РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

В.Н. Бурков, А.Ю. Заложнев

О.С. Кулик, Д.А. Новиков

МЕХАНИЗМЫ СТРАХОВАНИЯ В СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Москва - 2001

УДК 007
ББК 32.81

Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Кулик О.С., Новиков Д.А.

Механизмы страхования в социально-экономических системах. М.: ИПУ РАН, 2001. – 109 с.

Настоящая работа содержит описание результатов теоретико-игрового моделирования механизмов страхования. В том числе, механизмы: определения страховых тарифов, взаимного страхования и смешанного страхования. Значительное внимание уделяется обсуждению предупредительной и мотивационной роли страхования, а также специфике страхования в многоэлементных системах. В качестве содержательной интерпретации используется экологическое страхование.

Работа рассчитана на специалистов (теоретиков и практиков) по управлению организационными системами.

Рецензент: д.т.н., проф. А.В. Щепкин

Утверждено к печати Редакционным советом Института

СОДЕРЖАНИЕ

Введение..4

Глава 1. Проблемы страхования
в социально-экономических системах……………………..6
1.1. Страхование: основные определения и принципы.......................6
1.2. Экологическое страхование: сущность и функции...................15
1.3. Отношение к риску..22
1.4. Модели страхования в теории контрактов................................24
1.5. Модели страхования в теории активных систем.......................35

Глава 2. Модели и механизмы страхования……….........................51
2.1. Модели страхования и перестрахования…………………........52
2.2. Механизмы определения страховых тарифов............................62
2.3. Взаимное страхование………………..74
2.4. Механизмы смешанного страхования.....................................…79
2.5. Предупредительная и мотивационная роль страхования...…...85
2.6. Специфика страхования в многоэлементных системах......…..93

Заключение……………………………………………….........101

Литература...104

Введение

Анализ литературы по страховому делу позволяет выделить следующие его аспекты: «методология» страхования (исследующая сущность, принципы и функции страхования, историю страхового дела и т.д.); правовые основы страхования; основы организации деятельности страховых компаний и *модели страхования*.

К последним можно отнести: модели актуарной математики, делающие акцент на методах расчета страховых ставок, исходя из тех или иных критериев эффективности и финансовой устойчивости страховых организаций; модели, описывающие отношение людей и организаций к риску и исследуемые в теории полезности и принятии решений; и *механизмы страхования*, понимаемые как совокупность правил принятия решений, принимающих во внимание целенаправленность (активность) поведения страхователя и страховщика.

Механизмы управления (и механизмы страхования в частности) исследуются в таких разделах теории управления социально-экономическими системами как: теория активных систем, теория контрактов и др. (см. обзор в первой главе настоящей работы). При этом основным методом исследования является математическое (теоретико-игровое и/или имитационное) моделирование. Основной акцент при исследовании механизмов управления делается на адекватном описании целенаправленного (активного) поведения участников организационной системы, позволяющем учитывать способность управляемых и управляющих субъектов к самостоятельному выбору собственных состояний, искажению информации и т.д., в соответствии с собственными целями и интересами.

Структура изложения материала следующая. В первой главе проводится обзор проблем страхования (в качестве иллюстрирующего примера на протяжении всей работы используется экологическое страхование): определяются его сущность и функции, описываются основные известные результаты моделирования механизмов взаимодействия страхователя и страховщика.

Вторая глава, посвященная собственно механизмам страхования, содержит изложение оригинальных результатов: моделей страхования и перестрахования (раздел 2.1), механизмов определения страховых тарифов (раздел 2.2), механизмов взаимного и смешанного страхования (разделы 2.3 и 2.4). Значительное внимание уделяется изучению предупредительной и мотивационной роли страхования[1] (раздел 2.5), а также специфике страхования в многоэлементных системах (раздел 2.6).

Заключение содержит обсуждение: основных результатов исследования механизмов страхования, роли экологического страхования в комплексе экономических механизмов обеспечения безопасности, а также перспектив дальнейших исследований.

[1] *Предупредительная и мотивационная роль страхования заключается в опосредованном побуждении страхователя к увеличению отчислений на предупредительные мероприятия и выбору соответствующих действий и, в частности, отражает такое свойство страхования как моральный риск (см. раздел 2.5).*

Глава 1. Проблемы страхования в социально-экономических системах

В настоящей главе приводятся основные определения и принципы страхования; обсуждаются проблемы, сущность и функции страхования, специфика экологического страхования; а также проводится обзор основных результатов теории управления социально-экономическими системами по исследованию механизмов страхования.

1.1. Страхование: основные определения и принципы

Приведем ряд определений [3, 61, 64, 67, 77], широко используемых в страховом деле вообще и в настоящей работе в частности.

Страхованием называется «система мероприятий по созданию денежного (страхового) фонда за счет взносов его участников, из средств которого возмещается ущерб, причиненный стихийными бедствиями, несчастными случаями, а также выплачиваются иные денежные суммы в связи с наступлением определенных событий» [62, С. 1280].

Страхователем (полисодержателем) называется субъект (объект), передающий риск.

Страховщиком называется субъект (объект), принимающий риск.

Страховым случаем называется неблагоприятное (связанное с потерями), в первую очередь с точки зрения страхователя, событие. Другое (эквивалентное) определение – фактически происшедшее событие, в связи с негативными или иными оговоренными последствиями которого может быть выплачено страховое возмещение или страховая сумма.

Страховой договор (соглашение, полис) – документ, фиксирующий сам факт и условия страхования, то есть права и обязанности страхователя и страховщика и т.д.

Страховая сумма – денежная сумма,[1] на которую фактически застраховано имущество, жизнь, здоровье и т.д. и исходя из кото-

[1] *Использование в страховании неденежных активов в настоящей работе не рассматривается.*

рой устанавливаются размеры страхового взноса (страховой премии) и страховой выплаты; сумма, объявляемая при заключении договора страхования, в пределах которой возможны страховые выплаты по компенсации убытков, нанесенных имущественным интересам страхователя, или сумма, которую страховщик обязуется выплатить по договору личного страхования. Если в страховом договоре оговорена полная компенсация ущерба, то страховая выплата совпадает со страховой суммой (при условии, что величина страховой суммы равна величине ущерба от наступления страхового случая).

Страховой взнос (страховая премия) – денежная сумма (или их последовательность), безусловно выплачиваемая страхователем страховщику.

Страховой тариф (*страховая ставка*) – плата с единицы страховой суммы, на основании которой определяется страховой взнос.

Страховая выплата – денежная сумма (или их последовательность), выплачиваемая страховщиком страхователю при наступлении страхового случая или в соответствии с другими условиями страхового договора. В имущественном страховании называется страховым возмещением, в личном страховании – страховым обеспечением.

Страховая оценка (в зарубежных работах - *страховая стоимость*) – термин, используемый в основном при страховании имущества и обозначающий оценку стоимости объекта страхования (которая может быть ниже действительной стоимости, но не должна превышать первоначальную, восстановительную стоимость).

Страховое обеспечение – уровень страховой оценки по отношению к фактической стоимости имущества.

Страховая франшиза – неоплачиваемая часть ущерба, примерно соответствующая затратам страховщика на определение суммы ущерба.

В качестве основных видов страхования следует, в первую очередь, выделить следующие [9, 60, 66]:

- *взаимное страхование*. При организации взаимного страхования возмещение ущерба от страхового случая происходит путем перераспределения страхового фонда. Данный вид страхования имеет наименьшую коммерческую нагрузку и имеет наиболее продолжительную историю[1] [24, 31, 54, 99].

- *коммерческое страхование*. В рамках коммерческого страхования существует коммерческая (в том числе, быть может, государственная) страховая организация, для которой страхование и/или перестрахование является одним из основных видов деятельности. Страховая организация (страховщик) берет на себя обязательства полного или частичного возмещения ущерба, нанесенного страхователю в результате наступления страхового случая, за счет страховых взносов.

Иногда в качестве особого и самостоятельного вида страхования выделяют *перестрахование* [30, 64, 73]. Однако, как будет показано ниже, в рамках настоящего исследования оно может рассматриваться как специфическая разновидность страхования, не выделяемая специально.

Задачи, решаемые, страховыми организациями, могут быть разделены на следующие обширные классы.

1. Первоначальное распределение фондов и их перераспределение (в том числе вопрос выбора клиентуры – потенциальных и реальных страхователей). В качестве критериев (а иногда - ограничений) распределения фондов могут выступать: максимизация ожидаемой прибыли, минимизация вероятности разорения в течение заданного промежутка времени и др. (см. математические модели ниже).

2. Определение страховых взносов, производимое на основании анализа распределения величины возможного ущерба. В частности, могут использоваться: принцип ожидаемого значения, принцип вариации, принцип нулевой полезности и др.

3. Определение системы выплат (требования, которым должна удовлетворять система выплат для удовлетворения потребностей и соответствия интересам как страхователя, так и страховщика, подробно описана ниже).

Основными отраслями страхования являются: страхование жизни (личное страхование, страхование от несчастного случая, страхование работников работодателем и т.д.), страхование имущества (страхование опасности: природные катастрофы, пожары и

---

[1] *История развития страхового дела в России и за рубежом, начиная с Древнего мира и до нашего времени, подробно описана в* [*4, 23, 57, 98*].

др.), страхование ответственности, в том числе – страхование экологических рисков (*экологическое страхование*). Кроме того, различают две формы осуществления страхования – добровольное и обязательное.

Для того, чтобы получить представление о принципах страхования и основных задачах *актуарной математики*[1] рассмотрим модели финансовой устойчивости страховых компаний для различных условий страхования и различных характеристик страхователей. Описываемые ниже результаты и приводимые подходы будут использоваться в ходе дальнейшего изложения при рассмотрении механизмов страхования и изучения эффектов, обусловленных проявлениями активности участников страховых операций.

Необходимыми условиями обоснования финансовой устойчивости страховой компании [28, 34, 67] являются принцип эквивалентности и принцип неотрицательности страховых резервов. *Принцип эквивалентности* заключается в том, что сумма страховых взносов должна обеспечивать страховые выплаты, предусмотренные условиями страхования, компенсировать расходы на ведение дела и обеспечивать страховой компании прибыльность. *Принцип неотрицательности резервов* означает достаточность средств на страховые выплаты[2] с учетом страхового риска. Отметим, что данные принципы, краткое формальное описание которых приведено ниже, являются необходимыми, но не достаточными – кроме

---

[1] *Актуарная математика – совокупность экономико-математических и вероятностно-статистических методов определения страховых ставок. Интересно отметить, что используемые в актуарной математике обозначения основных величин были стандартизованы более 100 лет назад – на II Международном актуарном конгрессе, проходившем в Лондоне в 1898 г. Наиболее развитым разделом актуарной математики на сегодняшний день являются модели страхования жизни [22, 26, 70, 79]. Экономическим и математическим аспектам страхования посвящено множество монографий и периодических изданий (среди последних, в первую очередь, необходимо упомянуть журнал “Insurance: mathematics and economics”).*

[2] *Условие неотрицательности резервов должно выполняться для любого момента времени, то есть не должна иметь место ситуация, в которой резервы отрицательны (даже если в будущем резервы будут восстановлены за счет технической прибыли (техническая прибыль означает разность между поступлениями и выплатами)).*

них используют более сложные актуарные модели и методы анализа финансовой устойчивости страховых компаний, частично рассматриваемые ниже.

Обозначим W – случайную величину, отражающую размеры текущих суммарных выплат за рассматриваемый промежуток времени[1], EW – ее математическое ожидание, s – дисперсию, w – суммарные страховые взносы, V – объем резервов, a – нормативное значение максимальной вероятности превышения суммарными выплатами ожидаемых выплат и объема резервов.

Рассмотрим элементарный пример. Пусть p – вероятность наступления страхового случая, W' – страховые выплаты (детерминированные), w – страховой взнос, тогда $EW = p\ W'$, $w = d_0\ W$, где d_0 – нетто-ставка. Из принципа эквивалентности следует, что суммарные страховые взносы не должны быть ниже ожидаемых выплат, то есть w ³ EW. Следовательно, в рассматриваемом случае нетто-ставка[2] должна быть не меньше вероятности наступления страхового случая, то есть[3]

(1) d_0 ³ p.

Резерв считается достаточным[4], если

(2) $P(W > EW + V)$ £ a.

Если распределение случайной величины W неизвестно, то из неравенства Чебышева следует оценка: V ³ $s / \sqrt{a}$. Рисковая над-

---

[1] *Если не оговорено особо, рассматриваются события (поступления, выплаты и т.д.), происходящие в течение одного временного интервала.*

[2] *Напомним, что страховой ставкой называется отношение страхового взноса к страховой сумме.*

[3] *В настоящей работе принята независимая внутри каждого из подразделов нумерация формул.*

[4] *Несколько забегая вперед, отметим, что превышение страховыми выплатами по тем или иным договорам соответствующих поступлений может рассматриваться как страховой случай для страховщика. При этом он может заключить с третьей стороной договор перестрахования, выступая в нем в качестве страхователя. С содержательной (и формальной) точки зрения перестрахование может рассматриваться как разновидность страхования (в которой страховщик выступает в роли страхователя, вступая во взаимодействие с другими страховщиками), поэтому специальных акцентов, за исключением раздела 2.1, на исследование механизмов перестрахования делаться не будет.*

бавка r к ставке страхового нетто-взноса может определяться как: $r = V / EW = s / (EW\sqrt{a}\,)$.

Если обозначить D - коммерческую нагрузку к нетто-ставке, отражающую необходимость затрат на ведение страховой компанией дел, а также прибыль компании, получим следующее выражение для страховой ставки (точнее – брутто-ставки):

(3) $d = d_0 + r + D$.

Итак, первое слагаемое – *нетто-ставка* - в выражении (3) отражает баланс ожидаемых выплат (и определяется из сравнения математических ожиданий), второе слагаемое (*рисковая нагрузка* к нетто-ставке) отражает минимальной уровень уверенности страховщика в том, что он не разорится (и определяется дисперсией распределения страховых случаев), третье слагаемое – *коммерческая нагрузка* (коммерческая надбавка, расходы на ведение дела) - отражает прибыль[1] страховой компании и расходы на покрытие затрат на ведение дел (и устанавливается субъективно). В ходе последующего изложения мы будем считать, что нетто-ставка равна вероятности наступления страхового случая, то есть $d_0 = p$ и рассматривать единую нагрузку[2] x_0, то есть $d = p + x_0$.

В экологическом страховании (и некоторых других видах страхования) в выражение для брутто ставки добавляется слагаемое, отражающее затраты на проведение предупредительных мероприятий – *предупредительная надбавка* (иногда эти затраты учитываются в коммерческой надбавке). Коммерческая, рисковая и предупредительная надбавки могут определяться аналогично нетто-ставке (то есть в процентах от страховой суммы), но, как правило, они устанавливаются в процентах от брутто-ставки (при этом не всегда понятны обоснования используемым величинам брутто-

---

[1] *Интересно отметить, что по данным [25] из всех собранных российским компаниями платежей только около 35% уходит на выплаты, в то время как за рубежом этот показатель составляет порядка 70-80%. В то же время, в [74] приводится следующая (нормативная) раскладка брутто-ставки: отчисления в резервный фонд выплаты страхового возмещения – 60%, фонд финансирования предупредительных мероприятий – 25%, возмещение затрат страховщика – 10%, прибыль страховщика – 5%.*

[2] *Нижний индекс «0» в большинстве случаев обозначает, что соответствующая величина является характеристикой страховщика (центра).*

ставки; последняя по-видимому устанавливается достаточно произвольным образом, например, предписанием Росстрахнадзора [55, 65]).

Выше описывался способ определения рисковой надбавки к нетто-ставке на основании анализа дисперсии (см. выражение (2)). Возможны другие – более сложные (в том числе – учитывающие не только математическое ожидание и дисперсию распределения вероятностей страховых выплат, но и моменты распределения более высокого порядка), или основывающиеся на других характерных величинах (получаемых, например, в результате решения задач о разорении, или анализа динамических свойств страховых платежей и взносов и т.д.) методы определения финансовой устойчивости страховых компаний [34]. В качестве примера показателя, основывающегося на дисперсии, можно привести коэффициент вариации, который успешно используется в случае существенного разброса параметров договоров страхования (коэффициентом вариации g называется отношение дисперсии суммарных страховых выплат к их математическому ожиданию: $g = s / EW$).

Обозначим: i – номер договора, j – номер группы ущерба, a_{ij} – доля частичного ущерба, S_i – лимит страхового обеспечения (тогда абсолютное значение частичного ущерба равно $S_i\, a_{ij}$), p_{ij} – вероятность наступления частичного ущерба j-го вида по i-му договору. Тогда коэффициент вариации равен

$$(4)\ g = \sqrt{\frac{\sum_i (S_i)^2 \sum_j (a_{ij})^2 p_{ij} - \sum_i (S_i)^2 \left(\sum_j a_{ij} p_{ij}\right)^2}{\sum_i (S_i)^2 \left(\sum_j a_{ij} p_{ij}\right)^2}}\,.$$

Существует целый ряд частных простых (по сравнению с (4)) показателей финансовой устойчивости, которые достаточно распространены на практике. В их числе: коэффициент вариации Ф.В. Коньшина $g = \sqrt{\frac{1-q}{n\,q}}$ (где n – число застрахованных объектов, q – средняя по всему портфелю тарифная ставка) и др. (см. их подробное перечисление и содержательные интерпретации в

[25, 34, 58, 59, 67, 75]). Помимо коэффициента Коньшина, в [34, 68] предлагается использовать такой показатель финансовой устойчивости как максимально допустимое значение рассматриваемой за несколько лет убыточности страховых сумм, определяемой как отношение суммарного страхового возмещения к суммарной страховой сумме. Однако для использования этого показателя (как справедливо отмечается в [42]) на сегодняшний день, например, в экологическом страховании отсутствует (а в ряде случаев не может присутствовать принципиально) соответствующая статистическая база.

В [37] перечисляются следующие принципы определения страховых тарифов: принцип эквивалентности, принцип ожидаемого значения, принцип дисперсии, принцип стандартного отклонения, принцип нулевой полезности, а также более сложные принципы и их модификации – принцип Эшера, швейцарский принцип, принцип Орлича и др. В соответствии с методиками Росстрахнадзора можно использовать рисковую модель (основывающуюся на анализе вероятности разорения страховщика и коэффициентах вариации) или (при наличии достаточного количества статистических данных) модель линейного тренда убыточности страховщика.

Таким образом, можно выделить следующие аспекты страхового дела (см. рисунок 1): «методология» страхования (исследующая сущность, принципы и функции страхования, историю страхового дела), правовые основы страхования, организация деятельности страховых компаний и собственно модели страхования. Среди последних можно выделить модели актуарной математики, делающие акцент на методах расчета страховых ставок, исходя из тех или иных критериев эффективности и финансовой устойчивости страховых организаций, модели, описывающие отношение людей и организаций к риску и исследуемые в теории полезности и принятии решений [18, 44, 71, 81, 108], и **механизмы страхования** – понимаемые как совокупность правил принятия решений страховщиком и страхователем, принимающих во внимание целенаправленность (активность) их поведения. Механизмы страхования, выделенные на рисунке 1 жирной линией, исследуются в теории управления социально-экономическими системами (точнее – в таких ее разделах, как теория активных систем, теория контрактов и др. – см. обзор в разделах 1.4 и 1.5). При этом основным методом исследования является математическое (теоретико-игровое и/или имитационное) моделирование.

Рис. 1. Аспекты страхового дела и моделей страхования

Таким образом, *объектом исследования* в настоящей работе является страхование, а *предметом исследования* – модели механизмов страхования. Отметим, что в силу сложности предмета исследования мы будем сознательно упрощать аспекты модели, отражающие отношение к риску, исчисления вероятностей и т.д. с тем, чтобы максимум внимания уделить изучению именно механизмов страхования.

Перейдем к обсуждению проблем экологического страхования, которое используется в настоящей работе в качестве сквозного примера, иллюстрирующего общие свойства исследуемых механизмов страхования.

1.2. Экологическое страхование: сущность и функции

Существуют два основных вида механизмов стабилизации экономических систем и, в частности, управления риском[1]. Первый класс механизмов – механизмы, нацеленные на снижение риска возникновения неблагоприятных и чрезвычайных ситуаций. К этому классу механизмов принадлежат кратко рассматриваемые ниже и подробно рассмотренные в [56] внешние и внутренние экономические механизмы, направленные на снижение уровня риска: стимулирования, налогообложения, квотные, резервирования и другие. Второй класс механизмов – механизмы перераспределения риска (страхования), направленные в первую очередь не на снижение уровня риска, а на снижение отрицательных последствий наступления неблагоприятных событий.

Для того, чтобы определить роль экологического страхования в управлении безопасностью, перечислим механизмы, входящие в систему *экономических механизмов обеспечения безопасности* (ЭМОБ) [56, 69]:

- механизмы экономической ответственности (штрафы за нарушение требований безопасности, плата за риск);
- механизмы стимулирования снижения риска (в основном – налоговые механизмы);
- механизмы перераспределения риска (в основном – механизмы страхования и перестрахования);
- механизмы централизованного управления риском (в том числе - механизмы приоритетного распределения бюджетных средств экологических и др. фондов по схеме безвозмездного финансирования или льготного кредитования);
- механизмы резервирования;

[1] *Риском называется характеристика состояния системы (последствия управленческого решения и т.д.), функционирующей в условиях неопределенности, описываемая совокупностью события (в страховании – страхового случая), вероятности этого события и функции потерь [3, 9, 38]. Иногда риском называют ожидаемый ущерб [56, 69], а уровнем безопасности (что в некоторых ситуациях может оказаться не совсем корректным) – разность между максимальным и ожидаемым ущербом.*

- рыночные механизмы регулирования риска (в том числе – свободная покупка и продажа экономическими агентами квот на уровень риска по договорным ценам).

Другим основанием классификации механизмов управления безопасностью является институциональный статус управляющего органа. В первом приближении можно выделить механизмы *государственного и негосударственного регулирования* риска. Для государственного регулирования, в том числе – в зарубежных странах, характерны следующие экономические методы [56]:

- прямые и косвенные субсидии (инвестиционные и на покрытие инвестиционных издержек) государственным предприятиям, частным фирмам, региональным и местным органам власти;
- займы и кредиты по низким процентам;
- предоставление режима ускоренной амортизации очистного оборудования и другой экологической техники (экотехники);
- льготные ставки по косвенным налогам на продажу, либо освобождение ее от налога;
- налоговые льготы на доходы от средоохранных программ.

Помимо экономических механизмов, государственное регулирование включает меры, направленные на принуждение природопользователей к охране окружающей среды (нормативное регулирование и соответствующие штрафные санкции) [56]:

- обязательная экологическая экспертиза крупных проектов;
- экологические нормативы, нормы и стандарты (эмиссионные, качества среды, технологические, товарные и др.);
- запреты, ограничения, разрешительные системы постоянного и временного действия;
- государственное экологическое инспектирование (мониторинг) предприятий;
- платежи за загрязнение в соответствии с экологическими нормативами;
- штрафы за нарушение природоохранных законов и правил, другие экономические и административные санкции, вплоть до закрытия предприятий.

Перейдем к обсуждению сущности и функций экологического страхования как существенной составляющей комплекса ЭМОБ (см. также заключение).

В зарубежной практике[1] под *экологическим страхованием* понимается «страхование гражданско-правовой ответственности владельцев потенциально опасных объектов ... в связи с необходимостью возмещения ущерба третьим лицам, обусловленного технологической аварией или катастрофой» [32, С.3]. В отечественной литературе используется более широкое определение[2] [41]: «страхование ответственности предприятий-источников повышенной экологической опасности и имущественных интересов страхователей, возникающих в результате аварийного (внезапного, непреднамеренного) загрязнения окружающей природной среды, обеспечивающее возможность компенсации части причиняемых загрязнением окружающей среды убытков и создающее дополнительные источники финансирования природоохранных мероприятий». Целью экологического страхования является обеспечение страховой защиты материальных интересов физических и юридических лиц в виде полной или частичной компенсации убытков, причиняемых загрязнением окружающей среды, вызванным авариями, технологическими сбоями или стихийными бедствиями, природы, деградированной под воздействием хозяйственной деятельности.

На настоящее время в российской экономике виновники причиненных убытков и ущербов не несут практически никакой ответственности[3]. С другой стороны, размер ущерба от отдельных техногенных катастроф зачастую бывает настолько велик, что его даже

---

[1] *Интересно отметить, что в развитых странах опыт внедрения экологического страхования составляет всего 10-15 лет. Развитие отечественной системы экологического страхования описано в [36, 63, 68], зарубежных систем страхования – в [1, 5, 29].*

[2] *Ни в Законе РФ «О страховании» (от 27 ноября 1992 г. № 4015-1), ни в Гражданском Кодексе РФ (от 1 марта 1996 г, статьи 927-970) не используется термин «экологическое страхование». В приказе Росстрахнадзора от 19 мая 1994 г. № 02-02/08 «Условия лицензирования страховой деятельности на территории Российской Федерации» выделено страхование ответственности предприятий - источников повышенной опасности. Тем не менее, термин «экологическое страхование» стал общепринятым в литературе по страховому делу.*

[3] *В [41] отмечается, что ранее возмещение ущерба осуществлялось примерно на 10% за счет государства, на 2-5% - виновниками ущерба, а оставшаяся часть не покрывалась вовсе.*

частичное возмещение не под силу виновнику. Поэтому существенную роль могут и должны играть механизмы страхования[1], перераспределяющие крупные риски и позволяющие в большей степени возмещать экологический и другие виды ущерба, причиняемые как природе, так и экономическим объектам и отдельным субъектам.

При этом необходимо принимать во внимание возможность вовлечения в природоохранную деятельность коммерческих структур. Единственным побуждающим их к подобной деятельности фактором может служить экономическая выгода. На этом этапе существенной становится роль государства, которое с помощью законодательных и экономических рычагов (см. описание механизмов смешанного страхования и финансирования ниже) должно способствовать развитию механизмов природоохранной деятельности, в том числе – механизмов страхования. Так, например, в [7, 8, 41] предлагается включить страховые платежи в себестоимость продукции и утверждается, что это не изменит кардинально финансовых потоков (но потребует соответствующего изменения законодательства на федеральном уровне).

