рассматривается как функция плотности и температуры.

Эйлер не вводил в рассмотрение энергетическое соотношение (оно, как и уравнение состояния, выходит за рамки механики). Уравнение неразрывности здесь имеет вид

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\frac{\partial (qu)}{\partial x}+\frac{\partial (qv)}{\partial y}+\frac{\partial (qw)}{\partial z}=0$$

а дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости записаны в форме, которая сохранилась до наших дней:

$$P-\frac{1}{q}\,\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial t}+u\,\frac{\partial u}{\partial x}+v\,\frac{\partial u}{\partial y}+w\,\frac{\partial u}{\partial z},$$

$$Q-\frac{1}{q}\,\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{\partial v}{\partial t}+u\,\frac{\partial v}{\partial x}+v\,\frac{\partial v}{\partial y}+w\,\frac{\partial v}{\partial z},$$

$$R-\frac{1}{q}\,\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial w}{\partial t}+u\,\frac{\partial w}{\partial x}+v\,\frac{\partial w}{\partial y}+w\,\frac{\partial w}{\partial z},$$

где P, Q, R — компоненты внешних сил, отнесенных к единице массы.

В этом обширном мемуаре разработан аналитический аппарат гидродинамики; кроме того, Эйлер решает здесь многие теоретические проблемы: снова выводит условие безвихревого течения жидкости, по существу подходит к введению понятия полного

---

[1] Euler L. Principes généraux du mouvement des fluides.— Histoire de l'Académie de Sciences de Berlin, t. IX (1755), 1757, p. 274—315.

интеграла уравнений в частных производных, фактически вводит функцию тока, которую Лагранж[1] впоследствии определил равенствами:

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial\psi}{\partial x},$$

где ψ — функция тока, u и v — составляющие скорости по осям OX и OY.

Введя потенциалы сил и скорости, Эйлер в § 27 получает соотношение, которое стали называть интегралом Лагранжа — Коши для случая несжимаемой жидкости.

Лагранж[2] вывел дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости в новой форме, положив в основу метод, который теперь носит его имя. В этом методе, встречающемся и в работах Эйлера, исследуются изменения, характеризующие движение частицы жидкости: скорость, плотность и давление как функции времени и тех чисел («номеров»), которыми отмечается индивидуальность каждой частицы. В роли такого номера частицы берутся ее начальные координаты. Уравнения Лагранжа имеют вид:

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - X\right)\frac{\partial x}{\partial a} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - Y\right)\frac{\partial y}{\partial a} + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - Z\right)\frac{\partial z}{\partial a} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial a} = 0,$$

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - X\right)\frac{\partial x}{\partial b} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - Y\right)\frac{\partial y}{\partial b} + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - Z\right)\frac{\partial z}{\partial b} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial b} = 0,$$

$$\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - X\right)\frac{\partial x}{\partial c} + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - Y\right)\frac{\partial y}{\partial c} + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - Z\right)\frac{\partial z}{\partial c} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial c} = 0,$$

где a, b, c — начальные координаты некоторой частицы жидкости; x, y, z — ее координаты в момент времени t; X, Y, Z — составляющие внешних сил, отнесенных к единице массы; p, ρ — давление и плотность в точке, занимаемой частицей в момент времени t.

Рассматривая частные случаи течения жидкости, Лагранж пришел к важной теореме о сохранении безвихревого движения идеальной баротропной жидкости в поле консервативных сил[3]. Для безвихревого движения идеальной жидкости он нашел один из первых интегралов движения, позже обобщенный Коши и получивший имя интеграла Лагранжа — Коши[4].

В 1793 г. по заданию Конвента во время блокады молодой французской республики Лагранж занимался задачей определения взрывной силы пороха в канале ствола орудия. Баллистические исследования Лагранжа были опубликованы С. Пуассоном

---

[1] Lagrange J. L. Mémoire sur la théorie du mouvement des fluides.—Oeuvres, vol. 4, p. 720.

[2] Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 2, с. 317.

[3] Там же, с. 335.

[4] В работах Л. Эйлера 1770 г. уже имелся этот интеграл. См. об этом: Космодемьянский А. А. Очерки по истории механики, с. 111.

лишь в 1832 г. Они положили начало многочисленным и более детальным исследованиям так называемой лагранжевой баллистической проблемы [1].

В XVIII столетии в области гидромеханики были открыты многие общие и частные законы, была разработана теория давлений внутри жидкости. Д. Бернулли сформулировал, а Л. Эйлер впервые аналитически записал закон неразрывности жидкости. Иоганн и Даниил Бернулли разработали энергетический принцип гидромеханики, особенно эффективно применяемый для одномерных течений жидкости. Этот метод долгое время был важнейшим инженерным способом расчета течения жидкости в трубах, каналах, струе (в XIX в. энергетическое уравнение Бернулли дополнили слагаемыми с эмпирическими коэффициентами, учитывающими вязкость и внутреннее трение жидкости).

В гидромеханике идеальной жидкости были получены следующие теоретически важные результаты: условие равновесия идеальной жидкости в поле консервативных сил, теория фигуры Земли, закон сохранения потенциального движения идеальной жидкости, интеграл Лагранжа; была начата разработка теории волн.

Однако гидромеханика идеальной жидкости, построенная в виде стройной логической системы знаний, не стала рабочим аппаратом инженерной механики и гидротехники. Из этой теории вытекали явно парадоксальные для реальных условий следствия (парадокс Даламбера — Эйлера об отсутствии сопротивления установившемуся движению шара в жидкости).

Ученые, изучавшие свойства реальной жидкости, считали гидромеханику идеальной жидкости весьма ограниченной по своим возможностям. Так, Ш. Боссю, отмечая выдающиеся математические достижения Даламбера, Эйлера и Лагранжа в гидромеханике идеальной жидкости, писал: «Совместные усилия великих геометров, видимо, исчерпали все ресурсы, которыми располагает анализ для определения движения жидкостей. К несчастью, по самой природе вопроса эти расчеты настолько сложны, что их можно рассматривать как сами по себе драгоценные математические истины, но не как символы, которыми можно наглядно описать действительное и физическое движение жидкостей» [2].

Боссю предлагает далее восполнить этот пробел экспериментальными исследованиями. Таким путем, говорит он, можно создать «нечто вроде теории, лишенной, правда, геометрической стройности, но простой, легкой и приспособленной к наиболее насущным нуждам практики» [3].

Глубокие экспериментальные исследования Купле, Шези, Боссю, Дюбуа, Кулона, Пито и других ученых XVIII в. были исполь-

[1] Тюлина И. А., Надеева Р. И. К истории одной задачи внутренней баллистики.— ИМЕН, вып. IX, 1970, с. 113—121.
[2] Цит. по кн.: Погребысский И. Б. От Лагранжа к Эйнштейну, М., «Наука», 1966, с. 65.
[3] Там же.

зованы в XIX в. при построении математической теории вязкой жидкости.

Знания, накопленные учеными XVIII в. о законах равновесия и движения упругих тел и жидкостей, подводили механику начала XIX в. к обобщениям, которые вели к выделению механики сплошной среды в самостоятельную дисциплину со своими понятиями и со своим математическим аппаратом.

Существенным достижением гидромеханики XVIII в. было введение модели идеальной жидкости, основанной на гипотезе о перпендикулярности давления к элементарной площадке и о независимости давления от ориентации этой площадки в любой точке движущейся или покоящейся жидкости. Континуальные представления гидромеханики нуждались в одном естественном дополнении: в понятии касательного напряжения для построения модели реальной жидкости или общей модели сплошной среды.

Однако и в рамках абстракции идеальной жидкости развитие гидромеханики в XIX в. дало важные результаты.

В 1815 г. Коши строго доказал теорему Лагранжа о сохранении безвихревого течения идеальной баротропной жидкости в поле консервативных сил. Наибольший практический интерес представляет плоское безвихревое течение несжимаемой жидкости. В этом случае большие возможности имел метод рассмотрения комплексной скорости как аналитической функции от комплексной координаты частицы. Этот метод был введен еще Даламбером и Эйлером, значительно продвинут Лагранжем; в XIX в. важные результаты в этой области были получены Кирхгофом, Гельмгольцем, Бобылевым, Жуковским во второй половине XIX в., позже Леви-Чивита и Чаплыгиным.

Разработка пространственной задачи о движении идеальной несжимаемой жидкости, где метод комплексного переменного был неприменим, развивалась иным путем в тесном контакте с электростатическими и гравитационными задачами теории потенциала. Ряд задач об обтекании тел различной формы пространственным безвихревым потоком несжимаемой жидкости был решен в трудах Пуассона (1828), Стокса (1843), Лежен-Дирихле, Клебша, Бельтрами, Грина, Рэнкина в середине XIX в.

Общая теория произвольного движения твердого тела в идеальной несжимаемой жидкости явилась существенным разделом аналитической динамики; здесь было найдено несколько интегрируемых случаев уравнений движения в работах Клебша, Ляпунова, Стеклова, Чаплыгина. В тесной связи с названной проблемой находилось классическое сочинение Жуковского «О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью» (1885). Впоследствии эта работа послужила исходным этапом ряда важных научных и технических исследований (в частности, в ракетодинамике во второй половине XX в.).

Новыми разделами гидромеханики идеальной жидкости в XIX в. были волновое и вихревое движение. Проблемы расчета боковой, килевой качки корабля, распространения волн океана, водоема, рек вызвали к жизни теорию волнового движения жидкости. Классические исследования Лагранжа 1781 г. по теории длинных волн заложили основу общей теории, результаты которой были в согласии с данными опытов и наблюдений. Лагранж записал дифференциальное уравнение распространения волн на поверхности тяжелой жидкости и вывел формулу для скорости их распространения.

В 1815—1816 гг. Коши и Пуассон разработали фундамент теории волн малой амплитуды. Сущность их метода — линеаризация граничных условий, рассматриваемых как источник возмущения покоящейся жидкости. Теорию волн успешно развивали в дальнейшем Остроградский, Эри, Стокс, Рэнкин, Томсон, Рэлей, Дж. Дарвин, Ламб и другие.

Основы гидродинамики вязкой жидкости[1] были заложены в работах Навье, Пуассона, Стокса.

В «Мемуаре о движении жидкости с учетом сцепления молекул»[2] Навье вывел уравнение движения несжимаемой вязкой жидкости на основе молекулярного подхода, считая, что силы взаимодействия молекул движущейся жидкости пропорциональны их относительной скорости. Уравнение движения в проекции на ось абсцисс в записи Навье имело вид

$$X-\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}+$$
$$+\varepsilon\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)=0,$$

где постоянная ε — некоторая физическая характеристика жидкости; u, v, w — составляющие скорости частицы по направлениям декартовых осей координат, p — давление.

Развивая дискретную молекулярную концепцию Навье, видоизменяя физическую модель вязкой жидкости, Пуассон (1829) обобщил его исследования и вывел более общие уравнения движения сжимаемой вязкой жидкости с учетом теплопередачи.

Стокс направил гидромеханику вязкой жидкости в русло континуальной концепции. Он ввел в рассмотрение среднюю регулярную скорость жидкости в окрестности частицы (молекулы), пренебрегая иррегулярной частью скорости, зависящей от межмолекулярных расстояний и взаимодействий. Основной физической гипотезой Стокса при выводе общих уравнений движения вязкой жидкости было предположение линейной зависимости шести компонент напряжения от шести компонент скоростей деформации

---

[1] Подробнее см. об этом во введении к кн.: Слезкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости.

[2] Navier A. Mémoire sur les lois du mouvement des fluides.

жидкой частицы. Первая строка (по оси абсцисс) уравнений Стокса имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=$$

$$=F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right),$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости.

О роли Стокса в развитии точной теории движения вязкой жидкости читаем[1]: «Внимание к физической стороне дела, учет экспериментальных результатов, ясная кинематическая картина движения и исчерпывающая формулировка исходного динамического «принципа» — все это в сочетании с несколькими удачными применениями теории сделало работу Стокса основным отправным пунктом для дальнейших работ по теории вязкой жидкости. Уравнения движения, выведенные в ней в пятый (!) раз, стали называть уравнениями Навье — Стокса, хотя Стокс указывает в работе на то, что они были раньше выведены и Коши, и Пуассоном. Но он не знал, что на два года раньше они были выведены и Сен-Венаном, при том, как это ни удивительно для апологета молекулярной механики, вполне в стиле континуальной механики».

В конце XIX в. усилились поиски возможностей полета на аппаратах тяжелее воздуха. С историей авиации тесно связано развитие аэромеханики.

Интерес к проблемам воздухоплавания возрастал не только на Западе (Лилиенталь, Блерио, братья Райт и другие), но и в России. Выдающийся русский ученый Д. И. Менделеев проявлял живой интерес к проблемам воздухоплавания. Он создал ряд ценных работ, посвященных изучению свойств газов, паров и теории сопротивления. Конструктивные предложения к созданию летательных аппаратов внесли А. Ф. Можайский и К. Э. Циолковский.

Н. Е. Жуковский в конце XIX в. рассмотрел проблему планирующего полета (парения) птиц, сравнивая это явление с движением пластинки в воздухе под некоторым углом атаки. В лабораториях Московского университета, в Кучино и в Московском высшем техническом училище Жуковский, его сотрудники и ученики вели экспериментальные исследования по аэромеханике. В результате появились фундаментальные научные достижения Жуковского, послужившие основой аэродинамики. Свои взгляды Жуковский развивал в ряде докладов о теории летания, например в обширном докладе «О воздухоплавании» (1898).

