

ВВЕДЕНИЕ В ПЛАНЕТНУЮ АЭРОНОМИЮ

**М.Я. МАРОВ
А.В. КОЛЕСНИЧЕНКО**



М.Я. МАРОВ, А.В. КОЛЕСНИЧЕНКО

ВВЕДЕНИЕ В ПЛАНЕТНУЮ АЭРОНОМИЮ



МОСКВА "НАУКА"

ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ЛИТЕРАТУРЫ

1987

Маров М.Я., Колесниченко А.В. Введение в планетную аэрономию. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 456 с.

Посвящена актуальным проблемам теоретической аэрономии, изучающей верхние атмосферы планет — их структуру, энергетику, динамику и физико-химические процессы, вызываемые прямым воздействием электромагнитного и корпускулярного излучений Солнца на разреженный многокомпонентный газ. Рассматривается исходный математический аппарат, включающий элементы кинетической теории газов и приближения многокомпонентной радиационной газовой динамики. Анализируются явления тепло-и массопереноса. Приводятся основанные на экспериментальных данных основные сведения о свойствах верхних атмосфер Земли, Венеры, Марса, Юпитера и Сатурна, а также примеры постановки и решения некоторых модельных задач.

Для специалистов в области астрофизики, геофизики и космических исследований планет Солнечной системы, а также тех, кто интересуется вопросами приложений к задачам газовой динамики.

Табл. 45. Ил. 91. Библиогр. 880 назв.

Рецензенты:

член-корреспондент АН СССР *Г.С. Голицын*,
доктор физико-математических наук *Н.Н. Шефов*

Михаил Яковлевич Маров
Александр Владимирович Колесниченко

ВВЕДЕНИЕ В ПЛАНЕТНУЮ АЭРОНОМИЮ

Редактор *И.Г. Вирко*
Художественный редактор *Т.Н. Колесниченко*
Технические редакторы *С.В. Геворкян, В.Н. Никитина*
Корректоры *Н.П. Круглова, Т.А. Печко*

Набор осуществлен в издательстве
на наборно-печатающих автоматах

ИБ № 11214

Сдано в набор 13.03.87. Подписано к печати 24.07.87. Т—12190
Формат 60 X 90/16. Бумага офсетная № 1
Гарнитура Пресс-Роман. Печать офсетная
Усл. печ. л. 28,5. Усл. кр.-отт. 28,5. Уч.-изд. л. 34,15
Тираж 1300 экз. Тип. зак. 747. Цена 5 р. 40 к.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство "Наука"
Главная редакция физико-математической литературы
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15
Четвертая типография издательства "Наука"
630077 г. Новосибирск-77, ул. Стаиниславского, 25

© Издательство "Наука".
Главная редакция физико-математической литературы,
1987

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Глава 1. АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ И ПЛАНЕТ. ПЛАНЕТНАЯ АЭРОНОМИЯ . . .	7
§ 1.1. Солнечная система	7
1.1.1. Планеты и спутники.	7
1.1.2. Другие тела	13
§ 1.2. Атмосферы планет	14
1.2.1. Общая характеристика	14
1.2.2. Свойства атмосфер планет земной группы	15
1.2.3. Свойства атмосфер планет-гигантов	20
§ 1.3. Космическая физика и аэрономия	24
1.3.1. Основные определения	24
1.3.2. Солнечное электромагнитное излучение	25
1.3.3. Солнечное корпускулярное излучение	31
1.3.4. Гелиосфера	36
§ 1.4. Околосолнечное космическое пространство. Магнитосфера	40
1.4.1. Обтекание Земли солнечным ветром	40
1.4.2. Структура магнитосферы	42
1.4.3. Геомагнитные возмущения и полярные сияния	44
1.4.4. Атмосферные эмиссии	51
§ 1.5. Нейтральная верхняя атмосфера и ионосфера Земли	54
1.5.1. Структура и химический состав средней атмосферы, термосферы и экзосферы	54
1.5.2. Ионосфера.	58
1.5.3. Энергетика и вариации параметров верхней атмосферы.	61
1.5.4. Эмпирические модели	65
§ 1.6. Динамика и роль магнитосферно-ионосферных взаимодействий	71
1.6.1. Динамика средней атмосферы	71
1.6.2. Динамика термосферы	76
1.6.3. Роль магнитосферно-ионосферных взаимодействий	80
§ 1.7. Верхние атмосферы, ионосферы и магнитосферы планет	85
1.7.1. Нейтральные верхние атмосферы.	85
1.7.2. Ионосферы	95
1.7.3. Некоторые особенности околопланетного пространства	101
Глава 2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕЙТРАЛЬНОЙ ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЫ ПЛАНЕТЫ	112
§ 2.1. Исходные предпосылки, определения, основные уравнения	113
2.1.1. Величины, характеризующие газ	113
2.1.2. Величины, характеризующие излучение.	115
2.1.3. Процессы взаимодействия	116
2.1.4. Обобщенное уравнение Больцмана.	119
2.1.5. Гидродинамические уравнения переноса, выраженные через векторы плотности потоков	121

2.1.6. Система гидродинамических уравнений для описания верхней атмосферы	125
§ 2.2. Определяющие уравнения, кинетические коэффициенты и термодинамические функции	128
2.2.1. Случай равновесного состояния смеси	129
2.2.2. Решение обобщенного уравнения Больцмана по методу Чепмена – Энскога	134
2.2.3. Определяющие уравнения	139
2.2.4. Коэффициенты переноса для газовых смесей	143
2.2.5. Коэффициенты диффузии и соотношения Стефана – Максвелла для многокомпонентных смесей газов	153
2.2.6. Многокомпонентная диффузия в верхней атмосфере	160
Глава 3. ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗАДАЧАХ АЭРОНОМИИ	163
§ 3.1. Уравнение переноса излучения	164
3.1.1. Интеграл столкновений Больцмана с учетом излучения	164
3.1.2. Уравнение Больцмана для фотонов без учета рассеяния	165
3.1.3. Уравнение переноса излучения с учетом рассеяния	169
§ 3.2. Вклад излучения, неравновесных химических и фотохимических реакций в гидродинамические уравнения	172
3.2.1. Радиационный приток тепла	172
3.2.2. Скорости элементарных процессов	175
3.2.3. Перенос энергии поступательных степеней свободы	181
§ 3.3. Радиационные процессы в стратифицированной атмосфере	188
3.3.1. Прямое солнечное излучение	188
3.3.2. Функция нагрева атмосферы	192
3.3.3. Диффузное солнечное излучение	194
3.3.4. Собственное тепловое излучение атмосферы	195
3.3.5. Функции пропускания	201
Глава 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ	210
§ 4.1. Модельное описание турбулизированных реагирующих смесей газов	211
4.1.1. Выбор оператора осреднения	211
4.1.2. Осредненные гидродинамические уравнения	212
4.1.3. Источниковый член производства массы в химических реакциях	216
4.1.4. Уравнение переноса для вторых моментов турбулентных пульсаций	220
§ 4.2. Термодинамический подход к моделированию турбулизированных смесей	231
4.2.1. Энтропия турбулентных многокомпонентных систем	231
4.2.2. Линейные определяющие уравнения	234
4.2.3. Градиентная гипотеза	239
§ 4.3. Коэффициенты турбулентного обмена	240
4.3.1. Локально-равновесное приближение	241
4.3.2. Полуэмпирическое определение	245
§ 4.4. Турбулентность в нижней термосфере (одномерная модель)	248
Глава 5. МОДЕЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ИОНОСФЕРЫ И ПЛАЗМОСФЕРЫ ПЛАНЕТЫ	253
§ 5.1. Элементарные сведения из теории ионизованных сред	254
5.1.1. Квазинейтральность	254
5.1.2. Параметры многокомпонентной плазмы	255
5.1.3. Отклонение от теплового равновесия	257
5.1.4. Уравнения Максвелла	261
§ 5.2. Моделирование плазмосферы, магнитосферная плазма	264
5.2.1. Движение одиночной частицы	265
5.2.2. Приближение ведущего центра в случае сильного электрического поля	269

5.2.3. Квазигидродинамическое описание бесстолкновительной плазмы	273
5.2.4. Квазигидродинамические уравнения для бесстолкновительной плазмы в дрейфовом приближении	282
5.2.5. Уравнения гидродинамики для полностью ионизованной двухтемпературной плазмы.	285
§ 5.3. Уравнения многокомпонентной гидродинамики для ионосферы (феноменологический подход)	290
5.3.1. Уравнения движения	291
5.3.2. Эффекты столкновений	293
5.3.3. Увлечение нейтральной компоненты	296
5.3.4. Тепловой баланс	297
5.3.5. Теплопроводность частично ионизованной газовой смеси.	303
5.3.6. Амбиполярная диффузия	304
§ 5.4. Электропроводность ионосферы	308
5.4.1. Закон Ома в тройной смеси	308
5.4.2. Проводимость слоя	312
5.4.3. Магнитная вязкость	314
5.4.4. Механические эффекты.	317
§ 5.5. Соотношения Стефана — Максвелла и коэффициенты диффузии для ионизованных смесей газов в магнитном поле	319
5.5.1. Определяющие уравнения	319
5.5.2. Многокомпонентные коэффициенты диффузии.	323
5.5.3. Обобщенные соотношения Стефана — Максвелла.	327
5.5.4. Амбиполярная диффузия при наличии магнитного поля	329
Глава 6. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В АЭРОНОМИИ	333
§ 6.1. Исходные уравнения и предположения	334
§ 6.2. Обзор численных методов.	336
6.2.1. Замечания к построению разностных схем	336
6.2.2. Численные методы.	337
§ 6.3. Численный метод решения эволюционных краевых задач	341
6.3.1. Описание вычислительной схемы.	342
6.3.2. Описание стандартной программы	347
6.3.3. Контрольный пример	351
Глава 7. НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПРИКЛАДНОЙ АЭРОНОМИИ	354
§ 7.1. Модель теплового режима земной термосферы.	354
7.1.1. Постановка задачи.	354
7.1.2. Основные каналы нагрева и охлаждения	357
7.1.3. Результаты расчетов	363
§ 7.2. Моделирование коэффициентов турбулентного обмена в земной турбопаузе	369
7.2.1. Постановка задачи.	369
7.2.2. Метеорологическая аппроксимация	372
7.2.3. Численный расчет	374
§ 7.3. Модель состава атмосферы Марса	377
7.3.1. Постановка задачи.	378
7.3.2. Численный метод	385
7.3.3. Результаты расчетов	387
§ 7.4. Модели термосферы и ионосферы Венеры	392
А. Динамика термосферы	392
7.4.1. Постановка задачи.	392
7.4.2. Результаты расчетов	396
Б. Модель ионосферы	399
7.4.3. Постановка задачи.	399
7.4.4. Результаты расчетов	404
ПРИЛОЖЕНИЯ	412
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	432

Идея написания этой книги зародилась у авторов около 15 лет назад, когда по результатам теоретических и прикладных исследований ряда проблем аэрономии в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша АН СССР они начали публикацию серии препринтов, посвященных математическому моделированию планетных атмосфер. Тем самым была предпринята попытка с единых позиций рассмотреть применимость аппарата многокомпонентной радиационной гидродинамики к модельному описанию структуры верхней атмосферы и анализу физико-химических процессов, происходящих в разреженных газовых оболочках планет.

Аэрономия зародилась и получила интенсивное развитие сравнительно недавно, почти одновременно с началом космических исследований Земли и планет. В отличие от наиболее плотных областей атмосферы, изучением которых традиционно занимается метеорология, к кругу задач аэрономии относят области атмосферы, лежащей выше тропосферы и постепенно переходящей в околопланетное космическое пространство. Другими словами, под аэрономией понимают изучение комплекса процессов и явлений, характеризующих структуру, динамику и энергетику верхней атмосферы планеты, где она в наибольшей степени подвержена прямому воздействию солнечного электромагнитного и корпускулярного излучений.

Исследования аэрономических проблем ведутся в настоящее время широким фронтом по двум основным направлениям. К первому направлению относится получение экспериментальной информации с целью выявления и всестороннего изучения определенных закономерностей в структуре и свойствах верхней атмосферы и обобщение результатов в виде эмпирических моделей. Второе направление включает анализ важнейших физико-химических механизмов, ответственных за пространственно-временные распределения и вариации атмосферных макропараметров (химический состав, температура, плотность), и разработку теоретических моделей, отвечающих данным измерений и позволяющих прогнозировать поведение среды в зависимости от внешних факторов (в первую очередь, от состояния солнечной и магнитной активности).

Огромный наблюдательный материал, собранный за три космических десятилетия благодаря использованию широкого арсенала технических средств и применению тонких экспериментальных методов, неизмеримо расширил и во многом изменил существовавшие представления о верхней атмосфере Земли. В последнее время открылись возможности сопоставить эти данные с первыми результатами исследований верхних атмосфер Венеры, Марса, Юпитера, Сатурна, Урана, Ио, Титана. Параллельно развивались и совершенствовались методы теоретического анализа свойств разреженного газа и слабоионизованной плазмы при наличии излучения и процессов химической кинетики. Большие успехи в развитии данного направления связаны с разработкой теории разностных схем и ее применением для решения модельных задач газовой динамики, к которым, по существу, сводятся аэрономические задачи. Это привело к становлению прикладной аэрономии как одного из разделов современной вычислительной физики.

По проблемам аэрономии в периодических изданиях ежегодно публикуются сотни работ. Большинство их посвящено данным экспериментов, которые постепенно приобретают комплексный, скоординированный характер. В основном рассредоточены по периодическим изданиям и работы, в которых обсуждается природа изучаемых явлений в рамках теоретических моделей. Наряду с этим предприняты попытки обобщения экспериментальных результатов и разработки некоторых отдельных проблем физики верхней атмосферы в монографиях, вышедших у нас в стране и за рубежом. К сожалению, в них отсутствует систематическое изложение основ теории, являющейся фундаментом аэрономии.

Задачу восполнить в какой-то мере этот пробел поставили перед собой авторы настоящей книги. Ее следует рассматривать как введение в бурно развивающуюся область науки, лежащую на стыке таких фундаментальных направлений, как аэромеханика и динамика разреженного газа, физика плазмы и химическая кинетика, планетная астрономия и физика атмосферы. Авторы, естественно, не ставили перед собой цель обстоятельно рассмотреть все проблемы аэрономии — такая цель, на наш взгляд, вообще вряд ли выполнима. Не случайно поэтому слово "введение" вынесено в название книги. Тем более не ставилось цели дать систематический обзор экспериментальных данных и результатов модельных расчетов, — их объем необычайно велик и продолжает стремительно нарастать. Вместо этого казалось более целесообразным изложить важнейшие принципы, лежащие в основе построения теоретического аппарата аэрономии, и проиллюстрировать использование этих принципов на нескольких конкретных моделях.

Вместе с тем название "планетная аэрономия" обязывало хотя бы кратко ознакомить читателя с важнейшими современными представлениями о планетах Солнечной системы и их атмосферах, уделив особое внимание фи-

зической картине процессов в верхней атмосфере и околопланетном пространстве. Такой вводный характер носит первая глава. В ней наряду с основными фактическими сведениями о верхних атмосферах Земли и планет затронут ряд более общих проблем космической физики, одним из разделов которой является аэрономия. Изложение этих проблем никоим образом, однако, не претендует на полноту, а единственно служит цели показать тесную взаимосвязь и взаимообусловленность исследований всего широкого комплекса явлений, объединяемых понятием солнечно-планетных (и, в частном случае, солнечно-земных) связей. При этом речь идет прежде всего о доступных экспериментальных данных, положенных в основу существующих представлений о свойствах гелиосферы и околопланетного пространства, поскольку модельные задачи взаимодействия небесных тел с солнечной плазмой далеко выходят за сферу непосредственных интересов авторов. Соответственно, излагаемый в последующих главах математический аппарат специально ориентирован на решение аэрономических проблем, что предопределено названием монографии.

Математическому описанию процессов переноса в разреженной газовой среде нейтральной верхней атмосферы, исходя из обобщенных уравнений Больцмана для функций распределения частиц в различных квантовых энергетических состояниях и фотонов, посвящена глава 2. С ней методологически объединена глава 3, содержащая изложение основ теории переноса излучения в разреженном газе, исходным математическим аппаратом которой также служит уравнение Больцмана. Подробно рассматриваются вопросы трансформации солнечной коротковолновой радиации, определяющей приток энергии в верхнюю атмосферу. В главе 4 внимание сосредоточено на описании турбулентных многокомпонентных смесей с химическими реакциями и процессами тепло- и массообмена. Соответствующие задачи особенно актуальны при изучении структуры и энергетики мезосферы и нижней термосферы. Проблемам моделирования частично ионизованного газа ионосферы посвящена глава 5. Здесь используются основные принципы, изложенные в гл. 2, с учетом процессов в низкотемпературной плазме и эффектов электродинамики, что позволяет, в частности, при формулировании соответствующих модельных задач принять во внимание важную роль магнитосферно-ионосферных взаимодействий. Поскольку при теоретическом моделировании верхней атмосферы широкое использование получили разностные схемы, в гл. 6 изложены основы вычислительных методов в аэрономии и принципы построения программ, пригодных для решения определенного класса аэрономических задач.

Наконец, в заключительной, седьмой главе, приведены некоторые примеры моделирования, основанные на работах авторов и их коллег (§§ 6.2 и 7.3 написаны О.П. Красицким, а § 6.3 — О.П. Красицким, С.К. Морозовым и А.Н. Александровым).

Авторы осознают, что далеко не все им удалось в одинаковой степени осветить в той обширной теме, которой посвящена монография. Во многом это объясняется тем, что некоторые вопросы еще находятся в стадии исследований. Сюда относятся, в частности, сложные проблемы постановки и решения конкретных модельных задач, результаты которых обеспечивали бы удовлетворительное согласие с данными наблюдений, а в ближайшей перспективе — прогноз изменения атмосферных параметров. При этом речь, очевидно, должна идти в первую очередь о разумных упрощениях при описании комплекса рассматриваемых явлений. Для их обоснования, однако, необходим подробный анализ уравнений, используемых при постановке соответствующих модельных задач; эта попытка и предпринята на данном этапе исследований.

Написание книги было бы невозможно без многолетнего творческого содружества авторов с их многочисленными коллегами, прежде всего в ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, которым они выражают искреннюю признательность. Авторы признательны своим зарубежным коллегам за любезное разрешение воспроизвести ряд иллюстраций. Их приятный долг поблагодарить Ю.И. Гальперина, Г.С. Голицына и Н.Н. Шефова, внимательно прочитавших рукопись и сделавших ряд полезных замечаний. Н.Д. Розман и И.А. Белоусова оказали большую помощь в подготовке рукописи к печати.

Все критические замечания по содержанию книги будут приняты с благодарностью. Их следует направлять по адресу: 117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15, Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука".

АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ И ПЛАНЕТ. ПЛАНЕТНАЯ АЭРОНОМИЯ

§ 1. Солнечная система

1.1.1. Планеты и спутники. 9 больших планет Солнечной системы подразделяют на планеты земной группы (Меркурий, Венера, Земля, Марс) и планеты-гиганты (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун). 9-я планета Плутон по своим размерам и свойствам значительно ближе к спутникам планет-гигантов.

Основные механические характеристики планет, включая параметры орбитального и вращательного движений, приведены в табл. 1.1.1 [1]. Главное различие между двумя группами планет состоит в их размерах, массе и средней плотности, что обусловлено разными соотношениями составляющих планеты трех основных типов вещества: газов (в первую очередь, наиболее летучих водорода и гелия, обладающих, к тому же, очень низкими температурами конденсации), льдов (в основном воды, аммиака, метана) и горных, или "скальных", пород (железа, силикатов, окислов магния, алюминия, кальция и других металлов). Их часто называют, соответственно, легкой, ледяной и тяжелой компонентами. В то время как планеты земной группы представляют собой твердые тела, практически целиком образованные тяжелой компонентой, планеты-гиганты являются газожидкими — относительное содержание тяжелой компоненты, сосредоточенной в ядре, не превышает у них по массе нескольких процентов. Юпитер в основном сложен водородом и гелием (в соотношении $[He]/[H] \approx 0,2$ по массе, отвечающем солнечному), а у Сатурна и, особенно, у Урана и Нептуна сильно возрастает вклад ледяной компоненты, достигающей у последних, по-видимому, 85–90% [2, 3]. Твердой поверхности ни одна из планет-гигантов не имеет.

Как следует из табл. 1.1.1, существенно различаются также характеристики поступательно-вращательного движения планет. Эти движения являются возмущенными; возмущения, возникающие вследствие взаимного притяжения планет, приводят к отклонениям элементов их орбит от кеплерова эллипса. Свойства орбит определяются аналитическими и численными решениями уравнений движения и известными в классической небесной механике теоремами; дополнительное возмущение вследствие релятивистских эффектов обнаруживается в движении Меркурия (см., например, [4–10]).

Параметры орбитального и вращательного движений определяют тепловой режим на планете. Ее средней энергетической характеристикой служит эффективная, или равновесная, температура T_e , определяемая из условия баланса энергии, поступающей от Солнца и излучаемой планетой в окру-

Таблица 1.1.1

Планета	Среднее гелиоцентрическое расстояние (большая полуось орбиты), а.е.	Эксцентриситет	Накло-нение плоскости орбиты к эклиптике, град.	Сиде-рический пе-риод об-ращения, в земных годах	Период враще-ния, в земных сутках d или ча-сах h	Эквато-риаль-ный ра-диус, км	Объем ($V_3 = 1$)
Меркурий	0,387	0,206	7,0	0,24	58,6 ^d	2439	0,05
Венера	0,723	0,007	3,4	0,62	243 ^d	6051,5	0,90
Земля	1,000 (1,5·10 ⁸ км)	0,017	0	1,00 (365,26 сут)	23,9 ^d	6378	1,00 (1,08·10 ¹² км ³)
Марс	1,524	0,093	1,8	1,88	24,6 ^h	3394	0,15
Юпитер	5,203	0,048	1,3	11,86	9,9 ^h	71398*	1318
Сатурн	9,539	0,056	2,5	29,46	10,2 ^h	60330**)	755
Уран	19,182	0,047	0,8	84,01	17,24 ^h	25400	63
Нептун	30,058	0,009	1,8	164,8	17,8 ^h	24750	58
Плутон	39,439	0,250	17,2	247,7	6,4 ^d	1500	0,01

*) Значение, соответствующее уровню с давлением атмосферы 1 атм.

**) На уровне с давлением 10⁻³ атм.

жающее пространство. Для этих целей используется указанное в табл. 1.1.1, наряду с T_e , значение интегрального сферического альбеда (альбеда Бонда) A . На расстоянии от Солнца a соответственно имеем

$$\frac{S_0(1-A)}{a^2} \pi R^2 = \int_s T_e^4 dS,$$

что после интегрирования по всей поверхности планеты $s = 4\pi R^2$ дает

$$T_e = \left[\frac{S_0(1-A)}{4\sigma a^2} \right]^{1/4}. \quad (1.1.1)$$

Здесь $S_0 = 1,37 \cdot 10^6$ эрг·см⁻²·с⁻¹ — солнечная постоянная, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-5}$ эрг·см⁻²·град⁻⁴ — постоянная Стефана—Больцмана; a — в а.е., T_e — в кельвинах. Заметим, что отношение $R^2/4a^2$ представляет собой фактор дилуции, т.е. характеризует долю излучения, поступающую на площадь внутренней поверхности сферы радиуса a , занимаемую планетой радиуса R .

Наличие даже сравнительно небольшой эллиптичности орбиты вызы-вает заметные сезонные изменения за счет большего притока энергии от Солнца (инсоляции) в перигелии. Для Марса превышение составляет около 45%, а для Меркурия достигает 200%. Однако основную роль в сезонных изменениях и их длительности играет положение оси вращения (особенно в случае сопоставимости периода вращения с периодом обра-

Масса ($M_3 = 1$)	Плотность, г/см ³	Накло- нение экватора к плос- кости орбиты, град.	Направ- ление враще- ния	Число спутни- ков	Напря- женность магн. поля на эквато- ре, Э	Альбе- до	Эффек- тивная темпера- тура, К
0,06	5,44	< 30	Прямое	нет	0.0035	0.09	435
0,82	5,24	177	Обратное	нет	—	0.77	228
1,00	5,52	23.5	Прямое	1	0.31	0.30	255
($5,98 \cdot 10^{24}$ кг)							
0,11	3,95	25.2	Прямое	2	0.0006?	0.20	216
318	1,33	3.1	Прямое	16	4.28	0.42	134
95.1	0,69	26.4	Прямое	17	0.21	0.50	97
14,6	1,26	98	Обратное	15	0.25	0.50	54
17.2	1,67	29	Прямое	2	?	0.50	38
0,002÷ ÷0.004	0,70÷ ÷1,20	?	Прямое	1	—	0.40	32

шения вокруг Солнца). Если период вращения Марса вокруг оси почти равен земному (марсианские сутки на 41 минуту продолжительнее средних солнечных суток на Земле), то у Венеры и Меркурия оно аномально медленное, причем у Венеры направление вращения обратное. Высокоточные значения периодов вращения этих планет получены из радиолокационных измерений и результатов полетов космических аппаратов [11, 12]. Помимо Венеры, обратным вращением обладает также Уран, ось вращения которого лежит почти в плоскости его орбиты.

Из-за малости эксцентриситета и незначительного отклонения оси вращения от нормали орбиты на Венере смены сезонов практически не происходит. В то же время на Марсе оба фактора играют роль, приводя, помимо ярко выраженного сезонного хода, к различной длительности сезонов в северном и южном полушариях. К тому же наклон оси вращения Марса, возможно, испытывает долгопериодические вариации, что должно приводить к глубоким климатическим изменениям [1, 13–15]. На Уране сезонный ход, казалось бы, должен быть наиболее сильно выражен; однако при малой инсоляции и определенных условиях атмосферной динамики он, по-видимому, существенно невеликов [16].

Газовым оболочкам Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна свойственно дифференциальное вращение (изменение периода вращения с широтой), что может быть связано с динамическими процессами в атмосфере. На Юпитере тропическая зона атмосферы вращается быстрее полярной на $\approx 1\%$, а на Сатурне различие достигает почти 5% . Для этих планет, вероятно, наибо-

Т а б л и ц а 1.1.2

Основные характеристики спутников планет [1, 25]

Планета	Спутники	Средний радиус, км*)	Масса, в массах планеты	Плотность, г/см ³
Земля	Луна	1738	$1,23 \cdot 10^{-2}$	3,34
Марс	Фобос	13,5	$2,0 \cdot 10^{-8}$	2,2
	Деймос	7,5	$2,8 \cdot 10^{-9}$	1,7
Юпитер	XVI Метис	12,5	$\sim 7 \cdot 10^{-12}$	
	XV Адрастея	20	$\sim 3 \cdot 10^{-11}$	
	V Амальтея	135	$\sim 10^{-8}$	
	XIV Фива	55	$\sim 8 \cdot 10^{-10}$	
	I Ио	1815	$4,70 \cdot 10^{-5}$	3,53
	II Европа	1569	$2,57 \cdot 10^{-5}$	3,03
	III Ганимед	2631	$7,84 \cdot 10^{-5}$	1,93
	IV Каллисто	2400	$5,60 \cdot 10^{-5}$	1,83
	XIII Леда	8	$\sim 2 \cdot 10^{-12}$	
	VI Гималия	90	$\sim 3 \cdot 10^{-9}$	
	X Лиситея	~ 20	$\sim 3 \cdot 10^{-11}$	
	VII Элара	40	$\sim 3 \cdot 10^{-10}$	
	XII Ананке	~ 15	$\sim 8 \cdot 10^{-12}$	
	XI Карме	~ 22	$\sim 3 \cdot 10^{-11}$	
	VIII Пасифе	~ 35	$\sim 2 \cdot 10^{-10}$	
	IX Синопе	~ 15	$\sim 10^{-11}$	
Сатурн	XV Атлас	20		
	(1980 S28)			
	XVI Прометей	70		
	(1980 S27)			
	XV Пандора	55		
	(1980 S26)			
	XI Эпиметий	70		
	(1980 S3)			
	X Янус (1980 S1)	110		
	I Мимас	196	$6,60 \cdot 10^{-8}$	1,2
	II Энцелад	250	$1,48 \cdot 10^{-7}$	1,2
	III Тефия	530	$1,30 \cdot 10^{-6}$	1,3
	XIII Телесто	17		
	(1980 S13)			
	XIV Калипсо	15		
	(1980 S25)			
	IV Диона	560	$1,8 \cdot 10^{-6}$	1,4
	XII Елена (1980 S6)	18		
	V Рея	765	$4,4 \cdot 10^{-6}$	1,3
	VI Титан	2575	$2,46 \cdot 10^{-4}$	1,9
	VII Гиперион	175		
	VIII Япет	718	$3,3 \cdot 10^{-6}$	1,2
	IX Феба	115		
Уран	1986 U7	~ 8		
	1986 U8	~ 12		
	1986 U9	~ 25		
	1986 U3	~ 40		

Апбедо	Радиус орбиты		Период обращения, зем- ные сутки	Эксцентриситет орбиты	Наклонение к эклиптике, град.
	в радиусах планеты	в 10^3 км			
0,07	60,27	384,4	27,32	0,055	5,15
0,06	2,76	9,4	0,319	0,015	1,02
0,07	6,91	23,5	1,263	0,001	1,82
< 0,10	1,81	129	0,298	~ 0,0	~ 0,0
< 0,10	1,79	128	0,295	< 0,004	~ 0,0
0,05	2,54	181	0,498	0,003	0,4
< 0,10	3,11	222	0,675	0,015	0,08
0,62	5,91	422	1,769	0,004	0,04
0,68	9,40	671	3,551	0,010	0,47
0,44	15,0	1070	7,155	0,001	0,20
0,19	26,4	1883	16,689	0,007	0,28
	155	11094	239	0,148	27
0,03	161	11480	250,6	0,158	28
	164	11720	260	0,107	29,0
0,03	165	11740	259,7	0,207	28
	297	21200	- 631	0,17	147
	317	22600	- 692	0,21	163
	329	23500	- 735	0,38	148
	332	23700	- 758	0,28	153
0,4	2,28	137,7	0,602	~ 0,0	~ 0,0
0,6	2,31	139,4	0,613	0,002	0,0
0,6	2,35	141,7	0,629	0,004	0,0
0,4	2,51	151,4	0,695	0,009	0,3
0,4	2,51	151,5	0,694	0,007	0,1
0,7	3,08	185,5	0,942	0,020	1,5
1,0	3,95	238,0	1,370	0,004	0,0
0,8	4,88	294,7	1,888	0,000	1,1
0,6	4,88	294,7	1,888	~ 0	~ 0
0,8		294,7	1,888	~ 0	~ 0
0,5	6,26	377,4	2,737	0,002	0,0
	6,26	377,4	2,737	0,005	0,2
0,6	8,74	527,0	4,518	0,001	0,4
0,2	20,25	1221,9	15,95	0,029	0,3
0,3	24,55	1481,1	21,28	0,104	0,4
0,50/0,05	59,03	3561,3	79,33	0,028	7,5
0,06	214,7	12952,0	- 550,5	0,163	175,3
	1,92	49,3	0,34	~ 0	~ 0
	2,07	53,3	0,38	~ 0	~ 0
	2,30	59,1	0,44	~ 0	~ 0
	2,40	61,7	0,47	~ 0	~ 0

Таблица 1.1.2 (окончание)

Планета	Спутники	Средний радиус, км*)	Масса, в массах планеты	Плотность, г/см ³
	1986 U6	~ 25		
	1986 U2	~ 40		
	1986 U1	~ 50		
	1986 U4	~ 25		
	1986 U5	~ 25		
	1985 U1	85		
	V Миранда	240	$1,0 \cdot 10^{-7}$	
	I Ариэль	615	$1,1 \cdot 10^{-5}$	1,6
	II Умбриэль	595	$1,1 \cdot 10^{-5}$	1,5
	III Титания	800	$3,2 \cdot 10^{-5}$	1,7
	IV Оберон	775	$3,4 \cdot 10^{-5}$	1,6
Нептун	I Тритон	1750	$2,9 \cdot 10^{-4}$	
	II Нереида	200	$4,0 \cdot 10^{-7}$	
Плутон	Харон	560	$6,4 \cdot 10^{-2}$	0,8?

*) Для спутников неправильной формы указана половина максимального размера.

более близок к истинному периоду, соответствующий вращению магнитного поля, который определяется по модуляции интенсивности и/или направлению поляризации собственного радиоизлучения планеты. По-видимому, он наилучшим образом характеризует вращение нежелезащих более вязких областей. Таким способом найдены периоды вращения Юпитера ($T_{\text{Ю}} = 9,925^{\text{h}}$ [17], Сатурна ($T_{\text{С}} = 10,657^{\text{h}}$ [18]) и Урана ($T_{\text{У}} = 17,240^{\text{h}}$ [16]). Для Нептуна наиболее точным пока является значение его оптического периода у средних широт ($T_{\text{Н}} = 17,833^{\text{h}}$ [19]). Если принять во внимание, что динамика атмосферной циркуляции на Нептуне, вероятно, похожа на динамику атмосфер Юпитера и Сатурна, приведенное значение должно быть близким к истинному периоду вращения этой планеты.

В табл. 1.1.1 указана еще одна важная характеристика планеты, содержащая определенную информацию о ее внутреннем строении и эволюции и во многом определяющая свойства атмосферы и околопланетного пространства. Это — значение напряженности магнитного поля на экваторе. Наиболее сильными магнитными полями обладают Юпитер, Земля, Сатурн, Уран. Заметим, что хотя у Сатурна и Урана оно слабее земного (при отношении к соответствующим радиусам поверхности), в недрах этих планет мощность их магнитного "генератора" должна быть примерно на два порядка выше. Существенное магнитное поле обнаружено у Меркурия [20]; очень слабое поле предполагается у Марса (вопрос остается пока дискуссионным), практически отсутствует собственное поле у Венеры [21–24]. Относительно Нептуна сведений нет, что же касается Плутона, то, по аналогии с ледяными спутниками планет-гигантов, наличие у него магнитного поля маловероятно.

Альbedo	Радиус орбиты		Период обращения, земные сутки	Эксцентриситет орбиты	Наклонение к экватору планеты, град.
	в радиусах планеты	в 10^3 км			
	2,44	62,7	0,48	~ 0	~ 0
	2,51	64,4	0,49	~ 0	~ 0
	2,57	66,1	0,52	~ 0	~ 0
	2,72	69,9	0,56	~ 0	~ 0
	2,92	75,1	0,62	~ 0	~ 0
	3,35	86,0	0,76	~ 0	~ 0
	5,04	129,4	1,460	0,010	0,0
0,30	7,43	191,0	2,555	0,003	0,0
0,19	10,35	266,3	4,015	0,004	0,0
0,23	16,96	436,0	8,760	0,002	0,0
0,18	22,70	583,5	13,51	0,001	0,0
	14,0	354,3	5,877	0,000	159,0
	219,0	551,5	360,2	0,750	27,6
0,4	12,70	19,1	6,39	~ 0	94,3

Спутники есть у всех планет, кроме Венеры и Меркурия. Общее число известных на сегодня спутников 54, включая сравнительно недавно открытые 3 спутника Юпитера, 6 спутников Сатурна, 10 спутников Урана и спутник Плутона. Подавляющее большинство спутников принадлежит планетам-гигантам. Наиболее крупными спутниками обладают Земля, Юпитер, Сатурн и Нептун. Это Луна, четыре галилеевых спутника Юпитера (Ио, Европа, Ганимед, Каллисто), спутник Сатурна Титан и спутник Нептуна Тритон, которые по своим размерам сопоставимы с планетами земной группы.

Остальные спутники обладают размерами от нескольких десятков до многих сотен километров и, в отличие от более крупных тел, имеют неправильную (несферическую) форму. Это сближает их с малыми планетами (астероидами). Основные характеристики спутников планет приведены в табл. 1.1.2.

1.1.2. Другие тела. Подавляющее большинство астероидов занимает обширную кольцевую область пространства между орбитами Марса и Юпитера, на среднем расстоянии от Солнца 2,75 а.е. Их размеры охватывают диапазон от десятков и сотен метров до ≈ 1000 км (Церера). Некоторые из астероидов, возможно, являются реликтами кометных ядер. Подобно орбитам планет и спутников, орбитам астероидов свойствен ряд динамических закономерностей, благодаря чему в поясе астероидов из-за приливных возмущений (главным образом, массивного Юпитера) существуют особенности (запрещенные области), по своей топологии напоминающие структуру колец Сатурна [26–28].

Помимо больших и малых планет, Солнечную систему населяют еще два класса объектов: кометы и метеорная пыль. Основное семейство комет, общее число которых оценивается величиной $10^{12} - 10^{15}$ (при суммарной

массе порядка массы Земли), по-видимому, сосредоточено вблизи гелиопаузы, в кометном облаке, находящемся на расстоянии $\sim 10^5$ а.е. от Солнца (облаке Оорта). Под воздействием тех или иных возмущений некоторые кометы из облака могут оказываться на орбитах с малыми афелийными расстояниями и их удастся наблюдать, подобно короткопериодическим кометам с еще более близкими афелиями. Протяженный хвост образуется за счет потери массы при сублимации кометного ядра размером от нескольких до 10–15 км, что приводит, в частности, к изменению параметров кометных орбит вследствие негравитационных возмущений [29–30].

Метеорная пыль, состоящая преимущественно из очень мелких частиц (вплоть до субмикронных размеров), образуется при фрагментации более крупных тел (дроблений при соударениях и самопроизвольных разрушениях астероидов и их осколков), а также при выносе пылевой компоненты вместе с газом из ядер комет в процессе их сублимации. Последний механизм приводит к образованию метеорных роев, в основном распределенных в виде торов вдоль орбит короткопериодических комет [34, 35].

§ 1.2. Атмосферы планет

1.2.1. Общая характеристика. Атмосфера представляет собой внешнюю газовую оболочку планеты, отражающую существенные черты планетной эволюции. Химический состав, структура и динамика атмосферы сильно зависят от положения планеты в Солнечной системе (с чем связаны исходная химическая дифференциация первичного вещества и условия инсоляции), а также от ее массы и параметров движения. Поэтому даже в пределах относительно небольшой области в Солнечной системе, занимаемой планетами земной группы, свойства их атмосфер существенно отличаются друг от друга. Большие различия в химическом составе служат отражением закономерности конденсационной и эволюционной последовательностей, пройденных выделившимся из протопланетной туманности первичным веществом и планетой в целом.

В оценках атмосферных параметров по данным оптических наземных измерений до сравнительно недавнего времени существовала большая неопределенность, что объясняется трудностью истолкования наблюдательных данных при использовании идеализированных моделей отражения и рассеяния солнечной радиации в видимой и ближней инфракрасной областях спектра, незнанием вклада истинного поглощения и свойств обычно присутствующей в атмосфере аэрозольной компоненты, влияние которой становится определяющим при наличии облаков (см., например, [36]). Важную роль в исследованиях структуры, химического состава и динамики планетных атмосфер сыграли полеты космических аппаратов (КА), на которых к настоящему времени осуществлены многочисленные измерения.

Основные сведения о химическом составе, температуре, давлении и плотности атмосфер планет, практически целиком основанные на результатах этих экспериментов, приведены в табл. 1.2.1. Содержания компонент определялись различными методами, включая прямые (газоаналитический, масс-спектрометрический, газохроматографический) и спектроскопические измерения. Для определения температуры и давления (плотности) наряду с прямыми измерениями при помощи термометров и манометров широко использовался так называемый радиозатменный метод (измерение степени

рефракции и поглощения радиоволн при заходе космического аппарата за планету); производились также спектральные и радиометрические измерения. Приведенные в таблице данные основаны на результатах оригинальных работ или их сводках [37–68].

1.2.2. Свойства атмосфер планет земной группы. При анализе данных табл. 1.2.1 обращает на себя внимание прежде всего тот факт, что, в отличие от земной азотно-кислородной атмосферы, атмосферы Венеры и Марса почти целиком углекислые, а у планет-гигантов они в основном водородно-гелиевые, что непосредственно связано с проблемой генезиса.

Если сопоставить содержания на Солнце и в атмосферах планет земной группы инертных газов — наиболее характерных представителей группы атмофильных элементов, не подверженных химическим взаимодействиям и потому сохраняющих наибольшую устойчивость в процессе эволюции, то на планетах обнаруживается их резкий дефицит. Подобная же обедненность атмофильными элементами наблюдается в веществе хондритовых метеоритов [1]. С учетом соображений о последовательном характере конденсации протопланетной туманности, прослеживаемой при анализе метеоритов различных классов [69, 70], это приводит к достаточно определенной отправной концепции относительно формирования планетных атмосфер. В основе ее лежит обоснованное предположение, что в отличие от гигантов, первичные восстановительные атмосферы планет земной группы, представлявшие собой свободную фазу летучих элементов, были потеряны уже в процессе аккумуляции или на ее завершающей стадии. Современные же вторичные окислительные атмосферы образовались из сконденсировавшегося вещества (в котором часть летучих была химически связана или абсорбирована) в процессе тепловой эволюции планет за счет дегазации из недр, главным образом, в результате вулканических извержений (подробнее см. [1, 71–74]).

Как видим, исходя из концепции дегазации, химический состав атмосфер Венеры и Марса с преобладающим содержанием углекислоты легче понять, чем азотно-кислородный состав атмосферы Земли. Для объяснения последнего обычно предполагается, что решающее влияние на эволюцию примитивной земной атмосферы, имевшей восстановительный характер, оказали процессы фотосинтеза под воздействием солнечной радиации, что привело к появлению в атмосфере свободного кислорода [75, 76]. Это, в свою очередь, вызвало окисление аммиака и аммонийных соединений вулканических газов и высвобождение в атмосферу свободного азота, который непосредственно не взаимодействует — в силу слабой химической активности — с поверхностными породами и обладает, к тому же, высоким порогом диссоциации, что особенно существенно в условиях неплотной первичной атмосферы.

В то же время фотосинтетическая природа кислорода на Венере и, видимо, на Марсе исключается. Между тем, с учетом состава вулканических газов, находит объяснение присутствие в атмосфере Венеры галогенов в виде водородных соединений хлора и фтора — "кислых дымов", которые в земных условиях обильно выделяются вместе с сернистым газом и сероводородом из вулканических кратеров и фумарол. В дальнейшем они вымываются из атмосферы Земли дождями и растворяются в океанах либо связываются в реакциях с твердым веществом коры, а также образуют

Таблица 1.2.1

Планета	Меркурий	Венера	Земля	Марс
Химический состав (объемные проценты)	$\text{He} < 20$ $\text{H}_2 < 18$ $\text{Ne} < 40-60$ $\text{Ar} < 2$ $\text{CO}_2 < 2$	CO_2 95 N_2 3-5 Ar 0,01 H_2O 0,01-0,1 CO $3 \cdot 10^{-3}$ HCl $4 \cdot 10^{-5}$ HF 10^{-6} $\text{O}_2 < 2 \cdot 10^{-4}$ SO_2 10^{-5} H_2S $8 \cdot 10^{-3}$ Kr $4 \cdot 10^{-5}$ Xe $10^{-6}-10^{-5}$	N_2 78 O_2 21 Ar 0,93 H_2O 0,1-1 CO_2 0,03 CO 10^{-5} CH_4 10^{-4} H_2 $5 \cdot 10^{-5}$ Ne $2 \cdot 10^{-3}$ He 10^{-4} Kr 10^{-4} Xe 10^{-6}	CO_2 95 O_2 2-3 Ar 1-2 H_2O $10^{-3}-10^{-1}$ CO $4 \cdot 10^{-3}$ O_2 0,1-0,4 $\text{Ne} < 10^{-3}$ $\text{Kr} < 2 \cdot 10^{-3}$ $\text{Xe} < 5 \cdot 10^{-3}$
Средняя молекулярная масса		43,2	28,97	43,5
Температура у поверхности (в средних широтах)				
T_{max}, K	500	735	310	270
T_{min}, K	110		240	200
Среднее давление у поверхности P (атм)	$2 \cdot 10^{-4}$	90	1	$6 \cdot 10^{-3}$
Средняя плотность у поверхности г/см^3	10^{-17}	$61 \cdot 10^{-3}$	$1,27 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
*) На уровне с давлением 0,5 атм. **) На уровне с давлением 0,1 атм. ***) Предполагаемые значения.				

гидротермы подземных вод. В условиях Венеры взаимодействие этих газов с поверхностью значительно менее эффективно [76, 77]. Что касается серо-содержащих соединений, то в их эвакуации из венерианской атмосферы основную роль, по-видимому, играют процессы химического взаимодействия, ответственные за образование и поддержание равновесного состояния венерианских облаков преимущественно сернокислотного состава.

Для подоблачной атмосферы Венеры и атмосферы Марса характерно низкое относительное содержание водяного пара — на уровне сотых и тысячных долей процента. На Венере, однако, примерно на два порядка больше воды может быть в зоне облаков [77, 78]. На Марсе около 80% количества H_2O сосредоточено в приповерхностном слое атмосферы толщиной в несколько километров. При этом, в отличие от Венеры, содержание водяного пара в зависимости от сезона, широты и времени суток колеблется в пределах почти двух порядков [79]. Наиболее сухая атмосфера — в высоких широтах зимой, а наиболее влажная — над полярными областями

Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
H ₂ 87	H ₂ 94	H ₂ 84–87	H ₂ 90?	CH ₄ ?
He 12,8	He 6	He 15	He 5–10?	
H ₂ O 1 · 10 ⁻⁴	***CH ₄ 8 · 10 ⁻²	CH ₄ 0,3	CH ₄ 0,1–1	
CH ₄ 7 · 10 ⁻²	***NH ₃ 2 · 10 ⁻²	C ₂ H ₂ 9 · 10 ⁻²	C ₂ H ₆ 3 · 10 ⁻⁴	
NH ₃ 2 · 10 ⁻²	C ₂ H ₆ 5 · 10 ⁻⁴	NH ₃ ?		
HC 10 ⁻⁵	C ₂ H ₂ 2 · 10 ⁻⁶	C ₂ H ₆ 3 · 10 ⁻⁶		
C ₂ H ₆ 4 · 10 ⁻²	PH ₃ 1 · 10 ⁻⁴			
C ₂ H ₂ 8 · 10 ⁻³	CH ₃ D 2 · 10 ⁻³			
PH ₃ 4 · 10 ⁻⁵	C ₃ H ₄ ?			
CO 2 · 10 ⁻⁷	C ₃ H ₈ ?			
CH ₃ D 2 · 10 ⁻³				
2,26	2,12	~ 2,3	2,2?	16?
135*)	105*)	51**)	~ 50**)	32
0,5	0,5	0,1	0,1	
10 ⁻⁴	1,2 · 10 ⁻⁴	5,5 · 10 ⁻⁵	~ 5,5 · 10 ⁻⁵ ***)	

летом. На Марсе обнаружены также отдельные районы повышенной влажности в средних широтах и общее уменьшение влагосодержания в атмосфере в период пылевой бури.

Структура атмосфер четырех планет — Венеры, Земли, Марса и Юпитера — показана на рис. 1.2.1. Высота над поверхностью привязана к шкале давления, приведенной в центральной части рисунка в логарифмическом масштабе. Показаны профили температуры, основные газовые составляющие и значения электронной концентрации на высотах, где находится ионосфера, а также области расположения облаков. По аналогии с земной атмосферой выделены наиболее характерные области в атмосферах других планет, начиная от приповерхностной тропосферы, где формируются метеорологические процессы, до термосферы и экзосферы. Указаны границы, отделяющие тропосферу от стратосферы (тропопауза) и мезосферу от термосферы (мезопауза); с последней обычно отождествляется самая холодная область в атмосфере планеты.

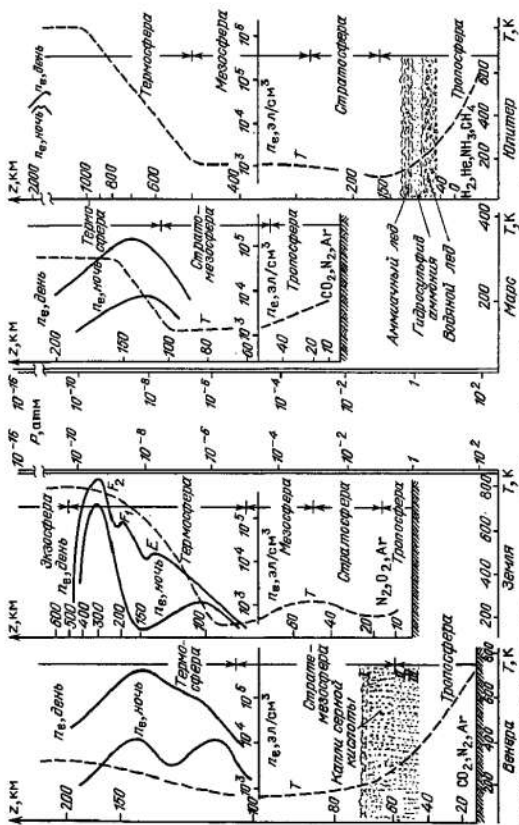


Рис. 1.2.1. Сравнительные характеристики атмосфер Венеры, Земли, Марса и Юпитера. В атмосфере Юпитера нуль высоты условно отнесен к уровню с давлением $p = 0.5$ атм

Прямые измерения температуры и давления атмосферы Венеры, проводившиеся на спускаемых аппаратах автоматических станций "Венера" [11, 37–39], позволили надежно определить температуру и давление на поверхности: 470°C и 95 атм (на среднем уровне, соответствующем радиусу твердого тела планеты 6051,5 км). По результатам термодинамического анализа этих измерений сделан вывод о том, что до высоты приблизительно 50 км от поверхности состояние газа соответствует адиабатическому равновесию в углекислой атмосфере (около 10 К/км) [15, 37], что подтверждено данными измерений на КА "Пионер — Венера" и "Вега". Тропосфера Венеры в несколько раз протяженнее земной — около 70 км. Благодаря ее огромному теплосодержанию (около 10^4 ккал \cdot см $^{-2}$), суточные колебания температуры пренебрежимо малы — менее 1° . Они становятся заметнее только в верхней части тропосферы и в стратомезосфере, где температурный градиент уменьшается примерно вдвое [80]. С началом отклонения температурного градиента от сухадиабатического для CO_2 связано расположение нескольких зон (ярусов) облаков, начинающихся с высоты 48 — 49 км и переходящих в надоблачную крайне разреженную дымку на уровне тропопаузы ($\sim 65 - 70$ км) [81, 82]. Температурный минимум (мезопауза) достигается на высоте около 100 км при температуре 160 — 180 К в дневное время. В этих условиях термосфера нагревается до 400 К, оставаясь, тем не менее, холоднее даже ночной термосферы Земли. На ночной стороне верхняя атмосфера Венеры значительно холоднее (~ 100 К), поэтому ее называют криосферой (см. § 1.7).

В разреженной атмосфере Марса, в отличие от Венеры и Земли, тепловые неоднородности у поверхности резко выражены и температурный профиль испытывает значительные суточно-сезонные изменения, достигающие 100 — 150 К. Вследствие малой тепловой инерции грунта и малой теплоемкости атмосферы поверхностная температура оказывается близкой к ее местному лучисто-равновесному значению в каждой точке планеты. С высотой глубина вариаций сильно уменьшается. За среднее давление, примерно соответствующее среднеуровневой поверхности Марса, принято $6 \cdot 10^{-3}$ атм, или 6,1 мбар. Оно совпадает с положением тройной точки на фазовой диаграмме воды. В зависимости от рельефа давление колеблется от $\sim 2 \cdot 10^{-3}$ до $\sim 10^{-2}$ атм. Днем температура поверхности выше, а ночью ниже, чем температура атмосферы. Зимой у полюсов температура атмосферы опускается ниже температуры фазового перехода CO_2 (148 К при давлении $6 \cdot 10^{-3}$ атм), и образуется сухой лед. Конденсация углекислого газа в зимней полярной шапке служит дополнительным фактором, обуславливающим четко выраженную сезонную вариацию давления в марсианской атмосфере [83]. С изменением давления связана перестройка циркуляционной системы, а локальные флуктуации отражают изменения ветрового режима, в том числе возникновение пылевых бурь [84, 85].

Высотный профиль температуры атмосферы Марса, показанный на рис. 1.2.1, отвечает средним условиям, т.е. относится к послеполуденному времени приэкваториальных широт. Температурный градиент днем близок к адиабатическому от поверхности до 20–30 км, а выше, в стратосфере, достигаются условия, близкие к изотермии с отдельными инверсионными слоями. В стратосфере Марса, так же, как и на полюсах, может конденсироваться углекислота, однако марсианские облака преимущественно

состоят из кристаллов водяного льда и расположены ниже, в тропосфере. Положение и температура мезопаузы на Марсе примерно такие же, как на Венере, а дневная экзосферная температура ~ 350 К, и она испытывает меньшие вариации в зависимости от времени суток.

Предельная оценка плотности атмосферы Меркурия $\sim 10^{-17}$ г/см³ [56]. Это соответствует условиям в земной атмосфере на высоте около 800 км и роднит Меркурий с Луной, обладающей почти аналогичной по плотности и составу чрезвычайно разреженной газовой оболочкой. Отсюда следует, что экзосфера — область, где средняя длина свободного пробега частиц значительно больше радиуса этих тел и откуда происходит диссипация атомов и молекул в космос, — непосредственно примыкает к поверхностям этих тел. В создании и поддержании атмосферы Меркурия определяющую роль, очевидно, играет солнечный ветер, поставляющий протоны, α -частицы и более тяжелые элементы (Ne, C, O и др.). Некоторый вклад может также давать продолжающееся высвобождение летучих из коры планеты, прежде всего гелия, за счет радиоактивного распада урана и тория. Следует подчеркнуть, что из-за большого различия дневных и ночных температур (см. табл. 1.2.1) меркурианская атмосфера обладает заметной асимметрией, дополнительный вклад в которую вносит собственное магнитное поле планеты. Непосредственное взаимодействие плазмы солнечного ветра с поверхностью Меркурия происходит главным образом в приполярных областях (так называемых дневных полярных каспах); важную роль играют также потоки заряженных частиц за счет процессов ускорения в магнитосфере с ночной стороны, куда сносятся магнитные силовые линии с солнечной плазмой, образующие магнитный и плазменный хвост (эти вопросы подробнее обсуждаются в § 1.7).

1.2.3. Свойства атмосфер планет-гигантов. Состав и структура атмосфер планет-гигантов сильно отличаются от атмосфер планет земной группы. В атмосфере Юпитера свыше 87% (по объему) H_2 и $\sim 13\%$ He, остальные газы, включая CH_4 , NH_3 , H_2O , находятся в виде примесей — на уровне десятых и сотых долей процента (см. табл. 1.2.1). Обнаружены также молекулы CO, PH_3 , CN и высшие углеводороды — C_2H_6 , C_2H_2 . Этан, очевидно, образуется в результате ультрафиолетового фотоллиза метана, а ненасыщенные углеводороды — в каталитических реакциях с образованием дополнительной углеродной связи.

Существование углеводородов породило гипотезы о возможном абиогенном органическом синтезе в атмосфере Юпитера под влиянием солнечной ультрафиолетовой и высокоэнергичной корпускулярной радиации, а также грозовых разрядов в облаках, происходящих благодаря эффективному разделению зарядов в условиях интенсивной конвекции [86, 87]. Соответствующие лабораторные эксперименты позволили получить обширный класс сложных органических соединений и отождествить их спектральные характеристики со спектрами Юпитера [88]. Возможно, что органические полимеры, обладающие широкой гаммой цветов, вносят определенный вклад в окраску Юпитера. Однако основную роль, по-видимому, играют образующийся при разложении фосфина аморфный красный фосфор, водородные и аммонийные полисульфиды и сера, окрашивающие диск планеты в красно-коричневый и желтый цвета, в то время как основные составляющие H_2 , He, а также NH_3 , CH_4 в любой фазе остаются практически бесцветными.

В модели атмосферы Юпитера (рис. 1.2.1) нуль высоты соответствует некоторому произвольно выбранному значению на шкале давления ($\sim 0,5$ атм). Давлению 1 атм соответствует температура 170 К. Тропопауза находится на уровне с давлением 0,1 атм и температурой 115 К. Во всей нижележащей тропосфере высотный ход температуры можно охарактеризовать адиабатическим градиентом в водородно-гелиевой среде — около 2 К/км. Спектр радиоизлучения Юпитера также свидетельствует об устойчивом росте радиояркостной температуры с глубиной. Выше тропопаузы расположена область температурной инверсии, где температура вплоть до давлений порядка 10^{-3} атм постепенно нарастает до ~ 180 К. Это значение сохраняется в мезосфере, которая характеризуется почти изотермией до уровня с давлением 10^{-6} атм, а выше начинается термосфера, переходящая в экзосферу с температурой 1250 К.

На рис. 1.2.1 показана также предполагаемая структура облаков Юпитера [63], в которой выделяются три основных слоя: верхний (при давлении около 0,5 атм), состоящий из кристаллического аммиака, промежуточный — из гидросульфида аммония NH_3SH , и нижний (при давлении в несколько атмосфер) — из обычного водяного льда. Такая модель в целом удовлетворяет совокупности имеющихся экспериментальных данных и хорошо объясняет характерную окраску зон и поясов, образующих горизонтальные полосы на диске планеты: расположенные выше в атмосфере светлые зоны содержат ярко-белые кристаллы аммиака, а расположенные глубже пояса — красно-коричневые кристаллы NH_3SH .

Эффективная температура Сатурна вследствие большего расстояния от Солнца ниже, чем у Юпитера. Но в целом структура атмосферы, профили температуры и давления, плотность облачного покрова похожи на юпитерианские, хотя полосчатая поверхность облаков выглядит более однородной. Это, по-видимому, объясняется наличием протяженной надоблачной дымки, наиболее плотной в полярных областях, где наблюдается также наибольшее поглощение в УФ диапазоне спектра [89]. Температура на уровне с давлением 1,2 атм составляет около 145 К и медленно понижается с адиабатическим градиентом 0,85 К/км [50]. В тропопаузе при давлении около 0,07 атм температура примерно 80 К. В средних и нижних широтах хорошо различаются отдельные пояса и зоны, выраженные, однако, слабее, чем на Юпитере, но, по-видимому, аналогичной физической природы. Вблизи Сатурна зарегистрировано интенсивное ультрафиолетовое свечение в широкой области примерно от 8 до 25 R_c за счет рассеяния атомарным водородом, источником которого, вероятно, служит Титан [90].

Особенности атмосфер Урана и Нептуна обуславливаются значительно более низкими эффективными температурами и большими относительными содержаниями метана. Спектры отражения этих планет в видимой области с хорошо известными метановыми полосами поглощения почти не имеют различий. Однако анализ содержания этого газа и оценки давления и температуры на уровне формирования полос сильно осложняются трудностями в определении эквивалентных ширин линий и ограниченностью лабораторных данных о полосах CH_4 в спектральном интервале короче 1,1 мкм, где поглощение имеет сложный характер [91]. Поэтому в качестве эталона сравнения использовались спектры Юпитера и Сатурна, где содержание метана определено более надежно — с погрешностью не выше

~ 50%. Согласно этим результатам на уровне формирования полос при температуре ~ 90 K, на котором линии CH_4 еще остаются ненасыщенными, отношение смеси $[\text{CH}_4]/[\text{H}_2]$ не менее чем на порядок превышает солнечное, а обогащенность углеродом выше солнечной примерно в 50 раз [92, 93].

Предположение об отличии структур атмосфер Урана и Нептуна от Юпитера и Сатурна основывалось до недавнего времени на анализе их радиоэмиссионных спектров, в которых не обнаруживается значительного возрастания яркостной температуры в области от 3 до 10 см, как это должно было бы наблюдаться при быстром росте температуры с глубиной. По совокупности результатов анализа спектральных наблюдений и расчетов ослабления по высоте теплового потока были рассчитаны модели атмосфер этих планет [94] при разных допущениях о положении эффективного уровня отражения солнечной радиации и границы облачного слоя. Поведение термодинамических параметров контролировалось ходом кривой давления насыщенных паров метана; предполагалось также, что тепловой поток в атмосфере изменяется с высотой и существуют инверсионные слои.

Ряд новых интересных сведений об атмосфере Урана дали измерения, проведенные при пролете КА "Вояджер-2". Минимальная температура 51 K оказалась на уровне с давлением $\approx 0,1$ атм, возрастаая вверх и вниз от этого уровня. При давлении 1,6 атм расположены наиболее плотные облака, вероятно, образованные кристалликами метанового льда. Вблизи температурного минимума находится довольно разреженная дымка, в составе которой предположительно присутствуют гидрокарбонаты, относительное содержание которых не превышает нескольких ppm, или более сложные углеводороды, например ацетилен. Экзосферная температура, которая на дневной стороне составляет 750 K, неожиданно оказалась заметно выше (до 1000 K) на ночной, что можно объяснить очень большой разреженностью на этих высотах атмосферы, состоящей из атомарного и молекулярного водорода [16, 66].

По ряду сходных признаков в регистрируемых на Земле спектрах отражения к Урану и Нептуну примыкает самый большой спутник Сатурна — Титан, обладающий чрезвычайно плотной атмосферой. Из двух альтернативных моделей, основывавшихся на истолковании данных наземных наблюдений [95, 96], более правдоподобной оказалась модель с давлением у поверхности ≈ 1 атм. Действительно, по данным экспериментов на "Вояджерах" давление у поверхности Титана составляет 1,6 атм, температура 94 ± 2 K. На 90% атмосфера состоит из азота, и, вероятно, содержит также до 10% первичного аргона, а относительное содержание $\text{CH}_4 < 1\%$; присутствуют также в небольших количествах NH_3 , HCN , C_2H_6 , C_2H_4 , C_2H_2 [97]. Облака и аэрозольная дымка плотной пеленой закрывают Титан и не дают возможности увидеть его поверхность (рис. 1.2.2). Облака состоят почти целиком из капелек жидкого CH_4 . Высота их определена из сопоставления температурного профиля с расчетной кривой конденсации. В то время как сами облака расположены сравнительно невысоко над поверхностью, надоблачный аэрозоль простирается, по-видимому, на высоту свыше 200 км. Еще выше обнаружена плотная дымка, непрозрачная для видимых лучей, а над ней находится слой интенсивного поглощения в ультрафиолетовой

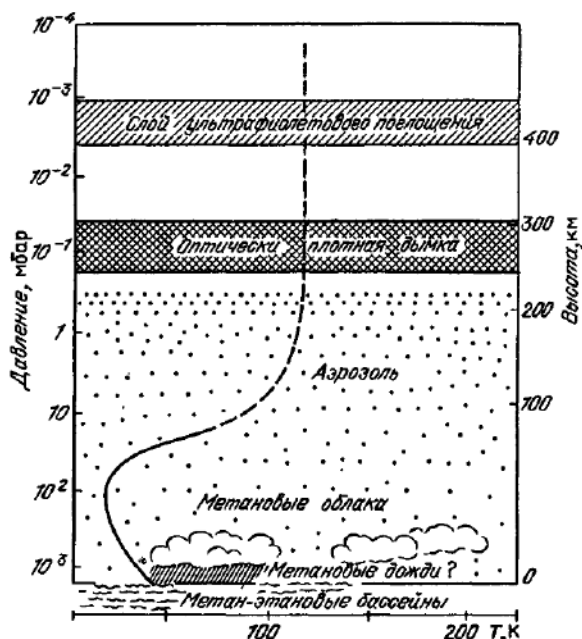


Рис. 1.2.2. Модель атмосферы Титана, построенная по данным измерений на КА "Вояджер" [97а, б]

области спектра. Заметим, что при сопоставимых значениях поверхностного давления атмосфера Титана почти вдесятеро массивнее земной, что объясняется различием ускорений силы тяжести на этих двух небесных телах.

На сегодняшний день слишком мало данных для того, чтобы ответить на вопрос, обладает ли устойчивой атмосферой Плутон. Спектральные и спектрофотометрические измерения не показали следов поглощения метана в газовой фазе (он мог бы находиться в виде насыщенных паров в равновесии с поверхностным льдом) или каких-либо других атмосферных составляющих [62]. Это можно объяснить чрезвычайно низкой температурой на поверхности Плутона — ниже температуры конденсации большинства газов. Единственный газ, который мог бы не испытать конденсации на Плутоне, — это неон. Однако такое предположение маловероятно, поскольку Ne обладает небольшим атомным весом и не может быть удержан на небесном теле столь малой массы. Аналогичная ситуация, очевидно, характерна для еще одного относительно крупного тела на периферии Солнечной системы — спутника Нептуна Тритона. Как и на Плутоне, на нем не обнаружено заметных следов атмосферы, что можно объяснить прежде всего вымерзанием газа, которое в условиях слабой инсоляции и при отсутствии внутренних источников тепла становится определяющим [98].

В семействе галилеевых спутников основным механизмом, контролирующим наличие атмосферы при более высоких температурах на поверхности, служит диссипация атомов и молекул в космос. Экспериментально, путем наземных наблюдений и по измерениям с КА "Пионер" и "Вояджер", была обнаружена атмосфера у Ио с давлением у поверхности $\sim 10^{-8}$ атм

и существование тороидального облака нейтрального газа и плазмы вдоль ее орбиты [99, 100]. С учетом интенсивной диссипации для удержания даже такой разреженной атмосферы требуется постоянный подвод газов, источником которых служит, как оказалось, активный вулканизм. В ультрафиолетовых спектрах плазменного тора Ио отождествлены ионы серы и кислорода, что не оставляет сомнения в их вулканическом происхождении. Над отдельными теплыми районами поверхности, ассоциируемыми с очагами вулканической деятельности, обнаружена также разреженная атмосфера, состоящая из диоксида серы SO_2 [100]. На прилегающих холодных участках поверхности содержание SO_2 резко падает; в этих местах он вымерзает на поверхности, а атмосфера коллапсирует, становясь экзосферой.

Подобных источников поступления газов в атмосферу нет на других телах данного семейства. Даже на самом крупном — Ганимеде — давление у поверхности не превышает 10^{-11} атм [100], т.е. и у этого спутника Юпитера атмосферы практически нет. Отсутствие обнаружимых атмосфер на таких почти одинаковых по размерам телах, как Плутон, Тритон, Европа и, тем более, на Ганимеде или Каллисто, и в то же время наличие атмосферы на Титане представляет собой один из любопытных и еще не объясненных феноменов в Солнечной системе.

§ 1.3. Космическая физика и аэрономия

1.3.1. Основные определения. В предыдущем параграфе мы коснулись самых общих характеристик, определяющих атмосферу планеты или спутника. Эти характеристики относятся, в первую очередь, к примыкающим к поверхности наиболее плотным областям, с которыми связаны понятия метеорологии и климата, — тропосфере и, частично, стратосфере (см. рис. 1.2.1). Расположенные над ними значительно более разреженные области атмосферы, простирающиеся до больших высот и захватывающие околопланетное пространство, обладают своей спецификой, касающейся как формирования структуры, так и особенностей протекающих там физико-химических процессов. Изучением этих областей занимается аэрономия. Ее рождение по существу совпало с началом активного систематического изучения верхней атмосферы Земли с использованием широкого арсенала средств, среди которых ведущую роль стали играть прямые измерения, осуществляемые на высотных ракетах и искусственных спутниках.

Аэрономия как понятие охватывает практически все важнейшие разделы физики верхней атмосферы. Сюда относятся вопросы изучения структуры, динамики и пространственно-временных вариаций нейтральной и ионной компонент, взаимодействия с разреженным газом атмосферы солнечного электромагнитного и корпускулярного излучений, процессы фотохимии, химической кинетики, тепло- и массообмена, процессы трансформации спектрального состава и энергии излучения, свечение атмосферы и полярные сияния. К кругу аэрономических проблем непосредственно примыкают также вопросы взаимодействия солнечной плазмы с атмосферой и/или магнитным полем планеты, включая электродинамические свойства околопланетного пространства. Моделирование (с использованием методов вычислительной математики) физико-химических процес-

сов, определяющих структуру, энергетику и динамику верхней атмосферы, проведение численных экспериментов с целью выявления закономерностей в поведении атмосферных параметров, их количественного описания и прогнозирования состояния среды будем относить к прикладной аэронауке как одному из разделов вычислительной физики.

Аэронауку можно, таким образом, рассматривать как одно из направлений в широком комплексе проблем, объединяемых чрезвычайно емким понятием солнечно-планетных связей, или космической физики, к которой, как частный случай, относится получившая наиболее интенсивное развитие за последние десятилетия солнечно-земная физика. В этом и последующем параграфах мы кратко коснемся отдельных вопросов космической физики, выходящих за пределы более узкого круга проблем планетной аэронауки, на которых будет в дальнейшем сосредоточено наше внимание. Сделано это исключительно в целях полноты описания общей физической картины, в отрыве от которой невозможно представить себе место и значение данного конкретного направления исследований в силу тесной взаимосвязи и взаимообусловленности изучаемых явлений. Одновременно можно лучше увидеть и определенную искусственность выделения тех или иных разделов среди всего комплекса космофизических проблем.

1.3.2. Солнечное электромагнитное излучение. Ключевую роль в задачах аэронауки играют прежде всего исследования по физике Солнца, определяющего приток энергии, а также массы и количества движения, к небесному телу и состояние межпланетного пространства.

Солнце представляет собой, по-видимому, переменную звезду с большим периодом, излучение которой подвержено определенным колебаниям. Среди проблем солнечной физики первостепенное значение имеют такие, как механизм генерации солнечной энергии и вариаций ее интенсивности (прежде всего — природа циклов солнечной активности); законы преобразования энергии внутренних конвективных движений, в том числе, связанных с ними осцилляций солнечной атмосферы; физические явления, обуславливающие вспыхивающую активность, и особенности генерации частиц с различным зарядовым и изотопным составом; быстропеременные процессы на Солнце, процессы ускорения плазмы и извержения ее в межпланетное пространство (см., например, [101–103]). Схематичное изображение основных зон внутренней структуры и атмосферы Солнца показано на рис. 1.3.1.

Интегральный по спектру поток лучистой энергии Солнца (солнечная постоянная) по измерениям примерно за десятилетие составляет $S_0 = 1373 \pm 20 \text{ Вт/м}^2$ [104]. Измерения на специальном спутнике (SMM) во время солнечного максимума дали несколько меньшее значение $S_0 = 1368,2 \text{ Вт/м}^2$ [105]. Основная часть этой энергии, излучаемой фотосферой и описываемой в первом приближении планковской кривой при эффективной температуре излучения между 5500 и 6000 К, доходит до земной поверхности, поскольку атмосфера практически прозрачна для области спектра от 3200 до 10 000 Å — за исключением нескольких полос CO_2 и H_2O в ближнем ИК диапазоне $\lambda \geq 7000 \text{ Å}$. Фотоны в области длин волн короче примерно 3200 Å целиком поглощаются выше ~30 км. Абсолютные потоки солнечной энергии в различных областях спектра соглас-

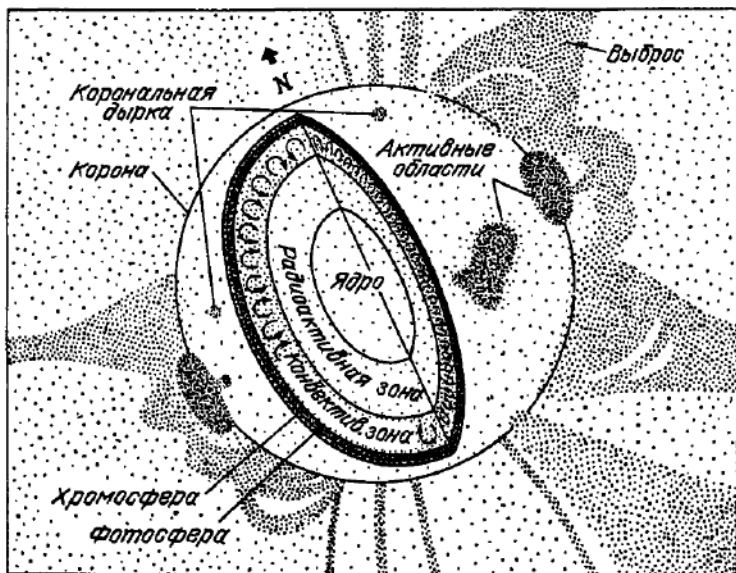


Рис. 1.3.1. Схематическое изображение внутреннего строения Солнца и солнечной атмосферы [129]

но многочисленным данным измерений с использованием методов абсолютной спектрофотометрии (см. [104]) показаны на рис. 1.3.2. Главная доля энергии приходится на видимую, ближнюю ультрафиолетовую (УФ) и ближнюю инфракрасную (ИК) области, где поток довольно стабилен; в то же время в далекой и в крайней УФ и рентгеновской областях и в радиодиапазоне происходят сильные флуктуации, обусловленные солнечной активностью. Они проявляются наиболее сильно во время солнечных вспышек, подразделяемых в зависимости от интенсивности на 4 класса: от балла 1 (наименьшие) до балла 3 + (наибольшие); последним отвечают катастрофические явления на Солнце, охватывающие по площади тысячные доли солнечной полусферы.

Коротковолновая часть солнечного спектра (УФ и рентген) оказывает решающее влияние на состояние внешних областей газовых оболочек Земли и планет, определяя свойства их верхних атмосфер и характер аэрономических процессов, хотя доля энергии, излучаемой Солнцем в этих диапазонах, составляет менее 10^{-4} от полной энергии излучения. С уменьшением длины волны ($\lambda \lesssim 3000 \text{ \AA}$) источник излучения солнечного континуума перемещается от фотосферы к хромосфере [106]. Далекое ультрафиолетовое (короче $\sim 1000 \text{ \AA}$) и рентгеновское (короче $\sim 100 \text{ \AA}$) излучения генерируются в солнечной хромосфере и короне (температура короны $T \approx (1 \div 2) \cdot 10^6 \text{ K}$). Они состоят из почти постоянной компоненты и более горячего излучения, возникающего в активных областях и подверженного сильным изменениям в зависимости от количества, площади и других свойств активных областей ("пятен"). Сами пятна концентрируются в фотосфере, на уровнях, где оптическая толщина солнечной атмосферы составляет $\tau \approx 0,004-1,0$ и откуда происходит эмиссия

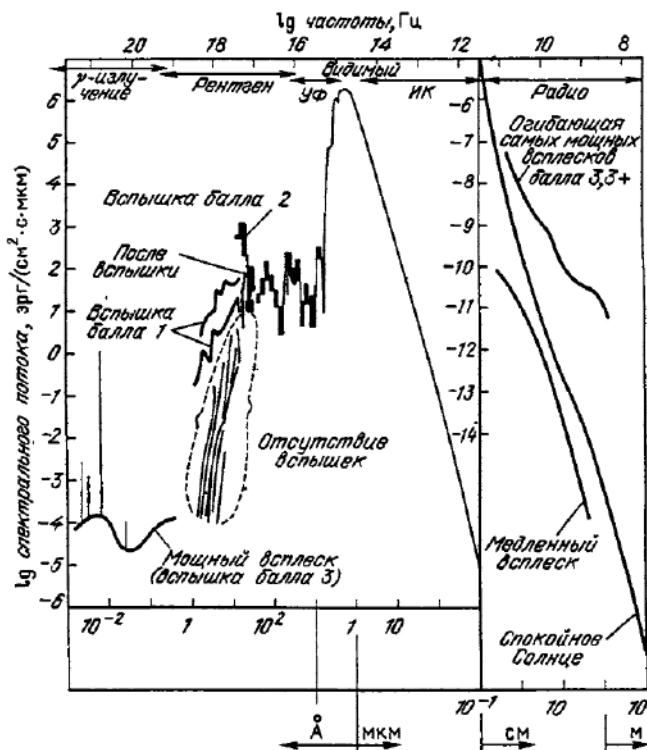


Рис. 1.3.2. Солнечный спектр. Показаны основные области и абсолютные потоки излучения, характерные для этих областей. Видимая область относительно стабильна, в то время как в рентгеновской, ультрафиолетовой областях и в радиодиапазоне наблюдаются сильные флуктуации, вызываемые солнечной активностью [104]

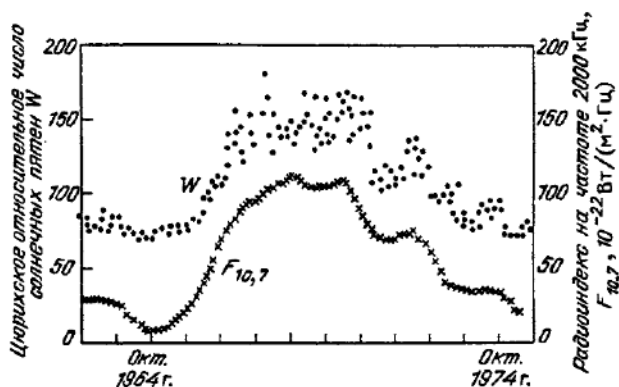


Рис. 1.3.3. Изменение цюрихского числа солнечных пятен W и сравнение его с потоком дециметрового солнечного радиоизлучения F_{10,7} за период одного солнечного 11-летнего цикла (№20), начавшегося в октябре 1964 г. [112]

основной доли энергии Солнца; в то же время активные факельные области простираются на тысячи километров выше в хромосферу [107]. Для пятен характерна относительно более низкая температура, вблизи пятен формируются области с открытыми магнитными полями (силовые линии, выходящие в межпланетную среду), с чем связан вынос больших масс солнечного вещества со сравнительно высокими скоростями и другие эффекты, обуславливающие взаимодействие с магнитными оболочками планет.

Относительное число солнечных пятен с учетом их группирования для каждого дня характеризуют числом Вольфа $W = k(f + 10g)$, где g — число групп солнечных пятен независимо от числа отдельных пятен в группе; f — полное число пятен во всех видимых группах; k — коэффициент для учета индивидуальных свойств наблюдателя (обычно 0,6).

Значения f и g по данным многих обсерваторий земного шара систематически обрабатываются обсерваторией в Цюрихе. Ее данные образуют длинные серии средних годовых и месячных значений W за много лет. В зависимости от W наблюдаются четко выраженные периодические вариации общего потока коротковолновой радиации с 11-летним циклом, с которым, очевидно, связаны также изменения полярности крупномасштабных магнитных полей в фотосфере с периодом в 22 года. Называются и более длительные периоды, кратные этим циклам [108]. Они могут быть связаны с изменениями общей светимости Солнца (солнечной постоянной), не превышающими, однако (по современным данным), 0,75% [109, 110].

Помимо чисел Вольфа, выявлена вполне определенная корреляция интенсивности солнечной ультрафиолетовой и рентгеновской радиации с радиоизлучением Солнца в диапазонах сантиметровых и дециметровых волн, также генерируемым в короне и доступным регистрации на Земле. Поток радиоизлучения Солнца на длине волны 10,7 см (~ 2800 МГц) служит наряду с W широко используемым удобным индексом солнечной активности $F_{10,7}$ (в стандартных единицах 10^{-22} Вт \cdot м $^{-2}$ \cdot Гц $^{-1}$). Связь между W и $F_{10,7}$ на протяжении одного солнечного цикла показана на рис. 1.3.3. Суточные, месячные и годовые значения индекса $F_{10,7}$ регулярно публикуются радиобсерваторией в Оттаве.

К сожалению, связь коротковолновой радиации с W и $F_{10,7}$ не вполне однозначна. Как видно из примеров, приведенных на рис. 1.3.4 и 1.3.5, в определенных условиях имеют место заметные отклонения потоков крайнего УФ (КУФ) излучения в отдельных спектральных интервалах или характерных эмиссионных линиях от потока $F_{10,7}$, неодинаковые на различных фазах 11-летнего цикла [111, 112]. И тем не менее, в целом индекс $F_{10,7}$ правильно характеризует приток солнечной электромагнитной энергии в верхнюю атмосферу планеты и поэтому нашел широкое практическое применение.

Детальные исследования распределения энергии в коротковолновом спектре Солнца, вариации его интенсивности и абсолютных значений потока проводились на ракетах и искусственных спутниках Земли (см. рис. 1.3.6). Полученные данные при сопоставлении с результатами теоретического моделирования структуры термосферы и ионосферы (для принятых значений эффективности преобразования солнечной радиации в тепло) выявили определенные расхождения в оценках потока по данным различных авторов

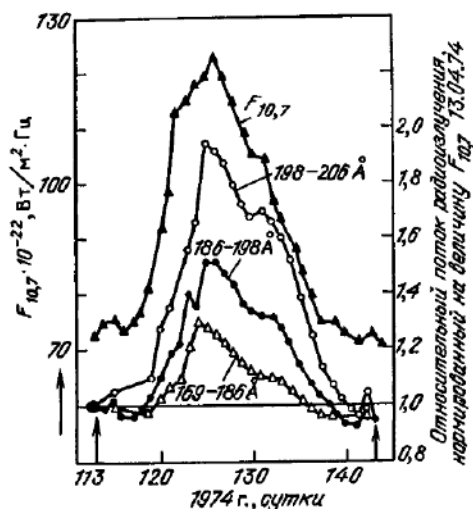


Рис. 1.3.5. Пример вариаций потока крайнего УФ-излучения в нескольких узких интервалах спектра по измерениям на спутнике АЕ-С в сопоставлении с потоком радионизлучения $F_{10,7}$ за один оборот Солнца [111]

Рис. 1.3.6. Распределение энергии в крайнем ультрафиолетовом спектре Солнца по данным измерений в земной термосфере на спутнике АЕ-Е [117]. Абсолютные значения спектрального потока осреднены в интервалах $\Delta\lambda = 25 \text{ Å}$ и относятся к 22.01.1979 г.: $F_{10,7} = 234$ ($F_{10,7} = 198$); $A_p = 10$. Указаны границы ионизационных континуумов для O_2 , O , H , N_2 и He и область диссоциации O_2 .

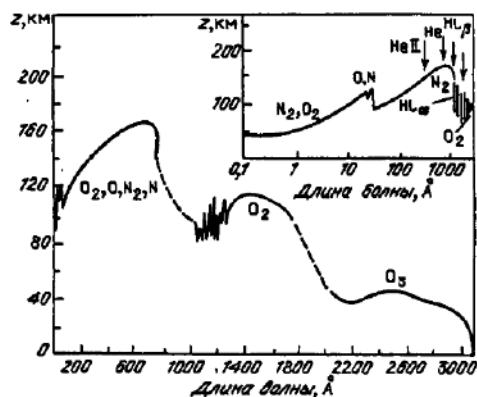
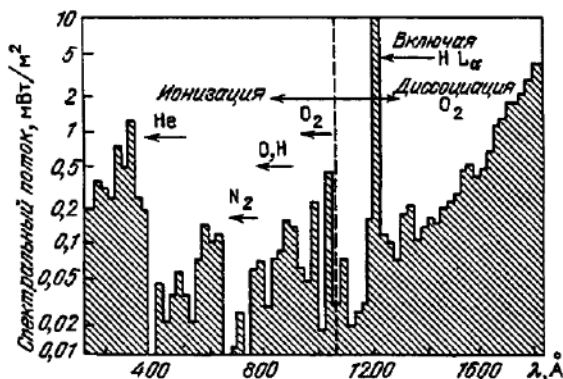


Рис. 1.3.7. Высоты в земной атмосфере, которым соответствует ослабление монохроматических потоков крайнего ультрафиолетового и рентгеновского излучения Солнца в e раз

[113]. В разных фазах солнечной активности для области $\lambda < 1025 \text{ \AA}$ были получены оценки суммарной энергии от $6,1 \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с}$ при $F_{10,7} = 189$ до $3,8 \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с}$ при $F_{10,7} = 102$. Вместе с тем, измерения дали также значения $3,27 \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с}$ при $F_{10,7} = 120$ и даже $2,46 \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с}$ при $F_{10,7} = 144$. Подробный анализ этих данных проведен в рамках модели, разработанной под эгидой КОСПАР [113, 114]. Согласно этой модели и анализу Роубла [115], основанному на результатах модельных ионосферных расчетов, найденные широкое практическое использование данные Хинтереггера [116, 117] корректны при низких уровнях солнечной активности ($F_{10,7} \approx 80$) и требуют примерного удвоения в фазе максимума ($F_{10,7} \approx 160$). Приведенное выше значение потока около $3,3 \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с}$ при среднем уровне активности ($F_{10,7} = 120$) представляется достаточно надежным.

Поглощение в земной атмосфере выше $\approx 30 \text{ км}$ энергии солнечного излучения во всем коротковолновом диапазоне ($\lambda \leq 3000 \text{ \AA}$) имеет сложный характер. Это обусловлено сильными вариациями сечений поглощения основных атмосферных составляющих (N_2 , O_2 , O , а также O_3) в зависимости от длины волны [118], с чем связаны, в первую очередь, процессы фотолиза (диссоциация, ионизация), возбуждения и их различные комбинации. Процессам диссоциации и ионизации отвечают соответствующие континуумы поглощения, в то время как возбуждение молекул дает в наблюдаемом спектре молекулярные полосы поглощения или атомные линии. Промежуточным случаям процессов преддиссоциации или ионизации соответствуют диффузные полосы или линии. Можно, таким образом, рассматривать сечение поглощения как сумму парциальных сечений различных процессов, причем от величины парциального сечения зависит относительное содержание образующихся при поглощении конечных или промежуточных продуктов [119]. Поглощение в земной атмосфере нормально падающего потока солнечного излучения в зависимости от длины волны показано на рис. 1.3.7. Он иллюстрирует глубину проникновения соответствующих монохроматических потоков солнечной энергии до уровней в атмосфере, где происходит их ослабление в e раз ($\tau_\lambda = 1$).

1.3.3. Солнечное корпускулярное излучение. Непрерывное истечение солнечной плазмы (солнечный ветер) и солнечные вспышки, сопровождаемые выбросами плотных облаков горячей плазмы, служат источником притока в верхнюю атмосферу импульса и энергии. Это приводит к ионизации, возбуждению и нагреву энергичными частицами, а также электрическими токами, генерируемыми в магнитосфере. За счет этого источника происходит изменение топологии магнитного поля в околопланетном пространстве, хотя энергия спокойного солнечного ветра составляет еще меньшую, чем электромагнитная энергия в коротковолновой части спектра, долю от солнечной постоянной — всего $\sim 10^{-7}$. Солнечный ветер можно рассматривать как непрерывно (стационарно) расширяющуюся солнечную корону (рис. 1.3.1) или магнитогидродинамическую движущуюся систему, в которой распространяются ударные фронты (на расстояниях до $\sim 3 \text{ а.е.}$) и случайные неоднородности [121, 122]. При взаимодействии с магнитосферой планеты он представляет собой бесстолкновительную плазму с большим значением отношения теплового давления к давлению магнитного поля.

Таблица 1.3.1

Характеристики потока солнечного ветра на расстоянии 1 а.е.

Параметры (m_p — масса протона)	Величина		
	минимальная	средняя	максимальная
Плотность N , см^{-3}	0,4	6,5	10^2
Скорость v , км/с	200	400	900
Поток Nv , $(\text{см}^2 \cdot \text{с})^{-1}$	$8 \cdot 10^6$	$2,6 \cdot 10^8$	$9 \cdot 10^9$
Поток количества движения (Nv) ($m_p v$), г/см \cdot с 2	$2,6 \cdot 10^{-10}$	$1,7 \cdot 10^{-8}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$
Поток энергии (Nv) ($\frac{1}{2} m_p v^2$), эрг/см $^2 \cdot$ с	$2,6 \cdot 10^{-3}$	0,34	58,5
Электронная темпе- ратура, К	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^5$	10^6
Протонная темпера- тура, К	$3 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^4$	10^6
Магнитное поле, Э	$2 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-4}$
Альвеновская ско- рость, км/с	30	60	150

Среднестатистические характеристики солнечного ветра на орбите Земли, в основу которых положены результаты измерений на серии спутников ИМП за период 1971–74 гг. [122], приведены в табл. 1.3.1. Они отвечают так называемому бесструктурному состоянию солнечного ветра. Приведенные характеристики соответствуют наиболее часто реализуемому случаю "среднего" ветра; отличия "медленного" и "быстрого" ветра по v и N обычно лежат в пределах 50–100%. Другие характеристики и параметры внутреннего состояния различных типов солнечного ветра, а также его микроструктуры можно найти, например, в [122, 123].

Среди зарегистрированных вариаций солнечного ветра с различными характерными временами наиболее существенны вариации, связанные с 11-летним циклом солнечной активности. В фазах спада активности и минимума цикла чаще наблюдаются быстрые струи с большими значениями потока, в то время как в период максимума увеличивается число межпланетных ударных волн и сопутствующих им протонов малых энергий (≤ 5 МэВ). Однако надежной связи между испусканием потоков энергичных частиц, состав и энергия которых могут изменяться в широких пределах, солнечной активностью и различными типами возмущений на Солнце пока, к сожалению, не установлено. Пример вариаций основных параметров солнечного ветра за один оборот Солнца приведен на рис. 1.3.8.

Плазма солнечного ветра переносит магнитные поля, генерируемые механизмом солнечного динамо. В зависимости от скорости потока происходят заметные отклонения вектора напряженности магнитного поля B от спирального направления. Основным геоэффективным фактором, как

выяснилось, являются комбинации типа vB_z (см. рис. 1.3.8), где B_z — значение компоненты межпланетного магнитного поля (ММП), перпендикулярной к эклиптике (или, другими словами, величина возникающего электрического поля в магнитосферной системе координат), хотя определенную роль играет также компонента B_y . Из анализа измерений магнитных полей в межпланетной среде перед земной магнитосферой следует, что обе компоненты претерпевают изменения наряду с другими характеристиками солнечной плазмы, оказывающими решающее воздействие на физические условия в магнитосфере Земли (и в околопланетном пространстве других планет).

Трудности прогнозирования геофизической обстановки по наблюдениям Солнца в значительной степени связаны с тем, что пока до конца не понята физическая природа вспышечной активности. На сегодня считается общепризнанным, что в основе ее лежит аккумуляция магнитной энергии, быстро преобразуемой в направленную (нечетловую) энергию заряженных частиц [124—127]. Помимо выделения огромной энергии и мощных выбросов плазмы, вспышка сопровождается интенсивным рентгеновским излучением и сильным изменением спектрального состава ультрафиолетового излучения (см. рис. 1.3.2). Изучение пространственной структуры

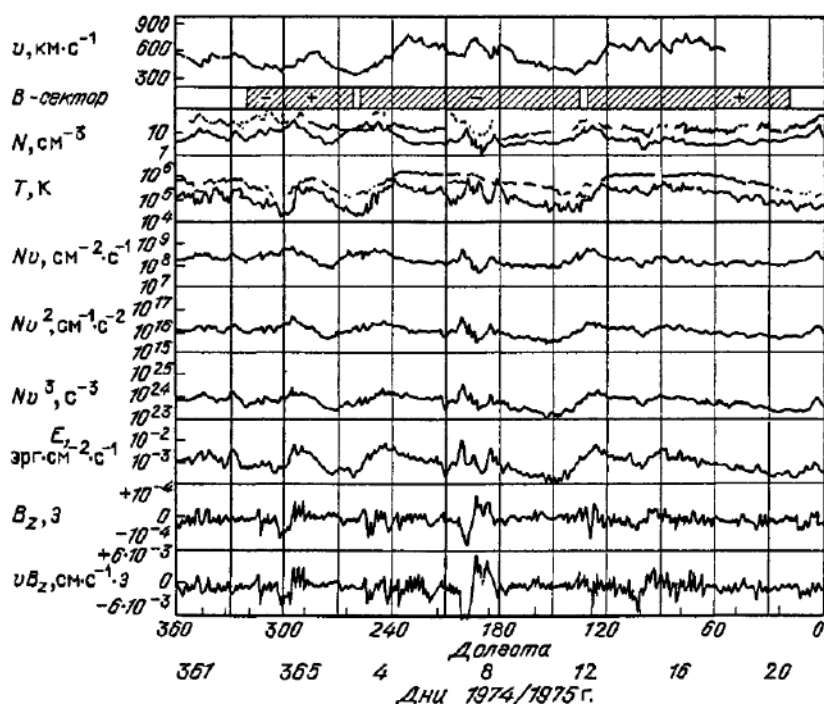


Рис. 1.3.8. Основные параметры солнечного ветра за период одного оборота Солнца (часовое осреднение). Данные получены в измерениях на КА "Гелиос-1" на расстояниях между 0,85 и 0,96 а.е. в период, близкий к фазе минимума солнечной активности. Разность гелиоцентрических долгот Земли и КА не превышала 10° . Заштрихованная область — изменение полярности секториальной структуры межпланетного магнитного поля [141]

и динамики развития солнечных вспышек позволило установить, что они непосредственно связаны с магнитными полями на поверхности солнечной фотосферы, изменяющими свою полярность с 22-летней периодичностью, и что в активных областях создаются мощные токовые системы с силой тока до 10^{11} А. Над фотосферой — в хромосфере и короне — накапливается магнитная энергия в виде токовых слоев вблизи нулевых линий магнитного поля, где она достигает более чем 10^{32} эрг и может взрывоподобно переходить в энергию нагрева частиц (до $\sim 10^8$ К) и ударных волн. В этих областях, на границах изменения крупномасштабных

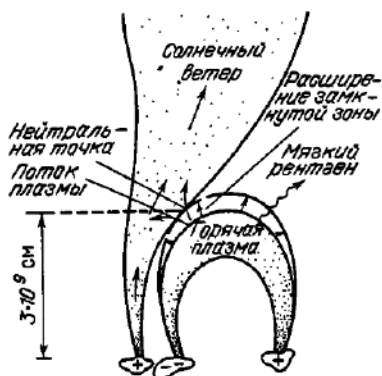


Рис. 1.3.9. Топология магнитных полей на поверхности Солнца в активной области с замкнутыми и разомкнутыми магнитными силовыми линиями [129]

магнитных полей, концентрируется наибольшее число групп солнечных пятен [128].

Упрощенное схематичное изображение структуры магнитного поля в активной области на Солнце показано на рис. 1.3.9. Здесь отражены две основные особенности, лежащие в основе модельных представлений об истечении плазмы и распространении солнечных возмущений в гелиосфере. Это локально закрытая (замкнутый виток) и открытая (разомкнутая) конфигурации магнитного поля Солнца. С первой непосредственно связана сильная концентрация магнитной энергии, возникновение токовых систем в хромосфере и мощных возмущений (вспышек) с образованием ударных волн, а со второй — непрерывное, сравнительно спокойное истечение плазмы — солнечный ветер.

Механизм вспышки можно, по-видимому, охарактеризовать как инициируемый при определенных физических условиях процесс плазменной неустойчивости. Согласно Сыроватскому [125–127], происходящий в результате развития неустойчивости разрыв токового слоя или продольного — по отношению к внешнему магнитному полю — тока в плазменно-магнитной структуре, образующейся в активной области солнечной атмосферы, является непосредственной причиной вспышки. При разрушении токовых слоев и изменении структуры поля вследствие неоднородности движений в сильно замагниченной бесстолкновительной плазме (так называемом пересоединении силовых линий) должно происходить взрывное высвобождение электромагнитной энергии. Это приводит к ускорению частиц, генерации мощных потоков коротковолнового излучения, выбросу горячих плазменных сгустков. Вследствие взаимодействия

с высокоионизованными атомами короны или хромосферы пучков энергичных электронов, направленных вдоль силовых линий магнитного поля, генерируется жесткое рентгеновское излучение (его энергия возрастает примерно на два порядка — до нескольких сот кэВ); одновременно генерируется и радиоизлучение, регистрируемое на Земле как радиовсплески. В свою очередь, за счет энергии флуктуирующего поля электроны могут ускоряться до релятивистских скоростей, а высвобождение энергии при торможении должно приводить к быстрому разогреву локальных областей и выбросу вещества. Это вещество в виде горячей плазмы с вмороженными в нее магнитными полями, "вытягиваемыми" из солнечной фотосферы в виде гигантских корональных петель (рис. 1.3.10), оказывает сильнейшее влияние на состояние и структуру межпланетного пространства, физические процессы в ближайших окрестностях планет и геофизические явления [130—132].

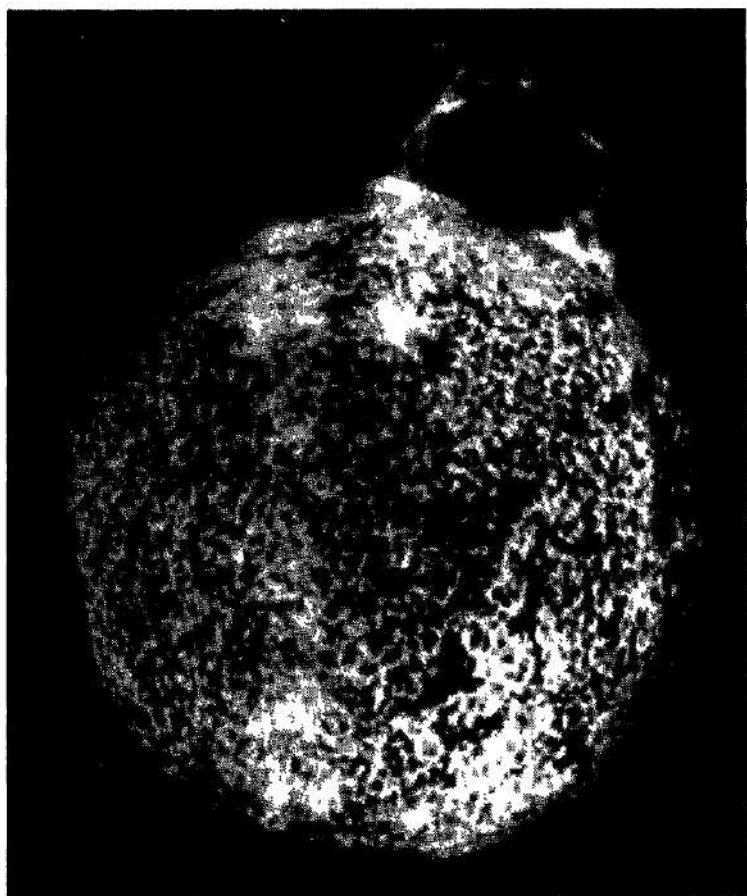


Рис. 1.3.10. Лимбовидная вспышка типа петли на Солнце. Фотография в линии ионизованного гелия (НЕП 304 А); получена на станции "Скайлэб" 19.12.1973 г. (фото НАСА)

По результатам комплексных измерений на спутниках "Прогноз" предложена феноменологическая модель типичной вспышки, которая включает в себя четыре основные фазы, хотя строго их разделить нельзя [133]. Начальная фаза, длящаяся от нескольких минут до часа, характеризуется, как уже отмечалось, возникновением токового слоя или продольного тока вследствие взаимодействия магнитных конфигураций при конвективных движениях в нижней части солнечной атмосферы. В этом квазистационарном динамо-процессе происходит джоулев нагрев плазмы. На следующей, импульсной фазе (10–100 с) нарастают неустойчивости, среди которых основную роль играют разрывная (тиринг-неустойчивость) и тепловая, происходят нагрев и ускорение частиц за счет электрических полей, сопровождаемые всплесками жесткого рентгеновского и микроволнового излучения. В мощных вспышках эта фаза быстро переходит во взрывную, при которой резко возрастает площадь, захватываемая вспышкой, и происходит выброс массы вещества в солнечную корону (появление транзита). При этом разрушается основная часть вспышечной конфигурации. После взрывной фазы наступает горячая фаза, длящаяся от минут до часов, при которой эмиссия источника уменьшается, плазма охлаждается за счет теплопроводности и излучения.

Процесс выброса захватывает обширные области хромосферы и короны, где развиваются крупномасштабные токовые системы. Согласно Альвену [130], мощность этих постоянно существующих корональных токовых систем, стабильных в спокойных условиях, во время вспышек катастрофически возрастает. Как уже говорилось, большинство существующих теорий сводится к представлениям о том, что возникновение вспышек связано с накоплением энергии магнитных и электрических полей в активных областях над фотосферой, которая в дальнейшем преобразуется в тепловую и нетепловую энергию плазмы, хотя требуемая длительность начальной аккумуляции энергии, возможно, переоценивается [131]. Электродинамическая связь с фотосферой обуславливает разогрев и динамику корональных структур. Помимо образующихся токовых цепей и джоулева нагрева, определенную роль может также играть резонансное поглощение поверхностных альвеновских волн. В результате всех этих процессов происходит ускорение корональной плазмы, которая вносит, таким образом, значительный вклад в усиление солнечного ветра и формирование ММП, определяя его геоэффективность. С областями истекающих из короны быстрых потоков частиц на открытых линиях (корональных дыр, см. рис. 1.3.1) связывают, в частности, возникновение в межпланетной среде бесстолкновительных ударных волн и процессов дополнительного ускорения протонов [134, 135].

1.3.4. Гелиосфера. Инжектируемый солнечной короной сверхзвуковой поток плазмы, вытесняя межзвездное магнитное поле, образует обширную полость ("пузырь") в межзвездном пространстве — гелиосферу (рис. 1.3.11). Ее можно рассматривать как магнитосферу Солнца. На границах полости поток количества движения солнечной плазмы уравнивается газодинамическим и магнитным давлением межзвездного газа, а положение границы изменяется в зависимости от солнечной активности, в частности, интенсивности вспышек. Несимметричная форма полости обусловлена наличием постоянной составляющей потока из-за движения

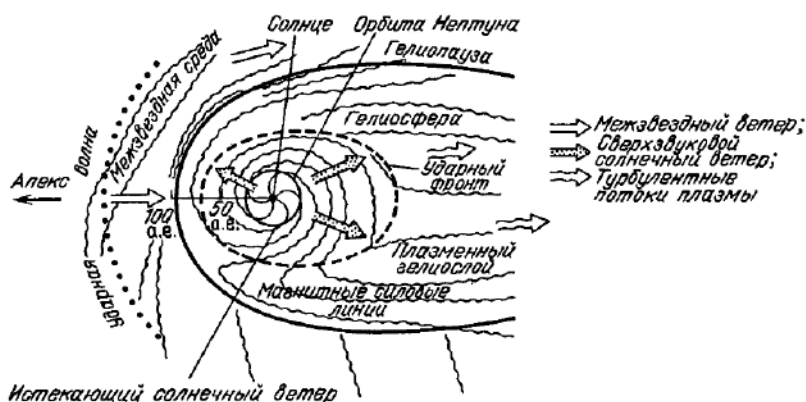


Рис. 1.3.11. Модель гелиосферы. В центре – Солнце со спиральной структурой межпланетного магнитного поля, нарушаемой при его взаимодействии с межзвездной средой. Показана предполагаемая граница гелиосферы (гелиопауза), вероятное образование ударного фронта со стороны апокса и шлейф гелиосферы (переход в межзвездный ветер) в противоположном направлении [173]

Солнца к апоксу. Современные оценки (при плотности межзвездного водорода $n_H \approx 10^{-1} \text{ см}^{-3}$) дают положение границы гелиосферы в пределах 50–100 а.е. [136, 137]. Средняя величина напряженности магнитного поля внутри гелиосферы в магнито-спокойное время не превышает 3–5 гамм, возрастая до нескольких десятков гамм при больших возмущениях. Среднее направление вектора магнитного поля лежит в плоскости эклиптики, а само поле имеет в среднем секторную и, видимо, волокнистую структуру. Его силовые линии изогнуты в спираль Архимеда вследствие 27-дневного вращения Солнца, с которым они "жестко" связаны, причем полярность поля в северной и южной полусферах противоположная, меняющая знак с изменением солнечного цикла. Между ними находится нейтральный слой, примерно совпадающий в пределах $\pm 15^\circ$ с экваториальной плоскостью Солнца [138, 139]. Угол между силовой линией и радиальным направлением на орбите Земли в среднем составляет 56° , но может существенно отклоняться от этого значения в зависимости от состояния возмущенности межпланетного поля.

Конфигурация гелиосферы в примыкающей к Солнцу области и форма нейтрального плазменного слоя согласно модели Альвена [140] схематично показаны на рис. 1.3.12. Модель отвечает минимуму солнечной активности. Нейтральный плазменный слой, примыкающий к экваториальной области Солнца, где сосредоточены основные центры активности (группы солнечных пятен), представляет собой искривленную сепаратрису, разделяющую полости с различной полярностью солнечного магнитного поля, силовые линии которого вытянуты в межпланетную среду радиальными потоками солнечной плазмы. Вдоль этого слоя, "присоединенного" к солнечной короне в пограничной области центрального "пояса", где образуются замкнутые и разомкнутые структуры магнитного поля, течет в азимутальном направлении электрический ток; за счет него происходит смена полярности поля в северной (положительная) и южной (отрица-

тельная) полусферах. Одна из разомкнутых структур, совпадающая с корональной дырой, имеет форму языка, вытянутого вдоль плазменного слоя в направлении, совпадающем с наклоном оси магнитного диполя Солнца [141]. Сепаратриса, искривленная из-за вращения Солнца, получила образное название "юбка танцующей балерины".

Следует подчеркнуть, что ряд фундаментальных проблем, связанных с течением солнечной плазмы, включающих такие процессы, как теплопроводность, турбулентность, волновые взаимодействия, остается пока нерешенным. Так, для объяснения наблюдаемых скоростей и температур протонов и электронов в рамках гидродинамической модели солнечного

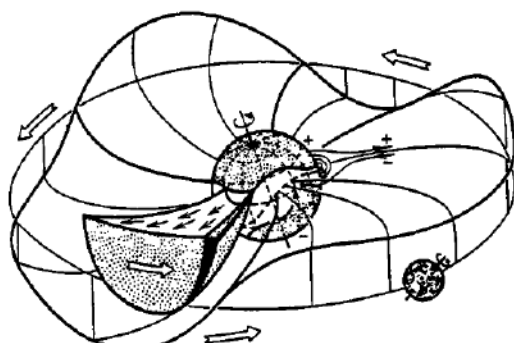


Рис. 1.3.12. Модель солнечно-межпланетного токового слоя в виде искривленного диска, образующего сепаратрису и примыкающего к экватору Солнца, находящемуся в центре. Относительно токового слоя, примерно совпадающего с экватором осредненного дипольного магнитного поля Солнца, изменяется полярность межпланетного магнитного поля, а сам слой испытывает колебания, соответствующие изменению положения экватора при вращении Солнца. В токовом слое токи текут в азимутальном направлении, т.е. вокруг Солнца, как показано толстыми стрелками. Внизу справа показана Земля, относительно которой токовый слой может оказываться выше или ниже [140, 141]

ветра [136, 142] приходится привлекать допущение о наличии дополнительного теплового источника в гелиосфере, который можно было бы, в принципе, связать с механизмом диссипации энергии распространяющихся по потоку магнитогидродинамических волн или эффектами глобальных электрических полей, оказывающих влияние на движение заряженных частиц. Не удастся полностью объяснить, как происходит перенос тепловой энергии солнечной короны в межпланетную среду и на основе кинетической теории. По-видимому, удовлетворительная, согласующаяся с данными наблюдений теория солнечного ветра может быть создана лишь на основе совместного использования гидродинамического (макроскопического) и кинетического подходов (см. например, [143]).

Крупномасштабная структура гелиосферы является неоднородной, подверженной значительным вариациям во всех направлениях. Особенно сильные вариации температуры, плотности межпланетной среды и ее магнитного поля наблюдаются в ограниченных зонах ("рукавах") при взаимодействии потоков ("быстрых струй") энергичных частиц, генерируемых при вспышках, корональных возмущениях или эруптивных выбросах,

с относительно медленным невозмущенным потоком солнечного ветра. При этом образуются наиболее сильно возмущенные локальные области на внешних и внутренних границах этих зон, а внутри их частицы ускоряются до энергий в сотни кэВ [144]. Распространение в гелиосфере таких спорадических возмущений (транзиентов) приводит к генерации бесстолкновительных ударных волн, с которыми связывают ускорение частиц плазмы до субрелятивистских скоростей, ослабление потоков галактических космических лучей и состояния геомагнитной возмущенности [134, 145]. Заметим, что, помимо частиц, генерируемых Солнцем или дополнительно ускоряемых в межпланетной среде, а также наиболее высокоэнергичных частиц галактических космических лучей, определенный вклад в сравнительно низкоэнергетическую часть спектра частиц гелиосферы (электроны в десятки кэВ и протоны в несколько МэВ) вносят частицы, ускоряемые в магнитосферах планет, прежде всего Юпитера и в меньшей мере Земли (см. § 1.7).

С формированием в гелиосфере планетной магнитосферы и всем сложным комплексом процессов ее взаимодействия с солнечным ветром, с ионосферой и нейтральной верхней атмосферой связаны кардинальные проблемы космической физики и аэрономии. Процессы в магнитосфере и в пограничных областях планеты, в основе которых лежат фундаментальные закономерности физики плазмы, во многом сходны с процессами, характерными для нескольких классов астрофизических объектов, обладающих регулярным магнитным полем, например пульсаров. По сложившимся представлениям, именно в магнитосферах этих объектов происходит ускорение частиц до релятивистских энергий (космических лучей). Предпринимаются попытки распространить аналогию с магнитосферами и в сферу планетной космогонии, на самые ранние этапы эволюции Солнечной системы [146]. В свою очередь, ионосферно-магнитосферные взаимодействия, приводящие к возникновению электрических токов, магнитных пульсаций и волн, связаны с такими классическими областями геофизики, как внутреннее строение небесных тел, планетарное электричество и магнетизм. Подобно механизму возникновения солнечных вспышек, связывающему изменение энергии магнитного поля на поверхности фотосферы и в хромосфере с генерацией высокоэнергичных частиц, изменение движений магнитосферной плазмы и ее ускорение при вариациях притока энергии внутрь магнитосферы солнечного ветра приводит к возникновению суббурь и магнитных бурь на Земле [138, 139].

Природа предоставила возможность изучать на примерах Земли и ее соседей в Солнечной системе несколько разновидностей обтекания небесного тела солнечной плазмой. Принципиальные отличия рассматриваемых моделей состоят прежде всего в том, обладает ли небесное тело значительным постоянным магнитным полем и есть ли у него устойчивая атмосфера. "Крайними" моделями служат обладающие сильными магнитными полями Земля и Юпитер, с одной стороны, и практически лишенные собственных полей Луна и Венера — с другой, хотя из-за наличия атмосферы характер обтекания Венеры существенно иной, чем Луны. Промежуточные случаи представляют Меркурий (заметное магнитное поле, нет атмосферы) и Марс (есть магнитное поле, есть атмосфера). Наиболее полно, естественно, исследована Земля, которой мы уделим наибольшее внимание.

§ 1.4. Околоземное космическое пространство. Магнитосфера

1.4.1. Обтекание Земли солнечным ветром. Модель взаимодействия Земли с солнечным ветром и структура магнитосферы показаны на рис. 1.4.1, в основу которого положена схема, предложенная Х. Родерером [147]. Солнечный ветер деформирует геомагнитное поле на расстояниях порядка $10R_3$ и сносит на ночную сторону силовые линии, выходящие из полярных областей. Эти силовые линии и связанная с ними плазма образуют магнитный хвост, или шлейф, Земли, состоящий из двух ветвей — северной и южной, разделенных нейтральным слоем, в котором напряженность поля не превышает 1 гаммы. Магнитный шлейф Земли простирается на расстояние не менее $1000R_3$, а у Юпитера, обладающего значительно более мощной магнитосферой, — более чем на десяток астрономических единиц, далеко за орбиту Сатурна. При обтекании магнитосферы сверхзвуковым потоком плазмы образуется бесстолкновительная ударная волна, после прохождения которой существенно изменяются кинетическая энергия и количество движения потока, плотность плазмы возрастает, а нормальная компонента скорости становится дозвуковой. Между ударной волной и границей магнитосферы расположен слой горячей, турбулизованной плазмы с сильно флуктуирующим магнитным полем — магнитослой, толщина которого возрастает с ростом расстояния от лобовой точки, однако почти не зависит от степени геомагнитной возмущенности. Вблизи лобовой точки толщина переходной зоны составляет в среднем $2-4R_3$. Непосредственно за этой зоной расположен "входной слой", характеризующийся диффузионными процессами и большими градиентами давления, и области полярных каспов, где постоянно присутствуют быстрые движе-

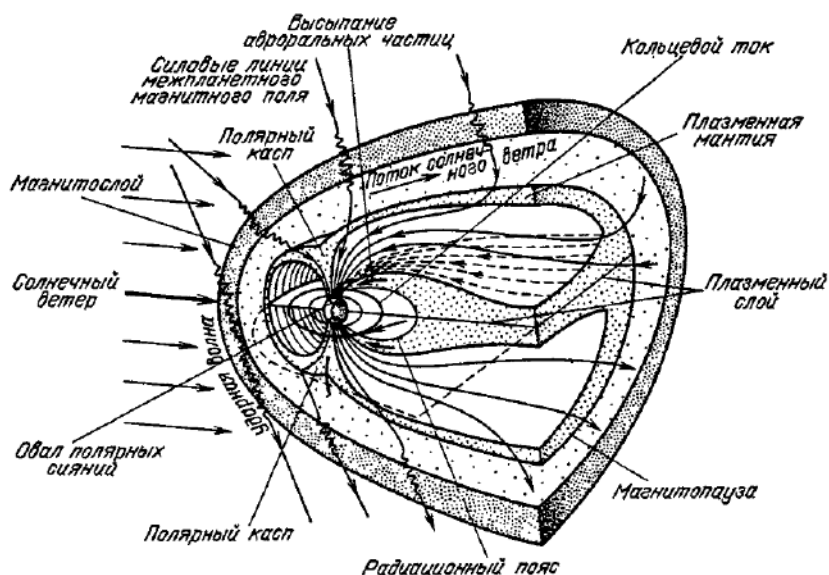


Рис. 1.4.1. Структура земной магнитосферы и названия отдельных областей [147 301]

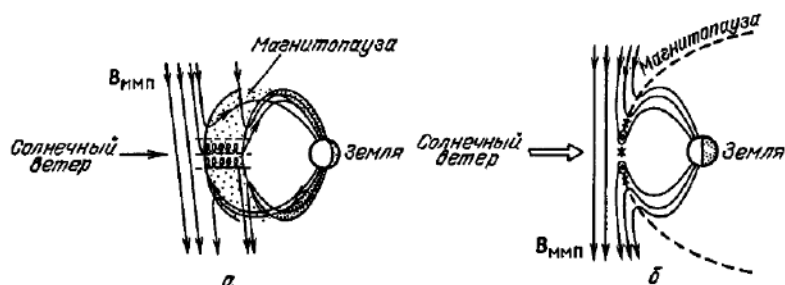


Рис. 1.4.2. Структура магнитного поля в области магнитопаузы ($V_{ММП}$ – вектор напряженности межпланетного магнитного поля). Показано образование открытых ("незамкнутых") магнитных силовых линий вследствие процессов пересоединения в дневной магнитопаузе (а) и конфигурация магнитных силовых линий в проекции на плоскость полуденного меридиана (б) [301]

ния плазменных сгустков и очень сильные электрические поля. Отсюда происходит частичное "наполнение" магнитосферы частицами солнечного ветра. Большую роль в этом процессе играет нейтральный слой, состоящий из столь же горячей плазмы (плазменный слой, рис. 1.4.1).

Как отмечалось в предыдущем параграфе, топология магнитосферы в целом и положение ее внешней границы на обращенной к Солнцу стороне (дневной магнитопаузы) определяются динамическим давлением натекающей солнечной плазмы и ориентацией межпланетного магнитного поля (рис. 1.4.2). Формирующиеся на границе магнитосферы системы электрических токов вызывают деформацию силовых линий, а деформация внешних частей магнитосферы и частичный снос силовых линий на ночную сторону обуславливают ее асимметричную форму. Магнитопаузу можно уподобить пульсирующей "мембране", через которую происходит частичная передача в магнитосферу кинетической энергии солнечного ветра. Нестабильности в магнитопаузе, как и в зоне ударной волны, ответственны за преобразование некоторой доли этой энергии в энергию плазменных колебаний и электромагнитного излучения магнитосферы с широким спектром волн в межпланетном пространстве [140, 148–156].

Процесс частичного проникновения плазмы и передачи в магнитосферу кинетической энергии солнечного ветра, особенно эффективно диссипирующей во время магнитосферных суббурь, феноменологически представляется следующим образом [149, 150, 157]. При торможении более плотного потока солнечной плазмы от вспышки происходит сжатие магнитосферы, приближение магнитопаузы к Земле и повышение напряженности магнитного поля вблизи магнитопаузы, которому отвечает начальная фаза магнитной бури. В области магнитопаузы, как и в плазменном слое магнитного шлейфа, на фоне крупномасштабных возникают неустойчивые мелкомасштабные течения плазмы, вызывающие ее ускорение и нагрев и обусловленные, по-видимому, генерацией интенсивных электрических полей в узкой зоне контакта противоположно направленных магнитных силовых линий (пинчевого токового слоя, или, другими словами, плоского слоя плазмы с током, разделяющим антипараллельные магнитные поля [127]). Возможность течения плазмы в области пересоединения впервые была теоретически показана в [158]; см. также [148].

С процессом пересоединения магнитных силовых линий можно, таким образом, связать взрывоподобную трансформацию магнитной энергии в кинетическую энергию заряженных частиц в окрестности нулевых линий. Этому процессу в плазменном слое соответствует фаза вспышки суббури. Из ряда последовательных суббурь складывается магнитная буря, сопровождающаяся значительной инжекцией энергичных частиц на захваченные магнитные оболочки, т.е. формированием так называемого кольцевого тока. Для процесса пересоединения на магнитопаузе представление о разрывной (тиринг) неустойчивости поверхностных токов может оказаться приемлемым, если, например, рассматривать топологию магнитного поля вдоль отдельных областей магнитопаузы, где происходит торможение натекающей плазмы [155, 157, 159]. Можно провести вполне определенную аналогию между процессами пересоединения магнитных силовых линий в магнитопаузе и магнитном шлейфе и соответствующими процессами на границах секториальной структуры межпланетного магнитного поля и во вспышечных областях солнечной хромосферы и короны.

Как показывают результаты численного моделирования [154, 157], при усреднении на временных интервалах, отвечающих реальной длительности процесса взаимодействия солнечной плазмы с магнитосферой (несколько часов), ситуация оказывается существенно различной в зависимости от направления ММП. Так, при южной ориентации ММП процесс пересоединения магнитных силовых линий происходит вблизи подсолнечной точки магнитопаузы, в то время как при северной ориентации — в областях каспов или даже на еще более высоких широтах. При этом различный характер приобретает и течение плазмы.

1.4.2. Структура магнитосферы. В магнитосфере выделяют две основные области, заполненные плазмой с различными свойствами: внутреннюю и внешнюю. Внутренняя область (до расстояний $\sim 4R_E$ в экваториальной плоскости) — плазмосфера — образована низкотемпературной плазмой, обладающей довольно высокой плотностью. Плазмосфера структурно и генетически связана с ионосферой, являясь как бы ее продолжением. Движение плазмы здесь преимущественно контролируется коротационным электрическим полем Земли. Внешняя область заполнена как высокотемпературной, так и сравнительно низкотемпературной плазмой, образованной захваченными и квазизахваченными частицами. Эти два состояния плазмы обусловлены исходной природой заряженных частиц: горячая плазма инжектируется через дневную магнитопаузу, а также со стороны магнитного шлейфа, в то время как тепловая поступает из ионосферы за счет механизма гидродинамического ускорения легких ионов (так называемого полярного ветра), а также ускорения за счет продольных электрических токов в авроральных областях. Движение тепловой плазмы во внешней области в основном контролируется крупномасштабными электрическими полями, обусловленными магнитосферной конвекцией, благодаря которой и возникают направленные вдоль магнитных силовых линий системы электрических токов, замыкающихся через полярную ионосферу. Границу, ограничивающую плазмосферу, в которой длительно накапливается тепловая плазма, называют плазмопаузой. Вблизи этой границы происходит резкое "обрезание" тепловых ионов [160].

Энергетический спектр и плотности потоков заряженных частиц, захваченных в магнитную ловушку в магнитосфере, характеризуют системой геомагнитных инвариантных координат B, L [138]; соответственно максимумы интенсивности захваченных частиц различных энергий приходится на разные L -оболочки. При описании динамики захваченной радиации обычно исходят из условия сохранения адиабатических инвариантов (см. § 5.2). Частицы движутся по сложным траекториям, определяемым их вращением вокруг силовой линии, колебанием между полушариями (от одной зеркальной точки до другой) и долготным дрейфом. В случае, когда угол, образуемый векторами скорости частицы и напряженности магнитного поля (питч-угол) становится меньше критического и зеркальная точка частицы опускается вплоть до высот ионосферы, частица гибнет при соударениях с атомами и молекулами верхней атмосферы.

С движением энергичных заряженных частиц связано возбуждение плазменных волн в широком диапазоне от сотых долей Гц (УНЧ) и сотен Гц (КНЧ) до десятков кГц (ОНЧ). Эти волны, являющиеся результатами коллективных взаимодействий в плазме, генерируются за счет преобразования в излучение части кинетической энергии заряженных частиц. Они наблюдаются как в дискретной, так и в шумовой формах. Источниками свободной энергии плазменных волн могут служить возникающие в магнитосфере резкие пространственные градиенты плотности, инверсные энергетические распределения или сильная анизотропия в распределении частиц по питч-углам [160]. Волны генерируются также в процессе магнитосферно-ионосферных взаимодействий, когда электроны, обуславливающие мощные трехмерные системы электрических токов, обладают высокой дрейфовой скоростью. В свою очередь, распространяющиеся в магнитосфере плазменные волны влияют на функции распределения заряженных частиц по скоростям на различных L -оболочках и могут быть источником локального энерговыделения [161, 162].

Средняя плотность заряженных частиц внутри магнитосферы регулируется балансом между источником поступления и потерями. Мы видели, что одним из источников служат частицы солнечного ветра (электроны, протоны и α -частицы), переносимые во внутренние области магнитосферы с ее границы флуктуирующими магнитными и электрическими полями. Другим источником являются частицы ионосферы, откуда в магнитосферу поступают, помимо электронов, также ионизованные водород, гелий, азот и кислород, образующиеся вследствие фотохимических процессов. Охваченная среднеширотными силовыми линиями и расположенная на сравнительно небольшом удалении от Земли плазмосфера заполнена в основном протонами, образующимися в ионосфере в процессах перезарядки ионов кислорода и атомарного водорода, и ионами He^+ и O^+ , но во время магнитных бурь относительная доля и энергия тепловых ионов O^+ резко возрастает, достигая десятков процентов. Начиная примерно с 60° геомагнитной широты, дрейфующая ионосферная плазма образует уже упоминавшийся полярный ветер, представляющий собой довольно разреженный восходящий сверхзвуковой поток низкоэнергичных протонов и ионов гелия. Сильные пространственно-временные вариации этого потока, по-видимому, обусловлены сложным характером высокоширотной магнитосферной кон-

векции и нестационарным характером этого явления в реальной магнитосфере [163—166,а].

В области овала полярных сияний и полярной шапки (ПШ) происходят наиболее динамичные процессы проникновения в атмосферу энергии солнечного ветра и ее диссипации, что вызывает ряд уникальных явлений, таких, как чрезвычайно сильное поглощение радиоволн в ПШ, вспышечные высыпания энергичных частиц, аномальные вариации температуры и химического состава в ионосфере, связанные с изменениями ММП, возбуждение продольных токов особенно большой амплитуды и, конечно, полярные сияния. В периоды с интенсивным $B_z > 0$ в ПШ появляются, например, дуги — двухслойные структуры продольных токов с пространственным масштабом в несколько десятков километров и токами $\sim 10^{-6}$ А/м. Эти структуры, ориентированные на Солнце, наблюдались в ночном секторе ПШ [167]. Обстоятельный обзор явлений и физики процессов в полярной верхней атмосфере содержится в сборнике [168], а также в [169—171].

Обнаруживаемые над дискретными формами полярных сияний протоны, ионы гелия и кислорода служат еще одним источником частиц магнитосферы. Механизм их образования, по-видимому, связан с локальным разогревом ионов ионосферной плазмы по поперечной компоненте скорости при взаимодействии с волнами и ускорением ("высасыванием") этих ионов вдоль магнитных силовых линий, проектирующихся на активные авроральные зоны. Предполагается, что образующиеся таким путем горячие ионы кислорода могут играть важную роль в динамике кольцевого тока [172, 172,а].

Что касается потерь частиц из магнитосферы, то они определяются, во-первых, обменом с солнечной плазмой через магнитопаузу и эжекцией магнитосферной плазмы в магнитный шлейф и, во-вторых, рассеянием быстрых частиц на электромагнитной турбулентности (источником которой в магнитосфере служит главным образом циклотронная неустойчивость) с последующим высыпанием и поглощением в атмосфере. Характерными проявлениями механизма циклотронной неустойчивости, сопровождающимися высыпанием частиц в верхнюю атмосферу, являются пульсирующие полярные сияния, различные типы низкочастотных электромагнитных излучений магнитосферного происхождения, возбуждение микропульсаций геомагнитного поля. Все эти явления так или иначе связаны с возникновением электрических полей и токовыми системами в магнитосфере и ионосфере, приводящими к энергомассообмену в процессах магнитосферно-ионосферного взаимодействия.

1.4.3. Геомагнитные возмущения и полярные сияния. Сложная картина взаимосвязей магнитосферы, ионосферы и нейтральной верхней атмосферы Земли схематически показана на рис. 1.4.3, к которому мы будем неоднократно обращаться. За счет генерации в магнитосферной плазме электрических полей обеспечивается ускорение ("отток") частиц из ионосферы и, в то же время, инжекция магнитосферной плазмы в верхнюю атмосферу, что приводит к возникновению полярных сияний, дополнительной ионизации атмосферных компонент и, соответственно, к повышению электронной концентрации в ионосфере. Токи в магнитосфере, направленные вдоль магнитных силовых линий, возбуждают глобальную токовую систему в ионосфере; от скорости ее изменения и степени ионосферной проводимости

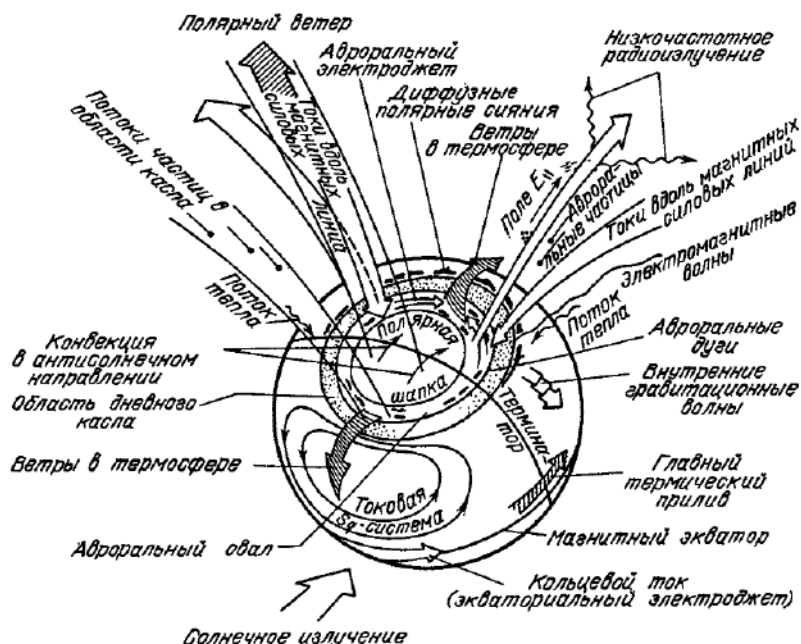


Рис. 1.4.3. Схематическое изображение основных процессов взаимодействия магнитосферы с ионосферой и нейтральной верхней атмосферой Земли [168, 173]

зависит, в свою очередь, эффективность проникновения высокоширотных электрических полей магнитосферы до средних широт, с чем связана динамика плазмосферы, положение плазмопаузы и интенсивность кольцевого тока.

Представления о механизме формирования и составе частиц кольцевого тока до недавнего времени были весьма ограничены. В последние годы спектр и состав образующих его ионов были определены в экспериментах [174]. Известно, что сила кольцевого тока возрастает при инжекции энергичных частиц со стороны магнитного шлейфа и из других областей внешней магнитосферы в ее внутреннюю зону (на $\sim 2,5 - 4 R_E$) за счет интенсивных нестационарных электрических полей. Главную роль здесь, по-видимому, играют процессы магнитосферной конвекции вдоль плазмен-

ного слоя со скоростью, определяемой соотношением $\mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$, где \mathbf{E} и \mathbf{B} —

напряженности, соответственно, электрического и магнитного полей. Существенный вклад в силу кольцевого тока, вероятно, вносит также эжекция и захват частиц ионосферной плазмы из авроральных областей, ускоряемых за счет электрических полей вдоль соответствующих магнитных силовых линий, а также нагреваемых по поперечной компоненте в результате плазменных неустойчивостей. Максимум интенсивности кольцевого тока, по-видимому, создается частицами с энергиями ~ 200 кэВ [172]. Распад кольцевого тока после главной фазы магнитной бури происходит со скоростью, приблизительно на порядок меньшей ско-

рости инжекции. Он, скорее всего, вызывается процессами перезарядки ионов при рассеянии на нейтралах экзосферы, а также турбулентной диссипацией энергии при ионно-циклотронном взаимодействии энергичных частиц кольцевого тока с холодной плазмой плазмосферы [175–178].

В целом последовательность процессов с участием электрических полей выглядит по существующим представлениям [179–182] следующим образом: при натекании солнечного ветра генерируется (путем механизма электромагнитного динамо) электрическое поле во внешней магнитосфере с незамкнутыми магнитными силовыми линиями; благодаря связи этой области с полярной ионосферой там также возбуждается электрическое поле; вследствие ионосферной проводимости (а также, возможно, альвеновскими волнами) электрическое поле из области полярной шапки электростатически передается в области средних и приэкваториальных широт; это поле, совместно с коротационным электрическим полем Земли, влияет на параметры и динамику плазмы в ионосфере и во внутренней магнитосфере с замкнутыми силовыми линиями, где важную роль играет также степень электропроводности ионосферы. Последнее наиболее существенно для области ионосферы вблизи плазмопаузы, поскольку электрические поля, обусловленные крупномасштабной магнитосферной конвекцией, могут сильно изменять ионосферную проводимость и тем самым модифицировать токовую систему во всей ионосфере. Заметим, что, помимо основной компоненты E_{\perp} , перпендикулярной вектору напряженности магнитного поля B , при определенных условиях существенное влияние на характер движения электронов и ионов — особенно в высокоширотных областях магнитосферы и ионосферы, над полярными сияниями, — может оказывать также компонента E_{\parallel} и связанные с нею продольные токи Биркеланда в авроральных формах [183].

Токами, наводимыми в ионосфере (главным образом, в слое E) при движении проводящего газа в магнитном поле Земли, вызываются магнитные вариации, среди которых на средних и низких широтах выделяют хорошо известную спокойную солнечно-суточную компоненту S_q (см. рис. 1.4.3). На нее накладывается относительно небольшая лунно-суточная компонента L [121, 138, 184]. Эти вариации зависят от распределения электронной концентрации в E и F слоях вследствие анизотропного характера проводимости, а также от мгновенной системы ветров и волновых движений в ионосфере. Их средние характеристики удовлетворительно объясняются в рамках теории атмосферного динамо, если не учитывать эффектов удаленных продольных и других магнитосферных токов. В нижележащем ионосферном слое D , обладающем значительно более низкой проводимостью, электродвижущая сила индуцируется только в периоды солнечных вспышек, с чем связано появление дополнительной токовой системы в ионосфере (S_{qa}). Однако наиболее сильные дополнительные токи, накладывающиеся на токовые системы S_q и L (DP -токи), циркулируют в период магнитного возмущения в высокоширотной ионосфере, особенно на ночной стороне; они непосредственно связаны с магнитосферными суббуриями. Выделяют также DCF -токи по магнитопаузе, нестационарные токи при внезапном начале больших магнитных бурь S_c и поле кольцевого тока DR , с которыми связаны многие эффекты магнитосферно-ионосферного взаимодействия.

Эти токовые системы отражают отклик Земли как небесного тела, обладающего собственным магнитным полем и определенной проводимостью его твердой, газовой и плазменной оболочек, на воздействие натекающего солнечного ветра и изменение параметров межпланетного магнитного поля. Количественной мерой такого воздействия, регистрируемого по изменению напряженности магнитного поля на земной поверхности, служат различные индексы геомагнитной активности, позволяющие оценить средние значения интенсивности солнечного ветра (степень возмущенности потока и поля) и передачу его массы, количества движения и энергии магнитосфере. Эти индексы можно, таким образом, считать среднестатистическими мерами кинетической энергии популяций частиц, образующих глобальные токовые системы [138, 172]. Наиболее распространенными и широко используемыми являются планетарные трехчасовые индексы K_p (изменяющиеся логарифмически с амплитудой магнитных вариаций в пределах 0—9) и суточные планетарные индексы A_p , представляющие собой сумму восьми значений K_p для каждого дня. При определении этих индексов на международной сети магнитных обсерваторий делаются необходимые поправки на изменения поля, обусловленные вариациями S_q , S_{qa} , L , DR и S_c . Наряду с K_p и A_p используются также индексы AE и D_{st} . Первый из них (часовой, 15-минутный или 2,5-минутный), регистрируемый на долготной цепочке авроральных и магнитных обсерваторий, служит мерой интенсивности (амплитуды) магнитных вариаций за счет авроральной электроструи (см. § 1.6), а второй (часовой) служит мерой силы симметричной части кольцевого тока, обусловленного энергичными частицами на захваченных траекториях. Изучению практически важного вопроса о выборе наилучшей системы индексов как меры геомагнитной возмущенности и степени их корреляции с определенными параметрами солнечного ветра посвящено большое число работ. Критический анализ этой проблемы проведен Акасофу [153] одновременно с рассмотрением механизмов передачи энергии в магнитосферу. По мере уточнения знаний о физических механизмах, генерирующих те или иные эффекты, подход к индексам и их использование меняются, появляются новые, более адекватные индексы, такие, как VB_z , ММП (приток энергии солнечного ветра в магнитосферу), индексы пульсаций магнитного поля (моменты начала суббурь и микросуббурь), широта Λ_0 Г.Д.В. экваториальной границы диффузных вторжений электронов в ионосферу (которая определяет полярную стенку провала концентраций частиц в околополуденном секторе местного геомагнитного времени) и др.

Наглядным проявлением мощных процессов энергомассообмена и взаимодействия токовых систем в высокоширотной верхней атмосфере, сопровождающих состояния сильной геомагнитной возмущенности, являются полярные сияния (ПС). Они относятся к наиболее известным феноменам во всей многозвенной цепи солнечно-земных связей. ПС происходят практически непрерывно в той или иной форме в зоне полярных овалов, располагающихся несимметрично относительно геомагнитных полюсов в северной и южной полусферах по краям полярных шапок (рис. 1.4.3). Наиболее близко овалы подходят к геомагнитным полюсам на дневной стороне и наиболее удалены от них на ночной. Вдоль полосы

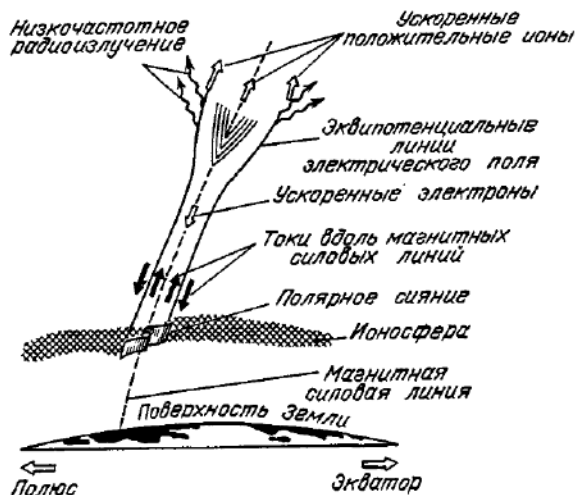


Рис. 1.4.4. Меридиональное сечение в районе полярного овала, показывающее процессы взаимодействия с геомагнитным полем электрических полей и токов, с которыми связано возникновение полярного сияния [173]

овала практически постоянно усилено диффузное авроральное свечение, а также вытянуты дискретные сияния различной формы и интенсивности. В спокойных геомагнитных условиях границы ПС лежат, соответственно, на 78° и 68° геомагнитной широты. Интенсивные ПС преимущественно происходят на ночной стороне, но иногда бывают и на дневной, а во время сильных магнитных бурь яркие дискретные формы сияний охватывают всю зону овала, в пределах 360° вокруг геомагнитного полюса [171]. При высыпании частиц магнитосферного происхождения (главным образом, электронов и протонов) ударно возбуждаются атмосферные атомы и молекулы, в результате излучаются световые кванты в некоторых характерных линиях и полосах, среди которых особенно выделяются молекулярные системы полос и ряд запрещенных и разрешенных линий кислорода и азота (см. [168, 185–187] и разд. 1.4.4), создающих наблюдаемую цветовую гамму. От энергетического спектра электронов и/или протонов и пространственно-временных характеристик механизма ускорения зависят типы и интенсивность ПС. Морфологически сложная картина этого явления обусловлена, кроме того, структурой и эволюцией токовых систем вдоль магнитных силовых линий, микроструктурой электрического и магнитного полей внутри отдельных дуг свечения и общей динамикой полярной шапки и зоны овала во время суббури.

Схематическое изображение процессов, сопровождающих высыпание частиц и связанных с возбуждаемыми токовыми системами и полями вдоль ориентированной в область ПС силовой линии геомагнитного поля, показано на рис. 1.4.4 [173, 177]. Эта схема в целом отражает современную физическую концепцию возникновения ПС, согласующуюся с результатами скоординированных атмосферно-магнитосферных измерений.

Исследования планетарных магнитосферных процессов и генезиса ПС проводились на спутниках серии "Космос", по программе "Интеркосмос" и на спутниках "Ореол-1,2" в СССР, на серии спутников "Атмосферик Эксплорер" (AE), "ISIS-1,2", "ISEE-1,2" в США. Подробные обзоры этих, а также многочисленных ракетных экспериментов в зонах ПС приведены в [188—198]. Новый этап исследований в этом направлении начался в 1981 г., когда была осуществлена детальная координация одновременных измерений со спутников и наземных геофизических станций в Арктике и Антарктиде [199—203], проведение целенаправленных космических экспериментов по искусственному воздействию на магнитосферу мощными радиоволнами, излучаемыми с Земли [204], акустическими волнами от исследовательских химических взрывов значительной мощности [199, 205], выпуском облаков ионов в магнитосфере [206, 207]. Важную роль на этом этапе исследований сыграли измерения на спутниках "Ореол-3" [199, 208—212, 205], "Интеркосмос-Болгария-1300" [201, 213, 214], "Динамикс Эксплорер-1,2" (DE) [202, 215], на трех спутниках по программе AMPTE [203, 206, 207], а также длительные измерения в дальнем хвосте магнитосферы на спутнике "ISEE-3" в 1983—84 гг. [216, 217].

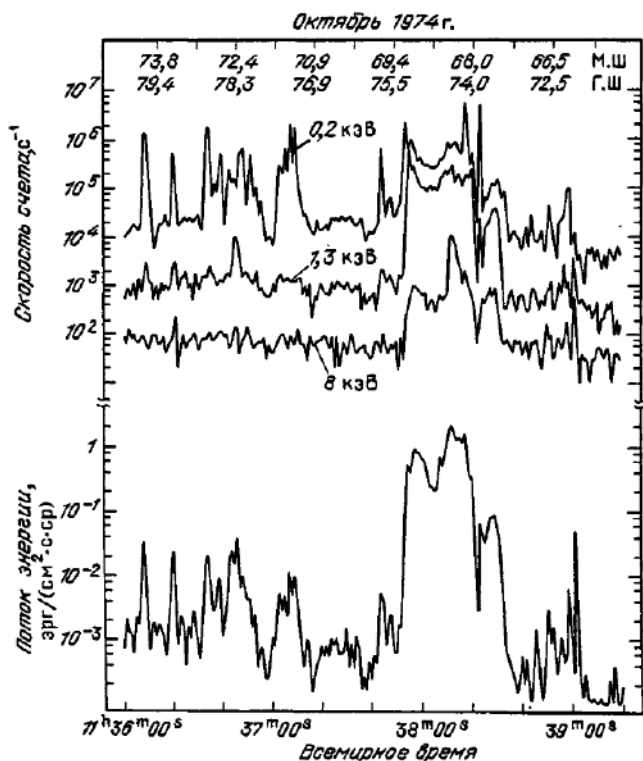
Во время магнитных бурь электроны, захваченные в магнитосфере, ускоряются до энергий в десятки кэВ и до нескольких МэВ. Ускорение относят на счет бетатронного механизма и возникновения плазменных неустойчивостей. В энергетике и возбуждении свечений в зонах ПС определяющую роль играет, однако, относительно мягкая компонента с энергиями ~ 10 —20 кэВ (рис. 1.4.5). Время высыпания частиц во вспышечных ярких формах обычно не превышает нескольких минут, однако стабильные, вытянутые вдоль параллелей дуги могут существовать несколько часов. Изображенное на рис. 1.4.4 взаимодействие токовых систем, диссипация энергии которых обеспечивает основной энергоприток в высокоширотную термосферу, служит иллюстрацией ранее высказанных соображений относительно природы ПС.

Заметим, что прямое обнаружение на "Ореоле-3" диспергированных по энергии вторжений ионов H^+ и O^+ (эти вторжения получили название косых L -структур [218]) явилось экспериментальным доказательством того, что овал ПС является проекцией плазменного слоя магнитосферы, т.е. овал проектируется на замкнутую основную, центральную часть протяженного плазменного слоя хвоста магнитосферы (примерно от 6 до $\sim 30 R_E$ на ночной стороне), в то время как диффузная авроральная зона к экватору от овала проектируется на околоземной край плазменного слоя, содержащий внешний пояс радиации. Это существенно отличается от точки зрения ряда исследователей (см., например, [219, 220]), согласно которой овал проектируется на пограничную часть плазменного слоя в хвосте, а центральная часть плазменного слоя — на диффузную авроральную зону к экватору от овала.

Как уже отмечалось, в высокоширотной магнитосфере происходит ускорение как ионов солнечного ветра, так и ионов ионосферного происхождения. В свою очередь, наблюдаемые типичные полосовые структуры авроральных вторжений электронов (типа "перевернутое V") являются результатом их адиабатического ускорения вниз в восходящем продольном токе при стратификации магнитосферной конвекции. Интенсивные микро-



Рис. 1.4.5. Одновременная регистрация энергии высыпавшихся электронов и возбуждаемого ими свечения со спутника 21.10.1974 г., 21^h LT, на широте около 75° N: а) фотография (негатив) двух параллельных ярких авроральных полос типа "перевернутого V"; б) одновременно зарегистрированные потоки высыпавшихся электронов с энергиями 0,2; 1,3 и 8 кэВ (отнесенные к скорости счета, с⁻¹) и суммарный поток энергии электронов в интервале 0,2–20 кэВ на высоте 830 км (нижняя кривая). Значения магнитной (МШ) и сопряженной географической (ГШ) широты на верхней горизонтальной оси приведены к высоте дуг свечения (≈ 100 км). Максимальный поток энергии в зоне дуг на момент ~ 11^h38^m составляет около 2 эрг/см² · с · стер [192]



масштабные продольные токи с характерным поперечным размером порядка 0,03–1 км соответствуют лучистым формам сияний, в то время как дискретные авроральные дуги являются результатом радиального градиента плотности горячей плазмы в плазменном слое магнитосферы [208–212]. Недавно по измерениям со спутника "Ореол-3" на полярном краю ночного овала во время суббурь обнаружен другой тип диспергированных вторжений ионов. Они являются непосредственным результатом ускорения частиц в дальнем хвосте — на внешней (полярной) границе плазменного слоя — в процессе пересоединения силовых линий, т.е. аннигиляции магнитного поля, вероятно, связанной с движением плазмоида — замкнутого магнитного пузыря, заполненного горячей плазмой, возникающего в области нейтрального слоя во время суббурь.

На рис. 1.4.4 условно показана также генерация мощных длинноволновых электромагнитных волн в диапазоне 50–500 кГц (так называемое авроральное километровое радиоизлучение), регистрируемых над зонами ПС в областях ускорения частиц. Механизм их генерации, по-видимому, аналогичен механизму радиоизлучения декаметрового диапазона, обнаруженного у планет-гигантов [221], и связан с неустойчивостью интенсивных продольных токов в ярких дискретных ПС. Иногда над областями ПС возникают мощные локализованные всплески высокочастотного радиоизлучения в диапазоне гирочастоты, плазменной частоты электронов, частоты верхнего гибридного резонанса. Некоторая часть этих излучений проникает сквозь ионосферу до поверхности Земли и регистрируется как шум на радиоприемниках сетевого диапазона.

К сожалению, приведенная на рис. 1.4.4 схема носит, в основном, качественный характер и пока не получила строгого теоретического обоснования, хотя предложены и количественные модели. Вместе с тем она несомненно отражает ряд фундаментальных физических процессов магнитосферно-ионосферного взаимодействия и "передачи" электрических полей, более полная картина которых представлена на рис. 1.4.3. Подробное рассмотрение проблемы генерации токовых систем ПС в плазменном слое магнитосферы, определяющих процессы ускорения электронов и ионов, выходит за рамки данной монографии, и мы отсылаем читателей, интересующихся этой проблемой, к специальным работам и обзорам (см., например, [169–171, 181, 182, 208, 194, 195, 218, 222]). Попутно заметим лишь, что эти процессы, как мы в дальнейшем увидим, во многом определяют также структуру и динамику нейтральной верхней атмосферы и ионосферы, одновременно оказывая сильное влияние на атмосферную химию и распределение компонент. Не случайно поэтому изучение полярных сияний как одного из важных разделов аэронауки уже в течение многих десятилетий (со времени первой арктической экспедиции Биркеланда и теоретических работ Штермера) привлекает к себе пристальное внимание исследователей.

1.4.4. Атмосферные эмиссии. Помимо проблемы генезиса ПС, для аэронауки большой интерес представляет изучение эмиссионных спектров, возбуждаемых в зонах ПС, которые вместе со спектрами свечения дневного (dayglow) и ночного (nightglow) неба, а также данными о закономерностях вариаций рассеянного света несут важную информацию о характере и динамике аэронауических процессов, о волновых и ветровых движениях, разогреве и перемешивании верхней атмосферы, будучи надежным сред-

ством ее дистанционного зондирования, как наземными инструментами, так и особенно при использовании ИСЗ и высотных ракет [186, 187а, 223].

Атмосферные эмиссии отличаются исключительно большим разнообразием; их изучение составляет специальный раздел аэронауки. Не касаясь здесь сколь-нибудь подробно этой проблемы, отметим, что преобладающими механизмами возбуждения dayglow служат резонансное рассеяние солнечного света, возбужденные состояния продуктов фотодиссоциации и фотоионизации и неупругое рассеяние энергичных фотоэлектронов. В далекой и крайней ультрафиолетовой области спектра ($100 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 2000 \text{ \AA}$) основными в верхней атмосфере Земли являются эмиссии $\text{HI } L_\alpha$ и L_β , $\text{OI } 1304$ и 1356 \AA , полосы N_2 Лайман — Бэржа — Хопфильда (LBH), $\text{NI } 1134, 1200$ и 1493 \AA и многочисленные линии, обусловленные переходами N_2 , NI и NII в окрестности 1000 \AA . Так, одним из характерных признаков спектров dayglow и ПС служит линия $\text{NII } 1085 \text{ \AA}$, возбуждаемая в процессах фотодиссоциации и диссоциативной ионизации N_2 энергичными электронами. В крайнем ультрафиолете в спектре dayglow преобладают линии $\text{HeI } 584 \text{ \AA}$, $\text{OII } 834 \text{ \AA}$, $\text{OI } 989 \text{ \AA}$, серия линий OII между 400 и 834 \AA , которую продолжает ряд эмиссионных характеристик азота между 850 и 1000 \AA [223]. Для дистанционного определения состава и температуры верхней атмосферы со спутников наилучшие результаты дают измерения в спектрах dayglow полос $\text{LBH } \text{N}_2$, второй положительной системы полос $\text{OI } 1356 \text{ \AA}$.

Ряд интересных особенностей в вакуумном ультрафиолете содержат спектры nightglow. В частности, регистрация спектрально разрешенного континуума $\text{OI } 911 \text{ \AA}$ в низких широтах наряду с одновременными измерениями эмиссий $\text{OI } 1304 \text{ \AA}$ и 1356 \AA служит указанием на механизм радиативной рекомбинации O^+ как источник тропических дуг. В свою очередь, эмиссии $\text{OII } 834 \text{ \AA}$, позволяющие определить пространственную плотность ионов O^+ , могут использоваться для диагностики ионосферного слоя F в дневное время суток, а резонансное рассеяние солнечного света в линии $\text{He II } 304 \text{ \AA}$ служит средством оптического мониторинга дневной плазмосферы. Существенно, что выпадение нейтральных частиц из кольцевого тока сопровождается характерными эмиссиями в диапазонах далекого и крайнего ультрафиолета на высотах термосферы [224], измерения интенсивностей которых позволяют оценивать энергетические потери кольцевого тока и, одновременно, степень разогрева ночной термосферы.

В авроральных областях земной атмосферы важную информацию об энергии выпадающих электронов дает регистрация на ИСЗ и высотных ракетах рентгеновских спектров и получение изображений ПС в этой области спектра, что помогает, в частности, корректно сформулировать граничные условия при моделировании процессов магнитосферно-ионосферных взаимодействий. Одновременно с рентгеновскими, измерение УФ спектров, обычно легко выделяемых над фоном dayglow или nightglow *), дает возможность оценить вклад источников вторичного электронного воз-

*) Это обусловлено ным спектральным распределением характерных линий и полос, поскольку в ПС преобладает ударное возбуждение атомов и молекул на высотах, расположенных ниже в атмосфере, а атмосферное поглощение сильнее модифицирует регистрируемые спектры.

буждения атмосферных атомов и молекул и определить вариации химического состава термосферы.

В ближней ультрафиолетовой и видимой областях спектра ($2000 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 7000 \text{ \AA}$), значительная часть которых доступна классическим измерениям наземными средствами, определяющую роль также играют многочисленные эмиссии dayglow и ПС, связанные с возбуждением различных состояний O_2 и N_2 [225]. Наряду с этим существенное значение в диагностике состава и структуры земной термосферы имеют также эмиссии NO (континуум nightglow), OH, H_2O^+ , Ca^+ , Na и некоторые другие. Самой характерной является возбуждаемая при дезактивации состояния $O(^1D)$ эмиссия OI 6300 \AA , по измерениям морфологии которой получены достаточно надежные данные о пространственно-временных распределениях кинетической температуры газа. Хорошо известны эмиссии, обуславливаемые рекомбинацией атомов O в тройных столкновениях и приводящие к возбуждению I и II систем полос Герцберга (соответственно $A \rightarrow X$ и $c \rightarrow X$), системы Чемберлена ($A' \rightarrow a$) и ряда полос в ИК области спектра (при дезактивации возбужденных a и b состояний). В то же время в спектрах Венеры были обнаружены новые полосы $c \rightarrow X$, присутствие которых объясняется необычной релаксацией колебательно-возбужденных состояний O_2 . В спектрах Венеры наблюдались также полосы O_2 , связанные с переходами $c \rightarrow a$, наряду с рядом спектральных признаков CO_2 и CO (в том числе камероновских полос CO ($a \rightarrow X$)), характерных также для спектров свечения верхней атмосферы Марса (см. [226] и § 1.7).

Наконец, ИК область спектра ($\lambda > 7000 \text{ \AA}$) особенно информативна при диагностике верхней атмосферы на уровнях вблизи мезопаузы, в нижней термосфере. Для Земли большой интерес представляет изучение вариаций полос гидроксила, возникающих при переходах с различных колебательных уровней, и отношений интенсивности полос OH, характеризующих распределение заселенностей этих уровней. Измерения nightglow в полосах OH несут важную информацию об атмосферных параметрах и кинетике аэрономических процессов, в частности, о фотохимических механизмах, с которыми связано возбуждение гидроксильных эмиссий, а также о потоках энергии, переносимой через мезопаузу внутренними гравитационными волнами, которые приводят к периодическим изменениям интенсивности полос OH [227]. По этим изменениям удастся проследить взаимосвязь вариаций параметров термосферы с процессами в тропосфере. Из других эмиссий, особенно тех, которые существенно влияют на энергетику термосферы путем ее охлаждения в ИК полосах спектра, необходимо упомянуть полосы CO_2 (15 мкм и 5,3 мкм), NO (5,3 мкм), H_2O (6,3 мкм), H_2O^+ (3,6 и 7,1 мкм), O_3 (9,6 мкм), O_2 ($^1\Delta$) 1,27 мкм, атмосферную систему O_2 ($b^1\Sigma$) и др. Эти эмиссии рассмотрены подробнее в § 7.1.

Отметим также, что существенный вклад в изучение регулярных колебаний макропараметров (температуры и плотности газа, количества аэрозолей) вносят данные о вариациях сумеречного рассеянного света в верхней атмосфере Земли. По интенсивности собственного свечения сумеречного неба удастся проследить также суточно-сезонный ход в содержаниях атомарного кислорода, водорода, гелия натрия, гидроксила.

§ 1.5. Нейтральная верхняя атмосфера и ионосфера Земли

1.5.1. Структура и химический состав средней атмосферы, термосферы и экзосферы. Структура верхней атмосферы Земли и номенклатура основных выделяемых областей показаны на рис. 1.2.1. Под верхней атмосферой обычно понимают области, лежащие выше стратосферы (30–50 км). В последние годы, однако, сюда стали относить и области, расположенные выше тропопаузы (≈ 10 –15 км), и весь интервал высот от этого уровня до мезопаузы, включая нижнюю термосферу ($\lesssim 110$ км), называют теперь средней атмосферой. В верхней части средней атмосферы и в находящейся над ней термосферой происходит основной энергообмен, обусловленный прямым поглощением солнечного коротковолнового излучения в диапазоне далекого ультрафиолета и мягкого рентгена (примерно от 2000 до 10 Å), а также — после промежуточных процессов ускорения в магнитосфере — частиц солнечной плазмы. В нижележащих областях средней атмосферы поглощается более длинноволновая часть ультрафиолетовой радиации (4000–2000 Å), ответственная, в частности, за образование озоносферы, а также высокоэнергичные солнечные протоны (до ~ 30 МэВ), генерируемые при вспышках, и галактические космические лучи.

Помимо поглощения энергии солнечной электромагнитной и корпускулярной радиации, значения таких важнейших параметров верхней атмосферы, как температура, плотность, химический состав, во многом определяются переносом массы, энергии и количества движения из нижележащих областей средней атмосферы, а также процессами магнитосферно-ионосферного взаимодействия. Последнее находит наиболее сильное выражение в распределении параметров высокоширотной термосферы и ионосферы вследствие диссипации энергии высыпавшихся частиц и возбуждаемой токовой системы и, как следствие, мощного разогрева, сопровождаемого возникновением больших локальных градиентов плотности и динамического обмена [228, 229].

Атмосфера до высоты ≈ 120 км (уровня гравитационно-диффузионного разделения газов) остается хорошо перемешанной, со средним молекулярным весом $\bar{M} = 28,9$. Этот уровень служит, таким образом, границей между гомосферой и гетеросферой. Его также называют турбопаузой, характеризуя тем самым высоту, начиная с которой турбулентное перемешивание перестает быть эффективным. Несмотря, однако, на постоянство \bar{M} в средней атмосфере, ее состав подвержен большим изменениям, касающимся малых (примесных) компонент. Это связано с чрезвычайно большой сложностью химических процессов, в первую очередь в стратосфере и (в меньшей мере) мезосфере и нижней термосфере.

Вначале полезно дать самые общие представления о химическом составе верхней атмосферы, определяющем в целом ее глобальную структуру и отвечающем средним невозмущенным условиям. Мы коснемся также проблемы вариаций состава, обусловленных различным характером возмущений и атмосферной динамикой.

Высотные профили малых газовых компонент в средней атмосфере приведены на рис. 1.5.1. В их продуцировании и исчезновении при относительноном содержании 10^{-13} – 10^{-5} от основных составляющих (N_2 , O_2 и Ar,

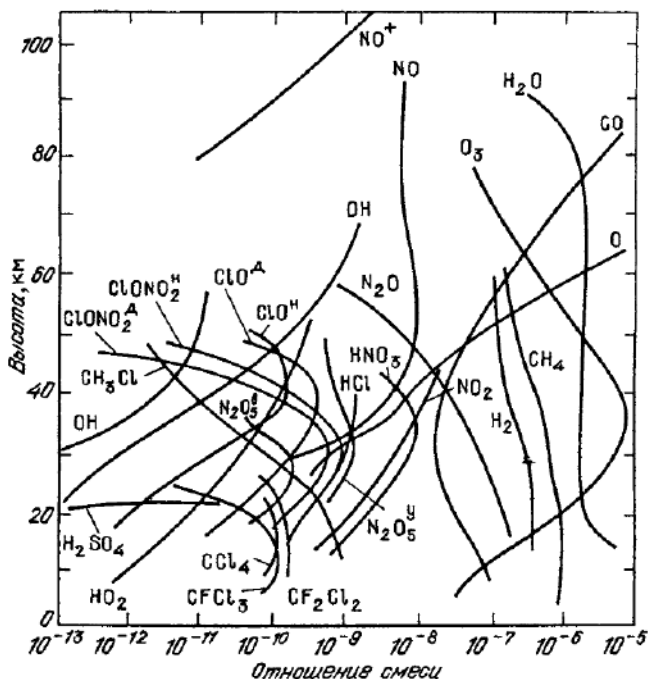


Рис. 1.5.1. Высотные профили концентрации малых компонент в средней атмосфере. Концентрации указаны в виде отношения смеси (по объему), т.е. относительно единичного объема, образованного суммой основных компонент N_2 , O_2 и Ar . Индексами д, и, у, в обозначены, соответственно, содержания компонент днем, ночью, утром и вечером [173]

см. табл. 1.2.1), наряду с фотохимическими и химическими реакциями в самой атмосфере, фазовыми превращениями, процессами обмена по вертикали и горизонтального переноса, важную роль играет сложный комплекс физико-химических и биологических процессов взаимодействия атмосферы с литосферой, гидросферой и биосферой. В силу чрезвычайно богатого "набора" реакций, протекающих в стратосфере-мезосфере в газообразной фазе, эту часть атмосферы иногда называют хемосферой.

Химия средней атмосферы и, в значительной степени, термосферы так или иначе связана с образованием химически активного атомарного кислорода. Его поступление начинается уже в стратосфере за счет фотодиссоциации O_2 (от границы континуума $\lambda < 2424 \text{ \AA}$), причем частично продуцируется возбужденный кислород $O(^1D)$. В быстропротекающей реакции O_2 с O образуется озон O_3 , который сам является эффективным поглотителем УФ-радиации в диапазоне $\lambda < 3800 \text{ \AA}$. В этой фотохимической реакции, а также в реакции O_3 с O озон быстро разрушается, а атомы O рекомбинируют. Описанная последовательность процессов образует хорошо известный цикл Чепмена [118, 230].

На концентрацию озона существенное влияние оказывают также химические радикалы, такие, как NO , NO_2 , OH , HO_2 , Cl , ClO , поступление которых в озоносферу из тропосферы контролируется, главным образом,

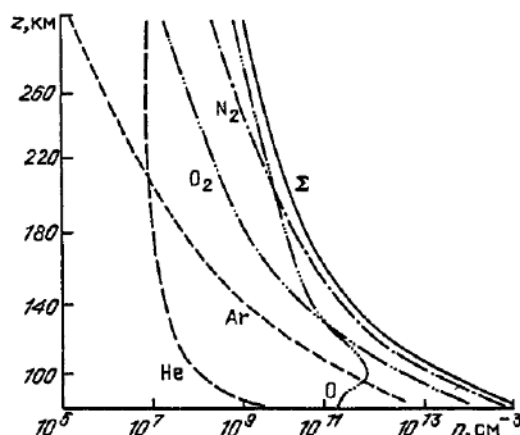
фотохимическими реакциями с участием галогеносодержащих соединений, метана, закиси азота и воды. В результате образуются дополнительные каталитические циклы уничтожения озона. В наблюдаемом процессе повышения в тропосфере концентрации родительских молекул названных радикалов, прежде всего хлористого и фтористого углерода CCl_2F_2 , CCl_3F (фреонов) и галогенкарбонатов ($\text{C}_2\text{H}_3\text{Cl}_3$, C_2Cl_4 и др.), а также N_2O и CH_4 , оказывающих влияние на эффективность парникового механизма, и следовательно, на среднюю температуру атмосферы у земной поверхности, все возрастающую роль играет антропогенный фактор [230–231а].

В радикал-радикальных реакциях в стратосфере образуется ряд промежуточных соединений, обладающих сравнительно невысокой каталитической активностью, но легко разлагающихся на исходные радикалы фотохимическим путем. Это HNO_3 , ClONO_2 , H_2O_2 , HOCl , HO_2NO_2 и др. Для стратосферной химии существенно также образование гидрокарбонатов (H_2CO и др.) и CO . Другие продукты химических реакций служат исходными продуктами образования аэрозолей – это в первую очередь SO_2 и COS , на основе которых образуются капли серной кислоты (с концентрацией от 0,5 до 10 см^{-3}), сосредоточенные в стратосфере в слое на высоте около 20 км, а также NH_3 . Все эти малые газовые примеси, содержание которых обычно не превышает нескольких ppb, оказывают, тем не менее, сильное влияние не только на атмосферную химию, но и на процессы энергообмена в средней атмосфере, будучи эффективными поглотителями солнечной радиации; в свою очередь, с тепловым режимом связано изменение концентрации самих этих примесей по причине сильной температурной зависимости соответствующих химических реакций.

Химический состав атмосферы, лежащей над стратосферой (мезосферы, термосферы), как и процессы химических превращений в этих областях, в целом проще. Химия мезосферы и нижней термосферы в основном определяется атомарным кислородом, образующимся вследствие диссоциации УФ излучением в континууме Шумана – Рунге ($\lambda < 1750 \text{ Å}$), также с превращением значительной его доли в озон (особенно в ночные часы). Важной составляющей в мезосфере, а также в нижней термосфере, где начинается преобладание концентрации O над O_2 , является монооксид азота NO . Его содержание в значительной степени определяется балансом $[\text{N}]/[\text{NO}]$, т.е. зависит от концентрации атомарного азота, основным процессом образования которого служит, как известно [118], фотоионизация N_2 с последующей диссоциативной рекомбинацией, поскольку прямая фотодиссоциацией N_2 , в силу крайней медленности процесса, можно пренебречь. Сам NO наиболее эффективно продуцируется в реакциях столкновений с O_2 , причем главную роль играют атомы азота в возбужденном состоянии $\text{N}(^2D)$, поскольку реакции с участием атомов в основном состоянии $\text{N}(^4S)$ протекают значительно более медленно. Эвакуация NO происходит, в основном, через процессы фотодиссоциации и фотоионизации и путем вертикального транспорта [118, 168].

Атомарный азот, как и атомарный водород, образуется вследствие ионизационных процессов в средней атмосфере, сопровождающихся диссоциацией молекулярного азота и водяного пара; N и H инициируют цепочки каталитических химических реакций с участием кислорода и озона [173,

Рис. 1.5.2. Высотные профили нейтральных составляющих термосферы для средних условий солнечной активности



230. 232]. В этих реакциях выделяется скрытая химическая энергия исходных компонент, намного превосходящая их начальную кинетическую энергию, а каталитическое действие нечетных азота и водорода в виде соединений NO_x , HO_x значительно ускоряет деструкцию озона в реакции O_3 с O.

Водородсодержащие радикалы (такие, как OH, HO_2), фотохимическое время жизни которых меньше, чем NO_x , служат наиболее эффективным катализатором этой реакции в мезосфере, а радикалы NO — в стратосфере.

Преобладание N_2 — основной составляющей атмосферы у земной поверхности — сохраняется в среднем до высоты 180 км. Выше в термосфере начинает доминировать O, а еще выше — He и H (рис. 1.5.2). В зависимости от температуры отношение $n(\text{He})/n(\text{O})$ достигает максимума между 500 и 700 км, а $n(\text{H})/n(\text{He})$ — между 900 и 1800 км. Заметим, что если с ростом температуры концентрации N_2 , O_2 и O в термосфере возрастают, то концентрация N_2 вследствие увеличения скорости его диссоциации падает. Вариации содержания He носят более сложный характер: наблюдается возрастание $n(\text{He})$ в фазе минимума солнечной активности, причем наибольшее в зимнем полушарии ("зимнее гелиевое вздутие") [233, 234]. Этот эффект наиболее сильно проявляется над полюсами: выше 600 км различие в $n(\text{He})$ достигает порядка. В нижней термосфере водород, а также водородсодержащие соединения, такие, как CH_4 , H_2O , OH, являются малыми примесями, но они могут играть заметную роль в механизмах химических превращений и лучистого теплообмена наряду с NO, CO_2 , O_3 , а также с рядом метастабильных нейтральных и ионных компонент, оказывая тем самым влияние на структуру и энергетику вышележащих областей.

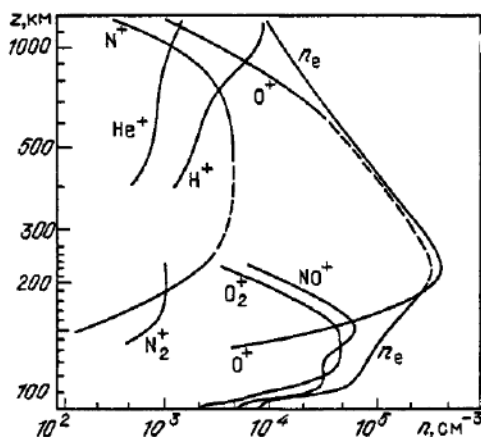


Рис. 1.5.3. Ионный состав земной ионосферы (n_e — профиль электронной концентрации)

1.5.2. Ионосфера. Процессы фотоионизации и ударной ионизации энергичными электронами основных и малых компонент, ответственные за формирование ионосферы, играют важную роль как в энергетике верхней атмосферы, так и в атмосферной химии. Эти процессы приводят к возникновению последовательностей важных аэрономических реакций, влияющих на состав нейтральной атмосферы, возбуждение эмиссий, каналирование поглощаемой электромагнитной и корпускулярной энергии и, в конечном итоге, на структуру и динамику отдельных областей. В то же время сама ионосфера оказывает сильное влияние на макроскопические свойства среды даже на уровнях в атмосфере с относительно невысокой электронной концентрацией, составляющей на $z = 100$ км не более $\sim 10^{-9}$. С ростом высоты плотность ионосферы, определяемая средней концентрацией электронов \bar{n}_e или ионов \bar{n}_i (обладающих соответственно зарядами e_e и e_i), растет, и она играет чрезвычайно важную роль в электродинамических взаимодействиях и атмосферной динамике в целом.

Следует подчеркнуть, что невозмущенный ионосферный газ остается электрически квазинейтральным, другими словами, $\bar{n}_i e_i + \bar{n}_e e_e \approx 0$, и $\bar{n}_i \approx \bar{n}_e$. Кроме того, в условиях равенства электронной и ионной температур ($T_e \approx T_i$) равны и давления электронного и ионного газа ($p_e \approx p_i$). Поскольку полное кинетическое давление газа $p_n = k(T_e \bar{n}_e + T_i \bar{n}_i)$, легко подсчитать, что давление ионизованного газа в ионосфере с максимумом $n_e \approx 10^6$ см $^{-3}$ на $z = 300$ км при $T_e \approx 1000$ К составит $p_n \approx 2 n_e k T_e \approx 5 \cdot 10^{-7}$ дин/см 2 . В то же время магнитное давление на этой высоте (на радиальном расстоянии R от центра Земли, $R = R_z + z$), обусловленное полем земного диполя напряженностью $B \approx 0,3$ Э (магнитный момент

$$M = 8,1 \cdot 10^{25} \text{ Э} \cdot \text{см}^3), p_B = \frac{B^2}{8\pi} \approx \frac{1}{8\pi} \frac{M^2}{R^6} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ дин/см}^2. \text{ Такое же да-}$$

вление у нейтрального газа на $z \approx 150$ км ($p_n \approx p_B$), в то время как давление ионизованного газа во всей ионосфере почти на четыре порядка меньше. Эти оценки (см. также [235]) приводят к важному выводу, что в динамическом отношении земную атмосферу ниже ≈ 150 км можно рассматривать как нейтральную среду, а на больших высотах — как плазму, преимущественно контролируемую геомагнитным полем.

Профили электронной концентрации и области D , E и F , обычно выделяемые в ионосфере, показаны на рис. 1.2.1, а ионный состав для средних условий солнечной активности в средних широтах — на рис. 1.5.3. Максимальная электронная концентрация (до 10^6 см $^{-3}$) наблюдается на высоте около 280 км в дневное время (слой F_2). Менее четко выраженные максимумы лежат на высотах 150–200 км (слой F_1), около 110 км (слой E) и 80 км (слой D), где концентрации электронов составляют от 10^5 см $^{-3}$ в слое F_1 до 10^3 см $^{-3}$ в слое D . В ночное время плотности каждого из этих слоев значительно ниже.

Нижние слои ионосферы, примерно от 60 до 150 км (слои D и E), состоят преимущественно из ионов NO^+ , хотя доля нейтральных молекул NO по отношению к N_2 не превосходит 10^{-8} . В сопоставимых количествах присутствуют ионы O_2^+ . Начиная со слоя F_1 (160–180 км) и до

высот 600–800 км в фазе минимума и 800–1000 км в фазе максимума солнечной активности ионосфера состоит в основном из ионов O^+ . С высоты ~1000 км на низких и средних широтах преобладают ионы атомарного водорода H^+ , а начиная с широт внешней плазмосферы ион O^+ из-за оттока легких ионов вверх (полярный ветер) становится преобладающим до высот в несколько тысяч км. Обсуждение проблем ионной фотохимии термосферы можно найти, например, в [187, 236–239]. Заметим, что на высоте 100–110 км были обнаружены в заметных количествах ионы металлов Mg, Fe, Ca, Si, имеющие, по-видимому, метеорное происхождение. Дрейф этих долгоживущих ионов в условиях больших градиентов ветров на этих высотах приводит к появлению спорадического слоя E_s .

Описанная довольно упрощенная структура, отвечающая пространственно-временному усреднению для невозмущенных условий, обнаруживает очень сильные отклонения в распределении ионных компонент даже на низких и средних широтах. Это обусловлено вариациями как исходного нейтрального состава, так и скорости генерации и рекомбинации ионов, за которые ответственны изменения в интенсивности потоков ионизирующей радиации и эффективность процессов динамического обмена. На высотах мезосферы, например, важную роль играют циклические вариации содержания водяного пара, подверженного фотодиссоциации за счет солнечного излучения L_α , с чем связано изменение продуцирования атомарного кислорода [118, 240]. От этого, а также от скорости вертикального транспорта зависит концентрация NO и других малых компонент. Увеличение потока молекул NO из термосферы вниз и уменьшение скорости их фотолитического разрушения в зимний период способствуют, в свою очередь, повышению содержания ионов NO^+ . С этим повышением, а также с сезонной перестройкой ветровой системы в средней атмосфере связывается хорошо известная зимняя аномалия (возрастание электронной концентрации) в слое D. Изменение состояния этого слоя наблюдается даже в спокойных гелио-геофизических условиях. Метеорологический контроль нижней ионосферы (зависящий прежде всего от эффективности процессов турбулентной диффузии и сезонного хода температуры) является одной из примечательных особенностей, влияющих на изменения содержания NO^+ , а также, по-видимому, более сложных образований — кластерных ионов [241–244].

С другой стороны, результаты ракетных и спутниковых экспериментов показывают, что в ночной ионосфере вблизи магнитного экватора ионы NO^+ могут преобладать во всей области F_1 — вплоть до 250–300 км. Об этом свидетельствуют, в частности, масс-спектрометрические измерения на спутнике AE-C (рис. 1.5.4). В продуцировании NO^+ и одновременном уменьшении концентрации ионов O_2^+ может играть существенную роль вертикальный перенос ионосферной плазмы вверх под действием электрического и магнитного полей (см. ниже), сопровождаемый ионно-обменной реакцией с возбужденным азотом: $O_2^+ + N(^4S) \rightarrow NO^+ + O$. Интересно, что в условиях преобладания NO^+ плотность электронов и ионов оказывается почти постоянной по высоте, другими словами, плазменная шкала высот сильно возрастает, что способствует возникновению ионосферных неоднородностей и неустойчивостей [245, 246].

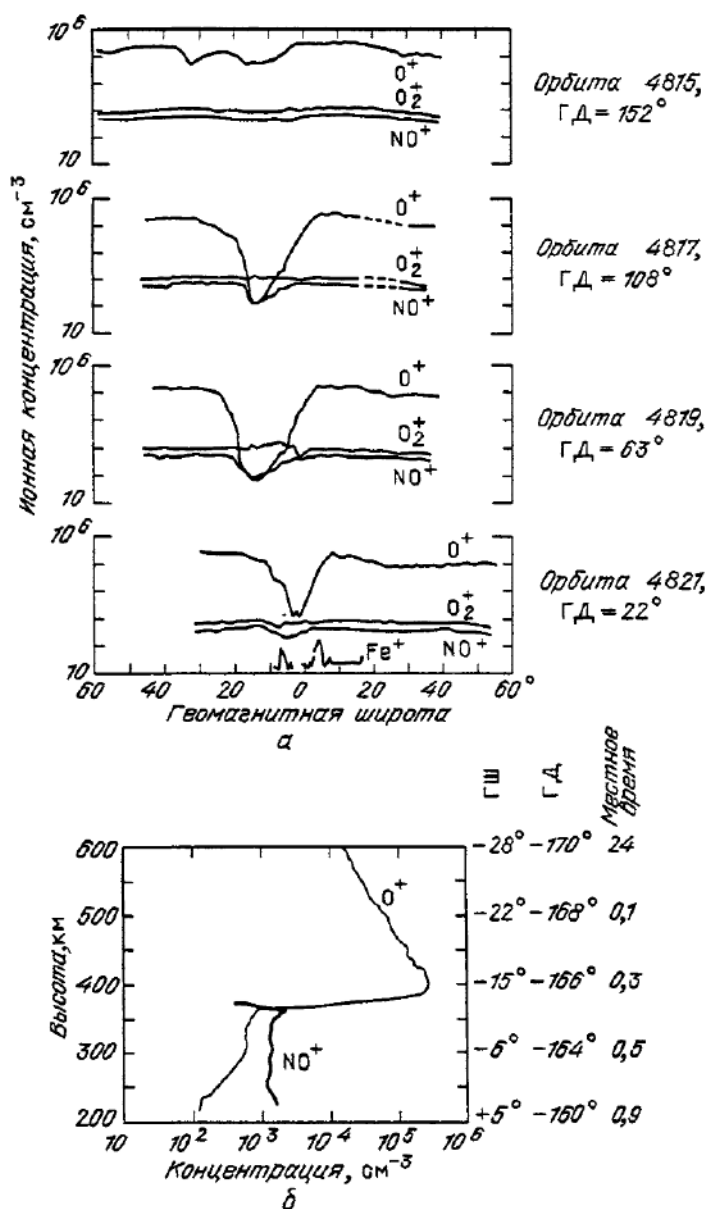


Рис. 1.5.4. Примеры широтных и высотных вариаций содержания различных ионов по данным измерений при помощи радиочастотного масс-спектрометра на спутнике АЕ-С [246]: а) изменения концентраций O^+ , O_2^+ и NO^+ в пределах $\pm 60^\circ$ геомагнитной широты на четырех витках круговой орбиты $z = 254$ км (31.12.1974 г., около 19^h LT); вблизи экватора каждая из этих компонент может становиться преобладающей (Γ_{Δ} — гермагнитная долгота на экваторе); б) высотный ход концентраций O^+ и NO^+ вблизи геомагнитного экватора по измерениям 6.07.1974 г., через двое суток после сильной геомагнитной бури. Ионы NO^+ оказываются основными до ~ 350 км, максимум слоя F_2 смещается на ~ 400 км

В слое F ионосферы, особенно в высокоширотных областях, ситуация еще более сложная. Существенные вариации испытывает, например, область главного ионосферного провала с аномально низкой электронной концентрацией на высоте F -слоя в ночное время. Этот провал часто рассматривается в качестве границы между среднеширотной и полярной ионосферой. Он представляет собой широкую полосу (до ~ 1000 км), лежащую внутри и вне плазмослаузы в неосвещенной субавроральной зоне, в области, отвечающей $L \approx 4$. Положение провала сильно зависит от состояния солнечной и геомагнитной активности, времени суток и сезона (по величине и градиенту электронной концентрации и высоте минимума его экваториального и приполюсного краев [247, 248]). Во время же геомагнитных возмущений вся структура ионосферы и термосферы претерпевает драматические изменения. Мы вернемся к этому вопросу при обсуждении атмосферной динамики.

1.5.3. Энергетика и вариации параметров верхней атмосферы. Итак, мы видели, что исходные атмосферные составляющие подвержены значительным изменениям и претерпевают многочисленные сложные процессы химических превращений, продукты которых становятся определяющими в составе атмосферы, ионосферы и теплообмене. Если в энергетике средней атмосферы, обусловленной, главным образом, разогревом озоносферы, частичное поглощение более коротковолновой солнечной радиации и воздействие частиц и полей из магнитосферы играет второстепенную роль, то в энергетике термосферы оба эти фактора становятся решающими. Наиболее устойчивым энергетическим источником является КУФ и рентгеновское излучение, за счет которых в атмосферу выше ~ 100 км поступает около 10^{12} Вт/см², или ~ 2 эрг/см² · с. Энергоприток из магнитосферы за счет частиц солнечного ветра и образующихся токовых систем, зависящих от межпланетного магнитного поля, который также носит почти постоянный характер, составляет в среднем $5 \cdot 10^{10}$ Вт/см², или около $0,1$ эрг/см² · с. Во время же геомагнитных бурь энергия этого источника может становиться сопоставимой с энергией электромагнитного излучения ($5 \cdot 10^{11}$ Вт/см² или 1 эрг/см² · с) и даже превышать его в несколько раз, а в локальных областях достигать десятков эрг/см² · с [155, 228, 249].

В зоне аврорального овала (рис. 1.4.3), выше ~ 100 км, наиболее эффективен джоулев нагрев [141, 250]. Максимальное энерговыделение за счет этого механизма происходит в областях каспов, где вторжение частиц связано со значительными электрическими полями и токами. В вечерней авроральной электроструе регистрировались значения до $0,025$ Вт/м² (25 эрг/см² · с), чему соответствует объемная скорость нагрева $1,4 \cdot 10^{-5}$ эрг/см³ · с на высоте 115 км [250] (их интересно сравнить с другими источниками объемного энерговыделения, оценки которых приведены в § 7.1).

Примерно $1/3$ энергии вторгающихся в атмосферу электронов превращается в тепло, значительная часть идет на возбуждение эмиссий (прежде всего 3914 Å и 5577 Å), высотные профили интенсивности которых позволяют судить о скорости нагрева окружающего газа [251, 252]. Существенно при этом, что во время сильных геомагнитных возмущений основная доля энергии инжектируемых в магнитосферу заряженных частиц (примерно на порядок большая, чем выделяющаяся в зонах полярных сияний)

захватывается в кольцевой ток, при распаде которого около 10% запасенной энергии выделяется через джоулев разогрев непосредственно в областях средних и низких широт, обеспечивая приток $\sim 0,1$ эрг/см² · с [253].

Значительный вклад в энергетику средней атмосферы и термосферы вносят также различные динамические, в том числе волновые, процессы. Динамика (см. § 1.6) ответственна, в первую очередь, за перераспределение энергии в глобальном масштабе. Вместе с тем, приливы, акустические и внутренние гравитационные волны и турбулентность также играют важную роль в тепловом балансе различных областей и наблюдаемых пространственно-временных вариациях структурных параметров. Как мы в дальнейшем увидим, объемная скорость выделения тепла, например, при диссипации энергии внутренних гравитационных волн в нижней термосфере оказывается сопоставимой с другими энергетическими источниками.

Химический состав и приток энергии, будучи взаимосвязанными, определяют глобальную структуру верхней атмосферы — в первую очередь вертикальные профили таких макроскопических параметров, как температура T и плотность ρ . Эти параметры, характеризующие структуру и динамику атмосферы, претерпевают на больших высотах существенные изменения. Сколь-нибудь подробный анализ этих изменений, полученных почти целиком из экспериментальных данных, и их зависимостей от гелио-геофизических факторов, определяющих энергетический бюджет верхней атмосферы, не является, однако, нашей задачей.

Критическое рассмотрение и сопоставление многочисленных результатов измерений атмосферных параметров с использованием самых разнообразных методов (прямые измерения на ракетах и спутниках, изучение эволюции орбит ИСЗ, наблюдения оптических эмиссий, отражений от метеорных следов, использование акселерометров и падающих сфер, некогерентное рассеяние радиоволн, лазерное зондирование и др.) как и измерений притока и стока энергии, осуществляемых по скоординированным программам, содержатся в ряде обзоров и монографий (см., например, [254–257a]). Там же приведены соображения, положенные в основу современных представлений о природе этих вариаций, и некоторые развиваемые подходы к их модельному описанию, а также подробные списки оригинальных работ, насчитывающие многие сотни наименований. Поэтому мы здесь ограничимся кратким упоминанием основных известных на сегодня вариаций, отражающих синоптическое поведение (своего рода метеорологию) верхней атмосферы.

В стратосфере и мезосфере предельные изменения температуры обычно не превосходят 50–60 К (см. рис. 1.5.5, а также [258–260]), что в общем аналогично температурным колебаниям у земной поверхности. В вариациях температуры и плотности четко прослеживаются годовая и полугодовая компоненты, амплитуда и фаза которых зависят от высоты [260]. Полугодовые колебания атмосферных параметров особенно характерны для верхней части стратосферы в тропиках, в то время как в нижней приэкваториальной стратосфере отмечаются квазидвухгодовые вариации.

В термосфере и экзосфере амплитуда колебаний температуры примерно на порядок больше. Соответственно очень сильно изменяется плотность. Основные вариации температуры и плотности условно можно разделить на две большие группы [103, 261]. К первой относят вариации, вызываемые

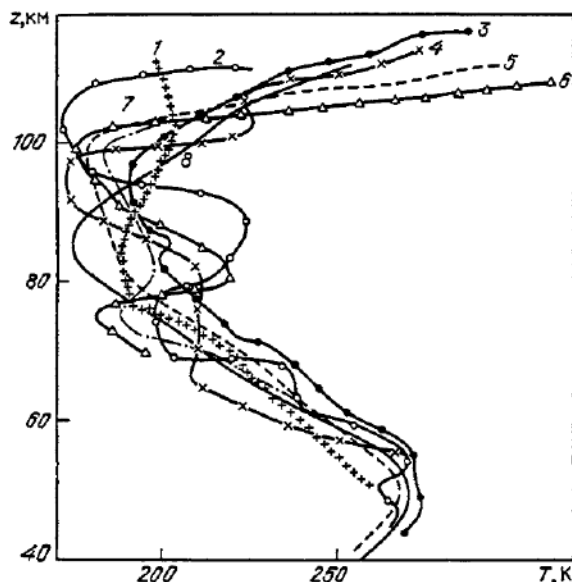


Рис. 1.5.5. Изменения температуры в зависимости от высоты в средней атмосфере по данным ракетных измерений (в период равноденствия): кривые 1-7 — экспериментальные результаты (суммированы в [256]), 8 — модель [256].

изменениями притока солнечного электромагнитного излучения, которые зависят от состояния солнечной активности и времени суток. Сюда же можно отнести часто наблюдаемую 27-дневную повторяемость в колебаниях плотности, связанную с периодом собственного вращения Солнца при наличии длительно существующих локальных активных областей на его поверхности. Для перечисленных вариаций наблюдается в целом удовлетворительная корреляция с индексом дециметрового излучения $F_{10,7}$ или числами Вольфа W . Вторая группа вариаций обычно подразделяется на геомагнитные возмущения и сопоставимый по величине с суточными вариациями полугодовой эффект. Эту группу можно рассматривать как общий отклик нейтральной атмосферы на магнитосферно-ионосферные взаимодействия. Соответствующие вариации наилучшим образом коррелируют с планетарными индексами геомагнитной возмущенности K_p или A_p , служащими мерой воздействия солнечной плазмы на геомагнитное поле. Помимо названных, отмечены относительно небольшие широтные и сезонные изменения T и ρ , а также колебания ρ с относительной амплитудой до 25% и периодами от нескольких минут до нескольких часов, среди которых четко выделяются 24-, 12- и 18-часовые приливные моды, кратные лунным и солнечным суткам [262].

Наиболее сильные изменения нейтральная верхняя атмосфера претерпевает в течение 11-летнего цикла солнечной активности. Характерным показателем такого изменения служит температура верхней части термосферы, состояние которой близко к изотермическому ($dT/dz \rightarrow 0$). Эта температура практически совпадает с температурой экзосферы T_∞ . Последняя, с уче-

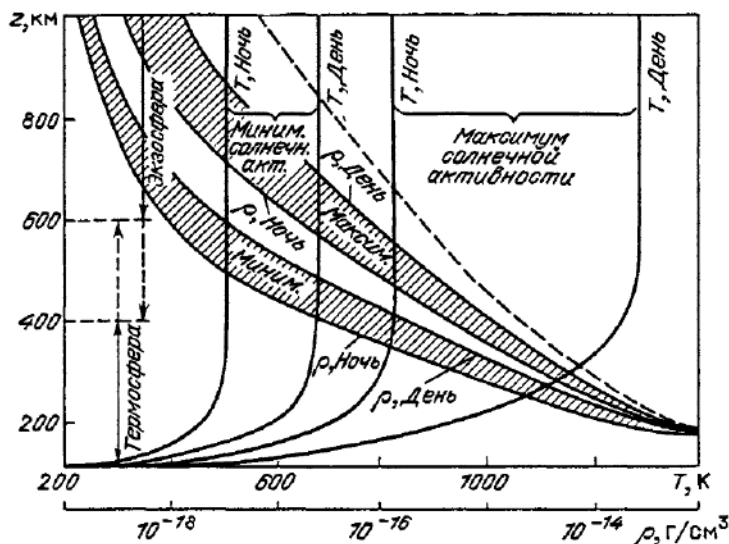


Рис. 1.5.6. Вариации температуры T и плотности ρ верхней атмосферы на высотах термосферы и экзосферы в зависимости от уровня солнечной активности и времени суток. Слева пунктиром показано изменение высоты уровня термпаузы между минимумом и максимумом солнечного цикла. Пунктир справа — предельное изменение ρ [263]

том суточных вариаций, изменяется от 500–700 К в период минимальной фазы солнечного цикла ($F_{10,7} \approx 70-80$) до 800–1300 К в период максимальной фазы ($F_{10,7} \approx 200$) (см. рис. 1.5.6). Таким образом, колебания средней температуры превышают 500 К. Кратковременные же повышения температуры вследствие разогрева термосферы при геомагнитных возмущениях, особенно в приполярных областях, могут достигать 1000 К. Что касается плотности, то за счет вызываемого изменениями температуры расширения и сжатия верхней атмосферы (суточных и полугодовых вариаций) средняя плотность на высотах около 300 км изменяется в несколько раз, а на 500–600 км — более чем на два порядка (рис. 1.5.6).

Наиболее регулярный характер носят суточные вариации T и ρ : минимальные значения этих величин приходится приблизительно на 4–5^h LT, тогда как температура достигает максимума в 16^h LT, а максимальное значение плотности — в 14^h LT. Это связано с особенностями формирования суточного атмосферного вздутия и атмосферной динамикой [255, 264]. Наибольшим суточным изменениям термосфера подвержена на высотах 400–500 км. С уменьшением солнечной активности максимум суточных вариаций смещается к меньшим высотам [261].

Природа вариаций, связанных с геомагнитной активностью, особенно сложна. Даже при относительно слабых магнитных возмущениях изменения T и ρ носят глобальный характер, причем относительный эффект этих вариаций проявляется сильнее в минимуме солнечного цикла. Во время сильных возмущений регистрировалась температура в авроральных областях до 3000 К [308], а изменения плотности в среднеширотной атмосфере

достигали (на высоте 500 км) восьми раз [187, 264]. Полугодовая вариация плотности проявляется в наличии двух максимумов: в июне—июле и в декабре—январе, причем амплитуда второго максимума несколько больше. Эта вариация охватывает больший, чем суточные колебания плотности, диапазон высот — от 90 до 1200 км. Наибольшие изменения (до 3 раз) наблюдаются вблизи 500 км, причем зависимость от фазы солнечного цикла практически отсутствует [261, 263]. Прямого источника полугодовых вариаций не найдено; высказано предположение, что они могут быть связаны с периодически происходящими изменениями гелиошироты центров активности солнечных пятен [265, 266].

1.5.4. Эмпирические модели. Рассмотренные вариации убедительно свидетельствуют о невозможности адекватного представления параметров верхней атмосферы без указания времени суток, широты, уровня солнечной и геомагнитной активности и др. Без этих сопутствующих данных характеристики T , ρ , n даже на одной и той же высоте по существу лишены смысла. Вместе с тем, задача сопроводить такими сведениями характеристики верхней атмосферы в любой заданной точке в тот или иной момент времени, основываясь исключительно на совокупности экспериментальных данных, едва ли выполнима, а трудности практического использования такой информации резко возрастают с увеличением массивов данных. Не случайно поэтому уже с самых первых шагов в исследованиях верхней атмосферы при помощи высотных ракет и искусственных спутников Земли начали разрабатывать модели, призванные обобщить и систематизировать известные экспериментальные результаты и на этой основе дать форму представления структуры атмосферы и ее вариаций в зависимости от ограниченного числа параметров (входных данных модели). Такой подход позволяет не только характеризовать с определенной точностью состояние верхней атмосферы, но и обеспечивает возможность прогноза при наперед заданных условиях.

Почти одновременно были предприняты первые попытки теоретического описания высотного и пространственно-временного распределения температуры и плотности термосферы. Однако из-за сложности такой задачи, связанной с необходимостью учета большого числа физико-химических процессов, и соответственно, использования ряда серьезных допущений, эти и последующие попытки пока, к сожалению, нельзя признать вполне успешными. Как следствие, эмпирические модели, непрерывно совершенствуемые по мере накопления экспериментальных данных, получили наибольшее применение как наиболее полно отражающие реальную ситуацию в верхней атмосфере [267, 268].

Подробный анализ существующих эмпирических моделей, равно как и их сопоставление, не входит в нашу задачу, тем более, что такой анализ проведен, например, в работах [254—256, 269]. Мы ограничимся поэтому некоторыми общими комментариями, характеризующими современное состояние проблемы.

