

Министерство сельского хозяйства РФ
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Мичуринский государственный аграрный университет»

Кафедра общей зоотехнии

Утверждено Протокол № 6
методической комиссии
Технологического
института от 22.01.07 г.

Методические указания

по выполнению лабораторно-практических занятий для раздела

«Биометрия»

по дисциплине **«Генетика с основами биометрии»**
для студентов 2 курса специальности 110401 «Зоотехния»



Мичуринск – наукоград 2007

Составили: профессор, доктор биол. наук **Кудрин А.Г.**,
ст. преподаватель, кандидат с.-х. наук **Н.А. Чернышева**

Рецензент:

доцент кафедры технологии производства и переработки
продукции животноводства, кандидат с.-х. наук **А.Ч. Гаглоев**

Рекомендованы методической комиссией
технологического института, протокол № 5 от 5 декабря
2006 г.

©Издательство Мичуринского государственного аграрного университета, 2007

Содержание

Основные обозначения и термины.....	4
<i>Тема 1.</i> Вычисление средней арифметической и показателей изменчивости для дискретных величин в больших выборках	7

Тема 2. Вычисление средней арифметической и показателей изменчивости для непрерывных величин в больших выборках	9
Тема 3. Ошибки статистических величин	12
Тема 4. Вычисление средней арифметической и показателей изменчивости в малых выборках	13
Тема 5. Типы распределения, графическое изображение вариационных кривых	15
Тема 6. Критерии достоверности оценок. Определение достоверности разности выборочных средних	18
Тема 7. Расчет коэффициента фенотипической корреляции в большой выборке	19
Тема 8. Расчет коэффициента фенотипической регрессии в большой выборке. Построение эмпирических и теоретических линий регрессии	23
Тема 9. Расчет коэффициента фенотипической корреляции и регрессии в малой выборке	29
Тема 10. Расчет коэффициента повторяемости	31
Тема 11. Вычисление и значение коэффициента наследуемости	33
Тема 12. Дисперсионный анализ в малых выборках (использование однофакторного комплекса)	35
Тема 13. Дисперсионный анализ в больших выборках	38
Приложения	40

Основные обозначения и термины

\bar{X} - средняя арифметическая выборки - центр распределения в выборке, вокруг которого группируются все варианты статистической совокупности;

M- средняя величина генеральной совокупности;

m_x – ошибка выборочной средней; d – разность

между двумя величинами; σ - среднее

квадратическое отклонение; C_v – коэффициент вариации; n – число животных в выборке;

N – число животных в генеральной совокупности; r – коэффициент фенотипической корреляции;

C, D – дисперсия;

$R_{x/y}$ – коэффициент регрессии – количественное изменение одного признака (функции) в зависимости от изменения второго (аргумента); l – классовый промежуток;

a – условное отклонение в вариационных рядах;

A – условная средняя вариационного ряда; W_0 – значение начала модального класса; t – коэффициент достоверности;

lim – границы;

$x_1, x_2 \dots x_i$ – значение данных в выборке;

t_{st} – стандартное значение критерия достоверности Стьюдента; ν – число степеней свободы;

P – уровень вероятности;

F – критерий достоверности по Фишеру;

η^2 – сила влияния фактора (1) – доля межгрупповой вариации в общем варьировании;

h^2 – коэффициент наследуемости (2) – доля генотипической изменчивости в общей (фенотипической) изменчивости; σ^2 – дисперсия – квадрат стандартного отклонения; SD – общий селекционный дифференциал;

SD_m – селекционный дифференциал матерей;

SD_0 – селекционный дифференциал отцов;

ΔS – эффект селекции; i – число поколений.

Выборка – часть исследуемой совокупности, по которой делают выводы о распределении признака, справедливые для всей совокупности животных.

Генеральная совокупность – бесконечно большое множество относительно однородных единиц или членов, объединенных по какому-либо признаку.

Критерий достоверности – показывает, удовлетворяют ли выборочные показатели принятой гипотезе.

Нулевая гипотеза – предполагает, что разность между генеральными параметрами сравниваемых групп равна нулю, а различия, наблюдаемые между выборочными характеристиками, носят случайный характер.

Ошибка – разность между результатами измерений и действительно существующими значениями.

Источники ошибок – технические (неисправности и неточности приборов), личные (навыки и мастерство исследователя), случайные.

Вариационный ряд – последовательность показателей признака животных, расположенная в порядке возрастания величин того же признака. Он обладает рядом закономерностей, которые используются в генетике и селекции животных.

Корреляция – зависимость между переменными величинами.

Наследуемость – доля влияния генотипа на изменчивость признака.

Количественные признаки – признаки, поддающиеся непосредственному измерению. Разделяются на мерные (варьирующие непрерывно) и счетные (дискретные).

Качественные признаки – признаки, не поддающиеся непосредственному измерению и учитываемые по наличию их свойств у отдельных членов изучаемой группы.

Объем выборки – количество отбираемых вариантов. Выборка не может содержать менее 2-х вариантов.

Дисперсия – сумма квадратов отклонений каждого признака от средней.

Классы вариационного ряда – интервалы, на которые разбивается общая вариация признака в пределах от минимальной до максимальной величины.

Мода – величина, наиболее часто встречающаяся в данной совокупности.

Медиана – средняя, относительно которой вариационный ряд делится на две количественно равные части.

Репрезентативность – мера, в которой выборка представляет генеральную совокупность. По репрезентативной выборке можно судить о генеральной совокупности.

Вероятность – числовая мера возможности осуществления события.

Сила влияния фактора – мера, в которой фактор влияет на формирование признака.

Правило 3-х сигм – при нормальном распределении 99,9% наблюдений входят в цифровой интервал от $X - 3\sigma$ до $X + 3\sigma$.

Размах варьирования – разница между максимальным и минимальным значением признака.

Нормированное отклонение – отклонение той или иной варианты от средней, отнесенное к величине среднего квадратического отклонения.

Модальный класс – класс, в котором наблюдается наибольшее количество вариантов (особей, наблюдений).

Тема 1. ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ ВЕЛИЧИН В БОЛЬШИХ ВЫБОРКАХ

Числовые показатели, характеризующие генеральную совокупность, называют параметрами, а числовые показатели,

характеризующие выборку, – выборочными характеристиками. Последние являются приближенными оценками генеральных параметров. Основными выборочными характеристиками являются:

- выборочная средняя \bar{X} – характеризует генеральную среднюю, если из генеральной совокупности случайным образом, т.е. рендомизированно, отобрать большое число выборок, то их средние не совпадут, т.е. будут варьировать вокруг генеральной средней;
- среднее квадратическое отклонение (σ) – является оценкой стандартного отклонения $\sigma_{\text{ген}}$, характеризующего генеральную совокупность;
- выборочная дисперсия (σ^2) – является оценкой генеральной дисперсии $\sigma_{\text{ген}}^2$.

Все поголовье животных какой-либо породы, региона или большого хозяйства может быть определено, как генеральная совокупность. Методом случайной выборки животных бесповторно или с повторностями (животное может несколько раз попасть в выборку) формируют большую ($n \geq 30$) или малую выборку ($n < 30$).

Если значение признака выражено целым числом, то такой признак называется дискретным. Для дискретных признаков каждое значение признака является отдельным классом.