В начале XX в. он выдвинул идею о возникновении подъемной силы крыла при движении его в потоке воздуха. Этот важный результат (теорема Жуковского о подъемной силе крыла) был

[1] Погребысский И. Б. От Лагранжа к Эйнштейну, с. 129.

опубликован в 1906 г. в мемуаре «О присоединенных вихрях»[1]. Несколько позже Жуковский совместно с Чаплыгиным сформулировал не менее важную гипотезу (о сходе струй с острой задней кромки и о конечной скорости в этой точке), необходимую для определения величины циркуляции скорости по контуру крыла.

В области теоретической аэродинамики Жуковский получил и другие важные результаты[2]: создал метод рулей Жуковского, метод изогнутых крыльев или «профилей НЕЖ», вихревую теорию воздушного винта и т. д.

Проблема истечения пара из котла под большим давлением, турбиностроение, теория полета артиллерийского снаряда, акустика, термодинамика были тесно связаны с зарождением еще одной отрасли механики сплошной среды — газовой динамики[3]. Эффект сжимаемости жидкости (изменение плотности в пространстве и времени в известной зависимости от давления) был новым явлением по сравнению с гидроаэромеханикой несжимаемой среды.

Уже говорилось о том, что Ньютон теоретически определил скорость звука, фактически исходя из допущения об изотермическом характере распространения звука. Скорость звука выражалась корнем квадратным из отношения давления газа к его плотности. Позже Лаплас показал, что распространение звуковых колебаний ближе подходит к адиабатическому процессу. Это привело Лапласа к формуле для скорости звука, в которой под корнем было то же самое выражение, что и у Ньютона, умноженное на отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме.

Физические особенности движения сжимаемой жидкости или газа, например, воздуха со сверхзвуковой скоростью (именно тогда проявляется свойство сжимаемости воздуха) были подмечены Доплером, Махом и Риманом в середине и второй половине XIX в. Основная особенность таких течений газа — наличие линий возмущения и ударных волн. Одномерная теория скачка уплотнения, устанавливающая связь давления и плотности до и после ударной волны, была дана Рэнкиным (1870) и Гюгонио (1887).

Волновое уравнение одномерного течения сжимаемой жидкости записывается аналогично уравнению колебания струны, встречающемуся в исследованиях Даламбера, Эйлера, Д. Бернулли, Лагранжа в середине XVIII в. Позже появились дифференциальные уравнения трехмерного течения сжимаемой жидкости, например осесимметричного течения.

---

[1] См.: Жуковский Н. Е. О присоединенных вихрях.— «Труды Отделения физич. наук Об-ва любителей естествозн.», т. XIII, вып. 2, 1906.

[2] Подробнее об этом см.: Космодемьянский А. А. Очерки по истории механики, с. 123—221.

[3] Меркулова Н. М. К истории газовой динамики в XIX в. — ИМЕН, вып. IX, 1970, с. 59—90.

Риман предложил метод аналитического решения нелинейного уравнения одномерного движения сжимаемой жидкости. Геометрическая разработка этого метода приводила к методу характеристик (сам Риман термина характеристик и их геометрического образа не использовал).

Мах пользовался в конце XIX в. безразмерной величиной, равной отношению скорости течения жидкости к местной скорости звука, в качестве основного критерия подобия газовых потоков. Однако и раньше в баллистических исследованиях Эйлера (1745) встречается это число, получившее в XX в. наименование числа Маха. Этим же критерием пользовался при исследовании полета снаряда Н. В. Маиевский во второй половине XIX в.

В самом начале XX в. в работе «О газовых струях»[1] С. А. Чаплыгин предложил плодотворный метод перехода от физической плоскости течения в плоскость годографа скоростей, в которой нелинейные уравнения газовой динамики становятся линейными. Этот метод был в дальнейшем (через тридцать лет) развит в применении к наиболее актуальным проблемам авиации, турбиностроения, расчета сопел и насадок.

ГЛАВА 3

БОРЬБА МАТЕРИАЛИЗМА И ИДЕАЛИЗМА ВОКРУГ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ В XVIII И XIX ВВ.

§ 1

РАЗВИТИЕ МЕХАНИСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛИЗМА

Французской буржуазной революции конца XVIII в. предшествовала эпоха острой идеологической борьбы против многочисленных защитников католическо-феодального мира, против схоластики, теологии, против солипсизма и других течений идеализма. Выдающиеся мыслители, французские материалисты: Дидро, Гельвеций, Гольбах, Даламбер, Ламетри, Кондильяк, Робинэ — ставили целью радикально-критический пересмотр основ естественнонаучных знаний философии, политики, существующих общественных отношений. Просветители предреволюционной Франции в стремлении выработать новые политические и идеологические воззрения объединились вокруг прогрессивного и по сути рево-

[1] См.: Чаплыгин С. А. О газовых струях.— Учен. зап. Моск. ун-та. Отд. физ.-мат.», 1904, вып. XXI, с. 1—21.

люционного издания — «Энциклопедия, или толковый словарь наук, искусств и ремесел».

Не только политические воззрения энциклопедистов, но и материалистическое освещение научных достижений нового времени вызывали острую враждебную реакцию правящих классов. В 1751 г. редактор «Энциклопедии» Д. Дидро был арестован, издание запрещено; завершить его (в основном) удалось за пределами Франции в 1765 г. Помощником Дидро и редактором физико-математической части издания был Ж. Л. Даламбер, серьезно занимавшийся разработкой философских проблем. Наибольшую известность имеют его труды: «Элементы философии» и «Очерки о происхождении и развитии науки» (вводная статья к «Энциклопедии» с классификацией естественных наук). Резкие антиклерикальные выступления Даламбера создали ему много политических врагов, и несмотря на выдающиеся научные достижения он был избран в члены Парижской Академии наук только после трех попыток.

В конце XVIII в. предметом научных дискуссий стал вопрос о взаимном возмущающем действии планет (вопрос обсуждался не только механиками, но и просветителями, например Гольбахом). Строгое решение математической проблемы устойчивости движения тел солнечной системы (в первом приближении) дали Лагранж и Лаплас; эта проблема широко обсуждалась среди энциклопедистов в духе атеизма. Большинство выдающихся механиков XIX в. обретало уверенность в том, что все явления природы подчинены общим законам механики. Лаплас четко сформулировал принцип механистического детерминизма.

«Все явления, даже те, которые по своей незначительности как будто не зависят от великих законов природы, суть столь же неизбежные следствия этих законов, как обращение солнца... Мы должны рассматривать настоящее состояние вселенной как следствие ее предыдущего состояния и как причину последующего. Ум, которому были бы известны для какого-нибудь данного момента все силы, проявляющиеся в природе, и относительное положение всех ее частей.., обнял бы в одной формуле движения величайших тел вселенной наравне с движениями легчайших атомов: не осталось бы ничего, что было бы для него недостоверно, и будущее, так же как и прошедшее, предстало бы перед его взором» [1].

Лаплас и его последователи — Пуассон, Ампер, Навье, Остроградский — укрепляли и развивали это положение, считая, что все явления природы — капиллярность, упругость, теплообмен, химические и молекулярные явления, электромагнитные процессы — однозначно определены и обусловлены законами механики. Пуассон писал: «Вообще, применяя механику, надо по возможности учитывать все физические обстоятельства, связанные с са-

[1] Лаплас П. С. Опыт философии теории вероятностей, с. 8, 9.

мой природой тел. Уже давно чувствовали, что это необходимо для устранения неопределенности, которая не может осуществляться в природе, где все, действительно, должно быть детерминировано и допускать только одно решение» [1].

Ученик и последователь Лапласа и Пуассона — М. В. Остроградский поставил перед собой программу построения общей механической теории, объединяющей самые различные явления [2]: «Преемники Ньютона развили в самых мелких подробностях великий закон всемирного тяготения и сумели подвергнуть математическому анализу многие важные и трудные вопросы общей физики... Я ставлю себе целью объединить все эти теории, разработать их однородным методом и указать важнейшие их приложения. Я уже собрал необходимые материалы по движению и равновесию упругих тел, по распространению волн на поверхности несжимаемых жидкостей, по распространению тепла внутри твердых тел и, в частности, внутри земного шара... распространение электричества и магнетизма в телах...».

Так была создана и стала реализоваться обширная программа механистического объяснения и описания всех явлений природы, которой руководствовались в своей деятельности многие ученые XIX в.

Новые социально-экономические условия развития производства оказали заметное влияние на развитие механики. По мере развития конкуренции между отдельными фирмами, а затем между крупными их объединениями возникла потребность в быстрых расчетах действия машин и агрегатов; требование строгости и точности теории отходило на второй план. Для разнообразных насущных запросов инженерной практики создавалось особое направление механики — индустриальная механика. Наиболее ярко зарождение и развитие индустриальной механики прослеживается в Парижской Политехнической школе в 1830-х годах. Именно там началось (в конце XVIII в.) преподавание курса построения машин, сначала Ашеттом, затем, Бетанкуром, построившим во Франции первую паровую машину, Ланцем и другими [3]. Механика в учебных курсах для инженеров и техников приобретала все более узкоприкладной характер. В новых руководствах вместо аналитической теории равновесия и движения механической системы преобладали энергетические методы исследования действия машин, водяных колес, механизмов, течения жидкости по каналам. Эти методы не требовали применения аппарата дифференциальных уравнений движения и широко использовали эмпирические коэффициенты, учитывающие потерю скорости на трение и другие виды сопротивлений.

Виднейшими представителями индустриальной механики во

---

[1] Цит. по кн.: Погребысский И. Б. От Лагранжа к Эйнштейну, с. 94.
[2] Остроградский М. В. Избр. труды, с. 394.
[3] См: Боголюбов А. Н. Теория механизмов и машин в историческом развитии ее идей, с. 149—219.

Франции были Ж. Кристиан — «Индустриальная механика» (1822—1825), Ш. Дюпен — «Геометрия и механика технических искусств и ремесел» (1827), Ж. В. Понселе — «Курс индустриальной механики, читанный мастерам и рабочим» (1827—1829), Г. Г. Кориолис — «Вычисление эффекта машин» (1829). В Германии индустриальную механику развивали Ю. Вейсбах, Ф. Редтенбахер, И. Радингер, в Англии — Р. Виллис, в России — А. С. Ершов, Ф. Е. Орлов.

В трудах по индустриальной механике возникло понятие и термин «работа силы» в современном значении. Кориолис ввел коэффициент $^1/_2$ в величину кинетической энергии точки: $mv^2/2$, так как именно такая величина сопоставляется с работой сил в энергетическом соотношении. Появляется понятие мощности, коэффициента полезного действия машины или ее части. Предметом исследования «индустриалов» становится все более широкий круг машин и их деталей: они исследуют действия маховых колес, зубчатых зацеплений, центробежных регуляторов, часовых механизмов, явления удара частей машин, сопротивление трения, движения высокоскоростных паровых машин.

Представители индустриальной механики не могли воспользоваться аппаратом аналитической механики, в котором не были разработаны приложения к разнообразным конкретным проблемам. Между двумя отраслями механики возникла своеобразная отчужденность, о которой высказывались представители обеих сторон. Ф. Клейн писал об аналитической механике[1]: «Несмотря на несомненную красоту этой области, я хотел бы, однако, предостеречь против одностороннего увлечения ею. Когда занимаешься механикой в этой абстрактной форме, то остается не развитым чутье конкретного отдельного случая, а вместе с тем и способность действительно подойти к данной частной механической проблеме и овладеть ею... физик для своих задач может извлечь из этих теорий лишь очень немного, а инженер — ничего. Они представляют собой, так сказать, схему с пустыми клетками, куда нужно уложить сначала пестрый мир явлений, для того, чтобы она приобрела смысл».

§ 2
РЕВИЗИЯ ОСНОВ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ, ПРОВЕДЕННАЯ Э. МАХОМ, И ЕЕ НЕСОСТОЯТЕЛЬНОСТЬ

Во второй половине XIX в. плодотворные и прочные связи механики с другими разделами естествознания стали разрушаться. Уже в оптико-механической аналогии увязка двух различных проблем имела лишь формальный характер в отношении единого

---

[1] Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии, с. 149.

математического аппарата. С точки зрения сохранения единства физических представлений здесь намечались серьезные трудности. Воззрения о сложном взаимодействии двух родов материи (частиц и эфира) были непоследовательны и казались уводящими от истины.

Открытие М. Фарадеем электромагнитной индукции (1837), позже нашедшее широкое применение в технике, во второй половине века начало вступать в противоречие с фундаментальным допущением классической механики — с представлением о дальнодействии. Разработка математической теории электромагнитного поля (работы Максвелла 1855—1865 гг.) и дальнейшее ее развитие в применении к явлениям электромагнитной индукции привели к установлению новых представлений.

Выяснилось, что силовые взаимодействия распространяются с конечной скоростью, кроме частиц появились новые материальные объекты физики — поля. Действие электромагнитного поля трактовалось как близкодействие, распространяющееся со скоростью света от частицы к частице. Электромагнитное поле связывали в конце XIX в. с представлением об эфире как носителе поля. Казалось бы, неподвижный эфир давал возможность выбора привилегированной системы отсчета. Уравнения электродинамики Максвелла в отличие от уравнений движения классической механики не инвариантны по отношению к преобразованиям Галилея. Теоретически электромагнитные, а следовательно и оптические явления должны протекать различно в различных инерциальных системах.