Помимо роли государства, чрезвычайно важным, особенно в современных условиях, когда в ближайшей перспективе не ожидается введение единых институтов экологической ответственности[2],

---

[1] *Механизмы страхования снижают ожидаемое экономическое бремя по предупреждению и ликвидации чрезвычайных ситуаций. Для успешной реализации программ страхования необходимо не только соответствующая законодательная их поддержка, но и, в первую очередь, законодательная поддержка экономической и юридической ответственности за экологические риски. В том числе, принципиально важна персонификация причинителя вреда и реципиента.*

[2] *Примерами таких возможных институтов могут являться налоги на природоохранную деятельности, совершенствование служб экологического мониторинга, создание правовой базы, обеспечивающей существенное изменение отношения хозяйствующих субъектов к природоохранной деятельности и т.д. Роль государства заключается также и в том, что экологическое страхование, осуществляемое в виде имущественного страхования, может рассматриваться как элемент обеспечения безопасности лишь при условии, что оно не поощряет экологическую безответственность страхователя (например путем безусловной компенсации его убытков).*

является развитие и расширение использования механизмов управления безопасностью в широком смысле и механизмов экологического страхования как их существенной составляющей.

Значительную роль для успеха внедрения экологического страхования играет национальный менталитет. «В американской судебной системе возмещение ущерба определяется через анализ вины и непосредственной причины нанесения ущерба. Стандартом для определения вины является доктрина «благоразумно осторожного человека»: в случае, когда действия конкретного человека выразились в нанесении кому-либо ущерба, но сам человек был в достаточной мере благоразумен и не нарушал закона, он не несет финансовую ответственность за нанесенный ущерб» [1, С.61]. То есть в сознании американцев страхование напрямую ассоциируется с качеством жизни и является синонимом ее безопасности. В то же время, в России соответствующая экономическая культура находится еще в стадии становления. С этой точки зрения актуальна соответствующая адаптация законодательной базы и развитие системы аварийного комиссарства.

Специфика экологического страхования заключается, в том числе, в том, что в нем величина страховой суммы слагается из двух составляющих[1].

1. Затраты на предупреждение аварийного загрязнения. Для страхователя они представляют собой дополнительные и неоправданные (в случае отсутствия экологической аварии) расходы. Страхователь традиционно полагает, что доход от невнедрения природоохранных мероприятий больше, чем от внедрения. Для общества и третьих лиц, в чью пользу заключается договор страхования ответственности за аварийное загрязнение среды, эти затраты – составная часть потенциальных убытков. Осознавая это и оценивая возможное страховое возмещение, страховщик либо сам выделяет средства на предупреждение аварий, либо экономически стимулирует страхователя осуществить природоохранные мероприятия. Они могут быть либо осуществле-

[1] *Другими словами, в экологическом страховании брутто-ставка определяется суммой нетто-ставки, коммерческой и рисковой надбавок (нагрузок), а также нагрузки, отражающей затраты на проведение предупредительных мероприятий – см. выше.*

ны, либо учтены в расчете страховой суммы (и, следовательно, страховой ставки).

2. Вторая составляющая страховой суммы – убытки, возникающие из-за воздействия на реципиентов поступивших в окружающую среду вредных веществ. В отличие от первого вида убытков, они непосредственно проявляются и у третьих лиц.

Классификация убытков может быть произведена следующим образом. Убытки, возмещаемые по страхованию ответственности на случай загрязнения окружающей среды[1], зарубежными страховщиками, как правило, подразделяются на две группы (см. также выше): прямые убытки (телесные повреждения, болезни, психические расстройства, ущерб, причиняемый сельскохозяйственным и водным культурам, лесам и недвижимой собственности) и косвенные убытки (увеличение расходов и потеря доходов, вызванные простоем производства, ущерб от загрязнения мест обитания рыбы, территорий, предназначенных для отдыха и развлечений и т.д. Косвенные убытки включают также расходы на очистку и удаление отходов, затраты, связанные с несчастными случаями, вызванными загрязнением окружающей среды[2], и т.д.

В качестве основных функций экологического страхования[3] можно выделить в первую очередь компенсацию убытков, возникающих в результате загрязнения окружающей среды (в том числе и при невозможности полного подавления выбросов/сбросов вредных веществ). Страховое возмещение в экологическом страховании покрывает прежде всего претензии третьих лиц, уменьшая тем самым издержки страхователей, но в определенных условиях и при дифференцированных тарифных ставках возмещению подлежат и убытки самих страхователей, образующиеся в результате непреднамеренного аварийного загрязнения окружающей среды. Во-вторых, экологическое страхование способно дать гарантии по-

---

[1] *Естественно, должна исключаться ответственность за загрязнение, если оно не было «внезапным или аварийным».*

[2] *Достаточно экзотическим с точки зрения российской реальности примером являются убытки от дорожных происшествий, произошедших в результате плохой видимости из-за смога.*

[3] *В [42, 68, 74] выделяются следующие функции экологического страхования: рисковая, предупредительная, сберегательная и контрольная.*

страдавшим в получении ими причитающегося по закону возмещения, независимо от финансового положения причинителя вреда, что чрезвычайно важно в современных российских условиях, особенно с точки зрения формирования правовой культуры и развития экологического судопроизводства. В третьих, экологическое страхование может осуществлять функции мониторинга и контроля за осуществлением предприятиями мер по обеспечению экологической безопасности на всех этапах прохождения договора страхования. Четвертой функцией экологического страхования является создание источников дополнительного финансирования мероприятий по обеспечению экологической безопасности (например, за счет отчисления части страховой премии на предупредительные мероприятия).

В [74] выделяются следующие проявления экологических рисков: экологический, экономический, социальный и технико-технологический. В [68] по результатам экспертного опроса предложено использовать в качестве факторных признаков, влияющих на степень риска загрязнения окружающей среды следующие: экономический ущерб от аварийного загрязнения окружающей среды, реципиенты, находящиеся в зоне воздействия повышенного уровня загрязнения окружающей среды, месторасположение предприятия, износ фондов природоохранного назначения, состав и количество вредных выбросов. Использование этих и им подобных факторных признаков (после соответствующего статистического анализа согласованности экспертной информации [2, 64]) позволяет осуществлять ранжировку предприятий, выделяя, например, группы малоопасных предприятий, опасных предприятий и особо опасных предприятий[1].

На сегодняшний день значительное число работ посвящено анализу специфики экологического страхования в различных областях: ядерной энергетике [68], нефтегазовом комплексе [37, 74], в строительстве [39], в управлении проектами [18, 45, 112] и т.д.

---

[1] *В концепции федерального закона «Об обязательном экологическом страховании» предполагается установить следующие минимальные значения страховых тарифов: по группе особо опасных предприятий – не менее 14% от страховой суммы, по группе опасных предприятий – не менее 10% от страховой суммы, по группе малоопасных предприятий – не менее 4% от страховой суммы.*

В [7, 76] перечислены рекомендации по организации экологического страхования в регионе. Страхование убытков от загрязнения окружающей среды может осуществляться в следующих *организационно-функциональных формах*: страховых фондов предприятий, фондов взаимного страхования, фондов страхования экологических рисков или страховых компаний[1]. Существенную роль в формировании методических и нормативных материалов по экологическому страхованию должна играть администрация региона и, в первую очередь, ее служба охраны природы.

Кратко перечислив основные функции экологического страхования, прежде чем переходить к описанию механизмов страхования, исследуемых во второй главе, рассмотрим ряд математических (теоретико-игровых) моделей страхования, разработанных в теории активных систем и теории контрактов. Для этого необходимо привести известные способы описания отношения экономических агентов к риску.

1.3. Отношение к риску

Опишем основные известные способы учета отношения людей к риску [18, 72, 78, 108]. Пусть некоторому индивидууму предлагают вложить деньги с высокой доходностью, но и с высоким риском. Предположим, что p - вероятность неполучения дохода (доход равен нулю), $(1 - p)$ - вероятность получения дохода x. Ожидаемый доход составит, очевидно, $Ex = (1 - p)\, x$. Зададимся вопросом - какую сумму x_0 индивидуум готов заплатить за участие в такой лотерее?

Принято условно разделять субъектов на три группы:

---

[1] *Для определения объема ответственности можно использовать следующее простое эмпирическое правило (которое может быть выведено на основании использования субъективных предельных оценок коэффициентов вариации): максимальный объем ответственности по отдельному страховому риску не должен превышать 10% от суммы собственных средств страховой организации. Аналогичным образом могут формулироваться ограничения на максимальный объем ответственности по двум, трем и т.д. наиболее крупным рискам.*

- нейтральные к риску (risk-neutral) - готовые участвовать в лотерее за ожидаемый выигрыш, то есть $x_0 = (1 - p)\,x$;

- не склонные к риску (risk-averse) - готовые внести за участие в лотерее сумму строго меньшую ожидаемого дохода, то есть $x_0 < (1 - p)\,x$;

- склонные к риску - готовые участвовать в лотерее даже при условии, что ожидаемый выигрыш меньше их взноса, то есть $x_0 > (1 - p)\,x$.

Примерные графики зависимости $x_0(x)$ для нейтральных, склонных и несклонных к риску людей приведены на рисунке 2.

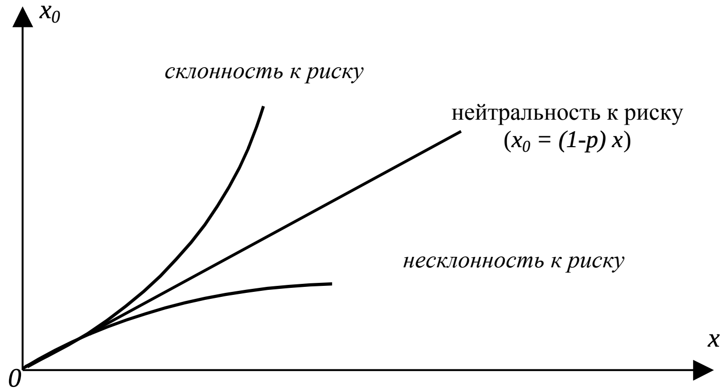

Рис. 2. Зависимость взноса от выигрыша

Числовой характеристикой предпочтений людей на множестве альтернатив, зависящих от случайных величин, выступает полезность. Если обозначить: x - альтернативу (например, размер денежного выигрыша в лотерее), $u(x)$ - функцию полезности, определенную на множестве альтернатив, то люди, нейтральные к риску, имеют линейные функции полезности ($u' = Const > 0$, $u'' = 0$; полезность определяется с точностью до монотонного линейного преобразования), склонные к риску – выпуклые ($u' > 0, u'' > 0$), а несклонные - вогнутые ($u' > 0, u'' < 0$) функции полезности.

Графическая интерпретация функций полезности субъектов, имеющих различное отношение к риску, позволяет привести следующий пример. Представим себе, что субъект обладает некоторой суммой денег M_0, и ему предлагают принять участие в лотерее, в которой он с равными вероятностями выигрывает сумму DM и проигрывает такую же сумму. Если функция полезности линейна ($u(x) = x$), то прирост полезности от выигрыша $Du_1 = DM$ по абсолютной величине равен уменьшению полезности от проигрыша $Du_2 = DM$ - субъект нейтрален к риску. Если же функция полезности вогнута, то прирост полезности Du_1 от выигрыша по абсолютной величине строго меньше уменьшения полезности Du_2 при проигрыше - субъект с такой функцией полезности предпочтет не рисковать (не станет принимать участие в рассматриваемой лотерее). Аналогично, для субъекта, склонного к риску (имеющего выпуклую функцию полезности), прирост полезности от выигрыша превысит уменьшение полезности при проигрыше.

Таким образом, вид функции полезности отражает «глобальное»[1] отношение к риску. Известны (и подтверждены многочисленными исследованиями) следующие факты: коммерческие лотереи, рискованные финансовые операции и т.д. рассчитаны на людей, склонных к риску; страхователи, как правило, не склонны к риску и получают от «передачи» страховщику своего риска гораздо большую «полезность», чем просто компенсацию ожидаемых потерь, упущенного дохода и т.д.; страховщики, в большинстве случаев, нейтральны к риску (снижение рисков у страховщиков достигается за счет агрегирования большого числа мелких рисков и их диверсификации).

Рассмотренное в настоящем разделе описание отношения к риску используется ниже при исследовании механизмов страхования.

1.4. Модели страхования в теории контрактов

Теория контрактов – раздел теории управления социально-экономическими системами, изучающий теоретико-игровые модели взаимодействия управляющего органа – центра (principal) – и

[1] *Распространенной «локальной» (дифференциальной) характеристикой отношения к риску является логарифмическая производная производной функции полезности, взятая с обратным знаком* [108].

управляемого субъекта – агента (agent), функционирующих в условиях внешней вероятностной неопределенности [14, 15, 19, 93, 94].

Учет неопределенности в моделях теории контрактов производится следующим образом: результат деятельности агента z Î A_0 является случайной величиной, реализация которой зависит как от действий агента y Î A, так и от внешнего неопределенного параметра – состояния природы q Î W.

Информированность участников следующая: на момент принятия решений участники знают распределение вероятностей состояния природы $p(q)$, или условное распределение результата деятельности $p(z, y)$. Действия агента не наблюдаются центром, которому становится известным лишь результат деятельности. Агент может либо знать состояние природы на момент выбора своего действия (случай асимметричной информированности), либо знать только его распределение (случай симметричной информированности, более соответствующий моделям страхования и поэтому в основном рассматриваемый ниже).

Стратегией центра является выбор функции s(×) от результата деятельности агента, которая в зависимости от содержательных трактовок модели может интерпретироваться как функция стимулирования (трудовые контракты [84-89, 92, 95-98, 105, 110]), величина страхового возмещения (страховые контракты [99-103, 109]), величина задолженности или выплат (долговые контракты и т.д. [91, 111]) и т.д. Стратегией агента является выбор действия при известной стратегии центра. Под *контрактом* понимается совокупность стратегий центра и агента (различают как явные, то есть зафиксированными с юридической точки зрения (большинство страховых и долговых контрактов являются явными), так и неявные, то есть не заключаемые формально или подразумеваемые (в ряде случаев трудовые контракты являются неявными), контракты [80, 88, 94].

Оптимальным является контракт, который наиболее выгоден для центра (максимизирует его целевую функцию), при условии, что агенту взаимодействие с центром также выгодно. Последнее означает, что с точки зрения агента одновременно должны выполняться следующие два условия.

Первое условие, называемое *условием участия* (или условием индивидуальной рациональности, или ограничением пособия по безработице – (individual rationality – IR, reservation wage constraint - RWC)), заключается в том, что, выполняя условия контракта, агент гарантированно получает некоторый минимальный уровень полезности, например, не меньший, чем он мог бы получить не заключая контракта (часто в качестве такого уровня полезности выступает полезность, соответствующая получению пособия по безработице).

Вторым условием является *условие согласованности* (incentive compatibility (IC)), отражающее тот факт, что выбор именно того действия (или достижение именно того результата деятельности), которое оговорено в контракте, является наиболее выгодным для агента (по сравнению с выбором любого другого допустимого действия).

Исторически первые работы по теории контрактов (см. ABG-модель [82, 83, 92]) появились в начале 70-х годов как попытка объяснения в результате анализа теоретико-игровых моделей наблюдаемого противоречия между результатами макроэкономических теорий и фактических данных по безработице и инфляции в развитых странах.

Одно из «противоречий» заключалось в следующем. Существуют три «типа» заработной платы: рыночная заработная плата (резервная полезность, на которую может рассчитывать данный работник [33, 88]), эффективная заработная плата (та заработная плата, которая максимизирует эффективность деятельности работника с точки зрения предприятия; в большинстве случаев эффективная заработная плата определяется из условия равенства предельного продукта, производимого работником, и предельных затрат этого работника) и фактическая заработная плата (та зарплата, которую получает работник). Понятно, что эффективная заработная плата должна быть не меньше рыночной, иначе производство убыточно и предприятие не сможет привлечь работников. С другой стороны, фактическая заработная плата должна лежать между рыночной и эффективной, причем с точки зрения центра фактическая зарплата должна быть равна эффективной (что обеспечивает максимальную прибыль производства). Статистические данные свидетельствовали, что фактическая зарплата не равна эффективной заработной плате (этот и подобные выводы делались исходя из анализа данных по уровню безработицы и уровню инфляции).

В первых моделях по теории контрактов рассматривались задачи определения оптимального числа нанимаемых работников при учете только ограничения участия и фиксированных стратегиях центра, затем появились работы, посвященные методам решения задач управления (задач синтеза оптимальных контрактов), сформулированных с учетом и ограничения участия, и условия согласованности, затем акцент сместился на изучение более сложных моделей, описывающих многоэлементные и динамические модели, возможность перезаключения контрактов и т.д. (см. обзоры в [15, 46, 90, 104, 106, 107]).

С точки зрения эффектов страхования (перераспределения риска) интересен следующий сделанный в теории контрактов вывод: различие между эффективной и фактической зарплатой качественно может быть объяснено тем, что нейтральный к риску центр страхует несклонных к риску работников (см. обсуждение отношения к риску выше) от изменений величины заработной платы в зависимости от состояния природы: стабильность заработной платы обеспечивается за счет того, что в благоприятных[1] ситуациях величина вознаграждения меньше эффективной заработной платы, зато в неблагоприятных ситуациях она выше той, которая могла бы быть без учета перераспределения риска[2]. Приведем пример, иллюстрирующий это утверждение.

Пример 1. Пусть $A = \{y_1, y_2\}$, $A_0 = \{z_1, z_2\}$, $P = \begin{Vmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{Vmatrix}$,

$\frac{1}{2} < p$ £ 1. Содержательно, результат деятельности агента в большинстве случаев (так как $p > \frac{1}{2}$) «совпадает» с соответствующим

[1] *На деятельность предприятий и, следовательно, на величину заработной платы, оказывают влияние как внешние макропараметры (сезонные колебания, периоды экономического спада и подъема, мировые цены и т.д.), так и внешние микропараметры (состояние здоровья работника и т.д.).*

[2] *Быть может, именно важностью этого вывода обусловлено то, что в работах по теории контрактов рассматриваются практически только модели с внешней вероятностной неопределенностью (в детерминированном случае, или в случае неопределенности при нейтральном к риску агенте, эффекты страхования, естественно, пропадают и фактическая заработная плата равна эффективной).*

действием. Возможные «несовпадения» могут рассматриваться как страховые случаи.

Обозначим затраты агента по выбору первого и второго действия c_1 и c_2 соответственно, $c_2 \geq c_1$; ожидаемый доход центра (стимулирование) от выбора первого и второго действия – H_1 и H_2 (σ_1 и σ_2) соответственно; целевую функцию центра, представляющую собой разность между доходом и стимулированием – F; целевую функцию агента, представляющую собой разность между стимулированием и затратами – f.

Задача центра заключается в назначении системы стимулирования, которая максимизировала бы ожидаемое значение его целевой функции EF при условии, что выбираемое агентом действие максимизирует ожидаемое значение Ef его собственной целевой функции.

Предположим, что агент нейтрален к риску (его функция полезности линейна) и рассмотрим какую систему стимулирования центр должен использовать, чтобы побудить агента выбрать действие y_1. В предположении равенства нулю резервной полезности задача поиска минимальной системы стимулирования, реализующей[1] действие y_1, имеет вид:

(1) $p\ \sigma_1 + (1-p)\ \sigma_2 \to min$

(2) $p\ \sigma_1 + (1-p)\ \sigma_2 - c_1 \geq p\ \sigma_2 + (1-p)\ \sigma_1 - c_2$ $\quad (IC)$

(3) $p\ \sigma_1 + (1-p)\ \sigma_2 - c_1 \geq 0.$ $\quad (IR)$

Множество значений стимулирования, удовлетворяющих условиям (2) и (3), заштриховано на рисунке 3, его подмножество, на котором достигается минимум выражения (1), выделено жирной линией (линия уровня функции (1), отмеченная на рисунке 3 пунктирной линией, имеет тот же наклон, что и отрезок A_1B_1[2]). Для определенности в качестве решения выберем из отрезка A_1C_1 точку C_1 (см. рисунок 3), характеризуемую следующими значениями:

---

[1] Система стимулирования реализует некоторое действие агента, если выбор этого действия максимизирует его целевую функцию (в задачах теории контрактов – ожидаемую полезность) [49-53].

[2] Отметим, что наличие множества решений при нейтральных к риску центре и агенте является характерной чертой задач теории контрактов. В то же время, введение строго вогнутой функции полезности агента (отражающей его несклонность к риску) приводит к единственности решения – см. ниже и [88, 94, 107].

(4) $s_1 = [p\, c_1 – (1 – p)\, c_2] / (2p – 1)$,
(5) $s_2 = [p\, c_2 – (1 – p)\, c_1] / (2p – 1)$.

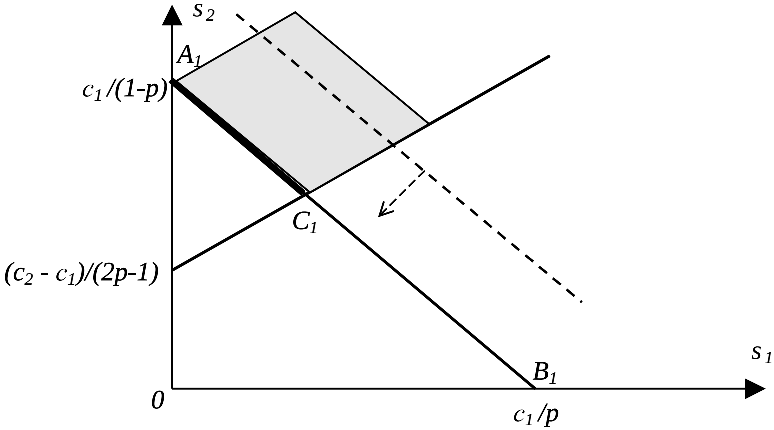

Рис. 3. Реализация центром действия y_1 в примере 1 при нейтральном к риску страхователе

Легко проверить, что ожидаемые затраты центра на стимулирование[1] $Es(y_1)$ по реализации действия y_1 равны c_1, то есть
(6) $Es(y_1) = c_1$.

Предположим теперь, что центр хочет реализовать действие y_2. Решая задачу, аналогичную (1)-(3), получаем (см. точку C_2 на рисунке 4):
(7) $s_1 = [p\, c_1 – (1 – p)\, c_2] / (2p – 1)$,
(8) $s_2 = [p\, c_2 – (1 – p)\, c_1] / (2p – 1)$,
(9) $Es(y_2) = c_2$.

На втором шаге центр выбирает какое из допустимых действий ему выгоднее реализовать, то есть какое действие максимизирует разность между доходом и ожидаемыми затратами центра на стимулирование по его реализации. Таким образом, ожидаемое значение целевой функции центра при заключении оптимального контракта равно $F^* = max \{H_1 – c_1, H_2 – c_2\}$.

---

[1] *Минимальными затратами центра на стимулирование называется решение задачи* (1) [33, 49].

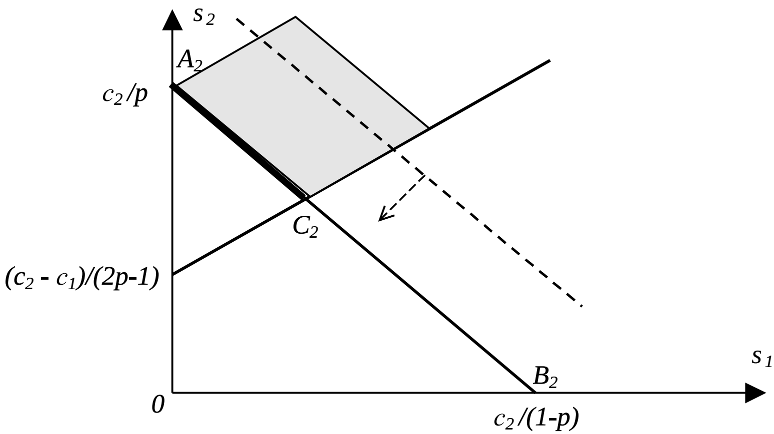

Рис. 4. Реализация центром действия y_2 в примере 1
при нейтральном к риску страхователе

Исследуем теперь эффекты страхования в рассматриваемой модели. Пусть агент не склонен к риску, то есть оценивает неопределенные величины в соответствии со строго возрастающей строго вогнутой функцией полезности $u(\cdot)$. Так как от случайной величины – результата деятельности агента – зависит его вознаграждение (значение функции стимулирования), то предположим, что целевая функция агента имеет вид:

(10) $f(s(\cdot), z, y) = u(s(z)) - c(y)$.

Обозначим[1] $v_1 = u(s_1)$, $v_2 = u(s_2)$, $u^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная к функции полезности агента. Пусть центр заинтересован в побуждении АЭ к выбору действия y_1. Задача стимулирования в рассматриваемой модели примет вид:

(11) $p\, u^{-1}(v_1) + (1 - p)\, u^{-1}(v_2) \to min$

(12) $p\, v_1 + (1 - p)\, v_2 - c_1 \geq p\, v_2 + (1 - p)\, v_1 - c_2$ $\qquad (IC)$

(13) $p\, v_1 + (1 - p)\, v_2 - c_1 \geq 0.$ $\qquad (IR)$

Заметим, что неравенства (12)-(13) совпадают с неравенствами (2)-(3) с точностью до переобозначения переменных. На рисунке 5 заштрихована область допустимых значений переменных v_1 и v_2.

[1] *Подобная замена переменных, позволяющая линеаризовать систему ограничений, используется в двушаговом методе решения задачи теории контрактов* [15, 93].

Линия уровня функции (11) (которая является выпуклой в силу вогнутости функции полезности агента) обозначена пунктиром.