В табл. 1.5.1 приведены наиболее известные на сегодня модели [270—288] с указанием их экспериментальной основы и характера представления данных (параметров модели). Часть данных таблицы взята из [269]. Модели, принятые в качестве справочных Международным комитетом по исследованию космического пространства (COSPAR), называют CIRA (COSPAR

Номер	Модель	Источник данных	Используемые параметры модели и диапазон высот	Метод представления данных и комментарии	Ссылки
1.	CIRA-1965	Расчетные зависимости $T(z)$, $\rho(z)$, $n(z)$; сопоставление с данными $\rho(z)$ по торможению ИСЗ	$F_{10,7} = 65; 75; 100; 125; 175; 200; 225; 250; 275;$ $\Delta z = 30-80; 80-120;$ $120-800 \text{ км}; T_{\infty}$	Табулирование $T(z)$ и $\rho(z)$	[270, 271]
2.	CIRA-1972	Торможение ИСЗ	$T_{\infty}; \Delta z = 25-120;$ $25-75-120-500;$ $110-2000 \text{ км}$	$n_{\alpha}(z), T(z), \rho(z)$ и их вариации	[272, 273]
3.	J-77	Торможение ИСЗ, нейтральная масс-спектрометрия	$T_{\infty}; \text{Ar}, \text{N}_2, \text{O}_2, \text{O}, \text{N}, \text{Ne}, \text{H}$ $\Delta z = 90-2000 \text{ км}$	Средняя табулированная модель $T(z), n_{\alpha}(z), \rho(z)$. Аналитические соотношения для вариаций	[274]
4.	ГОСТ-77	Торможение ИСЗ	$T_{\infty};$ $\Delta z = 120-600 \text{ км}$	Табулированные $T(z)$ и $\rho(z)$. Аналитические соотношения для вариаций	[275]
5.	OGO-6	Нейтральная масс-спектрометрия на OGO-6	$\text{N}_2, \text{O}, \text{He}; T_{\infty}$ (из $\text{N}_2(z)$); $\Delta z = 400-600 \text{ км}$	Разложение по сферическим гармоникам. В варианте [277] дополнительно проведен анализ данных в зависимости от геомагнитных координат и магнитного местного времени	[276, 277]
6.	M_1, M_2 (OGO-6)	Температура (интерферометр Фабри – Перо на OGO-6). Данные некогерентного рассеяния по наземным станциям Милстоун-Хилл, Аресибо, Сан-Сантин – в варианте M_2	$T_{\infty};$ $\Delta z = 400-600 \text{ км}$	Разложение по сферическим гармоникам. В варианте [279] при описании влияния эффекта геомагнитной активности учитывается зависимость от геомагнитной широты	[278, 279]

7.	ESRO-4	Газовый анализатор на спутнике ESRO-4	Ar, N ₂ , O, He; T _∞ (из Ar(z), N ₂ (z)); Δz = 240–320 км	Разложение по сферическим гармоникам. В варианте [281] введена корректирующая функция, учитывающая зависимость от географической широты и долготы	[280, 281]
8.	AEROS	Нейтральная и ионная масс-спектрометрия на спутниках AEROS-A и AEROS-B	Ar, N ₂ , O, N, He в 4 ^h LT и в 16 ^h LT; T _∞ (из N ₂ (h)); Δz = 220–450 км	Разложение по сферическим гармоникам	[282]
9.	DTM	Торможение ИСЗ, модель M ₂ (см. п. 6)	N ₂ , O, He; постоянная концентрация O ₂ на z = 120 км; Δz = 120–1000 км; T _∞	Разложение по сферическим гармоникам	[283]
10.	MSIS	Нейтральная масс-спектрометрия на 5 спутниках (AE-B, OGO-6, San-Marco 3, AEROS-A и AE-C). Ионная масс-спектрометрия на спутнике AE-C. Данные некогерентного рассеяния по 4 наземным станциям (Аресибо, Милстоун-Хилл, Джикамарка, Сан-Сантин)	N ₂ (по 5 спутникам), Ar, O, He (по 4 спутникам), O ₂ , H (по AE-C, ионная масс-спектрометрия); T _∞ (из N ₂ (z)) и по данным некогерентного рассеяния; Δz = 85–700 км	Разложение по сферическим гармоникам. В варианте [286] – введение дополнительного члена разложения для учета зависимости от географической широты, долготы и местного времени	[284–286]
11.	C	Нейтральная и ионная масс-спектрометрия и эмиссионные измерения на 7 спутниках (AE-C; AE-E, AEROS-B, Argel-3, ESRO-4, OGO-6, San-Marco 3). Данные некогерентного рассеяния с 4 станций (см. п. 10)	Ar, O ₂ , N ₂ , O, N, He, H; T _∞ (по данным некогерентного рассеяния); Δz = 220–600 км	Разложение по сферическим гармоникам	[287]
12.	ГОСТ-84	Торможение ИСЗ	T _∞ ; Δz = 120–1000 км	Разложение по сферическим гармоникам	[288]

International Reference Atmosphere) с указанием года их официального принятия. Модель Европейского космического агентства носит название ESRO (European Space Research Organization), а в основу модели OGO-6 положены данные измерений на соответствующем спутнике. Модель MSIS построена на основе данных масс-спектрометрических измерений на спутниках и данных о некогерентном рассеянии радиоволн, полученных на широкой сети наземных станций (Mass-Spectrometry, Incoherent Scattering). Аналогичный принцип отражен в названии модели DTM, построенной по данным о торможении многочисленных спутников (Drag Temperature Model). Две модели, приведенные в таблице, приняты в качестве ГОСТ СССР в 1977 и в 1984 гг.

Модель CIRA-65 является полуэмпирической, поскольку основу ее составляют результаты одновременного интегрирования уравнений гидростатики и теплопроводности с изменяющимся в течение суток тепловым источником для нескольких уровней солнечной активности. Другими словами, эта статическая модель построена с использованием допущения о выполнении выше 120 км условия диффузионного равновесия (кроме водорода) при заданном значении экзосферной температуры T_{∞} [289]. Мы называем модель полуэмпирической, поскольку в ней не конкретизированы процессы, ответственные за приток энергии в термосферу, а эффективность нагревания принята, исходя из согласования рассчитанных параметров с ограниченным числом экспериментальных данных. Для согласования модельных значений с суточным временным ходом T и ρ потребовалось, в частности, ввести некоторый дополнительный (кроме КУФ) гипотетический тепловой источник с целью компенсировать неучтенные в модели эффекты атмосферной динамики.

В остальных моделях используются более простые физические концепции. Основу моделей [272–274] составляют эмпирические зависимости $T(z)$, наилучшим образом аппроксимирующие имеющиеся данные измерений. Поскольку основные массивы данных составляют измерения плотности и парциальных концентраций, температура определяется из условия диффузионного равновесия. С середины 70-х годов широкое распространение получил иной подход к представлению больших экспериментальных массивов — использование разложения по сферическим гармоникам [276]. Такой математический формализм оказался чрезвычайно плодотворным при обобщении рядов измерений, рассредоточенных по пространству и во времени, позволяя получить аппроксимационные зависимости для собственных функций термосферы. Почти все модели, приведенные в таблице, рассчитаны с использованием этого метода.

Характеризуя в целом существующие эмпирические модели, можно утверждать, что каждая из них имеет свои определенные достоинства и недостатки, поскольку основана на большем или меньшем (но всегда ограниченном) объеме данных и, следовательно, не может с одинаковой степенью точности представлять все интересующие параметры атмосферы в разных гелиогеофизических условиях. Поэтому между моделями наблюдаются систематические различия и каждая из них с разной степенью приближения описывает на определенный момент времени в данной географической точке реальную ситуацию в термосфере (а также в мезосфере и экзосфере). Примеры расхождения в оценках суточных и широтных вариаций

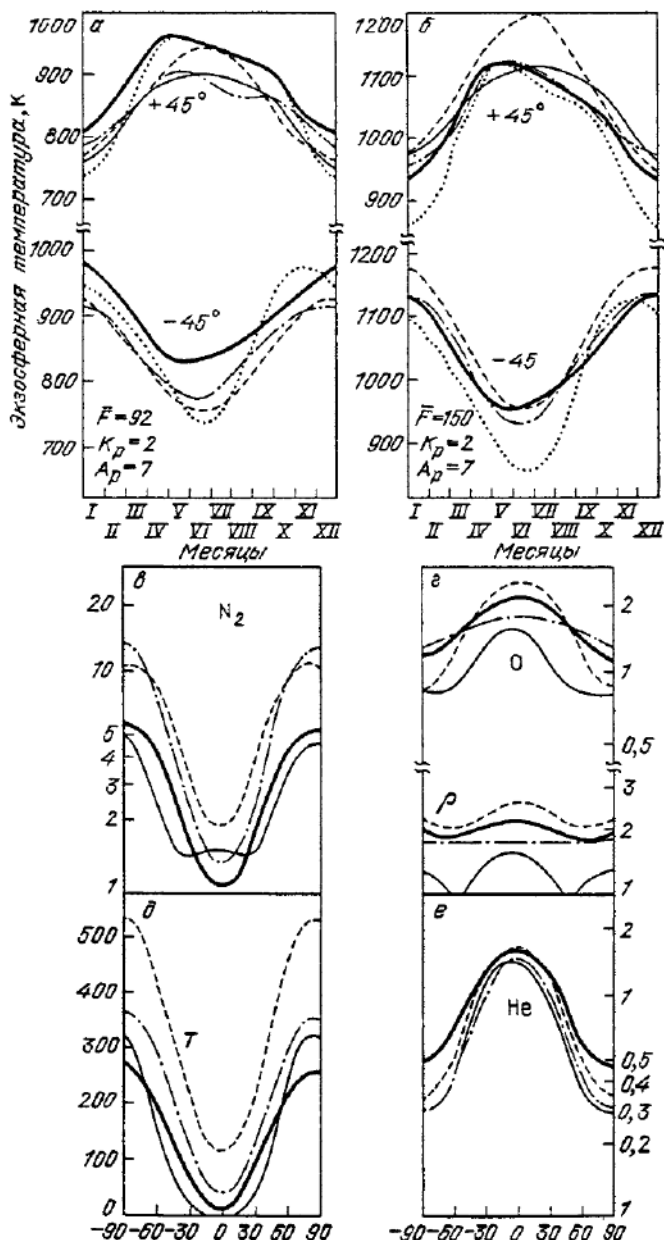


Рис. 1.5.7. Сопоставление эмпирических моделей термосферы: а) и б) – суточные вариации экзосферной температуры ($z = 400$ км) на широтах $+45^\circ$ и -45° для двух уровней солнечной активности ($F_{10.7} = 92$ и 150) при одинаковых значениях $K_p(A_p)$; реакция атмосферы ($z = 400$ км) при $F_{10.7} = 150$ на геомагнитные возмущения на разных широтах в виде отношения концентраций N_2 , O и He (в, г, е) и плотности $\rho(z)$ в магнитовозмущенных ($K_p = 5, A_p = 48$) и спокойных условиях и различия экзосферной температуры для тех же двух условий (г). Обозначения: — DTM; - J = 77; --- MSIS; ... ESRO = 4; ---- некогерентное рассеяние [269]

температуры, а также широтного хода N_2 , O и He, даваемых различными моделями, показаны на рис. 1.5.7.

Тщательный анализ и сопоставление с наблюдениями моделей, подобное приведенному на этих графиках (см. [255, 264, 269]), позволяет выявить их достоинства и недостатки. Так, модель [272, 273] и особенно ее усовершенствованный вариант [274], основанный, помимо данных о торможении спутников, на тщательном анализе результатов масс-спектрометрических измерений (особенно в нижней термосфере, определяющей состояние вышележащих областей), достаточно корректно учитывает сезонно-широтный и суточный ход атмосферных параметров в различных фазах солнечного цикла и реакцию среднеширотной атмосферы на геомагнитные возмущения. Возможность учета вариаций путем соответствующих эмпирических соотношений в качестве поправок к статической модели обеспечивают определенное удобство ее использования в приложениях и как справочное руководство при сопоставлениях с результатами аэрономических расчетов.

С другой стороны, принцип разложения по сферическим гармоникам позволил выявить ряд дополнительных черт в вариациях параметров термосферы, не нашедших вначале отражения в [272, 273], таких, как суточные вариации He, отношение содержащий O и N_2 (особенно в северном полушарии), сдвиг положения глобального максимума T к высоким широтам и др. Такие модели наиболее удобны при массовых расчетах, особенно в задачах расчета эфемерид и прогнозирования движения ИСЗ, поскольку позволяют описать структуру и вариации атмосферы в виде достаточно простых аналитических формул с набором некоторой совокупности коэффициентов модели. Из этих моделей наиболее полной в настоящее время следует, по-видимому, считать модель [286], вполне удовлетворительно описывающую поведение термосферы в диапазоне высот 140–600 км при большом охвате различных гелиогеофизических условий. Хорошие результаты в расчетах движения ИСЗ дает также основанная на принципе разложения по сферическим гармоникам модель [288].

Достигнутый (приблизительно за два с половиной десятилетия) огромный прогресс в изучении структуры и динамики верхней атмосферы, нашедший отражение в создании серии эмпирических моделей, одновременно сильно инициировал проведение теоретических исследований и методов моделирования аэрономических процессов. Ряд важных результатов, полученных при разработке теоретических моделей (см., например, [268, 290–294]), служит необходимым условием более глубокого и целенаправленного понимания физической природы наблюдаемых вариаций и, в конечном итоге, наилучшего приближения к действительности модельного описания динамических свойств верхней атмосферы. Некоторые результаты моделирования специально рассмотрены в гл. 7. Вероятно, в обозримый период будут развиваться оба направления при возрастающей роли эмпирических моделей в описании локальных вариаций атмосферных параметров на ограниченных временных интервалах. Роль теоретических моделей будет, по-видимому, наиболее существенной в повышении надежности прогноза состояния верхней атмосферы. Для практического использования будет необходимо дальнейшее совершенствование формального математического описания как основы создаваемых моделей с учетом ограничений, касающихся массивов исходных данных и параметров модели.

§ 1.6. Динамика и роль магнитосферно-ионосферных взаимодействий

1.6.1. Динамика средней атмосферы. Рассмотренные глобальные вариации температуры и плотности свидетельствуют о чрезвычайно динамичном характере верхней атмосферы, ее отчетливо выраженной реакции на внешние возмущения, вызывающие (прямым путем или посредством промежуточных механизмов) изменения энергомассообмена. С этими вариациями так или иначе связаны движения различных пространственных масштабов — от планетарной циркуляции до мезомасштабных или локальных течений и волновых процессов. Воздействуя в первую очередь на перенос относительно более легких атомов и молекул, движения в атмосфере могут сильно изменять ее химический состав. По этой причине (особенно за счет перераспределения основных и малых компонент с временами жизни, превышающими характерные времена динамического обмена) они играют важную роль в химии атмосферы, поскольку даже локальные изменения состава оказывают влияние на степень поглощения и преобразования в тепло солнечной радиации и на скорости протекания аэрономических реакций. Атмосферная динамика, таким образом, во многом определяя через перераспределение массы и энергии общий энергетический баланс, отражает глубокие внутренние связи во всем околопланетном пространстве.

Динамика средней атмосферы характеризуется прежде всего глобальной циркуляционной системой. Отличительная особенность последней — устойчивое зональное течение с периодической перестройкой за год от западно-восточного направления зимой к восточно-западному летом. Это течение наиболее сильно проявляется на высотах 60–70 км и обусловлено широтным ходом инсоляции, приводящим к изменению поглощения УФ-радиации озоном, с последующим переизлучением энергии в полосах O_3 , CO_2 и H_2O [295, 296]. Соответствующую ветровую систему, называемую иногда муссонной, характеризуют индексом стратосферной циркуляции (ИСЦ), представляющий собой среднюю скорость ветра в слое толщиной 10 км на уровне стратопauзы (~ 50 км) [244]. Значения ИСЦ достигают 50–60 м/с.

Общая картина поля ветров до высоты 120 км для двух периодов солнцестояния в северном полушарии (июль и январь), основанная на многочисленных данных измерений с использованием высотных метеорологических ракет, падающих сфер, гранат, дрейфов искусственных облаков и отражений от метеорных следов, обобщенных в модели CIRA-72 [273], воспроизведена на рис. 1.6.1. Здесь отражены наиболее характерные черты циркуляционной системы в средней атмосфере. Для других месяцев картина не менее сложна; совместный анализ данных на протяжении года дает возможность выявить вариации скорости и направления ветров в зависимости от сезона, широты и высоты.

Помимо циркуляции планетарного масштаба, важным динамическим фактором в средней атмосфере являются волновые процессы, оказывающие существенное влияние на распределения температуры, давления, плотности, на скорость ветра, степень ионизации и атмосферные эмиссии. Вообще, волновое поле средней атмосферы можно рассматривать как суперпозицию волн различных пространственных масштабов, отражающих тесную связь тропосферы с динамикой вышележащей атмосферы. Особенно сильное влияние на средние зональные потоки оказывают наиболее крупно-

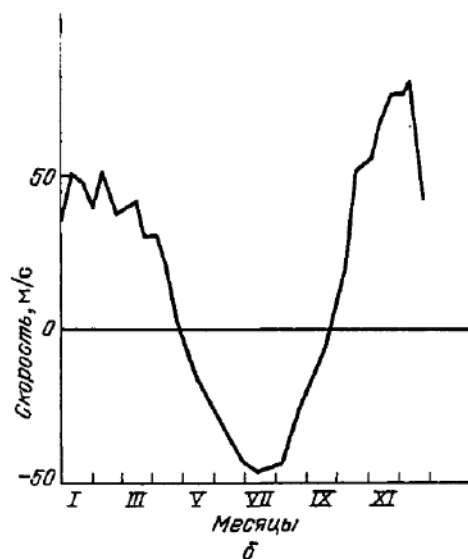
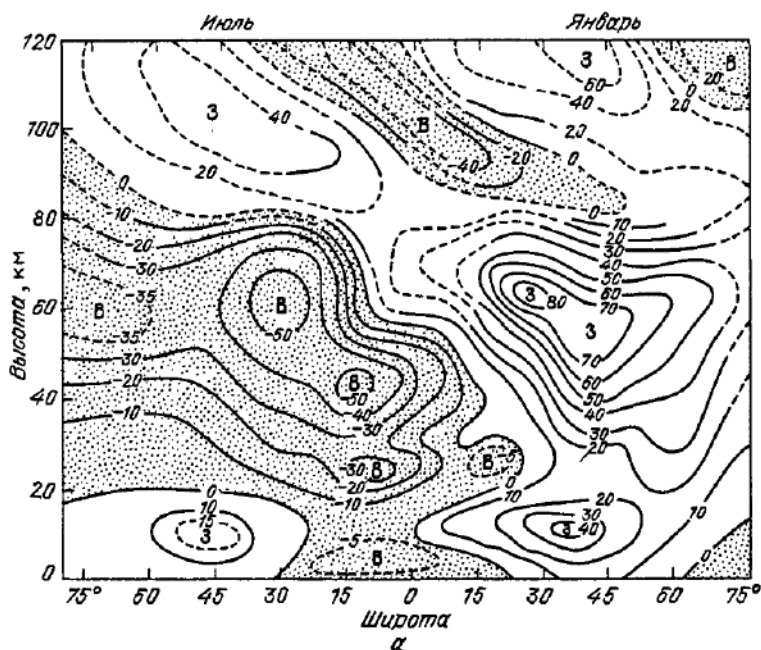


Рис. 1.6.1. Система циркуляции в средней атмосфере: а) модель средних зональных ветров в периоды летнего и зимнего солнцестояния (соответственно справа и слева от широты 0° на горизонтальной оси). Скорости ветра на изолиниях – в м/с; В – восточный, З – западный ветер [273]; б) перестройка стратосферной циркуляции в течение года в виде годового хода ИСЦ по данным измерений в Уайт-Сэндсе [244]

масштабные волновые структуры — планетарные волны, имеющие горизонтальные размеры, сравнимые с радиусом Земли, и периоды порядка суток или более. Ими вызываются, в частности, хорошо известные явления внезапных стратосферных потеплений высокоширотных областей. При этом скорости зонального ветра уменьшаются (вплоть до изменения направления на обратное), а температура возрастает на несколько градусов. С планетарными волнами связывают также отклонения от регулярной перестройки циркуляционной системы на средних широтах (особенно в мезосфере) и наблюдаемую несимметричную относительно полюса картину циркуляции в средней атмосфере в зимний период (в отличие от симметричного характера циркуляции летом). Вероятной причиной такой асимметрии называют то обстоятельство, что стационарные планетарные волны не могут проникать вверх через летние системы восточных ветров [168, 260, 297].

Переносом возмущений планетарного масштаба из тропосферы, источники которых предположительно сосредоточены в зимнем полушарии и отмечаются на картах погоды в виде больших перепадов давления и неоднородностей синоптического масштаба (фронтов) в течениях воздушных масс, объясняют полугодовые вариации верхней части стратосферы в тропиках. Известны также квазидвухгодовые вариации T и ρ в нижней приэкваториальной стратосфере и нерегулярные колебания параметров стратосферы высоких и средних широт (с периодами от нескольких дней до трех недель, а иногда до нескольких месяцев), называемые слабыми потеплениями. Они, по-видимому, обусловлены процессами ускорения горизонтального течения, инициируемыми переносом волновой энергии вертикально вверх. Характеристики типичных квазистационарных планетарных волн приведены в табл. 1.6.1. Их амплитуды максимальны зимой на $60-70^\circ$ географической широты в стратосфере и нижней мезосфере; выше они постепенно затухают, оставаясь, тем не менее, заметными вплоть до мезопаузы.

На систему ветров, вызываемых изменением инсоляции и передачей возмущений из тропосферы, накладываются приливные ветры за счет приливных колебаний; эти ветры, являющиеся, по существу, разновид-

Таблица 1.6.1

Характеристики планетарных и внутренних гравитационных волн

Тип	Период, дни	Диапазон скоростей, м/с	Вертикальная длина волны, км
Планетарные	10–20	5–10	> 100
	4–7	5–30	25–100
	2,9–2,2	10–50	50–100
Внутренние гравитационные	Горизонтальная компонента	$3 \cdot 10^{-3} - 0,5$	15–20
	Вертикальная компонента	$3 \cdot 10^{-3} - 10^{-2}$	1–2
			3–40

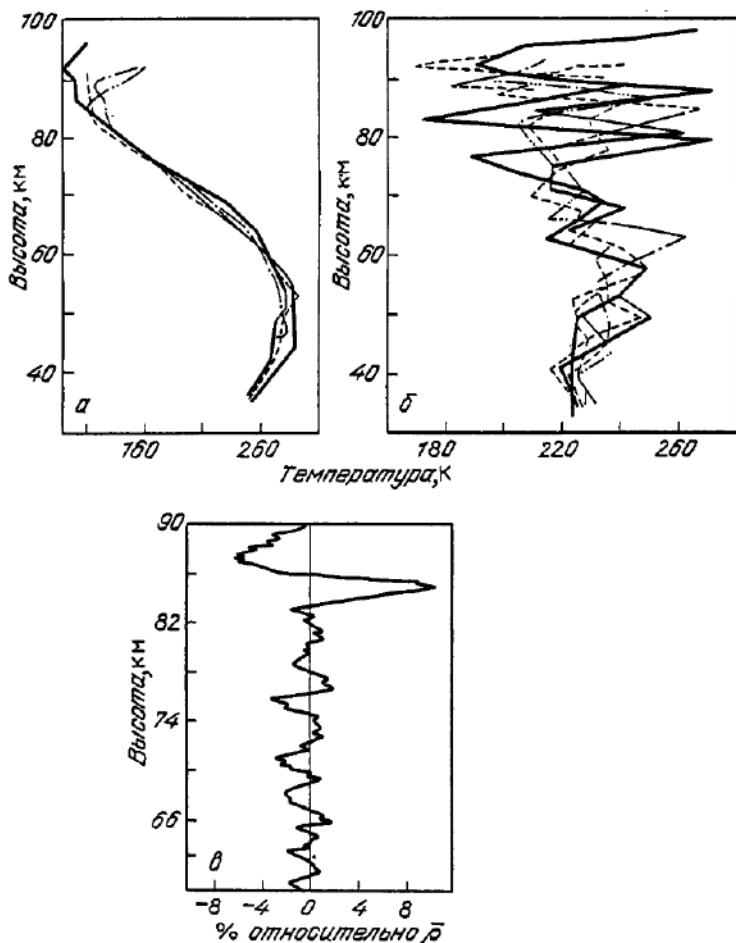


Рис. 1.6.2. Вариации температуры T зимой (а) и летом (б) и плотности ρ средней атмосферы (в) по высоте, связанные с распространением внутренних гравитационных волн (по данным ракетных измерений в сопоставлении с данными лидаров [260]). Вариации плотности указаны в процентах относительно средней $\bar{\rho}$

ностью планетарных волн, сопоставимы по скорости с ветрами в верхней мезосфере и нижней термосфере. Их характерная особенность — наличие сезонно-широтных вариаций в вертикальной структуре (в амплитуде суточной и полусуточной гармоник скорости) в области высот 70–110 км [260].

В этих же областях атмосферы наиболее активно проявляются короткопериодические колебания — акустические и внутренние гравитационные волны (ВГВ), источником которых служат различного рода возмущения, связанные с перестройкой метеорологических процессов, шировыми неустойчивостями (ветровыми сдвигами), разогревом авроральных областей и др. Эти волны имеют как вертикальную, так и горизонтальную (зональную и меридиональную) компоненты.

С внутренними гравитационными волнами, по-видимому, связаны движения атмосферы в течение большей части года над основной частью земного шара. К ним можно отнести и суточные приливы, состоящие из вертикально распространяющихся мод, ограниченных в основном областью между широтами $\pm 30^\circ$, и экспоненциально захваченных мод в сторону к полюсам от этих широт [298]. Периоды акустико-гравитационных волн охватывают диапазон от миллисекунд до часов при малых или средних масштабах длины (от единиц до сотен километров). Согласно [168, 260] типичные длины волн, распространяющихся по вертикали, лежат в интервале от 3 до 40 км на высотах 80–120 км, а в горизонтальном направлении — примерно от 50 до 1000 км. Фазовые скорости горизонтальных волн, по-видимому, не испытывают больших изменений и составляют 10–100 м/с. Типичные характеристики вертикальной и горизонтальной компонент ВГВ приведены в табл. 1.6.1. Наименьшее значение периода (~ 5 мин) отвечает частоте Брента — Вейсяля, определяемой силами плавучести, см. [298, 299].

Надо иметь в виду, что в силу закона сохранения энергии амплитуда вертикально распространяющихся ВГВ с высотой растет (обратно пропорционально корню квадратному из плотности), поскольку плотность газа падает. Так, например, на высотах около 90 км амплитуда ВГВ возрастает примерно в 500 раз. В то же время на высотах 50–70 км наблюдается нелинейное насыщение амплитуды ВГВ и заметное поглощение [300]. Волновые амплитуды обнаруживают годовые вариации, особенно заметные на высоких широтах зимой, и полугодовые вариации в тропиках. Возбуждаемые ВГВ изменения атмосферных параметров показаны на рис. 1.6.2. Как видно из рисунка, амплитуда колебаний температуры в зимней высокоширотной атмосфере выше ~ 80 км достигает более 30 К, а относительные изменения плотности — свыше 50%.

Диссипация энергии различных мод ВГВ вносит существенный вклад в тепловой баланс верхней мезосферы и нижней термосферы. Поскольку плотность волновой энергии пропорциональна $\rho \bar{V}^2$ (где ρ — плотность среды и \bar{V}^2 — средний квадрат волновой скорости, определяемый суммой квадратов компонент амплитуды волны), то с ростом высоты она должна затухать пропорционально $\exp(-z/H)$, где высота однородной атмосферы

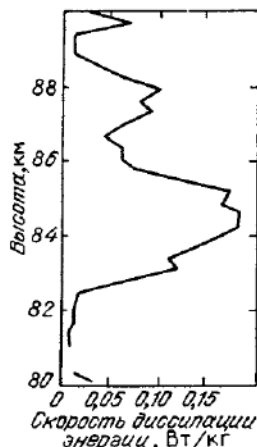


Рис. 1.6.3. Вертикальный профиль скорости диссипации энергии внутренних гравитационных волн. Профиль рассчитан по данным измерений спектров мощности отраженных сигналов при помощи радиолокационной установки (Чатаника, Аляска 17.06.1983 г., 07^hLT). Разрешение по высоте ~ 300 м [301]

$H = 5-12$ км в рассматриваемом диапазоне z . Физический механизм затухания ВГВ связан с молекулярной и турбулентной вязкостью из-за которой энергия в конечном итоге рассеивается в атмосфере. Скорость диссипации энергии — от 0,01 до 0,2 Вт/кг (рис. 1.6.3), а поток 10^{-2} Вт/м² (или 0,1 эрг/см² · с) [260, 301], что сравнимо со средним притоком солнечной корпускулярной энергии в термосфере.

ВГВ, возбуждаемые при локальном разогреве в авроральных зонах за счет механизма джоулевой диссипации и силы Лоренца, вносят существенный вклад в процессы динамического обмена и перераспределения тепла на высотах термосферы, распространяясь как в средние и низкие широты, так и по вертикали [168, 302–303, а]. В вертикальном направлении эти волны диссипируют с большим энерговыделением и на меньших высотах, когда их амплитуда достигает некоторого нелинейного предела и энергия волны переходит в тепло и частично в импульс. Эксперименты показали, что в ночные часы скорость диссипации несколько выше. Максимальная объемная скорость выделения тепла оценивается в пределах от $7,5 \cdot 10^{-9}$ эрг/см³ · с на высоте 245 км в холодной (ночной) до $3,9 \cdot 10^{-9}$ эрг/см³ · с на высоте 270 км в горячей (дневной) термосфере. Эти значения соответствуют примерно средним условиям солнечной активности. Осредненный за год вертикальный поток энергии, переносимый ВГВ, составляет на высоте мезопаузы около 0,1 эрг/см² · с [301, 304, 304, а].

Наконец, еще одним важным динамическим и энергетическим фактором, особенно в нижней термосфере, является турбулентность временная и пространственная морфология которой остается до конца не выясненной. Ее возникновение, по-видимому, обусловлено главным образом конвективной неустойчивостью, ветровыми сдвигами, приливными колебаниями, неустойчивостью ВГВ и другими возмущениями (такими, например, как локальный разогрев авроральных областей). Эксперименты (см., например, [260]) привели к выводу, что в области 80–100 км турбулентность присутствует почти постоянно (до 80% времени), причем часто отдельные турбулентные слои толщиной в несколько километров соседствуют с относительно спокойными. Особенно серьезную проблему представляет теоретическое описание турбулентных процессов, с которыми в верхней атмосфере связаны прежде всего высотное перераспределение компонент (турбулентная диффузия), скорость протекания химических реакций и энергообмен (турбулентный нагрев или охлаждение). Мы уделим этой проблеме специальное внимание в гл. 4; кроме того, в гл. 7 рассмотрим пример математического моделирования сдвиговой турбулентности в нижней термосфере вблизи турбопаузы.

1.6.2. Динамика термосферы. Динамика термосферы (включая гомосферу), подобно средней атмосфере, также представлена широким спектром движений, начиная от крупномасштабных ветровых систем до волновых процессов. Движения в экваториальной и среднеширотной термосфере генерируются, в первую очередь, за счет изменения радианта потока крайнего ультрафиолета (суточного, годового), но одновременно испытывают сильное влияние высокоширотных областей, на которые в наибольшей степени воздействует солнечная плазма и эффекты электродинамического (магнитосферно-ионосферного) взаимодействия. Циркуляция на высоких широтах может в значительной мере стимулироваться передачей количества

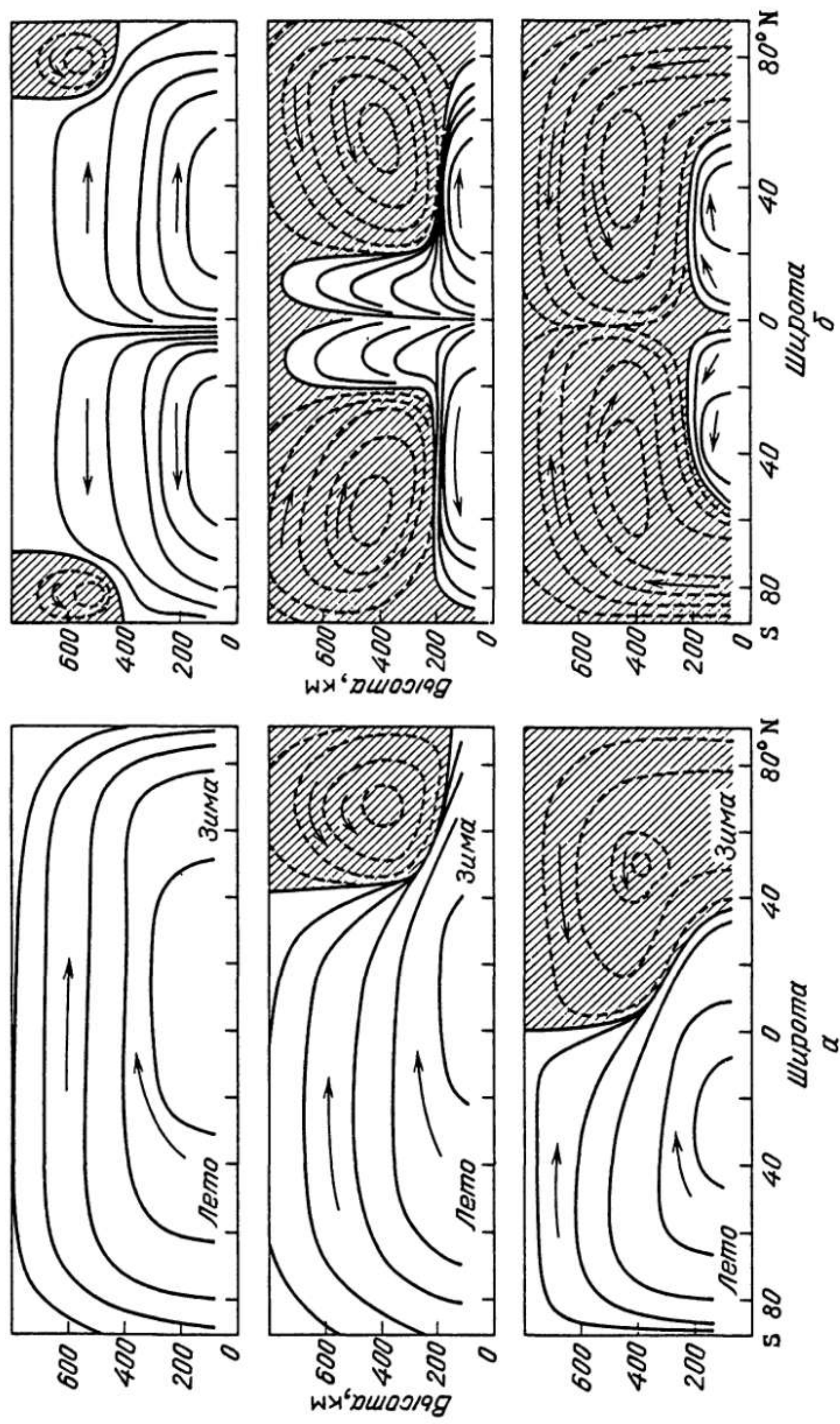


Рис. 1.6.4. Модель меридиональной циркуляции в термосфере в период солнцестояния (а) и равноденствия (б). Схемы на каждой диаграмме отвечают, соответственно, отсутствию магнитной возмущенности, среднему ее уровню и периоду геомагнитной бури [339]

движения нейтральному газу от ионов, подверженных ионосферной конвекции, эффективность которой сильно зависит от степени разогрева. В магнито-активные периоды авроральные зоны, вариации скорости разогрева которых достигают трех порядков, а скорости притока тепла могут, как мы видели, значительно превышать скорость выделения тепловой энергии при поглощении солнечного ультрафиолета, вносят определяющий вклад во всю систему термосферной циркуляции. С этой точки зрения едва ли даже можно говорить о циркуляционной системе в термосфере как о чем-то установившемся, поскольку состояния магнитной возмущенности возникают спорадически, и, следовательно, разогрев авроральных областей происходит хотя и нерегулярно, но часто, а перераспределение энергии этого локального разогрева носит глобальный характер. Поэтому термосфера, обладающая в целом стабильной структурой и эффективными механизмами диссипации энергии (вязкость, теплопроводность), по существу постоянно находится в состоянии динамической перестройки [168, 305, 306].

В отсутствие возмущений к наиболее устойчивым следует отнести систему зональных и меридиональных ветров в термосфере выше примерно 100 км. За счет этих ветров, вызываемых градиентами плотности из-за переменности суточно-сезонной инсоляции, происходит переток воздушных масс в меридиональном направлении из летнего в зимнее полушарие (рис. 1.6.4). Устойчивый характер такой циркуляции сильно меняется с ростом геомагнитной активности, вызывающей образование дополнительной системы крупномасштабных вихрей, которые, зарождаясь в зимней авроральной зоне, могут достигать экватора. Таким образом, локальное поглощение энергии в сравнительно узкой широтной полосе сильно модифицирует систему планетарной циркуляции, хотя по своей величине этот дополнительный энергетический источник (если провести глобальное усреднение) примерно вдвое меньше энергии основного источника — солнечного УФ-излучения.

С дневным суточным вздутием (которое мы будем также называть суточным, или основным, термическим приливом) связана циркуляционная система, содержащая зональную и меридиональную компоненты ветра. Отличительной особенностью зонального ветра, которая была найдена из анализа изменения наклонений орбит ИСЗ на длительных временных интервалах [263], оказалось различие скоростей "вечерних" (с запада на восток) и "утренних" (с востока на запад) ветров v_a , относящихся, соответственно, к $18-24^h$ LT и к $4-12^h$ LT. Это различие наглядно демонстрирует рис. 1.6.5, на котором скорости ветра нанесены в виде зависимости $\Lambda(z)$, где $\Lambda = v_a/v_s$; $v_s = 464$ м/с — линейная скорость поверхности Земли на экваторе. "Вечерние" ветры достигают максимума $\Lambda = 1,4$ ($v_a \approx 180$ м/с) на $z \approx 350$ км, в то время как у "утренних" $\Lambda = 0,8$ ($v_a \approx 90$ м/с) на $z \geq 200$ км.

Приведенные данные свидетельствуют о вращении верхней атмосферы, опережающем (в среднем) собственное вращение Земли в диапазоне высот 200–400 км, называемом атмосферной суперротацией (кривая 2 на рис. 1.6.5), так что $\bar{\Lambda} \approx 1,2$ ($v_a \approx 100$ м/с). С учетом особенностей анализа экспериментальных данных эти результаты надо относить к средним широтам ($30-40^\circ$). Механизм суперротации не получил пока убедительно-го теоретического истолкования; в рамках существующих динамических

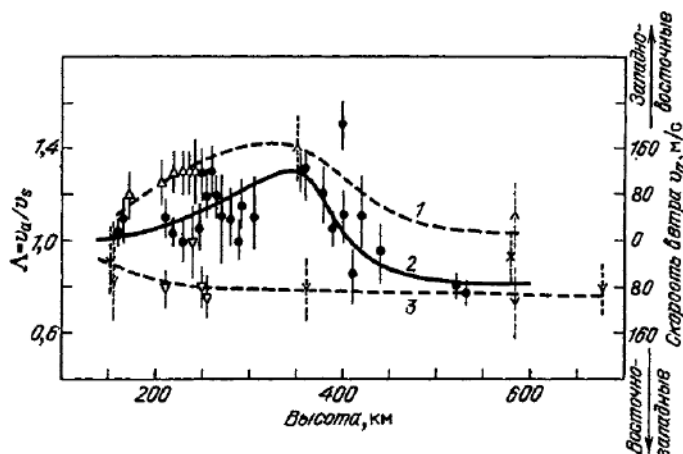


Рис. 1.6.5. Зависимость от высоты скорости зонального ветра v_z в термосфере: кривые 1, 3 — значения v_z , соответственно, в вечерние и утренние часы; кривая 2 — среднесуточная скорость ветра, свидетельствующая о наличии атмосферной суперротации ($\Lambda > 1$) на $z \leq 400$ км

квазисамосооглашенных моделей (см. [307]) скорость опережающего вращения получается существенно меньше, хотя нужно, конечно, принимать во внимание исходную симметризацию, заложенную в расчетную схему. Вместе с тем, следующие из модельных оценок значения скоростей меридиональной компоненты ветра (от экватора к полюсам днем и более сильные — до 150 м/с — в направлении к экватору ночью) в целом довольно хорошо согласуются с имеющимися данными для средних широт.

Иная ситуация в полярных областях, о чем свидетельствуют, например, измерения доплеровского контура и смещения эмиссионных линий 6300 ОI и 7320 ОII при помощи интерферометра Фабри — Перо [308, 309]. Здесь ветровая система имеет, наоборот, преимущественные направления к западу и полюсу в ночные часы, перестраиваясь соответственно к востоку и экватору утром, причем тем раньше, чем выше уровень геомагнитной возмущенности. Сдвиг меридиональной ветровой системы происходит при этом вдоль аврорального овала.

При наличии возмущений, инициируемых комплексом электродинамических взаимодействий в авроральных областях и полярной шапке (см. рис. 1.4.3), морфология возбуждаемых систем ветров и волн исключительно сложна. Постоянно присутствующие в термосфере электрические поля, о которых подробно говорилось в § 1.4, воздействуют на эти системы как посредством выделения энергии, сравнимой по величине с энергией КУФ или выпадающих частиц, так и путем передачи количества движения от ионосферной плазмы к нейтральному газу. Результаты теоретического моделирования (см., например, [302, 310]) показывают, что передача количества движения через электродинамические процессы в высокоширотной ионосфере служит необходимым звеном в наблюдаемом глобальном "отклике" термосферы на разогрев авроральных областей, включающем изменение режима атмосферной динамики.

Подобно средней атмосфере, волновые явления в термосфере в первом приближении можно рассматривать как суперпозицию колебаний различного пространственного масштаба. Часть волн генерируется в результате дополнительных термических приливов, возникающих в местах локального разогрева, часть проникает из нижней и средней атмосферы в виде планетарных и внутренних гравитационных волн. Последние, однако, должны быстро затухать в термосфере выше ~ 150 км вследствие быстрого нарастания вязкости. В свою очередь, часть волновой энергии из термосферы передается в нижележащую атмосферу. Более подробное изложение этих и других проблем циркуляции и динамических процессов в средней атмосфере, термосфере и ионосфере читатель может найти в сборниках и обзорах [244, 311–313].

1.6.3. Роль магнитосферно-ионосферных взаимодействий. Динамика термосферы, испытывающей воздействие ионосферной плазмы, сама оказывает сильное влияние на поведение ионосферы. С учетом приведенных оценок (см. с. 58) оно является определяющим ниже ~ 150 км, а выше движение электронов и ионов в основном контролируется электрическими и магнитными полями. На низких и средних широтах электрические поля генерируются за счет ветров, возбуждаемых термическими приливами, а в высокоширотной атмосфере — главным образом магнитосферно-ионосферными взаимодействиями.

При горизонтальном переносе ионов приливными ветрами поперек силовых линий геомагнитного поля возбуждаются (до высоты $z \leq 130$ – 150 км) электрические поля и возникает ток атмосферного динамо. Быстрые ионы передают свой импульс нейтральному газу термосферы вдоль электрического поля, и на высотах динамо-области текут электрические (педерсеновские) токи. На высотах E -слоя происходит выделение тепла за счет джоулева нагрева. Особенно сильные токи возбуждаются в магнито-возмущенные периоды в высокоширотных областях, где возникает авроральная электроструя. Описанную систему можно в каком-то смысле уподобить магнито-гидродинамическому генератору, преобразующему кинетическую энергию солнечного ветра через конвекцию плазмы и ее торможение силой $1/c \, j \times B$ в электрический ток в ионосфере.

Появляющиеся вследствие разогрева градиенты давления и плотности нейтрального газа дополнительно усложняют картину движений в термосфере. Кроме того, ВГВ, генерируемые локальными тепловыми источниками в авроральной зоне, распространяясь к экватору, оказывают сильное влияние на меридиональную циркуляцию и существенно изменяют характер невозмущенной ветровой системы в термосфере [244]. С этим механизмом предположительно связаны глобальные изменения в магнито-возмущенные периоды температуры и химического состава термосферы.

В F -слое, где поперечная проводимость существенно ниже, движение ионосферы как целого происходит в результате дрейфа электронов и ионов в электрическом поле, перпендикулярном магнитному полю Земли. При этом ионы, сталкиваясь с нейтралами, также передают им импульс (эту часть ионосферы иногда называют "атмосферным мотором"). За возбуждаемые здесь электрические поля, в первую очередь, на высоких широтах, ответственна глобальная конвективная система в магнитосфере — ионосфере (см. § 1.4), причем напряженность электрических полей изменяется в

зависимости от характеристик солнечного ветра — прежде всего от вектора ММП. Ионосферная плазма посредством механизма, подобного упоминавшемуся при рассмотрении формирования кольцевого тока, приобретает скорость, пропорциональную векторному произведению $E \times B$, вследствие чего само движение называют электрическим дрейфом. Напряженности электрических полей, проникающих из магнитосферы, и вторичных полей, возбуждаемых в высокоширотной ионосфере, обычно не превышают 50–100 мВ/м [168, 314]. Отсюда получаем, что скорости дрейфа достигают 1 км/с и более. Движения со скоростями такого порядка охватывают всю полярную шапку и простираются вплоть до магнитной широты 60° . Проникая в низкоширотные области, электрические поля магнитосферного происхождения взаимодействуют с электрическими полями, возбуждаемыми за счет механизма атмосферного динамо, создавая весьма сложную и быстропеременную структуру распределения электрического потенциала в ионосфере и одновременно оказывая влияние на динамику плазмосферы, процессы в плазмопаузе и кольцевой ток [172]. Это приводит к возникновению ионосферных бурь на высотах F -слоя — значительных вариаций электронной концентрации, сильно влияющих на распространение радиоволн. Подробное обсуждение существующих концепций относительно механизма этих бурь можно найти в обзорах [315–317].

Кроме проникающих крупномасштабных электрических полей магнитосферной конвекции, в ионосфере регистрируются локальные квазистационарные электрические поля, связанные с дугами и полосами ПС, существенно влияющие на локальное распределение электронной и ионной концентрации, дрейфовые движения плазмы, ветровые движения нейтралов и тепловой баланс в этих областях [318–319а].

Следует также принимать во внимание возможность взаимосвязи ионосферных электрических полей с тропосферным электричеством и грозовой активностью, что должно приводить к образованию некоторой планетарной электрической цепи. Действительно, крупномасштабные горизонтальные электрические поля магнитосферного и ионосферного происхождения проникают почти без ослабления глубоко в атмосферу Земли — вплоть до высот ~ 10 км — и оказывают влияние на глобальное распределение атмосферного электрического потенциала и метеорологических полей [320–321а]. По-видимому, имеет место и обратный процесс: электрические поля тропосферы и грозное электричество так или иначе воздействуют на динамические процессы в верхней атмосфере, ионосфере и магнитосфере. Этот, действующий почти мгновенно, механизм передачи возмущений может существенно усложнять топологию электрического и магнитного полей и пространственную структуру ионосферной плазмы.

Наконец, электрические поля, накладываясь на градиенты ионосферной плотности, могут вызывать плазменные неустойчивости (обусловленные, например, рзлей-тейлоровским механизмом или $E \times B$ -дрейфом) и нарастающие флуктуаций плотности, приводящих к различного рода нерегулярностям в поведении ионосферных параметров с масштабами от десятков километров до нескольких сантиметров. К ним относятся, в частности, известные локальные области на низких широтах (силовые трубки) с резко пониженной плотностью плазмы, размерами 50–200 км, получившие название плазменных пузырей [246, 322–325]. О неоднородностях мень-

ших размеров, оказывающих влияние на формирование тонкой структуры ионосферы, свидетельствуют регистрируемые электростатические волны, скорости которых сравнимы с тепловыми скоростями электронов и ионов; по этой причине они испытывают сильное циклотронное затухание или затухание Ландау. Эти волны также возникают вследствие разного типа неустойчивостей, среди которых наиболее известны двухпоточковая или неустойчивость Фарли — Бунемана, связанная с токами Холла, и градиентно-дрейфовая, связанная с пространственным разделением зарядов [168, 326].

В периоды магнитных суббурь в авроральных зонах появляются ионосферные неоднородности различных типов, наибольшие из которых, имеющие форму крупномасштабных волн с горизонтальными скоростями от 400 до 1000 м/с, называют перемещающимися ионосферными возмущениями (ПИВ). Их появление связывают с ВГВ на высотах F -слоя термосферы. Источником ПИВ могут быть, наряду с процессами в авроральных областях, также, по-видимому, и метеорологические процессы в тропосфере. К этому выводу приводят прямые измерения на спутниках, а также эксперименты по воздействию на ионосферу крупных наземных взрывов [327–332]. Этот класс ионосферных неоднородностей, подобно структурам, обусловленным атмосферным динамо, тесно связан с состоянием и динамикой нейтральной атмосферы. Тем не менее, их не всегда можно выделить среди других типов ионосферных нерегулярностей, в большей или меньшей степени обусловленных всей совокупностью взаимодействий магнитосферы, ионосферы и нейтральной атмосферы.

Примеры исключительно сильной реакции высокоширотной термосферы даже на весьма умеренное состояние магнитной возмущенности, сопровождающей инжекцию потоков энергии магнитосферно-ионосферного проис-

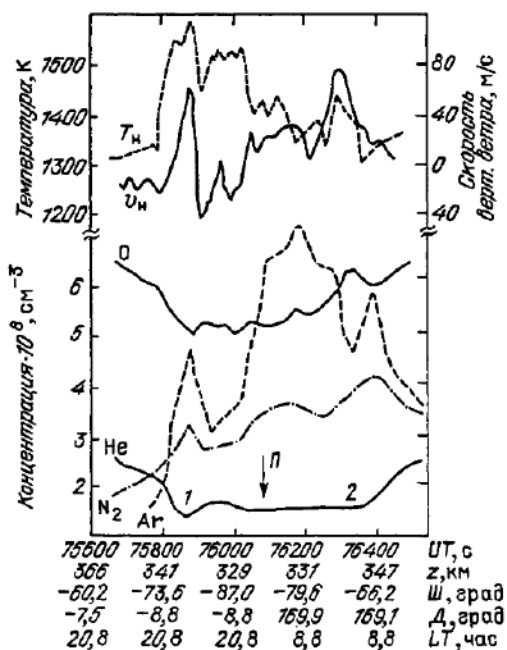


Рис. 1.6.6. Вариации параметров нейтральной термосферы [334]. В верхней части рисунка — изменения температуры T_n и скорости вертикального ветра v_n . В средней и нижней части — концентрации O, He, N_2 и Ar. Измерения охватывают интервал от 21^h до 21^h17^m по всемирному времени (UT) 24.10.1981 г. Район перигея (обозначен стрелкой П) находился в предзвездном секторе на 88° ю.ш. (по горизонтальной оси Ш — широта, Д — долгота, LT — местное солнечное время). Результаты измерений на высотах между 329 и 366 км приведены к одной высоте стандартным способом с использованием отвечающей измерениям шкалы высот. Магнитная возмущенность умеренная ($K_p = 3$; $A_p = 18$). Цифры 1, 2 — соответственно утренняя и вечерняя границы полярного овала

хождения, показаны на рис. 1.6.6 и 1.6.7, построенных по данным измерений на спутнике DE-B [333, 334]. Хорошо видна антикорреляция в поведении тяжелых (Ar , N_2) и легких (O , He) атмосферных компонент, особенно сильная на границах и внутри овала, в полярной шапке: в то время как концентрации He и O уменьшаются на 30–50 % по сравнению с магнитоспокойными периодами, концентрации Ar и N_2 возрастают в несколько раз. Это обусловлено их интенсивным дрейфом вверх, поскольку вертикальная составляющая скорости ветра достигает 70 м/с. Температура нейтрального

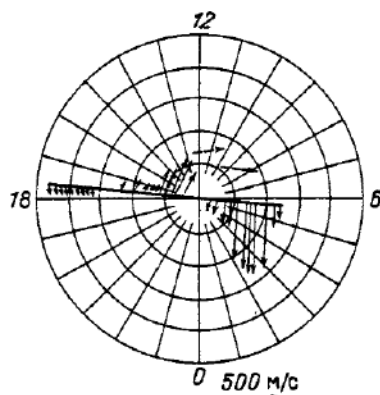


Рис. 1.6.7. Горизонтальная компонента нейтрального ветра в полярной термосфере по данным измерений на спутнике DE-B (стрелки, присоединенные к прямой линии, проходящей через полюс, — проекции орбиты спутника) и одновременным оптическим доплеровским измерениям с наземной станции в Швалбарде на Аляске (пунктирные стрелки). Высота измерений 240 км, сетка на диаграмме соответствует 10° по широте и 1 часу местного солнечного времени. Внизу стрелкой указан масштаб скорости ветра [301]

газа одновременно возрастает почти на 300 К. Таким образом, приток энергии в полярную термосферу вызывает, помимо роста температуры, значительное перераспределение атмосферных составляющих, увеличивая на данной высоте долю частиц с молекулярным (атомным) весом \bar{M} , большим среднего \bar{M} , и, наоборот, уменьшая долю частиц с $\bar{M} < \bar{M}$.

Еще более сильные вариации испытывают концентрации ионных компонент в ионосфере. Эти вариации отчетливо проявляются в низкоширотных областях F-слоя, где наблюдаются резкие уменьшения плотности плазмы — типа упомянутых пузырей, но гораздо больших пространственных размеров и более сложной морфологии. Такие нерегулярности были впервые обнаружены вблизи геомагнитного экватора на спутниках OGO-6 и "Интеркосмос-8" и затем наиболее подробно исследованы на спутнике AE-E [335–338].

Пример поведения ионосферы по данным измерений на спутнике AE-E на высоте 450–460 км показаны на рис. 1.6.8. Измерения, выполненные с разрешением 15 с, относятся к вечерним часам местного времени и охватывают диапазон геомагнитных широт от $15,2^\circ$ до $-7,5^\circ$. Основной "провал" в ионосферной плотности происходит у геомагнитного экватора за счет уменьшения почти на четыре порядка концентрации ионов O^+ при одновременном увеличении (до двух порядков) концентрации ионов NO^+ . Основному провалу протяженностью 5000–5500 км сопутствуют локальные вариации меньшего горизонтального масштаба, но также с сильными изменениями плотности и отрицательной корреляцией этих ионов. Природа такого поведения ионосферной плазмы связана, вероятно, с процессами крупномасштабной динамики термосферы и электрическими полями, а также с высокоширотными плазменными неустойчивостями. Отрицательная

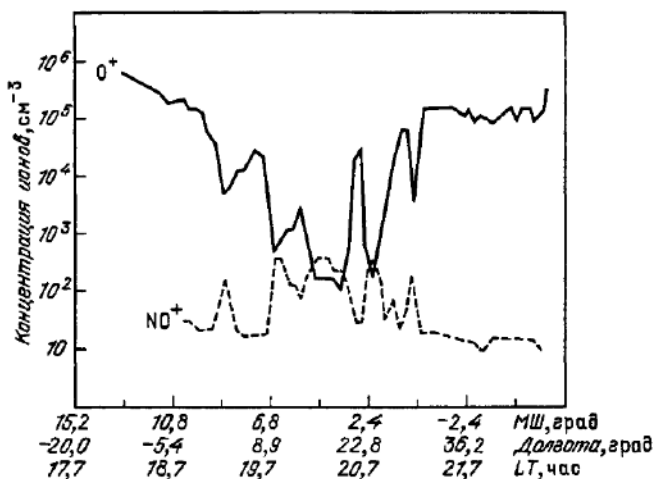


Рис. 1.6.8. Вариации концентрации ионов O^+ и NO^+ на высотах 450–460 км по данным измерений при помощи радиочастотного масс-спектрометра на спутнике AE-E (орбита 18513.14.03.1979 г.) [338]. В районе геомагнитного экватора наблюдается резкое уменьшение концентрации O^+ и возрастание NO^+ ; мелкомасштабные флуктуации также обнаруживают их отрицательную корреляцию. Эти нерегулярности, вероятно, генерируются высокоширотными плазменными неустойчивостями (МШ – геомагнитная широта)

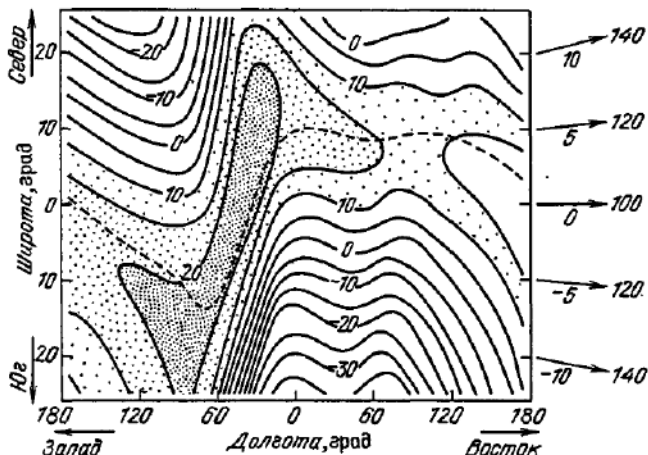


Рис. 1.6.9. Скорость вертикального дрейфа ионов ($z = 300$ км, 19–22^h LT). Значения скоростей дрейфа (в м/с) указаны на изолиниях; положительные значения соответствуют направлению вверх, отрицательные – вниз. Наиболее плотно заштрихованной области соответствует максимальная скорость дрейфа ионов на большие высоты (от ~300 до ~800 км) [338]

корреляция в распределении O^+ и NO^+ свидетельствует об общем "вспухании" ионосферы, особенно интенсивном в первую половину ночи, обусловленном вертикальным дрейфом плазмы вверх. Этот перенос ассоциируется с общей системой планетарной циркуляции, в первую очередь с ее меридиональной компонентой [337]. В качестве примера на рис. 1.6.9 показаны скорости вертикального дрейфа в приэкваториальной термосфере на высоте 300 км, рассчитанные для периода равноденствия с использованием измеренных на спутнике АЕ-Е вариаций содержаний ионов и симметричной относительно географического экватора модели ветрового поля [338, 339]. Наибольшие скорости вертикального дрейфа превышают 20 м/с; они, однако, меньше скоростей, обнаруженных в авроральной зоне. Образование громадного "пузыря" сильно пониженной плотности в F -слое сопровождается одновременным аномальным возрастанием плотности ионосферной плазмы на больших высотах (600–800 км), куда как бы перемещается максимум F_2 . Что касается локальных мелкомасштабных вариаций содержания ионов на рис. 1.6.8, то их возникновение, по-видимому, обусловлено рэлей-тейлоровской неустойчивостью, инициируемой уменьшением частоты столкновений ионов с нейтралями и скорости рекомбинации (эффективности релаксационных и, возможно, других аэрономических процессов) внутри основного провала [340–343].

Во всех этих процессах необходимо, конечно, принимать во внимание важную роль крупно- и среднемасштабных электрических полей в общей морфологии движений плазмы, контролируемых электрическим дрейфом в магнитном поле Земли [344]. Так, еще раньше, независимо от спутниковых экспериментов, по данным некогерентного рассеяния радиоволн в Джикамарке (Перу) был сделан вывод о больших вертикальных скоростях на уровне слоя F , уменьшающих там степень ионизации и поднимающих этот слой до высоты ~ 500 км, которые были отнесены на счет суточной вариации вертикальной компоненты $E \times B$ — дрейфовой скорости [345]. Механизмом этого дрейфа хорошо объясняются также вариации интенсивности ночной эмиссии OI 6300 Å в тропической зоне, измерявшейся со спутника АЕ-Е [346]. Во взаимодействии ветрового поля с процессами электродинамической природы следует, очевидно, искать объяснение обнаруженных в экспериментах на АЕ-Е широтных, долготных и сезонных вариаций в структуре экваториального расширения области F : широтно-долготная зависимость четко коррелирует с магнитным наклоном, а в сезонном ходе максимум эффекта расширения приходится на район геомагнитного экватора в периоды равноденствий и летнее (по отношению к магнитному экватору) полушарие во время солнцестояний.

§ 1.7. Верхние атмосферы, ионосферы и магнитосферы планет

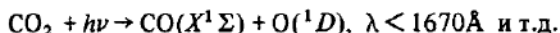
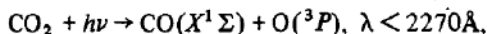
1.7.1. Нейтральные верхние атмосферы.

Выше уже говорилось об основных параметрах, характеризующих структуру атмосфер планет. В отличие от верхней атмосферы Земли, где определяющую роль играет кислород, процессы, происходящие в верхних атмосферах Венеры и Марса, контролируются, в основном, фотохимией углекислого газа, преобладающее содержание которого сохраняется приблизительно до 200–250 км вместе с

продуктами его диссоциации O и CO. Еще выше атмосферы этих планет, подобно земной, постепенно становятся гелиево-водородными. Водород (и его соединения с углеродом и азотом) определяет процессы переноса солнечной коротковолновой радиации в верхних атмосферах планет-гигантов [1, 347].

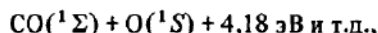
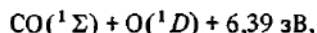
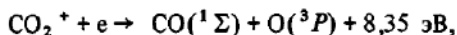
С фотохимией атмосферы, состоящей из CO₂, связано формирование структуры и состава верхних газовых оболочек Венеры и Марса. В результате процессов фотоллиза CO₂ образуются продукты диссоциации и ионизации, одновременно идут обратные процессы ассоциации и рекомбинации в условиях интенсивного динамического обмена (турбулентная диффузия, циркуляция). Существенную роль в атмосферной химии, влияющей на высотное распределение компонент и тепловой режим, играют также малые атмосферные составляющие, в первую очередь H₂O, а на Венере, кроме того, серосодержащие. Особенности фотохимии и атмосферной динамики объясняется преобладание содержания CO₂ до больших высот в термосферах обеих планет [11, 348].

Образование CO и O обусловлено как непосредственной фотодиссоциацией CO₂, так и диссоциативной рекомбинацией CO⁺. За реакции диссоциации ответственны фотоны с энергией $E \geq 5,5$ эВ, так что



При меньших λ реакции этого типа сопровождаются образованием CO в состояниях ($a^3\Pi$), ($A^1\Pi$) и O(1S) с последующими спонтанными переходами [349, 350]. В частности, при переходе из состояния ($a^3\Pi$), образующемся при $\lambda < 1080\text{\AA}$, возбуждаются упоминавшиеся в разд. 1.4.4 камероновские полосы CO ($a \rightarrow X$).

Ионизация обуславливается фотонами с энергией $E > 13,8$ эВ ($\lambda < 902\text{\AA}$), вызывающими образование CO₂⁺ в различных состояниях возбуждения [351, 352]. Заметим, что в тепловом отношении особенно эффективны ионы с энергией $E \geq 7$ эВ, поскольку в углекислой атмосфере ниже этого порога наиболее вероятна потеря энергии за счет переизлучения с колебательно-возбужденных уровней молекулы CO₂, особенно в фундаментальной полосе $\lambda = 15$ мкм. Тепловая эффективность диссоциативной рекомбинации CO₂⁺ также существенным образом зависит от состояния возбуждения конечных продуктов этой реакции:



с образованием также CO в состояниях ($a^3\Pi_2$), ($a^3\Sigma^+$), ($a^3\Pi$), ($^1\Pi$). Из этих каналов превращений наиболее вероятно образование CO в основном состоянии ($^1\Sigma$) и O в состояниях (3P) и (1D).

В указанных реакциях, а также при термализации "свежих" фотоэлектронов происходит высвобождение (с преобразованием в тепло) основной доли энергии крайнего ультрафиолета, поскольку реакции обратной ассоциации CO и O на больших высотах и без участия третьих частиц в качестве катализаторов малоэффективны. Они могут играть определенную роль только

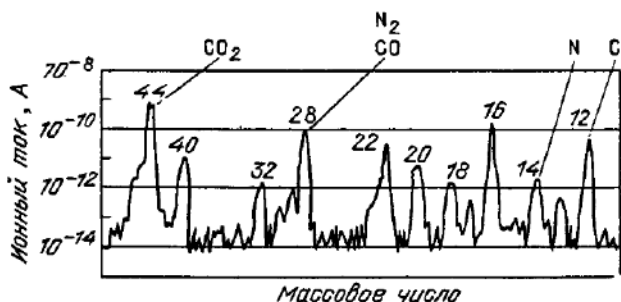


Рис. 1.7.1. Массовый спектр верхней атмосферы Марса (в диапазоне высот 100–200 км) по данным масс-спектрометрических измерений на КА "Викинг-1" [358]. В спектре учтены искажения вследствие изменения давления при входе КА в атмосферу за период одного сканирования прибора. Выделены пики, обусловленные основными изотопами компонент

в мезосфере и нижней термосфере, где происходит активная эвакуация продуктов фотолиза (подробное обсуждение этих вопросов содержится в последней главе монографии [11] и с учетом новых экспериментальных данных — в [353]). Остальная часть энергии КУФ, по-видимому, рассеивается и переизлучается атмосферой.

Так, характерным для спектра дневного свечения атмосферы Марса в интервале 1100–3400 Å явилось обнаружение наряду с излучением в полосах CO_2 (дублет $B-X$), кислорода OI ($^1S - ^3P$) и водорода H L_α интенсивной эмиссии в камероновских полосах CO ($a \rightarrow X$) [354–356]. Эти результаты привели к уменьшению оценки эффективности перевода поглощаемой солнечной радиации в тепло с учетом результатов теоретического моделирования структуры и теплового режима марсианской термосферы (см. § 7.4 и [357]) дали более корректное значение температуры $T_\infty = 350$ К. Одновременно полученные по эмиссионным данным оценки высотного хода CO_2 , CO и O в верхней атмосфере Марса позднее были в основном подтверждены масс-спектрометрическими измерениями (см. рис. 1.7.1), давшими также важные сведения об изотопном составе главных компонент [358].

Примерно такое же значение экзосферной температуры получено для верхней атмосферы Венеры. Результаты спектральных и спектрофотометрических измерений дневного свечения в крайнем ультрафиолете на искусственных спутниках Венеры дали значение $T_\infty = 375 \pm 100$ К (по HeI 584 Å) [359]. В то же время измерения в линии H L_α привели к выводу о наличии "холодной" (примерно соответствующей температуре атмосферы) и "горячей" (имеющей избыточную энергию) компонент атомарного водорода; температура последней оценена равной ~ 1000 К [353, 360]. Значение $T_\infty \approx 400$ К на дневной стороне подтверждено данными измерений торможения спутника "Пионер — Венера"; в то же время на ночной стороне температура оказалась ~ 100 К, что почти на 80 К ниже температуры мезопаузы земной атмосферы [361].

Существенно более низкие по сравнению с Землей средние экзосферные температуры Венеры и Марса можно отнести прежде всего на счет интенсивного высвечивания энергии в ИК-полосах CO_2 . По этой же причине основания экзосфер лежат примерно на 200 км ниже, чем в атмосфере Земли. Что

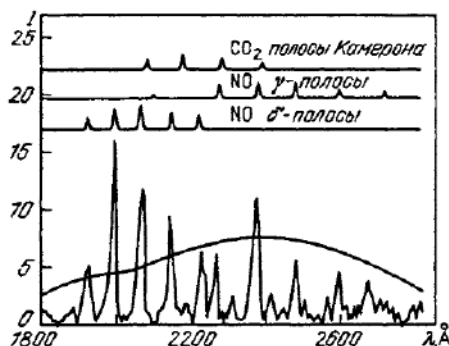


Рис. 1.7.2. Ультрафиолетовый спектр ночного свечения Венеры (полосы CO_2 и NO) по измерениям на КА "Пионер-Венера" [363]. Гладкая кривая — зависимость чувствительности спектрометра от длины волны. Интенсивность I по вертикальной оси — в относительных единицах. Осредненная по полусфере абсолютная интенсивность свечения на $\lambda = 1980 \text{ Å}$ $I = 0,8 \text{ кР}$

же касается необычайно низкой температуры ночной верхней атмосферы (криосферы) Венеры, то предпринимаются попытки объяснить ее, приняв во внимание дополнительное к CO_2 излучение во вращательной полосе H_2O наряду с важной ролью турбулентной теплопроводности [362].

Отождествление спектров свечения на дневной и ночной сторонах Венеры, полученных на высотных ракетах и с искусственных спутников планеты, дало важные сведения о химическом составе ее нейтральной верхней атмосферы. Подробное обсуждение этих результатов и удовлетворяющих им модельных оценок можно найти в [226]. Спектр ночного свечения с отождествлением полос Камерона CO и γ - и δ -полос NO воспроизведен на рис. 1.7.2, а на рис. 1.7.3 показаны результаты масс-спектрометрических измерений, наиболее полно характеризующих состав термосферы Венеры [363, 364].

Небезынтересно отметить, что в спектрах излучения Марса и Венеры была обнаружена также нетепловая ИК-эмиссия, источник которой находится в мезосферах этих планет. Она отождествлена с центрами "горячих" полос $9,4 \text{ мкм}$ и $10,4 \text{ мкм}$. По механизму возбуждения эта эмиссия представляет собой естественный природный лазер, действующий в атмосфере за счет поглощения солнечной радиации в ближней ИК-области, столкновительного возбуждения состояния 00^0_1 CO_2 и его излучательной дезактивации [365, 366]. Не исключено, что определенный вклад в инверсную заселенность вносит также поглощение солнечной ближней ИК-радиации водяным паром с последующим колебательным возбуждением CO_2 .

В верхней атмосфере Юпитера находятся, главным образом, водород, гелий, метан, этилен и ацетилен. Их абсолютные содержания (в М-амаге) согласно [367] составляют $67 \cdot 10^3$ (H_2), $34 \cdot 10^3$ (He), 45 (CH_4), 10^{-4} (C_2H_6) и $2 \cdot 10^{-6}$ (C_2H_2). Этилен и ацетилен представляют собой доминирующие продукты фотоллиза CH_4 ; соответственно на высоте 300 км относительное объемное содержание, например, C_2H_2 ($5 \cdot 10^{-6}$) примерно на два порядка больше, чем вблизи верхней границы облаков (см. рис. 1.2.1) [347].

Фотохимические реакции в стратосфере, мезосфере и термосфере Юпитера подробно рассмотрены в [368]. Они определяются фотохимией H_2 , включающей образование H_2^+ в процессе фотоионизации ($\lambda < 804 \text{ Å}$) и ионно-молекулярной перезарядки H_2 с He^+ , а также образование атомов H вследствие непосредственной диссоциации ($\lambda < 845 \text{ Å}$) и преддиссоциации

($\lambda < 1109 \text{ \AA}$). Из-за высокой эффективности превращения H_2^+ в атомы Н процесс диссоциации является преобладающим. Обратный процесс ассоциации Н в H_2 в тройных соударениях эффективен только на сравнительно небольших высотах в стратосфере-мезосфере вследствие большой постоянной времени соответствующей термохимической реакции (превышающей характерное время вертикальной диффузии). Фотохимией аммиака и особенно метана обусловлено образование большого числа радикалов, углеводородов и гидрозина. Существенный вклад в продуцирование радикалов, ответственных за образование ряда сложных соединений, вносит также фотохимия сероводорода H_2S и фосфина PH_3 , с которыми связана окраска

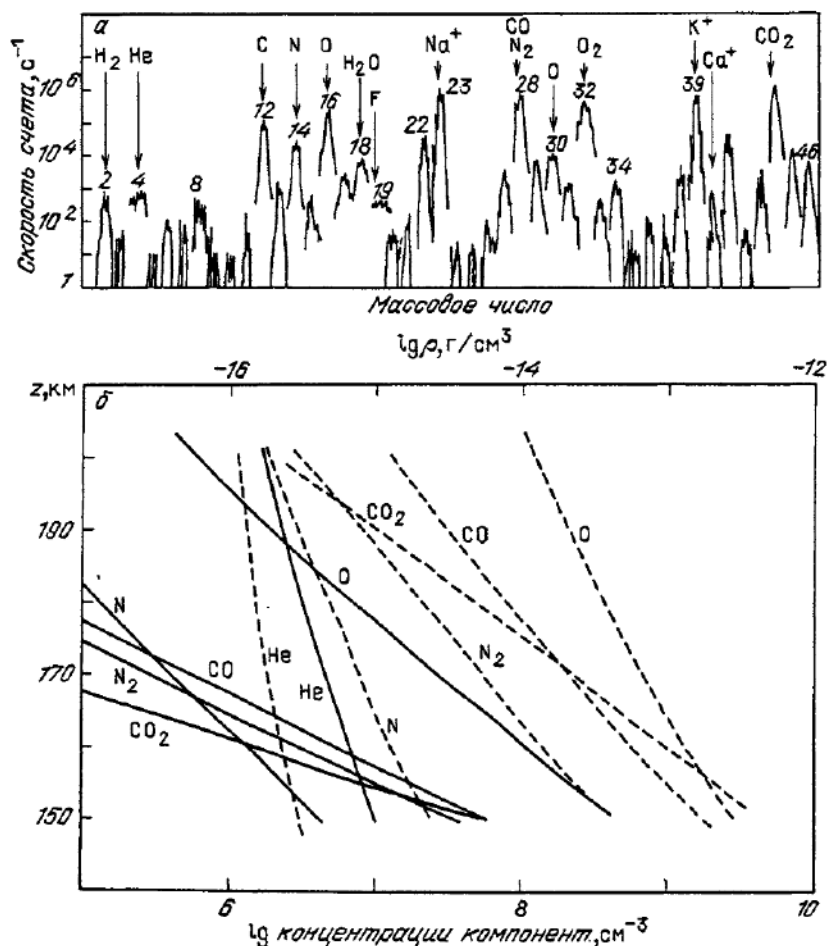


Рис. 1.7.3. Нейтральный состав верхней атмосферы Венеры [364]: а) массовый спектр в диапазоне высот 140–160 км по данным измерений при помощи масс-спектрометра на нескольких орбитах КА "Пионер-Венера" (обозначены основные отождествленные компоненты); б) модельные высотные распределения концентрации атмосферных компонент, построенные на основе данных измерений для антисолнечной (сплошные кривые, $T_{\infty} = 118 \text{ K}$) и подсолнечной (штрих, $T_{\infty} = 294 \text{ K}$) точек на экваторе

облаков. Отметим, что процессы фотодиссоциации CH_4 , NH_3 , PH_3 приводят также к образованию "горячих" атомов водорода. "Горячий" водород, по-видимому, играет важную роль в химии надоблачной атмосферы и тропосферы Юпитера. В реакциях с его участием могут образовываться, в частности, метиловые радикалы и более сложные соединения, содержащие C-N связи (такие, как цианистый водород HCN , метиламин CH_3NH_2 и др.), с которыми связывают как окраску юпитерианских облаков, так и возможный синтез органических соединений, вплоть до оснований аминокислот [369, 370].

Наиболее полная на сегодня информация о химическом составе и температуре верхней атмосферы Юпитера получена по данным измерений на космических аппаратах (УФ- и ИК-спектроскопия, радиозатменные измерения). Обзор этих результатов применительно к нейтральному газу можно найти, например, в [347, 371]. В радиозатменном эксперименте было определено положение уровня тропопаузы, которому отвечает давление 0,1 атм при температуре 113 К; выше в стратосфере ($p \approx 35$ мбар) обнаружена небольшая область температурной инверсии ($T \approx 140$ К). По данным о поглощении ультрафиолета нейтральным водородом и гидрокарбонатами найдена

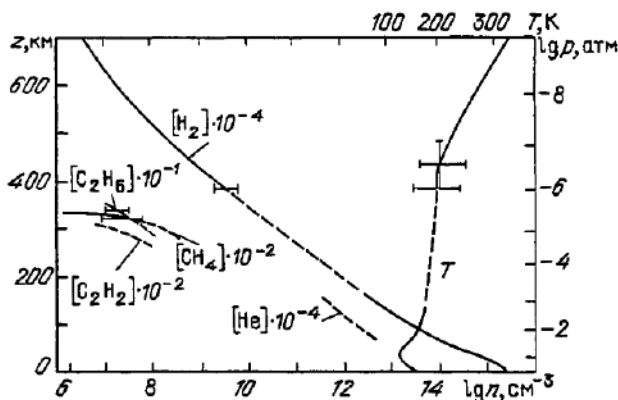


Рис. 1.7.4. Высотные профили концентраций основных нейтральных компонент атмосферы Юпитера по данным ИК измерений на КА "Вояджер" и по покрытию Юпитером α Льва (на уровнях с давлением $p < 10^{-3}$ атм). Справа показан профиль температуры в этом диапазоне высот [347]

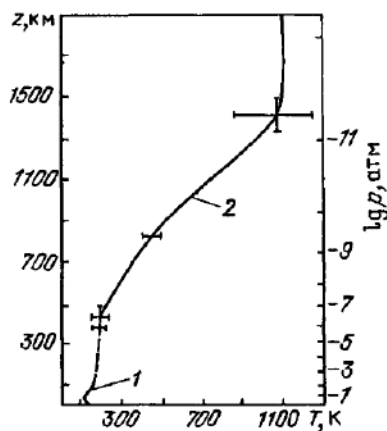


Рис. 1.7.5. Зависимость температуры от высоты в верхней атмосфере Юпитера по результатам измерений: 1 — радиозаход и ИК-спектрометр на "Вояджере-1"; 2 — УФ-спектрометр на "Вояджерах-1 и 2" [347]

температура в области высот до 800 км, а еще выше (до 1700 км) она оценена из измерений с борта КА вариации УФ-излучения при покрытии Юпитером Регула (α Льва) [372, 373]. По результатам покрытия оценен также состав верхней атмосферы.

Соответствующие высотные профили содержаний основных компонент и температуры показаны на рис. 1.7.4. и 1.7.5. Отношение $[\text{He}]/[\text{H}_2]$ оказалось примерно таким же, какое было получено при помощи бортового ИК-спектрометра ($0,10 \pm 0,03$), что практически совпадает с солнечным. Экзосферная температура T_∞ , относящаяся к фазе максимума солнечной активности, составила 1100 ± 200 К, что почти на 300 К выше значения T_∞ , определенного КА "Пионер" в фазе минимума солнечного цикла. Этот результат свидетельствует о важной роли солнечного крайнего ультрафиолета как источника разогрева, который ранее недооценивался по сравнению с диссипацией энергии ВГВ, инициируемых высыпанием мягких электронов из магнитосферы и разогревом авроральных областей [347, 367]. Наряду с этими источниками для объяснения высокой экзосферной температуры необходимо допустить существование других механизмов разогрева. Значительный вклад может вносить, например, джоулева диссипация, с которой предположительно связывается наличие нейтральных ветров со скоростями до 100–200 м/с. Горизонтальный перенос, в свою очередь, сильно влияет на скорость динамического обмена по вертикали и, соответственно, эффективность перераспределения по высоте атмосферных компонент (прежде всего водорода). Сопоставление вертикальных профилей нейтральных и ионных компонент по экспериментальным данным приводит к выводу об уменьшении коэффициента турбулентной диффузии на уровне гомопаузы в максимуме солнечной активности по сравнению с минимумом почти на два порядка (от $\sim 10^8$ до $\sim 10^6$ см²/с). Этим, очевидно, обусловлено отмеченное в экспериментах на КА "Вояджер" резкое возрастание интенсивности эмиссии H L_α по сравнению с измеренной при пролете КА "Пионер" — от 0,4 до 14 kR [372]. Механизм генерации пространственных вариаций этой эмиссии по данным "Вояджеров" и наблюдений со спутника IUE (International Ultraviolet Explorer) подробно рассмотрены в [374].

Как и у Юпитера, основными составляющими атмосферы Сатурна являются H_2 , He, CH_4 , NH_3 и PH_3 , хотя их объемные содержания, по сравнению с Юпитером, заметно отличаются от солнечных (в отношениях, соответственно, 1,05; 0,6; 2–4; 1–2 и 2–8). Фотохимия этих компонент и продуктов фотолиза определяет структуру и состав верхней атмосферы Сатурна. Вместе с тем, отношения смеси C_2H_6 и C_2H_2 (по объему), составляющие на уровне с давлением ≈ 20 мбар $4 \cdot 10^{-6}$ и $8 \cdot 10^{-8}$ соответственно (в согласии с данными по Юпитеру) быстро падают с высотой [375, 376], что, в отличие от Юпитера, противоречит представлениям об их фотохимической природе (фотолиз CH_4) либо требует допущения о более высокой эффективности турбулентного обмена [377]. В то же время процессы фотолиза и конденсации, по-видимому, играют важную роль в наблюдаемом изменении содержаний NH_3 и PH_3 в стратосфере. Согласно модельным оценкам, фотохимия процессов с участием PH_3 и гидрокарбонатов может приводить, в частности, к образованию довольно сложных органофосфорных соединений [378]. Термодинамическое состояние атмо-

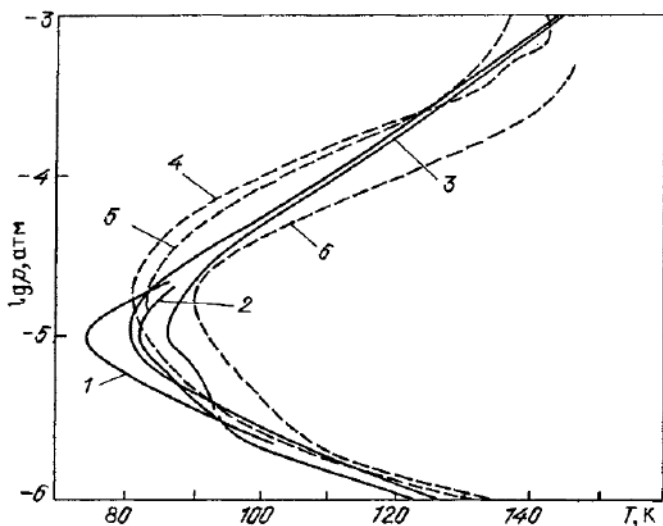


Рис. 1.7.6. Зависимость температура – давление в атмосфере Сатурна по результатам измерений на КА "Вояджер": кривые 1, 2, 3 – измерения при помощи ИК-спектрометра на 78° N ("Вояджер-2"), 70° S ("Вояджер-1") и 13° N ("Вояджер-2") соответственно; кривые 4, 5, 6 – измерения по радиозахвату на $36,5^\circ$ N ("Вояджер-2"), 31° S ("Вояджер-2") и $73-79,5^\circ$ S ("Вояджер-1") [65]

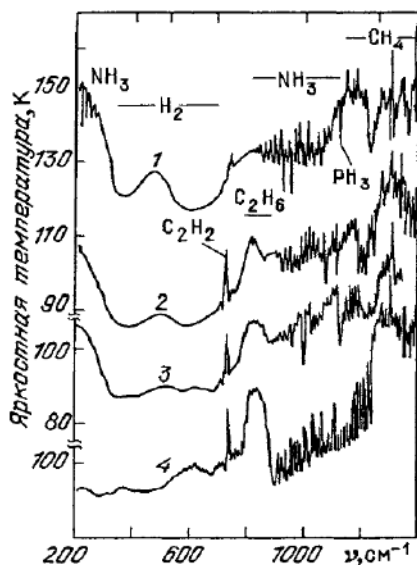


Рис. 1.7.7. ИК-спектр Сатурна по результатам измерений на КА "Вояджер" (ν – волновое число): 2 – усредненный спектр (между 15° и 50° северной и южной широты); 3 – спектр, синтезированный с учетом только молекулярного поглощения при высотном профиле температуры в средних широтах; 4 – спектр южной полярной области (регистрация под углом 76°); 1 – приведенный для сравнения спектр северного экваториального пояса Юпитера, снятый "Вояджером-1" [66]

сферы Сатурна в виде зависимостей p – T по данным радиозатменных измерений и инфракрасной спектрометрии на "Вояджерах" показано на рис. 1.7.6, а на рис. 1.7.7 воспроизведено несколько спектров планеты в ИК-областях, на которых четко отождествлены основные компоненты [66].

Сведения о структуре верхних атмосфер Урана и Нептуна и характере происходящих процессов основываются на данных наземных измерений и результатах недавнего пролета КА "Вояджер-2" вблизи Урана [16, 66].

Спектры отражения обеих планет обладают примерно одинаковыми особенностями в видимой и УФ-областях, в том числе характерными признаками поглощения CH_4 и ряда углеводородов; в то же время в ближнем ИК-диапазоне зарегистрированы существенные различия. Так, в спектрах Нептуна присутствуют характерные признаки CH_4 и C_2H_6 , которых нет на Уране. Это можно объяснить более высокой температурой стратосферы Нептуна и/или несколько различающимся химическим составом надоблачных атмосфер. Относительное содержание CH_4 на Нептуне оценивается равным $(1 \div 4) \cdot 10^{-2}$, а содержание C_2H_6 — около $3 \cdot 10^{-6}$, в то время как для Урана из тех же наблюдений получено, соответственно, $3 \cdot 10^{-3}$ для CH_4 и $3 \cdot 10^{-8}$ для C_2H_6 (см. § 1.2). Эти последние значения, подтвержденные измерениями на "Вояджере-2", приведены в табл. 1.2.1. Основная составляющая атмосферы Урана — водород, а относительное содержание He, как оказалось, близко к солнечному. Атомы и молекулы водорода играют доминирующую роль в термосфере-экзосфере этой планеты, имеющей температуру $T_\infty = 750\text{--}1000\text{ K}$.

Температурная стратификация в атмосфере Нептуна, по-видимому, существенно отличается от измеренной на Уране. Об этом свидетельствуют, в первую очередь, результаты наблюдений в длинноволновом ИК-диапазоне, которые привели к выводу о наличии у Нептуна внутреннего теплового источника (в 1,6 раза превышающего поглощаемую энергию солнечного излучения), отсутствующего у Урана. Вместе с тем те же наблюдения дают основание предполагать наличие у обеих планет некоторой общей детали — температурной инверсии в стратосфере. Она может быть обусловлена интенсивным поглощением солнечной радиации облачным аэрозолем, а также метаном. Модели верхней атмосферы с учетом инверсии наилучшим образом согласуются также с результатами узкополосной фотометрии на $\lambda 17,8\text{ мкм}$ и $19,6\text{ мкм}$, свидетельствующими, в част-

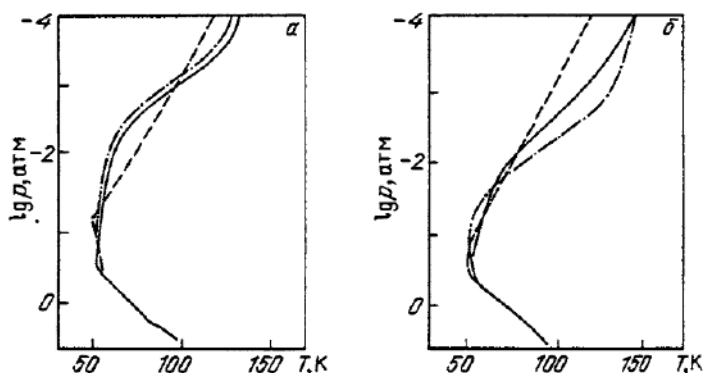


Рис. 1.7.8. Зависимости температуры от высоты в верхних атмосферах Урана (а) и Нептуна (б). Сплошные кривые — модельные профили, построенные по результатам узкополосной фотометрии на $\lambda 17,8$ и $19,6\text{ мкм}$; штриховые — средний температурный профиль, полученный путем интерполяции между наиболее надежной величиной температуры по данным узкополосной фотометрии при $p = 0,063\text{ атм}$ и величиной, определенной по затмению звезды; штрихпунктирные — теоретическая модель в приближении лучисто-конвективного равновесия. Результаты свидетельствуют о наличии температурной инверсии в атмосферах Урана и Нептуна на уровне $p \approx 0,1\text{ атм}$ [379]

ности, о малых концентрациях CH_4 , что необходимо для существования такой особенности в профиле $T(z)$. При этом температурная инверсия в атмосфере Нептуна, видимо, сильнее, чем у Урана, несмотря на его большую удаленность от Солнца [379].

Модели верхних атмосфер обеих планет, в целом удовлетворяющие данным наблюдений, показаны на рис. 1.7.8. Для Урана отмечены значения T и p , измеренные на "Вояджере-2". Для Нептуна величине $T = 140-155$ К отвечает уровень с давлением около 1 мкбар ($n \approx 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$); оно оценено по наблюдениям покрытия Нептуном звезды (не содержащейся в каталогах) [380].

Среди спутников, обладающих атмосферами, наибольшей спецификой отличается Ио. По данным измерений на "Вояджерах" при помощи ИК-спектрометра на его дневной стороне доминирует диоксид серы SO_2 , в то время как ночью, по-видимому, преобладает молекулярный кислород, что обусловлено процессами фотохимии [100]. В незначительных количествах в атмосфере Ио могут присутствовать также S_2 и Ar , а измеренные верхние пределы содержаний таких распространенных летучих соединений, как H_2O , CO_2 , NH_3 с CH_4 , крайне низки. Диоксид серы, непрерывно поставляемый вулканами (и частично "разбрызгиваемый" из отложений иная SO_2 на поверхности при ударах энергичных ионов), определяет аэроионию Ио. Модели высотного распределения ионной и нейтральной компонент, построенные в предположении чистого SO_2 , в целом хорошо согласуются с данными измерений на КА "Пионер" и "Вояджер" [381]. Отвечающие ионосферной модели профили $n(z)$ и $T(z)$ показаны на рис. 1.7.9.

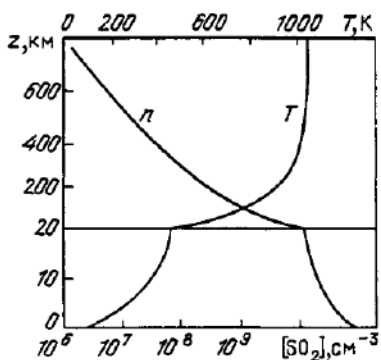


Рис. 1.7.9. Зависимости от высоты температуры T и концентрации n диоксида серы в атмосфере Ио, отвечающие ионосферной модели (электроны с $E = 20$ кэВ), построенной по данным измерений на КА "Пионер-10" [100]

Экзосферной температуре ≈ 1000 К, полученной из решения уравнения теплового баланса для атмосферы, состоящей из SO_2 и находящейся в равновесии с поверхностью, удовлетворяет измеренная шкала высот для иона SO_2^+ . Профиль $n(z)$ соответствует измеренным значениям электронной концентрации.

В результате фотолиза SO_2 образуются SO , S , O и O_2 . Изучение механизмов последующих химических превращений приводит к представлениям о преобладающей роли O и S на высотах более ≈ 150 км, в то время как SO и O_2 довольно быстро вновь превращаются в SO_2 . На меньших высотах O и S могут активно взаимодействовать с поверхностью, что должно

приводить к образованию аллотропных модификаций серы и возврату кислорода в атмосферу в форме O_2 . Присутствие O_2 следует, таким образом, рассматривать как часть общей фотохимической системы SO_2 . При сопоставимых содержаниях SO_2 и O_2 последний ночью, при низких температурах ($\approx 90-100$ K) будет преобладать в силу значительно большего давления паров O_2 по сравнению с SO_2 . Непрерывный газовый обмен в атмосфере Ио за счет газовой выделенности с поверхности и потерь в плазменный тор (по-видимому, в основном за счет тепловой диссипации, а также вследствие диффузии ионов) является характерной особенностью эволюции атмосферы Ио. В силу такого динамического режима атмосфера и тор могут обновляться за время порядка недели [100].

У других галилеевых спутников, покрытых водяным льдом, можно было ожидать наличия крайне разреженных, преимущественно кислородных, атмосфер [382]. Модельные оценки давали величину давления на Ганимеде $\approx 10^{-6}$ атм. Между тем, по измерениям на "Вояджерах" верхние пределы парциального давления для O_2 , H_2O , CO_2 , CH_4 , имеющих характерные особенности в спектральном интервале $910-1700$ Å, оказались $< 10^{-11}$ атм [372]. Это позволяет заключить, что если в атмосфере Ганимеда и присутствует какой-то другой газ с давлением $\geq 10^{-6}$ атм (например, инертный N_2), у него нет сильного поглощения на длинах волн, превышающих лаймановский предел.

Водород- и углеродсодержащие соединения вместе с кислородом служат основными составляющим кометных атмосфер, формирующихся при сближении комет с Солнцем вследствие сублимации летучих компонент ядра. Основными родительскими компонентами являются H_2O , CO_2 , CO , N_2 , NH_3 и CH_4 при доминирующей роли воды. Из экспериментальных данных следует, что соотношение дочерних нейтралов H и OH в коме соответствует выходу продуктов диссоциации H_2O ; отождествлен также ион H_2O^+ . Зарегистрированные эмиссии, принадлежащие $O(^1D)$, CO_2^+ , CO и CO^+ , вероятнее всего, возбуждаются в процессах фотоллиза CO_2 . О наличии азота свидетельствуют спектральные признаки иона N_2^+ , наблюдаемые в комах и хвостах комет. В свою очередь, метан и аммиак могут присутствовать в качестве простейших форм связи углерода и азота. CH_4 , вероятно, служит источником отождествленных в спектрах линий и полос C , C_2 , C_3 , CH , C^+ и CH^+ , а NH_3 — NH и NH_2 . Хотя термодинамический анализ клатратных моделей кометных ядер при наличии этих летучих соединений сталкивается с рядом затруднений, нельзя исключить, что кометы обладают значительно более сложным составом — по аналогии с тем, что наблюдается в межзвездных облаках [383].

По результатам измерений на космических аппаратах "Вега" в эмиссионных спектрах кометы Галлея четко отождествлены молекулы H_2O и CO_2 , а в спектре масс ионов комы — ионы HO^+ , O^+ , C^+ , CN^+ , CO_2^+ , H^+ , Fe^+ . Выход продуктов сублимации со всей поверхности ядра оценен равным 10^{30} молекул H_2O и $\sim 10^{29}$ молекул CO_2 в секунду [32].

1.7.2. Ионосферы. Измерения, выполненные при радиозаходах за планеты космических аппаратов, показали, что Венера и Марс обладают ионосферами, однако менее плотными, чем земная, и "поджатыми" ближе к поверхности. На рис. 1.7.10 показаны профили $n_e(z)$ по результатам двухчастотного радиопросвечивания на КА "Марс-2,4 и 6" в 1971 и 1974 гг. [384],

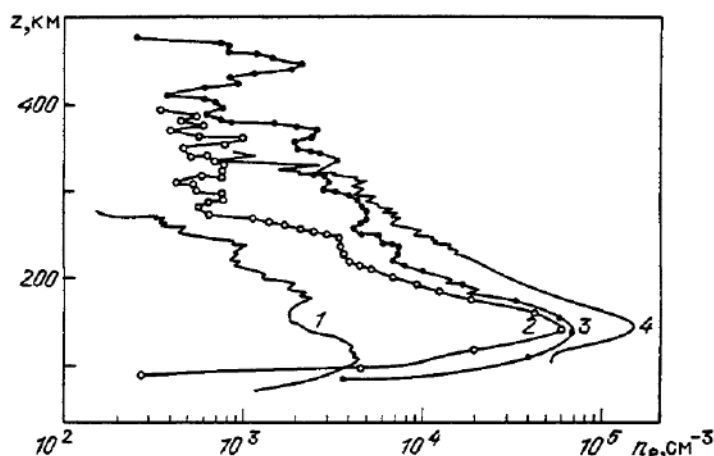


Рис. 1.7.10. Зависимости электронной концентрации n_e от высоты в атмосфере Марса при разных зенитных углах θ по данным измерений на КА "Марс" [384]: 1 – "Марс-4", ночь, $\theta = 127^\circ$; 2 – "Марс-4", вечер, $\theta = 82^\circ$; 3 – "Марс-6", вечер, $\theta = 72^\circ$; 4 – "Марс-2", день, $\theta = 45^\circ$

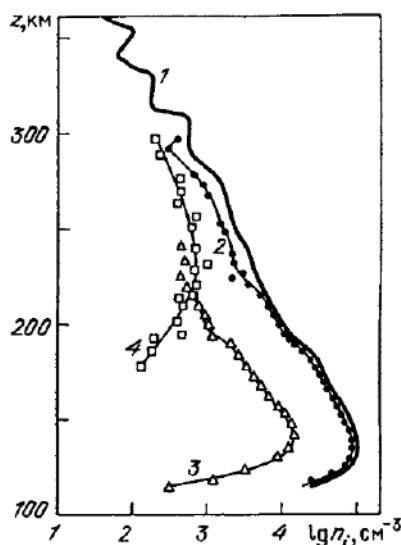


Рис. 1.7.11. Ионный состав верхней атмосферы Марса по данным измерений на КА "Викинг-1" [385]: 1 – n_e , 2 – O_2^+ , 3 – CO_2^+ , 4 – O^+

а на рис. 1.7.11 – основные компоненты, образующие марсианскую ионосферу, по данным прямых измерений при помощи анализатора с задерживающим потенциалом на орбитальных аппаратах "Викинг" [385]. На рис. 1.7.12 приведены профили $n_e(z)$ для дневной и ночной ионосферы Венеры, также полученные по результатам двухчастотного радиопросвечивания на искусственных спутниках "Венера-9 и 10" [386–388]. На спутнике "Пионер-Венера" были проведены детальные исследования ионного состава при помощи ионных масс-спектрометров и анализаторов с задерживающим потенциалом. Осредненные высотные профили основных компонент ионосферы Венеры для различного времени суток показаны на рис. 1.7.13 [389, 390].

Существенным отличием ионосферы Марса от земной является отсутствие у нее максимума F_2 , образующегося в ионосфере Земли за счет ионов O^+ при определенных соотношениях процессов ионизации, рекомбинации и диффузии. Причиной такого отличия служит, по-видимому, то обстоятельство, что скорость реакции перезарядки ионов O^+ с CO_2 значительно больше, чем с N_2 , который сохраняет роль основной компоненты атмосферы Земли до сравнительно больших высот. Это препятствует накоплению ионов O^+ на Марсе ниже примерно 200 км. Максимум

Рис. 1.7.12. Высотные профили электронной концентрации в дневной и ночной ионосфере Венеры по результатам радиопросвечивания с искусственных спутников "Венеры-9 и 10" при различных зенитных углах Солнца θ [386, 388]: кривая 1 — $\theta = 14^\circ$, 2.10.1975 г.; 2 — $\theta = 63^\circ$, 3.12.1975 г.; 3 — $\theta = 83^\circ$, 23.10.1975 г.; 4 — $\theta = 144^\circ$, 2.11.1975 г.; 5 — $\theta = 146^\circ$, 4.11.1975 г.; 6 — $\theta = 150^\circ$, 28.10.1975 г.

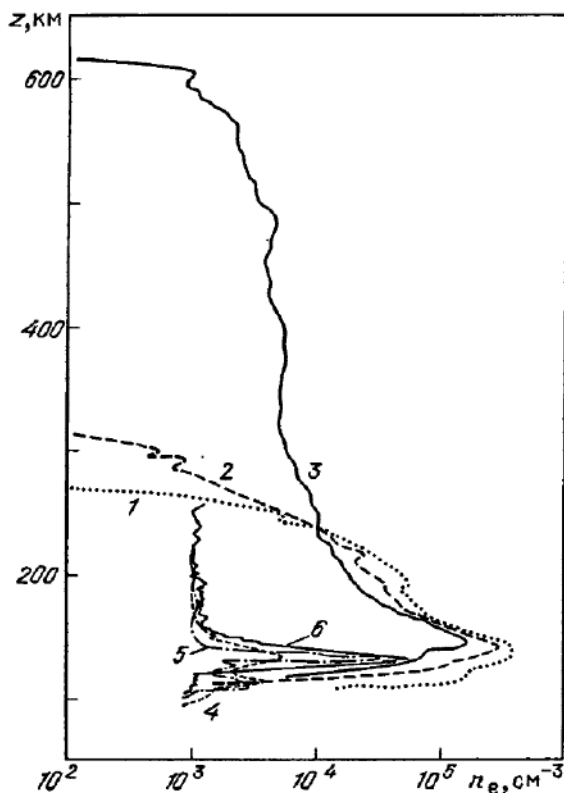
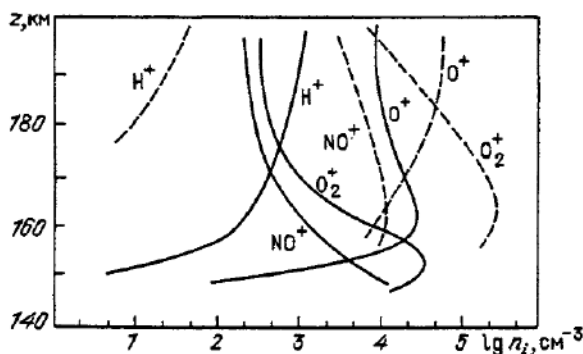


Рис. 1.7.13. Высотные профили ионной концентрации в ионосфере Венеры в ночные (сплошные кривые) и предассветные (штриховые) часы по измерениям при помощи ионного масс-спектрометра на КА "Пионер-Венера" [390]



электронной концентрации в дневной марсианской ионосфере лежит на высоте 135–140 км и составляет $\leq 2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$, т.е. на порядок меньше концентрации в слое F_2 ионосферы Земли. Можно выделить еще один, значительно менее четкий максимум (небольшой изгиб) в профиле $n_e(z)$ на высоте около 110 км. Здесь электронная плотность $\approx 7 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$. С ночной стороны максимум n_e опускается до высоты 100–110 км, а плотность в нем не превышает $5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$. Основной компонентой марсианской ионосферы является ион O_2^+ , образующийся главным образом в результате реакции перезарядки CO_2^+ и O . Определяемая ею и комплексом сопутствующих реакций модель фотохимического равновесия удовлетворяет в первом приближении измеренным высотными распределениям компонент до высоты $\sim 2000 \text{ км}$ [357, 391]. Выше этого уровня наблюдается увеличение шкалы высот для электронов, что отражает возрастающую роль более легких ионов.

Нижняя ионосфера Венеры также образована в основном ионами O_2^+ , но с заметной примесью O^+ . Значительный вклад вносят также ионы CO^+ (или N_2^+), CO_2^+ , O^+ , а на больших высотах ($\geq 180 \text{ км}$) — ионы C^+ , N^+ , He^+ , H^+ , $^{18}\text{O}^+$ и O^{++} [389, 390]. Выше 160 км ночью и выше 200 км днем преобладают ионы O^+ , за исключением предрассветных часов, когда примерно такая же концентрация у ионов H^+ . Дневной максимум с плотностью $(2 \div 5) \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ расположен на высоте 140 км, резкий спад электронной концентрации наблюдается на уровне 250–300 км: вблизи этого уровня (от 290 км на ночной стороне до 1000 км у терминатора) находится ионопауза — граница между тепловыми ионами ионосферы и потоками энергичных частиц солнечной плазмы. С ночной стороны образуется протяженная зона (до высоты свыше 3000 км) со средней концентрацией электронов $\sim 10^3 \text{ см}^{-3}$ и несколькими локальными максимумами на высотах 150 км, где плотность в 5–10 раз выше. Как видно из рис. 1.7.12 и 1.7.13, состав и содержание ионов в нижней ионосфере подвержены существенным вариациям.

Состояние дневной ионосферы Венеры в целом удовлетворяет условию фотохимического равновесия, т.е. контролируется главным образом локальными процессами образования и гибели ионов — аналогично слою E земной ионосферы и ионосфере Марса. Ситуация на ночной стороне сложнее. Узкий максимум n_e , формирующийся приблизительно на той же или даже несколько большей высоте, чем в дневной ионосфере, обусловлен, вероятно, процессами переноса ионов с дневной стороны и по своей морфологии и природе больше соответствует слою F_2 в ионосфере Земли. Горизонтальный транспорт ионов в ночную полусферу предположительно связан с большим суточным градиентом давления ионосферной плазмы, не испытывающей заметного торможения в отсутствие собственного магнитного поля планеты [390]. Определенный вклад в ионизацию ночной термосферы, по-видимому, вносит также высыпание энергичных электронов, за счет которых можно отнести формирование вторичного пика, расположенного ниже главного [392].

К важным особенностям ионосферы Венеры относятся чрезвычайно высокие электронная ($T_e \approx 5000 \text{ К}$) и ионная ($T_i \approx 1000 \text{ К}$) температуры, значительно превышающие температуры нейтралов и соответствующи-

шие температуры в ионосферах Земли и Марса. Это свидетельствует о неэффективности процессов температурной релаксации, в отличие от того, что наблюдается на Земле, где температуры электронов, ионов и нейтральных частиц вплоть до ≈ 500 км существенно не различаются [238]. Заметим, что высокие значения электронной и ионной температур сохраняются на ночной стороне, на фоне нейтральной температуры криосферы ≈ 100 К. Существуют, следовательно, источники подвода энергии на ночную сторону планеты и ночной ионизации, которые, вероятнее всего, связаны с интенсивным динамическим обменом и процессами электромагнитного взаимодействия.

Разумно предположить, что прямое поступление в ионопаузу энергии солнечного ветра сопровождается ее переносом вниз путем теплопроводности, а на ночную сторону — также и путем конвективной теплопередачи [390, 393]. Представления о наличии интенсивного оттока ионов с дневной стороны подкрепляются моделями термосферы-ионосферы [394, 395], согласно которым для согласования с данными измерений ионной концентрации и температуры (при помощи анализатора с задерживающим потенциалом) требуется вертикальный поток ионов O^+ не менее 10^8 см $^{-2}$ с $^{-1}$ на уровне ионопаузы. Такую величину потока можно объяснить, исходя из механизма "вытягивания" ионосферной плазмы (вследствие индуцируемых электрических полей) при натекании солнечного ветра с последующим ее транспортом на ночную сторону. В этом проявляется одна из специфических особенностей взаимодействия Венеры с солнечной плазмой. Данной проблемы мы коснемся в следующем разделе.

При пролетах КА "Пионер-10 и 11" в 1973-74 гг. методом радиопросвечивания были получены первые сведения о структуре ионосферы Юпитера [45]. Была исследована область протяженностью по высоте свыше 3000 км (считая от верхней границы облаков), и вблизи ~ 1000 км обнаружено несколько локальных максимумов электронной концентрации. Максимальная плотность оказалась $\lesssim 2 \cdot 10^5$ см $^{-3}$ в ранние утренние и около $5 \cdot 10^5$ см $^{-3}$ в вечерние часы, быстро спадающей до $\sim 10^3$ см $^{-3}$ на высоте 3500 км. Определенная по данным измерений $n_e(z)$ шкала высот $H_{пл}$ составила 540 ± 60 км; при использованном модельном составе юпитерианской ионосферы (электроны и ионы H^+ , находящиеся в равновесии за счет амбиполярной диффузии) ей соответствует температура плазмы 850 ± 100 К. Более строгая модель, с учетом дополнительных источников ионов (в том числе образующихся за счет фотолиза углеводородов), рассмотрена в [367].

С этими результатами в целом хорошо согласуются аналогичные измерения на КА "Вояджер". По данным "Вояджера-1" значение плазменной шкалы высот $H_{пл}$ в верхней части ионосферы вблизи экватора в утренние и вечерние часы (590 км) практически совпало с определенной на "Пионерах". В то же время выше 3500 км днем и практически на всех высотах ночью $H_{пл}$ составила около 960 км, что в рамках той же модели соответствует плазменной температуре 1100 К. Максимумы электронной концентрации оказались расположенными выше; на высоте 1600 км при $n_e = 2 \cdot 10^5$ см $^{-3}$ в дневные и на 2300 км при $n_e = 2 \cdot 10^4$ см $^{-3}$ в ночные часы (см. рис. 1.7.14) [46]. Примерно аналогичные величины n_e получены в утренних и вечерних условиях на "Вояджере-2" при сходных ве-

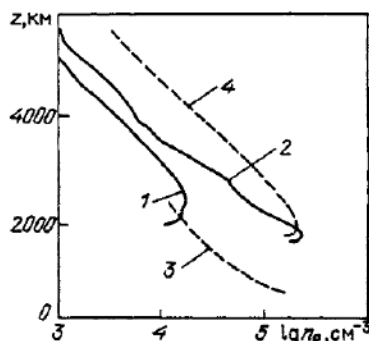


Рис. 1.7.14. Высотные профили электронной концентрации $n_e(z)$ в ионосфере Юпитера по данным радиоатомных измерений на КА "Вояджер-1" (сплошные кривые) и "Вояджер-2" (штриховые): 1, 3 – заход за планету; 2, 4 – выход из-за планеты [46, 47]

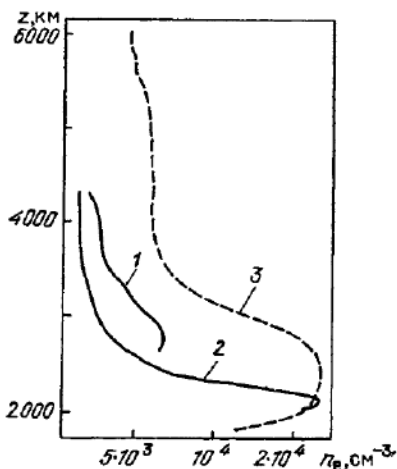


Рис. 1.7.15. Профили электронной концентрации $n_e(z)$ в ионосфере Сатурна по данным радиоатомных измерений на КА "Вояджер-1" (сплошные кривые) и "Вояджер-2" (штрих): 1, 3 заход за планету, 2 – выход из-за планеты [49, 50]

личинах $H_{пл}$, которые с использованием более репрезентативной модели интерпретированы как отвечающие плазменным температурам 1200–1600 K [47].

Измерения по методу радиопросвечивания с КА "Пионер-11" показали, что ионосфера у Сатурна значительно слабее – с пиком электронной концентрации $9 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$ на высоте 2800 км, считая от уровня с давлением 1 атм [48]. Близкие к этому величины (от $0,6$ до $1,7 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ на высотах, соответственно, от 2850 до 2150 км) дали измерения аналогичным методом в утренние и послеполуденные часы при пролете "Вояджера-2", в то время как максимальное значение n_e для полярной ионосферы, измеренное на "Вояджере-1", составило на высоте 2500 км $2,3 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ (рис. 1.7.15). Величина $H_{пл}$ изменялась от 260 км над главным ионосферным пиком (~ 2150 км) до 1100 км в диапазоне высот 2500–3500 км [49, 50].

Ионосферы обнаружены также у двух спутников планет – Луны и Ио. Слабая (до 10^3 см^{-3}) ионосфера Луны почти примыкает к поверхности и, по-видимому, создается в основном ионами аргона [396]. В эмиссионном ультрафиолетовом спектре Ио еще по наземным наблюдениям были отождествлены линии ионов натрия и серы [397]. Их образование обусловлено, главным образом, ударной ионизацией соответствующих нейтральных атомов Na и S электронами в радиационных поясах Юпитера, внутри которых лежат орбиты галилеевых спутников.

С атмосферой и ионосферой Ио связано образование окружающего ее нейтрального облака и плазменного тора, центрированного вдоль орбиты спутника. Ио служит основным поставщиком тяжелых ионов в магнито-

сферу Юпитера. С этой точки зрения понятие протяженности ее атмосферы и ионосферы носит достаточно условный характер, хотя сам механизм выноса вещества в нейтральное облако продолжает оставаться дискуссионным. Можно, тем не менее, утверждать, что он так или иначе непосредственно связан со сложной миграцией диоксида серы в приповерхностной атмосфере, в которой постоянно присутствует O_2 , а сама атмосфера находится в неравновесном состоянии, контролируемом скоростью поступления SO_2 из недр [397].

Вблизи Ио на ее орбите находятся главным образом Na , Na^+ , O^+ , S^+ . Характерные D -линии Na , очевидно, обусловлены резонансным рассеянием света в плоскости галилеевых спутников. В наблюдаемой эмиссии S^+ (запрещенные линии однократно ионизованной серы SII) отмечаются заметные пространственно-временные вариации в зависимости от магнитной долготы, которые могут быть связаны с механизмом генерации Юпитером декаметровых волн [398].

Наиболее вероятные элементы, теряемые из атмосферы Ио и отождествляемые в спектрах выбросов и плазменного тора, — это S , O , Na . Суммарные концентрации электронов и ионов на орбите вблизи Ио ($6 \div 7R_{Ю}$), измеренные плазменным прибором на "Вояджерах", составили $(2 \div 3) \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Низкотемпературная плазма состоит в основном из ионов S^+ , S^{++} , O^+ и O^{++} , причем $([S^{++}] + [S^+]) / ([O^{++}] + [O^+]) \approx 0,5$. Основная масса электронов в торе имеет температуру $T_e \approx 3 - 6 \text{ эВ}$, в то время как ионные температуры в направлении, перпендикулярном силовым линиям магнитного поля Юпитера (для ионов SIII), достигают $\sim 50 \text{ эВ}$ [99, 397]. Энергия коротации ионов тора, возможно, служит главным источником нагрева "горячей" электронной компоненты, имеющей коротационную температуру $\sim 400 \text{ эВ}$.

Скорость поступления ионов S^+ и O^+ в тор оценивается $\sim 10^{11} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ [398]. Отсюда следует, что потери вещества в магнитосферу Юпитера с поверхности Ио за всю ее геологическую историю составили величину, эквивалентную слою толщиной не более нескольких километров. Это не существенно для такого тела, на котором переработка значительно более толстого слоя поверхности, по-видимому, происходит на несколько порядков быстрее [399].

1.7.3. Некоторые особенности околопланетного пространства. В предыдущих параграфах на примере Земли уже было показано, что проблемы планетной астрономии теснейшим образом связаны с характерными особенностями взаимодействия небесного тела с натекающими потоками солнечной плазмы. Сколько-нибудь подробный анализ этих проблем, представляющих большой самостоятельный интерес, выходит, однако, за рамки этой книги, поэтому мы коснемся их здесь лишь в самых общих чертах. Сравнительное рассмотрение особенностей пространства и процессов в ближайших окрестностях планет и комет, так же, как и их атмосфер, позволяет выявить ряд общих физических закономерностей и лучше понять Солнечную систему как единое целое. Существенно при этом отметить, что многие аспекты механизма обтекания небесного тела солнечной плазмой можно понять, исходя из моделей, в которых используются обычные уравнения газовой динамики и магнитной гидродинамики. Принципиальная допустимость такого подхода, подтвержденная в настоящее

время многочисленными теоретическими и экспериментальными исследованиями, вначале казалась далеко не очевидной, если принять во внимание огромные длины свободного пробега частиц в гелиосфере [400, 401]. В современных моделях, естественно, учитываются и другие эффекты, отражающие физическую специфику взаимодействия в таких сложных системах.

Как уже отмечалось, практическое отсутствие собственного магнитного поля надежно установлено лишь у Венеры [21, 23]; с Марсом вопрос окончательно не решен, поскольку вывод о наличии у него поля напряженностью около 60 гамм (магнитный момент $2,6 \cdot 10^{22}$ Э · см³ [22]) обоснованно поставлен под сомнение анализом структуры околомарсианского пространства и процессов обтекания [24, 402]. Последние, примерно так же, как и у Венеры, можно истолковать, исходя из концепции прямого взаимодействия солнечной плазмы с ионосферой. Так или иначе, совокупность имеющихся экспериментальных данных не согласуется с представлениями о наличии у Марса структуры, подобной магнитосфере Земли.

Вместе с тем, сами эти данные, относящиеся к отдельным областям околомарсианского пространства, несут ограниченный характер. Имеется ряд достаточно убедительных, на наш взгляд, аргументов в пользу газодинамической модели обтекания и прямого массообмена солнечной плазмы с верхней атмосферой, в который эффекты собственного магнитного поля (если оно существует) не вносят определяющего вклада. К этим аргументам, подробно рассмотренным в [403–405], следует отнести: свойства отошедшей ударной волны, в положении которой (в отличие от магнитосферной модели) не замечено больших отклонений от средней высоты ~ 1500 км при вариациях давления солнечного ветра; образование пограничного слоя на дневной и ночной сторонах планеты, в котором наблюдается замедление скорости потока и падение электронной и ионной температур (как это имеет место на границе раздела жидкостей в двухжидкостной газодинамической модели); определенные свидетельства о наличии в пограничной области (включая плазменный шлейф) потока тяжелых ионов O^+ (до 10^8 см⁻² · с⁻¹), направленных от планеты. Последний аргумент, однако, можно истолковать и в рамках магнитосферной модели, исходя из механизма потерь ионов через области каспов (см. комментарий А.А. Галеева к [403]). С другой стороны, соображения в пользу интерпретации плазменных измерений, как подтверждающих существования у Марса собственного магнитного поля, опираются на результаты анализа топологии диффузной плазменной области (аналога магнитопаузы), квазизотропных потоков плазмы в области шлейфа и др. [406–408].

Образование переходной зоны—ионопаузы с дневной стороны планеты в области, расположенной за ударной волной на высотах выше ~ 300–500 км, является наиболее характерной особенностью взаимодействия солнечной плазмы с Венерой. Ионопауза образуется там, где давление солнечного ветра (составляющее для Венеры приблизительно 10^{-14} атм) примерно уравнивается кинетическим давлением атмосферы и давлением магнитного поля, индуцируемого ионосферными токами. В полумодельных моделях ионосферы расчеты распределения токовой системы основывались на соображениях о минимуме омической диссипации, исхо-

дя из простейшей формы обобщенного закона Ома без учета дрейфовых членов. В этом случае ионосферные токи оказывались локализованными в слое толщиной 40–50 км на высоте 150–200 км, соответствующей максимуму проводимости Каулинга в частично ионизованной ионосферной плазме [409, 410].

На самом деле картина взаимодействия оказалась значительно более сложной, имеющей ряд специфических черт, как показали результаты плазменных экспериментов на искусственных спутниках "Венера" и "Пионер-Венера". Процессы в области обтекания, помимо образования промежуточной зоны, отождествляемой с ионопаузой, включают также последовательность разогрева и термализации ионов, образование зоны разрежения за ударной волной (ионослоя, примерно аналогичного магнитнослою, см. § 1.4), важную роль динамики и электрических полей внутри ионосферы, формирование зоны разрежения за планетой и др. Большинство исследователей (см. [411–413]) рассматривают эти факты как принципиально отличающиеся от тех, которые наблюдаются при взаимодействии солнечного ветра с магнитосферой Земли или другой планеты, обладающей магнитным полем, хотя существует и иная точка зрения [414].

Сильное поджатие дневной ионосферы, характеристики плазмы в узкой переходной зоне ударного фронта и отсутствие здесь резкого возрастания напряженности магнитного поля служат указанием на существование определенных магнитогидродинамических процессов за ударной волной, из-за которых характеристики обтекания Венеры сильно отличаются от картины взаимодействия потока плазмы с жесткой преградой (что предполагалось в более ранних моделях). Разумно поэтому допустить, как это сделано в [411], что заметную роль в этих процессах играет поступление в область ионослоя горячих атмосферных компонент (в первую очередь О и Н), подвергающихся фотоионизации и перезарядке, которые могут в дальнейшем захватываться потоками солнечной плазмы. Рассмотрение характера обтекания в рамках теоретической модели [412] не противоречит такому предположению, свидетельствуя о возникновении под действием градиентов давления солнечной плазмы токовой системы, пронизывающей все области ионосферы, ионопаузы и ионослоя. Наводимые электрические поля и градиенты давления в ионосфере вызывают уже упоминавшуюся в предыдущем разделе крупномасштабную конвекцию и перенос ионосферной плазмы с дневной стороны на ночную. Конвективные движения характеризуются пространственной асимметрией и максимальной скоростью V в направлении, перпендикулярном вектору напряженности магнитного поля B внутри ионосферы. Это поле, существенно зависящее от величины и направления межпланетного магнитного поля, подвержено сильным флуктуациям. В результате в областях ионосферы с ослабленным магнитным полем, вектор B которого ориентирован под наибольшим углом к V , могут с большой вероятностью развиваться магнитогидродинамические сдвиговые неустойчивости (неустойчивости Кельвина–Гельмгольца).

На рис. 1.7.16 приведена схема обтекания Венеры солнечным ветром [413], отвечающая представлениям о важной роли ионосферной конвекции и взаимодействию ионосферных и межпланетного магнитных полей. Согласно этой модели магнитное давление в дневной ионосфере существенно меньше теплового давления плазмы и может становиться сопоставимым с

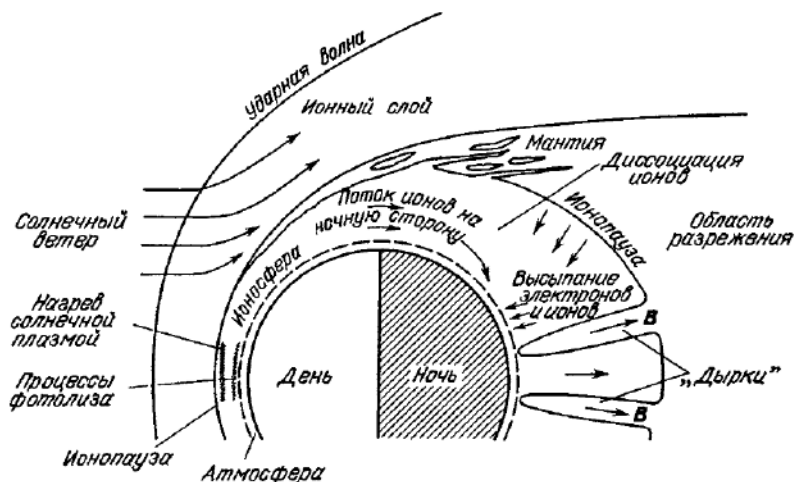


Рис. 1.7.16. Схематичное изображение процессов, связанных с обтеканием Венеры солнечным ветром [413]. Размер ионосферы условно увеличен примерно втрое по сравнению с другими областями околопланетного пространства. Названия областей и предполагаемых механизмов взаимодействия указаны на схеме

ним только вблизи терминатора, где оно предположительно оказывает наибольшее влияние на морфологию движений. Наиболее сильные магнитные поля ожидаются в ночной ионосфере, прежде всего в областях крупномасштабных "дырок", отражающих, по-видимому, явления взаимодействия зоны разрежения (магнитного шлейфа) с ионосферой. Формирование магнитного шлейфа, очевидно, происходит при воздействии обтекающего Венеру потока плазмы на ММП ("аккреция" ММП планетой согласно [411]), особенно при большом динамическом давлении солнечного ветра вследствие униполярной индукции.

Сложную структуру, обусловленную асимметрией и флуктуациями индуцированного магнитного поля, имеет примыкающая к ионопаузе на больших зенитных углах плазменная мантия (см. рис. 1.7.16). Согласно экспериментальным данным, на высоких широтах она толще, чем на низких, а с ночной стороны примыкает к заполненной плазмой области, переходящей в магнитный шлейф. В этой промежуточной зоне понятие ионопаузы становится неопределенным, поскольку здесь практически нет четкой границы, отделяющей обладающую высокой плотностью и слабым магнитным полем ионосферу от образуемого при натекании солнечной плазмы магнитного барьера с сильным магнитным полем и малой плотностью частиц [411, 413]. С ночной стороны, помимо ионов, переносимых конвективными движениями в ионосферу, по-видимому, происходит частичное высыпание электронов. Но в целом результаты теоретических и экспериментальных исследований приводят к чрезвычайно интересному выводу, что, несмотря на отсутствие собственного магнитного поля, в атмосферу Венеры практически не поступает плазма солнечного ветра. По характеру взаимодействия с ним Венера скорее похожа не на Землю, а на комету с развитой комой, при обтекании которой обнаружены примерно аналогичные эффекты [412].

Обратимся теперь к планетам, у которых топология окружающего пространства практически целиком определяется наличием собственного магнитного поля.

Магнитосферами, в той или иной степени похожими на магнитосферу Земли, обладают Меркурий, Юпитер, Сатурн, Уран. Средние размеры магнитосфер (в радиусах планеты) составляют, соответственно, $1,7 R_M$; $10,4 R_J$; $65 R_S$; $20 R_U$; $18 R_Y$. Сравнительное схематичное изображение магнитосфер планет показано на рис. 1.7.17, заимствованном нами из [173]. Их конфигурации в целом имеют много общего, однако размеры сильно отличаются, что обусловлено большим различием напряженностей магнитных полей. По сравнению с Землей самой небольшой по протяженности магнитосферой обладает Меркурий, в то время как магнитосфера Юпитера представляет собой уникальное образование в Солнечной системе. Она больше магнитосферы Земли почти на два порядка; ее угловой поперечник, видимый с Земли, достигает 2° и превышает, таким образом, размер Солнца, а в антисолнечном направлении составляет > 5 а.е. Промежуточный размер у магнитосферы Сатурна. Для сравнения на рис. 1.7.17 показаны также магнитосферы типичного пульсара и радиогалактики NGC 1265. Размер магнитосферы пульсара приблизительно такой же, как у Земли, в то время как напряженность магнитного поля составляет не менее $(4 \div 6) \cdot 10^{12}$ Э и частицы захваченной плазмы обладают релятивистскими скоростями [415]. "Магнитосфера" радиогалактики формируется при натекании межгалактического газа в процессе ее движения; при этом образуется магнитный шлейф, протяженность которого оценивается в 10^5 пк ($\sim 10^{18}$ км).

Отличительной особенностью магнитосферы Меркурия является, во-первых, то, что при сравнительно слабом магнитном поле (350 гамм, что соот-

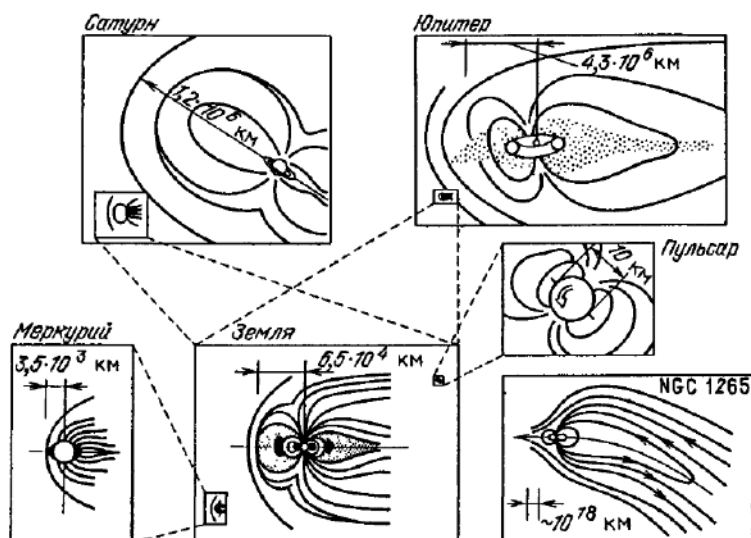


Рис. 1.7.17. Сопоставление конфигураций и размеров магнитосфер планет. Размеры указаны на схемах и соотнесены между собой проекциями, выделенными штриховыми линиями. Для сравнения показаны магнитосферы типичного пульсара и радиогалактики NGC 1265 [173]

ветствует магнитному моменту $4,7 \cdot 10^{22} \text{ Э} \cdot \text{см}^3$) и в отсутствие атмосферы натекающая солнечная плазма подходит очень близко к его поверхности: ударный фронт, зарегистрированный по резкому возрастанию величины магнитного поля, находится на расстоянии $\leq 1,5 R_M$. Примерно на таком же расстоянии расположена граница магнитосферы (магнитопауза), по поверхности которой текут электрические токи, ответственные за внезапные изменения направления магнитного поля [416]. Таким образом, сама планета занимает значительную часть магнитосферы, и места для магнитной ловушки не остается. Поэтому у Меркурия не образуется зоны захвата энергичных заряженных частиц в области регулярного магнитного поля, т.е. по существу нет радиационного пояса. Во-вторых, из-за отсутствия атмосферы в магнитосфере Меркурия нет продольных токов, так как они не могут замкнуться поперечной проводимостью в ионосфере [417]. Что касается плазмы солнечного ветра, то она присутствует главным образом во внешней магнитосфере и подвержена сильным флуктуациям на границах в зонах возмущенного поля.

Физические свойства пространства внутри магнитосферы Юпитера имеют ряд наиболее интересных особенностей. С дневной стороны внешняя граница магнитосферы, обладающей большой сжимаемостью, отстоит на $(50-100) R_{Ю}$, изменяясь в этих пределах в зависимости от флуктуаций потока солнечного ветра. С ночной стороны образуется магнитный шлейф, который простирается на расстояние, превышающее 10 а.е. , за орбиту Сатурна. Внутри юпитерианской магнитосферы лежат орбиты галилеевых спутников — Амальтеи, Адрастеи и Метиса. Заряженные частицы, захваченные магнитным полем и образующие радиационный пояс, оказывают, в свою очередь, сильное влияние на топологию поля и конфигурацию магнитосферы. Эти частицы состоят из электронов, протонов и тяжелых ионов в широком интервале энергий и отличаются большим разнообразием угловых и пространственных распределений [418, 419]. Движения в магнитосфере промодулированы собственным вращением планеты с периодом ~ 10 час. Кроме того, размеры и форма магнитосферы испытывают быстрые вариации с периодом в несколько минут.

Согласно [419], в магнитосфере Юпитера можно выделить три области: внутреннюю, среднюю и внешнюю. Структура и свойства внутренней области (в пределах $\sim 20 R_{Ю}$) в основном определяется регулярным магнитным полем, создаваемым токами, текущими внутри планеты. Средняя область (на расстояниях до $\sim 60-70 R_{Ю}$) обладает большей изменчивостью. Здесь планетарное поле сильно возмущено токами, связанными с динамикой низкоэнергичной плазмы. В экваториальном поясе образуется токовый слой — типа кольцевого тока в магнитосфере Земли, но значительно большей интенсивности. Он обтекает Юпитер в восточном направлении, а примыкающие к нему сверху и снизу поля, ориентированные преимущественно в радиальном направлении, являются антипараллельными. Образование токового слоя обусловлено центробежными силами, возникающими из-за быстрого вращения планеты, которые воздействуют на захваченную низкоэнергичную плазму. В результате во внешних частях, где поле ослаблено, образуется "плазменный диск", отклоняющийся от плоскости магнитного экватора к плоскости, перпендикулярной оси вращения

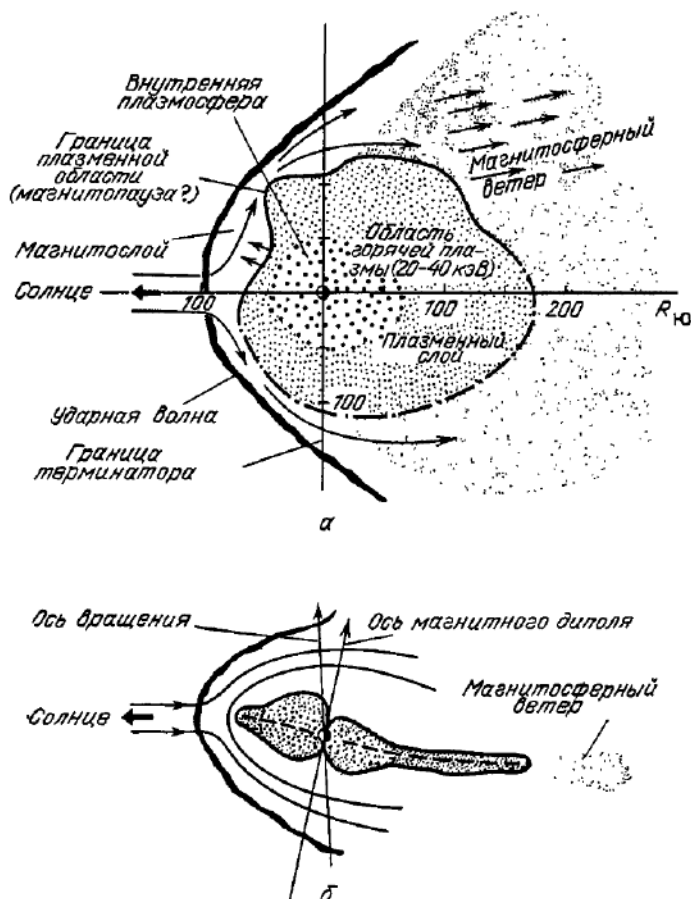


Рис. 1.7.18. Модель магнитосферы Юпитера в экваториальной (а) и меридиональной (б) плоскостях. Характерные плазменные области указаны на схеме [419]

(рис. 1.7.18). При вращении Юпитера токовый слой "покачивается" вверх и вниз. Образно можно сказать, что юпитерианская магнитосфера "раздута" токами возмущения [420].

Внешняя область, простирающаяся еще на $\sim 30 R_{Ю}$, до внешней границы магнитосферы наименее регулярна. Ее конфигурация определяется постоянной составляющей планетарного магнитного поля, токовым слоем средней магнитосферы и токами магнитопаузы. Эта область заполнена преимущественно горячей многокомпонентной плазмой с температурой $(3 \div 5) \cdot 10^8$ К (20–40 кэВ), ионная компонента которой представлена, в основном, H^+ , O^+ и S^+ при плотностях $(10^{-6} - 10^{-1})$ см $^{-3}$ [421, 422]. Здесь в наибольшей степени проявляется действие центробежных сил. Кроме того, частицы, по-видимому, испытывают сильное локальное ускорение за счет взаимодействия с плазменными волнами, что может приводить к процессам пересоединения магнитных силовых линий и оказывать

влияние на диффузию заряженных частиц внутрь магнитосферы. С дневной стороны внешняя магнитосфера ограничена переходной зоной за фронтом ударной волны, внутренняя поверхность которой (магнитопауза) по своим свойствам, возможно, сильно отличается от магнитопаузы Земли [422]. На ночной стороне граница магнитосферы расположена на расстоянии $\sim 150 R_{\text{Ю}}$, а далее, в пределах магнитного штейфа, истекает "магнитосферный ветер" (под углом $\sim 20^\circ$ к западу относительно линии Юпитер—Солнце), достигая в поперечнике нескольких сотен $R_{\text{Ю}}$.

Основные выделенные области хорошо видны на схематическом изображении магнитосферы Юпитера (рис. 1.7.18). Внутреннюю и среднюю магнитосферу предложено называть "внутренней плазмосферой", поскольку далее наблюдаются сильные нерегулярности в поведении параметров [422]. Вплоть до внешней границы вся магнитосфера преимущественно находится в состоянии коротации с планетой (тогда как на Земле коротация нарушается уже на границе плазмосферы — на расстоянии $\sim 4 R_3$).

Весьма специфична природа частиц, населяющих магнитосферу Юпитера. В отличие от Земли, для которой основным поставщиком частиц радиационного пояса (протонов и электронов) служит солнечный ветер, в магнитосферу Юпитера захватываются в первую очередь тяжелые ионы и электроны, поступающие из плазменного тора на орбите Ио, а также ионосферная плазма самой планеты. Отношение массовой плотности частиц к водороду составляет примерно $100 : 1$ [423]. Потери, во-видимому, обусловлены (аналогично земной магнитосфере) главным образом рассеянием быстрых частиц на волнах турбулентной плазмы, возбуждаемых за счет механизма циклотронной неустойчивости. Дополнительные потери связаны с мощным ускорением и эжекцией электронов из магнитосферы Юпитера. Эти электроны, обладающие энергиями в несколько МэВ, с характерной 10-часовой периодичностью образуют одну из популяций частиц в Солнечной системе [420].

Взаимодействие Ио с магнитосферой Юпитера имеет сложный нестационарный характер. Как мы видели, вблизи Ио и на ее орбите образуется большое облако нейтрального натрия, а также тор горячей и холодной плазмы, излучающий в линиях серы. Эта плазма неоднородна по температуре и плотности, и ее горячая компонента является немаксвелловской. Механизм взаимодействия тора Ио, лежащего в плоскости магнитного экватора Юпитера, с его магнитосферой в определенном смысле аналогичен обтеканию небесного тела солнечной плазмой с образованием ионопаузы, как в случае Венеры или кометы. Перенос частиц из тора (непрерывно пополняемого за счет диссипации частиц из атмосферы и ионосферы Ио) происходит, по-видимому, под действием радиальной диффузии. Ее возникновение можно связать с наличием нейтральных ветров в ионосфере, создающих динамоэлектрические поля, и/или с конвекцией в магнитосфере электрического поля, индуцируемого обтеканием тора магнитосферной плазмой. Как показали измерения, плотность плазмы, примерно постоянная внутри тора в пределах от ~ 5 до $7 R_{\text{Ю}}$, резко уменьшается между 7 и $8 R_{\text{Ю}}$. Эта область, получившая название "скат", служит, вероятно, внутренней границей кольцевого тока, запирающего поток плазмы. Вплоть до этой границы за радиальный массоперенос может быть ответствен процесс пересоединения магнитных силовых линий, инициируемый действием центробежных сил [99].

С тороидальным облаком плазмы, вращающимся синхронно с магнитным полем планеты, по-видимому, связана природа полярных сияний на Юпитере. Они наблюдались во время пролетов "Вояджеров" на высотах 700, 14 000 и 2300 км от видимой верхней границы облаков [424]. Изучение полученных данных показало, что в зону полярных сияний проецируются магнитные силовые линии, проходящие через плазменный тор на орбите Ио. В результате образуются токовые трубки, присоединенные с двух сторон к Юпитеру в его приполярных областях. Так же, как и на Земле, потоки электронов и ионов, вторгающихся в атмосферу вдоль магнитных силовых линий (токи Биркеланда), интенсифицируются сильными электрическими полями. Сила тока, текущего внутри токовой трубки, оценивается $\sim 5 \cdot 10^6$ А [398]. (Для сравнения: на Земле в авроральных областях сила биркеландовых токов составляет $1,4 \cdot 10^6$ А в спокойные и примерно вдвое больше — в магнито-возмущенные периоды [183].)

Магнитосфера Сатурна, обладающего, как уже говорилось, значительно менее сильным магнитным полем по сравнению с магнитным полем Юпитера, более похожа на магнитосферу Земли, нежели на юпитерианскую. Малость отклонения магнитного поля Сатурна от дипольного находит свое проявление в симметрии распределения заряженных частиц во внутренней зоне его магнитосферы — как относительно оси вращения, так и относительно экваториальной плоскости, с которой практически совпадает положение нейтрального плазменного слоя. Морфология магнитосферы Сатурна вполне удовлетворительно описывается с использованием параметра магнитной L -оболочки (см. рис. 1.7.19). В пределах $\sim 8 R_C$ плотность плазмы плавно падает в обоих направлениях от экваториальной плоскости, а на больших расстояниях (до $\sim 20 R_C$) плотность сохраняется примерно постоянной в пределах $\pm 1,8 R_C$ от экваториальной плоскости и затем резко падает. Здесь, однако, существенно изменяется массовое отношение компонент. До радиальных расстояний $\sim (7 \div 15) R_C$ плазма находится (в пределах $\sim 20\%$) в состоянии коротации с планетой [425, 426].

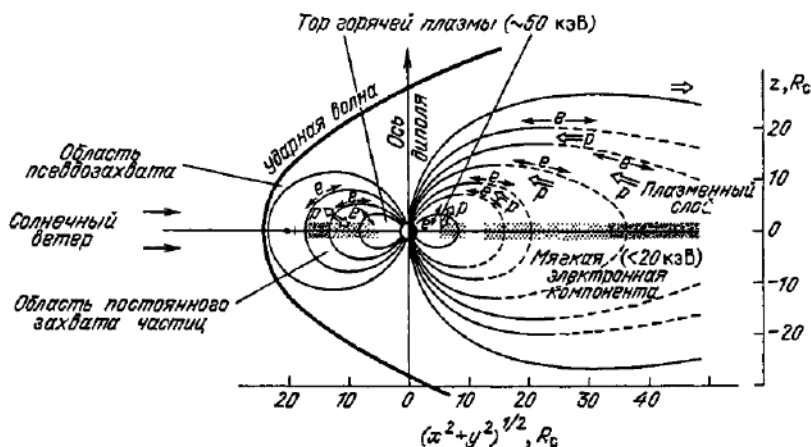


Рис. 1.7.19. Модель магнитосферы Сатурна по данным магнитных и плазменных измерений на КА "Вояджер" [428]

Магнитосферная плазма состоит из легких и тяжелых ионов, вероятно, водорода (H , H_2 , H_3), гелия, углерода, азота и кислорода. Предполагалось, что источниками этих ионов могут служить ледяные поверхности спутников Сатурна и атмосфера (экзосфера) Титана, орбита которого лежит внутри магнитосферы планеты. Однако относительные содержания энергичных He^+ , C^+ , O^+ оказались, скорее, согласующимися с представлениями об их солнечном происхождении (из плазмы солнечного ветра), в то время как наличие H_2 и H_3 служит свидетельством того, что определенный вклад в состав частиц магнитосферной плазмы вносит ионосфера планеты.

Наиболее устойчивые зоны захваченной радиации расположены в пределах $\lesssim 17 R_C$ на дневной и $\lesssim 10 R_C$ на ночной стороне. Ударный фронт находится примерно на $25 R_C$; между лежащей вблизи его магнитопаузой и устойчивой зоной радиационного пояса (между ~ 17 и $23 R_C$) находится область, где энергетический спектр частиц становится очень мягким и наблюдаются конвективные потоки плазмы, накладывающиеся на коротационное движение. Эту переходную область, вероятно, подверженную наибольшему влиянию нестационарных процессов в магнитопаузе и напоминающую плазменную мантию, условно называют зоной псевдозахвата [427, 428]. На ночной стороне образуется протяженный плазменный шлейф, на который, по-видимому, сильно влияют процессы в гелиосфере. В нем наблюдались вариации, напоминающие по своему характеру магнитосферные суббури.

Заслуживает внимания интересная особенность магнитосферы Сатурна внутри радиационного пояса, связанная с его кольцами и близлежащими спутниками: заряженные частицы в пределах системы колец почти полностью выметены [429]. "Выметание" частиц происходит в результате их поглощения материалом колец (спутников), которые они встречают при колебательном движении между полушариями вдоль магнитных силовых линий. Интересно, что обнаружение этого эффекта при пролете "Пионера-11" позволило высказать предположение о существовании у Сатурна ранее неизвестного самого внешнего кольца G, расположенного на расстоянии между 10 и $15 R_C$, что было позднее подтверждено результатами исследований на "Вояджерах".

Наконец, свойства магнитосферы Урана в значительной степени определяются большим отклонением оси магнитного диполя от оси вращения (на 60°) и большим смещением магнитного "центра" планеты от геометрического (~ 5000 км в направлении "зимнего" полюса на момент пролета КА "Вояджер-2"). К тому же напомним, что сама ось вращения лежит почти в плоскости эклиптики. Таким образом, образуется "наклонный ротатор", напоминающий по своей топологии пульсар. Из-за вращения планеты магнитные силовые линии во внешних областях магнитосферы оказываются переплетенными, подобно прядям каната. В магнитосфере обнаружены энергичные протоны и электроны (с температурой до 10^7 К), источником которых предположительно служит верхняя атмосфера Урана, а не солнечный ветер или поверхности крупных ледяных спутников (Миранды, Ариэля и Умбриэля), орбиты которых лежат внутри магнитосферы. Данное предположение исходит из того факта, что в плазменных экспери-

ментах на КА не были обнаружены более тяжелые ионы гелия, углерода, кислорода (отсутствие последнего ставит, в частности, под сомнение эффективности ударной бомбардировки в магнитосфере ледяных поверхностей спутников). Вместе с тем, с процессами в магнитосфере, по-видимому, связана обнаруженная достаточно интенсивная ультрафиолетовая эмиссия молекул H_2 , в возбуждении которой, помимо солнечных фотонов, должны также играть определенную роль энергичные электроны. Заметный вклад в эту эмиссию, получившую название "электросвечения" верхней атмосферы, вносят полярные сияния, зарегистрированные на ночной стороне планеты [16].

В целом из предварительного анализа данных измерений следует, что по своей морфологии магнитосфера Урана напоминает магнитосферу Юпитера. Высказано интересное предположение [430], что на Уране эффективно действует механизм удаления ионов из магнитосферы, что могло бы быть обусловлено процессом перезарядки в его протяженной водородной атмосфере либо процессом волнового взаимодействия с частицами магнитосферной плазмы.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕЙТРАЛЬНОЙ ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЫ ПЛАНЕТЫ

Отличительные особенности верхней атмосферы планеты как газовой среды — ее многокомпонентность и непосредственное воздействие радиационных факторов при одновременных разнообразных химических превращениях и в сочетании с процессами тепло- и массообмена. Под воздействием интенсивного солнечного электромагнитного излучения происходят фотохимические процессы — фотоионизация, фотодиссоциация, возбуждение внутренних степеней свободы (в том числе возбуждение электронных уровней) атомов и молекул. Эти процессы сопровождаются обратными реакциями ассоциации атомов в молекулы, рекомбинации ионов, спонтанного излучения фотонов и ударной дезактивации. Свойства газа формируются в гравитационном и электромагнитном полях; при этом важную роль играют процессы диффузии и теплопередачи (в основном теплопроводностью и, в меньшей степени, излучением) при различной эффективности коэффициентов переноса на разных уровнях. Возникающие температурные, концентрационные и барические градиенты приводят к развитию макродвижений, характер которых вблизи основания термосферы сохраняется турбулентным. Как отмечалось в гл. 1, определенное воздействие на структуру и динамику термосферы оказывает также солнечное корпускулярное излучение и такие дополнительные источники энергии, как приливные колебания и диссипация энергии магнитогидродинамических и внутренних гравитационных волн.

Теоретический анализ структуры, динамики и энергетики верхней атмосферы представляет чрезвычайно сложную задачу. Уравнения, пригодные для описания физико-химических процессов в гетеросфере, должны учитывать взаимосвязь и взаимообусловленность комплекса многочисленных процессов и явлений. Наиболее полное и строгое исследование можно провести в рамках кинетической теории многокомпонентных смесей многоатомных газов, исходя из системы обобщенных интегродифференциальных уравнений Больцмана для функций распределения частиц каждого сорта, с правыми частями, содержащими интегралы столкновений и интегралы реакций, дополненной уравнением переноса радиации и уравнениями поля [1–12]. Такой подход использован, в частности, в [13], где для решения системы кинетических уравнений с выбранным конкретизированным комплексом реакций применен метод 13-моментного приближения Грэда [14]. Однако ряд упрощений, вводимых при решении конкретных задач (например, учет только парных столкновений, замена истинных дифференциальных сечений аэрономических реакций, для которых квантовомеханичес-

кие расчеты применительно к термосферным условиям весьма сложны, на средние эффективные и т.д.), существенно уменьшает преимущества, заложенные в структуре этих уравнений. Вместе с тем, с точки зрения макроскопических свойств верхнюю атмосферу можно рассматривать как континуальную среду и для ее адекватного описания воспользоваться обобщенными уравнениями многокомпонентной радиационной гидродинамики, к которым (при ряде дополнительных допущений) сводится система кинетических уравнений [1–5, 10–12].

§ 2.1. Исходные предпосылки, определения, основные уравнения

2.1.1. Величины, характеризующие газ. Рассмотрим химически активную газовую смесь верхней атмосферы, состоящую из N компонент. Для обозначения отдельных компонент будем использовать греческие буквы α , β и γ ($\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, \dots, N$). Молекулу газа сорта α будем характеризовать ее положением r в пространстве и импульсом p_α . Каждая молекула обладает внутренними степенями свободы, под которыми можно понимать вращательные и колебательные степени свободы для многоатомных газов и возбуждение электронных уровней. Состояние этих степеней свободы будем обозначать единственным квантовым числом $s = 1, 2, \dots$ *). В кинетической теории разреженных газов динамическое состояние многокомпонентной смеси характеризуется заданием N функций распределения $f_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t)$ для каждого сорта частиц. Эти функции дают плотность (в статистическом смысле) числа частиц сорта α в точке r , p_α фазового пространства, находящихся в момент времени t в состоянии s , так что $f_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t) dr dp_\alpha$ есть среднее число частиц в шестимерном элементе объема $dr dp_\alpha$ **). Используя функции распределения, можно определить макроскопические структурные параметры атмосферы, а также потоки, характеризующие перенос массы, импульса и энергии в атмосферном газе, находящемся, в общем случае, в неравновесном состоянии.

По определению функция $f_{\alpha s}$ удовлетворяет следующему нормировочному соотношению:

$$n_\alpha(r, t) = \sum_s n_{\alpha s}(r, t) = \sum_s \int f_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t) dp_\alpha, \quad (2.1.1)$$

где $n_{\alpha s}$ — число частиц сорта α , находящихся в состоянии s ; n_α — полное число частиц сорта α в единице объема с координатами (r, t) . Здесь интегрирование производится по всему пространству импульсов, а суммирование по s включает все внутренние состояния молекулы. Тогда полная плотность числа частиц смеси $n(r, t)$ равна

$$n(r, t) = \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s n_{\alpha s} = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int f_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t) dp_\alpha, \quad (2.1.2)$$

а полная массовая плотность смеси

$$\rho(r, t) = \sum_{\alpha=1}^N M_\alpha n_\alpha = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s M_\alpha \int f_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t) dp_\alpha, \quad (2.1.3)$$

*) Основному энергетическому уровню молекулы соответствует $s = 1$.

**) В декартовых координатах $dr = dx dy dz$, $dp = dp_x dp_y dp_z$.

где M_α — масса молекулы α -го сорта. Средняя скорость частиц компонент α определяется соотношением

$$V_\alpha(r, t) = \frac{1}{n_\alpha} \sum_s \int c_\alpha f_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t) dp_\alpha \quad (2.1.4)$$

($c_\alpha = p_\alpha/M_\alpha$ — скорость молекулы сорта α в неподвижной системе координат), а средняя массовая, или гидродинамическая, скорость смеси

$$V(r, t) = \rho^{-1} \sum_{\alpha=1}^N M_\alpha n_\alpha V_\alpha = \rho^{-1} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int p_\alpha f_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t) dp_\alpha. \quad (2.1.5)$$

Введем в рассмотрение тепловую скорость частиц сорта α , определяемую как их скорость относительно системы координат, движущейся с локальной гидродинамической скоростью V :

$$v_\alpha(r, p_\alpha, t) = c_\alpha - V(r, t).$$

Диффузионная скорость w_α молекул сорта α запишется тогда как средняя тепловая скорость:

$$w_\alpha(r, t) = \frac{1}{n_\alpha} \sum_s \int v_\alpha f_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t) dp_\alpha = V_\alpha(r, t) - V(r, t). \quad (2.1.6)$$

Вообще, если $\varphi_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t)$ — какая-либо динамическая величина, связанная с частицами сорта α , то вектор плотности потока, соответствующий молекулярному переносу величины $\varphi_{\alpha s}$, определяется формулой

$$\Phi_\alpha(r, t) = \sum_s \int \varphi_{\alpha s} v_\alpha f_{\alpha s}(r, p_\alpha, s, t) dp_\alpha. \quad (2.1.7)$$

Физический смысл вектора плотности потока состоит в том, что скорость потока величины $\varphi_{\alpha s}$ через единичную площадку, движущуюся вместе с газом, равна той компоненте Φ_α , которая направлена по нормали к площадке. В качестве частного случая приведем формулы для векторов плотности потоков, связанных с переносом массы, энергии и импульса частиц:

$$J_\alpha^*(r, t) = \sum_s \int M_\alpha v_\alpha f_{\alpha s} dp_\alpha = M_\alpha n_\alpha w_\alpha, \quad (2.1.8)$$

$$q(r, t) = \sum_{\alpha=1}^N q_\alpha(r, t) = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_\alpha}{2} v_\alpha^2 + \delta \epsilon_\alpha(s) \right] v_\alpha f_{\alpha s} dp_\alpha, \quad (2.1.9)$$

$$\hat{P}(r, t) = \sum_{\alpha=1}^N \hat{P}_\alpha(r, t) = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha v_\alpha v_\alpha f_{\alpha s} dp_\alpha. \quad (2.1.10)$$

Здесь J_α^* , q_α , \hat{P}_α — соответственно массовый диффузионный поток частиц сорта α , парциальный поток тепла и тензор напряжений (симметричный тензор второго ранга*); q , \hat{P} — соответственно вектор полного потока тепла и полный тензор напряжений смеси; $\delta \epsilon_\alpha(s)$ — внутренняя энергия молекулы α -го сорта для состояния s .

*) В формуле (2.1.10) тензор \hat{P}_α рассматривается как результат диадного произведения двух векторов $v_\alpha v_\alpha$, которое следует отличать от символа скалярного произведения $v_\alpha \cdot v_\alpha$.

Парциальное статическое давление p_α , обусловленное частицами сорта α (часть давления, создаваемого частицами α , не связанная с взаимодействием молекул), определяется как среднее значение диагональных компонент парциального тензора напряжений \hat{P}_α : $p_\alpha = \frac{1}{3} \hat{P}_\alpha : \hat{I}$ (\hat{I} — единичный тензор); тогда полное давление газовой смеси равно $p = \sum_\alpha p_\alpha$ (закон Дальтона).

Средняя внутренняя энергия единицы массы смеси

$$e(r, t) = \rho^{-1} \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha \epsilon_\alpha = \rho^{-1} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_\alpha}{2} v_\alpha^2 + \delta \epsilon_\alpha(s) \right] f_{\alpha s} dp_\alpha \quad (2.1.11)$$

(ϵ_α — средняя внутренняя энергия на одну частицу α -го сорта), причем можно лишь утверждать, что e — функция температуры, но саму температуру определить в общем случае через функции распределения f_α для многоатомных газов нельзя. В частном случае молекул без внутренних степеней свободы (или когда внутренние степени свободы не возбуждаются) температура многокомпонентного нейтрального газа T вводится соотношениями

$$nT = \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha T_\alpha, \quad \frac{3}{2} n_\alpha k T_\alpha = \frac{M_\alpha}{2} \int v_\alpha^2 f_{\alpha s}(r, p_\alpha, t) dp_\alpha, \quad (2.1.12)$$

где k — постоянная Больцмана; T_α — температура частиц сорта α , выраженная в градусах Кельвина; при этом справедливо уравнение состояния совершенного газа $p_\alpha = n_\alpha k T_\alpha$. Используя метод Энского, можно убедиться, что в приближении второго порядка средняя энергия теплового движения частиц одинакова для каждой компоненты газовой смеси, откуда следует равенство $T = T_\alpha$ [1]. Для реагирующих газов это равенство нарушается. В общем случае формулой (2.1.12) определяется так называемая кинетическая температура атмосферного газа, которая, являясь мерой энергии лишь поступательных степеней свободы, не определяет полностью состояние газовой смеси.

Иногда, кроме введенных макроскопических параметров, имеющих простой физический смысл, бывает удобно пользоваться и другими, более сложными.

2.1.2. Величины, характеризующие излучение. Как уже отмечалось, радиационные факторы оказывают определяющее воздействие на структуру, динамику и энергетику атмосферы. В дальнейшем поле излучения будем рассматривать как совокупность отдельных фотонов (движущихся со скоростью света в вакууме c), образующих фотонный газ. Каждый фотон характеризуется следующими параметрами: 1) энергией u_ν или связанной с ней соотношением $u_\nu = h\nu$ частотой ν (h — постоянная Планка); 2) тремя компонентами радиуса-вектора r ; 3) двумя угловыми переменными, дающими направление движения фотона; это направление будем задавать единичным вектором $\hat{\Omega}$.

Фотон несет импульс $p_\nu = h\nu\hat{\Omega}/c$. Поле излучения можно характеризовать функцией распределения фотонов по импульсам $f_{\nu s}(r, p_\nu, s, t)$ *) (здесь

*) Для обозначения фотона используется его частота ν .

аргумент s описывает состояние поляризации фотона). Поскольку скорость фотонов c_ν равна $c\vec{\Omega}$, а энергия фотона равна $h\nu$, то величина

$$\sum_s ch\nu f_{\nu s}(r, p_\nu, s, t) dp_\nu$$

равна модулю дифференциальной плотности потока радиационной энергии (см. 2.1.7) и при использовании формулы $dp_\nu = p_\nu^2 dp_\nu d\vec{\Omega} = p_\nu^2 \frac{h}{c} d\nu d\vec{\Omega}$ для элемента объема в пространстве импульсов может быть записана в виде $I_\nu(r, \vec{\Omega}, t) d\nu d\vec{\Omega}$, где

$$I_\nu(r, \vec{\Omega}, t) \equiv \sum_s ch\nu p_\nu^2 \frac{h}{c} f_{\nu s} = \frac{2h^4 \nu^3}{c^2} f_\nu(r, p_\nu, s, t) \quad (2.1.13)$$

— спектральная интенсивность излучения: количество радиационной энергии, заключенное в единичном интервале частот и в единичном телесном угле, переносимое за единицу времени через единичную площадку, помещенную в точке r перпендикулярно направлению распространения энергии $\vec{\Omega}$ (размерность I_ν есть эрг/(см² · с · Гц · ср)). Множитель 2 появляется в результате суммирования по поляризациям фотона.

Используя функцию распределения фотонов по импульсам f_ν (или полностью ей эквивалентную спектральную интенсивность излучения I_ν), введем важные макроскопические характеристики поля излучения в данной точке r :

$$u_R(r, t) = \sum_s \int h\nu f_{\nu s} dp_\nu = \frac{1}{c} \int_0^\infty \int_\Omega I_\nu d\nu d\vec{\Omega} = \int_0^\infty u_{R\nu} d\nu, \quad (2.1.14)$$

$$q_R(r, t) = \sum_s \int h\nu c \vec{\Omega} f_{\nu s} dp_\nu = \int_0^\infty \int_\Omega \vec{\Omega} I_\nu d\vec{\Omega} d\nu = \int_0^\infty q_{R\nu} d\nu, \quad (2.1.15)$$

$$\hat{T}_R(r, t) = \sum_s \int h\nu \vec{\Omega} \vec{\Omega} f_{\nu s} dp_\nu = \frac{1}{c} \int_0^\infty \int_\Omega \vec{\Omega} \vec{\Omega} I_\nu d\vec{\Omega} d\nu. \quad (2.1.16)$$

Здесь u_R, q_R, \hat{T}_R — объемная полная плотность энергии излучения, вектор потока радиационной энергии (вектор Пойнтинга) и тензор радиационного давления соответственно; $u_{R\nu}, q_{R\nu}$ — соответствующие спектральные характеристики. Как тензор радиационного давления, так и объемная плотность энергии излучения пропорциональны $1/c$. Следовательно, они имеют одинаковый порядок величин, причем обычно в задачах аэрономии радиационные вклады в полную энергию и в полный тензор давления системы — атмосферный газ плюс излучение — малы; условия $u_R \approx \rho e$ и $\hat{T}_R \approx \hat{P}$ имеют место либо в случае крайне высокой температуры (например, внутри звезд), либо в случае крайне низкой плотности вещества (например, в межпланетном пространстве) [10].

2.1.3. Процессы взаимодействия. Свойства газа верхней атмосферы существенно определяются аэрономическими реакциями, вызываемыми поглощением интенсивного коротковолнового излучения Солнца. Диапазон этих реакций простирается от возбуждения вращательных и колебательных уровней до процессов диссоциации и ионизации, причем каждая

из этих реакций может протекать и в обратном направлении. Основной задачей при изучении химически активного газа является определение скорости ξ , с которой протекает каждая реакция в единице объема. Скорость реакции можно рассчитать, зная ее эффективное сечение и функции распределения молекул и излучения.

Рассмотрим сначала взаимодействие частиц, не связанное с процессами излучения и поглощения света, и ограничимся при этом бинарными реакциями типа *)



играющими важную роль в условиях верхней атмосферы. Здесь две частицы α и β , находящиеся соответственно в квантовых состояниях s и j , при столкновении образуют две новые частицы α' и β' в состояниях s' и j' . Аэрономические реакции этого типа описывают простые химические реакции, неупругие столкновения, при которых происходит возбуждение молекул (атомов) или их термическая диссоциация (роль которой, однако, при атмосферных температурах $T \lesssim 2000$ К часто пренебрежимо мала), а также противоположные процессы девозбуждения и рекомбинации. Частным случаем таких реакций являются упругие столкновения, которые вызывают лишь изменение скоростей двух частиц и не сопровождаются их внутренней перестройкой. Введем дифференциальное эффективное сечение реакции (2.1.17).

$$d\sigma(p_\alpha s p_\beta j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') \quad (2.1.18)$$

— вероятность того, что в результате столкновения молекулы сорта α в состоянии s , имеющей импульс p_α , с молекулой сорта β в состоянии j и импульсом p_β образуются молекулы сортов α' и β' , импульсы и внутренние квантовые состояния которых будут, соответственно, $(p_{\alpha'}, s')$ и $(p_{\beta'}, j')$, причем значения импульсов $p_{\alpha'}$ и $p_{\beta'}$ ограничены условиями сохранения массы, импульса и энергии при столкновении:

$$\begin{cases} M_\alpha + M_\beta = M_{\alpha'} + M_{\beta'}, & p_\alpha + p_\beta = p_{\alpha'} + p_{\beta'} \equiv G(M_\alpha + M_\beta), \\ \frac{p_\alpha^2}{2M_\alpha} + \frac{p_\beta^2}{2M_\beta} = \frac{p_{\alpha'}^2}{2M_{\alpha'}} + \frac{p_{\beta'}^2}{2M_{\beta'}} + \mathcal{U}, \\ \mathcal{U} \equiv \delta\epsilon_{\alpha'}(s') + \delta\epsilon_{\beta'}(j') - \delta\epsilon_\alpha(s) - \delta\epsilon_\beta(j). \end{cases} \quad (2.1.19)$$

Здесь G — скорость центра масс частиц; \mathcal{U} — разность энергий связи систем (α, β) и (α', β') ; если \mathcal{U} — величина положительная, то она представляет пороговую энергию эндотермической реакции (2.1.17).

Дифференциальная скорость процесса (2.1.17) определяется соотношением **)

$$\begin{aligned} d\xi(\alpha_s + \beta_j \rightarrow \alpha'_s + \beta'_j) = \\ = f_{\alpha s} f_{\beta j} |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_\alpha s p_\beta j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_{\alpha'} dp_{\beta'}, \end{aligned} \quad (2.1.20)$$

*) Рассмотрение столкновений трех и более частиц не изменило бы основных выводов [10].

**) Для упрощения здесь не указывается явно зависимость $f_{\alpha s}$ от пространственной и временной координат r и t .

где $g_{\alpha\beta} = c_\alpha - c_\beta$ — вектор относительной скорости частиц α и β . Она означает число соударений в единице объема за единицу времени между молекулами сорта α в состоянии s и с импульсом в интервале dp_α вблизи значения p_α и молекулами сорта β в состоянии j и с импульсами в интервале dp_β вблизи значения p_β ; после соударений образуются молекулы сортов α' и β' в состояниях s' и j' соответственно. Вектор относительной скорости $g_{\alpha'\beta'} = c_{\alpha'} - c_{\beta'}$ частиц α' и β' однозначно определяется лишь по абсолютной величине, если известны энергии состояний всех частиц, участвующих во взаимодействии:

$$|g_{\alpha'\beta'}| = \sqrt{\frac{M_\alpha M_\beta}{M_{\alpha'} M_{\beta'}} g_{\alpha\beta}^2 - \frac{2J}{M_{\alpha'} M_{\beta'}}}, \quad M_{\alpha'\beta'} = \frac{M_{\alpha'} M_{\beta'}}{M_{\alpha'} + M_{\beta'}},$$

т.е. скорости частиц после столкновений $c_{\alpha'}$ ($= G + M_{\alpha'\beta'} g_{\alpha'\beta'}/M_{\alpha'}$) и $c_{\beta'}$ ($= G - M_{\alpha'\beta'} g_{\alpha'\beta'}/M_{\beta'}$) будут зависеть в общем случае от двух случайных параметров (χ, ϵ), определяющих положение единичного вектора $g_{\alpha'\beta'}/|g_{\alpha'\beta'}|$ в пространстве скоростей. Полное число столкновений, приводящих к реакции (2.1.17), протекающей в единице объема за единицу времени (скорость реакции для процесса (2.1.17)), составляет

$$\xi(\alpha_s + \beta_j \rightarrow \alpha_{s'} + \beta_{j'}) = \int f_{\alpha s} f_{\beta j} |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_\alpha s p_\beta j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_\alpha dp_\beta, \quad (2.1.20a)$$

где интегрирование производится по всем $p_\alpha, p_\beta, p_{\alpha'}$ и $p_{\beta'}$, совместным с условиями сохранения (2.1.19).

Каждой реакции, подобной (2.1.17), соответствует обратная реакция $\alpha'(s') + \beta'(j') \rightarrow \alpha(s) + \beta(j)$, дифференциальная скорость которой

$$\begin{aligned} d\xi(\alpha_{s'} + \beta_{j'} \rightarrow \alpha_s + \beta_j) = \\ = f_{\alpha' s'} f_{\beta' j'} |g_{\alpha'\beta'}| d\sigma(p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j' \rightarrow p_\alpha s p_\beta j) dp_{\alpha'} dp_{\beta'}. \end{aligned} \quad (2.1.21)$$

Согласно принципу детального равновесия [9—11], в условиях термодинамического равновесия (ТР) дифференциальная скорость любого микроскопического процесса равна дифференциальной скорости соответствующего ему обратного процесса, т.е. $d\xi(\alpha_s + \beta_j \rightarrow \alpha_{s'} + \beta_{j'}) = d\xi(\alpha_{s'} + \beta_{j'} \rightarrow \alpha_s + \beta_j)$. Это позволяет найти универсальную связь между эффективными сечениями прямых и обратных реакций, справедливую независимо от выполнения условия термодинамического равновесия *):

$$\begin{aligned} dp_\alpha dp_\beta |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_\alpha s p_\beta j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') = \\ = dp_{\alpha'} dp_{\beta'} |g_{\alpha'\beta'}| d\sigma(p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j' \rightarrow p_\alpha s p_\beta j). \end{aligned} \quad (2.1.22)$$

Соотношение взаимности (2.1.22) дает возможность записать скорость реакции $\alpha'(s') + \beta'(j') \rightarrow \alpha(s) + \beta(j)$ в виде

$$\xi(\alpha_{s'} + \beta_{j'} \rightarrow \alpha_s + \beta_j) = \int f_{\alpha' s'} f_{\beta' j'} |g_{\alpha'\beta'}| d\sigma(p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j' \rightarrow p_\alpha s p_\beta j) dp_{\alpha'} dp_{\beta'}, \quad (2.1.21a)$$

что позволяет, например, в случае максвелл—больцмановского распре-

*) Укажем, что соотношение (2.1.22) строго выполняется только тогда, когда в число характеристик состояния не входит спинное квантовое число [11].

ления реагентов связать ее известным образом со скоростью прямого процесса (2.1.17).

Радиативный процесс, в котором участвуют фотоны и частицы вещества, можно также охарактеризовать соответствующим дифференциальным сечением. Рассмотрим, например, процесс фотовозбуждения атома сорта β : $\beta(j) + h\nu \rightarrow \beta(j')$. По аналогии с формулой (2.1.20) скорость этой реакции дается следующим выражением:

$$\begin{aligned} \xi(\beta_j + h\nu \rightarrow \beta_{j'}) &= \sum_s \int f_{\beta j} f_{\nu s} d\sigma(p_{\beta j} p_{\nu s} \rightarrow p_{\beta j'}) dp_{\nu} dp_{\beta} \approx \\ &\approx n_{\beta j} \int_0^{\infty} \int d\sigma(p_{\beta j} p_{\nu} \rightarrow p_{\beta j'}) \frac{I_{\nu}(\vec{\Omega})}{h\nu} d\nu d\vec{\Omega}. \end{aligned} \quad (2.1.23)$$

В дальнейшем радиативные процессы будут рассмотрены подробнее (см. § 3.2).

Таким образом, из равенств (2.1.1)–(2.1.16), (2.1.21) и (2.1.23) следует, что если функции распределения частиц и фотонов известны, то проблема определения структурных параметров, характеристик переноса вещества и излучения в атмосфере, а также скоростей различных астрономических реакций (с известными дифференциальными сечениями) может быть решена полностью.

2.1.4. Обобщенное уравнение Больцмана. Эволюция одночастичной функции распределения $f_{\alpha s}(r, p_{\alpha}, s, t)$ для α -й компоненты (фотоны рассматриваются здесь как дополнительная компонента) частицы в квантовом энергетическом состоянии s описывается следующим обобщенным кинетическим уравнением Больцмана [10]:

$$\frac{\partial}{\partial t} f_{\alpha s} + c_{\alpha} \cdot \nabla_r f_{\alpha s} + F_{\alpha} \cdot \nabla_{p_{\alpha}} f_{\alpha s} = \left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st}. \quad (2.1.24)$$

Здесь $\nabla_{p_{\alpha}}$ — градиент по импульсам; $F_{\alpha} = F_{\alpha}(r, p_{\alpha}, t)$ — внешняя сила, действующая на частицу сорта α (например, гравитационная или электромагнитная); в случае излучения $F_{\nu} \approx 0$. Правая часть уравнения (2.1.24) представляет собой изменение $f_{\alpha s}$ в единицу времени за счет как упругих столкновений, меняющих только скорость частиц c_{α} , так и неупругих, которые ведут либо к изменению внутреннего состояния сталкивающихся частиц, либо к исчезновению или появлению частиц сорта α . Общее выражение для интеграла столкновений $(\delta f_{\alpha s}/\delta t)_{st}$, учитывающее как упругие, так и неупругие столкновения при взаимодействии излучения с движущимся многокомпонентным газом, приводится в § 3.1. Столкновительный член $(\delta f_{\alpha s}/\delta t)_{st}$ для частного случая отсутствия взаимодействия частиц и излучения имеет вид [4, 10] *

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st} &= \sum_{\beta, \alpha' < \beta'} \sum_{j, s', j'} \int (f_{\alpha' s'} f_{\beta' j'} - f_{\alpha s} f_{\beta j}) \times \\ &\times |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_{\alpha s} p_{\beta j} \rightarrow p_{\alpha' s'} p_{\beta' j'}) dp_{\beta}, \end{aligned} \quad (2.1.25)$$

* Формула (2.1.25) справедлива при отсутствии достаточно сильных внешних электромагнитных полей. Отметим также, что с учетом специфики кулоновского взаимодействия частиц возможно упрощение интеграла столкновений (2.1.25) (см., например, [11]).

где интегрирование производится по всем $p_{\alpha'}$, $p_{\beta'}$ и p_{β} , совместным с условиями сохранения (2.1.19). Для упрощения обозначений здесь

$$\sum_{\alpha' < \beta'} \equiv \sum_{\beta' = 1}^N \sum_{\alpha' = 1}^{\beta'} ; \quad \text{ограничение } \alpha' \leq \beta' \text{ при суммировании по сортам}$$

сделано для того, чтобы не учитывать одни и те же реакции дважды. Суммирование по β и j включает случай, когда $\beta \equiv \alpha$, $j \equiv s$, т.е. столкновения между частицами одного типа в одинаковых внутренних состояниях. Столкновительный член (2.1.25) может быть записан в виде суммы интегралов

$$\left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st} \equiv \mathcal{K}_{\alpha s} + \mathcal{I}_{\alpha s}, \quad \text{где интеграл } \mathcal{K}_{\alpha s} \text{ представляет суммарную ско-$$

рость изменения $f_{\alpha s}$, обусловленную столкновениями, которые ведут к исчезновению или появлению частиц сорта α , и получается из общего выражения (2.1.25) при $\alpha \neq \alpha'$ и $\beta \neq \beta'$; интеграл $\mathcal{I}_{\alpha s} = \sum_{\beta} \mathcal{I}_{\alpha \beta}(f_{\alpha s}, f_{\beta j})$ ($\mathcal{I}_{\alpha \beta} -$

билинейный функционал от $f_{\alpha s}$ и $f_{\beta j}$) дает скорость изменения $f_{\alpha s}$ вследствие столкновений с частицами того же сорта α и других сортов β , меняющих только импульс молекулы p_{α} и (возможно) внутреннее состояние s .

Уравнение (2.1.24) с правой частью в форме (2.1.25), известное как уравнение Ванг Чанг—Уленбека, строго применимо к описанию процессов переноса в реагирующих газах лишь в том случае, когда время пробега частиц между столкновениями много больше продолжительности столкновения [11]. При анализе вопросов динамики разреженного газа верхней атмосферы это требование выполняется практически всегда, так как время взаимодействия между частицами ($\tau \approx 10^{-13} - 10^{-14}$ с) много меньше характерных времен рассматриваемых макроскопических процессов. Но, как уже отмечалось, применение обобщенных уравнений Больцмана (2.1.24) к анализу аэрономических процессов связано с большими трудностями. Помимо того, что в настоящее время нет достаточной ясности относительно динамики многих неупругих столкновений атмосферных молекул и имеется мало сведений о дифференциальных сечениях этих столкновений, прямое решение системы обобщенных уравнений Больцмана (2.1.24) весьма сложно.

Более простой подход основан на использовании вытекающей при некоторых предположениях из уравнений (2.1.24) совокупности обобщенных гидродинамических уравнений, содержащих в качестве искомых введенные выше макроскопические параметры. Для их практического использования необходимо, однако, знать выражения входящих в них термодинамических потоков через пространственные производные от структурных параметров и коэффициенты переноса, для чего опять-таки необходимо решать систему уравнений Больцмана. Наиболее известными приближенными аналитическими методами решения кинетических уравнений (2.1.24) для многокомпонентного газа, состоящего из простых молекул, является метод Чепмена—Энскога, изложенный в [1], и метод Грэда, развитый в [14 а, б]. Различные обобщения этих методов на более реальный случай молекул с внутренними степенями свободы, которые подвержены радиации и могут химически реагировать между собой, приводят к крайне громоздким расчетным формулам (см., например, [15, 16]). Полное изложе-

ние этих вопросов далеко выходит за рамки данной книги. Мы ограничимся далее приближенным подходом, вводя различные упрощения для интегралов столкновений и имея в виду получение результатов, которые могут быть практически использованы для решения достаточно широкого класса задач прикладной астрономии.

2.1.5. Гидродинамические уравнения переноса, выраженные через векторы плотности потоков. Гидродинамические уравнения смеси могут быть получены непосредственно из системы уравнений Больцмана без определения вида функций распределения. Покажем сначала, что интегралы столкновений (2.1.25) обладают следующими свойствами:

$$\sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \varphi_{\alpha s} \left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st} dp_{\alpha} = 0, \quad \sum_s \int \varphi_{\alpha s} \left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st} dp_{\alpha} = \sum_s \int \mathcal{I}_{\alpha s} dp_{\alpha} = 0, \quad (2.1.26)$$

причем последнее равенство справедливо лишь в том случае, если при столкновении частиц α и β не происходит химической реакции, т.е. $M_{\alpha} \equiv M_{\alpha'}$ и $M_{\beta} \equiv M_{\beta'}$. Здесь величина $\varphi_{\alpha s}$ является так называемым аддитивным инвариантом, т.е. представляет собой или массу M_{α} молекулы сорта α , или ее импульс p_{α} , или ее полную энергию $\epsilon_{\alpha}(p_{\alpha}, s) = p_{\alpha}^2/2M_{\alpha} + \delta\epsilon_{\alpha}(s)$ (либо линейную комбинацию этих величин)*).

Для доказательства этого утверждения рассмотрим произвольную динамическую функцию $\Phi_{\alpha s} \equiv \Phi_{\alpha}(r, p_{\alpha}, s, t)$, имеющую смысл для каждой компоненты смеси. Под скоростью изменения среднего значения физической величины Φ_{α} , обусловленной столкновениями, будем понимать по определению величину

$$\left(\frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial t} \right)_{st} \equiv \frac{1}{n_{\alpha}} \sum_s \int \Phi_{\alpha s} \left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st} dp_{\alpha}. \quad (2.1.27)$$

Аналогично определим

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{st} = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} \left(\frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial t} \right)_{st} = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \Phi_{\alpha s} \left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st} dp_{\alpha} \quad (2.1.28)$$

и будем интерпретировать $(\partial \Phi / \partial t)_{st}$ как обусловленную столкновениями скорость изменения среднего значения динамической величины Φ , относящейся ко всему газу. По определению имеем

$$\left(\frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial t} \right)_{st} = \frac{1}{n_{\alpha}} \sum_{\beta, \alpha' < \beta'} \sum_{sjs'j'} \int \Phi_{\alpha s} (f_{\alpha's'} f_{\beta'j'} - f_{\alpha s} f_{\beta j}) |g_{\alpha\beta}| d\sigma dp_{\alpha} dp_{\beta}. \quad (2.1.27a)$$

Этот интеграл равен интегралу

$$\left(\frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial t} \right)_{st} = \frac{1}{n_{\alpha}} \sum_{\beta, \alpha' < \beta'} \sum_{sjs'j'} \int \Phi_{\alpha's'} (f_{\alpha s} f_{\beta j} - f_{\alpha's'} f_{\beta'j'}) |g_{\alpha'\beta'}| d\sigma' dp_{\alpha'} dp_{\beta'}, \quad (2.1.29)$$

*) Для газа многоатомных молекул инвариантом также является момент импульса.

написанному для обратных столкновений. Складывая левые и правые части соотношений (2.1.27а) и (2.1.29) и используя соотношение взаимности (2.1.22), получим

$$\left(\frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial t}\right)_{st} = \frac{1}{2n_{\alpha}} \sum_{\beta, \alpha' < \beta} \sum_{sjs'j'} \int (\Phi_{\alpha s} - \Phi_{\alpha' s'}) (f_{\alpha' s'} f_{\beta' j'} - f_{\alpha s} f_{\beta j}) |g_{\alpha\beta}| d\sigma dp_{\alpha} dp_{\beta}. \quad (2.1.30)$$

Суммируя эти интегралы по α и пользуясь тем, что пары индексов (α, α') и (β, β') взаимозаменяемы, окончательно найдем

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{st} = & \frac{1}{4n} \sum_{\alpha < \beta, \alpha' < \beta'} \sum_{sjs'j'} \int (\Phi_{\alpha s} - \Phi_{\alpha' s'} + \Phi_{\beta j} - \Phi_{\beta' j'}) \times \\ & \times (f_{\alpha' s'} f_{\beta' j'} - f_{\alpha s} f_{\beta j}) |g_{\alpha\beta}| d\sigma (p_{\alpha} s p_{\beta j} \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta' j'}) dp_{\alpha} dp_{\beta}. \end{aligned} \quad (2.1.31)$$

Для аддитивных инвариантов $\Phi_{\alpha s} - \Phi_{\alpha' s'} + \Phi_{\beta j} - \Phi_{\beta' j'} = 0$ и, следовательно, $(\partial \Phi / \partial t)_{st} = 0$, откуда следует первое соотношение (2.1.26). Если при столкновении молекул α и β не происходит химической реакции, то $M_{\alpha} = M_{\alpha'}$, ($M_{\beta} = M_{\beta'}$), и из (2.1.30) следует второе соотношение (2.1.26).

Соотношения (2.1.26) могут быть доказаны и для полной системы взаимосвязанных кинетических уравнений, включающей уравнение Больцмана для фотонов [10] (при этом в первом соотношении (2.1.26) и в соотношении (2.1.28) суммирование производится по всем компонентам, включая фотоны). Математически это следует из условия симметрии обобщенного интеграла столкновений (см. далее формулу (3.1.1)).

Умножим теперь обе части уравнения Больцмана (2.1.24) на величину $\Phi_{\alpha s}(p_{\alpha}, s)$, проинтегрируем результат по всем значениям импульса p_{α} и возьмем сумму по внутренним состояниям молекул. Преобразовывая затем различные члены в интеграле с помощью интегрирования по частям и пользуясь тем, что $\Phi_{\alpha s} f_{\alpha s} \rightarrow 0$ при $|p_{\alpha}| \rightarrow \infty$, получим окончательно обобщенное уравнение Энского переноса молекулярного признака $\Phi_{\alpha s}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial (n_{\alpha} \langle \Phi_{\alpha} \rangle)}{\partial t} = & -\nabla \cdot (n_{\alpha} \langle c_{\alpha} \Phi_{\alpha} \rangle) + \\ & + n_{\alpha} \left[\left\langle \frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial t} \right\rangle + \langle c_{\alpha} \cdot \nabla \Phi_{\alpha} \rangle + \langle \nabla p_{\alpha} \cdot (F_{\alpha} \Phi_{\alpha}) \rangle + \left(\frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial t} \right)_{st} \right]. \end{aligned} \quad (2.1.32)$$

Запись $\langle \varphi_{\alpha} \rangle$ соответствует операции осреднения:

$$\langle \varphi_{\alpha} \rangle = \sum_s \frac{1}{n_{\alpha}} \int \varphi_{\alpha s} f_{\alpha s}(r, p_{\alpha}, s, t) dp_{\alpha}.$$

Уравнение Энского (2.1.32) является интегро-дифференциальным и, вообще говоря, не проще уравнения Больцмана, из которого получено. Однако в некоторых важных случаях, когда, например, величина Φ_{α} является аддитивным инвариантом, это уравнение существенно упрощается.

В качестве внешних сил в дальнейшем будут рассмотрены электромагнитные и гравитационные силы, а также сила Кориолиса:

$$F_{\alpha}(r, p_{\alpha}, t) = F_{\alpha}^*(r, t) + p_{\alpha} \times \vec{\mathcal{A}}_{\alpha}(r, t),$$

$$F_{\alpha}^*(r, t) \equiv M_{\alpha} g_e + e_{\alpha} E, \quad \mathcal{A}_{\alpha}(r, t) \equiv 2\vec{\omega} + \frac{e_{\alpha}}{cM_{\alpha}} B,$$

где e_{α} — электрический заряд частицы сорта α (для нейтральных компонент $e_{\alpha} \equiv 0$, e — заряд электрона); g_e , $\vec{\omega}$, E , B — соответственно векторы приведенного (с учетом центробежной силы) гравитационного ускорения

$$(g_e = \nabla \left[\frac{1}{2} |\vec{\omega} \times R|^2 - G \frac{M_{\text{пл}}}{|R|} \right], \quad G — гравитационная постоянная, $M_{\text{пл}}$ —$$

масса планеты, R — радиус-вектор, проведенный из центра планеты в рассматриваемую точку пространства), угловой скорости вращения планеты, напряженности электрического поля и магнитной индукции. В этом случае уравнение Энского (2.1.32) упрощается, так как $\nabla_{p_{\alpha}} \cdot F_{\alpha} = \nabla_{p_{\alpha}} \cdot (p_{\alpha} \times \vec{\mathcal{A}}_{\alpha}) = 0$. В частности, если Φ_{α} зависит только от импульса, то уравнение (2.1.32) принимает вид

$$\frac{\partial (n_{\alpha} \langle \Phi_{\alpha} \rangle)}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{\alpha} \langle c_{\alpha} \Phi_{\alpha} \rangle) = n_{\alpha} \left[\langle F_{\alpha} \cdot \nabla_{p_{\alpha}} \Phi_{\alpha} \rangle + \left(\frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial t} \right)_{\text{st}} \right]. \quad (2.1.32a)$$

Наконец, суммируя уравнения (2.1.32a) по всем компонентам, включая фотоны, можно получить обобщенное уравнение переноса для величины Φ , относящейся к полной системе (газовая смесь плюс излучение):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} \langle \Phi_{\alpha} \rangle + n_{\nu} \langle \Phi_{\nu} \rangle \right] + \nabla \cdot \left[\sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} \langle c_{\alpha} \Phi_{\alpha} \rangle + c \vec{\Omega} n_{\nu} \langle \Phi_{\nu} \rangle \right] - \\ & - \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} \langle F_{\alpha} \cdot \nabla_{p_{\alpha}} \Phi_{\alpha} \rangle = n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{\text{st}}. \end{aligned} \quad (2.1.33)$$

Перейдем теперь к выводу уравнений переноса для конкретных молекулярных величин, применяя для этого обобщенный закон сохранения (2.1.33) к каждому из трех аддитивных инвариантов, для которых правая часть уравнения (2.1.33) обращается в нуль. Используя определения полного тензора напряжений смеси \hat{P} (2.1.10), вектора полного потока тепла q (2.1.9) и удельной внутренней энергии смеси ϵ (2.1.11), преобразуем входящие в (2.1.33) интегралы:

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int c_{\alpha} p_{\alpha} f_{\alpha s} dp_{\alpha} &= \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_{\alpha} (v_{\alpha} + V) (v_{\alpha} + V) f_{\alpha s} dp_{\alpha} = \rho V V + \hat{P}, \\ \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_{\alpha} c_{\alpha}^2}{2} + \delta \epsilon_{\alpha}(s) \right] c_{\alpha} f_{\alpha s} dp_{\alpha} &= \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_{\alpha}}{2} (v_{\alpha}^2 + 2v_{\alpha} \cdot V + V^2) + \right. \\ & \left. + \delta \epsilon_{\alpha}(s) \right] (v_{\alpha} + V) f_{\alpha s} dp_{\alpha} = q + \rho \left(\epsilon + \frac{1}{2} V^2 \right) V + \hat{P} \cdot V. \end{aligned}$$

Здесь использованы соотношения

$$w_\alpha = \langle v_\alpha \rangle, \quad \sum_{\alpha=1}^N M_\alpha n_\alpha w_\alpha = \sum_{\alpha=1}^N J_\alpha^* = 0. \quad (2.1.34)$$

При $\Phi_{\alpha s} = M_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$), $\Phi_{\nu s} = 0$ (масса покоя фотона равна нулю) уравнение (2.1.33) примет вид закона сохранения массы для смеси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0. \quad (2.1.35)$$

При $\Phi_{\alpha s} = p_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$), $\Phi_{\nu s} = p_\nu$ (из 2.1.33) получаем закон сохранения количества движения полного континуума:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho V + G_R) + \nabla \cdot (\rho V V + \hat{P} + T_R) - \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha \langle F_\alpha \rangle = 0, \quad (2.1.36)$$

где $\langle F_\alpha \rangle = F_\alpha^* + M_\alpha V_\alpha \times \mathcal{A}_\alpha$; $G_R \equiv q_R/c^2$ — плотность импульса излучения.

Наконец, если положить $\Phi_{\alpha s} = \frac{1}{2} M_\alpha c_\alpha^2 + \delta \epsilon_\alpha(s)$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$), $\Phi_{\nu s} = h\nu$, то в результате получаем уравнение баланса для полной энергии системы (газовая смесь плюс излучение):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\epsilon + \frac{V^2}{2} \right) + u_R \right] + \nabla \cdot \left[q + q_R + \rho \left(\epsilon + \frac{V^2}{2} \right) V + \hat{P} \cdot V \right] = \\ & = \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha F_\alpha^* \cdot (w_\alpha + V), \end{aligned} \quad (2.1.37)$$

или, используя законы сохранения массы и импульса, суммарное уравнение баланса для внутренней энергии смеси и энергии излучения:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon + u_R) + \nabla \cdot (q + q_R + \rho \epsilon V) - V \cdot \frac{\partial}{\partial t} G_R + \hat{P} : \nabla V - V \cdot (\nabla \cdot \hat{T}_R) = \\ & = \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha (F_\alpha^* + M_\alpha V \times \vec{\mathcal{A}}_\alpha) \cdot w_\alpha. \end{aligned} \quad (2.1.38)$$

Кроме уравнения неразрывности для среднemasовой плотности ρ можно записать еще уравнения неразрывности для континуумов частиц сорта α . Из уравнения переноса (2.1.32) при $\Phi_{\alpha s} = 1$ следует, что для каждой компоненты смеси

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot n_\alpha (w_\alpha + V) = \dot{n}_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (2.1.39a)$$

где

$$\dot{n}_\alpha = \sum_s \int \left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st} dp_\alpha (\equiv \sum_s \int \mathcal{K}_{\alpha s} dp_\alpha) \quad (2.1.39b)$$

выражает общее увеличение числа частиц сорта α в единице объема в единицу времени за счет столкновений общего вида ($\alpha \neq \alpha', \beta \neq \beta'$), приводящих к химическим и фотохимическим реакциям. В обозначениях уравнения

(2.1.20a) имеем для скорости \dot{n}_α следующее выражение:

$$\dot{n}_\alpha = \sum_{\beta, \alpha' < \beta'} \sum_{s, s', j, j'} \{ \xi(\alpha'_s + \beta'_{j'} \rightarrow \alpha_s + \beta_j) - \xi(\alpha_s + \beta_j \rightarrow \alpha'_s + \beta'_{j'}) \}.$$

Уравнения (2.1.39) не независимы, так как должно выполняться соотношение $\rho = \sum_\alpha M_\alpha n_\alpha$. Пользуясь (2.1.34), (2.1.35) и (2.1.39), получаем

$$\sum_{\alpha=1}^N M_\alpha \dot{n}_\alpha = 0 \quad (2.1.40)$$

— закон сохранения масс применительно к астрономическим реакциям.

Из уравнения Больцмана (2.1.24) можно получить и другие уравнения сохранения, например уравнение сохранения индуцированного электрического заряда или полумакроскопические уравнения кинетики для населенности k -го вырожденного уровня частиц сорта α .

Оценим теперь в уравнениях (2.1.36) и (2.1.37) члены $\partial G_R / \partial t$ по сравнению с $\nabla \cdot \hat{T}_R$ и $\partial u_R / \partial t$ по сравнению с $\nabla \cdot q_R$. Пусть L и t_0 — соответственно характерный масштаб и характерное время макроскопического процесса. Тогда (см. (2.1.14)–(2.1.16))

$$\frac{|\partial G_R / \partial t|}{|\nabla \cdot \hat{T}_R|} \sim \frac{L}{ct_0}, \quad \frac{|\partial u_R / \partial t|}{|\nabla \cdot q_R|} \sim \frac{L}{ct_0},$$

и при движении газовой среды с нерелятивистскими скоростями ($L/ct_0 \ll 1$ — условие, справедливое для всех планетных атмосфер) в уравнениях переноса (2.1.36) и (2.1.37) можно пренебречь соответственно членами с плотностью импульса излучения G_R и плотностью энергии излучения u_R по сравнению с членами, содержащими тензор плотности потока импульса излучения \hat{T}_R и поток энергии излучения q_R (пренебрежение членами $\partial u_R / \partial t$ и $c^{-2} \partial q_R / \partial t$ дает возможность не учитывать $\partial f_\nu / \partial t$ в уравнении переноса излучения — уравнении (2.1.24) для фотонов [10]). Кроме того, как уже отмечалось, в гидродинамических задачах астрономии часто $\hat{T}_R \ll \hat{P}$, $u_R \ll \rho \epsilon$; это позволяет параметры излучения (такие, как q_R , $\sigma_b^{a'b'}$ и т.п.) считать вычисленными в сопутствующей системе координат, в которой частица среды покоится [15]; в этой системе, например, величины $\sigma_b^{a'b'}$ (см. § 3.1) не зависят от Ω .

2.1.6. Система гидродинамических уравнений для описания верхней атмосферы. Вводя субстанциональную производную $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla$ в уравнения (2.1.35), (2.1.36), (2.1.38) и (2.1.39), перепишем их в форме, удобной для задач планетной астрономии, связанных с определением динамики, теплового баланса и пространственного распределения отдельных компонент реагирующей излучающей смеси атмосферных газов:

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \nabla \cdot V, \quad (2.1.35a)$$

$$\rho \frac{dV}{dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \hat{\pi} + \rho g_e + 2\rho V \times \vec{\omega} + \rho F_d, \quad (2.1.41)$$

$$\rho \frac{d\epsilon}{dt} = -\nabla \cdot (\mathbf{q} + \mathbf{q}_R) - p \nabla \cdot \mathbf{V} + \hat{\pi} : \nabla \mathbf{V} + Q_d, \quad (2.1.42)$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{n_\alpha}{\rho} \right) = -\nabla \cdot n_\alpha \mathbf{w}_\alpha + \dot{n}_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N-1). \quad (2.1.43)$$

Здесь $\hat{\pi} = p\hat{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{P}}$ — тензор вязких напряжений газовой смеси; через F_d обозначена внешняя сила на единицу массы, отличная от выделенных (например, приливная сила), а через Q_d — возможные локальные источники нагрева верхней атмосферы.

Гидродинамические уравнения (2.1.35а), (2.1.41)–(2.1.43) должны быть дополнены соотношениями для источников членов (\dot{n}_α) и вектора радиационного притока тепла, а также так называемыми определяющими уравнениями, которые связывают внутренние напряжения, векторы теплового потока и диффузионных скоростей с градиентами макроскопических параметров (плотности, скорости и температуры). Для вывода этих уравнений необходимо решать систему обобщенных уравнений Больцмана (2.1.24). Определяющие уравнения будут получены в следующем параграфе, а вклад излучения, химических и фотохимических реакций рассмотрен в гл. 3.

Отметим следующее:

1. Часто можно ввести два упрощения уравнений сохранения отдельных компонент (2.1.43). Если процессы переноса в рассматриваемой области высот не очень существенны, т.е. ими можно полностью пренебречь, то получится так называемое "фотохимическое" уравнение $\partial n_\alpha / \partial t = \dot{n}_\alpha$. Если скорости прямых и обратных аэрономических реакций достаточно велики (время реакций достаточно мало), так что $\partial n_\alpha / \partial t$ окажется много меньше других членов, то уравнение (2.1.43) примет вид $\dot{n}_\alpha = 0$, что представляет собой уравнение фотохимического равновесия.

2. Уравнение (2.1.41), описывая движение смеси в целом, не раскрывает, однако, движения отдельных компонент — электронов, ионов и нейтралов. Сложный ионный и молекулярный состав часто нужно учитывать только при рассмотрении вопросов химии верхней атмосферы, тогда как для задачи динамики достаточно система уравнений одно- (или двух-) жидкостной гидродинамики. Уравнения движения отдельных компонент будут получены в § 2.2.

