

Сборник статей

Ф Р А К Т А Л Ы



КАК ИСКУССТВО

**Автор идеи
Сергей Деменок**



**НАУЧНО-ПОПУЛЯРНОЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО
«СТРЦТС»**

**Санкт-Петербург
2015**

ББК 71.0
УДК 76.01 + 501
Ф 826

**Ф 826 Фракталы как искусство. Сборник статей/ Пер. с англ.,
фр. Е. В. Николаевой. — СПб.: «Страта», 2015. — 230 с.**

ISBN 978-5-906150-18-9

В сборник вошли статьи зарубежных математиков и художников-фракталистов, многие из которых хорошо известны в научных и художественных кругах. Проблематика книги связана с философскими и эстетическими смыслами фрактального искусства, представляющего собой особый художественный феномен конца XX — начала XXI вв. Подборка статей представляет собой попытку посмотреть на цифровое фрактальное искусство с нескольких ракурсов: математического, технологического, эстетического и философского. Большинство текстов не носит специально-математического характера и относится, скорее, к сфере digital humanities (цифровых гуманитарных наук).

Многие статьи сборника впервые публикуются на русском языке.

Книга представляет интерес для специалистов в области эстетики, философии искусства, культурологии и искусствоведения, преподавателей и студентов художественных специальностей, широкого круга читателей.

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельцев.

All rights reserved. No parts of this publication can be reproduced, sold or transmitted by any means without permission of the publisher.

© Деменок С. Л., введение и послесловие, 2015

© Николаева Е. В., перевод, 2015

ISBN 978-5-906150-18-9

© ООО «Страта», 2015

 **ормула
культуры**

Фрактальное искусство:
эстетика бесконечности
и гармония хаоса

Сборник статей

Какова длина побережья
Британий? Статистическое
самоподобие и
фрактальность

**ФРАКТАЛЫ
КАК
ИСКУССТВО**

Фрактальные
трансформации

Фракталы и искусство
во имя науки

Фрактальное искусство:
Ближе к небесам?

Хаос и фракталы Парижа

Художественные
элементы фрактальных
конструкций

Бенуа Мандельброт

**Фрактальный стиль
Майкл Барнсли, Луиза Барнсли
живописи Поллока
Харалампос Сайтис**

**Фрактальный
экспрессионизм.
Ральф Абрахам**

**Может ли наука помочь
Любица М. Коцич
в понимании искусства?
Ричард Тэйлор, Адам П. Миколич, Дэвид Джонас**

**Фрактальное искусство
Джуди С. Розато
Группа «Искусство и Сложность»**

**Фрактальный художник?
Карлос Гинзбург**

**Традиционное
Сюзан Конде**

**и репрезентативное
Шарль Васало**

**фрактальное искусство
Кен Келлер**

**Манифест фрактального
Керри Митчелл**

**искусства
Элис Келли**

**Фракталы как искусство
Дэмиен М. Джоунс**

**О фракталах и искусстве
Жанет Парк**

**Фрактальное искусство
Скотт Дрэйвз, Ралф Абрахам,**

**сравнение стилей
Пабло Виотти, Фредерик Дэйвид Абрахам,
Джулиан Клинтон Спротт**

Елена Николаева

ВВЕДЕНИЕ

Самоподобие — универсальное свойство природы. Фракталы, как принцип устройства мира, существовали всегда. Любой элемент мироздания подобен другому: рождение вселенной и возникновение отдельной жизни — суть одно. Но лишь сорок лет назад математик Бенуа Мандельброт продемонстрировал универсальность этих естественных структур и создал геометрию для их описания.

С этого времени посредством теории фракталов стали объяснять эволюцию галактик и деление клетки, географию Земли и глобальные перемены климата, развитие общества, существование семьи и движение биржевых цен.

А ведь фрактальное устройство мироздания описано еще в древнейшем буддистском тексте как сеть Индры: все в одном, одно во всем. Сеть Индры в индуистской мифологии — паутина, покрывающая Вселенную, ее горизонтальные нити представляют пространство, а вертикальные — время. В каждом пересечении нитей — бриллиантовая бусина, символ индивидуального существования. Если посмотреть на одну из них, вы увидите все остальные. Бесчисленные, бесконечные отражения друг друга.

Подобным образом каждая вещь не существует в отдельности, она включает в себя другую и является ею.

Ни одно свойство какой-либо части этой сети не является фундаментальным: все свойства одной части выте-

кают из свойств других частей, их взаимоотношения определяют структуру всей сети. Мы живем в сети, структура которой — фрактал.

От песчинки до барханов пустыни, от капельки воды до гигантских волн цунами, от тающей снежинки до ледяного безмолвия, от единственной едва различимой на рассвете планеты — до завораживающей карты звездного небосклона, от лейтмотива соловья майской ночью — до партитуры симфонии, от притяжения мыслей и предметов — до пересечения жизненных путей.

Подборка статей сборника — взгляд на фрактальное искусство с нескольких ракурсов. Статьи Б. Мандельброта, М. Барнсли, Х. Сайтиса дают некоторое представление о математической стороне научных и художественных практик, основанных на концепции фрактальности. В статьях Р. Абарахама, Л. Коича и Р. Тэйлора перебрасывается «мостик» от теории хаоса и фрактальности к фрактальному искусству нецифровой природы (живописи Ф. Купки, Дж. Тернера, С. Дали, Дж. Поллока и др.). Статьи Г. Розато, К. Гинзбурга, С. Конде, а также манифесты фрактального искусства посвящены философским и художественным проблемам фрактальной репрезентации реальности в искусстве. Эстетическая сторона цифрового фрактального искусства и статус фрактал-арта обсуждается в статьях Ш. Васало, К. Келлера, Э. Келли, Ж. Парк, Д. Джоунса, С. Дрейвза и его коллег.

Статьи сборника, мы надеемся, дадут возможность понять и почувствовать завораживающий мир фрактального искусства.

Сергей Деменок

Бенуа Мандельброт

**КАКОВА ДЛИНА ПОБЕРЕЖЬЯ БРИТАНИИ?
СТАТИСТИЧЕСКОЕ САМОПОДОБИЕ
И ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ**

Бенуа Мандельброт (Benoît B. Mandelbrot) (1924—2010) — известный франко-американский математик, основатель нового раздела математики — фрактальной геометрии. Автор книги «Фрактальная геометрия природы» и других научных работ, в том числе по фрактальному анализу биржевых рынков. Его именем названо множество, которое он исследовал.

Б

ереговые линии представляют собой пример в высшей степени сложных кривых, таких, что каждый из их участков может — в статистическом смысле — быть рассмотрен как образ целого в уменьшенном масштабе. Это свойство будем называть «статистическим самоподобием». Говорить о длине таких фигур обычно бессмысленно. Так, «левый берег реки Вислы, измеренный с повышенной точностью, дал бы длины в десятки, сотни и даже тысячи раз больше длины, снятой со школьной карты»¹. В более общем виде географические линии можно рассматривать как суперпозиции элементов широкого диапазона размеров; чем более мелкие элементы принимаются во внимание, тем более возрастает измеренная общая длина, и обычно нет ясного разделения между областью приложения географии и деталями, с которыми географии нет необходимости иметь дело.

Таким образом, нужны величины иные, чем длина, чтобы выявлять различия между разными степенями сложности у географических кривых. Когда кривая самоподобна, она характеризуется степенью подобия, D , которая обладает многими свойствами размерности, хотя обычно это дробная величина, больше 1 — размерности, приписываемой кривым. В свете этого мы заново рассмотрим некоторые наблюдения Ричардсона². Я предполагаю интерпретировать их, приняв, например, что размерность западного побережья Великобритании $D = 1,25$. Это показывает,

1 См.: H. Steinhaus, *Colloquium Math.* 3, 1 (1954), где приводятся более ранние источники.

2 L. F. Richardson in: *General Systems Year-book* 6, 139 (1961).

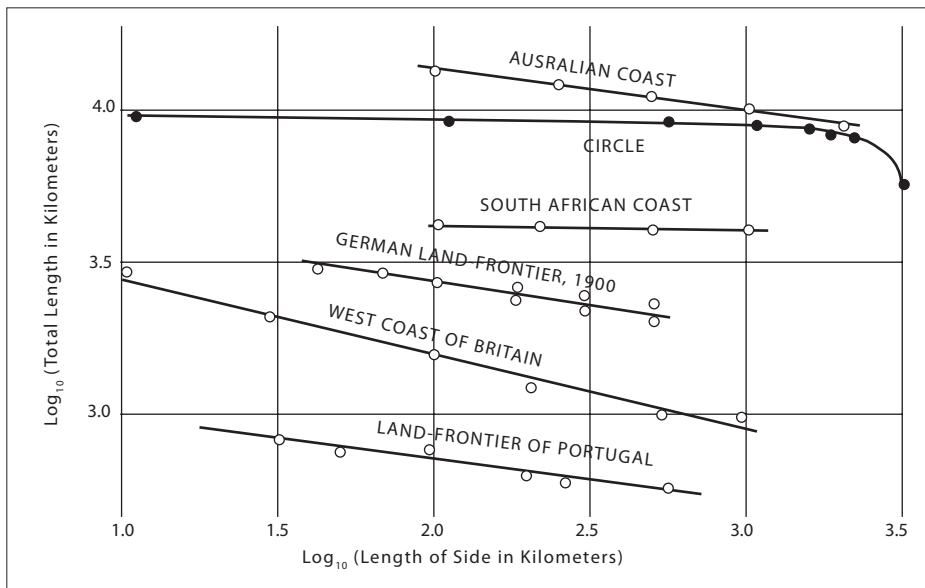


Рис. 1. Данные Ричарсона по измерениям географических кривых методом многоугольников, которые имеют равные стороны и вершины, расположенные на кривой. Для круга общая длина стремится к некоторому пределу по мере того, как длина сторон приближается к нулю. Во всех других случаях она возрастает по мере того, как сторона становится короче, при этом уклон графика с логарифмическим масштабом на обеих осях по абсолютной величине равен $D - 1$ ¹

1 Richardson L. F. Op. cit.

что еще недавно эзотерическое понятие «случайной фигуры фрактальной размерности» имеет простое и конкретное применение и большую практическую значимость.

Методы самоподобия являются действенным инструментом в изучении феномена случайности, включая геостатистику, а также экономику³ и физику⁴. Фактически многие шумы имеют размерности D между 0 и 1, так что ученому следует рассматривать раз-

3 Mandelbrot B., Business J. 36, 394 (1963), или в: The Random Character of Stock Market Prices, P. H. Cootner, Ed. (M.I.T. Press, Cambridge, Mass, 1964), p. 297.

4 Mandelbrot B., IEEE Inst. Elect. Electron. Eng. Trans. Commun. Technol. 13, 71 (1965) и IEEE Inst. Elect. Electron. Eng. Trans. Inform. Theory 13 (1967). Очень похожие рассуждения относятся к турбулентности, где типичные размеры «топографических элементов» (т.е. водоворотов) имеют очень широкий разброс, на что было впервые указано самим Ричардсоном в 1920-х гг.

мерность как непрерывную величину, изменяющуюся в диапазоне от 0 до бесконечности.

Возвращаясь к заявлению, сделанному в первом параграфе, давайте сделаем обзор методов, используемых при попытках измерить длину побережья. Поскольку географу не интересны мелкие детали, он может выбрать положительный масштабный параметр G в качестве нижнего предела для длины географически значимых элементов. Тогда, чтобы оценить длину берега между двумя точками A и B , он может провести по суше кратчайшую кривую, соединяющую A и B , оставаясь при этом в пределах расстояния G от моря. Или он может нарисовать кратчайшую линию, составленную из прямых отрезков длины, не больше, чем G , чьи вершины являются точками береговой линии, которая включает A и B . Есть много других возможных способов определения. На практике, конечно, нужно ограничиваться приближением к кратчайшим траекториям. Предположим, что измерения сделаны циркулем по карте таким образом, чтобы сосчитать количество равных шагов длины G незамкнутого многоугольника, чьи углы лежат на кривой. Если G достаточно мало, не имеет значения, начинаются измерения из точки A или B . Так будет получена оценка длины, которую назовем $L(G)$.

К сожалению, географы не могут договориться насчет величины G , в то время как $L(G)$ сильно зависит от G . Следовательно, необходимо знать $L(G)$ для нескольких значений G . Еще лучше было бы иметь аналитическую формулу, связывающую $L(G)$ с G . Такая формула, всецело эмпирического характера, была предложена Льюисом Ф. Ричардсоном, но, к сожалению, она не привлекла к себе внимания. Формула такова: $L(G) = M G^{1-D}$, где M — положительная константа и D — константа не меньше единицы. Эта D , «характеристика границы, предположительно имеет некоторую положительную корреляцию с непосредственным визуальным восприятием изломанности границы. Для одного предельного случая $D = 1,00$ для границы, которая выглядит как прямая на карте. Для другого предельного случая было выбрано западное побережье Британии, потому что оно, похоже, одно из самых изрезанных в мире; найденное значение $D = 1,25$. Три другие границы, которые, судя по их виду на карте, были близки к средним в мире по изрезанности, дали $D = 1,15$ для сухопутной границы Германии в 1899 году; $D = 1,14$ для сухопутной границы между Испанией и Португалией и $D = 1,13$ для австралийского побережья. Берег, выглядящий од-

ним из самых ровных в атласе, был выбран на юге Африки, и для него $D = 1,02$ »⁵.

Эмпирические находки Ричардсона находятся в сильном контрасте с обычным поведением гладких кривых, которые наделены хорошо определяемой длиной и которых называют «спрямляемыми». Теперь снова процитируем Штейнхауса: «Утверждение, что стоило бы назвать большинство дуг, встречающихся в природе, неспрямляемыми, практически полностью отвечает реальности. Это утверждение противоположно мнению о том, что неспрямляемые дуги являются изобретением математиков и что природные дуги спрямляемы: но верно как раз обратное»⁶.

Я интерпретирую соотношение Ричардсона как противоположное мнению о том, что кривые, размерность которых больше единицы, являются изобретением математиков. Для этого необходимо проанализировать элементарные характеристики концепта размерности и показать, как это приводит к рассмотрению дробных размерностей.

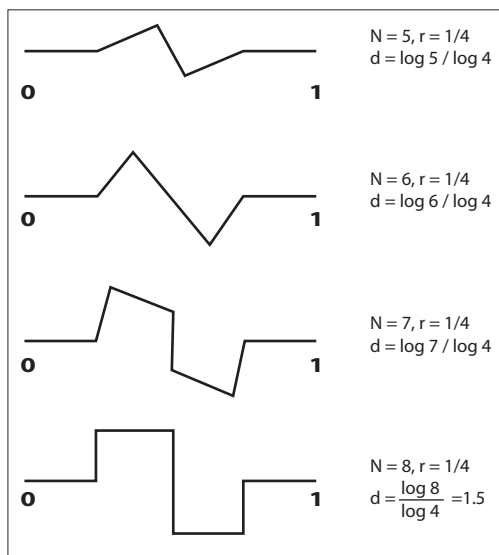
Для начала — прямая линия имеет размерность, равную единице. Следовательно, для любого положительного целого числа N отрезок ($0 \leq x < X$) может быть точно разбит на N неперекрывающихся отрезков в форме $[(n-1)X/N \leq x < nX/N]$, где n изменяется от 1 до N . Каждая из этих частей редуцируема из целого с отношением подобия $r(N) = 1/N$. Аналогично, плоскость имеет размерность, равную двум. Следовательно, для каждого квадрата простого числа N прямоугольник ($0 \leq x < X$; $0 \leq y < Y$) можно разбить на N неперекрывающихся прямоугольников в форме $[(k-1) X/\sqrt{N} \leq x < kX/\sqrt{N}; (h-1) Y/\sqrt{N} \leq y < hY/\sqrt{N}]$, где k и h изменяются от 1 до $\sqrt{N}$. Каждая из этих частей редуцируема из целого с отношением подобия $r(\sqrt{N}) = 1/\sqrt{N}$. В более общем виде, если $N^{1/D}$ является положительным целым числом, то D -размерный прямоугольный параллелепипед может быть разбит на N параллелепипедов, выводимых из целого с отношением подобия $r(N) = 1/N^{1/D}$. Таким образом, размерность D характеризуется отношением $D = -\log N / \log r(N)$.

Это последнее свойство величины D означает, что оно может быть также определено для более общих фигур, которые могут быть точно разбиты на N частей, таких что каждая из частей выводима из целого с отношением подобия $r(N)$ или с подобием вращения

5 Richardson L. F. Op. cit.

6 Steinhaus H. Op. cit.

Рис. 2. Непрямляемые самоподобные кривые могут быть получены следующим образом. Шаг 1: Выберите любой из рисунков вверху. Шаг 2: Замените каждое из его N звеньев ломаной, полученной из исходного рисунка с отношением подобия $1/4$. Получится ломаная, составленная из N^2 звеньев длиной $(1/4)^2$. Шаг 3: Замените каждое из звеньев ломаной, полученной из исходного рисунка с отношением подобия $(1/4)^2$. Желаемая самоподобная кривая есть результат бесконечной последовательности этих шагов



и даже симметрии. Если такие фигуры существуют, о них можно сказать, что они имеют своей размерностью $D = -\log N / \log r$ (N)⁷. Чтобы показать, что такие фигуры существуют, достаточно продемонстрировать несколько очевидных вариантов непрерывной недифференцируемой привой Коха. Каждая из этих кривых строится как предел. На шаге 0 рисуется отрезок $(0,1)$. На шаге 1 рисуется любая из ломаных с рис. 2, каждая составленная из N участков, помещающихся в отрезок $(0, 1/4)$. На шаге 2 каждый из N отрезков, использованных на шаге 1, замещается ломаной, полученной уменьшением ломаной шага 1 в отношении r (N) $= 1/4$. В итоге получится N^2 отрезков длиной $1/16$.

Каждое повторение одного и того же процесса добавляет новые детали; по мере того, как число шагов возрастает до бесконечности, наши ломаные кривые стремятся к непрерывным предельным линиям, и, при внимательном рассмотрении, становится очевидным, что эти предельные линии являются самоподобными, поскольку они точно разбиваемы на N частей, выводимых

⁷ Понятие «размерность» является неясным и очень сложным, и далеко не исчерпывается простыми рассуждениями того рода, что были использованы в этой статье. Разные определения часто приносят разные результаты, эта область изобилует парадоксами. Тем не менее, размерность Хаусдорфа-Безиковича при вычислении для стохастических самоподобных фигур дает уже то же значение, что и размерность подобия.

из целого с отношением подобия $r(N) = 1/4$ при каждом переходе. Таким образом, для данного N можно сказать, что предельная линия имеет размерность $D = -\log N / \log r(N) = \log N / \log 4$. Поскольку N больше 4 в наших примерах, соответствующие размерности все превышают единицу. Давайте теперь рассмотрим длину: на шаге s , наше приближение состоит из N^s отрезков длиной $G = (1/4)^s$, так что $L = (N/4)^s = G^{1-D}$. Таким образом, длина предельной кривой бесконечна, даже если она «линия». (Заметим, что это не исключает возможности для кривой на плоскости иметь размерность, равную 2. Примером служит кривая Пеано, которая заполняет собой квадрат.)

Практическое применение такого понятия размерности требует дальнейшего рассмотрения, потому что самоподобные фигуры редко встречаются в природе (одно из исключений — кристаллы). Однако статистическая форма самоподобия встречается часто, концепция размерности может быть обобщена далее. Скажем, (замкнутая) плоская фигура, выбранная случайно, предполагает несколько определений. Во-первых, можно выбрать семейство возможных фигур, обычно обозначаемое Ω . Когда это семейство содержит конечное число членов, правило случайного выбора задается приписыванием каждой из возможных фигур точно определенной вероятности того, что она будет выбрана. Однако Ω в общем случае бесконечно и каждая фигура имеет нулевую вероятность быть выбранной. Но положительные вероятности могут быть заданы для должным образом определенных «событий» (например, событие, что выбранная фигура мало отличается — в некотором заданном смысле — от некоторой заданной фигуры).

Для того, чтобы семейство Ω , вместе с определением событий и их вероятностей, было самоподобным, необходимы два условия. Во-первых, каждая из возможных фигур должна быть конструируема путем выстраивания некоторого ряда из N фигур, каждая из которых выводима из возможной фигуры с отношением подобия r ; во-вторых, вероятности должны быть заданы таким образом, что получается одно и то же значение, выбирается ли общая фигура как единичная или в виде ряда. (Значение N может быть или произвольно, или выбрано из некоторой заданной последовательности, такой, как квадраты простых чисел, относящиеся к неслучайным прямоугольникам, или целые порядки 4, 5, 6 или 7, наблюдаемые в кривых, построенных как на рис. 2.) В случае, если значение r задано выбором N , можно считать — $\log N / \log r$ размерностью по-

добия. Чаще, однако, для данного r N будет принимать различные значения для разных фигур семейства Ω . При рассмотрении точек, расположенных «достаточно далеко» друг от друга, детали «достаточно мелкого» масштаба могут стать асимптотически независимыми, так что — $\log N / \log r$ практически непременно стремится к некоторому пределу, в то время как r стремится к нулю. В этом случае этот предел можно рассматривать как размерность подобия. При более общих условиях длина аппроксимационных многоугольников будет асимптотически вести себя как $L(G) \sim G^{1-D}$.

Задать математические условия для существования размерности подобия — еще не значит полностью решить проблему. Фактически даже идея о том, что географическая кривая является стохастической, вызывает ряд концептуальных проблем, знакомым по другим приложениям стохастичности. Таким образом, возвращаясь к эмпирическому закону Ричардсона, единственное, что можно сказать с совершенной уверенностью, — что он согласуется с идеей о том, что географические кривые являются стохастически самоподобными фигурами дробной размерности D . Ученым-эмпирикам, вынужденным довольствоваться не слишком совершенными умозаключениями, я предлагаю более достоверную интерпретацию, приведенную в начале доклада.

**Майкл Барнсли,
Луиза Барнсли**

ФРАКТАЛЬНЫЕ ТРАНСФОРМАЦИИ

Майкл Барнсли (Michael Fielding Barnsley) — британский математик, автор нескольких патентов по фрактальному сжатию изображений на основе технологии IFS (системы итерируемых функций). Одна из его наиболее известных книг — «Fractals everywhere» (1988). Ныне профессор математики в Австралийском национальном университете.

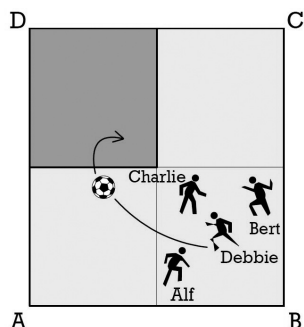
1. УВЛЕКАТЕЛЬНАЯ ИГРА В ФУТБОЛ

1.1. Посмотрите на удар Дебби!

Представьте себе, что вы отличный футболист, в совершенстве контролирующий мяч и обладающий абсолютной стабильностью. Где бы ни находился мяч на футбольном поле, вы можете ударить по нему так, что он приземлится на середине между тем местом, где он был, и углом поля. И мяч останется лежать неподвижно именно там, куда он упал. И вы можете сделать так всегда.

Именно такие футболисты — Alf, Bert, Charlie и Debbie. Они играют на футбольном поле ABCD (рис. 1 и цветная вкладка). Debbie всегда бьет по мячу, когда она добирается до него первой. Она бьет по нему так, что он летит из точки X в середину между точками D и X. Посмотрите, как бьет Debbie!

Рис. 1. Дебби только что отправила мяч на середину расстояния до точки D. Если мяч был в точке X, то он приземлится на середине отрезка XD



Alf действует так же, только он посылает мяч на середину расстояния до точки A. Bert бьет по мячу так, что тот попадает на середину расстояния до точки B. Вы можете догадаться, куда Charlie отправляет мяч, когда она добирается до него первой.

Кто бьет по мячу следующим — целиком дело случая. Нет никакой разницы, где на поле находятся игроки и кто ударил по мячу последним. Вы никогда не можете надежно предсказать, кто будет бить следующим. Последовательность игроков, ударивших по мячу, может быть задана случайной последовательностью их инициалов: DABACBADAABCDSCBACAADDBAC...

Игра продолжается вечно.

Наблюдать за этой ужасной игрой в футбол то же самое, что наблюдать за четырьмя цыплятами во дворе фермы, гоняющимися за хлебной коркой. Тут нет командной игры, и никогда не забивается ни один гол. Но, по крайней мере, никто не ест мяч.

То, что в действительности происходит с мячом, это захватывающе. Почти наверняка он прыгает по полю вечно, подходя невероятно близко ко всем точкам на поле. Если вы отметите какой-нибудь небольшой круг на поле, рано или поздно мяч ударится о землю внутри этого круга. Некоторое время спустя он сделает это снова. И снова, и снова. Футбольный мяч оставит отметины на поле, подходя произвольно близко к каждой точке на нем. Мы говорим, что мяч «эргодически» путешествует по полю.

Alf, Bert, Charlie и Debbie представляют собой «трансформации» футбольного поля. Alf представляет трансформацию, которая переносит все поле в левую нижнюю четверть. Обозначим символом ■ футбольное поле. Тогда

$Alf(\blacksquare) = \text{Четверть A Футбольного Поля,}$

четверть в нижнем левом углу. Считаем, что Alf «забивает» все поле целиком в четверть поля.

Аналогичным образом, $Bert(\blacksquare) = \text{Четверть B Футбольного Поля,}$ четверть в нижнем правом углу. Так же и $Charlie(\blacksquare) = \text{Четверть C Футбольного Поля,}$ а $Debbie(\blacksquare) = \text{Четверть D Футбольного Поля,}$ четверть слева вверху.

Эти трансформации в фактически дают «уравнение» для футбольного поля:

$$\blacksquare = Alf(\blacksquare) \cup Bert(\blacksquare) \cup Charlie(\blacksquare) \cup Debbie(\blacksquare).$$

Оно говорит, что поле ■ составлено из «четырех трансформированных копий его самого». Оно говорит, что поле является объединением четырех четвертей поля, прямо как Соединенное Ко-

ролевство является объединением Англии, Северной Ирландии, Шотландии и Уэльса.

Для нас каждый игрок — это трансформация или функция, обеспечивающая единственно возможное соответствие между каждым положением на поле (откуда бьют по мячу) и другим положением (точкой, где мяч приземляется).

1.2. Чарли ушибает ногу

Какое все это имеет отношение к фракталам? Самое прямое, как мы увидим далее.

Предположим, Charlie получает удар по ноге и не может играть. Только Alf, Bert и Debbie теперь бьют по мячу. Последовательность ударов все так же случайна, например, начинающаяся в таком порядке: DBAABADBADDABBAD...

Игра начинается с удара по мячу в центре поля.

Куда теперь идет мяч? Чтобы выяснить это, мы покрасим его черно-зелеными чернилами. Теперь мяч оставляет точку на белом поле каждый раз, когда он приземляется. В течение игры он создаст некоторую картинку.

Удивительным образом, картинка, которую он создает, почти всегда выглядит, как на рис. 2 и цветной вкладке. Она называется «Треугольник Серпинского ABD». Обозначим его $\blacktriangle$. В ситуации, когда Charlie не участвует в игре, мяч эргодически путешествует

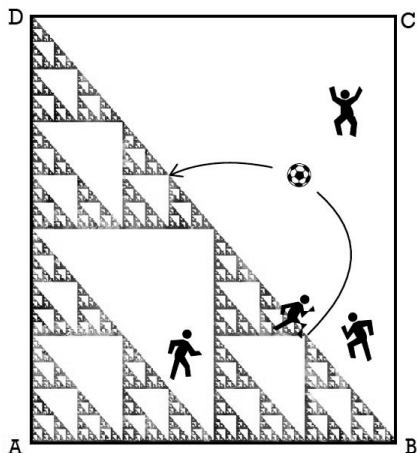


Рис. 2. Charlie ушибает ногу и не может играть некоторое время. Мяч путешествует «эргодически» по треугольнику Серпинского ABD

по $\blacktriangle$. Отметим маленький кружок с центром в любой точке на $\blacktriangle$. Мяч будет посещать этот кружок снова и снова.

Треугольник Серпинского $\blacktriangle$ — настоящий фрактал. Обратите внимание, как он сделан из трех трансформированных копий самого себя. Одна копия расположена в левой верхней четверти, одна в левой нижней четверти и одна в правой нижней. Теперь оказывается, что футболисты «бьют» $\blacktriangle$ в более маленькие части $\blacktriangle$.

Наше уравнение на этот раз принимает вид:

$$\blacktriangle = Alf(\blacktriangle) \cup Bert(\blacktriangle) \cup Debbie(\blacktriangle).$$

Это уравнение для $\blacktriangle$, треугольника Серпинского ABD.

1.3. Игроки меняют алгоритм ударов

Charlie возвращается в игру.

Alf, Bert, Charlie и Debbie сыты по горло тем, что не забили ни одного гола. Поэтому они меняют способ, которым они бьют по мячу.

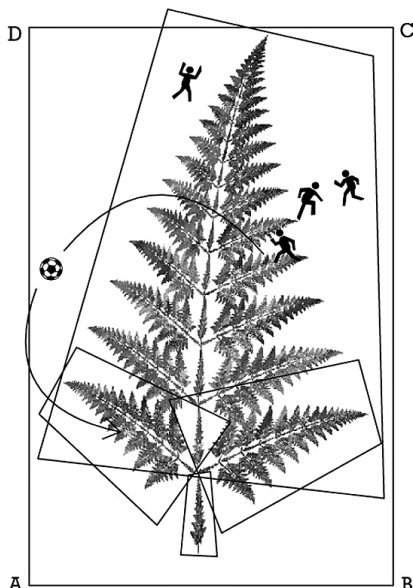
Каждый игрок бьет своим собственным особым способом, методично и надежно. Alf теперь бьет по мячу так, что он всегда приземляется в определенном четырехугольнике. Charlie и Debbie посылают мяч в свои собственные четырехугольники. Вы можете увидеть футбольное поле и эти четыре четырехугольника на рис. 3 и цветной вкладке.

Alf забивает прямые линии в прямые линии следующим образом. Пусть P , Q и R — три точки, которые лежат на прямой линии. Он бьет по мячу из точки P в $Alf(P)$, из точки Q в $Alf(Q)$ и из точки R в $Alf(R)$. Тогда $Alf(P)$, $Alf(Q)$ и $Alf(R)$ лежат на прямой линии! Например, если мяч находится на одной из боковых линий футбольного поля, Alf бьет по нему так, что он приземляется на одной из боковых сторон его четырехугольника. Если мяч лежит в центре поля, Alf бьет по нему так, что тот приземляется на пересечении двух диагоналей его четырехугольника. Alf — меткий футболист.

Если Alf бьет по мячу из двух разных точек, мяч приземляется в двух точках, которые находятся ближе друг к другу, чем исходные точки. Мы говорим, что Alf представляет «сжимающую» трансформацию.

Другие игроки действуют подобным же образом, единственное различие — это четырехугольники, в которые они бьют.

Рис. 3. Каждый футболист теперь представляет проективную трансформацию. Одна трансформация соответствует каждому из четырехугольников внутри футбольного поля ABCD. Места, где приземляется мяч, создают картинку папоротника. Мяч путешествует «эргодически» по папоротнику



Куда мяч идет в этот раз? Определение порядка, в котором игроки бьют по мячу, опять случайно. Игра продолжается бесконечно. Игрокам никогда не надоедает играть, и они никогда не устают. Они бессмертны. И мяч отмечает зеленые или черные точки на белом поле там, где он приземляется, после первого года игры. В результате узор из точек образует папоротник на рис. 3. Мы называем этот папоротник F . Футбольный мяч путешествует эргодически по F .

Наше уравнение на сей раз принимает вид:

$$F = Alf(F) \cup Bert(F) \cup Charlie(F) \cup Debbie(F).$$

Папоротник F является объединением «четырех трансформированных копий самого себя».

И что удивительно — трансформации, представленные игроками, и этот тип уравнения, определяют одну и только одну картинку: в данном случае папоротник, в предыдущем случае треугольник Серпинского, и все футбольное поле в первом случае. Измените способ, которым игроки бьют по мячу, и вы измените картину, по которой мяч в конечном итоге «эргодически» путешествует.

1.4. Схемы инфернального футбола (СИФ)

Многие различные фрактальные картины и другие геометрические объекты можно описать, используя СИФ. Буквы обозначают «систему итерируемых функций», но здесь мы притворимся, что они значат — «схема инфернального футбола».

СИФ состоит из футбольного поля и нескольких игроков, каждый со своим собственным способом бить по мячу. Каждый игрок должен всегда бить по мячу с поля на поле согласно установленным правилам. И каждый игрок должен представлять сжимающую трансформацию, должен «забивать» поле в участок меньшего размера. Мы продолжаем называть игроков Alf, Bert, Charlie и Debbie, но игроков может быть больше или меньше.

Тогда всегда будет получаться особая уникальная картинка, «фрактал», коллекция точек на белом поле, которая удовлетворяет уравнению:

$$\text{fractal} = \text{Alf}(\text{fractal}) \cup \text{Bert}(\text{fractal}) \cup \text{Charlie}(\text{fractal}) \cup \text{Debbie}(\text{fractal}).$$

Мы называем эту картинку фракталом, но это может быть что-то простое, как прямая линия, парабола или прямоугольник. Эта картинка может появиться в результате стохастической футбольной игры, как в примерах выше.

Пример фрактала, полученного с использованием СИФ трех трансформаций, показан на рис. 4. Вы сможете определить трансформации?

Таким способом многие фракталы и другие геометрические картинки могут быть зашифрованы с использованием все-

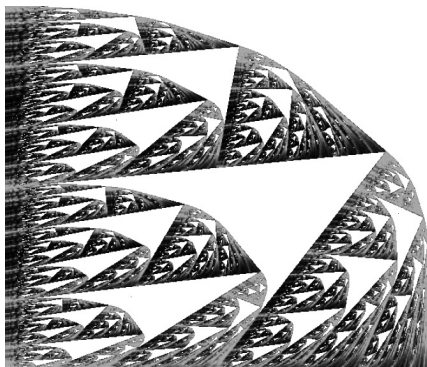


Рис. 4. Фрактал, полученный с помощью трех проективных трансформаций. Он преобразован в оттенки серого цвета. Можете ли вы определить трансформации?

го лишь нескольких трансформаций. Зная СИФ для конкретного фрактала, вы знаете его секрет. Вы знаете, что, несмотря на его кажущуюся визуальную сложность, он в реальности очень простой. Вы можете создать его и его вариации, снова и снова. Вы можете описать его с бесконечной точностью.

Если дана картинка природного объекта, такого, как лист, перо, раковина моллюска, интересно посмотреть, можно ли найти СИФ, которая хорошо опишет его. Если да, то у нас был бы эффективный способ моделировать и сравнивать некоторые биологические экземпляры.

2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТРАНСФОРМАЦИИ

2.1. Простые трансформации

Только что мы показали, что для понимания фракталов нужно понимать трансформации. Но какие трансформации?

Трансформации могут быть очень сложными. Они могут включать сгибание одной части пространства, сжатие другой, и выражаться подробными формулами, для записи которых потребуются несколько страниц.

Но одна из целей фрактальной геометрии — это описание изображений природных объектов эффективным образом. Ясно, что если сделать описание папоротника, используя некоторую СИФ, а трансформации, которые применяются, оказываются очень сложными, то мало что будет получено на пути упрощения. Поэтому мы ищем простые трансформации — такие, которые легко записать, объяснить и понять.

Один источник простых трансформаций — это Классическая Геометрия, которая включает в себя изучение свойств инвариантности серий трансформаций. Например, Евклидова Геометрия изучает свойства геометрических изображений, которые остаются неизменными, когда к ним применяются элементарные перемещения и вращения. Расстояние между парой точек является инвариантным при евклидовых трансформациях. Как и угол между двумя прямыми линиями.

Геометрия Подобий включает в себя трансформации Евклидовой Геометрии, а также трансформации подобий, называемых так, потому что они увеличивают или сжимают изображение при фиксированных факторах. Многие хорошо известные фракталы могут быть выражены с помощью трансформаций подобия, например, фрактал Серпинского ▲ и футбольное поле ■. Но Проективная Геометрия обеспечивает намного более простой набор трансформаций для описания природных форм.

2.2. Проективные трансформации

Проективные трансформации — это трансформации вроде тех, которые представили Alf, Bert, Charlie и Debbie, когда они начали забивать футбольное поле в четырехугольники. Для любой заданной пары четырехугольников можно найти — всегда можно найти — некую проективную трансформацию, которая преобразует один в другой, заставляя при этом все углы переходить в точно определенные углы.

Проективные трансформации естественным образом возникают в оптике, при объяснении эффектов перспективы, и играют важную роль в современной физике. Кажется, что они появляются естественным образом, при поисках порядка и паттернов в организации материи и света в природном физическом мире. На самом деле, они естественны в следующем смысле. Предположим, вы делаете чудесную четкую фотографию дерева с множеством плоских листьев, некоторые из которых больше, некоторые меньше, но все одной и той же формы. Тогда все из этой массы листьев на фотографии будут (почти) проективными трансформациями друг друга.

Когда вы смотрите телевизор под неудобным углом зрения, изображения, которые попадают на вашу сетчатку, являются фактически проективной трансформацией того, что вы увидели бы, если бы смотрели на экран под прямым углом. Но, в разумных пределах, система «мозг — глаз» справляется с искажением. «Узнаваемость» — это свойство инвариантности проективных трансформаций.

Проективные трансформации имеют такое свойство, что они часто трансформируют изображения растений и листьев в узнаваемые образы растений и листьев. Это свойство проиллюстрировано на рис. 5 и 6. Обратите внимание, как прямые линии



Рис. 5. Две сохраняющие окружности проективные трансформации изображения австралийского вереска



Рис. 6. Две различные сохраняющие эллипс проективные трансформации букового листа. Прямые линии, вдоль которых располагаются прожилки, сохраняются

прожилков букового листа трансформируются в другие прямые линии на рис. 6.

Образы реального мира содержат много повторений. Часто расположенные рядом листья выглядят похоже по биологическим и физическим причинам. А локальная модель погоды, кажется, собирает облака в участки из одинаковых по виду облаков. Это подобие и повторение может быть точно определено с помощью проективных трансформаций.

Проективные трансформации переносят точки в точки, а прямые линии — в прямые линии. Еще более примечательно, что они отображают конические сечения в конические сечения. То есть,

если вы создаете изображение кругов, эллипсов, парабол, гипербол и прямых линий, затем применяете проективную трансформацию, итоговое изображение будет состоять из этих же самых форм. Но *нельзя* сказать, что круги трансформируются в круги, эллипсы — в эллипсы, параболы — в параболы или гиперболы — в гиперболы.

Не из-за этой ли инвариантности круговые и эллиптические элементы на крыльях некоторых бабочек очень легко опознаются другими бабочками или теми видами, которые их съедают?

2.3. Трансформации Мёбиуса

Трансформации Мёбиуса — еще один вид трансформаций, которые являются «простыми». Они часто используются для описания фракталов, и они, кажется, имеют некоторое — другое по сравнению с проективными трансформациями — естественное аффинное подобие с образами реального мира. Они имеют примечательное свойство, что они трансформируют любой круг или в круг, или в прямую линию, как показано на рис. 7.

В определенных ситуациях они трансформируют паттерны движения жидкости, представленные линиями течений, в другие возможные паттерны движения жидкости. Они также трансформируют изображения рыбы в другие изображения рыбы, как на рис. 8.

Трансформации Мёбиуса являются основным элементом Гиперболической Геометрии. Они были использованы Эшером



Рис. 7. Единственная трансформация Мёбиуса применена снова и снова к изображению человека на велосипеде.

Образы существенно искажены по отношению друг к другу, но колеса все круглые, за исключением участков по краям картинки, где точность несколько теряется. Углы также сохранены. Каждая велосипедная рама является криволинейным треугольником с одними и теми же тремя углами

Рис. 8. Одна и та же трансформация Мёбиуса применяется снова и снова к единственной рыбе, создавая двойную спираль из рыб. Обратите внимание, что хотя рыбы значительно искажены, все они выглядят как рыбы



в некоторых его гравюрах, в том числе с такими природными объектами, как рыба.

На рис. 9 мы иллюстрируем Теорему Вписанной Рыбы. Это одно из многих наблюдений такого рода. Оно демонстрирует, что геометрия применяется не только к треугольникам, кругам и прямым линиям, но также к изображениям всех других типов.

Рис. 9. Иллюстрация к Теореме Вписанной Рыбы. Хотя рыбы на рис. 8 выглядят совершенно разными, они обладают следующим свойством. Нарисуйте минимально возможную окружность вокруг каждой рыбы, так чтобы окружность касалась рыбы, по крайней мере, в трех точках. Тогда каждая рыба будет касаться своей окружности одними и теми же частями тела



2.4. Цена описания трансформаций

Даже «простые» трансформации могут быть сложными, если они содержат «константы», которые требуют массу цифр, чтобы выразить их точно. Чтобы понять этот момент, давайте взглянем на некоторые «формулы» для простых трансформаций. Детали этих формул, кроме того факта, что они содержат «константы», нас не интересуют.

Трансформации в двумерном пространстве могут быть представлены с помощью картезианских координат (x, y) для каждой точки. Проективная трансформация может быть выражена такой формулой:

$$Alf(x, y) = \left(\frac{ax + by + c}{gx + hy + 1}, \frac{dx + ey + f}{gx + hy + 1} \right),$$

где a, b, c, d, e, f, g, h — числа, «константы», такие, как $a = 1,023$; $b = 7,1$; $c = -0,00035$; $d = 100$; $f = 9,1$; $g = 34,9$; $h = 17,3$. Аналогично, трансформация Мёбиуса может принять форму:

$$Bert(x, y) = \frac{(a + \sqrt{-1}b) + (c + \sqrt{-1}d)(x + \sqrt{-1}y)}{(e + \sqrt{-1}f) + (g + \sqrt{-1}h)(x + \sqrt{-1}y)},$$

в которой используется сложная арифметика и также восемь констант.

Если мы знаем, что каждая константа является целым числом между -127 и 128 , которое может быть выражено с использованием одного байта информации (поскольку $2^8 = 256$), тогда для выражения каждой из таких трансформаций потребуется 8 байтов информации, по одному байту на каждую константу. Это, очевидно, более «простые» трансформации, чем те, в которых константы требуют два байта информации. Но оба этих варианта гораздо проще, то есть их можно выразить намного более кратко, чем если бы каждая константа была десятичным числом со случайным количеством цифр, например, $a = 1,79201434953\dots$, продолжающееся бесконечно.

Разумеется, можно сказать, что все эти дополнительные цифры не имеют значения. Но во фрактальной геометрии они очень важны, потому что фрактальная геометрия имеет дело с деталями! Очень маленькие изменения в константах будут обычно приводить

к незначительным изменениям во фрактале, построенном с использованием трансформаций. Но если фрактал поместить, так сказать, под микроскоп и увеличить масштаб, чтобы разглядеть тончайшие детали, а в коэффициенте было сделано незначительное изменение, то часть фрактала, на которую вы будете смотреть, может полностью исчезнуть — не только изменится ее форма, но она вообще уйдет из поля зрения.

При применении фракталов для сжатия изображения, например, важно, чтобы трансформации могли быть выражены кратко и чтобы используемые константы не требовали много цифр. Мы говорим, что такие трансформации имеют «низкий информационный контент».

Одна из важных характеристик фракталов и других геометрических картин — это то, что их легко описать. Так что в большинстве случаев использовать низкий информационный контент оказывается очень привлекательно.

3. СНОВА ФУТБОЛ: ОБНАРУЖЕНЫ ФРАКТАЛЬНЫЕ ТРАНСФОРМАЦИИ

3.1. Alan, Brenda, Celia и Doug начинают вторую игру

Мы можем использовать фрактальный футбол, делая простые проективные «удары», чтобы осуществить новый вид трансформации. Мы называем эти новые трансформации «фрактальными трансформациями». Они тоже имеют низкий информационный контент. Но они могут трансформировать картинки удивительными способами, весьма отличающимися от проективных трансформаций и трансформаций Мёбиуса.

На рис. 10 две футбольные игры проходят одновременно. Игра слева — такая же, как на рис. 1, которую мы обсуждали в начале этой статьи. Но в игре справа Doug забивает поле в маленький прямоугольник слева сверху, а Brenda забивает в большой прямоугольник справа внизу. Аналогично, Celia бьет по направлению к С, а Alan бьет по направлению к А, но четырехугольники, в которые они бьют, имеют другие размерности, чем в первой игре.

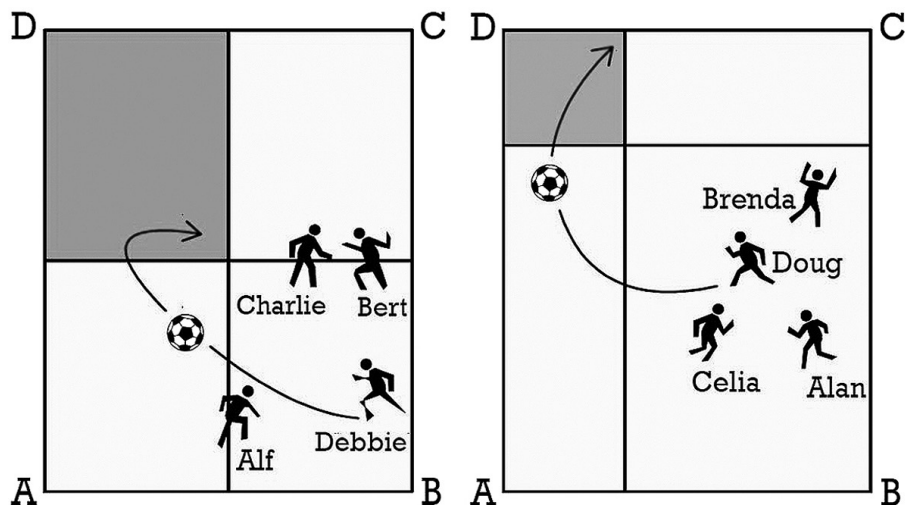


Рис. 10. Alan, Brenda, Celia и Doug начинают вторую игру. Они подражают другим: Doug бьет по мячу, как только это делает Debbie, Alan бьет по мячу, как только это делает Alf, Celia повторяет за Charlie, а Bert копирует Brenda. Они бьют по мячу немного по-разному!

Alan, Brenda, Celia и Doug — подражатели. Они наблюдают за игрой на левом поле. Когда Alf бьет по мячу, Alan бьет по мячу в своей игре; когда Bert бьет по мячу, Brenda тоже бьет по мячу; когда Charlie бьет по мячу, то и Ceila тоже; и когда Debbie бьет, то же самое делает Doug — он пристально наблюдает за ней. Но, конечно, Alf, Bert, Charlie и Debbie остаются на поле слева, в то время как Alan, Brenda, Celia и Doug остаются на своем футбольном поле справа.

Теперь положим картинку на футбольное поле слева — большую красивую картинку. Это — картинка «Было». В качестве примера может служить большая красно-зеленая рыба, нарисованная на левом поле на рис. 11. Пусть теперь снова начнется игра. Тогда после каждой пары ударов, по одному на каждом поле, на правом поле точка, где приземляется мяч, окрашивается в тот же цвет, что и точка на левом поле, в которую попадает мяч на этом поле. Результат после тысяч и тысяч ударов показан на правом поле рис. 11. Это — картинка «Стало». Картинка «Стало» — изумительно деформированная версия картинки «Было», в некоторых местах она сильно растянута и совсем немного в других. Мы называем это фрактальной трансформацией.

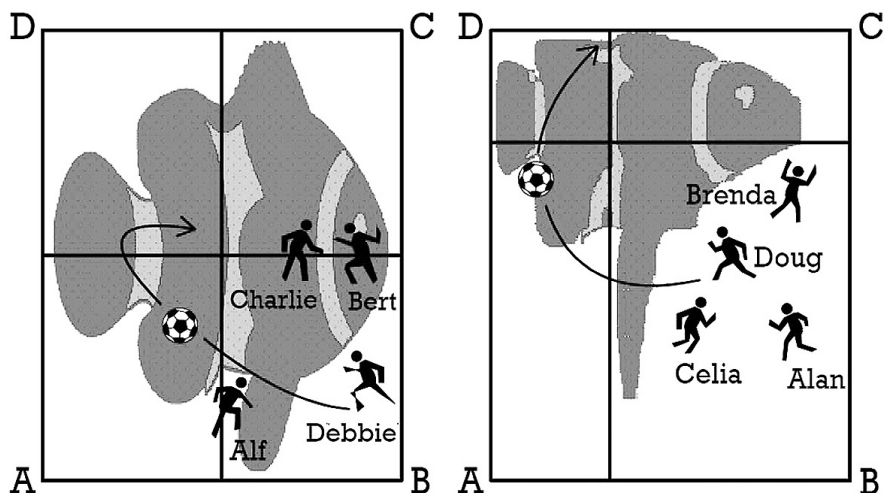


Рис. 11. Рыба, трансформированная двумя футбольными играми

Но трансформация между картинками «Было» и «Стало» по существу не более сложная, чем трансформации, которые были использованы для ее осуществления, — трансформации, представленные игроками. Правда игровые трансформации — гладкие и регулярно повторяющиеся, а фрактальная трансформация является неравномерно распределенной и нерегулярной.

На рис. 12 показана еще более симпатичная рыбка — до того, как она была подвергнута фрактальной трансформации. На рис. 13 эта же рыбка — после трансформации.

Другая пара «до» и «после» показана на рис. 14. Такие эффекты применяются при создании цифрового контента.

