АКАДЕМИЯ НАУК СССР

НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

СЕРИЯ «НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА»

основана в 1959 г.

РЕДКОЛЛЕГИЯ СЕРИИ
«НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА»
И ИСТОРИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ
ИНСТИТУТА ИСТОРИИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ АН СССР
ПО РАЗРАБОТКЕ НАУЧНЫХ БИОГРАФИЙ ДЕЯТЕЛЕЙ
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ:

А. Т. Григорьян, В. И. Кузнецов, Б. В. Левшин,
С. Р. Микулинский, Д. В. Ознобишин,
З. К. Соколовская (ученый секретарь), *В. Н. Сокольский,*
Ю. И. Соловьев, А. С. Федоров, (зам. председателя),
И. А. Федосеев (зам. председателя),
А. П. Юшкевич, А. Л. Яншин (председатель),
М. Г. Ярошевский.

Л. Д. Леднева

Павел Осипович СОМОВ

1852—1919

Ответственный редактор
член-корреспондент АН УССР
А. Н. БОГОЛЮБОВ

МОСКВА
«Н А У К А»
1989

ББК 30г
Л 39
УДК 5(092) Сомов «1852/1919»

Рецензенты:
член-корреспондент АН УССР С. Н. КОЖЕВНИКОВ,
доктор физико-математических наук А. Т. ГРИГОРЬЯН

Л $\frac{1401020000201}{054(02)-89}$ 37—89 НПЛ

ISBN 5-02-005890-4 © Издательство «Наука», 1989

От редактора

Советская школа теории машин и механизмов, как об этом неоднократно писал ее создатель и руководитель в течение многих лет академик И. И. Артоболевский, основала свои исследования на классических работах русских ученых. Среди них на одном из первых мест он называл П. О. Сомова.

Говоря о П. О. Сомове, нельзя не вспомнить слова великого русского историка В. О. Ключевского: «В жизни ученого и писателя главные биографические факты — книги, важнейшие события — мысли». П. О. Сомов оставил после себя большое научное наследство, которое до сих пор недостаточно изучено, да и не полностью найдено. Известно, что он написал историю механики: эта рукопись ученого до сих пор не обнаружена. Но, несмотря на это, его опубликованных работ совершенно достаточно для того, чтобы обеспечить П. О. Сомову важное место в истории отечественной и мировой науки. Его вклад в механику машин был весьма существенным: он разработал учение о структуре механизмов, кинематику подобно и коллинеарно изменяемых систем, развил теорию шарнирных механизмов, начал решать задачи синтеза пространственных механизмов. П. О. Сомов многое сделал также по разработке аналитической механики и являлся одним из ведущих ученых в области векторного анализа.

П. О. Сомов был ярким представителем той передовой русской профессуры, которая на рубеже веков значительно продвинула вперед исследования в области теоретического и математического естествознания и теоретических основ техники. Ученик П. Л. Чебышева и сын О. И. Сомова, он в своем научном творчестве смог объединить идеи этих двух так непохожих друг на друга теоретиков и в итоге прийти к важным результатам. Вместе с тем он был очень скромным человеком и старался всегда держаться в тени. По словам известного советского математика академика В. И. Смирнова, которому неоднократно приходилось встречаться по работе с П. О. Сомовым, последний «приходил на лекцию, читал и затем как-то беззвучно „исчезал“ из профессорской». Поэтому автору книги нужно было «найти» Сомова не только как ученого, но и как человека, а это можно было сделать лишь в результате длительных и кропотливых поисков и изучения научного и эпистолярного наследия П. О. Сомова.

Надо было ознакомиться и с теми курсами по математике и механике, которые П. О. Сомов читал в Лесотехническом институте, в Кронштадтском минном офицерском классе, на Высших женских курсах, в Варшавском университете и Варшавском политехническом институте, в Петербургском университете, в Горном институте, в Морской академии. Курсы эти характеризовались практической направленностью и историзмом.

Как и многие другие русские ученые, П. О. Сомов пришел к теории механизмов от математики. Но в годы своего пребывания в Германии он слушал Рело, а анализ Рело оказал определенное влияние на его творчество. Во всяком случае, уже в одной из первых своих работ «О степенях свободы кинематической цепи» он, следуя Рело, вводит понятие кинематической цепи в качестве основного.

Но даже в своих работах механического цикла Сомов продолжает оставаться математиком. Во Франции принято называть математиков «геометрами». Это полностью характеризовало бы П. О. Сомова — он был настоящим геометром.

И еще одно обстоятельство: Сомовы были близки к искусству. Родной брат отца Сомова — А. И. Сомов, тоже математик по образованию, был искусствоведом, а его сын — К. А. Сомов был замечательным художником. Как известно, математическое творчество очень близко к художественному, и многие утверждают, что и сама математика — это род очень глубокого искусства. П. О. Сомов был тоже художником, и его математические построения обладают большой внутренней красотой.

Я считаю, что публикация книги еще об одном замечательном русском ученом, одном из основоположников отечественной науки о машинах, является существенным вкладом в дело изучения творчества наших учителей.

А. Н. Боголюбов

Семейство Сомовых

Куликовская битва, принесшая Руси освобождение от владычества Золотой Орды, произошла 8 сентября 1380 г. Дмитрий Донской разбил войска Мамая, но и сам потерял значительную часть своего войска. Спор с татарами за владычество еще не окончился, и Москве неоднократно и после Куликова поля приходилось встречаться с войсками Орды, но чаша весов явно начала клониться в сторону Москвы. Характерно, что с этого времени начинается переход татарских князей и дворян на русскую службу. Среди них были и предки замечательных русских математиков. В Москву переехал предок Чебышевых, а в 1389 г. к сыну Дмитрия Донского — Василию Дмитриевичу, Великому князю Московскому, поступил на службу мирза Орслан. Он крестился, принял имя Прокофия, был награжден поместьями, и потомки его влились в число «лучшего московского дворянства». Собственно, родоначальником Сомовых стал внук Прокофия, Андрей Львович, по прозвищу Сом. Потомки Сома, Сомовы, отбывали службу в разных углах Московского государства, были они воеводами, сидели и в Думе. Трое Сомовых погибло в Смутное время в борьбе с поляками. Постепенно род разросся.

Иван Осипович Сомов (1778—1819), один из отдаленных потомков мирзы Орслана, окончил в 1797 г. Морской кадетский корпус и служил четыре года во флоте. Выйдя в отставку в чине капитана, он поселился в одном из своих родовых имений. Человек он был богатый, владел 14 имениями, но за неполные два десятка лет почти совсем разорился. Он был женат на Таисии Петровне Телегиной, которой и пришлось после смерти мужа воспитывать детей (а их было 14). Она была скромной и обаятельной женщиной, дети любили ее, и в ее семье всегда царили дружба и взаимная любовь [76]. Для нашего дальнейшего повествования интерес представляют судьбы двух братьев Сомовых: старшего брата Осипа Ивановича и младшего — Андрея Ивановича, а также их потомство. Именно эти две ветви рода Сомовых оставили в истории отечественной науки и культуры значительный след.

Осип и Андрей родились в родовом имении отца в с. Отрада Клинского уезда Московской области. Родившийся в 1815 г., Осип подготовительное образование получил дома, затем окончил курс Московской гимназии и поступил в 1832 г. на физико-математический факультет Московского универстета. Здесь на первых двух курсах он учился у П. С. Щепкина, который вел дифференциальное и интегральное исчисление, у Н. В. Коцаурова, читавшего аналитическую геометрию и некоторые главы алгебры у Л. Н. Погорельского. В 1834 г. в университет пришли Д. С. Зернов и Н. Д. Брашман, у которых Сомов прослушал курс математического анализа и теоретическую механику. Астрономию он слушал у Д. М. Перевощикова.

В 1835 г. О. И. Сомов окончил университет со степенью кандидата и начал работать над сочинением «Теория определенных алгебраических уравнений высших степеней», которое и было издано в 1838 г. Сразу же после этой публикации он по совету Брашмана занялся магистерской диссертацией («Об интегралах алгебраических иррациональных дифференциалов»), которую защитил в 1841 г., сдав предварительно магистерские экзамены, и получил возможность преподавать в университете.

Диссертация не содержала новых исследований, но она была грамотной компиляцией, построенной на глубоком изучении математической литературы. Она включала начала теории эллиптических функций (над теорией которых работали в то время). Нужно отметить, что за первую свою работу О. И. Сомов получил от Академии наук Демидовскую премию, которая пришлась ему весьма кстати: в эти годы он женился на Прасковье Ростиславовне Голубицкой и ему пришлось искать пути заработка для поддержания семьи. Вскоре он поступил учителем математики в Московское коммерческое училище и в Дворянский институт.

В 1840 г. в связи с плохим здоровьем ушел в отставку адъюнкт Петербургского университета Ф. В. Чижов, читавший математику на первом курсе. На освободившуюся вакансию было подано три заявления: адъюнкта А. Н. Тихомандрицкого (1810—1888) из Киевского университета (ученик М. В. Остроградского), адъюнкта И. Д. Соколова (1812—1873) из Харьковского университета и преподавателя О. И. Сомова. Рассмотрев работы кандидатов на должность, факультет признал достойнейшим О. И. Сомова. Представление кандидатуры Сомова сделал проф. А. И. Савич (1810—1883), занимавший тогда кафедру астрономии и высшей геодезии в университете, впоследствии (с 1862 г.) академик. Сам он лично Сомова не знал и судил о нем исключительно по его работам. Так Сомов попал в Петербургский университет, с которым и была связана вся его дальнейшая жизнь. Не лишено интереса то обстоятельство, что он стал одним из трех профессоров-механиков (Д. С. Чижов, О. И. Сомов, Д. К. Бобылев), занимавших поочередно кафедру механики на протяжении ста лет с 1819 по 1919 г.

О. И. Сомов
1847 г.

С самого начала своей службы в университете Сомов вел почти все математические курсы (за исключением теории вероятностей и теории чисел). Теоретическую механику он начал читать с 1864 г.

В 1846 г. адъюнкт Сомов представил к защите диссертацию «Аналитическая теория волнообразного движения эфира», за которую позднее получил от Академии наук вторую Демидовскую премию. В ноябре того же 1846 г. он подал прошение о допущении его к экзаменам на степень доктора. Экзамены, состоявшиеся 4 декабря 1846 г., включали четыре словесных вопроса по чистой и прикладной математике. 12 декабря ему были заданы три вопроса по астрономии и геодезии, и наконец, он письменно ответил на несколько вопросов из области анализа и механики. Ответы Сомова математическое отделение философского отделения признало удовлетворительными. «В заключение своего испытания адъюнкт Сомов защищал публично 11 июня 1847 г. свою диссертацию: о распространении световых волн в срединах, не имеющих двойного преломления. При сем были оппонентами: декан отделения ординарный профессор Ленц, ординарные профессора Буняковский и Савич и экстраординарный профессор Анкудович. Ответы Сомова на сделанные ему возражения найдены отделением совершенно удовлетворительными, по сему второе отделение филологического факультета объявило г. Сомова достойным ученой степени доктора» [116, д. 4737, л. 57—58].

После присуждения ему степени доктора математики и астрономии О. И. Сомов был избран экстраординарным профессором. В 1850 г. Сомов опубликовал «Основания теории эллиптических функций», за что был в третий раз награжден Демидовской премией.

Демидовские премии были установлены за счет капитала, «пожертвованного Н. П. Демидовым на срок с 1831 по 1865 г. на устроение ежегодных премий по 1420 руб. ассигнациями (около 400 руб. золотом) авторам отличнейших сочинений из всех областей наук, которыми обогатится русская литература». Эти премии принесли несомненную пользу развитию отечественной науки: лично Сомову они позволили оставить дополнительные занятия и посвятить свое время науке. К тому же в 1856 г. он был избран ординарным профессором.

Кроме забот о семье, на Сомове лежала обязанность помогать младшему брату. Андрей Иванович Сомов окончил Петербургскую ларинскую гимназию и университет по физико-математическому факультету. Еще на гимназической парте он пристрастился к рисованию, посещал рисовальную школу, а затем учился рисованию и живописи у академика Г. Я. Будковского. В 1854 г., после окончания университета, он начал преподавать математику в частных домах и в пансионате Г. Эмме. Одновременно, с 1855 по 1859 г., он преподавал физику в Горном институте и в 1858—1859 гг.— в офицерских классах Морского кадетского корпуса. Тогда же он стал заниматься литературным трудом: с 1859 по 1862 г. А. И. Сомов печатал в «Журнале министерства путей сообщения» свой перевод с итальянского «Разговоров и доказательств относительно законов движения Галилея», но не закончил, так как увлекся искусствоведением. Он неоднократно ездил за границу, посещал там музеи и выставки. С 1857 г. А. И. Сомов выступает в ряде периодических изданий со статьями художественно-исторического и художественно-критического содержания, а в 1859 г. публикует описание картинной галереи Эрмитажа — первое популярное руководство по этому знаменитому собранию, предназначенное для широкой публики.

В смене увлечений А. И. Сомова нет ничего удивительного. В сущности, обе эти области культуры не так уж далеки друг от друга. На протяжении всей истории человечества все отрасли искусства неоднократно пользовались математикой как важнейшим аппаратом. Достаточно вспомнить «золотое сечение» и его применение в зодчестве, ортогональное проектирование, зачатки которого можно найти даже в месопотамских документах, в музыке, которая с античных времен числилась «по математике», и многое другое. Одна из отраслей математики — геометрия оказалась в тесной связи с искусством. Можно утверждать с большой долей истины, что геометрия многое приобрела от искусства и равно повлияла на развитие последнего. Действительно, основной задачей живописного изображения является отображение трехмерного пространства на двухмерную плоскость. Эта основная задача влечет за собой целый ряд сложнейших геометрических построений. Начертательная и проективная геометрия были созданы в результате творчества Ж. Дезарга, Г. Монжа, Ж. В. Понселе, однако всеми тайнами этого «искусства» владели до них живописцы, а некоторые, как, например, Леонардо да Винчи, Альбрехт Дюрер, ясно осознавали математику своих построений и находили законы, следуя которым надо было заполнять плоскость картины. В своей интересной книге Шарль Було пытается восстановить эту «секретную геометрию» художников [85].

Таким образом, и две ветви рода Сомовых, которые, казалось, далеко ушли друг от друга, на самом деле развивались в одном направлении. Ниже будет показано, что структурные построения П. О. Сомова были обусловлены присущей его творчеству художественной направленностью.

Но вернемся к А. И. Сомову. С 1863 по 1886 г. он служил управляющим канцелярией Академии наук, принимал участие в издании академических «Записок» и занимался переводческой деятельностью. В 1891 г. Академия художеств избрала его почетным вольным общинником. По поручению Академии художеств он привел в порядок ее картинную галерею (1872—1874 гг.) и составил ее каталог в трех частях (1872—1876 гг.). В 1878 г. А. И. Сомов был командирован на

Петербургский университет, вторая половина XIX в.

Всемирную выставку в Париж в качестве комиссара русского художественного отдела и члена международного жюри. В 1879—1889 г. он состоял профессором Петербургских высших женских курсов, где читал лекции по истории изящных искусств. В 1886 г. он занял должность старшего хранителя Эрмитажа по отделению картин, гравюр и оригинальных рисунков. К тому времени относится составленный и изданный им в 1889—1895 гг. подробный каталог картинной галереи Эрмитажа в трех томах, а также ряд монографий об отечественных и зарубежных живописцах, в том числе о Карле Брюллове (1899 г.).

19 ноября 1869 г. у Андрея Ивановича Сомова и его жены Надежды Константиновны (Лобановой) родился второй сын, Константин, которому суждено было стать известным художником. Отец — искусствовед и мать — пианистка несомненно повлияли на развитие таланта Константина: он начал рисовать с трехлетнего возраста. Мальчик уже с детства попал в среду, связанную с искусством. В частной гимназии Мея, куда К. Сомов поступил в 1879 г., он подружился со своим одноклассником Александром Бенуа, впоследствии художником и искусствоведом. Другим одноклассником Константина Сомова был Дмитрий Философов. С 1888 по 1897 г. Сомов учился в Академии художеств. Тогда же он познакомился с Львом Бакстом и двоюродным братом Философова — Сергеем Дягилевым, впоследствии замечательным театральным деятелем и пропагандистом русской культуры за рубежом. В 1898 г. Дягилев вместе с группой художников организовал сообщество близких по духу художников «Мир искусства», сыгравшее важную роль в развитии русской живописи. Одним из самых ярких «мироискусников» стал Константин Сомов. Как известно, большим увлечением Сомова был XVIII в. Не останавливаясь на искусствоведческой оценке его работ, отметим только, что к прошлому он подходил как строгий аналитик и историк: можно сказать, что его «восстановления» XVIII в. безукоризненны.

Мы коснулись истории младшей ветви семьи Сомовых, чтобы попытаться лучше понять развитие старшей, в особенности ее главного представителя П. О. Сомова — фигуру во многом противоречивую. Подобно своему двоюродному брату, он — аналитик: его увлекают структурные построения, он работает «на стыке» геометрии и механики, его очень интересует история (о чем будет сказано позже). В то же время его вклад в становление русской науки о машинах — механики машин во многом (как это неоднократно отмечал И. И. Артоболевский) является основополагающим.

У Осипа Ивановича Сомова и его жены Прасковьи Ростиславовны было шестеро детей. Трое из них умерли в детстве; в живых осталась дочь Надежда (1840) и сыновья Иван (1842) и Павел (1852). Семья Сомовых принадлежала к старому землевладельческому дворянству, но уже основательно разорившемуся, поэтому Осип Иванович, как и его брат, был вынужден рассчитывать исключительно па свои силы. Поэтому он постоянно преподавал одновременно в нескольких учебных заведениях, тем более что ему приходилось не только содержать свою семью, но и помогать матери и неимущим родственникам. Кроме того, по доброте своего характера он не мог никому отказать в помощи и зачастую помогал молодым людям, приехавшим в Петербург для получения образования. О. И. Сомов был добрым и искренним человеком, и эти свойства его характера передались и его детям. В семье Сомовых всегда царила дружба, взаимная любовь и уважение, их дом отличался особенным гостеприимством. У них часто бывали П. Л. Чебышев, В. Я. Буняковский, историк М. М. Стасюлевич и другие профессора университета [76].

Друзья любили Осипа Ивановича. «В высшей степени скромный и приветливо обходительный,— писал В. Я. Буняковский,— он был вместе с тем непоколебим, когда речь шла об убеждениях, внушаемых ему совестью и чувством долга». Поэтому, когда в 40—60-х годах правительство Николая I применило полицейские репрессии против демократических порядков в университете, О. И. Сомов встал на сторону студентов.

Его старший сын, Иван Осипович, был, по отзывам современников, очень способным и талантливым человеком. Он был математиком и музыкантом, увлекался живописью, сотрудничал в журналах, писал стихи. По окончании Института корпуса инженеров путей сообщения (1863 г.) он служил на железных дорогах, был управляющим Либаво-Роменской, а затем Закавказской железной дороги. Его дочери, Валентина и Нина, стали революционерками.

Павел Осипович Сомов родился 25 июня 1852 г. в

Петербурге. Он получил дома прекрасную подготовку под руководством отца и был принят в известную в то время частную гимназию Мея. Курс в этой гимназии был таким же, как и в правительственных классических гимназиях, но Мей подобрал очень хороший педагогический коллектив, и преподаватели старались в процессе обучения выявить склонности учеников и своевременно направить их по нужному пути. Павел Сомов уже в гимназические годы проявил большие способности к математике, которая стала его любимым предметом. Поэтому по окончании гимназии в 1869 г. он поступил на математическое отделение физико-математического факультета Петербургского университета.

Петербургский университет был основан в 1819 г. Развивался он в трудных условиях: число студентов не достигало и сотни, кафедры были не заполнены, преподавателей не хватало. Лучше других было поставлено преподавание на математическом отделении физико-математического факультета. Почти все математические курсы здесь читал В. А. Анкудович с помощью своих учеников. Его специальностью была баллистика, и особенное внимание он обращал на прикладные вопросы.

Математическая жизнь в Петербурге оживилась с прибытием в Петербург М. В. Остроградского. Правда, в университете он не преподавал, но влияние его очень быстро сказалось и на учебных планах, и на содержании предметов математического цикла, причем не только в Петербурге, но и в других городах России. Благодаря своей интенсивной педагогической деятельности он создал в России мощную школу прикладной механики.

В 1839 г. в Петербургский университет пришел А. Н. Савич (1810—1883). Он окончил Харьковский университет и профессорский институт при Дерптском университете, занимался астрономией и высшей геодезией. Кроме этих предметов, он в разные годы читал также математический анализ и приложение теории вероятностей к вычислению наблюдений. В 1862 г. он был избран в Петербургскую академию наук. Он был прекрасным педагогом и крупным ученым. В университете он устроил астрономическую обсерваторию.

Значительно усилился педагогический состав физико-математического факультета в 40-х годах. Как уже говорилось, в 1841 г. в университет пришел О. И. Сомов, в 1847 г.— П. Л. Чебышев, также выпускник Московского университета, а годом раньше — академик В. Я. Буняковский, ученик Коши по Парижскому университету. Таким образом, к началу 50-х годов XIX в. Петербургский университет по части математики стал одним из самых мощных центров европейского значения. Особенного развития здесь достигли астрономия, теоретическая и прикладная механика, теория вероятностей, теория чисел, математический анализ. Можно сказать, что под влиянием Остроградского прикладные науки получают в Петербургском университете превалирующее значение.

Во второй половине XIX в. заметно усиливаются связи русских ученых с представителями французской науки. В 1860 г. членом-корреспондентом Парижской академии наук был избран П. Л. Чебышев. С 1831 г. почетным членом Петербургской академии наук состоял О. Коши, в 1857 г. ее членом-корреспондентом стал Ж. В. Понселе, в 1826 г. она избрала своим почетным членом С. Д. Пуассона. В эти годы П. Л. Чебышев устанавливает контакты с английскими учеными, особенно в ходе научных командировок. В Англии он интересуется не только математикой, но и практической механикой, причем последней непосредственно на британских заводах. В дальнейшем процесс сближения русских и зарубежных ученых постоянно возрастал.

Таким образом, П. О. Сомов пришел в Петербургский университет в блестящий период его существования. Достаточно сказать, что, кроме лекций названных выше ученых, он слушал аналитическую геометрию и высшую алгебру у А. Н. Коркина, физику у Э. Ленца, химию у Д. И. Менделеева. Но несомненно, что особенное влияние на него оказали его отец и П. Л. Чебышев.

Чебышев был частым гостем у Сомовых. Между обоими учеными была большая дружба, и свои университетские курсы О. И. Сомов постепенно передавал Чебышеву.

Как известно, Чебышев всегда настаивал на необходимости тесной связи между теорией и практикой. Занимаясь теорией механизмов, он построил много разнообразных шарнирных механизмов, в результате чего пришел к очень существенным выводам как в области теории механизмов, так и в области математики. Его теория приближения функций полиномами, наименее уклоняющимися от нуля, является классическим примером «экспериментальной математики» — новой математической теории, полученной в результате целой серии экспериментов. Интересно, что у Чебышева практические «выходы» происходили как в математику, так и в прикладную механику. В своей педагогической деятельности Чебышев особенно подробно останавливался на принципиальной сущности излагаемого вопроса, указывал на значение и возможности тех или иных методов, его лекции отличались живым и увлекательным изложением. От студентов он требовал ясности и сжатости в изложении, верности оценки приемов при решении поставленной задачи, способности к самостоятельным заключениям.

Иной была педагогическая методика О. И. Сомова. Начиная лекцию, он излагал свои соображения о значении того или иного предмета и давал перспективу курса, считая, что студенты должны с самого начала иметь представление о той дисциплине, к изучению которой они приступают. Сомов постоянно указывал на связь излагаемых им математических теорий с физикой, с механикой, а также с техникой, он рассматривал и некоторые прикладные вопросы. Таким образом, обоих ученых роднило убеждение в необходимости связи теории с практикой, и в этом, несомненно, чувствовалось влияние М. В. Остроградского.

Павел Осипович Сомов, общаясь с отцом и П. Л. Чебышевым, не только приобрел серьезные познания в области математики и механики, но и был постоянно в курсе самых последних достижений научных исследований в различных направлениях этих наук. Он уже в молодые годы мог ориентироваться в самом широком диапазоне этих исследований. Об этом свидетельствуют результаты его университетских работ. Еще в студенческую пору начиная с 1871 г. он ездил с отцом в Германию, где много времени отдал занятиям в библиотеках. В 1873 г. П. О. Сомов окончил университет со степенью кандидата математических наук и в 1874 г. вновь поехал в Германию: в Берлинском университете он слушал математическую физику и механику, а в Шарлоттенбурге, в Высшем техническом училище,— лекции Рело.

Педагогическая деятельность Павла Осиповича начинается сразу же по возвращении из Германии. Некоторое время он читает математику в Петербургском сельскохозяйственном институте, одновременно, в том же 1874 г., начинает свои лекции по математике и механике в Лесном институте, где и работает до 1887 г.

Подготовка специалистов по лесному хозяйству в России началась в 1803 г., когда в Царском Селе была открыта Лесная школа. В 1808 г. в Петербурге, на Елагинском острове, граф А. Г. Орлов основал частный Лесной институт. В 1811 г. к институту была присоединена Царскосельская лесная школа, и он стал называться Форстинститутом. В 1829 г. старое название было восстановлено, в 1830 г. Лесной институт перевели в пригородное в то время местечко, которое с той поры стали именовать Лесным.

На протяжении почти полустолетия Лесной институт являлся средним учебным заведением, и лишь в 1848 г., когда в нем были ликвидированы младшие классы, он был преобразован в высшее учебное заведение с трехлетним курсом обучения. Следующее преобразование относится к 1863 г., когда в Петербурге была учреждена Лесная академия, в которую принимались лица, имевшие среднее или высшее образование. В том же году в здании бывшего Лесного института расположился Земледельческий институт, в 1865 г. Лесная академия закрылась, а в 1880 г. Земледельческий институт вновь стал Лесным, с четырехлетним сроком обучения. В число обязательных дисциплин входили чистая и прикладная математика; под последней в XIX в. обычно понималась механика.

Поначалу П. О. Сомов читал в институте лекции на правах приват-доцента: штатное место доцента он получил лишь в 1880 г. Здесь он разрабатывает программы по математике, издает литографированные курсы лекций: «Аналитическая геометрия», «Основания анализа бесконечно малых величин», «Аналитическая геометрия трех измерений». С 1882 по 1884 г. П. О. Сомов также секретарь Совета института.

В 1877 г. П. О. Сомов начал читать общий курс математики также в Минном офицерском классе. Этот класс, подчинявшийся морскому ведомству и имевший права высшего учебного заведения, был основан в 1874 г. и находился в Кронштадте. Его слушатели — флотские офицеры, инженер-механики и корабельные инженеры, прослужившие во флоте не менее трех лет, сдав вступительные экзамены по математике и физике, в течение одного года обучались теории и практике минного дела. В числе теоретических предметов были математика, физика, химия и электротехника. Курс, который читал Сомов, содержал некоторые разделы высшей математики, необходимые для понимания электротехники и специальных курсов минного дела (в частности, курса самодвижущихся мин).

Несколько позже, в 1881 г., П. О. Сомов начал педагогическую деятельность на Петербургских высших женских курсах. Эти курсы, более известные как Бестужевские, по имени их первого директора, профессора истории, академика К. Н. Бестужева-Рюмина (1829—1897), были открыты 20 сентября 1878 г. и включили три отделения — словесно-историческое, физико-математическое и специально-математическое. Курсы вели профессора и преподаватели университета, и по существу слушательницы получали университетское образование. К тому времени, когда П. О. Сомов начал читать лекции на курсах, число слушательниц на них уже превысило 1000 человек. В 1884 г. на 10-й линии Васильевского острова началось строительство собственного здания курсов; учебный год (1885/1886) был начат уже в новом здании (в котором затем много лет размещался математико-механический факультет ЛГУ).

Однако царское правительство относилось к женскому образованию с большим недоброжелательством. В мае 1886 г. были фактически прикрыты Высшие женские курсы, действовавшие в ряде городов России, а в конце года прекращен прием слушательниц и на Бестужевские курсы. Правда, 10 января 1889 г., за несколько месяцев до выпускных экзаменов последнего потока слушательниц, Комитет общества доставления средств Высшим женским курсам обратился с просьбой разрешить новый набор. В итоге в 1889 г. после трехлетнего перерыва были приняты лишь 144 слушательницы. Постепенно это количество увеличивалось, и к 1902/1903 г. на курсах учились уже 1154 слушательницы.

Преподавание математических предметов на курсах обусловливалось положением дел в среднем женском образовании в России: в женских гимназиях в отличие от мужских программа преподавания математики была облегченная, поэтому на женских курсах на физико-математическом и специально-математическом отделениях алгебра, геометрия и тригонометрия в первый год изучались в объеме программы мужской гимназии.

В 1879 г. начиная со второго курса были введены лекции по аналитической геометрии, математическому анализу, высшей алгебре, теории чисел и теоретической механике. Математику читали приват-доценты университета К. А. Поссе и Н. И. Билибин, а механику — приват-доцент П. О. Сомов.

В 1885 г. П. О. Сомов получил степень магистра прикладной математики, защитив в Петербургском университете магистерскую диссертацию «Кинематика подобно-изменяемой системы двух измерений». Его официальными оппонентами были профессора Петербургского университета Д. К. Бобылев и Н. С. Будаев; последний был также профессором Михайловской артиллерийской академии. Как видим, к оценке диссертации П. О. Сомова были привлечены два крупнейших петербургских механика.

Темой магистерской диссертации Павла Осиповича была кинематика изменяемых систем. Интерес к ним возник в последней трети XIX в. по двум причинам. Во-первых, к теории изменяемых систем приводили некоторые задачи теории упругости, а во-вторых, у нее оказались принципиальные области подобия с кинематикой механизмов. Еще Л. Бурместер доказал, что неизменяемую систему можно рассматривать как частный случай изменяемой, а следовательно, из последней можно получить все свойства кинематики неизменяемых систем.

Проблемы кинематики изменяемых систем интересовали многих ученых. Среди них можно назвать М. Шаля, Т. Шенемана, И. Петерсона, А. Дюрана, И. Гайзенхаймера и в особенности Л. Бурместера. Эти ученые выяснили почти все основные положения кинематики подобно-изменяемой системы двух измерений. Однако все задачи решались фрагментарно, результаты их не были собраны вместе, кроме того, за исключением Дюрана все ученые пользовались только геометрическими методами исследования.

Л. Бурместер, занимаясь исследованием движения подобно-изменяемых, а также однородно- и коллинеарно-изменяемых систем, указал на то, что все свойства движения неизменяемого тела могут быть получены как следствие свойств движения изменяемых систем. Эта теорема была им доказана.

П. О. Сомов в своей диссертации [6] дал систематическое изложение кинематики подобно-изменяемой системы двух измерений, с помощью аналитических методов исследования обобщил результаты предшественников, получил новые результаты, которые затем использовал в кинематике плоских шарнирных механизмов (1900 г.). После чего в 1891 г. П. О. Сомов [15] вывел аналогичные результаты и в отношении кинематики коллинеарно-изменяемых систем, но формулы оказались громоздкими, не хватало наглядности, чтобы сделать какие-то выводы, приложения. Во избежание этого нужно было создать новый математический аппарат, найти новые методы исследования, к которым в конечном счете П. О. Сомов и пришел. Подробный анализ этих работ Сомова будет дан в этой книге, но прежде отметим, что почти одновременно под влиянием П. Л. Чебышева и Ф. Рело П. О. Сомов начал заниматься и вопросами структуры механизмов.

Общая теория структуры механизмов

Проблемы дальнейшего развития кинематики изменяемых систем пересекались с задачами, которые пытались решить механики и машиноведы XIX в. в области теории механизмов — создание общей теории кинематики и синтеза плоских шарнирных механизмов, теории пространственных механизмов, и в первую очередь общей теории структуры плоских и пространственных механизмов. Было совершенно ясно, что машиностроение движется в сторону все большего применения пространственных механизмов, но, чтобы перейти к решению этой задачи, надо было прежде всего понять сущность самого механизма, найти общие методы кинематики и синтеза. Над этими задачами безуспешно трудились ученые на протяжении XIX в., начиная от Г. Монжа, Ж. Н. Ашетта, Х. М. Ланца и А. Бетанкура. В 50-х годах XIX в. П. Л. Чебышев в результате своих экспериментальных исследований расширил теорию плоских шарнирных механизмов, нашел аналитический приближенный метод их синтеза и составил уравнение, выражающее условие существования плоского шарнирного механизма, впоследствии развитое М. Грюблером. И это было все. В последней трети века крупнейший немецкий машиновед и машиностроитель Рело в своей «Теоретической кинематике», изданной в 1875 г., пытался дать общую теорию механизмов. Он ввел понятия кинематической пары, кинематической цепи, выяснил сущность механизма как замкнутой кинематической цепи с одним закрепленным звеном. Все это он проделал, принимая во внимание общий случай пространственного движения, но практически не выходя за пределы плоского движения. Существенным было также то, что Рело не владел математическим аппаратом.

М. Шаль, З. Аронгольд и А. Маннгейм разработали геометрический аппарат кинематики механизмов. Маннгейм также создал новую отрасль геометрии — кинематическую геометрию. Л. Бурместер, продолжая развитие этих идей, опубликовал первый том своего трактата «Кинематика». Он собирался издать второй том, посвященный пространственному движению, но осилить эту проблему не сумел. Не смог он понять и оценить значение чебышевской теории функций, наименее уклоняющихся от нуля, и воспользоваться ею для синтеза шарнирных механизмов. Это сделали в дальнейшем отечественные ученые.

П. Л. Чебышев заинтересовался вопросом приближенного воспроизведения прямой линии несомненно под влиянием работ Дж. Уатта. В начале XIX в. в связи с быстрым увеличением количества паровых машин в промышленности все большее применение находили параллелограммы Уатта. Однако этот процесс тормозился по двум причинам: во-первых, Уатт не оставил правила, которым он воспользовался при построении своего механизма, во-вторых, недостаточная точность приближения к прямолинейному движению в его расчетах отражалась на долговечности машин. П. Л. Чебышев, поставив задачу воспроизведения прямой линии в самом общем виде, сразу приступил к выяснению соответствующих условий. Так как он занимался плоскими шарнирными механизмами, то естественно, что и его поиски прежде всего свелись к отысканию условий существования плоских механизмов.

В 1861 г., а затем в 1868 г. П. Л. Чебышев предложил два механизма, дающие более точное преобразование кругового движения в прямолинейное, с описанием их синтеза. В 1869 г. он решил задачу об образовании подобных механизмов, получающихся из четырехзвенника путем присоединения к нему новых звеньев [82]. Для выяснения возможности построения из кинематических цепей таких механизмов П. Л. Чебышев использовал выведенное им соотношение

$$3m-2(n+v)=1,$$

где m — число подвижных звеньев цепи, а n и v — соответственно число подвижных и неподвижных шарниров. В итоге была найдена первая структурная формула существования плоских шарнирных механизмов.