3. Как показано в гл. 1, сложную задачу представляет адекватное описание притока тепла в верхнюю атмосферу, обусловленного поглощением солнечной электромагнитной и корпускулярной радиации атмосферными составляющими и ее последующей трансформацией вследствие аэрономических реакций, выделения джоулева тепла, а также динамических процессов (включая диссипацию энергии волновых движений различных пространственных масштабов), в результате которых происходит перераспределение тепла от неоднородно распределенных источников. Поэтому источники энергии, учтенные в уравнении (2.1.42) в общем виде (член Q_d), необходимо конкретизировать в каждом отдельном случае.

4. Отсутствие термодинамического равновесия в верхней атмосфере не позволяет в общем случае воспользоваться при вычислении теплового баланса одним (суммарным) энергетическим уравнением (2.1.38), записан-

ным через кинетическую температуру T смеси. Отсутствие ТР выражается: для поступательных степеней свободы — в различии кинетических температур ионов, электронов и нейтральных частиц (в значительном интервале высот — например, выше 150 км в термосфере Земли, особенно днем — $T_e \gg T_i$, $T_e \gg T_n$ [17]); для внутренних степеней свободы — в отличии при некоторых условиях колебательной температуры компоненты (например, азота в атмосфере Земли) от кинетической, а также в постоянном присутствии в атмосфере химически активных компонент и частиц с возбужденными энергетическими уровнями [19]. Учет многотемпературности термосферной плазмы будет проведен ниже на основе трехжидкостной гидродинамики слабоионизованной смеси газов (см. гл. 5). Возможность рассмотрения одного энергетического уравнения для нейтрального газа (содержащего большую часть тепловой энергии) обусловлена тем, что, вообще говоря, кинетические температуры нейтральных компонент различаются крайне мало [18].

В аэрономических приложениях удобно пользоваться энергетическим уравнением для газовой смеси, записанным через полную удельную энтальпию $h(r, t)$ вещества, определяемую соотношениями

$$\rho h = \rho \epsilon + p = \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} h_{\alpha},$$

$$h_{\alpha} = \epsilon_{\alpha} + p_{\alpha}/n_{\alpha} = \frac{5}{2} kT + \sum_s \int \delta \epsilon_{\alpha}(s) f_{\alpha s} dp_{\alpha} = \frac{5}{2} kT + \langle \delta \epsilon_{\alpha}(s) \rangle, \quad (2.1.45)$$

где h_{α} — парциальная энтальпия на одну частицу компоненты α (см. (2.1.11)). С учетом (2.1.44) и (2.1.43) уравнение (2.1.42) может быть записано в следующих двух эквивалентных формах:

$$\rho \frac{dh}{dt} = \frac{dp}{dt} - \nabla \cdot (\mathbf{q} + \mathbf{q}_R) + \hat{\pi} : \nabla V + Q_d \quad (2.1.46)$$

и (в переменных T и p).

$$\sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} C_{p\alpha} \frac{dT}{dt} = \frac{dp}{dt} - \nabla \cdot (\mathbf{q} - \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} h_{\alpha} \mathbf{w}_{\alpha}) + \hat{\pi} : \nabla V - \sum_{\alpha=1}^N h_{\alpha} \dot{n}_{\alpha} -$$

$$- \nabla \cdot \mathbf{q}_R - \nabla T \cdot \sum_{\alpha=1}^N C_{p\alpha} n_{\alpha} \mathbf{w}_{\alpha} + Q_d. \quad (2.1.47)$$

Здесь $C_{p\alpha} = \partial h_{\alpha} / \partial T$ — парциальная теплоемкость на одну частицу компоненты α при постоянном давлении p для поступательных, вращательных и колебательных степеней свободы. Предпоследний член в правой части (2.1.47) представляет эффект так называемых "диффундирующих теплоемкостей". При $C_{p\alpha} \approx M_{\alpha}$ в силу (2.1.34) этот член отсутствует. В большинстве случаев удельные изобарные теплоемкости компонент газовых смесей весьма близки, поэтому эффект "диффундирующих теплоемкостей" далее не будет учитываться при записи уравнения энергии для термосферы в форме (2.1.47). Энергетическое уравнение (2.1.47) позволяет оценить влияние теплот аэрономических реакций на профиль кинетической температуры газа (см. § 3.2).

Остановимся кратко на основных критериях применимости уравнений гидродинамики для описания верхней атмосферы. Как известно, гидроди-

намические уравнения переноса пригодны и дают физически осмысленные результаты лишь в том случае, когда локальные макроскопические свойства газа заметно не меняются на расстоянии порядка длины l свободного пробега молекул [11], что справедливо, если распределение частиц по скоростям близко к максвелловскому $f_{\alpha s}^{(0)}$ (см. § 2.2). Для обеспечения малости отклонений от максвелловского распределения необходимо, чтобы время релаксации к равновесному распределению $f_{\alpha s}^{(0)}$, определяемое временем между столкновениями частиц τ , было достаточно малым по сравнению со временем t_0 , в течение которого происходят характерные изменения основных макроскопических параметров. Иными словами, одновременно должны выполняться неравенства

$$t_0 \equiv |\partial \ln \theta / \partial t|^{-1} \gg \tau, \quad L \equiv |\nabla \ln \theta|^{-1} \gg l. \quad (2.1.48)$$

Здесь θ — какой-либо макроскопический параметр. Поскольку в условиях термосферы концентрация частиц экспоненциально уменьшается с высотой, то увеличивается среднее время свободного пробега $\tau \approx (n\sigma v_T)^{-1}$ (v_T — тепловая скорость), равное по порядку величины времени установления равновесия по поступательным степеням свободы. Тем не менее, в условиях, например, термосферы Земли времена τ невелики и справедливо ограничение $\tau \lesssim 10^{-3}$ с. Длительность процессов, определяющих изменение основных структурных параметров верхней атмосферы, по современным данным значительно больше ($t \gtrsim 1$ с) [19]. Таким образом, первый критерий применимости гидродинамического описания (2.1.48) выполняется. Второе неравенство (2.1.48) может быть записано в виде $l/L \equiv \text{Kn} \ll 1$ и сводится к требованию малости этого отношения (числа Кнудсена Kn). Длина свободного пробега молекул с высотой растет и в термосфере Земли — например, при изменении высоты от 100 до 400 км меняется от 10 см до 5 км. Однако, несмотря на то, что длины свободного пробега относительно велики, размеры термосферных неоднородностей обычно превышают их. Например, на высотах нижней термосферы Земли, при градиенте температуры равном 1 К/км, и температуре порядка 1000 К, характерный масштаб $L \approx 10^8$ см и число $\text{Kn} \ll 1$. Возникает вопрос, до каких значений числа Кнудсена еще можно пользоваться уравнениями гидродинамического типа? Гидродинамическое описание применимо, если $\text{Kn} \lesssim 0,2$ [13, 14], что, по-видимому, имеет место везде в термосфере вплоть до экзосферных высот [13, 20]. В экзосфере (располагающейся в атмосфере Земли выше ~ 400 –500 км), для описания физико-химических процессов следует использовать уравнение Больцмана.

§ 2.2. Определяющие уравнения, кинетические коэффициенты и термодинамические функции

Чтобы система гидродинамических уравнений для смеси (2.1.35а), (2.1.41)–(2.1.43) стала замкнутой, необходимо установить связи термодинамических потоков \hat{P} , \hat{q} , \hat{w}_α и скоростей \dot{n}_α с гидродинамическими параметрами n_α , T , ρ , V . Эти связи (определяющие уравнения и уравнения химической кинетики) можно найти путем решения системы уравнений

Больцмана (2.1.24) для функций распределения $f_{\alpha s}$ [1, 2]. Получению приближенного решения системы уравнений Больцмана для газовых смесей с учетом излучения и внутренней структуры частиц вещества посвящен ряд работ (см., например, [3–8, 13]). Не останавливаясь на подробном изложении этих вопросов, ограничимся здесь рассмотрением обобщенного метода Чепмена – Энскога получения определяющих уравнений и коэффициентов переноса к ним для смеси многоатомных газов в случае, когда вклад излучения в интегралы столкновений для частиц вещества мал, т.е. переносные свойства газа определяются только столкновениями молекул. Учет излучения важен при вычислении величин \dot{n}_α и будет проведен в § 3.2.

2.2.1. Случай равновесного состояния смеси. Как известно, в кинетической теории удельная энтропия смеси газов $S(r, t)$ определяется следующим образом:

$$S(r, t) = \rho^{-1} \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha S_\alpha = -k\rho^{-1} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s f_{\alpha s} (\ln f_{\alpha s} - 1) dp_\alpha, \quad (2.2.1)$$

где S_α – энтропия на одну частицу сорта α . При $\Phi_{\alpha s} \equiv k(1 - \ln f_{\alpha s})$ суммирование уравнений Энскога (2.1.32) по всем компонентам α , с учетом (2.1.27), приводит к уравнению баланса удельной энтропии смеси:

$$\frac{\partial \rho S}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho S V + J_S) = \sigma_S. \quad (2.2.2)$$

Здесь

$$J_S = -k \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int v_\alpha f_{\alpha s} (\ln f_{\alpha s} - 1) dp_\alpha, \quad \sigma_S = -k \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \ln f_{\alpha s} \left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st} dp_\alpha \quad (2.2.3)$$

– соответственно субстанциональная плотность потока энтропии и интенсивность источника энтропии. В явном виде статистическое выражение для интенсивности источника энтропии σ_S , с учетом (2.1.25), принимает вид

$$\sigma_S = -k \sum_{\alpha < \beta, \alpha' < \beta'} \sum_{s, j, s', j'} \int \ln f_{\alpha s} [f_{\alpha' s'} f_{\beta j'} - f_{\alpha s} f_{\beta j}] |g_{\alpha \beta}| d\sigma(p_\alpha s p_\beta j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_\alpha dp_\beta. \quad (2.2.4)$$

Интеграл в правой части этого выражения может быть симметризован методом, описанным в § 2.1, что дает

$$\sigma_S = \frac{k}{4} \sum_{\alpha < \beta, \alpha' < \beta'} \sum_{s, j, s', j'} \int \ln \frac{f_{\alpha' s'} f_{\beta j'}}{f_{\alpha s} f_{\beta j}} \times [f_{\alpha' s'} f_{\beta j'} - f_{\alpha s} f_{\beta j}] |g_{\alpha \beta}| d\sigma(p_\alpha s p_\beta j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_\alpha dp_\beta. \quad (2.2.4a)$$

Поскольку выражение $(x - y)(\ln x - \ln y)$ (где $x \equiv f_{\alpha' s'} f_{\beta j'}$, $y \equiv f_{\alpha s} f_{\beta j}$) всегда положительно и обращается в нуль лишь при $x = y$, то из (2.2.4a) следует неравенство (H-теорема Больцмана)

$$\sigma_S \geq 0, \quad (2.2.5)$$

являющееся в рамках кинетической теории газов выражением второго закона термодинамики. Если проинтегрировать (2.2.2) по всему объему,

занимаемому системой, то H -теорема (в интегральном виде) выражает тот факт, что энтропия замкнутой системы может только увеличиваться с течением времени и при $t \rightarrow \infty$ приближается к определенному пределу. В этом пределе функции распределения таковы, что каждая подинтегральная функция в правой части уравнения (2.2.4) тождественно равна нулю, т.е. при термодинамическом равновесии

$$f_{\alpha's'}^{(0)} f_{\beta'j'}^{(0)} = f_{\alpha s}^{(0)} f_{\beta j}^{(0)} \quad (2.2.6)$$

или, что эквивалентно, $\ln f_{\alpha's'}^{(0)} + \ln f_{\beta'j'}^{(0)} = \ln f_{\alpha s}^{(0)} + \ln f_{\beta j}^{(0)}$. Другими словами, H -теорема утверждает, что соотношение (2.2.6) является необходимым и достаточным условием для термодинамического равновесия. Итак, в равновесии логарифм функции распределения $f_{\alpha s}^{(0)}$ есть аддитивный инвариант молекулярных столкновений и, следовательно, он должен быть линейной комбинацией трех аддитивных инвариантов, рассмотренных в § 2.1. Таким образом,

$$\ln f_{\alpha s}^{(0)} = a_{\alpha}^{(1)} M_{\alpha} + a_{\alpha}^{(2)} \cdot p_{\alpha} + a_{\alpha}^{(3)} [p_{\alpha}^2 / 2M_{\alpha} + \delta \epsilon_{\alpha}(s)],$$

причем, чтобы при столкновениях различных сортов выполнялись законы сохранения импульса и энергии, для всех сортов молекул коэффициенты $a_{\alpha}^{(2)}$ и $a_{\alpha}^{(3)}$ должны быть одинаковыми (т.е. нижний индекс можно отбросить). Постоянные $a_{\alpha}^{(1)}$, $a_{\alpha}^{(2)}$ и $a_{\alpha}^{(3)}$ связаны с плотностью n_{α} числа молекул сорта α , массовой скоростью V и энергией ϵ смеси соотношениями (2.1.1), (2.1.5) и (2.1.11):

$$\begin{cases} n_{\alpha} = \sum_s \int f_{\alpha s} dp_{\alpha} = \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} dp_{\alpha}, \\ \rho V = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int p_{\alpha} f_{\alpha s} dp_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int p_{\alpha} f_{\alpha s}^{(0)} dp_{\alpha}, \\ \rho \epsilon = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_{\alpha}}{2} v_{\alpha}^2 + \delta \epsilon_{\alpha}(s) \right] f_{\alpha s} dp_{\alpha} = \\ = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_{\alpha}}{2} v_{\alpha}^2 + \delta \epsilon_{\alpha}(s) \right] f_{\alpha s}^{(0)} dp_{\alpha}. \end{cases} \quad (2.2.7)$$

Равновесная функция распределения, выраженная через эти величины, имеет вид

$$f_{\alpha s}^{(0)} = n_{\alpha} \left(\frac{a^{(3)}}{2\pi M_{\alpha}} \right)^{3/2} \frac{\exp \{ -a^{(3)} [M_{\alpha} v_{\alpha}^2 / 2 + \delta \epsilon_{\alpha}(s)] \}}{\sum_s \exp [-a^{(3)} \delta \epsilon_{\alpha}(s)]}, \quad (2.2.8)$$

где $a^{(3)}$ определяется соотношением

$$\rho \epsilon = \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} \left\{ \frac{3}{2a^{(3)}} + \frac{\sum_s \delta \epsilon_{\alpha}(s) \exp [-a^{(3)} \delta \epsilon_{\alpha}(s)]}{\sum_s \exp [-a^{(3)} \delta \epsilon_{\alpha}(s)]} \right\}.$$

Для согласования этой формулы с определением температуры в случае, когда внутренние степени свободы отсутствуют (или при соударениях не возбуждаются), необходимо положить $a^{(3)} = 1/kT$; тогда вместо равенств

ва (2.2.8) получим равновесную функцию распределения Максвелла-Больцмана (для $\alpha = 1, 2, \dots, N$):

$$\begin{cases} f_{\alpha s}^{(0)}(p_{\alpha}, s) = f_{\alpha}^{00}(p_{\alpha}) F_{\alpha}(s), \\ f_{\alpha}^{00}(p_{\alpha}) = n_{\alpha} (2\pi M_{\alpha} kT)^{3/2} \exp[-M_{\alpha} v_{\alpha}^2 / 2kT], \\ F_{\alpha}(s) = \exp[-\delta\epsilon_{\alpha}(s)/kT] \frac{1}{Z_{\alpha}^{\text{int}}}, \end{cases} \quad (2.2.9)$$

где

$$Z_{\alpha}^{\text{int}}(T) = \sum_s \exp[-\delta\epsilon_{\alpha}(s)/kT] = \sum_l g_{\alpha l} \exp[-\delta\epsilon_{\alpha}(l)/kT] \quad (2.2.10)$$

следует рассматривать как статистическую сумму по внутренним степеням свободы для частиц сорта α (*). Здесь $\delta\epsilon_{\alpha}(l)$ — энергия возбуждения l -го уровня молекулы сорта α (далее под уровнем понимается набор неразличимых — вырожденных-квантовых состояний с одинаковой энергией); $g_{\alpha l}$ — кратность вырождения (статистический вес) уровня l , т.е. число состояний, которые имеют одинаковую энергию $\delta\epsilon_{\alpha}(l)$. Функция $F_{\alpha}(s)$ дает распределение молекул сорта α по внутренним степеням свободы s при температуре T : $n_{\alpha s} = n_{\alpha} F_{\alpha}(s)$. Если состояние вырождено, то для населенности l -го уровня (плотности частиц, находящихся на уровне l) имеем формулу

$$n_{\alpha l} = \sum_s^{(l)} n_{\alpha s} = n_{\alpha} g_{\alpha l} \exp[-\delta\epsilon_{\alpha}(l)/kT] \frac{1}{Z_{\alpha}^{\text{int}}}, \quad (2.2.11)$$

связывающую $n_{\alpha l}$ с полным числом частиц данного сорта n_{α} (здесь суммирование производится по вырожденным состояниям уровня l). Из (2.2.11) следует используемое далее распределение Больцмана

$$\frac{n_{\alpha l}}{n_{\alpha s}} = \frac{g_{\alpha l}}{g_{\alpha s}} \exp\left\{-\frac{[\delta\epsilon_{\alpha}(l) - \delta\epsilon_{\alpha}(s)]}{kT}\right\} = \frac{g_{\alpha l}}{g_{\alpha s}} \exp\left(-\frac{h\nu_{sl}}{kT}\right), \quad (2.2.12)$$

дающее отношение плотности $n_{\alpha l}$ частиц данного типа, находящихся на верхнем уровне l , к их плотности $n_{\alpha s}$ на более низком уровне s (здесь $h\nu_{sl}$ — энергия фотона, равная разности этих уровней).

Условие (2.2.6) устанавливает, что в случае полного термодинамического равновесия должен выполняться закон действующих масс, определяющий соотношения между количествами частиц, участвующими во взаимодействии (2.1.17). Действительно, из (2.2.6) и (2.2.9) с учетом (2.1.19) легко получить

$$\frac{n_{\alpha}^{(e)} n_{\beta}^{(e)}}{(M_{\alpha} M_{\beta})^{3/2} Z_{\alpha}^{\text{int}}(T) Z_{\beta}^{\text{int}}(T)} = \frac{n_{\alpha'}^{(e)} n_{\beta'}^{(e)}}{(M_{\alpha'} M_{\beta'})^{3/2} Z_{\alpha'}^{\text{int}}(T) Z_{\beta'}^{\text{int}}(T)} \quad (2.2.13)$$

* Отметим, что в формулах (2.2.9) гидродинамические параметры, строго говоря, не зависят от r и t . Вместе с тем, в условиях, когда пространственные и временные производные от гидродинамических переменных не равны нулю, но достаточно малы, решение кинетического уравнения (см. п. 2.2.2) близко к так называемому локальному максвелловскому распределению $f_{\alpha s}^{(0)}$, в котором $n_{\alpha} = n_{\alpha}(r, t)$, $V = V(r, t)$, $T = T(r, t)$. Далее под $f_{\alpha}^{(0)}$ понимается локальная функция распределения.

(здесь $\alpha' \neq \alpha$, $\beta' \neq \beta$; индексом (e) обозначено равновесное значение n_α). Следует отметить, что при подстановке локальной максвелл-болцмановской функции распределения (2.2.9) и формулы (2.1.8) – (2.1.10) для термодинамических потоков диффузионные потоки $J_\alpha^{*(0)}$ и тепловой поток $q^{(0)}$ обращаются в нуль, а тензор напряжений $\hat{P}^{(0)}$ сводится к скалярному гидростатическому давлению

$$\hat{P}^{(0)} = \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha v_\alpha v_\alpha f_{\alpha s}^{(0)} d\mathbf{p}_\alpha = \frac{1}{3} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha v_\alpha^2 f_{\alpha s}^{(0)} d\mathbf{p}_\alpha \hat{I} = p \hat{I}, \quad (2.2.14)$$

связанному с температурой и полной плотностью числа частиц уравнением Клапейрона: $p = kTn$.

Для того чтобы гидродинамические уравнения, описывающие процессы переноса в многокомпонентном газе верхней атмосферы, были замкнуты, необходимы также расчетные соотношения для определения термодинамических величин (таких, как ϵ_α , h_α , $C_{p\alpha}$, ϵ , h и т.п.) как функций основных параметров системы. Так как все термодинамические функции, используемые далее, вычислены с помощью только равновесной функции распределения $f_{\alpha s}^{(0)}$, то приведем их уже здесь, опуская при этом индекс (0) , (т.е. предполагая, что $\epsilon_\alpha \approx \epsilon_\alpha^{(0)}$, $C_{p\alpha} \approx C_{p\alpha}^{(0)}$ и т.д.).

Плотность внутренней энергии смеси газов $\rho\epsilon$ представляет собой сумму вкладов от поступательных и внутренних степеней свободы:

$$\rho\epsilon = \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha \epsilon_\alpha, \quad \epsilon_\alpha = \sum_s \int \frac{1}{n_\alpha} \left[\frac{M_\alpha v_\alpha^2}{2} + \delta\epsilon_\alpha(s) \right] f_{\alpha s}^{(0)} d\mathbf{p}_\alpha = \frac{3}{2} kT + \epsilon_\alpha^{\text{int}}, \quad (2.2.15a)$$

где

$$\epsilon_\alpha^{\text{int}} = \frac{\sum_s \delta\epsilon_\alpha(s) \exp[-\delta\epsilon_\alpha(s)/kT]}{\sum_s \exp[-\delta\epsilon_\alpha(s)/kT]} = kT^2 \frac{\partial}{\partial T} \ln Z_\alpha^{\text{int}}, \quad (2.2.15b)$$

– средняя внутренняя энергия на одну частицу сорта α (в первом приближении), связанная с внутренними степенями свободы.

Для парциальных энтальпии h_α и теплоемкости при постоянном давлении $C_{p\alpha}$ имеем соответственно:

$$h_\alpha = \frac{5}{2} kT + \epsilon_\alpha^{\text{int}}, \quad (2.2.16a)$$

$$C_{p\alpha} = \frac{\partial h_\alpha}{\partial T} = \frac{5}{2} k + \frac{\partial \epsilon_\alpha^{\text{int}}}{\partial T} = \frac{5}{2} k + C_{p\alpha}^{\text{int}} \quad (C_{p\alpha}^{\text{int}} \equiv C_{v\alpha}^{\text{int}}), \quad (2.2.16b)$$

$$C_{p\alpha}^{\text{int}} = \frac{\partial \epsilon_\alpha^{\text{int}}}{\partial T} = \frac{1}{kT^2} \frac{\sum_s [\delta\epsilon_\alpha(s) - \epsilon_\alpha^{\text{int}}]^2 \exp[-\delta\epsilon_\alpha(s)/kT]}{Z_\alpha^{\text{int}}} \quad (2.2.16b)$$

($C_{p\alpha}^{\text{int}}$ – вклад внутренних степеней свободы в парциальную теплоемкость).

Если ввести химический потенциал μ_α на одну частицу компоненты α в многокомпонентной смеси совершенных газов (см., например, [21–22]),

$$\mu_\alpha = kT \ln \frac{n_\alpha}{n} + \mu_\alpha^0(p, T), \quad (2.2.17a)$$

где

$$\mu_\alpha^0(p, T) = -kT \ln \left[\frac{1}{n} (2\pi M_\alpha kT)^{3/2} h^{-3} Z_\alpha^{\text{int}} \right] \quad (2.2.17b)$$

— химический потенциал чистого газа при температуре T и давлении p (здесь h — постоянная Планка), то вместо (2.2.9) можно написать

$$f_{\alpha s}^{(0)} = h^{-3} \exp \left\{ \frac{1}{kT} \left[\mu_\alpha - \frac{M_\alpha v_\alpha^2}{2} - \delta \epsilon_\alpha(s) \right] \right\}. \quad (2.2.18)$$

При подстановке (2.2.18) в (2.2.1) получим используемое далее равновесное значение плотности энтропии смеси:

$$\begin{aligned} \rho S &= -k \sum_{\alpha=1}^N \sum_s f_{\alpha s}^{(0)} \left[\frac{\mu_\alpha - \delta \epsilon_\alpha(s) - M_\alpha v_\alpha^2/2}{kT} - 1 \right] dp_\alpha = \\ &= -\frac{1}{T} \left(\sum_{\alpha=1}^N n_\alpha \mu_\alpha - \rho \epsilon + p \right) \end{aligned} \quad (2.2.19)$$

(здесь использован закон совершенного газа $p = kTn$).

Получим теперь уравнения для величин $\dot{n}_\alpha^{(0)}$ (см. (2.1.39)) — скоростей образования и исчезновения частиц данного типа в результате бимолекулярных химических реакций в газовой смеси для случая, когда реакции не нарушают заметным образом не зависящие друг от друга максвелловские распределения по скоростям молекул разных сортов; уравнения химической кинетики, получающиеся из (2.1.39) при подстановке равновесных функций распределения (2.2.9), принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{n}_\alpha^{(0)} &= \sum_{\beta, \alpha' < \beta'} \sum_{s, j, s', j'} \int [f_{\alpha' s'}^{(0)} f_{\beta' j'}^{(0)} - f_{\alpha s}^{(0)} f_{\beta j}^{(0)}] |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_\alpha s p_\beta j \rightarrow \\ &\rightarrow p_\alpha s' p_\beta j') dp_\alpha dp_\beta = \sum_{\beta, \alpha' < \beta'} (\bar{K}_{\alpha'\beta}^{\alpha\beta(0)} n_{\alpha'} n_{\beta'} - \bar{K}_{\alpha\beta}^{\alpha'\beta'(0)} n_\alpha n_\beta), \end{aligned} \quad (2.2.20)$$

где $\bar{K}_{\alpha'\beta}^{\alpha\beta(0)}$ и $\bar{K}_{\alpha\beta}^{\alpha'\beta'(0)}$ представляют собой суммарные (для основных состояний всех молекул) коэффициенты прямых (2.1.17) и обратных (2.1.21) бимолекулярных химических реакций с участием частиц сорта α . В предположении термодинамического равновесия для поступательных и внутренних степеней свободы реагирующих молекул они вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \bar{K}_{\alpha\beta}^{\alpha'\beta'(0)} &= \frac{(M_\alpha M_\beta)^{-3/2}}{(2\pi kT)^3 Z_\alpha^{\text{int}} Z_\beta^{\text{int}}} \sum_{s, s', j, j'} \int \exp \left[-\frac{1}{2kT} (M_\alpha v_\alpha^2 + M_\beta v_\beta^2 + 2\epsilon_\alpha(s) + \right. \\ &\left. + 2\epsilon_\beta(j)) \right] |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_\alpha s p_\beta j \rightarrow p_\alpha s' p_\beta j') dp_\alpha dp_\beta, \end{aligned} \quad (2.2.21a)$$

$$\bar{K}_{\alpha'\beta'}^{\alpha\beta(0)} = \frac{(M_{\alpha'}M_{\beta'})^{-3/2}}{(2\pi kT)^3 Z_{\alpha'}^{\text{int}} Z_{\beta'}^{\text{int}}} \sum_{s's'j'} \int \exp \left[-\frac{1}{2kT} (M_{\alpha'} v_{\alpha'}^2 + M_{\beta'} v_{\beta'}^2 + \right. \\ \left. + 2\epsilon_{\alpha'}(s') + 2\epsilon_{\beta'}(j')) \right] |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_{\alpha} s p_{\beta} j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_{\alpha} dp_{\beta}, \quad (2.2.21b)$$

если известны сечения химических реакций (т.е. сечения всех неупругих столкновений) для реагентов и продуктов. Отметим, что в общем случае коэффициенты скоростей $\bar{K}_{\alpha'\beta'}^{\alpha\beta}$ и $\bar{K}_{\alpha'\beta'}^{\alpha\beta}$, зависят от состава реагирующей смеси. При химическом равновесии, когда скорости прямых и обратных реакций равны ($\dot{n}_{\alpha} = 0$), отношение этих коэффициентов суть константа равновесия $\mathcal{K}_n(T)$ (выраженная через числовые плотности):

$$\frac{n_{\alpha}^{(e)} n_{\beta}^{(e)}}{n_{\alpha'}^{(e)} n_{\beta'}^{(e)}} \equiv \mathcal{K}_n(T), \quad \mathcal{K}_n(T) = \frac{\bar{K}_{\alpha'\beta'}^{\alpha\beta}}{\bar{K}_{\alpha'\beta'}^{\alpha'\beta'}} = \frac{Z_{\alpha}^{\text{int}} Z_{\beta}^{\text{int}}}{Z_{\alpha'}^{\text{int}} Z_{\beta'}^{\text{int}}} \left(\frac{M_{\alpha} M_{\beta}}{M_{\alpha'} M_{\beta'}} \right)^{3/2}. \quad (2.2.22)$$

2.2.2. Решение обобщенного уравнения Больцмана по методу Чепмена — Энскога. Рассмотрим теперь обобщенный метод Чепмена — Энскога получения определяющих уравнений и коэффициентов переноса к ним для многокомпонентных химически активных газовых смесей.

Предположим, что функция распределения компоненты α газовой смеси, не находящейся в равновесии, задана в виде бесконечного равномерно сходящегося ряда по параметру возмущения ϵ

$$f_{\alpha s} = f_{\alpha s}^{(0)} + \epsilon f_{\alpha s}^{(1)} + \epsilon^2 f_{\alpha s}^{(2)} + \dots \quad (2.2.23)$$

(где $f_{\alpha s}^{(0)}$ определена соотношением (2.2.9)) и система интегродифференциальных уравнений Больцмана (2.1.24) имеет вид

$$\frac{\partial f_{\alpha s}}{\partial t} + c_{\alpha} \cdot \nabla f_{\alpha s} + F_{\alpha} \cdot \nabla_{p_{\alpha}} f_{\alpha s} = \frac{1}{\epsilon} \sum_{\beta=1}^N \mathcal{T}_{\alpha\beta}(f_{\alpha s}, f_{\beta j}) + \mathcal{K}_{\alpha s}. \quad (2.2.24)$$

Здесь $1/\epsilon$ есть мера частоты столкновений между частицами сортов α и β . Если $1/\epsilon$ велико, то столкновения часты и $f_{\alpha s}$ в (2.2.23) близка к $f_{\alpha s}^{(0)}$, т.е. газ можно рассматривать как сплошную среду, в каждой точке которой достигается локальное равновесие. Подставляя ряд (2.2.23) в (2.2.24), собирая члены при одинаковых степенях и приравнивая их нулю, получим следующую систему уравнений для определения функций $f_{\alpha s}^{(0)}$, $f_{\alpha s}^{(1)}$ и т.д. [5]:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^N \mathcal{T}_{\alpha\beta}(f_{\alpha}^{(0)}, f_{\beta}^{(0)}) = 0, \\ \frac{\partial f_{\alpha s}^{(0)}}{\partial t} + c_{\alpha} \cdot \nabla f_{\alpha s}^{(0)} + F_{\alpha} \cdot \nabla_{p_{\alpha}} f_{\alpha s}^{(0)} = \sum_{\beta=1}^N [\mathcal{T}_{\alpha\beta}(f_{\alpha s}^{(0)}, f_{\beta j}^{(1)}) + \\ + \mathcal{T}_{\alpha\beta}(f_{\alpha s}^{(1)}, f_{\beta j}^{(0)})] + \mathcal{K}_{\alpha}^{(0)}, \\ \dots \end{cases} \quad (2.2.25)$$

Параметр ϵ введен с целью показать, что интегралы столкновений $\mathcal{T}_{\alpha\beta}$,

связанные со столкновениями частиц сортов α и β , которые меняют только импульс молекул p_α и (возможно) внутреннее состояние s , являются главными членами в уравнениях Больцмана (2.1.24). Это всегда имеет место при малых числах Кнудсена $\text{Kn} \ll 1$ [3–5]. Решения уравнений (2.2.24) в виде рядов (2.2.23) будут решениями уравнений Больцмана, если положить $\epsilon = 1$. Отметим, что в (2.2.24) большой параметр стоит только при части столкновительных членов. Объясняется это тем, что в многокомпонентной смеси многоатомных газов наибольшей вероятностью при столкновениях частиц обладают переходы поступательной энергии от частицы к частице без изменения их внутренней энергии; далее следуют вероятности обмена поступательной и вращательной энергиями молекул, поступательной и колебательной энергией и т.д., причем возможны случаи "зацепления" нескольких процессов, когда с близкой вероятностью происходят различные типы переходов. Вероятности переходов, связанных с химическими реакциями, будут при этом наименьшими *).

Последовательность уравнений (2.2.25) используется в методе Чепмена–Энскога при решении обобщенных уравнений Больцмана с учетом внутренних степеней свободы. Подставляя равновесную функцию распределения (2.2.9) в уравнение (2.1.25) и учитывая законы сохранения энергии и количества движения в каждом столкновении, получим следующее выражение для столкновительного члена:

$$\left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{\text{ст}} \equiv \sum_{\beta=1}^N \mathcal{F}_{\alpha\beta}(f_\alpha^{(0)}, f_\beta^{(0)}) + \mathcal{K}_{\alpha s}^{(0)} = f_{\alpha s}^{(0)} \sum_{\beta, \beta' < \alpha'} \left[\left(\frac{M_\alpha M_\beta}{M_\alpha' M_\beta'} \right)^{3/2} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{n_\alpha n_{\beta'}}{n_\alpha n_\beta} \right) \frac{Z_\alpha^{\text{int}} Z_\beta^{\text{int}}}{Z_{\alpha'}^{\text{int}} Z_{\beta'}^{\text{int}}} - 1 \right] \sum_{jsj'} \int f_{\beta j}^{(0)} |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_\alpha s p_\beta j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_\beta, \quad (2.2.26)$$

из которого следует, что все интегралы рассеяния $\mathcal{F}_{\alpha\beta}(f_\alpha^{(0)}, f_\beta^{(0)})$ равны нулю (так как $\mathcal{F}_{\alpha\beta}$ соответствует члену с $\alpha = \alpha'$ и $\beta = \beta'$), т.е. первые уравнения из системы (2.2.25) тождественно удовлетворяются, а интегралы $\mathcal{K}_{\alpha s}^{(0)}$, соответствующие реакциям и рассматриваемые здесь как величины первого порядка малости, задаются правой частью выражения (2.2.26) при $\alpha \neq \alpha'$ и $\beta \neq \beta'$.

Далее мы будем иметь дело с первым приближением, которое характеризуется функциями $f_{\alpha s}^{(1)}$. Уравнения для $f_{\alpha s}^{(1)}$ могут быть записаны через функции возмущения $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$, определяемые следующим образом:

$$f_{\alpha s}^{(1)}(r, p_\alpha, s, t) = f_{\alpha s}^{(0)}(r, p_\alpha, s, t) \Phi_{\alpha s}^{(1)}(r, p_\alpha, s, t).$$

*) В общем случае, когда в смеси имеют место элементарные процессы, характеризующие определенными масштабами релаксации, используется многомасштабный асимптотический метод решения кинетических уравнений [3, 6, 7], основанный на разбении интеграла столкновений на ряд слагаемых, отвечающих иерархии этих процессов в зависимости от конкретной модели взаимодействия частиц; далее кинетические уравнения приводятся к безразмерному виду (при этом перед частью столкновительных членов, отвечающих быстрой фазе движения с сечением порядка сечения для поступательно-поступательного обмена, появляется параметр Kn^{-1}) и решение для функций распределения ищется в виде ряда по параметру Kn .

Подставляя эти выражения во вторые уравнения системы (2.2.25), получим следующую линейную систему неоднородных интегральных уравнений второго рода для возмущений первого порядка $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$):

$$\frac{\partial f_{\alpha s}^{(0)}}{\partial t} + c_{\alpha} \cdot \nabla f_{\alpha s}^{(0)} + F_{\alpha} \cdot \nabla_{p_{\alpha}} f_{\alpha s}^{(0)} - \mathcal{H}_{\alpha s}^{(0)} = \sum_{\beta, \alpha' < \beta'} \sum_{j s' j'} \int f_{\alpha s}^{(0)} f_{\beta j}^{(0)} [\Phi_{\alpha' s'}^{(1)} + \Phi_{\beta' j'}^{(1)} - \Phi_{\alpha s}^{(1)} - \Phi_{\beta j}^{(1)}] |g_{\alpha \beta}| d\sigma(p_{\alpha} s p_{\beta} j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_{\beta}. \quad (2.2.27)$$

Для решения этих уравнений на величины $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$ необходимо наложить дополнительные условия (условия разрешимости)

$$\sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} \Phi_{\alpha s}^{(1)} dp_{\alpha} = 0, \quad (2.2.28a)$$

$$\sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int p_{\alpha} f_{\alpha s}^{(0)} \Phi_{\alpha s}^{(1)} dp_{\alpha} = 0, \quad (2.2.28б)$$

$$\sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2} + \delta \epsilon_{\alpha}(s) \right] f_{\alpha s}^{(0)} \Phi_{\alpha s}^{(1)} dp_{\alpha} = 0, \quad (2.2.28в)$$

гарантирующие, что гидродинамические параметры n_{α} , V и T , появляющиеся в формулах (2.2.9), согласуются с определениями (2.2.7). Этой системы уравнений достаточно для однозначного определения возмущений функций распределения $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$ [1].

Далее вычислим производные от функций $f_{\alpha s}^{(0)}$, входящие в уравнения (2.2.27). В окончательные выражения для них входят производные по координатам и по времени от параметров $n_{\alpha}(r, t)$, $V(r, t)$ и $T(r, t)$. Производные по времени исключим с помощью гидродинамических уравнений (2.1.41)–(2.1.43) (в которых $q_R = 0$, $F_d = 0$, $Q_d = 0$), записанных для сохранения порядка приближения, с учетом членов только нулевого порядка (т.е. при $f_{\alpha} = f_{\alpha}^{(0)}$, когда $w_{\alpha}^{(0)} = 0$, $q^{(0)} = 0$, $\hat{\pi}^{(0)} = 0$, $\dot{n}_{\alpha}^{(0)} \neq 0$). После несложных преобразований получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\alpha s}^{(0)}}{\partial t} + c_{\alpha} \cdot \nabla f_{\alpha s}^{(0)} + F_{\alpha} \cdot \nabla_{p_{\alpha}} f_{\alpha s}^{(0)} \equiv \\ \equiv f_{\alpha s}^{(0)} \left\{ \frac{1}{kT} \left[\frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2} + \delta \epsilon_{\alpha}(s) - h_{\alpha} \right] v_{\alpha} \cdot \nabla \ln T + \frac{M_{\alpha}}{kT} \left(v_{\alpha} v_{\alpha} - \frac{1}{3} v_{\alpha}^2 \hat{I} \right) : \nabla V + \right. \\ \left. + \left[\frac{n}{T} (\epsilon_{\alpha}^{\text{int}} - \delta \epsilon_{\alpha}(s)) + \left(\frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{3kT} \right) \rho C_v^{\text{int}} \right] \frac{\nabla \cdot V}{\rho C_v} + \right. \\ \left. + \frac{n}{n_{\alpha}} d_{\alpha} \cdot v_{\alpha} + \left[\frac{\epsilon_{\alpha} - \delta \epsilon_{\alpha}(s)}{kT} - \frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2kT} \right] \frac{\sum_{\beta=1}^N \epsilon_{\beta} \dot{n}_{\beta}^{(0)}}{\rho C_v T} + \frac{\dot{n}_{\alpha}^{(0)}}{n_{\alpha}} \right\}. \quad (2.2.29) \end{aligned}$$

Здесь C_v и C_v^{int} – удельные теплоемкости смеси (при постоянном объеме), определяемые равенствами

$$\rho C_v = \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} C_{v\alpha}; \quad C_{v\alpha} = C_{p\alpha} - k, \quad \rho C_v^{\text{int}} = \sum_{\beta=1}^N n_{\beta} C_{v\beta}^{\text{int}}. \quad (2.2.30)$$

В формуле (2.2.29)

$$d_{\alpha} = \nabla \left(\frac{n_{\alpha}}{n} \right) + \left(\frac{n_{\alpha}}{n} - \frac{M_{\alpha} n_{\alpha}}{\rho} \right) \nabla \ln p - \frac{M_{\alpha} n_{\alpha}}{p \rho} \left(\frac{\rho}{M_{\alpha}} \langle F_{\alpha} \rangle - \sum_{\beta=1}^N n_{\beta} \langle F_{\beta} \rangle \right) \quad (2.2.31)$$

— векторы диффузионных термодинамических сил. Так как векторы d_{α} линейно зависимы (из определения d_{α} видно, что $\sum_{\alpha=1}^N d_{\alpha} = 0$), то для дальнейшего удобно [11] вместо них ввести новый набор линейно независимых векторов d_{α}^* , положив

$$d_{\alpha} = d_{\alpha}^* - \frac{M_{\alpha} n_{\alpha}}{\rho} \sum_{\beta=1}^N d_{\beta}^* \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.32)$$

Интегральные уравнения. Решение системы уравнений (2.2.27) (производные от $f_{\alpha s}^{(0)}$ исключены в них с помощью (2.2.29)) представляет собой сумму общего решения однородной системы, которая получается, если левую часть положить равной нулю, и частного интеграла системы (2.2.27). Из уравнений (2.2.27) и (2.2.29) видно, что функции возмущения $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$ зависят от координат и времени только через гидродинамические параметры n_{α} , V , T и их пространственные производные. Из структуры выражений (2.2.29) ясно, что частные решения линейных уравнений (2.2.27) для возмущений первого порядка $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$ должны иметь вид

$$\Phi_{\alpha s}^{(1)} = -\frac{1}{n} A_{\alpha s} \cdot \nabla \ln T - \frac{1}{n} \hat{B}_{\alpha s} : \nabla V - \frac{1}{n} \sum_{\beta=1}^N D_{\alpha s}^{\beta} \cdot d_{\beta}^* - \frac{1}{n} L_{\alpha s} \nabla \cdot V - \frac{1}{n} G_{\alpha s} \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.33)$$

Здесь $A_{\alpha s}$ и $D_{\alpha s}^{\beta}$ — векторные функции тепловой скорости v_{α} , а $\hat{B}_{\alpha s}$ — бездивергентные тензоры, являющиеся функциями от v_{α} . Возможно следующее представление этих величин:

$$A_{\alpha s} = A_{\alpha s} v_{\alpha}, \quad D_{\alpha s}^{\beta} = D_{\alpha s}^{\beta} v_{\alpha}, \quad \hat{B}_{\alpha s} = B_{\alpha s} \left(v_{\alpha} v_{\alpha} - \frac{1}{3} v_{\alpha}^2 \hat{I} \right),$$

где $A_{\alpha s}$, $B_{\alpha s}$, $D_{\alpha s}^{\beta}$, $L_{\alpha s}$, $G_{\alpha s}$ — неизвестные скалярные функции от v_{α}^2 , $\delta \epsilon_{\alpha}(s)$, r , t . К решению (2.2.33) для возмущения функции распределения $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$ следует добавить общее решение соответствующего однородного уравнения, т.е. сумму аддитивных инвариантов, однако для дальнейшего рассмотрения они несущественны [1, 5], и мы их выписывать здесь не будем.

При подстановке выражений (2.2.33) для $\Phi_{\alpha}^{(1)}$ в уравнения (2.2.27) и приравнивании коэффициентов при соответствующих членах (одинаковых градиентах), получим следующую систему линейных неоднородных интегральных уравнений относительно функций $A_{\alpha s}$, $B_{\alpha s}$, $D_{\alpha s}^{\beta}$, $L_{\alpha s}$, $G_{\alpha s}$

($\alpha = 1, 2, \dots, N$) [12]:

$$f_{\alpha s}^{(0)} \left[\frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2 k T} + \frac{\delta \epsilon_{\alpha}(s) - h_{\alpha}}{k T} \right] v_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^N \frac{n_{\alpha} n_{\beta}}{n} I_{\alpha \beta}(A), \quad (2.2.34a)$$

$$f_{\alpha s}^{(0)} \frac{M_{\alpha}}{k T} \left(v_{\alpha} v_{\alpha} - \frac{1}{3} v_{\alpha}^2 \hat{I} \right) = \sum_{\beta=1}^N \frac{n_{\alpha} n_{\beta}}{n} I_{\alpha \beta}(\hat{B}), \quad (2.2.34б)$$

$$f_{\alpha s}^{(0)} \frac{n}{n_{\alpha}} \left(\delta_{\alpha \gamma} - \frac{M_{\alpha} n_{\alpha}}{\rho} \right) v_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^N \frac{n_{\alpha} n_{\beta}}{n} I_{\alpha \beta}(D^{\gamma}), \quad (2.2.34в)$$

$$f_{\alpha s}^{(0)} \left[\frac{n}{\rho T C_v} \left(\epsilon_{\alpha}^{\text{int}} - \delta \epsilon_{\alpha}(s) \right) - \frac{C_v^{\text{int}}}{C_v} \left(\frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{3 k T} - 1 \right) \right] = \sum_{\beta=1}^N \frac{n_{\alpha} n_{\beta}}{n} I_{\alpha \beta}(L), \quad (2.2.34г)$$

$$f_{\alpha s}^{(0)} \left[\frac{\sum_{\beta=1}^N \epsilon_{\beta} \dot{n}_{\beta}^{(0)}}{\rho C_v T} \left(\frac{\epsilon_{\alpha} - \delta \epsilon_{\alpha}(s)}{k T} - \frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2 k T} \right) + \frac{\dot{n}_{\alpha}^{(0)}}{n_{\alpha}} \right] - \mathcal{H}_{\alpha}^{(0)} =$$

$$= \sum_{\beta=1}^N \frac{n_{\alpha} n_{\beta}}{n} I_{\alpha \beta}(G) \quad (\alpha, \gamma = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.34д)$$

Здесь $\delta_{\alpha \beta}$ — символ Кронекера ($\delta_{\alpha \beta} = 1$ при $\alpha = \beta$, $\delta_{\alpha \beta} = 0$ при $\alpha \neq \beta$); $I_{\alpha \beta}$ — интегральный оператор, определяемый для любой функции F от v_{α}^2 и $\delta \epsilon_{\alpha}(s)$ соотношением

$$I_{\alpha \beta}(F) = \frac{1}{n_{\alpha} n_{\beta}} \sum_{\alpha' < \beta'} \sum_{j s' j'} \int f_{\alpha s}^{(0)} f_{\beta j}^{(0)} [F_{\alpha s} + F_{\beta j} - F_{\alpha' s'} - F_{\beta' j'}] |g_{\alpha \beta}| d\sigma(\mathbf{p}_{\beta}). \quad (2.2.35)$$

Интегральные уравнения (2.2.34) должны решаться с учетом дополнительных условий разрешимости Чепмена — Энскога (2.2.28), которые при подстановке в них $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$ (2.2.33) приобретают вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} A_{\alpha s} M_{\alpha} v_{\alpha}^2 d\mathbf{p}_{\alpha} &= 0, \quad \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} D_{\alpha s}^{\beta} M_{\alpha} v_{\alpha}^2 d\mathbf{p}_{\alpha} = 0, \\ \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} L_{\alpha s} d\mathbf{p}_{\alpha} &= 0, \quad \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} L_{\alpha s} \left[\frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2} + \delta \epsilon_{\alpha}(s) \right] d\mathbf{p}_{\alpha} = 0, \\ (\alpha &= 1, 2, \dots, N) \\ \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} G_{\alpha s} d\mathbf{p}_{\alpha} &= 0, \quad \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} G_{\alpha s} \left[\frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2} + \delta \epsilon_{\alpha}(s) \right] d\mathbf{p}_{\alpha} = 0, \\ (\alpha &= 1, 2, \dots, N). \end{aligned} \right. \quad (2.2.36)$$

Отметим, что уравнения (2.2.34) и (2.2.36) определяют коэффициенты $D_{\alpha s}^{\beta}$ неоднозначно. Действительно, если умножить обе части уравнения (2.2.34в) на $M_{\gamma} n_{\gamma} / \rho$, а затем просуммировать их по γ , то для любого α получим

$$\sum_{\beta=1}^N \frac{n_{\alpha} n_{\beta}}{n} I_{\alpha\beta} \left(\sum_{\gamma=1}^N \frac{M_{\gamma} n_{\gamma}}{\rho} D^{\gamma} \right) = 0,$$

т.е. линейная комбинация $\sum_{\gamma=1}^N \frac{M_{\gamma} n_{\gamma}}{\rho} D^{\gamma}$ является аддитивным инвариантом. Не ограничивая общности, можно положить [11]

$$\sum_{\gamma=1}^N \frac{M_{\gamma} n_{\gamma}}{\rho} D^{\gamma} = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (2.2.37)$$

Тогда вектор d_{β}^* в выражении (2.2.33) можно заменить на вектор

$$d_{\beta}^* - \frac{M_{\beta} n_{\beta}}{\rho} \sum_{\gamma=1}^N d_{\gamma}^* \equiv d_{\beta}. \text{ Условие (2.2.37) при этом, наряду с соответст-}$$

вующими уравнениями (2.2.34) и (2.2.36), позволяет однозначно определить параметры D^{β} [11].

Известно, что решения интегральных уравнений (2.2.34) могут быть получены двумя эквивалентными методами: методом Чепмена — Энскога [1] и вариационным методом (см., например, [2, 11]). В обоих методах скалярные функции $A_{\alpha s}, B_{\alpha s}, \dots$ разлагаются в ряды по полиномам Сонина — Лаггера и задача, таким образом, сводится к решению систем алгебраических уравнений *) относительно коэффициентов разложения, используемых в дальнейшем для расчетов коэффициентов переноса. Детали этой процедуры и полученные для простейших законов взаимодействия бесструктурных молекул значения соответствующих функций можно найти, например, в [1, 11] (см. также п. 2.2.4 настоящей монографии). Вместе с тем нужно иметь в виду, что из-за чрезвычайной сложности реальных взаимодействий многоатомных молекул такая процедура, к сожалению, имеет ограниченное применение. Поэтому в задачах аэрономии коэффициенты переноса обычно рассчитываются по формулам кинетической теории одноатомных газов либо определяются экспериментально.

2.2.3. Определяющие уравнения. Если считать, что коэффициенты $A_{\alpha s}, B_{\alpha s}$ и т.д. известны, то можно вычислить потоки $\hat{P}, q, w_{\alpha}, \dot{n}_{\alpha}$ и найти макроскопические определяющие уравнения первого порядка.

Интеграл для диффузионной скорости (2.1.6), записанный через функцию возмущения $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$ (2.2.33), при использовании интегрального

*) В общем случае молекул с внутренними степенями свободы решение уравнений (2.2.34) усложняется тем, что их ядра являются функциями не только v_{α}^2 , но и $\delta \epsilon_{\alpha}(s)$. Поэтому функции $A_{\alpha s}, B_{\alpha s}$ и т.д. должны быть разложены не по полиномам Сонина от v_{α}^2 , а по более сложным функциям, содержащим уровни энергии.

соотношения [11]

$$\int F(v_\alpha) v_\alpha (v_\alpha \cdot a) d\mathbf{p}_\alpha = \frac{1}{3} \int F(v_\alpha) v_\alpha^2 d\mathbf{p}_\alpha a \quad (2.2.38)$$

принимает вид

$$w_\alpha = \frac{1}{n_\alpha} \sum_s \int v_\alpha f_{\alpha s}^{(0)} \Phi_{\alpha s}^{(1)} d\mathbf{p}_\alpha = - \frac{1}{3n_\alpha n} \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} v_\alpha^2 A_{\alpha s} d\mathbf{p}_\alpha \nabla \ln T - \\ - \sum_{\beta=1}^N \left[\frac{1}{3n_\alpha n} \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} v_\alpha^2 D_{\alpha s}^\beta d\mathbf{p}_\alpha \right] d_\beta.$$

Если ввести обозначения*)

$$D_{\alpha\beta} = \frac{1}{3n_\alpha n} \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} v_\alpha^2 D_{\alpha s}^\beta d\mathbf{p}_\alpha \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N), \quad (2.2.39)$$

$$D_{T\alpha} = \frac{1}{3n_\alpha n} \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} v_\alpha^2 A_{\alpha s} d\mathbf{p}_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (2.2.40)$$

то в рамках теории Чепмена – Энскога первого порядка определяющие уравнения для диффузионных скоростей w_α могут быть записаны в виде

$$w_\alpha = -D_{T\alpha} \nabla \ln T - \sum_{\beta=1}^N D_{\alpha\beta} d_\beta \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (2.2.41)$$

где $D_{\alpha\beta}$, $D_{T\alpha}$ – коэффициенты диффузии и коэффициенты термодиффузии многокомпонентных смесей соответственно.

Согласно первым двум условиям (2.2.36) и соотношению (2.2.37) коэффициенты диффузии и термодиффузии не являются линейно независимыми:

$$\sum_{\alpha=1}^N \frac{n_\alpha M_\alpha}{\rho} D_{T\alpha} = 0, \quad \sum_{\alpha=1}^N \frac{n_\alpha M_\alpha}{\rho} D_{\alpha\beta} = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, N), \quad (2.2.42)$$

и, кроме того, из определения (2.2.39а) следует, что коэффициенты диффузии симметричны относительно перестановки индексов ($D_{\alpha\beta} = D_{\beta\alpha}$) и что $D_{\alpha\alpha} > 0$. Поэтому для N -компонентной смеси имеется $N(N-1)/2$ независимых коэффициентов диффузии и $N-1$ независимых коэффициентов термодиффузии.

Отметим также, что нами используются так называемые симметричные коэффициенты многокомпонентной диффузии, введенные в [11] и согласующиеся с соотношением взаимности Онзагера (см. (4.2.11)) в неравновесной термодинамике. Последнее, как показано в [23], имеет важное значение при обобщении результатов кинетической теории газов на случай химически активных газовых смесей многоатомных газов, в которых возможны переходы между различными внутренними степенями свободы.

*) Это определение коэффициентов $D_{\alpha\beta}$ и $D_{T\alpha}$ отлично от определения, данного в широко известной книге [2]. Коэффициенты $D_{\alpha\beta}$, определенные в ней, являются не-симметричными, т.е. $D_{\alpha\beta} \neq D_{\beta\alpha}$.

Используя интегральные соотношения*)

$$\begin{aligned} \int F(v_\alpha) v_\alpha v_\alpha \left\{ \left(v_\alpha v_\alpha - \frac{1}{3} v_\alpha^2 \hat{I} \right) : \hat{w} \right\} d\mathbf{p}_\alpha &= \frac{2}{15} \int F(v_\alpha) v_\alpha^4 d\mathbf{p}_\alpha \hat{S} = \\ &= \frac{1}{5} \int F(v_\alpha) \left(v_\alpha v_\alpha - \frac{1}{3} v_\alpha^2 \hat{I} \right) : \left(v_\alpha v_\alpha - \frac{1}{3} v_\alpha^2 \hat{I} \right) d\mathbf{p}_\alpha \hat{S}, \end{aligned} \quad (2.2.43)$$

где

$$\hat{S} = \frac{1}{2} (\hat{W} + \hat{W}^T) - \frac{1}{3} (\hat{W} : \hat{I}) \hat{I}$$

— симметричный и бездивергентный тензор, справедливые для любых функций $F(v_\alpha)$ от скалярного аргумента и любых тензоров 2-го порядка \hat{W} (см., например, [11]), запишем интеграл для тензора напряжений смеси (2.1.10) через функции возмущений $\Phi_{\alpha s}^{(1)}$ (2.2.33) следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{P} &= p \hat{I} + \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha v_\alpha v_\alpha f_{\alpha s}^{(0)} \Phi_{\alpha s}^{(1)} d\mathbf{p}_\alpha = \\ &= p \hat{I} - \frac{2}{15n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha f_{\alpha s}^{(0)} B_{\alpha s} v_\alpha^4 d\mathbf{p}_\alpha \left[\frac{1}{2} (\nabla V + \nabla V^T) - \frac{1}{3} \nabla \cdot V \hat{I} \right] - \\ &- \frac{1}{3n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha v_\alpha^2 f_{\alpha s}^{(0)} L_{\alpha s} d\mathbf{p}_\alpha (\nabla \cdot V) \hat{I} - \\ &- \frac{1}{3n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha v_\alpha^2 f_{\alpha s}^{(0)} G_{\alpha s} d\mathbf{p}_\alpha \hat{I}. \end{aligned} \quad (2.2.44)$$

Вводя определения

$$\mu = \frac{1}{15n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha f_{\alpha s}^{(0)} B_{\alpha s} v_\alpha^4 d\mathbf{p}_\alpha, \quad (2.2.45a)$$

$$\mu_v = \frac{1}{3n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha f_{\alpha s}^{(0)} L_{\alpha s} v_\alpha^2 d\mathbf{p}_\alpha, \quad (2.2.45b)$$

$$p' = - \frac{1}{3n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int M_\alpha f_{\alpha s}^{(0)} G_{\alpha s} v_\alpha^2 d\mathbf{p}_\alpha, \quad (2.2.45b)$$

получим из (2.2.44)) следующее выражение для тензора напряжения в приближении первого порядка:

$$\hat{P} = (p + p') \hat{I} - \mu (\nabla V + \nabla V^T) + \left(\frac{2}{3} \mu - \mu_v \right) (\nabla \cdot V) \hat{I}. \quad (2.2.46)$$

*) Операция $(\cdot)^T$ означает перестановку индексов.

Здесь μ — коэффициент сдвиговой вязкости; μ_v — коэффициент объемной вязкости, зависящей от возбуждения внутренних состояний молекул газовой смеси; p' — вклад в давление, возникающий из-за наличия G_α (далее этим вкладом в величину давления мы будем пренебрегать, так как он в большинстве случаев в условиях верхней атмосферы много меньше p [5, 13]). Коэффициент объемной вязкости μ_v обращается в нуль, если молекулы газа не имеют внутренних степеней свободы или эти степени свободы не возбуждены. Сравнительно большие значения объемной вязкости возникают в случае медленных превращений поступательной энергии частиц в колебательную, однако влияние объемной вязкости на движение газа в верхней атмосфере мало и этим членом часто также можно пренебречь [2].

Наконец, полный тепловой поток (2.1.9) в приближении первого порядка с учетом интегрального соотношения (2.2.38) может быть преобразован к виду

$$\begin{aligned} q &= \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_\alpha v_\alpha^2}{2} + \delta \epsilon_\alpha(s) \right] v_\alpha f_{\alpha s}^{(0)} \Phi_{\alpha s}^{(1)} dp_\alpha = \\ &= -\frac{1}{3n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_\alpha v_\alpha^2}{2} + \delta \epsilon_\alpha(s) \right] f_{\alpha s}^{(0)} v_\alpha^2 A_{\alpha s} dp_\alpha \nabla \ln T - \\ &- \sum_{\beta=1}^N d_\beta \left\{ \frac{1}{3n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \left[\frac{M_\alpha v_\alpha^2}{2} + \delta \epsilon_\alpha(s) \right] f_{\alpha s}^{(0)} v_\alpha^2 D_{\alpha s}^\beta dp_\alpha \right\}. \end{aligned} \quad (2.2.47)$$

Поток тепловой энергии (q) обычно подразделяют на две части: одна учитывает поток энthalпии за счет движения молекул относительно средней массовой скорости, другая учитывает поток энергии за счет других причин. Преобразовывая (2.2.47) с учетом (2.2.34а), (2.2.38) и (2.2.39), будем иметь:

$$\begin{aligned} q &= \sum_{\alpha=1}^N h_\alpha n_\alpha w_\alpha + \frac{1}{3n} \sum_{\alpha=1}^N \times \\ &\times \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} v_\alpha^2 \left[h_\alpha - \frac{M_\alpha v_\alpha^2}{2} - \delta \epsilon_\alpha(s) \right] A_{\alpha s} dp_\alpha \nabla \ln T + \\ &+ \sum_{\beta=1}^N d_\beta \left\{ \frac{1}{3n} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} v_\alpha^2 \left[h_\alpha - \frac{M_\alpha v_\alpha^2}{2} - \delta \epsilon_\alpha(s) \right] D_{\alpha s}^\beta dp_\alpha \right\} = \\ &= \sum_{\alpha=1}^N h_\alpha n_\alpha w_\alpha - \lambda' \nabla T - \\ &- \frac{kT}{3} \sum_{\beta=1}^N d_\beta \left\{ \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int \sum_{\gamma=1}^N \frac{n_\alpha n_\gamma}{n^2} I_{\alpha\gamma}(D^\beta) A_{\alpha s} dp_\alpha \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\lambda' = \frac{1}{3nT} \sum_{\alpha=1}^N \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} v_\alpha^2 \left[h_\alpha - \frac{M_\alpha v_\alpha^2}{2} - \delta \epsilon_\alpha(s) \right] A_{\alpha s} dp_\alpha \quad (2.2.48)$$

— парциальный коэффициент теплопроводности многокомпонентной газовой смеси при отсутствии всех диффузионных сил. Таким образом, для вектора полного теплового потока в приближении первого порядка получаем

$$\mathbf{q} = -\lambda' \nabla T - p \sum_{\beta=1}^N D_{T\beta} d_{\beta} + \sum_{\alpha=1}^N h_{\alpha} n_{\alpha} \mathbf{w}_{\alpha}. \quad (2.2.49)$$

Определяющие уравнения (2.2.41), (2.2.46), (2.2.49) для потоков \mathbf{w}_{α} , \hat{P} и \mathbf{q} дают возможность получить замкнутую систему уравнений для гидродинамических параметров ρ , n_{α} , T , V , если известны коэффициенты переноса.

2.2.4. Коэффициенты переноса для газовых смесей. Для вычисления коэффициентов переноса $D_{\alpha\beta}$, $D_{T\alpha}$, μ , λ' необходимо решать интегральные уравнения (2.2.34) относительно неизвестных функций $A_{\alpha s}$, $B_{\alpha s}$, ... Далее при определении этих функций будем считать их одинаковыми для всех частиц α -компоненты, находящихся в различных возбужденных состояниях, предполагая, тем самым, тождественность переносных свойств частиц одного сорта [5]. В этом случае могут быть использованы разложения коэффициентов $A_{\alpha s}$, $B_{\alpha s}$, ... в ряды по полиномам Сонина — Лаггера, те же, что и в методе Чепмена—Энскога [1]. Эти полиномы определяются соотношениями [24]

$$S_{\nu}^{(m)}(x) = \sum_{p=0}^m \frac{\Gamma(\nu+m+1)}{(m-p)! p! (\nu+p)} (-x)^{-p} \Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{\nu}} (2\nu-1)!! \quad (2.2.50)$$

(в частности, при любых ν $S_{\nu}^{(0)}(x) = 1$, $S_{\nu}^{(1)}(x) = \nu + 1 - x$). Условия ортогональности полиномов записываются в виде

$$\int_0^{\infty} e^{-x} S_{\nu}^{(m)}(x) S_{\nu}^{(p)}(x) x^{\nu} dx = \delta_{pm} \frac{\Gamma(\nu+p+1)}{p!}. \quad (2.2.51)$$

Используя разложение функций $D_{\alpha s}^{\beta}$ по полиномам Сонина — Лаггера

$$D_{\alpha s}^{\beta} = \frac{M_{\alpha}}{2kT} \sum_{p=0}^{\xi-1} d_{\alpha,p}^{\beta}(\xi) S_{3/2}^{(p)}(G_{\alpha}^2), \quad G_{\alpha} = \left(\frac{M_{\alpha}}{2kT}\right)^{1/2} v_{\alpha} \quad (2.2.52)$$

(порядок приближения определяется как число членов ξ , удерживаемых при разложении $D_{\alpha s}^{\beta}$ в ряд по ортогональным полиномам*), G_{α} — приведенная (безразмерная) скорость; индекс $3/2$ выбран для удобства), выражения для симметричных коэффициентов диффузии многокомпонентных смесей (2.2.39а) можно привести к виду

$$\begin{aligned} [D_{\alpha\beta}]_{\xi} &= \frac{1}{3n_{\alpha} n_{\beta}} \sum_s \int f_{\alpha s}^{(0)} v_{\alpha}^2 D_{\alpha s}^{\beta} d\mathbf{p}_{\alpha} = \\ &= \frac{1}{3n} \sum_s \int F_{\alpha}(s) (2\pi M_{\alpha} kT)^{3/2} \exp(-G_{\alpha}^2) G_{\alpha}^2 \sum_{p=0}^{\xi-1} d_{\alpha,p}^{\beta}(\xi) S_{3/2}^{(p)}(G_{\alpha}^2) d\mathbf{p}_{\alpha} = \end{aligned}$$

*) Коэффициенты разложения зависят от числа используемых членов разложения $d_{\alpha,p}^{\beta}(\xi)$, так как они не являются коэффициентами бесконечных рядов разложения [2].

$$\begin{aligned}
&= \frac{4}{3n\sqrt{\pi}} \sum_{p=0}^{\xi-1} d_{\alpha,p}^{\beta}(\xi) \int_0^{\infty} \exp(-G_{\alpha}^2) G_{\alpha}^4 S_{3/2}^{(p)}(G_{\alpha}^2) dG_{\alpha} = \\
&= \frac{4}{3n\sqrt{\pi}} \sum_{p=0}^{\xi-1} d_{\alpha,p}^{\beta}(\xi) \frac{3\sqrt{\pi}}{8} \delta_{p0} = \frac{1}{2n} d_{\alpha,0}^{\beta}(\xi) \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N).
\end{aligned}
\tag{2.2.53}$$

Здесь мы воспользовались формулой (2.2.9) для $f_{\alpha s}^{(0)}$ и соотношением ортогональности (2.2.51) полиномов Сонина – Лаггера. Аналогично при использовании разложений функций $A_{\alpha s}, B_{\alpha s}$ и $L_{\alpha s}$ по полиномам

$$\begin{aligned}
A_{\alpha s} &= -\frac{M_{\alpha}}{2kT} \sum_{p=0}^{\xi} a_{\alpha,p}(\xi) S_{3/2}^{(0)}(G_{\alpha}^2), \\
B_{\alpha s} &= \frac{M_{\alpha}}{2kT} \sum_{p=0}^{\xi-1} b_{\alpha,p}(\xi) S_{5/2}^{(p)}(G_{\alpha}^2), \\
L_{\alpha s} &= \frac{1}{2kT} \sum_{p=0}^{\xi-1} l_{\alpha,p}(\xi) S_{3/2}^{(p)}(G_{\alpha}^2) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N; s = 1, 2, \dots)
\end{aligned}
\tag{2.2.54}$$

выражения для коэффициентов термодиффузии (2.2.39б), сдвиговой вязкости (2.2.45а), объемной вязкости (2.2.45б) и парциального коэффициента теплопроводности (2.2.48) могут быть приведены соответственно к виду:

$$[D_{T\alpha}]_{\xi} = -\frac{1}{2n} a_{\alpha,0}(\xi) = -\frac{5}{4n} \sum_{\gamma=1}^N \frac{n_{\gamma}}{n} d_{\gamma,1}^{\alpha}(\xi), \tag{2.2.55a}$$

$$[\lambda']_{\xi} = \frac{5k}{4} \sum_{\alpha=1}^N \frac{n_{\alpha}}{n} a_{\alpha,1}(\xi), \tag{2.2.55б}$$

$$[\mu]_{\xi} = \frac{kT}{2} \sum_{\alpha=1}^N \frac{n_{\alpha}}{n} b_{\alpha,0}(\xi), \tag{2.2.55в}$$

$$[\mu_b]_{\xi} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^N \frac{n_{\alpha}}{n} l_{\alpha,0}(\xi). \tag{2.2.55г}$$

Таким образом, кинетические коэффициенты $D_{\alpha\beta}, D_{T\alpha}, \mu$ и μ_b выражаются только через нулевые коэффициенты, а кинетический коэффициент λ' – только через первый коэффициент разложения по полиномам Сонина – Лаггера независимо от числа приближений, т.е. от числа удерживаемых коэффициентов в этих рядах. Однако величины коэффициентов будут зависеть от числа удерживаемых членов разложения, так как они должны находиться из системы следующих линейных алгебраических уравнений для неизвестных $d_{\beta,p}^{\gamma}(\xi), a_{\beta,p}(\xi), b_{\beta,p}(\xi), l_{\beta,p}(\xi)$:

$$\sum_{\beta=1}^N \sum_{p=0}^{\xi-1} \Lambda_{\alpha\beta}^{mp} d_{\beta,p}^{\gamma}(\xi) = \frac{\rho}{25k} \left(\delta_{\alpha\gamma} - \frac{M_{\alpha} n_{\alpha}}{\rho} \right) \delta_{m0}, \tag{2.2.56}$$

$$\sum_{\beta=1}^N \sum_{p=0}^{\xi} \Lambda_{\alpha\beta}^{mp} a_{\beta,p}(\xi) = \frac{4}{5k} \frac{n_{\alpha}}{n} \delta_{m1}, \tag{2.2.57}$$

$$\sum_{\beta=1}^N \sum_{p=0}^{\xi-1} H_{\alpha\beta}^{mp} b_{\beta,p}(\xi) = \frac{2}{kT} \frac{n_{\alpha}}{n} \delta_{m0}, \quad (2.2.58)$$

$$\sum_{\beta=1}^N \sum_{p=0}^{\xi-1} L_{\alpha\beta}^{mp} l_{\beta,p}(\xi) = \frac{n_{\alpha}}{n} \left(\delta_{m0} - \frac{5}{2} \delta_{m1} \right). \quad (2.2.59)$$

В выражениях (2.2.56)–(2.2.59) $\gamma, \alpha = 1, 2, \dots, N$; $m = 0, 1, 2, \dots, \xi - 1$; $\delta_{\alpha\gamma}$ – символ Кронекера. Система (2.2.56)–(2.2.59) следует из уравнений (2.2.34) после подстановки в них разложений (2.2.52), (2.2.54), умножения полученных таким образом уравнений на $S_{3/2}^{(m)}(G_{\alpha}^2)G_{\alpha}$ (уравнение (2.2.34б) умножается на $S_{5/2}^{(m)}(G_{\alpha}^2)\left(G_{\alpha}G_{\alpha} - \frac{1}{3}G_{\alpha}^2\hat{I}\right)$, а (2.2.34г) на $S_{3/2}^{(m)}(G_{\alpha}^2)G_{\alpha}^2$), суммирования по квантовому числу s и интегрирования по импульсу p_{α} . Здесь $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}, H_{\alpha\beta}^{mp}, L_{\alpha\beta}^{mp}$ – коэффициенты, выражающиеся через парциальные интегральные скобки $[]'_{\alpha\beta}$ и $[]''_{\alpha\beta}$ от полиномов Сонина – Лаггера порядков m, p следующим образом:

$$\Lambda_{\alpha\beta}^{mp} = \Lambda_{\beta\alpha}^{pm} = \frac{8M_{\alpha}^{1/2}M_{\beta}^{1/2}}{75kT} \lambda_{\alpha\beta}^{mp}, \quad H_{\alpha\beta}^{mp} = H_{\beta\alpha}^{pm} = \frac{2}{5kT} \hat{\lambda}_{\alpha\beta}^{mp}, \quad (2.2.60)$$

$$L_{\alpha\beta}^{mp} = L_{\beta\alpha}^{pm} = \frac{C_v}{2kTC_v^{\text{int}}} \left\{ \delta_{\alpha\beta} \sum_{h=1}^N \frac{n_{\alpha}n_h}{n^2} [S_{3/2}^{(m)}(G_{\alpha}^2)G_{\alpha}^2, S_{3/2}^{(p)}(G_{\alpha}^2)]'_{\alpha h} + \right. \\ \left. + \frac{n_{\alpha}n_{\beta}}{n^2} [S_{3/2}^{(m)}(G_{\alpha}^2)G_{\alpha}^2, S_{3/2}^{(p)}(G_{\alpha}^2)]''_{\alpha\beta} \right\}, \quad (2.2.61)$$

$$\lambda_{\alpha\beta}^{mp} = \delta_{\alpha\beta} \sum_{h=1}^N \frac{n_{\alpha}n_h}{n^2} [S_{3/2}^{(m)}(G_{\alpha}^2)G_{\alpha}, S_{3/2}^{(p)}(G_{\alpha}^2)G_{\alpha}]'_{\alpha h} + \\ + \frac{n_{\alpha}n_{\beta}}{n^2} [S_{3/2}^{(m)}(G_{\alpha}^2)G_{\alpha}, S_{3/2}^{(p)}(G_{\alpha}^2)G_{\alpha}]''_{\alpha\beta}. \quad (2.2.62)$$

Величины $\hat{\lambda}_{\alpha\beta}^{mp}$ получаются из выражений (2.2.62), если в последних векторы G_{α} заменить на тензоры $G_{\alpha}G_{\alpha} - \frac{1}{3}G_{\alpha}^2\hat{I}$ и полиномы Сонина – Лаггера порядка $3/2$ заменить на полиномы Сонина – Лаггера порядка $5/2$. Коэффициенты $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$ и $H_{\alpha\beta}^{mp}$ обладают свойством симметрии:

$$\Lambda_{\alpha\beta}^{mp} = \Lambda_{\beta\alpha}^{pm}, \quad H_{\alpha\beta}^{mp} = H_{\beta\alpha}^{pm} \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N; m, p = 0, 1, \dots) \quad (2.2.63)$$

и, кроме того, согласно закону сохранения импульса [11]

$$\sum_{\alpha=1}^N \Lambda_{\alpha\beta}^{m0} = 0, \quad \sum_{\alpha=1}^N \Lambda_{\alpha\beta}^{0p} = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.64)$$

Дополнительные условия разрешимости Чепмена — Энскога (2.2.36) при подстановке в них разложений (2.2.52), (2.2.54) принимают вид

$$\sum_{\alpha=1}^N M_{\alpha} n_{\alpha} a_{\alpha,0}(\xi) = 0, \quad \sum_{\alpha=1}^N M_{\alpha} n_{\alpha} d_{\alpha,0}^{\gamma}(\xi) = 0, \\ \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} l_{\alpha,0}(\xi) = 0. \quad (2.2.65)$$

Эти соотношения нужно добавить к системе уравнений (2.2.56)–(2.2.59), которая, как легко показать [11], в силу (2.2.64), при $m = 0$ не является линейно независимой.

При написании выражений (2.2.61), (2.2.62) использованы следующие определения парциальных интегральных скобок от двух функций F и G , заданных в пространстве скоростей молекул типов α и β :

$$[F, G]_{\alpha\beta}' = \frac{1}{n_{\alpha} n_{\beta}} \sum_{\alpha' \beta'} \sum_{s's'j'j} \int f_{\alpha s}^{(0)} f_{\beta j}^{(0)} G_{\alpha} [F_{\alpha} - F_{\alpha'}] |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_{\alpha} s p_{\beta} j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_{\alpha} dp_{\beta}, \quad (2.2.66)$$

$$[F, G]_{\alpha\beta}'' = \frac{1}{n_{\alpha} n_{\beta}} \sum_{\alpha' \beta'} \sum_{s's'j'j} \int f_{\alpha s}^{(0)} f_{\beta j}^{(0)} G_{\alpha} [F_{\beta} - F_{\beta'}] |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_{\alpha} s p_{\beta} j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_{\alpha} dp_{\beta}.$$

Интегралы Ω . Для вычисления парциальных интегральных скобок необходимо знать потенциалы взаимодействия между частицами. К сожалению, как уже отмечалось, во многих практически важных для астрономии случаях эти потенциалы известны недостаточно надежно. Особенно ограничены сведения по потенциалам взаимодействия электронов с атомами, молекулами и ионами. Реально расчеты коэффициентов $D_{\alpha\beta}$, μ , ... удастся провести, пренебрегая неупругими столкновениями, т.е. в отношении коэффициентов переноса реагирующий газ приходится рассматривать как нереагирующую смесь упругих молекул.

Как показали авторы [1], скобочные интегралы $[]_{\alpha\beta}'$ и $[]_{\alpha\beta}''$ для одноатомных газовых смесей могут быть записаны в виде линейных комбинаций следующих приведенных интегралов столкновений частиц всех пар [2, 11]:

$$\Omega_{\alpha\beta}^{(l,r)*} = \frac{4(l+1)}{(r+1)! [2l+1 - (-1)^l] \pi \sigma_{\alpha\beta}^2} \int_0^{\infty} e^{-\gamma_{\alpha\beta}^2 \gamma_{\alpha\beta}^{3+2r}} Q_{\alpha\beta}^{(l)} d\gamma_{\alpha\beta}, \quad (2.2.67)$$

выражающих меру отклонения от модели, рассматривающей молекулы газа как твердые сферы (для такой модели $\Omega^{*} = 1$). В этих интегралах $\gamma_{\alpha\beta}^2 = M_{\alpha\beta} g_{\alpha\beta}^2 / 2kT$; $\gamma_{\alpha\beta}$ — приведенная начальная относительная скорость сталкивающихся молекул; $M_{\alpha\beta} = M_{\alpha} M_{\beta} / (M_{\alpha} + M_{\beta})$ — приведенная масса пары молекул типов α и β ; $\sigma_{\alpha\beta} = (\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta})/2$ — расстояние между центрами двух молекул с диаметрами σ_{α} и σ_{β} в момент столкновения; $Q_{\alpha\beta}^{(l)}$ — обобщенное сечение столкновений с передачей импульса между частица-

ми типа α и β , имеющими относительную тепловую скорость $|g_{\alpha\beta}|$:

$$Q_{\alpha\beta}^{(l)} = Q_{\beta\alpha}^{(l)} = 2\pi \int_0^\infty (1 - \cos^l \chi_{\alpha\beta}) b db \quad (l = 1, 2, \dots), \quad (2.2.68)$$

где $\chi_{\alpha\beta} = \chi_{\alpha\beta}(b, |g_{\alpha\beta}|)$ — угол рассеяния (угол отклонения молекул в системе координат центра тяжести). Динамика столкновений входит в коэффициенты переноса в конечном счете через интегралы столкновений (2.2.67). Для вычисления Ω^* необходимо знать χ как функцию начальной относительной скорости $g_{\alpha\beta}$ и прицельного расстояния b [2]. Зависимость χ от $g_{\alpha\beta}$ и b определяется потенциалом межмолекулярного взаимодействия $\varphi(r)$. Таким образом, задавая потенциал взаимодействия, можно вычислить интегралы Ω^* . Наиболее удовлетворительными (и удобными) являются вычисления Ω^* , выполненные на основе либо потенциала (6–12) Леннарда – Джонса

$$\varphi_\alpha(r) = 4\epsilon_\alpha \left[\left(\frac{\sigma_\alpha}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma_\alpha}{r} \right)^6 \right],$$

либо модифицированного потенциала (6–exp) Бакингема

$$\varphi_\alpha(r) = \begin{cases} \frac{\epsilon_\alpha}{1 - (6/\alpha_\alpha)} \left\{ \frac{6}{\alpha_\alpha} \exp \left[\alpha_\alpha \left(1 - \frac{r}{\sigma_\alpha} \right) \right] - \left(\frac{\sigma_\alpha}{r} \right)^6 \right\}, & r > r_{\text{макс}} \\ \infty, & r < r_{\text{макс}} \end{cases}$$

(здесь ϵ_α , σ_α , α_α — параметры потенциалов взаимодействия однородных молекул сорта α (силовые константы)). В кинетической теории газов показывается что Ω^* — интегралы для этих потенциалов зависят только от характеристической температуры $T^* = kT/\epsilon$ (закон соответственных состояний для явлений переноса) [2, 11]. Расчетам Ω^* — интегралов как функций характеристической температуры T^* для конкретных потенциалов взаимодействия между частицами посвящена обширная литература (см., например, [1, 2, 11, 25–28]). Таблицы Ω^* -интегралов для потенциала (6–12) Леннарда – Джонса и модифицированного потенциала (6–exp) Бакингема (а также для ряда других моделей) составлены авторами [2]. Результаты более поздних вычислений Ω^* -интегралов для этих потенциалов, выполненные рядом авторов [27, 28], воспроизведены в [11].

Выражения для полных интегральных скобок $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$ и $H_{\alpha\beta}^{mp}$, являющихся алгебраическими функциями от Ω^* -интегралов, приведены до четвертого приближения включительно в [2, 25–26]. Здесь мы выпишем величины $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$ для $m, p = 0, 1$ выходящие в выражения для коэффициентов многокомпонентной диффузии в первом и втором приближениях, а также для коэффициентов термодиффузии и теплопроводности в первом приближении. Записанные через бинарные коэффициенты диффузии в первом приближении,

$$[D_{\alpha\beta}]_1 = \frac{3}{16n} \left(\frac{2\pi kT}{M_{\alpha\beta}} \right)^{1/2} \frac{1}{\pi \sigma_{\alpha\beta}^2 \Omega_{\alpha\beta}^{(1,1)*}}, \quad (2.2.69)$$

они имеют вид [11]:

$$\Lambda_{\alpha\beta}^{00} = \frac{4}{25kn} \sum_{\substack{\gamma=1 \\ \gamma \neq \alpha}}^N \frac{x_\alpha x_\gamma}{[\mathcal{D}_{\alpha\gamma}]_1},$$

$$\Lambda_{\alpha\beta}^{00} = \Lambda_{\beta\alpha}^{00} = -\frac{4}{25kn} \frac{x_\alpha x_\beta}{[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1} \quad (\alpha \neq \beta), \quad (2.2.70a)$$

$$\Lambda_{\alpha\alpha}^{01} = \Lambda_{\alpha\alpha}^{10} = -\sum_{\substack{\gamma=1 \\ \gamma \neq \alpha}}^N \frac{2}{25kn} \frac{x_\alpha x_\gamma}{[\mathcal{D}_{\alpha\gamma}]_1} \frac{M_\gamma}{M_\alpha + M_\gamma} (6C_{\alpha\gamma}^* - 5), \quad (2.2.70б)$$

$$\Lambda_{\alpha\beta}^{01} = \Lambda_{\beta\alpha}^{10} = \frac{2}{25kn} \frac{x_\alpha x_\beta}{[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1} \frac{M_\alpha}{M_\alpha + M_\beta} (6C_{\alpha\beta}^* - 5) \quad (\alpha \neq \beta), \quad (2.2.70в)$$

$$\Lambda_{\alpha\alpha}^{11} = \frac{4}{25kn} \left[\frac{2x_\alpha^2 A_{\alpha\alpha}^*}{[\mathcal{D}_{\alpha\alpha}]_1} + \sum_{\substack{\gamma=1 \\ \gamma \neq \alpha}}^N \frac{x_\alpha x_\gamma}{[\mathcal{D}_{\alpha\gamma}]_1} \times \right. \\ \left. \times \frac{\frac{15}{2} M_\alpha^2 + \frac{25}{4} M_\gamma^2 - 3M_\gamma^2 B_{\alpha\gamma}^* + 4M_\alpha M_\gamma A_{\alpha\gamma}^*}{(M_\alpha + M_\gamma)^2} \right], \quad (2.2.70г)$$

$$\Lambda_{\alpha\beta}^{11} = -\frac{4}{25kn} \frac{x_\alpha x_\beta}{[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1} \frac{M_\alpha M_\beta}{(M_\alpha + M_\beta)^2} \left(\frac{55}{4} - 3B_{\alpha\beta}^* - 4A_{\alpha\beta}^* \right) \quad (\alpha \neq \beta), \quad (2.2.70д)$$

где комбинации приведенных интегралов

$$A_{\alpha\beta}^* = \frac{\Omega_{\alpha\beta}^{(2,2)*}}{\Omega_{\alpha\beta}^{(1,1)*}}, \quad B_{\alpha\beta}^* = \frac{5\Omega_{\alpha\beta}^{(1,2)*} - 4\Omega_{\alpha\beta}^{(1,3)*}}{\Omega_{\alpha\beta}^{(1,1)*}}, \quad C_{\alpha\beta}^* = \frac{\Omega_{\alpha\beta}^{(1,2)*}}{\Omega_{\alpha\beta}^{(1,1)*}}$$

— близкие к единице величины [2, 11]; $x_\alpha = n_\alpha/n$ — мольная концентрация α -й компоненты; $[\mathcal{D}_{\alpha\alpha}]_1$ — коэффициент самодиффузии.

Коэффициенты $H_{\alpha\beta}^{mp}$ при $m, p = 0$, необходимые для вычисления коэффициента сдвиговой вязкости смеси газов в первом приближении, имеют вид [2]

$$H_{\alpha\alpha}^{00} = \frac{6}{5} \frac{x_\alpha^2 A_{\alpha\alpha}^*}{nM_\alpha [\mathcal{D}_{\alpha\alpha}]_1} + \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{2x_\alpha x_\beta}{(M_\alpha + M_\beta)} \frac{1}{n[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1} \times \\ \times \left[1 + \frac{3}{5} \frac{M_\beta}{M_\alpha} A_{\alpha\beta}^* \right], \quad (2.2.72)$$

$$H_{\alpha\beta}^{00} = -\frac{2x_\alpha x_\beta}{(M_\alpha + M_\beta)} \frac{1}{n[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1} \left[1 - \frac{3}{5} A_{\alpha\beta}^* \right] \quad (\alpha \neq \beta). \quad (2.2.73)$$

Если считать, что полные интегральные скобки $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$, $H_{\alpha\beta}^{mp}$ известны, то коэффициенты $d_{\beta,p}^\gamma(\xi)$, $a_{\beta,p}(\xi)$, $b_{\beta,p}(\xi)$, через которые выражаются

коэффициенты переноса многокомпонентных смесей одноатомных газов (2.2.53), (2.2.55), следует находить из системы линейных алгебраических уравнений (2.2.56)–(2.2.58), (2.2.65) по правилу Крамера для произвольного приближения. Выражения для коэффициентов переноса в этом случае даются в виде отношения определителей порядка $N\xi$ со сложными элементами [2].

Изложенный подход позволяет рассчитывать коэффициенты молекулярного переноса для практически важных случаев моделирования аэромомических процессов [11, 12].

а) *Вязкость газовой смеси.* Для вычисления коэффициента сдвиговой вязкости μ газовой смеси, содержащей N компонент, по формуле (2.2.55в), необходимо решить систему уравнений (2.2.58) для неизвестных $b_{\beta,0}(\xi), \dots, b_{\beta,\xi-1}(\xi)$. В первом приближении ($\xi = 1$) коэффициенты $b_{\beta,0}(1)$ вычисляются из системы уравнений

$$\sum_{\beta=1}^N H_{\alpha\beta}^{00} b_{\beta,0}(1) = \frac{2}{kT} \frac{n_{\alpha}}{n} \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N) \quad (2.2.74)$$

по правилу Крамера. В результате можно написать

$$[\mu]_1 = \frac{-1}{\det |H_{\alpha\beta}^{00}|} \begin{vmatrix} H_{11}^{00} \dots H_{1N}^{00} & x_1 \\ \dots & \dots \\ H_{N1}^{00} \dots H_{NN}^{00} & x_N \\ x_1 \dots x_N & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.2.75)$$

При $N = 1$ выражение (2.2.75) приводит к формуле для простого газа

$$[\mu_{\alpha}]_1 = \frac{5}{16} \frac{(\pi M_{\alpha} kT)^{1/2}}{\pi \sigma_{\alpha}^2 \Omega_{\alpha}^{(2,2)*}} = \frac{5}{6} \frac{nM_{\alpha}}{A_{\alpha}^*} [\mathcal{D}_{\alpha\alpha}]. \quad (2.2.76)$$

В системе уравнений (2.2.74) недиагональные элементы $H_{\alpha\beta}^{00}$ обычно малы по сравнению с диагональными элементами $H_{\alpha\alpha}^{00}$. Чтобы недиагональные элементы точно были равны нулю, необходимо предположить, что $A^* = 5/3$. Если это же самое предположение использовать для диагональных элементов, то (2.2.75) приобретает вид

$$[\mu]_1 \approx \sum_{\alpha=1}^N \frac{x_{\alpha}^2}{H_{\alpha\alpha}^{00}} \approx \sum_{\alpha=1}^N \frac{x_{\alpha}^2}{\frac{x_{\alpha}^2}{[\mu_{\alpha}]_1} + 2 \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{x_{\alpha} x_{\beta}}{nM_{\alpha} [\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1}} \quad (2.2.77)$$

Для приведения этой формулы в соответствие с опытными данными необходимо множитель 2 в знаменателе заменить на 1,385 [2], т.е.

$$[\mu]_1 = \sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{1}{[\mu_{\alpha}]_1} + 1,385 \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{x_{\beta}}{x_{\alpha}} \frac{1}{nM_{\alpha} [\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1} \right)^{-1} \quad (2.2.78)$$

Формула (2.2.78) позволяет вычислить вязкость многокомпонентной смеси по данным о коэффициентах вязкости чистых компонент и коэффициентах диффузии различных пар химических компонент смеси.

Т а б л и ц а 2.2.1

Эмпирические значения силовых констант для потенциала Леннарда — Джонса некоторых нейтральных компонент верхних атмосфер планет*)

Взаимодействующие пары	$H_2 - H_2$	$Ar - Ar$	$N_2 - N_2$	$O_2 - O_2$	$O - O$	$N - N$	$NO - NO$	$N_2O - N_2O$
$\sigma_{\alpha\beta}, \text{ \AA}$	2,968 2,915	3,418 3,465	3,681 3,749	3,433 3,541	3,050	3,298 3,59	3,470 3,599	3,879 3,816
$\epsilon_{\alpha\beta}/k, \text{ K}$	33,3 38,0	124,0 116,0	91,5 79,8	113,0 88,0	106,7	71,4	119,0 91,0	220,0 237,0

Взаимодействующие пары	$CO - CO$	$CO_2 - CO_2$	$H - H$	$H_2O - H_2O$	$He - He$	$CH_4 - CH_4$	$HCl - HCl$	$SO_2 - SO_2$
$\sigma_{\alpha\beta}, \text{ \AA}$	3,590 3,706	3,996 3,897	2,708	2,641	2,576	3,822 3,796	3,305	4,290
$\epsilon_{\alpha\beta}/k, \text{ K}$	110,0 88,0	190,0 213,0	37,0	809,1	10,22	137,0 144,0	360,0	252,0

*) В том случае, когда приводятся два значения постоянных сил взаимодействия, то верхнее значение относится к области $30 \lesssim T \lesssim 300 \text{ K}$, а нижнее — $300 \lesssim T \lesssim 1000 \text{ K}$.

В табл. 2.2.1 приводятся значения силовых констант из работы [2] для основных нейтральных компонент верхних атмосфер планет. Параметры потенциалов взаимодействия разнородных молекул могут быть приближенно вычислены через параметры потенциалов однородных молекул по следующему комбинационным соотношениям: $\sigma_{\alpha\beta} = (\sigma_\alpha + \sigma_\beta)/2$, $\epsilon_{\alpha\beta}\sigma_{\alpha\beta}^6 = (\epsilon_\alpha\sigma_\alpha^6\epsilon_\beta\sigma_\beta^6)^{1/2}$ [11].

б) *Термодиффузионные отношения*. Для дальнейшего удобно ввести термодиффузионные отношения $k_{T\alpha}$ как результат решения следующей системы уравнений [11]:

$$\sum_{\beta=1}^N D_{\alpha\beta} k_{T\beta} = D_{T\alpha} \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (2.2.79)$$

имеющей, в силу (2.2.42) и дополнительного условия

$$\sum_{\beta=1}^N k_{T\beta} = 0, \quad (2.2.80)$$

единственное решение. Используя термодиффузионные отношения, выражение (2.2.41) для диффузионных скоростей w_α можно записать в виде

$$w_\alpha = - \sum_{\beta=1}^N D_{\alpha\beta} (d_\beta + k_{T\beta} \nabla \ln T) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.81)$$

С учетом (2.2.79) и (2.2.81), для вектора полного теплового потока в многокомпонентной смеси получим

$$q = -\lambda \nabla T + \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha h_\alpha w_\alpha + p \sum_{\alpha=1}^N k_{T\alpha} w_\alpha, \quad (2.2.82)$$

где

$$\lambda = \lambda' - nk \sum_{\alpha=1}^N k_{T\alpha} D_{T\alpha} = \lambda' - nk \sum_{\alpha, \beta=1}^N k_{T\alpha} D_{\alpha\beta} k_{T\beta} \quad (2.2.83)$$

— истинный коэффициент теплопроводности многокомпонентной смеси. Коэффициент λ можно измерить непосредственно в стационарной системе, так как в этом случае все диффузионные скорости равны нулю, если газ в целом покоится.

В монографии [11] для смесей нейтральных газов приведены выражения для $k_{T\alpha}$ и λ , позволяющие вычислять их в первом приближении непосредственно через коэффициенты $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$, т.е. без предварительного вычисления коэффициентов переноса λ' , $D_{\alpha\beta}$, $D_{T\alpha}$. В первом приближении метода Чепмена — Энскога для термодиффузионных отношений $k_{T\alpha}$ имеем [11]

$$[k_{T\alpha}]_1 = \frac{5}{2} \sum_{\beta, \gamma=1}^N \Lambda_{\alpha\beta}^{01} (\Lambda^{11})_{\beta\gamma}^{-1} \frac{n_\gamma}{n} \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (2.2.84)$$

где $(\Lambda^{11})_{\beta\gamma}^{-1}$ представляет собой (β, γ) -элемент матрицы, обратной к несингулярной матрице Λ^{11} :

$$\sum_{\gamma=1}^N (\Lambda^{11})_{\beta\gamma}^{-1} \Lambda_{\gamma\alpha}^{11} = \delta_{\beta\alpha} \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.85)$$

В бинарной смеси существует единственное независимое значение термодиффузионного отношения (см. (2.2.80)). Из (2.2.84) следует

$$[k_T]_1 = \frac{5}{2} \frac{(\Lambda_{11}^0 \Lambda_{22}^1 + \Lambda_{12}^0 \Lambda_{21}^1)x_1 - (\Lambda_{11}^0 \Lambda_{12}^1 - \Lambda_{12}^0 \Lambda_{11}^1)x_2}{\Lambda_{11}^1 \Lambda_{22}^1 - \Lambda_{12}^1 \Lambda_{21}^1} =$$

$$(2.2.86)$$

$$= x_1 x_2 (6C_{12}^* - 5) \frac{S_1 x_1 - S_2 x_2}{Q_1 x_1^2 + Q_2 x_2^2 + Q_{12} x_1 x_2},$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} S_1 &= \frac{M_1 + M_2}{2M_2} \frac{[\lambda_{12}]_1}{[\lambda_1]_1} - \frac{15}{4A_{12}^*} \frac{M_2 - M_1}{2M_1} - 1, \\ S_2 &= \frac{M_1 + M_2}{2M_1} \frac{[\lambda_{12}]_1}{[\lambda_2]_1} - \frac{15}{4A_{12}^*} \frac{M_1 - M_2}{2M_2} - 1, \\ Q_1 &= \frac{[\lambda_{12}]_1}{[\lambda_1]_1} \left[3 \frac{M_2}{M_1} + \left(\frac{5}{6} - \frac{6}{5} B_{12}^* \right) \frac{M_1}{M_2} + \frac{8}{5} A_{12}^* \right], \\ Q_2 &= \frac{[\lambda_{12}]_1}{[\lambda_2]_1} \left[3 \frac{M_1}{M_2} + \left(\frac{5}{6} - \frac{6}{5} B_{12}^* \right) \frac{M_2}{M_1} + \frac{8}{5} A_{12}^* \right], \\ Q_{12} &= \frac{16}{5} A_{12}^* \frac{(M_1 M_2)^2}{4M_1 M_2} \frac{[\lambda_{12}]_1^2}{[\lambda_1]_1 [\lambda_2]_1} + \left(11 - \frac{12}{5} B_{12}^* \right) + \\ &+ \frac{15}{8A_{12}^*} \frac{(M_1 - M_2)^2}{M_1 M_2} \left(5 - \frac{12}{5} B_{12}^* \right). \end{aligned} \right. \quad (2.2.87)$$

Здесь

$$[\lambda_{\alpha\beta}]_1 = \frac{25}{8} \frac{nk}{A_{\alpha\beta}^*} [\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1 \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N) \quad (2.2.88)$$

коэффициенты теплопроводности пары газов (α, β) , аналогичные коэффициентам $[\lambda_\alpha]_1$ теплопроводности простого газа сорта α в первом приближении [см. далее (2.2.91)].

Формула (2.2.86) значительно упрощается в случае малой разницы молекулярных весов диффундирующих компонент (например, изотопов одного элемента), когда можно воспользоваться разложением в ряд по степеням малого параметра $(M_1 - M_2)/(M_1 + M_2)$. В результате имеем следующую приближенную формулу для k_T :

$$k_T \approx \frac{15(6C^* - 5)(2A^* + 5)}{2A^*(55 + 16A^* - 12B^*)} \cdot \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} x_1 x_2. \quad (2.2.86a)$$

Термодиффузионное отношение может быть положительным или отрицательным. Положительное значение k_T означает, что компонента 1 диффундирует в холодную, а компонента 2 — в более нагретую область.

в) *Теплопроводность газовой смеси.* Выражение для коэффициента теплопроводности многокомпонентной смеси одноатомных газов, полу-

ченное в [29] в результате решения системы уравнений (2.2.57) в первом приближении ($\xi = 1$), имеет вид

$$[\lambda]_1 = \sum_{\alpha, \beta=1}^N x_{\alpha} (\Lambda^{11})_{\alpha\beta}^{-1} x_{\beta}. \quad (2.2.89)$$

Выражение (2.2.89) так же, как и (2.2.84), может быть записано в виде отношения двух определителей — одного (в числителе) порядка $N+1$, другого (в знаменателе) — порядка N :

$$[\lambda]_1 = \frac{-1}{\det |\Lambda_{\alpha\beta}^{11}|} \begin{vmatrix} \Lambda_{11}^{11} & \dots & \Lambda_{1N}^{11} & x_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Lambda_{N1}^{11} & \dots & \Lambda_{NN}^{11} & x_N \\ x_1 & \dots & x_N & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.2.90)$$

При $N=1$ выражение (2.2.90) сводится к формуле для простого газа:

$$[\lambda_{\alpha}]_1 = \frac{25(\pi M_{\alpha} k T)^{1/2}}{32\pi\sigma_{\alpha}^2 \Omega_{\alpha}^{(2,2)*}} \frac{3k}{2M_{\alpha}} = \frac{25nk}{8A_{\alpha}^*} [\mathcal{D}_{\alpha\alpha}]_1. \quad (2.2.90a)$$

Заметим, что при вычислении коэффициентов переноса для электронов приведенные здесь общие формулы вследствие малости электронной массы можно значительно упростить. Добавим к этому, что поскольку выражения для коэффициентов переноса, следующие из кинетической теории, даже для смеси одноатомных газов весьма сложны, для их численного расчета часто используют полуфеноменологические формулы. Так, коэффициент теплопроводности смеси многоатомных газов с хорошей степенью точности может быть рассчитан по формуле Мэзона и Саксены [30]:

$$\lambda = \sum_{\alpha=1}^N \lambda'_{\alpha} \left(1 + 1,065 \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N G_{\alpha\beta}^{\lambda} \frac{x_{\beta}}{x_{\alpha}} \right)^{-1}, \quad (2.2.91)$$

где

$$\lambda'_{\alpha} = [\lambda_{\alpha}]_1 Eu_{\alpha}, \quad Eu_{\alpha} = 0,115 + 0,354 \frac{C_{p\alpha}}{k}, \quad (2.2.92a)$$

$$G_{\alpha\beta}^{\lambda} = \frac{1}{4} \left(\frac{2M_{\beta}}{M_{\alpha} + M_{\beta}} \right)^{1/2} \left[1 + \left(\frac{M_{\alpha}}{M_{\beta}} \right)^{1/4} \left(\frac{[\lambda_{\alpha}]_1}{[\lambda_{\beta}]_1} \right)^{1/2} \right]^2 \quad (2.2.92b)$$

Здесь Eu_{α} — поправка Эйкена для коэффициента теплопроводности чистого газа, учитывающая внутреннюю энергию реальных многоатомных молекул.

2.2.5. Коэффициенты диффузии и соотношения Стефана — Максвелла для многокомпонентных смесей газов. Если считать, что величины $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$ известны, то коэффициенты переноса $D_{\alpha\beta}$, $D_{T\alpha}$ и λ' можно вычислить с любой степенью точности с помощью решений системы уравнений (2.2.56), (2.2.57) и (2.2.65). Вместе с тем, возникающая часто необходимость учета далеких приближений при вычислении коэффициентов переноса при исследовании течений частично ионизованных смесей атмосфер-

ных газов ($\xi = 3$ и более [9, 25]), обусловленная медленной сходимостью ортогональных разложений возмущенной функции распределения электронов (когда сечения столкновений электронов с нейтральными частицами быстро растут с ростом скоростей электронов), приводит в общем случае к обращению матриц высоких порядков и, тем самым, к чрезвычайно большому объему вычислений [25, 31–33]. Еще более громоздким оказывается выражение для истинного коэффициента теплопроводности. Для его вычисления необходимо исключить из (2.2.49) векторы d_β ($\beta = 1, 2, \dots, N$) с помощью диффузионных соотношений (2.2.41). Формальное решение последних относительно d_β дает

$$d_\beta = - \sum_{\alpha=1}^N E_{\beta\alpha} w_\alpha - \sum_{\alpha=1}^N D_{T\alpha} E_{\beta\alpha} \nabla \ln T, \quad (2.2.93)$$

где $E_{\beta\alpha}$ — элементы матрицы, обратной к матрице с элементами $D_{\alpha\beta}$. Подставляя (2.2.93) в (2.2.49), найдем

$$q = -\lambda \nabla T + \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha h_\alpha w_\alpha + p \sum_{\alpha, \beta=1}^N D_{T\beta} E_{\beta\alpha} w_\alpha, \quad (2.2.94)$$

где истинный коэффициент теплопроводности дается выражением

$$\lambda = \lambda' - kn \sum_{\alpha, \beta=1}^N D_{T\beta} E_{\alpha\beta} D_{T\alpha}. \quad (2.2.95)$$

В области атмосферы, где переносные свойства определяются, в основном, нейтральными компонентами, величина λ' мало отличается от коэффициента теплопроводности λ , и вторым членом в (2.2.95) часто можно пренебречь. Однако с появлением, например, электронной компоненты вклад второго члена в (2.2.95) весьма существен и может достигать порядка 30 % [29]. Формула (2.2.95) в случае смеси частично ионизованных газов чрезвычайно сложна, поскольку соответствующие расчеты требуют двукратного обращения матриц высоких порядков*): одно обращение связано с нахождением коэффициентов λ' , $D_{\beta\alpha}$ и $D_{T\alpha}$ из систем уравнений (2.2.56), (2.2.57) и (2.2.65), а второе — с разрешением системы (2.2.41) относительно векторов d_β . К тому же система уравнений, получающаяся после подстановки w_α из (2.2.41) в диффузионные уравнения (2.1.43), оказывается не разрешенной относительно старших производных. Как известно, численная реализация подобных систем сопряжена с большими трудностями. Поэтому при описании диффузионных процессов в аэродинамике удобно иметь определяющие уравнения (2.2.41) (разрешенные относительно диффузионных термодинамических сил d_β через потоки w_α), записанные в виде соотношений Стефана — Максвелла, в которые вместо многокомпонентных коэффициентов диффузии $D_{\alpha\beta}$ входят коэффициенты

* В [29] для смесей нейтральных газов при использовании термодиффузионных соотношений $k_{T\alpha}$ получено выражение, позволяющее вычислять коэффициенты теплопроводности непосредственно через коэффициенты $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$ (т.е. без предварительного вычисления $D_{\alpha\beta}$, λ' , $D_{T\alpha}$), но это выражение справедливо лишь в первом приближении.

диффузии в бинарных смесях газов $\mathcal{D}_{\alpha\beta}$

$$d_\beta = \sum_{\alpha=1}^N R_{\beta\alpha} (w_\alpha - w_\beta) + \nabla \ln T \sum_{\alpha=1}^N R_{\beta\alpha} (D_{T\alpha} - D_{T\beta}), \quad (2.2.96)$$

($\beta = 1, 2, \dots, N$)

где $R_{\beta\alpha}$ ($\beta, \alpha = 1, 2, \dots, N$) — так называемые коэффициенты сопротивления диффузии, связанные с $\mathcal{D}_{\alpha\beta}$. Наличие точных соотношений Стефана — Максвелла (справедливых в высших приближениях коэффициентов переноса) позволяет получить также и наиболее простые формулы для истинного коэффициента теплопроводности и коэффициентов термодиффузии в любом приближении [34].

Исторически соотношения (2.2.96) были получены Стефаном [35] и Максвеллом [36] феноменологически — без учета термодиффузии ($D_{T\alpha} = 0$) — в предположении, что сила, действующая на α -ю частицу со стороны β -й, пропорциональна разности их диффузионных скоростей, а полная сила сопротивления движению α -й частицы в смеси равна сумме независимых сил сопротивлений от всех остальных частиц других сортов. Кроме того, они допустили, что матрица коэффициентов сопротивления $\|R_{\beta\alpha}\|$ для многокомпонентных смесей симметрична.

Соотношения Стефана — Максвелла в кинетической теории смесей одноатомных газов были получены в рамках учета первого приближения для многокомпонентных коэффициентов диффузии $[D_{\alpha\beta}]_1$ и второго приближения для коэффициентов термодиффузии $[D_{T\beta}]_2$ [2]*):

$$d_\beta = \sum_{\substack{\alpha=1 \\ \alpha \neq \beta}}^N \frac{x_\alpha x_\beta}{[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1} (w_\alpha - w_\beta) + \nabla \ln T \sum_{\alpha=1}^N \frac{x_\alpha x_\beta}{[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1} ([D_{T\alpha}]_2 - [D_{T\beta}]_2)$$

($\beta = 1, 2, \dots, N$). (2.2.97)

При подстановке диффузионных сил d_β из (2.2.97) в (2.2.49) для коэффициента теплопроводности в этом приближении имеем

$$\lambda = [\lambda']_2 - \frac{kn}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^N \frac{x_\alpha x_\beta}{[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1} ([D_{T\alpha}]_2 - [D_{T\beta}]_2)^2. \quad (2.2.98)$$

В [29] соотношения (2.2.97) и коэффициент теплопроводности были получены в рамках полного второго приближения, однако симметрии коэффициентов $R_{\alpha\beta}$ в этом приближении не было установлено. В [37] было высказано предположение, что во втором приближении теории Чепмена — Энскога матрица $\|R_{\alpha\beta}\|$ несимметрична. Позднее [38] предпринималась попытка получить соотношения (2.2.96) из кинетической теории газов в любом приближении теории Чепмена — Энскога, но был сделан неверный вывод о том, что поправочные множители к бинарным коэффициентам диффузии (учитывающие высшие приближения при разложении

*) Нами принята номенклатура [11], согласно которой первым приближением коэффициента переноса считается первое отличное от нуля приближение. Поэтому, например, для коэффициента термодиффузии первое приближение в [11] соответствует второму приближению [2].

возмущенных функций распределения компонент в ряды по полиномам Сонина — Лаггера) зависят только от числа приближений и числа компонент в системе; кроме того, не был получен явный вид этой поправки. Соотношения Стефана — Максвелла для частично ионизованных газов в предельном случае нулевого магнитного поля и формулы для поправок к бинарным коэффициентам диффузии в любом приближении коэффициентов переноса были выведены в [34]. Одновременно показана симметрия коэффициентов сопротивления — в полном согласии с соответствующими результатами термодинамики необратимых процессов [39] (см. далее формулу (2.2.112)).

а) *Коэффициенты диффузии в многокомпонентных и бинарных смесях.* Придадим системе (2.2.56) более наглядный вид. Для простоты положим $\xi = 2^*$:

$$\sum_{\beta=1}^N \Lambda_{\alpha\beta}^{00} d_{\beta,0}^{\gamma}(2) + \sum_{\beta=1}^N \Lambda_{\alpha\beta}^{01} d_{\beta,1}^{\gamma}(2) = -\frac{8}{25k} \left(\delta_{\alpha\gamma} - \frac{M_{\alpha} n_{\alpha}}{\rho} \right), \quad (2.2.99)$$

$$\sum_{\beta=1}^N \Lambda_{\alpha\beta}^{10} d_{\beta,0}^{\gamma}(2) + \sum_{\beta=1}^N \Lambda_{\alpha\beta}^{11} d_{\beta,1}^{\gamma}(2) = 0$$

$$(\alpha, \gamma = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.100)$$

Матрица $\Lambda_{\alpha\beta}^{11}$ несингулярна, в чем легко можно убедиться, рассматривая соотношения (2.2.70) и (2.2.70 д). Поэтому решение системы (2.2.100) имеет вид

$$d_{\delta,1}^{\gamma}(2) = - \sum_{\alpha,\beta=1}^N (\Lambda^{11})_{\delta\alpha}^{-1} \Lambda_{\alpha\beta}^{10} d_{\beta,0}^{\gamma}(2) \quad (\gamma, \delta = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.101)$$

Подставляя (2.2.101) в (2.2.99) и используя соотношения (2.2.63), (2.2.64), а также выражения для коэффициентов (см. (2.2.53) и (2.2.69))

$$[D_{\alpha\beta}]_2 = \frac{1}{2n} d_{\gamma,\delta}^{\beta}(2), \quad [D_{\alpha\beta}]_1 = -\frac{4x_{\alpha}x_{\beta}}{25kn\Lambda_{\alpha\beta}^{00}},$$

получаем следующую систему уравнений для многокомпонентных коэффициентов диффузии в смеси:

$$\sum_{\beta=1 \atop \beta \neq \alpha}^N \frac{x_{\alpha}x_{\beta}}{[D_{\alpha\beta}]_1 f_{\alpha\beta}^N(\xi)} ([D_{\gamma\alpha}]_{\xi} - [D_{\gamma\beta}]_{\xi}) = \delta_{\alpha\gamma} - \frac{M_{\alpha} n_{\alpha}}{\rho}, \quad (2.2.102)$$

$$\sum_{\alpha=1}^N [D_{\gamma\alpha}]_{\xi} M_{\alpha} n_{\alpha} = 0 \quad (\alpha, \gamma = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.103)$$

Здесь $f_{\alpha\beta}^N(\xi)$ — поправочные множители, учитывающие высшие приближе-

*Общий случай рассмотрен в [40].

ния в бинарных коэффициентах диффузии многокомпонентной смеси:

$$f_{\alpha\beta}^N(\xi) = [1 - \Delta_{\alpha\beta}^N(\xi)]^{-1}, \quad (2.2.104)$$

$$\Delta_{\alpha\beta}^N(1) = 0, \quad \Delta_{\alpha\beta}^N(2) = \sum_{\gamma, \delta=1}^N \Lambda_{\alpha\gamma}^{01} (\Lambda^{11})_{\gamma\delta}^{-1} \Lambda_{\delta\beta}^{10} / \Lambda_{\alpha\beta}^{00}. \quad (2.2.105)$$

Легко убедиться в том, что для бинарной смеси выполняется равенство

$$\Delta_{12}^2(2) = \frac{\Lambda_{11}^{10} (\Lambda_{11}^{01} \Lambda_{22}^{11} - \Lambda_{12}^{01} \Lambda_{21}^{11}) - \Lambda_{22}^{10} (\Lambda_{12}^{01} \Lambda_{11}^{11} - \Lambda_{11}^{01} \Lambda_{12}^{11})}{\Lambda_{11}^{00} (\Lambda_{11}^{11} \Lambda_{22}^{11} - \Lambda_{22}^{11} \Lambda_{11}^{11})},$$

которое, при использовании выражений (2.2.70), можно записать в виде

$$\Delta_{12}^2(2) = \frac{1}{10} (6C_{12}^* - 5)^2 \frac{P_1 x_1^2 + P_2 x_2^2 + P_{12} x_1 x_2}{Q_1 x_1^2 + Q_2 x_2^2 + Q_{12} x_1 x_2}, \quad (2.2.106)$$

где

$$P_1 = \frac{M_1}{M_2} \frac{[\lambda_{12}]_1}{[\lambda_1]_1}, \quad P_2 = \frac{M_2}{M_1} \frac{[\lambda_{12}]_1}{[\lambda_2]_1}, \quad P_{12} = \frac{15}{4A_{12}^*} \frac{(M_1 - M_2)^2}{M_1 M_2} + 2, \quad (2.2.107)$$

а Q_1, Q_2 и Q_{12} определяются формулой (2.2.87). Необходимо отметить, что известные в литературе [41] соотношения (2.2.102) в первом приближении имеют место также в любом приближении для коэффициентов переноса [40], причем в ξ -м приближении выражение для поправок $\Delta_{\alpha\beta}^N(\xi)$ может быть записано в следующем рекуррентном виде:

$$\Delta_{\alpha\beta}^N(\xi) = 1 - \frac{1}{\Lambda_{\alpha\beta}^{00}} \left[\frac{1}{\xi} W \right]_{\alpha\beta}^{00},$$

где

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{\xi} W \right]_{\alpha\beta}^{pk} &\equiv \Lambda_{\alpha\beta}^{pk}, \\ \left[\frac{m}{n} W \right]_{\alpha\beta}^{pk} &= \left[\frac{m+1}{n-1} W \right]_{\alpha\beta}^{pk} - \\ &- \sum_{\gamma, \delta=1}^N \left[\frac{m+1}{n-1} W \right]_{\alpha\gamma}^{pm} (\Lambda_{\gamma\delta}^{m+1})_{\gamma\delta}^{-1} \left[\frac{m+1}{n-1} W \right]_{\delta\beta}^{mk}, \end{aligned} \quad (2.2.105a)$$

а индексы перед W отождествляют соответствующую функцию. Например, для поправки $\Delta_{\alpha\beta}^N(3)$ имеем:

$$\Delta_{\alpha\beta}^N(3) = 1 - \frac{1}{\Lambda_{\alpha\beta}^{00}} \left[W_{\alpha\beta}^{00} - \sum_{\delta, \gamma=1}^N W_{\alpha\delta}^{01} (W^{11})_{\delta\gamma}^{-1} W_{\gamma\beta}^{10} \right],$$

$$W_{\alpha\beta}^{pk} = \Lambda_{\alpha\beta}^{pk} - \sum_{\delta, \gamma=1}^N \Lambda_{\alpha\delta}^{p2} (\Lambda^{22})_{\delta\gamma}^{-1} \Lambda_{\gamma\beta}^{2k}$$

(здесь введено обозначение $\left[\frac{2}{2} W \right] \equiv W$).

Системы (2.2.102)–(2.2.103) могут быть объединены в соотношения

$$\sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N [D_{\beta\gamma}]_{\xi} \left(\frac{x_{\alpha} x_{\beta}}{[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_{\xi}} + \sum_{\substack{\gamma=1 \\ \gamma \neq \alpha}}^N \frac{x_{\gamma} x_{\beta} M_{\beta}}{M_{\alpha} [\mathcal{D}_{\alpha\gamma}]_{\xi}} \right) = \frac{M_{\alpha} n_{\alpha}}{\rho} - \delta_{\alpha\gamma} \quad (2.2.108)$$

($\alpha, \gamma = 1, 2, \dots, N$),

связывающие многокомпонентные коэффициенты диффузии $[D_{\beta\gamma}]_{\xi}$ с коэффициентами диффузии $[D_{\alpha\gamma}]_{\xi}$ бинарных смесей в приближениях высших порядков.

Для бинарной смеси из (2.2.108) следует

$$\begin{aligned} [D_{11}]_{\xi} &= n^2 n_2 M_2^2 [\mathcal{D}_{12}]_{\xi} / n_1 \rho^2, \\ [D_{22}]_{\xi} &= n^2 n_1 M_1^2 [\mathcal{D}_{12}]_{\xi} / n_2 \rho^2, \\ [D_{12}]_{\xi} &= [D_{21}]_{\xi} = -n^2 M_1 M_2 [\mathcal{D}_{12}]_{\xi} / \rho^2. \end{aligned} \quad (2.2.109)$$

Для смеси, состоящей из трех компонент, уравнения (2.2.108) позволяют определить

$$\begin{aligned} [D_{11}]_{\xi} &= \\ &= \frac{n^2}{\rho^2 n_1} \cdot \frac{n_1 n_3 M_3^2 [\mathcal{D}_{23}]_{\xi} [\mathcal{D}_{31}]_{\xi} + n_1 n_2 M_2^2 [\mathcal{D}_{12}]_{\xi} [\mathcal{D}_{23}]_{\xi} + (\rho_2 + \rho_3)^2 [\mathcal{D}_{31}]_{\xi} [\mathcal{D}_{12}]_{\xi}}{n_1 [\mathcal{D}_{23}]_{\xi} + n_2 [\mathcal{D}_{31}]_{\xi} + n_3 [\mathcal{D}_{12}]_{\xi}}, \\ [D_{12}]_{\xi} &= \\ &= \frac{n^2}{\rho^2} \cdot \frac{n_3 M_3^2 [\mathcal{D}_{23}]_{\xi} [\mathcal{D}_{31}]_{\xi} - M_2 (\rho_1 + \rho_2) [\mathcal{D}_{12}]_{\xi} [\mathcal{D}_{23}]_{\xi} - M_1 (\rho_2 + \rho_3) [\mathcal{D}_{31}]_{\xi} [\mathcal{D}_{12}]_{\xi}}{n_1 [\mathcal{D}_{23}]_{\xi} + n_2 [\mathcal{D}_{31}]_{\xi} + n_3 [\mathcal{D}_{12}]_{\xi}} \end{aligned} \quad (2.2.110)$$

где $\rho_{\alpha} = n_{\alpha} M_{\alpha}$ — массовая плотность частиц сорта α . Выражения для остальных $[D_{\alpha\beta}]_{\xi}$ можно получить из (2.2.110) с помощью соответствующей перестановки индексов. При $\xi = 1$ соотношения (2.2.110) совпадают с формулами для $[D_{\alpha\beta}]_1$ из [41].

б) *Соотношения Стефана — Максвелла в высших приближениях коэффициентов переноса.* Соотношения (2.2.108), связывающие многокомпонентные коэффициенты диффузии с коэффициентами диффузии бинарных смесей для различных пар компонент системы, в общем случае трудно использовать для определения $[D_{\alpha\beta}]_{\xi}$. Поэтому, как было отмечено выше, часто выгодна иная формулировка задачи. Введем термодиффузионные отношения [11]

$$\sum_{\gamma=1}^N [D_{\gamma\alpha}]_{\xi} [k_{\tau\gamma}]_{\xi-1} = [D_{\tau\alpha}]_{\xi-1}, \quad \sum_{\gamma=1}^N [k_{\tau\gamma}]_{\xi-1} = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N). \quad (2.2.111)$$

Умножим обе части уравнений (2.2.102) на $d_{\gamma} + [k_{\tau\gamma}]_{\xi-1} \nabla \ln T$ и просуммируем по γ . Учитывая (2.2.81) и (2.2.111), получим соотношения Стефана — Максвелла в виде

$$\sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{x_{\alpha} x_{\beta}}{[\mathcal{D}_{\alpha\beta}]_1 f_{\alpha\beta}^N(\xi)} (w_{\beta} - w_{\alpha}) = d_{\alpha} + [k_{\tau\alpha}]_{\xi-1} \nabla \ln T, \quad (2.2.112)$$

где

$$d_{\alpha} = \nabla x_{\alpha} + \left(x_{\alpha} - \frac{\rho_{\alpha}}{\rho} \right) \nabla \ln p - \frac{\rho_{\alpha}}{p\rho} \left(\frac{\rho}{M_{\alpha}} \langle F_{\alpha} \rangle - \sum_{\beta=1}^N n_{\beta} \langle F_{\beta} \rangle \right)$$

— векторы диффузионных термодинамических сил.

Уравнения (2.2.112) не независимы; сумма их дает тождество. Выпишем выражение для вектора полного теплового потока смеси, соответствующее соотношениям (2.2.112). После подстановки d_α из (2.2.112) в (2.2.49), получим

$$q = -\lambda \nabla T + \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha h_\alpha w_\alpha + p \sum_{\alpha=1}^N [k_{T\alpha}]_{\xi-1} w_\alpha, \quad (2.2.113)$$

где

$$\lambda = [\lambda']_{\xi-1} - nk \sum_{\alpha, \beta=1}^N [k_{T\alpha}]_{\xi-1} [D_{\alpha\beta}]_\xi [k_{T\beta}]_{\xi-1}.$$

Следует отметить, что в первом приближении в соотношения Стефана — Максвелла (2.2.112), так же, как и в выражение (2.2.113) для вектора теплового потока, не входят термодиффузионные отношения, которые связывают коэффициенты диффузии, описывающие эффекты переноса первого порядка, с коэффициентами термодиффузии, описывающими эффекты второго порядка малости [11].

Легко установить соответствие соотношений (2.2.112) и классических соотношений Стефана — Максвелла (2.2.97), связывая термодиффузионные отношения $k_{T\alpha}$ с коэффициентами термодиффузии $D_{T\alpha}$. Умножая для этого (2.2.102) на $[k_{T\gamma}]_{\xi-1}$ и суммируя по γ , получим, с использованием (2.2.111), уравнение

$$\sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{x_\alpha x_\beta}{[D_{\alpha\beta}]_1 f_{\alpha\beta}^N(\xi)} ([D_{T\alpha}]_{\xi-1} - [D_{T\beta}]_{\xi-1}) = [k_{T\alpha}]_{\xi-1} \quad (2.2.114)$$

$$(\alpha = 1, 2, \dots, N),$$

которое может быть, вообще говоря, использовано для определения коэффициентов термодиффузии $D_{T\alpha}$. Соотношения (2.2.112), с учетом (2.2.114), принимают следующий вид:

$$d_\alpha = \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{x_\alpha x_\beta (w_\beta - w_\alpha)}{[D_{\alpha\beta}]_1 f_{\alpha\beta}^N(\xi)} + \\ + \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{x_\alpha x_\beta}{[D_{\alpha\beta}]_1 f_{\alpha\beta}^N(\xi)} ([D_{T\beta}]_{\xi-1} - [D_{T\alpha}]_{\xi-1}) \nabla \ln T. \quad (2.2.115)$$

Заметим, однако, что при решении задач многокомпонентной гидродинамики с учетом термодиффузии удобнее использовать соотношения Стефана — Максвелла в виде (2.2.112), так как термодиффузионные отношения в случаях как нейтральной, так и частично ионизированной смеси можно вычислять непосредственно по формулам (2.2.84) — без предварительного вычисления коэффициентов диффузии и термодиффузии. Обобщение соотношений (2.2.84) на случай высших приближений коэффициентов переноса, полученное в [40], может быть записано через функции $[J_n^m W]$ (см.

(2.2.105a)) в следующем рекуррентном виде:

$$[k_{\tau\alpha}]_{\xi+1} = \frac{5}{2} \sum_{\gamma, \delta=1}^N x_{\gamma} [{}^2W]_{\delta\alpha}^1 ({}^2W)^{-1}_{\xi\delta} \quad (2.2.116)$$

2.2.6. Многокомпонентная диффузия в верхней атмосфере. Соотношения Стефана — Максвелла служат исходными при анализе процессов многокомпонентной диффузии в верхней атмосфере, существенно влияющих на пространственное распределение компонент. Макроскопическая внешняя сила, действующая на частицу газа сорта α в относительной системе координат, связанной с поверхностью планеты и вращающейся относительно инерциальной системы с постоянной угловой скоростью ω , определяется выражением

$$\langle F_{\alpha} \rangle = M_{\alpha} g_e - M_{\alpha} 2 \vec{\omega} \times V_{\alpha},$$

где

$$g_e = \omega^2 R + \frac{GM_{пп}}{|R|^3} R, \quad (2.2.117)$$

— приведенное гравитационное ускорение (R — центральный радиус-вектор). При подстановке (2.2.117) в (2.2.31), с учетом соотношения $p_{\alpha} = x_{\alpha} p$ для парциального давления, выражение для вектора термодинамической диффузионной силы d_{α} принимает вид

$$d_{\alpha} = \frac{1}{p} \left(\nabla p_{\alpha} - \frac{\rho_{\alpha}}{\rho} \nabla p + 2 \rho_{\alpha} \vec{\omega} \times w_{\alpha} \right). \quad (2.2.118)$$

Используя (2.2.118) и (2.1.41), перепишем (2.2.112) в виде (согласующемся с приближением Чепмена — Энскога (см. п. 2.2.2)) уравнений движения для отдельных компонент смеси в относительной системе координат:

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha} \left(\frac{dV}{dt} + 2 \vec{\omega} \times V \right) = & - \nabla p_{\alpha} + \frac{\rho_{\alpha}}{\rho} \nabla \cdot \hat{n} + p \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{x_{\alpha} x_{\beta}}{\mathcal{D}_{\alpha\beta}} (w_{\beta} - w_{\alpha}) - \\ & - p k_{\tau\alpha} \nabla \ln T + \rho_{\alpha} g_e - 2 \rho_{\alpha} \vec{\omega} \times w_{\alpha} \\ (\alpha = 1, 2, \dots, N). \end{aligned} \quad (2.2.119)$$

В правой части (2.2.119) стоят члены, описывающие влияние сил, приложенных к частицам сорта α при их движении. Кроме внешних сил $n_{\alpha} \langle F_{\alpha} \rangle$, отнесенных к единице объема, сюда относятся градиент парциального давления, сила вязкого трения, сила трения, отражающая взаимодействие между однокомпонентными средами, и термосила, вызывающая термодиффузию. Ввиду малой разницы молекулярных весов диффундирующих газов в верхней атмосфере влияние термодиффузии на распределение нейтральных компонент смеси следует учитывать только для легких малых составляющих, таких, например, как H, D и He [42].

Вводя эффективную частоту столкновений частиц α - и β -сорт

$$\tau_{\alpha\beta}^{-1} = k T x_{\beta} / M_{\alpha\beta} \mathcal{D}_{\alpha\beta},$$

где

$$M_{\alpha\beta} = M_{\alpha} M_{\beta} / (M_{\alpha} + M_{\beta})$$

— приведенная масса, запишем столкновительный член $\vec{\mathcal{M}}_{\alpha\beta}$ в (2.2.119) в виде

$$\vec{\mathcal{M}}_{\alpha\beta} \equiv p \frac{x_{\alpha} x_{\beta}}{\mathcal{D}_{\alpha\beta}} (w_{\beta} - w_{\alpha}) = n_{\alpha} M_{\alpha\beta} \tau_{\alpha\beta}^{-1} (w_{\beta} - w_{\alpha}). \quad (2.2.120)$$

Используя формулы (2.2.67) и (2.2.69), для величин $\tau_{\alpha\beta}^{-1}$ в первом приближении теории Чепмена — Энскога легко получаем

$$\tau_{\alpha\beta}^{-1} = n_{\beta} \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8kT}{\pi M_{\alpha\beta}}} \pi \sigma_{\alpha\beta}^2 \Omega_{\alpha\beta}^{(1,1)*} = n_{\beta} \bar{g}_{\alpha\beta} \bar{Q}_{\alpha\beta}. \quad (2.2.121)$$

Здесь $\bar{g}_{\alpha\beta} = (8kT/\pi M_{\alpha\beta})^{1/2}$ — средняя относительная скорость частиц с максвелловским распределением по скоростям, $\bar{Q}_{\alpha\beta}$ — среднее эффективное сечение столкновений с передачей импульса между частицами типа α и β . Из соотношений (2.2.67) и (2.2.68) следует, что

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{\alpha\beta} &= \frac{4}{3} \pi \sigma_{\alpha\beta}^2 \Omega_{\alpha\beta}^{(1,1)*} = \\ &= \frac{4}{3} \left(\frac{M_{\alpha\beta}}{2kT} \right)^3 \int_0^{\infty} Q_{\alpha\beta}(g) \exp \left[- \left(\frac{M_{\alpha\beta}}{2kT} \right) g^2 \right] g^5 dg, \end{aligned} \quad (2.2.122)$$

где $Q_{\alpha\beta}$ — сечение столкновений с передачей импульса между частицами типа α и β , имеющими относительную тепловую скорость g . Для основных компонент верхней атмосферы Земли средние сечения столкновений $\bar{Q}_{\alpha\beta}$ приведены в [43–45] (см. также § 5.3.).

Рассматривая верхнюю атмосферу как частично ионизованную многокомпонентную смесь газов, можно при использовании соотношений Стефана — Максвелла (2.2.112) получить уравнение движения только для нейтральной составляющей. В случае, когда гидродинамическая скорость системы V приближенно совпадает со скоростью нейтрального газа V_n , компоненты которого не диффундируют друг относительно друга ($w_{\alpha} = 0$), суммирование соотношений (2.2.119) по индексу α , относящемуся только к нейтральным компонентам смеси, приводит к следующему полному уравнению движения нейтральной верхней атмосферы:

$$\begin{aligned} \rho_n \left(\frac{dV_n}{dt} + 2\vec{\omega} \times V_n \right) &= -\nabla p_n + \frac{\rho_n}{\rho} \nabla \cdot \hat{n} + \\ &+ \sum_{\alpha}^{(n)} \sum_{\beta}^{(i)} n_{\alpha} M_{\alpha\beta} \tau_{\alpha\beta}^{-1} (V_{\beta} - V_n) - p \sum_{\alpha}^{(n)} k_{T\alpha} \nabla \ln T + \rho_n g_e. \end{aligned} \quad (2.2.123)$$

Здесь $\rho_n = \sum_{\alpha}^{(n)} \rho_{\alpha}$ — массовая плотность нейтральных частиц системы; $p_n = \sum_{\alpha}^{(n)} p_{\alpha}$ — давление нейтрального газа; верхние индексы (n) и (i) у сумм означают суммирование по нейтральным либо заряженным компонентам смеси соответственно. Третий член в правой части уравнения (2.2.123) описывает ионное торможение; этот член появляется при взаимодействии нейтральной атмосферы с ионосферой.

Рассмотрим теперь другую форму записи соотношений Стефана – Максвелла, полезную для астрономических приложений. При использовании уравнения состояния α -ой компоненты $p_\alpha = kTn_\alpha$ и уравнения движения полного континуума (2.1.41), соотношения (2.2.112) легко могут быть преобразованы к виду

$$\nabla n_\alpha = -\frac{n_\alpha}{H_\alpha} k_z - \left(1 + \frac{k_{T\alpha}}{x_\alpha}\right) \frac{n_\alpha}{T} \nabla T + \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{n_\alpha n_\beta (V_\beta - V_\alpha)}{n \mathcal{D}_{\alpha\beta}} - \\ - 2 \frac{n_\alpha M_\alpha}{kT} \vec{\omega} \times V_\alpha + \frac{n_\alpha M_\alpha}{kT} \vec{\Psi} \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (2.2.124)$$

где $g_e = -gk_z$, k_z — единичный вектор в вертикальном направлении; $H_\alpha = kT/M_\alpha g$ — локальная шкала высот для α -й компоненты; $\rho \vec{\Psi} \equiv -\rho dV/dt + \nabla \cdot \hat{\pi}$.

В верхних атмосферах планет обычно справедливо условие $\vec{\Psi} \cdot k_z \approx 0$ [19, 46–47], т.е. в вертикальном направлении выполняется уравнение гидростатического равновесия $\partial p / \partial z = -\rho g$. В этом случае соотношения (2.2.124) в направлении k_z принимают простую форму

$$\frac{dn_\alpha}{dz} = -\frac{n_\alpha}{H_\alpha} - \left(1 + \frac{k_{T\alpha}}{x_\alpha}\right) \frac{n_\alpha}{T} \cdot \frac{dT}{dz} + \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{n_\alpha n_\beta (V_{\beta z} - V_{\alpha z})}{n \mathcal{D}_{\alpha\beta}} - \\ - 2 \frac{n_\alpha M_\alpha}{kT} (\omega_x V_{\alpha y} - \omega_y V_{\alpha x}) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (2.2.124a)$$

используемую во многих работах (см., например, [46–51]) при определении высотного распределения компонент в нейтральной верхней атмосфере. Проинтегрировав (2.2.124a), получим, в частности, вертикальный ход плотностей n_α в области высот, где имеет место диффузионное равновесие:

$$n_\alpha(z) = \overline{n_\alpha(z)} \exp \left[- \int_{z_0}^z \frac{k_{T\alpha}}{x_\alpha} \frac{d \ln T}{dz'} dz' \right]. \quad (2.2.125)$$

Здесь

$$\overline{n_\alpha(z)} = (T_0/T) n_{\alpha 0} \exp \left(- \int_{z_0}^z dz' / H_\alpha \right) \quad (2.2.126)$$

— барометрическая формула Больцмана для распределения n_α при отсутствии эффектов термодиффузии; T_0 и $n_{\alpha 0}$ — температура и плотность частиц сорта α на произвольно выбранном уровне $z = z_0$.

ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗАДАЧАХ АЭРОНОМИИ

Проходя сквозь газовую оболочку небесного тела (планеты, кометы), солнечное излучение взаимодействует с веществом, многократно поглощаясь, переизлучаясь и рассеиваясь. Перенос энергии фотонами вызывает следующие радиативные процессы: 1) фотовозбуждение, или связанно-связанное поглощение, при котором фотон поглощается атомом (или молекулой), приводя к переходу электрона между его дискретными состояниями, и обратный процесс девозбуждения атома с испусканием фотона в результате столкновения его с другой частицей; 2) фотоионизация, или связанно-свободное поглощение, при котором происходит отрыв связанного электрона атома (молекулы) с одного из дискретных уровней и его переход с конечной кинетической энергией в состояние с непрерывным энергетическим спектром — континуумом, а также обратный процесс захвата свободного электрона на связанный уровень с рождением фотона (радиативная рекомбинация); 3) свободно-свободное поглощение, при котором фотон поглощается свободным электроном, движущимся в поле иона, в результате чего изменяется его кинетическая энергия относительно иона, в поле которого он движется, и обратный процесс, приводящий к излучению фотона (тормозное излучение); 4) рассеяние фотонов, в том числе когерентное рэлеевское рассеяние (связанными системами атомов и молекул), неупругое комбинационное рассеяние связанными системами и комптоновское рассеяние (свободными электронами), при которых фотон не исчезает, а только изменяет направление и, возможно, слегка смещается по частоте. Эти процессы определяют перенос излучения в атмосферном газе и околопланетном пространстве.

Анализу механизма радиационного переноса и кинетики перечисленных процессов, включая вопросы трансформации солнечного излучения и эффективности теплообмена в верхней атмосфере, посвящена настоящая глава. Выводится уравнение переноса излучения в веществе (§ 3.1), проанализирован вклад излучения и аэрономических реакций в гидродинамические уравнения (§ 3.2), исследуются радиационные процессы в статифицированной атмосфере (§ 3.3). Рассмотрение этих проблем с единых позиций основополагающих кинетических уравнений обеспечивает логическую связь с гидродинамическим описанием, развитым в предыдущей главе, и одновременно позволяет естественным образом замкнуть систему макроскопических уравнений, выведенную в п. 2.1.6.

§ 3.1. Уравнение переиоса излучения

3.1.1. Интеграл столкновений Больцмана с учетом излучения. Чтобы аккуратно рассмотреть радиативные процессы, вновь обратимся к уравнению Больцмана (2.1.24), записанному для фотонов, с интегралом столкновений в форме, учитывающей многочисленные неупругие столкновения при взаимодействии излучения с многокомпонентным многоатомным газом. В общем случае интеграл столкновений $(\delta f_{\alpha s} / \delta t)_{st}$, входящий в правую часть (2.1.24), определяется выражением [1]

$$\left(\frac{\delta f_{\alpha s}}{\delta t} \right)_{st} = \sum_{\beta, \alpha' \leq \beta'} \sum_{j, j', s'} h^6 \int \{ f_{\alpha' s'} f_{\beta' j'} [h^{-3} \pm f_{\alpha s}] [h^{-3} \pm f_{\beta j}] - f_{\alpha s} f_{\beta j} [h^{-3} \pm f_{\alpha' s'}] [h^{-3} \pm f_{\beta' j'}] \} |g_{\alpha \beta}| d\sigma(p_{\alpha} s p_{\beta} j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_{\beta} \quad (3.1.1)$$

($\alpha = 1, 2, \dots, N; s = 1, 2, \dots$),

где интегрирование производится по всем значениям импульсов $p_{\alpha'}$, $p_{\beta'}$ и p_{β} , совместным с условиями (2.1.19) сохранения массы, импульса и энергии взаимодействующих частиц. Здесь $d\sigma(p_{\alpha} s p_{\beta} j \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j')$ — дифференциальное эффективное сечение бинарной реакции $\alpha(s) + \beta(j) \rightarrow \alpha'(s') + \beta'(j')$ между частицами α и β в состояниях s и j ; h — постоянная Планка; $|g_{\alpha \beta}|$ — модуль относительной скорости частиц α и β ; $f_{\alpha s} \equiv f_{\alpha s}(r, p_{\alpha}, s, t)$, $f_{\beta' j'} \equiv f_{\beta' j'}(r, p_{\beta'}, j', t)$; штрихованные и нештрихованные величины отмечают начальное и конечное состояния соответственно. При написании интеграла (3.1.1) предполагалось равенство $f_{\alpha s}(p_{\alpha}, s) = f_{\alpha s}(p_{\alpha}, -s)$, справедливое, когда молекулы не обладают моментом импульса — спиновым, орбитальным, вращательным, и использовано соотношение взаимности (2.1.22). Допускается также, что если некоторые возбужденные состояния вырождены, то сечения осреднены по начальным и просуммированы по конечным вырожденным состояниям. Множители $[h^{-3} \pm f_{\alpha s}]$ учитывают зависимость вероятности столкновения от функций распределения частиц после столкновения (принцип запрета Паули); знаки плюс и минус относятся, соответственно, к частицам бозевского (фотоны, молекулы) и фермиевского (электроны) типов. В случае столкновений более общего типа (например, столкновений с участием более двух частиц, включая фотон в начальном состоянии, когда величина $|g_{\alpha \beta}|$ равна скорости света c) в (3.1.1) следует считать, что некоторые из символов (или все) $\beta, \alpha', \beta', j, s'$ и j' относятся более чем к одной частице. Например, для свободно-свободного поглощения индексы β, j относятся одновременно к парам ион-электрон, находящимся в энергетическом состоянии j . В этом случае сечение $d\sigma(\)$ зависит от состояния импульса электрона, и суммирование по β и j означает суммирование для всех ионов плюс интегрирование по состояниям импульса свободного электрона [1]. Явно выраженная через индивидуальные функции распределения частиц, форма записи (3.1.1) для общего случая приведены в [2].

Перепишем выражение в фигурных скобках (3.1.1) в виде

$$(h^{-3} \pm f_{\alpha s})(h^{-3} \pm f_{\beta j})(h^{-3} \pm f_{\alpha' s'})(h^{-3} \pm f_{\beta' j'}) \times$$

$$\times \left[\frac{f_{\alpha' s'}}{h^{-3} \pm f_{\alpha' s'}} - \frac{f_{\beta' j'}}{h^{-3} \pm f_{\beta' j'}} - \frac{f_{\alpha s}}{h^{-3} \pm f_{\alpha s}} - \frac{f_{\beta j}}{h^{-3} \pm f_{\beta j}} \right].$$

Так как при термодинамическом равновесии изменение функции распределения $f_{\alpha s}^{(0)}$ в единицу времени за счет столкновений всех видов, описываемое интегралом (3.1.1), должно равняться нулю, то

$$\frac{f_{\alpha s}^{(0)}}{h^{-3} \pm f_{\alpha s}^{(0)}} = \frac{f_{\beta j}^{(0)}}{h^{-3} \pm f_{\beta j}^{(0)}} = \frac{f_{\alpha s}^{(0)}}{h^{-3} \pm f_{\alpha s}^{(0)}} = \frac{f_{\beta j}^{(0)}}{h^{-3} \pm f_{\beta j}^{(0)}}.$$

Таким образом, $\ln \frac{f_{\alpha}^{(0)}(p_{\alpha}, s)}{h^{-3} \pm f_{\alpha}^{(0)}(p_{\alpha}, s)}$ является аддитивным инвариантом

молекулярных столкновений. Легко показать (см. вывод формул (2.2.9) и (2.2.18)), что в этом случае

$$\frac{f_{\alpha s}^{(0)}}{h^{-3} \pm f_{\alpha s}^{(0)}} = \exp \left(\frac{\mu_{\alpha} - \Delta \epsilon_{\alpha}}{kT} \right),$$

где

$$\Delta \epsilon_{\alpha} = \begin{cases} h\nu & \text{для фотонов;} \\ \delta \epsilon_{\alpha}(s) + \frac{M_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2} & \text{для частиц с ненулевой массой покоя.} \end{cases}$$

Отсюда следует общее выражение для равновесной функции распределения

$$f_{\alpha s}^{(0)} = h^{-3} \left[\exp \left(\frac{\Delta \epsilon_{\alpha} - \mu_{\alpha}}{kT} \right) \pm 1 \right]^{-1}, \quad (3.1.2)$$

причем знак плюс относится к фермионам, а знак минус — к бозонам. Так как химический потенциал μ_{α} (2.2.17) (на одну частицу вещества) в большом диапазоне значений плотности и температуры отрицателен и достаточно велик по абсолютной величине, то для частиц с ненулевой массой покоя слагаемым ± 1 в (3.1.2) часто можно пренебречь (соответственно множитель $[h^{-3} \pm f_{\alpha s}]$ в (3.1.1) заменяется на h^{-3}). При этом распределение (3.1.2) переходит в равновесное распределение классических частиц (2.2.18). Заметим, что в случае, когда для частиц данного сорта α этим слагаемым пренебречь нельзя при всех значениях энергии, такие частицы называют вырожденными*). Наиболее легко вырождаются среди всех частиц с ненулевой массой покоя электроны, так как их масса мала. Поскольку фотоны суть бозе-частицы с нулевым химическим потенциалом ($\mu_{\nu} = 0$), то для них равновесное распределение имеет вид

$$f_{\nu}^{(0)}(T) = h^{-3} \left(\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right)^{-1}. \quad (3.1.3)$$

Интегралы столкновений (3.1.1) мы используем для вывода уравнения переноса излучения, записанного относительно спектральной интенсивности $I_{\nu}(\mathbf{r}, \Omega, t)$ (2.1.13) в виде, удобном при анализе астрономических процессов.

3.1.2. Уравнение Больцмана для фотонов без учета рассеяния. Без учета рассеяния уравнение Больцмана (2.1.24) (с интегралом (3.1.1)) для фото-

*) Вырожденность частиц не следует путать с вырожденностью состояний (уровней).

Нов упрощается [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_\nu}{\partial t} + c \vec{\Omega} \cdot \nabla f_\nu = & \sum_{\beta, j, j'} ch^6 \int \{ f_{\beta j'} [h^{-3} \pm f_\nu] [h^{-3} \pm f_{\beta j}] - \\ & - f_\nu f_{\beta j} h^{-3} [h^{-3} \pm f_{\beta j'}] \} d\sigma_\beta(\nu, j \rightarrow j') dp_\beta + \\ & + \sum_{b, a' < b} ch^6 \int \{ f_{a'} f_b [h^{-3} + f_\nu] [h^{-3} \pm f_b] - f_\nu f_b [h^{-3} \pm f_{a'}] \} [h^{-3} \pm f_{b'}] \times \\ & \times d\sigma(p_\nu p_{\beta j} \rightarrow p_{a'} s' p_{\beta j'}) dp_\beta. \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Первое слагаемое в правой части соответствует радиативным процессам, связанным либо с переходами между дискретными уровнями атома или молекулы (фотовозбуждение на расположенные выше уровни, $j \rightarrow j'$; спонтанные и вынужденные переходы, $j' \rightarrow j$), либо, в случае свободно-свободного поглощения, с переходами пар ион-электрон из одного энергетического состояния в другое. Второе слагаемое отвечает переходам, при которых одно из состояний принадлежит непрерывному энергетическому спектру, а другое — дискретному (фотодиссоциация с возбуждением, фотоионизация, спонтанные и вынужденные фоторекомбинации и т.п.); индексы b, b', d', \dots заменяют собой соответственно наборы индексов $\beta, j; \beta', j'; \alpha', s'; \dots$. Сечения поглощения и испускания считаются осредненными и просуммированными соответственно по двум вырожденным состояниям поляризации фотона, т.е. зависимостью сечений реакций от поляризации фотона пренебрегается. Кроме того, поскольку при переходах с одного связанного уровня энергии на другой импульс частицы, вообще говоря, не имеет значения, можно считать, что $d\sigma(p_\nu p_{\beta j} \rightarrow p_{\beta' j'}) \equiv d\sigma_\beta(\nu, j \rightarrow j')$, т.е. пренебречь зависимостью сечения от импульса [1]. Уравнение (3.1.4) тогда преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_\nu}{\partial t} + c \vec{\Omega} \cdot \nabla f_\nu = & \sum_{\beta, j, j'} ch^3 \int f_{\beta j} (h^{-3} \pm f_{\beta j'}) \left[1 - \frac{f_{\beta j'} (h^{-3} \pm f_{\beta j})}{f_{\beta j} (h^{-3} \pm f_{\beta j'})} \right] \times \\ & \times \left\{ \left[\frac{f_{\beta j} (h^{-3} \pm f_{\beta j'})}{f_{\beta j'} (h^{-3} \pm f_{\beta j})} - 1 \right]^{-1} - f_\nu \right\} d\sigma_\beta(\nu, j \rightarrow j') dp_\beta + \\ & + \sum_{b, a' < b} ch^6 \int f_b (h^{-3} \pm f_{a'}) (h^{-3} \pm f_{b'}) \left[1 - \frac{(h^{-3} \pm f_b) f_{a'} f_{b'}}{(h^{-3} \pm f_{a'}) (h^{-3} \pm f_{b'}) f_b} \right] \times \\ & \times \left\{ \left[\frac{(h^{-3} \pm f_{a'}) (h^{-3} \pm f_{b'}) f_b}{(h^{-3} \pm f_b) f_{a'} f_{b'}} - 1 \right]^{-1} - f_\nu \right\} d\sigma(\nu, j \rightarrow j') dp_\beta = \\ & = c \sum_{\beta, j, j'} n_{\beta j} \sigma_{\beta j}^{\beta' j'}(\nu) [f_\nu^{(0)}(T_{\beta j}^{\beta' j'}) - f_\nu] + c \sum_{b, a' < b} n_b \sigma_b^{b' a'}(\nu) [f_\nu^{(0)}(T_b^{b' a'}) - f_\nu]. \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) = K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) \left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_{\beta j}^{\beta j'}}\right) \right],$$

$$n_{\beta j} K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) \equiv h^3 \int f_{\beta j}(h^{-3} \pm f_{\beta j'}) d\sigma_{\beta}(\quad) dp_{\beta}, \quad (3.1.6)$$

$$\sigma_b^{b'a'}(\nu) = K_b^{b'a'}(\nu) \left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_b^{b'a'}}\right) \right],$$

$$n_b K_b^{b'a'}(\nu) \equiv h^6 \int f_b(h^{-3} \pm f_{a'}) (h^{-3} \pm f_{b'}) d\sigma(\quad) dp_{\beta}, \quad (3.1.7)$$

где $K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu)$, $K_b^{b'a'}(\nu)$ — сечения поглощения фотона частоты ν (в расчете на одну частицу сорта β , находящуюся на уровне j) при переходах $\beta j \rightarrow \beta j'$ (в линии) и $b \rightarrow b'a'$ (в непрерывном спектре) соответственно. Эти сечения определены здесь с учетом возможной вырожденности абсорбентов (например, электронов), при которой величины в скобках (3.1.6) и (3.1.7) не совпадают с h^{-3} . В сечениях поглощения в линиях $\sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu)$ и в сечениях фотодиссоциации $\sigma_b^{b'a'}(\nu)$ включены множители, связанные с индуцированным испусканием излучения; $T_b^{b'a'}$ — так называемая внутренняя температура, характеризующая распределение энергии по внутренним состояниям связанной системы и определяемая равенством (см. (3.1.2))

$$\frac{(h^{-3} \pm f_b) f_{a'} f_{b'}}{f_b (h^{-3} \pm f_{a'}) (h^{-3} \pm f_{b'})} = \exp \left[-\frac{\Delta \epsilon_{a'} + \Delta \epsilon_{b'} - \Delta \epsilon_b}{kT_b^{b'a'}} \right] = \exp \left(-\frac{h\nu}{kT_b^{b'a'}} \right),$$

где окончательный вид правой части записан с учетом закона сохранения энергии $\Delta \epsilon_b + h\nu = \Delta \epsilon_{b'} + \Delta \epsilon_{a'}$ и условия химического равновесия [4] $\mu_b + \mu_\nu = \mu_{b'} + \mu_{a'}$ (при температуре $T_b^{b'a'}$) для фотопроцесса $\beta(j) + h\nu \rightarrow \beta'(j') + \alpha'(s')$;

$$f_{\nu}^{(0)}(T_b^{b'a'}) = h^{-3} [\exp(h\nu/kT_b^{b'a'}) - 1]^{-1}$$

— функция распределения фотонов, соответствующая термическому равновесию при температуре $T_b^{b'a'}$; температура возбуждения j' -го уровня относительно j -го ($T_{\beta j}^{\beta j'}$) и функция $f_{\nu}^{(0)}(T_{\beta j}^{\beta j'})$ определяются аналогично. Из (3.1.3) следует, что в случае термодинамического равновесия все внутренние температуры равны между собой и совпадают с кинетической температурой газа T . Разности типа $(T_b^{b'a'} - T)$ при температурном описании состояния газа могут служить мерой отклонения отдельных равновесных поглощающих подсистем от термодинамического равновесия. В общем неравновесном случае для определения $T_b^{b'a'}$ или соответствующих чисел заполнения (см. (2.2.12)) вместо статистической механики [5] следует использовать уравнения физической кинетики для скоростей $\dot{n}_{\beta j}$.

Уравнение Больцмана (3.1.5) для фотонного газа, записанное относительно спектральной интенсивности $I_\nu(r, \Omega, t) = \frac{2h^4 \nu^3}{c^2} f_\nu(r, \Omega, t)$, принимает вид уравнения переноса излучения без учета рассеяния:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \Omega \cdot \nabla I_\nu = \rho \kappa_{\nu a} (S_\nu - I_\nu), \quad (3.1.8)$$

$$\kappa_{\nu a} = \rho^{-1} \left[\sum_{\beta, j, j'} n_{\beta j} \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) + \sum_{b, a' < b} n_b \sigma_b^{b' a'}(\nu) \right], \quad (3.1.9)$$

$$S_\nu = (\rho \kappa_{\nu a})^{-1} \left[\sum_{\beta, j, j'} n_{\beta j} \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) B_\nu(T_{\beta j}^{\beta j'}) + \sum_{b, a' < b} n_b \sigma_b^{b' a'}(\nu) B_\nu(T_b^{b' a'}) \right]. \quad (3.1.10)$$

Здесь $\kappa_{\nu a}$ [см²/г] — массовый коэффициент поглощения (излучения) газовой смеси; S_ν — истинная функция внутренних источников излучения;

$$B_\nu(\bar{T}) = \frac{2h^4 \nu^3}{c^2} f_\nu^{(0)}(\bar{T}) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left[\exp \frac{h\nu}{k\bar{T}} - 1 \right]^{-1} \quad (3.1.11)$$

— распределение интенсивности Планка при температуре \bar{T} (распределение по частотам поля излучения при термодинамическом равновесии). В случае локального термодинамического равновесия*) при температуре T индексы у величин $T_b^{b' a'}$ и $T_{\beta j}^{\beta j'}$ в соотношениях (3.1.9) — (3.1.10) могут быть опущены; тогда для истинной функции внутренних источников излучения, согласно (3.1.10), будем иметь

$$S_\nu = B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left[\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right]^{-1}$$

— закон излучения Планка.

Часто удобна другая форма записи для истинного коэффициента поглощения излучения веществом $\kappa_{\nu a}$ и функций источников излучения S_ν . Используя распределение Больцмана (2.2.12) при температуре $T_{\beta j}^{\beta j'}$ для населенностей двух любых возбужденных уровней j и j' частиц сорта β

$$\frac{n_{\beta j'}}{n_{\beta j}} = \frac{g_{\beta j'}}{g_{\beta j}} \exp \left[- \frac{h\nu(j, j')}{kT_{\beta j}^{\beta j'}} \right], \quad (3.1.12)$$

($g_{\beta j}$ и $g_{\beta j'}$ — статистические веса, приписываемые соответственно уровням j и j' для учета числа вырожденных состояний), а также закон действующий

*) Полное термодинамическое равновесие (ТР) есть такое состояние максвелловского газа, когда населенности энергетических уровней всех состояний частиц максвелловские, ионизация следует формуле Саха, а интенсивность излучения дается формулой Планка. В отличие от полного ТР, при локальном термодинамическом равновесии (ЛТР) интенсивность излучения, вообще говоря, не определяется формулой Планка; при этом температура меняется от точки к точке. При частичном ЛТР населенности нижних уровней могут сильно отличаться от равновесных. В верхних слоях атмосфер газ находится в состоянии частичного ЛТР.

щих масс (ср. с (2.2.13)) для перехода $b \rightarrow b'a'$ при температуре $T_b^{b'a'}$, взятый в виде

$$\frac{n_{b'} n_{a'}}{n_b} = \frac{g_{b'} g_{a'}}{g_b} \left(\frac{M_{b'} M_{a'}}{M_b} \right)^{3/2} \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{h\nu(b \rightarrow b'a')}{kT_b^{b'a'}} \right] \quad (3.1.13)$$

($g_{a'}$, $g_{b'}$ и g_b — кратности вырождения состояний a' , b' и b), легко получить следующие выражения для величин $\kappa_{\nu a}$ и S_ν :

$$\rho \kappa_{\nu a} = \sum_{\beta, l, l'} K_{\beta l}^{\beta l'}(\nu) \left[n_{\beta l} - \frac{n_{\beta l'} g_{\beta l}}{g_{\beta l'}} \right] + \\ + \sum_{b, a' < b'} K_b^{b'a'}(\nu) \left[n_b - \frac{n_{b'} n_{a'} g_b}{g_{b'} g_{a'}} \left(\frac{M_b}{M_{b'} M_{a'}} \right)^{3/2} \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \right)^{-3/2} \right], \quad (3.1.14)$$

$$\rho \kappa_{\nu a} S_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left\{ \sum_{\beta, l, l'} K_{\beta l}^{\beta l'}(\nu) \frac{n_{\beta l'} g_{\beta l}}{g_{\beta l'}} + \right. \\ \left. + \sum_{b, a' < b'} K_b^{b'a'}(\nu) \frac{n_{b'} n_{a'} g_b}{g_{b'} g_{a'}} \left(\frac{M_b}{M_{b'} M_{a'}} \right)^{3/2} \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \right)^{-3/2} \right\}. \quad (3.1.15)$$

Таким образом, поле излучения зависит от населенностей уровней всех частиц газовой смеси через коэффициенты поглощения $\kappa_{\nu a}$ и излучения $\kappa_{\nu a} S_\nu$, влияющие на прохождение излучения через атмосферу. Поэтому в общем неравновесном случае требуется полностью самосогласованное решение уравнений переноса излучения и уравнений физической кинетики для населенностей энергетических уровней частиц вещества. Уравнения физической кинетики должны описывать все возможные процессы (как радиативные, так и ударные), ведущие к изменению со временем плотности числа частиц любой химической составляющей β , находящихся в произвольном (связанном или свободном) состоянии l .

3.1.3. Уравнение переноса излучения с учетом рассеяния. В общем случае вклад рассеяния* в интеграл столкновений для фотонов, согласно (3.1.1), можно записать в виде

$$\left(\frac{\delta f_{\nu s}}{\delta t} \right)_{st}^a = \sum_{\beta, \beta'} \sum_{s', j, j'} ch^6 \int \{ f_{\nu' s'} f_{\beta' j'} [h^{-3} + f_{\nu s}] [h^{-3} \pm f_{\beta j}] - \\ - f_{\nu s} f_{\beta j} [h^{-3} + f_{\nu' s'}] [h^{-3} \pm f_{\beta' j'}] \} d\sigma(p_\nu s p_\beta j \rightarrow p_{\nu'} s' p_{\beta'} j') dp_\beta. \quad (3.1.16)$$

Здесь $p_{\nu'} = h\nu' \vec{\Omega}'/c$ и s' — импульс и поляризация фотона, первоначально (до столкновения с частицей вещества) имеющего импульс $p_\nu = h\nu \vec{\Omega}/c$ и поляризацию s . Величины ν' и $p_{\beta'}$ однозначно определяются для заданных параметров p_ν, s и p_β, j и заданного направления рассеяния фотона $\vec{\Omega}'$ посредством уравнений сохранения энергии и импульса (2.1.19). Дифференциальное сечение рассеяния для данного процесса $d\sigma(p_\nu s p_\beta j \rightarrow p_{\nu'} s' p_{\beta'} j')$

* Здесь не рассматривается рассеяние на аэрозолях (рассеяние Ми), эффективное для нижней атмосферы планеты и комы кометы.

учитывает в общем случае и состояние поляризации поля излучения (s, s'), которого мы далее касаться не будем. Читателя, подробно интересующегося этим вопросом, мы отсылаем к специальным работам (см. например, [6, 7]).

Эффективное сечение рассеяния будем обозначать $d\sigma(\nu, \vec{\Omega}, p_e, j \rightarrow \nu', \vec{\Omega}', p_e', j')$. Этим сечением учитываются основные виды рассеяния: рэлеевское, комптоновское, комбинационное. Следует, однако, подчеркнуть, что в условиях верхней атмосферы при малой плотности рассеивающих частиц рэлеевским рассеянием можно пренебречь; его нужно принимать во внимание в нижележащих областях средней атмосферы, особенно при переносе ИК-излучения. Эффекты комптоновского и комбинационного рассеяния малоэффективны при сравнительно низких характерных температурах ($\leq 10^3$ K) и могут оказаться заметными только при рассмотрении процессов в околопланетной плазме. Вместе с тем для полноты мы проанализируем уравнение переноса излучения, позволяющее учесть все перечисленные виды рассеяния.

С точки зрения простоты вывод общей структуры уравнения удобно начать с комптоновского рассеяния фотонов (или томсоновского рассеяния (при нерелятивистских энергиях) на свободных электронах). В этом случае уравнение (3.1.16) принимает вид [1]

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{st} &= 2ch^6 \int \{ f_{\nu'} f_{e'} [h^{-3} + f_\nu] [h^{-3} - f_e] - \\ &- f_\nu f_e [h^{-3} + f_{\nu'}] [h^{-3} - f_{e'}] \} d\sigma(\nu, \Omega, p_e \rightarrow \nu', \Omega', p_e') dp_e = \\ &= -2ch^6 \int f_e [h^{-3} - f_{e'}] \left\{ f_{\nu'} [h^{-3} + f_\nu] - \right. \\ &\left. - f_\nu [h^{-3} + f_{\nu'}] \exp \left[-\frac{h(\nu - \nu')}{kT_e} \right] \right\} d\sigma(\nu, \Omega, p_e \rightarrow \nu', \Omega', p_e') dp_e. \end{aligned} \quad (3.1.17)$$

Множитель 2 появляется здесь из-за того, что при вычислении эффективного дифференциального сечения рассеяния $d\sigma(\nu, \Omega, p_e \rightarrow \nu', \Omega', p_e')$ проведено осреднение по начальным состояниям спина электрона и суммирование по конечным состояниям спина. Второе выражение в (3.1.17) записано с учетом формулы (3.1.2) и уравнения сохранения энергии в процессе рассеяния $\Delta \epsilon_e + h\nu = \Delta \epsilon_e' + h\nu'$. При температурах $kT \leq 1$ кэВ ($\sim 10^7$ K) обмена энергией в рассеивающих столкновениях почти не происходит, т.е. $\nu \approx \nu'$, $p_e \approx p_e'$, и эффективное сечение рассеяния для неполяризованных фотонов низких энергий сводится к выражению для дифференциального сечения Томсона [8]:

$$d\sigma(\nu, \vec{\Omega}, p_e \rightarrow \nu', \vec{\Omega}', p_e') \approx d\sigma_T(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') = \left(\frac{e^2}{M_e c^2} \right)^2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} d\vec{\Omega}', \quad (3.1.18)$$

где $h\nu \ll M_e c^2$; $|p_e| \ll M_e c$; $d\vec{\Omega}' = d(\cos \theta) d\varphi$; M_e — масса покоя электрона; e — его заряд; $\theta (= \arccos \Omega \cdot \vec{\Omega}')$ и φ — полярный и азимутальный углы, определяющие направление $\vec{\Omega}'$ относительно $\vec{\Omega}$. Подставляя (3.1.18) в

(3.1.17) и интегрируя по dp_e , получим

$$\left(\frac{\delta f_v}{\delta t}\right)_{st} = c\bar{n}_e \left(\frac{e^2}{M_e c^2}\right)^2 \int_{\vec{\Omega}'} (f_{v'} - f_v) \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2}\right) d\vec{\Omega}', \quad (3.1.19)$$

где

$$\bar{n}_e = 2\hbar^3 \int f_e (\hbar^{-3} - f_e) dp_e. \quad (3.1.20)$$

Для невырожденных электронов (а это, как правило, имеет место в тех случаях, когда рассеяние существенно [1]) величина \bar{n}_e совпадает с числовой плотностью электронов, $\bar{n}_e = n_e = 2 \int f_e dp_e$. Если ввести полное сечение Томсона

$$\sigma_T = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{M_e c^2}\right)^2 \int_{\vec{\Omega}'} (1 + \cos^2 \theta) d\vec{\Omega}' = \frac{8\pi e^4}{3M_e^2 c^4} \approx 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2, \quad (3.1.21)$$

являющееся масштабом многих процессов, связанных с излучением, то вклад рассеяния на электронах в интеграл столкновений для фотонов может быть записан в виде

$$\left(\frac{\delta f_v}{\delta t}\right)_{st} = -c\bar{n}_e \sigma_T f_v + c\bar{n}_e \sigma_T \frac{1}{4\pi} \int_{\vec{\Omega}'} f_{v'} \chi(\theta) d\vec{\Omega}'. \quad (3.1.22)$$

Здесь $\chi(\theta) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \theta)$ — индикатриса рассеяния Рэлея. Величина $\chi(\theta) \frac{d\vec{\Omega}'}{4\pi}$ определяет вероятность рассеяния излучения в пределах телесного угла $d\vec{\Omega}'$ около направления, образующего угол θ с первоначальным; при этом сохраняется обычное условие нормировки индикатрисы рассеяния $(4\pi)^{-1} \int_{\vec{\Omega}'} \chi(\theta) d\vec{\Omega}' = 1$.

Процесс упругого излучения атомами или молекулами (рэлеевское рассеяние) состоит в рассеянии фотонов с частотами, лежащими далеко от любой из частот атомных переходов, т.е. удовлетворяющими неравенству $\nu \ll \nu_{0\alpha}$, где $\nu_{0\alpha}$ — резонансная частота атома сорта α , лежащая обычно в ультрафиолетовой области спектра. Вклад этого процесса в интеграл столкновений для фотонов описывается выражением типа (3.1.19), в котором величину \bar{n}_e следует заменить на $\sum_{\alpha} n_{e\alpha} (\nu/\nu_{0\alpha})^4$, где $n_{e\alpha}$ — плотность связанных электронов с резонансной частотой $\nu_{0\alpha}$ [1].

Учет неупругого рассеяния фотонов на атомах (комбинационного рассеяния света), при котором атомы переходят в возбужденное состояние, а также резонансного рассеяния, при котором испускаемое излучение когерентно с поглощенным (что возможно в случае, если атом успевает излучить фотон прежде, чем произойдет столкновение), согласно [1] также производится формулой (3.1.19). В этом случае, однако, под \bar{n}_e следует понимать полную плотность электронов — как связанных, так и свободных.

Эффект рассеяния в уравнении переноса излучения (3.1.8) можно учесть путем умножения интеграла столкновений для фотонов (3.1.22) на $2\hbar^4 \nu^3 / c^2$:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla I_\nu = \rho \kappa_\nu \left[-I_\nu + (1 - \lambda_\nu) S_\nu + \frac{\lambda_\nu}{4\pi} \int_{\vec{\Omega}'} I_\nu(\vec{\Omega}') \chi(\theta) d\vec{\Omega}' \right] = \rho \kappa_\nu (-I_\nu + S_\nu^*), \quad (3.1.23)$$

где

$$\kappa_\nu = \kappa_{\nu a} + \rho^{-1} \bar{n}_e \sigma_T, \quad \lambda_e = \bar{n}_e \sigma_T / \rho \kappa_\nu. \quad (3.1.24)$$

Здесь κ_ν — массовый коэффициент поглощения (коэффициент экстинкции), который складывается из истинного коэффициента поглощения $\kappa_{\nu a}$ (3.1.9) и коэффициента рассеяния $\kappa_{\nu c} \equiv \rho^{-1} \bar{n}_e \sigma_T$; $S_\nu^* = S_\nu^*(r, \Omega)$ — функция интенсивности излучения во всех направлениях; λ_ν — альбеда однократного рассеяния (вероятность выживания фотона). Заметим, что если $\lambda_\nu = 1$, то в среде имеет место чистое рассеяние.

§ 3.2. Вклад излучения, неравновесных химических и фотохимических реакций в гидродинамические уравнения

При постановке физически самосогласованных задач планетной астрономии в приближении многокомпонентной радиационной гидродинамики возникает как одна из важнейших проблема точного учета вкладов взаимодействия вещества и излучения в макроскопические уравнения переноса. В этом параграфе мы получим выражения, позволяющие учесть эндотермию и экзотермию химических реакций (включая процессы фотолиза) в структуре уравнений, и, тем самым, определим общий вид функции нагревания верхней атмосферы.

3.2.1. Радиационный приток тепла. Запишем общее выражение для притока в атмосферу тепла, обусловленного излучением. По определению (см. (2.1.15)) для вектора потока радиационной энергии имеем:

$$q_R(r, t) = \sum_s \int h\nu c \Omega f_{\nu s} dp_\nu = \int_0^\infty \int \Omega I_\nu(r, \Omega, t) d\Omega d\nu. \quad (3.2.1)$$

В уравнении энергии (2.1.42) необходимо иметь выражение для дивергенции потока излучения. Энергия, поглощаемая (излучаемая) единицей объема среды в точке r , есть

$$Q_R(r, t) \equiv -\nabla \cdot q_R = -\sum_s \int h\nu c \Omega \cdot \nabla f_{\nu s} dp_\nu = -\int_0^\infty \int \Omega \cdot \nabla I_\nu d\Omega d\nu. \quad (3.2.2)$$

Для определения спектральной интенсивности излучения $I_\nu(r, \Omega)$ используем уравнение переноса (3.1.23), предполагая при этом стационарность поля излучения. Это справедливо для задач атмосферной радиации, поскольку время релаксации излучения с веществом τ (порядка времени свободного пробега фотона $\tau \approx (cn\sigma)^{-1}$, $\sigma \approx 10^{-17} - 10^{-18} \text{ см}^2$, $n \geq 10^8 \text{ см}^{-3}$) в термосфере существенно меньше характерного времени макроскопических процессов ($t_0 > 1 \text{ с}$).

Проинтегрировав стационарное уравнение (3.1.23) по всему спектру частот и по телесному углу Ω , получим следующее общее выражение для вклада радиации в тепловой баланс среды:

$$Q_R = \mathcal{A} - \mathcal{R} = \int_0^\infty \int \rho \kappa_{\nu a} I_\nu d\Omega d\nu - 4\pi \int_0^\infty \rho \kappa_{\nu s} S_\nu d\nu, \quad (3.2.3)$$

где первый член (\mathcal{A}) соответствует поглощаемой (минус энергия индуцированного излучения), а второй (\mathcal{R}) — спонтанно излучаемой радиационной энергии в единице объема в единицу времени. Из формулы (3.2.3)

видно, что рассеяние непосредственным образом не отражается на тепловом режиме среды. Именно поэтому в большинстве задач радиационной гидродинамики рассеянием излучения пренебрегают и рассматривают только истинный коэффициент поглощения $\kappa_{\nu a}$ и истинную функцию источников излучения S_{ν} (без учета рассеяния). Определение этих двух величин требует, как правило, дальнейшей детализации взаимодействий между веществом и полем излучения и зависит от происходящих физических процессов, особенно от изменений внутренней энергии вещества. Заметим, однако, что поскольку в общем случае спектральная интенсивность I_{ν} , входящая в формулу (3.2.3), должна определяться в процессе решения уравнения переноса излучения (3.1.23), эффекты рассеяния косвенно влияют на энергетику среды.

Преобразуем выражение (3.2.3) к другому виду, удобному, в частности, при анализе влияния коротковолнового излучения на энергетический баланс верхней атмосферы. С учетом формул (3.1.9)–(3.1.11) для параметров $\kappa_{\nu a}$, S_{ν} и $B_{\nu}(\bar{T})$, а также соотношений (3.1.6), (3.1.7) для эффективных сечений $\sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu)$ и $\sigma_b^{b'a'}(\nu)$, величина излучаемой радиационной энергии \mathcal{R} может быть записана в виде [3]

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 = \frac{8\pi h}{c^2} \sum_{\beta, j, j'} n_{\beta j} \int_0^{\infty} K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) \exp(-h\nu/kT_{\beta j}^{\beta j'}) \nu^3 d\nu + \\ + \frac{8\pi h}{c^2} \sum_{b, a' < b'} n_b \int_0^{\infty} K_b^{b'a'}(\nu) \exp[-h\nu/kT_b^{b'a'}] \nu^3 d\nu. \quad (3.2.4)$$

Применяя к выражению (3.1.6) соотношение взаимности (2.1.22), легко показать, что сечения поглощения и испускания в газе $K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu)$ и $K_{\beta j'}^{\beta j}(\nu)$ связаны соотношением $K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) g_{\beta j} = K_{\beta j'}^{\beta j}(\nu) g_{\beta j'}$. Учитывая это, а также распределение Больцмана (3.1.12) для населенностей $n_{\beta j}$ и $n_{\beta j'}$ возбужденных уровней j и j' , получим для величины \mathcal{R}_1 следующее выражение:

$$\mathcal{R}_1 = \frac{8\pi h}{c^2} \sum_{\beta, j, j'} n_{\beta j'} \int_0^{\infty} K_{\beta j'}^{\beta j}(\nu) \nu^3 d\nu \approx \frac{8\pi^2 e^2 h}{M_e c^3} \sum_{\beta, j, j'} n_{\beta j'} \frac{g_{\beta j}}{g_{\beta j'}} |f_{\beta j, j'}| \nu_{\beta}^3(j, j') = \\ = \sum_{\beta, j, j'} n_{\beta j'} h\nu_{\beta}(j, j') A_{\beta j', j}. \quad (3.2.5)$$

Две последние формулы для \mathcal{R}_1 записаны через силу осциллятора $f_{\beta j, j'}$ [1,8] для поглощения при переходе $j \rightarrow j'$ и коэффициент Эйнштейна $A_{\beta j', j}$ для спонтанного излучения (атомные коэффициенты $A_{\beta j', j}$, характеризующие вероятности спонтанного перехода $j' \rightarrow j$, имеют порядок 10^8 , 10 и 1 с^{-1} для электронных, колебательных и вращательных переходов соответственно) с учетом следующих известных соотношений [5,8]:

$$K_{\beta j'}^{\beta j}(\nu) = \frac{\pi e^2}{M_e c} |f_{\beta j, j'}| P_{\beta j, j'}(\nu), \quad (3.2.6)$$

$$A_{\beta j', j} = \frac{g_{\beta j}}{g_{\beta j'}} \frac{8\pi^2 e^2 \nu_{\beta}^2(j, j')}{M_e c^3} |f_{\beta j, j'}|. \quad (3.2.7)$$

Здесь $\nu_{\beta}(j, j')$ — средняя частота фотона, испускаемого в радиативном переходе с уровня j' на уровень j ; $f_{\beta j, j'}$ — сила осциллятора для поглощения при переходах $j \rightarrow j'$, являющаяся безразмерной величиной (атомная константа), лежащая в интервале от нуля до единицы ($f_{\beta j, j'} = -f_{\beta j', j} g_{\beta j', j} / g_{\beta j}$); $P_{\beta j, j'}(\nu)$ — функция формы линии поглощения, описывающая распределение поглощения внутри линии (она характеризуется острым максимумом при $\nu = \nu_{\beta}(j, j')$ и нормирована так, что $\int_0^{\infty} P_{\beta j, j'}(\nu) d\nu = 1$).

Выражение для слагаемого \mathcal{R}_2 может быть преобразовано с учетом соотношений взаимности (2.1.22), определения сечения фотодиссоциации (3.1.7) и формулы для дифференциала импульса $d\mathbf{p}_\nu = h^3 \nu^2 c^{-3} d\Omega d\nu$ (в сферических координатах) следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_2 &= 2ch^3 \sum_{b, a' \leq b'} h\nu(a', b' \rightarrow b) \int f_b(h^{-3} \pm f_a')(h^{-3} \pm f_b') \times \\ &\times \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_b^{a'}}\right) d\sigma(p_\nu p_{\beta j} \rightarrow p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j') dp_\nu dp_{\beta} = \\ &= \sum_{b, a' \leq b'} h\nu(a', b' \rightarrow b) h^3 \int f_a' f_b' (1 \pm f_b) |g_{\alpha'} g_{\beta'}| d\sigma(p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j' \rightarrow \\ &\rightarrow p_\nu p_{\beta j}) dp_{\alpha'} dp_{\beta'} = \sum_{b, a' \leq b'} h\nu(a', b' \rightarrow b) n_{a'} n_{b'} A_{a' b', b}. \end{aligned}$$

Здесь $h\nu(a', b' \rightarrow b) = \delta\epsilon_{\beta'}(j') + \delta\epsilon_{\alpha'}(s') - \delta\epsilon_{\beta}(j)$ — пороговая энергия (энергия диссоциации или потенциал ионизации) реакции $\beta(j) + h\nu \rightarrow \alpha'(s') + \beta'(j')$; $A_{a' b', b}$ — константа скорости для процесса спонтанной фоторекомбинации, определяемая соотношением

$$\begin{aligned} A_{a' b', b} &= n_a^{-1} n_b^{-1} h^3 \int f_a' f_b' (h^{-3} \pm f_b) |g_{\alpha'} g_{\beta'}| d\sigma(p_{\alpha'} s' p_{\beta'} j' \rightarrow \\ &\rightarrow p_\nu p_{\beta j}) dp_{\alpha'} dp_{\beta'}. \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

Комбинируя (3.1.9), (3.2.3), (3.2.5) и (3.2.8), получим для вклада излучения Q_R в уравнение переноса энергии (2.1.42) следующее окончательное выражение:

$$\begin{aligned} Q_R &= \int_0^{\infty} \left[\sum_{\beta, j, j'} n_{\beta j} \sigma_{\beta j}^{j' j}(\nu) + \sum_{b, a' \leq b'} n_b \sigma_b^{b' a'}(\nu) \right] h\nu \Phi_\nu d\nu - \\ &- \sum_{\beta, j, j'} h\nu_{\beta}(j, j') n_{\beta j'} A_{\beta j', j} - \sum_{b, a' \leq b'} h\nu(a', b' \rightarrow b) n_{a'} n_{b'} A_{a' b', b}, \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

в котором величина $h\nu \Phi_\nu \equiv \int_{\Omega} I_\nu d\Omega$ — спектральная интенсивность излучения, проинтегрированная по всему телесному углу. Поскольку Φ_ν в общем случае зависит от испускания и поглощения излучения в среде, то при вычислении величины Q_R по формуле (3.2.10) нужно учитывать перенос радиации. Для этого необходимо решать уравнение переноса излучения (3.1.23), что связано, как известно, с большими трудностями (за исключением, правда, приближений оптически тонкого или оптически толстого слоев, часто используемых в атмосферных расчетах [7]). В случае переноса

Таблица 3.2.1

Процессы фотодиссоциации в атмосфере Земли [23]

Реакция	Длина волны, Å	Реакция	Длина волны, Å
$O_2 + h\nu \rightarrow O(^1D) + (^2P)$	1350 – 1750	$NO + h\nu \rightarrow N(^4S) + O$	L_α
$O_2 + h\nu \rightarrow O(^2P) + O(^2P)$	1750 – 2400	$NO + h\nu \rightarrow N(^4S) + O$	1730 – 1900
$O_3 + h\nu \rightarrow O_2(^1\Sigma_g) +$ $+ O(^1D)$	< 2660	$NO_2 + h\nu \rightarrow NO + O$	< 3975
$O_3 + h\nu \rightarrow O_2(^1\Delta_g) +$ $+ O(^1D)$	2660 – 3100	$N_2O + h\nu \rightarrow NO + N(^4S)$	1350 – 2100
$H_2O + h\nu \rightarrow OH + H$	1350 – 1900 + $+ L_\alpha$	$N_2 + h\nu \rightarrow N(^4S) + N(^4S)$	1100 – 1250
$H_2O_2 + h\nu \rightarrow OH + OH$	1900 – 2850	$CO_2 + h\nu \rightarrow CO + O(^1D)$	< 1800

коротковолновой радиации упрощение может быть достигнуто за счет пренебрежения собственным излучением атмосферы (см. п. 3.3.2).

3.2.2. Скорости элементарных процессов. Как уже отмечалось (см. гл. 1), энергетические степени свободы частиц термосферы возбуждаются в основном под действием УФ и рентгеновских солнечных фотонов или выбитых ими фотоэлектронов. Населенности возбужденных квантовых энергетических уровней при этом, как правило, небыльмановские, химические реакции, инициируемые нетермическим путем, имеют, по крайней мере, на начальном участке неравновесную стадию. Отклонение от ЛТР в термосфере планеты обуславливается в конечном счете неравновесностью падающего солнечного излучения по отношению к кинетическим параметрам атмосферного газа. Наиболее полное описание аэрономических реакций в термосфере возможно только в рамках неравновесной химической кинетики [9].

Сложность и многочисленность химических и фотохимических реакций, протекающих в верхней атмосфере, обусловлена присутствием основных атмосферных элементов, входящих в состав исходных газов, и наличием агентов ионизации (диссоциации) в виде энергичных фотонов излучения и фотоэлектронов (продуктов фотолиза). Их поглощение приводит к диссоциации, ионизации, и/или возбуждению вращательных и колебательных уровней, причем каждая из этих реакций может протекать как в прямом, так и в обратном направлении. Примеры наиболее характерных фотодиссоциационных процессов и комплексов реакций между нейтральными компонентами в верхней атмосфере Земли приведены в табл. 3.2.1 и 3.2.2.

Считая условно одни и те же частицы, находящиеся на разных уровнях возбуждения внутренних степеней свободы, различными компонентами газовой смеси^{*)}, любую аэрономическую реакцию будем символически записывать следующим образом:

$$\eta'_{1\rho}[1] + \eta'_{2\rho}[2] + \dots \xrightleftharpoons[k''_\rho]{k'_\rho} \eta''_{1\rho}[1] + \eta''_{2\rho}[2] + \dots \quad (\rho = 1, 2, \dots, r), \quad (3.2.11)$$

^{*)} Здесь рассмотрены реакции более общего вида, чем в § 2.1.

Таблица 3.2.2

Основные химические процессы в верхней атмосфере Земли для O-H-C-N-составляющих [23]*

Реакция	Константа скорости реакции	Реакция	Константа скорости реакции
$O(^3P) + O(^3P) + M \rightarrow$	$4,1 \cdot 10^{-22} (300/T)$	$O_2(^1\Delta_g) + O_2 \rightarrow$	$4,5 \cdot 10^{-11} \exp(-2820/T)$
$\rightarrow O_2 + M$		$\rightarrow 2O_2 + O(^3P)$	
$O(^3P) + O_3 + M \rightarrow$	$1,0 \cdot 10^{-24} \exp(505/T)$	$O_3(^1\Delta_g) + N_2 \rightarrow$	$3,0 \cdot 10^{-21}$
$\rightarrow O_3 + M$		$\rightarrow O_2 + H_2$	
$O(^3P) + O_3 \rightarrow$	$1,9 \cdot 10^{-11} \exp(2320/T)$	$O_2(^1\Delta_g) + O_2 \rightarrow$	$2,0 \cdot 10^{-18}$
$\rightarrow O_2(^1\Delta_g) + O_2$		$\rightarrow 2O_2$	
$O(^1D) + O_3 \rightarrow 2O_2$	$3,0 \cdot 10^{-10}$	$O(^1D) + O_2 \rightarrow$	$7,0 \cdot 10^{-11}$
$O(^1D) + N_2 \rightarrow$	$5,0 \cdot 10^{-11}$	$\rightarrow O_2(^1\Delta_g) + O$	
$\rightarrow O(^3P) + N_2$		$O_2(^1\Delta_g) +$	$1,3 \cdot 10^{-14}$
$H + O_3 \rightarrow$	$1,2 \cdot 10^{-10} \exp(-560/T)$	$+ O(^3P) \rightarrow O_2 + O$	
$\rightarrow O_2 + OH_{\nu < 9}$		$O_2(^1\Delta_g) + O_2(^1\Delta_g) \rightarrow$	$3,0 \cdot 10^{-14}$
$OH + O(^3P) \rightarrow$	$3,0 \cdot 10^{-11}$	$O_2(b^1\Sigma_g) + O_2$	
$\rightarrow H + O_2$		$N(^4S) + NO \rightarrow$	$2,6 \cdot 10^{-11} \exp(-167/T)$
$OH + O_3 \rightarrow$	$1,6 \cdot 10^{-12} \exp(-1010/T)$	$\rightarrow N_2 + O$	
$\rightarrow H_2O + O_2$		$N(^4S) + O_3 \rightarrow$	$2,4 \cdot 10^{-11} \exp(-3979/T)$
$H + O_2 + M \rightarrow$	$2,1 \cdot 10^{-22} \exp(303/T)$	$\rightarrow NO + O$	
$\rightarrow HO_2 + M$		$N(^4S) + O_2(^1\Delta_g) \rightarrow$	$3,0 \cdot 10^{-12}$
$HO_2 + O(^3P) \rightarrow$	$1,0 \cdot 10^{-11}$	$\rightarrow NO + O$	
$\rightarrow OH + O_2$		$N(^4S) + O_3 \rightarrow$	$3,0 \cdot 10^{-11} \exp(-1200/T)$
$HO_2 + O_3 \rightarrow$	$1,7 \cdot 10^{-12} \exp(-1410/T)$	$\rightarrow NO + O_2$	
$\rightarrow OH + 2O_2$		$N(^4S) + O + N_2 \rightarrow$	$1,0 \cdot 10^{-22}$
$OH + OH \rightarrow$	$1,1 \cdot 10^{-11} \exp(-556/T)$	$\rightarrow NO + N_2$	
$\rightarrow H_2O + O$		$NO + O_3 \rightarrow$	$9,0 \cdot 10^{-12} \exp(-1210/T)$
$OH + HO_2 \rightarrow$	$2,0 \cdot 10^{-10}$	$\rightarrow NO_2 + O_2$	
$\rightarrow H_2O + O_2$		$O + NO + N_2 \rightarrow$	$4,2 \cdot 10^{-22} \exp(960/T)$
$H + HO_2 \rightarrow$	$4,2 \cdot 10^{-11} \exp(-353/T)$	$\rightarrow NO_2 + N_2$	
$\rightarrow H_2 + O_2$		$O + NO \rightarrow$	$6,5 \cdot 10^{-17}$
$H + HO_2 \rightarrow 2OH$	$4,2 \cdot 10^{-10} \exp(-960/T)$	$\rightarrow NO_2 + h\nu$	
$O(^3P) + H_2 \rightarrow$	$3,0 \cdot 10^{-14} \exp(-4950/T)$	$N(^4S) + NO_2 \rightarrow$	$6,0 \cdot 10^{-12}$
$\rightarrow OH + H$		$\rightarrow 2NO$	
$HO_2 + HO_2 \rightarrow$	$1,7 \cdot 10^{-11} \exp(-505/T)$	$NO_2 + O \rightarrow$	$3,2 \cdot 10^{-11} \exp(-300/T)$
$\rightarrow H_2O_2 + O_2$		$\rightarrow NO + O_2$	
$OH + H_2O_2 \rightarrow$	$1,7 \cdot 10^{-11} \exp(-910/T)$	$N(^4S) + OH \rightarrow$	$6,8 \cdot 10^{-11}$
$\rightarrow H_2O + HO_2$		$\rightarrow NO + H$	
$O(^3P) + H_2O_2 \rightarrow$	$2,7 \cdot 10^{-12} \exp(-2170/T)$	$O + N_2 \rightarrow$	$1,0 \cdot 10^{-24}$
$\rightarrow OH + HO_2$		$\rightarrow N_2O + h\nu$	
$H + H_2O_2 \rightarrow$	$5,2 \cdot 10^{-12} \exp(-1410/T)$	$NO^+ + e \rightarrow$	$(1-r) \cdot 4,2 \cdot 10^{-7} (300/T)$
$\rightarrow H_2 + HO_2$		$\rightarrow N(^4S) + O$	
$O(^1D) + H_2 \rightarrow$	$3,0 \cdot 10^{-10}$	$NO^+ + e \rightarrow$	$r \cdot 4,2 \cdot 10^{-7} (300/T)^{**}$
$\rightarrow OH + H$		$\rightarrow N(^2D) + O$	
$O(^1D) + H_2O \rightarrow$	$3,5 \cdot 10^{-10}$	$N(^2D) + O_2 \rightarrow$	$8,0 \cdot 10^{-12}$
$\rightarrow 2OH$		$\rightarrow NO + O$	
$O_2(^1\Delta_g) \rightarrow$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$N_2 + e \rightarrow$	p^{**}
$\rightarrow O_2 + h\nu$		$\rightarrow N(^2D) + N(^4S)$	

Таблица 3.2.2 (окончание)

Реакция	Константа скорости реакции	Реакция	Константа скорости реакции
$N_2^+ + O \rightarrow NO^+ + N(^4S, ^2D)$	$1,4 \cdot 10^{-10}$	$O + CO + M \rightarrow CO_2 + M$	$2,2 \cdot 10^{-33} \exp(-1770/T)$
$O(^1D) + N_2 O \rightarrow 2NO$	$2,2 \cdot 10^{-10}$	$CO + OH \rightarrow CO_2 + H$	$1,4 \cdot 10^{-13}$
$O + N(^3D) \rightarrow N(^4S) + O$	$2,2 \cdot 10^{-12}$		

* Константы скоростей даны в см³/с для бинарных процессов и в см⁶/с для реакций с участием трех частиц.

** Здесь $r \approx 0,7$; оценка p зависит от потока фотоэлектронов.

где $\eta'_{b\rho}$, $\eta''_{b\rho}$ — стехиометрические коэффициенты компоненты b по отношению к ρ -й химической реакции; $[b]$ — символ для обозначения частиц сортов b ; r — число реакций; b — соответствует совокупности индексов β и j . Естественно, что при последовательном учете всех уровней возбуждения число компонент может возрастать до бесконечности. Однако при решении модельных астрономических задач всегда приходится ограничиваться конкретным комплексом реакций, ответственных за приток и отток тепла в термосфере на разных уровнях; при этом степень приближения получаемого распределения структурных параметров (n_α , T , ρ , ...) к реальному определяется корректностью сделанного выбора.

Важнейшей задачей при изучении химически активного газа является определение скорости ξ_ρ , с которой протекает каждая реакция в единице объема. Если K'_ρ и K''_ρ — постоянные скорости прямой и обратной реакций соответственно, то общая скорость образования частиц сорта b в результате всех реакций (3.2.11) задается следующим образом:

$$\dot{n}_b = \sum_{\rho=1}^r (\eta'_{b,\rho} - \eta''_{b,\rho}) \xi_\rho, \quad \xi_\rho = K'_\rho \prod_b n_b^{\eta'_{b,\rho}} - K''_\rho \prod_b n_b^{\eta''_{b,\rho}}. \quad (3.2.12)$$

Получим теперь конкретный вид источниковых членов, обусловленных неравновесными химическими реакциями, элементарными процессами взаимодействия частиц вещества и радиативными процессами в уравнениях баланса для населенности энергетических состояний реагирующих частиц (см. вывод уравнений (2.1.39)):

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{n_{\beta j}}{\rho} \right) + \nabla \cdot n_{\beta j} (w_\beta + V) = \dot{n}_{\beta j}, \quad \dot{n}_{\beta j} = \int \frac{\delta f_{\beta j}}{\delta t} dp_\beta \quad (3.2.13)$$

$$(\beta = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots),$$

в которых $\dot{n}_{\beta j}$ ($\sum_{\beta j} M_\beta n_{\beta j} = 0$) — скорости образования частиц сорта β в состоянии j в результате всех астрономических реакции (в формуле для $n_{\beta j}$ в случае бимолекулярных реакций $\beta(j) + \alpha(s) \rightleftharpoons \beta'(j') + \alpha'(s')$ учитываются столкновения вида: 1) $\beta \neq \beta'$; $\alpha \neq \alpha'$; s, j, s', j' — любые; 2) $\beta = \beta'$; $\alpha = \alpha'$; $j \neq j'$; s и s' — любые). В тех случаях, когда функции $f_{\beta j}$ не зависят от некоторых внутренних состояний j , естественно использовать вместо соот-

ветствующих уравнений (3.2.13) уравнения кинетики для населенности $n_{\beta k}$ k -го уровня (под уровнем, как и раньше, понимается набор вырожденных квантовых состояний с одинаковой энергией), получающиеся из (3.2.13) суммированием по вырожденным состояниям j_k . В этом случае в выражениях для $\dot{n}_{\beta k} (= \sum_{j_k} \dot{n}_{\beta j})$ будем считать, что сечения $d\sigma(\)$ в (2.1.25)

уже просуммированы по конечным вырожденным состояниям (по соответствующим s', j') и осреднены по вырожденным начальным состояниям (по соответствующим j, s) [1].

Выведем общие уравнения для величин $\dot{n}_{\beta j}$ (3.2.13) (скоростей заселения), исходя из уравнений Больцмана (2.1.24). Вклад бимолекулярных реакций $\beta(j) + \alpha(s) \rightleftharpoons \beta'(j') + \alpha'(s')$ (без участия фотонов) в правую часть (3.2.13), обозначаемый далее $\dot{n}_{\beta j}^{(1)}$, в случае максвелловского распределения по скоростям и произвольного распределения $F_{\beta}(j)$ реагирующих частиц по внутренним степеням свободы

$$f_{\beta j} = n_{\beta} (2\pi M_{\beta} kT)^{-3/2} \exp(-M_{\beta} v_{\beta}^2 / 2kT) F_{\beta j},$$

$$n_{\beta j} / n_{\beta} = g_{\beta j} F_{\beta}(j) \quad (3.2.14)$$

определяется соотношением (ср. с (2.2.20))

$$\begin{aligned} \dot{n}_{\beta j}^{(1)} = & \sum_{\alpha, \beta' < \alpha'} \sum_{ss'j'} \int [f_{\beta' j'} f_{\alpha' s'} - f_{\beta j} f_{\alpha s}] |g_{\alpha \beta}| d\sigma(p_{\beta} | p_{\alpha} s \rightarrow \\ & \rightarrow p_{\beta'} j' p_{\alpha'} s') dp_{\alpha} dp_{\beta} = \sum_{\alpha, \beta' < \alpha'} (K_{\beta' \alpha}^{ba} n_{\beta'} n_{\alpha'} - K_{\beta \alpha}^{b'a'} n_{\beta} n_{\alpha}) \end{aligned} \quad (3.2.15)$$

$$(\beta = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots)$$

где константы скоростей определены формулами

$$\begin{aligned} K_{\beta \alpha}^{b'a'} = & \frac{(M_{\alpha} M_{\beta})^{-3/2}}{(2\pi kT)^3 g_{\beta j} g_{\alpha s}} \times \\ & \times \int \exp \left[-\frac{1}{2kT} (M_{\alpha} v_{\alpha}^2 + M_{\beta} v_{\beta}^2) \right] |g_{\alpha \beta}| d\sigma(\) dp_{\alpha} dp_{\beta}, \\ \frac{K_{\beta \alpha}^{b'a'}}{K_{\beta' \alpha'}^{ba}} = & \left(\frac{M_{\alpha'} M_{\beta'}}{M_{\alpha} M_{\beta}} \right)^{3/2} \frac{g_{\beta' j'} g_{\alpha' s'}}{g_{\beta j} g_{\alpha s}}. \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

Источник $\dot{n}_{\beta j}^{(1)}$ в задачах моделирования верхней атмосферы связан, в частности, с химическими реакциями, с процессами возбуждения молекул (атомов) при неупругих столкновениях или их диссоциацией*), а также с противоположными процессами — девозбуждения и безызлучательной рекомбинации. Суммируя (3.2.15) по j , найдем скорость образования (исчезновения) частиц химического элемента β в результате всех аэрономи-

*) Термическая диссоциация при термосферной температуре ($\approx 1000-2000$ К) пренебрежимо мала [10].