Порядок выполнения работы:

1. Определяем лимиты – X_{\min} и X_{\max}
2. Находим значение первого класса – X_{\min}
3. Находим значение последнего класса – X_{\max}
4. Составляем таблицу по приведенной ниже форме и разносим животных по классам.
5. Присваиваем модальному классу значение $a = 0$.
6. Для каждого класса находим отклонение от модального и заносим в таблицу.

7. Находим для каждого класса значение $p \times a$ и $p \times a^2$.

8. По формулам рассчитываем значения для основных показателей выборки:

$$b = \frac{\sum p \times a}{n} \quad s = \sqrt{\frac{\sum p \times a^2}{n} - b^2} \quad - \quad C_v = X \times 100$$

Таблица 1 – Расчет основных параметров для выборки по многоплодию маток 1-го опороса

Классы **	Разноска	Количество жи- вотных в классе, р	Отклонение от модального класса, а	$p \times a$	$p \times a^2$
6		1	-4	-4	16
7		3	-3	-9	27
8		5	-2	-10	20
9		8	-1	-8	8
10		16	0	0	0
11		15	1	15	15
12		10	2	20	40
13		6	3	18	54
14		4	4	16	64
15		2	5	10	50
Σ		$\Sigma p=70$		$\Sigma p a = 48$	$\Sigma p a^2 = 294$

**Примечание: Если число классов для дискретного вариационного ряда превышает 15, то расчет удобнее вести как для непрерывного ряда.

$$b = \frac{48}{70} = 0,69$$

$$X = 10 + 0,69 = 10,69 \text{ пор.}$$

$$s = \pm \sqrt{\frac{294}{70} - 0,69^2} = 1,93 \text{ пор.}$$

$$C_v = \frac{1,93}{10,69} \times 100 \% = 18 \%$$

Задание: Рассчитать основные параметры выборки, согласно индивидуального задания. Сделать вывод по полученным результатам.

Тема 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ДЛЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ВЕЛИЧИН В БОЛЬШИХ ВЫБОРКАХ

Если значение признака может принимать любое числовое выражение, то такой признак называется непрерывным.

Расчет параметров большой выборки необходимо разбить на следующие этапы:

1. Определение лимитов – X_{\max} и X_{\min} ,
2. Находим размах изменчивости $d = X_{\max} - X_{\min}$,
3. Определяем величину классового промежутка $l = \frac{d}{K}$

Таблица 2 – Желательное количество классов при различном объеме выборки животных

Желательное количество наблюдений	Количество классов, k
25-40	5-6
40-60	6-8
60-100	7-10
100-200	8-12
>200	10-15

4. Определение начала первого класса: X_{\min} округляется в меньшую сторону - $X_{\text{начала}}$.

5. Определение начала последующих классов: $X_{\text{начала}} + l$.
 1. Величина начала последнего класса не должна быть больше, чем X_{\max} .

6. Определение конца класса: $X_{\text{начала}} + (l - 1 \text{ ед. измерения})$.

7. Разносим животных по классам, определяя в какой классовый промежуток входит каждое значение признака.

8. Присваиваем модальному классу значение $a = 0$.

9. Для каждого класса находим отклонение от модального и заносим в таблицу.

10. Находим для каждого класса значение $р \times a$ и $р \times a^2$.

11. Используя формулы, рассчитываем значения для основных показателей выборки.

Пример: рассчитаем у коров основные показатели выборки по надое молока за 305 суток лактации.

1. $X_{\text{max}}=5792 \text{ кг}$ и $X_{\text{min}}=2602 \text{ кг}$

2. $d=5792-2602=3190 \text{ кг}$

3. $l=3190:10=319 \approx 300 \text{ кг}$

4. Начало первого класса: $X_{\text{начала}}=2600 \text{ кг}$

5. Начало следующего класса:

$X_{\text{начала}}=2600+300=2900 \text{ кг}$ и т. д.

6. Конец первого класса: $X_{\text{конца}}=2600+300-1=2899 \text{ кг}$

Таблица 3 – Вариационный ряд по надое молока у коров за 305 суток лактации

Классы	Разноска	Количество животных в классе, $р$	Отклонение от модально-го класса, a	$р \times a$	$р \times a^2$
2600-2899		1	-5	-5	25
2900-3199		4	-4	-16	64
3200-3499		7	-3	-21	63
3500-3799		15	-2	-30	60

3800-4099		20	-1	-20	20
4100-4399		31	0	0	0
4400-4699		21	1	21	21
4700-4999		13	2	26	52
5000-5299		6	3	18	54
5300-5599		2	4	8	32
5600-5899		1	5	5	25
Σ		$\Sigma p = 121$		$\Sigma p a = 17$	$\Sigma p a^2 = 416$

$$11. W_0 = 4100 \text{ кг}; \quad A = 4100 + \frac{300}{2} = 4250 \text{ кг}; \quad b = \frac{-17}{121} = -0,14;$$

$$\bar{X} = 4250 + (-0,14 \times 300) = 4292 \text{ кг};$$

$$s = \pm \sqrt{\frac{416}{121} - (-0,14)^2 \times 300} = \pm 554,7 \text{ кг};$$

$$C_v = \frac{554,7}{4292} \times 100 = 12,9\% .$$

Расчет параметров выборки с использованием пакета

	A	B	C
1		=СУММ(B8:B69)	=СУММ(C8: C69)
Сумма			
2 Ср.знач, \bar{X}		=СРЗНАЧ(B8:B121)	=СРЗНАЧ(C8:C121)
3 Число животных, n		=B1/B2	=C1/C2
4 Средне-квадратиче-			=СТАНДОТ-

программ Microsoft Excel для большой выборки.

		=СТАНДОТКЛОН(B8:B121)	
5	Ошибко- средней для $n \geq 30$, m	=B4/КОРЕНЬ(B3)	=C4/КОРЕНЬ(C3)
6	Ошибко- средней для $n < 30$, m	=B4/КОРЕНЬ(B3-1)	=C4/КОРЕНЬ(C3-1)
7	Коэф. ва- риации, C_v %	=B3/B2*100	=C3/C2*100

Задание: Рассчитать основные параметры выборки, согласно индивидуального задания. Сделать вывод по полученным результатам.

Тема 3. **ОШИБКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН**

Выборочные характеристики обычно не совпадают по абсолютной величине с соответствующими генеральными параметрами, так как часть не может полностью отражать свойства целого. Величина отклонения выборочного показателя от его генерального параметра называют статистической ошибкой, или ошибкой репрезентативности. Статистические ошибки присущи только выборочным характеристикам, возникая в процессе отбора вариант из генеральной совокупности.

Ошибка является именованной величиной и выражается в единицах измерения основного параметра. Ошибку средней находят по формулам:

$$m = \pm \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$m = \pm \frac{s}{\sqrt{n-1}}$ - для малой выборки, так как чем меньше выборка, тем больше ошибка.

Полученный результат записывается как $X \pm m$, это означает, что средняя генеральной совокупности находится в пределах от $X - m$ до $X + m$.

Пример: Для задания 2 рассчитаем значение ошибки средней: $m_x = \frac{\pm 554}{\sqrt{121}} = 49,5$ кг (см. задание 2).

В нашем случае среднее значение надоя для всего стада будет находиться в пределах от 4242,5 до 4341,5 кг молока. На практике по нижнему пределу для среднего значения продуктивности планируют доходную часть, а по верхнему пределу – затраты, в том числе на корма, потребность в помещениях и т.д.