П. Л. Чебышев предложил рассматривать механизмы, известные под названием «параллелограммов», как «системы прямых линий, двигающихся в одной плоскости и связанных между собой шарнирами» [82, с. 17]. Обозначив через m число линий, составляющих параллелограмм, через n — число шарниров, связывающих эти линии по две, а v — число точек прикрепления системы к плоскости, П. Л. Чебышев далее фактически определяет число степеней свободы системы и устанавливает требование о превращении ее в механизм. «На плоскости место каждой из m-линий...— писал он,— определяется тремя величинами (за которые, например, можно взять две координаты одного из концов линии и наклонение ее к оси абсцисс)» [Там же]. Так как каждый шарнир предполагает равенство координат двух точек, принадлежащих двум линиям, а каждая точка прикрепления линии к плоскости задается координатами, то шарнир и точка прикрепления дают по два уравнения между величинами, определяющими положение рассматриваемой системы. Место всех точек в системе определяется m-величинами, связанными между собой $2(n+v)$ уравнениями. Число независимых переменных (т. е. число степеней свободы системы) будет равно $3m-2(n+v)$, и оно «должно равняться единице для того, чтобы точки рассматриваемой системы могли двигаться только по определенным траекториям, как это имеет место в параллелограмме». Характерно, что у П. Л. Чебышева впервые кинематическая пара рассматривается как математическая связь и отмечается различный вид уравнений связи для подвижных и неподвижных шарниров.

Работы П. Л. Чебышева оказали влияние на дальнейшие исследования в области теории структуры и синтеза механизмов. Более того, поставленная ученым проблема определения подвижности механизма намного опередила свое время.

Определенная база для создания теории структуры механизмов, в частности оценки правильности структуры кинематических цепей, была создана учеными, решавшими задачи строительной механики. Так, в «Графической статике» (1874) М. Леви нашел связь между числом стержней и шарниров статически определимых ферм, т. е. кинематических цепей с нулевой степенью подвижности.

В том же году О. Мор вывел критерий жесткости статически определимых ферм, исследуя их деформации. При этом он подсчитывал число степеней свободы, хотя явно об этом не говорил. Исследуя деформации сложных ферм, Мор предложил удалить стержень из фермы и таким образом превратить ее в механизм [106].

Интересно, что эти же результаты, но в несколько другой формулировке получены и Ф. Мебиусом [107]. У него также выведено условие неподвижности фермы в пространстве в виде $3e-k$, где e — число вершин многогранника, k — число его ребер.

Таким образом, исследования в области структуры ферм вплотную подводили к теории механизмов.

С 1871 г. появляются статьи Ф. Рело по кинематике машин, которые завершаются в 1875 г. его известным трудом «Кинематика» [109]. Выделив структурный элемент машины — кинематическую пару и определив механизм как десмодромную цепь, т. е. замкнутую кинематическую цепь принужденного движения, одно из звеньев которой закреплено неподвижно, Рело одновременно открыл путь к синтезу механизмов и дал возможность решать задачи о механизмах методами кинематической геометрии. Поэтому ряд немецких ученых, развивая идеи Рело, пытались найти методы структурного синтеза механизмов. Однако при этом они столкнулись с рядом трудностей: некоторые кинематические цепи, предложенные в качестве механизмов, «иногда не могли ими быть или из-за неопределенности движения членов цепи, или вследствие их неподвижности». Таким образом, возникла острая необходимость в обобщении структурной формулы Чебышева.

В 1876 г. Т. Риттерхаус пытался исследовать структуру некоторых пространственных кинематических цепей и их подвижность методами кинематической геометрии, но ему не удалось найти законы их образования.

В 1880 г. Л. Бурместер при исследовании мгновенного движения плоских кинематических цепей решил задачу о нахождении полюсов вращения и фактически выяснил ее тождественность с задачей установления правильности структуры механизмов [91]. Однако этот путь был неудобен для определения правильности структуры механизмов и поэтому не получил дальнейшего развития, но работы Бурместера, как и Чебышева, послужили толчком к дальнейшим исследованиям в этой области.

В 1883 г. Ф. Грасгоф при определении кинематических пар воспользовался понятием степеней свободы. Он делил их на пары трехкратной, двукратной и однократной подвижности в зависимости от того, каким образом происходило касание: по поверхности, плоскости или же по линии.

М. Грюблер в 1883 г. в одной из своих работ [103] поставил вопрос о необходимости определения принужденности движения кинематической цепи: «Так как принужденность движения кинематических цепей,— подчеркивал он,— в общем не связывается ни размерами, ни мгновенным положением членов относительно друг друга, то ее могут выражать лишь определенные соотношения между числом членов цепи и их соединениями; с помощью этих соотношений цепи принужденного движения отличаются от непринужденных» [103, с. 168]. Грюблер ввел понятие шарнира любой кратности (ein Gelenk) в отличие от шарниров, содержащих только два элемента (ein Drehkörperpaar), а кинематическую цепь рассматривал как систему жестких систем. Простым подсчетом он получил следующие соотношения:

$$g=\sum_i g_i,$$

где g — число всех шарниров цепи, g_i — число шарниров i-й кратности;

$$n=\sum_i n_i,$$

где n — число всех членов, n_i — членов, содержащих i шарниров;

$$\sum_i in_i=\sum_i ig_i.$$

Далее, рассматривая кинематическую цепь в целом как одну систему, Грюблер нашел, что для превращения ее в механизм число необходимых условий должно равняться $2g-4$, таким образом, критерий принужденности движения рассматриваемой кинематической цепи запишется в виде:

$$2g-4=\sum_{i}(2i-3)\,n_i.$$

Как частный случай он вывел следующее соотношение: $2g-3n+4=0$, которое представляет собой формулу Чебышева при условии, если шарниры не разделены на подвижные и неподвижные [103, с. 187].

Исследования Грюблера были продолжены в 1887 г. швейцарским ученым И. Таубелесом [111]. Он обобщил структурную формулу на плоские кинематические цепи с шарнирными направляющими (eine gelenkige Führung) и ввел понятие степени изменяемости цепи (ein Grad der Kette) как разности между имеющимся и необходимым числом членов

$$\lambda=\sum_{i}(2i-3)\,n_i-(2g-3),$$

а также рассмотрел образование шарнирных механизмов с несколькими степенями свободы.

В 1887 г. вышла в свет работа П. О. Сомова «О степенях свободы кинематической цепи» [9]. Она отличалась от предыдущих исследований. Сомов впервые поставил задачу о структуре механизмов, дав в общем виде метод исследования, а структурную формулу обобщив на все виды плоских и пространственных механизмов. И вместе с тем это была математическая работа.

П. О. Сомова всегда отличали глубокое понимание сущности проблемы и строгий математический подход к ее решению. Так и в данном случае ученый исходил из главного значения теории Ф. Рело, которая «приводит не только к естественной классификации механизмов, но и дает возможность теории механизмов развиваться строго научным путем, по одному общему плану, а не путем случайных изобретений тех или других механизмов» [9, с. 443]. Следовательно, делал вывод Сомов, и приемы их исследования должны быть общими, пригодными для любых механизмов.

П. О. Сомов начал с уточнения определения механизма у Ф. Рело. «Мы будем... называть механизмом такую кинематическую цепь,— писал он,— в которой каждая точка описывает определенную траекторию, если один из членов цепи будет закреплен неподвижно, т. е. такую цепь, в которой ни один из членов не имеет более одной степени свободы» [9, с. 443]. Отсюда, указывал ученый, и путь к решению: «Определение числа степеней свободы кинематической цепи должно играть основную роль при решении вопроса о том, насколько будет определено движение каждого члена цепи, т. е. может ли данная цепь служить механизмом или нет» [Там же]. Анализируя ошибки Рело и его последователей, Сомов подчеркивал, что «если не иметь в виду изучение геометрических свойств движения различных членов кинематической цепи, траекторий их точек и т. п.», то для решения вопроса о структуре механизмов не столь существенно определение вида поверхностей или кривых линий, на которых происходит соприкасание членов цепи, «сколь важен вопрос о подсчете числа степеней свободы, которые эти члены имеют один по отношению к другому».

Таким образом, глубокое понимание сущности определения механизма позволило ему создать общий метод изучения структуры механизмов любой сложности. «Несмотря на то что школа Рело оказывает сильнейшее влияние на русскую науку,— писал 60 лет спустя академик И. И. Артоболевский,— стремления к обобщениям, столь свойственные русской науке, проявляются во всем своем научном блеске. Я в первую очередь должен упомянуть о проф. П. О. Сомове. Его работы явились громадным шагом вперед по сравнению с теорией кинематических цепей, разработанной Рело. Рело устанавливает конструктивные критерии оценки цепей, Сомов же выдвигает более общий критерий — количество степеней свободы. Он подводит серьезную научную базу под дальнейшие работы русских ученых, посвященные теории механизмов и машин» [46, с. 153].

П. О. Сомов строго и последовательно проводит свои рассуждения, доказывая необходимость и достаточность всех высказываемых положений. Вначале он уточнил некоторые определения теории механизмов. Так, кинематическим элементом он назвал «совокупность всех точек какого-либо члена кинематической цепи, которые во время движения цепи приходят в соприкасание с точками другого члена цепи, смежного с ним», кинематической парой — «два соответствующих друг другу кинематических элемента» [9, с. 444]. Позже, в 1904 г., П. О. Сомов дал и второе определение: «Способ соединения двух смежных членов цепи между собой характеризуется теми связями, которые ограничивают движение одного из этих членов относительно другого. Совокупность этих связей для каждой пары членов называется кинематической парой» [37, с. 177]. Ученый впервые стал рассматривать тождественные пары, сложные кинематические цепи.

Но наиболее существенным в работах П. О. Сомова, посвященных теории механизмов и машин, явилось его уточнение вышеназванного определения механизма. Ученый также указал на возможность существования механизмов с несколькими степенями свободы [9, с. 445] и с разомкнутыми цепями [15, 30]. Таким образом, он дал современное определение механизма, установившееся в 30-е годы XX в., но полностью осмысленное только в 80-е, когда значительно возросло количество машин со многими степенями свободы и с переменной структурой.

Оригинально доказательство структурной формулы, приведенное П. О. Сомовым. Сначала он рассмотрел простую замкнутую кинематическую цепь, состоящую из n изменяемых или неизменяемых тел, удовлетворяющую трем условиям: 1) число степеней свободы каждого звена в абсолютном движении равняется μ, 2) все эти степени свободы различны, т. е. нет совпадающих (тождественных) пар, производящих одни и те же ограничения в цепи, 3) каждое звено по отношению к смежным с ним членам имеет только одну степень свободы (пары, осуществляющие такое ограничение, Сомов назвал «определенными»).

Пусть будут $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — члены замкнутой кинематической цепи. Если звено A_n сделать стойкой и временно разомкнуть цепь, то члены A_1 и A_{n-1} будут иметь по одной степени свободы [1], A_2 и A_{n-2} — по две степени свободы, так как звено A_2, например, будет обладать определенным движением относительно A_1 (одна степень свободы) и может участвовать, кроме того, в движении тела A_1; A_3 и A_{n-3} — по три степени свободы; A_4 и A_{n-4} — по четыре и т. д.

Замкнув цепь, П. О. Сомов составил таблицы, где в первом столбце привел названия членов цепи, во втором — число степеней свободы, потерянных соответствующими членами вследствие связи их с подвижными членами цепи через звенья $A_1, A_2, A_3, \ldots$, в третьем — число степеней свободы, потерянных членами вследст-

[1] П. О. Сомов определяет число степеней свободы как число возможных движений.

Таблица 1

A_n	μ	$\mu - n$	$2\mu - n$	$n - \mu$
A_1	$\mu - 1$	$\mu - (n - 1)$	$2\mu - n$	$n - \mu$
A_2	$\mu - 2$	$\mu - (n - 2)$	$2\mu - n$	$n - \mu$
A_3	$\mu - 3$	$\mu - (n - 3)$	$2\mu - n$	$n - \mu$
...	...	...	...	...
$A_i = A_{n-(n-i)}$	$\mu - i$	$\mu - (n - i)$	$2\mu - n$	$n - \mu$
...	...	...	...	...
A_{n-3}	$\mu - (n - 3)$	$\mu - 3$	$2\mu - n$	$n - \mu$
A_{n-2}	$\mu - (n - 2)$	$\mu - 2$	$2\mu - n$	$n - \mu$
A_{n-1}	$\mu - (n - 1)$	$\mu - 1$	$2\mu - n$	$n - \mu$
A_n	$\mu - n$	μ	$2\mu - n$	$n - \mu$

вие связи их с подвижными членами через звенья A_{n-1}, A_{n-2}; $A_{n-3}, \ldots$, в четвертом — общее число степеней свободы, потерянных каждым членом цепи, в пятом — число оставшихся степеней свободы звеньев в их абсолютном движении (табл. 1).

Составляя эту таблицу, Сомов предполагал, что $n \leqslant \mu$. Ее третий и четвертый столбцы показывали число степеней свободы, которых лишены все члены цепи. Это число ученый выразил формулой $2\mu - n \geqslant \mu$. В пятом столбце он выразил число оставшихся степеней свободы: $n - \mu \leqslant 0$. Знаки неравенства не имеют смысла, так как тело не может быть лишено более того числа степеней свободы, которое оно может вообще иметь, а число оставшихся не может быть отрицательным. Следовательно, $n = \mu$, т. е. получим неизменяемую систему — ферму.

Еще одну таблицу он составил для $\mu < n < 2\mu$, где все отрицательные числа заменены нулями (табл. 2).

Таблица показывает, что при закреплении одного члена цепи A_n остальные уже не будут неподвижны. Для них вообще характерно наличие более одной степени свободы; наибольшее число степеней свободы, которое имеют несколько средних членов, равно $n - \mu$.

Очевидно, если взять $n \geqslant 2\mu$, в цепи будут существовать члены, обладающие всеми степенями свободы.

Теперь легко заметить, что рассматриваемая цепь превратится в механизм, если число ее звеньев превысит на единицу число степеней свободы каждого из этих звеньев, т. е. $n = \mu + 1$.

Таблица 2

A_n	μ	0	μ	0
A_1	$\mu-1$	0	$\mu-1$	1
A_2	$\mu-2$	0	$\mu-2$	2
A_3	$\mu-3$	0	$\mu-3$	3
...	...	...	...	...
$A_{n-\mu}$	$2\mu-n$	0	$2\mu-n$	$n-\mu$
...	...	...	...	...
$A_i=A_{n-(n-i)}$	$\mu-i$	$\mu-(n-i)$	$2\mu-n$	$n-\mu$
...	...	...	...	...
$A_\mu=A_{n-(n-\mu)}$	0	$2\mu-n$	$2\mu-n$	$n-\mu$
...	...	...	...	...
A_{n-2}	0	$\mu-2$	$\mu-2$	2
A_{n-1}	0	$\mu-1$	$\mu-1$	1
A_n	0	μ	μ	0

П. О. Сомов назвал такую цепь «полной» в отличие от «неполных», или «сокращенных». Пусть имеется цепь, в движении которой отдельные кинематические пары производят одно и то же ограничение. П. О. Сомов приводит простейший пример. Две призматические пары (по определению Сомова — «тождественные», или «совпадающие»), расположенные параллельно оси OX, лишают тело одних и тех же степеней свободы: вращения и поступательного движения параллельно оси OY. Сомов доказал, что в этом случае все кинематические пары, эквивалентные между собой, можно заменить одной парой и тем самым сократить число членов цепи.

Усложняя задачу, Сомов рассматривал цепи, имеющие соединения, при которых один из членов по отношению к другому имеет $k+1$ степеней свободы. Назвав число k «избытком» степеней свободы, Сомов доказал, что для превращения такой кинематической цепи в механизм ее нужно сократить на k членов. Структурная формула в этом случае имеет вид $n=\mu+1-k$.

Если между членами кинематической цепи существует несколько избытков степеней свободы, тогда каждому избытку соответствует сокращение числа членов цепи и для превращения ее в механизм нужно выдержать соотношение $n=\mu+1-\sum k$.

Таким образом, если раньше были «определенные» кинематические пары, допускающие только одну степень свободы двух смежных звеньев, то этот случай уже включал все классы кинематических пар.

Далее П. О. Сомов опять усложнил задачу, рассмотрев «неоднородные» полные цепи. В этих цепях, кроме членов с μ степенями свободы, имеются члены с $\mu+k$ степенями свободы или $\mu-k$. Это, очевидно, механизмы, на движение звеньев которых наложены определенные условия связи, или сложные механизмы. С помощью аналогичных таблиц ученый получил результат: число членов такой кинематической цепи нужно уменьшить на k единиц, тогда она превратится в механизм. Если в цепи существуют несколько членов с $\mu+k$ степенями свободы, то число членов ее сокращается на сумму разностей между числом степеней свободы таких членов и числом степеней свободы остальных членов, т. е. на $\sum k$.

Подводя итог своим исследованиям относительно какой угодно простой кинематической цепи, удовлетворяющей требованию быть механизмом, П. О. Сомов пришел к выводу: «Сокращение или увеличение числа членов цепи обусловливается введением или уничтожением разности между числами степеней свободы двух смежных членов, увеличением или уменьшением числа степеней свободы, которые два смежных члена имеют один по отношению к другому. Это последнее зависит от способа соединения этих членов между собой» [9, с. 461]. При этом понижение числа членов цепи возможно только на $\mu-1$ единиц.

И наконец, используя результаты всех перечисленных случаев, П. О. Сомов переходит к составлению самой общей формулы для сложной кинематической цепи [2], составленной из звеньев с любым числом степеней свободы. Ученый подчеркивает наличие звеньев с каким угодно числом степеней свободы. Звенья рассматриваются им и как изменяемые тела (n-сторонник), тогда μ может быть любым числом.

Рассматривая какую-либо сложную цепь, Сомов предложил выделить в ней ряд членов, представляющих собой некоторую простую кинематическую цепь, и принять ее за основу. Соединяя затем различные члены этой простой цепи между собой, при помощи новых членов Сомов определил, на сколько единиц понизится

---

[2] Сложная цепь у Сомова – это кинематическая цепь, имеющая звенья, содержащие более двух кинематических элементов.

число степеней свободы такой системы, и получил следующую формулу существования механизма: $N-(\mu-1)(\nu+1)=2$, где N — число всех членов сложной цепи, μ — число степеней свободы отдельных членов цепи, ν — число ветвей, дополняющих основную цепь.

Цепь имеет неопределенное движение, если $N-(\mu-1)(\nu+1)>2$, и будет фермой, если $N-(\mu-1)(\nu+1)<2$.

Эта формула верна лишь в случае, если механизм состоит из тел, имеющих одинаковое число степеней свободы, а соединения членов осуществляются только «определенными» кинематическими парами, оставляющими одну степень свободы для каждого звена относительно другого. Кроме того, эти степени свободы различны между собой в кинематическом отношении, т. е. «тождественные» пары отсутствуют.

С учетом этих случаев формула изменится следующим образом:

$$N+\sum k+S-(\mu-1)(\nu+1)=2,$$

где S — число совпадающих степеней свободы, k — избытки степеней свободы между смежными членами.

Далее П. О. Сомов на примерах показал, каким образом эту формулу можно применить к исследованию структуры механизмов и к структурному синтезу механизмов.

Если плоская кинематическая цепь состоит из стержней, соединенных шарнирами, то формула примет вид $N=2(\nu+2)$.

Из формулы ясно, что N всегда четно, число ветвей равно половине числа всех членов без двух и при данном числе членов будет всегда постоянным.

Применяя эту формулу для сложной кинематической цепи, Сомов использовал выведенное им соотпошение о том, что присоединение к основной цепи дополнительных ветвей снижает число степеней свободы на

$$n-(\mu-m_1-1)-(\mu-m_2-1)-...-(\mu-m_\nu-1),$$

где n — число степеней основной цепи, m — число членов дополнительного сочленения. Таким образом, если предположить, что m равно нулю (соединение двух членов цепи происходит непосредственно), то число степеней свободы всей цепи понизится на две единицы; если соединить два звена при помощи одного стержня (т. е. одно из чисел m равно единице), то число степе-

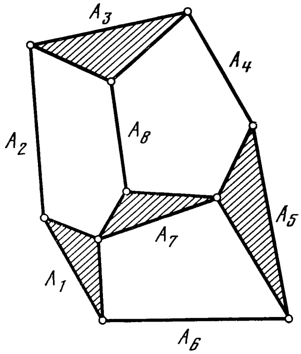

Рис. 1

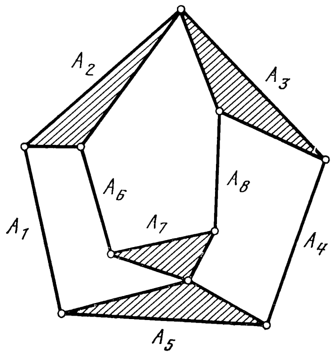

Рис. 2

ней свободы этой цепи понизится на единицу. Введение же ветви, состоящей из двух стержней, соединенных шарниром, не изменяет числа степеней свободы цепи потому, что в таком случае $\mu - m - 1 = 1$.

Принимая сказанное во внимание, П. О. Сомов рассмотрел несколько механизмов, приведенных в кинематике Бурместера [94, с. 422].

Механизм (рис. 1) состоит из восьми членов. П. О. Сомов выделяет в нем основную цепь $A_6A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Это шестисторонник. Согласно указанному ранее, он имеет шесть степеней свободы, а при закреплении члена A_6 теряются три степени свободы. Соединив звенья A_1 и A_5 с помощью звена A_7, понизим число степеней свободы цепи на единицу, соединение A_3 и A_7 с помощью звена A_8 понижает это число еще на единицу, и у механизма остается одна степень свободы. Если считать непосредственно по структурной формуле, тогда

$$N-(\nu+1)(\mu-1)=8-3\cdot 2=2\,(\nu=2,\ \mu=1).$$

Следовательно, механизм обладает определенной подвижностью.

На рис. 2 изображен другой восьмизвенный механизм. Выбрав за основную цепь $A_5A_1A_2A_3A_4A_5$ и закрепив звено A_5, имеем две степени свободы. A_2 и A_5, соединенные с помощью двух звеньев A_6 и A_7, не понижают число степеней свободы цепи; соединив A_7 и A_3 с помощью звена A_8, мы уменьшим это число на единицу, и у механизма остается одна степень свободы. П. О. Сомов показывает, что можно было бы выбрать за основу и другую цепь, например $A_6A_1A_2A_6A_7A_5$. Она имеет по закреплении звена A_5 только две степени свободы. Ветвь $A_8A_3A_4$ увеличивает это число на единицу, а соединение A_2 с A_3 уменьшает число степеней свободы цепи сразу на две единицы.

Из этих примеров и рассуждений, приходит к выводу П. О. Сомов, «можно видеть, что весьма легко, задав себе какую угодно сложную кинематическую цепь, сделать ее механизмом, изменяя число членов в ее ветвях или видоизменяя сочленения между членами» [9, с. 476], иначе говоря, ученый указывает путь к структурному синтезу механизмов.

П. О. Сомов провел исследования и разобрал много примеров и для случаев пространственных кинематических цепей. При этом он сделал ряд интересных и важных выводов.

1. Так как теперь $\mu=6$, $N=5\nu+7$, то число членов механизма может быть и четным, и нечетным, смотря по тому, каким будет число ветвей.

2. Непосредственное соединение двух членов основной цепи «определенной» кинематической парой уменьшает число степеней свободы на пять единиц потому, что $\mu-m-1=6-0-1=5$.

3. Введение ветви из пяти членов не изменяет числа степеней свободы цепи.

4. Непосредственное соединение членов с помощью сферического шарнира, т. е. с избытком $k=2$, равнозначно введению ветви из двух членов потому, что число степеней свободы цепи уменьшится на три единицы.

5. Соединение двух членов цепи с помощью шарнира Гука не уменьшает число степеней на $\mu-m-1=2$ единицы, как это следовало ожидать, а увеличивает его на единицу, так как здесь имеет место случай совпадения трех степеней свободы.

Итак, результаты П. О. Сомова распространяются на плоские и пространственные механизмы любой сложности, включая механизмы с изменяемыми звеньями и пассивными связями. Кинематические пары допускаются любого порядка.

Весьма существенным является тот факт, что П. О. Сомов ввел в рассмотрение механизмы с изменяемыми звеньями. Он применил это для упрощения исследования сложных механизмов, выделяя из них несколько звеньев и рассматривая последние как одно сочленение, т. е. изменяемое звено, имеющее несколько степеней свободы [9, 37].

Рассуждения ученого приложимы и к разомкнутым кинематическим цепям, причем он не настаивает на формальном применении структурных формул, а указывает на необходимость анализа характера связей.

Следует отметить примененный П. О. Сомовым способ доказательства структурной формулы. Составляя таблицы, ученый учитывает только свойство членов цепи обладать определенным числом степеней свободы и совершенно отвлекается от их формы, размеров и других параметров. Обозначив члены цепи буквами с индексами, указывающими на их место в цепи, от которых зависит число степеней свободы каждого члена, он переходит к аналитическим операциям над числами. Таким образом, П. О. Сомов отмечает возможность применения топологических элементов в теории механизмов.

В дальнейшем П. О. Сомов применил результат своих структурных исследований к изучению свойств шарнирных механизмов с изменяемыми звеньями, синтезом которых он занимался. В одной из работ П. О. Сомов говорит и о возможности влияния внешних связей на подвижность механизма: «Если у кинематической цепи нет внешних связей, то она имеет n степеней свободы. Если же у одного из членов этой цепи будут отняты $k \leqslant \mu$ степеней свободы, то и вся цепь потеряет столько же степеней свободы. В частности, если $n=\mu+1$ и один из членов закреплен неподвижно, то этим отнимается у цепи μ степеней свободы» [31, с. 29].

Еще в первой своей работе [9] П. О. Сомов уделил внимание связям, существующим между звеньями механизма, указав на тот факт, что условия связей выражаются математической зависимостью, устанавливаемой кинематической парой. Чтобы убедиться в правильности найденной степени подвижности двух смежных членов кинематической цепи, он анализирует связи, существующие между ними, использует аналитическую запись условий связей. «Достаточно представить себе,— пишет он,— связи, существующие между телами A_{i+1} и A_i, выраженными в виде уравнений. Пусть будут $g_1, g_2, \ldots, g_{\mu+k}$ — параметры, определяющие перемещения тела A_i, и $p_1, p_2, \ldots, p_\mu$ — параметры перемещения тела A_{i+1}. Звено A_{i+1} будет иметь λ степеней свободы относительно A_i, если между всеми этими параметрами будет $\mu-\lambda$ зависимостей, таких, чтобы можно было, давая параметрам g определенные значения, выразить $\mu-\lambda$ параметров тела A_{i+1} через остальные λ из этих параметров» [9, с. 453]. Число степеней свободы тела A_i относительно A_{i+1} определяется числом независимых между собой параметров g, через которые можно выразить остальные, задав как угодно величины ρ. При существовании $\mu-\lambda$ зависимостей число независимых между собой параметров будет $\lambda+k$.

Позже в курсе теоретической механики [37] Сомов посвятил теории механизмов целую главу. В ней он, в частности, упоминает об условиях связей, имеющих вид неравенства, дает общий аналитический вид условий связей, аналитическое выражение условий касания поверхности к поверхности, дифференциальную форму условий связей и в общих чертах указывает на применимость полученных формул к теории механизмов. Так, по его мнению, для получения «определенной» кинематической пары нужно установить касание пяти пар поверхностей. «При этом положения этих поверхностей,— подчеркивает Сомов,— должны быть таковы, чтобы условия их касания были существенно различны между собой, т. е. чтобы касание какой-либо пары поверхностей не являлось результатом касания остальных пар поверхностей, так как иначе оно не вызовет требуемого понижения степени свободы» [37, с. 117].

Отмечая большое практическое значение низших кинематических пар, ученый довольно подробно останавливается на них и доказывает, что все три пары — прямолинейно-поступательную, вращательную и винтовую — можно рассматривать как одну, винтовую.

Следует отметить, что на установлении числа условий связей в цепи П. О. Сомов основывает и второй способ доказательства структурной формулы.

Пусть в кинематической цепи все пары «определенные» и цепь незамкнутая. Каждый член цепи, взятый отдельно, имеет μ степеней свободы (движение его определяется μ независимыми между собой параметрами), а n членов, ничем между собой не связанных, имеют $n\mu$ степеней свободы. Введение определенной кинематической пары равносильно установлению $\mu-1$ условий связей между кинематическими параметрами. Так как между n членами существуют $n-1$ кинематических пар и введение их равносильно установлению $(n-1)$ $(\mu-1)$ условий связей между кинематическими элементами, то после этого у цепи останется определенное количество степеней свободы, которое можно вычислить по следующей формуле:

$$M'=n\mu-(n-1)(\mu-1)=n+\mu-1.$$

Для того чтобы рассматриваемая цепь обладала определенной подвижностью, необходимо, чтобы $n=\mu+1$.

Наличие в цепи избытка степеней свободы указывает на отсутствие такого же количества условий связей. Поэтому если ввести это число связей в кинематическую цепь, то она превратится в механизм.

Структурой механизмов занимался и другой отечественный ученый, ученик В. Н. Лигина — Х. И. Гохман.

Хаим Иегудович Гохман (1851—1916) окончил в 1876 г. Новороссийский университет. В 1881 г. он сдал магистерский экзамен и получил степень магистра, а в 1890 г. за работу «Кинематика машин» ему была присвоена степень доктора прикладной математики. С 1877 г. он работал в качестве приват-доцента в Новороссийском университете.

В 1889 г. Х. И. Гохман опубликовал работу «Уравнение определенной подвижности и вытекающая из него классификация механизмов», в которой ввел ряд обозначений: E — число подвижностей механизма, G — число членов кинематического организма, μ — число кинематических цепей, π — число пар сопряженных поверхностей, где $G+\mu-\pi=1$. Гохман пришел к выводу: необходимым условием превращения кинематического организма в механизм должно быть существование между числами E, G, π, K_i (сумма степеней, различных относительных стеснений, производимых всеми парами), L (число, равное сумме степеней свободы тех же пар) одной из трех зависимостей [54, с. 55]:

$$E(G-1)K_i=1,$$

$$L-\mu E=1,$$

$$E(\pi-\mu)K_i=1$$

Как видим, Х. И. Гохман к решению структурной проблемы подходил так же, как и П. О. Сомов. Известно, что из решения П. О. Сомова выводится и уравнение структуры механизмов, данное А. М. Малышевым. По предложению академика И. И. Артоболевского оно названо уравнением Сомова—Малышева.

Кинематика изменяемых систем

В начале 80-х годов XIX в. П. О. Сомов заинтересовался проблемой кинематики подобно-изменяемых систем. Этому вопросу он посвятил магистерскую диссертацию, опубликованную в 1885 г., и ряд статей, напечатанных в конце 80-х – начале 90-х годов. И почти одновременно появились его работы по винтовому исчислению. Связь между обоими направлениями очевидна: Сомов искал общее решение пространственной задачи теории механизмов.

Интерес к кинематике изменяемых систем возник в связи с задачами теории упругости и гидродинамики. Вначале это была кинематика подобно-изменяемой системы. В 1830 г. М. Шаль сформулировал теорему о существовании для подобных фигур двойной прямой (или двойной точки). Позднее было замечено, что они играют такую же роль, что и мгновенная ось или мгновенный центр в движении неизменяемой системы.

В середине XIX в. были получены результаты по некоторым частным случаям движений подобно-изменяемой системы (Т. Шенеман, Ч. Петерсон, А. Дюран, Н. Винер). Значительный шаг вперед был сделан в 1870 г. А. Груаром, который подробно рассмотрел задачу об определении скоростей и ускорений подобно-изменяемой системы, вопрос о кривизне кривых, огибаемых прямой линией, принадлежащей указанной системе.

Наиболее существенный вклад был сделан Л. Бурместером [86—94]. Исходя из частных случаев движения и используя приемы геометрии, он не только рассмотрел многие вопросы по кинематике подобно-изменяемой системы, но и вывел некоторые свойства других изменяемых систем двух и трех измерений. Наиболее важным среди этих свойств была теорема о тождестве кривой линии, огибаемой линией, принадлежащей коллинеарно-(гомологически-, или подобно-) изменяемой системе, и кривой, огибаемой траекториями различных точек, лежащих на той же линии, принадлежащей этой системе. Эта теорема позволила Бурместеру с помощью результатов, найденных для одной системы, решать вопросы о движении системы, изменяющейся по другому закону.

П. О. Сомов заинтересовался исследованиями Бурместера, очевидно, под впечатлением своих первых поездок в Германию (1871, 1874 гг.). Немецкие ученые, став лидерами в создании теории механизмов, начали создавать кинематику изменяемых систем трех измерений. Отмечая значение этой области науки, Л. Бурместер в 1874 г. писал: «Движение изменяемых систем обнаруживается (проявляется) в природе в бесконечном многообразии: в образовании кристаллов, в растущем организме и т. д. Безусловно, в теоретическом направлении это дает математикам плодотворный материал для исследований» [86, с. 154].

В 1883 г. П. О. Сомов уточнил некоторые моменты теоремы Бурместера и решил заняться созданием теории кинематики трех измерений. Об этом он писал уже в первой своей работе, вышедшей на немецком языке [4]. В 1885 г. в своей диссертации он, в частности, подчеркивал: «Можно было бы наперед ожидать, что большей частью кинематические свойства неизменяемой системы могут быть получены как частные случаи кинематических свойств системы коллинеарно-изменяемой» [6, с. 4].

Но для этого сначала нужно было систематизировать разрозненные результаты предшественников, и в первую очередь по кинематике подобно-изменяемых систем двух измерений. П. О. Сомов сделал это в магистерской диссертации. «Вполне сознавая,— писал он,— важное значение геометрических методов в кинематике, я отдал предпочтение аналитическим методам перед геометрическими главным образом потому, что с помощью их скорее может быть достигнуто единство изложения, которого... недостает настоящему предмету» [6, с. 5]. Кроме того, подчеркивал Сомов, с «их помощью при изложении даются некоторые дополнения, ускользающие от внимания при синтетическом способе исследования».

Из предшественников П. Сомова аналитическими методами воспользовался только А. Дюран (1872—1875). Но в работах Дюрана опять же решались лишь отдельные вопросы кинематики изменяемых систем, создание же единой теории — это заслуга Сомова.

Его магистерская диссертация состоит из семи глав. В первой главе предложены все возможные методы определения движения подобно-изменяемой системы. Сомов дает общие указания относительно исследования кинематики подобно-изменяемой системы, указывает на ее связь с кинематикой неизменяемой системы (т. е. кинематикой твердого тела), последовательно проводит эту связь через всю работу.