ческих реакций рассматриваемого типа:

$$\begin{aligned}\dot{n}_{\beta}^{(1)} &= \sum_{\alpha, \beta' < \alpha'} (\bar{K}_{\alpha\beta'}^{\alpha\beta} n_{\alpha'} n_{\beta'} - \bar{K}_{\alpha\beta}^{\alpha'\beta'} n_{\alpha} n_{\beta}), \\ \bar{K}_{\alpha\beta}^{\alpha'\beta'} &= \sum_{j, j', s'} (M_{\alpha} M_{\beta})^{-3/2} (2\pi kT)^{-3} F_{\beta}(j) F_{\alpha}(s) \times \\ &\times \int \exp \left[-\frac{1}{2kT} (M_{\alpha} v_{\alpha}^2 + M_{\beta} v_{\beta}^2) \right] |g_{\alpha\beta}| d\sigma(j, s) dp_{\alpha} dp_{\beta}.\end{aligned}$$

Отметим, что при таком подходе и для "обыкновенной" химической реакции между химическими элементами константу скорости можно определять как статистически среднюю скорость по всем доступным (энергетически) каналам столкновений. Это согласуется с представлением о том, что химическая реакция "возмущает" распределение как по внутренним, так и по поступательным степеням свободы, и позволяет, вообще говоря, рассчитать теоретически (при знании как сечений химической реакции для индивидуальных состояний, так и распределений реагирующих молекул по внутренним состояниям во время реакции) константу скорости для неравновесных реакций.

Вклад радиативных процессов в уравнение для $n_{\beta j}$ согласно (2.1.24) можно представить в виде суммы $\dot{n}_{\beta j}^{(2)} + \dot{n}_{\beta j}^{(3)} + \dot{n}_{\beta j}^{(4)} + \dot{n}_{\beta j}^{(5)}$, где

$$\begin{aligned}\dot{n}_{\beta j}^{(2)} &= 2 \sum_{a; b < a'} ch^6 \{f_a f_{b'} [h^{-3} + f_v] [h^{-3} \pm f_b] - \\ &- f_b f_{v'} [h^{-3} \pm f_{a'}] [h^{-3} \pm f_{b'}]\} d\sigma(p_{\beta} j p_v \rightarrow p_{\beta'} j' p_{a'} s') dp_v dp_{\beta},\end{aligned}\quad (3.2.17)$$

$$\begin{aligned}\dot{n}_{\beta j}^{(3)} &= 2 \sum_{a, b'} h^6 \{f_{b'} f_v [h^{-3} \pm f_a] [h^{-3} \pm f_b] - f_b f_a [h^{-3} + f_v] [h^{-3} \pm f_{b'}]\} \times \\ &\times |g_{\alpha\beta}| d\sigma(p_{\beta} j p_{a'} s \rightarrow p_{\beta'} j' p_v) dp_{\alpha} dp_{\beta},\end{aligned}\quad (3.2.18)$$

$$\begin{aligned}\dot{n}_{\beta j}^{(4)} &= 2 \sum_{j' > j} ch^6 \{f_{\beta j'} [h^{-3} + f_v] [h^{-3} \pm f_{\beta j}] - h^{-3} f_{\beta j} f_v [h^{-3} \pm f_{\beta j'}]\} \times \\ &\times d\sigma(j, v \rightarrow j') dp_v dp_{\beta},\end{aligned}\quad (3.2.19)$$

$$\begin{aligned}\dot{n}_{\beta j}^{(5)} &= 2 \sum_{j' < j} ch^6 \{h^{-3} f_{\beta j'} f_v [h^{-3} \pm f_{\beta j}] - f_{\beta j} [h^{-3} + f_v] [h^{-3} \pm f_{\beta j'}]\} \times \\ &\times d\sigma(j', v \rightarrow j) dp_v dp_{\beta}.\end{aligned}\quad (3.2.20)$$

Величина $\dot{n}_{\beta j}^{(2)}$ обусловлена фотодиссоциацией (в том числе с возбуждением квантовых энергетических уровней образующихся частиц), фотоионизацией и процессами фоторекомбинации и радиативной ассоциации, приводящими, соответственно, к исчезновению и появлению частиц сорта β, j ; величина $\dot{n}_{\beta j}^{(3)}$ связана с теми же фотопроцессами, приводящими, соответственно, к появлению и исчезновению частиц сорта (β, j) ; $\dot{n}_{\beta j}^{(4)}$ и $\dot{n}_{\beta j}^{(5)}$ связаны с переходами между дискретными уровнями энергии частиц сорта β : фотовозбуждение с расположенных ниже уровней и радиативные

переходы (спонтанные и вынужденные) с метастабильных уровней на уровни, расположенные ниже.

С учетом (3.1.6), (3.1.7) и (3.2.9), а также процедуры преобразования величины R_2 (под соотношением (3.2.4)), перепишем (3.2.17) следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{n}_{\beta j}^{(2)} &= 2 \sum_{a', b' < a'} ch^6 \int f_b (h^{-3} \pm f_{a'}) (h^{-3} \pm f_{b'}) \times \\ &\times \left\{ \frac{f_{b'} f_{a'} [h^{-3} \pm f_b]}{f_b [h^{-3} \pm f_{a'}] [h^{-3} \pm f_{b'}]} [h^{-3} + f_\nu] - f_\nu \right\} d\sigma(\quad) dp_\nu dp_\beta = \\ &= 2 \sum_{a', b' < a'} ch^{-3} \int n_b K_b^{b'a'}(\nu) \exp \left[-\frac{h\nu(a'b' \rightarrow b)}{kT_b^{b'a'}} \right] dp_\nu - \\ &- 2 \sum_{a', b' < a'} c \int n_b \sigma_b^{b'a'}(\nu) f_\nu dp_\nu = \\ &= \sum_{a', b' < a'} A_{a'b', b} n_{a'} n_{b'} - \sum_{a', b' < a'} n_b \int \sigma_b^{b'a'}(\nu) \Phi_\nu d\nu. \end{aligned} \quad (3.2.17a)$$

Для преобразования выражения (3.2.18) используем соотношение взаимности (2.1.22). Так как получающаяся при этом подынтегральная величина при замене индексов a и b на индексы a' и b' отличается от аналогичной в (3.2.17) только знаком, то

$$\begin{aligned} \dot{n}_{\beta j}^{(3)} &= -2 \sum_{a, b'} ch^6 \int \{ f_b f_a [h^{-3} + f_\nu] [h^{-3} \pm f_{b'}] - f_{b'} f_\nu [h^{-3} \pm f_a] [h^{-3} \pm f_b] \} \times \\ &\times d\sigma(p_\beta j' p_\nu \rightarrow p_\beta j p_{\alpha s}) dp_\nu dp_{\beta'} = \\ &= - \sum_{a, b'} n_a n_b A_{ab, b'} + \sum_{a, b'} n_b \int \sigma_b^{ba}(\nu) \Phi_\nu d\nu, \end{aligned} \quad (3.2.18a)$$

где

$$\begin{aligned} A_{ab, b'} &= n_a^{-1} n_b^{-1} h^3 \int f_a f_b [h^{-3} \pm f_{b'}] |g_{\alpha\beta}| \times \\ &\times d\sigma(p_\beta j p_{\alpha s} \rightarrow p_\beta j' p_\nu) dp_\alpha dp_\beta \end{aligned} \quad (3.2.21)$$

— константа скорости для процессов фоторекомбинации. Действуя подобным же образом при преобразовании выражений (3.2.19) и (3.2.20), получим

$$\dot{n}_{\beta j}^{(4)} = \sum_{j' > j} n_{\beta j'} A_{\beta j', j} - \sum_{j' > j} n_{\beta j} \int \sigma_{\beta j'}^{\beta j}(\nu) \Phi_\nu d\nu \quad (3.2.19a)$$

$$\dot{n}_{\beta j}^{(5)} = - \sum_{j' < j} n_{\beta j} A_{\beta j, j'} + \sum_{j' < j} n_{\beta j} \int \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) \Phi_\nu d\nu. \quad (3.2.20a)$$

Здесь $A_{\beta j, j'}$ — коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения при переходе в энергетически более низкое состояние $j \rightarrow j'$.

С учетом (3.2.15), (3.2.17a) — (3.2.20a) уравнение непрерывности (3.2.13) для плотности числа частиц сорта β в j -м внутреннем состоянии принимает вид

$$\rho \frac{d}{dt} (n_{\beta j} / \rho) + \nabla \cdot n_{\beta j} (w_\beta + V) = \dot{n}_{\beta j}^{(1)} + \dot{n}_{\beta j}^{(2)} + \dot{n}_{\beta j}^{(3)} + \dot{n}_{\beta j}^{(4)} + \dot{n}_{\beta j}^{(5)}. \quad (3.2.22)$$

На практике, при решении конкретных астрономических задач почти всегда возможны различные упрощения (3.2.22): например, учет относительной величины констант различных столкновительных и радиативных процессов в условиях термосферы позволяет опустить некоторые члены; реальное число возбужденных уровней часто может быть аппроксимировано одним или несколькими уровнями, которым приписана фиктивная высокая степень вырождения; в тех случаях, когда скорости прямых и обратных астрономических реакций достаточно велики (т.е. времена реакций много меньше характерного гидродинамического времени t_0), второй член слева становится пренебрежимо малым и уравнение переходит в уравнение химической кинетики, и т.д.

3.2.3. Перенос энергии поступательных степеней свободы. Все астрономические реакции сопровождаются либо переходом внутренней энергии в тепловую или в излучение (экзотермические реакции), либо переходом энергии движения или излучения во внутреннюю энергию при образовании новых компонент (эндотермические реакции). Теплота ρ -й реакции q_ρ определяется выражением

$$q_\rho = \sum_b (\eta''_{b,\rho} - \eta'_{b,\rho}) h_b = \frac{5}{2} kT \Delta_\rho + q_\rho^0, \\ q_\rho^0 = \sum_{\beta,j} (\eta''_{\beta f,\rho} - \eta'_{\beta f,\rho}) \delta \epsilon_\beta(f), \quad (3.2.23)$$

в котором для энтальпии на одну частицу сорта β в j -м возбужденном состоянии использовано соотношение (см. (2.2.9), (2.2.16a))

$$h_{\beta f} = \frac{5}{2} kT + \delta \epsilon_\beta(f) \quad (\text{причем } h_\beta = n_\beta^{-1} \sum_j n_{\beta f} h_{\beta f} = \sum_j h_{\beta f} F_{\beta f}). \quad (3.2.24)$$

В (3.2.23) $\Delta_\rho = \sum_b (\eta''_{b,\rho} - \eta'_{b,\rho})$ — алгебраическая сумма стехиометрических коэффициентов реакции (3.2.11). В условиях верхней атмосферы, как правило, $q_\rho^0 \gg \frac{5}{2} kT \Delta_\rho$ [11]; тогда в соответствии с (3.2.23) вклад

всех астрономических реакций Q_{ch} в уравнение переноса (2.1.47) для кинетической температуры смеси может быть записан в следующем общем виде:

$$Q_{ch} = - \sum_b \dot{n}_b h_b = - \sum_{\rho=1}^r q_\rho \xi_\rho \approx - \sum_{\rho=1}^r q_\rho^0 \xi_\rho. \quad (3.2.25)$$

Конкретизируем соотношение (3.2.25) для рассматриваемых бимолекулярных реакций общего типа. Введем обозначения: $Q_{ch}^{(i)} = - \sum_b \dot{n}_b^{(i)} h_b$ ($i = 1, 2, \dots, 5$); тогда $Q_{ch} = \sum_{i=1}^5 Q_{ch}^{(i)}$. Преобразуем каждое слагаемое $Q_{ch}^{(i)}$ к виду (3.2.25). С учетом (3.2.15), (3.2.17a) — (3.2.20a), а также симметричности коэффициентов $K_{ba}^{b'a'}$ по верхним (нижним) индексам, возможны следующие упрощения:

$$Q_{ch}^{(1)} = \frac{1}{2} \sum_{b,a} \sum_{b',a'} h_b (K_{ba}^{b'a'} n_a n_b - K_{b'a}^{ba'} n_{a'} n_{b'}) = \\ = \frac{1}{8} \sum_{b,a} \sum_{b',a'} (h_b + h_a - h_{b'} - h_{a'}) \times$$

$$\times (K_{ba}^{b'a'} n_a n_b - K_{ba}^{b'a'} n_a n_b) = \frac{1}{4} \sum_{b,a} \sum_{b',a'} (h_b + h_a - h_{b'} - h_{a'}) K_{ba}^{b'a'} n_a n_b =$$

$$= - \sum_{b>a} \sum_{b'>a'} q_{ba}^{b'a'} K_{ba}^{b'a'} n_a n_b, \quad (3.2.26)$$

$$Q_{ch}^{(2,3)} = \sum_b \left\{ \sum_{a,b'} h_b [n_a n_b A_{ab,b'} - n_{b'} \int \sigma_b^{b'a'}(v) \Phi_v dv] - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \sum_{a',b'} h_b [n_{a'} n_{b'} A_{a'b',b} - n_b \int \sigma_b^{b'a'}(v) \Phi_v dv] \right\} =$$

$$= \sum_b \left\{ \frac{1}{2} \sum_{a',b'} (h_{b'} + h_{a'} - h_b) [n_{a'} n_{b'} A_{a'b',b} - n_b \int \sigma_b^{b'a'}(v) \Phi_v dv] \right\} \approx$$

$$\approx \sum_b \sum_{b'>a'} h\nu(b'a' \rightarrow b) [n_{a'} n_{b'} A_{a'b',b} - n_b \int \sigma_b^{b'a'}(v) \Phi_v dv], \quad (3.2.27)$$

$$Q_{ch}^{(4,5)} = \sum_\beta \left\{ \sum_{j,j'<j} h_{\beta j} [n_{\beta j} A_{\beta j,j'} - n_{\beta j'} \int \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(v) \Phi_v dv] - \right.$$

$$\left. - \sum_{j,j'>j} h_{\beta j} [n_{\beta j'} A_{\beta j',j} - n_{\beta j} \int \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(v) \Phi_v dv] \right\} \approx$$

$$\approx \sum_\beta \sum_{j,j'>j} h\nu_\beta(j,j') [n_{\beta j'} A_{\beta j',j} - n_{\beta j} \int \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(v) \Phi_v dv], \quad (3.2.28)$$

где введены обозначения $h\nu(b'a' \rightarrow b) \equiv \delta\epsilon_{\beta'}(j') + \delta\epsilon_{\alpha'}(s') - \delta\epsilon_{\beta}(j)$, $q_{ba}^{b'a'} = h_{b'} + h_{a'} - h_b - h_a$, $h\nu_\beta(j,j') \equiv \delta\epsilon_{\beta}(j') - \delta\epsilon_{\beta}(j)$ для теплот соответствующих реакций.

С учетом (3.2.10), (3.2.26) – (3.2.28) совместный вклад радиационных и химических процессов (функция нагревания) в уравнение (2.1.47) для кинетической температуры газовой смеси может быть записан в следующем общем виде:

$$[Q_R + Q_{ch}] = \sum_b \sum_{a'<b'} n_b \int \sigma_b^{b'a'}(v) [h\nu - h\nu(b'a' \rightarrow b)] \Phi_v dv -$$

$$- \sum_{b>a} \sum_{b'>a'} q_{ba}^{b'a'} K_{ba}^{b'a'} n_a n_b + \sum_\beta \sum_{j,j'<j'} n_{\beta j} \int \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(v) [h\nu - h\nu_\beta(j,j')] \Phi_v dv. \quad (3.2.29)$$

Формула (3.2.29) особенно удобна для расчета нагревания верхней атмосферы коротковолновым солнечным излучением, поскольку поток Φ_v может быть в этом случае с большой степенью точности заменен на легко рассчитываемый поток солнечных фотонов $\Phi_{v\odot}$ (см. п. 3.3.1). Проиллюстрируем изложенный подход на двух конкретных процессах в атмосфере Земли. Как указывалось в § 1.5, одним из основных источников нагрева нижней термосферы является диссоциативное поглощение молекулами O_2 излучения $1350 \leq \lambda \leq 2500 \text{ \AA}$ [12], причем в зависимости от энергии фотона могут возбуждаться различные электронные состояния продуктов диссоциации:

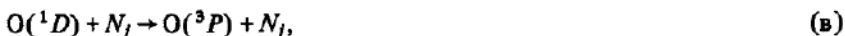


Энергия, затраченная на возбуждение одного из атомов до состояния 1D ,

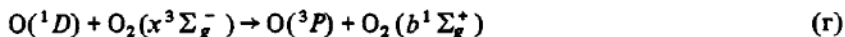
может, помимо спонтанного излучения, перейти в кинетическую энергию частиц вследствие ударной дезактивации либо пойти на возбуждение состояния $b^1 \Sigma_g^+$ молекул O_2 :



$(A_{O(D), O(P)}^{-1} = 110 \text{ с, красный дуплет});$



$(K_{O(D)j}^{O(P)f} = 5,0 \cdot 10^{-11}, 1,0 \times 10^{-11} \text{ и } 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ см}^3/\text{с для } N_j = N_2, O_2, O \text{ соответственно});$



$(K_{O(D)O_2(x)}^{O(P)O_2(b)} = 2 \cdot 10^{-11} \text{ см}^3/\text{с}).$ Состояние $b^1 \Sigma_g^+$ кислорода также метастабильно:



$(A_{O_2(b), O_2(x)}^{-1} = 145 \text{ с, атмосферные красные});$



$(K_{O_2(b)j}^{O_2(x)f} = 1,5 \cdot 10^{-15}, 9,0 \cdot 10^{-16} \text{ и } 1,0 \cdot 10^{-15} \text{ см}^3/\text{с для } N_j = N_2, O_2, O \text{ соответственно}).$

Функция нагрева (3.2.29) для реакций (а – е) принимает вид

$$\begin{aligned} [Q_R + Q_{ch}]^* &= n_{O_2} \int \sigma_{O_2}^{O(P), O(P)}(\nu) [h\nu - D_{O_2}] \Phi_{\nu\infty} d\nu + \\ &+ n_{O_2} \int \sigma_{O_2}^{O(P), O(D)}(\nu) [h\nu - D_{O_2} - w_{1D}] \Phi_{\nu\infty} d\nu + \\ &+ (w_{1D} - w_{1\Sigma}) K_{O(D), O_2(b)}^{O(P), O_2(b)} n_{O(D)} n_{O_2(b)} + \\ &+ (w_{1D} \sum_{j=1}^3 K_{O(D)j}^{O(P)f} n_{O(D)} n_j + w_{1\Sigma} \sum_{j=1}^3 K_{O_2(b)j}^{O_2(x)f} n_{O_2(b)} n_j), \quad (3.2.30) \end{aligned}$$

где $D_{O_2} (= 5,11 \text{ эВ})$ – энергия диссоциации O_2 ; $w_{1D} (= 1,96 \text{ эВ})$, $w_{1\Sigma} (= 1,6 \text{ эВ})$ – соответственно энергия возбуждения уровня 1D атома O и $b^1 \Sigma_g^+$ молекул O_2 (см. табл. 3.2.3.)^{*}.

Возможное упрощение соотношения (3.2.30) основано на том, что времена релаксации $\tau_{O(D)}$ и $\tau_{O_2(b)}$ заселенности возбужденных уровней 1D и $b^1 \Sigma_g^+$ ($\tau_{O(D)} \sim [\dot{n}_{O(D)}/n_{O(D)}]^{-1} \approx 100 \text{ с}$, $\tau_{O_2(b)} \sim [\dot{n}_{O_2(b)}/n_{O_2(b)}]^{-1} \approx 140 \text{ с}$) намного больше соответствующих времен диссоциации и ассоциации, так что можно считать, что значения $n_{O(D)}$ и $n_{O_2(b)}$ находятся в

^{*} Потенциалы ионизации см. в табл. 5.1.4.

Т а б л и ц а 3.2.3

Энергия диссоциации D_α и эквивалентные длины волн нейтральных молекул, распространенных в планетных атмосферах

Молекула	H_2	N_2	O_2	NO	$N_2O \rightarrow N_2 + O$	OH	CO	$CO_2 \rightarrow CO + O$	$H_2O \rightarrow H + OH$	$CH_4 \rightarrow CH_3 + H$
D_α , эВ	4,479	9,762	5,117	6,509	1,677	4,395	11,111	5,455	5,117	4,45
λ , Å	2767,4	1270,3	2423	1905	7393	2821	1116	2273	2423	~2785
Молекула	ClO	HCl	HF	$HO_2 \rightarrow O + OH$	$NO_2 \rightarrow NO + O$	$O_3 \rightarrow O_2 + O$	$H_2O_2 \rightarrow H_2O + O$	$NO_3 \rightarrow NO_2 + O$	$HNO_3 \rightarrow OH + NO_2$	$ClNO_2 \rightarrow ClO + NO_2$
D_α , эВ	2,73	4,44	5,86	2,73	3,117	1,052	1,43	2,17	2,30	1,13
λ , Å	~4540	2800	~2115	4540	3977	11785	~8700	~5700	~5400	~10970

равновесии с мгновенными значениями $n_o(p)$ и $n_{o_2}(x)$, т.е.

$$\dot{n}_o(D) = n_{o_2} \int \sigma_{o_2}^{o(D), o(p)}(\nu) \Phi_{\nu o} d\nu - n_{o(D)} A_{o(D), o(p)} - \\ - \sum_{j=1}^3 K_{o(D)j}^{o(p)/} n_j n_{o(D)} \approx 0,$$

$$\dot{n}_{o_2}(b) = K_{o(D), o_2(x)}^{o(p), o_2(b)} n_{o_2}(x) n_{o(D)} - n_{o_2}(b) A_{o_2(b), o_2(x)} - \\ - \sum_{j=1}^3 K_{o_2(b)j}^{o_2(x)/} n_{o_2}(b) n_j \approx 0,$$

откуда

$$n_{o(D)} = \frac{n_{o_2} \int \sigma_{o_2}^{o(D), o(p)}(\nu) \Phi_{\nu o} d\nu}{A_{o(D), o(p)} + \sum_j K_{o(D)j}^{o(p)/} n_j}, \\ n_{o_2}(b) = \frac{K_{o(D), o_2(x)}^{o(p), o_2(b)} \cdot n_{o_2}(x) n_{o(D)}}{A_{o_2(b), o_2(x)} + \sum_j K_{o_2(b)j}^{o_2(x)/} n_j} \quad (3.2.31)$$

Подставляя (3.2.31) в (3.2.30), получим окончательную формулу для скорости тепловыделения в уравнении энергии (2.1.47) за счет фотодиссоциации с возбуждением:

$$[Q_R + Q_{ch}]^* = n_{o_2} \int \{ \sigma_{o_2}^{o(p), o(p)}(\nu) [h\nu - D_{o_2}] + \\ + \sigma_{o_2}^{o(D), o(p)}(\nu) [h\nu - D_{o_2} w_{1D} (1 - f_{1D}^*)] \} \Phi_{\nu} d\nu, \quad (3.2.32)$$

где

$$f_{1D}^* = \frac{1}{A_{o(D), o(p)} + \sum_j K_{o(D)j}^{o(p)/} n_j} \times \\ \times \left\{ \sum_j K_{o(D)j}^{o(p)/} n_j + K_{o(D), o_2(x)}^{o(p), o_2(b)} n_{o_2}(x) \times \right. \\ \left. \times \left[1 + \frac{w_{1D}}{w_{1D}} \left(-1 + \frac{\sum_j K_{o_2(b)j}^{o_2(x)/} n_j}{A_{o_2(b), o_2(x)} + \sum_j K_{o_2(b)j}^{o_2(x)/} n_j} \right) \right] \right\}.$$

Таким образом, если радиационное время жизни $A_{o(D), o(p)}^{-1}$ ($A_{o_2(b), o_2(x)}^{-1}$) возбужденного атома $O(^1D)$ ($O_2(b^1\Sigma_g^+)$) много больше столкновительного времени жизни $[\sum_j K_{o(D)j}^{o(p)/} n_j]^{-1}$ ($[\sum_j K_{o_2(b)j}^{o_2(x)/} n_j]^{-1}$), то $f_{1D}^* \approx 1$, и в этом случае превышение фотонной

Таблица 3.2.4

Наиболее важные возбужденные компоненты в атмосфере Земли [12]

Основное состояние	Возбужденное состояние	Энергия возбуждения, эВ	Радиативное время жизни, с
H (1S)	H (2P)	10,2	$1,6 \cdot 10^{-9}$
He (1^1S)	He (2^3S)	19,7	$4,5 \cdot 10^4$
O (3P)	O (1D)	1,96	110
	O (1S)	4,17	0,74
O $^+$ (4S)	O $^+$ (2D)	3,31	$1,3 \cdot 10^4$
	O $^+$ (2P)	5,0	5
O $_2$ ($x^3\Sigma_g^-$)	O $_2$ ($a^1\Delta_g$)	0,98	$2,7 \cdot 10^3$
	O $_2$ ($b^1\Sigma_g^+$)	1,63	12
	O $_2$ ($A^3\Sigma_g^+$)	4,34	~ 1
O $_2^+$ ($x^2\Pi_g$)	O $_2^+$ ($a^4\Pi_u$)	4,04	Метастабильная
OH ($x^2\Pi$) $_v=0$	OH ($x^2\Pi$) $_v=9$	3,48	$6,0 \cdot 10^{-2}$
N (4S)	N (2D)	2,39	$9,36 \cdot 10^4$
	N (2P)	3,56	12
N $^+$ (3P)	N $^+$ (1D)	1,89	$2,48 \cdot 10^2$
	N $^+$ (1S)	4,04	0,9
N $_2$ ($x^1\Sigma_g^+$)	N $_2$ ($A^3\Sigma_u^+$)	6,17	~ 2
	N $_2$ ($^3\Delta_u$)	7,1	Метастабильная

энергии над энергией диссоциации в фотохимическом процессе реализуется как кинетическая энергия продуктов реакции, т.е. идет на нагревание термосферы — фотодиссоциационное тепло. Остальная часть фотонной энергии реализуется как химическая энергия реакций рекомбинации. Однако в общем случае, согласно (3.2.32), механизмом ударной дезактивации переводится в тепло лишь часть энергии солнечных фотонов, затраченной на возбуждение продуктов фотопроцесса, остальная же часть высвечивается в космическое пространство [11]. Наиболее характерные возбужденные компоненты в верхней атмосфере Земли и радиативные времена жизни возбужденных состояний приведены в табл. 3.2.4.

В качестве второго примера рассмотрим один из источников нагрева земной атмосферы в области озоносферы (~ 30 км) — фотолит озона.

Фотодиссоциация озона солнечным излучением $2000 < \lambda < 3200$ Å



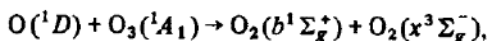
является источником метастабильных компонент O(1D), O $_2$ ($a^1\Delta_g$), O $_2$ ($b^1\Sigma_g^+$), которые, в связи с большим радиативным временем жизни (см. табл. 3.2.4), способны испытать большое число соударений прежде, чем произойдет высвечивание [12]:



инфракрасные атмосферные);



$(K_{O_2(a)j}^{O_2(x)j} = 2,0 \cdot 10^{-14}, 2,4 \cdot 10^{-18}, \leq 3 \cdot 10^{-21}, \leq 1,3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^3/\text{с}$ для $N_j = O_3, O_2, N_2$ и O соответственно);



$$K_{O(D),O_3}^{O_2(b),O_2(x)} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}. \quad (\kappa)$$

Легко показать, что функция нагревания (3.2.29) для комплекса реакций (а-е) (в которых в качестве дезактивирующей частицы следует учитывать и озон) и (ж-к) принимает вид:

$$\begin{aligned} [Q_R + Q_{ch}]^{**} = & n_{O_2} \int \sigma_{O_2}^{O(P),O(P)}(\nu) [h\nu - D_{O_2}] \Phi_{\nu e} d\nu + \\ & + n_{O_3} \int \sigma_{O_3}^{O(D)O_2(b)}(\nu) [h\nu - D_{O_3} - w_{1D}(1 - f_{1D}) - w_{1\Sigma}(1 - f_{1\Sigma})] \Phi_{\nu e} d\nu + \\ & + n_{O_2} \int \sigma_{O_2}^{O(P),O(D)}(\nu) [h\nu - D_{O_2} - w_{1D}(1 - f_{1D})] \Phi_{\nu e} d\nu + \\ & + n_{O_3} \int \sigma_{O_3}^{O(D)O_2(a)}(\nu) [h\nu - D_{O_3} - w_{1D}(1 - f_{1D}) - w_{1\Delta}(1 - f_{1\Delta})] \Phi_{\nu e} d\nu, \end{aligned} \quad (3.2.33)$$

где

$$\begin{aligned} f_{1\Sigma} = & \frac{\sum_j K_{O_2(b)j}^{O_2(x)j} n_j}{A_{O_2(b),O_2(x)} + \sum_j K_{O_2(b)j}^{O_2(x)j} n_j}, \quad f_{1\Delta} = \frac{\sum_j K_{O_2(a)j}^{O_2(x)j} n_j}{A_{O_2(a),O_2(x)} + \sum_j K_{O_2(a)j}^{O_2(x)j} n_j}, \\ f_{1D} = & \frac{\sum_j K_{O(D)j}^{O(P)j} n_j + \frac{D_{O_3} - D_{O_2}}{w_{1D}} \sum_j K_{O_2(b)j}^{O_2(x)j} n_j}{A_{O(D),O(P)} + \sum_j K_{O(D)j}^{O(P)j} n_j + K_{O(D),O_3}^{O_2(b),O_2(x)} n_{O_3}} + \\ & + \frac{(K_{O(D),O_2(x)}^{O(P),O_2(b)} \cdot n_{O_2(x)} + K_{O(D),O_3}^{O_2(b),O_2(x)} \cdot n_{O_3}) \left[1 + \frac{w_{1\Sigma}}{w_{1D}} (-1 + f_{1\Sigma}) \right]}{A_{O(D),O(P)} + \sum_j K_{O(D)j}^{O(P)j} n_j + K_{O(D),O_3}^{O_2(b),O_2(x)} \cdot n_{O_3}}. \end{aligned}$$

Здесь D_{O_3} — энергия диссоциации озона; $w_{1\Delta}$ ($= 0,98$ эВ) — энергия возбуждения уровня $a^1\Delta_g$ молекулы O_2 .

Развитый метод применим с небольшими изменениями и к расчету нагревания атмосферы солнечным ионизирующим излучением с учетом дополнительной ионизации быстрыми фотозлектронами.

§ 3.3. Радиационные процессы в стратифицированной атмосфере

В тепловой баланс определенных областей атмосферы планеты (например, средней атмосферы Земли, атмосферы Марса, надоблачной атмосферы Венеры) существенный вклад, помимо коротковолнового солнечного излучения, вносит перенос длинноволнового излучения Солнца, планеты и припланетной атмосферы. При этом поля солнечного излучения и собственного излучения планеты обычно рассматривают в отдельности.

3.3.1. Прямое солнечное излучение. Уравнение переноса (3.1.23) для солнечного излучения, рассеиваемого (без изменения частоты фотона) и поглощаемого атмосферой планеты, принимает вид

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla I_{\nu\odot}(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) = \rho \kappa_{\nu} \left[-I_{\nu\odot}(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) + \frac{\lambda_{\nu}}{4\pi} \int_{\vec{\Omega}'} I_{\nu\odot}(\mathbf{r}, \vec{\Omega}') \chi(\arccos(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}')) d\Omega' \right]. \quad (3.3.1)$$

Можно считать, что солнечное излучение падает на верхнюю границу атмосферы почти параллельным пучком в направлении, определяемом вектором $\vec{\Omega}_{\odot}$. Далее, удобно представить уравнение (3.3.1) в виде двух частей, одна из которых справедлива для направлений, близких к $\vec{\Omega}_{\odot}$ (для прямого солнечного излучения), а другая — для всех остальных направлений (для диффузного солнечного излучения). Пусть угловой размер солнечного диска при наблюдении с планеты заключен в небольшом телесном угле $\Delta\vec{\Omega}_{\odot}$ вблизи направления $\vec{\Omega}_{\odot}$. Для прямого солнечного излучения величина спектральной интенсивности излучения, обозначаемая далее $I_{\nu\odot}^*(\mathbf{r}, \vec{\Omega})$, отлична от нуля, когда вектор $\vec{\Omega}$ близок к направлению вектора $\vec{\Omega}_{\odot}$. Для рассеянного солнечного излучения спектральная интенсивность $I_{\nu\odot}^*(\mathbf{r}, \vec{\Omega})$ является непрерывной функцией вблизи направления $\vec{\Omega}_{\odot}$ и потому не включает в себя прямые параллельные лучи.

Из (2.1.15) следует, что спектральный поток прямой солнечной радиации равен

$$q_{\nu\odot} = \int_{\Delta\vec{\Omega}_{\odot}} \vec{\Omega} I_{\nu\odot}^*(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega} \approx \vec{\Omega}_{\odot} \int_{\Delta\vec{\Omega}_{\odot}} I_{\nu\odot}^*(\mathbf{r}, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega} = h\nu\Phi_{\nu\odot}\vec{\Omega}_{\odot}, \quad (3.3.2)$$

где $\Phi_{\nu\odot}$ — спектральный поток солнечных фотонов, пересекающий в единицу времени единичную площадку перпендикулярно падающему лучу (размерность $\Phi_{\nu\odot}$ есть фотон $\cdot \text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$). При интегрировании обеих частей уравнения (3.3.1) по телесному углу в пределах $\Delta\vec{\Omega}_{\odot}$ легко получить, с учетом (3.3.2), следующее уравнение для прямого солнечного потока:

$$\frac{d\Phi_{\nu\odot}}{ds} = -\rho \kappa_{\nu a} \Phi_{\nu\odot},$$

из которого следует

$$\Phi_{\nu\odot}(s) = \Phi_{\nu\infty} \exp \left[\int_s^{\infty} \rho \kappa_{\nu a} ds \right] = \Phi_{\nu\infty} \exp \left[-\int_z^{\infty} \rho \kappa_{\nu a} \sec \theta_{\odot} dz \right], \quad (3.3.3)$$

т.е. поток фотонов вследствие взаимодействия излучения с атмосферным газом уменьшается по сравнению с потоком за пределами атмосферы. Здесь s — координата вдоль луча с направлением $\vec{\Omega}_{\odot}$; $\Phi_{\nu\infty}$ — экспериментально определяемая величина неослабленного потока солнечных фотонов

на верхней границе планетной атмосферы. Второе соотношение (3.3.3) записано для одномерной плоской атмосферы, когда приращение длины ds пути луча света связано с приращением высоты dz (z — высота над поверхностью планеты) соотношением $ds = -\sec \theta_{\odot} dz$, где θ_{\odot} — зенитный угол Солнца (см. рис. 3.3.1). Зенитный угол θ_{\odot} удовлетворяет следующему соотношению [21]:

$$\cos \theta_{\odot} = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(\omega t), \quad (3.3.4)$$

где φ — широта, δ — склонение Солнца, ω — скорость вращения атмосферы (планеты) и t — время, измеряемое от полуденного меридиана.



Рис. 3.3.1. Определение зенитного угла Солнца

Оптическая толщина. В случае одномерной плоской атмосферы удобно записать уравнение переноса излучения, используя вертикальную оптическую толщину $\tau_{\nu}(z_1, z_2)$ между двумя точками z_1 и z_2 , определяемому соотношением

$$\tau_{\nu}(z_1, z_2) = \int_{z_1}^{z_2} \rho(z') \kappa_{\nu a}(z') dz' \quad (z_1 < z_2). \quad (3.3.5)$$

Тогда, например,

$$\Phi_{\nu}(z, \theta_{\odot}) = \Phi_{\nu\infty} \exp[-\sec \theta_{\odot} \tau_{\nu}(z, \infty)]. \quad (3.3.3a)$$

Функция Чепмена. Учет кривизны атмосферных слоев (т.е. изменения толщи атмосферы в зависимости от θ_{\odot}) приводит к тому, что в выражении (3.3.3) вместо $\sec \theta_{\odot}$ появляется функция Чепмена $\text{Ch}(\theta_{\odot}, X)$ (для скользящего падения лучей) от зенитного угла θ_{\odot} и безразмерного параметра $X = (R_{\text{пл}} + z)/H$, где $H = kT/Mg$ — шкала высот. Функция $\text{Ch}(\theta_{\odot}, X)$ затабулирована (см., например, [13, 14]); при $\theta_{\odot} < 75^\circ$ $\text{Ch}(\theta_{\odot}, X) \approx \sec \theta_{\odot}$; при $\theta_{\odot} \geq 70^\circ$ она может быть аппроксимирована выражением

$$\begin{aligned} \text{Ch}(\theta_{\odot}, X) &\approx \sqrt{0,5 \pi X \sin \theta_{\odot}} \exp(X \cos^2 \theta_{\odot} / 2) \times \\ &\times [1 \pm \text{erf} \sqrt{X \cos^2 \theta_{\odot} / 2}], \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

где знаки \pm относятся к случаю $\theta_{\odot} \gtrless 90^\circ$.

Так как для функции erf (интеграл ошибок) имеются таблицы [22], выражение (3.3.6) является вполне достаточным приближением для многих целей. При $\theta_{\odot} = 90^\circ$ $\text{Ch}(\pi/2, X) = \sqrt{X\pi/2}$. В табл. 3.3.1 приведены значения $\text{Ch}(\theta_{\odot}, X)$ [13, 14].

Таблица 3.3.1

Функция Чепмена $Ch(\theta_e, X)$

θ_e	Год									
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	
70°	2,615	2,744	2,797	2,825	2,843	2,856	2,865	2,872	2,877	
71	2,718	2,864	2,924	2,957	2,978	2,992	3,003	3,011	3,017	
72	2,830	2,996	3,064	3,102	3,126	3,143	3,155	3,165	3,172	
73	2,952	3,140	3,219	3,163	3,291	3,310	3,325	3,336	3,345	
75	3,228	3,475	3,580	3,640	3,679	3,706	3,726	3,742	3,754	
76	3,386	3,667	3,792	3,863	3,909	3,946	3,966	3,985	4,000	
77	3,558	3,883	4,030	4,115	4,170	4,210	4,239	4,262	4,280	
78	3,748	4,125	4,298	4,400	4,468	4,516	4,552	4,580	4,603	
79	3,958	4,396	4,604	4,727	4,810	4,869	4,914	4,949	4,977	
80	4,189	4,704	4,953	5,104	5,205	5,279	5,336	5,380	5,416	
81	4,447	5,052	5,355	5,541	5,668	5,762	5,833	5,890	5,936	
82	4,734	5,452	5,822	6,054	6,216	6,335	6,428	6,502	6,562	
83	5,055	5,912	6,368	6,662	6,870	7,026	7,148	7,246	7,327	
84	5,416	6,445	7,015	7,391	7,663	7,870	8,034	8,167	8,278	

	5,828	7,068	7,788	8,297	8,338	8,938	9,330	9,486
86	6,287	7,804	8,722	9,368	9,857	10,246	10,830	11,058
87	6,816	8,679	9,867	10,735	11,412	11,963	12,819	13,162
88	7,421	9,731	11,290	12,477	13,437	14,242	15,538	16,075
89	8,119	11,009	13,084	14,743	16,139	17,351	19,392	20,272
90	8,928	12,580	15,388	17,758	19,846	21,735	25,090	26,609
91	9,873	14,535	18,401	21,868	25,091	28,148	33,935	36,717
92	10,982	17,001	22,421	27,628	32,771	37,929	48,468	53,906
93	12,295	20,157	27,907	35,948	44,462	53,568	73,938	85,374
94	13,858	24,257	35,575	48,371	63,032	79,920		
95	15,734	29,672	46,573	67,601	93,937			
96	18,003	36,950	62,792	98,546				
97	20,771	46,910	87,426					
98	24,175	60,809						
99	28,400	80,598						
100	33,692							

Следует отметить, что для атмосферных компонент с различными значениями шкалы высот $H_\alpha = kT/M_\alpha g$ параметр X принимает различные значения. Поэтому с учетом (3.1.9) величина солнечного потока $\Phi_{\nu\odot}$ в общем случае нескольких компонент с различным высотным распределением задается выражением

$$\Phi_{\nu\odot} = \Phi_{\nu\infty} \exp \left\{ - \int_z^\infty \left[\sum_{\beta, i, j'} n_{\beta j} \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) \text{Ch}(\theta_\odot, X_\beta) + \sum_{b, a' < b'} n_b \sigma_b^{b' a'}(\nu) \text{Ch}(\theta_\odot, X_b) \right] dz \right\}. \quad (3.3.7)$$

3.3.2. Функция нагрева атмосферы. Выражение для величины поглощаемой солнечной энергии \mathcal{A}_\odot (3.2.3) рассмотрим отдельно для коротковолнового и длинноволнового диапазонов длин волн. При расчетах нагрева атмосферы коротковолновым излучением можно пренебречь функцией источника S_ν в стационарном уравнении переноса (3.1.23), так как собственное излучение атмосферы в рентгеновском и ультрафиолетовом диапазонах слишком мало при характерных температурах в термосфере (~ 1000 К) [7]. Большинство фотонов в эмиссиях, возникающих вследствие диссоциации с возбуждением или ионизации, рождаются в ближнем ультрафиолете [10] и, обладая большими длинами пробега, уходят из термосферы. Рассеянное же солнечное излучение $I_{\nu\odot}^*$ также может не учитываться, поскольку сечение рэлеевского рассеяния имеет порядок $\sim 10^{-24}$ см², а сечение поглощения $\sim 10^{-17}$ см² в ионизационном континууме (40–1025,7 Å) и $\sim 10^{-19}$ см² в континууме Шумана–Рунге (1300–1750 Å). Поэтому для поглощенной ультрафиолетовой радиации имеем, с учетом формул (3.2.3) и (3.3.7),

$$\mathcal{A}^{Y\Phi} \equiv \mathcal{A}_\odot^{Y\Phi} = \int_0^\infty h\nu \left[\sum_{\beta, i, j'} n_{\beta j} \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) + \sum_{b, b' \geq a'} n_b \sigma_b^{b' a'}(\nu) \right] \Phi_{\nu\odot}^{Y\Phi} d\nu. \quad (3.3.8)$$

Это соотношение является основным при учете солнечной коротковолновой радиации в тепловом балансе атмосферы.

Как уже говорилось (см. гл. 1), трансформация основной доли энергии солнечного электромагнитного излучения происходит в результате процессов фотолиза. В результате фотоионизации возникают свободные электроны (фотоэлектроны), начальный энергетический спектр которых представляет собой функцию энергии падающего фотона, потенциала ионизации атома и степени возбуждения образующегося положительного иона. Энергия быстрых фотоэлектронов частично идет на нагрев термализованного электронного газа упругими столкновениями, на возбуждение электронных, колебательных и вращательных уровней молекул, и частично на образование возбужденных ионов и вторичных электронов, способных, в свою очередь, возбуждать электронные и колебательные уровни атмосферных частиц и упруго взаимодействовать с термализованными электронами. Одновременно идут обратные процессы ассоциации в тройных соударениях, рекомбинации и ударной дезактивации возбужденных молекул и атомов. Все эти реакции сопровождаются либо переходом внутренней энергии частиц в тепловую или излучение, либо переходом энергии движения и

излучения во внутреннюю энергию газовой смеси. Таким образом, только часть поглощенной коротковолновой радиации изменяет тепловой баланс среды, т.е. увеличивает энергию поступательных движений, а остальная высвечивается.

В практических расчетах далеко не все элементарные процессы, ответственные за тепловой баланс термосферы, можно учесть в соответствующих моделях. Для учета совместного вклада коротковолнового излучения Солнца ($Q_R^{y\Phi} \equiv -\nabla \cdot q_R^{y\Phi}$) и соответствующего комплекса астрономических

реакций ($Q_{ch}^* = -\sum_{\alpha} h_{\alpha} \dot{n}_{\alpha}$ (3.2.25)) в уравнении переноса энергии (2.1.47)

обычно используют полуфеноменологические коэффициенты (так называемые эффективности тепловыделения) ϵ_{ν} , определяющие долю поглощенной коротковолновой радиации, которая переходит в тепло. Оценки коэффициентов ϵ_{ν} сопряжены с известными трудностями и требуют привлечения дополнительной информации [11, 15, 16]. Функция нагревания тогда примет вид

$$Q_R^{y\Phi} + Q_{ch}^* = \sum_0 h\nu \epsilon_{\nu} \left[\sum_{\beta, j, j'} n_{\beta j} \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) + \sum_{b, a' < b} n_b \sigma_b^{b' a'}(\nu) \right] \Phi_{\nu \infty}^{y\Phi} d\nu, \quad (3.3.9)$$

где символом \sum обозначено суммирование по спектральным линиям и интегрирование по непрерывному спектру в ионизационном (диссоциационном) континууме.

Для диссоциационного континуума ($1000 \leq \lambda \leq 2400 \text{ \AA}$) средняя величина коэффициента ϵ_D оценена для Земли (диссоциация O_2) (см. [3] и § 3.2) и для Марса и Венеры (диссоциация CO_2) [15]; для этих трех планет $\epsilon_D \approx 0,3$. В ионизационном континууме ($\lambda < 1000 \text{ \AA}$) для Земли $\epsilon_I = 0,3-0,35$; для Венеры и Марса эмпирическое значение $\epsilon_I = 0,2-0,3$ [16]. При детальном рассмотрении основных астрономических процессов эффективность тепловыделения ϵ_{ν} может быть рассчитана теоретически (см. [24], п. 3.2.3 и § 7.1).

Нагревание атмосферы солнечным длинноволновым излучением необходимо принимать в расчет в тех случаях, когда многоатомные молекулы атмосферных газов имеют узкие колебательно-вращательные полосы в длинноволновой области спектра. При этом обычно используют понятие функций пропускания. Пренебрегая функцией источника в (3.3.1), выражение для вектора радиационного потока (с учетом соотношений (2.1.15), (3.3.2) и (3.3.3а)) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} q_{\nu \infty}^{IK} &= \int_0^{\infty} q_{\nu \infty}^{IK} d\nu = \Omega_{\infty} \int_0^{\infty} h\nu \Phi_{\nu \infty}^{IK} \exp[-\sec \theta_{\infty} \tau_{\nu}(z, \infty)] d\nu = \\ &= \Omega_{\infty} \sum_i \Delta \nu_i (h\nu \Phi_{\nu \infty}^{IK}) \frac{1}{\Delta \nu_i} \int \exp[] d\nu = \\ &= \Omega_{\infty} \sum_i \Delta \nu_i (h\nu \Phi_{\nu \infty}^{IK})_i T_i(z, \infty; \sec \theta_{\infty}), \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

где проведено интегрирование по частотным интервалам $\Delta\nu_i$ — достаточно узким, чтобы в их пределах величину $h\nu\Phi_{\nu\infty}$ можно было заменить средней величиной $(h\nu\Phi_{\nu\infty}^{\text{ИК}})_i$, но достаточно широким, чтобы содержать много линий. Здесь $T_i(z, \infty; \sec \theta_*)$ — функция пропускания направленного излучения в спектральном интервале $\Delta\nu_i$ (см. далее п. 3.3.5). Тогда для вклада солнечной длинноволновой радиации в тепловой баланс среды будем иметь:

$$\begin{aligned} Q_{R\odot}^{\text{ИК}} &= -\nabla \cdot q_{R\odot}^{\text{ИК}} = \cos \theta_* \sum_i \Delta\nu_i (h\nu\Phi_{\nu\infty}^{\text{ИК}})_i \frac{dT_i(z, \infty; \sec \theta_*)}{dz} \approx \\ &\approx \rho \sum_i \kappa_{ia} \Delta\nu_i (h\nu\Phi_{\nu\infty}^{\text{ИК}})_i T_i(z, \infty; \sec \theta_*). \end{aligned} \quad (3.3.11)$$

3.3.3. Диффузное солнечное излучение. Уравнение (3.3.1) остается справедливым и для диффузного (рассеянного) солнечного излучения $I_{\nu\odot}^*$, если исключить при интегрировании по Ω' область вблизи $\vec{\Omega}_\odot$. Эта часть интеграла определяется величиной

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_\nu}{4\pi} \int_{\Delta\vec{\Omega}_\odot} I_{\nu\odot}^{**}(r, \vec{\Omega}') \chi(\arccos(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}')) d\Omega \approx \\ \approx \frac{\lambda_\nu}{4\pi} \chi(\arccos(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}_\odot)) h\nu\Phi_{\nu\odot}. \end{aligned}$$

Поскольку по определению интенсивность $I_{\nu\odot}^*$ не учитывает прямое солнечное излучение, данную величину необходимо добавить к правой части уравнения (3.3.1). Это приводит к следующему уравнению переноса для диффузного излучения:

$$\begin{aligned} \frac{dI_{\nu\odot}^*}{ds} &= \rho\kappa_\nu \left[-I_{\nu\odot}^* + \frac{\lambda_\nu}{4\pi} \int_{\vec{\Omega}'} I_{\nu\odot}^*(r, \vec{\Omega}') \chi(\arccos(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}')) d\vec{\Omega}' + \right. \\ &\left. + \frac{\lambda_\nu}{4\pi} \chi(\arccos(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}_\odot)) h\nu\Phi_{\nu\infty} \exp\left(\int_s^\infty \rho\kappa_\nu ds\right) \right], \end{aligned} \quad (3.3.12)$$

которое необходимо в общем случае привлекать (наряду с (3.3.7)) при определении полного поля солнечного излучения в планетной атмосфере.

Следует отметить, что часто при рассмотрении переноса длинноволнового излучения рассеянное излучение Солнца не учитывается. Такое приближение может быть оправдано тогда, когда происходит заметное ослабление солнечного излучения выше рассматриваемой области в атмосфере (например, из-за сильного поглощения в центре полос Хартли в озоносфере Земли) и поток рассеянного излучения сверху пренебрежимо мал. Однако это условие далеко не всегда выполняется (например, в случае слабых полос поглощения), и тогда при расчетах нагревания атмосферы длинноволновым излучением (с учетом формулы (3.2.3)) следует также учитывать диффузную составляющую $I_{\nu\odot}^*$.

3.3.4. Собственное тепловое излучение атмосферы. Перенос собственного излучения и влияние лучистых потоков тепла на тепловой баланс атмосферы на различных уровнях определяются ее физической структурой. При известном химическом составе тепловые потоки могут быть рассчитаны по фактическим значениям температуры, общего и парциальных давлений [7, 17]. В переносе длинноволнового излучения от Солнца, от атмосферы и от поверхности планеты особенно эффективны многоатомные составляющие, такие, как H_2O , CO_2 , O_3 , CH_4 , O_2 , N_2O , CO . Однако не все эти газы вносят одинаковый вклад в энергетику атмосферы из-за различия коэффициентов поглощения или абсолютного содержания компонент. Кроме основных колебательно-вращательных полос (состоящих из множества близко расположенных друг к другу по частоте спектральных линий), в колебательно-вращательных спектрах многоатомных молекул присутствует, как правило, значительное количество полос обертонов и составных частот в инфракрасной области. В случаях, когда отдельные линии частично перекрываются, спектр становится почти непрерывным (квазинепрерывным), и характер переноса длинноволновой радиации дополнительно усложняется.

При учете собственного излучения в энергетическом балансе атмосферы традиционно используются функции пропускания [7], позволяющие упростить расчеты. По сравнению с методикой, развитой в п. 3.2.3 и требующей рассмотрения всей совокупности элементарных процессов взаимодействия, такой альтернативный подход более прост в условиях выполнимости ЛТР.

Для одномерной плоской атмосферы уравнение переноса излучения (3.1.23) в стационарном случае, записанное через вертикальную шкалу оптических глубин

$$\tau_\nu = \tau_\nu(z_0, z) = \int_{z_0}^z \rho(z') \kappa_{\nu a}(z') dz',$$

$$\tau_{\nu_1} = \tau_\nu(z_0, z_1) = \int_{z_0}^{z_1} \rho(z') \kappa_{\nu a}(z') dz' \quad \text{и т.д.,}$$

принимает вид:

$$\frac{\mu dI_\nu(\tau_\nu, \mu)}{d\tau_\nu} = -I_\nu(\tau_\nu, \mu) + S_\mu^*(\tau_\nu, \mu).$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$I_\nu(\tau_\nu, \mu) = I_\nu(\tau_{\nu*}, \mu) e^{-(\tau_\nu - \tau_{\nu*})/\mu} + \frac{1}{\mu} \int_{\tau_{\nu*}}^{\tau_\nu} S_\nu^*(\tau_{\nu_1}, \mu) e^{-(\tau_\nu - \tau_{\nu_1})/\mu} d\tau_{\nu_1}, \quad (3.3.13)$$

где $\mu = \cos \theta$ — косинус угла между направлением распространения фотонов и положительным направлением вертикальной оси z ; $\tau_{\nu*}$ — любое произвольное значение τ_ν , которое должно быть определено граничным условием; $I_\nu(\tau_{\nu*}, \mu)$ — произвольная функция от $\tau_{\nu*}$ и μ , которая появляется при интегрировании уравнения переноса (3.1.23) и также должна

быть определена граничным условием. Чтобы определить значения $\tau_{\nu*}$ и $I_{\nu}(\tau_{\nu*}, \mu)$, разделим спектральную интенсивность на две составляющие: направленную вверх, для которой $0 \leq \theta \leq \pi/2$, обозначим через I_{ν}^+ , и направленную вниз, для которой $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$, обозначим через I_{ν}^- (рис.3.3.2). Будем считать, что границы рассматриваемой области атмосферы находятся при $z = z_0$ (например, верхняя граница облачного слоя в случае атмосферы Венеры) и $z = z_L$ (верхняя граница атмосферы), или при значениях оптической толщины $\tau_{\nu 0} = 0$ и $\tau_{\nu L} = \tau_{\nu}(z_0, z_L)$. Когда μ положительно, $\tau_{\nu*} = \tau_{\nu 0}$, и в (3.3.13) следует писать $I_{\nu}(\tau_{\nu*}, \mu) = I_{\nu}^+(0, \mu)$, где верхний

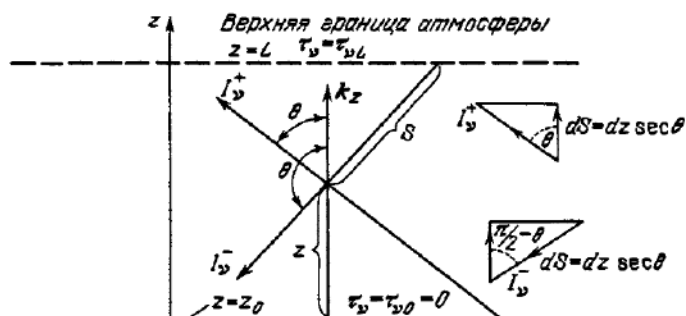


Рис. 3.3.2. Диффузное излучение в верхней атмосфере планеты

индекс (+) добавлен для того, чтобы показать, что излучение от границы имеет компоненту в положительном направлении оси z . Аналогично, когда μ отрицательно, $\tau_{\nu*} = \tau_{\nu L}$ и $I_{\nu}(\tau_{\nu*}, \mu) = I_{\nu}^-(\tau_{\nu L}, \mu)$. Тогда из общего выражения спектральной интенсивности излучения (3.3.13) следуют следующие соотношения для интенсивностей I_{ν}^+ и I_{ν}^- :

$$I_{\nu}^+(\tau_{\nu}, \mu) = \int_0^{\tau_{\nu}} S_{\nu}^*(\tau_{\nu_1}, \mu) e^{-(\tau_{\nu} - \tau_{\nu_1})/\mu} \frac{d\tau_{\nu_1}}{\mu} + I_{\nu}^+(0, \mu) e^{-\tau_{\nu}/\mu}, \quad \mu > 0; \quad (3.3.14a)$$

$$I_{\nu}^-(\tau_{\nu}, \mu) = -\int_{\tau_{\nu}}^{\tau_{\nu L}} S_{\nu}^*(\tau_{\nu_1}, \mu) e^{-(\tau_{\nu_1} - \tau_{\nu})/\mu} \frac{d\tau_{\nu_1}}{\mu} + I_{\nu}^-(\tau_{\nu L}, \mu) e^{-(\tau_{\nu L} - \tau_{\nu})/\mu}, \quad \mu < 0. \quad (3.3.14b)$$

Получим теперь выражение для вектора монохроматического потока $q_{\nu}^{\text{ИК}}$ собственного длинноволнового излучения плоскостратифицированной атмосферы. С учетом того, что элементарный телесный угол равен $d\Omega = -2\pi d(\cos \theta) = -2\pi d\mu$ и интегрирование по углу θ производится в пределах от $\mu = 1$ до $\mu = 0$ для восходящего потока и от $\mu = 0$ до $\mu = -1$ для нисходящего, соотношение (2.1.15) может быть переписано в виде:

$$q_{\nu}^{\text{ИК}} k_z = q_{\nu}^{\text{ИК}}(\tau_{\nu}) = q_{\nu}^+(\tau_{\nu}) - q_{\nu}^-(\tau_{\nu}) = \\ = 2\pi \int_0^1 \mu I_{\nu}^+(\tau_{\nu}, \mu) d\mu - 2\pi \int_0^{-1} \mu I_{\nu}^-(\tau_{\nu}, \mu) d\mu. \quad (3.3.15)$$

Здесь $q_{\nu}^{\text{ИК}}(\tau_{\nu})$ — проекция вектора монохроматического потока диффузной лучистой энергии на высотное направление z . Выражение (3.3.15) можно упростить лишь при дальнейших предположениях о характере функции источника S_{ν} и граничных условий. Большие возможности в исследовании переноса селективного излучения в стратифицированной среде дают численные методы, позволяющие, в частности, эффективно учесть угловое распределение поля излучения (см., например, [17]).

Предположение об изотропности функции источника и граничных условий (т.е. независимости $S_{\nu}^*(\tau_{\nu}, \mu)$, $I_{\nu}^*(0, \mu)$ и $I_{\nu}(\tau_{\nu L}, \mu)$ от параметра μ) позволяет выразить интеграл по углам μ в (3.3.15) в виде интегральной экспоненты n -го порядка

$$E_n(\tau_{\nu 1}) = \int_0^1 \mu^{n-2} e^{-\tau_{\nu 1}/\mu} d\mu, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.3.16)$$

Функции $E_n(x)$ затабулированы (см., например, [7, 18]); далее используются следующие свойства интегральных экспонент: $E_1(0) = \infty$; $E_n(0) = 1/(n-1)$ при $n = 2, 3, \dots$; $E_n(x) = 0$ при $x \rightarrow \infty$; а также рекуррентные формулы $dE_n(x)/dx = -E_{n-1}(x)$, $nE_{n+1}(x) = e^{-x} - xE_n(x)$.

При расчете переноса тепловой радиации в атмосфере обычно ограничиваются рассмотрением модели газа в состоянии ЛТР. В этом случае в частотных линиях многоатомных молекул, излучающих в длинноволновой области полосатые спектры, излучение находится в термодинамическом равновесии с веществом, а высоты спектральных линий соответствуют функции Планка. Тогда функцию источника в уравнении (3.1.23) для собственного излучения атмосферы при пренебрежении эффектами рассеяния можно считать равной интенсивности равновесного излучения $S_{\nu} = B_{\nu}(I)$ при температуре $T(z)$ (поле равновесного излучения изотропно). Такое рассмотрение обоснованно, когда населенности энергетических уровней молекул газа обусловлены, в основном, упругими столкновениями. Если же условие ЛТР не выполняется, населенности уровней, определяемые всей совокупностью элементарных процессов, должны рассчитываться на основе балансовых уравнений физической кинетики, и в уравнении переноса (3.1.23) необходимо использовать изотропную истинную функцию источника в виде (3.1.10).

При рассмотрении переноса собственного длинноволнового излучения атмосферы естественно принять в качестве граничного условия для нисходящего потока отсутствие излучения на верхнюю границу извне:

$$I_{\nu}^-(\tau_{\nu L}, \mu) = 0. \quad (3.3.17)$$

Для потока, направленного снизу вверх, граничным условием на нижней границе может служить равенство излучению абсолютно черного тела при некоторой эффективной температуре:

$$I_{\nu}^+(0, \mu) = B_{\nu}[T_{\text{эф}}(z_0)], \quad (3.3.18)$$

где $T_{\text{эф}}(z_0)$ — эффективная температура излучения нижней границы в окружающее пространство. Заметим, что предполагая нижнюю границу

серым излучателем, граничное условие (3.3.18) можно записать в виде

$$I_{\nu}^{+}(0, \mu) = \epsilon^{+} B_{\nu}[T(z_0)] + (1 - \epsilon^{+}) I_{\nu}^{-}(0, \mu),$$

где ϵ^{+} — степень черноты; при этом, однако, интенсивность I_{ν}^{+} на нижней границе не является изотропной функцией μ .

Используя соотношения (3.3.14) для интенсивностей I_{ν}^{+} и I_{ν}^{-} , обозначения (3.3.16) для интегральных экспонент, условие изотропии функции источника $S_{\nu}(\tau_{\nu})$ и граничные условия (3.3.17) и (3.3.18), перепишем выражения (3.3.15) для монохроматических потоков q_{ν}^{+} и q_{ν}^{-} длинноволнового излучения в следующем виде:

$$q_{\nu}^{+}(\tau_{\nu}) = 2\pi \int_0^{\tau_{\nu}} S_{\nu}(\tau_{\nu 1}) E_2(\tau_{\nu} - \tau_{\nu 1}) d\tau_{\nu 1} + 2\pi I_{\nu}^{+}(0) E_3(\tau_{\nu}), \quad (3.3.19a)$$

$$q_{\nu}^{-}(\tau_{\nu}) = 2\pi \int_{\tau_{\nu L}}^{\tau_{\nu}} S_{\nu}(\tau_{\nu 1}) E_2(\tau_{\nu 1} - \tau_{\nu}) d\tau_{\nu 1} + 2\pi I_{\nu}^{-}(\tau_{\nu L}) E_3(\tau_{\nu L} - \tau_{\nu}). \quad (3.3.19b)$$

Граничное условие для интенсивности излучения $I_{\nu}^{+}(I_{\nu}^{-})$ также можно ввести в интегральные уравнения (3.3.19), если принять постоянство функции источника от нижней (верхней) границы до минус (плюс) бесконечности и считать при этом дополнительную часть оптического пути бесконечно большой. Эта операция широко применяется при расчетах, относящихся к атмосфере [7]. Тогда, вводя "функции источников" для восходящей и нисходящей радиации по формулам

$$S_{\nu}^{+}(\tau_{\nu 1}) = \begin{cases} S_{\nu}(\tau_{\nu 1}) & \text{при } \tau_{\nu 1} \geq 0 \quad (z_1 \geq z_0), \\ I_{\nu}^{+}(0) = B_{\nu}[T_{\text{эф}}(z_0)] & \text{при } \tau_{\nu 1} \leq 0 \quad (z_1 \leq z_0)^*, \end{cases} \quad (3.3.20)$$

$$S_{\nu}^{-}(\tau_{\nu 1}) = \begin{cases} S_{\nu}(\tau_{\nu 1}) & \text{при } \tau_{\nu 1} \leq \tau_{\nu L} \quad (z_1 \leq z_L), \\ I_{\nu}^{-}(\tau_{\nu L}) = 0 & \text{при } \tau_{\nu 1} > \tau_{\nu L} \quad (z_1 \geq z_L). \end{cases}$$

и пользуясь свойствами E_2 и E_3 , находим

$$q_{\nu}^{+}(\tau_{\nu}) = 2\pi \int_{-\infty}^{\tau_{\nu}} S_{\nu}^{+}(\tau_{\nu 1}) E_2(\tau_{\nu} - \tau_{\nu 1}) d\tau_{\nu 1} = 2\pi \int_0^{\frac{1}{2}} S_{\nu}^{+}(\tau_{\nu 1}) dE_3(\tau_{\nu} - \tau_{\nu 1}), \quad (3.3.21)$$

$$q_{\nu}^{-}(\tau_{\nu}) = 2\pi \int_{\tau_{\nu}}^{\infty} S_{\nu}^{-}(\tau_{\nu 1}) E_2(\tau_{\nu 1} - \tau_{\nu}) d\tau_{\nu 1} = 2\pi \int_0^{\frac{1}{2}} S_{\nu}^{-}(\tau_{\nu 1}) dE_3(\tau_{\nu 1} - \tau_{\nu}). \quad (3.3.22)$$

*) Для интервалов $|z_1| \leq z_0$ и $z_1 \leq -z_0$ оптическая толщина $\tau_{\nu 1}$ определяется соответственно соотношениями

$$\tau_{\nu 1} = -\int_{|z_1|}^{z_0} \rho \kappa_{\nu a} dz', \quad \tau_{\nu 1} = -\int_{z_0}^{|z_1|} \rho \kappa_{\nu a} dz'.$$

Проекция вектора полного потока диффузной лучистой энергии на высотное направление z получается интегрированием спектрального потока излучения $q_{\nu}^{\text{ИК}}$ по всем частотам ν :

$$q_R^{\text{ИК}} = \int_0^{\infty} (q_{\nu}^{+} - q_{\nu}^{-}) d\nu = \pi \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^1 S_{\nu}^{+}(\tau_{\nu_1}) d2E_3(\tau_{\nu} - \tau_{\nu_1}) - \int_0^1 S_{\nu}^{-}(\tau_{\nu_1}) d2E_3(\tau_{\nu_1} - \tau_{\nu}) \right\} d\nu. \quad (3.3.23)$$

Это основное выражение для определения потока длинноволновой диффузной радиации в стратифицированной атмосфере планеты можно упростить, вводя дополнительные допущения. Один из возможных методов расчета потока $q_R^{\text{ИК}}$ по формуле (3.3.23) связан с использованием функций пропускания. С этой целью представим $q_R^{\text{ИК}}$ следующим образом:

$$q_R^{\text{ИК}}(z) = \sum_i q_R^{(i)} = \pi \sum_i \Delta\nu_i \left\{ \int_0^1 S_i^{+}(z_1) d \left[\frac{1}{\Delta\nu_i} \int_{\Delta\nu_i} 2E_3(\tau_{\nu}(z_1, z)) d\nu \right] - \int_0^1 S_i^{-}(z_1) d \left[\frac{1}{\Delta\nu_i} \int_{\Delta\nu_i} 2E_3(\tau_{\nu}(z, z_1)) d\nu \right] \right\} = \pi \sum_i \Delta\nu_i \times \\ \times \left\{ \int_0^1 S_i^{+}(z_1) dZ_i(z_1, z) - \int_0^1 S_i^{-}(z_1) dZ_i(z, z_1) \right\}, \quad (3.3.24)$$

где i -й спектральный интервал достаточно узок, чтобы величина $S_{\nu}^{+}(S_{\nu}^{-})$ могла быть заменена средней величиной $S_i^{+}(S_i^{-})$, но достаточно широк, чтобы содержать много линий. Здесь

$$Z_i(z_1, z) = \frac{\int_{\Delta\nu_i} 2E_3[\tau_{\nu}(z_1, z)] d\nu}{\int_{\Delta\nu_i} d\nu} = \int_0^1 2\mu T_i(z_1, z; \mu) d\mu \quad (3.3.25)$$

— функция пропускания диффузной радиации; T_i — функция пропускания направленной радиации в спектральном интервале $\Delta\nu_i = \nu_i - \nu_{i-1}$, определяемая соотношением

$$T_i(z_1, z; \mu) = \int_{\Delta\nu_i} e^{-\tau_{\nu}(z_1, z)/\mu} d\nu / \int_{\Delta\nu_i} d\nu. \quad (3.3.26)$$

Таким образом, задача расчета потока собственного длинноволнового излучения в стратифицированной атмосфере состоит в оценке интегралов (3.3.24). При этом функция Z_i может быть найдена по имеющимся данным по функциям пропускания T_i [7], либо, согласно (3.3.25), при по-

мощи сравнительно простой численной квадратуры, либо, наконец, определена приближенно в силу существования приближенного равенства

$E_3(x) \approx \frac{1}{2} \exp(-\beta x)$, где β — некоторый числовой множитель. Согласно

имеющимся оценкам, величина β изменяется от 1 до 2. Как показано в [7], спектральное пропускание диффузной радиации эквивалентно спектральному пропусканию направленной радиации при том же $\tau_\nu(z_1, z)$, но при $1/\mu = 1,667$, что соответствует $\theta \approx 53^\circ$:

$$Z_t = (z_1, z) \approx T_t(z_1, z; \cos 53^\circ) = \frac{1}{\Delta \nu_t \Delta \nu_i} \int e^{-1,66 \tau_\nu(z_1, z)} d\nu. \quad (3.3.27)$$

Допущение (3.3.27) удобно использовать для учета диффузности излучения [25].

Чтобы непосредственно оценить приток тепла к атмосфере, необходимо найти дивергенцию потока $q_R^{\text{ИК}}$, для чего выражение (3.3.24) нужно продифференцировать по z . Вводя вновь явно зависимость от z и z_1 в формулу (3.3.24), получим

$$\begin{aligned} q_R^{\text{ИК}}(z) &= \pi \sum_i \Delta \nu_i \left\{ \int_{-\infty}^z S_i^+(z_1) \frac{\partial Z_t(z_1, z)}{\partial z_1} dz_1 + \right. \\ &+ \left. \int_z^\infty S_i^-(z_1) \frac{\partial Z_t(z, z_1)}{\partial z_1} dz_1 \right\} = \\ &= \pi \sum_i \Delta \nu_i \left\{ \int_{z_0}^z S_i(z_1) \frac{\partial Z_t(z_1, z)}{\partial z_1} dz_1 + B_i(z_0) Z_t(z_0, z) + \right. \\ &+ \left. \int_z^{z_L} S_i(z) \frac{\partial Z_t(z, z_1)}{\partial z_1} dz_1 \right\}. \end{aligned} \quad (3.3.28)$$

Тогда для вклада собственного длинноволнового излучения атмосферы $Q_R^{\text{ИК}}$ в уравнение переноса энергии (2.1.47) получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} Q_R^{\text{ИК}} &= - \frac{\partial q_R^{\text{ИК}}}{\partial z} = \\ &= - \pi \sum_i \Delta \nu_i \left\{ \int_{-\infty}^z S_i^+(z_1) \frac{\partial^2 Z_t(z_1, z)}{\partial z \partial z_1} dz_1 + S_i^+(z) \frac{\partial Z_t(z_1, z)}{\partial z_1} \right|_{z_1=z} + \\ &+ \left. \int_z^\infty S_i^-(z_1) \frac{\partial^2 Z_t(z, z_1)}{\partial z \partial z_1} dz_1 - S_i^-(z) \frac{\partial Z_t(z, z_1)}{\partial z_1} \right|_{z_1=z} \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \pi \sum_i \Delta \nu_i \left\{ \int_{-\infty}^z S_i^+(z_1) \frac{\partial^2 T_i(z_1, z; 0,602)}{\partial z \partial z_1} dz_1 + \right. \\
& \left. + \int_z^{\infty} S_i^-(z_1) \frac{\partial^2 T_i(z, z_1; 0,602)}{\partial z \partial z_1} dz_1 \right\} - \\
& - 3,32 \pi \sum_i S_i(z) \int_{\Delta \nu_i} \rho(z) \kappa_{\nu a}(z) d\nu.
\end{aligned} \quad (3.3.29)$$

Здесь использовано вытекающее из (3.3.27) соотношение

$$\left. \frac{\partial Z_i(z_1, z)}{\partial z_1} \right|_{z_1=z} = - \left. \frac{\partial Z_i(z, z_1)}{\partial z_1} \right|_{z_1=z} = \frac{1,66 \int \rho \kappa_{\nu a} d\nu}{\int d\nu} \Delta \nu_i. \quad (3.3.30)$$

Так как величины $\partial^2 T_i / \partial z \partial z_1 < 0$ (в чем легко убедиться, дифференцируя (3.3.27)), то первое слагаемое в (3.3.29) описывает локальное нагревание, а второе — локальный источник выхолаживания верхней атмосферы ИК-излучением. Для расчета $Q_R^{ИК}$ по формуле (3.3.29) необходимо вычислять $\partial^2 T_i / \partial z \partial z_1$. Эти величины могут быть оценены при использовании функции пропускания T_i для узких спектральных участков. Детальное обсуждение различных методов вычисления выражений типа (3.3.29) (для случая $S_\nu = B_\nu$) при расчетах энергетического баланса планетной атмосферы приведены в [7]. Рассмотрение функций T_i проведено в следующем разделе.

3.3.5. Функции пропускания. Определение функций пропускания является фундаментальной проблемой в теории переноса теплового излучения. Рассмотрим кратко некоторые аспекты этой проблемы.

Изменение интенсивности $dI_\nu(z, \mu)$ монохроматического излучения $I_\nu(z, \mu)$ при прохождении поглощающего слоя атмосферы толщиной dz в случае, когда рассеянием можно пренебречь, согласно закону Буге будет равно $dI_\nu(z, \mu) = -\rho \kappa_{\nu a} I(z, \mu) / \mu$, откуда

$$\begin{aligned}
I_\nu(z, \mu) &= I_\nu(z_0, \mu) \exp \left\{ - \frac{1}{\mu} \int_{z_0}^z \rho(z') \kappa_{\nu a}(z') dz' \right\} = \\
&= I_\nu(z_0, \mu) \exp \left\{ - \frac{1}{\mu} \tau_\nu(z_0, z) \right\}.
\end{aligned} \quad (3.3.31)$$

Здесь $I_\nu(z_0, \mu)$ и $I_\nu(z, \mu)$ — интенсивности направленной радиации (под постоянным к направлению вертикальной оси z углом θ ; $\mu = \cos \theta = \Omega \cdot k_z - \text{const}$) до и после прохождения слоя вещества толщиной $|z - z_0|$ (см. рис. 3.3.2).

Функция пропускания T_{12} в спектральном интервале $\Delta \nu = \nu_2 - \nu_1$ определяется как отношение излучения, прошедшего слой вещества, к падающему

шему на этот слой:

$$T_{12}(z_0, z; \mu) = \frac{\int_{\nu_1}^{\nu_2} I_\nu(z, \mu) d\nu}{\int_{\nu_1}^{\nu_2} I_\nu(z_0, \mu) d\nu} \approx \frac{\int_{\nu_1}^{\nu_2} e^{-\tau_\nu(z_0, z)/\mu} d\nu}{\nu_2 - \nu_1}; \quad (3.3.32)$$

при этом предполагается, что интегрирование спектральных интенсивностей производится по частотному интервалу $\Delta\nu$, достаточно малому, чтобы в его пределах величину $I_\nu(z_0, \mu)$ можно было заменить средней величиной.

Коэффициент поглощения. Коэффициент поглощения длинноволнового излучения атмосферным газом в результате связанных переходов в молекулах (атомах, ионах), определяемый соотношением (см. формулу (3.1.9))

$$\rho \kappa_{\nu a} = \sum_{\beta} \sum_{jj'} n_{\beta j} \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu), \quad (3.3.33)$$

является сложной функцией состава и параметров спектральных линий, дающих вклад в поглощение излучения с частотой ν .

В п. 3.2.1 приведено выражение (3.2.6) для сечения поглощения $K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu)$ в линии, соответствующей переходу $j \rightarrow j'$ (j — нижний уровень, из которого совершается переход с поглощением фотона). Это выражение, записанное через эйнштейновский коэффициент спонтанного излучения $A_{\beta j', j}$ (3.2.7), принимает вид

$$K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) = \frac{c^2 A_{\beta j', j}}{8\pi \nu_\beta^2(jj')} \frac{g_{\beta j'}}{g_{\beta j}} P_{\beta j j'}(\nu - \nu_{0j}). \quad (3.3.34)$$

Здесь $g_{\beta j'}$ и $g_{\beta j}$ — кратности вырождения уровней j' и j ; ν_{0j} — положение центра линии; $\nu_\beta(jj')$ — средняя частота фотона, поглощаемая в переходе $j \rightarrow j'$; $P_{\beta j j'}(\nu - \nu_{0j})$ — функция формы контура линии, описывающая распределение по частоте внутри линии и нормируемая таким образом, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_{\beta j j'}(\nu - \nu_{0j}) d(\nu - \nu_{0j}) = 1. \quad (3.3.35)$$

Обычно принято определять поглощательную способность частицы (сор-та β) в данной линии с помощью интенсивности спектральной линии поглощения $S_{\beta j j'}$, которая через эффективное сечение поглощения в линии (3.1.6)

$$\sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) = K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) \{1 - \exp[-h\nu_\beta(jj')/kT]\},$$

учитывающее индуцированное испускание квантов, запишется, с учетом (3.3.35), следующим образом:

$$S_{\beta j j'} = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{\beta j}^{\beta j'}(\nu) d\nu = \frac{c^2 A_{\beta j', j}}{8\pi \nu_\beta^2(jj')} \frac{g_{\beta j'}}{g_{\beta j}} \left(1 - e^{-\frac{h\nu_\beta(jj')}{kT}}\right). \quad (3.3.36)$$

Тогда коэффициент поглощения $\rho_{\kappa\nu a}$ для излучения частоты ν может быть переписан в виде

$$\rho_{\kappa\nu a} = \sum_{\beta} \sum_{jj'} n_{\beta j} S_{\beta jj'} P_{\beta jj'} \quad (3.3.37)$$

Контур линии. Форма контура $P_{\beta jj'}$ спектральной линии $\nu_{\beta}(jj')$ в условиях атмосферы определяется, главным образом, следующими тремя эффектами: 1) радиационным затуханием, 2) эффектами столкновений молекул и 3) эффектом Доплера.

Учет конечности времени жизни исходного (j) и конечного (j') состояний, обусловленной самопроизвольным (спонтанным) испусканием фотона, приводит к следующему выражению для функции $P_{\beta jj}(\nu - \nu_{0j})$:

$$P_{\beta jj'}^R(\nu - \nu_{0j}) = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_{\beta jj'}^R}{(\nu - \nu_{0j})^2 + (\alpha_{\beta jj'}^R)^2}, \quad (3.3.38)$$

где

$$\alpha_{\beta jj'}^R = \frac{1}{4\pi} \left(\sum_{k < j} A_{\beta j, k} + \sum_{s < j'} A_{\beta j', s} \right) \quad (3.3.39)$$

— естественная (или радиационная) ширина линии. На расстоянии $\alpha_{\beta jj'}^R$ от центра линии коэффициент $K_{\beta j}^{\beta j'}(\nu)$ вдвое меньше, чем максимальное значение в центральной части ($\nu = \nu_{0j}$). Для колебательного перехода типичное значение $A \approx 10 \text{ с}^{-1}$, поэтому величина α^R порядка 1 с^{-1} в единицах частоты (или $3 \cdot 10^{-11} \text{ см}^{-1}$ в единицах волновых чисел). Контур линии, определяемый формулой (3.3.38), называют естественным, или лоренцевским.

Учет сокращения времени жизни возбужденных состояний j и j' за счет столкновения молекул атмосферных газов приводит к уширению спектральной линии. Как известно [19], форма линии $P_{\beta jj'}^L(\nu - \nu_{0j})$ при этом описывается формулой (3.3.38) с той разницей, что величину $\alpha_{\beta jj'}^R$ следует заменить на

$$\alpha_{\beta jj'}^L = \alpha_{\beta jj'}^R + \alpha_{\beta jj'}^c, \quad (3.3.40)$$

где $\alpha_{\beta jj'}^c$ — ширина линии, обусловленная столкновениями, приводящими к дезактивации возбужденных частиц. Из квантовомеханической теории для молекулярных спектров следует, что величина $\alpha_{\beta jj'}^c$ равна удвоенной вероятности столкновений $2 \sum_{\alpha} \tau_{\beta\alpha}^{-1}(jj')$ молекулы сорта β (поглощающей или испускающей фотон) и налетающей молекулы сорта α , в которой в общем случае также могут происходить энергетические переходы [7]. За исходную формулу для частоты столкновений $\tau_{\beta\alpha}^{-1}(jj')$ частиц β - и α -сорт в этом случае берется формула кинетической теории газов (2.2.121), в которой, однако, эффективное расстояние (диаметр оптических столкновений) определяется с учетом возможных энергетических переходов сталкивающихся молекул. Тогда

$$\alpha_{\beta jj'}^c = 2 \sum_{\alpha} \tau_{\beta\alpha}^{-1}(jj') = 2 \sum_{\alpha} \sum_s n_{\alpha s} \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8kT}{\pi M_{\alpha\beta}}} \pi \sigma_{\alpha\beta}^2(jj'; s), \quad (3.3.41)$$

где через s обозначено квантовое состояние налетающей молекулы сорта α , а $\sigma_{\alpha\beta}(jj'; s)$ — эффективный диаметр столкновения частиц сорта β (в которых возможен переход $j \rightarrow j'$) и частиц сорта α в s -состоянии.

Так как в смеси газов $n_{\alpha s} \sim n_{\alpha} = p_{\alpha}/kT = x_{\alpha} p/kT$, то ширина линии за счет эффекта столкновений пропорциональна давлению p . Это приводит к тому, что уширение за счет столкновений молекул максимально в припланетном слое атмосферы и убывает с высотой пропорционально уменьшению давления. Характерная величина α^c в условиях земной атмосферы при стандартных условиях составляет $0,01 \text{ см}^{-1}$ [7].

Эффективной причиной уширения линий в условиях планетных атмосфер является эффект Доплера, связанный с тепловым движением молекул, при котором центральная частота линии ν_{0j} смещается. Форма контура $P_{\beta jj'}^D$ спектральной линии, уширение которой вызвано только эффектом Доплера, описывается формулой

$$P_{\beta jj'}^D(\nu - \nu_{0j}) = \frac{1}{\alpha_{\beta jj'}^D} \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-X_{\beta jj'}^2}, \quad (3.3.42)$$

где $\alpha_{\beta jj'}^D = \frac{\nu_{\beta}(jj')}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M_{\beta}}}$ — доплеровская ширина линии (меняющаяся при изменении температуры атмосферы); $X_{\beta jj'} = \frac{\nu - \nu_{0j}}{\alpha_{\beta jj'}^D}$ — безразмерная

частота, представляющая собой расстояние от центра линии, измеренное в доплеровских ширинах. Доплеровская форма линии отличается от лоренцевской значительно более быстрым спадом в крыльях линий. Величина α^D в условиях земной атмосферы при стандартных условиях находится в пределах от 10^{-2} до $3,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$ [7]. Таким образом, $\alpha^R \ll \alpha^D \sim \alpha^c$, и потому в задачах переноса излучения в атмосфере естественным уширением можно пренебречь.

В реальных условиях верхней атмосферы в общем случае необходим совместный учет влияния эффектов Доплера и столкновений молекул на уширение спектральных линий. Контур $P_{\beta jj'}^{LD}(\nu - \nu_{0j})$, учитывающий суммарное действие Доплера и Лоренца имеет вид

$$P_{\beta jj'}^{LD}(\nu - \nu_0) = \frac{a}{\sqrt{\pi^3} \alpha_{\beta jj'}^D} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(X_{\beta jj'} - y)^2 + a^2}, \quad (3.3.43)$$

где $a = \alpha_{\beta jj'}^L / \alpha_{\beta jj'}^D$.

Функция пропускания направленного излучения. Функция пропускания (3.3.32) для группы перекрывающихся линий (полосы), занимающей спектральный интервал $\nu_2 - \nu_1$, с учетом (3.3.36), (3.3.37) и (3.3.43) может быть записана в следующем виде:

$$T_{12}(z_0, z; \mu) = \frac{1}{\nu_2 - \nu_1} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \exp \left\{ -\frac{1}{\mu} \sum_{\beta} \sum_{jj'} \int_{z_0}^z n_{\beta j}(z') S_{\beta jj'}(z') P_{\beta jj'}(\nu, z') dz' \right\} d\nu. \quad (3.3.44)$$

Так как интенсивности и полуширины линий зависят от давления и температуры, которые в атмосфере существенно меняются с высотой, то к трудностям вычисления функций пропускания, связанным с расчетом интеграла по некоторому интервалу частот $\Delta\nu$, в общем случае добавляется необходимость вычислять интеграл в показателе экспоненты (3.3.44). Это делает прямой расчет функций T_{12} в стратифицированной атмосфере чрезвычайно сложным. Обычная цель приближенных методов расчета этих функций для неоднородных оптических путей заключается в сведении данной проблемы к соответствующей задаче для однородного оптического пути, когда параметры T и p не меняются на трассе луча. Ниже мы рассмотрим один из подобных методов расчета функций T_{12} в условиях реальных атмосфер, но сначала остановимся на идеализированном (лабораторном) случае однородной среды, когда можно считать параметры T и p постоянными. Тогда

$$T_{12}(z_0, z; \mu) = \frac{1}{\nu_2 - \nu_1} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \exp \left\{ - \sum_{\beta} \sum_{j'} a_{\beta j'} S_{\beta j'} P_{\beta j'}(\nu) \right\} d\nu, \quad (3.3.45)$$

где $a_{\beta j} = a_{\beta j}(z_0, z; \mu) = \mu^{-1} \int_{z_0}^z n_{\beta j} dz'$ — полное количество поглощающего вещества сорта β в j -м состоянии.

Прямой расчет функций $T_{12}(z_0, z; \mu)$ по формуле (3.3.45), требующий знания положения центров, интенсивностей и полуширин всех линий, дающих вклад в поглощение излучения с частотой ν , в настоящее время не всегда может быть проведен из-за недостатка данных о параметрах индивидуальных линий в спектрах поглощения атмосферных газов. В связи с этим широкое распространение при расчете функций пропускания получил метод моделей спектров [7, 20].

Прежде чем рассмотреть некоторые конкретные модели полос, отметим следующие наблюдаемое свойство функций (3.3.45): функция пропускания смеси равна произведению функций пропускания компонент. Для его пояснения преобразуем (3.3.45) к виду

$$T_{12}(z_0, z; \mu) = \frac{1}{\nu_2 - \nu_1} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \prod_{\beta} \exp \left\{ - \sum_{j'} a_{\beta j'} S_{\beta j'} P_{\beta j'} \right\} d\nu \approx \prod_{\beta} T_{12\beta}(z_0, z; \mu), \quad (3.3.46)$$

Последнее преобразование для конечного спектрального интервала $\Delta\nu$ в общем случае незаконно. Но, как показано в [7], при учете случайного расположения линий в каждой из полос такая перестановка символов j и Π оправдана для достаточно широкого спектрального интервала. Имея в виду свойство умножения функций пропускания в случае многокомпонентной поглощающей смеси, далее для простоты ограничимся рассмотрением функций пропускания только для однокомпонентного газа.

Модель изолированной линии. В случае узких линий (одинаковой интенсивности и полуширины), когда перекрытием их можно пренебречь, среднее пропускание изолированной линии определяется формулой [7]

$$T_{\beta j j'} = \frac{1}{d} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a_{\beta j} S_{\beta j j'} P_{\beta j j'}} d(\nu - \nu_{\beta j j'}^0), \quad (3.3.47)$$

где d — среднее расстояние между линиями в полосе. В случае линии с лоренцевским контуром

$$P_{\beta j j'} = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha_{\beta j j'}^L}{(\nu - \nu_{\beta j j'}^0)^2 + (\alpha_{\beta j j'}^L)^2} \quad (3.3.48)$$

среднее пропускание можно записать в виде

$$T_{\beta j j'}(a_{\beta j}) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{2U^L Y^2}{Y^2 + X^2} \right] dX = \\ = 1 - 2\pi Y U^L e^{-U^L} [J_0(U^L) + J_1(U^L)], \quad (3.3.49)$$

где $X = X_{\beta j j'} = \frac{\nu - \nu_{\beta j j'}^0}{d}$; $Y = Y_{\beta j j'} = \frac{\alpha_{\beta j j'}^L}{d}$; $U^L = U_{\beta j j'}^L = \frac{S_{\beta j j'} a_{\beta j}}{2\pi \alpha_{\beta j j'}^L}$ — половина

оптического пути в центре линии; $J_n(U)$ — функция Бесселя n -го порядка от чисто мнимого аргумента. Из (3.3.49) легко могут быть получены следующие предельные выражения для $T_{\beta j j'}$:

1) линейный закон ($U^L \ll 1$)

$$T_{\beta j j'}(a_{\beta j}) \approx 1 - 2\pi Y U^L = 1 - \frac{S_{\beta j j'} a_{\beta j}}{d}; \quad (3.3.50)$$

2) закон квадратного корня ($U^L \gg 1$)

$$T_{\beta j j'}(a_{\beta j}) \approx 1 - 2Y \sqrt{2\pi U^L} = 1 - \frac{2}{d} \sqrt{S_{\beta j j'} \alpha_{\beta j j'}^L a_{\beta j}}. \quad (3.3.51)$$

Случаи (3.3.50) и (3.3.51) соответствуют приближениям слабой (когда $U \ll 1$ и излучение в центре линии слабо поглощается) и сильной линий соответственно.

В случае линии с доплеровским контуром (3.3.42) среднее пропускание можно записать в виде

$$T_{\beta j j'}(a_{\beta j}) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp [-U^D e^{-X^2}] dX = \\ = 1 - \frac{\sqrt{\pi} U^D \alpha^D}{d} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(U^D)^n}{n! \sqrt{n}} \right], \quad (3.3.52)$$

где $U^D = U_{\beta j j'}^D = S_{\beta j j'} a_{\beta j} / \sqrt{\pi} \alpha_{\beta j j'}^D$ — длина оптического пути в центре линии. Если $U^D \ll 1$, то $T_{\beta j j'} \approx 1 - \frac{S_{\beta j j'} a_{\beta j}}{d}$, что соответствует (3.3.50).

Для $U^D \gg 1$ справедливо выражение

$$T_{\beta j j'} \approx 1 - \frac{2}{d} \alpha_{\beta j j'}^D \sqrt{\ln U_{\beta j j'}^D}.$$

Аналитического представления в элементарных или специальных функциях для пропускания в случае лоренц-доплеровского контура не существует. Численные значения функции $T_{\beta j j'}$ для этого случая приведены в [7].

Функция пропускания для одиночной линии (модель Шнайда) с лоренцевским контуром в пределах спектрального интервала, занимаемого линией, имеет вид [7]

$$T_{\beta j j'} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \exp(-a_{\beta j} S_{\beta j j'} P_{\beta j j'}^L) d(\nu - \nu_{\beta j j'}^0) = \\ = 1 - 2\pi Y U^L e^{-U^L} [J_0(U^L) + J_1(U^L)] - 2 \int_{1/2}^{\infty} \exp\left[-\frac{2U^L Y^2}{Y^2 + X^2}\right] dX. \quad (3.3.53)$$

Из (3.3.53) можно получить следующие асимптотические формулы для T_{12} :

1) $Y \ll 1$ (расстояние между линиями много больше, чем ширина линии)

$$T_{12} \approx -2\pi Y U^L e^{-U^L} [J_0(U^L) + J_1(U^L)] + e^{-Z^2} + \sqrt{\pi} Z \operatorname{erf} Z; \quad (3.3.54a)$$

$$2) Y \ll 1, U^L \ll 1, T_{12} \approx 1 - 2\pi Y U^L; \quad (3.3.54б)$$

$$3) U^L \gg 1, T_{12} \approx \sqrt{\pi} Z (-1 + \operatorname{erf} Z) + e^{-Z^2}. \quad (3.3.54в)$$

В формулах (3.3.54) аргумент

$$Z = 2Y \sqrt{2U^L} = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{S_{\beta j j'} \alpha_{\beta j j'}^L a_{\beta j}}{\pi}}.$$

Модель Эльзассера полосы предполагает равными интенсивности линий S , их полуширины α и расстояния между ними d в пределах рассматриваемого участка спектра. Функция пропускания в модели Эльзассера, полученная для линий лоренцевского контура и для случая $Y = 2\pi\alpha/d \ll 1$ (расстояние между линиями много больше их полуширины), может быть преобразована к виду [20]

$$T_{12} = 1 - Y X e^{-X(1+Y^2/2)} [J_0(X) + J_1(X)] - Y^3 \int_0^X \xi e^{-\xi(1+Y^2/2)} J_0(\xi) d\xi, \quad (3.3.55)$$

где $X = aS/2\pi\alpha$; a — полное количество поглощающего вещества.

В реальных расчетах иногда используется статистическая модель, впервые предложенная в [7]. Основная ее предпосылка состоит в допущении случайного, подчиняющегося законам теории вероятностей распределения положения и интенсивностей линий в спектре при их одинаковой полуширине. Функция пропускания в случае статистической модели для достаточно широкого интервала $[\nu_1 - \nu_2]$ при равновероятном распределении линий имеет вид [20]

$$T_{12} = \exp\left\{-\frac{1}{\bar{d}} \int_{-\infty}^{\infty} d\nu' \int_0^{\infty} Q(S) \left[1 - \exp\left(-\frac{S\alpha a}{\pi} \frac{1}{\nu^2 + \alpha^2}\right)\right] dS\right\}, \quad (3.3.56)$$

где \bar{d} — среднее расстояние между линиями, $Q(S)$ — нормированная на единицу функция вероятности распределения интенсивностей линий. В случае, когда $Q(S) = S^{-1} \exp(-S/\bar{S})$, где \bar{S} — средняя интенсивность линий, функция пропускания принимает вид [7]

$$T_{12} = \exp\left[-\frac{\bar{Y}\bar{X}}{(1+2\bar{X})^{1/2}}\right], \quad (3.3.57)$$

где

$$\bar{X} = \bar{S}a/2\pi\alpha; \quad \bar{Y} = 2\pi\alpha/\bar{d}.$$

При допущении, что все линии имеют одинаковую интенсивность, т.е. $Q(S) = \delta(S - S_0)$ (здесь $\delta(x)$ — дельта-функция) (см., например, [20]),

$$T_{12} = \exp \{ -\bar{Y} \bar{X}_0 e^{-\bar{X}_0} [J_0(\bar{X}_0) + J_1(\bar{X}_0)] \}, \quad \bar{X}_0 = S_0 a / 2\pi\alpha. \quad (3.3.58)$$

Эта формула в предельных случаях имеет следующие асимптотические выражения: $T_{12} = 1 - \bar{S}_0/\bar{d}$ при $\bar{X} \ll 1$, $T_{12} = \exp(-\sqrt{2\bar{Y}^2 \bar{X}}/\pi)$ при $\bar{X} \gg 1$ (для сильной линии), причем переходная область между случаями $\bar{X} \ll 1$ и $\bar{X} \gg 1$ относительно невелика, так что можно считать, что зависимость первого типа непосредственно переходит в зависимость второго типа [20].

Предложена также комбинированная модель (см. [7, 20]), согласно которой в каждом участке спектра все линии образуют несколько групп, причем линии внутри группы расположены на одинаковом расстоянии и имеют одинаковую интенсивность и полуширину, т.е. описываются моделью Эльзассера. Сами группы расположены случайно, как линии в статистической модели. Выражение для T_{12} в этом случае записывается в виде

$$T_{12} = \prod_{j=1}^M \text{sh } Y_j \int_{X_j}^{\infty} e^{-\xi \text{ch } Y_j} J_0(\xi) d\xi, \quad (3.3.59)$$

где

$$Y_j = 2\pi\alpha/d_j, \quad X_j = S_j a / d_j \text{ sh } \beta_j.$$

Здесь d_j — расстояние между линиями в j -й группе, описываемой моделью Эльзассера с интенсивностью линий S_j ; M — число групп.

Следует иметь в виду, что все рассмотренные модели содержат такие характеристики спектральных линий, как d , S , α , данные для определения которых, к сожалению, пока ограничены. Не случайно поэтому в практических расчетах они часто используются в качестве параметров согласования и определяются из экспериментальных данных.

Задача расчета T_{12} для неоднородной атмосферы связана с дополнительными трудностями. Существующие приближенные решения для неоднородных оптических путей сводят эту проблему к соответствующей задаче для случая постоянных на трассе луча концентраций поглощающего газа, давления и температуры. Необходимое и достаточное условие существования такого приближения заключается в том, что коэффициент поглощения $\kappa_{va}(p, T)$ может быть представлен следующим образом [7]: $\kappa_{va}(p, T) = \varphi_1(T) \varphi_2(p) \varphi_3(v)$ (хотя, вообще говоря, эта формула несправедлива, например, для лоренцевского контура). Тогда интеграл в показателе экспоненты в формуле (3.3.44) равен

$$\begin{aligned} \mu^{-1} \int_{z_0}^z \rho \kappa_{va} dz' &= \int_{z_0}^z \kappa_{va} da^* = \varphi_3(v) \int_{z_0}^z \varphi_1(T) \varphi_2(p) da^* = \\ &= \kappa_{va}(p_0, T_0) \int_{z_0}^z \frac{\varphi_1(T) \varphi_2(p)}{\varphi_1(T_0) \varphi_2(p_0)} da^* = \kappa_{va}(p_0, T_0) \tilde{a}, \end{aligned} \quad (3.3.60)$$

где $a^* = \mu^{-1} \int_{z_0}^z \rho dz'$ — оптическая масса поглощающего газа, p_0 и T_0 — давление и температура при нормальных условиях*). Таким образом, функция пропускания, для определения которой в случае неоднородного оптического пути требуется три параметра T, p, a^* , рассматривается в этом приближении как функция одной переменной \tilde{a} (эффективной поглощающей массы), т.е. $T_{12} = T_{12}(\tilde{a})$. Несмотря на недостаточную строгость основных предпосылок рассмотренного метода он тем не менее представляет известную ценность, обеспечивая при определенных условиях приемлемую точность [7]. В частности, метод эффективной поглощающей массы хорошо зарекомендовал себя при расчете температурной зависимости функции пропускания в случае колебательно-вращательных спектров водяного пара и углекислого газа [20].

*) Под нормальными условиями обычно понимают $T = 273$ К, $p = 1$ атм.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА
В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ

Развитое в предшествующих главах описание процессов молекулярного переноса в разреженной реагирующей газовой среде нейтральной верхней атмосферы наиболее пригодно для моделирования упорядоченных (ламинарных) течений в области гетеросферы планеты. Но если переменный состав гетеросферы наряду с фотохимическими процессами контролируется в основном молекулярной диффузией, то структурные свойства гомосферы формируются под воздействием турбулентной диффузии, обеспечивающей постоянство состава атмосферного газа с высотой (исключая химически активные малые компоненты). В переходной области между гетеросферой и гомосферой (турбопаузе) процессы молекулярного и турбулентного переноса, конкурируя между собой, в значительной степени определяют закономерности структуры, динамики и энергетики атмосферы. Влияние различных специфических для верхней атмосферы факторов (таких, как многокомпонентность смеси, переменность среднего молекулярного веса, наличие гравитации) на турбулентность в турбопаузе, приводящее к появлению разнообразных дополнительных эффектов, не позволяет в общем случае использовать при моделировании атмосферных процессов теоретические результаты, полученные в рамках традиционного описания [9, 10] турбулизированных течений однородной несжимаемой жидкости. С другой стороны, разработанная в [11] полуэмпирическая теория коэффициентов турбулентного обмена для течений в многокомпонентном пограничном слое не может быть в полной мере использована для целей аэронавтики, в частности, из-за отсутствия гравитационных эффектов в структуре исследуемых уравнений.

В связи с этим при теоретическом моделировании верхних атмосфер возникает задача разработки адекватной теории турбулентности многокомпонентных химически реагирующих газовых смесей, учитывающей сжимаемость потока, тепло- и массообмен и воздействие гравитационного поля [1–11].

В этой главе выведена система уравнений гидродинамики смеси для осредненных пульсирующих газодинамических величин (используется средневзвешенное осреднение Фавра), пригодная для описания свойств мезосферы и нижней термосферы. Проблема замыкания системы решается на уровне моментов второго порядка. Достигнутый прогресс в развитии и применении моделей турбулентности второго порядка однородной жидкости с постоянной плотностью (см., например, [9, 10]) позволяет обобщить некоторые из этих моделей на случай течений сжимаемой среды.

Вывод модельных уравнений для односторонних вторых моментов турбулентных пульсаций газодинамических параметров смеси дан в § 4.1.

Следует отметить, что для химически активной газовой смеси проблема замыкания в общем случае усложняется из-за необходимости осреднения источниковых членов производства массы в химических реакциях и моделирования большого числа корреляций турбулентных пульсаций температуры и состава, другими словами, из-за влияния турбулентности на кинетику химических реакций. Процедура осреднения скоростей химических реакций в турбулизованном потоке также приводится в § 4.1.

В частном случае локально стационарного состояния турбулентного поля необходимые для замыкания системы гидродинамических уравнений выражения для турбулентных потоков диффузии, тепла и тензора Рейнольдсовых напряжений (обобщающие на случай многокомпонентных сред соответствующие результаты гидромеханики однородной жидкости) получены методами неравновесной термодинамики в § 4.2. Уравнения балансов для вторых моментов пульсирующих газодинамических величин позволили в этом случае получить аналитические формулы для коэффициентов турбулентного обмена с целью расчета сдвиговых течений атмосферного газа в турбопаузе (§ 4.3). В заключительном § 4.4 рассматривается вопрос о влиянии турбулентности на структуру и энергетику нижней термосферы.

§ 4.1. Модельное описание турбулизованных реагирующих смесей газов

4.1.1. Выбор оператора осреднения. В теориях турбулентности жидкости и газа применяются различные способы осреднения физических величин, например временное осреднение, пространственное осреднение, статистическое осреднение по ансамблю возможных реализаций и т.д. Не обсуждая здесь преимущества и недостатки различных способов осреднения, отметим лишь, что "практика построения моделей для изучения турбулентных движений показывает, что способы введения средних характеристик движения, вообще говоря, несущественны для составления полной системы уравнений теории турбулентности" [12], если потребовать в процессе любого осреднения выполнения постулатов Рейнольдса:

$$\overline{\mathcal{A} + \mathcal{B}} = \overline{\mathcal{A}} + \overline{\mathcal{B}}, \quad \overline{a\mathcal{A}} = a\overline{\mathcal{A}}, \quad \overline{a} = a, \\ \overline{\nabla \mathcal{A}} = \nabla \overline{\mathcal{A}}, \quad \overline{\mathcal{A} \mathcal{B}} = \overline{\mathcal{A}} \overline{\mathcal{B}}. \quad (4.1.1)$$

Здесь \mathcal{A} и \mathcal{B} — некоторые пульсирующие характеристики турбулентного движения; $\overline{\mathcal{A}}$, $\overline{\mathcal{B}}$ — средние их значения; a — константа.

В классических теориях турбулентности однородных жидкостей, разработанных в настоящее время достаточно полно (см., например, [9–10]), для всех основных гидродинамических величин осреднения вводятся некоторым одинаковым способом, как правило, без весовых коэффициентов. Например, при временном осреднении

$$\overline{\mathcal{A}} = (1/\Delta t) \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} \mathcal{A}(t) dt, \quad (4.1.2)$$

причем интервал осреднения Δt предполагается достаточно большим по

сравнению с характерным периодом пульсационного поля и существенно малым по сравнению с периодом осредненного поля. Мгновенные значения параметров представляются при этом в виде суммы осредненной (\bar{A}) и пульсационной (A') составляющих: $A = \bar{A} + A'$ ($\bar{A}' = 0$). Подобное осреднение, однако, в случае турбулизованного течения смеси с переменной плотностью ρ приводит не только к громоздким уравнениям осредненного движения (из-за необходимости удержания в структуре уравнений корреляций типа $\rho' V'$, $\rho' V' V'$ и т.п.), но и к затруднениям физической интерпретации каждого отдельного члена таких уравнений. Поэтому при теоретическом описании турбулентности многокомпонентных реагирующих сред наряду с обычным средним значением некоторой пульсирующей величины A удобно вводить [4–8, 13] так называемое средневзвешенное значение этой величины, задаваемое соотношением

$$\tilde{A} = \overline{\rho A} / \bar{\rho} \quad (A = \tilde{A} + A'', \quad \bar{A}'' = 0), \quad (4.1.3)$$

где A'' — соответствующая турбулентная пульсация; прямая черта сверху означает далее везде временное осреднение. Если $\rho \approx \bar{\rho}$ (например, в жидкости со свойствами Буссинеска), то обе процедуры осреднения совпадают. Вместе с тем, использование осреднения (4.1.3) для ряда пульсирующих параметров в случае сжимаемого многокомпонентного газа в значительной степени упрощает запись и анализ осредненных гидродинамических уравнений [4, 5, 14] и, кроме того, удобно по той причине, что экспериментальные исследования турбулентных течений, проводимые традиционными методами, приводят, по-видимому, к измерению как раз именно этих средних значений [14]. Отметим, что использование средневзвешенных параметров потока для описания турбулентного движения однородной жидкости с переменной плотностью предлагалось и ранее [13, 15]; полнее такой подход на основе неравновесной термодинамики многокомпонентных сплошных сред был реализован в [6].

Приведем здесь некоторые, используемые ниже, свойства средневзвешенных значений физических величин, которые легко выводятся из определения (4.1.3) и соотношений Рейнольдса (4.1.1) [4]:

$$\begin{cases} \overline{\rho A''} = 0, \quad \bar{A}'' = -\overline{\rho' A''} / \bar{\rho}, \quad \tilde{A} = \bar{A} - \bar{A}'', \quad A'' = A' + \bar{A}'', \\ \overline{\rho A B} = \bar{\rho} \tilde{A} \tilde{B} + \overline{\rho A'' B''}, \quad (AB)'' = \tilde{A} B'' + \tilde{B} A'' + A'' B'' - \overline{\rho A'' B''} / \bar{\rho}, \\ \nabla \tilde{A} = \nabla \bar{A}, \quad \rho A \nabla B = \bar{\rho} \tilde{A} \nabla \tilde{B} + \overline{\rho A \nabla B''}, \quad A''^2 \geq \bar{A}'^2 > 0, \end{cases} \quad (4.1.4)$$

$$\overline{\rho \frac{dA}{dt}} = \bar{\rho} \frac{D\tilde{A}}{Dt} + \nabla \cdot (\overline{\rho A'' V''}), \quad \frac{D\tilde{A}}{Dt} = \tilde{V} \cdot \nabla + \frac{\partial}{\partial t}. \quad (4.1.5)$$

4.1.2. Осредненные гидродинамические уравнения. Будем рассматривать турбулизованную многокомпонентную химически активную смесь совершенных газов верхней атмосферы планеты как сплошную среду, элементарные микродвижения которой могут быть описаны системой уравнений Навье–Стокса (2.1.35), (2.1.41)–(2.1.43) для многокомпонентной смеси при случайной выборке начальных и граничных условий. Это возможно для пространственно-временных масштабов, заключенных между масштабами молекулярных движений и турбулентности (ли-

нейные размеры и время существования наименьших из вихрей), которые, как правило, на несколько порядков превосходят масштабы молекулярных движений в широком диапазоне высот в атмосфере [9]*).

Систему уравнений для N -компонентной смеси (2.1.35), (2.1.41)–(2.1.43), выражающую основные законы сохранения в относительной системе координат (вращающейся относительно абсолютной планетоцентрической системы с постоянной угловой скоростью ω) запишем в виде:

$$\rho \frac{d\rho^{-1}}{dt} - \nabla \cdot V = 0, \quad \frac{d}{dt} = V \cdot \nabla + \frac{\partial}{\partial t}; \quad (4.1.6)$$

$$\rho \frac{dz_\alpha}{dt} + \nabla \cdot J_\alpha = \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \xi_s \quad \left(\sum_{\alpha=1}^N M_\alpha J_\alpha = 0 \right); \quad (4.1.7)$$

($\alpha = 1, 2, \dots, N-1$).

$$\rho \frac{dV}{dt} + \nabla (p\hat{I} - \hat{\pi}) = -\rho g k_z - 2\rho \omega \times V; \quad (4.1.8)$$

$$\rho \frac{dh}{dt} + \nabla \cdot (q + q_R) = \frac{dp}{dt} + \hat{\pi} : \nabla V; \quad (4.1.9)$$

$$p = k\rho T \sum_{\alpha=1}^N z_\alpha, \quad (4.1.10)$$

где

$$\rho = \sum_{\alpha=1}^N M_\alpha n_\alpha, \quad z_\alpha = n_\alpha/\rho, \quad h = \sum_{\alpha=1}^N h_\alpha z_\alpha, \quad h_\alpha = C_{p\alpha} T + h_\alpha^0. \quad (4.1.11)$$

Здесь и всюду далее используется декартова прямоугольная система координат (ось Oz направлена вверх), неподвижно связанная с поверхностью планеты; h_α , $C_{p\alpha}$, $J_\alpha = n_\alpha w_\alpha$ — соответственно парциальная энтальпия, парциальная теплоемкость при постоянном давлении и составе, диффузионный поток компоненты α ; h_α^0 — теплота образования (на одну частицу); ξ_s — скорость s -й химической реакции ($s = 1, 2, \dots, r$); $\nu_{\alpha s}$ — стехиометрические коэффициенты. Остальные обозначения соответствуют приведенным в гл. 2.

Для замыкания гидродинамических уравнений (4.1.6)–(4.1.10) необходимо использовать определяющие уравнения (2.2.46), (2.2.112) и (2.2.113) для термодинамических потоков $\hat{\pi}$, q , J_α ($\alpha = 1, \dots, N$).

Переходя к выводу макроуравнений турбулентного движения многокомпонентной смеси, будем осреднять (например, по временному интервалу Δt , значительно большему временного интервала турбулентности) справедливые в микромасштабе уравнения сохранения массы, импульса и энергии (4.1.6)–(4.1.9) и уравнение состояния смеси (4.1.10), вводя при этом естественным образом — как средневзвешенные значения соответствующих микрохарактеристик — основные физические характери-

* Масштаб самых маленьких вихрей, присутствующих в турбулентном течении, по крайней мере на три порядка больше длины среднего свободного пробега молекул для жидкости.

ки осредненной турбулизованной жидкости (такие, как \tilde{z} , \tilde{T} , \tilde{V} , \tilde{h} и т.п.). Давление и плотность (а также все термодинамические потоки q , J_α , \hat{n} , \hat{n}_α) будут осредняться, однако, без использования весовых коэффициентов. Для получения репрезентативных средних значений и соответствующих пульсаций физических величин будем предполагать, что пространственно-временная область осреднения включает большое число вихрей, размер которых меньше размера области осреднения, и очень малую часть вихрей, размер которых больше области осреднения.

Используя свойства средневзвешенного осреднения (4.1.4), а также тождество (4.1.5), справедливое для любой полевой величины \mathcal{A} , запишем осредненные гидродинамические уравнения (4.1.6)–(4.1.10) в виде [4]:

$$\bar{\rho} D\bar{\rho}^{-1}/Dt - \nabla \cdot \tilde{V} = 0, \quad D/Dt = \tilde{V} \cdot \nabla + \partial/\partial t; \quad (4.1.12)$$

$$\bar{\rho} D\tilde{z}_\alpha/Dt + \nabla \cdot (\bar{J}_\alpha + \tilde{\rho} \tilde{z}_\alpha'' \tilde{V}) = \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \tilde{\xi}_s \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N-1); \quad (4.1.13)$$

$$\bar{\rho} D\tilde{V}/Dt + \nabla \cdot (\bar{p} \hat{I} - \tilde{\pi} + \tilde{\rho} \tilde{V}'' \tilde{V}) = -\bar{\rho} g k_z - 2\bar{\rho} \tilde{\omega} \times \tilde{V}; \quad (4.1.14)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} D\tilde{h}/Dt + \nabla \cdot (\bar{q} + \bar{q}_R - \bar{p}' \tilde{V}'' + \tilde{\rho} \tilde{h}'' \tilde{V}) &= D\bar{p}/Dt + \tilde{\pi} : \nabla \tilde{V} - \\ &- \overline{p' \nabla \cdot \tilde{V}''} - \overline{\rho' \tilde{V}'' \cdot \nabla \bar{p}/\bar{\rho}} + \tilde{\pi} : \nabla \tilde{V}''; \end{aligned} \quad (4.1.15)$$

$$\bar{p} = k\bar{\rho} \tilde{T} \sum_{\alpha=1}^N \tilde{z}_\alpha (1 + \tilde{z}_\alpha'' \tilde{T}''/\tilde{z}_\alpha \tilde{T}), \quad (4.1.16)$$

где

$$\tilde{z}_\alpha = \tilde{n}_\alpha/\bar{\rho}; \quad \tilde{h} = \tilde{C}_p \tilde{T} + \sum_{\alpha=1}^N h_\alpha^0 \tilde{z}_\alpha + \sum_{\alpha=1}^N C_{p\alpha} \tilde{z}_\alpha'' \tilde{T}''; \quad \tilde{C}_p = \sum_{\alpha=1}^N C_{p\alpha} \tilde{z}_\alpha$$

— удельная теплоемкость смеси при постоянном давлении.

Гидродинамические уравнения (4.1.12)–(4.1.16) должны быть дополнены следующими определяющими уравнениями (масштаба среднего движения), связывающими осредненные термодинамические потоки, $\tilde{\pi}$, \bar{q} , \bar{J}_α с осредненными термодинамическими силами:

$$\tilde{\pi} = \mu \left[\nabla \tilde{V} + (\nabla \tilde{V})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \tilde{V}) \hat{I} \right]; \quad (4.1.17)$$

$$\bar{q} = -\lambda \nabla \tilde{T} + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_\alpha \bar{J}_\alpha + k\tilde{T} \sum_{\alpha=1}^N k_{T\alpha}^* \bar{J}_\alpha; \quad (4.1.18)$$

$$\overline{nd_\alpha} = \mathcal{M} \sum_{\beta \neq \alpha}^N (\tilde{z}_\alpha \bar{J}_\beta - \tilde{z}_\beta \bar{J}_\alpha) / \mathcal{D}_{\alpha\beta} + \bar{\rho} \tilde{z}_\alpha k_{T\alpha}^* \nabla \ln \tilde{T}. \quad (4.1.19)$$

Здесь $\overline{nd_\alpha} = \bar{\rho} \nabla \tilde{z}_\alpha + \bar{\rho} \tilde{z}_\alpha \nabla \ln \mathcal{M} + \bar{\rho} \tilde{z}_\alpha \left(1 - \frac{M_\alpha}{\mathcal{M}} \right) \nabla \ln \bar{p} + \frac{2M_\alpha}{k\tilde{T}} \tilde{\omega} \times \bar{J}_\alpha -$

осредненный вектор диффузионных термодинамических сил (ср. с (2.2.31)); $\mathcal{M} = \bar{\rho}/\bar{n}$ — осредненная средняя молекулярная масса смеси; $\mathcal{D}_{\alpha\beta}$, μ , λ , $k_{T\alpha} (= k_{T\alpha}^* x_\alpha)$ — соответственно бинарные коэффициенты диффузии, коэффициенты сдвиговой вязкости и теплопроводности смеси и термодиффузионные отношения (далее везде предполагается, что у молекулярных коэффициентов переноса пульсации малы и ими можно пренебречь

по сравнению с их средними значениями). Уравнения (4.1.17)–(4.1.19) легко получаются [20] из феноменологических соотношений (4.2.11), (4.2.12), приведенных в § 4.2. Осредненное турбулентное движение многокомпонентной смеси дополнительно характеризуют:

$J_{\alpha}^T = \overline{\rho z_{\alpha}'' V''} (= n_{\alpha} V'')$ – турбулентные потоки вещества сорта α ;

$q^T = \overline{\rho h'' V''} \simeq \tilde{C}_p \overline{\rho T'' V''} + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_{\alpha} J_{\alpha}^T$ – турбулентный поток энергии;

$\hat{R} = -\overline{\rho V'' V''}$ – тензор турбулентных напряжений (тензор Рейнольдса);

$\bar{\rho} \epsilon_e = \hat{\pi} : \nabla V''$ – скорость вязкой диссипации турбулентной энергии в тепло.

Кроме того, для химически активных газовых смесей осреднение источников членов в балансовых уравнениях (4.1.13) приводит к появлению большого числа корреляций типа $\overline{z_{\alpha}'' T''}$ и $\overline{z_{\alpha}'' z_{\beta}''}$ (см. п. 4.1.3). Таким образом, система осредненных гидродинамических уравнений смеси оказывается незамкнутой, так как содержит наряду со средними значениями гидродинамических величин $\bar{\rho}$, \bar{p} , \bar{T} , \bar{V} , \bar{z}_{α} и их производными новые неизвестные величины, возникающие вследствие нелинейности исходных уравнений и описывающие дополнительные турбулентные потоки, обусловленные наличием турбулентных пульсаций. Следуя методу, развитому, например, в [7], можно получить уравнения переноса, описывающие эволюцию вторых моментов q_j^T , R_{ij} , $\overline{z_{\alpha}'' z_{\beta}''}$ и т.п. через моменты третьего порядка, для нахождения которых, однако, нужно использовать новые уравнения, и т.д. Ясно, что проблема моделирования турбулентного течения требует какой-либо гипотезы замыкания, с помощью которой иерархия уравнений и неизвестных обрезается введением связей между моментами порядка $(n+1)$ и n . В теории турбулентности несжимаемой жидкости первоначально наиболее широкое распространение получили простейшие модели замыкания, основанные на градиентной гипотезе Буссинеска (см., например, [9]), позволяющие линейно связать турбулентные потоки J_{α}^T , q^T и \hat{R} и градиенты осредненных значений соответствующих полевых величин через коэффициенты турбулентного обмена. Использование градиентной гипотезы для моделирования турбулентных потоков не решает, однако, проблемы замыкания осредненной гидродинамической системы уравнений, если относительно коэффициентов турбулентного обмена не приняты некоторые предположения и не указаны способы их расчета. Более того, эти модели непригодны в тех случаях, когда существенно влияние конвективного и диффузионного переноса турбулентности или предыстории процесса на характеристики течения в точке. При этом изотропные коэффициенты турбулентного обмена вообще ввести нельзя [7, 11].

В последние несколько лет наблюдается интенсивный прогресс в развитии и применении моделей турбулентности второго порядка, имеющих, по мнению большинства авторов (см., например, [10, 11, 17, 18, 39–42]), оптимальный уровень сложности. В этих схемах все входящие в осредненные гидродинамические уравнения моменты второго порядка описываются системой приближенных уравнений переноса. Замыкание уравнений второго порядка, в свою очередь, также основано на гипотезах о градиентном

характере переноса для различных членов более высоких порядков. Вместе с тем использование этих методов для турбулентных течений с химическими реакциями сопряжено с определенными трудностями. Первая трудность возникает из-за необходимости учитывать сжимаемость турбулизованного потока. Попытки применить к реагирующим течениям модели, разработанные для течений с постоянной плотностью, в общем случае не обоснованы. Вторая трудность, на которой мы остановимся в следующем пункте, связана с осреднением источников членов уравнений (4.1.13).

4.1.3. Источниковый член производства массы в химических реакциях. Необходимость учитывать влияние пульсаций температуры и состава на скорости процессов химического превращения диктуется тем, что средняя скорость химической реакции, протекающей в условиях турбулентного течения реагирующих газовых потоков, не определяется, вообще говоря, законом Аррениуса от средних параметров, а существенным образом зависит от их пульсаций [14].

Получим выражение для среднего значения скорости любой гомогенной химической реакции (3.2.11) при наличии турбулентности. Рассмотрим сначала некоторые необходимые для дальнейшего соотношения из формальной теории кинетики химических реакций. Результирующая скорость s -й реакции

$$\beta_{1s}[1] + \beta_{2s}[2] + \dots - \frac{K_{fs}}{K_{rs}} \eta_{1s}[1] + \eta_{2s}[2] + \dots \quad (4.1.20)$$

для идеальных систем [16] определяется через параметры скорости прямой реакции и константу равновесия \mathcal{K}_s формулой

$$\xi_s = K_{fs} \prod_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^{\beta_{\alpha s}} \left(1 - \frac{1}{\mathcal{K}_s} \prod_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^{\nu_{\alpha s}} \right) = \omega_{fs} (1 - e^{-A_s/kT}). \quad (4.1.21)$$

В (4.1.20) и (4.1.21) $\beta_{\alpha s}$, $\eta_{\alpha s}$ — стехиометрические коэффициенты компоненты α по отношению к s -й химической реакции; $[\alpha]$ — химические символы реагирующих веществ; K_{fs} , K_{rs} — константы скоростей соответственно для прямой и обратной реакции; $\mathcal{K}_s = K_{fs}/K_{rs}$; $\nu_{\alpha s} = \eta_{\alpha s} - \beta_{\alpha s}$;

$\omega_{fs} = K_{fs} \prod_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^{\beta_{\alpha s}}$ и $A_s = - \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \mu_{\alpha}$ — скорость и химическое сродство s -й реакции соответственно. В приближении аррениусовой кинетики константа скорости K_{fs} аппроксимируется выражением

$$K_{fs} = K_{fs}^0 T^{a_{fs}} \exp(-E_{fs}/kT). \quad (4.1.22)$$

в котором через K_{fs}^0 и a_{fs} обозначены соответственно постоянная частотного фактора (предэкспонент) и температурный показатель частотного фактора химической реакции, а через E_{fs} — энергия активации. Рассматривая далее многокомпонентные идеальные смеси, возьмем химический потенциал (2.2.17) в виде

$$\mu_{\alpha} = \mu_{\alpha}^0(T, p) + kT \ln(n_{\alpha}/n), \quad (4.1.23)$$

где

$$\mu_{\alpha}^0(T, p) = kT \ln p + h_{\alpha}^0 - TC_{p\alpha}^0 \ln T - T \int_0^T \frac{dT}{T^2} \int_0^T C'_{p\alpha}(T) dT - kT \mathcal{J}_{\alpha}$$

— химический потенциал чистой α -й компоненты при данных T и p смеси; \mathcal{J}_α — химическая постоянная компоненты α ; $C_{p\alpha}^0, C_{p\alpha}'(T)$ — соответственно поступательная и колебательная составляющие теплоемкости $C_{p\alpha} = (\partial h_\alpha / \partial T)_{p, (n_\gamma)}$; h_α^0 — экстраполированная на нулевую температуру частичная энтальпия α -компоненты. Тогда константа равновесия \mathcal{K}_s и средство A_s s -й реакции могут быть записаны следующим образом:

$$A_s = - \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \mu_\alpha = kT \ln [\mathcal{K}_s(T) / \prod_{\alpha=1}^N n_\alpha^{\nu_{\alpha s}}], \quad (4.1.24)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_s = n^{\Delta \nu_s} \exp \left[- \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \mu_\alpha^0 / kT \right] = - \Delta \nu_s \ln kT - \frac{q_s^0}{kT} + \\ + \frac{1}{k} \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} C_{p\alpha}^0 \ln T + \frac{1}{k} \int_0^T \frac{dT}{T^2} \int_0^T \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} C_{p\alpha}'(T) dT + \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \mathcal{J}_\alpha, \end{aligned} \quad (4.1.25)$$

где $\Delta \nu_s = \sum_{\alpha} \nu_{\alpha s}$ — алгебраическая сумма стехиометрических коэффициентов s -й реакции; $q_s^0 = \sum_{\alpha} \nu_{\alpha s} h_\alpha^0$ — теплота s -й реакции, экстраполированная к абсолютному нулю температуры.

Соотношения (4.1.21)–(4.1.25) справедливы для любого движения, в том числе для мгновенных (пульсационных) изменений состояния смеси. При этом под T, p, n_α будем понимать сумму значений величин $\langle T \rangle, \langle p \rangle, \langle n_\alpha \rangle$ в основном (осредненном) движении и их пульсационных колебаний $\delta T, \delta p, \delta n_\alpha$ *).

Осреднение результирующей скорости ξ_s (4.1.21) химической реакции (4.1.20) представляет, в общем случае, трудную задачу. Трудность связана, во-первых, с сильной нелинейностью выражения (4.1.21) и, во-вторых, с необходимостью моделирования корреляций турбулентных пульсаций температуры и состава. Так как $\xi_s = \xi_s(T, n_\alpha)$, то можно приближенно принять

$$\xi_s(T, n_\alpha) \approx \xi_s(\langle T \rangle, \langle n_\alpha \rangle) + \delta \xi_s + \frac{1}{2} \delta^2 \xi_s, \quad (4.1.26)$$

где

$$\begin{aligned} \delta \xi_s = \left(\frac{\partial \xi_s}{\partial T} \right)_0 \delta T + \sum_{\beta=1}^N \left(\frac{\partial \xi_s}{\partial n_\beta} \right)_0 \delta n_\beta, \\ \delta^2 \xi_s = \left(\frac{\partial^2 \xi_s}{\partial T^2} \right)_0 (\delta T)^2 + \sum_{\beta=1}^N \left(\frac{\partial^2 \xi_s}{\partial T \partial n_\beta} \right)_0 \delta T \delta n_\beta + \sum_{\alpha=1}^N \sum_{\beta=1}^N \left(\frac{\partial^2 \xi_s}{\partial n_\alpha \partial n_\beta} \right)_0 \delta n_\alpha \delta n_\beta \end{aligned}$$

(индексом "0" отмечены производные при $T = \langle T \rangle, n_\alpha = \langle n_\alpha \rangle$).

Из выражения (4.1.21) варьированием независимых переменных T и n_α получим первую вариацию результирующей скорости:

$$\delta \xi_s = (1 - e^{-A_s/kT}) \delta \omega_{fs} + \omega_{fs} e^{-A_s/kT} \delta (A_s/kT), \quad (4.1.27)$$

*) В этом пункте для средних и пульсирующих значений любых физических величин \mathcal{A} используются символы $\langle \mathcal{A} \rangle$ и $\delta \mathcal{A}$ (при этом не конкретизируются способы осреднения $\langle \mathcal{A} \rangle$).

где

$$\delta\omega_{fs} = \omega_{fs} \left(\frac{E_{fs} + a_{fs}kT}{kT^2} \delta T + \sum_{\alpha=1}^N \frac{\beta_{\alpha s}}{n_{\alpha}} \delta n_{\alpha} \right). \quad (4.1.28)$$

Для получения вариации A_s/kT воспользуемся известными термодинамическими соотношениями [16]

$$\left[\frac{\partial(A_s/T)}{\partial T} \right]_p = - \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \left[\frac{\partial(\mu_{\alpha}/T)}{\partial T} \right]_p = \frac{q_s(T, p)}{T^2},$$

$$\left(\frac{\partial A_s}{\partial p} \right)_T = - \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \left(\frac{\partial \mu_{\alpha}}{\partial p} \right)_T = \mathcal{V}_s(T, p),$$

$$\left(\frac{\partial A_s}{\partial n_{\alpha}} \right)_{T, p} = - \sum_{\gamma=1}^N \nu_{\alpha s} \left(\frac{\partial \mu_{\gamma}}{\partial n_{\alpha}} \right)_{T, p} = - \sum_{\gamma=1}^N \nu_{\gamma s} \mu_{\gamma \alpha} =$$

$$= - \sum_{\gamma=1}^N \mu_{\gamma \alpha} n_{\alpha} \left(\frac{\nu_{\gamma s}}{n_{\gamma}} - \frac{\nu_{\alpha s}}{n_{\alpha}} \right),$$

в которых введены обозначения

$$q_s(T, p) = \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} h_s = \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \int_0^T C_{p\alpha} dT + q_s^0;$$

$$\mathcal{V}_s(T, p) = \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \mathcal{V}_{\alpha}$$

(\mathcal{V}_{α} — парциальный молярный объем компоненты α ; q_s — теплота s -й реакции). Для смеси совершенных газов в условиях верхней атмосферы

будем иметь $\mathcal{V}_{\alpha} = 1/n$, $\mu_{\alpha\gamma} = kT \left(\frac{\delta_{\alpha\gamma}}{n_{\alpha}} - \frac{1}{n} \right)$; тогда

$$\begin{aligned} \delta \left(\frac{A_s}{kT} \right) &= \frac{q_s(T, p)}{kT^2} \delta T - \frac{\mathcal{V}_s}{kT} \delta p + \sum_{\alpha=1}^N \left(\frac{\Delta \nu_s}{n} - \frac{\nu_{\alpha s}}{n_{\alpha}} \right) \delta n_{\alpha} = \\ &= \frac{q_s - \Delta \nu_s kT}{kT^2} \delta T - \sum_{\alpha=1}^N \frac{\nu_{\alpha s}}{n_{\alpha}} \delta n_{\alpha}. \end{aligned} \quad (4.1.29)$$

В соответствии с (4.1.28) и (4.1.29) первая вариация $\delta \xi_s$ скорости ξ_s химической реакции s может быть записана в виде

$$\delta \xi_s = \Lambda_{s0} \delta T + \sum_{\gamma=1}^N \Lambda_{s\gamma} \delta n_{\gamma}, \quad (4.1.30)$$

где

$$\Lambda_{s0} = \omega_{fs} \left[\frac{E_{fs} + a_{fs}kT}{kT^2} \left(1 - \frac{1}{\mathcal{H}_s} \prod_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^{\nu_{\alpha s}} \right) \cdot \frac{q_s - \Delta \nu_s kT}{kT^2 \mathcal{H}_s} - \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^{\nu_{\alpha s}} \right], \quad (4.1.31a)$$

$$\Lambda_{s\gamma} = \omega_{fs} \left(\frac{\beta_{\gamma s}}{n_{\gamma}} - \frac{\eta_{\gamma s}}{n_{\gamma} \mathcal{H}_s} \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^{\nu_{\alpha s}} \right). \quad (4.1.31b)$$

Для получения второй вариации $\delta^2 \xi_s$ скорости $\xi_s = \omega_{fs} - \omega_{rs}$, $\omega_{rs} = \omega_{fs} \exp(-A_s/kT)$, которую далее удобно переписать в виде

$$\begin{aligned} \delta^2 \xi_s &= \delta(\delta \omega_{fs} - \delta \omega_{rs}) = \delta(\omega_{fs} \delta \ln \omega_{fs} - \omega_{rs} \delta \ln \omega_{rs}) = \\ &= \omega_{fs}[(\delta \ln \omega_{fs})^2 + \delta^2 \ln \omega_{fs}] - \omega_{rs}[(\delta \ln \omega_{rs})^2 + \delta^2 \ln \omega_{rs}], \end{aligned}$$

используем формулу (4.1.28), а также легко выводимые, с учетом (4.1.28) и (4.1.29), соотношения

$$\delta \ln \omega_{rs} = \frac{E_{fs} + a_{fs} kT - q_s + \Delta v_s kT}{kT^2} \delta T + \sum_{\alpha=1}^N \frac{\eta_{\alpha s}}{n_{\alpha}} \delta n_{\alpha},$$

$$\delta^2 \ln \omega_{fs} = -\frac{2E_{fs} + a_{fs} kT}{kT^3} (\delta T)^2 - \sum_{\alpha=1}^N \frac{\beta_{\alpha s}}{n_{\alpha}^2} (\delta n_{\alpha})^2,$$

$$\delta^2 \left(\frac{A_s}{kT} \right) = \frac{\Delta v_s kT - q_s - q_s^0}{kT^3} (\delta T)^2 + \sum_{\alpha=1}^N \frac{\nu_{\alpha s}}{n_{\alpha}^2} (\delta n_{\alpha})^2,$$

$$\delta^2 \ln \omega_{rs} = \delta^2 \ln \omega_{fs} - \delta^2 (A_s/kT).$$

Окончательно получим

$$\frac{1}{2} \delta^2 \xi_s = B_{s0} (\delta T)^2 + \sum_{\alpha=0}^N B_{s\alpha} \delta T \delta n_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^N \sum_{\gamma=1}^N B_{s\alpha\gamma} \delta n_{\alpha} \delta n_{\gamma}, \quad (4.1.32)$$

где

$$\begin{aligned} B_{s\alpha} &= \omega_{fs} \frac{E_{fs}^*}{kT^2 n_{\alpha}} \left[\beta_{\alpha s} - \left(1 - \frac{q_s^*}{E_{fs}^*} \right) \frac{\eta_{\alpha s}}{\mathcal{H}_s} \prod_{\gamma=1}^N n_{\gamma}^{\nu_{\alpha s}} \right], \\ B_{s\alpha\gamma} &= \frac{\omega_{fs}}{2n_{\alpha} n_{\gamma}} \left[\beta_{\alpha s} (\beta_{\gamma s} - \delta_{\alpha\gamma}) - \frac{\eta_{\alpha s}}{\mathcal{H}_s} (\eta_{\gamma s} - \delta_{\alpha\gamma}) \prod_{\beta=1}^N n_{\beta}^{\nu_{\beta s}} \right], \\ B_{s0} &= \omega_{fs} \left[\left(1 - \frac{1}{\mathcal{H}_s} \prod_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^{\nu_{\alpha s}} \right) \frac{E_{fs}^{*2} - kT(2E_{fs}^* - a_{fs} kT)}{2k^2 T^4} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{q_s^*(q_s^* - 2E_{fs}^* + kT) + kTq_s^0}{2k^2 T^4 \mathcal{H}_s} \prod_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^{\nu_{\alpha s}} \right]. \end{aligned} \quad (4.1.33)$$

Здесь

$$E_{fs}^* = E_{fs} + a_{fs} kT, \quad q_s^* = q_s(T, p) - \Delta v_s kT.$$

В формулах (4.1.31) и (4.1.33) все термодинамические переменные p , T , n_{α} осреднены, но для удобства записи символ осреднения опущен.

Осредняя теперь приближенное равенство (4.1.26) и используя соотношения (4.1.30) и (4.1.32), для эффективного значения скорости химической реакции (4.1.20) в турбулизованном потоке будем иметь

$$\begin{aligned} \langle \xi_s(T, n_{\alpha}) \rangle &= \xi_s(\langle T \rangle, \langle n_{\alpha} \rangle) + B_{s0} \langle (\delta T)^2 \rangle + \\ &+ \sum_{\alpha=1}^N B_{s\alpha} \langle \delta T \delta n_{\alpha} \rangle + \sum_{\alpha=1}^N \sum_{\gamma=1}^N B_{s\alpha\gamma} \langle \delta n_{\alpha} \delta n_{\gamma} \rangle. \end{aligned} \quad (4.1.34)$$

Таким образом, для вычисления источников членов в уравнениях неразрывности (4.1.13) необходимо дополнительно привлекать уравнения переноса для корреляционных моментов температуры и состава смеси

(см. п. 4.1.4). Учет влияния этих корреляций на скорости протекания химических процессов требует сопоставления между собой следующих характерных времен:

- характерного времени гидродинамических явлений $t_{\text{гидр}}$;
- временного масштаба турбулентности $t_{\text{турб}}$ (например, диссипативно-го масштаба $\tilde{\epsilon}/\epsilon_e$);
- временного масштаба химических реакций $t_{\text{хим}}$.

Времена $t_{\text{гидр}}$, $t_{\text{турб}}$ и $t_{\text{хим}}$ могут находиться в различном соотношении друг с другом (обычно $t_{\text{турб}} \ll t_{\text{гидр}}$; например, для течений типа пограничного слоя $t_{\text{турб}}/t_{\text{гидр}} \leq 10^{-2}$ [15]). В аэрономических приложениях при анализе связи турбулентности и химической кинетики можно ограничиться рассмотрением следующих случаев:

1) $t_{\text{хим}} \geq t_{\text{гидр}}$ (при этом $t_{\text{хим}} \geq t_{\text{турб}}$) — химические реакции неравновесны по отношению к осредненному движению и "заморожены" по отношению к пульсационному; в этом случае процессы химического превращения не влияют на газодинамические характеристики потока, но средний состав газа должен определяться из осредненных уравнений непрерывности отдельных компонент, в которых источникные члены рассчитываются с учетом пульсаций температуры и состава;

2) $t_{\text{хим}} \leq t_{\text{гидр}}$ — химические реакции независимы по отношению к осредненному и пульсационному движениям; в этом случае существенно взаимное влияние процессов химической кинетики и процессов тепло- и массообмена в турбулизованном потоке;

3) $t_{\text{хим}} \ll t_{\text{гидр}}$ — осредненное течение можно считать термохимическим равновесным, однако химические реакции могут быть неравновесными по отношению к пульсациям; в этом случае состав смеси определяется из закона действующих масс с учетом влияния пульсаций температуры и состава, а процессы химического превращения влияют на коэффициенты турбулентного обмена [11].

4.1.4. Уравнение переноса для вторых моментов турбулентных пульсаций. Как уже отмечалось, в схемах замыкания второго порядка получивших значительное развитие при моделировании турбулентных течений однородных жидкостей [17, 18], одноточечные вторые моменты пульсирующих газодинамических величин (такие, как q^T , \hat{R} , \hat{h}^{n2} , ...) сами описываются системой приближенных уравнений переноса, которые решаются одновременно с осредненными гидродинамическими уравнениями. Несмотря на то, что замыкание этих дополнительных уравнений производится приближенно, следует признать достаточную гибкость таких моделей, позволяющих учесть механизмы конвекции, диффузии, образования и диссипации турбулентности. В этом пункте мы получим модельные уравнения переноса для вторых моментов турбулентных пульсаций газодинамических параметров в многокомпонентной смеси. Эти уравнения лежат в основе решения тех задач аэрономии, в которых существенно совместное влияние эффектов сжимаемости, тепло- и массообмена и гравитации на характер течения турбулизованных реагирующих газовых сред. Кроме того, их можно использовать при разработке полуэмпирических теорий коэффициентов турбулентного обмена, в том числе применительно к специфике моделирования верхней атмосферы.

Уравнения балансов для одноточечных вторых моментов $\overline{\rho \mathcal{A}'' \mathcal{B}''}$ любых пульсирующих физических величин \mathcal{A} и \mathcal{B} в потоке сжимаемого газа могут быть получены из общего соотношения

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} \left(\frac{\overline{\rho \mathcal{A}'' \mathcal{B}''}}{\bar{\rho}} \right) + \nabla \cdot (\overline{\rho \mathcal{A}'' \mathcal{B}'' V''}) = \\ = - \overline{\rho \mathcal{A}'' V''} \cdot \nabla \tilde{\mathcal{B}} - \overline{\rho \mathcal{B}'' V''} \cdot \nabla \tilde{\mathcal{A}} - \overline{\rho \mathcal{B}'' d\mathcal{A}/dt} + \overline{\rho \mathcal{A}'' d\mathcal{B}/dt}, \end{aligned} \quad (4.1.35)$$

содержащего члены, соответствующие конвективному переносу, диффузии, образованию и диссипации данной характеристики потока; при этом последние два слагаемых в правой части (4.1.35) вычисляются с помощью соответствующих уравнений баланса для поля мгновенных значений величин \mathcal{A} и \mathcal{B} .

Для вывода уравнения (4.1.35) умножим справедливое для любой пульсирующей полевой величины \mathcal{A} тождество

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{d\tilde{\mathcal{A}}}{dt} + \frac{d\mathcal{A}''}{dt} = \frac{D\tilde{\mathcal{A}}}{Dt} + V'' \cdot \nabla \tilde{\mathcal{A}} + \frac{d\mathcal{A}''}{dt}$$

на $\rho \mathcal{B}''$ и осредним затем его по времени; в результате будем иметь

$$\rho \mathcal{B}'' \frac{d\mathcal{A}''}{dt} = - \overline{\rho V'' \mathcal{B}''} \cdot \nabla \tilde{\mathcal{A}} + \rho \mathcal{B}'' \frac{d\mathcal{A}}{dt}.$$

Аналогично

$$\rho \mathcal{A}'' \frac{d\mathcal{B}''}{dt} = - \overline{\rho V'' \mathcal{A}''} \cdot \nabla \tilde{\mathcal{B}} + \rho \mathcal{A}'' \frac{d\mathcal{B}}{dt}.$$

Складывая последние два соотношения, получим, с учетом тождества (4.1.5), уравнение (4.1.35).

а) Уравнение для тензора турбулентных напряжений Рейнольдса в сжимаемой жидкости. Полагая в (4.1.35) $\mathcal{A} \equiv V_i$, $\mathcal{B} \equiv V_j$ и используя справедливое в микромасштабе уравнение движения (4.1.8), получим следующее точное уравнение переноса для тензора турбулентных напряжений Рейнольдса $R_{ij} = -\rho V_i'' V_j''$:

$$-\bar{\rho} \frac{D}{Dt} (R_{ij}/\bar{\rho}) + \nabla \cdot \hat{J}_{ij} = P_{ij}^* + \bar{\rho} G_{ij} + \Phi_{ij} - \bar{\rho} \epsilon_{ij}, \quad (4.1.36)$$

в котором

$$J_{ijk} = \overline{\rho V_i'' V_j'' V_k''} + (\overline{p' \delta_{jk}} - \overline{\pi_{jk}}) V_i'' + (\overline{p' \delta_{ik}} - \overline{\pi_{ik}}) V_j'', \quad (4.1.37a)$$

$$P_{ij}^* = R_{ik} (\partial \tilde{V}_j / \partial x_k + 2\epsilon_{ijk} \omega_l) + R_{jk} (\partial \tilde{V}_i / \partial x_k + 2\epsilon_{ikl} \omega_l), \quad (4.1.37б)$$

$$\bar{\rho} G_{ij} = \overline{\rho' V_j''} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} / \bar{\rho} + \overline{\rho' V_i''} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} / \bar{\rho}, \quad (4.1.37в)$$

$$\Phi_{ij} = \overline{p' (\partial V_j'' / \partial x_i + \partial V_i'' / \partial x_j)}, \quad (4.1.37г)$$

$$\bar{\rho} \epsilon_{ij} = -\overline{\pi_{ik} \partial V_j'' / \partial x_k} - \overline{\pi_{jk} \partial V_i'' / \partial x_k}. \quad (4.1.37д)$$

Здесь J_{ij} — тензор, описывающий диффузионный перенос турбулентностью; P_{ij}^* и $\bar{\rho} G_{ij}$ обозначают процессы порождения (генерации) тензора R_{ij} вследствие действия среднего сдвига и общего углового вращения системы, а также сил плавучести; Φ_{ij} — тензор корреляции пульсаций давления и скорости, описывающий перераспределение энергии между пульсационными движениями различных пространственных направлений; $\bar{\rho} \epsilon_{ij}$ — слагаемое, связанное с диссипацией R_{ij} под действием молекулярной вязкости; δ_{ij} — символ Кронекера; ϵ_{ilk} — альтернирующий тензор Леви — Чивита:

$$\epsilon_{ilk} = \begin{cases} 1, & i, l, k = 1, 2, 3; & 3, 1, 2; & 2, 3, 1; \\ 0, & i = l, & i = k, & l = k; \\ -1, & i, l, k = 2, 1, 3; & 3, 2, 1; & 1, 3, 2; \end{cases}$$

По повторяющимся индексам производится суммирование.

Получим здесь общее соотношение для корреляционной функции $\overline{\rho' \mathcal{A}''}$, включающей пульсации плотности и какой-либо газодинамической величины \mathcal{A} . В отличие от однородного турбулизованного газового потока, в котором эффекты сжимаемости часто пренебрежимо малы, в многокомпонентной реагирующей смеси полная массовая плотность в общем случае значительно изменяется от точки к точке, например в результате локального выделения тепла. Пульсация плотности ρ' , вызванная пульсациями давления, температуры и состава, вычисляется по формуле [6]

$$\rho' = \bar{\rho} (p' / \bar{p} - \rho T'' / \bar{\rho} \bar{T} - \rho \sum_{\alpha=1}^N z_{\alpha}'' / \bar{n}), \quad (4.1.38)$$

легко выводимой из точного (4.1.10) и осредненного (4.1.16) уравнений состояния смеси при учете малости отношений p' / \bar{p} , T'' / \bar{T} , ... по сравнению с единицей. Поскольку температура не является инвариантом турбулентного движения, происходящего в поле силы тяжести [19], целесообразно исключить пульсацию температуры из (4.1.38) с помощью точного соотношения:

$$\bar{C}_p T'' = h'' - \sum_{\alpha=1}^N h_{\alpha} z_{\alpha}'' + \overline{\rho C_p T'' / \bar{\rho}}.$$

В итоге для корреляции $\overline{\rho' \mathcal{A}''}$ будем иметь

$$\begin{aligned} \overline{\rho' \mathcal{A}''} &= \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}} \overline{\rho' \mathcal{A}''} - \frac{\overline{\rho h'' \mathcal{A}''}}{\bar{C}_p \bar{T}} + \\ &+ \frac{1}{\bar{C}_p \bar{T}} \sum_{\alpha=1}^N \overline{\rho z_{\alpha}'' \mathcal{A}''} \left[h_{\alpha}^0 + \bar{T} \sum_{\gamma=1}^N (C_{p\alpha} - C_{p\gamma}) \frac{\bar{n}_{\gamma}}{\bar{n}} \right]. \end{aligned} \quad (4.1.39)$$

Следует отметить, что в большинстве практически интересных случаев парциальные изобарные теплоемкости компонент смеси весьма близки между собой, поэтому последним слагаемым в квадратных скобках (4.1.39) часто можно пренебречь. Кроме того, так как для основных режимов движений в атмосфере (вынужденная конвекция, свободная конвекция, крупномасштабные вихри и т.п.) изменения плотности, вызванные

пульсациями давления, пренебрежимо малы [19], далее первое слагаемое в (4.1.39) также будем опускать.

С учетом сделанных замечаний скорость генерации турбулентных напряжений в газовой смеси вследствие влияния сил плавучести (сил Архимеда) будем записывать в виде

$$\bar{\rho} G_{ij} = - \frac{1}{\bar{\rho} \tilde{T} \tilde{C}_p} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} (q_i^T - \sum_{\alpha=1}^N \mathcal{H}_{\alpha} J_{\alpha i}^T) - \frac{\partial \bar{p} / \partial x_j}{\bar{\rho} \tilde{T} \tilde{C}_p} (q_i^T - \sum_{\alpha=1}^N H_{\alpha}^* J_{\alpha i}^T), \quad (4.1.40)$$

где

$$\mathcal{H}_{\alpha} \equiv h_{\alpha}^0 + \tilde{T} \sum_{\gamma=1}^N (C_{p\alpha} - C_{p\gamma}) \bar{n}_{\gamma} / \bar{n} \approx h_{\alpha}^0.$$

Уравнение (4.1.36) для тензора турбулентных напряжений не может быть непосредственно использовано для замыкания осредненных гидродинамических уравнений (4.1.12) – (4.1.16), поскольку в свою очередь содержит большое число новых неизвестных величин, связанных соответственно с корреляциями давления, с диссипативными членами и моментами третьего порядка. Моделирование этих величин, необходимое для удовлетворительного решения проблемы замыкания в теории турбулентных течений многокомпонентных смесей, в значительной степени зависит от возможности проведения аналогий с более или менее удовлетворительными гипотезами теории турбулентности с постоянной плотностью [17]. Рассмотрим упрощенные схемы замыкания второго порядка, использующие минимальное количество произвольных постоянных. Следующие аппроксимационные соотношения по предположению будем считать справедливыми и в случае средневзвешенного осреднения газодинамических величин [7]:

$$\bar{\rho} \epsilon_{ij} = \frac{2}{3} k_{e1} \delta_{ij} \frac{\bar{\rho} \tilde{e}^{3/2}}{L} - k_{e2} \frac{\nu R_{ij}}{L^2}, \quad (4.1.41)$$

$$\Phi_{ij} = k_{p1} \frac{\sqrt{\tilde{e}}}{L} \left(R_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} \tilde{e} \right) - k_{p2} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right), \quad (4.1.42)$$

$$J_{ijk} = (c_1 L \sqrt{\tilde{e}} + c_2 \nu) \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} \quad (i, j, k = 1, 2, 3). \quad (4.1.43)$$

Здесь $e = \sum_{i=1}^3 V_i'' V_i'' / 2$ – кинетическая энергия турбулентных пульсаций; $\tilde{e} = \bar{\rho} \tilde{e} / \bar{\rho}$ – турбулентная энергия единицы массы смеси; ν – молекулярный кинематический коэффициент вязкости смеси ($\nu = \mu / \bar{\rho}$); L – интегральный масштаб турбулентности (характерный размер крупных вихрей); $P_{ij} = P_{ij}^* + \bar{\rho} G_{ij}$ – скорость полного (динамического и термического) порождения турбулентных напряжений; $P = \frac{1}{2} \delta_{ps} P_{ps} = R_{jk} \partial \tilde{V}_j / \partial x_k + \bar{\rho} G$ – полная скорость порождения турбулентной кинетической энергии \tilde{e} под действием среднего сдвига и эффектов плавучести.

части, записанная здесь с учетом многокомпонентности среды (см. уравнение (4.1.40)); $\bar{\rho} G = \frac{1}{2} \bar{\rho} \delta_{ij} G_{ij} = \frac{1}{\bar{\rho}} \overline{\rho' V_j''} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} = - \frac{1}{\bar{\rho} \tilde{C}_p \tilde{T}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} (q_j^* - \sum_{\alpha} \mathcal{H}_{\alpha} J_{\alpha}^T)$; $k_{\epsilon}, k_{\rho}, c$ — свободные константы, определяемые на основе экспериментальных данных [18].

Выражения (4.1.41) — (4.1.43) обеспечивают выполнение минимальных требований, которым должны удовлетворять любые схемы замыкания второго порядка. Комбинация членов в выражениях (4.1.41) — (4.1.42) обеспечивает затухание каждой составляющей тензора напряжений R_{ij} за время, намного превышающее $L/\tilde{\epsilon}^{1/2}$. Первое слагаемое (слагаемое Ротта) в соотношении (4.1.42) для тензора корреляции пульсаций скорости и давления, связанное с наличием инерциального взаимодействия между пульсациями компонент вектора скорости, описывает перераспределение энергии между отдельными компонентами пульсационных скоростей — возвращение к изотропии; член $R_{ij} + \frac{2}{3} \rho \tilde{\epsilon} \delta_{ij}$ характеризует отклонение от изотропной турбулентности. Наличие второго слагаемого $k_{\rho 2} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right)$

эквивалентно предположению о том, что корреляции пульсаций давления не только стремятся сделать турбулентность изотропной, но и перераспределяют генерацию турбулентности со скоростью, пропорциональной анизотропии этой генерации [17]. Член, определяемый выражением (4.1.43), препятствует образованию больших градиентов в распределении напряжений [17].

Эмпирические коэффициенты k_{e2} и c_2 в уравнениях (4.1.41) и (4.1.43) важны только при небольших турбулентных числах Рейнольдса $Re_T = L \sqrt{\tilde{\epsilon}}/\nu$, т.е. когда $k_{e1} Re_T/k_{e2} \ll O(1)$ и $c_1 Re_T/c_2 \ll O(1)$.

б) Уравнение переноса турбулентной энергии.. Свертка уравнения (4.1.36) по индексам i и j $\left(\frac{1}{2} R_{ij} \delta_{ij} = -\bar{\rho} \tilde{\epsilon} \right)$ приводит к следующему уравнению для осредненной кинетической энергии турбулентных пульсаций смеси:

$$\bar{\rho} \frac{D\tilde{\epsilon}}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho(e + p'/\rho) V_k''} - \pi_{jk} V_j'') = R_{jk} \frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_k} + \overline{p' \frac{\partial V_j''}{\partial x_j}} + \bar{\rho} G - \bar{\rho} \epsilon_e, \quad (4.1.44)$$

где

$$\bar{\rho} \epsilon_e = \pi_{jk} \frac{\partial V_j''}{\partial x_k} = \frac{1}{2} \bar{\rho} \epsilon_{ij} \delta_{ij} = k_{e1} \frac{\bar{\rho} \tilde{\epsilon}^{3/2}}{L} + k_{e2} \frac{\nu \bar{\rho} \tilde{\epsilon}}{L^2}, \quad (4.1.45a)$$

$$\overline{p' \frac{\partial V_j''}{\partial x_j}} = 0, \quad (4.1.45b)$$

$$J_{e_k}^T = [\overline{\rho(e + p'/\rho) V_k''} - \pi_{jk} V_j''] = -(c_1 L \sqrt{\tilde{\epsilon}} + c_2 \nu) \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\epsilon}}{\partial x_k}. \quad (4.1.45b)$$

В уравнении (4.1.44) первый член слева характеризует изменение во времени (а также перенос осредненным течением) кинетической энергии турбулентности $\tilde{\epsilon}$; второй член в левой части выражает перенос энергии турбулентности за счет турбулентной вязкости и диффузии. Первый член в правой части этого уравнения описывает взаимные превращения энергии осредненного и пульсационного движений, второй — работу сил давления в пульсационном движении, третий — скорость порождения энергии турбулентности под действием эффектов плавучести, четвертый — диссипацию энергии турбулентности в тепло вследствие молекулярной вязкости.

Уравнение переноса турбулентной энергии (4.1.44) (или некоторые его модификации) лежит в основе многих современных полуэмпирических гипотез турбулентности [18].

в) *Перенос вектора турбулентности потока тепла.* Отождествляя в (4.1.35) параметры \mathcal{A} и \mathcal{B} с мгновенными значениями полной энтальпии и гидродинамической скорости смеси и учитывая (4.1.8) и (4.1.9), приходим к уравнению переноса вектора турбулентного потока тепла $q_j^T = \rho h V_j''$ ($j = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} (q_j^T / \bar{\rho}) + \frac{\partial}{\partial x_k} [(\rho V_j'' V_k'' + p' \delta_{jk} - \pi_{jk}) h'' + q_k V_j''] = \\ = -q_k^T \left(\frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_k} + 2\epsilon_{jik} \omega_i \right) + R_{jk} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_k} \right) + p' \frac{\partial h''}{\partial x_j} + \bar{\rho} G_j - \\ - \bar{\rho} \epsilon_j + V_j'' \left(\frac{dp'}{dt} + \pi_{ik} \frac{\partial V_i''}{\partial x_k} \right), \end{aligned} \quad (4.1.46)$$

в котором

$$\bar{\rho} \epsilon_j = \pi_{jk} \frac{\partial h''}{\partial x_k} - q_k \frac{\partial V_j''}{\partial x_k}$$

— скорость разрушения турбулентного потока тепла q_j^T под действием молекулярной вязкости и температуропроводности:

$$\bar{\rho} G_j = \rho' h'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} / \bar{\rho}$$

— скорость порождения потока q_j^T вследствие сил плавучести. Последнее слагаемое в (4.1.46), малое по сравнению с диссипативным членом $\bar{\rho} \epsilon_j$, во всех тех случаях, когда турбулентный перенос тепла вообще существует, может быть опущено [11]. С учетом (4.1.39) выражение для скорости порождения потока q_j^T приводится к виду

$$\bar{\rho} G_j = - \frac{\partial \bar{p} / \partial x_j}{\bar{\rho} \tilde{C}_p \tilde{T}} (\rho h''^2 - \sum_{\alpha=1}^N \mathcal{H}_{\alpha} \rho z_{\alpha}'' h''). \quad (4.1.47)$$

Фигурирующий в (4.1.46) вектор молекулярного потока тепла (см. (2.2.113))

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} + \sum_{\alpha=1}^N h_{\alpha} J_{\alpha j} + kT \sum_{\alpha=1}^N k_{T\alpha}^* J_{\alpha j}$$

удобно для дальнейшего преобразовать следующим образом. Из определения энтальпии смеси (4.1.11) следует

$$\partial h / \partial x_j = C_p \partial T / \partial x_j + \sum_{\alpha} h_{\alpha} \partial z_{\alpha} / \partial x_j,$$

откуда

$$q_j = - \frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial h}{\partial x_j} + \sum_{\alpha=1}^N h_{\alpha} \left(\frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial z_{\alpha}}{\partial x_j} + J_{\alpha j} \right) + kT \sum_{\alpha=1}^N k_{T\alpha}^* J_{\alpha j}.$$

Для количественного анализа процессов молекулярной диффузии в многокомпонентном потоке в общем случае необходимо использовать соотношения Стефана — Максвелла (2.2.112) [20]

$$\sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^N \frac{n_{\alpha} J_{\beta j} - n_{\beta} J_{\alpha j}}{n^2 \mathcal{D}_{\alpha\beta}} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{n_{\alpha}}{n} \right) + \left(\frac{n_{\alpha}}{n} - \frac{M_{\alpha} n_{\alpha}}{\rho} \right) \frac{\partial \ln p}{\partial x_j} + k_{T\alpha} \frac{\partial \ln T}{\partial x_j}.$$

Здесь, однако, для простоты мы ограничимся рассмотрением смеси газов близкого молекулярного веса и будем считать коэффициенты бинарной диффузии $\mathcal{D}_{\alpha\beta}$ приближенно равными между собой ($\mathcal{D}_{\alpha\beta} = \mathcal{D}^*$). Тогда, как известно [21], несущественны и перекрестные эффекты молекулярного теплопереноса (термо- и бародиффузия). В принятых предположениях соотношения (2.2.112) принимают форму закона Фика

$$J_{\alpha j} = -n \mathcal{D}^* \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{n_{\alpha}}{n} \right) = -\rho \mathcal{D}^* \frac{\partial z_{\alpha}}{\partial x_j} \quad (\rho \sim n), \quad (4.1.48)$$

а формула для молекулярного потока тепла может быть записана в виде

$$q_j = - \frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial h}{\partial x_j} + \sum_{\alpha=1}^N h_{\alpha} \left(\frac{\lambda}{C_p} - \rho \mathcal{D}^* \right) \frac{\partial z_{\alpha}}{\partial x_j}. \quad (4.1.49)$$

Если потенциалы межмолекулярных сил для частиц разных сортов не сильно различаются между собой (что далее также предполагается), то во всем интервале температур, характерных для верхней атмосферы, коэффициенты бинарной диффузии \mathcal{D}^* приблизительно равны коэффициенту температуропроводности $\chi = \lambda / \rho C_p$ [21]. Окончательно для q_j будем иметь

$$q_j \approx -\rho \chi \partial h / \partial x_j. \quad (4.1.49a)$$

Теперь для моделирования отдельных членов уравнения переноса (4.1.46) воспользуемся следующими простейшими аппроксимационными соотношениями [7]:

$$\bar{\rho} \epsilon_j = \frac{1}{2} k_{e2} \frac{\nu + \chi}{L^2} q_j^T \quad (j = 1, 2, 3), \quad (4.1.50)$$

$$p' \frac{\partial h''}{\partial x_j} = -k_{s1} \frac{\sqrt{\bar{e}}}{L} q_j^T - k_{s2} P_{hj}, \quad (4.1.51)$$

$$\left[(\rho V_j'' V_k'' + p' \delta_{jk} \pi_{jk}) h'' - \chi \rho V_j'' \frac{\partial h}{\partial x_k} \right] = -[c_3 L \sqrt{\bar{e}} + c_4 (\nu + \chi)] \frac{\partial q_j^T}{\partial x_k}, \quad (4.1.52)$$

в которых $P_{hj} = -q_k^T (\partial \tilde{V}_j / \partial x_k + 2\epsilon_{jk} \omega_i) + \bar{\rho} G_j$ — скорость порождения

теплового турбулентного потока q_j^T под действием средней деформации и эффектов плавучести [17], k_{s1} , k_{s2} , c_3 и c_4 — эмпирические постоянные.

г) *Баланс среднеквадратичных пульсаций энтальпии смеси.* С учетом (4.1.9) уравнение (4.1.35) в случае $\mathcal{A} = \mathcal{B} = h$ приводится к виду

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} (\overline{h''^2}/2) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho h''^2 V_k''/2} + \overline{q_k h''}) = \\ = -q_k^T \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_k} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \right) - \bar{\rho} \epsilon_h - \overline{h'' \left(\frac{dp'}{dt} + \pi_{ij} \frac{\partial V_i''}{\partial x_j} \right)}, \end{aligned} \quad (4.1.53)$$

где

$$\bar{\rho} \epsilon_h = -q_j \frac{\partial \overline{h''}}{\partial x_j} \approx \chi \rho \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} \frac{\partial h''}{\partial x_j}$$

— скорость скалярной диссипации среднего квадрата пульсаций энтальпии. Последнее слагаемое в (4.1.53), малое по сравнению с диссипативным членом $\bar{\rho} \epsilon_h$ [11], может быть опущено.

Следует отметить, что балансовое уравнение (4.1.53) для корреляции $\overline{h''^2}$ в случае химически активной газовой смеси значительно проще аналогичного уравнения для среднего квадрата пульсаций температуры $\overline{T''^2}$, поскольку не содержит большого числа дополнительных корреляций температуры и состава, связанных с наличием химических реакций (см. (4.1.39)) [7].

Диссипативные и диффузионные слагаемые уравнения (4.1.53) будем моделировать в виде

$$\bar{\rho} \epsilon_h = k_{h1} \frac{\bar{\rho} \sqrt{\tilde{\epsilon}} \overline{h''^2}}{L} + k_{h2} \frac{\chi \rho \overline{h''^2}}{L^2}, \quad (4.1.54)$$

$$J_{hj}^T = (\overline{\rho h''^2 V_j''/2} + \overline{q_j h''}) = - (c_5 L \sqrt{\tilde{\epsilon}} + c_6 \chi) \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho h''^2}/2), \quad (4.1.55)$$

где k_{h1} , k_{h2} , c_5 , c_6 — свободные константы; k_{h2} и c_6 существенны только при малых числах Рейнольдса, т.е. когда $k_{h1} \text{PrRe}_\tau / k_{h2} \leq O(1)$ и $c_5 \text{PrRe}_\tau / c_6 \leq O(1)$ ($\text{Pr} = \nu/\chi$ — молекулярное число Прандтля).

д) *Уравнение переноса векторов турбулентной диффузии.* Полагая в соотношении (4.1.35) $\mathcal{A} = z_\alpha$ и $\mathcal{B} = V_j$ и используя справедливые в микромасштабе уравнения непрерывности для отдельных компонент смеси (4.1.7), получим следующие точные уравнения переноса для турбулентных потоков диффузии $J_{\alpha j}^T = \overline{\rho z_\alpha'' V_j''} = \overline{n_\alpha V_j''}$ ($j = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} (J_{\alpha j}^T / \bar{\rho}) + \frac{\partial}{\partial x_k} [(\overline{\rho V_j'' V_k''} + \overline{p' \delta_{jk}} - \overline{\pi_{jk}}) z_\alpha'' + \overline{J_{\alpha k} V_j''}] = \\ = -J_{\alpha k}^T \left(\frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_k} + 2\epsilon_{jlk} \omega_l \right) + R_{jk} \frac{\partial \tilde{z}_\alpha}{\partial x_k} + \overline{p' \frac{\partial z_\alpha''}{\partial x_j}} + \bar{\rho} G_{\alpha j} - \bar{\rho} \epsilon_{\alpha j} + \\ + \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \xi_s \overline{V_j''} \quad (\alpha = 1, 2, 3, \dots, N), \end{aligned} \quad (4.1.56)$$

где

$$\bar{\rho}\epsilon_{\alpha j} = \pi_{jk} \frac{\partial z_{\alpha}''}{\partial x_k} - J_{\alpha k} \frac{\partial V_j''}{\partial x_k}$$

— скорость разрушения диффузионного турбулентного потока $J_{\alpha j}^T$ под действием молекулярных процессов вязкости и диффузии;

$$\bar{\rho}G_{\alpha j} = \overline{\rho' z_{\alpha}'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j}} / \bar{\rho}$$

— скорость порождения потока $J_{\alpha j}^T$ вследствие сил плавучести.

С учетом (4.1.39) выражение для величины $\bar{\rho}G_{\alpha j}$ приводится к виду

$$\bar{\rho}G_{\alpha j} = - \frac{\partial \bar{p} / \partial x_j}{\bar{\rho} \tilde{C}_p \tilde{T}} \left(\overline{\rho z_{\alpha}'' h''} - \sum_{\beta=1}^N \overline{\mathcal{H}_{\beta} \rho z_{\alpha}'' z_{\beta}''} \right). \quad (4.1.57)$$

Следует отметить, что уравнения (4.1.56) не независимы; сумма их дает тождество, так как $\sum_{\alpha} M_{\alpha} J_{\alpha j}^T = 0$.

Для аппроксимации диссипативных и диффузионных членов уравнения (4.1.56) используем простые выражения [7]

$$\bar{\rho}\epsilon_{\alpha j} = - \frac{1}{2} k_{\epsilon 2} \frac{\nu + \chi}{L^2} J_{\alpha j}^T, \quad (4.1.58)$$

$$\overline{\rho' \partial z_{\alpha}'' / \partial x_j} = - k_{\alpha 1} \frac{\sqrt{\tilde{e}}}{L} J_{\alpha j}^T - k_{\alpha 2} P_{\alpha j}, \quad (4.1.59)$$

$$\left[\overline{(\rho V_j'' V_k'' + \rho' \delta_{jk} - \pi_{jk}) z_{\alpha}''} + J_{\alpha k} V_j'' \right] = - [c_{\alpha 1} L \sqrt{\tilde{e}} + c_{\alpha 2} (\nu + \chi)] \frac{\partial J_{\alpha j}^T}{\partial x_k}, \quad (4.1.60)$$

в которых $P_{\alpha j} = -J_{\alpha k}^T \left(\frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_k} + 2\epsilon_{ijk} \omega_l \right) + \bar{\rho}G_{\alpha j}$ — скорость порождения потока диффузии $J_{\alpha j}$ под действием средней деформации и эффектов плавучести; $k_{\alpha 1}$, $k_{\alpha 2}$, $c_{\alpha 1}$, $c_{\alpha 2}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$) — эмпирические постоянные. Слагаемые уравнения (4.1.56), содержащие скорости химических реакций ξ_s согласно формулам (4.1.30), (4.1.31), (4.1.39) запишутся тогда в виде

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \xi_s V_j'' &\approx \frac{1}{\bar{\rho}} \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \overline{\rho \xi_s' V_j''} = \\ &= \frac{1}{\bar{\rho}} \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \rho V_j'' [\Lambda_{s0} T'' + \sum_{\gamma=1}^N \Lambda_{s\gamma} n_{\gamma}'] \approx L_{\alpha 0} q_j^T + \sum_{\beta=1}^N L_{\alpha \beta} J_{\beta j}^T, \end{aligned} \quad (4.1.61)$$

где

$$L_{\alpha 0} = \frac{1}{\bar{\rho} \tilde{C}_p} \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \Lambda_{s0}, \quad L_{\alpha \beta} = \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \left(\Lambda_{s\beta} - \frac{\Lambda_{s0} \tilde{h}_{\beta}}{\bar{\rho} \tilde{C}_p} \right). \quad (4.1.62)$$

е) Перенос корреляционных моментов пульсаций энтальпии и концентрации. Отождествляя в (4.1.35) \mathcal{A} и \mathcal{B} с параметрами h и z_{α} и учитывая

мгновенные уравнения (4.1.7) и (4.1.9), приходим к уравнению переноса величин $\overline{\rho h'' z''_\alpha} (= n_\alpha h'')$ ($\alpha = 1, 2, \dots, N$):

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} (\widetilde{h'' z''_\alpha}) + \frac{\partial}{\partial x_j} [\overline{\rho h'' z''_\alpha V_j''} + \overline{J_{\alpha j} h''} + \overline{q_j z''_\alpha}] = \\ = -q_j^T \frac{\partial \widetilde{z''_\alpha}}{\partial x_j} - \bar{\rho} \epsilon_{h\alpha} - J_{\alpha j}^T \left(\frac{\partial \widetilde{h}}{\partial x_j} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \right) + \\ + \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \overline{\xi_s h''} + \overline{z''_\alpha} \left(\frac{dp'}{dt} + \pi_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right), \end{aligned} \quad (4.1.63)$$

где для скорости диссипации корреляции $\widetilde{h'' z''_\alpha}$ под действием молекулярных потоков диффузии и тепла введено обозначение

$$\bar{\rho} \epsilon_{h\alpha} = -q_j \partial z''_\alpha / \partial x_j - J_{\alpha j} \partial h'' / \partial x_j.$$

Последнее слагаемое в (4.1.63), малое по сравнению с диссипативным членом, может быть опущено. Слагаемые, включающие корреляции $\xi_s h''$, можно преобразовать с учетом формул (4.1.30) к виду, аналогичному (4.1.61). Неизвестные корреляции будем аппроксимировать соотношениями [7]

$$\bar{\rho} \epsilon_{h\alpha} = k_{h\alpha 1} \frac{\bar{\rho} \sqrt{\tilde{e}} \widetilde{h'' z''_\alpha}}{L} + k_{h\alpha 2} \frac{\overline{\chi \rho h'' z''_\alpha}}{L^2}, \quad (4.1.64)$$

$$[\overline{\rho h'' z''_\alpha V_j''} + \overline{J_{\alpha j} h''} + \overline{q_j z''_\alpha}] = - (c_{h\alpha 1} L \sqrt{\tilde{e}} + c_{h\alpha 2} \chi) \frac{\partial}{\partial x_j} (\widetilde{h'' z''_\alpha}). \quad (4.1.65)$$

Эмпирические коэффициенты $k_{h\alpha 2}$ и $c_{h\alpha 2}$ существенны только при малых числах Рейнольдса, т.е. когда $k_{h\alpha 1} \text{PrRe}_T / k_{h\alpha 2} \ll O(1)$ и $c_{h\alpha 1} \text{PrRe}_T / c_{h\alpha 2} \ll O(1)$.

ж) Перенос корреляционных моментов пульсаций состава смеси. Наконец, с учетом (4.1.7) уравнение (4.1.35) в случае $\mathcal{A} = z_\alpha$, $\mathcal{B} = z_\beta$ приводится к виду

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} (\widetilde{z''_\alpha z''_\beta}) + \frac{\partial}{\partial x_j} [\overline{\rho z''_\alpha z''_\beta V_j''} - \chi \rho (\overline{z''_\alpha \partial z''_\beta / \partial x_j} + \overline{z''_\beta \partial z''_\alpha / \partial x_j})] = \\ = -J_{\alpha j}^T \frac{\partial \widetilde{z''_\beta}}{\partial x_j} - J_{\beta j}^T \frac{\partial \widetilde{z''_\alpha}}{\partial x_j} - \bar{\rho} \epsilon_{\alpha\beta} + \sum_{s=1}^r (\nu_{\alpha s} \overline{\xi_s z''_\beta} + \nu_{\beta s} \overline{\xi_s z''_\alpha}) \\ (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N), \end{aligned} \quad (4.1.66)$$

где

$$\bar{\rho} \epsilon_{\alpha\beta} = \chi \rho \left(\frac{\partial z''_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial z''_\beta}{\partial x_j} + \frac{\partial z''_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial z''_\beta}{\partial x_j} \right)$$

— скорость разрушения величины $\widetilde{z''_\alpha z''_\beta}$ под действием молекулярной диффузии.

Для описания отдельных членов уравнения (4.1.66) воспользуемся следующими соотношениями:

$$\bar{\rho} \epsilon_{\alpha\beta} = k_{\alpha\beta 1} \frac{\bar{\rho} \sqrt{\tilde{e}}}{L} \widetilde{z''_{\alpha} z''_{\beta}} + k_{\alpha\beta 2} \frac{\chi \rho z''_{\alpha} z''_{\beta}}{L^2}, \quad (4.1.67)$$

$$\begin{aligned} & [\rho z''_{\alpha} z''_{\beta} V_j - \chi \rho (z''_{\alpha} \partial z_{\beta} / \partial x_j + z''_{\beta} \partial z_{\alpha} / \partial x_j)] = \\ & = - (c_{\alpha\beta 1} L \sqrt{\tilde{e}} + c_{\alpha\beta 2} \chi) \frac{\partial}{\partial x_j} (\widetilde{z''_{\alpha} z''_{\beta}}). \end{aligned} \quad (4.1.68)$$

Заметим, что уравнения переноса (4.1.63) и (4.1.66) не независимы в силу имеющего место при любом \mathcal{A} тождества

$$\sum_{\alpha=1}^N \overline{M_{\alpha} \rho \mathcal{A}'' z''_{\alpha}} = \sum_{\alpha=1}^N \overline{M_{\alpha} \mathcal{A}'' n_{\alpha}} = \overline{\rho \mathcal{A}''} = 0. \quad (4.1.69)$$

Числовые константы во всех приведенных модельных уравнениях (4.1.36), (4.1.44), (4.1.46), (4.1.53), (4.1.56), (4.1.63) и (4.1.66) определяются на основе экспериментальных данных и носят, вообще говоря, универсальный характер. Однако точность определения этих констант еще недостаточна и в разных моделях они заметно различаются (см., например, [17, 18], а также табл. 4.3.1).

з) *Уравнение для скорости диссипации.* Для замыкания балансовых уравнений для корреляционных моментов второго порядка необходимо указать способы определения интегрального масштаба турбулентности L (макромасштаба). Масштаб L характеризует размеры больших энергодержущих вихрей и зависит, вообще говоря, от процессов переноса, генерации и диссипации, а также от предыстории явления. В слоях со сдвигом L обычно задается в виде эмпирических функций, учитывающих геометрию течения, или находится из решения соответствующего модельного дифференциального уравнения. Следует, однако, отметить, что существующие в литературе уравнения для масштаба турбулентности (см. [10, 11]) содержат в общем случае большое число плохо определенных коэффициентов пропорциональности, т.е. являются менее достоверными чем, например, уравнения для напряжений Рейнольдса, в которых многие члены определены точно. Поэтому часто удобнее использовать уравнение для величины $\tilde{e}^m L^n$, которое в комбинации с уравнением переноса турбулентной кинетической энергии (4.1.41) определяет масштаб L . Таким уравнением может служить уравнение для скорости диссипации кинетической энергии турбулентности $\epsilon_e \approx \tilde{e}^{3/2} L^{-1}$. Это уравнение имеет практические преимущества перед другими видами уравнений для масштаба турбулентности, в частности, в приложениях к течениям в атмосфере [17, 18].

Простейшая форма уравнения переноса ϵ_e имеет вид

$$\bar{\rho} \frac{D \epsilon_e}{Dt} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(a_1 \frac{\tilde{e}}{\epsilon_e} R_{jk} \frac{\partial \epsilon_e}{\partial x_j} \right) + a_2 \frac{\epsilon_e}{\tilde{e}} R_{jk} \frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_k} + a_3 \frac{\epsilon_e}{\tilde{e}} \bar{\rho} G - a_4 \frac{\bar{\rho} \epsilon_e^2}{\tilde{e}}, \quad (4.1.70)$$

где a_1 , a_2 , a_3 и a_4 могут быть приняты равными соответственно 0,18; 1,45; 1,15; 1,9 [18]. В правой части (4.1.70) стоят простейшим образом

смоделированные члены: диффузии, генерации под действием сдвига скорости, генерации силами плавучести и молекулярного разрушения величины ϵ_e .

Рассмотренные модели замыкания для корреляционных вторых моментов можно использовать при расчетах сложных течений многокомпонентных реагирующих газов с переменной плотностью, когда существенны диффузионный перенос турбулентности, конвективные члены и предыстория потока, т.е. течений, для которых оказываются неадекватными более простые модели, основанные на идее изотропных коэффициентов турбулентного обмена. Одновременно в рамках такого подхода можно получить полуэмпирические выражения для этих коэффициентов при использовании схемы замыкания первого порядка (см. § 4.3).

§ 4.2. Термодинамический подход к моделированию турбулизованных смесей

В данном параграфе для локально стационарного состояния турбулентного поля методами неравновесной термодинамики выведены определяющие уравнения масштаба среднего движения для молекулярных потоков массы, импульса и тепла и градиентные соотношения для турбулентных потоков, позволяющие замкнуть осредненную систему гидродинамических уравнений смеси на уровне моделей первого порядка. Термодинамический вывод замыкающих соотношений возможен в случае, когда корреляционные члены $\rho \mathcal{A}'' \mathcal{B}''$ для пульсирующих газодинамических величин \mathcal{A} и \mathcal{B} (не равных ϑ_i) малы по сравнению с членами первого порядка $\bar{\rho} \mathcal{A} \mathcal{B}$ и могут быть отброшены [6].

4.2.1. Энтропия турбулентных многокомпонентных систем. Осреднение справедливого для элементарных микродвижений смеси фундаментального соотношения Гиббса [16] (см. формулу (2.2.19)) приводит к следующему уравнению для средневзвешенных значений энтропии $\tilde{S} (= \sum_{\alpha} \tilde{z}_{\alpha} S_{\alpha})$ и удельной внутренней энергии $\tilde{\epsilon} (= \tilde{h} - \bar{p}/\bar{\rho})$ смеси:

$$\bar{\rho} \tilde{T} \frac{D\tilde{S}}{Dt} = \bar{\rho} \frac{D\tilde{\epsilon}}{Dt} + \bar{p} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \right) - \sum_{\alpha=1}^N \bar{\rho} \mu_{\alpha} \frac{D\tilde{z}_{\alpha}}{Dt} + Z. \quad (4.2.1)$$

Здесь

$$Z \equiv -\overline{T'' \rho dS/dt} - \tilde{T} \nabla \cdot (\overline{\rho S'' V''}) + \nabla \cdot (\overline{\rho \epsilon'' V''}) + \bar{p} \nabla \cdot \overline{V''} = \\ - \sum_{\alpha=1}^N \overline{\mu_{\alpha}'' \rho dz_{\alpha}/dt} - \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha} \nabla \cdot (\overline{\rho z_{\alpha}'' V''});$$

$S_{\alpha}, \mu_{\alpha} (= h_{\alpha} - TS_{\alpha})$ — соответственно мгновенные значения парциальной энтропии и химического потенциала компоненты α . При этом можно показать, что если для осредненных значений термодинамических величин справедливы те же термодинамические соотношения, что и при обычном определении этих величин для микродвижений (а это имеет место при сделанном выше предположении), и, в частности, справедливы основные термодинамические равенства

$$\sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha} \tilde{z}_{\alpha} = \tilde{\epsilon} + \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} - \tilde{T} \tilde{S}, \quad \tilde{T} \delta \tilde{S} + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha} \delta \tilde{z}_{\alpha} = \delta \tilde{\epsilon} + \bar{p} \delta \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \right) \quad (4.2.2)$$

(здесь δ — символ приращения), то величина $Z = 0$, т.е. фундаментальное тождество Гиббса в субстанциональной форме имеет место также и для осредненного турбулизированного движения. Действительно, осредняя по времени справедливое для любой полевой величины \mathcal{A} тождество

$$\delta(\rho \mathcal{A} \epsilon) - T \delta(\rho \mathcal{A} S) + p \delta \mathcal{A} - \sum_{\alpha=1}^N \mu_{\alpha} \delta(\rho \mathcal{A} z_{\alpha}) = 0,$$

будем иметь

$$\begin{aligned} & \delta(\bar{\rho} \tilde{\mathcal{A}} \tilde{\epsilon}) - \tilde{T} \delta(\bar{\rho} \tilde{\mathcal{A}} \tilde{S}) + \bar{p} \delta \tilde{\mathcal{A}} - \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha} \delta(\bar{\rho} \tilde{\mathcal{A}} \tilde{z}_{\alpha}) = \\ & = -\delta(\overline{\rho \mathcal{A}'' \epsilon''}) + \tilde{T} \delta(\overline{\rho \mathcal{A}'' S''}) + \overline{T'' \delta(\rho S \mathcal{A})} - \overline{p \delta \mathcal{A}''} + \\ & + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha}' \delta(\overline{\rho z_{\alpha}'' \mathcal{A}''}) + \sum_{\alpha=1}^N \overline{\mu'' \delta(\rho z_{\alpha} \mathcal{A})}, \end{aligned}$$

причем, в силу (4.2.2), левая часть этого равенства равна нулю. Полагая последовательно $\mathcal{A} = 1$ и $\mathcal{A} = V_i$, получим соответственно следующие два тождества:

$$\begin{aligned} & -\overline{T'' \partial(\rho S)/\partial t} - \sum_{\alpha=1}^N \overline{\mu_{\alpha}'' \partial(\rho z_{\alpha})/\partial t} = 0, \\ & - \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha} \nabla \cdot (\overline{\rho z_{\alpha} V''}) + \nabla \cdot (\overline{\rho \epsilon'' V''}) - \tilde{T} \nabla \cdot (\overline{\rho S'' V''}) - \overline{T'' \nabla \cdot (\rho S V)} + \\ & + \overline{p \nabla \cdot V''} - \sum_{\alpha=1}^N \overline{\mu_{\alpha}'' \nabla \cdot (\rho z_{\alpha} V)} = 0, \end{aligned}$$

из которых, как легко видеть, следует $Z = 0$.

Исключим теперь с помощью осредненных гидродинамических уравнений (4.1.12)–(4.1.16) производные по времени в правой части соотношения Гиббса (4.2.1) для средних энтропии \tilde{S} и энергии $\tilde{\epsilon}$. В результате получим явную форму субстанционального баланса средневзвешенной энтропии турбулизированной смеси (ср. с (2.2.2)):

$$\bar{\rho} \frac{D\tilde{S}}{Dt} + \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\tilde{T}} [\bar{q} + q^{T*} - \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha} (\bar{J}_{\alpha} + J_{\alpha}^T)] \right\} = \sigma_T^i + \sigma_T^e, \quad (4.2.3)$$

$$\begin{cases} \tilde{T} \sigma_T^e = \bar{\rho} \epsilon_e - \bar{p} G \equiv \Delta, \\ 0 \leq \tilde{T} \sigma_T^i = -(\bar{q} + q^{T*}) \frac{\nabla \tilde{T}}{\tilde{T}} - \tilde{T} \sum_{\alpha=1}^N (\bar{J}_{\alpha} + J_{\alpha}^T) \nabla \cdot \left(\frac{\tilde{\mu}_{\alpha}}{\tilde{T}} \right) + \\ + \bar{p} \nabla \cdot \tilde{V} + \sum_{s=1}^r \tilde{A}_s \tilde{\xi}_s. \end{cases} \quad (4.2.4)$$

Здесь $\tilde{A}_s = - \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \tilde{\mu}_{\alpha}$ — средневзвешенное значение химического сред-

ства s -й реакции; $q^{T*} = q^T - \overline{p' V''}$ — "новый" турбулентный поток тепла, связанный с турбулентным потоком энтропии $J_S^T = \rho S'' V''$ соотношением $\tilde{T} J_S^T = q^{T*} - \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mu}_\alpha J_\alpha^T$; σ_T^i — скорость локального производства осредненной энтропии смеси, обусловленная необратимыми процессами внутри "осредненной подсистемы турбулизованного движения среды"; величина σ_T^e — отражает обмен энтропией между осредненным и пульсационным движениями. Из (4.2.3) следует, что в общем случае энтропия \tilde{S} подсистемы молекулярного хаоса может как расти, так и уменьшаться, что является характерной чертой термодинамически открытых систем.

Следует отметить, что средневзвешенная энтропия, как характеристика турбулентного состояния, не описывает всех его особенностей, так как не зависит от параметров, характеризующих внутреннюю структуру турбулентного континуума (например, от турбулентной энергии \tilde{e}). Следуя [22], определим структуру пульсационной составляющей движения турбулизованной жидкости (турбулентного хаоса) заданием функционального соотношения $\tilde{e} = \tilde{e}(S_T, \bar{p})$, где S_T — так называемая энтропия турбулизации. Тогда фундаментальное тождество Гиббса, постулируемое в виде

$$D\tilde{e}/Dt = T_T DS_T/Dt - p_T D(1/\bar{p})/Dt, \quad (4.2.5)$$

вводит для собственно турбулентной надструктуры температуру турбулизации $T_T = (\partial \tilde{e} / \partial S_T)_{\bar{p}}$ и пульсационное давление $p_T = \bar{p}^2 (\partial \tilde{e} / \partial \bar{p})_{S_T}$. Соответствующее уравнение баланса энтропии турбулизации S_T имеет вид

$$\bar{\rho} DS_T/Dt + \nabla \cdot (J_e^T / T_T) = \sigma_{TF}^i + \sigma_{TF}^e, \quad (4.2.6)$$

где

$$0 \leq T_T \sigma_{TF}^i = -J_e^T \cdot \nabla \ln T_T + \hat{R} : \nabla \tilde{V} + p_T \nabla \cdot \tilde{V}, \quad T_T \sigma^e = -\Delta. \quad (4.2.7)$$

Здесь σ_{TF}^i , σ_{TF}^e — соответственно локальное производство и сток пульсационной энтропии.

Введение двух энтропий \tilde{S} и S_T соответствует представлению [23] турбулентного континуума в виде термодинамического комплекса, состоящего из двух подсистем — турбулентного и молекулярного хаоса.

Из (4.2.3) и (4.2.6) следует основное балансовое уравнение для полной энтропии $\tilde{S} + S_T$ турбулизованной смеси [6]:

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} (\tilde{S} + S_T) + \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\tilde{T}} \left[\bar{q} + q^{T*} - \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mu}_\alpha (\bar{J}_\alpha + J_\alpha^T) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{T_T} J_e^T \right\} = \sigma_T^i + \sigma_{TF}^i + \sigma_{TF}^e = \sigma \geq 0, \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

где $\sigma_{TF} = \Delta(T_T - \tilde{T})/T_T \tilde{T}$. Объемная скорость возникновения (интенсивность источника) полной энтропии σ представляет собой билинейную форму, образованную обобщенными термодинамическими потоками и силами (см. ниже формулу (4.2.11)). Для нахождения определяющих связей для обобщенных термодинамических потоков и сил можно воспользоваться онзагеровским формализмом неравновесной термодинамики, исходя

из роста полной энтропии системы и учитывая тем самым взаимовлияние осредненных молекулярных и турбулентных потоков [6].

4.2.2. Линейные определяющие уравнения. Выражая градиент средневзвешенного парциального химического потенциала, взятого для смеси совершенных газов в виде

$$\tilde{\mu}_\alpha = \tilde{\mu}_\alpha^0(\bar{p}, \tilde{T}) + k\tilde{T} \ln(\bar{n}_\alpha/\bar{n}) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N),$$

через градиенты осредненных гидродинамических величин, легко получить для объемной скорости возникновения полной энтропии σ следующую билинейную форму:

$$\begin{aligned} 0 \leq \sigma = & (\bar{J}_q + J_q^T) \cdot \nabla \ln \tilde{T} + \sum_{\alpha=1}^N (\bar{J}_\alpha + J_\alpha^T) \cdot \vec{\Lambda}_\alpha^* + J_e^T \cdot \nabla \ln T_T + \\ & + \frac{1}{\tilde{T}} p^v \nabla \cdot \tilde{V} + \frac{1}{T_T} \left(p_T + \frac{1}{3} \hat{R} : \hat{I} \right) \nabla \cdot \tilde{V} + \\ & + \frac{1}{\tilde{T}} \tilde{\pi} : (\nabla \tilde{V})^s + \frac{1}{T_T} \hat{R}^0 : (\nabla^0 \tilde{V})^s + \frac{1}{\tilde{T}} \sum_{s=1}^r \tilde{A}_s \tilde{\xi}_s + \Delta \frac{T_T - \tilde{T}}{T_T \tilde{T}}. \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

Здесь введены следующие обозначения для обобщенных термодинамических потоков и сил:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{J}_q &= \bar{q} - \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_\alpha \bar{J}_\alpha, & J_q^T &= q^{T*} - \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_\alpha J_\alpha^T, \\ p^v &= \frac{1}{3} \tilde{\pi} : \hat{I}, & \nabla \tilde{V} &= \frac{1}{3} (\nabla \cdot \tilde{V}) \hat{I} + (\nabla^0 \tilde{V})^s + (\nabla^0 \tilde{V})^a, \\ \tilde{\pi}^0 &= \tilde{\pi} - p^v \hat{I}, & \hat{R}^0 &= \hat{R} - \frac{1}{3} (\hat{R} : \hat{I}) \hat{I}, \\ (\nabla^0 \tilde{V})_{ij}^s &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_k}, & (\nabla^0 \tilde{V})_{ij}^a &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_j} \right), \\ \Lambda_\alpha^* &= -k \nabla \ln \bar{p} - \frac{1}{\tilde{T}} \sum_{\gamma=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha\gamma} \nabla \tilde{z}_\gamma, \\ \tilde{\mu}_{\alpha\gamma} &= (\partial \tilde{\mu}_\alpha / \partial z_\gamma)_{\bar{p}}, \quad \tilde{T} = k\tilde{T} (\delta_{\alpha\gamma} / \tilde{z}_\alpha - \mathcal{M}), \\ \mathcal{M} &= \bar{\rho} / \bar{n}. \end{aligned} \right. \quad (4.2.10)$$

Онзагеровский формализм неравновесной термодинамики позволяет найти определяющие связи между термодинамическими потоками и силами для трех основных областей турбулизованного течения: для области ламинарного подслоя; для буферной зоны — промежуточной области, в которой эффекты молекулярного и турбулентного переноса сравнимы по значимости; для области развитого турбулизованного течения, в которой $R_{ij} \gg \pi_{ij}$, $q^T \gg q$, и т.д. В состояниях, близких к состоянию "равновесия", потоки можно представить в виде линейных функций от термодина-

мических сил*) (основной постулат неравновесной термодинамики)

$$\mathcal{J}_{ki} = \sum_{\beta} \mathcal{L}_{\alpha\beta}^{ij} \mathcal{X}_{\beta j} \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots).$$

Матрица коэффициентов $\mathcal{L}_{\alpha\beta}^{ij}$ в общем случае турбулентного поля будет зависеть не только от параметров состояния и параметров, характеризующих геометрическую симметрию среды, но и от осредненных параметров поля скоростей, т.е. от $\nabla \tilde{V}$, ϵ_e и т.п. Как видно из (4.2.9), по сравнению с ламинарными многокомпонентными смесями в случае турбулизированных многокомпонентных систем спектр перекрестных эффектов расширяется. Так, например, на осредненные диффузионные потоки $\tilde{J}_{\alpha i}$ дополнительно оказывают влияние термодинамические силы, обуславливающие перенос турбулентной кинетической энергии $\tilde{\epsilon}$. Однако, в настоящее время нет экспериментальных данных, подтверждающих и количественно описывающих перекрестные эффекты подобного типа. Кроме того, обычно вклад любых перекрестных эффектов в общую скорость процесса на порядок ниже по сравнению с прямыми эффектами [12]. Учитывая это, будем пользоваться требованиями положительности интенсивностей σ_T^i , σ_F^i и σ_{TF} независимо, считая при этом, что на связи, например, между \tilde{n} и $\nabla \tilde{V}$ турбулизация не оказывает влияния. Будем также, без специальных оговорок, опускать ряд перекрестных эффектов в определяющих соотношениях.

Рассмотрим здесь детально вывод определяющих уравнений для случая мелкомасштабной турбулентности, в которой наблюдается, как правило, тенденция к установлению статистической однородности (когда турбулизированное течение имеет одинаковую структуру во всех частях жидкости) и изотропности (когда статистические свойства турбулизированного течения не зависят от направления**). Согласно общей теории тензорных функций [12], свойства симметрии изотропных сред вполне характеризуются метрическим тензором g_{ij} : все тензоры будут тензорными функциями только метрического тензора $\mathcal{L}_{\alpha\beta}^{ij} = L_{\alpha\beta} g^{ij}$ ($\alpha, \beta = 1, 2, \dots$). Кроме того, вследствие отсутствия интерференции потоков и термодинамических сил различной тензорной размерности в изотропной системе (принцип Кюри), можно рассматривать, например, явления, описываемые полярными векторами (теплопроводность, диффузия), независимо от явлений скалярных, тензорных и т.д. [12].

Таким образом, принимая обычные для неравновесной термодинамики дополнительные гипотезы — марковость системы (для которой потоки в данный момент зависят только от обобщенных сил, взятых в тот же самый момент времени) и линейность процессов (для которых потоки пропорциональны силам), получим из (4.2.9) в частном случае изотропной

*) Определяющие связи между потоками и силами в турбулизированном потоке в общем случае можно искать согласно обобщенному принципу Онзагера

$$\mathcal{J}_{\alpha i} = \int dt' \int \mathcal{L}_{\alpha\beta}^{ij}(r - r', t - t') \mathcal{X}_{\beta j}(r', t') dr',$$

где тензоры $\mathcal{L}_{\alpha\beta}^{ij}$ являются функциями структуры турбулентного потока [23].