Ошибками репрезентативности сопровождаются и другие выборочные показатели, в т.ч.:

ошибка среднего квадратического отклонения:

$m_s = \pm s_2 n$ ошибка коэффициента вариации:

$$m_{Cv} = \pm C \sqrt{2n}$$

Задание: Рассчитать основные параметры выборки согласно индивидуального задания. Сделать вывод по полученным результатам.

Тема 4. ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ В МАЛЫХ ВЫБОРКАХ

1. Среднее значение в малой выборке находим по формуле $X = \frac{\sum X_i}{n}$, где n – количество животных в выборке

2. Для расчета показателей изменчивости определяем дисперсию или сумму средних квадратов отклонений 3. По формулам находим критерии выборки

Таблица 4 – Расчет параметров малой выборки по многоплодию маток при первом опоре

X_i	$X_i - X$	$(X_i - X)^2$
10	0,75	0,5625
12	-1,25	1,5625
15	-4,25	18,0625
11	-0,25	0,0625
10	0,75	0,5625
8	2,75	7,5625
7	3,75	14,0625
9	1,75	3,0625
12	-1,25	1,5625
10	0,75	0,5625
15	-4,25	18,0625
13	-2,25	5,0625
14	-3,25	10,5625
8	2,75	7,5625
8	2,75	7,5625
10	0,75	0,5625
10	0,75	0,5625
11	-0,25	0,0625
9	1,75	3,0625
13	-2,25	5,0625
$\Sigma = 215$	$\Sigma = 0$	$\Sigma = 105,75$

Среднее значение: $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$

Дисперсия: $C = \sum (X_i - \bar{X})^2$

Среднее квадратическое отклонение: $s = \sqrt{\frac{C}{n-1}} = \pm$

Коэффициент $\frac{s}{X} \times 100$

вариации: $C_v = \frac{s}{\sqrt{n-1}}$

Ошибка средней: $m = \pm$

$$= \frac{215}{20}$$

$$X = 20 = 10,75 \text{ нор.}$$

$$C = 105,75$$

$$s = \sqrt{\frac{105,75}{20-1}} = \pm 2,36 \text{ нор}$$

$$m = \pm = \pm 0,54 \text{ нор.}$$

$$\frac{2,36}{\sqrt{20-1}}$$

$$C_v = \frac{2,36}{10,75} \times 100 =$$

21,9%

Задание: Рассчитать основные параметры выборки, согласно индивидуального задания. Сделать вывод по полученным результатам.

Тема 5. ТИПЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ КРИВЫХ

1. Биноминальное распределение

В случаях, когда событие или признак формируется по принципу «или-или», вероятность противоположных исходов при независимых исследованиях практически одинакова и

выражается как $p + q = 1$. При увеличении числа независимых испытаний возрастает возможное число исходов. Так при одном испытании (например, по формированию масти у коров) может родиться или красный или черный теленок. При двух испытаниях распределение принимает вид: черный-черный, черный-красный, красный-черный, красный-красный. При десяти испытаниях число исходов возрастает до 1024 и т.д.

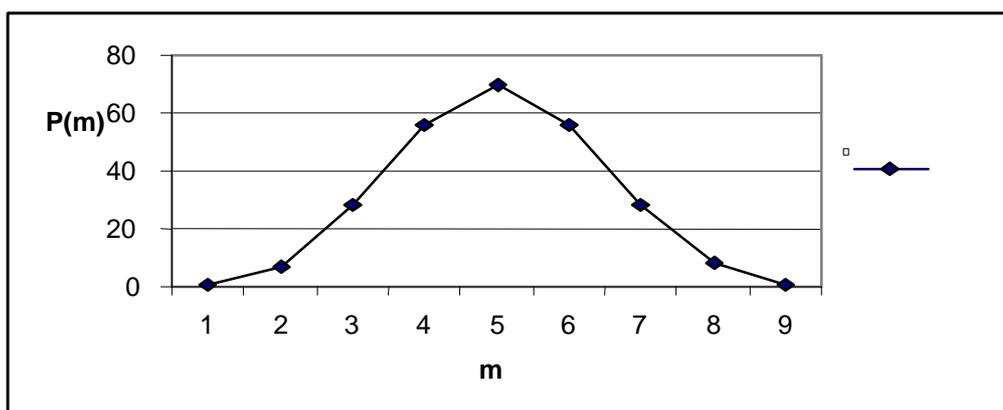


Рис.1. Одновершинная биномиальная вариационная кривая.

2. Нормальное распределение

Основным свойством его является совпадение по абсолютной величине средней арифметической, моды и медианы. При этом 99,7% от всех вариантов нормально распределяющейся совокупности находится в пределах $\bar{x} \pm 3\sigma$ (правило плюсминус трех сигм). В пределах $\bar{x} \pm 2\sigma$ — 95,4% вариантов и $\bar{x} \pm 1\sigma$ — 68,3% вариантов. Нормальное распределение характерно для непрерывных признаков. Кривая нормального распределения представляет собой симметричный относительно центра распределения «колокол». В случае исключения из стада худших или лучших животных формируются вариационные кривые, усеченные с левой и правой стороны.

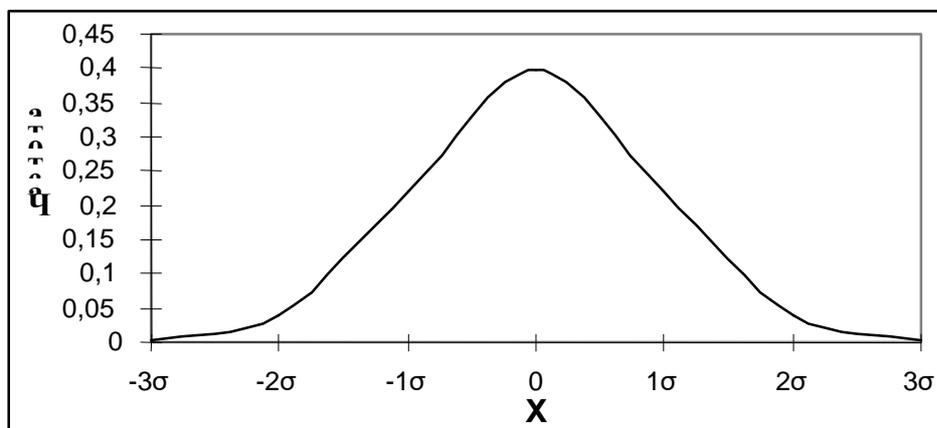


Рис.2. Кривая нормального распределения.

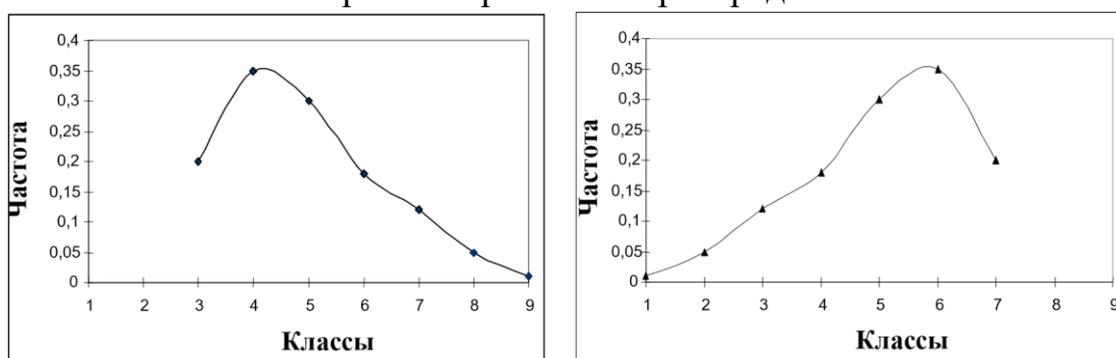


Рис.3. Варианты усеченных вариационных кривых.