Для определения движения неизменяемой системы, указывал ученый, необходимо знать шесть независимых между собой параметров. У изменяемой системы их число зависит еще от степени изменяемости системы, от ее деформации. Подобно-изменяемая система получается из неизменяемой путем деформации, одинаковой по всем направленям. Следовательно, деформация подобно-изменяемой системы определяется единственным параметром ε, который Сомов назвал коэффициентом расширения такой системы. Число элементов, определяющих движение подобно-изменяемой системы, будет на единицу больше, чем у неизменяемой: при пространственном движении — семь параметров, при плоском — четыре.

Коэффициент расширения определяется по формуле

$$d\sigma/dt=\varepsilon\sigma,$$

где σ — длина какой-либо прямой, принадлежащей системе, $d\sigma$ — удлинение, получаемое ею за промежуток времени dt. Так как в каждый момент времени коэффициент расширения одинаков во всей подобно-изменяемой системе, то всякая точка системы может быть принята за центр расширения.

Принимая за центр расширения точку $M_1(x_1, y_1, z_1)$, Сомов записывает проекции скорости расширения радиуса-вектора M_1M в виде $\varepsilon(x-x_1)$, $\varepsilon(y-y_1)$, $\varepsilon(z-z_1)$, где x_1, y_1, z_1 — координаты центра расширения.

Учитывая, что движение плоской подобно-изменяемой системы определяется любыми четырьмя параметрами, Сомов находит движение системы с помощью двух заданных точек $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$. В этом случае получаются следующие соотношения:

$$\varepsilon=\frac{(a_2-a_1)(x_2-x_1)+(b_2-b_1)(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2},$$

$$\tau=\frac{(b_2-b_1)(x_2-x_1)-(a_2-a_1)(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}.$$

Обозначив через l расстояние M_1M_2, через h — геометрическую разность между скоростями точек M_2 и M_1, он записывает формулы в виде

$$\varepsilon=\frac{h}{l}\cos(l,\widehat{\ }h),\qquad \tau=\frac{h}{l}\sin(l,\widehat{\ }h).$$

Угол $(l,\widehat{\ }h)$ определяется как угол, для которого $\operatorname{tg}(l\widehat{,}h)=\tau/\varepsilon$, т. е. его величина одна и та же в каждый момент. Бурместер назвал его «углом скоростей».

Сомов отметил, что система элементов $(x_1, y_1, \varepsilon, \tau)$ более связана с основным понятием о движении подобно-изменяемой системы, а система (x_1, y_1, x_2, y_2) имеет преимущества благодаря симметрии формул, в которые входят ее элементы. Этими свойствами систем элементов определяется выбор формул.

Далее Сомов указал еще два способа задания движения подобно-изменяемой системы. В одном из них уравнение движения выражается через дифференциальные параметры полярных координат ρ, φ, ψ, во втором движение системы задается относительно системы координат, неизменно связанной с изменяемой системой.

Последнее, четвертое задание движения изменяемых систем широко используется в современной механике сплошной среды. Указанную систему координат Л. И. Седов называет «вмороженной в среду».

Во второй главе П. О. Сомов показал способы, которыми можно задать движение каждой точки системы. Используя определение подобно-изменяемой системы, т. е. вводя коэффициент расширения ε, он получил формулы, характеризующие движение этой системы. Это интегралы дифференциальных уравнений, нахождение которых не представляет особых трудностей. Но исследование их коэффициентов приводит к интересным результатам.

Так, Сомов получил следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{d^2x}{dt^2}-\left(2\varepsilon+\frac{1}{\tau}\frac{d\tau}{dt}\right)\frac{dx}{dt}+\left(\varepsilon^2+\tau^2-\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{\varepsilon}{\tau}\frac{d\tau}{dt}\right)x-$$
$$-\frac{da_1}{dt}+\left(2\varepsilon+\frac{1}{\tau}\frac{d\tau}{dt}\right)a_1-\left(\varepsilon^2+\tau^2-\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{\varepsilon}{\tau}\frac{d\tau}{dt}\right)x_1=0,$$
$$\frac{d^2y}{dt^2}-\left(2\varepsilon+\frac{1}{\tau}\frac{d\tau}{dt}\right)\frac{dy}{dt}+\left(\varepsilon^2+\tau^2-\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{\varepsilon}{\tau}\frac{d\tau}{dt}\right)y-$$
$$-\frac{db_1}{dt}+\left(2\varepsilon+\frac{1}{\tau}\frac{d\tau}{dt}\right)b_1-\left(\varepsilon^2+\tau^2-\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{\varepsilon d\tau}{\tau dt}\right)y_1=0.$$

Введя обозначения:

$$G=2\varepsilon+\frac{1}{\tau}\frac{d\tau}{dt},\qquad H=\varepsilon^2+\tau^2-\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{\varepsilon}{\tau}\frac{d\tau}{dt},$$
$$K=-\frac{da_1}{dt}+Ga_1-Hx_1;\quad L=-\frac{db_1}{dt}+Gb_1-Hy_1,$$

Сомов делает различные допущения относительно функций G, H, K, L и получает зависимости, которые должны существовать между x_1, y_1, ε и τ для того, чтобы в системе выполнялось определенное движение.

Например, если $G=H=K=L=0$, то «подобно-изменяемая система может иметь такое движение, и притом не поступательное, при котором все точки двигаются прямолинейно. В частности... одна точка системы может при этом оставаться неподвижной» [6, с. 20].

Если $G=H=0$, $K\neq 0$, $L\neq 0$, то «движение всякой точки системы слагается из движения прямолинейного равномерного и из движения некоторой точки M_1», а так как движение точки M_1 может задаваться величинами K и L произвольно, то возникает бесчисленное множество движений подобно-изменяемой системы. Например, при $K=0$, $L=\mathrm{const}$ точка M_1 совершает движение по параболе, значит, и все точки системы в этом случае описывают параболы. Если точка M_1 совершает равномерное движение по кругу, то остальные точки будут двигаться по циклоидам.

На случай, когда движение подобно-изменяемой системы задано движением двух ее точек, т. е. вторым способом, координаты третьей, произвольной точки $M(x, y)$ записываются так:

$$x=\frac{k_1k_2(y_2-y_1)+k_1x_1+k_2x_2}{k_1+k_2},$$

$$y=\frac{-k_1k_2(x_2-x_1)+k_1y_1+k_2y_2}{k_1+k_2}.$$

Из этих формул видно, что координаты x и y являются линейными функциями x_1, y_1, x_2, y_2.

Основное внимание П. О. Сомов уделяет двум случаям, когда траектории «основных» точек M_1 и M_2 подобны и гомологичны.

Вид траектории точки M зависит как от вида траекторий точек M_1 и M_2, так и от их относительного положения на этих траекториях. Если вопрос состоит только в определении вида траекторий различных точек системы, тогда достаточно знать траектории точек M_1 и M_2 и зависимость между двумя координатами, не принадлежащими одной и той же точке, т. е. $F_1(x_1, y_1)=0$, $F_2(x_2, y_2)=0$, $f(x_1, y_2)=0$.

Если заданы только траектории точек M_1 и M_2, то траектория точки M может иметь бесчисленное множество видов, поэтому закон относительного перемещения точек M_1 и M_2 на их траекториях может быть выбран так, чтобы точка M описывала траекторию данного вида.

Рассматривая уравнения кривых линий, составленных из точек системы и линий, их огибающих, Сомов дал аналитическое доказательство теоремы Бурместера о тождестве огибаемых линий двух родов. Бурместер доказал теорему синтетическим путем.

В третьей главе Сомов изложил различные вопросы о распределении скоростей в плоской подобно-изменяемой системе. (Формулы, полученные ученым в этой и следующих главах, достаточно сложны и поэтому нами не приводятся.)

Сомов рассмотрел центр скоростей, подвижную и неподвижную линии центров и аналитически доказал, что подвижная линия катится по неподвижной, деформируясь при этом согласно закону расширения системы. Частные случаи, в которых подвижная линия центров представляется особенно просто, он поясняет различными примерами движения системы.

В четвертой главе диссертации Сомов разбирает ускорения, их распределения в системе и центр ускорений. Затем он выясняет условия, при которых центр ускорений неподвижен или совпадает с центром скоростей.

Рассматривая соотношения между скоростью и ускорением каждой точки системы, Сомов получает линии, аналогичные кругам Бресса. Эти линии, как отмечал еще А. Груар, оказываются тоже кругами. Сомов с помощью линии — «указательницы ускорений» представил уравнения этих кругов и некоторые другие результаты в более простом виде. Он, в частности, показал, что к проекциям ускорений высших порядков могут быть приложены различные результаты, найденные для ускорений первого порядка.

Пятая глава посвящена применению введенных ранее общих формул. Сомов останавливается на тех простейших случаях движения, прямолинейном и круговом, которые послужили Л. Бурместеру исходной точкой в его синтетических исследованиях, а также гармоническом движении, частично рассмотренном Бурместером и Гайзенхаймером. Сомов на основании общих формул составил уравнения некоторых огибаемых кривых. Он обратил внимание на случай движения, аналогичный рассматриваемому обычно в курсах кинематики неизменяемой системы: две точки движутся гармонически по двум взаимно делящимся пополам простым линиям. Изменяемость системы позволяет задавать произвольно начальные фазы гармонического движения этих двух точек, чего нельзя сделать, подчеркивает ученый, когда система неизменяема. Оказывается, такое гармоническое движение плоской подобно-изменяемой системы может быть осуществлено качением изменяющего свои размеры круга по некоторой замкнутой кривой линии четвертого порядка.

В следующих главах диссертации П. О. Сомов обобщает задачи о сложении вращений плоской неизменяемой системы около двух или нескольких центров для подобно-изменяемой системы. Он показывает правило для построения мгновенного центра в движении подобно-изменяемой системы, состоящей из двух движений, в которых мгновенные центры даны. Его известное построение для неизменяемой системы получается отсюда как частный случай.

Рассматривая относительное и сложное движение плоской подобно-изменяемой системы, Сомов выводит формулы, выражающие зависимости между абсолютными координатами точки и ее координатами в подвижных осях, состоящих из самих точек системы. С помощью этих формул Сомов находит зависимости между скоростями и ускорениями в сложном, относительном и переносном движениях.

Таким образом, изложив единую теорию кинематики подобно-изменяемой системы, П. О. Сомов доказал положение, высказанное вначале предположительно: почти все свойства движения неизменяемой системы могут быть получены как следствия из соответствующих свойств движения коллинеарно-изменяемой, в частности подобно-изменяемой, системы.

В итоге изучения плоских подобно-изменяемых систем П. О. Сомов пришел к следующему: 1) в движении подобно-изменяемой системы радиус-вектор указательницы скоростей играет такую роль, как угловая скорость в движении неизменяемой системы; 2) с учетом предыдущего результата построение центра скоростей в движении подобно-изменяемой системы по данным скоростям двух точек системы является обобщением такого же построения для неизменяемой системы; 3) ускорение центра скоростей в движении подобно-изменяемой системы выражается аналогично тому, как оно выражается в движении неизменяемой системы; 4) правило для построения центра скоростей в составном движении подобно-изменяемой системы по данным центрам скоростей составляемых движений представляется обобщением такого же рода правила для неизменяемой системы; 5) в относительном движении подобно-изменяемой системы существует ускорение, аналогичное поворотному ускорению в относительном движении неизменяемой системы, и выражается оно совершенно аналогично, если учесть сказанное во втором пункте; 6) решение некоторых вопросов кинематики подобно-изменяемой системы в аналитическом отношении выглядит проще, чем решение подобных вопросов в кинематике неизменяемой системы, благодаря тому, что координаты двух точек, определяющих движение подобно-изменяемой системы, не связаны между собой никакими условиями. Последнее (шестое) положение, а также результаты исследований частных видов движения подобно-изменяемой системы Сомов использовал для построения плоских шарнирных механизмов, выполняющих новые виды движений, о чем будет рассказано несколько позже.

П. О. Сомов также указал на то, что шестое положение распространяется и на случай коллинеарно-изменяемой системы трех измерений, так как ее движение определяется движением трех точек системы, координаты которых также не связаны между собой никакими условиями.

На коллинеарно-изменяемую систему впервые обратил внимание В. Н. Лигин. В одной из своих работ [75] он указывал на существование мгновенных осей и центров коллинеарно-изменяемой системы двух измерений. Л. Бурместер в статьях 1874—1880 гг. [88—93] подробнее развил некоторые кинематические свойства этой системы и выяснил ее отличие от системы однородно-изменяемой, правда, он не указал характерный элемент деформации, которым коллинеарно-изменяемая система общего вида отличается от однородно-изменяемой. Бурместер рассматривал систему не только плоскую, но и трехмерную. При этом выбор им вопросов обусловливался чисто геометрическими приемами исследования и касался преимущественно частных случаев движения.

Значительное влияние на П. О. Сомова оказали исследования Дюрана [97], который первым начал применять аналитические методы. Аналогия между конечной гомологически-изменяемой системой и изменением бесконечно малого элемента упругого тела навела Дюрана на мысль перенести приемы, употребляемые при кинематическом изучении последнего (и состоящие главным образом в рассмотрении эллипсоида деформации), на конечную подобно-изменяемую систему. Он доказал существование трех главных осей деформации, изучил распределение скоростей и дал формулы для ускорения, которое, по его утверждению, слагается из трех частей — ускорения, тождественного с ускорением неизменяемой системы, ускорения, зависящего исключительно от деформации, и ускорения, зависящего одновременно от вращения и деформации гомологически-изменяемой системы.

Статьи, относящиеся к этой теме, П. О. Сомов публиковал с 1886 по 1891 г. Как правило, все они выходили на немецком языке. Сохранилась переписка ученого с редактором дрезденского журнала «Zeitschrift für Physik und Mathematik» О. Шлемильхом, который постоянно справлялся о новых работах Сомова и просил присылать их для опубликования в Германии [113, ф. 256, оп. 1, д. 15].

П. О. Сомов часто выступал с докладами на заседаниях Варшавского общества естествоиспытателей. Он сообщал об основных результатах своих исследований и, что особенно интересно, демонстрировал модели механизмов, изображающие движение изменяемых систем.

В 1891 г. П. О. Сомов опубликовал свою докторскую диссертацию [15]. Она представляла собой систематическое изложение кинематики коллинеарно-изменяемой системы общего вида и была построена аналогично магистерской диссертации.

В первой главе он рассмотрел элементы, определяющие конечное перемещение коллинеарно-изменяемой системы, и получил ряд интересных формул. При этом геометрическое значение этих элементов Сомов определил введением пяти точек системы. Пять тетраэдров, имеющих вершинами последовательно четыре из этих точек, дают возможность в простом виде представить геометрическое значение коэффициентов. В конце главы он разобрал частный случай движения, когда четыре из заданных точек неподвижны и, следовательно, движение всех точек системы определяется произвольно заданным движением одной точки. Такое движение Бурместер назвал однообразным.

Сомов показал важное значение этого движения для общего случая движения.

Одновременно с общим случаем коллинеарно-изменяемой системы П. О. Сомов остановился на некоторых системах более общего вида, а также на частных видах коллинеарно-изменяемой системы: системе однородно-изменяемой, подобно-изменяемой и неизменяемой.

Вторая глава была посвящена параметрам, с помощью которых определяется деформация коллинеарно-изменяемой системы. В первую очередь Сомов нашел элемент деформации, которым эта система отличается от однородно-изменяемой системы. Этот параметр он назвал «раздвиганием». Сомов установил: при измерении соответствующим образом и графическом изображении «раздвигание» обладает тем же свойством, что и многие другие элементы, т. е. может быть разложено по координатным осям и вообще подчиняться закону геометрического сложения.

Далее Сомов рассмотрел составное перемещение коллинеарно-изменяемой системы. При этом он нашел такие случаи движения, в которых законы сложения представляются наиболее просто, например, раздвигания с общим центром слагаются по закону геометрического сложения, а параллельные раздвигания — как угловые скорости: около параллельных осей.

В третьей главе Сомов изучил скорости и распределение скоростей в коллинеарно-изменяемой системе. Характерным параметром скоростей является скорость раздвигания, которая измеряется геометрической производной раздвигания. Исследуя распределения скоростей, Сомов отыскал плоскости, которые в бесконечно малый промежуток времени перемещаются параллельно самим себе, в частности, плоскости, прямые линии и точки системы, сохраняющие свое положение в течение бесконечно малого промежутка времени. На существование таких прямых и точек для пространственной коллинеарно-изменяемой системы указывал Бурместер, а для плоской системы — Лигин. Сомов нашел зависимость уравнений движения от параметров, характеризующих движение системы, и вытекающие отсюда законы, которым подчиняется распределение скоростей в общем случае движения коллинеарно-изменяемой системы.

В конце главы Сомов остановился на вопросе о скоростях в составном движении, главным образом для тех случаев, когда в определение скоростей выходит скорость деформации раздвигания. Выяснив влияние на скорости перенесения всех кинематических центров в одну общую точку, Сомов достаточно просто решил вопрос о сложении скоростей. В итоге он нашел условия, при которых сложение чистого раздвигания с движением системы как однородно-изменяемой вновь дает чистое раздвигание.

В четвертой главе Сомов разложил ускорения в движущейся коллинеарно-изменяемой системе на простейшие составные элементы. Он также привел некоторые поправки к формулам, полученным ранее Дюраном для однородно-изменяемых систем.

Большой научный интерес представляют приложения к работе. В частности, Сомов затронул в них вопросы, связанные с линиями огибаемыми, причем такими, которые при движении системы «огибают сами себя» (линии тока). Сомов разделил самоогибаемые линии по числу плоскостей, которые при бесконечно малом перемещении коллинеарно-изменяемой системы не изменяют своего положения, на два различных типа. Сообразно с этим он привел дифференциальные уравнения этих кривых и их интегралы. Это позволило ему исследовать общий характер кривых для двух указанных случаев. У Бурместера [89] на этот счет есть только краткое указание, что «в случае существования на плоскости одного действительного центра скоростей самоогибаемые линии будут спиралями». Определение же характера этих спиралей, а также исследования самоогибаемых линий для различных случаев общего движения коллинеарно-измеряемой системы впервые выполнил П. О. Сомов.

Таким образом, Сомов успешно справился с поставленной задачей: создал общую теорию по кинематике подобно-изменяемой, однородно-изменяемой и коллинеарно-изменяемой систем и дал общие аналитические методы исследования этих систем. Эти результаты имели значение не только для дальнейших теоретических обобщений. Они сразу же нашли применение в теории упругости, гидродинамике, в теории механизмов.

И все же многие результаты по кинематике изменяемых систем (особенно по кинематике трех измерений) выражались громоздкими формулами, несмотря на многие упрощения, предложенные Сомовым. На это указал в 1892 г. Д. Н. Зейлигер [66], который занимался подобно-изменяемыми системами. Из общего движения подобно-изменяемой системы он предложил выделить «лучистое»[1] и при этом показал, что самое общее движение подобно-изменяемого тела состоит из совокупности «лучистого расширения» и вращения вокруг оси, проходящей через центр расширения. Иначе говоря, Зейлигер перевел на язык кинематики подобно-изменяемой системы теорему Шаля о том, что два положения подобно-изменяемого тела имеют двойную прямую и на ней двойную точку. Учитывая это положение, Зейлигер изложил кинематику подобно-изменяемой системы в более совершенном виде.

Нужно отметить, что изложение Зейлигера уже включало элементы теории винтов. Так, он доказал, что среди возможных движений подобно-изменяемого тела возможен «винт Пуансо» (т. е. совокупность вращения и поступательного движения параллельно оси вращения) и «цилиндрический винт» (движение подобно-изменяемого тела, при котором его точки описывают винтовые линии, лежащие на цилиндрах, общая ось которых совпадает с осью винта). Он также ввел в рассмотрение движение подобно-изменяемой системы, названное им «коническим винтом». Это движение, которое можно разложить на вращение со скоростью $\bar{\omega}$ вокруг некоторой оси s и расширение со скоростью $\bar{\eta}=p\omega$ вокруг точки O той же прямой, где точка O является центром винта, прямая s — его осью, а p — параметром [66, с. 11].

Д. Н. Зейлигер доказал, что общее движение подобно-изменяемой системы можно рассматривать как «конический винт». На основании положений о возможных движениях системы он получил законы, которым подчиняется общее движение подобно-изменяемой системы трех измерений, а также теорию скоростей. Результаты Зейлигера записывались в компактном виде, а метод обеспечивал достаточную наглядность свойств системы.

Таким образом, изучение изменяемых систем упростилось за счет применения нового аппарата исследова-

---

[1] Под «лучистым» движением (расширением) Д. К. Зейлигер понимал такое движение, при котором точки подобно-изменяемой системы движутся по радиусам, исходящим из некоторого центра.

ния — теории винтов. Нужно отметить, что к этим результатам пришел и П. О. Сомов. С 1893 г. появляются его работы по применению теории винтов Болла к кинематике несвободного твердого тела в пространстве [16, 18—28]. Важным явилось также то, что П. О. Сомов занялся вопросами усовершенствования системы векторных обозначений. Так в 1907 г. вышла его книга по векторному анализу [38], в которой наряду с изложением теории векторного исчисления были даны указания по применению разработанных методов к механике, в частности к кинематике пространственного движения.

Варшавские годы. Винтовое исчисление. Кинематика и синтез шарнирных механизмов

В октябре 1887 г. П. О. Сомов по рекомендации Д. К. Бобылева получил кафедру механики в Варшавском университете.

Варшавский университет был основан в 1816 г. по инициативе С. К. Потоцкого и С. Сташица в составе пяти отделений: теологии, администрации и права, медицины, философии, изящных искусств. Базой для него послужили Медицинская школа, организованная в 1809 г., и Школа администрации и права, созданная годом раньше. В 1820—1830 гг. университет был центром, в котором действовали патриотические студенческие кружки, влияние которых распространялось и на другие польские научные центры. В 1831 г. университет был распущен и восстановлен лишь в 1862 г. под названием Варшавской главной школы. Последняя в 1869 г. была преобразована в Императорский Варшавский университет, преподавание в котором велось на русском языке. Таким образом, Варшавский университет стал важным центром русификации так называемого Привислянского края и просуществовал до 1615 г. Правительство стремилось направлять в Варшаву в качестве профессоров таких лиц, которые поддерживали царскую политику, а положение профессоров, не желавших этого, оказывалось двусмысленным: работать им было нелегко.

Но несмотря на это, на протяжении двух последних десятилетий XIX в. в Варшавском университете образовалась большая группа крупных ученых, которые своей научной деятельностью обеспечили ему почетное место среди высших учебных заведений России. В эти годы в Варшавском университете работали: А. С. Будилович, историк и филолог, с 1829 г.— ректор Юрьевского университета; Л. В. Попов, позже преемник С. П. Боткина по кафедре в Военно-хирургической академии; академик Н. Я. Сонин, филолог и искусствовед; И. В. Цветаев, впоследствии основатель (в 1911 г.) и первый директор московского Музея изящных искусств, и ряд других. Среди них был и П. О. Сомов. Несмотря на постоянный министерский «нажим», все они позволяли себе иметь собственное мнение, часто не совпадающее с официальным — правительственным.

В этом отношении интересны протоколы заседаний Совета университета, на которых обсуждались вопросы желательных изменений в уставе университета и штатном расписании. В основу ряда решений легли материалы, подготовленные специальной комиссией, постоянным членом которой был П. О. Сомов. Так, на основе рекомендации коммиссии было решено избирать ректора сроком на три года, а преподавательские штатные места сделать выборными по конкурсу; разрешалась деятельность ряда студенческих организаций и кружков.

При университете работало Варшавское общество естествоиспытателей, труды которого печатались в «Варшавских университетских известиях». П. О. Сомов был председателем отделения физики и химии Общества естествоиспытателей, а с 1891 по 1894 г. возглавлял редакционную комиссию «Варшавских университетских известий». Кроме того, П. О. Сомов был судьей университетского суда, с 1891 по 1894 г, являлся секретарем физико-математического факультета. Ученый неоднократно участвовал в проведении испытаний в Варшавском реальном училище, в Варшавской и Пражской (Варшава) гимназиях и в других учебных заведениях. Так, в 1898 г. он принимал экзамены по математике у землемеров.

В мае 1897 г. Павла Осиповича назначили членом комиссии по сооружению Варшавского политехнического института. В 1898 г. он получил в новом институте место профессора теоретической механики, а также в 1898—1890 гг. «на общественных началах» исполнял обязанности декана механического и инженерно-строительного факультетов. В 1899 г. П. О. Сомову присвоили звание заслуженного профессора. Постепенно П. О. Сомов отходит от внелекционных занятий в университете и все свое свободное время отдает организационной работе в Политехническом институте, читает курс теоретической механики, ведет курс практической механики, который в 1900 г. передает Н. Б. Делоне.

Николай Борисович Делоне (1856—1931), доктор практической механики, в 1878 г. окончил Московский университет, где был учеником Ф. Е. Орлова. Последний особенное внимание обращал на прикладную механику. Он создал в Московском университете прекрасный механический кабинет, который затем возглавил Н. Е. Жуковский. Своим ученикам Ф. Е. Орлов рекомендовал заниматься прикладными вопросами. «В Московском университете,— писал позднее Н. Е. Жуковский,— преподавание практической механики было поставлено Федором Евпловичем на ту высоту, на которой оно не стояло ни в одном из русских университетов... Ф. Е. Орлов поощрял студентов заниматься его предметом. Он устроил в университете прекрасный механический кабинет, завел классы черчения и проектирования. Он всегда охотно сообщал занимавшимся у него студентам сведения для написания кандидатских сочинений...» [1] Неудивительно, что и Н. Б. Делоне, занимаясь в основном теорией механизмов, развил некоторые идеи П. Л. Чебышева, написал несколько учебников по прикладной механике.

В 1899 г. Н. Б. Делоне возглавил в Политехническом институте кафедру практической механики. Именно на этой кафедре П. О. Сомов читал курс теоретической механики: 3 часа в неделю для первого курса и 2 часа — для второго. Для студентов института были подготовлены и отлитографированы учебные пособия: по теоретической механике — П. О. Сомова, по практической механике с приложением атласа — Н. Б. Делоне. Трехчасовой (в неделю) курс теорети-

[1] *Жуковский Н. Е.* Некролог и очерк деятельности Ф. Е. Орлова как профессора Московского университета // Ф. Е. Орлов. Дневник заграничной командировки 1869—1872 гг. М., 1893. С. 338.

ческой механики П. О. Сомов читал и на кафедре теоретической механики. Одновременно ученый вел курсы аналитической механики (2—3 часа в неделю) для студентов второго, третьего и четвертого курсов Варшавского университета. Кроме того, с 1900 г. он начал читать для студентов третьего и четвертого курсов совместные лекции по практической механике (1 час в неделю).

В этой связи хотелось бы отметить, что в то время и в Варшавском университете, и в Политехническом институте преподавали известные математики. Так, в университете читали лекции В. А. Анисимов, Н. Я. Сонин, Н. Н. Зинин; в Политехническом — Д. Д. Мордухай-Болтовской, В. А. Анисимов и Г. Ф. Вороной. Поэтому научный уровень преподавания в этих учебных заведениях, особенно в области теории, был очень высоким.

Архивные документы и протоколы Ученых советов обоих учебных заведений свидетельствуют о вкладе П. О. Сомова в дело улучшения преподавания механики в университете и Политехническом институте. Он, в частности, создал кабинет теоретической механики с моделями по Рело, руководил студенческими работами, темы для которых подбирал из задач практической механики. Ученого интересовали и прикладные вопросы. Так, он выступал на заседаниях Варшавского общества естествоиспытателей и на X съезде естествоиспытателей в Киеве с докладами о методах исследования кинематики шарнирных механизмов, конструировал новые типы механизмов, строил модели машин. И во всех этих практических делах чувствовалась школа П. Л. Чебышева.

Как уже отмечалось, П. О. Сомов в 1891 г. защитил докторскую диссертацию и получил степень доктора прикладной математики. Защита состоялась на Ученом совете Петербургского университета, оппонентами были Д. К. Бобылев и И. К. Мещерский. Диссертация под названием «Кинематика коллинеарно-изменяемых систем общего вида» завершала цикл исследований Сомова, посвященных подобно-изменяемым системам. Его дальнейшие исследования, выполненные уже в Варшаве. относятся или к теории шарнирных механизмов, или к теории винтов.

За годы работы в Варшаве Сомов неоднократно бывал в заграничных командировках. Главной целью этих поездок являлось приобретение книг для библиотек, моделей различных приборов для механического кабинета. В 1900 г. ученый посетил Париж и участвовал в работе всемирной выставки.

Парижская всемирная выставка, открытая 14 апреля 1900 г., была призвана показать достижения человечества в искусстве, науке и технике за последние десятилетия века, чтобы явить миру, с чем он входит в новый XX в. Поэтому для Парижской выставки было характерным большое количество проведенных в ее рамках конгрессов и съездов ученых различных направлений, специалистов в области техники, торговли, промышленности, а также художников и литераторов. В частности, в 1900 г. в Париже состоялся Второй Международный математический конгресс, на котором Д. Гильберт выдвинул свои знаменитые 23 проблемы, решением которых должны были заняться математики XX в. Однако нужно отметить, что выставка начала действовать в пустых дворцах: заполнить последние к сроку устроители не успели, и лишь спустя два месяца после официального открытия посетители получили возможность обозревать выставку не только с фасада, но и изнутри.

Всего в работе выставки принимали участие 100 тыс. участников, которые выставили 121 класс экспонатов, объединенных в 18 групп. Важнейшим сооружением, «гвоздем» выставки была Эйфелева башня, ставшая символом Парижа. Любопытно, что Эйфель построил ее на 4/5 за свой счет и государство выкупило ее лишь в 1909 г. Кроме художественных выставок, большим успехом пользовались также и технические. Так, посетители с интересом обозревали выставленную в «Оптике» подзорную трубу с фокусным расстоянием 60 м и диаметром 1,25 м. Труба давала изображение Луны диаметром 5,5 м. На выставке экспонировалось большое число образцов железнодорожной техники, а также электрифицированные железные дороги. В отдельном салоне стояли автомобили. Правда, мощность их была невелика, но отдельные грузовики могли перевозить до 10 т груза. Особенно много было представлено фотоаппаратов и фотографических принадлежностей. Для удобства передвижения посетителей между наиболее посещаемыми объектами действовали роликовые транспортерные дорожки и эскалаторы, которые были тогда новинкой.

П. О. Сомов, 1900 г.

П. О. Сомов, уделяя особое внимание машинам, с интересом посещал и художественные выставки. С большим удовольствием он уделял время и парижским библиотекам. Ученый просмотрел большое число монографической и журнальной литературы, в особенности по вопросам теории пространственного движения. Его попытки подойти к решению этого вопроса со стороны теории подобно-изменяемых систем не дали желательных результатов. Более подходящим оказался математический метод — винтовое исчисление.

Остановимся на основных моментах возникновения и развития теории винтов. Интересно, что ее разработкой занимались параллельно и почти независимо друг от друга механики и математики многих стран вплоть до 1889 г.

Существенным моментом в истории винтов следует считать работы Л. Пуансо, который впервые провел аналогию между двумя на первый взгляд совершенно различными процессами — «сложением сил и сложением вращений» (1806—1834 гг.). Пуансо привел систему сил к каноническому виду, т. е. к силе и паре, лежащей в плоскости, перпендикулярной этой силе. Таким образом, фактически он ввел в употребление силовой винт. Более того, теорема об эквивалентности всякого бесконечно малого перемещения винтовому движению давала возможность говорить и о кинематическом винте.

Ф. Мебиус открыл принцип взаимного соответствия, или двойственности, который устанавливала система сил между пространственными элементами. По этому принципу каждой точке одной системы соответствовала плоскость, через нее проходящая, каждой плоскости — на ней лежащая точка, прямой — прямая. Таким образом, в употребление был введен линейный комплекс I порядка. Для кинематики же большое значение имела теорема Пуансо о том, что при всяком бесконечно малом перемещении тела нормали к траекториям различных точек распределяются по лучам комплекса I порядка, что было подчеркнуто и развито в дальнейшем М. Шалем.

Ф. Мебиус [107, 108] доказал теорему, что каждую силу можно разложить по шести прямым (например, по ребрам тетраэдра). Таким образом, он ввел в статику теорему, которой соответствовала теорема кинематики о том, что всякое бесконечно малое вращение может быть разложено на вращение вокруг шести осей.

В 1865—1868 гг. Ю. Плюккер дал аналитическую теорию линейных комплексов и тем самым окончательно связал кинематику со статикой. Но его теория групп осталась неясной для механики. Клейн в 1869 г. развил геометрическую теорию линейных комплексов и указал на механическое значение возможного коэффициента.

В то же время А. Маннгейм, изучая кинематику несвободной неизменяемой системы, получает в 1871 г. поверхности, найденные Плюккером. И хотя О. И. Сомов разъясняет связь работ Маннгейма с теорией линейных комплексов, эта связь остается не вполне ясной из-за отсутствия понятия о винте.

И наконец, большое значение имели замечательные работы Р. Болла по теории винтов, изданные в 1876 г.

одной книгой [84]. Болл сначала излагает теоремы, касающиеся движения свободного тела, потом разбирает детально случаи движения тела, обладающего определенными степенями свободы.

Всякое перемещение тела приводится к «каноническому» виду, т. е. винтовому движению вокруг некоторой оси. Если $d\bar{\tau}$ и $d\bar{\omega}$ — слагающие этого движения, то перемещение тела вполне определяется величинами $p=d\bar{\tau}/d\bar{\omega}$ и $d\bar{\omega}$ и положением оси винтового движения. Ось с нанесенным на ней отрезком, равным параметру p, Болл называл винтом. Таким образом, для полного определения перемещения тела, кроме винта, нужно знать еще амплитуду $d\omega$ винтового движения. Всякое перемещение Болл обозначает символом (Γ, $d\omega$), где Γ — винт.

С другой стороны, всякая система сил приводится к силе R и паре момента G, ось которого параллельна этой силе. Ось с нанесенным на ней отрезком, равным параметру $p=G/R$, называется также винтом; таким образом, всякая система сил характеризуется винтом (G) и силой $\bar{R}$. Эта система обозначается символом (C, R).

Если на тело, обладающее перемещением (Γ, $d\omega$), действует система сил (C, R), тогда, как это показал еще раньше Клейн, работа сил выразится следующим образом:

$$[(p+\pi)\cos\varphi+\Delta\sin\varphi]\,Rd\omega=Rd\omega\times 2\Omega_{C,\,R}.$$

Символ $2\Omega_{C,\,R}=(p+\pi)\cos\varphi+\Delta\sin\varphi$ играет очень важную роль в сочинении Болла и называется возможным коэффициентом. Он симметричен относительно обоих винтов, и равенство его нулю есть условие равновесия сил, приложенных к телу, для которого перемещение (Γ, $d\omega$) является единственным. Два винта, возможный коэффициент которых равен нулю, Болл называет «взаимными».