На рис. 15 показана пара «до» и «после» с изображением цветов австралийского вереска. Интересно сравнить ее с парой изображений на рис. 5, которые соотносятся друг с другом посредством проективной трансформации, сохраняющей окружности. В случае трансформаций на рис. 15 изображения связаны фрактальной трансформацией, сохраняющей прямоугольники (сохраняется прямоугольная рамка изображения). При проективной трансформации точки, которые лежат на одной прямой, отобража-



Рис. 12. «До»

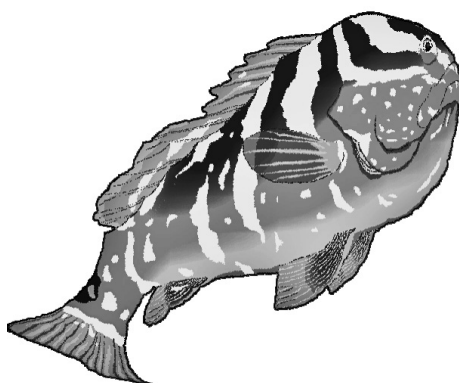


Рис. 13. «После»



Рис. 14. Эти два изображения листьев и неба соотносятся друг с другом посредством фрактальной трансформации



Рис. 15. Эти изображения австралийского вереска связаны фрактальной трансформацией, сохраняющей прямоугольники. Сравните с рис. 5

ются на точки, лежащие на одной прямой. В продемонстрированных фрактальных трансформациях сохраняются точки, лежащие на прямых, параллельных рамкам изображения.

3.2. Украденный цвет

В принципе тот же алгоритм, что и описанный в предыдущем разделе, может применяться для преобразования богатой цветовой гаммы в различные СИФ-фракталы. Ниже показано, как папоротник раскрашивается по этому новому алгоритму (см. рис. 16 и цветную вкладку). Главное отличие состоит в том, что на правом участке используется СИФ, которая создает фрактальный папоротник.

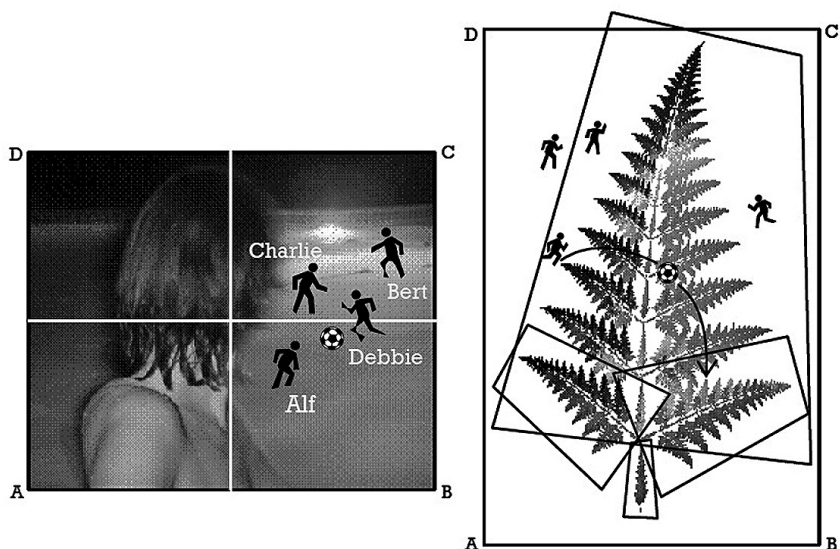


Рис. 16. Слева на футбольном поле с нанесенным на него цветным фото Alf, Bert, Charlie и Debbie играют в стохастический футбол. Игроки на правом поле — Alan, Brenda, Celia и Doug. Они забивают мяч в четырехугольники, как на рис. 3. Alan бьет по мячу, когда это делает Alf, Brenda бьет, когда это делает Bert, и т. д. Каждый раз, после того, как ударили по обоим мячам, место, где мяч приземляется на правом поле, отмечается точкой того же цвета, что и точка, где мяч приземлился на левом поле. В результате получается раскрашенный фрактальный папоротник

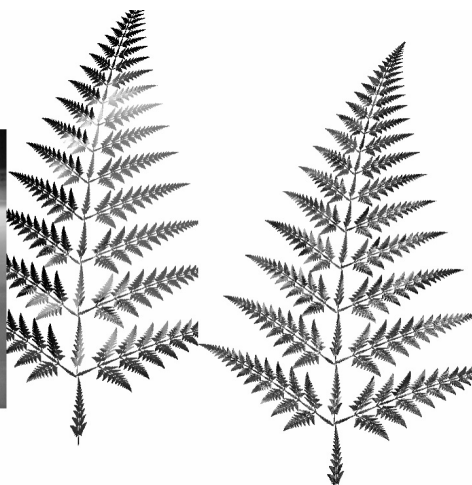
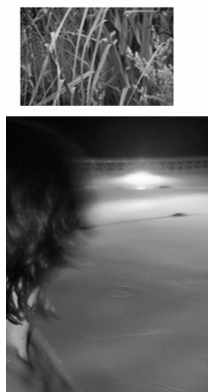


Рис. 17. Один и тот же папоротник отображен с использованием двух разных исходных изображений, части которых показаны слева

На рис. 17 и цветной вкладке сопоставлены две копии одного и того же папоротника, окрашенного с помощью фрактальной трансформации двух разных картинок, которые показаны слева. Обратите внимание, что нет необходимости в определенном соотношении между размером картинкой, с которой «украден» цвет, и изображением объекта, в данном случае — папоротника, который раскрывается в «украденные» цвета.

4. КОММЕНТАРИИ, ПРЕДЫСТОРИЯ, БИБЛИОГРАФИЯ

Идеи фрактальных трансформаций и захвата цвета с использованием стохастической итерации, что составляет главное содержание этой статьи, насколько нам известно, являются совершенно новыми и представлены здесь впервые. Что в действительности происходит в обоих случаях — это то, что отображение помещается между двумя СИФ-аттракторами с использованием соответствующего кодового пространства, которое одинаково для обеих СИФ. Это значит, что фрактальная трансформация между двумя «едва соприкасающимися» СИФ-аттракторами практически непрерывна, что объясняет, почему окраска папоротника, например, достаточно однородна и не изменяется слишком резко от одного листа к другому.

Стохастическая игра в футбол — это новый способ представления геометрических трансформаций, алгоритма стохастических итераций и СИФ-теории. Нашей целью было минимизировать использование формул и полагаться на геометрическую интуицию и нематематическое словесное описание. Алгоритм стохастических итераций впервые был описан формально, в контексте фрактальных изображений, в нашей работе 1985 года¹, хотя зерна этой идеи содержатся в ранней работе Мандельброта². Этот алгоритм также известен как «Игра в Хаос», но мы думаем, что он привлечет внимание более широкой аудитории, если его объяснять в терминах игры в футбол.

Математическая теория системы итерируемых функций (СИФ) была первоначально сформулирована Джоном Хатчинсоном (John Hutchinson)³. Она была популяризирована и разработана далее нами и другими исследователями⁴. Узнать о приложении СИФ к моделированию изображений, как создать фрактальные папоротники и листья и о соответствующих кодовых пространствах можно из книги «Fractals Everywhere»⁵. Применение СИФ в сжатии изображений также описано в ряде других работ⁶. Есть прекрасная книга о фракталах, полученных с помощью трансформаций Мёбиуса⁷.

О еще одном захватывающем открытии можно прочесть в книге «A New Random Iteration Algorithm»⁸, а также в книге «Superfractals»⁹.

- 1 M. F. Barnsley and S. Demko. Iterated Function Systems and the Global Construction of Fractals, R. Soc. Lond. Proc. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci. 399 (1985), pp. 243—275.
- 2 B. B. Mandelbrot. The Fractal Geometry of Nature, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1983. P. 198.
- 3 J. E. Hutchinson. Fractals and Self-Similarity, Indiana. Univ. Math. J., 30 (1981), pp. 713—749.
- 4 K. Falconer. Fractal Geometry — Mathematical Foundations and Applications, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, England, 1990; H. O. Peigen and D. Saupe. The Science of Fractal Images, Springer-Verlag, New York, 1988.
- 5 M. F. Barnsley. Fractals Everywhere, Academic Press, New York, NY, 1988.
- 6 M. F. Barnsley and L. P. Hurd. Fractal Image Compression, AK Peters, Boston, MA, 1993; N. Lu. Fractal Imaging, Academic Press, San Diego, 1997.
- 7 D. Mumford, C. Series and David Wright. Indra's Pearls, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 2002.
- 8 M. F. Barnsley, J. E. Hutchinson and Ö. Stenflo. A New Random Iteration Algorithm and a Hierarchy of Fractals, Preprint, Australian National University, 2003.
- 9 Barnsley M. F. Superfractals. Patterns of Nature. NY, Cambridge University Press, 2006.

Бенуа Мандельброт

ФРАКТАЛЫ И ИСКУССТВО ВО ИМЯ НАУКИ

Новая форма искусства переопределяет границы между «изобретением» и «открытием», как они понимаются в науках, и «творчеством», как оно понимается в пластических искусствах. Может ли чистая геометрия восприниматься «человеком с улицы» как нечто прекрасное? Или более конкретно, может ли форма, которая задается простым уравнением или правилом построения, восприниматься людьми, далекими от геометрии, как эстетически ценная — то есть, по крайней мере, как удивительно декоративная — или даже как произведение искусства? Если геометрическая форма — фрактал, то ответ — да. Привлекательны даже «сырые» фракталы. Они применимы для «рисования с помощью чисел» и удивительно эффективны даже в руках дилетанта. А эстетическое чутье настоящего художника находит в них новое и привлекательное средство выразительности.

Художника и ремесленника часто сложно отличить друг от друга. Например, предметы, которые в принципе задумывались как утилитарные — народная ли это архитектура, религиозные образы или рисунки и фотографии цветов, птиц или водоворотов, — в конечном итоге, часто рассматриваются как подлинные произведения искусства. Порой становится сложно отличить их от произведений, в которых наука использовалась всего лишь как предлог для художественного творчества. Так, мы сталкиваемся с искусством в широком диапазоне. Нам представляют бесчисленные произведения искусства, созданные в коммерческих целях:

предметы выпускаются с неперменным условием быть полезными — украшать, обучать, льстить, развлекать, впечатлять или убеждать. Нам также представляют некоторые произведения, созданные исключительно как искусство ради искусства. И мы также знаем много вариантов, которые расположены, так сказать, где-то «между». Имеет ли математика какое-либо отношение к этим знакомым нам формам пластического искусства? Классические геометрические формы славятся своей концептуальной красотой, но они, очевидно, живут преимущественно в воображении искусных мастеров. Хотя популярная поэтесса Эдна Сэнт-Винсент Миллэй¹ провозгласила, что «Евклид вглядывался в обнаженную красоту», и хотя евклидова геометрия была в центре внимания художников итальянского Возрождения в течение того короткого периода, когда «изобреталась» перспектива, с точки зрения людей, неискушенных в математике, красота евклидовой геометрии проста и суха до неприличия. Как минимум, ей не хватает размаха и визуального разнообразия по сравнению с их избытком как в природе, так и в изящных искусствах, которые любому человеку так и хочется назвать «барочными» или «органическими».

Сегодня, однако, существует не только одна геометрия Евклида. В 1970-х годах мне выпала привилегия сформулировать и развить идею фрактальной геометрии², комплекс мыслей, формул и картин, который можно назвать или новой геометрией природы, или новым геометрическим языком. И причина, почему это заслуживает обсуждения, заключается в том, что я обнаружил, что удивительнейшим образом и без какого-либо

1 Edna St. Vincent Millay (1892—1950) — знаменитая американская поэтесса и драматург, первая женщина, получившая Пулитцеровскую премию по поэзии (прим. переводчика).

2 Первые три книги по фракталам: B. B. Mandelbrot. *Les objets fractals* (Paris: Flammarion, 1975, 1984, 1989); B. B. Mandelbrot. *Fractals: Form, Chance and Dimension* (San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1977); B. B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature* (New York: W. H. Freeman and Company, 1982). Среди более поздних работ я рекомендую: H. -O. Peitgen and P. H. Richter. *The Beauty of Fractals*, New York: Springer (1986) и H. -O. Peitgen and D. Saupe, eds. *The Science of Fractal Images*, New York: Springer (1988), которые обладают более высоким качеством графики, чем мои книги, правда, более узким ракурсом. Следующая работа приводится здесь из-за журнала, в котором она появилась, и потому, что это мое самое первое рассуждение на тему фракталов и эстетики: B. B. Mandelbrot. "Scalebound or Scaling Shapes: A Useful Distinction in the Visual Arts and the Natural Sciences", *Leonardo*, 14, No. 1, 45—47 (1981). В качестве комментария к настоящей статье может рассматриваться работа: F. K. Musgrave and B. B. Mandelbrot. "Natura ex Machina", *IEF. Computer Graphics and Applications*, 9, No. 1, 4—7 (1989).

«подталкивания» этот новый геометрический язык³ породил новую форму искусства. Я предполагаю сделать здесь несколько комментариев на это счет. Многие читатели, должно быть, знакомы с фрактальным искусством, и выпуск журнала, в котором выходит эта статья, содержит также некоторые новые примеры с выставки SIGGRAPH⁴ 1989 года; тем не менее, от читателя не требуется глубоких знаний по этому предмету. Большая часть фрактального искусства не создавалась для каких бы то ни было коммерческих целей, хотя все самые первые работы были сделаны в компании IBM. И совсем не обязательно они несли на себе отпечаток эстетического чувства. Поэтому мы будем доказывать, что фрактальная геометрия создала новую категорию искусства, следующую после искусства ради искусства и искусства ради коммерции: искусство во имя науки (и математики).

Фрактальное искусство во имя науки неразрывно связано с использованием компьютеров. Оно не могло возникнуть раньше, чем появилось соответствующее оборудование и было разработано программное обеспечение; то есть раньше семидесятых годов. Какая глубокая ирония заключается в том, что эта новая геометрия, которую все произвольно описывают как «барочную» и «органическую», обязана своим рождением новому — неожиданному, но принципиальному — сочетанию двух символов нечеловеческого, формализованного и технического, а именно математики и компьютера.

Прежде чем детально описывать особенности фрактальной геометрии, будет полезно, ради контраста, обсудить примеры подобных сочетаний, которые возникли в таких областях, как изучение водоворотов и завихрений. В этих случаях входные данные в тер-

3 Из приблизительно 40 книг, которые к настоящему моменту написаны по фракталам, почти все предназначены для математиков и/или физиков. Единственные книги, написанные на английском языке для широкой аудитории: B. B. Mandelbrot. «The Fractal Geometry of Nature» и указанные выше книги Х.-О. Пайтгена.

Затруднение и извинение. Было бы неплохо рекомендовать работы, с которыми я менее тесно связан, но это было бы очень трудно. Каждое цитирование доставляет радость одному человеку и неудовольствие многим. Время, когда мои ближайшие коллеги были единственными людьми, увлеченными фракталами, давно прошло, а писать подробный обзор не является задачей, которая приносит мне удовольствие.

4 SIGGRAPH (Special Interest Group on Graphics and Interactive Techniques) — ежегодная международная конференция по вопросам компьютерной графики, которую с 1974 года проводит «Специальная группа по графическим и интерактивным методам» профессионального сообщества «Association for Computing Machinery (ACM)» (прим. переводчика).

минах логического обоснования и программирования являются чрезвычайно сложными, возможно более сложными, чем информация на выходе. В действительности можно утверждать, что в целом сложность не возрастает, но изменяется от чисто концептуальной — к частично визуальной; изменение, которое важно с практической точки зрения и интересно по своей сути. Фрактальная геометрия, однако, дает нам что-то совершенно иное. Во фрактальной геометрии обычно входные данные настолько просты, что выглядят совершенно бесхитростно. Результат на выходе, наоборот, может быть зрелищно сложным. К тому же, поскольку наличие художественного чутья не является необходимым, такое искусство получает широкое признание. Поспешим поднять такой вопрос: если входные данные такие простые, почему фрактальное искусство не смогло появиться раньше и в более традиционных методах? Ответ заключается в ситуации «Уловка-22»⁵. Нарисовать вручную простейшую фрактальную картину в принципе осуществимо, но это потребовало бы много человеко-лет и было бы безумно дорогим мероприятием. Вследствие этого никто не рассматривал идею принятия за эту задачу, не имея заранее точного знания о том, каков будет результат; при том, что результат невозможно даже приблизительно представить, пока задача не будет выполнена в реальности. И надежный способ отбить желание когда-либо взяться за это — начать с любого из различных определений фракталов. Вот одно неформальное определение, которое я часто использую:

Фракталы — это геометрические формы, которые в равной степени сложны в своих деталях, как и в своей общей форме. То есть, если часть фрактала будет увеличена до размера целого, она будет выглядеть как целое, или в точности, или, возможно, лишь с небольшой деформацией.

Разве мы не находимся прямо в центре сухих геометрических правил? Художник не мог ожидать ничего от фракталов, определенных таким образом, поэтому никто и не пытался рисовать их со всей тщательностью. Те немногие старые фракталы, которые были известны под разными именами (и изображались уже, по крайней мере, столетие), также наименее интересны с эстетической точки зрения, потому что одного беглого взгляда достаточно, чтобы увидеть, что все в них, конечно, выполнено вручную; а они

5 Уловка-22 (Catch-22) — роман американского писателя Джозефа Хеллера. В широком контексте — заколдованный круг, непреодолимая проблема, решения которой невозможно добиться из-за противоречий начальных условий (прим. переводчика).

должны значительно превосходить это. Однако число и разнообразие этих образов начало увеличиваться после того, как они оказались востребованы и были превращены в первые «слова» нового геометрического языка фракталов. Это случилось с моей первой книгой в 1975 году⁶.

Что за необходимость привела меня к тому, чтобы выделить несколько из этих монстров⁷, назвав их фракталами, добавить некоторые из их ближайших и дальних родственников и затем построить вокруг них геометрический язык? Первоначальная необходимость оказалась чисто утилитарной. Разумеется, хорошо известно, что существует связь между полезностью и красотой. То, что мы называем красотой цветка, привлекает насекомых, которые собирают и распространяют его пыльцу. Таким образом, красота цветка полезна — и даже обязательна — для выживания его как вида. Аналогично, именно привлекательность фрактальных образов впервые обратила на себя внимание многих моих коллег и затем всего мира.

Позвольте рассказать, как это происходило. В 1960-х годах основная идея теории фракталов уже присутствовала у меня в голове, разработанная для изучения таких феноменов, как изменчивое поведение биржевых цен, турбулентность в жидкостях, длительность разливов Нила и скопления галактик, которые обнаруживают себя посредством огромных межгалактических пустых пространств. Но, казалось, общество считало мои теории, их математические методы и цели странными, а не просто новыми. В результате мои попытки добиться принятия моих идей всегда натывались на стену враждебности, которые слова и формулы не сумели обойти.

Однажды возникла необходимость убедить Уолтера Лэнгбейна, редактора журнала о водных ресурсах, принять статью, соавтором которой был я. Редактор был опытный и компетентный ученый, но не из тех, кто играет с сумасбродными, недоказанными идеями. Я решил прибегнуть к тактической уловке, представив ему два изображения в надежде, что Лэнгбейн будет не в состоянии отличить реальный снимок от «подделки», которая была основана исключительно на фрактальной теории. В этом случае он бы не смог больше рассматривать фрактальную теорию как нерелевантную его работе и не смог бы сразу отклонить нашу статью,

6 B. B. Mandelbrot. Les objets fractals, Paris: Flammarion (1975, 1984, 1989).

7 «Монстрами» и «чудовищами» долгое время называли негладкие непрерывные функции (функция Вейерштрасса и др.), открытые во второй половине XIX — начале XX вв. (прим. переводчика).

и вероятно, он, в конце концов, принял бы фракталы. Это и случилось на самом деле: визуальная уловка оказалась успешной и ее последствия превзошли все ожидания.

То, что затем произошло с фрактальным искусством, по мере того, как оно развивалось, приводит нас к традиционной дихотомии между репрезентативным и нерепрезентативным искусством. В признанных формах искусства эта дихотомия уже не носит столь сильного отпечатка, и фрактальное искусство с легкостью располагается на обеих ее сторонах. Самые первые конкретные применения фракталов дали мне привилегию первого человека, который по-новому взялся за некоторые задачи, которые, должно быть, входят в число самых древних, какие человечество задавало себе: как получить «фигуры», которые представляют формы гор, облаков и рек? Оказывается, что когда репрезентацию природы с помощью фракталов воспринимают как удачную, ее также склонны воспринимать и как красивую. Не вызывает вопросов, что фрактальные «подделки» гор и облаков являются репрезентативным искусством. Но скептик немедленно поднимет другой вопрос. Верно ли, что цвета, использованные для изображения этих гор и облаков, выбираются с помощью правил, которые не имеют никакого отношения к геометрии? Если так, то эти «подделки» не являются чисто фрактальными. И тогда, какую именно роль играет цвет в восприятии того, что вы называете «фрактальное искусство»? Это, возможно, звучит как очень сильное возражение, но в действительности на него легко ответить. Прежде всего, вопрос не возникал и не мог возникнуть по отношению к первым фрактальным картинам, просто потому, что они были черно-белыми. Я мог бы также добавить, что во многих случаях я продолжаю отдавать предпочтение именно этой, казалось бы, старомодной палитре. Когда же цвет используется, мы с Ричардом Воссом беспокоимся, что это может уменьшить наше изначальное внимание к геометрии. Так, первоначально он решил раскрашивать свои работы просто, как в атласе мира «London Times», но в ландшафтах, видимых под углом, а не из точки зенита, это оказалось визуально неприемлемым. Однако мы продолжали избегать излишнего художественного вмешательства, и Восс держал свои эстетические порывы под жестким контролем. Это, по моему мнению, помогло фрактальной геометрии доказать свое место. Однако, как только эта цель была достигнута, создалась совершенно другая ситуация, в которой сдержанность уже больше не была приоритетной

и обязательной. В недавней серии работ Ф. Кентона Масгрейва позволяют «художества» в духе SIGGRAPH — но одно абсолютное ограничение остается. Каждая поверхность, которая изображается, должна быть фрактальной поверхностью, и все команды, которые используются для улучшения изображения, должны быть глобальными командами. «Отремонтировать» неудовлетворительный уголок участка с помощью локальной заплатки не разрешается. Многие компьютерные художники посчитали бы это ограничение донкихотством, но оно обязательно, если фрактальное искусство предполагает сохранить свою целостность.

Пока мы занимались фракталами, задуманными как подделки природы, мы скоро обнаружили, что начали множиться случаи, когда исходный замысел не реализовывался. Результат, однако, оставался столь же прекрасным, а иногда даже сверх того. Счастливые ошибки! Более того, человек, очарованный формами, не мог изредка не забывать о первоначальных целях фрактальной геометрии природы и не играть с фрактальными алгоритмами просто, чтобы выяснить, куда они могли бы привести. Так, по мере того, как фрактальная модель гор деформируется путем изменения значений, придаваемых одному или нескольким числам, которые характеризуют форму фрактала, изображение становится все менее и менее «реалистическим» и постепенно становится полностью сюрреалистическим.

Еще более поразительный сюрреализм господствует во втором важном аспекте фрактальной геометрии. Фрактальные «драконы», самый «старый» из которых воспроизведен здесь (см. рис. 1) — и миллионы которых, кажется, были нарисованы с тех пор, — никогда не предполагали репрезентацию чего-либо в природе. Их предполагаемая полезность касалась математики, поскольку они помогли мне исследовать процесс, называемый «динамикой итераций». В начале XX века математики Пьер Фату и Гастон Жюлиа обнаружили, что этот процесс представляет собой сложную и удивительно интеллектуальную задачу. Затем в течение 60 лет практически никто не касался этой проблемы, потому что даже самые блестящие математики, работавшие только с пресловутым набором из карандаша и бумаги и мысленных образов, находили, что ее изучение оказывалось слишком сложным. В своем новом штурме итераций я мог полагаться на помощь компьютера, и это оказалось эффективно: новый математический порядок был ярким зрелищем. Конечно, для целей математического обсуждения это не важно;

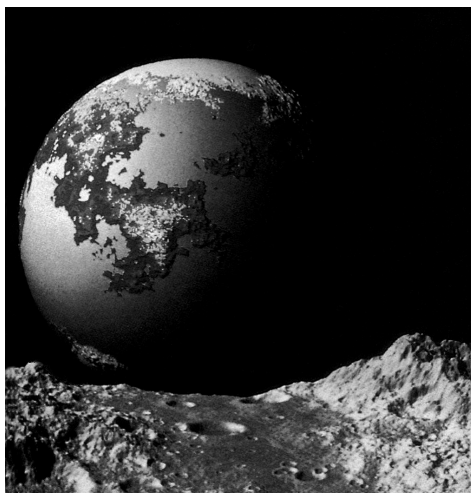
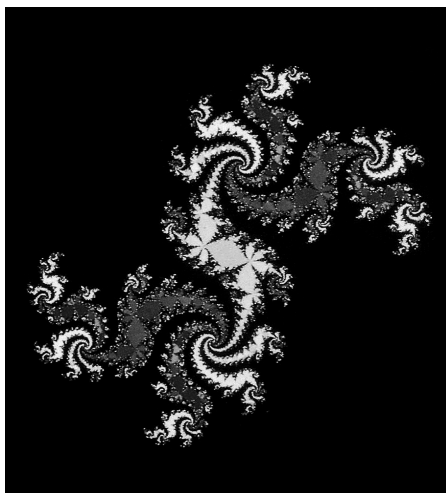


Рис. 1. Два лика фрактального искусства.

Слева: М. Р. Лафф и А. В. Нортон «Фрактальный Дракон», 1982.

Справа: Р. Ф. Восс «Фрактальный восход планеты», 1982. «Фрактальный дракон» и «Фрактальный восход планеты», возможно, самые известные из всех фракталов, поскольку они изображены на двух сторонах обложки книги «Фрактальная геометрия природы». Их расположение по соседству призвано проиллюстрировать тот основополагающий факт, что фрактальное искусство находится по обе стороны искусства, которое является и не является репрезентативным

но побочный результат действительно имеет огромное значение: получающееся сбалансированное сосуществование порядка и хаоса почти неизменно оказывалось красивым.

Как и в случае фрактальных гор (рис. 2), новые итерационно-генерированные фракталы воспринимались как красивые уже в их первоначальном черно-белом виде. Точнее, выходными данными моей работы была коллекция чисел, которые на ранних стадиях приходилось сводить к двум вариантам и представлять черным и белым. После того, как добавился цвет, эти числа сначала были представлены цветами, выбранными более или менее случайным образом не различающими цветов программистами. (Ужасный случай при рисовании цифрами!) И даже эти фракталы были, в некотором роде, прекрасны. Когда же цвет был передан в руки настоящих художников, мы увидели настоящие чудеса.

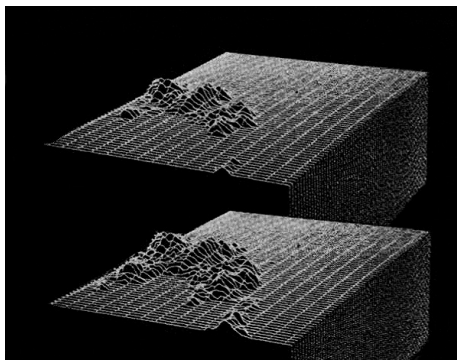


Рис. 2. Фрактальные ландшафты.

Иллюстрации служат примером трех из множества успешных стадий развития фрактальных ландшафтов. Эти стадии можно назвать, соответственно, «архаической», «классической» и «романтической». Иллюстрация архаической сетчатой модели (слева) была сделана С. В. Хандельманом (1974), который был моим программистом в IBM в то время, когда наша работа сдерживалась чрезвычайной примитивностью инструментов. Классическая иллюстрация (справа) принадлежит Ричарду Ф. Воссу из IBM (1985). Это улучшенная форма одной из серии иллюстраций, которые он подготовил для моей книги «Фрактальная геометрия природы» 1982 года. К тому времени компьютерные инструменты стали уже не столь самодовлеющими, и позволить воображению взять верх было истинным искушением. Однако фантазии приходилось ограничивать, поскольку эти картинки были, в первую очередь, инструментами научного дискурса. Удивительно, как эти жесткие ограничения позволили Воссу создать такие шедевры сдержанной элегантности. Романтическая иллюстрация на задней стороне обложки журнала (Leonardo. Supplemental Issue, Vol. 2, Computer Art in Context: SIGGRAPH '89 Art Show Catalog (1989)) — моя совместная работа с моим нынешним студентом в Йельском университете Ф. Кентоном Масгрейвом (1989 г.). Сегодня для того, чтобы рассчитать и нарисовать на дисплее терминала сетчатые модели, которые лучше, чем архаические, уходит одна секунда, а число доступных цветов изменилось от неоперабельно маленького до неоперабельно большого. Сейчас в большинстве случаев новаторского использования фракталов они служат подспорьем для вдохновения и мастерства художника

Наш скептический критик вернется к этому пункту, чтобы напомнить нам, что фракталы должны разделить лавры этого искусства и с компьютером, и с художником-программистом, который задает рамки объекта и выбирает цвета. Эти два последних фактора обычно считаются главными в компьютерном искусстве; в связи

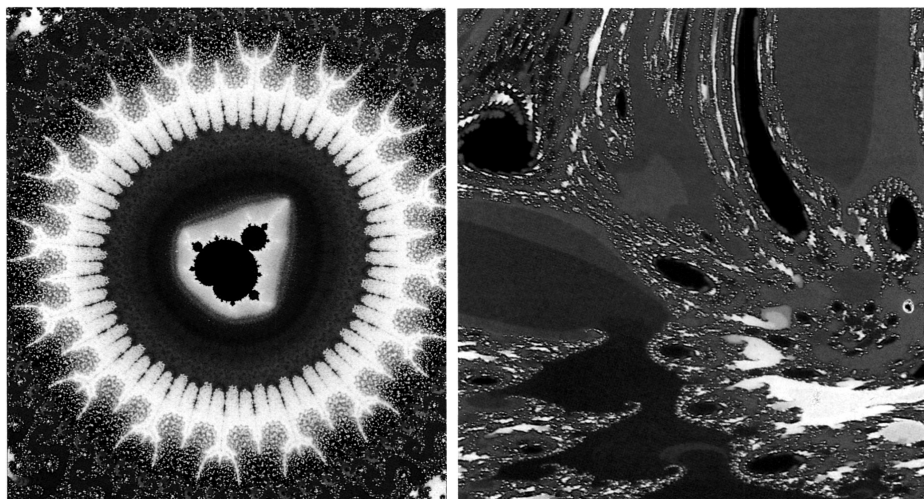


Рис. 3. Два фрагмента множества Мандельброта.
Первый фрагмент (слева; Р. Ф. Восс, 1988) был выбран таким образом, чтобы включить недалеко от его центра небольшую копию целого, с его очевидными симметриями и повторениями, и даже включить дополнительные симметрии, которые не присутствуют в множестве как целом. Этот фрагмент, следовательно, стремится еще к большей упорядоченности. Второй фрагмент (справа; Б. Б. Мандельброт), который взят из обобщенного, а не «обычного», множества Мандельброта, был выбран для контраста, так как он лишен явных симметрий.
Множество Мандельброта объясняется в работах: В. В. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, New York: W. H. Freeman and Company (1982); Н.-О. Peitgen and P. H. Richter, *The Beauty of Fractals*, New York: Springer (1986); Н.-О. Peitgen and D. Saupe, eds., *The Science of Fractal Images* (New York: Springer, 1988)

с этим позиция критика относится к важности дополнительных входных данных для фрактала. В некоторых случаях (как на рис. 3) самым очевидным вкладом фрактала является бросающаяся в глаза симметрия, которая в действительности может оказаться очень неприятной. В других случаях, однако, когда симметрия спрятана, мы видим взаимодействие между строгим порядком и соразмерным изменением и неожиданным отклонением. Мое понимание значения искусства предполагает, что такая взаимосвязь является одной из базовых предпосылок пластической красоты. Короче говоря, совершенно новая характеристика, привнесенная фрактальным искусством, заключается в том, что соразмерное взаимовлияние порядка и неожиданного отклонения не обязательно должно быть

результатом имитации природы или человеческого творчества, оно может быть результатом чего-то совершенно иного. Источник фрактального искусства находится в признании того факта, что очень простые математические формулы, которые кажутся совершенно бесплодными, могут в действительности быть, образно выражаясь, беременны огромным количеством графических структур. Эстетический вкус художника может повлиять только на выбор формул для визуализации, обрезку рисунка и визуальное воспроизведение. Таким образом, фрактальное искусство, кажется, выпадает из обычных категорий «изобретения», «открытия» и «творчества». Кажется, все это случилось давно, и сейчас фрактальная геометрия занимает такие прочные позиции, что молодежь удивляется, когда узнает, что «отец фрактальной геометрии» (как, к моему удовольствию, меня называют) все еще жив⁸. Но я надеюсь прожить достаточно долго, чтобы действительно понять, что произошло.

8 Б. Мандельброт умер 14 октября 2010 года (прим. переводчика).

Харалампос Сайтис

**ФРАКТАЛЬНОЕ ИСКУССТВО:
БЛИЖЕ К НЕБЕСАМ?
СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА, ИСКУССТВО
ПРИРОДЫ И ПРИРОДА ИСКУССТВА**

Харалампос Сайтис (Charalampos Saitis) — специалист по математике (BS), медийным и музыкальным технологиям (PhD). В настоящее время работает в Лаборатории компьютерного акустического моделирования университета McGill University (Монреаль, Канада).

Введение

Когда я оцениваю искусство, я беру свою картину и помещаю ее рядом с объектом, созданным Богом, таким, как дерево или цветок. Если она дисгармонизирует с ним, значит, это не искусство.

Поль Сезанн

Математика всегда влияла на искусство. Математические концепции, такие, как золотое сечение, платоновы тела и проективная геометрия, широко используются художниками и скульпторами, а пифагорейское арифметическое восприятие гармонии по сей день доминирует в западной музыке. Бесконечность и теория вероятности вдохновляла художников, таких, как М. К. Эшер, и композиторов, таких как Яннис Зенакис (Iannis Xenakis), сформировав особые течения в современном искусстве и музыке. Эволюция технологии создала новые области пересечения математики с искусством или музыкой: цифровое искусство, компьютерная музыка и новые медиа.

Открытие теории хаоса ввело математику в новую захаровывающую и интригующую реальность: саму природу. До этого ученые могли лишь наблюдать нелинейный динамический характер природных структур и процессов. Теперь у них появились математические инструменты, подобные метеорологическим системам и эффекту бабочки, которые описали, объяснили и доказали хаотические свойства природы. Компьютеры, способные рассчитывать нелинейные динамические

системы и визуализировать результаты в течение продолжительного времени, стали неотъемлемой частью этой научной революции; ученые получили возможность наблюдать хаотическую эволюцию природных явлений на экране компьютера. Так возникли причудливые формы, несимметричные геометрические объекты и необычные фигуры, открывшие мир, где нереальное (графические репрезентации алгоритмических процессов) свидетельствовало о реальном (природе). Бенуа Мандельброт был первым математиком, который сформулировал эту новую область в виде особой самостоятельной теории, которая сразу же стала очень популярной. Он ввел неологизм «фрактал», чтобы объединить все эти странные объекты одним термином. «Я придумал слово “фрактал” от латинского прилагательного “fractus”. Соответствующий латинский глагол “frangere” означает «ломать», создавать фрагменты неправильной формы. Из этого, логично, — и так подходяще для наших целей! — следует, что в дополнении к значению “фрагментированный” (как в словах “фракция” или “рефракция”) слово “fractus” должно бы также означать “неправильный по форме”, причем эти оба значения содержатся в слове “фрагмент”»¹.

Фракталы тут же привлекли к себе внимание художников. Случился буквально художественный бум на фракталы, в результате чего появилось цифровое искусство, которое быстро стало популярным как внутри, так и вне художественного и научного сообществ. Почти одновременно с этим возник интерес музыкального плана, сосредоточенный, в основном, в области алгоритмических композиций. Вследствие этого встал вопрос: Представляет ли собой фрактальное искусство явление следующего большого стиля? Является ли фрактальное искусство выполнением миссии искусства? Приближаемся ли мы *ближе к Небесам*?

Что же такое фрактал?

Фрактальная геометрия (и немного топологии). *Топологическая размерность* множества определяется как число независимых параметров, необходимых для описания точки в некотором множестве. Например, точка на плоскости описывается двумя независимыми параметрами (известными как картезианские координаты точки), так что в этом смысле плоскость является двухмерной.

1 Benoit B. Mandelbrot. The Fractal Geometry of Nature, New York: W. H. Freeman & Co, 1982, p. 4.

По определению топологическая размерность — всегда натуральное число. Однако топологическая размерность ведет себя совершенно неожиданным образом в случае некоторых в высшей степени иррегулярных множеств, таких, как фракталы. *Кубическая размерность (box dimension)* представляет другой способ определить размерность для таких множеств.

Пусть F является фракталом в трехмерном пространстве, а $N(r)$ — минимальное число кубов со стороной меньше или равной r , необходимое для того, чтобы полностью заключить в себе F во всем его объеме. Очевидно, что с уменьшением r величина $N(r)$ становится больше. В очень грубом приближении $N(r)$ оказывается пропорциональна $1/r^d$ при $r \rightarrow 0$, где d — действительное число. Тогда d является кубической размерностью F . Кубическая размерность измеряет способность к заполнению пространства, т.е. она уточняет понятие топологической размерности, соотнося ее с другими свойствами пространства, такими, как объем.

Неожиданным оказывается то, что кубическая размерность, являясь действительным числом, чаще всего оказывается дробной. Фракталы и множества неправильной формы имеют не целую, а дробную размерность. Существуют различные тесно связанные понятия дробных размерностей. Обычно они называются *фрактальными размерностями*. Заметим, что «фрактал» — это неологизм и как таковой семантически не имеет отношения к слову «дробный». Мандельброт формально определил фрактал как множество с кубической размерностью строго большей, чем его топологическая размерность. Однако определение оказалось неудовлетворительным в том смысле, что оно исключало некоторые множества, которые, очевидно, должны были рассматриваться в качестве фракталов. Как отмечает Кеннет Фалконер, «к определению “фрактала” следует относиться так же, как биолог относится к определению понятия “жизнь” ... просто как к перечню свойств, характерных для живого существа <...> Большинство живых существ имеют большинство характеристик из этого перечня, хотя существуют живые объекты, которые являются исключением для каждой из них. Подобным же образом, по-видимому, лучше всего рассматривать фрактал как множество, которое имеет перечень свойств, чем искать точное определение, которое почти наверняка исключит некоторые интересные случаи»². Исходя из этого, фрактал F (определяется как)

2 Kenneth Falconer. *Fractal Geometry, Mathematical Foundations and Application*, Chichester: John Wiley & Sons, revised edition, 2002, pp. xx-xxi.

геометрический объект, который обычно имеет следующие характеристики:

1. F имеет тонкую структуру, т.е. содержит детали сколь угодно малых масштабов.
2. F слишком нерегулярен для описания на традиционном геометрическом языке, как локально, так и в целом.
3. F обладает некоторой формой самоподобия, по крайней мере, приближительной или стохастической.
4. F имеет «фрактальную размерность» (определенную некоторым способом), большую, чем его топологическая размерность.
5. F имеет простое и рекурсивное определение в большинстве случаев, представляющих интерес.

Фракталы обычно получаются следующими тремя методами:

1. Фракталы, получаемые с помощью алгоритма времени убеждения: определяются рекуррентными отношениями в каждой точке пространства.
2. Системы итерируемых функций: существует фиксированное правило геометрического замещения.
3. Случайные фракталы: генерируются в результате стохастических, а не детерминированных процессов.

Фракталы могут быть также классифицированы в зависимости от степени самоподобия. Выделяют три типа самоподобия фракталов, которые приведены ниже в прямом соответствии с методами генерации, представленными выше:

1. Квазиподобие: фрактал оказывается приблизительно (но не точно) идентичным в разных масштабах. Квазиподобные фракталы содержат маленькие копии всего фрактала в искаженной и вырожденной форме. Это слабая форма самоподобия.
2. Точное самоподобие: фрактал оказывается идентичным в разных масштабах. Это самый строгий тип самоподобия.
3. Статистическое самоподобие: фрактал имеет численные или статистические параметры, которые сохраняются во всех масштабах. Это самый слабый тип самоподобия.

Теория хаоса. Теория хаоса описывает поведение систем нелинейных динамических уравнений, подвергаемых итерации. Итера-

ция относится к процессу, в котором исходное значение для системы уравнений является информацией на входе, а информация на выходе отправляется обратно в систему в качестве нового значения на входе. Тот же самый процесс повторяется на бесконечно большом количестве шагов. Каждый шаг выдает некоторую величину, которая репрезентирует точку в n -мерном пространстве (n определяется количеством переменных в уравнении). Траектория системы определяется как множество этих точек, получаемых в течение длительного времени. Аттрактор системы — множество, к которому сходится траектория. Существует три типа поведения, которое система может продемонстрировать при итерации: постоянное, когда все точки траектории стремятся к постоянному значению; колебательное, когда все точки траектории поверхности принадлежат повторяющемуся множеству; и хаотическое, когда ни одна из точек траектории не повторяется дважды за некоторый конечный период времени. Последний тип поведения самый интересный. Система блуждает в пределах некоторого диапазона точек, часто возвращаясь к близким, но никогда к абсолютно идентичным точкам, и ее аттрактор, с геометрической точки зрения, является сложным множеством с фрактальными характеристиками и называется странным аттрактором или фрактальным аттрактором. Странные аттракторы фактически являются фракталами, принадлежащими к числу самых интересных и красивых. Наиболее существенная характеристика странного аттрактора — его чувствительность к начальным условиям, т.е. незначительные отличия в значениях на входе системы могут давать кардинально отличающиеся, неожиданные результаты после некоторого числа итераций³. Иными словами: хаос!

Исторически математические «странные» аттракторы были известны еще до открытия фракталов. Их называли «патологическими», поскольку они не соответствовали евклидовым формам. Однако «математики, которые [их] создали, считали их важными для демонстрации того факта, что мир чистой математики богат разными возможностями, выходящими далеко за пределы простых структур, которые они видели в Природе. <..> Теперь, как указы-

3 Gavin O'Brien. Master Thesis, A Study of Algorithmic Composition and its potential for aiding laptop-based interactive performance, M. Phil. in Music & Media Technologies, University of Dublin, Trinity College, 2004, pp. 22—23. (Это явление было обнаружено американским метеорологом и математиком Эдвардом Лоренцом, именем которого назван один из самых известных странных аттракторов. Результаты своих наблюдений Э. Лоренц представил в статье: E. Lorenz. «Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?» (1972) (прим. переводчика)).

вает Мандельброт, Природа сыграла шутку с математиками. Возможно, у математиков XIX века было недостаточно воображения, но не у Природы. Те самые патологические структуры, которые математики изобрели, чтобы освободиться от натурализма XIX века, оказались изначально присущими объектам повсюду вокруг нас»⁴.

Масштабная инвариантность (самоподобие) является самым важным свойством фрактала; это «странный аттрактор» динамических систем, заданных математикой, искусством и природой.

Добро пожаловать в Фракталандию!

Точно так же, как построение фрактальной структуры предполагает процесс итерации, так и создание художественных произведений предполагает итерацию. Творческий процесс — это система, где информация на выходе в результате становится частью информации на входе. Таким образом, процесс создания искусства становится самоподобным, самореферентным и итерацией самого себя.

*Эдвард Берко*⁵

Фрактальное искусство создается путем вычислений значений фрактальных математических функций (алгоритмов) и преобразования результатов в цифровые картины или анимированные изображения и музыку. Фрактальные картины представляют собой графические изображения, а во фрактальной музыке результаты вычислений отображаются в музыкальные частоты и звуки. Хотя именно решение художника/программиста определяет конечное художественное произведение, фрактальное искусство подвергается серьезной критике из-за его компьютерного происхождения, в том смысле, что следует ли его рассматривать как форму искусства или нет.

Фрактальные картины представляют собой цифровые изображения, которые или состоят из одного фрактала, или составлены

4 В. Mandelbrot, Op. cit., p. 3—4. (Цитата, которую Б. Мандельброт приводит на первых страницах своей книги «Фрактальная геометрия природы», взята им из рецензии Ф. Дайсона на одну из первых публикаций Б. Мандельброта: F. Dyson. «Characterizing Irregularity», Science, May 12, 1978, V. 200, № 4342, pp. 677—678. (прим. переводчика)).

5 Цит. по: John Briggs. Fractals, The patterns of Chaos. Discovering a New Aesthetic of Art, Science and Nature, London: Thames and Hudson, 1992, p. 168.

из нескольких фрактальных и нефрактальных объектов. Программные инструменты стали широкодоступны, в силу чего художник способен генерировать фрактал алгоритмическим путем, применять цветовые палитры и гармонически сочетать цифровые изображения. Используемые алгоритмы соответствуют трем методам генерации фракталов, приведенных в предыдущем разделе, позволяя, таким образом, художнику принимать решение о типе самоподобия и уровне сложности. Одна из самых популярных программ-генераторов фракталов — *Ultra Fractal*. Ее отличительная характеристика заключается во встроенной возможности наложения слоев, кроме того, это была первая программа, которая передала управление изображением полностью в руки пользователя. Здесь следует заметить, что раскрашивание фрактала является существенной частью процесса. Геометрически фрактальный объект состоит из «окрестностей» различной значимости. Компьютеры генерируют фрактал, применяя разные цвета к разным уровням значимости, в результате получаются яркие красочные образы, которые бросают вызов самому воображению.

Есть две категории фрактальных изображений — фрактальное пламя и фрактальные ландшафты. Фрактальное пламя генерируется главным образом посредством СИФ, в то время как фрактальные ландшафты — с помощью стохастических алгоритмов. При этом последовательные серии изображений создают фрактальные анимации.

Фрактальная музыка — это область алгоритмического сочинения музыки. Алгоритмы генерации фракталов применяются к музыкальным частотам, динамике, длительности, времени и другим аудиальным параметрам, определяющим процесс сочинения музыки. Существует несколько типов фрактальной музыки в зависимости от используемых методов и программного обеспечения. Несколько существующих программ производят музыку, используя только фрактальную математику и преобразования для соответствия выбранному музыкальному строю. Однако в большинстве программных продуктов фракталы используются в комбинации с другими многочисленными алгоритмическими техниками. В других случаях композиторы используют фрактальный процесс сочинения музыки, такой, как самоподобие, в качестве отправной точки для дальнейшего развития сэмплов и других звуков с использованием традиционных инструментов.

Еще один способ сочинения фрактальной музыки — это использование итерируемых систем нелинейных динамических

уравнений в качестве алгоритмов генерации нот. Результат непосредственно определяется поведением системы. Очевидно, постоянное поведение не даст интересных музыкальных результатов. Колебательное поведение имеет потенциал для производства интересных повторений, если периодический интервал (число обособленных точек в повторяющемся множестве) достаточно велик, но на практике такое множество обычно довольно маленькое, дающее в результате мелодии, которые образуют циклы всего лишь между несколькими нотами. Наибольший интерес с точки зрения музыки представляет хаотическое поведение. Когда странный аттрактор интерпретируется на языке музыки, результат очень похож на «вариацию на тему». Производимый материал имеет высокую степень корреляции со своим прошлым, но всегда получается что-то новое в той же самой теме.

Фракталы всегда там были!

Уже давно я интересуюсь паттернами, в которых «мотивы» становятся все меньше и меньше, пока не достигнут предела бесконечной малости.

М. К. Эшер⁶

Задолго до математического обоснования фракталов и хаоса фрактальные паттерны, самоподобие, хаотические структуры и бесконечность использовались художниками, скульпторами и композиторами и как стимулы для творчества, и как количественные инструменты.

Джексон Поллок создал ряд абстрактных картин в конце 1940-х, в которых он использовал два революционных метода, в основе обоих лежали фрактальные паттерны. В первом методе он использовал свое тело в целом, чтобы внести широкий диапазон линейных масштабов в свои движения при рисовании. Во втором он применял краску, давая ей капать на холст. При этом электронное разложение картин Поллока на составляющие их красочные слои показало, что каждый из отдельных слоев состоит из единообразного, фрактального паттерна⁷.

⁶ Цит. по: J. Briggs, p. 166.

⁷ Richard Taylor, Adam Micolich, David Jonas. Fractal Expressionism. Physics World, 12/10, 1999.

Эшер создал свои знаменитые мозаичные рисунки, вдохновленный принципом бесконечного повторения и масштабного самоподобия, часто производя оптические иллюзии. Сальвадор Дали в картине «Лицо войны» изобразил фрактальную прогрессию все уменьшающихся черепов.

Самоподобие в изобилии встречается в канонических произведениях западной музыки, присутствуя в разных формах во все времена. Каноны и фуги представляют собой главные примеры. Канон — это контрапунктная композиция, которая задействует мелодию с одной или большим количеством имитаций ее самой, играемой после заданной длительности (обычно одного такта). Исходная мелодия называется ведущей, а имитирующая — ведомой. Ведомая мелодия является или точной копией ведущей, или трансформацией, так что есть несколько разных типов канонов. Фуга — более сложная форма контрапунктной композиции, где одна главная тема, предмет, звучит в последовательной имитации в каждом голосе. Исследования знаменитых канонов и фуг И. С. Баха доказывают мастерское использование им самоподобия и масштабирования. Музыка Бетховена и Моцарта также состоит из самоподобных элементов. Как указывал Мандельброт, «музыка демонстрирует фрактальные свойства благодаря изначально присущей ей иерархической природе»⁸. Требуется ли для «приятной», «гармоничной» музыки зависимость в пределах широкого диапазона или самоподобие?

В конце концов, это мир фракталов, не так ли?

Наблюдения Мандельброта о существовании «Геометрии Природы» подвигли нас мыслить другим научным способом о краях облаков, о линиях горизонта, образованных верхушками лесных деревьев, и о замысловатых конфигурациях движения крыльев летящей птицы.

Майкл Ф. Барнсли⁹

С утверждением фрактальной геометрии и теории хаоса вскоре стало ясно, что они являются полезными математическими инстру-

⁸ G. O'Brien, p. 26.

⁹ Michael F. Barnsley. *Fractals Everywhere*. Boston; London: Academic Press Professional, 1993, pp.1.