**) Развитый подход легко обобщается на общий случай не изотропной крупномасштабной турбулентности (см. также п. 4.2.3).

локальной турбулентности (в прямоугольной системе координат, $g^{ij} = \delta_{ij}$) следующие феноменологические соотношения [6]:

$$\begin{cases} \bar{J}_{qj} = L_{00} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{\bar{T}} \right) + \sum_{\alpha=1}^N L_{0\alpha} \Lambda_{\alpha j}^*, & L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha} \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N); \\ \bar{J}_{\beta j} = L_{\beta 0} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{\bar{T}} \right) + \sum_{\alpha=1}^N L_{\beta\alpha} \Lambda_{\alpha j}^*, & \sum_{\beta=1}^N M_{\beta} L_{\alpha\beta} = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \end{cases} \quad (4.2.11)$$

$$\begin{cases} p^v = \eta^v \nabla \cdot \tilde{V}, \quad p_\tau = \frac{1}{3} \hat{R} : \hat{I} = \eta_\tau^v \nabla \cdot \tilde{V}, & \hat{R}^0 = 2\mu_\tau (\nabla^0 \tilde{V})^s, \\ \bar{\pi}^0 = 2\mu (\nabla^0 \tilde{V})^s, \quad J_e^\tau = L_{00}^\tau \nabla \left(\frac{1}{T_\tau} \right), \quad \bar{\xi}_s = \sum_{\gamma=1}^r L_{s\gamma}^{\text{ch}} \tilde{A}_\gamma, \\ \nabla = L_\tau (T_\tau - \tilde{T}) / T_\tau \tilde{T}. \end{cases} \quad (4.2.12)$$

Здесь L , η , μ — феноменологические коэффициенты. Для турбулентных потоков J_{qj}^τ и $J_{\beta j}^\tau$ в области развитой турбулентности можно написать соотношения, аналогичные (4.2.11), причем необходимо считать скалярные коэффициенты турбулентного обмена в этих соотношениях функциями не только параметров состояния и параметров, характеризующих геометрическую симметрию среды, но и характеристик турбулентного состояния (например, \tilde{e}). Методом, развитым в [20], соотношения (4.2.11) могут быть разрешены относительно термодинамических сил через потоки и записаны в виде обобщенных соотношений Стефана—Максвелла (4.1.19) и потока тепла для многокомпонентных турбулизированных сплошных сред (4.1.18), в которых коэффициенты переноса выражаются известным образом через феноменологические коэффициенты.

Учитывая соотношения (4.2.12), для тензора Рейнольдса получим следующую часто используемую для замыкания осредненных гидродинамических уравнений формулу

$$\begin{aligned} R_{ij} &= -p_\tau \delta_{ij} + \eta_\tau \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_k} + \\ &+ \mu_\tau \left(\frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{V}_k}{\partial x_k} \right) = \\ &= -\frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{e} \delta_{ij} + \bar{\rho} \nu_\tau \left(\frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_j} \right), \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

где η_τ , μ_τ — коэффициенты турбулентной вязкости ($\eta_\tau = \eta_\tau^v + \frac{2}{3} \mu_\tau$ — коэффициент "второй турбулентной вязкости"; $\mu_\tau = \bar{\rho} \nu_\tau$, ν_τ — скалярный коэффициент кинематической турбулентной вязкости). Второе выражение для тензора R_{ij} имеет место в частном случае идеальной пульсационной составляющей движения, т.е. когда $\frac{1}{3} R_{ke} \delta_{ke} = -\frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{e} = -p_\tau$.

Следует, однако, отметить, что соотношение (4.2.13) для реинольдсовых напряжений не является единственным возможным (см., например, [9]); в случае учета анизотропии турбулентных пульсаций оно дополнительно усложняется, поскольку требует замены коэффициента турбулентной вязкости тензором (4-го ранга).

Турбулентные потоки диффузии и тепла. Выражение для объемной скорости возникновения полной энтропии σ упрощается для важного случая локально стационарного состояния турбулентного поля, когда в структуре турбулентности существует некоторое внутреннее равновесие, при котором производство турбулентной энергии $\tilde{\epsilon}$ примерно равно диссипации, т.е. уравнение баланса турбулентной энергии (4.1.44) имеет вид $R_{ij} \partial \tilde{V}_i / \partial x_j \approx \Delta$. Тогда

$$\begin{aligned} 0 \leq \tilde{T} \sigma = & -\bar{J}_q \cdot \nabla \ln \tilde{T} - \tilde{T} \sum_{\alpha=1}^N \bar{J}_\alpha \cdot \Lambda_\alpha^* - \sum_{s=1}^r \tilde{A}_s \bar{\xi}_s + \bar{\pi} : \nabla \tilde{V} + \\ & + \bar{\rho} \epsilon_e - J_q^T \left(\nabla \ln \tilde{T} - \frac{\nabla \bar{p}}{\bar{\rho} \tilde{C}_p \tilde{T}} \right) - \sum_{\alpha=1}^N J_\alpha^T \left(\sum_{\gamma=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha\gamma} \nabla \tilde{z}_\gamma \right) + \\ & + \overline{p' V''} \left(\nabla \ln \tilde{T} - \nabla \ln \mathcal{M} - \frac{\nabla \bar{p}}{\bar{\rho} \tilde{C}_p \tilde{T}} \right). \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

Исключим из (4.2.14) J_N^T с помощью соотношения $\sum_{\alpha=1}^N M_\alpha J_\alpha^T = 0$; тогда для производства энтропии, обусловленного только турбулентными процессами переноса массы и тепла, можно получить следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sigma^* = & -J_q^T \cdot \frac{1}{\tilde{T}^2} \left(\nabla \tilde{T} - \frac{\nabla \bar{p}}{\bar{\rho} \tilde{C}_p} \right) - \frac{1}{\tilde{T}} \sum_{\alpha=1}^N J_\alpha^T \cdot \left[\{ \nabla \tilde{\mu}_\alpha \}_{\bar{p}, \tilde{T}} - \right. \\ & \left. - \frac{M_\alpha}{M_N} \{ \nabla \tilde{\mu}_N \}_{\bar{p}, \tilde{T}} \right], \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

где

$$\{ \nabla \tilde{\mu}_\alpha \}_{\bar{p}, \tilde{T}} = \sum_{\gamma=1}^N \tilde{\mu}_{\alpha\gamma} \nabla \tilde{z}_\gamma = \sum_{\gamma=1}^{N-1} \mu_{\alpha\gamma}^c \nabla \tilde{z}_\gamma, \quad (4.2.16)$$

$$\mu_{\alpha\gamma}^c = \tilde{\mu}_{\alpha\gamma} - \frac{M_\gamma}{M_N} \tilde{\mu}_{\alpha N} = \sum_{\beta=1}^{N-1} \tilde{\mu}_{\alpha\beta} \left(\delta_{\beta\gamma} - \frac{M_\alpha \tilde{z}_\beta}{M_N \tilde{z}_N} \right).$$

С помощью соотношения Гиббса – Дюгема для постоянных \bar{p} и \tilde{T} [16]

$\sum_{\alpha=1}^N \tilde{z}_\alpha \{ \nabla \tilde{\mu}_\alpha \}_{\bar{p}, \tilde{T}} = 0$ исключим из (4.2.15) также и величину $\{ \nabla \tilde{\mu}_N \}_{\bar{p}, \tilde{T}}$; в результате получим

$$\sigma^* = -J_q^T \cdot \frac{1}{\tilde{T}^2} \left(\nabla \tilde{T} - \frac{\nabla \bar{p}}{\bar{\rho} \tilde{C}_p} \right) - \frac{1}{\tilde{T}} \sum_{\alpha=1}^{N-1} \sum_{\beta=1}^{N-1} \sum_{\gamma=1}^{N-1} J_\alpha^T \cdot A_{\alpha\beta} \mu_{\beta\gamma}^c \nabla \tilde{z}_\gamma. \quad (4.2.17)$$

В формуле (4.2.17)

$$A_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + M_{\alpha} \tilde{z}_{\beta} / M_N \tilde{z}_N \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N-1). \quad (4.2.18)$$

Феноменологические уравнения для турбулентных потоков диффузии и тепла принимают тогда следующий общий вид:

$$J_q^T = - \frac{l_{00}}{\tilde{T}^2} \left(\nabla \tilde{T} - \frac{\nabla \bar{p}}{\bar{\rho} \tilde{C}_p} \right) - \frac{1}{\tilde{T}} \sum_{\alpha=1}^{N-1} l_{0\alpha} \left[\sum_{\beta=1}^{N-1} \sum_{\gamma=1}^{N-1} A_{\alpha\beta} \mu_{\beta\gamma}^{\epsilon} \nabla \tilde{z}_{\gamma} \right], \quad (4.2.19a)$$

$$J_{\delta}^T = - \frac{l_{\delta 0}}{\tilde{T}^2} \left(\nabla \tilde{T} - \frac{\nabla \bar{p}}{\bar{\rho} \tilde{C}_p} \right) - \frac{1}{\tilde{T}} \sum_{\alpha=1}^{N-1} l_{\delta\alpha} \left[\sum_{\beta=1}^{N-1} \sum_{\gamma=1}^{N-1} A_{\alpha\beta} \mu_{\beta\gamma}^{\epsilon} \nabla \tilde{z}_{\gamma} \right], \quad (4.2.19b)$$

$$\overline{p'V''} = - \frac{l_{0p}}{\tilde{T}} \left(\nabla \ln \tilde{T} - \frac{\nabla p}{\bar{\rho} \tilde{T} \tilde{C}_p} - \nabla \ln M \right), \quad (4.2.19b)$$

причем имеют место соотношения Онзагера $l_{0\alpha} = l_{\alpha 0}$, $l_{\alpha\delta} = l_{\delta\alpha}$ ($\alpha, \delta = 1, 2, \dots, N-1$). Коэффициенты l_{00} и $l_{\alpha\delta}$ связаны с коэффициентами турбулентной теплопроводности и турбулентной диффузии, а коэффициенты $l_{0\alpha}$ характеризуют явления турбулентной термодиффузии.

Соотношения (4.2.19) наиболее полно описывают теплообмен в многокомпонентной турбулизованной среде, но, к сожалению, в силу ограниченности экспериментальных данных по коэффициентам турбулентного обмена на данном этапе приходится пользоваться упрощенными моделями. Оставляя далее в рассмотрении только прямые эффекты в этих соотношениях, получим следующие простые выражения для турбулентных потоков J_{α}^T и J_q^T :

$$J_q^T \approx - \lambda_T (\nabla \tilde{T} - \nabla \bar{p} / \bar{\rho} \tilde{C}_p), \quad (\lambda_T = l_{00} / \tilde{T}^2); \quad (4.2.20)$$

$$J_{\alpha}^T = - \bar{\rho} \mathcal{D}_T \nabla \tilde{z}_{\alpha}, \quad (\mathcal{D}_T = \mathcal{D}_{\alpha\alpha}^T = \sum_{\gamma=1}^{N-1} \sum_{\beta=1}^{N-1} l_{\alpha\gamma} A_{\beta\gamma} \mu_{\beta\alpha}^{\epsilon} / \bar{\rho} \tilde{T}), \quad (4.2.21)$$

в которых λ_T и \mathcal{D}_T — соответственно коэффициенты турбулентной теплопроводности и турбулентной диффузии (обычно [9] при описании турбулентного переноса различных компонент смеси используется только один коэффициент диффузии, т.е. $D_T = D_{\alpha\alpha}^T$). С учетом формулы (4.2.20) для турбулентного потока тепла q^T получим соотношение

$$q^T = \bar{p}^T V'' + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_{\alpha} J_{\alpha}^T - \lambda_T (\nabla \tilde{T} - \nabla \bar{p} / \bar{\rho} \tilde{C}_p), \quad (4.2.22)$$

обобщающее на случай многокомпонентных сред соответствующий результат однородной гидродинамики.

В дальнейшем нам потребуется выражение (4.2.22) в несколько ином виде. Используя (4.2.21) и соотношение $\nabla \tilde{h} = \tilde{C}_p \nabla \tilde{T} + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_{\alpha} \nabla \tilde{z}_{\alpha}$, получим

$$q^T = - \bar{\rho} \mathcal{D}_T \nabla \tilde{h} + \chi_T \nabla \bar{p} + \bar{\rho} \tilde{C}_p (\mathcal{D}_T - \chi_T) \nabla \tilde{T} \approx - \bar{\rho} \chi_T \nabla \tilde{h} + \chi_T \nabla \bar{p}, \quad (4.2.23)$$

где $\chi_T = \lambda_T / \bar{\rho} \tilde{C}_p$ — турбулентный коэффициент температуропроводности.

При написании второго равенства (4.2.23), как обычно в теории турбулентности, предполагалось, что турбулентное число Льюиса равно единице ($Le_T = \chi_T / \mathcal{D}_T = 1$)*).

4.2.3. Градиентная гипотеза. Выражения (4.2.20)–(4.2.22) для турбулентных потоков в многокомпонентной смеси могут быть получены также традиционным способом, основанным на понятии пути смешения. Таким образом, традиционный подход к проблеме замыкания осредненных уравнений гидродинамики на уровне моделей первого порядка по существу является частным случаем общего термодинамического подхода.

Обозначая через \mathcal{A}_L'' лагранжеву пульсацию полевой величины \mathcal{A} , соответствующую эйлеровой пульсации \mathcal{A} , а через ξ_j – эффективный путь смешения, на который перемещаются вихри при конвекции, прежде чем они разрушаются за счет взаимодействия с другими возмущениями, будем иметь $\mathcal{A}_L'' = \mathcal{A}'' + \xi_j \partial \mathcal{A} / \partial x_j$ [19].

Считая далее состав среды консервативным (т.е. допуская, что вихри, смещаясь на расстояние ξ_j , сохраняют в лагранжевом объеме ту же концентрацию компоненты α , которой она обладала на исходном уровне), получим

$$(z_\alpha)_L'' = 0, \quad z_\alpha'' = -\xi_k \partial \tilde{z}_\alpha / \partial x_k;$$

отсюда

$$J_\alpha^T = \overline{\rho z_\alpha'' V''} = -\overline{\rho \xi_k V'' \partial \tilde{z}_\alpha / \partial x_k} = -\overline{\rho \hat{\mathcal{D}}_T} \cdot \nabla \tilde{z}_\alpha, \quad (4.2.24)$$

где $\hat{\mathcal{D}}_T = \xi V''$ – тензор турбулентных коэффициентов диффузии, учитывающий в общем анизотропном случае различия интенсивностей турбулентных пульсаций состава вдоль разных осей координат. В случае стратифицированной атмосферы выражение для турбулентного потока диффузии в вертикальном направлении с учетом (4.1.16) может быть преобразовано к виду

$$J_{\alpha z}^T = -\rho \mathcal{D}_T \frac{\partial \tilde{z}_\alpha}{\partial z} = -\mathcal{D}_T \left\{ \frac{\partial \bar{n}_\alpha}{\partial z} + \bar{n}_\alpha \left[\frac{1}{\tilde{H}} + \frac{\partial \ln \tilde{T}}{\partial z} - \frac{\partial \ln \mathcal{M}}{\partial z} \right] \right\}, \quad (4.2.25)$$

где $\tilde{H} = k\tilde{T}/\mathcal{M}g$ – средневзвешенное значение высоты однородной атмосферы. Существенная роль последнего члена в (4.2.25) (отсутствующего, заметим, в известной работе [25]) в турбопаузе, где средняя молекулярная масса сильно изменяется с высотой, очевидна.

Так как температура среды не является консервативной характеристикой турбулентного движения, то удобно при определении турбулентного потока энергии

$$q^T \approx \tilde{C}_p \overline{\rho T'' V''} + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_\alpha J_\alpha^T \quad (4.2.26)$$

исключить из рассмотрения пульсацию температуры T'' . Подставляя для этого в формулу для удельной энтропии смеси (см. (2.2.1))

$$S = \sum_{\alpha=1}^N z_\alpha S_\alpha, \quad S_\alpha = S_\alpha^0 + C_{p\alpha} \ln T - k \ln p - k \ln(n_\alpha/n)$$

*) Предполагается, что пути смешения для процессов тепла и массы турбулизованной жидкости одинаковы (что эквивалентно условию $Le_T = 1$), но не равны пути смешения для процесса переноса количества движения.

соответственно $(\tilde{T} + T''), (\bar{p} + p'), (\tilde{z}_\alpha + z''_\alpha)$ и принимая во внимание малость отношений T''/\tilde{T} , p'/\bar{p} , $z''_\alpha/\tilde{z}_\alpha$ по сравнению с единицей, последовательно получим

$$\tilde{S} = \sum_{\alpha=1}^N \tilde{S}_\alpha \tilde{z}_\alpha, \quad S'' = \tilde{C}_p T''/\tilde{T} - kp' \sum_{\alpha=1}^N \tilde{z}_\alpha/\bar{p} + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{S}_\alpha z''_\alpha. \quad (4.2.27)$$

Объединяя затем (4.2.26) и (4.2.27), находим следующее промежуточное выражение для турбулентного потока тепла:

$$q^T \approx \overline{p'V''} + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_\alpha J_\alpha^T + \tilde{T} \rho \overline{S''V''} + \tilde{T} \sum_{\alpha=1}^N \tilde{S}_\alpha \rho \overline{V'' \xi} \cdot \nabla \tilde{z}_\alpha. \quad (4.2.28)$$

Подстановка в (4.2.28) формулы

$$\nabla \tilde{S} = \tilde{C}_p \nabla \ln \tilde{T} - k \sum_{\alpha=1}^N \tilde{z}_\alpha \nabla \ln \bar{p} + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{S}_\alpha \nabla \tilde{z}_\alpha,$$

легко выводимой из осредненного соотношения Гиббса (4.2.2), приводит к окончательному выражению для потока q^T :

$$q^T \approx \overline{p'V''} + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_\alpha J_\alpha^T - \hat{\lambda}_T \cdot \left(\nabla \tilde{T} - \frac{\nabla \bar{p}}{\bar{\rho} \tilde{C}_p} \right) + \tilde{T} \rho \overline{S''_L V''}, \quad (4.2.29)$$

где последний член представляет собой вклад неэнтропических эффектов в турбулентный поток тепла. Здесь $\hat{\lambda}_T = \bar{\rho} \tilde{C}_p \hat{\mathcal{D}}_T$ — тензор турбулентной теплопроводности; $S''_L = S'' + \xi \cdot \nabla \tilde{S}$ — лагранжева пульсация удельной энтропии системы. Часто можно считать (пренебрегая эффектами турбулентного (мелкомасштабного) нагрева), что турбулентное движение смеси от уровня $r(x_j, t)$, где произошел отрыв лагранжевой частицы от общего потока, до уровня $r(x_j, t) + \xi$ происходит изэнтропически, т.е. $S''_L = 0$; в этом случае выражение для q^T значительно упрощается и принимает вид (4.2.22).

§ 4.3. Коэффициенты турбулентного обмена

При изучении структуры и энергетики мезосферы и нижней термосферы (особенно переходной области турбопаузы) возникает задача моделирования турбулентных коэффициентов (тензоров) обмена для стратифицированных сдвиговых течений многокомпонентных газовых смесей. Ветровой сдвиг осредненного движения служит одним из важнейших механизмов, ответственных за поддержание турбулентности в нижней термосфере. Изменение ветрового сдвига на высотах турбопаузы может быть связано, в частности, с диссипацией приходящих снизу акустико-гравитационных волн (см. [27], а также § 1.6), при которой их энергия и количество движения преобразуются в тепло, кинетическую энергию и количество движения средного течения [37].

При решении аэрономических задач коэффициенты турбулентного обмена обычно считаются свободными параметрами и выбираются так чтобы получить наилучшее совпадение между расчетами и результатами наблюдений (см., например, [29 — 36]). В данном параграфе рассмотрен

один из возможных способов полумпирического моделирования этих коэффициентов в потоке со сдвигом, основанный на использовании модельных уравнений переноса для одноточечных вторых моментов пульсаций скорости и энтальпии газовой смеси.

4.3.1. Локально равновесное приближение. В общем случае неравновесной по отношению к полю средних скоростей и температур турбулентности, когда существенно влияние предыстории потока на характеристики турбулентности в точке, для замыкания осредненной системы уравнений гидродинамики смеси (4.1.12)–(4.1.16) могут быть использованы модельные уравнения переноса для одноточечных вторых моментов турбулентных пульсаций среды, выведенные в § 4.1. Эти же уравнения могут служить исходными при разработке полумпирических моделей турбулентных тензоров обмена.

Модельные уравнения переноса для тензора турбулентных напряжений Рейнольдса (4.1.36), вектора турбулентного потока тепла (4.1.46) и среднего квадрата пульсаций энтальпии (4.1.53) многокомпонентной сжимаемой смеси возьмем в следующем виде:

$$\begin{aligned} -\bar{\rho} \frac{D}{Dt} \left(\frac{R_{ij}}{\bar{\rho}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_s} [\bar{\rho} \overline{V_i'' V_j'' V_s''} + (\bar{p}' \delta_{js} - \pi_{js}) \overline{V_i''} + (\bar{p}' \delta_{is} - \pi_{is}) \overline{V_j''}] = \\ = R_{js} \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_s} + R_{is} \frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_s} + p' \left(\frac{\partial \overline{V_j''}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{V_i''}}{\partial x_j} \right) + \bar{\rho} G_{ij} - \bar{\rho} \epsilon_{ij}, \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} \left(\frac{q_j^T}{\bar{\rho}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_s} [(\bar{\rho} \overline{V_j'' V_s''} + \bar{p}' \delta_{js} - \pi_{js}) \overline{h''} + q_s \overline{V_j''}] = \\ = -q_s^T \frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_s} + R_{js} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_s} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_s} \right) + \bar{\rho} \frac{\partial \overline{h''}}{\partial x_j} + \bar{\rho} G_j - \bar{\rho} \epsilon_j, \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

$$\bar{\rho} \frac{D}{Dt} (\tilde{h''^2}) + \frac{\partial}{\partial x_s} [\bar{\rho} \overline{h''^2 V_s''} + 2q_s \overline{h''}] = -2q_s^T \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_s} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_s} \right) - 2\bar{\rho} \epsilon_h, \quad (4.3.3)$$

где G_{ij} , ϵ_{ij} , G_j , ϵ_j , ϵ_h определяются соответственно формулами (4.1.40), (4.1.41), (4.1.47), (4.1.50) и (4.1.54). Количественные оценки, полученные в [38] при раздельном и совместном рассмотрении пульсаций температуры и состава, показали, что роль корреляций $\overline{\rho z_\alpha'' h''}$ в уравнении (4.3.2) значительно меньше, чем роль корреляций $\overline{\rho h''^2}$, поэтому в дальнейшем последний член в соотношении (4.1.47) будем опускать.

Ограничимся рассмотрением квазиравновесного варианта [11] модели, когда балансовые уравнения для моментов второго порядка, записанные в локально равновесном случае, используются для установления связей между корреляциями отдельных турбулентных характеристик и турбулентной энергией $\tilde{\epsilon}$; величина $\tilde{\epsilon}$ при этом может быть определена из полного модельного уравнения (4.1.44), т.е. с учетом влияния всех статей баланса турбулентной энергии. Выражения для турбулентных потоков диффузии, тепла и тензора турбулентных напряжений в анизотропном случае будут

иметь вид

$$J_{\alpha j}^T = -\bar{\rho} \chi_{js}^T \frac{\partial}{\partial x_s} \left(\frac{\bar{n}_\alpha}{\bar{\rho}} \right), \quad (4.3.4)$$

$$q_j^T = \bar{p}^T \tilde{V}_j^T - \bar{\rho} \tilde{C}_p \chi_{js}^T \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_s} - \frac{1}{\bar{\rho} \tilde{C}_p} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_s} \right) + \sum_{\alpha=1}^N \tilde{h}_\alpha J_{\alpha j}^T, \quad (4.3.5)$$

$$R_{ij} = -\frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{e} \delta_{ij} + \bar{\rho} \nu_{ij}^T \left(\frac{\partial \tilde{V}_s}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_s} \right), \quad (4.3.6)$$

где χ_{js}^T, ν_{ij}^T — соответственно тензоры турбулентной температуропроводности и кинематической вязкости. Допущение о равенстве путей смешения для тепла и вещества позволяет при моделировании этих тензоров ограничиться уравнениями (4.3.1)–(4.3.3).

Предполагая, что корреляционные моменты второго порядка находятся в локальном равновесии, т.е. не меняются во времени и пространстве, запишем уравнения (4.3.1)–(4.3.3) и (4.1.44) с учетом модельных членов (см. § 4.1) в виде

$$\begin{aligned} -\bar{\rho} \frac{\partial}{\partial t} \frac{R_{ij}}{\bar{\rho}} = 0 = (1 - k_{p2}) \left[R_{ik} \frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_k} + R_{jk} \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_k} + \bar{\rho} G_{ij} \right] + \\ + k_{p1}^* \frac{\sqrt{\tilde{e}}}{L} \left(R_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} \tilde{e} \right) + \frac{2}{3} k_{p2} \delta_{ij} \left(R_{sk} \frac{\partial \tilde{V}_s}{\partial x_k} + \bar{\rho} G \right) - \frac{2}{3} k_{\epsilon 1}^* \delta_{ij} \frac{\bar{\rho} \tilde{e}^{3/2}}{L}, \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial \tilde{e}}{\partial t} = 0 = R_{jk} \frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_k} + \bar{\rho} G - k_{\epsilon 1}^* \frac{\bar{\rho} \tilde{e}^{3/2}}{L}, \quad (4.3.8)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\bar{q}_j^T}{\bar{\rho}} \right) = 0 = \\ = R_{jk} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_k} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_k} \right) - (1 - k_{s2}) q_k^T \frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_k} - k_{s1}^* \frac{\sqrt{\tilde{e}}}{L} q_j^T + (1 - k_{s2}) \bar{\rho} G_j, \end{aligned} \quad (4.3.9)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\tilde{h}''^2}{2} \right) = 0 = -q_k^T \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_k} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_k} \right) - k_{h1}^* \frac{\bar{\rho} \sqrt{\tilde{e}}}{L} \tilde{h}''^2, \quad (4.3.10)$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} k_{p1}^* &= k_{p1}^*(\text{Re}_T) = k_{p1} \left(1 + \frac{k_{\epsilon 2}}{k_{p1}} \frac{1}{\text{Re}_T} \right), \\ k_{\epsilon 1}^* &= k_{\epsilon 1}^*(\text{Re}_T) = k_{\epsilon 1} \left(1 + \frac{k_{\epsilon 2}}{k_{\epsilon 1}} \frac{1}{\text{Re}_T} \right), \\ k_{s1}^* &= k_{s1}^*(\text{Pr}, \text{Re}_T) = k_{s1} \left(1 + \frac{k_{\epsilon 2}}{k_{s1}} \frac{1 + 1/\text{Pr}}{2 \text{Re}} \right), \\ k_{h1}^* &= k_{h1}^*(\text{Pr}, \text{Re}_T) = k_{h1} \left(1 + \frac{k_{h2}}{k_{h1}} \frac{1}{\text{Pr} \text{Re}_T} \right). \end{aligned} \right. \quad (4.3.11)$$

Таблица 4.3.1

Коэффициенты модельных членов уравнений переноса для вторых моментов турбулентных пульсаций

Модель	Эмпирические константы									
	$k_{\epsilon 1}$	$k_{\epsilon 2}$	k_{p1}	k_{p2}	k_{h1}	k_{h2}	k_{s1}	k_{s2}	c_1^*	c_2^*
[39]	0,188	0	0,604	0	0,176	0	0,596	0	—	—
[10]	0,353	6	1,414	0	0,318	0	1,060	0	0,424	0
[40]	0,7	0	4,13	0	0,207	0	4,13	0,333	0,424	0
[41]	1,6	0	7,2	0	2,16	0	7,76	0,394	-0,004	0

*) См. (4.1.44), (4.1.45).

Численные значения эмпирических констант в уравнениях сохранения для вторых моментов турбулентных пульсаций, заимствованные из [17, 39–41], приведены в табл. 4.3.1. Мы воспользуемся далее константами модели [40], разработанной применительно к расчету планетарного пограничного слоя. Соотношения между корреляционными моментами и градиентами характеристик осредненного течения смеси, определяемые алгебраическими уравнениями (4.3.7)–(4.3.10), образуют схему замыкания первого порядка, или так называемую k -теорию многокомпонентной турбулентности [17, 42].

Ограничиваясь для простоты рассмотрением устойчиво стратифицированных турбулентных течений, имеющих только одно направление неоднородности x_3 (направление силы тяжести), перепишем систему (4.3.7)–(4.3.10) с учетом уравнения гидростатики $\partial p / \partial x_3 = -\bar{\rho}g$ при $\tilde{V}_j = [\tilde{V}(x_3), 0, 0]$ в виде

$$R_{13}: (1 - k_{p2}) \left[R_{33} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x_3} + \frac{g}{\tilde{C}_p \tilde{T}} (q_1^T - \sum_{\alpha=1}^N \mathcal{H}_{\alpha} J_{\alpha 1}^T) \right] + k_{p1}^* \frac{\sqrt{\tilde{e}}}{L} R_{13} = 0, \quad (4.3.12a)$$

$$R_{33}: k_{p1}^* \frac{\sqrt{\tilde{e}}}{L} \left(R_{33} + \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{e} \right) + \frac{2}{3} k_{p2} R_{13} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x_3} + \left(2 - \frac{4}{3} k_{p2} \right) \left(q_3^T - \sum_{\alpha=1}^N \mathcal{H}_{\alpha} J_{\alpha 3}^T \right) g / \tilde{C}_p \tilde{T} - \frac{3}{2} k_{\epsilon 1}^* \frac{\bar{\rho} \tilde{e}^{3/2}}{L} = 0, \quad (4.3.12b)$$

$$\tilde{e}: R_{13} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x_3} + \frac{g}{\tilde{C}_p \tilde{T}} (q_3^T - \sum_{\alpha=1}^N \mathcal{H}_{\alpha} J_{\alpha 3}^T) - k_{\epsilon 1}^* \frac{\bar{\rho} \tilde{e}^{3/2}}{L} = 0, \quad (4.3.13)$$

$$q_1^T: R_{13} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_3} + g \right) - (1 - k_{s2}) q_3^T \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x_3} - k_{s1}^* \frac{\sqrt{\tilde{e}}}{L} q_1^T = 0, \quad (4.3.14a)$$

$$q_3^T: R_{33} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_3} + g \right) - k_{s1}^* \frac{\sqrt{\tilde{e}}}{L} q_3^T + (1 - k_{s2}) \frac{\bar{\rho} g}{\tilde{C}_p \tilde{T}} \tilde{h}''^2 = 0, \quad (4.3.14b)$$

$$h''^2: -q_3^T \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_3} + g \right) - k_{h1}^* \frac{\bar{\rho} \sqrt{\tilde{e}}}{L} \tilde{h}''^2 = 0. \quad (4.3.15)$$

В этих формулах

$$\begin{cases} R_{13} = \bar{\rho} \nu_{13}^T \partial \tilde{V} / \partial x_3, \\ R_{33} = -\frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{e} + \bar{\rho} \nu_{33}^T \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x_3}, & q_1^T = -\bar{\rho} \chi_{13}^T \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_3} + g \right), \\ q_3^T = -\bar{\rho} \chi_{33}^T \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_3} + g \right), & J_{\alpha 1}^T = -\bar{\rho} \chi_{13}^T \frac{\partial \tilde{z}_\alpha}{\partial x_3}, \quad J_{\alpha 3}^T = -\bar{\rho} \chi_{33}^T \frac{\partial \tilde{z}_\alpha}{\partial x_3}. \end{cases} \quad (4.3.16)$$

Влияние термической стратификации на турбулентный режим смеси будем далее характеризовать с помощью динамического числа Ричардсона

$$Rf = -g q_3^T \left(\tilde{C}_p \tilde{T} R_{13} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x_3} \right)^{-1}. \text{ Имея в виду стратификацию состава смеси,}$$

для аналогичных целей используем также динамическое число Колмогорова:

$$Kf = g \sum_{\alpha=1}^N \mathcal{H}_\alpha J_{\alpha 3}^T \left(\tilde{C}_p \tilde{T} R_{13} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x_3} \right)^{-1}. \text{ Из уравнения баланса (4.3.13)}$$

следует, что если $Rf + Kf = 1$, то турбулентная энергия смеси, обусловленная градиентом скорости потока, полностью уходит на преодоление сил плавучести, и турбулентность не может поддерживаться. С учетом соотношений (4.3.16) безразмерные параметры Rf и Kf могут быть тогда записаны в виде

$$Rf = \frac{\chi_{33}^T}{\nu_{13}^T} \frac{g(g + \partial \tilde{h} / \partial x_3)}{\tilde{C}_p \tilde{T} (\partial \tilde{V} / \partial x_3)^2} = \frac{Ri}{Pr_T}, \quad Kf = -\frac{\chi_{33}^T}{\nu_{33}^T} \frac{g \sum_{\alpha} \mathcal{H}_\alpha \partial \tilde{z}_\alpha / \partial x_3}{\tilde{C}_p \tilde{T} (\partial \tilde{V} / \partial x_3)^2} = \frac{Ko}{Pr_T}, \quad (4.3.17)$$

где $Pr_T = \nu_{13}^T / \chi_{33}^T$ — турбулентное число Прандтля; Ri, Ko — соответственно градиентное число Ричардсона и Колмогорова (в данном контексте эти числа считаются известными).

Введем также в рассмотрение функцию $\psi(Re_T, Rf, Kf)$ такую, что $\chi_{33}^T = L \sqrt{\tilde{e}} \psi(Re_T, Kf, Rf)$. В результате простых выкладок система (4.3.12) — (4.3.15) при учете (4.3.16), (4.3.17) позволяет получить следующие выражения для корреляционных моментов:

$$\tilde{e} = \frac{1}{k_{\epsilon 1}^*} L^2 Pr_T \psi (\partial \tilde{V} / \partial x_3)^2 (1 - Rf - Kf), \quad (4.3.18a)$$

$$R_{13} = \bar{\rho} L \sqrt{\tilde{e}} Pr_T \psi (\partial \tilde{V} / \partial x_3), \quad (4.3.18б)$$

$$R_{33} + \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{e} = \frac{4}{3} E_2 \frac{0,5 + Rf + Kf}{1 - Rf - Kf} \bar{\rho} \tilde{e}, \quad (4.3.18в)$$

$$q_1^T = \frac{1}{k_{s1}^*} \bar{\rho} L^2 \psi (1 + Pr_T - k_{s2}) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x_3} \left(g + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_3} \right), \quad (4.3.18г)$$

$$q_3^T = -\bar{\rho} L \sqrt{\tilde{e}} \psi \left(g + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_3} \right), \quad (4.3.18д)$$

$$\widetilde{h'^2} = \frac{1}{k_{h1}^*} L^2 \psi \left(g + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_3} \right)^2. \quad (4.3.18е)$$

Для турбулентного числа Прандтля Pr_T и функции ψ будем иметь

$$Pr_T = \gamma \frac{Rf_2 - Rf - Kf}{Rf_1 - Rf - \beta Kf}, \quad (4.3.19)$$

$$\psi = \psi_0 \frac{Rf_0 - Rf - \alpha Kf}{1 - Rf - Kf}. \quad (4.3.20)$$

Параметры $\alpha, \beta, \gamma, \psi_0, Rf_0, Rf_1, Rf_2$, зависящие в общем случае от Re_T , определяются через эмпирические константы модели следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha(Re_T) = \frac{1 + 2E_2}{1 + 2E_2 + 1,5E_1}, & \beta &= \beta(Re_T) = \frac{2 + E_2}{2 + E_2 + 3E_1}, \\ \gamma &= \gamma(Re_T) = \frac{k_{s1}^* E_2}{k_{e1}^*} \frac{2 + 4E_2 + 3E_3}{2 + E_2 + 3E_1}, & \psi_0 &= \psi_0(Re_T) = \frac{2 + 4E_2 + 3E_1}{3k_{s1}^*}, \\ Rf_0 &= Rf_0(Re_T) = \frac{1 - E_2}{1 + 2E_2 + 1,5E_1}, & Rf_1 &= Rf_1(Re_T) = \frac{1 - E_2}{1 + 0,5E_2 + 1,5E_1}, \\ Rf_2 + Rf_2(Re_T) &= \frac{1 - E_2}{1 + 2E_2 + 1,5E_3}, \end{aligned} \quad (4.3.21)$$

где

$$E_1 = \frac{k_{e1}^* (1 - k_{s2})}{k_{h1}^*}, \quad E_2 = \frac{k_{e1}^* (1 - k_{p2})}{k_{p1}^*}, \quad E_3 = \frac{k_{e1}^* (1 - k_{s2})}{k_{s2}^*}. \quad (4.3.22)$$

Численные величины параметров (4.3.21) – (4.3.22) приведены в табл. 4.3.2. Для развитой турбулентности, когда $Re_T \gg 1$, параметры (4.3.21) являются положительными числовыми константами. Поскольку всегда $Rf_0 < Rf_1$, а $Rf_1 < Rf_2$ при $E_1 > E_2 + E_3$, то существует критическое число $Rf_0 < 1$ (аналог критического числа Ридчардсона в случае однородной жидкости), выше которого сумма $Rf + \alpha Kf$ в турбулизированном потоке смеси быть не может. При $Rf + \alpha Kf > Rf_0$ функция $\psi < 0$ и формулы (4.3.18) теряют смысл, т.е. турбулентность затухает. Из (4.3.19) можно определить критические числа Прандтля Pr_{T0} и Ридчардсона $Ri_0 = Rf \cdot Pr_{T0}$ такие, что функции Pr_T и ψ вычисляются по формулам (4.3.19) и (4.3.20) только при $Ri \leq Ri_0$; при $Ri > Ri_0$ будем полагать $\psi = 0$. Эти критические значения для модели [40] равны $Ri_0 = 2,221$ и $Pr_{T0} = 12,622$ (см. рис. 4.3.1 и 4.3.2).

4.3.2. Полуэмпирическое определение. Выражение (4.3.19) перепишем в виде, связывающем турбулентное число Прандтля с градиентными чис-

Таблица 4.3.2

Величины параметров E_1, E_2, Rf_0, \dots , вычисленные для модели [40] при $Re_T \gg 1$

E_1	E_2	E_3	α	β	γ	ψ_0	Rf_0	Rf_1	Rf_2	$Pr_{T\infty}$	a	b	c	d
2,25	0,117	0,11	0,28	0,24	0,34	0,76	0,18	0,119	0,55	0,99	2,69	0,65	-0,87	1,16

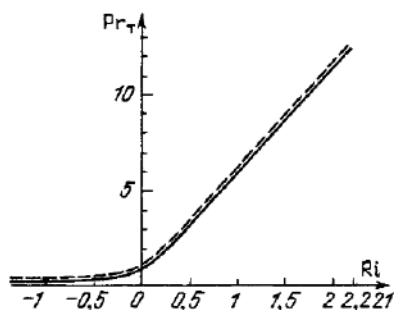


Рис. 4.3.1. Число Прандтля Pr_T как функция Ri при $Ko = 0$ (сплошная кривая) и $Ko = 0,1 Ri$ (штрих)

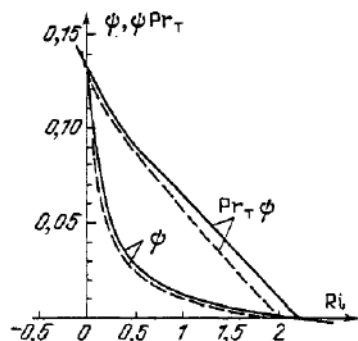


Рис. 4.3.2. ψ и ψPr_T как функции Ri ($Re_T \gg 1$) — при $Ko = 0$; — — — при $Ko = 0,1 Ri$

лами Ричардсона и Колмогорова. Используя (4.3.17), из (4.3.19) получим

$$Pr_T = 0,5 Pr_{T\infty} + (a Ri + b Ko) + [0,25 Pr_{T\infty}^2 + (a Ri + b Ko)^2 - c Ri - d Ko]^{1/2}, \quad (4.3.23)$$

$$\left\{ \begin{aligned} Pr_{T\infty} &= Pr_{T\infty}(Re_T) = \frac{k_{s1}^* E_2}{k_{e1}^*}, \\ a &= a(Re_T) = \frac{2 + E_2 + 3E_1}{4(1 - E_2)}, \quad b = b(Re_T) = \frac{2 + E_2}{4(1 - E_2)}, \\ c &= c(Re_T) = Pr_{T\infty} \frac{2 + 7E_2 + 6E_3 - 3E_1}{4(1 - E_2)}, \\ d &= d(Re_T) = Pr_{T\infty} \frac{2 + 7E_2 + 6E_3}{4(1 - E_2)}. \end{aligned} \right. \quad (4.3.24)$$

Подкоренное выражение в (4.3.23) больше нуля при любых Ri и Ko , если $E_1 > E_2 + E_3$. Здесь $Pr_{T\infty}$ — турбулентное число Прандтля в случае, когда на баланс турбулентной энергии силы плавучести не оказывают влияния, т.е. $Ri \rightarrow 0$, $Ko \rightarrow 0$. Число $Pr_{T\infty}$ близко к единице (см. табл. 4.3.2). Из (4.3.23) следует, что при стратификации, близкой к безразличной, $Pr_T \approx Pr_{T\infty}$, с ростом неустойчивости Pr_T уменьшается, а с увеличением устойчивости (с ростом Ri и Rf) число Pr_T возрастает (см. рис. (4.3.1)).

Соотношения (4.3.18) для корреляционных моментов позволяют представить коэффициенты турбулентного обмена для соответствующих характеристик в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\nu_{13}^T}{L^2 \partial \tilde{V} / \partial x_3} &= \frac{1}{\sqrt{k_{e1}^*}} Pr_T \psi^{3/2} (Pr_T - Ri - Ko)^{1/2} = \frac{R_{13}}{\rho L^2 (\partial \tilde{V} / \partial x_3)^2}, \\ \frac{\nu_{33}^T}{L^2 \partial \tilde{V} / \partial x_3} &= \frac{4}{3} \frac{1 - k_{p2}}{k_{p1}^*} \psi (0,5 Pr_T + Ri + Ko) = \end{aligned} \quad (4.3.25a)$$

$$= \frac{R_{33} + \frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{\epsilon}}{\bar{\rho} L^2 (\partial \tilde{V} / \partial x_3)^2}, \quad (4.3.25б)$$

$$\begin{aligned} \frac{\chi_{33}^T}{L^2 (\partial \tilde{V} / \partial x_3)} &= \frac{1}{\sqrt{k_{\epsilon 1}^*}} \psi^{3/2} (Pr_T - Ri - Ko)^{1/2} = \\ &= - \frac{q_3^T}{\bar{\rho} L^2 (\partial \tilde{V} / \partial x_3) (g + \partial \tilde{h} / \partial x_3)}, \end{aligned} \quad (4.3.25в)$$

$$\begin{aligned} \frac{\chi_{13}^T}{L^2 (\partial \tilde{V} / \partial x_3)} &= - \frac{1}{\sqrt{k_{s1}^*}} \psi (Pr_T + 1 - k_{s2}) = \\ &= - \frac{q_1^T}{\bar{\rho} L^2 (\partial \tilde{V} / \partial x_3) (g + \partial \tilde{h} / \partial x_3)}. \end{aligned} \quad (4.3.25г)$$

Масштаб L должен задаваться при этом в виде эмпирической функции, учитывающей геометрию рассматриваемого течения, или находиться путем решения полуэмпирического модельного дифференциального уравнения (4.1.70) [42]. При $Rf + \alpha Kf = Rf_0$ из (4.3.25) с учетом (4.3.20) следует, что $\nu^T = \chi^T = 0$; такое же значение для ν^T и χ^T необходимо принять при $Rf + \alpha Kf > Rf_0$, так как в этом случае упрощенные уравнения (4.3.18) нельзя удовлетворить ни при каких положительных χ^T и ν^T .

На рис. 4.3.3. и 4.3.4 приведены рассчитанные по (4.3.25) профили характеристик локально равновесного течения в функции Ri при $Re_T \rightarrow 0$ для значений эмпирических коэффициентов из [40].

Для квазиравновесного варианта настоящей модели можно использовать формулы

$$\nu_{13}^T = L \sqrt{\tilde{\epsilon}} Pr_T \psi, \quad \chi_{33}^T = L \sqrt{\tilde{\epsilon}} \psi. \quad (4.3.26)$$

для коэффициентов турбулентного обмена, соотношения (4.3.20) и

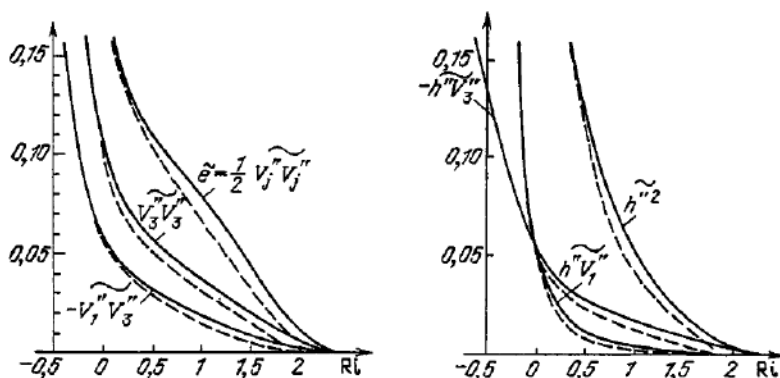


Рис. 4.3.3. Профили составляющих тензора напряжений Рейнольдса, нормированные на $L^2 (\partial \tilde{V} / \partial x_3)^2$, при $Ko = 0$ (сплошные кривые) и при $Ko = 0,1 Ri$ (штрих)

Рис. 4.3.4. Профили корреляций, нормированные на $L^2 (\partial \tilde{V} / \partial x_3) (g + \partial \tilde{h} / \partial x_3)$, для тех же значений Ko

(4.3.21) для связи параметров Re_T и ψ с $\tilde{\epsilon}$ и полное уравнение переноса турбулентной энергии (4.1.44) с учетом изменения $\tilde{\epsilon}$ во времени, диффузии и конвективного переноса в пространстве. При этом величины ν_{13}^T и χ_{33}^T оказываются не только зависящими от локальных параметров среды, но и связанными со всем полем различных определяющих параметров.

§ 4.4. Турбулентность в нижней термосфере (одномерная модель)

Обычная модель развития атмосферной турбулентности предполагает [9] наличие адвекции абсолютной завихренности, термической адвекции, а также неравномерного нагрева газа солнечным излучением в свободной атмосфере, в результате чего создаются локальные анизотропные области больших горизонтальных градиентов температуры и крупномасштабного ветра, формируются вертикальные градиенты скоростей ветра. За счет гидродинамической неустойчивости развиваются турбулентные вихри с максимальным масштабом порядка 10^4 см. Существенной особенностью мезосферы и нижней термосферы (см. § 1.6) является дополнительное влияние на турбулентность ряда специфических факторов, таких, как переменность среднего молекулярного веса, многокомпонентность, сжимаемость, химические реакции. Число Ричардсона даже при устойчивой стратификации в термосфере меньше своего критического значения.

При постановке задач моделирования турбосферы и при расчете состава и энергетики нижней термосферы целесообразно использовать гидродинамические критерии подобия. Запишем для этого уравнения гидродинамики осредненного движения (4.1.12) — (4.1.16) в безразмерной форме, ограничившись случаем горизонтально однородного осредненного течения. Введем следующие безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} t^* &= t/t_0, x_3^* = x_3/l, \tilde{V}_3^* = t_0 \tilde{V}_3^*/l, \tilde{V}_i^* = \tilde{V}_i/V_0 \quad (i=1,2), \bar{n}_\alpha^* = \bar{n}_\alpha/n_{\alpha 0}, \\ \bar{\rho}^* &= \bar{\rho}/\rho_0, \bar{J}_{\alpha 3}^* = l \bar{J}_{\alpha 3}/n_{\alpha 0} \mathcal{D}_0, J_{\alpha 3}^{T*} = l J_{\alpha 3}^T/n_{\alpha 0} \mathcal{D}_{T0}, \\ \bar{\xi}_s^* &= \xi_s/\xi_{s0}, \omega^* = \omega/\omega_0, \\ \bar{p}^* &= \bar{p}/p_0, \tilde{h}^* = \tilde{h}/\tilde{C}_{p0} \tilde{T}, R_{33}^* = t_0 R_{33}/\rho_0 \nu_{T0}, \\ \bar{\pi}_{33}^* &= t_0 \bar{\pi}_{33}/\rho_0 \nu_0, g^* = g/g_0, \\ \bar{\pi}_{k3}^* &= l \pi_{k3}/\rho_0 \nu_0 V_0 (k=1,2), q_3^* = l \bar{q}_3/\lambda_0 \tilde{T}_0, q_3^{T*} = q_3^T/l \lambda_{T0} \tilde{T}_0, \\ \bar{q}_{k3}^* &= \bar{q}_{k3}/q_{R0}, \epsilon_e^* = L \epsilon_e/\nu^3, G^* = l^2 \bar{G}/\bar{p}_0 \mathcal{D}_{T0}^{**}. \end{aligned}$$

*) Обезразмеривание диссипативного члена $\epsilon_e = \epsilon_{кр} + \epsilon_m$ (где индексы "кр" и "м" относятся, соответственно, к крупным и мелким вихрям) производится здесь по большому слагаемому ϵ_m (при больших числах Рейнольдса Re_T), учитывающему воздействие мелких турбулентных вихрей на крупномасштабные пульсации; при больших Re_T величина $\epsilon_e \approx \epsilon_m$ не зависит от молекулярной вязкости смеси и определяется средней величиной пульсационной скорости ν и масштабом турбулентности L , т.е. $\epsilon_e \approx \nu^3/L$ [9]; при малых Re_T основное значение имеет прямое воздействие вязкости на крупные вихри масштаба L (в этом случае $\epsilon_e \approx \epsilon_{кр} \approx \nu^2 \nu/L^2$ (см. п. 7.2.1)).

**) Обезразмеривание производится по максимальному в условиях термосферы члену.

Здесь мы взяли обозначения

$$\rho_0 = \sum_{\alpha=1}^N M_{\alpha} n_{\alpha 0}, \quad \bar{\rho}_0 = R_0 \rho_0 \bar{T}, \quad R_0 = k \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha 0} / \rho_0, \quad \nu_{T0} = \nu L^* *)$$

Характерные значения физических величин, относительно которых образованы безразмерные переменные, снабжены индексом "0" (например, значения в условиях статической атмосферы на некотором фиксированном уровне). Соответственно q_{R0} — характерная величина потока излучения (для солнечного излучения — интегральная величина спектрального потока на верхней границе атмосферы); ξ_{s0} — характерная величина скорости s -й реакции, зависящая только от термодинамического состояния реагирующего газа; \mathcal{D}_0 — характерная величина для коэффициентов молекулярной диффузии; t_0 — характерное время гидродинамических явлений, l — характерный вертикальный масштаб (значения для t_0 и l выбраны ниже); L — характерный размер крупных вихрей, несущих основную часть энергии (характерный вертикальный масштаб турбулентных движений), v — характерная для этих вихрей величина пульсационной скорости; V_0 — характерная горизонтальная скорость. Заметим, что априорная оценка характерной вертикальной скорости обычно не вводится, поскольку допускается, что поток, вызываемый внешними причинами, отсутствует, и вертикальное течение среды обуславливается ее неравномерным нагревом, т.е. происходит за счет естественной конвекции и само подлежит определению.

В этих безразмерных переменных гидродинамические уравнения (4.1.12)–(4.1.16) принимают следующий вид (индекс "*" для простоты опущен):

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} (\tilde{\alpha}_{\alpha}) + \frac{1}{Sc Re} \frac{\partial}{\partial x_3} \bar{J}_{\alpha 3} + \frac{Re_T}{Sc_T Re} \frac{\partial}{\partial x_3} J_{\alpha 3}^T = \\ = \frac{1}{Sc Re} \sum_{s=1}^r Da_{\alpha s} \nu_{\alpha s} \tilde{\xi}_s, \end{aligned} \quad (4.4.1)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D \bar{V}_3}{Dt} + \frac{l^2}{L^2} \frac{Re_T}{Re R_0} 2 \bar{\rho} e_{3/k} \omega_j \tilde{V}_k = \\ = -Eu \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_3} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_3} (\bar{\pi}_{33} + Re_T R_{33}) - \frac{g \bar{\rho}}{Fr}, \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D \tilde{h}}{Dt} = \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{D \bar{p}}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_3} \left(Rf \bar{q}_{R3} + \frac{\bar{q}_3}{Re Pr} + \frac{Re_T q_3^T}{Sc_T Re} \right) + \\ + \frac{Ek}{Re} \bar{\pi}_{33} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x_3} + \frac{Ek}{Re} \left(\frac{l^2 Re_T}{L^2 Re} \right)^2 \left(\bar{\pi}_{13} \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} + \bar{\pi}_{23} \frac{\partial \tilde{V}_2}{\partial x_3} \right) + \\ + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{Re_T}{Sc_T Re} \overline{V'' \nabla p} + \frac{Ek l^4}{L^4} \frac{Re_T^3}{Re^3} \hat{\pi} : \nabla V'', \end{aligned} \quad (4.4.3)$$

где введены обозначения: $\nu_0 / \mathcal{D}_0 = Sc$ — молекулярное число Шмидта; $\nu_{T0} / \mathcal{D}_{T0} = Sc_T$ — турбулентное число Шмидта; $l^2 \xi_{s0} / \mathcal{D}_0 n_{\alpha 0} = Da_{\alpha s}$ — число

*) Здесь принято $LV_0 \ll \nu l$; знак $<$ относится к малым Re_T .

Дамкелера; $l^2/\nu_0 t_0 = \text{Re}$ — число Рейнольдса; $\nu_{\tau 0}/\nu_0 = \text{Re}_\tau$ — турбулентное число Рейнольдса; $1/\omega_0 t_0 = \text{Ro}$ — число Россби; $\text{Eu} = 1/\gamma_0 M^2$ — число Эйлера, ($\text{Eu} = p_0 t_0^2/\rho_0 l^2$); $l_0/g_0 t_0^2 = \text{Fr}$ — число Фруда; $\nu_0 \rho_0 C_{p0}/\lambda_0 = \text{Pr}$ — молекулярное число Прандтля; $q_{R0} t_0/\rho_0 C_{p0} \tilde{T} l = \text{Rf}$ — число Больцмана; $l^2/t_0^2 C_{p0} T_0 = (\gamma_0 - 1) M^2 = \text{Ek}$ — число Эккерта; $l/t_0 a_0 = \text{M}$ — число Маха; $a_0 = \sqrt{\gamma_0 R_0 \tilde{T}_0}$ — скорость звука в смеси; $C_{p0}/(C_{p0} - R_0) = \gamma_0$ — коэффициент Пуассона. Здесь выписана только вертикальная компонента уравнения движения (4.1.14), в то время как горизонтальная скорость считается параметром задачи: при сделанном предположении о горизонтальной однородности осредненного течения горизонтальная компонента уравнения (4.1.14) неправильно описывала бы реальное движение глобального масштаба (термический ветер).

Выберем теперь характерные временной и линейный масштабы. Естественным вертикальным параметром размерности длины l служит осредненное значение высоты однородной атмосферы $\tilde{H}_0 = R_0 \tilde{T}_0 / g_0$. В качестве характерного гидродинамического времени t_0 можно использовать один из независимых временных масштабов, определяющих скорость протекания динамических релаксационных процессов (например, время температурной релаксации $l^2 \rho_0 C_{p0} / \lambda_0$, время диффузионной релаксации l^2 / \mathcal{D}_0 , время вязкого турбулентного торможения $l^2 / \nu_{\tau 0}$ и т.п.). Обычно допускается (см., например, [26]), что в нижней термосфере временные масштабы гидродинамических процессов, определяемые коэффициентами молекулярного и турбулентного обмена, сопоставимы с временными масштабами основных астрономических процессов.

Далее в качестве параметра t_0 мы используем время релаксации для турбулентной вязкости т.е. $t_0 = l^2 / \nu_{\tau 0}$. В этом случае справедливы следующие соотношения: $\text{Re} = \text{Re}_\tau$, $\text{Ro} = \nu_{\tau 0} / \omega_0 L^2$, $\text{Fr} = \nu_{\tau 0}^2 / l^3 g_0$, $\text{M} = \nu_{\tau 0} / L a_0$, $\text{Rf} = \text{St} / \text{Pe Pr}$ ($q_{R0} l / \tilde{T} \lambda = \text{St}$ — число Старка), и гидродинамические уравнения (4.2.30)–(4.2.32) принимают вид:

$$\bar{\rho} \frac{D}{Dt} \left(\frac{\bar{n}_\alpha}{\bar{\rho}} \right) + \frac{1}{\text{Sc Re}_\tau} \frac{\partial}{\partial x_3} \bar{J}_{\alpha 3} + \frac{1}{\text{Sc}_\tau} \frac{\partial}{\partial x_3} J_{\alpha s}^T =$$

$$= \frac{1}{\text{Sc Re}_\tau} \sum_{s=1}^r \text{Da}_{\alpha s} \nu_{\alpha s} \bar{\xi}_s \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (4.4.4)$$

$$\bar{\rho} \frac{D \tilde{V}_3}{Dt} + \frac{l^2}{L^2} \frac{1}{\text{Ro}} 2 \bar{\rho} e_{3jk} \omega_j \tilde{V}_k =$$

$$= -\text{Eu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_3} + \frac{1}{\text{Re}_\tau} \frac{\partial \pi_{33}}{\partial x_3} + \frac{\partial R_{33}}{\partial x_3} - \frac{1}{\text{Fr}} \bar{\rho} \bar{g}, \quad (4.4.5)$$

$$\bar{\rho} \frac{D \tilde{h}}{Dt} = \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{D \bar{p}}{Dt} - \frac{1}{\text{Re}_\tau \text{Pr}} \frac{\partial}{\partial x_3} (\text{St} \bar{q}_{R3} + \bar{q}_3) +$$

$$+ \frac{1}{\text{Sc}_\tau} \frac{\partial}{\partial x_3} \bar{q}_3^T + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 \text{Sc}_\tau} \overline{\mathbf{v} \nabla p} + \frac{\text{Ek} l^4}{\text{Re}_\tau L^4} \left(\bar{\pi}_{13} \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_3} + \bar{\pi}_{23} \frac{\partial \tilde{V}_2}{\partial x_3} \right) +$$

$$+ \frac{Ek}{L^4} \frac{\hat{n} \cdot \nabla v''}{L^4} + \frac{Ek}{Re_T} \pi_{33} \frac{\partial \tilde{V}_3}{\partial x_3}. \quad (4.4.6)$$

Безразмерная форма гидродинамических уравнений позволяет выяснить вопрос об относительной роли тех или иных процессов на различных уровнях в атмосфере и по отношению к различным атмосферным параметрам. В качестве примера рассмотрим характерные численные величины безразмерных параметров турбулизованного течения в нижней термосфере Земли.

Имеем: $l \approx 10^6$ см, $L \approx 10^4$ см, $\nu_{T0} \approx 5 \cdot 10^6$ см²/с, $v = \nu_{T0}/L \approx 5 \cdot 10^2$ см/с, $a_0 \approx 3 \cdot 10^4$ см/с (для средних широт), $V_0 = lv/L \approx 5 \cdot 10^4$ см/с, $V_3 = l/t_0 = \nu_{T0}/l \approx 5$ см/с. Тогда: $Ro \approx 26$, $Ek \approx 10^{-8}$, $Bu \approx 4 \cdot 10^7$, $Fr \approx 2,5 \cdot 10^{-8}$, $l^2/L^2 \approx 10^4$.

Сравнительная оценка отдельных членов осредненного уравнения движения (4.4.5) показывает, что в термосфере (так же, как и в тропосфере) члены с ускорением и вязкостью много меньше членов с давлением и силой тяжести. Поэтому далее уравнение движения (4.4.5) заменяется гидростатическим уравнением. Последний член в уравнении (4.4.6) мал и может быть опущен.

Таким образом, при моделировании состава и теплового режима нижней термосферы основную роль играют критерии подобия Пекле $Pe_T = Sc Re_T$, Дамкелера $Da_{\alpha s}$ и Старка St . Существенно при этом иметь в виду, что числа Дамкелера (определяемые как отношение характерного времени молекулярной диффузии к характерному времени химической реакции) устанавливают сравнительную роль диффузионных процессов и аэромических реакций. Если эти числа велики, то в каждой точке потока успевает установиться локальное термохимическое равновесие, и учет диффузии (как молекулярной, так и турбулентной) при определении вертикального распределения реагирующих молекул не обязателен. Заметим, что так как далеко не каждое столкновение молекул в термосфере сопровождается химической реакцией (наоборот, лишь незначительная доля сталкивающихся молекул вступает в реакцию), для всех реакций рекомбинации $Da_{\alpha s} = t_0/t_{\alpha s}^{ch} \lesssim 1$. Вместе с тем времена реакций диссоциации и ионизации, не зависящих от кинетической температуры среды, могут оказаться сравнимыми с гидродинамическим временем задачи t_0 и даже быть меньше его ($Da_{\alpha s} \approx 1$); поэтому для определения полей концентраций в этом случае необходимо использовать уравнения непрерывности отдельных компонент в виде (4.1.7). В дальнейшем предполагается, что числа $Da \approx 1$.

Окончательно система осредненных гидродинамических уравнений, пригодная для расчетов теплового режима и высотного хода концентраций компонент нижней термосферы, в одномерном случае запишется следующим образом:

$$\frac{D\bar{\rho}}{Dt} + \frac{\bar{\rho} \partial \tilde{V}_3}{\partial x_3} = 0 \quad \left(\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\tilde{V}_3 \partial}{\partial x_3} \right), \quad (4.4.7)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3} = -\bar{\rho} \left(\frac{1}{\bar{H}} + \frac{\partial}{\partial x_3} \ln \bar{H} \right) \quad \left(\bar{\rho} = \sum_{\alpha=1}^N M_{\alpha} \bar{n}_{\alpha}, \quad \sum_{\alpha=1}^N M_{\alpha} \bar{J}_{\alpha 3} = 0 \right), \quad (4.4.8)$$

$$\bar{\rho} \frac{D}{Dt} \left(\frac{\bar{n}_\alpha}{\bar{\rho}} \right) = - \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ \bar{J}_{\alpha 3} - \mathcal{D}_T \left[\frac{\partial \bar{n}_\alpha}{\partial x_3} + \frac{\bar{n}_\alpha}{\tilde{H}} \left(1 + \frac{\partial \tilde{H}}{\partial x_3} \right) \right] \right\} + \sum_{s=1}^r \nu_{\alpha s} \bar{\xi}_s, \quad (4.4.9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{n}_\alpha}{\partial x_3} + \bar{n}_\alpha \left\{ \frac{1}{\tilde{H}_\alpha} + \frac{1 + k_{T\alpha}^*}{\tilde{T}} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_3} \right\} - \frac{2\epsilon_{3jk}}{\tilde{H}_\alpha g} \omega_j \bar{J}_{\alpha k} = \\ & = \sum_{\beta=1}^N \frac{\bar{n}_\alpha \bar{J}_{\beta 3} - \bar{n}_\beta \bar{J}_{\alpha 3}}{\bar{n} \mathcal{D}_{\alpha\beta}}, \end{aligned} \quad (4.4.10)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \tilde{C}_p \frac{D\tilde{T}}{Dt} = & - \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ \bar{q}_{R3} - \lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_3} + k\tilde{T} \sum_{\alpha=1}^N k_{T\alpha} \bar{J}_{\alpha 3} - \right. \\ & \left. - \lambda_T \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_3} + \frac{g}{\tilde{C}_p} \right) \right\} - \bar{\rho} (\nu + \nu_T) |\mathbf{w}|^2 - \sum_{s=1}^r \tilde{q}_s \bar{\xi}_s. \end{aligned} \quad (4.4.11)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \lambda_T = \bar{\rho} \tilde{C}_p \mathcal{D}_T, \quad \tilde{H}_\alpha = k\tilde{T}/M_\alpha g, \quad \mathbf{w} = k_1 \frac{\partial \tilde{V}_1}{\partial x_1} + k_2 \frac{\partial \tilde{V}_2}{\partial x_2}, \\ \tilde{q}_s = \sum_{\alpha=1}^N \nu_{\alpha s} \tilde{h}_\alpha, \quad \tilde{C}_p = \sum_{\alpha=1}^N C_{p\alpha} \tilde{z}_\alpha, \quad \tilde{H} = k\tilde{T}/Mg, \end{aligned}$$

где \mathbf{w} — тепловой ветер (параметр задачи), \tilde{q}_s — средневзвешенное значение теплоты s -й химической реакции, \tilde{H} — локальная шкала высот для компоненты α , k_1, k_2 — единичные векторы в горизонтальном направлении. Уравнение (4.4.8) является следствием осредненного уравнения состояния и уравнения гидростатики и служит для определения плотности газовой смеси $\bar{\rho}$, в то время как скорость среды V_3 определяется уравнением неразрывности (4.4.7). При написании уравнения энергии (4.4.11) для термосферы в переменной \tilde{T} использованы формула (4.1.11), определяющая энтальпию смеси, и уравнение субстационального баланса осредненной числовой плотности α -компоненты (4.1.13); член $D\bar{\rho}/Dt$ в уравнении (4.4.11) опущен, так как можно показать, что на высотах термосферы, в силу (4.4.7) и гидростатического уравнения, $D\bar{\rho}/Dt \approx 0$ [28]. Источник нагрева термосферы турбулентностью в (4.4.11) выписан с учетом уравнения баланса турбулентной энергии (4.1.44) в предположении локально-стационарного состояния турбулентного поля (4.4.11); кроме того, не учтен малый в верхней атмосфере эффект "диффундирующих теплоемкостей".

Уравнения (4.4.7)–(4.4.11) должны быть дополнены выражениями для молекулярных коэффициентов переноса, скоростей химических реакций, необходимыми константами и параметрами модельной задачи (такими, как \mathbf{w}), а также начальными и граничными условиями (формулировку этих условий читатель может найти в § 7.1). Наконец, в общем случае нужно дополнительно привлекать аналитические выражения для коэффициентов турбулентного обмена \mathcal{D}_T , λ_T , ν_T . Вычисления этих коэффициентов проведены на примере модельной задачи для земной турбопаузы в § 7.2.

МОДЕЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ИОНОСФЕРЫ И ПЛАЗМОСФЕРЫ ПЛАНЕТЫ

Математическое моделирование ионизованных газовых оболочек планет (комет) и околопланетного космического пространства (ионосфера, плазмафера, магнитосфера) обладает своей спецификой, поскольку во многом определяется концентрацией и энергетикой присутствующих в них электронов и ионов.

Ионосферная плазма относится к категории низкотемпературной (холодной) с максвелловским распределением электронов и ионов со средней энергией $kT_e \approx kT_i \approx 0,03 \div 0,3$ эВ и концентрацией $n_{e,i} \approx 10^3 \div 10^6$ см⁻³. Основными источниками ионизации служат ультрафиолетовое и рентгеновское излучение Солнца, фотоэлектроны и авроральные частицы, а также галактические космические лучи и солнечный ветер [1–6]. Заметный вклад могут вносить дополнительная ионизация электронами при их ускорении сильными электрическими полями, возникающими в магнитовозмущенных условиях, рассеянное ультрафиолетовое излучение (в ночное время) и метеорная ионизация. Каждый из перечисленных источников ионизации оказывает наибольшее воздействие на атмосферу в определенной области высот (в зависимости от его проникающей способности). Из-за сложности химического состава среды и его переменности по высоте аэрономические процессы в ионосфере отличаются большим разнообразием, что существенно усложняет всю атмосферную химию. Одновременно существенным образом изменяется характер процессов переноса, на которые сильное влияние оказывают магнитное и электрическое поля (джоулева диссипация, амбиполярная диффузия, ионное трение и др.). При отсутствии у планеты собственного магнитного поля (или когда поле очень слабое) возникает ряд специфических особенностей в поведении ионосферы вследствие ее прямого взаимодействия с натекающей солнечной плазмой (см. § 1.7).

При наличии регулярного магнитного поля плазма ионосферного происхождения заполняет область замкнутых силовых линий до расстояний порядка нескольких радиусов (в случае Земли $\leq 4R_\oplus$). В этой области (плазмафере) температура холодной плазмы повышается до значений $kT_e \approx kT_i \approx 0,5 \div 1$ эВ, а средняя концентрация заряженных частиц составляет $n_{e,i} \approx 10^3$ см⁻³ и уменьшается до $\sim 10^2$ см⁻³ вблизи плазмопаузы (см. рис. 1.4.1). Сюда же проникают горячие частицы из внешних областей околопланетного пространства (магнитосферы), где присутствуют электроны и протоны со средней энергией $\approx 0,1 \div 10$ кэВ и концентрацией $0,1 \div 10$ см⁻³, имеющие существенно немаксвелловское распределение

по скоростям. Эти частицы и создаваемые ими токи играют важную роль в процессе магнитосферно-ионосферных взаимодействий и в динамике авроральных областей (§ 1.6). В некоторых случаях (Меркурий) энергичными частицами магнитосферного происхождения определяется значительная часть свойств всей плазменной оболочки планеты. Процессами взаимодействия ионов, образующихся из сублимированных газов кометного ядра, с плазмой солнечного ветра и межпланетным магнитным полем определяется структура плазменных хвостов комет.

В этой главе мы рассмотрим общие свойства околопланетной плазмы и теоретические модели, используемые для ее описания, в зависимости от энергии заряженных частиц на различных удалениях от поверхности планеты (при разной степени ионизации). Элементарные сведения из теории ионизованных сред содержатся в § 5.1. В § 5.2 дается описание процессов в магнитосфере и плазмосфере, основанное на модели бесстолкновительной плазмы. Сформулированы основные уравнения многокомпонентной магнитной гидродинамики с учетом преобладания подхода, использованного при анализе свойств нейтральной верхней атмосферы в гл. 2 (§ 5.3). В §§ 5.4 и 5.5 проанализированы вопросы амбиполярной диффузии и электропроводимости плазмы, а также проблемы расчета анизотропных коэффициентов переноса для ионизованных смесей газов в магнитном поле.

§ 5.1. Элементарные сведения из теории ионизованных сред

5.1.1. Квазинейтральность. Электрические силы, связывая разноименные заряды в плазме, обеспечивают ее квазинейтральность, т.е. приближительное равенство плотностей электронов и ионов различных сортов. Как известно [7], при заданной числовой плотности n_α и температуре T_α заряженной плазменной компоненты α имеется характерный пространственный масштаб $R_{D\alpha}$, удовлетворяющий следующему условию: если $L \ll R_{D\alpha}$, то в пределах объема с линейным масштабом L разделение зарядов происходит без существенного влияния на движение частиц сорта α ; если же $L \gg R_{D\alpha}$, то плотности частиц противоположных знаков в указанном объеме почти одинаковы, так что плазму можно считать квазинейтральной. Пространственный масштаб разделения зарядов $R_{D\alpha}$ для частиц сорта α определяется формулой

$$R_{D\alpha} = (kT_\alpha / 4\pi n_\alpha e_\alpha^2)^{1/2}. \quad (5.1.1)$$

Важной величиной, определяющей эффективный радиус действия всех заряженных частиц в плазме, является так называемый дебаевский радиус

$$R_D = 1 / \sqrt{\sum_\alpha R_{D\alpha}^{-2}} = 1 / \sqrt{\sum_\alpha 4\pi n_\alpha e_\alpha^2 / kT_\alpha}. \quad (5.1.2)$$

Формула для R_D следует из решения для случая статического равновесия, а также из теории Дебая — Хюккеля для ионных растворов. Кулоновское поле отдельных зарядов в плазме экранируется, начиная с расстояний порядка R_D , и практически можно считать, что при столкновениях с прицельными параметрами, большими R_D , заряженные частицы не взаимодействуют и не рассеиваются друг на друге. Подстановка численных значений кон-

стант в выражение (5.1.2) дает $R_D \approx 6,9(T/n_e)^{1/2}$ см. Так как масштабы R_D для планетных ионосфер невелики ($R_D \approx 0,1 \div 1$ см) по сравнению с характерными размерами гидродинамических неоднородностей в атмосферном газе ($L \gg 10^4$ см) и такими параметрами, как толщина ионосферных слоев, длины волн ионосферных колебаний и т.п., то при анализе разнообразных физических процессов почти всегда можно использовать условие квазилинейности ионосферной плазмы.

Следует, однако, подчеркнуть, что дебаевская экранировка устанавливается не мгновенно. Колебания объемного заряда в плазме при смещении из равновесного положения группы электронов характеризуются круговой плазменной (ленгмюровской) частотой $\omega_e = 2\pi f_e = (4\pi n e^2 / M_e)^{1/2}$, поэтому время установления экранировки по порядку величины равно $\tau_{\text{экр}} \sim 1/\omega_e \sim R_D/v_{t,e}$ ($v_{t,e} \approx \sqrt{kT_e}/M_e$ — средняя тепловая скорость электронов). Соответствующая частота f_e (в КГц) в численном виде записывается как $f_e \approx 8,97 n_e^{1/2}$. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением лишь тех физических процессов в ионосфере, характерные времена протекания которых значительно больше $\tau_{\text{экр}}$.

5.1.2. Параметры многокомпонентной плазмы. Для любого многокомпонентного разреженного газа важной характеристикой процесса взаимодействия является длина свободного пробега $l_{\alpha\beta}$ между столкновениями частиц сортов α и β . Используя величины $l_{\alpha\beta}$, можно найти значения ряда других параметров, характеризующих процессы столкновений частиц смеси. Например, эффективное среднее сечение столкновений $\bar{Q}_{\alpha\beta}$ частиц α и β можно найти из соотношения $l_{\alpha\beta} = 1/n_\alpha \bar{Q}_{\alpha\beta}$, среднее время между столкновениями определяется из условия $\tau_{\alpha\beta} = l_{\alpha\beta}/\bar{g}_{\alpha\beta}$ ($\bar{g}_{\alpha\beta}$ — средняя относительная скорость частиц типа α и β), а средняя частота столкновений равна $\beta_{\alpha\beta} = 1/\tau_{\alpha\beta}$. Средняя длина свободного пробега с передачей импульса частиц α -компоненты при столкновениях со всеми частицами-мишенями определяется как

$$l_\alpha = \bar{g}_\alpha \tau_\alpha = \left[\sum_\beta \left(\frac{M_\alpha}{M_\beta} \right)^{1/2} n_\alpha \bar{Q}_{\alpha\beta} \right]^{-1}, \quad (5.1.3)$$

где $\bar{g}_\alpha = (8kT/\pi M_e)^{1/2}$ — средняя скорость хаотического движения частиц сорта α с максвелловским распределением скоростей; $\tau_\alpha^{-1} = \sum_\beta \beta_{\alpha\beta}$ — полная частота столкновений частиц сорта α со всеми частицами-мишенями, $M_{\alpha\beta} = M_\alpha M_\beta / (M_\alpha + M_\beta)$ — приведенная масса. При описании ионосферной плазмы нужно вводить в рассмотрение длины свободного пробега нейтральных частиц l_n , ионов l_i и электронов l_e .

Для характеристики плазмы ионосферы необходимо учитывать влияние планетарного магнитного поля B_0 на движение заряженных частиц разного сорта. Как известно [7], в однородном магнитном поле одиночная заряженная частица α движется без столкновений по винтовой линии с радиусом порядка гиромангнитного (циклотронного) радиуса $r_{c\alpha} = M_\alpha \bar{g}_\alpha c / e_\alpha B$, навивающейся на магнитную силовую линию. Столкновения между частицами в плазме нарушают это регулярное движение, характер которого существенно зависит от соотношения между средней длиной свободного пробега l_α частиц сорта α и циклотронным радиусом $r_{c\alpha}$ их траектории. При

Таблица 5.1.1

Основные характеристики ионосферы Земли

Высота, км	$n_e, \text{см}^{-3}$	$T_e, \text{К}$	$T_i, \text{К}$	Относительная концентрация ионов, $x_\alpha = n_\alpha/n$		
				NO^+	O_2^+	O^+
100	$8 \cdot 10^4$	240	210	0,62	0,38	
200	$5 \cdot 10^5$	1300	1100	0,045	0,045	0,90
300	$1,6 \cdot 10^6$	2000	1400	—	—	0,99
400	$1,5 \cdot 10^6$	2400	1450	—	—	0,97
500	$9 \cdot 10^5$	2600	1600	—	—	0,90
700	$2 \cdot 10^5$	2800	2200	—	—	0,75
1000	$5 \cdot 10^4$	3000	2500	—	—	0,28

Таблица 5.1.2

Параметры плазмы ионосферы Земли

Высота, км	$\omega_e, \text{с}^{-1}$	$\omega_i, \text{с}^{-1}$	$R_D, \text{см}$
100	$(3 \div 20) \cdot 10^6$	$(2 \div 10) \cdot 10^4$	1
200	$(1 \div 4) \cdot 10^7$	$(5 \div 20) \cdot 10^4$	$0,2 \div 1$
300	$(2 \div 8) \cdot 10^7$	$(1 \div 4) \cdot 10^5$	$0,1 \div 0,7$
400	$(4 \div 7) \cdot 10^7$	$(3 \div 5) \cdot 10^5$	$0,2 \div 0,4$
500	$6 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^5$	$0,3 \div 0,6$
700	$(2 \div 4) \cdot 10^7$	$(1 \div 3) \cdot 10^5$	$0,4 \div 0,7$
1000	$2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^5$	1
3000	$5 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^4$	4
$(3 \div 4) R_3$	10^6	$2 \cdot 10^4$	30

этом в слабом магнитном поле, когда отношение $l_\alpha/r_{c\alpha} \ll 1$, или что то же самое, когда $\Omega_\alpha \tau_\alpha \ll 1$ ($\Omega_\alpha = e_\alpha B/cM_\alpha$ — циклотронная частота частиц сорта α), за время между столкновениями частица не успевает заметно отклониться под действием поля B , т.е. в этом случае магнитное поле не оказывает существенного влияния на гидродинамические процессы, происходящие в плазме. Условие $\Omega_\alpha \tau_\alpha \ll 1$ соблюдается, например, в нижней ионосфере Земли на высотах ≤ 75 км для любых заряженных частиц. В сильном магнитном поле, когда $\Omega_\alpha \tau_\alpha \gg 1$, частица за время между столкновениями успевает описать много витков. В этом случае поле B сильно влияет на процессы переноса в поперечном к полю направлении, тогда как на продольные потоки оно влияния не оказывает. Для земной ионосферы подобная ситуация складывается для всех заряженных частиц на высотах ≥ 200 км. Отметим также, что, как правило, масштабы гидродинамических неоднородностей в планетных атмосферах заметно больше r_{ci} и r_{ce} . Однако неоднородности в токовых струях могут иметь поперечные размеры того же порядка, что и r_{ci} .

В табл. 5.1.1–5.1.3 (частично заимствованных из [8]) приведены средние величины рассмотренных параметров для ионосферной плазмы Земли

Относительная концентрация ионов, $x_{\alpha} = n_{\alpha}/n$

He ⁺	H ⁺	N ⁺	N ₂ ⁺	$v_{T,e}$, см/с	$v_{T,i}$, см/с	$l_{e,i}$, см
—	—	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$7,2 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^4$	3,6
—	—	0,01	—	$1,1 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^3$
—	—	—	—	$1,5 \cdot 10^7$	$7 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^3$
$5 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,02	—	$1,2 \cdot 10^7$	$1,8 \cdot 10^4$	$1,8 \cdot 10^4$
0,015	0,03	0,06	—	$2,1 \cdot 10^7$	10^5	$3 \cdot 10^4$
0,04	0,11	0,10	—	$2,4 \cdot 10^7$	$1,3 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$
0,14	0,51	0,07	—	$2,8 \cdot 10^7$	$1,6 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^5$

Ω_e , с ⁻¹	Ω_i , с ⁻¹	$r_{ce} = v_{T,e}/\Omega_e$, см	$r_{ci} = v_{T,i}/\Omega_i$, см
$8 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^2$	10^{-2}	0,9
$7,9 \cdot 10^6$		$2 \cdot 10^{-3}$	1,5
$7,7 \cdot 10^6$		10^{-3}	2
$7,3 \cdot 10^6$		10^3	2,5
$7 \cdot 10^6$		$2 \cdot 10^{-3}$	3
$6,4 \cdot 10^6$	10^2	$2 \cdot 10^{-3}$	4
$5,7 \cdot 10^6$		$2 \cdot 10^{-3}$	6
$2,8 \cdot 10^6$		$5 \cdot 10^{-3}$	10
$(1 \div 3) \cdot 10^5$		$4 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^2$

в зависимости от высоты z , которые далее будут использованы для некоторых оценок.

5.1.3. Отклонение от теплового равновесия. В общем случае энергия солнечных фотонов или космических заряженных частиц превышает энергию, необходимую для ионизации, что приводит к отклонению от условия локального термодинамического равновесия в ионосфере. Большая часть этой энергии уносится фотоэлектронами. Их начальный энергетический спектр

$$\delta\epsilon_e = h\nu - D_{\alpha}^{\text{ion}} - w_{\alpha s}$$

является сложной функцией от энергии падающего фотона $h\nu$, потенциала ионизации D_{α}^{ion} нейтральной молекулы, подвергающейся воздействию ионизирующего излучения, а также от степени возбуждения образующегося положительного иона ($w_{\alpha s}$ — энергия возбуждения молекулы сорта α на уровень s). Потенциалы ионизации основных компонент ионосферы Земли и соответствующие им длины волн приведены в табл. 5.1.4.

В процессе нагревания электронного газа ионосферы при столкновениях с фотоэлектронами и вторичными электронами происходит его доста-

Таблица 5.1.3

Эффективные частоты соударений электронов и ионов в ионосфере Земли [8]

Высота, км	День										Ночь			
	Эффективные частоты соударений β , с ⁻¹					Длина свободного пробега l , см					Эффективные частоты соударений β , с ⁻¹			
z	β_{el}	β_{en}	β_{in}	β_{il}	β_{in}	l_{el}	l_{il}	l_{in}	β_{el}	β_{en}	β_{il}	l_{el}	l_{il}	l_{in}
100	$0,84 \cdot 10^3$	$4,8 \cdot 10^4$	$6,2 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,8 \cdot 10^4$	$1,1 \cdot 10^4$	$1,8 \cdot 10^4$	7,5	18	$4,2 \cdot 10^4$	0,55	$5,2 \cdot 10^5$	$9,8 \cdot 10^5$	
200	$0,44 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^3$	12,3	$5,3 \cdot 10^4$	$6,8 \cdot 10^4$	$5,3 \cdot 10^4$	$6,8 \cdot 10^4$	$1,3 \cdot 10^4$	5,8	$1,0 \cdot 10^2$	0,020	$3,2 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^6$	
250	$0,65 \cdot 10^3$	47	1,9	$4,0 \cdot 10^4$	$4,8 \cdot 10^4$	$4,0 \cdot 10^4$	$4,8 \cdot 10^4$	$4,3 \cdot 10^4$	16	25	0,078	$1,2 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^6$	
300	$0,81 \cdot 10^3$	18	0,75	$3,4 \cdot 10^4$	$3,5 \cdot 10^4$	$3,4 \cdot 10^4$	$3,5 \cdot 10^4$	$1,1 \cdot 10^5$	115	7,4	0,67	$1,9 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^5$	
400	$0,59 \cdot 10^3$	3,5	0,15	$5,2 \cdot 10^4$	$3,4 \cdot 10^4$	$5,2 \cdot 10^4$	$3,4 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^6$	270	0,90	1,9	$8,8 \cdot 10^4$	$8,3 \cdot 10^4$	
500	$0,30 \cdot 10^3$	0,90	$5,1 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^5$	$7,7 \cdot 10^4$	$1,8 \cdot 10^5$	$7,7 \cdot 10^4$	$3,6 \cdot 10^6$	160	0,16	1,2	$1,4 \cdot 10^5$	$1,4 \cdot 10^5$	
700	69	0,098	$5,2 \cdot 10^{-3}$	$4,8 \cdot 10^5$	$5,9 \cdot 10^5$	$4,8 \cdot 10^5$	$5,9 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^7$	56	$6,3 \cdot 10^{-3}$	0,40	$4,6 \cdot 10^5$	$3,9 \cdot 10^5$	
1000	17	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^6$	$2,9 \cdot 10^6$	$2,0 \cdot 10^6$	$2,9 \cdot 10^6$		12	$5,5 \cdot 10^{-4}$	0,13	$2,3 \cdot 10^6$	$2,3 \cdot 10^6$	

Т а б л и ц а 5.1.4

Потенциалы и граница ионизации для основных составляющих планетных атмосфер

Атом или молекула	H ₂	Ar	N ₂	O ₂	O	N	NO	N ₂ O	OH
D^{ion} , эВ	15,426	15,75	15,58	12,21	13,614	14,54	9,25	12,9	13,49
λ , Å	804	787	796	1026	910,9	852,7	1340	961	918
Атом или молекула	CO	CO ₂	H	H ₂ O	He	CH ₄	NH ₃	C	C ₂
D^{ion} , эВ	14,21	13,73	13,595	12,60	12,580	13,00	10,15	11,3	12,0
λ , Å	855	899	911,6	985	504,4	954	1221	1100	1033

точно быстрая ($t \approx 10^{-3} \div 10^0$ с) максвеллизация, отвечающая температуре T_e . "Хвосты" в распределении по скоростям энергичных сверхтепловых электронов могут сохраняться лишь на больших высотах, где столкновения редки и электроны не успевают термализоваться. Охлаждение электронного газа происходит за счет как упругих, так и неупругих столкновений с нейтральными частицами при температуре T_n и при кулоновском взаимодействии с ионами при температуре T_i . Последнее, заметим, препятствует большому различию в температурах легких и тяжелых ионов (это различие в ионосфере Земли, исключая полярный ветер и сияния, не превышает 100 К [9, 10]). Нагретые ионы ионосферы затем охлаждаются в упругих столкновениях с нейтральными частицами.

Вследствие зависимости процесса передачи энергии от массы соударяющихся частиц обмен энергией внутри каждой отдельной составляющей плазмы происходит за времена, гораздо более короткие, чем время обмена энергией между электронами и ионами. Это приводит к преимущественному нагреванию электронного газа фотоэлектронами и более высокой температуре электронов по сравнению с тяжелыми частицами. Ограничиваясь для простоты при количественном описании процесса выравнивания электронной и ионной температур в ионосфере случаем двухкомпонентной плазмы, введем в рассмотрение времена термализации (времена установления максвелловских распределений заряженных частиц) электронов τ_{ee} и ионов τ_{ii} , связанные только с внутренними взаимодействиями между однотипными группами частиц. Кроме того, через τ_{ei} обозначим время равномерного распределения энергии между электронной и ионной компонентами плазмы (время установления термодинамического равновесия).

Строгая теория [7, 11] дает следующие выражения для указанных времен:

$$\tau_{ee} = \frac{3 \sqrt{M_e} (kT_e)^{3/2}}{4 \sqrt{2} \pi e^4 n_e \ln \Lambda}, \quad \tau_{ii} = \frac{3 \sqrt{M_i} (kT_i)^{3/2}}{4 \sqrt{\pi} e_i^4 n_i \ln \Lambda}, \quad (5.1.4)$$

$$\tau_{ei} = \frac{3}{8 \sqrt{2} \pi} \frac{M_i M_e \sqrt{k^3}}{n_i e_i^2 e^2 \ln \Lambda} \left[\frac{T_e}{M_e} + \frac{T_i}{M_i} \right]^{3/2}, \quad (5.1.5)$$

где $\ln \Lambda$ — кулоновский логарифм (при $T_e < 5,8 \cdot 10^6$ К $\ln \Lambda = 9,37 - 1,15 \ln n_e + 3,45 \ln T_e$; при $T_e > 5,8 \cdot 10^6$ К $\ln \Lambda = 15,95 - 1,15 \ln n_e + 2,3 \ln T_e$), характеризующий степень преобладания коллективных плазменных явлений над явлениями, определяемыми поведением отдельных частиц. Кулоновский логарифм меняется от 10 до 20 для типичных условий в планетных атмосферах (табл. 5.1.5).

Таблица 5.1.5

Значения $\ln \Lambda$

T, К	Плотность электронов $n_e, \text{см}^{-3}$			T, К	Плотность электронов $n_e, \text{см}^{-3}$		
	1	10^3	10^6		1	10^3	10^6
10^2	16,3	12,8	9,43	10^4	23,2	19,7	16,3
10^3	19,7	16,3	12,8				

Если и электроны и ионы имеют приблизительно максвелловские распределения по скоростям с кинетическими температурами T_e и T_i соответственно, то процесс выравнивания электронной и ионной температур описывается релаксационным уравнением*) [7, 12]

$$\partial T_e / \partial t = - (T_e - T_i) / \tau_{ei}.$$

Выражение для τ_{ei} можно упростить, если использовать малость отношения M_e/M_i . При выполнении условия $T_i \ll M_i T_e / M_e$, всегда справедливого в ионосфере, где температура ионов ниже температуры электронов, из (5.1.5) следует

$$\tau_{ei} \approx \frac{3M_i}{8\sqrt{2\pi M_e}} \frac{(kT_e)^{3/2}}{n_i e_i^2 e^2 \ln \Lambda} \quad (5.1.6)$$

и можно написать

$$\tau_{ee} : \tau_{ii} : \tau_{ei} = 1 : \left(\frac{M_i}{M_e} \right)^{1/2} \left(\frac{T_i}{T_e} \right)^{3/2} : \frac{M_i}{M_e}. \quad (5.1.7)$$

Если, кроме того, выполнено условие

$$T_i \ll T_e (M_i/M_e)^{1/3} \quad (5.1.8)$$

(также справедливое в ионосфере), то можно утверждать, что $\tau_{ee} \ll \tau_{ei}$ и $\tau_{ii} \ll \tau_{ei}$. Таким образом, ЛТР внутри каждой плазменной составляющей устанавливается значительно быстрее, чем между группами однотипных частиц системы. В результате возникает квазиравновесное состояние, характеризующееся в общем случае тремя кинетическими температурами: электронной T_e , ионной T_i и нейтральной T_n . Это обстоятельство позволяет использовать макроскопические уравнения трехжидкостной гидродинамики с различными температурами компонент для описания физико-химических процессов в планетной ионосфере (см. § 5.3).

5.1.4. Уравнения Максвелла. За счет неоднородного распределения заряженных частиц в ионосфере (неравномерность нагрева Солнцем, перепады атмосферного давления и пр.) возникает индуцированное электромагнитное поле (динамо). В свою очередь, планетное магнитное поле влияет на движение заряженных частиц, индуцируя в ионосфере заряды и токи. Последние также создают индуцированное магнитное поле и тем самым изменяют полное поле в ионосфере. Таким образом, в ионосферной плазме имеет место самосогласованное действие частиц и поля друг на друга. Следует, вместе с тем, иметь в виду, что вопрос о начальной природе и причинной связи процессов движения в каждом отдельном случае требует специального рассмотрения.

Общие уравнения, описывающие электродинамику атмосферы, хорошо известны. Это прежде всего уравнения Максвелла для поля. Система уравнений Максвелла без всяких модификаций применима не только к покоящимся, но и к движущимся атмосферным системам. При отсутст-

*) В общем случае детальное тепловое равновесие ионосферы и отдельно электронной и ионная температуры зависят от источников и стоков тепловой энергии ионосферных частиц (см. § 5.3).

вии намагничивания (отклонения магнитной проницаемости от единицы в условиях верхней атмосферы незначительны и в дальнейшем этим эффектом будем пренебрегать) она может быть записана в следующем виде:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{B} - \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}^*, \quad (5.1.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho_L, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (5.1.10)$$

Здесь \mathbf{D} — вектор электрической индукции, \mathbf{E} — вектор напряженности электрического поля, \mathbf{B} — вектор магнитной индукции, включающий невозмущенное магнитное поле планеты и небольшое индуцированное поле*). Плотности электрического заряда и тока (в общем случае заряд и ток индуцированы движением заряженных частиц плазмы) определяются формулами

$$\rho_L = \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} = \left(\sum_{\alpha \neq e} \bar{Z}_{\alpha} n_{\alpha} - n_e \right), \quad (5.1.11)$$

$$\mathbf{J}^* = \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} \mathbf{V}_{\alpha} = \rho_L \mathbf{V} + \mathbf{J}, \quad \mathbf{J} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} \mathbf{w}_{\alpha}, \quad (5.1.12)$$

где суммирование идет по электронам (заряд — e) и по ионам разного сорта α с зарядом $e_{\alpha} = \bar{Z}_{\alpha} e$; \mathbf{J} — плотность полного тока проводимости; индекс "L" относится к величинам, характеризующим плазменную составляющую ионосферы. В области ионосферы, где процессы переноса играют сколько-нибудь существенную роль, отрицательных ионов очень мало, поэтому в дальнейшем будем считать $\bar{Z}_{\alpha} > 0$.

Числовые плотности отдельных компонент плазменной составляющей определяются уравнениями непрерывности (2.1.39). Поскольку электрический заряд в химических реакциях сохраняется, то

$$\sum_{\alpha} e_{\alpha} \dot{n}_{\alpha} = 0 \quad (5.1.13)$$

и из (2.1.39), (5.1.11) и (5.1.12) следует уравнение сохранения индуцированного электрического заряда

$$\partial \rho_L / \partial t + \nabla \cdot [\rho_L \mathbf{V} + \mathbf{J}] = 0. \quad (5.1.14)$$

Это уравнение, совместно с уравнениями (5.1.9), позволяет иногда рассматривать уравнения (5.1.10) как начальные условия, что в ряде случаев дает некоторые преимущества.

Система уравнений Максвелла (5.1.9), (5.1.10) незамкнута, так как число уравнений меньше числа неизвестных. Для замыкания системы необходимы, кроме уравнения (5.1.14), еще два соотношения, связывающие векторы \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{B} , \mathbf{J} . Такими соотношениями служат закон Ома и закон поляризации. Эти добавочные соотношения в ионосфере планеты не носят универсального характера, так как они по своему существу различны для разных сред и процессов. Закон Ома дает зависимость тока проводимости \mathbf{J} от различных факторов, вызывающих диффузию заряженных компонент в смеси, в том числе от полей \mathbf{E} и \mathbf{B} , гидродинамической скорости \mathbf{V} ,

*) Магнитная индукция \mathbf{B} здесь всюду называется магнитным полем (поле \mathbf{H} вообще не вводится в рассмотрение).

а также от пространственных градиентов ряда характеристик среды. Выражение для J , которое в символической форме может быть записано в виде $J = J[E, B, V, \nabla(\quad)]$ будет конкретизировано ниже (§ 5.4).

Во многих случаях [8] закон поляризации ионосферной плазмы описывается формулой

$$D = \hat{\epsilon} E, \quad (5.1.15)$$

где $\hat{\epsilon}$ — коэффициент диэлектрической проницаемости (в общем случае тензор), который подобно коэффициентам вязкости и теплопроводности должен рассматриваться как физическая характеристика среды.

Если заданы законы движения носителей заряда, то из уравнения Максвелла по величинам параметров ρ_L и J^* можно определить возникающие при этом сглаженные индуцированные электромагнитные поля. Последние, в свою очередь, влияют на движение носителей заряда. Сила $\langle F_{\alpha}^{**} \rangle$, действующая на одну частицу α -й компоненты плазмы со стороны электромагнитного поля (пондеромоторная сила) и записанная в инерциальной системе координат в нерелятивистском приближении, имеет вид*)

$$\langle F_{\alpha}^{**} \rangle = e_{\alpha} \left(E + \frac{1}{c} V_{\alpha} \times B \right) \quad (5.1.16)$$

и ее нужно учитывать, если частицы компоненты α несут заряд e_{α} . Тогда член, соответствующий внешним электромагнитным силам в уравнении движения (2.1.36), может быть записан следующим образом:

$$\sum_{\alpha} n_{\alpha} \langle F_{\alpha}^{**} \rangle = \rho_L E + \frac{1}{c} J^* \times B. \quad (5.1.17)$$

Покажем теперь, что если не рассматривать задач, связанных с распространением радиоволн в ионосфере, то в основных уравнениях Максвелла (5.1.9) и (5.1.10) можно пренебречь некоторыми членами, используя условия $V \ll c$ и $L \ll ct_0$ и верное по порядку величины оценочное соотношение $E \approx c^{-1} V B$ для индуцированного электрического поля E ; L , t_0 — соответственно характерный масштаб неоднородности поля и характерное время макроскопического процесса ($V t_0 \approx L$).

Действительно, используя второе уравнение Максвелла (5.1.9), имеем $|\nabla \times B| \approx B/L$ и $\left| \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} \right| \approx \frac{\hat{\epsilon} V^2 B}{c^2 L}$, поэтому $|\nabla \times B| \gg \left| \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} \right|$ и значит в уравнении (5.1.9) при рассмотрении достаточно медленных процессов ($V \ll c$) можно пренебречь током смещения, т.е.

$$\nabla \times B \approx 4\pi c^{-1} J^*. \quad (5.1.18)$$

Далее, поскольку $\frac{1}{c} |J \times B| \approx \frac{B^2}{4\pi L}$, а $|\rho_L E| \approx \frac{\hat{\epsilon} B^2 V^2}{4\pi L c^2}$, то $|\rho_L E| \ll$

*) В общем случае произвольной связи $D = D(E)$ эта сила имеет вид $\langle F_{\alpha}^{**} \rangle = e_{\alpha} (E + c^{-1} V_{\alpha} \times B) + (D_k \cdot \nabla E_k - E_k \cdot \nabla D_k) / 8\pi n_{\alpha}$, причем последний член в скобках обращается в нуль, когда выполняется (5.1.15) и $\hat{\epsilon}$ — скаляр (не зависит от координат); этот член отличен от нуля, когда $\hat{\epsilon}$ зависит от координат (например, $\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}(T, \rho)$), $\hat{\epsilon}$ — тензор или когда закон (5.1.15) не имеет места [13].

$\ll \frac{1}{c} |J \times B|$ и, следовательно, сила, действующая на заряд ρ_L , незначительна по сравнению с силой, действующей на ток. Подобным же образом плотность конвективного тока $\rho_L V$ имеет порядок $\hat{e} V^2 B / 4\pi L c$ и незначительна по сравнению с плотностью полного тока J^* , имеющей порядок $cB/4\pi L$. Поэтому везде ниже будем рассматривать только ток проводимости J и полагать $\rho_L \approx 0$. При этом уравнение (5.1.14) нужно переписать в виде

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (5.1.19)$$

и рассматривать его как соотношение, определяющее плотность трехмерного продольного и ионосферного тока. Это условие, с учетом анизотропии проводимости, может быть удовлетворено выбором продольного электрического поля E (см. § 5.4).

Как уже отмечалось, в ионосфере выполняется еще более сильное условие — плазма квазинейтральна. Получим оценку, которую накладывает это условие на плотности электронов и ионов. По порядку величины из первого уравнения (5.1.10) получаем $\rho_L \approx \hat{e} E / 4\pi L$. В медленно движущейся плазме или в плазме без магнитного поля обычно $en_e E \sim \nabla p$ или

$$E \approx kT/eL, \text{ откуда } \rho_L/en_e = \sum_{\alpha \neq e} \bar{Z}_\alpha \frac{n_\alpha}{n} - 1 \approx R_D^2/L^2 \ll 1, \text{ где } R_D = [\hat{e} kT / 4\pi e^2 n_e]^{1/2} - \text{дебаевский радиус. Таким образом, условие квазинейтральности накладывает на величины, описывающие плазму, связь } n_e \approx \sum_{\alpha \neq e} \bar{Z}_\alpha n_\alpha. \text{ Следовательно, из системы уравнений для поля можно}$$

исключить уравнение Пуассона $\nabla \cdot D = 4\pi \rho_L$, в которое объемный заряд входит в явном виде, а уравнение (5.1.19) рассматривать как уравнение, определяющее электрическое поле E (возникающее из-за наличия неоднородностей в плазме) и заменяющее, таким образом, уравнение Пуассона. Последнее служит при этом только для определения (по найденному из остальных уравнений системы (5.1.9)–(5.1.10) электрическому полю) малого отклонения плазмы от квазинейтральности, которое обычно необходимо учитывать либо вблизи границ прибора в плазме (в слое толщиной порядка радиуса R_D), либо при анализе высокочастотных плазменных колебаний, поведения антенн в плазме и т.д.

§ 5.2. Моделирование плазмосферы, магнитосферная плазма

При наиболее простом способе описания околопланетной плазмы (особенно магнитосферы) может быть использовано представление о свободном движении отдельных заряженных частиц во внешних электромагнитных полях в дрейфовом приближении. Такое приближение, не учитывающее по своему определению взаимные столкновения частиц одного сорта (хотя столкновения с частицами других сортов могут быть учтены введением внешней силы трения), а также их плотности на разных орбитах, не будет полным. Для получения системы уравнений, описывающей коллективные свойства ионосферной плазмы, необходимо найти способ суммирования движений отдельных заряженных частиц, сохранив при этом

все существенные характеристики системы. В общем случае для этой цели может быть использован систематический метод кинетических уравнений Больцмана. В упрощенных математических моделях удобнее при некоторых предположениях использовать вместо кинетических более простые уравнения магнитной квазигидродинамики.

5.2.1. Движение одиночной частицы. В магнитосфере планеты существуют как тепловые ($E \approx 0,1$ эВ), так и высокоэнергичные ($E \approx 1$ кэВ) заряженные частицы. Сечение их столкновений с протонами магнитосферной плазмы, определяемое формулой (2.2.122), приблизительно равно $\bar{Q} \approx 6 \cdot 10^{-5} T^{-2} \text{ см}^2$. Поэтому для частицы с энергией $\sim 0,1$ эВ $\bar{Q} \approx 6 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$, а с энергией ~ 1 кэВ $\bar{Q} \approx 6 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$; для частиц больших энергий оно еще меньше. При концентрации частиц в магнитосфере $\sim 1 \div 10 \text{ см}^{-3}$ заряженные частицы проходят до столкновения рассеяния порядка 10^4 и 10^{12} км для энергий 0,1 эВ и 1 кэВ соответственно. При такой большой длине свободного пробега может быть использовано представление о свободном движении частиц во внешнем электромагнитном поле.

Если пренебречь индуцированными полями, возникающими при взаимодействии заряженных частиц ионосферы в области их локализации, по сравнению с достаточно сильным электромагнитным полем планеты, то уравнение движения отдельной частицы с массой M_α и зарядом e_α запишется в виде

$$M_\alpha d\mathbf{c}_\alpha/dt = e_\alpha \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{c}_\alpha \times \mathbf{B} \right\} + \vec{\mathcal{F}}_\alpha, \quad (5.2.1)$$

где $d\mathbf{r}_\alpha/dt = \mathbf{c}_\alpha$ — скорость частицы сорта α , $\vec{\mathcal{F}}_\alpha$ — равнодействующая всех сил неэлектромагнитного происхождения (например, силы тяжести, градиентов давления частиц других сортов, силы трения и т.п.). Так как уравнение (5.2.1) в общем случае неоднородных в пространстве и переменных во времени полей \mathbf{E} , \mathbf{B} и $\vec{\mathcal{F}}_\alpha$ не поддается, кроме самых простейших случаев, аналитическому решению, приходится прибегать к приближенным или численным методам интегрирования. Общий метод приближенного решения (5.2.1) в случае сильного магнитного поля и в предположении медленных изменений в пространстве и во времени полей \mathbf{E} , \mathbf{B} , $\vec{\mathcal{F}}_\alpha$ был разработан в работах Альвена [14] и получил название дрейфового приближения или приближения ведущего центра. Важность дрейфового движения заряженных частиц для физики ионосферы Земли стала особенно понятной после того, как было обнаружено, что за геомагнитный кольцевой ток (см. § 1.4) ответственны заряженные частицы, движущиеся подобным образом вблизи экваториальной области магнитосферы, где невозмущенное магнитное поле имеет дипольный характер [15].

В приближении ведущего центра движение частицы в каждый момент времени раскладывается на три составляющие: быстрое циклотронное вращение вокруг силовых линий магнитного поля с частотой $\Omega_\alpha = e_\alpha B/M_\alpha c$; медленное дрейфовое движение центра циклотронной окружности (ведущего центра) поперек магнитного поля, вызванное действием слабого электрического поля, а также влиянием неоднородностей магнитного поля; движение ведущего центра вдоль магнитного поля (на это движение поле \mathbf{B} не действует), причем такое движение сопро-

возбуждается медленными изменениями численных значений продольной $c_{\alpha\parallel} = B(B \cdot c_{\alpha})/B^2$ и поперечной $c_{\alpha\perp} = c_{\alpha} - c_{\alpha\parallel}$ скоростей частицы под влиянием неоднородностей магнитного поля. Другими словами, движение ведущего центра состоит из плавного движения, характеризующегося дрейфовой скоростью, на которое накладываются малые колебания. В дрейфовом приближении такие колебания ведущего центра отделяют от плавного движения. Однако, так как $c_{\alpha\parallel}$ и $c_{\alpha\perp}$ входят в выражение для скорости движения ведущего центра в качестве параметров, при рассмотрении движения заряженной частицы в электромагнитном поле в дрейфовом приближении, наряду с расчетом дрейфовой скорости, также решают уравнения, описывающие систематические изменения скоростей $c_{\alpha\parallel}$ и $c_{\alpha\perp}$.

Таким образом, в приближении ведущего центра движение частицы характеризуется пятью переменными: тремя координатами x, y, z ведущего центра и двумя скоростями $c_{\alpha\parallel}$ и $c_{\alpha\perp}$. Общее рассмотрение данного приближения проведено в [16] (см. также [17]), где показано, что дрейфовая скорость определяется выражением*)

$$\frac{dR}{dt} \equiv V = \bar{c}_{\parallel} h + \frac{1}{\Omega} (f \times h) + \frac{\bar{c}_{\parallel}^2}{\Omega} \{ h \times (h \cdot \nabla) h \} + \frac{\bar{c}_{\perp}^2}{2\Omega} \left\{ h \times \frac{\nabla B}{B} \right\}, \quad (5.2.2)$$

в котором R — радиус-вектор центра циклотронной окружности, $f = (eE + \vec{f})/M$; $h = B/B$ — единичный вектор в направлении вдоль магнитного поля; \bar{c}_{\parallel} , \bar{c}_{\perp} — средние (сглаженные) проекции скорости частицы на направление магнитного поля и в перпендикулярном к полю направлении в точке нахождения ведущего центра. Первый член уравнения (5.2.2) дает скорость плавного движения ведущего центра в направлении h (в направлении магнитной силовой линии, проходящей через ведущий центр). Остальные члены дают скорость плавного движения ведущего центра в направлениях, перпендикулярных к h .

К уравнению (5.2.2) добавляются два уравнения для определения медленно и плавно меняющихся скоростей \bar{c}_{\parallel} и \bar{c}_{\perp} :

$$\frac{d\bar{c}_{\parallel}}{dt} = (h \cdot f) - \frac{1}{2B} \bar{c}_{\perp}^2 (h \cdot \nabla B) + \frac{\bar{c}_{\parallel}}{\Omega} f \{ h \times (h \cdot \nabla) h \} - \frac{\bar{c}_{\parallel} \bar{c}_{\perp}^2}{2\Omega} \frac{\nabla B}{B} \{ h \times (h \cdot \nabla) h \}, \quad (5.2.3a)$$

$$\frac{d\bar{c}_{\perp}}{dt} = \frac{\bar{c}_{\parallel} \bar{c}_{\perp}}{2B} (h \cdot \nabla B) + \frac{\bar{c}_{\perp} \bar{c}_{\parallel}^2}{2\Omega} \frac{\nabla B}{B} \{ h \times (h \cdot \nabla) h \} - \frac{\bar{c}_{\perp}}{2\Omega} h (\nabla \times f) + \frac{\bar{c}_{\perp}}{2\Omega B} f \{ h \times \nabla B \}. \quad (5.2.3b)$$

*) Индекс α параметров c_{α} , Ω_{α} , M_{α} будем опускать в тех случаях, когда это не создает неясности.

Уравнения (5.2.2) и (5.2.3) образуют полную систему дрейфовых уравнений, описывающую среднее движение частицы в магнитном поле под действием силы Mf . Заметим, что они имеют двойственный характер в том смысле, что V является скоростью ведущего центра, поля B и f также отнесены к ведущему центру *), в то время как параметры \bar{c}_{\parallel} и \bar{c}_{\perp} служат характеристиками самой частицы и определяются ее положением. Область применимости приведенных дрейфовых уравнений существенно ограничена требованием $cE \ll \bar{c}_{\perp} B$ (сильное магнитное поле).

Уравнения (5.2.3) часто удобно заменить двумя другими эквивалентными им уравнениями. Умножая для этого (5.2.3а) на \bar{c}_{\parallel} , а (5.2.3б) на \bar{c}_{\perp} и складывая результаты, получим

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = Mf \cdot V - \frac{M\bar{c}_{\perp}^2}{2\Omega} h \cdot (\nabla \times f), \quad (5.2.4)$$

где

$$\mathcal{E} = \frac{M}{2} (\bar{c}_{\parallel}^2 + \bar{c}_{\perp}^2).$$

Это уравнение выражает закон сохранения кинетической энергии, причем первый член (5.2.4) описывает работу электрического поля в случае, если бы частица двигалась со скоростью ведущего центра V , а второй член — работу, которую совершает вихревое поле f над частицей, вращающейся по циклотронной окружности. Для получения второго уравнения перепишем (5.2.3б) в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{c}_{\perp}}{dt} &= \frac{\bar{c}_{\perp}}{2B} (V \cdot \nabla B) - \frac{\bar{c}_{\perp}}{2\Omega} h \cdot (\nabla \times f) = \\ &= \frac{\bar{c}_{\perp}}{2B} \frac{dB}{dt} - \frac{\bar{c}_{\perp}}{2\Omega} \left\{ h \cdot (\nabla \times f) + \frac{e}{Mc} \frac{\partial B}{\partial t} \right\} \end{aligned} \quad (5.2.5)$$

(здесь использовано обозначение $dB/dt = V \cdot \nabla B + \partial B/\partial t$) и, вводя так называемый поперечный адиабатический инвариант $J_{\perp} = \bar{c}_{\perp}^2/B$, получим окончательно

$$\frac{dJ_{\perp}}{dt} = -\frac{\bar{c}_{\perp}^2}{B\Omega} \left\{ h \cdot (\nabla \times f) + \frac{e}{Mc} \frac{\partial B}{\partial t} \right\}. \quad (5.2.6)$$

При условии $\Delta \times \mathcal{F} = 0$ имеет место закон сохранения инварианта J_{\perp} . Действительно, согласно уравнению Максвелла $\nabla \times E = -c^{-1} \partial B/\partial t$, имеем в этом случае $h \cdot (\nabla \times f) + \frac{e}{Mc} \frac{\partial B}{\partial t} = 0$, и уравнения (5.2.4) и (5.2.6)

*) Строго говоря, под B и f здесь понимаются не значения полей в точке нахождения ведущего центра, а их плавно меняющиеся слагаемые.

принимают вид

$$d\mathcal{E}/dt = Mf \cdot V + \frac{M\bar{c}_1^2}{2B} \partial B / \partial t, \quad (5.2.7)$$

$$dJ_{\perp}/dt = 0, \quad (5.2.8)$$

причем если поля E и B не зависят от времени, то как J_{\perp} , так и $\mathcal{E} + e\Phi$ ($E = -\nabla\Phi$) постоянны. Уравнения (5.2.2), (5.2.7) и (5.2.8) также составляют полную систему дрейфовых уравнений при условии $\nabla \times \mathcal{F} = 0$.

С адиабатической инвариантностью величины \bar{c}_1^2/B связано явление отражения заряженных частиц от области сильного магнитного поля в ионосфере планеты. Предположим для простоты, что магнитное поле не меняется во времени, а электрическое поле отсутствует. Тогда, согласно (5.2.7) и (5.2.8), сохраняются квадрат скорости частицы и поперечный инвариант.

Продольная скорость частицы будет равна $\bar{c}_{\parallel} = \sqrt{\bar{c}^2 - J_{\perp} B}$. Если по мере продвижения в область усиливающегося магнитного поля ведущий центр частицы достигнет окрестности точки M , в которой поле максимально ($B_M = B_{\max}$) и при этом $\bar{c}^2 < J_{\perp} B_M$, то частица, не дойдя до области максимального магнитного поля, отразится и начнет двигаться в противоположном направлении. В противном случае она пройдет через область сильного магнитного поля. Следовательно, области сильного поля при некоторых условиях могут играть для заряженных частиц роль своеобразных магнитных пробок. В частности, если поле усиливается вдоль силовых линий по обе стороны от некоторой средней области, то заряженная частица может оказаться запертой между двумя магнитными пробками и будет колебаться вдоль силовых линий, не выходя за пределы ограниченной области пространства.

Обозначая через θ питч-угол между направлениями скорости частицы и магнитной силовой линией и подставляя в неравенство $\bar{c}^2 < J_{\perp} B_M$ инвариант $J_{\perp} = \bar{c}_1^2/B = \bar{c}^2 \sin^2 \theta / B$, перепишем его в виде $\sin^2 \theta > B/B_M$. Таким образом, от пробок отражаются только те частицы, угол вектора скорости которых с силовой линией магнитного поля превышает определенное критическое значение $\theta_{кр}$, соответствующее полю B_{\max} на границе поглощающей атмосферы ($\sin \theta_{кр} = \sqrt{B_{\min}/B_{\max}}$). Следует отметить, что глубина точки отражения не зависит от сорта частицы или ее энергии, а зависит лишь от ее питч-угла и конфигурации магнитного поля. Конус $\theta < \theta_{кр}$ называется конусом потерь частиц. Частицы, у которых \bar{c}_{\parallel} и \bar{c}_{\perp} такие, что $\theta < \theta_{кр}$, от пробок не отражаются и уходят через них вдоль силовых линий B в поглощающую атмосферу. Именно эти частицы могут переносить продольные токи в полярных сияниях.

В геомагнитном поле захваченные в ловушку заряженные частицы совершают колебания вдоль магнитных силовых линий, отражаясь от областей усиленного магнитного поля на достаточных высотах над атмосферой, которые играют роль магнитных пробок (см. § 1.4). Период вращения вокруг силовой линии составляет величину порядка 10^{-6} с для электронов и 10^{-3} с для ионов. Период колебания между точками отражения одинаков

для электронов и ионов и, например, для линии, которая пересекает экватор на высоте 2000 км, он составляет примерно 0,5 с. На колебательное движение накладывается дрейфовое движение на восток или на запад (в зависимости от знака заряда частицы) в направлении геомагнитной параллели. Направленный в противоположные стороны дрейф ионов и электронов создает вокруг Земли кольцевой ток, текущий на запад. Заряженные частицы больших энергий (от нескольких кэВ до нескольких МэВ) образуют в магнитосфере Земли радиационный пояс (рис. 1.4.1).

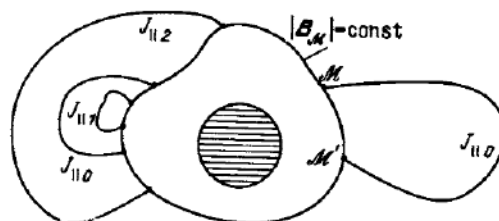


Рис. 5.2.1

подобным же образом формируются радиационные пояса в магнитосферах других планет (§ 1.7).

В случае, когда захваченная заряженная частица длительно удерживается между двумя магнитными пробками и совершает при этом (без учета дрейфа) периодическое движение, из дрейфовых уравнений можно получить еще один, так называемый продольный адиабатический инвариант дрейфовых уравнений $J_{||}$. Он определяется как интеграл за полный период колебаний между магнитными пробками:

$$J_{||} = \oint \bar{c}_{||} ds = 2 \bar{c}_{||} \int_M^{M'} (1 - B/B_M)^{1/2} ds \approx \text{const.} \quad (5.2.9)$$

Здесь скорость $\bar{c}_{||}$ и элемент длины силовой линии ds относятся к продольному движению ведущего центра (B_M — величина магнитного поля в области магнитной пробки M ; B — величина магнитного поля в произвольной точке вдоль пути частицы; M' — область магнитной пробки в противоположном полушарии).

Предположим, что ведущий центр заряженной частицы движется так, что в зеркальных точках M и M' напряженность магнитного поля равна B_M , а продольный инвариант есть $J_{||0}$ (правая часть рис. 5.2.1). Пусть, кроме того, двигаясь в долготном направлении, частица окажется на противоположной стороне планеты. Тогда из условия сохранения поперечного инварианта будет следовать, что напряженность в новой зеркальной точке остается прежней (B_M), однако существует много силовых линий, вдоль которых могут быть найдены точки, в которых $B = B_M$. В свою очередь, интеграл $J_{||}$ между зеркальными точками различен на разных силовых линиях. Постоянство продольного инварианта в этом случае означает, что захваченная в ловушку частица находится на той силовой линии, где $J_{||} = J_{||0}$.

5.2.2. Приближение ведущего центра в случае сильного электрического поля. При выводе уравнений дрейфовой теории, изложенной выше, сущест-

венным являлось предположение $E \ll \bar{c}_\alpha B/c$, не всегда выполняющееся в магнитосфере планеты [1]. При рассмотрении крупномасштабной структуры магнитосферной плазмы обычно предполагается менее жесткое условие, а именно — отсутствие только продольных электрических полей (магнитные силовые линии — эквипотенциальны). Это условие часто выполняется. Например, в земной магнитосфере области со значительной разностью потенциалов $\Delta\varphi_{\parallel}$ вдоль силовой линии сильно локализованы в пространстве, они располагаются лишь над овалом полярных сияний и иногда над полярными шапками, а максимальные значения $\Delta\varphi_{\parallel}$ порядка и меньше имеющейся полной разности потенциалов поперек магнитного поля $\Delta\varphi_{\perp}$ от утренней стороны магнитосферы до вечерней. В [18] проведено обобщение дрейфовой теории на случай сильного электрического поля $E_{\perp} \sim \bar{c}_\alpha B/c$ ($E_{\parallel} \ll \bar{c}_\alpha B/c$), когда скорость электрического дрейфа становится сравнимой со скоростью частиц. В этом случае дрейфовые уравнения приобретают вид

$$\frac{dR}{dt} = V = U - \frac{1}{\Omega} (U' \times h) - \frac{\bar{c}_{\perp}^2}{2B\Omega} (\nabla B \times h), \quad (5.2.10)$$

$$\frac{d\bar{c}_{\parallel}}{dt} = f \cdot h + V_F \cdot h' + \frac{\bar{c}_{\perp}^2}{2} \nabla \cdot h, \quad (5.2.11)$$

$$\frac{d\bar{c}_{\perp}}{dt} = -\frac{\bar{c}_{\perp}}{2} \{ \nabla \cdot U - h(h \cdot \nabla)U \}, \quad (5.2.12)$$

где

$$U = \bar{c}_{\parallel} h + V_F, \quad V_F = -\frac{1}{\Omega} (h \times f),$$

$$a' = \frac{\partial a}{\partial t} + (U \cdot \nabla)a.$$

Из уравнений (5.2.11), (5.2.12) вытекают также законы сохранения кинетической энергии и адиабатического инварианта J_{\perp} . Для случая $f = eE/M$ легко получить

$$\frac{dR}{dt} = U - \frac{Mc}{eB} \left\{ \left[\frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \nabla)U \right] \times h \right\} + \frac{Mc\bar{c}_{\perp}^2}{2eB^2} \{ h \times \Delta B \}, \quad (5.2.13)$$

$$d\mathcal{E}/dt = eE \cdot dR/dt + \frac{M\bar{c}_{\perp}^2}{2B} \partial B/\partial t, \quad (5.2.14)$$

$$dJ_{\perp}/dt = 0, \quad (5.2.15)$$

где $\mathcal{E} = M(\bar{c}_{\parallel}^2 + \bar{c}_{\perp}^2 + V_E^2)/2$, $V_E = c(E \times B)/R^2$, $U = \bar{c}_{\parallel} h + V_F$. Второй член в уравнении (5.2.13) можно интерпретировать как дрейф под действием силы инерции. Остальные члены имеют тот же смысл, что и в обычной дрейфовой теории.

Для практических расчетов выражение (5.2.10), определяющее скорость ведущего центра V , удобно записать следующим образом [15]:

$$V = \bar{c}_{\parallel} h + h \times \left\{ -10^6 E + 5,19 \cdot 10^{-5} \frac{A}{\bar{Z}} \frac{\bar{c}_{\perp}^2}{B} \nabla B + \right. \\ + 1,039 \cdot 10^{-4} \frac{A}{\bar{Z}} \left(\bar{c}_{\parallel} \frac{\partial h}{\partial t} + \bar{c}_{\parallel}^2 \frac{\partial h}{\partial s} + \bar{c}_{\parallel} V_E \cdot \nabla h + \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial V_E}{\partial t} + \bar{c}_{\parallel} \frac{\partial V_E}{\partial s} + V_E \cdot \nabla V_E \right) \right\} \frac{1}{B}, \quad (5.2.16)$$

где $V_E = 10^6 (E \times h)/B$; \bar{Z} (отрицательное для отрицательно заряженных частиц) и A — соответственно атомное число и масса в атомных единицах; E выражено в В/см, B — в эрстедах; s — расстояние вдоль силовой линии. Уравнение для скорости \bar{c}_{\parallel} сводится тогда к виду:

$$\frac{d\bar{c}_{\parallel}}{dt} = 0,963 \cdot 10^2 \frac{\bar{Z}}{A} E_{\parallel} - \frac{\bar{c}_{\perp}^2}{2B} \frac{\partial B}{\partial s} + V_E \cdot \left[\frac{\partial h}{\partial t} + \bar{c}_{\parallel} \frac{\partial h}{\partial s} + V_E \cdot \nabla h \right]. \quad (5.2.17)$$

Для удобства интерпретации отдельных членов дрейфовых уравнений выпишем различные скорости поперечного дрейфа заряженных частиц и связанные с этими движениями электрические токи.

Скорости дрейфа:

— электрический дрейф при постоянных и однородных электрическом и магнитном полях

$$V_E = \frac{c}{B^2} (E \times B); \quad (5.2.18)$$

— поляризационный дрейф при переменном электрическом поле или при изменении магнитного поля во времени

$$V_p = \frac{Mc^2}{eB^2} \partial E / \partial t; \quad (5.2.19)$$

— центробежный дрейф (дрейф за счет кривизны силовых линий магнитного поля планеты)

$$V_R = \frac{2c\bar{w}_{\parallel}}{eB^2} \{B \times (h \cdot \nabla)h\}; \quad (5.2.20)$$

— градиентный дрейф (дрейф в неоднородном магнитном поле, меняющемся только по величине)

$$V_g = \frac{c\bar{w}_{\perp}}{eB^2} (h \times \nabla B); \quad (5.2.21)$$

— дрейф при наличии внешней силы (гравитационной или силы инерции, если движение рассматривается в неинерциальной системе отсчета)

$$V_F = \frac{c}{eB^2} (\vec{F} \times B). \quad (5.2.22)$$

Токи:

— ток намагничивания, связанный с циклотронным вращением частиц,

$$J_M = -\nabla \times \left(\frac{n \bar{w}_\perp}{B} h \right); \quad (5.2.23)$$

— поляризационный ток

$$J_p = \sum ne V_p = \frac{Mnc^2}{B^2} \partial E / \partial t; \quad (5.2.24)$$

— ток из-за кривизны поля

$$J_R = \sum ne V_R = \frac{2n\bar{w}_\parallel}{B} \{ h \times (h \cdot \nabla) h \}; \quad (5.2.25)$$

— ток при наличии градиента

$$J_g = \sum ne V_g = \frac{n\bar{w}_\perp}{B^2} (h \times \nabla B); \quad (5.2.26)$$

— ток при действии внешних сил

$$J_F = \sum ne V_F = \frac{nc}{B^2} (\vec{\mathcal{F}} \times B). \quad (5.2.27)$$

Здесь \bar{w}_\parallel , \bar{w}_\perp — кинетическая энергия частицы, связанная, соответственно, с продольной и поперечной компонентами скорости. Дальнейшее обобщение на случай кривизны поля любого характера дано в [78].

У планеты, обладающей магнитным полем, причиной появления дрейфового движения в нижней ионосфере под действием внешней силы $\vec{\mathcal{F}}$ может служить отличный от нуля вертикальный градиент давления нейтрального газа, сила трения о нейтральный газ и т.п. Продольный дрейф заряженных частиц в ионосферной плазме может возникнуть под влиянием постоянного сильного продольного планетарного электрического поля E_\parallel . Если $\vec{\mathcal{F}} = 0$, то согласно уравнению (5.2.1) продольная скорость свободной частицы будет расти со временем по закону $c_\parallel = eEt/M$. Однако при столкновениях с частицами других сортов, в том числе с нейтралами, продольный дрейф заряженных частиц нарушается. При этом свободная частица испытывает силу трения $\vec{\mathcal{F}} = -\beta c$, так что ее продольная дрейфовая скорость выходит на стационарное значение, равное $c_\parallel = eE/M^\beta$.

Такие столкновения (наиболее вероятные в области нижней ионосферы) будут сказываться на дрейфе заряженных частиц тем сильнее, чем больше циклотронная частота. В ионосфере Земли для протонов последняя составляет $(4,5 \div 9) \cdot 10^2 \text{ с}^{-1}$, для тяжелых ионов уменьшается пропорционально их массовому числу, а для электронов соответственно в 1830 раз больше. Частота же газокINETических соударений, определяемая выражением (2.2.121), на высотах около 100 км порядка $\beta_{in} \approx 6,2 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$. Это означает, что в этих областях ионосферы дрейф тяжелых ионов невозможен, поскольку их циклотронная частота меньше частоты соударений, и в про-

межутки времени между очередными соударениями здесь могут дрейфовать только электроны. Однако с ростом высоты условия для длительного дрейфа тяжелых частиц становятся более благоприятными.

Эффект соударений для электрона выражается в изменении направления его движения (рассеяние). При рассеянии может измениться питч-угол, а точка отражения сместится в более плотную атмосферу, где электрон с большей вероятностью передаст свою энергию другим частицам. Благодаря этому происходит непрерывная потеря захваченных электронов, обладающих малыми питч-углами, особенно там, где точки отражения расположены наиболее низко. Поэтому, например, в атмосфере Земли наиболее обильное "высыпание" электронов из радиационных поясов происходит в области южно-атлантической геомагнитной аномалии [15].

Укажем теперь условия применимости приближения "отдельных частиц". Заряженные частицы плазмы наряду с упорядоченным движением под действием электромагнитного поля (и поля неэлектромагнитного происхождения) совершают также и тепловое движение со скоростью v_T . За характерное время t_0 (например, за характерное время изменения магнитного поля $t_0 = (B^{-1} \partial B / \partial t)^{-1}$) частицу можно считать локализованной в области размером $\sim v_T t_0$. Это, по существу, локализация частицы в направлении поля B . В направлении поперек поля частица локализована благодаря циклотронному вращению вокруг силовых линий поля с радиусом $\sim v_T / \Omega$. Чтобы можно было пренебречь эффектами столкновения частиц одного сорта между собой, необходимо, чтобы оба указанных масштаба были значительно меньше характерной длины L , т.е.

$$v_T t_0 / L \ll 1, \quad (5.2.28)$$

$$v_T / \Omega L \ll 1. \quad (5.2.29)$$

Таким образом, дрейфовое приближение применимо лишь для тех частиц ионосферной плазмы, скорости которых значительно больше тепловых скоростей частиц данного сорта, а расстояния, на которых существенно меняются характеристики движения, больше циклотронных радиусов $r_c = v_T / \Omega$.

5.2.3. Квазигидродинамическое описание бесстолкновительной плазмы. Приближение ведущего центра удобно использовать при изучении динамики магнитосферной плазмы в случае заданных значений электрического и магнитного полей. Однако в реальных условиях магнитосферы в результате движения плазмы возникают пространственные заряды и электрические токи, которые приводят к изменению полей E и B . Эти изменения можно учесть, решая задачу о движении плазмы в самосогласованных полях E и B .

Наиболее полное описание плазмосферы и магнитосферы достигается с помощью системы кинетических уравнений Больцмана (2.1.24) для электронов и ионов разных сортов:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + c_\alpha \cdot \nabla_r f_\alpha + \frac{1}{M_\alpha} \left\{ \mathcal{F}_\alpha + e_\alpha \left[E + \frac{1}{c} (c_\alpha \times B) \right] \right\} \cdot \nabla_{c_\alpha} f_\alpha = \sum_\beta \mathcal{F}_{\alpha\beta}(f_\alpha, f_\beta). \quad (5.2.30)$$

Здесь $f_\alpha = f_\alpha(r, c_\alpha, t)$ — функция распределения *) частиц α в переменных r, c_α, t ; \mathcal{F}_α — любые неэлектромагнитные силы.

В п. 5.2.5 будет приведена система гидродинамических уравнений для описания полностью ионизованной двухкомпонентной двухтемпературной плазмы, являющаяся результатом приближенного решения (5.2.30) с интегралом столкновений между заряженными частицами в форме Ландау [19]. Такое решение возможно при выполнении следующих двух основных условий: 1) за характерное время макроскопического процесса t_0 происходит много столкновений; 2) длина свободного пробега частиц значительно меньше расстояний, на которых существенно меняются макроскопические величины ($1/L \sim \nabla$). Однако эти условия часто не выполняются. Так, например, в области планетной экзосферы (верхней ионосферы), плазмосферы или при обтекании магнитосферы солнечным ветром второе условие нарушается, поскольку средняя длина свободного пробега становится большой, а столкновения редкими. В этих случаях приближенное описание нетепловой плазмы может быть получено на основе системы кинетических уравнений (5.2.30) без интегралов столкновений, впервые исследованной Власовым [20]:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + c_\alpha \cdot \nabla_r f_\alpha + \frac{e_\alpha}{M_\alpha} \left\{ E + \frac{1}{c} (c_\alpha \times B) \right\} \cdot \nabla_{c_\alpha} f_\alpha = 0. \quad (5.2.31)$$

Действительно, так как для интеграла упругих столкновений $\mathcal{J}_{\alpha\beta}$ справедлива оценка $\mathcal{J}_{\alpha\beta} \sim \beta_{\alpha\beta} f_\alpha$, где $\beta_{\alpha\beta}$ — частота столкновений частиц α и β сортов, то кинетическое уравнение (5.2.31) пригодно всегда для описания процессов, протекающих быстрее, чем время свободного пробега частиц,

$$t_0 \ll 1/\beta_\alpha, \quad \beta_\alpha \sim \sum_\beta \beta_{\alpha\beta}. \quad (5.2.32)$$

Кинетические уравнения (5.2.31) совместно с уравнениями поля

$$\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times E \quad (a), \quad \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = \nabla \times B - \frac{4\pi}{c} J^* \quad (б), \quad (5.2.33)$$

$$\nabla \cdot E = 4\pi \rho_L, \quad \nabla \cdot B = 0, \quad (5.2.34)$$

в которых плотность электрического тока и плотность заряда определяются при помощи функций распределения f_α соотношениями

$$J^* = \sum_\alpha e_\alpha \int c_\alpha f_\alpha d c_\alpha, \quad \rho_L = \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha d c_\alpha, \quad (5.2.35)$$

а векторы электромагнитной индукции B и напряженности электрического поля E включают, помимо индуцированных полей, также и внешние магнитные и электрические поля, образуют полную систему уравнений, описывающих согласованное движение частиц плазмы с возникающими при этом движениях электромагнитными полями. Следует отметить, что взаимодействие

*) В этом параграфе используются функции распределения по скоростям.

частиц типа α между собой и с частицами других типов учитывается здесь по методу самосогласованного поля, т.е. электромагнитного поля, возбуждаемого как внешними источниками, так и макроскопическими объемными зарядами ρ_L и токами J^* самой плазмы. Такому условию, однако, подчиняется взаимодействие частиц лишь на далеких расстояниях. Близкие взаимодействия на расстояниях, где действуют большие кулоновские силы притяжения или отталкивания, трактуются как обычные столкновения. Таким образом, уравнения (5.2.31) описывают только далекие взаимодействия заряженных частиц, причем возникающее в этом случае движение плазмы создает силовое поле, поддерживающее само это движение.

Систему уравнений (5.2.31), (5.2.33), (5.2.34) можно существенно упростить в тех случаях, когда характерная длина неоднородностей плазмы значительно превышает средний циклотронный радиус заряженных частиц, а соответствующие временные масштабы рассматриваемого процесса значительно больше времени их циклотронного обращения. В этом случае заряженная частица движется по спирали вдоль магнитной силовой линии, вращаясь вокруг нее, и дрейфует в направлении, перпендикулярном к магнитному полю. Поскольку частота вращения велика по сравнению с макроскопическим временным масштабом, можно ожидать, что распределение скоростей приблизительно симметрично по отношению к направлению поля B . Осреднением по быстрым циклотронным вращениям можно получить совокупность квазигидродинамических уравнений для движений поперек магнитного поля и кинетических уравнений для продольного движения. В некоторых случаях из них можно получить только гидродинамические уравнения с анизотропным тензором давления, описывающие поведение бесстолкновительной плазмы в сильном внешнем магнитном поле [21, 22].

Заметим, что возможность гидродинамического описания замагниченной бесстолкновительной плазмы объясняется тем, что магнитное поле, симметризуя распределение скоростей в ортогональной ему плоскости, по характеру действия на заряженные частицы вполне аналогично столкновениям. При этом гидродинамическое приближение оказывается возможным в силу существования механизма передачи давления дрейфовым током, текущим в плазме. Отличие от классической магнитной гидродинамики состоит здесь в том, что тензор напряжений P_{ij} не сводится к $p\delta_{ij}$, а может быть описан двумя величинами: p_{\parallel} (давление в направлении поля B) и p_{\perp} (давление в любом направлении, перпендикулярном к B).

Перейдем в уравнениях (5.2.31) к безразмерным переменным

$$t = t_0 t^*, \quad r = L r^*, \quad c_{\alpha} = L c_{\alpha}^* / t_0, \quad E_{\parallel} = E_{\parallel 0} E_{\parallel}^*, \quad E_{\perp} = E_{\perp 0} E_{\perp}^*, \quad B = B_0 B^*, \quad (5.2.36)$$

где t_0 , L — характерные значения времени процесса, длины неоднородности в распределении плотностей и полей, а $E_{(\parallel, \perp)0}$, B_0 — напряженности электрического и магнитного поля. Сделаем обычное в дрейфовой теории предположение о эквипотенциальности магнитных силовых линий. Тогда составляющая электрического поля, параллельная полю B , мала, и

$$E_{\parallel 0} \ll E_0 \sim E_{\perp 0} = LB / ct_0.$$

Ограничимся далее рассмотрением кинетического уравнения для одного сорта частиц. Полученные результаты применимы как к электронам, так и к ионам путем замен $e \rightarrow e_\alpha$ и $M \rightarrow M_\alpha$ и т.п. Подставляя (5.2.36) в (5.2.31) и опуская для простоты индекс "*", получим

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla f + t_0 \Omega_0 [\mathbf{E}_\perp + (\mathbf{c} \times \mathbf{B})] \cdot \nabla_c f + t_0 \Omega_0 \left(\frac{E_{\parallel 0}}{E_{\perp 0}} \right) \mathbf{E}_\parallel \cdot \nabla_c f = 0, \quad (5.2.37)$$

где $\mathbf{E}_\parallel = \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{E})/B^2$, $\mathbf{E}_\perp = \mathbf{E} - \mathbf{E}_\parallel$, $\Omega_0 = eB_0/Mc$ — характерная циклотронная частота.

При $t_0 \Omega_0 \gg 1$ (условие адиабатичности) третий член в (5.2.37) много больше остальных, поэтому, пренебрегая малыми величинами, в нулевом приближении будем иметь

$$[\mathbf{E}_\perp + \mathbf{c}^{-1}(\mathbf{c} \times \mathbf{B})] \cdot \nabla_c f = 0. \quad (5.2.38)$$

Уравнение (5.2.38) можно переписать следующим образом:

$$[(\mathbf{c} - \mathbf{V}_E) \times \mathbf{B}] \cdot \nabla_c f = 0,$$

где $\mathbf{V}_E = \mathbf{c}(\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B})/B^2$ — скорость электрического дрейфа. Общее решение этого уравнения имеет вид

$$f = f_0(t, \mathbf{r}, \mathbf{c} \cdot \mathbf{B}, (\mathbf{c} - \mathbf{V}_E)^2). \quad (5.2.39)$$

Если ввести поперечные макроскопические скорости для ионов и электронов

$$n_i \mathbf{v}_{i\perp} = \int \mathbf{c}_\perp' f_i d\mathbf{c}, \quad n_e \mathbf{v}_{e\perp} = \int \mathbf{c}_\perp' f_e d\mathbf{c}, \quad (5.2.40)$$

то, как будет показано ниже, в нулевом приближении $\mathbf{v}_{i\perp}$ и $\mathbf{v}_{e\perp}$ совпадают и равны \mathbf{V}_E , так что $\mathbf{E}_\perp = -\frac{1}{c}(\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}) \approx \mathbf{E}$ (здесь $\mathbf{c}' = \mathbf{c} - \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{c})/B^2$).

Будем предполагать, что ленгмюровская частота электронов $\omega_e = (4\pi e^2 n_e / M_e)^{1/2}$ больше их циклотронной частоты Ω_e . В этом случае плазму можно считать квазинейтральной ($n_e \approx \bar{Z} n_i = n$) и исключить из рассмотрения уравнение Пуассона (5.2.34). Тогда уравнения Максвелла в нулевом приближении запишутся в виде

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}), \quad \nabla \times \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (5.2.41)$$

если пренебречь током смещения (что возможно тогда, когда характерная скорость процесса L/t_0 мала по сравнению со скоростью света). Первое уравнение (5.2.41), называемое уравнением индукции магнитного поля, означает "вмороженность" магнитных силовых линий в плазму (см. § 5.4).

Перейдем теперь к рассмотрению первого приближения в кинетических уравнениях. Следуя [21], перепишем (5.2.31) для этого следующим образом:

$$\mathcal{D}f + \Omega \mathcal{L}f = 0. \quad (5.2.31a)$$

В уравнении (5.2.31a)

$$\mathcal{D} = \partial/\partial t + \mathbf{c} \cdot \nabla(\quad) + \frac{e}{M} \{ \mathbf{E} + \mathbf{c}^{-1} (\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}) \} \cdot \nabla_{\mathbf{c}}(\quad),$$

$$\mathcal{L} = \{ (\mathbf{c} - \mathbf{v}_\perp) \times \mathbf{h} \} \cdot \nabla_{\mathbf{c}}(\quad).$$

Так как первый оператор этого уравнения является малым по сравнению со вторым, то решение (5.2.31a) можно искать в виде разложения по обратным степеням оператора \mathcal{L} . С этой целью введем сначала новые переменные фазового пространства $t, \mathbf{r}, c_\parallel, c_\perp, \theta$ по формулам

$$c_\parallel = \mathbf{c} \cdot \mathbf{h}, \quad c_\perp = \sqrt{(\mathbf{c} - \mathbf{v}_\perp)^2 - c_\parallel^2}, \quad (5.2.42)$$

где c_\parallel — продольная компонента скорости, c_\perp — поперечная компонента относительной скорости, θ — азимутальный угол в пространстве скоростей в плоскости, нормальной к \mathbf{h} . В криволинейной ортогональной системе координат в пространстве скоростей, связанной с магнитным полем, с ортами $\mathbf{h}, \mathbf{n}, \mathbf{b}$ (\mathbf{n}, \mathbf{b} — соответственно нормаль и бинормаль к силовой линии поля), скорость частицы можно представить в виде

$$\mathbf{c} = \mathbf{v}_\perp + c_\parallel \mathbf{h} + c_\perp (\mathbf{n} \cos \theta + \mathbf{b} \sin \theta). \quad (5.2.43)$$

В переменных $c_\parallel, c_\perp, \theta$ оператор \mathcal{L} запишется тогда следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}f &= c_\perp (\mathbf{n} \sin \theta - \mathbf{b} \cos \theta) \cdot \Delta_{\mathbf{c}} f = c_\perp (\mathbf{n} \sin \theta - \mathbf{b} \cos \theta) \times \\ &\times \left[\mathbf{h} \frac{\partial f}{\partial c_\parallel} + (\mathbf{n} \cos \theta + \mathbf{b} \sin \theta) \frac{\partial f}{\partial c_\perp} + \frac{1}{c_\perp} (\mathbf{b} \cos \theta - \mathbf{n} \sin \theta) \frac{\partial f}{\partial \theta} \right] = - \frac{\partial f}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (5.2.44)$$

Если осреднить (5.2.31a) по θ , интегрируя его от 0 до 2π , то в силу однозначности f следует

$$\int_0^{2\pi} \mathcal{D}f d\theta = 0 \quad (5.2.45)$$

— интегральное условие периодичности. Второе интегральное условие, являющееся следствием определения (5.2.40) макроскопической скорости поперечного движения \mathbf{v}_\perp , которому также должно удовлетворять в данном случае решение уравнения (5.2.31a), запишется так:

$$\int (\mathbf{c} - \mathbf{v}_\perp - c_\parallel \mathbf{h}) f d\mathbf{c} = 0. \quad (5.2.46)$$

Решение кинетического уравнения (5.2.31a) будем искать в виде разложения по обратным степеням параметра Ω :

$$f = \sum_{\nu} \Omega^{-\nu} f_{(\nu)} \quad (\nu = 0, 1, \dots). \quad (5.2.47)$$

В нулевом приближении

$$\partial f_0 / \partial \theta = 0, \quad (5.2.48)$$

т.е. $f_0 = f_0(t, \mathbf{r}, c_{\parallel}, c_{\perp})$, откуда, сравнивая с (5.2.39), получаем равенство $\mathbf{v}_{\perp} = V_E$.

Функцию f_1 определим из уравнения

$$\frac{\partial f_1}{\partial \theta} = -\mathcal{D}f_0. \quad (5.2.49)$$

Для этого перепишем оператор \mathcal{D} в переменных $t, \mathbf{r}, c_{\parallel}, c_{\perp}$. Так как f_0 зависит от t и \mathbf{r} также и через c_{\parallel} и c_{\perp} , то переход к новым переменным в пространстве скоростей сводится к замене операторов дифференцирования по формулам

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &\rightarrow \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial c_{\parallel}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial c_{\parallel}} + \frac{\partial c_{\perp}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial c_{\perp}} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{c} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial c_{\parallel}} - \\ &- \left(\frac{c_{\parallel}}{c_{\perp}} \mathbf{c} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + \frac{\mathbf{c} - \mathbf{v}_{\perp}}{c_{\perp}} \frac{\partial \mathbf{v}_{\perp}}{\partial t} \right) \frac{\partial}{\partial c_{\perp}}, \end{aligned} \quad (5.2.50)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_t} &\rightarrow \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_t} + \frac{\partial c_{\parallel}}{\partial \mathbf{r}_t} \frac{\partial}{\partial c_{\parallel}} + \frac{\partial c_{\perp}}{\partial \mathbf{r}_t} \frac{\partial}{\partial c_{\perp}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_t} + \mathbf{c} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}_t} \frac{\partial}{\partial c_{\parallel}} - \\ &- \left(\frac{c_{\parallel}}{c_{\perp}} \mathbf{c} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}_t} + \frac{\mathbf{c} - \mathbf{v}_{\perp}}{c_{\perp}} \frac{\partial \mathbf{v}_{\perp}}{\partial \mathbf{r}_t} \right) \frac{\partial}{\partial c_{\perp}}. \end{aligned}$$

Отсюда, с учетом (5.2.44) и (5.2.50), получаем следующее кинетическое уравнение для определения f_1 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial \theta} &= \frac{\partial f_0}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla f_0 + \left(\mathbf{c} \cdot \mathbf{h}' + \frac{e}{M} \mathbf{E} \cdot \mathbf{h} \right) \frac{\partial f_0}{\partial c_{\parallel}} + \\ &+ \left\{ -\frac{c_{\parallel}}{c_{\perp}} \mathbf{c} \cdot \mathbf{h}' - \frac{\mathbf{c} - \mathbf{v}_{\perp}}{c_{\perp}} \mathbf{v}_{\perp}' + \frac{e}{M} \frac{\mathbf{c} - \mathbf{c}_{\perp}}{c_{\perp}} \left[\mathbf{E}_{\perp} + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B}) \right] \right\} \frac{\partial f_0}{\partial c_{\perp}}, \end{aligned} \quad (5.2.49a)$$

где штрихом обозначена производная $\partial/\partial t + \mathbf{c} \cdot \nabla$ ().

Итак, при рассмотрении динамики плазмы необходимо решать кинетические уравнения совместно с уравнениями Максвелла. При этом истинные плотности электрического тока и заряда должны определяться средними макроскопическими скоростями электронов и ионов, которые выражаются через функции распределения частиц f , а не средними скоростями их ведущих центров с функцией распределения f_0 (см. ниже). Следовательно, для получения правильных выражений для средних скоростей частиц данного сорта необходимо учитывать члены первого порядка в разложении (5.2.47) по степеням $1/\Omega$. Далее мы ограничимся нахождением периодической по θ части f_1 .

Учитывая равенство $\mathbf{h} \cdot \mathbf{v}_{\perp} = 0$ и следующее из (5.2.41) векторное соотношение $\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{h} + \mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla \mathbf{h} = \mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{v}_{\perp} - \mathbf{h} [\mathbf{h} (\mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{v}_{\perp})]$, перепишем интеграль-

ное условие периодичности (5.2.45) (справедливое на каждом этапе решения кинетического уравнения методом последовательных приближений) в первом приближении следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v}_\perp + c_\parallel \mathbf{h}) \cdot \nabla_r f + \dot{c}_\parallel \frac{\partial f}{\partial c_\parallel} + \dot{c}_\perp \frac{\partial f}{\partial c_\perp} = 0, \quad (5.2.51)$$

где

$$\dot{c}_\parallel = \frac{e}{M} \mathbf{E} \cdot \mathbf{h} + \frac{c_\perp^2}{2} \nabla \cdot \mathbf{h} + c_\parallel \mathbf{v}_\perp \cdot (\mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{h}) + \mathbf{h} \cdot \nabla \left(\frac{v_\perp^2}{2} \right), \quad (5.2.51a)$$

$$\dot{c}_\perp = -\frac{c_\parallel c_\perp}{2} \nabla \cdot \mathbf{h} + \frac{c_\perp}{2} \nabla \cdot \mathbf{v}_\perp + \frac{c_\perp}{2} \mathbf{v}_\perp \cdot (\mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{h}). \quad (5.2.51b)$$

(индекс "0" у функции распределения опущен). Второе интегральное условие (5.2.46) разрешимости уравнения (5.2.31a) в первом приближении примет вид

$$\int c_\perp (n \cos \theta + b \sin \theta) f_1 dc = 0, \quad (5.2.46a)$$

так как при осреднении по углу θ ($dc = c_\perp dc_\perp dc_\parallel d\theta$) члены с $f_0 \cos \theta$ и $f_0 \sin \theta$ выпадают.

Умножив теперь уравнение (5.2.49a) скалярно на $(c - \mathbf{v}_\perp - c_\parallel \mathbf{h})$ и интегрируя результат по c , получим, с учетом условия (5.2.46) уравнение для поперечной макроскопической скорости \mathbf{v}_\perp :

$$\mathbf{v}_\perp = V_E + \frac{1}{\Omega} \left\{ \mathbf{h} \times \left[\frac{d\mathbf{v}_\perp}{dt} + v_\parallel \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \frac{\nabla p_\perp}{nM} + \frac{(p_\parallel - p_\perp)}{nM} \mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{h} \right] \right\}, \quad (5.2.52)$$

где $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v}_\perp + v_\parallel \mathbf{h}) \cdot \nabla$; v_\parallel — продольная компонента макроскопической скорости, а p_\perp и p_\parallel — соответственно поперечное и продольное давления:

$$v_{\parallel\alpha} = n_\alpha^{-1} \int c_\parallel f_\alpha dc, \quad p_{\perp\alpha} = \int \frac{M_\alpha c_\perp^2}{2} f_\alpha dc, \\ p_{\parallel\alpha} = \int M_\alpha (c_\parallel - v_{\parallel\alpha})^2 f_\alpha dc. \quad (5.2.53)$$

Таким образом, вместо одного гидростатического давления p в плазме, в которой существенную роль играют столкновения, в нашем случае давление имеет продольную и поперечную компоненты относительно направления магнитного поля, т.е. является анизотропным.

Наконец, иногда удобно разрешить уравнение (5.2.52) относительно $d\mathbf{v}_\perp/dt$, чтобы получить уравнение движения частиц сорта α в поперечном направлении:

$$M_\alpha n_\alpha \left[\left(\frac{d\mathbf{v}_{\perp\alpha}}{dt} \right)_\perp + v_{\parallel\alpha} \frac{d\mathbf{h}}{dt} \right] = \\ = -\nabla_\perp p_{\perp\alpha} - (p_{\parallel\alpha} - p_{\perp\alpha}) \mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{h} + e_\alpha n_\alpha \left[\mathbf{E}_\perp + \frac{1}{c} (\mathbf{v}_{\perp\alpha} \times \mathbf{B}) \right]. \quad (5.2.54)$$

Остановимся на физическом смысле полученных соотношений. Уравнение (5.2.51), следующее из (5.2.49a) после его интегрирования по θ ,

эквивалентно осреднению уравнения движения отдельной частицы (5.2.1) по азимутальному углу θ . Осреднение означает переход к дрейфовому приближению. В этом случае функцию $f_0(r, c_{\parallel}, c_{\perp})$, не зависящую от распределения скоростей частиц по азимуту, можно интерпретировать как функцию распределения ведущих центров. Функция f_0 удовлетворяет кинетическому уравнению (5.2.51), которое в дрейфовом приближении принимает форму теореме Лиувилля, выражающей закон сохранения числа частиц в фазовом пространстве $(r, c_{\parallel}, c_{\perp})$. При этом под c_{\parallel} и c_{\perp} следует понимать осредненные по θ значения продольной и поперечной скоростей относительно движения. Наконец, из сравнения (5.2.51a), (5.2.51б) и (5.2.52) с уравнениями (5.2.10) — (5.2.12) (см. также [18]) можно заключить, что v_{\perp} — это скорость движения ведущего центра, а уравнения (5.2.51a) и (5.2.51б) описывают плавное изменение продольной и поперечной скоростей частицы.

Складывая уравнение (5.2.54), записанное для ионов, с аналогичным уравнением для электронов, можно исключить члены с электрическим полем, а члены с магнитным полем дадут силу $c^{-1} \mathbf{J} \times \mathbf{B}$. Пренебрегая, кроме того, инерцией электронов, можно прийти к уравнению для поперечного движения бесстолкновительной плазмы в следующем окончательном виде:

$$\rho_L \left(\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} \right)_{\perp} = -\rho_L v_{\parallel} \frac{d\mathbf{h}}{dt} - \nabla_{\perp} p_{\perp} - (p_{\parallel} - p_{\perp}) \mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{h} + \frac{1}{c} (\mathbf{J}_{\perp} \times \mathbf{B}), \quad (5.2.55)$$

где $\rho_L \approx M_i n_i$, $p_{\parallel, \perp} = \sum_{\alpha} p_{\alpha \parallel, \perp}$. Уравнение (5.2.55) совместно с выражениями для давлений (5.2.53), кинетическими уравнениями для продольного движения ионов и электронов (5.2.51), а также с уравнениями Максвелла для полей, записанных в виде

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B}), \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (5.2.56)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} = \frac{4\pi}{c} (\mathbf{J}_{\perp} + \mathbf{J}_{\parallel}) = \frac{4\pi ne}{c} (\mathbf{v}_{i\perp} - \mathbf{v}_{e\perp}) + \frac{4\pi ne}{c} (v_{i\parallel} - v_{e\parallel}) \mathbf{h},$$

дает полное описание движения плазмы с частотами значительно ниже циклотронной частоты ионов Ω_i . Эти уравнения являются первым приближением в разложении точных кинетических уравнений по степеням малого параметра $(t_0 \Omega)^{-1}$. Подчеркнем, что первое уравнение системы (5.2.56) — следствие того факта, что электрическое поле в собственной системе координат, связанной с частицей плазмы, равно нулю, т.е. $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + c^{-1} \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0$. Заметим также, что если уравнение (5.2.55) разрешить относительно тока \mathbf{J}_{\perp} , то

$$\mathbf{J}_{\perp} = \frac{c}{B} \left\{ \mathbf{h} \times \left[\rho \frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} + \rho v_{\parallel} \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \nabla_{\perp} p_{\perp} + (p_{\parallel} - p_{\perp}) \mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{h} \right] \right\}. \quad (5.2.57)$$

Аналогичное выражение получается в элементарной теории дрейфовых токов [17].

В заключение вычислим среднюю макроскопическую скорость частиц данного сорта. По определению имеем

$$\mathbf{V}_{\alpha} = n_{\alpha}^{-1} \int c f_{\alpha} d\mathbf{c} \approx n_{\alpha}^{-1} \int c (f_{\alpha 0} + f_{\alpha 1}) d\mathbf{c}. \quad (5.2.58)$$

Подставляя сюда выражение для c из (5.2.43) и учитывая при этом условие (5.2.46а), а также то, что при осреднении по θ ($dc = c_{\perp} dc_{\perp} d\theta$) члены $c f_{\alpha 0} \sin \theta$ и $f_{\alpha 0} \cos \theta$ обращаются в нуль, получим

$$\begin{aligned} V_{\alpha} &= v_{\alpha \perp} + v_{\alpha \parallel} \mathbf{h} = \\ &= v_{\alpha \parallel} \mathbf{h} + \frac{1}{\Omega_{\alpha}} \left\{ \mathbf{h} \times \left[\frac{dv_{\alpha \perp}}{dt} + v_{\alpha \parallel} \frac{d\mathbf{h}}{dt} - \frac{e_{\alpha}}{M_{\alpha}} \mathbf{E} + \frac{\nabla p_{\alpha \perp}}{n_{\alpha} M_{\alpha}} + \frac{(p_{\alpha \parallel} - p_{\alpha \perp})}{n_{\alpha} M_{\alpha}} \mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{h} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.2.59)$$

Используя векторное соотношение

$$\begin{aligned} \frac{c}{e_{\alpha} n_{\alpha}} \nabla \times \left(\frac{p_{\alpha \perp}}{B} \mathbf{h} \right) &= \frac{p_{\alpha \perp}}{n_{\alpha} M_{\alpha} \Omega_{\alpha}} \left\{ \mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} \cdot \nabla \times \mathbf{h}) + \mathbf{h} \times [(\mathbf{h} \cdot \nabla) \mathbf{h}] + \right. \\ &\left. + \mathbf{h} \times \left(\frac{\nabla B}{B} - \frac{\nabla p_{\alpha \perp}}{p_{\alpha \perp}} \right) \right\}, \end{aligned}$$

перепишем (5.2.59) в другой (стандартной) форме [22]:

$$\begin{aligned} V_{\alpha} &= v_{\alpha \parallel}^* \mathbf{h} + V_E + \frac{1}{\Omega_{\alpha}} \left\{ \mathbf{h} \times \left[\frac{dv_{\alpha \perp}}{dt} + v_{\alpha \parallel} \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \frac{p_{\alpha \perp}}{n_{\alpha} M_{\alpha}} \frac{\nabla B}{B} + \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{p_{\alpha \parallel}}{n_{\alpha} M_{\alpha}} (\mathbf{h} \cdot \nabla) \mathbf{h} \right] \right\} - \frac{c}{e_{\alpha} n_{\alpha}} \nabla \times \left(\frac{p_{\alpha \perp}}{B} \mathbf{h} \right), \end{aligned} \quad (5.2.60)$$

где величина $v_{\alpha \parallel}^* = v_{\alpha \parallel} + p_{\alpha \perp} \mathbf{h} \cdot (\nabla \times \mathbf{h}) / n_{\alpha} M_{\alpha} \Omega_{\alpha}$ представляет собой сглаженную проекцию скорости частицы сорта α на направление магнитного поля в точке, совпадающей с ведущим центром частицы (скорость дрейфового движения [17]).

Поясним физический смысл отдельных членов в соотношении (5.2.60): $v_{\alpha \parallel}^* \mathbf{h}$ — упорядоченная макроскопическая скорость частиц α вдоль поля; V_E — скорость, с которой дрейфуют заряженные частицы в скрещенных электрическом и магнитном полях (этот член является главным, если электрическое поле достаточно сильное); третий член дает усредненный дрейф частиц за счет градиента магнитного поля, его кривизны (центробежные дрейфы), а также за счет силы инерции $v_{\alpha \parallel} \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \frac{dv_{\alpha \perp}}{dt}$, поскольку рассмотрение велось в движущейся локальной системе координат (ср. с (5.2.11) (5.2.12)).

Для выяснения смысла оставшегося члена $\frac{c}{e_{\alpha} n_{\alpha}} \nabla \times \left(\frac{p_{\alpha \perp}}{B} \mathbf{h} \right)$ запишем выражение для электрического тока в плазме:

$$\mathbf{J} = en(V_i - V_e) = -c \nabla \times \left(\frac{p_{\perp}}{B} \mathbf{h} \right) + en(v_{i \parallel} - v_{e \parallel}) \mathbf{h} + \mathbf{J}_{\perp}^*, \quad (5.2.61)$$

$$\mathbf{J}_{\perp}^* = \frac{c}{B} \left\{ \mathbf{h} \times \left[\sum_{\alpha} M_{\alpha} n_{\alpha} \left(\frac{dv_{\alpha \perp}}{dt} + v_{\alpha \parallel} \frac{d\mathbf{h}}{dt} + p_{\alpha \perp} \frac{\nabla B}{B} + p_{\alpha \parallel} (\mathbf{h} \cdot \nabla) \mathbf{h} \right) \right] \right\}. \quad (5.2.62)$$

Тогда уравнение Максвелла $\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}$ может быть переписано следующим образом:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi ne}{c} (v_{\parallel} - v_{e\parallel}) \mathbf{h} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_{\perp}^*, \quad (5.2.63)$$

где

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} + 4\pi \frac{p_{\perp}}{B} \mathbf{h} = \mathbf{B} \left(1 + \frac{4\pi p_{\perp}}{B^2} \right) = \kappa \mathbf{B}.$$

Таким образом, в равенстве (5.2.61) член $\nabla \times \left(\frac{p_{\perp}}{B} \mathbf{h} \right)$ интерпретируется как ток намагничивания, а $\kappa = 1 + 4\pi p_{\perp}/B^2$ — как магнитная проницаемость плазмы.

Совместное решение кинетических уравнений (5.2.51) для продольного движения, гидродинамических уравнений (5.2.54) для поперечного движения заряженных частиц бесстолкновительной плазмы и уравнений поля (5.2.33а), (5.2.34), (5.2.63) позволяет наиболее строго описывать коллективные процессы взаимодействия волн с частицами в планетной плазмосфере и магнитосфере [80]. Эти уравнения позволяют, в частности, исследовать механизм бесстолкновительного затухания гидромагнитных волн (затухание Ландау), генерируемых различными видами плазменных неустойчивостей в магнитосфере и особенно в авроральных областях. Диссипация различных типов гидромагнитных волн, приводящая к накоплению тепловой энергии частиц и влияющая на явления крупномасштабного переноса, сопровождается рассеянием и быстрой изотропизацией протонов и электронов по питч-углам, что способствует постоянному притоку частиц в конус потерь и их последующему высыпанию в верхнюю атмосферу.

5.2.4. Квазигидродинамические уравнения для бесстолкновительной плазмы в дрейфовом приближении. Часто вместо кинетических уравнений (5.2.51) можно воспользоваться уравнениями квазигидродинамики. Следуя обычной схеме, умножим (5.2.51) последовательно на единицу и $M_{\alpha} c_{\parallel}$ и проинтегрируем по скоростям. В результате получим уравнение непрерывности для данного сорта частиц

$$\partial n_{\alpha} / \partial t + \nabla \cdot n_{\alpha} (v_{\alpha\perp} + v_{\alpha\parallel} \mathbf{h}) = 0 \quad (5.2.64)$$

и уравнение движения в направлении магнитного поля

$$\rho_{\alpha} \frac{dv_{\alpha\parallel}}{dt} = -\mathbf{h} \cdot \nabla p_{\alpha\parallel} + (p_{\alpha\perp} - p_{\alpha\parallel}) \nabla \cdot \mathbf{h} + e_{\alpha} n_{\alpha} \mathbf{E} \cdot \mathbf{h} - \rho_{\alpha} \mathbf{h} \cdot \frac{d\mathbf{v}_{\alpha\perp}}{dt}. \quad (5.2.65)$$

Складывая (5.2.65) с уравнением (5.2.54) для поперечного движения частиц, приходим к общему уравнению движения частиц данного сорта:

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha} \frac{d}{dt} (v_{\alpha\perp} + v_{\alpha\parallel} \mathbf{h}) = & -\mathbf{h} (\mathbf{h} \cdot \nabla p_{\alpha\parallel}) + (p_{\alpha\perp} - p_{\alpha\parallel}) \mathbf{h} \nabla \cdot \mathbf{h} + \\ & + (p_{\alpha\perp} - p_{\alpha\parallel}) \mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{h} - \nabla_{\perp} p_{\alpha\perp} + e_{\alpha} n_{\alpha} [\mathbf{E} + c^{-1} (v_{\alpha\perp} \times \mathbf{B})]. \end{aligned} \quad (5.2.66)$$

Введем теперь неизотропный тензор давления \hat{P}_{α} с компонентами $P_{\alpha ik} = p_{\alpha\perp} \delta_{ik} + (p_{\alpha\parallel} - p_{\alpha\perp}) \tau_i \tau_k$ (здесь $\hat{\tau}_1 = \mathbf{h}$, $\hat{\tau}_2 = \mathbf{n}$, $\hat{\tau}_3 = \mathbf{b}$) и путем непосредст-

венного дифференцирования убедимся, что

$$\nabla \cdot \hat{P}_\alpha = \nabla p_{\alpha\perp} + (p_{\alpha\parallel} - p_{\alpha\perp}) \mathbf{h} \cdot \nabla \mathbf{h} + (p_{\alpha\parallel} - p_{\alpha\perp}) \mathbf{h} \nabla \cdot \mathbf{h} + \mathbf{h} [\mathbf{h} \cdot \nabla (p_{\alpha\parallel} - p_{\alpha\perp})]. \quad (5.2.67)$$

Тогда уравнение (5.2.66) с учетом (5.2.67) можно переписать в обычном гидродинамическом виде

$$\rho_\alpha \frac{dV_\alpha}{dt} = -\nabla \cdot \hat{P}_\alpha + e_\alpha n_\alpha \left[E + \frac{1}{c} (V_{\alpha\perp} \times \mathbf{B}) \right], \quad (5.2.68)$$

где $V_\alpha = v_{\alpha\perp} + v_{\alpha\parallel} \mathbf{h}$.

Наконец, умножая (5.2.51) на $M_\alpha c_\perp^2$ и $M_\alpha (c_\parallel - v_\parallel)^2$ и интегрируя по скоростям, получим уравнения энергии [22]

$$\begin{aligned} \frac{dp_{\alpha\perp}}{dt} + 2p_{\alpha\perp} \nabla \cdot V_E - p_{\alpha\perp} \mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} \cdot \nabla V_E) + \\ + p_{\alpha\perp} \nabla \cdot v_{\alpha\parallel} \mathbf{h} + p_{\alpha\perp} v_{\alpha\parallel} \nabla \cdot \mathbf{h} = -\nabla \cdot (q_\alpha \mathbf{h}) - q_\alpha \nabla \cdot \mathbf{h}, \end{aligned} \quad (5.2.69)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_{\alpha\parallel}}{dt} + 3p_{\alpha\parallel} (\mathbf{h} \cdot \nabla v_{\alpha\parallel}) + v_{\alpha\parallel} p_{\alpha\parallel} \nabla \cdot \mathbf{h} + p_{\alpha\parallel} \nabla \cdot V_E + \\ + 2p_{\alpha\parallel} \mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} \cdot \nabla V_E) = -\nabla \cdot (S_\alpha^* \mathbf{h}). \end{aligned} \quad (5.2.70)$$

Здесь величины q_α и S_α^* представляют тепловые потоки (третьи моменты от функций распределения):

$$q_\alpha = \int c_\perp^2 (c_\parallel - v_\parallel) f_\alpha dc, \quad S_\alpha^* = \int (c_\parallel - v_{\alpha\parallel})^3 f_\alpha dc. \quad (5.2.71)$$

Если воспользоваться векторным равенством

$$-v_{\alpha\perp} \nabla \cdot \mathbf{h} - \nabla \cdot V_E + \mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} \cdot \nabla V_E) = \frac{1}{B} \frac{dB}{dt}$$

и уравнениями непрерывности (5.2.64), то левые части уравнений (5.2.69) и (5.2.70) и перепишутся в форме $n_\alpha B \frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\perp\alpha}}{n_\alpha B} \right)$ и $\frac{n_\alpha^3}{B^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\parallel\alpha} B^2}{n_\alpha^3} \right)$ соответственно.

Как видим, система уравнений (5.2.64), (5.2.65), (5.2.69), (5.2.70) вместе с (5.2.54) оказывается незамкнутой. Формально ее можно замкнуть, приравняв величины q_α и S_α^* нулю, что физически означает отсутствие потока тепла вдоль силовых линий. Вместе с тем в плоскости, перпендикулярной к \mathbf{B} , перенос тепла, определяемый как раз третьими моментами, затруднителен вследствие циклотронного вращения заряженных частиц. Поэтому в этой плоскости применение системы уравнений (5.2.64), (5.2.65), (5.2.54) и двух адиабатических соотношений (уравнений "состояния")

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\alpha\perp}}{n_\alpha B} \right) = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\alpha\parallel} B^2}{n_\alpha^3} \right) = 0 \quad (5.2.72)$$

становится достаточно оправданным [25]. Уравнения (5.2.72), выражающие закон сохранения энергии для продольного и поперечного теплового движения, были выведены Чу, Гольдбергером и Лоу (ЧГЛ) [23].

В первом приближении по параметру Ω_α скорость V_α α -компоненты, рассчитываемая по формуле (5.2.59), совпадает со средней скоростью

дрейфа ведущего центра, вычисленной в том же приближении. В этом случае величины

$$\frac{p_{\alpha\perp}}{n_{\alpha}B} = \frac{M_{\alpha}\bar{c}_{\alpha\perp}^2}{2B} = \mathcal{M}_{\alpha 1}, \quad \bar{c}_{\alpha\perp}^2 = \int c_{\perp}^2 f_{\alpha} dc, \quad (5.2.73)$$

и

$$\frac{p_{\alpha\parallel}B^2}{n_{\alpha}^3} = \frac{M_{\alpha}\bar{c}_{\alpha\parallel}^2B}{n_{\alpha}^2} = \mathcal{M}_{\alpha 2}, \quad \bar{c}_{\alpha\parallel}^2 = n_{\alpha}^{-1} \int (c_{\parallel} - v_{\alpha\parallel})^2 f_{\alpha} dc, \quad (5.2.74)$$

определенные согласно уравнениям (5.2.72), совпадают с адиабатическими инвариантами в системе отсчета, движущейся со средней дрейфовой скоростью частиц.

Первый из инвариантов \mathcal{M}_1 представляет собой среднее значение эквивалентного магнитного момента [22]. Второй инвариант \mathcal{M}_2 непосредственно связан с продольным адиабатическим инвариантом J_{\parallel} , введенным в п. 5.2.1. Действительно, если предположить, что внутри силовой трубки с магнитным потоком $\delta\Phi$ (см. § 5.4) и средним сечением $\delta\Sigma = \delta\Phi/B$ находится постоянное число частиц с плотностью n , а среднее расстояние между магнитными пробками, где происходит движение частиц, равно $2L$, то величина $L n \delta\Sigma = L \delta\Phi n / B$ должна сохраняться, так как полное число частиц внутри силовой трубки не изменяется. Комбинируя эту величину со вторым инвариантом из (5.2.74), легко показать, что величина $\bar{c}_{\parallel}^2 L^2$ также должна быть постоянной. Последняя же, как видно из определения продольного адиабатического инварианта (5.2.9), совпадает с J_{\parallel}^2 .

Сложив теперь (5.2.64), (5.2.68), (5.2.72) для электронов и ионов, придем к полной системе квазигидродинамических уравнений в одножидкостном приближении для бесстолкновительной плазмы в сильном магнитном поле (уравнения ЧГЛ):

$$\partial n / \partial t + \nabla \cdot (nV) = 0, \quad (5.2.75)$$

$$Mn dV/dt = - \nabla \cdot \hat{P} + (4\pi)^{-1} (\nabla \times B) \times B + \sum_{\alpha} M_{\alpha} \mathcal{F}_{\alpha}, \quad (5.2.76)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\parallel} B^2}{n^3} \right) = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\perp}}{nB} \right) = 0, \quad (5.2.77)$$

$$\partial B / \partial t = \nabla \times (V \times B), \quad \nabla \cdot B = 0, \quad (5.2.78)$$

где $\hat{P} = p_{\parallel} \hat{I} + (p_{\parallel} - p_{\perp}) \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2$; $p_{\parallel, \perp} = \sum_{\alpha} p_{\alpha, \perp}$. Отметим, что уравнения (5.2.77)

можно истолковать следующим образом [22]: при сжатии плазмы в направлении магнитного поля величины B и p_{\perp} не изменяются; величины p_{\parallel} и n оказываются связанными адиабатическим законом с показателем адиабаты $\gamma = 3$ в соответствии с тем, что увеличивается энергия одной продольной степени свободы; при сжатии плазмы в направлении, перпендикулярном к магнитному полю, p_{\parallel} остается постоянным; согласно условию вмерзновенности (5.2.78) $B \propto n$, следовательно, второе уравнение (5.2.77) интерпретируется как адиабата с $\gamma = 2$, что свидетельствует об увеличении энергии двух степеней свободы в плоскости, перпендикулярной B .

Суммируем основные требования, при которых справедливо описание бесстолкновительной плазмы с помощью гидродинамических уравнений:

– характерные времена (длины) физических процессов $t_0(L)$ много меньше времени релаксации τ_R (длины релаксации λ_R), за которое устанавливается равновесное состояние;

– характерные пространственные масштабы задачи значительно превышают циклотронный радиус, временные масштабы много больше периода циклотронного обращения ($t_0 \gg 1/\Omega, L \gg r_c$);

– система локально электроразнейтральна, что имеет место, если ленгмюровская частота электронов больше их циклотронной частоты ($\omega_e \gg \Omega_e$);

– отношение массы электрона к массе иона пренебрежимо мало по сравнению с единицей, что отвечает случаю достаточно медленных процессов, когда инерцией электронов можно пренебречь;

– ток смещения пренебрежимо мал (характерная скорость процесса L/t_0 мала по сравнению со скоростью света c);

– потоки тепла вдоль силовых линий магнитного поля незначительны, т.е. справедлив адиабатический закон.

Система квазигидродинамических уравнений ЧГЛ (5.2.75)–(5.2.78) с успехом используется для описания межпланетной плазмы, поскольку для нее функции распределения частиц по скоростям характеризуются малостью третьих моментов, так что предположение о малости потоков q и S^* оказывается допустимым [25]. Вместе с тем эта система уравнений, учитывающая анизотропию давления (температуры), оказывается более пригодной и для описания динамических процессов в магнитосфере и плазмосфере по сравнению с уравнениями обычной магнитной гидродинамики, часто используемыми при анализе процессов в этих областях. Попытка рассмотрения взаимодействия частиц ионосферной плазмы с нейтралами на основе анизотропной столкновительной гидродинамики (с использованием 16-моментного приближения для решения кинетического уравнения) предпринята в [79].

5.2.5. Уравнения гидродинамики для полностью нонизованной двухтемпературной плазмы. Длина свободного пробега тепловых электронов (ионов) в верхней ионосфере и плазмосфере обычно существенно меньше характерных макроскопических масштабов. Для адекватного описания физических процессов в такой столкновительной плазме возможность гидродинамического подхода становится очевидной [24, 25]. Система уравнений магнитной гидродинамики для двухтемпературной плазмы, состоящей из электронов и одного сорта ионов (с зарядом Ze), может быть получена из кинетических уравнений Больцмана (5.2.30) с интегралом столкновений в форме Ландау [19]:

$$\sum_{\beta} \mathcal{F}_{\alpha\beta} = - \sum_{\beta} \frac{2\pi e_{\alpha}^2 e_{\beta}^2 \ln \Lambda}{M_{\alpha}} \frac{\partial}{\partial c_i} \int \left[\frac{f_{\alpha}(c)}{M_{\beta}} \frac{\partial f_{\beta}(c')}{\partial c_j} - \frac{f_{\beta}(c')}{M_{\alpha}} \frac{\partial f_{\alpha}(c)}{\partial c_j} \right] U_{ij} dc' \quad (5.2.79)$$

где

$$U_{ij} = \frac{1}{|c - c'|^3} [|c - c'|^2 \delta_{ij} - (c - c')_i (c - c')_j].$$

Здесь, как и ранее, штрихами снабжены величины, соответствующие состояниям после столкновения; $\ln \Lambda$ – кулоновский логарифм, равный

логарифму отношения характерных максимального и минимального прицельных расстояний ($\ln \Lambda = \ln |b_{\max}/b_{\min}|$). Интеграл столкновений (5.2.79) получен в [19] в предположении, что взаимодействие между заряженными частицами плазмы является чисто кулоновским при $1/b_{\min} = r_{\min} \leq r \leq r_{\max} = 1/b_{\max}$; на расстояниях $r > r_{\max}$ взаимодействие экранируется вследствие поляризации плазмы, причем в термодинамически равновесной плазме радиус экранирования совпадает с дебаевским, т.е. $r_{\max} = R_D = (kT/8\pi e^2 n_e)^{1/2}$. Величина r_{\min} определяется с учетом того обстоятельства, что при очень малых $r < r_{\min}$ энергия кулоновского взаимодействия частиц становится больше их кинетической энергии свободного движения, так что $e^2/r_{\min} \approx 3/2 kT$.

Вновь воспользовавшись стандартной процедурой последовательного умножения уравнения (5.2.30) на массу, импульс и энергию заряженной частицы α и интегрирования результатов по пространству скоростей, получим уравнения для моментов функции распределения f_α . Поскольку интеграл столкновений (5.2.79), в котором учтены лишь упругие столкновения, сохраняет неизменным число частиц α [19], то уравнение для нулевого момента функции распределения f_α будет иметь вид

$$\partial n_\alpha / \partial t + \nabla \cdot (n_\alpha V_\alpha) = 0, \quad (5.2.80)$$

где скорость V_α определяется формулой (2.1.4)

Уравнение движения α -компоненты (уравнение для первого момента) записывается следующим образом:

$$M_\alpha n_\alpha [\partial V_\alpha / \partial t + (V_\alpha \cdot \nabla) V_\alpha] = -\nabla p_\alpha + \nabla \cdot \hat{\pi}_\alpha + e_\alpha n_\alpha [E + c^{-1} V_\alpha \times B] + M_\alpha n_\alpha g + R_\alpha, \quad (5.2.81)$$

где

$$\pi_{\alpha ij} = -M_\alpha \int f_\alpha [(c - V_\alpha)_i (c - V_\alpha)_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} |c - V_\alpha|^2] dc, \quad (5.2.82)$$

$$p_\alpha = M_\alpha \int \frac{1}{3} (c - V_\alpha)^2 f_\alpha dc, \quad R_\alpha = \sum_\beta \int M_\alpha c \mathcal{T}_{\alpha\beta} dc.$$

Здесь $\hat{\pi}_\alpha$, R_α — тензор вязких напряжений и сила трения для частиц сорта α ; p_α — парциальное давление частиц сорта α , для которого справедливо уравнение состояния

$$p_\alpha = k n_\alpha T_\alpha, \quad (5.2.83)$$

следующее из определения кинетической температуры T_α (2.1.12) и формулы (5.2.82) для p_α .

Уравнение для второго момента (или уравнение для баланса энергии) может быть записано в виде

$$\frac{3}{2} n_\alpha k (\partial T_\alpha / \partial t + V_\alpha \cdot \nabla T_\alpha) + p_\alpha \nabla \cdot V_\alpha = -\nabla \cdot q_\alpha + \sum_{i,j} \pi_{\alpha ij} \partial V_{\alpha i} / \partial x_j + Q_\alpha. \quad (5.2.84)$$

В этом уравнении

$$q_{\alpha} = \frac{M_{\alpha}}{2} \int c(c - V_{\alpha})^2 f_{\alpha} dc, \quad Q_{\alpha} = \frac{M_{\alpha}}{2} \sum_{\beta} \int (c - V_{\alpha})^2 \mathcal{F}_{\alpha\beta} dc. \quad (5.2.85)$$

Вектор q_{α} представляет плотность потока тепла, переносимого частицами сорта α , а величина Q_{α} характеризует выделение тепла этими частицами. Для полностью ионизованной плазмы, вследствие сохранения импульса и энергии при кулоновских столкновениях, имеют место соотношения

$$R_e = -R_i, \quad Q_e + Q_i = -R_e \cdot V_e - R_i \cdot V_i = -R_e \cdot (V_e - V_i). \quad (5.2.86)$$

Приведенные гидродинамические уравнения должны быть дополнены уравнениями поля (5.2.56).

Как и в случае нейтрального газа, проблема далее сводится к нахождению функций распределения по скоростям $f_{\alpha}(c_{\alpha})$, зная которые, можно определить неизвестные величины $\hat{n}_{\alpha}, q_{\alpha}, R_{\alpha}, Q_{\alpha}$. Для этого при использовании приближенных методов решения кинетического уравнения Больцмана (см. гл. 2, а также [26]), основанных на разложении функций распределения в ряды по специальным ортогональным функциям и определении коэффициентов разложения, необходимо, как известно, выразить f_{α} через гидродинамические параметры $n_{\alpha}, V_{\alpha}, T_{\alpha}$, а затем найти определяющие уравнения, учитывая формулы (5.2.82) и (5.2.85).

Формальные условия применимости гидродинамических уравнений переноса при этом следующие. Если магнитное поле отсутствует или слабое ($\Omega\tau \lesssim 1$), условия применимости такие же, как в случае уравнений обычной газодинамики:

$$d/dt \ll 1/\tau \quad (a), \quad L \gg l, \quad \nabla \sim 1/L \quad (б) \quad (5.2.87)$$

(медленность изменения физических параметров во времени и пространстве). Если магнитное поле сильное ($\Omega\tau \gg 1$), движение плазменной частицы поперек поля ограничено ее циклотронным радиусом, который меньше длины свободного пробега l в $\Omega\tau$ раз; поэтому условие медленности пространственных изменений принимает вид $L_{\perp} \gg r_c = l/\Omega\tau$, $L_{\parallel} \gg l$, где L_{\perp} и L_{\parallel} — характерные расстояния, на которых существенно изменяются гидродинамические величины вдоль и поперек магнитного поля ($\nabla_{\perp} \sim 1/L_{\perp}$, $\nabla_{\parallel} \sim 1/L_{\parallel}$). Условие (5.2.87а) остается справедливым и в случае замагниченной плазмы.

Отвлекаясь от громоздких выкладок, аналогичных приведенным в § 2.2 выпишем здесь окончательные результаты вычислений величин $\hat{n}_{\alpha}, q_{\alpha}, R_{\alpha}$ и Q_{α} для плазмы с ионами одного сорта [11]. В выражениях для коэффициентов переноса далее используется условие квазинейтральности плазмы $n_e \approx \sum_i n_i$; электронные и ионные "времена между столкновениями" (τ_e и τ_i), а также кулоновский логарифм берутся в виде (5.1.4).

Полная сила трения R_{α} состоит из двух частей: силы трения $R_{U\alpha}$, обусловленной наличием относительной скорости $U = V_e - V_i$, и термодинамической благодаря градиенту электронной температуры, т.е.

$$R_{\alpha} = R_{U\alpha} + R_{T\alpha} \quad (R_e = -R_i), \quad (5.2.88)$$

$$R_{Ue} = -\alpha_{\parallel} U_{\parallel} - \alpha_{\perp} U_{\perp} + \alpha_{\Lambda} (h \times U), \quad (5.2.88a)$$

$$R_{Te} = -\beta_{\parallel}^{UT} \nabla_{\parallel} T_e - \beta_{\perp}^{UT} \nabla_{\perp} T_e - \beta_{\Lambda}^{UT} (h \times \nabla T_e). \quad (5.2.88б)$$

В этих формулах

$$\alpha_{\parallel} = \frac{M_e n_e}{\tau_e} \alpha_0, \quad \alpha_{\perp} = \frac{M_e n_e}{\tau_e} \left(1 - \frac{\alpha'_1 x^2 + \alpha'_0}{\Delta} \right),$$

$$\alpha_{\Lambda} = \frac{M_e n_e x (\alpha''_1 x^2 + \alpha''_0)}{\tau_e \Delta},$$

$$\beta_{\parallel}^{UT} = n_e k \beta_0, \quad \beta_{\perp}^{UT} = n_e k \frac{\beta'_1 x^2 + \beta'_0}{\Delta}, \quad \beta_{\Lambda}^{UT} = n_e k \frac{x (\beta''_1 x^2 + \beta''_0)}{\Delta},$$

$$x = \Omega_e \tau_e, \quad \Delta = x^4 + \delta_1 x^2 + \delta_0.$$
(5.2.89)

Аналогично для электронных потоков тепла

$$q_e = q_{Ue} + q_{Te}, \quad (5.2.90)$$

$$q_{Ue} = \beta_{\parallel}^{TU} U_{\parallel} + \beta_{\perp}^{TU} U_{\perp} + \beta_{\Lambda}^{TU} (h \times U), \quad (5.2.90a)$$

$$q_{Te} = -\kappa_{\parallel}^e \nabla_{\parallel} T_e - \kappa_{\perp}^e \nabla_{\perp} T_e - \kappa_{\Lambda}^e (h \times \nabla T_e), \quad (5.2.90b)$$

где

$$\kappa_{\parallel}^e = \frac{n_e k^2 T_e \tau_e}{M_e} \gamma_0, \quad \kappa_{\perp}^e = \frac{n_e k^2 T_e \tau_e}{M_e} \frac{(\gamma'_1 x^2 + \gamma'_0)}{\Delta},$$

$$\kappa_{\Lambda}^e = \frac{n_e k^2 T_e \tau_e}{M_e} \frac{x (\gamma''_1 x^2 + \gamma''_0)}{\Delta}.$$
(5.2.91)

Для коэффициентов β^{TU} справедливы следующие соотношения:

$$\beta_{\parallel}^{TU} = T_e \beta_{\parallel}^{UT}, \quad \beta_{\perp}^{TU} = T_e \beta_{\perp}^{UT}, \quad \beta_{\Lambda}^{TU} = T_e \beta_{\Lambda}^{UT}. \quad (5.2.92)$$

Величины постоянных для плазмы с зарядами ионов $\bar{Z} = 1$ и 2 приведены в таблице 5.2.1.

Таблица 5.2.1

Постоянные	$\bar{Z} = 1$	$\bar{Z} = 2$	Постоянные	$\bar{Z} = 1$	$\bar{Z} = 2$
$\alpha_0 = 1 - (\alpha'_0/\delta_0)$	0,5129	0,4408	β'_1	5,101	4,450
$\beta_0 = \beta'_0/\delta_0$	0,7110	0,9052	β'_0	2,681	0,9473
$\gamma_0 = \gamma'_0/\delta_0$	3,1616	4,890	β''_1	1,5	1,5
			β''_0	3,053	1,784
δ_0	3,7703	1,0465	γ'_1	4,664	3,957
δ_1	14,79	10,80	γ'_0	11,92	5,118
			γ''_1	2,5	2,5
			γ''_0	21,67	15,37
α'_1	6,416	5,523			
α'_0	1,837	0,5956			
α''_1	1,704	1,704			
α''_0	0,7796	0,3439			

Поток тепла ионов равен

$$q_i = -\kappa_{\parallel}^i \nabla_{\parallel} T_i - \kappa_{\perp}^i \nabla_{\perp} T_i + \kappa_{\Lambda}^i \mathbf{h} \wedge \nabla T_i, \quad (5.2.93)$$

где для коэффициентов ионной теплопроводности имеют место формулы

$$\begin{cases} \kappa_{\parallel}^i = 3,906 n_i k^2 T_i \tau_i / M_i, \\ \kappa_{\perp}^i = n_i k^2 T_i \tau_i (2y^2 + 2,645) / M_i \Delta_1, \\ \kappa_{\Lambda}^i = n_i k^2 T_i \tau_i y (2,5y^2 + 4,65) / M_i \Delta_1, \\ y = \Omega_i \tau_i, \quad \Delta_1 = y^4 + 2,7y^2 + 0,677. \end{cases} \quad (5.2.94)$$

Тепло, передаваемое ионам при столкновениях с электронами, равно

$$Q_i = \frac{3n_e}{\tau_e} \frac{M_e}{M_i} k (T_e - T_i), \quad (5.2.95)$$

а тепло, переходящее к электронам от ионов, определяется выражением (5.2.86).

Наконец, тензоры вязких напряжений $\hat{\pi}_{\alpha}$ выражаются через тензоры сдвига

$$e_{\alpha ij} = \frac{\partial V_{\alpha i}}{\partial x_j} + \frac{\partial V_{\alpha j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \nabla \cdot V_{\alpha}$$

с помощью пяти коэффициентов вязкости:

$$\pi_{\alpha ij} = \mu_{0\alpha} e_{\alpha ij}^{(0)} + \mu_{1\alpha} e_{\alpha ij}^{(1)} + \mu_{2\alpha} e_{\alpha ij}^{(2)} - \mu_{3\alpha} e_{\alpha ij}^{(3)} - \mu_{4\alpha} e_{\alpha ij}^{(4)}, \quad (5.2.96)$$

где коэффициенты вязкости ионов определяются формулами

$$\begin{cases} \mu_{0i} = 0,96 n_i k T_i \tau_i, \\ \mu_{2i}(y) = n_i k T_i \tau_i (1,2y^2 + 2,23) / (y^4 + 4,03y^2 + 2,33), \\ \mu_{4i}(y) = n_i k T_i \tau_i \frac{y(y^2 + 2,38)}{(y^4 + 4,03y^2 + 2,33)}, \\ \mu_{1i} = \mu_{2i}(2y), \quad \mu_{3i} = \mu_{4i}(2y), \end{cases} \quad (5.2.97)$$

коэффициенты вязкости электронов для $\bar{Z} = 1$ имеют вид

$$\begin{cases} \mu_{0e} = 0,733 n_e k T_e \tau_e, \\ \mu_{2e}(x) = n_e k T_e \tau_e (2,05x^2 + 8,5) / (x^4 + 13,8x^2 + 11,6), \\ \mu_{4e}(x) = -n_e k T_e \tau_e x (x^2 + 7,91) / (x^4 + 13,8x^2 + 11,6), \\ \mu_{1e} = \mu_{2e}(2x), \quad \mu_{3e} = \mu_{4e}(2x). \end{cases} \quad (5.2.98)$$

Для тензоров $e_{\alpha ij}^{()}$ справедливы соотношения:

$$\left\{ \begin{aligned} e_{\alpha ij}^{(0)} &= \frac{3}{2} \left(h_i h_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \sum_{\mu, \nu} \left(h_\mu h_\nu - \frac{1}{3} \delta_{\mu\nu} \right) e_{\alpha\mu\nu}; \\ e_{\alpha ij}^{(1)} &= \sum_{\mu, \nu} \left(\delta_{i\mu}^\perp \delta_{j\nu}^\perp + \frac{1}{2} \delta_{ij}^\perp h_\mu h_\nu \right) e_{\alpha\mu\nu}; \\ e_{\alpha ij}^{(2)} &= \sum_{\mu, \nu} (\delta_{i\mu}^\perp h_j h_\nu + \delta_{j\nu}^\perp h_i h_\mu) e_{\alpha\mu\nu}; \\ e_{\alpha ij}^{(3)} &= \frac{1}{2} \sum_{\mu, \nu, \gamma} (\delta_{i\mu}^\perp \epsilon_{j\gamma\nu} + \delta_{j\nu}^\perp \epsilon_{i\gamma\mu}) h_\gamma e_{\alpha\mu\nu}; \\ e_{\alpha ij}^{(4)} &= \sum_{\mu, \nu, \gamma} (h_i h_\mu \epsilon_{j\gamma\nu} + h_j h_\nu \epsilon_{i\gamma\mu}) h_\gamma e_{\alpha\mu\nu}, \end{aligned} \right.$$

где $\delta_{ij}^\perp = \delta_{ij} - h_i h_j$; $\epsilon_{ij\gamma}$ — антисимметричный тензор третьего ранга.

Из приведенных формул видно, что при произвольных значениях параметров $\Omega_\alpha \tau_\alpha$ коэффициенты переноса становятся анизотропными по отношению к направлению магнитного поля. Коэффициенты переноса вдоль направления поля совпадают с вычисленными при $B = 0$. Для тепловой ионосферной плазмы на высотах, где ее можно считать почти полностью ионизованной, как для электронов, так и для ионов выполняется неравенство $\Omega_\alpha \tau_\alpha \gg 1$, так что в верхней ионосфере (плазмосфере) планеты в общем случае существенна анизотропия коэффициентов переноса.

§ 5.3. Уравнения многокомпонентной гидродинамики для ионосферы (феноменологический подход)

В гидродинамических уравнениях для полностью ионизованной плазмы, рассмотренных в п. 5.2.5, не учитывалась внутренняя структура заряженных частиц и излучение. При моделировании ионосферы, где определяющую роль играют столкновения заряженных частиц с нейтралами, необходимо использовать гидродинамические модели для частично ионизованной химически активной плазмы с учетом астрономических процессов. Для этого в общем случае следует исходить из системы кинетических уравнений (2.1.24), в которой столкновительные члены учитывают как взаимодействие частиц и излучения, так и химические реакции и реакции возбуждения внутренних степеней свободы. Некоторые аналитические обобщения интегралов столкновений для ряда астрономических процессов можно найти, например, в [27]. К сожалению, для многих неупругих взаимодействий столкновительный член весьма сложен и не всегда может быть написан в явном виде.

Переход к гидродинамическому описанию частично ионизованной многотемпературной ионосферной плазмы может быть осуществлен так же, как и в случае нейтральной атмосферы (см. гл. 2). Однако вычисление коэффициентов переноса при этом довольно сложно и в полном объеме

до настоящего времени не проведено. Вместе с тем гидродинамические уравнения для ионосферы можно получить феноменологическим путем, с использованием методов механики сплошной среды [13].

5.3.1. Уравнения движения. Движение слабо ионизованного газа ионосферы вызывается различными причинами. Во-первых, вместе с нейтральными компонентами он подвержен тепловому расширению (сжатию) термосферы, связанному с суточными изменениями температуры. Во-вторых, движение ионов и электронов возникает в процессе "ионного увлечения" вследствие взаимодействия с нейтральным ветром, обусловленным неравномерностью нагрева атмосферы в течение суток и гравитационным (приливным) воздействием Солнца и спутников планет. В-третьих, на движение заряженных частиц сильное влияние оказывают электрические поля, генерируемые как в нижней ионосфере (средней атмосфере — термосфере), так и в магнитосфере (см. п. 1.6). Эти поля передаются вдоль силовых линий собственного магнитного поля планеты B_0 , проводимость вдоль которых велика, в другие атмосферные области, где они вызывают движение плазмы. При движении в постоянном поле B_0 в ней индуцируются электромагнитные поля и возникают электрические токи атмосферного динамо. В свою очередь, ток в динамо-области (слой E в ионосфере Земли), сопровождаемый электростатическим полем, вызывает токи в других частях ионосферы, а действующее на них планетарное поле B_0 заставляет плазму двигаться как целое ("атмосферный мотор", действующий в области F земной ионосферы). Таким образом, физическая картина движения оказывается довольно сложной. Кроме того, электрическое поле нагревает ионосферную плазму, и благодаря неоднородному распределению температур возникает градиент давления, также вызывающий движения ионосферных частиц. Наконец, плазменная составляющая ионосферы диффундирует в гравитационном поле планеты под действием градиентов собственного парциального давления.