Если тело несвободно и обладает одной степенью свободы, то (Γ_1) — единственный винт, вокруг которого оно может вращаться. В случае, когда, кроме винта (Γ_1), есть еще один винт (Γ_2), тело обладает двумя степенями свободы (или свободой второй степени). Но при этом, отмечает Болл, имеется еще бесчисленное множество винтов, вокруг которых может вращаться данное тело, и все они лежат на цилиндроиде. Любые два винта цилиндроида служат для характеристики свободы тела и считаются независимыми. Болл характеризует всякую свободу движения тела числом n независимых винтов, вокруг которых тело может вращаться. Все же винты образуют n-членную группу.

Для характеристики свободы тела можно взять любые из n независимых винтов, вокруг которых может вращаться тело. Однако Болл замечает, что вычисления значительно упрощаются, если эти n винтов совзаимны. Так, выбрав одну такую группу винтов $(C_1), \ldots$ $\ldots, (C_n)$, он показывает, что всякому возможному перемещению $(\Gamma, d\omega)$ будет соответствовать одна система величин $d\omega_1, \ldots, d\omega_n$ такого свойства, что перемещение $(\Gamma, d\omega)$ эквивалентно совокупности перемещений $(C_1, d\omega), \ldots, (C_n, d\omega)$.

Всякая система сил (C_0, R), приложенных к несвободному телу, разлагается на две системы (C, R) и (C', R'), из которых одной соответствует винт (C), принадлежащий к группе винтов $(C_1, \ldots, C_n)$, другой — винт (C') из другой системы — группы винтов, совзаимных с винтами свободы. Болл доказывает, что система сил (C', R') уничтожается реакциями связей, а система (C, R) называется сведенной и может быть разложена на n систем $(C_1, R_1), \ldots, (C_n, R_n)$. Величины $d\omega_1, \ldots,$ $d\omega_n$ Болл назвал косыми координатами перемещения $(\Gamma, d\omega)$, а величины $R_1, \ldots, R_n$ — косыми координатами сведенной системы сил (C, R).

Каждому винту (Γ) перемещения соответствует один винт (C) мгновенных сил, способных в течение отрезка времени dt сообщить телу, находящемуся в покое, то перемещение, которым оно обладает. В теле, имеющем свободу n-й степени, есть n винтов, обладающих тем свойством, что перемещению вокруг каждого из них соответствует винт мгновенных сил, тождественный с винтом перемещения. Эти винты Болл называет винтами инерции и показывает, что в случае вполне свободного тела шесть винтов инерции лежат на осях эллипсоида инерции и имеют параметры $\pm a$, $\pm b$, $\pm c$ (a, b, c,— главные радиусы инерции). Если принять главные винты инерции за координатные винты $(C_1), \ldots, (C_n)$, то кинематическую энергию какого-либо перемещения можно представить в виде суммы n квадратов.

Переходя к действию непрерывных сил, Болл останавливается на случае системы консервативной и, предполагая, что тело исходит из положения устойчивого равновесия, представляет потенциальную энергию в виде квадратичной функции от координат перемещения.

Каждому перемещению из положения устойчивого равновесия соответствуют, кроме винта перемещения Γ, еще два винта — винт мгновенных сил C и винт непрерывных сведенных сил C'. В теле, обладающем свободой n-й степени, есть n винтов такого свойства, что, посчитав их за винты перемещения, Болл получил соответствующие и тождественные им винты непрерывных сил. Это — главные винты потенциала. Приняв их за координатные винты, Болл представляет потенциальную энергию перемещения в виде суммы n квадратов.

Гармоничные винты Болл вводит следующим образом. Он доказывает, что некоторая группа винтов может обладать таким свойством, при котором, приняв какой-либо винт за винт перемещения, можно для винтов сил непрерывных и мгновенных получить один и тот же винт. Если вывести тело из положения устойчивого равновесия, сообщив ему некоторую амплитуду $d\omega$ вокруг одного из гармоничных винтов, то равновесие нарушится и появятся непрерывные силы, которые видоизменят сообщенное телу движение. Но так как винт этих непрерывных сил тождествен с винтом сил мгновенных, они будут влиять лишь на амплитуду, но не на сам винт перемещения, и тело, таким образом, продолжает вращаться вокруг гармоничного винта совершая вокруг него малые колебания.

Пользуясь гармоничными винтами, Болл составляет и интегрирует общие дифференциальные уравнения движения тела, выходящего из положения устойчивого равновесия, т. е. решает задачу, изложенную Лагранжем. Но метод Болла, в основе которого лежит понятие о взаимных винтах и цилиндроиде, обеспечил недостающую наглядность, и это сразу оценили многие ученые. Наиболее существенные результаты Болла были изложены на немецком языке в том же году, а в 1878 г.— на французском (Шалем).

В 1889 г. [64] И. М. Занчевский изложил теорию винтов Болла на русском языке и последовательно провел связь ее с теорией линейных комплексов.

Сначала И. М. Занчевский описал теорию векторов и линейного комплекса первого порядка, используя метод Плюккера, ввел понятие винта, его координат, координат его оси, относительного момента двух винтов, связи, существующей между двумя системами векторов, определяющих два взаимных винта. Затем Занчевский исследовал группы винтов, указал на связь между группами винтов и сложением систем векторов, а также между группой винтов и группой комплексов. Отметив связь между двумя группами взаимных винтов, он перешел к косым координатам и показал свойства шести совзаимных винтов, на которые без доказательства обратили внимание Клейн и Болл. Исследуя n-членные группы, Занчевский доказал условие независимости винтов группы в косых координатах и объяснил, каким образом из n-членной группы можно выбрать n совзаимных винтов.

И. М. Занчевский рассмотрел и приложения теории винтов, подчеркнув значение групп винтов в кинематике несвободного тела, изложил теоремы Шаля и Мангейма и теорию Болла, затронул общий случай движения тела, обладающего свободой n-й степени. Он доказал теорему о главных винтах инерции, учитывая упущенные Боллом условия вещественности корней уравнения, исследовал условия их выполнимости.

Таким образом, теория винтов Болла была перенесена в область аналитической геометрии.

Геометрическое изложение теории винтов Болла дал в 1889 г. и немецкий ученый Г. Гравелиус [102]. Он занимался вопросом геометрического представления возможного коэффициента двух винтов и даже представил его решение, однако извлечь из этого какие-либо приложения ему не удалось. Это сделал в 1890 г. Д. Н. Зейлигер [63], который ввел понятия возможных относительных моментов винтов, дополнил условия взаимности винтов и более детально исследовал соотношения, существующие между винтами силовыми и кинематическими. В 1890—1892 гг. Д. К. Зейлигер применил эти результаты к изложению кинематики и динамики подобно-изменяемой системы [64, 62], а также при создании статики подобно-изменяемой системы [65, 66], изменив начальные положения теории винтов Болла и рассмотрев «центрированные» винты.

В 1893—1895 гг. А. П. Котельников разработал математический аппарат, описывающий силовые винты статики и винтовые перемещения кинематики,— винтовое исчисление [67, 68]. При этом он заметил что у Болла имеются следующие основные построения: сложение динам (винтов), построение относительного момента двух динам, увеличение параметра динамы на постоянную величину и умножение «интенсивности» (главного вектора) динамы на постоянную величину. Первые две операции коммутативны и ассоциативны. Сущность же всего метода Болла составляют четыре операции, одна из которых аналогична сложению, а три другие — умножению динам. А. П. Котельников указал, что эти построения Болла соответствуют основным операциям над комплексными числами, введенными в рассмотрение Клиффордом. Применив эти числа $g+\omega\tau$, где g и τ — кватерпионы (частное от деления двух векторов), а ω — число, квадрат которого равен нулю, Котельников в более компактной форме записал результаты Болла, сформулировал принцип перенесения, по которому все операции векторного исчисления превращаются в операции винтового исчисления, если в них вещественные числа заменить комплексными (указанного вида). Иначе говоря, он создал первый математический аппарат, пригодный для исследования пространственного движения.

Особый интерес представляют исследования П. О. Сомова. В то время как другие ученые пришли к винтовому и векторному анализу, решая различные задачи математики и механики, он искал математические методы исследования пространственных механизмов. Этот цикл его работ [16—29] был опубликован в 1893—1900 гг.

В 1893 г. П. О. Сомов обобщил задачу о возможности перемещений поверхности по поверхности в случае удерживающих связей, т. е. когда условия связей выражаются в виде равенства [16]. Эта задача нужна была для решения двух вопросов: для определения условий катания поверхности по поверхности и для отыскания возможных зубчатых зацеплений для колес, вращающихся около осей, не пересекающихся между собой. «Приемы Болла,— писал П. О. Сомов,— в основе которых лежит понятие о координатных винтах и о винтах совзаимных, настолько упрощают весь ход рассуждений... что мы считали необходимым ими пользоваться, где это представлялось удобным» [16, с. 2].

П. О. Сомов указал на то, что перемещение твердого тела, касающегося своей поверхностью одной или нескольких неподвижных поверхностей, можно определить двумя путями: или по следам, описываемым точками касания на каждой паре поверхностей, и по изменению взаимного положения этих следов, или как винтовое движение около одного из винтов, принадлежащих системе возможных винтов. В обоих случаях, отмечал ученый, определение перемещения сводится к отысканию нескольких элементов, число которых равно числу степеней свободы твердого тела. Причем эти кинематические элементы могут выбираться различным образом в соответствии с той целью, с которой изучается перемещение тела». П. О. Сомов подбирает их таким образом, чтобы они находились в возможно простой зависимости от геометрических элементов, касающихся поверхностей и следов точек касания.

П. О. Сомов устанавливал зависимости между геометрическими элементами, характеризующими следы на прикасающихся поверхностях и их взаимное перемещение, и некоторыми основными винтовыми перемещениями, на которые можно разложить всякое движение. Такие зависимости, по мнению ученого, приводят к решению следующих вопросов: «1) к построению винта по данным следам и их взаимному перемещению, 2) к решению вопроса, обратного этому, 3) в случае касания тела к нескольким поверхностям к определению зависимостей между следами на различных парах касающихся поверхностей и вместе с тем к определению условий, которым должны удовлетворять следы на каждой паре поверхностей» [16, с. 2].

Говоря о связи системы возможных винтовых скоростей с геометрическими элементами следов, П. О. Сомов выделял следующее разложение перемещения поверхности по поверхности. По мысли ученого, бесконечно малое перемещение поверхности S по поверхности Σ вполне «определяется, если заданы следы s и σ в их взаимном положении, на них дуги $MM'=\Delta\sigma$, $MM_1'=\Delta s$ и угол $\Delta\alpha$». Иначе, перемещение поверхности S из ее первого положения во второе может быть произведено тремя следующими последовательными перемещениями: «чистым скольжением I рода», при котором на поверхности S сохраняется одна и та же точка касания, описывающая след σ на поверхности Σ, «чистым скольжением II рода», при котором на поверхности Σ сохраняется одна и та же точка касания, описывающая след s на поверхности S, и вращением около общей нормали обеих поверхностей. При обоих чистых скольжениях угол α, образуемый касательными к следам в точках касания поверхностей, не меняется.

Обыкновенно разложение выполнялось иначе: на катание, скольжение вдоль следа σ, на скольжение, перпендикулярное следу, и на вращение около общей нормали. Преимущество разложения, предложенного П. О. Сомовым, прямо связано с геометрическими элементами, которыми характеризуются следы как линии, заданные на поверхности. Так, при чистом скольжении I рода перемещение поверхности по поверхности состоит из: вращения на угол β около оси, которая проходит через центры кривизны нормального сечения поверхности Σ, касательного в точке M к следу σ, и нормальна к этому сечению; вращения на угол β_2 около касательной к следу σ (геодезического кручения) и вращения на угол β_3 около общей нормали n в точке M. Угловые скорости, соответствующие этим вращениям, определялись по формулам теории поверхностей, изложенной в работах Дарбу, Д. К. Бобылева.

Чистое скольжение II рода можно разложить таким же образом, как и скольжение I рода, если сделать обращение движения, т. е., не изменяя относительного движения поверхностей S и Σ, считать S неподвижной.

Вращение же поверхности S около нормали n с угловой скоростью $\bar{\omega}_\alpha = d\alpha/dt$ — это не полное вращение этой нормали, определяемое угловой скоростью $\bar{\omega}_n$, а вращение, слагающееся из трех угловых скоростей скольжения II рода.

Исследовав зависимости, полученные в результате такого разложения, Сомов пришел к выводу: согласно числу степеней свободы всякое перемещение поверхности по поверхности можно получить вращением около пяти осей, из которых четыре пересекают общую к поверхностям нормаль под прямым углом, а пятая совпадает с этой нормалью.

Вместе с тем для определения винтовой скорости $\bar{p}(\omega)$ по данным следам и по скоростям $\overline{\Gamma}, \overline{G}, \bar{\omega}_\alpha$ П. О. Сомов выбрал следующую систему координат: ось ξ направлена по касательной к тому из главных нормальных сечений поверхности Σ в точке ее касания с поверхностью S, у которой кривизна, взятая с соответствующим знаком, меньше; ось η берется по другому главному нормальному сечению, ось ξ — по нормали.

Винтовую скорость $\bar{p}(\omega)$ он разложил на три угловые скорости $\bar{\omega}_\xi, \bar{\omega}_\eta$ и ω_ζ на координатных осях и на две поступательные скорости $\bar{u}_\xi$ и $\bar{u}_\eta$, параллельные осям ξ и η. И так как винтовая скорость в таком случае раскладывается на пять угловых скоростей, то поступательные скорости $\bar{u}_\xi$ и $\bar{u}_\eta$ появляются только в результате переноса угловых скоростей координатной плоскости $\xi\eta$.

В то же время, выразив эти скорости в зависимости от величин, определяющих винтовую скорость, и сравнивая полученные результаты с предыдущими, Сомов получил выражения для определения винтовой скорости $\bar{p}(\omega)$ по данным следам и скоростям.

Добавив же уравнение комплекса всех возможных винтов с параметром ρ: $\rho \cos \varphi - \delta \sin \varphi = 0$, он определил все шесть величин ρ, δ, h, $\bar{\omega}$, φ, Ψ. Это был случай касания в одной точке. Здесь φ — угол между каким-либо винтом и нормалью, δ — кратчайшее расстояние винта от этой нормали, ψ — угол, образованный параметром ρ_0 с осью ξ, h — расстояние винта ρ_0 от плоскости $\xi\eta$.

Наконец, Сомов вывел формулы для определения этой же винтовой скорости $\bar{p}(\omega)$ по шести координатам вектора $\bar{\omega}$, лежащего на винтовой оси.

Решая обратную задачу, Сомов ограничился вопросом нахождения направления касательных и пришел к интересным выводам.

Каждому чистому скольжению I рода соответствует винтовая скорость $\bar{P}_\sigma(\omega_\sigma)$, слагающаяся из угловых скоростей $-\beta_1$ и $-\beta_2$. Угловые скорости $-\beta_3$ и β_3 приняты равными нулю, так как отыскиваются только касательные, а не следы. Аналогично скольжению II рода соответствует винтовая скорость $\bar{P}_s(\omega_\sigma)$, слагающаяся из угловых скоростей $-\beta_1$ и $-\beta_2$. Закон же распределения винтов, соответствующих различным направлениям скольжений по следам, проходящим через данную точку на поверхности, выразится теоремой: «система винтов, соответствующих чистым скольжениям по различным направлениям следов, проходящих через одну и ту же точку, образует цилиндроид, основные винты которого пересекают нормаль к поверхности под прямым углом и делят пополам углы между главными нормальными сечениями и расстояние между центрами кривизны последних. Параметры основных винтов имеют противоположные знаки и оба численно равны полуразности радиусов кривизны главных нормальных сечений» [16, с. 82].

Выбор координатных винтов, т. е. разложение данной винтовой скорости $\bar{p}(\omega)$ на винтовые скорости около некоторых, заранее выбранных осей с определенными параметрами, по мысли П. О. Сомова, можно делать по-разному в зависимости от того, какая система возможных винтов является для решаемой задачи наиболее целесообразной. Упрощение, достигаемое выбором «совзаимных» винтов (по Боллу), «аналогично тому, которое достигается в аналитической геометрии выбором ортогональной системы координат. Но подобно тому, как там могут встретиться такие условия задачи, при которых косоугольная система координат оказывается целесообразнее прямоугольной, так и при выборе координатных винтов могут быть случаи, где некоторым определенным, не «совзаимным» винтам следует отдать предпочтение перед винтами совзаимными» [16, с. 29].

Так, в данном случае П. О. Сомов предлагал выбрать следующие координатные винты: два винта p_1 и p_2 цилиндроида $[\bar{p}_1, \bar{p}_2]$ и $\bar{p}_3$, $\bar{p}_4$ — цилиндроида $[\bar{p}_3, \bar{p}_4]$, соответствующих скольжениям I и II рода; пятый винт с параметром, равным нулю, взять на нормали n.

Разложив данную винтовую скорость $\bar{p}(\omega)$ на винтовые скорости $\bar{p}_1,(\omega_1)$, $\bar{p}_2(\omega_2),\ldots,\bar{p}_4(\omega_4)$ и на угловую скорость по координатным винтам, Сомов определил винтовые скорости обоих скольжений $\bar{p}_\sigma(\omega_\sigma)$ и $\bar{p}_s(\omega_s)$. Это позволило найти направления касательных к следам, т. е. углы α и λ, а по ним, разлагая $\overline{\omega}_\sigma$ и $\overline{\omega}_\alpha$, определить угловые скорости; по известным λ и α вывести p и R.

Проанализировав полученные результаты, Сомов доказал, что определение цилиндроидов скольжения потому и важно, что каждому винту, лежащему на цилиндроиде $[p_1, p_2]$, соответствует определенное значение угла λ. Аналогично для цилиндроида $[\bar{p}_3, \bar{p}_4]$ — и значение $\lambda+\alpha-v$, по которому можно определить угол α, так как угол v известен, если известно относительное положение поверхностей Σ и S. Так же выводятся зависимости между геометрическими элементами перемещений и координатными винтами в случае касания в двух, трех, четырех и пяти точках касания.

В 1895 г. [18] П. О. Сомов использовал эти зависимости и их подробный анализ для некоторых приложений, главным образом для определения таких систем винтовых перемещений, которые принадлежат к числу возможных при данном числе степеней свободы и соответствуют еще различным специальным условиям относительно перемещений на одной или нескольких парах прикасающихся поверхностей. Так, в случае касания твердого тела к неподвижной поверхности только в одной точке система всех винтовых осей слагается из системы комплексов $p\varpi_\xi+\mu_\xi=0$ I порядка, причем каждому комплексу соответствует один общий параметр винтовой скорости. Поэтому, подчеркивал ученый, «введение одного условия для геометрических элементов перемещения или прямо для координат и параметра винтовой скорости ограничивает систему винтов таким образом, что они образуют некоторый комплекс, который притом может и не быть I порядка» [18, с. 5]. Введение двух условий ограничивает систему, располагая ее на конгруэнции, введение трех условий — на линейчатой поверхности, четырех — дает уже определенное положение и определенную величину параметра возможного винта.

В работе [22] П. О. Сомов перешел к исследованию перемещений твердого тела, когда оно подчинено таким связям, условия которых выражаются неравенством, т. е. неудерживающим связям. Этот вопрос был почти не изучен, так как решался в основном для частных случаев движения (плоского или сферического). За основную форму связи П. О. Сомов предложил выбрать «твердую неподвижную поверхность, к которой прикасается твердое тело, но вообще-то может и отходить от нее». Отметив, что не всякая связь, ограничивающая движение твердого тела, поскольку она выражается какой-либо зависимостью между его кинематическими элементами, может осуществляться в виде такой твердой неподвижной поверхности, П. О. Сомов все же выбирал ее. При этом дал следующее объяснение: во-первых, «этот частный случай связи играет первенствующую роль во всех вопросах механики твердого тела» и на практике именно так представлялось ограничение в движении; во-вторых, «в случае нескольких связей, какого бы общего вида они ни были, они всегда могут быть в действительности заменены столькими же неподвижными поверхностями» [22, с, 2].

П. О. Сомов указал, что систематическое изучение вопроса об ограничении движения твердого тела с помощью опор встречается впервые у Ф. Рело, позже у Л. Бурместера. Но вместе с тем он подчеркнул, что эти ученые разбирали лишь частный случай движения твердого тела параллельно плоскости и «не было необходимости рассматривать более общие случаи для изучаемых ими механизмов». По мнению П. О. Сомова, одна из причин, почему до сих пор не сделано обстоятельного исследования самого общего случая движения твердого тела, в котором «основным кинематическим элементом является винтовая скорость, состоит, по-видимому, в том, что вопрос об опорных поверхностях ставился постоянно в связи с теорией механизмов, в которой механизмы, имеющие направляющую плоскость, или такие механизмы, члены которых имеют неподвижную точку, играют как по своему практическому значению, так и по простоте исследования, столь первенствующую роль в сравнении с остальными, что до сих пор не представлялось существенной потребности в исследовании поставленного выше вопроса в самом общем виде» [22, с. 3].

Наглядное геометрическое изображение областей для элементов возможных перемещений тела в случае неудерживающих связей не только облегчает усвоение результатов, но и представляет существенное условие для выяснения самых важных особенностей изучаемого вопроса. П. О. Сомов уделил этому большое внимание. Он отметил нецелесообразность разложения пяти независимых кинематических элементов на элементы поступательного и вращательного движения, «так как если для тела невозможны в отдельности вращательное и поступательное движение, то из этого еще не следует, что для него невозможна комбинация из этих двух перемещений». Ученый предложил оперировать непосредственно над винтовой скоростью, а элементы, которыми она определяется, разложить на две группы с целью упрощения исследований областей изменения координат винта и его параметра. В этом случае точка на поверхности шара, описанного произвольным радиусом, будет определять направление угловой скорости (по направлению шарового радиуса, проведенного к этой точке). Этот шар Сомов назвал «шаром параметров», так как положение точек на нем находится в зависимости от тех неравенств, которым подчинен параметр возможной винтовой скорости. Точки же на плоскости, перпендикулярной проведенному радиусу шара, служат для изображения параллельных между собой винтовых осей.

При этом П. О. Сомов так определял условие, которому удовлетворяет винтовая скорость твердого тела, непрерывно касающегося неподвижной поверхности. Если поверхность S при перемещении тела остается касательной к поверхности Σ, то точка касания перемещается по направлению, перпендикулярному общей обеим поверхностям нормали $\bar{n}$ (здесь мы пренебрегаем бесконечно малыми величинами более высоких порядков, чем величины перемещений точек тела). Тогда всякое перемещение поверхности S по поверхности Σ может быть составлено из качения, при котором мгновенная ось, проходящая через точку касания, лежит в общей обеим поверхностям касательной плоскости, из вращения около нормали $\bar{n}$ и из скольжения. Первые два перемещения слагаются во вращение около оси, проходящей через точку касания, которую поэтому можно считать неподвижной. При скольжении же можно считать,что эта точка перемещается в общей к обеим поверхностям касательной плоскости. Этим достигается следующее упрощение: можно не рассматривать вопрос о влиянии кривизны опорной поверхности или поверхности двигающегося тела на величину возможного перемещения. И это нужно учесть, если делать различие между возможностью какого-либо конечного перемещения и возможностью существования соответствующей винтовой скорости.

Таким образом, П. О. Сомов предложил не указывать опорную поверхность и место касания ее к движущемуся телу, а прямо задавать направление общей обеим поверхностям нормали и ее положение. Тогда скорость точки, находящейся на общей нормали, при винтовом движении тела около оси $\bar{n}$ можно разложить на слагаемые V_1 и V_2 (в зависимости от вращательного и поступательного слагаемых винтового перемещения).

Далее П. О. Сомов нашел условия возможных винтовых скоростей в случае одной опорной поверхности. Исследуя полученные зависимости, он пришел к результатам, которые использовал для исследования и более сложных случаев касания тела («когда существует большее число опорных поверхностей»). «В случае одной опорной поверхности для твердого тела,— отмечает ученый,— возможны винтовые перемещения около всякой прямой; если угловая скорость на этой прямой образует острый угол с положительным направлением нормали к опорной поверхности в точке касания ее с твердым телом, то параметр винтовой скорости не меньше некоторого предела» [22, с. 10]. При этом он указал способ вычисления этого предела. Затем Сомов вывел для всех случаев условия возможных винтовых скоростей, используя для наглядности «шар параметров». После этого он нашел винтовые оси, соответствующие областям для каждого отдельного случая числа опорных поверхностей, исследовал области возможных винтовых скоростей на осях данного направления, дал наглядное изображение возможных осей данного направления, определил зависимость положения областей от направления винтовой оси, а также частные случаи возможных винтовых осей с параметром, равным нулю или бесконечности, возможных винтовых осей при параллельных нормалях. И что особенно важно, П. О. Сомов уделил большое внимание вопросу о наибольшем стеснении движения твердого тела при различном числе опорных поверхностей.

Важно отметить, что после исследования случая трех и четырех опорных поверхностей П. О. Сомов сразу получил некоторые выводы и для относительно более сложных случаев: пяти, шести и более опорных поверхностей. «После подробного разбора винтовых осей с параметром, равным нулю или бесконечности,— писал ученый,— и винтовых осей при частных положениях нормалей для случая трех и четырех опорных поверхностей можно ограничиться лишь некоторыми краткими дополнениями» [22, с. 81].

Так, он получил интересный результат для осей, около которых возможно простое вращение. Оказалось, что при помощи четырех нормалей можно достигнуть уничтожения осей данного вращения и достаточно близких к нему направлений, к какой бы области на сфере параметров это направление ни принадлежало. С помощью пяти опорных поверхностей этот результат можно усилить, т. е. на сфере параметров можно расширить области возможных простых вращений.

Учитывая ограничение в движении тела, производимое введением четвертой нормали, П. О. Сомов по аналогии получил результат для введенной пятой нормали. В заключение он сделал еще несколько частных выводов: «Если четвертую и пятую нормали,— писал он,— поместить в плоскости первых трех нормалей на одной непараллельной к ним прямой и направить противоположно друг другу, то твердое тело лишится всяких винтовых перемещений с конечными и неравными нулю параметрами; возможны только простые вращения около осей в плоскости пяти нормалей, и перпендикулярное к ним поступательное перемещение...

Если четвертую и пятую нормали задать противоположными друг другу, но не лежащими на одной прямой и не в плоскости первых трех нормалей, то область возможных винтовых перемещений, а также, в частности, область осей простого вращения опять расширяется; так что стеснение твердого тела становится меньше, чем это было в двух предыдущих случаях» [22, с. 82].

В работе [28] 1898 г. П. О. Сомов продолжил исследование в этом направлении и решил задачи, касающиеся изучения областей, определяющих всю систему возможных винтовых осей как по направлению, так и по положению для всякого данного числа опорных поверхностей, а также определения условий, при которых возможно большее сокращение этих областей, и нахождения наименьшего числа опорных поверхностей и необходимых и достаточных условий для того, чтобы твердое тело было лишено всякой подвижности. Здесь Сомов опять ввел новые, дополнительные методы исследования. Он выделил граничные плоскости, отделяющие возможные оси с одним направлением угловой скорости от возможных осей с обратным направлением угловой скорости или же оси возможные от невозможных и др., определил аналитические условия их заданий, дал графическое построение следа этих граничных поверхностей с целью улучшения наглядности.

После решения указанных задач П. О. Сомов понял, что для изучения дальнейших задач теории пространственных механизмов необходим более усовершенствованный аппарат исследований. Ученый перешел к созданию теории векторного исчисления.

Кинематика и синтез шарнирных механизмов

С ростом промышленности в XIX в. в странах Западной Европы и в России возникали новые проблемы в области конструирования и усовершенствования машин. Частично эти проблемы решались опытным путем, упорными многократными поисками лучших технических решений. Однако уже сама широта поставленных задач в связи с возникновением новых областей техники требовала теоретических обобщений.

Появилась потребность в разработке общих методов проектирования. Так, использование в технике паровых машин ставило проблемы их усовершенствования. Экономия в топливе и прочность машин во многом зависели от способов передачи работы пара, т. е. от работы параллелограмма Уатта, который служил для превращения прямолинейного движения поршня во вращательное движение пара.

П. Л. Чебышев (1861—1869 гг.) создал математические методы расчета прямолинейно-направляющих механизмов. Эти методы оказались гораздо совершеннее параллелограмма Уатта. Чебышев сам же и построил модели механизмов. До него в течение 75 лет, начиная с Уатта, размеры прямолинейно-направляющих механизмов подбирались инженерами эмпирически.

Внедрение в технику конца XIX в. технологических машин, рабочие звенья которых выполняли движение по заданным траекториям, усилило внимание ученых к синтезу шарнирных механизмов такого типа. В результате решения этих задач в механике возникли два направления: синтез механизмов, точно воспроизводящих заданное движение, и приближенный синтез шарнирных механизмов. К первому направлению относились исследования Ж. Понселе, Г. Гарта, А. Кемпе, ко второму — Дж. Уатта, П. Л. Чебышева, Л. Бурместера. Результаты исследований обсуждались на страницах журнала «Zeitschrift für Mathematik und Physik», который издавался в Дрездене.

С 1871 г., после изобретения Л. И. Липкиным инверсора, особенно быстрое развитие получила теория шарнирных механизмов, обусловливающих теоретически точное прямолинейное движение. Инверсор обладал свойством преобразования по взаимным радиусам-векторам, т. е. инверсией, что нашло широкое применение в механическом черчении кривых. Число работ по теории шарнирных механизмов росло быстро: так, в библиографии В. Н. Лигина (1883 г.) приводится 136 мемуаров на эту тему, написанных с 1871 по 1882 г.

В этот период появились общие теоремы шарнирных механизмов (теорема Кемпе, 1878 г.; теорема Грасгофа, 1883 г. и др.), а также были изобретены универсальные механизмы для воспроизведения различных кривых. В 1888 г. [94] Л. Бурместер попытался дать общую теорию шарнирных механизмов; одновременно он предложил свои геометрические методы синтеза приближенных прямолинейно-направляющих механизмов.

В России на рубеже XIX и XX вв. было три научных направления, занимавшихся теорией шарнирных механизмов: школа непосредственных продолжателей П. Л. Чебышева (П. О. Сомов, В. Г. Бооль, Н. Б. Делоне), одесская школа В. Н. Лигина и школа (вернее, одна из школ), разрабатывавшая идеи Н. Е. Жуковского. П. Л. Чебышев дал общее направление развития теории механизмов, показал, что задачи практической механики неразрешимы без математики. Его ученик П. О. Сомов развил его идеи, шел, как говорится, по его стопам, привлекая и аналитические, и геометрические методы к кинематике и синтезу механизмов, пытался решить задачу пространственных механизмов. Несколько иначе подходили к решению задач механики машин представители одесской школы — В. Н. Лигин, Х. И. Гохман, Д. Н. Зейлигер, И. М. Занчевский. Но несмотря на разнородность поисков русских ученых, было у них и нечто общее: они искали методы анализа и синтеза механизмов, пытаясь применить с этой целью математический аппарат исследования.

Проще была задача плоских механизмов. Ею занимались В. Н. Лигин, Н. Б. Делоне. Х. И. Гохману принадлежит только теоретическая постановка проблемы пространственных механизмов. Разработку же математических методов исследования пространственного движения вели Д. Н. Зейлигер, И. М. Занчевский, А. П. Котельников (Казань).

Замечательно, что именно русские ученые первыми поняли большое значение работ П. Л. Чебышева по теории механизмов. Так, в 1895 г. на заседании Петербургского математического общества, посвященном памяти П. Л. Чебышева, был отмечен его вклад не только в математику, но и в теорию механизмов. Д. К. Бобылев дал характеристику прямолинейно-направляющим механизмам Чебышева и указал на значение теории функций, наименее уклоняющихся от нуля, для синтеза шарнирных механизмов. Он довольно подробно остановился на принципе устройства некоторых механизмов Чебышева, привел формулы, по которым вычисляются их размеры, сравнил значения уклонений от прямой в механизмах Чебышева и Уатта.

В силу технической отсталости России механизмы Чебышева не находили себе применения на практике. К тому же, как на это указал Н. Б. Делоне, работы Чебышева по теории механизмов были «мало оценены инженерами», так как для них теория приближения функций полиномами, наименее уклоняющимися от нуля, была «из-за чрезвычайно сложного аппарата затруднительна» [96, с. 101]. Математикам же не было ясно техническое значение чебышевских механизмов, и поэтому они их не интересовали.

В 1889 г. [96] Н. Б. Делоне издал статью на немецком языке, в которой проанализировал исследования Чебышева по синтезу шарнирных механизмов. Он обратил внимание на замечание Чебышева о возможности передачи вращения с помощью «суставчатых систем» без мертвых положений с увеличением числа оборотов и разобрал некоторые из его механизмов. В частности, он исследовал механизм (рис. 3), названный им «непрерывным трансформатором Чебышева», который выполнял преобразование непрерывного кругового движения точки A в прямолинейно-колебательное движение точки D. Делоне заметил, что хотя Чебышев и доказал, что теоретически точка D должна описать кривую линию (рис. 3, *б*), но сам же доказал, что при соответствующем подборе размеров механизма эта кривая выродится в прямую. Так, если принять $OA=2$, $OC=d$, $AB=BD=BC=1$, то все размеры механизма можно найти по следующим формулам:

$$r=\frac{2\sin\Psi\sin 2\Psi\sqrt{2\cos\Psi}}{\sin 3\Psi},$$

$$d=\frac{\sin 2\Psi}{\sin 3\Psi},\qquad \delta=\frac{4\sin 2\Psi\sqrt{2\cos^3 2\Psi}}{\sin 3\Psi},$$

где δ — расстояние между параллельными прямыми MN и PQ, Ψ — угол $ABD/2$. Длина отрезков прямых, описываемых точкой D, и отклонения точки от прямолинейного пути приводились в таблице, составленной Делоне. Делоне подробно проанализировал и ряд других механизмов Чебышева.