ментами для описания природы. Ученые продолжили исследования природных паттернов и объектов под совершенно новым углом, и результаты оказались больше, чем просто интересные. Нерегулярность, хаос, скачкообразные изменения, разрыв непрерывности, самоподобие, скейлинг: все это управляет как внутренней, так и внешней красотой и гармонией природы и жизни. Деревья, ветви, листья, корни растения, брюссельская капуста, снежинки, алмазы, береговые линии, горы, облака, звезды, небо, скопления галактик: видимые природные формы описываются фрактальными аттракторами. Погода, солнечная система, тектоника плит, турбулентные потоки, рост населения, экономика — примеры хаотических динамических систем. Мозг и бронхиальная система также являются примерами телесных структур с элементами самоподобия и скейлинга.

В 1982 году Бенуа Мандельброт написал свой фундаментальный труд «Фрактальная геометрия природы», в котором он выдвинул революционные идеи в математике, философии и искусстве и который считается библией как для ученых, так и для художников. Новаторская концепция Мандельброта заключалась в наглядном представлении природного паттерна в виде фрактального множества. Как отмечает Мандельброт, «многие грани Природы можно описать только с помощью фракталов <...> Паттерны Природы фрагментарны и имеют неправильную форму <...> Самоподобие ... это ткань Природы»¹⁰.

Теория хаоса привнесла совершенно новую эстетику в науку. Традиционно наука рассматривала отношения между наблюдателем и наблюдаемым как строго «объективные». Однако хаос кардинальным образом опроверг истинность этой исходной посылки, показав, что это отношение хаотически динамическое и, следовательно, «субъективное». С другой стороны, художники и музыканты всегда понимали, что изменение в одной маленькой части картины или музыкальной композиции может разрушить или трансформировать все произведение. Хаос объединил два мира — искусства и науки — на пути более глубокого понимания природы¹¹.

Словарь «American Heritage Dictionary» определяет искусство как «1. Человеческая попытка имитировать, дополнить, изменить или противодействовать произведению природы и 2. Сознательное производство или расположение в определенном порядке звуков, цветов, форм, движений, или других элементов в таким способом, который влияет

¹⁰ B. Mandelbrot, pp. 193—194.

¹¹ Briggs, pp. 31—33.

на чувство красоты, в частности, производство прекрасного графическим или пластическом средстве»¹². Фрактальное искусство, очевидно, соответствует этому определению более убедительным образом, чем другие формы искусства, поскольку оно ведет свое происхождение из природы. Природа формирует паттерны где-то между порядком и хаосом, некоторые из них упорядочены во времени, но неупорядочены в пространстве, другие упорядочены в пространстве, но неупорядочены во времени: это фрактальные паттерны¹³. Мы встречаем такие паттерны повсюду в реальном мире, в котором мы живем. Даже способ, которым человек реагирует на природные феномены, является в большинстве случаев непредсказуемым. Искусство было или абсолютно упорядоченным (классицизм, кубизм), или абсолютно неупорядоченным (дадаизм, сюрреализм); фрактальное искусство занимает промежуточное положение между ними.

В области музыки можно предположить, что фрактальные алгоритмы будут производить более реалистические природные звуки и искусные мелодии, чем традиционные алгоритмические подходы. Музыка, создаваемая хаотическими нелинейными динамическими системами, единодушно признается более эстетически привлекательной, чем музыка, полученная с помощью других стохастических алгоритмов, таких, как цепи Маркова¹⁴. Фрактальная музыка производит паттерны, которые рождаются из природных процедур, оказываясь благодаря этому гармоничными, прекрасными и сложными. Дальнейшая обработка этих паттернов, или как последовательности музыкальных событий, или как спектра сложных частот, обещает произвести музыкальный материал, который откроет новые горизонты в сочинении музыки. И поскольку фрактальные структуры выявлены в природе, в природе самого звука и в нашем восприятии музыкальной красоты, фрактальная музыка — это уже почти состоявшаяся новая музыкальная революция¹⁵.

12 Цит. по: Jane Parke. *Fractal Art — A Deliberate Approach*. 2000. URL: <http://www.infinite-art.com/index.about.ylem.php>.

13 Kristine H. Burns, *Doctoral Dissertation, The History and Development of Algorithms in Music Composition 1957—1993*, Doctor of Arts, Ball State University, 1994, pp. 7.

14 G. O'Brien, pp. 26—27.

15 Julie A. Scrivener. "Proceedings of Bridges 2000: Mathematical Connections in Art, Music, and Science" [July 28—30, 2000], *Applications of Fractal Geometry to the Player Piano Music of Conlon Nancarrow*, ed. Reza Sarhangi, Winfield, Kan. Southwestern College, 2000, pp. 185—192.

Заключение

Математика, с точки зрения искусства, — это создание новых ритмов, порядков, композиций, гармоний, а с точки зрения науки — систематическое изучение различных ритмов, порядков, композиций и гармоний.

*Уильям Л. Шаафф*¹⁶

Непрерывность и бесконечность характеризуют природу саму по себе. Следовательно, образ и звук, как неотъемлемые части природы, и, соответственно, искусство и музыка, могли бы быть переопределены через них, открывая совершенно новое видение и принимая на себя новую миссию. Современная математика предоставляет необходимые инструменты, как научные, так и художественные, посредством фрактальной геометрии и теории хаоса. Фрактальное искусство находится везде, где природа Искусства встречается с искусством Природы; его бесконечные (но не самоподобные!) возможности еще должны быть исследованы.

¹⁶ Цит. по: Robert E. Kennedy; Curtis N. Cooper, *Bach, 5465 and Upside-Down Numbers*, *The College Mathematics Journal*, Vol. 18, No. 2. (Mar., 1987), pp. 111—115.

Ральф Абрахам

ХАОС И ФРАКТАЛЫ ПАРИЖА

Ралф Абрахам (Ralph H. Abraham) — американский математик (PhD), специалист по теории динамических систем и теории хаоса в их приложении к медицине, психотерапии, математической экономике. Профессор математики в университете University of California (Santa Cruz), основатель Института Visual Math Institute. Автор математических и философских книг («Chaos, Gaia, Eros» (1992) и др.). Создавал перформансы, в которых соединялись математика, визуальные искусства и музыка.

ВВЕДЕНИЕ

Теория хаоса и фрактальная геометрия привлекли общественное внимание, как только это стало возможно, а именно, вскоре после появления компьютерной графики. Теория хаоса началась с математического открытия гомоклинического пучка траекторий Анри Пуанкаре (1854—1912) в Париже, в декабре 1889 года. Почти 30 лет спустя Гастон Жюлиа (1893—1978), также в Париже, обнаружил хаотический объект Пуанкаре в гораздо более простом контексте. Дальнейшие исследования показали, что этот объект, известный теперь как множество Жюлиа, является фракталом.

Ни один из них, однако, не был визуализирован до появления в 1961 году аналоговой компьютерной графики Йошисукэ Уэды, в то время выпускника инженерной специальности, который первым наблюдал хаотический аттрактор, и цифровой компьютерной графики Бенуа Мандельброта, основателя фрактальной геометрии, который в 1975 году ввел в оборот слово «фрактал» и в 1977 году получил первые нарисованные компьютером изображения множества Жюлиа.

Между тем, Франтишек Купка (1871—1957), чешский художник, работавший в Париже, еще в 1910 году создал вручную изображения, очень похожие на эти фракталы: воистину гром среди ясно-го неба! Вскоре хаос появился в музыкальных композициях Эрика Сати (1866—1925) в Париже.

Мы начнем с кратких исторических экскурсов по работам Пуанкаре, Жюлиа, Купки и Сати по от-

дельности и затем перейдем к рассмотрению возможной связи между ними.

ХАОС, ФРАКТАЛЫ И МНОЖЕСТВО ЖЮЛИА

Математическая линия развития идеи идет от Пуанкаре к Жюлиа и далее к Мандельброту.

Пуанкаре

Жюль Анри Пуанкаре (1854—1912) получил степень доктора математики в Высшей политехнической школе в Париже в 1879 году. Его талант быстро проявился, и в 1881 году он стал профессором в Парижском Университете. Ныне он считается одним из величайших математиков всех времен за вклад в некоторые традиционные разделы математики, а также за новаторскую работу по созданию алгебраической топологии. Ему также принадлежит честь открытия хаотической динамики в 1889 году, которая снялась с якоря детерминистской научной парадигмы, положив начало парадигматическому повороту, который лишь недавно достиг своей кульминации в теории хаоса, новом разделе математики.

Пуанкаре написал более 500 статей и несколько книг, большинство из которых представляют собой работы высокого уровня сложности по технической математике. Однако он также опубликовал много статей в популярных журналах и четыре нетехнические книги до своей преждевременной смерти в возрасте 58 лет¹.

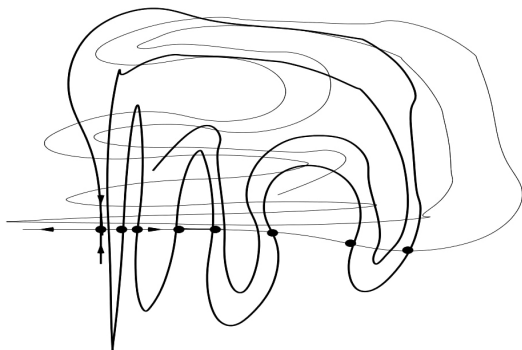
Парадигматический поворот послужил сильным стимулом для революционно мыслящих художников. Научно-популярные доклады Бертрانا Рассела и Артура Эддингтона имели существенное влияние на широкую публику в Англии².

Вскоре после этого научно-популярные книги Пуанкаре приобрели широкую известность в среде художников и интеллектуалов

1 Gillispie, Charles. Dictionary of Scientific Biography. Poincaré entry. 1997.

2 Waddington, Conrad. Behind Appearance: A study of the relations between painting and the natural sciences in this century. Edinburgh: Edinburgh University Press, 1969. P. 100.

**Рис. 1. Гомоклинический пучок
Анри Пуанкаре (рисунок Й. Уэды)**



во Франции и оказали определенное влияние на развитие художественного движения в Париже того времени³.

Вот эти книги:

- «Наука и гипотеза» (первое французское издание в 1902 г.),
- «Ценность науки» (1904),
- «Наука и метод» (1908) и
- «Последние мысли» (1913).

Среди наиболее важных идей — неевклидова геометрия, четвертое измерение, рентгеновские лучи, пространственное воображение, случайность и возможность и т. д.

С позиций сегодняшнего дня особый интерес вызывает открытие гомоклинического пучка траекторий (рис. 1.), сделанное Пуанкаре в декабре 1889 года, — первый пример хаотической динамической системы⁴. Об этом объекте он написал в третьем томе своего технического сочинения «Новые методы» (1892):

«Можно только поразиться сложности этой формы, которую я даже не пытаюсь изобразить. Ничто не сможет дать нам лучшего представления о сложности задачи о трех телах и, в целом, о всех проблемах динамики, для которых нет постоянного интеграла»⁵.

Примечание: Это последнее условие есть типичное свойство. То есть, почти каждая проблема динамики имеет эту сложность:

³ Henderson, Linda Dalrymple. *The Fourth Dimension and Non-Euclidean Geometry in Modern Art*, Princeton: Princeton University Press, 1983, pp. 36, 97; Shlain, Leonard. *Art and Physics: Parallel Visions in Space, Time, and Light*. New York: Morrow, 1991, pp. 195, 431.

⁴ Gillispie, Charles. *Op. cit.*

⁵ Mandelbrot, Benoit B. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: W. H. Freeman, 1982, p. 414.

хаотическое поведение. Первый рисунок гомоклинического пучка был сделан математиками Георгом Биркхофом и Полом Смитом в 1930-х годах.

Все значение этого открытия было осознано лишь недавно: на лапласовском детерминизме поставлен крест⁶. Но Пуанкаре, конечно, понимал это. Так, в своей книге «Наука и метод» (в Главе 4 Части I, озаглавленной «Случайность») он писал:

«Очень малая причина, которая остается нами незамеченной, определяет значительный эффект, который невозможно не увидеть, и тогда мы говорим, что этот эффект — результат случайности»⁷.

Вслед за открытием Пуанкаре постепенно стали обретать форму теория хаоса и фрактальная геометрия. Во всей этой истории осталось протянуть еще только одну связующую нить: множество Жюлиа.

Жюлиа

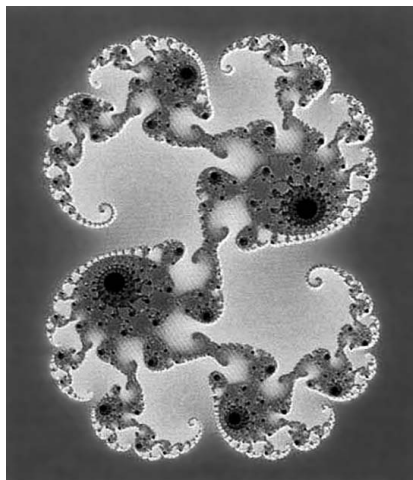
Современником Пуанкаре был парижский профессор математики Поль Монтель. Среди его студентов был Гастон Жюлиа (1893—1978). Жюлиа занялся проблемой, оставшейся без внимания после смерти Пуанкаре в 1912 году, и открыл гомоклинический пучок в гораздо более простом контексте (квадратичное отображение плоскости на самое себя), чем у Пуанкаре (ограниченная задача трех тел в небесной механике). Биркхоф в США также проводил исследования в этом направлении. В 1918 году, в возрасте 25 лет, Жюлиа опубликовал очень длинную статью о своем пучке, известном впоследствии как множество Жюлиа, что принесло ему мгновенную славу в математических кругах. Его версию сложного множества, как и в случае Пуанкаре, было очень сложно визуализировать. В 1925 году начался медленный процесс визуализации множества Жюлиа — в виде простого наброска, сделанного берлинским математиком⁸. Дело практически не двигалось, пока компьютерная графика не попала в руки Бенуа Мандельброта.

6 Smale Stephen. The mathematics of time: essays on dynamical systems, economic processes, and related topics. New York: Springer-Verlag, 1980.

7 Peterson I. 1993. Newton's Clock: Chaos in the Solar System. W. H. Freeman, p. 167.

8 Peitgen, Heinz-Otto, Jürgens, Hartmut, Saupe, Dietmar. Chaos and Fractals: New Frontiers of Science. Springer Verlag, 1992, pp. 138—139.

Рис. 2. Множество Жюлиа



Мандельброт

Бенуа Мандельброт (1924—2010) был студентом Парижского университета и учился у Жюлиа. Начиная примерно с 1967 года, он формализовал более ранние труды по странным множествам, ныне называемым *фракталами*, и создал раздел математики, названный им фрактальной геометрией⁹. Примерно в 1979 году Мандельброт создал очень детальное изображение множества Жюлиа (рис. 2) для большого количества примеров семейства отображений плоскости, предложенных Жюлиа.

Он доказал, что они являются фракталами, то есть относятся к теории хаоса и фрактальной геометрии, двум новым разделам математики, которые многим обязаны компьютерной графике. Эти фрактальные изображения из теории хаоса являются наиболее известными фракталами, хотя они репрезентируют только очень регулярный тип фракталов. Можно сказать, что множество Жюлиа вошло в массовое сознание после 1980 года. Однако к 1910 году оно было уже хорошо известно одному человеку — Франтишеку Кулке.

9 Mandelbrot Benoit B. *Fractals: Form, Chance and Dimension*. San Francisco: W. H. Freeman, 1977.

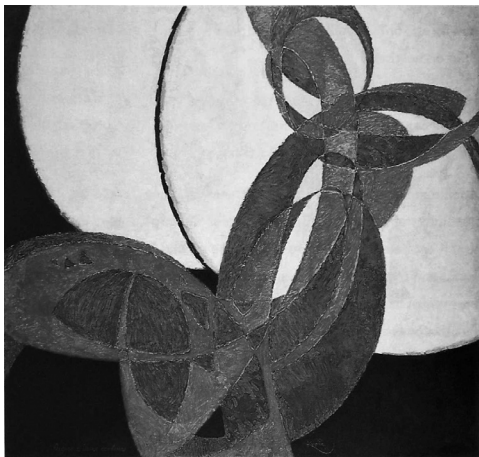


Рис. 3. Франтишек Купка
«Amphora, Fugue in two colors», 1912.
См. цветную вкладку

КУПКА

Франтишек Купка (1871—1957) родился в восточной Богемии, был старшим из пяти детей. Он научился рисовать у своего отца, но его ранние работы были уничтожены его мачехой. В возрасте 27 лет он работал в подмастерьях у шорника, который помимо этого занимался спиритуализмом. Купка развил талант проведения сеансов и несколькими годами позже, когда он стал художником, зарабатывал себе на жизнь, работая медиумом. Он учился живописи в Праге, Вене и Париже и начал выставлять свои работы в этих городах в 1899 году. Отметим:

- 1892 год. Купка знакомится с теософией, становится вегетарианцем.
- 1895 год. Купка читает много философских трудов, включая Канта, Шопенгауэра, Бергсона и Ницше.
- 1905 год. Большой успех выставки Купки. Он начал посещать лекции по физике, биологии и физиологии в Сорбонне, работал там в биологической лаборатории.
- 1910 год. Купка уничтожил большинство своих работ и начал новый этап. Это год первых абстрактных работ Купки, включая серию «Amphora».
- 1911 год. Каждое воскресенье утро Купка посещает собрания группы художников и писателей в доме его соседа Жака Вийона.

- 1912 год. Купка продолжает посещать собрания, на которых также бывал математик Морис Принсет. Первые абстрактные картины Купки были выставлены в Париже.

Таким образом, мы видим первое предвосхищение фрактальных и хаотических образов в серии «Amphora» 1910—1912 годов (рис. 3)¹⁰.

САТИ

Эрик Сати был в авангарде музыкальной деятельности в то время, когда Пуанкаре открыл хаотическую динамику. Он сотрудничал с первосвященником братства Розенкрейцеров и Халдеев и сочинял для них музыку в 1890 году. К 1900 году он включал в свои композиции американский стиль регтайм, раннюю форму джаза¹¹.

В 1915 году он знакомится с Жаном Кокто (1891—1963), французским поэтом, драматургом и лидером литературного авангарда. Кокто был близким другом Сергея Дягилева (1872—1929), руководителя русского балета, который был популярен в Европе перед Первой мировой войной. В 1915 году, находясь в Риме, Дягилев поручил Кокто написать балет. Идея балета пришла к нему в апреле 1915 года, во время отпуска с фронта, после того, как он услышал фортепианный дуэт Сати и Рикардо Виньеса. Кокто привлек к работе над этим проектом Леонида Массина, самого неординарного из хореографов, Пабло Пикассо и Сати. Работа началась весной 1915 года: сценарий Кокто, хореография Массина, декорации и костюмы Пикассо были созданы в Риме, а Сати начал работу над музыкой весной 1916 года в одном из кафе Парижа.

В результате балет «Парад» был поставлен в Театре де Шателе в Париже 18 мая 1917 года, как раз когда начало формироваться движение дадаистов. Революционный и шокирующий, балет провозгласил кубизм в музыке, хореографии, декорациях и костюмах. Публика неистовствовала. Критика назвала партитуру — из-за ре-

10 Andel Jaroslav and Kosinski Dorothy (eds.) *Painting the Universe: Frantisek Kupka, Pioneer in Abstraction*, Dallas: Dallas Museum of Art, 1997, p. 85; Waddington Conrad. *Behind Appearance: A study of the relations between painting and the natural sciences in this century*. Edinburgh: Edinburgh University Press, 1969, p. 22.

11 Ainsley Robert (ed.) *The Encyclopedia of Classical Music*. London: Carlton Books, 1999.

вольверов, сирен, трещоток, пишущих машинок, лотерейных барабанов, ключей азбуки Морзе и т.д. — «сплошным гвалтом». Развиваясь от порядка (вводная fuga) через синкопу (в духе регтайма) к хаосу (неистовый танец в финале), музыка напоминает бифуркационную диаграмму логарифмической функции, базовой для теории хаоса, и фракталы Жюлиа и Фату, какими они были впервые изображены в компьютерной графике Мандельброта. В рецензии Аполлинера содержалось слово «сюрреализм», которым описывался революционный балет.

Группа продолжила совместную работу снова — над балетом «Меркурий», премьеры которого состоялась в Париже в 1924 году, после того, как движение дада уступило место сюрреализму. Этот балет включал в себя двенадцать основных сцен, одна из которых так и называлась «Хаос». В партитуре Сати для этой сцены сочетались темы двух предшествующих (и в корне отличающихся) сцен, создавая хаос, что удивительным образом схоже с открытием Ван дер Пола, работавшего в Голландии примерно в то же время, — хаотическим движением в электронных цепях при парном соединении двух электрических осцилляторов¹².

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теперь можно вернуться назад и сравнить гомоклинический пучок 1936 года (рис. 1), множество Жюлиа, полученное Мандельбротом в 1979 году (рис. 2), картину «Амфора» Купки 1912 года (рис. 3) и партитуру Сати 1916 года. Можно было бы сделать еще много подобных сравнений.

Оставив в стороне паранормальные объяснения, вроде спиритических сеансов, рискнем отправиться на поиск возможных связующих линий от Пуанкаре к Купке и Сати. Вот все, что удалось найти:

- Первые две популярные книги Пуанкаре появились в оригинальном французском издании в 1902 и 1904 годах, их

12 Templier, Pierre-Daniel, Erik Satie. Cambridge, MA.: MIT Press, 1969, pp. 36—41; Harding, James. Erik Satie. London: Secker and Warburg, 1975, p. 155; Myers, Rollo H. Erik Satie. St. Clair Shores, Michigan: Scholarly Press, 1947/1977, pp. 49, 102—105.

много читали в кругу парижских интеллектуалов, включая художника Дюшана¹³.

- Купка провел почти весь 1905 год за чтением философских книг, при этом посещая лекции и работая в Сорбонне, где тогда читал лекции Пуанкаре.
- С 1905 года Кокто и Сати были очень близки с литературной и артистической элитой Парижа.

Связи в лучшем случае недостаточные. Но, в самом деле, как гром среди ясного неба!

13 Henderson, Linda Dalrymple. X Rays and the quest for invisible reality in the art of Kupka, Duchamp, and the Cubists, *Art Journal*, Winter 1988, pp. 323—340; Henderson, Linda Dalrymple. *Duchamp in Context: Science and Technology in the «Large Glass» and Related Works*, Princeton: Princeton University Press, 1998.

Любица М. Коцич

**ХУДОЖЕСТВЕННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ
ФРАКТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Любица М. Коцич (Ljubiša Kosić) — профессор математики в университете University of Nis (Сербия).

Введение

Компьютеры могут делать чудеса. Но искусство появляется не из чуда. Напротив, это продукт тяжелых усилий высокого духа. Существует, однако, широко распространенное мнение, что компьютер может автоматически произвести хорошее визуальное искусство. Интернет-сайты переполнены экспериментами в области «компьютерного искусства», выполненными различными графическими программами. Среди программных инструментов для «легкого искусства» домашнего производства фракталы сегодня являются ультрамодными. И этому есть причина. Главный недостаток классической компьютерной графики — ее неспособность производить сложные, негеометрические формы. Так, облака, скалистые горы, растительность, волны и другие подобные объекты выглядят гораздо лучше, когда они представлены в виде фрактальных аппроксимаций. Фрактальные аппроксимации используют классические элементы евклидовой геометрии: многоугольники и многогранники. Но результат на выходе гораздо ближе к (идеальному) фракталу, и, следовательно, к природному объекту, чем к любой евклидовой форме. С одной стороны, это фрактальное программное обеспечение является полезным, но с другой — оно порождает опасную иллюзию, что это самое программное обеспечение представляет собой более короткий путь к настоящему искусству.

Когда была опубликована книга Мандельброта¹, началась новая эра в геометрии. В этой «фракталь-

1 Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature, W.H. Freeman, San Francisco, 1982.

ной Библии» отмечалось, что фракталы (термин, введенный Мандельбротом) уже многие годы наблюдались в разных областях: физике, биологии, химии, геологии, экономике и т.д. без единого понимания их сути. Было также показано, что фрактальная геометрия открыла дверь новой науки. И столь же убедительно было доказано (с помощью компьютерно-генерированных ландшафтов и планет Р. Ф. Восса), что фрактальные объекты в высшей степени красивы. Одна из книг Пайтгена и Рихтера была озаглавлена «Красота фракталов»². Майкл Барнсли, который является ключевой фигурой в развитии конструктивной теории фрактальных множеств (СИФ-теории), тоже заметил красоту фракталов и возможные преимущества ее применения в компьютерной графике³. Фрэнсис Мун в своей книге⁴ обнаруживает красоту в «странных аттракторах» — этих графических «портретах» хаотических процессов.

Данная статья представляет собой вклад автора в ответ на вопрос «Являются ли фракталы сами по себе произведениями искусства?» и «Могут ли фракталы использоваться в развитии искусства?» Раздел 2 посвящен в некотором смысле обратной проблеме: использовали ли художники и скульпторы фрактальные структуры в своих работах на протяжении веков? В заключении задаются условия для систем итерируемых функций (СИФов), чтобы они генерировали фракталы, которые обладают некоторыми эстетическими качествами (пропорция, ритм, симметрия).

ФРАКТАЛЫ В ИСТОРИИ ЖИВОПИСИ

Древнегреческий автор Филострат в своем диалоге между Аполлонием и Дамисом рассуждает об «образах в облаках». Его вывод таков: наблюдатель создает эти образы только с помощью своего ума, тогда как художник использует и ум, и руки, чтобы подражать Природе. Плиний отмечал, что губка, пропитанная краской и прижатая к стене, иногда дает изяшный эффект. Это первые примеры упоминания сложных или фрактальных форм

2 Peitgen H.-O., Richter P.H. The Beauty of Fractals, Springer-Verlag, 1986.

3 Barnsley M. F. Fractals Everywhere, Academic Press, 1988.

4 Moon F. Chaotic and Fractal Dynamics, Willey & Sons, Inc., 1992.

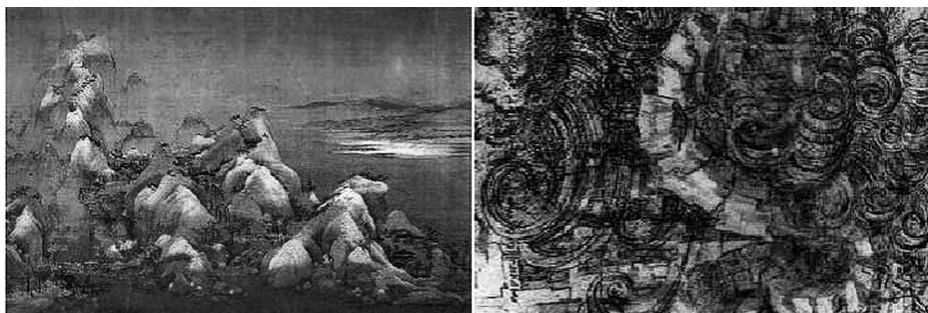


Рис. 1. Слева: Wang Ximeng (около 1196 — около 1120). «Тысяча ли¹ рек и гор». Ручная живопись на шелковом свитке; справа: Леонардо да Винчи. «Потоп». Сангина на бумаге

1 Ли – «китайская верста», мера длины, примерно равная 570 метров (прим. переводчика).

в визуальных искусствах. Согласно исследованию Э. Гомбриха⁵, китайский художник Сунг Ти (IX век) предложил метод, известный как **«китайская окклюзия»**, для создания красивых ландшафтов. Кусок белого шелка следовало положить на старую обветшалую стену. Посмотрев сквозь него рано утром или вечером, можно увидеть «ландшафты», которые можно запомнить и затем перенести в собственное произведение. Возможно, Вонг Зименг (Wang Ximeng), художник северной Династии Сун, использовал технику окклюзии (см. рис. 1).

Итальянский художник эпохи Ренессанса Андреа Мантенья экспериментировал с облаками, имеющими форму человеческих лиц⁶. Но Леонардо да Винчи в его знаменитом «Трактате о живописи» дал самое подробное изложение метода, который теперь называется методом Леонардо или техникой блотирования⁷. Возможно, вдохновленный работами Пьетро дель Косимо, да Винчи придавал особое значение силе «беспорядочных форм», подобных пятнам на старых стенах, облакам или потокам грязной воды, в «способствовании различным открытиям ума».

5 Hombrich E. H. Art and Illusion, Phaidon Press, London 1977.

6 Ibid.

7 Блотирование или блоттинг (от англ. blotting) заключается в получении отпечатка промоканием пятна краски, в том числе путем складывания листа пополам (прим. переводчика).

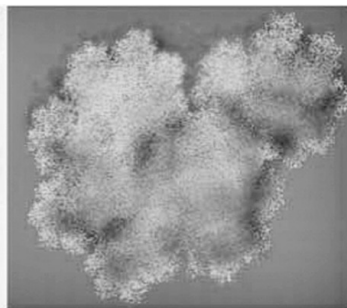


Рис. 2. Облака ван Гойена в сравнении с СИФ-«облаком». Слева: Ван Гойен «Два мужчины на мостике через ручей», 1655, масло на деревянной доске (деталь); справа: «Облако», сгенерированное системой итерируемых функций

Хогстратен, писатель XVII века, свидетельствовал, что голландский художник Ян ван Гойен (Jan Van Goyen) (1596—1656) был способен «без особых усилий» извлечь картину из пятен красок (рис. 2).

Затем мы приходим к XVIII веку, периоду, порвавшему с традицией «врожденного гения», которая была характерна для Ренессанса. Здесь мы находим художника-пейзажиста Александра Козенса⁸, автора учебника по рисованию «Новый метод содействия воображению в создании оригинальных пейзажных композиций», в котором он использует и развивает метод блотирования. Он осознавал важность «априорного» знания различных типов схематического изображения линии видимого горизонта. Эти схемы включали в себя точные копии горных хребтов. Если чернильные пятна можно рассматривать как фрактальные формы в живописи, то линии видимого горизонта представляют собой фрактальные кривые, впервые выделенные и изученные Козенсом. На верхней части рис. 3 показан один из таких рисунков. На линии видимого горизонта выбирались десять точек, и с помощью интерполяционного метода, описанного в работе Барнсли⁹, конструировалась кривая фрактальной интерполяции. Большое влияние на такой свободный подход к ландшафтным формам, несомненно, оказал французский художник-пейзажист Клод Лоррен¹⁰.

8 Александр Козенс (Alexander Cozens) (1717—1786) — английский художник-акварелист, автор нескольких трактатов о технике живописи (прим. переводчика).

9 Barnsley M. F. Fractals Everywhere, Academic Press, 1988.

10 Клод Лоррен (Claude Lorrain) (1600—1682) — французский живописец и гравер, выдающийся мастер классического пейзажа (прим. переводчика).

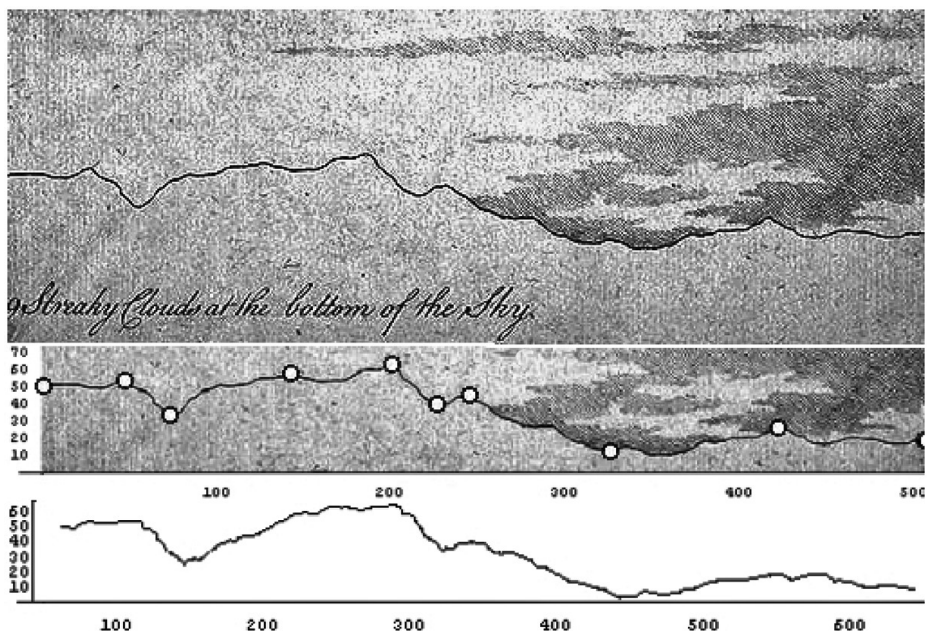


Рис. 3. Сверху: Александр Козенс. «Облака у подножья неба» (ок. 1785), рисунок на бумаге; внизу: фрактальная интерполяция: фрактальная кривая, интерполирующая линию неба на рисунке Козенса по 10 точкам

Важность метода Козенса становится очевидной по его влиянию на знаменитого Джона Констебля¹¹. Родственник Александра, Джон Роберт Козенс (1752—1797), также использует этот метод (рис. 4, слева).

Не только художники используют чернила или краску как стимул для воображения. Немецкий поэт Юстинус Кернер¹² использовал чернильные кляксы (по-немецки *Klecks*) на сложенных листах бумаги, узнавал в них живые фигуры «духов» и затем писал стихотворения про эти фигуры (рис. 4, справа). Заметим, что некоторые фрактальные множества, полученные как бассейны притяжения определенных нелинейных динамических процессов (рис. 5), весьма напоминают чернильные пятна.

11 Джон Констебль (John Constable) (1776—1837) — знаменитый английский художник-романтик; наиболее известны его пейзажные полотна (прим. переводчика).

12 Юстинус Кернер (Justinus Andreas Christian Kerner) (1786—1862) — немецкий поэт и автор нескольких книг по медицине (прим. переводчика).



Рис. 4. Слева: Джон Роберт Козенс «Сатана, созывающий свои легионы», около 1776 г., акварель на бумаге (см. цветную вкладку); справа: Юстинус Кернер, фигуры из чернильных пятен из «Кляксографий» (Штутгарт, 1853)

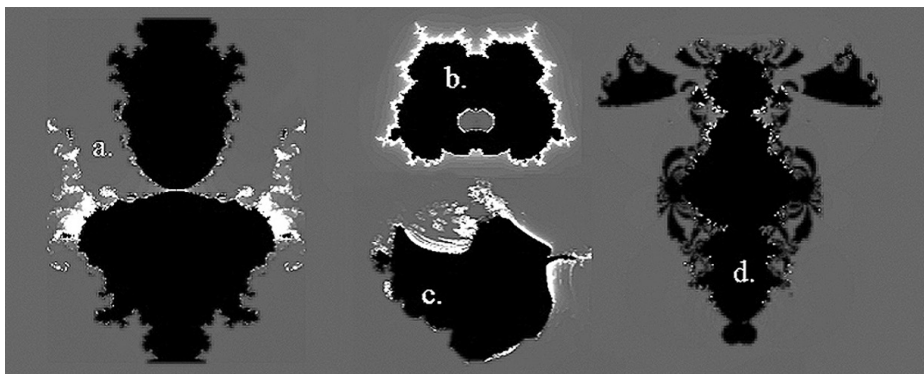


Рис. 5. Фрактальные множества, которые напоминают чернильные пятна. Эти множества были созданы с помощью программы Ultra Fractal 2.04, с использованием следующих формул: *a* и *c* — формула Б. Марголиса; *b* — Carr2821 *b*, версия UF Боба Карра, модифицированная и оптимизированная Сильвией Галлет; *d* — «Music» Д. Х. Ван ден Бергхе

Джозеф Маллорд Уильям Тернер (1775—1851), английский художник-пейзажист, был следующим большим художником, который использовал аморфные цветовые пятна, чтобы передать яркие и выразительные атмосферные эффекты и освещение естественным светом предметов на суше и на море (рис. 6, слева).

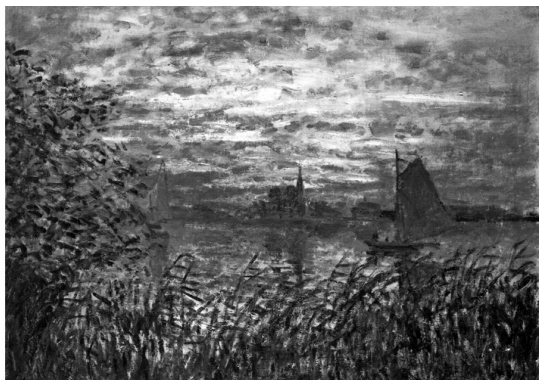


Рис. 6. Слева: Уильям Тернер «Утро после Всемирного потоп», 1843. Галерея Тэйт, Лондон; справа: Клод Моне «Морской пейзаж. Закат», 1847, Филадельфийский Музей искусства (см. цветную вкладку)

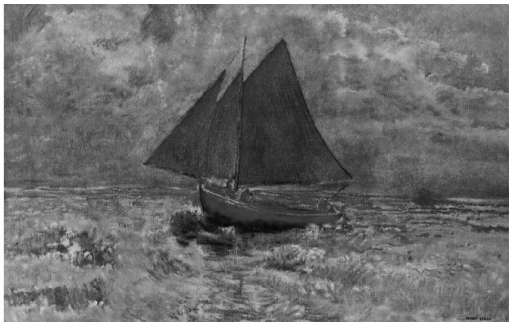
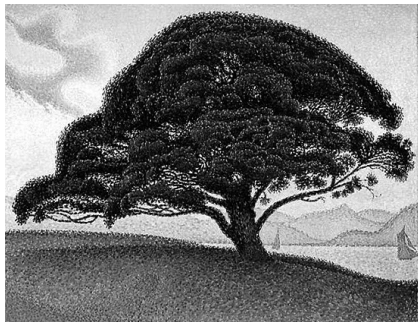


Рис. 7. Слева: Поль Синьяк «Сосна Бонавентуры в Сан-Тропе» (1892); справа: Одилон Редон «Красная лодка» (1906—1907) (см. цветную вкладку)

Принято считать, что его работы оказали непосредственное влияние на развитие импрессионизма. Действительно, импрессионисты также используют цветовые пятна свободной формы, чтобы изобразить мельчайшие вариации в цвете неба, воды или растительности.

Атомизируя цветовые зерна, импрессионизм перешел в пуантилизм, главными представителями которого являются Жорж Сера (1859—1891) и Поль Синьяк (1863—1935) (см. рис. 7, слева). Особый, оригинальный подход в использовании стохастически распределенных цветовых пятен применял французский художник Одилон Редон (1840—1916) (см. рис. 7, справа).



Рис. 8. Слева: Гюстав Моро «Sappho» (1884), акварель; в центре: Макс Эрнст «Наполеон в пустыне» (1914), масло; справа: Сальвадор Дали «Большой палец, пляж, луна и разлагающаяся птица» (1928), смешанная техника (см. цветную вкладку)

Помимо исследования более или менее аморфных и хаотически разбросанных цветовых точек, есть другой, более «механический» метод создания эффекта природных узоров. Это метод фроттажа или «растирания», известного по детской игре перевода рельефного рисунка с монетки на лист бумаги с помощью карандашной штриховки по бумаге, положенной поверх монетки. Эта техника, примененная к различным поверхностям, таким, как древесное волокно, ткань или листья растений, дает визуальные эффекты, отличающиеся от эффектов, полученных методом блотирования. Фроттаж использовался Гюставом Моро (1826—1898) и некоторыми сюрреалистами: Максом Эрнстом, Сальвадором Дали и многими другими. Эрнст также использовал метод «декалькомании», в котором краска переносится с одной поверхности на другую путем прижимания их друг к другу. Эти техники узнаваемы в серии рисунков («Естественная история», 1926) и во многих картинах, таких, как «Большой лес» (1927) и «Искушение Святого Антония» (1945). Сальвадор Дали — это особый случай. Его произведения — в буквальном смысле смесь реалистических традиционных техник и авангардных экспериментов. В своих ранних работах Дали использовал камешки, приклеенные на холст, аппликации, куски дерева, кости, металлические детали и т.п. (рис. 8, справа). В его стиле постоянно прослеживаются эффекты блотирования и фроттажа. Дали также разработал несколько новых методов, которые можно рассматривать как творческие вариации метода блотирования. Например, он использовал взрывы, чтобы разбросать гвозди или металлические элементы по поверхности полотна, как в картине «Пьета» из «Апокалипсиса Св. Иоанна» (1959). Потом он использовал технику опаливания

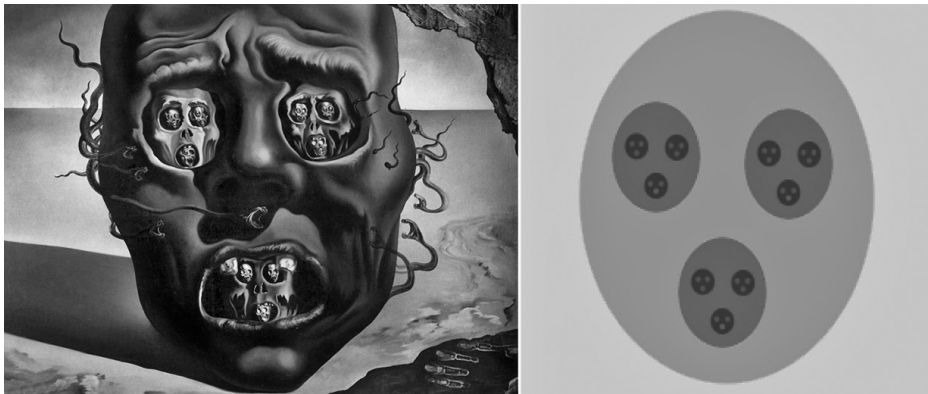


Рис. 9. Первый «фрактал» в визуальных искусствах. Слева: Дали «Лицо войны» (1940), масло (см. цветную вкладку); справа: фрактальное множество «Канторова пыль» с размерностью Хаусдорфа-Безиковича, равной примерно 0,705

и покрытия сажей бумаги с помощью свечи (Sfumato, 1972)¹³. Дали изобрел вариант метода да Винчи — выявление фигур и жанровых сцен в белых пустых пространствах между газетными строчками¹⁴. В период 1934 и 1938 годов он использовал блотирование тушью, а также фроттаж во многих работах («Портрет Рене Кревеля», «The Vertebrate Grotto» — серия «Transfert», «Женская голова с ботинком», «Градива», «Фантастическая сцена на пляже со скелетом и попугаем» и др.). Многое из его опытов блотирования и фроттажа можно обнаружить в его знаменитой «Ловле тунца» (1967).

Но, по-видимому, Сальвадор Дали был первым художником, который нарисовал фракталы в явном виде. Это его картина «Лицо войны» (1940). На ней представлено выстроенное на основе геометрии «русской матрешки» изображение-галлюцинация из черепов, вложенных внутри других черепов. Из несложного анализа следует, что фрактальное множество, которое соответствует работе Дали, — это так называемая «Канторова пыль». Оно получено с помощью трех сжимающих отображений с коэффициентом сжатия около 0,21. По хорошо известной формуле Барнсли¹⁵ кубическая размерность (в нашем случае она идентична размерности Хаусдорфа-Безиковича) «Лица войны» состав-

13 Descharnes R., Neret G. Salvador Dali, 1904—1989. The Paintings, Vol. I and II, Benedikt Taschen Verlag, Köln 1993.

14 Dali Salvador. Retrospective (1920—1980), 18.12.1979—14.04.1980, Centre Georges Pompidou, Musee National d'Art Moderne, Paris 1979.

15 Barnsley M. F. Op. cit.

ляет примерно 0,705. Этот фрактал соотносится с треугольником Серпинского (салфеткой Серпинского) и входит в семейство фракталов «Канторовой пыли»¹⁶. Автор не располагает информацией об истории создания этой картины, но, безусловно, в то время Дали не мог знать о фрактальной геометрии.

Разные варианты техник блотирования-фроттажа использовались многими другими художниками-сюрреалистами: Андре Массоном¹⁷, Оскаром Домингесом¹⁸, Раулем Юбаком¹⁹, Жаком Герольдом²⁰ и т. д. Даже «объекты» приобретали «запутанную» структуру. Прекрасный пример — работа Мерет Оппенгейм²¹ (Meret Oppenheim) «Чайный прибор, покрытый мехом» (1936)²² (рис. 10, слева), усилившая едва уловимую, мерцающую чувственность скульптур, представленных Боччони²³ (например, в его работе «Уникальные формы длительности в пространстве», 1913, бронза, Музей современного искусства, Нью Йорк).

В компьютерной графике существуют различные техники, с помощью которых гладкие объекты приобретают пушистость. Но ни одна из них не является столь выразительной, как фрактальная. На рис. 10 (справа) показана «меховая» версия треугольника Серпинского. Крошечный меховой ворс — следствие как минимум одного непостоянного компонента, добавленного во фрактальную конструкцию Серпинского. Фактически треугольник Серпинского — это фиксированная точка оператора, представляющего собой объединение трех гомотетических сжатий, каждое из которых имеет коэффициент сжатия, равный 0,5. Прежде всего, заметим, что можно сократить число отображений, заменив две гомотетии одним вращением вокруг центра тяжести

16 Mandelbrot B. Op. cit.

17 Андре Массон (Andre Masson) (1896—1987) — французский живописец и график, оказавший большое влияние на становление абстрактного экспрессионизма в американском искусстве (прим. переводчика).

18 Оскар Домингес (Oscar Dominiguez) (1906—1957) — испанский художник-сюрреалист, автор многочисленных статей по технике сюрреализма, в том числе «декалькомании» (прим. переводчика).

19 Рауль Юбак (Raoul Ubac) (1910—1985) — французский художник, график и фотохудожник, в своем творчестве прошел от сюрреализма до предельного аскетизма (прим. переводчика).

20 Жак Герольд (Jacques Herold) (1910—1987) — румынский художник-сюрреалист, скульптор и иллюстратор (прим. переводчика).

21 Мерет Оппенгейм (Meret Oppenheim) (1913—1985) — немецко-швейцарская художница, работавшая в технике предметного сюрреализма (прим. переводчика).

22 Alexandrin S. L'art Surrealiste, Fernand Hazan editeur, Paris 1969.

23 Умберто Боччони (Umberto Boccioni) (1882—1916) — итальянский художник, скульптор, теоретик футуризма (прим. переводчика).

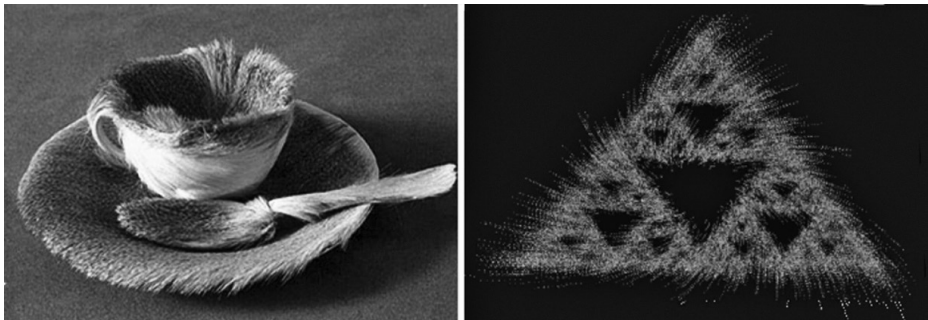


Рис. 10. Слева: Мерет Оппенгейм «Чашка, блюдец и ложка в меховой обшивке» (1936) (см. цветную вкладку); справа: ворсистая версия салфетки Серпинского

треугольника. Это вращение является ортонормальным аффинным преобразованием с коэффициентом Липшица, равным 1. Введя теперь некоторое незначительное расширение (порядка 1%) в это вращение, получаем негиперболическую СИФ. Это значит, что не существует фиксированной точки. Но если выполняется только ограниченное число итераций, то получившийся объект оказывается своего рода «аттрактором», «украшенным» частичными спиральными траекториями. Это и есть источник эффекта «ворса». С помощью различных настроек параметров возможны также и другие эффекты, такие, как «лучи света», «линии быстрого движения», «взрывы» и т. д.

Во второй половине XX столетия мы стали свидетелями огромного числа вариаций идей Филострата. Так, нас не удивляет, что, возможно, художественная текстура комиксов вдохновила Лихтенштейна²⁴ на создание «настоящей» картины (Рой Лихтенштейн «Маленькая большая картина», 1965, масло, Музей американского искусства Уитни, Нью Йорк) (см. цветную вкладку).

С учетом всего сказанного выше становится ясно: не имеет значения, что представляет собой тот сложный объект, который влияет на наш глаз и мозг. Он всего лишь начальный импульс творческому уму, создающему свое собственное видение, плодом которого затем является Творение. Это творение, *in statu nascendi*²⁵, посылает сигнал обратной связи, который воздействует и на ум, и на видение. В этом «магическом круге» рождается Произведение Искусства.

24 Рой Лихтенштейн (Roy Lichtenstein) (1923—1997) — американский художник, представитель поп-арта; получил известность благодаря работам на тему комиксов (прим. переводчика).

25 В стадии становления (лат.) (прим. переводчика).

И действительно неважно, что является объектом вдохновения: это может быть облако, старая стена (с шелковым покрытием или без него), чернильное пятно, фроттаж из сухих листьев или ... фрактальное множество. < ...>

Заключение: Можем ли мы работать с фракталами?