3.Экссесс, асимметрия, влияние кормового фактора

В случае, если распределение частот в классах вариационного ряда отличается от нормального, говорят об асимметрии – при смещении кривой относительно центра (правосторонняя или левосторонняя), или эксцессе – при отклонении вверх (положительный) или вниз (отрицательный) вершины кривой нормального распределения.

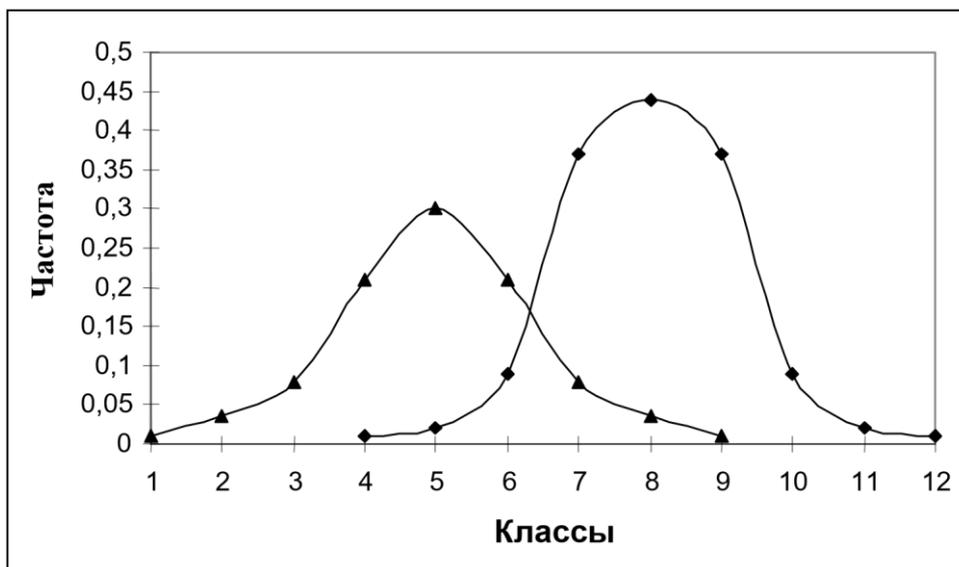


Рис. 4. Вариационные кривые коров при разном уровне кормления.

4. Многовершинные кривые

Они образуются в результате действия на популяцию факторов, при котором образуется несколько микропопуляций. Эти трансгрессивные кривые можно представить в виде нескольких кривых, близких к нормальным, имеющих общую часть классов. Между средними арифметическими этих рядов может быть даже достоверная разность.

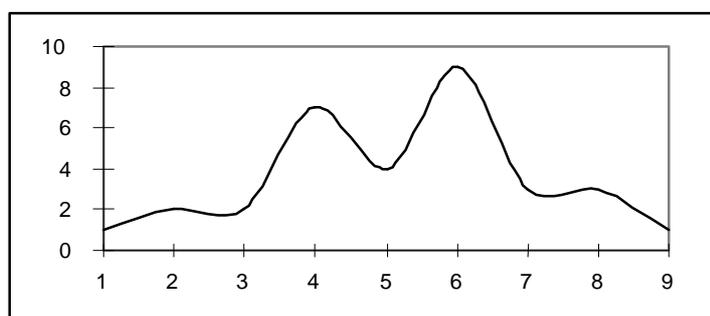


Рис 5. Кривая генетически неоднородного стада с разными условиями

Задание: Построить кривые распределения согласно индивидуального задания. Сделать вывод по полученным результатам.

**Тема 6. КРИТЕРИИ ДОСТОВЕРНОСТИ ОЦЕНОК.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ РАЗНОСТИ
ВЫБОРОЧНЫХ СРЕДНИХ**

Кроме характеристики генеральной совокупности на основании выборочных параметров можно сравнить генеральные параметры по разности, наблюдаемой между выборками. Число животных в выборках может быть разным.

Порядок выполнения работы:

1. Определим разность между выборочными средними

$$\text{(без учета знаков): } d = x_1 - x_2;$$

2. Найдем ошибку разности:

$$m_d = \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2};$$

3. Определим коэффициент достоверности разности:

$$t_d = \frac{d}{m_d};$$

4. Сопоставим коэффициент t_d и t_{st} , используя таблицу Стьюдента, для пользования которой вычисляют число степеней свободы, исходя из размеров I и II выборок.

$$v = n_1 + n_2 - 2;$$

Пример: Определим достоверности разности по многоплодию свиноматок, поросившихся впервые (задание 1, 3):

1. $d = 10,69 - 10,75 = 0,06$ пор.

2. $m_d = \pm \sqrt{0,028^2 + 0,54^2} = \pm 0,54$ пор.

3. $t_d = \frac{0,06}{0,54} = 0,11$

4. $v = 70 + 20 - 2 = 88$; $t_{st} = 2,00 - 2,66 - 3,46$; $t_d = 0,11 < t_{st}$

Следовательно, различия между генеральными совокупностями оказались недостоверны, то есть генеральные средние, скорее всего, значительно не различаются, различия носят не систематический, а случайный характер.

Задание: Рассчитать достоверность разности согласно индивидуального задания. Сделать вывод по полученным результатам.

Тема 7. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ФЕНОТИПИЧЕСКОЙ КОРРЕЛЯЦИИ В БОЛЬШОЙ ВЫБОРКЕ

В природе существует значительное количество связей между варьирующими признаками, которые можно описать как функцию. Такие однозначные связи между переменными величинами встречаются далеко не всегда, так как биологический признак представляет собой функцию многих переменных, генетических и средовых. Чаще зависимость между признаками имеет статистический характер и называется корреляцией. Изучение связей между признаками имеет большое значение в генетико-селекционных вопросах. С помощью коэффициента корреляции можно осуществлять косвенную селекцию, когда отбор по одному признаку будет приводить, на основе сопряженности, к отбору животных по другому признаку.

Основным показателем связи является коэффициент корреляции. Он обладает некоторыми характерными особенностями:

1. Величина коэффициента корреляции выражается в долях от единицы и может иметь любое значение от 0 до ± 1 . Обычно говорят об уровне корреляции – низкий – от 0 до 0,29; средний – от 0,3 до 0,69 и высокий – свыше 0,7.

2. Если $r = 0$, связь между признаками отсутствует, если $r = 1$ – связь прямолинейная.

3. Корреляция может принимать как положительные, так и отрицательные значения. В первом случае изменение признака в определенную сторону влечет за собой такое же изменение второго признака. Во втором случае при изменении первого признака второй изменяется в противоположном направлении.

Порядок выполнения работы:

1. Рассчитаем и построим 2 вариационных ряда, по осям x и y.
2. Занесем в таблицу варианты, исходя из пары координат по первому и второму признаку.
3. Найдем для каждого вариационного ряда основные показатели:

$$b_x = \frac{\sum p_x a_x}{n}$$

$$b_y = \frac{\sum p_y a_y}{n}$$

$$s_x = \pm \sqrt{\frac{\sum p_x \times a_x^2}{n} - b_x^2}$$

$$s_y = \pm \sqrt{\frac{\sum p_y \times a_y^2}{n} - b_y^2}$$

4. Для расчета величины $\sum p a_x a_y$ число вариантов в каждой ячейке умножаем последовательно на значение отклонения от модального ряда по рядам x и y с учетом знаков. Варианты, принадлежащие модальным рядам, в расчет не входят.