Под влиянием Чебышева в России были начаты серьезные исследования по систематизации изобретенных шарнирно-рычажных механизмов и обобщению их теории. Профессор Московского университета В. Г. Бооль занимался изучением и сбором материала по различного рода счетным машинам. Он помещал их описание в технических и специальных журналах. По настоянию Чебышева В. Г. Бооль в 1896 г. выпустил книгу, в которой был собран материал по описанию приборов для решения уравнений механическим путем, кратко

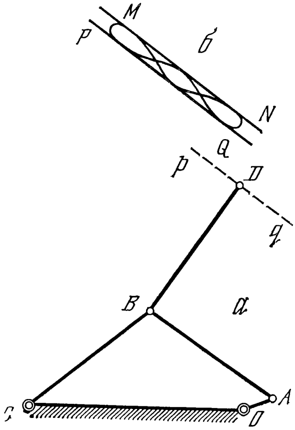

Рис. 3

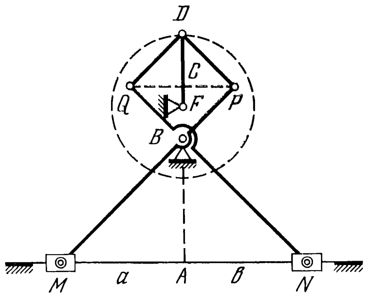

Рис. 4

изложена их теория. Несколько ранее, в 1892 г., Боолем была издана книга, содержащая аналогичные сведения по инструментам и приборам для геометрического черчения — «Инструменты и приборы для геометрического черчения с изложением их теории». Эти книги послужили прекрасным справочным материалом многим ученым в их исследованиях, и в первую очередь при создании теории шарнирных механизмов.

В 1892—1893 гг. Делоне изобрел несколько шарнирно-рычажных механизмов (проектор, эллипсограф, гиперболограф, удвоитель вращения и некоторые др.), модели которых с изложением соответствующей теории были представлены на заседаниях Русского физико-химического общества, позже — Варшавского общества естествоиспытателей. В основе этих механизмов лежит ромб $BQDP$ (рис. 4), составленный из рычагов, соединенных между собой шарнирами. Рычаги QB и PB продолжены на одинаковом расстоянии до некоторой прямой и в точках их пересечения соединяются шарнирами с ползунами, ходящими в неподвижном прорезе. Делоне привел теорему о том, что если одна из этих вершин описывает кривую, то другая описывает ортогональную проекцию этой кривой. Изобретенный механизм он назвал проектором и из него получил все остальные свои механизмы.

Так, если точку D проектора заставить двигаться по окружности, то точка B опишет эллипс, большая ось которого равна диаметру окружности. Его уравнение

$$\frac{x^2}{r^2}+\frac{y^2}{r^2\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^2}=1,$$

где $r = DF$.

Делая рычаги PM и QN выдвижными, он предложил эллипсограф, чертящий эллипсы различных диаметров. Оставив же все размеры без изменения и изменяя длину рычага FD, он получил ряд эллипсов, подобных между собой.

Если к ползунам с помощью шарниров M и N прикрепить концы рычагов MB, NB, MC и NC так, что $BM = BN = n$ и $CN = CM = m$ (рис. 5), то аналогично предыдущему находится зависимость между положениями точек B и C, т. е. доказывается, что при движении ползуна B по прорезу PQ точка C опишет одну из ветвей гиперболы

$$\frac{x^2}{m^2-n^2}-\frac{y^2}{k^2\,(m^2-n^2)}=1,$$

а точка C' опишет вторую ветвь этой же гиперболы.

Гиперболограф Делоне давал возможность не только сразу вычертить две ветви гиперболы, но и имел приспособление, позволяющее чертить гиперболы разных диаметров.

Делоне изобрел также механизм для проективных преобразований, механизмы для черчения некоторых кривых, например трохоид, кривых Лиссажу. Их преимущество перед существующими на то время механизмами заключалось в том, что кривые чертились полностью, а не частями. Он представил математические доказательства всех высказываемых предположений относительно траекторий движения, получил их уравнения, указал, как определять параметры механизмов и как их конструировать.

Главной же целью исследований Делоне и совершенно новым направлением в синтезе шарнирных механизмов было развитие идеи Чебышева об использовании шарнирно-рычажных механизмов для передачи вращения. Впрочем, свои исследования Н. Б. Делоне и начал с создания шарнирного удвоителя. Так называемый «реверсор» Делоне получен также из ромба $ABCD$. Но теперь вершины B и D соединяются шарнирами с ползунами, двигающимися в прорезе MN (рис. 6).

«Как Дж. Уатт устроил из двух равных зубчатых колес свое планетное колесо, удваивающее обороты, так и описанный выше снаряд можно превратить в удвоитель вращения,— писал Делоне,— если вращать весь снаряд около точки O так, чтобы рычаг $O'C$ оставался всегда параллельно одному и тому же направлению (совершал бы поступательное круговое движение)». Если рычагу $O'C$ движение сообщать рукой, то получается механизм (см. рис. 6), названный Делоне «рукояткой, удваивающей вращение».

«Для устройства точной передачи, а также для получения механизма, который можно было бы приводить в движение не рукой, а например, паровой машиной или другим механическим двигателем», Н. Б. Делоне предлагал соединить реверсор с «трехосным спарником», дающим точное поступательно-круговое движение [55, с. 33]. Таким образом, он получил удвоитель без эпициклического движения и без мертвых точек, состоящий из 13 рычагов (рис. 7). Н. Б. Делоне привел следующие размеры механизма, при которых вращение кривошипа CN весьма мало отличается от равномерного:

$$AA'=AB=A'B'=BD=B'D'=BM=B'M'=9CN,$$

$$DL=D'L=OC=16CN,\ OD=OD'=12CN,$$

$$OM=4CN,\ LN=2/3CN,\ OP=11\,1/3CN,$$

где P — середина прямой AA'.

Позже Делоне усовершенствовал свой удвоитель, удалив рычаги LN, LD', $D'B'$, D'O, $B'A$. Это был 7-членный механизм. Для устранения «мертвых» положений его Делоне предложил надеть на шип C маховое колесо.

В 1894 г. Н. Б. Делоне защитил докторскую диссертацию [56], которая представляла собой первое научное обобщение по теории шарнирных механизмов. До тех пор имелись лишь отдельные исследования различных авторов, собранные в библиографии В. Н. Лигина, заканчивающейся 1883 г. Делоне же, с одной стороны, развивал и обобщал свои исследования, результаты своих предшественников по черчению кривых шарнирными механизмами, а с другой — поднимал вопрос о применении этих механизмов к передаче вращения. Он указывал на небольшое количество имеющихся рычажных механизмов, передающих вращение без изменения числа оборотов. При этом он отмечал, что последние два механизма имеют «мертвые» положения, для преодоления которых требуется присоединение маховика. К тому же и отношение угловых скоростей в них не было постоянным. «При таком положении дела,— писал Делоне, — представляет весьма интересным исследовать подробнее условия передачи вращения шарнирно-рычажными механизмами и попытаться найти такие условия, при которых эта передача происходила бы без этих недостатков» [56, Введение].

Н. Б. Делоне доказал возможность решения данной задачи и дал практическое решение. Однако он расценивал свои исследования как одну из первых попыток, надеясь, что кто-нибудь найдет более простое решение.

В I главе своей книги Делоне изложил теорию прямолинейно-направляющих механизмов. Он дал их общую характеристику, указал на преимущества приближенных механизмов, учитывая значение точных механизмов для синтеза шарнирных механизмов, изложил и их

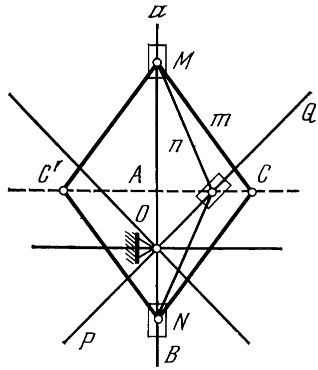

Рис. 5

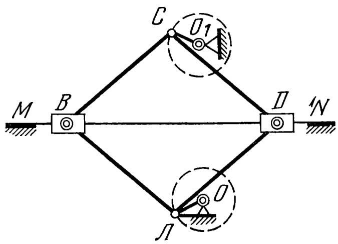

Рис. 6

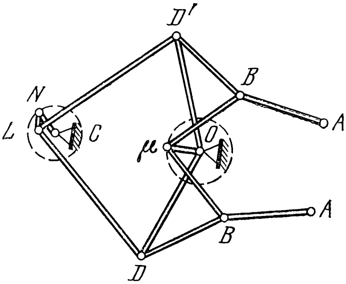

Рис. 7

теорию. Во II и III главах Делоне рассмотрел передачу вращения с постоянным, а затем с изменяющимся отношением угловых скоростей. IV главу он посвятил вопросам черчения различных кривых, а в V главе коснулся теории некоторых пространственных механизмов.

Остановимся на наиболее интересных результатах исследований Н. Б. Делоне относительно синтеза механизмов. Отмечая преимущества приближенных прямолинейно-направляющих механизмов Чебышева, Делоне видоизменил «непрерывный трансформатор» таким образом, чтобы использовать его для ведения нескольких точек по прямым. С этой целью он присоединил к нему пантограф — механизм, содержащий семь рычагов.

Излагая теорию передачи вращения с помощью шарнирных механизмов, Н. Б. Делоне рассмотрел передачу вращения с постоянным отношением угловых скоростей, предложил способ ведения точки по окружности без материального радиуса и центра, а также «срединники» (механизмы, в которых некоторая точка постоянно находится посередине расстояния) BD (см. рис. 4). В синтезе шарнирных механизмов, для передачи вращения с изменяющимся отношением угловых скоростей известен принцип «излома» Делоне и ряд его механизмов, нашедших широкое применение в различного рода автоматических отключающих аппаратах, в частности в так называемых механизмах свободного расцепления, используемых в электропромышленности.

К исследованиям Делоне присоединился в 90-е годы XIX в. и П. О. Сомов. В 1895 г. на заседании Варшавского общества естествоиспытателей он сделал доклад «О семичленном удвоителе Делоне» [20]. Как известно из протоколов общества, Делоне высказал Сомову свои предположения о том, что точка M (см. рис. 7), по-видимому, дважды описывает одну и ту же замкнутую кривую на один оборот кривошипа. Кроме того, Делоне, не мог решить вопрос о сохранении постоянного отношения скоростей.

«Пробуя аналитически исследовать механизм и подыскать для него такие условия, при которых он бы служил по возможности точным удвоителем,— сообщает Сомов,— я пришел к убеждению, что именно в том виде, в каком этот механизм был указан Делоне, он дает не приблизительное, но вполне точное удвоение кривой» [20, с. 1]. Сомов, как и Делоне, считал, что шарнирные механизмы имеют преимущества перед другими, например забчатыми, заключающиеся в том, что в них отсутствуют трущиеся поверхности (кроме шарниров), что они проще в эксплуатации — их легче ремонтировать. Поэтому имело смысл, конечно, совершенствовать имеющиеся шарнирные удвоители или изобретать новые.

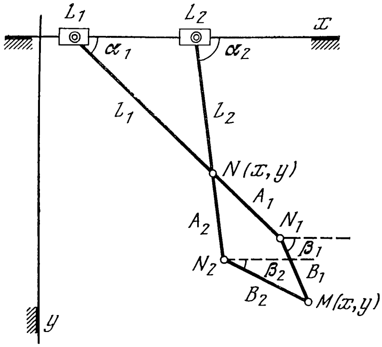

Рис. 8

Сомов математически доказал удвоение траектории в удвоителе. Делоне, предложил спаривать их с тем, чтобы компенсировать неравномерность вращения. Несколько ранее в работе «Об одной кинематической цепи с двумя степенями свободы» (1894 г.) Сомов представил исследования по синтезу шарнирных механизмов, точно воспроизводящих плоские кривые.

П. О. Сомов обобщил задачу Делоне о черчении кривых с помощью проектора и рассмотрел уже не ромб, а любой плоский шарнирный четырехсторонник самого общего вида, две вершины которого L_1 и L_2, лежащие на двух смежных членах его, принуждены двигаться по некоторой прямой линии (рис. 8). Такая обладающая двумя степенями свободы кинематическая цепь может служить для различных преобразований кривых линий. Если одной из точек M (или N) задать произвольное в известных пределах движение, другая точка опишет уже определенные траектории. Можно сказать, что кривая (M) преобразовывается в кривую (N).

Сомов вывел соотношения между линейными величинами, определяющими форму четырехсторонника (A_1, A_2, B_1, B_2), и расстояниями точек, скользящих по прямой, от одной из вершин (l_1, l_2). Введя обозначения $g_1=A_1/l_1$ и $g_2=A_2/l_2$ и используя геометрические соображения, он нашел следующие зависимости между координатами M и N:

$$X=x+A_1\cos\alpha_1+B_1\cos\beta_1,$$

$$Y=y+A_1\sin\alpha_1+B_1\sin\beta_1,$$

или

$$X = x + A_2 \cos \alpha_2 + B_2 \cos \beta_2,$$

$$Y = y + A_2 \sin \alpha_2 + B_2 \sin \beta_2.$$

Принимая во внимание, что $y = \pm l_1 \sin \alpha_1 = \pm l_2 \sin \alpha_2$, где знак $\pm$ согласуется со знаком величин l_1 и l_2, и исключая углы из шести написанных уравнений, получим

$$X - x \pm g_1 \sqrt{l_1^2 - y^2} + (Y - y - g_1 y)^2 - B_1^2 = 0,$$

$$X - x \pm g_2 \sqrt{l_2^2 - y^2} + (Y - y - g_2 y)^2 - B_2^2 = 0.$$

Вычитая и складывая последние уравнения, Сомов вывел общие зависимости между координатами точек M и N и параметрами кинематической цепи. Далее, исследуя эти математические зависимости, он получил большое разнообразие механизмов. «Из этих механизмов, впрочем, далеко не все дают преобразования кривых достаточно простые, чтобы эти преобразования могли представлять практический интерес,— подчеркивал Сомов.— Тем не менее исследование упомянутой кинематической цепи общего вида представляется нелишним, так как оно может указать те частные предположения, которые нужно сделать относительно пяти произвольных параметров, чтобы получить преобразования более или менее простого вида, и которые могут привести к механизмам, интересным в каком-либо отношении» [17, с. 1].

Таким образом, мы имеем дело с математической работой, дающей формулы, определенные соотношения между параметрами механизма, наконец, методы исследования и синтеза механизмов.

Показывая приложения своих теоретических исследований Сомов определил некоторые условия, которым должны удовлетворять размеры кинематической цепи с тем, чтобы этот механизм мог вычерчивать, например, лемнискату Бернулли, овал Кассини, эллипсы, гиперболы (рис. 9). Сомов рассмотрел также случаи, когда при помощи одного и того же механизма как прямая, так и круг преобразовываются в одну и ту же кривую IV порядка, и случаи, когда прямая или круг различными механизмами преобразовываются в одну и ту же кривую линию [17, § 4, 6, 7]. Весьма существенным при этом является следующее замечание Сомова: «С од-

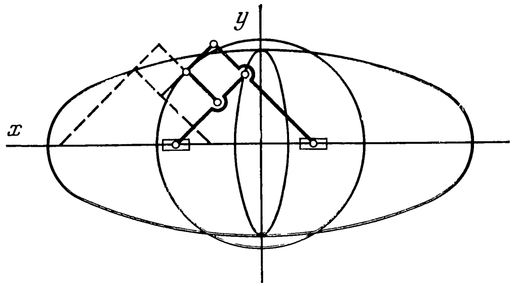

Рис. 9

ной стороны, руководящим началом при определении пределов подвижности механизма должна служить общая теорема Грасгофа (Grashof, Theoretische Maschinenlehre, 1883. B. 2. S. 116), а с другой стороны, должны быть принимаемы во внимание пределы, в которых изменяется угол между членами a_1 и a_2 и которые зависят: 1) от длины отрезков l_1 и l_2, 2) от размеров кривой, данной для преобразования, 3) от положения этой кривой относительно оси Ox [17, с. 6].

Механизмы Сомова нашли применение в современных машинах-автоматах, в механизмах для автоматического выполнения различных математических операций. Кроме того, шарнирные механизмы сыграли большую роль в создании теории синтеза механизмов вообще. «Решение некоторых задач в области черчения прямых или различных кривых с помощью шарнирных механизмов,— подчеркивал академик И. И. Артоболевский,— означало по сути дела решение задач синтеза механизмов по заданным формам движения, т. е. подводило базу под современные методы синтеза механизмов» [45, с. 3].

Но Сомов не ограничился методами точного синтеза шарнирных механизмов. В марте 1900 г. он на заседании Варшавского общества естествоиспытателей [29] сообщил о результатах своих исследований в области приближенного синтеза и продемонстрировал свой удвоитель вращения и ряд механизмов, изображающих движения некоторых изменяемых систем. Он шел совершенно новым путем, рассматривая механизм как изменяемую систему и используя результаты своих диссертаций.

Для определения движения изменяемых систем достаточно знать движение конечного числа точек. Поэтому если устроить механизм, в котором n точек могли бы совершать произвольные движения, а $(n+1)$-я точка двигалась бы так, как если бы она принадлежала системе, то можно утверждать, что и этот механизм изображает движение данной системы. Сомов показал такое изобретенное им «сочленение» для изображения движения плоской однородно-изменяемой системы и ряд основанных на нем механизмов. Одни из них продемонстрировали свойства этой системы (сдвиг, чистую деформацию, соединение сдвига с деформацией, прямолинейное и эллиптическое движения системы), другие служили для преобразования некоторых движений (удвоения угловой скорости, удвоения гармонических колебаний, преобразования фазы и амплитуды прямолинейного гармонического движения).

Основные результаты по применению кинематики изменяемых систем к шарнирным механизмам П. О. Сомов опубликовал в двух работах 1900 и 1902 гг. [31, 33]. Особенно интересна его первая работа «О некоторых приложениях кинематики изменяемых тел к шарнирным механизмам». Предложенные в ней механизмы (свыше 17) выполняли совершенно новые преобразования движений:

1) преобразование непрерывного движения одной точки по замкнутой кривой в поочередные движения двух других точек по подобным линиям;

2) одновременное изменение нескольких элементов гармонических колебаний;

3) преобразование кругового движения одновременно в равномерное колебательное движение по полуокружности и в половину гармонического движения с остановкой точки вместо второй половины пути;

4) разложение данного движения точки на движение по двум другим заданным линиям;

5) механизм для вычерчивания линий, состоящих из отрезков двух или трех других линий заданного вида;

6) механизм для прямолинейного движения какого угодно числа точек с пропорционально изменяющимися скоростями и др.

Известно, что многие результаты П. О. Сомова были использованы советскими учеными и сыграли определенную роль в создании советской теории механизмов и машин, его идеи находят применение и развитие на современном этапе. Нам бы хотелось отметить тот факт, что П. О. Сомов явился наиболее ярким последователем Чебышева в области теории механизмов. Это касалось не только популяризации механизмов Чебышева и его идей в области синтеза шарнирных механизмов. Именно математический подход к решению проблем практической механики дает возможность Сомову найти решение или, по крайней мере, выйти на правильное решение проблем теории машин и механизмов.

Блестящим примером развития идей Чебышева по приближенному синтезу механизмов явились механизмы Сомова с автоматическим чередованием движения. Однако способ, которым он достигает этого, является совершенно новым.

Сомов рассматривал механизмы, состоящие из твердых тел, движущихся параллельно плоскости, и соответственно этому в их основу положил три вида сочленений, изображающих движение подобно-изменяемой или плоской однородно-изменяемой систем. Он классифицировал эти механизмы (сочленения), основываясь на тех способах, которыми у них отнимаются все степени свободы, кроме одной. Так как плоская подобно-изменяемая система имеет четыре степени свободы, то для превращения ее в механизм необходимо лишить ее трех степеней свободы. А это можно сделать тремя способами: закрепить неподвижно одну точку и задать траекторию другой; задать траектории двух точек и отношение их скоростей для всякого положения системы; задать траектории трех точек.

В первом случае, когда одна точка неподвижна, движение системы характеризуется тем, что все ее точки описывают кривые, имеющие неподвижную точку центром подобия («однообразное» движение). П. О. Сомов использовал это свойство системы для построения механизма, который преобразует непрерывное движение одной точки по замкнутой линии в поочередные движения двух других точек по подобным линиям. Так, если предположить сначала точку M_3 неподвижным центром подобия (рис. 10), а точку M_1 заставить двигаться по какой-нибудь замкнутой линии σ_1, тогда и точка M_2 придет в движение по подобной линии σ_2. Далее, опираясь на результаты диссертации [15], Сомов через точку M проводит кривую, подобную σ_1, которая имеет такое расположение и линейные размеры, что точка M_2 в некотором ее положении M_2' на кривой

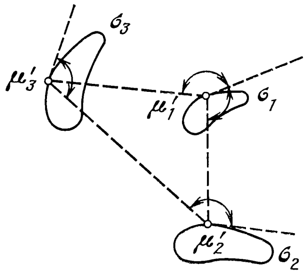

Рис. 10

σ_2 служит центром подобия кривых σ_3 и σ_1. И тогда если точка M_2 под влиянием движения точки M_1 придет в положение M_2', то получится разветвление в движение механизма: или точка M_2 будет продолжать свое движение по кривой σ_2, а точка M_3 остается неподвижной, или точка M_2 сделается неподвижной, а точка M_3 (если ее в этот момент освободить) начнет под влиянием продолжающего движения точки M_1 совершать движение по кривой σ_1. П. О. Сомов отметил тот факт, что в последнем случае точка M_2 сама собой закрепится неподвижно, так как будет служить центром подобия кривых σ_1 и σ_2. Точно так же точка M_3 будет снова выведена из состояния покоя и закрепится сама собой, служа центром подобия траекторий точек M_1 и M_2. Основная трудность при создании этого механизма, таким образом, состоит в устройстве механического приспособления для поочередного задерживания точек M_2 и M_3. П. О. Сомов предложил приближенный, но практически достаточно точный способ автоматического чередования движений.

Если кривая σ_2 или σ_3 весьма мало отклонена от так называемых «соответствующих» [1] положений, тогда одна из точек, M_2 или M_3, будет описывать свой путь со скоростью, почти пропорциональной скорости второй точки, а другая точка будет оставаться почти неподвижной, совершая едва заметное перемещение по весьма малой дуге траектории σ_3. Когда точка M_2 будет заканчивать свой путь, то точка M_3 не будет находиться в том месте, которое называется «соответствующим» положением, поэтому точка M_2, придя в свое начальное положение, сама собой закрепится на месте, а точка M_3 начнет движение по кривой σ_3, и т. д. Чередование, таким образом, выполняется автоматически. «Опыт показывает,— писал П. О. Сомов,— что не только достаточно весьма малого отклонения кривых σ от их нормальных положений, чтобы получить их чередование,

---

[1] То есть таких положений, у которых касательные к траекториям образуют с прямыми M_3M_1 и M_3M_2 равные углы.

но при этом одна из точек, M_2 или M_3, вследствие слабой изменяемости членов механизма и небольшого, почти неизбежного хлябания на осях вращения будет фактически оставаться на месте и лишь весьма незадолго до прихода другой точки в начальное положение выйдет из состояния покоя. Во всяком случае, допущенная геометрическая неправильность окажется отчасти сглаженной благодаря механическим условиям» [31, с. 12].

Изложенный принцип Сомов использовал для построения механизма, преобразующего непрерывное круговое движение одной точки в круговые движения двух других точек, совершаемые поочередно. При $r_1M_2M_3=$ $=r_2M_3M_1=r_3M_1M_2$ приводится механизм (рис. 11), где все треугольники взяты равными. В этом случае каждая точка может служить ведущей, а вращение двух других точек чередуется, причем вращение происходит с той же угловой скоростью, что и вращение ведущей точки.

Этот же механизм состоящий из семи подвижных членов, П. О. Сомов предложил использовать также для преобразования кругового движения одной точки в движение двух других точек по двум различным круговым дугам. Так, если каждую из точек M_1, M_2, M_3 поочередно принимать за ведущую, то для каждой из точек A, B, C получатся три траектории (две круговые дуги и некоторая линия высшего порядка). Например, пока точка M_1 остается ведущей, траектория каждой из точек A и B слагается из круговой дуги и кривой высшего порядка, а траектория точки C состоит из двух круговых дуг, проходимых поочередно вперед и назад.

Исследуя далее случай, когда заданы траектории двух точек и отношение их скоростей, П. О. Сомов записал уравнения траекторий точек M_1 и M_2 в общем виде: $f(x_1, y_1)=0$, $f(x_2, y_2)=0$. Отношение между скоростями этих точек устанавливается зависимостью между двумя координатами, не принадлежащими одной и той же точке: $f(x_1, y)=0$. Тогда траектория всякой точки подобно-изменяемой системы определится исключением координат x_1, y_1, x_2, y_2 из этих уравнений.

В качестве примера П. О. Сомов привел механизм, преобразующий гармонические движения с одинаковым периодом, но с различными амплитудами и фазами, для чего использовал выведенные им зависимости меж-

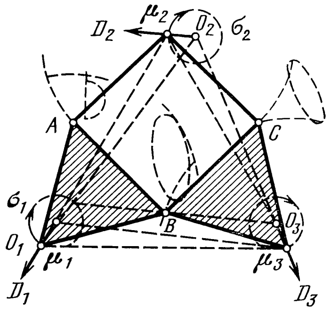

Рис. 11

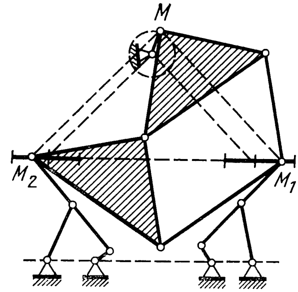

Рис. 12

ду элементами данных гармонических движений и параметрами эллиптических движений [31, с. 139—156]. Предполагая, например, что движения двух точек заданы, Сомов выбрал третью точку так, чтобы она описывала круг, а затем, соединив все три точки пантографом, получил механизм (рис. 12), преобразующий гармонические колебания точки M_1 по данной прямой в колебания точки M_2 на другом отрезке этой же прямой с такой же амплитудой, но с фазой, отличающейся от фазы первого колебания на прямой угол. Далее он вывел формулы, по которым определяются положения любой движущейся точки системы, а также формулы для вычисления параметров данного механизма. При рассмотрении случая, когда заданы траектории трех точек, П. О. Сомов учитывал зависимости между их координатами, тогда пять координат этих точек выражаются функцией от шестой координаты или функцией от времени.

Исследуя затем возможные случаи движения плоской подобно-изменяемой системы в указанных условиях, Сомов впервые предложил методы синтеза шарнирных механизмов, которые осуществляли прямолинейное движение какого угодно числа точек с пропорционально изменяющимися скоростями, механизмов, в которых три точки движутся по кругам различного радиуса с одинаковой угловой скоростью, и механизмов для одновременного изменения нескольких элементов гармонического движения.

П. О. Сомов разработал также общий принцип построения механизмов, преобразующих равномерное круговое движение точки M_1 в некоторое, вообще говоря, неравномерное колебательное движение по дуге круга точки M_2 и в прямолинейное колебательное движение точки M_3. Так, предполагая прямолинейное движение точки M_3 происходящим по оси Ox, а центры круговых траекторий точек M_1 и M_2 в произвольно взятых точках, имеем следующие уравнения:

$$x_1=a_1+r_1\cos t,\qquad y_1=b_1+r_1\sin t,$$

$$x_2=a_2+r_2\cos\varphi,\qquad y_2=b_2+r_2\sin\varphi,$$

$$x_3=\frac{k_1x_1+k_2x_2-k_1k_2(y_1-y_2)}{k_1+k_2},$$

$$y_3=\frac{k_1k_2(x_1-x_2)+k_1y_1+k_2y_2}{k_1+k_2}=0,$$

где ψ — некоторая функция времени. Используя эти уравнения, получим:

$$\sin(\beta_1-\varphi)=\frac{B\cos\beta_1}{k_2r_2}-\frac{k_1r_1\cos\beta_1}{k_2r_2\cos\beta_2}\sin(\beta_2+t),$$

где $B=k_1k_2(a_1-a_2)+k_1b_1+k_2b_2$.

Следовательно, координаты x_2, y_2 и x_3 могут быть выражены в функции от t (т. е. в зависимости от положения точки M_1), причем

$$x_3=\frac{1}{k_1+k_2}\left[A+\frac{k_1r_1}{\cos\beta}\cos(\beta_2+t)+\frac{k_2r_2}{\cos\beta_2}\cos(\beta_1-\varphi)\right],$$

где $A=k_1a_1+k_2a_2-k_1k_2(b_1-b_2)$.

Эти формулы позволяют выбрать параметры механизма так, чтобы данной дуге, проходимой точкой M_1, полностью соответствовала данная дуга, проходимая точкой M_2.

Из частных случаев механизмов этого типа П. О. Сомов рассмотрел такие, у которых на траектории точки M_3 находится такая точка C, которая могла бы служить центром подобия в однообразном движении подобно-изменяемой системы, определяемой круговым движением точки M_1. В этом случае точка M_3, придя в положение C, может или сделаться неподвижной, или продолжать свое прямолинейное движение (т. е. в соответствующем положении механизма его движение разветвляется). П. О. Сомов предложил механизм (рис. 13), в котором треугольник $M_1M_2M_3$ взят равносторонним, так что $k_1=k_2=\sqrt{2}$, $r_1=r_2$, $A=B=0$. Тогда и треугольник CO_1C_2 тоже должен быть равносторонним, а положение центров O_1 и O_2 произвольно. Если предполо-

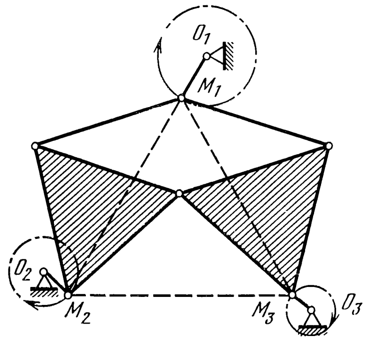

Рис. 13

жить, что начало координат находится в точке C, то согласно вышеуказанным формулам можно найти

$$\varphi = -t;\ x_3 = = 2r_1 \cos\left(\frac{\pi}{3} + t\right).$$

Первая из этих формул показывает, что и обратное вращение точки M_2 происходит равномерно при равномерном движении точки M_1. При $t=0$, O_1M_1 и O_2M_2 параллельны оси Ox, а $CM_3=r_1$.

При повороте точки M_1 по часовой стрелке на угол $\pi/6$ точка M_2 поворачивается на тот же угол против часовой стрелки и приходит в положение точки M_2', а точка M_3 — в положение точки C. После этого точка M_2 или продолжит свое движение в том же направлении, причем точка M_3 при равномерном вращении точки M_1 будет совершать гармоническое движение, или точка M_2 начнет двигаться обратно, а точка M_3 остановится. В действительности, указывал Сомов, произойдет последнее. После полуоборота, т. е при $t=7\pi/6$, в положении M_1'' и M_2'' опять получается разветвление движения, и т. д. Как видим, Сомов предлагал не один конкретный механизм, а метод, с помощью которого можно получить разнообразные механизмы, осуществляющие то или иное движение или преобразование движений.

Другая работа [33] Сомова в первую очередь интересна скорее с теоретической стороны. В ней рассматриваются свойства шарнирного четырехсторонника. Присоединив подобно-изменяемую систему какими-либо двумя точками к шарнирному четырехстороннику, одно звено которого неподвижно, П. О. Сомов показал, что в этом случае всякая точка M подобно-изменяемой системы получает определенное движение. Свойства этого движения зависят как от свойств данного четырехсторонника, так и от способа присоединения к нему подобно-изменяемой системы, от положения точки M относительно точек присоединения. Ввиду полученной Сомовым линейной зависимости координат любых точек системы от координат основных точек можно сказать, что линия, описываемая точкой M, шестого порядка и обладает подобными свойствами. Сомов доказал, что при всяких способах присоединения системы к четырехстороннику алгебраический вид уравнений, определяющих линии σ_0 (шатунные кривые), действительно почти одинаков с составом уравнений линий, указанных Кейли и Робертсом. Но присоединение систем позволяет ввести в рассмотрение большее число параметров и, таким образом, с большей свободой видоизменять линии σ_0 сообразно с теми или другими заранее поставленными требованиями. Так, в случае обыкновенного, наперед заданного четырехсторонника все разнообразие линий σ_0 обусловливается двумя параметрами — координатами, определяющими положение точки M в звене. При введении системы можно располагать уже шестью параметрами: двумя координатами, определяющими положение точки относительно точек присоединения, и четырьмя параметрами, показывающими положения точек присоединения в соответствующих звеньях.

Практический интерес в этой работе [33] представляют результаты Сомова относительно механизма, преобразующего движение по данной линии в движение по линии, ей подобной (причем центр подобия находится в бесконечности), механизма, изображающего движение центра тяжести плоской системы.

Механизмы Сомова и Делоне описаны в монографии И. И. Артоболевского «Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых» (1959). Идеи русских ученых не только нашли свое применение в синтезе шарнирных механизмов, но и сыграли большую роль в создании синтеза вообще, так как «решение некоторых задач в области черчения прямых или различных кривых с помощью шарнирных механизмов,— писал И. И. Артоболевский,— означало по сути дела решение задач синтеза механизмов по заданным формам движения, т. е. подводило базу под современные методы синтеза механизмов» [45, с. 5].

Педагогическая работа

Большую часть своей жизни (1887—1904 гг.) П. О. Сомов преподавал в Варшавском университете. В то время это был один из самых юных университетов

России. Быть может, потому в «своем устройстве и развитии ему пришлось встретить немало препятствий, и тем не менее своей деятельностью он оправдал свое существование, он всегда старался твердо держать знамя науки» [1]. Эти слова были произнесены на праздновании 20-летнего юбилея университета его ректором профессором И. П. Щелковым.

Обращаясь к вновь поступившим студентам, он сказал: «Вступление в университет великий шаг в жизни... Вы уже не ученики, выучивающие заданные учителями уроки, вам не только предоставляется, но от вас потребуется значительная доля самостоятельности в занятиях. Профессор будет для вас руководителем, но, чтобы ваши занятия увенчались желательным успехом, необходим ваш собственный самостоятельный труд.

Время, положенное на прохождение университетского курса, очень коротко, его едва ли хватит для общего ознакомления с предметами факультета. Постарайтесь не тратить, а с пользой употребить его для будущего. Для огромного большинства время пребывания в университете единственное, когда человек может, не смущаясь никакими злобами дня, беззаветно предаваться изучению высоких истин науки. Не упускайте этого золотого времени жизни; оно не возвратится, как не возвратится минувшая молодость... Оправдайте доверие, с которым открывает вам дверь университет» [2].

Варшавский университет обладал богатейшей библиотекой, нумизматическим кабинетом, музеем древностей (истории), кабинетом гипсовых фигур и статуй (история Рима), астрономической и метеорологической обсерваторией. В нем имелись неплохой физический кабинет с лабораторией, механической и магнитной обсерваторией, химическая лаборатория с кабинетом, кабинет механики (созданный П. О. Сомовым), минералогический, геогностический и палеонтологический (с лабораторией) кабинеты, ботанический и зоологический кабинеты с лабораториями. В ряде кабинетов и лабораторий велись занятия и исследования по медицине. Как видим, студентам здесь давались солидные основы знаний, прививались навыки научно-исследовательской работы.