Если наш вывод состоит в утверждении, что фракталы не являются искусством сами по себе, но могут использоваться для создания произведения искусства, таким же образом, как и при всматривании в облака, старые стены или фроттажные композиции, тогда возникает вопрос: можем ли мы создавать фракталы, помещая их в разные положения, вращая или растягивая, делая симметричные изображения, свободно комбинируя разные части фрактальных множеств, как мы делаем это с коллажами? К сожалению, ответ не слишком обнадеживающий. Все это можно делать в очень ограниченных пределах. Но, с другой стороны, этот ответ не такой уж неожиданный. Моделировать хаос непросто. Применить хаотический процесс для того, чтобы «нарисовать» именно ту картину, которую мы хотим, еще более сложно. Чтобы лучше объяснить это, мы используем самый простой способ построения фракталов: теорию СИФ (систем итерируемых функций). Более того, мы выберем самый простой тип СИФ, который содержит аффинные отображения на плоскости. Для того, чтобы проиллюстрировать то, что мы хотим сказать, мы возьмем два аффинных отображения на плоскости $\mathbf{R}^2$ на саму себя²⁶,

$$\begin{aligned}w_1(x, y) &= (0.824074 x + 0.281482 y - 1.882290, -0.212346 x + \\ &\quad 0.864198 y - 0.110607), \\w_2(x, y) &= (0.088272 x + 0.520988 y + 0.785360, -0.463889 x - \\ &\quad 0.377778 y + 8.095795).\end{aligned}$$

Результат применения w_1 и w_2 к единичному квадрату A_0 показан на рис. 11 (слева). Оба отображения являются сжимающими, поскольку спектральные нормы квадратных матриц, к которым применяется w_1 и w_2 , равны 0,919475 и 0,74804 соответственно. Соответствующий оператор Хатчинсона $W = w_1 \cup w_2$ отображает

26 Dubuc S., Elqortobi A. Approximation of fractal sets. J. Comput. Appl. Math., 29 (1990), 79—89.

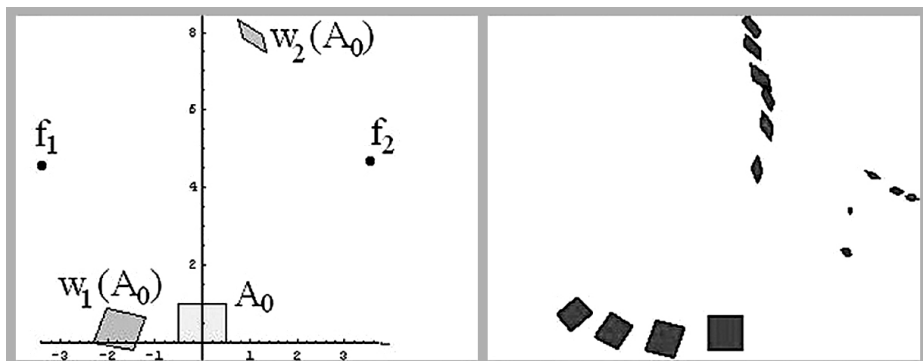


Рис. 11. Слева: Две аффинные трансформации фрактала «Морской конек» и их фиксированные точки f_1 и f_2 ; справа: первые четыре итерации оператора Хатчинсона для СИФ «Морской конек»

A_0 на $A_1 = w_1(A_0) \cup w_2(A_0)$. Итерации этой процедуры (рис. 11, справа) сходятся к компактному множеству A в $\mathbb{R}^2$. Таким образом, $\lim A_n = A$, и это множество называется аттрактором системы итерируемых функций $\{\mathbb{R}^2; w_1, w_2\}$. Фактически это множество является фиксированной точкой оператора Хатчинсона W .

Аппроксимация этого множества показана на рис. 12 (слева). Это изображение получено с помощью так называемого рандом-алгоритма²⁷ с 100 000 точками. Оно называется «морским коньком» и входит в семейство «драконов»²⁸.

На первом изображении пропорция «морского конька» (приблизительно) 0,837934. Можно ли получить какую-нибудь другую пропорцию? Можно ли, например, получить «морской конек» с пропорцией «золотого сечения»? Конечно, речь не идет о простом растяжении изображения. Необходима новая СИФ, скажем, $\{\mathbb{R}^2; f_1, f_2\}$ с аттрактором, показанным на рис. 12 (справа). Из работы Барнсли²⁹ известно, что если f_i — обратимое отображение плоскости, тогда СИФ $\{\mathbb{R}^2; f_1, f_2\}$, где $f_i = f^{-1} * w_i * f$ и где

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.819986 & 0.670913 \\ -0.516108 & 1.418 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

27 Barnsley M. F. Fractals Everywhere, Academic Press, 1988.

28 Dubuc S., Elqortobi A. Approximation of fractal sets...

29 Barnsley M. F. Fractals Everywhere...

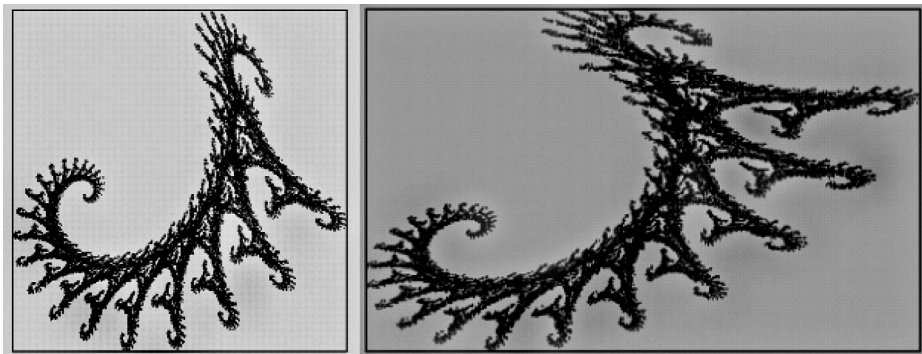


Рис. 12. Слева: «Морской конек», полученный с помощью рандом-алгоритма; справа: тот же фрактал в пропорциях золотого сечения (0,61822)

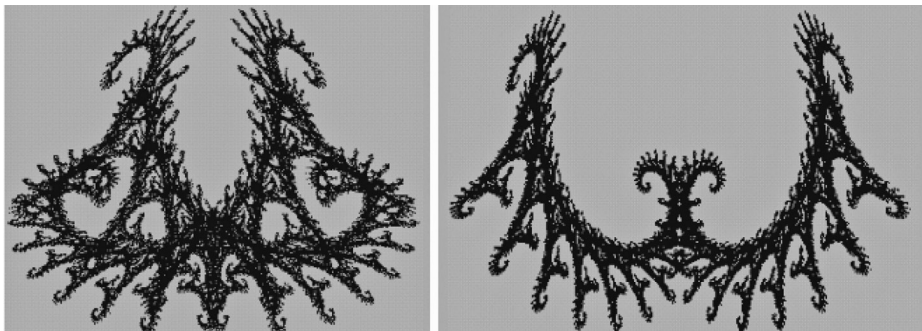


Рис. 13. Фрактал «морской конек» в двух вариантах зеркальной симметрии

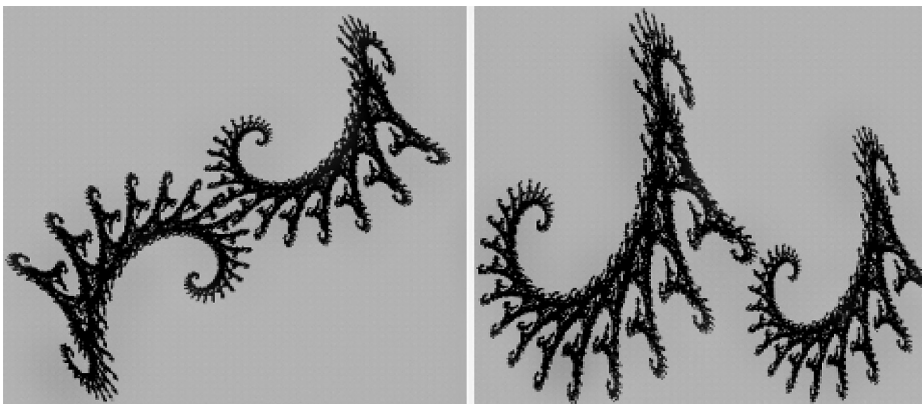


Рис. 14. Фрактал «морской конек»: на основе центральной симметрии (слева); в линейной перспективе (справа)

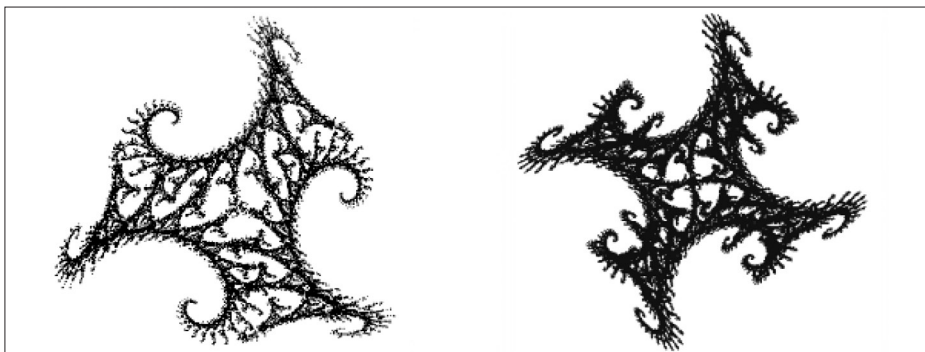


Рис. 15. Фрактал «морской конек» в результате преобразований, симметричных относительно оси вращения

является линейным преобразованием, которое трансформирует исходный «морской конек» в «золотой» (рис. 12, справа).

Если заменить матрицу в предыдущем выражении на

$$\begin{pmatrix} -1. & 0. \\ 0. & 1. \end{pmatrix},$$

СИФ $\{R^2; f_1, f_2\}$ создаст зеркально симметричный аттрактор (относительно оси y). Оба аттрактора показаны на рис. 13 (слева). Включение компоненты переноса для вектора $[-10, 0]^T$ дает эффект, представленный на этом же рисунке справа.

На рис. 14 показана пара центрально-симметричных аттракторов и пара подобных аттракторов в линейной перспективе. При включении нескольких аттракторов в преобразование, симметричное относительно оси вращения, получаются фигуры, как на рис. 15. Заметим, что эти фигуры созданы наборами из нескольких СИФ, причем количество СИФ равно числу видимых «морских коньков».

Кроме этих простых геометрических преобразований, которые сохраняют фрактальность, существуют также другие функции, которые могут применяться в построении художественных объектов. Один из них — самоаффинный аттрактор, который составлен из маленьких копий самого себя. Другими словами, можно разместить в аттракторе мозаику из такого количества подобластей, каково число отображений в СИФ. Таким образом, можно задавать бесконечно много фрактальных тесселяций плоскости. Можно также использовать различные цвета для изображения частей аттрактора. Эти методы можно применять в различных орнаментах и мозаиках.

**Ричард Тэйлор,
Адам П. Миколич,
Дэвид Джонас**

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЖИВОПИСИ ПОЛЛОКА

Ричард Тэйлор (Richard Taylor) — американский профессор физики, психологии и искусства в университете University of Oregon (Eugene, США). Художник и фотограф. Проводит междисциплинарные исследования фрактальных структур в физике, психологии, физиологии, географии, архитектуре и искусстве. Автор более 250 научных работ, в т. ч. книги «Chaos, Fractals, Nature: A New Look at Jackson Pollock» (2006).

Научная объективность оказывается важным инструментом для определения сущностного содержания абстрактной живописи, созданной Джексоном Поллоком в конце 1940-х годов. Поллок разбрызгивал краску из банок на большие полотна, развернутые на полу его сарая. Хотя его нетрадиционная техника получила признание как значимое достижение в эволюции современного искусства, истинная ценность и значение созданных им картин являются спорными. Здесь мы приводим анализ работ Поллока, который показывает, во-первых, что они фрактальны¹, и, во-вторых, что их фрактальная размерность увеличивалась на протяжении карьеры Поллока как художника.

Чтобы выразить в цифрах фрактальные характеристики работ Поллока, созданных в технике разбрызгивания, таких, как «Alchemy»² (рис. 1), мы использовали для вычисления фрактальной размерности **D** общеизвестный метод подсчета по квадратам³. Мы покрываем отсканированную фотографию работы Поллока генерированной на компьютере расчетной сеткой квадратов одного размера. Затем подсчитывается количество квадратов $N(L)$, которые содержат фрагмент узора картины; эта процедура повторяется с уменьшением размера L квадратов расчетной сетки. Самый большой размер квадрата выбран так, чтобы соответствовать размеру полот-

1 Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature (Freeman, New York, 1977).

2 Алхимия (англ.)

3 Ott E. Chaos in Dynamical Systems (Cambridge Univ. Press, 1993).



Рис. 1. «Alchemy», нарисована Джексоном Поллоком в 1947 году. В этот период картины в технике разбрызгивания характеризуются фрактальными размерностями, близкими к 1,5 (см. цветную вкладку)

на ($L \approx 2,5$ м), а самый маленький выбран в соответствии с размером мельчайшего окрасочного слоя ($L \approx 1$ мм). Для выявления фрактального поведения $N(L)$ изменяется пропорционально в соответствии с формулой $N(L) \propto L^{-D}$, где $1 < D < 2$. Значения D получают из наклона графика зависимости $\log N(L)$ от $\log L$. Выполненный фрактальный анализ выявляет два различных значения D , получающихся в диапазонах $1 \text{ мм} < L < 5 \text{ см}$ и $5 \text{ см} < L < 2,5 \text{ м}$. Анализ видеосъемок Поллока за работой показал, что фрактальные паттерны, возникающие в нижнем диапазоне, обуславливаются процессом разбрызгивания, в то время как фрактальные паттерны в верхнем диапазоне формируются вследствие движений художника вокруг холста.

Наш анализ показывает, что Поллок сделал свою технику более утонченной: с годами фрактальные размерности неуклонно увеличивались, от почти 1 в 1943 году до 1,72 в 1952 году. Поскольку D подвержена такой отчетливой эволюции с течением времени, фрактальный анализ может использоваться в качестве объективного, количественного метода как для подтверждения авторства, так и для датировки картин Поллока. Изменение D отражает серьезную эволюцию визуального образа. Его первые ра-

боты в технике разбрызгивания 1943 года состояли из траекторий одного слоя краски, которые занимали всего 20% полотна размером 0,35 м²; к 1952 году он наносил многослойные траектории, которые занимали более 90% его полотен размером 9,96 м². Важно, что Поллок вводил свои фракталы систематическим образом: начальный фрактальный слой задавал существенное значение D , выступая в качестве опорного слоя для последующих фрактальных слоев, которые затем уточняли значение D .

**Ричард Тэйлор,
Адам П. Миколич,
Дэвид Джонас**

**ФРАКТАЛЬНЫЙ ЭКСПРЕССИОНИЗМ.
МОЖЕТ ЛИ НАУКА ПОМОЧЬ
В ПОНИМАНИИ ИСКУССТВА?**



тот вопрос вызывает сомнения как у ученых, так и у художников. Однако для абстрактных картин, созданных Джексоном Поллоком в конце 1940-х годов, научная объективность оказывается незаменимым инструментом для определения их сущностного содержания. <...> Анализируя паттерны, созданные Поллоком, мы доказываем, что они являются фракталами — отпечатками пальцев Природы.

Вместо отрывистых линий, получающихся при традиционном контакте кисти с поверхностью холста, Джексон Поллок использовал непрерывную струю краски, создававшую совершенно непрерывную траекторию, по мере того как краска расплескивалась по расстеленному холсту¹. Типичные полотна обычно дорабатывались много раз в течение нескольких месяцев, в результате чего Поллок выстраивал плотную сеть из красочных траекторий. Этот повторяющийся, кумулятивный, непрерывно динамический процесс рисования удивительно похож на то, как развиваются паттерны в Природе. Другие параллели с природными процессами также очевидны. Гравитация играет центральную роль и в работе Поллока, и в Природе. Более того, благодаря отказу от мольберта, горизонтальное полотно стало физически земной поверхностью, которую нужно пересекать в разных направлениях. Техника подхода к полотну со всех четырех сторон воспроизводила изотропию и гомогенность многих природных паттернов. Полотна Поллока, к тому же, были большими и необрамленными — подобно при-

1 Landau E. G. Jackson Pollock. Thames and Hudson, London, 1989.

родной среде. Могут ли эти общие характеристики быть признаком более глубокого сходства?

Со своего открытия в 1960-х годах теория хаоса² достигла очевидного успеха в объяснении многих процессов в Природе³. Мог ли в таком случае процесс рисования у Поллока также быть хаотичным? Есть два революционных аспекта в применении Поллоком краски, и оба потенциально могут произвести хаос. Первый — его движение вокруг полотна. В отличие от традиционных техник контакта кисти с холстом, где подвижность художника ограничена движениями руки, Поллок использовал все свое тело, вводя широкий диапазон линейных масштабов в свое движение при рисовании. Стремительные рывки Поллока вокруг полотна, возможно, соответствовали полетам Леви — особому распределению движений, которое впервые исследовалось Полем Леви в 1936 году и недавно было использовано для описания статистических характеристик хаотических систем⁴. Второй революционный аспект касается его обращения с краской, которая расплескивалась каплями по холсту. В 1984 году изучение капающего крана показало, что небольшая регулировка может изменить поток падающей жидкости с нехаотического на хаотический⁵, подобным же образом и Поллок мог управлять хаотической струей.

Чтобы исследовать это предположение, можно спроектировать простую систему генерирования траектории капель с возможностью настраивать степень хаотичности. Система состоит из маятника, который записывает свои движения с помощью траектории, образующейся капающей краской на горизонтальном полотне, расположенном под ним. Если маятнику предоставлена свобода колебаться самому по себе, маятник осуществляет предсказуемое, нехаотическое движение. Однако, толкая маятник с частотой несколько меньшей, чем он обычно раскачивается сам, система становится «подталкиваемым ротатором»⁶. Настраивая толчки (которые можно производить очень точно, используя, например,

2 Ott E. Chaos in dynamical systems. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

3 Gleick J. Chaos. Penguin Books, New York, 1987.

4 Tsallis C. Levy distributions. Physics World, 1997, N 10, pp. 43—45; Klafter J., Shesinger M. F., Zumofen G. Beyond Brownian motion. Physics Today, 1996, Vol. 49, pp. 33—39.

5 Shaw R. The dripping faucet as a model chaotic system. Aerial Press, Santa Cruz (1984).

6 Taylor R. P. Splashdown. New Scientist, 1998, Vol. 159, pp. 30—31; Tritton D. Ordered and chaotic motion of a forced spherical pendulum. European Journal of Physics, 1986, N 7, pp. 162.

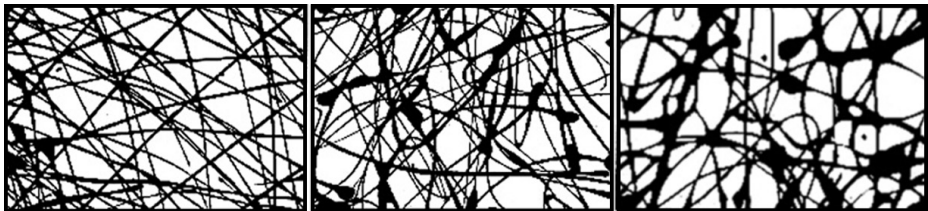


Рис. 1. Детали нехаотических (слева) и хаотических (в центре) капельных траекторий, генерированных маятником, и деталь картины Поллока «Номер 14» (1948) (справа). См. рис. на стр. 111

электромагнитные катушки), можно генерировать хаотическое движение. На рис. 1 показаны фрагменты нехаотических (слева) и хаотических (в центре) капельных рисунков. Поскольку картины Поллока складываются из множества пересекающихся траекторий, эти «маятниковые» рисунки также представляют собой ряд траекторий, полученных при изменении условий выброса краски. Для сравнения, рисунок справа — это фрагмент капельных траекторий с картины Поллока.

Поразительное визуальное сходство существует между капельными паттернами Поллока и паттернами, генерированными хаотической капельной системой. Если оба капельных паттерна созданы хаотическим алгоритмом, какое общее свойство можно ожидать в этих паттернах? Многие природные хаотические системы образуют фрактальные паттерны, которые описывают процесс их построения⁷. Природа строит свои фракталы, используя статистическое самоподобие: паттерны, рассматриваемые при разном увеличении, хотя и не идентичны, но описываются одинаковыми статистическими закономерностями. Результаты визуально менее заметны, чем у мгновенно узнаваемых, искусственных паттернов, созданных алгоритмами точного самоподобия, где паттерны точно повторяются на разных масштабных уровнях. Однако есть визуальные ключи, которые помогают идентифицировать статистическое самоподобие. Первый относится к «фрактальному скейлингу». Визуальным последствием подчинения одной и той же статистической закономерности на разных масштабных уровнях является то, что становится трудно судить о степени увеличения, следовательно, о линейном масштабе наблюдаемого паттерна. Это продемонстри-

⁷ Mandelbrot B. B. The fractal geometry of nature. W. H. Freeman and Company, New York, 1977; Gouyet J. Physics and fractal structures. Springer-Verlag, New York, 1996.

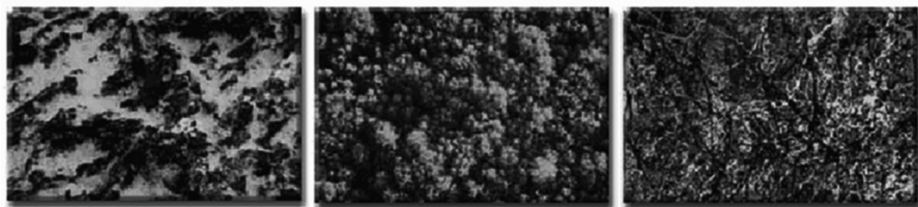


Рис. 2. Фотографии участка снега на земле размером 0,1 м (слева), участка леса размером 50 м (в центре), фрагмент картины Поллока «Один: Номер 31» (1950) размером 2,5 м (справа) (см. цветную вкладку)

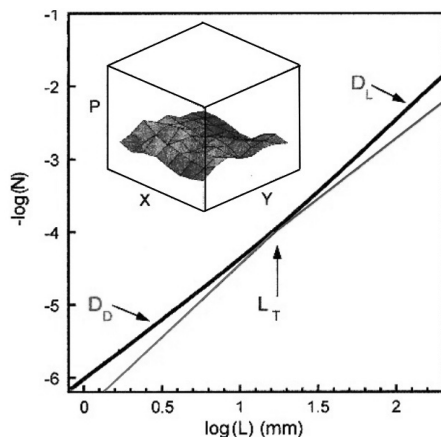
ровано на рис. 2: фрактальные ландшафты Природы (слева и в центре) и картина Поллока (справа).

Второй визуальный ключ относится к «фрактальному переносу», который относится к свойству паттернов быть описанными одними и теми же статистическими значениями в разных пространственных локализациях. Визуально это выражается в том, что паттерны приобретают единообразный вид, и это справедливо для работы Поллока в верхней вставке рис. 3, где паттерн плотности P изображен как функция положения на холсте. Эти визуальные ключи к фрактальному содержанию могут быть подтверждены вычислениями фрактальной размерности D^8 капельных картин Поллока. Большое число повторений структуры внутри фрактала позволяет ей, пусть и не заполняя полностью двухмерную плоскость, занять большее пространство, чем занимает одномерная линия⁹. Мы наложили на отсканированное изображение картины Поллока сгенерированную компьютером ячеистую сетку из одинаковых квадратов. Затем было подсчитано число квадратов $N(L)$, в которые попадали фрагменты паттерна картины. Это число повторялось и при уменьшении размера L квадратов в ячеистой сетке. Таким способом можно сравнить объем холста, заполняемый паттерном в различном масштабе. Самый большой размер квадрата выбран так, чтобы соответствовать размеру полотна ($L = 2,08$ м), а самый маленький соответствовал самому мелкому элементу картины ($L = 0,8$ мм). В пределах этого диапазона размеров на подсчет не влияют никакие измерительные ограничения, связанные с разрешением изображения (например, ограничения, вызванные процедурами

8 Mandelbrot B. B. Op. cit.

9 Ott E. Op. cit.; Mandelbrot B. B. Op. cit.; Gouyet J. Op. cit.

**Рис. 3. Фрактальные размерности
паттернов капельной живописи
Дж. Поллока**



фотографирования и сканирования). Значения D затем выявляются из графика, как на рис. 3, с использованием отношения $N(L) \sim L^{-D}$. Верность этого выражения возрастает для маленьких значений L , когда общее число ячеек N_T в сетке достаточно большое, чтобы обеспечить надежную статистику подсчета. Этому условию удовлетворяет ситуация на рис. 3, где N_T варьируется от 100 до 4×10^6 квадратов на указанном диапазоне длин L . Прямые линии отражают статистическое самоподобие паттерна, а D вычисляется по градиентам. Точность этого метода подтверждается анализом контрольных паттернов, состоящих из стандартных фракталов известной размерности.

Два хаотических процесса, предполагаемые в создании траекторий на картинах Поллока — движения тела Поллока и движение каплюющей жидкости, — прослеживаются на всех абсолютно разных линейных масштабах. Эти масштабы можно оценить по видеозаписи и фотографиям процесса рисования Поллока¹⁰. В соответствии с физическим диапазоном движений его тела и размером холста предполагается, что полеты Леви по холсту приблизительно заключены в линейных масштабах $1 \text{ см} < L < 2,5 \text{ м}$. Этот диапазон вычислен на основе переменных, которые влияют на процесс разбрызгивания (таких, как скорость струи краски и высота разбрызгивания) и которые влияют на абсорбцию краски на поверхности полотна (таких, как текучесть краски и гигроскопичность холста). Таким образом, мы ожидали, что фрактальный анализ выявит два

10 Namuth H. Photographing Pollock. In: B. Rose, ed., Pollock Painting. Agrinde Publications, New York, 1980.

значения D на разных диапазонах, и рис. 3 показывает, что это действительно так. Мы обозначили их как капельную фрактальную размерность D_D и фрактальную размерность полета Леви D_L . Отметим, что системы, описываемые двумя или более значениями D , не являются необычными: деревья и бронхи — известные примеры из Природы. Следствием множественности значений D является тот факт, что каждое значение может наблюдаться только в ограниченном диапазоне масштабов. Недавно было заявлено, что так называемые фракталы «ограниченного диапазона» не менее фрактальны, чем те, у которых фрактальность наблюдается на многих порядках увеличения¹¹. Более того, исследование фракталов, измеренных в физических системах, указывает на то, что средний диапазон, на котором наблюдаются фракталы, составляет приблизительно один порядок увеличения¹². Диапазон, на котором измеряется D_D , составляет порядок 1,1–1,3 (в зависимости от анализируемой картины), а D_L измеряется на двух порядках. Линейный масштаб L_T , который обозначает переход от D_D к D_L , обычно заключается в пределах 1–5 см. Эти диапазоны согласуются с величинами, рассчитанными выше из соответствующих хаотических процессов.

Анализ рис. 3 дает $D_D = 1,63$. Для сравнения заметим, что типичные значения D для природных фрактальных паттернов, таких, как береговые линии и молнии, составляют 1,25 и 1,3. Наш анализ также показывает, что Поллок совершенствовал свою технику разбрызгивания, так что D_D с каждым годом постоянно возрастало¹³. «Composition with Pouring II» (Композиция с заливкой II), одна из его первых капельных работ 1943 года, имеет D_D близкую к 1. «Number 14» (1948), «Autumn Rythm» (Ритм осени) (1950) и «Blue Poles» (Синие шесты) (1952) имеют значения D_D , равные 1,45, 1,67 и 1,72. В каждом случае значение D_L было ближе к 2, чем D_D , что указывает на более плотное заполнение пространства фрактальным паттерном при более крупных масштабах. Как Поллок выстраивал и совершенствовал свои фрактальные паттерны? Во многих картинах (хотя и не всех) он вводил разные цвета более или менее последовательно: большинство траекторий од-

11 Mandelbrot B. B. Is nature fractal? Science, 1998, Vol. 279, pp. 783—784.

12 Avnir D., Biham O. and Malcai O. Is the geometry of nature fractal? Science, 1998, Vol. 279, pp. 39—40.

13 Taylor R. P., Micolich A. P. and Jonas D. Fractal Analysis of Pollock's Drip Paintings. Nature, 1999, Vol. 399, p. 423.

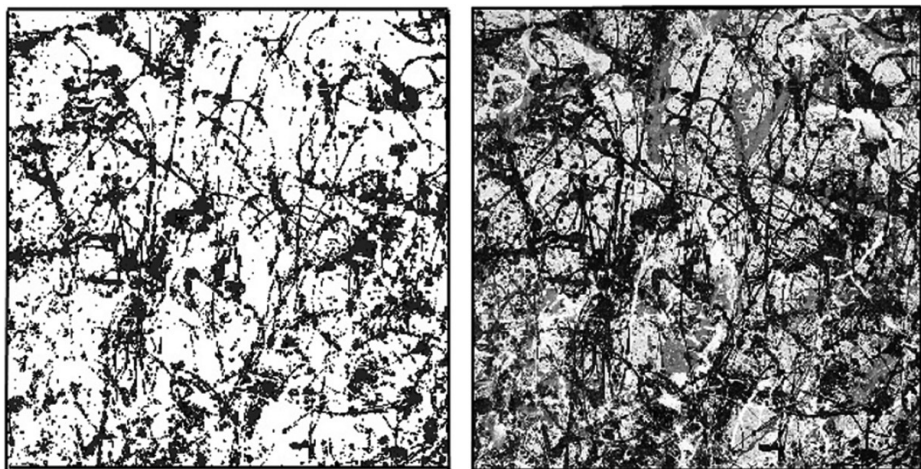


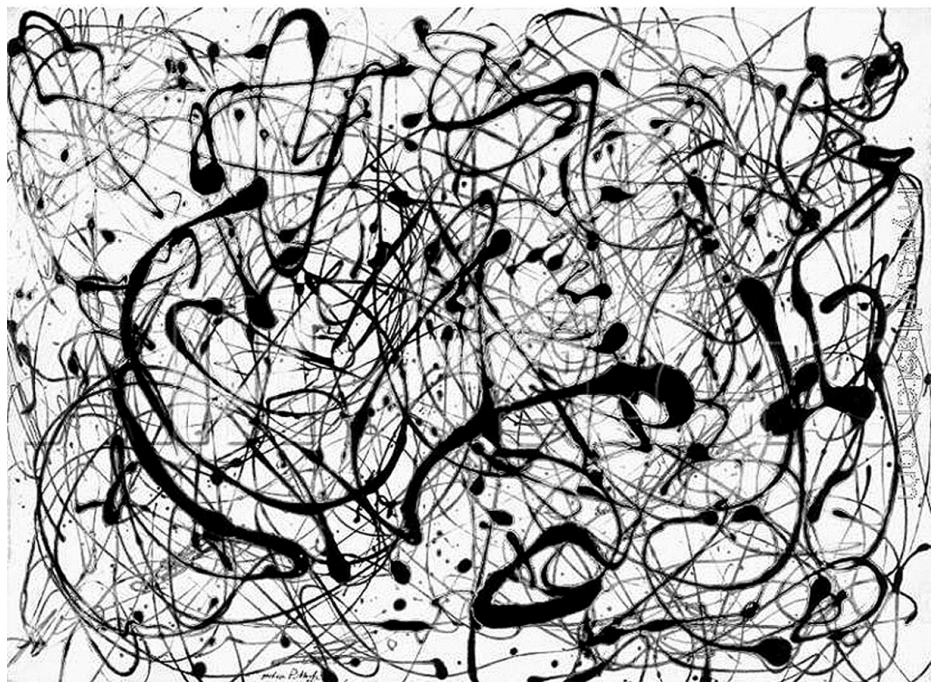
Рис. 4. Сравнение черного анкерного слоя (слева) и окончательного узора (справа), состоящего из четырех слоев (черного, коричневого, белого и серого на бежевом холсте), в картине «Autumn Rhythm: Number 30» (2.66 м × 5.30 м), нарисованной в 1950 году. (см. цветную вкладку) Окончательный рисунок занимает 47% поверхности холста. Анкерный слой занимает 32%

ного и того же цвета было проложено в течение одного периода работы над картиной. Чтобы исследовать, как Поллок строил свои фрактальные паттерны, мы с помощью электронной технологии разложили изображения на составляющие их цветовые слои и вычислили фрактальные характеристики каждого слоя. Было обнаружено, что каждый слой состоит из единообразного, фрактального паттерна. По мере того, как каждый из цветных паттернов включается в общую конструкцию конечного паттерна, фрактальная размерность общего изображения возрастает. Таким образом, паттерн, являющийся комбинацией многих цветов, имеет более высокую фрактальную размерность, чем размерности его отдельных цветных компонентов. Слой, который он накладывал первым, играет основополагающую роль — он имеет значительно большее значение D , чем последующие слои. Этот слой фактически определяет фрактальную природу всей картины, выступая в качестве анкерного слоя для последующих слоев, которые затем осуществляют тонкую корректировку фрактальной размерности. Сравнение анкерного слоя с соответствующим законченным изображением представлено на рис. 4.

Поллок умер в 1956 году, до того, как были открыты хаос и фракталы. Следовательно, маловероятно, что Поллок осознавал, что он рисует фракталы. Тем не менее, производство фракталов у него было намеренным. Например, цвет анкерного слоя выбирался так, чтобы создавался максимальный контраст с фоном холста, и этот слой также занимает больше пространства на холсте, чем остальные слои: это предполагает, что Поллок хотел, чтобы его в высшей степени фрактальный анкерный слой визуальнo доминировал в картине. Более того, после того, как рисование было закончено, он обычно обстригал холст, удаляя участки рядом с краями холста, где плотность рисунка была меньше общей для картины.

Он также совершенствовал и саму технику «разбрызгивания и расплескивания». Его первые «капельные» картины 1943 года состояли из единственного слоя траекторий, которые, хотя и были распределены по всему полотну, занимали только 20% из 0,35 м² холста. К 1952 году он уже многократно накладывал слои траекторий, которые покрывали свыше 90% из 9,96 м² холста. Это увеличение как размера холста, так и плотности траекторий сопровождалось ростом фрактальной размерности паттернов с 1 до 1,72. Наконец, отметим, что, поскольку D следует такой четко выраженной эволюции, можно применять фрактальный анализ в качестве численного, объективного метода и для подтверждения подлинности, и для датировки капельных картин Поллока.

В заключение подчеркнем, что вклад Поллока в развитие искусства не вызывает сомнений. Он изобразил Природу непосредственным образом. Вместо подражания Природе он заимствовал ее язык — фракталы, для того, чтобы строить свои собственные паттерны.



Джексон Поллок «Number 14», 1948

Джуди С. Розато

ФРАКТАЛЬНОЕ ИСКУССТВО

Джуди С. Розато (Giudi Scotto Rosato) — итальянская исследовательница, специалист по современному искусству и мультимедийному менеджменту.

1. Введение во фрактальное искусство

23

ноября 1997 года парижская онлайн-галерея «Нарт», в которой выставлялись произведения в технике фрактальной сложности, опубликовала «Манифест фракталистов», написанный группой «Фракталисты — Искусство и Сложность». Манифест должен был наполнить особым смыслом первый аукцион фрактальных работ, проведенный совместно с галереей Mabel Semmler (Paris, Espace Furstenberg), которая с начала 1990-х годов предоставляет большую часть своего выставочного пространства фрактальному искусству. Текст также был опубликован в парижском журнале «Art Press»¹.

Группа «Фракталисты — Искусство и Сложность» была основана в 1994 году, в нее входил ряд самых выдающихся американских и французских художников десятилетия — от Карлоса Гинзбурга (Carlos Ginzburg) до Эдварда Берко (Edward Berko).

Это была неоднородная группа, вдохновленная общим желанием метафоризировать и репрезентировать новую модель понимания морфологической сложности мира: фрактальную геометрию, формализованную в математических терминах Бенуа Мандельбротом в 1970-х годах².

1 Groupe Les Fractalistes — Art et Complexité, Manifeste fractaliste, "Art Press", n. 229, November 1997, pp. 28—30.

2 Фрактал — от латинского слова «fractus», которое обозначает разломанный камень неправильной формы, — представляет собой сложную геометрическую фигуру, которая, в отличие от евклидовой модели, является фрагментированной и имеет разрывы. Эту сложную геометрическую форму можно визуализировать с помощью алгоритмического процесса, выполненного на компьютере: очень простые

После публикации научного текста «Les objets fractals: forme, hasard et dimensions»³ креативное и когнитивное значение фрактальных форм превратилось в эпистемологическую метафору: художники с различным мироощущением и образованием выбрали хаотически-фрактальную парадигму в качестве модели для своего творчества.

И в Европе, и на американских континентах есть уже немало художников и не-художников, которые посвятили себя фрактальному искусству. Под «не-художниками» мы имеем в виду ученых, которые, восхитившись необычной эстетической красотой фракталов, занялись творческими изысканиями. Стоит упомянуть бразильскую группу «Asterisco Ponto Asterisco (*.*)», в состав которой входят архитектор, два физика, музыкант, два инженера и математик, и немецкую группу Хайнца-Отто Пайтгена (Heinz-Otto Peitgen) и Питера Х. Рихтера (Peter H. Richter), авторов знаменитой книги «Красота фракталов»⁴.

В Америке художественные опыты фракталистов представлены широким спектром — от духовных и глубоко личных аспектов фрактальной метафоры Эдварда Берко (Edward Berko) до «упорядоченного» фрактального ветвления Джима Лонга (Jim Long). Во Франции главные теоретики фрактального искусства — Карлос Гинзбург (Carlos Ginzburg), Жан-Поль Агости (Jean-Paul Agosti), Жан Летурнер (Jean Letourneur), Мигель Шевалье (Miguel Chevalier), Жан-Клод Мейнар (Jean-Claude Meynard), стремящиеся перестроить воображение зрителя в соответствии с парадигмой хаотически-фрактальной сложности. В Италии фрактальное искусство, похоже, распространяется медленнее. Его главные приверженцы — Хаебель⁵ и Руджеро Маджи (Ruggero

уравнения, обсчитываемые с помощью компьютера в итерационной процедуре, порождают необычные формы высокой сложности. На основании алгоритмов и введенной информации компьютер графически изображает возможные ретроактивные траектории хаотических систем: исходный повторяющийся «паттерн», в котором дробные структуры нижних уровней выявляют момент, когда исчезает предсказуемость.

- 3 B. Mandelbrot (1975). *Les objets fractals: forme, hasard et dimensions*. Paris, Flammarion.
- 4 H.-O. Peitgen, P. H. Richter (1987). *La bellezza dei frattali* [1986], Torino, Bollati Boringhieri. [Оригинал: Peitgen H.-O., & Richter P. H. *The Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems*. Berlin, 1986. (прим. переводчика)].
- 5 Haebel — псевдоним Антонио Д'Анна (Antonio D'Anna) — начал свои фрактальные изыскания в начале девяностых: *Geometrie frattali* (Studio A.E.A. — Corigliano Calabro, 1990); *Geometrie frattali e documentazione artisti frattalisti internazionali* (Associazione culturale POIEIN — Napoli, 1993); *Chaosmosi* (Centro Luigi Di Sarro — Roma, 1998); *Geometrie frattali* (Centro d'Arte Il Brandale — Savona, 1998); *Geometrie frattali e documentazione artisti frattalisti internazionali* (Liceo Scientifico E. Majorana — Roma, 1998); *Geometrie frattali* (Banca del Salento — Ostia Lido, 1999); *Chaosmosi* (Università degli Studi di Roma — Torvergata, 1999); *Geometrie frattali* (CIAC M21 — Caserta, 1999); *Isole* (Spoleto-Arté, 2003).

Maggi)⁶. В коллективных выставках, которые включали рисунки, живопись, скульптуры, видео, инсталляции и фотографии, наряду с Haebel и Руджеро Маджи принимали участие такие художники, как Bruno Munari, Gianni, Marussi, Gianni D'Anna, Paolo Barlusconi, Kappa, Franca Lanna, Renata Petti, Fernando Garbellotto, Alba Savoi, Lucio Saffaro, Carlo Cirillo, Francesco Cosentino, Marcello Diotallevi, Guido Pini, Mauro Manfredi, Angelo Caruso, Fernando Andolcetti, Giorgio Nelva, Cosimo Cimino. Другие художники создавали непосредственно компьютерные изображения и выставляли свои работы в сети: Elio Pastore, Franco Pugliese, Federico Miorello.

Фрактальное искусство отражает новую парадигматическую ориентацию культуры в континууме, в котором наш взгляд на мир приобретает форму: оно представляет собой подтверждение, на творческом уровне, категорий детерминированного хаоса и статистического распределения, которые регламентируют интерпретацию природных случайностей. При этом фрактальная геометрия становится смелым междисциплинарным проектом, который идей бесконечно большого и бесконечно малого привлёк ученых, философов⁷ и художников.

- 6 Руджеро Маджи (Ruggero Maggi) обращается в своих художественных опытах к безграничному потенциалу теории хаоса, начиная со второй половины девяностых годов, организуя персональные выставки и многочисленные экспозиции фрактального искусства: Ruggero Maggi — Arte Caotica (Art Now — Capua, 1996); Caos Italiano (коллективная выставка Milan Art Center — Scoglio di Quarto — Spazio Quintocortile Arte — Palazzo Nieddu del Rio di Locri, 1998); Estrada Dos Chãos (коллективная выставка Milan Art Center, MIART, 1998); Caos Italiano: De Rerum Natura (коллективная выставка Milan Art Center, Museo civico di Portogruaro, 1999); Caos Italiano: Nuove Visioni (коллективная выставка Milan Art Center, Antico Ospedale dei Battuti — Torre Scaramuccia, 1999); Caos Italiano: Risonanze Dinamiche (коллективная выставка Milan Art Center, Auditorium di S. Vito al Tagliamento, 1999); Caos: Villaggio Globale (коллективная выставка Milan Art Center, ATTIVARIA — officina culturale, Latisana, 1999); Caos — Caotica Arte Ordinata Scienza (коллективная выставка Milan Art Center, Società Umanitaria — Milano, 2000); Isole frattali (Fondazione D'Ars, Antico Palazzo della Pretura — Castell'Arquato, 2003); CAOTICA (коллективная выставка Milan Art Center, Spazio Culturale Santa Chiara di Vercelli, 2004); Ruggero Maggi — Confine Mobile (Archivio Storico del Comune di Lodi, 2004); Attrazione frattale (Premio Oscar Signorini — Fondazione d'Ars, 2006); Ruggero Maggi — Underwood (Civica Galleria d'Arte Moderna di Gallarate, 2006).
- 7 С начала 1960-х гг. историки и философы — от Джеральда Холтона (Gerard Holton) до Томаса Куна (Thomas Kuhn), от Пола Фейерабенда (Paul Feyerabend) до Мишеля Серра (Michel Serres) — посредством анализа так называемой «парадигмы» научных революций разрушили надёжность и неоспоримость, которые долгое время приписывались апологетическому взгляду на науку. В этой атмосфере одним из первых, кто занялся фрактальной геометрией и её эпистемологическими и когнитивными смыслами, был Мишель Серр: «Пойдем, пусть Бенуа Мандельброт ведет нас. Мир, состоящий из земли и воды, вспоминается нам, благодаря ему, в виде неизмеримых отрезков, ветра, океана, побережья. Скоро наступит праздник мира или возвращение забытого» (Michel Serres, *Hermès V—Le passage du Nord-Ouest*, Paris, éd. de Minuit, 1980, pp. 101, 103).

2. Евклид versus Мать-Природа

В кубизме идея объективной достоверности реальности усиливает отношения между объектом и теми, кто его видит. Глубокая связь с реальностью не исчезает, однако само понятие реальности изменяется. Наложение и совмещение разных точек зрения создает абсолютное единство пространства-времени: четвертое измерение.

Объект появляется в разных точках пространства, следующих друг за другом во времени; пространство развивается не только вокруг, но и внутри объекта, и сквозь него, становясь, таким образом, ориентиром и горизонтом для чувственной формы выражения. Пространство больше не является общим фактором, бесконечно гармонизирующим все элементы картины, оно, скорее, элемент картины, как и все другие, — присутствующий и определенный: речь идет не об изменении реальности, а, скорее, о трансформировании ее структуры.

В 1913 году Гийом Аполинер писал в статье под названием «*Les peintres cubistes*»⁸:

«Сегодня ученые больше не подчиняются трехмерной геометрии. Художники пришли естественно и — главное — интуитивно к работе с новыми возможными измерениями пространства, которые на фигуративном языке модерна все для краткости называются четвертым измерением»⁹.

В математике, как и в кубической живописи, объективность освобождена от абстрактных элементов. Исследуются новые вымышленные вселенные, топологические характеристики которых не совпадают с параметрами общепринятого евклидова пространства. Объемная форма разбивается на геометрические плоскости, образующие фасеточные грани. Образ, представленный в каждом неотъемлемом элементе его реальности и схваченный в тот момент, когда он разворачивается в визуально воспринимаемую форму, отнюдь не является фантазией.

Эстетические результаты фрактальности сильно отличаются от кубизма. Кубисты, к тому же, ищут четвертое измерение. Математические горизонты различны, но при этом одинаково необычны по сравнению с условиями относительной достоверности научного знания.

8 Художники-кубисты (фр.) (прим. переводчика).

9 G. Apollinaire (2000). *Les peintres cubists*. In: M. De Micheli, *Le avanguardie artistiche del Novecento*, Milano, Feltrinelli, p. 364.

Отнюдь не лишено оснований предположение об общей потребности в свободной реконструкции образа объекта — освобожденного от жесткого трехмерного порядка — для того, чтобы усилить связь с реальностью: «порядок и беспорядок», «нестабильность и детерминированный хаос» входят в определение фрактала как природного объекта.

Таким образом, фракталы представляют собой способ проникнуть внутрь формы для того, чтобы выявить поддающиеся определению, предсказуемые траектории, не ограничиваясь многовариантным представлением случайных проявлений. Фрактальная работа полностью погружена в водоворот познания этих сложных систем, не растворяясь при этом в игровых техниках абстракционизма или интимизма¹⁰.

Жиль Делёз и Феликс Гваттари писали: «абстрактное не является прямой противоположностью фигуративного»¹¹. Фигуративный характер произведения искусства не является результатом точного воспроизведения оптической информации, но последовательное «извлечение определенных свойств линии, когда она принимает ту или иную форму»¹².

В конце концов, каждый художник — выражая себя посредством форм, в которых объект репрезентации может быть узнан более или менее точно, — не может снять вопрос визуального восприятия с точки зрения наблюдателя: «Художник — также первый наблюдатель самого себя, и все, к чему он может стремиться, — это гармония восприятия, а не отображение»¹³.

Строгая и классическая структура композиции в живописи XV века включает в себя субъективный визуальный опыт. Однако «цель каждой разработанной теории репрезентации состоит в том,

10 Интимизм — особая стилистическая тенденция в живописи и графике французских постимпрессионистов. Художники-«интимисты» изображали в основном интерьерные композиции, используя необычные ракурсы, подчеркивающие двухмерность пространства, и сложную палитру цветовых оттенков. К «интимистам» относят М. Дени, Э.-Р. Менара, П. Пюви де Шаванна, а также членов группы «Наби» (Пьера Боннара, Эдуарда Вюйара и др.). См. подробнее: Интимизм // Власов В. Г. Новый энциклопедический словарь изобразительного искусства: В 10 т. СПб.: Азбука-классика, 2004—2009. Т. 4; Интимизм // Изобразительное искусство. Стили и направления / Электронная энциклопедия. URL: http://www.izostili.ru/index.php?section_ID=24. (прим. переводчика).

11 G. Deleuze and F. Guattari (1987). *Mille piani: capitalismo e schizofrenia*, Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana, p. 726.

12 Там же.

13 Ernst H. Gombrich (1985). *L'immagine e l'occhio: Altri studi sulla psicologia della rappresentazione pittorica*, Torino, Einaudi, p. 212.

чтобы привнести субъективизм, который она заслуживает, не впадая в релятивизм»¹⁴.

Форма восприятия фрактального типа не очерчивает контуры, не создает конфигурации прямолинейных систем, не расставляет точки в определенном порядке. Художник освобождается от общепринятых отношений между собой и зрительным образом, которые основаны на перспективе и привычных понятиях евклидовой модели: он выстраивает иррегулярное пространство, каждый элемент которого способствует тому, чтобы определить его как «фрактус», т.е. прерывающееся и асимметричное.

Такое распределение пространства напоминает область абстрактной, «мутирующей линии без внешнего и внутреннего, без формы и основания, без начала и без конца»¹⁵. Объект, имеющий в качестве основания реальность в самом себе, разрушается, внешний мир — противопоставленный субъекту, который думает и познает, — больше не передается посредством объективного содержания, результатом которого является пространство, воспринимаемое и представляемое с помощью прочно установившихся форм.

«Индивидуальное» есть невыраженный остаток визуального опыта, неясный фон, сопротивляющийся смыслу, данному непосредственно в опыте, переведенный в модель с помощью энциклопедической записи. Однако фрактальное искусство не может быть сведено к трансцендентальному субъективизму, изолированной и обособленной сущности, замкнутой в своей особости. С другой стороны, даже живописная «Импровизация» Василия Кандинского выглядела бы непонятными и бессмысленными каракулями, если бы анализировалась как модель сама по себе, совершенная и образцовая. Картина — это не передача форм, но передача сил, действующих как стимул для зрителя.

Абстракционизм, высвободившись из традиционных систем репрезентации, не становится невыразительным. Блуждающие, фрагментированные, несвязные образы задуманы не для того, чтобы объекты были узнаны, не говоря уже о том, чтобы репрезентировать их. Наоборот, их цель перенести феномен в сознание, в первоначальное и важнейшее условие его существования, и заставить его «случиться» в рамках сознания.

¹⁴ Там же.

¹⁵ G. Deleuze, F. Guattari. Op. cit., p. 727.

В своей книге «О духовном в искусстве» (1910) Кандинский объясняет, что каждая форма значима, так как она имеет и принимает значение. Следовательно, каждая форма представляет свое собственное, присущее ей содержание: не объективное содержание, но содержание-силу, которая переходит от человека к человеку без посредничества объектов общего опыта.

В этом же ракурсе Делёз и Гваттари, опираясь на рассуждения Вильгельма Уорингера (Wilhelm Worringer) о готической линии, писали: «номадическая линия, которая проистекает из абстракции, представляет силу выражения, а не форму, повторение как силу, а не симметрию как форму»¹⁶.