5. Рассчитаем коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\sum p a_x a_y - (n b_x b_y)}{n s_x s_y}$$

6. Для определения достоверности полученного коэффициента корреляции найдем ошибку:

$$m_r = \pm \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

Таблица 5 – Вычисление коэффициента корреляции между обхватом груди и живой массой у черно-пестрого скота

y \ x	30-89	90-149	150-209	210-269	270-329	330-389	390-449	450-509	510-569	570-629	p _x	a _x	p _x a _x	p _x a _x ²
70-84	1 ¹⁶	2 ²⁴									3	-4	-12	48
85-99		3 ²⁷	5 ³⁰	2 ⁶							10	-3	-30	90
100-114			12 ⁴⁸	9 ¹⁸	2						23	-2	-46	92
115-129			5 ¹⁰	18 ¹⁸	17	13 ⁻¹³	2 ⁻⁴				55	-1	-55	55
130-144				12	41	18	9				80	0	0	0
145-159					21	19 ¹⁹	5 ¹⁰	3 ⁹	1 ⁴		49	1	49	49
160-174						12 ²⁴	20 ⁸⁰	8 ⁴⁸	2 ¹⁶		42	2	84	168
175-189						7 ²¹	8 ⁴⁸	12 ¹⁰⁸	2 ²⁴		29	3	87	261
190-204								6 ⁷²	1 ¹⁶		7	4	28	112
205-219									1 ²⁰	1 ²⁵	2	5	10	50
p _y	1	5	22	41	81	69	44	29	7	1	300		115	925
a _y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5				
p _y a _y	-4	-15	-44	-41	0	69	88	87	28	5	173		197	-17
p _y a _y ²	16	45	88	41	0	69	176	261	112	25	833		-	544

$$b_x = \frac{197}{300} = 0,657$$

$$b_y = \frac{173}{300} = 0,577$$

$$s_x = \pm \sqrt{\frac{925}{300} - 0,657^2} = \pm 1,63 \text{ 300}$$

$$s_y = \pm \sqrt{0,833 - 0,577^2} = \pm 1,56$$

$$\Sigma pa_{xy} = 197 + (-17) + 544 = 724$$

$$r = \frac{724 - (300 \times 0,657 \times 0,577)}{300 \times 1,63 \times 1,56} = \frac{610,27}{762,84} = +0,80$$

$$m_r = \frac{1 - 0,80^2}{\sqrt{300}} = \pm 0,021$$

$$tr = \frac{r}{m_r} = \frac{0,80}{0,021} = 38,1 m_r$$

Задание: Рассчитать коэффициент корреляции согласно индивидуального задания. Сделать вывод по полученным результатам.

Тема 8. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ФЕНОТИПИЧЕСКОЙ РЕГРЕССИИ В БОЛЬШОЙ ВЫБОРКЕ. ПОСТРОЕНИЕ

ЭМПИРИЧЕСКИХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ЛИНИЙ РЕГРЕССИИ

Зависимость между признаками может быть описана не только как абстрактная величина (коэффициент корреляции), но и как исчисляемая в единицах, свойственных для данных признаков. Коэффициент, показывающий на какую величину изменяется первый признак при изменении второго на единицу, называется коэффициентом регрессии. Регрессия является двухсторонней, то есть можно определить как изменение переменной x в зависимости от переменной y , так и изменение переменной y в зависимости от переменной x (R_{xy} ; R_{yx}). Коэффициент регрессии и корреляции непосредственно связаны между собой.

$$r_{xy} = \sqrt{R_{x/y} \times R_{y/x}}$$

Расчет коэффициентов регрессии производится по формулам: для установления значения одного признака по значению другого используют линии регрессии. Различают эмпирические (для данной выборки на момент исследования) и теоретические (возможные изменения популяции времени) линии.

При этом средние квадратические отклонения включают значение классовых промежутков по вариационным рядам признаков x и y .

$$R_{x/y} = r \frac{SS_x}{SS_y}; \quad R_{y/x} = r \frac{SS_y}{SS_x},$$
$$R_{x/y} = +0,80 \frac{1,63 \times 15}{1,56 \times 60} = +0,209 \text{ см}$$
$$R_{y/x} = +0,80 \frac{1,56 \times 60}{1,63 \times 15} = +3,063 \text{ кг}$$

$$mR_{x/y} = \pm m_r \frac{SS_{y^x}}{1,56 \times 60} = \pm 0,021 \frac{1,63 \times 15}{1,56 \times 60} = \pm 0,0054 \text{ см}$$

$$mR_{y/x} = \pm m_r \frac{SS_{xy}}{1,63 \times 15} = \pm 0,021 \frac{1,56 \times 60}{1,63 \times 15} = \pm 0,0803 \text{ кг}$$

$$= R_{x/y} = 0,209 = 38,7 \text{ тр}_{x/y}$$

$$mR_{x/y} 0,0054$$

$$= R_{y/x} = 3,063 = 38,1 \text{ тр}_{y/x}$$

$$mR_{y/x} 0,0803$$

Проверка правильности расчетов проводится следующим образом:

$$r = \sqrt{0,209 \times 3,063} = 0,80$$

Порядок построения эмпирических линий регрессии:

1. Строится новая корреляционная решетка.
2. Заменяем начало и конец каждого класса по ряду x и y их средним значением.
3. Находим регрессию M_y для каждого класса ряда x .
4. Находим регрессию M_x для каждого класса ряда y .
5. Зная значения регрессии M_y для значений каждого класса ряда x , отмечаем соответствующие точки и по ним строим линию регрессии x/y .
6. Зная значения регрессии для значений каждого класса ряда y , аналогично строим линию регрессии x/y .

Порядок построения теоретических (прямых) линий регрессии:

Для установления значения одного признака по значению другого используют линии регрессии. Различают эмпирические (для данной выборки на момент исследования) и теоретические линии (возможные изменения популяции во времени) необходимо рассчитать среднее значение признаков x и y :

$$\bar{X}_x = A_x + b_x \times l_x$$

$$A_x = W_{0x} + \frac{l}{2} = 130 + 7,5 = 137,5 \text{ см}$$

$$\bar{X}_x = 137,5 + 0,657 \times 15 = 147,4 \text{ см}$$

$$\bar{X}_y = A_y + b_y \times l_y = W_{0y}$$

$$+ \frac{l}{2} = 270 + 30 = 300 \text{ кг}$$

A

$$\bar{X}_y = 300 + 0,577 \times 60 = 334,6 \text{ кг}$$

Для того, чтобы построить прямую линию достаточно знать 2 точки. Исходим из уравнения регрессии:

$$\bar{X} - \bar{X}_x = R_{x/y} \times (\bar{Y} - \bar{X}_y)$$

Следовательно,

$$X = R_{x/y} \times (\bar{Y} - \bar{X}_y) + \bar{X}_x$$

В качестве y_1 и y_2 берется начало крайнего левого и крайнего правого класса, в которых $n > 3$.