Опыты А. Майкельсона и А. Морли в 1880 г. не подтвердили это теоретическое положение, усугубив противоречия между электродинамикой и механикой (казалось, что опровергался закон сложения скоростей). Это противоречие было преодолено в ходе установления основных положений специальной теории относительности (в работах Г. Лоренца, А. Пуанкаре, А. Эйнштейна) в конце XIX и начале XX в. В специальной теории относительности была установлена инвариантность электродинамических законов в инерциальных системах: при переходе к новой инерциальной системе физические величины (расстояние, время, масса и другие) преобразуются по определенному закону, зависящему от относительной скорости движения системы. Эпоха коренной ломки представлений физики, получившая название кризиса механистической физики, на этом не закончилась.

Существенные изменения происходили в термодинамике, где долгое время господствовали механические представления в трактовке тепловых процессов. В термодинамику и кинетическую теорию газов проникали новые статистические методы. В астрономии зарождались разделы, связанные с открытием спектрального анализа и разработкой методов фотографии.

В 1895—1897 гг. были сделаны великие открытия: лучи Рентгена, радиоактивность, электрон, что зачеркнуло представление о неделимых и непревращаемых друг в друга химических элементах.

Вот основные события, создавшие фон, на котором все ярче проступало новое идейное течение, вырастающее в начале XX в. в философскую школу эмпириокритицизма.

Этому формированию в какой-то мере способствовал конкурс философского факультета Гетингенского университета, объявленный еще в 1869 г., на лучшее сочинение по «Критической истории общих принципов механики». Первую премию получила книга Е. Дюринга «Критическая история общих принципов механики» (Берлин, 1873); вторую — книга Г. Клейна «Принципы механики, представленные исторически и критически» (Лейпциг, 1872).

В странах западной Европы вскоре стали появляться сочинения, продолжающие выполнять программу гетингенского конкурса по пересмотру основных законов и представлений классической механики. Примерами могут служить «Методы в теоретических науках» (1873) Ж. Дюгамеля, первый том «Лекций по математической физике» Г. Кирхгофа с названием «Механика»[1] (1874), книга Г. Герца «Принципы механики, изложенные в новой связи» (1894). Во всех названных сочинениях излагались критические соображения о системе принципов классической механики.

Пересматривая и критикуя механические основы классической физики, определенная группа ученых шаг за шагом отступала от признания объективной ценности физических теорий, трактуя в духе «физического» идеализма новые открытия физики. Обсуждение основ механики в работах этих ученых велось с позиций феноменологизма, при этом основной целью науки объявлялось простейшее математическое описание явлений вместо их объяснения. Среди таких сочинений особое место занимала «Механика. Историко-критический очерк ее развития» Э. Маха (первое издание в Праге 1883 г., русский перевод с шестого немецкого издания 1909 г.).

В фундаментальной работе В. И. Ленина «Материализм и эмпириокритицизм» (1909) вскрыты объективные причины возникновения махизма, а также дан глубокий критический анализ философских основ этого идейного течения.

Рассмотрим несколько детальнее ревизию основ классической механики Ньютона, предпринятую Э. Махом в книге «Механика». Наиболее аргументированной критике подверг Мах концепцию ньютонова абсолютного пространства. Как известно, Ньютон указал экспериментальный критерий различия неинерциального движения. Знаменитый мысленный эксперимент с ведром воды, приведенным во вращательное движение, позволяет (по Ньютону) обнаружить неинерциальное движение воды относительно непод-

---

[1] Феноменологическая программа построения механики в сочинении Кирхгофа критиковалась учеными Московского университета в XIX в. (см.: Тюлина И. А. Развитие механики в Московском университете в XVIII и XIX веках).

вижной системы отсчета благодаря образованию мениска в воде. Мах находит рассуждение Ньютона нелогичным: ведь если бы вращалось не ведро с водой, а вселенная вокруг ведра и воды[1], может быть, образовался бы тот же мениск, как показатель центробежных сил. «Основные принципы механики, — рассуждает Мах, — могут быть поэтому так составлены, чтобы и при относительных движениях получались центробежные силы»[2]. После обширного обсуждения вопроса о возможности различать вращательное и поступательное движения системы отсчета, Мах приходит к выводу, что существуют только относительные движения (вывод сам по себе не новый, четко высказанный еще Гюйгенсом, Ньютоном, Эйлером и многими другими учеными). По поводу признака различия абсолютного и относительного вращения, предложенного Ньютоном, Мах говорит, что он считает «оба случая за один и тот же случай и различие Ньютона за иллюзию»[3].

Критикуя существующие способы выделения инерциальных систем отсчета, Мах приходит к утверждению полной равноправности геоцентрической системы Птоломея и гелиоцентрической системы Коперника: «Оба учения также одинаково правильны, но последнее только проще и практичнее»[4]. По поводу такого вывода можно заметить, что эквивалентность обоих случаев (относительного и абсолютного вращения) и обеих физических систем (геоцентрической и гелиоцентрической) Мах усматривает с позиций эмпириокритицизма: считая задачей науки установление законов и связей между ощущениями, а не между вещами и фактами, существующими вне познающего субъекта. При этом принцип относительности движений доведен Махом до философского релятивизма.

Как же предлагает Мах выбирать системы отсчета в механике? Сделав несколько бесплодных попыток[5] найти лучший способ такого выбора (он пытался указать новый путь относить движение тел «к небу неподвижных звезд»), Мах приходит к выводу, что ньютонианский способ выбора инерциальных систем отсчета остается единственно реализуемым в классической механике. Относительно своих попыток нововведения в этом вопросе Мах говорит: «Мы сделали выше попытку дать закону инерции выражение, отличающееся от обыкновенного». Но эта попытка натолкнулась на затруднение: «...нашему познанию доступно лишь ограниченное число масс, и намеченное суммирование (масс вселенной. — *И. Т.*) не может быть, поэтому, доведено до конца». Что же остает-

---

[1] Фактически в контраргументе Маха используется отвергаемое им понятие абсолютного пространства, когда вводится мысленное вращение вселенной вокруг покоящегося ведра.

[2] М а х Э. Механика, с. 193, 194.

[3] Там же, с. 199.

[4] Там же, с. 193.

[5] Там же, с 196—197.

ся делать механикам? «Мы должны подождать, пока у нас не будет такой более общий опыт. Мы получим его, быть может, по мере расширения наших физико-астрономических знаний...»[1]. В эпоху такого ожидания Мах предлагает выбирать системы отсчета по-прежнему, т. е. по Ньютону. Итак, вместо абсолютного пространства Ньютона (или инерциальных систем отсчета) ничего нового механике Мах фактически не предлагает.

Высказывания Маха о поисках «конструкции всей системы инерции» в зависимости «от отдельных масс мирового пространства»[2] оказали влияние на ход мысли Эйнштейна, разрабатывавшего основы общей теории относительности[3]. Известны даже попытки экспериментальной проверки предположения Маха об образовании мениска воды в ведре в случае относительного вращения воды (если бы вращалась вселенная вокруг ведра). Вместо ведра с водой в опыте Б. и И. Фридлендеров (конец XIX в.) фигурировали чувствительные крутильные весы; вращающуюся вселенную заменяло массивное вращающееся колесо. Опыты не обнаружили эффектов, ожидаемых Махом, как полагали, из-за недостаточно большой массы «искусственной вселенной».

Вторым неудовлетворительным, по мнению Маха, фундаментальным положением механики Ньютона является определение массы. Критика ньютонова определения массы сводилась к признанию порочного круга: масса приравнивалась произведению плотности на объем тела, а плотность есть масса единицы объема вещества. Уже говорилось о том, что понимание плотности в механике Ньютона было тесно связано с его атомистическими воззрениями[4]. Понимание Ньютоном плотности как числа атомов в единице объема предполагало идентичность всех атомов. Гипотеза Проута XIX в. о строении всех атомов из идентичных водородоподобных блоков хорошо объясняла обнаруженное к этому времени целочисленное отношение масс различных химических элементов к массе атома водорода, принятой за единицу. Ньютоново представление о строении вещества и его понятие массы как количества вещества были плодотворной базой молекулярной физики и химии XIX в.

Мах, как историк науки, не мог не знать атомистическую трактовку плотности Ньютона, но Мах считал атомы фикцией[5]: «Атомов мы нигде воспринять не можем; подобно всем субстанциям они — вещи мыслимые. Более того, атомам приписываются даже некоторые свойства, находящиеся в противоречии со всеми наблюденными до сих пор свойствами». Скептицизм некоторых ученых Венского университета в конце XIX в. в отношении атом-

---

[1] Там же, с. 197.
[2] Там же, с. 441.
[3] См.: Франкфурт У. И. Специальная и общая теория относительности. М., «Наука», 1968, с. 168.
[4] См. с. 103—104 настоящей работы.
[5] Мах Э. Механика, с. 411.

ной гипотезы без сомнения задержал развитие науки, в частности мешая развитию идей Л. Больцмана, так как против авторитета Оствальда, Маха, Гельма бороться было трудно[1]. А. Эйнштейн, касаясь согласования выводов статистического закона броуновского движения с экспериментом, отметил[2]: «Согласие этих выводов с опытом, а также сделанное Планком определение истинной величины молекулы из закона излучения (для высоких температур) убедило многочисленных тогда скептиков (Оствальд, Мах) в реальности атомов. Предубеждение этих ученых против атомной теории можно несомненно отнести за счет их позитивистской философской установки. Это — интересный пример того, как философские предубеждения мешают правильной интерпретации даже ученым со смелым мышлением и тонкой интуицией».

Столь же радикально, как и ньютоново понятие массы, Мах пересматривает законы динамики Ньютона. «Нетрудно заметить, что 1 и 2 законы даны уже в предыдущих определениях силы. Согласно этим определениям без силы нет и ускорения, а, следовательно, есть только покой или прямолинейное равномерное движение. Далее представляет собой совершенно ненужную тавтологию, после того как ускорение определено, как мера силы, еще раз сказать, что изменение движения пропорционально силе.

Было бы достаточно сказать, что предпосланные определения не являются произвольными математическими определениями, а соответствуют свойствам тел, данным в опыте. В 3 законе содержится как будто нечто новое. Но мы видели уже, что без правильного понятия массы он непонятен, а с этим понятием, которое само может быть получено только из динамического опыта, не нужен».

Изложив критику системы законов динамики Ньютона, Мах переходит к конструктивным предложениям, в которых намечает новую систему определений и принципов классической механики. Фактически оставаясь в отношении понятий времени и пространства «всецело на точке зрения Ньютона», Мах формирует следующие положения, «более простые и методически более упорядоченные».

«*а*. Опытный принцип. Два тела вызывают друг в друге при известных, определенных в экспериментальной физике, условиях противоположные ускорения по направлению соединяющей их линии.

в. Определение. Отношение масс двух тел есть отрицательное обратное отношение их взаимных ускорений.

с. Опытный принцип. Отношение масс не зависит от рода физических состояний тел (будь то электрические, магнитные или другие), обусловливающих их взаимное ускорение.

---

[1] См.: Брода Э. Людвиг Больцман.— ВИЕТ, вып. 4, с. 50, 1957.
[2] Эйнштейн А. Собр. науч. трудов, т. 4, с. 276.

d. Опытный принцип. Ускорения, которые вызывают несколько тел *A*, *B*, *C*... в каком-нибудь теле *K*, друг от друга не зависят. (Отсюда непосредственно вытекает принцип параллелограмма сил.)

e. Определение. Движущая сила есть произведение из величины массы какого-нибудь тела на вызванное в нем ускорение».

Мах говорит, что «приведенные положения удовлетворяют требованию простоты и экономии», что вполне отвечает задачам науки: «...экономическое изображение фактической действительности провозглашено целью науки, а физическое понятие исключительно средствами этой науки» [1].

Рассмотрим детально определения и «опытные принципы» Маха (напомним, что «опыт», по Маху, тщательно «очищен» от всего, что могло бы выйти за сферу ощущений субъекта). Вместо ньютонова определения массы как количества материи в теле Мах предлагает операциональное определение относительной массы как обратного отношения индуцируемых ускорений.

Фактически пользоваться таким определением в механике невозможно по следующим причинам.

1. Мах не подчеркнул (и после него это долго оставалось незамеченным), что при таком определении относительная масса зависит от выбора системы отсчета [2]. Покажем это на примере двух взаимодействующих точек *A* и *B*, отнесенных сначала к системе отсчета *S*, а затем к системе отсчета S^1, движущейся по отношению к первой поступательно с постоянным ускорением w, параллельным отрезку AB. Относительная масса точек *A* и *B* в системе *S* выражается через взаимно индуцируемые ускорения так: $m_A/m_B = -a_B/a_A$.

В системе S^1 отношение масс $m'_A/m'_B = -a'_B/a'_A$, однако $a'_A = a_A + w$; $a'_B = a_B - w$. Если подставить эти выражения в последнюю пропорцию, то найдем:

$$\frac{m'_A}{m'_B} = -\frac{a_B}{a_A}\,\frac{1 - w/a_B}{1 + w/a_A} = \frac{m_A}{m_B}k.$$

Здесь коэффициент k зависит от характера движения системы (от ускорения w). Обычно, как и при измерении веса, одну из масс принимают за единицу, тогда все остальные, сравнимые с первой массой, имеют вполне определенную величину. Коэффициент k, зависящий от выбора системы отсчета, делает и величины масс зависимыми от выбора этой системы. Итак, определение массы по способу Маха имеет недостаток.