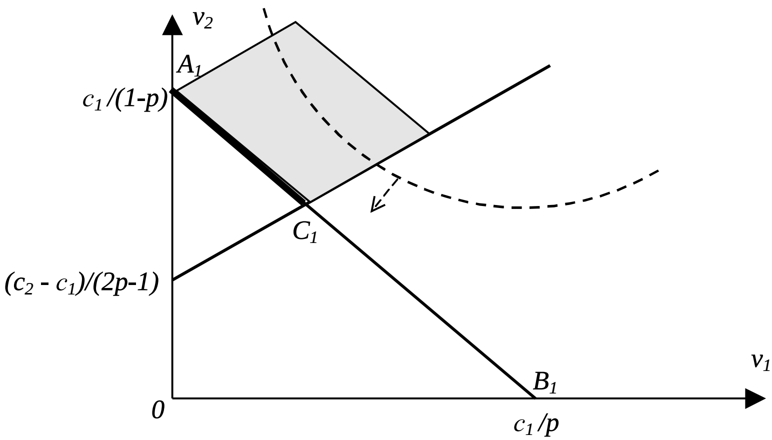

Рис. 5. Реализация центром действия y_1 в примере 1 при несклонном к риску агенте

В случае строго вогнутой функции полезности агента (при этом, очевидно, целевая функция (11) строго выпукла) внутреннее решение задачи условной оптимизации (11)-(13) единственно и имеет следующий вид (в качестве примера используется функция полезности $u(t) = b\ ln(1 + g\ t)$, где b и g - положительные константы):

(14) $v_1 = c_1 + (c_1 – c_2)\ (1 – p) / (2p – 1)$,

(15) $v_2 = c_1 + (c_2 – c_1)\ p / (2p – 1)$.

Легко проверить, что в рассматриваемом случае при использовании системы стимулирования (14)-(15) ожидаемая полезность агента от выплат со стороны центра равна затратам агента по выбору первого действия, то есть

(16) $Ev = c_1$.

Аналогично можно показать, что, если центр побуждает агента выбирать второе действие, то ожидаемая полезность агента от выплат со стороны центра в точности равна затратам агента по выбору второго действия.

Из (14)-(15) видно, что в случае несклонного к риску агента, побуждая его выбрать первое действие, центр «недоплачивает» в случае реализации первого результата деятельности ($v_1 \le c_1$) и «переплачивает» в случае реализации второго результата деятельности ($v_2 \ge c_2$), причем при предельном переходе к детерминированному случаю[1] (чему соответствует $p \to 1$) имеет место: $v_1 \to c_1$, $v_2 \to c_2$.

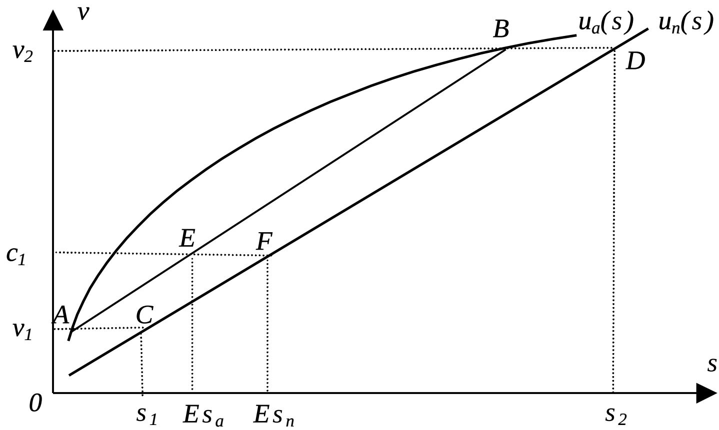

Рис. 6. Эффект страхования при реализация центром действия y_1 в примере 1

Графически эффект страхования в рассматриваемой модели для случая реализации первого действия отражен на рисунке 6, на котором изображены линейная (определенная с точностью до аддитивной константы) функция полезности агента и его строго вогнутая функция полезности. Так как отрезок AB всегда лежит выше и/или левее отрезка CD, а ожидаемая полезность агента в обоих случаях равна c_1, то при несклонности агента к риску ожи-

---

[1] *Отметим, что все модели с неопределенностью должны удовлетворять принципу соответствия [48, 51]: при «стремлении» неопределенности к «нулю» (то есть при предельном переходе к соответствующей (в смысле, оговоренном в [51]) детерминированной системе) все результаты и оценки должны стремиться к соответствующим результатам и оценкам, полученным для детерминированного случая. Например, выражения (4)-(9) при $p = 1$ переходят в решения, оптимальные в детерминированном случае.*

даемые выплаты Es_a меньше, чем ожидаемые выплаты Es_n, соответствующие нейтральному к риску агенту (см. точки E и F на рисунке 6). •[1]

Завершив рассмотрение примера, иллюстрирующего эффекты страхования в моделях теории контрактов (в вероятностных задачах стимулирования несклонных к риску агентов), перейдем к описанию задачи синтеза оптимального страхового контракта (в терминах теории контрактов, следуя результатам, приведенным в [35, 45][2]).

Пусть целевая функция несклонного к риску страхователя $f(s(\cdot), y, z)$ (активного элемента (АЭ)) представляет собой сумму детерминированного дохода $h(y)$, зависящего от его действия и получаемого им за рассматриваемый промежуток времени, отчислений в страховой фонд, пропорциональных доходу: $a\, h(y)$, где a - страховая ставка[3], затрат $c(z)$, зависящих от случайного результата деятельности, и полезности $u(s(z))$ от страхового возмещения $s(z)$, зависящего от результата деятельности страхователя, то есть

(17) $f(s(\cdot), y, z) = (1 - a)\, h(y) – c(z) + u(s(z))$.

Целевая функция нейтрального к риску страховщика $F(s(\cdot), y, z)$ (центра) представляет собой разность между страховым взносом и страховым возмещением:

(18) $F(s(\cdot), y, z) = a\, h(y) - s(z)$.

Задача синтеза оптимального страхового контракта, описываемого кортежем $(a^*, s^*(\cdot), y^*)$, заключается в поиске такой страховой ставки и такой зависимости страхового возмещения от результатов деятельности страхователя, которые максимизировали бы ожидаемое значение целевой функции страховщика при условии, что страхователь в рамках заключенного страхового контракта выбира-

---

[1] Символ «·» здесь и далее обозначает окончание примера, доказательства и т.д.

[2] Данные работы могут быть отнесены как к теории активных систем, так и в теории контрактов. В настоящем разделе они приводятся в методических целях.

[3] Используемое в описываемом классе механизмов страхования понимание термина «страховая ставка» несколько отличается от традиционного (обычно под страховой ставкой понимается отношение страхового взноса к страховому возмещению или страховой сумме).

ет действие, максимизирующее ожидаемое значение его собственной целевой функции, то есть:

(19) $EF(s(\cdot), z, y^*) \to \max\limits_{s(\cdot), a}$,

(20) $y^* = \arg\max\limits_{y \in A} Ef(s(\cdot), z, y)$.

Отметим, что задача (19)-(20) и содержательно, и формально близка к классической задаче теории контрактов[1] и отличается наличием дополнительного управляющего параметра – страховой ставки. Поэтому для ее решения в случае конечных множеств возможных действий страхователя и возможных результатов его деятельности возможно использовать обобщение двушагового метода[2] [15, 93], заключающееся в следующем [35].

На первом шаге для фиксированного действия страхователя и для фиксированной ставки ищется минимальная (в смысле, определенном выше) система стимулирования, реализующая это действие. На втором шаге ищется оптимальное значение ставки (действие

---

[1] *С точки зрения специфики страхования, в задаче (19)-(20) учитывается активность страхователя, то есть его возможность влияния на результаты своей деятельности и, в том числе, на наступление страхового случая. Следовательно, предлагая страховой контракт в виде* $(a^*, s^*(\cdot), y^*)$, *центр не только перераспределяет риск, но и управляет деятельностью страхователя, побуждая его, например, принимать меры, направленные на снижение вероятности и неблагоприятных последствий страхового случая, что соответствует учету такого свойства страхования как моральный риск (moral hazard), заключающийся в возможном изменении поведения страхователя после заключения страхового контракта (см. качественное обсуждение и формальные модели в [38, 40, 43, 72]). Если действия страхователя наблюдаются страховщиком, то (19)-(20) превращается в детерминированную задачу стимулирования (решение которой хорошо известно и подробно описано в [10, 17]) с параметром* a, *определение оптимального значения (или, в более общем случае - зависимости от действий страхователя) которого является стандартной задачей оптимизации [49, 51].*

[2] *Если и страховщик, и страхователь нейтральны к риску, то решение задачи (19)-(20) неоднозначно (см. также пример 1 выше), что качественно объясняется бессмысленностью перераспределения риска между субъектами, одинаково к нему относящимися.*

страхователя по прежнему фиксировано). И, наконец, на третьем шаге ищется оптимальное реализуемое действие страхователя.

Недостатком данного метода является, во-первых, возможность его использования только для дискретных задач, во-вторых высокая вычислительная сложность (если возможны k действий и l значений ставок, то необходимо решать $k\,l$ задач выпуклого программирования), в-третьих, отсутствие возможности анализа зависимости оптимального страхового контракта от параметров модели (см. также обсуждение преимуществ и недостатков методов решения задач теории контрактов в [15, 50, 51]).

В [35] доказана единственность решения, получаемого в результате применения описанного выше подхода, а также рассмотрены возможности обобщения предложенной модели на случай взаимодействия одного страховщика с несколькими независимыми страхователями. В частности, для случая однородных (описываемых одинаковыми параметрами) страхователей доказаны следующие соответствующие практическому опыту свойства модели: с ростом числа страхователей происходит снижение страховых ставок (обеспечивающих фиксированную стабильность страхового портфеля), а с ростом вероятности наступления страховых случаев происходит увеличение страховых ставок.

1.5. Модели страхования в теории активных систем

Рассмотрим некоторые свойства механизмов страхования, возникающие как следствие активного поведения страхователей (активных элементов (АЭ)) и/или страховщика (центра) и изучаемые в теории активных систем [18, 20, 47].

Основная цель страхования заключается в перераспределении рисков - если у нескольких экономических объектов/субъектов существует небольшой риск возникновения страхового случая, при котором они несут существенные издержки, то им может оказаться выгодным «объединить усилия» - создать фонд, используемый для возмещения (как правило, частичного) потерь. В роли аккумулятора могут выступать сами экономические объекты (взаимное страхование, имеющее наименьшую коммерческую направленность – см. простейшие механизмы в [18] и главу 2 настоящей работы), государство (государственное страхование) или частные страховые компании (коммерческое страхование).

Страховой случай является недетерминированной величиной, и даже при известном распределении вероятностей, несмотря на использование в моделях страхования ожидаемых значений, вероятность разорения страховщика при работе с малым числом однородных страхователей выше, чем при страховании многих. Это очевидное свойство - увеличение стабильности страхового портфеля с ростом числа страхователей у одного и того же страховщика, лежит, фактически, в основе всего страхового дела.

В работах [18, 20] был получен вывод, совпадающий с выводом, сделанным при анализе моделей теории контрактов (см. выше), и заключающийся в том, что при нейтральных к риску страховщике и страхователе страхование, как таковое, теряет смысл - страхователь отдает в страховой фонд столько, сколько из него и получает (при этом может нарушиться требование обязательной полной компенсации ущерба и необходимо использовать другие механизмы определения страхового взноса). Приведем иллюстрирующий это утверждение пример.

Пример 2. Рассмотрим набор $I = \{1, 2, ..., n\}$ страхователей у которых страховые случаи независимы и происходят с вероятностями $\{p_i\}$. Соответственно может произойти один страховой случай, два и т.д. до n.

Обозначим H_i - доход i-го страхователя в благоприятной ситуации, доход равен нулю при страховом случае, r_i - страховой взнос, h_i - страховое возмещение, p_i - вероятность наступления страхового случая, c_i - затраты.

Тогда ожидаемое значение целевой функции i-го страхователя имеет вид:

$$(1)\quad f_i = (1 - p_i)H_i + p_i h_i - c_i - r_i,\ i \in I.$$

Страховщик получает в свой фонд сумму $\sum_{i=1}^{n} r_i = \tilde{R}$ и выплачивает в среднем $R = \sum_{i=1}^{n} p_i h_i$. Определим, каким требованиям должен удовлетворять механизм страхования.

1. Система страхования не должна побуждать страхователя «способствовать» наступлению страхового случая (например, страховое возмещение в случае пожара не должно превышать стоимости сгоревшего объекта и т.д.). Это значит, что в благоприятном случае целевая функция страхователя должна принимать большее значение, чем в страховом, то есть $h_i \leq H_i$, $i \in I$.

Введенное ограничение отражает свойство морального риска (moral hazard), учет которого необходим при исследовании механизмов страхования. Действительно, людям свойственно изменять свое поведение, избавившись от риска (точнее - переложив его на плечи других людей или организаций). Так, например, человек, застраховавший свою машину от угона, станет менее внимателен к ее безопасности; человек, застраховавший свою дачу от пожара, вряд ли будет покупать новые огнетушители и т.д.

Второе свойство, характерное для механизмов страхования - проблема некорректного отбора (adverse selection): потенциальные страхователи могут обладать информацией, недоступной для страховщика. Так, например, страхование от несчастного случая гораздо более привлекательно для человека рассеянного и забывчивого, чем для аккуратного и внимательного (см. также описание механизмов страхования во второй главе настоящей работы).

2. Страхование должно иметь смысл для страхователя, то есть (более слабое условие суммарного баланса приведено ниже):

$$r_i \leq p_i\ h_i\ ,\ i \in I.$$

3. Потребуем, чтобы значения целевых функций страхователей в любой ситуации были неотрицательны:

$$H_i - c_i - r_i \geq 0,\ \ h_i - c_i - r_i \geq 0,\ \ i \in I.$$

4. Страхование должно иметь смысл для страховщика, то есть:

$$(2)\ \ \sum_{i=1}^{n} r_i - \sum_{i=1}^{n} h_i p_i \geq 0\ .$$

Последнее условие означает, что ожидаемые страховые выплаты не должны превосходить суммы страховых взносов. Это, однако, не гарантирует защищенности страховщика от разорения (см. модели и показатели финансовой устойчивости страховых компаний выше и в [34]). К четвертому ограничению можно добавить условие того, что вероятность выплат, превосходящих страховой фонд не должна превышать некоторой, наперед заданной, достаточно малой величины. Отметим также, что нулевое значение в правой части неравенства соответствует взаимному страхованию (нагрузки к нетто-ставкам минимальны - равны нулю). В случае коммерческого страхования страховщик должен обеспечить средства для собственной деятельности, то есть получить ненулевой ожидаемый доход.

Если страховщик, как это часто делается на практике, устанавливает единые для всех страхователей условия страхования, то можно ввести норматив a ³ 0 отчислений в страховой фонд: $r_i = a\ h_i$ и норматив b ³ 0 страхового возмещения $h_i = b\ H_i$, i Î I. Тогда ограничения пунктов 1 - 4 примут вид:

$$(3)\quad \begin{cases} b \le 1 \\ b - 1 \ge \dfrac{c_i}{H_i} \\ a \le 1 - \max\limits_i \left\{ \dfrac{c_i}{H_i} \right\} \\ a \le b \cdot \min\limits_i \{p_i\} \\ a \sum\limits_{i=1}^{n} H_i \ge b \sum\limits_{i=1}^{n} p_i h_i \end{cases} .$$

В [18] показано, что для рассматриваемого класса механизмов область допустимых механизмов страхования, описываемая системой неравенств (3), может оказаться пуста. Кроме того, если взять, например, двух страхователей с одинаковыми доходами, но с существенно разными рисками, то и взносы и возмещение будут одинаковы, что вряд ли справедливо по отношению к страхователю с меньшим уровнем риска. Значит следует рассмотреть механизм, в котором страховой взнос зависит и от риска. •

Рассмотренные выше модели объединяет одно свойство: в целевых функциях страхователя и страховщика используются ожидаемые значения, и неявно предполагая, что все *участники активной системы* (*АС*) (страховщик и страхователи) при выборе стратегии своего поведения ориентируются именно на усредненные значения. Откажемся от этого предположения и рассмотрим случай, когда страхователи несклонны к риску.

Опишем модель с одним страхователем и одним страховщиком [18]. Пусть страхователь не склонен к риску и имеет строго монотонно возрастающую непрерывно дифференцируемую вогнутую функцию полезности $u(x)$, а страховщик нейтрален к риску и имеет линейную функцию полезности.

Предположим, что возможны два значения дохода x Î R^1 страхователя: $0 < x_1 < x_2$, реализующиеся, соответственно, с вероятностями $(1 - p)$ и p (p Î $[0; 1]$), т.е. вероятность наступления страхового случая (который заключается в получении страхователем меньшего дохода) равна $(1 - p)$. Ожидаемая полезность центра имеет вид:

(4) $\Phi = r - h(1 - p)$,

где r ³ 0 - страховой взнос, h ³ 0 - страховое возмещение. В случае заключения страхового контракта страхователь либо получает доход: $\tilde{x}_1 = x_1 - r + h$ - при наступлении страхового случая, либо доход: $\tilde{x}_2 = x_2 - r$ - если страхового случая не происходит.

Ожидаемая полезность страхователя без заключения страхового контракта равна: $U = u(x_1) \cdot (1 - p) + u(x_2) \cdot p$, а при заключении страхового контракта: $\tilde{U} = u(\tilde{x}_1) \cdot (1 - p) + u(\tilde{x}_2) \cdot p$.

Будем считать, что центр заключает страховой контракт только в том случае, если этот контракт обеспечивает ему некоторую неотрицательную ожидаемую полезность H, то есть $\Phi = H > 0$ (условие участия).

Под некоммерческим страхованием будем понимать страхование, при котором ожидаемая полезность страховщика в точности равна нулю, то есть $H = 0$. Под коммерческим страхованием будем понимать страхование, обеспечивающее страховщику строго положительное значение ожидаемой полезности.

Страховой контракт в рассматриваемой модели описывается кортежем $\{h, r, H; x, x, p, u(x)\}$, причем параметры $x, x, p, u(x)$ являются параметрами собственно страхователя, а h, r и H (или, что тоже самое $\tilde{x}_1$ и $\tilde{x}_2$) - параметры механизма страхования, выбираемые страховщиком.

Под *допустимым страховым контрактом* понимают такой набор неотрицательных чисел $\{h, r, H\}$, что выполняется Φ ³ H и страхование выгодно для страхователя, то есть допустимым является страховой контракт, выгодный и для страховщика, и для страхователя. Последнее условие означает, что в случае заключения страхового контракта, предлагаемого страховщиком, ожидаемая полезность страхователя будет не меньше, чем без участия в данном контракте (или в более общем случае, чем при участии в другом контракте).

Найдем ограничения на параметры страхового контракта, то есть область возможных значений (h, H), при которых страхование выгодно для страхователя. Подставляя условие $\Phi = H$ в целевую функцию центра, выразим величину страхового взноса через страховое возмещение и ожидаемый доход страховщика. Получим

(5) $\tilde{x}_1 = x_1 + ph - H$,

(6) $\tilde{x}_2 = x_2 - (1 - p)\,h - H$.

Вычислим ожидаемые значения дохода страхователя: $Ex = (1 - p)x_1 + px_2$ - без заключения страхового контракта; $E\tilde{x} = (1 - p)\tilde{x}_1 + p\tilde{x}_2$ - при заключении страхового контракта.

Легко видеть, что $E\tilde{x} = Ex - H$. Введем в рассмотрение следующие функции и величины (при $Dx = x_1 - x_2 = 0$, как и при $h = Dx$ задача вырождается):

$$U(x) = \frac{[u(x_2) - u(x_1)]x + u(x_1)x_2 - u(x_2)x_1}{x_2 - x_1},\ \ x \in [x_1, x_2];$$

$$\tilde{U}(x) = \frac{[u(\tilde{x}_2) - u(\tilde{x}_1)]x + u(\tilde{x}_1)\tilde{x}_2 - u(\tilde{x}_2)\tilde{x}_1}{\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1},\ \ x \in [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2];$$

$x'(p) = max\{x \in R^1 | u(x) \le U(Ex)\} = u^{-1}(U)$, где $u^{-1}(x)$ - функция, обратная к функции полезности страхователя. Так как Ex Î $[x_1; x_2]$, то в силу вогнутости функции полезности " p Î $[0; 1]$ $x'(p) \in [x_1; Ex]$. Содержательно, при $x = Ex$ (соответственно, при $x = E\tilde{x}$) $U(x)$ ($\tilde{U}(x)$) - ожидаемая полезность страхователя от участия в лотерее между альтернативами x_1 и x_2 ($\tilde{x}_1$ и $\tilde{x}_2$) с вероятностями $(1 - p)$ и p, соответственно.

Величина $Du = u(x) - U(x)$ ³ *0* может интерпретироваться как премия за риск[1], измеренная в единицах полезности и характеризующая минимальную величину дополнительных гарантированных выплат страхователю, при которой он будет безразличен (с точки зрения ожидаемой полезности) между участием в лотерее и безусловным получением дохода, равного Ex. Положительность Du обусловлена неприятием риска страхователем. Для нейтрального к риску страхователя премия за риск тождественно равна нулю. Если же страхователь склонен к риску, то есть имеет выпуклую функцию полезности, то, повторяя приведенные выше рассуждения, можно сделать вывод, что премия за риск будет неположительна, то есть такой страхователь готов заплатить за возможность участия в лотерее (в общем случае дифференциальной мерой склонности к риску может считаться, например, логарифмическая производная функции полезности). Поэтому $x'(p)$ - действие, эквивалентное (с точки зрения ожидаемой полезности) для страхователя участию в лотерее (см. рисунок 7).

Условие выгодности для страхователя заключения страхового контракта имеет вид:

(7) $\tilde{U}\left(E\tilde{x}\right) \geq U\left(Ex\right)$.

Условие (7), совместно с *Ф* ³ *H*, является критерием допустимости страхового контракта. Однако, его использование при решении задачи синтеза оптимального страхового контракта достаточно затруднительно - ограничения, накладываемые на параметры механизма могут оказаться чрезвычайно громоздкими. Поэтому приведем простые конструктивные и содержательно интерпретируемые достаточные условия.

Из свойств вогнутых функций следует, что достаточным для выполнения (7) в случае коммерческого страхования является следующая система неравенств:

(8) $x_1 \leq x'\left(p\right) \leq \tilde{x}_1 \leq Ex \leq \tilde{x}_2$;

---

[1] *Подробное описание аксиоматики и результатов исследования функций полезности, локальных (дифференциальных) и глобальных мер склонности к риску, рисковых премий и других характеристик функций полезности, приведено в работах* [44, 71, 108].

а в случае некоммерческого страхования достаточно выполнения следующего условия:

(9) $x_1 \le \tilde{x}_1 \le Ex \le \tilde{x}_2 \le x_2$.

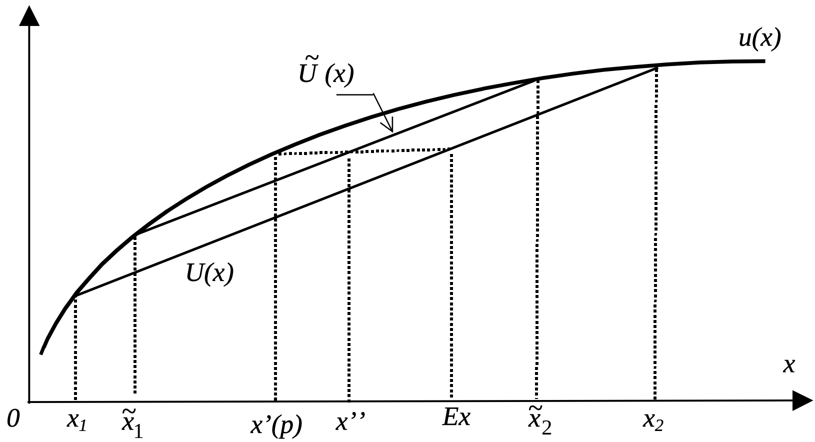

Рис. 7. Полезность и ожидаемая полезность страхователя

Рассмотрим для начала простейший случай - некоммерческое страхование. Для некоммерческого страхования (при $H = 0$) $E\tilde{x} = Ex$. Остальные условия системы неравенств (9) также выполнены, причем для любого механизма (для исключения морального риска, когда наступление страхового случая становится выгодным для страхователя, и обеспечения $\tilde{x}_1$ £ $\tilde{x}_2$, логично потребовать выполнения условия h £ Dx).

Выгодность для страхователя некоммерческого страхования можно обосновать и не прибегая к системе неравенств (8)-(9). Покажем, что имеет место (7). Действительно, независимо от величины страхового возмещения, в силу вогнутости функции $u(x)$ справедлива следующая оценка:

$$[u(x_1 + ph) - u(x_1)](1 - p) + [u(x_2 + h(1-p)) - u(x_2)]p \ge$$
$$\ge p(1-p)h[u'(x_1 + ph) - u'(x_2 - h(1-p))] \ge 0.$$

Таким образом, мы пришли к следующему выводу: в рамках рассматриваемой модели некоммерческое страхование всегда выгодно для нейтрального или склонного к риску страхователя. Это утверждение вполне соответствует интуитивному пониманию страхования как перераспределения риска: при использовании взаимовыгодного механизма некоммерческого страхования страхователь перекладывает на страховщика часть риска, что выгодно им обоим, так как страхователь не склонен к риску, а страховщик нейтрален к риску.

Определим наиболее выгодное для страхователя значение величины страхового возмещения. Из анализа зависимости $\widetilde{U}(h)$ следует, что, несмотря на то, что $r = h\,(1 - p)$ и страховой взнос растет с ростом страхового возмещения, оптимальное значение h совпадает с максимально возможным - Dx. При этом $\widetilde{x}_1 = \widetilde{x}_2 = E\widetilde{x} = Ex$ и страхователь, фактически, исключает неопределенность и получает ожидаемую полезность, равную $u(Ex)$. Очевидно, что $u(Ex)$ ³ $E\,u(x)$, то есть страхование действительно выгодно для страхователя, а страховщик безразличен между участием и неучастием в страховом контракте.

Интересно отметить следующие свойства рассмотренного механизма некоммерческого страхования: параметры механизма (ограничения и оптимальные значения) не зависят от функции полезности страхователя; параметры механизма (ограничения и оптимальные значения) зависят только от Dx и не зависят от величин дохода по отдельности; страховое возмещение не превосходит возможных потерь Dx от наступления страхового случая; при предельном переходе к детерминированной модели имеем: если $Dx = 0$, то $h = r = 0$, если $p = 0$, то $h = r = Dx$, если $p = 1$, то $h = Dx$, $r = 0$ (но страховое возмещение выплачивается с нулевой вероятностью); при фиксированном страховом возмещении величина страхового взноса растет с ростом вероятности наступления страхового случая; при фиксированной вероятности страхового случая величина страхового взноса растет с ростом страхового возмещения; если страхователь нейтрален к риску, то страхование (перераспределение риска с нейтральным к риску центром) не имеет смысла: его ожидаемая полезность одинакова при любых значениях страхового возмещения.