Для описания перечисленных движений воспользуемся феноменологическими уравнениями многоскоростной гидродинамики для частично ионизованной неизоэнтальпической плазмы [28, 29].

Полное уравнение движения для континуума, моделирующего ионосферу в целом, аналогично уравнению движения (2.1.41) для нейтральной атмосферы:

$$\rho dV/dt = -\nabla p + \nabla \cdot \hat{\pi} + \frac{1}{c} (J \times B) + 2\rho (V \times \omega) + \rho g_e + \rho F_d. \quad (5.3.1)$$

Появление в (5.3.1) объемной силы $(J \times B)/c$, в значительной степени определяющей специфику ионосферных движений, обязано силе Лоренца (5.1.16).

Для написания уравнений движения отдельных заряженных компонент плазмы используем соотношения Стефана — Максвелла (2.2.112) и формулу (2.2.31) для векторов диффузионных термодинамических сил \vec{d}_α , в которой усредненную внешнюю силу определим выражением

$$\langle F_\alpha \rangle = M_\alpha (g_e + 2V_\alpha \times \omega + \langle F_\alpha^{**} \rangle),$$

$$\langle F_\alpha^{**} \rangle = e_\alpha \left(E + \frac{1}{c} V_\alpha \times B \right).$$

Тогда, с учетом (5.3.1), будем иметь *)

$$\begin{aligned}
 n_{\alpha} M_{\alpha} \frac{dV}{dt} + \sum_{\beta \neq \alpha} n_{\alpha} n_{\beta} \nu_{\alpha\beta} (V_{\alpha} - V_{\beta}) = \\
 = -\nabla p_{\alpha} + n_{\alpha} e_{\alpha} \left(E + \frac{1}{c} V_{\alpha} \times B \right) - k n_{\alpha} k_{T\alpha} \nabla T + \\
 + \rho^{-1} n_{\alpha} M_{\alpha} \nabla \cdot \hat{\pi} + 2 n_{\alpha} M_{\alpha} V_{\alpha} \times \vec{\omega} + n_{\alpha} M_{\alpha} g_e + n_{\alpha} M_{\alpha} F_d, \\
 (\alpha = 1, 2, \dots, N')
 \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

где N' — число заряженных компонент смеси; $\nu_{\alpha\beta} = kT/n\mathcal{D}_{\alpha\beta}$ — коэффициенты трения, определяемые экспериментально или путем детального рассмотрения динамики столкновений частиц с использованием кинетической теории газов. Уравнения (5.3.2), аналогичные по структуре общему уравнению движения (5.3.1), но содержащие добавочные члены, описывающие взаимодействие между однокомпонентными средами, пригодны как для количественного анализа диффузионных процессов, так и для определения электропроводимости многокомпонентной ионосферной плазмы.

Заметим, что хотя приведенный вывод уравнений (5.3.2) справедлив только в однотемпературном приближении, эти уравнения сохраняют свой вид и в общем случае многотемпературной плазмы при замене T на T_{α} [30]. Кроме того, в (5.3.2) не учтена возможная в сильном магнитном поле планеты (при достаточно большой гирочастоте электронов Ω_e по сравнению с частотой столкновений $\nu_{e\beta}$ заряженных частиц) анизотропия коэффициентов трения. Это связано с тем, что соотношения Стефана — Максвелла в форме (2.2.112) справедливы для ионизованных газов либо вдоль поля, либо в предельном случае нулевого магнитного поля [31]. Анизотропия в уравнении движения заряженной α -компоненты учтена в § 5.5.

Полезно рассмотреть еще один вариант записи уравнений движения для отдельной компоненты плазмы. В нижней ионосфере, где $\rho_n \gg \rho_L$ ($n_e/n_n \ll 1$), описание физических процессов возможно в рамках теории слабоионизованного газа. Гидродинамическую скорость смеси V можно считать в этом случае совпадающей со скоростью нейтральной составляющей (т.е. $V \approx V_n$, а значит, и $V_L \approx V_n$), все компоненты которой имеют одну и ту же скорость V_n . Кроме того, в первом приближении можно пренебречь влиянием центробежных сил, сил Кориолиса и сил приливного происхождения на движение заряженных частиц, поскольку их проекции на преимущественное направление диффузии плазмы оказываются незначительными [29]. Уравнения (5.3.2) тогда примут вид:

$$\begin{aligned}
 n_{\alpha} M_{\alpha} dV_L/dt + n_{\alpha} n_n \tilde{\nu}_{\alpha n} (V_{\alpha} - V_L) + \sum_{\beta \neq \alpha}^{(i)} n_{\alpha} n_{\beta} \nu_{\alpha\beta} (V_{\alpha} - V_{\beta}) = \\
 = -\nabla p_{\alpha} + n_{\alpha} M_{\alpha} g + n_{\alpha} e_{\alpha} \left(E + \frac{1}{c} V_{\alpha} \times B \right) + n_{\alpha} M_{\alpha} F_d \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N'),
 \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

*) Отметим, что ряд существенных динамических процессов в ионосфере (например, амбиполярная диффузия) может рассматриваться в изотермическом приближении, т.е. при пренебрежении термосилой [29].

где $\tilde{\nu}_{\alpha n} = \sum_{\beta}^{(n)} n_{\beta} \nu_{\alpha\beta} / n_n$ — полный коэффициент трения α -й заряженной компоненты и нейтральной составляющей ионосферы; $n_n = \sum_{\beta}^{(n)} n_{\beta}$ — полная числовая плотность нейтральных частиц. Здесь опущен член, связанный с вязкостью, так как при $n_n \gg n_L$ и $V_n \approx V_L$ вязкость системы почти полностью определяется нейтрами (включая область F , где большие значения приобретают кулоновские столкновения [28]).

Суммируя (5.3.3) по всем заряженным компонентам, приходим к следующему уравнению движения плазменной составляющей нижней ионосферы:

$$\rho_L dV_L/dt + \sum_{\alpha}^{(i)} n_{\alpha} n_n \tilde{\nu}_{\alpha n} (V_{\alpha} - V_L) = -\nabla p_L + \rho_L g + \frac{1}{c} J \times B + \rho_L F_d, \quad (5.3.4)$$

где $\rho_L = \sum_{\alpha}^{(i)} n_{\alpha} M_{\alpha}$, $n_L = \sum_{\alpha}^{(i)} n_{\alpha}$, $p_L = \sum_{\alpha}^{(i)} p_{\alpha}$ — соответственно массовая плотность, числовая плотность и давление плазменной составляющей ионосферы. В свою очередь, из (5.3.1) и (5.3.4) следует уравнение движения (2.2.123) для нейтральной ионосферной составляющей, в котором достаточно учесть столкновения нейтральных молекул лишь с ионами, так как столкновения с электронами не оказывают заметного влияния на их движение.

5.3.2. Эффекты столкновений. Столкновения определяют процессы переноса в ионосфере. Столкновительный член $\mathcal{M}_{\alpha} = \sum_{\beta \neq \alpha} n_{\alpha} n_{\beta} \nu_{\alpha\beta} (V_{\alpha} - V_{\beta})$ в уравнении (5.3.2) представляет собой среднюю скорость, с которой теряет импульс единица объема α -компоненты в результате столкновений ее частиц с частицами других компонент. Среднюю скорость потери импульса частицей α на единицу объема многокомпонентной смеси в результате упругих столкновений с частицами β запишем в виде

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta} = n_{\alpha} n_{\beta} \nu_{\alpha\beta} (V_{\alpha} - V_{\beta}) = n_{\alpha} M_{\alpha\beta} \beta_{\alpha\beta} (V_{\alpha} - V_{\beta}), \quad (5.3.5)$$

где $\beta_{\alpha\beta} = n_{\beta} g_{\alpha\beta} \bar{Q}_{\alpha\beta}$ — средняя частота столкновений с передачей импульса между частицами α и β сортов; $g_{\alpha\beta} = (8kT_R/\pi M_{\alpha\beta})^{1/2}$ — средняя относительная скорость частиц с максвелловскими распределениями по скоростям; $T_R = M_{\alpha\beta} (T_{\alpha}/M_{\alpha} + T_{\beta}/M_{\beta})$ — приведенная температура; $M_{\alpha\beta}$ — приведенная масса; $\bar{Q}_{\alpha\beta}$ — эффективное сечение рассеяния. Последнее определяется из эксперимента или с помощью газокINETических расчетов [32–35], когда достаточно хорошо известен закон взаимодействия между частицами.

а) *Столкновения ионов и нейтральных частиц.* Кинетическая теория дает следующее выражение для \bar{Q}_{in} в случае равенства макроскопических скоростей движения ионов и нейтральных частиц (ср. с (2.2.68)) [33]:

$$\bar{Q}_{in} = \frac{4}{3} \left(\frac{M_{in}}{2kT_R} \right)^3 \int_0^{\infty} Q_{in}(g) \exp \left[- \left(\frac{M_{in}}{2kT_R} \right) g^2 \right] g^5 dg, \quad (5.3.6)$$

где $Q_{in}(g)$ — дифференциальное сечение передачи импульса между ионами и нейтрами, имеющими относительную тепловую скорость g . Величина

Таблица 5.3.1

Атомная поляризация

Нейтральный газ	α_0						
	N_2	O_2	H_2	O	H	He	N
10^{-24} см^3	1,76	1,60	0,82	0,89	0,67	0,21	1,13

Таблица 5.3.2

	O^+, O	O_2^+, O_2	H^+, H	He^+, He	N_2^+, N_2	N^+, N
$10^{11} \cdot \beta_{in}^0$, $\text{см}^3/\text{с} \cdot \text{град}^{1/2}$	1,66	1,11	1,02	3,06	2,13	1,66

Q_{in} с учетом различия в макроскопических скоростях движения компонент i и n получена в [36]. Средняя частота столкновений β_{in} определяется формулой

$$\beta_{in} = n_n \left(\frac{8k}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{T_i}{M_i} + \frac{T_n}{M_n} \right)^{1/2} \bar{Q}_{in}, \text{ с}^{-1}. \quad (5.3.7)$$

Более строгий анализ показывает, что с приближением иона к нейтральной частице у последней наводится электрический дипольный момент, и эффективное сечение столкновения между ними в значительной степени определяется результирующими электростатическими силами. Учет этого эффекта приводит к следующему полуэмпирическому выражению для \bar{Q}_{in} [37, 38]:

$$\bar{Q}_{in} = 13,3 \cdot 10^{-14} (\alpha_0/T_R)^{1/2} \text{ см}^2. \quad (5.3.8)$$

В этом случае частота столкновений не зависит от температуры и определяется выражением [37, 38]

$$\beta_{in} = 2,6 \cdot 10^{-9} n_n (\alpha_0/\mu_A)^{1/2}, \text{ с}^{-1}, \quad (5.3.9)$$

где $\mu_A = \mathcal{A}_i \mathcal{A}_n / (\mathcal{A}_i + \mathcal{A}_n)$; \mathcal{A}_i и \mathcal{A}_n — массы ионов и нейтральных частиц соответственно (в атомных единицах). Численные величины атомной поляризации α_0 для основных нейтральных компонент ионосферы Земли приведены в табл. 5.3.1 [39, 40].

При диффузии ионов какого-либо сорта в газе той же химической природы (например, O^+ в O) важную роль играет реакция резонансного переноса заряда. Эффективная частота соударений для этого процесса может быть приближенно представлена в виде [8]

$$\beta_{in} = \beta_{in}^0 (T_i + T_n)^{1/2} n_n, \text{ с}^{-1}, \quad (5.3.10)$$

где константа β_{in}^0 для разных типов перезарядки приведена в табл. 5.3.2.

б) Столкновения электронов с нейтральным газом. При рассмотрении частоты столкновений электронов с тяжелыми частицами воспользуемся условием $M_{en} \approx M_e$, тогда $T_R \approx T_e$ и для средней частоты соударений

из (5.3.6) и (5.3.7) получим

$$\beta_{en} = \frac{4}{3} n_n \left(\frac{8kT_e}{\pi M_e} \right)^{1/2} \left(\frac{M_e}{2kT_e} \right)^3 \int_0^\infty Q_{en}(g) \exp \left[- \left(\frac{M_e}{2kT_e} \right) g^2 \right] g^5 dg =$$

$$= n_n \left(\frac{8kT_e}{\pi M_e} \right)^{1/2} \bar{Q}_{en}. \quad (5.3.11)$$

Для оценки величины β_{en} положим $\bar{Q}_{en} \approx \pi r^2$, где r — радиус атома ($\approx 10^{-8}$ см), тогда из (5.3.11) следует

$$\beta_{en} \approx 2 \cdot 10^{-16} n_n T_e^{1/2}, \text{ с}^{-1}. \quad (5.3.12)$$

В реальной ситуации, однако, сила, возникающая благодаря индуцированному дипольному моменту, приводит к тому, что эффективное сечение столкновения Q_{en} оказывается пропорциональным $T_e^{1/2}$, и частота столкновений пропорциональна T_e или энергии электрона [37, 38]. Для основных нейтральных компонент ионосферы Земли средние сечения столкновений с передаточим импульса приведены в табл. 5.3.3.

Полная частота соударений электрона с нейтральной составляющей плазмы равна сумме эффективных частот соударений с различными компонентами: $\beta_e = \sum_k^{(n)} \beta_{ek}$; эти частоты приведены в табл. 5.3.4.

в) Упругие столкновения заряженных частиц. Динамика упругого столкновения двух заряженных частиц описывается кулоновским потенциалом

Таблица 5.3.3

Сечения столкновения электронов

Нейтральные компоненты	$Q_{en}, \text{ см}^2$	Нейтральные компоненты	$Q_{en}, \text{ см}^2$
N_2	$(3,75 - 4,53 \cdot 10^{-4} T_e) \times T_e^{1/2} \cdot 10^{-17}$	H	$10^{-16} (72,9 - 9,93 \cdot 10^{-3} T_e)$
O_2	$2,93 \cdot 10^{-16} (1 + 3,6 \cdot 10^{-2} T_e^{1/2})$	He	$(7,4 \pm 0,8) \cdot 10^{-16}$
O	$(4,5 \pm 1,3) 10^{-16}$		

Таблица 5.3.4

Эффективные частоты столкновений электронов с нейтральными молекулами

Компоненты	$\beta_{en}, \text{ с}^{-1}$	Компоненты	$\beta_{en}, \text{ с}^{-1}$
N_2	$2,33 \cdot 10^{-11} T_e n_{N_2} \times (1 - 1,21 \cdot 10^{-4} T_e^{-1})$	H	$4,5 \cdot 10^{-9} T_e^{1/2} n_H \times (1 - 1,35 \cdot 10^{-4} T_e)$
O_2	$1,82 \cdot 10^{-10} T_e^{1/2} n_{O_2} \times (1 + 3,6 \cdot 10^{-2} T_e^{1/2})$	He	$4,6 \cdot 10^{-10} T_e^{1/2} n_{He}$
O	$8,9 \cdot 10^{-11} T_e^{1/2} n_O \times (1 + 5,7 \cdot 10^{-4} T_e)$		

$\varphi(r) = e_i e_j / r$, что позволяет найти следующее выражение для эффективного сечения переноса импульса \bar{Q}_{ei} (при $\bar{Z} = 1$) [34]:

$$\bar{Q}_{ei} = \frac{e^4 \ln \lambda_{ei}}{24\pi (kT_e)^2} \approx 3,7 \cdot 10^{-8} \ln \lambda_{ei} / T_e^2 \text{ см}^2, \quad (5.3.13)$$

где $\lambda_{ei} = 8,6 \cdot 10^3 (T_e^3 / n_e)^{1/2}$ — кулоновский логарифм. Соответствующая средняя частота электронно-ионных столкновений составит

$$\begin{aligned} \beta_{ei} &= n_i g_{ei} \bar{Q}_{ei} = n_i \frac{4\sqrt{2}\pi}{3} \left(\frac{M_e}{kT_e} \right)^{3/2} \left(\frac{e^2}{4\pi M_e} \right)^2 \ln \lambda_{ei} = \\ &= 3,6 n_i \ln \lambda_{ei} / T_e^{3/2} \text{ с}^{-1}, \end{aligned} \quad (5.3.14)$$

где $g_{ei} = \sqrt{8kT_e/\pi M_e}$ — средняя относительная скорость электронов и ионов.

Для ион-ионных столкновений в предположении, что оба газа имеют максвелловское распределение скоростей, сечение \bar{Q}_{ij} , согласно [37, 38], можно выразить в виде

$$\bar{Q}_{ij} = 4,4 \cdot 10^{-6} \ln \lambda_{ij} / T_R^2 \text{ см}^2, \quad (5.3.15)$$

где $T_R = \mu_A^* \left(\frac{T_i}{\mathcal{A}_i} + \frac{T_j}{\mathcal{A}_j} \right)$; $\mu_A^* = \mathcal{A}_i \mathcal{A}_j / (\mathcal{A}_i + \mathcal{A}_j)$.

Параметр λ_{ij} определяется как $\lambda_{ij} = 2\bar{\mathcal{E}} R_D / e_i e_j$, причем $\bar{\mathcal{E}}$ — средняя энергия относительного движения двух ионов:

$R_D = \sqrt{4\pi e^2 \left(\frac{n_i \bar{Z}_i}{kT_i} + \frac{n_j \bar{Z}_j}{kT_j} \right)}$ — дебаевский радиус. Соответствующая средняя частота ион-ионных столкновений составит

$$\beta_{ij} = 8,4 \cdot 10^{-2} n_j \ln \lambda_{ij} / \mu_A^{*1/2} T_R^{3/2}, \quad (5.3.16)$$

В табл. 5.1.3 приведены эффективные частоты соударений электронов и ионов в ионосфере Земли. Видно, что на высотах до 100 км днем и до 250 км ночью основную роль играют соударения с молекулами, а на высотах $z \geq 300$ км доминируют соударения с ионами.

5.3.3. Увлечение нейтральной компоненты. В условиях ионосферы ряд членов в (2.2.123) можно из-за малости опустить [41], и уравнение движения нейтральной компоненты в предположении горизонтальности движения принимает вид

$$dV_n/dt = \beta_{in}^* (V_i - V_n) + \rho_n^{-1} \mu_n \partial^2 V_n / \partial z^2, \quad (5.3.17)$$

где $\beta_{in}^* = \beta_{in} M_i / (M_i + M_n)$; μ_n — коэффициент сдвиговой вязкости нейтральных частиц. Если допустить, что вязкость среды $\mu_n = 0$, заряженная компонента движется под действием электрического поля с постоянной скоростью V_i , а нейтральная компонента первоначально покоится ($V_n = 0$), то из (5.3.17) немедленно следует

$$V_n = V_i [1 - \exp(-\beta_{in}^* t)], \quad (5.3.18)$$

т.е. V_n изменяется до тех пор, пока не сравняется с V_i .

Таблица 5.3.5

Высота, км	$1/\beta_{in}^*$, ч	H_V , км	Высота, км	$1/\beta_{in}^*$, ч	H_V , км
100	3	20	300	0,5	100
200	1,5	30			

В области E ионосферы Земли характерное время $1/\beta_{in}^*$ этого процесса порядка нескольких часов (табл. 5.3.5), т.е. сравнимо с периодом крупномасштабных движений атмосферы в течение суток. В области F оно уменьшается, что обусловлено пропорциональностью β_{in}^* концентрации ионов.

Для выяснения влияния вязкости на процесс движения предположим существование равновесного состояния ($dV_n/dt \approx 0$), что позволяет представить (5.3.17) в виде

$$H_V^2 \partial^2 V_n / \partial Z^2 = V_n - V_i, \quad (5.3.19)$$

где $H_V = \sqrt{\mu_n / \rho_n \beta_{in}^*}$. Если, кроме того, V_i и H_V не зависят от высоты и времени, то вертикальное изменение скорости V_n выражается через экспоненты $\exp(\pm Z/H_V)$ при соответствующих граничных условиях. Таким образом, вязкий член, способствует сглаживанию различия скоростей V_n на уровнях z_1 и z_2 , причем особенно быстро, когда $|z_1 - z_2| \ll H_V$, и медленно, когда $|z_1 - z_2| > H_V$. При $1/\beta_{in}^* \approx 1,5$ ч имеем $H_V \approx 30$ км, другими словами, движение ионосферной плазмы не может эффективно ускорять нейтральную атмосферу без более существенного влияния вязкости [41].

5.3.4. Тепловой баланс. Уравнение баланса полной внутренней энергии ϵ многокомпонентного частично ионизованного газа ионосферы аналогично уравнению энергии (2.1.42) для нейтральной атмосферы:

$$\rho \frac{d\epsilon}{dt} + \rho p \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \nabla \cdot (q + q_R^{ИК}) + \hat{\pi}: \nabla V + J \cdot \left(E + \frac{1}{c} V \times B \right) + \mathcal{A}_\odot^{УФ} + Q_d. \quad (5.3.20)$$

Здесь $\hat{\pi}: \nabla V = \sum_{i,k} \pi_{ik} \frac{\partial V_i}{\partial x_k}$ — диссипация тепловой энергии за счет молекулярной вязкости — величина, в ионосфере планеты практически пол-

ностью определяемая нейтральными компонентами [28]; $J \cdot \left(E + \frac{1}{c} V \times B \right) -$

джоулево нагревание атмосферы ионосферными электрическими токами, связанное с электромагнитной силой Лоренца (5.1.16); $J = \sum_\alpha n_\alpha e_\alpha w_\alpha$ — плотность полного тока проводимости; $q_R^{ИК}$ — полный поток энергии, обусловленный инфракрасным излучением Солнца, припланетной атмосферы, включая поверхность планеты (см. формулы (3.3.11) и (3.3.23)); $\mathcal{A}_\odot^{УФ}$ — величина поглощенной ультрафиолетовой и рентгеновской радиации Солнца, приводящая к нагреванию ионосферы за счет фотопроцессов

и последующих аэромических реакций (см. формулу (3.3.8)); Q_d — возможные локальные источники нагрева атмосферы, связанные с диссипацией энергии приливных движений, гравитационных и магнитогидродинамических волн, а также с притоком тепла в ионосферный газ от сверхтепловых фотоэлектронов и высокоэнергичных корпускулярных частиц, выходящих в атмосферу.

Отсутствие теплового равновесия в ионосфере не позволяет в общем случае воспользоваться при расчетах ее температурного режима одним только уравнением энергии (5.3.20), записанным через общую температуру газовой смеси. Необходимо записать соответствующие уравнения отдельно для электронной, ионных и нейтральных компонент, кинетические температуры которых могут сильно различаться (см. § 1.5, 1.7 и [42]).

Вывод таких уравнений на основе кинетической теории газов дан в [29]. Мы воспользуемся здесь эвристическим подходом, рассматривая атмосферный газ как сплошную среду. С учетом определения полной внутренней энергии смеси (2.1.11) и уравнения сохранения числовой плотности частиц сорта α (2.1.43) перепишем суммарное уравнение (5.3.20) в виде

$$\sum_{\alpha} \left[\frac{d}{dt} (n_{\alpha} \epsilon_{\alpha}) + n_{\alpha} h_{\alpha} \nabla \cdot V + \Delta \cdot q_{\alpha} - \gamma_{\alpha} A_{\odot}^{\nu \Phi} - e_{\alpha} n_{\alpha} w_{\alpha} \cdot E' + Q_{d\alpha} \right] = \\ = \nabla \cdot q_R^{IK} + \hat{\pi} : \nabla V, \quad (5.3.21)$$

где γ_{α} — коэффициент, определяющий долю поглощенной солнечной радиации, которая идет непосредственно на нагревание компоненты α ($\sum_{\alpha} \gamma_{\alpha} = 1$);

$E' = E + \frac{1}{c} V \times B$ — электрическое поле в системе координат, движущейся со скоростью среды V ; $e_{\alpha} n_{\alpha} w_{\alpha} \cdot E'$ — скорость увеличения внутренней энергии компоненты α в единице объема смеси за счет работы электромагнитного поля.

Предполагая, что вязкая диссипация тепловой энергии системы и лучистый теплообмен определяются, в основном, нейтральной составляющей ионосферы, составим уравнение, аналогичное по структуре (5.3.20), для заряженной компоненты α :

$$d(n_{\alpha} \epsilon_{\alpha})/dt = -\nabla \cdot q_{\alpha} - n_{\alpha} h_{\alpha} \nabla \cdot V + e_{\alpha} n_{\alpha} w_{\alpha} \cdot E' + \gamma_{\alpha} A_{\odot}^{\nu \Phi} + Q_{d\alpha} - \sum_{\beta \neq \alpha} E_{\beta\alpha}. \quad (5.3.22)$$

Последнее слагаемое в правой части представляет собой интенсивность обмена энергией между выделенной α -компонентой и всеми другими составляющими смеси*), т.е. учитывает энергию, теряемую (в единицу времени в единице объема) частицами сорта α за счет упругих, так и неупругих столкновений с другими компонентами, имеющими в общем случае температуру, отличную от T_{α} .

*) Это слагаемое выпадает из полного уравнения (5.3.20), $\sum_{\alpha, \beta} E_{\beta\alpha} = 0$.

Потери тепловой энергии электронной компонентой смеси из-за упругих столкновений с тяжелыми положительными ионами и нейтральными частицами можно выразить формулой

$$\sum_{j=1}^{N-1} E_{ej} = \sum_{j=1}^{N-1} \delta_{ej} \frac{2M_e}{M_j} \frac{3}{2} k(T_e - T_j) \beta_{ej} n_e. \quad (5.3.23)$$

Действительно, при упругом столкновении легкой частицы (электрона) с покоящейся тяжелой, последней передается доля энергии порядка отношения масс M_e/M_j (например, при изотропном рассеянии электронов на ионах средняя доля передаваемой энергии равна $2M_e/M_j$). Поэтому среднюю энергию, теряемую электроном за одно столкновение, можно

записать в виде $\Delta \bar{\epsilon}_{ej} \approx \frac{2M_e}{M_j} \frac{3}{2} k(T_e - T_j)$. Тогда скорость передачи

энергии E_{ej} для всего электронного газа, упруго взаимодействующего с частицами компоненты j , определяется формулой

$$E_{ej} = \frac{2M_e}{M_j} \frac{3}{2} k(T_e - T_j) \beta_{ej} n_e = 3n_e n_j \frac{M_e}{M_j} k \left(\frac{8kT_e}{\pi M_e} \right)^{1/2} \bar{Q}_{ej}(T_e - T_j). \quad (5.3.24)$$

Из-за наличия множителя $2M_e/M_j$ в правой части (5.3.24) эта специфическая скорость охлаждения электронов (электроны охлаждаются, если $T_e > T_j$; при $T_j > T_e$ имеет место обратный процесс) довольно мала (в ионосфере Земли $2M_e/M_j \approx (2 \div 3) \cdot 10^{-5}$).

Значительно быстрее электроны теряют энергию вследствие неупругих столкновений, для учета которых в формуле (5.3.23) введен коэффициент неупругой потери энергии δ_{ej} . Этот коэффициент может отличаться от единицы на несколько порядков; для его вычисления необходимо знать эффективные сечения основных неупругих процессов, с которыми связано возбуждение вращательных, колебательных и электронных уровней.

При относительно невысокой температуре электронов ($T_e \lesssim 10^3$ К) главную роль играет возбуждение вращательных уравнений молекул. Для неполярных молекул N_2 и O_2 доля энергии δ_{ej} , теряемой на возбуждение, составляет [43]

$$\delta_{eN_2} = 6,5(1 + 0,027 T_e^{1/2})/T_e^{3/2}, \quad \delta_{eO_2} = 2,9/(1 + 0,036 T_e)^{1/2} T_e. \quad (5.3.25)$$

При $T_e > 10^3$ К существенную роль в охлаждении электронного газа начинает играть возбуждение колебательных, а при $T_e \gtrsim 3 \cdot 10^3 - 10^4$ К — электронных уровней. Вместе с тем за счет возбуждения тонкой структуры в атомных газах оптические потери могут становиться заметными и при невысоких температурах электронов. Так, для основного состояния атомарного кислорода оптические потери составляют [44]

$$\delta_{eO} = 8,25/T_n T_e^{1/2}, \quad (5.3.26)$$

что надо учитывать уже при значениях $T_e \lesssim 10^3$ К. Результаты лабораторных измерений средних долей потерь энергии δ_{ej} при охлаждении электронного газа в молекулярном водороде, кислороде и азоте приведены в табл. 5.3.6 [8]. Для смеси газов коэффициент

$$\delta = \sum_{\alpha} \delta_{\alpha e} \beta_{\alpha e} / \sum_{\alpha} \beta_{\alpha e}.$$

Таблица 5.3.6

T_e, K	$\delta_{ej} \cdot 10^3$			
	H_2	O_2	N_2	Земной воздух
1000	2,5	3,7	0,47	0,9
2000	2,2	6,7	0,36	1,2
3000	2,2	8,6	0,33	1,6
4000	2,5	9,0	0,32	1,7
5000	3,0	8,7	0,34	1,7
7000	3,9	7,7	0,45	1,7
10000	5,3	6,6	1,15	2,0

Следует, однако, иметь в виду, что способ учета неупругих потерь при столкновениях электронов с молекулами через коэффициенты δ_{ej} является приближенным даже при значительных скоростях обмена энергией между вращательными и колебательными степенями, с одной стороны, и поступательной степенью свободы — с другой. Если же взаимодействие слабое, необходим детальный газокинетический расчет [45].

В случае однократного столкновения тяжелых частиц i и n средняя передаваемая энергия рассчитывается по формуле [11]

$$\Delta \bar{\epsilon}_{in} \approx \frac{2M_{in}^2}{M_i M_n} \left[\frac{3}{2} k(T_i - T_n) - \frac{1}{2} M_n (V_i - V_n)^2 \right],$$

откуда для скорости передачи энергии частицами ионной компоненты, взаимодействующими с частицами нейтральной составляющей плазмы, имеем

$$E_{in} = 3n_i n_n k \frac{M_i M_n}{(M_i + M_n)^2} \left(\frac{8k}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{T_i}{M_i} + \frac{T_n}{M_n} \right)^{1/2} \bar{Q}_{in} \times \\ \times \left[(T_i - T_n) - \frac{M_n}{3k} (V_i - V_n)^2 \right]. \quad (5.3.27)$$

С учетом приведенных выше соотношений запишем теперь уравнение баланса энергии электронной составляющей в трехтемпературной плазме. Поскольку для электронов $\epsilon_e = 3kT_e/2$ и $h_e = 5kT_e/2$, уравнение (5.3.22) с учетом формулы (2.1.39) принимает вид

$$\frac{5}{2} k n_e \frac{dT_e}{dt} = \frac{dp_e}{dt} - \nabla \cdot (q_e - h_e n_e w_e) - e n_e w_e \cdot E' - \frac{5}{2} k n_e w_e \cdot \nabla T_e + \\ + \sum_{\alpha}^{(n)} \frac{2M_e}{M_{\alpha}} \frac{3}{2} k \beta_{e\alpha} n_e (T_e - T_n) + \sum_j^{(i)} \frac{2M_e}{M_j} \frac{3}{2} k \beta_{ej} n_e (T_e - T_{ion}) + \\ + \gamma_{\alpha} \mathcal{A}_{\alpha}^{Y\Phi} - h_e \dot{n}_e - \sum_{\alpha} L_{e\alpha} + Q'_{de} + Q''_{de}. \quad (5.3.28)$$

Здесь $Q'_{de} \approx 2,32 \cdot 10^{-8} n_e \Phi_e / \tilde{E}$ (к град/см²·с) — приток тепла от высыпавшихся высокоэнергетичных частиц; Φ_e — поток (см⁻²·с⁻¹) быстрых электронов с энергией \tilde{E} (эВ), зарождающихся в процессах, отличных

от фотоионизации (например, за счет ускорения электростатическим полем); $L_{e\alpha}$ — тепловые потери при вращательном, колебательном возбуждении молекул и возбуждении переходов тонкой структуры электронных состояний [46].

Величина $\gamma_e \mathcal{A}_e^{y\Phi} - n_e \dot{n}_e$ представляет собой скорость нагрева тепловых электронов термализованного электронного газа ионосферы и плазмосферы горячими электронами. Корректное выражение для этого важного источника тепла получено в [81] на основе решения кинетического уравнения для сверхтепловых электронов (см. также [1,49–51]). Член Q_{de}'' учитывает дополнительный локальный источник тепла, связанный с переносом волновой энергии, генерируемой в процессе магнитосферно-ионосферных взаимодействий.

Поскольку джоулево тепло выделяется, в основном, в электронном газе, то слагаемое $-en_e w_e \cdot E'$ в (5.3.28) будем представлять в виде $J \cdot E' - eJ_t \cdot E'$, где $J_t = \sum_{j \neq e}^{(i)} e_j n_j \cdot w_j$, J — ток, текущий в ионосфере в результате воздействия планетарного электрического поля (например, авральный ток или экваториальная электроструя). Скорости потери энергии электронами за счет упругих столкновений для основных нейтральных компонент Земли приведены в табл. 5.3.7.

Скорость, с которой электронный газ теряет энергию, передавая ее смеси положительных ионов (например, O^+ , He^+ и H^+), определена в [42]:

$$-\sum_{j \neq e}^{(i)} E_{ej} = -\frac{5,8 \cdot 10^{-3} (T_e - T_{ion})}{T_e^{3/2}} n_e [n_{O^+} + 4n_{He^+} + 16n_{H^+}]. \quad (5.3.29)$$

Согласно [47] охлаждение электронного газа посредством вращательного возбуждения молекул N_2 и O_2 может быть записано в виде

$$\begin{aligned} L'_{eN_2} &= 3,3 \cdot 10^{-10} n_e n_{N_2} T_e^{-1/2} (T_e - T_n), \\ L'_{eO_2} &= 8 \cdot 10^{-10} n_e n_{O_2} T_e^{-1/2} (T_e - T_n). \end{aligned} \quad (5.3.30)$$

Однако при $T_e > \sim 1500$ К более эффективны тепловые потери электронов при колебательном возбуждении молекул. Для N_2 и O_2 имеем [47]

$$\begin{aligned} L''_{eN_2} &= 3,46 \cdot 10^{-8} n_e n_{N_2} \exp\left(g \frac{T_e - 2000}{2000 T_e}\right) \times \\ &\times \left[1 + \exp\left(f \frac{T_n - T_e}{T_e T_n}\right)\right] (k \text{ град/см}^2 \cdot c). \end{aligned} \quad (5.3.31)$$

Таблица 5.3.7

Компонента	$E_{e,\alpha}, k \text{ град/см}^3 \cdot c$	Компонента	$E_{e,\alpha}, k \text{ град/см}^3 \cdot c$
N_2	$-2,05 \cdot 10^{-15} n_e n_{N_2} (1 - 1,21 \cdot 10^{-4} T_e) T_e (T_e - T_n)$	H	$-1,11 \cdot 10^{-11} n_e n_H (1 - 1,35 \cdot 10^{-4} T_e) T_e^{1/2} (T_e - T_n)$
O_2	$-1,40 \cdot 10^{-14} n_e n_{O_2} (1 + 3,6 \cdot 10^{-3} T_e) T_e^{1/2} (T_e - T_n)$	He	$-2,85 \cdot 10^{-13} n_e n_{He} T_e^{1/2} (T_e - T_n)$
O	$-4,33 \cdot 10^{-14} n_e n_O T_e^{1/2} (T_e - T_n)$		

В соотношении (5.3.31)

$$f = 3300 + (T_e - 1000) [1,23 - 2,056 \cdot 10^{-4} (T_e - 4000)],$$

$$g = 1,06 \cdot 10^4 + 7,51 \cdot 10^3 \text{th} [1,1 \cdot 10^{-3} (T_e - 1800)],$$

$$L_{eO_1}'' = 8,64 \cdot 10^{-9} n_e n_{O_2} \exp \left(g' \frac{T_e - 700}{700 T_e} \right) \left[1 - \exp \left(3000 \frac{T_n - T_e}{T_e T_n} \right) \right],$$

где (5.3.32)

$$g' = 3,902 \cdot 10^3 + 4,38 \cdot 10^2 \text{th} [4,5 \cdot 10^{-4} (T_e - 2400)].$$

Скорости охлаждения электронов при возбуждении тонкой структуры состояния 3P_2 атома кислорода O и первого возбуждения метастабильного уровня 1D того же атома определены в [48]:

$$L_{eO}' = 3,9 \cdot 10^{-8} n_e n_O (1 - 7 \cdot 10^{-5} T_e) (T_e - T_n) / T_n, \quad (5.3.33)$$

$$L_{eO}'' = 1,85 \cdot 10^{-8} n_e n_{O_2} \exp \left(f \frac{T_e - 3000}{3000 T_e} \right) \left[1 - \exp \left(22713 \frac{T_n - T_e}{T_e T_n} \right) \right], \quad (5.3.33a)$$

где

$$f = 2,4 \cdot 10^4 + (T_e - 1500) [0,3 - 2 \cdot 10^{-5} (T_e - 4000)].$$

Запишем теперь уравнение энергетического баланса для j -й ионной составляющей ионосферы в пренебрежении вязкой диссипацией заряженных частиц:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[n_j \left(\frac{3}{2} k T_{ion} + \epsilon_j^{int} \right) \right] = & -\nabla \cdot q_j - \left[n_j \left(\frac{5}{2} k T_{ion} + \epsilon_j^{int} \right) \right] \nabla \cdot V + \\ & + e_j n_j w_j \cdot E' + \frac{2M_e}{M_j} \frac{3}{2} k \beta_{ej} n_e (T_e - T_{ion}) + \\ & + \sum_{\alpha}^{(n)} \frac{2M_{j\alpha}}{M_j + M_{\alpha}} \beta_{\alpha j} n_{\alpha} \left[\frac{3}{2} k (T_{\alpha} - T_{ion}) + \frac{M_{\alpha}}{2} (V_{\alpha} - V_j)^2 \right] + \\ & + \gamma_j \mathcal{A}_{\odot}^{y\Phi} - L_j + Q_{aj}. \end{aligned} \quad (5.3.34)$$

Здесь ϵ_j^{int} — вклад внутренних степеней свободы в парциальную энергию j -ой компоненты ионосферы. Приток тепла в ионный газ от фотоионизации часто мал ($\gamma_j \ll 1$) и обычно не учитывается. Нагревание ионов происходит в основном при кулоновском взаимодействии с электронами (при этом скорость поступления тепла в ионный газ равна соответствующей скорости охлаждения электронов в уравнении (5.3.28)), а охлаждение — при упругих столкновениях с тяжелыми частицами. Скорость теплопередачи в этом случае обусловлена либо разностью температур сталкивающихся газов, либо возможной разностью их направленных скоростей V_j и V_{α} (фрикционный нагрев). Эффективное охлаждение ионов в нейтральном "родительском" газе происходит при резонансной перезарядке; в этом случае выражение для частицы β_{jn} изменяется на множитель $(T_n + T_{ion})^m$,

где $0,3 \leq m \leq 0,4$ для большинства атмосферных газов [1]. Тепловые потери ионов O^+ , He^+ , H^+ (с учетом резонансной перезарядки) при передаче энергии нейтральным частицам в ионосфере Земли определены следующим образом [37, 38]:

$$\begin{aligned} E_{O^+,n} - L_{O^+} &= [6,6n_{N_2} + 5,8n_{O_2} + 2,8n_{He} + 3,3n_H + \\ &+ 0,2n_O(T_n + T_{ion})^{1/2}] (T_n - T_{ion}) \cdot 10^{-14} n_{O^+}, \\ E_{H^+,n} - L_{H^+} &= [3,1n_{N_2} + 3,5n_O + 2,8n_{O_2} + 5,5n_{He} + \\ &+ 1,4n_H(T_n + T_{ion})^{1/2}] (T_n - T_{ion}) \cdot 10^{-14} n_{H^+}, \\ E_{He^+,n} - L_{He^+} &= [5,3n_{N_2} + 5,8n_O + 10n_H + 4,5n_{O_2} + \\ &+ 0,4n_{He}(T_n + T_{ion})^{1/2}] (T_n - T_{ion}) \cdot 10^{-14} n_{He^+}. \end{aligned} \quad (5.3.35)$$

Ионная температура T_{ion} обычно находится из равновесной формы суммарного энергетического уравнения для ионов, в котором пренебрегается эффектом ионной теплопроводности по сравнению с теплопроводностью электронов, поскольку $\lambda_e/\lambda_i \approx \sqrt{M_e/M_i} \gg 1$ [29].

5.3.5. Теплопроводность частично ионизованной газовой смеси. Кинетическая теория частично ионизованной двухтемпературной ($T_e, T_{ion} = T_n$) плазмы умеренной плотности в любом приближении метода Чепмена—Энскога приводит к следующим выражениям для потоков тепла, переносимого электронами и ионами [8, 52]:

$$\begin{cases} q_e = -\hat{\lambda}_e \nabla T_e - \sum_j^{(i)} \hat{\lambda}_{ej} \nabla T_{ion} - \hat{k}_e w_e - \sum_j^{(f)} \hat{k}_{ej} w_j, \\ q_j = -\hat{\lambda}_{je} \nabla T_e - \sum_{k \neq j}^{(i)} \hat{\lambda}_{jk} \nabla T_{ion} - \hat{k}_{je} w_e - \sum_{k \neq j} \hat{k}_{jk} w_k, \end{cases} \quad (5.3.36)$$

где $\hat{\lambda}_e, \hat{\lambda}_i$ и $\hat{\lambda}_{ej}, \hat{\lambda}_{je}$ — тензоры теплопроводности и взаимной теплопроводности для электронов и ионов; \hat{k}_e, \hat{k}_j и $\hat{k}_{ej}, \hat{k}_{je}$ — тензоры термосилы. Обычно вклады перекрестных эффектов в общую скорость процесса на порядок ниже по сравнению с прямыми эффектами [32]; более того, при невысокой степени ионизации плазмы нижней ионосферы тензоры взаимной теплопроводности $\hat{\lambda}_{ej}$ и $\hat{\lambda}_{je}$ и термосилы \hat{k}_{ej} и \hat{k}_{je} несущественны [8].

Второе возможное упрощение связано с тем, что поток тепла определяется, главным образом, теплопроводностью $\lambda_\alpha \nabla T_\alpha$, так как в силу квазинейтральности плазмы диффузионные потоки электронов w_e и ионов w_i одного порядка, а теплопроводность, не связанная условиями квазинейтральности, идет значительно быстрее (в $\sqrt{M_i/M_e}$ раз) [29]. Таким образом, выражения (5.3.36) для тепловых потоков заряженных частиц могут быть переписаны в виде

$$q_e = -\lambda_e \nabla T_e, \quad q_j = -\lambda_j \nabla T_{ion}, \quad (5.3.37)$$

где λ_α — полный коэффициент теплопроводности для частиц сорта α . При $B_0 \neq 0$ приведенные формулы справедливы только для параллельных магнитному полю потоков тепла, а в перпендикулярном направлении они видоизменяются (см. п. 5.2.5).

В электронном газе верхней части ионосферы и плазмосферы планеты, обладающей магнитным полем, передача тепла происходит в основном вдоль силовых линий магнитного поля ($\lambda_{e\perp}/\lambda_{e\parallel} \ll 1$) и зависит только от электронно-ионных столкновений. В этом случае коэффициент теплопроводности λ_e такой же, как и для полностью ионизованного газа ($\bar{Z} = 1$) [7]:

$$\lambda'_e = 20 \left(\frac{2}{\pi} \right)^{3/2} k \frac{0,225 (kT_e)^{5/2}}{M_e^{1/2} e^4 \ln \lambda_{ei}}. \quad (5.3.38)$$

В то же время на малых высотах, где существенны процессы столкновений между электронами и нейтральными частицами, вместо (5.3.38) нужно использовать формулу [15]

$$\lambda_j = \lambda'_e / [1 + \lambda'_e \sum_{\alpha}^{(n)} (1/\lambda_{j\alpha})] \quad (j = e, i). \quad (5.3.39)$$

Величина $\lambda_{j\alpha}$ — теплопроводность заряженных частиц сорта j в нейтральном газе, состоящем из α -компонент (столкновения заряженных частиц не учитываются), равна

$$\lambda_{j\alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_j}{n_{\alpha}} \right) k \left(\frac{8kT_j}{\pi M_j} \right)^{1/2} \frac{1}{\bar{Q}_{j\alpha}}. \quad (5.3.40)$$

Для основных теплопроводящих компонент ионосферы Земли коэффициенты λ_j (эВ/К · см · с) имеют вид [51]

$$\lambda_e = \frac{4,2 \cdot 10^7 n_e T_e}{\beta_{ee} + 1,92 \sum_{\alpha}^{(n)} \beta_{e\alpha}},$$

$$\lambda_{O^+} = \frac{1,4 \cdot 10^3 n_O T_{ion}}{\beta_{O^+O^+} + 3,75 \beta_{O^+H^+} + 3,12 \sum_{\alpha}^{(n)} \beta_{O^+\alpha}}, \quad (5.3.41)$$

$$\lambda_{H^+} = \frac{2,2 \cdot 10^4 n_H T_{ion}}{\beta_{H^+H^+} + 1,62 \beta_{H^+O^+} + 3,12 \sum_{\alpha}^{(n)} \beta_{H^+\alpha}}.$$

Использование суммарного уравнения энергии (5.3.20) вместе с уравнениями теплового баланса для электронного и ионного газов позволяет конкретизировать источники нагрева нейтральной верхней атмосферы Q_d в уравнении (2.1.42) за счет ее взаимодействия с плазменной составляющей ионосферы.

5.3.6. Амбиполярная диффузия. В аэрономии ионосферы важным фактором является перенос заряженных частиц путем диффузии, которая наряду с фотохимическими процессами контролирует вертикальное распределение компонент. При описании диффузии заряженных частиц в слабо ионизованной ионосферной плазме по сравнению с диффузией малых составляющих в условиях нейтральной атмосферы необходимо учитывать дополнительные факторы. Во-первых, это влияние электрического поля амбиполярной диффузии, возникающего при диффузионном разделении более легких и "быстрых" электронов (шкала высот которых могла бы быть очень вели-

ка) и значительно более "медленных" ионов, препятствующего относительной диффузии этих заряженных частиц. Во-вторых, это электростатические силы, возникающие при соударениях не только заряженных частиц между собой, но и заряженных и нейтральных частиц, когда у последних наводится электрический дипольный момент.

Известно [60–66], что в случае трехкомпонентной плазмы (e, i, n) ее электронная и ионная составляющие под действием возникающего в гравитационном поле электрического поля поляризации E диффундируют совместно (амбиполярная диффузия) с общим коэффициентом диффузии и общей гидродинамической скоростью $V_e \approx V_i$. Для ионосферной плазмы, состоящей из электронов, многосортных ионов и нейтральных частиц, диффузионные скорости отдельных заряженных компонент не равны друг другу, особенно при наличии градиентов поля и концентраций, и должны определяться с учетом условия приближенного равенства нулю продольного электрического тока [67–70].

Рассмотрим вначале диффузионные уравнения для ионосферы планеты со слабым магнитным полем ($B_0 \approx 0$), позволяющие рассчитывать диффузионные потоки электронов и различных сортов ионов с использованием эффективных коэффициентов ambiполярной диффузии. Описание ambiполярной диффузии в многокомпонентной ионосферной плазме для планеты с собственным магнитным полем будет дано в § 5.5.

Предположим, для общности, что все плазменные компоненты имеют различную температуру. Из-за меньшей массы электроны диффундируют быстрее, чем ионы, но создаваемый при этом пространственный заряд порождает электрическое поле E , которое стремится замедлить их движение. На ионы электрическое поле, действует в противоположном направлении, ускоряя их. Если пренебречь индуцированным за счет разделения зарядов малым магнитным полем, то соотношения Стефана–Максвелла (5.3.2) для заряженных компонент ионосферы можно записать следующим образом:

$$kT_\alpha G_\alpha - e_\alpha n_\alpha E = \sum_{\beta \neq \alpha} n_\alpha n_\beta v_{\alpha\beta} (\omega_\beta - \omega_\alpha) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N'), \quad (5.3.42)$$

где

$$G_\alpha = \frac{n_\alpha M_\alpha}{kT_\alpha} \frac{dV}{dt} + \nabla n_\alpha + \frac{n_\alpha}{H_\alpha} k_z + \frac{n_\alpha}{T_\alpha} (1 + k_{T\alpha} x_\alpha^{-1}) \nabla T_\alpha, \quad (5.3.43)$$

ω_α — диффузионная скорость α -компоненты; $H_\alpha = kT_\alpha/M_\alpha g$ — локальная шкала высот частиц сорта α ; k_z — единичный вектор вертикального направления. Вводя коэффициенты подвижности b_α заряженных частиц

$$b_\alpha = e_\alpha \left(\sum_{\beta \neq \alpha} v_{\alpha\beta} n_\beta \right)^{-1} = e_\alpha \left(\sum_{\beta \neq \alpha} M_{\alpha\beta} \beta_{\alpha\beta} \right)^{-1} \quad (5.3.44)$$

и эффективные коэффициенты диффузии D_α , связанные с b_α обобщенным соотношением Эйнштейна $D_\alpha = kT_\alpha b_\alpha / e_\alpha$, перепишем (3.3.42) в виде

$$n_\alpha \omega_\alpha = \frac{b_\alpha}{e_\alpha} \sum_{\beta} n_\alpha n_\beta v_{\alpha\beta} \omega_\beta - D_\alpha G_\alpha + b_\alpha n_\alpha E \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N'). \quad (5.3.45)$$

Плотность электрического тока с учетом квазинейтральности равна $J = \sum_{\alpha}^{(i)} e_{\alpha} n_{\alpha} w_{\alpha}$. Согласно (5.3.45)

$$J = \sigma E - \sum_{\alpha}^{(i)} e_{\alpha} D_{\alpha} G_{\alpha} + \sum_{\alpha}^{(i)} \sum_{\beta \neq \alpha} b_{\alpha} n_{\alpha} n_{\beta} v_{\alpha\beta} w_{\beta}, \quad (5.3.46)$$

где проводимость плазмы σ определена выражением

$$\sigma = \sum_{\alpha}^{(i)} e_{\alpha} b_{\alpha} n_{\alpha} = \sum_{\alpha}^{(i)} e_{\alpha}^2 n_{\alpha} \left(\sum_{\beta \neq \alpha} v_{\alpha\beta} n_{\beta} \right)^{-1}. \quad (5.3.47)$$

Поскольку незначительное вертикальное разделение электронов относительно положительных ионов приводит к возникновению сильного электрического поля поляризации, препятствующего относительной диффузии заряженных частиц, то в ионосфере в конечном счете устанавливается стационарное состояние, при котором ионы и электроны движутся совместно таким образом, что пространственный заряд не возникает. В этом случае любой вертикальный электрический ток должен быть незначительным. Полагая в выражении (5.3.46) $J_z \approx 0$, найдем электрическое поле поляризации E_z , под действием которого протекает амбиполярная диффузия. Исключив затем это поле из соотношений (5.3.42), записанных для вертикального направления, получим

$$k T_{\alpha} G_{\alpha} - \frac{e_{\alpha} n_{\alpha}}{\sigma} k \sum_{\beta}^{(i)} T_{\beta} b_{\beta} G_{\beta} = \sum_{\beta \neq \alpha} n_{\alpha} n_{\beta} v_{\alpha\beta}^{(a)} (w_{\beta} - w_{\alpha}). \quad (5.3.48)$$

Здесь введены так называемые амбиполярные коэффициенты трения $\nu_{\alpha\beta}^{(a)} = \nu_{\alpha\beta} - e_{\alpha} \sum_{\gamma}^{(i)} b_{\gamma} n_{\gamma} v_{\gamma\beta} / \sigma$ и, кроме того, для симметризации окончательных соотношений к правой части (5.3.42) добавлен нулевой (в силу условия квазинейтральности) член $e_{\alpha} n_{\alpha} w_{\alpha} \sum_{\gamma}^{(i)} \sum_{\beta \neq \alpha} b_{\gamma} n_{\gamma} n_{\beta} v_{\gamma\beta} / \sigma$.

Уравнения (5.3.48) можно упростить. Принимая во внимание, что в верхней атмосфере подвижности электронов во много раз превышают подвижности ионов ($|b_e| \gg |b_i|$) [29], используем следующие приближенные соотношения:

$$\sigma = -e b_e n_e \left(1 - \sum_{j \neq e}^{(i)} \bar{Z}_j b_j n_j / b_e n_e \right) \approx -e b_e n_e,$$

$$\frac{k}{\sigma} e_{\alpha} n_{\alpha} \sum_{\beta}^{(i)} T_{\beta} b_{\beta} G_{\beta} \approx$$

$$\approx - \frac{k e_{\alpha} n_{\alpha}}{e n_e b_e} (T_e b_e G_e + \sum_{\beta \neq e}^{(i)} T_{\beta} b_{\beta} G_{\beta}) \approx - \frac{\bar{Z}_{\alpha} n_{\alpha}}{n_e} k T_e G_e.$$

Тогда для вертикальной диффузии заряженной α -компоненты будем иметь

$$T_{\alpha} G_{\alpha} + \frac{n_{\alpha}}{n_e} \bar{Z}_{\alpha} T_e G_e = \frac{1}{k} \sum_{\beta \neq \alpha} n_{\alpha} n_{\beta} v_{\alpha\beta}^{(a)} (w_{\beta} - w_{\alpha}), \quad (5.3.49)$$

где

$$\nu_{\alpha\beta}^{(a)} = \nu_{\alpha\beta} + \nu_{e\beta} + \sum_{\gamma \neq e}^{(i)} \bar{Z}_{\gamma} b_{\gamma} n_{\gamma} v_{\gamma\beta} / b_e n_e \approx \nu_{\alpha\beta} + \nu_{e\beta}$$

$$(\alpha = 1, 2, \dots, N' - 1).$$

В случае одинаковой температуры электронов и ионов ($T_e \approx T_i = T$) уравнения (5.3.49) можно переписать через амбиполярные коэффициенты бинарной диффузии

$$\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(a)} = \frac{kT}{n\nu_{\alpha\beta}^{(a)}} = \left[\frac{1}{\mathcal{D}_{\alpha\beta}} - \frac{e_{\alpha}}{\sigma} \sum_{\gamma}^{(i)} \frac{b_{\gamma} n_{\gamma}}{\mathcal{D}_{\gamma\beta}} \right]^{-1} \approx \frac{\mathcal{D}_{\alpha\beta} \mathcal{D}_{e\beta}}{\bar{Z}_{\alpha} \mathcal{D}_{\alpha\beta} + \mathcal{D}_{e\beta}} \quad (5.3.50)$$

в виде соотношений Стефана — Максвелла:

$$\begin{aligned} \nabla_z n_{\alpha} + \frac{\bar{Z}_{\alpha} n_{\alpha}}{n_e} \nabla_z n_e + n_{\alpha} \left(\frac{1}{H_{\alpha}} + \frac{\bar{Z}_{\alpha}}{H_e} \right) + \\ + \frac{n_{\alpha}}{T} \left[\left(1 + \frac{k_{Te}}{x_{\alpha}} \right) + \bar{Z}_{\alpha} \left(1 + \frac{k_{Te}}{x_e} \right) \right] \nabla_z T = \sum_{\beta \neq \alpha} \frac{n_{\alpha} n_{\beta} (w_{\beta} - w_{\alpha})_z}{n \mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(a)}} \end{aligned} \quad (5.3.51)$$

($\alpha = 1, 2, \dots, N' - 1$).

Последние аналогичны соотношениям (2.1.124) для нейтральной атмосферы. Дополненные дифференциальными уравнениями сохранения числа частиц сорта α (2.1.43) и условием квазинейтральности плазмы $n_e \approx \sum_{\alpha \neq e}^{(i)} \bar{Z}_{\alpha} n_{\alpha}$, они позволяют рассчитывать вертикальные распределе-

ния заряженных компонент в верхней атмосфере при заданном профиле температуры (без учета эффектов планетарного магнитного поля).

В случае $T_e \neq T_i$, пренебрегая для простоты инерциальными членами в выражении (5.3.43) для G_{α} и термодиффузионным эффектом частиц сорта α , перепишем (5.3.49) в следующем окончательном виде:

$$\begin{aligned} \frac{T_{\alpha}}{T_e + T_{\alpha}} \nabla_z \ln n_{\alpha} + \frac{\bar{Z}_{\alpha} T_e}{T_e + T_{\alpha}} \nabla_z \ln \left[\sum_{\beta \neq e}^{(i)} \bar{Z}_{\beta} n_{\beta} \right] + \bar{Z}_{\alpha} (1 + x_e^{-1} k_{Te}) \frac{\nabla_z T_e}{T_e + T_{\alpha}} + \\ + \frac{\bar{Z}_{\alpha} \nabla_z T_e}{T_e + T_{\alpha}} + \frac{1}{\mathcal{H}_{\alpha}} = \sum_{\beta \neq \alpha} \nu_{\alpha\beta}^{(a)} n_{\beta} (w_{\beta} - w_{\alpha})_z / k(T_e + T_{\alpha}), \end{aligned} \quad (5.3.52)$$

где $\mathcal{H}_{\alpha} = k(T_e + T_{\alpha})/M_{\alpha}g$ — плазменная шкала высот ионной α -компоненты. Эти соотношения обобщают ранее полученные результаты для трехкомпонентной плазмы [60—66] на общий случай амбиполярной диффузии в многосортной ионосферной плазме.

Наконец, в предположении, что столкновения между ионами и нейтральными частицами играют большую роль, чем столкновения между заряженными частицами (что справедливо в областях F_1 и E ионосферы), и с учетом условия гравитационно-диффузионного равновесия для нейтральных компонент ($w_{\alpha} \approx 0$) из соотношений (5.3.52) получим выражение для диффузионной скорости ионной j -компоненты плазмы:

$$\begin{aligned} V_{jz}^{(a)} = V - D_j^{(a)} \left[\frac{T_j}{T_e + T_j} \nabla_z \ln n_j + \right. \\ \left. + \frac{\bar{Z}_j T_e}{T_e + T_j} \nabla_z \ln \left(\sum_{\alpha \neq e}^{(i)} \bar{Z}_{\alpha} n_{\alpha} \right) + \nabla_z \ln(T_e + T_j) + \frac{1}{\mathcal{H}_j} \right], \end{aligned} \quad (5.3.53)$$

где эффективный коэффициент амбиполярной диффузии D_j^a определяется

выражением

$$D_j^{(a)} = \left[\sum_{\beta} (n) \frac{n_{\beta} \nu_{j\beta}^{(a)}}{k(T_e + T_j)} \right]^{-1} = \frac{D_j D_e (T_e + T_j)}{T_j D_e + T_e D_j} = \frac{k b_e b_j (T_e + T_j)}{e(\bar{Z}_j b_e - b_j)} \quad (5.3.54)$$

Таким образом, дрейфовая скорость каждой ионной компоненты зависит от градиентов всех ионных составляющих ионосферы. В частном случае трехкомпонентной плазмы ($n_e \approx n_i = n$) формулы (5.3.53) и (5.3.54) переходят в хорошо известные соотношения для коэффициента и скорости амбиполярной диффузии плазмы в системе координат, движущейся со скоростью среды [1]:

$$V_j^{(a)} = V - D_j^{(a)} \left(\nabla_z \ln P_L + \frac{1}{\mathcal{H}_j} \right),$$

$$D_j^{(a)} = \frac{k(T_e + T_j)}{M_{jn} \beta_{jn}}, \quad (5.3.55)$$

где $P_L = kn(T_e + T_j)$ — давление плазмы. При наличии планетарного магнитного поля диффузия плазмы происходит вдоль него. Скорость диффузии в вертикальном (z) направлении описывается в этом случае выражением $V_{jz} = V_j^{(a)} \sin I$, где I — наклонение магнитного поля B (угол, образованный вектором B с поверхностью планеты) (см. § 5.5).

§ 5.4. Электропроводность ионосферы

Электрические токи, текущие в ионосфере, возникают под действием механических сил и/или электрических полей. Их величина в общем случае зависит от тензора проводимости существенно анизотропной среды, какой является ионосферная плазма в присутствии планетарного магнитного поля. Крупномасштабные ионосферные токи индуцируются, в основном, за счет механизма атмосферного динамо и процессов магнитосферно-ионосферных взаимодействий. С возбуждением ЭДС и электрическими токами атмосферного динамо в нижней ионосфере связаны, в частности, глобальные вариации геомагнитного поля, в то время как кольцевой ток и токи в авроральных областях отражают реакцию верхней атмосферы на воздействие натекающей солнечной плазмы и изменение параметров межпланетного магнитного поля (см. п.п. 1.4.3. и 1.6.3., а также [53—57]).

5.4.1. Закон Ома в тройной смеси. Получим сначала общее соотношение, связывающее плотность полного тока проводимости J в слабо ионизованной ионосферной плазме с электрическими магнитными полями, а также с пространственными градиентами различных характеристик среды. Как уже отмечалось, сложный ионный и молекулярный состав нижней ионосферы необходимо учитывать только при рассмотрении вопросов фотохимии и диффузии компонент, тогда как для задач ионосферной электродинамики достаточна система уравнений трехжидкостной гидродинамики смеси, состоящей из электронов ($e_e = -e$), ионов ($e_i = e$) и нейтральных частиц.

В условиях квазинейтральности ($n_e \approx n_i \equiv n$) уравнение движения (5.3.4) для заряженной составляющей трехкомпонентной слабо ионизованной плазмы ($n_L < n_n$) принимает вид

$$nM_L \frac{dV_L}{dt} + nn_n v_{en}(V_e - V_L) + nn_n v_{in}(V_i - V_L) = -\nabla P_L + nM_L g + \frac{1}{c} J \times B, \quad (5.4.1)$$

где $M_L = M_e + M_i$, $P_L = P_e + P_i$; $V_L (\approx V_n)$ — скорость нейтрального газа. Исключая из рассмотрения диффузионную скорость электронов $V_e - V_L$ с помощью соотношения $V_e - V_L = V_i - V_L - J/en$ и используя то обстоятельство, что трение между плазменной составляющей и нейтральным газом обусловлено, в основном, столкновениями тяжелых частиц, так как они приводят к большей передаче импульса

$$v_{en} + v_{in} = v_{in}(1 + \alpha), \quad \alpha = v_{en}/v_{in} \sim M_e/M_i \ll 1, \quad (5.4.2)$$

перепишем уравнение (5.4.1) в виде

$$-\nabla P_L + nM_L g + \frac{1}{c} J \times B = nn_n v_{in}(V_i - V_n) - \frac{n_n v_{en}}{e} J. \quad (5.4.3)$$

Здесь мы пренебрегаем малым инерционным членом $nM_L dV_L/dt$ по сравнению со столкновительным членом $nn_n v_{in}(V_i - V_L) = nM_i \beta_{in}(V_i - V_L)$, что допустимо при ограничении (2.1.48), поскольку постоянная времени t_0 , в течение которого происходят характерные изменения основных макроскопических параметров верхней атмосферы, много больше времени между столкновениями частиц ($\sim 1/\beta_{in}$). Выражение для скорости диффузии плазмы относительно нейтралов $V_i - V_n$ примет тогда вид

$$V_i - V_n = \frac{1}{nn_n v_{in}} \left(-\nabla P_L + nM_L g + \frac{1}{c} J \times B \right) + \frac{\alpha}{en} J. \quad (5.4.4)$$

Обобщенный закон Ома мы получим, исключая $V_i - V_n$ (с помощью выражения (5.4.4)) из уравнения движения электронов:

$$\nabla p_e + nM_e g - en \left(E + \frac{1}{c} V_e \times B \right) = nn_n v_{en}(V_i - V_n) - \frac{nv_{ei} + n_n v_{en}}{e} J. \quad (5.4.5)$$

Здесь, как и в (5.4.3), опущен малый инерционный член. Пренебрегая также малыми ($\sim \alpha$) по сравнению с единицей членами в выражении для σ , в результате будем иметь

$$E + \frac{1}{c} V_e \times B + \frac{1}{en} (\nabla p_e - \alpha \nabla p_L) = -\frac{\alpha}{cne} J \times B + \frac{J}{\sigma}, \quad (5.4.6)$$

$$\sigma = \frac{e^2 n}{nv_{ei} + n_n v_{en}} \approx \frac{e^2 n}{M_e \beta_e}, \quad \beta_e = \beta_{ei} + \beta_{en}. \quad (5.4.7)$$

Здесь σ — продольная (вдоль поля B) проводимость плазмы, или проводимость в отсутствие поля.

На больших высотах (выше максимума слоя F_1 в ионосфере Земли) продольная проводимость становится большой, так как там частоты столкновений β_{ei} и β_{en} малы; кроме того, проводимость там зависит, в основном, от столкновений ионов с электронами, а не с нейтральными частицами (см. табл. 5.1.3). При написании формул (5.4.6) и (5.4.7) использованы соотношения $\nu_{\alpha i} = M_{\alpha j} \beta_{\alpha j} / n_j$, $M_{en} \approx M_e$ и приближенное равенство $\alpha n M_i g \approx n M_e g$. Далее также предполагается, что неизотермичность ионосферной плазмы не очень сильна ($T_e \sim T_i$). Тогда при $n_i \approx n_e$ $|\nabla p_e| \gg \gg \alpha |\nabla p_L| \approx M_e |\nabla(p_e + p_i)| / M_{in}$ и полным давлением плазменной составляющей ионосферы p_L в (5.4.6) можно пренебречь.

Запишем теперь закон Ома (5.4.6) таким образом, чтобы входящее в него электрическое поле фигурировало в сопутствующей системе координат: $E' = E + \frac{1}{c} V_n \times B$, где $\frac{1}{c} V_n \times B$ — динамо-поле, связанное с движением плазменной компоненты ионосферы со скоростью $V_L (\approx V_n)$. Пользуясь соотношением $V_e = V_n + (V_i - V_n) - J/en$ и выражением (5.4.4), из (5.4.6) получим

$$E' + \frac{1}{en_e} \nabla p_e = \frac{1 - 2\alpha}{cne} J \times B + \frac{J}{\sigma} + \frac{1}{c^2 n n_n \nu_{in}} B \times (J \times B) - (c n n_n \nu_{in})^{-1} (-\nabla p_L + n M_i g) \times B. \quad (5.4.8)$$

Обычно для крупномасштабных токовых систем с медленными изменениями характерных параметров в пространстве опускают силы давления, считая при этом, что $\nabla p_{\alpha} \approx 0$ ($\alpha = e, i$). Это возможно, поскольку градиенты давления по порядку величины не могут превосходить электромагнитную силу $(J \times B)/c$ в тех случаях, когда последняя существенно влияет на ионосферное движение [15]. Однако при моделировании мелкомасштабных ионосферных токов и связанных с ними электрических полей учет членов с градиентом давления в (5.4.8) становится необходимым. Опуская в (5.4.8) малые по сравнению с единицей члены порядка α и пренебрегая также малыми по сравнению с электромагнитной силой гравитационными членами (что можно проверить путем их сравнения, например, с индукционным полем $c^{-1} V_n \times B$, $g/\beta_{in} V_n \approx 10^2/V_n$), перепишем обобщенный закон Ома для ионосферы в виде

$$E + \frac{1}{c} V_n \times B = \frac{J_{\parallel}}{\sigma_{\parallel}} + \frac{J_{\perp}}{\sigma_{\perp}^*} + \frac{1}{cne} J \times B, \quad (5.4.9)$$

где

$$\sigma_{\parallel} = \sigma, \quad \frac{1}{\sigma_{\perp}^*} = \frac{1}{\sigma} + \frac{B^2}{c^2 n M_i n \beta_{in}}. \quad (5.4.10)$$

Здесь $1/\sigma_{\perp}^*$ — эффективное поперечное сопротивление плазмы, которое в сильном магнитном поле может быть много больше продольного; J_{\parallel} и J_{\perp} — составляющие тока J в направлении B и в перпендикулярном ему направлении: $J_{\parallel} = h(J \cdot h)$, $J_{\perp} = h \times (J \times h)$, $h = B/B$.

Увеличение сопротивления плазмы в перпендикулярном к полю направлении описывается величиной $B^2/c^2 n M_{in} \beta_{in}$. Причиной роста $1/\sigma_1^*$ служит то обстоятельство, что электромагнитная сила заставляет заряженную компоненту плазмы перемещаться относительно нейтральной, в то время как столкновения из-за большого коэффициента трения между ионами и нейтралами создают сильное сопротивление этому движению, диссипируя энергию внешнего электрического поля в тепло. Следует, однако, отметить, что в некоторых случаях, особенно при медленных ионосферных процессах, когда давление плазмы почти уравновешено магнитной силой, члены в круглых скобках в (5.4.4) могут в значительной степени компенсировать друг друга; взаимная компенсация последнего и предпоследнего членов в правой части уравнения (5.4.8) приведет в этом случае к выравниванию проводимостей ($\sigma_1^* \approx \sigma_1$).

Чтобы получить более привычную форму записи закона Ома для ионосферы, разрешим (5.4.9) относительно плотности тока J . Умножим для этого выражение (5.4.9) сначала на cen , а затем векторно на $\sigma_1 B$. Складывая результаты, получим

$$J = \sigma E_{\parallel} + \sigma_1 E'_{\perp} + \sigma_2 h \times E'_{\perp}, \quad (5.4.11)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_1^*}{1 + B^2 \sigma_1^{*2} / c^2 e^2 n^2},$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1^* cen}{1 + B^2 \sigma_1^{*2} / c^2 e^2 n^2}, \quad (5.4.12)$$

где σ_1 — поперечная проводимость (проводимость Педерсена), относящаяся к току, текущему в направлении электрического поля E ионосферы; σ_2 — проводимость Холла, относящаяся к току, перпендикулярному как электрическому, так и магнитному полям.

Вводя частоты соударений β_{ij} и гирочастоты электронов $\Omega_e = eB/cM_e$ и ионов $\Omega_{in} = eB/cM_{in}$, формулы (5.4.10) и (5.4.12) для проводимостей σ_1^* , σ_1 и σ_2 можно переписать следующим образом:

$$\sigma_1^* = o \left[1 + \frac{\Omega_e \Omega_{in}}{\beta_e \beta_{in}} \right]^{-1} = \frac{cen}{B} \frac{\Omega_e \beta_{in}}{\beta_e \beta_{in} + \Omega_e \Omega_{in}}, \quad (5.4.13a)$$

$$\sigma_1 = \frac{ne^2}{M_e} \frac{\beta_{in}(\beta_e \beta_{in} + \Omega_e \Omega_{in})}{\Omega_e^2 \beta_{in}^2 + (\beta_e \beta_{in} + \Omega_e \Omega_{in})} \approx \frac{ne^2}{M_e} \frac{\beta_{in}(\beta_e \beta_{in} + \Omega_e \Omega_{in})}{\Omega_e^2 \beta_{in}^2 + \beta_e^2 \beta_{in}^2 + \Omega_e^2 \Omega_{in}^2}, \quad (5.4.13б)$$

$$\sigma_2 = \frac{ne^2}{M_e} \frac{\Omega_e \beta_{in}^2}{\Omega_e^2 \beta_{in}^2 + (\beta_e \beta_{in} + \Omega_e \Omega_{in})} \approx \frac{ne^2}{M_e} \frac{\Omega_e \beta_{in}^2}{\Omega_e^2 \beta_{in}^2 + \beta_e^2 \beta_{in}^2 + \Omega_e^2 \Omega_{in}^2}. \quad (5.4.13в)$$

При написании этих приближенных соотношений использовано хорошо выполняющееся в ионосферных условиях неравенство $2M_e \beta_e / M_i \beta_{in} \ll 1 + \Omega_{in}^2 / \beta_{in}^2$ [29].

В областях ионосферы, где текут электрические токи, диссипация энергии в смеси вследствие трения приводит к нагреву заряженных и нейтраль-

ных частиц (джоулев нагрев). Он выражается следующим образом (см. (5.3.20)):

$$Q_{дж} = J \cdot \left(E + \frac{1}{c} V \times B \right). \quad (5.4.14)$$

Для крупномасштабных токовых систем при использовании закона Ома в форме (5.4.9) получим выражение

$$Q_{дж} = J_{\parallel}^2 / \sigma + J_{\perp}^2 / \sigma_{\perp}. \quad (5.4.15)$$

В заключение еще раз подчеркнем, что закон Ома в форме (5.4.11) справедлив в случае глобальных планетарных токов, когда градиенты давления, сила тяжести и ускорение заряженных частиц малы по сравнению с электромагнитной силой. В случае мелкомасштабных ионосферных токов следует использовать закон Ома в более общем виде:

$$J = \sigma E^* + \sigma_1 E_{\perp}^* + \sigma_2 h \times E^*, \quad (5.4.16)$$

где E^* — так называемое эффективное электрическое поле, равное

$$E^* = E + \frac{1}{c} V_n \times B + \frac{1}{ne} \nabla p_e + \frac{\Omega_{in}}{ne\beta_{in}} (-\nabla p_L + nM_1 g) \times h. \quad (5.4.17)$$

5.4.2. Проводимость слоя. Обобщенный закон Ома (5.4.11), выведенный для бесконечного неограниченного ансамбля электронов и ионов, можно упростить применительно к ионосфере, ограниченной как сверху, так и снизу. Будем рассматривать ионосферу как тонкую сферическую оболочку вокруг планеты. Пусть (x, y, z) — система прямоугольных координат с началом в какой-либо точке оболочки, в которой ось Oz направлена вертикально вверх, а планетарное магнитное поле находится в плоскости zOx , образуя угол I с осью Ox (если оси Ox и Oy направлены, соответственно, на магнитные юг и восток, то угол I — магнитное наклонение). Обозначая через l, m и k единичные векторы в направлениях осей Ox, Oy и Oz , для полей E' и B будем иметь: $B = -B \cos I l - B \sin I k$, $E' = E'_x l + E'_y m + E'_z k$. Тогда для параллельной и перпендикулярной к магнитному полю B компонент E' , вычисленных соответственно по формулам $E'_{\parallel} = B(B \cdot E')/B^2$ и $E'_{\perp} = B \times (E' \times B)/B^2$, получим

$$E'_{\parallel} = (E'_x \cos^2 I + E'_z \cos I \sin I) l + (E'_x \cos I \sin I + E'_z \sin^2 I) k, \\ E'_{\perp} = (E'_x \sin^2 I - E'_z \cos I \sin I) l + E'_y m + (-E'_x \cos I \sin I + E'_z \cos^2 I) k,$$

и закон Ома (5.4.11) примет вид

$$J = [(\sigma \cos^2 I + \sigma_1 \sin^2 I) E'_x + \sigma_2 E'_y \sin I + (\sigma - \sigma_1) E'_z \cos I \sin I] l + \\ + [\sigma_1 E'_y - \sigma_2 (E'_x \sin I - E'_z \cos I)] m + [(\sigma - \sigma_1) E'_x \sin I \cos I - \\ - \sigma_2 E'_y \cos I + (\sigma \sin^2 I + \sigma_1 \cos^2 I) E'_z] k. \quad (5.4.18)$$

В ионосфере, где характерные вертикальные размеры малы по сравнению с горизонтальными, вертикальные токи практически равны нулю. Действительно, допуская, что ток течет в тонком по сравнению с радиусом планеты слое, можно утверждать, что плотность тока ниже этого слоя должна быть малой, поскольку нижняя атмосфера является хорошим изо-

лятором. Поэтому вертикальная компонента тока J_z , перпендикулярная к верхней и нижней границе проводящего слоя, должна быть равна нулю, иначе наличие вертикальных токов привело бы к накоплению электрического заряда на его границе. Другими словами, заряд может накапливаться до тех, пор пока возникает такое вертикальное электрическое поле, при котором суммарный ток не станет горизонтальным. Полагая $J_z \approx 0$, из (5.4.18) получим

$$E'_z = [\sigma_2 E'_y \cos I - (\sigma - \sigma_1) E'_x \cos I \sin I] / (\sigma \sin^2 I + \sigma_1 \cos^2 I).$$

Исключая с помощью этой формулы вертикальную компоненту электрического поля E'_z из соотношения (5.4.18), будем иметь [53] следующее выражение для тока, текущего в горизонтальной плоскости:

$$\mathbf{J} = \hat{T} \mathbf{E}', \quad \hat{T} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}, \quad (5.4.19)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma \sigma_1 / (\sigma \sin^2 I + \sigma_1 \cos^2 I) \approx \sigma_1 / \sin^2 I, \\ \sigma_{xy} &= \sigma \sigma_2 \sin I / (\sigma \sin^2 I + \sigma_1 \cos^2 I) \approx \sigma_2 / \sin I, \\ \sigma_{yy} &= \sigma_1 + \sigma_2^2 \cos^2 I / (\sigma \sin^2 I + \sigma_1 \cos^2 I) \approx \sigma_1. \end{aligned} \quad (5.4.20)$$

Тензор \hat{T} , компоненты которого зависят от угла наклона магнитного поля I , представляет собой проводимость слоя, и его обычно применяют при расчетах токов, текущих в динамо-области земной ионосферы (слой E). Приближенные выражения компонент проводимости в правой части равенства (5.4.20) возможны потому, что в области E и выше с большим запасом выполняются неравенства $\sigma_1 \ll \sigma$ и $\sigma_2 \ll \sigma$. Это объясняется тем, что продольная проводимость σ определяется прежде всего движением электронов, а поперечная σ_1 и холловская σ_2 проводимости в области E обусловлены движением ионной компоненты. Вблизи магнитного экватора приближенные соотношения (5.4.20) не справедливы, так как там $\sigma \sin^2 I \ll \sigma_1 \cos^2 I$ (или $\tan^2 I \ll \sigma_1 / \sigma_2$), и потому

$$\sigma_{xx} = \sigma, \quad \sigma_{xy} = 0, \quad \sigma_{yy} = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1}. \quad (5.4.21)$$

Сравнение (5.4.21) с (5.4.20) показывает, что проводимость на экваторе много больше, чем проводимость в тех областях, где не выполняется неравенство $\tan^2 I \ll \sigma_1 / \sigma_2$. Отсюда вытекают два следствия: во-первых, повышенная проводимость $\sigma_{xx} = \sigma$ вдоль силовых линий поля приводит к тому, что эти линии становятся приблизительно электрически эквипотенциальными; во-вторых, проводимость в направлении восток-запад σ_{xy} на экваторе чрезвычайно велика и сравнима по величине с σ . Подобный высокопроводящий слой образуется вблизи геомагнитного экватора, где в дневном E -слое течет сильный кольцевой ток (экваториальная электроструя).

Наблюдаемый на Земле эффект электрических токов обычно рассчитывают, используя интегральную проводимость слоя: $\Sigma_{xx} = \int \sigma_{xx} dz$, $\Sigma_{xy} = \int \sigma_{xy} dz$, $\Sigma_{yy} = \int \sigma_{yy} dz$, где интегрирование по вертикали производится

Таблица 5.4.1

Интегральные по высоте проводимости, ед. СГМ [15]

Геомагн. широта, град.	Σ_{xx}	Σ_{xy}	Σ_{yy}
0	$1,07 \cdot 10^{-4}$	0	$2,20 \cdot 10^{-7}$
1	$1,03 \cdot 10^{-5}$	$5,88 \cdot 10^{-7}$	$5,28 \cdot 10^{-8}$
2	$2,83 \cdot 10^{-6}$	$3,31 \cdot 10^{-7}$	$2,58 \cdot 10^{-8}$
3	$1,28 \cdot 10^{-6}$	$2,25 \cdot 10^{-7}$	$1,95 \cdot 10^{-8}$
6	$3,24 \cdot 10^{-7}$	$1,12 \cdot 10^{-7}$	$1,51 \cdot 10^{-8}$
9	$1,24 \cdot 10^{-7}$	$7,30 \cdot 10^{-8}$	$1,38 \cdot 10^{-8}$
12	$8,28 \cdot 10^{-8}$	$5,34 \cdot 10^{-8}$	$1,30 \cdot 10^{-8}$
15	$5,40 \cdot 10^{-8}$	$4,15 \cdot 10^{-8}$	$1,22 \cdot 10^{-8}$
21	$2,89 \cdot 10^{-8}$	$2,79 \cdot 10^{-8}$	$1,08 \cdot 10^{-8}$
30	$1,55 \cdot 10^{-8}$	$1,78 \cdot 10^{-8}$	$8,90 \cdot 10^{-9}$
45	$8,14 \cdot 10^{-9}$	$1,03 \cdot 10^{-8}$	$6,52 \cdot 10^{-9}$
60	$5,41 \cdot 10^{-9}$	$6,91 \cdot 10^{-9}$	$4,99 \cdot 10^{-9}$
75	$4,27 \cdot 10^{-9}$	$5,38 \cdot 10^{-9}$	$4,19 \cdot 10^{-9}$
90	$4,05 \cdot 10^{-9}$	$5,12 \cdot 10^{-9}$	$4,05 \cdot 10^{-9}$

в пределах проводящей области. В таблице 5.4.1 приведено распределение интегральных по высоте проводимостей в полдень для различных широт в атмосфере Земли, заимствованное нами из [15].

5.4.3. Магнитная вязкость. Из уравнений Максвелла (5.1.9) и (5.1.10), в пренебрежении токами смещения, и закона Ома, взятого в общей форме (5.4.9), следует уравнение индукции магнитного поля в его наиболее общем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = & \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \frac{c^2}{4\pi} \nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{B} \right) - \\ & - \frac{1}{4\pi} \nabla \times \left[\frac{B^2}{nM_{in} \beta_{in}} (\nabla \times \mathbf{B})_{\perp} \right] + \frac{c}{4\pi en} \left\{ \frac{1}{n} (\mathbf{B} \cdot \nabla n) (\nabla \times \mathbf{B}) - \right. \\ & \left. - \frac{B}{n} \nabla n \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) - (\mathbf{B} \cdot \nabla) (\nabla \times \mathbf{B}) + [(\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \nabla] \mathbf{B} \right\}. \end{aligned} \quad (5.4.22)$$

Это уравнение определяет изменение напряженности магнитного поля в пространстве и во времени.

Введем безразмерные величины

$$\mathbf{B} = B_0 \mathbf{B}^*, \quad t = t^* L / V_0, \quad \sigma = \sigma^* \sigma_0, \quad n = n^* n_0, \quad (5.4.23)$$

$$n_n = n_{n0} n_n^*, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}^* L \quad (\mathbf{r} = \{x, y, z\}),$$

где B_0 , L , V_0 , σ_0 , n_0 , n_{n0} — характерные величины напряженности магнитного поля, линейных размеров изучаемого явления, скорости, электропроводимости, плотности электронов и нейтральных частиц соответственно. Подставляя (5.4.23) в (5.4.22) и опуская для простоты индекс "*", в без-

размерном виде получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = & \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{\text{Re}_M} \nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{B} \right) + \\ & + \frac{P_1}{n} \left\{ \frac{1}{n} (\mathbf{B} \cdot \nabla n) (\nabla \times \mathbf{B}) - \frac{\mathbf{B}}{n} \nabla n \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) - (\mathbf{B} \cdot \nabla) (\nabla \times \mathbf{B}) + \right. \\ & \left. + [(\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \nabla] \mathbf{B} \right\} - P_2 \nabla \times \left[\frac{B^2}{nn_n} (\nabla \times \mathbf{B})_1 \right]. \end{aligned} \quad (5.4.24)$$

Здесь

$$\text{Re}_M = \frac{4\pi\sigma_0 V_0 L}{c^2}, \quad P_1 = \frac{1}{\text{Re}_M} \frac{\Omega_e}{\beta_e}, \quad P_2 = \frac{1}{\text{Re}_M} \frac{\Omega_e \Omega_{in}}{\beta_e \beta_{in}}, \quad (5.4.25)$$

где гирочастоты и частоты соударений отнесены к характерным значениям параметров плазмы; Re_M — магнитное число Рейнольдса, характеризующее порядок величины отношения первого члена правой части уравнения (5.4.22) ко второму. Для движущейся плазмы, обладающей конечной проводимостью, изменение напряженности магнитного поля с течением времени характеризуется переносом магнитного поля вместе с плазмой и просачиванием сквозь плазму. В зависимости от численного значения магнитного числа Рейнольдса преобладает эффект переноса (при очень больших Re_M магнитное поле "вморожено" в плазму), или просачивания через магнитное поле (при малых Re_M поле свободно проникает в плазму). Типичные величины Re_M для различных сред в сравнении с ионосферой приведены в табл. 5.4.2.

При $\text{Re}_M \gg 1$ среду можно считать бесконечно проводящей, и последние три члена справа в (5.4.24) можно опустить. Однако в областях резкого изменения магнитного поля эти члены играют определяющую роль, как это имеет, например, место в магнитопаузе, свойства которой полностью характеризуются "магнитной вязкостью".

Из (5.4.25) следует, что параметры P_1 и P_2 зависят, кроме магнитного числа Рейнольдса, также от отношений Ω/β . В нижней ионосфере Земли $\Omega_e \approx \beta_e$ (на высотах ≈ 80 км), $\Omega_{in} \Omega_e \approx \beta_e \beta_{in}$ (около 105 км) и $\Omega_i \approx \beta_{in}$ (около 140 км). В верхней ионосфере можно считать, что $\Omega_{in}/\beta_{in} \approx$

Таблица 5.4.2

Типичные величины магнитного числа Рейнольдса и числа Гартмана

Системы	ρ_L , г/см ³	σ_0 , CGSE	B_0 , Э	L , см	V , см/с	Re_M	M
Ионосфера Земли	10^{-12}	10^{10}	$3 \cdot 10^{-1}$	10^7	10^5	10^3	10^3
Солнечная атмосфера	10^{-9}	10^{13}	10^4	10^9	10^6	10^8	10^8
Солнечная корона	10^{-13}	$7 \cdot 10^{15}$	10^2	10^{11}	10^8	10^{15}	$3 \cdot 10^{15}$
Межпланетное пространство	10^{-24}	$7 \cdot 10^{14}$	10^{-3}	10^{13}	$9 \cdot 10^6$	10^{15}	$3 \cdot 10^{14}$

Т а б л и ц а 5.4.3

Приближенные значения полной частоты соударений и гирочастоты для электронов и ионов

Высота, км	$\beta_e(n+i), c^{-1}$	$\beta_i(n+i), c^{-1}$	Ω_e, c^{-1}	Ω_i, c^{-1}	$\frac{\Omega_e}{\beta_e(n+i)}$	$\frac{\Omega_i}{\beta_i(n+i)}$
100	$2 \cdot 10^5$	10^3	$8 \cdot 10^6$	25	$4 \cdot 10$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
200	$2 \cdot 10^3$	10	$7,9 \cdot 10^6$	50	$3,9 \cdot 10^3$	5
300	$3 \cdot 10^3$	15	$7,7 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^2$	$2,5 \cdot 10^3$	$1,3 \cdot 10$
1000	40	0,2	$5,7 \cdot 10^6$	10^2	$1,4 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^2$
3000	14	0,1	$2,8 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10$	$2 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^2$
$(3 \div 4) R_\oplus$	10^{-2}	$5 \cdot 10^{-4}$	$(1 \div 3) \cdot 10^5$	50	$3 \cdot 10^7$	10^5

$\approx \Omega_e/10^3 \beta_e$, причем это отношение сравнительно слабо зависит от высоты (см. табл. 5.4.3). На больших высотах (выше максимума слоя F_2) частоты β_e и β_{in} малы, и $\Omega_{in}/\beta_{in} \gg 1$, $\Omega_e/\beta_e \gg 1$ для всех заряженных частиц. Таким образом, вклад трех последних членов оказывается существенным и эффекты магнитной вязкости играют важную роль.

Для выяснения физического смысла диссипативных членов в уравнении (5.4.22) рассмотрим простейший случай изотропной и однородной проводимости, когда движение вещества отсутствует ($V = 0$). Тогда из (5.4.22) следует (при $\Pi_{1,2} \ll 1$) уравнение

$$\partial B / \partial t = c^2 (4\pi\sigma)^{-1} \Delta B, \quad (5.4.26)$$

(Δ — оператор Лапласа) тождественное по виду уравнению диффузии. Оно показывает, что из-за конечной проводимости магнитное поле как бы просачивается сквозь вещество от точки к точке с коэффициентом омической диффузии $D_m = c^2/4\pi\sigma$; при этом время τ затухания магнитного поля (обусловленное тем, что противоположно направленные поля, просачивающиеся в различных точках среды, компенсируют друг друга) имеет порядок L^2/D_m .

Поскольку в соотношении (5.4.8) слагаемые, содержащие $J \times B$ и $B \times (J \times B)$, при больших Ω/β значительно превышают слагаемое с J , последние два члена уравнения (5.4.24) велики ($\Pi_{1,2} \gg 1$) по сравнению с членом $\text{Re}_m^{-1} \nabla (\sigma^{-1} \nabla \times B)$, описывающим затухание магнитного поля. Как показано в [59], члены уравнения (5.4.24), содержащие параметр Π_1 (возникающие из-за члена с $J \times B$ в (5.4.8)), не связаны с джоулевыми потерями в среде и их наличие не сказывается на времени затухания магнитного поля в ионосфере. Член уравнения (5.4.8), содержащий $B \times (J \times B)$, дает джоулевы потери J_1^2/σ_1 в единице объема среды, а соответствующее слагаемое в (5.4.24) (содержащее параметр Π_2) приводит к дополнительной диссипации энергии магнитного поля.

При $\text{Re}_m \gg 1$ и $\Pi_{1,2} \ll 1$ уравнение (5.4.24) принимает вид

$$\partial B / \partial t = \nabla \times (V \times B), \quad (5.4.27)$$

из которого следует, что полный магнитный поток через любой контур $S(t)$, связанный с движущимся веществом, остается неизменным. Эта

теорема "вмороженности", широко используемая при рассмотрении магнитосферных процессов, легко доказывается, если рассмотреть полную скорость изменения магнитного потока $\Phi(t) = \iint_{\Sigma} \mathbf{B} d\mathbf{\Sigma}$, пронизывающего движущийся вместе с веществом контур (интегрирование ведется по произвольной поверхности Σ , натянутой на контур $S(t)$). Полное число $\Phi(t)$ силовых линий, пронизывающих замкнутый контур $S(t)$, изменяется по двум причинам: во-первых, потому, что изменяется $B = B(t)$, и, во-вторых, поскольку изменяется площадка $\Sigma = \Sigma(t)$, ограниченная контуром $S(t)$ (рис. 5.4.1). В течение промежутка времени δt каждая частица среды на контуре $S(t)$ переносится на расстояние $V\delta t$, так что элемент дуги dS контура охватит векторный элемент площади $dS \times (V\delta t)$ с нормалью,

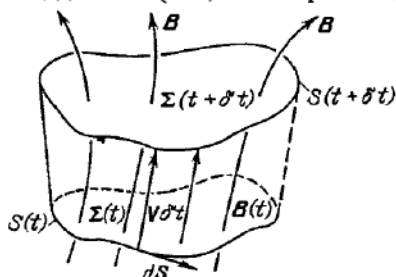


Рис. 5.4.1. Контур $S(t)$ и новое его положение $S(t + \delta t)$, в которое вещество переносит S через время δt

направленной наружу. Следовательно, уменьшение потока, связанное с движением среды за время δt , равно

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot [d\mathbf{S} \times (V\delta t)] = \delta t \oint_S (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) dS = \delta t \iint_{\Sigma} [\nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B})] d\Sigma,$$

а полная скорость изменения магнитного потока

$$\frac{\delta \Phi}{\delta t} = \iint_{\Sigma} [\partial \mathbf{B} / \partial t - \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B})] d\Sigma, \quad (5.4.28)$$

откуда в силу (5.4.27) следует, что $\delta \Phi / \delta t = 0$. Это означает, что при перемещении со временем какого-либо замкнутого "жидкого" контура он не будет пересекать магнитных силовых линий, т.е. при условии $\text{Re}_m \gg 1$ магнитное поле изменяется таким образом, что силовые линии перемещаются вместе со средой и потому могут рассматриваться как "вмороженные" в нее. Как показано, например, в [58], общая количественная формулировка понятия "вмороженности" поля такова:

$$B/\rho \propto \delta l, \quad (5.4.29)$$

где δl — элемент длины жидкой линии, первоначально направленной вдоль силовой линии магнитного поля. Другими словами, если силовые линии растягиваются, то величина B/ρ возрастает, если они сокращаются, то B/ρ уменьшается. Понятие "вмороженности" магнитного поля использовалось нами в § 5.2 при рассмотрении динамики бесстолкновительной плазмы магнитосферы и плазмосферы.

5.4.4. Механические эффекты. Рассмотрим пондеромоторную силу в уравнении движения (5.3.1) для континуума, моделирующего ионосферу. Поскольку сила перпендикулярна магнитному полю, она не влияет непосредственно на движение вдоль силовых линий. В соответствии с законом

Ома для ионосферы (5.4.11) можно написать

$$\frac{1}{c} J \times B = \frac{\sigma_1}{c} (E_{\perp} \times B) + \frac{\sigma_2 B}{c} E_{\perp} - \frac{\sigma_1 B^2}{c^2} V_{\perp} + \frac{\sigma_2 B}{c^2} (V_{\perp} \times B), \quad (5.4.30)$$

где $\mathcal{A}_{\perp} = h \times (\mathcal{A} \times h)$ — перпендикулярная к магнитному полю составляющая поля \mathcal{A} . Пользуясь этим соотношением, перепишем (5.3.1) в виде

$$\rho \frac{dV}{dt} = \mathcal{P} + \frac{\sigma_1 B}{c} \left[(E_{\perp} \times h) - \frac{B}{c} V_{\perp} \right] + \frac{\sigma_2 B}{c} \left[E_{\perp} + \frac{B}{c} (V_{\perp} \times h) \right]. \quad (5.4.31)$$

Здесь

$$\mathcal{P} = -\nabla p + \nabla \cdot \hat{n} + 2\rho V \times \omega + \rho F_d$$

— сумма объемных сил неэлектромагнитного происхождения.

В идеализированном случае полями \mathcal{P} и E_{\perp} можно пренебречь. Тогда, умножая уравнение (5.4.31) скалярно на V_{\perp} , получим

$$\rho d(V_{\perp}^2/2) = -\sigma_1 B^2 c^{-2} V_{\perp}^2 dt,$$

откуда в предположении, что величина $\sigma_1 B^2 / \rho c^2$ достаточно медленно меняется со временем, будем иметь

$$V_{\perp}^2 \approx V_{\perp 0}^2 \exp \left(-\frac{2\sigma_1 B^2}{\rho c^2} t \right). \quad (5.4.32)$$

Таким образом, движение ионосферной плазмы в направлении, перпендикулярном силовым линиям магнитного поля, затухает со временем релаксации $\tau = \rho c^2 / 2\sigma_1 B^2$ вследствие индукционного торможения, которое проявляется как магнитная вязкость. Так как действующая на единицу объема среды сила, обусловленная магнитной вязкостью, имеет величину порядка $\sigma_1 B^2 V/c^2$, а сила, обусловленная обычной вязкостью, по порядку величины равна $\mu V/L^2$, то магнитная вязкость будет преобладать в случае, если безразмерное число Гартмана

$$M = BLc^{-1} (\sigma_1 / \mu)^{1/2} \quad (5.4.33)$$

много больше единицы. Характерные значения чисел Гартмана приведены в табл. 5.4.2.

При более полном рассмотрении необходимо учитывать также скорость перемещения силовых линий магнитного поля. Эта скорость определена точно, когда силовые линии "вморожены" в вещество. При этом вследствие бесконечной проводимости $E + c^{-1} V \times B = 0$ и $V_{\perp} = c(E_{\perp} \times h)/B$. По определению считают [59], что скорость магнитных силовых линий W всегда перпендикулярна к B и определяется соотношением

$$W = c \frac{E_{\perp} \times h}{B}. \quad (5.4.34)$$

Тогда уравнение (5.4.31) можно переписать в виде

$$\rho \frac{dV}{dt} = \mathcal{P} + c^{-2} \sigma_1 B^2 (W_{\perp} - V_{\perp}) - c^{-1} \sigma_2 B^2 (W_{\perp} - V_{\perp}) \times h. \quad (5.4.35)$$

В случае $\mathcal{P} = 0$ из (5.4.35) следует, что поперечная скорость движения вещества V_{\perp} за время порядка времени релаксации τ достигает значения, близкого к скорости движения магнитных силовых линий W , т.е. механи-

ческие силы в этом случае приводят к затуханию поперечного движения вещества относительно силовых линий. Движение плазмы относительно силовых линий в перпендикулярном направлении будет играть сколько-нибудь заметную роль лишь в случае, когда мала величина $N = L/V\tau = L\sigma B^2/V\rho c^2$.

В случае $\mathcal{P} \neq 0$ движение ионосферной плазмы относительно силовых линий в перпендикулярном к ним направлении не будет затухать; легко показать, что скорость этого движения стремится к предельному значению, определяемому из выражения

$$c^{-1}\sigma_1\mathcal{P} + \sigma_2\mathcal{P}_1 \times h + c^{-3}B^2(\sigma_1^2 + c\sigma_2^2)(W_1 - V_1) = 0. \quad (5.4.36)$$

§ 5.5. Соотношения Стефана—Максвелла и коэффициенты диффузии для нонизованных смесей газов в магнитном поле

В §§ 5.3 и 5.4 были рассмотрены процессы диффузии и электропроводности в ионосфере без учета анизотропии коэффициентов трения, возникающей при наличии сильного регулярного магнитного поля планеты. Вместе с тем эти эффекты становятся существенными при моделировании замагниченной плазмы ионосферы и особенно плазмосферы. Вывод расчетных формул для анизотропных коэффициентов многокомпонентной диффузии, амбиполярной диффузии и коэффициентов электропроводности плазмы связан в этом случае с необходимостью привлечения методов кинетической теории. При таком подходе удается получить обобщенные соотношения Стефана—Максвелла (как в продольном, так и в поперечном направлениях), а также коэффициенты переноса для многосортной изотермической плазмы с учетом высших приближений при разложении возмущенных функций распределения компонент в ряды по полиномам Сонина—Лаггера в модифицированном методе Чепмена—Энскога.

5.5.1. Определяющие уравнения. В рамках основного предположения о том, что градиенты гидродинамических величин и внешние силы вызывают малое отклонение функций распределения от равновесного максвелловского распределения, метод Чепмена—Энскога решения уравнений Больцмана для ионизованной многокомпонентной изотермической смеси одноатомных газов умеренной плотности приводит к следующим определяющим уравнениям первого порядка для векторов теплового потока q и диффузионных скоростей w_α ($\alpha = 1, 2, \dots, N$) различных компонент (ср. с (2.2.41) и (2.2.49)) [35]:

$$q = \sum_s \lambda'_s \nabla_s T - p \sum_s \sum_{\alpha=1}^N D_{T\alpha}^s d_{\alpha s} + \frac{5}{2} kT \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha w_\alpha, \quad (5.5.1)$$

$$w_\beta = - \sum_s \sum_{\alpha=1}^N D_{\beta\alpha}^s d_{\alpha s} - \sum_s D_{T\beta}^s \nabla_s \ln T, \quad (5.5.2)$$

где

$$d_\alpha = \nabla x_\alpha + (x_\alpha - c'_\alpha) \nabla \ln p - \\ - \frac{\rho c_\alpha}{p} \left(F_\alpha - \sum_{\beta=1}^N c'_\beta F_\beta \right) - \frac{\rho c'_\alpha}{p} \left(\frac{e_\alpha}{M_\alpha} - \sum_{\beta=1}^N \frac{n_\beta e_\beta}{\rho} \right) E,$$

— диффузионная термодинамическая сила α -компоненты, $\sum_{\alpha} d_{\alpha} = 0$; $c'_{\alpha} = M_{\alpha} n_{\alpha} / \rho$, $x_{\alpha} = n_{\alpha} / n$ — массовая и числовая концентрация соответственно; F_{α} — массовая неэлектромагнитная сила, действующая на α -ю компоненту; $E' = E + c^{-1} V \times B$. Индекс s у вектора означает, что берется компонента вектора, параллельная ($s = \parallel$), перпендикулярная ($s = \perp$) или поперечная ($s = \wedge$) магнитному полю B :

$$\nabla_{\parallel} T = h (h \cdot \nabla T), \quad \nabla_{\perp} T = \nabla T - \nabla_{\parallel} T, \quad \nabla_{\wedge} T = h \times \nabla T;$$

$$d_{\alpha \parallel} = h (h \cdot d_{\alpha}), \quad d_{\alpha \perp} = d_{\alpha} - d_{\alpha \parallel}, \quad d_{\alpha \wedge} = h \times d_{\alpha} \quad (h = B/B).$$

В выражениях (5.5.1) — (5.5.2) входят коэффициенты многокомпонентной диффузии $D_{\alpha\beta}^s$ ($D_{\alpha\beta}^s = D_{\beta\alpha}^s$), коэффициенты термодиффузии $D_{T\beta}^s$ и парциальные коэффициенты теплопроводности λ_s' ($\sum_{\alpha} c'_{\alpha} D_{\alpha\beta}^s = 0$, $\sum_{\alpha} c'_{\alpha} D_{T\alpha}^s = 0$), которые выражаются через коэффициенты разложения $d_{\beta,p}^{\alpha(k)}(\xi)$, $a_{\beta,p}^{(k)}(\xi)$ функций возмущения равновесных распределений Максвелла в ряды по полиномам Сонина — Лаггера так же, как и в гл. 2 [35, 72]:

$$D_{\alpha\beta}^{\parallel}(\xi) = \frac{1}{2n} d_{\beta,0}^{\alpha(1)}(\xi); \quad D_{\alpha\beta}^{\perp}(\xi) + i D_{\alpha\beta}^{\wedge}(\xi) = \frac{1}{2n} d_{\beta,0}^{\alpha(2)}(\xi), \quad (5.5.3a)$$

$$\begin{cases} D_{T\alpha}^{\parallel}(\xi) = -\frac{1}{2n} a_{\alpha,0}^{(1)}(\xi) = -\frac{5}{4n} \sum_{\beta=1}^N x_{\beta} d_{\beta,1}^{\alpha(1)}(\xi), \\ D_{T\alpha}^{\perp}(\xi) + i D_{T\alpha}^{\wedge}(\xi) = -\frac{1}{2n} a_{\alpha,0}^{(2)}(\xi) = -\frac{5}{4n} \sum_{\beta=1}^N x_{\beta} d_{\beta,1}^{\alpha(2)}(\xi), \end{cases} \quad (5.5.3b)$$

$$\lambda'_{\parallel}(\xi) = \frac{5}{4} k \sum_{\beta=1}^N x_{\beta} a_{\beta,1}^{(1)}(\xi), \quad \lambda'_{\perp}(\xi) + i \lambda'_{\wedge}(\xi) = \frac{5}{4} k \sum_{\beta=1}^N x_{\beta} a_{\beta,1}^{(2)}(\xi). \quad (5.5.3b)$$

Порядок приближения $\xi = 1, 2, \dots$, с которым определяются коэффициенты переноса, соответствует числу первых членов, удерживаемых при разложении коэффициентов возмущенных функций распределения компонент в ряды по ортогональным полиномам. Таким образом, $D_{\alpha\beta}^s$ и $D_{T\alpha}^s$ выражаются только через нулевые коэффициенты, а λ_s' — только через первый коэффициент разложения независимо от числа приближений. Однако величины этих коэффициентов будут зависеть от числа удерживаемых членов разложения, так как они должны находиться из системы линейных алгебраических уравнений (ср. с (2.2.56) — (2.2.57))

$$\sum_{\beta=1}^N \sum_{p=0}^{\xi-1} \Lambda_{\gamma\beta}^{mp} d_{\beta,p}^{\alpha(k)}(\xi) + i \frac{4B}{25cn^2 k^2 T} \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(m+5/2)}{\Gamma(m+1)} \delta_{2k} \times$$

$$\times \sum_{\beta=1}^N (\delta_{\gamma\beta} - c'_{\gamma} \delta_{m0}) n_{\beta} e_{\beta} d_{\beta,m}^{\alpha(k)}(\xi) = \frac{8}{25k} (\delta_{\gamma k} - c'_{\gamma}) \delta_{m0}, \quad (5.5.4)$$

$$\sum_{\beta=1}^N \sum_{p=0}^{\xi-1} \Lambda_{\alpha\beta}^{mp} a_{\beta,p}^{(k)}(\xi - 1) + i \frac{4B}{25cn^2 k^2 T} \times$$

$$\frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(m+5/2)}{\Gamma(m+1)} \delta_{2k} \sum_{\beta=1}^N (\delta_{\gamma\beta} - c'_{\gamma} \delta_{m0}) n_{\beta} e_{\beta} a_{\beta,m}^{(k)} (\xi - 1) = \frac{4}{5k} x_{\gamma} \delta_{m1}, \quad (5.5.5)$$

$$\sum_{\beta=1}^N c'_{\beta} a_{\beta,0}^{(k)} (\xi) = 0, \quad \sum_{\beta=1}^N c'_{\beta} d_{\beta,0}^{\alpha(k)} (\xi) = 0 \quad (5.5.6)$$

$$(k = 1, 2; m = 0, 1, \dots, \xi - 1; \gamma, \alpha = 1, 2, \dots, N),$$

где $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$ — коэффициенты выражающиеся через скобочные интегралы от полиномов Сонина—Лаггера (для простых типов ионов — линейные комбинации приведенных Ω^* -интегралов [32, 35, 73, 74]) и обладающие свойствами

$$\Lambda_{\alpha\beta}^{mp} = \Lambda_{\beta\alpha}^{pm}, \quad \sum_{\alpha=1}^N \Lambda_{\alpha\beta}^{0p} = 0, \quad \sum_{\beta=1}^N \Lambda_{\alpha\beta}^{m0} = 0. \quad (5.5.7)$$

Коэффициенты $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$ для $m, p = 0, 1$, входящие в выражения для коэффициентов диффузии в первом и втором приближениях, а также для коэффициентов термодиффузии и теплопроводности в первом приближении, идентичны коэффициентам, определенным формулами (2.2.70).

Если считать, что величины $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$ известны, то коэффициенты переноса плазмы можно вычислить с любой степенью точности через решения системы (5.5.4) — (5.5.6). Следует, однако, отметить, что, как и в случае нейтрального газа, коэффициенты λ'_s не являются истинными коэффициентами теплопроводности. Для получения истинных коэффициентов теплопроводности (вычисленных при $w_{\alpha} = 0$) следует, как и прежде, исключить из (5.5.1) векторы $d_{\beta s}$ с помощью диффузионных соотношений (5.5.2). Это можно сделать для каждой компоненты отдельно, если следовать методике, аналогичной использованной в гл. 2. Вводя для каждой компоненты смеси соответственно параллельные, перпендикулярные и поперечные термодиффузионные отношения $k_{\tau\alpha}^s$ ($s = \parallel, \perp, \wedge$) с помощью определений

$$\sum_{\alpha=1}^N D_{\beta\alpha}^s k_{\tau\alpha}^s = D_{\tau\beta}^s, \quad \sum_{\alpha=1}^N k_{\tau\alpha}^s = 0, \quad (5.5.8)$$

перепишем (5.5.1) — (5.5.2) в виде

$$w_{\beta} = \sum_s w_{\beta s} = - \sum_s \sum_{\alpha=1}^N [D_{\beta\alpha}^s (d_{\alpha s} + k_{\tau\alpha}^s \nabla_s \ln T)], \quad (5.5.9)$$

$$q = - \sum_s \lambda_s \nabla_s T + p \sum_s \sum_{\alpha=1}^N \left[\left(k_{\tau\alpha}^s + \frac{5}{2} x_{\alpha} \right) w_{\alpha s} \right], \quad (5.5.10)$$

где λ_s — истинные коэффициенты теплопроводности:

$$\lambda_s = \lambda'_s - nk \sum_{\alpha=1}^N k_{\tau\alpha}^s D_{\tau\alpha}^s. \quad (5.5.11)$$

Формула (5.5.11) в общем случае сложна для сколько-нибудь реальной смеси ионизованных газов, так как соответствующая процедура вычислений приводит к двукратному обращению матриц. Одно обращение связано с нахождением $\lambda'_s, D_{\tau\alpha}^s$ из системы (5.5.4) — (5.5.6), а второе — с разре-

шением системы (5.5.8) [73, 74]. В [35] для смесей нейтральных газов приведены выражения $k_{T\alpha}$ и λ , позволяющие вычислять их в первом приближении непосредственно через коэффициенты $\Lambda_{\alpha\beta}^{mp}$, т.е. без предварительного вычисления коэффициентов, λ' , $D_{\alpha\beta}$ и $D_{T\alpha}$ (см. (2.2.84) и (2.2.89)). Этот результат обобщен в [31] на случай ионизованных смесей газов в магнитном поле:

$$k_{T\alpha}^{\parallel}(1) = \frac{5}{2} \sum_{\beta, \gamma=1}^N x_{\beta} (\Lambda^{11})_{\beta\gamma}^{-1} \Lambda_{\gamma\alpha}^{10},$$

$$k_{T\alpha}^{\perp, \Lambda}(1) = \frac{5}{2} \sum_{\beta, \gamma=1}^N x_{\beta} (L^{11})_{\beta\gamma}^{-1} \Lambda_{\gamma\alpha}^{10}; \quad (5.5.12)$$

$$\lambda_{\parallel}(1) = \sum_{\beta, \gamma=1}^N x_{\beta} (\Lambda^{11})_{\beta\alpha}^{-1} x_{\gamma},$$

$$\lambda_{\perp}(1) = \sum_{\beta, \gamma=1}^N x_{\beta} (L^{11})_{\beta\gamma}^{-1} x_{\gamma},$$

$$\lambda_{\Lambda}(1) = \frac{5ckp}{2B} \sum_{\beta=1}^N \frac{x_{\beta}}{e_{\beta}} \left[\sum_{\gamma, \alpha=1}^N \frac{e_{\beta}}{e_{\gamma}} (L^{11})_{\beta\alpha}^{-1} \Lambda_{\alpha\gamma}^{11} - 1 \right], \quad (5.5.13)$$

где $L_{\alpha\beta}^{11} = \Lambda_{\alpha\beta}^{11} + (2B/5ckp)^2 x_{\alpha} x_{\beta} e_{\alpha} e_{\beta} (\Lambda^{11})_{\alpha\beta}^{-1}$, а $(\Lambda^{11})_{\alpha\beta}^{-1}$ представляет собой (α, β) -й элемент матрицы, обратной Λ^{11} .

Система уравнений (5.5.4) может быть переписана в более наглядном виде (см. вывод соотношений (2.2.102)), позволяющем определить диффузионные коэффициенты $D_{\alpha\beta}^s$, необходимые для расчета диффузионных скоростей w_{α} [31]:

$$\sum_{\beta \neq \alpha}^N x_{\alpha} x_{\beta} [D_{\gamma\alpha}^{\parallel}(\xi) - D_{\gamma\beta}^{\parallel}(\xi)] / \mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(1)}(\xi) = \delta_{\alpha\gamma} - c'_{\alpha}, \quad (5.5.14)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\beta \neq \alpha}^N x_{\alpha} x_{\beta} [D_{\gamma\alpha}^{\perp}(\xi) - D_{\gamma\beta}^{\perp}(\xi)] / \mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(2)}(\xi) = \\ & = \delta_{\alpha\gamma} - c'_{\alpha} + \frac{B}{cp} \sum_{\beta=1}^N (\delta_{\alpha\beta} - c'_{\alpha}) n_{\beta} e_{\beta} D_{\gamma\beta}^{\Lambda}(\xi), \end{aligned} \quad (5.5.15)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\beta \neq \alpha}^N x_{\alpha} x_{\beta} [D_{\gamma\alpha}^{\Lambda}(\xi) - D_{\gamma\beta}^{\Lambda}(\xi)] / \mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(2)}(\xi) = \\ & = - \frac{B}{cp} \sum_{\beta=1}^N (\delta_{\alpha\beta} - c'_{\alpha}) n_{\beta} e_{\beta} D_{\gamma\beta}^{\perp}(\xi), \end{aligned} \quad (5.5.16)$$

$$\sum_{\beta=1}^N c'_{\beta} D_{\alpha\beta}^{\parallel}(\xi) = 0 \quad (a),$$

$$\sum_{\beta=1}^N c'_{\beta} D_{\gamma\beta}^{\perp}(\xi) = 0 \quad (б), \quad \sum_{\beta=1}^N c'_{\beta} D_{\gamma\beta}^{\Lambda}(\xi) = 0 \quad (в). \quad (5.5.17)$$

Здесь $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(k)}(\xi) = \mathcal{D}_{\alpha\beta}(1) f_{\alpha\beta}^{N(k)}(\xi)$ — коэффициенты диффузии бинарной смеси в ξ -м приближении ("параллельные" при $k=1$, "перпендикуляр-

ные" при $k = 2$); $f_{\alpha\beta}^{N(k)}$ — поправочные множители к бинарным коэффициентам диффузии

$$f_{\alpha\beta}^{N(k)}(\xi) = f_{\beta\alpha}^{N(k)}(\xi) = [1 - \Delta_{\alpha\beta}^{N(k)}(\xi)]^{-1}, \quad (5.5.18)$$

где

$$\Delta_{\alpha\beta}^{N(1)}(1) = 0, \quad \Delta_{\alpha\beta}^{N(1)}(2) = \sum_{\gamma=1}^N \Lambda_{\alpha\gamma}^{01} (\Lambda^{11})_{\gamma\delta}^{-1} \Lambda_{\delta\beta}^{10} / \Lambda_{\alpha\beta}^{00},$$

$$\Delta_{\alpha\beta}^{N(2)}(2) = \sum_{\gamma, \delta=1}^N \Lambda_{\alpha\gamma}^{01} (L^{11})_{\gamma\delta}^{-1} \Lambda_{\delta\beta}^{10} / \Lambda_{\alpha\beta}^{00}.$$

Плотность электрического тока, с учетом соотношений (5.5.9), запишется в виде

$$J = \sum_s J_s = \sum_s \sum_{\beta=1}^N n_{\beta} e_{\beta} w_{\beta s} = - \sum_s \left(\sum_{\alpha, \beta=1}^N \sigma_{\alpha\beta}^s d'_{\beta s} - \sum_{\beta=1}^N \varphi_{\beta}^s \nabla_s T \right). \quad (5.5.19)$$

где величина d'_{β} связана с d_{β} формулой

$$d'_{\beta} = \frac{p}{c'_{\beta}} \left(\frac{\rho c'_{\beta}}{M_{\beta}} - \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} e_{\alpha} \right)^{-1} d_{\beta} =$$

$$= -E' + \frac{p}{c'_{\beta}} \left(\frac{\rho e_{\beta}}{M_{\beta}} - \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} e_{\alpha} \right)^{-1} \left[\nabla x_{\beta} + (x_{\beta} - c'_{\beta}) \nabla \ln p - \frac{\rho c'_{\beta}}{p} (F_{\beta} - \sum_{\alpha=1}^N c'_{\alpha} F_{\alpha}) \right],$$

а коэффициенты $\sigma_{\alpha\beta}$ и φ_{β} выражаются, соответственно, через коэффициенты диффузии и термодиффузии:

$$\sigma_{\alpha\beta}^s = e_{\alpha} n_{\alpha} (n_{\beta} e_{\beta} - c'_{\beta} \sum_{\gamma=1}^N n_{\gamma} e_{\gamma}) D_{\alpha\beta}^s / p, \quad \varphi_{\beta}^s = n_{\beta} e_{\beta} \sum_{\alpha=1}^N D_{\beta\alpha}^s k_{T\alpha}^s / T. \quad (5.5.20)$$

Здесь $\sigma_{\alpha\beta}^s$, φ_{β}^s — парциальные коэффициенты электропроводности и парциальные электротермические коэффициенты соответственно. Элементы полных тензоров электропроводности σ^s и электротермической проводимости φ^s получаются путем суммирования парциальных коэффициентов по индексам.

5.5.2. Многокомпонентные коэффициенты диффузии. Системы (5.5.14) и (5.5.17) могут быть объединены в соотношения

$$\sum_{\beta \neq \alpha}^N \left[\frac{x_{\alpha} x_{\beta}}{\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(1)}(\xi)} + \sum_{\gamma \neq \alpha}^N \frac{x_{\gamma} x_{\beta} M_{\beta}}{M_{\alpha} \mathcal{D}_{\alpha\gamma}^{(1)}(\xi)} \right] D_{\beta\delta}^{\parallel}(\xi) =$$

$$= c'_{\alpha} - \delta_{\alpha\delta} \quad (\alpha, \delta = 1, 2, \dots, N), \quad (5.5.21)$$

связывающие многокомпонентные коэффициенты продольной диффузии $D_{\beta\delta}^{\parallel}$ с коэффициентами диффузии бинарных смесей в приближениях высших порядков. Соотношения (5.5.21) аналогичны соотношениям (2.2.108) для смеси нейтральных газов. Таким образом, в случае плазмы формулы (2.2.109) и (2.2.110) для бинарной смеси и смеси из трех компонент остаются справедливыми для продольных составляющих диффузионных

тензоров переноса. Например, для квазинейтральной смеси из однократно ионизованных атомов с массой M_2 и электронов с массой M_1 из (5.5.21) следует

$$D_{11}^{\parallel}(\xi) = p\tau_{12}^{(1)}(\xi)/n_1M_1, \\ D_{12}^{\parallel}(\xi) = -eD_{11}^{\parallel}(\xi), \quad D_{22}^{\parallel}(\xi) = e^2D_{11}^{\parallel}(\xi), \quad (5.5.22)$$

где $e = M_1/M_2 \ll 1$, $\tau_{\alpha\beta}^{(1)}(\xi) = n^2M_{\alpha\beta}\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(1)}(\xi)/pn_{\beta}$ — средняя обратная частота столкновений (вдоль поля B) частиц сорта α и β ($\tau_{\alpha\beta}^{(1)}(\xi) \neq \tau_{\beta\alpha}^{(1)}(\xi)$).

Коэффициенты переноса $D_{\alpha\beta}^{\perp}(\xi)$ и $D_{\alpha\beta}^{\wedge}(\xi)$ удобно вычислять совместно. Вводя комплексные величины $\tilde{D}_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta}^{\perp} + iD_{\alpha\beta}^{\wedge}$, перепишем (5.5.15) и (5.5.16) следующим образом:

$$\sum_{\beta \neq \gamma}^N \frac{x_{\gamma}x_{\beta}}{\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(2)}(\xi)} [\tilde{D}_{\alpha\gamma}(\xi) - \tilde{D}_{\alpha\beta}(\xi)] + \\ + i \frac{B}{cp} \sum_{\beta \neq \gamma}^N [n_{\gamma}e_{\gamma}c'_{\beta}\tilde{D}_{\alpha\gamma}(\xi) - n_{\beta}e_{\beta}c'_{\gamma}\tilde{D}_{\alpha\beta}(\xi)] = \delta_{\delta\alpha} - c'_{\delta} \\ (\delta, \alpha = 1, 2, \dots, N). \quad (5.5.23)$$

Отсюда, с учетом (5.5.17б, в), получим соотношения, связывающие многокомпонентные коэффициенты диффузии $D_{\alpha\beta}^{\perp, \wedge}(\xi)$ с коэффициентами диффузии бинарных смесей (в перпендикулярном направлении) в приближениях высших порядков:

$$\sum_{\beta \neq \alpha}^N \left[\frac{x_{\alpha}x_{\beta}}{\mathcal{D}_{\beta\alpha}(\xi)} + \sum_{\gamma \neq \alpha}^N \frac{x_{\gamma}x_{\beta}M_{\beta}}{M_{\alpha}\mathcal{D}_{\alpha\gamma}(\xi)} \right] \tilde{D}_{\beta\delta}(\xi) = c'_{\alpha} - \delta_{\alpha\delta}, \quad (5.5.24)$$

где

$$\mathcal{D}_{\beta\alpha}(\xi) = \frac{pn_{\alpha}}{n^2M_{\beta\alpha}} \tau_{\beta\alpha}^{(2)}(\xi) [1 + i\Omega_{\beta\alpha}\tau_{\beta\alpha}^{(2)}(\xi)c'_{\alpha}]^{-1}, \\ \tau_{\beta\alpha}^{(2)}(\xi) = \frac{n^2M_{\beta\alpha}\mathcal{D}_{\beta\alpha}^{(2)}(\xi)}{pn_{\alpha}}. \quad (5.5.25)$$

Здесь $\Omega_{\beta\alpha} = e_{\beta}B/cM_{\beta\alpha}$ — обобщенная гирочастота β -й компоненты; $\tau_{\beta\alpha}^{(2)}$ — среднее время между столкновениями (в перпендикулярном направлении) α -й компоненты с β -й ($\tau_{\beta\alpha}^{(2)}(\xi) \neq \tau_{\alpha\beta}^{(2)}(\xi)$).

Для квазинейтральной бинарной смеси ($e_1 = -e_2 = e$) из (5.5.24) следует

$$D_{11}^{\perp}(\xi) = \frac{p}{n_1M_1} \tau_{12}^{(2)}(\xi) \frac{1}{1 + [\Omega_{12}\tau_{12}^{(2)}(\xi)]^2}, \\ D_{12}^{\perp}(\xi) = -eD_{11}^{\perp}(\xi), \quad D_{22}^{\perp}(\xi) = e^2D_{11}^{\perp}(\xi); \quad (5.5.26)$$

$$D_{11}^{\wedge}(\xi) = -\frac{p}{n_1M_1} \tau_{12}^{(2)}(\xi) \frac{\Omega_{12}\tau_{12}^{(2)}(\xi)}{1 + [\Omega_{12}\tau_{12}^{(2)}(\xi)]^2}, \\ D_{12}^{\wedge}(\xi) = -eD_{11}^{\wedge}(\xi), \quad D_{22}^{\wedge}(\xi) = e^2D_{11}^{\wedge}(\xi), \quad (5.5.27)$$

где $\Omega_{12} = -\Omega_{21}$, $\tau_{12}^{(2)} = \tau_{21}^{(2)}$. Поправка $\Delta_{12}^{(2)}(2)$ к коэффициентам $\mathcal{D}_{12}^{(2)}(1)$ легко может быть получена из (5.5.18) [31].

Выпишем здесь формулы для коэффициентов $D_{\alpha\beta}^{\perp}(\xi)$ и $D_{\alpha\beta}^{\wedge}(\xi)$ в случае квазинейтрального газа, образованного электронами ($\alpha = 1$), нейтральными атомами ($\alpha = 3$) и ионами (однократно ионизованными атомами того же сорта). Используя далее обозначение для степени ионизации $\alpha = n_1/(n_1 + n_3)$ и пренебрегая членами порядка $\epsilon (= M_1/M_2)$, из (5.5.24) получим [31]

$$\left\{ \begin{aligned} D_{11}^{\perp}(\xi) &= \\ &= \frac{kT}{M_1} \frac{1+\alpha}{\alpha} \tau_{21}^{(2)} \frac{(1-\alpha^2)(\tilde{\Omega}_1^2 W_1 + W_2) + \left[\alpha(1-\alpha) \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} + \frac{\tilde{\Omega}_1}{\tilde{\Omega}_3} \right] W_2}{W_2^2 + \tilde{\Omega}_1^2 W_1^2}, \\ D_{13}^{\perp}(\xi) &= -\frac{kT}{M_1} (1-\alpha^2) \tau_{21}^{(2)} \left(1 - \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} \right) W_2 (W_2^2 + \tilde{\Omega}_1^2 W_1^2)^{-1}, \\ D_{33}^{\perp}(\xi) &= \\ &= \frac{kT}{M_1} \alpha (1+\alpha) \tau_{21}^{(2)} \left[\left(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} \right) W_2 - \tilde{\Omega}_1^2 W_1 \right] (W_2^2 + \tilde{\Omega}_1^2 W_1^2)^{-1}, \\ D_{23}^{\perp}(\xi) &= -\frac{1-\alpha}{\alpha} D_{33}^{\perp}(\xi), \quad D_{12}^{\perp}(\xi) = -\frac{1-\alpha}{\alpha} D_{13}^{\perp}(\xi), \\ D_{22}^{\perp}(\xi) &= \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 D_{33}^{\perp}(\xi); \end{aligned} \right. \quad (5.5.28)$$

$$\left\{ \begin{aligned} D_{11}^{\wedge}(\xi) &= \\ &= -\frac{kT}{M_1} \frac{1+\alpha}{\alpha} \tau_{21}^{(2)} \frac{(1-\alpha^2)(W_1 - W_2)\tilde{\Omega}_1 + \left[\alpha(1-\alpha) \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} + \frac{\tilde{\Omega}_1}{\tilde{\Omega}_3} \right] \tilde{\Omega}_1 W_1}{W_2^2 + \tilde{\Omega}_1^2 W_1^2}, \\ D_{13}^{\wedge}(\xi) &= \frac{kT}{M_1} (1-\alpha^2) \tau_{21}^{(2)} \left(1 - \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} \right) \tilde{\Omega}_1 W_1 (W_2^2 + \tilde{\Omega}_1^2 W_1^2)^{-1}, \\ D_{33}^{\wedge}(\xi) &= \\ &= -\frac{kT}{M_1} \alpha (1+\alpha) \tau_{21}^{(2)} \tilde{\Omega}_1 \left[\left(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} \right) W_1 + W_2 \right] (W_2^2 + \tilde{\Omega}_1^2 W_1^2)^{-1}, \\ D_{23}^{\wedge}(\xi) &= -\frac{1-\alpha}{\alpha} D_{33}^{\wedge}(\xi), \quad D_{12}^{\wedge}(\xi) = -\frac{1-\alpha}{\alpha} D_{13}^{\wedge}(\xi), \\ D_{22}^{\wedge}(\xi) &= \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 D_{33}^{\wedge}(\xi). \end{aligned} \right. \quad (5.5.29)$$

В приведенных формулах

$$W_1(\xi) = \frac{(1-2\alpha)(1-\alpha)}{\alpha} \frac{\tau_{21}^{(2)}(\xi)}{\tau_{31}^{(2)}(\xi)} - \frac{\tilde{\Omega}_1(\xi)}{\tilde{\Omega}_3(\xi)},$$

$$W_2(\xi) = (1-\alpha^2) \tilde{\Omega}_1^2(\xi) + \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\tau_{21}^{(2)}(\xi)}{\tau_{31}^{(2)}(\xi)} \left[1 + \frac{\tilde{\Omega}_1(\xi)}{\tilde{\Omega}_3(\xi)} \right] + \frac{\tilde{\Omega}_1(\xi)}{\tilde{\Omega}_3(\xi)},$$

причем $\tilde{\Omega}_1(\xi) = \Omega_{21} \tau_{21}^{(2)}(\xi)$, $\tilde{\Omega}_3(\xi) = \Omega_{23} \tau_{23}^{(2)}(\xi)$.

Выпишем также коэффициенты электропроводимости для трехкомпонентной смеси частично ионизованных газов. Согласно (5.5.20), имеем

$$\sigma^s = \frac{ne^2}{kT} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right)^2 [D_{11}^s(\xi) - 2D_{21}^s(\xi) + D_{22}^s(\xi)] \quad (s = \parallel, \perp, \wedge),$$

откуда, с учетом (5.5.24), (5.5.28) и (5.5.29), коэффициенты электропроводимости для плазмы с произвольным взаимодействием между частицами даются формулами

$$\sigma^{\parallel} = \frac{ne^2}{M_1} \frac{\alpha}{1+\alpha} \tau_{21}^{(2)} \left(\frac{\tilde{\Omega}_1}{\tilde{\Omega}_3} + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} \right) \times \\ \times \left[\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} \left(1 + \frac{\tilde{\Omega}_1}{\tilde{\Omega}_3} \right) + \frac{\tilde{\Omega}_1}{\tilde{\Omega}_3} \right]^{-1}, \quad (5.5.30a)$$

$$\sigma^{\perp} = \frac{ne^2}{M^1} \frac{\alpha}{1+\alpha} \tau_{21}^{(2)} W_2 \left(\frac{\tilde{\Omega}_1}{\tilde{\Omega}_3} + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} \right) (W_2^2 + \tilde{\Omega}_1^2 W_1^2)^{-1}, \quad (5.5.30b)$$

$$\sigma^{\wedge} = - \frac{ne^2}{M_1} \frac{\alpha}{1+\alpha} \tau_{21}^{(2)} W_1 \tilde{\Omega}_1 \left(\frac{\tilde{\Omega}_1}{\tilde{\Omega}_3} + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{\tau_{21}^{(2)}}{\tau_{31}^{(2)}} \right) (W_2^2 + \tilde{\Omega}_1^2 W_1^2)^{-1}. \quad (5.5.30в)$$

Таким образом, с помощью соотношений (5.5.21) и (5.5.25) можно свести выражения для многокомпонентных коэффициентов диффузии к комбинациям бинарных коэффициентов различных компонент смеси, которые, в свою очередь, являются комбинациями Ω^* -интегралов столкновений. Приведенные интегралы столкновений для потенциалов межмолекулярного взаимодействия $\varphi(r) = (\sigma_{\alpha\beta}/r)^{\nu}$ (ν — показатель отталкивания) выводятся строго аналитически и имеют следующий вид [32, 35]:

$$\Omega_{\alpha,\beta}^{(e,r)*} = \frac{4(l+1)(\nu/kT)^{2/\nu} \Gamma(r+2-2/\nu)}{(r+1)! [2l+1-(-1)^e]} \int_0^{\infty} [1 - \cos^l \chi_{\alpha\beta}(z, \nu)] z dz. \quad (5.5.31)$$

Здесь $z = b(M_{\alpha\beta} g^2/2\nu)^{1/\nu} \sigma_{\alpha\beta}^{-1}$; $\chi_{\alpha\beta}$ — угол отклонения молекул в системе координат центра тяжести, причем для данного значения параметра ν угол $\chi_{\alpha\beta}$ не зависит от относительной скорости молекул g и прицельного параметра b по отдельности, а является функцией переменной z . Ниже интеграл по z в формуле (5.5.31) будем обозначать символом $A_l(\nu)$.

Для неэкранированного кулоновского потенциала с радиусом обрезания при $r = R_D$

$$\varphi(r) = \begin{cases} e_\alpha e_\beta / r, & r < R_D; \\ 0, & r > R_D \end{cases}$$

($\sigma_{\alpha\beta} = e_\alpha e_\beta$; $\nu = 1$; R_D — дебаевский радиус экранирования) фактор $A_I(1)$ может быть аппроксимирован величиной (см., например, [34, 35])

$$A_1(1) \approx \frac{1}{4} \ln(1 + 4 \Lambda_{\alpha\beta}^2), \quad A_2(1) \approx \frac{1}{2} \left[\ln(1 + 4 \Lambda_{\alpha\beta}^2) - \frac{4 \Lambda_{\alpha\beta}^2}{4 \Lambda_{\alpha\beta}^2 + 1} \right],$$

где $\Lambda_{\alpha\beta} = (2kT/e_\alpha e_\beta) R_D$. Тогда, например,

$$\Omega_{\alpha\beta}^{(1,1)*} = \ln(1 + 4 \Lambda_{\alpha\beta}^2) / 4 (kT)^2,$$

и для коэффициентов бинарной диффузии в первом приближении, согласно (2.2.26) получим следующее выражение:

$$\mathcal{D}_{\alpha\beta}(1) = \frac{3}{2\sqrt{2\pi}} (kT)^{5/2} [n e_\alpha^2 e_\beta^2 M_{\alpha\beta}^{1/2} \ln(1 + 4 \Lambda_{\alpha\beta}^2)]^{-1}. \quad (5.5.32)$$

Средняя обратная частота столкновений определяется в этом случае формулой

$$\tau_{\alpha\beta}(1) = \frac{3}{2\sqrt{2\pi}} M_{\alpha\beta}^{1/2} (kT)^{3/2} [e_\alpha^2 e_\beta^2 n_\beta \ln(1 + 4 \Lambda_{\alpha\beta}^2)]^{-1}. \quad (5.5.33)$$

5.5.3. Обобщенные соотношения Стефана—Максвелла. Соотношения (5.5.14) — (5.5.17), связывающие многокомпонентные коэффициенты диффузии с коэффициентами диффузии бинарных смесей для различных пар компонент смеси, обычно трудно использовать при решении конкретных задач. Кроме того, подстановка выражений (5.5.1) — (5.5.2) для потоков в уравнения магнитной гидродинамики приводит к системе уравнений, не разрешенных относительно старших производных, что ведет, ввиду отсутствия общих методов, к затруднениям при численном решении таких уравнений. Поэтому удобно иметь соотношения (5.5.2), разрешенные относительно термодинамических диффузионных сил d_α через потоки w_α и записанные в виде соотношений Стефана—Максвелла [30–32], в которые вместо многокомпонентных коэффициентов диффузии $D_{\alpha\beta}^s(\xi)$ входят коэффициенты диффузии в бинарных смесях газов $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(k)}(\xi)$.

Умножим обе части уравнений (5.5.14) — (5.5.16) на $d_{\beta s} + k_{T\beta} \Delta_s \ln T$ ($s = \parallel, \perp, \wedge$) и просуммируем по индексу β . Учитывая (5.5.9), получим следующие обобщенные соотношения Стефана—Максвелла с анизотропными кинетическими коэффициентами для многокомпонентной диффузии в магнитном поле [31]:

$$\sum_{\beta \neq \alpha} \frac{x_\alpha x_\beta}{\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(1)}(\xi)} (w_{\beta\parallel} - w_{\alpha\parallel}) - k_{T\alpha} (\xi - 1) \nabla_{\parallel} \ln T = d_{\alpha\parallel} \quad (5.5.34a)$$

$$\sum_{\beta \neq \alpha} \frac{x_\alpha x_\beta}{\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(2)}(\xi)} (w_{\beta\perp} - w_{\alpha\perp}) - \frac{n_\alpha e_\alpha}{cp} \mathbf{B} \times w_{\alpha\perp} + \frac{c'_\alpha}{cp} \mathbf{B} \times \mathbf{J}_\perp - k_{\tau\alpha}^1 (\xi - 1) \nabla_\perp \ln T = d_{\alpha\perp}, \quad (5.5.34б)$$

$$\sum_{\beta \neq \alpha} \frac{x_\alpha x_\beta}{\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(2)}(\xi)} (w_{\beta\parallel} - w_{\alpha\parallel}) - \frac{n_\alpha e_\alpha}{cp} \mathbf{B} \times w_{\alpha\parallel} + \frac{c'_\alpha}{cp} \mathbf{B} \times \mathbf{J}_\parallel = 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N). \quad (5.5.34в)$$

Уравнения (5.5.34а) (как и (5.5.34б, в)) не независимы: сумма их дает тождество. Преимуществом этих уравнений является то, что в них коэффициенты $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(k)}$ почти не зависят от состава газовых смесей при низкой плотности (т.е. $\Delta_{\alpha\beta}^{N(k)} \approx \Delta_{\alpha\beta}^{2(k)}$) [11]. Впервые обращение уравнений (5.5.2) для смеси нейтральных газов было получено из классической кинетической теории газов в [32] в рамках первого приближения для многокомпонентных коэффициентов диффузии и второго приближения для коэффициентов термодиффузии. В [31] это обращение получено в любом приближении кинетических коэффициентов для многокомпонентной диффузии вдоль магнитного поля и в полном втором приближении для диффузии в перпендикулярном и поперечном направлениях.

Рассмотрим случай слабого магнитного поля, когда можно считать, что $\mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(1)} \approx \mathcal{D}_{\alpha\beta}^{(2)} = \mathcal{D}_{\alpha\beta}$ и $k_{\tau\alpha}^\parallel \approx k_{\tau\alpha}^\perp = k_{\tau\alpha}$. Тогда, суммируя (5.5.34) по s , получим соотношения Стефана-Максвелла в следующем стандартном виде (см. гл. 2):

$$\sum_{\beta \neq \alpha} \frac{x_\alpha x_\beta}{\mathcal{D}_{\alpha\beta}(\xi)} (V_\beta - V_\alpha) - k_{\tau\alpha} (\xi - 1) \nabla \ln T = d_\alpha^*, \quad (5.5.35)$$

где

$$d_\alpha^* = \nabla x_\alpha + (x_\alpha - c'_\alpha) \nabla \ln p - \frac{\rho c'_\alpha}{p} (F_\alpha^* - \sum_\beta c'_\beta F_\beta^*),$$

$$F_\beta^* = F_\beta - \frac{e_\beta}{M_\beta} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{V}_\beta \times \mathbf{B} \right),$$

$\mathbf{V}_\beta = \mathbf{w}_\beta + \mathbf{V}$ — средняя скорость частицы сорта β .

Используя полное уравнение движения (5.3.1) и соотношение $p_\beta = x_\beta p$ для парциального давления β -й компоненты, соотношениям (5.5.34) в случае квазинейтральной плазмы можно придать вид уравнений движения для отдельных компонент смеси:

$$M_\beta n_\beta \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt} \right)_\parallel = -\nabla_\parallel p_\beta + c'_\beta \nabla_\parallel \cdot \hat{n} + n_\beta e_\beta \mathbf{E}_\parallel -$$

$$- p k_{\tau\beta}^\parallel (\xi - 1) \nabla_\parallel \ln T + \sum_{\gamma \neq \beta} \frac{n_\beta M_\beta}{\tau_{\beta\gamma}^{(1)}(\xi)} (V_{\gamma\parallel} - V_{\beta\parallel}) + M_\beta n_\beta F_{\beta\parallel}, \quad (5.5.36)$$

$$M_\beta n_\beta \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt} \right)_\perp = -\nabla_\perp p_\beta + c'_\beta \nabla_\perp \cdot \hat{n} + n_\beta e_\beta \left(\mathbf{E}_\perp + \frac{1}{c} \mathbf{V}_{\beta\perp} \times \mathbf{B} \right) -$$

$$- p k_{\tau\beta}^\perp (\xi - 1) \nabla_\perp \ln T + \sum_{\gamma \neq \beta} \frac{n_\beta M_\beta}{\tau_{\beta\gamma}^{(2)}(\xi)} (V_{\gamma\perp} - V_{\beta\perp}) + M_\beta n_\beta F_{\beta\perp},$$

где $V_{\gamma\parallel} = w_{\gamma\parallel} + h(h \cdot V)$ — средняя продольная скорость частицы сорта γ ;
 $V_{\gamma\perp} = w_{\gamma\perp} + w_{\gamma\Lambda} + V - h(h \cdot V)$ — средняя поперечная скорость частицы
 сорта γ ; $\left(\frac{dV}{dt}\right)_{\parallel} = h\left(h \cdot \frac{dV}{dt}\right)$; $\left(\frac{dV}{dt}\right)_{\perp} = \frac{dV}{dt} - \left(\frac{dV}{dt}\right)_{\parallel}$.

5.5.4. Амбиполярная диффузия при наличии магнитного поля. Ограничимся случаем, когда учитываются столкновения только между заряженными (индексы α, β) и нейтральными (индекс m) компонентами среды и не принимается во внимание взаимодействие ионов всех сортов и электронов между собой. Гидродинамическая скорость V при этом считается совпадающей со скоростью горизонтального нейтрального ветра, а нейтральные компоненты атмосферы находятся в состоянии гравитационно-диффузионного равновесия.

Воспользуемся соотношениями Стефана — Максвелла (5.5.34), которые для однократно ионизованной квазинейтральной плазмы с учетом указанных ограничений можно преобразовать к виду

$$p \sum_m \frac{x_{\alpha} x_m}{\mathcal{D}_{\alpha m}(\xi)} w_{\alpha\parallel} = n_{\alpha} e_{\alpha} E_{\parallel} - G_{\alpha\parallel} (\xi - 1), \quad (5.5.37)$$

$$p \sum_m \frac{x_{\alpha} x_m}{\mathcal{D}_{\alpha m}^{(2)}(\xi)} (w_{\alpha\perp} + w_{\alpha\Lambda}) = n_{\alpha} e_{\alpha} E'_{\perp} + \frac{B}{c} n_{\alpha} e_{\alpha} (w_{\alpha\perp} + w_{\alpha\Lambda}) \times h - G_{\alpha\perp} (\xi - 1). \quad (5.5.38)$$

Здесь

$$G_{\alpha s} (\xi - 1) = \nabla_s p_{\alpha} - M_{\alpha} n_{\alpha} F_{\alpha s} + M_{\alpha} n_{\alpha} (dV/dt)_s + p k_{T\alpha}^s (\xi - 1) \nabla_s \ln T \quad (s = \parallel, \perp, \Lambda).$$

Далее в целях упрощения ограничимся первым приближением для кинетических коэффициентов и будем пренебрегать инерцией заряженных частиц, а также считать, что $F_{\alpha} = g$. Используя коэффициенты подвижности частиц сорта α

$$b_{\beta} = \frac{e_{\beta}}{kT} \left[\sum_m \frac{x_m}{\mathcal{D}_{\beta m}(1)} \right]^{-1} = e_{\beta} \left[\sum_m M_{\beta m} \tau_{\beta m}^{-1}(1) \right]^{-1} = \frac{c}{B} \gamma_{\beta}^{-1},$$

$$b_{\beta\perp} = \frac{b_{\beta}}{1 + B^2 b_{\beta}^2 / c^2} = \frac{c}{B} \frac{\gamma_{\beta}}{1 + \gamma_{\beta}^2}, \quad b_{\beta\Lambda} = \frac{B b_{\beta}^2 / c}{1 + B^2 b_{\beta}^2 / c^2} = \frac{c}{B} \frac{1}{1 + \gamma_{\beta}^2}, \quad (5.5.39)$$

где

$$\gamma_{\beta} = \sum_m \Omega_{\beta m}^{-1} \tau_{\beta m}^{-1}(1),$$

перепишем (5.5.37) и (5.5.38) следующим образом:

$$w_{\beta\parallel} = b_{\beta} (E_{\parallel} - n_{\beta}^{-1} e_{\beta}^{-1} G_{\beta\parallel}), \quad (5.5.40a)$$

$$w_{\beta\perp} + w_{\beta\Lambda} = b_{\beta\perp} (E'_{\perp} - n_{\beta}^{-1} e_{\beta}^{-1} G_{\beta\perp}) + b_{\beta\Lambda} (E'_{\perp} - n_{\beta}^{-1} e_{\beta}^{-1} G_{\beta\perp}) \times h, \quad (5.5.40b)$$

или, в другом виде

$$(1 + \gamma_\beta^2) w_\beta = \frac{c}{B} \frac{1}{\gamma_\beta} \left(E_{\parallel} - \frac{1}{n_\beta e_\beta} G_{\beta\parallel} \right) + \frac{c}{B} \gamma_\beta \left(E' - \frac{1}{n_\beta e_\beta} G_{\beta\perp} \right) - \frac{c}{B} \mathbf{h} \times \left(E' - \frac{1}{n_\beta e_\beta} G_{\beta\perp} \right). \quad (5.5.41)$$

Согласно (5.5.40) плотность тока

$$\mathbf{J} = \sigma'_{\parallel} \mathbf{E}_{\parallel} + \sigma'_1 \mathbf{E}'_1 - \sigma'_\Lambda \mathbf{h} \times \mathbf{E}'_1 - \sum_{\beta} (b_\beta G_{\beta\parallel} + b_{\beta\perp} G_{\beta\perp} - b_{\beta\Lambda} \mathbf{h} \times G_{\beta\perp}), \quad (5.5.42)$$

где

$$\sigma'_{\parallel} = \sum_{\beta} e_\beta n_\beta b_\beta, \quad \sigma'_1 = \sum_{\beta} e_\beta n_\beta b_{\beta\perp}, \quad \sigma'_\Lambda = \sum_{\beta} e_\beta n_\beta b_{\beta\Lambda}. \quad (5.5.43)$$

Начало декартовой системы координат выберем в какой-либо точке ионосферы так, чтобы оси Ox и Oy были направлены соответственно на магнитный юг и восток, а ось Oz — вверх; магнитное наклонение при этом равно I . Обозначая через \mathbf{l} , \mathbf{m} и \mathbf{n} единичные векторы в направлениях Ox , Oy и Oz , получим

$$\mathbf{B} = -B \cos I \mathbf{l} - B \sin I \mathbf{n}, \quad \mathbf{E} = E_x \mathbf{l} + E_y \mathbf{m} + E_z \mathbf{n}, \quad \mathbf{V} = V_x \mathbf{l} + V_y \mathbf{m}.$$

Тогда, например

$$\begin{aligned} E_{\parallel} &= (E_x \cos^2 I + E_z \cos I \sin I) \mathbf{l} + (E_x \cos I \sin I + E_z \sin^2 I) \mathbf{n}, \\ \mathbf{h} \times \mathbf{E}'_1 &= \frac{B}{c} V_1 + \mathbf{h} + \mathbf{E}_1, \quad V_1 = V_x \sin^2 I + V_y \mathbf{m} - V_x \cos I \sin I \mathbf{n}, \\ \mathbf{h} \times \mathbf{E} &= E_y \sin I \mathbf{l} + (E_z \cos I - E_x \sin I) \mathbf{m} - E_y \cos I \mathbf{n}. \end{aligned}$$

Ограничившись далее случаем, когда все переменные зависят только от высоты z и времени t (стратифицированная атмосфера), можно записать

$$G_{\alpha s} = (\partial p / \partial z + M_\alpha n_\alpha g) n_s \equiv G_\alpha n_s \quad (s = \parallel, \perp, \Lambda),$$

где $n_{\parallel} = \sin I \cos I \mathbf{l} + \sin^2 I \mathbf{n}$, $n_{\perp} = -\sin I \cos I \mathbf{l} + \cos^2 I \mathbf{n}$, $n_{\Lambda} = \cos I \mathbf{m}$. Кроме того, из уравнений Максвелла для электрического поля следует, что $\partial E_x / \partial z = 0$, $\partial E_y / \partial z = 0$, $\partial E_z / \partial z = 4\pi e (n_e - \sum_{\alpha} \bar{Z}_{\alpha} n_{\alpha})$, т.е. E_x и E_y не за-

висят от z и полностью определяются граничными условиями, а переменное поле поляризации $E_z = E_z(z)$, возникающее в результате лишь частичной компенсации положительных и отрицательных зарядов, необходимо исключить из системы уравнений для квазинейтральной плазмы.

Рассматривая ионосферу как тонкую оболочку с непроводящей нижней границей, можно положить $J_z = 0$ (в силу сохранения электрического заряда). Тогда из (5.5.42) следует

$$\begin{aligned} &(\sigma'_{\parallel} - \sigma'_1) [E_x \cos I \sin I + E_z \sin^2 I] + \\ &+ \sigma'_1 E'_z + \sigma'_\Lambda E'_y \cos I - \frac{c}{B} \sum_{\alpha} G_{\alpha} \frac{\gamma_{\alpha}^2 + \sin^2 I}{\gamma_{\alpha} (1 + \gamma_{\alpha}^2)} = 0. \end{aligned} \quad (5.5.44)$$

Произведем численную оценку коэффициентов проводимости σ'_{α} . В обла-

сти F_2 : $B \approx 0,3$ Э; $\tau_{\alpha m}^{-1} \approx 1$ с $^{-1}$; $\tau_{em}^{-1} \approx 35$ с $^{-1}$ ($T = 1480$ К); $M \approx 10 M_H$, M_H — масса атома водорода, $M_{em} \approx M_e = 9,1 \cdot 10^{-28}$ г и в значительном интервале высот справедливы неравенства $\Omega_{em}^{-1} \tau_{em}^{-1} \ll \Omega_{\alpha m}^{-1} \tau_{\alpha m}^{-1} \ll 1$, т.е.

$$\gamma_e \ll \gamma_\alpha \ll 1, \quad b_{\beta \perp} \ll b_{\beta \parallel} \ll b_\beta. \quad |b_e| \gg |b_\alpha|. \quad (5.5.45)$$

Тогда

$$b_{\beta \parallel} \approx c/B, \quad \sigma'_\parallel \approx e b_e n_e, \quad \sigma'_\perp \approx 0. \quad (5.5.46)$$

Соотношение (5.5.44) в случае пренебрежения малыми членами примет вид

$$\sigma'_\parallel [E_x \cos I \sin I + E_z \sin^2 I] + \frac{c E'_z}{B} \sum_\beta e_\beta n_\beta \gamma_\beta - \frac{c}{B} \sum_\beta G_\beta \frac{\gamma_\beta^2 + \sin^2 I}{\gamma_\beta} = 0. \quad (5.5.47)$$

Рассматривая область, далекую от магнитного экватора ($I > 3^\circ$), можно пренебречь также членами $\sim (\gamma_\beta / \sin I)^2$, малыми по сравнению с единицей; тогда из (5.5.46) и (5.5.47) получим

$$\begin{aligned} E_z &= -E_x \operatorname{ctg} I + \frac{c}{B \sigma'_\parallel} \sum_\beta \gamma_\beta^{-1} G_\beta \approx \\ &\approx -E_x \operatorname{ctg} I + \frac{1}{e n_e} G_e + \sum_{\alpha \neq e} \frac{n_\alpha}{e n_e} \frac{\gamma_e}{\gamma_\alpha} \left(\frac{G_e}{n_e} + \frac{G_\alpha}{n_\alpha} \right). \end{aligned} \quad (5.5.48)$$

Это соотношение используем теперь для исключения вертикальной компоненты электрического поля E_z из уравнений (5.5.41), записанных в тех же предположениях, что и (5.5.48). Тогда для диффузионных скоростей ионов сорта α и электронов получим:

$$\begin{cases} w_{\alpha x} = -V_x + w_{\alpha z} \operatorname{ctg} I - \frac{c E_y}{B} \operatorname{cosec} I, \\ w_{\alpha y} = -V_y + \frac{c E_x}{B} \operatorname{cosec} I + \gamma_\alpha \frac{c E_y}{B} + \gamma_\alpha V_x \sin I - \frac{c}{B e} E_{p\alpha} \cos I, \\ w_{\alpha z} = -\frac{1}{\sum_m M_{\alpha m} \tau_{\alpha m}^{-1}} E_{p\alpha} \sin^2 I + V_x \cos I \sin I + \frac{c E_y}{B} \cos I; \end{cases} \quad (5.5.49)$$

$$\begin{cases} w_{ex} = -V_x + w_{ez} \operatorname{ctg} I - \frac{c E_y}{B} \operatorname{cosec} I, \\ w_{ey} = -V_y + \frac{c E_x}{B} \operatorname{cosec} I + \gamma_e \frac{c E_y}{B} + \gamma_e V_x \sin I - \\ - \frac{c}{B e} \sum_{\alpha \neq e} \frac{n_\alpha}{n_e} \frac{\gamma_e}{\gamma_\alpha} E_{p\alpha} \cos I, \\ w_{ez} = \sum_{\alpha \neq e} \left[\frac{n_\alpha}{n_e} \frac{1}{\sum_m M_{\alpha m} \tau_{\alpha m}^{-1}} E_{p\alpha} \right] \sin^2 I + V_x \cos I \sin I + \frac{c E_y}{B} \cos I. \end{cases} \quad (5.5.50)$$

В этих уравнениях

$$E_{p\alpha} = \frac{1}{n_e} G_e + \frac{1}{n_\alpha} G_\alpha = 2kT \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial z} + \frac{1}{n_\alpha} \frac{\partial n_\alpha}{\partial z} \right) + \frac{1}{2H_\alpha} + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right];$$

$H_\alpha = kT/M_\alpha g$ — высота однородной атмосферы ионов сорта α . Этот результат в целом согласуется с данными [76, 77]. Отличие состоит в том, что в этих работах при выводе выражений для скоростей ионов через концентрации частиц и температуру в слабо ионизованной смеси использовано упрощенное уравнение движения электронов $-\nabla p_e/en_e = E' + c^{-1} \mathbf{w}_e \times \mathbf{B}$ без оценки отбрасываемых членов, позволяющее сразу получить для электростатического поля поляризации E_z соотношение (5.5.48) (без последнего члена в правой части), но не достаточное для полного определения \mathbf{w}_e , в то время как в окончательных выражениях для \mathbf{w}_α удерживались все члены. Между тем очевидно, что выведенные таким образом формулы не дают правильной аппроксимации при отбрасывании в них членов $\sim \gamma_\alpha^2$, поскольку точные выражения можно получить только из "полных" соотношений (5.5.41) и (5.5.44).

Если \dot{n}_α — скорость образования α -й компоненты ионосферы в результате всех аэрономических реакций, то хорошей аппроксимацией уравнения непрерывности α -й ионной составляющей может служить следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} n_\alpha \left\{ -D_\alpha^{(a)} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial z} + \frac{1}{n_\alpha} \frac{\partial n_\alpha}{\partial z} \right) + \frac{1}{2H_\alpha} + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right] \times \right. \\ \left. \times \sin^2 I + V_x \cos I \sin I + \frac{cE_y}{B} \cos I \right\} = \dot{n}_\alpha, \end{aligned} \quad (5.5.51)$$

где $D_\alpha^{(a)} = 2kT/\sum_m M_{\alpha m} \tau_{\alpha m}^{-1}$ — эффективный коэффициент амбиполярной диффузии.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В АЭРОНОМИИ

Существенный прогресс в решении широкого класса аэрономических задач достигнут за последние годы благодаря использованию численных конечно-разностных методов. Их применение особенно эффективно при изучении детальной структуры и динамики верхней атмосферы на основе систем уравнений многокомпонентной гидродинамики, учитывающих разнообразные процессы переноса, радиационного обмена и химической кинетики. Аналитические методы оказываются при этом, как правило, неприменимыми из-за сложности и нелинейности исходных уравнений — в том числе невозможности аппроксимации источниковых членов.

При решении практически важных задач прикладной аэрономии в настоящее время преимущественно используются вычислительные методы газовой динамики. Соответственно, исходные требования к вычислительным алгоритмам сводятся к традиционным требованиям устойчивости, сходимости и экономичности разностных схем. Возрастание вычислительных трудностей с ростом числа независимых переменных, связанным, в первую очередь, с количеством учитываемых химических компонент, выдвигает требование эффективности алгоритмов (экономичности) при сохранении заданной точности расчетов на одно из первых мест. Дополнительные трудности для большинства аэрономических задач возникают из-за больших перепадов плотностей компонент в расчетной области и существенного различия временных характеристик используемых переменных, в частности, широкого диапазона значений для констант скоростей рассматриваемых процессов. При этом краевые задачи сводятся, как правило, к плохо обусловленным (жестким) системам параболических уравнений, что заставляет искать специальные подходы для их решения [1].

Мы обсудим здесь численные методы решения систем нестационарных пространственно-одномерных нелинейных дифференциальных уравнений и проанализируем основные трудности, возникающие при использовании известных методов решения аэрономических задач на примере задач атмосферной химии, а также ограничения этих методов. Предложена вычислительная схема и стандартная программа для решения систем уравнений диффузии и теплопроводности с целью определения состава и температуры верхней атмосферы и ионосферы планеты. Эту схему можно использовать также для решения некоторых задач атмосферной гидродинамики. В основу вычислительного алгоритма положен метод Ньютона для линеаризации разностных уравнений и модифицированный (с учетом трехдиагональности матрицы разностных уравнений) метод Гаусса с выбором

главного элемента по столбцу и с нормировкой по строке для решения линейной системы алгебраических уравнений.

Рассмотренная здесь схема численных расчетов (или ее варианты) использована при решении конкретных модельных задач, примеры которых приведены в гл. 7.

§ 6.1. Исходные уравнения и предположения

При моделировании процессов диффузии и химической кинетики, определяющих распределение и вариации компонент в верхней атмосфере, необходимо, в общем случае, исходить из системы трехмерных нестационарных уравнений неразрывности (4.1.13) для турбулизованной многокомпонентной химически активной газовой смеси. Эту систему следует решать совместно с уравнением движения (4.1.14) для определения осредненной гидродинамической скорости V , соотношениями Стефана — Максвелла (4.1.19) для осредненных молекулярных потоков диффузии \bar{J}_α и соотношениями (4.2.21) для турбулентных потоков диффузии J_α^T . Кроме того, нужно конкретизировать выражение (3.2.12) для источникового члена производства вещества сорта α в химических и фотохимических реакциях \dot{n}_α и задать соответствующие начальные и граничные условия. Очевидная сложность такой полной постановки задачи моделирования химического состава планетной атмосферы, даже без учета теплообмена, заставляет ограничиваться более простыми рассмотренными проблемами (см., например, [2–5]).

Перепишем (4.1.13) в виде

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha V + \bar{J}_\alpha + J_\alpha^T) = \dot{n}_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N). \quad (6.1.1)$$

На практике обычно используются два подхода. В первом случае моделируется состав хемосферы в области фотохимического равновесия без учета упорядоченного движения атмосферы и процессов диффузии, т.е. в (6.1.1) опускаются члены с оператором ∇ . Во втором случае вводится достаточно обоснованное допущение о вертикальной стратификации атмосферы [6], когда макроскопические параметры зависят лишь от одной пространственной переменной — высоты z . Система (6.1.1) тогда приобретает вид

$$\frac{\partial n_\alpha(t, z)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} [n_\alpha(t, z) V_z(t, z) + \bar{J}_{\alpha z}(t, z) + J_{\alpha z}^T(t, z)] = \dot{n}_\alpha(t, z). \quad (6.1.2)$$

$$(\alpha = 1, 2, \dots, N).$$

Одномерное приближение позволяет исследовать самосогласованным образом достаточно большое количество взаимосвязанных фотохимических и переносных процессов в атмосфере, прежде всего тех, у которых характерные времена химической релаксации $t_{\text{хим}}$ значительно превышают времена ветрового переноса и диффузии в горизонтальном направлении.

Уравнение движения стратифицированной среды в вертикальном направлении сводится к уравнению гидростатического равновесия (см. § 4.4)

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g. \quad (6.1.3)$$

Поэтому часто допускается, что среднemasовая вертикальная скорость V_z , определяемая вариациями температуры атмосферы, дает незначительный вклад в вертикальный поток компоненты α . Его основными составляющими являются потоки за счет молекулярной и турбулентной диффузии.

Источниковый член \dot{n}_α (см. § 3.2) учитывает фотохимическую кинетику. Отдельные составляющие этого члена, связанные с химическими реакциями, имеют вид произведения константы скорости реакции на концентрации компонентов атмосферы (формула (3.2.12)). В \dot{n}_α также входят интегралы, связанные с процессами фотолиза (формула (3.2.17а)), которую выпишем в более простом виде:

$$J_\alpha(z, t) = n_\alpha \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} \frac{\sigma_\alpha(\nu)}{h\nu} \eta_\alpha(\nu) I_{\nu\odot}(z, t) d\nu. \quad (6.1.4)$$

Здесь J_α — объемная скорость фотодиссоциации, $\sigma_\alpha(\nu)$ — сечение поглощения, $\eta_\alpha(\nu)$ — вероятность фотодиссоциации, $I_{\nu\odot}$ — интенсивность солнечного излучения. Последняя определяется из решения одномерного уравнения переноса излучения в поглощающей атмосфере без учета рассеяния и ее собственного излучения (ср. с формулой (3.3.7) для потока солнечных фотонов):

$$I_{\nu\odot}(z, t) = I_{\nu\infty}(t) \exp[-\tau'_\nu(z, t)]. \quad (6.1.5)$$

где $I_{\nu\infty}$ — интенсивность солнечного излучения на верхней границе атмосферы, а оптическая толща τ'_ν выражается в виде

$$\tau'_\nu(z, t) = \sum_{\alpha=1}^N \sigma_\alpha(\nu) \int_z^\infty n_\alpha(s) ds \quad (6.1.6)$$

(в отличие от (3.3.5), интегрирование производится вдоль пути луча s от бесконечности до заданной точки, которая находится на высоте z).

При учете кривизны атмосферных слоев оптическую толщу можно рассчитать при помощи приближенного соотношения

$$\tau'_\nu(z, t) \approx \sum_{\alpha=1}^N n_\alpha(z, t) H_\alpha(z, t) \operatorname{Ch}(X_\alpha, \theta_\odot), \quad (6.1.7)$$

где $\operatorname{Ch}(X_\alpha, \theta_\odot)$ — функция Чепмена, определяемая согласно (3.3.6). В численных расчетах часто удобно при учете реальной геометрии распространения луча, реальных распределений концентраций и в предположении широтно-долготной однородности атмосферы представить интеграл в (6.1.6) в виде [18]

$$\int_z^\infty n_\alpha(s) ds = \int_z^\infty n_\alpha(z') \frac{dz'}{\sqrt{1 - \left(\frac{R_{\text{пл}} + z}{R_{\text{пл}} + z'}\right)^2 \sin^2 \theta_\odot}}. \quad (6.1.8)$$

Для расчета средних глобальных распределений атмосферных компонент необходимо соответствующим образом осреднить \dot{n}_α в уравнении (6.1.1).

Вид этого осреднения зависит от конкретной задачи. Часто эффективный источник можно записать таким образом:

$$(\dot{n}_\alpha)_{\text{эф}} \approx \frac{1}{2} \dot{n}_\alpha \quad (\theta_\odot = \pi/3). \quad (6.1.9)$$

В этом случае $(\dot{n}_\alpha)_{\text{эф}}$ считается средней глобальной величиной \dot{n}_α ; $\theta_\odot = \pi/3$ — средний дневной угол Солнца; множитель $1/2$ учитывает тот факт, что Солнце освещает одну полусферу планеты. Заметим, что для химически активных компонент, у которых характерные времена $t_{\text{хим}}$ значительно меньше суток, этот множитель не нужен, так как такие компоненты исчезают ночью. В экваториальной области следует положить $\theta_\odot = 0,872$ ($= 50^\circ$).

Для системы уравнений (6.1.2) необходимо задать начальные распределения концентраций компонент при $t = 0$ в виде

$$n_\alpha(z, 0) = n_{\alpha 0}(z) \quad (\alpha = 1, 2, \dots, N), \quad (6.1.10)$$

а также условия на нижней и верхней границах $z = z_s$ ($s = 0, \infty$). В качестве последних обычно используются величины диффузионного потока или концентраций компонент, либо условия фотохимического равновесия (см. гл. 7). Следует подчеркнуть, что выбор граничных условий требует в каждом конкретном случае специального рассмотрения, поскольку, как правило, моделируется не атмосфера в целом, имеющая, скажем, такие естественные границы, как поверхность планеты или экзобаза, а ее отдельные области.

§ 6.2. Обзор численных методов

6.2.1. Замечания к построению разностных схем. Вертикальные распределения концентраций $n_\alpha(z, t)$ описываются системой квазилинейных параболических уравнений. Эти уравнения получаются подстановкой в уравнения неразрывности (4.1.13) соотношений (4.2.21) для диффузионных потоков и выражений для химических источников и стоков типа (3.2.17а)–(3.2.20а) и имеют вид

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} = A_\alpha \frac{\partial^2 n_\alpha}{\partial z^2} + B_\alpha \frac{\partial n_\alpha}{\partial z} + C_\alpha n_\alpha + \dot{n}_\alpha(n, t), \quad (6.2.1)$$

$$n = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}.$$

Член \dot{n}_α запишем так: $\dot{n}_\alpha = P_\alpha - L_\alpha^*$, или $\dot{n}_\alpha = P_\alpha - L_\alpha n_\alpha$, где P_α и L_α^* — члены рождения и гибели частиц α -й компоненты в химических и фотохимических реакциях, L_α — релаксационный множитель. Член P_α не зависит от n_α , а член L_α^* является линейной или квадратичной функцией n_α . Именно им определяется время химической релаксации компоненты α . Уравнением типа (6.2.1) описывается также и высотное распределение температуры верхней атмосферы.

Как уже отмечалось, трудность решения таких систем связана с тем, что временные характеристики различных аэрономических процессов существенно (до 10 порядков) отличаются друг от друга. Для кинетических

систем такого типа характерно наличие быстро и медленно меняющихся концентраций компонент, а также компонент с промежуточными временами химической релаксации. Быстрые компоненты практически мгновенно подстраиваются под изменения медленных. Это позволяет применять для решения таких задач метод квазистационарных концентраций, т.е. заменять некоторые дифференциальные уравнения системы алгебраическими уравнениями, приравнявая нулю скорость изменения быстрых компонент [7].

Помимо химических процессов, на распределение $n_{\alpha}(z, t)$ влияет диффузия, и поскольку характерное время установления диффузионного равновесия может достигать величины 10^8 с [8], это время иногда определяет полное протекание процесса, т.е. является максимальным характерным временем задачи.

Наличие быстрых и медленных реакций создает трудности при построении расчетных формул для численного решения разностной задачи. При замене дифференциальной краевой задачи разностной матрица (якобиан) A , отвечающая разностной аппроксимации дифференциального оператора L в соответствующем евклидовом пространстве сеточных функций, оказывается плохо обусловленной. т.е.

$$\text{cond}(A) = \frac{\max |\lambda_A|}{\min |\lambda_A|} \gg 1, \quad (6.2.2)$$

где λ — собственные значения A , а $\text{cond}(A)$ — число обусловленности (определение числа обусловленности матриц можно найти, например, в [9]).

Эволюционная задача (задача Коши) считается жесткой, если она устойчива в локальной области, т.е. собственные значения якобиана A имеют отрицательные действительные части: $\text{Re}(\lambda_{\alpha}) < 0$ и $\text{cond}(A) \gg 1$. Так как в нашем случае обратная величина собственного значения A равна характерному времени, то локальная жесткость оказывается весьма большой ($\sim 10^{10}$). Со свойством жесткости связаны основные сложности решения эволюционных краевых задач химической кинетики.

Жесткость задачи приводит к тому, что явная схема интегрирования практически не пригодна для численного решения. Из условия устойчивости явных методов типа Адамса, Рунге — Кутты и им подобных следует, что шаг по времени Δt разностной схемы не должен превосходить характерного времени самого быстрого процесса τ_{\min} , т.е.

$$\Delta t \leq 1/\text{Re}(-\lambda_{\max}) = \tau_{\min}.$$

С другой стороны, так как характерное время задачи измеряется минимальным собственным значением, которое определяет максимальное характерное время, то число арифметических операций (т.е. шагов по времени), необходимое для вычисления решения по явной схеме, пропорционально числу обусловленности матрицы A . Очевидно, что явные разностные схемы не пригодны для решения жестких задач.

6.2.2. Численные методы. В результате аппроксимации дифференциальных уравнений разностными в случае использования неявной разностной схемы, т.е. тогда, когда все концентрации считаются неизвестными и берутся с верхнего слоя по времени $j+1$, получается система нелинейных алгебраических уравнений. Наиболее эффективным и прямым методом решения таких систем уравнений является метод Ньютона для решения нели-

нейных алгебраических уравнений с использованием метода Гаусса для решения линеаризованных по Ньютону разностных уравнений [8]. Однако этот метод обладает недостатками, из которых наиболее существенным является то, что число арифметических операций для решения системы $N \times I$ разностных уравнений (N — число компонент, I — число узлов разностной схемы) пропорционально $N^3 \times I$. Кроме того, его иногда считают сложным с точки зрения программирования.

Можно воспользоваться более простыми алгоритмами, позволяющими к тому же решать задачи с большим числом компонент. Один из них предложен в [10]. В этом методе диффузионный член аппроксимируется обычным образом, а источниковый член представляется в виде

$$n_{\alpha,i}^{j+1} = P_{\alpha,i}^j - L_{\alpha,i}^j n_{\alpha,i}^{j+1}, \quad (6.2.3)$$

$$(\alpha = 1, 2, \dots, N; i = 2, \dots, I-1),$$

где i и I — номер узла разностной сетки и полное количество узлов соответственно; $n_{\alpha,i}^j$ — концентрация α -й компоненты в i -ом узле разностной сетки в момент времени $t = t^j$. Такое представление источника приводит к тому, что разностная система уравнений становится линейной, однако она не обладает свойством консервативности. Для ее решения можно воспользоваться простым методом прогонки, который использует свойство линейности уравнений по существу. Другими словами, в этом случае соотношения между соседними значениями сеточной функции (вектор-функции) последовательно "прогоняются" через всю область расчета. К сожалению, уже через сравнительно небольшой промежуток времени в системе происходит накопление слишком больших ошибок [5]. Избавиться от этого недостатка позволяет модификация представления (6.2.3) с использованием "полуявной" схемы вида [10]

$$n_{\alpha,i}^{j+1} = P_{\alpha,i}^{j+1,m} - L_{\alpha,i}^{j+1,m} n_{\alpha,i}^{j+1,m+1}. \quad (6.2.4)$$

Здесь $m = 0, 1, \dots, m_{\max}$ — номер итерации, причем $n_{\alpha,i}^{j+1,0} = n_{\alpha,i}^j$ и $n_{\alpha,i}^{j+1} = n_{\alpha,i}^{j+1,m_{\max}}$. При таком представлении по существу удается сохранить главное достоинство метода прогонки — его экономичность: число арифметических операций на каждой итерации остается примерно таким же, как и при использовании явной схемы.

Однако итерационный процесс (6.2.4) оказывается медленно сходящимся, что обусловлено необходимостью учета области зависимости решения. К тому же отсутствует четкий критерий сходимости итераций, так как для медленно сходящихся итерационных процессов обычный критерий

$$|n_{\alpha,i}^{j+1,m+1} - n_{\alpha,i}^{j+1,m}| \leq \epsilon,$$

где ϵ — заданная точность, может выполняться задолго до того, как достигнута сходимость. Практически указанный недостаток проявляется в невозможности увеличивать шаг по времени при неизменном максимальном числе итераций.

В [11], где дано сравнение нескольких вычислительных алгоритмов для решения аэрономических задач, предложен другой метод, основанный на том факте, что в сложной системе химических реакций имеются отдельные группы, в каждой из которых сложение балансовых уравнений для компонент с определенными целочисленными весами k_α (обычно 1, 2 или 3) приводит к характерному уравнению для соответствующей группы компонент с концентрацией группы \hat{n} . Последняя имеет намного большее время химической релаксации, чем составляющие группы. Это получается в результате сокращения в сумме $\sum_{\alpha \in g} k_\alpha \dot{n}_\alpha$ (где g — множество компонент группы) скоростей реакций с большими константами скоростей. Рассчитанная концентрация группы \hat{n} используется для коррекции отдельных концентраций внутри группы, которые получаются согласно предыдущему методу.

Сравнение данного метода с предыдущим показывает, что выделение групп позволяет существенно уменьшить (на несколько порядков) объем вычислений при одинаковой точности расчетов за счет использования значительно большего шага по времени. Этот метод оказался эффективным при исследовании суточных вариаций состава атмосферы. В то же время не всегда удается рассчитать суточные вариации на основе только такого метода. Поэтому, например, в [12] решались уравнения для некоторых компонент совместно с линеаризацией неявных разностных уравнений по Ньютону, а для остальных использовалось описанное объединение в группы.

Другим недостатком данного метода является ограничение на шаг по времени, следующее из условия вычислительной устойчивости. Например, при моделировании состава земной атмосферы в области высот 100–120 км возникновение неустойчивости отмечалось уже при значениях $\Delta t \geq 10^4$ с, тогда как наибольшее характерное время процессов составляло 10^8 с.

Для численного решения жестких систем нелинейных уравнений в частных производных в [8] предложен эффективный алгоритм. Мы его рассмотрим в следующем параграфе. Здесь отметим лишь, что в нем используется большое достоинство метода Ньютона — квадратичная сходимость итераций к решению при задании достаточно близкого начального приближения, и соответственно, быстрое затухание. Не менее важное свойство — возможность получения на основе этого алгоритма консервативных разностных схем в отличие от предыдущих методов, где для достижения консервативности требовались итерации или коррекции, которые приводят к ограничению на шаг интегрирования по времени Δt , возникающему из условия вычислительной устойчивости.

Требованиям простоты и экономичности, определяющим эффективность вычислительного алгоритма, удовлетворяет подробно рассмотренная в [13] известная неявная схема

$$\left[E + \Delta t \frac{\partial f(t^j, n^j)}{\partial n} \right] (n^{j+1} - n^j) = \Delta t f(t^j, n^j) \quad (6.2.5)$$

для уравнения вида

$$\frac{\partial n}{\partial t} = f(t, n),$$

где $n = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$, $f = \{f_1, f_2, \dots, f_N\}$, E — единичная матрица, Δt — шаг по времени, $\partial f / \partial n$ — якобиан. Для нелинейной разностной задачи (6.2.1) схема (6.2.5) представляет собой один шаг ньютоновского итерационного процесса (см. § 6.3). Таким образом, имеет место устойчивость и консервативность этой разностной схемы. Однако вследствие жесткости системы исходных уравнений соответствующий итерационный процесс при достаточно больших шагах не сходится. Это объясняется плохой обусловленностью матрицы Якоби A разностных уравнений, которая для больших шагов по времени становится вырожденной при фиксированном числе десятичных разрядов для представления чисел в ЭВМ.

Если допустить, что собственные значения матрицы A не имеют мнимой части (так как уравнения химической кинетики очень редко имеют колебательный характер), то

$$\text{cond}(A) = \frac{\max |\lambda_A|}{\min |\lambda_A|} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\min}}, \quad (6.2.6)$$

где τ_{\max} и τ_{\min} — максимальное и минимальное характерные времена, которые можно вычислить по формулам

$$\tau_{\alpha \text{ хар}} \approx (\partial f_{\alpha} / \partial n_{\alpha})^{-1}, \quad (6.2.7)$$

т.е. можно легко оценить обусловленность матрицы A . У поверхности Марса, например, $\tau_{\text{H}_2 \text{ хар}} = 10^{-8}$ с, а $\tau_{\text{O}(^1D) \text{ хар}} = 10^{10}$ с, поэтому обусловленность матрицы Якоби достигает 10^{18} . Однако, если из условия фотохимического равновесия вычислить концентрацию $n_{\text{O}(^1D)}$ и подставить в \dot{n}_{α} , то обусловленность уменьшится до 10^{10} . Отсюда видна полезность предварительной оценки характерных времен отдельных компонент.

Рассмотрим конкретнее ограничение на величину числа обусловленности матрицы Якоби [14]

$$\text{cond}(A) \leq \epsilon / n\theta,$$

при наложении которого можно получить решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента с заданной точностью ϵ при вычислениях с единичной ошибкой округления θ . При $n = 10$, $\theta = 10^{-12}$ (ЭВМ БЭСМ-6) и $\text{cond}(A) = 10^{10}$ получаем $\epsilon \geq 10^{-1}$, т.е. при этих условиях уже нельзя получить точного решения. Рассмотренные условия соответствуют численному решению эволюционной задачи химической кинетики для десяти компонент у поверхности Марса без учета диффузии. Очевидно, обусловленность матрицы Якоби для всей задачи (т.е. с учетом диффузии и для области высот от поверхности планеты до уровня экзобазы) будет хуже. Таким образом, при представлении числа двенадцатью десятичными разрядами получение решения задачи оказывается невозможным. Заметим, что эту трудность можно преодолеть вычислениями с двойной точностью (на алгоритмическом языке Фортран). Переход к двойной точности требует увеличения оперативной памяти вдвое (если не используется магнитный диск для хранения соответствующих матриц).

Для ЭВМ БЭСМ-6 такое увеличение памяти накладывает серьезные ограничения на использование оперативной памяти, однако для ЭВМ серии ЕС таких трудностей для задач с числом компонент порядка десяти нет ввиду значительно большего объема памяти и более совершенной организации ее распределения. При переходе к двойной точности на ЭВМ ЕС быстроедействие практически не уменьшается, а на БЭСМ-6 уменьшается приблизительно на порядок.

Возможное дальнейшее усовершенствование рассмотренного метода основано на вычислении с удвоенным числом разрядов только вектора невязки и учете разреженности матрицы Якоби [14, 15].

Наконец, коснемся альтернативного подхода к решению эволюционных задач химической кинетики [16], при котором задача сводится к решению обыкновенных дифференциальных уравнений. Основная идея этого метода, известного как метод Гира, заключается в использовании разностной схемы с максимально возможным порядком точности при сохранении ее устойчивости, что позволяет проводить расчеты с максимальными шагами Δt и тем самым добиваться существенного уменьшения времени интегрирования. Однако при интегрировании жестких систем метод Гира оказывается неэффективным из-за необходимости хранения в оперативной памяти ЭВМ больших массивов, а также по причине возникновения в отдельные моменты времени неустойчивости, связанной с выбором величины шага Δt . Уменьшение последнего позволяет добиться устойчивости, но вычислительный алгоритм перестает удовлетворять требованию экономичности.

§ 6.3. Численный метод решения эволюционных краевых задач

Перейдем к описанию стандартной программы решения разностными методами краевых задач для систем нестационарных или стационарных пространственно-одномерных дифференциальных уравнений в частных производных. Вариант такой программы предложен в [17].

В зависимости от правой части системы дифференциальных уравнений (6.2.1) пользователю стандартной программы необходимо выбрать разностную схему и дополнительно конкретизировать программу, реализующую эту схему. Решение соответствующей системы нелинейных алгебраических уравнений специального вида и организация движения по времени сведены в стандартную часть. При выборе разностной схемы, отвечающей используемой методике, должны быть учтены следующие допущения:

- схема по времени неявная, двухслойная;
- при аппроксимации по пространственной координате используются значения искомых функций не более чем в трех соседних точках, т.е. выбираются схемы не более чем второго порядка точности.

Заметим, что применение данной программы возможно и для двумерных задач, например для решения двумерного нелинейного уравнения теплопроводности в прямоугольной области и для ряда гидродинамических расчетов.

Мы подробно рассмотрим вариант стандартной программы [17]. Отметим здесь, что этот вариант усовершенствован с учетом обобщения опыта ее эксплуатации.

6.3.1. Описание вычислительной схемы. Пусть дана система уравнений для неизвестных функций $y_k(t, x)$ *

$$\frac{\partial y_k(t, x)}{\partial t} = f_k \left[y_1(t, x), \frac{\partial y_1(t, x)}{\partial x}, \frac{\partial^2 y_1(t, x)}{\partial x^2}, \dots, y_M(t, x), \frac{\partial y_M(t, x)}{\partial x}, \frac{\partial^2 y_M(t, x)}{\partial x^2} \right] \quad (k = 1, 2, \dots, M). \quad (6.3.1)$$

Заданы следующие начальные условия: $y_k(0, x) = G_k(x)$ ($k = 1, 2, \dots, M$). Решение ищется на отрезке $a \leq x \leq b$. Граничные условия имеют вид:

$$\psi_k \left[y_1(t, a), \frac{\partial y_1(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=a}, \dots, y_M(t, a), \frac{\partial y_M(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=a} \right] = 0, \quad (6.3.2)$$

$$\varphi_k \left[y_1(t, b), \frac{\partial y_1(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=b}, \dots, y_M(t, b), \frac{\partial y_M(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=b} \right] = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, M). \quad (6.3.3)$$

Перейдем от непрерывных величин к дискретным. Для простоты выберем равномерную сетку по координате x :

$$x_n = a + (n-1) \Delta x, \quad \Delta x = (b-a)/N-1 \quad (n = 1, 2, \dots, N)$$

(при необходимости ввести неравномерную сетку обычно можно сделать такую замену x на x' , что сетка x' станет неравномерной).

Шаги по времени нумеруются при помощи индекса j , а моменты времени, соответствующие этим шагам, обозначаются через t_j . При помощи $y_{k,n}^j$ обозначаются приближенные значения непрерывной величины $y_k(t, x)$ в точке (t_j, x_n) . Производные, входящие в f_k , аппроксимируются разностными соотношениями не более чем по трем точкам. Например,

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{\substack{t=t_j \\ x=x_n}} \approx \frac{y_{i,n+1}^j - y_{i,n-1}^j}{2 \Delta x}, \quad (6.3.4)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{\substack{t=t_j \\ x=x_n}} \approx \frac{y_{i,n+1}^j - 2y_{i,n}^j + y_{i,n-1}^j}{\Delta x^2}. \quad (6.3.5)$$

Производные, входящие в ψ_k и φ_k , аппроксимируются, например, следующими соотношениями:

$$\frac{\partial y_i(t, x)}{\partial x} \Big|_{\substack{t=t_j \\ x=a}} \approx \frac{y_{i,2}^j - y_{i,1}^j}{\Delta x}, \quad (6.3.6)$$

*) Предположение о разрешимости относительно производных по времени сделано для простоты последующих выкладок. Производные по времени могут входить в правую часть или вообще отсутствовать, как это имеет место в стационарном случае.

$$\left. \frac{\partial y_i(t, x)}{\partial x} \right|_{\substack{t = t_j \\ x = b}} \approx \frac{y_{i,N}^j - y_{i,N-1}^j}{\Delta x}. \quad (6.3.7)$$

Для повышения точности аппроксимации граничных условий производные, входящие в ψ_k и φ_k , можно записать в виде

$$\left. \frac{\partial y_i(t, x)}{\partial x} \right|_{\substack{t = t_j \\ x = a}} \approx \frac{-y_{i,3}^j + 4y_{i,2}^j - 3y_{i,1}^j}{2\Delta x}, \quad (6.3.8)$$

$$\left. \frac{\partial y_i(t, x)}{\partial x} \right|_{\substack{t = t_j \\ x = b}} \approx \frac{3y_{i,N}^j - 4y_{i,N-1}^j + y_{i,N-2}^j}{2\Delta x}. \quad (6.3.9)$$

В этом случае производные аппроксимируются со вторым порядком точности по x .

Чтобы избежать связанных с неустойчивостью ограничений на шаг по времени для замены системы дифференциальных уравнений (6.3.1), (6.3.2), (6.3.3) системой разностных уравнений, воспользуемся двухслойной разностной неявной схемой

$$\frac{y_{k,n}^j - y_{k,n}^{j-1}}{\Delta t_j} = f_{k,n}^j(y_{1,n-1}^j, y_{1,n}^j, y_{1,n+1}^j, \dots, y_{M,n-1}^j, y_{M,n}^j, y_{M,n+1}^j) \\ (k = 1, \dots, M; n = 2, \dots, N-1), \quad (6.3.10)$$

где $f_{k,n}^j$ — приближенное значение f_k в точке x_n в момент времени t_j , которое получается подстановкой аппроксимационных выражений для

$\frac{\partial y_i}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 y_i}{\partial x^2}$ (например, (6.3.4), (6.3.5)) в f_k системы (6.3.1). Граничные условия примут вид

$$\psi_k^j(y_{1,1}^j, y_{1,2}^j, y_{1,3}^j, \dots, y_{M,1}^j, y_{M,2}^j, y_{M,3}^j) = 0, \quad (6.3.11)$$

$$\varphi_k^j(y_{1,N-2}^j, y_{1,N-1}^j, y_{1,N}^j, \dots, y_{M,N-2}^j, y_{M,N-1}^j, y_{M,N}^j) = 0 \quad (6.3.12)$$

$$(k = 1, 2, \dots, M),$$

где ψ_k^j и φ_k^j — приближенные выражения для ψ_k и φ_k , которые получаются подстановкой аппроксимационных выражений для $\left. \frac{\partial y_i(t, x)}{\partial x} \right|_{x=a}$,

$$\left. \frac{\partial y_i(t, x)}{\partial x} \right|_{x=b} \quad (\text{например, (6.3.6), (6.3.7) или (6.3.8), (6.3.9)}) \text{ в (6.3.2),} \\ (6.3.3).$$

Разностная схема (6.3.10) имеет первый порядок точности по времени. Для повышения точности можно взять правую часть в виде

$$\beta f_{k,n}^j + (1 - \beta) f_{k,n}^{j-1}.$$

При $\beta = 0,5$ система разностных уравнений (6.3.10) аппроксимирует систему дифференциальных уравнений (6.3.1) со вторым порядком точности по времени.

Перепишем уравнения (6.3.10) в виде

$$F_{k,n}^j(y_{1,n-1}^j, y_{1,n}^j, y_{1,n+1}^j, \dots, y_{M,n-1}^j, y_{M,n}^j, y_{M,n+1}^j) = 0 \quad (6.3.13)$$

$$(k = 1, 2, \dots, M; n = 2, \dots, N-1),$$

где

$$F_{k,n}^j = \frac{y_{k,n}^j - y_{k,n}^{j-1}}{\Delta t_j} - f_{k,n}^j.$$

Уравнения (6.3.11) – (6.3.13) образуют нелинейную систему алгебраических уравнений, состоящую из NM уравнений с NM неизвестными. Эта система решается методом Ньютона, т.е. на каждой итерации s решается следующая система линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{l=1}^k \frac{\partial F_{k,n}^{j,s}}{\partial y_{i,n+l-2}^{j,s}} (y_{i,n+l-2}^{j,s+1} - y_{i,n+l-2}^{j,s}) + F_{k,n}^{j,s} = 0, \quad (6.3.14)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{l=1}^k \frac{\partial \psi_k^{j,s}}{\partial y_{i,l}^{j,s}} (y_{i,l}^{j,s+1} - y_{i,l}^{j,s}) + \psi_k^{j,s} = 0, \quad (6.3.15)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{l=1}^k \frac{\partial \varphi_k^{j,s}}{\partial y_{i,N+l-3}^{j,s}} (y_{i,N+l-3}^{j,s+1} - y_{i,N+l-3}^{j,s}) + \varphi_k^{j,s} = 0 \quad (6.3.16)$$

$$(k = 1, 2, \dots, M; n = 2, \dots, N-1).$$

За нулевое приближение ($s = 0$) принимаются значения из предыдущего слоя по времени: $y_{k,n}^{j,0} = y_{k,n}^{j-1}$.

Производные функции $F_{k,n}$, ψ_k и φ_k относительно неизвестных функций $y_{i,n}^{j,s}$ (матрица Якоби) могут находиться численным дифференцированием, которое осуществляется по формуле

$$\frac{\partial F_{k,n}}{\partial y_{i,n}} = F_{k,n}(\dots, y_{i,n-1}, y_{i,n} + \Delta y_{i,n}, y_{i,n+1}, \dots) / \Delta y_{i,n} -$$

$$- F_{k,n}(\dots, y_{i,n-1}, y_{i,n}, y_{i,n+1}, \dots) / \Delta y_{i,n}. \quad (6.3.17)$$

Для наглядности и удобства дальнейшего изложения представим систему уравнений (6.3.14) – (6.3.16) в матричном виде:

$$\begin{vmatrix} A_N & B_N & C_N & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{N-1} & B_{N-1} & C_{N-1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{N-2} & B_{N-2} & C_{N-2} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & A_3 & B_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & A_2 & B_2 & C_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & A_1 & B_1 & C_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_N \\ Y_{N-1} \\ Y_{N-2} \\ \vdots \\ Y_3 \\ Y_2 \\ Y_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_N \\ D_{N-1} \\ D_{N-2} \\ \vdots \\ D_3 \\ D_2 \\ D_1 \end{vmatrix}. \quad (6.3.18)$$

Здесь A_n, B_n, C_n — квадратные матрицы размером $M \times M$, а Y_n, D_n являются M -мерными векторами. Таким образом, матрица имеет блочно-трехдиагональный вид, где каждый блок-элемент является квадратной матрицей. В верхней и нижней строках матричного уравнения (6.3.18) записываются уравнения (6.3.15), (6.3.16), а во внутренних строках — уравнения (6.3.14).

Векторы Y_n имеют вид

$$Y_n = \{ y_{1,n}^{j,s+1}, \dots, y_{M,n}^{j,s+1} \}, \quad n = 1, \dots, N.$$

Выражения для элементов матриц A_n, B_n, C_n и компонент вектора D_n выглядят следующим образом:

для $n = N$

$$a_{k,i} = -\frac{\partial \varphi_k^{j,s}}{\partial y_{i,N}^{j,s}}, \quad b_{k,i} = -\frac{\partial \varphi_k^{j,s}}{\partial y_{i,N-1}^{j,s}}, \quad c_{k,i} = -\frac{\partial \varphi_k^{j,s}}{\partial y_{i,N-2}^{j,s}},$$

$$d_k = \varphi_k^{j,s} - \sum_{i=1}^M \sum_{l=1}^{\xi} \frac{\partial \varphi_k^{j,s}}{\partial y_{i,N+l-3}^{j,s}} y_{i,N+l-3}^{j,s} \quad (i, k = 1, 2, \dots, M);$$

для $n = 2, \dots, N-1$

$$a_{k,i} = -\frac{\partial F_{k,n}^{j,s}}{\partial y_{i,n+1}^{j,s}}, \quad b_{k,i} = -\frac{\partial F_{k,n}^{j,s}}{\partial y_{i,n}^{j,s}}, \quad c_{k,i} = -\frac{\partial F_{k,n}^{j,s}}{\partial y_{i,n-1}^{j,s}},$$

$$d_k = F_{k,n}^{j,s} - \sum_{i=1}^M \sum_{l=1}^{\xi} \frac{\partial F_{k,n}^{j,s}}{\partial y_{i,n+l-2}^{j,s}} y_{i,n+l-2}^{j,s} \quad (i, k = 1, \dots, M);$$

для $n = 1$

$$a_{k,i} = -\frac{\partial \psi_k^{j,s}}{\partial y_{i,3}^{j,s}}, \quad b_{k,i} = -\frac{\partial \psi_k^{j,s}}{\partial y_{i,2}^{j,s}}, \quad c_{k,i} = -\frac{\partial \psi_k^{j,s}}{\partial y_{i,1}^{j,s}},$$

$$d_k = \psi_k^{j,s} - \sum_{i=1}^M \sum_{l=1}^{\xi} \frac{\partial \psi_k^{j,s}}{\partial y_{i,l}^{j,s}} y_{i,l}^{j,s} \quad (i, k = 1, 2, \dots, M).$$

Линейная система (6.3.18) на каждой итерации s решается модифицированным (с учетом трехдиагональности матрицы) методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу и с нормировкой по строке. Основная идея этого метода исключения состоит в том, чтобы линейными преобразованиями сделать диагональные матрицы единичными, а матрицы ниже диагонали — нулевыми. Это делается последовательно сверху вниз. Для демонстрации формул рекуррентного перехода от n к $n-1$ введем прямоугольную матрицу

$$Bz_n = \begin{pmatrix} \tilde{B}_n & \tilde{C}_n & 0 & \tilde{D}_n \\ A_{n-1} & B_{n-1} & C_{n-1} & D_n \end{pmatrix}.$$

Смысл матриц \tilde{B}_n, \tilde{C}_n и вектора \tilde{D}_n станет ясным из дальнейшего изложения.

Возьмем первый столбец матрицы Bz_n , найдем в нем максимальный по модулю элемент и поставим строку, в которой он находится, на место первой строки в матрице Bz_n . Поделим каждый элемент этой строки на ее первый элемент. Теперь, вычитая из других строк первую, умноженную на соответствующий множитель, получим нули в первом столбце в этих строках. Найдем максимальный по модулю элемент во втором столбце среди всех строк, кроме первой, и поставим строку, в которой он находится, на место второй строки в матрице Bz_n . Поделим каждый элемент этой строки на ее второй элемент. Вычитая из других строк вторую, умноженную на соответствующий множитель, получим нули во втором столбце во всех строках, кроме второй. Далее сделаем аналогичные преобразования с третьим столбцом и т.д. В результате матрица Bz_n приведется к виду

$$\widetilde{Bz}_n = \begin{vmatrix} E & P_n & Q_n & R_n \\ 0 & \tilde{B}_{n-1} & \tilde{C}_{n-1} & \tilde{D}_{n-1} \end{vmatrix},$$

где E — единичная матрица.

Введем матрицу

$$Bz_{n-1} = \begin{vmatrix} \tilde{B}_{n-1} & \tilde{C}_{n-1} & 0 & \tilde{D}_{n-1} \\ A_{n-2} & B_{n-2} & C_{n-2} & D_{n-2} \end{vmatrix}.$$

Преобразования, проводимые с этой матрицей, аналогичны преобразованиям с Bz_n , т.е. Bz_{n-1} приводится к виду \widetilde{Bz}_{n-1} . Такова стандартная схема перехода от n к $n-1$ (преобразование матрицы Bz_n в матрицу \widetilde{Bz}_n и формирование новой матрицы Bz_{n-1}).

Для $n=N$ имеем

$$Bz_N = \begin{vmatrix} A_N & B_N & C_N & D_N \\ A_{N-1} & B_{N-1} & C_{N-1} & D_{N-1} \end{vmatrix}.$$

Переход от N к $N-1$ укладывается в стандартную схему, т.е. получаем

$$\widetilde{Bz}_N = \begin{vmatrix} E & P_N & Q_N & R_N \\ 0 & \tilde{B}_{N-1} & \tilde{C}_{N-1} & \tilde{D}_{N-1} \end{vmatrix}$$

и формируем матрицу

$$Bz_{N-1} = \begin{vmatrix} \tilde{B}_{N-1} & \tilde{C}_{N-1} & 0 & \tilde{D}_{N-1} \\ A_{N-2} & B_{N-2} & C_{N-2} & D_{N-2} \end{vmatrix}$$

для перехода от $N-1$ к $N-2$.