2. Вызвало критику допущение об индуцировании ускорений двух масс друг в друге, неявно предполагающее действие сил неизвестной природы. В обход этой трудности предлагалось [3] вместо

[1] Мах Э. Механика, с. 225.
[2] См.: Джеммер М. Понятие массы, с. 103—104.
[3] Там же, с. 104.

ускорений рассматривать соответствующие скорости, заменив схему взаимодействия точек на расстоянии схемой удара. Такое толкование определения относительной массы не было новым: задолго до этого Сен-Венан предлагал пользоваться соотношением удара двух упругих тел как способом измерения масс вместо способа взвешивания.

3. Трудность также представляет определение массы в случае многих взаимодействующих тел. Из эксперимента можно определить результирующие ускорения в каждом теле, в то время как для определения масс нужно знать ускорения, индуцируемые взаимно друг в друге каждой парой тел.

Рассмотрим простейший случай трех взаимодействующих точек A, B, C на одной прямой. Взаимные ускорения, индуцируемые точками A и B, обозначим a_{AB} и $a_{B/A}$ соответственно. Результирующее ускорение точки A обозначим a_A. По правилу суперпозиции ускорений (в данном случае алгебраическое суммирование) будем иметь три уравнения с шестью неизвестными, так как опытно определяются только левые части этих уравнений: $a_A = a_{A/B} + a_{AC}$ и т. п.

Уже в этом простейшем случае «опытное» определение масс точек A, B и C, по Маху, принципиально невыполнимо. Если точки расположены на плоскости, то эта операция невыполнима для четырех точек, в пространстве для $n>4$, так как число уравнений для n точек равно $3n$, а число неизвестных равно $n(n-1)$.

4. Наконец, понятие массы тела, данное Махом, надо доопределить свойством аддитивности масс.

Напрашивается вывод — операциональное определение массы, введенное Махом, обнаруживает немалые трудности.

С методологической точки зрения это определение массы, будучи «очищено» от конкретных представлений о свойствах реальных движущихся тел, предельно формализовано: оно не выходит за рамки оперирования результатами измерений (т. е. в конечном счете нашими ощущениями). В этой связи напомним принцип измеримости Оствальда, трактуемый в этой школе как критерий существенности физической величины[1]: «Если каждая из входящих в формулу величин измерима сама по себе, то мы имеем вечную формулу или закон природы... если же, напротив, в формулу входят величины, которые не могут быть измерены, то мы имеем дело с гипотезой, облекшейся в математическую формулу, и внутри плода сидит червь».

Этот подход к теории, требующий опытной основы для рассуждений в каждом звене теории, вообще говоря, односторонен. В свете всеобщей критики основ механики Ньютона (так как кризис претерпевало *механистическое* воззрение в физике) принцип измеримости для отбора существенных (первичных) величин казался в то время непогрешимым[2]. Но даже с точки зрения прин-

[1] Оствальд В. Философия природы. Спб., 1903, с. 151.
[2] См.: Вавилов С. И. Ленин и современная физика, с. 21.

ципа измеримости масса в основном уравнении динамики материальной точки первична, т. е. измерима безотносительно к измерению веса. Физика открывает все более разнообразные способы измерения масс тел, сред и частиц. Оптические способы аэродинамики для определения поля плотностей газа в зависимости от поля коэффициентов преломления, с одной стороны, спектрографические способы определения массы электрона, с другой стороны намечают и другие способы измерения плотностей и масс. Итак, масса измерима и безотносительно к силе, вопреки утверждению Маха: «Истинное определение массы может быть выведено только из динамических отношений»[1]. Подход к понятию массы как к некоторому коэффициенту в динамических отношениях ведет к выхолащиванию его физического содержания, а также игнорирует многообразие проявления массы в различных физических явлениях.

Единой концепции массы для различных областей знания: классической и релятивистской механики, электродинамики, квантовой механики — пока еще не выработано. Можно встретить высказывания о больших трудностях в этом отношении на пути современного физика[2]: «Фундамент его впечатляющего здания, основные понятия его науки, как, например, понятие массы, опутаны серьезными неопределенностями и приводящими в смущение трудностями, которые до сих пор еще не преодолены».

Ревизия второго существенного понятия ньютоновской физики — силы — также несостоятельна: она проводится с позиций феноменологизма, когда единственной задачей науки провозглашается простейшее (предельно формализованное) описание (вместо объяснения) явлений. «Когда мы говорим о причине и следствии, то мы произвольно выделяем те моменты, на связь между которыми нужно обратить внимание при воспроизведении какого-нибудь факта в важном для нас направлении. В природе нет причины и следствия», — считает Мах[3].

Эйнштейн, напротив, чрезвычайно высоко ценил строгую детерминированность классической механики Ньютона; о втором законе динамики Ньютона Эйнштейн говорил, что «дифференциальный закон является той единственной формой причинного объяснения, которая может полностью удовлетворять современного физика»[4]. Он относил к фундаментальным понятиям механики не только понятие массы, но и понятие силы: «Уравнение движения только тогда определяет само движение, когда задана сила»[5]. Из высказывания Эйнштейна о совершенстве системы определений и законов механики Ньютона следует, что понятие силы он считал наделенным самостоятельным физическим смыслом, а второй закон динамики не считал определением силы.

---

[1] Мах Э. Механика, с. 209.
[2] Джеммер М. Понятие массы, с. 230.
[3] Мах Э. Механика, с. 405.
[4] Эйнштейн А. Собр. науч. трудов, т. 4, с. 83.
[5] Там же, с 84.

В. И. Ленин охарактеризовал воззрения Маха на причинность, как на категорию априорную (свойство нашего ума, а не природы), следующим образом[1]: «Действительно важный теоретико-познавательный вопрос, разделяющий философские направления, состоит не в том, какой степени точности достигли наши описания причинных связей и могут ли эти описания быть выражены в точной математической формуле, — а в том, является ли источником нашего познания этих связей объективная закономерность природы, или свойства нашего ума, присущая ему способность познавать известные априорные истины и т. п. Вот что бесповоротно отделяет материалистов Фейербаха, Маркса и Энгельса от агностиков (юмистов) Авенариуса и Маха».

С материалистических позиций была проведена дискуссия о понятиях массы и силы в классической механике на страницах журнала «Успехи физических наук» в 1949 г. Мы присоединяемся к точке зрения большинства советских ученых о том, что концепция Маха не привела к построению новой системы классической механики.

Принципы механики, предложенные Махом, заимствовали лишь немногие авторы, но и они фактически следовали обычному методу изложения ньютоновской механики. Ряд учебных курсов и трактатов механики начала XX в. пытались идти по пути, предложенному Махом, о чем указывалось в предисловиях и в системе их постулатов механики. Но попытка дать новое построение механики не привела ни одного из последователей Маха к достижению поставленной цели. Примером может служить «Трактат рациональной механики» П. Аппеля (первое издание в Париже в 1893 г.).

В вводном разделе, предпосылаемом «Динамике», Аппель пишет[2]: «Мы будем... руководствоваться по преимуществу трудами Кирхгофа и Маха». Затем изложены начала динамики, почти полностью заимствованные из книги Маха «Механика». Отношение к понятию силы такое же, как в сочинении Маха[3]: «Слово сила не входит в те начала Динамики, которые мы только что указали. В самом деле, можно обойтись и без него. Предмет Динамики таков: зная движения, происходящие при некоторых данных условиях, предвидят, каковы будут движения при других данных условиях». Казалось бы, после такого введения будет развернуто принципиально новое адинамическое построение механики. Но далее сказано, что для краткости «выгодно условиться» говорить, что точка «подвержена со стороны этой или этих материальных точек действию силы»[4]. Дальнейшее изложение механики ведется Аппелем традиционным способом без малейших принципиальных отклонений от обычных курсов ньютоновской механики.

---

[1] Ленин В. И. Полн собр. соч., т. 18, с. 164.
[2] Аппель П. Руководство теоретической (рациональной) механики, т. 1, с. 92.
[3] Там же, с 95.
[4] Там же, с. 96.

Многие механики не приняли подобную программу кинематизации механики; некоторые ученые начала XX в. (М. Планк, Г. К. Суслов, Н. Е. Жуковский и другие) активно критиковали систему определений и принципов, предложенную в «Механике» Маха.

§ 3
ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ МЕХАНИКИ В РОССИИ

Реформа 1861 г. открыла путь развития капиталистических отношений в России: усилилась специализация и товарность сельского хозяйства (последнему значительно способствовало строительство железных дорог), увеличивалось применение машин в сельском хозяйстве [1].

Техническое переоборудование (промышленный переворот) в европейской части России протекало в последнюю четверть XIX в. особенно быстро. За 16 лет (с 1875 по 1892 г.) больше чем вдвое увеличилось число паровых двигателей, их мощность возросла втрое [2]; паровые двигатели получили перевес над водяными. Во много раз увеличилась продукция доменных печей. Рост крупной индустрии сопровождался увеличением городского населения (за последнюю четверть века почти вдвое), ростом численности торговой и промышленной буржуазии (за счет выходцев из низов, кустарей, кулаков, купцов).

Пореформенный период отмечен выдающимися успехами отечественной науки. Разночинцы, получившие доступ к высшему образованию, революционизировали студенчество, смело выступая также с плодотворными научными идеями, основывая новые научные направления. Общественное демократическое движение 60-х годов умножило число ученых-новаторов, определив материалистическое прогрессивное научное мировоззрение этого поколения ученых [3].

В идеологической подготовке будущих революционных взрывов весьма важную роль сыграла деятельность передовых представителей русской интеллигенции, развивавших общественную мысль в России. Труды Герцена, Чернышевского, Белинского, Добролюбова и других продолжали на новом уровне и в новых общественных условиях лучшие традиции передовых мыслителей XVIII в. — Ломоносова, Радищева, Новикова.

Революционность общественной мысли в России, приверженность русских передовых мыслителей к стихийно-материалистичес-

---

[1] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 3, с. 502—507.
[2] Там же.
[3] Детальный обзор развития механики в России см. в кн.: Григорьян А. Т. Очерки истории механики в России.

кому мировоззрению во всех областях науки — все это существенно влияло на формирование прогрессивной методологии естествознания и, в частности, механики.

Примером может служить деятельность выдающегося механика М. В. Остроградского и его школы [1]. Остроградский, его последователи и ученики — К. Яниш, И. И. Рахманинов, И. А. Вышнеградский, Н. П. Петров, Д. И. Журавский, С. В. Кербедзь и другие — умели выявлять в самых абстрактных ответвлениях аналитической механики реальный физический смысл и приложимость к проблемам техники. В то время как увеличивался разрыв между теорией и практикой в механике XIX в., «школа Остроградского была единственной в мировой науке научной школой в области механики, которая, продолжая свою деятельность более столетия, нашла единственный, методологически здоровый путь между Сциллой «чистой теории», и Харибдой «прикладной механики», оторванной от строгой теории. В этом заключается историческая роль школы Остроградского» [2].

Петербургский университет начал свое существование во времена Ломоносова и Эйлера. Первоначально его назначение сводилось к подготовке кадров для Петербургской Академии наук (университет был преобразован из академической гимназии). Назовем лишь некоторых талантливых питомцев этого университета в XVIII в., ставших активными деятелями точных наук: С. К. Котельников, С. Я. Румовский, Г. В. Козицкий, М. Е. Головин, А. К. Кононов, С. Е. Гурьев окончили университет и адъюнктуру при нем, стали профессорами механики, астрономии и математики, членами Петербургской Академии наук.

Для характеристики продуктивности исследований Петербургской Академии наук приведем данные об опубликованных ею научных трудах по физико-математическим наукам в течение XVIII в.

До 1750 г. академией было опубликовано всего 33 книги и 252 мемуара. Из них на долю отечественных членов академии приходится всего лишь 8 мемуаров и ни одной книги.

Во второй половине XVIII в. ситуация меняется. Помимо общего роста изданий трудов академии растет и удельный вес участия русских авторов. За весь XVIII в. были изданы по физико-математическим наукам 121 книга, из них 23 книги отечественных авторов. Однако вследствие преобладания в России домашнего образования, недостаточного по уровню для подготовки молодежи для университета, Петербургский университет совершенно зачах к середине XVIII в.

Ценой необыкновенных усилий М. В. Ломоносов добился в правительственных кругах утверждения Указа об организации в Москве университета. Ломоносов стремился обеспечить доступ к

---

[1] Более подробно о деятельности школы Остроградского см.: Григорьян А. Т. Михаил Васильевич Остроградский, с. 56—80.

[2] См.: Моисеев Н. Д. Общий очерк развития механики в России и в СССР.— В кн.: Механика в СССР за 30 лет. М.—Л., ГИТТЛ, 1947, с. 16.

образованию для людей разных слоев: «...для учения вышним наукам желающим дворянам... и для генерального учения разночинцам», писал он, указывая, что в европейских университетах «всякого звания люди свободно наукою пользуются»[1].

Настойчивые хлопоты Ломоносова увенчались успехом — в апреле 1755 г. произошло торжественное открытие Московского университета.

С этого же года началось преподавание механики[2], входящей в состав обширного и разнородного курса «Прикладная математика», который читал воспитанник Гетингенского университета адъюнкт А. Рост, а с 1791 по 1812 г. профессор М. И. Панкевич. После него упрощенный, но отдельный курс механики по трактату Пуассона читал профессор Ф. И. Чумаков. Два года (1832—1834) механику, следуя сочинениям Ньютона, Лагранжа, Прони, читал профессор Д. М. Перевощиков, автор многочисленных работ по астрономии.