Рассмотрим теперь механизм коммерческого страхования. Система неравенств (8) позволяет найти ограничения на величину страхового возмещения в зависимости от ожидаемого дохода страховщика для случая коммерческого страхования. Последовательно учитывая следующие условия: $x_1 \le \tilde{x}_1$, $\tilde{x}_1 \le Ex$, $Ex \le \tilde{x}_2$, получаем:

(10) *H £ p h*,

(11) *H ³ p* [*h* - *Dx*],

(12) *H £* (*1* - *p*)×[*Dx* - *h*].

Из (11) и (12) следует, что выполнено

(13) *h £ Dx*,

что исключает моральный риск, причем всегда имеет место: $\tilde{x}_2$ < x_2. Более того, к ограничениям (10)-(13) добавляется следующее условие: $x_1 \le x'(p) \le \tilde{x}_1$ (см. также (8)). В приведенном на рисунке 2 частном случае последнее условие нарушено.

Если функция полезности страхователя линейна, то $x'(p) = Ex$ и (8) может иметь место только при $x'(p) = \tilde{x}_1 = Ex$, что в силу (13) приводит к *H º 0*, то есть в случае нейтрального к риску страхователя коммерческое страхование невозможно (нельзя получить прибыль от перераспределения риска).

В [18] показано, что назначение граничных значений параметров механизма оптимально для страховщика (в смысле максимальной эффективности, понимаемой как значение его ожидаемой полезности). Обоснование этого утверждения следующее.

Из определений $\tilde{x}_1$ и $\tilde{x}_2$ получаем:

$$\Phi = p(x_2 - \tilde{x}_2) - (1 - p)(\tilde{x}_1 - x_1).$$

Видно, что эффективность механизма *F* монотонна по $\tilde{x}_1$ и $\tilde{x}_2$, причем, чем меньше значения этих параметров, тем выше эффективность. С другой стороны, минимально возможные их значения определяются именно (8). Таким образом, достаточно выбрать параметры механизма, удовлетворяющие следующим соотношениям:

(14) $\tilde{x}_1 = x'(p)$, $\tilde{x}_2 = Ex$.

Вспомним, что условия (8) являются достаточными. Механизм, удовлетворяющий (14) является допустимым, но не гарантирует достижения максимально возможной ожидаемой полезности страховщика на множестве всех допустимых (выгодных для страхователя) механизмов. Содержательно, (14) соответствует тому, что страхователю предлагается вместо исходной лотереи принять участие в новой лотерее, в которой его полезность от минимально возможного дохода не меньше, чем полезность от ожидаемого дохода в исходной лотерее. Понятно, что для страхователя это выгодно. Страховщик при этом получит неотрицательную ожидаемую полезность (строго большую нуля, если p ¹ 0, p ¹ 1, Dx ¹ 0). Но эта оценка в общем случае улучшаема. То есть использование условий типа (14) упрощает анализ и позволяет найти параметры механизма без трудоемких вычислений, но за простоту приходится «платить» возможной потерей эффективности.

Рассмотрим в качестве иллюстрации частный случай (см. более общую модель во второй главе), в котором доход страхователя при наступлении страхового случая равен нулю, а страховое возмещение при этом равно x_2, то есть $x_1 = 0$, $h = x_2$. Обозначим страховую ставку b. Страховая ставка складывается из нетто ставки b_0 и нагрузки x, то есть $b = b_0\,(1+x)$. Из принципа эквивалентности следует, что $b_0 = 1 - p$. Записывая условия выгодности страхового контракта для страхователя можно получить следующую оценку максимального значения нагрузки x_{max} (очевидно, что страховщик заинтересован в максимизации нагрузки):

(15) $$x_{max} = \frac{px_2 - u^{-1}(\,pu(\,x_2\,))}{(1-p\,)x_2}.$$

Легко видеть, что x_{max} возрастает по p и x_2 и вогнута по x_2. Содержательные интерпретации такой монотонности очевидны. Если страхователь нейтрален к риску, то $x_{max} = 0$, то есть страховщик не может получить прибыль от заключения страхового контракта со страхователем, который также как и он сам относится к риску. Если функция полезности страхователя строго вогнута, то значение x_{max} строго положительно. Например, при $u(x) = \sqrt{x}$ из (15) следует, что $x_{max} = p$.

Из проведенного анализа механизма страхования видно, что выгодность перераспределения риска обусловлена различным к нему отношением страхователя и страховщика. Несклонность к риску страхователя достаточно понятна. Поэтому рассмотрим почему страховщик может быть нейтрален к риску и каковы качественные отличия механизмов страхования в многоэлементных системах от описанной выше одноэлементной модели.

Пусть активная система (АС) состоит из n страхователей (индекс $i=\overline{1,n}$ соответствует номеру страхователя). Суммарный страховой взнос элементов равен $\sum_{i=1}^{n} r_i$, ожидаемое страховое возмещение - $\sum_{i=1}^{n}(1-p_i)\,h_i$. Задача синтеза оптимального страхового контракта заключается в поиске допустимого набора $\{r_i, h_i\}$, максимизирующего ожидаемую полезность центра:

$$\Phi=\sum_{i=1}^{n}\left[p_i\left(x_{2_i}-\tilde{x}_{2_i}\right)-\left(1-p_i\right)\left(\tilde{x}_{1_i}-x_{1_i}\right)\right],$$

где $h_i=\Delta x_i-\Delta\tilde{x}_i$, $r_i=x_{2_i}-\tilde{x}_{2_i}$.

Известно, что страхование выгодно при большом числе страхователей. Это объясняется, во-первых, тем, что с ростом числа страхователей вероятность разорения страховщика уменьшается (при этом, помимо ожидаемой полезности, необходимо анализировать и вторые моменты, то есть целевые функции и ограничения механизма могут отличаться от рассмотренных выше). Во-вторых, даже если страховщик не склонен к риску, страхование может оказаться выгодным для него. Поясним последнее утверждение.

Пусть имеются n одинаковых страхователей, а страховщик имеет ту же функцию полезности (предположим, что функции полезности строго вогнуты), что и страхователи. Если $n = 1$, то страхование никому не выгодно - перераспределять риск между агентами, одинаково к нему относящимися, бессмысленно. Из рассмотренных выше моделей следует, что страхование выгодно когда премии за риск страхователя и страховщика различаются. С ростом n при строго вогнутой функции полезности страховщика его премия за риск уменьшается, в то время, как у каждого из страхователей остается постоянной (система событий - возможных исходов при этом будет, естественно, более сложной, чем в одноэлементном случае). Иными словами, перераспределение риска между двумя агентами взаимовыгодно, если один из них имеет «менее вогнутую» функцию полезности, чем другой.

Модели **взаимного страхования**, исследуемые в теории активных систем, описаны в [18]. Рассмотрим кратко основные подходы и результаты. Пусть имеются n страхователей. Результатом деятельности каждого страхователя является случайная величина, принимающая одно из двух значений, соответствующих благоприятной ситуации и неблагоприятной ситуации (страховому случаю). Вероятность наступления страхового случая у i-го страхователя равна p_i и известна «страховщику», которым может являться объединение страхователей (в последнем случае получаем, что все вероятности известны всем страхователям, участвующим во взаимном страховании). Отметим, что рассматриваемая модель непосредственно обобщается на случай любого конечного числа возможных результатов деятельности страхователей. Для простоты пока положим, что страховой случай может наступить у одного и только одного страхователя.

Пусть при наступлении страхового случая у i-го страхователя требуется страховое возмещение в объеме h_i, отражающее, например, стоимость восстановительных работ и компенсационных выплат третьим лицам в результате ущерба, нанесенного аварией на предприятии, представленном данным страхователем.

Предположим, что величина h_i известна только i-му страхователю и неизвестна остальным. Тогда при разработке механизма страхования придется использовать либо некоторые оценки величин $\{h_i\}$, восстанавливаемые по косвенной информации (например, в результате проведения экологической экспертизы, или по имеющимся статистическим данным), либо оценки $\{s_i\}$, сообщаемые страхователями. Если требуется обеспечить полное гарантированное покрытие возможного ущерба, то для этого необходимо иметь резерв $R' = \max\limits_i \{h_i\}$. Но так как $\{h_i\}$ неизвестны, то будем считать, что резерв (страховой фонд) определяется как $R' = \max\limits_i \{s_i\}$.

Рассмотрим целевые функции страхователей. Страхователь с номером i получает доход H_i, выплачивает страховой взнос $r_i(s)$, где $s = (s_1, \dots , s_n)$ – вектор сообщений страхователей. В благоприятной ситуации страхователь несет затраты C_i, в неблагоприятной - $(C_i + h_i)$. В неблагоприятной ситуации страхователь получает страховое возмещение s_i. Таким образом ожидаемое значение целевой функции i-го страхователя определяется выражением:

(16) $f_i = H_i - r_i(s) - C_i + p_i\,(s_i - h_i),\ i\ \hat{I}\ I = \{1, 2, ..., n\}$.

Пусть страховщик использует следующую процедуру для определения страхового взноса:

(17) $$r_i(s) = \frac{(p_i s_i)}{\sum_{j=1}^{n}(s_j p_j)} R,\ i\ \hat{I}\ I,$$

то есть каждый страхователь делает в страховой фонд взнос, пропорциональный своей заявке (очевидно, $\forall s\ \ \sum_{i=1}^{n} r_i(s) = R$, $''\ i\ \hat{I}\ I$ $r_i(s)$ - возрастает по s_i). Легко видеть, что максимум выражения $(p_i\, s_i - r_i(s))$ по s_i при фиксированной обстановке $s_{-i} = (s_1, s_2, \dots , s_{i-1}, s_{i+1}, \dots , s_n)$ достигается при $\tilde{s}_i = \max_{j \neq i}\{ s_j \}$. Очевидно, сообщение достоверной информации в общем случае не будет равновесием Нэша. Более того, равновесной оказывается каждая ситуация игры, в которой все исполнители сообщают одинаковые заявки.

Легко видеть, что вместо (17) достаточно взять $r_i(s) = p_i\, s_i$. Тогда целевая функция страхователя не будет зависеть от s и в силу гипотезы благожелательности он сообщит $s_i = r_i$, $i\ \hat{I}\ I$. Итак, каждый страхователь вносит в страховой фонд (фонд взаимного страхования) взнос в точности равный ожидаемой нехватке средств. Но при этом сумма взносов может оказаться меньше требуемых выплат, то есть не исключена ситуация, в которой найдется страхователем с номером j, таким, что $h_j > \sum_{i=1}^{n} p_i h_i$. Такую возможность надо учитывать, и использовать ожидаемые значения следует очень аккуратно.

Перейдем теперь к рассмотрению свойств механизмов страхования, обусловленных активностью их участников. Один аспект активности мы уже учли: страховщик и страхователь не станут заключать страховой контракт, если он не выгоден хотя бы одному из них.

В [18] перечислены перспективные направления исследований механизмов управления, которые в подобных ситуациях может использовать страховщик.

Если центру известна нижняя оценка вероятности наступления страхового случая, то оптимальный страховой контракт может рассчитываться на основании этой оценки, что будет соответствовать использованию страховщиком принципа максимального гарантированного результата. В частности, в упомянутой работе отмечалось, что возможно использование так называемых компенсационных процедур. Так как страхователю выгодно занижать оценку вероятности наступления страхового случая, то «встраивая» в механизм процедуру, снижающую доход страхователя от занижения оценки (то есть, компенсируя эффект от занижения) центр может добиться сообщения страхователем, если не достоверной информации, то, по крайней мере, более точной информации. В случае, когда число страхователей велико и все они работают в одинаковых условиях, можно устроить многоканальный конкурс страхователей [13], результаты которого будут определяться сообщенными страхователями оценками вероятностей наступления страхового случая - сообщивший более «точную» (максимальную, минимальную и т.д.) оценку получает льготные условия страхования. Если условия деятельности различных страхователей отличаются, но все они имеют информацию друг о друге, то за счет сообщения этой информации при использовании механизмов теории реализуемости [16, 49, 51] существующая неопределенность может быть уменьшена, а эффективность страхования - повышена.

В заключение настоящего раздела сделаем следующее замечание. Основные «технические» трудности анализа механизмов страхования возникают из-за нелинейности функции полезности страхователя. В то же время, именно эта нелинейность, отражающая его несклонность к риску, делает страхование возможным и взаимовыгодным для страхователя и страховщика. Поэтому для упрощения моделей рассмотрим возможные способы учета несклонности страхователя к риску, не использующие в явном виде функции полезности. Для этого введем в его целевую функцию рисковую премию, отражающую ценность страхового возмещения, получаемого при наступлении страхового случая.

Пусть g – составляющая целевой функции страхователя, независящая от случайных событий, Q – его дополнительные затраты, которые он несет при наступлении страхового случая (в экологическом страховании в качестве Q могут выступать затраты на ликвидацию последствий ЧС, проведение очистных мероприятий, компенсации третьим лицам, пострадавшим в результате загрязнения и т.д.), $Dh(h)$ – «ценность» страхового возмещения. Тогда ожидаемое значение целевой функции страхователя может быть записано как:

(18) $Ef = g - r + p\,(Dh(h) - Q)$,

где p – вероятность наступления страхового случая. Заключение страхового контракта будет выгодно для страхователя, если

(19) $p\,Dh(h) \geq r$.

Из принципа эквивалентности следует, что нагрузка к нетто-ставке есть $(Dh(h) - h)$, следовательно, страховой контракт будет выгоден страховщику, если

(20) $Dh(h) \geq h$.

Например, при $Dh(h) = h\,e^{x}$, где $x \geq 0$ – константа, отражающая несклонность страхователя к риску (нейтральности к риску соответствует равенство этой константы нулю), получаем, что при малых x из формулы Тейлора следует, что $Dh(h) \approx h + x\,h$, то есть x может интерпретироваться как максимальная нагрузка к нетто-ставке. В дальнейшем мы будем использовать более простое выражение, а именно будем считать, что

(21) $Dh(h) = h\,(1 + x)$.

Рассмотрев проблемы страхования и проведя обзор моделей механизмов страхования, исследуемых в теории контрактов и теории активных систем, перейдем к изложению оригинальных результатов изучения механизмов страхования.

Глава 2. Модели и механизмы страхования

В данной главе рассматриваются теоретико-игровые и оптимизационные модели *механизмов страхования*, основывающиеся на методологии *теории активных систем* [6, 10-21, 45-53] и *теории игр* [27, 90, 104, 106]; содержательные интерпретации приводятся на примере экологического страхования. В частности, в разделе 2.1 описывается модель экологического страхования и формулируется задача управления, в разделе 2.2 исследуются механизмы определения страховых тарифов, в разделе 2.3 – модели взаимного страхования, в разделе 2.4 – механизмы смешанного страхования, в разделе 2.5 изучается предупредительная и мотивационная роль страхования, в разделе 2.6 обсуждается специфика страхования в многоэлементных системах (то есть специфика взаимодействия страховщика с несколькими страхователями, действия и результаты деятельности которых взаимосвязаны). Активность страховщика и страхователей учитывается следующим образом. Во-первых, как отмечалось выше, «в первом приближении» учет активности производится при анализе выгодности условий страхового контракта для всех его участников (условия участия). Во-вторых, в разделах 2.2, 2.3 и 2.4 предполагается, что имеет место неполная информированность страховщика о параметрах страхователей и учитывается возможность манипулирования информацией со стороны последних, то есть решаются *задачи синтеза неманипулируемых механизмов планирования*. В разделах 2.5 и 2.6 предполагается, что страхователи обладают свободой выбора своих состояний (и целенаправленностью поведения), которые влияют на вероятности наступления страховых случаев и другие параметры модели, то есть, помимо задач перераспределения риска, решаются *задачи синтеза согласованных механизмов стимулирования*.

2.1. Модели страхования и перестрахования

Рассмотрим следующую модель страхования[1]. Пусть ожидаемое значение целевой функции страхователя имеет вид (см. описание отношения к риску в разделе 1.5):

(1) $Ef = H - c - v - r + p\,[(1 + x)\,h - Q]$,

где H – доход от хозяйственной деятельности страхователя, c – его затраты на эту деятельность, v – затраты на проведение предупредительных мероприятий, r – страховой взнос, h – страховое возмещение, p – вероятность наступления страхового случая, x - коэффициент, отражающий отношение страхователя к риску, Q – потери при наступлении страхового случая.

Пусть ожидаемое значение целевой функции страховщика имеет вид: $EF = r - p\,h$, а страховой тариф определяется как сумма нетто-ставки (равной в силу принципа эквивалентности – см. выше – вероятности наступления страхового случая p) и нагрузки к нетто-ставке, которую мы обозначим x_0 (напомним, что нагрузка к нетто-ставке включает рисковую надбавку, коммерческую надбавку и предупредительную надбавку – см. главу 1), то есть

(2) $r = (p + x_0)\,h$.

Условие выгодности страхования для страхователя имеет вид:

(3) $r \text{ £ } p\,(1 + x)\,h$,

для страховщика:

(4) $r \text{ ³ } p\,h$,

условие «морального риска» (отражающее непобуждение страхователя к заинтересованности в наступлении страхового случая):

(5) $(1 + x)\,h \text{ £ } Q$.

Объединяя условия (2)-(4), получим

(6) $0 \text{ £ } x_0 \text{ £ } p\,x$.

Содержательно, условие (6) означает, что коммерческая эффективность страхования с точки зрения страховщика ограничена отношением страхователя к риску. Чем выше вероятность наступ-

---

[1] *Рассматриваемая в настоящем разделе модель страхования является базовой для всей второй главы – в последующих разделах изучаются модификации (усложнения) этой модели, учитывающие те или иные характерные свойства исследуемых классов механизмов страхования.*

ления страхового случая и чем более страхователь несклонен к риску, тем более выгодно страхование для страховщика.

Пусть имеет место *полная компенсация ущерба*, то есть (5) выполняется как равенство. Тогда справедливо:

(7) $r = \dfrac{p + x_0}{1 + x} Q$,

(8) $h = \dfrac{Q}{1 + x}$.

Из (7)-(8) следует, что величина страхового взноса растет с увеличением вероятности наступления страхового случая, потерь и нагрузки к нетто-ставке. В то же время, размер страхового возмещения растет с ростом потерь, убывает с ростом коэффициента x и не зависит от вероятности наступления страхового случая и нагрузки к нетто-ставке (что обусловлено введенным выше предположением о полной компенсации ущерба).

Подставляя выражения (7) и (8) в целевые функции страхователя и страховщика и обозначая $g = H - c - v$, получим:

(9) $Ef = g - \dfrac{p + x_0}{1 + x} Q$,

(10) $EF = \dfrac{x_0}{1 + x} Q$.

Из (9)-(10) видно, что полезность страхователя убывает с увеличением потерь, вероятности наступления страхового случая и нагрузки к нетто-ставке, а ожидаемая полезность страховщика не зависит от вероятности наступления страхового случая (что объясняется тем, что он несклонен к риску) и возрастает с увеличением потерь и нагрузки к нетто-ставке.

Выгодность страхования для страховщика оценивается величиной EF (см. выражение (10)), так как в отсутствии страхового контракта его полезность равна нулю. Выгодность страхования для страхователя может быть оценена разностью DEf между его полезностью в случае заключения страхового контракта и в случае его отсутствия:

(11) $DEf = Q \dfrac{px - x_0}{1 + x}$.

Сумма ($EF + \Delta Ef$), которую мы обозначим Δ может рассматриваться как «мера» взаимовыгодности страхового контракта:

(12) $\Delta = \quad Q \dfrac{px}{1+x}$.

В предельном случае – при нейтральном к риску страхователе (чему соответствует $x = 0$) из (4) следует, что страховой взнос равен ожидаемому страховому возмещению, из (6) следует, что $x_0 = 0$ (коммерческое страхование невыгодно[1], то есть $\Delta = 0$ и $EF = 0$ – см. выражения (10) и (12), а ожидаемая полезность страхователя (9) одинакова как при заключении страхового контракта, так и при его незаключении).

Рассмотрев страховой контракт между страховщиком и одним страхователем, перейдем к описанию моделей взаимодействия между одним страховщиком и несколькими страхователями, характеризуемыми отношением к риску $\{x_i\}$ и потерями $\{Q_i\}$, $i \in I = \{1, 2, ..., n\}$, где n – число страхователей.

Предположим, что страховщик фиксирует нагрузку x_0 к нетто-ставке. Тогда при различных вероятностях наступления страхового случая страховые тарифы p_{0i} для различных страхователей также будут различны: $p_{0i} = p_i + x_0$. По аналогии с одноэлементной системой имеем:

(13) $r_i = \dfrac{p_i + x_0}{1+x_i} Q_i$, $h_i = \dfrac{Q_i}{1+x_i}$, $\Delta Ef_i = \quad Q_i \dfrac{p_i x_i - x_0}{1+x_i}$, $i \in I$.

Пусть страхователи упорядочены по неприятию риска в следующем смысле:

(14) $p_1 x_1 \le p_2 x_2 \le ... \le p_n x_n$,

тогда из (10), (13) и (14) следует, что ожидаемая полезность страховщика равна

(15) $EF(x_0) = x_0 \sum_{i=m(x_0)}^{n} \dfrac{Q_i}{1+x_i}$,

где

(16) $m(x_0) = \min \{i \in I \mid p_i x_i \ge x_0\}$.

---

[1] *Невыгодность понимается в том смысле, что ни один из участников не получает при заключении страхового контракта строго большей полезности, чем при его незаключении.*

Мерой взаимовыгодности страхового контракта будет

$$(17)\ D = \sum_{i=m(x_0)}^{n} \frac{p_i x_i Q_i}{1+x_i}.$$

Содержательно, при заданной нагрузке x_0 к нетто-ставке в страховании будут участвовать те агенты, для которых величина $x_i\, p_i$ превышает эту нагрузку, то есть те агенты, у которых вероятность наступления страхового случая и/или степень несклонности к риску велика относительно нагрузки.

Задачу

$$(18)\ EF(x_0) \to \max_{x_0 \ge 0}$$

определения нагрузки к нетто-ставке, которая максимизирует ожидаемую полезность страховщика при условии добровольного участия в страховании страхователей, назовем *задачей определения нагрузки к нетто-ставке*.

Предположим, что страховщик фиксирует единый для всех страхователей страховой тариф p_0. При известных вероятностях наступления страхового случая (равных в силу принципа эквивалентности нетто-ставкам) можно вычислить «нагрузки к нетто-ставкам»: $x_{0i} = p_0 - p_i$. По аналогии с (13), получаем:

$$(19)\ r_i = p_0 \frac{Q_i}{1+x_i},\ h_i = \frac{Q_i}{1+x_i},\ \Delta Ef_i = Q_i \frac{p_i x_i + p_i - p_0}{1+x_i},\ i \in I.$$

Пусть страхователи упорядочены по неприятию риска в следующем смысле:

$$(20)\ p_1(1 + x_1) \le p_2(1 + x_2) \le \ldots \le p_n(1 + x_n),$$

тогда из (19) и (20) следует, что ожидаемая полезность страховщика равна

$$(21)\ EF(p_0) = \sum_{i=m(p_0)}^{n} \frac{Q_i}{1+x_i}\,(p_0 - p_i),$$

где

$$(22)\ m(p_0) = \min\{i \in I \mid p_i(1 + x_i) \ge p_0\}.$$

Мерой взаимовыгодности страхового контракта остается величина D, определяемая выражением (17), в которой нижний индекс суммирования равен $m(p_0)$.

Содержательно, при заданном едином страховом тарифе p_0 в страховании будут участвовать те агенты, для которых величина $(x_i + 1)\, p_i$ превышает этот тариф, то есть те агенты, у которых вероятность наступления страхового случая и/или степень несклонности к риску велика относительно тарифа.

Задачу

(23) $EF(p_0)$ ® $\max\limits_{p_0 \geq 0}$

определения страхового тарифа, который максимизирует ожидаемую полезность страховщика при условии добровольного участия в страховании страхователей, назовем *задачей определения страхового тарифа*.

Выбор страховщиком принципа страхования – с единым тарифом или с единой нагрузкой – будем называть *стратегией страхования* в рассматриваемой модели.

Отметим, что величина D, определяемая выражениями (15) или (17), может интерпретироваться как величина «суммарной прибыли», которую делят между собой стороны, участвующие в контракте. Интересно, что абсолютная величина этой суммарной прибыли не зависит от тарифов и нагрузок, а определяется только параметрами страхователя. Поэтому задачи определения страховых тарифов и нагрузок могут рассматриваться как задачи распределения прибыли [12, 43] (см. также раздел 2.3.). Нагрузка x_0 Î $[0; p\, x]$ или тариф p_0 Î $[0; p\,(1 + x)]$ при этом есть ни что иное, как «доля» этой прибыли, получаемая страховщиком, то есть

$$D = Q\,\frac{px}{1+x} = DEf(x_0) + EF(x_0) = Q\,\frac{px - x_0}{1+x} + \frac{x_0}{1+x}Q\,,$$

$$D = Q\,\frac{px}{1+x} = DEf(p_0) + EF(p_0) = Q\,\frac{p + px - p_0}{1+x} + \frac{p_0 - p}{1+x}Q\,.$$

Как следует из результатов, приведенных в [33] (см. описание области компромисса и интерпретации процесса заключения трудового контракта как торга между центром и агентом[1]), выигрыши страховщика и страхователя существенно зависят от последова-

---

[1] *Общие результаты исследования влияния информированности и последовательности ходов на выигрыши игроков получены в теории иерархических игр [27].*

тельности их функционирования в процессе заключения страхового контракта. Поясним последнее утверждение. Рассмотрим два «предельных» случая, соответствующих различной последовательности выбора стратегий при заключении страхового контракта между страховщиком и одним страхователем, параметры которого достоверно известны страховщику. В первом случае первый «ход» делает страховщик, назначая $x_0 = p\ x$ (или $p_0 = (1 + x)\ p$). Тем самым он забирает всю прибыль D себе, вынуждая страхователя согласиться с нулевой «прибылью». Во втором случае первый ход делает страхователь, сообщая страховщику, что он готов заключить страховой контракт только при условии, что нагрузка к нетто ставке будет равна нулю (страховой тариф равен вероятности наступления страхового случая). При этом уже страхователь забирает всю прибыль себе, вынуждая страховщика согласиться с нулевой «прибылью». Все случаи (в том числе – все промежуточные между рассмотренными) являются Парето-эффективными по критериям выигрыша страховщика и страхователя, поэтому заключение страхового контракта может рассматриваться как процесс торгов или процесс заключения сделок [12, 43, 104].