Стабильность и структура линейных систем наподобие шахматной доски ограничивают повторение с помощью симметрии, останавливая ее вырождение в нерегулярные траектории. В нелинейных системах (таких, как фрактальная геометрическая фигура), наоборот, импульс повторения умножает эффект формы, с отклонениями и децентрализацияй.

Схематизм не является характерной чертой живого: «Все есть живое не потому, что все органическое и организованное, но, наоборот, потому, что организм есть отклонение в сторону жизни»¹⁷. Из этого следует, что евклидова геометрия не описывает живое, но работает на ментальном уровне, который постулирует реальности, выходящие за границы чисто феноменологической плоскости.

В противоположность эмпирическому осознанию иррегулярного характера природы, фигуративная модель евклидова пространства произрастает из искусственной и априорной абстракции, которая относится к точному, полностью определенному образу. С философской точки зрения этот подход подвергался критике со стороны скептицизма Дэвида Юма, но при этом он нашел широкую поддержку в философии Канта, согласно которой пространство есть необходимое априорное представление.

Чистые принципы интеллекта совпадают, согласно Иммануилу Канту, с общими законами природы. Таким образом, единство, которое обнаруживается в природном мире, не является внутренне присущим вещам *per se*¹⁸, но является проекцией трансцен-

16 G. Deleuze, F. Guattari. Op. cit., p. 727.

17 G. Deleuze, F. Guattari. Op. cit., p. 728.

18 Само по себе (лат.) (прим. переводчика).

дентного единства (возникающего из «я думаю») в феноменологическом мире.

Эта философская модель усиливает основания евклидовых принципов, делая необходимым и обоснованным сдвиг от объективных структур бытия к субъективным (хотя и необходимым) законам мысли.

Что такое прямые линии, к которым применяются аксиомы евклидовой геометрии? Что такое прямая линия, параллельная данной? Классическая геометрическая интерпретация решает эти вопросы с помощью концептуализации пространства: она подтверждает постулаты, оставляя в стороне эмпирические параметры природных объектов.

Когда соответствие с феноменологической реальностью устанавливается до любого чувственного восприятия, тогда приходится объяснять, как можно быть априорно уверенным в истинности аксиом. Те самые наблюдения, которые подтвердили бы евклидов характер реальности, являются приблизительными, так как они исключают разнообразие и асимметрию природных форм.

«Рассмотрим три точки на поверхности Земли, например, вершины трех гор, поместим телескоп на каждой из них и измерим в градусах угол, образованный ориентациями телескопа, относительно которых вершины двух других гор оказываются соответственно в центре призмы. Таким образом, получается три числа»¹⁹. Сумма углов евклидова треугольника равна 180° . Сумма трех чисел должна, следовательно, быть равна 180° . Но можете ли вы действительно быть уверены в этом? И, самое главное, является ли постулат достоверным за пределами любой экспериментальной верификации?

Фактически присутствие отклонения в траектории тела не может быть априорно исключено: реальный треугольник не обязательно совпадает с евклидовым. В этой связи вспоминаются слова, сказанные Альбертом Эйнштейном на конференции «Геометрия и Опыт» в 1921 году:

«В той мере, в которой законы математики относятся к реальности, они не являются неоспоримыми, и в той мере, в которой они неоспоримы, они не относятся к реальности»²⁰.

19 M. Mamone Capria (1999). La crisi delle concezioni ordinarie di spazio e tempo: La teoria della relatività, in La costruzione dell'immagine scientifica del mondo, ed. M. Mamone Capria, Napoli, La città del sole, pp. 382—383.

20 A. Einstein (1958). Idee e Opinioni [1954], Milano, Schwarz, p. 254.

Эйнштейн развеял миф об абсолютной ценности, традиционной приписываемой геометрическим и математическим аксиомам, поддержав волну дебатов, инициированную Анри Пуанкаре. В книге «La Science et l'Hypothèse»²¹ тот решительно заявил, что и тезис Канта о евклидовом пространстве как о единственно возможной априорной форме чувственного восприятия, и презумпция решения геометрических задач установленным способом на эмпирической основе оказались бесполезными, если их целью было утвердить абсолютную истину.

Опыт и причина не навязывают какой-то определенный геометрический выбор, но они, не вынуждая нас, подводят к выбору; они не показывают нам, какая геометрия более истинна, но только, какая более удобна в плане мышления и действия. Следовательно, это вопрос конвенции.

Всегда возможно много различных концептуальных установок по одним и тем же результатам наблюдений. Ни одна теория не важна сама по себе для получения эмпирических выводов: отдельно взятый опыт противопоставлен не отдельно взятой теории, но одной из теорий, которые привлекаются для интерпретации собственно результатов опыта.

Фрактальная геометрия, освободившаяся от трансцендентальной модели репрезентации природы, становится «методом описания, вычисления и отражения форм, которые являются иррегулярными и фрагментированными, дробными и ломанными — от кристаллической структуры снежинок до рассеянной галактической пыли»²².

Фрактальная кривая представляет собой математическую сущность, которая имеет невырожденное и очень точное (целое или дробное) численное значение: фрактальный объект, следовательно, предполагает организованную структуру, спрятанную под невероятной сложностью некоторых природных форм.

Аксиомы оставляют место фрактальной абстракции, которая — на основе исследований Ричарда Тэйлора (Richard Taylor) — могла бы быть определена как «полокианская»²³: правила старой идеи

21 «Наука и гипотеза» (фр.) (прим. переводчика).

22 J. Gleick. *Caos*, Milano, Biblioteca Universale Rizzoli, 2002, p. 117.

23 Имеется в виду стиль американского художника Джексона Поллока (Jackson Pollock), создававшего свои картины, разбрызгивая краски по холсту (прим. переводчика). См.: R. P. Taylor, A. P. Micolich, D. Jonas. *Fractal analysis of Pollock's drip paintings*, "Nature", CCCX-CIX, 3 June 1999, p. 422; R. P. Taylor, A. P. Micolich, D. Jonas. *Fractal Expressionism*, "Physics

гармонии открывают путь динамическим системам, которым одновременно присущи порядок и беспорядок, нестабильность и детерминированный хаос, самоорганизация и случайность.

3. Был ли Поллок фракталистом?

В 1999 году Ричард Тэйлор (Richard Taylor), Адам Миколлич (Adam Micolich) и Дэвид Джоунс (David Jonas) доказали, что в процессе «дриппинга»²⁴, осуществлявшемся Джексоном Поллоком, производятся стохастические фракталы, похожие на те, которые можно найти в природе: «Мы приводим анализ работ Поллока, который показывает, во-первых, что они фрактальны и воспроизводят „отпечатки пальцев“ природы, и, во-вторых, что фрактальная размерность возростала на протяжении карьеры Поллока как художника»²⁵.

Это не научный метод, но сознательный выбор — отказаться от традиционных евклидовых форм: если «художник обращается с миром только тем способом, которым он придает форму своему искусству»²⁶, то Поллок стремится изобразить возможную реальность, используя метод экспрессии, который имеет другой тип и другие коды по сравнению с общепринятыми.

Поллок начинает с каплеь краски, которую он разбрызгивает по холсту: нет субъекта и объекта, нет времени, которое можно провести, нет пространства, сквозь которое можно пройти. Техника разбрызгивания позволяет ему реконструировать условия для возможной экспрессии за пределами любой другой предустановленной логики. Чтобы изображение стало природной случайностью, не существует правил ни как начальных предпосылок, ни как конечных результатов.

Визуальный результат этого творческого/когнитивного исследования удивителен. Сравнение локализованного центра траекто-

World", XII, n. 10, 1999, p. 25; R. P. Taylor, A. P. Micolich, D. Jonas. The construction of Pollock's fractal drip paintings, "Leonardo", XXXV, n. 2, 2002, pp. 203—207; R. P. Taylor. Ordine nel caos di Pollock, "Le scienze", n. 403, gennaio 2003, pp. 88—93.

24 Техника, заключающаяся в разбрызгивании краски сверху, в духе ритуальной живописи, которую делал на песке народ навахо.

25 R. P. Taylor, A. P. Micolich and D. Jonas. Fractal analysis of Pollock's drip paintings..., p. 422.

26 U. Eco (1983). La definizione dell'arte [1968], Milano, Garzanti, p. 246; См.: P. Jachia (2008). Umberto Eco. Arte semiotica letteratura, Lecce, Manni.

рий на картине Поллока («One; Number 31») и маленьких участков природных форм (снега и леса)²⁷ теряет смысл в визуальной гомогенности: для идентификации изображения как произведения искусства требуется подпись под картиной.

Автоматизм и спонтанность рисования — понимаемые как прямая транспозиция на холсте витального напряжения художника — намечают вертикальную траекторию движения, кажущуюся хаотичной. Однако абстрактная линия Поллока не превращается в дорогу, уводящую от реальности. Это — линия без спиритуалистического или метафизического алиби, погружающаяся в нетронутый, биологический мир, разительно контрастирующая с точными прямыми линиями из трансцендентальной абстракции евклидовой геометрии.

Другими словами, произведения Поллока не отменяют форму как основное условие коммуникации, однако они создают динамическую сложность, где жест (акт рисования) не остается за пределами картины. В процессе разбрызгивания краски воспроизводятся природный беспорядок: леса, колебания света, ветви деревьев, горы, морские волны. Но тогда что же это за живопись?

«Живопись со свободой природы»²⁸, как писал У. Эко²⁹ в шестидесятых годах; живопись со свободой фрактальных форм, как мы бы сказали сегодня.

Ричард Тэйлор, Адам Миколич и Дэвид Джоунс проанализировали картины Поллока с помощью компьютера, отсканировав их в виде сетки, состоящей из равных квадратных ячеек: капли, упавшие на холст, проявили некоторый паттерн распределения для областей, заполненных краской, и белых (пустых) участков, и этот паттерн относится к итерационному типу. Статистические характеристики этого паттерна, даже когда масштаб рассмотрения уменьшается, повторяются в соответствии с неким специфическим параметром, который называется фрактальной размерностью D (рис. 1)³⁰.

Размерность D — количественный показатель визуальной сложности фрактальной модели: ее величина в работах Поллока заключается пределах от 1 до 2. Чем более сгущается визуальная запутанность, тем ближе значение D приближается к 2³¹.

27 R. P. Taylor, A. P. Micolich and D. Jonas. Fractal Expressionism, cit., p. 25.

28 U. Eco (1989). Opera aperta [1962], Milano, Bompiani, p. 181.

29 Умберто Эко (р. 1932) — известный итальянский философ, историк, семиолог и писатель.

30 R. P. Taylor. Ordine nel caos di Pollock, cit., p. 91.

31 Вот несколько примеров сравнения фрактальной размерности D некоторых работ Поллока и некоторых природных ландшафтов: «Картина Поллока. Без названия (1945)



Рис. 1. Компьютерное скан-изображение картины Поллока «Autumn Rhythm» (1950) (R. P. Taylor)

Интерес представляют не количественные данные сами по себе, но глубокая связь между значением D фрактальной пигментной сетки и ее визуальный аспект: формальная связь, но в то же время жестуальная, творческая. Связь, противоречащая общему мнению о том, что абстракционизм Поллока является исключительно результатом момента вдохновения и страсти.

Тэйлор даже продемонстрировал, что величина фрактальной размерности D возросла за те десять лет, когда художник рисовал в технике разбрызгивания, с $D = 1,1$ в 1944 до $D = 1,7$ в 1952 и до $D = 1,9$ в уничтоженных работах. Данные приведены на графике зависимости «сложность/год» (рис. 2)³².

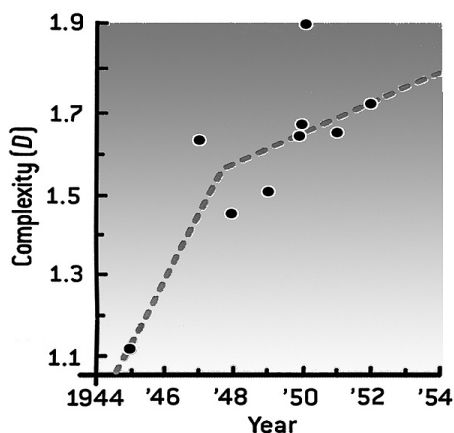
Констатирование фрактальной природы так называемых «капельных» работ Поллока могло бы остаться бесплодным занятием, если бы все сводилось к одним лишь научным данным. Искусство не признается таковым до тех пор, пока оно соответствует экспериментально подтвержденным знаниям. Вместо этого анализ должен перейти на уровень воображения.

Хотя уровень референции не относится к нарративному типу, объект, репрезентированный на картине и посредством картины,

($D=1,10$) — облака ($D=1,3$); Картина Поллока. Без названия (1950) ($D=1,89$) — лес ($D=1,89$)» (R. P. Taylor. Alla ricerca dell'arte frattale che riduce lo stress: da Jackson Pollock a Frank Gehry, In: Matematica e Cultura 2005, edited by M. Emmer, Milano, Springer, 2005, p. 250).

32 Там же.

Рис. 2. График зависимости
«сложность (complexity)/год (year)»
(R. Taylor)



строится на основе ментального эксперимента безотносительно какой-либо экспериментальной верификации, так как «он не предназначен для того, чтобы представить результаты, которые потом должны будут столкнуться с реальным миром, но, скорее, представить теоретические результаты, чтобы посмотреть, как далеко можно продвинуться»³³.

Поллок не ставил целью фрактальную репрезентацию реальности. За его творческим процессом не стоит никакой план: запутанные сплетения пятен произрастают из осознания ухода с предупорядоченной орбиты реальности и необходимости реконструирования первоизданной диалектики природы, без предварительной гарантии устоявшихся форм. Мы прикрепляем к картинам Поллока — основанным на теории Мандельброта — специальную идентифицирующую ссылку: во-первых, было иконографическое подтверждение, относящееся к системе «верований», действующей как фильтр; во-вторых, была попытка эмпирически, с помощью компьютерного анализа, подтвердить образ возможной репрезентации мира.

Каждое поле знания, выражающее фрагмент нашего опыта посредством его структур, «не выражает нечто невыразимое, а что-то, что может быть выражено и ждет выражения». «Выразимое выражает себя в конкретном поле», однако не сводится к нему, так как оно относит «свое полное выражение к переводимости в другие поля,

33 G. Boniolo (2005). *Esperimenti mentali nella scienza e nella letteratura: una medesima struttura?*, In: *La scienza e la parola*, a cura di G. Lanzavecchia e M. Negrotti, Milano, Libri Scheiwiller, p. 183.

что является фундаментальной составляющей его собственной сущности»³⁴.

Найденные признаки фрактальности в творчестве Поллока аналогичны тому, что У. Эко называет «первичным иконизмом», а Чарльз Сандерс Пирс называет «*основанием*»... «признак, качество, которое (не важно по какой причине) обособлено и выверено в самом себе. *Кем* оно обособлено? Потенциально обособляемое, оно обособляется, когда субъект обособляет его, в определенном отношении, и тогда оно становится *terminus a quo*³⁵ логического процесса, как если бы это было движение *вверх* без движения вниз — т.е. к серии отношений, которые связывают ту машину со мной и моими перцептивными интересами, а не к серии возможных бесконечных поломок самой машины»³⁶.

Фрактал становится *terminus a quo* логического процесса, который с перцептивной (парадигматической) точки зрения относит живопись Поллока в технике разбрызгивания к природным фрактальным формам, а не к большому хаотическому распаду, концу как самоцели.

В любом случае, процесс фрактализации, хотя и имеет в своей основе бесконечно большое и бесконечно малое, поддается количественному определению через фрактальную размерность D. Пусть заданы две точки — даже очень близкие друг к другу — на морском побережье, расстояние между ними всегда бесконечно. Однако «это не означает, что Ахиллес не может *на практике* преодолеть это пространство одним единственным шагом. Ахиллес преодолест этот отрезок за данный промежуток времени»³⁷.

Бесконечно большое и бесконечно малое не исчезают при фрагментации изображения, так как в конечной области они являются той информацией, которая может создать конфигурацию объекта на основе эмпирической интуиции. У. Эко при этом цитирует Пауло Зеллини (Paolo Zellini) и напоминает, что «существование порога наблюдаемости» составляет «как постулат физики, так и психологии восприятия»³⁸.

34 С. Paolucci (2007). Da che cosa di riconosce la semiotica interpretativa?, In: Studi di semiotica interpretativa, a cura di C. Paolucci, Bompiani, Milano, p. 133.

35 Исходный пункт (лат.) (прим. переводчика).

36 U. Eco. La soglia e l'infinito, In: Studi di semiotica interpretativa, cit., p. 170.

37 U. Eco. Op. cit., p. 167.

38 Ibid., p. 169.

Уровень вымысла, на котором законы воображения имеют безраздельную власть, создается, начиная с некоторого неделимого *минимума*, который невозможно далее разделить на части: «Вы можете говорить о тысячной или десяти тысячной доле песчинки, но (и стоит добавить: вы не можете ее увидеть — что важно, когда это относится к восприятию) вы не можете вообразить её, кроме как в размерах самой песчинки»³⁹.

Эрнст Х. Гомбрих, обсуждая импрессионистскую точку зрения, подчеркивает центральную роль наблюдателя в технике импрессионизма: художник может оставить незавершенными некоторые точки визуального поля только потому, что он уверен, что наблюдатели способны завершить картину сами⁴⁰. В то же время ученый пытается сделать теорию максимально проработанной, обращаясь к *первичному иконизму*, от которого начинаются все последующие умозаключения.

И все же в этой перспективе фрактальное искусство — как и в случае с фрактальной геометрической линией — не выражает формальных начальных условий, на основе которых создается упорядоченная система. Вместо этого оно соотносится со сложностью природы: оно реализует абстракцию поллокианского типа. В нем то, что вы видите, не является априорно заданной формой, которая затем многократно повторяется в своих деталях, но формой самого детерминированного хаоса: один-единственный фрагмент не представляет собой механические элементы целого, но живые организмы — и, следовательно, динамичные и неопределенные структуры хаоса, который при этом является детерминированным.

С учетом так называемых фракталов Поллока и, в целом, разных работ, которые предвосхитили математическую формализацию Мандельброта и для которых характерны «симметрии элементов», «рекуррентные структуры» и «игра масштаба»⁴¹,

39 Ibid.

40 Гомбрих писал: «импрессионистская техника, пытающаяся схватить мимолетный образ мгновения, должна опираться сугубо на то, что я определил в своей книге как „роль наблюдателя“. Художник может позволить незавершенность только там, где он уверен, что наблюдатели способны завершить картину сами. <...> Вы можете оставить без внимания руку или глаз, но вы не можете попросить наблюдателя определить украшения на платье, которые он никогда не видел раньше» (Ernst H. Gombrich. Op. cit., p. 313).

41 Эти художественные приемы — в работах Пауля Клее (Paul Klee), Марселя Дюшана (Marcel Duchamp), Морица Эшера (Maurits Cornelis Escher), Джексона Поллока (Jackson Pollock), Катцусики Хокуса (Katsushika Hokusai) — направлены на возвращение к траекториям, посредством которых восприятие чувственной информации получает зрительный образ и тем самым познаваемость; они выражаются в чрезвычайной точности

правомерно спросить: «Действительно ли необходимо обращаться к физико-математической науке динамических систем, чтобы создать художественные произведения, которые интуитивно отображают совокупность методов и концепций фрактальной математики?»⁴²

4. Может ли научная теория выступать как критерий ценности произведения искусства?

Искусство влияет на изменение восприятия мира в данной культуре. Оно может быть инструментом эпистемологического наблюдения, способным построить непротиворечивую и соответствующую времени когнитивную парадигму реальности.

С таким теоретическим и аналитическим пониманием следует обратить внимание на то, что так называемые художники-фракталисты, которые осваивают свой творческий путь, основанный на сознательной и хорошо продуманной поддержке хаотически-фрактальной парадигмы, представляют когнитивный подход и визуальное восприятие, на которые сильное воздействие оказывает компьютерная графика.

Если исследования Мандельброта рассматривать как водораздел между работами, связанными с рекуррентными процессами и детерминированным хаосом, то главным фактором дифференциации является компьютерная визуализация фрактального объекта.

Однако возможность на практике увидеть фрактальный объект и опознать в нем природные формы не означает собой рождение новой эстетической теории (не говоря уже о научной теории), но это выливается во множественные трансформации кодов. Эти трансформации происходят на основе принятых в культуре кодификаций: «Будет звучать неправдоподобно, если сказать, что нарисованная картина — это набор знаков, узнаваемых, как стихотворение. Но столь же неправдоподобно говорить, что нари-

эпистемологического исследования и чрезвычайно тонкой способности к визуализации и передаче смыслов фигуративными средствами. Поскольку они содействовали переопределению кодов и их потенциальных возможностей, эти художники переопределили организацию существующего содержания, обращая наше внимание на то, что кодирование мира, к которому мы привыкли, не является окончательным.

42 Ernst H. Gombrich. Op. cit., p. 160.

сованная картина — это не семиотический феномен: она скорее представляет момент, в который рождается семиотический феномен, момент, в который предлагается некоторый код, основанный на остатках предыдущих кодов»⁴³.

Художественное познание фрактальных форм — с научной теоретизацией или без нее — состоит, таким образом, в экспериментировании с новой фигуративной семантикой, посредством которой художники освобождаются от всеохватывающей и монотонной картины мира, бросая вызов ее притязанию на утверждение себя в качестве горизонта абсолютного смысла.

В этом бесконечном процессе стабилизации и реорганизации кодов «пост-мандельбротово фрактальное искусство» фокусируется на предсуществующем описании мира (евклидова геометрия) и ускоряет, некоторым образом, коллективное осознание этих изменений. Аналогично, фрактальная геометрия была бы немыслима без теоретического вклада разработанной в XIX веке дифференциальной геометрии и последующих исследований Феликса Хаусдорфа, Абрама Безиковича, Гастона Жюлиа. В научной деятельности открытия начинаются с осознания *аномалии* — т.е. осознания того, что ожидания, вызванные текущей парадигмой, являются неверными, — и продолжается исследованием аномалии вплоть до ее полного освоения⁴⁴.

Возможные изменения смысла в науке и в искусстве не происходят автономно. Они возникают из более сложной метафорической переориентации категорий мысли и видения и из совпадающих по времени нововведений или изменений в идеологической, эстетической и перцептивной сферах: эти сдвиги захватывают общество и в целом культуру и, следовательно, искусство и науку как их продукты и, одновременно, как активные субъекты парадигматических изменений. Человек — будь то ученый или художник — ставит под сомнение сами механизмы, предназначенные воспринимать и познавать мир, и, таким образом, конструктивно открывает различные контексты смысла.

По этим причинам сведение сущности фрактального искусства к алгоритму, генерирующему компьютерное изображение, будет, возможно, слишком большим упрощением. Компьютер работает как своего рода микроскоп, обеспечивая художнику оригинальную точку зрения для информационного наполнения его выразительных форм.

43 Ernst H. Gombrich. Op. cit., p. 320.

44 См.: T. S. Kuhn (1969). La struttura delle rivoluzioni scientifiche, Torino, Einaudi.

Более того, как было показано выше, не все художники, которые называют себя фракталистами, используют информационные технологии.

Фрактальное искусство не обязательно — компьютерное искусство. Чрезвычайная ограниченность соотношений уменьшает их неповторимость, которую, с другой стороны, следует искать в вихревых потоках познаваемого и иррегулярных структурах гармонии: «Искусство стремится визуализировать фрактальное поле зрения. Оно стремится побудить зрителя увидеть и почувствовать фрактальность, которая находится вокруг него и которая отражается в формах жизни»⁴⁵.

Фрактальное искусство способно привести два традиционно обособленных поля⁴⁶ к когнитивным и творческим отношениям — используя фигуративную форму художественного выражения (в кодах фрактальной геометрической модели) как оптический фильтр для хаотически-сложной реальности.

Оставив в стороне излишний энтузиазм, отношения «искусство — наука» следует, возможно, понимать в смысле динамической сложности: строго определенной, но все же непредсказуемой. Это попытка вырваться из трансцендентальных и единых моделей, при том, что фрактальное искусство является не только инструментом, но и результатом этой попытки.

Оригинальный образ мира не просто соответствует новой научной теории, но он относится к набору вариантов и инструментов эпистемологического, художественного, лингвистического типа, которые формируют иной способ воспринимать, изображать и понимать опыт, хранящийся в культуре и сознании.

Таким образом, форма представляет собой стратегию, направленную на придание нового значения и новой перспективы реальности, которая и без того кажется многообразной. Это тот уровень, где встречаются два аспекта, которые были разделены в философии Канта: «Общая теория априорных условий познания и теория суждения (с ее загадочными неконцептуальными отношениями между красотой и истиной), которая является моделью для понимания произведения искусства»⁴⁷.

Суть в том, что каждое знание имеет когнитивную функцию и эмоционально-творческий характер: объективность науки явля-

45 S. Condé. *La Fractalité dans l'art contemporain*, p. 170.

46 Имеются в виду наука и искусство (прим. переводчика).

47 S. Condé. *Op. cit.*, p. 170.

ется только иллюзией, точно так же, как произведение искусства предлагает оригинальные точки зрения, чтобы построить нашу картину мира.

В этой перспективе изображения фрактального искусства не требуют применения мистической размерности, но дают пример возможности структурировать реальность новыми способами, которые могут выявить не учитывавшиеся ранее аспекты или по-другому преобразовать те же самые коды. С одной стороны, такое лабиринтоподобное изображение становится запутанным; с другой стороны, это эффективный трамплин для более широкого и разнообразного исследования знания и его бесконечного характера.

МАНИФЕСТ ГРУППЫ «ИСКУССТВО И СЛОЖНОСТЬ» (MANIFESTE DU FRACTALISTE)

Группа фракталистов «Les Fractalistes — Art et Complexite» опубликовала свой манифест на сайте NART (<http://www.nart.com>) в октябре 1997 г. и в ежемесячном художественном журнале: *Art Press*, № 229, November 1997, pp. 28—30. Манифест был подписан совместно членами группы художников-фракталистов того периода и сопровождался текстом Анри-Франсуа Дебейе, художественного критика в газете *Libération* и куратора выставок фрактального искусства. Оригинал «Manifeste du Fractaliste» см.: http://conseildesarts.org/documents/Manifeste/manifeste_fractaliste.html.

В состав группы входили: Edward Berko, Miguel Chevalier, Pascal Dombis, Carlos Ginzburg, Cesar Henao, Jim Long, Steven Marc, Jean Claude Meynard, Joseph Nechvatal, Yvan Rebyj, Pierre Zarcate, Christine Buci-Glucksmann, Susan Condé, Henri-François Debailleux и др.

1. Мы объединяемся на основе общих представлений. Своими работами группа утверждает парадигму хаотически-фрактальной сложности.
2. Проблематика группы «Искусство и Сложность» — прежде всего, визуальная организация, потенциал безграничного построения в бесконечном процессе.
3. Наша фракталистская деятельность проявляется через мир, где изобилуют случайные и быстро размножающиеся формы.
4. Мы отказываемся от евклидовой рациональности в пользу непрограммируемых и непредвиденных процессов.
5. Лабиринтный образ и его случайная траектория предлагают реконструировать воображаемое и открыть новую перспективу.
6. В спирали «порядок-беспорядок» произведение есть внезапное, эфемерное проявление гибридности и перехода.
7. Фракталистская деятельность по созданию картин в новых технологиях кристаллизирует поле материализации сетей, игр масштаба, размножения делением, самоподобия, гибридизации, рекурсивности, диссипативных структур, «эффекта бабочки», странных аттракторов, бесконечности.
8. Все наши произведения максималистские; именно информационным избытком достигается головокружительная фрактальная сложность.
9. Парадигма хаотично-фрактальной сложности создает привилегированную динамику современного исследования, практик и знания.
10. Сегодня мы начинаем радикальное обновление модели творчества.

Группа «Фракталисты — Искусство и Сложность»

Карлос Гинзбург

ФРАКТАЛЬНОЕ ИСКУССТВО

Карлос Гинзбург (Carlos Ginzburg) — французский художник-концептуалист, работает в области цифрового и фрактального искусства. Член группы художников-фракталистов «Art and Complexity» и автор ее манифеста. Автор ряда статей по философии искусства. Наиболее известная из его картин — «Homo Fractalus».



Фрактал в искусстве — это способ (стиль) обработки изображений и форм. «Фрактализация» как метод включает в себя семь параметров, которые в целях анализа рассматриваются по отдельности, но которые, на самом деле, тесно взаимосвязаны:

1. Гибридизация
2. Виртуализация
3. Инфинитизация
4. Комплексификация
5. Гетерогенизация
6. Агрегация
7. Автономизация

1 — Гибридизация. «Между двумя»: произведение существует в промежуточном измерении, в области неопределенности, в переходах запутанных петель. Произведение между абстракцией и фигуративностью, между локальным и глобальным, между означающим и означаемым, между микро и макро, между субъектом и объектом, между частицей и волной, между порядком и беспорядком, между вирусным и генетическим, между бытием и небытием. Гибриды соединяются как нейронные сети или кровеносные сосуды. Это химеры, которые больше, чем точка, и меньше, чем линия; больше, чем линия, и меньше, чем плоскость; больше, чем плоскость, и меньше, чем объем.

2 — Виртуализация. «Тривиум знаков»: молекулярное соединение как целое «грамматически» разложимо на атомарное детерриториализованное множество. Это

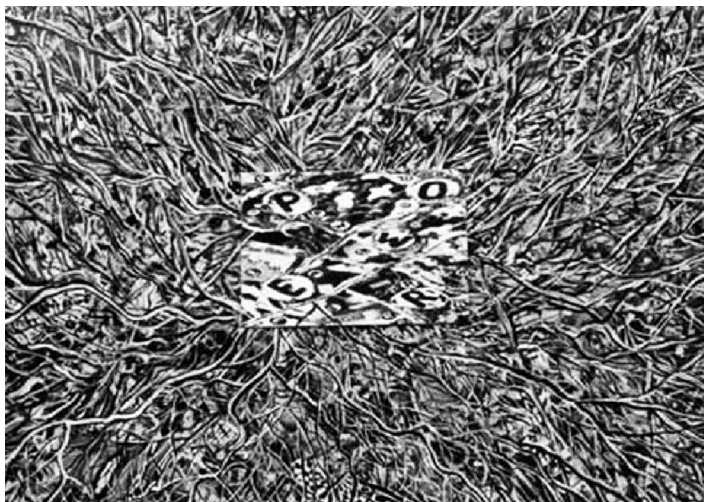


Рис. 1. Карлос Гинзбург. Фрактальная мощь. Серия «Социокультурная нейронная сеть», 1997. Коллаж, акриловая живопись; центральное изображение — цифровое (вставка на небольшой фанерной панели): намеренно сильно пикселизированное (прерывистое); 0,92 м × 0,65 м. См. также цветную вкладку

вселенная умножающихся деталей, которые выходят за пределы любого целостного восприятия. Затем диалектика и риторика набирают силу в творческом становлении абсолютно новых, невиданных форм. По-видимому, процесс не может быть сведен только к компьютеру, который не всегда виртуализован, потому что запрограммирован. Если искусство — это «виртуализация виртуализации», то фрактальное искусство — это инфинитизация этого удвоения.

3 — Инфинитизация. «Бесконечно малое, большое и сложное»: восхождение от конечной жизни к жизни бесконечной с помощью системы нерегулярного самоподобия, т.е. повторение одного и того же в разных масштабах, в складках, закручиваниях и разрывах. Каждая часть содержит в себе код всей конструкции в целом. Сверху не существует завершенного целого, особого мета-языка, на основе которого можно судить о языках-объектах. Снизу не существует фрагмента, потому что он не фрактален: фрагмент — небольшой, устойчивый, изолированный, заключенный в пределах своих границ, замкнутый, фиксированный и несамовоспроизводящийся. Увеличение, рассеивание или аккумуляция ни-

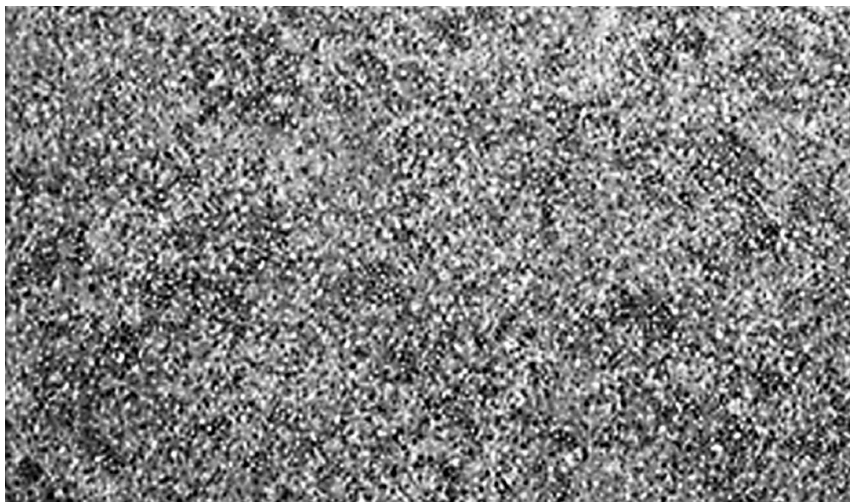


Рис. 2. Карлос Гинзбург: Фрактальный хаос. 1986. Ассамбляж: коллаж из кусков бумаги и акриловой живописи; $1 \times 1,60$ м. «Рассматриваемое с близкого расстояния, произведение дает микроскопический и фигуративный образ каждой части фрактала. Издали оно дает образ макроскопический и абстрактный, который охватывает всю поверхность» (Карлос Гинзбург)

сколько не меняет его природы. Таким образом, есть только одна стратиграфия репликаций и метаморфоз — в рекурсивном бесконечном вкладывании одного в другое.

4 — Комплексификация. «Организирующая случайность»: хаотическое множество элементов во взаимодействии, которые производят порядок и самоорганизацию, чтобы снова распасться в энтропии (цикл обратной связи: это не один и тот же порочный круг, а совсем иная «добродетельная спираль»¹; мы никогда не возвращаемся к исходной точке, обнаруживая все новые и новые самоорганизующиеся траектории). Произведение является не одномерным, но многомерным (компрессия множества языков), и каждый отдельный объект связан с другим: посредством рекурсии (часть присутствует в Целом и Целое в части; причина производит следствие, а следствие производит причину) и посредством гипертекстуальной связи.

¹ Добродетельная спираль — «циклическая» последовательность положительных событий, в которой причина и следствие взаимно усиливают друг друга и развиваются во все возрастающем масштабе (прим. переводчика).

5 — Гетерогенизация. «Радикальная инаковость»: существуют фракталы линейные (метастаза) и фракталы нелинейные (метаморфоза); первые не относятся к делу, потому что они ограничиваются игрой с одним и тем же. Вторые, наоборот, как игра повторения и различия, представляют собой принцип творчества. Это означает, что произведение изменяется в зависимости от масштаба его восприятия. Чем больше увеличение изображения (зум, изменение угла и т.д.), тем больше деталей появляется, и при любом отклонении изменяется характер произведения, преобразующегося в другую динамическую конфигурацию, которая исчезает в свой черед. Это «чувствительная зависимость от начальных условий», где малейшее случайное изменение вначале обуславливает непредсказуемые результаты впоследствии. Абсолютно новые образы всплывают из энтропийной случайности — подобно тому, как Афродита, согласно греческой мифологии, родилась из пены морской благодаря клинамену (*clinamen*)² (Лукреций).

6 — Агрегация. «Диссонансная гармония»: линейная и детерминированная серийность множеств, расположенных в системе декартовых координат, распадается на части в нелинейных турбулентностях автопоэзиса: фракталы, ломанные спиралоиды, ветвления, сетевые структуры, скопления галактик, беспорядочные кристаллы, гангренозные «фрактальные сыры», адские мостовые и т. д. Каждая работа состоит из стратиграфической системы деталей, которые никогда не остаются в бесформенном виде, но и не заключаются в упорядоченную структуру: больше, чем отходы, и меньше, чем золото. Примесь к оригиналу.

7 — Автономизация. В той мере, в которой мы работаем с саморефлексивными, самореферентными, самопорождающимися и самоорганизующимися объектами, фракталы, создавая искусство, являются особым инструментом для исследования и изучения искусства. Кроме того, будучи неопределенными и колеблющимися между материей и смыслом, они отображают в произведении сущность эстетического опыта и герменевтического круга. Нако-

2 Clinamen — лат. «небольшое отклонение», термин Лукреция, которым он обозначил непредсказуемое отклонение атомов, развивая атомистическую доктрину Эпикура в своем философско-поэтическом трактате «О природе вещей» (I век до н. э.) (прим. переводчика).

нец, учитывая, что фрактальность искусства является лишь малым выражением фрактальности мира, мы можем рассматривать присутствие «внешнего» как всего целого «внутри» произведения: экологические катастрофы, гражданская война, техно-финансовая глобализация и т.д.

Заключение. Фрактализация не выражает целостность произведения искусства в информационную эпоху. Несвязная целостность, «барокко» двадцать первого века, если угодно. Но нельзя свести эту идею к игре формального языка, к усилению автономии эстетического, к чисто символической красоте. В частности, для начала мы формулируем фрактальную размерность искусства так: больше, чем автономия, и меньше, чем гетерономия. Таким образом, со стороны гетерономных смыслов произведения, мы отмечаем «трайбализацию мира» (Мишель Маффесоли) и «антропологию киберпространства» (Пьер Леви): Этно и Кибер. Архаичная локализация и прогрессирующая виртуализация. Перефразируя этот тезис на языке Бруно Латура («Мы никогда не были современными»), — это сеть несовременных гибридов, состоящих из языка, природы, общества и бытия, которые должны актуализироваться в каждом фрактальном произведении.

Сюзан Конде

ФРАКТАЛЬНЫЙ ХУДОЖНИК

Сюзан Конде (Susan Condé) — американская писательница и художественный критик, участница группы «Art and Complexity».



двадцать первый век, возможно, будет известен как Бек Сложности. Это эпоха, которая пытается справиться с иррегулярностью, метаморфическими формами и изменяющимися представлениями о порядке и неупорядоченности. Люди, независимо, ученые ли, социологи или художники, обращают внимание на существование иррегулярного, неустойчивого, иррационального и «промежуточного» — идей, которые рассматриваются в качестве строительных блоков новой парадигмы творчества в искусстве.

Художники, представленные в этой статье, входят в международную группу, работающую с фрактальным искусством. Фрактальное искусство представляет собой художественную практику, основанную на концептах фрактальной геометрии, теории хаоса и теории сложности. Каждый художник, чьи работы описаны здесь, развивает свой индивидуальный стиль и художественную выразительность, но остается при этом связан с другими членами группы общим интересом к исследованию сложных форм, к темам самоподобия, скейлинга, порядка и хаоса, соотношения микрокосмоса и макрокосмоса.

Посредством своих работ фрактальные художники передают фрактальное представление о мире. Это мир, в котором пространство стало фрактальным — то есть сжатым внутрь себя, гиперактивным, взаимосвязанным. Фрактальный художник заявляет, что пространство больше нельзя рассматривать как минималистское, экспрессионистское или концептуальное. Вместо этого современные фрактальные художники стремятся отобразить состояние пространства своего

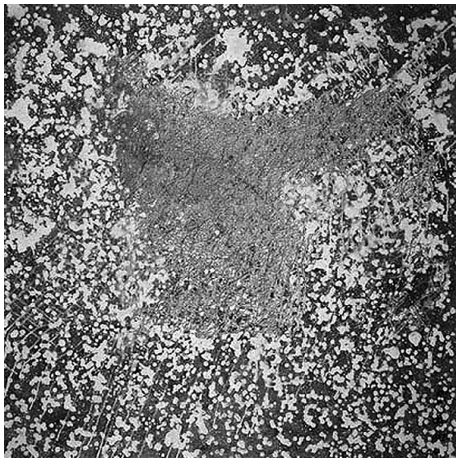
времени так, как они его воспринимают, с его фрактальными размерностями и свойствами. Для фрактального художника физический и психологический ландшафт сегодняшнего дня не имеет ничего общего с понятием пространства Декарта-Корбюзье, которое господствовало в современной архитектуре. Фрактальный художник видит утопизм евклидовых форм как пережиток картезианских философий, сформулированных вокруг понятий измеримости и предсказуемости. Фрактальный художник полагает, что картезианская модель исключает иррегулярность и динамику реальности, которая наблюдается как в физическом космосе, так и в человеческой природе.

Фрактальный художник передает художественное видение сложной современной городской архитектуры из перекрывающихся акведуков и лабиринтных сетей, из природных форм, отраженных в разрастающемся городском ландшафте, который угрожает уничтожить природное пространство. Парадоксальным образом, фрактальные пространства природы замещаются фрактальными пространствами наших закрытых, динамичных обществ.

Нью-йоркский художник Эдвард Берко (Edward Berko) один из первых начал работать с фрактальной живописью. Работы Берко выставлялись в Европе и в Соединенных Штатах как на персональных, так и на коллективных выставках. Рисуя маслом по дереву, Берко документирует и затем преобразовывает фрактальность форм, которую он наблюдает в мире вокруг себя. Объясняя свою работу, он пишет: «Природа создает фракталы во всех ее процессах: формирование лесного массива; краска, которая осыпается со стены; трещины на дороге; облака на небе; стареющая древесина. И в человеке тоже. Вот почему я создаю в искусстве формы, образованные фракталами». В 1994 году он опубликовал книгу своих размышлений об искусстве и фрактальности¹.

Картины Жан-Поля Агости (Jean-Paul Agosti) — это метафоры визуального представления сада как выражения противоборствующих сил порядка и неупорядоченности. Агости, завязавший дружеские отношения с математиком Бенуа Мандельбротом в начале 1980-х годов, возможно, является первым французским художником, который исследовал фрактальные формы. Его картины представляют собой серию воображаемых садов, названных именами богов из греческой мифологии (см. цветную вкладку). Лиричные и,

1 Berko Edward. Sur la Mur (On the Wall) (Paris: Les Editions de La Difference, 1994).



Cobalt Yellow. Edward Berko



Jardin du Creuset. Jean-Paul Agosti

между тем, формальные, картины Агости передают почти музыкальную визуальность как свидетельство художественных перспектив фрактальности². Он выставлялся по всей Европе, включая большую персональную выставку в музее Санса (Musée de Sens) в 1996 году и более позднюю в музее Musée de l'Hospice Saint Roch.

Художник Карлос Гинзбург (Carlos Ginzburg) был первым фрактальным художником, которого я встретила в Европе, когда переехала в Париж в конце 1980-х годов. Гинзбург, Эдвард Берко и я начали регулярно встречаться, чтобы обсуждать интересовавшие нас идеи новой геометрии. Наша первая группа, которую мы назвали «le pouau»³, сыграла определенную роль в возникновении интереса к фрактальному искусству в современной художественной среде⁴.

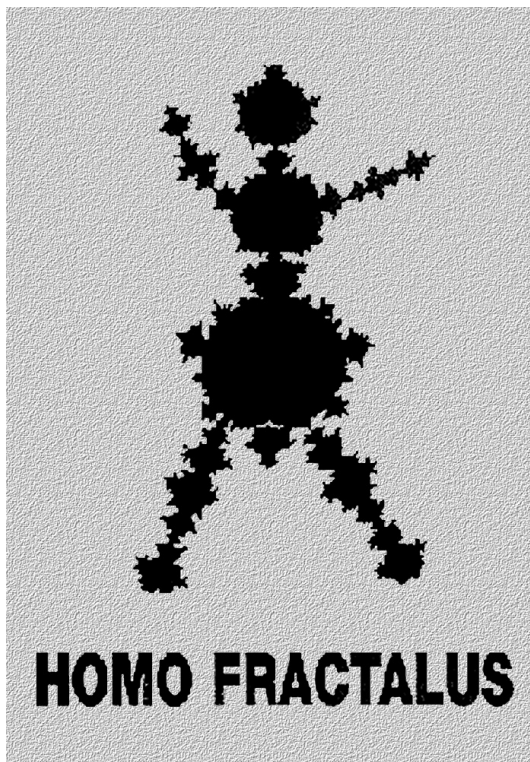
Карлос Гинзбург начал работать с идеей фракталов в 1970-х годах. В 1980-х он начал говорить о фракталах с художниками и философами, с которыми он был знаком: кубинским писателем Северо Сардуем (Severo Sarduy), художественным критиком Пьером Рестани (Pierre Restany) и специалистом по эстетике Жан-Клодом

2 См. сайт художника: URL: <http://www.jeanpaul-agosti.fr/en/>.

3 Зернышко, семечко (фр.). В переносном значении — сплоченная группа людей. Примечательно, что во фрактальной геометрии англоязычный аналог «seed» используется для обозначения фрактального генератора (повторяющегося при каждой итерации паттерна) (прим. переводчика).

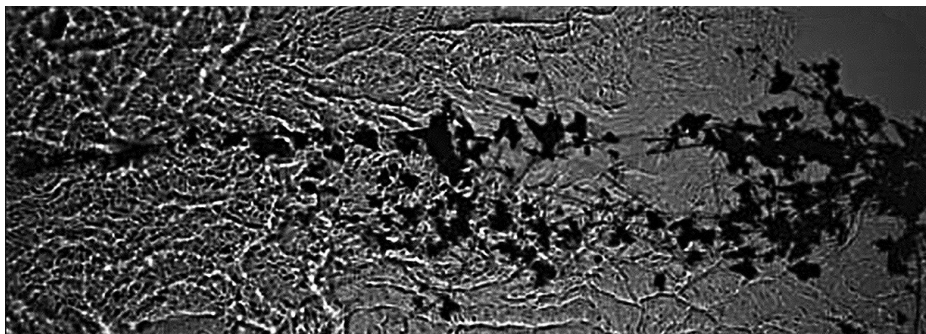
4 Condé Susan. *Fractal: La complexité fractale dans l'art* (Paris: Les Editions de la différence, 1993); Condé Susan. *L'art fractal: L'émergence de la complexité dans l'art* (Paris: Les Editions de La Difference, 2000).

*Homo Fractalus (Fractalman), 1999,
Carlos Ginzburg.
Смешанная техника*

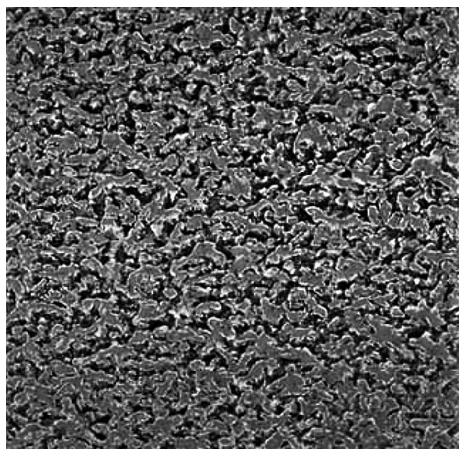


Широлле (Jean-Claude Chirollet). Гинзбург полагает, что его этюды выступают в качестве «фрактальных гибридов», соединяющих его восприятие нашей культуры с тетралогией сложности социолога Эдгара Морена (Edgar Morin): порядок — беспорядок — взаимодействия — (фрактальные) самоорганизации. Гинзбург — автор образа «Fractalman»⁵, фигуры из множеств Мандельброта, повторяющихся до бесконечности. Образ, созданный Гинзбургом, — это метафора замкнутой, динамичной фрактальности человеческой идентичности. С помощью Фракталочеловека мы можем передать идею о том, что человеческое существо является высшим фрактальным объектом, которому предназначено существовать в состоянии колебания и противостояния свободной воли и системных ограничений.

5 Фрактало-человек (англ.) (прим. переводчика).



Из сериу River Taw. Susan Derges



*Pompeii, 1997, Nabil Nahas.
Акрил, пемза на холсте.
См. цветную вкладку*

Сьюзан Дерджес (Susan Derges) — британский фотограф, работающая в окрестностях Девона. Она получает свои образы, проявляя такие природные явления, как текущий ручей, непосредственно на фотобумагу с помощью лунного света. Таким способом она фиксирует образы фрактального мира: ручей, ветви, которые свисают над водой, тени деревьев и т.д. Дерджес пытается поймать миры в их транзитивности, в которой используется язык фрактальных форм. Ее образы представляют собой проекции турбулентности, хаоса и порядка, нестабильности и бифуркационных структур; одним словом, ее работы образуются из вокабулярия хаоса и сложности.

Ливийский художник Набил Нахас (Nabil Nahas), в настоящее время работающий в Нью-Йорке, сознательно решил



Рис. 6. Phong's Boat, 1994, Jim Long. Акрил на холсте

внести фрактальную перспективу в свои работы, когда, гуляя по пляжу после шторма, он увидел на песке беспорядочный порядок расположенных случайным образом морских звезд. Он ощутил эту природную соотнесенность с идеей фракталов, и его произведение связано с идеей порядка, возникающего из неупорядоченности. Насыщенные и яркие работы Нахаса — это грезы и созерцания приобретшего форму бесформенного, которые предстают перед нами для осмысления. Его картины — это места, где микрокосмос и макрокосмос существуют в лабиринте самодостаточности.

Американский художник Джим Лонг (Jim Long) заинтересовался фрактальностью форм, когда он исследовал новый тип сложной математической сетки для своей работы. Он изучал возможность создания предельно тонкого слоя краски на холсте. Однажды ночью он оставил раствор высыхать в банке. Утром он обнаружил непостижимые формы, динамичные и призрачные, которые сформировались самопроизвольно. Студенты, посетившие его студию, заметили: «О, Вы выращиваете фракталы!»

В работе Лонга фрактальный предмет соединяется с гиперреальными пигментами, Лонг играет с напряжением между графическими элементами и живописностью, придавая чисто американскую небрежность своей работе.

Шарль Васало

ФРАКТАЛЬНОЕ ИСКУССТВО?

Шарль Васало (Charles Vassallo) — французский физик, фотохудожник, цифровой художник. С 1990-х годов работает в технике цифрового фрактального искусства.