Михаил Васильевич Ломоносов

Значительно углубилось преподавание механики в Московском университете в середине XIX в. Кроме курса аналитической статики и динамики, читаемого профессором Н. Д. Брашманом (1834—1864), началось преподавание курса практической механики, читаемого с 1844 г. А. С. Ершовым (профессор с 1853 г.), а с 1874 г. профессором Ф. Е. Орловым. Брашман создал в 1853 г. первый учебник по механике — «Курс механики», построенный в духе аналитической механики Лагранжа и Остроградского. Кроме того, Брашман преподавал теоретические начала расчета действия машин и механизмов, используя лучшие руководства по гидравлике и машиноведению Прони, Понселе, Кориолиса.

---

[1] См.: Пенчко Н. А. Основание Московского университета, с. 30.

[2] Более подробно о развитии механики в Московском университете см.: Тюлина И. А. Развитие механики в Московском университете в XVIII и XIX веках.— ИМИ, вып. 8, с. 489—539; Голубев В. В. Механика в Московском университете перед Великой Октябрьской революцией и в советский период.— Там же, с. 77—127.

Выдающимися учениками Брашмана и учителями Жуковского были профессора А. Ю. Давидов и Ф. А. Слудский — авторы многих исследований по аналитической динамике, гидромеханике и высшей геодезии. «Курс теоретической механики» (1881) Слудского был посвящен памяти Остроградского и Сомова. Это посвящение и вся деятельность Слудского (как и Брашмана, Давидова, Жуковского) свидетельствовали о тесной взаимосвязи в деятельности Московской и Петербургской школ механики XIX в.

Н. Е. Жуковский оставил неизгладимый след в развитии механики основополагающими трудами в области теоретической и прикладной механики, аэрогидромеханики и по ряду специальных проблем механики[1]. В творческой деятельности Жуковского переплетались черты теоретика, экспериментатора, инженера и администратора. Он был одним из выдающихся дореволюционных ученых России, перенесших традиции механики начала XX в. в нашей стране в советскую науку. Весьма существенна роль Жуковского в развитии преподавания механики. С 1872 г. он начал преподавать в Московском высшем техническом училище. Его магистерская работа «Кинематика жидкого тела» (1876) и докторская диссертация «О прочности движения» (1882)—значительный вклад в развитие гидромеханики и аналитической теории устойчивости. С 1886 г. Жуковский заведовал кафедрой механики (сменив ушедшего в отставку Слудского) в Московском университете, сочетая эту работу с преподаванием в Московском высшем техническом училище (кафедра механики в университете появилась в 1864 г.).

Михаил Васильевич Остроградский

Интересно отношение Н. Е. Жуковского к попыткам перестройки основ классической механики, наблюдавшимся в начале XX в. Многие выступления и статьи Жуковского посвящены изложению его педагогических взглядов. Например, в его речи «Ньютон — как основатель теоретической механики»[2] подробно обсуждаются попытки критического пересмотра основ механики Ньютона. Жуковский выражает несогласие с критикой Маха и доказывает ее несостоятельность. Он считал систему определений и

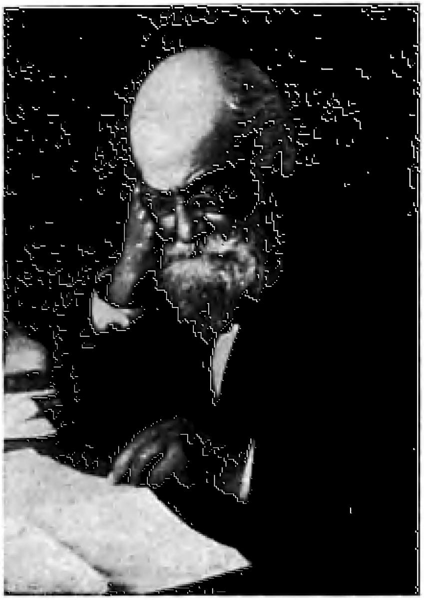
---

[1] См.: Космодемьянский А. А. Очерки по истории механики, с. 123—222.
[2] Жуковский Н. Е. Собр. соч., т. 7, с. 87—88.

аксиом механики Ньютона наиболее простой и удобной для получения теоретических обобщений и следствий прикладного технического характера.

В первые два десятилетия XIX в. в России были основаны новые университеты: в Харькове, Казани, Юрьеве, Вильно и Петербурге (здесь в 1819 г. был возрожден университет, прекративший свое существование в середине XVIII в.).

Первым профессором механики Петербургского университета, воссозданного на базе Педагогического института, где долго работал Остроградский, был его ученик Д. С. Чижов. Он читал механику в рамках курса прикладной математики до 1846 г., передав чтение И. И. Сомову, выпускнику Московского университета, ученому широкого профиля, автору глубоких исследований в различных областях математики и механики. Наиболее известная работа И. И. Сомова «Об алгебраическом уравнении, с помощью которого определяются малые колебания системы материальных точек» (1858) посвящена развитию теории малых колебаний. Оригинальным вкладом Сомова в развитие кинематики явилась разработка теории ускорений высшего порядка, результаты которой нашли применение в теории механизмов. Разработка Сомовым вопросов теории эллиптических функций привела его к важным механическим приложениям в задаче о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки. В 1862 г. И. И. Сомов избран членом Петербургской Академии наук. В 1872 г. издана первая часть оригинального курса Сомова «Рациональная механика», в 1877 г. — вторая. Педагогические взгляды Сомова созвучны с убеждениями Остроградского и его последователей[1]: «Должно поставить первым условием для современного преподавания математических наук... устранить навсегда разделение науки на математику чистую и математику прикладную».



Николай Егорович Жуковский

Выдающимся педагогом и исследователем в области механики был Д. К. Бобылев, научная деятельность которого касалась ма-

[1] Сомов И. И. Рациональная механика, с. VI.

тематической физики, гидромеханики, аналитической динамики. К его трактату «Курс аналитической механики» в двух частях (1880—1883) приходится обращаться и в настоящее время. Среди учеников Бобылева особенно выделяются А. М. Ляпунов, Г. К. Суслов и И. В. Мещерский. О важнейших научных исследованиях Ляпунова и Мещерского уже говорилось в главе о специальных механических дисциплинах.

Г. К. Суслов после защиты магистерской диссертации «Об уравнениях с частными производными для несвободного движения» в 1888 г. был назначен на должность экстраординарного профессора на кафедру механики Киевского университета, основанного в 1835 г. Принципиальные воззрения на основные понятия и законы механики Суслов изложил в «Основах аналитической механики» (1900) и в ряде статей, многие из которых посвящены обсуждению значения третьего закона динамики. Суслов убежденно защищает систему постулатов Ньютона.

Глубокую характеристику деятельности Петербургской школы, в основных чертах совпадающей с деятельностью Московской школы механики, дал А. М. Ляпунов: «П. Л. Чебышев и его последователи остаются постоянно на реальной почве, руководствуясь взглядом, что только те изыскания имеют цену, которые вызываются приложениями (научными или практическими), и только те теории действительно полезны, которые вытекают из рассмотрения частных случаев» [1].

Таким образом, важнейшим принципом деятельности обеих школ было тесное сочетание строгой теории и практической нацеленности научной тематики.

---

[1] Ляпунов А. М. Пафнутий Львович Чебышев. «Сообщ. Харьк. мат. о-ва. Вторая серия». т. IV, 1895, с. 263—273.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

§ 1
ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ МЕХАНИКИ В НАЧАЛЕ XX В.

Основными итогами развития механики в XIX в. были осознание безуспешности попыток создания механистической картины мира, утрата позиций механики как ведущей науки среди естественных наук и констатация ограниченности круга явлений техники и природы, трактуемых на базе законов классической механики. К концу XIX в. стал ощутим и замечен многими выдающимися учеными разрыв между развитием аналитических методов механики и развитием ее прикладных направлений, возрастающее несоответствие теории и практики.

Проблема осмысления, пересмотра и углубления аксиом механики приобрела особую актуальность в начале XX в. и увлекла не только механиков, но и математиков, физиков. Поиски новых путей в обосновании геометрии и других областей математики привели к разработке программы, обнародованной Д. Гильбертом в знаменитом докладе на Международном конгрессе математиков в Париже в 1900 г. В эту программу была включена и проблема аксиоматизации физики. Вскоре появились работы, в которых видные ученые анализировали аксиоматику механики, например, доклад Г. Гамеля «Об основных положениях механики» (1909), известная книга А. Пуанкаре «Наука и метод» и ряд его статей о настоящем и будущем физико-математических наук и механики; работа П. Пенлеве «Аксиомы механики» (1922). Однако решение этой фундаментальной проблемы требовало настойчивой работы ученых в течение ряда десятилетий.

Аналитическая механика системы и точек и тел после существенных результатов Гамильтона, Якоби, Остроградского, Ли (трактовка закономерностей механики с точки зрения теории непрерывных групп преобразований) породила новую проблематику: встал вопрос о переходе к новым переменным. Важные результаты на этом пути получил А. Пуанкаре, который в начале XX в. вывел для консервативных систем уравнения в групповых переменных [1].

[1] Poincare H. Sur une forme nouvelle des équations de la mécanique.

Оставались неразрешенные, несогласованные вопросы в механике неголономных систем [1], имеющей близкое отношение к технике и прикладным задачам: динамика автомобиля, велосипеда, разнообразных автоматических, следящих устройств.

Теория гироскопов получила широкие применения в приборостроении, конструировании устройств ориентации, стабилизации, карданових систем, в автоматическом управлении, измерении перегрузок и пр. Классическая теория движения твердого тела с одной неподвижной точкой становилась исходным пунктом для разветвленной прикладной теории гироскопов.

Методы аналитической механики, в особенности аппарат дифференциальных уравнений движения Лагранжа, нашли широкое и эффективное применение в динамике машин и механизмов. Постепенно эти методы проникали и в основные разделы теоретической физики.

В XX в. приобретали все большее значение выяснение фундаментальной роли и сравнительной ценности различных вариационных принципов механики, их применимость за рамками классической механики, прежде всего в теоретической физике. Небесная механика, а затем техника выдвигают запросы к разработке теории устойчивости.

Таким образом, самые, казалось бы, абстрактные области аналитической механики получали новые стимулы к развитию, соприкасаясь с конкретными запросами техники, естествознания.

Давняя мечта о воздухоплавании пробивала путь к реализации, используя принцип парения птиц (планирования). Ранней работой Н. Е. Жуковского, будущего выдающегося аэромеханика, была монография «О парении птиц» (1892). Однако в эти же годы Жуковский, располагая новыми экспериментальными данными О. Лилиенталя относительно летательных приборов, приступил к теоретическому исследованию вопроса о возможности полета на аппаратах тяжелее воздуха. При дозвуковых скоростях полета аэродинамика, теория крыла, теория винта использовали модель несжимаемой жидкости. Теории пограничного слоя и присоединенных вихрей (Прандтль, Жуковский, Кутта, Чаплыгин) позволила проводить эффективный расчет профилей крыла, фюзеляжа, хвостового оперения самолета. В этом смысле известная фраза Жуковского о том, что человек полетит, опираясь не на силу мускулов, а на силу разума, вполне оправдывалась. Инженерная практика руководствовалась строгой теорией и точным экспериментом. Механика становилась производительной силой в ряде отраслей производства; авиация давала убедительные примеры этому.

Одна из важных проблем авиации — проблема наименьшего веса. Уменьшение веса конструкции без нарушения запасов прочности и эксплуатационных качеств желательно не только в авиации, но при любом сооружении: наземном, подземном, морском,

[1] Одним из таких вопросов был вопрос об эквивалентности принципа Даламбера — Лагранжа и принципа Гаусса для неголономных систем.

подводном и пр. Однако уменьшение веса конструкций связано с возможным деформированием или разрушением их деталей. Теория упругости позволяет придать конструкции оптимальные формы и размеры, выбрать оптимальные режимы эксплуатации конструкций. Расчеты на прочность играют важнейшую роль во всех отраслях промышленности, техники, архитектуры, транспорта. В теории упругости в начале XX в. происходит разветвление на многие новые актуальные отрасли: теория оболочек, теория продольного изгиба, оптические методы исследования материалов, позже теория пластичности и др. Итак, механика, перспективы развития которой оценивались иногда неблагоприятно в конце XIX в., приобретала широкий размах и глубину в процессе сближения с техникой, с производством, с прикладными областями, с инженерной деятельностью.

В развитых капиталистических странах процесс отрыва инженерной практики от строгой теории в XX в. углублялся. Можно привести в качестве примера строительство в США в 1940 г. Такомского висячего моста длиной около километра. Недостаточное использование данных науки привело к тому, что мост рухнул через четыре месяца после завершения его постройки. Более ранним примером игнорирования теории инженерами было недоверие инженеров к теории продольного изгиба Эйлера. В конце XIX в. это привело к задержке развития научного подхода к расчету сооружений на устойчивость. Ряд катастроф крупных мостов показал ученым, что эмпирические методы расчета не обеспечивают удовлетворительного конструирования сооружений.

Организация научно-исследовательской работы в большинстве развитых стран в первые десятилетия XX в. характеризовалась разобщенностью отдельных выдающихся ученых и их школ. Как правило, теоретические исследования вели профессора университетов; например, Л. Прандтль создал школу по различным проблемам механики сплошной среды (аэромеханики, теории упругости, теории изгиба) в Гетингенском университете в начале XX в. В России школу механиков (аэромеханика, гидромеханика, прикладная и теоретическая механика) создал профессор Московского университета Н. Е. Жуковский. В Италии школу аналитической и небесной механики основал Леви-Чивита в начале XX в. Однако не всем крупным ученым удавалось создать научные школы в университетах, так как они были почти полностью лишены лабораторной базы и соответствующих штатов для проведения научных исследований. Подавляющее большинство сотрудников высших учебных заведений, в особенности университетов, были заняты преподавательской работой. Но даже возникающие научные школы, примеры которых выше приводились, были разобщены.