Обсудив существенность порядка функционирования, вернемся к рассмотрению задач (18) и (23). Алгоритм их решения тривиален: заметим, что страховщику достаточно ограничиться рассмотрением n возможных значений нагрузки (соответственно – тарифа), равных $p_i\ x_i$ (соответственно - $p_i\,(1 + x_i)$), $i\ \hat{I}\ I$, следовательно, ему достаточно сравнить n значений своего ожидаемого дохода и выбрать управляющий параметр, при котором это значение максимально (в силу отмеченной выше дискретности задачи такой параметр всегда существует). Следующий пример иллюстрирует использование описанного алгоритма решения (таблицы 1, 2 и 3 реализованы в Excel) для пяти страхователей.

<u>Пример 3.</u> Параметры страхователей и ожидаемые значения целевой функции центра при различных нагрузках и тарифах перечислены в таблице 1. Предполагается, что все страхователи одинаково относятся к риску и характеризуются одинаковыми вероятностями наступления страхового случая[1], но различными величинами

---

[1]*Понятно, что при этом в соответствии с выражениями (18) и (22) оптимальным для страховщика является участие в страховании всех*

потерь. Максимумы ожидаемой полезности центра - $EF^*(x_0)$ и $EF^*(p_0)$ – при решении соответственно задач (18) и (23) совпадают и равны 0.5 (соответствующие ячейки затенены).

i	p_i	x_i	$p_i\,x_i$	$p_i(x_i+1)$	Q_i	$EF(x_0)$	$EF(p_0)$	$EF^*(x_0)$	$EF^*(p_0)$
1	0,10	0,50	0,05	0,15	1,00	0,50	0,50	0,50	0,50
2	0,10	0,50	0,05	0,15	2,00	0,47	0,47		
3	0,10	0,50	0,05	0,15	3,00	0,40	0,40		
4	0,10	0,50	0,05	0,15	4,00	0,30	0,30		
5	0,10	0,50	0,05	0,15	5,00	0,17	0,17		

Таблица 1. Пример решения задач (18) и (23)

В таблице 2 рассмотрена ситуация, в которой вероятности наступления страхового случая у различных страхователей различны. При этом оказывается, что значение выражения (18) не меньше значения выражения (23), причем при некоторых тарифах ожидаемая полезность страховщика отрицательна. Из таблицы 2 также видно, что в общем случае оптимальное число страхователей зависит от стратегии центра – при одном и том же наборе потенциальных страхователей при назначении единых страховых тарифов это множество не шире, чем при назначении единой нагрузки к нетто-ставке.

i	p_i	x_i	$p_i\,x_i$	$p_i(x_i+1)$	Q_i	$EF(x_0)$	$EF(p_0)$	$EF^*(x_0)$	$EF^*(p_0)$
1	0,05	0,50	0,03	0,08	1,00	0,25	-0,56	0,48	0,35
2	0,10	0,50	0,05	0,15	2,00	0,47	0,12		
3	0,12	0,50	0,06	0,18	3,00	0,48	0,29		
4	0,14	0,50	0,07	0,21	4,00	0,42	0,35		
5	0,16	0,50	0,08	0,24	5,00	0,27	0,27		

Таблица 2. Пример решения задач (18) и (23)

В таблице 3 рассмотрена ситуация, в которой последовательности $p_i\,x_i$ и $p_i\,(1+x_i)$ различаются. При этом также как и в случае,

потенциальных страхователей. Различие эффективностей в строках таблицы 1 объясняется последовательным включением страхователей в число участников страхового взаимодействия.

соответствующем таблице 2, оптимальное число страхователей и максимальный ожидаемый выигрыш страховщика зависят от стратегии последнего. •

i	p_i	x_i	$p_i\, x_i$	$p_i(x_i$+1)	Q_i	$EF(x_0)$	$EF(p_0)$	$EF^*(x_0)$	$EF^*(p_0)$
1	0,05	0,70	0,04	0,09	1,00	0,28	-0,43		
2	0,10	0,80	0,08	0,18	2,00	0,60	0,26		
3	0,11	0,95	0,10	0,21	3,00	0,67	0,40	**0,67**	**0,50**
4	0,13	0,70	0,09	0,22	4,00	0,44	0,27		
5	0,20	1,00	0,20	0,40	5,00	0,50	0,50		

Таблица 3. Пример решения задач (*18*) *и* (*23*)

Сравним *эффективности страхования* (понимаемые как максимальные значения целевой функции страховщика) при использовании им различных стратегий.

Утверждение 1. Если страхователи одинаково относятся к риску, то эффективность страхования при использовании единого страхового тарифа не выше, чем при использовании единой нагрузки к нетто-ставке.

Доказательство утверждения 1. В соответствии с (15), (21) и предположении об одинаковом отношении страхователей к риску, ожидаемые выигрыши страховщика можно записать в виде:

(24) $EF(x_0) = x / (1 + x)\ max\ \{p_n\, Q_n;\ p_{n-1}\, (Q_{n-1} + Q_n);\ p_1\, (Q_1 + \ldots Q_n)\}$,

(25) $EF(p_0) = x / (1 + x)\ max\ \{p_n\, Q_n;\ p_{n-1}\, (Q_{n-1} + Q_n) + \dfrac{p_{n-1} - p_n}{x}\, Q_n;$

$$p_1\, (Q_1 + \ldots Q_n) + \frac{p_1 - p_2}{x}\, Q_2 + \ldots + \frac{p_1 - p_n}{x}\, Q_n\}.$$

Сравнивая с учетом (14) и (20) попарно соответствующие выражения под максимумом в (24) и (25), получаем, что $EF(x_0)$ ³ $EF(p_0)$. Равенство достигается, в частности, при одном или нескольких одинаковых страхователях. •

С содержательной точки зрения результат утверждения 1 объясняется тем, что использование единого для всех страхователей страхового тарифа «сглаживает» их индивидуальные различия и с учетом принципа эквивалентности нагрузка становится зависящей от конкретного страхователя (то есть от соответствующей вероятности наступления страхового случая), в то время как при назначении единой нагрузки индивидуальные характеристики страхователей учитываются «автоматически» в силу того же принципа эквивалентности и нейтральности страховщика к риску.

В заключение настоящего раздела обсудим возможность использования предложенной модели экологического страхования при описании моделей *перестрахования*.

Схема перестрахования изображена на рисунке 8: имеется трехуровневая система, которая может рассматриваться как совокупность двух двухуровневых систем, имеющих один общий элемент.

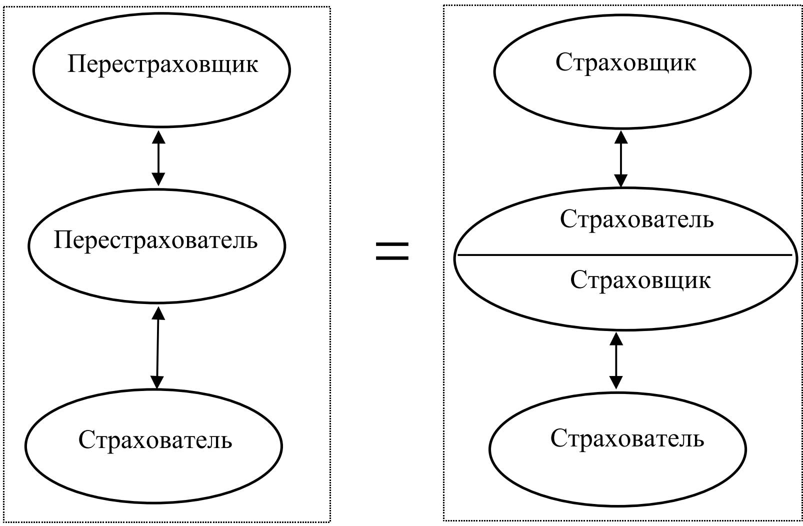

Рис. 8. Структура взаимодействия участников перестрахования

В «нижней» подсистеме участник нижнего уровня является страхователем, участник верхнего уровня - страховщиком. В «верхней» подсистеме участник нижнего уровня (который был в «нижней» подсистеме страховщиком) уже является страхователем (*перестрахователем*), а участник верхнего уровня – страховщиком (*перестраховщиком*). Понятно, что при более сложном перестраховании (увеличении числа уровней в многоуровневой системе типа изображенной на рисунке 8 трехуровневой системы) алгоритм описания ролей останется тот же.

Из выражений (15) и (21) следует, что с ростом числа страхователей ожидаемая полезность страховщика не убывает. В то же время, если все (в том числе – потенциальные) страховщики и перестраховщики одинаково относятся к риску и ориентируются лишь на ожидаемые полезности, то перестрахование не имеет смысла. Перестрахование имеет смысл в следующих случаях (и их комбинациях):

- если страховщики по разному относятся к риску (всегда выгодна передача риска от «менее нейтрального» к риску агента к «более нейтральному»), то есть перестраховщик в этом случае должен характеризоваться меньшей рисковой премией, чем перестрахователь (отметим, что этот принцип справедлив независимо от уровня перестрахования, то есть в том числе и просто для страхования – см. рисунок 8);

- если страховщики и/или перестраховщики используют для определения страховых тарифов не только критерий ожидаемой полезности, но и моменты вероятностных распределений более высоких порядков (как минимум – второго, то есть дисперсии). Из результатов, приведенных в разделе 1.1, следует, что с ростом числа страхователей (перестрахователей) величина страхового резерва (и, следовательно, размер рисковой надбавки) уменьшается. Например, коэффициент вариации Коньшина убывает как $1/\sqrt{n}$;

- наиболее распространена ситуация, в которой ожидаемый ущерб у одного или нескольких страхователей велик, в том смысле, что для обеспечения соответствующих страховых резервов любой страховщик в одиночку вынужден устанавливать слишком большое (для взаимовыгодности взаимодействия страховщика и страхователей) значение нагрузки к нетто-ставке (в первую очередь – рисковую надбавку)[1].

---

[1] *Отмеченный эффект может проявляться в следующих случаях: либо когда велики вероятности наступления страховых случаев, либо когда велики размеры ущерба, либо когда страховые случаи у различных страхователей не являются независимыми и сильно «коррелируют» (примером является ситуация, когда ЧС на одном из предприятий региона*

Из приведенной схемы перестрахования и отмеченных условий его эффективного осуществления следует, что перестрахование может описываться совокупностью согласованных (см. рисунок 8) моделей, аналогичных приведенной в начале настоящего раздела модели экологического страхования. Поэтому подробно останавливаться на рассмотрении механизмов перестрахования в настоящей работе мы не будем[1].

2.2. Механизмы определения страховых тарифов

В разделе 2.1 рассмотрена модель экологического страхования и сформулированы задачи определения нагрузки к нетто-ставке и страхового тарифа. Простота решения сформулированной в разделе 2.1 задачи управления обусловлена введенным *предположением* о том, что страховщику известны все параметры модели страхования, то есть все параметры страхователей – их затраты, доходы, потери, отношение к риску, вероятности наступления страховых случаев и т.д., то есть предположением о полной информированности [17, 49, 51].

На практике полная информированность редко имеет место, поэтому необходимо рассмотреть модели страхования в условиях неполной информированности страховщика о параметрах страхователей. Существующая неопределенность может устраняться различными способами: использованием гарантированных оценок, экспертной информации, а также процедур сбора информации от страхователей и т.д. [51]. Правило принятия страховщиком решений о параметрах страхового контракта, в том числе, на основании

может повлечь «цепочку» ЧС на других предприятиях, заключивших страховые контракты с одним и тем же страховщиком).

[1] *Так как перестрахованию соответствуют многоуровневые структуры (см. рисунок 8), то перспективным направлением будущих исследований представляется изучение возможности декомпозиции механизмов перестрахования по аналогии с тем, как решались задачи декомпозиции управления многоуровневыми организационными системами в [48]. По-видимому, при этом существенным окажется зависимость или независимость страховых случаев и их комбинаций у различных страхователей и перестрахователей.*

информации, полученной от страхователей, будем называть *механизмом страхования* (в широком смысле механизм функционирования – совокупность правил, методик и процедур, регламентирующих взаимодействие участников организационной системы [21]).

Если решения страховщика основываются на информации, сообщаемой страхователями, то последние, осознав возможность влияния на эти решения и обладая в силу собственной активности своими интересами и предпочтениями, могут сообщать недостоверную информацию. Следовательно, возникает *проблема манипулируемости* и необходимость исследования механизма страхования, то есть его свойств, побуждающих или удерживающих страхователей от искажения информации. Идеалом при этом является нахождение механизмов, обладающих свойством неманипулируемости (*механизмов открытого управления*), при использовании которых каждому из страхователей выгодно сообщать достоверную информацию. Если построение неманипулируемого механизма невозможно, то желательно найти такой механизм, при использовании которого отрицательные (с точки зрения страховщика) последствия манипулирования информацией были бы минимальны.

Настоящий раздел посвящен исследованию манипулируемости механизмов определения страховых тарифов. В разделах 2.3 и 2.4 рассматриваются задачи планирования для взаимного и смешанного экологического страхования соответственно.

Рассмотрим для задач определения нагрузки и страхового тарифа последовательно три случая – неизвестных страховщику вероятностей наступления страхового случая, потерь и коэффициентов, отражающих отношение страхователей к риску. Во всех трех случаях будем предполагать, что страховщику известен диапазон $[d; D]$ возможных значений неизвестных параметров.

Механизмы определения нагрузки к нетто-ставке.

Центру неизвестны $\{p_i\}$. Для простоты будем считать, что все страхователи одинаково относятся к риску ($x_i = x$) и характеризуются одинаковыми величинами потерь Q при наступлении страхового случая.

Пусть центр использует механизм с сообщением информации, то есть определяет оптимальное значение нагрузки на основании сообщений страхователей s_i Î $[d_p; D_p]$, i Î I, $(s = (s_1, s_2, \ldots,$

s_n) $\hat{I}$ $[d_p; D_p]^n$) о вероятностях наступления страхового случая, то есть центр использует механизм планирования $x_0 = p(s)$, где процедура $p(\cdot)$ определяется в результате решения следующей задачи:

(1) $EF(x_0, s) = \dfrac{x_0 Q}{1+x}\,(n - m(x_0, s) + 1)$ ® $\max\limits_{x_0 \geq 0}$,

(2) $m(x_0, s) = \min\,\{i\ \hat{I}\ I \mid x\, s_i\ {}^3\ x_0\}$.

Подставляя (1)-(2) в целевую функцию страхователя, получаем:

(3) $Ef_i(x_0, s) = g - \begin{cases} \dfrac{s_i + x_0}{1+x} Q, & x_0 \leq x s_i \\ p_i Q, & x_0 > x s_i \end{cases}$, $i\ \hat{I}\ I$.

Из условий выгодности заключения страхового контракта для страхователя следует, что имеет место аналог гипотезы реальных оценок (ГРО):

(4) s_i £ p_i, $i\ \hat{I}\ I$.

Из анализа выражения (3) следует, что одним из равновесий Нэша[1] s^* является сообщение всеми страхователями минимально возможных оценок, то есть

(5) $s_i^* = d_p$, $i\ \hat{I}\ I$.

Таким образом, механизм определения нагрузки к нетто-ставке оказывается манипулируемым.

При сообщениях (5) ожидаемая полезность страховщика равна[2]

---

[1] *Равновесие Нэша (5) не является единственным. В частности, равновесными являются, например, следующие сообщения: страхователи, у которых значения $p_i\, x_i$ меньше нагрузки, сообщают достоверную информацию, а страхователи, у которых $p_i\, x_i$ больше нагрузки, сообщают оценки, совпадающие с нагрузкой, которая определяется как решение задачи (1)-(2) с $s = x\, p$. Тем не менее, если страховщик рассчитывает на гарантированный результат, то, вычисляя минимум по множеству равновесий Нэша игры страхователей, он получит именно (5).*

[2] *Оценка (6) и подробные ей (см. ниже) могут быть получены применением страховщиком принципа максимального гарантированного результата.*

(6) $d_p EF(x_0) = n\, d_p\, Q - \frac{Q}{1+x} \sum_{i \in I} p_i$.

Величина (6) может рассматриваться как оценка «потерь» в эффективности страхования, вызванных наличием неопределенности – неполной информированности страховщика о параметрах страхователей (вероятностях наступления страхового случая).

Легко видеть, что для того, чтобы ожидаемая полезность страховщика была неотрицательна достаточно выполнения следующего соотношения

(7) x ³ $(D_p - d_p) / d_p$,

а правая часть (7) может интерпретироваться как «относительная» неопределенность. Содержательно неравенство (7) означает, что несклонность страхователей к риску должна компенсировать неполноту информации страховщика.

В предельном случае (при $D_p = d_p$, то есть при отсутствии неопределенности и одинаковых страхователях) (7) переходит в следующее условие взаимовыгодности страхования: x ³ 0, которое неоднократно обсуждалось выше.

Центру неизвестны $\{Q_i\}$. Будем считать, что центру известны отношение к риску страхователей $\{x_i\}$ и вероятности $\{p_i\}$ наступления страхового случая. Следовательно, ему известно упорядочение $x_i\, p_i$.

Пусть центр использует механизм с сообщением информации, то есть определяет оптимальное значение нагрузки на основании сообщений страхователей s_i Î $[d_Q; D_Q]$, i Î I, $(s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$ Î $[d_Q; D_Q]^n)$ о величинах потерь, то есть центр использует механизм планирования $x_0 = p(s)$, где процедура p(×) определяется в результате решения следующей задачи:

(8) $x_0(s) = x_k\, p_k,\ k = \max_{k \in I} \{x_k p_k \sum_{i=k}^{n} \frac{s_i}{1+x_i}\}$.

Подставляя (8) в целевую функцию страхователя, получаем:

(9) $Ef_i(x_0, s) = g - p_i\, Q_i + s_i\, \frac{x_i p_i - x_0(s)}{1+x_i}$, i Î I.

Из условий выгодности заключения страхового контракта для страхователя следует, что ему выгодно завышение оценок. В то же время, при наступлении страхового случая в результате деятельности аварийного комиссариата величина потерь, как правило идентифицируется достаточно точно, то есть имеет место аналог ГРО:

(10) s_i £ Q_i, i Î I.

Следовательно, с одной стороны страхователи стремятся завышать оценки, а с другой стороны – эти оценки ограничены сверху истинным значением потерь, то есть оптимальной стратегией каждого страхователя является сообщение достоверной информации. Если отказаться от условия (10), то получим, что механизм определения страховых нагрузок на основании сообщений о потерях манипулируем.

Центру неизвестны $\{x_i\}$. Для простоты будем считать, что все страхователи характеризуются одинаковыми величинами потерь Q при наступлении страхового случая и одинаковыми вероятностями наступления страхового случая p.

Пусть центр использует механизм с сообщением информации, то есть определяет оптимальное значение нагрузки на основании сообщений страхователей s_i Î $[d_x; D_x]$, i Î I, ($s = (s_1, s_2, ..., s_n)$ Î $[d_x; D_x]^n$) о вероятностях наступления страхового случая, то есть центр использует механизм планирования $x_0 = p(s)$, где процедура p(×) определяется в результате решения следующей задачи:

(11) $$EF(x_0, s) = x_0\, Q \sum_{i=m(x_0)}^{n} \frac{1}{1+s_i} \text{ ® } \max_{x_0 \ge 0},$$

(12) $m(x_0, s) = \min \{i$ Î $I \mid p\, s_i$ ³ $x_0\}$.

Подставляя (11)-(12) в целевую функцию страхователя, получаем:

(13) $$Ef_i(x_0, s) = g - \begin{cases} \dfrac{p_i + x_0 - p_i x_i + p_i s_i}{1+s_i} Q, & x_0 \le p s_i \\ p_i Q, & x_0 > p s_i \end{cases}, \; i \text{ Î } I.$$

Из анализа выражения (13) следует, что одним из равновесий Нэша s^* является сообщение всеми страхователями минимально возможных оценок, то есть

(14) $s_i^* = d_x$, i Î I.

Таким образом, механизм определения нагрузки к нетто-ставке оказывается манипулируемым.

При сообщениях (14) ожидаемая полезность страховщика равна

$$(15)\ d_x EF(x_0) = p\,Q \sum_{i \in I} \frac{x_i}{1 + x_i}\,.$$

Легко видеть, что ожидаемая полезность страховщика неотрицательна, независимо от априорной неопределенности, причем справедлива оценка:

$$(16)\ n\,p\,Q\ \frac{d}{1+d} \leq d_x EF(x_0) \leq n\,p\,Q\ \frac{D}{1+D}\,.$$

В предельном случае (при $D_x = d_x$, то есть при отсутствии неопределенности и одинаковых страхователях) (16) переходит в выражение (10) раздела 2.1.

Из сравнения выражений (6) и (16) следует, что ожидаемая полезность страховщика менее «чувствительна» к неопределенности относительно отношения страхователей к риску, нежели чем к неопределенности относительно вероятностей наступления страхового случая.

Завершив рассмотрение механизмов выбора нагрузок к нетто-ставкам, рассмотрим механизмы выбора страхового тарифа, основывающиеся на сообщениях страхователей страховщику о неизвестных ему параметрах.

Механизмы определения страхового тарифа.

Центру неизвестны $\{p_i\}$. Для простоты будем считать, что все страхователи одинаково относятся к риску ($x_i = x$) и характеризуются одинаковыми величинами потерь Q при наступлении страхового случая.

Пусть центр использует механизм с сообщением информации, то есть определяет оптимальное значение страхового тарифа на основании сообщений страхователей $s_i \in [d_p; D_p]$, $i \in I$, ($s = (s_1, s_2, \dots, s_n) \in [d_p; D_p]^n$) о вероятностях наступления страхового случая, то есть центр использует механизм планирования $p_0 = p(s)$, где процедура $p(\cdot)$ определяется в результате решения следующей задачи:

(17) $EF(p_0, s) = \dfrac{Q}{1+x} \sum_{i=m(p_0,s)}^{n} (p_0 - s_i)$ ® $\max\limits_{p_0 \geq 0}$,

(18) $m(p_0, s) = min$ {i Î I | $(1 + x)\, s_i$ ³ p_0}.

Подставляя (17)-(18) в целевую функцию страхователя, получаем:

(19) $Ef_i(p_0, s) = g$ - $\begin{cases} \dfrac{p_0}{1+x} Q, p_0 \leq (1+x) s_i \\ p_i Q, \quad p_0 > (1+x) s_i \end{cases}$, i Î I.

Из условий выгодности заключения страхового контракта для страхователя следует, что имеет место аналог ГРО:

(20) s_i £ p_i, i Î I.

Из анализа выражения (19) следует, что одним из равновесий Нэша s^* является сообщение всеми страхователями минимально возможных оценок, то есть (ср. с (5))

(21) $s_i^* = d_p$, i Î I.

Таким образом, механизм определения страхового тарифа оказывается манипулируемым.

При сообщениях (21) ожидаемая полезность страховщика определяется выражением (6), следовательно оценка (7) остается достаточной для «неразорения» страховщика и в случае механизма назначения страхового тарифа.

Таким образом, потери страховщика, вызванные неполной его информированностью относительно параметров страхователей, одинаковы в случаях назначения единой нагрузки и единого тарифа.

Центру неизвестны {Q_i}. Будем считать, что центру известны отношение к риску страхователей {x_i} и вероятности {p_i} наступления страхового случая. Следовательно, ему известно упорядочение $(1 + x_i)\, p_i$.

Пусть центр использует механизм с сообщением информации, то есть определяет оптимальное значение нагрузки на основании сообщений страхователей s_i Î $[d_Q; D_Q]$, i Î I, ($s = (s_1, s_2, ..., s_n)$ Î $[d_Q; D_Q]^n$) о величинах потерь, то есть центр использует механизм планирования $x_0 = p(s)$, где процедура $p(\cdot)$ определяется в результате решения следующей задачи:

(22) $p_0(s) = \max\limits_{k\in I} \sum\limits_{i=k}^{n} \frac{s_i}{1+x_i} [p_k(1+x_k) - p_i]$.

Подставляя (22) в целевую функцию страхователя, получаем:

(23) $Ef_i(p_0, s) = g - p_i Q_i + s_i [p_i - \frac{p_0}{1+x_i}], i \in I$.

Как и в задаче выбора нагрузки к нетто-ставке, если истинный размер ущерба становится известным апостериори, то оптимальной стратегией каждого страхователя является сообщение достоверной информации. Если отказаться от этого предположения, то получим, что механизм определения страхового тарифа на основании сообщений о потерях манипулируем.

<u>Центру неизвестны $\{x_i\}$.</u> Для простоты будем считать, что все страхователи характеризуются одинаковыми величинами потерь Q при наступлении страхового случая и одинаковыми вероятностями наступления страхового случая p.

Пусть центр использует механизм с сообщением информации, то есть определяет оптимальное значение нагрузки на основании сообщений страхователей $s_i \in [d_x; D_x]$, $i \in I$, ($s = (s_1, s_2, ..., s_n) \in [d_x; D_x]^n$) о вероятностях наступления страхового случая, то есть центр использует механизм планирования $p_0 = p(s)$, где процедура $p(\cdot)$ определяется в результате решения следующей задачи:

(24) $EF(p_0, s) = Q \sum\limits_{i=m(x_0,s)}^{n} \frac{p_0 - p_i}{1+s_i} \to \max\limits_{p_0 \ge 0}$,

(25) $m(p_0, s) = \min \{i \in I \mid p\, s_i \ge x_0\}$.

Подставляя (24)-(25) в целевую функцию страхователя, получаем:

(26) $Ef_i(x_0, s) = g - \begin{cases} \frac{p_0 - p_i(x_i - s_i)}{1+s_i} Q, & x_0 \le p s_i \\ p_i Q, & x_0 > p s_i \end{cases}, i \in I$.