Движение фракталистов

Э то одновременно и движение современных художников, и сетевое событие. Художники объединились в группу «Искусство и Сложность» («Les Fractalistes — Art et Complexe») и представились публике как «художники-фракталисты» в виртуальной галерее «Nart», разместившей выставку работ одиннадцати из них. Кульминационным моментом был Интернет-аукцион по продаже выставленных работ в начале 1998 года, хотя сама выставка осталась на своем месте на веб-сайте. Возможно, галерея «Nart» вдохновилась большим успехом в медиа-среде предыдущего виртуального аукциона, организованного в конце 1998 года Фредом Форестом. Но в том аукционе все было виртуальным (включая проданные произведения искусства), а картины фракталистов были по-настоящему реальными.

На сайте «Nart»¹ было представлено около тридцати работ, которые сопровождались различными текстами, самопрезентациями художников, общими комментариями, написанными журналистом (Henri François Debailleux), философом (Christine Buci Glucksmann) и писателем (Susan Condé), а также манифестом движения («Manifeste du Fractaliste»).

1 Сайт и виртуальная галерея в настоящее время не существуют (прим. переводчика).

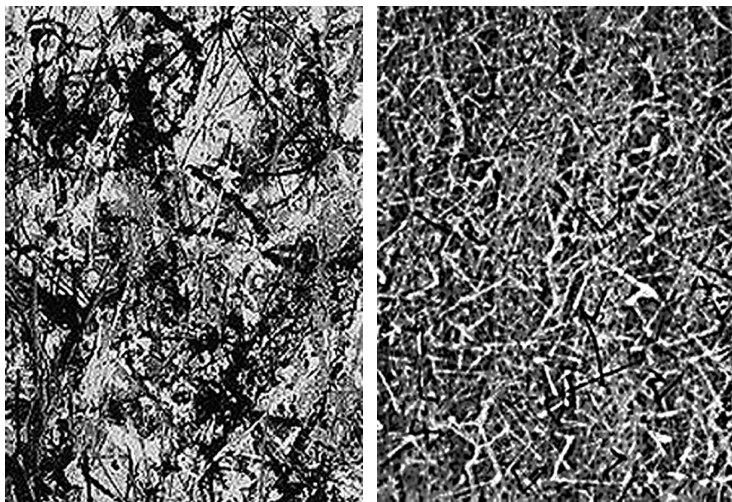


Рис. 1. Слева: *Cathedral* (фрагмент), Джексон Поллок, 1947; справа: *Shadow Spirits of the Forest* (фрагмент), Mark Tobey, 1961

Два предшественника

По крайней мере, двух известных художников, Джексона Поллока (Jackson Pollock) и Марка Тоби (Mark Tobey), можно рассматривать как предшественников этого движения, во всяком случае — в некоторых их произведениях, как показано выше (рис. 1). Трудно сказать больше, не видя реальные картины. Эти два фрагмента в реальности имеют размеры примерно 40×55 см и 23×32 см, тогда как работы фракталистов, о которых шла речь выше, порядка $1 \text{ м} \times 2 \text{ м}$. И все эти репродукции слишком маленькие.

Эти две работы были созданы задолго до открытий Мандельброта. Конечно, как говорит Майкл Барнсли, «фракталы повсюду»², и всегда возможно создать фракталы, не зная этого.

2 Имеется в виду известная книга М. Барнсли: Barnsley M. *Fractals Everywhere*. San Diego, CA: Academic Press, 1988 (прим. переводчика).

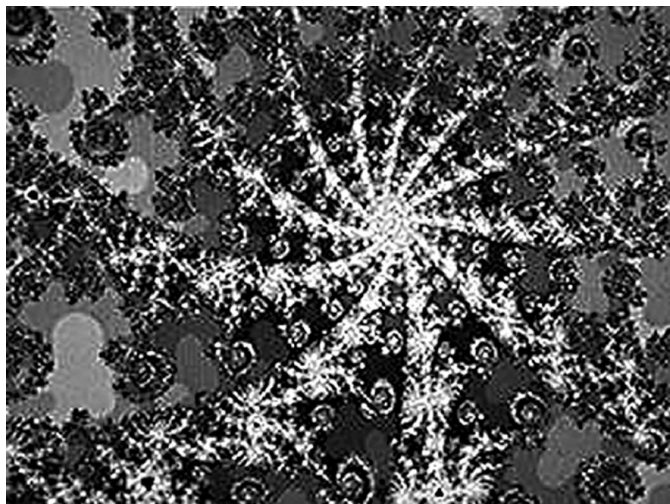


Рис. 2. Картина 1987 года с первой версией MandelTour на компьютере Amiga (704 × 440 × 14 цветов)

Защитить себя самим

В какой степени фрактальные картины составляют Искусство? Существует ли вообще Фрактальное Искусство?

Сначала может возникнуть сомнение в том, что эти вопросы действительно важны. У этих картин, несомненно, существует своя публика, для которой эти картины прекрасны, и переживаемая такими зрителями эмоция, безусловно, является эстетической (рис. 2). Некоторые знатоки, однако, отворачиваются от этих картин, и им легко ввести в заблуждение простого любителя. Другие люди отвечают, что некоторые художники, задающие модную тенденцию, могут еще больше обмануть неспециалиста. Тем не менее, вопрос является важным для авторов, поскольку быть признанным в качестве художника означает особый социальный статус.

Вот забавный эпизод из моей жизни. Однажды у меня была возможность показать свои картины на основе фракталов Маркуса-Ляпунова одному человеку, очень авторитетному в цифровых искусствах. Я получил один-единственный комментарий: «Да... мило...» Однако другие люди, не столь известные, но в самом деле сведущие в современном искусстве, спрашивали мои картины и рекомендовали их своим друзьям. Итак, это искусство или нет?

Можно ответить шуткой. Современное Искусство проявило себя в столь многих отклоняющихся от стандарта направлениях, что теперь кто угодно может объявить себя художником, и затем, что бы он ни делал, будет автоматически маркировано как «искусство». Но все же можно остаться серьезным и постараться посмотреть на разные стороны этого вопроса.

Если бы достаточно культурные люди пришли к согласию по этой проблеме — это могло бы закрыть вопрос, но на это, вероятно, уйдет много времени, если только не сделать эти картины известными. Мы еще далеки от этого: например, в обзоре специального выпуска *Création Numérique* (январь 1999), посвященном цифровому искусству за последние 25 лет, нет ни единого слова ни о каком виде алгоритмических картин, как фрактальных, так и других. Или этот вид картин просто не известен, или он не воспринимается как достойный интереса, или его оставили любителям — что означает то же самое.

Мы можем сравнить это с тем, что случилось с фотографией, которой пришлось ждать доброе столетие, пока ее полностью не признали настоящей художественной практикой. Сейчас все может происходить быстрее, но фотография заполнила нашу жизнь до такой степени, которой фракталы, безусловно, никогда не достигнут. Между прочим, так случилось, что я как-то заявил, что фрактальные картины можно рассматривать как специальный вид фотографии, но это не дает мне права предполагать, что фракталы могут быть искусством, лишь потому, что фотография теперь является искусством.

В результате боюсь, что создателям фрактальных картин придется говорить самим.

Что может быть фрактальным искусством?

Не останавливаясь на разъяснении понятия «искусства», мы можем попытаться определить предметную область, посмотреть на то, что могло бы принадлежать к такого рода фрактальному искусству. Как мы увидим, эта область может быть в некоторой смысле другой по сравнению с тем, что мы ожидаем.

Первая моя идея состояла в том, чтобы включить в нее любой вид искусства, основанный на фрактальных объектах и подчеркивающий их фрактальную природу. Целью этой осторожной формулировки было исключить результаты генераторов ландшафтов,

где фрактальные инструменты используются, чтобы создавать горы, облака и деревья. Аналогичным образом, существуют генераторы текстуры, которые разработаны для того, чтобы наносить на различные поверхности красивые фактурные покрытия, не акцентируя фрактальные свойства текстуры. Насколько мне известно, большинство пользователей популярного генератора ландшафтов Bryce³ ничего не знают о тех алгоритмах, которые работают в программе, и они не ставят метку «фрактальное искусство» на свои изображения.

Объект определяется как фрактальный, когда одни и те же паттерны появляются в нем в разных масштабах. Однако эти паттерны не обязательно должны быть видны на всех участках объекта. Множество Мандельброта содержит пустые области, которые остаются пустыми при каком угодно увеличении. В моей работе с фракталами Маркуса-Ляпунова⁴ самоподобие не всегда очевидно, но не остается никаких сомнений при взгляде на картину в целом. Таким же образом, самоподобие не всегда очевидно в коллекции моих лучших фрактальных картин, доступных в сети⁵.

Кроме того, есть еще особый случай Кентона Масгрейва (Kenton Musgrave)⁶. Он, главным образом, создает ландшафты, но с особой концепцией, выработанной им по поводу генерации ландшафтов вместе с самим Мандельбротом, который считает его «первым настоящим художником-фракталистом». Конечно, Мандельброт сведущ в искусстве не столь хорошо, как в науке, но его слова определенно дают пищу для размышлений.

Наконец, необходимо принимать во внимание появление художников-фракталистов⁷. Они создают совершенно разные картины, но они категорически настаивают на использовании фракталов в том, что они делают, а они уже имеют статус художников в официальных кругах современного искусства. Совершенно ясно, что их работы стоят скорее в одном ряду с картинами Джексона Пол-

3 Bryce — название каньона, геометрия которого была смоделирована программой в 1994 году. В настоящее время программа используется для реалистичного 3D-моделирования гор и береговых линий на основе фрактальных алгоритмов (прим. переводчика).

4 См.: http://charles.vassallo.pagesperso-orange.fr/en/lyap_art/images1.html.

5 См.: http://charles.vassallo.pagesperso-orange.fr/en/art/art_2_a.html.

6 См.: <http://www.kenmusgrave.com>.

7 Ш. Васало имеет в виду группу «Фракталисты — Искусство и Сложность» (см. начало статьи) (прим. переводчика).

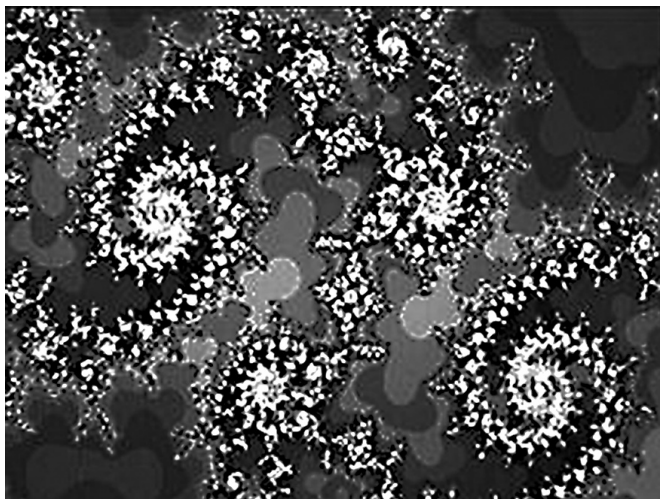


Рис. 3. Еще одна картина 1987 года

лока и имеют мало общего с картинами, вроде тех, что создаются в Fractint, или моими картинами (рис. 3). Чтобы избежать путаницы, в последнем случае мы могли бы говорить об алгоритмических фрактальных картинах.

Действительно ли алгоритмическое фрактальное искусство является искусством?

После этого короткого обзора мы должны обратиться к первоначальному вопросу: являются ли наши фрактальные картины настоящим Искусством? Возможно, трудно дать какой-либо хорошо обоснованный ответ, пока нет ясного представления о природе Искусства, а это действительно сложная проблема⁸.

К 1986 году, в конце книги «Красота фракталов», Герберт В. Франке (Herbert W. Franke) решил-таки, что это было настоя-

8 Этому вопросу были посвящены лекции на сайте художественного центра Paul Getty Art Center, а также книги на французском языке:

Luc Ferry. *Le sens du Beau*, Editions Cercle d'Art, 1998 . Yves Michaud. *La crise de l'Art contemporain*, Presses Universitaires de France, Paris 1997. Jean-Marie Schaeffer. *L'art de l'âge moderne*, Gallimard, Paris 1992. Rainer Rochlitz. *L'Art au banc d'essai*, Gallimard, Paris 1992;

и на английском: Norbert Lynton. *The story of Modern Art*, Phaidon, Oxford 1980.

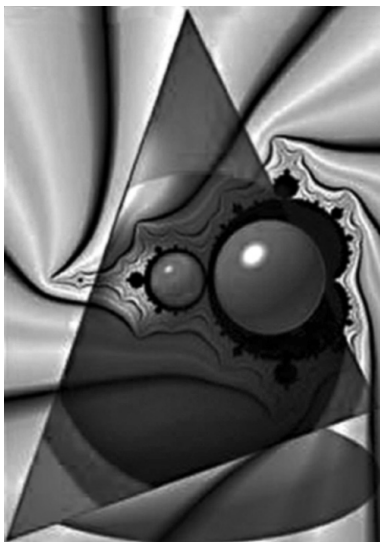
щее Искусство, потому что 1) это было красиво, и 2) это было ново. С этими двумя пунктами можно поспорить!

Каждый согласится, что красота — вещь субъективная, но фактом является то, что от наших фрактальных картин спонтанно получают удовольствие многие люди, которые находят их «красивыми», возможно, благодаря их сложности и элегантности линий, а также благодаря удачному выбору цветов. В наши дни, по утверждению философов, эстетика и художественные свойства произведения — это отдельные вещи. Например, картины фракталистов⁹, являющиеся настоящим искусством для профессионалов в области искусства, интересны, но не слишком привлекательны. Тем не менее, то, что произведение должно вызывать подлинно эстетическую эмоцию, долгое время рассматривалось в качестве художественного критерия.

Однако можно испытать сильные эстетические эмоции от природных явлений или природных объектов, таких, как ландшафты, бабочки, цветы, кристаллы... но, однако, они не являются искусством. Закат солнца, ярко расцвеченный, насколько это только возможно, превращается в произведение искусства лишь после *интерпретации* талантливым художником или фотографом. Эта интерпретация должна быть в достаточной степени сильной. В чем может состоять интерпретация пользователя в случае картины с множеством Мандельброта? Все, что ему надо сделать, — это выбрать границы обрезки и цвета. И этого достаточно? Простого ответа здесь нет.

У меня есть некоторый опыт дизайнерских работ с программами, исследующими множество Мандельброта. Я утверждаю, что хорошая программа может легко осуществить раскрашивание картины и даже предложить весьма приличный автоматический подбор цветов. Но за все это программу не стоит считать художником! С другой стороны, получение изящных результатов из программы, сложной в использовании, не должно рассматриваться как некоторый бонус в художественной оценке картины. Наконец, я довольно скептически настроен по поводу художественной ценности картин на основе множества Мандельброта, потому что, я думаю, вы охотитесь за образами больше, чем создаете их, то есть вы в гораздо большей степени *обнаруживаете* их, чем делаете. Это исследование тогда выглядит подобно деятельности коллекционера, точно так же некоторые

9 Имеется в виду группа «Фракталисты — Искусство и Сложность».



люди коллекционируют минералы или кристаллы, то есть объекты, которые прекрасны сами по себе, но не являются художественными (можно пойти дальше в сравнении, проведя параллель между раскрашиванием изображения и очисткой и осветлением минерала).

Однако невозможно провести это сравнение слишком далеко. Даже если раскрашивание можно сделать легче технически, невозможно получить красивый результат без малейшего таланта к восприятию и работе с цветом. Этот талант не универсален, но он достаточно распространен, и его можно развить. Если сделать это меркой для художника, это означало бы, что даже если не каждый человек — художник, то вокруг есть множество художников, и тогда неизбежно стали бы искать различия между «великими» художниками и «менее великими». Я был бы удивлен, если эти различия можно было бы понять на основании одной картины с изображением множества Мандельброта.

Эти сомнения по поводу художественной ценности картин с изображением множества Мандельброта нельзя распространять на все другие фрактальные картины. Множество Мандельброта — этот своего рода парк развлечений — виртуальный, конечно, — более чем хорошо известно. Некоторые другие фрактальные рецепты широко распространились и открыли для исследования еще многие другие парки, менее известные, но при

этом легко доступные, и у меня мог возникнуть соблазн смешать в одну кучу все картины, выходящие из них. Противоположная ситуация — когда кто-то оказывается способен создать свою собственную формулу. Чтобы получить новые формы, он открывает новые виртуальные вселенные, и весь процесс тогда приобретает совершенно другую глубину.

Что касается картин с изображением множества Мандельброта, даже если они имеют спорный художественный статус, они могут использоваться в качестве заготовок для создания более сложных произведений. Например, можно добиться художественного смысла посредством простой подборки этих картин при условии, что наблюдатель чувствует, что она выходит за рамки случайного набора приятных глазу фрагментов, что выбор объектов изображения, их форм и цветов хорошо продуман. Несколько лет назад я сделал «диапору» из таких картин (то есть шоу-показ с использованием магнитной ленты с записью и двух проекторов с наплывающими планами), которая была достаточно успешной. Такое шоу — больше, чем способ оформления подборки, просто потому, что написание правил для него требует скрупулёзного отбора картин, что приводит к приданию коллекции *стиля*, индивидуальности. Таким образом, возвращается понятие *интерпретации*, которое является важной составляющей художественной ценности произведения искусства.

В пространстве одной-единственной картины техники коллажа часто используются как способ увеличить число образов на одной основе. Я обнаружил несколько более или менее убедительных примеров, основанных на довольно простых изображениях множества Мандельброта (рис. 4), но ни одного действительно сложного. У фотографов есть старая шутка: вы всегда можете получить искусство, разместив симпатичную девушку на фоне чего-либо... Что ж, я попытался сделать это (рис. 5)... и, возможно, это работает! Безусловно, это уже больше не абстрактное искусство, но почему это должно быть недостатком? Творческие поиски Шэрон Уэб (Sharon Webb)¹⁰ в ее фрактальных пейзажах (fractalscapes) идут именно в этом направлении. Те, кто предпочитает оставаться с абстрактным искусством и работать со сложными образами, обращаются к программе *Ultra Fractal*¹¹, которая позволяет опреде-

10 См: Webb Sh. Fractalscapes. URL: <https://www.fractalus.com/sharon/fctscape.htm>.

11 Ultra Fractal. URL: <http://www.ultrafractal.com/>.



ленного рода смешение нескольких фракталов на одной и той же картине и с помощью которой начали появляться интересные работы¹².

В качестве заключения: фрактальное или алгоритмическое искусство?

Очевидно, у меня недостаточно знаний, чтобы иметь право делать однозначный научный вывод об отношении между фрактальными картинами и Искусством. Мне не хватает информации философского плана по поводу статуса современного Искусства, и у меня недостаточно данных и личного опыта, связанного с работой новейших фрактальных программ. Поэтому я только предложу несколько интуитивных идей в качестве заключения. Возможно, они будут со временем опровергнуты. Посмотрим...

Традиционная миссия художника — несмотря на то, что она потерпела крах в сумбуре современного искусства, кое-что, должно быть, все-таки осталось — это миссия пророка. Художник видит дальше, чем другие люди, и он показывает то, что он видит. Я полагаю, что создатель фрактальных картин играет эту роль, даже если его сообщение — чисто эстетическое, без чего-то социально-революционного.

¹² См.: Linda Allison. URL: <http://www.allisonart.com/Gal6.html>.

Я думаю, что институциональное появление художников-фракталистов, «приемных детей» Джексона Поллока (Jackson Pollock) и Марка Тоби (Mark Tobey), размывает понятие Фрактального Искусства. Это можно воспринять как его обогащение, но я был бы удивлен, если большинство создателей фрактальных изображений согласились бы с этим. Тогда я бы предложил, чтобы они признали свое творчество как часть алгоритмического искусства. В этом направлении уже существуют другие произведения, но и фракталы должны быть определены как важная его часть.

Кен Келлер

**СОВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ
ФРАКТАЛЬНОГО ИСКУССТВА:
ТРАДИЦИОННОЕ И РЕПРЕЗЕНТАТИВНОЕ
ФРАКТАЛЬНОЕ ИСКУССТВО**

Кен Келлер (Ken Keller) — американский художник-фракталист (Chico, CA, USA).



относительно новый художественный жанр фрактального искусства можно разделить на две категории: традиционные фрактальные изображения и репрезентативные фрактальные изображения. Фрактальное искусство нецифровой природы здесь обсуждаться не будет.

Я рассматриваю определение фрактального искусства, имея в виду образы, которые с самого начала создаются с помощью компьютерной программы, предназначенной для генерирования фрактальных изображений. Предполагается также, что изображение, представленное в своем окончательном виде, подверглось минимальной дополнительной обработке. Изображения из нескольких фрактальных слоев классифицируются как фрактальное искусство, но к нему не относятся изображения, которые представляют собой коллажи с использованием элементов, не являющихся фрактальными изображениями (таких, как «симпатичная девушка на фоне фрактала»). Многослойные фракталы создаются многими программами генерации фракталов, и каждый слой обязательно является настоящим фракталом.

Традиционные фрактальные изображения — это изображения, которые основаны на «magnification 1»¹ или других типичных фрактальных формах, которые можно обнаружить в большинстве фрактальных картин (Magnification 1 Mandelbrots и Julias²

1 Опция: увеличение = 1 (т.е. выбирается фрагмент без изменения масштаба).

2 Множества Мандельброта и Жюлиа (прим. переводчика).

и др., MiniBrot³, слоны, морские коньки, спирали и т.д.). В целом, традиционные фрактальные изображения состоят из специфических фрактальных форм. Степень фрактальности этих изображений высокая.

Репрезентативные фрактальные изображения получают, если главная творческая работа происходит над композицией элементов изображения в целом. Фрактальная природа репрезентативного фрактального изображения может не быть сразу заметна. Композиционные решения в этих фрактальных изображениях имеют первостепенное значение. Репрезентативные фрактальные изображения часто создаются под влиянием других художественных направлений. Фрактальные элементы могут присутствовать, а могут и не присутствовать в законченном произведении. Степень фрактальности этих изображений может быть очень небольшой или неочевидной.

Цифровое искусство в данной статье определяется как художественные изображения, созданные с помощью компьютерных графических редакторов. Поскольку это определение не является исчерпывающим, оно ограничивается определением компьютерного графического редактора. Компьютерный графический редактор — это компьютерная программа, которая получает внешнюю информацию в виде изображений (или использует формы, хранящиеся в ее внутренней памяти: линии, фигуры, эффекты и т.д.) и производит манипуляции с этими изображениями.

Настоящий программный генератор фракталов не совсем подходит под определение компьютерного графического редактора. Тут нет «внешней» визуальной информации, которая вводится в исходное изображение. В действительности, фрактальные изображения начинаются с исходной математической формулы, чисто математической сущности. В этом заключается связь фрактального искусства с тем, что теперь называется *алгоритмическим искусством*.

Фрактальное искусство может рассматриваться как отдельный жанр цифрового искусства и включаться в категорию алгоритмического искусства. Тот факт, что программный генератор фракталов является источником изображения, отличает фрактальное искусство от других основных видов цифрового искусства. Фрактальное изображение может быть создано только из особой математи-

3 Фрактальная копия множества Мандельброта внутри множества Мандельброта (прим. переводчика).

ческой формулы и может быть воспроизведено как изображение только с помощью программы, предназначенной для работы с этим специфическим типом математики. На практике фракталы не могут создаваться и исследоваться без помощи высокоскоростных компьютеров.

Настоящий программный генератор фракталов не является компьютерным графическим редактором, если исходить из строгого определения компьютерного графического редактора. Поскольку основные графические формы, хранящиеся в графических редакторах, являются математическими, именно поэтому они зависят от компьютеров, выполняющих необходимые функции. Линия — всего лишь линия, а квадрат — всего лишь квадрат. А вот что не может быть воспроизведено в действиях человека, так это бесконечные итерации. Это придает фрактальному изображению его отличительную особенность и его бесконечную глубину фокусировки. Традиционное фрактальное изображение — это самостоятельный артефакт, который невозможно запросто воспроизвести с помощью стандартной графической программы и, тем более, вручную.

Фрактальное искусство можно отнести к общей категории цифрового искусства и более конкретно — к категории алгоритмического искусства. Традиционное фрактальное искусство и репрезентативное фрактальное искусство могут рассматриваться как подвиды фрактального искусства. Фрактальное искусство не обязательно должно создаваться компьютером: взять, например, Поллока и современных художников-фракталистов, поэтому, по-видимому, будет необходимо дальнейшее подразделение фрактального искусства на подвиды. Важно, чтобы эти отдельные виды цифрового/фрактального искусства имели четкие определения, которые помогут оценить относительные достоинства любого произведения фрактального искусства.

Керри Митчелл

МАНИФЕСТ ФРАКТАЛЬНОГО ИСКУССТВА

Керри Митчелл (Kerry Mitchell) — американский художник-фракталист (Phoenix, AZ, USA), авиационный инженер NASA. Автор манифеста фрактального искусства «The Fractal Art Manifesto». Персональный сайт художника: <http://kerrymitchellart.com/>.



Фрактальное искусство (ФИ) как жанр существует примерно 15—20 лет. Его первым наиболее значимым публичным показом можно считать статью о множестве Мандельброта, опубликованную в «Scientific American» в 1985 г. С тех пор был достигнут большой прогресс и в возможностях фрактального отображения, и в понимании фрактальной геометрии. И сейчас, наверное, подходящее время, чтобы сформулировать определение, чем является (и чем не является) фрактальное искусство.

Фрактальное искусство — это жанр, связанный с фракталами — формами или множествами, которые характеризуются самоаффинностью (маленькие фрагменты изображения напоминают форму в целом) и бесконечным количеством деталей, во всех масштабах. Фракталы обычно создаются на цифровом компьютере, с использованием итерационного числового процесса. С недавних пор в мир ФИ включают и те образы, которые технически не являются фракталами, но которым присуща та же среда и основная техника генерации.

Фрактальное искусство — это подкласс двумерного визуального искусства, и во многих отношениях оно схоже с фотографией — другой формой искусства, которую восприняли скептически, когда она только появилась. Фрактальные образы обычно материализуются в виде принтов, тем самым фрактальные художники попадают в компанию живописцев, фотографов и гравюристов. Фракталы в своем исходном формате существуют как электронные образы. Это тот формат, который быстро воспринимают авторы традицион-

ных визуальных произведений, что приводит их в цифровое царство фрактального искусства.

Генерирование фракталов может быть художественным проектом, математическим увлечением или просто расслабляющим времяпровождением. Однако ФИ явным образом отличается от других цифровых видов деятельности благодаря тому, чем оно является и чем не является.

Фрактальное искусство не является:

- ***Компьютер(изирован)ным*** искусством, в том смысле, что всю работу делает компьютер. Работа выполняется на компьютере, но только под руководством художника. Включите компьютер и оставьте его одного на час. Когда вы вернетесь, никакого искусства не будет создано.
- ***Случайным***, в смысле стохастическим или не имеющим никаких правил. Основанный на математических принципах, фрактальный рендеринг представляет собой самую суть детерминизма. Выполните те же самые шаги по генерации образа, и будет получен тот же результат. Незначительные изменения в процессе обычно приводят к незначительным изменениям в конечном продукте, превращая фрактальное искусство в деятельность, которой можно научиться, а не в беспорядочный процесс нажатия кнопок.
- ***Случайным***, в смысле непредсказуемым. Фрактальное искусство, как любое другое новое занятие, имеет некоторые аспекты, знакомые новичку, но известные мастеру. Техники фрактального искусства можно освоить посредством опыта и обучения. Как и в рисовании или в шахматах, основы схватываются быстро, но может уйти вся жизнь, чтобы полностью понять и управлять процессом. Со временем радость от непреднамеренных открытий сменяется радостью сознательного творчества.
- ***Чем-то, что может сделать любой человек, у кого есть компьютер***. Каждый может взять фотоаппарат и сделать снимок. Однако отнюдь не каждый может быть Энселом Адамсом¹ или Энни Либовитц². Каждый может

1 Энсел Адамс (Ansel Adams) — американский фотограф (1902—1984), известный своими черно-белыми фотографиями природных памятников Сьерры-Невады и др. (прим. переводчика).

2 Энни Либовитц (Annie Liebovitz) — известный американский фотограф (р. 1949), специализирующаяся на портретах знаменитостей (прим. переводчика).

взять в руку кисть и нарисовать что-то. Однако отнюдь не каждый может быть Джорджией О'Кифф³ или Пабло Пикассо. Действительно, каждый, у кого есть компьютер, может создать фрактальное изображение, но отнюдь не каждый добьется выдающихся результатов в создании Фрактального Искусства.

Фрактальное искусство является:

- **Экспрессивным.** Посредством цветовой гаммы живописца, света и тени, используемых фотографом, или движений танцора художники учатся выражать и вызывать всевозможные идеи и эмоции. Художники-фракталисты не менее способны использовать свои средства как столь же выразительный язык, поскольку они оснащены всеми существенными инструментами традиционных визуальных искусств.
- **Творческим.** Должен быть создан законченный фрактальный образ, как и фотография или картина. Он может быть создан как репрезентативная работа, как абстракция базовой фрактальной формы или как нерепрезентативное изображение. Художник-фракталист начинает с чистого «холста» и создает образ, соединяя воедино основные элементы цвета, композиции, сочетания и т.д., используемые традиционным художником.
- **Требующим отдачи, усилий и интеллекта.** Художник-фракталист должен управлять совокупностью вычислительных формул, отображений, цветовых схем, палитр и их требуемыми параметрами. Все без исключения элементы могут и будут настраиваться, регулироваться, корректироваться и перенастраиваться в попытках найти правильное сочетание. Свобода управлять всеми этими гранями фрактального образа несет с собой необходимость понимать их использование и их эффекты. Это понимание требует от Художника интеллекта и вдумчивости.

Но прежде всего, фрактальное искусство — это просто то, что создается художником-фракталистом: ИСКУССТВО.

³ Джорджия О'Киф (Georgia O'Keeffe) — известная американская художница (1887—1986), прославившаяся картинами с увеличенными изображениями цветов и растительных форм (прим. переводчика).

Элис Келли

ФРАКТАЛЫ КАК ИСКУССТВО

Элис Келли (Alice Kelley) — американская художница, работающая в технике цифрового фрактального искусства с 1996 г. Персональный сайт: <http://alicekelley.com/>.



фрактальная образность, генерированная компьютером, раньше не выходила за пределы компьютеров и книг для математиков и физиков, однако новые, дружественные пользователю программы генерации фракталов перевели фракталы в область искусства. Продаются фрактальные календари и постеры, а передовые галереи начинают выставлять фрактальные изображения в рамках как картины. Слово «фрактал», от латинского «fractus», означающего «изломанный», было введено Бенуа Мандельбротом в 1975 году, чтобы описать, используя фрактальные уравнения, природные феномены неправильной формы, такие, как береговые линии, ветвящиеся растения и горы. Фрактальные формы, подобные береговым линиям, демонстрируют при возрастании увеличении одновременно самоподобие и увеличение количества деталей. Специальные программы преобразуют в образы фрактальные уравнения, в которых используется процесс, называемый итерацией. Итерация означает, что результат уравнения в одной точке используется для вычислений этого же уравнения в следующей точке и так далее.

Компьютеры с их способностью быстро выполнять тысячи итераций, необходимых для перевода фрактала в форму графического изображения, сделали возможным создание и исследование получаемых абстрактных геометрических конфигураций. По мере того как пользователи, которые считают себя художниками, осваивают фрактальные программы, получающиеся произведения становятся все менее похожими на математические иллюстрации и все более выразительными и красивыми. Некоторые скептики в художественном сообще-



*Рис. 0. Golden Pheasant (1999).
Alice Kelley.
См. цветную вставку*

стве настаивают, что, поскольку компьютер выполняет все необходимые расчеты, участие художника оказывается минимальным, заявляя тем самым, что такие изображения не могут называться настоящим искусством. Хотя элемент непредсказуемости присутствует и в моих собственных работах (результат различных комбинаций переменных может меня удивить), окончательный образ не может состояться без значительного вклада пользователя программы. Моя цель — описать процесс создания изображения, который называется «Golden Pheasant»¹ (рис. 0), и пусть читатель потом сам решит, является ли это новой формой искусства, которое использует новое поколение инструментов, или просто случайный набор байтов, созданный компьютером.

Существует несколько программ, доступных в Интернете, которые были написаны, чтобы генерировать фракталы. Все они имеют разные возможности и предоставляют пользователю различную степень участия. Поскольку Ultra Fractal — это инструмент, который я в настоящее время предпочитаю, и это программа, которая создала изображения, использованные в данной статье, правила, которые я привожу, будут относиться только к ней. Программа Ultra Fractal, написанная Фредериком Слийкерманом (Frederik Slijkerman) и выпущенная в 1999 году (<http://www.ultrafractal.com>, Win 95/98/NT), предлагает такие средства, как наложение слоев, обычно ограниченные инструментами редактирования, которые используют цифровые художники, например, Adobe Photoshop. Вообще, слои позволяют

1 Золотой фазан (англ.) (прим. переводчика).

разным изображениям наслаиваться, или сливаться, с большим разнообразием вариантов. Ultra Fractal позволяет осуществлять рендеринг² дополнительных фракталов в пределах тех же самых границ, что и первый фрактал, каждый — в новом слое, со своим собственным набором свойств, и с режимом объединения, который определяет, как добавляемый фрактальный слой визуально взаимодействует с предыдущими фрактальными слоями. Художники могут создавать несколько различных фракталов из одного исходного изображения, состоящего из одного слоя, путем комбинирования различных слоев и изменяя режимы их объединения, что делает возможной более художественную интерпретацию даже традиционных фрактальных форм.

«Золотой фазан» получается из формулы, называемой Julia ($fn|fn$), которая читается следующим образом:

« $z = \text{pixel}, \text{loop: IF } |z| < \text{the shift value}, \text{ then } z = fn1(z) + c, \text{ ELSE } z = fn2(z) + c$ ».

В этом уравнении задействованы две функции и один параметр. Что касается параметра, пользователю дается возможность ввести числовое значение, которое должно быть использовано в расчете уравнения. Относительно функций программа предлагает открывающийся список для каждой доступной функции, и пользователь выбирает из 29 различных функций, таких, как $\cos$ (косинус), $\sin$ (синус), $\tan$ (тангенс), sq (квадрат), и то, что выбрано, автоматически вставляется в уравнение. Формулы обычно имеют до четырех настраиваемых функций. Значения по умолчанию для Julia ($fn|fn$) — это параметр 0,0 и « sq » для обеих функций. Причина того, что значение параметра состоит из двух чисел, в том, что фракталы рисуются в виде графа в осях X и Y. Конечное значение параметра имеет координаты X и Y, которые определяет пользователь. Таким образом, когда из сотен доступных фрактальных формул выбирается Julia ($fn|fn$), на экране появляется рис. 1 в качестве изображения по умолчанию. Первый шаг в создании изображения «с чистого листа» всегда включает в себя исследование таких фракталов, выглядящих вначале незамысловато.

Пользователи часто начинают с экспериментов с различными значениями параметра. Практически не существует верхнего или нижнего предела по числовым значениям для экспериментирования; можно попробовать ноль, один миллион, минус один миллион и все, что между ними. Проблема в том, что некоторые значения, возможно, большинство, дадут пустой экран. Каждая формула имеет специфи-

2 Рендеринг — термин из компьютерной графики (от. англ. rendering — визуализация), означает процесс получения изображения по модели с помощью компьютерной программы (прим. переводчика).

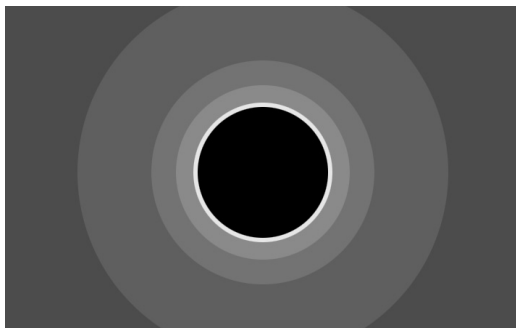


Рис. 1. Формула по умолчанию

ческие параметры, которые порождают интересную картину сложных узоров, и пользователю приходится находить их или путем проб и ошибок или узнавать из книг или от других пользователей, какой диапазон параметров пригоден для данной формулы. Для варианта формул Julia, подобных этой, обычно будут эффективны значения между нулем и единицей. Часто художники находят лучшие значения параметра Julia, начав с соответствующего множества Мандельброта, который фактически является каталогом всех возможных множеств Жюлиа из этой формулы, и используя программный сервис «оператор выбора» в программе Ultra Fractal. Пока фрактал базовой формулы Mandelbrot ($f_n | f_n$) отображается на экране, я нажимаю курсором на кнопку «оператор выбора». Открывается новое меню рядом с первым, где по мере того, как курсор движется по разным точкам фрактального множества Мандельброта, отображается каждое соответствующее множество Жюлиа. Пиксельные значения положения курсора на изображении множества Мандельброта становятся новыми параметрами для соответствующего изображения Жюлиа. Я использовала этот метод и обнаружила, что значения 0,44 и 0,23 дают многообещающую деталь, как свидетельствует рис. 2.

Второй возможный шаг может заключаться в экспериментировании со значениями двух функций. Различные значения функций часто оказывают решающее влияние на то, как изображается фрактал. Поскольку, как уже упоминалось, для каждой функции имеется 29 различных опций, может уйти немало времени, чтобы обнаружить перспективную комбинацию.

Иногда быстро становится очевидным, какие значения для первой функции дадут интересные результаты, что до некоторой степени упрощает поиск. Часто многие из значений дают экран, полный хаотических точек, или пустой экран, или простые неинтересные формы. Для этого



Рис. 2. Параметры

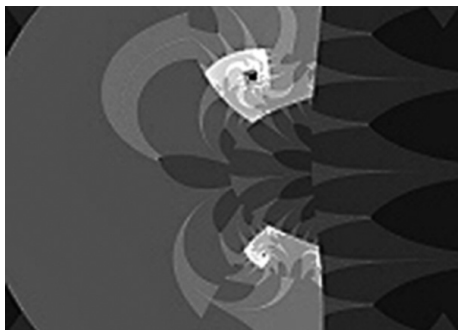


Рис. 3. Функция 1

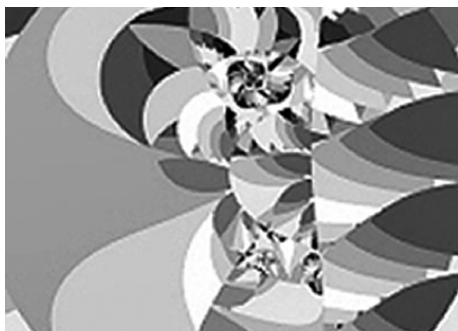


Рис. 4. Функция 2

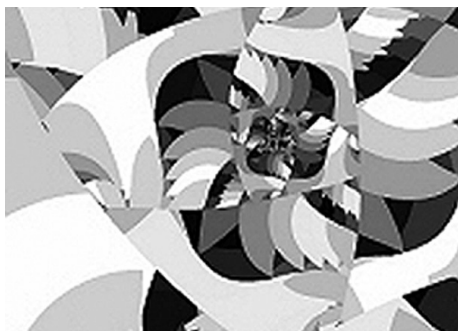


Рис. 5. Зуминг

уравнения с указанными выше параметрами изменение первой функции на «exр» дало в результате рис. 3.

Обратите внимание, что появились две угловатые спиральные формы. Спирали входят в число самых распространенных фрактальных форм, и их часто ищут, потому что они дают такие привлекательные образы. Как только появились эти спирали, я стала пробегать список значений для функции 2. Когда я выбрала значение «log», получился рис. 4. Присутствуют те же спирали, но начинает появляться больше деталей.

Я решила увеличить (zoom in) участок верхней спирали. Зуминг предполагает использование мыши, чтобы очертить нужную область фрактала. Когда нажимается «enter», очерченная область заполняет экран. Мышь можно также использовать для того, чтобы делать небольшую корректировку в центрировании изображения в пределах его окна. Результат изображен на рис. 5.

После того, как интересная фрактальная форма локализована, следующим шагом может быть экспериментирование с алгоритма-

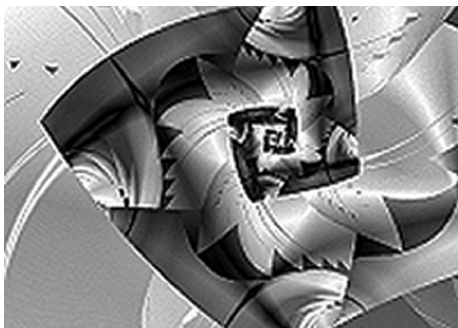


Рис. 6. Метод раскрашивания



Рис. 7. Градиент (см. цветную вставку)

ми раскраски. Алгоритм раскраски — это функция, которая трансформирует значение индекса цвета каждой точки, это значит, что применяются функции, изменяющие изображение фрактала на визуально более сложное. Существуют кольцевые алгоритмы, которые дают фрактал, составленный из колец, а также алгоритмы, дающие кружки и точки, и алгоритмы с названиями наподобие «Binary Decomposition 1»³. На момент написания этой статьи для выбора имелось, по крайней мере, 150 различных алгоритмов раскраски. Пользователи Ultra Fractal продолжают создавать новые алгоритмы, и делятся ими посредством почтовой рассылки Ultra Fractal (доступна на главной странице Ultra Fractal, указанной выше). Со временем и с опытом пользователь приобретает знания о том, какой эффект дает каждый алгоритм. Все алгоритмы сами по себе имеют много переменных, которыми можно управлять для получения разных результатов, и имеют свои собственные окна на экране Ultra Fractal с выпадающими меню и таблицами параметров. После многочисленных экспериментов я выбрала метод раскрашивания, называющийся «Shapes 2 — variable»⁴, созданный Люком Плантом (Luke Plant). Из восьми форм, которые предоставляет этот алгоритм, я выбрала «hyperbola». Двенадцать опций, которыми можно управлять, чтобы изменить форму гиперболы, были оставлены в их исходных настройках. Результат показан на рис. 6.

После этого художник обычно работает с цветовой палитрой изображения. рис. 6 имеет форму, которая выглядит законченной, но цвета являются частью «градиента» по умолчанию, который

3 Бинарная декомпозиция 1 (англ.) (прим. переводчика).

4 Формы 2 — переменные (англ.) (прим. переводчика).

не усиливает этот конкретный образ. Каждый фрактал (технически каждый слой каждого фрактала) имеет свой собственный градиент, который представлен в окне, заполненном цветовыми спектрами. Ultra Fractal — это программа с естественной цветопередачей, поэтому в ней доступно свыше 16 миллионов цветов. Пользователь вставляет управляющие точки, которые используются для создания и корректировки цветового спектра и которые обеспечивают полный контроль над цветом, яркостью, размещением и сопряжением каждого из выбранных цветов. Один фрактал может выглядеть лучше с градиентом, который имеет два пастельных цветовых спектра, а другой — с десятью различными спектрами ярких, броских цветов. Изменив эти спектры на спектры черного цвета, можно создать подсветку и затемнение внутри фрактального изображения. Для этого фрактала я создала черное окно градиента с четырьмя цветовыми спектрами (розовым, желтым, золотым и оранжево-розовым), сгруппированными в середине изображения. Рис. 7 показывает глубину и светотень, которые получились в результате.

Хотя фрактал на рис. 7 теперь выглядит красиво, я решила поменять общую форму изображения с прямоугольной на квадратную, фрактал, заполнивший квадратную форму кажется более визуально привлекательным. Затем в окне «свойства слоя» я выбрала опцию «добавить новый слой», который добавляет фрактальный слой, идентичный первому. Я изменила этот новый слой, используя другой алгоритм раскраски («Twin traps» Дэмиена Джонса (Damien Jones)) и светло-желтую цветовую палитру. Этот менее детализированный фрактальный слой, который мягко подчеркивает исходный фрактал — совсем чуть-чуть, подобно тому, как художник мог бы где-то добавить дополнительный мазок для придания особого эффекта. Окончательный вариант моей работы размещен в начале статьи.

Последний шаг — это дать фракталу имя. Я решила назвать это изображение «Золотой фазан» («Golden Pheasant»).

Для контраста, чтобы было можно оценить, насколько сложен процесс, в котором играет роль так много факторов выбора, я визуализировала несколько изображений, которые представляют собой тот же самый фрактал, что на рис. 7 (который был окончательным, перед тем как его преобразовали в квадрат); каждый из них содержит единственное изменение всего одной переменной. На рис. 8 я изменила первый параметр с 0,44 на 1,44. Результат выглядит интересно и достоин дальнейшего исследования, но он очень отличается от «Золотого фазана». На рис. 9 единственное изменение, которое

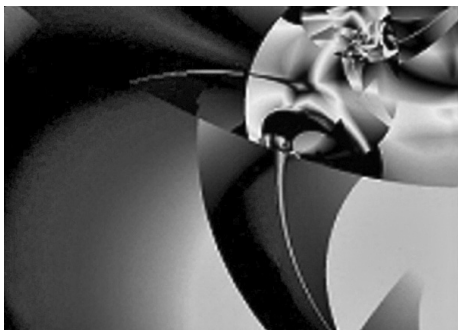


Рис. 8. *p* увеличен на 1

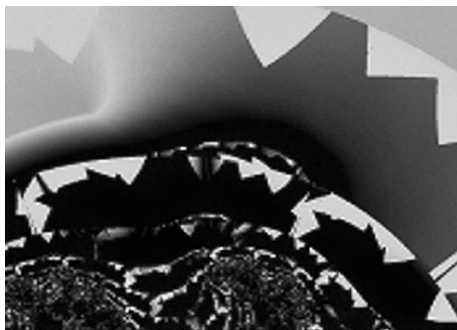


Рис. 9. $fn1 = \text{sqr}$

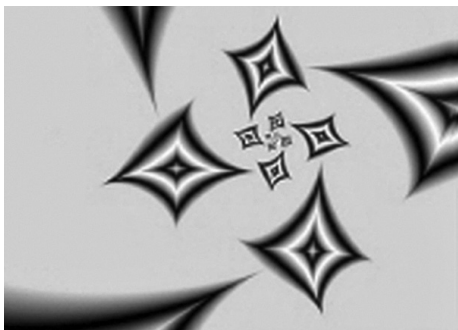


Рис. 10. $\text{Shapes } 2 = \text{asteroid}$

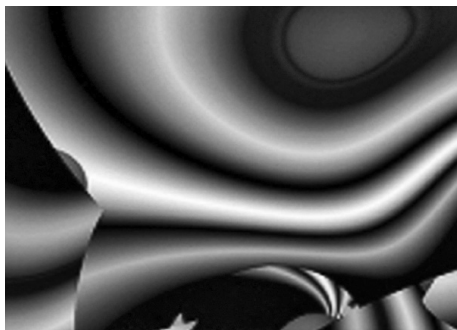


Рис. 11. Алгоритм раскрашивания «curvature»

См. цветную вкладку

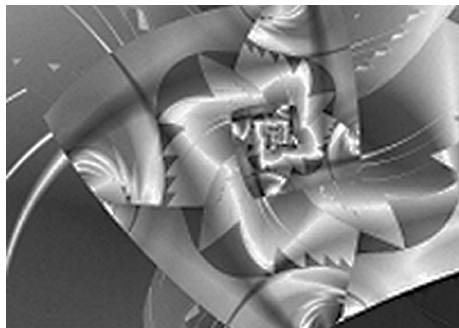
было мною сделано по отношению к рис. 7, состоит в замене первой функции на «sqr».

Рис. 10 — это рис. 7 с тем же самым алгоритмом раскраски, но в качестве формы была выбрана астроида («astroid») вместо гиперболы («hyperbola»). Рис. 11 — это вариант рис. 7 с совершенно другим алгоритмом раскрашивания, который называется «curvature»⁵. На рис. 12 изображен результат использования случайного градиента для раскрашивания фрактала.

«Золотой фазан» — относительно простой фрактал. Были случаи, когда я создавала изображения, содержащие до 15 слоев, все взаимодействующие различным образом, с разными формулами в каждом слое. То, что я описала здесь, — это технические детали входных

5 Изгиб (англ.) (прим. переводчика).

*Рис. 12. Случайные цвета.
См. цветную вставку*



данных, которые требуются от любого пользователя программы. Это аналогично объяснению свойств масляных красок, как они наносятся на холст, способов использования кистей разной формы и общих техник абстрактного искусства новому ученику. Такое техническое знание не гарантирует успеха. Как и в других видах искусства, во фрактальном искусстве есть ограниченное число художников, получивших признание за прекрасные картины, которые никто другой не может воспроизвести. Каждый из этих художников имеет собственный узнаваемый стиль. Чтобы создать визуально привлекательные изображения, я часто полагаюсь на интуицию вместе со случайным экспериментированием, что относится к немалому количеству параметров, слоев и цветов (а также предполагает использование знаний, которые я приобрела из наблюдения и обучения у художников, имеющих большее мастерство в обращении с этой программой и с математикой, чем я).

Компьютеры и фрактальная геометрия представляют собой сложные инструменты для создания нового вида искусства, искусства, которое часто отражает органические фрактальные формы реального мира. Моя позиция как художника такова: «Поскольку фракталы фактически являются компьютерными версиями природных фрактальных феноменов, подобных береговым линиям, формам растений и метеорологическим моделям, они вызывают у меня определенное стремление сделать так, чтобы они не казались искусственными... Каждый фрактал начинается как хаос, а я нахожу в нем паттерны, и это доставляет мне удовольствие. Возможно, это метафора. Столь многое в жизни и вселенной хаотично, а я могу взять крохотную частичку этого хаоса и создать прекрасное».

Дэмиен М. Джоунс

О ФРАКТАЛАХ И ИСКУССТВЕ

Дэмиен Джоунс (Damien M. Jones) — известный британский художник-фракталист и эксперт по фрактальному искусству. Его работы на сайте: <https://www.fractalus.com/gallery/>.