В странах развивающегося капитализма господствовало частное предпринимательство как в производстве, так и в организации научно-исследовательской работы. Не было условий для объединений усилий теоретиков и экспериментаторов, инженеров, конструкторов и ученых для комплексного и наиболее рационального решения проблем техники, производства, технологических процессов.

Подавляющее большинство лабораторий по актуальным проблемам механики (чаще всего по наиболее перспективным проблемам типа аэродинамики, в результатах которой были заинтересованы фирмы авиационной промышленности) создавались на средства частных лиц. Примером может служить аэродинамическая лаборатория в Кучино, построенная на средства Рябушинского (участие в работе лаборатории Жуковского в значительной степени зависело от его с Рябушинским отношений). Все это создавало определенные трудности на пути развития новых отраслей механики, для которых экспериментальные данные имели первостепенное значение.

Академии наук уже перестали играть ведущую роль в развитии естественных и прикладных наук хотя бы потому, что не располагали достаточными средствами для организации надлежащей экспериментальной базы. Ряд выдающихся ученых в России того времени не были избраны в число членов Академии наук (Менделеев, Жуковский, Суслов и другие). Централизованного планирования, координации и финансирования научно-исследовательской работы даже в самых развитых странах еще не было.

Даже в пределах одной страны ученые были разобщены. Например, в дореволюционной России ученые могли встретиться только на секциях Всероссийских съездов естествоиспытателей и врачей. С 1911 по 1914 г. энтузиастами-учеными было организовано три Всероссийских воздухоплавательных съезда. Ученые различных стран, занимавшиеся одной и той же проблематикой, могли ничего друг о друге не знать. Примером может служить проблема реактивного движения, в которой были получены выдающиеся теоретические результаты К. Э. Циолковским независимо от одновременных, кое в чем пересекающихся результатов Г. Оберта в Германии. Оба ученых также ничего не знали об аналогичных исследованиях в США (Годдард) и Франции (Эно-Пельтри).

Научная информация, периодика и различного рода публикации в начале XX в. были далеко не достаточными и не соответствующими масштабам научно-исследовательской работы; эта ситуация заметно изменилась только после второй мировой войны.

§ 2
ОСНОВНЫЕ ПУТИ РАЗВИТИЯ МЕХАНИКИ В СССР [1]

Коренная перестройка системы подготовки научных и преподавательских кадров, форм научной работы, организации, координирования, планирования и финансирования научных и учебных

[1] Подробное освещение развития механики в нашей стране до настоящего времени не входит в замысел автора; коллективный труд «Механика в СССР за 50 лет» занял три тома.

учреждений произошла в России после победы Великой Октябрьской социалистической революции. С первых дней утверждения Советской власти пристальное внимание обращалось на вопросы образования, развития науки, техники, выделялись необходимые для этого средства. Всеобщее обучение и доступ к высшему образованию для широких слоев народа — первая предпосылка нового этапа развития науки в СССР. Студентов, а позже ученых нового типа отличала глубокая заинтересованность в быстром строительстве материальной базы социализма, понимание необходимости внедрять научные методы в практику, владение методологией марксистско-ленинского учения.

Существеннейшая черта социалистической экономики — планирование развития промышленности, всего хозяйства, строительства и в том числе развития научных исследований. Само планирование развития науки и ее отдельных отраслей исходит из запросов соответствующих сфер производства. В капиталистических странах такое планирование принципиально невозможно.

В 1918 г. Академия наук СССР обратилась к Советскому правительству с письмом, выражающим желание ученых принять участие в исследованиях, способных обеспечить прогресс всех отраслей хозяйства. Совнарком и лично В. И. Ленин при обсуждении этого обращения пришли к первому наброску плана научно-технических исследований и работ Академии наук [1].

Особое внимание обращалось на электрификацию промышленности и транспорта, на использование водных сил и ветряных двигателей.

Указания, содержащиеся в этом документе, легли в основу перестройки работы Академии наук СССР. В системе академии вместо кабинетов академиков и их небольших лабораторий организуются специальные институты. Так был основан физико-математический институт под руководством В. А. Стеклова. Позднее, после организации Отделения технических наук, в его составе был организован Институт механики, а также несколько других институтов, имеющих близкое отношение к механике [2]. В 30-х годах в ведущих университетах страны организуются научно-исследовательские институты, в частности по механике.

В первые же годы после Октябрьской революции Советское правительство начинает организацию научных учреждений нового типа, тесно связанных с важными разделами производства, народного хозяйства. Их задачей было удовлетворение запросов промышленности молодой Советской Республики, решение назревших проблем техники на научной основе.

Так, например, перед Советским Союзом встала задача создания авиационной промышленности. Решением Советского прави-

---

[1] См.: Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 36, с. 228—231.

[2] См.: Комков Г. Д., Левшин Б. В., Семенов Л. К. Академия наук СССР. Краткий исторический очерк. М., «Наука», 1974.

тельства от 1 декабря 1918 г. был учрежден Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ), первым председателем которого был Н. Е. Жуковский, а после его смерти С. А. Чаплыгин. На строительство и организацию базы института были отпущены большие средства. ЦАГИ вскоре стал одним из крупнейших в мире центров авиационной науки. Задачей ЦАГИ в начале его существования было не только создание теоретической, экспериментальной и технической базы для развертывания самолетостроения в стране, но и создание на опытном заводе ЦАГИ первых советских самолетов. Вскоре были выпущены первые образцы советских самолетов, на которых были совершены замечательные перелеты.

После завершения восстановительного периода Советская власть организовала плановое строительство социалистической индустрии, всех отраслей промышленности, транспорта и техники. Планирование науки окончательно вошло в организацию научно-исследовательской деятельности ученых, институтов, учреждений. В составе Академии наук появились республиканские и краевые филиалы, выросло число новых научных центров, отраслевых научно-исследовательских институтов, многие из которых приблизились к промышленным районам страны; так, в частности, реализуется основной принцип советской науки — единство теории и практики. В полной реконструкции промышленности нашей страны, превратившей СССР из аграрной страны в передовую индустриальную державу, чрезвычайно существенную роль сыграли ученые, конструкторы, инженеры.

Примерно через два десятилетия после Октябрьской революции исследования советских механиков охватывали все наиболее важные области этой науки. Результаты ученых СССР стали привлекать все большее внимание зарубежных ученых.

Основные направления механики в XX в., в которых назревали новые проблемы (равновесие и движение твердого тела, механической системы, упругой среды, жидкости, обладающей определенными свойствами), а затем и некоторые новые направления, определили распределение усилий и интересов многочисленных научных коллективов в СССР [1].

Аналитическая механика системы точек и твердых тел, вариационные методы, теория устойчивости интенсивно развивались в нашей стране, обеспечивая ведущее место советской механике в мировой науке.

Чрезвычайно большие успехи достигнуты в механике твердого тела и теории гироскопии [2]. Здесь совершенно особое место заняла в середине XX в. теория автоматической навигации и механических навигационных приборов. Вождение разнообразных самодвижущихся аппаратов — кораблей, самолетов, вертолетов, ракет —

---

[1] Механика в СССР за 50 лет (1917—1967), т. 1.
[2] Развитие механики гироскопов и инерциальных систем. М., «Наука», 1973.

требует умения определять местоположение и ориентировать тело в пространстве, умения управлять режимом движения или полета с помощью механических датчиков и измерителей движения. Гироскопические приборы применяются все более широко в мореплавании, воздухоплавании и космонавтике. Без серьезных достижений в теории гироскопии и теории управления советская наука и техника не смогли бы обеспечить запуск первых искусственных спутников и добиться больших успехов в освоении космического пространства.

В теории упругости советские ученые получили выдающиеся результаты в разработке общих методов интегрирования дифференциальных уравнений равновесия и движения упругого тела, приближенных методов их решения, в применении теории функций комплексного переменного к исследованию плоской задачи теории упругости. Большое внимание уделялось теории пластинок и оболочек. В связи с запросами сейсмологии велась разработка теории распространения упругих волн. В последние десятилетия внимание переносится на изучение упругопластического, вязкопластического состояния, явления упрочнения, ползучести, нелинейных упругопластических колебаний и т. д. Геология, механика нефтеносных слоев выдвигают задачи о движении сыпучей среды, грунтов, пористой среды [1]. В послевоенное время теория пластичности выделилась в самостоятельную дисциплину. Это обусловило организацию соответствующих кафедр университетов, отделов научно-исследовательских институтов.

Едва ли не наибольшее число работ в довоенное время в аэрогидромеханике было выполнено по теории крыла и винта самолета в установившемся, а также неустановившемся потоке несжимаемой жидкости. Преодоление звукового барьера в авиации, успехи реактивного способа движения, баллистики обусловили выделение в качестве самостоятельной механической дисциплины волновой и газовой динамики. Продолжали успешно разрабатываться теория турбулентности, теория волнового сопротивления.

Инженерные проблемы, связанные с добычей нефти, обусловили появление новой механической дисциплины — теории фильтрации, где также были достигнуты существенные успехи.

В послевоенный период в теоретической механике, механике сплошной среды и прикладной механике продолжался процесс разветвления на новые важные направления, процесс дифференциации и выделения новых направлений. Возникли новые области: магнитная гидромеханика, аэромеханика разреженных газов, химическая механика и др.

В механике наблюдается не простой количественный рост результатов за счет новых решенных задач. Механика расширяет свои границы, а сами границы размываются, так что предмет ме-

[1] См.: Огибалов П. М., Мирзаджанзаде А. Х. Механика физических процессов.

ханики находится на стыке с другими науками — физики, химии, геологии, биологии, геофизики, астрофизики, космогонии и др.

В соответствии с дроблением механических дисциплин на более узкие и более специальные отрасли изменяется и предмет механики в целом. Классическое определение предмета механики (изучение простейшей формы движения материи, а именно перемещения материальных тел и сред в пространстве) нуждается в существенном дополнении. Механика изучает перемещение и взаимодействие тел, сред и частиц в пространстве в тесной связи с определенными химическими и физическими свойствами движущихся материальных объектов. Абстрактные модели механики учитывают все большее число реальных качеств изучаемых объектов. Прежний набор классических моделей, которыми оперировала механика до конца XIX в. (материальная точка, абсолютно твердое тело, механическая система со связями, идеальная жидкость, вязкая жидкость, упругое тело, по Гуку, и др.), в XX в. значительно расширился.

В число новых моделей, рассматриваемых в механике, введена модель твердого деформируемого упругопластического тела, в которой учитывается тот факт, что при возвращении к первоначальным условиям тело не восстанавливает свою прежнюю форму. С математической точки зрения учет характеристик, связанных с нарушением структуры такого тела при соответствующих условиях, выполняется введением кроме компонент тензора остаточных деформаций еще некоторых дополнительных параметров. Число таких параметров может быть увеличено, если учитывать тепловые эффекты; тогда в математических соотношениях, отображающих очередной этап обобщения абстрактной модели среды (точнее явления в среде), появляются функции внутренней энергии и энтропии.

Существуют абстрактные математизированные модели таких твердых деформируемых тел, в которых в процессах движения кроме упругости и пластичности учитываются свойства вязкости, ползучести.

Что касается гипотезы о характере взаимодействия мысленно вырезанного в упругопластическом теле элемента с материалом вне элемента, то эта проблема с 30-х годов XX в. находится в стадии становления. Широко известен закон, устанавливающий следующее соотношение между напряжениями и деформациями для идеально пластического тела:

$$\varepsilon_{ij} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}},$$

где ε_{ij} — тензор скоростей деформации, равный для малых деформаций производной по времени от тензора деформации, $F(\sigma_{ij})=0$ — условие текучести, λ — однородная функция первой степени от ε_{ij}. Этот закон называют ассоциированным законом.

В последнее время предложено немало модификаций ассоциированного закона, учитывающих упрочнение [1].

Гидроаэродинамика XX в. также обогатилась новыми абстрактными моделями жидкости (газа). Примером может служить нелинейная теория сплошных сред, согласующая принципы механики с принципами термодинамики. Строить нелинейную модель сплошной среды можно, вводя дополнительные физические параметры термодинамической или электромагнитной природы. Таким образом, математические соотношения, характеризующие состояние равновесия или движения некоторого объема сплошной среды, отражают также тепловые эффекты, взаимодействие вещества и электромагнитного поля, диссипативные процессы. Эти уравнения рассматриваются в современной механике как новые абстрактные (математизированные) модели сплошной среды [2].

К середине XX в. появился чрезвычайно широкий набор моделей сплошных сред (кстати, в термин «модель сплошной среды» вкладывают все более богатое содержание). В математических моделях среды учитывают факторы диффузии, химических реакций, образования газовых пузырьков внутри жидкости, явления объемного излучения и поглощения электромагнитных волн и пр. Постепенно положение с вопросом моделирования становится критическим: появляется все больше неувязанных между собой моделей; кроме того, появляются новые материалы (полимеры, армированные среды, различные суспензии и пр.), не укладывающиеся в рамки ранее созданных моделей.