Преподавание математики и уровень научных иссле-

---

1 Варшавские университетские известия. 1891. № 6. С. 10–11.
2 Там же.

дований в Варшавском университете были довольно высокими. В нем работали профессора Г. Ф. Вороной, В. А. Анисимов, Н. Н. Зинин и др. Со временем «к существовавшим ранее направлениям математики — теории определенных интегралов и методов интегрирования дифференциальных уравнений — прибавляются новые направления, в частности теория чисел и теория квадратичных форм» [3].

С П. О. Сомовым связано развитие геометрических направлений профессоров Д. Д. Мордухай-Болтовского и В. И. Романовского. П. О. Сомова отличала широта и глобальность в постановке задач прикладного характера, в поисках математических методов исследования. Это был крупный ученый, математик и механик, хорошо владевший существовавшим в то время математическим аппаратом, досконально информированный относительно всех новейших исследований в области математики и механики. П. О. Сомов, как никто другой, понимал сущность и значение новых математических теорий, в частности винтового и векторного исчисления, их значение для теории механизмов.

Целесообразность любого своего исследования П. О. Сомов рассматривал с точки зрения практического использования. В его, казалось бы, чисто математических работах («Кинематика изменяемых систем», «Векториальный анализ») ставилась проблема приложения новых математических методов к задачам прикладного характера. И надо отметить, что уровень решения Сомовым таких задач, например вывод структурной формулы механизма или исследование кинематики пространственных механизмов, был очень высок.

Был высок и научный авторитет П. О. Сомова. К нему обращались за консультациями многие специалисты по механике, математике, теории механизмов, причем не только из России. В Архиве АН СССР сохранилась (частично) его переписка с зарубежными учеными. Так, с П. О. Сомовым консультировался глава немецкой школы практической механики геометр Л. Бурместер. В его письмах русскому ученому [113, ф. 256, оп. 1, д. 7] решались вопросы структурного анализа и синтеза шарнирных механизмов. Оказалось, что правильный ответ на вопрос о подвижности меха-

---

[3] История отечественной математики. Киев: Наук. думка, 1967. С. 257.

низмов давала только структурная формула Сомова. Он же проверил правильность конструкций механизмов Бурместера, Грасгофа, указал на исправление ошибок в некоторых их работах. Примечательно и письмо к П. О. Сомову из университета штата Колорадо (США). Американский ученый Арнольд Эмч советовался с Сомовым по поводу кинематики и синтеза некоторых шарнирных механизмов [113, ф. 256, оп. 1, д. 16].

Читая в университете курсы теоретической механики, П. О. Сомов уделял большое внимание и совершенствованию логического построения дисциплины. В этой связи он стремился использовать шире результаты новейших исследований в объяснении прикладных вопросов, в частности теории механизмов. При этом ученый постоянно привлекал к научно-исследовательской работе студентов. В качестве тем конкурсных работ (медальных сочинений) по механике он предлагал, как правило, задачи, которыми занимался сам.

В 1898 г. такой темой стали «Винтовые координаты и их приложение к кинематике твердого тела с тремя степенями свободы». Конкурс проходил под девизом: «Es ist ein wesentliches characteristicum der Ball'shen Theorie» [1]. От его участников требовалось выявить сущность метода Болла, проанализировать его особенности и по возможности указать его приложения. Лучшей оказалась работа студента IV курса математического отделения И. Чорбы. Опубликованная в «Варшавских университетских известиях», она была отмечена золотой медалью. (Отзыв П. О. Сомова сохранился.)

В 1900 г. конкурсной была объявлена тема «О трении в статике твердого тела». На этот раз нужно было решить вопрос о равновесии твердого тела и системы твердых тел, когда это равновесие обусловливается не только внешними силами и нормальными сопротивлениями связей, но и трением. В ходе решения — нужно было учесть особенность этого случая равновесия — вместо определенных положений равновесия получались их целые области. А это приводило к исследованию неравенств вместо уравнений. В этой связи П. О. Сомов обратил внимание студентов на интересный в практическом отношении вопрос о предельных положениях, для которых, наоборот, неравенства обращают в равенства. Ученый предложил выяснить условия осуществления

[1] «Характеристика сущности теории Болла» (Пер. с нем.)

определенности положений равновесия твердого тела с одной точкой опоры, двумя и т. д.

В 1903 г. в «Университетских известиях» (вып. 6) по ходатайству Сомова было напечатано получившее медаль студенческое сочинение «Кинематика сочлененного ромба». В этой работе рассматривались вопросы преобразования движений с помощью шарнирных механизмов (построения скоростей, центров кривизны траекторий точек, ускорений). Автор исследования, в частности предложил гиперболограф и ряд других механизмов для черчения кривых.

П. О. Сомов читал в Варшавском университете и курс практической механики, который включал кинематику движения твердого тела, а с 1898 г. он вел этот предмет и в Варшавском политехническом институте на кафедре прикладной механики. В то время программа обучения по этой кафедре включала целый ряд специальных предметов: гидравлику и гидравлические двигатели; паровые котлы и термические двигатели; паровозы; детали машин и подъемные машины; сопротивление материалов, заводские машины и станки для обработки металлов. Основными предметами считались гидромеханика, термодинамика и соответствующие им разделы теоретической механики, теория упругости. Преподаватели кафедры имели университетское образование.

Курс прикладной механики был разделен на две части: общую теорию машин и прикладную кинематику.

Общую теорию машин читал Н. Б. Делоне. В свои лекции он включил описательные сведения о машинах, прикладную кинематику плоского движения, шарнирные механизмы, включая прямила Уатта, Эванса, Чебышева, инверсор Липкина—Поселье; механизмы, осуществляющие передачу вращений (с помощью зубчатых колес, гибкими телами), а также вопросы трения.

П. О. Сомов вел прикладную кинематику — кинематику точки и твердого тела, в основу которой были положены векторные методы. Особое внимание при этом он уделял степеням свободы системы и условиям связи, вопросам кинетики материальной точки и системы точек, изучению условий равновесия изменяемых систем материальных точек.

В Варшавском политехническом институте П. О. Сомов читал и теорию упругостей. Именно в этом курсе, который он начал читать одним из первых в России, особенно проявилась творческая индивидуальность ученого.

Как известно, теория упругости как наука создавалась на протяжении XIX в. При этом она не только являлась важным направлением механики, но и была одной из тех теорий, которые легли в основу создания математической физики. Среди основоположников теории упругости Сомов первым называл Л. Навье, начало исследований которого в этом направлении относится к 1821 г. Следующие работы принадлежали С. Пуассону и О. Коши. Пуассон в своем мемуаре «О движении и равновесии тел» (1828 г.) указал на необходимость рассмотрения явлений, происходящих в упругом теле, с физической точки зрения. В духе физической механики он вывел и основные уравнения теории упругости.

Несколько раньше вопросами этой теории занялся Коши. Он был одним из рецензентов мемуара Навье и сам заинтересовался изложенными в этой работе идеями. В работе, опубликованной в 1823 г., а также в двух статьях 1827 г. и в мемуаре 1828 г. он провел исследование кинематики деформируемой среды и составил уравнения деформации. В 1852 г. Г. Ламе придал новую форму дифференциальным уравнениям теории упругости; позднее ученый стал применять в теории упругости криволинейные координаты.

В 1864 г. Барре де Сен-Венан выпустил в свет третье издание монографии Навье «О сопротивлении твердых тел», снабдив его большим количеством примечаний и исторических справок. Сен-Венан дополнил многими своими исследованиями французский перевод книги Р. Клебша «Теория упругости твердых тел», вышедший в 1883 г. (Оригинальное издание труда Клебша было опубликовано в 1862 г.)

Говоря об ученых, внесших вклад в развитие теории упругости, П. О. Сомов ссылался на труд английского ученого Иббетсона «Математическая теория идеально упругих тел» (1887), который охарактеризовал как «отличающийся ясностью и полностью изложения и содержащий много задач и примеров». Кроме того, он указал на некоторые главы трактата по теоретической физике У. Томсона и П. Тэйта (1871) и ряд глав «Лекций по математической физике» Г. Кирхгофа.

Отечественной литературы по теории упругости в XIX в. почти не существовало, хотя ее вопросами интересовались многие русские механики начиная с М. В. Остроградского. П. О. Сомов отметил лишь книгу Д. К. Бобылева «Гидростатика и теория упругости» (1886), по его словам, «краткий, но строго научный обоснованный курс, весьма полезный для приступающих к изучению теории упругости» и «Руководство к изучению законов сопротивления строительных материалов с присоединением общих начал теории упругости твердых тел» (1868) И. А. Евневича.

Определяя цели и задачи теории упругости, а также предмет своего исследования, Сомов анализировал понятия упругости и упругого тела. При этом ученый подчеркивал, что в своем курсе он изучает упругие свойства исключительно твердых тел. «На самом же деле,— писал он, — теория упругости гораздо обширнее: она обнимает изучение движения и равновесия всякой упругой среды, каковы газы и световой эфир; она служит, таким образом, основанием для математической теории всех физических явлений, которые сводятся к колебательному движению упругой среды. А таковыми являются в настоящее время чуть ли не все физические явления» [30, с. 4].

П. О. Сомов начал свой курс с исследований теории деформации. Прежде всего он обратился к понятиям бесконечно малых и весьма малых элементов упругого тела. «Весьма важным обстоятельством является... то,— писал ученый,— что мы можем распоряжаться степенью приближения к истине, уменьшая размеры элементов сообразно с желаемой степенью точности, и можем часто судить о величине делаемой погрешности, зная, что она по формуле Тейлора измеряется второю и высшими степенями тех „весьма малых“ величин, которые соответствуют „весьма малому“ элементу тела. Во всяком случае, при выводе каких-либо законов теории упругости нам придется рассматривать элементы бесконечно малые, потому что основаниями для этих законов будут служить дифференциальные зависимости между силами и элементами деформаций» [30, с. 10]. Изучая элементы деформации сплошного изменяемого тела, П. О. Сомов не делал никаких предложений относительно физических свойств тела.

Вначале ученый ввел понятие однородно-изменяемого тела. Как уже указывалось выше, П. О. Сомов пользовался этим понятием и в теории упругости, и в теории механизмов, причем на развитии этого понятия он пытался построить общую теорию движения тел. Сомов определил однородно-изменяемую систему точек уравнениями

$$\xi=A_1x+B_1y+C_1z+D_1,$$

$$\eta=A_2x+B_2y+C_2z+D_2,$$

$$\zeta=A_3x+B_3y+C_3z+D_3,$$

где коэффициенты $A_1, B_1, \ldots, D_3$ — произвольные функции времени, удовлетворяющие лишь условию, что в начальный момент времени координаты ξ, η, ζ соответственно принимают значения x, y, z. Коэффициенты могут быть и постоянными числами, если уравнения определяют некоторую окончившуюся деформацию тела.

Сомов указал на два свойства однородно-изменяемой системы: все точки, лежащие в какой-либо плоскости, при всяком перемещении системы образуют плоскость, положение которой может и перемениться; все параллельные плоскости остаются параллельными и после деформации. Отсюда он делал несколько выводов. Главный — равные и параллельные отрезки и после деформации остаются равными и параллельными. И еще один — однородное по своей плотности тело и после деформации будет однородным.

Исследуя кинематику однородно-изменяемой системы, Сомов отмечал, что движение такой системы характеризуют 12 параметров (это видно из приведенной выше системы уравнений). Следовательно, считал ученый, для определения коэффициентов нужно иметь 12 аналитических условий, которые могут быть весьма разнообразны. Сомов, в частности, предложил простой (хотя и не всегда целесообразный, по его мнению, для теории упругости) способ определения, по которому «можно произвольным образом задать движение четырех точек однородно-изменяемой системы при условии, однако, чтобы никакие три из этих точек не лежали на одной прямой и чтобы все четыре точки не лежали в одной плоскости. Если это выполнено, то будет известно движение всех точек системы» [30, с. 17].

Затем П. О. Сомов обратился к другим кинематическим элементам, определяющим движение однородно-изменяемой системы. Известно, что всякая алгебраическая поверхность, составленная из точек системы, после деформации остается поверхностью того же порядка. В частности, деформация сферы приводит к эллипсоиду. Оси последнего — взаимно перпендикулярные прямые. Исследуя удлинение, П. О. Сомов ввел понятие поверхности удлинения. Под последней он понимал геометрическое место концов отрезков $r=1/\sqrt{E}$, отложенных на каждом векторе, проведенном из начала координат. Ученый вывел уравнение этой поверхности.

Значительная часть его курса посвящена однородно-изменяемой системе. П. О. Сомов остановился на вопросе о переходе такой системы к бесконечно малой деформации. Отметив, что он исключает из рассмотрения тела, обладающие большой подвижностью и малой упругостью, а также весьма упругие тела с большой изменяемостью, ученый писал: «Если мы будем рассматривать какой-нибудь весьма малый элемент тела, то перемещения его точек по отношению к одной из них мы должны считать не только весьма малыми в сравнении с размерами всего тела, но также и с размерами этого элемента. Таким образом, если мы будем предполагать элемент тела бесконечно малым, то относительные перемещения его точек будут считаться бесконечно малыми высших порядков» [30, с. 34].

Далее он остановился на сложении весьма малых деформаций. При этом ученый уделил значительное место вопросу о разложении весьма малой деформации однородно-изменяемой системы на составные части. Он отметил, что «весьма малое перемещение однородно-изменяемого тела может быть различными способами разлагаемо на несколько составляющих, причем должно быть лишь соблюдаемо условие, чтобы число кинематических элементов, определяющих все составляющие перемещения, не было меньше числа всех кинематических элементов в данном движении тела» [30, с. 43]. Наиболее естественное разложение П. О. Сомов предлагал составлять из трех удлинений, трех сдвигов и трех вращений.

В ходе анализа деформации весьма малого элемента, П. О. Сомову удалось доказать, что всякий достаточно малый элемент какого-либо сплошного непрерывно-изменяемого тела можно рассматривать как однородно-изменяемое тело. Приняв во внимание это обстоятельство, он перешел к формулам Коши, чем и завершил кинематическую часть исследования.

Второй раздел курса П. О. Сомов открыл параграфом, в котором исследовал напряжения, возникающие внутри упругого тела, с точки зрения молекулярной теории. Вместе с тем он указывал, что при использовании в теории упругости методов дифференциального анализа от молекулярной теории приходится отказываться и считать распределение материи в теле непрерывным.

Весьма подробно П. О. Сомов исследовал вопросы равновесия упругого тела, вывел соответствующие уравнения и перешел к основным уравнениям динамики упругого тела. При этом он подчеркнул, что при их составлении использованы принцип Д'Аламбера (т. е. они сведены к уравнениям статики). Ученый привел соответствующие уравнения и затем в качестве частного случая дал уравнения равновесия и движения идеальной жидкости.

Отдельный параграф второго раздела П. О. Сомов посвятил истории возникновения математической теории упругости. Поводом для этого ему послужил разбор уравнений гидромеханики. По словам П. О. Сомова, «общая теория упругости возникла лишь в двадцатых годах настоящего столетия (XIX в.— *Л. Л.*). Первым толчком к ее появлению нужно считать исследования Френеля по теории света. До него колебание светового эфира сравнивали со звуковым колебанием воздуха, т. е. представляли себе, что частицы колеблются продольно, по линии распространения самой волны. Френель из разных опытов над световыми явлениями пришел к заключению, что гипотеза о продольных колебаниях находится в противоречии с некоторыми из этих явлений. Для объяснения этих явлений он допустил, что частицы эфира совершают поперечные колебания. Ему делали возражения, что эта гипотеза находится в противоречии с уравнениями гидродинамики упругих жидкостей. В ответ на это Френель указывал, что в гидродинамике упругих жидкостей рассматриваются только такие внутренние силы, которые обусловливаются сжатием и расширением, и что тогда действительно нельзя допустить поперечных колебаний; но в твердом, не газообразном упругом теле могут существовать внутренние силы, вызываемые сдвигами, или тангенциальные напряжения, причем они могут появляться и тогда, когда ни сжатия, ни расширения не происходит, т. е. когда деформация состоит только из сдвигов. Введением понятия о тангенциальных напряжениях Френель не только существенно усовершенствовал теорию света, но и дал возможность составить в общем виде основные уравнения теории упругости» [30, с. 79–80].

Исследовав поверхность напряжений и распределение тангенциальных напряжений, Сомов перешел к третьему разделу, в котором описал зависимость между внешними силами и деформацией и вывел дифференциальные уравнения теории упругости. Этот раздел связал в единую теорию кинематику упругого тела (первый раздел) с его динамикой и статикой (второй раздел).

В начале раздела П. О. Сомов привел историческую справку, в которой сослался на работы Р. Гука и Т. Юнга по теории упругости и показал их дальнейшее развитие. Первую попытку обоснования закона Гука, подчеркивал Сомов, произвел Л. Навье, который исходил при этом из гипотезы Р. Бошковича о молекулярных силах. «Его гипотеза,— писал П. О. Сомов,— состоит в том, что между частицами упругого тела существуют взаимодействия, представляющиеся простыми силами, действующими между центрами частиц и зависящими только от расстояния между последними. Проведение этой гипотезы привело в некоторых случаях к противоречиям, которые ее несколько поколебали... Впрочем, с некоторыми поправками, сделанными в ней О. Л. Коши и У. Томсоном, она и теперь не потеряла своего значения. Во всяком случае, она сослужила весьма ценную службу, позволив Л. Навье прочно установить математическую теорию упругости.

Совсем иным путем пришел к уравнениям теории упругости английский ученый Дж. Грин. Он исходил из более широких и общих представлений о законах природы, сущность которых сводится к понятию о потенциале и потенциальной энергии упругих сил. В настоящее время, когда столь разработано понятие об энергии и о законе сохранения энергии, объединяющем все физические явления, следует методе Грина отдать предпочтение» [30, с. 109–110].

Большое место в разделе П. О. Сомов уделил построению уравнений теории упругости, круговой симметрии и изотропии тел.

Четвертый раздел содержал ряд интересных приложений. Ученый, в частности, остановился на задаче о равновесии скрученной призмы по Сен-Венану, а также проанализировал понятие внешних и внутренних сил.

В целом содержание этого курса свидетельствует о том, что П. О. Сомов считал теорию упругости одним из разделов аналитической механики. С аналогичной точки зрения рассматривал он и положения прикладной механики, в особенности кинематики механизмов, элементы которой включил в свой курс теоретической механики, опубликованный в 1904 г., и если в области теории упругости Сомову в значительной степени приходилось быть «первопроходцем», то в отношении теоретической механики этого сказать было нельзя: и в зарубежной, и в отечественной учебной литературе уже существовало довольно много курсов по этой дисциплине, отличающихся высоким научным уровнем. Ярким примером этого может служить курс теоретической механики, составленный отцом ученого и получивший мировую известность.

В предисловии к своему курсу теоретической механики П. О. Сомов подчеркивал, что при работе над ним он следовал идее Ф. Клейна: знание механики должно основываться не на формулах, а, наоборот, формулы должны являться конечным выводом из определенных механических соотношений. П. О. Сомов строил свой курс на геометрии, ибо, по словам Кирхгофа, назначение механики — описать движения.

П. О. Сомов посвятил первый раздел курса кинематике точки и твердого тела. При этом он стремился обратить главное внимание не на конечные результаты исследования, а на методы, с помощью которых можно получить его результаты.

П. О. Сомов начал раздел с изложения элементов векторной алгебры и далее на протяжении всего курса вводил в необходимых «дозах» материалы векторного исчисления (Сомов называл его «векториальным»). Это — одна из характерных особенностей кинематики Сомова. Другая особенность — планомерное ознакомление читателя с элементами кинематической геометрии и теории механизмов. Такой подход позволил ученому глубже знакомить учащихся с теоретическими основами науки. Тут, очевидно, сыграла свою роль школа П. Л. Чебышева и его учение о необходимости взаимодействия теории и практики. Именно поэтому курс П. О. Сомова значительно отличался от других курсов теоретической механики.

В начале курса П. О. Сомов изложил учение о перемещениях, где главную роль играли теоремы Бернулли, Шаля и Моцци. Затем он перешел к изучению движения вектора и прямой линии и дал аналитическое определение движения точки, движения плоской фигуры и твердого тела параллельно плоскости, движения твердого тела около неподвижной точки, движения тела в самом общем случае. После этого П. О. Сомов вывел аналитическое определение составного и относительного движения точки и твердого тела. «Представим себе,— писал ученый,— что точка *М* совершает некоторое движение по линии *AB*, которая в то же время непрерывным образом изменяет свое положение в пространстве. В общем случае эта линия может непрерывным же образом изменять и свою форму. Абсолютное движение, которое точка *М* получает таким образом в пространстве, называется сложным, или составным, движением, движение же ее по линии *AB*, если не обращать внимания на движение последней, называется относительным; наконец, движение, которое имела бы точка *М*, оставаясь на линии *AB* неподвижною и переносясь только в пространстве с этою линиею, называется движением переносным. Принято говорить, что абсолютное движение точки слагается из переносного и относительного» [37, с. 49—50]. Далее ученый ввел понятие составного движения твердого тела, как состоящего из относительного и переносного. «Составное движение,— подчеркивал П. О. Сомов,— может явиться результатом и более чем двух составляющих движений. Можно представить себе последовательный ряд тел, из которых каждое имеет определенное движение относительно смежного с ним, и определить движение каждого из этих тел относительно одного из них, считаемого уже неподвижным. Такая система тел называется кинематической цепью. Изучение движения ее служит основанием кинематики машин или теории механизмов» [37, с. 52]. Такой подход к определению кинематической цепи можно назвать оригинальным, хотя он и носит на себе отблеск теории Рело (связь с неподвижным звеном).

Тему теории механизмов П. О. Сомов развил в четвертой главе первой книги курса. Глава открывалась определением понятия о степенях свободы. Число степеней свободы тела, по мнению ученого, можно было выразить числом независимых кинематических элементов. При этом П. О. Сомов подчеркивал, что не будет касаться тех случаев, когда это число является бесконечно большим или же если условия связи имеют вид неравенств.

Далее он перешел к геометрическим условиям, ограничивающим движение твердого тела. «Можно представить себе,— указывал П. О. Сомов,— множество геометрических или, лучше сказать, механических условий, ограничивающих движение твердого тела; но все такие условия, имеющие какое-либо практическое значение, приводятся к одному основному условию: чтобы двигающееся твердое тело одною или несколькими точками одной из своих поверхностей прикасалось к другим точкам, предполагаемым» [37, с. 166]. Таким образом, он ввел понятие кинематической пары (правда, этот термин появился позднее). В дальнейшем П. О. Сомов исследовал частные случаи ограничения движения твердого тела и вывел аналитические условия связей, после чего перешел к определению дифференциальной формы условий связи. Здесь ученый учитывал, кроме перемещений, также условия скоростей тела.

К формальному определению кинематической пары П. О. Сомов пришел лишь после глубокого исследования понятий связи. При этом он указал и на то, что в механизмах, кроме определенных кинематических пар, могут встречаться и неопределенные, с избыточным числом степеней свободы. Он выделил отдельно понятие опорных поверхностей. По мысли ученого, если условия связи представлены в виде неравенств (со включением знака равенства), т. е. в случае неудерживающих связей, то опорные поверхности получают существенное значение.

При исследовании числа степеней свободы кинематической цепи П. О. Сомов использовал результаты своих работ в этом направлении. Нужно отметить, что и при изложении основных идей кинематики он постоянно опирался на материалы кинематики механизмов и кинематической геометрии. В частности, он уделил значительное внимание исследованию линейчатых поверхностей, получаемых в результате движения. От построения мгновенного центра он перешел к теории центроид и к изображению истинного движения плоской фигуры с помощью центроид.

П. О. Сомов особо остановился на рулеттах и огибаемых. По мнению ученого, изучение движения плоской фигуры приводит к решению трех вопросов: по некоторым заданным параметрам определить центроиды и угловую скорость около мгновенного центра, а затем и движение произвольных точек тела. Этот вопрос относится к теории центроид: «даны центроиды и угловая скорость для каждого положения мгновенного центра, следует определить движение всех точек» и «задана одна из центроид и одно из условий движения, а также линейная или угловая скорость какой либо точки. Следует построить вторую центроиду и определить движение всех точек». Первый вопрос относится к теории центроид, остальные два решаются с помощью построения рулетт.

При исследовании ускорений П. О. Сомов также пользовался результатом кинематической геометрии. В частности, он разобрал построение кругов Бресса и Лагира.

Второй раздел книги П. О. Сомов посвятил кинетике материальной точки. Здесь ученый сначала изучил само понятие силы, рассмотрев силу как вектор. Из понятия силы и понятия ускорения он вывел понятие массы и от этих основных понятий перешел к основным элементам кинематики в применении к материальной точке и исследовал импульс, количество движения, мгновенные силы и элементарную теорию удара, работу, которой уделил особое внимание. «В теоретической механике можно было бы ограничиться понятием о работе как о произведении...— писал П. О. Сомов,— но первоначальное понятие о работе явилось в практической механике, и это происхождение ее небесполезно будет выяснить. На практике работою измеряется действие сил в какой-нибудь машине. Рассмотрим сначала такой простейший случай: сила постоянна по величине и действует по направлению движения материальной точки, к которой она приложена. Цель действия машины достигается только преодолеванием некоторого сопротивления; преодолевание же сопротивления немыслимо без движения точки приложения силы в сторону, противоположную действию сопротивления» [37, с. 209]. Затем ученый определил единицы измерения работы и мощности и перешел к изучению кинетической энергии.

Третий раздел книги освещал динамику материальной точки. Характерно, что П. О. Сомов отделял исследование понятия силы и ее производных от общего динамического исследования. Ученый отвел отдельные параграфы описанию геодезического движения точки по поверхности и плоского математического маятника. Этот раздел можно считать в книге центральным.

Четвертый раздел «Статика твердого тела», помимо исследования вопросов, связанных с равновесием тела под действием сил, содержал ряд технических приложений. Тематически к нему примыкал пятый раздел, в котором П. О. Сомов описал равновесие некоторых простейших изменяемых систем материальных точек. Ученый затронул два вида изменяемых систем: системы материальных точек, связанных между собой таким образом, что расстояние между каждой парой может меняться, и системы отдельных групп материальных точек (изменяются расстояния между точками, принадлежащими к различным группам, расстояние же между точками одной и той же группы остается постоянным). Ко второй группе он отнес большую часть механизмов, а также сочленения, входящие в состав многих инженерных сооружений. Сомов рассмотрел здесь веревочный многоугольник, равновесие цепи, состоящий из стержней, кинематическую цепь Аугуста (пример цепи последовательно соединенных тел, укрепленной лишь одним своим концом), а также проанализировал условия равновесия гибкой нерастяжимой нити и некоторых конкретных ее случаев.

Шестой раздел был посвящен теории распределения масс, а в седьмом П. О. Сомов провел исследование принципа возможных перемещений. Остановившись на истории вопроса, он затем весьма подробно разобрал этот принцип, показал его «теоретические следствия и практические использования»; в особом приложении он рассказал о применении принципа возможных перемещений к механизмам. «Большею частью механизмы,— утверждал П. О. Сомов,— представляют собой такую систему твердых тел, которая обладает одною степенью свободы, т. е. каждый член механизма может совершать только определенное движение, и перемещением одного члена определяется перемещение остальных. Произвольною остается только величина перемещения одной из точек какого-либо члена, и от нее уже зависят величины перемещений всех других точек системы. Бывают, правда, случаи, когда механизм обладает несколькими степенями свободы, т. е. когда в нем остаются геометрически возможными несколько существенно различных между собой перемещений; но тогда обыкновенно физические условия препятствуют осуществляться всем этим перемещениям, кроме какого-либо одного» [37, с. 474]. Приведя несколько примеров, ученый рассмотрел, «случаи, когда принимается во внимание сопротивление связей, когда работа сопротивлений связей равна нулю, а также случай неудерживающих связей». Отдельная глава содержала исследование принципа Д'Аламбера и принципа Гамильтона, законов работы и кинетической энергии. В одном из параграфов раздела П. О. Сомов описал прибор Н. Е. Жуковского для определения моментов инерции.

Восьмой раздел касался динамики твердого тела. Здесь, так же как и в других разделах, П. О. Сомов уделил особенно внимание практическим приложениям излагаемых теорий, в частности их применению к теории гироскопов. Последние два раздела были посвящены механике сплошной среды: девятый — механике жидкости, а десятый — элементам механики упругого тела.

Таким образом, курс теории упругости П. О. Сомова обладал не только высокими педагогическими достоинствами. Это был весьма полный, глубоко научный курс, который связывал воедино теоретические и прикладные идеи (в этом, несомненно, влияние школы Чебышева). Кроме того, курс содержал большое количество исторических заметок и вставок, свидетельствующих о «профессиональном уровне» разработки П. О. Сомовым вопросов истории механики.

Нужно отметить, что этот курс не потерял своего научного значения и в наши дни.

Возвращение в Петербург. Последние годы жизни

В начале 90-х годов XIX в. в связи с политической обстановкой в России и начинающимися волнениями среди польской общественности и студентов в Варшавском университете стало неспокойно. У П. О. Сомова, который поддерживал демократические порядки в университете и отстаивал права студентов, резко обострились отношения с руководством. В конце концов ученый решил покинуть Варшаву, приняв предложение Горного института в Петербурге. Об этом, в частности, свидетельствуют два письма П. О. Сомова к В. А. Стеклову, написанные в те горячие дни.

«В Варшаве,— писал П. О. Сомов в апреле 1904 г.,— освобождаются обе занимаемые мною кафедры механики в университете и в Политехническом институте. Было бы полезно теперь же иметь в виду возможных кандидатов. Хотя способы назначения профессоров — в университет по назначению начальства и часто даже помимо факультета, в Политехнический институт по выбору Совета и после назначения конкурса — можно все-таки рассчитывать, что более крупный представитель специальности будет назначен на обе кафедры одновременно... Ваше мнение о возможных кандидатах?

Что касается меня, то я после долгих и весьма понятных при данных обстоятельствах колебаний решил принять приглашение, сделанное мне Советом Горного института.

Притом, хотя освободилась кафедра чистой математики, оказалось возможным оставаться при своей специальности — механики, благодаря произведенным там передвижениям» [113, ф. 162, оп. 2, д. 444, л. 2, 3].

«Ваше письмо,— сообщал он Стеклову в июне 1904 г.,— содержание которого я позволил себе сообщить университетским математикам: Вороному, Зинину и Краснову, нас очень обрадовало, т. к. все сходятся на Вас как на самом желательном кандидате... я просил увольнение с 20 августа... у меня было в университете в среднем 7 часов лекций: 2 часа — на II курсе, $2^1/_2$ — на III курсе, 2 — на IV курсе, кроме того, один раз в 2 недели 1 час — «практическая механика» на III и IV курсах совместно. Этот последний час введен как минимум тех требований, которые ставятся уставом университета, т. е. чтобы читалась и практическая механика. Я утилизирую этот час тем, что читаю геометрические основы теории механизмов, но это может быть и изменено.

В Политехническом институте я имел 5 часов теоретической механики (2 часа на I курсе, 3 часа на II) и 2 часа в I-м полугодии на III курсе на теорию упругости (курс необязательный)» [113, ф. 162, оп. 2, д. 444, л. 5—6].

Итак, снова Петербург. В 1904—1908 гг. П. О. Сомов читал курс теоретической механики в Горном институте. Как известно, в 1849—1862 гг. в Горном институте работал его отец — О. И. Сомов, который заведовал кафедрой математики. Тогда это был Институт корпуса горных инженеров и О. И. Сомов читал в нем «чистую» математику (элементарную, аналитическую и начертательную геометрию, дифференциальное и интегральное исчисление) и прикладную математику, в которую входили курсы теоретической механики, горной механики и прикладной. В 1862 г. О. И. Сомова сменил Г. А. Тиме, а с 1875 г. там же работал И. П. Долбня. С 1897 г. штат кафедры математики включал двух профессоров, адъюнкта и трех репетиторов, ведущих практические занятия.

Потребность России в специалистах горного дела росла, соответственно возрастало количество студентов и расширялся штат преподавателей института. В 1906 г. специальная комиссия Горного института, в состав которой входил и П. О. Сомов, изучила вопрос о согласовании преподавания математики и теоретической механики с прикладной механикой. В связи с этим были пересмотрены программы указанных курсов и в них включены результаты новейших исследований. В частности, по настоянию П. О. Сомова комиссия ввела в курс аналитической геометрии основы теории векторов и приложения их к статике.

С 1908 г. П. О. Сомов перешел работать в Николаевскую военно-морскую академию. «Вместо проф. Г. А. Тиме, — говорилось в одном из документов тех лет,— для чтения лекций по предметам: аналитическая механика, аналитическая геометрия и высшая алгебра — конференция Академии единогласно избрала П. О. Сомова на всех трех отделениях» [114, ф. 433, оп. 1, д. 248, л. 15,16].

Николаевская военно-морская академия была образована в 70-х годах XIX в. и имела три отдела (факультета): гидрографический, механический и кораблестроительный. Правом сдавать вступительные экзамены пользовались лишь офицеры, прослужившие в армии не менее двух лет. В первые десятилетия существования академии набор слушателей проходил каждые два года. С 1912 г. были введены ежегодный прием и трехлетний срок обучения. Академия готовила для России опытных специалистов — корабельных инженеров и механиков.

Первыми профессорами академии были великолепные педагоги А. Н. Коркин (высшая математика), И. А. Евневич (прикладная механика, теория упругости, курс построения машин), И. Я. Цингер (астрономия).

Из воспоминаний академика А. Н. Крылова: «А. Н. Коркин читал свой совершенно оригинальный курс, отличающийся точностью определений, краткостью, изяществом, выводом всех формул, отсутствием той щепетильности, которая необходима лишь математикам, изучающим математику как безукоризненную область логики». Таким образом, А. Н. Коркин давал математический инструмент, столь необходимый инженеру-механику. С 1900 г. математику в академии начал читать А. Н. Крылов. Он же читал курс теории корабля, требовавший отчетливого знания математики и механики.

Уровень преподавания по математике, механике, прикладным дисциплинам в академии был достаточно высокий. По мнению А. Н. Крылова, большая заслуга в этом принадлежала и И. А. Евневичу, который всегда читал лекции «превосходно, ясно и отчетливо, приводя примеры из действительной практики» [1]. Руководство академии также уделяло внимание совершенствованию учебного процесса. Так, с 1908 г. в академии работала постоянная комиссия по пересмотру рабочих программ по всем курсам, читаемым в академии. В состав комиссии входили А. Н. Крылов, Д. С. Зернов, П. О. Сомов и др. Особое внимание в работе комиссии уделялось математике и механике, которые являлись основой для изучения прикладных и специальных предметов. Совершенствовались и специальные предметные курсы, в которых учитывались последние достижения военно-морской техники того времени и результаты исследований ученых в области математики, механики, прикладных наук.