В нашем случае:

$$X_1 = R_{x/y} \times (\bar{Y}_1 - \bar{X}_y) + \bar{X}_x = 0,209 \times (90 - 334,6) + 147,4 = 96,3 \text{ см}$$

$$x_1 = 96,3 \text{ см при } y_1 = 90 \text{ кг}$$

$$X_2 = R_{x/y} \times (\bar{Y}_2 - \bar{X}_y) + \bar{X}_x$$

$$= 0,209 \times (510 - 334,6) + 147,4 = 184,1 \text{ см } x_2 =$$

$$184,1 \text{ см при } y_2 = 510 \text{ кг}$$

Проводим по 2 найденным расчетным образом точкам теоретическую линию регрессии x/y .

Для расчета теоретических линий y/x используем уравнение регрессии:

$$\bar{Y} - \bar{X}_y = R_{y/x} \times (\bar{X} - \bar{X}_x)$$

Следовательно,

$$\bar{Y} = R_{y/x} \times (\bar{X} - \bar{X}_x) + \bar{X}_y$$

В качестве x_1 и x_2 берется начало крайнего верхнего и крайнего нижнего класса при условии $n > 3$.

Расчет точек ведется следующим образом:

$$Y_1 = R_{y/x} \times (X_1 - \bar{X}_x) + \bar{X}_y = 3,063 \times (85 - 147,4) + 334,6 = 143,5 \text{ кг}$$

$$y_1 = 143,5 \text{ кг при } x_1 = 85 \text{ см.}$$

$$Y_2 = R_{y/x} \times (X_2 - \bar{X}_x) + \bar{X}_y = 3,063 \times (190 - 147,4) + 334,6 =$$

$$465,1 \text{ кг } y_2 = 465,1 \text{ кг при } x_1 = 190 \text{ см}$$

Проводим по 2 расчетным точкам теоретическую линию регрессии y/x .

Координаты точки пересечения полученных прямых линий совпадают со средними значениями признаков x и y .

Таблица 6 – Построение эмпирических линий регрессии

y \ x	59,5	119,5	179,5	239,5	299,5	359,5	419,5	479,5	539,5	599,5	M_y
77	1	y/x 2									99,5
92		3	5	2							173,5
107			12	9	2						213,4
122			5	18	17	13	2				287,5
137				12	41	18	9				317,5
152					21	19	5	3	1		350,9
167						12	20	8	2		419,5
182						7	8	12	2		438,1
197								6	1		488,1
212									1	1	569,5
M_x	77	86	107	121,6	137	148,1	159,8	177,9	180	212	

Таблица 7 – Построение теоретических линий регрессии

$y \backslash x$	59,5	119,5	179,5	239,5	299,5	359,5	419,5	479,5	539,5	599,5	M_y
77	1	y/x 2									99,5
92	x/y	3	5	2							173,5
107			12	9	2						213,4
122			5	18	17	13	2				287,5
137				12	41	18	9				317,5
152					21	19	5	3	1		350,9
167						12	20	8	2		419,5
182						7	8	12	2		438,1
197								6	1		488,1
212									1	1	569,5
M_x	77	86	107	121,6	137	148,1	159,8	177,9	180	212	

**9. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ФЕНОТИПИЧЕСКОЙ
КОРРЕЛЯЦИИ И РЕГРЕССИИ В МАЛОЙ ВЫБОРКЕ**

Таблица 8 – Вычисление коэффициента корреляции между надоем коров за 305 суток лактации и массовой долей жира в молоке

Надой коров за 305 сут. 1 лактацию, кг x_i	МДЖ по 1 лактации, % y_i	Коэффициенты корреляции		
		$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
4410	3,87	17067	19448100	14,977
4229	3,87	16366	17884441	14,977
3028	4,01	12142	9168784	16,08
3167	3,81	12066	10029889	14,516
3253	3,81	12394	10582009	14,516
3024	3,97	12005	9144576	15,761
2710	3,81	10325	7344100	14,516
2435	3,80	9253	5929225	14,44
4475	3,72	16647	20025625	13,838
3467	3,94	13660	12020089	15,524
4199	3,82	16040	17631601	14,592
4532	3,80	17222	20539024	14,44
3368	3,80	12798	11343424	14,44
3727	3,87	14423	13890529	14,977
2995	4,20	12579	8970025	17,64
3690	3,90	14391	13616100	15,21
3283	3,70	12147	10778089	13,69
3511	3,74	13131	12327121	13,988
2914	3,94	11481	8491396	15,524
$\Sigma=66417$	73,38	256138,84	239164147	283,6456

$$\sqrt{C_x C_y} \quad \Sigma_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\Sigma_{i=1}^n x_i \Sigma_{i=1}^n y_i}{n} = 256138,84 - \frac{66417 \times 73,38}{19}$$

$$= -0,2835 \quad r = i ;$$

$$6994784,4 \times 0,244$$

$$C_x = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \quad C = 283,6456 - = 0,244 \left(x \frac{5384,6244}{19} \right) n$$

$$C_y = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \quad C = 239164147 - \frac{4411217889}{19} = 6994784,4$$

Для того, чтобы получить достоверный коэффициент корреляции, необходимо определить минимальный объем выборки для данных признаков по формуле:

$$n = \frac{t^2}{z^2} + 3, \quad n = \frac{2,58^2}{0,288^2} + 3 = 83$$

где, n – искомый объем выборки;

t – величина, заданная по принятому уровню вероятности;

z – преобразованный эмпирический коэффициент корреляции.

Это означает, что для окончательного решения вопроса о значимости эмпирического коэффициента корреляции необходимо увеличить объем выборки до n=83, то есть до большой выборки.

Для расчета коэффициентов регрессии используем те же вспомогательные величины:

$$R_{xy} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

Тема

Задание: Рассчитать коэффициенты корреляции и регрессии согласно индивидуального задания. Сделать вывод по полученным результатам.

10. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВТОРЯЕМОСТИ

Повторяемостью называют способность особей сохранять свой ранг в стаде (порядковое место) при изменении условий. Повторяемость характеризуется коэффициентом повторяемости, показывающим степень сохранения величины какого-либо признака у одних и тех же животных за определенный период времени. Коэффициент повторяемости может принимать значение от 0 до 1.

По коэффициенту повторяемости можно прогнозировать будущую продуктивность животных.

В простейшем случае коэффициент повторяемости равен коэффициенту корреляции между одним и тем же признаком за два смежных измерения у одних и тех же особей.

Коэффициент повторяемости можно рассчитать также как коэффициент ранговой корреляции.

Порядок расчета:

1. Расставим ранги или места по группе x и группе y. Если показатели совпадают по двум или более животным ранг или место определяется как среднее значение суммы последовательных рангов.

2. Рассчитывается разность по парам рангов x и y.

3. Находим квадраты разностей и их сумму. 4.

Рассчитаем коэффициент ранговой корреляции:

$$r^w = 1 - \frac{n \times (n^2 d - 1^2)}{6 \times \Sigma}$$

5. Определяем число степеней свободы: $v = n - 2$

6. Сравниваем полученный коэффициент ранговой корреляции со стандартным значением.

Таблица 9 – Сравнение ранговой корреляции со стандартным значением

Многоплодие, гол.		Ранги		d = x-y	d ²
x	y	x	y		
12	12	2,5	4	-1,5	2,25
12	10	2,5	7	-4,5	20,25
10	15	5,5	1	4,5	20,25
7	13	10	3	7	49
13	14	1	2	-1	1
9	8	7,5	9,5	-2	4
9	8	7,5	9,5	-2	4
10	10	5,5	7	-1,5	2,25
11	10	4	7	-3	9
8	11	9	5	4	16
n=10		Σd ² =128			

$$r = 1 - 10 \frac{768}{6(\times 10128_2 - 1)} = 1 - \frac{768}{990} = 0,22$$

$$v = 10 - 2 = 8$$

$$r_s = 0,63 - 0,77$$

Тема

Так как полученный коэффициент повторяемости меньше критического значения r_s , (приложение3) он оказался недостоверным при данном числе особей.