Появляется настоятельная необходимость разработки общих методов построения моделей сплошной среды на общих научных основаниях с учетом и глубоким анализом накопленного теоретического и экспериментального материала. Ряд исследований в СССР и США посвящен разработке аксиоматического построения основ механики сплошной среды на уровне современных требований строгости [3]. При этом выявилась необходимость привлечения некоторых основных соотношений, выработанных на основе исторического анализа развития механики сплошной среды. Такой анализ вскрывает преимущество хорошо известных фундаментальных принципов физики: законов инвариантности суммарных характеристик, вариационных принципов, принципов термодинамики. Кроме того, возникает необходимость увязки основ механики сплошной среды с рядом разделов физики и химии (с электродинамикой, с химической кинетикой, с теорией массотеплопередачи и др.).

Неуклонный рост научной продукции в виде издания монографий, сборников трудов по отдельным проблемам, издания регуляр-

---

[1] История механики с конца XVIII в. до середины XX в., с. 264.

[2] См.: Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1973, с. 510—522.

[3] См.: Седов Л. И. Модели сплошных сред с внутренними степенями свободы.— ПММ, 32, вып. 5, 1968; Truesdell C., Noll W. The nonlinear field theories of mechanics.

ной и разветвленной научной периодики, в особенности реферативных журналов по отдельным отраслям знаний — все эти меры обеспечивают широкий обмен информацией и опытом между советскими и зарубежными учеными.

Значительно расширились международные связи ученых всех стран. Этому способствуют международные конгрессы, симпозиумы и конференции по отдельным разделам механики. В СССР организован Национальный комитет по теоретической и прикладной механике, который вошел в Международный союз по этим наукам. Наиболее тесные и регулярные связи и обмен информацией установился между советскими механиками и учеными социалистических стран.

В январе 1960 г. в Москве был организован первый Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике, в котором участвовало около 2 тыс. человек, из них около 700 докладчиков. Съезд показал, что во всех областях современной механики советская наука представлена большими коллективами, разрабатывающими важные для приложений и принципиальные теоретические вопросы. Второй и третий Всесоюзные съезды по механике также проходили в Москве в 1964 и 1968 гг. Здесь же летом 1972 г. проходил XIII Международный конгресс по теоретической и прикладной механике. В мае 1976 г. в Киеве состоялся IV Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Разбиение тематики съезда на секции и подсекции отражает главные направления, на которых сосредоточены усилия мощных научных коллективов нашей страны.

Секция общей и прикладной механики состояла из семи подсекций: аналитическая механика и устойчивость движения; оптимизация в задачах механики; колебания механических систем; гироскопические системы; механика космического полета; теория механизмов и машин; проблемы преподавания и истории механики.

Секция механики жидкости и газа включала в себя девять подсекций: общая и прикладная гидродинамика; аэродинамика и газовая динамика; движение вязкой жидкости и пограничный слой, турбулентность и смешение потоков; магнитная гидродинамика и динамика плазмы; движение жидкости и газа в пористых средах и гидродинамика многофазных сред; механика дисперсных сред в химико-технологических процессах; гидродинамические задачи биомеханики; общая теория макроскопических моделей сплошных тел.

Секция механики деформируемого твердого тела состояла из восьми подсекций: разрушение и прочность; механика композиционных материалов; теория пластичности, ползучести и неклассические модели; теория упругости; распространение волн в сплошных средах; пластины, оболочки и стержневые системы; стохастические методы и оптимальные задачи; трение и износ.

К 250-летию Академии наук советская механика оказалась связанной со всеми важнейшими и перспективными направлениями научного прогресса. Все более весомой становится доля советской механики в развитии мировой науки. Труд советских механиков вложен в расчет траекторий и запуска космических кораблей «Союз — Аполлон», совершивших стыковку в июле 1975 г. Рекордом точности явилась коррекция траекторий станций «Венера-9» и «Венера-10». В результате посадка спускаемых аппаратов произошла точно в заданное место поверхности планеты Венера. Оба аппарата в процессе спуска передали информацию о составе атмосферы, а после посадки первое визуальное изображение панорамы близлежащего участка Венеры. Все это представляло собой материал большой научной ценности.

XXV съезд КПСС в марте 1976 г. указал главные задачи науки и в частности механики в десятой пятилетке[1]. В новом программном документе «Основные направления развития народного хозяйства СССР на 1976—1980 годы», утвержденном съездом, сказано о необходимости усилить связь всех отраслей материального производства с передовой наукой. Все шире развертываемые фундаментальные исследования, а также и решение прикладных задач должны быть непосредственно связаны с научно-техническим прогрессом.

---

[1] См.: Григорьян А. Т. Задачи механики в десятой пятилетке, с. 2—5.

ЛИТЕРАТУРА

Маркс К., Энгельс Ф. Соч. Изд. 2-е.
Ленин В. И. Полн. собр. соч.

Книги по истории механики

Веселовский И. Н. Очерки по истории теоретической механики. М., «Высшая школа», 1974.
Григорьян А. Т. Очерки истории механики в России. М., Изд-во АН СССР, 1961.
Механика от античности до наших дней. М., «Наука», 1971.
Григорьян А. Т., Зубов В. Н. Очерки развития основных понятий механики. М., Изд-во АН СССР, 1962.
История механики с древнейших времен до конца XVIII в. М., «Наука», 1971.
История механики с конца XVIII в. до середины XX в. М., «Наука», 1972.
Космодемьянский А. А. Очерки по истории теоретической механики в России.— «Учен. зап. Моск. ун-та», вып. 122, т. 2. 1948, с. 193—296.
Очерки по истории механики. М., Учпедгиз, 1964.
Мандрыка А. П. Эволюция механики в ее взаимной связи с техникой. Л., «Наука», 1972.
Взаимосвязь механики и техники. Л., «Наука», 1975.
Моисеев Н. Д. Очерки развития механики. М., Изд-во МГУ, 1961.
Саввин Г. Н., Путята Т. В., Фрадлин Б. Н. Очерки развития некоторых фундаментальных проблем механики. Киев, «Наукова думка», 1964.
Тюлина И. А., Ракчеев Е. Н. История механики. М., Изд-во МГУ, 1962.

Книги по истории смежных наук

Берри А. Краткая история астрономии. М., ГТТИ, 1946.
Воронцов-Вельяминов Б. А. Очерки истории астрономии в России. М., ГИТТЛ, 1956.
Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. М.—Л., ОНТИ, 1937.
Кудрявцев П. С. История физики, т. 1, 2. М., Гостехиздат, 1956.
Лауэ М. История физики. М., ГИТТЛ, 1956.
Розенбергер Ф. История физики, ч. I—III. М., ГТТИ, 1934—1937.
Рыбников К. А. История математики. М., Изд-во МГУ, 1974.
Спасский Б. И. История физики, ч. 1, 2. М., «Высшая школа», 1977.

Издания первоисточников

Аристотель. Физика. М., Соцэкгиз, 1937.
Архимед. Сочинения. М., «Наука», 1962.
Архимед, Стевин, Галилей, Паскаль. Начала гидростатики. М.—Л,. ГТТИ, 1932.
Бернулли И. Избранные сочинения по механике. М.—Л., ГТТИ, 1937.
Бернулли Д. Гидродинамика. Л., Изд-во АН СССР, 1959.
Леонардо да Винчи. Избранные естественнонаучные произведения. М., Изд-во АН СССР, 1955.
Галилей Г. Избранные труды, т. 1, 2. М., «Наука», 1964. Диалог о двух главнейших системах мира. М.—Л., ГИТТЛ, 1948.
Гельмгольц Г. О сохранении силы. М., ГТТИ, 1934.
Гюйгенс X. Три мемуара по механике. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1951.
Даламбер Ж. Динамика. М.—Л., ГТТИ, 1950.
Декарт Р. Начала философии. Избранные произведения. М., Госполитиздат, 1950.
Жуковский Н. Е. Собр. соч., т. 1—7. М.—Л., ГИТТЛ, 1948—1950.
Кирпичев В. Л. Беседы о механике. М.—Л., ГТТИ, 1933.
Кирхгоф Г. Механика. Изд-во АН СССР, 1962.
Константинов К. И О боевых ракетах. Спб, 1856.
Коперник Н. О вращениях небесных сфер. М., «Наука», 1964.
Королев С. П. Ракетный полет в стратосфере. М., Госвоениздат, 1934.
Лагранж Ж. Аналитическая механика, т. 1, 2. М.—Л., ГТТИ, 1950.
Лаплас П. С. Опыт философии теории вероятностей. М., 1908.
Ломоносов М. В. Полн. собр. соч., т. 2. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1951.
Лукреций Кар. О природе вещей. М., Изд-во АН СССР, 1945.
Ляпунов А. М. Избранные труды. М. Изд-во АН СССР, 1948.
Мах Э. Механика. Историко-критический очерк ее развития. Спб., 1909.
Менделеев Д. И. О сопротивлении жидкостей и о воздухоплавании. Спб., 1880.
Ньютон И. Математические начала натуральной философии.— В кн.: Собр. трудов А. Н. Крылова, т. 7. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1936.
Остроградский М. В. Избранные труды. Л., Изд-во АН СССР, 1958.
Петров Н. П., Рейнольдс О., Зоммерфельд А., Мичель А., Жуковский Н. Е., Чаплыгин С. А. Гидродинамическая теория смазки. М.—Л., ГТТЛ, 1934.
Пуанкаре А. Наука и гипотеза. Спб., 1904.
Наука и метод. Спб., 1910.
Пуансо Л. Начала статики. Пг., 1920.
Сомов И. И. Рациональная механика. Спб., 1872.
Чаплыгин С. А. Полн. собр. соч., т. 1—4. М., Изд-во АН СССР, 1933—1935
Чебышев П. Л. Полн. собр. соч., т. 5. М., Изд-во АН СССР, 1951.
Эйлер Л. Основы динамики точки. М.—Л., ГТТИ, 1938.
Исследования по баллистике. М., Физматгиз, 1961.
Эйнштейн А. Собр. науч. трудов, т. 4. М., «Наука», 1967.
Якоби К. Лекции по динамике. М.—Л., ОНТИ, 1936.
Яниш К. О началах равновесия и движения. Спб., 1838.

Дополнительная литература

Араго Ф. Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров, т. 1—3. Спб., 1859—1861.
Белый Ю. А. Иоганн Кеплер. М., Изд-во АН СССР, 1971.
Бернал Дж. Наука в истории общества. М., ИЛ, 1956.
Боголюбов А. Н. Теория механизмов машин в историческом развитии ее идей. М., «Наука», 1976.
Машина и человек. Киев, «Наукова думка», 1970.

Вавилов С. И. Исаак Ньютон. М., Изд-во АН СССР, 1961.
Ленин и современная физика. М., «Наука», 1970.
Веселовский И. Н. Христиан Гюйгенс. М., Учпедгиз, 1959.
Веселовский И. Н., Белый Ю. А. Николай Коперник. М., «Наука», 1974.
Геронимус Я. Л. Очерки о работах корифеев русской механики. М., ГТТИ, 1952.
Голубев В. В. Николай Егорович Жуковский. М., Изд-во МГУ, 1947. Сергей Алексеевич Чаплыгин. М., Изд-во МГУ, 1951.
Григорьян А. Михаил Васильевич Остроградский. М., «Наука», 1961.
Григорьян А. Т., Вяльцев А. Н. Генрих Герц. М., «Наука», 1968.
Григорьян А. Т., Фрадлин Б. Н. Механика в СССР. М., «Наука», 1977.
Де Бройль Л. По тропам науки. М., ИЛ, 1962.
Джеммер М. Понятие массы в классической и современной физике. М., «Прогресс», 1967.
Ишлинский А. Ю. Инерциальное управление баллистическими ракетами. М., «Наука», 1968.
Космодемьянский А. А. Константин Эдуардович Циолковский. М., «Наука», 1976.
Комков Г. Д., Левшин Б. В., Семенов Л. К. Академия наук СССР. Краткий исторический очерк. М., «Наука», 1974.
Крылов А. Н. Мысли и материалы о преподавании механики. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1943.
Мандрыка А. П. История баллистики. М.—Л., Наука, 1964.
Меркулова Н. М. Развитие газовой динамики в СССР. М., «Наука», 1966.
Моисеев Н. Д. Очерки развития теории устойчивости. М., ГИТТЛ, 1949.
Оствальд В. Философия природы. Спб., 1903.
Пенчко Н. А. Основание Московского университета. М., Изд-во МГУ, 1952.
Погребысский И. Б., От Лагранжа к Эйнштейну. М., «Наука», 1966.
Рожанская М. М Механика на средневековом Востоке. М., «Наука», 1976.
Седов Л. И. Галилей и основы механики. М., «Наука», 1964. Проблемы науки. М., «Знание», 1966.
Мысли об ученых и науке прошлого и настоящего. М., «Наука», 1973.
Слезкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М., ГТТИ, 1956.
Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов. М., ГИТТЛ, 1957.
Тюлина И. А. Жозеф Луи Лагранж. М., «Наука», 1977.
Франкфурт У. И. Специальная и общая теория относительности. М., «Наука», 1968.

Сборники статей и отдельные статьи

Принятые сокращения:

ВИЕТ — Вопросы истории естествознания и техники;
ИМЕН — История и методология естественных наук;
ИМИ — Историко-математические исследования;
ТИИЕТ — Труды института истории естествознания и техники АН СССР.

Вариационные принципы механики. Под ред. Л. С. Полака. М., ГИФМЛ, 1959.
Жозеф Луи Лагранж. К 200-летию со дня рождения. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1937.