Математика в академии преподавалась с первого курса на всех специальностях — 11 часов в неделю, из них 3 часа отводились на аналитическую геометрию, 2 часа — на высшую алгебру, 6 часов — на дифференциальное и интегральное исчисление, которое читал А. Н. Крылов. Он продолжал вести математику на втором и третьем курсах, включив в свой курс специальные разделы, в том числе приложения некоторых дифференциальных уравнений математической физики к техническим вопросам — довольно большой по объему и исключительно важный по значению раздел.

П. О. Сомов читал аналитическую механику (4 часа в неделю на втором курсе и 2 часа — на третьем). В начале курса он излагал элементарные основы механики, а затем, исходя из потребностей той или иной специальности, останавливался на теории колебательного движения, на общих приемах составления условий равновесия, на вопросах устойчивости равновесия и коле-

---

[1] *Крылов А. Н.* Мои воспоминания. М.: Изд-во АН СССР, 1945. С. 216.

бания около положения устойчивого равновесия в случае одной степени свободы. П. О. Сомов читал на гидрографическом отделении механику относительного движения с приложением вопросов, в которых играют роль вращение Земли, методы интегрирования уравнений динамики, устойчивость движения, вопросы гидромеханики. На кораблестроительном и механическом отделениях он знакомил слушателей с некоторыми дополнениями к динамике твердого тела, с динамикой системы твердых тел и некоторых изменяемых систем, теорией колебательного движения системы материальных точек с несколькими степенями свободы, гидромеханикой.

В мае 1911 г. на заседании Совета по техническим отделам обсуждались предметные программы. Было решено расширить некоторые разделы высшей математики: теорию эллиптических функций (3 главы), раздел дифференциальных уравнений (4 главы) дополнить элементарным изложением уравнений в конечных разностях и суммированием выражений

$$\sum a^n; \quad \sum \frac{1}{a^n}; \quad \sum \frac{1}{ka+b}; \qquad \sum \frac{1}{(ka)^2 \pm b^2}.$$

Курс аналитической механики, читавшийся на всех отделениях академии, был дополнен для инженерного отделения разделом «Колебания пластин и стержней».

Д. С. Зернов, читавший практическую механику и сопротивление материалов, а также теорию упругости, предложил ввести ряд изменений в эти курсы: добавить специальный курс судовых двигателей, включить курсовые работы по сопротивлению материалов, дополнить теорию проектирования поршневых судовых машин, морских паровых котлов и турбин и морских вспомогательных механизмов (рулевых, штилевых, подъемных машин, насосов, холодильных машин). Слушатели академии должны были также выполнять курсовые работы по этим предметам.

Для слушателей технических отделов академии, помимо общих курсов, читались специальные курсы: общая и судовая электротехника; теория судовых машин и котлов, а также их проектирование; судовые вспомогательные механизмы и двигатели; проектирование судов; двигатели внутреннего сгорания. В план летних занятий слушателей механического отдела входили обязательные двухмесячные командировки в Англию для практических занятий по машиностроению и технологии металлов на заводах Джона Брауна и на завод Нобеля в Петербурге для подготовки заданий по проектированию машин. Только в 1914 г. слушатели академии выполнили работы по машиностроению на Балтийском, Адмиралтейском, Франко-русском, Путиловском, Металлическом и Невском заводах.

Кроме чтения лекций, в обязанности П. О. Сомова входило также присутствие на экзаменах (вступительных и семестровых), на заседаниях Ученого Совета по техническим отделам и конференциях академии. П. О. Сомов пользовался большим авторитетом как специалист в области прикладных наук. И неудивительно, что его избрали постоянным членом комиссии по рассмотрению и оценке работ по техническим дисциплинам, представленных в качестве диссертации на право получения звания преподавателя академии.

П. О. Сомова можно по праву считать продолжателем лучших традиций академии. В свое время еще академик А. Н. Крылов сделал многое для того, чтобы приблизить уровень знаний русских специалистов в области кораблестроения и проектирования морских паровых машин к мировым стандартам. В 1910 г. он посетил Всемирную выставку в Брюсселе, машиностроительный завод Шнейдера во Франции, заводы в Гамбурге, познакомился в Нюрнберге с проектом мощного двигателя Дизеля, а затем составил свой курс теории корабля, куда внес все новейшие достижения человеческой мысли в этой области. П. О. Сомов, который постоянно следил за достижениями и исследованиями ведущей в то время немецкой школы теории машин и механизмов, также неоднократно посещал всемирные выставки и различные зарубежные предприятия. Ученый, добившись значительных результатов в области теории механизмов, внес в преподавание математики и особенно механики в академии много нового и полезного. В частности, П. О. Сомов создавал математический аппарат теории машин и механизмов и знакомил своих слушателей с результатами новейших исследований в этой области.

Ставя перед слушателями проблемы, которыми занимался сам, ученый тем самым вовлекал учащихся в научную работу. Этому во многом способствовали его умение делать самые трудные вопросы вполне доступными для студентов, удивительная способность излагать теоретические вопросы на высоком научным уровне и в то же время постоянно показывать связь чисто математических методов с механикой и с теорией механизмов. «Проф. П. О. Сомов,— вспоминал академик А. Н. Крылов,— оставил о себе наилучшую память у слушателей как содержательностью, так и ясностью изложения своих курсов, для облегчения усвоения которых он сам составлял записки, литографированные академией... Его же учебник «Основания теоретической механики» по полноте, ясности и содержательности изложения пользуется заслуженной известностью» [114, ф. 352, оп. 1, д. 9, л. 121].

В 1908 г. П. О. Сомов впервые в России начал читать лекции по векторному анализу в Петербургском университете. Материал курса (2 часа в неделю в течение двух семестров), отличавшегося высоким уровнем, ученый разделил на две части. Первая часть включала векторную алгебру, переменные векторы, их приложения к геометрии и механике. Во второй рассматривались векторное поле, потенциальное и соленоидальное поля, приложения к механике и физике[2]. В качестве учебной литературы П. О. Сомов рекомендовал студентам монографии Дж. Гиббса и В. Вильсона «Векторный анализ» (1902), Г. Ганса «Введение в векторный анализ (1911), Ч. Бурали-Форти «Элементы векторного исчисления» (1902), а также свой учебник «Векториальный анализ», признанный одним из лучших в мировой литературе [38]. П. О. Сомов и тут остался верен своим традициям. Он стремился не только довести до конца создание математической теории, но и показать на конкретных примерах физики, механики и, наконец, теории механизмов, как можно применить полученные результаты к решению многих задач. С этой целью ученый в конце каждой главы предлагал учащимся решать задачи статики, динамики, кинематики твердого тела и изменяемого, задачи гидромеханики и теории упругости.

Академик В. А. Стеклов был очень высокого мнения о заслугах П. О. Сомова в области векторного анализа. Известно, что в 1910 г. В. А. Стеклов был приглашен участвовать в V конгрессе математиков, и в частности в работе Международной комиссии по

---

[2] Обозрение преподавания наук в Петербургском университете на 1915–1916 уч. год. Петербург, 1916. С. 6–7.

унификации векторных обозначений [113, ф. 162, оп. 2, д. 144]. Однако он отказался, предложив вместо себя П. О. Сомова как более компетентного специалиста в этой области. И действительно, символика Сомова во многом была сходна с той, которая была впоследствии принята в векторном исчислении. С 1913 г. П. О. Сомов вел в Петербургском университете курс статики твердого тела, с 1915 г.— кинематику (сохранились литографированные издания этих лекций). И в том и в другом курсе он уделил большое внимание векторным методам.

С 1912 г. П. О. Сомов читал аналитическую механику и на Высших женских курсах. В то время на курсах преподавали академик В. А. Стеклов, профессора С. Е. Савич (декан физико-математического факультета), А. В. Васильев, Н. Н. Гернет, И. И. Иванов, Б. М. Коялович, К. А. Поссе, И. И. Боргман, В. И. Смирнов. Слушательницы курсов знакомились с довольно-таки обширным курсом высшей математики, включавшим теорию функций комплексного переменного, теорию эллиптических функций, уравнения с частными производными, вариационное исчисление.

П. О. Сомов делил часы, отведенные на механику, с И. В. Мещерским. При этом он взял на себя большую часть учебной нагрузки, а также организационные вопросы, связанные с учебным процессом [116, ф. 513, оп. 117, д. 8, л. 8—65; ф. 113, оп. 5, д. 6, л. 38—40]. П. О. Сомов создал на курсах кабинет механики, закупив большое количество механических приборов, чертежных принадлежностей, а также материалы для изготовления различных моделей, предоставив слушательницам самим выполнять эту работу. Ученый всегда очень тщательно готовился к лекциям и стремился по возможности издать литографированные курсы, включающие новейшие результаты исследований по механике русских и зарубежных ученых.

Заметим, что П. О. Сомов при всей его скромности, которая делала его почти незаметным, обладал удивительной творческой энергией. 11 лет проработал он в Петербурге, читал в трех крупнейших учебных заведениях пять различных курсов, активно участвовал в комиссиях по организации учебного процесса, издавал для каждого вуза литографированные курсы лекций и бесконечно их дорабатывал с целью включения в них результатов новейших исследований.

О семье П. О. Сомова сохранились очень скудные сведения. Известно, что он был женат на дочери поручика Фохта Дарье Сергеевне. У них было четверо детей: сын Владимир (род. 4 декабря 1876 г.) и дочери Анна (1879 г.), Надежда (1881 г.) и Наталья (1885 г.) [116, ф. 14, оп. 1, д. 10180, л. 18].

Семья Сомовых жила в Петербурге на Васильевском острове. П. О. Сомов, как и его отец О. И. Сомов, был высокообразованный, в высшей степени скромный и доступный в общении человек. У него был приветливый и открытый характер. В семье он был веселым, энергичным человеком, любил детей и много времени уделял дому. Летом, как правило, Сомовы снимали дачу, и если Павел Осипович не уезжал в командировки за границу, то отпуск проводил с семьей. Ловил рыбу, много ходил пешком, принимал друзей.

С 1887 по 1904 г. Сомовы находились в Варшаве, и сведений о них в наших архивах не сохранилось. С 1904 г. они вернулись в Петербург и вновь поселились на Васильевском острове. К этому времени дети были уже взрослыми, но Павел Осипович каждое лето собирал всю семью на даче под Выборгом. Его внук А. И. Горожанкин вспоминал: «Павел Осипович был исключительно приветливый человек. Необычайно добрый, остроумный, живой и веселый. Здоровый, крепкий и выносливый. В 60 лет он совершал прогулки до 5—7 км в день пешком».

Старший сын Павла Осиповича — Владимир Павлович Сомов закончил Петербургский институт путей сообщения и работал инженером-технологом железнодорожного транспорта сначала в Петербурге, затем в Риге, позднее он служил в Витебске техническим инспектором по котлам.

Последние годы своей жизни П. О. Сомов был занят проблемой дальнейшего развития векторных методов в применении к различным задачам физики, кинематики, статики. Он совершенствовал университетские курсы статики и кинематики (1912—1917 гг.), курс теоретической механики Военно-морской академии, в котором важно было дать математический аппарат исследования для практической механики, для теории судовых машин и механизмов, включающей задачи проектирования механизмов.

Из этих курсов в первую очередь нужно отметить «Векториальный анализ и его приложения», который впервые читался в России. «П. О. Сомов опубликовал в 1907 г. одну из лучших книг по векторному анализу,— писал М. Кроу в „Истории векторного анализа“,— с его книгой в России появилась современная система векторного анализа» [95, с. 234]. Характерно, что этот курс был написан именно с целью использования его для практических приложений — в конце каждой главы давались примеры приложения формул векторного анализа к различным прикладным вопросам физики, механики, к кинематике твердого тела и к кинематике изменяемых систем и наконец, к теории винтов Болла. Формулы, которые были записаны с помощью разработанной П. О. Сомовым системы векторных обозначений, имели компактный вид и обеспечивали необходимую наглядность. В те годы, когда П. О. Сомов писал свою книгу, векторное исчисление еще находилось в стадии созидания, и трактат ученого явился одним из заключающих первый период развития этой теории и первым в русской математической литературе.

Первые шесть глав книги П. О. Сомов посвятил изложению элементарной теории векторов, векторной алгебре, векторным уравнениям и их приложению к геометрии, линейчатой геометрии в векторном изложении. В седьмой—девятой главах он затронул специальные вопросы векторного исчисления.

Следует отметить, что в начале XX в. еще не была принята терминология и обозначения современной векторной алгебры и векторного исчисления, поэтому П. О. Сомову пришлось попытаться в обоих этих направлениях найти удовлетворительное решение. Это ему в общем удалось. Система векторных обозначений П. О. Сомова мало чем отличается от современной. Так, он определил вектор как прямолинейный отрезок, для которого указано направление. При этом один конец отрезка он назвал началом вектора, другой — концом. «Вектор,— отмечал П. О. Сомов,— есть понятие сложное, заключающее в себе несколько более элементарных понятий, выражающихся уже непосредственно числами: понятие о длине, об углах, которыми определяется направление вектора, и о положении начала вектора. Вместо этого могут быть даны и другие числа, определяющие в своей совокупности данный вектор; всякие такие числа принято называть координатами вектора. Так как для направления в пространстве трех измерений нужно знать два угла, образуемых ими с двумя постоянными, заранее выбранными направлениями, то для определения вектора, включая сюда его длину, нужно иметь по крайней мере 3 числа» [38, с. 1].

Впрочем, число координат вектора, по мысли ученого, может быть больше, если для начала вектора даны какие-либо дополнительные условия в соответствии с теми геометрическими или физическими понятиями, для которых он служит выражением. Поэтому П. О. Сомов привел ряд примеров [38, § 4, 6]. Ученый обозначил вектор прямым и жирным шрифтом, использовав буквы латинского алфавита. При этом он указал на удобные обозначения у других авторов векторного анализа, например у А. Резаля, Г. Грасмана, Я. Гамильтона, Ч. Бурали-Форти.

Далее Сомов остановился на свободных, «передвижных» (скользящие) и определенных (несвободные, приложенные) векторах. Он, в частности, привел количество координат, определяющих каждый из этих векторов, и дал соответствующие примеры задач механики (кинематики, статики, динамики). По мнению ученого, в «векторном анализе часто бывает весьма удобно определять положение прямой линии в пространстве, задавая на этой прямой передвижной вектор, длина которого при этом остается произвольной» [38, с. 3]. Таким образом, прямая, по Сомову, определяется четырьмя аналитическими элементами, и это согласуется с тем, что известно из аналитической геометрии. «Векториальная точка зрения на прямую линию,— писал П. О. Сомов,— устанавливает тесную связь линейчатой геометрии (геометрии Плюккера) с векториальным анализом» [38, с. 3].

При изложении основных понятий векторной алгебры, геометрического сложения и разложения свободных векторов, их произведений П. О. Сомов пользовался терминами «скаляр», «тензор» (длина вектора), заимствованными у У. Гамильтона. Из работ Хивсайда он взял единичные векторы — «орты», а названия и определения различных произведений дал по А. Резалю (И. Сомову) и Гамильтону. Вот как объяснял П. О. Сомов необходимость введения скалярного («геометрического») и «векториального» произведений:

«Различают 2 рода произведений векторов:

1. Произведение тензоров двух векторов $\bar{u}$ и $\bar{v}$ на косинус угла между направлениями этих векторов: $|\bar{u}|\cdot|\bar{v}|\cdot\cos(\widehat{\bar{u},\bar{v}})$.

2. Произведение тензоров двух векторов на синус угла между направлениями этих векторов.

Основанием для того, чтобы эти выражения называть «произведениями векторов», служит не только то, что в эти выражения входят тензоры векторов множителями, но также и то, что некоторые свойства алгебраических произведений распространяются на произведения векторов, как это будет показано ниже; в особенности первое произведение можно рассматривать как обобщение алгебраического» [38, с. 25].

Затем П. О. Сомов привел примеры физических и геометрических задач, вызывающих необходимость изучения обоих произведений. При этом он ввел следующие обозначения:

$\bar{u}\cdot\bar{v}=uv\cos(\widehat{\bar{u},\bar{v}})$ — скалярное («геометрическое») произведение; $(\bar{u}\times\bar{v})$ — векторное (по Джибсу и Вильсону). Ученый сформулировал и доказал свойства каждого из этих произведений, объяснил их геометрический и физический смысл, приложения к задачам механики.

Особый интерес представляет шестая глава, в которой П. О. Сомов изложил основания линейчатой геометрии с помощью векторного исчисления и указал на ее приложения для механики (статики, кинематики). Вначале он привел общее замечание о том, что рассмотренные системы прямых линий («комплекс», «конгруэнции», «линейчатые поверхности») играют большую роль в тех вопросах механики, где векторы подчинены некоторым общим условиям, а затем решил задачи кинематики и статики.

П. О. Сомов начал с простейшей задачи и доказал, что совокупность всех прямых, перпендикулярных к скоростям точек твердого тела, составляет комплекс 1-го порядка. Параметр этого комплекса равен параметру винтовой скорости: $p=\bar{v}_0\bar{\omega}/\omega^2$, ось его определяется формулами

$$\bar{u}_1=\omega,\ \bar{m}_1=\bar{v}_0-(\bar{\omega}\times\bar{r}_0)-\frac{\bar{v}_0\times\bar{\omega}}{\omega^2}\bar{\omega}=$$

$$=\frac{1}{\omega^2}[\bar{\omega}\times(\bar{v}_0\times\bar{\omega})]-(\bar{\omega}\times\bar{r}_0).$$

Далее он показал, что комплекс становится «специальным», удовлетворяющим некоторым условиям, если винтовое движение заменить простым вращательным. Таким образом, П. О. Сомов видоизменил кинематическое толкование комплекса 1-го порядка. «Из кинематики твердого тела известно,— писал он,— что, если у какой-нибудь принадлежащей телу прямой линии есть точка, скорость которой к ней перпендикулярна, то и скорости всех других ее точек к ней перпендикулярны. Совокупность всех прямых, неизменно связанных с движущимся твердым телом и обладающих свойством, что скорости их точек им перпендикулярны, образует комплекс 1-го порядка» [38, с. 150].

П. О. Сомов выяснил кинематическое значение сопряженных прямых. Во всяком движении твердого тела скорости его точек могут быть разложены на две составляющие соответствующим вращением твердого тела около двух осей, вообще говоря, между собой не пересекающихся. Эти оси называются сопряженными осями вращения и представляют собой пару сопряженных прямых по отношению к указаному выше комплексу.

В статике же твердого тела комплексы и другие системы прямых, по мнению ученого, играют роль главным образом в следующих двух вопросах: при изучении систем взаимно уравновешивающихся сил, лежащих на данных прямых, и при изучении равновесия твердого тела, подвижность которого как-либо ограничена условиями связей. И Сомов рассмотрел задачу, состоящую в нахождении условия разложимости данной силы по шести данным прямым. Она сводится к решению системы шести линейных уравнений, т. е. к условию, чтобы главный определитель этой системы не был равен нулю. Геометрический смысл требования состоит в том, что шесть данных прямых не должны принадлежать одному и тому же комплексу 1-го порядка. Следовательно, Сомов доказал и «условие равновесия шести сил на шести данных прямых (когда эти прямые принадлежат одному и тому же комплексу 1-го порядка)». Сомов доказал также условия равновесия сил, лежащих на пяти и четырех данных прямых, а затем перешел к исследованию возможных винтов скоростей и уравновешивающих динам при различном числе условий связей.

В качестве примеров он рассмотрел некоторые зависимости теории винтов Болла. Ученый дал общий обзор винтов на основании полученных Боллом результатов. Проведя подробный анализ одного, двух и трех условий связей, П. О. Сомов посчитал, что «теперь легко сделать заключение об остающихся случаях четырех и пяти условий связей».

Таблица 3

Число условий связей	Система винтов возможных скоростей	Система винтов уравновешивающихся динам
1	система комплексов 1-го порядка	1 винт
2	система конгруэнций первого порядка, образующая комплекс 2-го порядка	цилиндроид
3	система образующих соосных гиперболоидов	другая система образующих тех же соосных гиперболоидов
4	цилиндроид	система конгруэнций 1-го порядка, образующая комплекс 2-го порядка
5	1 винт	система комплексов 1-го порядка

Действительно, для этого нужно принять во внимание, что условие взаимности $(\bar{P}+\bar{p})\bar{R}\bar{\omega}+\bar{h}\bar{R}\times\bar{\omega}=0$ симметрично относительно обоих винтов $\bar{P}$ и $\bar{p}$ (здесь $\bar{R}$ и ω — возможные винтовые скорости). Таким образом, если поменять местами параметры P и p и векторы $\bar{R}$ и $\bar{\omega}$ и если при этом вектор $\bar{h}$ изменит свое направление на противоположное, то все выражение останется прежним. «Вследствие этого,— писал П. О. Сомов,— системы уравновешивающихся динам при четырех и пяти условиях связей представляют то же самое, что системы возможных винтовых осей скоростей при двух или одном условии связей, а возможные винтовые скорости при четырех и пяти условиях связей представляют собой то же самое, что уравновешивающаяся динама при двух и одном условии связей» [38, с. 156]. Сопоставив вместе все изложенное, Сомов составил следующую таблицу (табл. 3).

В последние годы своей жизни П. О. Сомов по-прежнему интересовался и проблемами синтеза механизмов. Автор этой книги выяснил, что П. О. Сомов не успел опубликовать ряд работ по механике и теории механизмов. После смерти ученого его жена, Дарья Сергеевна Сомова, отдала эти рукописи В. А. Стеклову, который обещал подготовить их к публикации. Рукописи хранились в математическом кабинете при Академии наук (в Петербурге). Обнаружить их, к сожалению, автору книги не удалось. Сохранилось лишь письмо Д. С. Сомовой к В. А. Стеклову:

«Пишу Вам по поводу посмертных произведений моего мужа, П. О. Сомова, которые я передала Вам перед отъездом из Петербурга, 16.V.1920 г. ...Вы обещали напечатать их, когда это будет возможно. Произведения эти следующие: перевод Галилея „Discursi...“ „О шарнирных утроителях оборотов“, „Статические эквиваленты системы сил в статике“. Очень хотела бы знать, будут ли они напечатаны в скором времени, и убедительно прошу Вас ответить на мое письмо. Если нельзя их напечатать, то я при первом удобном случае возьму их обратно» [113, ф. 162, оп. 2, д. 445].

Не успел опубликовать П. О. Сомов и «“Очерк по истории механики в России до XX ст.“ (2 печ. листа). Рукопись была сдана секретарю Академии наук С. Ф. Ольденбургу, позже хранилась в Комиссии по истории знаний» [113, ф. 154, д. 1, л. 226, 227].

Интересна история написания этой работы. В конце XIX в. в Англии была издана брошюра «Русский дар миру», в которой неверно освещался вопрос о вкладе русских ученых-математиков и механиков в мировую науку. Это послужило толчком к намерению Академии наук издать историю науки в России (1915 г.). Предполагалось издать два больших тома, один — посвященный физико-математическим наукам, другой — гуманитарным. А. В. Васильеву было поручено написать очерк по истории математики, П. О. Сомову — по истории механики, П. П. Лазареву — по истории физики. В 1918—1920 гг. эта работа приостановилась. Новая попытка издания истории научных исследований в нашей стране (истории русской науки) была предпринята в 1921 г. академиком В. И. Вернадским, придававшим большое значение истории отечественной науки. «История русской науки и даже более общее, история научной мысли и научной работы в нашей стране,— подчеркивал В. И. Вернадский,— представляет особый интерес и имеет большое значение... Рост научной мысли в нашей стране является неразрывной и важной частью большого мирового процесса — роста науки в пределах западно-европейской цивилизации. Реальное его значение в этом общечеловеческом движении очень велико; оно гораздо больше, чем это сознают. История науки в

XVIII—XX вв. не может быть познана и изложена без истории русской науки, а для этого необходима большая исследовательская работа» [113, ф. 18, оп. 1, д. 3136].

В 20—30-е годы под руководством В. И. Вернадского при Академии наук в Ленинграде работала Комиссия по истории знаний, которая занималась вопросами издания работ и мемуаров ученых. В ее состав входили известные советские ученые и педагоги, в том числе академики И. П. Бородин, А. Н. Крылов, Б. М. Ляпунов, Я. В. Успенский, В. А. Стеклов, А. Е. Ферсман, профессора А. М. Годыцкий-Цвирко, А. А. Радциг и др. Комиссия издала серию книг, первыми из которых стали брошюры академика В. И. Вернадского «Несколько мыслей о современном значении истории науки» и В. А. Васильева «Нужно ли изучать историю математики?», затем к ним добавились очерки по истории различных областей науки, биографии ученых, их труды и т. п.

Особенное внимание комиссия уделяла охране материалов русских ученых, созданию их архивов. «Гибель мемуаров ученых,— подчеркивалось в одном из протоколов заседания комиссии,— наносит ущерб не только истории знаний, но и самой специальности. У каждого работника науки и техники остаются в рукописях неоконченными или неопубликованными его сочинения, различные выписки, библиографические справки, заметки, наброски. Сохранение их необходимо не только для восстановления подлинной истории наук, но и для самой развивающейся науки и техники. Особенно важно выяснение и восстановление связей между учеными, изучение методов их работы» [113, ф. 18, оп. 1, д. 3136].

В 1926 г. В. И. Вернадский представил к печати очерк П. О. Сомова по истории механики в России (79 с.) и его биографию, составленную профессором А. А. Радцигом. «Указанная небольшая монография проф. Сомова,— отмечалось в протоколе,— представляет собой сжатый, но мастерски написанный очерк развития механики в России с начала XVIII в. и до первого десятилетия XX в. До середины XIX в. изложение ведется по авторам, особое внимание уделяется работам Эйлера и Остроградского, а затем даются обзоры развития отдельных вопросов механики. Обзоры эти составлены с глубоким знанием дела и представляют значительный интерес для всякого ученого, занимающегося механикой» [Там же].

К сожалению, рекомендации комиссии не были выполнены. Не были опубликованы и другие работы П. О. Сомова. Как уже говорилось, после его смерти «осталось несколько вполне подготовленных к печати работ по теории механизмов и перевод знаменитого сочинения Галилея „Discursi...“. Вследствие этого ряд направлений последних научных исследований ученого остался незамеченным. Утеряны, очевидно, и рукописи П. О. Сомова по теории механизмов, которые находились в Архиве АН СССР.

Ввиду большого интереса, проявляемого в наше время к вопросам кинематики механизмов (труды Л. В. Ассура, А. П. Малышева, И. М. Рабиновича), было бы крайне желательно опубликовать последние работы П. О. Сомова. Необходим также подробный анализ всех его произведений, многие из которых имеют большое значение именно для новейших исследований по кинематике механизмов. Такова, например, работа П. О. Сомова «О степенях свободы кинематической цепи», где он независимо от Грюблера в более общей форме дал соотношения, определяющие степень свободы как для плоской, так и для пространственной кинематической цепи» [113, ф. 5, оп. 1 – С, д. 43].

Научное наследие

В истории отечественной науки П. О. Сомов оставил значительный след. Именно его работы подготовили основы для создания современной теории механизмов и машин. Ученому принадлежат ведущие идеи по развитию почти всех направлений этой науки, и в первую очередь общей теории механизмов. П. О. Сомов рассматривал теорию плоских и пространственных механизмов с единой точки зрения и работал над созданием общих методов исследования структуры, кинематического анализа и синтеза механизмов. Он охватил проблему в целом и показал исследователям, каким путем нужно идти к цели, в каких направлениях развивать науку о машинах. Выведенные П. О. Сомовым зависимости, получившие впоследствии название структурных формул механизмов, позволили применить логические приемы математики к задачам по структуре механизмов.

Идеи П. О. Сомова в области теории механизмов уже в 20-х годах XX в. попадают в поле зрения советских ученых. Так, А. П. Малышев (1923—1933 гг.) впервые использовал структурную формулу Сомова и классификацию кинематических пар по Гохману, сделал попытку подойти к анализу и синтезу механизмов с точки зрения их структуры. Н. С. Васильев в 30-х годах развил идеи Сомова в области структурного анализа механизмов.

К работам П. О. Сомова обратились и крупнейшие представители советской школы теории механизмов. В 30-е годы И. И. Артоболевский, В. В. Добровольский и другие ученые, опираясь на работы П. О. Сомова, Х. И. Гохмана, Л. В. Ассура, создали общую теорию структуры механизмов, в частности классификацию механизмов, позволившую рассматривать все механизмы с единой точки зрения — с точки зрения их структуры. На ее основе были разработаны единые методы кинематического и структурного анализа плоских и пространственных механизмов.

Дальнейшее развитие идеи П. О. Сомова по структурному синтезу, по изучению механизмов с изменяемыми звеньями, с избыточными или пассивными связями получили в 60-е годы, когда накопилось большое разнообразие пространственных механизмов, все чаще используемых в технике. Их применение в большинстве случаев приводит к наиболее рациональным решениям конструкций машин и механизмов, предоставляет конструкторам неограниченные творческие возможности. Для реализации этих возможностей требовались совершенствование теории этих механизмов, создание теории их структуры и новой классификации пространственных механизмов. Этого же требовало появление значительного количества механизмов, включающих деформируемые тела.

Больше того, оказалось, что конструкторам нужно принимать во внимание деформируемость и так называемых «твердых» звеньев. С. Н. Кожевников, например, указал на необходимость учета при конструировании механизмов факта деформируемости звеньев для того, чтобы избежать статически неопределимых задач. При этом он рассмотрел вопросы структуры механизмов на подвижном формируемом основании.

В 1961—1967 гг. ряд идей П. О. Сомова по структурному анализу и изучению механизмов без пассивных

Павел Осипович Сомов

связей был развит Л. Н. Решетовым. В эти же годы И. П. Спорыш продолжил исследование структуры механизмов с изменяемыми звеньями и предложил обобщенные уравнения структуры. О. Г. Озол обобщил результаты по структуре механизмов на более сложные многоконтурные разомкнутые механизмы и механизмы со многими степенями свободы. Наконец, он дал единую классификацию механизмов с твердыми и деформируемыми элементами путем расширения понятия кинематической пары и сужения понятия звена в соответствии с функциями, выполняемыми ими. О. Г. Озол доказал, что к любому механизму можно применить любую из трех общих структурных формул:

1. Формулу П. О. Сомова

$$\omega=(n-1)+f-p-5k+\sigma. \quad (1)$$

2. Формулу А. П. Малышева

$$\omega=6(n-1)-s-\sigma. \quad (2)$$

3. Формулу О. Г. Озола

$$\omega=f-6k+\sigma, \qquad (3)$$

где ω — подвижность цепи, n — число звеньев, p — число подвижных соединений, k — число замкнутых контуров, f — число подвижностей подвижных соединений, s — число кинематических связей, накладываемых подвижными соединениями, σ — число повторяющихся связей. Между «основными структурными параметрами» (по Озолу) существует основная геометрическая зависимость $s+f=6p$, с помощью которой эти формулы переводятся одна в другую. Все эти формулы содержат необходимое конструктору машин число пассивных связей.

О. Г. Озол доказывал, что структурные формулы (1)—(3) являются абсолютно точными соотношениями и могут оказать огромную помощь при определении числа повторяющихся связей, если будет известна подвижность механизма. Для исследования структурных свойств цепей он использовал метод топологии, элементы которого П. О. Сомов применил при составлении таблиц для подсчета степеней свободы кинематической цепи.

Такой подход позволил О. Г. Озолу «однозначно определить структурную эквивалентность цепей, доказать возможность построения плоской структурной схемы для любого механизма, выявить структурные параметры и установить все возможные формы цепей и аналитические зависимости между ними» [78, с. 17]. Эти зависимости, в свою очередь, помогли отыскать все возможные формы цепей, а также использовать экстремальные свойства цепей. Таким образом, методом топологии структурные вопросы переводятся на язык теории чисел и решаются аналитически. При изучении же связей в механизмах О. Г. Озол сделал вывод о важности разработки математической теории связей [77].

Таким образом, и О. Г. Озол, и С. Н. Кожевников вновь пришли к необходимости развить идеи П. О. Сомова в отношении структуры и синтеза пространственных механизмов.

Практика реализации машин, подчеркивал в 1979 г. С. Н. Кожевников, показала: механизмы с лишними связями подвержены усиленному износу. Для их устранения следует отказаться от схемы «плоских» механизмов и полностью перейти к пространственным механизмам. По мнению С. Н. Кожевникова, при структурном синтезе механизмов необходимо принимать во внимание «возможные деформации изгиба, растяжения и сжатия, кручения и сдвига элементов основания», так как в противном случае появляется нежелательная возможность защемления элементов кинематических пар в процессе работы механизма.

С. Н. Кожевников разработал функциональную классификацию механизмов, позволяющую облегчить работы конструктора, перед которым обычно стоят конкретные задачи по выбору механизмов, выполняющих определенные функции в машине. При этом он считал, что рациональная классификация механизмов должна преследовать цель разделения их на группы, для которых можно было бы разработать общие методы структурного, кинематического и динамического анализа. С этой целью он предложил выделить механизмы в три отдельные группы: 1. С твердыми и гибкими нерастяжимыми звеньями (движение их можно исследовать, используя законы теоретической механики). 2. С твердыми и упругими звеньями, движение которых можно исследовать с помощью теории упругости. 3. Гидравлические и пневматические механизмы, движение ведомых звеньев которых изучается с помощью законов гидродинамики сжимаемой и несжимаемой жидкости.

Далее С. Н. Кожевников занялся структурой, кинематикой и синтезом механизмов на подвижном деформируемом основании, в частности задачей определения реакции в кинематических парах, где опять-таки рациональнее считать звенья механизма не твердыми, а изменяемыми. Он доказал, что еще при проектировании можно выбрать параметры механизма, гарантирующие нагрузку на элементы кинематических пар. При подборе параметров механизма можно исключить возможность появления дополнительных нагрузок, возникающих вследствие дефектов структуры механизмов, неправильных или недостаточно обоснованно выбранных характеристик звеньев.

Проблемой исследований связей в кинематических парах занимались О. Г. Озол, Л. Н. Решетов, И. П. Спорыш. Предложенные ими методы определения и устранения лишних связей в механизмах позволяют конструкторам повышать надежность современных машин.

Результаты П. О. Сомова по кинематике изменяемых систем нашли применение в теории упругости, в механике сплошной среды, в теории механизмов. П. О. Сомов рассматривал механизм как изменяемую систему или как систему с изменяемыми звеньями. Оба этих направления были в дальнейшем развиты в трудах С. Н. Кожевникова, Д. С. Тавхелидзе, Д. Манжерона и др.