Задание: Рассчитать коэффициент ранговой корреляции согласно индивидуального задания. Сделать вывод по полученным результатам.

11. ВЫЧИСЛЕНИЕ И ЗНАЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА НАСЛЕДУЕМОСТИ

В процессе селекции необходимо знать, насколько стойко передаются желательные особенности продуктивности животных, долю изменчивости, обусловленную генотипом. С этой целью используется коэффициент наследуемости (h^2), который может быть от 0 до 1. Чем выше коэффициент наследуемости, тем эффективнее отбор животных в стаде.

Коэффициент наследуемости в широком смысле это отношение дисперсии генетической к дисперсии фенотипической.

В настоящее время существует более 10 методов вычисления коэффициента наследуемости. Чаще используется расчет коэффициента наследуемости через удвоенный коэффициент корреляции показателей хозяйственно – полезного признака у дочерей и у их матерей:

$$h^2 = 2 r_{д/м}$$

На величину коэффициента наследуемости влияет ряд факторов:

1. Генетическая природа признака. Например, коэффициент наследуемости надоя за 305 суток лактации у коров ниже аналогичного показателя по жирномолочности.

2. Величина развития признака. Чем выше продуктивность в стаде, тем больше величина коэффициента наследуемости.

3. Характер племенной работы со стадом. Длительный гомогенный подбор животных в стаде значительно снижает степень наследуемости признака. Гетерогенный же подбор, наоборот, повышает.

Коэффициент наследуемости используется при прогнозировании эффекта селекции в стаде.

Например, средний надой по стаду составляет 3790 кг, у коров селекционной группы (племенного ядра) 4100 кг, показатели матерей отцов составляют 6797 кг. Расчеты показали, что наследуемость надоя у коров данного хозяйства составляет 0,2 или 20 %.

Эффект селекции по стаду определяем следующим образом:

$$\begin{aligned} SД_{м} &= x_{п/я} - x_{ст.} = 4100 - 3790 = 310 \text{ кг } SД_0 \\ &= x_{мо} - x_{п/я} = 6797 - 4100 = 2697 \text{ кг} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SД_{общ} &= \frac{SД_{м} + SД_0}{2} = \frac{310 + 2697}{2} \\ &= 1503,5 \text{ кг} \end{aligned}$$

Необходимо учесть влияние средовых факторов:

$$\Delta S_{поп} = SД_{общ} \times h^2 = 1503,5 \times 0,2 = 300,7 \text{ кг}$$

Средняя продуктивность коров следующего поколения составляет

$$\begin{aligned} & 3790 + 300,7 = \\ & 4090,7 \text{ кг.} \quad \frac{300,7}{5} \text{ загод} \\ & = \Delta S_{общий} = 60,1 \text{ кг} \end{aligned}$$

Тема

ӘС

i

Тема 12. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ В МАЛЫХ ВЫБОРКАХ (ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОДНОФАКТОРНОГО КОМПЛЕКСА)

В случае, когда число выборок в исследованиях больше двух, метод попарных сравнений требует большой вычислительной работы. В этом случае используют метод дисперсионного анализа, основанный на разложении общей дисперсии статистического комплекса на составляющие ее компоненты. Существует много факторов, влияющих на формирование одного признака, в опыте регулируются лишь некоторые из них; их называют регулируемыми или организованными факторами. При этом если изучаемый фактор оказывает влияние на формирование результативного признака, то это непременно скажется на величине групповых средних.

При образовании дисперсионных комплексов необходимо соблюдать два условия:

1) Действующие на признак регулируемые факторы должны быть независимы друг от друга (многофакторные комплексы).

2) Выборки, группируемые в статистический комплекс, должны производиться по принципу рандомизации из нормально распределяющейся совокупности.

Комплексы могут быть равномерными и неравномерными.

Пример: расчет однофакторного дисперсионного комплекса по многоплодию у свиней разных пород.

1. Данные группируют в виде комбинационной таблицы, где градации фактора в данном случае – породы.

2. Для удобства расчетов табличные данные можно преобразовать, вычитая из каждого значения число, близкое к минимальному, но не равное ему, например 8, и избавиться от дробей, умножив на 10.

Таблица 10 – Исходные данные для расчета

Многоплодие по лучшим племзаводам	Породы свиней (градации фактора А)					Суммы
	Крупн. белая	Дюрок	Крупн. черная	Ландрас	Скоросп. мясная	
	12,1	8,7	9,1	11,4	11,2	
	11,7	8,5	9,3	11,2	11,3	
	11,3	9,0	10	11,0	11,7	
	11,5	8,5	8,9	10,7	11,7	
	11,0	8,9	9,5	10,8	11,0	
	11,2	8,3	9,6	11,0	11,1	
	11,1	8,6	9,3	10,9	11,0	
	11,4	9,5	9,5	11,2	11,3	
После преобразования						
x_i	41	7	11	34	32	a=5
	37	5	13	32	33	
	33	10	20	30	37	
	35	5	9	27	37	
	30	9	15	28	30	
	32	3	16	30	31	
	31	6	13	29	30	
	34	15	15	32	33	
n	8	8	8	8	8	N=40
Σx_i	273	60	112	242	263	950
$(\Sigma x_i)^2$	74529	3600	12544	58564	69169	218406
Σx_i^2	9405	550	1646	7358	8701	27660

3. Найдем вспомогательные величины Σx_i , $(\Sigma x_i)^2$, Σx_i^2 .

4. Произведем расчет общего, межгруппового и внутригруппового варьирования для однофакторного комплекса по формулам:

общее варьирование $D_y = \sum_{i=1}^N x_i^2 - H$ межгрупповое
 варьирование, применительно к регули-
 руемому признаку

$$D_A = \frac{\sum \sum_a (x_i)^2}{n} - H$$

или $D_e = D_y - D_A$ внутригрупповое варьирование

$D_e = \sum_{i=1}^N x_i^2 - \sum_n (\sum x_i)^2$ вспомогательная величина $H = (\sum x_i)^2$; $H =$

$$\frac{950^2}{2} = 22562,5.$$

$D_y = \frac{27660}{N} - \frac{22562,5}{40} = 5098$, так как мы при
 преобразовании избавлялись от дробей, полученное значение
 делим на
 100 ($10^2 = 100$)

$$D_y = \frac{5098}{100} = 50,98$$

$$D_A = \left(\frac{218406}{8} - 22562,5 \right) / 100 = 47,38$$

$$D_e = 50,98 - 47,38 = 3,6$$

5. Находим число степеней свободы для общего,
 факториального и остаточного варьирования: $v_y = N - 1$ для
 общего варьирования; $v_y = 40 - 1 = 39$ $v_A = a - 1$ для
 факториального варьирования; $v_A = 5 - 1 = 4$
 $v_e = N - a$ для остаточной вариации $v_e = 40 - 5 = 35$

6. Находим средние квадраты отклонений:
 Таблица 11 – Результаты анализа

Источник вариации	Число степеней свободы	Суммы квадратов отклонений	Средние квадраты отклонений	Дисперсионное отношение	P	
					5%	1%
Факториальная	4	47,38	11,845	114,95		
Остаточная	35	3,6	0,103	-		
Общая	39	50,98	-	-		

Межгрупповая, или факториальная дисперсия в данном случае значительно превышает внутригрупповую, следовательно, влияние породы на формирование многоплодия значительно. Поскольку $F_{\phi} > F_{st}$, то с вероятностью 99% можно заключить, что разница по многоплодию не случайна и зависит от породы.