Из истории ракетной техники. М., «Наука», 1964.
Исаак Ньютон. К 300-летию со дня рождения. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1943
Николай Коперник. К 400-летию со дня смерти. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1947.
Николай Коперник. К 410-летию со дня смерти. М., Изд-во АН СССР, 1955.
Николай Коперник. К 500-летию со дня рождения. М., «Наука», 1973.
Механика и физика XVIII в. М., «Наука», 1976.
Механика в СССР за 50 лет (1917—1967), т. 1—3. М., «Наука», 1969—1972.
Методологические принципы физики. История и современность. М., «Наука», 1975.
Памяти Исаака Ньютона. М., Изд-во МГУ, 1946.
Проблемы механики сплошной среды. М., Изд-во АН СССР, 1961.
Проблемы философии и методологии современного естествознания. М., «Наука», 1973.
Проблемы истории и методологии научного познания. М., «Наука», 1974.
Развитие механики гироскопов и инерциальных систем. М., «Наука», 1973.
Развитие механики в СССР. Под ред. А. Ю. Ишлинского. М., «Наука», 1967.
У истоков классической науки. М., «Наука», 1968.
Физика на рубеже XVII—XVIII вв. М., «Наука», 1974.
Философские основания естественных наук. М., «Наука», 1976.
Леонард Эйлер. К 150-летию со дня смерти. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1935.
Леонард Эйлер. К 250-летию со дня рождения. М., Изд-во АН СССР, 1958.

Бобылев Д. К. Краткий исторический очерк основных принципов и общих законов теоретической механики. Спб., 1892.
Веселовский И. Н. Некоторые вопросы механики Л. Эйлера. — ВИЕТ, 19, 271—281, 1957.
Геронимус Я. Л., Медведева А. К. Развитие идей и методов Чебышева в трудах советских ученых. ВИЕТ, вып. I (46), 37—41. 1974.
Глушко В. П. О горении готовых топливных смесей в полузамкнутом объеме. — «Ракетная техника», 1937, № 6, с. 30—40.
Голубев В. В. Механика в Московском университете перед Великой Октябрьской социалистической революцией и в советский период. — ИМИ, вып. VIII, 1955, с. 77—127.
Григорьян А. Т. Задачи механики в десятой пятилетке. — «Изв. АН СССР. Механика тверд. тела», № 2, 2—5, 1976.
Дубошин Г. Н. Астрономия в работах Ньютона. — В кн.: Московский университет — памяти Исаака Ньютона. 1643—1943. М., МГУ, 1946, с. 89—101.
Ишлинский А. Ю. Галилео Галилей. — В кн.: Галилей и современность. М., «Знание», 1964, с. 5—15.
Ленинская теория познания и классическая механика. — «Изв. АН СССР. Механика твердого тела», 1970, № 2, 3—4.
Механика как основа познания явлений природы и база творений техники. — В кн.: Теоретическая механика во Втузах. М., «Высшая школа», 1971, с. 61—70.
Классическая механика, силы инерции, невесомость. — Там же, с. 242—270.
Основные принципы и понятия классической механики — объединяющий центр естественных наук XVIII—XX вв. — В кн.: Синтез современного научного знания. М., «Наука», 1973, с. 516—524.
Крамар Ф. Д. Развитие геометрического аппарата механики. — «Вестн. Казахск. АН ССР», 1964, № 12, 51—55.
Кудряшова Л. В. Различные формы дифференциальных уравнений движения твердого тела с неподвижной точкой. — ИМЕН, вып. XI, 223—227, 1971.
Мандрыка А. П. Николай Александрович Забудский. — ТИИЕТ, т. 19, 603—618, 1957.
Ракчеев Е. Н. Очерк развития теории упругости в России во второй половине XIX — начале XX века. — ТИИЕТ, т. 22, 214—239, 1959.

О трактате Галилея «Механика». — ИМЕН, вып. IV, 157—163, 1966.
Рахманинов И. И. Начало наименьшей потерянной работы, как общее начало механики. — «Изв. Киевск. ун-та», № 4, с. 1—20, 1878.
Свешникова В. А. К вопросу об аксиоме параллелограмма сил. — ИМЕН, вып. XX, 1978.
Слезкин Н. А. Ф. Энгельс и современная механика. — ИМЕН, вып. XIV, 1973.
Сомов И. И. Замечания, относящиеся к принципу наименьшего действия. — «Матем. сб.», 5, 179—188, 1870.
Об алгебраическом способе доказательства гамильтонова начала. — «Матем. сб.,», 6, 119—133, 1871.
Сретенский Л. Н. Динамика твердого тела в работах Эйлера. — В кн.: Леонард Эйлер. К 250-летию со дня рождения, с. 210—229.
Тюлина И. А. Развитие механики в Московском университете в XVIII и XIX веках. — ИМИ, вып. VIII, 489—539, 1955.
О работах Л. Эйлера по теории гидрореактивного судна и водяной турбины. — ВИЕТ, вып. 4, с. 34—46, 1957.
Научная деятельность И. В. Мещерского. — ТИИЕТ, т. 34, 246—272, 1960.
Механика тел переменной массы. — В кн.: История механики с конца XVIII в до середины XX в. М, «Наука», 1972, с. 153—191.
Гипотеза обратных квадратов Гука и теория тяготения Ньютона. — В кн.: Сб. научн.-методич. статей по теоретической механике. М., «Высшая школа», 1974, с. 62—67.
Геометрическая статика Вариньона. — ВИЕТ, вып. 56—57, 40—43, 1977.
Тюлина И. А., Казарян А. И Принцип возможных перемещений в трудах М. В. Остроградского и его школы. — В кн.: Очерки по истории математики и механики. М, Изд-во АН СССР, 1963, с. 124—146.
Тюлина И. А., Чиненова В. Н. К вопросу об основных понятиях и законах динамики Галилея. — ИМЕН, вып. XI, 232—239, 1971.
Фрадлин Б. Н. К истории динамики неголономных систем. — ВИЕТ, вып. 11, 61—69, 1961.
Цыганова Н. Я. Работы русских ученых XIX в. по исследованию начала наименьшего действия и начала Гамильтона — Остроградского. — ТИИЕТ, т. 19, 462—534, 1957.

Учебники и монографии по механике и ее разделам

Аппель П. Руководство теоретической (рациональной) механики, т. 1. М., 1911.
Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах, ч. II. М., Физматгиз, 1961.
Гернет М. М. Курс теоретической механики. М., «Высшая школа», 1973.
Геронимус Я. Л. Теоретическая механика. Очерки об основных положениях. М., «Наука», 1973.
Ильюшин А. А. Пластичность. М., Гостехиздат, 1948.
Кирпичев В. Л. Основания графической статики. М.—Л., ГТТИ, 1933.
Космодемьянский А. А. Курс теоретической механики. М., «Просвещение», 1966.
Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики, ч. I, II. Л., ГТТИ, 1934.
Некрасов А. И. Курс теоретической механики, ч. I, II. М., ГИТТЛ, 1945.
Николаи Е. Л. Теоретическая механика, ч. I, М.—Л., ГИТТЛ, 1951.
Новожилов В. В. Теория упругости. М.—Л., Гостехиздат, 1952.
Огибалов П. М., Мирзаджанзаде А. Х. Механика физических процессов. М., Изд-во МГУ, 1976.

Ольховский И. И. Курс теоретической механики для физиков. М., Изд-во МГУ, 1974.
Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М., «Наука», 1967.
Рахматулин Х. А., Демьянов Ю. А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. М., Физматгиз, 1961.
Сагомонян А. Я. Проникание (твердых тел в сжимаемые сплошные среды). М., Изд-во МГУ, 1974.
Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 1, 2. М., «Наука», 1973.
Суслов Г. К. Теоретическая механика. М.—Л., Гостехиздат, 1946.
Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. М., «Наука», 1975.

Ampèr A. Essai sur la philosophie de sciences. Paris, 1834.
Appel P. Traité de mécanique rationelle, t. 1. Paris, 1902.
Aristotelis. Opera omnia. vol. 4. Parisiis Ed. Didot, 1857.
Belidor B. Architecture hydraulique. Paris, 1737.
Bernoulli D. Examen principiorum mechanicae et demonstrationes geometricae de compositione de virium. Comment. Petersb. Academ., t. 1, 1728.
Bernoulli I. Hydraulica. Opera omnia, t. V, p. 387—493.
Bossut C. Traité théorique et expérimental d'hydrodinamique. Paris, 1797.
Cauchy A. Exercices mathématiques, vol. II, 1827; vol. III, 1828.
Clagett M. The science of mechanics in the middls ages. London, 1959.
Coriolis G. G. Sur la maniere d'établir les différens Principes de Mécanique. «Journ. de l'Ec. Pol.», t. 24, 93—125, 1835.
Sur les équations du mouvement relatif des systemes de corps. Ibid., 142—154.
Traité de la mécanique des corps solides et du calcul de l'éffets de machines. Paris, 1844.
D'Alambert J. L. Essai d'une nouvelle théorie sur le résistance des fluides. Paris, 1752.
Suite des recherches sur le mouvement des fluides. Paris. 1768.
Traité de l'équilibre du mouvement des fluides. Paris, 1774.
Dugas R. Histoire de la mécanique. Paris, 1950.
Duhem P. L'évolution de la mécanique. Paris, 1905.
Les origines de la statique, t. I, II, 1905.
Descartes R. Correspondance... t. II. Paris, 1936.
Euler L. Scientia navalis seu tractatus de construendis ac derigendis navibus, auctore L. Euler a Petropolis, 1749, t. 1, I.
Découverte d'un nouveau principe de Mécanique. Histoire de l'Ac. Royale des sci. t. VI. Berlin 1750/1752, 185—217.
Principes généraux de l'état de l'équilibre des fluides. Mém. de l'Ac. Berlin. 11 (1755), 1757, p. 217—273.
Principes généraux du mouvement des fluides. Hist. de l'Ac. de Berlin. 1755.
Théorie plus complète des machines qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau. Hist. de l'Acad. de Sci. de Berlin, 1756, p. 227—295.
Tentamen theoriae de frictione fluidorum. Novi Comm., Petrop., t. VI (1756—57), 338—388, 1761.
Fourier B. Mémoire sur la statique. Journ. de l'écol polyt. Cahier V. Annee VII. Paris, p. 20—60.
Gauss K. Werke. Band 5, 1877.
Herivel I. W. Sur le premièrs recherches de Newton en dynamique. Revue d'histoire des sciences et des leurs application, 1962, t. 15, N 2.
Hermann J. Phoronomia sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum. Liberi duo. Ansteldami, 1716.
Herons von Alexandria. Opera Mechanik et Katoptriqk. Leipzig, 1900.
Laplace P. Mécanique céleste, t. I. Paris, 1798—99.
Navier A. Mémoire sur les lois du mouvement des fluides. Mém. de l'Acad. de sci. de Paris, t. 6, 1827.

Newton I. The correspondance of Isaac Newton, vol. 1, 2, 3. Publ. for the Royal Soc., Cambridge Univ. Press, 1970.
Painleve P. Les axiomes de la mécanique. Paris, 1922.
Poincare H. Sur une forme nouvelle des équations de la mécanique. Compt. rend. Acad. de sci. Paris, vol. 132, 1901, p. 369—371.
Truesdell C., Noll W. The nonlinear theories of mechanics. Handbuch der Physique, Bd. III, Teil 3. Berlin, 1965.
Varignon P. Nouvelle mécanique ou statique. t. 1, 2. Paris, 1725.

ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

ОГЛАВЛЕНИЕ

РАЗДЕЛ 3

ЗАРОЖДЕНИЕ УЧЕНИЯ О ДВИЖЕНИИ

РАЗДЕЛ 4

НАУЧНАЯ РЕВОЛЮЦИЯ XVI—XVII вв. И СОЗДАНИЕ ФУНДАМЕНТА КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

РАЗДЕЛ 5

ПРОМЫШЛЕННЫЙ ПЕРЕВОРОТ И РАЗВИТИЕ МЕХАНИКИ В XVIII — НАЧАЛЕ XIX в.

Тюлина И. А.

История и методология механики. М., Изд-во Моск. ун-та, 1979. 282 с., 34 ил.

В книге проводится историко-методологический анализ развития механики от античности до XX в. в ее взаимосвязи с запросами техники и смежных разделов естествознания. Значительное внимание уделено философским вопросам, связанным с понятиями и законами механики, и анализу (на примере механики) процесса превращения науки в производительную силу общества.

$Т\frac{20301-079}{077(02)-79}$ 78—79 1703010000

ИРИНА АЛЕКСАНДРОВНА
ТЮЛИНА

ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ
МЕХАНИКИ

Заведующий редакцией
С. И ЗЕЛЕНСКИЙ

Редактор Г. Е ГОРЕЛИК

Художник В. С. ВЕХТЕР

Технические редакторы
З. С. КОНДРАШОВА,
Е. Д ЗАХАРОВА

Корректоры
В. П КАДАДИНСКАЯ,
Г. В. ЗОТОВА,
Л С. КЛОЧКОВА

Тематический план 1979 г. № 78
ИБ № 489

Сдано в набор 25 01.79
Подписано к печати 01.10.79.
Л-81361 Формат 60X90[1]/16
Бумага тип № 1.
Гарнитура литературная.
Высокая печать.
Усл. печ. л. 18,0 Уч -изд. л. 19,67
Зак. 17 Тираж 3700 экз.
Цена 1 р 90 к Изд. № 3150

Издательство
Московского университета.
Москва, К-9, ул. Герцена, 5/7.
Типография Изд-ва МГУ.
Москва, Ленинские горы

И. А. ТЮЛИНА

история и методология механики