В

озможно, на протяжении всего времени, как существует искусство, были люди, спрашивавшие, может ли то или иное произведение быть признано искусством. Художники-фракталисты часто подвергаются острой критике по поводу их искусства. Иногда мы испытываем трудности с участием в художественных выставках или с продажей наших работ; нас не всегда принимают, так сказать, всерьез. К нам относятся скорее как к дилетантам, претендующим на статус художника, чем как к художникам, выражающим себя с помощью нового (несколько неожиданного) средства. Поскольку я считаю себя художником-фракталистом, я не являюсь беспристрастной стороной, но у меня всё же есть причины, по которым я рассматриваю фрактальное искусство как форму настоящего искусства.

Наше искусство лучше всего принимают те, кто ничего не знает о нем. Они просто смотрят на то, что мы создаем, и их реакция — это удивление, благоговение, восхищение... — целый спектр положительных эмоций. Они не спрашивают, искусство это или нет; мы представляем это как искусство, и они принимают его в качестве такового. Наоборот, наши проблемы часто возникают из-за тех, кто немного знает, как мы делаем то, что мы делаем.

Фрактальное искусство как подвид цифрового искусства

Цифровое искусство — это просто искусство, созданное с помощью компьютера. Точно так же, как существует много традиционных средств и жан-

ров, которые может выбирать художник (картины маслом, углем, пастелью, акварелью...; скульптуры из камня, глины, металла...), в цифровом искусстве есть выбор из многих возможных вариантов. Компьютеры используются для того, чтобы применять эффекты к фотографиям, полученным традиционной техникой проявки; компьютеры могут имитировать краски, карандаши, бумагу. Это само по себе не *требует* компьютера, но задействует способности компьютера «отменить сделанное»: ошибочный мазок может быть удален, при этом художник свободен экспериментировать с образом, не боясь, что не сможет вернуться к исходному варианту, если идея окажется непригодной.

Кроме того, есть формы искусства, которые не могли бы существовать без компьютера. Художники используют компьютеры, чтобы создать виртуальные модели, которые они помещают в виртуальную обстановку и фотографируют виртуальными камерами. Все эти виртуальные действия — на компьютере — создают вещи, невозможные в реальном мире, вещи, которые не подчиняются законам физики, но находятся в царстве воображаемого. Такие вещи иногда можно получить в других медиа, но способности компьютера делают их доступными для большего числа художников.

Фрактальное искусство имеет совершенно другую суть. Создаваемые сегодня виды фрактальных произведений были бы невозможны без помощи компьютера¹; одно-единственное изображение должно включать триллионы утомительных, повторяющихся математических вычислений. Компьютеры превосходно справляются с монотонностью; они хорошо следуют простым инструкциям и никогда не устают, делая одно и то же снова и снова. Таким образом, фрактальный художник дает компьютеру указание выполнять монотонные вычисления, в то время как он сам фокусируется на важных художественных деталях формы, цвета, оттенков.

Во всем этом компьютер играет роль инструмента. Он кисть, проявочная комната, линзы фотокамеры, калькулятор. Он управляет работой виртуального средства, выбранного художником, — сложными вычислениями того, как голубая акварель взаимодей-

1 Некоторые машины могут быть настроены так, чтобы создавать фракталы с использованием обратной связи, например, многие интересные узоры могут быть созданы с помощью системы видео-обратной связи. Но сложно свести этот процесс к чему-то одному. Компьютер как настоящее вычислительное устройство общего назначения предоставляет алгоритмы гораздо большей сложности.

ствует с фактурой только что намоченной бумаги или как свет отражается от покрытого рябью виртуального пруда.

Компьютер как творец

Пойти дальше значит пригласить компьютер самому участвовать в творческом процессе. Это гораздо труднее, чем звучит. В одном полноэкранном изображении (800×600) 480 тысяч отдельных пикселей; для большинства компьютерных мониторов это дает $10^{3467865}$ возможных изображений (то есть 10 с более чем тремя миллионами нулей). Написать компьютерную программу для выбора изображений из такой обширной коллекции просто, но бессмысленно: подавляющее большинство этих комбинаций — просто случайный шум, в котором нельзя увидеть ничего интересного.

Вместо этого написаны компьютерные программы, чтобы выбирать образы из гораздо меньшего количества. Мы устанавливаем параметры компьютерного генератора изображений, чтобы он мог вырабатывать набор интересных изображений более систематически. Например, фрактальный генератор Спротта² следует различным наборам команд и затем применяет простые правила, чтобы отбросить 99% результатов как неинтересные. Но при том, что легко запустить эту программу и просматривать бесконечные серии изображений, она может создать лишь менее 1050 изображений — бесконечно малую часть крохотной доли из общего числа возможных.

Человеческий мозг очень хорошо распознает паттерны; нам быстро становится скучно. Компьютерные программы, которые производят бесконечные последовательности изображений без участия человека, не слишком подходящи, потому что часто можно быстро определить программные ограничения, то есть границы, установленные создателем программы.

Еще более важно, что изображения, созданные этими программами, в действительности ничего не могут сказать нам. Компьютер ничего не осознает, он не пытается передать что-то людям путем самовыражения... Он просто следует инструкциям и делает изображения «вслепую». Он не знает, какое изображение хорошее, а какое — нет. Он не способен испытывать скуку от того, что он делает,

2 См. подробнее на сайте: <http://sprott.physics.wisc.edu/fractals.htm>.

и пытаться делать что-то еще, что-то новое; это то самое, что делает его надежным и полезным инструментом, избавляющим от утомительного однообразия, и плохим инструментом для имитирования творчества. Компьютер не может сделать ничего, пока ему не *велят* сделать это. Даже у программ, которые допускают рандомизированное, «непредсказуемое» поведение, оно непредсказуемо только в рамках, установленных программными средствами. Мы не ошибемся в своих предсказаниях, что компьютер не будет действовать за пределами этих рамок.

Это не означает, что компьютер не может помочь в творчестве. Другие программы, такие, как Apophysis³, генерируют серию изображений случайным образом, чтобы человек мог просеять их и найти образы, которые вызывают какие-то мысли или воспоминания; сотни образов могут пройти мимо — все одинаково хорошо для не оценивающего глаза компьютера — пока человек, смотрящий на изображение, не увидит в нем что-то значимое для *себя*. На этом этапе человек берет изображение и обычно работает с ним дальше, обрабатывая его, — в некотором роде подобно тому, как скульптор может посмотреть на кусок древесины и увидеть форму, скрывающуюся внутри и ждущую своего проявления. До тех пор, пока художник не начал работать с ней, это просто кусок древесины... или одно из сотни случайных фрактальных изображений. Именно участие человека делает образ достойным созерцания, делает его искусством.

Узы математики

Что отличает фрактальное искусство от других форм цифрового искусства, это то, что математика играет гораздо *большую* роль в создании фрактальных образов. Другие виды цифрового искусства не свободны от математики, далеко не свободны: в большинстве вещей, связанных с компьютером, используется математика на том или ином уровне, но математика занимает особое место в создании фракталов, потому что формы, которые столь распространены во фрактальном искусстве, определяются именно математикой.

И все же математика во фрактальном искусстве создает искусство не больше, чем компьютер. Тысячи фрактальных формул до-

3 См.: <http://www.apophysis.org>.

ступны художнику-фракталисту, каждая с десятками или сотнями возможных параметров, и каждый параметр имеет бесконечное число возможных значений. Количество комбинаций, доступных художнику-фракталисту, неисчислимо. Участие человека является критически важным: только человек может решить, какие комбинации значимы и передают что-то содержательное.

Математика, используемая во фрактальном искусстве, полезна не только для фрактального искусства. Фракталы используются для моделирования динамики жидкостей и цен на биржевом рынке. Фрактальная математика также перекочевала в другие формы цифрового искусства, где на ее основе имитируется рост растений, образование гор и реалистических текстур. Затем эти достижения вернулись обратно во фрактальное искусство.

Математика — это просто еще один инструмент, инструмент, приоритетный для художника-фракталиста, но никоим образом не единственный, имеющийся у него в распоряжении. Многие художники-фракталисты, включая Терри Райта (Terry Wright)⁴, с удовольствием берут исходный фрактальный материал и работают с ним, используя инструменты, более привычные в других видах цифрового искусства, иногда до такой степени, что их работа уже не содержит узнаваемых фрактальных форм. А иногда художники-фракталисты используют фотографию или другие исходные материалы и пропускают его через фрактальную математику (как, например, в картине «Toccata and Fugue» Жанет Парк (Janet Parke)⁵). Таким образом, границы между фрактальным искусством и другими формами цифрового искусства размываются. Фрактальное искусство описывается математикой, но не поработается ею.

Доступно всем

Цифровое искусство удивительно доступно. Компьютеры доступны повсеместно, а программное обеспечение для создания цифрового искусства можно получить бесплатно или по номинальной стоимости. Единоразово приобретенное, оно может использоваться снова и снова для создания любого количества новых изображений.

4 Картины Терри Райта на персональном сайте художника: <http://wrightart.net>. (прим. переводчика).

5 «Toccata and Fugue». Janet Parke. См.: <http://www.infinite-art.com/gallery/people/image/7/>.

Интернет предоставляет бесчисленное количество инструкций и руководств, помогающих новым художникам научиться использовать свои инструменты. В сравнении с прошлыми временами, когда для создания произведения искусства потреблялись расходные материалы, а знание техники работы приобреталось в личном обучении у мастера, сегодняшнее цифровое искусство фантастически доступно, открыто практически любому человеку.

Но равенство *возможностей* не означает равенства *результатов*. Карандаши и бумага есть повсюду, но у кого-то есть талант в рисовании этюдов, а у кого-то нет. Подобным же образом, те творческие способности, которые наиболее ценны при создании цифрового (и фрактального) искусства, не присутствуют повсеместно, в отличие от его инструментов.

Точно так же, как широкая доступность инструментов и сервисов для веб-публикаций снизила ограничения в создании веб-сайтов до того уровня, когда каждый может разместить сайт в сети⁶, свободная доступность фрактальных инструментов сделала производство фрактальных изображений настолько легким, что человек может штамповать сотни фрактальных изображений в день. Действительно, несколько человек говорили мне, что они не будут покупать мое фрактальное искусство, потому что они могут приобрести программное обеспечение и произвести собственные изображения. Иногда по прошествии времени они приходили снова, когда обнаруживали, что программное обеспечение не создает высокого искусства без приложения в равной степени высокого мастерства.

То, что инструменты цифрового искусства, отражают уровень мастерства художника, это совсем не плохо. Мой отец рисовал масляными красками, когда я был юным, потому что он мог достать материалы и потому что он любил это. У него получалось не очень хорошо, но это для него не имело большого значения; он получал удовольствие, делая это. Он выражал себя с помощью рисования. И я полагаю, это помогало ему высоко ценить картины, сделанные теми, у кого было больше умения, чем у него. Точно так же у меня есть и гитара, и электронная клавиатура, и ни на одной из них я не могу играть лучше самого базового уровня, но я продолжаю это делать, потому что это весело и это помогает мне больше наслаж-

6 Доступность веб-публикаций для любого пользователя, сделала возможным персональный веб-сайт, универсально-доступный сайт, в действительности неинтересный никому. Я кратко затронул тему бессмысленности таких вещей на... своем персональном веб-сайте.

даться другой музыкой. Многие энтузиасты играют с инструментами цифрового (и фрактального) искусства, потому что они получают от этого удовольствие, даже если им все равно, хорошее ли это искусство или нет.

Хотя можно легко найти большое количество дилетантских работ низкого качества, каждое средство художественного выражения имеет и тех, чьи работы выделяются на фоне остальных. Оно может быть необыкновенно успешным в коммерческом плане (сколько художников завидуют коммерческому успеху Томаса Кинкэйда (Thomas Kinkade⁷)) или может получить высокое признание у коллег-художников. Немногие работы художников будут помниться даже во время их жизни, не говоря уже по прошествии столетий. Цифровое и фрактальное искусство такое новое, и никто не может сказать точно, что останется незабываемым, — но если ничего не будет создано, тогда, конечно, и нечего будет помнить.

Искусственная редкость

Цифровое искусство имеет одно интересное главное отличие от традиционных средств: оно может быть абсолютно точно скопировано. Существует только одна Мона Лиза, один потолок Сикстинской Капеллы. Это настоящая, физическая редкость. Если Мону Лизу убрать из Лувра, тогда ее *не будет* в Лувре. Но цифровое изображение можно воспроизводить в совершенстве и бесконечно.

Искусство уже столкнулось с этим раньше, в гораздо более мягкой форме. Когда появилась возможность печатать множество экземпляров какой-либо работы, оригинальные пластины гравюры, созданные художником, истирались. Способом обеспечить качество стало ограничение числа оттисков. Некоторые художники, чтобы гарантировать, что была отпечатана последняя копия их работы, намеренно наносили царапины на печатную форму. Таким образом, они создавали дефицит, когда мог быть избыток, но это служило гарантией того, что ценность их работы останется высокой.

С цифровым искусством все обстоит сложнее. Цифровое искусство создается на компьютере; компьютеры работают, копируя информацию и обрабатывая ее. Акт просмотра изображения включает создание копии — компьютер должен скопировать

7 Официальный сайт Томаса Кинкэйда: <http://www.thomaskinkade.com>.

данные с жесткого диска в свою память, обработать эту информацию, чтобы извлечь изображение и затем сделать еще одну копию в системе своего дисплея так, чтобы вы могли видеть ее. Создание цифрового принта означает физическую распечатку копии изображения. Многие цифровые художники (включая меня) подписывают и нумеруют свои принты, но гарантировать, что никогда больше не будет сделано никаких копий, очень трудно, потому что копии должны быть сделаны как раз для того, чтобы изготовить принт. Можно также взять существующий принт, отсканировав, снова передать его в компьютер и изготовить еще один принт. С живописью это было бы очевидно — картина имеет текстуру, которая отсутствует в печатной копии. Но когда даже «оригинал» — это печатная копия, отличить подделку от настоящей работы гораздо труднее.

Эти трудности мешают некоторым людям принимать всерьез *любое* цифровое искусство. Цифровое искусство, по-видимому, не годится в качестве раритета, который стоит коллекционировать просто из-за его денежной ценности. Но как печатный станок изменил мир, сделав книги доступными по цене и сделав возможной всеобщую грамотность, так и доступность цифровой репродукции сделает информацию легко доступной для миллионов людей. Искусство не избежит изменений. Коллекционеры будут все так же коллекционировать раритеты, но и все другие будут покупать искусство, которое им нравится. Раритет станет старомодной причудой⁸.

Тенденции будущего

Я часто спрашиваю себя, как будет выглядеть фрактальное искусство через какие-то двадцать лет. За последнее десятилетие уже заметны невероятные изменения: наши инструменты стали гораздо более сложными, настолько, что те вещи, о которых мы думали, но не могли сделать еще два года назад, теперь с легкостью осуществимы. Я иногда смотрю на картины, которые

8 Музыкальная индустрия в настоящее время пытается обратиться к этой же теме, так как люди обнаружили, что они могут делать цифровые копии произведений искусства (музыки), которые им нравится слушать. Попытки индустрии снова создать ограниченность экземпляров постоянно проваливаются перед лицом цифровой доступности, в результате чего возникло в значительной степени пренебрежительное отношение к музыкальной индустрии со стороны публики.

я создал много лет назад, и испытываю досаду по отношению к очевидным «модным» направлениям, в которых я тогда работал. Но я вижу и такие образы, которые даже сейчас кажутся достойными.

Фрактальное искусство изменяется столь же быстро, как и сами компьютеры. Уже видны отдельные стили: хотя некоторые художники, похоже, перескакивают от одного стиля к другому, другие решительно придерживаются некоторого особого стиля. Я с нетерпением жду будущего, потому что этот формат — математика и искусство, соединившиеся в одно, — только начинает свою историю.

Жанет Парк

ФРАКТАЛЬНОЕ ИСКУССТВО: СРАВНЕНИЕ СТИЛЕЙ

Жанет Парк (Janet Parke) — известная американская художница, работающая в технике цифрового фрактального искусства с 1999 года. Участница многих выставок и конкурсов фрактал-арта. Персональный сайт: <http://www.infinite-art.com/>.

Введение

В

рамках относительного нового цифрового искусства — искусства, создаваемого с использованием компьютера, — существует несколько различных техник и жанров, в том числе фрактальное искусство. Фракталы — это геометрические репрезентации специальных математических формул. Формы фракталов, их цвета и текстуры управляются этими формулами, которые, в свою очередь, управляются художником посредством изменения их параметров. Фракталы имеют свойство бесконечно повторяющегося самоподобия, которое можно видеть в природе: в папоротниках, деревьях, горах и линиях морских побережий.

Фракталы изучаются последние сто лет, но именно статья в журнале «Scientific American» 1985 года об открытии Мандельброта¹ представила широкой публике фрактальную геометрию. Первые исследователи фракталов, использовавшие написанные ими самими программы или популярное бесплатное программное обеспечение FractInt², были очарованы самоподобием и удивительной сложностью множеств Мандельброта и Жюлиа. Они обнаруживали формы, которые временами казались знакомыми, но при этом почти трансцендентными, и создавали тысячи визуально привлекательных образов. По мере того, как было написано больше разнообразных вычислительных формул и ал-

1 Dewdney A. K. Computer Recreations. Scientific American, August 1985, p.16—24.

2 Stone Soup Group. FractInt. URL: <http://fractint.org/>.

горитмов раскрашивания³, передавших больший контроль в руки исследователей фракталов, некоторые энтузиасты начали рассматривать и классифицировать эти фрактальные образы как искусство. Недавно разработанные компьютерные программы, такие, как Ultra Fractal⁴ и XenoDream⁵ предлагают пользователям много действенных и разнообразных средств — например, возможность накладывать слои и комбинировать фрактальные элементы друг с другом, что позволило опытным художникам добиваться потрясающих художественных эффектов⁶.

Фракталы, как и фотографии, изображают объективные реальности, которые уже существуют. Компьютер требуется для того, чтобы выполнять, под управлением художника, необходимые вычисления, которые трансформируют фрактал из его первоначальной формы — математической формулы — в формы, которые можно видеть; но это имеет мало общего с эстетикой. В своем «Манифесте фрактального искусства»⁷ Керри Митчелл выдвигает идею, что фрактальное искусство — это не что-то, что может быть сделано компьютером самим по себе, и не что-то, что может быть сделано хорошо любым человеком, у кого есть компьютер. Напротив, художественная ценность фрактального искусства нераздельно связана с творческим процессом художника — вдумчивым выбором и управлением алгоритмами раскрашивания и градиентами, которые придают фрактальной структуре форму, цвет, яркость и текстуру, композиционным зумом и обрезкой, соединением нескольких фрактальных слоев. Именно этот процесс трансформирует необычную, но безжизненную фрактальную форму в законченное произведение, в котором проявляется творческий характер художника.

Слово «уникальный» слишком избито, и каждый художник хочет думать, что то, что он делает, уникально. Но в мире цифрового искусства фракталы действительно не похожи больше ни на что. Некоторые цифровые работы — это просто рисунки и живопись с помощью новых инструментов. В других техниках

3 Barrallo Javier and Sanchez Santiago. Fractals and Multi-Layer Coloring Algorithms. Bridges Conference Proceedings, 2001: 89—94.

4 Slijkerman Frederik. Ultra Fractal. URL: <http://www.ultrafractal.com/>.

5 Thornton Garth and Sterling Virginia. XenoDream. URL: <http://www.xenodream.com/>.

6 Parke Janet. Layering Fractal Elements to Create Works of Art. Bridges Conference Proceedings 2002: 99—108.

7 Mitchell Kerry. Fractal Art Manifesto. 1999.

программное обеспечение используется, чтобы получить эффект фотопроявки или каких-либо других манипуляций с фотографиями. Художники, работающие в жанре 3 D-моделирования, используют очень сложные программы, чтобы воспроизвести ландшафты и пейзажи — как реальные, так и фантастические, — при этом конечный результат очень похож на то, что на протяжении долгого времени создавали художники и фотографы. Фрактальное искусство очень разное. Оно может выглядеть похожим на живопись или фотографию, но ни одно другое средство не может воспроизвести бесконечные детали фрактальных структур. Фрактальное искусство обладает исключительной способностью соединять классическую эстетику с новейшими технологиями, чтобы создавать произведения, которые действительно уникальны.

Мой собственный опыт, связанный с фракталами, начался в 1997 году. Сначала я создавала работы исключительно для собственного удовольствия. Когда меня пригласили выставлять и продавать мои работы в местных галереях (Мемфис, Теннесси) и на арт-фестивалях, мое отношение к фрактальному искусству с позиции любителя-энтузиаста изменилось на подход серьезного художника. В стремлении улучшить свои работы я постаралась узнать как можно о фракталах и об искусстве в целом. Несмотря на массу информации, доступной по каждому из этих вопросов, я не нашла единого мнения о том, что именно делает фрактал произведением искусства. Поскольку это была неизученная территория в мире визуального искусства, не существовало никаких формальных стандартов, посредством которых можно было бы измерить художественные достоинства фрактала. Теперь, когда на этом поле появляются настоящие художники, я решила, что будет полезно установить качественные критерии, чтобы судить о фрактальном искусстве и оценивать его.

Первый из этих критериев — набор концептов и принципов дизайна, которые управляют другими формами визуального искусства. Используя знания или интуицию, художники-фракталисты должны демонстрировать свое понимание и внимание к использованию цвета, формы, линии, объема, пространства, текстуры, яркости, баланса, контраста, резкости, пропорции, паттерна, ритма, единства и разнообразия. Эти элементы представляют собой визуальную грамматику, с которой имеют дело художники, и они формируют то, как мы смотрим на искусство и говорим о нем. Даже художники этого нового жанра должны основатель-

но овладеть этими понятиями, прежде чем пытаться изменить их или отказаться от них.

Во-вторых, художник-фракталист должен демонстрировать знание и способность управлять таким исключительным свойством фракталов, как бесконечная структура, которую часто сложно обрезать и разместить эффективным образом; использовать большое число итераций, чтобы замкнуть центр спирали, или малое число итераций, чтобы достичь неожиданного эффекта; и решить проблему цвета, когда, что характерно для всех фракталов, соответствующие области повторяющейся фрактальной структуры раскрашиваются одинаково.

Третье, и самое важное, зритель должен видеть руку, глаза и сердце художника-фракталиста в его произведении. Подобно тому, как ноты в звукоряде или набор движений танцора, фракталы сами по себе не представляют и не значат ничего, до тех пор, пока художник не вдохнет в них жизнь, придавая им смысл и цель. Важно, чтобы мы видели, что душа художника привнесла в работу. Что делает работу исключительной? Что она говорит нам о художнике? Как эта работа влияет на наше восприятие мира вокруг нас?

Чтобы продемонстрировать эти критерии, я хочу обсудить работы четырех художников-фракталистов, чье искусство представляет красоту фрактальной структуры в разной художественной стилистике. Хотя есть много художников-фракталистов, работами которых я восхищаюсь, я выбрала работы этих трех художников, вместе со своими собственными, из-за высоких стандартов качества и новизны, которые они установили, и потому, что каждый из нас развил четкое и уникальное чувство стиля. Из этих четырех произведения Керри Митчелла (Kerry Mitchell) являются самыми классическими по структуре и способу репрезентации. Стилль поздних работ Роберта Уильямса (Robert Williams) — мягкий и утонченный, с четкими линиями и элегантными формами. Мои работы обращаются к чувствам зрителя через использование богатой текстуры и оттенков, а Марк Таунсенд (Mark Townsend) отходит от традиционной фрактальной структуры, двигаясь в направлении более чувственного стиля. Все работы, которые обсуждаются в настоящей статье, были созданы с помощью программы Ultra Fractal, а Митчелл и Таунсенд используют самостоятельно написанные формулы и алгоритмы.

1. Керри Митчелл — риторика классицизма

Керри Митчелл — единственный из этих четырех художников, который имеет разностороннюю математическую подготовку, и его глубокое понимание фрактальной геометрии, очевидно, придает особое качество его искусству. Нет никаких сомнений, что его вдохновение происходит из фрактальной формы как таковой — она душа и сердце любой из его работ. В то время как те, чей интерес к фракталам преимущественно математический, часто создают работы, которые оказываются сухими и неэмоциональными, художественное чутье Митчелла улавливает присущее фрактальной структуре изящество и доводит его до неземных высот. В его обработке и раскрашивании фрактальные формы обретают почти сакральный оттенок. В его работах царит красота линии и формы, не искаженная и не замутненная излишней текстурой. «Эта работа стоит на своих собственных основаниях — я не могу улучшить фрактальную структуру, заложенную в формуле; поэтому мой выбор — представить ее, во всём ее великолепии, без ненужных украшений»⁸.

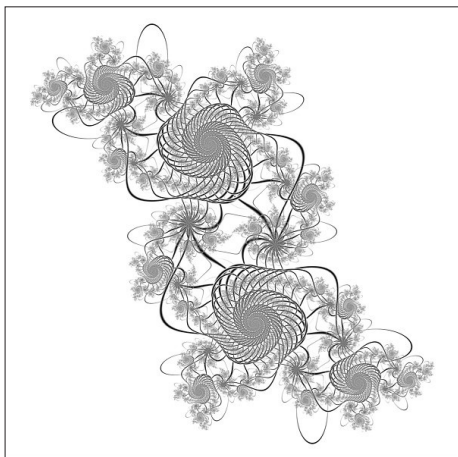
Некоторая ирония заключается в том, что Митчелл использует хаос фрактальной геометрии не для того, чтобы изобразить безумный темп и беспорядочную природу нашего XXI века, но чтобы предложить идею жизни, какой она могла быть, — конечно, сложной, но с порядком, образцом и красотой. Его работы — это картины для созерцания: самоподобная структура, которая бесконечно повторяется в них, подобна мантре, внушающей спокойствие и благоговение.

Работа «The In Crowd»⁹ (рис. 1) — пример способности Митчелла подчеркнуть совершенную красоту фрактальной структуры. Словно чистые ясные звуки флейты или грациозные движения балерины, это классическое множество Жюлиа представлено строгой элегантностью черных линий, которые разворачиваются на белом фоне. Видимая простота этой работы обманчива, поскольку лишь благодаря мастерской манипуляции с параметрами кривых, образующих розетки, Митчелл добивается, чтобы тонкие линии превратились в каллиграфические дуги.

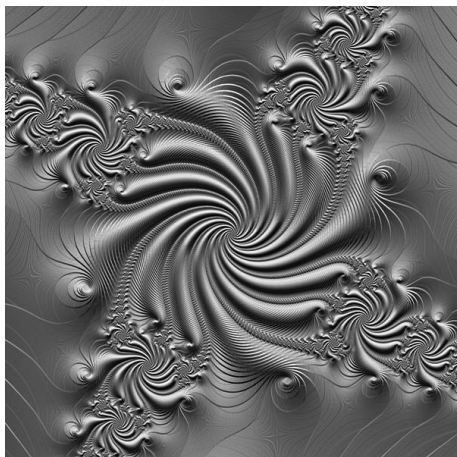
Когда Митчелл использует текстуру в своей работе, это происходит скорее для цветового выделения структуры, чем для эффектности.

8 Mitchell Kerry. Из личной беседы. 2001.

9 В толпе (англ.) (прим. переводчика).



**Рис. 1. «In the Crowd» (2001).
Kerry Mitchell (см. цветную вставку)**



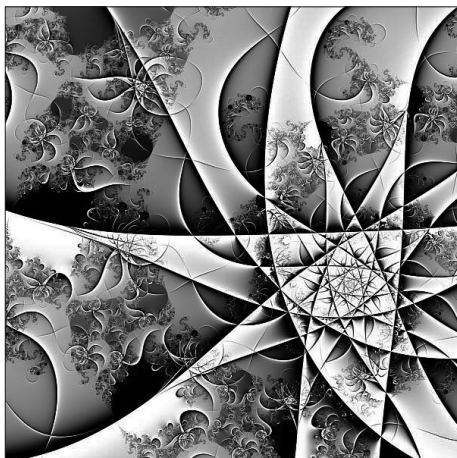
**Рис. 2. «Fossils 2» (2000).
Kerry Mitchell (см. цветную вставку)**

В картине «Fossils 2»¹⁰ (рис. 2) он использует технику, в которой значения параметров и градиенты в каждом из множественных слоев методично и точно варьируются. Примененная к ньютоновской структуре, эта техника производит не только эффект трехмерности, рельефности, но добавляет очень тонкую текстурность в фоновых областях. Богато раскрашенные градиенты, используемые Митчеллом, придают фракталу такой вид, как будто он отлит или отчеканен из золота.

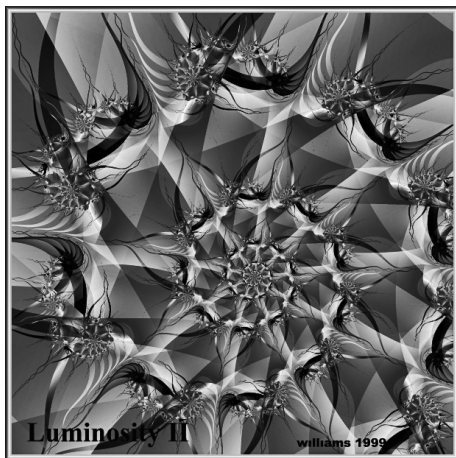
В работе «A View of Норе»¹¹ (рис. 3) структура и потрясающее использование цвета вместе создают захватывающий образ. Тщательно разработанная Митчеллом цветовая палитра смещается от ослепительно белого через холодный голубой к глубокому черному. Каждая белая область в этом фрактале имеет четкий черный контур, что одновременно выделяет спиральную структуру и придает иллюзию глубины. Оттенки голубого плавно переходят и в белое, и в черное. Структурно лучи расходятся из центра спирали, как улицы и шоссе, которые соединяют горожан с теми, кто живет на окраинах и в пригородах. Созданная как отклик на трагедию 11 сентября 2001 года, эта работа является ярким напоминанием о том, что мы все соединены друг с другом географией и нашими общими надеждами на мирное будущее.

¹⁰ Окаменелости (англ.) (прим. переводчика).

¹¹ Образ надежды (англ.) (прим. переводчика).



**Рис. 3. «A View of Hope» (2001).
Kerry Mitchell (см. цветную вставку)**



**Рис. 4. «Luminosity II» (1999).
Robert Williams (см. цветную
вставку)**

2. Роберт Уильямс — утонченная эlegantность

Отличительным стилем Роберта Уильямса было использование точности и простоты для создания атмосферы необыкновенной утонченности. В своей любви к чистой фрактальной структуре он схож с Митчеллом, но их подход к цвету и изображению был несколько различным. В творчестве Уильямса формы гладкие и обтекаемые с четко обозначенными границами. Он экономно использовал цвет внутри четко выраженных границ своих форм. Как и Митчелл, Уильямс никогда не использовал текстуру избыточно.

Хотя Уильямс, несомненно, был художником, он обладал четким пониманием метода. «Я считаю себя больше ремесленником, чем художником. В действительности, фрактальное искусство дает возможность в определенной степени обойти мои недостатки, потому что я могу работать с объектами, “данными самой природой”, изменяя их форму и цвет и свободно обращаясь с ними, чтобы достичь гармоничных сочетаний. Это все, разумеется, требует хорошего чувства цвета, баланса, композиции и т.д., но у меня всегда есть отправная точка»¹².

12 Williams Robert. Из личной беседы. 2001.



**Рис. 5. «Ship of Dreams» (1999).
Robert Williams (см. цветную вставку)**



**Рис. 6. «La Femme» (2000).
Robert Williams (см. цветную вставку)**

«Luminosity II»¹³ (рис. 4) представляет собой хороший пример того, как Уильямс применял плоское раскрашивание с четкими контурами — в сравнении со свето-рельефным раскрашиванием, которое часто использует Митчелл. Внутри этих очерченных форм цвет едва ощутимо переходит от оттенка к оттенку, и хотя формы пересекаются и цвета взаимодействуют, цветовая палитра остается простой и регулируемой. В кажущейся загруженности образа нет ничего чужеродного и вычурного. Безупречная красота гладкого раскрашивания и обтекаемых линий создает определенную дистанцию по отношению к картине — приглашая зрителя смотреть, но не прикасаться. Утонченность контрапунктных форм в его творчестве представлена столь же отчетливо, как в фуге Баха.

Именно правильное место неподвижного локуса в движении, безмолвия в музыке и пустого пространства в визуальном искусстве часто «делает» произведение, и Уильямс так хорошо проде-

¹³ Яркость света (англ.) (прим. переводчика).

монстрировал это в своей работе «Ship of Dreams»¹⁴ (рис. 5). Эта картина потрясающая благодаря тому, чего там нет. Фрактальное самоподобие отлично видно в желтых, фиолетовых и бронзовых фигурах, но только две самые большие изогнутые формы, которые уходят вверх, необходимы, чтобы предположить в этой фантазии корабль. Судно плывет по океану, которого мы не можем видеть; матовые паруса устремляются к небесам, приближаясь, но никогда не касаясь неба, которое мы можем представить только в своем воображении.

«La Femme»¹⁵ (рис. 6) — традиционный мандельбротовский образ с совершенно нетрадиционными цветовыми эффектами. Заключенная в корсет форма, утонченно женственная и соблазнительная. Использование Уильямсом муароподобной текстуры и коричнево-золотых оттенков придает платью вид старинной, выцветшей тафты. Асимметричный спиральный силуэт, напоминающий вечернее платье эпохи 1940-х годов, очаровательно подчеркивает одну грудь. Композиция изображения интригующа также потому, что так много оставлено нашему воображению. Мы не знаем, как выглядит женщина в целом, видя только чувственные линии ее туловища, каждому из нас предлагается создать ее лицо, цвет ее волос, ее возраст и рост в соответствии с нашими предпочтениями.

3. Жанет Парк — создание атмосферы с помощью текстуры

Отличительная особенность моего стиля превращения фрактальных элементов в произведения искусства — моя любовь к текстуре и едва заметным вариациям в цвете. Сначала я добавляла текстуру в свои работы, чтобы замаскировать стандартную блестящую гладкость первых алгоритмов раскрашивания, которые, казалось, придавали всем изображениям одинаковый вид. Теперь я использую текстуру, чтобы добавить образу глубины и привлекательности и чтобы создать чувственную атмосферу в каждой работе. Фрактальная структура еще остается видимой в большинстве моих работ, но нередко она частично завуалирована текстурой или искажена по сравнению со своей первоначальной формой.

¹⁴ Корабль грёз (англ.) (прим. переводчика).

¹⁵ Женщина (фр.) (прим. переводчика).



**Рис. 7. «Endicott» (2000).
Janet Parke
(см. цветную вкладку)**

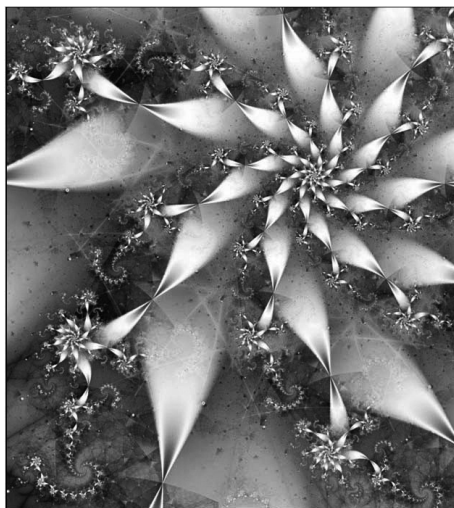


Рис. 8. «Ivgenny» (2001). Janet Parke

В дополнении к эффектам, которые касаются всей работы целиком, я применяю неровную и неоднородную окраску, текстуру и светотень, чтобы придать своим работам вид почти что масляной живописи. Области похожего цвета или текстуры часто испещряются пятнами темных оттенков или рассеянного света, чтобы заставить каждую проявиться отчетливо. Мои работы всецело апеллируют к ощущениям путем создания выразительных текстур и атмосферы иного мира, в который зритель захотел бы перенестись и исследовать. Вместо того, чтобы заключать свои предметы в границы образа, я часто позволяю формам расширяться и вытекать за «полотно», вдохновляя зрителя представить невидимое.

В то время как текстура в работах Митчелла почти всегда является результатом небольших вариаций в значении параметров от слоя к слою, я часто использую текстуры, которые имеют совершенно другое происхождение: различные формулы вычислений или алгоритмы раскраски, или значительные изменения в расположении фрактальной структуры. В работе «Endicott» (рис. 7) классические спирали Мандельброта разграничены бронзовыми, похожими на лезвие фигурами, которые изгибаются дугой вокруг оси каждой спирали. Кажется, что передний план парит над серо-зеленым фоном с совершенно другой структурой, созданной несколькими слоя-

Рис. 9. «Libellen» (2000). Janet Parke
(см. цветную вкладку)

ми неоднородной формы, цвета и текстуры. Легкие вариации в светотени по всему изображению приводят к тому, что соответствующие элементы каждой спирали кажутся слегка отличающимися, а яркие мини-многоества Мандельброта, разбросанные по всей картине, обеспечивают контраст.

В других работах я добиваюсь того, чтобы фракталы казались более хаотичными благодаря применению текстуры. В работе «Ivgenny» (рис. 8) нет разделения между формой переднего плана и фоновой текстурой, как в «Endicott». Основная структура спирали — сжатая форма галстука-бабочки, которая благодаря градиенту кажется рельефной и трехмерной. Несколько текстур наложены друг на друга неоднородными лоскутами: одна текстура добавляет кружевное пересечение линий рядом с центром каждой спирали, а другая рассыпает по всей картине темные ворсистые формы различных размеров и ориентации. Благодаря такому использованию текстуры и легкому затемнению мы видим, что соответствующие области белого, коричневого и серого цвета не все имеют одну и ту же яркость.

В «Libellen»¹⁶ (рис. 9) фрактальная структура менее заметна, чем в других работах. Фигура стрекозы повторяет свою форму и паттерн в разных размерах в верхней половине картины, как и клочковатые фигуры в нижней половине, но эти два набора форм не совпадают. Несколько расплывчатых фигур парят на заднем плане, создавая скорее атмосферу, чем текстуру, и вся картина испещрена неясными красновато-оранжевыми бликами и сине-зелено-серыми тенями, которые вызывают ощущение жаркой атмосферы сумерек. Когда фрактальные элементы используются для изображения реальных объектов, конечный результат часто выглядит как



¹⁶ Стрекозы (фр.) (прим. переводчика).

тщательно скомпонованная сцена. В «Libellen», однако, во всей картине присутствует чувство движения, в котором запечатлен ускользающий момент времени.

4. Марк Таунсенд — расширение границ

Стиль Марка Таунсенда находится на противоположном конце спектра фрактального искусства по отношению к Керри Митчеллу. Он активно работал с классическими фрактальными структурами и алгоритмами раскрашивания, и вскоре интерес к написанию формул и художественный вкус привели его к исследованию менее жестких и формальных структур. Некоторые из его ранних работ содержат спирали, но они почти всегда представлены нетрадиционным образом.

В искусстве Таунсенда есть что-то совсем необработанное и неупорядоченное. Хотя он, безусловно, имеет большие знания о своих инструментах и навык их использования, он постоянно расширяет их возможности, чтобы уйти в своем искусстве от традиционной фрактальной структуры. Цветовая гамма, в которой он работает, землистая и растертая. Его формы скорее тяжеловесные, чем воздушные, а его текстуры часто похожи на песчаные. Благодаря тому, что необычный стиль Таунсенда вызывает такое восхищение, его технике часто подражают другие художники, хотя редко кто может сравниться с ним.

Одна из работ, в которой воплощены его ранние поиски ухода от традиционной фрактальной структуры и раскраски, — это «Calvary»¹⁷ (рис. 10). Раскрашенная в серо-коричневые, ненасыщенные цвета, эта работа передает атмосферу истории. И хотя не предполагается, что она служит иллюстрацией распятия Христа, эта картина мастерски изображает второе значение заголовка из словаря «The American Heritage Dictionary» — «тяжелое испытание». Здесь еще видны спирали, реликты классического множества Жюлиа, но они закручены в узловатые складки, которые плавно смешиваются с подобным же сучковатым узором заднего плана. Картина одновременно тревожащая, как кровавый разгром на поле битвы, и захватывающая в ощущении тайны.

Вскоре после создания «Calvary» стиль Таунсенда сместился в сторону фантазийных мотивов. С помощью написанных им

¹⁷ Голгофа (англ.) (прим. переводчика).

Рис. 10. «Calvary» (1999).
Mark Townsend
(см. цветную вставку)



самим формул, которые маскируют некоторые области фрактала, он стал первооткрывателем стиля, который характеризуется вырезанными формами, помещенными на задний план — как двухмерные декорации в фильме. Используя эту маскирующую технику, он добавлял особую текстуру и цвет в определенные участки, и сучковатые формы, с которыми он начал работать, казалось, начинали жить собственной жизнью — сверхъестественные формы на фоне яркоокрашенных небес. «The Song of Time»¹⁸ (рис. 11) — моя любимая картина того периода. Ее холодная палитра с золотыми и рыжими акцентами превосходно оттеняется насыщенным бирюзовым небом; а знакомые сучковатые формы вытягиваются в фантастические существа, похожие на Горгону, со свирепо сверкающими глазами, расширенными ноздрями и растрепанными волосами.

В январе 2001 года Таунсенд бросил мир фигуративных форм и начал исследовать новые пути. «Я полагаю, я повидал столько

¹⁸ Песня времени (англ.) (прим. переводчика).



Рис. 11. «The Song of Time» (1999).
Mark Townsend
(см. цветную вставку)

спиралей, что их хватит на всю жизнь», — заявил он, и, действительно, с тех пор в его фракталах почти не найти спиралей. Таунсенд начал создавать абстрактные работы без какой-либо единой центральной темы, его картины предполагали простое восприятие наподобие минималистической музыки, которая создает атмосферу звука или свободного стиха, в котором отсутствует рифма и предсказуемый ритм. «Carnal Knowledge»¹⁹ (рис. 12), с ее проходящими по всей текстуре мягкими, сладострастными изгибами и чувственными тенями кремово-телесных оттенков, — потрясающая работа этого периода.

Рассматривание картины Таунсенда весьма похоже на путешествие. Куда он двинется дальше? Даже он сам не знает наверняка. «Я знаю, не каждому понравится все, что я делаю... и я готов поспорить, что некоторые люди хотели бы, чтобы я вернулся к „сучковатым“ ландшафтам или образам в технике „дозатор для попкорна“. В некотором смысле я рассматриваю все, что я сделал до сих пор, как “штудии” для того, что должно появиться в будущем»²⁰.

¹⁹ Познание плоти (англ.) (прим. переводчика).

²⁰ Townsend Mark. Из личной беседы. 2001.

Рис. 12. «Carnal Knowledge» (2001).
Mark Townsend
(см. цветную вкладку)



Заключение

Фрактальное искусство эволюционировало в таких направлениях и до такой степени, которые было невозможно представить еще несколько лет назад. От классического подхода Керри Митчелла до широких границ Таунсенда. Мы, четыре художника, создаем работы, которые пробуждают чувства и эмоции, говорят о человеческих состояниях и выражают индивидуальные точки зрения на красоту и жизнь. Я полагаю, что фрактальное искусство, без всяких сомнений, заслуживает признания и уважения и что творческий потенциал этого захватывающего нового жанра будет движущей силой визуального искусства в XXI столетии.

**Скотт Дрэйвз,
Ралф Абрахам,
Пабло Виотти,
Фредерик Дэйвид Абрахам,
Джулиан Клинтон Спротт**

ЭСТЕТИКА И ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ «ЭЛЕКТРООВЕЦ»

Скотт Дрэйвс (Scott Draves) — компьютерный художник, разработчик программного алгоритма «Fractal Flames», автор компьютерного арт-проекта «Electric Sheep», участник многих международных выставок цифрового искусства, специалист (PhD) в метапрограммировании. Персональный сайт: <http://scottdraves.com/>.

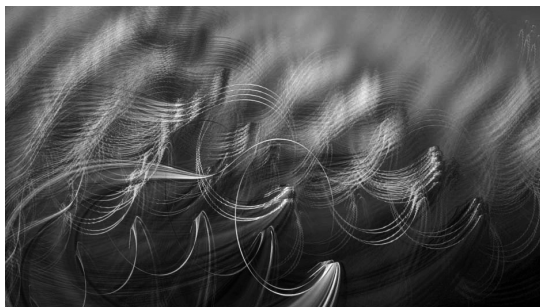
Джулиан Спротт (Julian Clinton Sprott) — почетный профессор университета University of Wisconsin (США), специалист (PhD) в области физики и нелинейной динамики. Автор ряда научных изданий по теории хаоса.

Введение

В данной статье сообщается о новом исследовании эстетических оценок, сделанных членами большого сообщества, участвовавших в созданном Скоттом Дрэйвзом коллективном арт-проекте «Электроовцы»¹ в Интернете. Мы применили к этой системе идеи Клинта Спротта о фрактальной размерности как об эстетической мере. Таким образом, в нашем исследовании соединены «Электроовцы» Дрэйвза и фрактальная эстетика Спротта.

Главная страница сайта «Электроовцы» расположена на electricsheep.org. Мы начнем с описания сети «Электроовцы», затем самого проекта и результатов. Если излагать кратко, мы обнаружили, что эстетические оценки Интернет-сообществом, включающим в себя порядка 20 000 человек, серии из 6400 фрактальных изображений подтверждают предыдущие выводы об одновершинном распределении с пиком рядом с размерностью 1,5. Затем приводится краткий обзор истории фрактальной эстетики, чтобы был ясен контекст этой работы, и делаются выводы.

1 Название скринсейвера содержит аллюзию на роман «Do Androids Dream of Electric Sheep» (1968) (Мечтают ли андроиды об электроовцах?) американского писателя-фантаста Филипа Кинд्रेда Дика (Philip Kindred Dick) (прим. переводчика).



*Рис. 1. Две «овцы»
(фрактальное пламя),
выбранные Дрэйвзом
из скринсейвера
в соответствии
с собственными
эстетическими
предпочтениями
(см. цветную вкладку)*

Сеть коллективного доступа «Электроовцы»

«Фрактальное пламя» (Fractal Flames)² — обобщенный и усовершенствованный вид системы итерируемых функций, некоторые примеры представлены на рис. 1 и рис. 2. Система «Фрактальное пламя» и сеть «Электроовцы» изменяются по мере того, как выпускаются новые версии. Здесь мы опишем их такими, какими они были, когда собирались данные для этой статьи. В то время, в 2004 году, «огонь» состоял из 2—6 нелинейных двухмерных отображений. Каждое из нелинейных отображений состоит из аффинной матрицы 2×3 , заполненной скалярным произведением вектора параметров и набора из порядка 20 разработанных вручную нелинейных базисных функций, создавая общее параметрическое пространство из примерно 160 чисел с плавающей точкой. Точка в этом пространстве называется геномом.

В то время как традиционные системы итерируемых функций — это двоичные изображения, где каждый пиксель или отме-

2 Draves Scott (2004). The fractal flame algorithm. URL: <http://flam3.com/flame.pdf>.

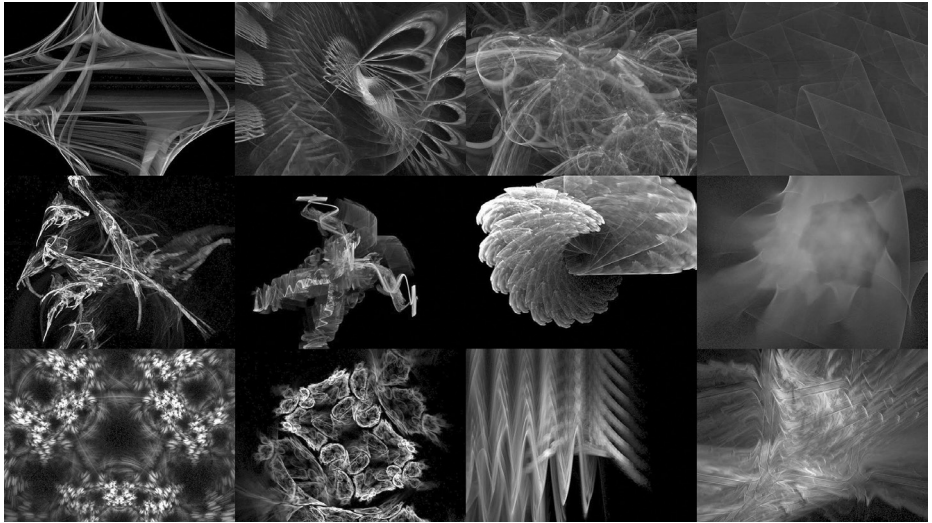


Рис. 2. Двенадцать примеров «электроовец». Фрактальная размерность возрастает слева направо с 1,25 до 1,5—1,7—2,0. Эстетический рейтинг возрастает сверху вниз с 5 до 10—20 (см. цветную вкладку)

чен графически, или нет, «фрактальное пламя» представляет собой полноцветные изображения с градацией яркости и цвета. Яркость устанавливается путем добавления третьей координаты в итерацию и ее преобразование в цветовой палитре.

Анимация «овцы» получается из циклического чередования частей матрицы относительно ее генома, поэтому петли анимации замыкаются без разрывов. «Овцы» имеют длину 128 кадров, и, соответственно, длительность воспроизведения 4—5 секунд. «Электроовцы»³ состоят из сервера «овец» и большого числа клиентов — скринсейверов на подключенных к Интернету компьютерах, принадлежащих пользователям. Когда они запускаются, программы-клиенты подключаются к серверу и образуют систему супер-компьютера с распределенной сетью, который мы называем «фермой визуализации», — эта идея впервые была реализована SETI@Home⁴.

Сервер содержит порядка 40 живых «овец», заменяя старых новыми примерно каждые 15 минут, по мере того, как они воспол-

3 Draves Scott (2005). The Electric Sheep Screen-Saver: A case study in aesthetic evolution. Applications of Evolutionary Computing LNCS, 3449.

4 Anderson David et al. (2002). SETI@home: An experiment in publicresource computing. Communications of the ACM 45: 56—61.