Задание: Рассчитать показатели однофакторного дисперсионного комплекса согласно индивидуального задания.

Сделать вывод по полученным результатам.

Тема 13. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ В БОЛЬШИХ ВЫБОРКАХ

Так как по ряду признаков (молочная продуктивность и др.) между отцами и их дочерями невозможно найти корреляцию, для расчета коэффициента наследуемости используют дисперсионный анализ. При этом учитывается доля внутригрупповой (факториальной) изменчивости по отношению к межгрупповой (общей).

Таблица 12 – Дисперсионный комплекс по надою дочерей

Классы дочерей по надою, кг	Быки, A=3			Число животных в классе,	Отклонение от модального класса,	P _a	P _{a2}
	№1	№2	№3				

					a		
1500-1999	1	1	3	P5	-3	-15	45
2000-2499	3	1	3	7	-2	-14	28
2500-2999	3	6	8	17	-1	-17	17
3000-3499	8	14	10	32	0	0	0
3500-3999	12	8	7	27	1	27	27
4000-4499	10	7	5	22	2	44	88
4500-4999	5	3	1	9	3	27	81
n	42	40	37	119	-		
$\sum pxa$	63	+20	-3	-	-	52	286
$(\sum pxa)^2$	3969	400	9	-	-	-	-
$h_x = \frac{(\sum p \times a)^2}{n}$	94,5	10	0,24	$\Sigma h_x = 104,74$			

$$H = \frac{(\sum pa)^2}{N}$$

$$C_f = \sum(p \times a^2) - H C_g$$

$$= \sum h_x - H$$

$$C_p = \sum(p \times a^2) - \sum h_x$$

$$h = \frac{C_f}{C_g} \quad q = \frac{C_p}{C_g}$$

$v_1 = \alpha - 1$, где α – число градаций, $v_2 = N - \alpha$

$$H = \frac{52^2}{119} = 22,72$$

$$C_f = 286 - 22,72 = 263,28$$

$$C_g = 104,74 - 22,72 = 82,02$$

$$C_p = 286 - 104,74 = 181,26$$
$$h^2 = \frac{82,02}{263,28} = 0,31 \quad q = \frac{82,02}{181,26} = 0,45$$

$$\theta_{st} = 0,06$$

Так как значение коэффициента Фишера превышает стандартное значение, коэффициент наследуемости достоверен.

Задание: Рассчитать показатели однофакторного дисперсионного комплекса согласно индивидуального задания.

Сделать вывод по полученным результатам.

**Критические точки t-критерия Стьюдента
при различных уровнях вероятности**

Число степеней свободы	Вероятность (P)			Число степеней свободы	Вероятность (P)		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
1	12,71	63,66	64,6	18	2,1	2,88	3,92
2	4,3	9,92	31,6	19	2,09	2,86	3,88
3	3,18	5,84	12,92	20	2,09	2,85	3,85
4	2,78	4,6	8,61	21	2,08	2,83	3,82
5	2,57	4,03	6,87	22	2,07	2,82	3,79
6	2,45	3,71	5,96	23	2,07	2,81	3,77
7	2,37	3,5	5,41	24	2,06	2,8	3,75
8	2,31	3,36	5,04	25	2,06	2,79	3,73
9	2,26	3,25	4,78	26	2,06	2,78	3,71
10	2,23	3,17	4,59	27	2,05	2,77	3,69
11	2,2	3,11	4,44	28	2,05	2,76	3,67
12	2,18	3,05	4,32	29	2,05	2,76	3,66
13	2,16	3,01	4,22	30	2,04	2,75	3,65
14	2,14	2,98	4,14	40-59	2,02	2,7	3,55
15	2,13	2,95	4,07	60-119	2,00	2,66	3,46
16	2,12	2,92	4,02	120-	1,98	2,62	3,37
17	2,11	2,9	3,97	∞	1,96	2,58	3,29
P	0,05	0,01	0,001		0,05	0,01	0,001

**Значения z, соответствующие значениям
выборочного коэффициента корреляции r_{xy}**

	Сотые доли коэффициенты корреляции									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,1	0,1	0,11	0,121	0,131	0,141	0,151	0,161	0,172	0,182	0,192
0,2	0,203	0,213	0,224	0,234	0,245	0,255	0,266	0,277	0,288	0,299
0,3	0,31	0,321	0,332	0,343	0,354	0,365	0,377	0,388	0,4	0,412
0,4	0,424	0,436	0,448	0,46	0,472	0,458	0,497	0,51	0,523	0,536
0,5	0,549	0,563	0,576	0,59	0,604	0,618	0,633	0,648	0,663	0,678
0,6	0,693	0,709	0,725	0,741	0,758	0,775	0,793	0,811	0,829	0,848
0,7	0,867	0,887	0,908	0,929	0,951	0,973	0,996	1,02	1,045	1,071
0,8	1,099	1,127	1,157	1,188	1,221	1,256	1,293	1,333	1,376	1,422
0,9	1,472	1,528	1,589	1,658	1,738	1,832	1,946	2,092	2,298	2,647
0,99	2,647	2,7	2,759	2,826	2,903	2,995	3,106	3,25	3,453	3,8

Критические значения коэффициента корреляции r_{xy}

Число степеней свободы	Вероятность (P)		Число степеней свободы	Вероятность (P)	
	0,95	0,99		0,95	0,99

Приложение

5	0,75	0,87	27	0,37	0,47
6	0,71	0,83	28	0,36	0,46
7	0,67	0,80	29	0,36	0,46
8	0,63	0,77	30	0,35	0,45
9	0,60	0,74	35	0,33	0,42
10	0,58	0,71	40	0,30	0,39
11	0,55	0,68	45	0,29	0,37
12	0,53	0,66	50	0,27	0,35
13	0,51	0,64	60	0,25	0,33
14	0,50	0,62	70	0,23	0,30
15	0,48	0,61	80	0,22	0,28
16	0,47	0,59	90	0,21	0,27
17	0,46	0,58	100	0,20	0,25
18	0,44	0,56	125	0,17	0,23
19	0,43	0,55	150	0,16	0,21
20	0,42	0,54	200	0,14	0,18
21	0,41	0,53	300	0,11	0,15
22	0,40	0,52	400	0,1	0,13
23	0,40	0,51	500	0,09	0,12
24	0,38	0,5	700	0,07	0,1
25	0,37	0,49	900	0,06	0,09
26	0,36	0,48	1000	0,06	0,09
P	0,05	0,01		0,05	0,01

Технический редактор – Т.И. Медведева

Отпечатано в издательско-полиграфическом центре
ФГОУ ВПО МичГАУ

Подписано в печать 26.01.07 г. Формат 60x84 ¹/₁₆,
Бумага офсетная № 1. Усл.печ.л. 2,4 Тираж 100 экз. Ризограф Заказ №

Издательско-полиграфический центр
Мичуринского государственного аграрного университета
393760, Тамбовская обл., г. Мичуринск, ул. Интернациональная, 101,
тел. +7 (47545) 5-55-12
E-mail: yvdem@mgau.ru