Для $n=1$, прежде чем применять стандартную схему, исключаем A_1 с помощью единичной матрицы, полученной при $n=2$. Другими словами, матрица $\|A_1 B_1 C_1 D_1\|$ с помощью матрицы $\|EP_3 Q_3 R_3\|$ приводится к виду $\|0 B'_1 C'_1 D'_1\|$. Вслед за тем применяется стандартная схема перехода к матрице $Bz_2 = \begin{vmatrix} B_2 & C_2 & 0 & D_2 \\ B'_1 & C'_1 & 0 & D'_1 \end{vmatrix}$. В результате получаем матрицу

$$\widetilde{Bz}_2 = \begin{vmatrix} E & P_2 & 0 & R_2 \\ 0 & \widetilde{C}_1 & 0 & \widetilde{D}_1' \end{vmatrix}. \text{ Применив стандартную схему к матрице}$$

$$Bz_1 = \begin{vmatrix} \widetilde{C}_1 & 0 & 0 & D_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \text{ получаем матрицу } \widetilde{Bz}_1 = \begin{vmatrix} E & 0 & 0 & R_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \text{ Отсюда}$$

следует, что $Y_1 = R_1$, тогда $Y_2 = R_2 - P_2 Y_1$.

Рекуррентная формула для нахождения вектора Y_n имеет вид

$$Y_n = R_n - P_n Y_{n-1} - Q_n Y_{n-2} \quad (n = 3, \dots, N).$$

Таким образом, мы нашли приближенное решение краевой задачи (6.3.1) — (6.3.3) в момент времени t_j на $s + 1$ -й итерации. Если итерации сошлись с заданной точностью, то можно продолжать интегрирование уравнения (6.3.1) по времени.

6.3.2. Описание стандартной программы. Программа позволяет находить нестационарное решение $y_i(t, x)$ и стационарное решение $y_i(x)$ системы уравнений (6.3.1). Нестационарное решение может быть получено интегрированием с постоянным шагом по t или с автоматическим выбором шага. В последнем случае шаг по времени выбирается в зависимости от числа итераций по нелинейности на данном шаге. Таким образом, в обычном смысле контроля точности по времени нет.

Стационарное решение можно искать методом установления, т.е. интегрирования по времени с автоматическим выбором шага до момента, превышающего максимальное характерное время задачи, или итерациями без установления по времени.

Обращение к стандартной программе имеет вид

$$\begin{aligned} & \text{CALL DNOKS (NN, MM, IB, ITAU, ITER, ITB, IDF, EPS,} \\ & \text{TKON, TAU, X\phi, X1, Y\phi, IOTL, FF, OUT, DFF, FBP, B, K).} \end{aligned} \quad (6.3.19)$$

Отдельные обозначения, массивы и подпрограммы имеют следующий смысл:

- NN — число точек разбиения интервала по координате x ;
 - MM — число уравнений;
 - IB — число шагов TAU по времени, через которое производится печать решения;
 - ITAU — признак счета с постоянным или переменным шагом;
 - ITAU $\neq \phi$ — признак счета с "автоматическим" выбором шага по времени.
- Шаг увеличивается в 1,5 раза, когда число итераций на предыдущем шаге равно единице, и уменьшается в два раза, когда оно больше трех. Таким образом, прямой связи между выбором шага и точностью решения по времени нет. При получении стационарного решения методом установления целесообразно положить ITAU $\neq \phi$.
- ITER — максимально допустимое число итераций на шаге TAU. При числе итераций IT больше ITER происходит уменьшение шага TAU в два раза и делается этот уменьшенный шаг с тех же исходных данных. В случае ITER = ϕ итерации не производятся;
 - ITB — признак выдачи на печать итераций;
 - ITB = 1 — происходит выдача решения на каждой итерации (полезно в основном на стадии отладки):

- ITB $\neq 1$ — выдача итерации на печать не производится;
 IDF — признак способа вычисления матрицы производных;
 IDF = 1, 2 — признак того, что матрица производных вычисляется численным дифференцированием.

Шаг численного дифференцирования выбирается по формуле

$$\Delta y_{i,n} = \text{EPS}_{i,4} (y_{i,n-1} + y_{i,n} + y_{i,n+1}), \quad (6.3.20)$$

где $\Delta y_{i,n}$ — шаг численного дифференцирования для функции y_i в точке n ; $y_{i,n}$ — значение функции y_i в точке n . Если $\Delta y_{i,n} = 0$, то $\Delta y_{i,n} = \text{EPS}_{i,3}$; если $|\Delta y_{i,n}| < |\text{EPS}_{i,3}|$, то $\Delta y_{i,n} = \text{sign}(y_{i,n}) |\text{EPS}_{i,3}|$.

- IDF = 2 — признак того, что в системе исходных уравнений (6.3.18) матрицы A_i , C_i ($i = 2, \dots, N-1$) имеют диагональный вид (например, если i -е уравнение содержит одновременно производные по координате только от y_i ($i = 1, 2, \dots, M$), то IDF = 2;
 IDF = ϕ — признак того, что матрица производных задается в подпрограмме DFF (аналитическое задание производных);
 EPS(MM, 4) — массив точностей сходимости итераций и численного дифференцирования, где $\text{EPS}_{i,4}$ — отнесенный к данному значению функции y_i шаг при дифференцировании;
 $\text{EPS}_{i,3}$ — минимальная величина шага при дифференцировании;
 $\text{EPS}_{i,2}$ — точность сходимости итераций для функции y_i ;
 $\text{EPS}_{i,1}$ — величина, используемая в сравнении на точность сходимости итераций. Итерации считаются сходящимися, если

$$|y_i^{s+1} - y_i^s| \leq \text{EPS}_{i,4} |y_i^{s+1}| + \text{EPS}_{i,1};$$

- TKOH — конец интегрирования по времени. При автоматическом выборе шага шаг TAU не увеличивается при $\text{TAU} \geq \text{TKOH}/1\phi$;
 TAU — величина шага по времени (начальный или постоянный шаг — в зависимости от значения параметра ITAU). При $\text{TAU} = \phi$ ищется стационарное решение системы непосредственно итерациями без установления по времени;
 X ϕ , X1 — координаты, соответственно, левого и правого концов отрезка интегрирования по x ;
 Y ϕ (NN, MM) — массив размерности (NN \times MM) начальных условий. При выходе из подпрограммы Y ϕ есть решение при $t = \text{TKOH}$ или в случае $\text{TAU} = \phi$ — стационарное решение. В основной программе массив может быть описан любым образом, но элементы его должны быть расположены на входе в программу как элементы матрицы размером (NN \times MM), т.е. по столбцам (MM столбцов длиной NN элементов);
 IOTL — признак выдачи на печать матрицы коэффициентов системы уравнений;
 IOTL $\neq \phi$ — отладочный режим работы. Происходит выдача коэффициентов линейной системы алгебраических уравнений. Матрица коэффициентов выдается по строкам (в строку включается и свободный член) в формате (10E10.4) для всех N ;

- IOTL = ϕ — нормальный режим без отладочных выдач;
 FF — подпрограмма, которая пишется пользователем. В ней программируется разностный аналог исходных уравнений и граничных условий для данной точки разбиения отрезка по x с номером N ($1 \leq N \leq NN$) для данного момента времени BP.

Из стандартной части происходит обращение к подпрограмме FF с помощью оператора

CALL FF (N, NN, MM, BP, NH, TAU1, XH, F, Y ϕ , Y),

где

- N — текущий номер точки разбиения отрезка по x ;
 BP — текущий момент времени;
 NH — шаг по координате x ;
 TAU1 — величина, обратная шагу по времени ($TAU1 = 1/TAU$; при $TAU = \phi$ значение TAU1 равно нулю);
 XH(NN) — массив координат x_i ($i = 1, \dots, NN$);
 Y ϕ (NN, MM) — массив значений функций в предыдущий момент времени;
 Y(NN, MM) — массив значений функций в текущий момент времени.
 Первый и второй операторы подпрограммы FF должны иметь вид

SUBROUTINE FF (N, NN, MM, BP, NH, TAU1, XH, F, Y ϕ , Y)

DIMENSION XH(NN), F(MM), Y ϕ (NN, MM), Y(NN, MM).

Связь подпрограммы FF с основной программой и другими подпрограммами может в случае необходимости осуществляться через общие блоки. В подпрограмме FF вычисляется массив F размерности MM, элементам которого присваиваются численные значения выражений, представляющих собой разностную аппроксимацию уравнений в точке x_N и граничных условий в точках x_1, x_{NN} . Для экономии машинного времени следует избегать в подпрограмме выражений, не зависящих от N, так как для вычисления матрицы производных на каждой итерации в каждой точке происходит $3 \times MM + 1$ обращений к подпрограмме. Выражения, зависящие только от времени (BP), рекомендуется вычислять в подпрограмме FBP и передавать в FF через общие блоки;

OUT — стандартная подпрограмма печати решения. Печатается значение текущего момента времени (BP), столбец значений координат x_N ($1 \leq N \leq NN$) и столбцы значений искоемых функций y_i ($1 \leq i \leq MM$). Пользователь может написать свою подпрограмму печати решения и указать ее в качестве фактического параметра при обращении к стандартной программе. Первые два оператора подпрограммы OUT должны иметь следующий вид:

SUBROUTINE OUT (MM, NN, BP, XH, Y)

DIMENSION XH(NN), Y(NN, MM)

где Y — массив искоемых функций соответствующих моменту времени BP;

DFF — подпрограмма, которая пишется пользователем в случае аналитического дифференцирования. В этой программе программируются выражения для вычисления значений производных от функций F

(см. (6.3.17)) по искомым функциям y ($1 \leq i, k \leq MM, 1 \leq n \leq NN$):

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_{k,n-1}}, \frac{\partial F_i}{\partial y_{k,n}}, \frac{\partial F_i}{\partial y_{k,n+1}}.$$

Первые два оператора подпрограммы DFF должны иметь вид
 SUBROUTINE DFF (N, NN, MM, BP, HH, TAU1, XH, Yφ, Y, A)
 DIMENSION XH (NN), Yφ (NN, MM), Y (NN, MM), A (1).

Здесь смысл формальных параметров тот же, что и в FF; A — одномерный массив, элементам которого должны присваиваться значения производных

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F_1}{\partial y_{1,n-1}}, \dots, \frac{\partial F_{MM}}{\partial y_{1,n-1}}, \frac{\partial F_1}{\partial y_{2,n-1}}, \dots \\ & \dots, \frac{\partial F_{MM}}{\partial y_{2,n-1}}, \dots, \frac{\partial F_1}{\partial y_{MM,n-1}}, \dots, \frac{\partial F_{MM}}{\partial y_{MM,n-1}}, \\ & \frac{\partial F_1}{\partial y_{1,n}}, \dots, \frac{\partial F_{MM}}{\partial y_{1,n}}, \frac{\partial F_1}{\partial y_{2,n}}, \dots \\ & \dots, \frac{\partial F_{MM}}{\partial y_{2,n}}, \dots, \frac{\partial F_1}{\partial y_{MM,n}}, \dots, \frac{\partial F_{MM}}{\partial y_{MM,n}}, \\ & \frac{\partial F_1}{\partial y_{1,n+1}}, \dots, \frac{\partial F_{MM}}{\partial y_{1,n+1}}, \frac{\partial F_1}{\partial y_{2,n+1}}, \dots \\ & \dots, \frac{\partial F_{MM}}{\partial y_{2,n+1}}, \dots, \frac{\partial F_1}{\partial y_{MM,n+1}}, \dots, \frac{\partial F_{MM}}{\partial y_{MM,n+1}}; \end{aligned}$$

FBP — подпрограмма, которая пишется пользователем. Первые два оператора имеют вид

SUBROUTINE FBP (BPφ, BP, TAU, TAU1, TKOH, Yφ,
 EPS, NN, MM, IB, ITAU, ITER, ITB, IDF),
 DIMENSION Yφ (NN, MM), EPS (MM, 4),

где BP — текущий момент времени; BPφ — предыдущий момент времени; Yφ — значение решения в момент времени BPφ. Смысл остальных параметров тот же, что и ранее. Пользователь может, написав свою подпрограмму FBP, в ходе вычислений менять в ней значения параметров IB, ITAU, ITER, ITB, IDF, TKOH, TAU, TAU1, EPS. Другими словами, в любой момент времени BP можно: изменить число шагов по времени, через которое производится печать решения (IB); ввести постоянный или переменный шаг по времени (ITAU); изменить величину шага по времени (TAU), т.е. ввести свой выбор переменного шага; ввести новое ограничение на максимально допустимое количество итераций (ITER); изменить параметр выдачи итераций (ITB); изменить конец интервала интегрирования по времени (TKOH); скорректировать массив точностей схожести итераций и дифференцирования (EPS).

При изменении шага по времени TAU необходимо изменить и значение TAU1 (TAU1 = 1/TAU).

Кроме того, в подпрограмме EBP пользователь может вычислять выражения, используемые в подпрограмме FF и зависящие только от времени, чтобы затем по общим блокам передать их в FF;

$B(K)$ — рабочий массив;

K — размерность рабочего массива B . Задается пользователем перед обращением к стандартной программе. Если $IDF = 1$, то следует задавать $K \geq (2 \cdot NN + 3) \cdot MM \cdot MM + 2 \cdot (NN + 2) \cdot MM + NN$. Если $IDF = 2$, то $K \geq (2 \cdot NN + 3) \cdot MM \cdot MM + (2 \cdot NN + 5) \cdot MM + NN$. Если $IDF = \phi$, то $K \geq 2 \cdot (NN + 3) \cdot MM \cdot MM + (2 \cdot NN + 3) \cdot MM + NN$.

При расчетах на ЭВМ типа ЕС рекомендуется всегда использовать двойную точность, так как из-за ограниченного числа разрядов могут иметь место большие ошибки округления при численном дифференцировании и при решении систем алгебраических уравнений. Поэтому при обращении к стандартной программе DNOKS необходимо описать с двойной точностью фактические параметры, соответствующие формальным параметрам: EPS, TKOH, TAU, $X\phi$, $X1$, $Y\phi$, B . При написании подпрограмм FF, DFF, OUT, FBP нужно описать с двойной точностью переменные из списка параметров: BP, NN, TAU1, XH, F, $Y\phi$, BP ϕ , EPS, TAU, TAU1, TKOH.

6.3.3. Контрольный пример. В качестве примера рассмотрим следующую задачу. Дана система линейных дифференциальных уравнений параболического типа

$$\frac{\partial y_1}{\partial t} = \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} + y_2, \quad \frac{\partial y_2}{\partial t} = \frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2}, \quad (6.3.21)$$

где $0,5 \leq x \leq 1$, $t \geq 0$. Для этой системы уравнений ставятся следующие граничные и начальные условия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_1(t; 0,5)}{\partial x} &= 0, & y_1(t, 1) &= 0; \\ \frac{\partial y_2(t; 0,5)}{\partial x} &= 0, & y_2(t, 1) &= 0; \\ y_1(0, x) &= 0, & y_2(0, x) &= \sin \pi x. \end{aligned} \quad (6.3.22)$$

Аналитическое решение поставленной задачи имеет вид

$$\begin{aligned} y_1(t, x) &= t \exp(-\pi^2 t) \sin(\pi x), \\ y_2(t, x) &= \exp(-\pi^2 t) \sin(\pi x). \end{aligned}$$

Выбирается равномерная сетка по x и t :

$$\begin{aligned} x_n &= (n-1) \Delta x + 0,5 \quad (n = 1, \dots, 21; \Delta x = 0,025); \\ t_j &= j \Delta t \quad (j = 0, \dots, 100; \Delta t = 0,001). \end{aligned}$$

Дифференциальные уравнения (6.3.21) аппроксимируются разностными соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{y_{1,n}^j - y_{1,n}^{j-1}}{\Delta t} &= 0,55 \left(\frac{y_{1,n+1}^j - 2y_{1,n}^j + y_{1,n-1}^j}{\Delta x^2} + y_{2,n}^j \right) + \\ &+ 0,45 \left(\frac{y_{1,n+1}^{j-1} - 2y_{1,n}^{j-1} + y_{1,n-1}^{j-1}}{\Delta x^2} + y_{2,n}^{j-1} \right), \\ \frac{y_{2,n}^j - y_{2,n}^{j-1}}{\Delta t} &= 0,05 \left(\frac{y_{2,n+1}^j - 2y_{2,n}^j + y_{2,n-1}^j}{\Delta x^2} \right) + \\ &+ 0,45 \left(\frac{y_{2,n+1}^{j-1} - 2y_{2,n}^{j-1} + y_{2,n-1}^{j-1}}{\Delta x^2} \right) \end{aligned}$$

($j = 1, \dots, 100$; $n = 2, \dots, 20$).

Т а б л и ц а 6.3.1

Координата, x	Решение, y_1		Решение, y_2	
	приближенное	точное	приближенное	точное
0,50000	0,037264	0,037271	0,37300	0,37271
0,52500	0,037149	0,037156	0,37186	0,37156
0,55000	0,036805	0,036812	0,36842	0,36812
0,57500	0,036235	0,036241	0,36271	0,36241
0,60000	0,035441	0,035447	0,35476	0,35447
0,62500	0,034428	0,034434	0,34462	0,34434
0,65000	0,033203	0,033209	0,33236	0,33209
0,67500	0,031773	0,031779	0,31805	0,31779
0,70000	0,030148	0,030153	0,30178	0,30153
0,72500	0,028396	0,028341	0,28365	0,28341
0,75000	0,026350	0,026355	0,26376	0,26355
0,77500	0,024202	0,024206	0,24226	0,24206
0,80000	0,021904	0,021907	0,21926	0,21907
0,82500	0,019471	0,019474	0,19490	0,19474
0,85000	0,016918	0,016921	0,16935	0,16921
0,87500	0,014261	0,014263	0,14275	0,14263
0,90000	0,011515	0,011517	0,11527	0,11517
0,92500	0,008699	0,008701	0,08708	0,08701
0,95000	0,005829	0,005831	0,05835	0,05831
0,97500	0,002924	0,002924	0,02927	0,02924
1,00000	0,0	0,0	0,0	0,0

Разностные выражения для граничных и начальных условий (6.3.22) имеют вид:

$$\frac{-3y_{1,1}^j + 4y_{1,2}^j - y_{1,3}^j}{2\Delta x} = 0, \quad y_{1,21}^j = 0;$$

$$\frac{-3y_{2,1}^j + 4y_{2,2}^j - y_{2,3}^j}{2\Delta x} = 0, \quad y_{2,21}^j = 0;$$

$$(j = 0, \dots, 100; \quad n = 1, \dots, 21).$$

В данном примере реализованы обе возможности решения: при первом обращении решается указанная задача на отрезке времени $(0; 0,1)$ с использованием программы DNOKS, в которой запрограммированы аналитически вычисленные выражения для производных ($IDF = 0$), затем решается та же задача, но с использованием численного дифференцирования ($IDF = 1, IDF = 2$) (см. Приложение).

В табл. 6.3.1 приведены приближенное и точное решения для момента времени $t = 0,1$.

Рекомендации по заданию формальных параметров стандартной программы.

Для решения системы линейных уравнений необходимо лишь один раз решить соответствующую разностную систему уравнений, т.е. итерации не нужны. Поэтому следует $ITER = \phi$. Однако при отладке полезно положить $ITER > \phi$ и $ITB = 1$, тогда при отсутствии ошибок будет сделано две итерации. Если же имеется ошибка, то итерации не будут сходиться. Результат каждой итерации будет выдаваться на печать.

Если для решения стационарного уравнения используется метод установления по времени, то необходимо задавать автоматический выбор шага $ITAU = \phi$, а начальный шаг по времени TAU должен быть меньше максимального характерного времени задачи.

В целях экономии машинного времени для систем с большим числом уравнений (ММ), в которых содержатся пространственные производные только от одной "своей" неизвестной функции (например, как это имеет место в случае двумерного уравнения), следует полагать $IDF = 2$.

Опыт показывает, что в большинстве случаев минимальный шаг численного дифференцирования $EPS_{i,3}$ можно взять равным $EPS_{i,1}$. Относительный шаг численного дифференцирования $EPS_{i,n}$ можно положить равным точности сходимости итераций $EPS_{i,2}$.

Отметим, что фактические параметры, соответствующие формальным параметрам FF, OUT, DFF, FBP, являются именами подпрограмм, которые должны быть описаны в операторе EXTERNAL.

НЕКОТОРЫЕ МОДЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПРИКЛАДНОЙ АЭРОНОМИИ

В этой главе мы коснемся ряда конкретных вопросов моделирования верхней атмосферы планеты на примерах аэрономических задач, при формулировании которых используются основные теоретические положения, рассмотренные в предыдущих главах. Сами эти примеры носят по необходимости ограниченный характер, что обусловлено большой сложностью изучаемых явлений. Вместе с тем они позволяют составить вполне определенные представления о специфике постановки и методах решения соответствующих модельных задач, в целом отражающих достигнутый уровень в области прикладной аэрономии.

§ 7.1. Модель теплового режима земной термосферы

В этом параграфе содержатся результаты численного моделирования теплового режима, определяющего структуру и вариации верхней атмосферы Земли в области высот 90–500 км, с анализом вклада основных источников нагрева и каналов охлаждения газа. Наряду с аккуратным рассмотрением эффективности поглощения солнечного УФ-излучения одновременно показана важная роль ИК-излучения как одного из механизмов потери тепла верхней атмосферой. Сопоставление результатов расчетов высотного хода температуры и плотности атмосферы с эмпирическими моделями позволило оценить относительную роль и эффективность рассматриваемых механизмов теплообмена. Изложение основано на результатах работ [1–26].

7.1.1. Постановка задачи. Задача исследования структуры и теплового режима термосферы требует в общем случае совместного решения уравнений баланса массы, количества движения и энергии для различных компонент атмосферы. Однако, как уже отмечалось, такой полностью согласованный подход чрезвычайно сложен и громоздок. Поэтому обычно ограничиваются либо рассмотрением высотных профилей атмосферных компонент на основе численных расчетов уравнений химической кинетики и многокомпонентной диффузии при заданном температурном профиле [3, 4], либо анализом теплового режима, когда концентрации атмосферных составляющих на нижней границе (или в некоторой области вблизи нижней границы) считаются известными и рассчитываются независимым способом. В данном конкретном случае это относится к основным составляющим, N_2 , O_2 , O , определяющим общую плотность, и к малым составляющим CO_2 , O , O_3 , H , от содержания которых зависит скорость радиационного охлаждения термосферы.

Используемая в [1] система одномерных нестационарных уравнений гидродинамики, определяющих вертикальную структуру термосферы, представляет собой частный случай общей системы (2.1.35)–(2.1.43) и имеет следующий простой вид:

$$\partial \rho / \partial t + \partial (\rho V_z) / \partial z = 0, \quad (7.1.1)$$

$$\partial p / \partial z = -\rho g, \quad (7.1.2)$$

$$\sum_{\alpha} C_{V\alpha} \rho_{\alpha} (\partial T / \partial t + V_z \partial T / \partial z) + p \partial V_z / \partial z = \partial (\lambda \partial T / \partial z) / \partial z + \sum_k q_k, \quad (7.1.3)$$

$$p = k \rho T / M. \quad (7.1.4)$$

Здесь, как и раньше, ρ_{α} — массовая плотность α -й компоненты ($\alpha = O, O_2, N_2$); $C_{V\alpha}$ — удельная теплоемкость α -й компоненты при постоянном объеме; q_k — объемная скорость нагрева и охлаждения для комплекса рассматриваемых аэрономических процессов.

Система (7.1.1)–(7.1.4) содержит два дифференциальных уравнения первого порядка по z и одно — второго. Поэтому для решения ее требуется задание четырех граничных условий. Вопрос выбора физически обоснованных граничных условий достаточно сложен, особенно на нижней границе, играющей роль своего рода подстилающей поверхности, если проводить аналогию с задачами метеорологии. В большинстве расчетов теплового режима термосферы, выполненных к настоящему времени, нижняя граница выбиралась вблизи уровня диффузионно-гравитационного разделения газов, т.е. на 120 км, где существует значительный высотный градиент температуры и имеют место ее заметные временные вариации. Предполагалось при этом, что сток энергии обусловлен лишь теплопроводностью и ИК-излучением в линии 63 мкм атомарного кислорода. Физически более обоснованным представляется выбор нижней границы термосферы на уровне $z_0 = 90$ км (мезопауза), где согласно многочисленным экспериментальным данным (см., например, [5]) высотный градиент температуры обращается в нуль. Это позволяет, в частности, правильно учесть излучение в полосе 15 мкм на высотах 90–120 км, которое существенно недооценивалось во многих моделях, в том числе и тех, которые рассчитывались с уровня ниже 90 км [6].

С учетом этих соображений на нижней границе $z_0 = 90$ км были приняты следующие условия:

$$\rho(z_0, t) = \rho_0 = \text{const}, \quad (7.1.5)$$

$$(\partial T / \partial z)|_{z=z_0} = 0. \quad (7.1.6)$$

Кроме того, для компонент, образующихся в результате фотохимических процессов (например; $O(^3P)$, H , O_3 , OH , ...), на нижней границе справедливо полагать фотохимическое равновесие:

$$n_{\alpha}(z_0, t) = P_{\alpha} / L_{\alpha}, \quad (7.1.7)$$

а для компонент, образующихся на высотах тропосферы (CO_2 , H_2O , ...),

$$n_{\alpha}(z_0, t) = n_{\alpha 0} = \text{const}. \quad (7.1.8)$$

Суммарная числовая плотность основных составляющих N_2 , O_2 и O , определяющих ρ_0 на уровне $z_0 = 90$ км, согласно модели [7] составляет

$\sum_{\alpha} n_{\alpha} = 7,21 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. До высоты 100 км высотные профили $\sum_{\alpha} n_{\alpha}(z)$, $n_{\text{O}_2}(z)$ и $n_{\text{N}_2}(z)$ можно определить в зависимости от температуры газа T с использованием осредненного значения \bar{M} среднего молекулярного веса M , поскольку в этой области атмосфера является турбулентно перемешанной; выше 100 км при вычислении числовых плотностей молекулярных азота и кислорода естественно принять допущение о диффузионно-гравитационном равновесии. Сложнее ситуация с атомарным кислородом, поскольку наблюдается существенный разброс в оценках $n_{\text{O}}(z)$ по экспериментальным данным и моделям (см. § 1.5). В работе [7] для диапазона высот 90–120 км использовались результаты измерений поглощения солнечного ультрафиолета в триплете кислорода (λ 1302–1304 Å) [8] с экстраполяцией к величине n_{O} на высоте 120 км, оцененной на основе процедуры гармонического анализа данных по торможению ИСЗ [9], а на больших высотах также использовалось условие диффузионно-гравитационного равновесия.

Для корректного учета эффективности радиационного охлаждения термосферы в молекулярных полосах важно также правильно задать значения (на нижней границе) и высотный ход малых составляющих CO_2 , NO и O_3 . Для их вычисления по результатам анализа совокупности экспериментальных данных и теоретических оценок использовались эмпирические зависимости и осредненные профили. Распределение $n_{\text{CO}_2}(z)$ в интервале 90–100 км описывалось согласно [10, 11] формулой

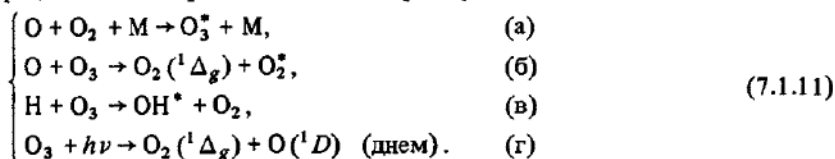
$$n_{\text{CO}_2}(z) \approx n_{\text{CO}_2}(90) \frac{T(90)}{T(z)} \exp \left[\left(1 + \sqrt{1 + 4H_{\bar{M}}^2 \frac{W_{\text{CO}_2}^{\text{ph.dis}}}{\mathcal{D}_T}} \right) \frac{90 - z}{2H_{\bar{M}}} \right], \quad (7.1.9)$$

являющейся приближенным решением одномерного стационарного уравнения неразрывности с учетом фотодиссоциации и турбулентной диффузии. Здесь $n_{\text{CO}_2}(90)$ и $T(90)$ — значения n_{CO_2} и T на $z_0 = 90$ км (считалось, что $n_{\text{CO}_2}(90) = 3 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-3}$, т.е. как у поверхности Земли); $H_{\bar{M}}$ — высота однородной атмосферы при осредненном значении молекулярного веса \bar{M} газа; \mathcal{D}_T — среднее (по высоте) значение коэффициента турбулентной диффузии (принималось $\mathcal{D}_T = 5 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{с}$); $W_{\text{CO}_2}^{\text{ph.dis}}$ — средняя (по высоте) вероятность диссоциации CO_2 УФ-излучением ($W_{\text{CO}_2}^{\text{ph.dis}} = 10^{-6} \text{ с}^{-1}$). Выше 100 км высотный ход CO_2 считался отвечающим условию диффузионно-гравитационного равновесия. Для n_{NO} в области 90–140 км принимался осредненный по экспериментальным данным профиль, а экспериментальные и теоретические результаты выше 140 км описывались эмпирической зависимостью

$$n_{\text{NO}}(z) \approx n_{\text{NO}}(140) \exp \left(- \frac{z - 140}{3,288 \cdot 10^{-2} T_{\infty}} \right), \quad (7.1.10)$$

где T_{∞} — экзосферная температура (в К). Легко видеть, что знаменатель в скобках правой части суть не что иное, как шкала высот для NO . Наконец, концентрация озона на всех высотах $z \geq 90$ км рассчитывалась

в предположении фотохимического равновесия для комплекса реакций



Здесь значок "*" означает возбужденное колебательное состояние молекулы продукта. При этом объемное относительное содержание водяного пара в области мезосферы считалось $\leq 5 \cdot 10^{-6}$.

На верхней границе $z_\infty = 500$ км задавались условия, вытекающие из физически естественного предположения об отсутствии вертикальных потоков массы и тепла при $z \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) \Big|_{z=z_\infty} &= 0 \quad (\text{a}), \\ \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_{z=z_\infty} &= 0 \quad (\text{б}). \end{aligned} \quad (7.1.12)$$

Заметим, что условие (7.1.12a) является нестандартным, поскольку содержит вторую производную по z .

Для решения нестационарной системы уравнений (7.1.1)–(7.1.4) необходимо также задать высотный профиль температуры газа в момент времени $t = 0$: $T(z, 0) = T_0(z)$. Начальный профиль скорости $V_z(z, 0) = V_{z0}(z)$ формально нет необходимости задавать, ибо производная $\partial V_z / \partial t$ не входит в систему (7.1.1)–(7.1.4). Однако при использовании реального итерационного процесса решения такое распределение все же требуется.

В процессе решения система исходных уравнений (7.1.1)–(7.1.4) и граничные условия (7.1.5), (7.1.6) и (7.1.12) при помощи стандартной процедуры дискретизации заменялись двухслойной разностной схемой, записанной на шеститочечном шаблоне (см., например, [12]) и аппроксимирующей исходные уравнения со вторым порядком точности по времени и пространству. Для нахождения решения $y_n^{j+1} = (\rho_n^{j+1}, (V_z)_n^{j+1}, T_n^{j+1})$ получающейся нелинейной разностной краевой задачи вида (6.3.1) в момент времени $t_{j+1} = t_j + \tau_{j+1}$ по известному решению y_n^j в момент t_j использовался вычислительный алгоритм, близкий к описанному в § 6.3, в основе которого лежит метод Ньютона для линеаризации разностных уравнений и модифицированный метод Гаусса для решения линейной системы алгебраических уравнений. Шаг разностной сетки по высоте $\Delta z = z_{n+1} - z_n$ ($n = 0, 1, \dots, N$) изменялся от 1 км вблизи нижней границы до 20 км при $z > 200$ км. Величина шага интегрирования по времени τ_{j+1} при расчете динамических моделей задавалась равной 0,25 и 0,5 ч. Для сходимости ньютоновских итераций на каждом временном шаге с относительной погрешностью $\delta = 10^{-5}$ требовалось 4–6 итераций.

7.1.2. Основные каналы нагрева и охлаждения. Одной из важнейших целей авторов работ [1–26] было изучение вероятных цепочек превращения энергии при образовании промежуточных и конечных продуктов.

Эта задача в конечном счете сводится к получению оценок эффективности перевода в тепло для первичных реакций фотодиссоциации и фотоионизации в атмосфере на разных высотах. Важное место занимает при этом анализ экзотермии и эндотермии реакций, возбуждаемых солнечным излучением, включая процессы радиационного выхолаживания в инфракрасной части спектра за счет накачки колебательно-возбужденных состояний молекул. Тем самым конкретизируется функция нагревания термосферы (см. § 3.2).

В расчетах объемных скоростей нагрева и охлаждения были приняты во внимание следующие механизмы: фотодиссоциация молекул O_2 в континууме Шумана — Рунге ($\lambda < 1750 \text{ \AA}$); фотодиссоциация озона O_3 ($\lambda < 2700 \text{ \AA}$); фотоионизация солнечным излучением ($\lambda < 1027 \text{ \AA}$) и ионизация высыпавшимися электронами основных составляющих N_2 , O_2 и O ; нагрев в экзотермических химических реакциях; охлаждение за счет излучения в колебательно-вращательных полосах молекул; нагрев и охлаждение вследствие вертикальных (суточных) движений атмосферы и переноса энергии теплопроводностью. Одним из важных условий, которым должна удовлетворять такая модель, является выполнение требования самосогласованности по температуре нейтрального газа и колебательным температурам молекул малых компонент, излучающих в ИК-диапазоне спектра.

Оценки объемной скорости нагрева в реакции фотодиссоциации кислорода для средней энергии первичных квантов $h\bar{\nu}_{O_2} = 7,55 \text{ эВ}$ были получены в предположении, что дезактивация метастабильных атомов $O(^1D)$ ниже 150 км практически чисто столкновительная, т.е. доля энергии, идущей на нагрев газа (эффективность перевода в тепло), составляет при $D_{O_2} = 5,11 \text{ эВ}$

$$\epsilon_D = \frac{h\bar{\nu}_{O_2} - D_{O_2}}{h\bar{\nu}_{O_2}} = 0,324. \quad (7.1.13)$$

В реакции диссоциации озона (при средней энергии первичных квантов $h\bar{\nu}_{O_3} = 4,6 \text{ эВ}$) часть энергии теряется за счет возбуждения электронного состояния $O_2(^1\Delta_g)$ и колебательного обмена между N_2 и CO_2 с последующим излучением в полосах, соответственно, 1,27 мкм и 4,3 мкм и частично за счет дезактивации $O(^1D)$. Соответственно были получены объемные скорости выделения энергии в процессах фотодиссоциации:

$$q_{O_2}^{\text{ph, dis}} \approx 3,92 \cdot 10^{-12} n_{O_2} W_1, \quad \text{эрг} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}, \quad (7.1.14)$$

$$q_{O_3}^{\text{ph, dis}} \approx 4,8 \cdot 10^{-12} n_{O_3} W_2, \quad (7.1.15)$$

где W_1 — вероятность фотодиссоциации в континууме Шумана—Рунге [13]; $W_2 = 9,7 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$.

В реакциях фотоионизации и ионизации высыпавшимися горячими электронами необходимо учесть, что энергия, первоначально затрачивается на ионизацию, в дальнейшем трансформируется в тепловую энергию термосферы в результате протекания ионно-молекулярных реакций, реакций диссоциативной рекомбинации, реакций между нейтральными части-

цами, дезактивации возбужденных состояний ионов, атомов и молекул, а также вследствие обмена энергией между тяжелыми частицами и электронами. Другими словами, для оценки доли энергии ионизации, идущей на нагрев газа ϵ_f , необходим анализ вероятных путей трансформации энергии, запасенной в виде химической энергии ионов и энергии фотоэлектронов.

Согласно наиболее полным на сегодняшний день экспериментальным данным, суммированным в [14], интегральный поток ионизирующего УФ-излучения ($\lambda < 1027 \text{ \AA}$) при нулевом зенитном угле Солнца составляет $q^{\text{ph, ion}} = 3,7 \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с}$. Из анализа спектра этого излучения следует, что при средней энергии квантов $h\nu \approx 34 \text{ эВ}$, затрачиваемой на один первичный акт ионизации, электронам передается 18 эВ (53%) и ионам 16 эВ (47%). Согласно [1, 2] доля энергии, передаваемой ионам, выделяется главным образом в химических реакциях с образованием на каждый акт ионизации двух атомов O, так что эффективность в этом процессе составляет $\frac{16 \text{ эВ} - D_{O_2}}{34 \text{ эВ}} = 32\%$. Доля энергии, сообщаемой электронам, рас-

пределяется следующим образом: около 18% расходуется на нагрев "свежими" фотоэлектронами электронов плазмы и возбуждение колебаний молекулярного азота с последующей передачей энергии электронам плазмы тяжелым частицам и дезактивацией возбужденных молекул N_2^* в столкновениях с O; примерно 13% идет на вторичную ионизацию фотоэлектронами и 5% — на возбуждение электронных уровней с последующим излучением в видимой и УФ-областях спектра; остающиеся 16% затрачиваются в процессе преддиссоциации N_2 вследствие распада возбужденных трехлетных состояний этой молекулы



и последующих реакций образующихся продуктов с O_2 и NO (при этом 12% идет на нагрев и 4% — на разрыв связи O_2). С учетом упомянутых каналов утечки энергии в ИК-области спектра (4–6 мкм), обусловленных протеканием ионно-молекулярных реакций и охлаждением фотоэлектронов, эффективность тепловыделения за счет процессов ионизации оценена [1, 2] равной $\epsilon_f = 0,64$ в области фотохимического равновесия и $\epsilon_f = 0,54$ на высотах $z \gtrsim 300 \text{ км}$ (где охлаждение ИК-излучением не учитывалось) — в хорошем согласии с результатами [15]. Соответственно объемные скорости тепловыделения определяются соотношением

$$q^{\text{ph, ion}} = R_{1,2} \sum_{\alpha = N_2, O_2, O} (W_{\alpha}^{\text{ph, ion}} + W_{\alpha}^{\text{ion}}) n_{\alpha}, \text{ эрг/см}^3 \cdot \text{с}, \quad (7.1.17)$$

где $W^{\text{ph, ion}}$ и W^{ion} — вероятности фотоионизации и ионизации высыпавшимися электронами, причем $R_1 = 3,48 \cdot 10^{-11}$ ($z < 300 \text{ км}$), $R_2 = 2,94 \cdot 10^{-11}$ ($z > 300 \text{ км}$).

Как отмечалось выше, эффективным процессом в области фотохимического равновесия ($z \lesssim 300 \text{ км}$) служит образование атомарного кислорода за счет энергии ионов. В свою очередь, с участием атомарного кислорода (а в нижней термосфере — также озона и гидроксила) образуется цепочка экзотермических реакций, обуславливающая небольшой до-

полнительный нагрев газа:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{O} + \text{O} + \text{M} \rightarrow \text{O}_2(^1\Delta_g) + \text{M}, & q_1^{\text{ch}} = 8,16 \cdot 10^{-12} n_{\text{O}}^2 \sum_{\alpha=\text{N}_2, \text{O}_2, \text{O}} K_1^{(\alpha)} n_{\alpha}, \quad (\text{a}) \\ \text{O} + \text{O}_2 + \text{M} \rightarrow \text{O}_3^* + \text{M}, & q_2^{\text{ch}} = 1,66 \cdot 10^{-12} K_2 n_{\text{O}} n_{\text{O}_2} n_{\text{M}}, \quad (\text{б}) \\ \text{O} + \text{O}_3 \rightarrow \text{O}_2(^1\Delta_g) + \text{O}_2, & q_3^{\text{ch}} = 6,56 \cdot 10^{-12} K_3 n_{\text{O}} n_{\text{O}_3}, \quad (\text{в}) \\ \text{H} + \text{O}_3 \rightarrow \text{OH}^* + \text{O}_2, & q_4^{\text{ch}} = 5,31 \cdot 10^{-12} K_4 n_{\text{H}} n_{\text{O}_3}. \quad (\text{г}) \end{array} \right. \quad (7.1.18)$$

Справа указаны объемные скорости тепловыделения, приведенные в [1, 2]; K_i — константа скорости процесса ($K_{1,2}$ в $\text{см}^6/\text{с}$, $K_{3,4}$ в $\text{см}^3/\text{с}$). Выше 250–300 км вклад ионно-молекулярных реакций в нагрев термосферы резко уменьшается и, соответственно, эффективность тепловыделения там почти вдвое ниже.

Количественные оценки среднесуточных вертикальных потоков энергии (в $\text{эрг}/\text{см}^2 \cdot \text{с}$) в перечисленных процессах нагрева термосферы (фотолиз и экзотермические химические реакции) для двух уровней (90 и 120 км) на экваторе в период равноденствия при нулевом зенитном угле Солнца ($\theta_0 = 0$) и уровне солнечной активности, отвечающем индексу $F_{10,7} = 150$, приведены в табл. 7.1.1. Величины потоков получены путем интегрирования по высоте объемных скоростей соответствующих процессов. Аналогичным образом можно рассчитать q_k для других условий инсоляции.

Среди механизмов охлаждения термосферы и мезопаузы важную роль, как было показано в [10, 11], играют процессы обмена энергией между поступательными степенями свободы газа и колебательными степенями свободы излучающих в ИК-области спектра молекул CO_2 , O , O_3 . В [1] расчеты объемных скоростей q_{CO_2} и q_{NO} выхолаживания газа ИК-излу-

Таблица 7.1.1

Среднесуточные вертикальные потоки энергии для процессов нагрева и при фотохимических реакциях.

Процесс	Поток энергии, $\text{эрг}/\text{см}^2 \cdot \text{с}$		Процесс	Поток энергии, $\text{эрг}/\text{см}^2 \cdot \text{с}$	
	$z = 90 \text{ км}$	$z = 120 \text{ км}$		$z = 90 \text{ км}$	$z = 120 \text{ км}$
Нагрев при фотодиссоциации O .	0,6	0,2	Реакция (7.1.18б)	0,07	0
Нагрев при фотонизации	0,8	0,7	Реакция (7.1.18в)	0,004	0
Нагрев газа и возбуждение O_2 при фотодиссоциации O_3	0,1	0	Реакция (7.1.18г)	0,06	0
Нагрев выпадающими электронами	0,1	0,004	Суммарный поток энергии	2,1	0,9
Реакция (7.1.18а)	0,3	0			

чением в полосах 15 мкм CO_2 и 5,3 мкм NO проводились по формулам:

$$q_{\text{CO}_2} = 1,33 \cdot 10^{-13} g_{10} \left[\frac{n_{\text{CO}_2(01^0 0)}}{n_{\text{CO}_2}} - e^{-960/T} \right] n_{\text{CO}_2} \sum_{\alpha=\text{N}_2, \text{O}_2, \text{O}} K_5^{(\alpha)} n_{\alpha}, \quad (7.1.19a)$$

$$q_{\text{NO}} = 3,73 \cdot 10^{-13} \left[\frac{n_{\text{NO}(v=1)}}{n_{\text{NO}}} - e^{-2700/T} \right] n_{\text{NO}} K_6 n_{\text{O}}. \quad (7.1.19b)$$

Здесь g_{10} — вероятность спонтанного радиационного распада уровня $(01^0 0)$; $K_5^{(\alpha)}$ — константа скорости дезактивации этого уровня в столкновениях с частицей $\alpha = \text{N}_2, \text{O}_2, \text{O}$ в реакции



причем, согласно [16], $K_5^{(\text{O}_2)} = 3,3 K_1^{(\text{O}_2)} = 1,31 \cdot 10^{-14} \exp(-41/T^{1/3})$, а значение $K_5^{(\text{O})}$ уточнено по сравнению с приведенным в [13]; с учетом сильной температурной зависимости этого коэффициента при $T \lesssim 200 \text{ K}$ на высотах $z \lesssim 120 \text{ км}$ оно принято равным

$$K_5^{(\text{O})} = 1,5 \cdot 10^{-11} \exp(-800/T), \text{ см}^3/\text{с}, \quad (7.1.21)$$

K_6 — константа скорости дезактивации состояния $v = 1$ для NO в реакции $\text{NO}(v=1) + \text{O} \rightleftharpoons \text{NO}(v=0) + \text{O}$. (7.1.22)

Аналогичный вид имеет формула для q_{O_3} . При расчете излучения в полосе 15 мкм CO_2 , для которой (в отличие от переноса в полосах 5,3 мкм NO ; 9,6 и 14 мкм O_3) атмосфера является оптически толстой средой на высотах 90–100 км, учитывалось поглощение, для чего решалось уравнение лучистого переноса в приближении так называемого уноса излучения [1, 2]. Это позволяет переписать (7.1.19a) в виде

$$q_{\text{CO}_2} \approx -1,33 \cdot 10^{-13} e^{-960/T} g_{10} n_{\text{CO}_2} \sum_{\alpha} K_5^{(\alpha)} n_{\alpha} F(\tau, \lambda), \quad (7.1.19a^*)$$

где $F(\tau, \lambda) = \frac{\lambda L(\tau)/2}{1 - \lambda - \lambda L(\tau)/2}$ — функция экранирования, причем

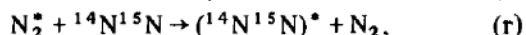
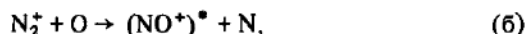
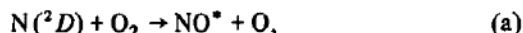
$$\lambda = \frac{A_{10}}{A_{10} + \sum_{\alpha=\text{N}_2, \text{O}_2, \text{O}} K_5^{(\alpha)} n_{\alpha}}, \quad L(\tau) = E(\tau) + E(\tau/2),$$

$$E(\tau) = \begin{cases} 0,5 - 4,76 \cdot 10^{-2} \tau + 2,67 \cdot 10^{-3} \tau^2, & 0 \leq \tau \leq 10; \\ 0,351 - 6 \cdot 10^{-2} \tau, & 10 < \tau \leq 20; \\ 4,61/\tau, & \tau > 20. \end{cases}$$

Здесь A_{10} — вероятность спонтанного распада состояния $\text{CO}_2(01^0 0)$; $\tau (\approx 6,4 \cdot 10^{-15} n_{\text{CO}_2} H_{\text{CO}_2})$ — приведенная оптическая толщина атмосферы для излучения в полосе 15 мкм на данной высоте; H_{CO_2} — высота однородной атмосферы для CO_2 [1, 2].

С целью получения корректных оценок скоростей охлаждения термосферы в зависимости от высоты проводились также расчеты заселенностей возбужденных колебательных уровней $O(v=1)$, $O_3(01^0 0)$, $O_3(00^0 1)$ с учетом их дезактивации в столкновениях, накачки колебаний ИК-излучением Солнца и нижней атмосферы, а также спонтанного радиационного распада.

Заметный вклад в охлаждение термосферы может давать высвечивание образующихся в экзотермических ионно-молекулярных реакциях и в результате энергообмена с колебательно-возбужденными молекулами азота колебательно-возбужденных молекул NO^* , $(NO^+)^*$, $CO_2(00^0 1)$, $(^{14}N^{15}N)$ и CO^* :



Как показано в [1, 2], в излучение в полосах $\lambda\lambda 4,3-5,3$ мкм за счет химической накачки колебаний в этих реакциях трансформируется до 9% поступающего в термосферу солнечного УФ-излучения. В то же время в реакциях



происходит радиационный распад возбужденного молекулярного кислорода; эффективность этого канала охлаждения излучением в полосе

Т а б л и ц а 7.1.2

Среднесуточные вертикальные потоки энергии для процессов охлаждения

Эмиссия, механизмы возбуждения	Поток энергии, эрг/см ² ·с		Эмиссия, механизмы возбуждения	Поток энергии, эрг/см ² ·с	
	$z = 90$ км	$z = 120$ км		$z = 90$ км	$z = 120$ км
1,27 мкм, O_2 , химическая накачка	-0,08	0	15 мкм, CO_2 , химическая накачка	-1,81	-0,15
2,8 мкм, OH, химическая накачка	-0,06	0	63 мкм, O, химическая накачка	-0,12	-0,1
9,6 мкм, O_3 , химическая накачка	-0,01	0	Молекулярная теплопроводность	0	-0,39
14,4 мкм, O_3 , (химическая и тепловая накачка)	-0,01	0	Турбулентная теплопроводность	-0,95	0
4,3-5,3 мкм, NO^* , NO , CO_2 , CO , $^{14}N^{15}N$, химическая накачка	-0,12	-0,1	Турбулентный нагрев	+1,25	0
5,3 мкм, NO, тепловая накачка	-0,17	-0,16	Суммарный сток энергии	-2,08	-0,9

1,27 мкм обусловлена малыми скоростями релаксационных столкновительных процессов с участием O_2 и O .

Наконец, дополнительным каналом потери энергии термосферой является микроволновое излучение атомарного кислорода в линии $\lambda = 63$ мкм. Объемная скорость охлаждения за счет этого механизма (тепловой накачки колебаний) дается выражением [17]

$$q_O = \frac{1,67 \cdot 10^{-18} \exp(-228/T) f(z)}{1 + 0,6 \exp(-228/T) + 0,2 \exp(-325/T)} n_O, \quad (7.1.24)$$

в котором введением функции экранирования $f(z)$ [18] учтена реабсорбция уходящего излучения в этой линии.

Среднесуточные вертикальные потоки энергии за счет радиационных процессов, рассчитанные интегрированием по высоте объемных скоростей охлаждения для тех же условий, которым отвечает табл. 7.1.1, приведены в табл. 7.1.2. Там же приведены оценки скоростей охлаждения, обусловленные процессами молекулярной и турбулентной теплопроводности и турбулентным нагревом, которые получены с помощью упрощенного подхода, изложенного в [1, 2].

7.1.3. Результаты расчетов. Из анализа данных, приведенных в табл. 7.1.1, прежде всего следует довольно очевидный вывод, что основным механизмом нагрева термосферы является прямой нагрев вследствие диссоциации O_2 и ионизации солнечным УФ-излучением. Поток же энергии, выделяющейся в химических реакциях с участием O и O_3 , относительно невелик и составляет на уровне 90 км $\sim 0,4$ эрг/см²·с (причем на нагрев идет лишь часть этой энергии). Интересно отметить, что эта величина значительно меньше среднесуточного потока энергии, затрачиваемой выше 90 км на разрыв связи O_2 (как непосредственно при фотодиссоциации, так и вследствие ионизации), который составляет $\sim 1,7$ эрг/см²·с. Это означает, что атомарный кислород, образующийся на высотах $z > 90$ км, преобразуется в O_2 в основном в области $z < 90$ км. По этой причине потоки ИК-излучения в полосах 1,27 мкм O_2 , 2,8 мкм OH , 9,6 и 14,4 мкм O_3 , которые обусловлены выделением энергии в реакциях (7.1.11а) — (7.1.11в) и (7.1.18а), сопровождающих преобразование O в O_2 , на уровнях $z \geq 90$ км невелики (см. табл. 7.1.2)) и должны существенно возрасти в области $z < 90$ км.

Таблица 7.1.2 представляет интерес, в первую очередь, с точки зрения даваемых ею оценок вклада в охлаждение термосферы ИК-излучением в различных полосах и молекулярной теплопроводности. Как видим, на уровне $z = 120$ км сток энергии ИК-излучением превышает сток за счет теплопроводности в 1,3 раза. При этом основной вклад в излучение дает полоса 5,3 мкм NO , поток энергии в которой оказывается в 2,2 и 1,8 раза большим, чем в линии 63 мкм атомарного кислорода. На уровнях 90–110 км основным является выхолаживание излучением в полосе 15 мкм CO_2 .

Данные табл. 7.1.1 и 7.1.2 получены из расчетов для среднесуточных статических моделей атмосферы, самосогласованных по притоку и стоку энергии и позволяющих, тем самым, получить теоретические высотные профили температуры и плотности. Константы скоростей столкновительных процессов первоначально принимались такими же, какие ранее исполь-

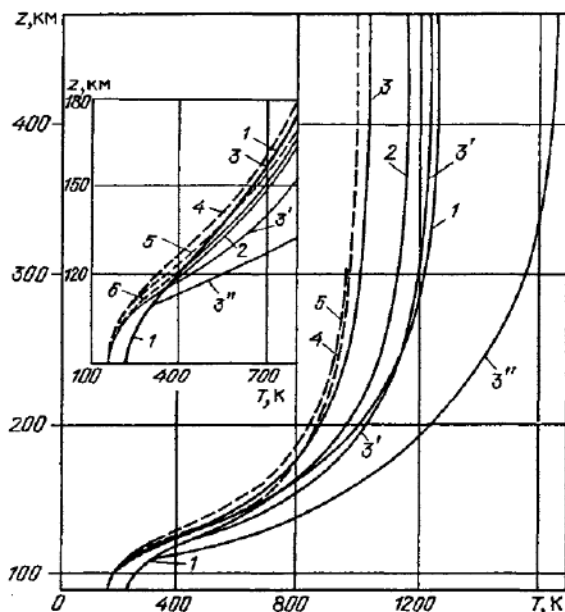


Рис. 7.1.1. Теоретические и эмпирические высотные профили температуры термосферы: 1 – модель 1; 2 – модель 2; 3 – модель 3; 3', 3'' – модели 3, но без учета столкновений $\text{NO}-\text{O}$ (3') и $\text{NO}-\text{O}$, CO_2-O (3''); 4 – модель [7]; 5 – модель [20]; 6 – измерения [21]

зовались в работах [10, 11], и некоторые из них (прежде всего константа K_6 для процесса (7.1.22), имеющая сильную температурную зависимость) затем уточнялись в результате расчета энергетического баланса на различных уровнях z . Этому уточненному значению отвечает константа $K_6^{(O)}$ (7.1.21). Ограничения, накладываемые условием энергетического баланса, позволили также уточнить концентрации атомарного кислорода в нижней термосфере (в сторону их уменьшения по сравнению с моделью [10, 11]), а также высотный ход $n_{\text{O}}(z)$ с использованием соотношения (7.1.21). Профили концентраций $n_{\text{N}_2}(z)$ и $n_{\text{O}_2}(z)$ задавались согласно модели [7] при температурах мезопаузы ($z = 90$ км) и экзосферы ($z = 500$ км) соответственно $T_{\text{м}} = 183$ К и $T_{\infty} = 1000$ К (что отвечает индексу $F_{10,7} = 150$). Использовалась также модель [20], в которой $T_{\text{м}} = 188$ К.

Предварительная серия расчетов [1–26] позволила получить убедительные свидетельства важной роли охлаждения нижней термосферы ИК-излучением – в первую очередь, в полосах CO_2 ($\lambda = 15$ мкм) и NO ($\lambda = 5,3$ мкм). Результаты этих расчетов в сопоставлении с эмпирическими профилями температуры согласно моделям CIRA-72 [7] и Яккия-77 [20] показаны на рис. 7.1.1. Из представленных трех расчетных моделей только модель 3 вполне удовлетворительно согласуется с наблюдениями. Несоответствие экспериментальным данным температурной зависимости от высоты для модели 1, вероятно, обусловлено недооценкой эффективности скорости выхолаживания нижней термосферы в полосе 15 мкм CO_2 вследствие

возбуждения CO_2 (01^20) в столкновениях с атомарным кислородом (с первоначально принятой константой $K_5^{(0)}$ согласно [10] и заниженной концентрацией n_O ниже 120 км). В свою очередь, отклонение от эмпирического профиля $T(z)$ на высотах $140\text{--}500 \text{ км}$ для модели 2, для которой соответствующие поправки внесены, можно объяснить завышенным значением коэффициента эффективности перевода в тепло $\epsilon_I = 0,64$ на высотах $z \geq 250 \text{ км}$, где перестает выполняться условие фотохимического равновесия, а также отсутствием учета охлаждения за счет меридионального переноса энергии от экватора к полюсам. В соответствии с этим в модели 3 было принято среднее по высоте значение $\epsilon_I = 0,54$, что близко к значению, определенному в [15] из анализа эмпирических температурных профилей земной термосферы. В этом случае хорошо согласуется с экспериментом и высотный ход плотности, отвечающий зависимости $T(z)$ по модели 3.

Чтобы еще раз проиллюстрировать важную роль, которую играет радиационное выхолаживание термосферы, на рис. 7.1.1 показаны температурные профили, рассчитанные без учета ИК-излучения в полосе $5,3 \text{ мкм}$, обусловленного тепловой накачкой колебаний окиси азота в столкновениях NO-O (модель 3') и в полосе 15 мкм за счет столкновений $\text{CO}_2\text{--O}$ (модель 3''). Как видим, полученные в этих предположениях T_∞ и $T(z)$ принципиально отличаются от реальной ситуации в термосфере (различие достигает почти 700 K)

Следует упомянуть об одной интересной особенности, полученной в [1–26]. Речь идет об эффективности своего рода "обратной связи", которой, по-видимому, обладает нижняя термосфера Земли при ее реакции на дополнительно вносимый приток тепла. Без конкретизации его физической природы, которая может быть связана с диссипацией энергии внутренних гравитационных волн, приливами, джоулевым теплом и т.п. (см. § 1.6), постулировалось наличие теплового источника, поток энергии которого варьировался от 0 до $3 \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с}$ на уровне 90 км и считался экспоненциально убывающим по высоте с масштабом 6 км . Оказалось, что внесение даже значительного добавочного тепла, сопоставимого с $q^{\text{ph, ion}}$, довольно слабо влияет на температурный профиль в рамках модели 3. Предположение об определяющей роли турбулентной теплопроводности в этом процессе не подтверждается расчетами при разумных значениях D_T . Более вероятным представляется механизм охлаждения термосферы за счет увеличения скорости излучения в ИК-области спектра, поскольку эта скорость, как известно, экспоненциально зависит от температуры газа.

Результаты расчетов, выполненных для статической модели 3 (рис. 7.1.1), послужили основой для получения оценок высотных зависимостей нагрева и охлаждения термосферы в различных механизмах, а также для изучения вариаций потоков энергии и температуры в рамках динамических моделей. При расчете последних в качестве начальных условий для системы уравнений (7.1.1)–(7.1.4) брались решения для среднесуточных моделей, при этом время установления периодического режима составляло около 10 суток (на уровне точности $0,1\%$).

Типичные для дневных и ночных условий объемные скорости основных процессов притока тепла и стока энергии из термосферы в зависимости от высоты показаны для всей расчетной области на рис. 7.1.2 и

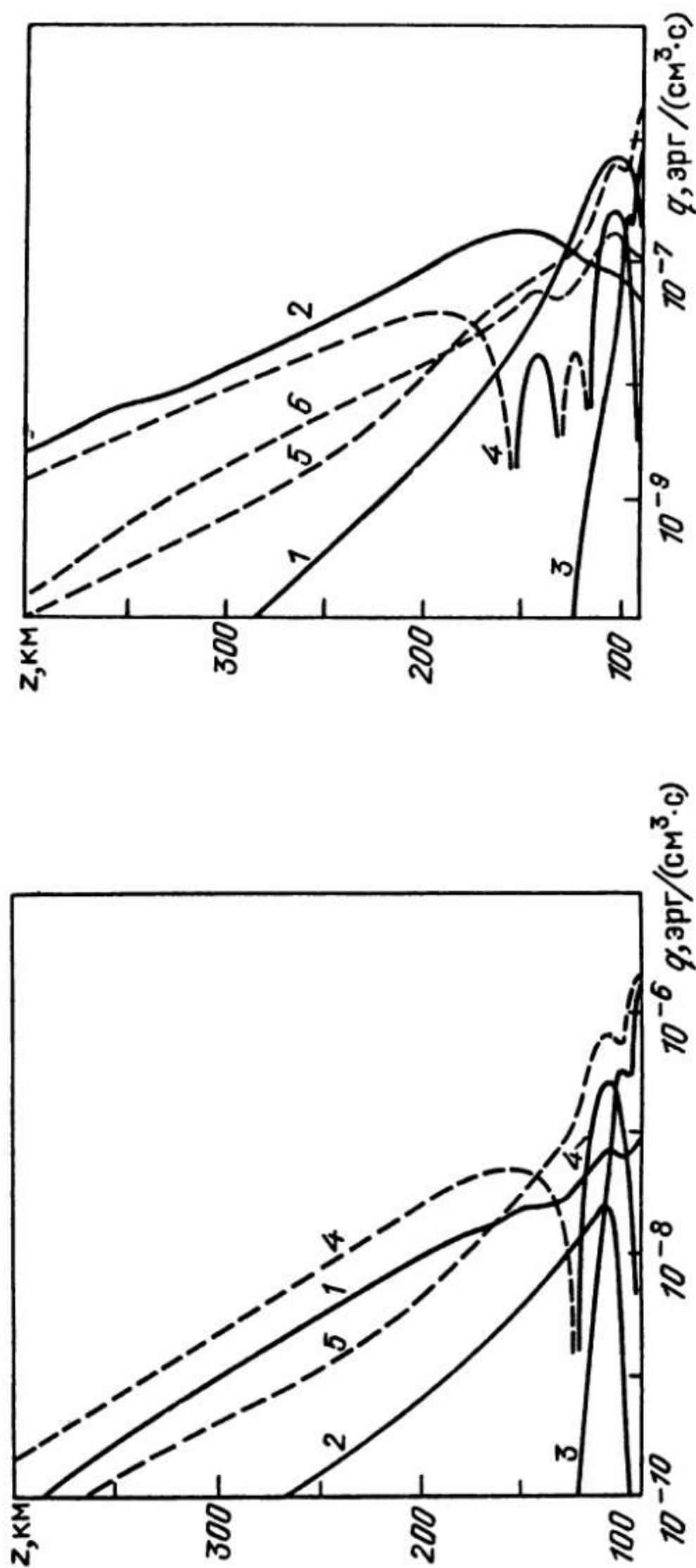


Рис. 7.1.2. Объемные скорости нагрева (сплошные кривые) и охлаждения (штрих) термосферы в местную полночь: кривая 1 — нагрев вследствие сжатия термосферы; 2 — нагрев выпадающими электронами; 3 — выделение энергии в химических реакциях O и O₃; 4 — охлаждение и нагрев молекулярной теплопроводностью; 5 — охлаждение ИК-излучением 1,27 — 63 мкм

Рис. 7.1.3. Объемные скорости нагрева (сплошные кривые) и охлаждения (штрих) термосферы в местный полдень: кривая 1 — нагрев при фотодиссоциации O₂; 2 — нагрев при фотоионизации; кривые 3–5 — то же, что и на рис. 7.1.2, кривая 6 — охлаждение вследствие расширения термосферы

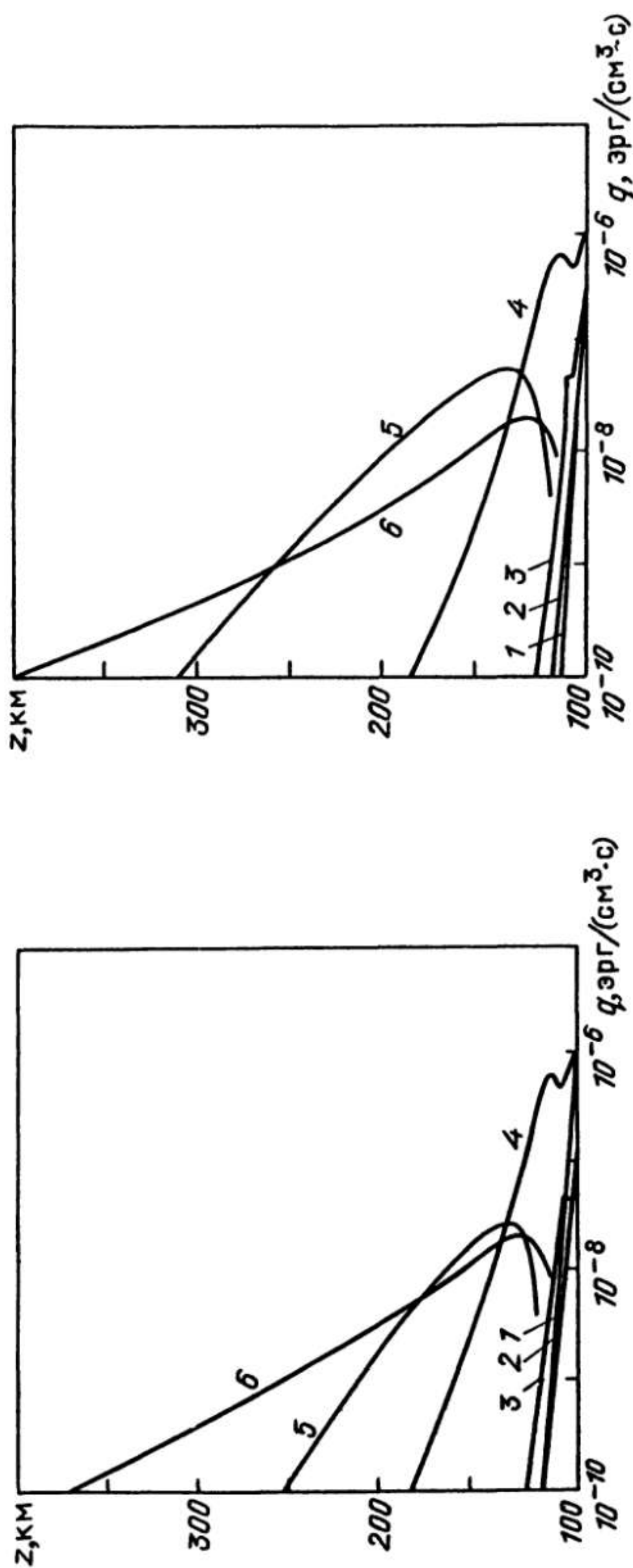


Рис. 7.1.4. Объемные интенсивности ИК-излучения в различных полосах, обеспечивающие охлаждение термосферы в местную полночь: кривая 1 – 2,8 мкм OH; 2 – 9,6 – 14 мкм O₃; 3 – 1,27 мкм O₂; 4 – 15 мкм CO₂; 5 – 5,3 мкм NO; 6 – 63 мкм O

Рис. 7.1.5. То же, что и на рис. 7.1.4, но для местного полдня

7.1.3. На рис. 7.1.4 и 7.1.5 дополнительно представлены рассчитанные для тех же условий скорости радиационного охлаждения термосферы в различных полосах [1–2б].

Как видим, ИК-излучение, в первую очередь, излучение в полосах CO_2 (λ 15 мкм) и H_2O (λ 5,3 мкм), обеспечивает основной сток энергии из термосферы в области высот от 90 до 180 км (ночью) и от 90 до 250 км (днем). В то же время механизм охлаждения за счет микроволнового (λ 63 мкм) излучения атомарного кислорода эффективен на высотах свыше 170 км (ночью) и 260 км (днем), а на уровне 120 км его среднесуточное значение примерно вдвое меньше, чем поток энергии в полосах

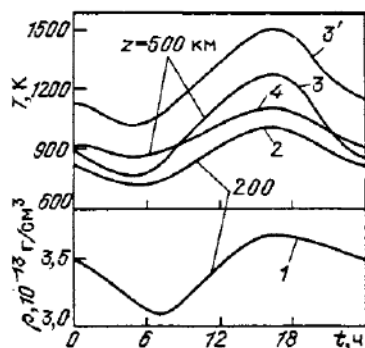


Рис. 7.1.6. Суточные вариации плотности (кривая 1) и температуры (кривые 2–4) на различных высотах: 1–3 – модель 3; 3' – модель 3, но без учета столкновений $\text{NO}-\text{O}$; 4 – модель [20] для среднесуточной температуры экзосферы $T_\infty = 1000$ К

15 мкм и 5,3 мкм. Нагрев и охлаждение вследствие молекулярной теплопроводности и вертикальных движений термосферы также оказываются наиболее эффективными только выше 150–200 км, особенно ночью. В частности, расширение и сжатие термосферы в течение суток оказывает существенное влияние на ее тепловой баланс, будучи противоположным по знаку вкладу от теплопроводности, соответственно, днем и ночью.

На рис. 7.1.6 показаны также рассчитанные на основе модели 3 зависимости температуры термосферы от времени суток на двух уровнях $z = 200$ и 500 км. Из сопоставления полученных результатов с кривой, отвечающей среднесуточному значению $T_\infty = 1000$ К (модель [20]), следует в целом хорошее качественное согласие суточного температурного хода с положением максимумов и минимумов соответственно около 16–17 и 5–6 часов местного времени. Однако расчетная амплитуда суточных вариаций температуры превышает экспериментально наблюдаемую в 1,1–1,3 раза (для двух вариантов расчетов, показанных на рис. 7.1.6). Кроме того, обусловленные колебаниями температуры вариации атмосферной плотности оказываются совпадающими по фазе с положением максимумов и минимумов T , что, как известно, противоречит наблюдениям (см. § 1.5).

Таким образом, согласование с экспериментальными данными значений атмосферных параметров, рассчитанных в рамках динамических (учитывающих суточные вариации) моделей, оказывается хуже, чем для статических моделей типа модели 3. Обусловлено это тем, что последние допускают параметризацию основных энергетических факторов, связанных с динамическими процессами, такими, как зональный и меридиональный перенос, приливы, джоулев нагрев и др. В динамических же моделях подоб-

ная параметризация часто теряет смысл, а отсутствие источников динамической природы приводит к заметным отклонениям от наблюдаемых закономерностей. С такими трудностями сталкиваются и другие одномерные теоретические модели термосферы (см., например, [22–24]). В более репрезентативных двумерных или трехмерных моделях, в которых учитываются обусловленные градиентами давления горизонтальные движения, псевдоэффект совпадения фаз удается устранить [25], так что максимум плотности наступает примерно на 2,5 часа раньше, чем достигается максимальное значение температуры. Эти и некоторые другие особенности в поведении атмосферных параметров свидетельствуют об определенной ограниченности изложенного подхода к расчету теоретической модели термосферы.

§ 7.2. Моделирование коэффициентов турбулентного обмена в земной турбопаузе

7.2.1. Постановка задачи. Отдельную проблему в задачах моделирования мезосферы и нижней термосферы представляет расчет коэффициентов турбулентного обмена для сдвиговых течений химически активных многокомпонентных газовых смесей [1–3]. Как было показано в § 4.4, при решении осредненных гидродинамических уравнений необходимо привлечь к рассмотрению все коэффициенты турбулентного обмена — \mathcal{D}_T , χ_T , ν_T . Высотный ход этих коэффициентов оказывает существенное влияние на распределение атмосферных составляющих и температуру. От высотных распределений χ_T и ν_T зависит, в частности, относительная роль двух основных проявлений турбулизации атмосферных газов в мезосфере и в нижней термосфере — охлаждение за счет турбулентной теплопроводности и нагревание за счет диссипации турбулентной энергии [4–6].

Вместе с тем, в практических расчетах обычно используется единственный коэффициент турбулентной диффузии \mathcal{D}_T , который, к тому же, считается постоянным в широком интервале высот и служит параметром согласования между расчетами и результатами наблюдений. Так, например, используя аппроксимационную формулу [7], коэффициент турбулентной диффузии \mathcal{D}_T в земной турбопаузе определяет из условия согласования расчетных и экспериментальных значений концентрации атомарного кислорода [8]. Иногда на высотах гомопаузы, где процессы молекулярного и турбулентного переноса массы одного порядка, \mathcal{D}_T оценивают по порядку величины, приравнивая его к коэффициенту молекулярной диффузии [9, 10]. Существуют и некоторые другие полуэмпирические способы определения коэффициента \mathcal{D}_T , а также Pr_T (см., например, [4, 5, 11–16]).

Для входящих в гидродинамические уравнения (4.4.7)–(4.4.11) коэффициентов $\mathcal{D}_T(z)$, $\chi_T(z)$, $\nu_T(z)$ необходимо получить аналитические выражения, позволяющие моделировать сложные течения и удовлетворительные с физической точки зрения [2]. Эта задача является частным случаем общей теории, развитой в § 4.3, где используются тензоры коэффициентов турбулентного обмена, учитывающие различия интенсивностей турбулентных пульсаций вдоль разных осей координат и зависящие от большого числа свободных констант. В одномерной постановке задача полуэмпири-

ческого моделирования коэффициентов турбулентного обмена существенно упрощается. Ниже рассмотрен альтернативный способ определения высотного хода коэффициентов в этом частном случае. Важнейшим механизмом, ответственным за поддержание турбулентности в нижней термосфере, считается, как и прежде, ветровой сдвиг осредненного движения, изменение которого связано, в частности, с диссипацией приходящих снизу акустико-гравитационных волн (см. § 1.6, а также [17, 18]).

Запишем уравнение переноса для среднеквадратичных пульсаций физических величин \mathcal{A}

$$\bar{\rho} D(\overline{\rho \mathcal{A}^2} / \bar{\rho}) + \nabla \cdot (\overline{\rho \mathcal{A}^2 V}) = -2\overline{\rho \mathcal{A}^2 V} \cdot \nabla \mathcal{A} + 2\overline{\rho \mathcal{A}^2 d\mathcal{A}/dt}, \quad (7.2.1)$$

получающиеся из (4.1.35) при $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$. Сюда входят члены, соответствующие конвективному переносу, диффузии, образованию и диссипации рассматриваемой характеристики турбулизованного потока.

Отождествляя в (7.2.1) \mathcal{A} со скоростью потока V и используя справедливое в микромасштабе уравнение движения смеси (4.1.8), получим уравнение баланса турбулентной энергии в виде

$$\begin{aligned} \bar{\rho} D\tilde{e}/Dt + \partial(\overline{\rho e v_j''} - \overline{\pi_{ij} v_j''})/\partial x_j = \\ = R_{ij} \partial \tilde{v}_i / \partial x_j - \overline{v_j'' \partial p / \partial x_j} - \overline{\pi_{ij} \partial v_j'' / \partial x_j}, \end{aligned} \quad (7.2.2)$$

где

$$\overline{v_j'' \partial p / \partial x_j} = \partial(\overline{p' v_j''})/\partial x_j - \overline{p' \partial v_j'' / \partial x_j} - \bar{\rho}^{-1} \overline{\rho' v_j''} \partial \bar{p} / \partial x_j, \quad (7.2.3)$$

причем пульсация ρ' в (7.2.3) должна быть заменена по формуле

$$\rho' = \bar{\rho} (p'/\bar{p} - \rho T''/\bar{\rho} \tilde{T} - \rho \sum_{\alpha} z_{\alpha}''/\bar{n}), \quad (7.2.4)$$

легко выводимой с использованием точного и осредненного уравнений состояния смеси. Здесь $e = V_j'' V_j''/2$ — кинетическая энергия турбулентных пульсаций (по повторяющимся индексам производится суммирование); $\tilde{e} = \overline{\rho e}/\bar{\rho}$ — турбулентная энергия единицы массы смеси; $R_{ij} = -\overline{\rho V_i V_j''}$ — тензор турбулентных напряжений. Поскольку температура не является инвариантом турбулентного движения, происходящего в поле силы тяжести [1], для дальнейшего целесообразно исключить T'' из (7.2.4) с помощью соотношения

$$\tilde{C}_p T'' = h'' - \sum_{\alpha} h_{\alpha} z_{\alpha}'' + \tilde{C}_p T'', \quad h_{\alpha} = C_{p\alpha} T + h_{\alpha}^0, \quad (7.2.5)$$

следующего из определений удельной энтальпии h согласно (2.1.44) и теплоемкости (при постоянном давлении) смеси $C_p = \sum_{\alpha} z_{\alpha} C_{p\alpha}$.

Используя (7.2.4) и (7.2.5), уравнение (7.2.2) можно преобразовать к виду (4.1.44), в котором

$$\begin{aligned} \bar{\rho} G \equiv -J_{qj}^T \frac{\partial \bar{p} / \partial x_j}{\bar{\rho} \tilde{T} \tilde{C}_p} - \frac{\partial \bar{p} / \partial x_j}{\bar{n}} \sum_{\alpha} J_{\alpha j}^T + \\ + \overline{p' V_j''} \left(\frac{\partial \ln \tilde{T}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{p} / \partial x_j}{\bar{\rho} \tilde{T} \tilde{C}_p} - \frac{\partial \ln \mathcal{M}}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (7.2.6)$$

— скорость взаимопревращений (в единице объема вещества) осредненной внутренней энергии смеси и турбулентной энергии; $\bar{\rho}\epsilon_e = \overline{\pi_{ij} \partial u_i'' / \partial x_j}$ — скорость диссипации турбулентной энергии в тепло (все обозначения соответствуют приведенным в §§ 4.1 и 4.2).

Аналогичным образом при отождествлении \mathcal{A} с h можно получить уравнение переноса (4.1.53) для среднеквадратичных пульсаций энтальпии в турбулизованном многокомпонентном потоке, в котором опустим последнее слагаемое, малое по сравнению с диссипативным членом [19]. Ограничиваясь далее рассмотрением смеси газов близкого молекулярного веса, когда коэффициенты бинарной диффузии приближенно считаются равными, пренебрегая эффектами термо- и бародиффузии и полагая молекулярное число Льюиса равным единице во всем интервале температур, для молекулярного потока тепла q_j будем иметь выражение $q_j \approx -\rho\chi \partial h / \partial x_j$ (см. (4.1.49a)). Тогда уравнение (4.1.53) может быть переписано в виде

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D}{Dt} (\widetilde{h''^2}) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{\rho h''^2 V_j''} + 2\chi \rho h'' \frac{\partial h}{\partial x_j} \right] = \\ = -2q_j^T \left(\frac{\partial \widetilde{h}}{\partial x_j} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \right) - 2\bar{\rho}\epsilon_h, \end{aligned} \quad (7.2.7)$$

где $\bar{\rho}\epsilon_h = \chi \rho \frac{\partial h}{\partial x_j} \frac{\partial h''}{\partial x_j}$ — скорость скалярной диссипации среднего квадрата пульсаций энтальпии.

Для аппроксимации диффузионных членов с моментами третьего порядка и диссипативных членов ϵ_e и ϵ_h , входящих в (7.2.6) и (7.2.7), используем следующие простейшие модели:

а) поток турбулентной кинетической энергии будем задавать (ср. с (4.1.45b)) в виде

$$J_e^T \equiv (\overline{\rho e V_j''} + \overline{\rho p' V_j''} - \overline{\pi_{ij} V_i''}) = -(c_1 \nu_T + c_2 \nu) \frac{\partial (\bar{\rho} \widetilde{e})}{\partial x_j}; \quad (7.2.8)$$

б) для третьих моментов пульсаций скорости и энтальпии, входящих в (7.2.8), зададим (см. (4.1.55))

$$J_{hj}^T \equiv (\overline{\rho h''^2 V_j'' / 2} + \overline{q_j h''}) = -(c_5 \chi_T + c_6 \chi) \frac{\partial (\bar{\rho} \widetilde{h''^2 / 2})}{\partial x_j} \quad (7.2.9)$$

(c_1, c_2, c_5, c_6 — эмпирические константы);

в) величину ϵ_e , следуя [19], при малых значениях турбулентного числа Рейнольдса $Re_T = L \sqrt{\widetilde{e}} / \nu$ примем пропорциональной величине $\nu \widetilde{e} / L^2$, где L — размер крупных вихрей; при больших числах Re_T она пропорциональна $\nu_M \widetilde{e} / L^2$, где ν_M — эффективный кинематический коэффициент вязкости, определяющий воздействие на крупномасштабные пульсации более мелких турбулентных вихрей. При произвольных числах Re_T величину ϵ_e примем пропорциональной $(\nu + \nu_M) \widetilde{e} / L^2$. Аналогично для средней скорости разрушения величины $\widetilde{h''^2}$ будем иметь $\epsilon_h \sim (\chi + \chi_M) \widetilde{h''^2} / L^2$. Коэффициенты ν_M и χ_M естественно принять пропорциональными соответ-

ствующим коэффициентам переноса, определяемым крупными вихрями, т.е. пропорциональными ν_T и χ_T : $\nu_M = \alpha \nu_T$, $\chi_M = \beta \chi_T$, где $\alpha, \beta = \text{const}$ ($\alpha, \beta < 1$). Тогда можно написать

$$\bar{\rho} \epsilon_e = \frac{1}{a^4} \left(\frac{\nu}{\alpha} + \nu_T \right) \frac{\bar{\rho} e}{L^2}, \quad \bar{\rho} \epsilon_h = \frac{1}{b^4} \left(\frac{\chi}{\beta} + \chi_T \right) \frac{\bar{\rho} h''^2}{L^2} \quad (7.2.10)$$

(a, b — эмпирические константы).

Уравнения (7.2.2) и (7.2.7) позволяют получить формулы для турбулентных коэффициентов, фигурирующих в определяющих уравнениях для турбулентных потоков в многокомпонентных смесях. В частном случае изотропной турбулентности эти потоки имеют вид [20, 21]:

$$J_{\alpha j}^T = -\bar{\rho} \mathcal{D}_T \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{n}_\alpha / \bar{\rho}), \quad R_{ij} = -\frac{2}{3} \bar{\rho} \tilde{\epsilon} \delta_{ij} + \bar{\rho} \nu_T \left(\frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_i} \right), \quad (7.2.11)$$

$$q_j^T = -\lambda_T \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} - \frac{1}{\bar{\rho} \tilde{C}_p} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right) + \sum_\alpha \tilde{n}_\alpha J_{\alpha j}^T + \overline{p' V_j''} \approx -\bar{\rho} \chi_T \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right). \quad (7.2.12)$$

Второе выражение для q_j^T записано здесь с учетом равенства единице турбулентного числа Льюиса (см. (4.2.23)).

7.2.2. Метеорологическая аппроксимация. Ограничимся далее для простоты приближением Буссинеска, обычно применяемым при анализе атмосферных движений [22]. В этом случае справедливы следующие приближенные соотношения: $\rho \approx \bar{\rho}$, $\rho' \approx 0$; $\tilde{V}_j \approx \bar{V}_j$, $V_j'' \approx V_j'$; $\tilde{h} \approx \bar{h}$, $h'' \approx h'$; $z_\alpha'' = z_\alpha'$ и т.п. Вводя обозначения $V_j' = u_j$, $h' = H$, $T' = \theta$, $n_\alpha' = \gamma_\alpha$ и сохраняя для упрощения записи знаки осреднения лишь в пульсационных членах, перепишем уравнения переноса (4.1.44) и (7.2.7) для случая горизонтально однородного в плоскости $x_3 = \text{const}$ осредненного течения ($v_j = V(x_3) \delta_{1j}$).

$$\frac{\partial b}{\partial t} + \rho^{-1} \frac{\partial J_{e3}^T}{\partial x_3} = -\overline{u_1 u_2} \frac{\partial V}{\partial x_3} + g T^{-1} \overline{\theta u_3} + g n^{-1} \sum_\alpha \overline{\gamma_\alpha u_3} - \epsilon_e, \quad (7.2.2a)$$

$$\frac{\partial (\bar{H}^2/2)}{\partial t} + \rho^{-1} \frac{\partial J_{h3}^T}{\partial x_3} = -\overline{H u_3} \left(g + \frac{\partial h}{\partial x_3} \right) - \epsilon_h. \quad (7.2.7a)$$

Здесь $b = \bar{e}$ — кинетическая энергия турбулентных пульсаций; $V(x_3)$ — горизонтальная составляющая скорости осредненного движения.

Используя динамическое число Ричардсона для смеси, выражающее отношение стабилизирующего эффекта плавучести к дестабилизирующему эффекту сдвига ветра

$$\begin{aligned} \text{Rf} &= g \frac{T^{-1} \overline{\theta u_3} + n^{-1} \sum_\alpha \overline{\gamma_\alpha u_3}}{\overline{u_1 u_3} \partial V / \partial x_3} = \\ &= g \frac{\chi_T}{\nu_T} \frac{\partial \ln T / \partial x_3 + g / C_p T - \partial \ln \mathcal{M} / \partial x_3}{(\partial V / \partial x_3)^2} = \frac{\text{Ri}}{\text{Pr}_T}, \end{aligned}$$

где $Pr_T = \nu_T / \chi_T$ — турбулентное число Прандтля, Ri — градиентное число Ричардсона для смеси, перепишем (7.2.2a) в виде

$$\partial b / \partial t + \rho^{-1} \partial J_{e3}^T / \partial x_3 = \nu_T (1 - Rf) (\partial V / \partial x_3)^2 - \epsilon_e, \quad (7.2.13)$$

удобном для численного моделирования.

Если допустить наличие локально-равновесного приближения, когда корреляционные моменты второго порядка не меняются во времени и в пространстве (см. п. 4.3.1), то уравнения (7.2.7a) и (7.2.13) примут вид

$$-\overline{u_1 u_3} (1 - Rf) \partial V / \partial x_3 = (\nu / \alpha + \nu_T) b / a^4 L^2, \quad (7.2.14)$$

$$-\overline{Hu_3} (g + \partial h / \partial x_3) = (\chi / \beta + \chi_T) \overline{H^2} / b^4 L^2. \quad (7.2.15)$$

Следуя [19], будем считать величину $-\overline{u_1 u_3}$ пропорциональной b , а величину $-\overline{Hu_3}$ пропорциональной $\sqrt{b} \sqrt{\overline{H^2}}$. В этом случае

$$-\overline{u_1 u_3} = k_1 b \frac{\partial V}{\partial x_3} / \left| \frac{\partial V}{\partial x_3} \right| = \nu_T \frac{\partial V}{\partial x_3},$$

$$-\overline{Hu_3} = k_2 \sqrt{b} \sqrt{\overline{H^2}} = \chi_T \left(g + \frac{\partial h}{\partial x_3} \right), \quad (7.2.16)$$

где k_1 и k_2 — константы. Исключая из (7.2.14) и (7.2.15) $\partial V / \partial x_3$ и $\sqrt{\overline{H^2}}$ с помощью (7.2.16), получим

$$\nu_T / \sqrt{b} L = -\nu / 2\alpha \sqrt{b} L + \sqrt{(\nu / 2\alpha \sqrt{b} L)^2 + 1 - Rf}, \quad (7.2.17)$$

$$\chi_T / \sqrt{b} L = -\nu / 2\beta Pr \sqrt{b} L + \sqrt{(\nu / 2\beta Pr \sqrt{b} L)^2 + \overline{Pr}_T^{-2}}, \quad (7.2.18)$$

где Pr — молекулярное число Прандтля, а $\overline{Pr}_T = 1 / k_2 b^4$ — эмпирическая константа. Так как одну из констант всегда можно ввести в L , то далее предполагается, что $a^4 k_1^2 = 1$. Таким образом, коэффициенты ν_T и χ_T выражены через b , L и локальные свойства среды. При $Rf = 1$ из (7.2.17) получаем $\nu_T = 0$; такое же значение ν_T необходимо принять при $Rf > 1$, так как при этом упрощенное уравнение баланса энергии турбулентности (7.2.14) не может быть удовлетворено ни при каких положительных ν_T . Из (7.2.17) и (7.2.18) также следует, что параметр \overline{Pr}_T — это турбулентное число Прандтля в области развитой турбулентности ($\nu_T \gg \nu$) в случае, когда на баланс турбулентной энергии силы плавучести не оказывают влияния, $Rf \rightarrow 0$.

Из формул (7.2.14)–(7.2.16) легко получить формулы

$$\nu_T / \nu = -1 / \alpha + Re_T^* (1 - Rf) / k_1, \quad (7.2.19)$$

$$\chi_T / \nu = -1 / \beta Pr + Re_T^* Pr_T / k_1 \overline{Pr}_T^2 \quad (7.2.20)$$

($Re_T^* = L^2 \frac{\partial V}{\partial x_3} / \nu$ — локальное турбулентное число Рейнольдса), позволяющие рассчитать коэффициенты ν_T и χ_T по известному распределению турбулентного числа Прандтля в атмосфере. Наконец, из (7.2.19) и (7.2.20) легко получить алгебраическое уравнение для определения Pr_T в локально-равновесном приближении:

$$\overline{Pr}_T^{-2} Pr_T^3 + (k_1 / \beta Pr Re_T^*) Pr_T^2 + (k_1 / \alpha Re_T^* - 1) Pr_T + Ri = 0. \quad (7.2.21)$$

Для замыкания модельных уравнений (7.2.17)–(7.2.21) необходимо указать способы определения масштаба турбулентности L . Он может задаваться в виде эмпирической функции, учитывающей геометрию рассматриваемого течения, или быть найден из решения полуэмпирического модельного уравнения (см. гл. 4 и, например, [19, 23]).

Будем далее предполагать, что в структуре турбулентности существует по отношению к полю средних скоростей и температур "внутреннее равновесие", при котором величины ν_T и χ_T могут быть выражены через b и L и локальные свойства среды и в тех случаях, когда распределение b не является "равновесным" и должно определяться из уравнения (7.2.13). Время установления "внутреннего равновесия" меньше, чем время, необходимое для того, чтобы общая интенсивность турбулентности достигла уровня, соответствующего равенству производства и диссипации турбулентной энергии; поэтому "внутреннее равновесие" часто существует [21]. Исходя из этого, будем далее считать универсальной зависимость вида $\nu_T/\sqrt{bL} = f(\nu/\sqrt{bL})$. Тогда соотношения (7.2.17), (7.2.18), полученные в локальноравновесном случае, можно использовать для связи корреляций отдельных турбулентных характеристик и тогда, когда b определяется из (7.2.13).

7.2.3. Численный расчет. Рассматривалась нижняя термосфера Земли в интервале высот $90 \lesssim x_3 \lesssim 130$ км на средних широтах. Так как турбулентность в нижней термосфере имеет, в основном, долгопериодические сезонные вариации, а характерное время установления стационарного состояния, оцененное по данным [24], порядка нескольких часов, то значительную часть времени система находится в стационарном состоянии или вблизи него. Численно решалась система уравнений (7.2.13), (7.2.17) и (7.2.18). Для масштаба турбулентности использовалось соотношение

$$L = m_0 x_3 (1 - x_3/d) + L_0, \quad (7.2.22)$$

в котором L_0 — минимальный характерный масштаб турбулентных вихрей; $d = 40$ км — толщина турбулизированного слоя; $m_0 = \text{const}$.

Задавались следующие граничные условия:

а) $\partial b / \partial x_3 = 0$ при $x_3 = x_3^0$ (турбулентная диффузия замедленна);
 б) $b = 0$ при $x_3 = x_3^0 + d$ (затухание турбулентности на верхней границе турбопаузы). Подлежат определению b , ν_T и χ_T при $t \rightarrow \infty$, т.е. сформулированная задача для системы (7.2.13), (7.2.17), (7.2.22) с краевыми условиями а) и б), не зависящими от времени, и произвольными начальными условиями решалась методом установления (в этом случае, по сути, искомое решение соответствующей стационарной краевой задачи) с использованием вычислительной процедуры, приведенной в § 6.3.

Численное значение коэффициента a для нижней термосферы определялось следующим образом. Так как формула (7.2.17) носит универсальный характер, то ее можно использовать и в области развитой турбулентности в случае, когда на баланс турбулентной энергии силы плавучести не влияют ($Rf \rightarrow 0$). Тогда (7.2.17) перейдет в известное соотношение $\nu_T = \sqrt{bL}$. Из (7.2.10) в этих же предположениях следует закон Ричардсона — Обухова $\nu_T = a^{4/3} e^{1/3} L^{4/3}$, который с хорошей точностью выполняется для атмосферы при $a = 0,18$.

Параметр c_1 обычно порядка единицы [23]. Для определения коэффициента c_2 уравнение (7.2.13) применялось к случаю течения смеси с $\rho, \nu = \text{const}$ в непосредственной близости от верхней границы турбопаузы, где $\nu_T \ll \nu$; тогда $b/\alpha a^4 L^2 = c_2 \partial^2 b / \partial x_3'^2$, где $x_3' = d - x_3$. Учитывая, что у "стенки" $\sqrt{b} \sim x_3'$ и $a^2 L \sim \kappa x_3'$ ($\kappa = 0,4$ — постоянная Кармана), было найдено $c_2 = 1/2\alpha\kappa^2$.

Параметры m_0 и L_0 в уравнении (7.2.22) подбирались так, что на высоте 90 км $L \approx 0,5$ км, а на 110 км $L \approx 1,3$ км (это согласуется как с раз-

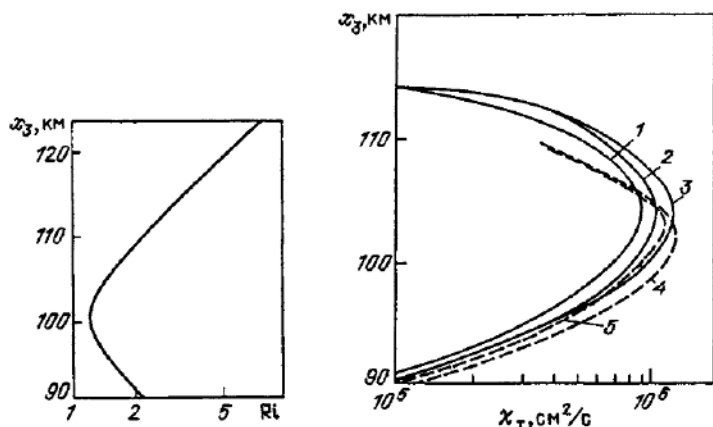


Рис. 7.2.1. Высотное распределение градиентного числа Ричардсона

Рис. 7.2.2. Высотное распределение коэффициента турбулентной теплопроводности: кривые 1–3 — результаты решения уравнения переноса турбулентной энергии (7.2.13) ($\text{Pr}_T = 3; 2,6$ и $2,2$ соответственно, $\alpha = \beta = 0,5$); кривые 4–5 — результаты, полученные из алгебраических соотношений (7.2.19)–(7.2.21) ($\text{Pr}_T = 2,2$ и $2,6$ соответственно, $\alpha = \beta = 1$)

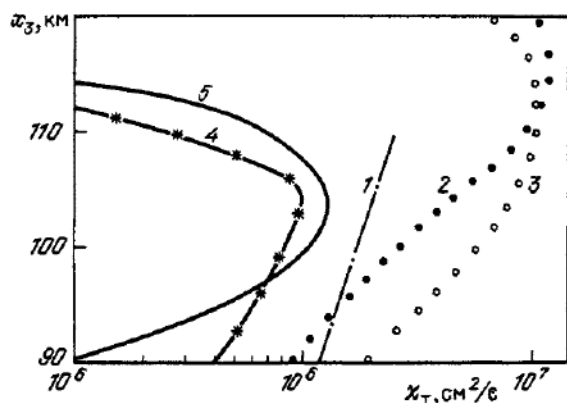


Рис. 7.2.3. Высотное распределение коэффициента турбулентной теплопроводности: кривая 1 — экспериментальные результаты [11]; 2 — результаты модели [29]; 3 — результаты [30]; 4 — профиль x_T , использованный в [26]; 5 — результаты расчета при $\alpha = \beta = 0,5$ и $\text{Pr}_T = 2,2$

мерами глобул, наблюдаемых в дымовых следах, так и с масштабами, которые рассчитывались с помощью структурных функций [24]). Они имеют следующие значения: $L_0 = 0,5$ км; $m_0 = 0,07$.

Молекулярные коэффициенты кинематической вязкости и теплопроводности для многокомпонентного газа находились с учетом трех атмосферных составляющих: N_2 , O_2 и O по формулам кинетической теории газов (см. гл. 2, а также [25]). Градиент энтальпии рассчитывался по формуле $\partial h / \partial x_3 = C_p \partial T / \partial x_3 + \sum_{\alpha} h_{\alpha} \partial z_{\alpha} / \partial x_3$ с использованием высотных

профилей температуры $T(x_3)$ и концентраций компонент [26] и данных по значениям теплообразования веществ при стандартных условиях [27].

На рис. 7.2.1 представлен высотный профиль градиентного числа Ричардсона для смеси, рассчитанный по средним профилям температуры и полной числовой плотности [26] и вертикальному градиенту ветра, взятому из эксперимента [28]. При этом можно считать, что результирующий профиль теплового ветра из [28], сглаженный по значительному временному интервалу (порядка двух лет), описывает стационарные условия.

Свободные параметры α и β варьировались в пределах от 0,125 до 1, а параметр \overline{Rg}_T изменялся от 0,9 до 4. Результаты расчетов турбулентных коэффициентов теплопроводности приведены на рис. 7.2.2 и 7.2.3. Для окончательного выбора параметров α , β , \overline{Rg}_T было проведено сравнение рассчитанных скоростей вязкой диссипации турбулентной энергии ϵ_e (с учетом результатов решения уравнений (7.2.13), (7.2.17), (7.2.18) при различных значениях α , β , \overline{Rg}_T) со средними экспериментальными ϵ_e , приведенными в [11, 13]. Результаты этого сравнения представлены на рис. 7.2.4, из которого видно, что наиболее близкими к экспериментальным оказались расчетные профили ϵ_e , соответствующие $\overline{Rg}_T = 2,2$ и $\alpha = \beta = 0,5$. Окончательный выбор численных значений α и β , ответственных за высоту максимума профилей v_T и χ_T (рис. 7.2.4), проводился с учетом результатов работы [6], в которой, в частности, было показано, что только для значений χ_T , не превышающих $(1 \div 2) 10^6$ см²/с и имеющих максимум в области высот ≈ 105 км, теоретические высотные профили температуры газа, полученные с учетом ИК-излучения, оказываются близкими к эмпирическим [26]. На рис. 7.2.3 приведены также кривые 2, 3, построенные по результатам полумпирических моделей [29, 30]. Эти кривые соответствуют завышенным по отношению к полученным в настоящей работе значениям χ_T , причем завышение объясняется, по-видимому, неточностью учета вкладов ИК-излучение в уравнение теплового баланса нижней термосферы, положенного в основу моделей [29, 30]. Полученное в расчетах высотное распределение турбулентного числа Прандтля представлено на рис. 7.2.5.

Проведенный на основе уравнения (7.2.13) анализ особенностей энергетического баланса турбулентности в различных частях нижней термосферы показал, что до высот 110 км производство энергии турбулентности примерно равно диссипации. Этот баланс нарушается выше уровня 110 км, где становится существенной диффузия турбулентности. Расчеты турбулентных коэффициентов, проведенные на основе алгебраических соотношений (7.2.19)–(7.2.21), представлены на рис. 7.2.2. Они показывают, что на высотах до 110 км вполне могут быть использованы упрощенные уравнения баланса (7.2.14) и (7.2.15).

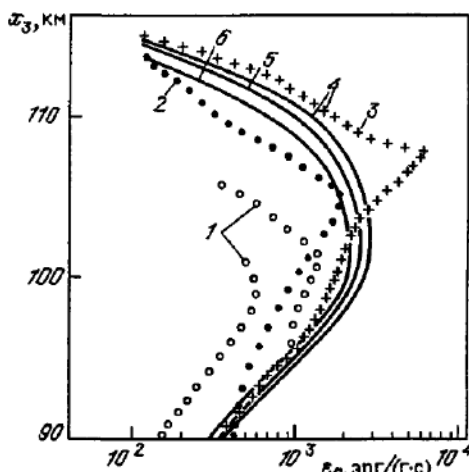


Рис. 7.2.4. Высотные профили удельной скорости вязкой диссипации турбулентной энергии: кривая 1 — измерения [16]; 2 — [13]; 3 — [11]; 4–6 — результаты расчетов при $\alpha = \beta = 0,5$ и $\overline{Pr}_T = 3, 2,6$ и $2,2$ соответственно

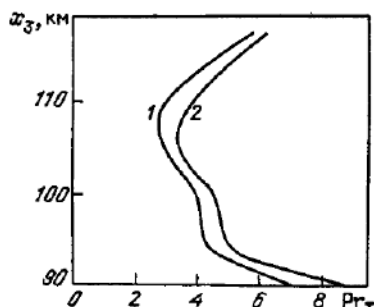


Рис. 7.2.5. Высотное распределение турбулентного числа Прандтля (расчет): при $\overline{Pr}_T = 2,2$ (кривая 1) и $2,6$ (кривая 2) и $\alpha = \beta = 0,5$

Из сопоставления рис. 7.2.1 и рис. 7.2.5 следует, что с увеличением Ri турбулентное число Прандтля увеличивается. Действительно, силы плавучести в большей степени затрудняют вертикальный перенос тепла (массы), чем вертикальный перенос импульса, осуществляемый также пульсациями давления.

Специально были рассчитаны вклады в общий тепловой баланс рассматриваемого слоя термосферы от охлаждения турбулентной теплопроводностью и от нагрева за счет вязкости и работы турбулентных пульсаций давления против сил плавучести. Согласно расчетам на высотах от 90 до 105 км имеет место нагрев, а на высотах более 105 км охлаждение атмосферы турбулентностью, с чем согласуются результаты работы [6].

§ 7.3. Модель состава атмосферы Марса

Одна из актуальных проблем аэрономии Марса — теоретическое моделирование пространственного распределения концентраций нейтральных компонент и их согласование с экспериментальными данными, полученными на КА "Марс", "Маринер", "Викинг". С учетом большой разреженности атмосферы Марса речь идет в данном случае о всей области высот — от поверхности до нескольких сот километров — в которой наряду с тепло- и массообменом эффективно протекают аэрономические процессы.

Сведения о химическом составе марсианской атмосферы приведены в табл. 1.2.1. С точки зрения атмосферной химии, помимо основных, большой интерес представляют содержания малых компонент, в первую очередь водяного пара, озона и водорода. Как отмечалось в § 1.2 (см. также

[1–12]), эти компоненты испытывают сильные пространственно-временные вариации. Содержание паров воды изменяется с сезонами и широтой в пределах (примерно) от 5 до 50 мкм осажденной воды. Над полярными шапками оно иногда падает до долей мкм, в низких же широтах временами достигает 100 мкм [13–17]. Содержание O_3 в низких широтах по данным измерений на УФ-спектрометрах КА "Маринер-6,7,9" было ниже порога чувствительности, равного 3 мкм-атм ($1 \text{ мкм-атм} = 2,687 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$), а в полярных областях изменялось в пределах от 3 до 15 мкм-атм, достигая иногда 60 мкм-атм [18, 19]. В то же время, согласно аналогичным измерениям на КА "Марс-5", в низких широтах содержание O_3 оказалось не менее 3 мкм-атм, и максимум озонного слоя был расположен примерно на 40 км [20]. Концентрация атомарного водорода на высотах 200–250 км (измеренная по свечению атмосферы в линии L_α водорода 1216 \AA) составила $n_H = (2-3) \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ [21–24]. По эмиссиям атмосферы Марса в линиях атомарного кислорода было найдено, что на высоте 135 км (вблизи ионосферного максимума) концентрация O по отношению к концентрации CO_2 $n_O = (0,5 \div 3) \% n_{CO_2}$ [25–28]. По эмиссиям в полосах CO была сделана оценка для той же высоты $n_{CO} = (0,3 \div 1) \% n_{CO_2}$ [26].

Были предприняты многочисленные попытки согласовать различные экспериментальные данные в рамках теоретических моделей и определить высотный ход атмосферных компонент — в частности, объяснить факт преобладания до больших высот CO_2 при наличии его быстрой фотодиссоциации и медленной ассоциации CO и O [29–32]. К сожалению, эти модели не свободны от ряда серьезных допущений и нуждаются в дальнейших уточнениях.

Мы рассмотрим здесь модель средних глобальных распределений атмосферных компонент на Марсе от поверхности до высоты 250 км, учитывая комплекс химических реакций с уточненными константами, процессы молекулярного и турбулентного обмена, а также термический режим верхней атмосферы. Модель, основанная на [33, 34], позволяет оценить возможные (в первую очередь — долгопериодические) вариации концентраций атмосферных компонент на разных высотах в зависимости от различных факторов (температура, влажность, турбулентность) и уточнить относительную роль процессов, определяющих состав атмосферы Марса.

7.3.1. Постановка задачи. Для описания пространственных распределений и временных вариаций химического состава используем уравнения (4.4.9). Поскольку состав связан с тепловым режимом и движениями в атмосфере, строгое рассмотрение требует совместного решения полной системы гидродинамических уравнений (4.4.7) – (4.4.11). Однако, принимая во внимание то обстоятельство, что доминирующая составляющая атмосферы Марса CO_2 преобладает до больших высот, можно сначала рассчитать температуру и гидродинамическую скорость для атмосферы из CO_2 (как это было сделано в [33, 34]), а затем решать систему уравнений диффузии для компонент.

Оценка характерных времен различных процессов, определяющих состав атмосферы планеты, показывает, что на распределения компонент по высоте $n_\alpha(z)$ в основном оказывают влияние более медленные процессы переноса по вертикали, тогда как быстрый перенос по горизонтали (следствие квазигоризонтальности атмосферных движений) уменьшает суточные

вариации. Тем самым, можно пренебречь производными по горизонтали в дивергентном члене и, таким образом, свести задачу к пространственно-одномерной, переписав уравнения (4.4.9)–(4.4.10) в следующем упрощенном виде:

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[-\mathcal{D}_\alpha n_\alpha \left(\frac{\partial \ln n_\alpha}{\partial z} + \frac{M_\alpha g}{R_0 T} + (1 + \alpha_\alpha) \frac{\partial \ln T}{\partial z} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[-\mathcal{D}_T n_\alpha \left(\frac{\partial \ln n_\alpha}{\partial z} + \frac{\bar{M} g}{R_0 T} + \frac{\partial \ln T}{\partial z} \right) \right] = P_\alpha - L_\alpha^* \equiv f_\alpha. \quad (7.3.1)$$

Здесь \mathcal{D}_α — коэффициент молекулярной диффузии частиц сорта α ; α_α — фактор термодиффузии (существенный лишь для водорода, $\alpha_H = -0,38$); P_α и L_α^* — скорости появления и исчезновения частиц компоненты α в фотохимических и химических реакциях.

Объемную скорость фотодиссоциации молекул сорта α по аналогии с (3.2.17а) или (6.1.4) запишем в виде

$$L_i^* = n_i \int \frac{q_{R\lambda}(\infty)}{h\nu} \sigma_i^{\text{dis}} \exp \left[- \int_z^\infty \sum_\alpha \sigma_\alpha n_\alpha \sec \theta_\alpha dz' \right] d\lambda = n_i L_i, \quad (7.3.2)$$

где $q_{R\lambda}(\infty)$ — спектральный поток солнечного ультрафиолета на границе атмосферы, значения которого брались из [35] для $\lambda < 1000 \text{ \AA}$ и из [36] — для больших λ ; σ_i — сечение поглощения i -ми молекулами; σ_i^{dis} — сечение фотодиссоциации ($\sigma_i^{\text{dis}} = \sigma_i$ при $\lambda \geq 1000 \text{ \AA}$ и $\sigma_i - \sigma_i^{\text{ion}}$ при $\lambda \leq 1000 \text{ \AA}$); σ_i^{ion} сечение ионизации. Значения σ_{CO_2} взяты из [37–39], σ_{O_2} — [36, 40, 41], σ_{O_3} — [36], $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ — [41а, 42], $\sigma_{\text{H}_2\text{O}_2}$ — [43] и σ_{NO_2} — [44]. Сечение ослабления излучения углекислым газом σ_{CO_2} быстро уменьшается с длиной волны λ вплоть до $\lambda \approx 2050 \text{ \AA}$, а при больших λ — гораздо медленнее. Объясняется это [38] тем, что к сечению поглощения фотонов в процессе фотодиссоциации добавляется сечение рэлеевского рассеяния. Поэтому при расчетах фотолиза CO_2 интегрирование проводилось в интервале $\lambda \leq 2050 \text{ \AA}$. Заметим, что если отнести все сечение ослабления только за счет фотодиссоциации, то скорость фотолиза у поверхности Марса будет примерно на порядок большей.

При расчете L_{CO_2} , L_{O_2} , $L_{\text{H}_2\text{O}}$ в указанном спектральном интервале в сумме, входящей в показатель экспоненты в формуле (7.3.2), существен лишь член, учитывающий CO_2 (ввиду его преобладания), а интеграл замещается на $N_{\text{CO}_2} = n_{\text{CO}_2}(z) H_{\text{CO}_2}(z) \sec \theta_\alpha$ (так как CO_2 распределен по барометрической формуле, см. § 6.1). Таким образом, члены в показателе экспоненты оказываются функциями N_{CO_2} числа молекул CO_2 в столбе. Эти функции можно рассчитать заранее, избавившись от интегрирования по λ и по z на каждом шаге расчетов. С другой стороны, при расчете L_{O_2} , $L_{\text{H}_2\text{O}_2}$, L_{NO_2} (в спектральном интервале $\lambda \geq 2000 \text{ \AA}$, где сечения этих компонент намного больше сечения CO_2 и сравнимы между собой) все они входят в сумму в показателе экспоненты; к тому же распределения этих компонент отличаются от барометрической формулы (2.2.126); поэтому для этих членов приходится проводить интегрирование как по z , так и по λ .

Таблица 7.3.1

Номер	Реакция	Скорость	Ссылка *)
1.	$\text{CO}_2 + h\nu(40-2062) \rightarrow \text{CO} + \text{O}$	$L_\infty = 3,62 \cdot 10^{-7}$	[37, 38, 39]
2.	$\text{O}_2 + h\nu(40-2062) \rightarrow \text{O} + \text{O}$	$2 \cdot 10^{-6}$	[36, 40, 41]
3.	$\text{O}_3 + h\nu(2000-3600) \rightarrow$ $\rightarrow \text{O}(^1D) + \text{O}_2$	$4,12 \cdot 10^{-3}$	[36]
4.	$\text{H}_2\text{O} + h\nu(1515-2000) \rightarrow$ $\rightarrow \text{OH} + \text{H}$	$2,06 \cdot 10^{-6}$	[42]
5.	$\text{H}_2\text{O}_2 + h\nu(2000-3600) \rightarrow \text{OH} + \text{OH}$	$7,41 \cdot 10^{-5}$	[43]
6.	$\text{HO}_2 + h\nu(2000-3600) \rightarrow \text{O} + \text{OH}$	$5,65 \cdot 10^{-4}$	[44]
7.	$\text{CO} + \text{O} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{CO}_2$	$1,01 \cdot 10^{-32} \exp(-2190/T)$	[45, 46]
8.	$\text{CO} + \text{O} \rightarrow \text{CO}_2 + h\nu$	$6,64 \cdot 10^{-18} \exp(-1850/T)$	[47]
9.	$\text{CO} + \text{OH} \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}$	$2,1 \cdot 10^{-13} \exp(-116/T)$	[48]
10.	$\text{O} + \text{O} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{O}_2 + \text{CO}_2$	$3 \cdot 10^{-33} \cdot (T/300)^{-2,9}$	[49, 50]
11.	$\text{O} + \text{O}_2 + \text{CO}_2 \rightarrow \text{O}_3 + \text{CO}_2$	$1,4 \cdot 10^{-33} \cdot (T/300)^{-2,5}$	[49, 50]
12.	$\text{O} + \text{O}_3 \rightarrow 2\text{O}_2$	$2 \cdot 10^{-11} \exp(-2280/T)$	[51]
13.	$\text{O} + \text{H}_2 \rightarrow \text{OH} + \text{H}$	$7 \cdot 10^{-11} \exp(-5000/T)$	[50]
14.	$\text{O} + \text{OH} \rightarrow \text{O}_2 + \text{H}$	$4 \cdot 10^{-11}$	[52, 53]
15.	$\text{O} + \text{HO}_2 \rightarrow \text{OH} + \text{O}_2$	$8 \cdot 10^{-11} \exp(-500/T)$	[54]
16.	$\text{O} + \text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{O}_2$	$2,3 \cdot 10^{-11} \exp(-3200/T)$	[55]
17.	$\text{O} + \text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{OH} + \text{HO}_2$	$2,3 \cdot 10^{-11} \exp(-3200/T)$	[55]
18.	$\text{O}(^1D) + \text{CO}_2 \rightarrow \text{O}(^3P) + \text{CO}_2$	$1,8 \cdot 10^{-10}$	[56]
19.	$\text{O}(^1D) + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{OH}$	$3 \cdot 10^{-10}$	[57, 58]
20.	$\text{O}(^1D) + \text{H}_2 \rightarrow \text{OH} + \text{H}$	$3 \cdot 10^{-10}$	[57, 58]
21.	$\text{H} + \text{HO}_2 \rightarrow 2\text{OH}$	$4,2 \cdot 10^{-10} \exp(-950/T)$	[54]
22.	$\text{H} + \text{HO}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{O}$	$8,3 \cdot 10^{-11} \exp(-500/T)$	[54]
23.	$\text{H} + \text{HO}_2 \rightarrow \text{H}_2 + \text{O}_2$	$4,2 \cdot 10^{-11} \exp(-350/T)$	[54]
24.	$\text{H} + \text{O}_2 + \text{CO}_2 \rightarrow \text{HO}_2 + \text{CO}_2$	$2 \cdot 10^{-21} (T/273)^{-1,3}$	[59]
25.	$\text{H} + \text{H} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{H}_2 + \text{CO}_2$	$1 \cdot 10^{-32} (T/273)^{-0,7}$	[50]
26.	$\text{H} + \text{O}_3 \rightarrow \text{OH} + \text{O}_2$	$2,6 \cdot 10^{-11}$	[60]
27.	$\text{OH} + \text{OH} \rightarrow \text{H}_2 + \text{O}$	$1 \cdot 10^{-11} \exp(-550/T)$	[52]
28.	$\text{OH} + \text{H}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{H}$	$3,6 \cdot 10^{-11} \exp(-2590/T)$	[52]
29.	$\text{OH} + \text{O}_3 \rightarrow \text{HO}_2 + \text{O}_2$	$1,3 \cdot 10^{-12} \exp(-956/T)$	[61]
30.	$\text{OH} + \text{HO}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{O}_2$	$8,3 \cdot 10^{-11} \exp(-500/T)$	[54]
31.	$\text{OH} + \text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{HO}_2$	$4,1 \cdot 10^{-11} T^{1/2} \exp(-600/T)$	[62]
32.	$\text{HO}_2 + \text{HO}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O}_2 + \text{O}_2$	$1,7 \cdot 10^{-11} \exp(-500/T)$	[54]
33.	$\text{H} + \text{OH} \rightarrow \text{H}_2 + \text{O}$	$3 \cdot 10^{-11} \exp(-4000/T)$	[50]
34.	$\text{CO}_2^+ + \text{H}_2 \rightarrow \text{CO}_2\text{H}^+ + \text{H}$	$1,4 \cdot 10^{-9}$	[32]
35.	$\text{CO}_2\text{H}^+ + e \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}$	$3,5 \cdot 10^{-7}$	[32]

*) Для L_I — ссылка на источник, откуда взяты σ_I для расчета L_I ; L_∞ — значения L_I на границе атмосферы Марса.

Для нахождения средних глобальных распределений $n_\alpha(z)$ задавались среднесуточные профили $T(z)$ по данным [3, 33], а средние величины скоростей фотодиссоциации рассчитывались согласно (6.1.9) при $\theta_\infty = 60^\circ$: $\bar{L}_I = \frac{1}{2} L_I$. Найденные таким образом средние распределения $n_\alpha(z)$ близки к условиям вблизи терминатора в средних широтах.

В модель включены 12 нейтральных компонент: CO_2 , O_2 , CO , O_3 , $\text{O}(^3P)$, $\text{O}(^1D)$, H , H_2 , H_2O , OH , HO_2 , H_2O_2 , а также ионы CO_2^+ , CO_2H^+ . При этом

для 11 компонент решалась система уравнений (7.3.1), а концентрация CO_2 находилась по барометрической формуле (2.2.126), начиная с $z = 0$. Концентрация CO_2^* принималась близкой к эмпирическим профилям, измеренным на КА "Викинг" [12].

Принятая система реакций и соответствующие коэффициенты скоростей K_s с учетом их температурной зависимости приведены в табл. 7.3.1 [45–62]. Реакции (34, 35) с участием ионов даны в связи с тем, что они существенно влияют на концентрацию нейтрального водорода n_H на высотах, больших ~ 100 км.

Для расчета диффузионных потоков в многокомпонентной смеси необходимо использовать в общем случае соотношения Стефана — Максвелла (2.2.112) или (4.1.19). Однако преобладание CO_2 в атмосфере Марса позволяет использовать приближение малой компоненты, при котором эти соотношения принимают форму закона Фика (см. п. 4.1.4), с эффективным коэффициентом молекулярной диффузии \mathcal{D}_α частиц сорта α в CO_2 . Численные значения \mathcal{D}_α для большинства входящих в расчет компонент были взяты из экспериментальных данных [65, 66], а в случаях, когда такие данные отсутствовали, рассчитывались по формулам кинетической теории газов, приведенным в § 2.2 (см. также [63, 64]). Коэффициент турбулентного обмена \mathcal{D}_T задавался в виде линейной зависимости $\lg \mathcal{D}_T$ от высоты, причем у поверхности планеты принималось значение $\mathcal{D}_{T0} = 10^5 \div 10^6 \text{ см}^2/\text{с}$ [68, 69], а вблизи гомопаузы, варьируемой по высоте в

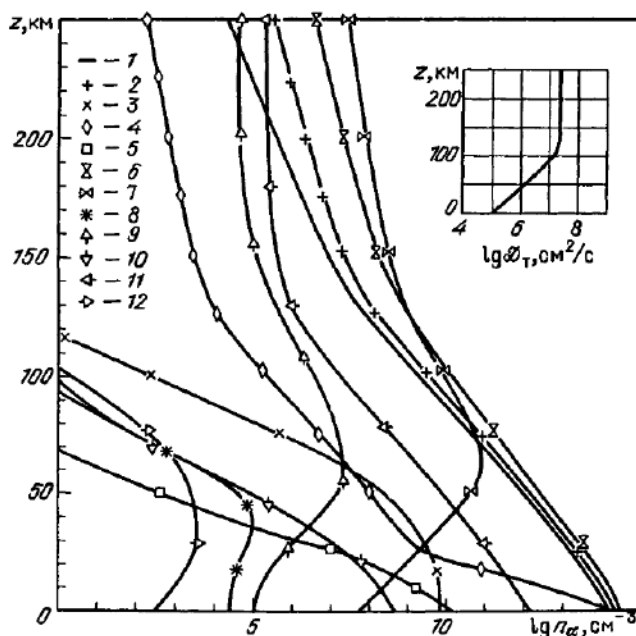


Рис. 7.3.1. Распределение концентраций компонент атмосферы Марса — основной вариант (№ 1 в табл. 7.3.2). Обозначения: 1 — $[\text{CO}_2] \cdot 10^{-3}$; 2 — $[\text{O}_2]$; 3 — $[\text{O}_3]$; 4 — $[\text{H}_2\text{O}]$; 5 — $[\text{H}_2\text{O}_2]$; 6 — $[\text{CO}]$; 7 — $[\text{O}]$; 8 — $[\text{OH}]$; 9 — $[\text{H}]$; 10 — $[\text{HO}_2]$; 11 — $[\text{H}_2]$; 12 — $[\text{O}(^1D)] \cdot 10^3$.

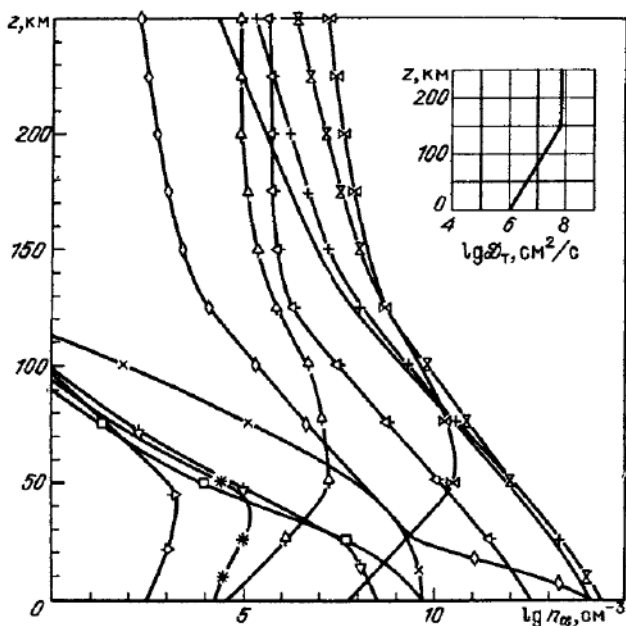


Рис. 7.3.2. То же, что на рис. 7.3.1, но при максимальной турбулентности (вариант № 2 в табл. 7.3.2)

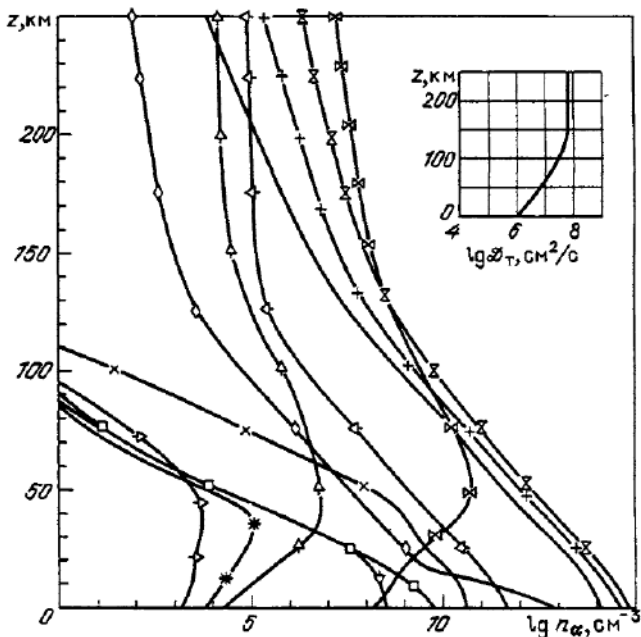


Рис. 7.3.3. То же, что на рис. 7.3.1, но при максимальной влажности — $N_{\text{H}_2\text{O}} = 0,6$ мкм осажженной $[\text{H}_2\text{O}]$ (вариант № 4 в табл. 7.3.2)

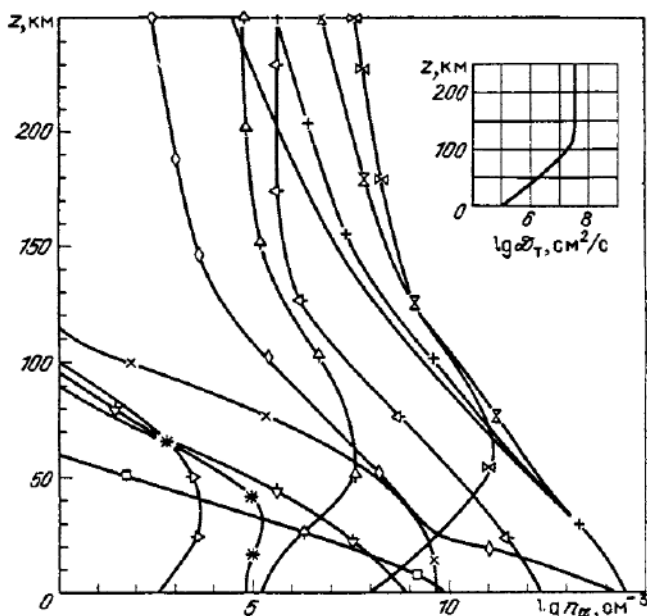


Рис. 7.3.4. То же, что на рис. 7.3.1, но при средних дневных скоростях фотодиссоциации O_3 , H_2O_2 и HO_2 (вариант № 11 в табл. 7.3.2)

пределах $z_1 = 120 \div 140$ км, $\mathcal{D}_{T1} \approx 9 \cdot 10^6 \div 8 \cdot 10^7$ см²/с (см. рис. 7.3.1–7.3.4 и табл. 7.3.2)

При расчетах брались следующие граничные условия. На нижней границе (поверхность планеты, $z = 0$) задавалось отсутствие диффузионных потоков для всех компонент, кроме H_2O , а для паров воды принимались различные значения $n_{H_2O}(0)$ при изменении влажности от 0,6 до 70 мкм осажденной воды [16, 17]. На верхней границе ($z = 250$ км) задавалось условие диффузионного равновесия для всех компонент кроме H , H_2 и O . Для H и H_2 уходящий поток частиц за счет термической диссоциации брался согласно формуле Джинса:

$$J_{H, H_2}(250) = \Phi_{H, H_2}(z_{эк}) = \left(\frac{kT}{2\pi m} \right)^{1/2} (1 + X_{эк}) \exp(-X_{эк}) n_{H, H_2}, \quad (7.3.3)$$

где $X = (R_{пл} + z)/H_{H, H_2}$; индекс "эк" соответствует экзобазе. Поток для кислорода принимался равным половине уходящего потока атомарного водорода, т.е. $\Phi_O = \frac{1}{2}(\Phi_H + 2\Phi_{H_2})$, что отвечает предположению о наличии нетермического убегания O в результате того, что при реакциях диссоциативной рекомбинации $CO_2^+ + e \rightarrow CO + O$ и $O_2^+ + e \rightarrow O + O$ атомы O получают скорость, большую критической [30, 70]. Приближенные оценки количества атомов, рождающихся в реакциях диссоциативной рекомбинации со скоростями, большими критической, также дают близкую величину Φ_O .

Начальные условия для n_{CO} и n_{O_2} выбирались по эмпирическим данным с учетом следующих соображений. Последовательность элементарных про-

Таблица 7.3.2

Характеристика	Номер варианта						
	1	2	3	4	5	6	7
T_{∞}, K	322	322	322	359	262	322	322
$D_{T1}, 10^{-7} \text{ см}^2/\text{с}$	3,0	8,0	0,9	8,0	8,0	8,0	8,0
$D_{T0}, 10^{-6} \text{ см}^2/\text{с}$	0,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$N_{H_2O}, \text{ мкм}$	15	15	15	15	15	0,6	3,3
$N_{O_2} \cdot 10^{-20}, \text{ см}^{-2}$	3,13	2,43	2,52	2,43	2,43	4,82	3,47
$(N_{O_2}/N_{CO_2}) \cdot 10^3$	1,5	1,2	1,2	1,2	1,2	2,7	1,8
$N_{CO_2} \cdot 10^{-20}, \text{ см}^{-2}$	4,16	2,74	2,91	2,74	2,74	7,59	4,85
$(N_{CO}/N_{CO_2}) \cdot 10^3$	2,2	1,3	1,4	1,3	1,3	4,2	2,5
$N_{O_2}, \text{ мкм-атм}$	7,1	4,7	4,7	4,7	4,7	21	8,8
$([O]_{140}/[CO_2]_{140}) \cdot 10^2$	2,3	1,3	6,3	1,3	1,3	2,5	1,6
$([CO]_{140}/[CO_2]_{140}) \cdot 10^2$	1,8	1,1	3,2	1,1	1,1	2,0	1,4
$[H]_{250} \cdot 10^4, \text{ см}^{-3}$	3,7	7,9	9,1	4,7	23	1,4	3,7
$[H_2]_{250} \cdot 10^5, \text{ см}^{-3}$	2,4	5,2	5,5	4,1	6,7	0,89	2,5
$[H_2]_0 \cdot 10^{12}, \text{ см}^{-3}$	1,6	3,7	3,4	3,7	3,7	0,62	1,7
$[O_3]_0 \cdot 10^9, \text{ см}^{-3}$	6,5	5,0	5,1	5,0	5,0	54,0	15,0
$[HO_2]_0 \cdot 10^8, \text{ см}^{-3}$	4,7	3,8	3,9	3,8	3,8	3,0	3,4
$[H_2O_2]_0 \cdot 10^9, \text{ см}^{-3}$	12	6,1	6,5	6,1	6,1	4,6	5,6
$[O]_{\max} \cdot 10^{10}, \text{ см}^{-3}$	9,7	4,7	7,5	4,7	4,7	5,3	4,6
$[OH]_{\max} \cdot 10^5, \text{ см}^{-3}$	1,1	2,0	1,7	2,0	2,0	1,5	1,8
$[O(^1D)]_{\max}, \text{ см}^{-3}$	3,1	2,1	2,2	2,1	2,1	3,3	3,4
N_{CO}/N_{O_2}	1,3	1,1	1,2	1,1	1,1	1,6	1,4
$N_{CO}/(2N_{O_2} + A)$	1,00	1,00	0,997	1,00	1,00	1,01	1,01

цессов для преобладающих компонент атмосферы Марса можно записать в виде $2CO_2 \rightleftharpoons 2CO + O_2$ (брутто-реакция). Другими словами, на каждую молекулу O_2 рождаются или гибнут две молекулы CO , и значит, $\Delta N_{CO} \approx \approx 2\Delta N_{O_2}$, или $N_{CO} \approx 2N_{O_2} + A$, где A — константа*).

Если бы в начальный момент атмосфера Марса состояла из чистого CO_2 ($A = 0$), то мы имели бы $N_{CO}/N_{O_2} \approx 2$. Однако, как показывают результаты экспериментов, реально величина этого отношения лежит в пределах $0,5 \div 1$. Поэтому в качестве начальных условий были выбраны профили CO и O_2 , которым отвечает некоторый избыток атомов O , так что константа $A = -2,12 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-2}$. В этом случае при $N_{CO} = 2,12 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-2}$ получается $N_{O_2} = 2,12 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-2}$ и $N_{CO}/N_{O_2} = 1$, что близко к экспериментальным данным. Расчеты показали, что во всех вариантах модели с хорошей точностью отношение $N_{CO}/(2N_{O_2} + A) \approx 1$ (отклонения не превышают 4 %, см. табл. 7.3.2). Это свидетельствует о том, что, во-первых, указанное различие в притоке и стоке H_2O не приводит к

*) Несколько точнее выполняется (локально) соотношение $2\Delta C = \Delta O$, что можно проверить, расписав это равенство в виде

$$2f_{O_2} + 3f_{O_3} + f_{H_2O} + 2f_{H_2O_2} + f_O + f_{OH} + f_{O(^1D)} + 2f_{HO_2} - f_{CO} = 0$$

и подставляя выражения для $f_\alpha = P_\alpha - n_\alpha L_\alpha$. Однако и это равенство нарушается (интегрально) за счет различия между количеством атомов O , покидающих атмосферу. Именно за счет этого в атмосфере Марса накапливается избыток O_2 , описываемый константой A .

8	9	10	11	12	Модель [32]	Экспериментальные данные
322	322	322	322	322	320	
8,0	8,0	8,0	3,0	40,0	40,0	
1,0	1,0	1,0	0,1	40,0	40,0	
35	70	70	15	15	15	
1,75	1,53	1,53	2,12	1,23		
0,92	0,8	0,8	1,0	0,6	1,3	0,35–3,0
1,41	0,982	0,978	2,14	0,336		
0,73	0,5	0,5	1,0	0,16	1,6	0,4–3,0
4,7	4,2	4,2	3,4	5,2	2,2	До 60
2,0	2,0	2,0	2,3	0,072	0,5	0,5–3,0
1,3	1,2	1,2	1,6	0,085	0,56	0,3–1,0
9,5	11	6,4	4,7	2,5	3,1	2,0–3,0
6,1	7,3	15	3,0	2,6	1,4	
4,3	5,1	5,5	2,0	3,9	2,2	
5,6	4,1	4,1	2,9	14	5,0	
5,1	5,8	5,8	4,7	2,3	2,5	
8,9	12	12	5,7	1,0	1,4	
4,7	4,7	5,1	10	0,17	0,16	
3,9	3,7	3,8	1,3	7,3	15	
1,7	1,5	1,8	3,0	0,88		
0,8	0,63	0,63	1,0	0,27	1,2	
1,02	1,04	1,04	1,01	0,988		

существенному накоплению O_2 в атмосфере Марса и, во-вторых, вычислительная схема консервативна.

7.3.2. Численный метод. Для численного решения исходная система уравнений (7.3.1) переписывалась в виде

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[(\mathcal{D}_\alpha + \mathcal{D}_T) y_\alpha \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{n_\alpha}{y_\alpha} \right) \right] + f_\alpha, \quad (7.3.4)$$

где $y_\alpha(z)$ — стационарное решение краевой задачи с нулевыми потоками на границе, произвольными начальными условиями и нулевыми P_α и L_α :

$$y_\alpha(z) = C \exp \left\{ - \int_0^z \left[\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\mathcal{D}_\alpha \bar{H} + \mathcal{D}_T H_\alpha}{H_\alpha \bar{H} (\mathcal{D}_\alpha + \mathcal{D}_T)} \right] dz' \right\}. \quad (7.3.5)$$

Константа C определяется выбранными начальными условиями. Выражение (7.3.5) представляет обобщение барометрической формулы для α -й компоненты. Уравнение баланса масс в виде (7.3.4) позволяет выделить экспоненциальную зависимость концентрации от высоты, что значительно улучшает разностную аппроксимацию исходной системы дифференциальных уравнений, так как многие компоненты атмосферы Марса распределены по барометрическим формулам (O_2 , H_2O , CO , H_2 — во всем интервале высот, N и O — в верхнем слое атмосферы).

На примере решения данной задачи конкретизируется вычислительный алгоритм и его численная реализация, описанные в § 6.3. Стационарное

решение ищется методом установления. Дифференциальные уравнения заменяются разностными на неравномерной по высоте (со сгущением внизу) сетке. В большинстве расчетов использовалась следующая сетка: $z_i = 0; 0,1; 0,3; 0,9; 2,7; 6,4; 12,5; 18,7; 25; 39; 47; 60; 74; 91,2; 105; 120; 140; 160; 200; 250$ км. Такое сгущение точек делается для улучшения аппроксимации системы диффузионных уравнений разностными при заданном числе точек и для уменьшения возможной ошибки за счет плохой аппроксимации нижнего граничного условия (нулевой поток).

Используется неявная, консервативная разностная схема второго порядка точности по z : диффузионный член расписывается по трем точкам в соответствии с [71], а нелинейные члены линеаризуются в средней точке и на каждом временном шаге уточняются итерациями по методу Ньютона. Решение линейных уравнений на каждой итерации осуществляется совместно методом исключения Гаусса; тогда разностная схема имеет вид

$$\frac{n_{\alpha, m}^{p+1} - n_{\alpha, m}^p}{\Delta t} + \frac{J_{\alpha, m+1/2}^{p+1} - J_{\alpha, m-1/2}^{p+1}}{\Delta z_m} =$$

$$= f_{\alpha, m}^{p+1} + \sum_{\beta} \left[\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial n_{\beta}} \right]_m^{p+1} (n_{\rho, m}^{p+1} - n_{\rho, m}^p).$$

Здесь $\{z_m, m = 0, 1, \dots, N; z_0 = 0; z_N = 250 \text{ км}; \Delta z_m = z_m - z_{m-1}\}$ — неравномерная сетка; m — номер точки по высоте; Δz_m шаг по высоте; ν — номер шага по времени; Δt шаг по времени; p — номер итерации по нелинейности; α — номер компоненты; $z_{m-1/2} = z_m - 0,5 \Delta z_m$; $z_{m+1/2} = z_m + 0,5 \Delta z_{m+1}$; $\bar{z}_m = 0,5(\Delta z_m + \Delta z_{m+1})$; $a_{m+1/2} = [(D_{\alpha} + D_T) y_{\alpha}]_{m+1/2}$; $a_{m-1/2} = [(D_{\alpha} + D_T) y_{\alpha}]_{m-1/2}$; $J_{\alpha, m+1/2} = -a_{m+1/2} \left\{ \left[\frac{n_{\alpha}}{y_{\alpha}} \right]_{m+1} - \left[\frac{n_{\alpha}}{y_{\alpha}} \right]_m \right\} / \Delta z_{m+1}$; $J_{\alpha, m-1/2} = -a_{m-1/2} \left\{ \left[\frac{n_{\alpha}}{y_{\alpha}} \right]_m - \left[\frac{n_{\alpha}}{y_{\alpha}} \right]_{m-1} \right\} / \Delta z_m$.

Чтобы получить консервативную разностную схему, нужно соответствующим образом записать разностные выражения для диффузионных потоков на границах. Следующие выражения обеспечивают консервативность схемы:

$J_{\alpha, N-1/2} = 0$ — на верхней границе, $J_{\alpha, 1/2} = 0$ — на нижней границе,

$J_{H, N-1/2} = \Phi_H(z_{\text{эк}})$, $J_{H_2, N-1/2} = \Phi_{H_2}(z_{\text{эк}})$,

$J_{O, N-1/2} = \frac{1}{2} \Phi_H(z_{\text{эк}}) + \Phi_{H_2}(z_{\text{эк}})$.

Граничное условие для H_2O на нижней границе записывается в виде $n_{H_2O, 0} = c_1$, где c_1 — заданная концентрация.

Ввиду большого разброса характерных времен ($\tau_{\text{ch}} = (\partial f_{\alpha} / \partial n_{\alpha})^{-1} = 10^{-8} \div 10^{10}$ с, $\tau_{\text{dif}} = 10^2 \div 10^7$ с) линейная разностная система уравне-

ний, аппроксимирующая систему дифференциальных уравнений, является плохо обусловленной. Это приводит к росту ошибок округления с ростом Δt . Поэтому на больших временах ($\geq 10^7$ с) приходится вести счет с двойной точностью на языке Фортран (БЭСМ-6) при двадцати четырех десятичных разрядах. Поскольку число требуемых операций для решения системы уравнений по методу Гаусса пропорционально кубу числа уравнений, многокомпонентность задачи приводит к дополнительным трудностям.

Преодолеть эти трудности помогает следующая вычислительная процедура, повторяющая в некоторых чертах схему расчетов модели ионосферы Венеры (§ 7.4).

1. От начальных условий делается шаг по времени $\Delta t \approx 0,1$ с; если итерации сходятся, Δt увеличивается в 1,5 раза; если итерации не сходятся (так как на данном Δt происходят резкие изменения n_α), шаг уменьшается в три раза; эти вычисления ведутся на грубой сетке — 10 точек по высоте.

2. При появлении больших ошибок округления, которые проявляются в том, что, хотя на данном Δt концентрации n_α меняются мало (это проверяется интегрированием на отрезке времени Δt с меньшим шагом Δt_1), итерации тем не менее не сходятся — "болтаются" значащие цифры n_α , вычисления продолжаются с двойной точностью (за счет этого на БЭСМ-6 скорость счета уменьшается в 4–5 раз). Вычисления также продолжаютс я на грубой сетке.

3. После получения стационарного решения на грубой сетке число точек увеличивается до получения необходимой точности (обычно оказывается достаточным 21 точки для получения 5 %-й точности).

Получение стационарного решения при такой организации вычислений занимает около часа. После этого варьируются T , N_{H_2O} , D_T ; время решения для различных вариантов составляет около 6 мин.

Заметим, что данный численный метод практически пригоден для решения задач с большим числом компонент и к тому же не связан с конкретными механизмами химических и диффузионных процессов; поэтому он является достаточно общим. В отдельных случаях, когда возможно учесть дополнительно специфику процессов (например, при использовании покомпонентного расщепления химических процессов и коррекции решения при помощи рассмотрения групп активных компонент, таких, что концентрация этих групп медленно меняется во времени [73, 74], либо при использовании расщепления по физическим процессам, когда диффузионные и химические процессы могут быть рассмотрены независимо, — после чего диффузионные уравнения расщепляются покомпонентно и решаются последовательными скалярными прогонками, а уравнения химической кинетики решаются совместно [72]) численный метод может оказаться несколько более экономичным.

7.3.3. Результаты расчетов. Рассмотрим, следуя [33], некоторые основные варианты модели. Концентрации $n_\alpha(z)$ представлены на рис. 7.3.1–7.3.4 и, кроме того, приведены в табл. 7.3.2, где они сопоставляются с имеющимися экспериментальными данными. Как видим, долгоживущие компоненты (CO_2 , CO , O_2 , H_2 , H_2O) распределены по высоте по барометрической формуле, причем в гомосфере шкала высот H_α у

всех этих компонент одинакова и равна \bar{H} , а в гетеросфере — различна; у водяного пара в тропосфере H_{H_2O} определяется кривой насыщения и примерно равна 2 км, что значительно меньше \bar{H} . У остальных короткоживущих компонент профили более сложные, причем профили $O(^3P)$, $O(^1D)$, H и OH имеют максимумы на высотах 40 — 60 км, тогда как профили O_3 , H_2O_2 и HO_2 имеют максимальные концентрации у поверхности планеты; $[CO_2]$ сравнивается с $[O]$ на $z \approx 250$ км (в основном варианте).

Сравним характеристики предложенной модели с экспериментальными данными. Как видно из табл. 7.3.2, содержания O_2 и CO в большинстве вариантов модели лежат в пределах разброса экспериментальных данных, за исключением варианта с малой влажностью (0,6 мкм осажденной воды), который дает несколько большие значения. Относительные концентрации $[O]/[CO_2]$ и $[CO]/[CO_2]$ в ионосферном максимуме также лежат в пределах разброса экспериментальных данных, за исключением варианта с минимальным коэффициентом турбулентного обмена ($\mathcal{D}_{T1} = 9 \cdot 10^6 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$), который дает в несколько раз большие значения. Тем не менее, варианты с такими и даже меньшими значениями \mathcal{D}_T могут оказаться вполне реальными [77, 78].

Концентрации атомарного водорода на верхней границе при повышении температуры T_∞ и уменьшении влажности приближаются к экспериментальным значениям $[H]_{250} = (2 \div 3) \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$, но в большинстве вариантов в несколько раз эти значения превышают. Лучше всего удовлетворяет экспериментальным данным основная модель (средняя по \mathcal{D}_T в верхней и минимальная в нижней атмосфере). В этой модели все концентрации лежат в пределах разброса экспериментальных данных, кроме несколько завышенного содержания O_3 (7,4 мкм-атм) и немного завышенной концентрации $[H]_{250} = 3,7 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$.

Содержания озона в предложенной модели изменяются от 21 мкм-атм при малой влажности (соответствующей 0,6 мкм осажденной воды) до 4,7 мкм-атм O_3 при 15 мкм (и более) осажденной H_2O (рис. 7.3.5). Эти значения находятся в пределах разброса экспериментальных данных (3 — 60 мкм-атм O_3). Правда, значения при большой влажности (около 5 мкм-атм) несколько выше экспериментальных (≤ 3 мкм-атм), однако полное согласие получается в более теплой тропосфере; последнее вполне

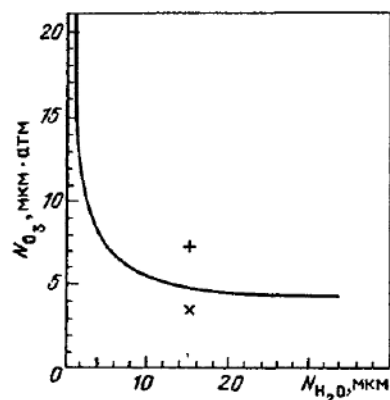


Рис. 7.3.5. Зависимость полного содержания озона от влажности. Сплошная кривая соответствует коэффициенту турбулентного обмена в тропосфере $\mathcal{D}_{T0} = 10^6 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$; "+" — $\mathcal{D}_{T0} = 10^5 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$; "x" — для средней скорости фотодиссоциации O_3 , H_2O_2 и HO_2 при $\mathcal{D}_{T0} = 10^5 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$

реально, так как в низких широтах, где наблюдается большая влажность [16, 17], измерены более высокие температуры $T_0 = 250 \div 270$ К [3, 5, 75], по сравнению с принятым в модели глобальным средним значением у поверхности $T_0 = 220$ К. Содержание озона при повышении температуры повышается за счет обратной температурной зависимости скорости реакции K_{11} .

Вариации коэффициента турбулентного обмена в термосфере в пределах $\mathcal{D}_T = 9 \cdot 10^6 \div 8 \cdot 10^7$ см² · с⁻¹ приводят к заметным вариациям содержаний некоторых компонент (ср. варианты 2 и 3 модели в табл. 7.3.2). Особенно сильно при увеличении \mathcal{D}_T уменьшаются концентрации О и СО (примерно в шесть и три раза соответственно). Очевидно, это происходит в результате увеличения переноса молекул СО₂ вверх, где они подвергаются фотодиссоциации, и переноса СО и О вниз, где они ассоциируют в результате описанных ниже циклов химических реакций. Большей интенсивности турбулентного перемешивания в термосфере соответствуют также меньшие значения концентрации Н на уровне экзобазы.

Еще более существенно влияние турбулентности на состав нижней атмосферы. С уменьшением \mathcal{D}_T растет полное содержание СО, О₂, О₃ и убывает содержание Н₂, а также уменьшаются Н и Н₂ на экзобазе. В рассматриваемой модели наилучшее согласие с экспериментальными данными в тропосфере достигается при $\mathcal{D}_T = 10^5$ см² · с⁻¹.

Исследование влияния на химический состав термосферы вариаций температуры (глобальные средние значения которой могут изменяться от $T_\infty = 262$ при низкой солнечной активности до $T_\infty = 359$ К при высокой [76]) показывает (ср. варианты 4 и 5 модели), что при возрастании T_∞ в указанных пределах концентрации ряда компонент на больших высотах повышаются (например, [СО₂]₂₅₀ увеличивается примерно в пять раз) за счет роста шкалы высот, а концентрации атомарного и молекулярного водорода заметно уменьшаются (соответственно в пять и 1,6 раза) за счет увеличения потока, обусловленного термической диссипацией, влияние которой преобладает над ростом шкалы высот.

Превышение влажности проявляется, как уже отмечалось, в сильном уменьшении содержания озона (рис. 7.3.5). Кроме того, при увеличении влажности от 0,6 до 35 мкм осажденной Н₂О значительно возрастает содержание Н, Н₂ и ОН. Так, концентрации на верхней границе [Н]₂₅₀, [Н₂]₂₅₀ увеличиваются примерно в семь раз, а на нижней границе [ОН]₀ увеличивается в 10 раз. Исследование влияния вариаций ионного состава (в первую очередь, величины [СО₂⁺]) на концентрацию атомарного водорода в термосфере привело к выводу, что так как водород в термосфере рождается в основном в реакциях (34, 35), то при уменьшении [СО₂⁺] в три раза концентрация [Н]₂₅₀ уменьшается вдвое (варианты № 9 и 10).

Модель показывает, что влияние реакции фотодиссоциации преобладает на высотах, больших примерно 50 км, а ниже с ними сравниваются по скоростям химические реакции (рис. 7.3.6). Различие между скоростями рождения и гибели компонент компенсируется диффузионными потоками (ниже 120 — 140 км — за счет турбулентной диффузии), которые, как видно из рис. 7.3.7, переносят: СО и О вниз; О₂ — вверх на высотах, больших 60 км, и вниз на меньших высотах; Н — вверх на высотах больших 105 км, и вниз на меньших высотах; Н₂ — вверх на высотах,

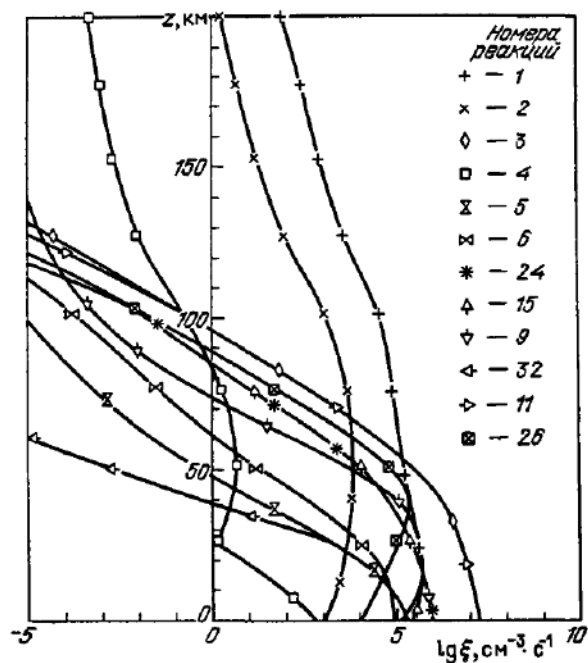


Рис. 7.3.6. Скорости основных реакций из табл. 7.3.1 (вариант № 2 в табл. 7.3.2)

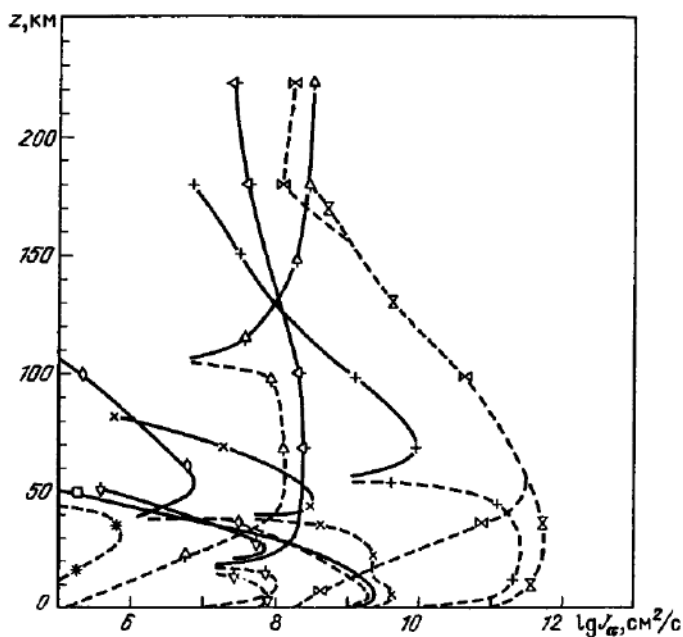


Рис. 7.3.7. Диффузионные потоки (вариант № 2 в табл. 7.3.2). Обозначения те же, что и на рис. 7.3.1 – 7.3.3

больших, примерно, 20 км, и вниз на меньших высотах; O_3 — вверх на высотах, больших 40 км, и вниз на меньших высотах. Подчеркнем также, что несколько из введенных в рассмотрение реакций табл. 7.3.1 оказались несущественными (№ 7, 8, 12, 16, 21, 27, 29, 33) в том смысле, что их вклад в баланс любой компоненты во всем рассматриваемом диапазоне высот меньше 1 %.

В § 7.1 указывалось, что CO_2 в термосфере Марса сохраняется до больших высот. В работах [2, 29–32] были указаны несколько каталитических циклов, помогающих ассоциации CO и O , на основе следующих брутто-реакций: 1) $CO + O \rightarrow CO_2$ (промежуточные: $H + O_2 + M \rightarrow HO_2 + M$; $HO_2 + O \rightarrow OH + O_2$; $CO + OH \rightarrow CO_2 + H$); 2) $2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$ (промежуточные: $H + O_2 + M \rightarrow HO_2 + M$ ($\times 2$); $HO_2 + HO_2 \rightarrow H_2O_2 + O_2$; $H_2O_2 + h\nu \rightarrow 2OH$; $CO + OH \rightarrow CO_2 + H$ ($\times 2$)); 3) $CO + O \rightarrow CO_2$ (промежуточные: $O + O_2 + M \rightarrow O_3 + M$; $O_3 + H \rightarrow OH + O_2$; $CO + OH \rightarrow CO_2 + H$). Об относительной важности этих циклов высказывались противоположные мнения. Рассматриваемая модель показала, что определенную роль играют все три цикла, причем у поверхности во втором цикле может образовываться до 63% молекул OH , в первом — до 35 % и в третьем — около 10%; на высоте несколько км преобладающий вклад дает первый цикл, второй становится пренебрежимо малым; на высоте около 30 км вклад третьего цикла сравнивается с вкладом первого и на больших высотах вплоть до 100 км третий цикл становится преобладающим.

Заметим, что важную роль в химии атмосферы Марса играют возбужденные атомы кислорода $O(^1D)$, несмотря на то, что их концентрация весьма мала (порядка 1 см^{-3}). Эти атомы рождаются при фотодиссоциации O_3 (реакция № 3) со скоростью порядка $1,1 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ и примерно с той же скоростью они гибнут в реакции ударной дезактивации с CO_2 (№ 18); однако примерно $2 \cdot 10^4$ атомов $\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, вступая в реакцию № 19, приводят к эффективной деструкции молекулы воды, а примерно $3,5 \cdot 10^2$ атомов $\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ в результате реакции № 20 — к деструкции молекулы H_2 . В то же время азот, а также NO , обнаруженный в атмосфере Марса ($[NO] \approx 10^7 \text{ см}^{-3}$ на высоте 110 км), не учитываемые в комплексе реакций табл. 7.3.1, вряд ли существенно изменяют картину, хотя следует иметь в виду, что концентрации некоторых малых компонент (например, HO_2) могут несколько уточниться. Кроме того, возможно некоторое влияние NO на ионосферу через реакции $N_2^+ + O \rightarrow NO^+ + N$ и $N_2^+ + NO \rightarrow NO^+ + N_2$, имеющие высокие скорости порядка $10^{-10} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$.

Использованные в расчетах глобальные среднесуточные потоки диссоциирующего излучения могли привести к завышению концентрации короткоживущих компонент. Поэтому был рассчитан вариант (рис. 7.3.4, № 11 в табл. 7.3.2), в котором использовались средние дневные потоки L_{O_3} , $L_{H_2O_2}$, L_{NO_2} (т.е. L_α ($\theta_0 = 60^\circ$)), вдвое большие, чем среднесуточные. В этом варианте получилось близкое к экспериментальному содержание озона ($N_{O_3} = 3,4 \text{ мкм-атм}$). Интересно также, что по сравнению с вариантом № 1 вдвое уменьшалась у поверхности концентрация CO и в 1,5 раза — концентрация O_2 , тогда как в термосфере концентрации всех компонент почти не изменились. Очевидно, это уменьшение произошло вследствие приведенных выше циклов химических реакций. Дальнейшее

уточнение этого фактора возможно лишь в рамках модели, описывающей суточные вариации.

Для сравнения с рассматриваемой моделью результатов модели [32] был дополнительно рассчитан вариант (№ 12 в табл. 7.3.2) с параметрами, близкими к использованным в [32] ($\mathcal{D}_T = 4 \cdot 10^8 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, $N_{\text{H}_2\text{O}} = 15 \text{ мкм}$ осажденной воды, близкие профили $T(z)$, $n_{\text{CO}_2}(z)$). Содержания большинства компонент в обеих моделях оказались в удовлетворительном согласии, в то время как отношения $[\text{O}]_{140}/[\text{CO}_2]_{140}$ и $[\text{CO}]_{140}/[\text{CO}_2]_{140}$ в наших расчетах почти на порядок меньше, а концентрации $[\text{CO}]_0 = 1,65 \cdot 10^{-4} [\text{CO}_2]_0$ и $[\text{O}]_0 = 6 \cdot 10^{-4} [\text{CO}_2]_0$ заметно ниже, чем в [32]. Последнее можно объяснить, в частности, меньшей скоростью фотодиссоциации CO_2 , величина которой в нашей модели $1,7 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}$ (см. рис. 7.3.5).

Наконец, для различных вариантов рассматриваемой модели был сделан приближенный расчет потока убегающих атомов кислорода Φ_{O} , образующихся при диссоциативной рекомбинации ионов O_2^+ и CO_2^+ (более точный расчет возможен лишь при корректном учете распределений концентраций ионов, электронной и ионной температур). Как и следовало ожидать, поток Φ_{O} оказался гораздо менее изменчив, чем поток атомов водорода ($\Phi_{\text{H}} + 2\Phi_{\text{H}_2}$, поскольку первый определяется, в конечном счете, концентрацией основной компоненты CO_2 и скоростью ионообразования, тогда как второй больше зависит от нейтрального состава и его вариаций. В ряде вариантов отношение этих потоков не превышает $\sim 0,2 \div 0,3$, т.е. меньше величины 0,5, принимавшейся раньше. Возможно, по этой причине за длительное время в термосфере Марса мог накопиться определенный "избыток" атомов кислорода.

§ 7.4. Модели термосферы и ионосферы Венеры

Применительно к Венере мы рассмотрим два примера моделирования: один, касающийся крупномасштабной динамики термосферы, и другой, посвященный структуре и химическому составу ионосферы. Первый из этих примеров, основанный на результатах работы [1], является одним из вариантов расчетов планетарной циркуляции верхней атмосферы [2–4] и представляет в известном смысле методический интерес; второй пример, в основу которого положены расчеты [5] с учетом новых экспериментальных данных, полнее отражает современные представления о Венере.

А. Динамика термосферы.

7.4.1. Постановка задачи. Рассмотрим в термосфере планеты тонкий слой газа ($\Delta r \approx 100 \text{ км}$) с отношением характерного вертикального размера (шкала высот) к горизонтальному (радиус планеты) $H/R_{\text{В}} \approx 10^{-2}$. Для описания глобальных процессов в таком тонком слое система гидродинамических уравнений смеси (2.1.35)–(2.1.43) преобразуется так, что уравнение горизонтального движения и уравнение энергии совпадают с соответствующими уравнениями теории пограничного слоя, а уравнение вертикального движения переходит в уравнение квазигидростатики.

С учетом этого можно говорить об использовании "приближения пограничного слоя" с тем радикальным отличием, что плотность и коэффициенты молекулярного переноса меняются по вертикали на несколько порядков [1, 6].

Задача ставилась для двух вариантов модели: а) с невращающейся стратомезосферой и б) со стратомезосферой, вращающейся в низких и средних широтах с периодом 4 земных суток (з.с.) в ту же сторону, что и планета (атмосферная суперротация, см. [7, 8]).

а) Продолжительность солнечных суток на Венере составляют ~ 117 з.с., а характерное время установления теплового баланса и крупномасштабной циркуляции — несколько суток. Поэтому можно пренебречь вращением Венеры и рассмотреть задачу, симметричную относительно оси Венеры — Солнце.

Возьмем сферическую неподвижную систему координат с центром в центре планеты и направим ось $\theta = 0$, $\varphi = 0$ по линии планета — Солнце (θ — широтный угол, φ — долготный угол, отсчитываемый от подсолнечной точки в сторону вращения планеты). В силу осевой симметрии $V_\varphi = 0$ и $\partial/\partial\varphi = 0$. Исходная система уравнений запишется в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (\rho V_r) + \frac{1}{r_0 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \rho V_\theta) = 0, \quad (7.4.1)$$

$$C_v \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r_0} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + p \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r_0 \sin \theta} \frac{\partial (\sin \theta V_\theta)}{\partial \theta} \right) - \\ - \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \mu \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial r} \right)^2 = Q_{ST} - Q_{IR}, \quad (7.4.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r_0} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial V_\theta}{\partial r} \right) = - \frac{1}{r_0} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \quad (7.4.3)$$

$$\partial p / \partial r = - \rho g, \quad (7.4.4)$$

$$p = \rho R_0 T / \mathcal{M}. \quad (7.4.5)$$

Здесь V_r , V_θ — компоненты скорости; Q_{ST} и Q_{IR} — источник и сток тепла, остальные обозначения известны; R_0 — универсальная газовая постоянная.

Поскольку преобладающей компонентой нижней термосферы Венеры является CO_2 [8], примем $\mathcal{M} = 44$. При $\Delta r = 100$ км будем считать $g = 830$ м/с², заменим в уравнениях r на $r_0 = 6150$ км. Положим также $C_v = 6 \cdot 10^6$ эрг/г · град, $\mu = 1,4 \cdot 10^{-4}$ г/см · с, $\lambda = 1,5 \cdot 10^3$ эрг/см · с · град. Ионное трение можно не учитывать, так как из-за отсутствия у Венеры магнитного поля гирочастота ионов много меньше частоты ион-нейтральных столкновений, поэтому скорости ионов и нейтральных частиц заметно не различаются. Влиянием турбулентности пренебрегалось.

б) Предположение о том, что атмосферная суперротация передается в термосферу за счет вязкости, делает задачу пространственно трехмерной, однако и в этом случае, ограничиваясь лишь экваториальной областью, можно вернуться к пространственно двумерной задаче. В той же, что и в варианте а), системе координат будем рассматривать термосферу в плоско-

сти $\theta = 0$. Это достаточно хорошее приближение, так как из симметрии задачи относительно экватора (ввиду малого наклона плоскости экватора к плоскости орбиты Венеры) можно считать $V_\theta = 0$ при $\theta = 0$; кроме того, по аналогии с термосферой Земли [1, 9] можно допустить, что $\partial V_\theta / \partial \theta = 0$. При тех же упрощениях, что и в варианте а), получим систему уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_r)}{\partial r} + r_0^{-1} \frac{\partial(\rho V_\varphi)}{\partial \varphi} = 0, \quad (7.4.1a)$$

$$C_v \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r_0} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + p \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \mu \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right)^2 = Q_{ST} - Q_{IR}, \quad (7.4.2a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r_0} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right) = - \frac{1}{r_0} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (7.4.3a)$$

с добавлением уравнений (7.4.4), (7.4.5), остающихся без изменения.

Источник и сток тепла. Учитывая преобладающее содержание CO_2 в термосфере Венеры, функцию нагревания (3.3.9) с учетом процессов фотодиссоциации и фотоионизации запишем в виде

$$Q_{ST}(r) = \int_{30}^{902\text{Å}} \epsilon_I q_R(\lambda, r) n \sigma^{\text{ion}}(\lambda) d\lambda + \int_{600}^{2000\text{Å}} \epsilon_D q_R(\lambda, r) n \sigma^{\text{dis}}(\lambda) d\lambda, \quad (7.4.6)$$

где

$$q_R(\lambda, r) = q_R(\lambda, \infty) \exp[-\sigma(\lambda) n H \text{ Ch}]; \quad (7.4.7)$$

$\sigma^{\text{ion}}, \sigma^{\text{dis}}, \sigma$ — сечения ионизации, диссоциации и полное сечение поглощения; n, H — концентрация и шкала высоты для CO_2 ; $q_R(\lambda, r), q_R(\lambda, \infty)$ — спектральные потоки солнечной радиации на данной высоте и за пределами атмосферы. Эффективности тепловыделения при ионизации и диссоциации приняты равными $\epsilon_I = 0,3, \epsilon_D = 0,3$ [10, 11]. Поток солнечной радиации брался для условий средней солнечной активности ($F_{10,7} = 150 \cdot 10^{-22} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{Гц}$) согласно [12, 13], а сечения — согласно [14]. Для удобства функции (7.4.6) аппроксимировалась формулой

$$Q_{ST} = \rho \sum_i A_i \exp(-B_i \rho T \text{ Ch}),$$

где A_i и B_i выражаются через среднее сечение и средний поток. Считая далее $Q_{ST}(r, \theta)$ примерно постоянной величиной, можно искать стационарное решение системы (7.4.1) — (7.4.5), рассматривая процесс установления во времени.

Выражение для стока тепла за счет ИК-излучения в полосе 15 мкм CO_2 принято в приближении оптически тонкого слоя в виде [2, 15, 16]

$$Q_{IR} \equiv q_{\text{CO}_2} = E n^2 \eta^b \exp(-E/kT) \cdot F(\chi) \quad (\text{эрг/см}^3 \cdot \text{с}), \quad (7.4.8)$$

где параметр вибрационной релаксации для этой полосы $\eta^b = 8,3 \cdot 10^{-15} T \exp(-40,6/T^{1/3}) \quad (\text{см}^3/\text{с})$, а экранирующая функция

$$F(\chi) = 1 - (1 + \chi) \exp(-\chi), \quad (7.4.9)$$

здесь $\chi = \frac{2,7 \cdot 10^9}{n} \left(1 + \frac{A_{10}}{n\eta^b} \right)$, $E = 1,32 \cdot 10^{-13}$ эрг; A_{10} — коэффициент Эйнштейна ($A_{10}^{-1} = 0,37$ с).

Заметим, что формула (7.4.8) с экранирующей функцией вида (7.4.9) уступает по точности выражению (7.1.19а)*, давая неправильную асимптотику при больших оптических толщах [17, 18].

Граничные и начальные условия. Исходная система (7.4.1)–(7.4.5) включает четыре дифференциальных уравнения, два из которых второго, а два — первого порядка по r . Таким образом, необходимо задать шесть граничных условий. Три условия на верхней границе $r = r_1$ являются следствием естественных требований отсутствия потоков тепла, импульса и массы из атмосферы*)

$$\frac{\partial T}{\partial r}(r, \theta) = 0, \quad \frac{\partial V_\theta}{\partial r}(r, \theta) = 0, \quad \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2}(r, \theta) = 0.$$

Выбор нижней границы на высоте 110 км и условий на ней сделан из тех соображений, что, как показали расчеты, выше этого уровня источник тепла за счет солнечного ультрафиолета (Q_{ST}) становится пренебрежимо малым, поэтому вариациями температуры и плотности по горизонтали можно пренебречь. С другой стороны, как также следует из результатов расчетов, термосферный вихрь замыкается выше этой границы. На нижней границе заданы следующие условия: $T(r_0, \theta) = T_0 = 200$ К, $\rho(r_0, \theta) = \rho_0 = 1,3 \cdot 10^{-8}$ г/см³, причем величины T_0 и ρ_0 взяты близкими к величинам модели [19]. В варианте а), кроме того, принято $V_\theta(r_0, \theta) = 0$ и вследствие осевой симметрии задача рассматривается в полукольце, так что при $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ $\partial T(r)/\partial \theta = 0$, $\partial \rho(r)/\partial \theta = 0$, $V_\theta(r) = 0$. В варианте б) $V_\varphi(r_0, \varphi) = \omega r_0 = 100$ м/с.

В качестве начальных данных в варианте а) бралось решение одномерной модели с глобально средним источником тепла $\bar{Q}_{ST} = \frac{1}{2} Q_{ST}(\theta = \pi/3)$ (см. § 6.1), а в варианте б), кроме того, при $t = 0$ задавалось $V_\varphi(r, \varphi) = 10$ м/с.

Вычислительный алгоритм. Основу вычислительного алгоритма составляет процедура, изложенная в § 6.3 (см. также [1]). Нестандартность вычислительной задачи, помимо изменения на несколько порядков по вертикали плотности и молекулярных коэффициентов переноса, состоит в пространственной ее "периодичности" и, в связи с этим, в отсутствии выноса возмущений.

Исходная система (7.4.1)–(7.4.5) переписывалась в переменных $\sigma = \ln(\rho/\rho_0)$, T , V_θ , V_r и для ее численного решения использовалась двухслойная (t^j, t^{j+1}) разностная схема, неявная по r и также неявная, но решаемая итерациями, по θ . Это позволило свести решение задачи на данной итерации к решению краевой задачи по r при фиксированном θ . Аппроксимация производных — простейшая по двум (первые производные) и по трем (вторые) точкам. Все производные берутся с верхнего слоя.

*) Исследование асимптотики решений и вывод условий $\partial^2 V_r / \partial r^2 = 0$ из требования отсутствия потока массы на бесконечности приведено в [1].

Нелинейные разностные уравнения решаются на каждом слое r^{j+1} итерационным способом, причем итерации по нелинейности объединены с итерациями по θ . Одномерные линейные краевые задачи на луче $\theta = \text{const}$ находятся методом исключения с выбором максимального элемента в столбце. Сетка по r неравномерная со сгущением точек внизу. Расчеты проводились на сетке из 13 точек по θ и 21 по r (в варианте б) 22 точки по φ).

7.4.2. Результаты расчетов. Вариант а). На рис. 7.4.1 приведены распределения температуры по углу θ и высоте z , а также зависимости $\rho(z)$ и $n(z)$. В расчетах было получено большое различие температур дневной и ночной термосферы ($T_{\infty} \approx 800 - 300$ К), причем переходная зона с большими горизонтальными градиентами оказалась расположенной в довольно узкой зоне вблизи терминатора. Как видно из рисунка, ветры существенно сглаживают контраст дневной и ночной сторон. Высотный профиль температуры (рис. 7.4.1, б) характеризуется выходом на изотерму вблизи 190 км в подсолнечной точке и вблизи 160 км на ночной стороне. Его немонотонность в нижней части (минимум на высоте ~ 140 км) определяется максимумом стока тепла q_{CO_2} за счет ИК-излучения.

На рис. 7.4.2 показана полученная в рамках данной расчетной модели горизонтальная компонента скорости V_{θ} в зависимости от θ и z . В большей части термосферы скорость ветра превышает 100 м/с, достигая максимума ~ 400 м/с вблизи терминатора. В диапазоне высот 110–130 км происходит обратное течение с ночной на дневную сторону. Скорости здесь невелики, однако поток массы ρV_{θ} значителен, и при любом значении θ суммарный поток через сечение $\theta = \text{const}$ близок к нулю. На рис. 7.4.3 представлена компонента V_r скорости, направленная вверх на значительной части днев-

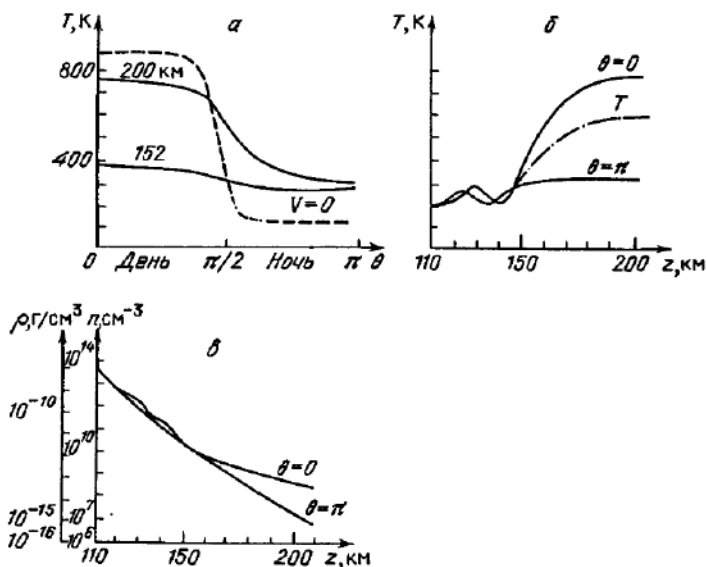


Рис. 7.4.1. Профили $T(\theta)$ (а) и $T(z)$ (б) и отвечающие им зависимости $\rho(z)$ и $n(z)$ (в) (вариант а: штрих — $V=0$; штрих-пунктир — глобальная средняя T)

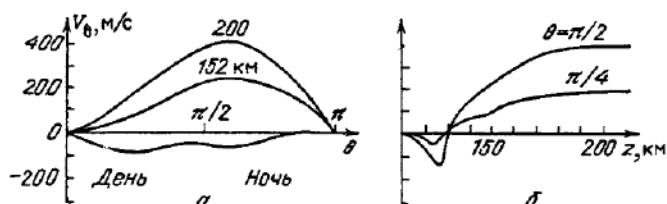


Рис. 7.4.2. Распределение горизонтальной компоненты скорости ветра V_θ по углу θ (а) и высоте z (б) (вариант а: масштаб для положительных — от подсолнечной точки к антисолнечной — и отрицательных направлений различен)

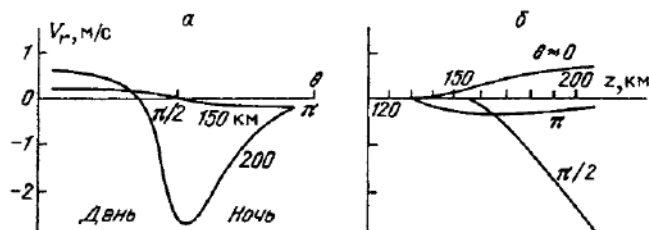


Рис. 7.4.3. Распределение вертикальной компоненты скорости ветра V_r по углу θ (а) и высоте z (б) — вариант а

ной стороны, причем ее величина в верхней части термосферы составляет 1 м/с в районах подсолнечной и антисолнечной точек и достигает 4 м/с вблизи терминатора.

С целью оценки влияния граничных условий проводились расчеты с нижней границей, расположенной на 120 км, при условии сохранения $T = T_0$ от 110 до 120 км. При этом в верхней части решение практически не изменилось, но замыкание вихря частично происходило ниже расчетной области. Замена условия $V_\theta = 0$ на $\partial V_\theta(r_0, \theta)/\partial r = 0$ практически не изменила результаты расчетов.

Вариант б). На рис. 7.4.4 изображено распределение температуры по углу φ на высотах 200, 150 и 110 км в экваториальной области. Для сравнения дано аналогичное распределение в отсутствие вращения (вариант а). Расчеты показали, что введение 4-суточного вращения немного смещает температурные кривые на высоте 200 км, причем температура вблизи терминатора повышается на 30 — 40°. На высоте 150 км температура практически не изменяется. Высота выхода на изотерму остается примерно на тех же уровнях (200 км на дневной и 150 км на ночной сторонах).

На рис. 7.4.5 приведены распределения по углу φ горизонтальной компоненты скорости V_φ и вертикальной компоненты V_r в этом варианте модельных расчетов. Пунктиром показаны V_θ и V_r в отсутствие вращения. Вертикальные скорости при движениях вверх изменяются мало, а при движениях вниз несколько увеличиваются, и в целом картина движений несколько смещается в направлении к антисолнечной точке.

Из сравнения вариантов а и б следует, что 4-суточное вращение, накладываясь на термосферный вихрь, смещает его в сторону вращения и несколько искажает таким образом, что скорости в области вечернего

терминатора различаются примерно на 100 м/с, а вблизи антисолнечной точки — примерно на 200 м/с (конечно, численные значения являются приближенными, так как в варианте б мы пренебрегли меридиональным растеканием). Интересно при этом отметить, что несмотря на наличие вращения, в значительной части термосферы движения сохраняют свою направленность от подсолнечной точки к антисолнечной, т.е. в широкой области в окрестности утреннего терминатора скорости вихря преобладают над скоростью вращения.

Как уже отмечалось, полученные в обоих вариантах данной модели результаты носят, в основном, качественный характер и представляют

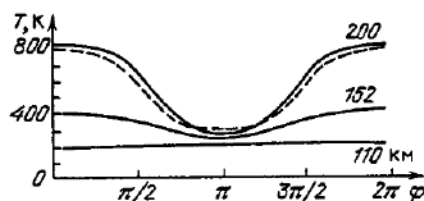


Рис. 7.4.4. Распределение температуры по углу φ : сплошные кривые — вариант б, штрих — вариант а

в настоящее время преимущественно методический интерес. Они указывают, в частности, на необходимость учета тесной взаимосвязи теплового режима и глобальных движений в верхней атмосфере, без чего невозможно построение адекватной модели распределения атмосферных параметров. Наиболее существенным количественным отличием результатов расчетов от имеющихся на сегодняшний день экспериментальных данных является расхождение модельных и измеренных значений температуры термосферы, которая не превышает 400 К на дневной стороне и опускается до 100 К на ночной, где образуется криосфера (см. § 7.1).

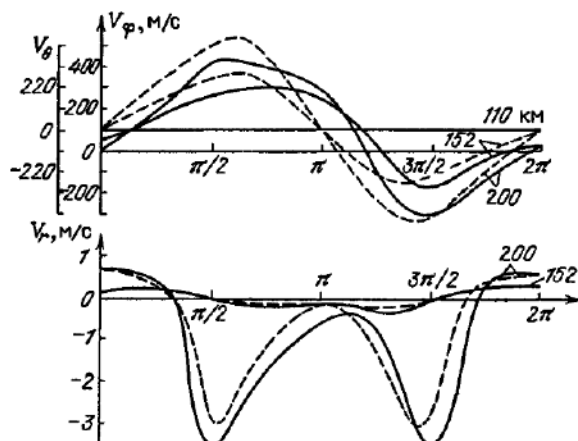


Рис. 7.4.5. Распределение горизонтальной и вертикальной компонент скорости ветра в экваториальной термосфере Венеры (вариант а — сплошные кривые). Для сравнения показаны соответствующие компоненты V_θ и V_r для варианта а (штрих). Шкала V_θ сдвинута на 100 м/с относительно V_φ для удобства сопоставления $V_\varphi - \omega r_0$ с V_θ

Полученное в расчетах завышение температуры можно объяснить двумя причинами. Во-первых, в данной модели не учитывается охлаждение термосферы за счет турбулентной теплопроводности, и, во-вторых, точность расчетов стока тепла путем ИК-излучения в приближении оптически тонкой атмосферы недостаточна. На указанные обстоятельства за последнее время обращено внимание в ряде работ (см., например, [20–22]), в которых для статически равновесных условий получены более надежные оценки температуры. С учетом модифицированной тепловой структуры термосферы — криосферы Венеры, отвечающей современным представлениям, несомненно, претерпит существенные изменения и полученная в рамках данной модели картина движений.

Б. Модель ионосферы

7.4.3. Постановка задачи. Новые экспериментальные данные, полученные с помощью КА "Венера-9–14" и "Пионер-Венера" [23–33], позволяют поставить задачу моделирования структуры и состава термосферы и ионосферы Венеры с целью выяснения относительной роли различных физико-химических процессов. К сожалению, из-за огромного числа параметров, привлекаемых к рассмотрению, многие из которых известны с недостаточной точностью, решение такой задачи в полном объеме сопряжено с большими трудностями. Не удивительно, что имеющиеся теоретические модели [34–37] обнаруживают значительные (до порядка величины) расхождения с результатами измерений.

В качестве примера рассмотрим здесь одну из моделей дневной ионосферы в диапазоне высот от 100 до 220 км [5]. Моделирование ионосферы с учетом нейтральной компоненты позволяет полнее представить характер трансформации солнечного коротковолнового излучения и сопровождающих его аэрономических процессов. Большая репрезентативность таких моделей, в первую очередь, с точки зрения кинетики процессов обуславливается, кроме того, возможностью сопоставления получаемых расчетных профилей с эмпирической информацией не только о нейтральной, но и о заряженной (ионной) компоненте. Поэтому исходные экспериментальные данные о нейтральном составе верхней атмосферы [23, 30, 38], тепловой структуре ионосферы и атмосферы [23, 26, 27, 29, 30, 32, 39] выбирались так, чтобы они были измерены в то же или близкое время, что и концентрации ионов [35, 40, 41], с которыми проводилось сравнение модели. Рассчитаны варианты модели для подсолнечной точки и терминатора.

Рассматривалась ионосфера Венеры, состоящая из ионов O_2^+ , CO_2^+ , O^+ , He^+ , H^+ , N^+ , CO^+ , C^+ , CO_2H^+ , HCO^+ , NO^+ , N_2^+ , электронов, и нейтральная атмосфера, состоящая из CO_2 , O , N_2 , CO , He , H , H_2 , NO , N (см. § 1.7). Оценки [36, 37] показывают, что в области высот $100 \leq z \leq 200 \div 220$ км характерные времена фотохимических процессов намного меньше диффузионных, что позволяет пренебречь диффузионными членами, после чего уравнение непрерывности (2.1.43) примет вид

$$\frac{\partial N_j}{\partial t} = P_j - L_j + Q_j + \Delta Q_j. \quad (7.4.10)$$

Таблица 7.4.1

Номер	Реакция	Скорость реакции, $\times 10^7 \text{ с}^{-1}$				$\sigma_{\alpha}^j, \sigma_{\alpha}$
		$F_{10,7}=71$	$F_{10,7}=206$	$F_{10,7}=234$	$F_{10,7}=244$	
1	$\text{CO}_2 + h\nu \rightarrow \text{CO}_2^+ + e$	14	35	45	48	[48–50]
2	$\rightarrow \text{C}^+ + \text{O}_2 + e$	4,2	10	13	14	*)
3	$\text{O} + h\nu \rightarrow \text{O}^+ + e$	4,1	10	13	14	[44]
4	$\text{O}_2 + h\nu \rightarrow \text{O}_2^+ + e$	8,6	22	29	30	[48–49]
5	$\text{H} + h\nu \rightarrow \text{H}^+ + e$	0,69	1,7	2,0	2,2	[51]
6	$\text{N}_2 + h\nu \rightarrow \text{N}_2^+ + e$	6,7	17	22	24	[48–49]
7	$\rightarrow \text{N}^+ + \text{N} + e$	0,92	2,6	3,5	3,8	[52]
8	$\text{NO} + h\nu \rightarrow \text{NO}^+ + e$	23	40	47	48	[53]
9	$\text{He} + h\nu \rightarrow \text{He}^+ + e$	1,0	2,6	3,6	3,9	[51]
10	$\text{CO} + h\nu \rightarrow \text{CO}^+ + e$	8,4	22	28	30	[48–49]
11	$\rightarrow \text{C}^+ + \text{O}^+ + e$	0,47	1,3	1,8	1,9	[52]
12	$\text{N} + h\nu \rightarrow \text{N}^+ + e$	1,7	4,2	4,4	4,6	[54]

*) В работе [52] показано, что $\sigma_{\text{CO}}^{\text{C}^+} / \sigma_{\text{CO}}^{\text{CO}^+}$ изменяется от 0 до 25,5 %. По аналогии в основных вариантах модели принято $\sigma_{\text{CO}_2}^{\text{C}^+} / \sigma_{\text{CO}_2}^{\text{CO}_2^+} = 0,3$.

Здесь, по аналогии с (3.2.17а) или (6.1.4), объемная скорость фотоионизации

$$Q_j = \sum_{\alpha} n_{\alpha} \sum_{\lambda} \sigma_{\alpha}^j(\lambda) \Phi_{\infty}(\lambda) \exp(-\tau'(\lambda, z, \theta_0)), \quad (7.4.11)$$

где

$$\tau'(\lambda, z, \theta_0) = \sum_{\alpha} \sigma_{\alpha}(\lambda) \int_z^{\infty} n_{\alpha}(s) ds;$$

$\Phi_{\infty}(\lambda)$ — поток солнечного ультрафиолетового и рентгеновского излучения с $\lambda < 1350 \text{ \AA}$ [42–44], падающий на границу атмосферы; N_j — концентрация ионов сорта j ; n_{α} , σ_{α}^j — концентрация и сечение ионизации нейтральной компоненты сорта α , при ионизации которой возникает ион сорта j ; σ_{α} — сечение поглощения.

Для вычисления объемной скорости ΔQ_j образования ионов за счет фотоэлектронов использовалось приближенное выражение [45]

$$\Delta Q_j = \sum_{\alpha} n_{\alpha} \sum_{\lambda=0}^{\lambda_{\alpha}^*} \sigma_{\alpha j}^*(\lambda) \Phi_{\infty}(\lambda) \exp(-\tau'(\lambda, z, \theta_0)), \quad (7.4.12)$$

где $\sigma_{\alpha j}^*(\lambda) = (\lambda_{\alpha}^* / \lambda - 0,5) \sigma_{\alpha}^j(\lambda)$; $E_{\alpha}^* = hc / \lambda_{\alpha}^*$ — средняя энергия, идущая на образование одной электронно-ионной пары сорта j при фотоэлектронной ионизации частиц сорта α . В среднем $E_{\alpha}^* \approx 32 \text{ эВ}$ [45, 46]. Эта оценка лучше всего отвечает малым высотам, и точность формулы (7.4.12) здесь

достаточно хорошая. С увеличением z увеличивается доля энергии фотоэлектронов, которая идет на возбуждение, а не на ионизацию, и погрешность (7.4.12) возрастает. Но, с другой стороны, с увеличением z уменьшается $\Delta Q_j/Q_j$, и на больших высотах фотоэлектроны слабее влияют на N_j . Поэтому можно допустить, что увеличение погрешности (7.4.12) на больших z не приводит к большим погрешностям N_j .

Для определения величин Q_j и ΔQ_j , а также скоростей образования P_j и исчезновения L_j ионов использовалась схема химических превращений, представленная в табл. 7.4.1 и 7.4.2.

Таблица 7.4.2

	Реакция	Скорость реакции, см ³ /с	Ссылка
13	$N + O_2^+ \rightarrow NO^+ + O$	$1,2 \cdot 10^{-10}$	[55]
14	$CO_2^+ + O \rightarrow O_2^+ + CO$	$1,6 \cdot 10^{-10}$	[56]
15	$\rightarrow O^+ + CO_2$	$9,6 \cdot 10^{-11}$	" — "
16	$CO_2^+ + H \rightarrow HCO^+ + O$	$4,8 \cdot 10^{-10}$	" — "
17	$\rightarrow H^+ + CO_2$	$1,2 \cdot 10^{-10}$	" — "
18	$CO_2^+ + H_2 \rightarrow CO_2H^+ + H$	$1,4 \cdot 10^{-9}$	[57]
19	$CO_2^+ + NO \rightarrow NO^+ + CO_2$	$1,2 \cdot 10^{-10}$	[56]
20	$O^+ + CO_2 \rightarrow O_2^+ + CO$	$1,2 \cdot 10^{-9}$	[57]
21	$O^+ + H \rightarrow H^+ + O$	$2,5 \cdot 10^{-11} \sqrt{T_n}$	[55]
22	$O^+ + H_2 \rightarrow OH^+ + H$	$1,58 \cdot 10^{-9}$	[58]
23	$O^+ + NO \rightarrow NO^+ + O$	$1,0 \cdot 10^{-11}$	[59]
24	$O_2^+ + NO \rightarrow NO^+ + O_2$	$4,4 \cdot 10^{-10}$	[60]
25	$H^+ + O \rightarrow O^+ + H$	$2,2 \cdot 10^{-11} \sqrt{T_i}$	[55]
26	$H^+ + CO_2 \rightarrow HCO^+ + O$	$3 \cdot 10^{-9}$	[61]
27	$H^+ + NO \rightarrow NO^+ + H$	$1,9 \cdot 10^{-9}$	[56]
28	$CO^+ + CO_2 \rightarrow CO_2^+ + CO$	$1,1 \cdot 10^{-9}$	" — "
29	$CO^+ + O \rightarrow O^+ + CO$	$1,4 \cdot 10^{-9}$	" — "
30	$CO^+ + H_2 \rightarrow COH^+ + H$	$1,4 \cdot 10^{-9}$	" — "
31	$CO^+ + NO \rightarrow NO^+ + CO$	$3,3 \cdot 10^{-10}$	" — "
32	$N_2^+ + CO_2 \rightarrow CO_2^+ + N_2$	$9 \cdot 10^{-10}$	[57]
33	$N_2^+ + O \rightarrow NO^+ + N$	$1,4 \cdot 10^{-10} (300/T_i)^{0,44}$	[62]
34	$N_2^+ + NO \rightarrow NO^+ + N_2$	$3,3 \cdot 10^{-10}$	[56]
35	$N_2^+ + CO \rightarrow CO^+ + N_2$	$7 \cdot 10^{-11}$	" — "
36	$He^+ + N_2 \rightarrow N^+ + He + N$	$1,2 \cdot 10^{-9}$	[63]
37	$He^+ + CO_2 \rightarrow He + CO^+ + O$	$7,7 \cdot 10^{-10}$	[58]
38	$He^+ + CO_2 \rightarrow He + O^+ + CO$	$1,8 \cdot 10^{-10}$	" — "
39	$He^+ + CO \rightarrow He + C^+ + O$	$1,7 \cdot 10^{-9}$	" — "
40	$He^+ + N_2 \rightarrow He + N_2^+$	$3,7 \cdot 10^{-10}$	" — "
41	$N^+ + CO_2 \rightarrow CO_2^+ + N$	$7,5 \cdot 10^{-10}$	[64]
42	$N^+ + CO_2 \rightarrow CO^+ + O + N$	$2,5 \cdot 10^{-10}$	" — "
43	$N^+ + CO \rightarrow NO^+ + C$	$5,4 \cdot 10^{-11}$	" — "
44	$N^+ + CO \rightarrow CO^+ + N$	$3,96 \cdot 10^{-10}$	" — "
45	$N^+ + NO \rightarrow NO^+ + N$	$5,1 \cdot 10^{-10}$	[58]
46	$C^+ + CO_2 \rightarrow CO^+ + CO$	$1 \cdot 10^{-9}$	" — "
47	$C^+ + CO \rightarrow CO^+ + C$	$3 \cdot 10^{-9}$	[65]
48	$O_2^+ + e \rightarrow O + O$	$8,5 \cdot 10^{-8} (1000/T_e)^{0,63}$	[66]
49	$CO_2^+ + e \rightarrow CO + O$	$1,4 \cdot 10^{-4} / T_e$	[67]

Таблица 7.4.2 (окончание)

	Реакции	Скорость реакции, см ³ /с	Ссылка
50	$\text{CO}^+ + e \rightarrow \text{C} + \text{O}$	$4 \cdot 10^{-7} (300/T_e)^{0,57}$	[68, 69]
51	$\text{CO}_2\text{H}^+ + e \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}$	$3,5 \cdot 10^{-7}$	[70]
52	$\text{HCO}^+ + e \rightarrow \text{CO} + \text{H}$	$3 \cdot 10^{-7}$	" — "
53	$\text{NO}^+ + e \rightarrow \text{N} + \text{O}$	$4,3 \cdot 10^{-7} (300/T_e)^{0,87}$	[71]
54	$\text{N}_2^+ + e \rightarrow \text{N} + \text{N}$	$1,8 \cdot (300/T_e)^{0,39} \cdot 10^{-7}$	[72]
55	$\text{CO}_2^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{CO}_2$	$5 \cdot 10^{-11}$	[56]
56	$\text{O}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{O}$	$2 \cdot 10^{-11} (300/T_n)^{0,5}$	[57]
57	$\text{CO}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{CO}$	$2 \cdot 10^{-10}$	[56]
58	$\text{N}_2^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{N}_2$	$5 \cdot 10^{-11} (300/T_i)^{0,8}$	[63]
59	$\text{N}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO}^+ + \text{O}$	$2,62 \cdot 10^{-10}$	[64]
60	$\text{He}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{He} + \text{O}^+ + \text{O}$	10^{-9}	[58]
61	$\text{N}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{N}$	$3,3 \cdot 10^{-10}$	[64]
62	$\text{He}^+ + \text{CO}_2 \rightarrow \text{C}^+ + \text{O}_2 + \text{He}$	$4 \cdot 10^{-11}$	[58]
63	$\text{O}^+ + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+ + \text{N}$	$1,2 \cdot 10^{-12} (300/T_n)$	[63]
64	$\text{He}^+ + \text{H}_2 \rightarrow \text{HeH}^+ + \text{H}$	10^{-14}	[58]

Из табл. 7.4.1 и 7.4.2 видно, что для расчета N_j необходимо знать высотные профили следующих нейтральных атомов и молекул: CO_2 , O , CO , O_2 , H_2 , H , He , N_2 , N , NO . Концентрации CO_2 , O , CO , He , N_2 , N принимались по данным масс-спектрометрических измерений КА "Пионер-Венера" [23, 30, 38]. Высотные профили концентраций этих компонент рассчитывались с учетом молекулярной и турбулентной диффузии и термодиффузии в приближении диффузионного равновесия

$$\bar{J}_{\alpha z} + J_{\alpha z}^T \approx 0, \quad (7.4.13)$$

Таблица 7.4.3

Варианты	1		2		2а, в, г	1а, в
z, км	T_i , К	T_e , К	T_i , К	T_e , К	T_n , К	
100	170	170	170	170	170	170
110	180	180	180	180	170	170
120	200	200	195	195	170	173
130	250	255	220	230	177	181
140	290	300	260	280	188	209
150	350	370	314	365	198	233
160	400	1000	360	1870	200	246
170	500	1300	396	2826	200	250
180	650	1800	426	2503	200	250
190	630	2100	451	2767	200	250
200	600	2500	470	2950	200	250
210	610	2700	489	3103	200	250
220	630	3000	514	3245	200	250

где турбулентный диффузионный поток $J_{\alpha z}^T$ определялся формулой (4.2.25), а осредненный поток молекулярной диффузии $\bar{J}_{\alpha z}$ находился из соотношений Стефана — Максвелла (4.1.19). При решении указанных уравнений учитывалось, что в рассматриваемом диапазоне высот малые компоненты диффундируют не просто через CO_2 , а через смесь CO_2 и O и что, кроме того, происходит диффузия O через CO_2 [47]. На малых высотах, где для O , CO , N , NO существенны химические реакции, концентрации этих компонент уточнялись с помощью моделей [70, 73, 74].

Концентрации нейтральных компонент, которые не были измерены на КА "Пионер—Венера" (O_2 , NO , H , H_2), задавались согласно другим экспериментам и моделям и затем варьировались так, чтобы обеспечить наилучшее согласование расчетных и измеренных концентраций ионов.

Высотные профили $T_n(z)$ строились на основе измерений основного зонда КА "Пионер—Венера" [29], измерений T_∞ [23, 30] и других экспериментальных данных [25, 26, 32, 39]. Профили электронной и ионной температур $T_e(z)$ и $T_i(z)$ принимались согласно измерениям [27, 33] на $z \geq 140$ км. Экстраполяция экспериментальных данных на $z < 140$ км проводилась на основании теоретических расчетов энергетики ионосферы Венеры [33, 75], которые основаны на измерениях КА "Пионер—Венера". Построенные таким образом профили температур и расчетные высотные профили CO_2 для рассмотренных вариантов модели приведены в табл. 7.4.3.