Из анализа выражения (26) следует, что одним из равновесий Нэша s^* является сообщение всеми страхователями минимально возможных оценок, то есть (ср. с (14):

(27) $s_i^* = d_x, i \in I$.

Таким образом, механизм определения нагрузки к нетто-ставке оказывается манипулируемым.

При сообщениях (27) ожидаемая полезность страховщика определяется выражением (15), то есть, как и случае задачи назначения нагрузки к нетто-ставке, эта полезность неотрицательна, независимо от априорной неопределенности, и для нее справедлива оценка (16) и сделанный выше вывод о влиянии неопределенности.

Полученные выше в настоящем разделе результаты исследования механизмов планирования (назначения нагрузки и страхового тарифа) суммируем в виде следующего утверждения.

Утверждение 2.

а) Механизмы назначения нагрузки и страхового тарифа на основании сообщений страхователей являются манипулируемыми[1], причем эффективность их использования соответствует эффективности использования страховщиком принципа максимального гарантированного результата;

б) ожидаемая полезность страховщика менее «чувствительна» к неопределенности относительно отношения страхователей к риску, нежели чем к неопределенности относительно вероятностей наступления страхового случая;

в) потери страховщика, вызванные неполной его информированностью относительно параметров страхователей, одинаковы в случаях назначения единой нагрузки и единого тарифа.

В заключение настоящего раздела исследуем случай, когда страховщик имеет информацию о распределении вероятностей[2] неопределенного параметра (внутренняя вероятностная неопределенность с асимметричной информированностью в соответствии с классификацией, введенной в [51]) – вероятности наступления страхового случая.

---

[1] *Манипулируемость имеет место в рамках введенного выше предположения о полной компенсации потерь. Если сделать размер возмещения, также как и страховой взнос, гибко зависящим от сообщений страхователей, то, возможно, что удастся снизить искажения информации.*

[2] *Отметим, что так как в вероятностных моделях используется математическое ожидание по известному распределению, то единственность или множественность страхователей не является принципиальной, поэтому для упрощения рассмотрим случай одного страхователя.*

Пусть F_p: $[d_p; D_p] \to [0; 1]$ – известная страховщику непрерывная интегральная функция распределения вероятностей вероятностей наступления страхового случая.

По аналогии с (1) и (17) получаем, что математическое ожидание целевой функции страховщика равно

(28) $E_p\, EF(x_0) = \dfrac{x_0 Q}{1+x}\, [1 - F_p(x_0/x)],$

(29) $E_p\, EF(p_0) = \dfrac{Q}{1+x}\, [p_0\, (1 - F_p(p_0/(1+x)) - \int\limits_{p_0/(1+x)}^{D} p\, dF_p(\cdot)].$

<u>Утверждение 3.</u> В случае вероятностной неопределенности ожидаемый выигрыш страховщика при использовании единой нагрузки не ниже, чем при использовании единого страхового тарифа.

Доказательство утверждения 3. Покажем, что имеет место

(30) $\max\limits_{x_0 \in [x d_p; x D_p]} E_p\, EF(x_0) \geq \max\limits_{p_0 \in [(1+x) d_p; (1+x) D_p]} E_p\, EF(p_0).$

Обозначим $\bar{p} = \int\limits_{d}^{D} p\, dF_p(\cdot)$ - ожидаемую вероятность наступления страхового случая. Очевидно, что имеет место $d_p \leq \bar{p} \leq D_p$, а, следовательно, и следующие оценки значений (28) и (29) на границах отрезков допустимых значений аргументов:

(31) $E_p\, EF(x_0 = x D_p) = E_p\, EF(p_0 = (1 + x) D_p) = 0,$

$E_p\, EF(x_0 = x\, d_p) = x\, d\, Q / (1 + x) \geq$

$\geq E_p\, EF(p_0 = (1 + x)\, d_p) = Q\, [(1 + x)\, d - \bar{p}\,] / (1 + \xi).$

Сравним теперь максимальные значения выражений (28) и (29) внутри соответствующих интервалов.

Докажем, что $\forall\, p_0 \in [(1 + x)\, d_P; (1 + x)\, D_P]$ $\exists\, x_0 \in [x\, d_P; x\, D_P]$: $E_p\, EF(x_0) \geq E_p\, EF(p_0)$. Предположим противное, то есть пусть $\exists\, p_0 \in [(1 + x)\, d_P; (1 + x)\, D_P]$: $\forall\, x_0 \in [x\, d_P; x\, D_P]$ выполнено $E_p\, EF(x_0) < E_p\, EF(p_0)$.

Запишем последнее выражение используя (28) и (29): $\forall\, x_0 \in [x\, d_P; x\, D_P]$

(32) $$\frac{x_0 Q}{1+x}\ [1 - F_p(x_0/x)] < < \frac{Q}{1+x}\ [p_0(1 - F_p(p_0/(1+x)) - \int\limits_{p_0/(1+x)}^{D_p} p\, dF_p(\cdot)].$$

Так как p_0 фиксировано, то вычислим $p_0 = p_0 / (1 + x)$ и $x_0' = x\, p_0$. Очевидно, что, если p_0 Î $[(1 + x)\, d_P; (1 + x)\, D_P]$, то x_0' Î $[x\, d_P; x\, D_P]$. Неравенство (32) должно выполняться и для $x_0 = x_0'$. После несложных преобразований получаем:

(33) $$p_0\, (1 - F_p(p_0)) > \int\limits_{p_0}^{D_p} p\, dF_p(\cdot).$$

По известной теореме анализа (интегральная теорема о среднем) получаем, что $ p' Î $[p_0; D_p]$: $\int\limits_{p_0}^{D_p} p\, dF_p(\cdot) = p'\, (1 - F_p(p_0))$.

Сравнивая с левой частью (33), получаем противоречие. •

Результаты утверждений 1-2 свидетельствуют, что механизмы страхования, основывающиеся на сообщениях страхователей, являются манипулируемыми. Рассмотрим качественно как этот вывод соотносится с практическим опытом.

Параметрами страхователя в рассматриваемой модели являются: его отношение к риску x_i, вероятность наступления страхового случая p_i и потери Q_i от наступления страхового случая. Если оценки вероятностей наступления страхового случая, неизвестных страховщику, сообщаются ему страхователями, то последним, при фиксированных условиях выплаты страхового возмещения, естественно, выгодно занизить эти оценки с тем, чтобы заплатить меньший страховой взнос, но получить оговоренное в страховом контракте возмещение, так как при последующих реализациях страховых случаев определяется *фактический* компенсируемый ущерб. Следовательно, вероятности наступления страховых случаев являются ненаблюдаемыми (и неидентифицируемыми) в рамках механизмов с сообщением информации величинами[1].

---

[1] *В частности поэтому, неэффективно использование «конкурсных» механизмов для «однородных» страхователей: если вероятности наступления страховых случаев примерно одинаковы для всех страхователей, то применение механизма, при котором страхователь, сообщивший большую*

Поэтому на практике параметры страхователей оцениваются косвенным образом: как отмечалось выше величина *фактических* потерь становится известной апостериори (с этой точки зрения механизмы страхования, в которых величина возмещения зависит от фактических потерь, являются механизмами гибкого планирования [21, 51]), а вероятности наступления страховых случаев оцениваются страховщиком на основании имеющихся статистических данных, экспертных заключений и т.д.

С этой точки зрения экологическое страхование обладает следующей спецификой. Если для, например, страхования жизни в течение столетий накапливалась статистическая информация (таблицы вероятностей дожития и т.д.) и методики ее обработки, то для вероятностей, например, чрезвычайных ситуаций на сложных (а иногда и уникальных!) технологических объектах ретроспективная информация зачастую отсутствует. Поэтому результаты утверждений 1-3 и условия типа выражения (7) несут существенную информацию о влиянии неопределенности (неполной информированности страховщика) на эффективность страхования.

Таким образом, в настоящем разделе рассмотрены механизмы выбора нагрузок к нетто-ставками и механизмы выбора страховых тарифов. Результаты утверждений 1-3 свидетельствуют, что как в случае полной информированности, так и в случае интервальной или вероятностной неопределенности с точки зрения страховщика назначение единой для всех страхователей нагрузки к нетто-ставке не менее выгодно, чем назначение единого страхового тарифа. Тем не менее, в практике экологического страхования чрезвычайно распространены ситуации, в которых страховщик вынужден назначать именно единый страховой тариф. Поэтому полученные в настоящем разделе оценки влияния неопределенности на значение ожидаемого выигрыша страховщика могут рассматриваться как ценность информации о страхователях, то есть как та плата за информацию [19, 51], которую страховщику выгодно «заплатить» за снижение неопределенности.

(или меньшую) оценку, получает выгодные условия страхования, также приводит к искажению информации.

2.3. Взаимное страхование

Рассмотрим объединение из n страхователей (которое в моделях взаимного страхования будем считать страховщиком), имеющих целевые функции[1]

(1) $Ef_i = g_i - r_i + p_i [h_i - Q_i],\ i\ \hat{I}\ I.$

Для простоты предположим, что все страхователи одинаково относятся к риску, но различаются вероятностями наступления страхового случая и соответствующими потерями. В первой главе настоящей работы обосновано, что перераспределение риска взаимовыгодно только для агентов, отличающихся отношением к риску. Поэтому, с одной стороны, можно считать, что все страхователи нейтральны к риску (и, если необходимо, что страховщик склонен к риску), а, с другой стороны, что основным эффектом, требующим исследования во взаимном страховании[2], является манипулирование информацией – так как все страхователи одинаково относятся к риску, то допустимо произвольное его перераспределение между ними при условии, что все страхователи обладают полной информацией друг о друге (если информированность неполная, то есть асимметричная, то возможно нарушение требования сбалансированности взносов и ожидаемых выплат).

В условиях полной информированности суммарный страховой взнос равен $R = \sum_{i \in I} r_i$, а ожидаемое страховое возмещение равно

---

[1] *Для простоты ограничимся описанием взаимодействия страхователей в течение одного промежутка времени, на протяжении которого однократно производится сбор взносов и компенсация ущербов. При этом будем считать, что остатки резервов (разность между собранными взносами и произведенными выплатами) если они положительны, используются в качестве резерва в следующем периоде времени (учет альтернативных способов использования остатков, например, инвестиция их в те или иные проекты, может быть «автоматически» учтен в рамках описываемой ниже модели, поэтому акцентов на задачах управления инвестициями не делается).*

[2] *Взаимное экологическое страхование может также рассматриваться как совместное резервирование – создание объединением страхователей совместных резервов для возмещения возможных потерь участников.*

$H = \sum_{i \in I} p_i h_i$. Так как рассматривается взаимное (некоммерческое[1]) страхование, то в силу условия эквивалентности должно иметь место $R = H$, то есть

(2) $\sum_{i \in I} r_i = \sum_{i \in I} p_i h_i$.

Если осуществляется полное возмещение ущерба при наступлении страхового случая[2] ($h_i = Q_i$, i Î I, $H = \sum_{i \in I} p_i Q_i$), то в условиях полной информированности можно было бы использовать следующий простой механизм взаимного страхования:

(3) $r_i = p_i\, Q_i$, i Î I,

в рамках которого страховой взнос каждого страхователя в точности равен его ожидаемому ущербу (страховая сумма совпадает с потерями, а страховой тариф (равный нетто-ставке) равен соответствующей вероятности наступления страхового случая).

Однако, если индивидуальные параметры страхователей известны только им самим (и не наблюдаются другими страхователями), то использование механизма (3) невозможно. Предположим, что потери от страховых случаев $\{Q_i\}$ наблюдаемы, а вероятности наступления страховых случаев $\{p_i\}$ ненаблюдаемы, но их оценки $\{s_i\}$ могут сообщаться страхователями.

Если попытаться непосредственно использовать механизмы, описанные в разделе 2.2, и, например, установить единый страховой тариф p_0, то условие выгодности участия во взаимном страховании для i-го страхователя примет вид: p_0 £ p_i, и все страхователи будут стремиться занизить вероятности наступления страхового случая, следовательно, одним из равновесий будет сообщение минимальных оценок. Поэтому рассмотрим несколько альтернативных механизмов взаимного страхования.

Пусть в страховом договоре оговаривается, что страховой взнос каждого страхователя определятся сообщенными оценками

---

[1] *Обсуждение предупредительной роли страхования отложим до раздела 2.5.*

[2] *Предположение о неполном возмещении ущерба, то есть априорная фиксация предполагаемого уровня страхового возмещения, не изменит качественно основных результатов анализа механизмов взаимного экологического страхования.*

вероятностей наступления страхового случая, то есть $r_i(s) = s_i\, Q_i$, а после наступления страховых случаев возмещение осуществляется пропорционально собранному страховому фонду $R(s) = \sum_{i \in I} r_i(s)$, то есть

(4) $h_i(s) = a(s)\, Q_i,\ i \in I$,

где $a(s)$ – единая доля страхового возмещения (отношение страхового возмещения $h_i(s)$ к страховой сумме Q_i), определяемая исходя из соотношения между страховым фондом $R(s)$ и необходимым объемом страхового возмещения H. Выбор зависимости $a(\cdot)$ является стратегией управления (стратегией страховщика).

Подставляя (4) в (1), получаем, что условие выгодности участия во взаимном страховании для i-го страхователя можно записать в виде:

(5) $s_i \le a(s)\, p_i,\ i \in I$.

Если используется следующая стратегия управления:

(6) $a(s) = \min\, \{R(s) / H, 1\}$,

то получаем, что балансовое условие (2) выполнено всегда, а из (5) следует, что сообщение страхователя не превышает истинного значения вероятности наступления страхового случая: $s_i \le a(s)\, p_i$, $i \in I$.

Подставляя (4) и (6) в (1) и вычисляя производную по s_i, получим, что

(7) $$\frac{\partial Ef_i}{\partial s_i} = Q_i \left[\frac{p_i Q_i}{\sum_{i \in I} p_i Q_i} - 1 \right] \le 0,\ i \in I.$$

Из (7) следует, что <u>механизм (6) является манипулируемым</u>. Содержательно, каждый из страхователей стремится занизить вероятность наступления страхового случая, так как данное занижение сильнее уменьшает размер страхового взноса, чем долю страхового возмещения.

Альтернативой для (5) является использование следующего механизма взаимного страхования. Пусть страхователи заключают договор, в котором оговаривается, что в начале рассматриваемого периода они должны сообщить оценки вероятностей наступления страхового случая (страховые взносы в начале периода не собираются!), а затем в конце рассматриваемого периода (когда реализовались страховые случаи) они полностью компенсируют «пострадавшим» ущерб, а размер взноса каждого из страхователей определяется на основании сообщенных в начале периода оценок.

Ожидаемое возмещение равно $H = \sum_{i \in I} p_i Q_i$, следовательно сумма взносов должна равняться H, то есть

(8) $\sum_{i \in I} r_i(s) = H.$

Зависимости $r_i(\cdot)$ являются механизмом управления.

Ожидаемое значение целевой функции страхователя имеет вид:

(9) $Ef_i = g_i - r_i(s),\ i \in I.$

Условие выгодности участия во взаимном страховании имеет вид:

(10) $r_i(s) \le p_i\, Q_i,\ i \in I.$

Если выбрать следующий механизм управления, при котором взнос каждого страхователя пропорционален сообщенному им ожидаемому ущербу:

(11) $r_i(s) = \dfrac{s_i Q_i}{\sum_{i \in I} s_i Q_i} H,\ i \in I,$

то максимум (9) достигается при минимальных сообщениях, то есть механизм (11) является манипулируемым. Интересно отметить следующее свойство механизма (11): при подстановке (11) в (10) получается, что одним из решений соответствующей системы неравенств является

(12) $s_i / p_i = Const,\ i \in I.$

Следовательно, сообщение достоверной информации является допустимой стратегией, приводящей к выполнению (3). Однако, к сожалению, эта допустимая стратегия не является равновесной.

Анализ условий (9)-(10) подсказывает, что для того, чтобы уменьшить искажение информации следует выбрать такой механизм управления, в котором размер страхового взноса убывал бы с ростом заявки страхователя. Рассмотрим следующий пример.

Пример 4. Пусть используется следующий механизм взаимного страхования:

(13) $r_i(s) = \dfrac{1/s_i}{\sum\limits_{i \in I}(1/s_i\,)}$ *H, i Î I.*

Подставляя (13) в (9), получаем, что $\dfrac{\partial Ef_i}{\partial s_i}$ *з 0, i Î I*. В частности, если $n = 2$, то (10) имеет единственное решение: $p_1\, Q_1\, s_1 = p_2\, Q_2\, s_2$.

Итак, механизм (13) уже не побуждает страхователей занижать заявки, но он и не обеспечивает сообщения достоверной информации. •

Таким образом, каждый из механизмов (11) и (13) обладает своими преимуществами: механизм (11) сбалансирован и обеспечивает выполнение условия (12), но при его использовании страхователи занижают заявки, а механизм (13) побуждает страхователей завышать заявки, но не обеспечивает «сбалансированности» в смысле (12). Для того, чтобы построить механизм, который одновременно обладал бы всеми этими привлекательными свойствами, наверное, следует пытаться добиться рационального баланса между возрастанием и убыванием целевой функции страхователя по его сообщению. Однако для взаимного страхования такой баланс невозможен по следующим причинам. Как следует из результатов раздела 2.3 (см. утверждения 1 и 2), механизмы коммерческого страхования, основывающиеся на сообщениях страхователей о вероятностях наступления страхового случая, являются манипулируемыми. Взаимное страхование, в силу своей некоммерческой направленности, является с точки зрения страхователей «игрой с нулевой суммой» (из условия (2) следует, что суммарные взносы должны быть равны ожидаемому суммарному возмещению), поэтому занижение страхового взноса одним из страхователей приводит к тому, что это занижение компенсируется всеми страхователями[1] (в том числе и исказившим информацию, но в меньшей пропорции – см. (11) или (13)). Поэтому для «борьбы» с искажени-

---

[1] *В случае одного или нескольких страхователей при рассмотрении взаимного страхования как резервирования, параметр x, отражающий отношение страхователя к риску, может интерпретироваться как «эффективность» резервирования и использоваться для вычисления оптимальной величины резерва и т.д.*

ем информации необходимо привлечение дополнительных ресурсов, зависимость объема которых от сообщений страхователей должна побуждать их к сообщению достоверной информации. Примером таких ресурсов могут служить ресурсы третьих (по отношению к рассматриваемым выше участникам страхового контракта) лиц, используемые в смешанном страховании, анализ которого проводится в следующем разделе.

2.4. Механизмы смешанного страхования

В [18] был введен класс *механизмов смешанного финансирования и кредитования*, которые основываются на следующей идее. Если некоторая группа проектов является экономически невыгодной с точки зрения реализации их коммерческими фирмами, но осуществление этой группы проектов необходимо для общества (примерами таких проектов являются: социальная защита, охрана окружающей среды и др.), интересы которого представляет государство или какой-либо другой социальный и/или экономический институт (далее в настоящем разделе для его обозначения будем использовать термин «центр»), обладающий соответствующими ресурсами, то возможно совместное (смешанное) финансирование проектов за счет средств фирм и бюджета центра.

Механизмом смешанного финансирования называется правило определения взносов каждого из инвесторов на основании имеющейся (и, зачастую, сообщаемой самими инвесторами) информации. Это правило должно быть гибким, так как при фиксации доли каждого из инвесторов может сложиться ситуация, в которой либо желающих вложить собственные средства будет слишком мало (если доля коммерческих инвестиций велика), либо эффективность использования средств центра будет низка (если доля коммерческих инвестиций мала). В [18] описан механизм смешанного финансирования, который обладает свойством привлечения инвестиций в приоритетные проекты.

Используем идею смешанного финансирования в экологическом страховании следующим образом. В заключении раздела 2.3 отмечалось, что манипулируемость механизмов взаимного экологического страхования во многом объясняется «замкнутостью» сообщества страхователей в смысле привлекаемых и используемых ресурсов. Поэтому рассмотрим модель экологического страхования, в которой возможно привлечение ресурсов центра.

Задача заключается в определении *механизма смешанного экологического страхования* (то есть принципа взаимодействия агентов, использующего как ресурсы страхователей, так и ресурсы центра[1]), который обладал бы определенными свойствами, такими как, например, неманипулируемость, и приводил к эффективному (в смысле управления агрегированным риском) распределению собираемых страховых взносов и выплачиваемых возмещений.

Непосредственное использование в смешанном страховании механизмов, описанных в разделе 2.3, представляется нецелесообразным по причине манипулируемости последних. Так, пусть, например, у центра имеется страховой фонд R_0 и возмещение i-го страхователя определяется как часть его потерь, которая может быть покрыта суммой страхового фонда центра и собранными взносами страхователей, то есть: $h_i(s) = a(s)\, Q_i,\ i \in I$, где

$$a(s) = (W(s) + R_0) / W,\ \ W(s) = \sum_{i\in I} s_i Q_i\ ,\ \ W = \sum_{i\in I} p_i Q_i\ .$$

Подставляя это выражение в целевую функцию страхователя и вычисляя производную по его сообщению, получаем, что

$$\frac{\partial Ef_i}{\partial s_i} \approx \frac{p_i Q_i}{W} - 1 \le 0,\ i \in I,$$

то есть такой механизм смешанного страхования оказывается манипулируемым. Содержательно, страхователи полностью используют фонд центра, сообщая тем не менее минимальные оценки вероятности наступления страхового случая.

---

[1] *Содержательной интерпретацией смешанного экологического страхования является взаимодействия администрации региона (центра), заинтересованной в минимизации потерь от ЧС и загрязнения окружающей среды, и предприятий-источников загрязнения (страхователей). Предприятия могут создать фонд взаимного страхования, а администрация региона может гарантировать определенное возмещение потерь (из своих фондов) страхователю при наступлении у него страхового случая (например, компенсировать ему часть затрат на природоохранные и природовосстановительные мероприятия, компенсацию ущерба третьим лицам и т.д.).*

Выходом может служить установление зависимости между долей фонда центра, получаемой страхователем (в том или ином виде), и сообщениями последнего. В идеале хотелось бы сделать эту долю монотонной по сообщениям страхователей, что, быть может, побуждало бы их к некоторому увеличению заявок в процессе конкуренции за ресурс центра. Однако, легко убедиться, что так как вероятности наступления страхового случая априори неизвестны, а механизм должен быть таков, чтобы при любых сообщениях страхователей имело место балансовое ограничение (сумма взносов страхователей и фонда центра должна равняться сумме ожидаемых возмещений), то, например, установить «надбавку», выплачиваемую страхователю из фонда центра, пропорциональной сообщенным им ожидаемым потерям, невозможно. Поэтому рассмотрим другой механизм, в котором центр из своего фонда компенсирует страхователям часть их страховых взносов, причем компенсируемая доля зависит от сообщений страхователей о вероятностях наступления страхового случая. Компенсируемая центром часть страхового взноса может интерпретироваться как установленная им скидка, поэтому соответствующий механизм условно назовем «механизмом скидок».

Механизм скидок. Пусть центр из своего страхового фонда R_0 компенсирует i-му страхователю часть $x_i(s)$ его страхового взноса $s_i\, Q_i$, то есть

(1) $r_i(s) = s_i\, Q_i - x_i(s),\ i \in I,$

где размер компенсации определяется на основании принципа прямых приоритетов, то есть

(2) $x_i(s) = \dfrac{s_i Q_i}{W(s)}\, R_0,\ i \in I.$

Легко видеть, что, если[1] $h_i(s) = W(s)\, Q_i / W,\ i \in I,$ то балансовые условия имеют вид:

(3) $\forall\ s\ \sum_{i \in I} x_i(s) = R_0,\ R(s) = W(s),\ \sum_{i \in I} p_i h_i(s) = R(s).$

Ожидаемое значение целевой функции i-го страхователя имеет вид:

[1] *Отметим, что данное выражение определяет зависимость страхового возмещения страхователя в том числе от ожидаемых суммарных потерь, которые «наблюдаемы» после наступления страховых случаев.*

(4) $Ef_i(s) = g_i - s_i\, Q_i + \dfrac{s_i Q_i}{W(s)}\, R_0 + p_i\, Q_i\, [W(s) / W - 1],\ i \in I.$

Найдем равновесие Нэша s^* игры страхователей. Для этого, обозначив

(5) $b_i = 1 - \dfrac{p_i Q_i}{W},\ i \in I,$

определим из условий $\dfrac{\partial Ef_i}{\partial s_i} = 0,\ i \in I$, сообщения, доставляющие максимумы ожидаемым полезностям страхователей. Для этого рассмотрим систему уравнений:

(6) $R_0\, \dfrac{W(s) - s_i Q_i}{W^2(s)} = b_i,\ i \in I.$

Складывая n уравнений, получим $W(s) = (n - 1)\, R_0 / b,$ где $b = \sum_{i \in I} b_i$. Подставляя (5), имеем:

(7) $W(s) = R_0.$

Подставляя (7) в (6), получаем:

(8) $s_i^* = p_i\, R_0 / W,\ i \in I.$

Итак, решение (8) является равновесием Нэша. Более того, оно является допустимым равновесием, так как все равновесные сообщения страхователей неотрицательны и обеспечивают страхователям не меньшее значение ожидаемой полезности, чем при неучастии в смешанном страховании (последнее утверждение легко проверяется сравнением $s_i\, Q_i - \dfrac{s_i Q_i}{W(s)}\, R_0 - p_i\, Q_i\, [W(s) / W - 1]$ и $p_i\, Q_i$).

Подставляя (8) в (1) и (2), получаем:

(9) $r_i(s^*) = 0,\ i \in I,$

(10) $x_i(s^*) = \dfrac{p_i Q_i}{W}\, R_0,\ i \in I.$

Утверждение 4. Механизм скидок обладает следующими свойствами:

а) Суммарный страховой взнос равен страховому фонду центра;

б) Компенсация осуществляется пропорционально истинным ожидаемым потерям страхователей;

в) При страховом фонде центра, равном суммарным ожидаемым потерям страхователей, равновесие Нэша соответствует сообщению достоверной информации;

г) Для любого механизма скидок существует эквивалентный прямой механизм.

Доказательство утверждения 4. Справедливость пункта а) следует из (7), б) – из (10), в) – из (8). Поэтому остановимся на доказательстве пункта г).