Не менее важными оказались результаты П. О. Сомова и в области кинематики и синтеза шарнирных механизмов. Достаточно сказать, что многие сомовские механизмы приведены в известной монографии И. И. Артоболевского «Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых» (1950). Более того, по словам И. И. Артоболевского, «решение некоторых задач в области черчения прямых или различных кривых с помощью шарнирных механизмов означало по сути дела решение задач синтеза механизмов по заданным формам движения, т. е. подводило базу под современные методы синтеза механизмов».

Действительно, идеи П. О. Сомова по синтезу шарнирных механизмов были использованы в практике конструирования различных технологических машин, а также при создании машин, производящих математические операции, и счетно-решающих устройств. Его механизмы, выполняющие чередование движений или автоматические остановки в движении различных членов механизмов, нашли применение в дальнейших исследованиях по созданию машин-автоматов.

Важное значение имеют также работы П. О. Сомова в области винтового и векторного исчисления. Свое дальнейшее развитие они, в частности, получили в трудах ученых Одесской школы (Д. Н. Зейлигер, И. М. Занчевский). В особенности существенна заслуга П. О. Сомова в разработке этих исчислений как математического аппарата теории механизмов. Он усовершенствовал систему обозначений и привел к современному виду теорию векторов. Книга Сомова, освещавшая эти вопросы, по словам М. Кроу, стала одной из лучших книг в мировой литературе по векторному исчислению.

Начиная с 30-х годов советские ученые активно разрабатывают теорию пространственных механизмов, вероятно, одну из важнейших проблем, поставленных П. О. Сомовым. Первые работы в этой области принадлежат Мерцалову и Малышеву. Затем И. И. Артоболевский, используя метод П. О. Сомова, приступил к изучению общей теории пространственных механизмов, завершив свои исследования книгой «Теория пространственных механизмов» (1947). В 1937 г. Бруевич впервые применил задачу кинематики пространственных механизмов к решению линейного векторного уравнения с тремя неизвестными скалярами. В. А. Зиновьев (1947) предложил исследовать механизмы с помощью пространственного замкнутого контура векторов.

Вплотную к развитию идей П. О. Сомова ученые подошли в 50—60-х годах, когда результаты его винтового исчисления были использованы при решении задач пространственных механизмов. Уровень развития кинематики определялся в основном исследованием мгновенных состояний, т. е. малых движений вблизи какого-нибудь одного фиксированного положения, а для этого было достаточно и графических методов. Изучение же глобальных движений находилось в начальной стадии.

Систематическое исследование механизмов с помощью винтового исчисления начали Я. В. Шор и Ф. М. Диментберг (1940), С. Г. Кислицин (1952), В. И. Шариков (1961), В. Г. Аверьянова (1966). В итоге были получены уравнения, связывающие координаты звеньев в любых положениях механизма,— так называемые «уравнения конечных перемещений». Для решения уравнений были использованы ЭВМ, и, таким образом, к 70-м годам советская школа механики машин имела значительные результаты в кинематике и синтезе механизмов.

Достоинство такого математического аппарата заключается в том, что использование винтов позволяет дать компактную запись уравнений, так как винтовое перемещение входит в них как единая величина, а одно винтовое уравнение заменяет шесть скалярных. Это преимущество привлекает ученых, продолжающих развивать данный математический аппарат.

В своей книге «Теория пространственных шарнирных механизмов» Ф. М. Диментберг, касаясь истории развития методов векторов и винтов, к сожалению, нигде даже не упоминает замечательных работ русского ученого П. О. Сомова. А между тем П. О. Сомов еще в 90-е годы XIX в. использовал элементы теории винтов Болла, в частности координатные винты Болла, для упрощения нахождений перемещений одной поверхности по другой и для определения систем возможных перемещений, которые соответствуют различным заданным условиям.

Развитием идей П. О. Сомова в этом направлении занялась группа ученых Хабаровского железнодорожного института, и в частности Н. Н. Бобылева.

В настоящее время в теории механизмов применяются математические методы исследования, в основу которых положены три теории: теория винтов Болла, винтовое исчисление Котельникова, моторное исчисление Мизеса. Наиболее точным математическим образом возможного перемещения несвободного твердого тела является винт Болла, причем в теории винтов Болла важнейшие зависимости теории механизмов получают простой геометрический смысл. В частности, это отметила Н. Н. Бобылева (1970 г.), изложившая теорию винтов Болла в современной математической форме. Обобщая и развивая ее положения, Н. Н. Бобылева использовала в работе некоторые результаты Котельникова и Мизеса. Операции, рассмотренные Боллом на множестве винтов, ввели фактически в этом множестве структуру линейного пространства над полем вещественных чисел. Это позволило Н. Н. Бобылевой изложить теорию винтов в удобной для применения форме теории линейного пространства — вещественного пространства винтов — и применить ее к кинематике, структуре, динамике и синтезу пространственных механизмов с соответствующей их классификацией.

Винт, по Боллу, определяется осью, параметром и модулем и, таким образом, неразложим на более простые составные части. Известно,что каждое перемещение твердого тела может быть описано винтом. Н. Н. Бобылева предложила рассматривать множество винтов как подпространство возможных перемещений тела. Отметив, что хорошо изучен лишь поиск «одного частного случая — мгновенного центра скоростей плоской фигуры тела, движущегося плоскопараллельно и имеющего одну степень свободы», Н. Н. Бобылева в качестве условия получения представления о подпространствах возможных перемещений тела при любых связях указала на необходимость ознакомления с внутренним строением (топографией) подпространств винтов. При этом она получила основные положения топографии вещественного пространства винтов, подробно описывающие строение всех его подпространств.

Затем, используя теорему Болла об установлении характера зависимости между подпространством возможных перемещений тела и подпространством реакций наложенных на него связей, Н. Н. Бобылева определила возможные перемещения твердого тела при любых связях и решила некоторые задачи теории механизмов. Так, зависимости кинематического и силового анализа пространственных механизмов она описала винтовыми уравнениями, которые при разложении по одному из базисов пространства винтов дают соотношения, известные в теории механизмов. В этой связи существенным является тот факт, что винтовой аппарат позволяет выбирать системы координат, невозможные с точки зрения традиционных методов механики. Получаемые при этом зависимости могут привести к искомому результату с меньшими затратами.

Наибольшая ценность винтового аппарата — он дает возможность исследовать качественный характер явлений при решении новых задач, когда только намечаются не только пути их решения, но и сама постановка задачи.

Как видим, заслуга П. О. Сомова в создании общего учения о механизмах и машинах велика. Но, несмотря на то что на его работы в этой области ссылаются многие выдающиеся отечественные и зарубежные ученые, нельзя сказать, что они полностью вошли в научный обиход. Здесь сказалась общая беда классиков: о них больше говорят, чем их читают. И поэтому одно из желаний автора настоящей книги — привлечь внимание ученых к творчеству замечательного русского механика и побудить их прочитать или перечитать его труды. Думается, что идеи П. О. Сомова смогут и в дальнейшем содействовать развитию отечественной механики.

В. И. Смирнов говорил, что П. О. Сомов «был очень молчаливым человеком и всегда старался быть незаметным». Но он жил в науке, дышал ее атмосферой, и его немногословность восполнялась множественностью его творческих идей. Своим трудом он хорошо послужил Родине. И от нас зависит, чтобы творчество этого замечательного ученого продолжало служить и сегодня.

Основные даты жизни и деятельности П. О. Сомова

1852, 25 июня родился в Петербурге
1869 – поступил в Петербургский университет на математическое отделение физико-математического факультета
1873 – окончил университет
1874–1887 – доцент механики в Петербургском земледельческом институте (в 1880 г. институт преобразован в Лесной), читал лекции по математике и механике
1877–1880 – читал лекции по теоретической механике в Минном офицерском классе в Кронштадте
1880–1887 – читал лекции по теоретической механике на Высших женских курсах в Петербурге
1885 – защитил в Петербургском университете магистерскую диссертацию и получил степень магистра прикладной математики
1887 – назначен профессором механики Варшавского университета
1891 – защитил в Петербургском университете докторскую диссертацию и получил степень доктора прикладной математики
1898 – назначен профессором теоретической механики Варшавского политехнического института
1899 – присвоено звание заслуженного профессора Варшавского политехнического института
1904 – вернулся в Петербург, избран профессором в Горном институте
1908 – оставил Горный институт и преподавал аналитическую геометрию, высшую алгебру и механику в Николаевской военной морской академии (позже переименованной в Военно-морскую ордена Ленина академию им. К. Е. Ворошилова)
1908 – начал читать лекции по векторному анализу в Петербургском университете, позже читал также курсы статики твердого тела, кинематики
1912 – читал лекции по механике на Высших женских курсах
1919, 1 января П. О. Сомов скончался.

Библиографический список

Труды П. О. Сомова

1. Курс интегрального исчисления: лекции, чит. в Мин. офицер. классе. СПб.: Литогр. Комарова, 1878. 72 с.
2. Лекции по аналитической геометрии: Курс, чит. в С. Петербург. лесн. ин-те. СПб.: Литогр. Хомякова, 1880–1881. 61 с.
3. Основания аналитической геометрии в пространстве трех измерений. СПб.: Литогр. Яздовского, 1883. 206 с.
4. Über einen Satz von Burmester // Ztschr. Math. und Phys. 1883. Bd. 28. S. 117–123.
5. Über die Bewequnq ähnlich-veränderlicher ebener Systeme // Ibid. 1885. Bd. 90. S. 79–143.
6. Кинематика подобно-изменяемой системы двух измерений: Магист. дис. СПб., 1885. 180 с.
7. Основания анализа бесконечно малых величин: Курс лекций. СПб.: Литогр. Яздовского, 1886. 159 с.
8. Аналитическая геометрия: Курс лекций с прил. программы по математике. СПб.: Литогр. Яздовского, 1885. 232 с.
9. О степенях свободы кинематической цепи // Журн. Рус. физ.-хим. о-ва. Отд-ние 1, Физика. 1887. Т. 9. С. 443–447.
10. О деформации коллинеарно-изменяемой системы трех измерений // Изв. Харьк. мат. о-ва. 1887. Т. 2. 22 с.
11. Некоторые вопросы о распределении скоростей в изменяемых системах // Изв. Варш. ун-та. 1889. № 4. С. 1–32.
12. По поводу сочинения г. Гохмана «Кинематика машин» // Журн. Рус. физ.-мат. о-ва. Отд-ние 1, Физика. 1890. Т. 22. С. 284–286.
13. Об ускорениях в изменяемых системах // Дневник съезда естествоиспытателей (1889–1890) СПб., 1890. Т. 8. С. 3.
14. О линиях, характеризующих движение коллинеарно-изменяемой системы общего вида // Тр. Варш. о-ва естествоиспытателей. Ч. 2. Протоколы отд-ния физики и химии. 1891. № 8. С. 1–2.
15. Кинематика коллинеарно-изменяемой системы общего вида: Докт. дис. Варшава, 1891. 241 с.
16. О перемещениях неизменяемой поверхности, прикасающейся к одной или нескольким неподвижным поверхностям // Изв. Варш. ун-та. 1893. № 4. С. 1–61.
17. Об одной кинематической цепи с двумя степенями свободы // Там же. 1894. № 7. С. 1–27.
18. О некоторых системах винтовых скоростей // Там же. 1895. № 7. С. 1–74.
19. Об одном комплексе винтовых осей // Тр. Варш. о-ва естествоиспытателей. Протоколы отд-ния физики и химии. 1896. № 1. С. 1–3.
20. О 7-членном шарнирно-рычажном удвоителе Делоне // Там же. № 2. С. 1–5.

21. К вопросу о винтовых скоростях твердого тела, связи которого выражаются двумя неравенствами // Там же. № 8. С. 1–21.
22. О винтовых перемещениях твердого тела, связи которого выражаются неравенствами // Изв. Варш. ун-та. 1896. № 8. С. 1–91.
23.Ürer Gebiete von Schraubengeschwindigkeiten eines festen Körpers bei verschiedener Zahl von Stützenflächen // Ztschr. Math. und Phys. 1897. Bd. 42. S. 117–218.
24. Über Schraubengeschwindiqkeiten eines festen körpers bei verschiedener Zahl von Stützflächen // Ibid. B. 42. S. 1–114.
25. К вопросу об однозначности определения цилиндроида по двум данным винтам // Тр. Варш. о-ва естествоиспытателей. Протоколы отд. физики и химии. 1897. № 3. С. 1–7.
26. Об одном приеме для определения областей возможных винтовых скоростей твердого тела, опирающегося на несколько поверхностей // Там же. 1898. № 5. С. 1–27.
27. Об ограничении и уничтожении винтовых перемещений твердого тела с помощью опорных поверхностей // Дневник X съезда естествоиспытателей и врачей. Киев, 1898. № 3/4. С. 1–36.
28. Об областях возможных винтовых скоростей твердого тела, опирающегося на несколько поверхностей // Изв. Варш. ун-та. 1898. № 8/9. С. 1–107.
29. О механизмах для изображения движения некоторых изменяемых систем // Тр. Варш. о-ва естествоиспытателей. Протоколы отд-ния физики и химии. 1900. № 2. С. 1–15.
30. Курс теории упругости. Литогр. изд. Варшава, 1890. 472 с.
31. О некоторых приложениях кинематики изменяемых тел к шарнирным механизмам // Изв. Варш. политехн. ин-та. 1900. № 7. С. 1–46.
32. Über einige Gelenksysteme mit ähnlich-veränderlichen oder affinveränderlichan Elementen // Zeitscr. Math. und Phys. 1901. Bd. 46. S. 119–126.
33. О шарнирных сочленениях с изменяемыми элементами // Там же. 1902. С. 1–45.
34. Теоретическая механика. Литогр. изд. Варшава, 1903. Ч. 1 475 с.
35. Теоретическая механика: Курс лекций. Литогр. изд. Варшава. 1902. 539 с.
36. Über einige Anwendunge der Kinematik veränderlichr Systeme auf Gelenkmechanismen // Ztschr. Math. und Phys. 1903. Bd. 48. S. 119–217.
37. Основания теоретической механики. Варшава, 1904. 756 с.
38. Векторный анализ и его приложения. СПб., 1907. 263 с.
39. Теоретическая механика: Курс лекций Николаев. мор. акад. 1912. 136 с.
40. Аналитическая геометрия. Литогр. изд. СПб., 1914. 238 с.
41. Статика: Курс лекций для Высш. жен. курсов. Литогр. изд. СПб., 1915. 170 с.
42. Кинематика: Курс лекций для ун-та. Литогр. изд. СПб., 1916. 163 с.
43. Теоретическая механика: Курс лекций Николаев. мор. акад. СПб., 1917. 460 с.
44. Статика: Курс лекций для ун-та. Литогр. изд. СПб., 1917. 136 с.

45. *Артоболевский И. И.* Русская школа по теории машин и механизмов // Изв. АН СССР. ОТН. 1943. № 7. С. 3–14.
46. *Артоболевский И. И.* Русская школа теории механизмов // Роль русской науки в развитии мировой науки и культуры. М.: Изд-во МГУ, 1947. Т. 1. С. 149–156. (Учен. зап. МГУ; Вып. 91).
47. *Артоболевский И. И., Бруевич Н. Г.* Русская школа по теории механизмов // Изв. АН СССР. 1945. № 4/5. С. 324–331.
48. *Бобылева Н. Н.* Винтовые уравнения кинематического анализа пространственных механизмов // Тр. Хабар. ин-та инженеров ж.-д. трансп. 1967. Т. 29. С. 136–143.
49. *Боголюбов А. Н.* История механики машин. Киев: Наук. думка, 1964. 463 с.
50. *Боголюбов А. Н.* Теория механизмов и машин в историческом развитии ее идей. М.: Наука, 1976. 467 с.
51. *Вернадский В. И.* Мысли о современном значении истории знаний. Л., 1927. 17 с.
52. *Гохман Х. И.* Кинематика машин. Одесса, 1890. Т. 1: Основы познавания и созидания пар и механизмов. 248 с.
53. *Гохман Х. И.* Теория зацеплений, обобщенная и развитая путем анализа. Одесса, 1886. 232 с.
54. *Гохман Х. И.* Уравнение определений подвижности и вытекающая из него классификация механизмов. Одесса, 1889. 16 с.
55. *Делоне Н. Б.* О механизмах // Протоколы Петербургского математического общества. СПб., 1894. С. 1–7.
56. *Делоне Н. Б.* О некоторых новых механизмах // Журн. Рус. физ.-мат. о-ва. Отд-ние 1, Физика. 1892–1893. Т. 25. С. 225–235.
57. *Делоне Н. Б.* Передача вращения и механическое черчение кривых шарнирно-рычажными механизмами. СПб., 1894. 91 с.
58. *Диментберг Ф. М.* Теория винтов и ее приложение. М.: Наука, 1978. 328 с.
59. *Диментберг Ф. М., Кислицын С. Г.* Применение винтового исчисления к анализу пространственных механизмов // Тр. II Всесоюз. совещ. по пробл. динамики машин. М.: Машгиз, 1960.
60. *Диментберг Ф. М., Саркисян Ю. Л., Усков М. К.* Пространственные механизмы: Обзор соврем. исслед. М.: Наука, 1983. 94 с.
61. *Занчевский И. М.* Теория винтов и приложение ее к механике. Одесса, 1889. 131 с.
62. *Зейлигер Д. Н.* К теории движения подобно-изменяемого тела // Учен. зап. Казан. ун-та. 1893. № 15. С. 143–216.
63. *Зейлигер Д. Н.* Механика подобно-изменяемой системы. Одесса, 1890. Вып. 1: Теория векторов. 122 с.
64. *Зейлигер Д. Н.* Механика подобно-изменяемой системы. Вып. 2. Теория винтов // Зап. мат. отд. Новорос. о-ва естествоиспытателей. 1890. № 11. С. 149–221.
65. *Зейлигер Д. Н.* Механика подобно-изменяемой системы. Вып. 3. Статика подобно-изменяемой системы // Там же. 1891. № 13. С. 11–108.
66. *Зейлигер Д. Н.* Теория движения подобно-изменяемого тела // Там же. 1892. № 14. С. 1–105.

67. *Котельников А. П.* Винтовое исчисление и некоторые приложения его к геометрии и механике. Казань, 1895. 216 с.
68. *Котельников А. П.* Винты и комплексные числа. Казань, 1896. 11 с.
69. *Крамар Ф. Д., Молюков И. А.* Иосиф Иванович Сомов (1815–1876): Математик, механик, педагог. Алма-Ата: Наука, 1965. 123 с.
70. *Леднева Л. Д.* Об исследованиях П. О. Сомова по теории шарнирных механизмов // Проблемы истории математики и механики. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1977. С. 43–47. Деп.
71. *Леднева Л. Д.* Первые идеи теории пространственных механизмов в русской науке // Теория механизмов и машин: (Материалы I Всесоюз. съезда). Алма-Ата: Наука, 1977.
72. *Леднева Л. Д.* Первые попытки применения теории винтов Болла к теории механизмов. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1977. 21 с.
73. *Леднева Л. Д.* Генезис структурної формулы существования механизма // Проблемы истории математики и механики. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1977. С. 33–41. Деп.
74. *Леднева Л. Д.* Теорія структури механізмів у працях П. О. Сомова // Нариси з історії природознавства і техніки. 1977. Т. 23. С. 47–55.
75. *Лигин В. Н.* Обобщения некоторых геометрических свойств движения систем. Одесса, 1873. 36 с.
76. *Никифорова Т. Р.* Осип Иванович Сомов. М.; Л.: Наука, 1964. 128 с.
77. *Озол О. Г.* Аналитическое решение задачи Бурместера с использованием формул Сомова // Анализ и синтез механизмов. М.: Машиностроение, 1969. С. 137–150.
78. *Озол О. Г.* Исследование топологических свойств кинематических цепей // Тр. Латв. с.-х. акад. 1965. Т. 17. С 3–17.
79. *Озол О. Г.* О новой структурной формуле механизмов // Изв. вузов. Машиностроение, 1963. № 2. С. 35–42.
80. Ростовский-на-Дону ун-т: Юбил. сб. (1915–1940). Ростов н/Д: Изд-во Рост. ун-та, 1941. 136 с.
81. *Чебышев П. Л.* Научные командировки П. Л. Чебышева // Полн. собр. соч. М.; Л.: Изд-во АН СССР. 1951. Т. 5. 474 с.
82. *Чебышев П. Л.* О параллелограммах // Там же. 1948. Т. 4.
83. *Чебышев П. Л.* О простейших сочленениях // Там же. Т. 4. С. 1–12.
84. *Ball R. S.* The theory of screws. Dublin, 1876. 194 p.
85. *Bouleau Ch.* La géometrie secréte des Peintres. P. 1963. 285 p.
86. *Burmester L.* Kinematisch-geometrische Untersuchungen der Bewegung ähnlich-veränderlicher ebenen Systeme // Ztschr. Math. und Phys. 1874. Bd. 12. S. 154–169.
87. *Burmester L.* Kinematisch-geometrische Untersuchungen der Bewegung ähnlich-veränderlicher und collinear-veränderlicher ebenen Systeme // Ibid. S. 465–479.
88. *Burmester L.* Kinematisch-geometrische Untersuchungen der Bewegung gesetztmässig-veränderlicher Systeme // Ibid. 1885. Bd. 20. S. 384–422.
89. *Burmester L.* Kinematisch-geometrische Theorie der Bewegung der affinveränderlicher, ähnlich-veränderlicher und starren räumlichen oder ebenen Systemen // Ibid. 1878. Bd. 23.
90. *Burmester L.* Über den Beschleunigungszustand ähnlich-ve-

ränderlicher und starrer ebenen Systeme // Civilingenieur. 1878. Bd. 23. S. 147–172.
91. *Burmester L.* Über die momentane Bewegung ebener kinematischer Ketten // Ibid. 1880. Bd. 26. S. 247–286.
92. *Burmester L.* Über die Festlegung projectivisch-veränderlicher ebenen Systeme // Math. Ann. 1879. Bd. 14. S. 472–479.
93. *Burmester L.* Über das bifokal-veränderlicher Systeme // Ibid. 1880. Bd. 16. S. 89–111.
94. *Burmester L.* Lehrbuch der Kinematik // Die ebene Bewegung // Leipzig, 1888. Bd. 1. S. 941.
95. *Crowe M. J.* A history of vector analysis. Notre Dame; L., 1967. 270 p.
96. *Delenau N.* Die Tschebyscheff'schen Arbeiten in der Theorieder Gelenkmechanismen // Ztschr. Math. und Phys. 1889. Bd. 34. S. 101–111.
97. *Durrande A.* Propriétés générales du déplacement d'une figure de forme variable // C. r. Acad. sci. 1872. T. 64. P. 1243.
98. *Durrande A.* Déplacement d'un Systeme de points // Ibid. 1874. T. 68. P. 1036.
99. *Durrande A.* Sur les applications des theoric génerales de la dynamique au mouvemet d'un corps de forme variable // Ibid. 1875. T. 70. P. 877.
100. *Geisenheimer L.* Untersuchung der Bewegung ähnlich-veränderlicher Systeme // Civilingenieur. 1879. Bd. 25. S. 129.
101. *Geisenheimer L.* Die Bildung affiner Figuren durch ähnlich-veränderlicher Systeme // Ibid. S. 345.
102. *Gravelius H.* Theoretische Mechanik starrer Systeme. B., 1889. 312 S.
103. *Grübler M.* Allgemeine Eigenschaften der zwangläufigen ebenen kinematischen Ketteh // Civilingenieur. 1883. Bd. 29.
104. *Grübler M.* Verhandlungen zur Beförderung des Geberbefleise // Ibid. 1885. Bd. 31. S. 64–67.
105. *Grübler M.* Getriebelehre: Eine Theorie des Zwanglaufes und der ebenen Mechanismen. B., 1917. 154 S.
106. *Mohr O.* Beitrag zur Theorie des Fachwerks // Ztschr. Architekter und Ingenieurvereins Hannover. 1874. Bd. 20. S. 509–525.
107. *Möbius F.* Lehrbuch des Statik. Leipzig, 1837. 668 S.
108. *Möbius F.* Über die Zusammenschutzung unendlich kleiner Drehungen // Crelle. 1878. Bd. 18. S. 189–193.
109. *Reuleaux F.* Theoretische Kinematik. Braunschweig, 1875.
110. *Study E.* Geometrie der Dynamen. Leipzig, 1903. 603 S.
111. *Taubeles J.* Über die Bildung ebener kinematischer Ketten // Technische Blätter. Prag, 1887. S. 20–39.
112. *Schell M.* Theorie der Bewegung und der Kräfte. Leipzig, 1879. 580 S.

Архивные материалы

113. Архив АН СССР (ЛО). Ф. 154. Оп. 1. Д. 1, 28; Ф. 162. Оп. 1. Д. 444; Оп. 2. Д. 176; Оп. 3. Д. 99; Ф. 256. Оп. 1. Д. 1, 7, 15, 17, 166.
114. Архив Военно-Морского Флота. Ф. 352. Оп. 1. Д. 9; Ф. 433. Оп. 1. Д. 248.
115. Центральный государственный исторический архив г. Ленинграда. Ф. 25. Оп. 1. Д. 4253; Ф. 733. Оп. 123. Д. 126; Оп. 150. Д. 12; Д. 740. Оп. 1. Д. 8.
116. Архив Ленинградской области. Ф. 14. Оп. 1. Д. 4737, 10180.

Именной указатель

Содержание

Научное издание

Леднева Людмила Дмитриевна

Павел Осипович Сомов

1852—1919

Утверждено к печати
Редколлегией научно-биографической серии
Академии наук СССР

Редактор издательства **В. П. Большаков**
Художественный редактор **В. В. Алексеев**
Технический редактор **М. И. Джиоева**
Корректоры **Т. П. Вдов, К. П. Лосева**

ИБ № 39735

Сдано в набор 30.01.89
Подписано к печати 22.04.89
Т-07561. Формат $84\times108^{1}/_{32}$
Бумага книжно-журнальная импортная
Гарнитура обыкновенная
Печать высокая
Усл. печ. л. 7,56. Усл. кр. отт. 7,77. Уч.-изд. л. 7,7
Тираж 5600 экз. Тип. зак. 2579
Цена 30 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука»
117864, ГСП-7, Москва, В-485,
Профсоюзная ул., 90

2-я типография издательства «Наука»
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6

Леднева Л. Д.

Л39 Павел Осипович Сомов (1852—1919).— М.: Наука, 1989.— 144 с.,— (Научно-биографическая литература).

ISBN 5-02-005890-4

Книга посвящена жизни и деятельности выдающегося русского ученого математика и механика П. О. Сомова, внесшего основополагающий вклад в становление теории механизмов и машин, в создание отечественной школы механики машин. П. О. Сомов длительное время преподавал различные курсы математики и механики во многих отечественных высших учебных заведениях. Ему принадлежат важные работы в области теоретической механики, теории шарнирных механизмов, синтеза механизмов, винтового и векторного исчислений.

Для всех интересующихся развитием отечественной науки и техники, специалистов в области теории механизмов и машин.

Л $\frac{1401020000\text{-}201}{054(02)\text{-}89}$ 37-89 НПЛ **ББК 30г**

Издательство «Наука»
Готовятся к печати

Куксин И. Е.

Александр Давыдович Дубах (1883—1942)

Книга посвящена жизни и научной деятельности известного советского ученого, основоположника нового направления в науке – гидрологии болот, одного из создателей советской научной школы гидротехнических мелиораций, академика Академии наук Белорусской ССР, доктора сельскохозяйственных наук, профессора Александра Давыдовича Дубаха. Книга создает образ не только выдающегося ученого и педагога, но и кристально честного человека, истинного патриота, который безоговорочно стал на сторону своего народа в октябре 1917 года и в суровых условиях блокады Ленинграда продолжал исследования, участвуя в обеспечении боевых действий Красной Армии.

Для широкого круга читателей, интересующихся историей отечественной науки.

Боголюбов А. Н.,
Конделаки Т. Л.

Леонид Самуилович Лейбензон (1879—1951)

Книга посвящена жизни и деятельности крупнейшего советского механика академика Леонида Самуиловича Лейбензона, с именем которого связаны многие значительные достижения в современной механике. Наибольшую известность доставили ученому работы в области гидродинамики, теории упругости, теории дифференциальных уравнений и математических методов в механике, истории механики. Л. С. Лейбензон – основоположник теории фильтрации газированных жидкостей и нефти, подземной гидравлики, теории безбалочных перекрытий и приближенных методов решения задач теории упругости. Он обладал большим талантом преподавателя. Среди его учеников в Московском, Тартуском, Бакинском университетах, Тбилисском политехническом институте многие известные механики нашей страны.

Для всех интересующихся историей отечественной науки.

Писаренко Г. С.

Степан Прокофьевич Тимошенко (1878—1972)

Книга является научной биографией известного ученого в области теоретической и прикладной механики С. П. Тимошенко, профессора Киевского политехнического института и ряда петербургских институтов, академика Академии наук Украины, в создании которой он принимал участие в 1919 г. В 1920 г. С. П. Тимошенко эмигрировал в Югославию — был профессором Загребского политехнического института, с 1922 г.— в США, с 1960 — в ФРГ. В 1927 г. Академия наук СССР избрала С. П. Тимошенко иностранным членом-корреспондентом. В книге академика АН УССР Г. С. Писаренко дан обстоятельный анализ научного творчества С. П. Тимошенко в области упругости, сопротивления материалов, строительной механики, показаны его исследования вибрации в технике.

Для широкого круга читателей, интересующихся историей мировой науки и техники.

Казаков Б. И.

Исаак Савельевич Мустафин (1908—1968)

Книга — первая научная биография известного советского химика-аналитика, профессора Саратовского университета Исаака Савельевича Мустафина. Основные его труды посвящены исследованию нефти — он высказал и обосновал свои соображения о процессах нефтеобразования и о возможности вертикального и горизонтального перемещения нефтяных залежей, показав это выведенными им кривыми приуроченности мировых запасов горючих ископаемых к различным геологическим периодам.

Для читателей, интересующихся историей отечественной науки.

Для получения книг почтой
заказы просим направлять по адресу:

117192 Москва, Мичуринский проспект, 12, магазин «Книга — почтой» Центральной конторы «Академкнига»; 197345 Ленинград, Петрозаводская ул., 7, магазин «Книга — почтой» Северо-Западной конторы «Академкнига» или в ближайший магазин «Академкнига», имеющий отдел «Книга — почтой».

Адреса магазинов «Академкнига»:

480091 **Алма-Ата**, ул. Фурманова, 91/97 («Книга — почтой»);
370001 **Баку**, ул. Коммунистическая, 51 («Книга — почтой»);
232600 **Вильнюс**, ул. Университето, 4;
690088 **Владивосток**, Океанский проспект, 140 («Книга — почтой»);
320093 **Днепропетровск**, проспект Гагарина, 24 («Книга — почтой»);
734001 **Душанбе**, проспект Ленина, 95 («Книга — почтой»);
375002 **Ереван**, ул. Туманяна, 31;
664033 **Иркутск**, ул. Лермонтова, 289 («Книга — почтой»);
420043 **Казань**, ул. Достоевского, 53 («Книга — почтой»);
252030 **Киев**, ул. Ленина, 42;
252142 **Киев**, проспект Вернадского 79;
252030 **Киев**, ул. Пирогова, 2;
252030 **Киев**, ул. Пирогова, 4 («Книга — почтой»);
277012 **Кишинев**, проспект Ленина, 148 («Книга — почтой»);
343900 **Краматорск** Донецкой обл., ул. Марата, 1 («Книга — почтой»);
660049 **Красноярск**, проспект Мира, 84;
443002 **Куйбышев**, проспект Ленина, 2 («Книга — почтой»);
191104 **Ленинград**, Литейный проспект, 57;
199164 **Ленинград** Таможенный пер., 2;
196034 **Ленинград**, В/О. 9 линия, 16;
197345 Ленинград, Петрозаводская ул., 7 («Книга — почтой»);
194064 **Ленинград**, Тихорецкий проспект, 4;
220012 **Минск**, Ленинский проспект, 72 («Книга — почтой»);
103009 **Москва**, ул. Горького, 19а;
117312 **Москва**, ул. Вавилова, 55/7;
117192 **Москва**, Мичуринский проспект, 12 («Книга — почтой»);
630076 **Новосибирск**, Красный проспект, 51;
630090 **Новосибирск**, Морской проспект, 22 (Книга — почтой»);
142284 **Протвино** Московской обл., ул. Победы, 8;
142292 **Пущино** Московской обл., МР, «В», 1 («Книга — почтой»);
620151 **Свердловск**, ул. Мамина-Сибиряка, 137 («Книга — почтой»);
700000 **Ташкент**, ул. Ю. Фучика, 1;
700029 **Ташкент**, ул. Ленина, 73;
700070 **Ташкент**, ул. Шота Руставели, 43;
700185 **Ташкент**, ул. Дружбы народов, 6 («Книга — почтой»);
634050 **Томск**, наб. реки Ушайки, 18;
634050 **Томск**, Академический проспект, 5;
450059 **Уфа**, ул. Р. Зорге, 10 («Книга — почтой»);
450025 **Уфа**, ул. Коммунистическая, 49;
720000 **Фрунзе**, бульвар Дзержинского, 42 («Книга — почтой»);
310078 **Харьков**, ул. Чернышевского, 87 («Книга — почтой»).

Л. Д. Леднева

Павел Осипович
СОМОВ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

ГОТОВИТСЯ К ИЗДАНИЮ КНИГА:

Коваленко А. П.

ИВАН ПЕТРОВИЧ БЕЛАВЕНЕЦ

Книга является первой научной биографией русского ученого-моряка Ивана Петровича Белавенца, родоначальника отечественной научной школы компасного дела, заложившего основы учения о судовом магнетизме и основавшего в России первую компасную обсерваторию.

Для читателей, интересующихся историей отечественной науки и техники.

Заказы просим направлять по одному из перечисленных адресов магазинов «Книга — почтой» «Академкнига»:
480091 **Алма-Ата,** 91, ул. Фурманова, 91/97; 370005 **Баку,** 5, ул. Джапаридзе, 13; 320093 **Днепропетровск,** проспект Ю. Гагарина, 24; 734001 **Душанбе,** проспект Ленина, 95; 252030 **Киев,** ул. Пирогова, 4; 277012 **Кишинев,** проспект Ленина, 148; 443002 **Куйбышев,** проспект Ленина, 2; 197345 **Ленинград,** Петрозаводская ул., 7; 220012 **Минск,** Ленинский проспект, 72; 117192 **Москва,** В-192, Мичуринский проспект, 12; 630090 **Новосибирск,** Академгородок, Морской проспект, 22; 620151 **Свердловск,** ул. Мамина-Сибиряка, 137; 700187 **Ташкент,** ул. Дружбы народов, 6; 450059 **Уфа,** 59, ул. Р. Зорге, 10; 720001 **Фрунзе,** бульвар Дзержинского, 42; 310078 **Харьков,** ул. Чернышевского, 87.

30 коп.