В таблице 7.4.4 указаны индекс солнечной активности $F_{10,7}$, θ_\odot и T_∞ для всех вариантов модели. В вариантах 1а,б и 2а,б эти параметры выбирались по возможности близкими к результатам измерений. Корреляционная связь Φ_∞ с индексом $F_{10,7}$ приводит к зависимости $Q_f(F_{10,7})$. В частности, эта связь видна из табл. 7.4.1, где приведены коэффициенты скорости фотоионизации на нескольких уровнях солнечной активности.

2б	1б	2а,в,г	1а,в	2б	1б
[CO ₂], см ⁻³					
173	170	$4 \cdot 10^{14}$	$1,6 \cdot 10^{15}$	$1,2 \cdot 10^{15}$	$1,4 \cdot 10^{15}$
170	170	$3,3 \cdot 10^{13}$	$1,1 \cdot 10^{14}$	$8,6 \cdot 10^{13}$	10^{14}
173	173	$2,7 \cdot 10^{12}$	$8,2 \cdot 10^{12}$	$6,2 \cdot 10^{12}$	$7,4 \cdot 10^{12}$
181	181	$2,3 \cdot 10^{11}$	$6,3 \cdot 10^{11}$	$4,7 \cdot 10^{11}$	$5,6 \cdot 10^{11}$
209	209	$1,9 \cdot 10^{10}$	$5,5 \cdot 10^{10}$	$4,1 \cdot 10^{10}$	$4,9 \cdot 10^{10}$
240	240	$1,9 \cdot 10^9$	$6,6 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^9$	$5,9 \cdot 10^9$
258	271	$2,1 \cdot 10^8$	$9,9 \cdot 10^8$	$7,8 \cdot 10^8$	$9,2 \cdot 10^8$
269	292	$2,3 \cdot 10^7$	$1,6 \cdot 10^8$	$1,4 \cdot 10^8$	$1,8 \cdot 10^8$
275	299	$2,5 \cdot 10^6$	$2,8 \cdot 10^7$	$2,7 \cdot 10^7$	$3,9 \cdot 10^7$
279	300	$2,8 \cdot 10^5$	$4,9 \cdot 10^6$	$5,5 \cdot 10^6$	$9,1 \cdot 10^6$
281	300	$3,1 \cdot 10^4$	$8,5 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^6$	$2,1 \cdot 10^6$
283	300	$3,6 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^5$	$2,4 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$
285	300	$4,1 \cdot 10^2$	$2,6 \cdot 10^4$	$5,2 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^5$

Таблица 7.4.4

Вариант	θ_0	T_∞ , К	$F_{10,7}$	Вариант	θ_0	T_∞ , К	$F_{10,7}$
1а	0	250	243	2б	80	285	234
1б	0	300	243	2в	80	200	71
1в	0	250	71	2г	80	200	243
2а	80	200	206				

Численный метод. Для решения системы уравнений (7.4.10) использовалась неявная консервативная разностная схема и решение искалось методом установления. Применялась стандартная программа вычислений, приведенная в § 6.3.

Вычислительная процедура включала следующую схему расчетов:

1. От произвольных начальных условий делался шаг по времени $\Delta t \approx 0,1$ с; если итерации сходились, шаг увеличивался в 1,5 раза; при числе итераций больше трех шаг уменьшался вдвое.

2. После достижения $\Delta t \approx 10^6 \div 10^7$ с искалось стационарное решение системы уравнений непосредственно итерациями без установления по времени. Если при этом итерации не сходились, требовалось возвратиться к режиму установления по времени (в заданной задаче шаг $\Delta t \approx 10^6$ с оказался достаточным для сходимости). Если начальное приближение оказывалось близким к искомому решению, то стационарное решение можно было получить за несколько итераций без установления по времени.

3. Уравнения (7.4.13), (4.2.25), (4.1.19) решались методом последовательных приближений. В нулевом приближении принималось $\bar{M} = \bar{M}_{CO_2}$ и учитывалась диффузия только через CO_2 . В этом случае из упомянутых уравнений находилась рекуррентная формула для n_α , т.е. определялась $n_\alpha(z)$. Затем вычислялись $\bar{M}(z)$, $n(z)$, $\mathcal{D}_{\alpha\beta}(z)$ с учетом диффузии через CO_2 и O , определялись n_α из указанных уравнений и т.д. Шаг по высоте Δz выбирался так, чтобы решение не зависело от z ($\Delta z = 100$ м).

7.4.4. Результаты расчетов. На рис. 7.4.6 и 7.4.7 изображены модельные профили концентраций ионов в подсолнечной точке, а на рис. 7.4.8 и 7.4.9 — около терминатора [5], в сравнении с данными измерений на КА "Пионер-Венера" (измерения на орбитах с $0 \leq \theta_0 \leq 11^\circ$ [40, 41], данные первых 12 витков на вечернем терминаторе и измерения основного спускаемого аппарата на утреннем терминаторе [36]).

В области высот $z \leq 200$ км можно отметить хорошее согласие измеренных и рассчитанных концентраций O^+ , O_2^+ , CO_2^+ , He^+ , H^+ , NO^+ при $\theta_0 = 0$ и всех ионов при $\theta_0 = 80^\circ$: на некоторых высотах их величины совпадают, на других — отличаются не более чем в два-три раза (рассогласование до трех раз в основном относится к варианту 1а).

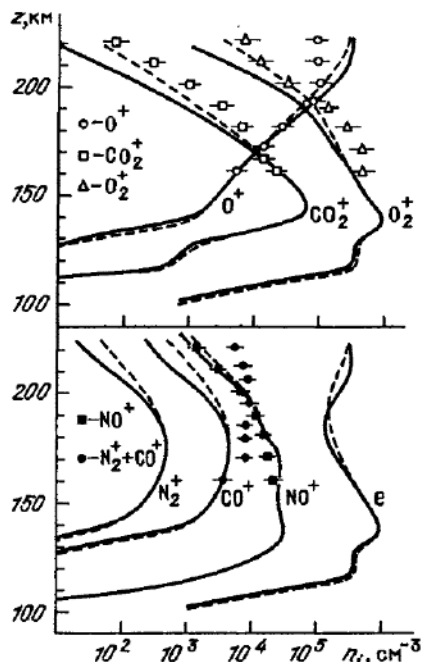


Рис. 7.4.6. Концентрации ионов O_2^+ , O^+ , CO_2^+ , N_2^+ , CO^+ , NO^+ и электронная концентрация ионосферы Венеры в подсолнечной точке (сплошные кривые – вариант 1а, штрих – 1б)

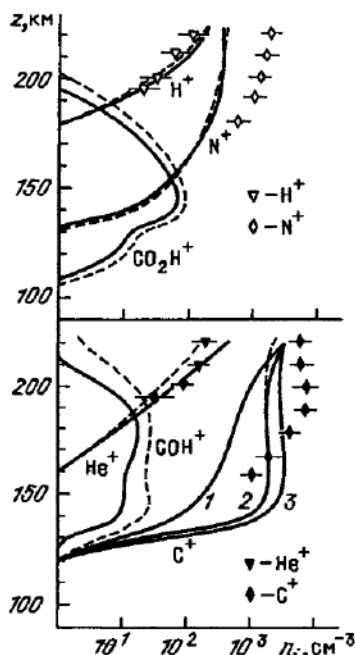


Рис. 7.4.7. Концентрации ионов H^+ , N^+ , CO_2H^+ , He^+ , C^+ , COH^+ в подсолнечной точке (сплошные кривые – вариант 1а, штрих – 1б; кривые 1, 2, 3 относятся к ионам C^+ соответственно при $\sigma_{CO_2}^+/\sigma_{CO_2}^+ = 0; 0,3; 0,5$)

Эти расхождения, помимо погрешностей модели из-за многообразия и сложности входящих в расчет параметров и ошибок их определения*), связаны также с ошибками экспериментальных данных, обусловленными неточностью измерений параметров нейтральной атмосферы и плазмы**), осреднениями вследствие разброса данных измерений во времени и пространстве, а также разнообразными нерегулярными вариациями исследуемых

*) Так, например, в атмосфере без поглощения ошибки измерений Φ_∞ и α_α^j ($|\delta\Phi_\infty/\Phi_\infty| = 30-40\%$ [76], $|\delta\alpha_\alpha^j/\alpha_\alpha^j| = 10-25\%$ [77]) приводят к относительной погрешности скоростей фотоионизации $|\delta Q_\alpha^j/Q_\alpha^j| = 60-95\%$ ($|\delta n_\alpha/n_\alpha| = 20-30\%$).

На малых высотах, где существенно поглощение, $|\delta Q_\alpha^j/Q_\alpha^j|$ увеличивается вследствие ошибок измерений α_α и концентраций компонент, поглощающих УФ-излучение.

**) Заметим, что даже значения $[CO_2]$ на высоте 150 км вблизи терминатора по данным [23, 38] расходятся в 2,6 раза (см. табл. 7.4.3). Это может быть следствием как ошибок измерения, так и нерегулярных вариаций.

параметров типа возмущений, накладывающихся на изучаемые регулярные вариации.

Варианты 1б и 2б лучше согласуются с экспериментальными данными, чем варианты 1а и 2а. Поскольку различие между ними в основном обусловлено различными профилями $T_n(z)$, это можно объяснить за счет рассогласования осредненных по орбитам концентраций нейтральных компонент на высоте 167 км и суточного хода экзосферной температуры [23]. Действительно, для улучшения согласования средней модели ионосферы достаточно было увеличивать T_∞ либо изменять концентрации на этой высоте.

Разброс значений $[O]$ на близких орбитах КА "Пионер-Венера" на высотах 166÷168 км вблизи $\theta_\odot = 0^\circ$ составил около 100%, а вблизи $\theta_\odot = 80^\circ$ — до 2,5 раз [75]. Это дало возможность проварьировать в численном эксперименте концентрации нейтральных компонент на высоте 167 км. Так, при увеличении $[CO_2]$ в два раза в варианте 1а улучшилось согласование модельных и экспериментальных концентраций основных ионов: между 160 и 200 км $[O_2^+]$ увеличилось в 1,2–1,6 раза, $[O^+]$ уменьшилось в 1,5–1,8 раза, $[CO_2^+]$ увеличилось в 1,7–2,3 раза. При этом наибольшие изменения состава произошли на больших высотах, где рассогласование наибольшее.

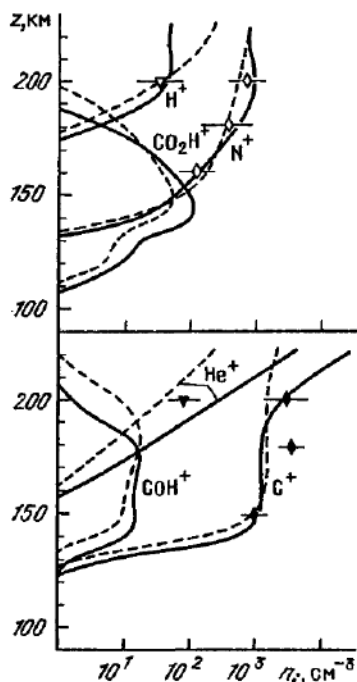
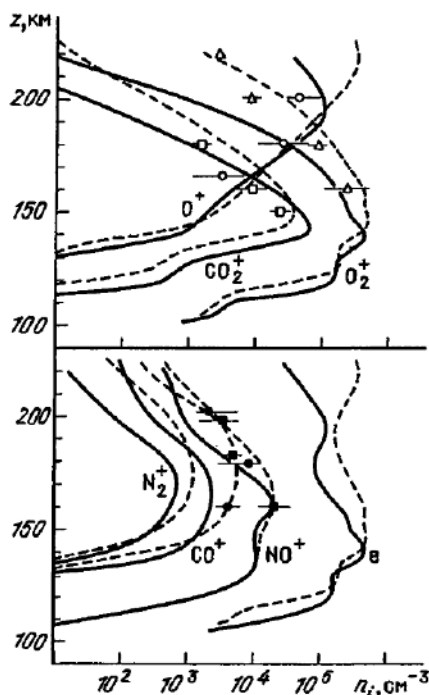


Рис. 7.4.8. Концентрации ионов O_2^+ , O^+ , CO_2^+ , N_2^+ , CO^+ , NO^+ и электронов ионосферы Венеры при зенитном угле Солнца 80° (сплошные кривые — вариант 2а, штрих — 2б)

Рис. 7.4.9. Концентрации ионов H^+ , N^+ , CO_2H^+ , He^+ , C^+ , COH^+ при зенитном угле Солнца 80° (сплошные кривые — вариант 2а, штрих — вариант 2б)

Этот результат позволяет предположить, что использованные в данной модельной постановке представления о физико-химических процессах, определяющих структуру верхней атмосферы и ионосферы Венеры, и в первую очередь концентрации основных ионов O^+ , O_2^+ , CO_2^+ , He^+ , N^+ и NO^+ , в своих основных чертах являются достаточно корректными.

Концентрации малочисленных в атмосфере ионов N^+ , C^+ и $(N_2^+ + CO^+)$ согласуются с результатами измерений несколько хуже, особенно вблизи подсолнечной точки: расхождение на высотах около 200 км достигает 3–4 раз, в то время как у терминатора – в пределах 2–3 раз. Даже при завышенных значениях $\sigma_{CO_2}^{C^+} / \sigma_{CO_2}^{CO_2^+} = 0,5$ не удается согласовать теоретические и экспериментальные значения $[C^+]$ на всех высотах при $\theta_0 = 0$. По-видимому, учитываться не все детали процессов, определяющих концентрации этих ионов. В частности, дополнительным источником C^+ может быть фотоионизация C и реакция перезарядки C с O_2^+ , а для N^+ и N_2^+ – возбужденные частицы.

Электронная концентрация, как видно из рис. 7.4.6–7.4.9, имеет три максимума. Высота главного максимума изменяется в пределах 139–146 км, а концентрация $[e]_{\max} \approx (3-11) \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ и уменьшается при увеличении θ_0 . Верхний максимум на высотах 195–225 км образуют ионы O^+ ; в разных вариантах модели $[O^+] \approx (1-4) \cdot 10^5$ (1а–в, 2а, б, г), $4,4 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ (2в) и отношение $[O^+] / [O_2^+] \approx 20-230$. При этом высота верхнего максимума и $[e]$ зависят от $[H_2]$. Нижний максимум (иногда это только "прилив" на кривой $n_e(z)$) образуется на высотах 120–130 км за счет ионизации CO_2 наиболее жесткой частью УФ-излучения. Здесь $[e]_{\max} \approx (1-5) \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ и уменьшается при увеличении θ_0 . При увеличении T_∞ нижний максимум становится более ярко выраженным. Наконец, несколько выше основного максимума наблюдается выступ электронной концентрации, который существует во всех вариантах модели, но наиболее ярко выражен в варианте 2б. Образование выступа связано со сложной зависимостью суммарной скорости фотоионизации от высоты.

В целом можно утверждать, что высоты максимумов слоев в ионосфере Венеры гораздо слабее зависят от зенитного угла Солнца, чем в ионосфере Земли, что сильно отличает их поведение от модели простого слоя Чепмена.

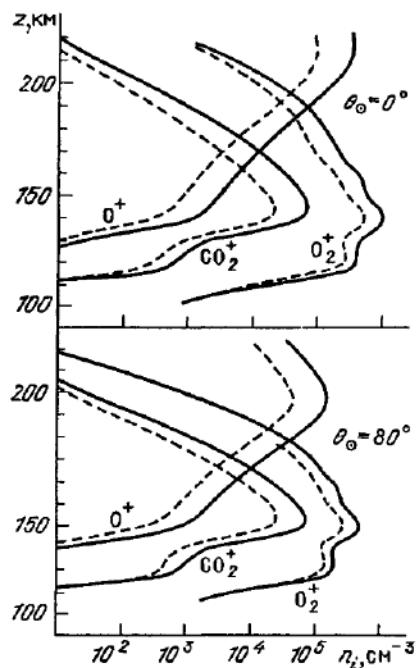


Рис. 7.4.10. Изменения с солнечной активностью концентраций основных ионов ионосферы Венеры (сплошные кривые – варианты 1а, 2г, штрих – варианты 1б, 2а)

На рис. 7.4.10 показано изменение структуры ионосферы в зависимости от солнечной активности. При уменьшении $F_{10,7}$ [e] уменьшается, а $[O_2^+]/[CO_2^+]$ и $[O_2^+]/[O^+]$ увеличиваются. Высоты максимумов при этом практически не изменяются. В интервале значений $F_{10,7} = 71 \div 243$ в основном максимуме [e] = $(6-11) \cdot 10^5$, $(3-6) \cdot 10^5$, в нижнем [e] = $(3-4) \cdot 10^5$, $(1,5-2) \cdot 10^5$, и в верхнем [e] = $(1-4) \cdot 10^5$, $(5-16) \cdot 10^4$ см⁻³ соответственно при $\theta_0 = 0$ и $\theta_0 = 80^\circ$. Таким образом, вариации электронной концентрации в главном максимуме ионосферы Венеры в зависимости от солнечной активности составляют около 100%, что примерно соответствует глубине вариаций в слоях E и F = 1 земной ионосферы, где также преобладают фотохимические процессы. Аналогичную величину имеют вариации [e] на Венере от подсолнечной точки до терминатора, в то время как на Земле они составляют не более 25% [78]. Такие сравнительно небольшие вариации резко контрастируют с гораздо большими вариациями в верхней ионосфере при возмущениях, называемых взаимодействием с солнечным ветром [79].

С использованием модельных данных о концентрации ионов были рассчитаны характерные времена диффузии τ_d и фотохимических реакций τ_{ch} . Расчеты подтвердили [5, 36, 37], что фотохимическое равновесие ($\tau_d \geq 0,1\tau_{ch}$) имеет место до высот $220 \div 230$ км. Для основного иона O^+ $\tau_d \approx \tau_{ch}$ на высоте $240 \div 250$ км, т.е. здесь вклад диффузии сравним со вкладом фотохимических реакций.

Вычислительный эксперимент позволил также изучить относительную роль реакций, перечисленных в табл. 7.4.2, в фотохимическом балансе ионов. Реакции R 55 — R 64 оказались несущественными, их вклад в фотохимический баланс любой компоненты на всех высотах меньше 1%. Вклад реакций R 4, R 5, R 19, R 31, R 35 в баланс любой компоненты меньше $2 \div 5\%$. Эти реакции слабо влияют на состав ионосферы. В то же время некоторые реакции определяют высотные профили одних компонент, но мало существенны для других. В табл. 7.4.5 суммированы реакции, дающие более 1% вклада в фотохимический баланс каждой компоненты. В скобках указаны реакции, дающие вклад менее 2–5%. Видно, что ионы NO^+ , HCO^+ , CO_2H^+ не влияют на концентрации других компонент. Интересно отметить, что даже при максимально возможных величинах $[O_2] = 0,001 \cdot [CO_2]$ на 100 км [80], используемых в качестве граничных условий при построении высотных профилей O_2 , реакции с участием O_2 либо не влияют на состав ионосферы (R 55 — R 61), либо несущественны (R 4). Поэтому неопределенность, имеющаяся в $[O_2]$ практически не влияет на состав ионосферы.

На малых высотах ($z \leq 110-115$ км), где существенны фотохимические процессы для O и CO [70, 73]. Эти компоненты влияют на распределение CO_2^+ , H^+ , CO^+ , CO_2H^+ , $CONH^+$ и не существенны для распределения других ионов. Следовательно, некоторая неопределенность в $[O]$ и $[CO]$, оговоренная при постановке задачи, не играет заметной роли в распределении основных ионов и электронной концентрации. Заметим также, что при $z \leq 150$ км распределение $[NO]$ в основном влияет только на NO^+ , а распределение $[N]$ оказывает слабое влияние на ионный состав.

Наконец, модель позволила оценить концентрации некоторых нейтральных компонент, не измеренных на опыте, путем согласования экспериментальных и расчетных концентраций ионов, образованных из этих ком-

Таблица 7.4.5

Ионы	Реакции, в которых ионы	
	образуются	исчезают
O_2^+	R4, R14, R20	R13, R24, R48
CO_2^+	R1, R28, R32, R41	R14, R15, R18, (R19), R49
O^+	R3, R15, R25, R29	R20–R22 (R23)
He^+	R9	R36–R40
H^+	(R5), R17, R21	R25–R27
	R7, R12, R36	R41–R45
CO^+	R10, (R35), (R42), R44, R46, R47	R28–R30, (R31), R50
C^+	R2, R11, R39	R46, R47
CO_2H^+	R18	R51
HCO^+	R16, R26, R30	R52
NO^+	R8, R13, R23, R24, (R19), R27	R53
	(R31), R33, R34, (R43), R45	
N_2^+	R6, R40	R32, R33–R35, R54

Таблица 7.4.6

z, км	[NO], см ⁻³		z, км	[NO], см ⁻³	
	$\theta_\odot = 0^\circ$	$\theta_\odot = 80^\circ$		$\theta_\odot = 0^\circ$	$\theta_\odot = 80^\circ$
150	$9 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^6$	190	$3,5 \cdot 10^6$	$6,3 \cdot 10^5$
160	$7,7 \cdot 10^6$	$2,6 \cdot 10^6$	200	$3,2 \cdot 10^6$	$5,9 \cdot 10^5$
170	$6,5 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^6$	210	$2,8 \cdot 10^6$	$4,5 \cdot 10^5$
180	$4,5 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^5$	220	$2,1 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^5$

понтент. Так, при согласовании концентрации NO^+ были получены концентрации NO, приведенные в табл. 7.4.6. При этом абсолютные величины концентраций на высоте 160 км оказались сходными с данными модели [74], но вместе с тем обнаружена меньшая изменчивость [NO] с высотой.

Концентрации H выбирались из условий согласования модельных и экспериментальных значений H^+ : на $z = 200$ км $[H] \approx 3 \cdot 10^4$ см⁻³ (1а, в; 2б–г), $6 \cdot 10^4$ см⁻³ (1б), 10^4 см⁻³ (2а). Изменения $[H_2^+]$ при $250 \leq z \leq 300$ км для $\theta_\odot = 11^\circ$ [40] и суточный ход $[H_2^+]$ на $z = 200$ км [41] позволили найти $[H_2]$. Согласно оценкам, по крайней мере, до высот 300 км ионы H_2^+ находятся в фотохимическом равновесии (в то время как для основного иона O^+ диффузия играет на $z \geq 240$ км определяющую роль). Ионы H_2^+ образуются в основном по реакции $H_2 + h\nu \xrightarrow{I_1} H_2^+ + e$ и

исчезают в ходе реакций $H_2^+ + e \xrightarrow{K_1} H + H$ и $H_2^+ + O \xrightarrow{K_2} H + OH^+$, где $K_1 = 3 \cdot 10^{-8}$ [72], $K_2 = 10^{-6}$ см³/с [65]. По данным о сечении ионизации [51] и потоках коротковолнового солнечного излучения [43] можно определить I_1 , а следовательно, и H_2 : на 260 км $[H_2] = 6 \cdot 10^4$ см⁻³ (1а, в),

$9 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ (16); на 200 км $[\text{H}_2] = 10^5 \text{ см}^{-3}$ (2). Заметим, что распределение H_2 влияет на состав ионосферы только при $z \geq 180$ км. В частности, $[\text{H}_2]/[\text{CO}_2]$ и $[\text{H}]/[\text{CO}_2]$ определяют как высоту, на которой образуется верхний максимум, так и значение электронной концентрации в этой области высот.

Путем вариаций коэффициента турбулентной диффузии было оценено влияние турбулентности на состав ионосферы (через изменение концентраций нейтральных компонент). Оказалось, что при увеличении \mathcal{D}_T вдвое n_e увеличивается на несколько процентов на высоте 120 км и на несколько десятков процентов на 110 км; при уменьшении \mathcal{D}_T наблюдалась примерно обратная зависимость. Высота гомопаузы в основных вариантах модели изменялась в следующих пределах: $\text{CO} - 139 - 142$, $\text{O} - 136 - 140$, $\text{O}_2 - 142 - 143$, $\text{H}_2 - 128 - 132$, $\text{H} - 125 - 129$, $\text{He} - 129 - 132$ км и $\text{N}_2 - 140 - 143$ км.

В заключение коснемся вопроса о возможных путях дальнейшего улучшения согласования модельных и экспериментальных концентраций "малых" ионов N^+ , C^+ и $(\text{N}_2^+ + \text{CO}^+)$.

Атомарный углерод обнаружен в атмосфере Венеры по наблюдениям с борта КА "Маринер-10" [83]. Ионы C^+ могут образовываться с помощью реакций R 65, R 66, а ионы CO^+ — с помощью R 67 (см. табл. 7.4.7). Коэффициенты скоростей реакций R 66, R 67 в настоящее время не измерены. Для реакций перезарядки R 66 можно сделать теоретические оценки K_{66} [67]: $K_{66} \approx 2\pi e [\alpha (m_i + m_n)/m_i m_n]^{1/2}$, где e — заряд электрона, α — поляризуемость C , m_i и m_n — массы O_2^+ и C . Беря α из [84], получаем $K_{66} \approx 10^{-9} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$. Это значение можно использовать в качестве верхнего предела, а за нижний предел взять $K_{66} \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$.

Расчеты [5] показали, что для согласования концентраций ионов C^+ с экспериментальными данными необходимо для $z = 200$ км принять $[\text{C}] \approx 4 \cdot 10^6 - 9 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ в варианте 16 и $\approx 2 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ в варианте 1а. В качестве граничных условий эти данные позволяют получить высотные профили $[\text{C}]$ и добиться хорошего согласования теоретических и экспериментальных значений $[\text{C}^+]$.

Таблица 7.4.7

№	Реакция	Скорость реакции	Ссылка
65	$\text{C} + h\nu \rightarrow \text{C}^+ + e$	$1,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$	*)
66	$\text{C} + \text{O}_2^+ \rightarrow \text{C}^+ + \text{O}_2$	$3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$	**)
67	$\rightarrow \text{CO}^+ + \text{O}$	$3 \cdot 10^{-10}$	**)
68	$\text{N}_2 + \text{O}^+(^2P) \rightarrow \text{N}_2^+ + \text{O}$	$8 \cdot 10^{-10}$	[81]
69	$\text{N}_2 + \text{O}_2^+(^4\pi) \rightarrow \text{N}_2^+ + \text{O}_2$	$4 \cdot 10^{-10}$	[82]
70	$\text{N}(^2P) + \text{O}_2^+ \rightarrow \text{N}^+ + \text{O}_2$	$2,5 \cdot 10^{-10}$	" — "
71	$\text{O}^+(^2P) + \text{N}_2 \rightarrow \text{N}^+ + \text{NO}$	$2,5 \cdot 10^{-10}$	" — "
72	$\text{O}^+(^2P) + \text{N}(^4S) \rightarrow \text{N}^+(^4P) + \text{O}(^1S)$	$1,7 \cdot 10^{-9}$	" — "

*) Рассчитано с помощью сечений ионизации из работ [52] и $\Phi_\infty(\lambda)$ из [43] при $F_{10,7} = 243$.

**) См. текст.

С другой стороны, с помощью полученных таким способом значений $[C]$ можно оценить K_{67} . Как оказалось, для согласования экспериментальных и модельных высотных профилей CO^+ (вкладом N_2^+ можно пренебречь, так как $[CO^+] \gg [N_2^+]$) нужно взять $K_{67} \approx 9 \cdot 10^{-10} - 6 \cdot 10^{-9} \text{ см}^3/\text{с}$. Маловероятно, чтобы реакция ионно-атомного обмена имела такую высокую скорость (обычно такие реакции имеют скорость $\sim 3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}$). Следовательно, необходимо найти дополнительный источник образования $(CO^+ + N_2^+)$.

Под действием фотоэлектронов (а возможно, и быстрых электронов, проникающих в ионосферу из солнечного ветра) в ионосфере Венеры могут образовываться ионы и нейтральные частицы в возбужденных состояниях, которые затем вступают в реакции $R\ 68 - R\ 72$. Реакции с участием возбужденных частиц могут быть именно теми дополнительными факторами, которые, наряду с реакциями, указанными в табл. 7.4.7, определяют распределение N^+ и N_2^+ . Следует при этом иметь в виду, что потоки фотоэлектронов в подсолнечной точке больше, чем у терминатора, т.е. в подсолнечной точке в единицу объема в единицу времени образуется большее количество возбужденных частиц. Возможно, этим и объясняется рассогласование экспериментальных и модельных значений концентраций N^+ и $(N_2^+ + CO^+)$ в подсолнечной точке. Роль возбужденных частиц около терминатора менее значительна.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

РАСПЕЧАТКА ТЕКСТА КОНТРОЛЬНОГО ПРИМЕРА И СТАНДАРТНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЕС ЭВМ

```

EXTERNAL FF,DOUTH,DFF
*,FBP
DOUBLE PRECISION AEPS,EPS,TKOH,TAU,X0,X1,Y00
*,B
DIMENSION Y00(84),B(360)
*,EPS(2,4)
INTEGER OTL
NN=21
MM=2
IB=50
ITAU=0
ITER=7
ITB=0
IDF=0
DO 3 I=1,MM
EPS(I,1)=1.E-5
EPS(I,2)=0.001
EPS(I,3)=1.E-5
EPS(I,4)=0.001
3 CONTINUE
TKOH=0.1
TAU=0
TAU=.001
X0=0.5
X1=1.
OTL=1.
OTL=0
20 CONTINUE
DO 2 I=1,NN
Y00(I)=0
2 Y00(I+NN)=DSIN(3.14159D0*(X0+(X1-X0)*
*DBLE(FLOAT(I-1)/FLOAT(NN-1))))
K=360
Y00(NN+NN)=0.
CALL DNOKS(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
*EPS,TKOH,TAU,X0,X1,Y00,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP,B,K)
C ВЫЧИСЛЕНИЕ ТОЧНОГО РЕШЕНИЯ КОНТР. ПРИМЕРА В МОМЕНТ TKOH
DO 11 I=1,NN
I1=I+3*NN
I2=I+2*NN
Y00(I1)=DEXP(-9.8696D0*TKOH)*DSIN(3.14159D0*
*(X0+(X1-X0)*DBLE(FLOAT(I-1)/FLOAT(NN-1))))
11 Y00(I2)=TKOH*Y00(I1)
Y00(I1)=0.
Y00(I2)=0.
PRINT 8
8 FORMAT (32H СРАВНЕНИЕ ПОЛУЧЕННОГО И ТОЧНОГО,
*20H РЕШЕНИИ ПРИ ВР=TKOH)
PRINT 1
1 FORMAT (/)
DO 10 J=1,NN

```

```

I1=J+NN
I2=J+2*NN
I3=J+3*NN
10 PRINT 9,Y00(J),Y00(I1),Y00(I2),Y00(I3)
9 FORMAT (4D15.5)
IDF=IDF+1
IF(IDF.EQ.3) GOTO 30
GOTO 20
30 CONTINUE
STOP
END
SUBROUTINE DOUTM(M,N,BP,XH,Y1)
DOUBLE PRECISION BP,XH,Y1
DIMENSION XH(N),Y1(N,M)
1 FORMAT (//)
2 FORMAT (11D11.4/(11X,10D11.4))
9 FORMAT (10H BPEMЯ=,D12.4)
PRINT 9,BP
PRINT 1
PRINT 3,(I,I=1,M)
3 FORMAT (6H X,5X,10(I6,5X)/(11X,10(I6,5X)))
DO 10 I=1,N
10 PRINT 2,XH(I),(Y1(I,J),J=1,M)
PRINT 1
RETURN
END
SUBROUTINE DFF(N,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,Y0,Y,A)
DOUBLE PRECISION BP,HH,TAU1,XH,F,Y0,Y,Y1,H2,A
DIMENSION A(1)
DIMENSION XH(NN),Y(NN,MM),Y0(NN,MM)
H2=HH*HH
IF(N.NE.NN) GOTO 1
DO 10 I=1,12
10 A(I)=0
A(1)=1.
A(4)=1.
GOTO 3
1 IF(N.NE.1) GOTO 2
DO 11 I=1,12
11 A(I)=0
A(1)=-1.
A(4)=-1.
A(5)=4.
A(8)=4.
A(9)=-3.
A(12)=-3.
GOTO 3
2 CONTINUE
A(1)=0.55/H2
A(2)=0.
A(3)=0.
A(4)=0.55/H2
A(5)=-1.1/H2-TAU1
A(6)=0.
A(7)=0.55
A(8)=-1.1/H2-TAU1
A(9)=0.55/H2
A(10)=0.
A(11)=0.
A(12)=0.55/H2
3 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE FF(N,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,Y0,Y)
DOUBLE PRECISION BP,HH,TAU1,XH,F,Y0,Y,Y1,H2
DIMENSION XH(NN),F(MM),Y(NN,MM),Y0(NN,MM)
H2=HH*HH
IF(N.NE.NN) GOTO 1

```

```

C   ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НА ПРАВОМ КОНЦЕ
      F(1)=Y(NN,1)
      F(2)=Y(NN,2)
      GOTO 3
1   IF(N.NE.1) GOTO 2
C   ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НА ЛЕВОМ КОНЦЕ
      F(1)=-3.*Y(1,1)+4.*Y(2,1)-Y(3,1)
      F(2)=-3.*Y(1,2)+4.*Y(2,2)-Y(3,2)
      GOTO 3
C   РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ТОЧКЕ N
2   CONTINUE
      F(1)=((Y(N+1,1)-2.*Y(N,1)+Y(N-1,1))/H2+Y(N,2))
      *0.55+((Y0(N+1,1)-2.*Y0(N,1)+Y0(N-1,1))/H2+Y0(N,2))*0.45
      --(Y(N,1)-Y0(N,1))*TAU1
      F(2)=((Y(N+1,2)-2.*Y(N,2)+Y(N-1,2))/H2
      *0.55+Y0(N+1,2)-2.*Y0(N,2)+Y0(N-1,2))/H2*0.45
      --(Y(N,2)-Y0(N,2))*TAU1
3   CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE FBP(BPO,BF,TAU,TAU1,TKOH,YO,EPS,
      *NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF)
      DOUBLE PRECISION BPO,BF,TAU,TAU1,TKOH,YO,EPS
      DIMENSION YO(NN,MM),EPS(MM,4)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE DNOKS(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
      *EPS,TKOH,TAU,X0,X1,Y00,DTL,FF,DOUTM,DFF,FBP,B,K)
      DOUBLE PRECISION AEPS,EPS,TKOH,TAU,X0,X1,Y00,B
      DIMENSION B(K),Y00(NN,MM)
      *,EPS(MM,4)
      EXTERNAL FF,DOUTM,DFF
      *,FBP
      INTEGER DTL
      L=(2*NN+3)*MM*MM+2*(NN+2)*MM*NN
      IF (IDF.EQ.0) L=L+3*MM*MM-MM
      IF (IDF.EQ.2) L=L+MM
      IF (K.GE.L) GO TO 2
      PRINT 1,K,L
1   FORMAT(32H РАЗМЕРНОСТЬ РАБОЧЕ О МАССИВА K=,I5,
      *17H МЕНЬШЕ ТРЕБУЕМОЙ,I9)
      STOP
2   CONTINUE
      NM=NN*MM
      NM1=NN-1
      NM2=NN-2
      M2I=MM*2
      M3I=MM*3
      M3P1=M3I+1
      M2=1
      M3=M2+NM
      M4=M3+NM
      M5=M4+MM
      M6=M5+MM
      M7=M6+NN
      M8=M7+MM*MM*NM1
      M9=M8+MM*MM*NM2
      M10=M9+MM
      M3M=MM
      IF (IDF.NE.0) GOTO 5
      M10=M9+MM*M3I
      M3M=M3I*MM
5   CONTINUE
      IF (IDF.NE.2) GOTO 6
      M10=M9+M2I
      M3M=M2I
6   CONTINUE
      CALL IDNOKS(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,

```



```

*TKOH,TAU,X0,X1,Y00,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP,EPS,B(M2),
*B(M3),B(M4),B(M5),B(M6),B(M7),B(M8),B(M9),B(M10),
*NM1,NM2,M2I,M3P1,M3M)
RETURN
END
SUBROUTINE IDNOKS(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
*TKOH,TAU,X0,X1,Y0,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP,EPS,Y,Y1,
*F,F1,XH,PZ,QZ,AZ,BZ,NM1,NM2,M2,M3P1,M3)
DOUBLE PRECISION EPS,BZ,PZ,QZ,F1,AZ,BF,HH,TAU1,XH,F,Y0,Y,Y1
*,X0,X1,TKOH,TAU,CZ1,CZ2,AED,DY,YM,BP0
DIMENSION EPS(MM,4),F(MM),F1(MM),XH(NN),
*Y0(NN,MM),Y(NN,MM),Y1(NN,MM),PZ(NM1,MM,MM),
*QZ(NM2,MM,MM),BZ(M2,M3P1),AZ(M3)
COMMON /IFIP/ IFF1,IPID
INTEGER OTL
IF(IPID.EQ.1) GOTO 1000
701 FORMAT(/)
PRINT 701
702 FORMAT(2X,4H NN=,I3,4H MM=,I3,4H IB=,I3,6H ITAU=,I3,
16H ITER=,I3,5H ITB=,I3,5H IDF=,I3)
PRINT 702,NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF
PRINT 701
PRINT 703,TKOH,TAU,X0,X1
703 FORMAT(2X,6H TKOH=,D12.4,5H TAU=,D12.4,4H X0=,D12.4,4H X1=,D12.4)
PRINT 704,(EPS(I,1),I=1,MM)
704 FORMAT(/,2X,10H EPS(I,1)=,/, (12D10.2))
PRINT 705,(EPS(I,2),I=1,MM)
705 FORMAT(/,2X,10H EPS(I,2)=,/, (12D10.2))
PRINT 706,(EPS(I,3),I=1,MM)
706 FORMAT(/,2X,10H EPS(I,3)=,/, (12D10.2))
PRINT 707,(EPS(I,4),I=1,MM)
707 FORMAT(/,2X,10H EPS(I,4)=,/, (12D10.2))
PRINT 701
1000 CONTINUE
JB=0
BP=0
HH=(X1-X0)/(NN-1)
XH(1)=X0
DO724 I=2,NN
724 XH(I)=XH(I-1)+HH
IF(TAU.NE.0) TAU1=1./TAU
IF(TAU.EQ.0) TAU1=0.
DO729 I=1,NN
DO729 J=1,MM
Y1(I,J)=Y0(I,J)
729 Y(I,J)=Y0(I,J)
CALL DOUTH(MM,NN,BP,XH,Y1)
MZ=MM
NZ=NN-1
N1=NZ+1
MZ11=MZ+1
MZ20=2*MZ
MZ21=2*MZ+1
MZ30=3*MZ
MZ31=3*MZ+1
730 IT=-1
BP0=BP
BP=BP+TAU
CALL FBP(BP0,BP,TAU,TAU1,TKOH,Y0,EPS,
*NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF)
IF(BP.GT.TKOH*1.00001) GOTO772
731 IT=IT+1
GO TO 600
C УХОД НА РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ
601 CONTINUE
IF(ITER.EQ.0) GOTO 740
IF(IT) 732,732,733

```

```

C      ОДНА ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ИТЕРАЦИЯ
732 IF (IT.EQ.ITER) GOTO750
    D0728 I=1,NN
    D0728 J=1,MM
728 Y(I,J)=Y1(I,J)
    IF (ITB.EQ.1) GOTO755
    GOTO731
C      СРАВНЕНИЕ НА СХОДИМОСТЬ ИТЕРАЦИИ
733 D0727 I=1,NN
    D0727 J=1,MM
    IF (DABS(Y(I,J)-Y1(I,J)).GT.EPS(J,2)*DABS(Y1(I,J)+EPS(J,1)))
        *GOTO 732
727 CONTINUE
740 CONTINUE
    IF (TAU.EQ.0) GOTO757
C      ПОД ОТОБКА СЛЕД. ШАГА
    D0726 I=1,NN
    D0726 J=1,MM
    Y0(I,J)=Y1(I,J)
726 Y(I,J)=Y1(I,J)
    IF (DABS(BP-TKOH).LE.(TKOH*1.E-5)) GOTO758
725 JB=JB+1
    IF (ITAU.EQ.0) GOTO743
    IF (IT.LE.1.AND.TAU.LT.TKOH/10.) GOTO 741
C      УВЕЛИЧЕНИЕ ШАГА TAU
    IF (IT.GE.3) GOTO742
C      УМЕНЬШЕНИЕ ШАГА TAU
743 IF (IB.NE.JB) GOTO730
C      ВЫДАЧА РЕЗУЛЬТАТА С ПЕРИОДОМ IB
    JB=0
    CALL DOUTH(MM,NN,BP,XH,Y1)
    GOTO730
772 TAU=TKOH-BP+TAU
    BP=TKOH
    TAU1=1./TAU
    GOTO731
741 TAU=1.5*TAU
    TAU1=1./TAU
    GOTO743
742 TAU=TAU/2.
    TAU1=1./TAU
    IF (TAU-TKOH/100000.) 744,743,743
744 PRINT 701
    PRINT 708,BP,TAU
708 FORMAT(34H ШАГ TAU МЕНЬШЕ ДОПУСТИМОГО ВРЕМЯ=D12.4,5H TAU=,D12.4)
    GOTO 800
760 PRINT 761,BP
761 FORMAT(/46H ПРИ ЗАДАННОМ ПОСТОЯННОМ TAU В МОМЕНТ ВРЕМЕНИ=,D12.4)
    GOTO 752
750 IF (TAU.EQ.0) GOTO752
    IF (ITAU.EQ.0) GOTO 760
    BP=BP-TAU
    D0751 I=1,NN
    D0751 J=1,MM
751 Y(I,J)=Y0(I,J)
    GOTO742
752 PRINT 709
709 FORMAT(39H IT=ITER ИТЕРАЦИИ НЕ СХОД. С ТОЧН. EPS)
    IT=ITER-1
    PRINT756,ITER
    CALL DOUTH(MM,NN,BP,XH,Y1)
    PRINT756,IT
    D0753 I=1,NN
    D0753 J=1,MM
753 Y1(I,J)=Y(I,J)
    CALL DOUTH(MM,NN,BP,XH,Y1)
    RETURN
755 PRINT 756,IT

```

```

756 FORMAT(10H ИТЕРАЦИЯ=,I3)
    CALL DOUTH(MM,NN,BP,XH,Y1)
    GOTO731
757 PRINT756,IT
758 CONTINUE
    CALL DOUTH(MM,NN,BP,XH,Y1)
800 CONTINUE
    DO759 I=1,NN
    DO759 J=1,MM
759 Y0(I,J)=Y1(I,J)
    GOTO 500
600 CONTINUE
C   БЛОК РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ
    N=NZ-1
    N1=N+1
    N2=N+2
    GOTO 103-
C   ЦИКЛ ПО N
102 IF(N)110,104,105
110 DO 111 I=MZ11,MZ20
    DO 111 J=1,MZ31
111 BZ(I,J)=0
101 DO 112 L=1,MZ
    CZ1=0
C   ПОИСК ГЛАВНОГО ЭЛЕМЕНТА
    DO 113 I=L,MZ20
    IF (DABS(BZ(I,L))-DABS(CZ1)) 113,109,109
109 K=I
    CZ1=BZ(I,L)
113 CONTINUE
C   ГЛАВНЫЙ ЭЛЕМЕНТ БЛИЗОК К НУЛЮ
    IF (DABS(CZ1).LE.1.D-18) GOTO 100
C   ПЕРЕСТАНОВКА СТРОК И ИСКЛЮЧЕНИЕ
    CZ1=1.DO/CZ1
    IF (K.EQ.L) GOTO 997
    DO 998 J=L,MZ31
    CZ2=BZ(K,J)*CZ1
    BZ(K,J)=BZ(L,J)
998 BZ(L,J)=CZ2
    GOTO 114
997 DO 999 J=L,MZ31
999 BZ(L,J)=BZ(L,J)*CZ1
114 CONTINUE
    DO 115 I=1,MZ20
    IF(I.EQ.L) GO TO 115
    CZ1=BZ(I,L)
    IF(CZ1.EQ.0.) GOTO 115
    LI=L+1
    DO 116 J=L1,MZ31
116 BZ(I,J)=BZ(I,J)-BZ(L,J)*CZ1
115 CONTINUE
112 CONTINUE
C   ОБРАЗОВАНИЕ МАТРИЦ P,Q,R
    DO 118 I=1,MZ
    Y1(N+2,I)=BZ(I,MZ31)
    IF(N.EQ.-1) GOTO 118
    DO 117 J=1,MZ
    PZ(N+1,I,J)=BZ(I,J+MZ)
    IF(N.EQ.0) GOTO 117
    QZ(N,I,J)=BZ(I,J+MZ20)
117 CONTINUE
118 CONTINUE
    IF(N.EQ.-1) GOTO 106
    DO 120 I=1,MZ
    BZ(I,MZ31)=BZ(I+MZ,MZ31)
    DO 121 J=1,MZ20
121 BZ(I,J)=BZ(I+MZ,J+MZ)
    DO 120 J=MZ21,MZ30

```

```

120 BZ(I,J)=0
    N=N-1
    N1=N+1
    N2=N+2
C    КОНЕЦ ЦИКЛА ПО N
    GOTO 102
C    ПОЛУЧЕНИЕ РЕШЕНИЯ
106 DO 122 J=1,MZ
    DO 122 I=1,MZ
122 Y1(2,J)=Y1(2,J)-PZ(1,J,I)*Y1(1,I)
    DO 123 K=2,MZ
    DO 123 J=1,MZ
    DO 123 I=1,MZ
123 Y1(K+1,J)=Y1(K+1,J)-PZ(K,J,I)*Y1(K,I)-QZ(K-1,J,I)*Y1(K-1,I)
    GO TO 601
C    БЛОК ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФ. ВО ВНУТРЕННЕЙ ТОЧКЕ N
105 CALL FF(N+1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
    DO 51 K=1,MZ
    51 F1(K)=F(K)
    IF(IDF) 152,153,152
153 CALL DFF(N+1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,YO,Y,AZ)
    DO 156 J=1,MZ30
    DO 156 I=MZ11,MZ20
    K=I+(J-2)*MZ
156 BZ(I,J)=-AZ(K)
    GOTO 155
152 CONTINUE
    DO 10 I=1,MZ
    AED=EPS(I,3)
    DY=(Y(N1,I)+Y(N2,I)+Y(N,I))*EPS(I,4)
    IF(DY.EQ.0.) DY=AED
    IF(DABS(DY).LT.DABS(AED)) DY=DSIGN(AED,DY)
    AZ(I)=DY
10 CONTINUE
    IF(IDF.EQ.1) GOTO 14
    DO 19 I=MZ11,MZ20
    DO 19 J=1,MZ
    BZ(I,J)=0.
19 BZ(I,J+MZ20)=0.
    DO 11 I=1,MZ
    J=I+MZ
    AZ(J)=Y(N2,I)
11 Y(N2,I)=AZ(J)+AZ(I)
    CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
    DO 12 I=1,MZ
    DY=AZ(I)
    J=I+MZ
    Y(N2,I)=AZ(J)
    BZ(I+MZ,I)=(F1(I)-F(I))/DY
    AZ(J)=Y(N,I)
12 Y(N,I)=AZ(J)+DY
    CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
    DO 13 I=1,MZ
    DY=AZ(I)
    Y(N,I)=AZ(I+MZ)
13 BZ(I+MZ,I+MZ20)=(F1(I)-F(I))/DY
    GOTO 17
14 CONTINUE
    DO 16 I=1,MZ
    DY=AZ(I)
    YM=Y(N2,I)
    Y(N2,I)=YM+DY
    CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
    Y(N2,I)=YM
    DO 15 K=MZ11,MZ20
15 BZ(K,I)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
    YM=Y(N,I)
    Y(N,I)=YM+DY

```

```

CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(N,I)=YM
DO 16 K=MZ11,MZ20
16 BZ(K,I+MZ20)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
17 CONTINUE
DO 18 I=1,MZ
DY=AZ(I)
YM=Y(N1,I)
Y(N1,I)=YM+DY
CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(N1,I)=YM
DO 18 K=MZ11,MZ20
18 BZ(K,I+MZ)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
155 CONTINUE
DO 55 K=MZ11,MZ20
BZ(K,MZ31)=F1(K-MZ)
DO 55 I=1,MZ
55 BZ(K,MZ31)=BZ(K,MZ31)+BZ(K,I)*Y(N+2,I)
1+BZ(K,I+MZ)*Y(N+1,I)+BZ(K,I+MZ20)*Y(N,I)
IF(OTL) 202,59,202
59 CONTINUE
C      ПОПРАВКА СТОЖИ
DO 57 I=MZ11,MZ20
CZ1=0.DO
DO 58 J=1,MZ30
IF(DABS(BZ(I,J))-DABS(CZ1)) 58,75,75
75 CZ1=BZ(I,J)
58 CONTINUE
IF(CZ1.EQ.0.) GOTO 200
DO 57 J=1,MZ31
57 BZ(I,J)=BZ(I,J)/CZ1
GOTO 101
C      БЛОК ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФ. НА ПРАВОМ КОНЦЕ
103 IFF1=1
CALL FF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
IFF1=0
DO 31 K=1,MZ
31 F1(K)=F(K)
IF(IDF) 132,133,132
133 CALL DFF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,YO,Y,AZ)
DO 136 J=1,MZ30
DO 136 I=1,MZ
K=I+(J-1)*MZ
136 BZ(I,J)=-AZ(K)
GOTO 135
132 CONTINUE
DO 32 I=1,MZ
DY=(Y(NN,I)+Y(NN-1,I)+Y(NN-2,I))*EPS(I,4)
AED=EPS(I,3)
IF(DY.EQ.0.) DY=AED
IF(DABS(DY).LT.DABS(AED)) DY=DSIGN(AED,DY)
YM=Y(NN,I)
Y(NN,I)=YM+DY
CALL FF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(NN,I)=YM
DO 33 K=1,MZ
33 BZ(K,I)=(F1(K)-F(K))/DY
YM=Y(NN-1,I)
Y(NN-1,I)=YM+DY
CALL FF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(NN-1,I)=YM
DO 34 K=1,MZ
34 BZ(K,I+MZ)=(F1(K)-F(K))/DY
YM=Y(NN-2,I)
Y(NN-2,I)=YM+DY
CALL FF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(NN-2,I)=YM
DO 32 K=1,MZ

```

```

32 BZ(K,I+MZ20)=(F1(K)-F(K))/DY
135 CONTINUE
    DO 35 K=1,MZ
      BZ(K,MZ31)=F1(K)
      DO 35 I=1,MZ
35 BZ(K,MZ31)=BZ(K,MZ31)+BZ(K,I)*Y(NN,I)
1+BZ(K,I+MZ)*Y(NN-1,I)+BZ(K,I+MZ20)*Y(NN-2,I)
      IF(OTL) 203,39,203
39 CONTINUE
C      НОРМИРОВКА СТРОКИ
      DO 37 I=1,MZ
        CZ1=0
        DO 38 J=1,MZ30
          IF(DABS(BZ(I,J))-DABS(CZ1)) 38,73,73
73 CZ1=BZ(I,J)
38 CONTINUE
      IF(CZ1.EQ.0.) GOTO 201
      DO 37 J=1,MZ31
37 BZ(I,J)=BZ(I,J)/CZ1
      GOTO 102
C      БЛОК ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФ. НА ЛЕВОМ КОНЦЕ
104 CALL FF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
      DO 41 K=1,MZ
41 F1(K)=F(K)
      IF(IDF) 142,143,142
143 CALL DFF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,YO,Y,AZ)
      DO 146 J=1,MZ30
        DO 146 I=MZ11,MZ20
          K=I+(J-2)*MZ
146 BZ(I,J)=-AZ(K)
      GOTO 145
142 CONTINUE
      DO 44 I=1,MZ
        DY=(Y(3,I)+Y(2,I)+Y(1,I))*EPS(I,4)
        AED=EPS(I,3)
        IF(DY.EQ.0.) DY=AED
        IF(DABS(DY).LT.DABS(AED)) DY=DSIGN(AED,DY)
        YM=Y(3,I)
        Y(3,I)=YM+DY
        CALL FF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
        Y(3,I)=YM
      DO 43 K=MZ11,MZ20
43 BZ(K,I)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
        YM=Y(2,I)
        Y(2,I)=YM+DY
        CALL FF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
        Y(2,I)=YM
      DO 42 K=MZ11,MZ20
42 BZ(K,I+MZ)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
        YM=Y(1,I)
        Y(1,I)=YM+DY
        CALL FF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
        Y(1,I)=YM
      DO 44 K=MZ11,MZ20
44 BZ(K,I+MZ20)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
145 CONTINUE
      DO 45 K=MZ11,MZ20
        BZ(K,MZ31)=F1(K-MZ)
        DO 45 I=1,MZ
45 BZ(K,MZ31)=BZ(K,MZ31)+BZ(K,I)*Y(3,I)+
1BZ(K,I+MZ)*Y(2,I)+BZ(K,I+MZ20)*Y(1,I)
        IF(OTL) 204,49,204
49 CONTINUE
C      ИСКЛЮЧЕНИЕ A(0)
      DO 60 K=1,MZ
        DO 60 J=MZ11,MZ20
          IF(BZ(J,K).EQ.0) GOTO 60
      DO 61 I=1,MZ

```

```

      BZ(J,I+MZ)=BZ(J,I+MZ)-PZ(2,K,I)*BZ(J,K)
61  BZ(J,I+MZ20)=BZ(J,I+MZ20)-QZ(1,K,I)*BZ(J,K)
      BZ(J,MZ31)=BZ(J,MZ31)-Y1(3,K)*BZ(J,K)
60  CONTINUE
      DO 62 I=1,MZ
      DO 62 J=MZ11,MZ20
      BZ(J,I)=BZ(J,I+MZ)
      BZ(J,I+MZ)=BZ(J,I+MZ20)
62  BZ(J,I+MZ20)=0
C      НОРМИРОВКА СТРОКИ
      DO 47 I=MZ11,MZ20
      CZ1=0
      DO 48 J=1,MZ20
      IF(DABS(BZ(I,J))-DABS(CZ1)) 48,74,74
74  CZ1=BZ(I,J)
48  CONTINUE
      IF(CZ1.EQ.0.) GOTO 200
      DO 47 J=1,MZ31
      BZ(I,J)=BZ(I,J)/CZ1
      GOTO 101
C      АВАРИЙНАЯ ВЫДАЧА
100  N=N+1
      PRINT 1,N,L
      DO 3 I=1,MZ20
      3  PRINT 2,(BZ(I,J),J=1,MZ31)
      PRINT 9,BP,TAU,IT
      GOTO 800
200  N=N+1
      I=I-MZ
199  PRINT 4,N,I
      PRINT 9,BP,TAU,IT
      GOTO 800
201  N=NN
      GOTO 199
202  NOTL=N+1
      PRINT 5,NOTL
      DO 6 I=MZ11,MZ20
      6  PRINT 2,(BZ(I,J),J=1,MZ31)
      GOTO 59
203  PRINT 5,NN
      DO 7 I=1,MZ
      7  PRINT 2,(BZ(I,J),J=1,MZ31)
      GOTO 39
204  NOTL=1
      PRINT 5,NOTL
      DO 8 I=MZ11,MZ20
      8  PRINT 2,(BZ(I,J),J=1,MZ31)
      GOTO 49
500  CONTINUE
      1  FORMAT(/46H МАТРИЦА ВЫРОЖДЕНА НА N-ОМ ЭТАПЕ ИСКЛЮЧЕНИЯ N=
      1,I3,19H НУЛЕВОЙ СТОЛБЕЦ L=,I3,12H МАТРИЦА BZ=)
      2  FORMAT(10D12.4)
      4  FORMAT(/26H ПРИ НОРМИРОВКЕ В ТОЧКЕ N=,I3,
      1 29H ОБНАРУЖЕНА НУЛЕВАЯ СТРОКА I=,I3)
      5  FORMAT(28H ЭЛЕМЕНТЫ МАТРИЦЫ В ТОЧКЕ N=,I3)
      9  FORMAT(7H ВРЕМЯ=,D10.4,9H ВРЕМЯ ТАУ=,D10.4,10H ИТЕРАЦИЯ=,I2)
      RETURN
      END

```

ПРИЛОЖЕНИЕ II

РАСПЕЧАТКА ТЕКСТА КОНТРОЛЬНОГО ПРИМЕРА И СТАНДАРТНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ БЭСМ-6

```

PROGRAM TEST
EXTERNAL FF,DOUTH,DFP,FBP
DIMENSION Y00(84),EPS(2,4)
INTEGER OTL
NN=21
MM=2
IB=50
ITAU=0
ITER=7
ITB=0
IDF=0
DO 3 I=1,MM
  EPS(I,1)=1.E-5
  EPS(I,2)=0.001
  EPS(I,3)=1.E-5
  EPS(I,4)=0.001
3 CONTINUE
  TKOH=0.1
  TAU=.001
  X0=0.5
  X1=1.
  OTL=0
20 CONTINUE
  DO 2 I=1,NN
    Y00(I)=0
    2 Y00(I+NN)=SIN(3.14159*(X0+(X1-X0)*(FLOAT(I-1)/FLOAT(NN-1))))
    Y00(NN+NN)=0.
    CALL N121M6(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
      *EPS,TKOH,TAU,X0,X1,Y00,OTL,FF,DOUTH,DFP,FBP)
C  ВЫЧИСЛЕНИЕ ТОЧНОГО РЕШЕНИЯ КОНТР. ПРИМЕРА В МОМЕНТ ТКОН
    DO 11 I=1,NN
      I1=I+3*NN
      I2=I+2*NN
      Y00(I1)=EXP(-9.8696*TKOH)*SIN(3.14159*
        *(X0+(X1-X0)*(FLOAT(I-1)/FLOAT(NN-1))))
11 Y00(I2)=TKOH*Y00(I1)
      Y00(I1)=0.
      Y00(I2)=0.
      PRINT 8
8 FORMAT (32H СРАВНЕНИЕ ПОЛУЧЕННОГО И ТОЧНОГО,
      *20H РЕШЕНИИ ПРИ ВР=ТКОН)
      PRINT 1
1 FORMAT (/)
      DO 10 J=1,NN
        I1=J+NN
        I2=J+2*NN
        I3=J+3*NN
10 PRINT 9,Y00(J),Y00(I1),Y00(I2),Y00(I3)
9 FORMAT (4E15.5)
      IDF=IDF+1
      IF (IDF.EQ.3) GO TO 30
      GO TO 20

```



```

30 CONTINUE
  STOP
  END
  SUBROUTINE FBP(BP, BP, TAU, TAU1, TKOH, Y0, EPS,
    *NN, MM, IB, ITAU, ITER, ITB, IDF)
    DIMENSION Y0(NN, MM), EPS(MM, 4)
    RETURN
  END
  SUBROUTINE DFF(N, NN, MM, BP, HH, TAU1, XH, Y0, Y, A)
    DIMENSION A(1)
    DIMENSION XH(NN), Y(NN, MM), Y0(NN, MM)
    H2=HH*HH
    IF(N.NE.NN) GOTO 1
    DO 10 I=1, 12
10  A(I)=0
    A(1)=1.
    A(4)=1.
    GOTO 3
  1 IF(N.NE.1) GOTO 2
    DO 11 I=1, 12
11  A(I)=0
    A(1)=-1.
    A(4)=-1.
    A(5)=4.
    A(8)=4.
    A(9)=-3.
    A(12)=-3.
    GOTO 3
  2 CONTINUE
    A(1)=0.55/H2
    A(2)=0.
    A(3)=0.
    A(4)=0.55/H2
    A(5)=-1.1/H2-TAU1
    A(6)=0.
    A(7)=0.55
    A(8)=-1.1/H2-TAU1
    A(9)=0.55/H2
    A(10)=0.
    A(11)=0.
    A(12)=0.55/H2
  3 CONTINUE
    RETURN
  END
  SUBROUTINE FF(N, NN, MM, BP, HH, TAU1, XH, F, Y0, Y)
    DIMENSION XH(NN), F(MM), Y(NN, MM), Y0(NN, MM)
    H2=HH*HH
    IF(N.NE.NN) GOTO 1
C   ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НА ПРАВОМ КОНЦЕ
    F(1)=Y(NN, 1)
    F(2)=Y(NN, 2)
    GOTO 3
  1 IF(N.NE.1) GOTO 2
C   ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НА ЛЕВОМ КОНЦЕ
    F(1)=-3.*Y(1, 1)+4.*Y(2, 1)-Y(3, 1)
    F(2)=-3.*Y(1, 2)+4.*Y(2, 2)-Y(3, 2)
    GOTO 3
C   РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ТОЧКЕ N
  2 CONTINUE
    F(1)=(Y(N+1, 1)-2.*Y(N, 1)+Y(N-1, 1))/H2+Y(N, 2)
    **0.55+((Y0(N+1, 1)-2.*Y0(N, 1)+Y0(N-1, 1))/H2+Y0(N, 2))*0.45
    --(Y(N, 1)-Y0(N, 1))*TAU1
    F(2)=(Y(N+1, 2)-2.*Y(N, 2)+Y(N-1, 2))/H2
    **0.55+(Y0(N+1, 2)-2.*Y0(N, 2)+Y0(N-1, 2))/H2*0.45
    --(Y(N, 2)-Y0(N, 2))*TAU1
  3 CONTINUE
    RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE DOUTH(M,N,BP,XH,Y1)
DIMENSION XH(N),Y1(N,M)
1 FORMAT(/)
2 FORMAT(11E11.4/(11X,10E11.4))
9 FORMAT(10H      ВРЕМЯ=,E12.4)
PRINT 9,BP
PRINT 1
PRINT 3,(I,I=1,M)
3 FORMAT(6H      X,5X,10(I6,5X)/(11X,10(I6,5X)))
DO 10 I=1,N
10 PRINT 2,XH(I),(Y1(I,J),J=1,M)
PRINT 1
RETURN
END
SUBROUTINE M21M15(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
*EPS,TKOH,TAU,X0,X1,Y00,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP)
DIMENSION Y00(NN,MM),EPS(MM,4),
*AZ(675),PZ(20,15,15),QZ(19,15,15),BZ(30,46),
*Y(21,15),Y1(21,15),F(15),F1(15),XH(21)
EXTERNAL FF,DOUTH,DFF,FBP
INTEGER OTL
NM1=NN-1
NM2=NN-2
M2I=MM*2
M3I=MM*3
M3P1=M3I+1
M3M=M3I*MM
CALL NOKS(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
*TKOH,TAU,X0,X1,Y00,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP,EPS,Y,
*Y1,F,F1,XH,PZ,QZ,AZ,BZ,NM1,NM2,M2I,M3P1,M3M)
RETURN
END
SUBROUTINE NOKS(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
*TKOH,TAU,X0,X1,Y0,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP,EPS,Y,Y1,
*F,F1,XH,PZ,QZ,AZ,BZ,NM1,NM2,M2,M3P1,M3)
DIMENSION EPS(MM,4),F(MM),F1(MM),XH(NN),
*Y0(NN,MM),Y(NN,MM),Y1(NN,MM),PZ(NM1,MM,MM),
*QZ(NM2,MM,MM),BZ(M2,M3P1),AZ(M3)
COMMON/IFF1/IFF1
INTEGER OTL
701 FORMAT(/)
PRINT 701
702 FORMAT(2X,4H NN=,I3,4H MM=,I3,4H IB=,I3,6H ITAU=,I3,
16H ITER=,I3,5H ITB=,I3,5H IDF=,I3)
PRINT 702,NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF
PRINT 701
PRINT 703,TKOH,TAU,X0,X1
703 FORMAT(2X,6H TKOH=,E12.4,5H TAU=,E12.4,4H X0=,E12.4,4H X1=,E12.4)
PRINT 704,(EPS(I,1),I=1,MM)
704 FORMAT(/,2X,10H EPS(I,1)=,/(12E10.2))
PRINT 705,(EPS(I,2),I=1,MM)
705 FORMAT(/,2X,10H EPS(I,2)=,/(12E10.2))
PRINT 706,(EPS(I,3),I=1,MM)
706 FORMAT(/,2X,10H EPS(I,3)=,/(12E10.2))
PRINT 707,(EPS(I,4),I=1,MM)
707 FORMAT(/,2X,10H EPS(I,4)=,/(12E10.2))
PRINT 701
JB=0
BP=0
HH=(X1-X0)/(NN-1)
XH(1)=X0
DO724 I=2,NN
724 XH(I)=XH(I-1)+HH
IF(TAU.NE.0) TAU1=1./TAU
IF(TAU.EQ.0) TAU1=0.
DO729 I=1,NN
DO729 J=1,MM
Y1(I,J)=Y0(I,J)

```

```

729 Y(I,J)=Y0(I,J)
    CALL DOUTH(MM,NN,BP,XH,Y1)
    MZ=MM
    NZ=NN-1
    N1=NZ+1
    MZ11=MZ+1
    MZ20=2*MZ
    MZ21=2*MZ+1
    MZ30=3*MZ
    MZ31=3*MZ+1
730 IT=-1
    BPO=BP
    BP=BP+TAU
    CALL FBP(BPO,BP,TAU,TAU1,TKOH,Y0,EPS,
*NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF)
    IF (BP.GT.TKOH*1.00001) GOTO772
731 IT=IT+1
    GO TO 600
C   YXOD HA PEШEHИE ЛИНЕЙНОЯ СИСТЕМЫ
601 CONTINUE
    IF (ITER.EQ.0) GOTO 740
    IF (IT) 732,732,733
C   ОДНА ОБЯЗАТЕЛЬНАЯ ИТЕРАЦИЯ
732 IF (IT.EQ.ITER) GOTO750
    D0728 I=1,NN
    D0728 J=1,MM
728 Y(I,J)=Y1(I,J)
    IF (ITB.EQ.1) GOTO755
    GOTO731
C   СРАВНЕНИЕ НА СХОДИМОСТЬ ИТЕРАЦИЙ
733 D0727 I=1,NN
    D0727 J=1,MM
    IF (ABS(Y(I,J)-Y1(I,J)).GT.EPS(J,2)*ABS(Y1(I,J)+EPS(J,1)))
*GO TO 732
727 CONTINUE
740 CONTINUE
    IF (TAU.EQ.0) GOTO757
C   ПОД ОТОВКА СЛЕД. ШАГА
    D0726 I=1,NN
    D0726 J=1,MM
    Y0(I,J)=Y1(I,J)
726 Y(I,J)=Y1(I,J)
    IF (ABS(BP-TKOH).LE.(TKOH*1.E-5)) GO TO 758
725 JB=JB+1
    IF (ITAU.EQ.0) GOTO743
    IF (IT.EQ.1.AND.TAU.LT.TKOH/10.) GOTO741
C   УВЕЛИЧЕНИЕ ША А TAU
    IF (IT.GE.3) GOTO742
C   УМЕНЬШЕНИЕ ШАГА TAU
743 IF (IB.NE.JB) GOTO730
C   ВЫДАЧА РЕЗУЛЬТАТА С ПЕРИОДОМ IB
    JB=0
    CALL DOUTH(MM,NN,BP,XH,Y1)
    GOTO730
772 TAU=TKOH-BP+TAU
    BP=TKOH
    TAU1=1./TAU
    GOTO731
741 TAU=1.5*TAU
    TAU1=1./TAU
    GOTO743
742 TAU=TAU/2.
    TAU1=1./TAU
    IF (TAU-TKOH/100000.) 744,743,743
744 PRINT 701
    PRINT 708,BP,TAU
708 FORMAT(34H ШАГ TAU МЕНЬШЕ ДОПУСТИМОГО,ВРЕМЯ=E12.4,5H TAU=,E12.4)
    GO TO 800

```

```

760 PRINT 761, BP
761 FORMAT(/46H ПРИ ЗАДАННОМ ПОСТОЯННОМ TAU В МОМЕНТ ВРЕМЕНИ=, E12.4)
      GOTO 752
750 IF (TAU.EQ.0) GOTO 752
      IF (ITAU.EQ.0) GOTO 760
      BP=BP-TAU
      DO 751 I=1, NN
      DO 751 J=1, MM
751 Y(I, J)=Y0(I, J)
      GOTO 742
752 PRINT 709
709 FORMAT(39H IT=ITER ИТЕРАЦИИ НЕ СХОД. С ТОЧН. EPS)
      IT=ITER-1
      PRINT 756, ITER
      CALL DOUTM(MM, NN, BP, XH, Y1)
      PRINT 756, IT
      DO 753 I=1, NN
      DO 753 J=1, MM
753 Y1(I, J)=Y(I, J)
      CALL DOUTM(MM, NN, BP, XH, Y1)
      RETURN
755 PRINT 756, IT
756 FORMAT(10H ИТЕРАЦИЯ=, I3)
      CALL DOUTM(MM, NN, BP, XH, Y1)
      GOTO 731
757 PRINT 756, IT
758 CONTINUE
      CALL DOUTM(MM, NN, BP, XH, Y1)
800 CONTINUE
      DO 759 I=1, NN
      DO 759 J=1, MM
759 Y0(I, J)=Y1(I, J)
      RETURN
600 CONTINUE
C   БЛОК РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ
      N=NZ-1
      N1=N+1
      N2=N+2
      GOTO 103
C   ЦИКЛ ПО N
102 IF (N) 110, 104, 105
110 DO 111 I=MZ11, MZ20
      DO 111 J=1, MZ31
111 BZ(I, J)=0
101 DO 112 L=1, MZ
      CZ1=0
C   ПОИСК ГЛАВНОГО ЭЛЕМЕНТА
      DO 113 I=L, MZ20
      IF (ABS(BZ(I, L))-ABS(CZ1)) 113, 109, 109
109 K=I
      CZ1=BZ(I, L)
113 CONTINUE
C   ГЛАВНЫЙ ЭЛЕМЕНТ БЛИЗОК К НУЛЮ
      IF (ABS(CZ1).LE.1.E-18) GO TO 100
C   ПЕРЕСТАНОВКА СТРОК И ИСКЛЮЧЕНИЕ
      CZ1=1./CZ1
      IF (K.EQ.L) GO TO 997
      DO 998 J=L, MZ31
      CZ2=BZ(K, J)*CZ1
      BZ(K, J)=BZ(L, J)
998 BZ(L, J)=CZ2
      GO TO 114
997 DO 999 J=L, MZ31
999 BZ(L, J)=BZ(L, J)*CZ1
114 CONTINUE
      DO 115 I=1, MZ20
      IF (I.EQ.L) GO TO 115

```

```

      CZ1=BZ(I,L)
      IF(CZ1.EQ.0.) GO TO 115
      L1=L+1
      DO 116 J=L1,MZ31
116  BZ(I,J)=BZ(I,J)-BZ(L,J)*CZ1
115  CONTINUE
112  CONTINUE
C    ОБРАЗОВАНИЕ МАТРИЦ P,Q,R
      DO 118 I=1,MZ
      Y1(N+2,I)=BZ(I,MZ31)
      IF(N.EQ.-1) GO TO 118
      DO 117 J=1,MZ
      PZ(N+1,I,J)=BZ(I,J+MZ)
      IF(N.EQ.0) GO TO 117
      QZ(N,I,J)=BZ(I,J+MZ20)
117  CONTINUE
118  CONTINUE
      IF(N.EQ.-1) GO TO 106
      DO 120 I=1,MZ
      BZ(I,MZ31)=BZ(I+MZ,MZ31)
      DO 121 J=1,MZ20
121  BZ(I,J)=BZ(I+MZ,J+MZ)
      DO 120 J=MZ21,MZ30
120  BZ(I,J)=0
      N=N-1
      N1=N+1
      N2=N+2
C    КОНЕЦ ЦИКЛА ПО N
      GO TO 102
C    ПОЛУЧЕНИЕ РЕШЕНИЯ
106  DO 122 J=1,MZ
      DO 122 I=1,MZ
122  Y1(2,J)=Y1(2,J)-PZ(1,J,I)*Y1(1,I)
      DO 123 K=2,MZ
      DO 123 J=1,MZ
      DO 123 I=1,MZ
123  Y1(K+1,J)=Y1(K+1,J)-PZ(K,J,I)*Y1(K,I)-QZ(K-1,J,I)*Y1(K-1,I)
      GO TO 601
C    БЛОК ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФ. ВО ВНУТРЕННЕЙ ТОЧКЕ N
105  CALL FF(N+1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
      DO 51 K=1,MZ
      51  F1(K)=F(K)
      IF(IDF) 152,153,152
153  CALL DFF(N+1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,YO,Y,AZ)
      DO 156 J=1,MZ30
      DO 156 I=MZ11,MZ20
      K=I+(J-2)*MZ
156  BZ(I,J)=-AZ(K)
      GO TO 155
152  CONTINUE
      DO 10 I=1,MZ
      AED=EPS(I,3)
      DY=(Y(N1,I)+Y(N2,I)+Y(N,I))*EPS(I,4)
      IF(DY.EQ.0.) DY=AED
      IF(ABS(DY).LT.ABS(AED)) DY=SIGN(AED,DY)
      AZ(I)=DY
10  CONTINUE
      IF(IDF.EQ.1) GO TO 14
      DO 19 I=MZ11,MZ20
      DO 19 J=1,MZ
      BZ(I,J)=0.
19  BZ(I,J+MZ20)=0.
      DO 11 I=1,MZ
      J=I+MZ
      AZ(J)=Y(N2,I)
11  Y(N2,I)=AZ(J)+AZ(I)
      CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
      DO 12 I=1,MZ

```

```

DY=AZ(I)
J=I+MZ
Y(N2,I)=AZ(J)
BZ(I+MZ,I)=(F1(I)-F(I))/DY
AZ(J)=Y(N,I)
12 Y(N,I)=AZ(J)+DY
CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
DO 13 I=1,MZ
DY=AZ(I)
Y(N,I)=AZ(I+MZ)
13 BZ(I+MZ,I+MZ20)=(F1(I)-F(I))/DY
GO TO 17
14 CONTINUE
DO 16 I=1,MZ
DY=AZ(I)
YM=Y(N2,I)
Y(N2,I)=YM+DY
CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(N2,I)=YM
DO 15 K=MZ11,MZ20
BZ(K,I)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
YM=Y(N,I)
Y(N,I)=YM+DY
CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(N,I)=YM
DO 16 K=MZ11,MZ20
16 BZ(K,I+MZ20)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
17 CONTINUE
DO 18 I=1,MZ
DY=AZ(I)
YM=Y(N1,I)
Y(N1,I)=YM+DY
CALL FF(N1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(N1,I)=YM
DO 18 K=MZ11,MZ20
18 BZ(K,I+MZ)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
155 CONTINUE
DO 55 K=MZ11,MZ20
BZ(K,MZ31)=F1(K-MZ)
DO 55 I=1,MZ
55 BZ(K,MZ31)=BZ(K,MZ31)+BZ(K,I)*Y(N+2,I)
1+BZ(K,I+MZ)*Y(N+1,I)+BZ(K,I+MZ20)*Y(N,I)
IF(OTL) 202,59,202
59 CONTINUE
C      НОРМИРОВКА СТРОКИ
DO 57 I=MZ11,MZ20
CZ1=0
DO 58 J=1,MZ30
IF(ABS(BZ(I,J))-ABS(CZ1)) 58,75,75
75 CZ1=BZ(I,J)
58 CONTINUE
IF(CZ1.EQ.0.) GOTO 200
DO 57 J=1,MZ31
57 BZ(I,J)=BZ(I,J)/CZ1
GOTO 101
C      БЛОК ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФ. НА ПРАВОМ КОНЦЕ
103 IFF1=1
CALL FF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
IFF1=0
DO 31 K=1,MZ
31 F1(K)=F(K)
IF(IDF) 132,133,132
133 CALL DFF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,YO,Y,AZ)
DO 136 J=1,MZ30
DO 136 I=1,MZ
K=I+(J-1)*MZ
136 BZ(I,J)=-AZ(K)
GOTO 135

```

```

132 CONTINUE
DO 32 I=1,MZ
DY=(Y(NN,I)+Y(NN-1,I)+Y(NN-2,I))*EPS(I,4)
AED=EPS(I,3)
IF(DY.EQ.0.) DY=AED
IF(ABS(DY).LT.ABS(AED)) DY=SIGN(AED,DY)
YM=Y(NN,I)
Y(NN,I)=YM+DY
CALL FF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(NN,I)=YM
DO 33 K=1,MZ
33 BZ(K,I)=(F1(K)-F(K))/DY
YM=Y(NN-1,I)
Y(NN-1,I)=YM+DY
CALL FF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(NN-1,I)=YM
DO 34 K=1,MZ
34 BZ(K,I+MZ)=(F1(K)-F(K))/DY
YM=Y(NN-2,I)
Y(NN-2,I)=YM+DY
CALL FF(NN,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(NN-2,I)=YM
DO 32 K=1,MZ
32 BZ(K,I+MZ20)=(F1(K)-F(K))/DY
135 CONTINUE
DO 35 K=1,MZ
BZ(K,MZ31)=F1(K)
DO 35 I=1,MZ
35 BZ(K,MZ31)=BZ(K,MZ31)+BZ(K,I)*Y(NN,I)
1+BZ(K,I+MZ)*Y(NN-1,I)+BZ(K,I+MZ20)*Y(NN-2,I)
IF(OTL) 203,39,203
39 CONTINUE
C      НОРМИРОВКА СТРОКИ
DO 37 I=1,MZ
CZ1=0
DO 38 J=1,MZ30
IF(ABS(BZ(I,J))-ABS(CZ1)) 38,73,73
73 CZ1=BZ(I,J)
38 CONTINUE
IF(CZ1.EQ.0.) GOTO 201
DO 37 J=1,MZ31
37 BZ(I,J)=BZ(I,J)/CZ1
GOTO 102
C      БЛОК ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФ. НА ЛЕВОМ КОНЦЕ
104 CALL FF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
DO 41 K=1,MZ
41 F1(K)=F(K)
IF(IDF) 142,143,142
143 CALL DFF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,YO,Y,AZ)
DO 146 J=1,MZ30
DO 146 I=MZ11,MZ20
K=I+(J-2)*MZ
146 BZ(I,J)=-AZ(K)
GOTO 145
142 CONTINUE
DO 44 I=1,MZ
DY=(Y(3,I)+Y(2,I)+Y(1,I))*EPS(I,4)
AED=EPS(I,3)
IF(DY.EQ.0.) DY=AED
IF(ABS(DY).LT.ABS(AED)) DY=SIGN(AED,DY)
YM=Y(3,I)
Y(3,I)=YM+DY
CALL FF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,YO,Y)
Y(3,I)=YM
DO 43 K=MZ11,MZ20
43 BZ(K,I)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
YM=Y(2,I)
Y(2,I)=YM+DY

```

```

CALL FF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,Y0,Y)
Y(2,I)=YM
DO 42 K=MZ11,MZ20
42 BZ(K,I+MZ)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
YM=Y(1,I)
Y(1,I)=YM+DY
CALL FF(1,NN,MM,BP,HH,TAU1,XH,F,Y0,Y)
Y(1,I)=YM
DO 44 K=MZ11,MZ20
44 BZ(K,I+MZ20)=(F1(K-MZ)-F(K-MZ))/DY
145 CONTINUE
DO 45 K=MZ11,MZ20
BZ(K,MZ31)=F1(K-MZ)
DO 45 I=1,MZ
45 BZ(K,MZ31)=BZ(K,MZ31)+BZ(K,I)*Y(3,I)+
1BZ(K,I+MZ)*Y(2,I)+BZ(K,I+MZ20)*Y(1,I)
IF(OTL) 204,49,204
49 CONTINUE
C ИСКЛЮЧЕНИЕ А(0).
DO 60 K=1,MZ
DO 60 J=MZ11,MZ20
IF(BZ(J,K).EQ.0) GOTO 60
DO 61 I=1,MZ
BZ(J,I+MZ)=BZ(J,I+MZ)-PZ(2,K,I)*BZ(J,K)
61 BZ(J,I+MZ20)=BZ(J,I+MZ20)-QZ(1,K,I)*BZ(J,K)
BZ(J,MZ31)=BZ(J,MZ31)-Y1(3,K)*BZ(J,K)
60 CONTINUE
DO 62 I=1,MZ
DO 62 J=MZ11,MZ20
BZ(J,I)=BZ(J,I+MZ)
BZ(J,I+MZ)=BZ(J,I+MZ20)
62 BZ(J,I+MZ20)=0
C НОРМИРОВКА СТРОКИ
DO 47 I=MZ11,MZ20
CZ1=0
DO 48 J=1,MZ20
IF(ABS(BZ(I,J))-ABS(CZ1)) 48,74,74
74 CZ1=BZ(I,J)
48 CONTINUE
IF(CZ1.EQ.0.) GOTO 200
DO 47 J=1,MZ31
47 BZ(I,J)=BZ(I,J)/CZ1
GOTO 101
C АВАРИЙНАЯ ВЫДАЧА
100 N=N+1
PRINT 1,N,L
DO 3 I=1,MZ20
3 PRINT 2,(BZ(I,J),J=1,MZ31)
PRINT 9,BP,TAU,IT
GO TO 800
200 N=N+1
I=I-MZ
199 PRINT 4,N,I
PRINT 9,BP,TAU,IT
GO TO 800
201 N=NN
GOTO 199
202 NOTL=N+1
PRINT 5,NOTL
DO 6 I=MZ11,MZ20
6 PRINT 2,(BZ(I,J),J=1,MZ31)
GOTO 59
203 PRINT 5,NN
DO 7 I=1,MZ
7 PRINT 2,(BZ(I,J),J=1,MZ31)
GOTO 39
204 NOTL=1
PRINT 5,NOTL

```



```

DO 8 I=MZ11,MZ20
8 PRINT 2,(BZ(I,J),J=1,MZ31)
GOTO 49
888 RETURN
1 FORMAT(/46H МАТРИЦА ВЫРОЖДЕНА НА N-ОМ ЭТАПЕ ИСКЛЮЧЕНИЯ N=
1,I3,19H НУЛЕВОЙ СТОЛБЕЦ L=,I3,12H МАТРИЦА BZ=)
2 FORMAT(10E12.4)
4 FORMAT(/26H ПРИ НОРМИРОВКЕ В ТОЧКЕ N=,I3,
1 29H ОБНАРУЖЕНА НУЛЕВАЯ СТРОКА I=,I3)
5 FORMAT(26H ЭЛЕМЕНТЫ МАТРИЦЫ В ТОЧКЕ N=,I3)
9 FORMAT(7H ВРЕМЯ=,E10.4,9H ША TAU=,E10.4,10H ИТЕРАЦИЯ=,I2)
END
SUBROUTINE N41M10(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
*EPS,TKOH,TAU,X0,X1,Y00,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP)
DIMENSION Y00(NN,MM),EPS(MM,4),
*AZ(300),PZ(40,10,10),QZ(39,10,10),BZ(20,31),
*Y(41,10),Y1(41,10),F(10),F1(10),XH(41)
EXTERNAL FF,DOUTH,DFF,FBP
INTEGER OTL
NM1=NN-1
NM2=NN-2
M2I=MM*2
M3I=MM*3
M3P1=M3I+1
M3M=M3I*MM
CALL NOKS(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
*TKOH,TAU,X0,X1,Y00,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP,EPS,Y,
*Y1,F,F1,XH,PZ,QZ,AZ,BZ,NM1,NM2,M2I,M3P1,M3M)
RETURN
END
SUBROUTINE N121M6(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
*EPS,TKOH,TAU,X0,X1,Y00,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP)
DIMENSION Y00(NN,MM),EPS(MM,4),
*AZ(108),PZ(120,6,6),QZ(119,6,6),BZ(12,19),
*Y(121,6),Y1(121,6),F(6),F1(6),XH(121)
EXTERNAL FF,DOUTH,DFF,FBP
INTEGER OTL
NM1=NN-1
NM2=NN-2
M2I=MM*2
M3I=MM*3
M3P1=M3I+1
M3M=M3I*MM
CALL NOKS(NN,MM,IB,ITAU,ITER,ITB,IDF,
*TKOH,TAU,X0,X1,Y00,OTL,FF,DOUTH,DFF,FBP,EPS,Y,
*Y1,F,F1,XH,PZ,QZ,AZ,BZ,NM1,NM2,M2I,M3P1,M3M)
RETURN
END

```

К главе 1

1. Маров М.Я. Планеты солнечной системы. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1986.
2. Жарков В.Н. Внутреннее строение Земли и планет. — М.: Наука, 1983.
3. Хаббард У.Б., Слэттери В.Л.//Юпитер: Ч.1. — М.: Мир, 1978. — С. 224.
4. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике/Под ред. Г.Н. Дубошина. — М.: Наука, 1971.
5. Брумберг В.А. Релятивистская небесная механика. — М.: Наука, 1971.
6. Гинзбург В.Л. О физике и астрофизике. — М.: Наука, 1974.
7. Дубошин Г.Н. Небесная механика: Основные задачи и методы. — М.: Наука, 1975.
8. Каула У. Введение в физику планет земной группы. — М.: Мир, 1981.
9. Белецкий В.В. Очерки о движении космических тел. — М.: Наука, 1972.
10. Physics of the Solar System/Ed. S. I. Rasool. — Washington: NASA SP-300, 1972.
11. Кузьмин А.Д., Маров М.Я. Физика планеты Венера. — М.: Наука, 1974.
12. Murray В.С., Belton M.J.S., Danielson G.E. et al.//Science. — 1974. — V. 185. — P. 169.
13. Уинн Ф. Семья Солнца. — М.: Мир, 1984.
14. Ward W.R.//Science. — 1973. — V. 181. — P. 260.
15. Sagan C., Toon O., Gierasch P.//Ibid. — 1973. — V. 181. — P. 1045.
16. Stone E.C., Miner E.D.//Science. — 1986. — V. 233. — P. 39.
17. Смолюковский Р.//Юпитер: Ч.1. — М.: Мир, 1978. — С. 15.
18. Warwick J.W., Pearce J.B., Evans D.R. et al.//Science. — 1981. — V. 212. — P. 2239.
19. Смит Б.А.//Астрон. вестн. — 1985. — Т. 19. — С. 42.
20. Ness N.F., Behannon K.W., Lepping R.P., Whang Y.C., Schatten K.H.//Science. — 1974. — V. 185 (No. 4146). — P. 151.
21. Долгинов Ш.Ш., Жузов Л.Н., Шарова В.А., Бузин В.Б.//Космич. исслед. — 1978. — Т. 16. — С. 657.
22. Долгинов Ш.Ш., Ярошенко Е.Г., Жузов Л.Н.//Космич. исслед. — 1975. — Т. 13. — С. 108.
23. Russel C.T., Elphic R.C., Slavin J.A.//J. Geophys. Res. — 1980. — V. 85, No. A13. — P. 8319.
24. Russel C.T.//Rev. Geophys. Space Phys. — 1980. — V. 18, No. 1. — P. 77.
25. Burns J.A.//Satellites/Eds. J.A. Burns and M.S. Matthews. — Tucson: The University of Arizona Press, 1986. — P. 1.
26. Симоненко А.Н. Астероиды. — М.: Наука, 1985.
27. Öpik E.J.//Proc. Roy. Soc. ser. A. — 1955. — V. 230. — P. 463.
28. Esposito L.W., Cuzzi J.N., Holberg J.B. et al.//Saturn/Eds. T. Gehrels and M. Sharpley. — Tucson: The University of Arizona Press, 1984. — P. 463.
29. Добровольский О.В. Кометы. — М.: Наука, 1966.
30. Whipple F. The Mystery of Comets. — Washington: Smithsonian Institution Press, 1985.
31. Шульман Л.М. Ядра комет. — М.: Наука, 1987.
32. Sagdeev R.Z.//Nature. — 1986. — V. 321. — P. 259.
33. Колесниченко А.В., Скоров Ю.В. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1984. — № 173.
34. Лебединец В.Н. Аэрозоль в верхней атмосфере и космическая пыль. — Л.: Гидрометеониздат, 1981.
35. Бронштэн В.А. Физика метеорных явлений. — М.: Наука, 1981.

36. Мороз В.И. Физика планет. — М.: Наука, 1967.
37. Маров М.Я. // Астрон. вестн. — 1979. — Т. 13. — С. 3.
38. Marov M. Ya. // Ann. Rev. Astron. — 1978. — V. 16. — P. 141.
39. Marov M. Ya. // Fundamentals of Cosmic Physics. — 1979. — V. 5. — P. 1.
40. Авдеевский В.С., Аким Э.Л. и др. // Космич. исслед. — 1975. — Т. 13. — С. 4.
41. Seiff A., Kirk D.B. // J. Geophys. Res. — 1977. — V. 82 (A2), No. 27. — P. 4364.
42. Owen T., Biemann K. et al. // Ibid. — 1977. — V. 82 (A2), No. 28. — P. 4635.
43. Яковлев О.И. Распространение радиоволн в Солнечной системе. — М.: Советское радио, 1974.
44. Howard H.T., Tyler G.L., Esposito P.B. et al. // Science. — 1974. — V. 185. — P. 179.
45. Фелдбо Г., Клуоре А., Зайдель Б., Сутнем Д., Войцешин П. // Юпитер: Ч. II. М.: Мир, 1979. — С. 51.
46. Eshleman V.R., Tyler G.L., Wood G.F., Lindal G.F., Anderson J.D., Levy G.S., Croft T.A. // Science. — 1979. — V. 204. — P. 976.
47. Eshleman V.R., Tyler G.L., Wood G.E. et al. // Ibid. — 1979. — V. 206. — P. 959.
48. Kliore A., Lindal G.E., Patel J.R., Sweetnam D.N., Hots H.B. // Ibid. — 1980. — V. 207. — P. 446.
49. Tyler G.L., Eshleman V.R., Anderson J.D. et al. // Ibid. — 1981. — V. 212. — P. 201.
50. Tyler G.L., Eshleman V.R., Anderson J.D. et al. // Ibid. — 1982. — V. 215. — P. 553.
51. Tyler G.L., Sweetnam D.N., Anderson J.D. et al. // Ibid. — 1981. — V. 233. — P. 79.
52. Кондратьев К.Я. Метеорология планет. — Л.: ЛГУ, 1977.
53. Истомин В.Г., Гречнев К.В., Кочнев В.А. // Письма в АЖ. — 1982. — Т. 8. — С. 391.
54. Мухин Л.М., Гелман Б.Г., Ламонов Н.И. и др. // Там же. — 1982. — Т. 8. — С. 399.
55. Hoffman J.H., Hodges R.R., Jr., Donahue T.M., McElroy M.B. // J. Geophys. Res. — 1980. — V. 85, No. A13. — P. 7882.
56. Broadfoot A.L., Kumar S., Belton M.J.S., McElroy M.B. // Science. — 1974. — V. 185. — P. 166.
57. Принн Р., Оуэн Т. // Юпитер: Ч. I. — М.: Мир, 1979. — С. 144.
58. Hanel R., Conrath B., Flasar F.M. et al. // Science. — 1979. — V. 204. — P. 972; 1979. — V. 206. — P. 952.
59. Prinn R.G., Larson H.P., Caldwell J.H., Cautier D. // Saturn Eds. T. Gehrels and M. Sharpley. — Tucson: The University of Arizona Press, 1984. — P. 88.
60. Hanel R., Conrath B., Flasar F.M., Kunde V. et al. // Science. — 1981. — V. 212. — P. 192.
61. Fink V., Larson H.P. // Astrophys. J. — 1979. — V. 223. — P. 1021.
62. Trafton L. // Rev. Geophys. Space Phys. — 1981. — V. 19. — P. 43.
63. Macy W., Sinton W. // Astrophys. J. — 1977. — V. 218. — L79.
64. Teifel V.G. // Icarus. — 1983. — V. 53. — P. 389.
65. Orton G.S., Tokunaga A.T., Caldwell J. // Ibid. — 1983. — V. 56. — P. 147.
66. Hanel R., Conrath B., Flasar F.M., Kunde V. et al. // Science. — 1986. — V. 223. — P. 70.
67. Trafton L. // Rev. Geophys. Space Phys. — 1981. — V. 19. — P. 43.
68. Ксанфомалити Л.В. Планета Венера. — М.: Наука, 1986.
69. Вассербург Дж., Папанастасиу Д.А. // Ядерная астрофизика. — М.: Мир, 1986. — С. 85.
70. Имкофф К.Л. // Протозвезды и планеты: Ч. II. — М.: Мир, 1982. — С. 800.
71. Виноградов А.П. Введение в геохимию океана. — М.: Наука, 1967.
72. Токсоц М.Н., Джонстон Д.Х. // Космохимия Луны и планет. — М.: Наука, 1975. — С. 210.
73. Anders E., Owen T. — Preprint / Enrico Fermi Institute. — 1978. — EFL77 — 46.
74. Rubey W.W. // Bull. Geoph. Soc. America. — 1951. — V. 62. — P. 1111.
75. Мокин А.С. История Земли. — М.: Наука, 1977.
76. Prinn R., Lewis J. Origin and Evolution of the Planetary Atmospheres. — N.Y.: Academic Press, 1984.
77. Волков В.П. Химия атмосферы Венеры. — М.: Наука, 1983.
78. Сурков Ю.А., Щеглов О.П., Рыбкин М.Л., Шейнин Д.М., Давыдов Н.А. // Астрономич. вестник. — 1986. — Т. 20, № 3. — С. 197.
79. Морозов В.И. Физика планеты Марс. — М.: Наука, 1978.
80. Seiff A., Schofield J.T., Taylor F.W., Limtye S.S., Revercomb H.E., Kerzhanovich V.V., Moroz V.I., Marov M. Ya. // Adv. Space Res. — 1985. — V. 5, No. 11. — P. 3.

81. Marov M.Ya., Lystsev V.E., Lebedev V.N., Lukashevich N.L., Shari V.P.//Icarus. — 1980. — V. 44. — P. 608.
82. Esposito L.W., Knollenberg R.G., Marov M.Ya., Toon O.B., Turco R.P.//Venus/Eds. D.M. Hunten, L. Colin, T.M. Donahue, V.I. Moroz. — Tucson: The University of Arizona Press, 1983. — P. 484.
83. Hess S.L., Henry R.M., Leovy C.B., Ryan J.A.//J. Geophys. Res. — 1977. — V. 82(A2), No 28. — P. 4559.
84. Голицын Г.С. Введение в динамику планетных атмосфер. — Л.: Гидрометеониздат, 1973.
85. Leovy C.B.//Ann. Rev. Astron. Astrophys. — 1979. — V. 17. — P. 387.
86. Силл Г.//Юпитер: Ч. II. — М.: Мир, 1979. — С. 206.
87. Стоун П.//Там же. — С. 460.
88. Khare B.N., Sagan C.//Icarus. — 1973. — V. 20. — P. 311.
89. Тейфель В.Г. Астрон. вестн. — 1985. — Т. 19. — С. 48.
90. Sandel B.R., Shemansky D.E., Broadfoot A.L. et al.//Science. — 1982. — V. 215. — P. 548.
91. Benner D.C., Fink V.//Icarus. — 1980. — V. 42. — P. 343.
92. Baines K.H.//Icarus. — 1983. — V. 56. — P. 543.
93. Heasley J.N., Pilcher C.B., Howell R.R., Caldwell J.J.//Ibid. — 1984. — V. 57. — P. 432.
94. Orton G.S., Tokunaga A.T., Caldwell J.J.//Ibid. — 1983. — V. 56. — P. 147.
95. Caldwell J.J.//The Saturn System/Eds. D.M. Hunten and D. Morrison. — NASA Conference Publication 2068. — 1977. — P. 113.
96. Hunten D.M.//Ibid. — P. 192.
97. Оуэн Т.//Астрон. вестн. — 1984. — Т. 18. — С. 281.
- 97.а. Lindal G.F., Wood G.E., Hotz H.B. et al.//Icarus. — 1983. — V. 53(No.2). — P. 348.
- 97.б. Morrison D. Voyages to Saturn. — Washington, D.C., NASA SP-471, 1982. — P. 147.
98. Голицын Г.С., Стеллов А.Ф.//Астрон. вестн. — 1978. — № 4. — С. 193.
99. Салаиен Д.Д., Сиско Г.А.//Спутники Юпитера: Т. III. — М.: Мир, 1986. — С. 238.
100. Кумар С., Хантен Д.М.//Там же. — С. 171.
101. Sakurai K.//Space Sci. Rev. — 1984. — V. 38. — P. 243.
102. Акасофу С.И., Чепмен С. Солнечно-земная физика: Ч. I. — М.: Мир, 1975.
103. Келдыш М.В., Маров М.Я. Космические исследования. — М.: Наука, 1981.
104. Эдди Д., Доннели Р., Уайт О.//Поток энергии Солнца и его изменения/Под ред. О. Уайта. — М.: Мир, 1980. — С. 32.
105. Neckel H.//Space Sci. Rev. — 1984. — V. 38. — P. 187.
106. Хит Д.Ф., Такаекара М.И.//Поток энергии Солнца и его изменения/Под ред. О. Уайта. — М.: Мир, 1980. — С. 36.
107. Wilson R.C.//Space Sci. Rev. — 1984. — V. 38. — P. 203.
108. Витинский Ю.И.//Солнечная активность. — Л.: Наука, 1969.
109. Фрелих К.//Поток энергии Солнца и его изменения/Под ред. О. Уайта. — М.: Мир, 1980. — С. 110.
110. Уилсон С.К., Хики Д.Р.//Там же. — С. 128.
111. Мэнсон Д.Э.//Там же. — С. 286.
112. Тимоти Г.//Там же. — С. 257.
113. Schmidtke G.//Planet. Space Sci. — 1978. — V. 26. — P. 355.
114. Delabougniere J.P., Donnelly R.F., Hinteregger H.E., Schmidtke G., Simon P.C.//COSPAR Manual No. 7, 1978.
115. Роубл Р.//Поток энергии Солнца и его изменения/Под ред. О. Уайта. — М.: Мир, 1980. — С. 18.
116. Hinteregger H.E.//Ann. Geophys. — 1970. — V. 26. — P. 287.
117. Hinteregger H.E.//Adv. Space Res. — 1981. — V. 1. — P. 39.
118. Николе М. Астрономия. — М.: Мир, 1964.
119. Хаффман Р.Е.//Лабораторные исследования астрономических реакций. — Л.: Гидрометеониздат, 1970. — С. 90.
120. Friedman H. Physics of the Upper Atmosphere/Ed. J.A. Ratcliffe. — N.Y.: Academic Press, 1960.
121. Чепмен С.//Геофизика (Околосолнечное космическое пространство). — М.: Мир, 1964. — С. 243.
122. Фелдман У., Асбридж Дж., Бейм С., Гослинг Дж.//Поток энергии Солнца и его наблюдения/Под ред. О. Уайта. — М.: Мир. — 1980. — С. 377.

123. Ланцеротти Л.Д.//Там же. — С. 412.
124. Дамон П.//Там же. — С. 458.
125. Сыроватский С.И.//Проблемы солнечной активности и космическая система "Прогноз". — М.: Наука, 1977. — С. 5.
126. Syrovatsky S.I.//Solar Phys. — 1978. — V. 58. — P. 89.
127. Syrovatsky S.I.//Ann. Rev. Astron. Astrophys. — 1981. — V. 19. — P. 163.
128. Svestka Z. Solar Flares. — Dordrecht, Holland: D. Reidel Publ. Co., 1976.
129. Wu S.T.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 73.
130. Alfven H. Cosmic Plasma. — Dordrecht, Holland: D. Reidel Publ. Co., 1981.
131. Akasofu S.I.//Solar Phys. — 1981. — V. 71. — P. 107.
132. Raady M.A.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 37.
133. Писаренко Н.Ф.//Проблемы солнечной активности и космическая система "Прогноз". — М.: Наука, 1984. — С. 118.
134. Rust D.M.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 21.
135. Kuperus M.//Ibid. — 1983. — V. 34. — P. 47.
136. Баранов В.Б., Краснобаев К.В. Гидродинамическая теория космической плазмы. — М.: Наука, 1977.
137. Баранов В.Б., Ермаков М.К., Лебедев М.Г.//Изв. АН СССР. Сер. МЖГ, 1983. — № 5. — С. 122.
138. Акасофу С.И., Чепмен С. Солнечно-земная физика: Ч.2. — М.: Мир, 1975.
139. Akasofu S.I. Physics of Magnetospheric Substorms. — Dordrecht, Holland: D. Reidel Publ. Co., 1977.
140. Alfven H.//Rev. Geophys. Space Phys. — 1977. — V. 15. — P. 271.
141. Schweun R.//Adv. Space Res. — 1981. — V. 1. — P. 3.
142. Паркер Е. Динамические процессы в межпланетной среде. — М.: Мир, 1965.
143. Superman S.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 63.
144. Застенкер Т.Н., Вайсберг О.Л.//Проблемы солнечной активности и космическая система "Прогноз". — М.: Наука, 1984. — С. 5.
145. Smith E.J.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 101.
146. Alfven H.//Ibid. — 1984. — V. 39. — (No. 1/2). — P. 65.
147. Roederer J.G.//Exploration of the Polar Upper Atmosphere. — 1980. — A. 579. — P. 209.
148. Vasilunas V.M.//Rev. Geophys. Space Phys. — 1975. — V. 13. — P. 303.
149. Пивоваров В.Г., Ермаков Н.В. Взаимодействие солнечного ветра с магнитосферой Земли. — Новосибирск: Наука, 1978.
150. Galeev A.A.//Space Sci. Rev. — 1979. — V. 23. — P. 411.
151. Gosling J.T.//Ibid. — 1983. — V. 34. — P. 113.
152. Russel C.T., Hoppe M.M.//Ibid. — 1983. — V. 34. — P. 155.
153. Akasofu S.I.//Ibid. — 1983. — V. 34. — P. 173.
154. Nishida A.//Ibid. — 1983. — V. 34. — P. 185.
155. Hones E.W., Jr.//Ibid. — 1983. — V. 34. — P. 201.
156. Galeev A.A.//Ibid. — 1983. — V. 34. — P. 213.
157. Pudovkin M.I., Semenov V.S.//Ibid. — 1985. — V. 41. — P. 1.
158. Pechek H.E.//AAS-NASA Symp. Phys. Solar Flares. NASA Spec. Publ. SP-50, 1964. — P. 425.
159. Galeev A.A., Zeleny L.M.//Astrophys. and Space Sci. — 1985.
160. Southwood D.J.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 259.
161. Cowley S.W.H.//Rev. Geophys. Space Phys. — 1982. — V. 20. — P. 531.
162. Gendrin R.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 271.
163. Banks P.M., Holzer T.E.//J. Geophys. Res. — 1969. — V. 74. — No. 26. — P. 6317.
164. Бобарыкин Н.Д. и др.//Геомагнетизм и аэронавигация. — 1984. — Т. 24, № 1. — С. 73.
165. Зинин Л.В.//Космич. исслед. — 1984. — Т. 22, № 4. — С. 629.
166. Greenwald R.A.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 305.
- 166,а. Smith R.W., Winser K.J., Van Eyken A.P. et al.//J. Atmos. Terr. Phys. — 1985. — V. 47. — P. 489.
167. Фельдштейн Я.И., Афонина Р.Г., Белов Б.А., Левитин А.Е., Сумарук П.В.//Phys. solariterr. Potsdam. — 1981, No. 15. — P. 57.
168. Бертелье А., Бэнкс П.М., Василунас В.В. и др. Полярная верхняя атмосфера/Под ред. Ч. Дира и Я. Холтета. — М.: Мир, 1983.
169. Липеровский В.А., Пудовкин М.И. Аномальное сопротивление и двойные слои в магнитосферной плазме. — М.: Наука, 1983.

170. Пономарев Е.А. Механизмы магнитосферных суббурь. — М.: Наука, 1985.
171. Felstein Ya.I., Galperin Yu.I. // Rev. of Geophys. — 1985. — V. 23, No. 3. — P. 217.
172. Williams D.J. // Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 223.
- 172.a. Moffett R.J., Quegan S. // J. Atmos. Terr. Phys. — 1983. — V. 45, No. 5. — P. 315.
173. Solar-Terrestrial Research for 1980-s. — Washington D.C.: National Academy Press, 1981.
174. Krimigis S.M. et al. // Geophys. Res. Letters. — 1985. — V. 12. — P. 329.
175. Cornwall J.M. Space Sci. Rev. — 1985. — V. 34. — P. 234.
176. Cornwall J.M., Coroniti F.V., Thorne R.M. // J. Geophys. Res. — 1970. — V. 75. — P. 4699.
177. Shelley E.G., Sharp R.D., Johnson R.G. // Geophys. Res. Letters. — 1976. — V. 3. — P. 654.
178. Smith P.H., Bewtra N.K., Hoffman R.A. // J. Geophys. Res. — 1981. — V. 86, No. A5. — P. 3470.
179. Galeev A.A. // Physics of the Hot Plasma in the Magnetosphere. / Eds. B. Hultquist and L. Stenflo. — N.Y.: Plenum Press, 1975.
180. Галеев А.А., Докучкин В.С., Жулин И.А., Капитанов В.Я., Козубский К.Н., Морозов А.И., Мишин Е.В., Ружин Ю.Я., Сагдеев Р.З., Херендел Г., Шурип А.П., Снарский Р.Н. Исследования по проблемам солнечно-земной физики. — М.: Наука, 1977.
181. Ляцкий В.Б., Мальцев Ю.П. Магнитосферно-ионосферное взаимодействие. — М.: Наука, 1983.
182. Magnetospheric currents // Geophys. Mon. No. 28/Ed. T.A. Potemra. — A b U Wash., 1984.
183. Stern D.P. // Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 317.
184. Вестин Е. // Физика верхней атмосферы. — М.: Физматгиз, 1963. — С. 419.
185. Бейтс Д.Р. // Там же. — С. 244.
186. Чемберлен Дж. Физика полярных сияний и излучения атмосферы. — М.: ИЛ, 1963.
187. Красовский В.И. Штили и штормы в верхней атмосфере. — М.: Наука, 1971.
- 187.a. Магделишвили Т.Г. Закономерности вариаций рассеянного света и излучения сумеречной атмосферы Земли. — Тбилиси: Мецниереба, 1981.
188. Maynard N.C., Evans D.S., Maehlum B., Egeland A. // J. Geophys. Res. — 1977. — V. 82(A2), No. 15. — P. 2227.
189. Arnoldy R.L., Lewis P.B. Jr. // Ibid. — 1977. — V. 82. — P. 5563.
190. Meng C.-I. // Space Sci. Rev. — 1978. — V. 22. — P. 223.
191. Hultquist B. // Ibid. — 1979. — V. 23. — P. 581.
192. Lin C.S., Hoffman R.A. // Ibid. — 1982. — V. 33. — P. 415.
193. Кринберг И.А., Тацилин А.В. Ионосфера и плазмаосфера. — М.: Наука, 1984.
194. Kan J.R. // Space Sci. Rev. — 1982. — P. 71.
195. Kaufman R.L. // Ibid. — 1984. — P. 313.
196. Cambou F., Galperin Yu.I. // Ann. Geophys. — 1982. — V. 38, No. 2. — P. 87.
197. Лайонс Л.Р., Уильямс Д. Физика магнитосферы: Количественный подход. — М.: Мир, 1987.
198. Progress in Solar-Terrestrial Physics/Ed. J.G. Roederer. — Dordrecht, Holland: D. Reidel Publ. Co., 1983. — P. 167.
199. Гальперин Ю.И., Рем А. // Магнитосферные исследования: № 7. — М.: Наука, 1985.
200. Special issue on the instrumentation of the ARCAD-3, Franco — Soviet project aboard the AUREOL-3 satellite/Ed. H. Reme, Yu.I. Galperin // Ann. Geophys. — 1982. — V. 38, No. 5. — P. 543.
201. Serafimov K., Bankov L., Gogoshev M. et al. — Paper presented at IAF Congress, IAF-81-217, Roma, Italy, 1981.
202. Dynamic Explorer Results/Eds. N.W. Spencer, A.F. Nagy. — Geophys. Res. Letters. — 1982. — V. 9, No. 9. — P. 911.
203. Initial AMPTE3CCE Ring Current Observations/Ed. D.J. Williams. — Ibid. — 1985. — V. 12, No. 5. — P. 203.
204. Молчанов О.А. Низкочастотные волны и спутниковые измерения. — М.: Наука, 1985.
205. Гальперин Ю.И., Гладышев В.А., Джорджио Н.В. и др. // Изв. АН СССР, Сер. Физика Земли. — 1985, № 11. — С. 88.

206. Valenzuela A., Haerenbde G., Föppl H. et al.//Nature. — 1986. — V. 320, No. 6064. — P. 700.
207. Haerendel G., Paschmann G., Baumjohann W., Carlson C.W.//Ibid. — P. 722.
208. Galperin Yu.I., Timofeev E.E., Volkov M.A., Volosevich A.V.//Results of the ARCAD-3 project.../Ed. CNES Cepadues. — Toulouse, 1985. — P. 153.
209. Zinin L.V., Galperin Yu.I., Latyshev K.S., Grigoriev S.A.//Ibid. — P. 391.
210. Titova E.E., Yurov V.E., Mogilevsky M.M. et al.//Ibid. — P. 447.
211. Machard C., Berthelier A., Cerisier J.C. et al.//Ibid. — P. 93.
212. Jorjio N.V., Kovrashkin R.A., Mogilevsky M.M. et al.//Adv. Space Res. — 1985. — V. 5, No. 4. — P. 141.
213. Волокитин А.С., Красносельских В.В., Мишин Е.В. и др.//Космич. исслед. — 1984. — Т. 22, № 5. — С. 749.
214. Чмырев В.М., Биличенко С.В., Казанская Ю.Б. и др.//Геомagnetизм и астрономия. — 1986. — Т. 26, № 2. — С. 275.
215. Frank L.A., Graven J.D., Gurnett D.A. et al.//J. Geophys. Res. — 1986. — V. 91, A3. — P. 3177.
216. Baker D.N., Bame S.J., Belian R.D. et al.//Ibid. — 1984. — V. 89, P. 3853.
217. Fairfield D.H.//Geophys. Res. Letters. — 1986. — V. 13, No. 1. — P. 80.
218. Bosqued J.M., Sauraud V.A., Delcourt D., Kovrazkin B.A.//Ibid. — 1986. — V. 91. — A6.
219. Frank L.A., Ackerson K.L.//J. Geophys. Res. — 1971. — V. 76. — P. 3612.
220. Akasofu S.-I.//Planet. Space Sci. — 1974. — V. 22. — P. 1723.
221. Рябов Б.П.//Астрон. вестн. — 1986. — Т. 20. — С. 20.
222. Physics of Auroral Arc Formation//Geophys. Mon. No. 25/Ed. S.-I. Akasofu, J.R. Kan. — AbU, Wach., 1981.
223. Vallance Jones A., Meier R.R., Shefov N.N.//J. Atmos. Terr. Phys. — 1985. — V. 47. — P. 623.
224. Tinsley B.A.//J. Atmos. Terr. Phys. — 1981. — V. 43. — P. 617.
225. Bates D.R.//Planet. Space Sci. — 1981. — V. 29. — P. 1061.
226. Краснопольский В.А. Фотохимия атмосфер Марса и Венеры. — М.: Наука, 1982.
227. Красовский В.И.//Космич. исслед. — 1981. — Т. 29. — С. 305.
228. Roble R.G.//Rev. Geophys. Space Phys. — 1983. — V. 21. — P. 217.
229. Ahn B.H., Akasofu S.I., Kamide Y.//J. Geophys. Res. — 1983. — V. 88, No. A8. — P. 6275.
230. Мак-Иен М., Филлипс Л. Химия атмосферы. — М.: Мир, 1978.
231. Бертокс П., Радд Д. Стратегия защиты окружающей среды от загрязнений. — М.: Мир, 1980.
- 231.a. Abelson P.H.//Science. — 1986. — V. 231. — P. 1233.
232. Nicolet M.//Mesospheric models and related experiment/Ed. G. Fiocco (Astrophys. and Space Sci. Library, v. 25). — Dordrecht — Holland: Reidel Publ. Co., 1971. — P. 1.
233. Keating G.M., Prior J.E.//Space Research (Amsterdam). — 1968. — V. 8. — P. 982.
234. Keating G.M., Prior J.E. et al.//Space Research (Academic Verlag, Berlin). — 1976. — V. 16. — P. 281.
235. Данжи Дж.В.//Геофизика (околоземное космическое пространство). — М.: Мир, 1964. — С. 383.
236. Чередищенко В.И. Физика верхней атмосферы Земли. — Киев: Изд-во Киевского ун-та, 1965.
237. Иванов-Холодный Г.С. и др. Геомagnetизм и высокие слои атмосферы. Итоги науки и техники: З.-М.: ВИНТИ, 1976.
238. Бауэр З. Физика планетных ионосфер. — М.: Мир, 1976.
239. Oppenheimer M., Constantinides E.R., Kirby-Docken K., Victor G.A., Dalgarno A., Hofman J.H.//J. Geophys. Res. — 1977. — V. 82, (A2) No. 34. — P. 5485.
240. Brasseur G., Baets P.De., De Rudder A.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 377.
241. Данилов А.Д., Симонов А.Г.//Ионосферные исследования. — 1981. — Т. 34. — С. 39.
242. Данилов А.Д., Ледомская С.Ю.//Геомagnetизм и астрономия. — 1983. — Т. 23.
243. Taubenheim J.//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 397.
244. Уэбб У., Хейкила У., Хайнс К.О., Сехрист С. и др.//Термосферная циркуляция. — М.: Мир, 1975.
245. Anderson D.N., Haerendel G.//J. Geophys. Res. — 1979. — V. 84, No. A8. — P. 421.

246. *Anderson D.N., Rusch D.W.* //Ibid. — 1980. — V. 85. — P. 569.
247. *Сузеева Л.Д., Филиппов В.М., Халиков В.Л.* и др. //Космич. исслед. — 1983. — Т. 21, № 4. — С. 584; 1984. — Т. 22, № 5. — С. 720.
248. *Allen B., Bailly G.J., Moffett R.J.* //Ann. Geophys. — 1986. — V. 4, No. 2A. — P. 27.
249. *Vickrey J.F., Vondrak R.R., Mattheys S.J.* //J. Geophys. Res. — 1982. — V. 87, No. A7. — P. 5184.
250. *Griffis M., Nisbet J.S., Bleuler E.* //Adv. Space Res. — 1981. — V. 1. — P. 27.
251. *Judge R.J.R.* //Planet. Space Sci. — 1972. — V. 20. — P. 2081.
252. *Dalgarno A.* //Ann. de Geophys. — 1964. — V. 20, P. 65.
253. *Lyons L.R., Williams D.A.* Quantitative Aspects of Magnetospheric Physics. — Dordrecht, Holland: Reidel Publ. Co., 1984.
254. *Шенкин Л.А., Климов Н.Н.* Термосфера Земли. — М.: Наука, 1980.
255. *Kockarts G.* //Adv. Space Res. — 1981. — V. 1. — P. 197.
256. *Космелев В.В., Климов Н.Н., Сутырин Н.А.* Аэрoномия мезосферы и нижней термосферы. — М.: Наука, 1983.
257. *Данилов А.Д., Морозов Л.Д.* //Геомagnetизм и аэрoномия. — 1985. — Т. 25, № 5. — С. 705.
- 257а. *Offerman D.* //J. Atmos. Terr. Phys. — 1985. — V. 47. — P. 1.
258. *Gaigerov S.S., Tarasenko D.A., Fedorov V.V., Kidiyarova V.G., Koshelkov Yu.P., Kalikhman M.Ya., Britvina R.A., Scherbakova L.V.* //Adv. Space Res. — 1981. — V. 1. — P. 151.
259. *Михневич В.В., Похунков А.А.* и др. //Суточные и широтные вариации параметров атмосферы и корпускулярные излучения. — Л.: Гидрометеoиздат, 1976.
260. *Middle Atmosphere Program* (Handbook for MAP, v. 16, K. Labitzke, J.J. Barnett and B. Edwards eds.); SCOSTEP Publication, University of Illinois, Urbana, Illinois, July, 1985.
261. *Маров М.Я.* Геомagnetизм и аэрoномия. — 1966. — Т. 6, № 3. — С. 494.
262. *Челмен С., Линдсен Р.* Атмосферные приливы. — М.: Мир, 1972.
263. *King-Hele D.G.* //Rev. Geophys. Space Phys. — 1978. — V. 16, No. 4. — P. 733.
264. *Jacchia L.G.* //Smiths. Astrophys. Observ. — Preprint, 1978. — No. 978.
265. *Marov M.Ya., Alpherov A.M.* //Space Research. (North-Holl., Amsterdam). — 1970. — V. 10. — P. 419.
266. *Marov M.Ya., Alpherov A.M.* //Space Research (Acad. Verlag, Berlin). 1972, V. 12. — P. 823.
267. *Маров М.Я.* //Наблюдение искусственных небесных тел. — 1981. — № 79. — С. 5.
268. *Маров М.Я.* //Наблюдения искусственных спутников Земли. — № 22. — София, 1983. — С. 7.
269. *Barlier F., Berger C.* //Planet. Space Sci. — 1983. — V. 31. — P. 945.
270. *Harris I., Priestner W.* //J. Atmos. Sci. — 1962. — V. 19.
271. *CIRA 1965, COSPAR International Reference Atmosphere.* — North-Holland, Amsterdam, 1965.
272. *Jacchia L.G.* //Smithson. Astrophys. Observ. Sp. Report No. 332. — Cambridge, Mass. — 1971.
273. *CIRA 1972, COSPAR International Reference Atmosphere,* North-Holland, Amsterdam, 1972.
274. *Jacchia L.G.* //Smithson. Astrophys. Observ. Sp. Report No. 375. — Cambridge, Mass., 1977.
275. *Модель верхней атмосферы для баллистических расчетов.* ГОСТ 22721-77. М.: Изд-во стандартов, 1978.
276. *Hedin A.E., Mayr H.G., Reber C.A., Spencer N.W., Carognan G.R.* //J. Geophys. Res. — 1974. — V. 79 (A2), No. 1. — P. 215.
277. *Stehle C.G., Nisbet J.S., Bleuler E.* //J. Geophys. Res. — 1982. — V. 87 (A3). — P. 1615.
278. *Thuillier G., Falin J.L., Wachtel C.* //J. Atmos. Terr. Phys. — 1977. — V. 39. — P. 399.
279. *Thuillier G., Falin J.L., Barlier F.* //Ibid. — 1977. — V. 39. — P. 1195.
280. *Von Zahn U., Köhnlein W., Fricke K.H., Lank U., Trinks H., Volland H.* //Geophys. Res. Lett. — 1977. — V. 4. — P. 33.
281. *Laux U., von Zahn U.* //J. Geophys. Res. — 1979. — V. 84, No. A5. — P. 1942.
282. *Köhnlein W., Krankowsky D., Lämmerzahl P., Joos W., Volland H.* //Ibid. — 1979. — V. 84, No. A8. — P. 4355.
283. *Barlier F., Berger C., Falin J.L., Kockarts G., Thuillier G.* //Ann. Geophys. — 1978. — V. 34. — P. 9.

284. *Hedin A.E., Salah J.E., Evans J.V., Reber C.A. et al.*//J. Geophys. Res. — 1977. — V. 82(A2), No. 16. — P. 2139.
285. *Hedin A.E., Reber C.A., Newton G.P., Spencer N.W. et al.*//Ibid. — 1977. — V. 82(A2), No. 16 — P. 2148.
286. *Hedin A.E., Reber C.A., Spencer N.W., Brinton H.C., Kayser D.C.*//Ibid. — 1979. — V. 84, No. A1. — P. 1.
287. *Köhnelein W.*//Planet. Space Sci. — 1980. — V. 28. — P. 225.
288. Атмосфера Земли верхняя: Методика расчета характеристик вариаций плотности (ГОСТ 25645.115—84). — М.: Изд-во стандартов, 1984.
289. *Nickolett M.*//Smithson. Astrophys. Observ. Sp. Report. No. 75, Cambridge, Mass., 1961.
290. *Chandra S., Sinha A.K.*//J. Geophys. Res. — 1974. — V. 79 (A2), No. 13. — P. 1916.
291. *Fuller-Rowell T.J., Ressa D.*//J. Atmos. Sci. — 1980. — V. 37. — P. 2545.
292. *Roble R.G., Dickinson R.E., Ridley E.C.*//J. Geophys. Res. — 1982. — V. 87, No. A3. — P. 1599.
293. *Гордеев Б.Ф., Куликов Ю.Н., Марков М.Н., Маров М.Я.*//Тр. ФИАН. — 1982. — Т. 130. — С. 3.
294. *Gordietz B.F., Kulikov Yu.N., Markov M.N., Marov M.Ya.*//J. Geophys. Res. — 1982. — V. 87, No. A6. — P. 4504.
295. *Хргиан А.Х.* Физика атмосферного озона. — Л.: Гидрометеониздат, 1973.
296. *Geller M.A.*//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 359.
297. *Charney J.G., Drazin P.G.*//J. Geophys. Res. — 1961. — V. 66. — P. 83.
298. *Lindzen R.S.*//Mon. Weath. Rev. — 1966. — V. 94. — P. 295.
299. *Макдональд Г.Дж.Ф.*//Геофизика (Околоземное космическое пространство. — М.: Мир, 1964. — С. 465.
300. *Lindzen R.S.*//Mesospheric Models and Related Experiments. — Dordrecht—Holland: D. Reidel Publ. Co., 1981.
301. Biennial Report 1983—84. Geophysical Institute University of Alaska, Fairbanks, 99775—0800.
302. *Roble R.G., Dickinson R.E., Ridley E.C., Kamide Y.*//J. Geophys. Res. — 1979. — V. 84, No. A8. — P. 4207.
303. *Красовский В.И., Потанов Б.Н., Семенов А.И. и др.*//Полярные сияния и свечение ночного неба. — М.: Сов. Радио. — 1978. — № 26. — С. 5.
- 303,а. *Cole K.D., Hickey M.R.*//Adv. Space Res. — 1981. — V. 1. — P. 65. COSPAR.
304. *Vincent R.A.*//J. Atmos. Terr. Phys. — 1984. — V. 46. — P. 119.
- 304,а. Middle Atmosphere Program (Handbook for MAF, V. 18/Ed. S. Kato). SCOSTER Publication University of Illinois, Urbana. — Illinois, December 1985.
305. *Sojka J.J., Schunk R.W.*//J. Geophys. Res. — 1986. — V. 91, No. A1. — P. 259.
306. *Pröiss G.W.*//Rev. Geophys. and Space Phys. — 1980. — V. 18, No. 1. — P. 183.
307. *Straus J.M., Schulz M.*//J. Geophys. Res. — 1976. — V. 81(A2), No. 34. — P. 5822.
308. *Мулярчик Т.М.*//Изв. АН СССР. Сер. геофиз. — 1960. — № 3. — С. 449.
309. *Akasofu S.-I.*//Ann. Rev. Astron. Astrophys. — 1982. — V. 20. — P. 117.
310. *Докучаев В.П.*//Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика, — 1961. — Т. 4, № 1. — С. 5.
311. *Уэбб В.* Структура стратосферы и мезосферы. — 1969. — М.: Мир.
312. *Казимировский Э.С., Кокоуров В.Д.* Движения в ионосфере. — Новосибирск: Наука, 1979.
313. *Бутко А.С., Иванова И.Н., Кокин Г.А. и др.*//Солнечно-атмосферные связи. — Л.: Гидрометеониздат, 1974. — С. 125.
314. *Stern D.P.*//Rev. Geophys. Space Phys. — 1979. — V. 17, N 4. — P. 626.
315. *Mayer H.G., Harris I., Spencer N.M.*//Ibid. — 1978. — V. 16. — P. 539.
316. *Pröiss G.W.*//Ibid. — 1980. — V. 18. — P. 183.
317. *Volland H.*//Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 327.
318. *Rishbeth H.*//J. Atmos. Terr. Phys. — 1977. — V. 39. — P. 1159.
319. *Никитин М.А., Кащенко Н.М., Захаров Л.П.*//Геомагнетизм и аэрономия. — 1981. — Т. 19. — С. 71.
- 319,а. *Shvartsburg A.B.*//Space Sci. Rev. — 1982. — V. 33. — P. 361.
320. *Park C.G.*//J. Geophys. Res. — 1976. — V. 81. — P. 168.
- 320,а. *Матвеев М.И., Портянский А.Н., Филиппов А.Х.*//Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — М.: Наука, Т. 55. — С. 105.
321. *Лангухов А.И., Павлов П.П.*//Геомагнетизм и аэрономия. — 1982. — Т. 22, № 3. — С. 510.

321. *Банделиг О.И., Козелова Т.В., Чернышева С.П., Шефтель В.М.* // Там же. — 1982. — Т. 22, № 6. — С. 1028.
322. *Chiu Y.T., Strauss J.M.* // J. Geophys. Res. — 1979. — V. 84. — P. 3283.
323. *Brinton H.C.* // Proceedings of a Symposium on the Scientific Results of Atmosphere Explorer, Bryce Report, NASA. — Washington, 1977.
323. *а. Гельберг М.Г.* Неоднородности высокоширотной ионосферы. — Новосибирск: Наука, 1986.
324. *McClure J.P., Hanson W.B., Hoffman J.H.* // J. Geophys. Res. — 1977. — V. 82(A2), No. 19. — P. 2650.
325. *Ossakow S.L., Chaturvedi P.K.* // Ibid. — 1978. — V. 83, No. A5. — P. 2085.
326. *Альперт Я.Л.* Распространение электромагнитных волн в ионосфере. — М.: Наука, 1972.
327. *Rice C.J., Sharp R.* // Geophys. Res. Lett. — 1977. — V. 4. — P. 315.
328. *Hoegy W.R., Brace L.H., Hedin A.E., Carignan G.R.* // EOS, Trans. Am. Geophys. Union. — 1981. — V. 62. — P. 997.
329. *Lufmann J.G.* // Space Sci. Rev. — 1983. — V. 34. — P. 337.
330. *Гальперин Ю.И. и др.* // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. — 1985. — Т. 21, № 11. — С. 88.
331. *Gokhberg M.B.* // Active Experiments in Space, — Symp. at Alpbach, 24–25 May, 1985, ESA SP-195. — P. 99.
332. *Гершман Б.Н., Казимировский А.С., Кокоузов В.Д., Чернобровкина М.А.* Явление F-рассеяния в ионосфере. — М.: Наука, 1984. — С. 141.
333. *Carignan G.R., Dachev Ts.P., Hedin A.E., Reber C.A., Spencer N.W.* // Geophys. Res. Lett. — 1982. — V. 9. — P. 949.
334. *Dachev Ts.P., Serafimov K.B., Bochev A., Kutiev I.S., Rumchev I.G., Matvilchuk Yu.N., Carignan G.R.* // Adv. Space Res. — 1985. — V. 5, No. 5. — P. 293.
335. *Hanson W.B., Sanatini S.* // J. Geophys. Res. — 1973. — V. 78, No. 7. — P. 1167.
336. *Serafimov K.B., Kutiev I.S., Arsov J.E., Dachev Ts.P., Stanev G.A., Gdalevich G.L., Gubsky V.V., Oserov V.D., Schmillaner J.* // Space Res. — 1976. — V. 16. — P. 417.
337. *Wharton L.E., Spencer N.W., Brinton H.C.* // J. Geophys. Res. — 1980. — V. 85, No. A9. — P. 4653.
338. *Dachev Ts.P., Walker J.C.C.* // Ibid. — 1982, No. A9. — P. 7625.
339. *Dickinson R.E., Ridley E.C., Roble R.C.* // Ibid. — 1981. — V. 86, No. A3. — P. 1499.
340. *Szuszciewicz E.P.* // Ibid. — 1978. — V. 85, No. A6. — 2665.
341. *Torr D.G., Torr M.R.* // Rev. Geophys. and Sp. Phys. — 1978. — V. 16, No. 3. — P. 327.
342. *Torr D.G., Torr M.R.* // J. Atmos. and Terr. Phys. — 1979. — V. 41, No. 7/8. — P. 797.
343. *Oppenheimer M., Constantinides E.R., Ktrby-Docken K., Victor G.A., Dalgarno A., Hoffman J.H.* // J. Geophys. Res. — 1977. — V. 82, No. A2. — P. 5485.
344. *Abdu M.A., Bittercourt J.A., Batista S.* // Ibid. — 1981. — V. 86, No. A2. — P. 443.
345. *Anderson D.N., Roble R.G.* // Ibid. — 1974. — V. 79 (A2), No. 34. — P. 5231.
346. *Abren V.J., Schmitt G.A., Hays P.B., Dachev Ts.P.* // Ibid. — 1982. — V. 87, No. A8. — P. 6346.
347. *Atreya S.K.* // Adv. Space Res. — 1981. — V. 1. — P. 69.
348. *Prinn R.G.* // The Photochemistry of Atmospheres/Ed. J.S. Levine. — N.Y.: Academic Press, 1984.
349. *Clark I.D.* // J. Atmos. Sci. — 1971. — V. 28. — P. 847.
350. *Lawrence G.M.* // J. Chem. Phys. — 1972. — V. 56. — P. 3435.
351. *Bahr J.L., Blake A.J., Carver J.H., Kumar V.* // J. Quant. Spectr. Rad. Trans. — 1959. — V. 9. — P. 1359.
352. *McElroy M.B., Hunten D.M.* // J. Geophys. Res. — 1970. — V. 75. — P. 1188.
353. *Hoilenbach D.J., Prasad S.S., Whitten R.C.* // Icarus. — 1985. — V. 64. — P. 205.
354. *Barth C.A., Hord C.W., Pearce J.B. et al.* // J. Geophys. Res. — 1971. — V. 76. — P. 2213.
355. *Barth C.A., Steward A.I., Hord C.W., Lane A.L.* // Icarus. — 1972. — V. 17. — P. 457.
356. *Берто Ж.Л., Бламон Ж., Бабиченко С.И., Дементьев И.Н., Дьяков А.В., Курт В.Г., Смирнин В.А., Смирнов А.С.* // Космич. исслед. — 1975. — Т. 13. — С. 42.
357. *Izakov M.N.* // Icarus. — 1978. — V. 36. — P. 189.
358. *Nier A.O., McElroy M.B., Young Y.L.* // Science. — 1976. — V. 194. — P. 68.
359. *Broadfoot A.L., Kumar S., Belton M.G.S.* // Ibid. — 1974. — V. 183. — P. 1315.
360. *Anderson D.E.* // J. Geophys. Res. — 1976. — V. 81 (A2), No. 7. — P. 1213.

361. Keating G.M., Taylor F.W., Nickolson J.V., Hinson E.W. // Science. — 1979. — V. 205. — P. 62.
362. Горюнец Б.Ф., Куликов Ю.Н. // Астрон. вестн. — 1985. — Т. 19. — С. 289.
363. Stewart A.I., Barth C.A. // Science. — 1979. — С. 205. — P. 59.
364. Nieman H.B., Kosprzak W.T., Hedin A.E., Hunten D.M., Spencer N.W. // J. Geophys. Res. — 1980. — V. 85, No. A13. — P. 7817.
365. Горюнец Б.Ф., Панченко В.Я. — Препринт/ФИАН СССР. — М.: 1982. — № 207.
366. Deming D., Espenak F., Jennings D., Kostink T., Mumma M., Zipoy D. // Icarus. — 1983. — V. 55. — P. 347.
367. Агрия С., Дюнаю Т. // Юпитер: Ч. II. — М.: Мир, 1979. — С. 127.
368. Прили Р.Г., Оуэн Т. // Там же. — С. 144.
369. Kaye J.A., Strobell D.F. // Icarus. — 1983. — V. 55. — P. 399.
370. Lewis J.S., Fegley Jr. M.B. // Space Sci. Rev. — 1984. — V. 39. — P. 163.
371. Карлсон Р.У., Джадж Д.Л. // Юпитер: Ч. II. — М.: Мир, 1979. — С. 263.
372. Broadfoot A.L., Belton M.J.S., Takacs P.Z., Sandel B.R. et al. // Science. — 1979. — V. 204. — P. 979.
373. Sandel B.R., Shemansky D.E., Broadfoot A.L., Bertaux J.L. et al. // Science. — 1979. — V. 206. — P. 962.
374. Killen R.M., Chamberlain J.W. // Icarus. — 1984. — V. 60. — P. 640.
375. Winkelstein P., Caldwell J., Kim S.J., Combes M., Hunt G.E., Moore V. // Ibid. — 1983. — V. 54. — P. 309.
376. Bezard B., Gautier D. // Ibid. — 1985. — V. 61. — P. 296.
377. Strobell D.F. // The Saturn System/Eds. D. Hunten and D. Morrison. — Washington: NASA Conference Publ. 2068. — P. 185.
378. Kaye J.A., Strobell D.F. // Icarus. — 1984. — V. 59. — P. 314.
379. Tokunaga A.T., Orton G.S., Caldwell J. // Icarus. — 1983. — V. 53. — P. 141.
380. French R.G., Elias J.H., Mink D.J., Elliot J.L. // Ibid. — 1983. — V. 55. — P. 332.
381. Kumar S. // Geophys. Res. Lett. — 1980. — V. 7. — P. 9.
382. Yung Y.L., McElroy M.B. // Icarus. — 1977. — V. 30. — P. 97.
383. Irvine W.M. // Cometary Exploration. — Budapest: MTA, 1982.
384. Васильев М.Б., Вышков А.С., Колосов М.А. и др. // Космич. исслед. — 1975. — Т. 13. — С. 48.
385. Hinson W.B., Sanatanl S., Zuccaro D.R. // J. Geophys. Res. — 1977. — V. 82(A2), No. 26. — P. 4351.
386. Александров Ю.Н., Васильев М.Б., Вышков А.С. и др. // Космич. исслед. — 1976. — Т. 14. — С. 24.
387. Александров Ю.Н., Головкин В.К., Дубровин В.М. и др. // Там же. — 1986. — Т. 14. — С. 819.
388. Ivanov-Kholodny G.S., Kolosov M.A., Savich N.A., Alexandrov Yu.N., Vasilyev M.B., Vyshlov A.S. et al. // Icarus. — 1979. — V. 39. — P. 209.
389. Taylor H.A., Brinton H.C., Baner S.J., Hartle R.E. // J. Geophys. Res. — 1980. — V. 85, No. A13. — P. 7765.
390. Brace L.H., Taylor Jr. H.A., Gimbozi T.I., Klore A.J., Knudsen W.C., Nagy A.F. // Venus/Eds. D.M. Hunten, L. Colin, T.N. Donahue, V.I. Moroz. — The University of Arizona Press, 1983. — P. 779.
391. Fox J.L., Dalgarno A. // J. Geophys. Res. — 1979. — V. 84. — P. 7315.
392. Gringauz K.I., Verigin M.I., Breus T.K., Gombosi I. // Ibid. — 1979. — V. 84. — P. 2123.
393. Knudsen W.C., Spenser K., Michelson P.F., Whitten R.C., Miller K.L., Novak V. // Ibid. — 1980. — V. 85. — P. 7754.
394. Miller K.L., Knudsen W.C., Spenser K. // Icarus. — 1984. — V. 57. — P. 386.
395. Shinazaki T., Whitten R.C., Woodward H.T., Knudsen W.C., Miller K.L. // Ibid. — 1984. — V. 60. — P. 654.
396. Васильев М.Б., Вышков А.С. и др. // Космич. исслед. — 1974. — Т. 12. — С. 115.
397. Фэйл Ф.П., Бэмерд В.Б., Элсон Л.С. и др. // Спутники Юпитера: Т. III. — М.: Мир, 1986. — С.
398. Пилчер К.Б., Стробел Д.Ф. // Там же. — С. 197.
399. Джонсон Т.В., Содерблом Л.А. // Там же. — С. 5.
400. Spreiter J.R. // Solar-Wind Interactions with the Planets Mercury, Venus, and Mars (A seminar held in Moscow, USSR, November 17–25, 1975) NASA SP-397, 1976. — P. 135.

401. Belotserkovsky O.M., Mituisky V.Ya. //Ibid. — P. 121.
402. Байцере О.Л., Богданов А.В. //Космич. исслед. — 1974. — Т. 12. — С. 279.
403. Vaisberg O.L., Bogdanov A.V., Smirnov V.N., Romanov S.A. //Solar-Wind Interactions with the Planets Mercury, Venus and Mars (A seminar held in Moscow, USSR, November 17–25, 1975) NASA SP-397, 1976. — P. 21.
404. Stern D.P., Ness N.F. //Ann. Rev. Astron. Astrophys. — 1982. — V. 20. — P. 139.
405. Russel C.T. //Collisionless Shocks in the Heliosphere: Reviews of Current Research. Geophysical Monograph 35, 1985. — P. 109.
406. Dolginov Sh.Sh., Yerashenko Ye.G., Zhuzgov L.N., Sharova V.A., Gringauz K.I., Bezrukih V.V., Breus T.K., Verigin M.I., Remizov A.P. //Solar-Wind Interactions with the Planets Mercury, Venus and Mars (A seminar held in Moscow, USSR, November 17–25, 1975) NASA SP-397, 1976. — P. 1.
407. Грингауз К.И., Безруких В.В., Веригин М.И., Ремизов А.П. //Космич. исслед. — 1975. — Т. 13. — С. 123.
408. Breus T.K. //Space Sci. Rev. — 1979. — V. 23. — P. 253.
409. Cloutier P.A., Daniell R.E. //Planet. Space Sci. — 1973. — V. 21. — P. 463.
410. Spreiter J.R. //Solar-Wind Interactions with the Planets Mercury, Venus and Mars (A seminar held in Moscow, USSR, November 17–25, 1975) NASA SP-397, 1976. — P. 135.
411. Russel C.T., Vaisberg O.L. //Venus/Eds. D.M. Hunten, L. Colin, T.M. Donahue, V.I. Moroz. — The University of Arizona Press, Tucson, 1983. — P. 873.
412. Cloutier P.A., Tasciote T.F., Daniel R.E.Jr., Taylor H.A., Wolff R.S. //Ibid. — P. 941.
413. Brace L.H., Taylor H.A., Gombosi T.I., Kliore A.J., Knudsen W.C., Nagy A.F. //Ibid. — P. 779.
414. Gringauz K.I. //Ibid. — P. 980.
415. Baym G., Pethick Ch. //Ann. Rev. Astron. Astrophys. — 1979. — V. 17. — P. 415.
416. Ness N.F., Behanon K.W., Lepping R.P., Whang Y.C. //Solar-Wind Interactions with the Planets Mercury, Venus and Mars (A seminar held in Moscow, USSR, November 17–25, 1975) NASA SP-397, 1976. — P. 87.
417. Ганеев А.А. //УФН. — 1977. — Т. 122, № 1 (500). — С. 160.
418. Смит Е.Дж., Дэвис Л., Джонсон Д.Е. //Юпитер: Ч. III. — М.: Мир, 1979. — С. 202.
419. Ван Аллен Дж. //Там же. — С. 356.
420. Филлиус В. //Там же. — С. 321.
421. Скарф Ф.Л. //Там же. — С. 289.
422. Krimigis S.M., Armstrong T.P., Axford W.I. et al. //Science. — 1979. — V. 206. — P. 977.
423. Bridge H.S., Befjer J.W., Lazarus A.J. et al. //Ibid. — 1979. — V. 206. — P. 976.
424. Smith B.A., Sodelblom L.A., Johnson T.V. et al. //Ibid. — 1979. — V. 204. — P. 951.
425. Bridge H.S., Belcher J.W., Lazarus A.J. et al. //Ibid. — 1981. — V. 212. — P. 217.
426. Bridge H.S., Beganal F., Belcher J.W. et al. //Ibid. — 1982. — V. 215. — P. 563.
427. Krimigis S.M., Armstrong T.P., Axford W.I. et al. //Ibid. — 1981. — V. 212. — P. 225.
428. Krimigis S.M., Armstrong T.P., Axford W.I. et al. //Ibid. — 1982. — V. 215. — P. 571.
429. Simpson J.A., Bastian T.S., Chenette D.L. et al. //Science. — 1980. — V. 207. — P. 411.
430. Krimigis S.M., Armstrong T.P., Axford W.I. et al. //Ibid. — 1986. — V. 233. — P. 97.

К главе 2

1. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. — М.: ИЛ, 1960, 510 с.
2. Гирифельдер Д., Кертисс Ч., Бёрд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. — М.: ИЛ, 1961, 930 с.
3. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. — М.: Наука, 1967, 440 с.
4. Бонд Дж., Уотсон К., Уэли Дж. Физическая теория газовой динамики. — М.: Мир, 1968, 556 с.
5. Людвиг Г., Хейль М. Теория пограничного слоя с диссоциацией и ионизацией // Проблемы механики. — М.: Физматгиз, 1963. — Вып. 4. — С. 39.
- 6.а. Жигулев В.Н. //Инж. журн. — 1964. — Т. 4, вып. 2. — С. 231.
- 6.б. Жигулев В.Н. //Там же. — 1964. — Т. 4, вып. 3. — С. 431.
7. Жаанов В.Н., Скачков П.П. //Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа. — 1974. — № 4. — С. 125.
8. Гершман Б.Н. Динамика ионосферной плазмы. — М.: Наука, 1974, 254 с.

9. Митчнер М., Кругер Ч. Частично ионизованные газы. — М.: Мир, 1976, 496 с.
10. Сампсон Д. Уравнения переноса энергии и количества движения газов с учетом излучения. — М.: Мир, 1969, 206 с.
11. Ферригер Дж., Канер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. — М.: Мир, 1976, 554 с.
12. Колесниченко А.В., Маров М.Я. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1981. — № 10. — 23 с.
13. Ивановский А.И., Реннев А.И., Швидковский Е.Т. Кинетическая теория верхней атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1967, 258 с.
14. а. Grad H. // Comm. Pure and Appl. Math. — 1949. — V. 2. — P. 331. (Рус. пер.: Град Г. // Механика. — М.: ИЛ, 1952. — Вып. 4 (14). — С. 71; Вып. 5. — С. 61).
14. б. Grad H. // Phys. Fluids. — 1963. — V. 6. — P. 147. (Рус. пер.: Град Г. // Некоторые вопросы кинетической теории газов. — М.: Мир, 1965).
15. Михалас Д. Звездные атмосферы. — М.: Мир, 1982, т. 1, 352 с.
16. Алексеев Б.В. Математическая кинетика реагирующих газов. — М.: Наука, 1982, 420 с.
17. а. Brace L.H., Spencer N.W., Carignan G.R. // J. Geophys. Res. — 1963. — V. 68, No. 19. — P. 5397.
17. б. Spencer N.W., Brace L.H., Carignan G.R. et al. // Ibid. — 1965. — V. 70, No. 13. — P. 2665.
18. Иванов М.Н. // Space Sci. Rev. — 1967. — V. 7. — P. 579.
19. Ришбет Г., Гарриот О.К. Введение в физику ионосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1975, 303 с.
20. Blum P., Herris I., Priester W. The physics of the neutral upper atmosphere // CIRA-1972. — Berlin: Akad. — Verl., 1972, p. 397.
21. Седов Л.И. Механика сплошной среды. — М.: Наука, 1973, т. 1, 536 с.
22. Пригожин И., Дефей Р. Химическая термодинамика. — Новосибирск: Наука, 1966, 510 с.
23. Van de Ree J. // Physica. — 1967. — V. 36. — P. 118.
24. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. — М.: Наука, 1979, 830 с.
25. Devoto R.S. // Phys. Fluids. — 1966. — V. 9, No. 6. — P. 1230.
26. Devoto R.S. // Ibid. — 1967. — V. 10, No. 12. — P. 2105.
27. Munn R.J., Smith F.J., Mason E.A. // J. Chem. Phys. — 1965. — V. 42. — P. 537.
28. Mason E.A. // Ibid. — 1954. — V. 22. — P. 169.
29. Muckenfuss C., Curtiss C.F. // Ibid. — 1958. — V. 29, No. 6. — P. 1273.
30. Mason E.A., Saxena S.C. // Phys. Fluids. — 1958. — V. 1, No. 5. — P. 361.
31. Тирский Г.А. // Научные труды Ин-та механики МГУ, № 32. — М.: Изд-во МГУ, 1974. — С. 6—22.
32. Devoto R.S. // Zs. Naturforsch. — 1969. — Bd. 24a. — S. 967.
33. Li C.P., Devoto R.S. // Phys. Fluids. — 1968. — V. 11, No. 2. — P. 396.
34. Колесниченко А.В. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1979. — № 66. — 23 с.
35. Stefan J. // Wien Sitzungsber. — 1871. Bd. 63. — S. 63.
36. Maxwell J.C. The scientific papers of James Clerk Maxwell / Ed. W.D. Niven. — (Cambridge, England; Cambridge U.P., 1980), V. 1, P. 377.
37. Truesdell C. // J. Chem. Phys. — 1962. — V. 37, No. 10. — P. 2236.
38. Muckenfuss C. // Ibid. — 1973. — V. 59, No. 4. — P. 1747.
39. Колесниченко А.В., Тирский Г.А. // Численные методы механики сплошной среды. — Новосибирск, 1976. — Т. 7, № 4. — С. 106.
40. Колесниченко А.В. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М. 1982. — № 14. — 16 с.
41. Curtiss C.F. // J. Chem. Phys. — 1968. — V. 49, No. 7. — P. 2917.
42. Николе М. Аэрономия. — М.: Мир, 1964, 298 с.
43. Banks P.M. // Planet. Space Sci. — 1966. — V. 14. — P. 1085.
44. Banks P.M. // Ibid. — 1966. — V. 14. — P. 1105.
45. Banks P.M. // Ann. Geophys. — 1966. — V. 22. — P. 577.
46. Бауэр З. Физика планетных ионосфер. — М.: Мир, 1976, 251 с.
47. Акасофу С.И., Чепмен С. Солнечно-земная физика. — М.: Мир, 1974. Часть 1, 384 с.
48. Чемберлен Дж. Теория планетных атмосфер. — М.: Мир, 1981, 352 с.
49. Colegrove F.D., Johnson F.S., Hanson H.W. // J. Geophys. Res. — 1965. — V. 70, No. 19. — P. 4931.

50. Colegrove F.D., Hanson H.W., Johnson F.S.//Ibid. — 1966. — V. 71, No. 9. — P. 2227.
51. Shimazaki T.//J. Atmos. and Terr. Phys. — 1967. — V. 29, No. 6. — P. 723.

К главе 3

1. Сампсон Д. Уравнения переноса энергии и количества движения в газах с учетом излучения. — М.: Мир, 1969, 206 с.
2. Людвиг Г., Хейль М. Теория пограничного слоя с диссоциацией и ионизацией// Проблемы механики. — М.: Физматгиз, 1963, вып. 4, с. 39.
3. Колесниченко А.В., Маров М.Я. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1981. — № 6. — 24 с.
4. Пригожин И., Дефей Р. Химическая термодинамика. — Новосибирск: Наука, 1966, 510 с.
5. Михалас Д. Звездные атмосферы. — М.: Мир, 1982, т. 1, 352 с.
6. Чэмберлен Дж. Теория планетных атмосфер. — М.: Мир, 1981, 352 с.
7. Гуди Р. Атмосферная радиация. — М.: Мир, 1966, 522 с.
8. Бонд Дж., Уотсон К., Уэлч Дж. Физическая теория газовой динамики. — М.: Мир, 1968, 556 с.
9. Полак Л.С. Неравновесная химическая кинетика и ее применение. — М.: Наука, 1979, 248 с.
10. Акасофу С.П., Чепмен С. Солнечно-земная физика. — М.: Мир, 1974, ч. I, 384 с.
11. Маров М.Я., Колесниченко А.В.//Геомagnetизм и аэрoнoмия. — 1974. — Т. 11, № 1. — С. 40.
12. Мак-Ивен М., Филлипс Л. Химия атмосферы. — М.: Мир, 1978, 375 с.
13. Wilkes M.V. A table of Chapman's grazing incidence integral//Proc. Soc. London B. — 1954. — V. 67, No. 2. — P. 304.
14. Иванов-Холодный Г.С., Никольский Г.Н. Солнце и ионосфера. — М.: Наука, 1969, 456 с.
15. Дембовский А.В., Изаков М.Н., Лисин О.Г. — Препринт/ИКИ АН СССР. — М., 1974. — № 165. — 38 с.
16. Изаков Н.Н.//УФН. — 1976. — Т. 119, вып. 2. — С. 295.
17. Кузьмин А.Д., Маров М.Я. Физика планеты Венера. М.: Наука, 1974, 408 с.
18. Kourganoff V. Basic methods in transfer problems. — New York: Oxford University Press, 1952.
19. Иванов В.В. Перенос излучения и спектры небесных тел. — М.: Наука, 1969, 472 с.
20. Зуев В.Е. Распространение видимых и инфракрасных волн в атмосфере. — М.: Советское радио, 1970, 496 с.
21. Бауэр З. Физика планетных ионосфер. — М.: Мир, 1976, 251 с.
22. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. — М.: Наука, 1979, 830 с.
23. Кошелев В.В., Клинов Н.Н., Сутырин Н.А. Аэрoнoмия мезoсфeры и нижней термoсфeры. — М.: Наука, 1983, 182 с.
24. Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н., Марков М.Н., Маров М.Я.//Тр. ФИАН. — 1982. — Т. 130. — С. 3.
25. Кондратьев К.Я. Радиационные характеристики атмосферы и земной поверхности. — Л.: Гидрометеoиздaт, 1969.

К главе 4

1. Триттон Д.Дж., Дэфис П.А.//Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности/Под ред. Х. Суинни и Дж. Гоплаба. — М.: Мир, 1984, 344 с.
2. Джонс У.//Методы расчета турбулентных течений. — М.: Мир, 1984, 464 с.
3. Турбулентные течения реагирующих газов/Под ред. П. Либби и Ф. Вильямса. — М.: Мир, 1983, 325 с.
4. Колесниченко А.В., Маров М.Я. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1979. — № 175. — 27 с.
5. Колесниченко А.В., Маров М.Я. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1980. — № 20. — 31 с.
6. Колесниченко А.В. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1980. — № 66. — 22 с.

7. Колесниченко А.В., Маров М.Я. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1983. — №31. — 24 с.
8. Kolesnichenko A. V., Marov M. Ya. // *Arch. Mech.* — 1985. — Nr. 1–2. — P. 3.
9. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика Т. 1. — М.: Наука, 1965, 640 с.
10. Лавеллен В. // Турбулентность: Принципы и применения/Под ред. У. Фроста и Т. Моулдена. — М.: Мир, 1980, 535 с.
11. Иевлев В.М. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. — М.: Наука, 1975, 256 с.
12. Седов Л.И. Механика сплошной среды. — М.: Наука, 1984, т. 2, 560 с.
13. Favre A. // Проблемы гидромеханики и механики сплошных сред (К 60-летию Л.И. Седова). — М.: Наука, 1969. — С. 483.
14. Компаниец В.З., Овсянников А.А., Полак Л.С. Химические реакции в турбулентных потоках газа и плазмы. — М.: Наука, 1979, 242 с.
15. Hesselberg Th. // *Weitz. Phys. Frei. Atmos.* — 1926. — Bd. 12. — S. 141.
16. Пригожин И., Дефей Р. Химическая термодинамика. — Новосибирск: Наука, 1966, 509 с.
17. Турбулентность: Принципы и применения/Под ред. У. Фроста и Т. Моулдена. — М.: Мир, 1980, 535 с.
18. Турбулентные свдиговые течения—1/Под ред. Ф. Дурста, Б.Е. Лаундера, Ф.В. Шмидта и Дж.У. Уайтлоу. — М.: Машиностроение, 1982, 432 с.
19. Ван Мигем Ж. Энергетика атмосферы. — Л.: Гидрометеониздат, 1977, 327 с.
20. Колесниченко А.В., Тирский Г.А. // Числ. методы сплош. среды. — 1976. — Т. 7, вып. 4. — С. 106.
21. Ферziger Дж., Канер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. — М.: Мир, 1976, 554 с.
22. Blackadar A.K. // *J. Meteorology.* — 1955. — V. 12. — P. 165.
23. Николаевский Н.Н. // Вихри и волны. — М.: Мир, 1984, 335 с.
24. Shimazaki T. // *Atmos. Terr. Phys.* — 1971. — V. 33, No. 4. — P. 1383.
25. Lettau H. *Compendium of Meteorology.* American Meteorological Society. — New York, 1951, 320 p.
26. Рунберг Г., Гарриот О.К. Введение в физику ионосферы. — Л.: Гидрометеониздат, 1975, 303 с.
27. Hines C.O. // *J. Geophys. Res.* — 1965. — V. 70. — P. 177.
28. Маров М.Я., Колесниченко А.В. // Геоматнетизм и аэрономия. — 1971. — Т. 11. — С. 40.
29. Justus C.G. // *J. Atmos. Res.* — 1967. — V. 72. — P. 1035.
30. Васин В.Г., Колесниченко А.В. // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1984. — Т. 20, № 8. — С. 683.
31. Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н. // Космич. исслед. — 1981. — Т. 19. — С. 539.
32. Justus C.G. // *J. Atmos. Sci.* — 1969. — V. 26. — P. 1137.
33. Roper R.G. // *Proc. Int. Conf. on Structure, Composition and General Circulation of the Upper and Lower Atmospheres and Possible Anthropogenic Perturbation.* — Melbourne, vol. 2. — P. 642 (1974).
34. Изаков М.Н. // Космич. исслед. — 1978. — Т. 16. — С. 403.
35. Ress D., Roper R.G., Lloye K.H., Low C.H. // *Phys. Trans. Roy. Soc., London.* — 1972. — V. A271. — P. 631.
36. Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н. // Инфракрасная спектроскопия космического вещества и свойства среды в космосе (Тр. ФИАН, т. 130). — М.: Наука, 1982. — С. 29–47.
37. Гинзбург Э.И., Кузин Г.И. // Геоматнетизм и аэрономия. — 1981. — Т. 21, № 3. — С. 489.
38. Петухов Б.С., Шиков В.К. // Вопросы конвективного и радиационно-кондуктивного теплообмена. — М.: Наука, 1980, с. 77.
39. Mellor G.L. // *J. Atmos. Sci.* — 1973. — V. 30, No. 6. — P. 1061.
40. Deardorff J.W. // *J. Fluids Eng.* — 1973. — V. 95. — P. 429.
41. Andre J.C., Moor G.De., Lacarrere P., Vachat Dn. // *J. Atmos. Sci.* — 1976. — V. 33, No. 3 — P. 482.
42. Лавеллен У.С., Теске М.Е., Шенг И.П. // Турбулентные свдиговые течения—2/Под ред. Л.Дж.С. Брэдбери, Ф. Дурст, Б.И. Лаундер и др. — М.: Машиностроение, 1983, 419 с.

К главе 5

1. Бауэр З. Физика планетных ионосфер. — М.: Мир, 1976, 251 с.
2. Ратклифф Дж. Введение в физику ионосферы и магнитосферы. — М.: Мир, 1975, 296 с.
3. Иванов-Холодный Г.С., Никольский Г.М. Солнце и Ионосфера. — М.: Наука, 1969, 445 с.
4. Banks P.M., Kockarts G. Aeronomy: Part A. — New York and London: Academic Press, 1973, 430 p.
5. Banks P.M., Kockarts G. Aeronomy: Part B. — New York and London: Academic Press, 1973, 355 p.
6. Прист Эр. Солнечная магнитогидродинамика. — М.: Мир, 1985, 589 с.
7. Спитцер Л. Физика полностью ионизованного газа. — М.: Мир, 1965, 210 с.
8. Гуревич А.В., Шаарнбург А.В. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. — М.: Наука, 1973, 272 с.
9. Banks P.M. //Planet. Space Sci. — 1967. — V. 15. — P. 77.
10. Daigarno A., Walker J.G.G. //J. Geophys. Res. — 1967. — V. 15. — P. 200.
11. Брагинский С.И. //Вопросы теории плазмы: Вып. 1/Под ред. М.А. Леонтовича. — М.: Госатомиздат, 1963. — С. 183.
12. Каулинг Т.Г. //Современные проблемы астрофизики и физики Солнца. — М.: ИЛ, 1951. — С. 154.
13. Седов Л.И. Механика сплошной среды: Ч.1. — М.: Наука, 1973, 536 с.
14. Альвек Х. Космическая электродинамика. — М.: ИЛ, 1952, 260 с.
15. Акасофу С.Н., Чепмен С. Солнечно-земная физика: Ч.2. — М.: Мир, 1975, 512 с.
16. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Физматгиз, 1958.
17. Сивухин Д.В. //Вопросы теории плазмы: Вып. 1/Под ред. Н.А. Леонтовича. — М.: Госатомиздат, 1963. — С. 7 — 97.
18. Морозов А.И., Соловьев А.С. //Вопросы теории плазмы: Вып. 2/Под ред. Н.А. Леонтовича. — М.: Госатомиздат, 1963. — С. 177.
19. Ландау Л.Д. //ЖЭТФ. — 1937. — Т.7. — С. 203.
20. Власов А.А. //ЖЭТФ. — 1938. — Т.8. — С. 291.
21. Кадомцев Б.Б. //Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций: Т.4. — М.: Изд-во АН СССР, 1958.
22. Волков Т.Ф. //Вопросы теории плазмы: Вып. 4/Под ред. Н.А. Леонтовича. — М.: Госатомиздат, 1964. — С. 3.
23. Чу Г., Гольдбергер Н., Лоу Ф. //Проблемы современной физики: Вып. 7. — 1957. — С. 139.
24. Гинзбург В.Л., Рухадзе А.А. Волны в магнитоактивной плазме. — М.: Наука, 1970, 207 с.
25. Барабанов В.Б., Краснобаев К.В. Гидродинамическая теория космической плазмы. — М.: Наука, 1977, 335 с.
26. Grad H. //Handbuch der Physik (Encyclopedia of Physics)/Ed. S. Flügge. — Berlin: Springer-Verlag, Nr. 12. — S. 205.
27. Ивановский А.И., Репнев А.И., Шайдковский Е.Т. Кинетическая теория верхней атмосферы. — Л.: Гидрометеониздат, 1967, 258 с.
28. Колесниченко А.В., Маров М.Я. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М.: 1978. — № 123. — 32 с.
29. Гершман Б.Н. Динамика ионосферной плазмы. — М.: Наука, 1974, 256 с.
30. Жданов В.М. Явления переноса в многокомпонентной плазме. — М.: Энергоиздат, 1982, 176 с.
31. Колесниченко А.В. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М.: 1982. — № 14. — 16 с.
32. Гиришфельдер Д., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. — М.: ИЛ, 1961, 930 с.
33. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. — М.: ИЛ, 1962, 510 с.
34. Митчнер М., Кругер Ч. Частично ионизованные газы. — М.: Мир, 1976, 496 с.
35. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. — М.: Мир, 1976, 554 с.
36. Stubbbe P. //Atmos. Terr. Phys. — 1968. — V. 30. — P. 1965.

37. Banks P.M. // Planet. Space Sci. — 1966. — V. 14. — P. 1085. — P. 1105.
38. Banks P.M. // Ann. Geophys. — 1966. — V. 22. — P. 577.
39. Dalgarno A. // Ann. Geophys. — 1961. — V. 17. — P. 16.
40. Dalgarno A. // Planet. Space Sci. — 1961. — V. 3. — P. 217.
41. Ратклифф Дж. Введение в физику ионосферы и магнитосферы. — М.: Мир, 1975, 296 с.
42. Dalgarno A., McElroy M.B., Walker J.G.G. // Planet. Space Sci. — 1967. — V. 15. — P. 331.
43. Mentzoni M.N., Row R.V. // Phys. Rev. — 1963. — V. 130. — P. 2312.
44. Dalgarno A., Degger T.C. // Planet. Space Sci. — 1968. — V. 16. — P. 125.
45. Bender D.J., Mitchner M., Kruger C.H. // Thermodynamic Nonequilibrium in an Argon, Nitrogen, Alkali-Speeded Plasma: Proc. of the Fifth International Conference on Magnetohydrodynamic Electrical Power Generation (Munich). — 1971. — V. 2. — P. 107.
46. Stubbe P. // Proc. Sympos. "Ionosphere-Magnetosphere Interactions". — J. Sci. Ind. Res. (India). — 1971. — V. 30. — P. 379.
47. Stubbe P., Varmen W.S. // Planet. Space Sci. — 1972. — V. 20. — P. 1121.
48. Rees M.N., Walker J.G.G., Dalgarno A. // Planet. Space Sci. — 1967. — V. 25. — P. 1097.
49. Schunk R.W., Hays P.B. // Planet. Space Sci. — 1971. — V. 19. — P. 113.
50. Takayanagi K., Itikawa Y. // Space Sci. Rev. — 1970. — V. 11. — P. 380.
51. Крикберг И.А., Тащилин А.В. Ионосфера и плазмосфера. — М.: Наука, 1984, 189 с.
52. Калихан Л.Е. Элементы магнитной гидродинамики. — М.: Атомиздат, 1964, 423 с.
53. Baker W.G., Martyn D.F. // Phil. Trans. Roy. Soc. — 1953. — V. A246. — P. 281.
54. Погребный В.Н., Фаткуллин М.Н. // Геомагнетизм и аэронавтика. — 1969. — Т. 9. — С. 55.
55. Price A.T. // Geophys. J. R. Astr. Soc. — 1968. — V. 15. — P. 43.
56. Fejer J.A. // J. Atmos. Terr. Phys. — 1953. — V. 4. — P. 184.
57. Cocks A.C., Price A.T. // Planet. Space Sci. — 1969. — V. 17. — P. 471.
58. Франк-Каменецкий Д.А. Лекции по физике плазмы. — М.: Атомиздат, 1964, 283 с.
59. Каулинг Т.К. Магнитная гидродинамика. — М.: ИЛ, 1959, 132 с.
60. Ferraro V.C.A. // Terr. Magn. Atmos. Elect. — 1945. — V. 50. — P. 215–222.
61. Ферраро В.С.А. // Диффузия в слое F. — М.: Мир, 1968. — С. 115.
62. Kendell P.C. // J. Atmos. Terr. Phys. — 1964. — V. 26. — P. 624.
63. Kendell P.C., Pickering W.M. // Planet. Space Sci. — 1967. — V. 15. — P. 825.
64. Chandra S., Goldberg K.A. // J. Geophys. Res. — 1964. — V. 69. — P. 3187.
65. Rishbeth H. // J. Atmos. Terr. Phys. — 1964. — V. 26. — P. 657.
66. Dougherty J.P. // Atmos. Terr. Phys. — 1961. — V. 20. — P. 167.
67. Маров М.Я., Колесниченко А.В. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1970. — № 19. — 28 с.
68. Schunk R.W., Walker J.C.G. // J. Geophys. Res. — 1971. — V. 76. — P. 6159.
69. Howard R.A., Vanderslice J.T., Tilford S.G. // Planet. Space Sci. — 1970. — V. 18. — P. 145.
70. Schunk R.W., Walker J.C.G. // Planet. Space Sci. — 1973. — V. 21. — P. 526.
71. Colegrove F.D., Hanson W.B., Johnson F.S. // J. Geophys. Res. — 1965. — V. 70. — P. 4931.
72. Колесниченко А.В., Маров М.Я. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1982. — № 142. — 24 с.
73. Devoto R.S. // Phys. Fluids. — 1966. — V. 9, No. 6. — P. 1230.
74. Devoto R.S. // Ibid. — 1967. — V. 10, No. 12. — P. 2105.
75. Curtiss C.F. // J. Chem. Phys. — 1968. — V. 49, No. 7. — P. 2917.
76. Dougherty J.P. // J. Atm. Terr. Phys. — 1961. — V. 20. — P. 167.
77. Stubbe P. // J. Atm. Terr. Phys. — 1970. — V. 32. — P. 865.
78. Мухайловский А.Б., Цыкин В.С. // ЖЭТФ. — 1982. — Т. 83, № 1 (7). — С. 139.
79. Konikov Yu.V., Khazanov G.V. // Phys. Solariterr., Potsdam. — 1982. — No. 19. — P. 103.
80. Karman V.I. // Ibid. — 1976. — No. 1. — P. 17.
81. Khazanov G.V., Koen M.A., Burenkov S.I. // Ibid. — 1981. — No. 15. — P. 91.

К главе 6

1. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971, 552 с.
2. Colegrove F.D., Hanson W.B., Johnson F.S. // J. Geophys. Res. — 1965. — V. 70. — P. 4931.

3. Colegrove F.D., Johnson F.S., Hanson W.B.//Ibid. — 1966. — V. 71. — P. 2227.
4. Маров М.Я., Колесниченко А.В.//Геоматн. и аэрономия. — 1971. — Т. 11. — С. 40.
5. Куликов Ю.Н. Кандидатская диссертация. ИПМ АН СССР, М., 1984.
6. Голицын Г.С. Введение в динамику планетных атмосфер. — Л.: Гидрометеониздат, 1973, 104 с.
7. Полак Л.С., Гольденберг М.Я., Левицкий А.А. Вычислительные методы в химической кинетике. — М.: Наука, 1984, 280 с.
8. Изаков М.Н., Красицкий О.П.//Космич. исслед. — 1977. — Т. 15. — С. 445.
9. Бахвалов Н.С. Численные методы. — М.: Наука, 1975.
10. Shimazaki T., Laird A.R.//J. Geophys. Res. — 1970. — V. 75, No. 16. — P. 3221.
11. Turco R.P., Whitten R.C.//Ibid. — 1974. — V. 79. — P. 3179.
12. Shimazaki T.S., Ogawa T.//Ibid. — 1974. — V. 79. — P. 3412.
13. Калиткин Н.Н., Кузьмина Л.В. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1981. — № 80.
14. Форсайт Дж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. — М.: Мир, 1969.
15. Куликов Ю.Н., Маров М.Я. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1984. — № 42. — 24 с.
16. Гольберг С.М., Захаров А.Ю., Филиппов С.С. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1976. — № 12.
17. Морозов С.К., Красицкий О.П. ВНИИ. Алгоритмы и программы, 1979, № 5, П003789.
18. Красицкий О.П. Кандидатская диссертация. ИКИ АН СССР, М., 1977.

К главе 7

к § 7.1

1. Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н., Марков М.Н., Маров М.Я. — Препринт/ФИАН. — М., 1979. — № 112. — 76 с.
2. Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н., Марков М.Н., Маров М.Я.//Тр. ФИАН. — 1982. — Т. 130. — С. 3.
2. а. Gordiets B.F., Kulikov Yu.M., Markov M.N., Marov M.Ya.//Adv. Space Res. — 1981. — V. 1, No. 12, P. 179.
2. б. Gordiets B.F., Kulikov Yu.N., Markov M.N., Marov M.Ya.//J. Geophys. Res. — 1982. — V. 87. — P. 4504.
3. Colegrove F.D., Johnson F.S., Hanson H.W.//J. Geophys. Res. — 1965. — V. 70, No. 14. — P. 4931.
4. Colegrove F.D., Hanson H.W., Johnson F.S.//J. Geophys. Res. — 1966. — V. 71, No. 9. — P. 2227.
5. Уиттен Р., Поппов И. Основы аэрономии. — Л.: Гидрометеониздат, 1977, 406 с.
6. Кошелев В.В., Климов Н.Н., Сутырин Н.А. Аэрономия мезосферы и нижней термосферы. — М.: Наука, 1983, 183 с.
7. Cospar International Reference Atmosphere — 1972 (CIRA). — Berlin: Akad. — Verl., 1972, 450 p.
8. Dickinson P., Bolden R., Young R.//Nature. — 1974. — V. 252. — P. 289.
9. Barlier F., Berger C., Falin J.L., Kockart G., Thuillier G.//Ann. Geophys. — 1978. — V. 34. — P. 9.
10. Гордиец Б.Ф., Марков М.Н.//Космич. исслед. — 1977. — Т. 5, вып. 5. — С. 725.
11. Gordiets B.F., Markov M.N., Shelepin L.A.//Planet. and Space Sci. — 1978. — V. 26. — P. 933.
12. Самарский А.А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977, 565 с.
13. Гордиец Б.Ф., Марков М.Н., Шелепин А.А.//Тр. ФИАН. — 1978. — Т. 105. — С. 7; Препринт/ФИАН. — М., 1976. — № 84. — 85 с.
14. Delabondiniere J.P., Donnelly R.F., Hinteregger H.E., Schmidtke G., Simon P.C.//Report to the Working Group IV of COSPAR, 1977.
15. Amayenc P., Aicay de D., Kockarts G.//J. Geophys. Res. — 1975. — V. 80. — P. 2887.
16. Волков А.Ю., Демин А.И., Лозунов А.Н., Кудрявцев Е.Н., Соболев Н.Н. — Препринт/ФИАН. — М., 1977. — № 4; Тр. ФИАН. — 1979. — Т. 113. — С. 150.
17. Bates D.R.//Proc. Phys. Soc. L. — 1951. — V. B64. — P. 805.
18. Kockarts G., Peetermans W.//Planet. and Space Sci. — 1970. — V. 18. — P. 271.

19. *Jacchia L.G.*//SmithsonianInst. Astrophys. Observ. Space Report. — 1971. — No. 332. — P. 1.
20. *Jacchia L.G.*//Research in Space Science SAO Special Report No. 375, Smithsonian Inst. Astrophys. Observ., Cambridge (Mass), 1977.
21. *Salah J., Wand R.H.*//J. Geophys. Res. — 1974. — V. 79. — P. 4295.
22. *Harris I., Priest W.*//J. Atmos. Sci. — 1962. — V. 19, No. 4. — P. 286.
23. *Stubbe P.*//J. Atmos. and Terr. Phys. — 1970. — V. 32. — P. 865.
24. *Chandra S., Sinha A.K.*//Planet. and Space Sci. — 1973. — V. 21, No. 4. — P. 593.
25. *Stubbe P., Chandra S.*//Ibid. — 1971. — V. 19. — P. 731.

к § 7.2

1. *Колесниченко А.В., Маров М.Я.* — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1980. — № 20. — 31 с.
2. *Васин В.Г., Колесниченко А.В.*//Изв. АН СССР. Сер. физика атмосферы и океана. — 1984. — Т. 20, № 8. — С. 683.
3. *Kolesnichenko A.V., Marov M.Ya.*//Arch. Mech. — 1985. — V. 37. — No. 1-2. — P. 3.
4. *Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н.*//Космич. исслед. — 1981. — Т. 19. — С. 539.
5. *Изаков М.Н.*//Космич. исслед. — 1978. — Т. 16. — С. 403.
6. *Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н.*//Инфракрасная спектроскопия космического вещества и свойства среды в космосе: Тр. ФИАН, т. 130. — М.: Наука, 1982. — С. 29-47.
7. *Shtimazaki T.*//J. Atmos. Terr. Phys. — 1971. — V. 33. — P. 1983.
8. *Colegrove F.D., Hanson W.B., Johnson F.S.*//J. Geophys. Res. — 1965. — V. 40. — P. 4931.
9. *Von Zahn V.*//Ibid. — 1967. — V. 72. — P. 5933.
10. *Изаков М.Н.*//Космич. исслед. — 1977. — Т. 15. — С. 248.
11. *Justus C.G.*//J. Geophys. Res. — 1967. — V. 72. — P. 1035.
12. *Justus C.G.*//J. Atmos. Sci. — 1969. — V. 26. — P. 1137.
13. *Roper R.G.*//Proc. Int. Conf. on Structure, Composition, and General Circulation on the Upper and Lower Atmospheres and Possible Anthropogenic Perturbation. — Melbourne, 1974. — V. 2. — P. 642.
14. *Roper R.G.*//J. Geophys. Res. — 1966. — V. 71. — P. 4427.
15. *Lloyd K.N., Low C.H., McAvaney, Rees D., Roper R.G.*//Planet. Space Sci. — 1972. — V. 20. — P. 761.
16. *Rees D., Roper R.G., Lloye K.H., Low C.H.*//Phys. Trans. Roy. Soc. London. — 1972. — V. A271. — P. 631.
17. *Gavrilov N.M., Shved G.M.*//Ann. Geophys. — 1975. — V. 31, No. 3. — P. 375.
18. *Гинзбург Э.И., Кузин Г.И.*//Геоматнезизм и аэрономия. — 1981. — Т. 21, № 3. — С. 489.
19. *Иевлев В.М.* Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. — М.: Наука, 1975, 256 с.
20. *Колесниченко А.В.* — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1980. — № 66. — 22 с.
21. *Колесниченко А.В., Маров М.Я.*//Тр. 5-го Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике. — Алма-Ата, 1981. — С. 200.
22. *Ван Мигем Ж.* Энергетика атмосферы. — Л.: Гидрометеониздат, 1977, 327 с.
23. Турбулентность: Принципы и применения/Под ред. У. Фроста, Т. Моулдена. — М.: Мир, 1980, 535 с.
24. *Justus C.G., Roper R.G.*//Meteorol. Monographs. — 1968. — V. 9, No. 31. — P. 122.
25. *Гиршфельдер Д., Кергис Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. — М.: ИЛ, 1961, 930 с.
26. COSPAR International Reference Atmospheric 1972 (CIRA-72). — Berlin: Acad. — Verl., 1972, 450 p.
27. *Щетинков Е.С.* Физика горения газов. — М.: Наука, 1965, 739 с.
28. *Rosenberg N.*//J. Atmos. Terr. Phys. — 1968. — V. 30, No. 5. — P. 907.
29. *Johnson F.S., Gottlieb B.*//Planet. Space Sci. — 1970. — V. 18. — P. 1707.
30. *Lloyd K.H.*//Proc. Int. Conf. on Structure, Composition and General Circulation of Upper and Low Atmospheres and Possible Anthropogenic Perturbation. — Melbourne. — 1974. — V. 2. — P. 653.

1. Barth C.A.//Ann. Rev. Earth and Planet Sci. — 1974. — V. 2. — P. 333.
2. McConnell J.C.//Phys. and Chem. of Upper Atmospheres. — 1973. — P. 309.
3. Рабочая модель атмосферы и поверхности Марса: 4, I. Ред. В.И. Мороз. — Препринт/ИКИ АН СССР. — М., 1975. — № 240.
4. Изаков М.Н.//УФН. — 1976. — Т. 119. — С. 295.
5. Woiceshyn P.M.//Icarus. — 1974. — V. 22. — P. 325.
6. Owen T.//Comments Astrophys. Space Phys. — 1974. — V. 5. — P. 175.
7. Owen T., Bieman K.//Science. — 1976. — V. 193. — (No. 4255). — P. 801.
8. Истомин В.Г. и др.//Космич. исслед. — 1975. — Т. 13. — С. 16.
9. Barker E.S.//Nature. — 1972. — P. 447.
10. Carlton N.P., Tranb W.A.//Science. — 1972. — V. 177. — P. 988.
11. Parkinson T.D., Hunten D.M.//J. Atmos. Sci. — 1972. — V. 29. — P. 1380.
12. Nier A.O. et al.//Science. — 1976. — V. 193 (No. 4255). — P. 786.
13. Мороз В.И. и др.//ДАН СССР. — 1972. — Т. 208. — С. 797.
14. Hapel R.A. et al.//Icarus. — 1972. — V. 17. — P. 423.
15. Conrath B.J. et al.//J. Geophys. Res. — 1973. — V. 78. — P. 4267.
16. Мороз В.И., Наджун А.Э.//Космич. исслед. — 1975. — Т. 13. — С. 738.
17. Barker E.S.//Icarus. — 1976. — V. 28. — P. 247.
18. Barth C.A. et al.//Science. — 1973. — V. 179. — P. 795.
19. Lane A.L. et al.//Icarus. — 1973. — V. 18. — P. 102.
20. Краснопольский В.А. и др.//Космич. исслед. — 1975. — Т. 13. — С. 37.
21. Курт В.Г. и др.//Там же. — 1973. — Т. 11. — С. 315.
22. Достовалов С.Б., Чувахин С.Д.//Там же. — 1973. — Т. 11. — С. 767.
23. Anderson D.E., Hord C.W.//J. Geophys. Res. — 1971. — V. 76. — P. 6666.
24. Anderson D.E.//Ibid. — 1974. — V. 79. — P. 1513.
25. McElroy M.B., McConnell J.C.//J. Atmos. Sci. — 1971. — V. 28. — P. 879.
26. Thomas G.E.//Ibid. — 1971. — V. 28. — P. 859.
27. Strickland D.J. et al.//J. Geophys. Res. — 1972. — V. 77. — P. 4052; 1972. — V. 78. — P. 4547.
28. McConnell J.C., McElroy M.B.//J. Geophys. Res. — 1970. — V. 75. — P. 729.
29. Parkinson T.D., Hunten D.M.//J. Atmos. Sci. — 1972. — V. 29. — P. 1380.
30. McElroy M.B., Donahue T.M.//Science. — 1972. — V. 177. — P. 986.
31. Hunten D.M.//Rev. Geophys. Space Phys. — 1974. — V. 12. — P. 529.
32. Liu S.C., Donahue T.M.//Icarus. — 1976. — V. 28. — P. 231.
33. Изаков М.Н., Красицкий О.П.//Геомagnetизм и астрономия. — 1976. — Т. 14. — С. 209.
34. Изаков М.Н., Морозов С.К.//Космич. исслед. — 1976. — Т. 14. — С. 476.
35. Hinteregger H.E.//Ann. Geophys. — 1970. — V. 26. — P. 547.
36. Ackerman M.A. Mesospheric models and related experiments. — New York: 1971. — P. 149.
37. Nakata R.S. et al.//Science of Light. — 1965. — V. 14. — P. 99.
38. Shemansky D.E.//J. Chem. Phys. — 1972. — V. 56. — P. 1582.
39. Henry R.J.W., McElroy M.B. Atmospheres of Mars and Venus. — New York: Gordon and Breach Sci. Publ. — 1968. — P. 251.
40. Watanabe K.//Advan. Geophys. — 1958. — V. 5. — P. 153.
41. Hunson R.D., Mahle S.H.//J. Geophys. Res. — 1972. — V. 77. — P. 2902.
41. a. Hasson V., Nickolls R.W.//Proc. Phys. Soc. L. At. Mol. Phys. — 1971. — V. 4. — P. 1789.
42. Watanabe K., Zelickoff M.//J. Opt. Soc. Amer. — 1953. — V. 43. — P. 753.
43. Pankert T.T., Johnston H.S.//J. Chem. Phys. — 1972. — V. 56. — P. 2824.
44. Hochanandel C.J. et al.//Ibid. — 1972. — V. 56. — P. 4426.
45. Simonaitis R., Heiklen J.//Ibid. — 1972. — V. 56. — P. 2004.
46. Slanger T.G. et al.//Ibid. — 1972. — V. 57. — P. 233.
47. Clyne M.A.A., Thrush R.A.//Proc. Roy. Soc. L. — 1972. — V. A269. — P. 404.
48. Vandooren J. et al.//Proceed. 15 Inter. Sympos. on Combustion. — 1974. — P. 745.
49. Красицкий О.П. Канд. диссертация. — М.: ИКИ АН СССР, 1977.
50. Кауфман Ф.//Лаб. исслед. астрономич. реакций. — Л.: Гидрометеиздат. — 1970.
51. Davis D.D. et al.//Chem. Phys. Lett. — 1973. — V. 22. — P. 273.

52. Baulch D.L. et al. Evaluated Kinetic Data For High Temperature Reactions. — London: V. 1, 1972.
53. Wilson W.E. // J. Phys. Chem. Ref. Data. — 1972. — V. 1. — P. 535.
54. Lloyd A.C. // Intern. J. Chem. Kinet. — 1974. — V. 6. — P. 169.
55. Albers E.A. et al. // Proceed. 13 Intern. Sympos. on Combustion. — 1971. — P. 81.
56. Young R.A. et al. // J. Chem. Phys. — 1967. — V. 47. — P. 228.
57. Cveticanovic R.J. // Canad. J. Chem. — 1974. — V. 52. — P. 1452.
58. Anderson L.G. // Rev. Geophys. Space Phys. — 1976. — V. 14. — P. 151.
59. Baulch D.L. et al. // High Temp. Reactions Rate Data. — 1969. — V. 3. — P. 18.
60. Hampson R.F. // J. Phys. Chem. Ref. Data. — 1973. — V. 2. — P. 267.
61. Anderson J.G., Kaufman F. // Chem. Phys. Lett. — 1973. — V. 19. — P. 483.
62. Greiner N.R. // J. Phys. Chem. — 1968. — V. 72. — P. 406.
63. Гирифельдер Дж., Кертус Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. — М.: ИЛ, 1961, 930 с.
64. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. — М.: ИЛ, 1961, 510 с.
65. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. — М.: 1972.
66. Mason E.A., Marrero T.R. // Adv. Atom. Molec. Phys. — 1970. — V. 6. — P. 155.
67. Изаков М.Н. // Космич. исслед. — 1977. — Т. 15. — С. 248.
68. Голицын Г.С. Введение в динамику планетных атмосфер. — Л.: Гидрометеоназдат, 1973, 104 с.
69. Hess S.L. // Icarus. — 1976. — V. 28. — P. 269.
70. McElroy M.B. // Science. — 1972. — V. 175. — P. 443.
71. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука. — 1971, 552 с.
72. Куликов Ю.Н. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М.; 1976. — № 45. — 45 с.
73. Turco R.P., Whitten R.C. // J.P.R. — 1974. — V. 79. — P. 3179.
74. Shimazaki T.S., Ogawa T. // Ibid. — 1974. — V. 79. — P. 3412.
75. Kieffer H.H. et al. // Science. — 1976. — V. 193. — (No. 4255). — P. 780.
76. Изаков М.Н., Красицкий О.П., Морозов С.К. // Космич. исслед. — 1976. — Т. 14. — С. 585.
77. Куликов Ю.Н., Маров М.Я. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1984. — № 42. — 24 с.
78. Куликов Ю.Н. — Препринт/ИПМ АН СССР. — М., 1984. — № 40. — 19 с.

к § 7.4

1. Изаков М.Н., Морозов С.К. // Космич. исслед. — 1975. — Т. 13. — С. 404.
2. Донанье Т.М. // J. Atmos. Sci. — 1968. — V. 25. — P. 568.
3. Dickinson R.E. // Ibid. — 1971. — V. 28. — P. 885.
4. Dickinson R.E., Ridley E.C. // Ibid. — 1972. — V. 29. — P. 1557.
5. Изаков М.Н., Красицкий О.П., Павлов А.В. // Космич. исслед. — 1981. — Т. 19, № 5. — С. 733.
6. Izakov M.N. // Space Sci. Revs. — 1971. — V. 12. — P. 261.
7. Кузьмин А.Д., Маров М.Я. Физика планеты Венера. — М.: Наука, 1974, 408 с.
8. Маров М.Я. Планеты солнечной системы. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1986, 320 с.
9. Izakov M.N., Morozov S.K., Jashchenko I.A. // Space Research. — 1973. — V. 13. — P. 291.
10. Дембовский А.В., Изаков М.Н., Лисин О.Г. — Препринт/ИКИ АН СССР. — М., 1974. — № 165.
11. Stewart R.W., Hogan J.S. // J. Atmos. Sci. — 1969. — V. 26. — P. 330.
12. Hinteregger H.E. // Ann. Geophys. — 1970. — V. 26. — P. 547.
13. Ackerman M. // Mesospheric Models and Related Experiments. — Dordrecht—Holland: D. Reidel Publ. Co., 1971. — P. 149.
14. Nakata R.S. et al. // Science of Light. — 1965. — V. 14. — P. 54.
15. Chamberlain J.W. // Astrophys. J. — 1962. — V. 136. — P. 582.
16. Chamberlain J.W., McElroy M.B. // Science. — 1966. — V. 152. — P. 21.
17. Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н., Марков М.Н., Маров М.Я. — Препринт/ФИАН. — М., 1979. — № 112.
18. Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н., Марков М.Н., Маров М.Я. // Тр. ФИАН. — 1982. — Т. 130. — С. 3.

19. McElroy M.B. // Ann. Geophys. — 1970. — V. 26. — P. 643.
20. Краснопольский В.А. Фотохимия атмосфер Марса и Венеры. — М.: Наука, 1982, 294 с.
21. Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н. // ПАЖ (в печати) 1987.
22. Гордиец Б.Ф., Куликов Ю.Н. // Астрон. вестн. — 1985. — Т. 19. — С. 289.
23. Niemann H.B., Kasprzak W.T., Hedin A.E., Huntten D.N., Spenser N.W. // J. Geophys. Res. — 1980. — V. 85. — P. 7817.
24. Ivanov-Kholodny G.S., Kolosov M.A., Savich N.A., Alexandrov Yu.N., Vasilyev M.B., Vyshkov A.S. et al. // Icarus. — 1979. — V. 39. — P. 209.
25. Колосов М.А., Яковлев О.И. и др. // Космич. исслед. — 1978. — Т. 16, № 2. — С. 278.
26. Асдуевский В.С., Бородин Н.Ф. и др. // Там же. — 1979. — Т. 17, № 5. — С. 655.
27. Knudsen W.C., Spenser K. et al. // Science. — 1979. — V. 205. — No. 4401. — P. 752.
28. Taylor Jr. H.A., Brinton H.C. et al. // Ibid. — 1979. — V. 203, No. 4382. — P. 752.
29. Von Zahn U., Krankovsky D. et al. // Ibid. — 1979. — V. 203, No. 4382. — P. 768.
30. Nieman N.B., Hartle R.E. et al. // Ibid. — 1979. — V. 205, No. 4401. — P. 54.
31. Taylor Jr. H.A., Brinton H.C. et al. // J. Geophys. Res. — 1980. — V. 85. — No. A13. — P. 7817.
32. Seiff A., Kirk D.B. et al. // Ibid. — 1980. — V. 85, No. A13. — P. 7903.
33. Graveus T.E., Combs T.I. et al. // Ibid. — 1980. — V. 85, No. A13. — P. 7778.
34. Chen R.H., Nagy A.F. // Ibid. — 1978. — V. 83, No. A3. — P. 1133.
35. Graveus T.E., Nagy A.F. // Geophys. Res. Lett. — 1978. — V. 5, No. 7. — P. 613.
36. Nagy A.F., Graveus T.E. et al. // Science. — 1979. — V. 205, No. 4401. — P. 107.
37. Nagy A.F., Graveus T.E. et al. // J. Geophys. Res. — 1980. — V. 85, No. A13. — P. 7795.
38. Von Zahn U., Fricke K.H. et al. // Ibid. — 1980. — V. 85, No. A13. — P. 7829.
39. Seiff A., Kirk D.B. et al. // Science. — 1979. — V. 205, No. 4401. — P. 46.
40. Taylor H.A., Brinton H.C., Bauer S.J., Hartle R.E. // J. Geophys. Res. — 1980. — V. 85. — P. 7765.
41. Taylor H.A., Bauer S.J. et al. Report c. 2.2.5. at COSPAR meeting 1980, Budapest.
42. Delaboudiniere J.P., Donnelly R.F. et al. Report to the working group IV of COSPAR, 1977.
43. Torr M.R., Torr D.G. et al. // Geophys. Res. Lett. — 1979. — V. 6, No. 10. — P. 777.
44. Banks P.M., Kockarts G. Aeronomy: Part A and part B. — New York and London: Academic Press, 1973.
45. Кризберг И.А. Кинетика электронов в ионосфере и плазмосфере Земли. — М.: Наука, 1978, 215 с.
46. Sawada T., Strickland D.J., Green A.E.S. // J. Geophys. Res. — 1972. — V. 77, No. 25. — P. 4812.
47. Павлов А.В. // Космич. исслед. — 1980. — Т. 19, № 1. — С. 82.
48. Lee L.C., Carlson R.W. et al. // J. Quant. Spectrosc. Radiation. Transfer. — 1973. — V. 13, No. 22. — P. 1023.
49. Henry R.J.W., McElroy M.B. // The Atmosphere of Venus and Mars. — New York: Gordon and Breach, Science Publishers, 1968. — P. 250.
50. Nakata R.S., Watanabe K., Matsunaga F.M. // Science of Light. — 1965. — V. 14, No. 1. — P. 54.
51. Huntten D.M. // J. Atmos. Sci. — 1969. — V. 26, No. 5. — P. 831.
52. Wight G.R., Van der Wiel M.J., Brion C.E. // J. Phys. B. Atom. Molec. Phys. — 1976. — V. 9, No. 4. — P. 675.
53. Marr G.V. Photoionization processes in gases. — New York and London: Academic Press, 1967.
54. Dalgarno A., Parkinson D. // J. Atmos. Terr. Phys. — 1960. — V. 18, No. 4. — P. 335.
55. Albritton D.L. // Atomic Data Nucl. Data Tables. — 1978. — V. 22, No. 1. — P. 1.
56. Ferguson E.E. // Ibid. — 1973. — V. 12, No. 2. — P. 159.
57. Fehsenfeld F.C., Schmeltekopf A.L. et al. // ESSA Tech. Rep. ERL 135-AL3. — Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commer., 1969.
58. Huntress Jr. W.T. // Astrophys. J. Suppl. Ser. — 1977. — V. 33, No. 4. — P. 495.
59. McFarland M., Albritton D.L. et al. // J. Geophys. Res. — 1974. — V. 79, No. 19. — P. 2005.
60. Linderger W., Albritton D.L. et al. // Ibid. — 1975. — V. 80, No. 25. — P. 3725.
61. Ferguson E.E. // Ann. Geophys. — 1972. — V. 28, No. 2. — P. 389.
62. McFarland M., Albritton D.L. et al. // J. Geophys. Res. — 1974. — V. 79, No. 19. — P. 2925.

63. *Lindinger W., Fehsenfeld F.C. et al.*//*Ibid.* — 1974. — V. 79, No. 31. — P. 4753.
64. *Smith D., Adams N.G., Miller T.M.*//*J. Chem. Phys.* — 1978. — V. 69, No. 1. — P. 308.
65. *Вирин Л.И., Джагацзян Р.В. и др.* Ионно-молекулярные реакции в газах. — М.: Наука, 1979, 548 с.
66. *Biondi M.A.*//*Reaction Rate Hand-book.* — Santa Barbara: DNA 1948 H, p. 16—1. Defence Nuclear Agency.
67. *Бауэр З.* Физика планетных ионосфер. — М.: Мир, 1976, 251 с.
68. *Mentzoni M.H., Donohoe J.*//*Canad. J. Phys.* — 1969. — V. 47, No. 17. — P. 1789.
69. *Смирнов Б.М.* Ионы и возбужденные атомы в плазме. — М.: Атомиздат, 1974, 456 с.
70. *Liu S.C., Donahue T.M.*//*Icarus.* — 1976. — V. 28, No. 2. — P. 231.
71. *Torr D.G., Torr M.R.*//*J. Atmos. Terr. Phys.* — 1979. — V. 41, No. 718. — P. 797.
72. *Mehr F.J., Biondi M.A.*//*Phys. Rev.* — 1969. — V. 181, No. 1. — P. 264.
73. *Sze N.D., McElroy M.B.*//*Planet. Space Sci.* — 1975. — V. 23, No. 5. — P. 763.
74. *Rusch R.W., Gravens T.E.*//*Geophys. Res. Lett.* — 1979. — V. 6, No. 10. — P. 791.
75. *Kasprzak W.T., Hedin A.E. et al.*//*Ibid.* — 1980. — V. 7, No. 1. — P. 106.
76. *Schmidtke G.*//*Ibid.* — 1976. — V. 3, No. 10. — P. 373.
77. *Шоуэр Р.И.*//*Лабораторные исследования аэрономических реакций.* — Л.: Гидрометеоиздат, 1970. — С. 134.
78. *Хансон В.Б.*//*Околоземное космическое пространство.* — М.: Мир, 1966. — С. 28.
79. *Taylor Jr.H.A., Brinton H.C. et al.*//*Science.* — 1979. — V. 203, No. 4382. — P. 755.
80. *Виноградов А.П., Сурков Ю.А., Андрейчиков Б.М.*//*Докл. АН СССР.* — 1970. — Т7190, № 3. — С. 552.
81. *Johnson R., Biondi M.A.*//*Geophys. Res. Lett.* — 1980. — V. 7, No. 3. — P. 401.
82. *Torr M.A., Torr D.G. et al.*//*Planet. Space Sci.* — 1975. — V. 23, No. 12. — P. 1669.
83. *Broadfoot A.L., Kumar S. et al.*//*Science.* — 1974. — V. 183, No. 4131. — P. 1315.
84. *Радциг А.А., Смирнов Б.М.* Справочник по атомной и молекулярной физике. — М.: Атомиздат, 1980, 240 с.