Напомним, что если задан некоторый непрямой механизм планирования, в котором равновесные сообщения агентов зависят от их типов, то механизм, в котором агенты сообщают свои типы, а центр определяет планы подставляя сообщения в равновесие непрямого механизма, называется соответствующим исходному прямым механизмом [49]. Соответствующий прямой механизм, который неманипулируем (то есть является механизмом, в котором сообщение достоверной информации является доминантной стратегией каждого агента), называется эквивалентным прямым механизмом.

В соответствии с приведенными определениями исходным является механизм (2), а соответствующий ему прямой механизм $x'(s)$, где $s = (s_1, s_2, ..., s_n)$ – вектор сообщений страхователей о вероятностях наступления страхового случая, определяется подстановкой (8) в (2), то есть:

(11) $s_i^*(s) = \dfrac{s_i R_0}{\sum_{i \in I} s_i Q_i}, \ i \in I,$

(12) $x_i^*(s) = \dfrac{s_i^*(s) Q_i}{\sum_{j \in I} s_j^*(s) Q_j} R_0 = \dfrac{s_i Q_i}{\sum_{i \in I} s_i Q_i} R_0, \ i \in I,$

причем $\forall s \ W(s^*(s)) = \sum_{i \in I} s_i^*(s) Q_i = R_0$.

Подставляя (12) в (4), получаем следующую зависимость ожидаемого выигрыша i-го страхователя от сообщений страхователей в прямом механизме:

(13) $\forall s \ Ef_i(s) = g_i + p_i Q_i [R_0 / W - 1], i \in I.$

Из (13) следует, что ожидаемые выигрыши страхователей в соответствующем механизму (2) прямом механизме не зависят от их сообщений, следовательно прямой механизм является неманипулируемым. •

В заключение настоящего раздела остановимся на содержательной интерпретации *свойств механизма скидок* (механизма смешанного взаимного (некоммерческого) страхования[1]), устанавливаемых утверждением 4.

Так как суммарный страховой взнос в точности равен страховому фонду центра (в соответствии с (9) равновесные взносы страхователей равны нулю, то есть полностью компенсируются центром), то, конечно, нельзя сказать, что механизм скидок обладает свойством привлечения средств страхователей (фактически, центр безвозмездно страхует страхователей, рассчитывая в силу своей нейтральности к риску на ожидаемое страховое возмещение, равное своему страховому фонду). Тем не менее, механизм скидок обладает следующими привлекательными свойствами:

- он сбалансирован (см. условия (3) и (7));
- обеспечивает «справедливое» возмещение для страхователей – в силу (10) каждый страхователь получает компенсацию, пропорциональную своим истинным ожидаемым потерям, и, в силу этого, механизм скидок может рассматриваться как кандидат на эффективный механизм распределения ограниченных средств, выделенных на экологическое страхование;
- для него существует эквивалентный прямой механизм, в котором все страхователи сообщают центру достоверную информацию;
- в соответствии с (8) для любого размера страхового фонда центра отношение равновесного сообщения страхователя к истинному значению вероятности наступления страхового случая одинаково для всех страхователей, что позволяет использовать механизмы косвенного оценивания этих параметров;

---

[1] *Отметим, что, несмотря на то, что эффекты смешанного страхования в настоящем разделе описывались на примере взаимодействия объединения взаимного страхования и центра, аналогичные выводы (естественно, с соответствующими корректировками) могут быть сделаны и для механизмов смешанного коммерческого страхования.*

- так как ожидаемые взносы страхователей равны нулю, то центр имеет возможность распоряжаться ресурсом R_0 по своему усмотрению до конца рассматриваемого периода, и т.д.

2.5. Предупредительная и мотивационная роль страхования

Если в разделах 2.2-2.4 рассматривались задачи исследования манипулируемости механизмов планирования, используемых в экологическом страховании (механизмы определения страховых тарифов и нагрузок, механизмы взаимного страхования, скидок и т.д.), то в настоящем и последующих разделах второй главы основной акцент будет делаться на изучении в рамках моделях страхования механизмов управления, побуждающих страхователей выбирать те или иные состояния. Соответствующий обширный класс механизмов в теории активных систем получил название механизмов стимулирования [17, 49, 51]. В частности, в настоящем разделе исследуется роль экологического страхования в побуждении страхователей к выбору действий, приводящих к снижению вероятностей наступления страхового случая, ожидаемых потерь и т.д., а также увеличению затрат на предупредительные мероприятия.

Рассмотрим модель взаимодействия страховщика с одним страхователем, о котором первый имеет всю необходимую информацию. Пусть деятельность страхователя описывается: его действием $y \geq 0$, которое в зависимости от контекста может интерпретироваться как объем производимой страхователем продукции, оказываемых услуг и т.д., и суммой $v \geq 0$, затрачиваемой страхователем на предупредительные мероприятия. От действия страхователя зависит его доход $H(y)$, затраты $c(y)$ и вероятность наступления страхового случая $p(v, y)$, причем последняя величина зависит также и от объема средств v, затрачиваемых на предупредительные мероприятия[1], то есть:

(1) $Ef(v, y) = H(y) - c(y) - v - r(v, y) + p(v, y)\,[(1 + x)\,h(v, y) - Q]$.

Так как нас интересуют свойства механизмов страхования, а не «производственная» деятельность страхователя, то выберем про-

[1] *В общем случае можно считать, что от* (v, y) *зависят и параметры страхового контракта* $r(\cdot)$ *и* $h(\cdot)$.

стейшие зависимости затрат и дохода от его действия: $H(y) = l\ y$, $c(y) = c_0 + a\ y$, где l может интерпретироваться как цена, по которой страхователь реализует свою продукцию, c_0 – постоянные издержки, a - переменные издержки на производство единицы продукции. Из условия $H(y) – c(y) – v\ ^{3}\ 0$ можно определить точку безубыточности $y_0(v)$ – минимальный объем производства, при котором деятельность страхователя еще выгодна (см. рисунок 9):
(2) $y_0(v) = (c_0 + v) / (\ l\ -\ b)$.

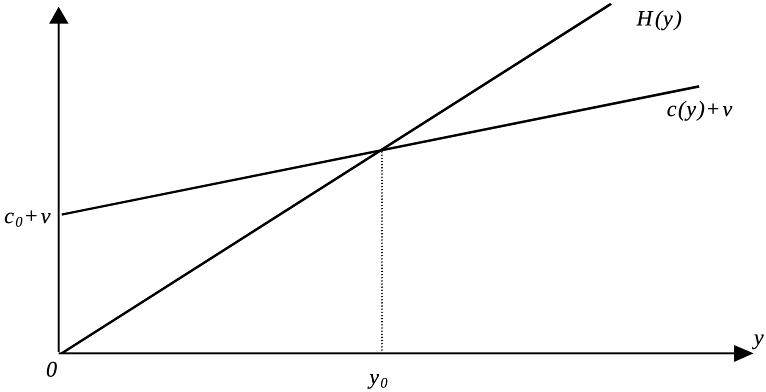

Рис. 9. Точка безубыточности страхователя

Относительно зависимости вероятности наступления страхового случая от y и v предположим (символ «’» обозначает производную, нижний индекс обозначает переменную, по которой производная вычисляется), что: $p_y^{'}\ ^{3}\ 0,\ p_v^{'}\ £\ 0,\ p_{yy}^{''}\ £\ 0,\ p_{vv}^{''}\ ^{3}\ 0.$

В отсутствии страхования целевая функция страхователя равна
(2) $Ef(v, y) = H(y) – c(y) – v – p(v, y)\ Q$.

Следовательно, без учета ограничения безубыточности оптимальной стратегией страхователя будет выбор (v_*, y_*):

$$(3)\ \begin{cases} \dfrac{\partial p(v_*, y_*)}{\partial y} = \dfrac{g}{Q} \\ \dfrac{\partial p(v_*, y_*)}{\partial v} = -\dfrac{1}{Q} \end{cases},$$

где $g = l - b$. Рассмотрим следующий пример, иллюстрирующий данные зависимости.

Пример 5. Пусть $p(v, y) = e^{-k_v v}\,(1 - e^{-k_y y})$, где k_v и k_y – положительные константы. Решая уравнения (3), получим:

$$v_* = \frac{1}{k_v}\ ln \frac{Qk_y k_v}{k_y + gk_v},\ y_* = \frac{1}{k_y}\ ln\,(1 + \frac{k_y}{g\ k_v}).$$

Ожидаемые потери EQ при этом равны $EQ = 1 / K_v$. •

В присутствии страхования, если осуществляется полная компенсация ущерба, то есть $h = Q / (1 + x)$, то без учета ограничения безубыточности оптимальной стратегией страхователя будет выбор (v^*, y^*):

$$(4)\ \begin{cases} \dfrac{\partial r(v^*, y^*)}{\partial y} = g \\ \dfrac{\partial r(v^*, y^*)}{\partial v} = -1 \end{cases}.$$

Если (см. раздел 2.1) имеет место

$$(5)\ r(v, y) = \frac{x_0(v, y) + p(v, y)}{1 + x} Q,$$

то (4) примет вид

$$(6)\ \begin{cases} x'_{0y}(v^*, y^*) + p'_y(v^*, y^*) = \dfrac{g(1 + x)}{Q} \\ x'_{0v}(v^*, y^*) + p'_v(v^*, y^*) = -\dfrac{1 + x}{Q} \end{cases}.$$

В рамках рассматриваемой модели стратегией страховщика является выбор зависимости $x_0(\cdot)$ нагрузки к нетто-ставке[1] от затрат на предупредительные мероприятия и действий страхователя.

---

[1] *Как отмечалось в первой главе, в экологическом страховании нагрузка к нетто-ставке включает рисковую, коммерческую и предупредительную нагрузки. Для простоты в первом приближении можно считать, что x_0 – предупредительная нагрузка, характеризующая объем средств (точнее*

Несколько забегая вперед, отметим, что сравнение свойств систем уравнений (3) и (6) является ключевым инструментом анализа предупредительных и мотивационных свойств экологического страхования (см. также раздел 2.6).

Под *предупредительной ролью страхования* будем понимать его свойство побуждать страхователей увеличивать отчисления на предупредительные мероприятия. Под *мотивационной ролью страхования* будем понимать его свойство побуждать страхователей выбирать действия, снижающие ущерб от наступления страховых случаев (каждый раз при рассмотрении тех или иных моделей страхования необходимо конкретизировать – что понимается под «ущербом» – вероятность наступления страхового случая, ожидаемые потери, ожидаемые потери с учетом затрат на страхование и предупредительные мероприятия и т.д.).

Следующее утверждение констатирует, что при постоянной нагрузке[1] страхование не играет ни предупредительной, ни мотивационной роли, а, наоборот, побуждает страхователя выбирать стратегии, увеличивающие ожидаемые потери по сравнением с ожидаемыми потерями в отсутствии страхования.

Утверждение 5. Если $x_0 = Const$, то $y^* \le y_*$, $v^* \le v_*$.

Доказательство утверждения 5. Если $x_0 = Const$, то (6) примет вид:

$$(7)\quad \begin{cases} p'_y(v^*, y^*) = \dfrac{g(1+x)}{Q} \\ p'_v(v^*, y^*) = -\dfrac{1+x}{Q} \end{cases}.$$

Сравнивая (3) и (7) с учетом свойств зависимости[2] $p(\cdot)$ и того, что $x \ge 0$, получаем, что $y^* \le y_*$, $v^* \le v_*$. •

долю от страховых платежей), направляемых страховщиком на проведение предупредительных мероприятий.

[1] *Аналогичное исследование может быть проведено для влияния страхового тарифа (см. раздел 2.2) на стратегии страхователя.*

[2] *Выше мы предположили, в том числе, вогнутость функции $p(\cdot)$ по действию страхователя. Результат утверждения 5 изменится, если предположить выпуклость (см. пример 7 ниже). В общем случае (если $p(\cdot)$ имеет точки перегиба и т.д.) нельзя однозначно утверждать что введе-*

Пример 6. Решая уравнения (7) для данных примера 5, получим, что введение страхования приведет к тому, что страхователь выберет то же действие, что и в отсутствии страхования, но уменьшит отчисления на предупредительные мероприятия:

$$v^* = v_* - \frac{1}{k_v}\, ln\,(1 + x) \le v_*,\; y^* = \frac{1}{k_y}\, ln\,(1 + \frac{k_y}{g\; k_v}) = y_*.$$

Ожидаемые потери EQ при этом равны $EQ = (1 + x) / K_v$, то есть возрастают в $(1 + x)$ раз по сравнением со случаем отсутствия страхования[1] (см. пример 5).

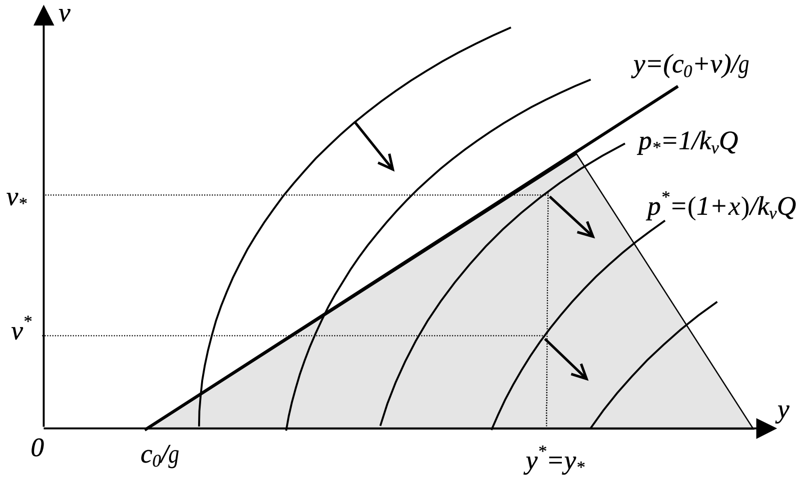

Рис. 10. Область допустимых стратегий и оптимальные стратегии страхователя для примеров 6 и 7

На рисунке 10 на плоскости переменных (y, v) изображено множество стратегий, допустимых с точки зрения ограничения безубыточности, а также линии уровня функции $p(v, y)$ (направле-

---

ние страхования всегда уменьшает или всегда увеличивает равновесные значения стратегий страхователя.

[1] *Данный вывод не должен шокировать, так как при страховании, в рамках введенных выше предположений, ожидаемые потери полностью компенсируются.*

ние возрастания отмечено стрелкой). Видно, что требования увеличения отчислений на предупредительные мероприятия и увеличения действий «противоречат» друг другу. Экологическое страхование является одним из инструментов «смягчения» этого противодействия. •

Важный качественный вывод, следующий из утверждения 5, заключается в том, что **для того, чтобы страхование оказывало предупредительное и мотивационное воздействие на страхователя, параметры страхового контракта должны гибким образом зависеть от стратегий, выбираемых последним**.

Кроме того, утверждение 5 является формальной иллюстрацией свойства *морального риска* – застрахованный субъект стремится избежать риска меньше, чем незастрахованный [18, 25].

Анализ систем уравнений (3) и (7), а также графические интерпретации, приведенные на рисунке 10, подсказывают, что для того, чтобы страхование оказывало на страхователя предупредительное и мотивационное воздействие, необходимо, чтобы нагрузка к нетто-ставке и/или страховой тариф зависели от стратегий страхователя. Поэтому рассмотрим условия, которым должны удовлетворять параметры страхового контракта для обеспечения требуемого поведения страхователя. Для простоты будем рассматривать модели, в которых переменными является только одна из компонент стратегии страхователя – либо отчисления на предупредительные мероприятия, либо действие.

Пусть единственной переменной является величина v отчислений на предупредительные мероприятия (действие страхователя фиксировано). Тогда из (3) и (6) получаем:

(8) $$p'_v(v_*) = -\frac{1}{Q}, \quad x'_{0v}(v^*) + p'_v(v^*) = -\frac{1+x}{Q}.$$

Из (8) следует, что в силу введенных выше предположений для обеспечения v^* ³ v_* необходимо выполнение следующего условия:

(9) $$x'_{0v}(\cdot) \le -\frac{x}{Q}.$$

Легко видеть, что, например, при $x_0(v) = x_0 - x\, v / Q$ в силу (8) получаем $v^* = v_*$. Для обеспечения необходимости и достаточности следует вспомнить (см. раздел 2.1), что страхование будет взаимовыгодным, если выполнено следующее условие: ″ v ³ 0

(10) $x_0(v)$ £ $x\ p(v)$.

В предельном случае (при выполнении (10) как равенства) получаем, что $v^* = v_*$, то есть введение страхования не изменяет отчислений на предупредительные мероприятия!

Аналогичным образом рассмотрим случай, когда единственной переменной является действие[1] страхователя y, а величина отчислений на предупредительные мероприятия фиксирована. Тогда из (3) и (6) получаем:

(11) $$p'_y(y_*) = \frac{g}{Q},\ \ x'_{0y}(y^*) + p'_y(y^*) = \frac{(1+x)g}{Q}.$$

Из (11) следует, что в силу введенных выше предположений для обеспечения v^* ³ v_* необходимо выполнения следующего условия:

(12) $$x'_{0y}(\cdot) \leq \frac{xg}{Q}.$$

Легко видеть, что, например, при $x_0(y) = x\, g\, y\, /\, Q$ в силу (8) получаем $v^* = v_*$. Для обеспечения необходимости и достаточности следует вспомнить (см. раздел 2.1), что страхование будет взаимовыгодным, если выполнено следующее условие: " v ³ 0

(13) $x_0(y)$ £ $x\ p(y)$.

В предельном случае (при выполнении (13) как равенства) получаем, что $v^* = v_*$, то есть введение страхования не изменяет равновесных действий страхователя!

---

[1] *Если в случае переменных затрат на предупредительные мероприятия предупредительная функция экологического страхования заключалась в побуждении страхователя увеличивать эти затраты, то в случае переменных действий страхователя, в силу отмеченной выше «противоречивостью» между производственными и экологическими целями, в общем случае неясно, следует побуждать страхователя выбирать большие или меньшие действия. Для определенности предположим, что одна из целей страхования - побуждать страхователя снижать вероятность наступления страхового случая и, следовательно, снижать ожидаемые потери, за счет выбора меньших действий (например, за счет непревышения объемом производства некоторой критической величины). В примере 7 рассматривается противоположный случай – когда наличие фиксированной нагрузки при страховании побуждает страхователя выбирать большие действия, чем в отсутствии страхования.*

Отметим, что в силу (10) и (13), если оптимальное действие страхователя в отсутствии страхования принадлежало области безубыточности, то есть выполнялось: $y_* \geq y_0(v_*)$, то и при наличии страхования оптимальное действие страхователя также буде принадлежать области безубыточности, то есть будет иметь место: $y^* \geq y_0(v^*)$. Содержательно это свойство объясняется тем, что ожидаемые потери учитываются в целевой функции страхователя независимо от наличия или отсутствия страхования, а условия типа (10) и (13) являются «условиям участия» (см. раздел 2.1), отражающие выгодность страхования для страхователя (то есть условия того, что при заключении страхового контракта его ожидаемая полезность не уменьшится).

Суммируем полученные результаты, сформулировав их в виде следующего утверждения.

<u>Утверждение 6.</u> Предупредительная роль страхования имеет место, если выполнены условия (9)-(10). Мотивационная роль страхования имеет место, если выполнены условия (12)-(13). Если выполнено

(14) $x_0(v, y) = x\, p(v, y)$,

то наличие страхования не изменяет действий страхователя и его отчислений на предупредительные мероприятия.

Следствием утверждения 6 является то, что использование страховщиком нагрузки к нетто-ставке (14) или страхового тарифа $p_0(v, y) = (1 + x)\, p(v, y)$ исключает моральный риск.

Приведем следующий пример, иллюстрирующий мотивационную роль экологического страхования (отметим, что в примере 7 не выполнено введенное выше предположение о том, что $p''_{yy} \leq 0$).

<u>Пример 7.</u> Пусть $y \in [0; y^+]$, $p(y) = (y / y^+)^2$. Вычисляем оптимальное действие y_* страхователя в отсутствии страхования (то есть действие, максимизирующее (2)): $y_* = y^+ g / 2Q$. При страховании с фиксированной нагрузкой к нетто-ставке оптимальное действие y^* страхователя в отсутствии страхования (то есть действие, максимизирующее (1)): $y^* = (1 + x)\, y^+ g / 2Q$.

Итак, при наличии страхования (и полной компенсации потерь!) страхователю выгодно выбирать большие действия, чем при отсутствии страхования: $y^* \geq y_*$. •

Завершив рассмотрение предупредительной и мотивационной роли страхования, перейдем к описанию результатов исследования специфики страхования в многоэлементных системах.

2.6. Специфика страхования в многоэлементных системах

В предыдущих разделах мы рассматривали механизмы страхования либо в одноэлементных системах (то есть в системах, состоящих из одного страховщика и одного страхователя), либо в многоэлементных системах (то есть в системах, состоящих из одного страховщика и нескольких страхователей), в которых страхователи были независимы. Независимость страхователей проявлялась в первую очередь в том, что вероятность наступления страхового случая у каждого страхователя зависела только от его собственных параметров и действий и не зависела от параметров и действий других страхователей.

На практике распространены ситуации, в которых вероятности наступления страховых случаев взаимозависимы. Примерами причин, обуславливающих такую взаимозависимость являются: наличие технологических связей между страхователями, их территориальная близость и т.д. Для отражения «взаимодействия» между страхователями будем в формальных моделях, рассматриваемых в настоящем разделе, предполагать, что вероятность наступления страхового случая у каждого из n страхователей зависит от действий всех страхователей, то есть: $p_i = p_i(y)$, где $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$, $i \in I$.

Последовательность функционирования (порядок получения информации и выбора стратегий участниками системы – страховщиком и страхователями) будем предполагать следующим: страховщик предлагает каждому из страхователей заключить страховой контракт, в соответствии с которым страхователь делает взнос, зависящий от его действий (и в общем случае, быть может, от действий других страхователей) и при наступлении страхового случая получает полное возмещение ущерба, затем страхователи одновременно и независимо выбирают свои действия, в результате чего «определяются» вероятности наступления страховых случаев.

Специфика страхования в многоэлементных системах заключается в том, что страхователи, заключившие страховые контракты с одним страховщиком, оказываются вовлеченными в игру, в которой выигрыш каждого из них зависит не только от его собственных действий, но и от действий других страхователей. Следовательно, для прогноза выбираемых страхователями при заданных страховых контрактах действий, страховщик должен «предсказать» их поведение, то есть определить равновесие игры страхователей.

Системы такого рода в теории активных систем получили название систем с сильно связанными элементами. Общие результаты их теоретического исследования изложены в [52]. Основная идея управления в многоэлементных системах заключается в том, чтобы выбрать управляющие воздействия, декомпозирующие игру управляемых субъектов, то есть позволяющие управляющему органу эффективно предсказывать то состояние системы, в котором она окажется при данном управлении. Вторая задача – задача выбора управления, приводящего систему в состояние, наиболее предпочтительное с точки зрения управляющего органа, как правило, решается гораздо проще, чем задача декомпозиции [52]. Перейдем к исследованию моделей страхования в многоэлементных системах.

Ожидаемая полезность i-го страхователя в отсутствии страхования может быть записана в виде[1]:

(1) $Ef_i(y) = g_i\, y_i - p_i(y)\, Q_i,\ i \in I.$

В качестве концепции решения игры выберем равновесие Нэша [106]. По определению y_* - равновесие Нэша тогда и только тогда, когда:

(2) $\forall\ i \in I\ \ \forall\ y_i\ \ Ef_i(y_*) \geq Ef_i(y_i,\ y_{*-i}),$

где $y_{-i} = (y_1, y_2, \ldots, y_{i-1}, y_{i+1}, \ldots, y_n)$ – обстановка игры для i-го страхователя.

Если функция $p_i(\cdot)$ выпукла по y_i, то равновесие Нэша удовлетворяет следующей системе уравнений:

---

1 *Для простоты в настоящем разделе мы не будем акцентировать внимание на постоянных издержках, затратах на предупредительные мероприятия и т.д., считая, что единственной стратегией страхователя является выбор действий, а его ожидаемая полезность, помимо ожидаемых потерь и слагаемых, отражающих взаимодействие со страховщиком, определяется ожидаемой прибылью, которая пропорциональна действию i-го страхователя.*

(3) $p'_{i_{y_i}}(y_*) = g_i / Q_i,\ i \in I.$

Пример 8. Пусть $p_i(y) = \left(\sum_{j \in I} a_{ij} y_j\right)^2 / 2Y$. Обозначим $b_i = g_i Y / Q_i a_{ii},\ i \in I$. Тогда из (3) получаем, что равновесие Нэша определяется как решение системы линейных уравнений

(4) $\sum_{j \in I} a_{ij} y_{*j} = b_i,\ i \in I.$

Предположим, что имеются два страхователя, тогда, выбирая, например, численные значения $Q_1 = Q_2 = 1,\ Y = 100,\ g_1 = 3 / 320,\ g_2 = 21 / 1600$, получаем: $y_{*1} = 1,\ y_{*2} = 2$, что приводит к следующим вероятностям наступления страховых случаев: $p_1(y_*) = 1 / 128,\ p_2(y_*) = 49 / 3200$. •

Пусть нагрузка к нетто-ставке или страховой тариф для каждого страхователя зависит от вектора действий всех страхователей, то есть:

(5) $r_i(y) = \dfrac{x_{0i}(y) + p_i(y)}{1+x} Q_i,\ i \in I,$

(6) $r_i(y) = \dfrac{p_{0i}(y)}{1+x} Q_i,\ i \in I.$

Предположим, что мы хотим разработать механизм страхования, который побуждал бы страхователей выбирать тот же вектор действий, что и в отсутствии страхования[1] - y_* - как равновесие Нэша. Тогда параметры страхового контракта должны, как минимум, удовлетворять следующим условиям:

(7) $x_{0i}(y^*) \le x_i\, p_i(y_*),\ i \in I,$

(8) $p_{0i}(y^*) \le (1 + x_i)\, p_i(y_*),\ i \in I.$

[1] *Мотивационная роль экологического страхования обсуждалась в разделе 2.5.*

Подставляя выражения (5) и (6) в функции ожидаемых полезностей страхователей и дифференцируя по соответствующим действиям[1]

(9) $p'_{i_{y_i}}(y^*) + x'_{0i_{y_i}}(y^*) = (1 + x_i)\, g_i / Q_i$, i Î I,

(10) $p'_{0i_{y_i}}(y^*) = (1 + x_i)\, g_i / Q_i$, i Î I.