няются на ферме визуализации. «Овцы» загружаются в программы-клиенты пользователей. Программы-клиенты могут содержать тысячи «овец», забирающих гигабайты памяти на диске, но по умолчанию задается объем памяти, достаточный для 100 «овец». Если буфер программы-клиента полон, самые старые «овцы» и «овцы» с самым низким рейтингом удаляются, освобождая место для новых.

Пользователи видят «овцу», изображаемую их скринсейверами и могут голосовать «за» или «против» «овцы», нажимая клавиши со стрелками «вверх» или «вниз». Голоса суммируются сервером в рейтинг для каждой «овцы». Геномы для новых «овец» происходят из трех источников: случайность, генетический алгоритм и вклад пользователей.

Случайные. У этих геномов большинство коэффициентов матрицы заполнены случайными числами из области $[-1, 1]$ или в результате симметричной трансформации (например, поворота на 60 градусов). В каждом отображении один нелинейный коэффициент устанавливается равным единице, а остальные — нулю.

Эволюционировавшие. Они создаются генетическим алгоритмом с помощью операторов мутации и скрещивания. Шанс «овцы» на репродукцию пропорционален ее рейтингу, поэтому наиболее популярные «овцы» размножаются больше всех. Мутации получают путем добавления шума в параметры в геноме. Скрещивание осуществляется посредством комбинирования геномов двух «овец» для формирования «детского» генома. Подробное объяснение приведено в работе Дрэйвза⁵.

Спроектированные. Они являются вкладом пользователей программы Aporhysis — графического пользовательского интерфейса, приложения Microsoft Windows, для создания «фрактального пламени» путем манипуляции с параметрами в геноме в реальном времени в черновом качестве. Матрицы представлены перетаскиваемыми по экрану треугольниками, а нелинейные коэффициенты — обычными текстовыми виджетами.

Все «овцы», от одной перезагрузки сервера до другой, составляют «стадо». В этом проекте мы использовали базу данных на стадо «овец» 165, которые жили с марта по октябрь 2004 года. Сервер сохраняет записи всех «овец» в «стаде» вместе с их «пиковыми» рейтингами, то есть самый высокий рейтинг, полученный в течение жизни «овцы», далее называется просто рейтинг. Эти базы данных доступны для скачивания с сервера.

5 Draves Scott (2005). The Electric Sheep Screen-Saver: A case study In aesthetic evolution. Applications of Evolutionary Computing LNCS, 3449.

Проект и результаты

В духе экспериментальной эстетики, которой положил начало Клинт Спротт, мы ожидали существование корреляции между фрактальной размерностью и рейтингом «овцы». «Фрактальное пламя» — это странные аттракторы, или фиксированные точки, двумерных функций с независимой третьей размерностью, изображаемой посредством цветовой палитры, и яркостью, задаваемой плотностью записи. Для простоты мы не учитываем цвет, поэтому вычисленная здесь размерность представляет собой действительное число между нулем и двумя.

Каждый кадр анимации «овцы» имеет фрактальную размерность FD. Это размерность корреляции, или D2 (Grassberger & Procaccia), которую мы рассчитывали по алгоритму Спротта. Он работает при измерении корреляции между точками, полученными в процессе итерации, но не при анализе итогового изображения.

Фрактальная размерность «овцы» изменяется во времени, поэтому мы определяем среднюю фрактальную размерность (AFD)⁶ «овцы» как среднюю для 20 кадров на равных интервалах (путем поворота на 18 градусов) по всей «овце».

К сожалению, расчет средней фрактальной размерности всех «овец» занял бы слишком много времени, поэтому мы использовали фрактальную размерность первого кадра каждой «овцы» (рис. 3). К счастью, FD и AFD мало отличаются: на рис. 4 показано сходство между FD и AFD. Мы рассчитали AFD для 1109 «овец» с ненулевым рейтингом. На рис. 5 приведена диаграмма разброса значений AFD по сравнению с FD, корреляция составляет 0,92.

База данных «стада» 165 содержит записи о 6396 «овцах», для которых мы смогли вычислить размерность: 2604 из генетического алгоритма, 2598 случайных и 1194 спроектированных пользователями. Мы нанесли на график два частотных распределения для этих четырех категорий: на верхнем графике рис. 3 приведено количество «овец» соответствующей размерности (с интервалом 0,05), в нижней части — итоговая сумма рейтингов «овец» определенной размерности.

Итак, мы обнаружили, что пользователи отдают наибольшее предпочтение «овцам» с AFD между 1,5 и 1,8. Средняя фрактальная размерность спроектированных «овец» была 1,49, а средневзвешенная по рейтингу AFD всех «овец» составила 1,53.

6 AFD — сокр. Average Fractal Dimension (прим. переводчика).

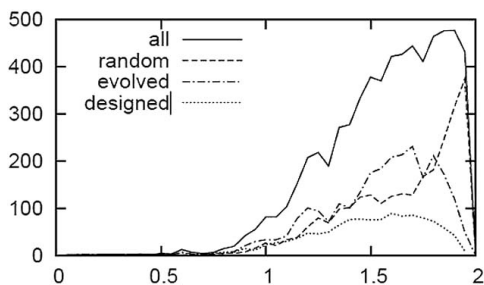
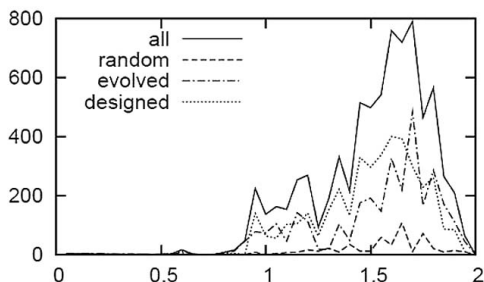


Рис. 3. Верхний график показывает частотное распределение количества «овец» (по вертикальной оси) в соответствии с их фрактальной размерностью (по горизонтали).



Нижний график показывает сумму рейтингов «овец» в сравнении с фрактальной размерностью (FD). Линии соответствуют трем категориям «овец»: спроектированным пользователями, случайным и эволюционировавшим, т.е. полученным из генетического алгоритма, плюс еще одна линия – для всех «овец» вместе

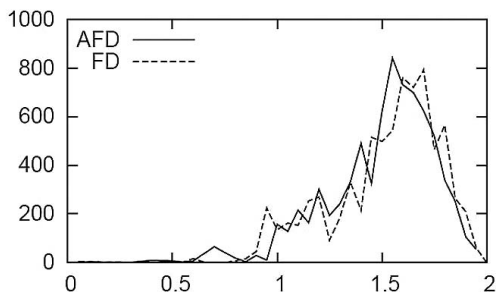


Рис. 4. Сравнение фрактальной размерности (FD) образцов в момент времени 0 и средней фрактальной размерности (AFD), вычисленной по 20 образцам «электроовец» на равных интервалах. Эти линии соответствуют всем овцам, взятым без деления по типам

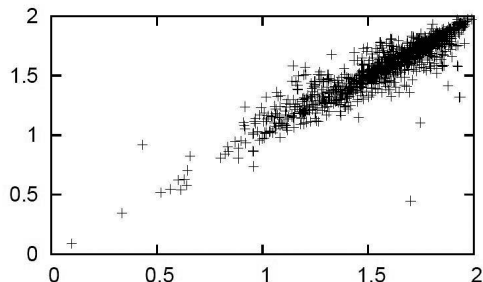
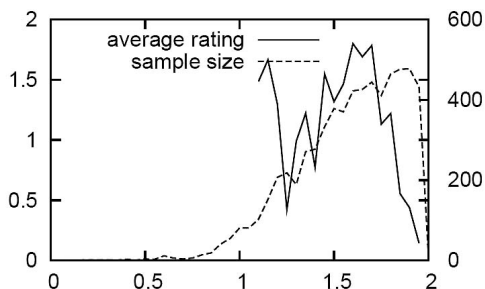


Рис. 5. График рассеяния фрактальной размерности (FD) по горизонтальной оси в сравнении со средней фрактальной размерностью (AFD) по вертикали — 1109 образцов. Корреляция равна 0,92

Рис. 6. График среднего рейтинга (левая вертикальная ось) и размер образца (правая вертикальная ось) относительно фрактальной размерности (FD) по горизонтальной оси. Линия рейтингов прерывается там, где рейтинг представлен менее 100 образцами



Является ли это результатом пользовательских предпочтений и эволюции или причуда алгоритма, который производит случайные геномы? Из-за того, что распределение чисто случайных геномов в верхнем графике рис. 3 значительно отличается (с пиком на максимально возможном значении 2), а распределение для «овец», спроектированных вручную, очень похоже, мы считаем, что смещение является результатом человеческого предпочтения.

Или, возможно, распределение есть результат распределения «овец», а не распределения предпочтений. Например, если пользователь проголосовал за «овцу» случайно, но было произведено больше «овец» с размерностью 1,5, мы бы тоже увидели пик возле 1,5. Чтобы учесть этот фактор, мы рассчитали *средний* рейтинг «овец» каждой размерности (интервал снова был 0,05). Результат показан на рис. 6. Пик смещается с 1,5 в промежуток между 1,6 и 1,7. Однако есть еще пик на 1,15. Неизвестно, является ли он аномалией из-за небольшого количества данных на этом конце графика или представляет достоверное эстетическое предпочтение.

ФРАКТАЛЬНАЯ ЭСТЕТИКА

Экспериментальная эстетика имеет длинную историю. Например, отец Галилея проводил эксперименты по эстетике музыкальных интервалов в зависимости от музыкального лада или строя, описание которых было опубликовано в 1588 году. Гюстав Фехнер (Gustav Fechner) заложил основы экспериментальной эстетики, на-

чаев с исследований золотого прямоугольника (1876)⁷. В 1933 году Джордж Дэвид Биркхоф (George David Birkhoff)⁸, один из первых в ряду известных американских математиков, предложил формулу для расчета сложности изображения в качестве эстетической меры. А в 1933 году Рашевский, основатель математической биологии, выдвинул предположение о связи между эстетикой и нейрофизиологией⁹. Концепция Мандельброта также перенесла отношение фрактальной математики и фрактальных систем в область эстетики¹⁰.

Наши собственные исследования в области фрактальной эстетики начались с работ Клинта Спротта¹¹. В этих работах фрактальная размерность была предложена в качестве меры сложности фрактального изображения и была исследована ее связь с эстетическим восприятием.

В статье Спротта¹² сообщалось о пике предпочтений на размерности $1,51 \pm 0,43$ для двумерных систем итерируемых функций как средней размерности 76 изображений, которые сам Спротт оценил рейтингом 5 по шкале от 1 до 5. В нашем эксперименте среднее

7 Fechner, G.T. (1876) *Vorschule der Aesthetik*. Breitkopf & Hartel, Leipzig.

8 Birkhoff, G.D. (1933) *Aesthetic Measure*. Harvard, Cambridge, MA; Davis, R.C. (1936) "An evaluation and test of Birkhoff's aesthetic measure and formula," *J. General Psychology*, 15, 231—240.

9 Rashevsky, N. (1938). "Contribution to the mathematical biophysics of visual perception with special reference to the theory of aesthetic values of geometrical patterns", *Psychometrika*, 3, 253—271; Berlyne, D.E. (1971) *Aesthetics and Psychobiology* (Appleton-Century-Crofts, New York); Berlyne, D.E., & Olgiue, J. (1974) "Dimensions of perception of paintings." In D. E. Berlyne (Ed.), *Studies in the New Experimental Aesthetics: Steps toward an Objective Psychology of Aesthetic Appreciation*. Hemisphere, Washington, DC. См. также: Peckham, M. (1965). *Man's Rage for Chaos: Biology, Behavior and the Arts*. Chilton, New York; Kuhl, J. (1986) "Motivational chaos: a simple model." In: D. R. Brown & J. Veroff (Eds.), *Frontiers of Motivational Psychology*. Springer-Verlag, Berlin. Avital, T., & Cupchik, G.C. (1998) "Perceiving hierarchical structure in nonrepresentational paintings," *Empirical Studies of the Arts* 16 (1), 59—70.

10 Mandelbrot B.B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, New York; Pickover C.A. (1990). *Computers, Pattern, Chaos, and Beauty*. St. Martins, New York; Peitgen H.-O. & Richter P.H. (1996). *The Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems*. Springer, Berlin; Taylor R.P., Micolich A. & Jonas D. (1999). *Fractal analysis of Pollock's drip paintings*. *Nature*, 399, 422; Taylor R.P., Spehar B., Wise J.A., Clifford C.W. G., Newell B.R., Martin, T.P. (2003) *Perceptual and physiological responses to the visual complexity of Pollock's dripped fractal patterns*. *Nonlinear Dynamics, Psychology and Life Sciences*, 9 (1), 89—114.

11 Sprott J.C. (1993). *Automatic generation of strange attractors*. *Computers & Graphics* 17, 325—332; Sprott J.C. (1993). *Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos*. M&T, New York; Sprott J.C. (1994). *Automatic generation of iterated function systems*. *Computers and Graphics*, 18, 417—425; Sprott J.C. (2003). *Chaos and Time-series Analysis*. Oxford: Oxford.

12 Sprott J.C. (1994). *Automatic generation of iterated function systems...*

значение AFD 76 «овец» с самым высоким рейтингом (с рейтингом от 25 до 170) составило $1,52 \pm 0,23$ — поразительное совпадение.

В книге Спротта¹³ сообщается о предпочтенной размерности $1,30 \pm 0,20$ для странных аттракторов. Эта работа была продолжена Эксом и Спроттом¹⁴, которые проанализировали эстетические оценки 324 фрактальных изображений, сделанных 24 респондентами, а также в исследованиях Ф. Абрахама и его коллег¹⁵, а также О. Митиной и Ф. Абрахама¹⁶, которые проанализировали ответы 18 респондентов по поводу 16 изображений и обнаружили, что размерность $1,54$ оказалась предпочтительнее, чем $0,59$, $1,07$ и $2,27$.

В отличие от «электроовец» в данной работе, Митина и Абрахам использовали изображения хаотических аттракторов однократной итерации полиномиальной функции в трех размерностях, где третья размерность была представлена цветом. Их корреляционные размерности вычислялись на основе трехмерных данных и, следовательно, изменялись в пределах от нуля до трех.

Заключение

Наше исследование подтвердило результаты, полученные Спроттом, Эксом и Фредом Абрахамом. Группа респондентов, участвовавших в нашем эксперименте, как и количество использованных изображений, гораздо больше, чем в предыдущих исследованиях, однако информация на рис. 6 еще ждет своего объяснения. Кроме того, проект «Электроовцы», а с ним и возможность нашего исследования, продолжается — развиваясь, усложняясь и расширяясь. Таким образом, можно снова выдвигать гипотезы и искать новые результаты.

13 Sprott J.C. (1993). Strange Attractors: Creating Patterns in Chaos...

14 Aks D.J., Sprott J.C. (1996). Quantifying aesthetic preference for chaotic patterns. *Empirical Studies of the Arts*, 14 (1), 1—16.

15 Abraham F.D., Sprott J.C., Mitina O., Osorio M., Dequito E.A., Pineli A.M. (2001). Judgments of time, aesthetics, and complexity as a function of the fractal dimension of images formed by chaotic attractors. Доклад на ежегодной конференции, проводимой обществом «The Society for the Chaos Theory in Psychology and the Life Sciences» (Общество по теории хаоса в психологии и медико-биологических науках).

16 Mitina O.V., Abraham F.D. (2003). The use of fractals for the study of the psychology of perception: psychophysics and personality factors, a brief report. In: *J. Modern Physics*, P. 14 (8), 1—14.

Елена Николаева

**ФРАКТАЛЬНОЕ ИСКУССТВО:
ЭСТЕТИКА БЕСКОНЕЧНОСТИ
И ГАРМОНИЯ ХАОСА**

Развитие цифровых программных инструментов в качестве средства создания визуальных образов привело к возникновению в 1960—1970-х годах компьютерного искусства и соответствующих ему особой цифровой эстетики и безобъектного способа существования в культуре.

В 1980-х годах в рамках алгоритмического искусства появляется цифровое фрактальное искусство, которое к середине 1990-х годов вырабатывает собственный художественный язык и уникальные правила смыслопорождения. Появляются книги описательного характера, посвященные, в основном, математической/технической стороне цифрового фрактального искусства, иллюстрированные красочными фрактальными узорами¹, при этом, однако, в основательном труде немецкого художника и основателя онлайн-вого музея цифрового искусства Вольфа Лизера (Wolf Lieser) «Digital Art» (2009)² фрактальное искусство даже не упоминается. В российском гуманитарном дискурсе цифровому фрактальному искусству уделяется некоторое внимание в контексте алгоритмической эстетики³, постсовременного искусства⁴ и медиакульту-

1 Например: Peitgen H.-O. & Richter P. H. The Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems. Berlin, 1986; Pickover C. A. Computers, Pattern, Chaos and Beauty: graphics from an unseen world. Stroud, 1990; The Colours of Infinity. The Beauty and Power of Fractals / T. Lesmore-Gordon (ed.). London, 2010.

2 Lieser W. Digital Art. Berlin, 2009.

3 Мигунов А. С., Ерохин С. В. Алгоритмическая эстетика. СПб., 2010. С. 181—183.

4 Строева О. В. Метафизика постсовременного произведения искусства от онтологической пустоты до феноменологической симуляции. М., 2013. С. 98—106.

туры⁵, но всестороннее исследование истории цифрового фрактального искусства, равно как философская рефлексия о его роли в концептуализации действительности в цифровую эпоху, еще ждут своего часа.

Под цифровым фрактальным искусством или «фрактальной живописью» обычно понимают вид компьютерного искусства, в котором изображение представляет собой хроматическую визуализацию математических фрактальных множеств посредством итерационного программного алгоритма. Фрактальные картины могут воспроизводиться как в электронном виде на компьютерном дисплее или мультимедийном экране, так и в виде принта на холсте или бумаге, однако первичным «материальным» носителем произведения цифровой фрактальной живописи всегда является цифровой файл, а объектом авторского права — формула или алгоритм.

И если цифровое искусство в триединстве поэзиса, мимезиса и технэ трансформировало техническое умение работы с физическим материалом в умение работать с самими техническими средствами⁶, то во фрактальном искусстве, помимо этого, поэзис основывается на аутопоэзисе (рекурсивности процесса создания и «материализации» образа), а мимезис выражается в самоподобии (подобии образа и его частей). При этом принцип подобия в цифровой фрактальной живописи замыкается в петлю обратной связи: подобие природным формам не является конечной целью художественного высказывания, но сами природные формы несут в себе «код» фрактальной эстетики. Благодаря завораживающей глубине рекурсии образы, в буквальном смысле развертывающиеся из фрактальных формул, обладают необыкновенной зрелищностью, открывая взору бездну бесконечности и постнеклассическую гармонию хаоса.

Своим возникновением цифровое фрактальное искусство обязано нескольким социокультурным факторам: медийному повороту в культуре и становлению цивилизации, ориентированной на образ, как назвал ее У. Эко; эволюции алгоритмического программирования из технического средства графических построений в самостоятельный эстетический феномен вследствие совершенствования компьютерных технологий; появлению нового раздела математи-

5 Николаева Е. В. Фрактальная реальность бесконечности: цифровые образы на компьютерном экране // Наука телевидения. 2013. Вып. 10. С. 225—232.

6 Мигунов А. С., Ерохин С. В. Указ. соч. С. 184.

ки — фрактальной геометрии, разработанной Бенуа Мандельбротом в 1970—1980-х годах⁷.

Из концепции Мандельброта следовало, что благодаря свойству фрактальности, которое присуще не только абстрактным математическим структурам, но и реальным природным образованиям, можно «описать форму облака так же четко и просто, как архитектор описывает здание с помощью чертежей, в которых применяется язык традиционной геометрии»⁸.

Собственно термин «фрактал», предложенный Мандельбротом для описания нерегулярных, «изломанных» объектов, в своем самом широком значении определяется как «структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому»⁹.

Самоподобие, выражающееся в масштабной инвариантности, то есть в повторении фрактального паттерна на разных уровнях (масштабах), является принципиальной характеристикой любого фрактального образования. Именно рекурсивность фрактальных образов придает им необыкновенную зрелищность. При этом, однако, многие фракталы характеризуются не абсолютной, а относительной степенью подобия, иными словами, содержат в себе элементы (стохастической или алеаторной) случайности, что, в свою очередь, наделяет фрактальные изображения специфическими художественными смыслами.

По существу, фрактальная геометрия стала ключом к пониманию и моделированию динамического хаоса, в том числе и в виде художественного отображения реальности нового типа — реальности постиндустриальной цифровой культуры. Действительно, в рамках гуманитарной дескрипции мира фракталы, «переформатировавшие» семиосферу культуры в дигитально-символический универсум, начали приобретать онтологическое социокультурное содержание как смыслообразующих элементов фрактальной картины мира¹⁰. При этом собственно «креативное и когнитивное значение фрактальных форм превратилось в эпистемологическую метафору: художники с различным мироощущением и образовани-

7 Mandelbrot B. Fractal geometry of nature. N.Y., W. H. Freeman and Company 1982. [В русском издании: Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М. — Ижевск, 2002, 2010.]

8 Jurgens H., Peitgen H.-O., Saupe D. The Language of Fractals. Scientific American. 1990. V. 263. No 2. P. 61.

9 Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. С. 19.

10 Хайтун С. Д. От эргодической гипотезы к фрактальной картине мира. М., 2007.

ем выбрали хаотически-фрактальную парадигму в качестве модели своего творчества»¹¹.

Мандельброт с самого начала заметил, что многие фрактальные образы — и предельно реалистичные, и абстрактные — могут восприниматься как обладающие самостоятельной эстетической ценностью¹² и даже как «новая форма минималистского геометрического искусства»¹³. Очевидно при этом, что фрактальное искусство существовало — неосознаваемо и неманифестируемо — в нецифровых формах и до эпохи компьютеров, стоит лишь посмотреть на картины Леонардо да Винчи, К. Хокусая и М. Эшера, Ф. Купки, П. Филонова, М. Чюрлёниса, П. Клее, Дж. Поллока, М. Тоби и др.¹⁴

Поскольку в рамках настоящей статьи не стоит задача подробного описания техники создания цифрового фрактального образа¹⁵, отметим лишь самые существенные моменты, связанные с производством эстетически значимых фрактальных форм. Цифровые фрактальные картины получают не просто из вычислений значений некоторого нелинейного уравнения с комплексными переменными (сами по себе цифры не включают в себе ни эстетического содержания, ни визуального образа), а посредством процедуры выбора конфигураций областей значений путем приписывания художником цветовых индексов вычисленным величинам в их соотношенности с бесконечностью.

Благодаря компьютерным технологиям фрактальное искусство смогло не только визуализировать бесконечность, но и предьявить зрителю своего рода поименованные художественные бесконечности — бесчисленные эстетические актуализации фрактальной бесконечности.

Дело в том, что бесконечность является и главным критерием генерации фрактального образа, и семиотической подкладкой фрактальной картины в целом. Это проистекает из самой

11 Rosato G. S. Fractal Art. Journal of Science Communication. 2010, 9 (4).

12 Mandelbrot B. Fractals and an Art for the Sake of Science. Leonardo. 1989. Supplemental Issue. Vol. 2: Computer Art in Context: SIGGRAPH '89 Art Show Catalog. P. 21.

13 Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы... С. 43.

14 См.: Мандельброт Б. Фракталы и хаос. М.—Ижевск, 2009. С. 188—189; Николаева Е. В. Не-цифровая фрактальная живопись: историко-культурологический экскурс//Вестник Самарского государственного университета. Гуманитарная серия. 2013. No 8.1 (109). С. 223—228; а также статьи в этом сборнике: Ш. Васало «Фрактальное искусство?», Р. Абрахам «Хаос и фракталы Парижа», Р. Тейлор и др. «Фрактальный экспрессионизм».

15 См. об этом статью: Э. Келли «Фракталы как искусство».

сути цифрового фрактального искусства, основанного на визуализации итерационного¹⁶ алгоритма расчетов нелинейных комплексных функций $z_{i+1} = F(z_i)$, где начальным значением каждой итерации служит конечный результат предыдущего (т.е. осуществляется математическая рекурсия¹⁷). Для всех точек некоторой области на комплексной плоскости осуществляется достаточно длительная итерационная цепочка вычислений значений z_{i+1} , каждое из которых «содержит» в себе все предшествующие значения. При этом для разных точек динамика значений функции в ходе многократных итераций имеет разный характер: z может стремиться к бесконечности или к нулю, принимать несколько фиксированных значений или демонстрировать хаотичное изменение абсолютной величины.

Один из самых распространенных способов раскрашивания фазового портрета функции заключается в цветовом означивании скорости «убегания» функции в бесконечность: цвет точки соотносится с номером итерации, на которой $|z|$ достигает некоторого заданного числа, считающегося «бесконечным». Точки, для которых значение $|z|$ остается «конечным», окрашиваются в черный цвет. Фрактал может приобрести совершенно иной вид, если, например, цвет будет зависеть от того, является ли действительная и/или мнимая часть z бесконечно малой. Разнообразие вариантов такого авторского означивания ограничивается лишь набором хроматических оттенков, доступных в компьютерной программе. Таким образом, относительно простые формулы и различные алгоритмы выбора цвета и собственно цветовой палитры приводят к появлению сложных фрактальных структур, в которых замысловатые узоры, повторяя и изменяясь, до «бесконечности» разворачиваются друг в друге. Ярким примером построенных таким образом фрактальных картин являются множества Жюлиа и знаменитое множество Мандельброта.

При этом у художника-фракталиста есть возможность выбирать исходную математическую функцию и ее коэффициенты, накладывать последовательные фрактальные «слои», а также модифицировать полученные изображения в других графических программах. Правда, некоторые теоретики искусства исключают из фрактал-арта цифровые картины, в которых фрактальный образ

¹⁶ Итерациями называются многократные повторения некоторой процедуры.

¹⁷ Рекурсия предполагает обращение функции к самой себе.

претерпел изменения в результате внешних художественных манипуляций (т.е. рендеринга вне программы-фракталогенератора)¹⁸. Тем не менее, «фрактальные манипуляции» представляют собой достаточно распространенную практику в творчестве художников-фракталистов.

Фрактальное искусство, таким образом, предлагает специфические культурные практики перцепции и освоения бесконечности. Фрактальные образы объективируют бесконечность как динамическую художественную реальность и как эстетическое переживание.

В бесконечность можно заглядывать, погружаться, ее можно разворачивать, из нее можно извлекать череду образов, существование которых неочевидно и непредсказуемо для зрителя.

Первые по-настоящему художественные произведения цифровой фрактальной живописи, среди которых наиболее известна композиция «Фрактальный восход планеты» (1982), были получены в начале 1980-х гг. Ричардом Ф. Воссом¹⁹. Однако первым цифровым фрактальным художником Мандельброт по праву называл своего бывшего студента Кена Масгрейва, создавшего целую галерею реалистичных планетарных пейзажей на основе собственных мультифрактальных алгоритмов. Первые опыты компьютерной графики в кинематографических нарративах также связаны с фрактальными алгоритмами генерации горных ландшафтов («Стартрек II: Гнев Хана», 1982)²⁰.

Важным публичным событием, благодаря которому фрактальное искусство вышло на уровень эстетической арт-практики, стала выставка «Границы хаоса» в 1984 году в институте Гёте. На ней были представлены фрактальные изображения, выполненные группой математиков и физиков университета г. Бремена во главе с Петером Рихтером и Ханцем-Отто Пайттенем. Художественная образность большинства картин основывалась на полихромных визуализациях фрагментов множества Мандельброта. Несколько лет спустя фрактальные экспонаты этой выставки были воспроизведены в книге «Красота фракталов»²¹. В 1990 году вышла в свет книга американского математика и писателя К. Пикоувера о фрактальном искусстве,

18 См. статью: К. Келлер «Современная эволюция фрактального искусства».

19 См. статью: Мандельброт Б. «Фракталы и искусство во имя науки».

20 Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. М.: Техносфера, 2006. С. 301—302.

21 Peitgen H.-O. & Richter P. H. The Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems. Berlin, 1986.

формат которой соответствовал классическим альбому по искусству²². С 1997 года интернет-сообщество фрактальных художников начало проводить международные конкурсы цифрового фрактального искусства. И хотя в первом таком конкурсе могли участвовать только художники, использовавшие программу Fractint, а в конкурсах, организованных известной фрактальной художницей Жанет Парк, соответственно, рассматривались работы, созданные только с помощью одноименной программы, к участию в наиболее престижных конкурсах «Fractal Art Contest» (1998—2000) и «Benoit Mandelbrot Fractal Art Contest» (2006—2012) допускались фрактальные картины, выполненные в любой из программ-фракталогенераторов.

Одним из первых объединений художников-фракталистов была интернациональная группа «Art and Complexity Group» («Фракталисты — Искусство и Сложность»), в которую входили американские и французские художники Эдвард Берко, Джим Лонг, Карлос Гинзбург, Мигель Шевалье, Жан-Клод Мейнар, художественный критик Анри-Франсуа Дебайе, философ Кристин Буси-Глюксманн, писательница Сюзан Конде и др. С начала 1990-х годов художники-фракталисты выставляли свои работы в виртуальной галерее Nart и даже провели Интернет-аукцион фрактальных картин в 1998 году.

Многие участники группы не только творили, экспериментировали и исследовали эстетические возможности новой художественной практики, но и пытались осмыслить сущность фрактал-арта с позиций философии искусства. В самом явном и концентрированном виде идеи фрактального искусства были изложены Карлосом Гинзбургом в Манифесте «Le Manifeste du Fractaliste»²³, который был подписан совместно всеми членами фракталистской группы того периода и опубликован в ежемесячном художественном журнале «Art Press» в ноябре 1997 года. Задача проекта, объединившего художников-фракталистов, виделась в «радикальном обновлении модели творчества» и утверждении «парадигмы хаотически-фрактальной сложности». В качестве главного постулата фрактального искусства выдвигался «отказ от евклидовой рациональности в пользу непрограммируемых и непредвиденных процессов», а фрактальная эстетика основыва-

22 Pickover C. A. Computers, Pattern, Chaos and Beauty: graphics from an unseen world. Stroud, 1990.

23 См.: Манифест группы «Искусство и сложность».

лась на визуальном «потенциале безграничного построения в бесконечном процессе»²⁴.

Сюзан Конде, посвятившая размышлениям о фрактальном искусстве несколько книг и целый ряд статей, констатировала: «Фрактальный художник видит утопизм евклидовых форм как пережиток картезианских философий, сформулированных вокруг понятий измеримости и предсказуемости»²⁵. Она подчеркивала очевидную связь мироощущения художников-фракталистов с «физическим и психологическим ландшафтом» цифровой эпохи: «современные фрактальные художники стремятся отобразить состояние пространства своего времени так, как они его воспринимают, с его фрактальными размерностями и свойствами».

В 1996 году известные художники-фракталисты Дэмиен Джонс из Великобритании, Сильви Галле из Франции, Марк Таунсенд из Австралии; американцы Линда Эллисон, Кэрри Митчелл, Элис Келли, Пол Дисел создали художественно-коммуникативную площадку на сайте Fractalus.com, разместив там свои виртуальные галереи и разделы о программных ресурсах, конкурсах цифрового фрактального искусства, коллективных арт-проектах и пр. Фрактальные картины, созданные этими художниками, обладают разной стилистикой, разными хроматическими и текстурными особенностями, разной степенью фигуративности/абстрактности, но все они виртуозно и удивительно зрелищно воплощают не только гармонию хаоса, но и недоступную другим видам изобразительных искусств репрезентацию бесконечности в конечном и уникальности в многократно повторяемом. «Каждый фрактал начинается как хаос, — отмечает Э. Келли, — а я нахожу в нем паттерны, и это доставляет мне удовольствие. <...> Столь многое в жизни и вселенной хаотично, а я могу взять крохотную частичку этого хаоса и создать прекрасное»²⁶.

Один из главных вопросов, который художники поднимают в своих статьях, связан с определением художественной самооценности и эстетического смысла нового жанра цифрового искусства. К. Митчелл в «Манифесте фрактального искусства» (1999)

утверждал, что фрактальное искусство не является «компьютер (изован)ным», т.е. полностью генерированным компьютером,

24 Ginzburg C. Le Manifeste du Fractaliste. Art Press. 1997. No 229. P. 28—30.

25 Condé S. The Fractal Artist. Leonardo. 2001. Vol. 34. No. 1. P. 3.

26 Kelly A. Fractals as art. YLEM Newsletter. 2000. Vol. 20. No 4. P. 8.

не является «бессистемным», т.е. не имеющим собственных правил и формальных техник, не является «случайным», т.е. непредсказуемым для автора, и, наконец, не является обыденной практикой, доступной любому, у кого есть компьютер. Митчелл настаивал, что фрактал-арт является искусством в истинном смысле этого слова, подчеркивая, что цифровое фрактальное искусство представляет собой «экспрессивное», «творческое», выразительное средство для передачи идей и эмоций художника, требующее мастерства, интеллекта, упорного труда и самоотдачи²⁷.

Дело в том, что вместе с институционализацией цифрового фрактального искусства публичные презентации визуализированных фрактальных алгоритмов положили начало продолжающимся поныне спорам о художественном статусе цифрового фрактального искусства. После того, как появились профессиональные фракталогенераторы (Ultra Fractal, Fractal Explorer, Apophysis, Mandelbulb 3D и др.), фрактальное искусство перестало быть алгоритмическим в строгом смысле слова, поскольку художник-фракталист уже сам не разрабатывает собственный алгоритм, а может использовать готовые программные инструменты точно так же, как живописец прошлых веков использовал кисти и краски. Правда, компьютерные технологии не только изменили «вещественность» изобразительных средств, но и добавили к традиционному набору цифровую кинестетику — опосредованную жестуальность художника, виртуализировав его тактильные контакты с «полотном». Именно этот момент выдвигается в качестве критического аргумента против признания художественного статуса компьютерного, в том числе фрактального, искусства. Компьютерный «интеллект» будто бы замещает личностное начало, заменяя творческий процесс последовательностью программных команд и нажатием кнопок.

Однако сама по себе техническая опосредованность создания образа (например, фото- или киносъемка) не отменяет понятие искусства и художественного характера такого способа концептуализации действительности²⁸. Несмотря на «программный» характер фрактального образа, эстетическая оценка изображения, полученного в результате индивидуального выбора целого ряда программных опций и числовых коэффициентов, остается полностью прерогативой автора. И точно так же, как традиционный худож-

27 Mitchell K. The Fractal Art Manifesto. URL: <http://www.kerrymitchellart.com/articles/manifesto/fa-manifesto.html>.

28 См., например, статью: Ш. Васало «Фрактальное искусство?»

ник комкает листы с неудачными эскизами, цифровой художник отправляет в виртуальную корзину файлы с невыразительными фрактальными сюжетами. Художник-фракталист «просеивает» сотни случайных композиций, произведенных компьютером, пока какая-то из них не вызовет эмоциональный резонанс, не покажется отражением некоторой личностной идеи или значимым эстетическим высказыванием.

Д. Джонс в заочной полемике с критиками фрактального искусства привел в пример возникновение художественного образа в скульптуре: «скульптор может посмотреть на кусок дерева и увидеть скрывающуюся внутри него форму, жаждущую своего проявления. До тех пор, пока художник не поработал с ней, это просто большой кусок дерева... или один из сотни случайных фрактальных образов. Именно участие человека делает образ достойным созерцания, делает его искусством»²⁹.

Современное цифровое фрактальное искусство связано также с такими именами, как Дэвид Эйприл, Надя Крингельс, Хизер Лэмб, Дэмиен Жиродон, Алексей Ермушев, Дмитрий Шахов.

Завершая этот краткий обзор истории цифрового фрактального искусства и его эстетико-философских манифестаций, согласимся с Бенуа Мандельбротом в том, что «фрактальное искусство ... выпадает из обычных категорий “изобретения”, “открытия” и “творчества”»³⁰ — для его создания и осмысления требуются особые концепты, принадлежащие постнеклассической науке и пост-посмодернистской эстетике (фрактальность, фрактальная размерность, рекурсия, аутопоэзис и др.), без которых невозможен адекватный анализ семантики и парадигматики цифрового фрактального искусства.

29 Jones D. M. Of Fractals and Art. URL: <https://www.fractalus.com/info/fractalart.htm>.

30 Mandelbrot B. B. Fractals and an Art for the Sake of Science. Leonardo. 1989. Supplemental Issue. Vol. 2: Computer Art in Context: SIGGRAPH '89 Art Show Catalog. P. 23.

Сергей Деменок

ПОСЛЕСЛОВИЕ

Будучи языком, математика может быть использована не только для того, чтобы общаться, но, среди прочего, и для того, чтобы пленять.

Б. Мандельброт

Б лагодаря фрактальной геометрии родилась новая категория искусства: «искусство во имя науки», — по словам самого Мандельброта. Действительно, вряд ли существует другая область математики, которая бы приводила к столь оригинальным результатам, как фракталы.

В 1993 году Мандельброт получил престижную премию Вольфа за «изменение нашего взгляда на мир посредством концепции фрактальной геометрии». Фрактальные формы стали различимы повсеместно — в математике, архитектуре, физике, в искусстве и даже в быту.

Например, Эйфелева башня состоит из ферм на основе треугольников. Выбор формы обусловлен тем, что треугольник, в отличие от прямоугольника, не может быть деформирован без искажения по крайней мере одной из его сторон. В конструкции Эйфеля отдельные элементы больших ферм сами представляют собой фермы, которые, в свою очередь, состоят из ферм меньшего размера. Такая самоподобная конструкция гарантирует высокую прочность при низком весе.

Ажурные геодезические купола Фуллера также наглядно демонстрируют, что прочность — результат ветвления фрагментов конструкции на сходные встроенные друг в друга элементы. Купола Фуллера обладают идеальной аэродинамической формой и большой несущей способностью.

Фракталы часто обнаруживают себя на полотнах живописцев. И не только почти наших современников Джексона Поллока, Маурица Эшера, Сальвадора Дали, но даже Кацусики Хокусай. В их работах постепенное и филигранно точное накопление отличий не нарушает единого целого благодаря тому, что каждый фрагмент созвучен целому, каждый есть Альфа и Омега, начало и конец, первый и последний.

Еще универсальные люди эпохи Возрождения обращали внимание на явления, форма которых в современном понимании фрактальна. Так, под конец жизни Леонардо да Винчи пытался изобразить то, что не могло быть изображено: молнии, бури, облака. Облака и пену не ухватить пальцами, и Леонардо пытался зафиксировать саму их суть на кончиках пера или кисти.

Джордано Бруно замечал: «То, чего нельзя увидеть в малом, легко можно заметить в большом; в целом открывается то, что скрыто в отдельной части». А девизом изобретателя и энциклопедиста Атанасиуса Кирхера был «*Omnia in omnibus*» — «Все во всем». Убежденность Кирхера в том, что все соотносится со всем, и любая часть, какую ни возьми, крепко сцепляется с целым, неизбежно вела к поиску связей и потребности в систематизации и коллекционировании. На его зарисовках легко угадываются формы, очень напоминающие фрактальные.

После Мандельброта фракталы в искусстве начали использовать сознательно. Образовалась даже интернациональная группа художников «Искусство и Сложность», применяющих фрактальные принципы в своих работах. Постепенно само понятие «фрактальное искусство» расширилось далеко за пределы алгоритмического, математического, цифрового — появились новые формы живописи и графики: фрактальный реализм, экспрессионизм, абстракция, супрематизм; стохатизм; фрактальная музыка.

Настоящий сборник дает представление о математической стороне научных и художественных практик, основанных на концепции фрактальности. Манифесты фрактального искусства посвящены философским и художественным проблемам фрактальной репрезентации реальности в искусстве. Эстетическая сторона цифрового фрактального искусства и статус фрактал-арта как особого типа изобразительного искусства обсуждаются в контексте проблемы соотношения программного компонента и творческого самовыражения художника.

Мы видим, что фрактальные фрагменты все чаще обозначаются и сознательно используются. Теперь исходный геометрический фрагмент фрактальной формы и алгоритм замены исходной формы на новую стали естественными элементами творческого процесса.

Литература

1. Мандельброт Б. Какова длина побережья Британии? Статистическое самоподобие и фрактальная размерность.
Mandelbrot B. How long is the Coast of Britain? *Science*, New Series, Vol. 156, No. 3775 (May 5, 1967), pp. 636—638.
2. Барнсли М., Барнсли Л. Фрактальные трансформации.
Michael Barnsley & Louisa Barnsley. *Fractal Transformations. In: Colours of Infinity*. Ed.N. Lesmoir-Gordon. Springer-Verlag London Ltd, 2010. P. 58—73
Взято с: <http://www.superfractals.com/pdfs/A%20strange%20game%20of%20soccer.pdf>
3. Мандельброт Б. Фракталы и искусство во имя науки.
Mandelbrot B. Fractals and an Art for the Sake of Science. *Leonardo. Supplemental Issue, Vol. 2, Computer Art in Context: SIGGRAPH '89 Art Show Catalog* (1989), pp. 21—24. URL: <http://www.jstor.org/stable/1557938>
Взято с: http://www.beausievers.com/bhqfu/computer_art/readings/mandelbrot-art_for_the_sake_of_science.pdf
4. Сайтис Х. Фрактальное искусство: ближе к небесам? Современная Математика, искусство Природы и природа Искусства.
Saitis, Charalampos. *Fractal Art: Closer to Heaven? Modern Mathematics, the art of Nature, and the nature of Art*. Bridges Donostia. Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture. San Sebastian, Spain. July 24—27, 2007. Conference Proceedings.
Взято с: <http://users.uoa.gr/~ldalla/fractals/Fractal%20Art.Closer%20to%20Heaven.pdf>

5. Абрахам Р. Хаос и фракталы Парижа. (глава из книги)
Ralph Abraham. Chaos and Fractals of Paris. Chapter 10. In: Bolt from the Blue: Arts, Mathematics, and Cultural Evolution. Epigraph Books, Rhinebeck, New York, 2010. Pp. 321—330.
Взято с: <http://www.ralph-abraham.org/articles/kupka.pdf>

6. Коцич Л. Художественные элементы фрактальных конструкций.
Kocic L. M. Art Elements in Fractal Constructions. VISMATH, Vol. 4, #1, 2002.
Взято с: <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/ljkocic/index.html>

7. Тэйлор Р., Миколич А., Джонас Д. Фрактальный анализ живописи Поллока.
Richard P. Taylor, Adam P. Micolich, David Jonas. Fractal analysis of Pollock's drip paintings. Nature, Vol. 399, 3, 1999. P. 422.
Взято с: <http://www.nature.com/nature/journal/v399/n6735/full/399422a0.html>

8. Тэйлор Р., Миколич А., Джонас Д. Фрактальный экспрессионизм. Может ли наука помочь в понимании искусства?
R. P. Taylor, A. P. Micolich, D. Jonas, Fractal Expressionism, "Physics World", Vol. XII, n. 10, 1999, pp. 25—28.
Взято с: <http://www.fractalexpressionism.org>; http://plus.maths.org/content/os/issue11/features/physics_world/index;
<http://physicsworldarchive.iop.org/full/pwa-pdf/12/10/phwv12i10a21.pdf> (по подписке)

9. Розато Г. Фрактальное искусство.
Rosato G. C. Fractal Art. Journal of Science Communication, 9 (4), 2010. A01.
Взято с: <http://jcom.sissa.it/archive/09/04/Jcom0904%282010%29 A01/Jcom0904%282010%29 A01.pdf>
10. Манифест группы «Фракталисты — Искусство и сложность».
Groupe Les Fractalistes — Art et Complexité, Manifeste fractaliste, “Art Press”, n. 229, November 1997, pp. 28—30.
Взято с: <http://pagesperso-orange.fr/charles.vassallo/en/art/fractalist.html>
11. Гинзбург К. Фрактальное искусство.
Ginzburg C. L’art fractal. In: Jean-Claude Chirrollet. La question du détail et l’art fractal (à bâtons rompus avec Carlos Ginzburg). Paris, Editions L’Harmattan, coll. Histoires et idées des Arts, 2011, pp. 255—257.
Взято с: <http://www.jean-claude-chirrollet.fr/carlos-ginzburg-3-l-art-fractal>
12. Конде С. Фрактальный художник.
Susan Condé The Fractal Artist. Leonardo, Vol. 34, No. 1 (2001), pp. 3—10.
Взято с: <http://www.jstor.org/discover/10.2307/1576971?uid=3738936&uid=2&uid=4&sid=21104111711927>

13. Вассало Ш. Фрактальное искусство?
Vassallo Ch. Fractal Art? Взято с его сайта:
URL: <http://charles.vassallo.pagesperso-orange.fr/en/art/fractal-ist.html>; <http://charles.vassallo.pagesperso-orange.fr/en/art/intro3.html>

14. Келлер К. Современная эволюция фрактального искусства. Традиционное и репрезентативное фрактальное искусство.
Keller K. Recent Evolution in Fractal Art. Traditional and Representative Fractal Art.
URL: http://fractalartgallery.com/fractal_art_essay_01.htm

15. Митчелл К. Манифест фрактального искусства.
Kerry Mitchell. The Fractal Art Manifesto.
URL: <https://www.fractalus.com/kerry/articles/manifesto/fa-manifesto.html>.

16. Келли Э. Фракталы как искусство.
Kelley, Alice. Fractals as Art. YLEM, 2000, Vol. 20, № 4. Pp. 6—8.
Взято с ее сайта: <http://www.alicekelley.com/ylem.html>

17. Джоунс Д. О фракталах и искусстве.
Jones D. M. Of Fractals and Art.
URL: <https://www.fractalus.com/info/fractalart.htm>

18. Парк Ж. Фрактальное искусство: сравнение стилей.
Janet Parke. Fractal Art: A Comparison of Styles.
URL: <http://www.infinite-art.com/index.about.comparison.php>
19. Дрэйвз С., Абрахам Р., Виотти П., Абрахам Ф., Спротт Дж. Эстетика и фрактальная размерность «электроовец».
Scott Draves et al. The Aesthetics and Fractal Dimension of Electric Sheep. International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 18, No. 4 (2008), pp. 1243—1248.
Взято с: <http://www.ralph-abraham.org/articles/MS%23120.Electricsheep/sheepdim06.pdf>
и <http://sprott.physics.wisc.edu/pubs/paper303.pdf>
20. Николаева Е. В. Фрактальное искусство: эстетика бесконечности и гармония хаоса.

0 **главление**

Сергей Деменок	
Введение	6
Бенуа Мандельброт	
Какова длина побережья Британии? Статистическое самоподобие и фрактальная размерность.	8
Майкл Барнсли, Луиза Барнсли	
Фрактальные трансформации	16
Бенуа Мандельброт	
Фракталы и искусство во имя науки	36
Харалампос Сайтис	
Фрактальное искусство: Ближе к небесам?	48
Ральф Абрахам	
Хаос и фракталы Парижа.	62
Любица М. Коцич	
Художественные элементы фрактальных конструкций.	72
Ричард Тэйлор, Адам П. Миколич, Дэвид Джонас	
Фрактальный анализ живописи Поллока	88
Ричард Тэйлор, Адам П. Миколич, Дэвид Джонас	
Фрактальный экспрессионизм. Может ли наука помочь в понимании искусства?	92
Джуди С. Розато	
Фрактальное искусство.	102
Манифест группы «Искусство и сложность» (Manifeste du Fractaliste)	122
Карлос Гинзбург	
Фрактальное искусство.	124

Сюзан Конде

Фрактальный художник 130

Шарль Васало

Фрактальное искусство? 138

Кен Келлер

Современная эволюция фрактального искусства:
Традиционное и репрезентативное
фрактальное искусство 150

Керри Митчелл

Манифест фрактального искусства 154

Элис Келли

Фракталы как искусство 158

Дэмиен М. Джоунс

О фракталах и искусстве 168

Жанет Парк

Фрактальное искусство: сравнение стилей. 178

**Скотт Дрэйвз, Ралф Абрахам,
Пабло Виотти, Фредерик Дэйвид Абрахам,
Джулиан Клинтон Спротт**

Эстетика и фрактальная размерность
«электроовец». 194

Елена Николаева

Фрактальное искусство:
эстетика бесконечности и гармония хаоса 204

Сергей Деменок

Послесловие 216

Литература 219

В РАМКАХ СЕРИИ



Издательство «СТРАТА» представляет книги, посвященные фракталам. Издания ориентированы на самую широкую аудиторию, но будут высоко оценены и профессионалами: математиками, физиками, дизайнерами и программистами.

Сергей Деменок
ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС

Сергей Деменок
ПРОСТО ФРАКТАЛ

Сергей Деменок
ПРОСТО ХАОС

Сергей Деменок
СУПЕРФРАКТАЛ

Сборник статей (перевод Елены Николаевой)
АРТ ФРАКТАЛ

ФРАКТОРИЯ™ 2.0

КОНСТРУКТОР
ФРАКТАЛОВ



Представляем новую версию уникального программного продукта: Фрактория 2.0 — идеальный инструмент для изучения влияния случайных воздействий на процессы построения фрактальных объектов. С ее помощью вы сможете попробовать свои силы в создании собственных неповторимых фракталов, проникнуть в логику их построения.





ИЗДАТЕЛЬСТВО
«СТРАТА»

ФАБРИКА КНИГ

тираж от 1 экземпляра
с сохранением низкой стоимости

100 экз. 100 страниц — **9500 рублей**
200 экз. 100 страниц — **18500 рублей**

редактура, верстка, продвижение
ISBN . УДК . ББК

kniga@strata.spb.ru
www.strata.spb.ru





 ормула
культуры

ФРАКТАЛЫ КАК ИСКУССТВО

Сборник статей

Составление, перевод:

НИКОЛАЕВА

Елена Валентиновна

Автор идеи, введение и послесловие:

Деменок

Сергей Леонидович

Обложка:
Леонова Елена

Оформление и дизайн:
Мороз Сергей

Подписано в печать 1 июня 2015 г.
Тираж 500 экз.



СТРАТА

195112, Санкт-Петербург,
Заневский пр., д. 65, корп. 5.

Тел.: +7 (812) 320-56-50, 320-69-60

E-mail: info@strata.spb.ru