<u>Утверждение 7.</u> Использование страховых тарифов или нагрузок, удовлетворяющих следующим условиям:

(11) $x_{oi}(y) = x_i\, p_i(y)$, i Î I,

(12) $p_{0i}(y) = (1 + x_i)\, p_i(y)$, i Î I

исключает моральный риск[2].

Справедливость утверждения 7 обосновывается следующим образом: подставляя (11)-(12) в (9)-(10) и сравнивая с (3), получаем, что $y^* = y_*$.

Следующее утверждение является следствием общих результатов, приведенных в [52].

<u>Утверждение 8.</u> а) При использовании механизма

(13) $x_{0i}(y) = \begin{cases} x_i\, p_i(\, y_i^*, y_{-i}\,), y_i = y_i^* \\ x_0^{max}, \qquad\qquad y_i \neq y_i^* \end{cases}$, i Î I,

где $y^* = y_*$, а $x_0^{max} = \max\limits_{i \in I} \max\limits_{y} x_i\, p_i(y)$, выбор i-ым страхователем действия y_i^* является его доминантной стратегией;

б) При использовании механизма

(14) $x_{0i}(y) = \begin{cases} x_i\, p_i(\, y_i^*, y_{-i}^*\,), y_i = y_i^* \\ x_0^{max}, \qquad\qquad y_i \neq y_i^* \end{cases}$, i Î I,

где $y^* = y_*$, а $x_0^{max} = \max\limits_{i \in I} \max\limits_{y} x_i\, p_i(y)$, вектор y^* является равновесием Нэша игры страхователей;

в) При использовании единой для всех страхователей нагрузки к нетто-ставке $x_0(y)$ или единого страхового тарифа $p_0(y)$ множество

---

[1] *Для обеспечения точки максимума можно потребовать, чтобы страховой тариф или сумма нагрузки и вероятности наступления страхового случая были у каждого страхователя выпуклы по его действию.*

[2] *Использование управлений (11)-(12) при $y = y_*$ удовлетворяет (7)-(8).*

действий страхователей, реализуемых[1] страховщиком не шире, чем при использовании индивидуальных нагрузок или тарифов[2].

Приведем качественное обсуждение результатов утверждения 8. В соответствии с принципом декомпозиции игры управляемых субъектов [52], центр, используя механизм (13), предлагает каждому страхователю назначать значение соответствующей нагрузки исходя только из его собственных действий, независимо от действий других страхователей. Угроза использования в противном случае максимальной нагрузки x_0^{max} (невыгодной ни одному из страхователей) делает страхование выгодным для каждого из них и, более того, делает выгодным выбор действия y_i^* ((7) при этом обеспечивает выгодность страхования по сравнению с равновесными по Нэшу ожидаемыми выигрышами в отсутствии страхования).

Используя механизм (14), центр предлагает каждому страхователю назначать значение соответствующей нагрузки исходя из его собственных действий, предполагая, что остальные страхователи также выбрали рекомендованные центром действия, что приводит к более слабому, чем пункт а), результату – соответствующий вектор действий является уже не равновесием в доминантных стратегиях, а равновесием Нэша.

Пункт в) является следствием доказанной в [52] теоремы о том, что унифицированное управление не более эффективно, чем персонифицированное. Этот результат почти очевиден – так как единые параметры страхового контракта являются частным случаем различных комбинаций параметров, то и эффективность страхования (с точки зрения его мотивационной роли) при этом не выше (кроме того, возможно противоречие с условиями (7)).

---

[1] *Напомним, что реализуемыми данной системой стимулирования называются действия, которые являются равновесными при этой системе стимулирования. Множеством действий, реализуемых центром, называется множество действий, реализуемых всевозможными системами стимулирования из рассматриваемого класса [52].*

[2] *Более того, при единых параметрах страховых контрактов исключение морального риска (см. утверждение 7) возможно не всегда. Чтобы убедиться в этом, достаточно в данных примера 8, выбрав, например, единую нагрузку равной линейной комбинации действий страхователей, получить противоречие с (7).*

Отметим, что для использования механизмов (13) и (14) необходимо, чтобы порядок функционирования был таков, что *индивидуальные действия страхователей становятся известными страховщику до момента внесения страховых взносов* (иначе параметры страхового контракта не могут зависеть от действий страхователей).

В заключение настоящего раздела, следуя общей идеологии исследования механизмов функционирования систем с агрегированием информации [48, 52], рассмотрим модель страхования, в которой страховщик не наблюдает индивидуальные действия страхователей, а имеет лишь информацию об агрегированном результате их деятельности.

Пусть вероятности наступления страховых случаев p_i зависят от агрегированного результата деятельности страхователей $z = G(y)$, наблюдаемого страховщиком и являющегося известной страховщику функцией $G(\cdot)$ их индивидуальных действий.

Страховщик, решая систему уравнений

$$(15)\quad \frac{dp_i(z(y_*))}{dz}\ \frac{\partial G(y_*)}{\partial y_i} = \frac{g_i}{Q_i},\ i \in I,$$

может найти множество $E_N(z)$ равновесных по Нэшу векторов действий страхователей y_* и соответствующий агрегированный результат деятельности z_*. Следующий пример иллюстрирует, что равновесие Нэша в рассматриваемом классе задач существует не всегда.

<u>Пример 9.</u> Пусть $z = \sum_{i \in I} y_i$, $p_i(z) = z^2 / 2\, Y_i$, $i \in I$. Тогда в соответствии с (15) получаем: $\sum_{i \in I} y_{i*} = g_i\, Y_i / Q_i$, $i \in I$, то есть при различных (не полностью совпадающих) страхователях найти равновесие Нэша из системы уравнений (15) невозможно. В подобных ситуациях, быть может, имеет смысл рассчитывать на то, что страхователи выберут одно из эффективных по Парето действий. Однако, множество Парето в задачах экологического страхования, как правило, достаточно «велико»[1], что не позволяет центру однозначно определить реализуемый вектор действий страхователей. •

---

[1] *Одна из возможных содержательных (экологических) интерпретаций такова: существует предельный уровень суммарного воздействия на*

Утверждение 9. Если для любого результата деятельности страхователей существует единственный, приводящий к данному результату, вектор равновесных по Нэшу действий, то при использовании механизма

$$(16)\ x_{0i}(z) = \begin{cases} x_i\, p_i(\, y_i^*, y_{-i}^*\,),\ z = z_* \\ x_0^{max}, \qquad\qquad z \neq z_* \end{cases},\ i \in I,$$

где $y^* = E_N(z_*)$ удовлетворяет (7), а $x_0^{max} = \max\limits_{i \in I}\ \max\limits_{y}\ x_i\, p_i(y)$, вектор y^* является равновесием Нэша игры страхователей.

Справедливость результата утверждения 9 следует из того[1], что, наблюдая только агрегированный результат деятельности, центр может (при условии, что данный результат является однозначным следствием выбора страхователями соответствующего равновесия Нэша) побудить страхователей стремиться достичь именно результата деятельности z_*, обещая при его достижении назначить параметры страховых контрактов, оптимальные при действиях $y_* = E_N(z_*)$.

В заключение настоящего раздела приведем пример, иллюстрирующий возможности использования предложенного подхода к выбору параметров страхового контракта в условиях ненаблюдаемых действий страхователей.

Пример 10. Пусть $z = \sum\limits_{i \in I} (\, y_i\,)^2$, $p_i(z) = z^2 / 4Y_i$, $i \in I$. Тогда в соответствии с (15) получаем: $y_{i*}\, z_* = g_i\, Y_i / Q_i$, $i \in I$. Возводя в квадрат и суммируя по всем страхователям, вычисляем: $z_* = \left(\sum\limits_{i \in I} (\frac{g_i Y_i}{Q_i})^2 \right)^{1/3}$. Тогда имеет место:

окружающую среду со стороны нескольких страхователей. Если каждый из них заинтересован, например, в максимизации собственного объема производства, а воздействие на окружающую среду растет с ростом объема производства, то множество Парето составят все такие вектора объемов выпуска, что суммарное воздействие равно пороговому.

[1] *Качественно, результат утверждения 9, основывается на принципе выявления [49, 106].*

$$y_{i*} = (g_i\, Y_i \,/\, Q_i) \,/ \left(\sum_{i \in I} \left(\frac{g_i Y_i}{Q_i} \right)^2 \right)^{1/3}, \ i \in I,$$

то есть равновесие Нэша существует и единственно. Следовательно, результат утверждения 9 применим для рассматриваемой модели. •

Заключение

Таким образом, в настоящей работе рассмотрены теоретико-игровые и оптимизационные модели механизмов страхования. Проведенное исследование позволило сделать следующие выводы (см. утверждения 1-5):

- Если страхователи одинаково относятся к риску, то эффективность страхования при использовании единого страхового тарифа не выше, чем при использовании единой нагрузки к нетто-ставке.
- Механизмы назначения нагрузки и страхового тарифа на основании сообщений страхователей являются манипулируемыми, причем эффективность их использования соответствует эффективности использования страховщиком принципа максимального гарантированного результата.
- Ожидаемая полезность страховщика менее «чувствительна» к неопределенности относительно отношения страхователей к риску, нежели чем к неопределенности относительно вероятностей наступления страхового случая.
- Потери страховщика, вызванные неполной его информированностью относительно параметров страхователей, одинаковы в случаях назначения единой нагрузки и единого тарифа.
- В случае вероятностной неопределенности ожидаемый выигрыш страховщика при использовании единой нагрузки не ниже, чем при использовании единого страхового тарифа.
- Механизм скидок обладает следующими свойствами:
  а) Суммарный страховой взнос равен страховому фонду центра;
  б) Компенсация осуществляется пропорционально истинным ожидаемым потерям страхователей;
  в) При страховом фонде центра, равном суммарным ожидаемым потерям страхователей, равновесие Нэша соответствует сообщению достоверной информации;
  г) Для любого механизма скидок существует эквивалентный прямой механизм.
- Для того, чтобы страхование оказывало предупредительное и мотивационное воздействие на страхователя, параметры

страхового контракта должны гибким образом зависеть от стратегий, выбираемых последним.

Кроме того, приведены: условия реализации предупредительной и мотивационной роли страхования (утверждение 6); условия на страховые тарифы и нагрузки, исключающие моральный риск (утверждение 7); механизмы выбора параметров страхового контракта, децентрализующие взаимодействие страхователей (утверждение 8); условия, при выполнении которых незнание страховщиком индивидуальных действий страхователей не снижает эффективности страхования.

В заключение остановимся на кратком обсуждении роли страхования (в том числе - экологического) в комплексе экономических механизмов обеспечения безопасности (ЭМОБ). Как отмечалось в первой главе, существуют два основных вида механизмов управления риском. Первый класс механизмов – механизмы, нацеленные на снижение риска возникновения неблагоприятных и чрезвычайных ситуаций, то есть внешние и внутренние экономические механизмы, направленные на снижение уровня риска: стимулирования, налогообложения, квотные, резервирования и другие. Второй класс механизмов – механизмы перераспределения риска (страхования), направленные в первую очередь не на снижение уровня риска, а на снижение отрицательных последствий наступления неблагоприятных событий. Перечисление ЭМОБ приведено в первой главе, подробное их описание – в [56].

Исследование предупредительной и мотивационной роли страхования, проведенное во второй главе настоящей работы, свидетельствует, что страхование может способствовать увеличению отчислений на предупредительные мероприятия и побуждать страхователей к выбору действий, направленных на снижение вероятности наступления страхового случая, ожидаемых потерь и т.д.

Однако, при этом страхование играет опосредованную роль, так как его первичная функция – компенсация ущерба, осуществляемая за счет перераспределения риска. Как демонстрируют результаты исследований различных ЭМОБ (см. [56]), задачи снижения риска эффективно решаются механизмами стимулирования, налогообложения, квотными и другими механизмами.

Поэтому при рассмотрении роли страхования в комплексе ЭМОБ на первый план выступает возможность его комплексного взаимодополняющего использования совместно с механизмами снижения риска. И такая возможность существует – как следует из результатов утверждений 7-9, если некоторый уровень риска уже был достигнут в отсутствии страхования (например, за счет применения других экономических механизмов), то возможна разработка механизма страхования, который не изменял бы стратегии поведения страхователя (включая выбираемые им действия и отчисления на предупредительные мероприятия), но компенсировал бы ущерб в случае неблагоприятных ситуаций.

В качестве перспективных направлений исследований механизмов страхования следует в первую очередь выделить разработку методов описания отношения к риску, позволяющего конструктивно описывать модели страхования в сложных (многоэлементных, динамических и т.д.) системах и теоретико-игровой анализ моделей наиболее распространенных на практике механизмов страхования, что в перспективе позволило бы синтезировать и осуществить практическое комплекса эффективных механизмов страхования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абалкина И.Л. Страхование экологических рисков (из практики США). М.: Инфра-М, 1998. – 88 с.

2. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.

3. Александров А.А. Страхование. М.: Приор, 1999. – 188 с.

4. Аленичев В., Шахов В. Страховое дело России в XX веке // Страховое ревю. 2000. № 5. С. 14 – 17.

5. Алиев Р. Страховое регулирование в США: обзор // Страховое дело. 2000. № 5. С. 18 – 34.

6. Ануфриев И.К., Бурков В.Н., Вилкова Н.И., Рапацкая С.Т. Модели и механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 1994. - 72 с.

7. Атабиев А.Х. Экологическое страхование в обеспечении экологической безопасности региона. М.: Институт проблем рынка РАН, 1998. – 33 с.

8. Атабиев А.Х. Экологическое страхование в управлении природопользованием / Автореферат дисс. на соиск. уч. ст. к.э.н. М.: Институт проблем рынка РАН, 1999. – 24 с.

9. Батадеев В.А. Страхование имущества предприятий и организаций. М.: Финансы и статистика, 1992. – 112 с.

10. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. - 255 с.

11. Бурков В.Н., Горгидзе И.А., Ловецкий С.Е. Прикладные задачи теории графов. Тбилиси: Мецниереба, 1974. - 234 с.

12. Бурков В.Н., Горгидзе И.И., Новиков Д.А., Юсупов Б.С. Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике. М.: ИПУ РАН, 1997. - 59 с.

13. Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. М.: Наука, 1989. - 245 с.

14. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Вероятностная задача стимулирования // Автоматика и Телемеханика. 1993. N 12. С. 125 - 130.

15. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в вероятностных моделях социально-экономических систем // Автоматика и Телемеханика. 1993. № 11. С. 3 - 30.

16. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы функционирования социально-экономических систем с сообщением информации // Автоматика и Телемеханика. 1996. № 3. С. 3 - 25.

17. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981. - 384 с.

18. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997. - 188 с.
19. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Оптимальные механизмы стимулирования в активной системе с вероятностной неопределенностью. Часть 2 // Автоматика и Телемеханика. 1995. № 10. С.121 - 126.
20. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Страхование: оптимизация и перераспределение риска // Инвестиционный эксперт. 1997. № 5. С. 24 - 27.
21. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: Синтег, 1999 – 128 с.
22. Бурроу К. Основы страховой статистики. М.: Анкил, 1996. – 97с.
23. Васильев Г.В., Шипильчева С.А. История страхового дела в России. М.: Пресс-сервис, 1997. – 259 с.
24. Воблый К.Г. Основы экономии страхования. М.: Анкил, 1993. – 228 с.
25. Гвозденко А.А. Основы страхования. М.: Финансы и статистика, 1999. – 300 с.
26. Гербер Х. Математика страхования жизни. М.: Мир, 1995. – 154 с.
27. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976. - 327 с.
28. Грызлова А.А. Компьютеризация страхового дела. М.: ИПУ РАН, 1999. – 24 с.
29. Ефимов С.Л. Организация работы страховой компании: теория, практика, зарубежный опыт. М.: «Антарекс Вэк», 1993. – 94 с.
30. Журавлев Ю.М., Секерш И.Г. Страхование и перестрахование. М.: Финансы и статистика, 1993. - 185 с.
31. Ивашкин Е.И. Взаимное страхование. М.: Российская экономическая академия, 2000. – 87 с.
32. Клоченко Л., Супатаева О., Чопорняк А. Некоторые аспекты страхования экологической ответственности // Страховое дело. 1994. № 3.
33. Кочиева Т.Б., Новиков Д.А. Базовые системы стимулирования. М.: Апостроф, 2000. – 108 с.
34. Кудрявцев А.А. Актуарные модели финансовой устойчивости страховых компаний. СПб.: Институт страхования, 1997. – 62 с.
35. Кузьмицкий А.А., Новиков Д.А. Организационные механизмы управления развитием приоритетных направлений науки и техники. М.: ИПУ РАН, 1993. - 68 с.
36. Куруленко С.С. Научно-практические основы системы экологического страхования / Автореферат дисс. на соиск. уч. ст. к.э.н. СПб: Ун-т экономики и финансов, 1993. – 19 с.

37. Лесных В.В., Шангареева Е.Ю., Владимирова Е.П. и др. Экологическое страхование в газовой промышленности: информационные, методические и модельные аспекты. М.: Наука, 1996. – 138 с.
38. Маленво Э. Лекции по микроэкономическому анализу. М.: Наука, 1985. - 392 с.
39. Мельчаков А.П. Управление безопасностью в строительстве, прогнозирование и страхование рисков аварий зданий и сооружений. Челябинск, 1996. – 187 с.
40. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. М.: Дело, 1998. - 800 с.
41. Моткин Г.А. Основы экологического страхования. М.: Наука, 1996.–191 с.
42. Моткин Г.А. Экономико-страховые основы страхования риска загрязнения окружающей среды // Государство и право. 1994. № 6.
43. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991. - 464 с.
44. Нейман Д., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. - 707 с.
45. Новиков Д.А. Математическое моделирование механизмов страхования в системах управления проектами / Труды международного форума информатизации. М.: 1993. С. 24 - 26.
46. Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в динамических и многоэлементных социально-экономических системах // Автоматика и Телемеханика. 1997. № 6. С. 3 - 26.
47. Новиков Д.А. Механизмы страхования: перераспределение риска и манипулирование информацией // Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. 1997. № 5. С. 44 – 55.
48. Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999. - 150 с.
49. Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: СИНТЕГ, 1999. – 108 с.
50. Новиков Д.А. Стимулирование в вероятностных активных системах: роль неопределенности // Автоматика и Телемеханика. 1997. № 8. С. 168 - 177.
51. Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998. - 216 с.
52. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования многоэлементных организационных систем. М.: ИПУ РАН, 2001. – 184 с.
53. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 2001.–118с.
54. Общества взаимного страхования / Сост. К.Е. Турбина. М.: Анкил, 1994. – 55 с.

55. Положение о государственном страховом надзоре Российской Федерации. Финансовая газета. 1992. № 36.
56. Разработка системы экономических механизмов регулирования, обеспечивающих выполнение требований безопасности населения и снижение риска возникновения чрезвычайных ситуаций и ответственности за нанесенный ущерб в процессе социально-экономического развития страны и отдельных регионов / Отчеты по НИР по проекту 5.2 ФП «Безопасность». М.: ИПУ РАН, 1991 – 2000.
57. Рогозин И.И. История страхования в России. СПб.: Торгово-экономический институт, 1994. – 61 с.
58. Рябикин В.И. Актуарные расчеты. М.: Финстатинформ, 1996. – 87 с.
59. Салин В.Н. Математико-экономическая методология анализа рисковых видов страхования. М.: Финансовая академия, 1997. – 126 с.
60. Сербиновский Б.Ю., Гарькуша В.Н. Страховое дело. Ростов на Дону: Феникс, 2000. – 375 с.
61. Словарь страховых терминов. М.: Финансы и статистика, 1991.
62. Советский энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1988.
63. Степичева Л. О некоторых проблемах развития страхового экологического рынка // Страховое ревю. 2000. № 4. С. 3 – 10.
64. Страхование: то А до Я. М.: ИНФРА М, 1996. – 623 с.
65. Страхование ответственности за причинение вреда при эксплуатации опасных производственных объектов: Сб. документов / СПб.: Госгортехнадзор России, 2000. – 310 с.
66. Страхование: принципы и практика. М.: Финансовая Академия,1998.–414с.
67. Страховое дело / Учебное пособие под ред. Л.И. Рейтмана. М.: РоСТо, 1992. – 524 с.
68. Турлак Е.А. Экологическое страхование в области обращения с радиоактивными отходами. М.: Институт эколого-технологических проблем, 1999. – 183 с.
69. Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. М.: Наука, 2000. – 431 с.
70. Фалин Г.И. Введение в актуарную математику. М.: МГУ, 1994. – 110 с.
71. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978. - 352 с.
72. Фишер С., Дорнбуш Р., Шмалензи Р. Экономика. М.: Дело, 1993.-864с.
73. Хэмптон Д.Д. Финансовое управление в страховых компаниях. М.: Анкил, 1993. – 263 с.
74. Чернощеков А.Л. Оценка экологических рисков и механизм их страхования (на примере предприятий ОАО «Газпром») / Автореферат дисс. на соиск. уч. ст. к. э. н. Екатеринбург, 2000. – 31 с.

75. Шахов В.В. Введение в страхование: экономический аспект. М.: Финансы и статистика, 1992. – 190 с.
76. Экологическое страхование: региональные особенности и международный опыт: Материалы третьего заседания всероссийского семинара «Риск и страхование». Иркутск: Институт систем энергетики РАН, 1998. – 161 с.
77. Юлдашев Р.Т., Тронин Ю.Н. Российское страхование: системный анализ понятий и методология финансового менеджмента. М.: Анкил, 2000. – 447 с.
78. Эренберг Р.Дж., Смит Р.С. Современная экономика труда. Теория и государственная политика. М.: Изд-во МГУ, 1996. - 800 с.
79. Actuarial science / Advances in the statistics science. Vol. 6. Reidel, 1987. – 250 p.
80. Akerlof G., Miyazaki H. The implicit contract theory of unemployment meets the wage bill argument // Rev. of Econ. St. 1980. V. 48. № 1. P. 321-338.
81. Arrow K.J. Essays in the theory of risk-bearing. Amsterdam: North-Holland Publishing company, 1974. - 178 p.
82. Azariadis C. Implicit contracts and underemployment equilibria // Journal of Political Economy. 1975. N 6. P. 1183 - 1202.
83. Baily M. Wages and employment under uncertain demand // Review of Economic Studies. 1974. Vol. 41. N 125. P. 37 - 50.
84. Clifford N., Crawford V.P. Short-term contracting and strategic oil reserves // Rev. of Econ. St. 1987. V. 54. № 1. P. 311 - 323.
85. Cooper R. A note on overemployment / underemployment in labour contracts under assymetric information // Econ. Lett. 1983. V.12. № 1. P. 81 - 87.
86. Danzieger L. On employment, wage and risk sharing in labour contracts // Econ. Lett. 1981. V. 8. № 2. P. 181 - 186.
87. Dasgupta P., Hammond P., Maskin E. On imperfect information and optimal pollution control // Rev. of Econ. St. 1980. V.47. №5. P. 857 - 860.
88. Frank J. The new Keynesian economics: unemployment, search and contracting. Brington: Wheatsheaf books, 1986. - 283 p.
89. Freixas X., Guesnerie R., Tirole J. Planning under incomplete information and the ratchet effect // Rev. of Econ. St. 1985. V. 52. № 169. P. 173 - 191.
90. Fudenberg D., Tirole J. Game theory. Cambridge: MIT Press, 1995. – 579 p.
91. Gale D., Helling M. Incentive-compatible debt contracts: the one-period problem // Rev.of Econ. St. 1985. V. 52. № 3. P. 647 - 663.
92. Gordon D. A neo-classical theory of Keynesian unemployment // Economic Inquiry. 1974. N 12. P. 431 - 459.
93. Grossman S., Hart O. An analysis of the principal-agent problem // Econometrica. 1983. Vol. 51. N 1. P. 7 - 45.
94. Hart O.D., Holmstrom B. Theory of contracts // Advances in economic theory. 5-th world congress. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987. P. 71 - 155.

95. Hart O.D. Optimal labor contracts under asymmetric information: an introduction // Review of Economic Studies. 1983. Vol. 50. N 1. P. 3 - 35.
96. Holmstrom B. Moral hazard and observability // Bell Journal of Economics. 1979. Vol. 10. P. 79 - 91.
97. Holmstrom B. Moral hazard in teams // Bell Journal of Economics. 1982. Vol. 13. P. 324 - 340.
98. Holthausen D.M. A model of incentive regulation // J. of Public Econ. 1979. V.12. № 1. P. 61 - 73.
99. Insurance in industrial societies: economic role, agents and market from 18-th century to today / Proceedings of 10-th International Economic History Congress. Madrid, 1998. 225 p.
100. Insurance, risk management and public policy / Essays in the memeory R.I. Mehr. Norwell: Kluwer, 1994. – 184 p.
101. Kim S. Efficiency of an information system in an agency model // Econometrica. 1995. V.63. № 1. P. 89 – 102.
102. Laffont J.J. Fundamentals of public economics. Cambridge: MIT Press, 1989. – 289 p.
103. Laffont J.J. The economics of uncertainty and information. Cambridge: MIT Press, 1989. – 289 p.
104. Mas-Collel A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995. - 981 p.
105. Mookherjee D. Involuntary unemployment and worker moral hazard // Rev. of Econ. St. 1986. V. 53. № 176. P. 739 - 754.
106. Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991. - 568 p.
107. Perlman R. Labor theory. N.Y.: Wiley, 1969. - 237 p.
108. Pratt J. Risk aversion in the small and in the large // Econometrica. 1964. V. 52. №. 1. P. 122 – 136.
109. Robbins E., Sarath B. Ranking agencies under moral hazard // Economic Theory. 1998. V. 11. № 1. P. 129 – 156.
110. Shavel S. Risk-sharing and incentives in the principal and agent relationship // Bell J. of Econ. 1979. V. 10. № 1. P. 55 - 73.
111. Stiglitz J.E., Weiss A. Credit rationing in markets with imperfect information // Amer. Econ. Rev.1981. № 2. V. 71. P. 393 - 409.
112. Titarenko B. “Robust technology” in risk management // International Journal of Project Management. 1996. Vol. 15. № 1. P. 11 – 14.